



Universidad Autónoma de Baja California

Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño

**OPTIMIZACIÓN DUAL PARA EL DISEÑO
ROBUSTO UTILIZANDO EL MÉTODO DE
PERTURBACIÓN SIMULTÁNEA**

TESIS

Como Requisito parcial para Obtener el Grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Industrial

Presenta

Melissa Airem Cázares Manríquez

Directora de tesis

Dra. Claudia Camargo Wilson

Ensenada, Baja California

Julio de 2016

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO
UNIDAD ENSENADA

**Optimización dual para el Diseño Robusto
utilizando el método de Perturbación Simultánea**

TESIS

Que para obtener el grado de maestría en ingeniería presenta:

Melissa Airem Cázares Manríquez

Aprobada por:



Dra. Claudia Camargo Wilson
Directora de tesis



Dr. Jesús Everardo Olguín Tiznado
Miembro del comité



Dr. Juan Andrés López Barreras
Miembro del comité

Ensenada Baja California, México. a 25 de Julio de 2016.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por ponerme en un camino lleno de oportunidades para alcanzar otro gran logro.

A mis padres, las personas que más admiro por sus deseos de superación.

A CONACyT y a la Universidad Autónoma de Baja California, por apoyar a la gran comunidad de estudiantes de posgrado para superarnos como profesionistas y seres humanos.

A la Vicerrectoría Campus Ensenada y al Departamento de Planeación e Imagen Institucional, pero sobre todo al Dr. Jesús Everardo Olguín Tizado y a mi Directora de tesis, la Dra. Claudia Camargo Wilson, por pensar en mí para llevar a cabo este proyecto y por las facilidades brindadas para llevarlo a cabo.

Al comité de tesis y al Dr. Juan Andrés López Barreras, quien con sus acertados comentarios y observaciones enriquecieron la presente tesis.

A la Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño y a la Facultad de Ciencias, a mis tutores, maestros y compañeros.



A mi Dios
A mis Padres y Hermanas
A mis Abuelos†††

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS.....	3
DEDICATORIA.....	4
LISTA DE ACRÓNIMOS.....	8
LISTA DE TABLAS.....	9
LISTA DE FIGURAS.....	10
RESUMEN.....	11
1. INTRODUCCIÓN.....	13
1.1. Antecedentes.....	13
1.2 Planteamiento del Problema.....	18
1.3 Preguntas de Investigación.....	21
1.4 Objetivos.....	21
1.5 Hipótesis planteadas.....	22
1.6 Justificación.....	22
1.7 Limitaciones y delimitaciones.....	24
1.8 Organización de la tesis.....	24
2. Marco de Referencia.....	25
2.1 Metodología Seis Sigma.....	25
2.2 Diseño de Experimentos.....	28
2.3 Optimización.....	31
2.4 Optimización Dual.....	31
2.5 Procedimientos de Aproximaciones Estocásticas.....	34
2.6 Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea.....	37
2.7 Superficies de Respuesta.....	40

2.7.1 Región experimental y región de operabilidad.....	42
2.7.2 Mejor tratamiento y punto óptimo.....	44
2.7.3 Elementos de la Metodología de Superficie de Respuesta.....	46
2.7.4 Diseños Experimentales para ajustar Superficies de Respuestas.....	48
2.7.5 Diseños para ajustar modelos de primer orden.....	48
2.7.6 Diseños factoriales 2^k.....	49
2.7.7 Fracciones de la serie 2^k.....	49
2.7.8 Diseño Simplex.....	49
2.7.9. Diseño Plackett Burman.....	50
2.7.10 Diseños para ajustar modelos de Segundo orden.....	50
2.7.11 Diseño Central Compuesto.....	50
2.7.12 Diseño Equirradial.....	51
2.7.13 Diseños Box-Behnken.....	51
2.8 Metodología Taguchi.....	52
2.8.1 Conceptos básicos de la Metodología Taguchi.....	52
2.8.2 Ventajas de la aplicación de la Metodología Taguchi respecto al Diseño Clásico Experimental.....	55
2.9 Análisis y clasificación de la razón Señal a ruido.....	56
2.10 Índice de capacidad de proceso (C_{pk}).....	62
2.11 Estado del arte.....	64
3. MATERIALES Y MÉTODOS.....	83
3.1 Materiales.....	83
3.2 Métodos.....	83
3.3 Funciones de prueba.....	87
3.4 Verificación de Hipótesis.....	91
4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	93



5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	107
REFERENCIAS.....	112
ANEXOS.....	116

LISTA DE ACRÓNIMOS

AAEPS: Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea.

DCC: Diseño Central Compuesto.

MDPR: Metodología de Diseño de Parámetro Robusto.

FDSA: Aproximaciones Estocásticas de Diferencias Finitas.

DPR: Diseño de Parámetro Robusto.

DBB: Diseño Box-Behnken.

LES: Límite de Especificación Superior.

LEI: Límite de Especificación Inferior.

ANOVA: Análisis de Varianza.

SPC: Control Estadístico de Procesos.

DOE: Diseño de Experimentos.

CTQ: Crítico para la Calidad.

SRD: Optimización de Sistemas de Respuesta Dual.

MSR: Metodología de Superficie de Respuesta.

VD: Valor deseado.

MV: Media-varianza.

MT: Metodología Taguchi.

SR: Señal a Ruido.

DTA: Modelo de Asignación de Tráfico.

PSO: Optimización de Enjambre de Partículas.

PCI: Índice de Capacidad de Proceso.

MPCI: Índice de Capacidad de Proceso Multivariable.

ISCI: Índice de Capacidad de Satisfacción de Inversión.

TAIEX: Índice de Precio de la Inversión de Intercambio de Taiwan.

LS-SVM: Vector Máquina de Soporte de Mínimos Cuadrados.

SN: Tasa de capacidad de procesos.

TOPSIS: Técnica de Prioridad de Preferencias y Similitud a la Solución Ideal.

QOST: Calidad Orientada a la Tolerancia Estadística.

PQI: Índices de Calidad del Proceso.

LISTA DE TABLAS

- Tabla 1** Interpretación del índice C_{pk}
- Tabla 2** Resumen interpretación del índice C_{pk}
- Tabla 3** Resumen de los resultados obtenidos en 100 iteraciones, a través de la función de prueba de Valle Parabólico de Rosenbrock.....
- Tabla 4** Resumen de los valores obtenidos en las 100 iteraciones para la función de Zakharov.....
- Tabla 5** Resumen de los valores obtenidos en las 100 iteraciones para la función Esférica.....
- Tabla 6** Datos correspondientes a los índices C_{pk} máximos obtenidos en cada función de prueba.....
- Tabla 7** Análisis de varianza para cada función.....
- Tabla 8** Anovas realizados a cada función de prueba, seccionando las iteraciones.....
- Tabla 9** Anovas correspondientes a los C_{pk} máximos obtenidos en cada función.....
- Tabla 10** Análisis de varianza entre las tres funciones con el mismo valor de la desviación estándar.....
- Tabla 11** Valores de señal a ruido para las funciones de prueba utilizadas.....
- Tabla 12** Índices máximos y su correspondiente desviación estándar, para cada una de las funciones de prueba empleadas.....
- Tabla 13** Comparativo de índices C_{pk} generados por las funciones de prueba correspondientes y el nivel clase mundial.....
- Tabla 14** Vectores de perturbación que generaron los mayores valores del índice en cuestión, así como sus valores de desviación estándar correspondientes.....

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1** Generación de un Diseño Central Compuesto para dos factores.....
- Figura 2** Las acciones básicas en metodología de superficie de respuesta (MSR).....
- Figura 3** Ejemplo de regiones de operabilidad (cubo mayor) y experimental.....
- Figura 4** Mejor tratamiento y punto óptimo, región experimental y región de operabilidad.....
- Figura 5** Visión gráfica de la metodología de superficie de respuesta.....
- Figura 6** Gráfica típica para el análisis de capacidad de procesos.....
- Figura 7** Diagrama de flujo de la metodología llevada a cabo.....
- Figura 8** Función de Valle Parabólico de Rosenbrock en dos dimensiones.....
- Figura 9** Función de Zakharov en dos dimensiones.....
- Figura 10** Función Esférica en dos dimensiones.....
- Figura 11** Promedios obtenidos para cada desviación seleccionada.....
- Figura 12** Índices de capacidad de proceso máximos obtenidos a través del Algoritmo AEPS.....
- Figura 13** Promedios de los índices C_{pk} , para la función de prueba correspondiente.....
- Figura 14** Valores numéricos máximos ~~mayores~~ obtenidos para el índice C_{pk} , para la función de Zakharov.....
- Figura 15:** Índices C_{pk} promedio generados para el caso de la función Esférica.....
- Figura 16** Máximos C_{pk} 's generados a través de la función Esférica.....

OPTIMIZACIÓN DUAL PARA EL DISEÑO ROBUSTO UTILIZANDO EL MÉTODO DE PERTURBACIÓN SIMULTÁNEA

RESUMEN

Evaluar la habilidad o capacidad de un proceso es analizar qué tan bien cumplen sus variables de salida con las especificaciones. El análisis de capacidad es considerado como un aspecto muy importante en diversas industrias de manufactura y por esta razón, muchos investigadores han conducido estudios relacionados con el índice de capacidad real de procesos.

Dado que el índice de capacidad de proceso proporciona un límite inferior en el desempeño del proceso, se ha convertido en el índice de capacidad más utilizado y es ampliamente manejado en aplicaciones de la vida real (Tai, 2011).

Entre los métodos y algoritmos de optimización experimental, existe una diversidad amplia de los mismos, entre los que destacan por su aplicación el Diseño Central Compuesto, la Metodología de Diseño de Parámetro Robusto, Métodos Duales, Algoritmos Genéticos, entre otros y uno de los algoritmos más efectivos es el método de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea (AEPS), el cual es un algoritmo de optimización iterativo libre de gradiente, diseñado para problemas estocásticos. Dicho algoritmo puede aplicarse en problemas de optimización de procesos, ofreciendo una gran ventaja sobre otros métodos, puesto que requiere de tan sólo dos mediciones por cada iteración de búsqueda.

Por lo que, en el presente trabajo, se plantea determinar las condiciones óptimas de operación de procesos en simulación experimental bajo las funciones de prueba: Valle Parabólico de Rosenbrock, de Zakharov y Esférica, tal que maximicen el índice de capacidad de procesos bajo condiciones de robustez. Para lograr esto, se llevó a cabo una combinación de métodos de optimización experimental como son el Diseño Central Compuesto (DCC) bajo la Metodología de Diseño de Parámetro Robusto (MDPR) y el AEPS.

Los resultados mostraron que la aplicación del DCC bajo la MDPR y el AEPS son herramientas útiles para la mejora continua del índice de capacidad de procesos mediante simulación experimental, dado que, se logró maximizar el C_{pk} en 721.1585 con la función Esférica, 151.1294

con la Función de Zakharov y 7.56032 con la Función Valle Parabólico de Rosenbrock. Además, al realizar un análisis de varianza, se mostró que existen diferencias significativas entre las funciones de prueba de Rosenbrock y Zakharov; tanto al evaluar el proceso iterativo del AEPS, como en las evaluaciones de los C_{pk} máximos obtenidos bajo las condiciones de ruido evaluadas. En otras palabras, se demuestra que el factor de ruido (σ) influye relevantemente en el índice de capacidad de proceso en dichas funciones y por tanto, se acepta la hipótesis establecida. Por otro lado, al comparar las tres funciones de prueba utilizadas en esta investigación, se encontró que los factores de ruido con las desviaciones $\sigma=0.1$ y $\sigma=15$, influyen significativamente en el índice C_{pk} . Por último, se evaluó la robustez del C_{pk} como índice señal a ruido, donde se mostró que la mayor robustez la arrojó la función Esférica, con un valor de 27.3946 y un factor de ruido $\sigma=0.25$, la Función de Zakharov con un valor de 11.5634 con $\sigma=0.5$ y la Función Valle Parabólico de Rosenbrock con un valor de 2.3552 y una desviación $\sigma=05$.

Palabras claves: Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea, Diseño Central Compuesto, Metodología del Diseño de Parámetro Robusto, Índice de capacidad de proceso, Optimización Experimental.

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

Para que los productos y servicios sean competitivos es necesario asegurar la calidad en los respectivos procesos productivos. La gestión de la calidad basada en la metodología Seis Sigma es una estrategia de mejora continua de los procesos; su objetivo es localizar y eliminar las causas raíces de los errores, defectos y retrasos en dichos procesos, centrándose en los aspectos críticos de satisfacción para el cliente. Se trata de una metodología sistemática y cuantitativa, basada en herramientas y pensamientos estadísticos, orientada a mejorar los resultados de los procesos en tres áreas: *satisfacción del cliente*, *reducción del tiempo de ciclo* y *disminución de los defectos*. Seis Sigma, es una de las principales estrategias que por más de una década han utilizado varias de las compañías líderes a nivel mundial y gracias a su exitosa aplicación ha generado beneficios millonarios (Gutiérrez y de la Vara, 2005).

Los proyectos de mejora Seis Sigma son llevados a cabo mediante la metodología DMAIC. La metodología DMAIC consiste en cinco fases: Definir, Medir, Analizar, Mejorar y Controlar. (Boon Sin, Zailani, Iranmanesh, & Ramayah, 2015).

Dentro de la etapa de Mejora, es precisamente en la cual, el presente trabajo de tesis ejerce su enfoque principal. Para lograr la mejora continua de procesos productivos; se alcanzará valiéndose de la integración de diversos métodos experimentales como son el *Diseño de Experimentos (específicamente Diseño Central Compuesto)*, *MDPR (Metodología del Diseño Parámetro Robusto)* y el *Método de Perturbación Simultánea*.

A través de la optimización se obtendrá la mejor solución al problema dado dentro de un proceso productivo. La optimización es el proceso de ajustar las entradas a las características de un dispositivo, proceso o experimento para encontrar la salida o resultado mínimo o máximo. Es por ello que la Optimización ha sido en gran medida una de las técnicas utilizadas en diversos campos para encontrar la mejor solución a un problema determinado, de modo que se busque optimizar recursos económicos, en cuyo caso corresponde particularmente al campo productivo.

Actualmente, la simulación computacional se ha convertido en una indispensable herramienta para resolver tales problemas de optimización con diversos algoritmos de búsqueda eficientes (Yang, 2014).

Entre uno de los algoritmos más efectivos se encuentra el método de aproximaciones estocásticas con perturbación simultánea (AEPS), el cual es un algoritmo de optimización iterativo libre de gradiente, diseñado para problemas estocásticos. Inicialmente fue propuesto por (Spall, 1992, 1998) y aplicado exitosamente en la optimización de una variedad de sistemas. El AEPS aproxima eficientemente al gradiente con tan sólo dos mediciones sucesivas de la función objetivo (independientemente del número de parámetros) y por tanto, ahorra significativamente tiempo computacional para problemas de mayor escala sobre los métodos tradicionales de gradientes (FDSA, Aproximación Estocástica de Diferencias Finitas), cuyo tiempo computacional depende directamente del tamaño del problema (Lu, Xu, Constantinos, & Ben-Akiva, 2015).

Entre otras de las herramientas para el mejoramiento de procesos productivos es la Metodología de Diseño de Parámetro Robusto (MDPR), la cual fue desarrollada por Taguchi en 1986 como iniciativa de mejora de calidad industrial. Este enfoque se concentra en agregar calidad dentro del diseño de productos o servicios a través de la determinación de las condiciones óptimas de operación con el propósito de minimizar la variabilidad del rendimiento y la desviación del valor objetivo de interés. Varios de los modelos de optimización para el Diseño de Parámetro Robusto (DPR) relevantes están basados en el método de respuestas duales, que fue considerado por primera vez por (Myers y Carter, 1973). Aquí, la media y la varianza del proceso para una sola característica son modeladas separadamente utilizando superficies de respuesta.

La MDPR se compone de un diseño para los factores controlables, denominado arreglo interno, que es cruzado con otro diseño para los factores de ruido, llamado arreglo externo. Cada fila en el arreglo interno junto con cada columna del arreglo externo conforman las condiciones de cada uno de los experimentos que se realizan y los resultados de dichos experimentos se presentan en una matriz llamada arreglo o diseño cruzado (Taguchi, 1986) (Cruz, et al., 2012). Sin embargo, los diseños experimentales utilizados tienen la característica de que al incrementar los niveles de cada factor, el número de corridas necesarias para llevar a cabo los experimentos se dispara

exponencialmente, Por lo que, normalmente se recurre al uso de diseños fraccionados o de superficie de respuesta con características que permitan reducir el número de corridas.

Los diseños que permiten una reducción en el número de experimentos a realizar son: el Diseño Compuesto Central (DCC) y el Diseño Box – Behnken (DBB) (Box y Wilson, 1951) (Box, 1978). Dichos diseños, además de generar superficies de respuesta, permiten la elaboración de modelos matemáticos capaces de predecir la respuesta en un porcentaje aceptable. También, propusieron encontrar las ecuaciones de la superficie de respuesta cuadrática, donde estos contienen un diseño factorial 2^k o diseño factorial fraccionado, con n puntos centrales (ver figura 1) y que se aumenta con un grupo de 2^k puntos axiales; los cuales permiten la estimación de la curvatura. Un diseño con la propiedad de rotabilidad, toma relevancia en la exploración de una superficie de respuesta.

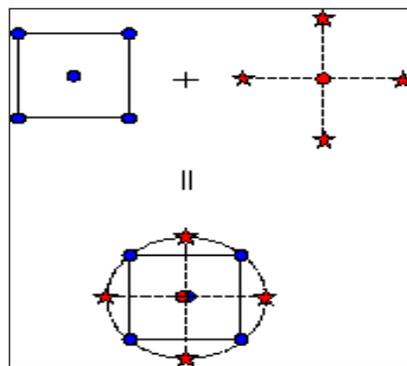


Figura 1. Generación de un Diseño Central Compuesto para dos factores.

Fuente: (Olguín, 2014).

La motivación del presente trabajo de investigación es desarrollar y aplicar herramientas de mejora continua como son: *diseño de superficie de respuesta dual mediante un DCC robusto y la utilización del método de perturbación simultánea*, para obtener las condiciones óptimas de operación de procesos productivos que maximicen el índice de capacidad real de procesos como una función de respuesta.

(Gutiérrez y de la Vara, 2005) establecen que las condiciones óptimas de operación de los procesos en los que la variable de respuesta o característica de calidad depende de un conjunto de factores controlables, pueden ser consideradas como los niveles o valores de estos factores en los que el

porcentaje de la producción, está dentro de las especificaciones, para así considerar que el proceso está funcionando de manera satisfactoria. Evaluar la habilidad o capacidad de un proceso es analizar qué tan bien cumplen sus variables de salida con las especificaciones. Sea una característica de calidad de un producto o variable de salida de un proceso, del tipo valor nominal es mejor, donde para considerar que hay calidad las mediciones deben ser igual a cierto valor nominal o ideal (N), o al menos tienen que estar dentro de cierta especificación inferior (EI) y superior (ES).

En años recientes, los análisis de capacidad de procesos han jugado un rol muy importante en el aseguramiento de la calidad en productos manufacturados. El índice de capacidad de procesos (C_{pk}) indica el centrado del proceso de manufactura con respecto a la media de los límites de especificación dados del producto. El C_{pk} nos da una idea si el proceso de manufactura se encuentra en el centro de la zona de tolerancia o cercano a los límites superior o inferior. De este modo, si el proceso de manufactura se encuentra cercano al límite inferior, entonces el C_{pk} está dado por C_{pkl} y si el proceso de manufactura se encuentra próximo al límite superior, por tanto el C_{pk} está dado por C_{pku} . Como una medida de seguridad preventiva, el valor mínimo entre los dos es considerado como el valor C_{pk} . Entre mayor sea el valor del índice, menor es la posibilidad de que algún artículo se encuentre fuera de especificaciones (Chalishgaonkar & Kumar, 2014).

El índice real de capacidad de proceso está definido por algunas de las siguientes fórmulas:

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{LES - m}{3S}, \frac{m - LEI}{3S} \right\}; \quad (1.1)$$

$$C_{pk} = \frac{LES - m}{3S}; \quad (1.2)$$

$$C_{pk} = \frac{m - LEI}{3S}. \quad (1.3)$$

Estas fórmulas son usadas para medir el índice de capacidad real de proceso cuando, respectivamente, el valor nominal, menor o mayor de la variable de respuesta es lo mejor. El LES y LEI , parámetros m y S denotan, respectivamente, el límite de especificación superior e inferior del proceso, el promedio y la desviación estándar de la variable de respuesta.

Por convención, cuando el valor de C_{pk} es menor que uno, entonces el proceso se determina como incapaz. Cuando el C_{pk} es mayor o igual a uno, el proceso es considerado capaz de producir un producto bajo los límites de especificación. En un proceso Seis Sigma, el C_{pk} equivale a 2.

El análisis de capacidad es considerado como un aspecto muy importante en diversas industrias de manufactura y por esta razón, muchos investigadores han conducido estudios relacionados con el índice de capacidad.

Estudios iniciales, describen aplicaciones de los índices de capacidad de procesos al comenzar a utilizarse en diversas áreas correspondientes a la industria automotriz en Estados Unidos, señalando que estas mediciones proporcionan una comunicación efectiva sobre el potencial del proceso e información sobre su desempeño en un lenguaje fácil de comprender (Kane, 1986). Seguidamente, se consideró que, al calcular los índices C_p y C_{pk} , las industrias asumen que la distribución de los datos de sus procesos son normales. Sin embargo, es necesario considerar estos valores para distribución no normal (Pan & Wu, 1997), (Pearn & Chen, 1997). Se realizó un estudio en base a encuestas aplicadas a 97 organizaciones en Suiza para conocer su implementación en los procesos, determinar las ventajas y desventajas obtenidas al realizar estudios de capacidad de procesos, el uso de la información obtenida y los resultados alcanzados (Deleryd, 1999).

Subsecuentemente, se han realizado trabajos para determinar intervalos de confianza; es decir, qué tan pequeño debe ser el valor del índice de proceso, el cual es llamado límite de confianza inferior. Trabajos realizados como (Chou et al, 1990), (Kushler and Hurley, 1992) y (Franklin and Wasserman, 1992), así como trabajos en donde proporcionan ecuaciones para estimar el tamaño de muestra necesaria para alcanzar un límite de confianza con niveles de confianza específicos (Franklin, 1999).

Lee introdujo la versión difusa del índice de capacidad de procesos C_{pk} . Parchami et al. propusieron otra versión difusa para los índices cuando los límites de especificación son difusos

más que precisos y discutieron sus relaciones. A su vez, obtuvieron los intervalos de confianza difusos para estos nuevos índices.

Por otro lado, Delgado et al. propusieron el uso de teoría difusa para el diseño de modelos de control de calidad. Buckley, ha definido los intervalos de confianza para parámetros como la familia de α -cortes de un número difuso en forma triangular. (Parchami & Mashinchi, 2007) introducen un algoritmo basado en una aproximación del estimador de Buckley y a su vez utilizando una familia de intervalos de confianza para estimar los índices de capacidad de procesos C_p , C_{pk} y C_{pm} .

Para procesos con distribución normal, (Cheng, 1994), ha desarrollado un proceso de prueba usando estimadores naturales C_p y C_{pm} , para determinar si un proceso satisface las condiciones objetivo de calidad. Sin embargo, (Pearn, 2004), realiza una investigación sobre el estimador natural para el índice C_{pk} , expresando los datos en una mezcla de distribución chi-cuadrada y normal. A su vez, se implementó la teoría de hipótesis de prueba usando el estimador natural de C_{pk} , obteniendo p-valores, además de valores críticos como valores de α -riesgo, requerimientos de capacidad y tamaños de muestra.

Comprender la estructura de un proceso y cuantificar su desempeño sin duda son esenciales para obtener el éxito en iniciativas de mejora de calidad. El análisis de capacidad de procesos ha sido durante más de 20 años una importante herramienta de aplicación en Control Estadístico de Procesos (SPC) para la mejora continua de calidad y productividad (Wu, Pearn, & Kotz, 2009).

Dado que el índice de capacidad de proceso proporciona un límite inferior en el desempeño del proceso, se ha convertido en el índice de capacidad más utilizado y es ampliamente manejado en aplicaciones de la vida real (Tai, 2011).

1.2 Planteamiento del problema.

En la actualidad existe un número considerable de métodos experimentales de superficie de respuesta dual, los cuales inician a partir de un diseño factorial 3^k o DCC o BB. Esto con el fin de ajustar una función cuadrática que pueda determinar las mejores condiciones de operación de un

proceso productivo. En este trabajo de investigación se presenta un planteamiento con un DCC robusto para la predicción inicial de un modelo cuadrático, con el objetivo de aplicar el método de perturbación simultánea para determinar las condiciones óptimas de operación de procesos productivos.

Dado que, en la actualidad no se ha encontrado trabajos que demuestren la utilización de un DCC bajo la metodología Taguchi y además el integrar un método iterativo que mejore las condiciones de operación de procesos en función del DCC robusto y el análisis dual. Este análisis experimental se llevará a cabo evaluando una función de respuesta, la cual nos permite evaluar un diseño determinado, mostrándonos un panorama extenso de las variables de experimentación, interacción existentes entre otras variables, y su comportamiento con respecto a las características de calidad. La función de respuesta es el índice de capacidad real del proceso C_{pk} .

El problema planteado es que el valor de la variable de respuesta asume que lo nominal es lo mejor, para lo cual se hace necesario conocer los valores de los parámetros LES que representa el Límite de Especificación Superior y LEI representa el Límite de Especificación Inferior. Suponga que el símbolo C_{pk} representa al Índice de la Capacidad de un Proceso productivo en el que cada uno de sus d factores controlables, se encuentran operando en los niveles o valores (condiciones de operación) denotados por el vector $X = (X_1, \dots, X_d) \in \mathfrak{R}^d$ y sus factores de ruido, denotados por el vector $Z = (Z_1, \dots, Z_l) \in \mathfrak{R}^l$ donde \mathfrak{R}^{d+l} representan al espacio cartesiano de dimensión $d+l$. Entonces se puede asegurar que existe una relación funcional entre:

$$C_{pk} = f(X, Z; LES, LEI) \quad (1.4)$$

Dado el valor del LES y LEI , conocer el valor del C_{pk} al evaluarlo en las condiciones de operación (X, Z) . Para lograr lo anterior, son necesarios los valores esperados de (μ, σ^2) , donde $\mu: \mathfrak{R}^{d+l} \rightarrow \mathfrak{R}$ y $\sigma^2: \mathfrak{R}^{d+l} \rightarrow \mathfrak{R}$ son funciones reales ($\tilde{\mathfrak{A}}$ representa al conjunto de números reales).

En la mayoría de los casos prácticos no es posible determinar los valores de los parámetros m y σ^2 de la variable de respuesta en las condiciones de operación (X, Z) (García, 2000), lo que trae como consecuencia que el valor del C_{pk} tampoco se logre especificar. Sin embargo, este valor puede ser estimado a través del estadístico \hat{C}_{pk} , el cual representa el valor de una variable aleatoria con distribución y varianza desconocida, pero condicionado a que su valor esperado sea igual a la función $f(X, Z; LES, LEI)$, es decir:

$$C_{pk} = E(\hat{C}_{pk} | X, Z; LES, LEI) \quad (1.5)$$

Lo que indica que el C_{pk} puede ser expresado como el valor esperado de la variable aleatoria \hat{C}_{pk} , dado el vector X, Z , y el valor de los parámetros LES y LEI . Suponga, además, que el estadístico \hat{C}_{pk} puede ser expresado mediante la ecuación:

$$\hat{C}_{pk} = f(X, Z; LES, LEI) + e \quad (1.6)$$

En la que f representa a una función real cuya expresión algebraica es desconocida y e corresponde al valor de una variable aleatoria. Por lo tanto, Este trabajo plantea resolver el siguiente problema:

$$\text{Maximizar } C_{pk} = f(X, Z; LES, LEI) \quad (1.7)$$

Para determinar la solución al problema presentado en la ecuación (1.7) es necesario optimizar simultáneamente los valores de la media $\mu(X, Z)$ y de la desviación estándar $\sigma(X, Z)$ de la variable de respuesta, lo que se lleva a cabo dependiendo de lo que resulta mejor para el valor de la característica de calidad o variable de respuesta que puede resultar en el caso de lo nominal, lo menor o lo mayor es lo mejor.

1.3 Preguntas de Investigación

Bajo el supuesto de la existencia de lograr mejorar el C_{pk} para procesos en los que se desconozca la relación funcional entre la variable de respuesta y sus factores controlables, se plantean las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿Cuánto logra mejorar el índice de capacidad real del proceso C_{pk} después del planteamiento del DCC bajo la MDPR aplicando el AAEPS.
2. ¿Cuánto se maximizará el C_{pk} en las primeras 10 iteraciones después del planteamiento del DCC y obtenidos los modelos duales para la (μ, σ) ?
3. ¿Qué medidas del vector de perturbación simultánea Δ_k^\pm ofrecen mayor contribución en la mejora del C_{pk} ?
4. ¿Cuál función de prueba mejora el índice de capacidad real del proceso C_{pk} tanto en el DCC robusto como en el AAEPS? y en ¿Cuánto?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general:

En este trabajo se plantea como objetivo general el maximizar el índice de capacidad real de procesos C_{pk} , a través del DCC bajo la MDPR y el método de perturbación simultánea, donde el valor de la variable de respuesta es una función desconocida de un conjunto de factores controlables y factores de ruido, que logran mejorar cualquier proceso productivo.

1.4.2 Objetivos específicos:

1. Determinar el valor del índice de capacidad real del proceso C_{pk} , de manera que se optimice a través del DCC robusto y si es posible mejore con la aplicación del método de perturbación simultánea.
2. Determinar el máximo índice de capacidad real del proceso C_{pk} al aplicar el método de perturbación simultánea en las primeras diez iteraciones.
3. Determinar cuál es el valor del vector de perturbación simultánea que mejora el índice de capacidad real del proceso C_{pk} .
4. Determinar cuál función de prueba mejora el índice de capacidad real del proceso C_{pk} , tanto en el DCC robusto como en el AAEPS.

1.5 Hipótesis Planteadas.

1. El AAEPS mejora el valor del índice de capacidad real de proceso C_{pk} , con respecto al valor obtenido con el DCC robusto.
2. El AAEPS mejora en las primeras diez iteraciones el valor del índice de capacidad real de proceso C_{pk} , con respecto al valor máximo generado por el DCC robusto.
3. La mejora del índice de capacidad real de proceso C_{pk} , depende del valor de la desviación estándar o factor de ruido utilizado como parte del arreglo externo en el DCC robusto.
4. La eficiencia del AAEPS depende del vector de perturbación simultánea para la mejora del índice de capacidad real de proceso C_{pk} .
5. Las funciones de prueba no lineales mejoran el índice de capacidad real de proceso C_{pk} , tanto en el DCC robusto, como en el AAEPS.

1.6 Justificación.

La importancia de este trabajo de investigación se fundamenta en el uso de un DCC robusto y el método de perturbación simultánea. Dado que, en la fusión de estas metodologías se pretende determinar las condiciones óptimas de operación bajo un proceso de simulación en el que se logre maximizar el índice de capacidad real de proceso C_{pk} . Del mismo modo, se proporcionará una teoría sobre el desempeño en las “primeras” iteraciones; además, un criterio teórico de terminación del método de perturbación simultánea; es decir, una condición que debe cumplirse para detener su proceso iterativo.

Sabemos que el índice de capacidad de proceso (C_{pk}), es uno de los indicadores más utilizados por las industrias para determinar si en efecto, sus productos cumplen con las especificaciones establecidas; es decir, mediante la obtención de este valor es posible determinar las condiciones óptimas de operación de un proceso, dado que la escala Sigma de medición está correlacionada a otros métricos de Seis Sigma, el cual permite determinar las partes por millón (ppm) mediante dicho índice. De este modo, en la tabla 1 que se muestra a continuación, podemos observar los valores convenientes para el índice C_{pk} , que las empresas buscan alcanzar, hasta llegar a ser empresas de Clase Mundial (Nivel 6 Sigma).

Tabla 1: Interpretación del índice C_{pk} .

C_{pk}	NIVEL SIGMA	PPM	INTERPRETACIÓN
1.5	6	3.4	Clase mundial
1.17	5	233	Significativamente por encima del promedio
0.83	4	6, 210	Promedio industrial
0.5	3	66, 807	Promedio industrial
0.17	2	308, 538	Por debajo del promedio industrial
0	1	691, 500	No competitivo

Fuente: Gutiérrez y de La Vara, 2004.

De lo anterior, podemos resumir el índice de capacidad de procesos C_{pk} como sigue:

Tabla 2: Resumen interpretación del índice C_{pk} .

Índice	Interpretación
$C_{pk} > 1,25$	Capacidad satisfactoria (para procesos existentes).
$C_{pk} > 1,45$	Capacidad satisfactoria (para procesos nuevos).
$C_{pk} < 1$	El proceso no cumple, por lo menos, una de las especificaciones.
$C_{pk} \leq 0$	La media del proceso se encuentra fuera de las especificaciones.

Fuente: Gutiérrez y de la Vara, 2005.

El presente estudio nos permitirá al implementar los métodos anteriormente mencionados, los siguientes beneficios:

- La variable de respuesta adquiere cierto grado de inmunidad contra los factores de ruido.

- Se puede realizar el experimento con una mínima cantidad de observaciones.
- Se genera un modelo matemático dual de segundo orden capaz de predecir o estimar la variable de respuesta.
- Se utiliza un método iterativo, lo cual lo hace importante para la filosofía de mejoramiento continuo, dado que las condiciones de procesos productivos son dinámicas.
- En cada iteración únicamente se requieren dos observaciones o corridas, lo cual es una ventaja con respecto a otros métodos.

1.7 Limitaciones y delimitaciones

Dentro de este punto las limitaciones y delimitaciones potenciales a considerar son los siguientes: Este trabajo de investigación se desarrollará en dos etapas: la primera, en la generación y análisis de datos a través de simulación empleando un conjunto de funciones de prueba de dos variables, para la optimización de un DCC robusto, de los cuales se obtengan los modelos duales para la media y desviación estandar (μ, σ) y la segunda con la aplicación del método de perturbación simultánea utilizando el software Minitab[®], Statistica[®] y Matlab[®] para optimizar su proceso iterativo.

Una delimitación es que considerando los tópicos principales de este estudio, referente a la evaluación, análisis y mejora de procesos a través de la MDPR, DCC y el método de perturbación simultánea, quedan algunas variables o situaciones fuera del alcance de este trabajo, dejando su estudio abierto a futuras investigaciones.

1.8 Organización de la Tesis

En el Capítulo 2, se presenta el marco de referencia, conteniendo los conceptos y metodologías relacionadas con el trabajo de tesis presente. A su vez, un resumen referente a los trabajos de investigación recientes, enfocados en maximizar el C_{pk} , así como investigación sobre el AAEPS. En el Capítulo 3 se describen los materiales y métodos utilizados para lograr los objetivos estipulados en este trabajo de investigación. En el Capítulo 4 se muestra el análisis y discusión de resultados obtenidos al efectuar la simulación experimental a través del algoritmo, demostrando que el método logró mejorar el valor de C_{pk} . Finalmente, en el Capítulo 5 se muestran las conclusiones y recomendaciones, generados a partir del desarrollo de esta tesis.

CAPÍTULO II: MARCO DE REFERENCIA

2.1 Metodología Seis Sigma.

Seis Sigma es una estrategia de mejora continua del negocio que busca encontrar y eliminar las causas de los errores, defectos y retrasos en los procesos del negocio, enfocándose hacia aquellos aspectos que son críticos para el cliente. La estrategia Seis Sigma se apoya en una metodología altamente sistemática y cuantitativa orientada a mejorar la calidad del producto o proceso con tres áreas prioritarias de acción: satisfacción del cliente, reducción del tiempo de ciclo y disminución de los defectos. La meta de Seis Sigma, es lograr procesos con calidad Seis Sigma; es decir, procesos que como máximo generen 3.4 defectos por millón de oportunidades. Esta meta se alcanza mediante un programa vigoroso de mejora, diseñado e impulsado por la alta dirección de una organización, en la que se desarrollan proyectos Seis Sigma a lo largo y ancho de la empresa con el objetivo de lograr mejoras y remover defectos y retrasos de productos, procesos y transacciones. La metodología en la que se apoya Seis Sigma está definida y fundamentada en las herramientas y el pensamiento estadístico (Gutiérrez y de la Vara, 2005).

Seis Sigma fue desarrollado por Motorola en los 80's, con un enfoque en aplicaciones en manufactura. En la última década, Seis Sigma ha recibido considerable atención en compañías globales para generar los mayores beneficios en los negocios y ventajas competitivas. Seis Sigma está definido como un método organizado y sistemático por procesos de mejora estratégicos y nuevos productos y desarrollo de servicios que recaen en métodos estadísticos y científicos para lograr reducciones dramáticas en rangos de defectos definidos por el cliente. Diversas compañías incluyendo Motorola, GE, Honeywell, Sony, Caterpillar, Raytheon y Johnson Controls han adoptado el programa de Seis Sigma para mejorar la satisfacción del cliente, reducir la variabilidad y el desperdicio, asegurar la calidad de sus productos y proporcionar mejores procesos y confiabilidad (Lin, Frank Chen, Wan, Min Chen, & Kuriger, 2013).

Sigma (σ) es una letra del alfabeto Griego, la cual se ha convertido en un métrico en la variación de procesos. Seis es el número de sigma medido en un proceso, cuando la variación alrededor del

objetivo es tal que es menor que cuatro salidas fuera de un millón que son defectos debajo de la suposición de que el promedio del proceso tienda a lo mucho a 1.5 desviaciones estándar.

El término Seis Sigma se puede definir en diversos conceptos. Algunas de las más prominentes definiciones de Seis Sigma incluyen las siguientes:

- Seis Sigma es una disciplina elevada y basada estadísticamente en una aproximación por reducir/eliminar defectos en procesos, productos y transacciones involucrando a cualquiera dentro de una organización.
- Seis Sigma es una estrategia de negocios y una filosofía edificada en el concepto que las compañías pueden obtener un nivel competitivo reduciendo defectos en sus procesos industriales y comerciales.
- Seis Sigma es un sistema completo y flexible para obtener, sostener y maximizar el éxito en los negocios. Es conducido por un entendimiento cercano a las necesidades del cliente y un disciplinado uso de los factores, datos y análisis estadístico.
- Seis Sigma es un programa que combina los más efectivos métodos estadísticos y no estadísticos para efectuar mejoras generales en los negocios.
- Seis Sigma es un proceso altamente disciplinado que ayuda a las organizaciones a enfocarse en desarrollar y entregar productos y servicios casi perfectos.
- Seis Sigma es una estrategia de negocios que emplea herramientas de estadística, no estadística, cambios en gerencia, proyectos gerenciales, trabajo en equipo y habilidades para maximizar el retorno a la inversión de las organizaciones eliminando defectos en procesos.

La metodología DMAIC (Definir, Medir, Analizar, Mejorar y Controlar) es una fuerza impulsora detrás de los proyectos de mejora en procesos de Seis Sigma. Esta metodología es usada sólo para mejoras en procesos existentes. A continuación se describen cada una de sus fases.

Fase Definir

En la fase Definir, necesitamos identificar el proceso en donde se presenta el problema; seguido por una apropiada definición del problema. En esta fase, es importante justificar el uso de la metodología de Seis Sigma. Si la solución al problema es desconocida por el equipo y sus miembros, entonces es un buen candidato para Seis Sigma.

Fase Medir

En esta fase, es importante tener un punto de partida clave, realizar las mediciones relacionadas con el problema. El objetivo en esta fase es obtener la mayor cantidad posible de información del proceso actual. El equipo de mejoras requiere conocer exactamente cómo opera el proceso y no estar interesados en cómo mejorar el proceso hasta este momento. La tarea importante en esta fase es la creación de un mapa detallado del proceso, la colecta de datos de referencia y resumir los datos recolectados.

Fase Analizar

En esta fase, el equipo debe disponerse a identificar la causa raíz del problema detrás del estudio. DMAIC requiere que la causa raíz sea validada por los datos. Se pueden utilizar herramientas como lluvia de ideas, 5 por qué, diagrama de pez, etc. En la fase de analizar, se debe validar la causa raíz del problema; se recomienda utilizar herramientas estadísticas como pruebas de hipótesis, análisis de correlación, análisis de regresión, ANOVA, etc. En la fase de analizar de la metodología de Seis Sigma, se debe enfocar en la razón de los errores, defectos o excesiva variación.

Fase de Mejora

Una vez que la causa raíz del problema se ha comprendido, el equipo requiere generar ideas para remover y resolver el problema y mejorar las mediciones del desempeño y los parámetros críticos para la calidad. Una lluvia de ideas es usada comúnmente para generar abundantes soluciones potenciales. Es una gran idea incluir personas que trabajan en el proceso regularmente. Su entrada para proponer soluciones puede ser invaluable; podría a su vez proporcionar la mejor solución potencial debido a su conocimiento del proceso. De hecho es una excelente idea comunicar los fundamentos a aquellos involucrados en el proceso a lo largo del proyecto de mejora. En ocasiones, contamos con un gran número de ideas y necesitamos evaluarlas y seleccionar las más prometedoras. Este proceso incluye confirmar que la solución propuesta impactará positivamente a las variables clave del proceso y a los parámetros críticos para la calidad. Con el fin de comprender la relación entre las variables claves del proceso y los parámetros críticos para la

calidad, se puede utilizar diseño de experimentos: es una de las más poderosas técnicas que se pueden emplear en la fase de mejora en la metodología Seis Sigma.

Fase Controlar

El propósito de la fase de Control es mantener las ganancias que se han alcanzado como resultado de la Fase de Mejora. Esta fase inicia asegurando que las condiciones del nuevo proceso son documentadas y monitoreadas a través de los métodos de Control Estadístico de Procesos (SPC). Es probable que se deban establecer los nuevos procesos, entrenar a la fuerza de trabajo en el nuevo procedimiento métodos adoptados, instaurar controles para asegurar que las mejoras puedan mantenerse con el tiempo, documentar los planes de control, etc. Además, será necesario desarrollar nuevos métricos para verificar la efectividad de los nuevos procesos y determinar si las lecciones aprendidas pueden transferirse a otros procesos en la empresa (Jiju, 2014).

2.2 Diseño de Experimentos

Por otra parte, el Diseño de experimentos (DOE) tiene un rol claro en la fase de mejora de la metodología de Seis Sigma. En programas de Seis Sigma, DOE es de gran utilidad en términos de verificar la relación causa-efecto entre los parámetros críticos para la calidad (CTQ, por sus siglas en inglés), así como diversos factores críticos que conducen el proceso bajo estudio. De igual modo, estudios multivariados son usados en Seis Sigma para identificar fuentes de variación relacionados con las variables de procesos cuyos efectos son verificados a través de la aplicación de DOE. Seis Sigma hace uso de pensamiento estadístico para integrar gestión establecida y herramientas estadísticas en la estrategia DMAIC para mejoras de calidad orientado a clientes. DOE es primeramente utilizado en la Fase de Mejora de DMAIC para evaluar el impacto de los parámetros clave en los procesos que influyen en los parámetros críticos para la calidad (Jiju, 2014).

En el campo de la industria es frecuente hacer experimentos o pruebas con la intención de resolver un problema o comprobar una idea (conjetura, hipótesis); por ejemplo, hacer algunos cambios en los materiales, métodos o condiciones de operación de un proceso, probar varias temperaturas en una máquina hasta encontrar la que da el mejor resultado o crear un nuevo material con la intención de lograr mejoras o eliminar algún problema.

Sin embargo, es común que estas pruebas o experimentos se hagan sobre la marcha, con base en el ensayo y error, apelando a la experiencia y a la intuición, en lugar de seguir un plan experimental adecuado que garantice una buena respuesta a las interrogantes planteadas. Algo similar ocurre con el análisis de los datos experimentales, donde más que hacer un análisis riguroso de toda la información obtenida y tomar en cuenta la variación, se realiza un análisis informal, “intuitivo”.

Es tal el poder de la experimentación que, en ocasiones, se logran mejoras a pesar de que el experimento se hizo con base en el ensayo y error. Sin embargo, en situaciones de cierta complejidad no es suficiente aplicar este tipo de experimentación, por lo que es mejor proceder siempre en una forma eficaz que garantice la obtención de las respuestas a las interrogantes planteadas en un lapso corto de tiempo y utilizando pocos recursos.

El *diseño estadístico de experimentos* es precisamente la forma más eficaz de hacer pruebas. El diseño de experimentos consiste en determinar cuáles pruebas se deben realizar y de qué manera, para obtener datos que, al ser analizados estadísticamente, proporcionen evidencias objetivas que permitan responder las interrogantes planteadas, y de esa manera clarificar los aspectos inciertos de un proceso, resolver un problema o lograr mejoras. Algunos problemas típicos que pueden resolverse con el diseño y el análisis de experimentos son los siguientes:

1. Comparar a dos o más materiales con el fin de elegir al que mejor cumple los requerimientos.
2. Comparar varios instrumentos de medición para verificar si trabajan con la misma precisión y exactitud.
3. Determinar los factores (las *x* vitales) de un proceso que tienen impacto sobre una o más características del producto final.
4. Encontrar las condiciones de operación (temperatura, velocidad, humedad, por ejemplo) donde se reduzcan los defectos o se logre un mejor desempeño del proceso.
5. Reducir el tiempo de ciclo del proceso.
6. Hacer el proceso insensible o robusto a oscilaciones de variables ambientales.
7. Apoyar el diseño o rediseño de nuevos productos o procesos.
8. Ayudar a conocer y caracterizar nuevos materiales.

En general, cuando se quiere mejorar un proceso existen dos maneras básicas de obtener la información necesaria para ello: una es observar o monitorear vía herramientas estadísticas, hasta obtener señales útiles que permitan mejorarlo; se dice que ésta es una estrategia pasiva. La otra manera consiste en experimentar, es decir, hacer cambios estratégicos y deliberados al proceso para provocar dichas señales útiles. Al analizar los resultados del experimento se obtienen las pautas a seguir, que muchas veces se concretan en mejoras sustanciales del proceso. En este sentido, experimentar es mejor que sentarse a esperar a que el proceso nos indique por sí solo cómo mejorarlo. El *diseño de experimentos* (DOE) es un conjunto de técnicas activas, en el sentido de que no esperan que el proceso mande las señales útiles, sino que éste se “manipula” para que proporcione la información que se requiere para su mejoría.

El saber diseño de experimentos y otras técnicas estadísticas, en combinación con conocimientos del proceso, sitúan al responsable del mismo como un observador perceptivo y proactivo que es capaz de proponer mejoras y de observar algo interesante (oportunidades de mejora) en el proceso y en los datos donde otra persona no ve nada.

El diseño estadístico de experimentos, desde su introducción por Ronald A. Fisher en la primera mitad del siglo XX en Inglaterra, se ha utilizado para conseguir un aprendizaje acelerado. El trabajo de Fisher a través de su libro *The Design of Experiments* (1935), influyó de manera decisiva en la investigación agrícola, ya que aportó métodos (ahora usados en todo el mundo) para evaluar los resultados de experimentos con muestras pequeñas. La clave de las aportaciones de Fisher radica en que este investigador se dio cuenta de que las fallas en la forma de realizar experimentos obstaculizaba el análisis de los resultados experimentales. Fisher también proporcionó métodos para diseñar experimentos destinados a investigar la influencia simultánea de varios factores.

Los desarrollos posteriores en diseños de experimentos fueron encabezados por George E. P. Box, quien trabajó como estadístico durante ocho años en la industria química en Inglaterra y desarrolló la metodología de superficie de respuestas (Box y Wilson, 1951), la cual incluye nuevas familias de diseños y una estrategia para la experimentación secuencial. Es posible afirmar que entre 1950 y 1980, el diseño de experimentos se convirtió en una herramienta de aplicación frecuente, pero sólo en las áreas de investigación y desarrollo. Hasta la década de 1970, la aplicación a nivel planta

o procesos de manufactura no estaba generalizada, debido a la falta de recursos computacionales y a que los ingenieros y especialistas en manufactura carecían de formación en el área de estadística.

En la década de 1980 se dio un gran impulso al conocimiento y la aplicación del diseño de experimentos debido al éxito en calidad de la industria japonesa. El movimiento por la calidad, encabezado por los gurús Deming e Ishikawa, promovió el uso de la estadística en calidad, donde el diseño de experimentos demostró su utilidad tanto para resolver problemas de fondo como para diseñar mejor los productos y los procesos. En Japón destaca el trabajo de Genichi Taguchi, cuyos conceptos sobre diseño robusto también tuvieron un impacto significativo en la academia en el mundo occidental. Como respuesta al movimiento por la calidad y la mejora de procesos, las industrias empezaron a entrenar a sus ingenieros en la aplicación del diseño de experimentos. Esto continúa en la actualidad; incluso, en los últimos veinte años, las universidades han incorporado el diseño de experimentos como materia obligatoria u optativa en la mayoría de las ingenierías (Gutiérrez y de la Vara, 2005).

2.3 Optimización

Por optimización entendemos como la búsqueda de la mejor solución a un problema determinado, de manera que se logre minimizar o maximizar una función. La optimización es primordial en diversas aplicaciones, tales como ingeniería, actividades de negocios, diseño industrial, entre otras. Obviamente, el objetivo de la optimización puede ser minimizar el consumo y costo de energía de cualquier cosa, maximizar las utilidades, producción, desempeño y eficiencia. No es exageración decir que la optimización se requiere en cualquier parte, desde diseño de ingeniería hasta planeación de negocios y desde asignación de ruta de internet hasta planeación de vacaciones. Debido a que recursos, tiempo y dinero son siempre elementos limitados en aplicaciones de la vida real, debemos encontrar soluciones para utilizar óptimamente estos valiosos recursos bajo diversas restricciones. La optimización matemática o programación es el estudio de dicha planeación y diseño de problemas utilizando herramientas matemáticas. Desde que la mayoría de las aplicaciones de la vida real son frecuentemente no lineales, requieren herramientas sofisticadas de optimización para abordar el problema (Yang, 2014).

2.4 Optimización Dual

La optimización de Sistemas de Respuesta Dual (SRD) ha sido un problema muy estudiado en el diseño robusto de procesos y productos industriales, donde las situaciones experimentales involucran la realización de múltiples mediciones de diversas características de cada elemento de investigación y se tiene como meta establecer un conjunto de condiciones que, a juicio del investigador, sean favorables al desarrollo del proceso analizado (Myers & Carter, 1973).

Sin embargo, su utilidad no se restringe a este campo dado que existe una gran variedad de situaciones donde es de vital importancia el desarrollo de metodologías para la optimización simultánea de dos respuestas, como la optimización conjunta de la media y la varianza de una variable de respuesta univariada, la maximización de un rendimiento minimizando una función de costos o sujeto a un presupuesto específico, la minimización de un tiempo de ejecución mientras se optimiza una característica de calidad de un producto, etc., teniendo así aplicaciones en áreas tan diversas como ciencias físicas, químicas, biológicas, sociales, clínicas, ingeniería, economía e investigación de mercados.

En este contexto, las Metodologías basadas en Superficies de Respuesta (MSR) juegan un papel fundamental en la estimación de condiciones de operación óptimas para la ejecución del experimento o proceso particular dado que han mostrado ventajas respecto a otros métodos de optimización multirespuesta, en particular para modelar situaciones de tipo continuo y por el hecho de tener medidas en términos de significancia estadística de la bondad de los modelos propuestos.

Tomando como referencia los casos enunciados por (Taguchi, 1986) para la optimización de la media y la varianza de una respuesta, se pueden considerar las siguientes alternativas de optimización para cualquier tipo de respuesta univariada:

- Aproximación del objetivo a un Valor Deseado (VD): encontrar condiciones bajo las cuales la variable respuesta se acerque a un valor deseado o predeterminado por el investigador.
- Maximización del objetivo (\uparrow): encontrar condiciones bajo las cuales la variable respuesta sea tan grande como sea posible.
- Minimización del objetivo (\downarrow): encontrar condiciones bajo las cuales la variable respuesta sea tan pequeña como sea posible.

De esta manera, al considerar respuestas duales, existen nueve casos posibles de optimización, determinados por los pares de objetivos (O1, O2) que se encuentran consignados en la siguiente matriz, con las convenciones establecidas para el caso univariado:

$$\begin{bmatrix} (V D, V D) & (V D, \uparrow) & (V D, \downarrow) \\ (\uparrow, V D) & (\uparrow, \uparrow) & (\uparrow, \downarrow) \\ (\downarrow, V D) & (\downarrow, \uparrow) & (\downarrow, \downarrow) \end{bmatrix}$$

Por ejemplo, la pareja de objetivos (V D, \uparrow) corresponde al caso (aproximación de la variable respuesta 1 a un valor deseado y maximización de la variable respuesta 2) y las parejas de la diagonal de la tabla corresponden a objetivos iguales para las dos variables respuestas.

El principal problema en el establecimiento de una solución compromiso es la existencia de alternativas no dominadas. Un conjunto de alternativas no dominadas, también conocido como conjunto de soluciones óptimas de Pareto o conjunto de soluciones no inferiores, se produce cuando, al conseguir una mejoría en la optimización de un objetivo, se desmejoran otros objetivos (Censor 1977).

La razón principal para la existencia de soluciones no dominadas está en la comparación de vectores duales de un espacio m-dimensional ($m \geq 2$) donde la relación “menor o igual que” sólo es de orden parcial 1 (Smith, Mesa, Dyner, Jaramillo, Poveda & Valencia, 2000), convirtiendo la optimización dual en un problema complejo que involucra la toma de decisiones.

A grandes rasgos, las formulaciones para la resolución del problema de optimización se clasifican en:

- i). Enfoques basados en la optimización media-varianza (MV), como los presentados en (Del Castillo & Montgomery, 1993), (Lin & Tu, 1995) y (Tang & Xu, 2002).
- ii). Enfoques basados en múltiples respuestas, como los presentados en (Harrington, 1965), (Derringer & Such, 1980) y (Vining, 1998).

A continuación se presentan algunos autores que han trabajado en este tipo de problemas: (Derringer & Such, 1980), referido como DS, retomaron la función de deseabilidad propuesta por (Harrington, 1965) y la adaptaron para su utilización mediante MSR. El establecimiento de funciones de deseabilidad presupone un conocimiento a priori de los rangos de valores más deseables para las respuestas analizadas.

(Vining, 1998), referido como V, retomó el trabajo de (Khuri & Conlon, 1981), referido como KC, al proponer una función que incorpora la matriz de varianzas y covarianzas de las respuestas predichas, e introducir un término que penaliza regiones donde la calidad de la predicción es relativamente pobre. Además, se incluye el uso de una función de costos. Una seria desventaja de este enfoque está en la escogencia de una matriz de costos que constituye un componente subjetivo que refleja la calidad de conocimiento del proceso.

(Tang & Xu, 2002), referido como TX, generalizaron varias de las metodologías propuestas, mediante programación por metas. Este enfoque considera restricciones sobre las variables independientes, tanto de tipo esférico como cuboidal. Como casos particulares pueden considerarse (Del Castillo & Montgomery, 1993) y (Lin & Tu, 1995). Su desventaja está en no hacer consideraciones sobre la matriz de varianzas y covarianzas de las respuestas y en la calidad de las predicciones (Cristancho F. & Melo M., 2005).

2.5 Procedimientos de Aproximaciones Estocásticas.

El método de aproximaciones estocásticas presentado por (Robbins y Monro, 1951), es un método de búsqueda lineal de la raíz de la función desconocida $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ que representa al valor esperado de una variable aleatoria. Kiefer y Wolfowitz (1952) lo modifican para que pueda ser usado en la determinación del óptimo de f . (Blum, 1954) extiende los resultados de los autores anteriores a espacios cartesianos de dimensión mayor que 1.

A partir del trabajo presentado por (Blum, 1954) se da un incremento en la cantidad de métodos de aproximaciones estocásticas (Kushner y Clark, 1978); (Polyak, 1991); (Polyak y Juditsky, 1992); (Andradóttir, 1995); (Delyon, 1996); (Kulkarni y Horn, 1996); (Maeda, 1996); entre otros.

Pero (Andradóttir, 1996), asegura que todos estos métodos son procedimientos sin un criterio teórico de terminación, que son usados para determinar X^* en \mathfrak{R}^d , de tal forma que $h(X^*) = \mathbf{0}$, donde $h : \mathfrak{R}^d \rightarrow \mathfrak{R}^d$ es la función que corresponde al vector gradiente de la función f , de la cual se desconoce su expresión analítica, pero es posible cuantificar su valor para una combinación específica de valores o niveles de los factores controlables, medición que está sujeta a un error experimental, del que no se establece ningún supuesto en cuanto a su distribución de probabilidad.

(Chin, 1997) clasifica los procedimientos de aproximaciones estocásticas en dos tipos: *del tipo Robbins-Monro* y *del tipo Kiefer-Wolfowitz*. Los primeros se caracterizan por requerir las observaciones directas de h , dentro de los cuales se encuentran (los métodos de Robbins-Monro, pasos ascendentes/descendentes, Newton-Raphson, análisis de perturbación y tasa de verosimilitud), mientras que los segundos requieren estimaciones o aproximaciones de h como lo son: Kiefer-Wolfowitz, diferencias finitas, método de direcciones aleatorias, el método escalonado y el algoritmo estocástico de perturbación simultánea. Estos últimos los considera más útiles, dado que no requieren un conocimiento profundo del sistema a optimizar; es decir, son aplicables en situaciones en las que se desconoce la relación funcional entre la variable de respuesta denotada como y_i y los d factores controlables denotados por el vector $X=(X_1, \dots, X_d) \in \mathfrak{R}^d$.

\mathfrak{R}^d representa el espacio cartesiano de dimensión d , situación que se presenta con mayor frecuencia en la práctica. (Fu y Ho, 1988) y (Chin, 1997) señalan al algoritmo estocástico de perturbaciones simultáneas como el más eficiente, tanto teórica como prácticamente, dado que presenta mayor tasa de convergencia y requiere de un menor número de observaciones en cada iteración; esta última resulta de gran interés pues de ella depende en forma directamente proporcional el costo económico y la sencillez del trabajo experimental (Olguín, García, Camargo & López, 2011).

El Método de Perturbación Simultánea (Spall, 1992) calcula Y_k de acuerdo a los siguientes pasos:
Paso 1. Construir una sucesión de vectores $\{\Delta_k\}$ ($\Delta_k \in \mathfrak{R}^d$), de d variables aleatorias idénticamente distribuidas y mutuamente independientes $(\Delta_1, \dots, \Delta_d) = \Delta_k$, del que Sadegh y Spall

(1998), establecen que la selección óptima de la distribución de probabilidad para cada uno de sus componentes es la distribución Bernoulli con valores simétricos con respecto al cero. Con; $|\Delta_{ik}| < \delta$ casi donde quiera y $E|\Delta_{ik}^{-l}| \leq \alpha_0$ casi donde quiera, ($i = 1, 2, \dots, d$); δ y α_0 representan números reales positivos;

Paso 2. Considere la sucesión $\{c_k\}$ de números reales positivos), la cual puede considerarse constante e igual a uno para toda k en la evaluación de las ecuaciones (2.1) y (2.2) (Sadegh y Spall,1998), y obtenga

$$Y_k^+ = f(X_k + c_k \Delta_k) + \varepsilon^+ \quad (2.1)$$

$$Y_k^- = f(X_k - c_k \Delta_k) + \varepsilon^- \quad (2.2)$$

Donde ε^+ y ε^- representan medidas de ruido (error experimental) generados sucesivamente independientes, respectivamente, para las observaciones Y_k^+ y Y_k^- . La estimación $Y(X_k)$ del vector gradiente $h(X_k)$ está definida por la ecuación (2.3):

$$Y_k(X_k) = \begin{bmatrix} \frac{Y_k^+ - Y_k^-}{2c_k \Delta_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{Y_k^+ - Y_k^-}{2c_k \Delta_d} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La nueva condición de operación X_{k+l} generada con el procedimiento descrito en esta sección y con el método de perturbación simultánea como método para estimar el vector gradiente de f , dada la condición de operación anterior X_k , es expresada como se muestra en la ecuación (2.3).

Donde $|\Delta_i|$ representa el valor absoluto de la i -ésima coordenada del vector Δ_k . El signo de cada componente, respectiva, del vector $D \in \mathfrak{R}^d$ y del vector Δ_k son iguales entre sí. D es

seleccionado del conjunto de los posibles 2^d vectores cuyas componentes se forman, respectivamente, con la selección aleatoria en d ocasiones de uno de los dos valores ± 1 .

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \mathbf{a}_k \begin{pmatrix} \frac{Y_k^+ - Y_k^-}{2|\Delta_1|c_k} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{Y_k^+ - Y_k^-}{2|\Delta_d|c_k} \end{pmatrix} \mathbf{D} \quad (2.4)$$

Lo anterior implica que \mathbf{X}_{k+1} corresponde a una de las 2^d posibles combinaciones de tratamientos de un diseño experimental factorial con dos niveles, lo que a su vez implica que si se consideran todas las posibles opciones de \mathbf{D} para calcular \mathbf{X}_{k+1} de acuerdo con (2.4), entonces se está ejecutando un diseño de experimentos de la forma 2^d . Además, dada la aleatoriedad de \mathbf{X}_{k+1} también se puede concluir que no es posible garantizar que el valor de la variable de respuesta que se obtiene en \mathbf{X}_{k+1} $f(\mathbf{X}_{k+1})$ es siempre “mejor” que el valor de $f(\mathbf{X}_k)$.

Si la sucesión de vectores $\{\mathbf{X}_k\}$ generada con el procedimiento descrito en esta sección y con el método de perturbación simultánea como estimador del vector gradiente de f , converge con probabilidad 1 hacia el vector \mathbf{X}^* , entonces se puede asegurar con la misma probabilidad, que para todo número real positivo δ existe un número natural $N(\delta)$ que está en función de δ , tal que para todo \mathbf{X}_m y \mathbf{X}_n con m y $n \geq N(\delta)$ ocurre que $\|\mathbf{X}_m - \mathbf{X}_n\| < \delta$.

2.6 Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea

Los algoritmos matemáticos juegan un papel muy importante en la búsqueda y optimización para encontrar las mejores opciones en diversos problemas de ingeniería, negocios, medicina y las ciencias sociales y naturales. Existen ciertos algoritmos que ofrecen la ventaja de trabajar sólo con

las mediciones de la función objetivo a optimizar, no directamente en las mediciones de los gradientes, derivada de la función objetivo. Estos algoritmos tienen la ventaja de no requerir información detallada del modelo, describiendo la relación entre los parámetros a optimizar y la función objetivo.

Entre uno de los métodos de optimización, que han llamado la atención, dado que presenta las ventajas mencionadas anteriormente, está el algoritmo de aproximación con perturbaciones estocásticas (AAEPS); es decir, utiliza únicamente mediciones de la función objetivo. En contraste con otros algoritmos que requieren directamente las mediciones del gradiente de la función objetivo, lo cual es difícil o imposible de obtener. Por su parte, el método AEPS, es especialmente eficiente en problemas de alta dimensión, en términos de generar una buena solución para un reducido número de mediciones de la función objetivo.

La característica esencial de AEPS, es que la aproximación del gradiente requiere sólo dos mediciones de la función objetivo por iteración. Estas dos mediciones son efectuadas variando simultáneamente en una forma aleatoria apropiada cada una de las variables del problema. Esto es opuesto al método clásico, en donde las variables son variadas una a la vez.

Tanto el método AEPS como el método de la diferencia finita estándar SA, alcanzan el mismo nivel de precisión estadística para un número dado de iteraciones aun cuando AEPS utilice p veces menos mediciones de la función objetivo para cada iteración (para cada aproximación del gradiente utiliza sólo $1/p$ número de mediciones de la función). Esto indica que AEPS cubre la solución óptima con un nivel dado de precisión con p veces menos mediciones de la función objetivo que con el método estándar.

Algunas de las aplicaciones del método incluyen:

- Control de interfase humano-máquina.
- Mejoras de calidad en la industria.
- Control de procesos.
- Diseños de redes de espera.

- Control robot.
- Tratamientos de desperdicio de agua.
- Entre otros.

Características del AEPS:

1. Debido al gradiente de aproximación eficiente, el algoritmo es apropiado para problemas de elevada dimensión, los cuales han sido determinados en un gran número de términos en los procesos de optimización.
2. AEPS permite a las entradas del algoritmo a ser mediciones de la función objetivo sin corromperse por el ruido.
3. Implementar AEPS es más sencillo que otros métodos de optimización estocástica, como los algoritmos genéticos, por ejemplo.
4. Comparaciones entre algoritmos numéricos y teóricos formales de AEPS con otros métodos de optimización, muestran que AEPS es competitivo (y posiblemente más eficiente) en términos generales de costos de procesos de optimización.

AEPS es utilizado generalmente en problemas no lineales teniendo muchas variables en donde el gradiente de la función objetivo es difícil o imposible de obtener. Como un algoritmo de aproximaciones estocásticas, AEPS es rigurosamente aplicado cuando las mediciones ruidosas de la función objetivo son todas las que se encuentran disponibles.

En resumen, AEPS es un método de optimización poderoso para resolver problemas no lineales retadores. Tiene fundamentos teóricos muy fuertes y regularmente es más eficiente y fácil de implementar que otros métodos mejor conocidos como simulación o algoritmos genéticos. Entre los algoritmos de aproximaciones estocásticas, se encuentra el método de perturbación simultánea AEPS.

Como se ha mencionado, la característica principal del AAEPS, el cual es fácil de implementar, es el gradiente de aproximación que requiere de sólo dos mediciones de la función objetivo relacionado con la dimensión del problema de optimización. Esta característica permite una

disminución significativa en el costo de optimización, en especial en problemas con un gran número de variables a optimizar.

Por esta razón, la aplicación de este algoritmo, se ha expandido en diversas áreas como estimación de parámetros estadísticos, control por retroalimentación, optimización basada en simulación, procesamiento de señal e imágenes y diseño de experimentos (Spall, 1998).

2.7 Superficies de Respuesta

Otro método de optimización es la Metodología de Superficies de Respuesta (RSM, por sus siglas en inglés). RSM es un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas que buscan optimizar la función objetivo (o respuesta), la cual es afectada por múltiples factores utilizando diseño de experimentos (DOE) y análisis estadístico. En lugar de buscar la solución óptima con un largo número de posibilidades generadas aleatoriamente, RSM utiliza diseños de experimentos reducidos y simplificados para ganar un entendimiento minucioso del sistema, en tanto que se obtiene la combinación óptima de los parámetros de operación (Fang, Kittelson, & Northrop, 2015).

La metodología de Superficie de Respuesta, es una colección de métodos incluyendo una forma de visualización que permite al ingeniero una mejor comprensión de las características de un proceso, el cual es particularmente útil en situaciones en donde diversos parámetros (variables) de procesos potencialmente influenciados por variables de respuesta. Estos parámetros se deben estudiar simultáneamente, dado que uno de los parámetros puede depender en el nivel de otro parámetro.

En diversos problemas de RSM, la relación entre la respuesta y las variables de proceso (parámetros) es desconocida. El objetivo de RSM es determinar una aproximación apropiada para la relación funcional entre estos. Debido a que las características de calidad (variables de respuesta) de un proceso pueden ser no lineal con las variables de proceso, el polinomio de segundo orden es empleado en ciertas regiones de las variables de proceso si existe curvatura en el proceso. Un resultado adecuado de evidencia empírica indica que el modelo cuadrático es usualmente suficiente para la región óptima. El método de Diseño Central Compuesto (DCC) se forma

agregando puntos centrales y puntos axiales con un diseño factorial a dos niveles y es útil para experimentación secuencial (Jeong, Shin, & Byun, 2015).

La metodología de Superficie de Respuesta, desarrollada por (Box y Wilson, 1951), es una colección de métodos estadísticos y matemáticos, los cuales son útiles en diseño de experimentos, construcción de modelos, evaluación de efectos de factores y búsqueda de las condiciones óptimas para respuestas deseables. La técnica RSM puede mejorar el desempeño de los productos y proporcionar confirmación cercana a las respuestas de salida hacia el valor nominal y los requerimientos objetivos. El método de Superficies de Respuesta es un proceso secuencial y su procedimiento se puede resumir como sigue:

Primeramente realiza una serie de experimentos para obtener mediciones confiables y adecuadas de la respuesta de interés. Segundo, desarrollar un modelo matemático de superficie de respuesta con el mejor ajuste, y después determinar el conjunto de parámetros experimentales óptimo que produce el máximo o el mínimo valor de respuesta. Finalmente, representa los efectos directos e interactivos de los parámetros del proceso a través de gráficos en dos (2D) y tres dimensiones (3D) y verificación.

En la mayoría de los problemas de Superficie de respuesta, la forma de la relación entre la respuesta y las variables independientes son desconocidas. Por lo tanto, el primer paso en Superficies de Respuesta es encontrar una aproximación adecuada para una relación funcional real entre la respuesta (Y) y el conjunto de variables independientes. Si la respuesta es correctamente modelada por una función lineal de las variables independientes, entonces la función de aproximación es un modelo de primer orden:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (2.5)$$

donde

X_1, X_2, \dots, X_k representan las variables independientes.

β_0 representa el coeficiente constante.

β_k representa el efecto lineal del coeficiente k-ésimo factor.

ε representa el error observado en la respuesta Y .

Sin embargo, si existe curvatura en el sistema, entonces es necesario utilizar un polinomio de alto grado, tal como los modelos de Segundo orden según (Yi et al., 2010).

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} X_i^2 + \sum_{1 < j} \beta_{ij} X_i X_j + \varepsilon \quad (2.6)$$

En ocasiones hay experimentos con los que no se obtienen las respuestas buscadas o el nivel de mejora logrado no es suficiente, por lo que es necesario experimentar de manera secuencial hasta encontrar el nivel de mejora deseado. En este caso, después de una primera etapa experimental quizá sea necesario desplazar la región experimental (moverse de lugar) en una dirección adecuada, o bien, explorar en forma más detallada la región experimental inicial (véase figura 2). La forma de realizar ambas cosas son parte de la llamada *metodología de superficie de respuesta* (MSR).

La MSR es la estrategia experimental y de análisis que permite resolver el problema de encontrar las condiciones de operación óptimas de un proceso, es decir, aquellas que dan por resultado “valores óptimos” de una o varias características de calidad del producto.

2.7.1 Región experimental y región de operabilidad

La *región experimental* es el espacio delimitado por los rangos de experimentación utilizados con cada factor. La *región de operabilidad* está delimitada por el conjunto de puntos o condiciones donde el equipo o proceso puede ser operado. Es difícil delimitar con certeza el tamaño de la región de operabilidad, dado que aun cuando se conozca (por especificaciones del equipo) el rango en que se puede colocar cada factor individual, es necesario determinar esos límites considerando varios factores de manera simultánea. Por ejemplo, es posible que la *temperatura* se pueda correr en su nivel más alto de operabilidad, siempre y cuando los factores *velocidad* y *fuerza* se mantengan bajos. La región de operabilidad considera todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores donde el proceso puede operarse y ésta siempre es igual o más grande que la región experimental. Para mayor sencillez se consideran regiones de forma regular; en la figura 3 se representan las regiones de operabilidad y experimental.

En la MSR es importante tener presente esta visión de las regiones de operabilidad y experimental, ya que en principio, el punto óptimo que interesa encontrar pudiera localizarse en cualquier lugar de la región de operabilidad, dentro o afuera de la región experimental inicial. En procesos ya establecidos y muy estudiados, es de esperarse que dicho punto óptimo se encuentre “no muy lejos” de las condiciones de operación usuales, posiblemente dentro de la región experimental inicial. En cambio, cuando el proceso es nuevo o cuando se está escalando o rediseñando, es más probable que el punto de interés se ubique fuera de la primera región experimental propuesta para el experimento inicial, y en ese caso primero será necesario acercarse a dicho punto para luego “atraparlo”.

Los orígenes de la MSR como tal se remiten al trabajo de (Box y Wilson, 1951), pero fue en los últimos 20 años que, debido en parte a las computadoras, esta metodología ha tenido un desarrollo considerable tanto en aspectos teóricos como en aplicaciones. Este desarrollo se refleja en varias publicaciones sobre el tema, entre las que destacan (Myers y Montgomery, 1995), (Box y Draper, 1987), (Khuri y Cornell, 1987) y (Cornell, 2002).

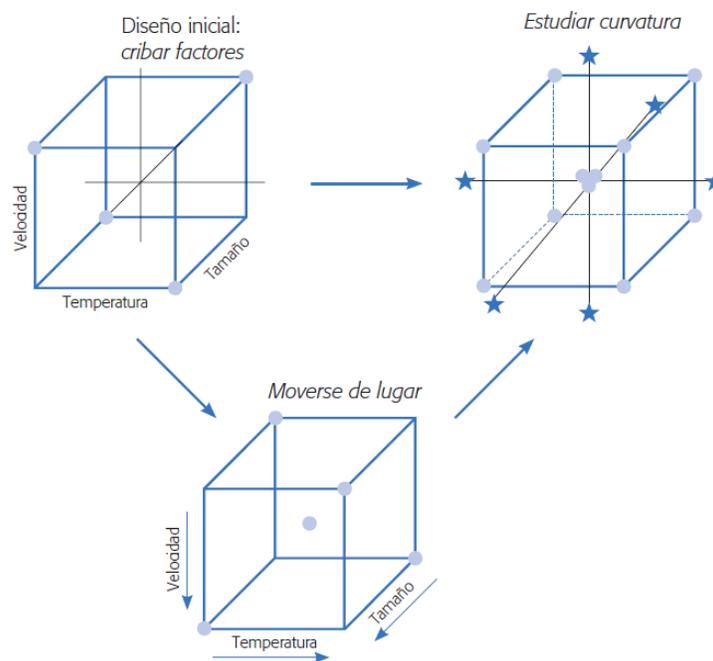


Figura 2: Las acciones básicas en metodología de superficie de respuesta (MSR).

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2005).

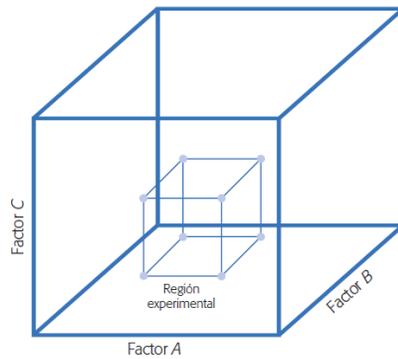


Figura 3: Ejemplo de regiones de operabilidad (cubo mayor) y experimental.

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2005).

2.7.2 Mejor tratamiento y punto óptimo

En particular, en diseños factoriales completos el mejor tratamiento es el “tratamiento ganador”, desde el punto de vista estadístico, de entre todos los que se probaron en el estudio. En cambio, el *punto óptimo* implica que es la mejor combinación posible en toda la region de operabilidad. Así, determinar el *punto óptimo* plantea un reto más fuerte para el experimentador y requiere de una estrategia más completa, que incluye la posibilidad de realizar varios experimentos en forma secuencial y el uso de otras técnicas de análisis.

En la figura 4 se muestra la diferencia entre punto óptimo y mejor tratamiento. Supóngase que las *curvas de nivel* o *isolíneas* en esta figura representan el “verdadero comportamiento” de la respuesta, el cual tiene un punto óptimo localizado en el centro de la elipse más pequeña, que por cierto está fuera de la región experimental actual. La superficie representada en la figura se puede imaginar como una montaña y la región experimental se ubica a un costado de la cima; cada curva de nivel representa puntos sobre la montaña que tienen la misma altura. El problema es encontrar la combinación (x_{01}, x_{02}) que da por resultado el *rendimiento óptimo del proceso*.

Por otra parte, el mejor tratamiento o “tratamiento ganador” representado en la figura es la combinación de niveles $(x_1 = -1, x_2 = 1)$, que resultaría de analizar el experimento 22 con punto al centro representado en la figura. Es razonable que el tratamiento ganador sea el punto experimental

más cercano al verdadero punto óptimo, sobre todo si el experimento inicial tiene una buena región experimental.

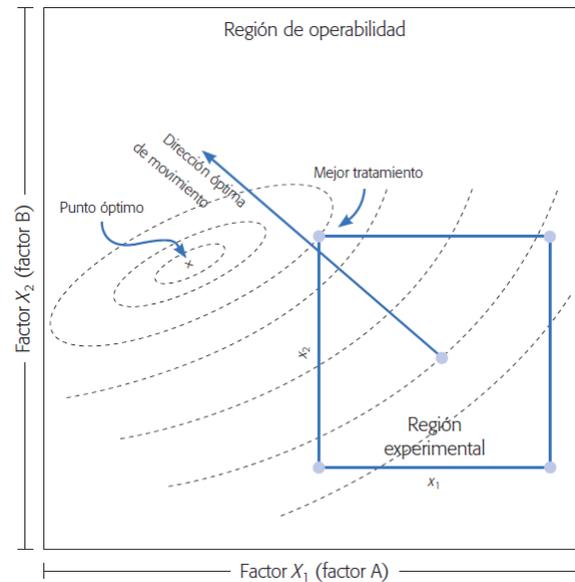


Figura 4: Mejor tratamiento y punto óptimo, región experimental y región de operabilidad.

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2005).

En el caso de la figura 4, para atrapar el óptimo es preciso desplazarse de la región actual en la mejor dirección y correr al menos otro diseño experimental que abarque al punto en cuestión y permita estudiar los efectos de curvatura pura. En la práctica, la realidad del proceso no se conoce, por lo tanto no se sabe dónde está el punto óptimo y sólo se dispone de la información obtenida en la región experimental para inferir hacia dónde se debe continuar explorando. En la figura 4 se supone conocida la realidad del proceso con el fin de ilustrar los conceptos, en especial la diferencia entre el mejor tratamiento y el punto óptimo.

En algunos procesos ocurrirá que el tratamiento ganador resulta ser casi tan bueno como el punto óptimo y habría que considerar si vale la pena realizar el esfuerzo de atrapar el óptimo. Por ejemplo, si el tratamiento ganador proporciona un rendimiento de 97%, ¿vale la pena realizar el esfuerzo experimental y de análisis para encontrar el punto óptimo de operación sólo por el 3% restante. La respuesta a esta pregunta depende, entre otras cosas, de cuánta ganancia en términos económicos representa 3%, y de si el proceso tiene la capacidad de dar 100% de rendimiento.

2.7.3 Elementos de la MSR

La metodología de superficie de respuesta implica tres aspectos: *diseño*, *modelo* y *técnica de optimización*. El diseño y el modelo se piensan al mismo tiempo, y dependen del tipo de comportamiento que se espera en la respuesta. De manera específica, el modelo puede ser de primero o segundo orden (plano o con curvatura); por ello, el tipo de diseño utilizado y el método de optimización se clasifican, según sea el caso, como de primero o segundo orden.

El aspecto *diseño* implica que para optimizar un proceso se debe aplicar el *diseño de experimentos*, en particular aquellos que sirven para ajustar un *modelo de regresión lineal múltiple*. El aspecto del *modelo* utiliza el *análisis de regresión lineal múltiple*, junto con sus elementos básicos que son: parámetros del modelo, modelo ajustado, significancia del modelo, prueba de falta de ajuste, residuos, predichos, intervalos de confianza para predichos y coeficiente de determinación.

Por último, el aspecto de *optimización* está formado por algunas técnicas matemáticas que sirven para que, dado un modelo ajustado, explorarlo a fin de obtener información sobre el punto óptimo. Conviene recordar técnicas como: derivadas de funciones, multiplicadores de Lagrange, operaciones con matrices, valores y vectores propios y sistemas de ecuaciones simultáneas.

En la metodología de superficie de respuesta, se distinguen tres etapas en la búsqueda del punto óptimo, que son: *cribado*, *búsqueda I o de primer orden* y *búsqueda II o de segundo orden*. A continuación se describe brevemente cada una de estas etapas, más adelante se ven con detalle.

1. *Cribado*. La optimización de un proceso se inicia con esta etapa cuando tiene muchos factores (más de 6 u 8) que influyen en la variable de interés.

2. *Búsqueda I o de primer orden*. Esta etapa se aplica cuando se tienen pocos factores ($k \leq 5$), y se sabe que éstos influyen en la variable de respuesta.

En esta etapa se corre un diseño de primer orden que permita caracterizar en forma preliminar el tipo de superficie de respuesta y detectar la presencia de curvatura. Por lo general se utiliza un diseño factorial completo o fraccionado con *repeticiones al centro*.

3. *Búsqueda II o de segundo orden.* En el momento en que se detecta la presencia de curvatura, o bien, que la superficie es más complicada que un hiperplano, se corre o se completa un diseño de segundo orden para caracterizar mejor la superficie y modelar la curvatura. Con el modelo ajustado se determinan las condiciones óptimas de operación del proceso.

Si la superficie no tiene curvatura y es descrita de manera adecuada por el modelo de primer orden, entonces este modelo se utiliza para moverse experimentando en la mejor dirección hasta detectar un cambio de tendencia. En este caso se aplica de nuevo la búsqueda I. Pero si hay curvatura o la superficie es más complicada se pasa a la búsqueda II.

La metodología de superficie de respuesta se representa en la figura 5, en la cual se supone ya rebasada la etapa de cribado y se presentan sólo las etapas de búsquedas de primero y segundo orden (I y II), considerando dos variables de proceso.

La realidad del proceso está representada por las curvas de nivel, y el punto óptimo deseado se encuentra en el centro de la superficie más pequeña, marcado con una cruz. En la práctica no se conoce *a priori* dónde se ubica el punto óptimo debido a que la realidad se desconoce, no obstante, la MSR es buena estrategia para llegar a éste.

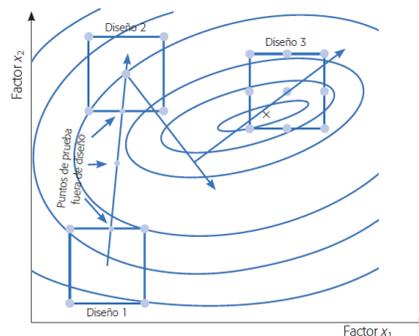


Figura 5: Visión gráfica de la metodología de superficie de respuesta.

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2005).

Imagínese a los tres diseños como ventanas por las que se observa la realidad desconocida del proceso; el modelo ajustado sobre cada diseño representa un aproximado a esa realidad. En el primer diseño se está lejos del punto óptimo, y el comportamiento de la superficie se modela bien con un plano y no se detecta curvatura. Con este primer modelo se encuentran puntos en la

dirección de máximo ascenso para probarlos en el proceso, y se experimenta en ellos hasta que el proceso no sigue la tendencia marcada por el plano. El último punto en donde el proceso mantuvo la tendencia es el centro del diseño 2.

En el diseño 2 vuelve a ser suficiente un modelo de primer orden para modelar el comportamiento de la respuesta. Se determina la dirección óptima de movimiento, se experimenta en esa dirección hasta detectar que ya no conviene seguirla. Asimismo, se cambia de rumbo sin experimentar, al observar de dónde se partió; se determinan puntos para probar el proceso en esta nueva dirección hasta detectar un cambio en la tendencia. Entonces, se plantea un tercer diseño, cuyo punto al centro ahora sí detecta la presencia de curvatura. Se aumenta el diseño, en este caso a un 32 y se estima el modelo de segundo orden. Puesto que el punto óptimo se encuentra dentro de la región experimental puede atraparse determinando sus coordenadas (Gutiérrez y de la Vara, 2005).

2.7.4. Diseños experimentales para ajustar superficies de respuesta.

El ajuste y análisis de una Superficie de Respuesta se facilita con la elección apropiada de un diseño experimental. Un diseño es el conjunto específico de combinaciones de los niveles de las k variables que se utilizará al llevar a cabo el experimento.

2.7.5. Diseños para ajustar modelos de primer orden.

Una clase única de diseños que minimizan la varianza de los coeficientes de regression son $\hat{\beta}_i$ los diseños ortogonales de primer orden. Por ortogonal se entiende que los elementos fuera de la diagonal de la matriz $(x'x)$ son iguales a cero, lo cual implica que los productos cruzados de las columnas de la matriz x es igual a cero.

En esta clase de diseños ortogonales de primer orden se incluyen:

1. Diseños factoriales 2^k .
2. Fracciones de la serie 2^k .
3. Diseño simplex.
4. Diseños Plackett-Burman.

2.7.6 Diseños factoriales 2^k

En este diseño los k factores se codifican a los niveles estandarizados ± 1 . El diseño no permite la estimación del error experimental a menos que se repitan los experimentos, para lograr esto se aumenta el diseño con observaciones en el centro. La adición de los puntos centrales no tiene influencia sobre las $\hat{\beta}_i$ para $i \geq 1$, pero la estimación de β_0 es el promedio general de todas las observaciones.

2.7.7 Fracciones de la serie 2^k

En programas experimentales se tienen dos razones para no llevar a cabo las 2^k combinaciones de un arreglo factorial completo:

1. A medida que el número k de factores incrementa crece rápidamente el número de combinaciones de niveles, haciéndose muy grande.
2. Sólo los primeros $k+1$ términos del modelo definen la ecuación de un hiperplano. Los restantes $2^k - (k+1)$ términos, consistentes en productos cruzados, son una medida de la distorsión del hiperplano.

Como el nombre de este diseño lo indica es una fracción de un diseño 2^k . La fracción $\frac{1}{2}$ se denota como 2^{k-1} y contiene la mitad de las combinaciones de un 2^k , mientras que la fracción $\frac{1}{4}$ se denota como 2^{k-2} y contiene la cuarta parte de las combinaciones de un 2^k . Las fracciones deben tener suficientes puntos para estimar los $k+1$ coeficientes.

2.7.8 Diseño simplex

En este diseño los puntos se localizan en los vértices de una figura regular, ésta tiene $k+1$ vértices y está en k dimensiones. Para $k=2$ la figura geométrica es un triángulo equilátero y para $k=3$ es un tetraedro. Como el número de puntos es igual al número de coeficientes del modelo se recomienda adicionar replicas en el punto central para que sea posible obtener la varianza del error y/o llevar a cabo la prueba de falta de ajuste.

2.7.9 Diseños Plackett-Burman

Estos diseños son fracciones de arreglos factoriales 2^k . Con este diseño los coeficientes se estiman con máxima precisión.

2.7.10 Diseños para ajustar modelos de Segundo orden.

Un diseño experimental para ajustar un modelo de Segundo orden debe tener al menos tres niveles de cada factor (-1, 0, +1). Así como en el diseño de primer orden se desea ortogonalidad, en éste se desea un diseño rotatable. Se dice que un diseño es rotatable cuando la varianza de la respuesta predicha en algún punto es función solo de la distancia del punto al centro y no es función de la dirección.

La rotabilidad es una propiedad importante, dado que la finalidad de la Metodología de Superficies de Respuesta es optimizar y desconocemos la localización del óptimo, tiene sentido utilizar un diseño que proporcione estimaciones precisas en todas direcciones.

Dentro de los diseños rotables de Segundo orden se incluyen:

1. Diseño Central Compuesto.
2. Diseño equirradial.
3. Diseños Box-Behnken.

2.7.11 Diseño Central Compuesto

Un diseño central compuesto es el método de superficies de respuesta comúnmente utilizado y es efectivo dado que minimiza el número de corridas requeridas para desarrollar el modelo, evaluando los efectos de diversas variables y buscar así la respuesta óptima. A su vez, ha sido ampliamente aplicada en varios campos de la ciencia (Son, Vavra, Li, Seymour, & Forbes, 2015).

Este diseño consiste en un factorial o factorial fraccionado 2^k , donde los factores son codificados de tal manera que el centro sea $(0, 0, \dots, 0)$, aumentando por 2^k puntos axiales $(\pm\alpha, 0, 0, \dots, 0)$, $(0, \pm\alpha, 0, \dots, 0)$, $(0, 0, \pm\alpha, \dots, 0)$, $(0, 0, 0, \dots, \pm\alpha)$ y n_c puntos centrales $(0, 0, \dots, 0)$. De acuerdo con (Montgomery, 1991), este diseño es probablemente el más usado.

Este diseño se convierte en rotatable mediante la elección de α , ésta se calcula de la siguiente manera (Montgomery, 1991):

$$\alpha = (n_f)^{1/4} \quad (2.7)$$

Donde f es el número de puntos en la proporción factorial del diseño.

Otra propiedad útil del diseño es que puede “crecer” a partir de un diseño 2^k de primer orden, agregando puntos axiales y quizá algunos puntos centrales (Montgomery, 1991). Con la elección del número de puntos centrales (n_0), el diseño puede hacerse ortogonal o se puede transformar en uno de precisión uniforme.

En un diseño de precisión, la varianza de la respuesta predicha en el origen es igual a la predicha a una distancia unitaria del origen. Este proporciona mayor protección que el ortogonal contra el sesgo de los coeficientes, debido a la presencia de términos de tercer y mayor orden.

2.7.12 Diseño equirradial

Este diseño consiste en puntos igualmente espaciados sobre una circunferencia o una esfera. Para $k=2$, el diseño se obtiene combinando $n_2 \geq 5$ puntos igualmente espaciados sobre una circunferencia con $n_1 \geq 1$ puntos en su centro. El pentágono y el hexágono son útiles en este caso. Para $k=3$, los únicos arreglos que cuentan con puntos suficientes para estimar los parámetros son el icosaedro y el dodecaedro. Según (Montgomery, 1991), este diseño es ocasionalmente útil en problemas con dos o tres variables.

2.7.13 Diseño Box-Behnken

Estos diseños se forman combinando factoriales 2^k con diseños de bloques incompletos. Los diseños resultantes suelen ser más eficientes en términos del número de corridas requerido. Además, son rentables (o casi rentables) y hace la estimación de los coeficientes de primer y segundo orden más eficiente (Peregrina Peña, 2000).

2.8 Metodología Taguchi

La Metodología Taguchi (MT), también denominada Ingeniería Robusta e incluso Ingeniería de Calidad, debe su nombre al Dr. Genichi Taguchi quien en la década de los cincuentas desarrolló un enfoque al diseño experimental clásico, introduciendo el diseño paramétrico robusto y utilizando su propia filosofía y métodos de Ingeniería de Calidad, con el propósito de obtener la mejora en la optimización de productos y de procesos a nivel industrial. (Wu y Wu, 1991), definen a la MT como la serie de planteamientos para predecir y prevenir las dificultades o problemas que podrían ocurrir en el mercado después de que un producto es vendido y utilizado por el cliente bajo múltiples condiciones ambientales y de utilización en el periodo de vida diseñado. (Park, 1996), precisa que MT es una metodología de Ingeniería utilizada para la optimización de las condiciones en los procesos, haciéndolos mínimamente sensibles al efecto de las causas de la variación y logrando productos de alta calidad con bajos costos de fabricación y desarrollo.

El objetivo de la MT es lograr productos y procesos robustos frente a las causas de variabilidad (factores de ruido) que ocasionan que las características funcionales de los productos se desvíen de sus valores óptimos provocando costos de calidad, esto se logra a través de:

- a). Diseño del sistema (utilización de principios científicos y de la ingeniería).
- b). Diseño de los parámetros (determinación de los valores óptimos de los factores del proceso, que minimicen el efecto de los factores de ruido).
- c). Diseño de las tolerancias.

2.8.1 Conceptos básicos de la Metodología Taguchi

La MT posee cierta terminología que la distingue del diseño experimental convencional, algunos de los conceptos más importantes se describen a continuación:

***Parámetro.** Se refiere a los factores o variables que afectan la funcionalidad de las características de calidad del sistema o proceso.

***Diseño Paramétrico.** Se refiere a la determinación óptima de los niveles (valores) en los parámetros (factores de control) que minimicen el efecto de los factores de ruido sobre la

característica de calidad del producto, así como el costo del desarrollo del producto y la variación alrededor del valor objetivo.

***Robustez.** Es el término empleado para describir un proceso o producto insensible a los factores de ruido.

***Diseño robusto.** Se refiere al diseño experimental en el cual se estudia el efecto de los factores de ruido sobre las variables de respuesta, así como la interacción entre estos factores y los factores de control, con el propósito de determinar los niveles óptimos de operación del sistema. Utilizando para ello factoriales fraccionados en matrices ortogonales para estudiar las múltiples combinaciones.

***Factor señal.** Valor promedio de la respuesta (o valor objetivo), cuyo nivel de operación es seleccionado por el usuario y que presenta la meta del sistema o proceso a optimizar. También se considera como el dispositivo que permite cambiar el nivel de operación de los factores de sistema de acuerdo a los deseos del usuario.

***Características de Calidad.** Representa a la característica del producto cuyo valor se busca mejorar mediante el diseño de experimentos. La característica de calidad también es denominada Variable de Respuesta. Un modelo puede tener una o varias características de calidad.

***Factor de ruido.** Se refiere a los factores que actúan en el desarrollo del proceso y se clasifica en:

a). **Ruido Externo.** Efecto de las acciones del medio ambiente sobre el proceso: humedad ambiental, polvo, errores en la operación.

b). **Ruido Interno.** Variación que se presenta de un producto a otro dentro de un mismo proceso debido a la diversidad en el uso de componentes, falta de uniformidad en la operación del equipo o instrumentación, ente otros.

c). Deterioro. Efectos que aparecen poco a poco con el tiempo y que pueden causar la aparición de fallas o defectos en el producto, por ejemplo, el efecto de la luz y humedad en alimentos almacenados, efecto de la degradación de conservadores, entre otros.

Factores de Control; se les conocen como los factores principales de estudio. La aplicación de la MT establece una clasificación más detallada de los factores de control que pueden influenciar el desarrollo del proceso, según su efecto sobre la media y la variabilidad de la respuesta se pueden distinguir cuatro tipos de factores:

1). FACTOR CLASE I: Factores que afectan la Media y la variabilidad; se considera que existe este factor si se observa que el cambio de nivel en el factor produce un cambio (aumento o disminución) en la media y en la variabilidad del proceso.

2). FACTOR CLASE II: Factores que afectan la variabilidad; se presenta cuando existe una interacción con un factor de ruido; es decir, el efecto del factor de ruido sólo cambia la variación (aumentándola o disminuyéndola) en la respuesta de calidad, la media se mantiene con los mismo valores. Lo relevante de esta situación es elegir la combinación que reduzca la variación en las características de calidad establecidas.

3). FACTOR CLASE III: Factores que afectan sólo la media. En este caso la variabilidad que presenta la respuesta Y por la oscilación de este factor es la misma en cualquier lugar de rango. Este tipo de factor es útil para llevar la media a su valor nominal, una vez elegidos los niveles de los factores Clase I y Clase II, que minimicen la variabilidad de aquí que este factor se denomine Factor de Ajuste; es decir, con los factores Clase I y Clase II se pueden elegir las condiciones más robustas que reducen la variabilidad de la respuesta y si la media se mueve de valor objetivo, con este ajuste se regresa a su valor nominal.

4). FACTOR CLASE IV: Factores que no afectan la media ni la variabilidad; estos factores no tienen un efecto significativo en la media y la variabilidad de la respuesta. Por tanto, se elige el nivel más económico como el mejor, según el criterio del investigador. En el modelo de predicción, los factores de Clase IV se expresan con el signo de pesos (\$).

2.8.2 Ventajas de la aplicación de la Metodología Taguchi respecto al Diseño Clásico Experimental

Algunas de las ventajas del diseño robusto, que plantea la MT, respecto al diseño convencional son (Gutiérrez y de la Vara, 2005):

1. La introducción de la idea de robustez; en el diseño clásico no se considera la posibilidad de minimizar el efecto de un factor ruido, sin tener que controlarlo directamente, algo esencial en el diseño robusto. Con el diseño robusto se puede formular un producto o proceso: que trabaje sobre el valor objetivo con la mínima variación, que sea insensible a los cambios de las condiciones ambientales y que sea insensible a la variación transmitida por sus componentes; y al mismo tiempo tenga el menor costo de fabricación.
2. Hace énfasis en buscar siempre minimizar la varianza, al mismo tiempo que lleva la medida de su valor nominal; el diseño clásico centra su atención en mejorar el desempeño de la medida del proceso, muchas veces ignorando el comportamiento de la varianza. En diseño robusto es típico enfocar en análisis al revés: primero se minimiza la varianza y después se lleva a cabo la medida de su valor objetivo.
3. El diseño robusto reconoce que es durante las etapas de diseño de un nuevo producto y diseño del proceso, que el diseño de experimentos debe tener mayor impacto; de aquí que el nombre alternativo de control de calidad fuera de la línea (*offline*) para las técnicas de calidad que se aplican en la etapa de diseño, desarrollo de nuevos productos y procesos. El diseño robusto establece que en la etapa de diseño de un nuevo producto es cuando se deben atacar las tres principales fuentes de variación que afectaran su desarrollo futuro: variables ambientales, deterioro del producto y variaciones de manufactura. El diseño clásico no enfatiza lo suficiente el hecho de que una vez diseñado el producto y su correspondiente proceso, se reduce el margen de maniobra para optimizarlo, puesto que sólo se queda por atacar la variación en la manufactura.
4. El diseño con arreglo externo e interno. La MT permite introducir el efecto de los factores de ruido en cada combinación de los factores controlables. Por lo general supone que al menos para

finés experimentales, los factores de ruido serán controlables, lo que permite manejarlos como parte del experimento (Lugo, 2008).

Trabajos de investigación referentes a la MDPR ha habido varios intentos para resolver problemas de parámetros robustos en optimización por medio de simulación. Por ejemplo: (Ittiwattana, 2002) propuso un algoritmo genético para encontrar aplicaciones en el proceso de ingeniería del diseño. (Wild y Pignatiello, 1991) presentaron una estrategia para diseñar sistemas robustos basados en arreglos cruzados. Enfatizaron la utilidad de su enfoque en ambientes dinámicos donde existe incertidumbre y su demanda de confiabilidad es elevada (Kleijnen et al., 2003) demuestra la idea de robustez al simular 3 diferentes configuraciones de cadenas de suministro. Su metodología consiste en iniciar con una bifurcación secuencial para identificar factores importantes, seguido por clasificar los factores controlables y no controlables. (Sohn, 2002) usó una simulación Monte-Carlo para encontrar los niveles robustos de las características de un servidor para una cola M/M/1. Asumió que las tasas de llegada y de servicio son factores de ruido parcialmente aleatorios y que la respuesta a optimizar es el ECM (Error Cuadrático Medio) del parámetro de intensidad de tránsito. (Mayers y Benjamin, 1992) usan metodologías de superficies de respuesta, pero con experimentos simulados en lugar de experimentos físicos para determinar la dirección de búsqueda que de un diseño de manufactura robusto. Enfoques hacia la optimización de simulaciones, no necesariamente para optimización robusta han sido estudiados por diferentes autores, otros ejemplos son: (Ho et al., 2000), (Hurrion, 1997), (Yeomans, 2002). Finalmente, (Benjamin y Erraguntla, 1995) propusieron una manera heurística para resolver un problema robusto basado en una formulación con doble criterio.

2.9 Análisis y clasificación de la Razón Señal a Ruido

La SN (por sus siglas en inglés signal to noise) pretende capturar y transmitir la magnitud de la información real (señal) del sistema, después de que dicho sistema se ha expuesto al efecto de los factores de ruido.

La razón SR se determina como lo muestra la ecuación 2.8:

$$SN = \frac{\text{Poder de la señal}}{\text{Poder del ruido}} = \frac{\mu^2}{\sigma^2} \quad (2.8)$$

Entre mayor sea el valor de la SN, mejor es el sistema. Todos los sistemas establecen una relación entre la energía que entra y la energía que sale del mismo, esta relación se denomina función ideal (objetivo). La MT utiliza y enfoca esta relación proponiendo un sistema que alcance el objetivo ideal, si toda la energía se convierte en energía de salida (y , respuesta), el sistema no presentaría pérdidas. Lo cual resultaría en la eliminación del retrabajo, desperdicio, ruido, variación en las partes producidas, quejas, reclamación de garantías, e incluso el departamento de control de calidad resultaría innecesario.

Sin embargo, resulta difícil lograr la función ideal. La realidad es que existe una pérdida de energía durante el proceso de transformación. Esta pérdida es ocasionada por la variabilidad y el efecto de los factores de ruido. La energía perdida crea problemas en el sistema, a mayor cantidad de energía perdida mayor es el efecto de los problemas (Park, 1996).

Existe una variedad de SN utilizadas para analizar la variabilidad en un sistema, las cuales dependen del tipo de problema que se esté analizando. Los criterios para evaluar la proporción o magnitud de la SN, dependen del tipo de diseño del sistema. En términos generales, los sistemas se clasifican en estáticos y dinámicos; la diferencia radica en la presencia o ausencia del factor señal (Wu y Wu, 1991). Los sistemas estáticos se caracterizan por la ausencia del factor señal, dependen de valores establecidos como respuesta deseada, esta respuesta adquiere valores continuos o discretos. Para medir la calidad de las respuestas de calidad (y) en los sistemas estáticos, se utilizan tres categorías o criterios de robustez, los cuales establecen que la pérdida de calidad se minimiza cuando la respuesta (y) es:

1. Reducida (Menor es lo mejor).
2. Incrementada (Mayor es lo mejor).
3. Orientada hacia su valor nominal (Nominal es lo mejor).

a) Menor es lo Mejor (SNs)

(Park, 1996) explica la pérdida de calidad a partir de la Ecuación 2.9, de la siguiente forma. Si representamos la variación de la función objetivo como $m \pm \Delta_0$ y la pérdida como $A^*_0 = m \pm \Delta_0$, y sustituimos por k tenemos la ecuación 2.10:

$$L(y) = k (y - m)^2 \quad (2.9)$$

Donde:

$L(y)$ = Representa el costo económico por cada unidad producida.

y = Representa la característica de calidad.

m = Representa el valor objetivo de la variable de calidad (media).

k = Representa el valor financiero de la característica de calidad.

$$k = \frac{A^*_0}{\Delta_0} \quad (2.10)$$

Sustituyendo la ecuación 2.10 en la ecuación 2.9 tenemos la ecuación 2.11;

$$L(y) = k (y - m)^2 = \frac{A^*_0}{\Delta_0} (y - m)^2 \quad (2.11)$$

Para obtener la ecuación que represente la pérdida de calidad en la SNs, consideramos que $m = 0$ y tenemos la ecuación 2.12:

$$L(y) = k y^2 = \frac{A^*_0}{\Delta_0} y^2 \quad (2.12)$$

La ecuación 2.12, representa el valor de la característica de calidad cuando se utiliza el criterio 'menor es lo mejor', sin embargo para utilizar este concepto en el diseño estadístico de experimentos, Taguchi recomienda utilizar la función de logaritmo y multiplicar la SN por 10, para expresar la SN en decibelios, tal y como se analiza en el área de las comunicaciones.

Entonces, suponiendo $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$, representan un conjunto de características de calidad la estimación de la función objetivo $E(y^2)$, está dada por:

$$MSD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - 0)^2$$

$$MSD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2$$

Donde MSD representa la desviación de los cuadrados medios de las características de calidad en relación a la función objetivo. Para ser consistente con el principio de la SN (a mayor señal, mejor funcionamiento del sistema), se realiza la siguiente transformación para la característica SNs, como se muestra en la ecuación 2.13;

$$SNs = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i^2 \right] \quad (2.13)$$

Por lo tanto la función SNs se utiliza cuando los valores de las respuestas son continuos, positivos y tienden a cero.

b) Mayor es lo Mejor (SNB)

Continuando con el análisis de Park (1996), para esta función sustituimos $1/y$ por y , en la ecuación 2.11, y obtenemos la ecuación 2.14;

$$L(y) = k(1/y^2) \quad (2.14)$$

Para determinar el valor de k se establece un límite en la función y al sustituir en la ecuación 2.14 se obtiene $k = A^* \sigma^2$, por lo que la función de pérdida para éste tipo de característica de calidad está dada por la ecuación 2.15:

$$L = E[k(1/y^2)] = k(1/\mu^2)(1 + 3\sigma^2/\mu^2) \quad (2.15)$$

Realizando un análisis similar al SNs, para estimar el valor de la SN_B tenemos la siguiente ecuación 2.16:

$$SN_B = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1/y^2 \right] \quad (2.16)$$

c) Nominal es lo Mejor (SN_N)

Los valores de la respuesta son continuos y no representan algún extremo de la función objetivo (no marcan una tendencia a cero o bien a lograr un valor alto). La ecuación 2.16 no considera que la calidad de cada producto y , incurra en la misma pérdida de calidad $L(y)$, lo que en realidad significa es que la pérdida promedio de los productos y está dada por la función $L(y)$. Por lo tanto, si la variable aleatoria y toma el significado de m , y la varianza se reconoce como s^2 , para expresar la pérdida de calidad de la característica de calidad considerando un valor nominal se llega a la ecuación 2.17:

$$L = E[L(y)] = E[k(y-m)^2]$$

$$L = kE[(y-E(y))^2] + (E(y)-m)^2$$

$$L = k[\sigma^2 + (\mu-m)^2] \quad (2.17)$$

Por lo tanto, para minimizar la pérdida de calidad debemos reducir la variación S^2 de la característica de calidad, e incluso reducir la diferencia entre el valor de la característica de calidad m y el valor objetivo m . La SN para este tipo de característica está dado por la ecuación 2.18:

$$SN_N = -10 \log (\bar{Y}^2/S^2) \quad (2.18)$$

\bar{y}/s es el recíproco del coeficiente de variación, con él se mide la dispersión de la calidad. Sin embargo, Taguchi propone la ecuación 2.19 para representar mejor la SN_N :

$$SN_N = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - m)^2 \right] \quad (2.19)$$

Esta ecuación es más adecuada por tres razones: 1) cuando i y, tome valores positivos o negativos, es posible para S_m ser menor que V , por consiguiente la ecuación 2.18 no puede utilizarse. 2) Si \bar{y} aumenta la SN aumenta, consecuentemente si los valores de \bar{y} son mayores a los de la función objetivo m , la SN será errónea; y 3) los valores de la Ecuación 2.18 no corresponden con el principio de la función de pérdida. A diferencia de los otros criterios, el tipo SN_N considera dos estadísticos en la representación de su análisis, la diferencia entre los dos estadísticos está dada por el tipo de característica de calidad. Se denomina Tipo I, al estadístico que considera respuestas no negativas que van de cero a infinito, cuyo valor objetivo es diferente de cero y que la varianza es cero cuando la respuesta es cero. El valor de la SN_N del Tipo I, se representa con la ecuación 2.20:

$$L = -10 \log (y^2/\sigma^2) \quad (2.20)$$

El estadístico Tipo II, se utiliza para respuestas que pueden tomar valores positivos y negativos, y el cero puede ser el valor nominal. El valor de la SNN para el Tipo II, se representa como lo muestra la ecuación 2.21:

$$L = -10 \log (\sigma^2) \quad (2.21)$$

$$\sigma^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 / n - 1$$

Donde:

σ^2 = Representa la varianza del proceso.

y_i = Representa el valor actual de la característica de calidad.

\bar{y} = Representa el valor promedio del proceso.

n = Representa el número de eventos desarrollados.

Otra distinción entre el estadístico Tipo I y el Tipo II, es que el primero se recomienda cuando la media y la desviación estándar tienen una relación lineal y el Tipo II se recomienda cuando la media y la desviación estándar son independientes (Fowlkes y Creveling, 1995). Para verificar el tipo de relación entre la media y la desviación estándar se utiliza un diagrama de dispersión con los puntos calculados a partir de los renglones del arreglo interior. Si los puntos caen en una banda horizontal a lo largo del eje X, entonces la media y la desviación estándar son independientes. Si los puntos muestran alguna relación lineal de otro tipo, son independientes.

En el presente trabajo, se determina el índice Señal a Ruido, en base a la variable de respuesta obtenida, valiéndose de la siguiente fórmula utilizada por (Amiri, Bashiri, & Mogouie, 2011).

$$S/N = -10 \log \sum_{i=1}^m \frac{1/c_{pki}^2}{n} \quad (2.22)$$

2.10 Índice de Capacidad de Proceso (C_{pk})

El índice de capacidad de proceso C_{pk} , es aquel que evalúa la capacidad real de un proceso, tomando en cuenta las dos especificaciones, la variación y el centrado del proceso (Gutiérrez y de la Vara, 2005). El índice de capacidad de proceso proporciona un métrico común para evaluar y predecir el desempeño de un proceso. Este índice puede ser utilizado para fines de control de calidad. A su vez, puede utilizarse como una herramienta de comunicación para gerencia, además de cliente y fabricante (Ramakrishnan, Sandborn & Pecht, 2001).

El índice de capacidad de proceso, o C_{pk} , mide la habilidad del proceso para crear productos con límites de especificación. C_{pk} representa la diferencia entre el promedio actual del proceso y el límite de especificación más cercano sobre la desviación estándar, tres veces (Perez-Wilson, 1997). El índice de capacidad de proceso está basado en límites de especificación, también conocido como tolerancias. Asumimos límites de especificación de dos extremos definidos como límite de especificación inferior (LSL, por sus siglas en inglés) y límite de especificación superior (USL, por sus siglas en inglés), el cual generalmente indica rangos de aceptación de características de calidad. En otras palabras, un producto es considerado como aceptable si sus características están dentro del intervalo de especificación [LSL, USL].

En la siguiente figura es posible observar los límites de especificación, la media, así como la ubicación del valor target u objetivo.

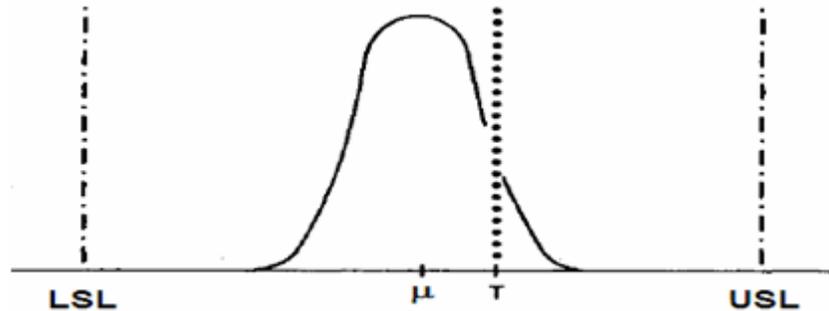


Figura 6: Gráfica típica para el análisis de capacidad de procesos.

Fuente: (Chen, Yang y Chen, 2015).

El C_{pk} por si mismo incluye las especificaciones del producto de la media del proceso μ y la desviación estándar σ ; con estos tres elementos, la calidad de los productos pueden evaluarse. Cuando los responsables del departamento de Calidad logran la calidad en sus productos, deben considerar no sólo la media del proceso μ y la desviación estándar σ , sino también las especificaciones, dado que éstas varían de un producto a otro. Por tanto, las empresas necesitan realizar una comparación entre la media de los procesos, la desviación estándar del proceso y las especificaciones del producto, para así alcanzar objetivamente la calidad en sus productos (Chen et al., 2015).

El C_{pk} es inversamente proporcional a la desviación estándar, o variabilidad en un proceso. Entre mayor sea el C_{pk} , menor será la distribución del proceso comparado con los límites de especificación y el producto tendrá mayor uniformidad. En tanto que incremente el valor de la desviación estándar, decrece el índice C_{pk} . Al mismo tiempo, el potencial para crear productos fuera de los límites de especificación aumenta.

El valor de C_{pk} solo puede tener valores positivos. Su valor será cero cuando el promedio actual del proceso coincide o caiga fuera de uno de los límites de especificación. El valor de C_{pk} nunca puede ser mayor que C_p , solo pueden tener el mismo valor. Esto ocurre cuando el promedio actual del proceso cae en el centro de los límites de especificación (Perez-Wilson, 1997).

En otras palabras, la razón del índice real de capacidad del proceso C_{pk} dado que presenta una correlación positiva con respecto a la aptitud o capacidad del proceso para cumplir con las especificaciones; es decir, a mayor magnitud del C_{pk} mayor es el porcentaje de la producción considerada como satisfactoria. Lo anterior se justifica por el hecho de que un crecimiento en el valor del C_{pk} equivale a un incremento en la probabilidad de generar productos que cumplan con las especificaciones. Por lo que, para mejorar la calidad en el producto, se deben buscar las condiciones óptimas de operación de los procesos en las que el C_{pk} alcance su valor máximo o exceda a un valor específico.

2.11 Estado del Arte

En la siguiente sección se describen a modo de resumen una serie de artículos de investigación relacionados con el trabajo expuesto, cuya literatura fue publicada entre los años 2000 y 2016.

En este artículo de investigación se aplicó el AAEPS para la calibración de un modelo de asignación dinámico de tráfico (DTA), en el cual se utilizan matrices de peso (W-AAEPS), la cual incorpora información de correlación espacial y temporal en una red de tráfico para limitar el impacto del ruido y mejorar la robustez y convergencia. W-AAEPS mejora el original AAEPS, reduciendo el ruido generado por mediciones no correlacionadas (Chen, Yang, & Chen, 2015).

En monitoreo de redes inalámbricas, los rastreadores de multi-radio inalámbricas son distribuidos para capturar y analizar las actividades de los usuarios para el monitoreo de red, diagnóstico de falla, manejo de recursos, etc. Por lo tanto, es clave optimizar la selección de canales para los rastreadores para maximizar la información recopilada, de modo que se logre maximizar la calidad del monitoreo (Q_oM) de la red. En este trabajo de investigación, el AAEPS es propuesto para efectuar una óptima selección de canales (Ding, Xia, Wang, Li, & Ou, 2015).

Para la antena de arreglo de fase de vehículo montado en el receptor de Satélite móvil, se ha desarrollado un novedoso algoritmo de formación de rayos basado en mejoras en el AAEPS, con el cual sea posible rastrear el satélite objetivo, de manera rápida, precisa y continua en un solo

canal receptor. Las simulaciones efectuadas verifican que el algoritmo propuesto es ciertamente robusto y efectivo (Zhang, Jia, Jin, & Yao, 2012).

La calibración de modelos de simulación para ferrocarril es un proceso de ajuste de parámetros de modelo, mientras que se comparan las salidas de los modelos con observaciones del Sistema real de ferrocarril. Basados en un simulador de desarrollo para operaciones y control de ferrocarril urbano en este trabajo se demuestra una metodología para calibrar parámetros de modelo y específicamente ajuste de precisión en ciertas entradas de la simulación (Wang & Koutsopoulos, 2011).

Este artículo representa una extensión del algoritmo AEPS básico para el problema en donde la varianza del error depende de ciertos factores, los llamados factores de ruido, se muestran dos ejemplos de aplicaciones un sistema de inventarios y un sistema de manufactura, en donde aplicaron los métodos por simulación y se comprobó la habilidad del algoritmo para encontrar una solución robusta (Miranda K., Del Castillo E., 2009).

En el presente trabajo de literatura, se generaron superficies de respuesta a través del diseño robusto por Taguchi y la metodología de superficies de respuesta. Se sometieron a prueba C_{pk} , respuesta dual y razón señal ruido en un experimento simulado con funciones de prueba, para después efectuar un análisis estadístico y determinar la combinación que presenta mayor optimización. Se encontraron resultados similares en las combinaciones realizadas (Y. Lagunes, J. Sánchez, 2011).

Esta propuesta consiste en la optimización de multirespuesta utilizando el índice de capacidad de proceso multivariable, utilizando multivariados índices de capacidad de procesos (MC_{pm}) para obtener la media, la varianza de cada respuesta y la covarianza entre múltiples respuestas. El método propuesto incluye factores de ruido con fase de experimentación de la metodología RD para determinar los ajustes de los factores de control para crear modelos de respuesta que sean insensibles a los ruidos internos o externos (Mahmoud I., Jamison V., 2010).

He aquí un caso de estudio, en el cual se utilizó un análisis de riesgo y el método Taguchi para encontrar óptimas condiciones de diseño de parámetros. Se estableció un proceso sistemático de identificación, evaluando y mitigando riesgos en tempranas etapas de diseño de un claxon eléctrico para automóviles, usando el concepto de diseño robusto. Los resultados sugieren que el método de diseño robusto propuesto es eficiente, aproximación disciplinada que puede asistir al equipo de entrega del producto en diseñar un mejor desempeño en el funcionamiento y una mejora confiable en todo el Sistema (M.Nataraj, V.P. Arunachalam, 2006).

Este artículo trata sobre encontrar el óptimo diseño para una presa de arco sujeto a cargas de terremotos, mediante la versión híbrido del algoritmo (AAEPS) y la optimización de enjambre de partículas (PSO), llamado AAEPS-PSO. Este es el primer estudio de optimización estructural en el que se prueba el AAEPS. La idea principal al proponer este método, es combinar las ventajas y evitar las desventajas de cada uno. De este modo, se pueden incrementar las probabilidades de encontrar el óptimo requiriendo un menor análisis estructural. Al utilizar dicho híbrido, se redujeron las corridas en comparación con los resultados obtenidos por cada método por separado. Además, las mejoras en términos de eficiencia computacional, solución óptima, número de evaluaciones de la función e historial de convergencia en la optimización (Seyedpoor, Salajegheh, Salajegheh, & Gholizadeh, 2009).

En este trabajo sobre la aproximación del gradiente para ajuste temporal de matrices origen-destino, se muestra un método para resolver ajustes simultáneos para una matriz de demanda de tráfico simultáneo, a través de una solución factible, modificando el método del Algoritmo de aproximaciones estocásticas con perturbación simultánea (AAEPS). El punto de inicio es la matriz semilla, como el valor subóptimo y posteriormente se trabajó con la aproximación del gradiente con perturbación simultánea para cada variable de demanda. El AAEPS se modificó para reducir el número de evaluaciones de la función objetivo, requerida en cada iteración, de modo que se introdujo una estimación asimétrica para el gradiente de aproximación y la medida del paso, adoptando una interpolación polinomial. Respecto a los trabajos futuros, se tiene el análisis de sensibilidad para el valor del largo del paso (C_k), requerido para calcular la aproximación del gradiente. La influencia del tipo y la dimensión de la información utilizada en el proceso. Por otro lado, considerar otros tipos de observaciones respecto a la trayectoria de las redes para mejorar la

solución. Por último permitir que los pesos asignados a los términos de la función objetivo para cambiar en cada iteración (Ciprini, Florian, Mahut, & Nigro, 2011)

El propósito de este estudio es definir un análisis de capacidad de proceso novedoso, relacionado con la función de pérdida. La idea es utilizar funciones de pérdida de calidad de Taguchi, mejorada, para medir la capacidad de proceso. Este método está basado en diseño de experimentos para proporcionar características de calidad óptimas cercanas a objetivos específicos. Taguchi define la calidad en un modo negativo como la pérdida impartida de la sociedad hasta el tiempo en que el producto es enviado. Taguchi representa la insatisfacción del cliente en el desempeño de un producto como una curva cuadrática. La curva es centrada en el valor objetivo, el cual proporciona el mejor desempeño para el cliente. En las funciones de pérdida de Taguchi se han usado tres tipos: lo nominal es lo mejor, lo mayor es lo mejor y lo menor es lo mejor. La desventaja de estas funciones, es que no distinguen pérdidas reales dañinas. Este nuevo índice de capacidad de proceso se basa en las pérdidas de procesos, de modo que no rechaza una capacidad de proceso mayor a uno y un proceso rechazado tendrá una capacidad de proceso menor a uno (Abdolshah et al., 2009).

En este trabajo se ha realizado el Análisis de índice de capacidad de proceso para el rango de error de bit de QPSK con observaciones limitadas; es decir, se estudia el efecto de selección de función de densidad de probabilidad para modelar los rangos de error de bit de un modular QPSK, para propósitos de análisis de capacidad de procesos. El rango de error de bit puede modelarse en lineal o en escalas logarítmicas y la forma de la función de distribución de probabilidad cambia significativamente de una escala a otra. Un modelo preciso basado en observaciones medibles necesitará observaciones infinitas, pero una limitada cantidad de observaciones, que define un horizonte de mediciones. Estas agrupan observaciones por debajo del horizonte de cero y por lo tanto, cambia la forma de la función de densidad de probabilidad de un rango de error de bit formando una distribución binomial. Si los resultados en cero se omiten, los mejores resultados son descartados y la calidad del análisis está hecho con resultados de mediciones que no son representativos de una verdadera población. Una función log-normal o una función de valor extremo basado en el análisis de capacidad de procesos debería usarse para el rango de error de bit en una escala lineal, relacionado con el uso de valores cero en el análisis (Leinonen, M. E., 2011).

En proceso de manufactura multivariables, se han encontrado dificultades cuando se pretende medir capacidades de proceso con aproximaciones univariables. Después de analizar el método C_{pm} para multivariables, este trabajo presenta el método de espacio multivariable PCI, que puede resolver casos multivariables fuera de centro y puede proporcionar referencias para asegurar y mejorar los niveles de calidad del proceso. El índice de capacidad de procesos (PCI) es un resumen numérico que compara el comportamiento de un producto o característica de proceso a especificaciones de ingeniería. El índice de capacidad está relacionado con la voz del cliente hacia la voz del proceso. Cuando en un proceso se relacionan diversas variables, es deseable evaluar la capacidad de proceso utilizando el índice de capacidad de procesos multivariable (MPCI). En los ejemplos mostrados en donde se calculan el PCI multivariable, los resultados experimentales muestran que el método sistemático es efectivo y actual. Análisis experimentales y ejemplos prácticos con el método demuestran que es razonable y efectivo (Wang, S., & Yeh, A. B., 2010).

Puesto que no existen métodos adecuados para realizar una evaluación completa de la capacidad de procesos de producción total; en este trabajo, se propone un modelo de evaluación completo para la capacidad de proceso de fabricación de producto, de modo que los datos de todos los departamentos se puedan utilizar por completo. Los métodos para la evaluación de la capacidad de la maquinaria se han extendido a compras, ensamble e inspección de recibo y se presenta un sistema índice de evaluación de la capacidad de procesos de producción. Adicionalmente, procesos jerárquicos analíticos se utilizaron para determinar el peso de cada departamento y así obtener el índice de capacidad de proceso productivo, obtenido por sumatoria. El modelo fue probado y demostró ser capaz de evaluar la capacidad de todos los procesos productivos objetivamente, a través de un caso de estudio. Dicho modelo juega un papel importante en entrar y resolver problemas de calidad y mejorar los niveles de calidad. Sin embargo, este modelo aplica sólo para distribuciones normales. Para el caso de distribuciones no normales, valdría la pena estudiarlos más adelante (Mu et al., 2009).

En este trabajo se discute cómo obtener el índice de capacidad de proceso y su intervalo de confianza mediante una muestra pequeña de una distribución no normal cuyo método de estimación típico es inválido; esto es, a través del método computarizado de arranque. No sólo puede lidiar con datos que presentan distribución no normal, también puede resolver problemas de

precisión con muestras pequeñas. Se efectuó un ejemplo, en donde se obtuvo el índice de capacidad de procesos por dicho método y el intervalo de confianza para una distribución Weibull, que resultó muy eficaz, en donde es posible incrementar la precisión de la estimación (LI, X., & Xu, Z., 2012).

La definición y estimación de los índices de capacidad de proceso se basan usualmente en la suposición de que los procesos de producción bajo investigación presentan una distribución normal. Sin embargo, existen casos en donde los procesos no son normales, como lo es el caso de la industria de semiconductores. En este trabajo se conduce al problema de definir y determinar estimaciones confiables del C_{pk} para procesos no normales; en particular, la aproximación de la curva ajustada para el problema de estimación y se considera el problema de proporcionar intervalos de confianza para estimar el C_{pk} . Existen alternativas para aproximarse al problema de no normalidad propuesto. En este trabajo, la aproximación se obtiene del efecto de no normalidad en los datos que deben interpretarse más que eliminarse. La aproximación seguida en este trabajo para la estimación del C_{pk} está basada en familias paramétricas de curvas de frecuencia para la aproximación de la distribución que asumimos es la distribución matriz para los datos medidos.

Se consideró el método de momentos para la estimación de parámetros de los datos conducidos y el sistema de curvas Pearson como el modelo de familia. Respecto al problema de proporcionar un intervalo de confianza para las estimaciones del C_{pk} , se ha utilizado el método de impulso, el cual constituye la única aproximación viable para el caso no normal. Los métodos basados en la aproximación de la curva ajustada tienen mayor ventaja sobre otras técnicas no paramétricas para C_{pk} 's no normales (como el sistema Pearson), que proveen también formas de comparar la distribución estimada con los datos y alguna información sobre la distribución misma, que puede ser de interés para el monitoreo de procesos. El reto es efectuar aplicaciones exitosas de las herramientas mencionadas en procesos de industrias reales (Bittanti, S., & Lovera, M., 1998).

Este trabajo aduce los índices de capacidad de proceso de la gestión de la calidad para desarrollar un nuevo método de apreciación del desempeño. Construye la capacidad de un proceso lo mayor lo mejor con C_{pk} . No sólo el índice de capacidad de satisfacción de inversión (ISCI) y el grado de satisfacción de inversión evalúan eficientemente cuando se construyen los límites inferiores de confianza por los índices de desempeño de inversión. Los inversionistas pueden utilizar CSL para

conocer rápidamente el desempeño de las acciones individuales que ayudan a alcanzar su satisfacción en la inversión. Los algoritmos genéticos se utilizan para obtener los pesos óptimos, que distribuyen el capital de inversión efectivamente; es decir, seleccionar inversiones de buena calidad para optimización de portfolios. Se realizó el experimento por 2 años bajo las circunstancias de no variación en las inversiones de los portfolios de dos tipos, usando GA para distribuir los pesos de las inversiones. Los resultados muestran año con año, el retorno de las inversiones portfolios construidas son mejores que el retorno de TAIEX (índice de precio de la inversión de intercambio de Taiwan). Sin embargo, si se comparan los retornos por semana, no podemos asegurar que la inversión portfolios en el experimento arroje el mejor desempeño. Utilizando el modelo en este trabajo, se obtuvo mayor utilidad de inversión portfolios. Podemos ajustar una combinación objetivo de acuerdo con el cambio con la demanda del mercado. Los resultados en simulación demuestran que la propuesta de este modelo es una aproximación de optimización de portfolios efectiva, la cual puede proporcionar los más valorados portfolios para inversionistas (Chang, Tsaur, & Huang, 2008).

Muchos de los trabajos de investigación de pruebas de capacidad se basan en puntos de vista tradicionales de frecuencia y propiedades estadísticas para estimar el C_{pk} basados en la suposición de una sola muestra. En este trabajo se considera el problema de estimar y probar las capacidades de proceso utilizando la técnica estadística Bayesiana basadas en submuestras recolectadas durante cierto tiempo del proceso controlado. Las empresas pueden usar esta aproximación para mejorar sus capacidades probando y determinando si sus procesos son capaces de reproducir productos que satisfagan los requerimientos de calidad de clientes cuando se implementa un plan de control de producción. Esta técnica determina una distribución del teorema Bayesiano en base a información histórica. En este trabajo, se derivó una posterior distribución de precisión, con respecto a referencias previas, proporcionando los intervalos para C_p y a través del procedimiento Bayesiano, se determinó si los procesos tienen la capacidad conveniente. Los resultados se presentan en otros artículos (Huiming, Jun, & Liya, 2007).

En este artículo se propone la implementación de herramientas de análisis de productibilidad. El enfoque está en la habilidad del proceso para encontrar las tolerancias objetivo. Para verificar las tolerancias previo a la producción, muchas compañías colectan bases de datos de capacidades de

procesos, las cuales contienen mediciones tomadas durante la producción. La productibilidad se verifica utilizando el botón de solo presionar, método con el cual la base de datos se indaga automáticamente, se evalúan las tolerancias y/o se ingresan los datos de variación.

Utilizar datos históricos de capacidad de procesos es un problema complejo, dado que los datos son históricos, no es posible determinar con exactitud si la variación excede los límites permitidos. Se propone un esquema de búsqueda de las bases de datos de las capacidades de procesos, combinando estadística, herramientas visuales y categorización general de aceptabilidad para que rápidamente se evalúe la productibilidad de las tolerancias.

Shneiderman describe un proceso de 4 pasos para el acceso y análisis de datos complejos desde una base de datos: formulación, acción, resultados y refinamiento. Con la formulación, se selecciona el subconjunto de la base de datos. Acción es el proceso por el cual se indaga en la base de datos. La visualización son los resultados y el refinamiento es el proceso por el cual la base de datos es re-buscada para regresar a una conjunto de datos más apropiado o informativo.

En conclusión, se ha mostrado el problema usando datos sustitutos de capacidad de procesos para ser complejos y no triviales. Utilizando el método de visualización e interrogantes interactivas, es posible evaluar rápidamente las tolerancias y los factores que intervienen en la variación del proceso.

Resultados preliminares indican que la interface gráfica es más fácil de usar, más intuitiva e informativa. Trabajos futuros incluyen búsquedas de códigos de características múltiples, creación de datos de costos en las bases de datos, detección automática de errores y análisis de variación poblacional con capacidad de procesos inciertos (Thornton & Tata, 2000).

Los C_{pk} 's estándar están basados en que sus datos presentan una distribución normal. Sin embargo, aquellos que no presentan distribución normal, se pueden transformar, en este trabajo se recurrirá a la transformación Box-Cox y Johnson. Se han calculado los C_{pk} 's y la aplicabilidad y efectividad de los dos métodos, en donde se muestra que la transformación de Johnson es más efectiva que Box-Cox (Yang, Song, & Ming, 2010).

En las industrias de semiconductores, los procesos contienen diversos procesos y multivariados. De acuerdo con las características de multi-variedad, normalidad múltiple y distribución no-normal, el control de procesos estadísticos multivariados juega un papel importante en monitorear y controlar el proceso de pegado final. En este trabajo, los problemas relacionados con la fuerza de corte monitoreados en el proceso de pegado final, son mostrados y analizados por el método de histogramas. A su vez, se ha calculado un índice múltiple y un índice de capacidad compuesto, el cual significa un índice real de capacidad de proceso. El análisis del proceso se efectuó en base a la distribución no-normal y normalidad múltiple en el estándar de GJB548A. La gráfica de \bar{X} -S a través de la transformación de Johnson se usó para controlar la fuerza de adhesión. Esto basado en datos de fuerza de corte obtenidos de una línea de producción real de una empresa China. Los resultados muestran que este índice múltiple es un método apropiado para evaluar y monitorear procesos de producción de alta calidad (Gao, Changhing, Haixiang, Xin, & Guolo, 2007).

El índice de capacidad de proceso, es ampliamente usado en los requerimientos de los procesos. Sin embargo, se ha ignorado el hecho de que fluctuaciones no identificadas puedan existir. Las fluctuaciones no identificadas involucran cambios medios y cambios en la varianza que pueden conducir a sobre estimar sus requerimientos estrictos en capacidad de proceso y en el desempeño del proceso correspondiente. En este trabajo, se proporciona un método para obtener el índice de capacidad modificado para evaluar la capacidad de procesos considerando fluctuaciones no identificadas. Para demostrar la aplicación del método propuesto, se consideró un ejemplo. Se encontró que el cálculo de la capacidad es más conservativo y estricto en donde el cambio medio y el cambio en la varianza son considerados simultáneamente. El cálculo de la capacidad de proceso propuesto bajo fluctuaciones no identificadas se puede utilizar como un punto de referencia estricto para obtener el desempeño del proceso (Tai, 2011).

Los métodos de predicción de índices de capacidad de procesos se recomiendan en base a LS-SVM (vector máquina de soporte de mínimos cuadrados). Los parámetros de LS-SVM se optimizaron por la infraestructura Bayesiana. El modelo de precisión mayor para la predicción del índice de capacidad de proceso fue obtenido por optimización de parámetros. La predicción de los resultados muestra que se cuenta con muchas ventajas, como errores bajos y ajustes altos, los cuales se pueden utilizar para la predicción del índice de capacidad de proceso. Sin embargo, en

la industria manufacturera, la capacidad de procesos puede ser afectada por muchos factores como el uso de herramientas, máquinas, diferencias de materiales o factores ambientales. Se incluirán diversos factores que afectan el proceso en futuros estudios (Wo, 2010).

En este trabajo, se revisan los siguientes índices de capacidad: C_p , C_{pk} , C_{pm} y C_{pmk} . A su vez, se efectúa una comparación entre dichos índices a través de datos aleatorios generados por la simulación Monte Carlo. También se calcularon las pérdidas de los procesos con la función de pérdida de Taguchi. Se encontró que dichos índices de capacidad son iguales respecto a variabilidad, pero C_{pk} es más sensitivo. El método de Monte Carlo se suele utilizar cuando no es redituable o imposible computarizar un resultado exacto con un algoritmo determinístico. Para generar los datos aleatorios se consideró la variabilidad y la otra estrategia que es la partida media del proceso desde el valor target. Se compararon ambos resultados con la función de pérdida de Taguchi. Al analizar los resultados, se encontró que el C_{pk} es el mejor, porque es el que más coincide con la pérdida. Todos los índices incrementan cuando la función de pérdida de Taguchi decrece. Se concluye que C_p no es sensitivo en el caso de cambio de la media y C_{pk} , C_{pm} y C_{pmk} son más sensitivos, porque existe una relación significativa entre éstos y las pérdidas. A su vez, éstos revelan mayor información sobre la ubicación de la media de los procesos (Abdolshah, Rosnah Mohd, Sai Hong, & Md. Yusof, 2009).

Este trabajo establece que a pesar del hecho de que el índice de capacidad de procesos se enfoca en el objetivo del proceso T, el control del proceso por sí mismo debería enfocarse elevadamente en el objetivo del proceso T, el cual ofrece un modo de determinar el objetivo con la ayuda de la metodología de Minimax, la cual hace el control de procesos una realidad, en un ambiente difuso, basados en ambos, proceso objetivo e índice de capacidad de proceso (Zhao, 2011).

Muchas investigaciones previas en análisis de capacidad de procesos no prueban específicamente el supuesto de independencia para observaciones. De cualquier modo, la autocorrelación es prevalente en los procesos de producción continuos, especialmente en industrias químicas y farmacéuticas. Con el desarrollo de la tecnología de medición y la tecnología de adquisición de datos, la frecuencia del muestreo se está volviendo mayor y mayor la existencia de la autocorrelación no se puede ignorar. En este trabajo se discuten las características estadísticas del

índice de capacidad de proceso de Taguchi en datos autocorrelacionados, para el modelo AR (1). La estimación de C_{pmr} es analizado. Los efectos de la autocorrelación en la media, desviación estándar y la distribución de probabilidad de C_{pmr} también se analizan, de donde se recomienda tener un tamaño de muestra n mayor que 100 para obtener un C_{pmr} confiable. La distribución de C_{pmr} aproximadamente sigue una distribución gamma. Cuando k no es muy grande y $-0.8 < \phi < 0.6$, se puede asumir que la distribución de C_{pmr} es aproximadamente una distribución normal (Jing, Wang, & Fu, 2009).

La imprecisión sucede en el control de calidad como sucede en otros problemas estadísticos. En el control de calidad los límites de especificación se expresan mejor con conjuntos difusos. Los índices de capacidad generalizados C_p , C_{pk} y C_{pm} pueden ser útiles y necesarios para medir la capacidad. Se propone una forma generalizada del índice de capacidad de Taguchi C_{pm} , para evaluar la capacidad del proceso difuso de estar cerca del valor objetivo. Se presenta un intervalo de confianza del 100 $(1 - \gamma)$ % aproximado del índice generalizado de capacidad C_{pm} usando límites de especificación difusos.

Los índices de capacidad tradicionales pueden ser agrupados en dos tipos. El primero, como el índice C_p , en el que sólo se considera la variación del proceso en región específica de tolerancia. El segundo tipo, índices como el C_{pk} y C_{pm} , que considera además de la variación del proceso en esta región de tolerancia, considera también la variación de la media del proceso con respecto al valor objetivo de este. En el control de calidad se puede encontrar con conceptos imprecisos, procesos que no pueden ser medidos con los índices tradicionales, por ejemplo, cuando los índices de especificación son imprecisos. Estos, pueden ser expresados por términos difusos. Recientemente varios índices de capacidad lidian con estas imprecisiones y son aplicados a casos reales. En este trabajo los problemas de estimaciones puntuales y de intervalo del índice de capacidad generalizado de proceso C_{pm} , se consideran basados en una muestra aleatoria observada proceso difuso descontrolado. La inferencia estadística basada en aritmética difusa se usa para utilizar un 100 $(1-\gamma)$ % intervalo de confianza del índice de capacidad de proceso generalizado. En procesos difusos, es apropiado definir los límites de especificación mediante dos conjuntos difusos. En este trabajo se presentan dos estimadores puntuales de C_{pm} . Pero estos estimadores no son iguales, por lo que se propone un intervalo de confianza para el Índice de capacidad

Generalizado C_{pm} y se presenta un intervalo de confianza aproximado del índice de capacidad C_{pm} (Parchami & Mashinchi, 2011).

El modelo de integración económica de diseño propuesto por Kim y Cho posee las ventajas de menos sesgo y menos costos que los métodos tradicionales. Pero este método no está diseñado para manufactura. Se ha probado que el análisis de capacidad de proceso ha sido una buena herramienta para la toma de decisiones. Así que el índice de capacidad de proceso se introduce para mejorar el modelo. La metodología se ha aplicado exitosamente para el diseño de resina poliamida y el estudio comparativo se realiza con el software MATLAB. Los resultados muestran que el enfoque de mejora con Índices de Capacidad de Proceso provee más flexibilidad para los diseños de manufactura. El ajuste de la tolerancia, se debe de hacer después de reducir suficientemente los efectos de la variación. La robustez de la respuesta se puede mejorar con una cantidad significativa de los ahorros de los costos totales.

Estudios indican que la solución óptima en parámetros de diseño depende de las tolerancias del diseño de parámetro. También se señala que estos dos módulos de diseño requieren ser trabajados juntos o ser resueltos iterativamente. Kim and Cho proponen un modelo de optimización de mínimo costo total con la metodología de superficie de respuesta. Este modelo necesita dos conjuntos de variables (los parámetros de diseño y sus tolerancias). Este método ahorra una cantidad significativa de costos. Este enfoque considera desde las primeras etapas del diseño la influencia de estos parámetros y de sus tolerancias; pero en el método se establecen límites de tolerancia que coinciden con los $\pm 3\sigma$ de los procesos de manufactura. Y con el índice de capacidad de procesos C_p .

El objetivo de usar estudios de capacidad de procesos es determinar la capacidad de todo el proceso de producir productos de calidad. Si el nivel de salida no es lo suficientemente bueno, la razón de las variables se debe revisar en primer caso, las variables del proceso no se deben de revisar a ciegas, es necesario evaluar la variabilidad que estas aportan. Si después de encontrar y eliminar las causas encontradas que afectaban la capacidad del proceso, la variabilidad sigue siendo más grande que la variabilidad permitida, entonces la única opción es mejorar el diseño del proceso.

Cuando se usa la metodología de superficie de respuesta y el análisis de capacidad de proceso se asume lo siguiente:

- Se asume que cada parámetro o tolerancia se encuentra atado a una variable aleatoria de distribución normal.
- El proceso de manufactura se encuentra bajo control estadístico.
- El promedio y la varianza de la variable de respuesta son independientes, la media puede ser reubicada en la banda de tolerancias sin que se afecte la varianza.

El factor de costo no debe de ser ignorado en el diseño de las tolerancias, sin embargo, la robustez de la variable de salida es el principal objetivo del diseño. En este trabajo el Índice de Capacidad de Proceso es utilizado para verificar el nivel de diseño. De manera que el ingeniero pueda decidir cómo mejorar el diseño. Basado en la metodología Seis Sigma el índice de capacidad de proceso es usado para escalar el nivel de diseño. El objeto de esta mejora es usar el C_p para lograr mejoras de calidad y reducción de costo. El proceso mejorado usa el C_p como puente entre la tolerancia (límites de especificación) y la desviación estándar.

Este trabajo propone un plan integrado de diseño de optimización con C_p . Esta nueva aproximación es lo suficientemente flexible como para reducir costos y aumentar la robustez del diseño integrado original. Y este método se aplicó con éxito en el diseño de proceso de la resina poliamida.

Si la capacidad del proceso no es buena, un plan de reducción de variación debe considerarse. Un ajuste en las tolerancias (especificaciones) se considera después de reducir la variación.

“Se puede decir que no existe un diseño robusto y de optimización, que no considere el índice de capacidad de proceso” (Zhang, He, & Guo, 2007).

En este trabajo se habla de qué es el análisis de capacidad de proceso y de cómo es implementada. Los índices de capacidad de proceso, son herramientas efectivas para el continuo mejoramiento de la calidad la productividad y la toma de decisiones. Las técnicas del control Estadístico de proceso (SPC) mejoran la calidad de la producción en masa. En este trabajo un análisis de capacidad de proceso es realizado en una máquina de una empresa mediana que produce máquinas y algunas partes. Para este propósito se realizaron histogramas y se calcularon los índices de capacidad C_p y

C_{pk} , se muestra que la capacidad del proceso es inadecuada y que la producción en masa es inestable. En orden de satisfacer las mediciones es necesario mejorar el nivel de calidad moviendo la media del proceso a un valor objetivo así como reduciendo la variación en el proceso.

Estudios de capacidad de proceso PCS son un procedimiento científico y sistemático que utiliza gráficos de control para detectar y eliminar la variación de causas no naturales. Esta técnica es aplicada en varias etapas del ciclo de producción como proceso, diseño de producto, manufactura, planeación de manufactura, ya que ésta ayuda a determinar la habilidad del proceso de manufacturar piezas que se encuentren dentro de los límites de tolerancia y límites de ingeniería. En este trabajo se habla de lo importante que se ha tornado el análisis de capacidad en combinación con el análisis estadístico de proceso. El SPC ayuda a determinar la habilidad de producir dentro de especificaciones y el CPI nos da información sobre los cambios y tendencias de los sistemas durante la producción (Rajvanshi & Belokar, 2012).

Los índices de capacidad de proceso han sido utilizados en la manufactura para medir la capacidad del proceso de reproducir de acuerdo a las especificaciones. Las propiedades de los procesos univariados han sido muy estudiadas. Más sin embargo, no pasa así para procesos multivariados en los que múltiples y características dependientes están involucradas en la medición de la calidad. Dado que la calidad de los datos obtenidos del proceso depende del instrumento de medición que se utiliza. Analizar los índices de capacidad ignorando los errores de medición no sería confiable. En este trabajo se considera el índice de capacidad de proceso multi-variado (MC_p), agregando la medida de error como fuente de variación en los datos y se muestra que se obtiene una mejor estimación de MC_p y los resultados son más precisos con respecto al caso en el que se ignoran los errores de medición en los datos.

En este trabajo se considera la medición de la capacidad como un efecto importante al determinar la capacidad del proceso y su efecto aumenta cuando se considera la medición del error. Se enfatiza que la calidad de los datos obtenidos tiene gran impacto en los resultados de la medición. Se concluye que el estimar la capacidad sin considerar el método de medición, al considerar el método

de medición se obtienen mediciones más reales que ayudan a adoptar mejoras en el proceso de producción (Shishebori & Hamadani, 2008).

Considerando K procesos de manufactura cuyos índices de capacidad de procesos son denotados por $C_{pw}(i)$, siempre desconocido. Dado un valor de control de $C_{pw}(0)$, estamos interesados en seleccionar algunos procesos de manufactura cuyos índices sean mayores a este indicador de control $C_{pw}(0)$. En este trabajo, bajo la referencia de Bayes, se enfocan en los procesos de manufactura que siguen una distribución normal.

Suponiendo que se tiene un nuevo producto bajo estudio, y que se tiene K números de procesos mediante los cuales se puede desarrollar este producto. En este trabajo están interesados en identificar cuál de estos procesos es el más deseable para producir el producto. Utilizan para elegir entre estos procesos el índice de capacidad de proceso propuesto por Spiring CPW que es modificación del C_{pm} , involucrando el C_p , C_{pm} , y C_{pk} como en caso especial.

De esta manera se evalúa cada proceso y se propone un índice C_{pw} de control, que sirve para comparar si el proceso evaluado es bueno o no. Cuando se va a realizar la decisión del mejor proceso, se agrega una función de pérdida. Proponen una referencia sobre una regla de decisión basada en la decisión empírica de Bayes y esta regla resulta asintóticamente óptima (Huang & Lai, 2007).

En este trabajo de optimización, se propone un diseño experimental multirespuesta para determinar niveles óptimos de factores controlables cuyas respuestas no están correlacionadas. Este método mejora las características de calidad de procesos con bajos índices de capacidad. Se prueba en el proceso de manufactura por lotes con varios tratamientos, para cada tratamiento se registra su índice de capacidad inicial, se realiza el proceso y se determinan los factores controlables por una regresión lineal ajustada. El método propuesto se prueba probó en un proceso de fabricación de moldes plásticos. Los resultados fueron efectivos, el método propuesto mejoro las características de calidad que tenían el más bajo C_{pk} .

En muchas situaciones se desea establecer los factores controlables de manera que las múltiples respuestas de un producto puedan ser optimizadas de manera simultánea. Dada la aplicabilidad del método Taguchi con diferentes tipos de respuestas, este método ha sido muy utilizado en diferentes tipos de problemas y muchos estudios se han realizado con problemas de experimentos multi-respuestas con respuestas dinámicas o estáticas.

Este trabajo se enfoca en procesos de fabricación por lotes. En cada tratamiento se produce un lote de productos de tamaño N y cada producto cuenta con M características de calidad que deben estar en su valor objetivo. De manera que cada tratamiento tiene $N \times M$ mediciones que realizarle. Para este trabajo se considera un C_{pk} como respuesta, del tipo “*lo mayor es lo mejor*”. Calcular el C_{pk} para cualquiera de las m características de calidad, las medidas a optimizar se reducen a m respuestas. Dado que los factores que se consideran para este trabajo son independientes no es necesario calcular un C_{pk} multivariado (este solo se puede calcular cuando hay una fuerte correlación entre los factores, características de calidad que se miden).

Se calcula una tasa de capacidad de procesos (SN), para cada tratamiento, que representa la porción de señal a ruido en el proceso. Un valor grande de esta tasa, representa a un proceso robusto. Luego para decidir la mejor combinación de factores controlables, con la técnica de prioridad de preferencias y similitud a la solución ideal (TOPSIS). Se convierten las múltiples respuestas en una sola (un solo índice). Y finalmente se construye un modelo de regresión que esta dado en términos de los índices transformados (TOPSIS) y de los factores controlables (Amiri, Bashiri, & Mogouie, 2011).

Mientras los procedimientos de control de calidad han sido estudiados ampliamente, los análisis de capacidad de proceso para comportamientos no normales no ha sido explorada del todo. Generalmente, al analizar un proceso se asume que su comportamiento es bajo una distribución normal, sin embargo, en ocasiones esta suposición puede causar la interpretación errónea del comportamiento de estos procesos. Este trabajo se en el análisis de capacidad de proceso en procesos con comportamiento no normal. Usan la distribución de BURR para la estimación de los índices de capacidad.

En este trabajo se propone un método basado en la distribución BURR para determinar los índices de capacidad C_p y C_{pk} de procesos cuyos comportamientos no pueden ser descritos por la distribución normal, y lo comparan con otro método anteriormente propuesto, que calcula los índices de capacidad mediante las curvas de la distribución Clements.

Y concluyen que el método que se propone proporciona una mejor estimación del índice de capacidad para procesos no normales, comparado con el método Clements (Amiri et al., 2011).

La fotolitografía representa la tercera parte del costo de manufactura, y es de los procesos más críticos en la manufactura de semiconductores. En este trabajo se resuelve el problema de control de producción de la fotolitografía basado en el rendimiento del índice SPK. Se obtienen los valores críticos requeridos para la hipótesis de prueba usando técnicas de simulación.

En este trabajo usan un índice SPK que arroja una exacta medida del rendimiento del proceso y es interpretado como la capacidad de proceso de la fotolitografía. Este índice establece la relación entre las especificaciones y el comportamiento actual del proceso.

Para este trabajo se avalúan 210 muestras y se miden tres parámetros, tomados del proceso de la fotolitografía, se calcula el índice SPK y se evalúa la capacidad de este proceso. Se obtienen los valores necesarios para evaluar las hipótesis planteadas, usando simulación común (Pearn, Kang, Lee, & Liao, 2009).

El análisis de capacidad de producción es una importante herramienta de la administración de calidad SS. Los cálculos estándar de índices de capacidad están basados en la hipótesis de que las distribuciones de las variables de salida de los procesos siguen una distribución normal o aproximada a la normal. Existen muchos casos prácticos en los cuales las salidas no son normales. Porque la forma de sus distribuciones es desconocida, los resultados de las evaluaciones serían erróneos para evaluar el proceso. Cuando la distribución está sesgada, se utiliza el método Clements para estimar la forma de la distribución. Con una distribución que no es realmente conocida, existe una gran diferencia los resultados evaluados. Basado en el método de Scaled

weighted Variance (SWV), algunas fórmulas de los índices de capacidad, que pueden ser utilizadas con una distribución sesgada, se establecen en este trabajo.

Los procesos en la realidad son influenciados por muchos factores conocidos y desconocidos y sus distribuciones son sesgadas; la estimación de los índices de capacidad en estos casos indujera a cometer errores en estos procesos.

Existen varios métodos para encontrar la solución a procesos sesgados, en ellos el intervalo entre el 0.135 y el 99.865 de la distribución normal reemplaza al 6σ en la fórmula del índice de capacidad y la distribución de Pearson es la que se sugiere para evaluar un proceso no normal. En algunos trabajos se utilizan índices C_s que toman en cuenta el sesgo de la distribución, conociendo la forma de la distribución, estos métodos pueden calcular los índices. Sin embargo, en ocasiones es difícil, incluso imposible, conocer la forma de la distribución sin tener mucha información del proceso; lo que resulta impráctico.

Bai y CHoi contruyen un índice basado en el método de Varianzas ponderadas (WV). Sin embargo, Castagliola señala el método WV tiene un problema estadístico y propone el método de la Varianza Escalar Ponderada (SWV). En este trabajo se toman los índices del método WV, se modifican y se proponen nuevos para el método SWV (Yang J. , 2007).

Los índices de capacidad de proceso son ampliamente usados en la industria hoy en día. Estas mediciones estadísticas (C_p y C_{pk}) proveen una medición cuantitativa de la capacidad de proceso para la gente que tiene que tomar decisiones. Están basados en supuestos de normalidad, y proveen una mejor estimación de los parámetros del proceso si estos se distribuyen de manera normal. Pero esto no siempre ocurre en la práctica. En muchos casos la distribución característica de los datos del proceso no es normal. El aplicar métodos convencionales para calcular la capacidad del proceso, basado en supuestos de normalidad, arrojarán resultados erróneos que pueden conducir a tomar una decisión equivocada.

En los casos en los que no se tiene información normal, la estimación de los índices de capacidad de proceso es crítico para poder hacer mejoras en el proceso este trabajo aplica un nuevo método

basado en la distribución BURR para calcular los índices de capacidad de proceso y se comparan los resultados simulados con el método comúnmente usado de Clements.

Este trabajo busca tratar con datos no normales, menciona que lo más común al utilizar datos no normales es una transformación, para que una vez que los datos se conviertan en normales se puedan trabajar con métodos convencionales, habla también del método de Clements, en el que se modifican las fórmulas de los índices para que se puedan utilizar con datos no normales.

En este trabajo utilizan la distribución de Burr para calcular los índices de capacidad con las fórmulas propuestas por Clements, pero utilizan los estadísticos de Burr para encontrar los percentiles de las fórmulas; de manera se obtienen mejores estimaciones con este nuevo método (Ahmad, Abdollahian, & Zeephongsekul, 2007).

El siguiente artículo trata sobre el monitoreo de Procesos vía SPC orientado a calidad bajo información basada en manufactura. Los actuales gráficos de SPC son herramientas que permiten mantener procesos en estados estables. Para desarrollar un enfoque del SPC orientado a la calidad se requiere un interface entre los índices de calidad de los procesos y los parámetros de diseño de los gráficos de control; es decir, la Calidad orientada a la Tolerancia Estadística (QOST). Ésta puede determinarse mediante los índices de calidad del proceso (PQI) o por los índices de capacidad de proceso (CPI). Teóricamente cuando se utilizan gráficos de control de SPC es para asegurar que el proceso se encuentre en un estado controlado y además para predeterminar sus índices de calidad de proceso (PQI) y sus índices de capacidad de proceso (PCI) (Zhang, Yang, & Zhimin, 2008).

Este trabajo explica el desarrollo y los problemas de los índices de capacidad de proceso para explorar los valores óptimos de los índices de capacidad de procesos y establecer modelos de los índices de capacidad de proceso basados en la mínima pérdida de calidad.

Los índices de capacidad de proceso son usados para medir el grado en el que el proceso cumple con los requerimientos. Es muy usado en la industria debido a su fácil cálculo y su claro significado. En este trabajo se combina la función de pérdida de la calidad, para evaluar desde los ángulos y

dar un valor económico al índice de capacidad de proceso y explorar el mínimo valor que toma la función de pérdida de calidad que corresponde al modelo de índices de capacidad de proceso (Baoguang, Fang, & Zhang, 2011).

CAPÍTULO III: MATERIALES Y METODOS.

3.1. Materiales.

Durante la elaboración del presente trabajo de tesis fueron requeridos materiales fundamentales como una computadora portátil HP Pavilion Touch 14 Notebook PC AMD Quad Core A8-4555M, destinada además de la redacción del correspondiente estudio, permitió la simulación experimental para determinar el valor de C_{pk} subóptimo modificando la cuantía de σ . (factor de ruido o externo). Por otra parte, se aplicaron los siguientes programas:

Minitab[®] 17: Mediante este programa se generaron los valores iniciales de X_0 con la distribución uniforme. Seguidamente se calcularon los seis diferentes errores aleatorios correspondientes a cada valor inicial.

Excel[®]: Por medio de las hojas de cálculo se elaboró el diseño de experimentos correspondiente y la matriz AAEPS, con los cuales se obtuvieron los valores de la media μ , la desviación estándar σ y con éstos el índice C_{pk} y subsecuentemente el valor subóptimo de dicho indicador.

Statistica[®]: A través de este software fue posible obtener los modelos de regresión de segundo orden, mediante el Método de Superficies de Respuesta.

Matlab[®]: Con el apoyo de Matlab se ejecutó el algoritmo de aproximaciones estocásticas con perturbación simultánea, a partir de los modelos de regresión, obteniendo de esta manera el resultado final; es decir, el valor óptimo del índice C_{pk} .

3.2. Método.

A continuación describimos el método a utilizar en la obtención de la información requerida para el análisis experimental a fin de determinar las condiciones óptimas de operación que nos ayuden a mejorar el valor del índice de capacidad real del proceso C_{pk} bajo un DCC robusto y el método de perturbación simultánea.

Primero, elaborar una lista de las variables independientes significativas o factores controlables, incluyendo sus rangos o niveles.

Segundo, elaborar una lista de las variables dependientes (respuestas) y sus unidades de medida.

Tercero, seleccionar una clase de diseño experimental. En este caso el diseño seleccionado es un DCC bajo la MDP, (Montgomery, 2009). Inseguida, se procederá a obtener los puntos iniciales X_0 con la distribución uniforme, así como los errores aleatorios correspondientes a cada matriz experimental, todo a través de un proceso de simulación.

Cuarto, asignar los experimentos aleatoriamente. En cada una de las etapas experimentales las corridas se realizarán aleatoriamente.

Quinto, desarrollar los experimentos y recopilar los datos. Obtener cinco observaciones por cada corrida del DCC robusto, bajo las condiciones de los valores iniciales de las variables independientes con respecto a sus valores meta de cada variable de respuesta. Esto, con el fin de obtener los valores para la media (μ) y su respectiva desviación estándar (σ).

Sexto, obtener los modelos de segundo orden para la media (μ) y desviación estándar (σ). Cabe mencionar que se utilizaron tres funciones de prueba para las corridas experimentales, las cuales fueron: la función de Valle Parabólico de Rosenbrock, función de Zakharov y función esféricas.

Séptimo, aplicar el algoritmo estocástico con perturbación simultánea (AEPS), calcular de acuerdo con los siguientes pasos, según (Spall J. C., 1998):

Paso 1. Inicialización y coeficiente de selección. Seleccione el índice contador $k=1$. Tome un valor supuesto del vector gradiente inicial g_0 y los coeficientes de no negatividad a , c , A , a y g . (Delyon, 1996), (Spall, 2003) y (Chien y Luo, 2008) establecen que el valor que asume típicamente para $a_k = a/k$ y para $c_k = c/(k+1)^g$ cuando el vector gradiente es igual a la media aritmética de m estimaciones. Valores prácticamente efectivos y teóricamente válidos para a y g son 0.602 y 0.101 respectivamente (los valores óptimos asintóticos de 1.0 y 1/6 pueden ser usados también); los valores de a , c y A , pueden ser determinados como se mostrará más adelante. Una guía útil al seleccionar A es hacerlo como si fuera mucho menor que el máximo número de iteraciones permitidas o esperadas, es por ello que se seleccionó $A = 100$, $a = 0.16$, $c = 1$.

Paso 2. Generación del Vector de Perturbación Simultánea. Generado por el método de Montecarlo, un vector de perturbación aleatorio p -dimensional Δ_k , donde cada uno de los p componentes de

Δ_k son generados independientemente de una distribución de probabilidad con una media cero. Una simple (y teóricamente válida) opción para cada uno de los componentes del Δ_k es usar una distribución Bernoulli ± 1 con probabilidad de $1/2$ para cada resultado ± 1 . Nótese que variables uniformes y normales aleatorias no son permitidas para los elementos del Δ_k por las condiciones regulares del AEPS, (Brooks O., 2007), (Maryak and Chin, 2008).

Paso 3. Evaluaciones de la función a maximizar: paso 3.a. Se seleccionan valores iniciales para $Y_0(X_k)$ Paso 3.b. Después de seleccionar $Y_0(X_k)$ se procede a sustituir los valores correspondientes a las distintas variables independientes en las ecuaciones de regresión y_μ y y_σ obtenidas anteriormente con los datos del DCC robusto mencionado en el paso tercero. Se sustituirán los valores iniciales en las ecuaciones de regresión de segundo orden para su análisis. Paso 3.c. Obtenidos los valores de y_m y y_s para $Y_0(X_k)$ se procede a sustituir los valores en la ecuación (3.1) para calcular el índice de capacidad de procesos C_{pk} , tal como sigue:

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{LES - y_m}{3y_s}, \frac{y_m - LEI}{3y_s} \right\} \quad (3.1)$$

Dónde: y_m representa la variable de respuesta para su media; LES y LEI representan, el Límite de Especificación Superior e Inferior respectivamente y_s representa la variable de respuesta para su variación.

Paso 3.d. Calculado el valor del C_{pk} de y_m y y_s para $Y_0(X_k)$ se procede a obtener dos medidas de la función a maximizar basadas en la perturbación simultánea a partir del valor actual $Y_0(X_k)$, con las c_k y Δ_k de los pasos 1 y 2; utilizando las siguientes ecuaciones para obtener $Y_0^+(X_k^+)$:

$$X_k^+ = X_k + C_k(D_k^\pm) \quad (3.2)$$

Paso 3.e. Después de calcular $Y_0^+(X_k^+)$ se procede a sustituir los valores correspondientes a cada modelo de segundo orden obtenido del DCC robusto por cada función.

Paso 3.g. Se procede a obtener la otra medida de la función a maximizar basadas en la perturbación simultánea a partir del valor actual $Y_0(X_k)$, con las c_k y Δ_k de los pasos 1 y 2; utilizando las siguientes ecuaciones para obtener $Y_0^-(X_k)$:

$$X_k^- = X_k + C_k(D_k^\pm) \quad (3.3)$$

Paso 3.h. Después de calcular $Y_0^-(X_k)$ se procede a sustituir los valores correspondientes a cada modelo de segundo orden obtenido del DCC robusto por cada función.

Paso 4. Aproximación del Gradiente. Generar la aproximación de perturbación simultánea del gradiente desconocido como sigue:

$$f_k^\pm = \frac{C_{pk}^+ - C_{pk}^-}{2C_k D_k^\pm} \quad (3.4)$$

Paso 5. Actualizando el valor de X_k estimado. Para actualizar el valor de X_k a un nuevo valor X_{k+1} se hace utilizando las fórmulas estándar del Algoritmo Estocástico como sigue:

$$X_{k+1} = X_k - a_k f_k^\pm \quad (3.5)$$

Paso 6. Iteración o Terminación. Regresar al paso 2 con $k+1$ reemplazando k . Terminar el algoritmo si hay un pequeño cambio en el C_{pk} en varias iteraciones sucesivas o el número máximo de iteraciones ha sido rechazado.

Paso 7. Obtención de los valores óptimos. Obtenidos esos valores óptimos se pretende realizar corridas de verificación y validación por medio de simulación.

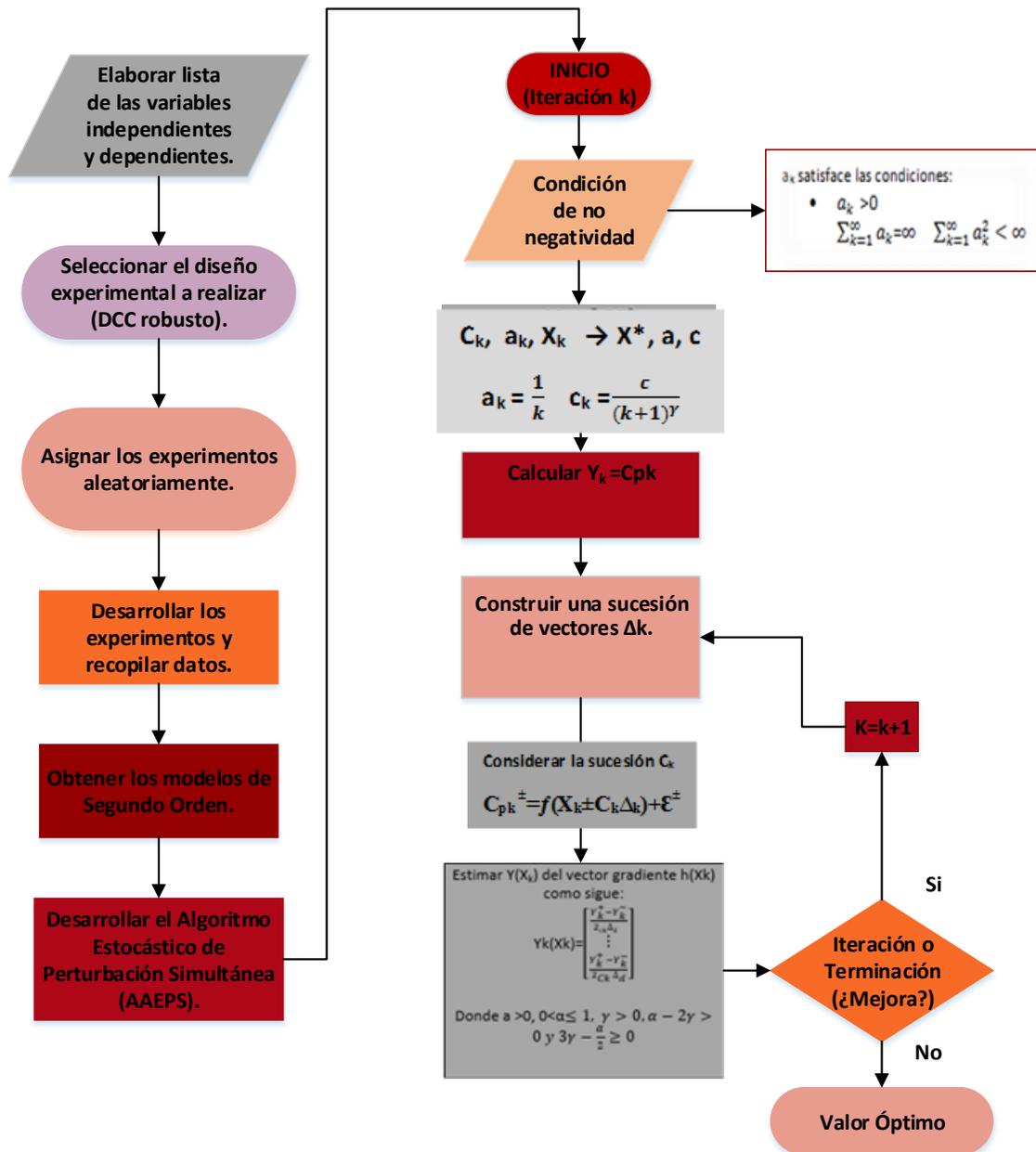


Figura 7: Diagrama de flujo de la metodología llevada a cabo.

Fuente: adaptado del artículo (Cipriani et al., 2011).

3.3 Funciones de Prueba

Dentro de la metodología a seguir, se emplearon tres funciones de prueba, como se ha mencionado en la sección anterior. Esto con el propósito de construir el modelo de simulación. La importancia de aplicar funciones de prueba, radica en demostrar la efectividad de las técnicas experimentales

utilizadas en el presente trabajo de investigación, con el que se pretende simular la optimización de procesos productivos. A continuación se describen a mayor detalle estas funciones.

Función Valle Parabólico de Rosenbrock

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2] \quad (3.6)$$

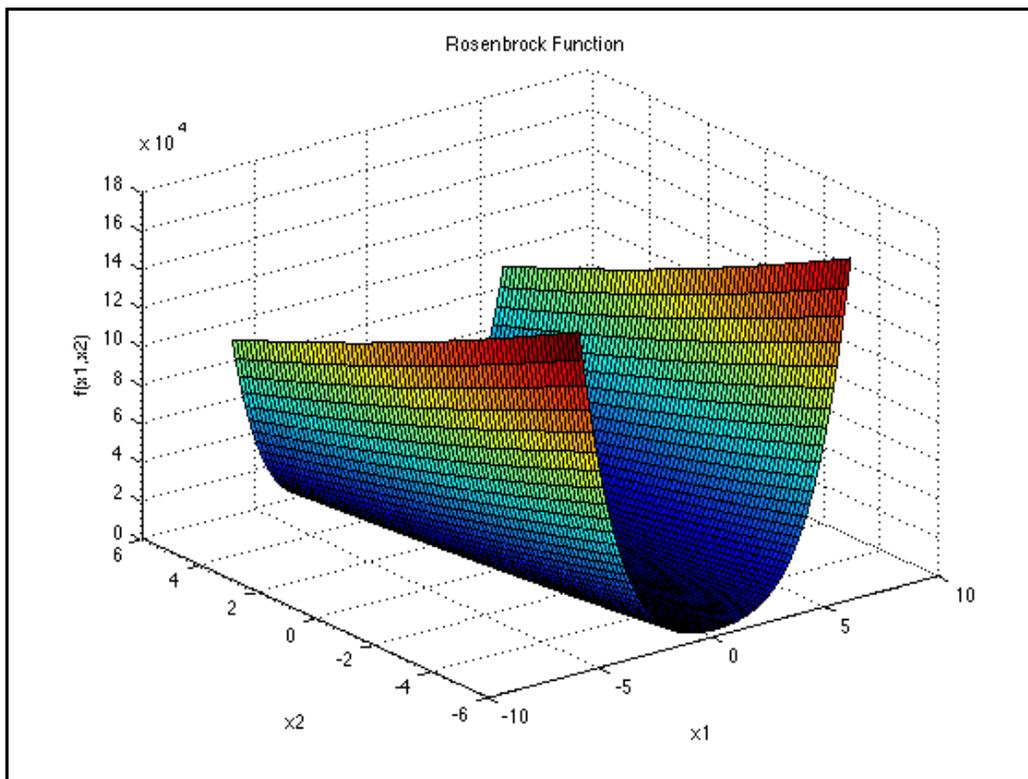


Figura 8: En la siguiente gráfica se observa la Función Valle Parabólico de Rosenbrock en dos dimensiones.

Fuente: virtual library of simulation experiments (www.sfu.ca).

Descripción:

Dimensión: d

La función de Rosenbrock, del mismo modo es conocida como la función de Valle, es una de las funciones de prueba más utilizadas en los algoritmos de optimización basados en el gradiente. La función es unimodal y el mínimo global recae en un valle parabólico estrecho.

Dominio de Entrada:

La función es usualmente evaluada en el hipercubo $x_i \in [-5, 10]$, for all $i = 1, \dots, d$, aunque deberá ser restringida al hipercubo $x_i \in [-2.048, 2.048]$, for all $i = 1, \dots, d$.

Mínimo Global:

$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } \mathbf{x}^* = (1, \dots, 1)$$

Función de Zakharov

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^d x_i^2 + \left(\sum_{i=1}^d 0.5ix_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^d 0.5ix_i \right)^4 \quad (3.7)$$

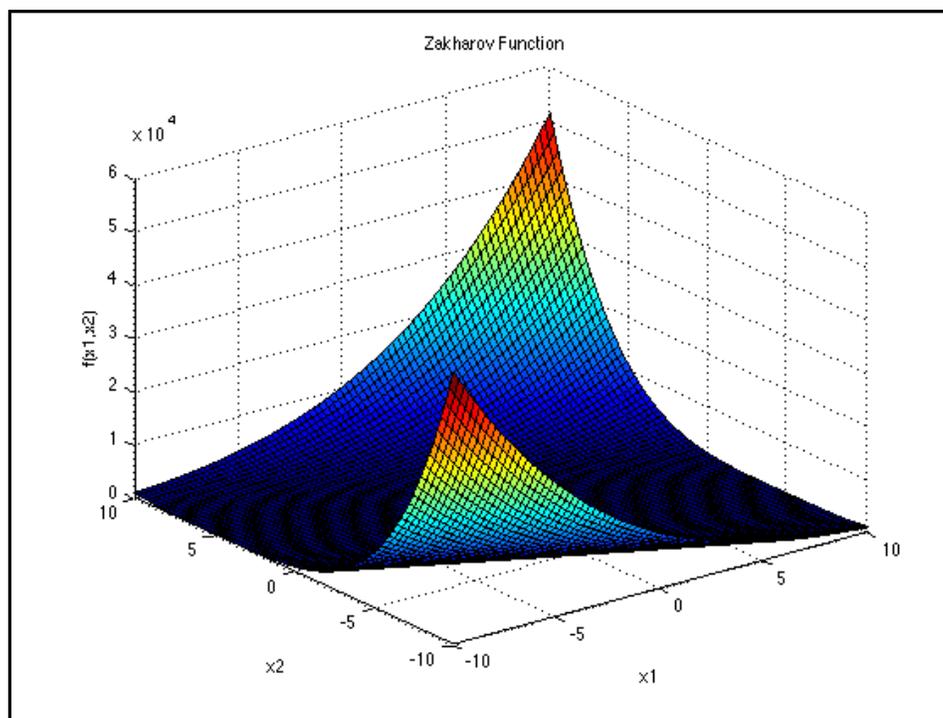


Figura 9: En la parte superior se observa la Función de Zakharov en dos dimensiones.

Descripción:

Dimensión: d

La función de Zakharov no presenta mínimo local, excepto el global uno.

Dominio de Entrada:

La función es usualmente evaluada en el hipercubo $x_i \in [-5, 10]$, for all $i = 1, \dots, d$.

Mínimo Global:

$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$

FUNCIÓN ESFÉRICA

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^d x_i^2 \quad (3.8)$$

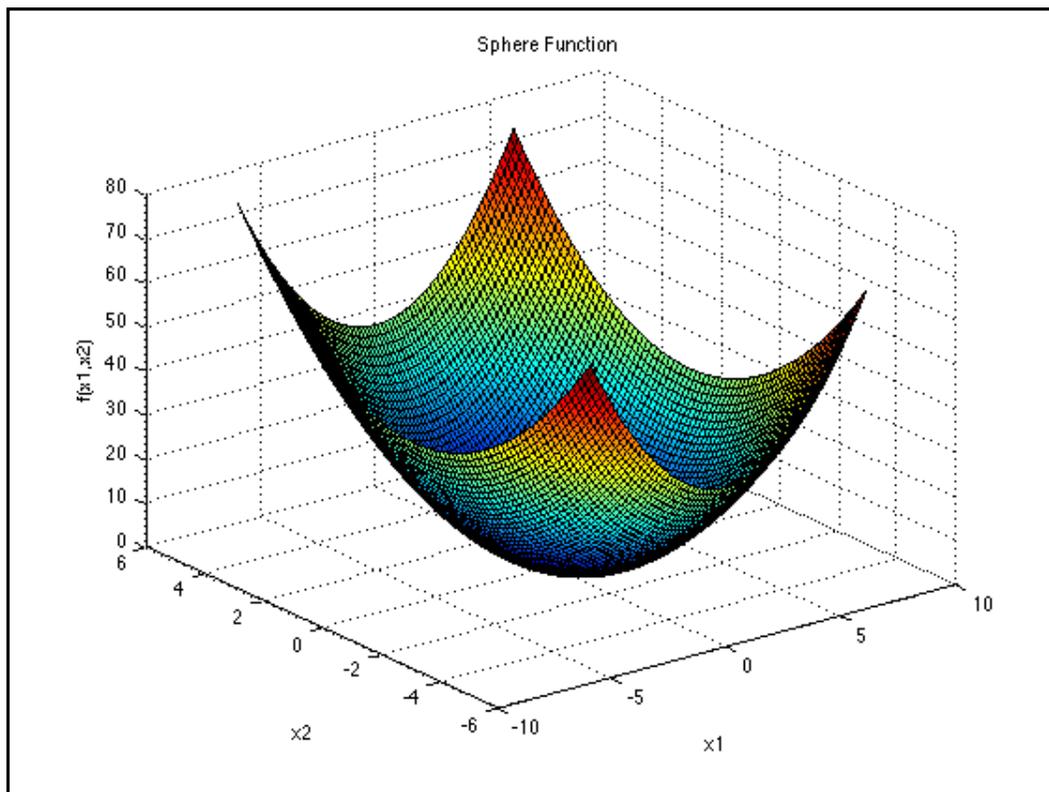


Figura 10: A continuación se presenta la Función de Esférica en dos dimensiones.

Descripción:

Dimensión: d

La función esférica tiene su mínimo local d, excepto para el global uno. Es continua, convexa y unimodal.

Dominio de Entrada:

La función es usualmente evaluada en el hipercubo $x_i \in [-5.12, 5.12]$, for all $i = 1, \dots, d$.

Mínimo Global:

$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$

3.4 Verificación de Hipótesis.

3.41 Verificación que la efectividad del AAEPS mejora el valor del índice de capacidad real de proceso C_{pk} , con respecto al valor obtenido con el DCC robusto.

Para comprobar esta hipótesis, se llevó a cabo el proceso de simulación a través de las tres funciones de prueba empleadas. Se efectuaron las corridas con los 33 puntos iniciales, con los cuales se generó su modelo de regresión de segundo orden para la media y la desviación a través de Statistica. Posteriormente se procedió a aplicar el AAEPS por medio de Matlab para la obtención del C_{pk} óptimo y se comparó con el DCC, mostrando la efectividad del algoritmo en la mejora de este índice.

3.42 Verificación que el AAEPS mejora en las primeras diez iteraciones el valor del índice de capacidad real de proceso C_{pk} , con respecto al valor máximo generado por el DCC robusto.

Para lograr la respectiva comprobación de hipótesis, se llevó a cabo la simulación del experimento diseñado a través de Matlab, con el cual se obtuvieron los valores óptimos del índice de capacidad de proceso, generados por el algoritmo y al analizar los resultados y obteniendo sus promedios para cada factor de ruido empleado, se encontró que en las funciones de Zakharov y Esférica el valor obtenido fue exactamente el mismo a lo largo de las cien corridas experimentales, mientras que para la función de Valle parabólico de Rosenbrock, presentó una leve variación, pero cumpliendo con la hipótesis planteada.

3.43 Verificación de la mejora del índice de capacidad real de proceso C_{pk} , depende del valor de la desviación estándar o factor de ruido utilizado como parte del arreglo externo en el DCC robusto.

Mediante Minitab, se llevó a cabo un análisis de varianza con los resultados obtenidos en cada función de prueba, utilizando un nivel de significancia del 5% y un nivel de confianza del 95%, con lo cual se encontró que solo para la función de Valle parabólico de Rosenbrock, el factor de ruido (σ) influye significativamente en el índice de capacidad de proceso, evaluando tanto las cien iteraciones, como seccionándolas de diez en diez. Ahora bien, al efectuar un análisis sobre los índices máximos alcanzados, se concluye que para las funciones de Rosenbrock y Esférica, no influye el factor de ruido en el valor del índice, por lo que se rechaza la hipótesis establecida. Sin embargo, para la función de Zakharov, se acepta la hipótesis propuesta; es decir, existe diferencia significativa. Por último, al efectuar un análisis de varianza de comparación entre funciones, se determina que para desviaciones menores a 0.1 y mayores que 15, el factor de ruido repercute en el valor del índice estudiado.

3.44 Verificación de la eficiencia del AAEPS depende del vector de perturbación simultánea para la mejora del índice de capacidad real de proceso C_{pk} .

Se logró comprobar esta hipótesis por medio de simulación en Excel, de manera que se realizó la corrida experimental en cada factor de ruido con un vector de perturbación con incrementos de 0.1 en 0.1, en donde se identificaron aquellos que generaron el mayor índice C_{pk} a través de una matriz que relacionara el vector de perturbación y los valores del índice de capacidad de proceso máximo y esto permitió identificar patrones de relación entre éstos. En otras palabras, se identificaron los vectores de perturbación que generaron mejoras en el índice de capacidad real de proceso.

3.45 Verificación de las funciones de prueba no lineales mejoran el índice de capacidad real de proceso C_{pk} , tanto en el DCC robusto, como en el AAEPS.

A través de Matlab se aplicó el funcionamiento del algoritmo en cada una de las tres funciones de prueba no lineales con el fin de analizar su comportamiento en la optimización del índice C_{pk} , encontrando que la hipótesis estipulada fue aceptada, puesto que al comparar los

resultados obtenidos se demuestra la mejora de los índices de capacidad real de proceso con los dos métodos, registrando mejores resultados con el algoritmo.

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En el consecuente apartado se exponen los resultados alcanzados con la aplicación del Diseño Central Compuesto bajo la Metodología de Diseño de Parámetro Robusto y el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea, unidos para maximizar el índice de capacidad de proceso (C_{pk}), así como un análisis de los mismos; incluyendo promedios, valores máximos, análisis de varianza, señal a ruido.

A continuación se detallan los resultados encontrados entre cada una de las tres funciones de prueba manejados en este trabajo de investigación.

Función de Valle Parabólico de Rosenbrock

A continuación se muestra en la tabla 3 un resumen de los resultados obtenidos en las 100 iteraciones, a través de la función de prueba de Valle Parabólico de Rosenbrock, utilizando seis diferentes valores para el error aleatorio con diferentes tamaños de la desviación estándar como factor ruido.

Nótese que para cada una de las cien iteraciones efectuadas, el valor del índice de capacidad de procesos, es aproximadamente el mismo valor para cada columna que representa el error aleatorio con diferentes tamaños de la desviación estándar como factor ruido. Los resultados muestran que para el factor de ruido en las desviaciones estándar de $\sigma=0.1$ y $\sigma=1$, existe cierta variación en los valores numéricos. En cambio, en el resto de las desviaciones, los valores de los índices estudiados son exactamente los mismos.

Tabla 3: Resultados de las 100 iteraciones con la función de prueba de Valle Parabólico de Rosenbrock.

No. Iteración	$\sigma=0.1$	$\sigma=0.25$	$\sigma=0.50$	$\sigma=1$	$\sigma=5$	$\sigma=15$
1	-32.3146459	-3.52166773	-40.5177701	-3.46374933	-3.5873652	-4.0937236
2	-40.1650778	-3.52166773	-40.5177701	-3.46537265	-3.5873652	-4.0937236
3	-39.9690904	-3.52166773	-40.5177701	-3.4668238	-3.5873652	-4.0937236
4	-40.781242	-3.52166773	-40.5177701	-3.46819043	-3.5873652	-4.0937236
5	-41.3005589	-3.52166773	-40.5177701	-3.46951089	-3.5873652	-4.0937236
6	-41.6498511	-3.52166773	-40.5177701	-3.47080522	-3.5873652	-4.0937236
7	-41.9011034	-3.52166773	-40.5177701	-3.4720853	-3.5873652	-4.0937236
8	-42.0916298	-3.52166773	-40.5177701	-3.47335875	-3.5873652	-4.0937236
9	-42.2420183	-3.52166773	-40.5177701	-3.4746308	-3.5873652	-4.0937236
10	-42.3644458	-3.52166773	-40.5177701	-3.4759052	-3.5873652	-4.0937236
.						
.						
.						
100	-43.7203131	-3.52166773	-40.5177701	-3.64107068	-3.5873652	-4.0937236

Fuente: propia.

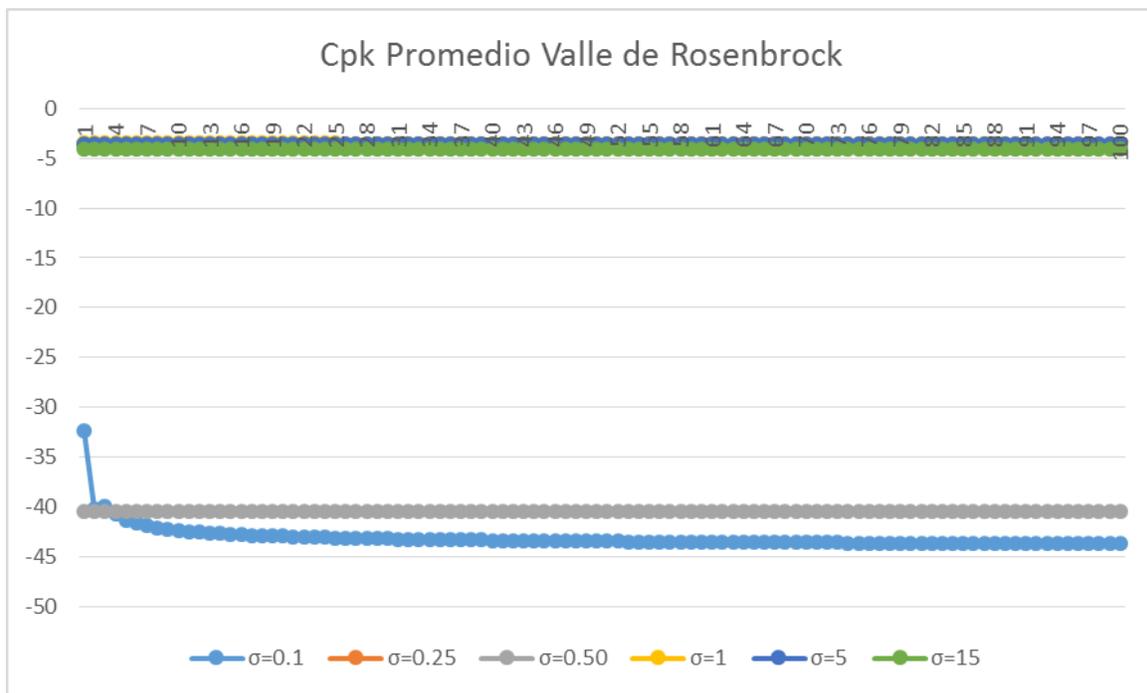


Figura 11: Valores del C_{pk} obtenidos en 100 iteraciones con la función de prueba de Valle Parabólico de Rosenbrock, utilizando seis diferentes valores para la desviación estándar como factor ruido.

Fuente: propia

En la figura 11 se observan los resultados obtenidos en las cien iteraciones analizadas para cada error aleatorio con diferentes tamaños en la desviación estándar como factor ruido.

Al obtener los promedios de los índices de capacidad de procesos, se tiene que para $\sigma=5$, $\sigma=1$ y $\sigma=0.25$, se tienen los mayores valores en el C_{pk} (los cuales son muy próximos). Por esta razón, no se aprecia en la figura 11 $\sigma=1$ (de color amarillo). Mientras tanto, la desviaciones 0.50 y 0.1 resultaron las de promedios más bajos.

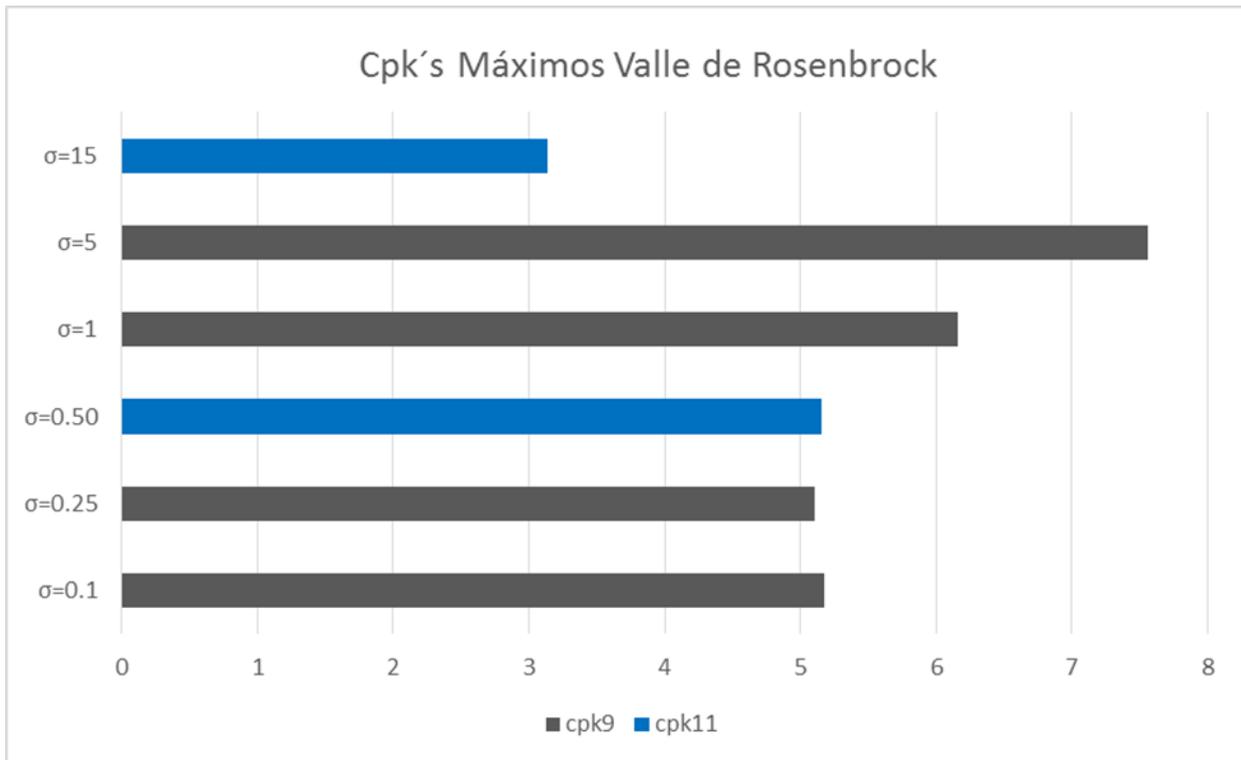


Figura 12: Índices de Capacidad de Procesos (C_{pk} 's) máximos con la función de prueba Valle Parabólico de Rosenbrock, utilizando seis diferentes valores para la desviación estándar (factor ruido).

Fuente: propia.

En la figura 12 se visualizan cuáles fueron los índices de capacidad de proceso máximos obtenidos a través del AAEPS, mediante los datos mostrados en el anexo 2. Los resultados obtenidos con la función de prueba Valle Parabólico de Rosenbrock, muestran que el mayor valor alcanzado fue

para $\sigma=5$; es decir, un índice de 7.5602, mientras que el más bajo fue de 3.1326, con una desviación de 15. Cabe mencionar que los índices máximos se encontraron en las réplicas 9 y 11. Además, para los factores de ruido con desviaciones de $\sigma=0.1$, $\sigma=0.25$ y $\sigma=0.5$, presentan C_{pk} 's muy similares, tal y como se puede visualizar en figura 12.

Función de Zakharov

A continuación se muestra en la tabla 4 un resumen de los resultados obtenidos en las 100 iteraciones, a través de la función de prueba de Zakharov, utilizando seis diferentes valores para el error aleatorio con diferentes tamaños de la desviación estándar como factor ruido.

Tabla 4: Resultados de las 100 iteraciones con la función de prueba de Zakharov.

No. Iteración	$\sigma=0.1$	$\sigma=0.25$	$\sigma=0.50$	$\sigma=1$	$\sigma=5$	$\sigma=15$
1	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307
2	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307
3	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307
4	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307
5	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307
6	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307
7	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307
8	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307
9	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307
10	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307
.						
.						
.						
100	-5.70785524	-9.99581931	-5.13715855	0.48214396	-7.47575628	-40.0578307

Fuente: propia.

Observe que para cada una de las cien iteraciones efectuadas, el valor del índice de capacidad de procesos, es el mismo valor para cada columna que representa el error aleatorio con diferentes tamaños de la desviación estándar como factor ruido. En otras palabras, los valores de los índices estudiados son exactamente los mismos, desde la primera iteración hasta la última.

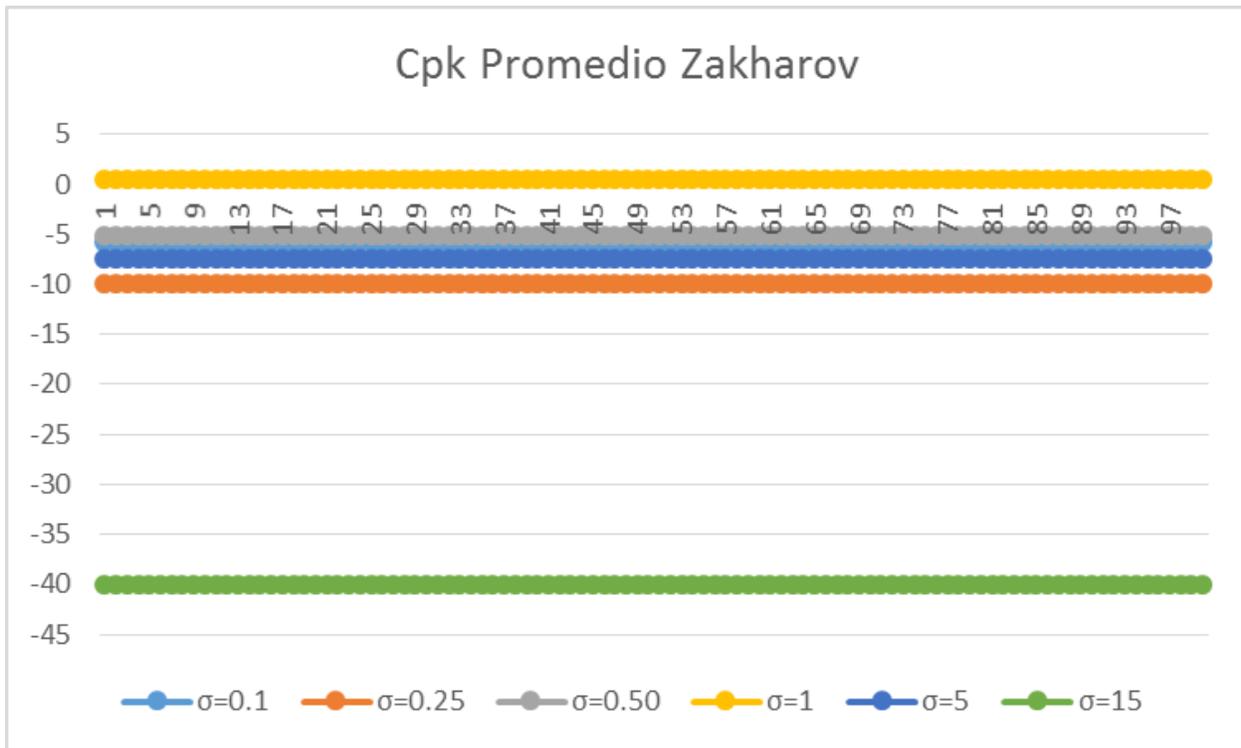


Figura 13: Valores del C_{pk} obtenidos en 100 iteraciones con la función de prueba de Zakharov, utilizando seis diferentes valores para la desviación estándar como factor ruido.

Fuente: propia.

En la figura 13 se observan los resultados obtenidos en las cien iteraciones analizadas para cada error aleatorio con diferentes tamaños en la desviación estándar (factor de ruido), cuyos datos se muestran en el anexo 3. A través de la figura 13, se observa que los resultados para el factor de ruido con desviación $\sigma=1$, se obtuvo con un valor numérico positivo de (0.4821), mientras que el resto presentaron valores negativos. Para las desviaciones $\sigma=0.1$ y $\sigma=0.5$, nótese valores similares, por lo cual en la imagen de la figura 13, no se distinguen a simple vista. En cambio el valor más bajo se registró para $\sigma=15$ (-40.0578).

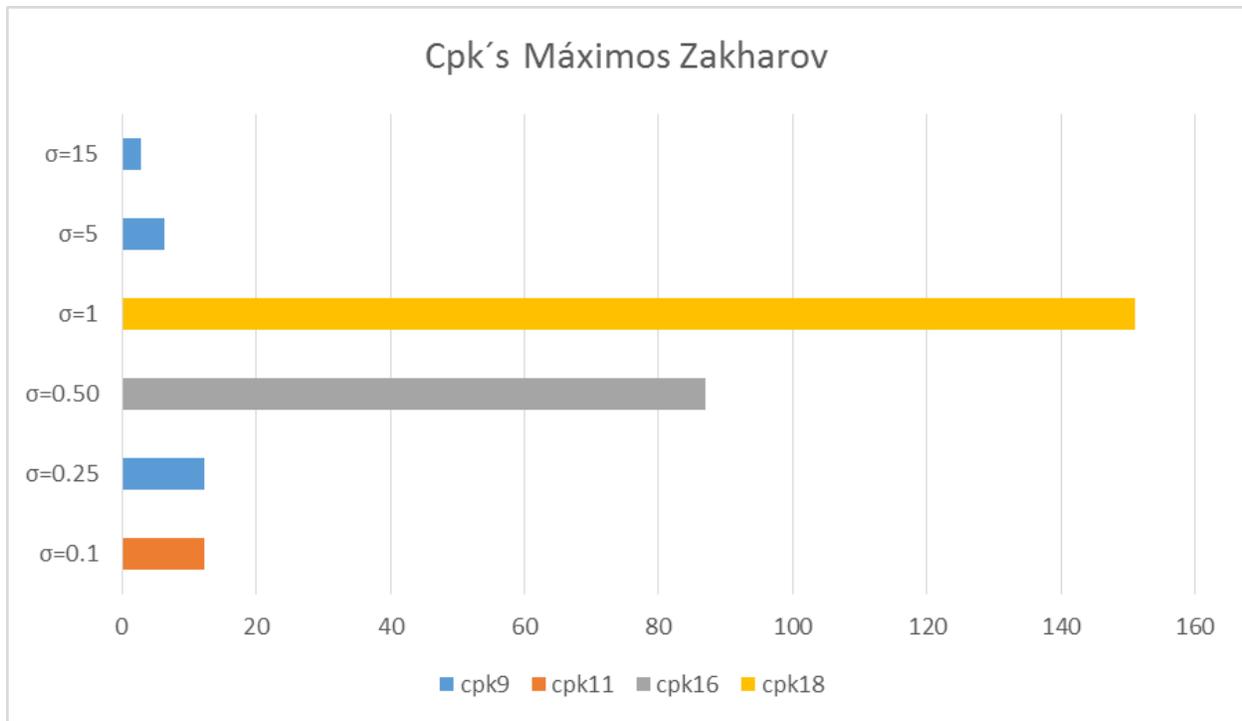


Figura 14: Índices de Capacidad de Procesos (C_{pk} 's) máximos con la función de prueba de Zakharov, utilizando seis diferentes valores para la desviación estándar (factor ruido).

Fuente: propia.

En la figura 14 se visualizan cuáles fueron los índices de capacidad de proceso (C_{pk} 's) máximos obtenidos a través del AAEPS, mediante los datos mostrados en el anexo 4. Los resultados obtenidos con la Función de prueba de Zakharov, muestran que el mayor valor alcanzado fue para $\sigma=1$ con un C_{pk} de 151.1294; seguido por 86.9895 con $\sigma=0.5$. Respecto a $\sigma=0.1$ y $\sigma=0.25$, se observan valores muy cercanos, mientras que para $\sigma=15$ corresponde el índice menor de 2.8198 que, de cualquier modo es un resultado satisfactorio. Por otro lado, los valores máximos del C_{pk} encontrados en esta función de prueba se lograron en las réplicas 9, 11, 16 y 18.

FUNCIÓN ESFÉRICA

A continuación se muestra en la tabla 5 un resumen de los resultados obtenidos en las 100 iteraciones, a través de la función de prueba esférica, utilizando seis diferentes valores para el error aleatorio con diferentes tamaños de la desviación estándar (factor ruido).

Tabla 5: Resultados de las 100 iteraciones con la función de prueba Esférica.

No. Iteración	$\sigma=0.1$	$\sigma=0.25$	$\sigma=0.50$	$\sigma=1$	$\sigma=5$	$\sigma=15$
1	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003
2	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003
3	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003
4	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003
5	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003
6	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003
7	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003
8	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003
9	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003
10	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003
.						
.						
.						
100	57.6681421	-54.0889446	-75.2822168	-25.7911435	-5.07577802	1.08677003

Fuente: propia.

Nótese que para cada una de las cien iteraciones efectuadas, el valor del índice de capacidad de procesos, es el mismo valor para cada columna que representa el error aleatorio con diferentes tamaños de la desviación estándar como factor ruido; es decir, los valores de los índices estudiados son exactamente los mismos.

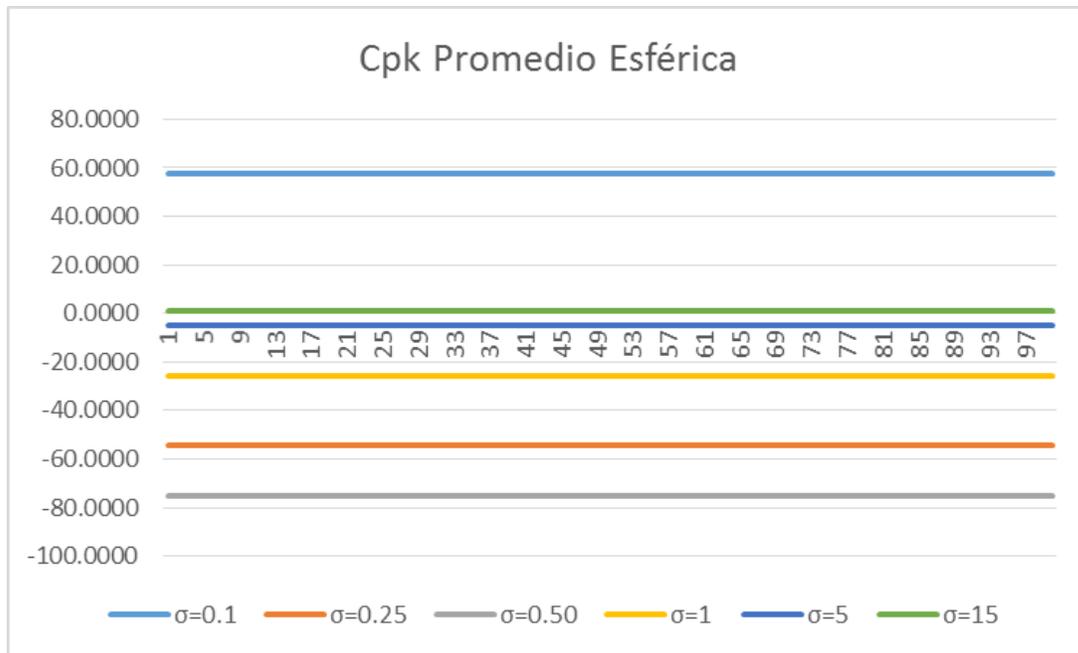


Figura 15. Valores del C_{pk} obtenidos en 100 iteraciones con la función de prueba esférica, utilizando seis diferentes valores para la desviación estándar como factor ruido.

Fuente: propia.

En la figura 15 se observan los resultados obtenidos en las cien iteraciones analizadas para cada error aleatorio con diferentes tamaños en la desviación estándar (factor de ruido), cuyos datos se muestran en el *Anexo 5*. A través de la figura 15, se observa que los resultados considerando un factor de ruido con desviación $\sigma=0.1$, como para $\sigma=15$ alcanzaron valores de $C_{pk}=57.6681$ y $C_{pk}=1.0868$ respectivamente. El resto de los factores de ruido correspondientes registraron los siguientes valores negativos, desde -75.2822 , hasta -5.0758 .

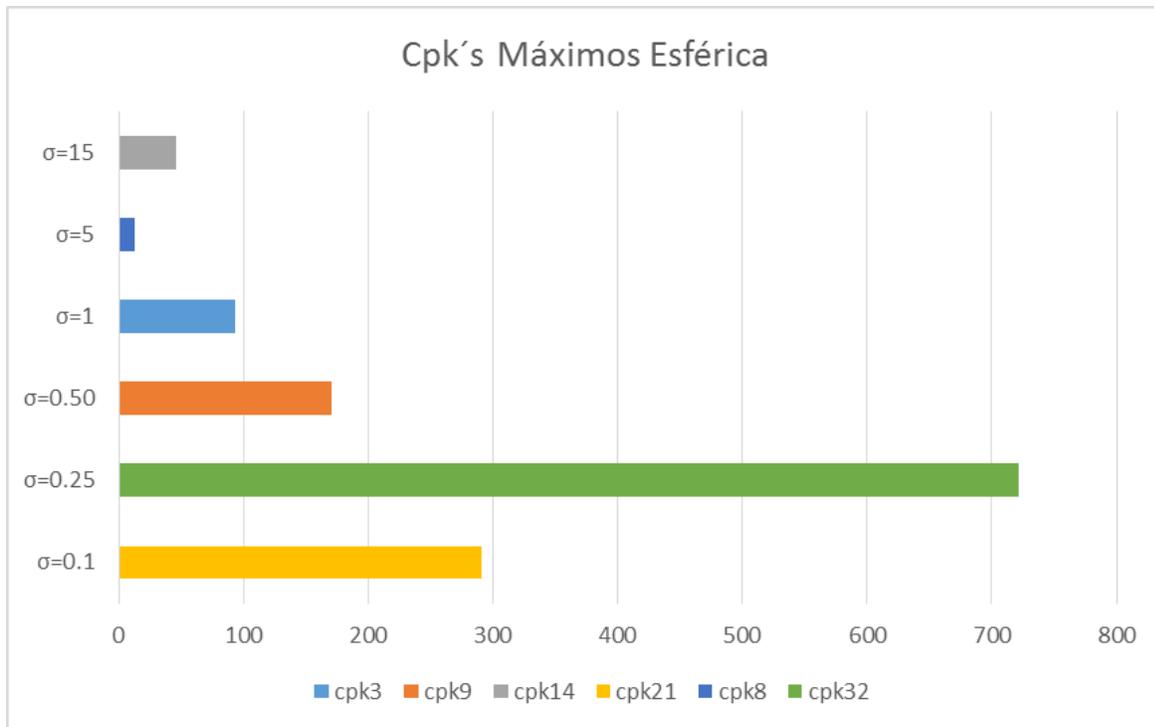


Figura 16: Índices de Capacidad de Procesos (C_{pk} 's) máximos con la función de prueba esférica, utilizando seis diferentes valores para la desviación estándar (factor ruido).

Fuente: propia.

En la figura 16 se visualizan cuáles fueron los índices de capacidad de proceso (C_{pk} 's) máximos obtenidos a través del AAEPS, mediante los datos mostrados en el *Anexo 6*. Los resultados obtenidos con la función de prueba esférica, muestran que el mayor valor alcanzado fue para $\sigma=0.25$ con un C_{pk} de 721.1585; seguido por 291.2899 para $\sigma=0.1$, hasta el valor más bajo de 12.9703 en $\sigma=5$, tal y como se ve en la *Figura 16*. Los índices C_{pk} máximos en la función Esférica se encontraron en las réplicas 3, 8, 9, 14, 21 y 32.

En seguida se presentan los datos correspondientes a los índices C_{pk} máximos obtenidos por cada función de prueba y los diferentes valores de desviación estándar utilizados como factor de ruido, en sus 33 réplicas.

Tabla 6: Índices de capacidad de procesos C_{pk} máximos obtenidos por cada función de prueba y los diferentes valores de desviación estándar utilizados como factor de ruido, en sus 33 réplicas.

No. Réplicas	$\sigma=0.1$			$\sigma=0.25$			$\sigma=0.5$			$\sigma=1$			$\sigma=5$			$\sigma=15$		
	ROSENBRCK	ZAKHAROV	ESFÉRICA	ROSENBRCK	ZAKHAROV	ESFÉRICA	ROSENBRCK	ZAKHAROV	ESFÉRICA	ROSENBRCK	ZAKHAROV	ESFÉRICA	ROSENBRCK	ZAKHAROV	ESFÉRICA	ROSENBRCK	ZAKHAROV	ESFÉRICA
1	0.537	-10.460	33.105	0.549	-10.695	49.078	0.527	-9.934	22.779	1.048	-10.517	-14.343	0.376	-13.986	-13.890	0.065	-3.529	0.620
2	-4.922	-13.860	22.602	-4.924	-11.381	60.249	-4.922	-13.616	10.675	-4.929	-14.064	-12.490	-5.087	-24.371	-4.829	-5.354	-5.248	0.104
3	-4.610	-4.394	50.095	-4.608	-4.518	85.391	-4.438	-4.437	21.786	-4.445	-4.735	92.809	-4.544	-25.993	-9.780	-18.498	-1.489	1.473
4	-958.313	-19.441	8.027	-7.826	-19.796	69.466	-7.814	-19.269	3.544	-7.841	-19.576	-8.144	-7.704	-28.989	-2.940	-7.502	-8.840	-0.345
5	-6.052	-15.615	17.329	-6.054	-15.952	63.441	-6.064	-15.419	7.817	-6.033	-15.806	-11.011	-6.108	-26.744	-3.893	-6.182	-6.287	-0.083
6	-6.702	-8.620	18.129	-6.699	-8.680	21.101	-6.699	-8.578	10.977	-6.699	-8.363	10.390	-6.715	-5.725	1.225	-6.465	-2.827	0.551
7	-0.359	-7.482	44.415	-0.353	-7.589	-1927.847	-0.352	-7.504	19.598	-0.384	-7.039	31.645	-0.386	-6.033	1.631	-0.362	-27.675	1.631
8	0.538	2.964	94.050	0.538	2.880	77.017	0.567	3.040	69.254	0.541	3.031	69.814	0.634	2.961	12.970	0.425	0.711	1.461
9	5.174	11.767	146.814	5.099	12.306	190.637	5.125	11.991	170.837	6.160	10.129	27.484	7.560	6.239	9.930	2.820	2.820	5.538
10	-3.456	-3.179	99.217	-3.462	-3.175	123.155	-3.462	-3.128	35.440	-3.466	-2.812	-1122.402	-3.548	-21.068	5.200	-3.394	-304.358	3.240
11	5.152	12.346	164.790	5.027	12.026	126.233	5.159	11.785	60.758	5.209	12.539	37.540	6.164	5.820	12.056	3.133	2.818	4.078
12	-6.676	-9.675	29.810	-6.670	-9.653	15.960	-6.672	-9.750	78.955	-6.645	-8.352	2.286	-6.711	-6.808	-5.702	-6.581	-19.948	0.929
13	-8.558	-4.686	29.907	-8.559	-5.043	-119.283	-8.560	-4.583	14.088	-8.565	-3.794	3.997	-8.510	-1.939	-13.590	-6.872	-16.262	-1.734
14	-5.545	-2.677	-119.283	-5.547	-2.554	32.669	-5.537	-2.781	117.727	-5.547	-3.425	88.693	-5.559	-1.887	4.738	-5.584	-0.792	45.959
15	-3.956	1.953	78.138	-3.957	1.491	96.098	-3.957	1.800	-241.018	-3.953	1.502	16.277	-3.923	2.474	5.382	-4.379	0.311	0.738
16	-7.556	-8.405	34.818	-7.558	-57.529	-351.051	-7.556	86.990	-1881.701	-7.558	23.415	25.920	-7.620	2.313	1.460	-7.474	-1.605	-2.214
17	-6.820	-8.763	43.456	-6.821	-64.350	52.110	-6.820	14.204	-160.694	-6.826	5.737	4.740	-6.776	-7.674	-15.969	-6.761	0.838	0.411
18	-2.890	-10.373	11.783	-2.888	-48.174	9.443	-2.888	-109.545	13.585	-2.890	151.129	-220.546	-2.636	1.962	0.566	-2.695	2.007	1.882
19	-7.678	-5.598	61.025	-7.677	-5.486	41.083	-7.675	-5.521	57.446	-7.669	-5.463	9.661	-7.660	-5.400	-17.416	-7.705	-98.718	-4.821
20	-2.646	-8.461	0.788	-2.642	-7.317	99.022	-2.658	-7.335	35.964	-2.620	-7.081	-46.941	-2.809	-8.183	5.392	-3.708	-4.255	0.788
21	-7.043	-13.080	291.290	-7.036	-12.961	5.963	-7.043	-13.038	6.421	-7.053	-13.250	-13.017	-6.988	-12.740	0.298	-7.332	-497.034	-2.831
22	-0.360	-1.074	47.238	-0.360	-1.092	27.723	-816.877	-1.162	47.387	-0.365	-0.998	13.942	-0.339	-0.598	-37.496	-0.444	-0.905	1.909
23	-6.373	-2.279	59.973	-6.376	-2.322	40.861	-6.377	-2.497	101.923	-6.374	-2.072	20.555	-6.425	-1.059	3.732	-6.273	-157.474	-2.609
24	-0.908	-10.239	0.000	-0.917	-10.246	24.490	-405.580	-10.627	-556.598	-0.926	-10.614	12.874	-0.884	-8.817	-4.763	-2.000	-4.628	-0.945
25	-5.564	-6.300	20.719	-5.574	-6.462	44.883	-5.570	-6.861	-494.306	-5.573	-6.917	28.368	-5.564	-6.265	1.896	-5.839	-14.290	-2.210
26	-3.002	-3.146	57.499	-3.137	-3.137	23.276	-3.142	-3.142	24.690	-3.167	-6.917	-53.470	-3.394	-3.167	-37.114	-2.675	-2.675	1.364
27	-2.649	-2.675	14.176	-2.662	-3.087	42.502	-2.625	-3.095	5.014	-2.683	-3.395	-7.585	-2.687	-3.563	-2.692	-2.390	-2.256	0.251
28	-5.683	-5.690	24.935	-5.685	-6.202	-46.036	-5.677	-5.659	27.843	-5.663	-5.079	16.942	-5.810	-11.974	4.455	-5.970	-18.088	2.296
29	-1.593	-5.540	47.238	-1.583	-5.531	27.723	-1.593	-5.481	47.418	-1.571	-5.351	13.942	-1.651	-7.338	-37.496	-1.903	-66.365	1.909
30	-4.523	-10.086	29.750	-4.527	-10.159	-1571.521	-4.526	-10.342	-63.588	-4.531	-11.233	-12.902	-4.426	-10.603	-6.122	-4.433	-11.005	-2.270
31	-5.086	-7.990	58.782	-5.085	-7.830	23.318	-5.087	-8.276	-78.872	-5.060	-7.677	49.760	-5.025	-5.694	7.548	-5.013	-50.557	0.377
32	0.774	-2.466	106.444	0.771	-2.554	721.158	0.785	-2.564	87.690	0.789	-2.511	25.834	0.716	-2.944	-36.905	1.291	-1.070	1.801
33	0.966	-5.131	86.742	0.985	-5.088	36.753	0.919	-5.195	-107.152	0.987	-4.527	68.270	-4.344	-8.908	4.614	0.962	-3.237	1.087

Fuente: propia.

RESULTADOS ANOVA

En la siguiente sección, se muestran los resultados obtenidos al realizar los análisis de varianza aplicados a cada función de prueba. En la tabla 7 se puede observar que únicamente el análisis de varianza presenta valor numérico para la Función de Prueba de Valle Parabólico de Rosenbrock, mientras que para las funciones de Zakharov y Esférica, su valor p-value, es demasiado pequeño que no muestra valor o dicho de otra manera los valores entre la iteración 1 a la 100 son iguales.

Tabla 7: Análisis de varianza para cada función de prueba, entre las 100 iteraciones. Nivel de significancia de 5%. Nivel de confianza de 95%.

FUNCIÓN	ROSENBROCK
No. Iteración	p-value
1-100	0.000

Fuente: propia.

En seguida se llevó a cabo un análisis de varianza estratificando de diez en diez iteraciones, como se muestra en la Tabla 8 mencionando los valores del C_{pk} por cada function de prueba, lo que nos arrojó como resultado que para las funciones de prueba Zakharov y Esférica, su valor p-value es demasiado pequeño que no muestra valor o dicho de otra manera los valores entre cada iteración son iguales. Cabe mencionar, que los datos ingresados para llevar a cabo los análisis cuyos resultados se muestran en las tablas 7 y 8, corresponden a los anexos 1, 3 y 5, de acuerdo a cada función de prueba.

Tabla 8: Análisis de varianza para cada función de prueba, estratificando las iteraciones de 10 en 10. Nivel de significancia de 5%. Nivel de confianza de 95%.

FUNCIÓN	ROSENBROCK
No. Iteración	p-value
1-10	0.000
11-20	0.000
21-30	0.000
31-40	0.000
41-50	0.000
51-60	0.000
61-70	0.000
71-80	0.000
81-90	0.000
91-100	0.000

Fuente: propia.

En la tabla 9 se realizó el ANOVA para los C_{pk} máximos obtenidos en cada función de prueba, para mayor detalle referente a los datos empleados ver anexos 7, 8 y 9. Por otro lado, en la tabla 10 se presentan los resultados del análisis de varianza que se llevó a cabo entre las tres funciones de prueba con el mismo valor de la desviación estándar (factor de ruido), cuyos datos tratados corresponden a la tabla 6.

Tabla 9: Análisis de varianza para el índice de capacidad de proceso C_{pk} máximo por función de prueba. Nivel de significancia de 5%. Nivel de confianza de 95%.

FUNCIONES	ROSENBROCK	ZAKHAROV	ESFÉRICA
No. Iteración	p-value	p-value	p-value
1-33	0.354	0.006	0.403

Fuente: propia.

Tabla 10: Análisis de varianza para el índice de capacidad de proceso C_{pk} máximo por función de prueba y desviación estándar (factor de ruido). Nivel de significancia de 5%. Nivel de confianza de 95%.

ANOVA ENTRE FUNCIONES (Rosenbrock-Zakharov-Esférica)						
No. Réplicas	$\sigma=0.1$	$\sigma=0.25$	$\sigma=0.5$	$\sigma=1$	$\sigma=5$	$\sigma=15$
1-33	0.004	0.707	0.455	0.627	0.289	0.01

Fuente: propia.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS DE LOS ANOVAS.

Respecto a los Análisis de Varianza realizados para las tres funciones de prueba utilizadas en el presente trabajo de investigación, las cuales son la Función Valle Parabólico de Rosenbrock, Función de Zakharov y Función Esférica, se determinan los subsecuentes disentimientos.

Al efectuar dichos análisis en cada una de las funciones de prueba, tanto evaluando las 100 iteraciones, como al seccionar la estratificación de diez en diez iteraciones; se encontró que tanto para la función de Zakharov, como Esférica, los valores p-value, son demasiados pequeños, por lo que el programa utilizado no arroja valor alguno. Esto es debido a que los valores de los índices obtenidos son iguales en cada iteración, para la misma desviación estándar. En cambio, la Función de Rosenbrock, registró un p-value de 0.000, debido a que existe diferencia entre los C_{pk} 's, por lo que la hipótesis nula se rechaza. Existe diferencia altamente significativa.

Ahora bien, al analizar los resultados obtenidos para los índices máximos C_{pk} , se encontró que para las funciones de Rosenbrock y Esférica, se acepta la hipótesis nula; es decir, no existe diferencia significativa entre sus valores máximos, replicados 33 veces. Para el caso de la función de Rosenbrock se obtuvo un p-value=0.354, mientras que para la función Esférica, un p-value=0.403. Ambos valores son mayores que el nivel de significancia ($\alpha=0.05$). Mientras tanto, para la función de Zakharov, se tiene un p-value=0.006, el cual es menor que $\alpha=0.05$, de modo tal que se rechaza la hipótesis nula, por la cual existe diferencia altamente significativa.

Por otro lado, al efectuar el análisis de varianza entre las tres funciones de prueba, evaluadas en cada una de las desviaciones estándar elegidas, se encontró que para $\sigma=0.25$, $\sigma=0.5$, $\sigma=1$ y $\sigma=5$,

los p-value son mayores que el nivel de significancia ($\alpha=0.05$), de manera que se acepta la hipótesis nula. En otras palabras, no existe diferencia significativa. Para las desviaciones $\sigma=0.1$ y $\sigma=15$, los valores p, resultaron menores que el nivel de significancia; por lo cual se rechaza la hipótesis nula. Referente a la desviación $\sigma=0.1$, la diferencia es altamente significativa y para $\sigma=15$, la diferencia es significativa.

RESULTADOS SEÑAL A RUIDO

Por otra parte, los valores de la señal a ruido para las funciones de prueba utilizadas, se muestran en los *anexos 10, 11 y 12* donde se observan los datos con los cuales se calcularon los valores que se despliegan en la Tabla 11.

Tabla 11: Valores de la Señal a Ruido (SN) para el índice de capacidad de procesos C_{pk} .

Valores de la Señal a Ruido SN para C_{pk}			
σ	Rosenbrock	Zakharov	Esférica
0.1	0.7247	11.2009	-63.0236
0.25	0.7094	11.0533	27.3946
0.5	2.3552	11.5634	22.1441
1	1.3850	10.8157	18.9795
5	0.4464	7.7113	2.8812
15	-8.9140	2.2655	-9.4840

Fuente: propia.

DISCUSIONES SEÑAL A RUIDO

Al obtener los valores de Señal a Ruido para la función de Valle Parabólico de Rosenbrock, se encontró que para la desviación $\sigma=0.5$, se obtuvo el mayor valor de 2.3552. Del mismo modo, para la Función de Zakharov ($\sigma=0.5$), se alcanzó el más grande valor de robustez; es decir, $SN=11.5634$. Sin embargo, en la Función Esférica se registró el máximo valor con respect a las tres funciones de prueba, $SN=27.3946$, en $\sigma=0.25$.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el siguiente capítulo se describen una serie de conclusiones generadas a partir del desarrollo de este trabajo de investigación. Surgen a través del cumplimiento de los objetivos establecidos en el capítulo uno de esta tesis y de la comprobación de cada una de las hipótesis planteadas. Adicionalmente, se proponen recomendaciones para trabajos futuros que se originan a partir de este estudio y con los cuales será posible dar continuidad a la investigación realizada.

A continuación se enlistan las conclusiones formadas en este trabajo de tesis como sigue:

1. Se logró maximizar el índice de capacidad real de procesos C_{pk} , a través del DCC bajo la MDPR y el método de perturbación simultánea, donde el valor de la variable de respuesta es una función desconocida de un conjunto de factores controlables y factores de ruido.
2. Mediante la aplicación de métodos de optimización como son el DCC robusto y el algoritmo AEPS, se logró maximizar numéricamente el C_{pk} , rebasando la categoría de clase mundial ($C_{pk}>2$).
3. Se determinó el valor del índice de capacidad real del proceso C_{pk} , optimizado primeramente a través del DCC robusto y seguidamente se mostró mejora con la aplicación del método de perturbación simultánea, para las tres funciones de prueba empleadas, de modo que para la función de Valle parabólico de Rosenbrock, se registró un valor de $C_{pk}=7.5602$ con $\sigma=5$, respecto a la función de Zakharov, se obtuvo un $C_{pk}=151.1294$ con $\sigma=1$ y para la función Esférica, $C_{pk}=721.1585$ con $\sigma=0.25$, siendo este último el que presentó el valor más elevado.
4. Se determinó el máximo índice de capacidad real del proceso C_{pk} al aplicar el método de perturbación simultánea en las primeras diez iteraciones. Cabe mencionar que este objetivo se cumplió en cada una de las tres funciones de prueba manejadas, puesto que a lo largo de las cien corridas realizadas se obtuvo el mismo valor numérico en las funciones de Zakharov y Esférica; es decir, el valor óptimo. Para el caso de la función de Valle parabólico de Rosenbrock, se presentaron valores aproximados, pero del mismo modo se logró cumplir con este objetivo.
5. Se precisó el valor del vector de perturbación simultánea que mejora el índice de capacidad real del proceso C_{pk} . Se obtuvo para la mayor parte de los factores de ruido que el vector

de perturbación que genera los mayores valores del índice en cuestión fue Δk (1, -1), excepto para $\sigma=0.1$, cuyo vector fue Δk (0.1, -0.1).

6. Se definió cuál función de prueba mejora el índice de capacidad real del proceso C_{pk} , tanto en el DCC robusto como en el AAEPs. De acuerdo con los resultados obtenidos en cada función de prueba, se observó que para la función Esférica se obtuvo el índice de capacidad de proceso mayor, con un valor de 721.1585, con un factor de ruido $\sigma=0.25$.
7. Respecto a las funciones de prueba manejadas en este trabajo, se muestran a continuación las conclusiones encontradas en cada una de éstas:

- **Función de Rosenbrock:**

Respecto a los promedios, se observa que los valores de C_{pk} más elevados radican en las desviaciones estándar con valores mayores; es decir, $\sigma=15$ y $\sigma=5$, aunque todos sus valores fueron negativos. En general, los promedios de los C_{pk} 's para cada desviación, se mantuvieron mayormente constantes a lo largo de las corridas. Se logró maximizar el índice de capacidad de proceso por encima del nivel de clase mundial. Los valores máximos se obtuvieron en las réplicas 9 y 11. Para las desviaciones 1 y 5, se obtuvieron los C_{pk} 's máximos ($\sigma=1$ con $C_{pk}=6.1603$ y $\sigma=5$ con $C_{pk}=7.5602$).

- **Función de Zakharov:** Los promedios presentaron un comportamiento constante en todo momento. El valor más bajo se presentó en $\sigma=15$, mientras que el resto de las desviaciones con valores muy próximos. En cuanto a los valores máximos del índice de capacidad de proceso, se rebasó el valor de clase mundial, puesto que el máximo C_{pk} se alcanzó con $\sigma=1$ ($C_{pk}=151.1294$). Evaluando las seis desviaciones de menor a mayor, se observa un comportamiento campana; es decir, asciende hasta su máximo valor y al final, desciende. Dichos máximos se obtuvieron en las réplicas 9, 11, 16 y 18.

- **Función Esférica:**

Al determinar los promedios, en cada iteración se registró un resultado igual para cada desviación. Únicamente las desviaciones $\sigma=1$ y $\sigma=15$, alcanzaron promedios positivos. El resto de las desviaciones tuvieron promedios negativos, de manera que $\sigma=0.50$ fue el más bajo. El mayor promedio se obtuvo para $\sigma=0.1$. Ahora bien, para los máximos alcanzados es precisamente en esta función en la que se logra el mayor de todos con $\sigma=0.25$ ($C_{pk}=721.1585$). Las réplicas con las que se registraron los C_{pk} máximos para cada desviación asignada fueron 3, 8, 9, 14, 21, 32.

- Al comparar los valores obtenidos entre las funciones de Valle Parabólico de Rosenbrock, Zakharov y Esférica, a través de la última se obtuvieron mejores resultados en promedios, valor máximo y señal a ruido.
8. El AAEPS mejora el valor del índice de capacidad real de proceso C_{pk} , con respecto al valor obtenido con el DCC robusto. Para comprobar esta hipótesis, se llevó a cabo el proceso de simulación a través de las tres funciones de prueba empleadas. Se efectuaron las corridas con sus respectivos puntos iniciales, con los cuales se generó su modelo de regresión de segundo orden para la media y la desviación a través de Statistica. Posteriormente se procedió a aplicar el AAEPS por medio de Matlab para la obtención del C_{pk} óptimo, obteniendo una mejora que con el valor obtenido por el DCC.
 9. El AAEPS mejora en las primeras diez iteraciones el valor del índice de capacidad real de proceso C_{pk} , con respecto al valor máximo generado por el DCC robusto. Para lograr la respectiva comprobación de hipótesis, se llevó a cabo la simulación del experimento diseñado a través de Matlab, con el cual se obtuvieron los valores óptimos del índice de capacidad de proceso, generados por el algoritmo y al analizar los resultados y obteniendo sus promedios para cada factor de ruido empleado, se encontró que en las funciones de Zakharov y Esférica, el valor obtenido fue exactamente el mismo a lo largo de las cien corridas experimentales, mientras que para la función de Valle parabólico de Rosenbrock, presentó una leve variación, pero cumpliendo con la hipótesis planteada. Finalmente se compararon los valores obtenidos por cada método, mostrando que, en efecto, la aplicación del algoritmo AEPS, mejora el índice C_{pk} .
 10. La mejora del índice de capacidad real de proceso C_{pk} , depende del valor de la desviación estándar o factor de ruido utilizado como parte del arreglo externo en el DCC robusto. Mediante Minitab, se llevó a cabo un análisis de varianza con los resultados obtenidos en cada función de prueba, utilizando un nivel de significancia del 5% y un nivel de confianza del 95%, con lo cual se encontró que solo para la función de Valle parabólico de Rosenbrock, el factor de ruido (σ) influye significativamente en el índice de capacidad de proceso, evaluando tanto las cien iteraciones, como seccionándolas de diez en diez. Ahora bien, al efectuar un análisis sobre los índices máximos alcanzados, se concluye que para las funciones de Rosenbrock y Esférica, no influye el factor de ruido en el valor del índice, por lo que se rechaza la hipótesis establecida. Sin embargo, para la función de Zakharov,

se acepta la hipótesis propuesta; es decir, existe diferencia significativa. En otros términos, el factor de ruido influye sobre el índice de capacidad de proceso con un 95% de confianza. Por último, al efectuar un análisis de varianza de comparación entre funciones, se determina que para desviaciones menores a 0.1 y mayores que 15, obtendremos diferencias altamente significativas y diferencias significativas, respectivamente. Lo anterior se interpreta que el factor de ruido influye sobre el índice C_{pk} en las desviaciones dadas.

11. La eficiencia del AAEPS depende del vector de perturbación simultánea para la mejora del índice de capacidad real de proceso C_{pk} .

Se logró comprobar esta hipótesis por medio de simulación en Excel, de manera que se realizó la corrida experimental en cada factor de ruido con un vector de perturbación con incrementos de 0.1 en 0.1, en donde se identificaron aquellos que generaron el mayor índice C_{pk} a través de una matriz que relacionara el vector de perturbación y los valores del índice de capacidad de proceso máximo y esto permitió identificar patrones de relación entre éstos. En otras palabras, se identificaron los vectores de perturbación que generaron mejoras en el índice de capacidad real de proceso.

12. Las funciones de prueba no lineales mejoran el índice de capacidad real de proceso C_{pk} , tanto en el DCC robusto, como en el AAEPS.

A través de Matlab se aplicó el funcionamiento del algoritmo en cada una de las tres funciones de prueba no lineales con el fin de analizar su comportamiento en la optimización del índice C_{pk} , encontrando que la hipótesis estipulada fue aceptada, puesto que al comparar los resultados obtenidos se demuestra la mejora de los índices de capacidad real de proceso con los dos métodos, registrando mejores resultados con el algoritmo.

13. En cuanto a la evaluación del índice de señal a ruido se deduce que el índice C_{pk} es más robusto en un arreglo externo con desviación de 0.5 en las funciones de Rosenbrock y Zakharov. Mientras tanto, en la función Esférica el valor de índice de capacidad de proceso es más robusto con una desviación de 0.25.

RECOMENDACIONES

De acuerdo al trabajo de investigación desarrollado, se hacen efectivas las posteriores recomendaciones para lograr optimizar el índice de capacidad de proceso (C_{pk}):

- ❏ Utilizar un vector de perturbación Δk (-1, 1) para desviaciones ($\sigma \geq 0.25$) y un vector de perturbación Δk (-0.1, 0.1) para ($\sigma \leq 0.1$).
- ❏ De acuerdo con los resultados obtenidos en la optimización del índice de capacidad de proceso, no se presentó un patrón fijo entre los factores de ruido seleccionados (valores de σ). Sin embargo, mediante las desviaciones $\sigma=0.1$ y $\sigma=0.25$, se obtuvieron los resultados más elevados en cuanto a promedios, máximos y señal a ruido. Por tanto, se sugiere realizar un estudio para determinar los intervalos entre los cuales es posible optimizar la función objetivo.
- ❏ En este trabajo, se aplicó el algoritmo AEPS, utilizando la sucesión con la fórmula $a_k = 1/k$. Recordemos que existen cuatro adicionales, con las cuales se podría realizar un estudio para determinar con cuál se logra el mayor nivel de optimización.
- ❏ Evaluación de la Señal a Ruido como variables de respuesta para evaluar la robustez del DCC, en las 33 réplicas.
- ❏ Determinar un criterio de paro adecuado por el Algoritmo AEPS.
- ❏ Definir qué medidas de ecuaciones a_k ofrecen mayor contribución en la mejora del C_{pk} .
- ❏ Limitar intervalos de confianza del índice de capacidad real del proceso C_{pk} , aplicando un DCC robusto.
- ❏ Determinar cómo se comparan los niveles de eficiencia obtenidos de la condición subóptima X^* del DCC aplicando la MDPR contra la mejora que se obtiene al aplicar el AAEPS?

REFERENCIAS

- Abdolshah, M., Rosnah Mohd, Y., Sai Hong, T., & Md. Yusof, b. I. (2009). Process capability analysis using Monte Carlo simulation . *International Conference on Information Management and Engineering*, 335-339.
- Abdolshah, M., Yusof, b. I., Mohd, R. Y., & Sai H., T. (2009). A new technique to measure process capability with Taguchi loss functions. *International Conference on Information Management and Engineering*, 186-189.
- Ahmad, S., Abdollahian, P., & Zeepongsekul, P. (2007). Process Capability for Non-Normal Quality Characteristics Data. *International Conference on Information Technology*, 1-5.
- Amiri, A., Bashiri, M., & Mogouie, H. (2011). Optimization of Multiresponse Problems using Process Capability Index for batch Manufacturing Processes. *Proceedings on the 2011 IEEE IEEM*, 1446-1450.
- Baoguang, B., Fang, J., & Zhang, J. (2011). Study on Process Capability Index Improvement Model. *IEEE*, 1543-1545.
- Bittanti, S., & Lovera, M. (1998). Application of Non-normal Process Capability. *IEEE transactions on semiconductor manufacturing*, 296-303.
- Boon Sin, A., Zailani, S., Iranmanesh, M., & Ramayah, T. (2015). Structural Equation Modeling on Knowledge Creation in Six Sigma DMAIC project and its impact on organizational performance. *International Journal Production Economics*, 105-117.
- Chalisgaonkar, R., & Kumar, J. (2014). Process Capability analysis and optimization in WEDM of commercially pure titanium. *Procedia Engineering*, 758-766.
- Chang, J.-F., Tsaur, T.-W., & Huang, J.-C. (2008). Applying Investment Satisfied Capability index and Genetic Algorithms to Construct the stocks portfolio. *The 3rd International Conference on Innovative Computing Information and Control*, 1-4.
- Chen, K.-S., Yang, S.-L., & Chen, H.-T. (2015). Process Improvement Capability Index with Cost-A modeling method of mathematical programming. *Applied Mathematical Modeling*, 1577-1586.

- Ciprini, E., Florian, M., Mahut, M., & Nigro, M. (2011). A GRADIENT APPROXIMATION APPROACH FOR ADJUSTING TEMPORAL ORIGIN-DESTINATION MATRICES. *TRANSPORTATION RESEARCH*, 270-282.
- Cristancho F., C. A., & Melo M., O. O. (2005). Dual Response Systems Optimization. A compromise Approach. *Revista Colombiana de Estadística*, 155-171.
- Ding, S., Xia, N., Wang, P., Li, S., & Ou, Y. (2015). Optimization Algorithm Based on SPSA in Multi-Channel Multi-Radio Wireless Monitoring Network. *International Conference on Cyber-Enabled Distributed Computing and Knowledge Discovery*, 517-524.
- Franklin, L. A. (1999). Sample size determination for lower confidence limits for estimating process capability indices. *Computers & Industrial Engineering*, 603-614.
- Gao, J., Changhing, L., Haixiang, D., Xin, C., & Guolo, L. (2007). Die attach Process Monitoring through Multivariate Statistical Process Control Technique. *IEEE*, 1-6.
- Gutiérrez Pulido, H., & de la Vara Salazar, R. (2005). *Control Estadístico de Calidad y Seis Sigma*. México: McGraw-Hill.
- Hosseini-fard, S. Z., Abbasi, B., & Abdollahian, M. (2011). Performance Analysis in Non-normal Linear Profiles Using Gamma Distribution. *2011 Eighth International Conference on Information Technology: New Generations*, 603-608.
- Hsu, B. M., & Shu, M. H. (2006). Fuzzy testing and selecting the better manufacturing process using Loss-based capability index. *Proceeding of the First International Conference on Innovative Computing, Information and Control*, 1-4.
- Huang, W.-T., & Lai, Y.-T. (2007). On Empirical Bayes Procedures for Selecting the Best Manufacturing Process Based on Process Capability Index. *Innovative Computing, Information and Control*, 240-244.
- Huiming, Z., Jun, Y., & Liya, H. (2007). Bayesian Evaluation Approach for Process Capability Based on Subsamples. *Proceeding of the IEEE IEEM*, 1200-1204.
- Jeong, Y.-I., Shin, B.-C., & Byun, J.-H. (2015). Enhancing surface layer properties of an aircraft aluminum alloy by shot peening using response surface methodology. *Materials & Design*, 566-576.
- Jiju, A. (2014). Design of Experiments for Engineers and Scientists. *Elsevier Ltd*, 201-208.
- Jing, S., Wang, S., & Fu, Z. (2009). The Effect of autocorrelated data on Taguchi process capability index Cpm based on AR(1) model. *IEEE*, 1-4.
- Kane, V. E. (1986). Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, 41-56.
- Leinonen, M. E. (2011). Process Capability Index Analysis of Bit Error Rate of QPSK with limited Observations. *Proceedings of the 41st European Microwave Conference*, 29-32.

- LI, X., & Xu, Z. (2012). An Estimation of the Capability Index of Process and its Confidence Interval for Small Sample with Non-normal. *International Conference on Systems and Informatics (ICSAI)*, 357-360.
- Lu, L., Xu, Y., Constantinos, A., & Ben-Akiva, M. (2015). An enhanced SPSA algorithm for the calibration of Dynamic Traffic Assignment models. *Transportation Research* , 149-166.
- Mu, W., He, Y., Chang, W., & Ma, Z. (2009). A Study on Comprehensive Evaluation Model of Product Producing Process Capability. *IEEE*, 268-273.
- Olguín, J. (2014). Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea para la optimización robusta de procesos. *Tesis de doctorado*, 1-8.
- Olguín, J. E., García Martínez, R., Camargo Wilson, C., & López Barreras, J. A. (2011). Algoritmo de aproximaciones estocásticas para la optimización de procesos industriales. *Ingeniería e Investigación*, 100-111.
- Parchami, A., & Mashinchi, M. (2011). Approximate Confidence Interval for Generalized Taguchi Process Capability Index. *2011 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2961-2971.
- Pearn, W. L., Kang, H., Lee, A.-I., & Liao, M. (2009). Photolithography Control in Water Fabrication Based on Process Capability Indices With Multiple Characteristics. *IEEE transactions on semiconductor manufacturing*, 351-357.
- Peregrina Peña, P. M. (2000). Empleo de Superficies de Respuesta para la solución de problemas de inventarios estocásticos. *Tesis de licenciatura*, 37-61.
- Perez-Wilson, M. (1997). Process Capability: Minding your Cpk's. *Quality Digest*.
- Rajvanshi, P. K., & Belokar, R. (2012). Improving the Process Capability of a Boring Operation by the Application of Statistical Techniques. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 1-6.
- Seyedpoor, S. M., Salajegheh, J., Salajegheh, E., & Gholizadeh, S. (2009). OPTIMAL DESIGN OF ARCH DAMS SUBJECTED TO EARTHQUAKE LOADING BY A COMBINATION OF SIMULTANEOUS PERTURBATION STOCHASTIC APPROXIMATION AND PARTICLE SWARM ALGORITHMS. *Applied Soft Computing*, 39-48.
- Shishebori, D., & Hamadani, A. (2008). Multivariate Capability index (MCp) with presence of Gauge Measurement Errors. *IEEE*, 1-4.
- Sin, A. B., Zailani, S., Iranmanesh, M., & Ramayah, T. (2015). Structural equation modelling on knowledge creation in Six Sigma DMAIC project and its impact on organizational performance. *Production Economics*, 105-117.
- Tai, Y. T. (2011). Evaluating Process Capability under Undetected Fluctuations. *IEEE International Technology Management Conference* , 484-488.

- Tang, S., & Wang, F.-Y. (2006). A PCI-Based evaluation method for level of Services for traffic Operational Systems. *IEEE Transactions on intelligent transportation Systems*, 494-499.
- Thornton, A. C., & Tata, M. (2000). Use of graphic displays of process capability data to facilitate producibility analyses. *Artificial Intelligence for Engineering Design, Analysis and Manufacturing*, 181-192.
- Wang, S., & Yeh, A. B. (2010). A spatial mutivariate Process Capability Index. *Proceedings of IEEE IEEM*, 1443-1445.
- Wang, Z., & Koutsopoulos, H. N. (2011). Calibration of urban rail simulation models: A methodology using SPSA algorithm. *Proceedings of the 2011 Winter Simulation Conference*, 3699-3709.
- Wo, S. (2010). Prediction for Process Capability Index Based on Bayesian. *IEEE*, 1-4.
- Yang, J. (2007). Process Capability Evaluation in Skew Distributed Processes Based on SWV Method. *IEEE*, 5919-5922.
- Yang, J. r., Song, X., & Ming, Z. (2010). Comparison between Nonnormal Process capability study based on two kinds of transformations. *First ACIS Internatinal Symposium on Cryptography and Network Security, Data Mining and knowledge Discovery E-commerce and its applications and Embedded systems*, 201-205.
- Zhang, F. G., Jia, W., Jin, W., & Yao, M. (2012). Beamforming Algorithm based on SPSA for mobile satellite receiver. *Electronics Letters*, 1379-1380.
- Zhang, Y., Yang, M., & Zhimin, J. (2008). Process Monitoring via Quality-oriented SPC under Information-based Manufacturing. *Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics Qingdao, China*, 1769-1774.
- Zhang, Z., He, Z., & Guo, W. (2007). Improvement of Economic Integration of Design with Process Capability Index. *2007 Second IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, 2479-2482.
- Zhao, K. (2011). Process Control of Minimax Based on the Process Target on Process Capability Index, in Fussy Environment. *8th International Conference on Fuzzy Systems and knowledge Discovery (FSKD)*, 673-676.

<http://www.sfu.ca/~ssurjano/rosen.html>



ANEXOS

Anexo 1: Relación de Promedios de C_{pk} para la función de Rosenbrock.

RESUMEN PROMEDIOS FUNCIÓN DE VALLE PARABÓLICO DE ROSENBRÖCK						
No. Iteración	$\sigma=0.1$	$\sigma=0.25$	$\sigma=0.50$	$\sigma=1$	$\sigma=5$	$\sigma=15$
1	-32.3146459	-3.52166773	-40.5177701	-3.46374933	-3.5873652	-4.0937236
2	-40.1650778	-3.52166773	-40.5177701	-3.46537265	-3.5873652	-4.0937236
3	-39.9690904	-3.52166773	-40.5177701	-3.4668238	-3.5873652	-4.0937236
4	-40.781242	-3.52166773	-40.5177701	-3.46819043	-3.5873652	-4.0937236
5	-41.3005589	-3.52166773	-40.5177701	-3.46951089	-3.5873652	-4.0937236
6	-41.6498511	-3.52166773	-40.5177701	-3.47080522	-3.5873652	-4.0937236
7	-41.9011034	-3.52166773	-40.5177701	-3.4720853	-3.5873652	-4.0937236
8	-42.0916298	-3.52166773	-40.5177701	-3.47335875	-3.5873652	-4.0937236
9	-42.2420183	-3.52166773	-40.5177701	-3.4746308	-3.5873652	-4.0937236
10	-42.3644458	-3.52166773	-40.5177701	-3.4759052	-3.5873652	-4.0937236
11	-42.466558	-3.52166773	-40.5177701	-3.47718469	-3.5873652	-4.0937236
12	-42.5533997	-3.52166773	-40.5177701	-3.4784714	-3.5873652	-4.0937236
13	-42.6284381	-3.52166773	-40.5177701	-3.47976694	-3.5873652	-4.0937236
14	-42.6941391	-3.52166773	-40.5177701	-3.48107261	-3.5873652	-4.0937236
15	-42.7523079	-3.52166773	-40.5177701	-3.48238945	-3.5873652	-4.0937236
16	-42.8042985	-3.52166773	-40.5177701	-3.48371832	-3.5873652	-4.0937236
17	-42.851148	-3.52166773	-40.5177701	-3.48505989	-3.5873652	-4.0937236
18	-42.8936659	-3.52166773	-40.5177701	-3.48641473	-3.5873652	-4.0937236
19	-42.9324939	-3.52166773	-40.5177701	-3.48778333	-3.5873652	-4.0937236
20	-42.9681482	-3.52166773	-40.5177701	-3.48916607	-3.5873652	-4.0937236
21	-43.0010491	-3.52166773	-40.5177701	-3.49056328	-3.5873652	-4.0937236
22	-43.0315427	-3.52166773	-40.5177701	-3.49197524	-3.5873652	-4.0937236
23	-43.0599169	-3.52166773	-40.5177701	-3.49340215	-3.5873652	-4.0937236
24	-43.0864137	-3.52166773	-40.5177701	-3.49484422	-3.5873652	-4.0937236
25	-43.1112376	-3.52166773	-40.5177701	-3.49630158	-3.5873652	-4.0937236
26	-43.1345632	-3.52166773	-40.5177701	-3.49777435	-3.5873652	-4.0937236
27	-43.1565406	-3.52166773	-40.5177701	-3.49926263	-3.5873652	-4.0937236
28	-43.1772993	-3.52166773	-40.5177701	-3.50076647	-3.5873652	-4.0937236
29	-43.196952	-3.52166773	-40.5177701	-3.50228592	-3.5873652	-4.0937236
30	-43.2155974	-3.52166773	-40.5177701	-3.503821	-3.5873652	-4.0937236
31	-43.2333219	-3.52166773	-40.5177701	-3.50537172	-3.5873652	-4.0937236
32	-43.2502019	-3.52166773	-40.5177701	-3.50693806	-3.5873652	-4.0937236
33	-43.2663052	-3.52166773	-40.5177701	-3.50852	-3.5873652	-4.0937236
34	-43.2816921	-3.52166773	-40.5177701	-3.5101175	-3.5873652	-4.0937236
35	-43.2964164	-3.52166773	-40.5177701	-3.5117305	-3.5873652	-4.0937236
36	-43.3105265	-3.52166773	-40.5177701	-3.51335894	-3.5873652	-4.0937236
37	-43.3240658	-3.52166773	-40.5177701	-3.51500273	-3.5873652	-4.0937236
38	-43.3370735	-3.52166773	-40.5177701	-3.51666178	-3.5873652	-4.0937236
39	-43.3495852	-3.52166773	-40.5177701	-3.518336	-3.5873652	-4.0937236
40	-43.3616331	-3.52166773	-40.5177701	-3.52002528	-3.5873652	-4.0937236
41	-43.3732465	-3.52166773	-40.5177701	-3.52172948	-3.5873652	-4.0937236
42	-43.3844523	-3.52166773	-40.5177701	-3.5234485	-3.5873652	-4.0937236
43	-43.3952748	-3.52166773	-40.5177701	-3.52518217	-3.5873652	-4.0937236
44	-43.4057366	-3.52166773	-40.5177701	-3.52693037	-3.5873652	-4.0937236
45	-43.4158583	-3.52166773	-40.5177701	-3.52869293	-3.5873652	-4.0937236
46	-43.4256588	-3.52166773	-40.5177701	-3.53046969	-3.5873652	-4.0937236
47	-43.4351558	-3.52166773	-40.5177701	-3.53226049	-3.5873652	-4.0937236
48	-43.4443653	-3.52166773	-40.5177701	-3.53406514	-3.5873652	-4.0937236
49	-43.4533023	-3.52166773	-40.5177701	-3.53588346	-3.5873652	-4.0937236
50	-43.4619808	-3.52166773	-40.5177701	-3.53771526	-3.5873652	-4.0937236

Fuente: propia.