

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

FACULTAD DE INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA



**Relevador de Protección en Sistemas de Potencia
Con base en un Microcontrolador**

T E S I S

**que presenta para obtener el grado de MAESTRO EN INGENIERÍA
ELECTRÓNICA**

ROBERTO FLORES CORONADO

**DIRECTOR DE TESIS
M.C. JORGE A. AGUILAR CAMARENA**

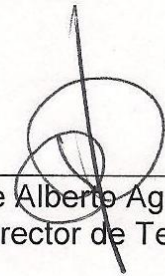
Mexicali, B.C.

Diciembre 2011

RESUMEN de la Tesis de Roberto Flores Coronado, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRONICA. Mexicali, Baja California, México. Diciembre de 2011.

**Relevador de Protección en Sistemas de Potencia
Con base en un Microcontrolador**

Resumen aprobado por:



M.C. Jorge Alberto Aguilar Camarena
Director de Tesis

Los relevadores para protección de sistemas eléctricos de potencia han sido utilizados desde el inicio de los propios sistemas eléctricos; en un principio fueron diseñados con tecnología electromecánica. Después en los años 50 aparecieron los relevadores de estado sólido y, en los años siguientes, las técnicas digitales inician su desarrollo formal.

Derivado de la versatilidad, flexibilidad y bajo costo de los relevadores digitales se ha propiciado su desarrollo, manteniendo siempre las características dinámicas de los relevadores electromecánicos y debido a ello el objetivo principal del presente trabajo es obtener una alternativa de relevador digital que realice exclusivamente la protección de sobrecorriente en alimentadores de media tensión 13.8 y 34.5 kV., y que por ende resulte más económico, compacto y ligero.

Para el desarrollo del presente trabajo se utilizó el controlador de señal digital dsPIC30F6014A en el cual se implementó un filtro digital tipo Fourier modificado como es el caso del filtro Coseno, como medio para estimar el valor pico de la componente fundamental de una corriente de falla en un sistema eléctrico de potencia.

Para poder alimentar la señal al microcontrolador esta se tuvo que acondicionar a valores propios del procesador para lo cual se diseñó un circuito acondicionador de señal seguido por un filtro analógico pasa bajos tipo Butterword de segundo orden con frecuencia de corte de 180 Hz., para eliminar las

componentes armónicas que no pudiera eliminar el filtro digital. Se pretendió implementar un filtro de 16 muestras por ciclo de la señal de 60 herz, es decir una muestra cada milisegundo, utilizando una velocidad de muestreo de 960 muestras por segundo, sin embargo, al comprobar el tiempo de procesamiento, al microcontrolador le tomaba demasiado tiempo en desarrollar el algoritmo, ya que necesitaba más de 1 milisegundo para desarrollar la totalidad de cálculos y tomar la decisión de si el sistema estaba en condiciones normales o en condiciones de falla antes de tomar la siguiente muestra y desarrollar la siguiente estimación. Debido a lo anterior finalmente se implementó un filtro de 8 muestras obteniendo una muestra cada 2 milisegundos. Cabe hacer mención que no se utilizó el reloj interno del microcontrolador ya que en las diferentes etapas del algoritmo no era el mismo tiempo que le tomaba al microcontrolador obtener el valor estimado, como es el caso al inicio donde para realizar la primera estimación se obtiene la cuantización del valor de la muestra en un tiempo aproximado de 200 microsegundos teniendo la necesidad de realizar una interrupción en el convertidor analógico a digital (ADC) por un tiempo de 1800 microsegundos.

Finalmente se desarrollaron simulaciones y pruebas del funcionamiento del relevador digital comprobando su correcto funcionamiento en tiempo y forma.

Para darle continuidad al presente trabajo, se pretende desarrollar otro trabajo utilizando la característica del controlador de señal digital dsPIC30F6014A al cual se le pueden agregar funciones para que trabaje como un procesador de señal digital (DSP) además de optimizar las funciones matemáticas desarrolladas por el dispositivo como es el caso de la cuantización de la muestra donde el controlador tiene que calcular el coseno del ángulo correspondiente de la muestra en la ventana de muestreo y esto le toma un tiempo de 107 microsegundos mientras que si se proporciona el valor de coseno y se realiza una multiplicación esta la desarrolla el controlador en un tiempo de 5 microsegundos.

Palabras clave: relevador, microcontrolador, procesador, filtro digital.

ABSTRACT of the thesis, presented by Roberto Flores Coronado, in order to obtain the MASTER of ENGINEERING DEGREE IN ELECTRONICS ENGINEERING. Mexicali, Baja California, México. December 2011.

**Relevador de Protección en Sistemas de Potencia
Con base en un Microcontrolador**

Approved by:



M.C. Jorge Alberto Aguilar Camarena
Thesis Advisor

The relays for protection of electrical systems of power have been used from the beginning of the own electrical systems; at first they were designed with electromechanical technology. Later in years 50 they appeared the relays of solid state and, in the following years, the digital techniques initiate their formal development.

Derivative of the versatility, flexibility and low cost of the digital relays has caused its development, always maintaining the dynamic characteristics of the electromechanical relays and due to it the primary target of the present work is to obtain an alternative of digital relay that realises exclusively the protection of sobrecurrent in feeders of average 34,5 tension 13,8 and kV., and that therefore is economic, compact and slight.

For the development of the present work the controller of digital signal dsPIC30F6014A in which a digital filter was implemented modified Fourier type as was used it is the case of the filter Cosine, as half to consider the value tip of the fundamental component of a current of fault in an electrical system of power.

In order to be able to feed the signal the microcontroller this had to prepare to proper values of the processor for which a circuit was designed signal conditioner followed by an analogical filter passes Butterword type low of second order frequently of cuts of 180 Hertz., to eliminate the harmonic components that could not eliminate the digital filter. Herz was tried to implement a filter of 16

samples by cycle of the signal of 60, that is to say one shows to every millisecond, using a speed of sampling of 960 samples per second, nevertheless, when verifying the time of processing, to the microcontroller took too much time in developing the algorithm to him, since it needed more than 1 millisecond to develop the totality of calculations and to make the decision from if the system were in normal conditions or conditions of fault before taking the following sample and developing the following estimation. Due to the previous thing finally a filter of 8 samples was implemented obtaining a sample every 2 milliseconds. It is possible to make mention that was not used the internal clock of the microcontroller since in the different stages from the algorithm it was not the same time that took the microcontroller him to obtain the considered value, as it is the case at the beginning where to realise the first estimation the quantization of the value of the sample in an approximated time of 200 microseconds is obtained having the necessity to realise an interruption in the analogical to digital converter (ADC) by a time of 1800 microseconds.

Finally to simulations and tests of the operation of the digital relay were developed verifying their correct operation in time and forms.

In order to give continuity to the present work, dsPIC30F6014A is tried to develop to another work using the characteristic of the controller of digital signal which him functions can be added so that it works as a digital signal processor (DSP) besides optimizing the mathematical functions developed by the device as it is the case of the quantization of the sample where the controller must calculate the cosine of the corresponding angle of the sample in the sampling window and this takes a time him from 107 microseconds whereas if the value of cosine is provided and a multiplication is realised this develops the controller to it in a time of 5 microseconds.

Keywords: relays, microcontroller, processor, digital filter.

DEDICATORIA

Primeramente A mi **Padre Celestial**, por haberme dado las fuerzas para siempre luchar hasta el final con éxito.

A mis padres **Samuel** y **María** por el apoyo, el esfuerzo, muchos sacrificios, consejos, paciencia y el cariño que me han brindado a lo largo de mi vida. Han sido y serán un gran ejemplo para mí.

A mi esposa **Luz Estela**, por su comprensión, su amor, desvelo, paciencia, esfuerzo, cariño, apoyo y por ser mi pilar y sosten durante todos los años que hemos compartido juntos.

A mis hijos **Omar Antonio**, **Guadalupe Cesar**, **Roberto Samuel** y **René David**, quienes son mi adoración y quienes tienen la tarea de ser los Cuatro caballos que guían el destino de sus padres **Roberto** y **Luz estela**.

A mis nietos **Omar Roberto**, **Aylín Victoria** y **Luz Estrella**.

Finalmente a mis hermanos **Samuel Ernesto**, **Rene**, **José Luis**, **Cecilia**, **Bladimir**, **Miguel Ángel** y **Martha Lía**, por su compañía y alegrías cuando estuvimos en el ceno familiar.

ÍNDICE

	<u>pagina</u>
1. Introducción.	1
2. Elementos básicos de protección digital.	4
2.1 Antecedentes.	4
2.2 Componentes básicos de un relevador digital.	4
2.3 Subsistema de acondicionamiento de la señal.	6
2.3.1 Transductores.	6
2.3.2 Circuitos de protección contra sobretensiones.	7
2.3.3 Filtrado analógico.	8
2.3.4 Multiplexores analógicos.	9
2.4 Subsistema de conversión.	10
2.4.1 Teorema de muestreo.	10
2.4.2 Circuito de muestreo y retención.	13
2.4.3 Conversión analógica a digital.	13
2.4.4 Multiplexor digital.	16
2.4.5 Conversión digital a analógica.	18
2.5 Subsistema digital del relevador.	21
2.6 El relevador digital como unidad.	22
3. Técnicas de estimación de fasores.	23
3.1 Algoritmos de filtrado digital.	24
3.2 Transformada Discreta de Fourier.	25
3.2.1 Selección de la ventana de datos.	29
3.2.2 Frecuencias superiores a la frecuencia de Nyquist.	32
3.3 Algoritmos basados en onda senosoidal	34
3.3.1 Método de muestreo y primera derivada	35
3.3.2 Método de la primera y segunda derivada	35

3.4 Algoritmos de filtro Coseno y Seno	36
3.5 Algoritmo del filtro de mínimos cuadrados.	39
4. Ecuaciones características para relevadores de sobrecorriente de tiempo inverso.	45
4.1 Definiciones.	46
4.1.1 Relevador de sobrecorriente de tiempo inverso	46
4.1.2 Restablecimiento	46
4.1.3 Característica de restablecimiento	46
4.1.4 Palanca	46
4.2 La ecuación tiempo-corriente.	47
4.2.1 Coordinación de características de tiempo-corriente.	47
4.2.2 La ecuación analítica.	47
4.3 Palanca	50
4.4 Características tiempo-corriente estandarizadas.	50
5. Desarrollo del prototipo del relevador digital de sobrecorriente.	55
5.1 Etapa de acondicionamiento de señal	55
5.2 Etapa de filtrado digital	57
5.2.1 Respuesta de estado estable	57
5.2.2 Efecto de la frecuencia de muestreo	59
5.2.3 Efecto de la longitud de la ventana	60
5.3 Etapa de filtrado analógico	62
5.3.1 Respuesta de estado estable	63
5.3.2 Respuesta combinada en frecuencia de los filtros analógicos y digital	67
5.3.3 Análisis de la respuesta transitoria	71
5.3.4 Filtrado analógico	73
5.4 Elaboración del programa a implementar	73
5.5 Herramientas utilizadas en la implementación	76
5.6 Comprobación del funcionamiento del algoritmo en tiempo y forma	78

5.7 Verificación del filtro digital de 8 muestras	79
6. Conclusiones.	84
Apéndice A. Derivación de la característica para relevadores de inducción.	86
A.1 La ecuación tiempo-corriente	86
A.2 Característica de restablecimiento	88
A.3 Curvas con efecto de saturación	89
Apéndice B. Corriente de falla en circuitos RL en serie.	95
Apéndice C. Programas elaborados	98
C.1 Programa para el cálculo de la palanca	98
C.2 Programa fuente que ejecuta el microcontrolador	101
Bibliografía.	107

Índice de figuras

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
1.- Componentes básicos de un relevador digital	6
2.- Circuito protector contra sobretensiones	8
3.- Características de filtro pasa bajos	10
4.- Principio de un multiplexor	11
5.- Proceso de muestreo	12
6.- Circuito de muestreo y retención	15
7.- Salida de un convertidor A/D de n+1 bits	16
8.- Señal de 60 Hz muestreada a razón de 960 muestras por segundo	16
9.- Arreglo del circuito de un convertidor de 3 bits tipo destello	18
10. Arreglo de un multiplexor digital	19
11.- Circuito lógico para un multiplexor de dos entradas una salida	20
12.- Arreglo básico de un convertidor digital a analógico	21
13.- Diagrama de flujo del software de un relevador digital	22
14.- Relevador digital	23
15.- Gráfica de una señal	28
16.- Respuesta en frecuencia del algoritmo de la DFT para 8 muestras	39
17.- Algoritmo de mínimos cuadrados	45
18.- Característica de tiempo inverso comparada con el mínimo tiempo de fusión y el máximo tiempo de apertura de un fusible 50E	49
19.- Comparación de las características extremadamente, muy y Moderadamente inversa	50
20.- Gráfica de palanca	52
21.- Característica tiempo-corriente moderadamente inversa estandarizada	53
22.- Característica tiempo-corriente muy inversa estandarizada	54
23.- Característica tiempo-corriente extremadamente inversa estandarizada	54
24.- Etapa de acondicionamiento de señal	56
25.- Gráficas de respuesta a la frecuencia de los filtros estudiados	58

26.- Respuesta a la frecuencia del filtro digital coseno para diferentes valores de frecuencia de muestreo con ventana de un ciclo	60
27.- Respuesta a la frecuencia del filtro digital coseno para diferentes longitudes de ventana	61
28.- Respuesta a la frecuencia de filtros analógicos pasa bajos ideal y real	64
29.- Respuesta a la frecuencia del filtro analógico pasa bajos Butterworth	65
30.- Respuesta a la frecuencia de los filtros analógicos estudiados	66
31.- Efecto del filtro Butterworth de segundo orden y diferentes frecuencias de corte sobre el filtro digital coseno	69
32.- Efecto del filtro Butterworth de diferente orden sobre la respuesta del filtro digital coseno	70
33.- Efecto de los filtros analógicos de segundo orden y frecuencia de corte de 180 Hz, sobre la respuesta del filtro digital	71
34.- Gráficas de respuesta a una entrada escalón de los filtros estudiados	72
35.- Circuito de filtro Butterworth de 2do orden	73
36.- Pila tipo FIFO	74
37.- Diagrama de flujo del programa ejecutado por el procesador	75
38.- Simulación del programa fuente en C++	77
39.- Programa fuente en lenguaje ensamblador	78
40.- Simulación con interrupción cuando se han tomado 10 muestras	80
41.- Simulación con interrupción cuando se han tomado 20 muestras	80
42.- Simulación con interrupción cuando se han tomado 50 muestras	81
43.- Operación del relevador por tiempo (51) con 50 muestras 100.9 seg.	82
44.- Operación por instantáneo (50) con 52 muestras 103.7 seg.	82
45.- Circuito implementado como bobina de disparo	83
46.- Realización de pruebas al prototipo de relevador	83
47.- Característica moderadamente inversa para dos modelos de relevador de sobrecorriente de inducción	92
48.- Característica muy inversa para dos modelos de relevador de sobrecorriente de inducción	93
49.- Característica extremadamente inversa para dos modelos de	94

relevador de sobrecorriente de inducción

50.- Corriente en función del tiempo en un circuito RL para $\alpha-\theta=0$	97
51.- Corriente en función del tiempo en un circuito RL para $\alpha-\theta=-\pi/2$	97

Índice de tablas

<u>Tabla</u>	<u>Página</u>
1.- Valores cuantizados de muestra y valores propios de las muestras	31
2.- Valores reales e imaginarios para las componentes armónicas	31
3.- Coeficientes de la técnica de mínimos cuadrados para una señal de 60 Hz, muestreada con una frecuencia de 720 Hz.	44
4.- Constantes y exponentes características estandarizadas	52
5.- Relevador de inducción modelo A	91
6.- Relevador de inducción modelo B	91

Objetivos de la Tesis:

- El objetivo principal perseguido en el presente trabajo consiste en proporcionar a los usuarios industriales una alternativa más para la protección de sus equipos, principalmente a aquellos que cuentan con motores de inducción que operan en tensiones de suministro en el nivel de media tensión 4.16, 13.8 y 34.5 KV., desarrollando un relevador digital que realice exclusivamente la protección de sobrecorriente.
- Otro de los objetivos por alcanzar con este trabajo es el desarrollo del prototipo del relevador y comprobar su funcionamiento en tiempo y forma de acuerdo con el filtro digital tipo FIR implementado y comprobar su funcionamiento ante fallas reales que se presentan en los Sistemas Eléctricos de potencia.
- Finalmente uno de los objetivos deseados fue que el prototipo desarrollado resultara más económico que lo que se cuenta en el mercado para que verdaderamente resulte como otra alternativa para el usuario industrial.

Capítulo 1

Introducción

Actualmente las compañías que se dedican a la comercialización de la energía eléctrica tienen la necesidad de proteger sus instalaciones sobre todo las subestaciones de potencia en las cuales la tensión del secundario del transformador de potencia es un nivel de tensión de distribución o suministro, lo que indica, que a esta tensión se distribuye la energía a los diferentes usuarios de la compañía mediante varios alimentadores que salen de las subestaciones. Debido a las características eléctricas particulares de cada usuario derivadas del proceso industrial o de manufactura al que se dedica, surge la necesidad de que las compañías suministradoras de energía eléctrica se vean ante la necesidad de proteger sus instalaciones contra cualquier eventualidad en el sistema eléctrico. Estas eventualidades pueden ocurrir en las instalaciones de la propia compañía suministradora o en las instalaciones de los usuarios a los cuales se les provee el suministro de energía eléctrica. Es por esta razón que existen dispositivos eléctricos que se utilizan para la protección de sistemas eléctricos. Estos dispositivos son conocidos como relevadores de protección y su funcionamiento depende de la característica eléctrica contra la que se quiere proteger al sistema eléctrico. En las instalaciones eléctricas la eventualidad más común de falla es la

conocida como sobrecorriente, la cual puede ser originada por el aumento de carga no considerada y en el peor de los casos por un corto circuito en el sistema.

Por otro lado, los usuarios del tipo industrial que cuentan en sus instalaciones con motores principalmente de inducción de tamaño considerado, que por su capacidad operan en tensiones de 4.16, 13.8 y 34.5 kV., tienen la necesidad de proteger a estos motores o cargas eléctricas principalmente contra sobrecorriente, la cual puede ser originada por una sobrecarga o en el peor de los casos por corto circuito en el motor.

Debido a las necesidades de los suministradores y usuarios industriales de la energía eléctrica, existen los proveedores de equipos de protección para instalaciones eléctricas entre ellos los fabricantes de relevadores de protección. Estos relevadores actualmente son fabricados utilizando los últimos avances en la tecnología de la microelectrónica, dando lugar a que la gran mayoría de los relevadores de protección que se encuentran en el mercado funcionen bajo la arquitectura de un microprocesador digital y por lo tanto, debido a la diversidad de información que se puede obtener del microprocesador este tipo de relevadores además de ofrecer la protección por sobrecorriente ofrecen las funciones de protección contra desbalance del alimentador, bajo y alto voltaje, sobrecorriente direccional y baja frecuencia entre otras funciones, dando lugar a que además de las señales de corriente, también se necesiten las señales de voltaje para ser alimentadas a estos relevadores para su correcto funcionamiento, estos dispositivos por la variedad de funciones que proporcionan son muy apropiados para la protección de alimentadores de las compañías suministradoras, sin embargo resultan costosos y subutilizados cuando se requiere su uso para la protección contra sobrecorriente de un alimentador que suministra energía a un motor para el cual solo se necesita que provea la protección contra sobrecorriente teniendo que inhabilitar las demás funciones que puede realizar el relevador.

Debido a lo anterior, el objetivo principal del presente trabajo se enfocó en el desarrollo del prototipo de un relevador de sobrecorriente digital con base microcontrolada de tiempo inverso que provea exclusivamente la función de

protección contra sobrecorriente que resulte económico, el cual será implementado en el controlador de señal digital (DSC) DSPIC30F6014A.

En el capítulo II “Elementos Básicos de Protección Digital”, se explican los principios básicos para la conversión de señales analógicas a su equivalencia en forma digital. También se explicará las características más comunes de algunos esquemas de relevadores digitales.

En el capítulo III “Técnicas de estimación de fasores”, se estudian algunos algoritmos o técnicas de estimación de fasores que han sido desarrolladas: algunas de estas son: Transformada Discreta de Fourier, Algoritmo coseno, algoritmo de mínimos cuadrados, entre otros.

En el capítulo IV “Ecuaciones características para relevadores de sobrecorriente de tiempo-inverso”, se estudian las ecuaciones estándares de características de tiempo-corriente, para la región de restablecimiento así como para la región de disparo de los relevadores microcontrolados quienes ejecutan algoritmos para reproducir con exactitud las características analíticas descritas por estas ecuaciones.

En el capítulo V “Desarrollo del Prototipo de Relevador Digital de Sobrecorriente”, se presentan detalladamente las actividades realizadas para llevar a cabo la realización de un prototipo de relevador digital de sobrecorriente con base en el controlador de señal digital dsPIC30F6014A.

En el capítulo VI “Conclusiones” finalmente aquí, se presentan las conclusiones a que se llegó con la realización de este trabajo.

Capítulo 2

Elementos básicos de protección digital

2.1 Antecedentes

Los relevadores digitales fueron contemplados primeramente al final de la década de los 60s. En uno de los primeros artículos sobre el tema, Rockefeller [1] sugirió que todo el equipo de potencia en una subestación podría ser protegido usando componentes digitales, a partir de ese momento la protección digital atrajo la atención de muchos investigadores.

En 1971, Mann y Morrison [1] desarrollaron un algoritmo de protección de distancia basado en la predicción de valores pico de las ondas de voltaje y corriente usando valores de muestras y sus derivadas. La principal suposición de esta aproximación fue la consideración de que la forma de onda de corrientes y voltajes era sinusoidal. En 1972 una técnica similar basada en la primera y segunda derivada fue desarrollada conjuntamente por Westinghouse and Pacific Gas & Electric Company en Estados Unidos [1]. En 1975 Makino y Miki [1] sugirieron la obtención de los valores pico de las formas de onda de corrientes y voltajes de falla utilizando dos muestras de la señal, mientras que Gilbert y Shovlin [1] desarrollaron un algoritmo para obtener los valores pico utilizando tres muestras. En ambos casos los autores supusieron que las formas de onda de las corrientes y voltajes de falla eran puramente sinusoidales.

Otros desarrollos, que ocurrieron aproximadamente al mismo tiempo, supusieron la naturaleza no sinusoidal de las formas de onda de las corrientes y voltajes de falla. Los investigadores concentraron sus esfuerzos por extraer las componentes fundamentales de las ondas alteradas. Una aproximación alcanzada fue basada utilizando métodos de Fourier. En 1971 Ramamoorty [1] propuso la extracción de la componente fundamental deseada de la señal de falla utilizando la correlación entre las muestras de un ciclo de la onda fallada contra los valores de muestras almacenadas de las componentes fundamentales de senos y cosenos de referencia. Otros trabajos propusieron el uso de las series de Fourier para obtener estos valores. También las funciones de Walsh fueron sugeridas por Horton en 1975 [1].

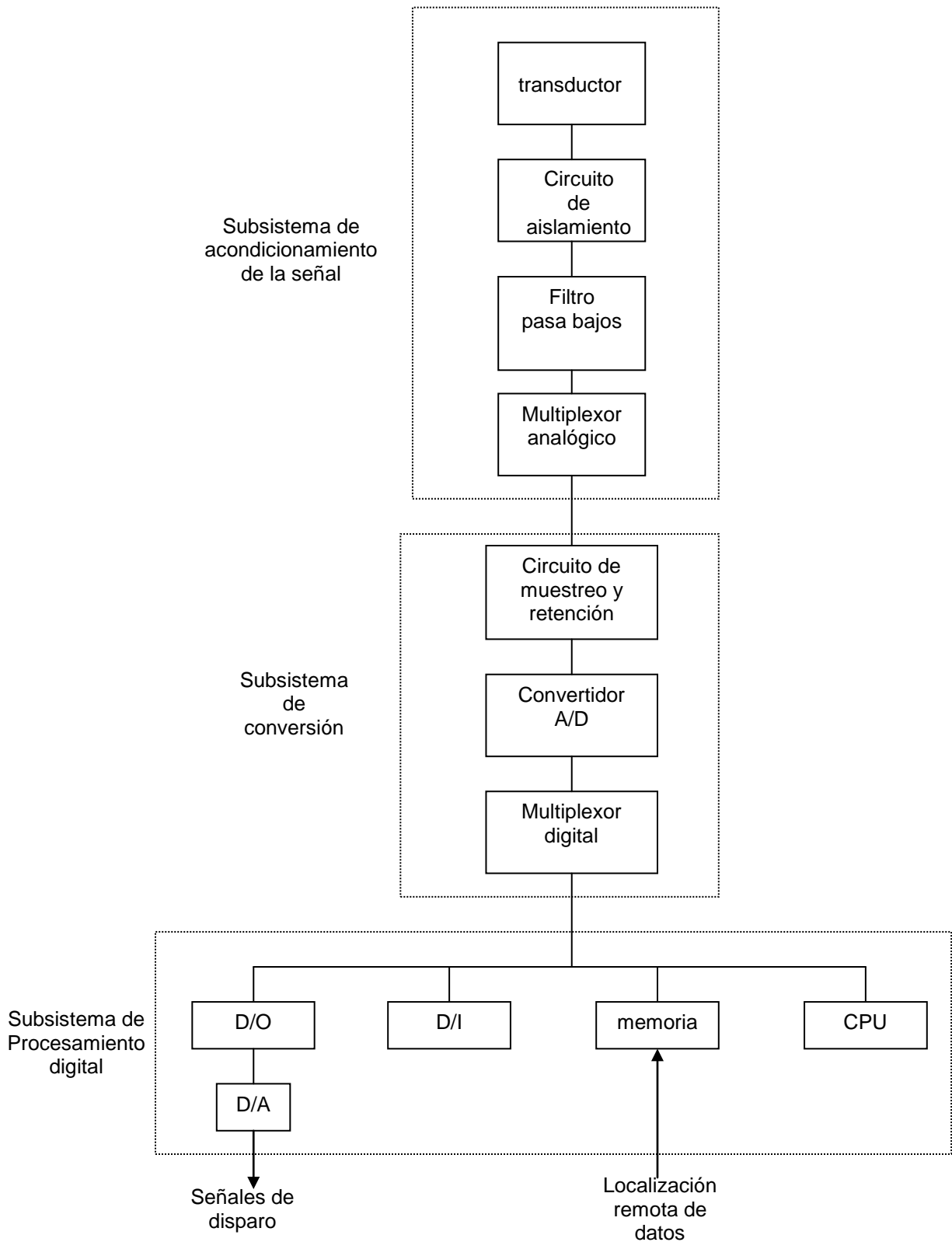
Por otro lado, los voltajes y corrientes de operación que fluyen a través de los sistemas de potencia generalmente andan en los niveles de kilovoltios y kiloamperes. Sin embargo, para procesamiento digital de señales, es necesario reducir los valores de medición primaria a niveles manejables. Por consiguiente, las señales analógicas son convertidas a forma digital, permitiendo en consecuencia el procesamiento digital para determinar así el comportamiento del circuito [1].

En este capítulo se explicarán los principios básicos para la conversión de señales analógicas a su equivalencia en forma digital. También se explicará las características más comunes de algunos esquemas de relevadores digitales.

2.2 Componentes básicos de un relevador digital.

Cualquier relevador digital puede ser desarrollado si consta de tres subsistemas fundamentales (Figura 2.1):

- (i) un subsistema de acondicionamiento de la señal
- (ii) un subsistema de conversión
- (iii) un subsistema de procesamiento digital del relevador.



A/D = analógico a digital
D/A = digital a analógico
D/I = entrada de datos
D/O= salida de datos
CPU= unidad central de procesamiento

Figura 2.1. Componentes básicos de un relevador digital

Los primeros dos subsistemas son generalmente comunes a todos los esquemas de protección digital, mientras que el tercero varía de acuerdo con la aplicación particular del esquema. Cada uno de estos tres subsistemas son construidos con un número de componentes y circuitos, los cuales se verán con detalle en las siguientes secciones.

2.3 Subsistema de acondicionamiento de la señal

2.3.1 Transductores

Los valores primarios de voltajes y corrientes son generalmente altos. Antes de que sea posible traer estas señales a relevadores de protección, estas deben ser reducidas a valores muy bajos. Usualmente, las corrientes son reducidas a valores de 5 A o a 1 A y los voltajes son reducidos a 110 v o a 120 V. Esto es normalmente alcanzado utilizando transductores primarios de corriente y voltaje (TC's y TP's). En relevadores digitales, sin embargo, las magnitudes de corriente y voltaje son ambas todavía más reducidas usando transductores auxiliares y/o impedancias limitadoras dentro de relevadores para satisfacer los requerimientos de los componentes usados.

Idealmente los transformadores de corriente podrían reproducir perfectamente a baja escala una versión de la señal primaria en su lado secundario. En la práctica los transformadores reproducen la corriente secundaria con algo de error, debido a que estos dispositivos involucran elementos 'no lineales'. Esta condición de error ocurre cuando el núcleo de hierro se satura durante una falla. El grado de distorsión de la señal y el tiempo después de la falla al cual ocurre es altamente dependiente de la carga total conectada (burden) en el primario del transductor de corriente. Sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones prácticas, la sobrecarga es tal que la distorsión de la señal de corriente es pequeña durante el periodo de medición y por lo tanto se asume despreciable.

Los transformadores de potencial inductivos (TP's) generalmente producen una señal de voltaje de alta calidad, no obstante, estos no son usados en sistemas por encima de 100 kV. A niveles de tensión mayores el uso de transformadores de

potencial capacitivos es común. Desafortunadamente la respuesta transitoria de estos dispositivos varía ampliamente de acuerdo con el tipo de transductor involucrado y la naturaleza de la carga total conectada, haciendo necesaria la introducción de algoritmos digitales que compensen estos efectos debido a la pobre razón de calidad de las señales que emanan de estos dispositivos.

2.3.2 Circuitos de protección contra sobretensiones

Las corrientes y voltajes de los secundarios de los TC's y TP's son conectados a los circuitos de protección contra sobretensiones, estos típicamente consisten de capacitores y transformadores para aislamiento de la señal primaria (Figura 2.2). También es común utilizar diodos zener para proteger los circuitos electrónicos contra descargas, aunque su colocación física depende del arreglo del circuito utilizado. En la práctica es común convertir las corrientes secundarias medidas en señales de voltaje de bajo nivel por medios adecuados conectados como carga y/o arreglo de amplificadores de corriente a voltaje.

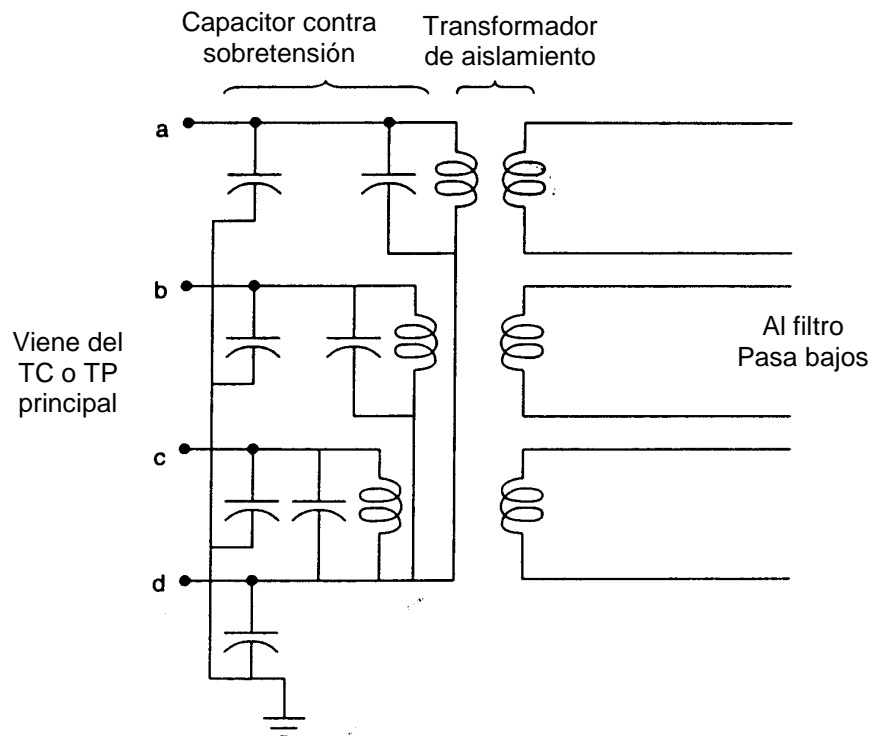


Figura 2.2. Circuito protector contra sobretensiones

2.3.3 Filtrado analógico

Normalmente es necesario llevar a cabo un filtrado analógico de las señales recibidas de los TC's y TP's. En la práctica la cantidad de filtrado depende de los datos requeridos en particular por el relevador digital en cuestión. Este filtrado es por lo general desarrollado utilizando filtros pasa bajos para desechar las altas frecuencias no deseadas antes del muestreo. En efecto, como se mostrará en la sección 2.4, el teorema de muestreo requiere que las componentes de la señal analógica por arriba de cierta frecuencia (la cual en turno es relacionada con la frecuencia digital de muestreo) sean atenuadas para evitar errores subsecuentes en el proceso digital. Es muy importante que la función de no traslape (anti-aliasing) sea completamente ejecutada por el filtro analógico pasa bajos, el cual, debe ser designado con una frecuencia de corte (f_c) que lleve a cabo satisfactoriamente el rechazo de las componentes de frecuencia de la señal por arriba de la frecuencia de corte dada. La figura 2.3(a) muestra la característica de un filtro pasa bajos ideal, el cual transfiere las componentes de frecuencia por debajo de la frecuencia de corte con cero atenuación mientras que las componentes por arriba de la frecuencia de corte las atenúa a cero. El efecto de introducir un filtro pasa bajos práctico es mostrado en la figura 2.3(b), a partir del cual se puede observar que en la práctica no es posible alcanzar tal pronunciamiento en la transición de las bandas de paso y de paro.

La característica dinámica de un filtro pasa bajos, así como, su característica de estado estable son muy importantes. Entre los factores más importantes están:

- (i) Tiempo de rizo, el cual da una indicación de que tanto le toma al filtro pasa bajos obtener un valor final de salida seguido de una entrada escalón.
- (ii) Valor máximo, el cual indica que tanto excede la salida del filtro de su valor de estado estable sobre la respuesta inicial a una entrada escalón unitario.
- (iii) Tiempo de Resolución, el cual es una indicación de que tanto le toma al filtro llegar a la resolución final del valor de salida de estado estable.

Todas las características arriba enunciadas forman en global parte de la respuesta dinámica de los sistemas con relevadores digitales.

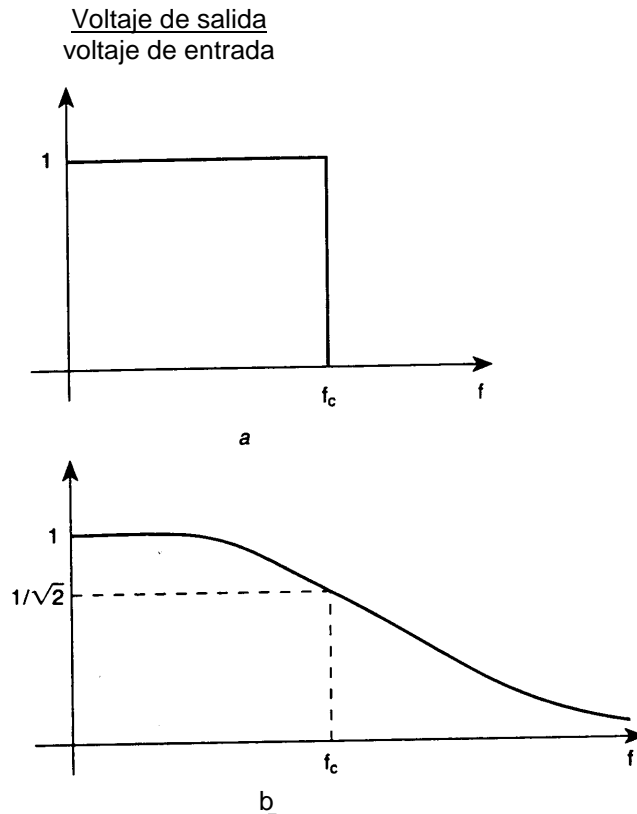


Figura 2.3. Características de filtro pasa bajos; (a) respuesta de un filtro ideal, (b) respuesta de un filtro práctico

2.3.4 Multiplexores analógicos.

En aplicaciones de relevadores digitales, es usualmente necesario el uso de multiplexores analógicos. El concepto de multiplexar tiene su origen en la ingeniería de comunicaciones. Un multiplexor analógico es un dispositivo que selecciona una señal a partir de un número de canales de entrada y la transfiere a su canal de salida, permitiendo por consiguiente la transmisión en serie de varias señales sobre un solo canal de comunicaciones. Este principio de multiplexar se muestra en la figura 2.4, en la cual un multiplexor de estado sólido es semejante a un interruptor rotatorio de salida múltiple.

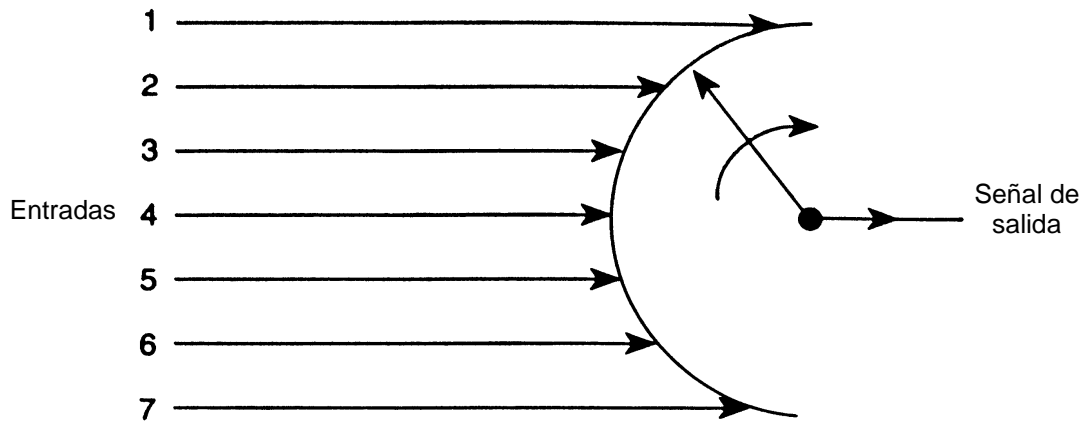


Figura 2.4. Principio de un multiplexor

2.4 Subsistema de conversión

2.4.1 Teorema de muestreo

El teorema de muestreo establece que una señal de banda limitada puede ser especificada por sus valores de muestras únicamente si la frecuencia de muestreo es por lo menos igual a dos veces el valor de la componente máxima de frecuencia comprendida en la señal original esto es:

$$f_s \geq 2f_m \quad (2.1)$$

donde f_s es la frecuencia de muestreo y f_m es la máxima frecuencia significativa dentro de la señal muestreada.

La componente de frecuencia igual a la mitad de la frecuencia de muestreo es conocida como la frecuencia de Nyquist f_N , la cual esta dada por:

$$f_N = f_s / 2 \quad (2.2)$$

El proceso de muestreo es realizado por medio de la conexión de una señal analógica a un sistema de adquisición de datos a través de un interruptor de acción rápida, el cual se cierra por un tiempo muy corto pero permanece abierto durante el resto del periodo (Figura 2.5 (a)). Esta operación puede ser modelada por un multiplicador (Figura 2.5(b)), donde $f(t)$ es la señal analógica de banda

limitada a ser muestreada, y $s(t)$ es conocida como la función de muestreo. La función de muestreo, por lo tanto, es hecha de un tren de pulsos alternados entre un valor de 1 y 0. Estos es definido como sigue:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \quad (2.3)$$

La salida del multiplicador $f_s(t)$ es entonces:

$$f_s(t) = f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s) \delta(t - nT_s) \quad (2.4)$$

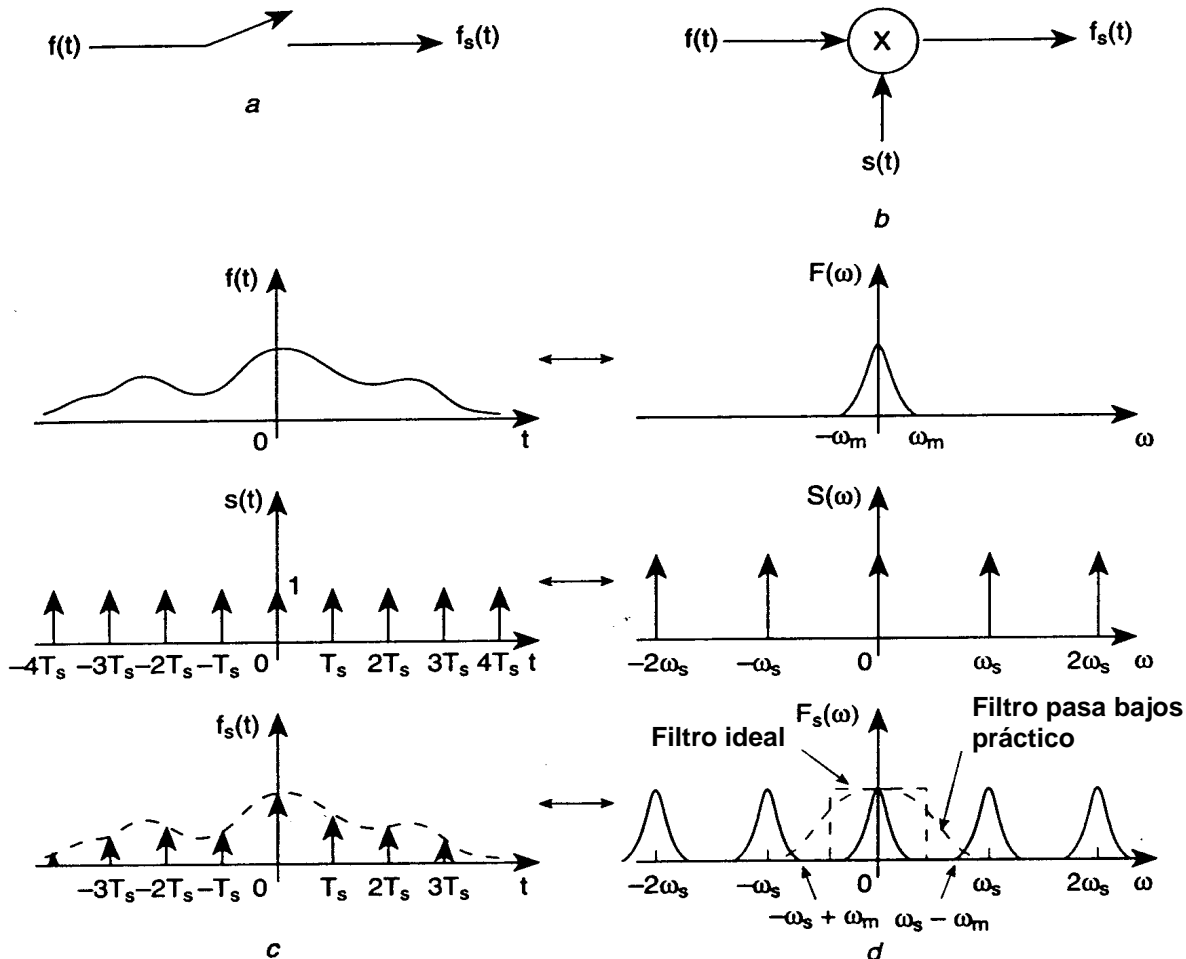


Figura 2.5. Proceso de muestreo; (a) muestreador, (b) representación del muestreador, (c) funciones $f(t)$, $s(t)$ y $f_s(t)$, (d) Transformadas de Fourier de $f(t)$, $s(t)$ y $f_s(t)$.

La figura 2.5(c) las tres funciones $f(t)$, $s(t)$ y $f_s(t)$. Se puede ver que la función de muestreo $f_s(t)$ consiste de un tren de pulsos espaciados igualmente por un periodo igual al intervalo de muestreo T_s . La amplitud de cada muestra es el mismo valor que la señal original al respectivo tiempo de muestreo nT , por lo tanto el resultado de muestras son incluidas dentro de la envolvente de la señal original como se muestra en la figura 2.5(c).

Para mostrar como y bajo que condiciones $f(t)$ puede ser completamente reconstruida a partir de $f_s(t)$, examinemos el espectro de frecuencia de las tres funciones de tiempo $f(t)$, $s(t)$ y $f_s(t)$. Esto se muestra en la figura 2.5(d), en la cual se asume que la función $F(\omega)$ no contiene frecuencias por arriba de ω_m . El espectro de la función de muestreo esta dado por:

$$F_s(\omega) = \omega_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(\omega - n\omega_s) \quad (2.5)$$

donde ω es la frecuencia angular de muestreo, dada por $\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi/T_s$.

Es de notarse que de acuerdo con el teorema de convolución, la multiplicación de dos señales en el dominio del tiempo es equivalente a su convolución en el dominio de la frecuencia. Por lo tanto:

$$F_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} F(\omega) * S(\omega) \quad (2.6)$$

La convolución de $F(\omega)$ con cada pulso de $S(\omega)$ produce $F_s(\omega)$ desplazada en intervalos de frecuencia igual a $n\omega_s$. Así:

$$F_s(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s) \quad (2.7)$$

Como se ilustra en la figura 2.5(d), es importante notar que no habrá traslape de partes adyacentes de $F_s(\omega)$ mientras:

$$\omega_s \geq 2\omega_m \quad (2.8)$$

Si esta condición se cumple por completo, el paso de la señal $f_s(t)$ a través del filtro pasa bajos (ver figura 2.5(d)) con un ancho de banda tal que la frecuencia de corte ω_c es dada por la ecuación 2.9, resulta en una perfecta reconstrucción digital de la señal analógica $f(t)$.

$$\omega_m \leq \omega_c \leq \omega_s - \omega_m \quad (2.9)$$

2.4.2 Circuito de muestreo y retención.

Si el interruptor de muestreo de la figura 2.5(a), es remplazado por la combinación de un interruptor-capacitor, cada muestra puede ser almacenada y retenida hasta que la próxima muestra sea tomada. Este proceso permite que transcurra el tiempo suficiente para que sea completado el proceso de conversión analógico a digital. La figura 2.6 muestra un circuito simple de muestreo y retención aplicado para obtener una señal a partir de la salida del subsistema de acondicionamiento de la señal (ver figura 2.1).

La figura 2.6(a) muestra un circuito básico de muestreo y retención. La entrada es la señal analógica $f(t)$, la cual es muestreada a razón de $1/T_s$. Muestreando y controlado por el voltaje V_c , el cual cierra y abre el interruptor. Durante el tiempo de cierre el tiempo T_c , el capacitor es cargado al valor de $f(t)$, mientras dura el tiempo de retención $T_H = T_s - T_c$, el capacitor retiene el valor de la muestra, este proceso se puede entender de mejor manera observando la figuras 2.6(b), (c) y (d).

2.4.3 Conversión analógica a digital

Un convertidor analógico a digital (A/D) toma los valores instantáneos de una señal de tiempo continuo (señal analógica) y los convierte a su valor numérico equivalente y provee números binarios como señal de salida que representan a la señal analógica en los instantes de muestreo [2]. La figura 2.7 muestra la salida de un convertidor A/D de $n+1$ bits. Como se muestra en esta palabra digital, uno en el primer bit corresponde al valor de $2^0 (=1)$, uno en el segundo bit corresponde a

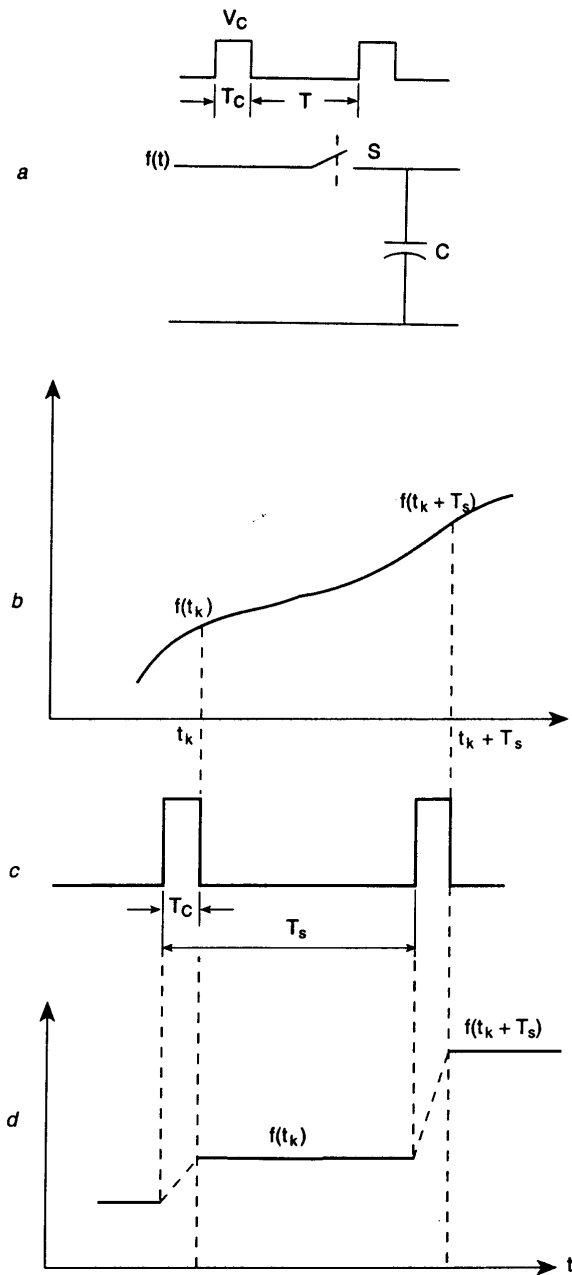


Figura 2.6. Circuito de muestreo y retención (a) circuito de interrupción, (b) entrada analógica, (c) señal de control, (d) salida del circuito.

$2^1(=2)$, uno en el tercer bit corresponde a $2^2(=4)$ y así sucesivamente. El primer bit en el cual uno representa 2^0 es referido como el bit menos significativo (LSB).

Una conversión de 5V, por un convertidor A/D de 8-bits podría tener un valor binario de salida igual a 11111111 cuando la señal analógica sea de 5 Volts. Este es el número más grande de salida que puede dar el convertidor y el

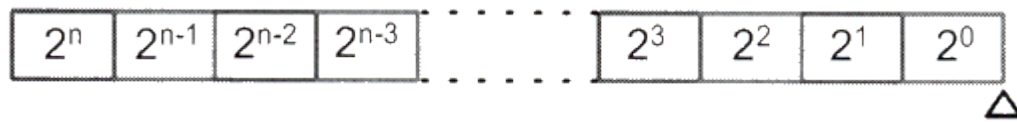


Figura 2.7. Salida de un convertidor A/D de $n+1$ bits

cual es equivalente al número decimal de $255(2^0+2^1+2^2+2^3+2^4+2^5+2^6+2^7=2^8-1)$. Cuando la entrada es -5 Volts, la salida del convertidor A/D podría ser el valor binario de 00000000 (0 decimal) y cuando el muestreo se de cero volts, la salida del convertidor podría ser de 01111111 (127 decimal).

La salida numérica tiene, por lo tanto, 256 valores discretos. Esto significa que el valor más pequeño de salida del convertidor (1 binario) representa 39 mV ($10/256$). Una consideración similar mostrará que un valor de 5 V., representados por un convertidor A/D de 16 bits tendría una resolución de 0.15 mV ($10/2^{16}$). Esto significa un incremento en la resolución de salida por un factor de 256.

La figura 2.8 muestra dos ciclos de una señal analógica de 60 Hz y la cuantización de sus valores de muestras a razón de 960 muestras por segundo. El trazo tipo escalera son los datos muestreados que consisten de valores discretos mientras la señal analógica toma valores sobre un rango continuo.

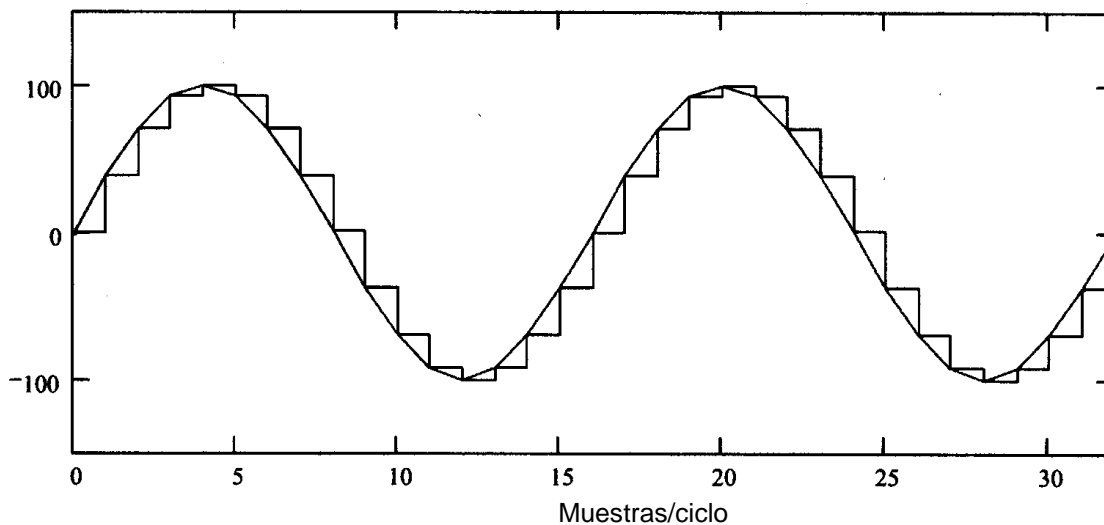


Figura 2.8. Señal de 60 Hz muestreada a razón de 960 muestras por segundo

La diferencia en magnitud entre muestras consecutivas tomadas cercas del cruce por cero es mucho más grande que la diferencia cercas de los picos de la señal analógica. Esto pasa porque la razón de cambio de la señal es más grande cercas de los cruces por cero.

Desde la introducción de la tecnología de los convertidores A/D, varios tipos de convertidores han sido desarrollados. Algunos de estos tipos son [3]:

- Convertidor tipo de retroalimentación
- Convertidor de doble pendiente
- Convertidor de redistribución de carga
- Convertidor de aproximaciones sucesivas
- Convertidor paralelo o de destello

Convertidores de aproximaciones sucesivas han sido usados en relevadores por mucho tiempo. Más recientemente los convertidores A/D de destello han sido usados en dispositivos de alta velocidad. El arreglo de un convertido A/D de destello de 3 bits se muestra en la figura 2.9. La circuitería (hardware) es ordenada para proveer salidas en las cuales los números son redondeados en vez de truncarlos. Debido a que en este tipo de convertidores A/D no se utilizan interruptores ni aproximaciones iterativas, resultan más rápidos que otros tipos de convertidores A/D.

2.4.4 Multiplexor digital

Un multiplexor digital es una red con un número de puertos de entrada y una sola salida. La entrada de estos puertos consisten en palabras digitales de información de uno o más bits. La figura 2.10 muestra un multiplexor digital que permita a una de tres entradas pasar hacia el lado de salida, tal que:

$$\begin{aligned}
 \bar{Y} = 0 & \quad \text{si}[A, B] = [0, 0] \\
 \bar{Y} = I1 & \quad \text{si}[A, B] = [0, 1] \\
 \bar{Y} = I2 & \quad \text{si}[A, B] = [1, 0] \\
 \bar{Y} = I3 & \quad \text{si}[A, B] = [1, 1]
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

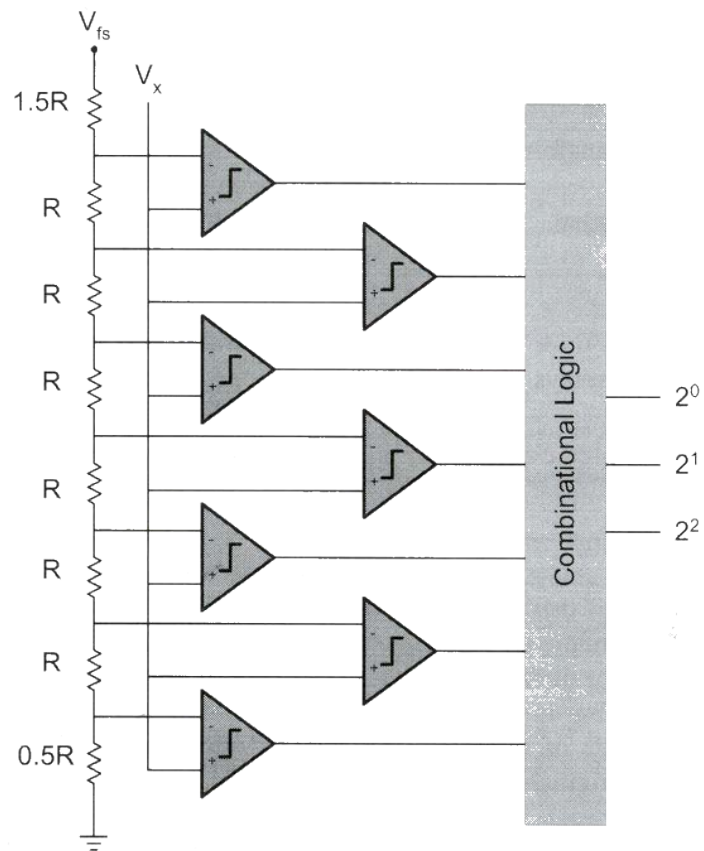


Figura 2.9. Arreglo del circuito de un convertidor de 3 bits tipo destello

donde:

$\bar{Y} = [Y_0, Y_1, \dots, Y_n]$ es la salida

$\bar{I}_1 = [Y_{01}, Y_{11}, \dots, Y_{n1}]$ es la primera entrada

$\bar{I}_2 = [Y_{02}, Y_{12}, \dots, Y_{n2}]$ es la segunda entrada

$\bar{I}_3 = [Y_{03}, Y_{13}, \dots, Y_{n3}]$ es la tercera entrada

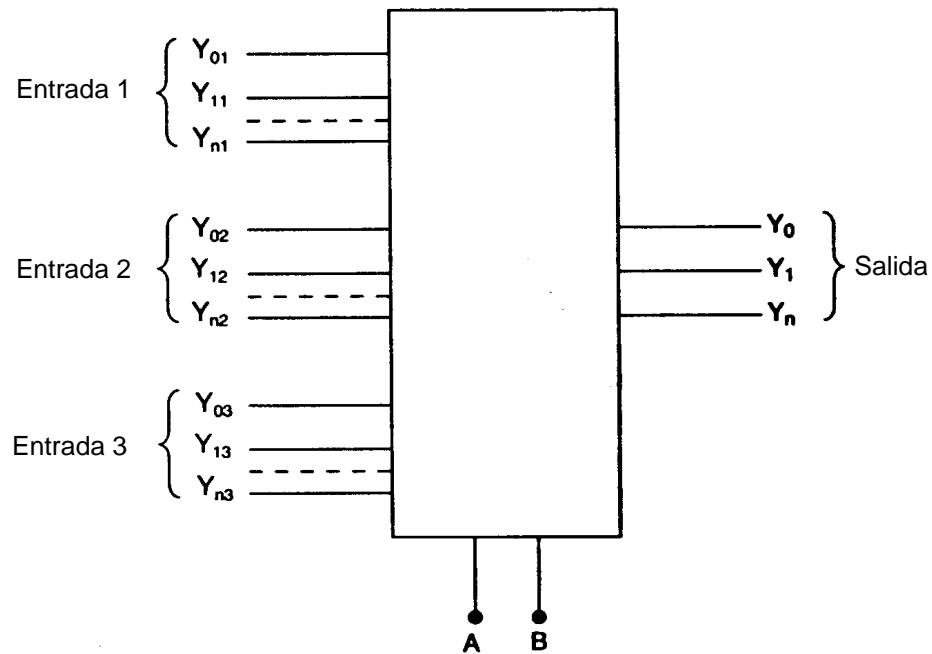


Figura 2.10. Arreglo de un multiplexor digital

La figura 2.11 muestra el diagrama lógico de un multiplexor típico de dos entradas a una salida. La palabra de entrada $\overline{Y1}$, la cual consiste en este caso de cuatro bits (Y_{01} , Y_{11} , Y_{21} , Y_{31}) es transferida a la salida \overline{Y} si la señal de control (de dirección) A es baja, de otra manera cuando la señal de dirección es alta, entonces la entrada $\overline{Y2}$ es transferida a la salida \overline{Y} .

2.4.5 Conversión digital a analógica

A menudo se considera primero la representación de digital a analógica debido a que estos convertidores D/A son frecuentemente usados en convertidores analógicos a digital (A/D). El principio de estos convertidores D/A se muestra en la figura 2.12, donde se utiliza para convertir una palabra digital de cuatro bits $W_3W_2W_1W_0$, donde cualquier W_i es 0 o 1, a un voltaje analógico que es proporcional al número binario representado por la palabra digital. Los voltajes lógicos que representan individualmente los W_i bits, de hecho no son conectados

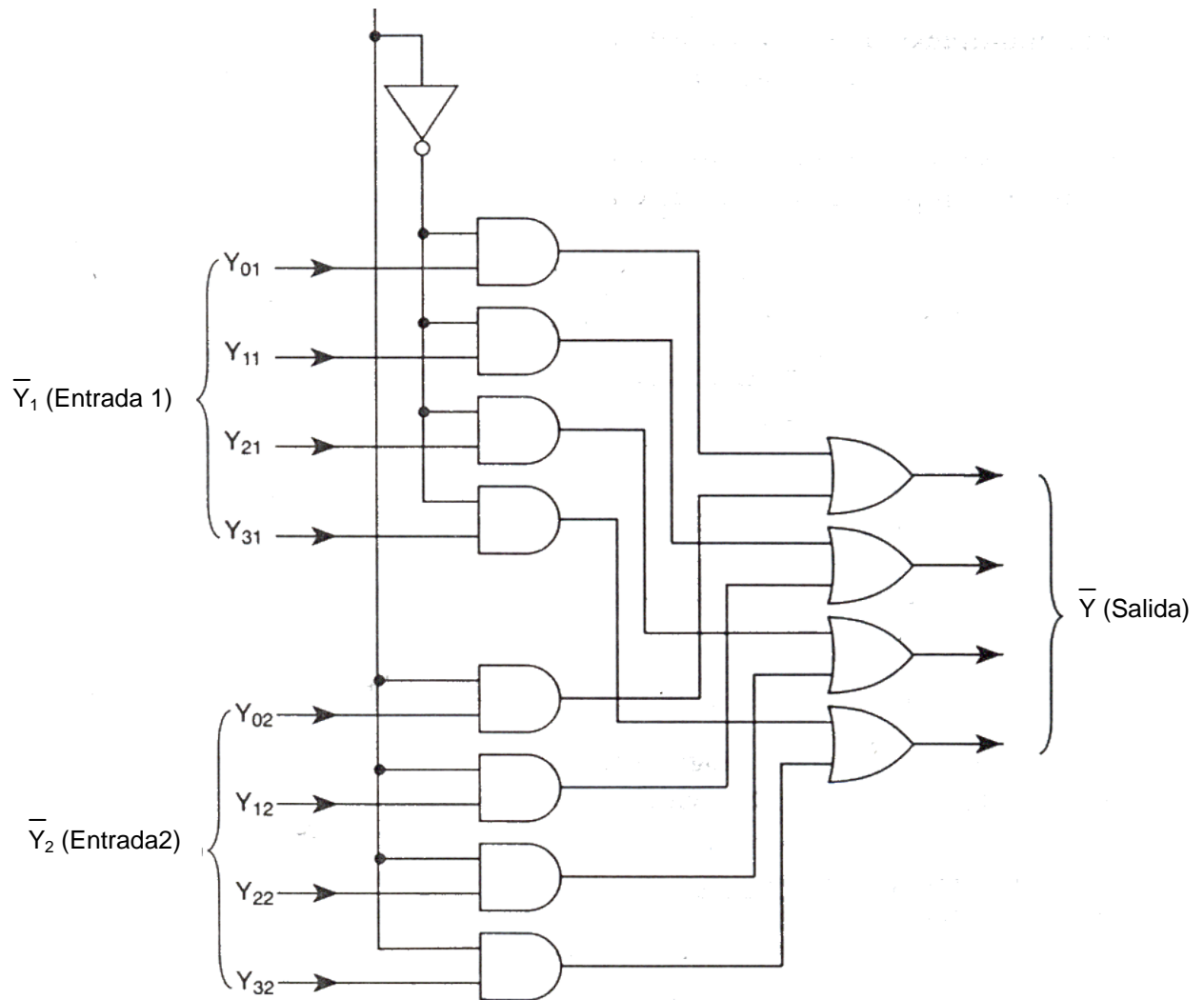


Figura 2.11. Circuito lógico para un multiplexor de dos entradas una salida

al convertidor, más bien, son usados para controlar los interruptores S_0 , S_1 , S_2 , y S_3 . Por lo tanto si $W_i=1$, entonces S_i es conectado a V_R , mientras que si $W_i=0$, entonces S_i es conectado a tierra.

Los valores de los elementos del circuito son elegidos de tal manera que los resistores conectados en la entrada son relacionados con las potencias de dos y los valores individuales de estas resistencias son inversamente proporcionales al número significativo del dígito binario correspondiente.

Recordando que la impedancia de entrada de un amplificador operacional es muy alta, las corrientes I_s y I_f son aproximadamente iguales. La relación entre

el voltaje de salida del amplificador operacional (V_0) y la entrada digital puede ser encontrada como sigue:

$$I_s = (2^3 W_3 + 2^2 W_2 + 2^1 W_1 + 2^0 W_0) V_R / R \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} V_0 &= I_f R_f = I_s R_f \\ V_0 &= (2^3 W_3 + 2^2 W_2 + 2^1 W_1 + 2^0 W_0) V_R R_f / R \end{aligned} \quad (2.12)$$

Es claro a partir de la ecuación 2.12 que el voltaje de salida V_0 es directamente proporcional al número binario de entrada $W_3 W_2 W_1 W_0$. Para propósito de ilustración asuma que el arreglo binario de entrada corresponde a 15 (decimal), es decir $W_3 W_2 W_1 W_0 = 1111$; en este caso la salida es proporcional a $(2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) = 15$ como se requiere. Similarmente, una palabra de entrada de 0011 podría dar una salida proporcional a $(0 + 0 + 2^1 + 2^0)$, que corresponde al número de entrada 3.

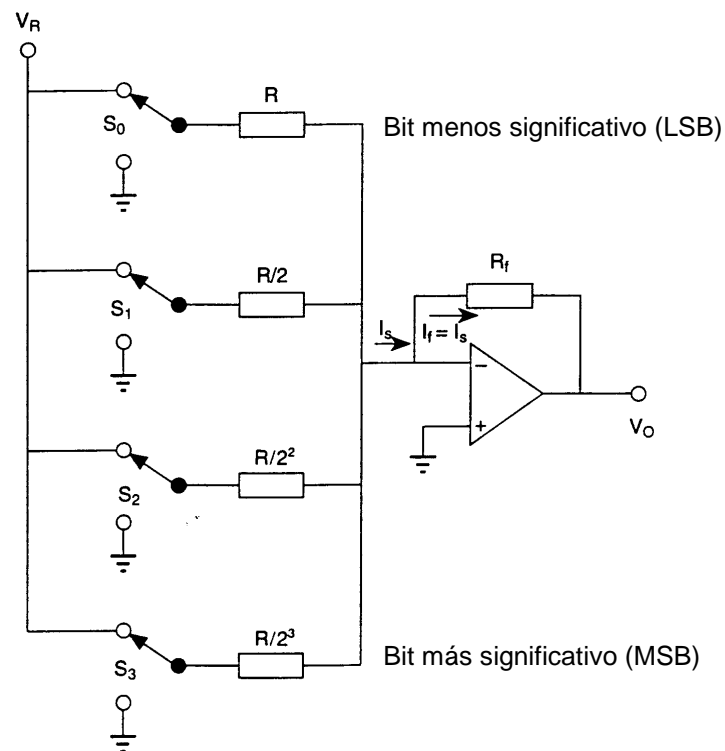


Figura 2.12. Arreglo básico de un convertidor digital a analógico

2.5 Subsistema digital del relevador

El subsistema digital del relevador comprende todos los circuitos (hardware) y la programación del mismo (software). El hardware consiste generalmente por una unidad central de procesamiento (CPU), memoria, señales de entrada y salida digital (I/O). El software es influenciado principalmente por dos factores, el primero de estos es el principio de operación y los requerimientos de ejecución los cuales llevan al desarrollo de algún algoritmo especial o a la implementación de uno ya existente. Este factor afecta grandemente la determinación de la frecuencia de muestreo, la estructura del hardware y el sistema de entrada de datos.

El segundo factor es el filtrado digital. Componentes armónicos de alta y baja frecuencia pueden causar falso disparo, falla en el disparo y variación en el comportamiento del relevador de protección. El principio de operación y el filtrado digital deben en general proveer un ancho rango de aplicación y requerimientos relacionados con la velocidad de respuesta para un sistema de fallas, más recientemente ha comenzado la influencia del tiempo de computación.

La figura 2.13 muestra un ejemplo de un diagrama de flujo para el software de un relevador digital de protección. Los algoritmos usados y el software

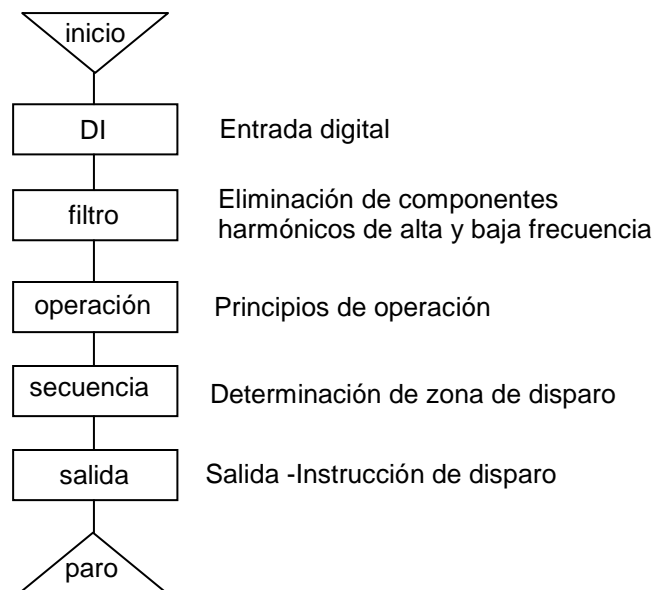


Figura 2.13. Diagrama de flujo del software de un relevador digital

requerido varían significativamente de acuerdo con la aplicación. En el siguiente capítulo se verán algunos de estos algoritmos específicos.

2.6 El relevador digital como unidad

Hay una inevitable tendencia para fabricantes de relevadores para desarrollar hardware estandarizado, el cual pueda ser usado en conjunto con el desarrollo del software adecuado para encontrar una variedad de requerimientos y aplicaciones. La figura 2.13 muestra un diagrama de bloques de una unidad de relevador digital estandarizado.

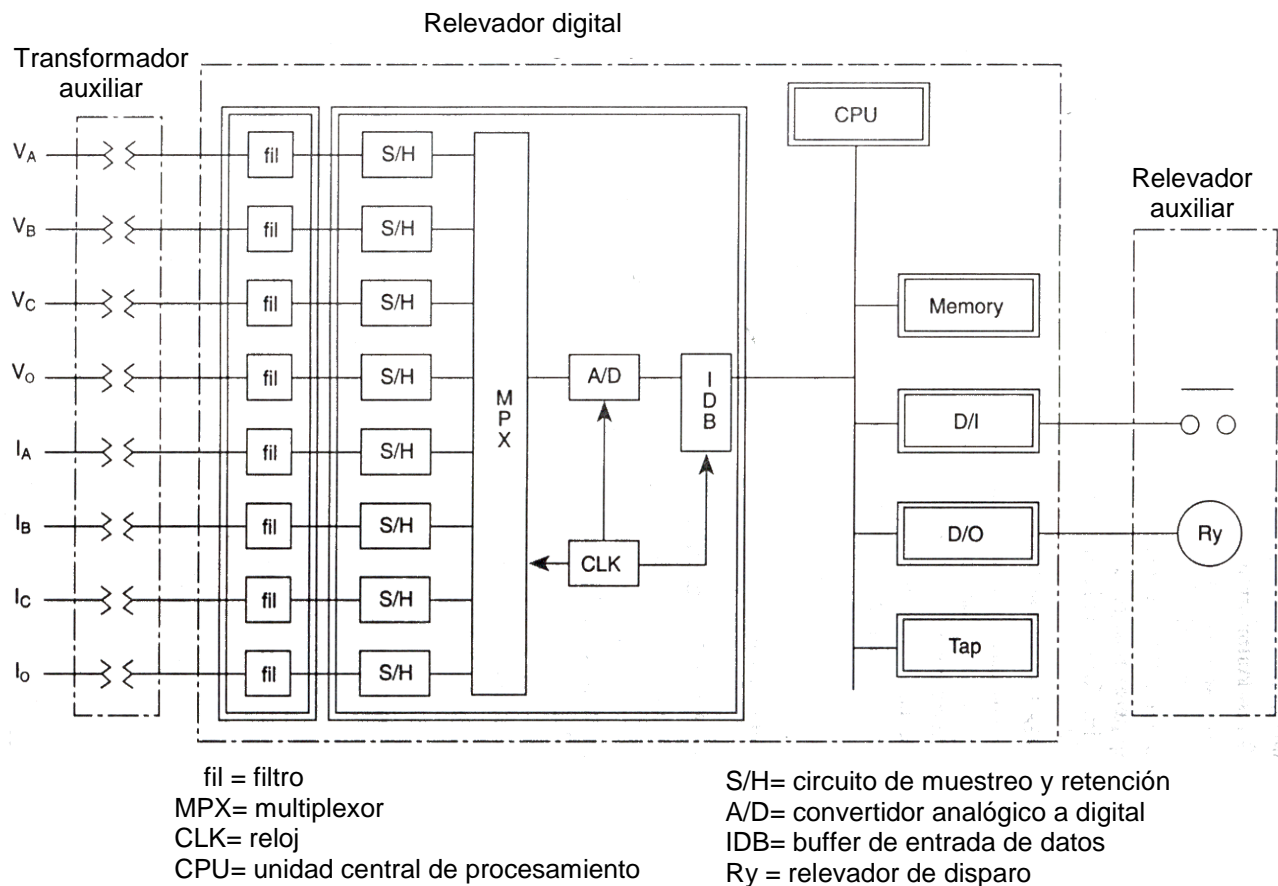


Figura 2.14. Relevador digital

Capítulo 3

Técnicas de estimación de fasores

Las señales de entrada a los relevadores digitales de protección presentan diferentes tipos de ruidos, que hacen necesario un filtrado adecuado para extraer la información de frecuencia fundamental requerida para discriminar correctamente una falla en la línea protegida [4]. Los niveles de ruido son cada vez mayores, especialmente en los instantes iniciales de falla, y el tiempo disponible para tomar la decisión de disparo es cada vez más reducido.

Las fuentes de ruido en las señales de entrada a los relevadores son el sistema protegido y los elementos del esquema de protección. El efecto combinado de estos factores puede provocar componentes aperiódicas exponenciales o semejantes a ellas, oscilaciones subarmónicas o armónicas amortiguadas, componentes armónicas no amortiguadas, y ruido aleatorio de diversa índole. El carácter estocástico que tienen para el relevador todas estas componentes de ruido hace necesario considerar el filtrado digital para protección como un proceso de estimación de parámetros de las señales de entrada al relevador.

En los relevadores digitales de sobrecorriente se combina el filtrado digital con el analógico en un proceso que tiene básicamente tres etapas: el filtrado analógico pasabajos (anti-aliasing), el filtrado digital inherente en la estimación de parámetros, y el filtrado resultante de postprocesamiento que se hace de las señales de disparo generadas por el relevador. La respuesta del relevador en

presencia de señales contaminadas con ruido depende de todo el proceso de filtrado, y no únicamente de la parte digital, por lo que es necesario estudiar el problema considerando todas las etapas de filtrado.

3.1 Algoritmos de filtrado digital

El filtrado digital puede ser tratado como un proceso de estimación de parámetros, en que a partir de las muestras de las señales se forman estimados de determinados parámetros. Los algoritmos de filtrado digital para protección pueden ser clasificados en dos categorías: a) algoritmos basados en modelos de las señales de entrada (voltajes y corrientes); b) algoritmos basados en modelos del sistema protegido. En los primeros, el parámetro de interés para protección está contenido en la descripción de la señal (valor máximo o eficaz; componente de frecuencia fundamental de los fasores de voltaje y corriente; magnitudes de armónicas en la forma de onda de la corriente; frecuencia fundamental de una señal periódica), este es el caso de interés en el presente trabajo ya que se estudiarán señales de corriente. Los algoritmos del segundo tipo estiman los parámetros R y L de la línea fallada, mediante la solución de la ecuación diferencial que describe a la línea.

Los filtros digitales para estimación de parámetros pueden dividirse en dos tipos: a) filtros no recursivos o de respuesta finita al impulso (FIR), cuya señal de salida depende de una historia finita en tiempo de la señal de entrada; b) filtros recursivos o de respuesta infinita al impulso (IIR), cuya salida depende de toda la historia previa de la señal de entrada [5].

Los filtros FIR son más adecuados para las funciones de protección porque: 1) olvidan rápidamente las condiciones de prefalla, y se concentran en el análisis de las señales correspondientes a la falla; 2) tiene ceros naturales en su respuesta a la frecuencia, que se pueden colocar por diseño donde sea más conveniente (frecuencia cero o componente de corriente directa y armónicas); con esta propiedad se pueden retener en principio las armónicas deseadas y rechazar las restantes [4].

El filtrado de estimación de parámetros es esencialmente un filtrado de convolución. La señal de salida $y(t)$ de un sistema lineal causal e invariante en el tiempo se puede relacionar con su señal de entrada $x(t)$ mediante la función de convolución según:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\lambda \quad (3.1)$$

donde $h(\tau)$ es la respuesta al impulso del sistema lineal; en el caso del filtrado digital tipo FIR esto se expresa como:

$$y(n) = \sum_{k=1}^K h[k]x[n - k] \quad (3.2)$$

donde K es el valor del número total de muestras procesadas y $h[k]$ es el conjunto de los coeficientes del filtro digital, que representan los valores de $h(\tau)$ en (3.1).

La ecuación (3.2) permite calcular el valor instantáneo discreto de la señal filtrada $y[n]$ a partir de los últimos K valores de la señal de entrada, lo cual equivale a una ventana de observación de K muestras de longitud.

Varios algoritmos o técnicas de estimación de fasores han sido propuestas por años. Estas técnicas se han clasificado en las siguientes categorías.

- Transformada Discreta de Fourier
- Algoritmo coseno
- Algoritmo de mínimos cuadrados
- Filtros Kalman
- Transformada Wavelet

En este capítulo se describirán las técnicas de la transformada discreta de Fourier, el algoritmo coseno y la de mínimos cuadrados.

3.2 Transformada discreta de Fourier

La técnica de la transformada discreta de Fourier (DFT) por sus siglas en inglés, es una variación de corto tiempo del análisis de Fourier. De este análisis, la

DFT asume que una señal esta formada por componentes de una frecuencia fundamental y armónicos de dicha frecuencia. Mientras la transformada de Fourier es aplicada a señales en el dominio del tiempo continuo, la DFT es aplicada a señales en el dominio del tiempo representadas por secuencias de números. Otra mayor diferencia es que en la transformada de Fourier, se asume que la señal existe de $-\infty$ a $+\infty$ pero en la DFT, la señal existe solo para una pequeña duración de tiempo (llamada ventana). Las componentes de diferentes frecuencias determinadas por el análisis de la DFT pueden ser combinadas para recrear la señal original. El siguiente ejemplo demuestra esta característica.

La figura 3.1(a) muestra un ciclo de una señal que consiste de las componentes de una frecuencia fundamental y su tercera armónica. Esta señal puede ser dividida en dos ondas de forma sinusoidal que cuando se combinan juntas recrean la señal original. La figura 3.1(b) muestra las componentes de frecuencia fundamental y la tercera armónica comprendidas en la señal de la figura 3.1(a). El análisis provee el valor pico y el ángulo de fase de las componentes. En este caso, el ángulo de fase de la tercera armónica, referido a la componente fundamental, es de 45° . Las componentes de otras frecuencias armónicas determinados por la transformada son cero.

Antes de obtener en detalle los cálculos de la transformada discreta de Fourier, primero se deben de obtener las definiciones que describen al fasor de corriente o voltaje. La siguiente ecuación es para una corriente sinusoidal. Otra ecuación similar sería para un voltaje sinusoidal, pero únicamente se representa la corriente a manera de ejemplo [6].

$$I_h = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} i_n e^{-jn \frac{2\pi h}{N}} \quad (3.3)$$

En esta ecuación,

i es el valor instantáneo de corriente,

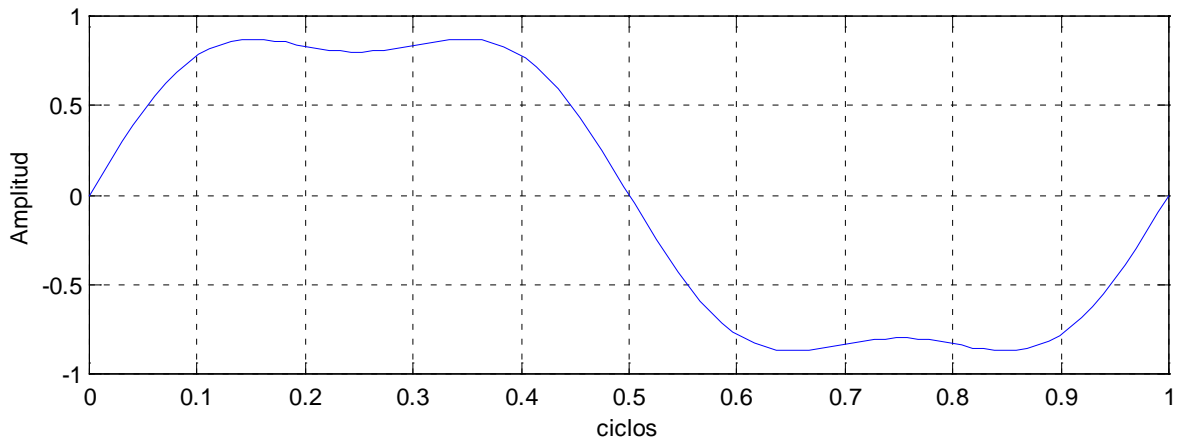
n es la n -ésima muestra en la ventana de datos,

I es el fasor de corriente,

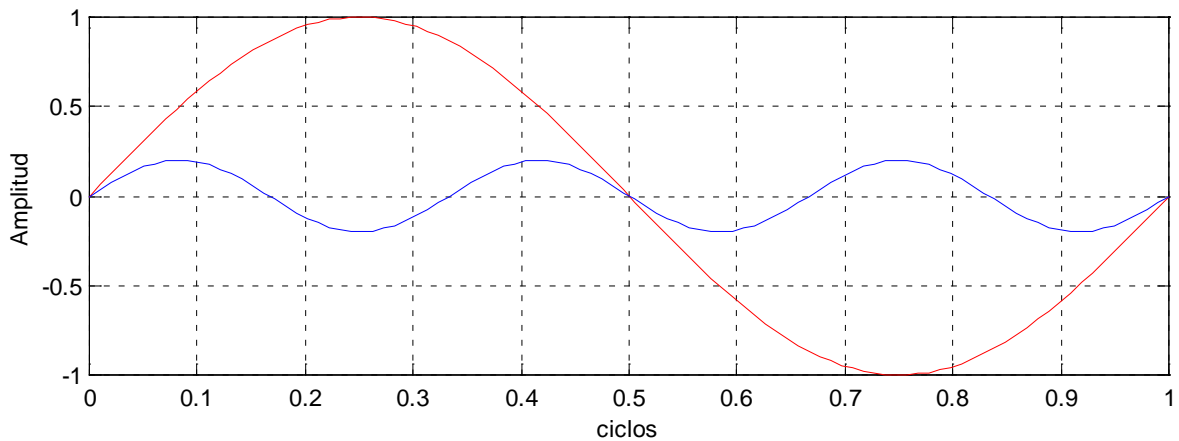
h es el orden de la armónica y

N es el número de muestras en la ventana

Cuando $h=0$, la ecuación calcula la componente de cd de la señal, cuando $h=1$ la ecuación calcula la componente de frecuencia fundamental y así sucesivamente.



a



b

Figura 3.1. Gráfica de una señal, (a) Señal que consiste de una fundamental y la tercera armónica, (b) Gráfica de las dos componentes de la señal.

Ahora, sustituyendo el término exponencial por su equivalente sinusoidal, resulta la siguiente expresión:

$$I_h = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} i_n \left[\cos\left(\frac{2\pi hn}{N}\right) - j \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi hn}{N}\right) \right] \quad (3.4)$$

Las partes real e imaginaria del fasor están dadas por las siguientes expresiones:

$$I_h \cos \theta = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} i_n \cos\left(\frac{2\pi hn}{N}\right) \quad (3.5)$$

$$I_h \operatorname{sen} \theta = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} i_n \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi hn}{N}\right) \quad (3.6)$$

En estas ecuaciones, θ es el ángulo del fasor. La aplicación de las ecuaciones 3.5 y 3.6 consiste de dos pasos. El primero es obtener el valor de la muestra y multiplicarlo por el valor de la muestra dado por los términos sinusoidales correspondiente a la posición de la muestra en la ventana de datos. El segundo paso es sumar los valores de las N muestras (en la ventana) para obtener los valores real e imaginario de los fasores. El valor pico y el valor del ángulo de fase del fasor pueden ser calculados a partir de estas componentes [2].

El fasor de la componente fundamental correspondiente a la ventana de datos centrada en la muestra i se expresa en forma polar por:

$$|I^{(i)}| = \sqrt{[I_c^{(i)}]^2 + [I_s^{(i)}]^2} \quad (3.7)$$

$$\phi^{(i)} = \arctan \frac{I_s^{(i)}}{I_c^{(i)}} \quad (3.8)$$

El filtro de Fourier tiene respuesta compleja al impulso y calcula el fasor utilizando ambas componentes, seno y coseno, las cuales son un par de filtros

ortogonales simples, con lo que se calculan simultáneamente las partes real e imaginaria [4].

3.2.1 Selección de la ventana de datos.

Observando las ecuaciones 3.3 a 3.6 se puede ver que de la ventana de datos, son usadas N muestras para computarizar los fasores de la frecuencia fundamental y de las frecuencias armónicas. El tamaño de la ventana de datos, utilizada en una aplicación, tiene un impacto sobre los resultados. Por lo tanto es importante tomar en cuenta lo siguiente:

Si una señal consiste únicamente de la frecuencia fundamental, la ventana debe ser un periodo de la señal. Esta ventana también podría ser uno, dos o n múltiplos (n es un entero) del periodo de la señal.

Ahora considere el caso en que la señal consiste de la frecuencia fundamental y armónicas de la misma. La ventana en este caso tiene que ser el periodo de la frecuencia fundamental. Esta ventana es usada para calcular el fasor de la fundamental. Para calcular los fasores de las frecuencias armónicas, el periodo de la frecuencia fundamental debe ser usado. En otras palabras, el periodo de la componente de más baja frecuencia debe ser usado para el cálculo de fasores por la técnica de la DFT. Para explicar el procedimiento usado por la DFT para el cálculo de fasores se presenta el siguiente ejemplo. Considere que la señal de corriente mostrada en la figura 3.1 se muestrea a 480 Hz (ocho veces el periodo de la frecuencia fundamental). Los valores cuantizados de las muestras aparecen en la columna 2 de la tabla 3.1.

El periodo de la frecuencia fundamental es un cuarto ($2/8$), de la suma calculada en las columnas 5 y 6 de la tabla 3.1, el fasor por lo tanto es $0 - j100$.

Para calcular los fasores de las componentes armónicas, los valores calculados de estas frecuencias deben ser usados. Los valores correspondientes a la segunda, tercera y cuarta armónica están dadas en la tabla 3.2. los valores correspondientes a otras armónicas de orden superior pueden ser similarmente definidos.

Tabla 3.1. Valores cuantizados de muestra y valores propios de las muestras

No. Muestra	Valor Cuantizado	Valor Cos($\Delta\theta$)	Valor Sen($\Delta\theta$)	Suma Real	Suma Imaginario
0	-14	1.000	0.000	-14	0
1	91	0.707	-0.707	64	-64
2	86	0.000	-1.000	0	-86
3	71	-0.707	-0.707	-50	-50
4	14	-1.000	0.000	-14	0
5	-91	-0.707	0.707	64	-64
6	-86	0.000	1.000	0	-86
7	-71	0.707	0.707	-50	-50
Total				0	-400

El uso de los valores cuantizados de la señal y los valores propios de una frecuencia armónica proveen el fasor correspondiente de la componente de esa frecuencia.

Tabla 3.2. Valores reales e imaginarios para las componentes armónicas

Segunda armónica		Tercer armónica		Cuarta armónica	
Valor para. Parte real	Valor para parte imaginaria	Valor para. Parte real	Valor para parte imaginaria	Valor para. Parte real	Valor para parte imaginaria
1	0	1.000	0.000	1.000	0.000
0	-1	-0.707	-0.707	-1.000	0.000
-1	0	0.000	1.000	1.000	0.000
0	1	0.707	-0.707	-1.000	0.000
1	0	-1.000	0.000	1.000	0.000
0	-1	0.707	0.707	-1.000	0.000
-1	0	0.000	-1.000	1.000	0.000
0	1	-0.707	0.707	-1.000	0.000

La ecuación (3.9) lista los valores computarizados de los fasores por la Transformada Discreta de Fourier. La primer columna indica el orden del armónico cuyo fador se indica en el renglón respectivo. La segunda columna indica el fador en forma rectangular. En la tercer columna se muestra el valor pico del fador y en la cuarta columna se muestra el ángulo de fase del mismo.

El primer renglón de la ecuación (3.9) presenta la componente de cd de la señal. El resultado es cero, debido a que no hay componente de cd en la señal. El segundo renglón muestra la componente de frecuencia fundamental de la señal. Esta componente tiene magnitud de 100 con ángulo de fase de 270° . El tercer renglón muestra la componente del segundo armónico. Esta componente no esta presente en la señal, y por lo tanto, su valor es cero. Similarmente, el cuarto renglón muestra la componente del tercer armónico. Este fador tiene un valor pico de 20 y un ángulo de fase de 225° .

$$I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \\ 1 & 0 - j100 & 100 & 270^\circ \\ 2 & 0 - j0 & 0 & 0^\circ \\ 3 & -14 - j14 & 20 & 225^\circ \\ 4 & 0 + j0 & 0 & 0^\circ \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

La ecuación con la cual se obtendrá la señal original es

$$I_{\text{obt}}(t) = 100 \cos(2\pi ft + 270^\circ) + 20 \cos(6\pi ft + 225^\circ) \quad (3.10)$$

Si el término de cd no es cero, la magnitud de este término debe ser corregida dividiendo por dos. La magnitud de la $(N/2)$ ésima armónica es no computarizada consistentemente. El resultado depende de la orientación de la muestra con respecto al cruce por cero de esa componente.

3.2.2 Frecuencias superiores a la frecuencia de Nyquist

Si frecuencias superiores a la frecuencia de Nyquist, $(N/2)$ ésima armónica, estuvieron presentes en la señal original, podría ocurrir el fenómeno de traslape (aliasing). La energía de estas frecuencias podrían caer dentro de las componentes de cd a la $(N/2)$ ésima armónica. Se podría tener error en la estimación de estas frecuencias. La componente de $(1+N/2)$ ésima armónica, podría mostrarse encimada en la $(-1+N/2)$ ésima armónica. Una componente de $(2+N/2)$ ésima armónica podría mostrarse encimada en una componente de $(-2+N/2)$ ésima armónica. Este patrón continúa entre la componente de cd y la frecuencia de Nyquist mientras la frecuencia de traslape (aliasing) se incrementa hasta infinito. Para ilustrar este fenómeno, considere que la señal original contiene dos componentes, una componente de frecuencia fundamental y su quinta armónica. La señal es representada por la siguiente ecuación.

$$i(t) = 100 \cos(2\pi ft - 90^\circ) + 20 \cos(10\pi ft + 45^\circ) \quad (3.11)$$

haciendo un muestreo de la señal a razón de ocho veces por periodo y calculando las componentes de diferentes frecuencias por la técnica de la DFT se obtiene la siguiente estimación:

$$I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \\ 1 & 0 - j100 & 100 & 270^\circ \\ 2 & 0 - j0 & 0 & 0^\circ \\ 3 & -14 + j14 & 20 & 135^\circ \\ 4 & 0 + j0 & 0 & 0^\circ \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

No hay componente de tercera armónica en la señal original pero el análisis de la DFT muestra que sí ésta presente. La frecuencia de Nyquist es la 4^{ta} armónica, la energía traslapada de la 5^{ta} armónica dentro de la 3^{ra} es $[-(5-4)+4]$.

Ahora si se considera que la señal de voltaje esta compuesta por la fundamental y la séptima armónica, expresada por la siguiente ecuación.

$$i(t) = 100 \cos(2\pi ft - 90^\circ) + 20 \cos(14\pi ft - 45^\circ) \quad (3.13)$$

Haciendo un muestreo de la señal a razón de ocho veces por periodo y calculando las componentes de diferentes frecuencias por la técnica de la DFT se obtiene la siguiente estimación:

$$I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \\ 1 & -14 - j86 & 87 & 261^\circ \\ 2 & 0 - j0 & 0 & 0^\circ \\ 3 & 0 + j0 & 0 & 0^\circ \\ 4 & 0 + j0 & 0 & 0^\circ \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Recordando que la frecuencia de Nyquist es la 4^{ta} armónica y, por lo tanto, la energía de la 7^{ta} armónica trasladada dentro de la frecuencia fundamental es $[-(7-4)+4]$. La frecuencia fundamental aquí estimada ha sido alterada en magnitud y fase.

Ahora si se considera que la señal de voltaje esta compuesta por la fundamental y la octava armónica, expresada por la siguiente ecuación.

$$i(t) = 100 \cos(2\pi ft - 90^\circ) + 20 \cos(16\pi ft - 45^\circ) \quad (3.15)$$

Haciendo un muestreo de la señal a razón de ocho veces por periodo y calculando las componentes de diferentes frecuencias por la técnica de la DFT se obtiene la siguiente estimación:

$$I = \begin{bmatrix} 0 & 28 & 0 & \\ 1 & 0 - j100 & 100 & 270^\circ \\ 2 & 0 - j0 & 0 & 0^\circ \\ 3 & 0 + j0 & 0 & 0^\circ \\ 4 & 0 + j0 & 0 & 0^\circ \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Recordando que la frecuencia de Nyquist es la 4^{ta} armónica y, por lo tanto, la energía de la 8^{va} armónica trasladada dentro de la componente de cd es $[-(8-4)+4]$.

Debido a este proceso de traslape, la componente de la octava armónica aparece como si fuera la componente de cd, sin embargo no hay componente de cd en la señal original.

Estos ejemplos demuestran la necesidad de un prefiltrado para remover la energía de las componentes de frecuencias por arriba de la frecuencia de Nyquist.

En muchas aplicaciones, es necesario estimar la frecuencia fundamental. La DFT es aprovechada para realizar estas estimaciones. En otras aplicaciones es necesario estimar el espectro de frecuencias, un ejemplo de esta aplicación es el análisis de calidad de energía, para estas aplicaciones el proceso de estimación es mucho mejor si la razón de muestras se realiza con base en las potencias de 2(8, 16, 32, 64 etc.) y entonces se utiliza la técnica de la Transformada Rápida de Fourier.

El beneficio de la técnica de la DFT es que la componente de frecuencia fundamental de un voltaje o corriente de falla puede ser obtenida. Un relevador puede ajustarse para operar sobre esta cantidad ignorando todas las demás componentes de la señal.

3.3 Algoritmos basados en onda senoidal

Los algoritmos cubiertos en este capítulo asumen que las corrientes y voltajes posteriores a una falla son senoidales. Esta suposición, no es generalmente válida, sobre todo si se involucran redes de extra alto voltaje (EHV) o ultra alto voltaje (UHV), sin embargo, en la práctica las señales procesadas son prefiltradas y en sistemas de distribución de bajo voltaje obtienen rápidamente la naturaleza sinusoidal. Los algoritmos desarrollados para usarse en aplicaciones donde las señales procesadas son nominalmente sinusoidales fueron primeramente para calcular la impedancia de líneas de transmisión falladas, sin embargo, los métodos son igualmente aplicables para determinar las magnitudes y ángulo de fase de corrientes y voltajes de falla [1].

Todos los algoritmos basados en la onda senoidal son diseñados para predecir el valor pico o el valor pico al cuadrado de la onda comparada.

3.3.1 Método de muestreo y primera derivada

Cuando una señal es puramente sinusoidal, su valor pico puede ser estimado a partir de cualquiera de sus muestras. Considerando el ejemplo de dos señales medidas, $s_1(t)$ y $s_2(t)$, las cuales toman la forma de las ecuaciones (3.17) y (3.18) respectivamente.

$$s_1(t) = V_1 \text{sen } w_0 t \quad (3.17)$$

$$s_2(t) = I_1 \text{sen}(w_0 t + \theta) \quad (3.18)$$

donde V_1 y I_1 son los valores pico de las señales. Obteniendo la derivada con respecto al tiempo de la ecuación (3.17), se tiene

$$\frac{d}{dt} [s_1(t)] = s_1'(t) = w_0 V_1 \cos w_0 t \quad (3.19)$$

las ecuaciones (3.17) y (3.19) se pueden combinar juntas para obtener la ecuación (3.20), la cual define el valor pico de la señal $s_1(t)$.

$$V_1^2 = s_1(t)^2 + \left(\frac{s_1'(t)}{w_0} \right)^2 \quad (3.20)$$

similarmente la ecuación (3.18) puede ser derivada y combinar ambas ecuaciones para obtener la ecuación (3.21), la cual, describe el valor pico de la señal $s_2(t)$.

$$I_1^2 = s_2(t)^2 + \left(\frac{s_2'(t)}{w_0} \right)^2 \quad (3.21)$$

3.3.2 Método de la primera y segunda derivada

Los algoritmos de este tipo generalmente reducen el error donde existen componentes aperiódicas como es el caso de la componente transitoria de

corriente directa, la cual se presenta como una exponencial decreciente En la sección anterior las señales de voltaje y corriente fueron descritas por las ecuaciones (3.17) y (3.18), reescribiendo estas ecuaciones como $v=V\text{sen}w_0t$ y $i=I\text{sen}(w_0t+\theta)$.

Tomando la primera y segunda derivadas con respecto al tiempo se obtiene para la señal de voltaje

$$v' = w_0 V_1 \cos w_0 t \quad (3.22)$$

$$v'' = -w_0^2 V \text{sen } w_0 t \quad (3.23)$$

combinando estas dos ecuaciones da como resultado un ecuación para estimar el valor pico al cuadrado de la señal de voltaje sinusoidal supuesta.

$$V^2 = \frac{1}{w_0^2} \left[(v')^2 + \left(\frac{(v'')}{w_0} \right)^2 \right] \quad (3.24)$$

La ecuación correspondiente para determinar una aproximación del valor pico de la corriente es similarmente.

$$I^2 = \frac{1}{w_0^2} \left[(i')^2 + \left(\frac{(i'')}{w_0} \right)^2 \right] \quad (3.25)$$

3.4 Algoritmos de filtro Coseno y Seno

Tomando en consideración los algoritmos basados en la señal sinusoidal, otra alternativa para obtener el fasor es tomando como sus partes real e imaginaria dos salidas desfasadas un cuarto de ciclo de un filtro simple (filtro con respuesta real al impulso), como el filtro Coseno o el Seno [4].

De esta manera, el filtro Coseno con ventana de un ciclo determina la magnitud del fasor como:

$$|I^{(i)}| = \sqrt{[I_c^{(i)}]^2 + [I_c^{(i-n/4)}]^2} \quad (3.26)$$

Análogamente, sustituyendo I_c por I_s en (3.26) se obtiene el filtro Seno. Este método requiere que únicamente un conjunto de cálculos sean desarrollados por cada muestra en lugar de los dos conjuntos requeridos por el filtro de Fourier. Estos ahorros, sin embargo, ocasionan un pequeño desplazamiento debido a que el filtro Coseno debe ser del tipo no-recursivo mientras el filtro Fourier debe ser del tipo recursivo [6]. El filtro Coseno utiliza una ventana de uno más un cuarto de ciclo en lugar de una ventana de un ciclo utilizada por el filtro Fourier, y por lo tanto es de esperarse, una operación más lenta. El filtro Coseno de 4 muestras por ciclo es de particular interés, ya que el término calculado previamente, de hecho es la muestra requerida en cuadratura.

La figura 3.2 muestra la respuesta en frecuencia del algoritmo de la DFT de ocho muestras. La respuesta en frecuencia H_c es la respuesta correspondiente al filtro Coseno y la respuesta H_s es la correspondiente al filtro Seno. Es importante notar que el filtro Seno suprime en mayor grado las componentes de alta frecuencia que el filtro Coseno.

En todos los casos el filtro utilizado elimina las componentes de frecuencia cero de las señales de entrada. Esta es una condición necesaria, pero no suficiente, para que el filtro rechace las componentes aperiódicas de naturaleza exponencial, las cuales pueden considerarse en forma aproximada como formadas por la superposición de una componente de corriente directa y una rampa decreciente, se necesita un efecto de doble diferenciación para poder eliminar este tipo de componente. Los filtros Coseno y Seno tienen ceros en todas las armónicas superiores, por lo que eliminan completamente las señales sinusoidales de esas frecuencias.

El filtro Coseno presenta una forma aproximadamente parabólica en la región de la característica cercana a la frecuencia cero (ver figura 3.2).

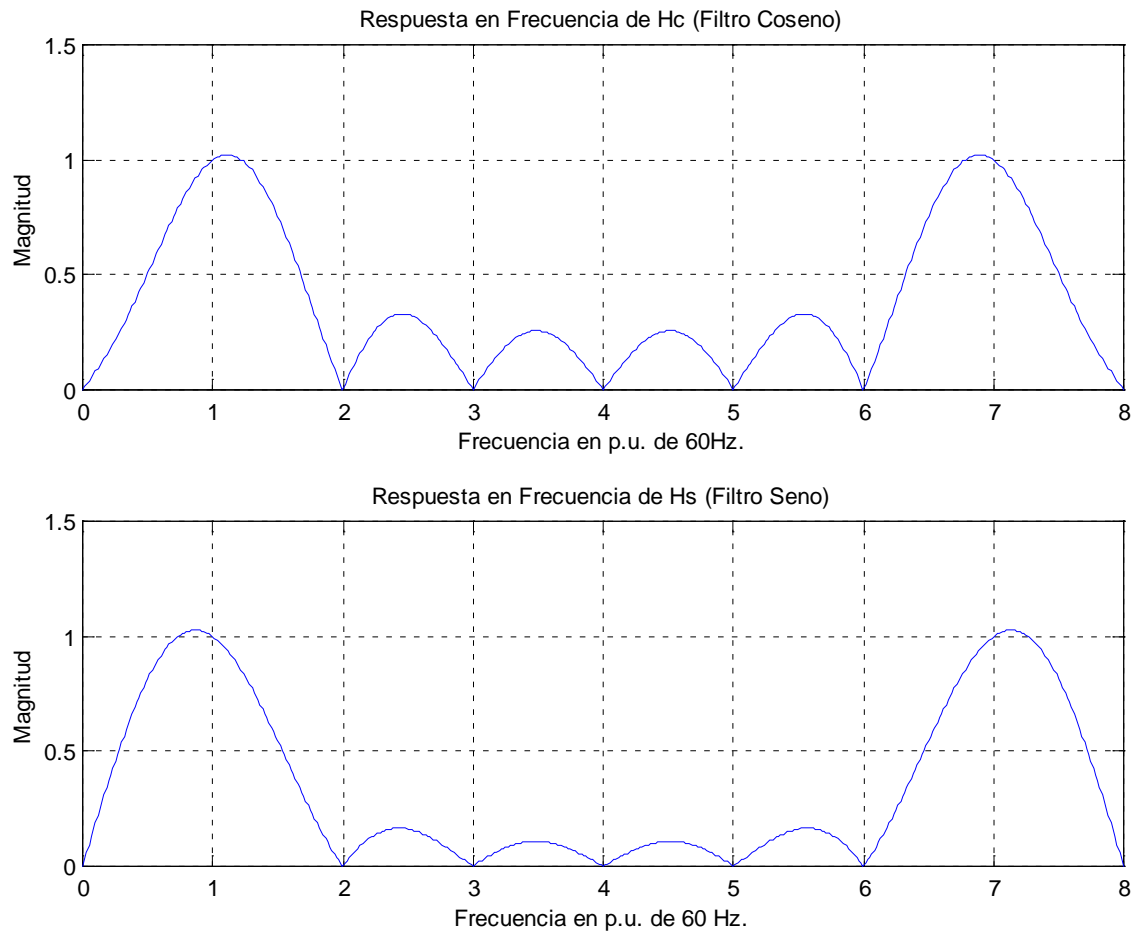


Figura 3.2. Respuesta en frecuencia del algoritmo de la DFT para 8 muestras
(a) filtro coseno, (b) filtro seno.

Esta forma parabólica expresa el efecto de doble diferenciador inherente en este filtro, lo que le permite atenuar considerablemente las componentes aperiódicas exponenciales en mayor grado que el filtro Seno [4].

Considerando que los fasores han sido procesados ocho veces en un ciclo de la frecuencia fundamental por un filtro Coseno. La salida en un tiempo t_0 puede ser identificada como la parte real del fesor y la salida del filtro a un tiempo t_3 podría ser la parte imaginaria del fesor. Combinando estas salidas, los fasores de

voltajes y corrientes pueden ser calculados. Los fasores calculados de esta manera son afectados en menor grado por las componentes aperiódicas exponenciales que los fasores calculados por la técnica de la DFT.

3.5 Algoritmo del filtro de mínimos cuadrados

La técnica del mínimo error al cuadrado (LES) por sus siglas en inglés, es usada para estimar los fasores de la componente fundamental y de las componentes de frecuencias armónicas de voltajes y corrientes. Esta técnica se basa en la minimización del principal error al cuadrado entre la forma de onda de la señal actual y la asumida. Las señal de voltaje y/o corriente es modelada como una combinación de la componente de frecuencia fundamental, una componente exponencial decreciente de cd y armónicos de orden especificados.

$$v(t) = V_0 e^{\frac{t}{\tau}} + \sum_{n=1}^N V_n \text{sen}(nw_0 t + \theta_n) \quad (3.27)$$

donde: $v(t)$ es el valor instantáneo del voltaje en un tiempo t .

τ es la constante de tiempo de la componente de cd.

N es la componente armónica de mayor orden presente en la señal.

w_0 es la frecuencia fundamental del sistema.

V_0 es la magnitud del voltaje de cd en $t = 0$.

V_n es el valor pico de la n ésima componente armónica.

θ_n es el ángulo de fase de la n ésima componente armónica.

Expresando la componente decreciente de cd por su expansión en series de Taylor y reteniendo los dos primeros términos, se obtiene la siguiente ecuación:

$$v(t) = V_0 - \left(\frac{V_0}{\tau} \right) t + \sum_{n=1}^N V_n \text{sen}(nw_0 t + \theta_n) \quad (3.28)$$

asumiendo que el voltaje es compuesto por una componente exponencial decreciente de cd, la componente de frecuencia fundamental y las componentes de la segunda, tercera, cuarta y quinta armónicas. Para $t = t_1$, la ecuación (3.28) puede por lo tanto expresarse como:

$$v(t_1) = V_0 - \left(\frac{V_0}{\tau} \right) t_1 + V_1 \sin(\omega_0 t_1 + \theta_1) + V_2 \sin(2\omega_0 t_1 + \theta_2) + V_3 \sin(3\omega_0 t_1 + \theta_3) + V_4 \sin(4\omega_0 t_1 + \theta_4) + V_5 \sin(5\omega_0 t_1 + \theta_5) \quad (3.29)$$

Usando identidades trigonométricas la ecuación (3.29) puede ser rescrita como:

$$v(t_1) = V_0 - \left(\frac{V_0}{\tau} \right) t_1 + (V_1 \cos \theta_1) \sin \omega_0 t_1 + (V_1 \sin \theta_1) \cos \omega_0 t_1 + (V_2 \cos \theta_2) \sin 2\omega_0 t_1 + (V_2 \sin \theta_2) \cos 2\omega_0 t_1 + (V_3 \cos \theta_3) \sin 3\omega_0 t_1 + (V_3 \sin \theta_3) \cos 3\omega_0 t_1 + (V_4 \cos \theta_4) \sin 4\omega_0 t_1 + (V_4 \sin \theta_4) \cos 4\omega_0 t_1 + (V_5 \cos \theta_5) \sin 5\omega_0 t_1 + (V_5 \sin \theta_5) \cos 5\omega_0 t_1 \quad (3.30)$$

Procediendo de esta manera, la ecuación (3.28) puede ser expresada como:

$$x(t_1) = a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + a_{14} x_4 + a_{15} x_5 + a_{16} x_6 + a_{17} x_7 + a_{18} x_8 + a_{19} x_9 + a_{110} x_{10} + a_{111} x_{11} + a_{112} x_{12} + \dots + a_{1(2N+1)} x_{(2N+1)} + a_{1(2N+2)} x_{(2N+2)} \quad (3.31)$$

donde:

$$\begin{aligned} x_{11} &= V_0, x_2 = -V_0 / \tau, x_3 = V_1 \cos \theta_1, x_4 = V_1 \sin \theta_1, \\ x_5 &= V_2 \cos \theta_2, x_6 = V_2 \sin \theta_2, x_7 = V_3 \cos \theta_3, x_8 = V_3 \sin \theta_3, \\ x_9 &= V_4 \cos \theta_4, x_{10} = V_4 \sin \theta_4, x_{11} = V_5 \cos \theta_5, x_{12} = V_5 \sin \theta_5, \\ &\dots \dots \dots x_{(2N+1)} = V_N \cos \theta_N, x_{(2N+2)} = V_N \sin \theta_N, \\ a_{11} &= 1, a_{12} = t_1, a_{13} = \sin(\omega_0 t_1), a_{14} = \cos(\omega_0 t_1), \\ a_{15} &= \sin(2\omega_0 t_1), a_{16} = \cos(2\omega_0 t_1), a_{17} = \sin(3\omega_0 t_1), a_{18} = \cos(3\omega_0 t_1), \\ a_{19} &= \sin(4\omega_0 t_1), a_{110} = \cos(4\omega_0 t_1), a_{111} = \sin(5\omega_0 t_1), a_{112} = \cos(5\omega_0 t_1), \\ &\dots \dots \dots a_{1(2N+1)} = \sin(N\omega_0 t_1), a_{1(2N+2)} = \cos(N\omega_0 t_1). \end{aligned}$$

Considerando que la señal es muestreada a intervalos de Δt segundos la ecuación (3.32) puede ser obtenida sustituyendo $t_1 = m\Delta t$ en la ecuación (3.31).

$$\begin{aligned} x(m\Delta t) = & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + a_{m4}x_4 + a_{m5}x_5 + a_{m6}x_6 + a_{m7}x_7 \\ & + a_{m8}x_8 + a_{m9}x_9 + a_{m10}x_{10} + a_{m11}x_{11} + a_{m12}x_{12} + a_{m13}x_{13} \dots\dots \\ & + a_{m(2N+1)}x_{(2N+1)} + a_{m(2N+2)}x_{(2N+2)} \end{aligned} \quad (3.32)$$

donde:

$$\Delta t = \frac{1}{f_s}, \quad (3.33)$$

f_s es la frecuencia de muestreo.

m es el número de muestra.

Los coeficientes a son redefinidos como:

$$\begin{aligned} a_{m1} = 1, a_{m2} = m\Delta t, a_{m3} = \text{sen}(w_0\Delta t), a_{m4} = \text{cos}(w_0\Delta t), \\ a_{m5} = \text{sen}(2w_0\Delta t), a_{m6} = \text{cos}(2w_0\Delta t), a_{m7} = \text{sen}(3w_0\Delta t), a_{m8} = \text{cos}(3w_0\Delta t), \\ a_{m9} = \text{sen}(4w_0\Delta t), a_{m10} = \text{cos}(4w_0\Delta t), a_{m11} = \text{sen}(5w_0\Delta t), a_{m12} = \text{cos}(5w_0\Delta t), \\ \dots\dots\dots a_{m(2N+1)} = \text{sen}(Nw_0\Delta t), a_{m(2N+2)} = \text{cos}(Nw_0\Delta t). \end{aligned}$$

Un total de $[(2N+2)+1]$ ecuaciones similares a la ecuación (3.32), pueden ser desarrolladas usando $(2N+3)$ muestras consecutivas. Esto puede escribirse como:

$$\underset{(2N+3) \times (2N+2)}{[A]} \underset{(2N+2) \times 1}{[X]} = \underset{(2N+3) \times 1}{[V]} \quad (3.34)$$

En esta ecuación, $N = [(P-2)/2]$ es la componente de mayor orden presente en la señal modelada y P es el número de muestras por ciclo.

La estimación de $[X]$ por la técnica de mínimos cuadrados es dada por la siguiente ecuación:

$$[X] = \left[[A]^T [A] \right]^{-1} [A]^T [V] = [A]^+ [V] \quad (3.35)$$

En esta ecuación $[A]^+$ es la matriz pseudo-inversa de $[A]$.

Los elementos del 3^{er} y 4^{to} renglones de $[A]^+$, son los coeficientes del filtro para estimar las componentes real e imaginaria del fasor de la frecuencia fundamental de la señal.

Considerando el siguiente ejemplo, en el cual se utiliza una frecuencia de muestreo de 720 Hz ($P=12$). El tiempo coincidente con la séptima muestra es considerado como cero. Los coeficientes del filtro para la estimación de las componentes real e imaginaria del fasor de la frecuencia fundamental de la señal, se presentan en la Tabla 3.3. Las componentes real e imaginaria del fasor de la frecuencia fundamental son calculadas multiplicando los coeficientes por los valores de las muestras. La función de transferencia de los filtros seno y coseno en el plano z es dada por:

$$\begin{aligned} &C(1)z^{+6} + C(2)z^{+5} + C(3)z^{+4} + C(4)z^{+3} + C(5)z^{+2} + C(6)z^{+1} + C(7)z^0 \\ &+ C(8)z^{-1} + C(9)z^{-2} + C(10)z^{-3} + C(11)z^{-4} + C(12)z^{-5} + C(13)z^{-6} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Tabla 3.3. Coeficientes de la técnica de mínimos cuadrados para una señal de 60 Hz., muestreada con una frecuencia de 720 Hz.

Numero de Coeficiente	Filtro Coseno (Real)	Filtro Seno (Imaginario)
C(1)	0.311100423	-0.08695652
C(2)	-0.08333333	-0.13709119
C(3)	-0.14433757	-0.09057971
C(4)	-0.16666667	0.00724638
C(5)	-0.14433757	0.07608695
C(6)	-0.08333333	0.15158394
C(7)	0.00000000	0.15942029
C(8)	0.08333333	0.15158394
C(9)	0.14433757	0.07608695
C(10)	0.16666667	0.00724638
C(11)	0.14433757	-0.09057971
C(12)	0.08333333	-0.13709119
C(13)	-0.311100423	-0.08695652

La respuesta en frecuencia de la técnica de mínimos cuadrados puede ser obtenida usando los valores numéricos de los coeficientes del filtro y sustituyendo z por $e^{jw\Delta t}$ en la ecuación (3.36) y evaluando la ecuación. Las respuestas se pueden observar en la figura 3.3.

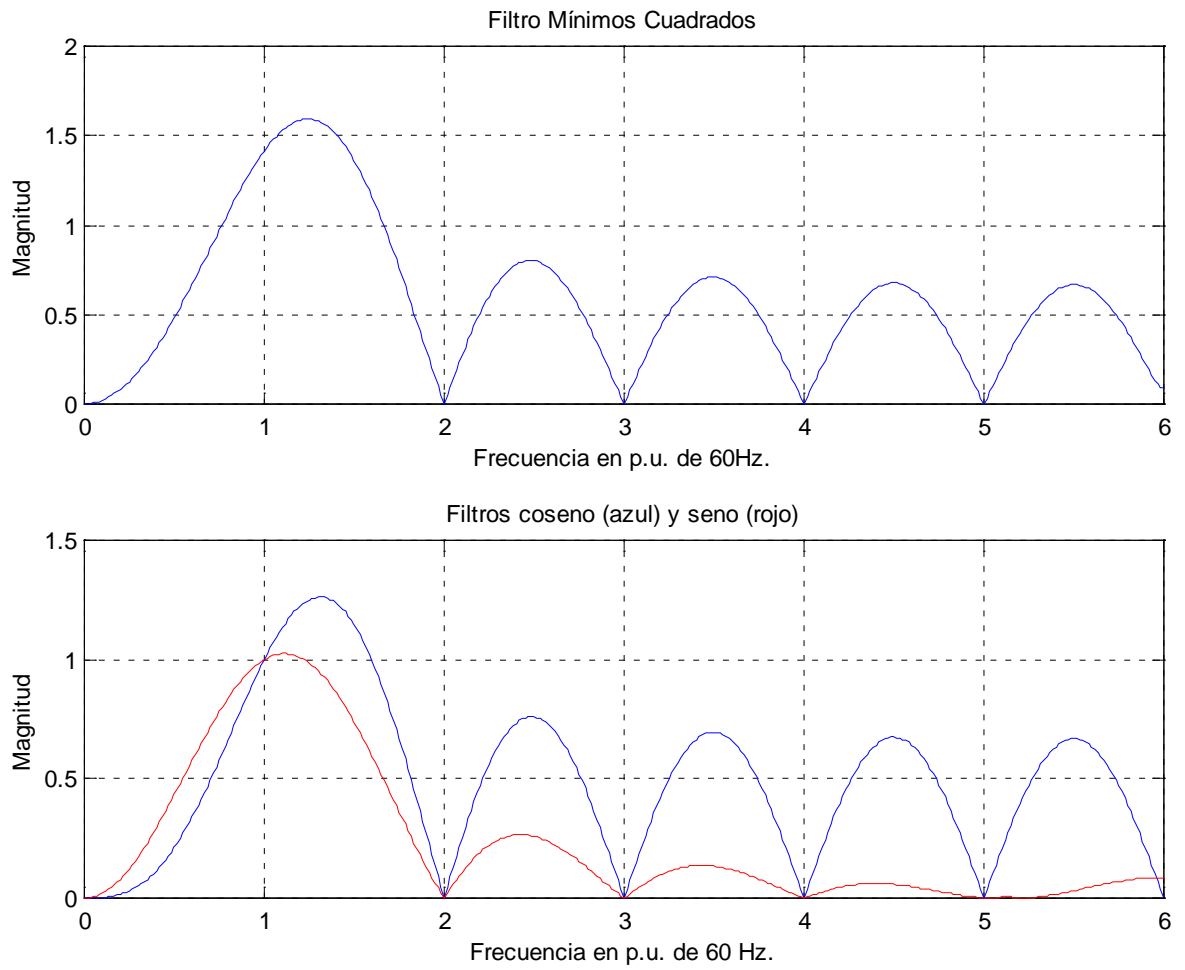


Figura 3.3. Algoritmo de mínimos cuadrados, (a) Filtro de mínimos cuadrados, (b) componentes de filtro coseno y filtro seno.

Capítulo 4

Ecuaciones características para relevadores de sobrecorriente de tiempo-inverso

Las características para relevadores de sobrecorriente de inducción han estado en continuo uso por más de 40 años y de hecho son estándares en Norte América. Cuando un relevador de sobrecorriente es instalado a menudo tiene que ser coordinado con relevadores de inducción o fusibles existentes [8]. Estas características de inducción aparecen en tablas de datos almacenados, polinomios o curvas tabuladas en la mayoría de los programas de coordinación de relevadores. Para estas curvas no había inicialmente definido un estándar y fueron obtenidas de características graficadas a partir de datos experimentales. Recíprocamente los relevadores microcontrolados ejecutan algoritmos que son procedimientos matemáticos, los cuales producen características analíticas que pueden ser descritas con exactitud por ecuaciones. En este capítulo se describe la conexión entre la práctica gráfica utilizada anteriormente y la práctica analítica utilizada actualmente. Esto se realiza definiendo ecuaciones que aseguran la correcta coordinación de relevadores de sobrecorriente microcontrolados con relevadores de sobrecorriente de inducción. Se definen ecuaciones estándares para la región de restablecimiento así como para la región de disparo de características de tiempo-corriente, las cuales son derivadas a partir de ecuaciones diferenciales básicas para señales de entrada dependientes del

tiempo igual como se aplica en los relevadores de sobrecorriente de inducción. Estas ecuaciones están comprendidas dentro del estándar IEEE C37.112-1996.

4.1 Definiciones

4.1.1 Relevador de sobrecorriente de tiempo-inverso. Relevador que opera a una corriente que produce una característica de tiempo inverso-corriente por integración de una función de corriente $F(I)$ con respecto al tiempo. La función $F(I)$ es positiva por arriba y negativa por debajo de un determinado valor de corriente de entrada llamada corriente de arranque (corriente de pickup). La corriente de arranque es por lo tanto, la corriente a la cual la integración inicia positivamente y el relevador produce una salida cuando la integral alcanza un predeterminado valor positivo seleccionado.

Para un relevador de inducción, la velocidad del disco es la función de corriente $F(I)$ que es integrada para producir la característica de tiempo-inverso. La velocidad es positiva por arriba y negativa por debajo de un determinado valor de corriente de arranque seleccionado. Este valor predeterminado de la integral representa el viaje del disco requerido para producir una señal de salida de disparo.

4.1.2. Restablecimiento. Es el estado de un relevador de sobrecorriente de tiempo-inverso cuando la integral de la función $F(I)$ que produce una característica tiempo corriente es cero.

4.1.3 Característica de restablecimiento. Es la curva tiempo contra corriente que define el tiempo requerido por la integral de la función de corriente $F(I)$ para alcanzar el valor de cero, para valores por debajo de la corriente de arranque cuando la integral es inicialmente un valor de disparo.

4.1.4. Palanca (time dial). La palanca es el control que determina el valor de la integral al cual la señal de disparo es ejecutada y también es el control de la escala de tiempo de la característica tiempo-corriente producida por el relevador.

En el relevador de inducción, la palanca selecciona la distancia que el disco debe viajar, la cual, es la integral de la velocidad con respecto al tiempo.

4.2. La ecuación tiempo-corriente

4.2.1. Coordinación de características tiempo-corriente

En la práctica la coordinación de protecciones es influenciada por el tipo de conexión a tierra utilizado en los sistemas de distribución. Notablemente en Europa y Japón la práctica es operar sistemas conectados a tierra por medio de impedancias y operar sistemas cortos de tres hilos sin conexión a tierra. Debido a que no se utiliza la protección de las fases laterales con fusibles, la coordinación puede ser alcanzada utilizando características de tiempo definido. Sin embargo en México, la práctica es operar sistemas de distribución de cuatro hilos con conexión a tierra, con cargas alimentadas por las fases laterales con protección con fusibles. Como resultado de esto, la coordinación es obtenida utilizando características de tiempo inverso-corriente con las cuales se logra una coordinación satisfactoria con curvas tiempo-corriente de fusibles. La figura 4.1 muestra la coordinación de una característica de inducción de tiempo extremadamente inverso con un fusible de alta tensión.

La línea recta I^2t de la gráfica logarítmica del tiempo mínimo de fusión de un fusible a menudo es visualizada como la característica tiempo básico-corriente. Sin embargo, un tiempo definido debe ser agregado para emular el máximo tiempo de apertura del fusible. Cuando se agrega este tiempo definido el resultado es una curva. Por esta razón, la mejor forma para propósitos de coordinación con la característica tiempo-corriente es la curva formada al agregar un tiempo definido.

4.2.2 La ecuación analítica

Las ecuaciones (4.1) y (4.2) definen el tiempo de restablecimiento y el tiempo de arranque de una curva de sobrecorriente de tiempo inverso las cuales se muestran en la figura 4.2. Aplicando las constantes correspondientes a estas ecuaciones las curvas características pueden ser definidas con exactitud. La ecuación (4.2) es similar a la establecida en la norma IEC-225-03 (1989-05),

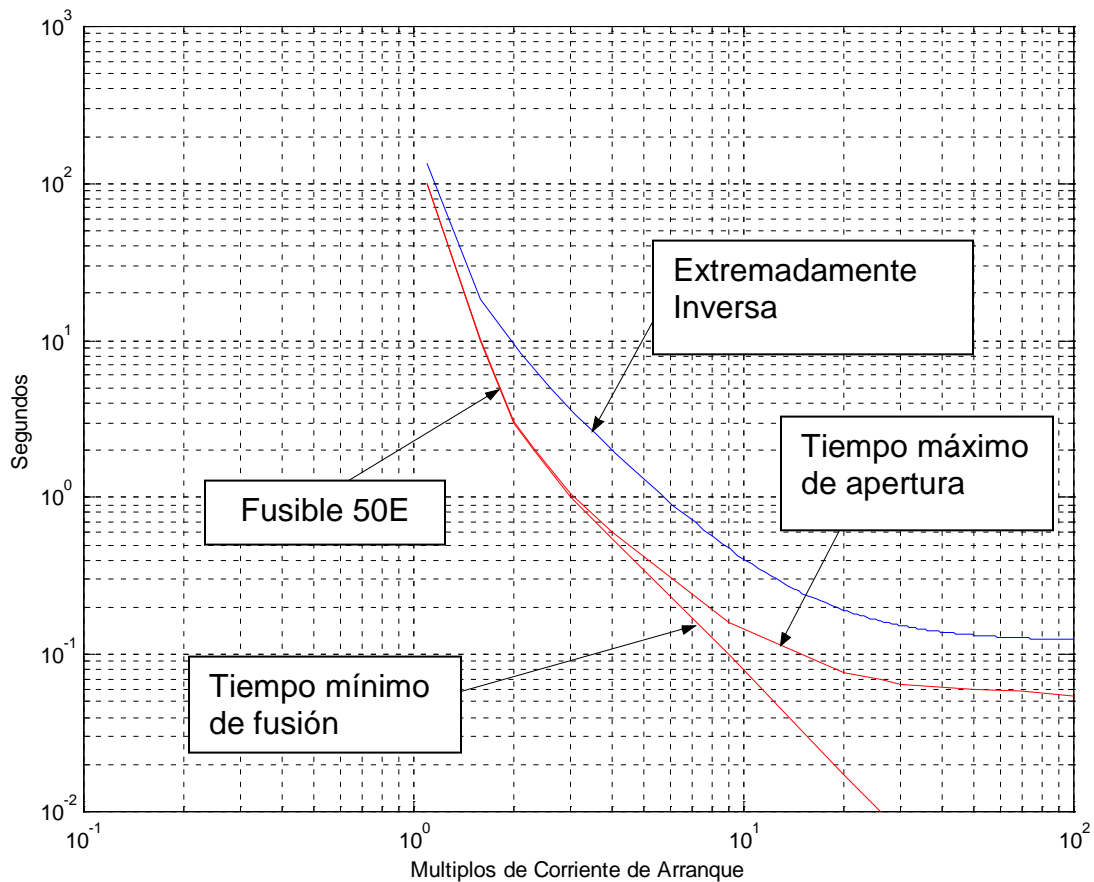


Figura 4.1. Característica de tiempo inverso comparada con el mínimo tiempo de fusión y el máximo tiempo de apertura de un fusible 50E.

excepto por la definición de la constante B. Esta constante define la componente de tiempo definido que es el resultado de la saturación del núcleo en los relevadores de inducción.

Para $0 < M < 1$

$$t(I) = \left(\frac{tr}{M^2 - 1} \right) \quad (4.1)$$

Para $M > 1$

$$t(I) = \left(\frac{A}{M^P - 1} + B \right) \quad (4.2)$$

donde:

$t(I)$ es el tiempo de restablecimiento en (4.1) y el tiempo de disparo en (4.2) en segundos.

M es la $I_{\text{entrada}}/I_{\text{arranque}}$ (I_{arranque} es la corriente de inicio del relevador)

t_r es el tiempo de restablecimiento (para $M=0$)

A, B, P son constantes que proveen la curva característica seleccionada.

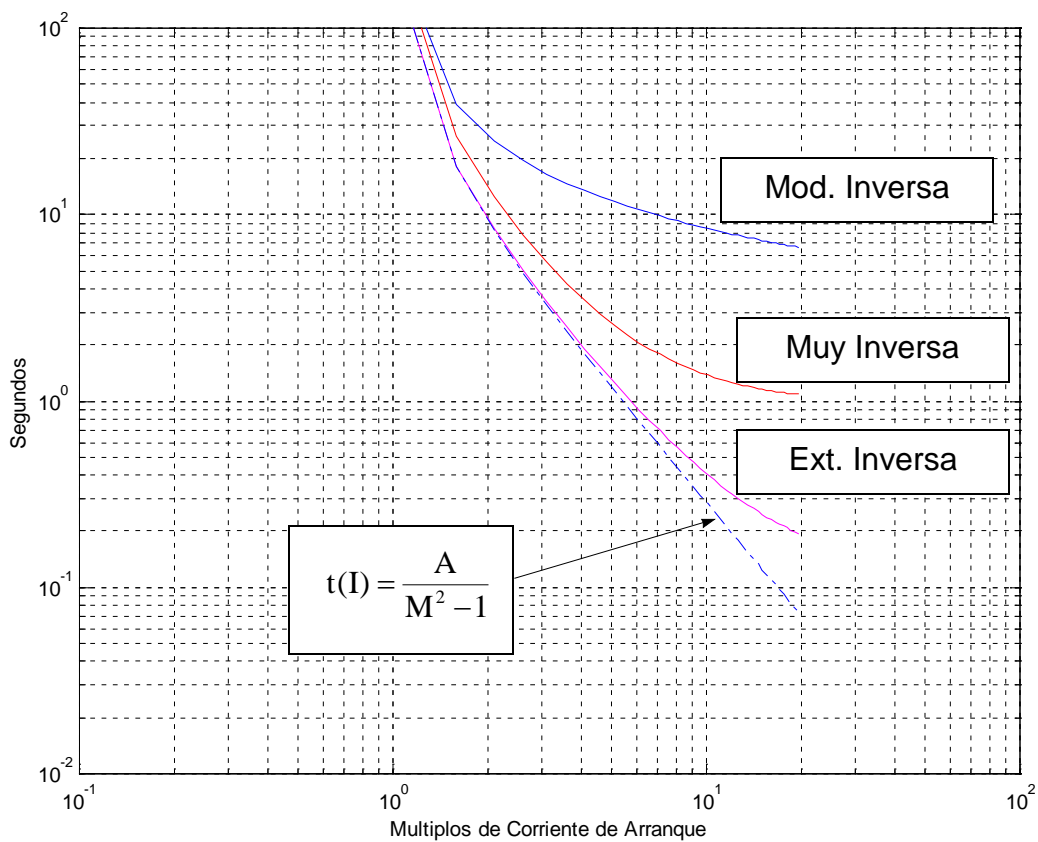


Figura 4.2. Comparación de las características extremadamente, muy y moderadamente inversa.

Los relevadores de inducción tienen una propiedad dinámica que resulta en una razón alta del viaje del disco con alta corriente. Típicamente en condiciones de falla está presente en el relevador una corriente de falla variable antes de que el relevador envíe la señal de disparo. La ecuación (4.3) emula la dinámica del disco de inducción de un relevador de sobrecorriente de tiempo inverso y de esta manera la coordinación se mantendrá aún y cuando la corriente esté variando.

$$\int_0^{T_0} \frac{1}{t(I)} dt = 1 \quad (4.3)$$

donde:

T_0 es el tiempo de operación

4.3. Palanca (time dial)

La palanca de un relevador de sobrecorriente es el control que permite que la característica del relevador sea ajustada a un predeterminado tiempo de disparo para una corriente específica. La palanca generalmente permite el ajuste de tiempo entre el rango de 1 a 15 . En las ecuaciones características (4.1) y (4.2) las constantes A, B y t_r varían proporcionalmente con la palanca. Mientras la razón de A a B puede variar en magnitud con la palanca seleccionada en un relevador de inducción, esta razón permanece constante en los relevadores microcontrolados.

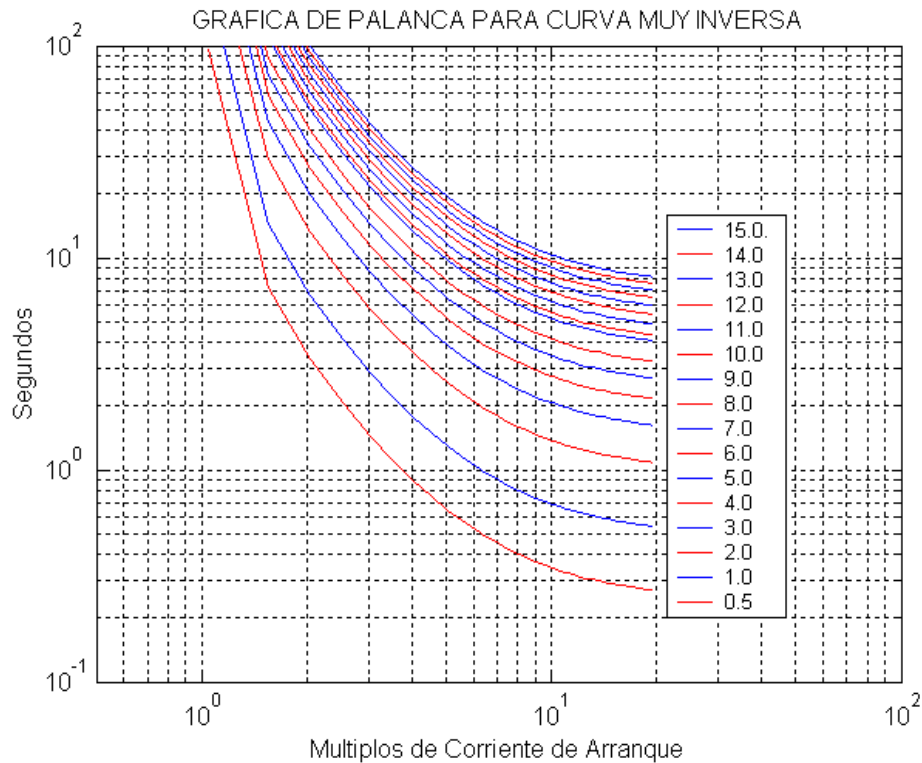


Figura 4.3. Grafica de palanca.

4.4. Características de tiempo-corriente estandarizadas

Las constantes y exponentes en la tabla 4.1 cuando se usan en las ecuaciones (4.1) y (4.2) definen la forma de las características de disparo Moderadamente inversa, Muy inversa y Extremadamente inversa. La constante t_r , cuando se usa en la ecuación (4.1) define la característica de restablecimiento opcional. Estas constantes definen la curva próxima a la mitad del rango de palanca y representa la curva principal de la característica de un relevador de inducción.

Tabla 4.1 Constantes y exponentes características estandarizadas

Característica	A	B	P	t_r
Moderadamente inversa	0.0515	0.1140	0.020	4.85
Muy inversa	19.61	0.491	2.00	21.6
Extremadamente inversa	28.2	0.1217	2.00	29.1

cuando se usa en la ecuación (4.1) define la característica de restablecimiento opcional. Estas constantes definen la curva próxima a la mitad del rango de palanca y representa la curva principal de la característica de un relevador de inducción.

Las características de un relevador de protección con base microcontrolada conforman el estándar IEEE std C37.112-1996 cuando son implementadas de acuerdo con la ecuación (4.3), donde $t(I)$ es dada por la ecuación (4.2) y los valores del tiempo de disparo corresponden con los valores en el rango de 1.5 a 20 múltiplos de la corriente de arranque las cuales permanecen dentro de las bandas mostradas en las figuras 4.3, 4.4 y 4.5. Los límites superior e inferior de estas bandas son 1.15 y 0.85 veces las características definida en la tabla 4.1. Los límites de la banda para la característica de restablecimiento opcional se extienden a partir de 0.05 a 0.9 múltiplos de la corriente de arranque.

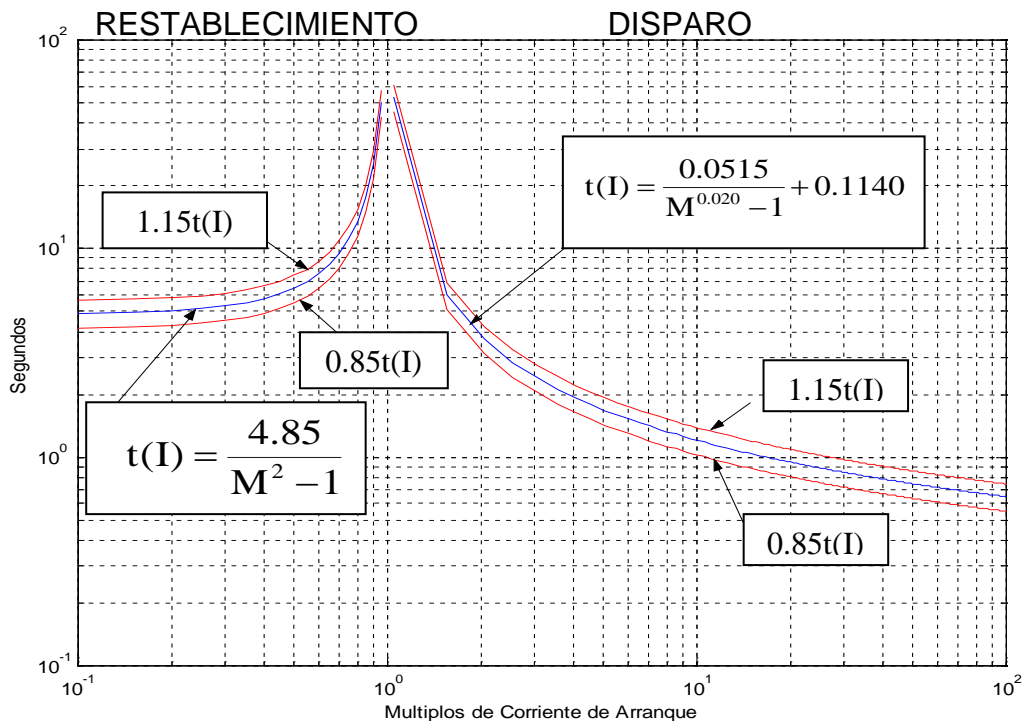


Figura 4.4. Característica tiempo-corriente moderadamente inversa estandarizada

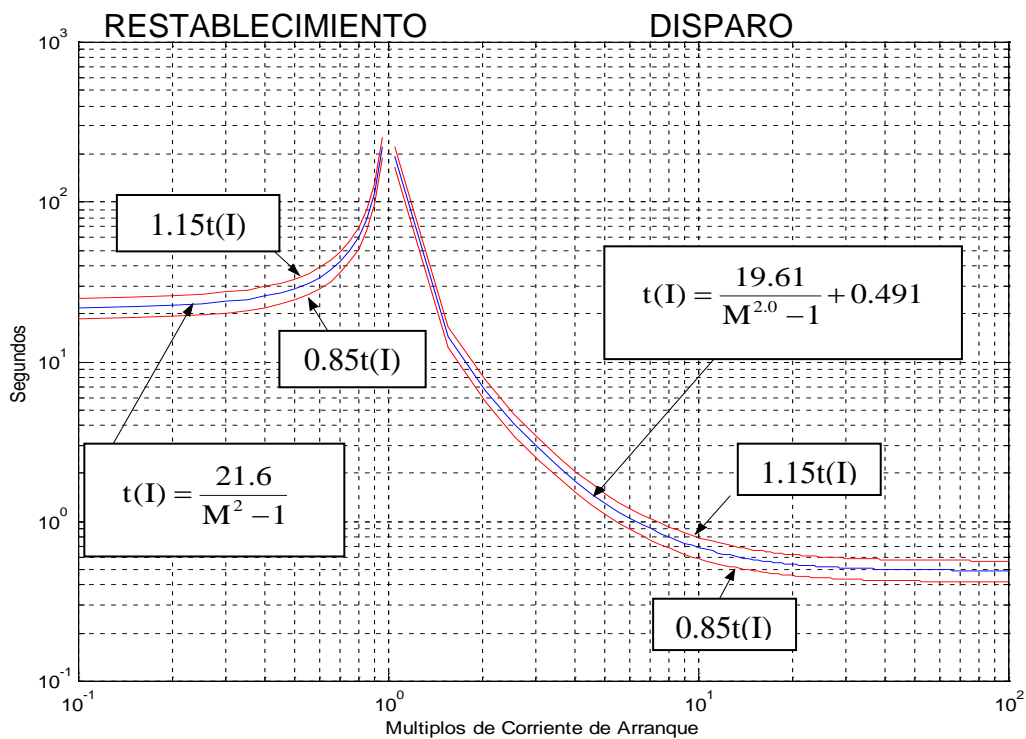


Figura 4.5. Característica tiempo-corriente muy inversa estandarizada

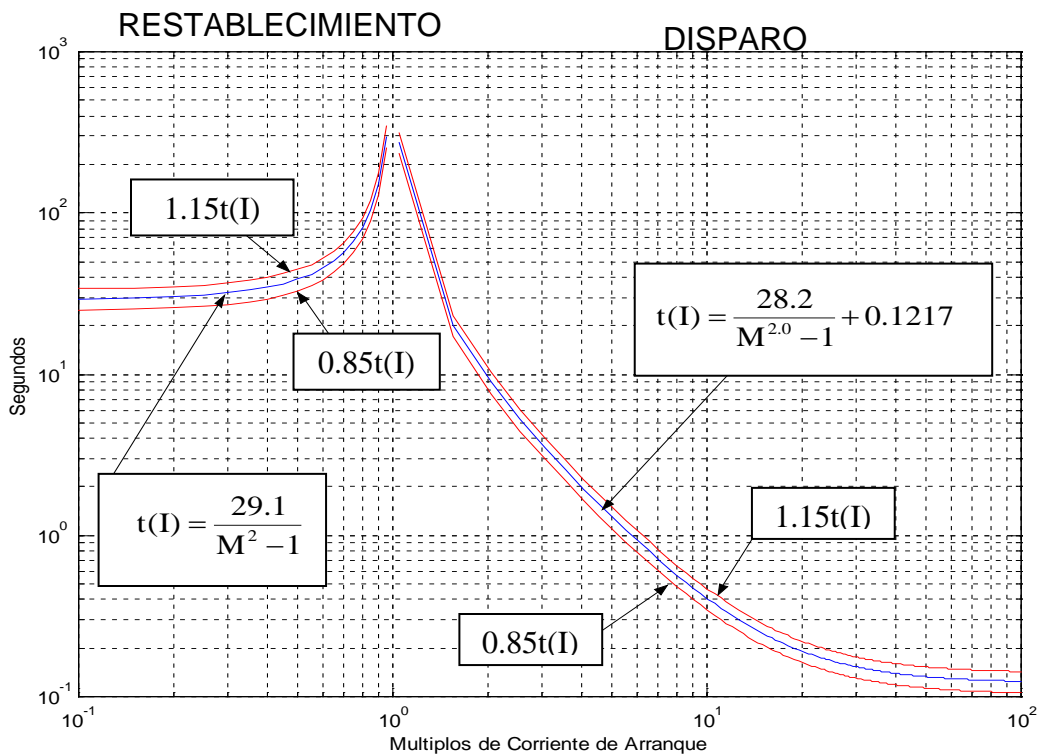


Figura 4.6. Característica tiempo-corriente extremadamente inversa estandarizada

Capítulo 5

Desarrollo del prototipo del relevador digital de sobrecorriente

En este capítulo se presenta detalladamente las actividades realizadas para llevar a cabo la realización de un prototipo de relevador digital de sobrecorriente con base en el controlador de señal digital dsPIC30F6014A, y como resultado de estas actividades se decidió utilizar un circuito de acondicionamiento de la señal de entrada, un filtro digital tipo Coseno y un filtro analógico con frecuencia de corte de 180 Hz., así como la selección de una ventana de evaluación correspondiente a un ciclo de la señal de frecuencia fundamental con 16 muestras por ciclo correspondiente a una frecuencia de muestreo de 960 Hz.

5.1 Etapa de acondicionamiento de señal

En la figura 5.1 se muestra el circuito (uno para cada fase del sistema eléctrico), para acondicionar las señales de corriente provenientes de los transformadores de corriente colocados en campo en la instalación eléctrica. Estas señales de corriente (I_A , I_B e I_C) en condiciones normales tiene un valor máximo de 5 amperes ya que todos los transformadores de corriente se fabrican con una relación de transformación tal que el reflejo de la corriente primaria en el secundario del transformador sea igual a 5 amperes máximos. Sin embargo, en condiciones de falla, las normas del Instituto de Ingenieros Electricistas y Electrónicos (IEEE), por sus siglas en inglés, y las especificaciones en México de la Comisión

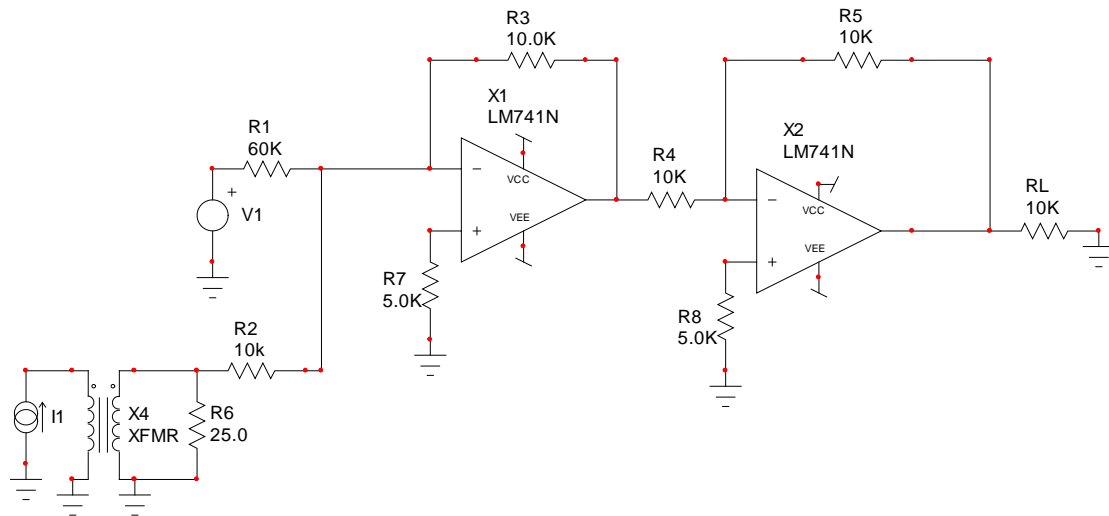


Figura 5.1. Etapa de acondicionamiento de señal.

Federal de Electricidad para la fabricación de transformadores de corriente y relevadores de protección, especifican que estos dispositivos deben de soportar 20 veces la corriente nominal, es decir deben de soportar 100 amperes. Debido a esto, la señal de corriente se tiene que adecuar al rango de valores que sea interpretado por el microcontrolador, por lo que se implementó una etapa de acondicionamiento que permite atenuar y colocar la señal en el rango que acepta el convertidor analógico a digital (A/D) del microcontrolador que es de 0 a 5 voltios. El circuito acondicionador esta formado por los transformadores auxiliares X4 con relación de transformación de 1000 a 1, teniendo en condiciones máximas de falla 100 amperes primarios y 100 miliamperes secundarios, los cuales se hacen pasar por la resistencia R6 de 25 ohms para obtener un potencial de 2.5Voltios. En seguida se tiene un amplificador sumador con ganancia unitaria, en el cual se suman los voltajes de R2 sinusoidal de 2.5 voltios y el de R1 de 2.5 voltios, de DC con lo que se le aplica un offset a la señal para adecuarla a los niveles deseados (0 a +5 voltios), el segundo amplificador solo invierte la señal. Para detectar la corriente que circula por el neutro de la instalación se implementó un cuarto

circuito similar que considera en la etapa sumadora los tres voltajes provenientes de las resistencias R2.

5.2 Etapa de filtrado digital

La evaluación de los filtros digitales se debe hacer en base a sus respuestas de estado estable y de estado transitorio. La respuesta de estado estable es la correspondiente a una señal sinusoidal de entrada, y se evalúa mediante las gráficas de respuesta a la frecuencia, en las cuales se pueden apreciar las componentes de frecuencia que son rechazadas o admitidas. La respuesta transitoria es la correspondiente a cambios abruptos en las señales de entrada.

5.2.1 Respuesta de estado estable

La respuesta a la frecuencia de los filtros digitales se obtiene mediante la transformada de Fourier de sus secuencias de coeficientes [7], la cual está dada por:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n} \quad (5.1)$$

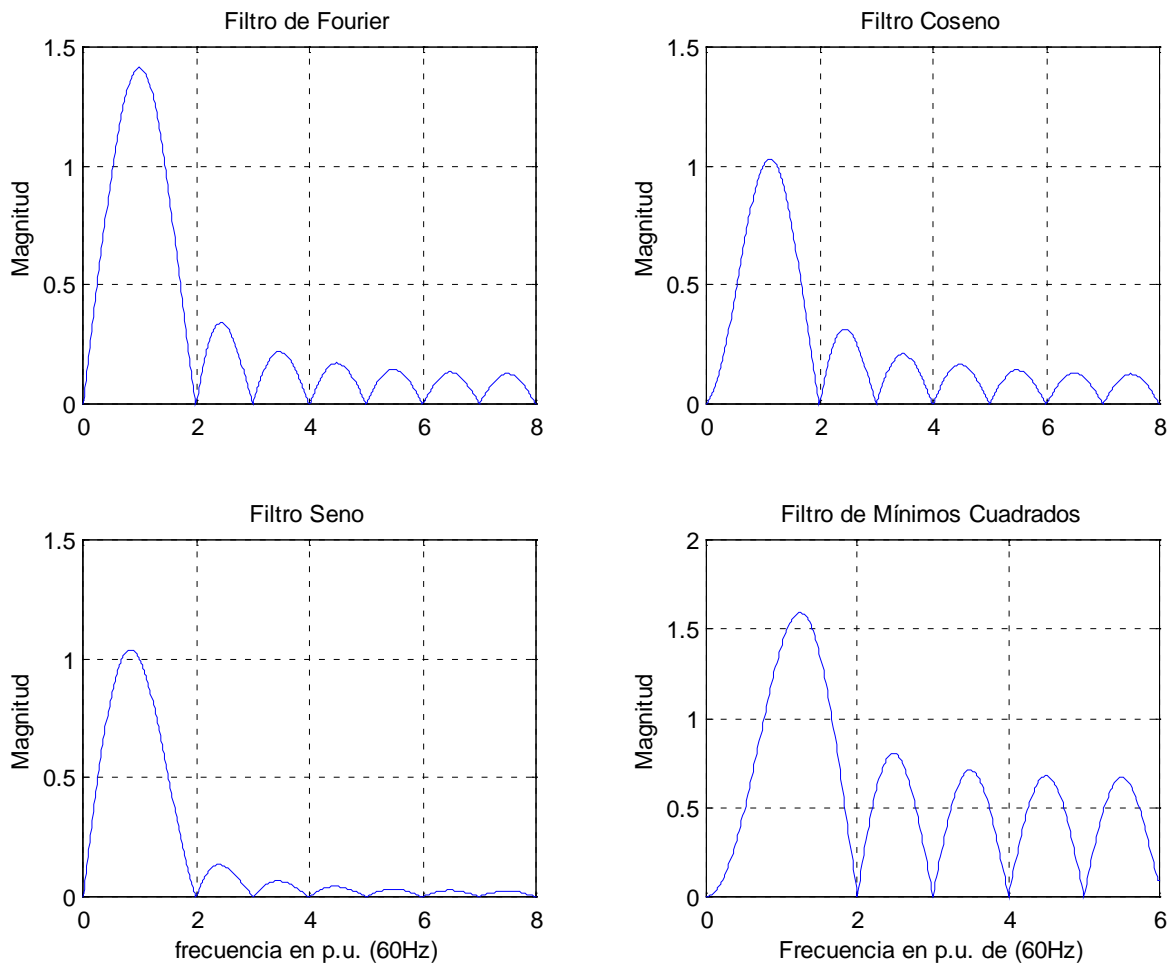
donde $h(n)$ representa la secuencia de coeficientes del filtro a analizar.

En la figura 5.2 se presentan las gráficas de respuesta de todos los filtros estudiados, para una ventana de datos de un ciclo con frecuencia de muestreo de 960 Hz.(16 muestras por ciclo de frecuencia fundamental).

En todos los casos el filtro utilizado elimina las componentes de frecuencia cero de las señales de entrada. Esta es una condición necesaria, pero no suficiente, para que el filtro rechace las componentes aperiódicas de naturaleza exponencial, las cuales pueden considerarse en forma aproximada como formadas por la superposición de una componente de corriente directa y una rampa decreciente, se necesita un efecto de doble diferenciación para poder eliminar este tipo de componente. Los filtros Coseno, Seno y Fourier tienen ceros

en todas las armónicas superiores, por lo que eliminan completamente las señales sinusoidales de esas frecuencias.

A diferencia del resto de los filtros, el filtro Coseno presenta una forma aproximadamente parabólica en la región de la característica cercana a la frecuencia cero. Esta forma parabólica expresa el efecto de doble diferenciador inherente en este filtro, lo que le permite atenuar considerablemente las componentes aperiódicas exponenciales en mayor grado que el filtro Seno y el de Fourier, es por esta razón, que el filtro implementado en el microcontrolador es un filtro digital de tipo Coseno, debido a que la corriente de falla que se quiere



detectar por el relevador en la mayoría de los casos cuenta con componente de corriente directa aperiódica exponencial.

Figura 5.2. Gráficas de respuesta a la frecuencia de los filtros estudiados.

5.2.2 Efecto de la frecuencia de muestreo

La frecuencia de muestreo influye directamente en la resolución del algoritmo de filtrado digital, ya que de ella depende la máxima componente de frecuencia que puede ser identificada por el algoritmo. En la figura 5.3 se muestran las gráficas de respuesta a la frecuencia del filtro Coseno para diferentes frecuencias de muestreo. Las respuestas a la frecuencia están representadas solamente hasta la máxima componente de frecuencia que se puede identificar (la mitad de la frecuencia de muestreo). Para una frecuencia de muestreo de 240 Hz (cuatro muestras por ciclo), el algoritmo solamente puede admitir hasta la segunda armónica. El resto de las componentes de frecuencia, no identificadas por el algoritmo, pueden provocar grandes errores por el efecto de traslape (aliasing). Estas componentes deben ser eliminadas por medio del filtro analógico. Incrementos en la frecuencia de muestreo aumentan el orden de la armónica mayor que puede admitir el algoritmo, y permiten tener una frecuencia de corte más alta en el filtro analógico, lo que reduce su retardo de tiempo.

La frecuencia de muestreo también afecta la amplitud del lóbulo principal de la característica de respuesta a la frecuencia. Para valores pequeños la ganancia del filtro a la frecuencia fundamental es reducida. Lo que debe tenerse en cuenta al seleccionar las ganancias de otros elementos del relevador.

Una observación importante es que la variación de la frecuencia de muestreo no modifica los ceros de las características de respuesta a la frecuencia, es decir, no afecta las componentes que son rechazadas por el algoritmo.

De lo anterior puede concluirse que una frecuencia de muestreo alta es lo adecuado para un relevador digital, sin embargo, a mayor frecuencia de muestreo, menor es el tiempo de que dispone el microcontrolador para ejecutar todo el algoritmo de protección, y mayor debe ser su velocidad de procesamiento, lo que impacta directamente en el costo del relevador.

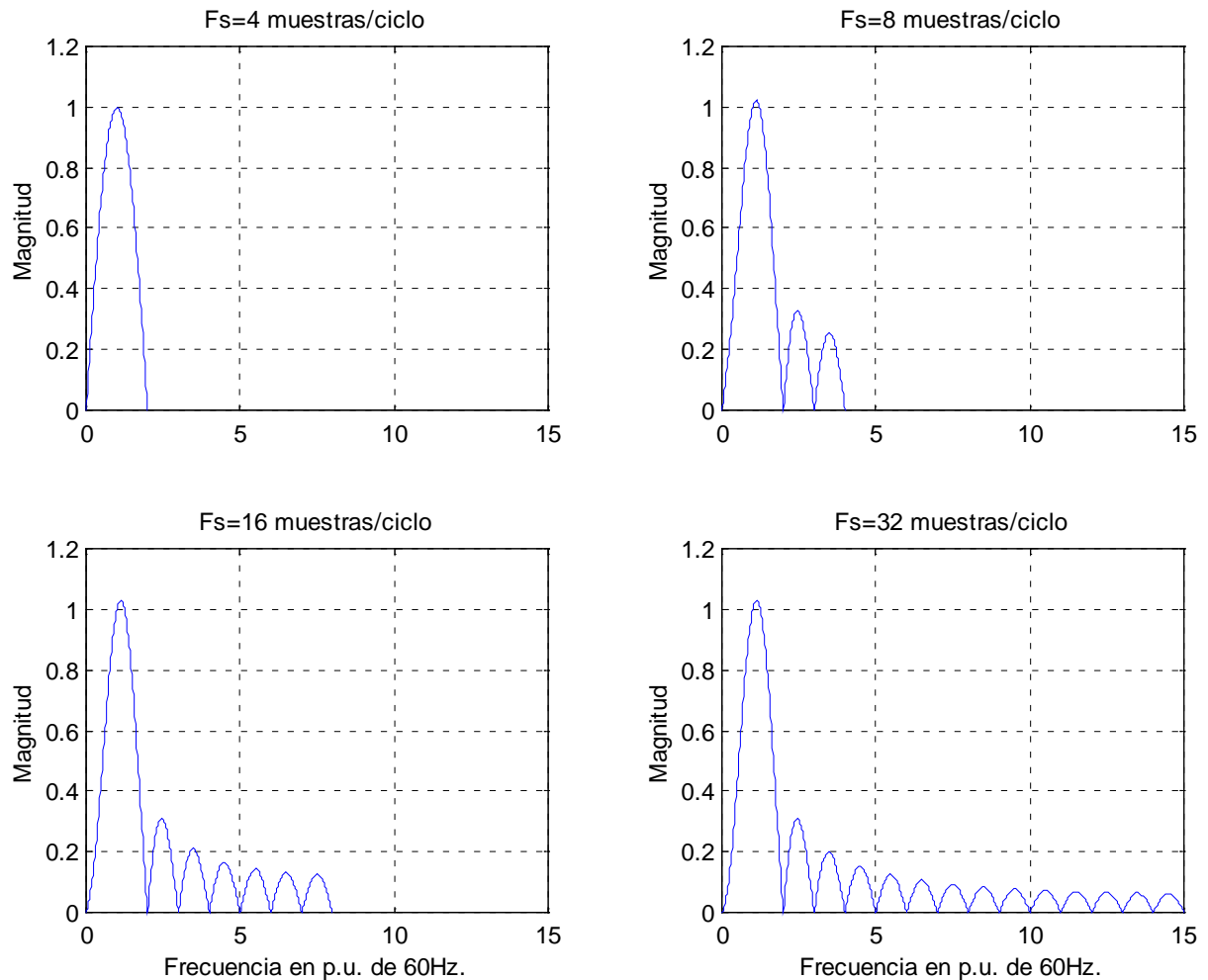


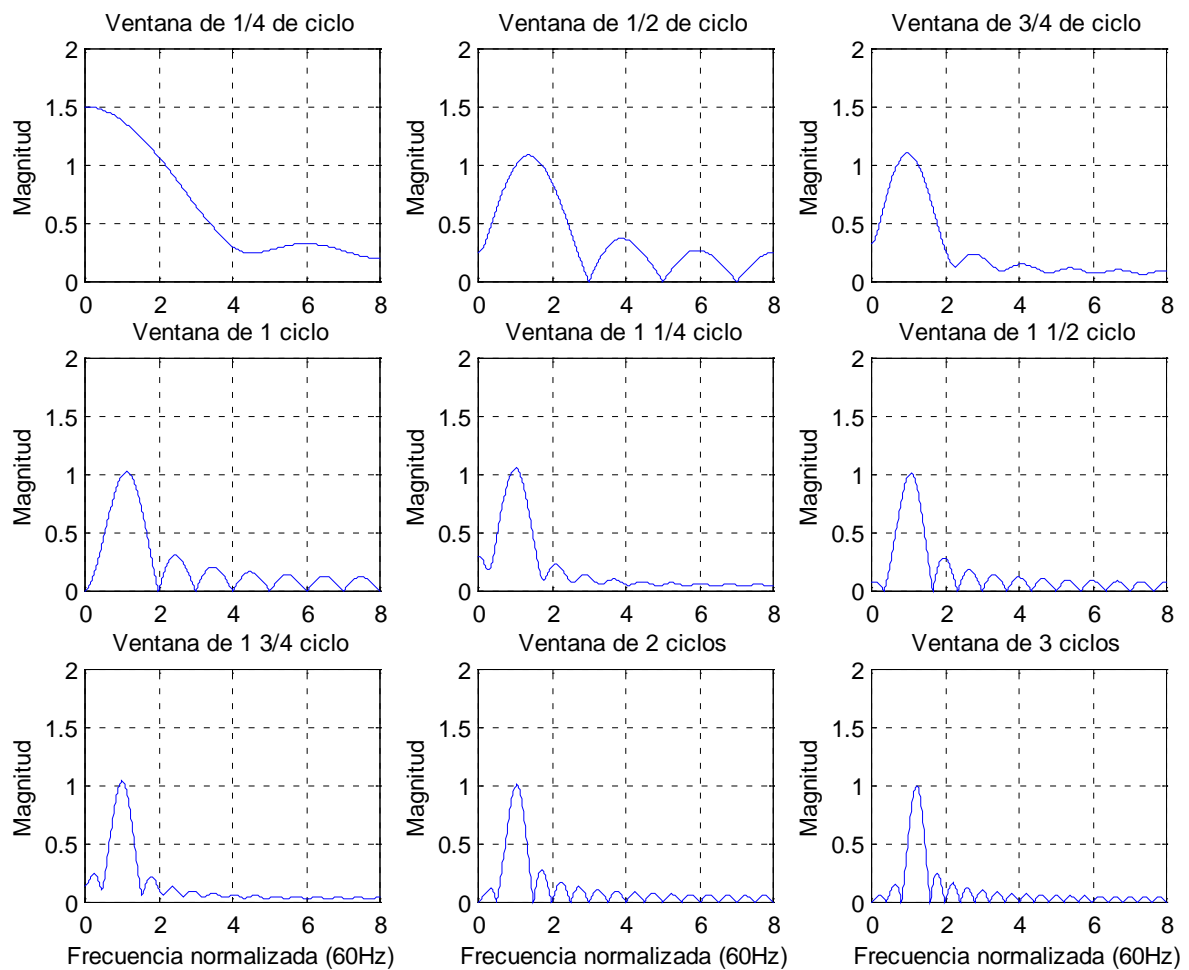
Figura 5.3. Respuesta a la frecuencia del filtro digital Coseno para diferentes valores de frecuencia de muestreo con ventana de un ciclo.

5.2.3 Efecto de la longitud de la ventana

En la figura 5.4 se muestra el efecto de la longitud de ventana de datos sobre la respuesta a la frecuencia del filtro Coseno, con una frecuencia de muestreo fija de 16 muestras por ciclo. Para todas las longitudes de ventana, la respuesta a la frecuencia presenta un lóbulo principal centrado en la frecuencia fundamental, lo que garantiza el paso de esta componente. Se aprecia también que la respuesta a la frecuencia del filtro con ventana de un ciclo presenta ceros

en los múltiplos enteros de la frecuencia fundamental y en la componente de corriente directa, por lo que garantiza el rechazo a todas estas componentes. No obstante ello, como ya se señaló, esto no significa que se pueda lograr un filtrado ideal de la componente aperiódica exponencial.

El lóbulo principal se hace más estrecho cuando la longitud de ventana aumenta, esto implica un mejor rechazo a las componentes subarmónicas, como las generadas por la compensación capacitiva de una línea de transmisión. Sin embargo, para filtros con ventanas de menos de un ciclo se pierden ceros en



algunas armónicas y en la componente de frecuencia cero.

Figura 5.4. Respuesta a la frecuencia del filtro digital Coseno para diferentes longitudes de ventana.

Los filtros con ventanas de longitudes mayores que un ciclo presentan ceros para frecuencias interarmónicas en su respuesta a la frecuencia. Sin embargo, para ventanas de longitudes de $1\frac{1}{4}$ y $1\frac{3}{4}$ ciclos, los ceros que existían en los tonos puros resultan desplazados, por lo que se pierde la capacidad de rechazar estas componentes armónicas y la componente de corriente directa. Los filtros con ventanas de longitudes múltiplos de medio ciclo ($\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, y 2 ciclos) presentan ceros en las armónicas impares, lo que garantiza el rechazo a estas componentes. Los filtros con ventana de 1, 2, y 3 ciclos presentan ceros en todas las armónicas y en frecuencia cero, por lo que rechazan por igual todas estas componentes.

El análisis de la respuesta a la frecuencia de los filtros restantes permite concluir que, para ventanas de longitudes de $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{4}$ y $1\frac{3}{4}$ ciclos, no existen ceros en las frecuencias armónicas. En todos estos filtros se manifiesta también la propiedad de rechazo a las armónicas impares en todas las versiones con ventana de longitudes múltiplos de medio ciclo. Los filtros con ventanas de longitudes de $\frac{1}{2}$ y $1\frac{1}{2}$ ciclos rechazan las armónicas impares, pero permiten el paso de las pares.

De los comentarios anteriores se puede concluir que las longitudes de ventana que cumplen con los requerimientos de respuesta de estado estable de los filtros para protección por sobrecorriente, son las de 1, 2 y 3 ciclos. Sin embargo, otro factor que hay que tomar en cuenta para la elección de la longitud de ventana adecuada, es el retardo de tiempo en la respuesta final del relevador, que se reduce a una decisión de disparo, este segundo requerimiento hace aconsejable utilizar una ventana de un ciclo para protección de sobrecorriente. La decisión final debe tomarse considerando también la respuesta transitoria del filtro digital.

5.3 Etapa de filtrado analógico

En los filtros analógicos utilizados como filtros anti-aliasing en relevadores digitales, se deben seleccionar los parámetros de manera que se pueda lograr una buena respuesta de estado estable sin sacrificar la respuesta de estado transitorio

del filtro. La determinación de las características adecuadas requiere, por lo tanto, una combinación de estudios de filtros en cuanto a sus respuestas de estado estable y transitorio.

5.3.1 Respuesta de estado estable

El análisis de la respuesta de estado estable de los filtros analógicos se realiza mediante gráficas de respuesta a la frecuencia, que permiten evaluarlos en base a comparaciones con la característica del filtro ideal. El procedimiento utilizado consiste en evaluar el comportamiento de la respuesta de cada filtro ante variaciones en el tipo, el orden y la frecuencia de corte del mismo.

La respuesta a la frecuencia de un filtro pasabajos ideal es:

$$H_a(w) = \begin{cases} 1 & \text{para } |w| < w_c \\ 0 & \text{para } |w| > w_c \end{cases} \quad (5.2)$$

donde w_c es denominada frecuencia de corte, su espectro de frecuencia se muestra como una característica rectangular en la figura 5.5. En la práctica, la ganancia del filtro anti-aliasing $H_a(w)$ no coincide con la ideal, pero puede tener valores suficientemente pequeños para $|w| \geq w_c$, de manera que el efecto anti-aliasing sea mínimo. Para lograr esto se requiere una cierta atenuación para frecuencias por debajo de w_c (Figura 5.5); esta atenuación puede ser compensada, con el diseño del filtro digital.

En este trabajo se analizan los filtros analógicos pasabajos más utilizados: Butterworth, Chebyshev tipo I, Chebyshev tipo II y Elíptico: en particular, se presenta el análisis de filtros de segundo, cuarto y sexto orden, con valores de frecuencia de corte de 90, 180, 360 y 540 Hz.

El filtro pasabajos Butterworth está definido por la propiedad de una respuesta de magnitud máxima en la banda de paso. Para un filtro de orden N esto significa que las primeras $(2N-1)$ derivadas de la función son cero para $w=0$.

Una característica de este filtro es el carácter monotónico de su respuesta en las bandas de paso y de parada.

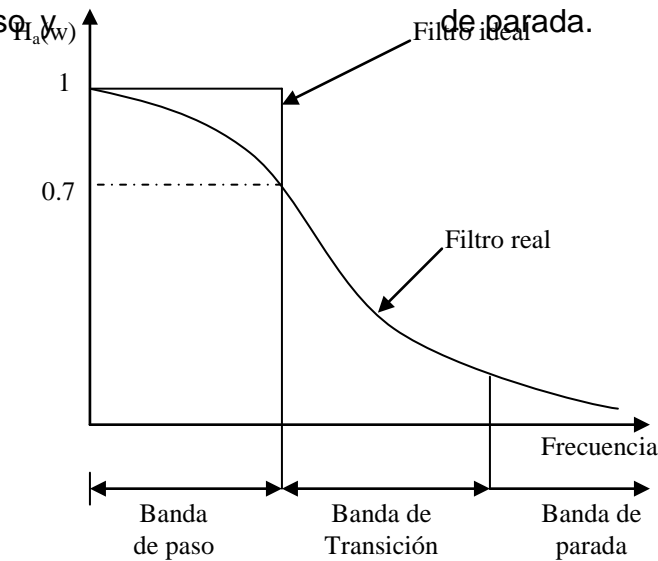


Figura 5.5. Respuesta a la frecuencia de filtros analógicos pasa bajos ideal y real.

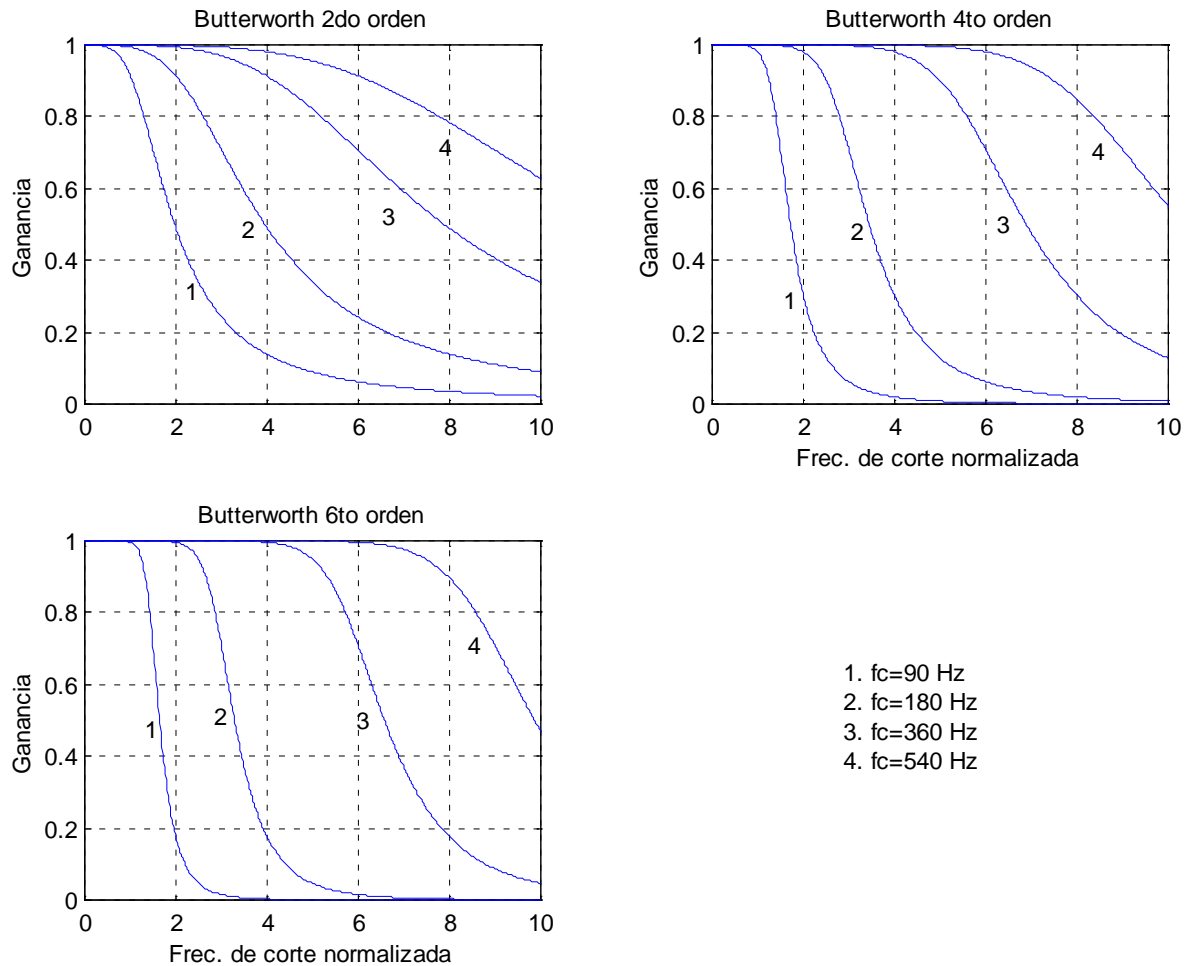
La magnitud de la función de transferencia para este filtro es de la forma:

$$|H_a(w)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{w}{w_c}\right)^{2N}} \quad (5.3)$$

En la figura 5.6 se puede observar que a medida que el orden N del filtro se incrementa, o se disminuye la frecuencia de corte w_c , la zona de transición de la característica del filtro se hace más abrupta, aproximándose a la respuesta del filtro ideal.

En la figura 5.7 se presentan las gráficas de respuesta a la frecuencia de los filtros analógicos analizados, para el caso particular en que el orden se mantiene fijo y la frecuencia de corte varía.

El filtro Butterworth presenta un comportamiento monotónico en las bandas de paso y de parada, por lo que su diseño maximiza la exactitud en una de las bandas con un error de aproximación en la otra. Los filtros Chebyshev distribuyen



la exactitud de manera uniforme en ambas bandas mediante una característica con rizado en lugar de monotónica.

Figura 5.6. Respuesta a la frecuencia del filtro analógico pasa bajos Butterworth

El filtro Chebyshev tipo I (curva 2) presenta una respuesta a la frecuencia con rizado en la banda de paso y monotónica en la banda de parada, mientras que el filtro Chebyshev tipo II (curva 3) presenta una respuesta monotónica en la banda de paso y tiene rizado en la banda de parada. La magnitud de la función de transferencia para un filtro Chebyshev tipo I esta dada por:

$$|H_a(w)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 V_N^2\left(\frac{w}{w_c}\right)} \quad (5.4)$$

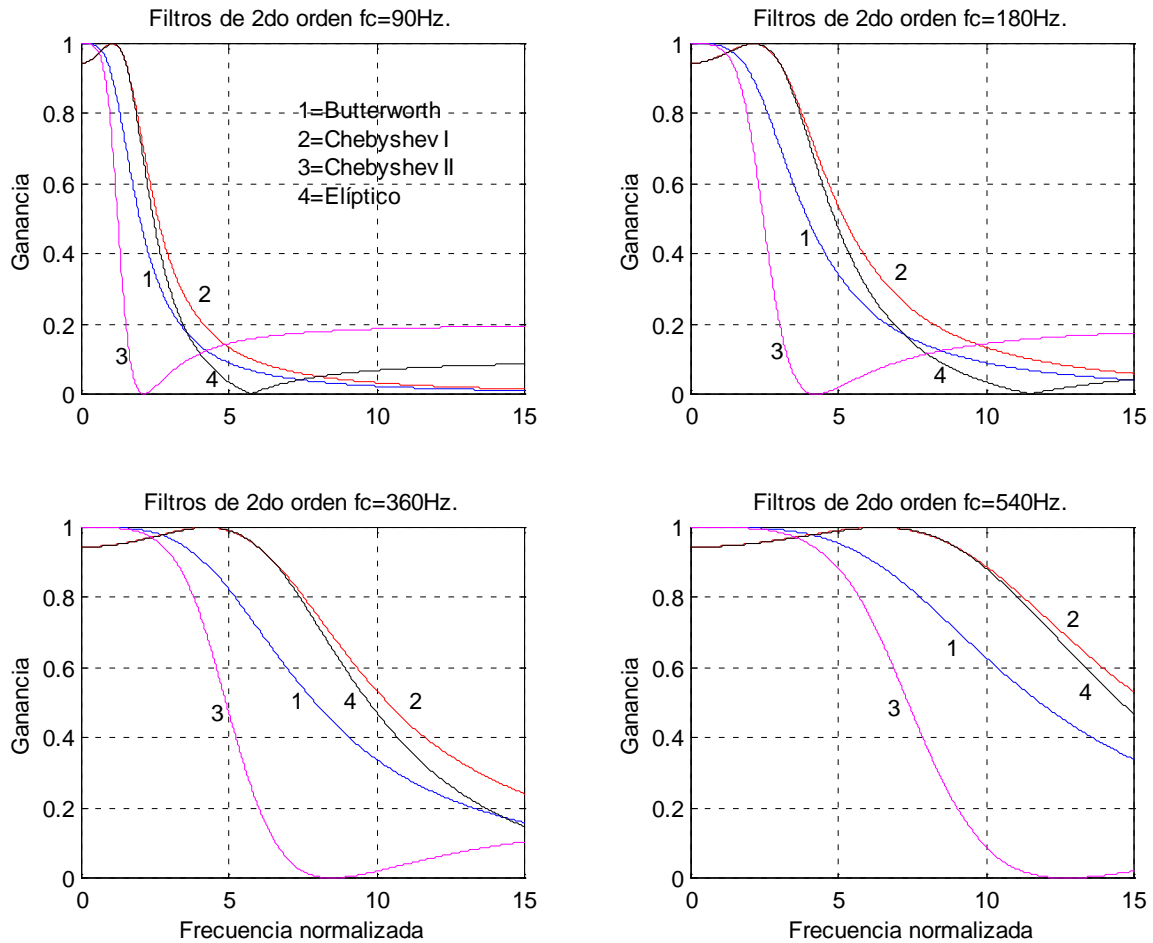


Figura 5.7. Respuesta a la frecuencia de los filtros analógicos estudiados

Donde $V_N(x)$ es el polinomio de coeficientes del filtro Chebyshev de orden N , definido como:

$$V_N(x) = \cos(N \cos^{-1} x) \quad (5.5)$$

y ε representa el máximo rizado permitido en la banda de paso. Por otra parte, la magnitud de la función de transferencia de un filtro Chebyshev tipo II es de la forma:

$$|H_a(w)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 V_N^2 \left(\frac{w}{w_c} \right)^{-1}} \quad (5.6)$$

donde ε representa el máximo rizado permitido en la banda de parada.

El filtro Elíptico, a diferencia del filtro Chebyshev, distribuye el error de diseño uniformemente en ambas bandas, mediante la elección de una característica con rizado, como ambas bandas tienen límites de tolerancia por el máximo rizado permitido (ε), se está en la posibilidad de reducir en gran medida la banda de transición. La magnitud de la función de transferencia de un filtro Elíptico pasabajos tiene la forma:

$$|H_a(w)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 U_N^2(w)} \quad (5.7)$$

donde $U_N(w)$ es una función jacobiana elíptica [7].

Se puede apreciar que la característica de rizado puede afectar la amplitud de las componentes de frecuencia que se desea conservar (banda de paso) o rechazar (banda de parada); esto implica que se podría disminuir tanto la amplitud de la componente fundamental como la de las armónicas y subarmónicas presentes en una señal típica del sistema eléctrico, lo que podría provocar errores en la estimación del filtro digital. Otro aspecto que puede afectar la magnitud de la componente fundamental es que la zona de transición se inicie a frecuencias muy bajas, como en el filtro Chebyshev tipo II.

El comportamiento general de los filtros estudiados es que un aumento en el orden o una disminución en la frecuencia de corte hacen más abrupta la característica de transición, aproximándose a la del filtro ideal. Por otra parte, el rizado existente en la respuesta a la frecuencia de los filtros presenta mayor número de oscilaciones a medida que se incrementa el orden de los mismos.

5.3.2 Respuesta combinada en frecuencia de los filtros analógicos y digital

En la sección anterior se presentó el análisis de estado estable de los filtros pasabajos anti-aliasing y sus principales características, en esta sección se presenta la forma en que estos filtros influyen sobre la respuesta a la frecuencia del filtro digital. Para ello se utilizó el filtro digital tipo Coseno con ventana de un ciclo y frecuencia de muestreo de 960 Hz., equivalente a 16 muestras por ciclo.

El efecto del filtro analógico sobre el filtro digital se puede analizar mediante la representación gráfica del producto de las respuestas a la frecuencia de ambos filtros.

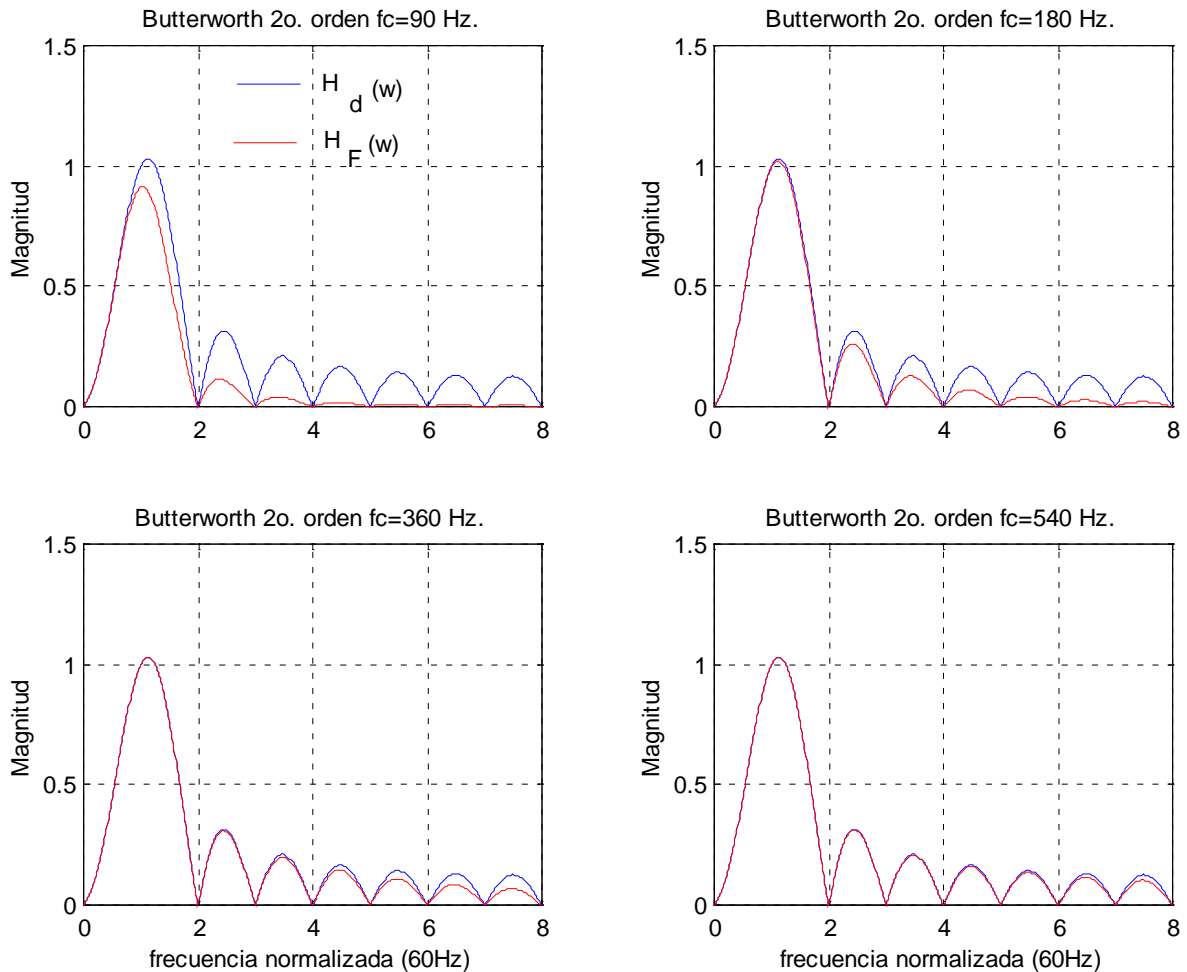
$$H_F(w) = H_a(w) * H_d(w) \quad (5.87)$$

donde $H_a(w)$ y $H_d(w)$ son las respuestas a la frecuencia de los filtros analógico y digital, respectivamente.

En la figura 5.8 se presenta el efecto del filtro Butterworth de segundo orden y diferentes frecuencias de corte sobre el filtro digital; la respuesta a la frecuencia está definida solo hasta la octava armónica por la frecuencia de muestreo utilizada (16 muestras por ciclo). El efecto combinado (línea roja), se manifiesta por una pequeña reducción de la magnitud de los lóbulos laterales de la respuesta del filtro digital. Como medida de comparación se muestra superpuesta la característica de frecuencia original del filtro digital (línea azul).

Se puede apreciar que para frecuencias de corte bajas los lóbulos laterales de la respuesta a la frecuencia del filtro digital son atenuados en mayor medida. Lo que garantiza un buen rechazo a las componentes oscilatorias amortiguadas de alta frecuencia; este es un beneficio adicional ya que el filtro analógico es utilizado para eliminar las componentes que escapan a la resolución del filtro digital (superiores a la octava armónica en este caso); sin embargo, para una frecuencia de corte de 90 Hz., se afecta la amplitud del lóbulo principal, lo que significa una reducción en la exactitud del proceso de filtrado. Este es un factor limitante para el valor mínimo de la frecuencia de corte que puede ser utilizada en un filtro analógico.

En la figura 5.9 se presenta el efecto producido por el filtro analógico Butterworth, para una frecuencia de corte de 180 Hz., y diferentes ordenes. Se



puede apreciar que la atenuación que el filtro analógico provoca en los lóbulos laterales aumenta con el orden del filtro, pero en una medida muy pequeña.

Figura 5.8. Efecto del filtro Butterworth de segundo orden y diferentes frecuencias de corte sobre el filtro digital Coseno.

Este resultado indica que no se justifica utilizar filtros de orden superior al segundo para lograr una mejoría tan pequeña, al precio de una mayor complejidad en el circuito y un costo más elevado.

En la figura 5.10 se presentan los resultados del efecto combinado de los filtros analógicos de segundo orden para el caso de una frecuencia de corte de 180 Hz. Se puede observar que el filtro Chebyshev tipo II ocasiona la mayor

atenuación de los lóbulos laterales, pero también ocasiona una atenuación del lóbulo principal de la respuesta del filtro digital.

Figura 5.9. Efecto del filtro Butterworth de diferente orden sobre la respuesta del filtro digital Coseno.

El filtro Butterworth presenta la mejor respuesta, pue es el único que no afecta la ganancia del lóbulo principal, sin sacrificar la atenuación de los lóbulos laterales.

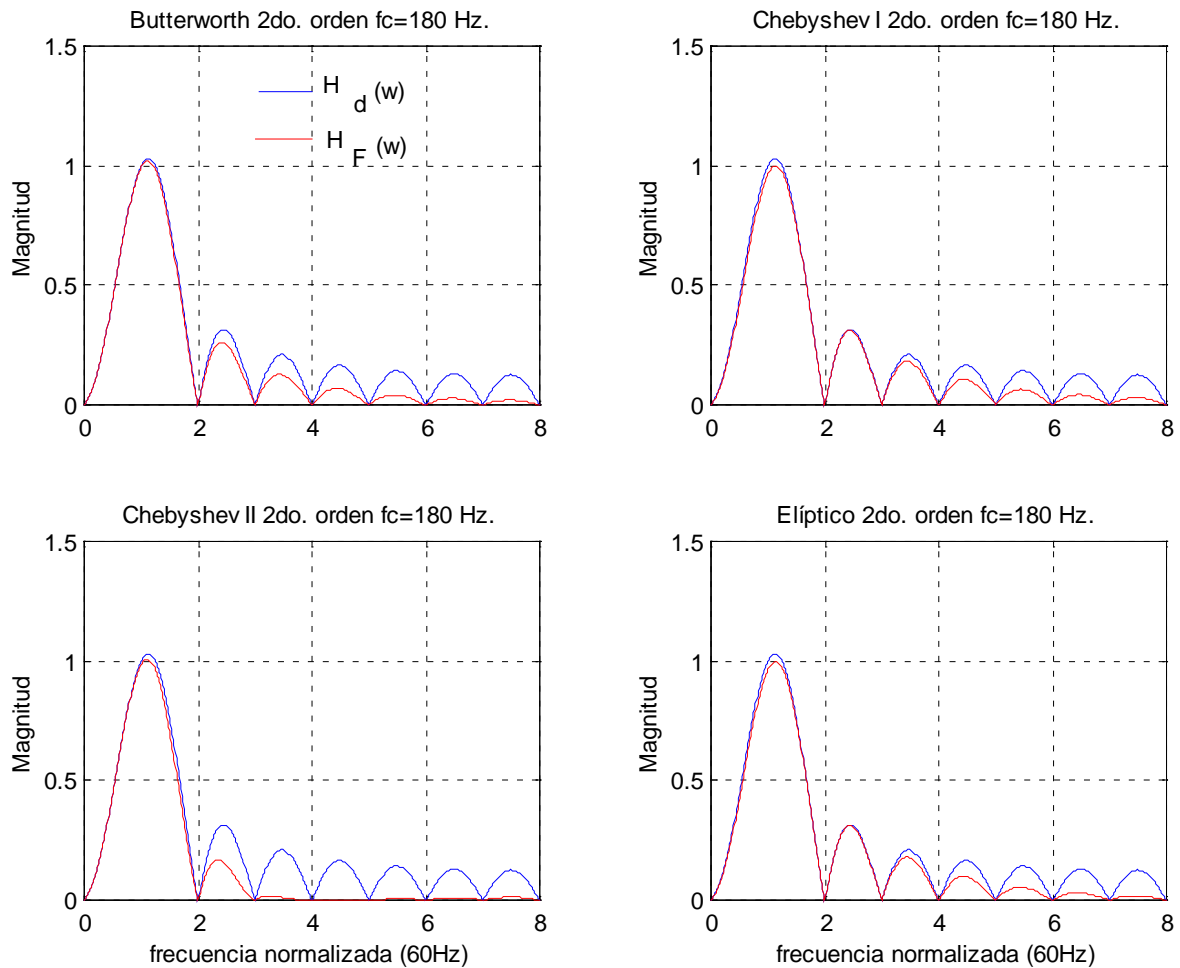


Figura 5.10. Efecto de los filtros analógicos de segundo orden y frecuencia de corte de 180 Hz., sobre la respuesta del filtro digital.

5.3.3 Análisis de la respuesta transitoria

El análisis de la respuesta de estado estable permite concluir que un filtro analógico de orden elevado y frecuencia de corte baja presenta un buen rechazo a las componentes de frecuencia superiores, lo que garantiza una buena exactitud. Se ha demostrado también que frecuencias de corte demasiado bajas pueden distorsionar el lóbulo principal de la característica de respuesta combinada, y que el incremento del orden no mejora significativamente esa respuesta. Sin embargo, en la selección del filtro analógico se debe considerar también la respuesta de estado transitorio, que influye en el tiempo de respuesta del relevador.

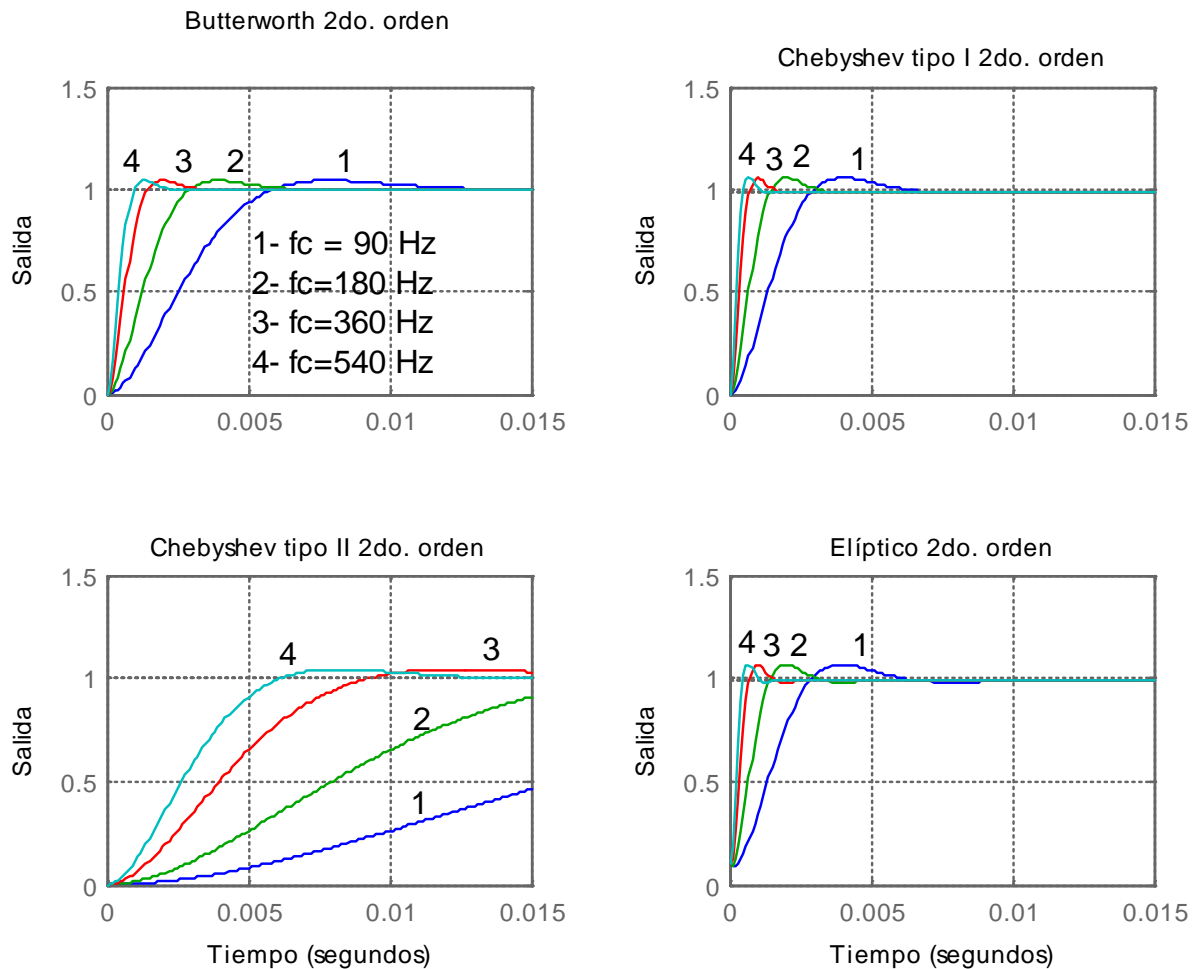


Figura 5.11. Gráficas de respuesta a una entrada escalón de los filtros estudiados

La respuesta transitoria se evaluó aplicando una entrada escalón unitario a los filtros y estudiando el comportamiento de su salida. En la figura 5.11 se presentan las gráficas de respuesta a una entrada escalón para los filtros de segundo orden, con valores de frecuencia de corte de $f_c=90$ Hz (curva 1), $f_c=180$ Hz (curva 2), $f_c=360$ Hz (curva 3) y $f_c=540$ Hz (curva 4).

Se puede observar que filtros con una frecuencia de corte baja presentan un tiempo mayor de respuesta que filtros con frecuencia de corte alta. Se puede apreciar también que las respuestas de los filtros Chebyshev tipo I y Elíptico presentan un sobrepaso ligeramente mayor y un comportamiento más oscilatorio,

que el filtro Chebyshev tipo II y el Butterworth, lo que implica la introducción de un retardo de tiempo mayor en la respuesta del relevador.

5.3.4 Filtro analógico

Derivado de los diferentes análisis desarrollados y presentados en las secciones anteriores de este capítulo, se optó por implementar el filtro analógico tipo Butterworth de segundo orden, ya que la respuesta de este filtro nos proporciona las características más adecuadas en cuanto a filtrado analógico antes de la entrada digital del relevador. En la figura 5.12 se muestra el circuito del filtro Butterworth de segundo orden con frecuencia de corte de 180 Hz.

5.4 Elaboración del programa a implementar.

El programa que estima el valor de la corriente de falla se realizó en programación C++, donde se evaluó la correcta funcionalidad del filtro digital tipo Coseno seleccionado, una vez que se concluyó con esta etapa, se prosedió con la implementación en el procesador dsPIC30F6014A. Después de que la señal pasa por el circuito acondicionador y por el filtro pasa bajos, se conecta al canal

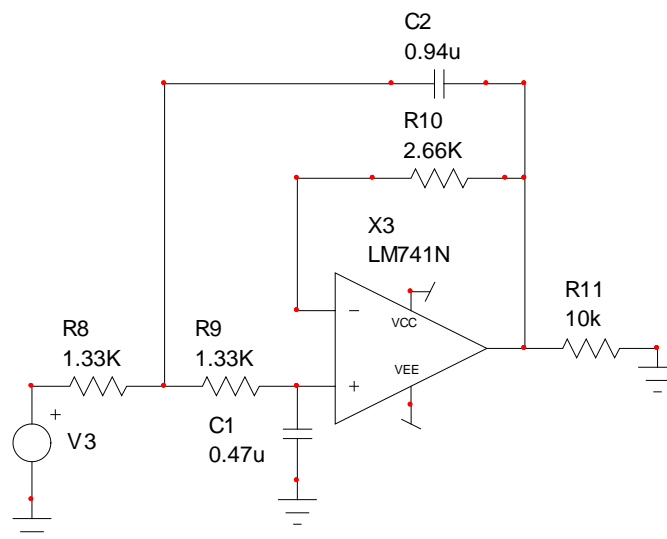


Figura 5.12. Circuito del filtro Butterworth de 2do. Orden

seleccionado del procesador donde el ADC del mismo se activa para obtener las muestras y desarrollar el calculo del valor RMS de la señal de entrada. Para el calculo de esta valor se implementó un filtro digital tipo coseno como se mencionó anteriormente, este tipo de filtro tiene un retardo de tiempo de 1 más un $\frac{1}{4}$ de ciclo para poder obtener la componente en cuadratura con respecto al filtro sencillo tipo coseno, ocasionando con esto que el primer calculo desarrollado se realice hasta que se hayan analizado 20 muestras, posteriormente para el desarrollo de los siguientes calculos se implementó una pila FIFO (donde el primer dato en entrar es el primero en salir) para con ello siempre realizar el siguiente calculo con los últimos 20 valores de muestras obtenidas.

En la figura 5.13 se presenta el tipo de pila FIFO implementada. En esta pila se pueden observar las 16 muestras correspondientes al filtro sencillo tipo coseno y sus respectivas muestras en cuadratura.

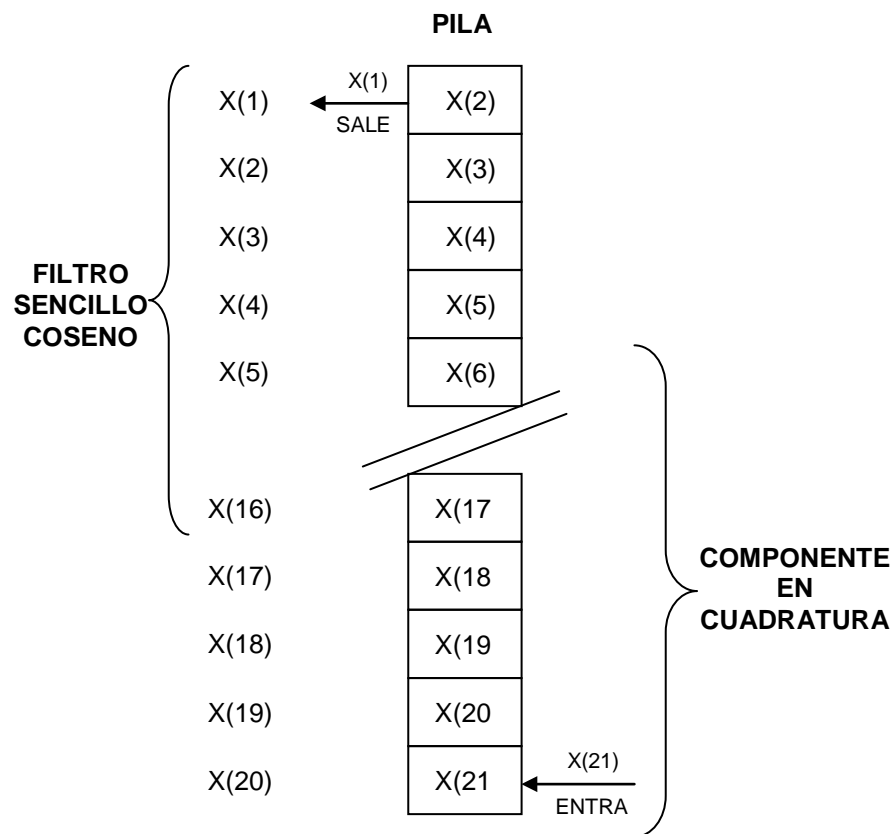


Figura 5.13. Pila tipo FIFO

Para calcular la corriente eficaz se utilizaron las ecuaciones 3.7 y 3.26 del capítulo 3. En la figura 5.14 se presenta un diagrama de flujo donde se pueden observar todos los pasos desarrollados por el programa ejecutado por el procesador.

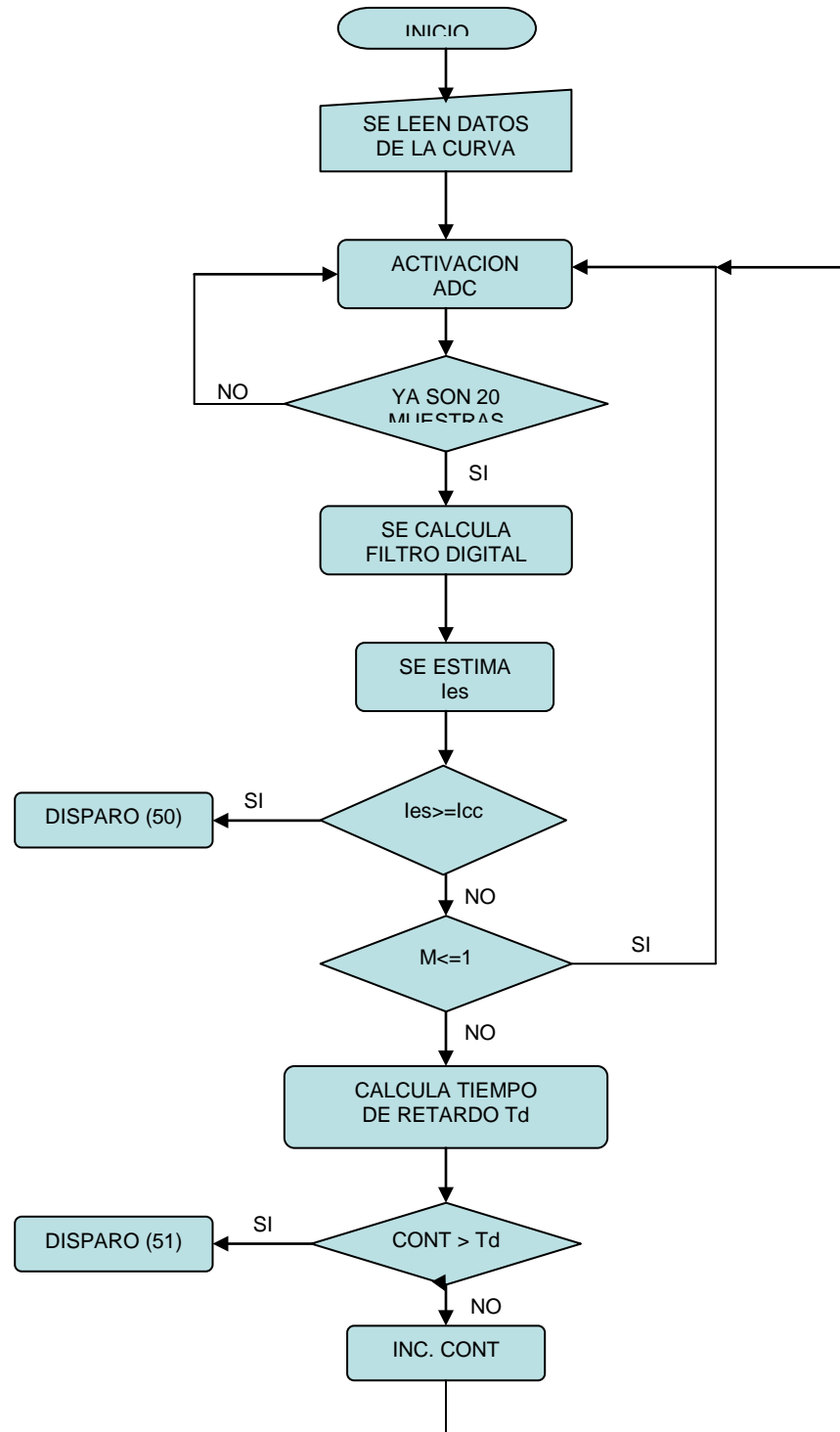


Figura 5.14. Diagrama de Flujo del programa ejecutado por el Procesador

La parte de disparo se obtiene mediante una instrucción de toma de decisión, que constantemente revisa, en cada ciclo de adquisición, si existe una corriente de corto circuito definida previamente, si es así, se activa el disparo y en ese momento se detiene el ciclo.

Por lo que se refiere a la unidad con retardo de tiempo, se verifica que el valor de la corriente eficaz exceda el valor de 2 veces la corriente nominal del sistema, ya que este es el valor de ajuste de la corriente de arranque del relevador, si esto ocurre, se calcula el tiempo de temporización o tiempo de retardo para realizar el disparo, posteriormente se verifica en cada ciclo de muestreo si la falla persiste, es decir, que mientras se retrasa el disparo se está continuamente verificando si continua la falla, si esta desaparece antes de llegar el tiempo, éste se reinicializa en cero y el relevador continua trabajando en condiciones normales.

5.5. Herramientas utilizadas en la implementación.

Como se mencionó anteriormente, el programa fuente se desarrolló en programación C++, sin embargo los procesadores necesitan que los programas que ejecutarán sean implementados en lenguaje ensamblador o lenguaje maquina, razón por la cual, hubo necesidad de utilizar varios programas auxiliares, primero que nada, debido a que el procesador es fabricado por Microchip, se utilizó el software MPLAB IDE® versión 7.50 y con ayuda del compilador C30 se compiló el programa realizado en C++, una vez que el programa esta correcto, el software MPLAB IDE® origina el programa fuente en lenguaje ensamblador para implementarlo en el procesador.

Ya que se tiene el programa en lenguaje ensamblador, se tiene la opción de simulación, donde se puede observar la operación del programa para poder detectar posibles errores y no implementar en el procesador un programa erróneo, una vez que se está seguro de la correcta funcionalidad del programa se procede con la implementación del programa en el procesador, para esto se utilizó el dispositivo denominado ICD 2® que soporta este tipo de procesadores.

En la figura 5.15 se observa una pantalla del software MPLAB IDE® donde se está ejecutando el algoritmo realizado en programación C++ en el modo simulación del software. Una vez, que ya se ejecutó el programa y no se encontró ningún error, automáticamente el software de simulación genera el archivo en lenguaje maquina el cual finalmente se cargará al microprocesador mediante la herramienta ICD2®, como se puede apreciar en la figura 5.16.

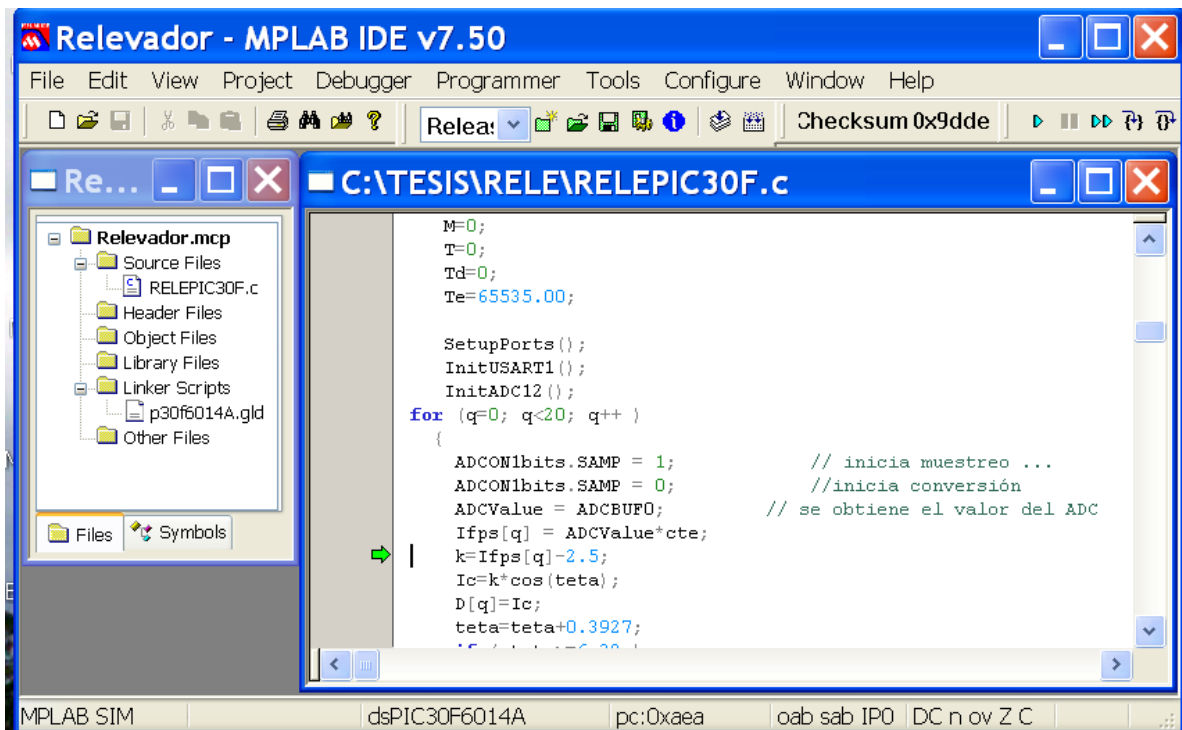


Figura 5.15. Simulación del Programa fuente en C++

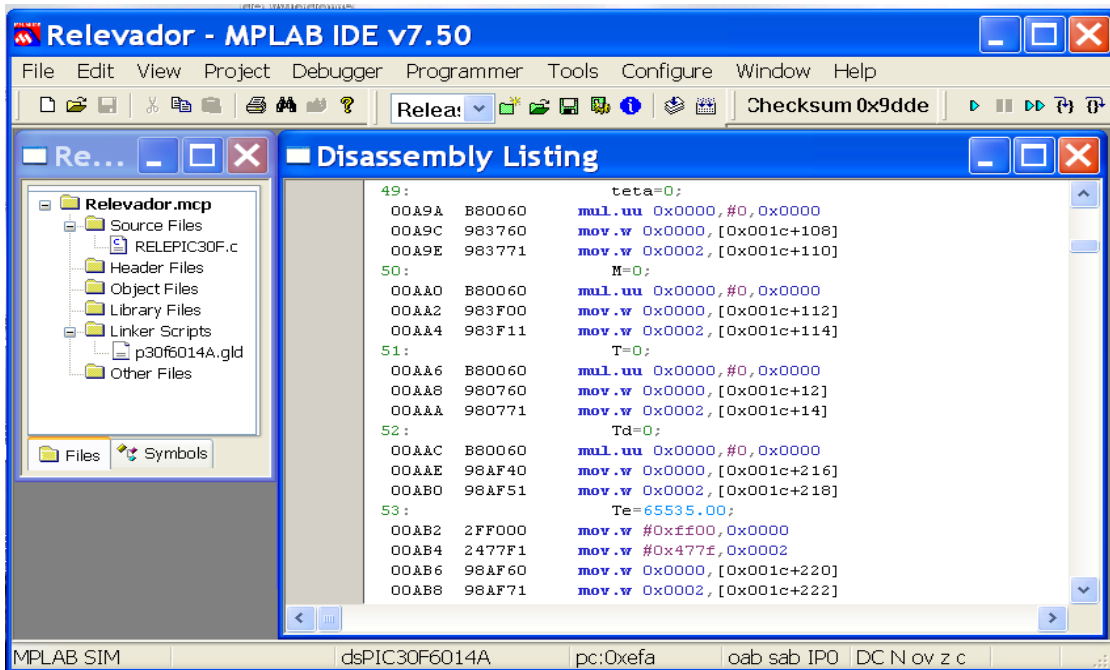


Figura 5.16. Programa fuente en lenguaje ensamblador

5.6. Comprobación del funcionamiento del algoritmo en tiempo y forma.

Una vez, que el algoritmo de 16 muestras por ciclo no presentó errores se procedió a verificar su correcto funcionamiento en el procesador, observándose que el relevador implementado operaba correctamente en cuanto a forma, más sin embargo, en tiempo no fue posible su correcto funcionamiento ya que tomaba más tiempo del requerido en desarrollar el algoritmo ocasionando con esto que las muestras analizadas no correspondieran a una ventana de 16 muestras por ciclo de la señal de 60 Hz.

Para que el relevador implementado en el microprocesador funcionara en tiempo y forma se modificó el algoritmo para que correspondiera a un filtro digital de 8 muestras por ciclo, dando un tiempo de muestreo de 2 milisegundos por muestra.

Adicionalmente se realizó un programa en Matlab® para el cálculo de la palanca del relevador, ya que este es un dato proporcionado en el programa fuente, que realiza el cálculo del tiempo de operación del relevador para palanca igual a 1 y

posteriormente se multiplica por el valor dado de palanca en los datos proporcionados.

5.7. Verificación del filtro digital de 8 muestras.

Una vez modificado el algoritmo correspondiente a 8 muestras por ciclo, se procedió a su implementación en el microprocesador para verificar su correcto funcionamiento en tiempo y forma, obteniendo los siguientes resultados.

Se realizó la simulación del filtro digital correspondiente a 8 muestras por ciclo de la señal fundamental de 60 Hz., equivalente a que el convertidor analógico a digital (ADC) tome una muestra cada 2 milisegundos, como se mencionó con anterioridad el filtro digital tipo coseno tiene un tiempo de respuesta de 1 ciclo más un cuarto ya que se tiene que calcular la componente en cuadratura por lo que se necesitan 10 muestras para realizar la primera estimación de la corriente sensada. Debido a que durante las primeras 10 muestras el algoritmo no realiza un cálculo de estimación, solo toma el valor de la muestra y la cuantiza para obtener su valor correspondiente de acuerdo a su posición en la ventana de muestreo y lo aguarda para el posterior procesamiento del algoritmo, este proceso el microprocesador lo realiza muy rápido aproximadamente 200 microsegundos, por lo que hubo necesidad de implementar en el algoritmo un retardo de tiempo de 1800 micro segundos entre cada muestra tomada por el ADC.

En la figura 5.17 se puede apreciar la simulación del algoritmo la cual se detuvo cuando se han tomado las primeras 10 muestras y se puede observar que se tiene un tiempo de procesamiento de 19.04 milisegundos, también se observan los estados de los PIN de salida RD4 condiciones normales, RD5 condición de falla y operación por instantáneo (50) y RD6 condición de falla y operación por tiempo (51), en este caso el PIN RD4 se encuentra en nivel alto (1) lo que significa que el relevador se encuentra operando en condiciones normales.

En la figura 5.18 se puede apreciar una interrupción en condiciones normales cuando se han tomado 20 muestras y se observa que se llevan 40.7 milisegundos de procesamiento por lo que en esta parte del algoritmo no hubo necesidad de implementar retardo de tiempo en el ADC.

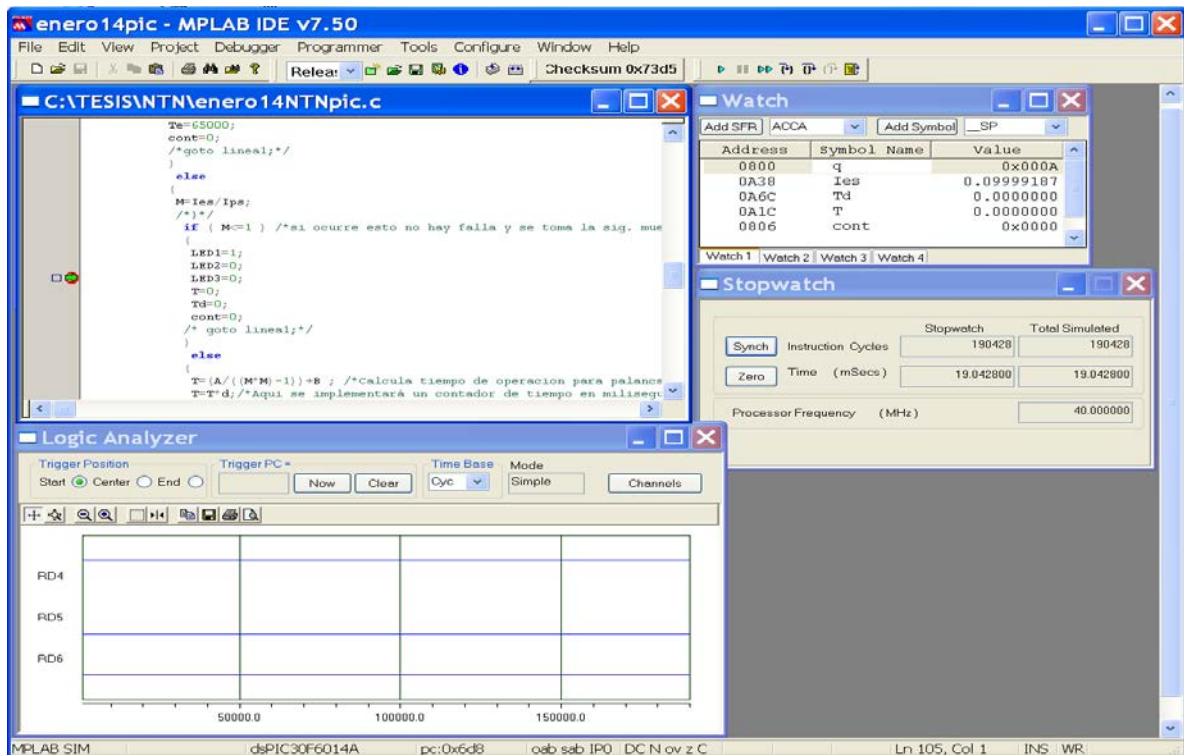


Figura 5.17. Simulación con interrupción cuando se han tomado 10 muestras

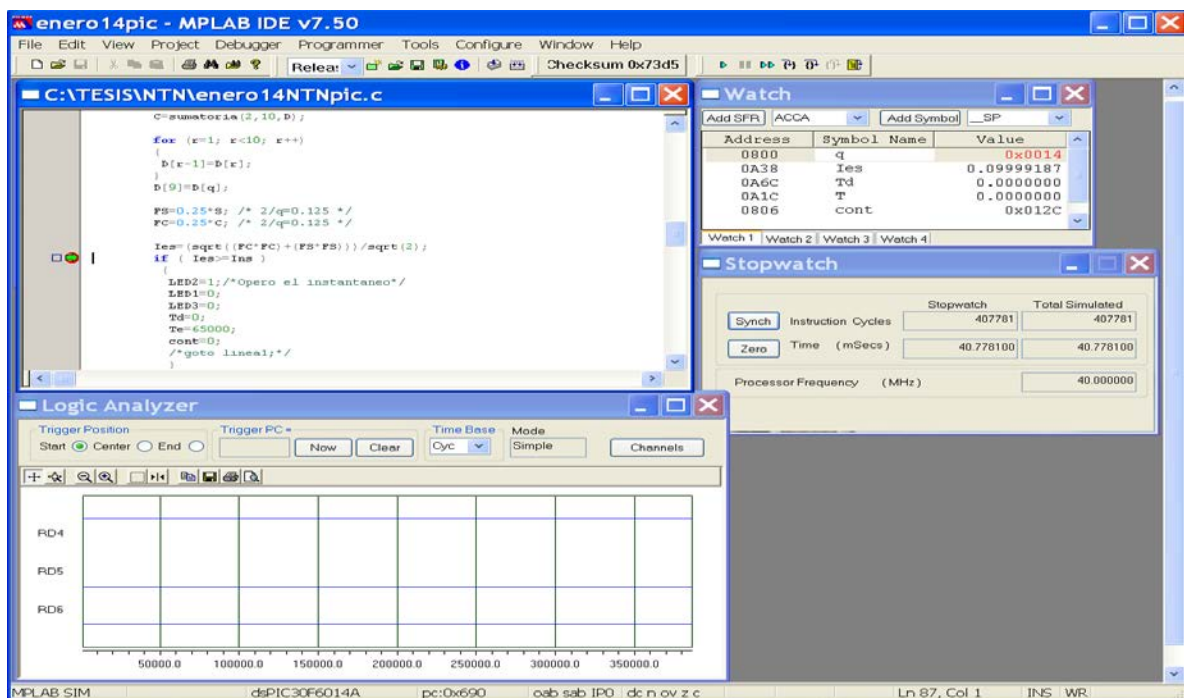


Figura 5.18. Simulación con interrupción cuando se han tomado 20 muestras

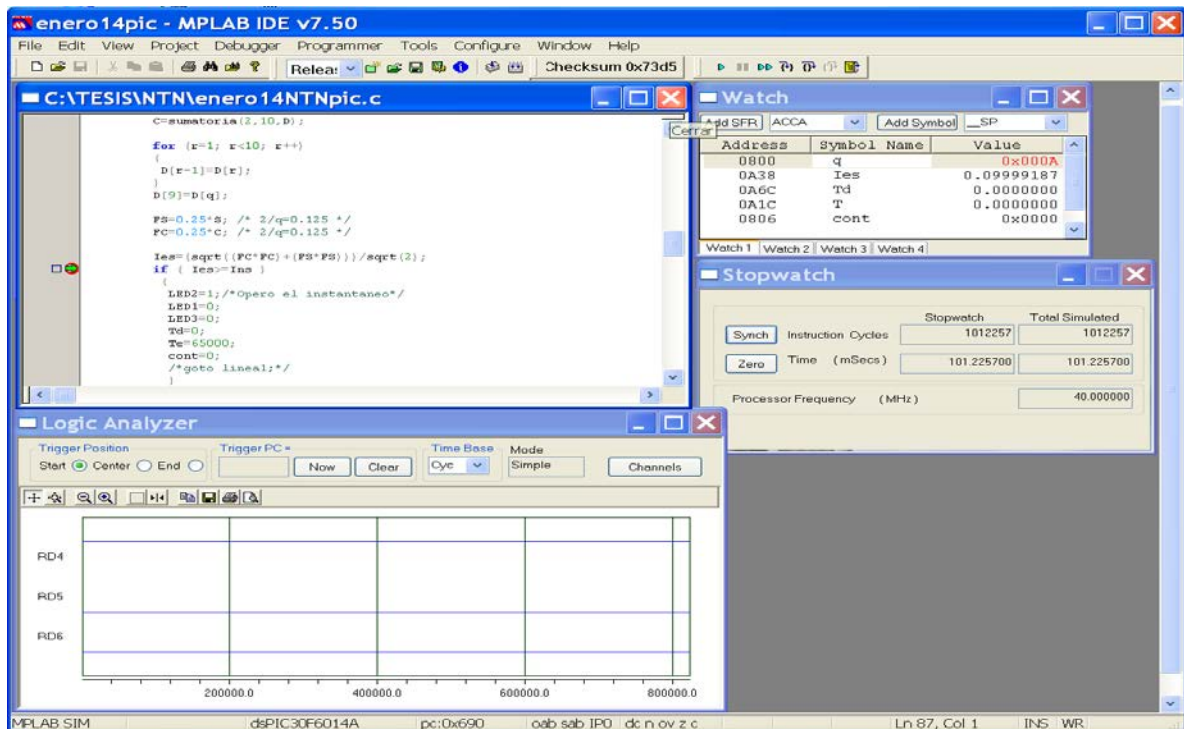


Figura 5.19. Simulación con interrupción cuando se han tomado 50 muestras

En la figura 5.19 se puede apreciar una interrupción cuando se han tomado 50 muestras y se tiene un tiempo de procesamiento de 101 milisegundos.

En la figura 5.20 se aprecia la operación del relevador por tiempo (51) cuando se han tomado 50 muestras con un tiempo de procesamiento de 100.9 milisegundos y se observa que antes de la operación el pin de salida RD4 se encuentra en nivel alto indicando condiciones normales, sin embargo, al presentarse la operación RD4 cambia a nivel bajo y RD6 que indica la operación por tiempo cambia de nivel bajo a nivel alto, de igual manera en la figura 5.21 se observa la operación del relevador por instantáneo (50) cuando se han analizado 52 muestras con un tiempo total de procesamiento de 103.7 milisegundos y en este caso RD4 y RD5 son los pines que cambian de nivel. Posteriormente ya que se comprobó el correcto funcionamiento del algoritmo se procedió con su implementación en el microprocesador.

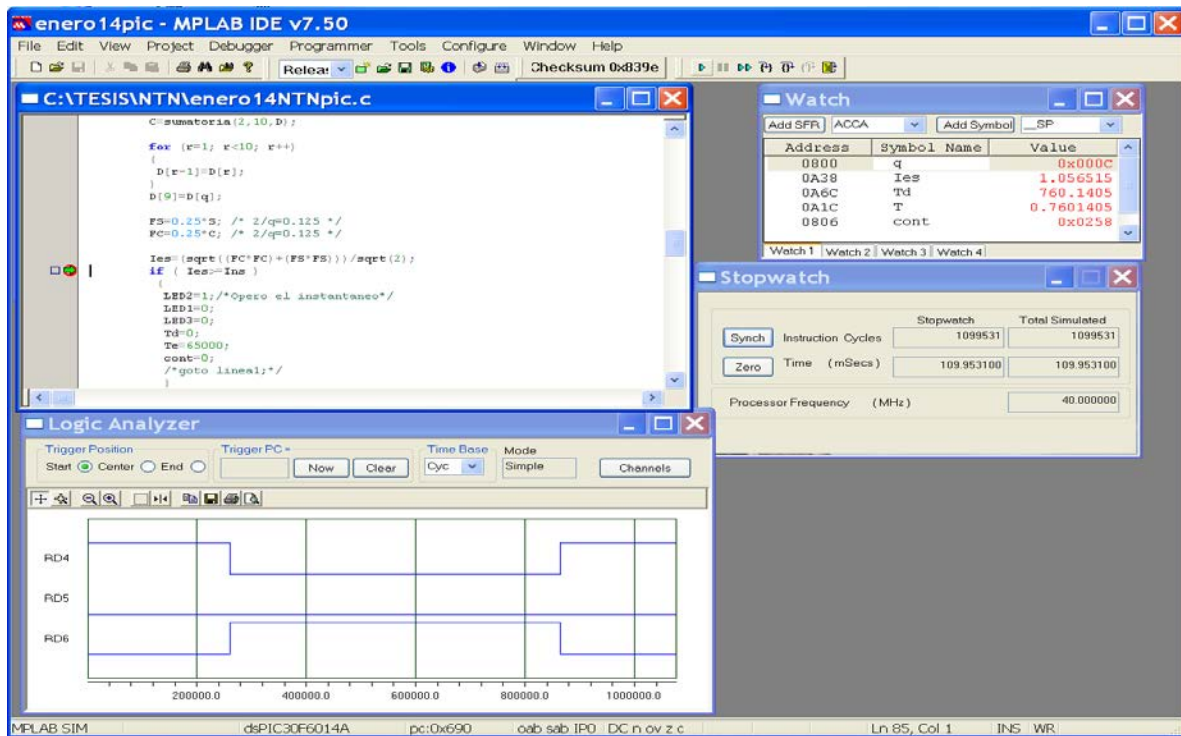


Figura 5.20. Operación del relevador por tiempo (51) con 55 muestras, 109.9 ms.

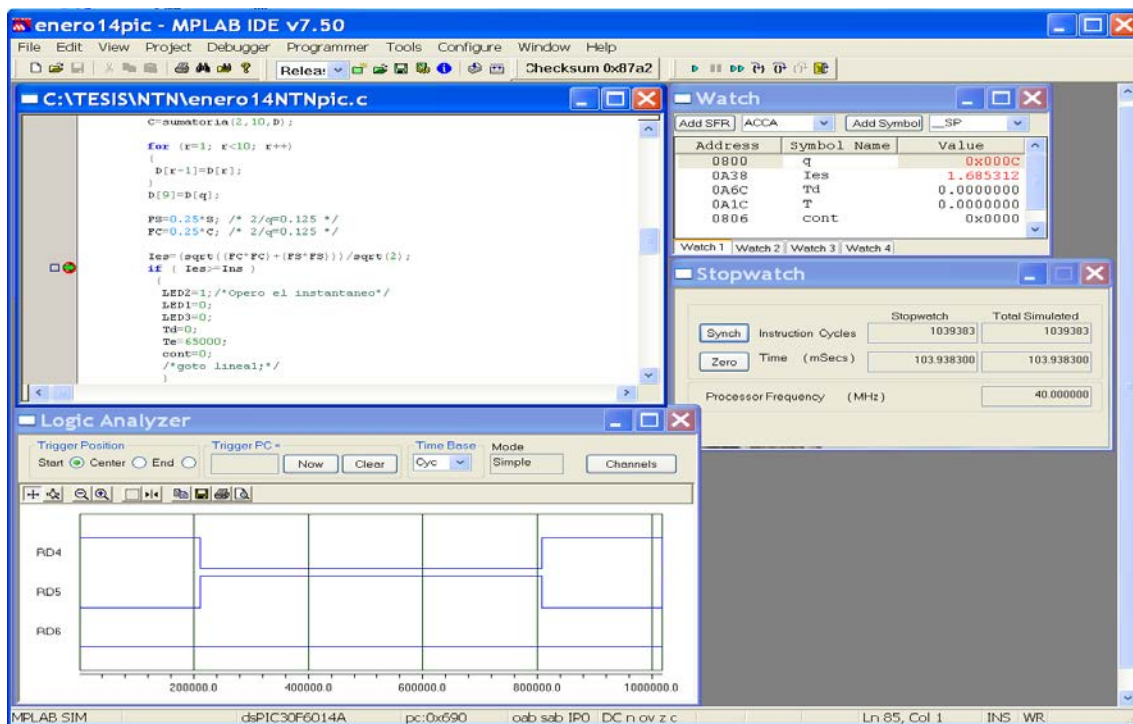


Figura 5.21. Operación por instantáneo (50) con 52 muestras, 103.7 ms.

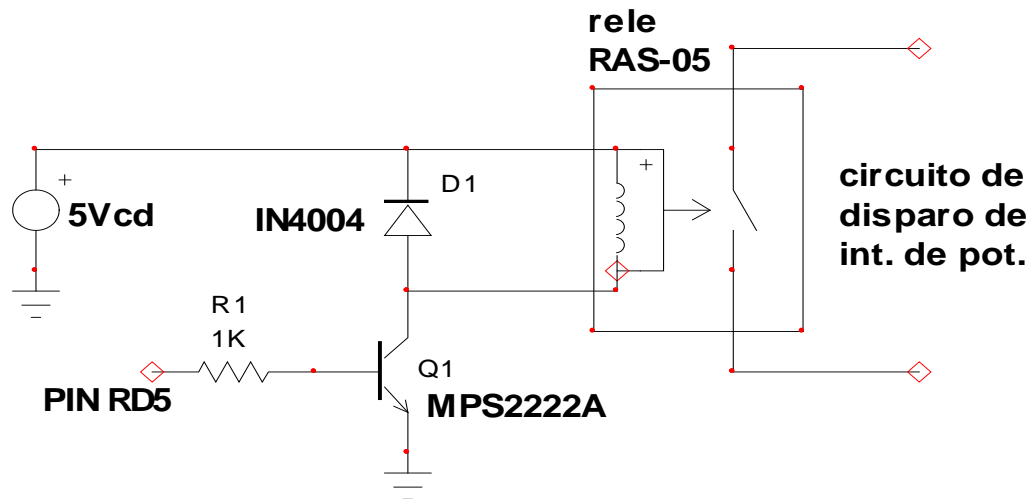


Figura 5.22. Circuito implementado como bobina de disparo.

En la figura 5.22 se puede apreciar el circuito implementado para simular la operación de una bobina de disparo de un interruptor de potencia y finalmente en la figura 5.23 se observa el prototipo del relevador elaborado, en los momentos de ser probado.

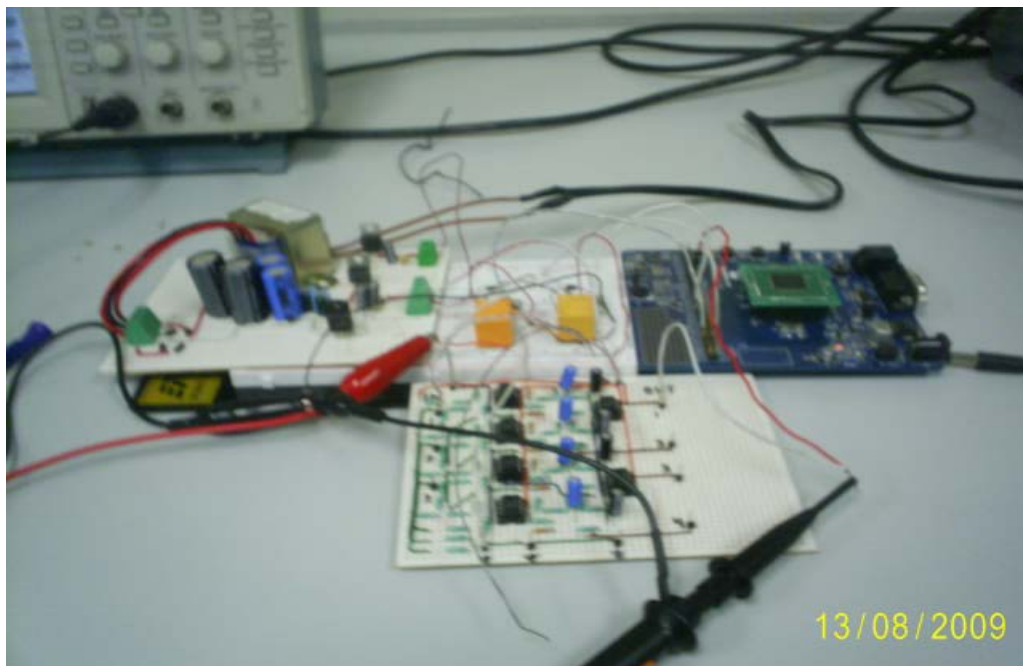


Figura 5.23. Realización de pruebas al prototipo de relevador.

Capítulo 6

Conclusiones

En el proceso de desarrollo del prototipo del relevador de sobrecorriente digital y luego de realizar las pruebas respectivas se puede determinar lo siguiente:

Los objetivos planteados en este proyecto han sido cubiertos, obteniéndose un relevador de sobrecorriente digital para ser utilizado en sistemas eléctricos de potencia implementado en el Controlador Digital de Señales dsPIC30F6014A, el cual permite realizar el procesamiento digital de señales para estimar la corriente de falla de un sistema eléctrico mediante la implementación de un filtro digital con respuesta finita al impulso (FIR) como es el caso del filtro Coseno.

El mayor problema que se tiene al realizar el tratamiento digital de señales es el acondicionamiento que debe hacerse previo a la digitalización de la señal para su análisis en el microprocesador, puesto que el proceso de conversión Analógico-Digital ya introduce un error de cuantización en la señal debido al número de bits con que se realiza la aproximación de un valor analógico a una representación digital, por lo que la etapa de acondicionamiento debe introducir el menor ruido posible en la señal de entrada para no aumentar de manera considerable los errores que surgen durante la etapa de digitalización, razón por la

cual el uso de amplificadores operacionales con una elevada precisión de bajo ruido mejoran notablemente los resultados.

El implementar el relevador de sobrecorriente digital implica el disponer de un dispositivo que permita realizar una gran cantidad de operaciones matemáticas con números complejos en el menor tiempo posible con el fin de obtener resultados en tiempo real, por lo que se utilizó el dsPIC30F6014A que es un controlador de señal digital el cual se encuentra entre lo que es un microcontrolador y un procesador de señal digital (DSP). Sin embargo en este proyecto solo se aprovecho la particularidad del dispositivo como microcontrolador, dando como resultado el no poder implementar el filtro digital propuesto de 16 muestras por ciclo de la señal de 60 Hz, ya que le tomaba más de 1 milisegundo al dispositivo llevar acabo todas las operaciones del algoritmo para obtener la estimación de la corriente de falla, por lo cual, se optó por implementar un filtro de 8 muestras, para darle al dispositivo un tiempo de 2 milisegundos entre dos muestras consecutivas par que tuviera el tiempo suficiente para realizar todas las operaciones del algoritmo lo cual resultó satisfactorio como se menciona en el capitulo 5.

Debido a que este microcontrolador posee un motor DSP capaz de soportar operaciones con números complejos en punto flotante al ser un microcontrolador de 16 bits con un bus de 40 bits para manejo de datos simultáneos al momento de realizar dichas operaciones, se propone un trabajo posterior donde se active la característica del microcontrolador como DSP para darle mayor velocidad en el procesamiento de operaciones matemáticas y poder implementar un filtro de 16 muestras y tal vez uno de 32 muestras que es la mayor velocidad de muestreo en relevadores en estudio actualmente.

Apéndice A

Derivación de la característica de inducción

A.1 La ecuación tiempo-corriente

La ecuación analítica que define la característica de tiempo inverso corriente es derivada a partir de de la ecuación diferencial básica de la señal de entrada dependiente del tiempo y es aplicada a un relevador de inducción de la siguiente manera [8]:

$$K_I I^2 = m \frac{d^2\theta}{dt^2} + K_d \frac{d\theta}{dt} + \frac{\tau_F - \tau_S}{\theta_{\max}} \theta + \tau_S \quad (\text{A.1})$$

donde:

- I es la corriente de entrada
- θ es el viaje del disco
- θ_{\max} es el máximo viaje del disco
- K_I es una constante que relaciona torque y corriente
- m es el momento de inercia del disco
- K_d es el factor de amortiguamiento magnético
- τ_F es el torque del resorte a máximo viaje
- τ_S es el torque inicial del resorte

El gradiente de torsión del resorte usado en el relevador de inducción es pequeño y da como resultado un pequeño incremento de torque a partir de τ_S a τ_F con el viaje del disco. El disco es también moldeado para producir un incremento de torque al desplazarse e incrementar el torque del resorte. El torque neto del disco resultante es el siguiente:

$$K_I I^2 - \tau_S \quad (\text{A.2})$$

donde la constante de torque τ_S determina el arranque. Considerando la corriente I igual a M múltiplos de la corriente de arranque I_p tal que el torque neto pueda ser escrito como sigue:

$$K_I (M I_p)^2 - \tau_S \quad (\text{A.3})$$

considerando un arranque de $M=1$ y que el torque neto sobre el disco es cero:

$$\begin{aligned} K_I I_p^2 - \tau_S &= 0 \\ K_I I_p &= \tau_S \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

El torque neto puede ser expresado en términos del torque del resorte sustituyendo la ecuación (A.4) en la ecuación (A.3) de la siguiente manera:

$$(M^2 - 1)\tau_S \quad (\text{A.5})$$

despreciando el pequeño momento de inercia del disco, la ecuación (A.1) queda simplificada a:

$$\tau_S (M^2 - 1) = K_d \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{A.6})$$

La solución de esta ecuación, a la cual ahora le falta el término de segundo orden, tiene como resultado que no existe aceleración o desaceleración de tiempo. Esto significa, que en esta representación la velocidad final es alcanzada en un periodo de tiempo despreciable, y que también es despreciable el sobreviaje del disco. Esta simplificación es válida en muchas aplicaciones. Integrando la ecuación (A.6) se tiene:

$$\theta = \int_0^{T_0} \frac{\tau_s}{K_d} (M^2 - 1) dt \quad (\text{A.7})$$

dividiendo ambos lados de la ecuación (A.7) entre θ da como resultado la siguiente ecuación dinámica:

$$\int_0^{T_0} \frac{\tau_s}{K_d \theta} (M^2 - 1) dt = \int_0^{T_0} \frac{1}{t(I)} dt = 1 \quad (\text{A.8})$$

donde $t(I)$ es la característica tiempo-corriente y la constante A es igual a $K_d \theta / \tau_s$:

$$t(I) = \frac{\left(\frac{K_d \theta}{\tau_s} \right)}{(M^2 - 1)} = \frac{A}{(M^2 - 1)} \quad (\text{A.9})$$

A.2 Característica de restablecimiento

En algunas aplicaciones puede ser una ventaja considerar la integración del tiempo de restablecimiento en un periodo igual a un ciclo. Sin embargo, la característica de restablecimiento debe también proveerse cuando se requiere

coordinar con las características de restablecimiento de relevadores de inducción existente.

La ecuación (A.9) define la característica de inducción para corrientes arriba y por debajo del valor de arranque. Si en el disco de inducción se tiene un desplazamiento inicial a partir de su posición de restablecimiento cuando la corriente aplicada es reducida a cero, el disco tendrá un desplazamiento negativo hacia la posición de restablecimiento. Esto se representa en la ecuación (A.9) seleccionando $M=0$, lo cual produce un número negativo indicando que la rotación del disco es hacia la posición de restablecimiento. Con esta sustitución, la ecuación (A.9) da el tiempo de restablecimiento t_r :

$$t_r = \frac{K_d \theta}{\tau_s} \quad (\text{A.10})$$

y la característica de restablecimiento para cualquier valor de M entre cero y uno es:

$$t = \frac{t_r}{M^2 - 1} \quad (\text{A.11})$$

La ecuación dinámica (A.8) y la ecuación característica (A.9) son importantes ya que especifican como la característica de tiempo inverso corriente debe ser implementada para asegurar una correcta coordinación con relevadores de inducción de tiempo inverso existentes bajo condiciones de una corriente de falla variable tal que decaiga la resistencia de falla y se elimine remotamente.

A.3 Curvas con efecto de saturación

El torque producido por la corriente es proporcional a la raíz cuadrada del flujo magnético causado por la corriente, y en las derivaciones anteriores se asumió una relación lineal entre el flujo y la corriente. No se tomó en cuenta la saturación electromagnética que es usada para determinar la característica tiempo

corriente producida por el principio de inducción. El grado de saturación usado para producir una curva en particular puede ser determinado sustituyendo el flujo normalizado por M en la ecuación (A.11):

$$t = \frac{tr}{\left(\frac{\phi}{\phi_{pu}}\right)^2 - 1} \quad (\text{A.12})$$

donde:

Φ/Φ_{pu} es el flujo normalizado

tr es el tiempo de restablecimiento para $I=0$

t es el tiempo de operación

a partir de la ecuación (A.12) el flujo normalizado en términos del tiempo de operación y de restablecimiento es:

$$\left(\frac{\phi}{\phi_{pu}}\right) = \sqrt{\frac{tr}{t} + 1} \quad (\text{A.13})$$

La deducción muestra que la característica de inducción, donde no esta presente la saturación, es la línea recta de la gráfica logarítmica de la característica de un fusible. Sin embargo, es transformada en una curva por la saturación electromagnética a un determinado valor de múltiplo de la corriente de arranque. Esta saturación es sumamente importante ya que en efecto incorpora la componente de tiempo definido para formar una curva práctica de coordinación. Por lo tanto añadiendo la constante de tiempo definido a la ecuación (A.9) se forma la ecuación característica de inducción

$$t = \frac{A}{M^2 - 1} + B \quad (\text{A.14})$$

Las constantes A y B pueden ser elegidas para obtener con exactitud las características de inducción tiempo-corriente extremadamente, muy y moderadamente inversas. Una obtención de la característica moderadamente inversa puede ser realizada cambiando el exponente de 2 por 0.02 con valores específicos de A y B. La ecuación (A.14) es la característica de disparo que obtiene la saturación para valores de corriente por arriba de la corriente de arranque. Sin embargo, la característica de restablecimiento esta dada por la ecuación (A.11) debido a que no ocurre saturación para valores de corriente por debajo de la corriente de arranque. Las constantes A, B y p determinan la forma de las características de disparo. Las constantes para una palanca igual a 5 de las características de un relevador de inducción se dan en las tablas A.1 y A.2. Una comparación de las características moderadamente, muy y extremadamente inversas se muestran en las figuras A.1, A.2 y A.3. Un factor de 1.4 ha sido utilizado con el modelo B en la figura A.3 para obtener un tiempo igual a 5 por unidad. De acuerdo con la ecuación (A.14), la constante A es el tiempo de restablecimiento. Sin embargo, datos de prueba para el modelo A y el modelo B muestran que puede haber diferencia en la constante A para la característica de disparo y el tiempo de restablecimiento para corriente cero, t_r es mostrado en las tablas A.1 y A.2.

Tabla A.1. Relevador de inducción modelo A

Tipo de curva	M	t(seg)	A	B	p	tr(seg)
Moderadamente Inversa	5.00	1.64	0.047	0.183	0.02	5.4
Muy Inversa	5.00	1.28	18.92	0.492	2.00	21.0
Extremadamente Inversa	5.00	1.30	28.08	0.130	2.00	26.5

Tabla A.2. Relevador de inducción modelo B

Tipo de curva	M	t(seg)	A	B	p	tr(seg)
Moderadamente Inversa	5.00	1.83	0.056	0.045	0.02	4.3
Muy Inversa	5.00	1.35	20.29	0.489	2.00	22.3
Extremadamente Inversa	5.00	0.92	20.33	0.081	2.00	22.7

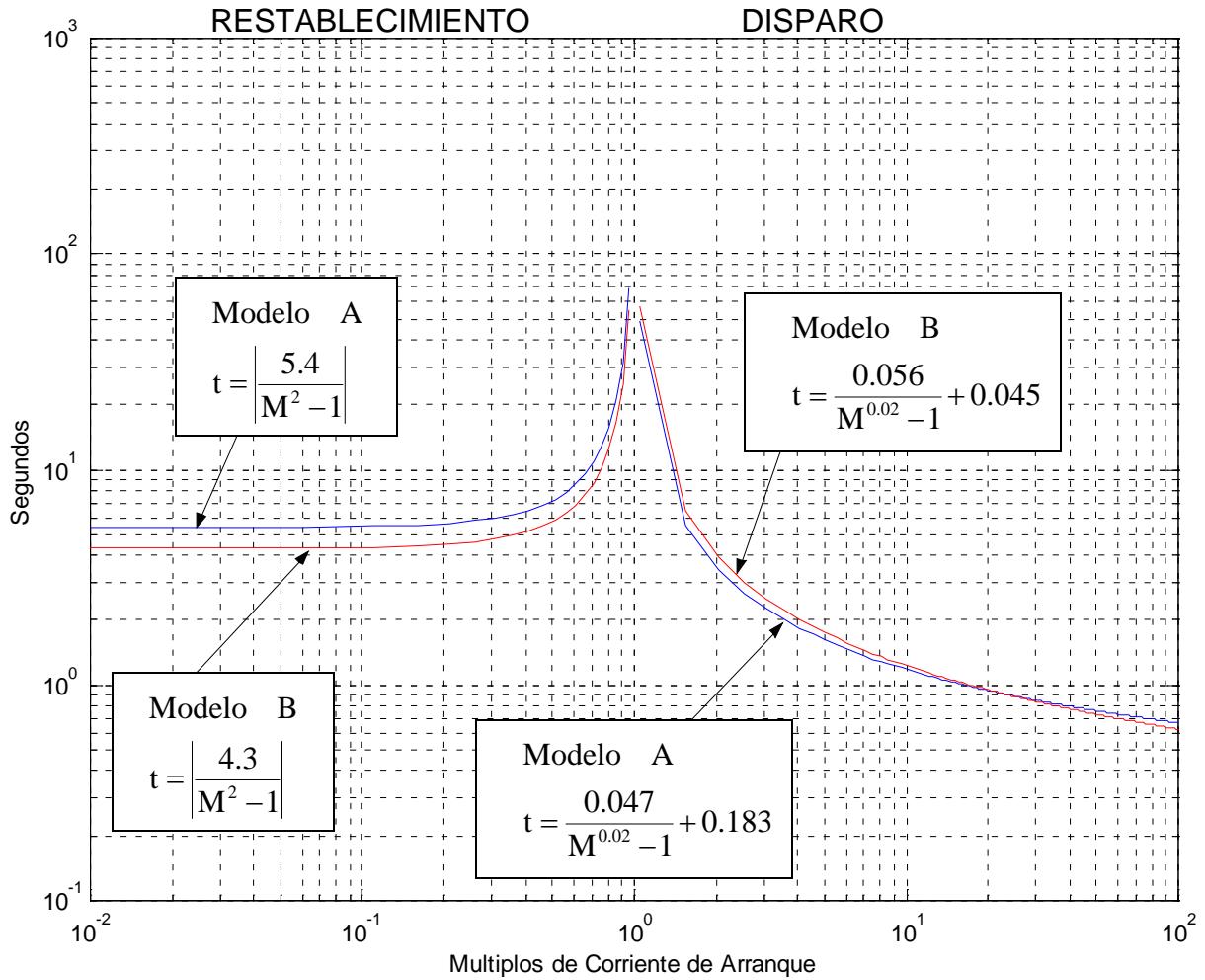


Figura A.1. Característica moderadamente inversa para dos modelos de relevador de sobrecorriente de inducción

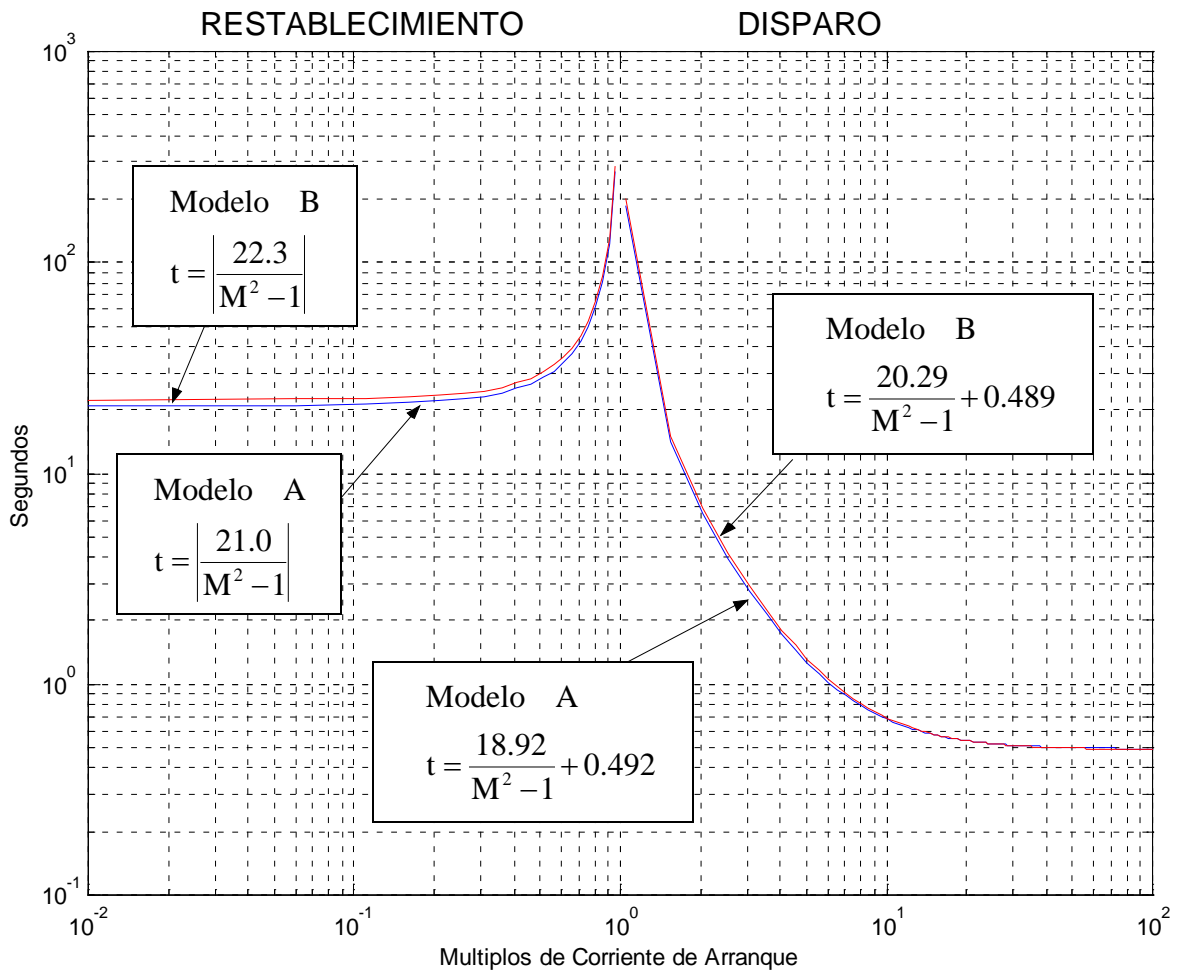


Figura A.2. Característica muy inversa para dos modelos de relevador de sobrecorriente de inducción

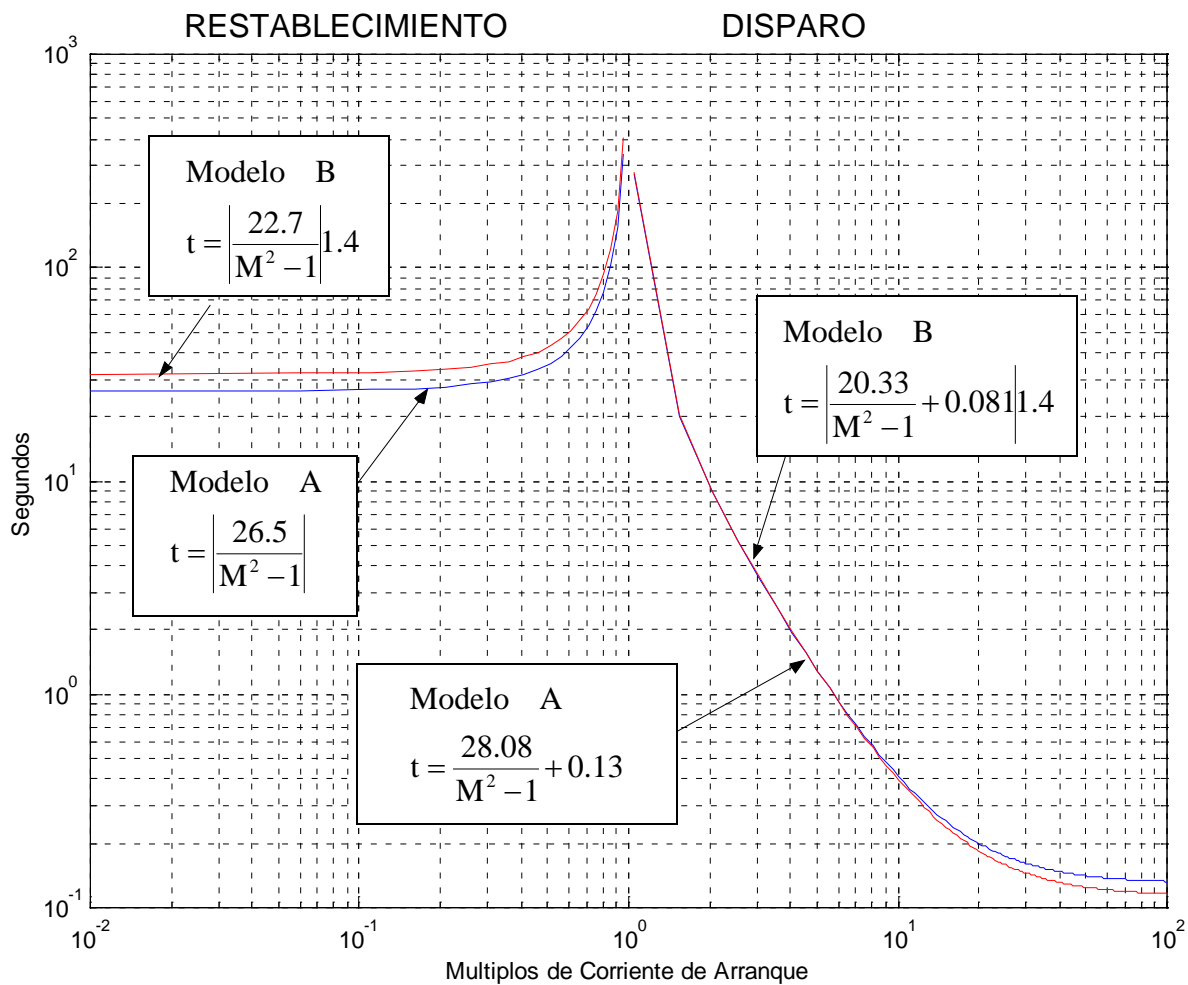


Figura A.3. Característica extremadamente inversa para dos modelos de relevador de sobrecorriente de inducción

Apéndice B

Corriente de falla en circuitos RL en serie

Con el objeto de abordar el problema de calcular la corriente inicial cuando se cortocircuita un alternador, consideremos lo que ocurre cuando se aplica una tensión alterna a un circuito con valores constantes de la resistencia y la inductancia. Sea la tensión aplicada $|V_{\max}| \sin(\omega t + \alpha)$, siendo t igual a cero en el instante de aplicar la tensión [9]. Entonces α determina el módulo de la tensión cuando se cierra el circuito. Si la tensión instantánea es cero y aumenta en sentido positivo cuando se aplica, cerrando un interruptor, α vale cero. Si la tensión tiene su valor instantáneo positivo máximo, α vale $\pi/2$. La ecuación diferencial es:

$$V_{\max} \sin(\omega t + \alpha) = RI + L \frac{dI}{dt} \quad (\text{B.1})$$

cuya solución es:

$$I = \frac{V_{\max}}{Z} \left[\sin(\omega t + \alpha - \theta) - e^{-\frac{Rt}{L}} \sin(\alpha - \theta) \right] \quad (\text{B.2})$$

en la que $|Z|$ es $[(R^2 + (\omega L)^2)]^{1/2}$ y θ es el $\arctan(\omega L/R)$.

El primer término de la ecuación (B.2) varía sinusoidalmente con el tiempo. El segundo término es aperiódico y disminuye exponencialmente con una constante de tiempo L/R . Este término aperiódico se denomina componente continua de la corriente. El término sinusoidal es el valor en régimen permanente de la corriente en un circuito RL para la tensión aplicada dada. Si el valor del término de régimen permanente no es cero cuando $t=0$, aparece la componente continua en la solución para satisfacer la condición física de ser la corriente cero en el instante de cerrar el interruptor. Nótese que el término continua no existe si el circuito se cierra en un punto de la onda de tensión tal que $\alpha-\theta=0$ ó $\alpha-\theta=\pi$. La figura (B.1) representa la variación de la corriente con el tiempo de acuerdo con la ecuación (B.2) cuando $\alpha-\theta=0$. Si el interruptor se cierra en un punto de la onda de tensión tal que $\alpha-\theta=\pm\pi/2$, la componente continua tiene un valor inicial máximo que es igual a la amplitud máxima de la componente senusoidal. La figura (B.2) representa la corriente en función del tiempo para $\alpha-\theta =-\pi/2$. La componente continua puede tener un valor cualquiera desde cero hasta $|V_{\max}| / |Z|$, según el valor instantáneo de la tensión al cerrar el circuito y del factor de potencia del circuito. En el instante de aplicar la tensión, las componentes continua y permanente tienen siempre el mismo valor absoluto, pero son de signo opuesto, para expresar el valor cero de la corriente en ese instante.

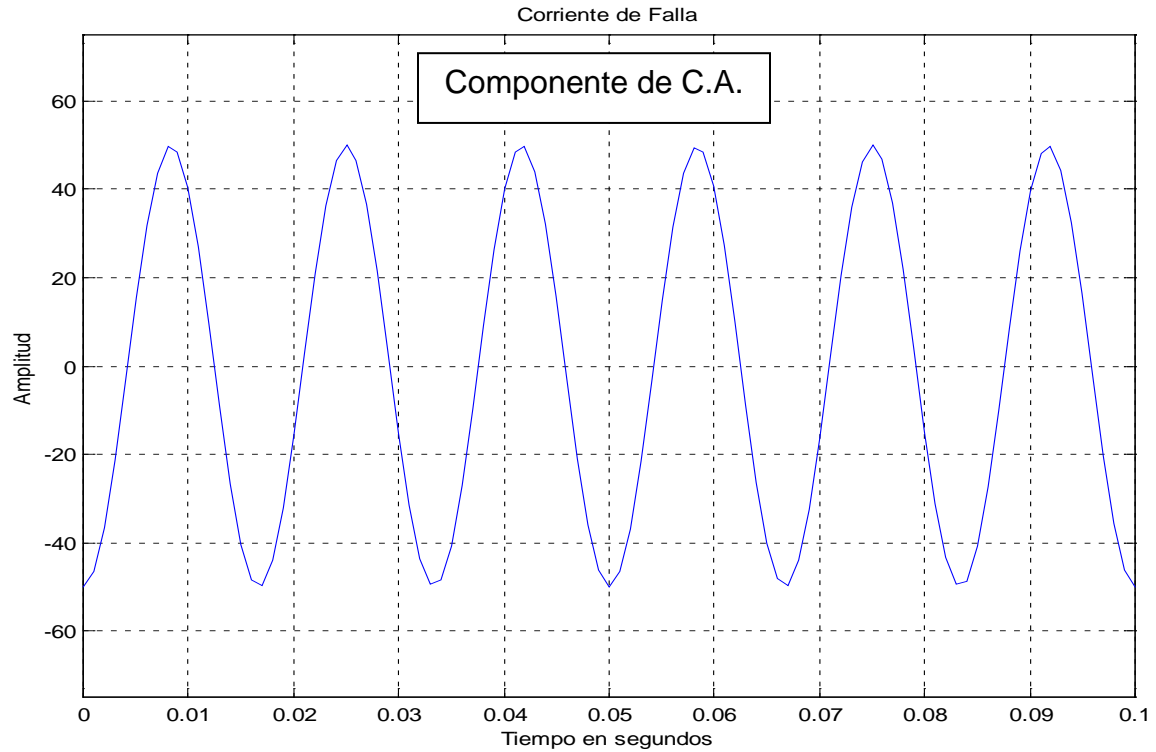


Figura B.1. Corriente en función del tiempo en un circuit RL para $\alpha-\theta=0$.

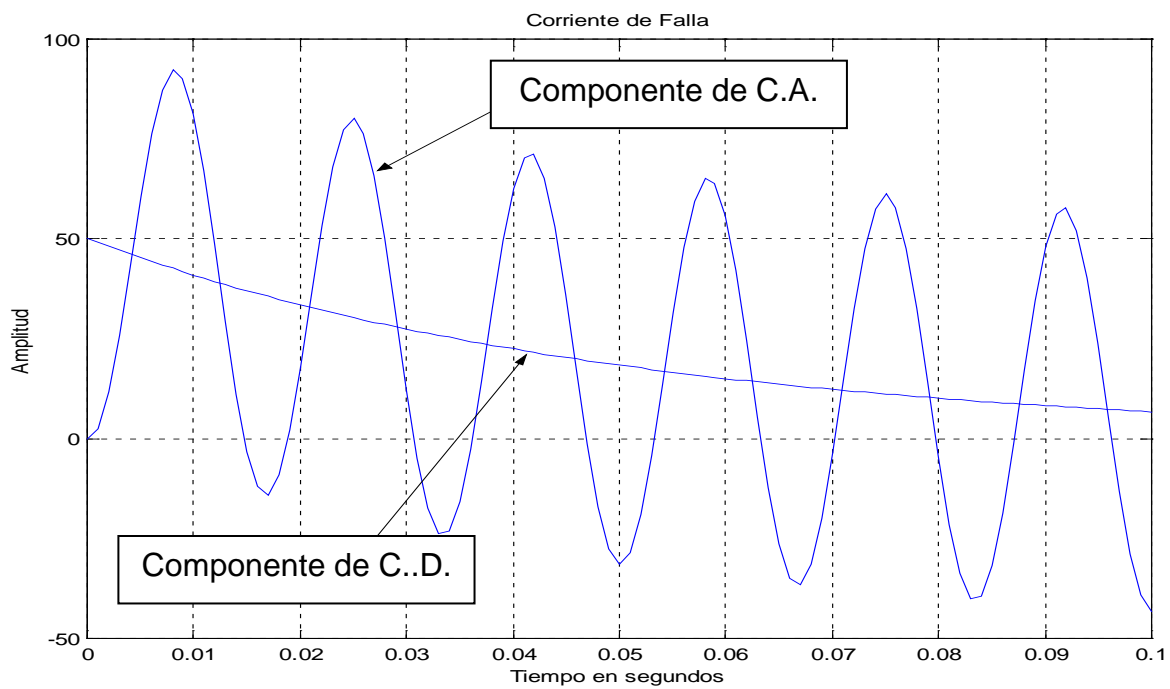


Figura B.2. Corriente en función del tiempo en un circuit RL para $\alpha-\theta=-\pi/2$.

Apéndice C

Programas elaborados

A continuación se presentan los programas elaborados y utilizados en el presente trabajo.

C.1 Programa elaborado en matlab para el cálculo de la palanca

El programa fuente que ejecuta el microcontrolador, primero que nada lee algunos datos proporcionados como son las constantes de A, B, M y P de la curva característica que va a utilizar el relevador para calcular el tiempo de operación en caso de existir la condición de falla, este tiempo se calcula para palanca igual a 1 y posteriormente se multiplica por el valor de la palanca, este valor es un dato asignado con el valor de d y se proporciona al relevador como una constante. Para obtener este valor se elaboró un programa con ayuda del paquete Matlab, donde se proporcionan los datos de corto circuito del lugar donde se encuentra el relevador y el tiempo máximo de operación que se desea, se ejecuta el programa proporcionando éste el valor de la palanca necesaria.

```

%Programa para el calculo de palanca en un Relevador Digital
%elaborado por Roberto Flores Coronado
%Tesis de Maestría en Ingeniería Electrónica
%close all
%clear all
funcion=MENU('Modo Operacion','Mode. Inversa','Muy Inversa','Extre. Inversa')
if funcion==1;
    A=0.0515;
    B=0.1140;
    p=0.020;
    tr=4.85;
else
    if funcion==2;
        A=19.61;
        B=0.491;
        p=2.00;
        tr=21.60;
    else
        if funcion==3;
            A=28.2;
            B=0.1217;
            p=2.00;
            tr=29.1;
        else
            end
        end
    end
end
end
RTp=input('RTC de campo: ')
tad=input('Tiempo de operación (en segundos): ')
lp=input('Corriente de pickup (en amperes): ')
lf=input('Corriente máxima de falla (en amperes): ')
RTs=20*RTp;
lps=lp/RTs;
lfs=lf/RTs;
M=lfs/lps;
T=A/((M^p)-1)+B;

```

```

e=0.005;
d=1;
if T>tad
    T1=T;
    while T1>tad+e;
        d=d-0.1;
        if d>0.19;
            T1=T*d;
            if (T1+e)<tad+e;
                d=d+0.1;
            else
                end
        else
            sprintf('La palanca es menor de 0.2')
            break
        end
    end
else
    tx=tad-T;
    T1=T;
    while T1<tad+e;
        d=d+0.1;
        if d<15.05
            T1=T*d;
        else
            sprintf('La palanca es mayor de 15')
            break
        end
    end
end
Tdis=T*d;
sprintf('La palanca es: %15.5f',d)
sprintf('El tiempo de operacion es: %15.5f',Tdis)
v=[0.5 100 0.1 100];
M1=1.05:0.5:20;
T2=A./((M1.^p)-1)+B;%palanca 1
Td=T2*d;
loglog(M1,T2),grid,axis(v)

```

```

hold on
loglog(M1,Td,'r')%palanca calculada
xlabel('Multiplos de Corriente de Arranque')
ylabel('Segundos')

```

C.2 Programa fuente que ejecuta el microcontrolador.

El programa fuente que ejecuta el microcontrolador fue elaborado en lenguaje C++, posteriormente con ayuda del compilador C30 y el programa Mplab ambos obtenidos de forma gratuita de la pagina de Internet de Microship se procedió a ejecutarlo y una vez que queda listo, el programa Mplab elabora el archivo en lenguaje ensamblador o lenguaje maquina y con ayuda de la herramienta ICD 2 se implementa en el microcontrolador para su ejecución.

```

/* Programa para implementar un relevador de Sobrecorriente
/* en el microcontrolador dsPIC30F6014A.
*

#include <p30f6014A.h>
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define A 28.2
#define B 0.1217
#define p 2.0
#define d 0.6
#define RTp 60.0
#define RTs 40.0
#define Ip 250.0
#define lmax 4000.0
#define cte 0.00122

#define LED1 PORTDbits.RD4
#define LED2 PORTDbits.RD5
#define LED3 PORTDbits.RD6

#define BAUD 2400
#define FCY 10000000
#define MILLISEC FCY/100000// 100 uSeg constante de retardo

```

```

Void DelayNmSec(unsigned int n);
Void SetupPorts(void);
void InitUSART1(void);
void InitADC12(void);

#define BUFFERSIZE 5
unsigned char  OutData[BUFFERSIZE] = {0x35, 0x36, 0x37, 0x0A, 0x0D};
int q, r,z, cont,ADCValue;
float sumatoria(int, int, float[]);

int main(void)
{
float RTT,lps,lmaxs,T,Ins,k,lc,lfps[10],teta,M,FC,FS,les,C,S, D[10],Td,Te;
float coseno[10]= {1.0,0.7071,0.0,-0.7071,-1.0,-0.7071,0.0,0.7071};

RTT=RTp*RTs;
lps=(2*lp)/RTT;
lmaxs=lmax/RTT;
Ins=0.8*lmaxs;
M=0;
T=0;
Td=0;
Te=65535.00;
LED1=1;
LED2=0;
LED3=0;
for (z=0, q=0; z<80, q<80; z++, q++)
{
  If(z>=8)
  {
    coseno [z] = coseno [z-8];
  }
  else
  {
    coseno[z] =coseno[z];
  }
}
DelayNmSec(18);

```

```

If (q>=10)
{
ADCON1bits.SAMP = 0;           //inicia conversión
ADCValue = ADCBUF0;           // se obtiene el valor del ADC
lfps[q] = ADCValue*cte;
k=lfps[q]-2.5;
lc=k*coseno[z];
D[q]=lc;
S=sumatoria(0,8,D);
C=sumatoria(2,10,D);
for (r=1, r<10, r++)
{
D[r-1]=D[r];
}
D[9]=D[q];

FS=0.25*S; /* 2/q=0.25 */
FC=0.25*C; /* 2/q=0.25 */

les=(sqrt((FC*FC)+(FS*FS)))/sqrt(2);
if (les>=Ins)
{
LED2=1; /*Operó el instantaneo*/
LED1=0;
LED3=0;
Td=0;
Te=65535;
cont=0;
}
else
{
M=les/Ins ); /*si ocurre esto no hay falla y se toma la siguiente muestra*/
{
LED1=0; /*Relevador en condiciones normales*/
LED2=0;
LED3=0;
T=0;
Td=0;
}
}
}

```

```

Te=65535;
cont=0;
}
else
{
M=les/lps;
if ( M<=1 ) /*si ocurre esto no hay falla y se toma la sig. muestra*/
{
LED2=0;
LED3=0;
LED1=1;
T=0;
Td=0;
cont=0;
}
else
{
(T=A/(pow(M,p)-1)+B) ; /*Calcula tiempo de operacion para palanca=1*/
T=T*d; /*Aqui se implementará un contador de tiempo en milisegundos*/
Td=T*1000;
if (Td>=Te)
{
Td=Te;
}
else
{
Te=Td;
}
}
if ( cont>Td )
{
LED3=1; /*Opero por tiempo (51):*/
LED1=0;
LED2=0;
}
else
{
cont=cont+2;
}
}
}

```

```

    }
    }
}
while (1)
{
    k=lfps[q]-2.5;
    lc=k*coseno[z];
    D[z]=lc;
}
}
/* Termina Main
void SetupPorts (void)
{
    PORTD = 0;
    TRISD = 0xFF0F;
}

void InitADC12(void)
{
    ADPCFG = 0xFF7F;           // todo el PORTB = Digital; RB2 = analogico
    ADCON1 = 0x0000;          // SAMP bit = 0 termina muestreo ...
                                // inicia conversión
    ADCHS = 0x0007;          // Conecta RB2/AN2 como CH0 entrada ..
    ADCSSL = 0;
    ADCON3 = 0x0002;
    ADCON2 = 0;

    ADCON1bits.ADON = 1;      // ADC ON
}
float sumatoria(int inicio, int final, float D[])
{ int i; float suma=0;
  for (i=inicio; i<final; i++)
    suma=suma + D[i];
  return suma;
}
void DelayNmSec (unsigned int n)
{

```

```
Unsigned int j;  
While (N--)  
    for (j=0; j < MILLESEC; j++);  
}
```

BIBLIOGRAFIA

- [1] A.T. Johns and S. K. Salman. Digital protection for power systems. Publicado por Peter Peregrinus Ltd. , on behalf of the Institution of Electrical Engineer, London United Kingdom 1995.
- [2] Mohindar S. Sachdev, Ratan Das. Understanding microprocessor.based technology applied relaying. Power System Relayin Committee, repor of working group 16 of the Relaying Practices Subcommittee. February 2004.
- [3] Adel S. Sedra, Kenneth C. Smith. Circuitos Microelectrónicos. Oxford University Press. Cuarta edición, Inc., U.S.A., pp 1237, 1998.
- [4] Héctor Jorge Altuve Ferrer. Topicos selectos de protección digital de sistemas eléctricos de potencia. Doctorado en Ingeniería Eléctrica, FIME-UANL, Monterrey, N.L., México.
- [5] Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid Nawab. Señales y Sistemas. Printice Hall. Segunda edición.
- [6] J. M. Kennedy, G.E. Alexander, J. S. Thorp. Variable Digital Filter Response Time in a Digital Distance Relay, GER-3798.
- [7] Alan V. Oppenheim, Ronal W. Schafer. Digital Signal processing, Englewood Cliff, N.Y. Printice Hall Inc. 1975.
- [8] IEEE Power Engineering Society. IEEE Standard Inverse-Time Characteristic Equations for Overcurrent Relays. Published by the Institute

of Electrical and Electronics Engineers. Inc. 345 East 47th Street. New York. NY1007, USA.

- [9] William D. Stevenson. Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia. Editorial McGraw Hill. Segunda edición, 1975.