

# Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería



## Diseño, construcción y control de un prototipo de robot móvil con desplazamiento omnidireccional

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de Maestro en  
Ingeniería presenta:

José Carlos Ortiz Hernández

Director:

Dr. David Isaías Rosas Almeida

Co-Director:

Dr. Luis Omar Moreno Ahedo

Mexicali, Baja California, México, Junio de 2023

# Agradecimientos

Al Dr. David Isaías Rosas Almeida por aportar su experiencia y conocimientos en la dirección del proyecto y conducirlo con excelencia académica y profesional. Por sus clases magistrales, disposición y apoyo durante mi maestría.

Al Dr. Luis Omar Moreno Ahedo por las asesorías brindadas durante mi maestría.

A los integrantes del comité de tesis: Dr. Raúl Rascón Carmona, Dr. Ernesto Víctor González Solís, Dr. Jesús Márquez González, por los valiosos comentarios emitidos durante las presentaciones de avances semestrales.

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por el apoyo número 798398 otorgado.

A la Universidad Autónoma de Baja California.

A la Facultad de Ingeniería Campus Mexicali.

A la Coordinación de Investigación y Posgrado.

Gracias.

# Dedicatoria

A mis papás José Luis y Rosina.

Lo que tenemos que aprender, lo aprendemos haciendo.

- Aristóteles

Aprendiendo enseñarás, y enseñando aprenderás.

- Phil Collins

# Resumen

La robótica móvil puede clasificarse de acuerdo al entorno para el cuál están diseñados así cómo al sistema de locomoción que utilizan para desplazarse en ese entorno. Una categoría importante son los robots móviles omnidireccionales, los cuáles están siendo cada vez más utilizados y que destacan entre el resto de robots móviles debido a su alto nivel de maniobrabilidad. La principal característica de esta clase de robots son su tipo de rueda, conocida como rueda omnidireccional o rueda mecanum, que le otorga al robot la capacidad de desplazarse hacia cualquier dirección sin la necesidad de cambiar la orientación del cuerpo del vehículo, lo que los hace atractivos para desplazarse en ambientes congestionados. A continuación se presenta el diseño, construcción, instrumentación y control de un robot móvil omnidireccional. La meta de diseño ha sido proponer una estructura adaptable que permita la incorporación de sensores y diferentes tarjetas de control para su operación. La meta de control ha sido obtener el modelo cinemático y diseñar una ley de control para regular la velocidad de las ruedas que generan el desplazamiento del robot y comprobar experimentalmente su funcionamiento. La meta global ha sido obtener una primera versión de prototipo de robot, con un nivel de madurez tecnológica TRL4 que permita realizar investigación a nivel posgrado y licenciatura en los laboratorios de Mecatrónica.



Vo. Bo. David Isaías Rosas Almeida

Director de Tesis

**Palabras clave:** robot móvil omnidireccional, diseño, construcción, modelo cinemático, control de velocidad, retroalimentación de estado, orientación.

# Contenido

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
1.1	Justificación .....	4
1.2	Objetivos .....	4
1.2.1	Objetivo general.....	4
1.2.2	Objetivos específicos .....	4
1.3	Metodología .....	5
1.4	Estructura del documento .....	7
<b>2</b>	<b>ESTADO DEL ARTE</b> .....	<b>8</b>
2.1	Clasificación de robots móviles .....	8
2.1.1	Clasificación por su entorno.....	8
2.1.2	Clasificación por el tipo de ruedas .....	10
2.2	Niveles de maduración tecnológica .....	12
2.3	Preliminares matemáticos .....	13
2.3.1	Vectores .....	14
2.3.1.1	Operaciones entre vectores .....	14
2.3.2	Matrices .....	15
2.3.2.1	Operaciones de matrices .....	16

2.3.2.2	Matrices de transformación.....	19
<b>3</b>	<b>DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL PROTOTIPO DE ROBOT MÓVIL OMNIDIRECCIONAL .....</b>	<b>22</b>
3.1	Diseño conceptual del prototipo .....	22
3.2	Diseño de los módulos electrónicos .....	24
3.2.1	Batería.....	24
3.2.2	Módulo para conectar y cargar la batería .....	25
3.2.3	Módulo distribuidor de voltaje .....	25
3.2.4	Módulo de potencia para motores .....	28
3.3	Sensores y actuadores del prototipo de robot móvil .....	29
3.3.1	Sensor de orientación .....	29
3.3.2	Motor de corriente continua .....	30
3.4	Tarjetas de control .....	31
3.5	Diseño mecánico y construcción del prototipo de robot .....	32
3.6	Pruebas individuales de operación del robot móvil .....	35
3.6.1	Medición de la orientación .....	38
3.6.2	Control de motores .....	40
3.6.3	Carga de la batería.....	43
<b>4</b>	<b>MODELO CINEMÁTICO DEL ROBOT MÓVIL .....</b>	<b>46</b>
4.1	Velocidades del rodillo y la rueda $i$ -ésima .....	46
4.2	Modelo cinemático inverso .....	52

4.3	Simulación del modelo cinemático inverso .....	56
4.3.1	Simulación considerando 4 ruedas internas .....	56
4.3.2	Simulación considerando las cuatro ruedas externas .....	60
4.3.3	Simulación considerando las ocho ruedas .....	61
<b>5</b>	<b>DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR DE VELOCIDAD PARA LAS RUEDAS DEL ROBOT .....</b>	<b>64</b>
5.1	Medición de la velocidad de las ruedas .....	65
5.2	Identificación del modelo del subsistema de una rueda .....	68
5.3	Diseño del control de velocidad .....	71
5.3.1	Resultados en simulación .....	73
5.3.2	Instrumentación para las pruebas de control .....	73
5.4	Análisis del desempeño del controlador de velocidad para mantener la orientación del robot .....	75
5.4.1	Control en lazo abierto .....	75
5.4.2	Control en lazo cerrado .....	75
5.4.3	Comparación del ángulo de orientación .....	80
<b>6</b>	<b>CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO .....</b>	<b>85</b>
	<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>88</b>

# Lista de Figuras

Figura 1	Los robots móviles omnidireccionales son usados en la actualidad para actividades de logística y transporte. . . . .	3
Figura 2	Metodología basada en proyectos mecatrónicos [22]. . . . .	6
Figura 3	Clasificación de robots móviles: a) aéreo b) acuáticos c) terrestres; locomoción por; ruedas $c_1$ ) y patas $c_2$ ) . . . . .	9
Figura 4	Tipos de ruedas comúnmente utilizadas para los robots móviles. . . . .	10
Figura 5	La rueda omnidireccional tiene un componente adicional adicional generado por el rodillo lo que le da la propiedad de desplazarse hacia cualquier dirección. . . . .	12
Figura 6	Con las matrices de transformación homogéneas es posible describir la posición y orientación de un cuerpo rígido en el espacio. . . . .	19
Figura 7	Robot móvil omnidireccional equipado con ocho ruedas de la empresa KUKA AG obtenida en [10]. . . . .	23
Figura 8	Batería utilizada para alimentar a los componentes del robot. . . . .	24
Figura 9	Circuito para conectar y cargar la batería. . . . .	26
Figura 10	Circuito del módulo de distribución de voltaje. . . . .	27

Figura 11	Descripción de terminales del módulo L298N para el control de motores. ....	29
Figura 12	Terminales del sensor de orientación YostLabs obtenidas del manual [17]. ....	30
Figura 13	Diagrama de bloques del 3-Space™ Embedded obtenida en el manual [17]. ....	31
Figura 14	Motor utilizado en el prototipo, modelo 9.7:1 25Dx63L mm MP 12V con encoder incremental. ....	32
Figura 15	Tarjetas de control consideradas para instalar y fijar en el robot: a) myRIO, b) Arduino UNO, y c) Raspberry Pi. ....	33
Figura 16	Diseño del prototipo en CAD. a) vista frontal b) vista interior c) vista lateral. ....	34
Figura 17	Vista interior y descripción de componentes del robot. ....	36
Figura 18	Imágenes del prototipo de robot móvil omnidireccional ensamblado . . . . .	37
Figura 19	Esquema de conexión myRIO con sensor de orientación para la comunicación SPI. ....	39
Figura 20	Esquema conexión en detalle de la tarjeta myRIO para el control de un motor de corriente directa . . . . .	41
Figura 21	Esquema general de hardware del robot móvil omnidireccional cuando es operado con myRIO. ....	42

Figura 22	Esquema en Simulink para el control de los motores utilizando la ds1103 de dSPACE. ....	43
Figura 23	Esquema de la batería Li-Po y su módulo para recargarla. ....	44
Figura 24	Módulo para recargar la batería. ....	45
Figura 25	Cargador IMAX B6 para recargar batería del robot. ....	45
Figura 26	Esquema del robot móvil omnidireccional y sus parámetros. ....	47
Figura 27	Definición de variables de la rueda omnidireccional. ....	47
Figura 28	Configuración de movimientos básicos del robot considerando ruedas internas $i=1,2,3,4$ . ....	59
Figura 29	Configuración de movimientos básicos del robot considerando ruedas internas $i=5,6,7,8$ . ....	62
Figura 30	Método M para medir la velocidad de rotación del motor utilizando los pulsos del encoder [28]. ....	66
Figura 31	Método T para medir la velocidad de rotación del motor utilizando los pulsos del encoder [28]. ....	67
Figura 32	Bloques de Simulink para la medición de posición y velocidad del encoder utilizando la plataforma ds1103 de dSPACE. ....	67
Figura 33	Pruebas experimentales para la identificación del modelo del subsistema de una rueda. ....	70

Figura 34	Comportamiento del sistema real $w_1(t)$ y del modelo obtenido $w_1s(t)$ ante una misma entrada escalón. . . . .	72
Figura 35	Simulación control por retroalimentación de estado para regular la velocidad. La meta es implementar el controlador experimentalmente para las ruedas del robot. . . . .	73
Figura 36	Conexiones para las pruebas de control . . . . .	74
Figura 37	Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia adelante. . . . .	76
Figura 38	Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia atrás. . . . .	76
Figura 39	Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la derecha. . . . .	77
Figura 40	Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la izquierda. . . . .	77
Figura 41	Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la diagonal superior izquierda. . . . .	78
Figura 42	Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la diagonal superior derecha. . . . .	78
Figura 43	Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la diagonal inferior izquierda. . . . .	79
Figura 44	Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la diagonal inferior derecha. . . . .	79
Figura 45	Pruebas en lazo cerrado desplazamiento hacia adelante. . . . .	80

Figura 46	Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia atrás. ....	81
Figura 47	Pruebas en lazo cerrado desplazamiento hacia la diagonal superior izquierda. ....	81
Figura 48	Pruebas en lazo cerrado desplazamiento hacia la diagonal superior derecha. ....	82
Figura 49	Pruebas en lazo cerrado desplazamiento hacia la diagonal inferior izquierda. ....	82
Figura 50	Pruebas en lazo cerrado desplazamiento hacia la diagonal inferior derecha. ....	83
Figura 51	Comparación del ángulo de orientación $\theta(t)$ en lazo abierto (l.a.) y lazo cerrado (l.c.) ....	84

# Capítulo 1

## Introducción

Los avances en el desarrollo de robots para tareas cada vez más exigentes, sugiere diseños y configuraciones cada vez más complejas, en donde el reto de investigación se mantiene presente y abierto. Por otra parte, la incidencia de la robótica en el crecimiento económico es cada vez más notable y la densidad de robots ha crecido de forma significativa en la mayoría de los países desarrollados [1]. Es decir, los países más desarrollados, entre otras cosas, son los que apuestan cada vez más a la automatización e implementación de robots en la vida cotidiana que faciliten las actividades del ser humano. Comprender la complejidad de los robots y sus aplicaciones requieren conocimientos de ingeniería electrónica, ingeniería mecánica y de matemáticas [2].

Una definición oficial para la palabra robot proviene del Robot Institute of America (RIA): 'Un robot es un manipulador multifuncional reprogramable diseñado para mover material, piezas, herramientas o dispositivos especializados a través de movimientos programados para la realización de una variedad de tareas' [2]. En la actualidad existe una extensa clasificación y categorías en robots que auxilian al ser humano para facilitar tareas productivas, industriales, comerciales y domésticas, estando cada vez más presente en la vida diaria. Es por eso que cada vez más en las escuelas, a diferentes niveles educativos, la introducción de conocimientos sobre robótica empieza a formar parte de la oferta curricular. El objetivo de aprender robótica varía según el grupo de edad. Para los niños pequeños, los robots son un juguete educativo; para los estudiantes de secundaria y preparatoria, la robótica puede aumentar la motivación de los estudiantes para estudiar STEM (ciencia, tecnología, ingeniería, matemáticas); en el nivel universitario introductorio, los estudiantes pueden aprender cómo la física, las matemáticas y las ciencias de la computación que estudian se pueden aplicar a la práctica proyectos de ingeniería; finalmente, estudiantes universitarios en etapa avanzada y estudiantes de posgrado pueden prepararse para carreras en robótica [3].

Dentro de esa extensa categoría para clasificar a un robot, se encuentran los robots móviles que, en general, dependiendo del objetivo para los cuáles han sido diseñados, pueden realizar una gran variedad de tareas, pero además tienen la característica de poder desplazarse gracias a algún sistema de locomoción asociado a su diseño mecánico. Dentro de esa clasificación existen los robots móviles denominados como omnidireccionales, que son aquellos que adquieren la capacidad de desplazarse hacia cualquier dirección sin la necesidad de cambiar previamente su orientación. En la actualidad, existen empresas que han diseñado esta clase de vehículos, por ejemplo, en la figura 1 a) vemos un robot de la Organización Europea para la Investigación Nuclear (CERN), una plataforma móvil con un manipulador que auxilia a trabajadores y realiza tareas a las que el ser humano tendría dificultad de acceder debido a, por ejemplo, la radioactividad o altas temperaturas de los laboratorios del CERN. Otro ejemplo son los de la figura 1 b) y c), una familia de robots omnidireccionales diseñados para el transporte, manipulación y logística industrial. Por la parte comercial, industrial y de servicios, la implementación de robots omnidireccionales son atractivos debido a su alta maniobrabilidad, su capacidad de desplazarse sin cambiar la orientación le permiten ser útiles en ambientes congestionados y llegar de un punto a otro con una trayectoria más óptima, logrando tiempos de traslados más efectivos y reduciendo la probabilidad de colisionar con obstáculos en su camino. Por el lado académico y de investigación, estos vehículos se encuentran dentro de una especie de sistemas denominados como holonómicos, la cual es una característica que reúnen ciertos sistemas robóticos cuando el número de grados de libertad controlables es igual a los grados totales de libertad de dicho sistema, y la oportunidad de investigación consiste en diseñar controles basados en sus modelos cinemáticos para buscar desplazamientos o trayectorias óptimas, en algún sentido, dentro de la multiplicidad de soluciones que existen en la cinemática, y más aun debido a la total controlabilidad de un robot móvil omnidireccional.

La principal característica de los vehículos denominados como omnidireccionales son su tipo de rueda, conocida como rueda omnidireccional o rueda mecanum. En general, es un tipo de rueda conformada por rodillos libres con rotación independiente que se encuentran fi-

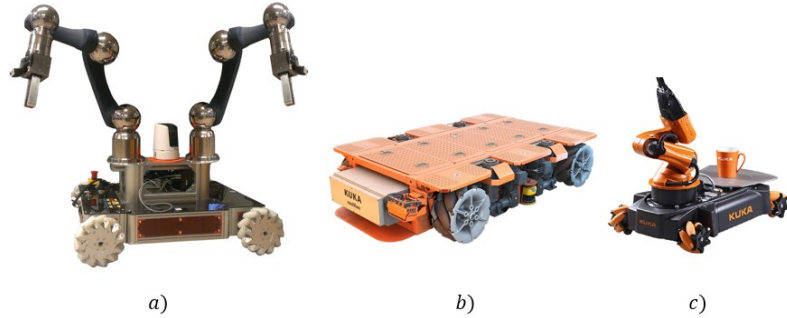


Figura 1. Los robots móviles omnidireccionales son usados en la actualidad para actividades de logística y transporte.

jos al disco de la rueda, con un ángulo de orientación de  $45^\circ$  grados con respecto al eje de rotación de la rueda. El rodillo que hace contacto con el suelo genera un vector de fuerza adicional, que puede ser asociado a la velocidad total de la rueda. Cuando un robot móvil omnidireccional está equipado con tres o más ruedas mecanum, debido a la descomposición vectorial en  $X$  y  $Y$  del vector de fuerza adicional generado por el rodillo, es posible mediante análisis de suma o anulación de fuerzas determinar desplazamientos omnidireccionales en el robot. Una de las desventajas de la rueda omnidireccional son su alto costo en el mercado, la complejidad de su diseño mecánico y construcción. También, existe un problema en la rueda omnidireccional asociado a un derrape de la rueda debido a la poca fricción que hace con el suelo, que puede provocar deslizamientos o derrapes no deseados en el robot que provoca cambios ligeros en su orientación, por lo que han surgido diferentes investigaciones para compensar el error de derrape involucrando diferentes técnicas de control, aunque el problema también es abordado desde la parte de diseño y construcción del robot al proporcionar un chásis rígido idealmente no deformable: [4], [5], [31].

## **1.1 Justificación**

El diseño de proyectos mecatrónicos es una disciplina que se ha venido consolidando con el paso de los años y que forma parte de una demanda actual en lo que se refiere a brindar soluciones óptimas que involucren la integración de habilidades mecánicas, electrónicas y computacionales. Un robot móvil omnidireccional tiene la capacidad de desplazarse hacia cualquier dirección sin la necesidad de cambiar su orientación, lo que lo hace atractivo para hacer más efectivas tareas de transporte, manipulación de objetos y para navegar en entornos congestionados. En la actualidad, empresas empiezan a introducir esta clase de robots para transporte de sus productos, y por la parte académica, la presencia de dinámicas no modeladas en el derrape de las ruedas lo hacen objeto de estudio para el diseño de algoritmos de control robustos. En ese sentido, un aspecto importante en esta investigación es el de diseñar, construir, controlar un robot móvil omnidireccional.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo general**

El objetivo general de este proyecto ha sido diseñar, construir, instrumentar y controlar un prototipo de robot móvil con desplazamiento omnidireccional y buscar identificar bajo que parámetros sería posible una ampliación a escala real de robot móvil para tareas de transporte y, al mismo tiempo, madurar en los procesos de desarrollo e innovación tecnológica en la Facultad de Ingeniería Mexicali.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

Los objetivos específicos involucran áreas de varias ingenierías que pueden clasificarse de acuerdo a las etapas que fueron conformando la investigación, que cronológicamente fueron de diseño, construcción y control. Los objetivos específicos son:

1. Proponer un diseño conceptual de robot móvil.
2. Diseñar el prototipo en CAD que involucre todos los componentes de hardware que lo conforman.
3. Construir y probar la funcionalidad operativa del prototipo.
4. Obtener el modelo cinemático del robot móvil omnidireccional y definir la configuración de desplazamientos básicos.
5. Diseñar una ley de control para regular la velocidad de las ruedas que conforman al robot para realizar movimientos básicos.

### **1.3 Metodología**

La metodología de esta investigación está basada en el diseño de sistemas mecatrónicos, es decir, se trabajó en la integración de diferentes subsistemas asociados a distintas ramas de la ingeniería como lo son el diseño mecánico, electrónico, instrumentación, control y programación, para la obtención física de un sistema mecatrónico complejo. La metodología en lo que respecta al control, la meta ha sido obtener en primer lugar el modelo cinemático del robot móvil omnidireccional y después diseñar una ley de control para regular la velocidad de las ruedas que conforman al robot utilizando la metodología de retroalimentación lineal de estado e implementar en la tarjeta de adquisición ds1103 de dSPACE. Es importante mencionar que dentro de la metodología de control, se introdujo una metodología para la obtención de la velocidad de las ruedas que conforman al robot basada en las señales del encoder. El autor [22] introduce una metodología donde reúne características sustanciales de trabajo para el diseño de proyectos mecatrónicos. En la figura 2 se presenta un esquema para el seguimiento sistemático de proyectos mecatrónicos.

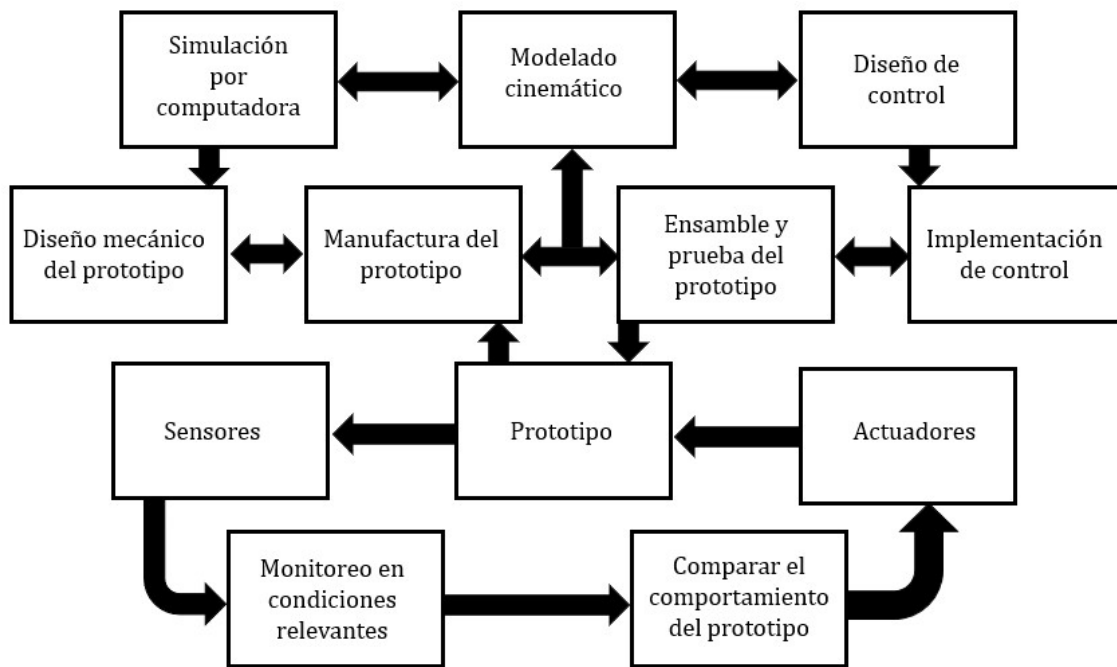


Figura 2. Metodología basada en proyectos mecatrónicos [22].

## **1.4 Estructura del documento**

La organización del resto del documento es como se presenta a continuación. En el capítulo 2, se introduce el estado del arte que sintetiza los aspectos más importantes para analizar un robot móvil. En el capítulo 3, se presentan preliminares matemáticos donde se pretende abarcar fundamentos que sirvan de apoyo para la lectura de capítulos posteriores. En el capítulo 3, se presenta el diseño y construcción del robot móvil omnidireccional, donde se muestra el diseño electrónico, mecánico, la etapa de integración de hardware y finalmente la construcción del prototipo, se muestra también pruebas operativas individuales realizadas en algunos de los componentes principales del prototipo. En el capítulo 4 se obtiene el modelo cinemático del robot móvil omnidireccional que permita relacionar la velocidad de las ruedas que conforman el robot con la posición del mismo en el plano a través de ecuaciones matemáticas conocidas como matrices de transformación. En el capítulo 5 se presenta el control de velocidad para las ruedas del vehículo, en donde se presentan resultados experimentales obtenidos controlando el robot tanto en lazo abierto como en lazo cerrado. Finalmente el debate y discusión de resultados se presenta en el capítulo 6.

# Capítulo 2

## Estado del arte

En este capítulo se presenta una síntesis que reúne los elementos y características más importantes asociadas al diseño y construcción de robots móviles que son útiles en el desarrollo de proyectos mecatrónicos que involucren esta clase de robots. El desarrollo de robots móviles responde a la necesidad de extender el campo de aplicación de la robótica, su importancia radica principalmente en que poseen un espacio de trabajo más amplio que los robots que se encuentran fijos a una base inmóvil [19], un ejemplo es un robot manipulador, el cuál en general se encuentra fijo en un determinado espacio de trabajo, si éste se coloca sobre un robot móvil se amplía su espacio de trabajo, lo que lo hace más versátil para tareas de transporte, logística y también en la manipulación de objetos, por mencionar algunas aplicaciones.

### 2.1 Clasificación de robots móviles

Los robots móviles se pueden clasificar de acuerdo al medio o entorno para el cuál han sido diseñados, por ejemplo el aire, mar o tierra, y en segundo término de acuerdo al sistema de locomoción que utilizan para desplazarse en ese entorno. Definir el robot móvil en base a su entorno y locomoción es un aspecto importante a la hora del diseño, construcción y control del robot. En esta sección se introduce una clasificación generalizada de robots móviles.

#### 2.1.1 Clasificación por su entorno

**Aéreos.** Los robots móviles aéreos son aquellos donde su entorno de desplazamiento ocurre en el aire. La posición de un robot aéreo requiere de seis coordenadas  $p = [x, y, z, \theta_r, \theta_p, \theta_y]^T$ , donde  $p$  es el vector de posición del robot,  $x, y, z$ , son las coordenadas cartesianas y  $\theta_r, \theta_p, \theta_y$  son los ángulos de Euler denominados como roll, pitch y yaw, respectivamente. Un ejemplo

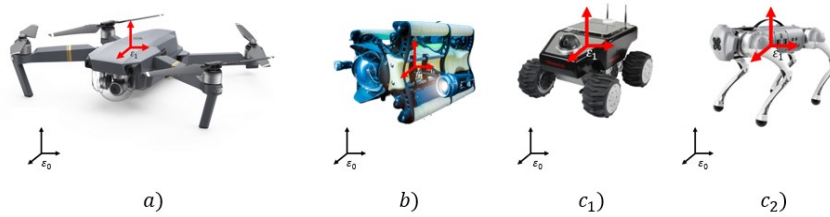


Figura 3. Clasificación de robots móviles: a) aéreo b) acuáticos c) terrestres; locomoción por; ruedas  $c_1$ ) y patas  $c_2$ )

de robot aéreo se observa en la figura 3 a), donde  $\varepsilon_0$  es el marco de referencia global y  $\varepsilon_1$  es el marco de referencia local asociado al centro de masa del cuerpo del robot. Las aplicaciones de los robots aéreos puede verse en vigilancia, búsqueda y recate, industria cinematográfica, entre otras.

**Acuático.** Los robots móviles acuáticos son aquellos donde su entorno de desplazamiento ocurre en el agua. Al igual que los robots aéreos la posición de un robot acuático requiere de seis coordenadas  $p = [x, y, z, \theta_r, \theta_p, \theta_y]^T$ , donde  $p$  es el vector de posición del robot,  $x, y, z$ , son las coordenadas cartesianas y  $\theta_r, \theta_p, \theta_y$  son los ángulos de Euler roll, pitch, y yaw, respectivamente. Un ejemplo de aplicación de robot acuático son los robots submarinos, como el que se muestra en la figura 3 b), donde  $\varepsilon_0$  es el marco de referencia global y  $\varepsilon_1$  es el marco de referencia local, y que son utilizados para la exploración del ecosistema marino.

**Terrestres.** Los robots móviles terrestres son aquellos donde su entorno de desplazamiento ocurre en el suelo, que a su vez se subdividen en dos tipos con respecto a las características de la locomoción que genera su desplazamiento; locomoción por patas o ruedas, como los que se observan en la figura 3  $c_1$ ) y 3  $c_2$ ), respectivamente. A diferencia de los robots aéreos y acuáticos, en donde la posición en el plano requiere de seis coordenadas, es decir, seis grados de libertad, en el caso de los robots móviles, normalmente requiere de tres coordenadas para describir su posición  $p = [x, y, \theta]$  donde el par  $(x, y)$  representan la posición en el plano y  $\theta$  el ángulo de orientación, ambos respecto a una referencia inercial.

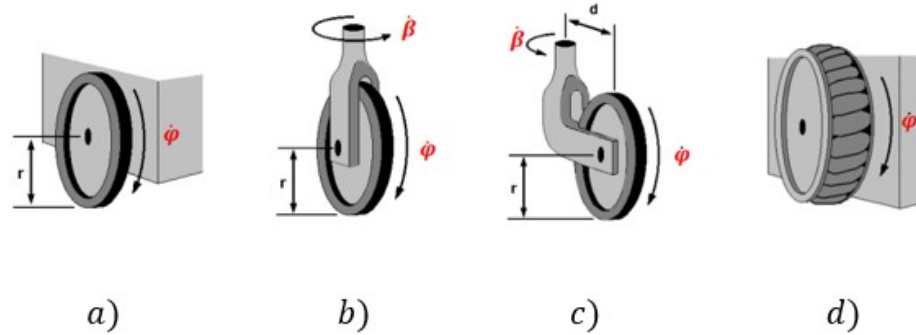


Figura 4. Tipos de ruedas comúnmente utilizadas para los robots móviles.

### 2.1.2 Clasificación por el tipo de ruedas

En el caso de los robots móviles terrestres la locomoción por ruedas es de las opciones más efectivas a la hora de diseñar robots móviles, ya que según [21] el equilibrio del robot no suele ser un problema de investigación en los diseños de robots con ruedas, porque casi siempre están diseñados para que todas las ruedas estén en contacto con el suelo. Así, equipar al robot con tres ruedas puede ser suficiente para garantizar un equilibrio estable. Las ruedas más utilizadas se describen a continuación y se muestran en la figura 4.

**Rueda fija.** La denominada rueda fija es la más común. No posee articulación de dirección, por lo que su posición respecto a la estructura es fija [9]. La rueda fija está presente en la mayoría de los robots en la actualidad, ya que por lo general se encuentra acoplada al eje de un motor que genera el movimiento del robot. En la figura 4 a) se observa una rueda fija, donde  $r$  es el radio de la rueda. La única variable asociada a una rueda fija es  $\varphi$  que representa la velocidad de la rueda con respecto a su propio eje de rotación.

**Rueda orientable centrada.** Este tipo de rueda tiene una articulación de dirección, lo que permite su orientación con respecto a la estructura del vehículo; su eje de dirección pasa por el centro de rotación de la rueda [9]. Esta rueda también es denominada rueda loca o rueda

de tipo castor. En la figura 4 b) se observa una rueda orientable centrada, donde  $r$  es el radio de la rueda,  $\varphi$  representa la velocidad de la rueda y  $\beta$  es su ángulo de orientación.

**Rueda orientable descentrada.** La rueda orientable descentrada posee articulación de dirección, es decir es orientable respecto a la estructura del vehículo, pero su eje de dirección no pasa por el centro de rotación de la rueda [9]. En la figura 4 c) se muestra una rueda orientable descentrada, donde  $d$  y  $r$  son la distancia entre ejes y el radio de la rueda, respectivamente, y  $\varphi$  es la velocidad de giro de la rueda. En el caso de la rueda orientable centrada y descentrada, el ángulo de orientación  $\beta$  no es constante sino que varía con respecto al cuerpo del robot según su desplazamiento. Las ruedas orientables son ruedas no motorizadas que se utilizan para brindar soporte y estabilidad al cuerpo del robot.

**Rueda omnidireccional.** La rueda omnidireccional es la que se observa en las figuras 4 d) y 5, también es conocida en la literatura como rueda sueca o mecanum. Es un tipo de rueda mecánica compuesta por rodillos libres e independientes entre sí que se encuentran fijos al disco de la circunferencia de la rueda, cada rodillo tiene un ángulo de orientación comúnmente de  $\pm 45^\circ$  con respecto al eje de rotación de la rueda. La ventaja de este tipo de ruedas es que además de permitir el traslado hacia adelante y atrás, como un vehículo tradicional, adicionalmente es posible desplazarse hacia los lados, en diagonal a distintos ángulos y rotar sobre su eje, eso sin generar casi fricción entre el suelo y el rodillo, permitiendo así su desplazamiento omnidireccional. Eso se debe a que cuando se provoca la rotación de una rueda de este tipo, se genera una fuerza perpendicular asociada al eje de rotación del rodillo que se puede descomponer en sus componentes vectoriales  $(x, y)$ , trasladando esos componentes de velocidad a la rueda y permitiendo así su movimiento omnidireccional. Éste tipo de ruedas son utilizadas cuando se requieren de robots móviles para tareas de alta maniobrabilidad, pues a diferencia de otras ruedas, la rueda omnidireccional otorga tres grados de libertad al vehículo: el primero de ellos es la rotación de la rueda, el segundo es la rotación del rodillo y el tercer grado de libertad es el deslizamiento rotacional sobre el eje vertical que pasa por el punto de contacto común entre el rodillo y la rueda como se muestra en la figura

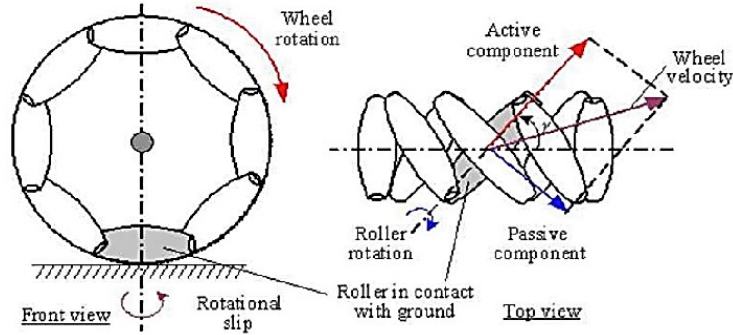


Figura 5. La rueda omnidireccional tiene un componente adicional generado por el rodillo lo que le da la propiedad de desplazarse hacia cualquier dirección.

5. Algunas referencias asociadas al análisis de la rueda omnidireccional en robots móviles se encuentran en los trabajos de [6], [7], [8]. Si una rueda omnidireccional proporciona tres grados de libertad, a partir de tres ruedas omnidireccionales, se puede construir un robot móvil holónomico, es decir, contar con los mismos grados de controlabilidad y de libertad. Las desventajas de la rueda omnidireccional son su alto costo y un complejo proceso de diseño y construcción, además, éste tipo de ruedas tienen poca tracción con el suelo, provocando en ocasiones deslizamientos o derrapes no deseados.

## 2.2 Niveles de maduración tecnológica

Las principales dificultades asociadas al diseño de proyectos está relacionada con tres categorías: complejidad del sistema, planificación, revisión, y validez de la evaluación [20]. Es importante clasificar el diseño de proyectos mecatrónicos en base a su rango o alcance tecnológico. Durante 1970 se introdució en la NASA una herramienta para medir y clasificar los proyectos espaciales en diferentes etapas de desarrollo, denominada como niveles de maduración tecnológica. En la actualidad, esa escala de medición introducida en primer término por la NASA es al día de hoy un método generalizado para proyectos de ingeniería que tiene

el objetivo de evaluar la madurez de tecnologías emergentes a partir de una escala de 9 niveles. En la siguiente tabla I se describen los nueve niveles de maduración tecnológica.

Tabla I. Niveles de maduración tecnológica.

Nivel	Descripción
1	Principios básicos observados y reportados
2	Concepto o tecnología formulados
3	Prueba de concepto
4	Validación del prototipo a nivel de componentes en laboratorio
5	Validación de prototipo y/o disposición de los mismos en un entorno relevante
6	Modelo de sistema o subsistema o demostración de prototipo en un entorno relevante
7	Demostración de prototipo en un entorno real
8	Sistema completo y certificado a través de pruebas y demostraciones
9	Sistema probado con éxito en un entorno real

## 2.3 Preliminares matemáticos

Modelar matemáticamente un robot es una de las principales actividades científicas y de investigación, pues nos permite comprender la naturaleza y restricciones de movimiento de aquello en el futuro estaremos deseando controlar. En este capítulo se introducen una serie de conceptos básicos relacionados al álgebra vectorial y matricial, con el objetivo de facilitar la lectura del resto del documento, en particular con el capítulo de modelado cinemático del robot móvil omnidireccional. Los preliminares matemáticos aplicados de manera adecuada en la robótica, generan un espectro muy amplio de aplicaciones potenciales de robots, en los ámbitos científico, industrial, comercial y doméstico. El material asociado a los preliminares matemáticos fue obtenido principalmente de [19].

### 2.3.1 Vectores

En robótica, un vector puede representar la agrupación de varias señales físicas para ser analizadas, procesadas, o controladas. Las señales físicas de interés más utilizadas comúnmente en robótica son la posición, la velocidad y torque o fuerza, entre otras.

El conjunto  $V$  del espacio vectorial  $n$ -dimensional  $\mathbb{R}^n$  es el conjunto de todas las  $n$ -adas de números reales, y los vectores de este espacio se denotan de la siguiente manera

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = [x_1 \ \cdots \ x_n]^T.$$

#### 2.3.1.1 Operaciones entre vectores

**Suma y resta entre vectores.** Considere los vectores denominados como  $x, y \in \mathbb{R}^n$ . La definición de suma entre vectores de  $\mathbb{R}^n$  es la siguiente

$$x \pm y = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_i \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \pm y_1 \\ \vdots \\ x_i \pm y_i \end{bmatrix}.$$

La suma entre vectores posee la propiedad conmutativa:  $x + y = y + x$ , y asociativa:  $(x + y) + z = x + y + z$ . También, un vector nulo es aquel vector cuyos componentes son iguales a cero, por lo que  $x + 0 = x$ .

**Producto escalar por vector.** Considere la multiplicación o producto de un escalar  $\alpha \in \mathbb{R}$  y el vector  $x \in \mathbb{R}^n$ , entonces el producto se define

$$\alpha x = \alpha \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha x_1 \\ \alpha x_2 \\ \vdots \\ \alpha x_n \end{bmatrix}.$$

El producto escalar por vector satisface propiedades distributivas  $\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ , donde  $\alpha \in \mathbb{R}$  y  $x, y \in \mathbb{R}^n$

**Producto interno de dos vectores.** El producto interno entre dos vectores  $x^T y \in \mathbb{R}$  se define como

$$x^T y = \sum_{i=1}^n x_i y_i = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}.$$

El producto de un vector columna por un vector transpuesto genera una matriz

$$xy^T = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} [y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_n] = \begin{bmatrix} x_1 y_1 & x_1 y_2 & \cdots & x_1 y_n \\ x_2 y_1 & x_2 y_2 & \cdots & x_2 y_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n y_1 & x_n y_2 & \cdots & x_n y_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}.$$

### 2.3.2 Matrices

Una matriz  $A$  es un arreglo rectangular de números, tiene  $n$  renglones horizontales y  $p$  columnas verticales. Las operaciones entre matrices producen una matriz, a diferencia de operaciones entre vectores que pueden producir un escalar, vector o matriz.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{np} \end{bmatrix},$$

los elementos de una matriz se denotan por  $a_{ij}$  donde  $i = 1 \dots n$  representa el  $i$ -ésimo renglón y  $j = 1 \dots p$  denota la  $j$ -ésima columna.

### 2.3.2.1 Operaciones de matrices

**Suma y resta de matrices.** Considérese las matrices  $A, B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ . La suma de matrices existe sólo entre matrices de la misma dimensión. La suma y resta de matrices está definida de la siguiente forma

$$A \pm B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{np} \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{np} \end{bmatrix},$$

$$A \pm B = \begin{bmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} & \cdots & a_{1p} \pm b_{1p} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} & \cdots & a_{2p} \pm b_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} \pm b_{n1} & a_{n2} \pm b_{n2} & \cdots & a_{np} \pm b_{np} \end{bmatrix}.$$

**Multiplicación de matrices.** Considérese las matrices  $A \in \mathbb{R}^{n \times p}$  y  $B \in \mathbb{R}^{p \times m}$ . La multiplicación o producto de matrices es posible solo en el caso en que el número de columnas de  $A$  es igual al número de renglones de  $B$ . El producto  $C = AB \in \mathbb{R}^{n \times m}$  se define como  $C = \{c_{ij}\} = AB$ .

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{np} \end{bmatrix},$$

$$AB = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^p a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^p a_{1k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^p a_{1k}b_{kn} \\ \sum_{k=1}^p a_{2k}b_{k1} & \sum_{k=1}^p a_{2k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^p a_{2k}b_{kn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^p a_{mk}b_{k1} & \sum_{k=1}^p a_{mk}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^p a_{mk}b_{kn} \end{bmatrix},$$

aquí se tiene que  $c_{ij} = \sum_{k=1}^p a_{ik}b_{kj} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ip}b_{pj}$  con  $i = 1 \cdots n, j = 1 \cdots m$ .

**Matriz transpuesta.** La matriz transpuesta de  $A = \{a_{ij}\} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  se representa por  $A^T = \{a_{ij}\} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , la cual se obtiene por intercambiar los renglones por las columnas

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix},$$

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & a_{41} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & a_{42} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{43} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{bmatrix},$$

observe como los elementos de la diagonal quedan sin modificar. Alguna de las propiedades más importantes de la matriz transpuesta son

$$\begin{aligned}
(A^T)^T &= A \\
((A^T)^T)^T &= A^T \\
(\lambda A)^T &= \lambda A^T \\
\text{Donde } \lambda &\in \mathbb{R}
\end{aligned}$$

**Matriz cuadrada.** Una matriz  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$  es cuadrada si y sólo si  $n = m$ .

**Matriz adjunta.** La matriz adjunta de la matriz cuadrada  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , denotada por  $adj \{A\}$ , es la transpuesta de la matriz obtenida de  $A$  por reemplazar cada elemento de  $A$  por su cofactor

$$adj \{A\} = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{21} & \cdots & \Delta_{n1} \\ \Delta_{12} & \Delta_{22} & \cdots & \Delta_{n2} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \Delta_{1n} & \Delta_{2n} & \cdots & \Delta_{nn} \end{bmatrix},$$

aquí  $\Delta_{ij}$  es el cofactor de  $a_{ij}$  de la matriz  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .

**Matriz inversa.** La inversa de una matriz se obtiene mediante

$$A^{-1} = \frac{adj \{A\}}{|A|},$$

donde  $adj \{A\}$  representa la matriz adjunta de  $A$  y  $|A|$  es el determinante de la matriz  $A$ . Si el determinante de la matriz  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es  $|A| = 0$ , entonces la matriz inversa no existe. Por lo tanto a esa matriz se le llama matriz singular.

**Matriz simétrica.** Una matriz es simétrica cuando coincide con su matriz transpuesta. 18

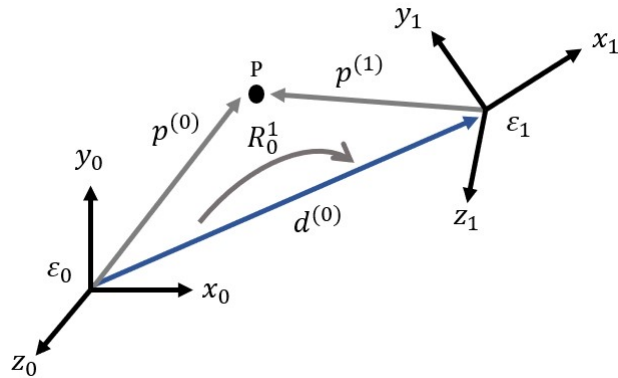


Figura 6. Con las matrices de transformación homogéneas es posible describir la posición y orientación de un cuerpo rígido en el espacio.

$$A = A^T.$$

### 2.3.2.2 Matrices de transformación

En robótica, las matrices de transformación, también conocidas como matrices de transformación homogéneas, nos permiten representar la posición y orientación de algún elemento de interés del robot. Las matrices de transformación homogéneas combinan la operación de rotación y traslación en una matriz, y son utilizadas en robótica para realizar la cinemática inversa y directa.

Considerese el punto  $p$  en el espacio como se muestra en la figura 6, y los marcos de referencia  $\varepsilon_0$  y  $\varepsilon_1$ . Es posible describir un vector de posición que contenga la distancia o coordenadas del punto  $p$  respecto a los marcos de referencia  $\varepsilon_0$  y  $\varepsilon_0$ . El vector de posición se representa como

$$p^{(i)} = \begin{bmatrix} p_x^{(i)} \\ p_y^{(i)} \\ p_z^{(i)} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3,$$

donde el subíndice  $(i)$  denota el marco de referencia desde donde se mide. Es posible describir también la distancia que existe entre los dos marcos de referencia  $\varepsilon_0$  y  $\varepsilon_1$ . Donde  $d^{(0)}$  representa la traslación.

$$d^{(0)} = \begin{bmatrix} p_x^{(0)} \\ p_y^{(0)} \\ p_z^{(0)} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

Como se muestra en la figura 6, ambos marcos de referencia están orientados de diferente forma arbitrariamente. Entonces se introduce una matriz de rotación que relaciona la orientación de los dos marcos de referencia  $\varepsilon_0$  y  $\varepsilon_1$ .

$$R \in SO(3),$$

donde  $SO(3)$  es el grupo de todos los movimiento de rotación sobre el origen de coordenadas en el espacio euclideo tridimensional. Es posible conocer la posición del punto  $p$  desde cualquiera de los marcos de referencia  $\varepsilon_0$  y  $\varepsilon_1$ , así como hacer el intercambio entre ambos a partir de conocer los valores del vector de traslación  $d^{(0)}$  y de alguno de los dos marcos de referencia, si  $d^{(0)} = d$ , la posición se describe como

$$p^{(0)} = d + Rp^{(1)}.$$

Ahora se introduce un vector de coordenadas homogéneas aumentando un valor al vector de posición

$$\bar{p}^{(i)} = \begin{bmatrix} p_x^{(i)} \\ p_y^{(i)} \\ p_z^{(i)} \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{p}^{(i)} = \begin{bmatrix} p^{(i)} \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4,$$

y expresamos en coordenadas homogéneas la posición del punto  $p$  expresada desde el marco de referencia  $\varepsilon_0$  se obtiene

$$\bar{p}^{(0)} = \begin{bmatrix} d + Rp^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix},$$

donde

$$\begin{bmatrix} R & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = A(R, d) \in \mathbb{R}^{4 \times 4},$$

representa una matriz de transformación homogénea que pertenece al grupo euclidiano especial de orden 3.

## **Capítulo 3**

# **Diseño y construcción del prototipo de robot móvil omnidireccional**

En este capítulo se introduce el diseño y construcción del prototipo de robot móvil con desplazamiento omnidireccional mostrando cada una de las etapas de su desarrollo que fueron necesarias como diseño conceptual, diseño electrónico y diseño mecánico asistido por computadora, son algunas de ellas. Finalmente se presentan las pruebas básicas de operación que se realizaron a cada módulo para demostrar la robustez, seguridad mecánica, electrónica y operativa del prototipo. Diferentes trabajos que involucren la etapa de diseño y construcción además del control, de robots móviles omnidireccionales pueden consultarse en los trabajos de [11], [12], [13], [14], [15].

Durante la etapa de diseño y construcción del robot móvil se llevó a cabo una metodología basada en el desarrollo de sistemas mecatrónicos con el objetivo de alcanzar un prototipo funcional para pruebas experimentales principalmente en los laboratorios de control y robótica del Laboratorio de Mecatrónica de la Facultad de Ingeniería. Es importante mencionar que durante la construcción del prototipo se consideró la incorporación de subsistemas disponibles en el mercado, es decir, no se trabajó en el diseño de ruedas, sistemas de potencia, sensores, tarjetas de control, por mencionar algunos ejemplos.

### **3.1 Diseño conceptual del prototipo**

El diseño conceptual fue la primera etapa de desarrollo. Consiste en definir las características y metas a lograr con el prototipo así como sus posibles aplicaciones. La principal característica que se busca del prototipo es que este debiera ser modular, escalable, fácilmente reproducible y ser controlado utilizando diferentes plataformas de Hardware. En consecuencia,



Figura 7. Robot móvil omnidireccional equipado con ocho ruedas de la empresa KUKA AG obtenida en [10].

el prototipo debe incorporar motores y etapas de potencia como parte de una configuración electromecánica nominal que le permita operar con diferentes plataformas de control como myRIO, Arduino, Raspberry Pi, solo por mencionar algunas de las más populares del mercado en la actualidad. También, el chásis o estructura mecánica del prototipo debe permitir la incorporación de diferentes tipos de sensores para aplicaciones y desarrollos tecnológicos que puedan surgir en el futuro.

La meta del prototipo es lograr una madurez tecnológica TRL4, es decir, lograr integrar los componentes básicos o elementos separados de la tecnología y validar su funcionamiento en conjunto a nivel laboratorio con el objetivo de identificar el potencial de ampliación y cuestiones operativas. Aunque su uso está enfocado para actividades de investigación y educativas a nivel posgrado y licenciatura, también está inspirado en robots móviles omnidireccionales con aplicaciones industriales en tareas de transporte y logística que existen en el mercado, principalmente en el modelo de la compañía KUKA AG, mostrado en la figura 7, quienes en el año 2017 introducen al mercado industrial un robot móvil equipado con ocho ruedas omnidireccionales que se encarga de tareas de transporte y logística [10]. El prototipo diseñado y construido durante esta investigación busca también identificar el potencial de su ampliación a escala real en el futuro.



Figura 8. Batería utilizada para alimentar a los componentes del robot.

## 3.2 Diseño de los módulos electrónicos

El sistema electrónico es un aspecto medular en la construcción de robots, se encarga de almacenar y enviar la energía eléctrica a todos los componentes o subsistemas que lo requieran para realizar una tarea específica. En esta sección se presenta el diseño de los diferentes módulos electrónicos que incorpora el prototipo de robot móvil y que permiten satisfacer los requerimientos establecidos previamente.

### 3.2.1 Batería

Debido a que se desea que el robot opere sin cables que suministren potencia, es necesario incorporar una batería para el suministro de la corriente a todos los dispositivos. Se utiliza una batería Li-Po (polímero de litio) de 4 celdas de 6500 mAh con salida fija de 14.8V, la cual se muestra en la figura 8. Las baterías Li-Po son utilizadas comúnmente en robots móviles. Sus principales ventajas son que se pueden reemplazar fácilmente, son ligeras, pesan entre 50 % a 60 % menos que una batería equivalente de plomo-ácido, tienen una larga vida útil, y ofrecen una carga rápida. En cuanto a sus desventajas es que pueden tener un precio elevado en el mercado, además, en ocasiones, este tipo de baterías pueden sobrecargarse y sobrecalentarse si no se recarga de manera correcta, ocasionando explosiones.

### **3.2.2 Módulo para conectar y cargar la batería**

Se busca que la batería se instale en el interior del prototipo y no sea necesario desinstalarla para cargarla, sino que se cuente con una serie de conectores e interruptores que permita su operación normal y su carga, con este fin se diseñó el circuito que se muestra en la figura 9. Este circuito contiene un interruptor de tres posiciones que se conecta a las terminales del conector J3, estas posiciones definen 3 estados de operación: 'encendido', 'apagado' y 'carga de la batería'.

En el modo 'encendido' el interruptor conecta la batería al resto de los circuitos del prototipo dirigiendo la corriente al conector J4, en el estado de 'apagado' el interruptor desconecta la batería de los conectores J2 y J4, finalmente, en el estado de 'carga de batería' el interruptor conecta las terminales del conector J2 a la batería, lo que permite cargarla si se conecta un cargador adecuado al conector J2. Este circuito fue diseñado en KiCad 6.0.

### **3.2.3 Módulo distribuidor de voltaje**

Debido a que se incorporarán diferentes dispositivos electrónicos en el prototipo, con diferentes niveles de voltaje para operar, se diseñó un módulo que tiene como entrada el voltaje de la batería y, como salidas, diferentes niveles de voltaje, con ciertas características de corriente, para conectar todos los dispositivos electrónicos necesarios.

Este módulo consiste de un circuito con reguladores de voltaje LM7812, LM7805, LD1117, que regulan el voltaje para tener salidas fijas de 12V a 1.5A, 5V a 1.5A y 3.3V a 1.5A respectivamente, a partir de un voltaje de corriente continua de entrada que proviene de la batería. El circuito se encuentra dentro del prototipo y las salidas de voltaje se encuentran disponibles a través de conectores de tornillo. En la figura 10, se muestra el esquema electrónico del circuito conformado por reguladores de voltaje. Es importante mencionar que también cuenta con salidas de voltaje a 15V que se toman directamente de la batería.

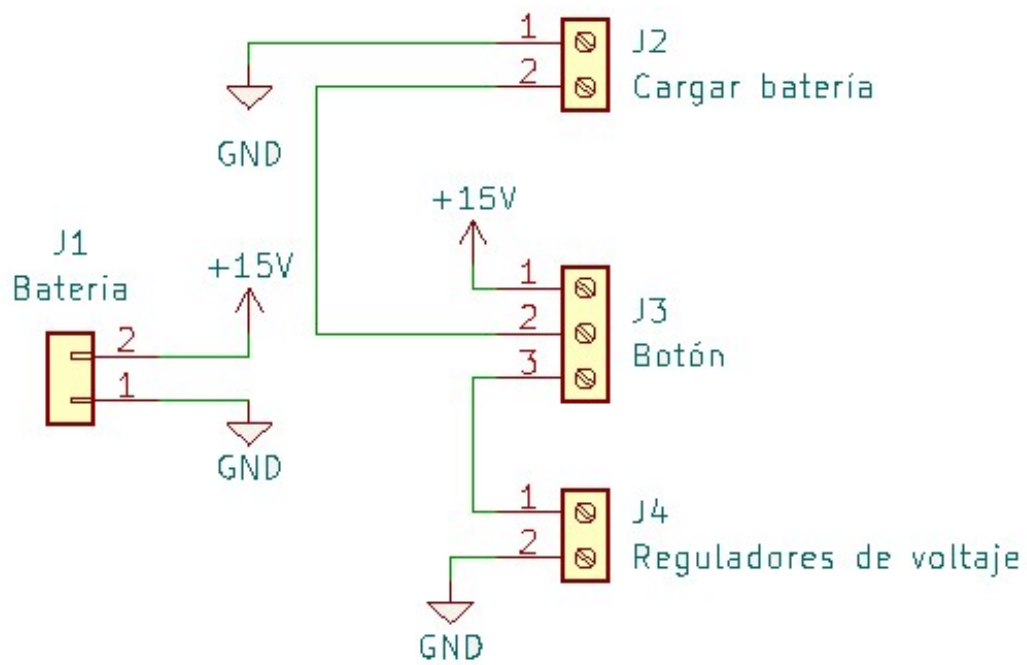


Figura 9. Circuito para conectar y cargar la batería.

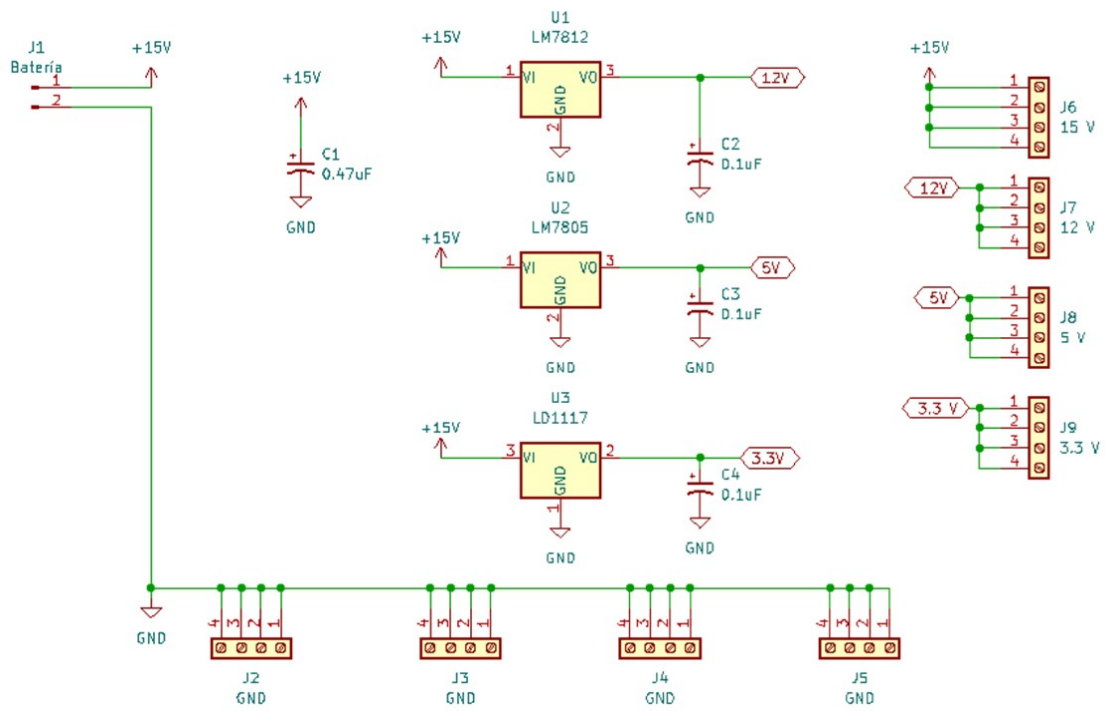


Figura 10. Circuito del módulo de distribución de voltaje.

### 3.2.4 Módulo de potencia para motores

Para el control de la velocidad y el sentido de giro de motores de corriente directa se utilizó el módulo L298N, un esquema se presenta en la figura 11. El módulo contiene un doble puente H que permite controlar la velocidad y el sentido de giro de dos motores de DC, de forma independiente, a través de la modulación por ancho de pulso. En el caso del prototipo, se utilizaron cuatro placas para el control de los ocho motores que conforman al robot. El módulo L298N cuenta con todos los componentes necesarios para operar como diodos de protección, un regulador LM7805 que suministra 5V al circuito lógico interno del módulo, y un disipador de calor, por lo que no tiene la necesidad de instalar elementos adicionales. Las entradas IN1-IN2 que se observan en la figura 11 del módulo están asociadas al control de las terminales del motor Out1-Out2. Las entradas IN3- IN4 de la figura 11 del módulo están asociadas al control de las terminales del motor Out3-Out4. La capacidad de corriente del módulo es de hasta 3A. La potencia máxima es de 25W. Las dimensiones físicas son de 43x43x27 m.m. y el voltaje de operación que permite el módulo para alimentar a los motores 5V a 35V.

Es importante mencionar que cuando el jumper del regulador se encuentra activo, el módulo permite una alimentación a los motores a controlar de entre 6V a 12V. Cuando el jumper regulador se encuentra activo, el pin nombrado como 5V en la figura 11 tendrá un voltaje de salida de 5V, el cual puede ser utilizado para alimentar la parte de control del módulo, por ejemplo, algún microcontrolador o placa de desarrollo. Cuando el jumper regulador se encuentra inactivo, el módulo permite una alimentación a los motores a controlar de entre 12V a 35V. Cuando el jumper regulador se encuentra inactivo, será necesario proporcionar un voltaje de entrada de 5V con alguna fuente externa al la terminal 5V que se muestra en figura 11 para alimentar las circuitos lógicos del L298N. Nunca se debe proporcionar un voltaje de entrada cuando el jumper regulador se encuentre activo, pues ocasionará un corto circuito y se puede dañar permanentemente el módulo.

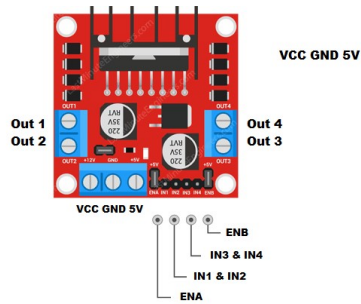


Figura 11. Descripción de terminales del módulo L298N para el control de motores.

### 3.3 Sensores y actuadores del prototipo de robot móvil

Los sensores y actuadores son una parte importante para cualquier tipo de robot. Los sensores son dispositivos que miden algún estado de interés del sistema que se desea controlar y permiten recibir información del ambiente que los rodea a través de una señal que posteriormente es interpretada por un procesador o microcontrolador y convertida en una señal útil para un objetivo en específico. El robot móvil omnidireccional cuenta con los sensores para realizar pruebas experimentales de operación. Aunque en esta primer etapa de diseño y construcción el vehículo cuenta con un sensor de orientación y seis sensores de proximidad, en esta sección se introduce únicamente la descripción para el sensor de orientación ya que los sensores de proximidad no se utilizaron. Por otro lado, los actuadores son los dispositivos que permiten que un robot tenga movimiento, en este caso, los actuadores son motores de corriente directa que generan el movimiento a las ruedas del robot móvil.

#### 3.3.1 Sensor de orientación

El sensor de orientación, también nombrado IMU por sus siglas en inglés, utiliza un giroscopio, un acelerómetro y un magnetómetro para establecer su orientación. Este tipo de sensores es muy utilizado en proyectos de robótica móvil en tareas de navegación autónoma, medición de posición, aceleración y orientación. Una descripción de la teoría general de los sensores de orientación y sus aplicaciones es presentada en [16]. El sensor que se utilizó fue el mod-

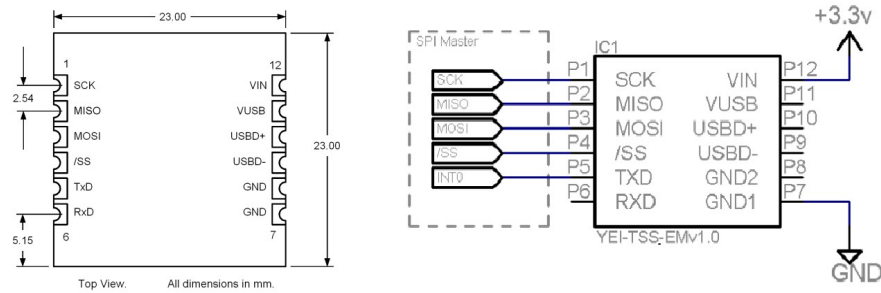


Figura 12. Terminales del sensor de orientación YostLabs obtenidas del manual [17].

elo 3-Space™ Embedded de la compañía YostLabs presentado en [17], el cual es un sensor de alta confiabilidad y bajo costo que utiliza un acelerómetro de 3 ejes, un giroscopio de 3 ejes y un magnetómetro, así como un procesador de señales y algoritmos de filtrado para determinar la orientación respecto a una referencia absoluta en tiempo real.

El 3-Space™ Embedded opera con un voltaje desde +3.3v hasta +6.0v, tiene un consumo de corriente de 45mA, las interfaces de comunicación con la tarjeta de control son por USB 2.0, SPI o serial, las dimensiones físicas del sensor son de 23mmx23mm. La ubicación de sus terminales se observan en la figura 12, mientras que un diagrama a bloques de su estructura interna se muestra en la figura 13.

Una característica importante del sensor 3-Space™ Embedded es que tiene integrado un filtro de Kalman (13) y una elevada velocidad de filtrado lo que permite su uso en aplicaciones en tiempo real, al mismo tiempo que reduce los efectos asociados al ruido, generando mediciones más exactas y que se puedan interpretar de mejor manera.

### 3.3.2 Motor de corriente continua

El motor utilizado es el que se observa en figura 14 a) el cuál es un motor de potencia media que opera con un voltaje nominal de 12V. Las dimensiones del motor son de 25 mm de diámetro y 63 mm de largo, tiene peso de 95 gramos y un eje de 4 mm de diámetro. El

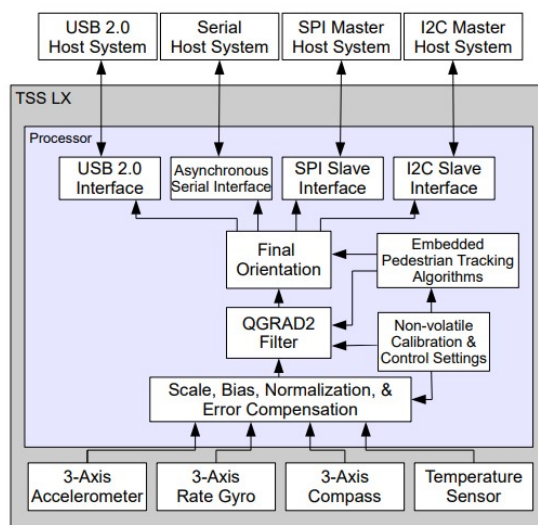


Figura 13. Diagrama de bloques del 3-Space™ Embedded obtenida en el manual [17].

motor tiene integrado un codificador de cuadratura (encoder incremental) que se muestra en la figura 14 b) de 48 cuentas por revolución integrado en el eje del motor, que proporciona 464,64 cuentas por revolución del eje de salida de la caja de engranajes.

### 3.4 Tarjetas de control

El robot móvil tiene un espacio dedicado al interior de su chasis para la colocación de tarjetas de control para el desarrollo de las pruebas experimentales. En el diseño del prototipo se consideró, como una primera etapa, incluir espacio para las tarjetas myRIO, Arduino y Raspberry Pi, ya que son las más populares en el mercado. Físicamente, el espacio para las tarjetas de control se encuentra ubicado en uno de los extremos del robot en una plataforma de dos niveles que permite fijar la tarjeta myRIO en el segundo nivel mientras que en el primer nivel es posible fijar otra tarjeta, ya sea Arduino o Raspberry. Para fijar las tarjetas es necesario utilizar tornillos de 3 m.m. de diámetro. En esta sección, se introduce una breve descripción de las tarjetas de control.



Figura 14. Motor utilizado en el prototipo, modelo 9.7:1 25Dx63L mm MP 12V con encoder incremental.

**Tarjeta myRIO.** Es un sistema embebido portátil desarrollado por National Instruments y programable por LabVIEW. Tiene FPGA y microprocesadores integrados. La tarjeta myRIO proporciona entradas analógicas (AI), salidas analógicas (AO), entrada y salida digital (DIO). En la figura 15 a) se observa una tarjeta myRIO.

**Tarjeta Arduino.** Es una placa de desarrollo de código abierto para el desarrollo de prototipos, cuenta con periféricos reconfigurables para diseñar tareas específicas. La tarjeta Arduino utiliza un microcontrolador ATmega328P y se puede programar desde el ambiente de desarrollo Arduino IDE. En la figura 15 b) se observa una placa de desarrollo Arduino UNO.

**Tarjeta Raspberry Pi.** Es un ordenador portátil de código abierto. Requiere de un sistema operativo para funcionar, el más popular es Raspbian, basado en Linux. Sin embargo, se pueden instalar otros sistemas compatibles. Raspberry cuenta con cuarenta pines de propósito general reconfigurables como entrada/salida para el desarrollo de proyectos. En la figura 15 c) se observa una tarjeta Raspberry Pi.

### 3.5 Diseño mecánico y construcción del prototipo de robot

En general, el robot móvil está conformado por tres módulos principales: diseño electrónico, diseño mecánico, y locomoción. En la sección anterior se presentaron los circuitos electrónicos, componentes y subsistemas que en conjunto forman el diseño electrónico del prototipo

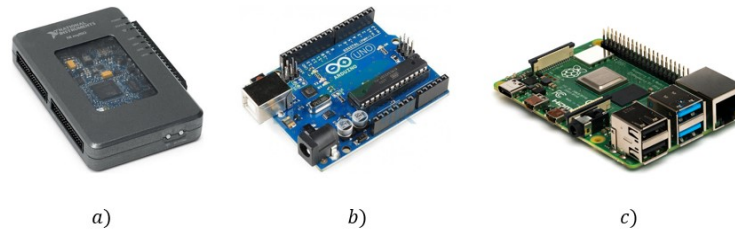


Figura 15. Tarjetas de control consideradas para instalar y fijar en el robot: a) myRIO, b) Arduino UNO, y c) Raspberry Pi.

de robot móvil omnidireccional. En esta sección se presenta el diseño mecánico que se propuso y que se diseñó en CAD, y la locomoción la brindan las ruedas omnidireccionales. La meta asociada al diseño mecánico ha sido tener un prototipo fácilmente reproducible, modular, escalable, y tener una estructura segura que permita tomar la función de la planta a controlar para pruebas futuras. En 16 se observa el diseño realizado. En la figura 16 a) se observa una vista frontal, que incorpora los submódulos para conectar y cargar la batería, distribuidor de voltaje, que fueron descritos en secciones anteriores. En la figura 16 b) se observa una vista al interior donde se presenta la ubicación de los principales componentes del robot. En la la figura 16 c) se introduce una vista lateral del robot, en donde se destaca principalmente la ubicación de los sensores de proximidad incorporados al chásis del robot que pueden ser útiles para tareas de evasión de obstáculos.

En la figura 17 se muestra el interior del prototipo de robot móvil y la colocación de sus componentes principales: en el punto 1 se muestra la ubicación para las tarjetas de control, es un espacio de dos niveles y permite fijar una tarjeta myRIO en la cubierta superior y en la parte inferior permite incorporar una Raspberry Pi o una Arduino Mega. En 2 se encuentra el sensor interno IMU y es un dispositivo que mide orientaciones, aceleraciones y velocidades angulares del robot. En 3 se encuentra la batería encargada de proporcionar la potencia a todo el sistema. En 4 se encuentra el circuito regulador de voltaje encargado de proporcionar diferentes salidas de voltaje para los componentes que integran al robot. En 5 se encuentra la zona para recargar la batería del prototipo. En 6 se observa el interruptor de tres posiciones

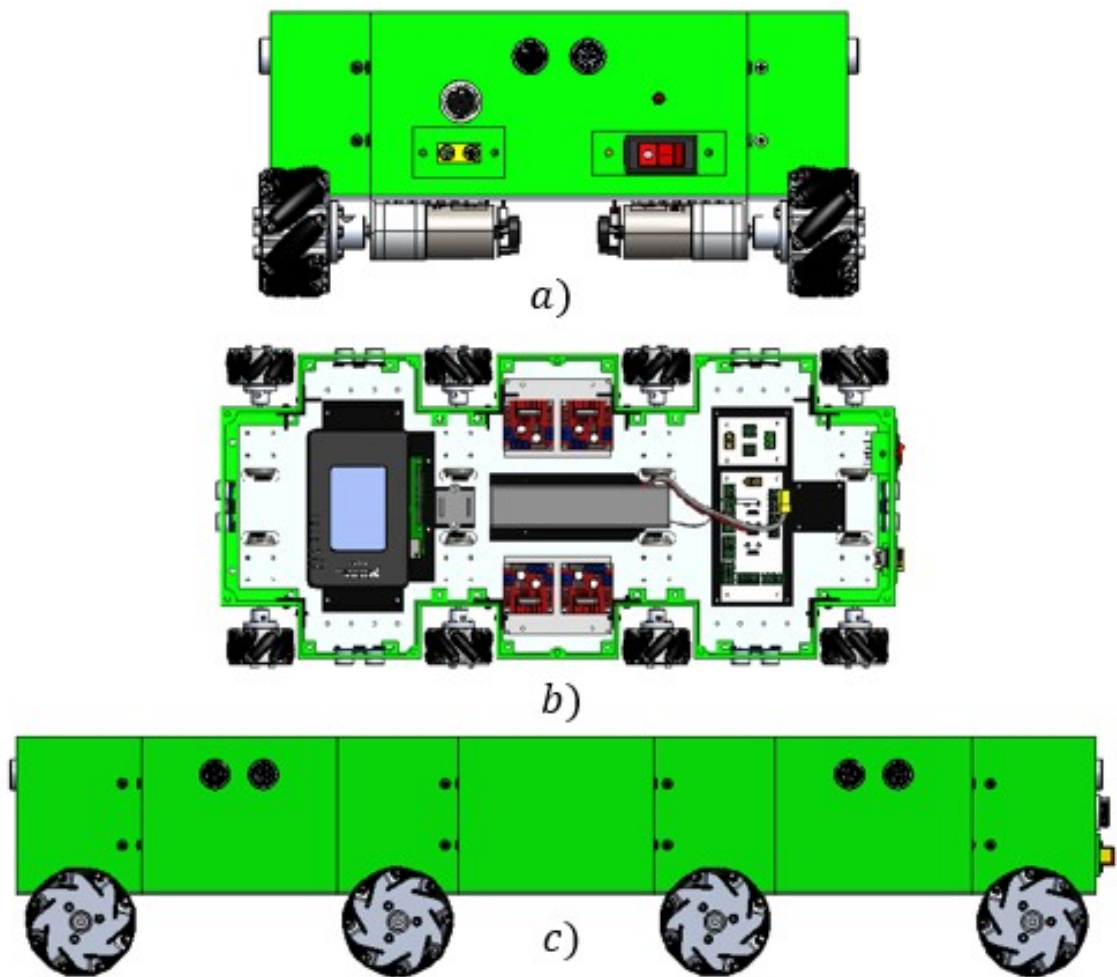


Figura 16. Diseño del prototipo en CAD. a) vista frontal b) vista interior c) vista lateral.

para encender, apagar, o recargar la batería interna. En 7 se encuentra el circuito conmutador que dirige la carga según las indicaciones del botón de tres posiciones. En 8 se encuentran los driver para el control de velocidad y sentido de giro de los motores. En 9 se presentan donde están ubicados simétricamente los motores de corriente directa, siendo un total de ocho, los cuales cuentan con encoder incrementales y a su vez están acoplados a la rueda omnidireccional. En 10 se observan los sensores de proximidad HCSR04 que pueden ser útiles para la evasión de obstáculos.

Tomando en cuenta los elementos descritos en las secciones anteriores, para la construcción del prototipo se reunieron los materiales y componentes disponibles, y como se mencionó al inicio de este capítulo, no se trabajó en el diseño de ruedas, sistemas de potencia, sensores, tarjetas de control. La fabricación del chasis o estructura mecánica del robot móvil en lo que se refiere a la base o plataforma que soporta todos los componentes fue por medio de maquinado CNC, y en cuanto al resto de la estructura se fabricó por impresión 3D la estrategia para el diseño y construcción del prototipo estuvo basada en la metodología de proyectos mecatrónicos. En la figura 18 se muestran imágenes del prototipo de robot móvil con movimiento omnidireccional ensamblado, en la figura 18 a) se muestra una vista frontal en donde se pueden ver los submódulos para cargar la batería y para distribuir el voltaje en la parte izquierda y derecha respectivamente, en el chasis del robot. en la figura 18 b) se observa la vista lateral del robot móvil donde se aprecian los sensores ultrasónicos que pueden ser útiles para evasión de obstáculos, finalmente en la figura 18 c) se muestra una vista isométrica del robot móvil totalmente ensamblado.

### **3.6 Pruebas individuales de operación del robot móvil**

En las secciones anteriores se han descrito los principales componentes de hardware asociados al robot móvil omnidireccional. En esta sección se presentan las pruebas individuales que se realizaron para asegurar la operatividad del robot y demostrar que se tiene una configuración electrónica nominal que puede ser aplicable para diferentes tarjetas de control.

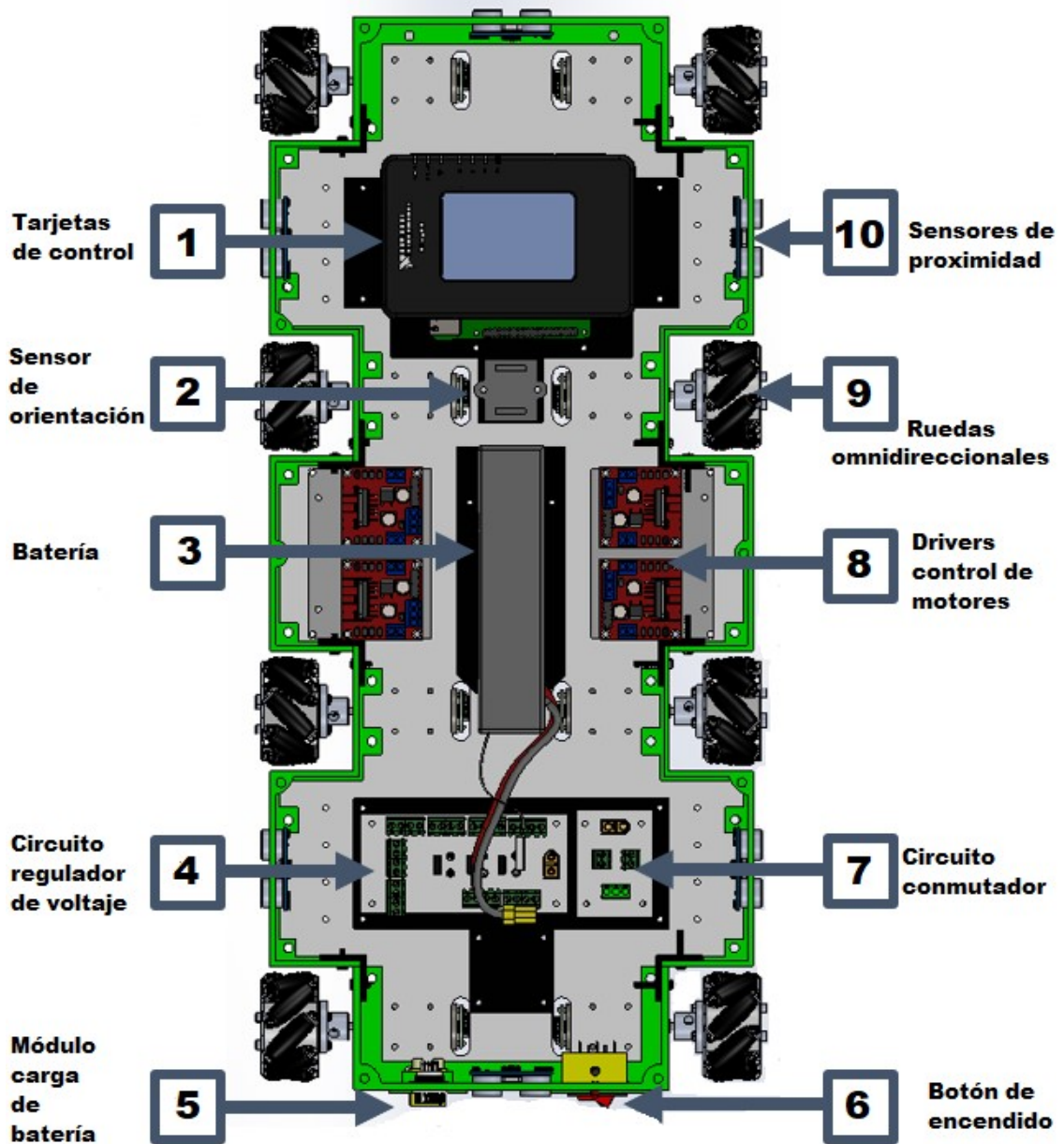


Figura 17. Vista interior y descripción de componentes del robot.

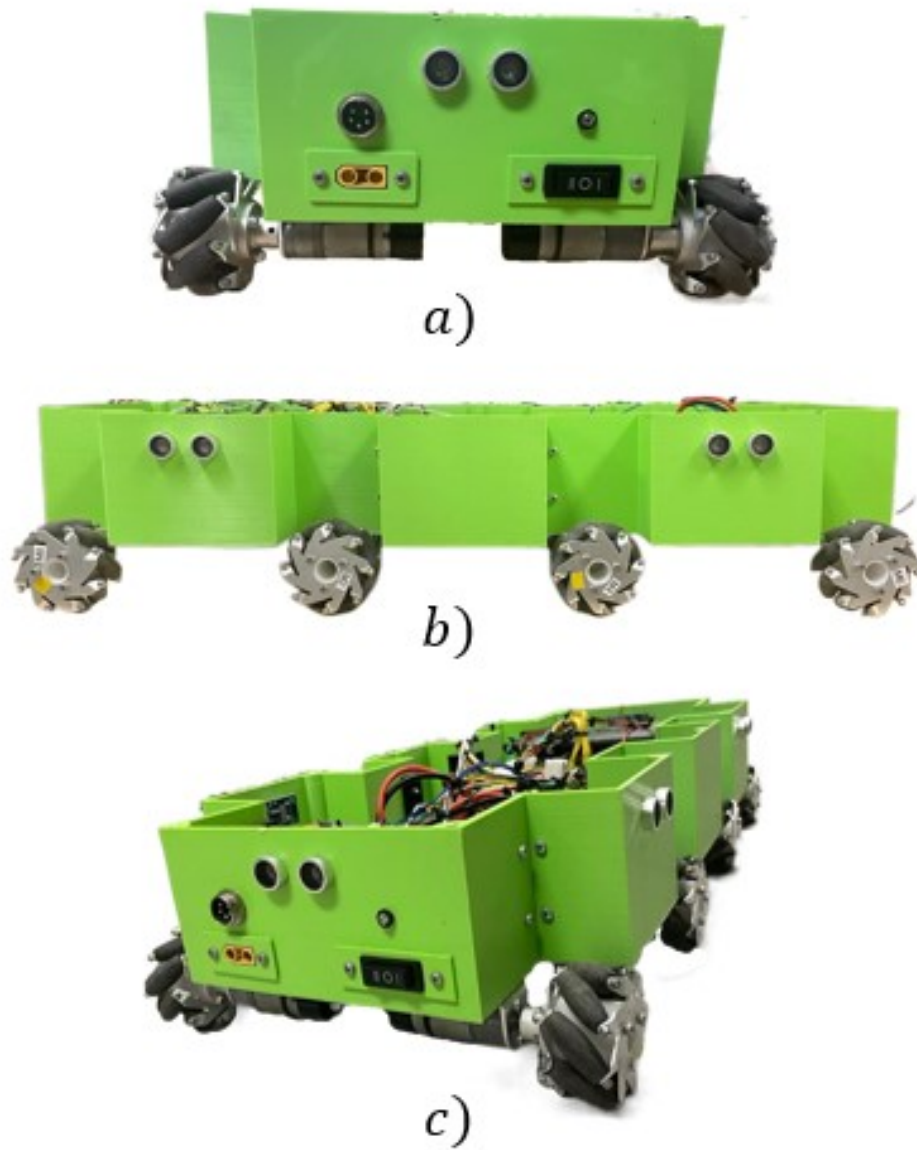


Figura 18. Imágenes del prototipo de robot móvil omnidireccional ensamblado

Se presenta, en primer término, las pruebas de instrumentación y programación para tener acceso a la medición de la orientación del cuerpo del vehículo obtenida desde el sensor de orientación 3-Space™ Embedded. En segundo término, se presentan las pruebas de instrumentación para el control de dirección y ciclo de trabajo de los motores de corriente directa que llevan acopladas las ruedas omnidireccionales y que brindan el desplazamiento del robot. Y por último, se presenta el procedimiento para recargar la batería interna del robot sin la necesidad de removerla del chasis.

### **3.6.1 Medición de la orientación**

El principal propósito del 3-Space™ Embedded es medir la orientación robot, para lo cual el sensor ofrece diferentes opciones. La comunicación del sensor y la tarjeta myRIO se realizó a través del protocolo SPI y se debe seguir la secuencia que se describe a continuación. Para inicializar la transferencia de información se debe enviar el byte 0xF6, posteriormente se debe enviar el byte de comando, el cual hace referencia al tipo de ángulo y la forma del dato en que se solicita se realice la lectura, en particular, para leer los ángulos de Euler se envía el comando 0x01. Después de que el comando ha sido procesado, el byte 0xFF debe enviarse repetidamente para leer cualquier byte devuelto por el sensor. Una vez que el sensor ha respondido con un 1 (que indica que el comando ha finalizado), el usuario debe enviar bytes repetidos de 0xFF hasta que se lean todos los datos del comando. En otras palabras, si un comando devuelve 12 bytes, se deben enviar 12 bytes de 0xFF después de que se haya recibido el 1. Además, hay varios estados internos que mantiene el sensor mientras procesa los comandos SPI. En la figura 19 se observa el esquema de conexión para realizar la lectura de orientación del sensor. El dispositivo maestro utilizado fue la tarjeta myRIO 1900 de National Instruments mientras que el dispositivo esclavo ha sido el sensor de orientación. El procedimiento para la obtención de la medición de la orientación se describe más a detalle en [17] y el protocolo SPI se presenta a mayor descripción en [18].

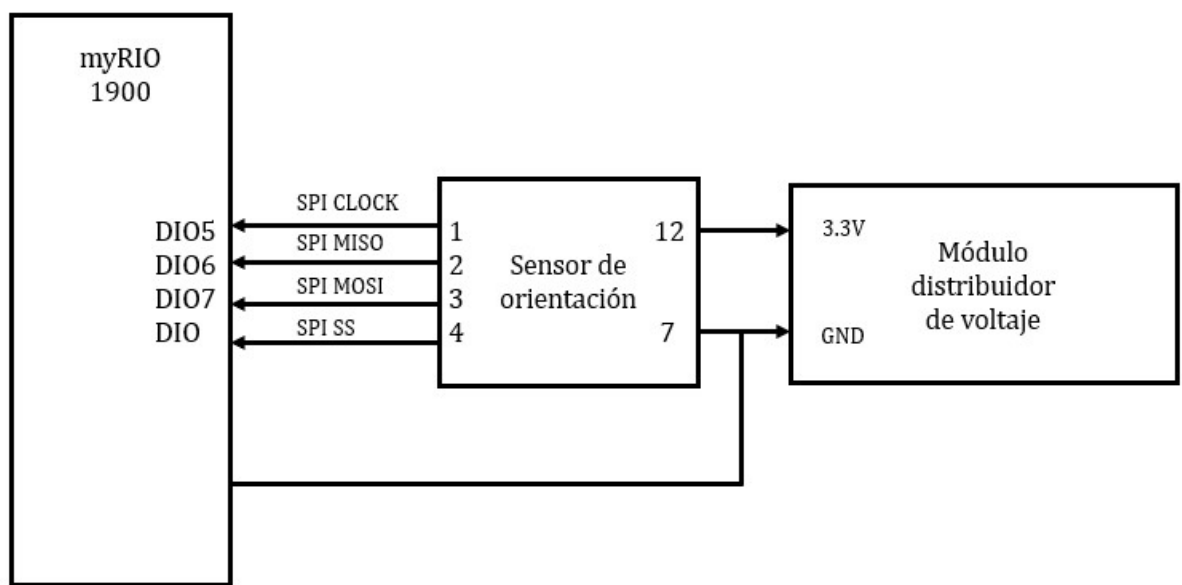


Figura 19. Esquema de conexión myRIO con sensor de orientación para la comunicación SPI.

### 3.6.2 Control de motores

A continuación, se presentan dos pruebas que fueron implementadas para verificar la operación de los motores de corriente directa que generan el desplazamiento del robot.

**Utilizando myRIO 1900.** Una primer prueba para comprobar la funcionalidad de las conexiones de la etapa de control y potencia de los motores del robot móvil se realizó por medio de la tarjeta myRIO 1900 de National Instruments. En la figura 21 se presenta una esquema general del hardware del robot cuando es operado con myRIO que involucra los módulos para conectar y cargar la batería, módulo distribuidor de voltaje, módulo de potencia para motores y todos los componentes de hardware del robot, mientras que en la figura 20 se presenta un esquema de conexión en detalle para el control de un solo motor de corriente directa con myRIO, en donde el voltaje para la operación del módulo L298N fue proporcionado directamente por el módulo distribuidor de voltaje utilizando las salidas de 15V para los motores y la salida de 5V para los circuitos lógicos del L298N. El esquema presentado en la figura 20 puede ser replicado para todos los motores y tiene únicamente el objetivo de ilustrar la instrumentación.

**Utilizando ds1103 dSPACE.** Una segunda prueba para el mismo objetivo se realizó utilizando la plataforma ds1103 de dSPACE. La estructura del programa se realizó por Simulink. En la figura 22 se observa el programa que se implementó en donde se utilizaron los bloques DS110BIT\_OUT para configurar como salidas digitales los bits a utilizarse que fueron enviadas al módulo L298N para el control del sentido de giro de los motores. Los BIT#0 y BIT#2 de la figura 22 van conectados al módulo L298N como entradas IN1 y IN2 respectivamente. La señal  $u$  de la figura 22 representa la entrada de control. La señal entrada de control  $u$  proporciona el sentido de giro de los motores al compararla con operadores relacionales que comparan datos numéricos. Cuando  $u$  es negativo, el motor gira en sentido horario, cuando  $u$  es positivo, el motor gira sentido anti-horario. La señal de control  $u$  pasa por el bloque `abs` que genera el absoluto de la señal de entrada. Después, la señal  $u$  es saturada dentro

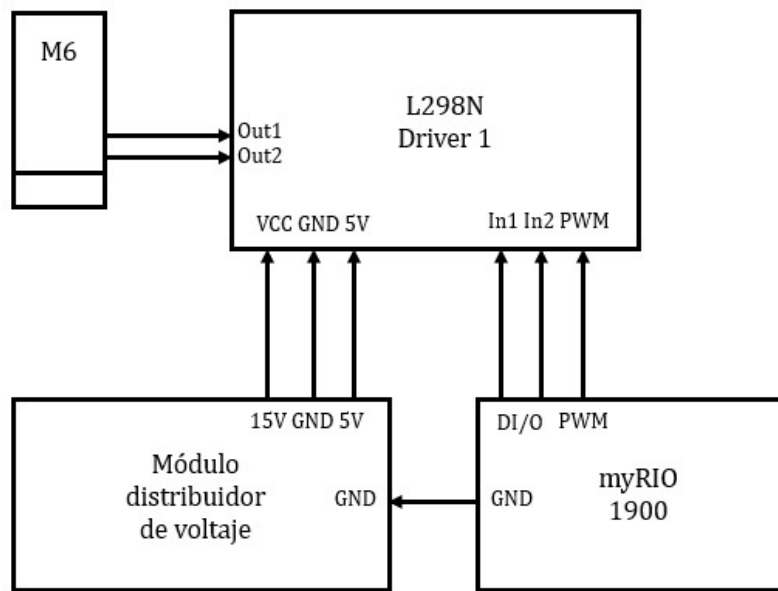


Figura 20. Esquema conexión en detalle de la tarjeta myRIO para el control de un motor de corriente directa

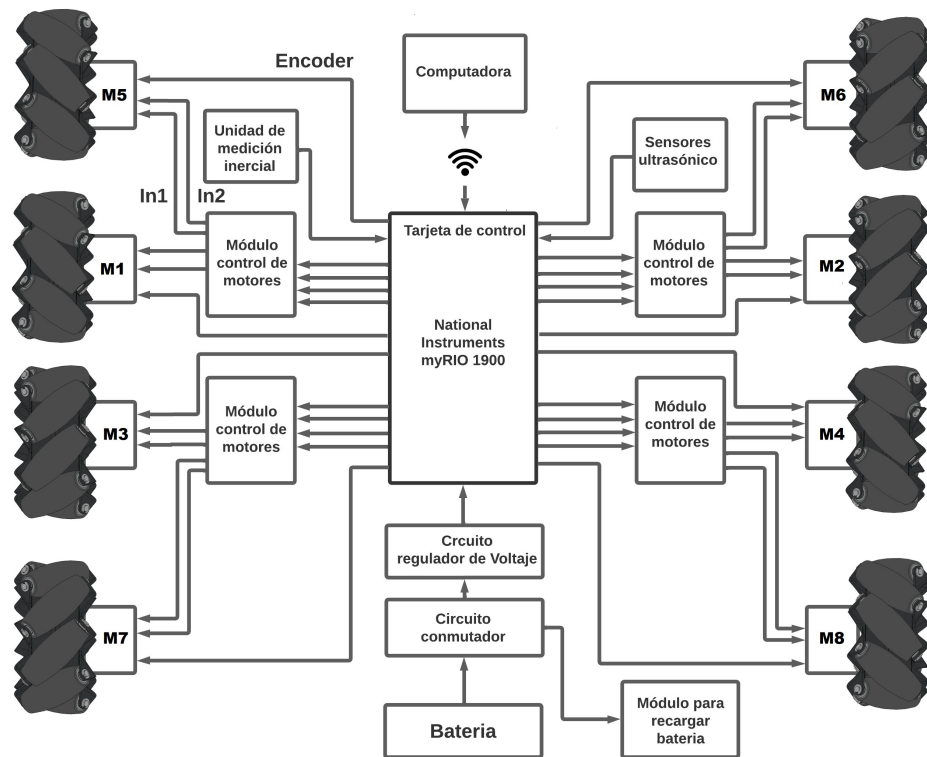


Figura 21. Esquema general de hardware del robot móvil omnidireccional cuando es operado con myRIO.

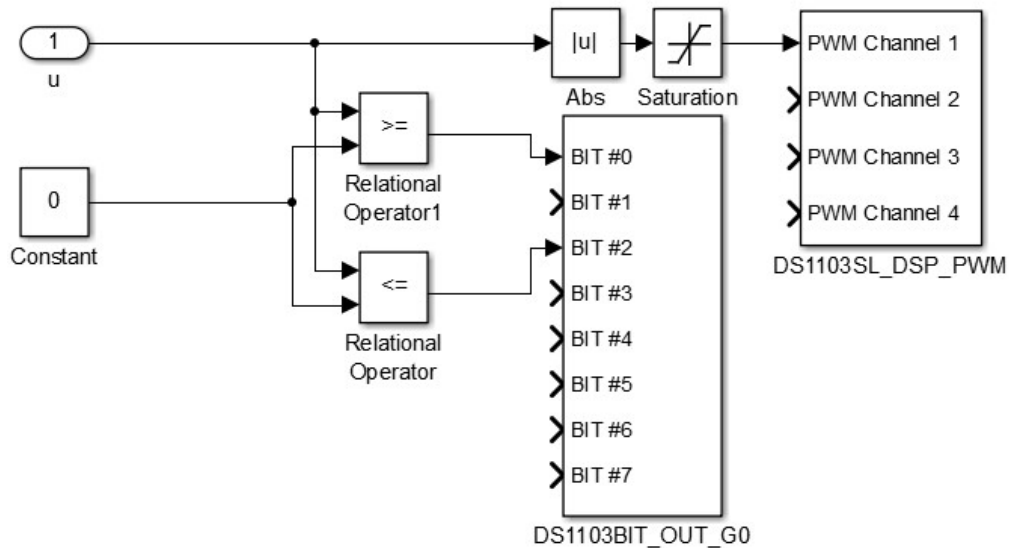


Figura 22. Esquema en Simulink para el control de los motores utilizando la ds1103 de dSPACE.

de los límites de cero a uno para que represente el ciclo de trabajo de los motores y sea modulada por su ancho de pulso utilizando el bloque DS1103SL\_DSP\_PWM.

### 3.6.3 Carga de la batería

El robot cuenta con un módulo dedicado para recargar la batería sin la necesidad de removerla del chásis. Para recargar la batería, se requiere el cargador IMAX B6 que se observa en la figura 25, un cargador disponible en el mercado. Con el cargador IMAX B6 es posible cargar diferentes tipos de baterías: LiPo de hasta seis celdas, Lilon de hasta seis celdas, LiFe de hasta seis celdas, NiMH de hasta quince celdas, NiCD de hasta quince celdas, Pb de hasta 20V. La batería usada para el robot fue una batería Li-Po de cuatro celdas cuyos datos ya se introdujeron en secciones anteriores de este mismo capítulo. El número de celdas de una batería Li-Po constituye a la conexión en serie de  $n$  baterías individuales, donde  $n$  representa el numero de celdas. La forma de recargar una batería Li-Po consiste en recargar cada una de las celdas para que todas lleguen al mismo estado de carga, proceso que se conoce como

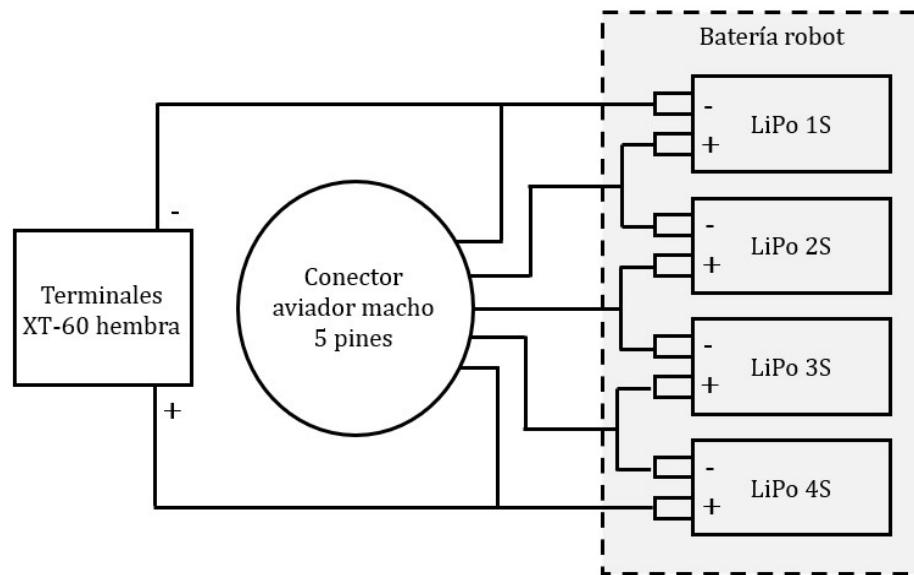


Figura 23. Esquema de la batería Li-Po y su módulo para recargarla.

balanceo, y monitorear la carga total de la batería, es decir, la suma en serie de las celdas. En la figura 23 se presenta el esquema implementado en el robot para la construcción y prueba de funcionamiento del módulo de recarga de la batería, donde se utilizó un conector aviador macho de cinco pines para la conexión de las celdas de la batería y un conector XT-60 hembra para la conexión de las terminales de la carga total de la batería. Tanto el conector aviador macho como las terminales XT-60 hembra, se encuentran instalados fijos al chasis del robot. Para cargar la batería se hace uso de las terminales que se observan en la figura 24 en donde se conectan las terminales de balance (arriba) y las terminales de la carga total de la batería (abajo). Después, se requiere configurar el cargador y especificar las características de la batería. En un cargador IMAX B6 existen 5 tipos de modos de carga: 1) carga, 2) balanceo, 3) carga rápida, 4) almacenamiento y 5) descarga. Para las pruebas de carga de la batería se utilizó el modo 1) carga.

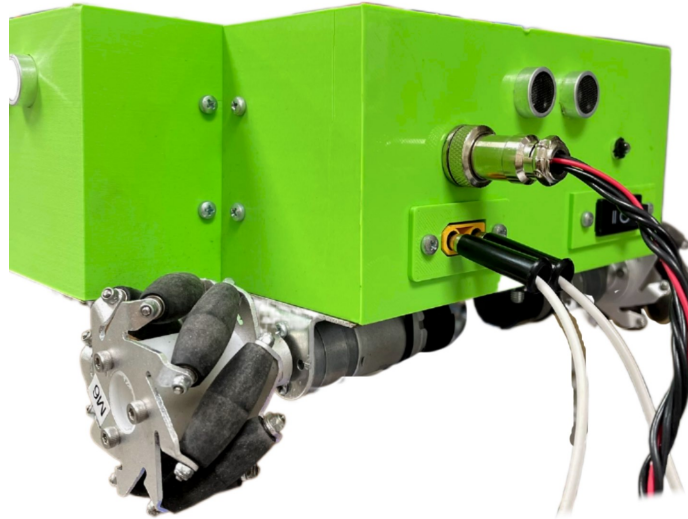


Figura 24. Módulo para recargar la batería.

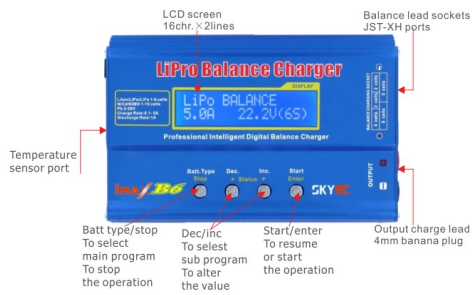


Figura 25. Cargador IMAX B6 para recargar batería del robot

## Capítulo 4

### Modelo cinemático del robot móvil

La cinemática es una rama de la física que se encarga de estudiar el movimiento de los objetos, sin analizar lo que provoca ese movimiento. En este capítulo se presenta el modelo cinemático del robot móvil omnidireccional con el objetivo de describir matemáticamente la relación entre la orientación del movimiento del robot y la velocidad en cada una de sus ruedas.

Para este análisis se asume que el robot es un cuerpo sólido rígido, equipado con ruedas no deformables y que el robot se desplaza por un suelo firme donde no existe inclinación y no hay irregularidades en el suelo que afecten su movimiento. El modelo que se presenta a continuación corresponde a un robot móvil equipado con ocho ruedas omnidireccionales. Los parámetros y variables que involucran el modelo del robot móvil se definen con base a las representaciones esquemáticas de las figuras 26 y 27, así como en la tabla II.

#### 4.1 Velocidades del rodillo y la rueda $i$ -ésima

La obtención del modelo para el movimiento de un robot es un proceso de abajo hacia arriba y cada rueda contribuye al movimiento del robot [21]. Este desarrollo inicia por obtener una representación matemática de la velocidad del rodillo que hace contacto con el suelo y posteriormente el modelo de la rueda  $i$ -ésima. Para entender mejor este análisis, es importante recordar que la rueda omnidireccional está compuesta por rodillos independientes que se encuentran fijos en la circunferencia del disco de cada rueda colocados con un ángulo de orientación de  $45^\circ$  con respecto al eje de rotación de la rueda. Cada rueda otorga tres grados de libertad al vehículo: movimiento traslacional y transversal en el plano  $(x, y)$  y un grado rotacional  $(\theta)$ .

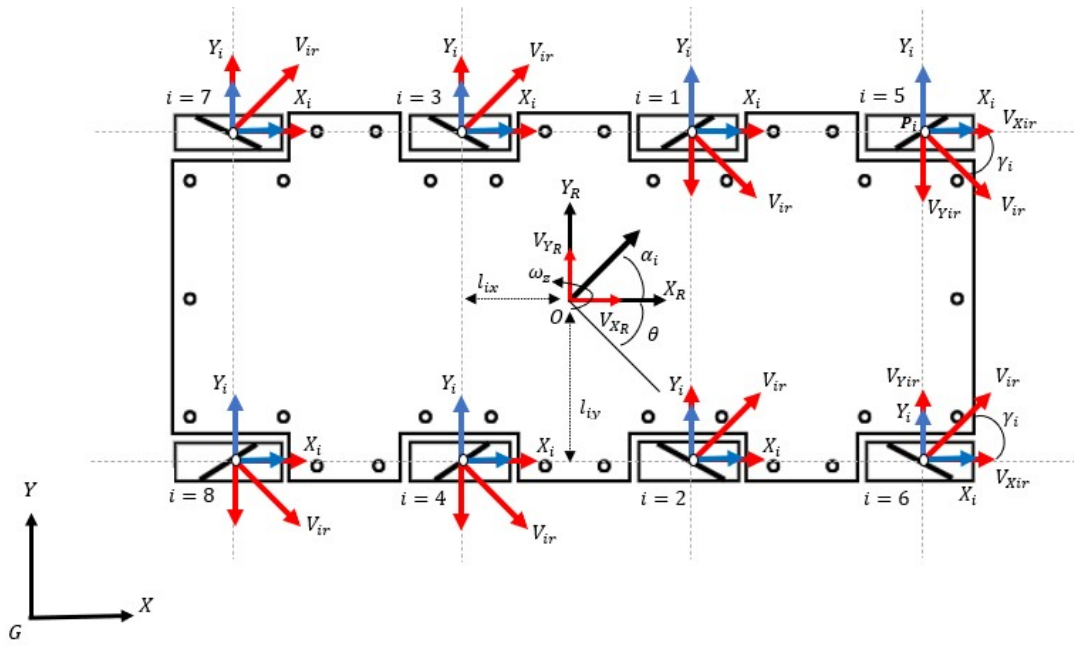


Figura 26. Esquema del robot móvil omnidireccional y sus parámetros.

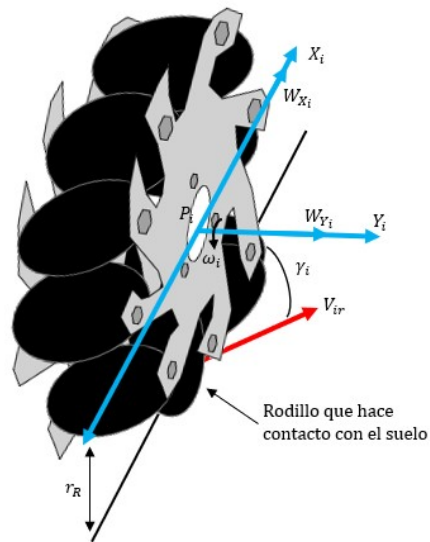


Figura 27. Definición de variables de la rueda omnidireccional.

Tabla II. Parámetros del robot móvil omnidireccional

Parámetro	Descripción
$G, Y, X$	Marco de referencia global del robot
$O, X_R, Y_R$	Marco de referencia local asociado al centro de masa del robot
$x, y, \theta$	Posición actual del robot del marco de referencia local respecto al global
$P_i, X_i, Y_i$	Marco de referencia asociado al centro geométrico de la rueda $i$ -ésima
$l_{ix}, l_{iy} (m)$	Distancia del centro de masa del robot al eje $l_{ix}, l_{iy}$ , de cada rueda $i$ -ésima
$l_i (m)$	Distancia del centro de masa del robot al centro geométrico de cada rueda
$V_x, V_y (m/s)$	Velocidad lineal del robot.
$\omega_z (rad/s)$	Velocidad angular del robot
$V_i (m/s)$	Velocidad lineal de la rueda $i$ -ésima
$V_{ir} (m/s)$	Velocidad lineal de cada rodillo de la rueda $i$ -ésima
$r_R (m)$	Radio de la rueda $i$ -ésima
$r_r (m)$	Radio del rodillo
$[W_{X_i} \ W_{Y_i} \ \omega_i]^T$	Velocidad generalizada del punto $P_i$ en el marco de referencia $P_i, X_i, Y_i$
$[V_{X_i} \ V_{Y_i} \ \omega_i]^T$	Velocidad generalizada del punto $P_i$ en el marco de referencia $O, X_R, Y_R$
$\alpha_i (rad)$	Ángulo entre el vector $OP_i$ y el eje $X_R$
$\gamma_i (rad)$	Ángulo entre el vector de velocidad lineal del rodillo $V_i$ y el eje $X_i$
$\beta_i (rad)$	Ángulo entre el eje $X_i$ asociado al centro de la rueda $i$ -ésima y el eje $X_R$

Asumiendo que no existe deslizamiento del rodillo [23], [24], [26], y que la velocidad del rodillo ocurre a un ángulo de  $\gamma = 45^\circ$  con respecto al eje de rotación de la rueda  $i$ -ésima, el modelo del vector de velocidad  $V_{ir}$  del rodillo es

$$V_{ir} = \frac{r_r \omega_i}{\cos(\gamma_i)}. \quad (1)$$

Ahora se obtiene la representación matemática de la velocidad de cada rueda  $i$ -ésima. Aquí se asume que existe un deslizamiento en la rueda el cuál es provocado por el rodillo que hace contacto con el suelo, ya que genera un vector de velocidad  $V_{ir}$  que se encuentra perpendicular al eje del rodillo y que tiene un ángulo de  $\gamma = \pm 45^\circ$  con respecto al eje de rotación de la rueda  $X_R$ , esto genera componentes  $V_{Xi}$  y  $V_{Yi}$  que se trasladan como parte del movimiento traslacional o transversal en la rueda. Dependiendo de la dirección y velocidad de cada rueda individual, la combinación de todas esas fuerzas que se muestran en la figura 26, producen un vector de fuerza total en cualquier dirección deseada, lo que permite que el robot pueda moverse libremente en la dirección del vector de fuerza resultante [25].

La componente  $V_{Xi}$  de velocidad de la rueda está determinada por [23]

$$V_{Xi} = W_{Xi} - V_{ir} \cos(\gamma_i),$$

donde el componente  $W_{Xi} = r_R \omega_i$  es la velocidad de rotación de la rueda (aquí se comporta como una rueda común) y se le suma el componente de velocidad adicional generado por el rodillo  $V_{ir} \cos(\gamma_i)$ , entonces se tiene que

$$V_{Xi} = r_R \omega_i - V_{ir} \cos(\gamma_i). \quad (2)$$

En el caso del eje  $Y_i$  no existe movimiento rotacional, pero existe el componente de velocidad adicional generado por el rodillo por lo que la componente  $V_{Y_i}$  está dada por

$$V_{Y_i} = W_{Y_i} = V_{ir} \sin(\gamma_i). \quad (3)$$

Lo anterior se puede expresar en forma matricial quedando lo siguiente

$$\begin{bmatrix} V_{X_i} \\ V_{Y_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_R & -\cos(\gamma_i) \\ 0 & \sin(\gamma_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_i \\ V_{ir} \end{bmatrix} = T_{P_i} \begin{bmatrix} \omega_i \\ V_{ir} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

donde  $T_{P_i}$  representa es la matriz de transformación de velocidades del centro instantáneo de rotación de la rueda al marco de referencia asociado al centro geométrico de cada rueda  $i$ -ésima

$$T_{P_i} = \begin{bmatrix} r_R & -\cos(\gamma_i) \\ 0 & \sin(\gamma_i) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

La velocidad del centro de la rueda  $i$ -ésima se puede trasladar al marco de referencia asociado al centro de masa del robot ( $O, X_R, Y_R$ ) por medio de la siguiente matriz de transformación

$$\begin{bmatrix} V_{iX_R} \\ V_{iY_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & -\sin(\beta_i) \\ \sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{X_i} \\ V_{Y_i} \end{bmatrix} = T_R T_{P_i} \begin{bmatrix} \omega_i \\ V_{ir} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

donde  $T_R$  representa la matriz de rotación del marco de referencia asociado al centro geométrico de cada rueda  $i$ -ésima ( $P_i, X_i, Y_i$ ) respecto al marco de referencia asociado al centro de masa del robot ( $O, X_R, Y_R$ ), y está dada por

$$T_R = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & -\sin(\beta_i) \\ \sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Por la geometría y colocación de las ruedas del robot móvil, no existe un ángulo  $\beta$  entre el marco de referencia asociado al centro geométrico  $(P_i, X_i, Y_i)$  de la rueda  $i$  respecto al marco de referencia asociado al centro de masa del robot  $(O, X_R, Y_R)$ , por lo que su movimiento es planar, entonces

$$\begin{bmatrix} V_{x_R} \\ V_{y_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{X_i} \\ V_{Y_i} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Tomando en cuenta el componente de la velocidad angular  $\omega_z$  que se genera debido a la rotación del robot móvil se obtiene

$$\begin{bmatrix} V_{X_R} \\ V_{Y_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -lx \\ 0 & 1 & ly \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = T_o \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (9)$$

donde  $T_o$  es la matriz de transformación del marco de referencia global  $(G, X, Y)$  al marco de referencia asociado al centro de masa del robot  $(O, X_R, Y_R)$ . Finalmente, de las ecuaciones (4) y (6) se tiene que

$$T_R T_{P_i} \cdot \begin{bmatrix} \omega_i \\ V_{ir} \end{bmatrix} = T_o \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

## 4.2 Modelo cinemático inverso

De la expresión dada en (10) se despeja  $[\omega_i, V_{ir}]^T$  y así obtener un primer enfoque hacia el modelo cinemático inverso del robot móvil

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ V_{ir} \end{bmatrix} = (T_R)^{-1}(T_{Pi})^{-1}T_o \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Usando la cinemática inversa es posible conocer la velocidad requerida para cada rueda  $i$ -ésima a partir de conocer las velocidades lineales y angular  $(V_x, V_y, \omega_z)$  del robot entero. La estructura del modelo cinemático inverso queda de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ V_{ir} \end{bmatrix} = T_{IK} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (12)$$

mientras que el modelo cinemático directo es

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = T_{DK} \begin{bmatrix} \omega_i \\ V_{ir} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

donde  $T_{IK}$  y  $T_{DK}$  son las matrices de transformación de modelo cinemático inverso y directo respectivamente, y están dadas por

$$\begin{aligned} T_{IK} &= (T_{Pi})^{-1}(T_R)^{-1}T_o, \\ T_{DK} &= \left[ (T_{IK})^T T_{IK} \right]^{-1} (T_{IK})^T, \end{aligned}$$

de modo que

$$T_{IK_i} = \begin{bmatrix} r_R & -\cos(\gamma_i) \\ 0 & \sin(\gamma_i) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & -\sin(\beta_i) \\ \sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -lx \\ 0 & 1 & ly \end{bmatrix} \quad (14)$$

Resolviendo individualmente las matrices inversas que se observan en (14) se obtiene

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} r_R & -\cos(\gamma) \\ 0 & \sin(\gamma) \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\det(T_{Pi})} \text{adj}(T_{Pi}) \\ &= \frac{1}{r_R \sin \gamma} \begin{bmatrix} \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \\ 0 & r_R \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{r_R} & \frac{\cos \gamma}{r_R \sin \gamma} \\ 0 & \frac{1}{\sin \gamma} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\det(T_R)} \text{adj}(T_R) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (15)$$

entonces la matriz  $T_{IK_i}$  queda de la siguiente forma

$$T_{IK_i} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_R} & \frac{\cos \gamma}{r_R \sin \gamma} \\ 0 & \frac{1}{\sin \gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -ly \\ 0 & 1 & lx \end{bmatrix},$$

finalmente se tiene

$$T_{IK_i} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ -\frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma)} & \frac{\cos(\beta)}{\sin(\gamma)} & \frac{l_y \sin(\beta) + l_x \cos(\beta)}{\sin(\gamma)} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

donde

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \frac{\cos(\beta) \sin(\gamma) - \cos(\gamma) \sin(\beta)}{r_R \sin(\gamma)}, \\
a_{12} &= \frac{\sin(\beta) \sin(\gamma) + \cos(\gamma) \cos(\beta)}{r_R \sin(\gamma)}, \\
a_{13} &= \frac{-l_y [\cos(\beta) \sin(\gamma) - \cos(\gamma) \sin(\beta)] + l_x [\sin(\beta) \sin(\gamma) + \cos(\gamma) \cos(\beta)]}{r_R \sin(\gamma)}.
\end{aligned}$$

La matriz  $T_{IK_i}$  arriba expresada en (16) se puede simplificar por medio de las siguientes identidades trigonométricas

$$\sin(\gamma \pm \beta) = \sin(\gamma) \cos(\beta) \pm \cos(\gamma) \sin(\beta), \quad (17)$$

$$\cos(\gamma \pm \beta) = \cos(\gamma) \cos(\beta) \mp \sin(\gamma) \sin(\beta), \quad (18)$$

aplicando la identidad (17) para  $a_{11}$  en (16) se obtiene

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \frac{\cos(\beta) \sin(\gamma) - \cos(\gamma) \sin(\beta)}{r_R \sin(\gamma)}, \\
a_{11} &= \frac{\sin(\gamma - \beta)}{r_R \sin(\gamma)}.
\end{aligned}$$

aplicando la identidad (18) para  $a_{12}$  en (16) se obtiene

$$\begin{aligned}
a_{12} &= \frac{\sin(\beta) \sin(\gamma) + \cos(\gamma) \cos(\beta)}{r_R \sin(\gamma)}, \\
a_{12} &= \frac{\cos(\gamma - \beta)}{r_R \sin(\gamma)},
\end{aligned}$$

y el término  $a_{13}$  de (16) se aplican ambas propiedades trigonométricas (17) y (18) y se obtiene

$$a_{13} = \frac{-l_y [\cos(\beta) \sin(\gamma) - \cos(\gamma) \sin(\beta)] + l_x [\sin(\beta) \sin(\gamma) + \cos(\gamma) \cos(\beta)]}{r_R \sin(\gamma)},$$

$$a_{13} = \frac{-l_y \sin(\gamma - \beta) + l_x \cos(\gamma - \beta)}{r_R \sin(\gamma)}.$$

Finalmente, la matriz  $T_{IK_i}$  queda expresada de la siguiente forma

$$T_{IK_i} = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\gamma_i - \beta_i)}{r_R \sin(\gamma_i)} & \frac{\cos(\gamma_i - \beta_i)}{r_R \sin(\gamma_i)} & \frac{-l_y \sin(\gamma_i - \beta_i) + l_x \cos(\gamma_i - \beta_i)}{r_R \sin(\gamma_i)} \\ -\frac{\sin(\beta_i)}{\sin(\gamma_i)} & \frac{\cos(\beta_i)}{\sin(\gamma_i)} & \frac{l_y \sin(\beta_i) + l_x \cos(\beta_i)}{\sin(\gamma_i)} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

entonces de (11) y con la matriz arriba descrita (19) el modelo cinemático inverso es

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ V_{ir} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\gamma_i - \beta_i)}{r_R \sin(\gamma_i)} & \frac{\cos(\gamma_i - \beta_i)}{r_R \sin(\gamma_i)} & \frac{-l_y \sin(\gamma_i - \beta_i) + l_x \cos(\gamma_i - \beta_i)}{r_R \sin(\gamma_i)} \\ -\frac{\sin(\beta_i)}{\sin(\gamma_i)} & \frac{\cos(\beta_i)}{\sin(\gamma_i)} & \frac{l_y \sin(\beta_i) + l_x \cos(\beta_i)}{\sin(\gamma_i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (20)$$

el modelo generalizado para un robot de  $i$  ruedas es el siguiente

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\gamma_1 - \beta_1)}{r_R \sin(\gamma_1)} & \frac{\cos(\gamma_1 - \beta_1)}{r_R \sin(\gamma_1)} & \frac{-l_y \sin(\gamma_1 - \beta_1) + l_x \cos(\gamma_1 - \beta_1)}{r_R \sin(\gamma_1)} \\ \frac{\sin(\gamma_2 - \beta_2)}{r_R \sin(\gamma_2)} & \frac{\cos(\gamma_2 - \beta_2)}{r_R \sin(\gamma_2)} & \frac{-l_y \sin(\gamma_2 - \beta_2) + l_x \cos(\gamma_2 - \beta_2)}{r_R \sin(\gamma_2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\sin(\gamma_i - \beta_i)}{r_R \sin(\gamma_i)} & \frac{\cos(\gamma_i - \beta_i)}{r_R \sin(\gamma_i)} & \frac{-l_y \sin(\gamma_i - \beta_i) + l_x \cos(\gamma_i - \beta_i)}{r_R \sin(\gamma_i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Finalmente, a continuación se presenta un conjunto de ecuaciones para describir la velocidad longitudinal, transversal, angular, resultante y dirección, todas totales del robot, que

resultan ser la sumatoria de las velocidades individuales obtenidas en el modelo (21). Se presentan en las ecuaciones (22), (23), (24), (25), (26), respectivamente.

$$V_x = (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) \frac{r}{4} \quad (22)$$

$$V_y = (-\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \frac{r}{4} \quad (23)$$

$$\omega_z = (-\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4) \frac{r}{4(l_x + l_y)} \quad (24)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{V_y}{V_x} \right) \quad (25)$$

$$V_R = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2} \quad (26)$$

### 4.3 Simulación del modelo cinemático inverso

Hasta ahora, se ha obtenido analíticamente las ecuaciones que describen las velocidades de la  $i$ -ésima rueda y con ello poder describir los movimientos básicos y orientación del robot. Ahora, con el fin de comprobar el modelo descrito en la sección anterior, se simuló por medio de Matlab y Simulink el modelo cinemático inverso con el objetivo de lograr conocer qué velocidad y dirección requiere cada rueda  $i$ -ésima para alcanzar una determinada velocidad en los componentes lineales y angular ( $V_x, V_y, \omega_z$ ) del robot entero.

#### 4.3.1 Simulación considerando 4 ruedas internas

La primera simulación consiste implementar el modelo cinemático inverso para las cuatro ruedas que denominaremos internas conformadas por  $i = 1, 2, 3, 4$ . Los valores de los parámetros de las cuatro ruedas internas se muestran en la siguiente en la tabla III

Reemplazando los valores de la tabla III en la matriz del modelo cinemático inverso (19) se obtiene el modelo para las cuatro ruedas internas con los parámetros del robot móvil

Tabla III. Parámetros del robot utilizados para la validación en ruedas internas

Rueda $i$	$\beta_i$	$\gamma_i$	$l_x(m)$	$l_y(m)$
1	0	$-45^\circ$	0,085	0,085
2	0	$45^\circ$	0,085	$-0,085$
3	0	$45^\circ$	$-0,085$	0,085
4	0	$-45^\circ$	$-0,085$	$-0,085$

$$T_{IKi} = \frac{1}{r_R} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -0,17 \\ 1 & 1 & 0,17 \\ 1 & 1 & -0,17 \\ 1 & -1 & 0,17 \end{bmatrix},$$

tomando en cuenta (20) y se tiene

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{r_R} (V_x - V_y - 0,17\omega_z), \\ \omega_2 &= \frac{1}{r_R} (V_x + V_y + 0,17\omega_z), \\ \omega_3 &= \frac{1}{r_R} (V_x + V_y - 0,17\omega_z), \\ \omega_4 &= \frac{1}{r_R} (V_x - V_y + 0,17\omega_z). \end{aligned}$$

Los parámetros descritos en la tabla se incorporaron en una sola función de Matlab desde Simulink que contiene la matriz (19) para conocer la velocidad y dirección de cada rueda  $i$ -ésima para alcanzar una velocidad específica del robot. El modelo utiliza parámetros como el radio de la rueda  $r_R$ , las distancias del centro de masa del robot al eje del centro geométrico de la rueda  $i$ -ésima  $l_{ix}, l_{iy}$ , y los ángulos  $\gamma$  y  $\beta$ . Las señales de control para esta simulación fueron las velocidades lineales y angulares del robot entero  $[V_x, V_y, \omega_z]^T$ .

Los resultados obtenidos se resumen en la siguiente tabla IV que muestra la magnitud y el sentido de giro de las ruedas omnidireccionales, lo que se interpreta como la movilidad del

robot. Dónde las unidades de  $V_x, V_y$  están dadas en  $m/s$  y las unidades de  $\omega_z, w_i$  están dadas en  $rad/s$ . Dónde 'Diag.' y 'Rot.' son la abreviación de diagonal y rotación, respectivamente. Esa misma notación se considera para tablas posteriores.

Tabla IV. Resultados en validación de modelo cinemático desde Matlab y Simulink para ruedas internas  $i=1,2,3,4$ .

Dirección del movimiento	$V_x$	$V_y$	$\omega_z$	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$
Adelante	0.5	0	0	16.67	16.67	16.67	16.67
Atras	-0.5	0	0	-16.67	-16.67	-16.67	-16.67
Izquierda	0	0.5	0	-16.67	16.67	16.67	-16.67
Derecha	0	-0.5	0	16.67	-16.67	-16.67	16.67
Diag. izquierda adelante	0.5	0.5	0	0	33.33	33.33	0
Diag. izquierda atras	-0.5	0.5	0	-33.33	0	0	-33.33
Diag. derecha adelante	0.5	-0.5	0	33.33	0	0	33.33
Diag. derecha atras	-0.5	-0.5	0	0	-33.33	-33.33	0
Rot. sentido antihorario	0	0	0.5	-2.833	2.833	-2.833	2.833
Rot. sentido horario	0	0	-0.5	2.833	-2.833	2.833	-2.833

Los resultados obtenidos en tabla IV muestran que el robot móvil realiza movimientos omnidireccionales para cualquier dirección y es que configurando diferentes sentidos de giro de cada rueda se pueden obtener distintos movimientos, esto debido al vector de velocidad adicional que genera el rodillo activo de la rueda, permitiendo que mediante suma, o anulación de fuerzas vectoriales, obtener una fuerza resultante total en el vehículo permitiendo un movimiento hacia cualquier dirección deseada sin la necesidad de cambiar la orientación del vehículo. Por ejemplo, para que el vehículo avance hacia adelante, como lo es la postura que indica la figura 26, se observa cómo se anulan los componentes vectoriales del eje  $Y_i$  asociados a la velocidad que genera el rodillo activo, y que los componentes en  $X_i$  de todas las ruedas se dirigen hacia la misma dirección, otorgando al vehículo una fuerza resultante total con desplazamiento hacia adelante. Bajo esa misma lógica, en la figura 28 se muestran todas las posibles configuraciones de desplazamientos que un robot móvil con ruedas mecanum puede realizar. Las flechas al costado de las ruedas indican el sentido de rotación de las ruedas y la flecha en el centro de masa del robot indica el desplazamiento del vehículo entero.

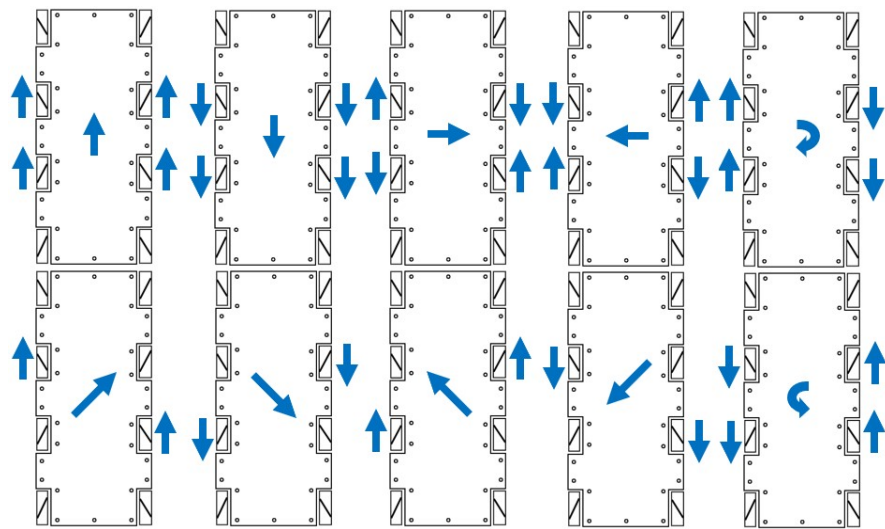


Figura 28. Configuración de movimientos básicos del robot considerando ruedas internas  $i=1,2,3,4$ .

### 4.3.2 Simulación considerando las cuatro ruedas externas

La siguiente simulación considera las cuatro ruedas que denominamos externas, conformadas por las ruedas  $i = 5, 6, 7, 8$ . Los valores que describen los parámetros de las cuatro ruedas externas se muestran en la tabla V

Tabla V. Parámetros del robot utilizados para la validación en ruedas externas.

Rueda $i$	$\beta_i$	$\gamma_i$	$l_x(m)$	$l_y(m)$
5	0	$-45^\circ$	0,085	0,255
6	0	$45^\circ$	0,085	$-0,255$
7	0	$45^\circ$	$-0,085$	0,255
8	0	$-45^\circ$	$-0,085$	$-0,255$

Reemplazando los valores de la tabla V en la matriz del modelo cinemático inverso 19 tenemos el modelo para las cuatro ruedas externas con los parámetros del robot móvil dado por

$$T_{IK} = \frac{1}{r_R} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -0,34 \\ 1 & 1 & 0,34 \\ 1 & 1 & -0,34 \\ 1 & -1 & 0,34 \end{bmatrix},$$

y tomando en cuenta (20) se tiene

$$\begin{aligned} \omega_5 &= \frac{1}{r_R} (V_x - V_y - 0,34\omega_z), \\ \omega_6 &= \frac{1}{r_R} (V_x + V_y + 0,34\omega_z), \\ \omega_7 &= \frac{1}{r_R} (V_x + V_y - 0,34\omega_z), \\ \omega_8 &= \frac{1}{r_R} (V_x - V_y + 0,34\omega_z), \end{aligned}$$

los resultados obtenidos se resumen en la tabla VI que muestra la magnitud y el sentido de giro de las ruedas omnidireccionales, lo que se interpreta como la movilidad del robot.

Tabla VI. Resultados de la validación de modelo cinemático inverso utilizando Matlab y Simulink para ruedas externas  $i=5,6,7,8$ .

Dirección	$V_x$	$V_y$	$\omega_z$	$w_5$	$w_6$	$w_7$	$w_8$
Adelante	0.5	0	0	16.67	16.67	16.67	16.67
Atras	-0.5	0	0	-16.67	-16.67	-16.67	-16.67
Izquierda	0	0.5	0	-16.67	16.67	16.67	-16.67
Derecha	0	-0.5	0	16.67	-16.67	-16.67	16.67
Diag. izquierda adelante	0.5	0.5	0	0	33.33	33.33	0
Diag. izquierda atras	-0.5	0.5	0	-33.33	0	0	-33.33
Diag. derecha adelante	0.5	-0.5	0	33.33	0	0	33.33
Diag. derecha atras	-0.5	-0.5	0	0	-33.33	-33.33	0
Rot. sentido antihorario	0	0	0.5	-5.667	5.667	-5.667	5.667
Rot. sentido horario	0	0	-0.5	5.667	-5.667	5.667	-5.667

Los resultados de tabla VI muestran que el robot móvil realiza movimientos omnidireccionales y se observa el efecto que genera el parámetro  $l_{iy}$  en la velocidad angular del robot móvil. En general, la velocidad  $\omega_z$  incrementará proporcionalmente de acuerdo al parámetro  $l_{iy}$ . En la figura 29 se muestra la configuración de la dirección de las ruedas externas para determinamos desplazamientos omnidireccionales del robot móvil.

### 4.3.3 Simulación considerando las ocho ruedas

Tomando en cuenta el modelo cinemático inverso para  $i$  ruedas obtenido en (21) y las ecuaciones de movimiento del robot móvil obtenidas para el conjunto de ruedas denominadas como ruedas internas y externas en las dos simulaciones anteriores, entonces el modelo cinemático inverso para las ocho ruedas que conforman al robot móvil se describen de la siguiente forma

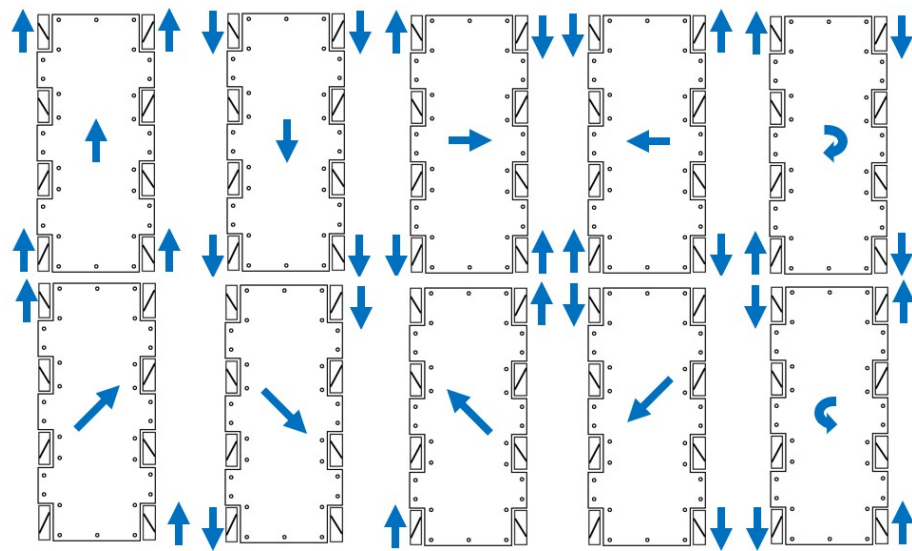


Figura 29. Configuración de movimientos básicos del robot considerando ruedas internas  $i=5,6,7,8$ .

$$\begin{aligned}
\omega_1 &= \frac{1}{r_R} (V_x - V_y - 0,17\omega_z), \\
\omega_2 &= \frac{1}{r_R} (V_x + V_y + 0,17\omega_z), \\
\omega_3 &= \frac{1}{r_R} (V_x + V_y - 0,17\omega_z), \\
\omega_4 &= \frac{1}{r_R} (V_x - V_y + 0,17\omega_z), \\
\omega_5 &= \frac{1}{r_R} (V_x - V_y - 0,34\omega_z), \\
\omega_6 &= \frac{1}{r_R} (V_x + V_y + 0,34\omega_z), \\
\omega_7 &= \frac{1}{r_R} (V_x + V_y - 0,34\omega_z), \\
\omega_8 &= \frac{1}{r_R} (V_x - V_y + 0,34\omega_z).
\end{aligned}$$

## Capítulo 5

# Diseño e implementación de un controlador de velocidad para las ruedas del robot

En este capítulo se presenta el diseño de un controlador de velocidad con el objetivo de su regulación en cada rueda, buscando obtener el movimiento del robot sobre una superficie manteniendo una orientación deseada, que en la mayoría de los casos es mantener la orientación inicial. Ya que los motores cuentan con encoders incrementales y no con tacómetros, se debe de obtener la velocidad de las ruedas con base a las señales del encoder. Debido a que la tarjeta myRIO no garantiza una ejecución en tiempo real se optó por utilizar la plataforma de desarrollo dSPACE 1103 para la implementación de los algoritmos de control y realizar las pruebas de su desempeño, manteniendo la tarjeta myRIO para la medición de la orientación.

Para que el robot móvil se desplace con la misma orientación los vectores de fuerza generados por cada rueda deben de tener la misma magnitud, lo que en teoría se podría lograr aplicando el mismo voltaje a cada motor ya que estos son idénticos, sin embargo esto no pasa en la práctica ya que los motores tienen una respuesta transitoria diferente y existen no idealidades en la superficie, lo que genera desviaciones en la orientación del cuerpo del robot. En ese sentido, una de las hipótesis centrales de esta investigación tiene que ver con introducir un control de bajo nivel a las velocidades de las ruedas del robot móvil y buscar corregir, o disminuir, esa desviación que existe en la orientación del robot. Como resultado se tiene que el desempeño del movimiento del robot mejora considerablemente cuando se utiliza los controladores de velocidad en comparación cuando se establece una velocidad en las ruedas a través de aplicar un voltaje a los motores en lazo abierto.

La estructura del capítulo es la siguiente: en primer término se presenta la estrategia para medir la velocidad de las ruedas, posteriormente se obtiene el modelo matemático del motor a través de conocer la respuesta del sistema, en forma experimental, ante señales de entrada típicas. Lo siguiente es el diseño del algoritmo de control por retroalimentación de estado y, finalmente, se presentan los resultados de simulaciones numéricas así como de experimentos.

## 5.1 Medición de la velocidad de las ruedas

Un tacómetro, es un dispositivo que se encarga de medir la velocidad de giro del eje de un motor, el cual genera un voltaje proporcional a la velocidad angular, por lo general, en unidades de revoluciones por minuto. Cuando no se cuenta con un tacómetro y se cuenta con un encoder incremental, existen principalmente dos alternativas para tener una estimación de la velocidad angular del eje del motor; la primera es utilizando una técnica de la teoría de control denominada como observadores de estado. El más común es el observador de Luenberger, el cual estima las variables de estado basándose en las mediciones de las variables de salida y de control [27].

La segunda técnica se refiere a obtener la velocidad a partir del tren de pulsos que genera el encoder cuando existe rotación en el eje del motor [28], [29], [30]. Continuando con la segunda técnica, existen dos enfoques principales para medir la velocidad de rotación utilizando el encoder. El primer enfoque es contar la cantidad de pulsos transcurridos en un determinado periodo de muestreo, denominada en la literatura como método M, y que se ilustra en la figura 30, aquí la velocidad se estima a través de la ecuación

$$n = \frac{60m_1}{ZT_c}, \quad (27)$$

donde  $n$  representa la velocidad,  $m_1$  representan los pulsos del encoder,  $Z$  representa los pulsos del encoder por revolución y  $T_c$  representa el tiempo de muestreo fijo especificado.

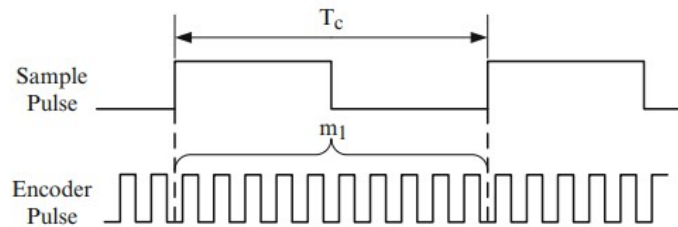


Figura 30. Método M para medir la velocidad de rotación del motor utilizando los pulsos del encoder [28].

El segundo enfoque es medir el tiempo entre pulsos consecutivos del encoder, denominado como método T que se observa en la figura 31, aquí la velocidad  $n$  se obtiene por

$$n = \frac{60 f_0}{Z m_2}, \quad (28)$$

donde  $f_0$  es la frecuencia del reloj y  $Z$  representa los pulsos del encoder por revolución

Ambos métodos M y T tienen sus ventajas y desventajas respectivas y diferentes enfoques han surgido para corregir las desventajas, como un método denominado M/T, que es una conmutación entre el método M y el T con el objetivo de mantener las ventajas de ambos métodos.

Para medir la velocidad de las ruedas del robot se utilizó el método M a través de Simulink que proporciona un bloque denominado DS1103ENC\_POS que se observa en la figura 32, que nos permite obtener la posición del encoder dada en cuentas, además se tiene acceso a un delta de posición que proporciona la diferencia de la posición de la última cuenta hasta la cuenta actual. Entonces es posible obtener la velocidad si se divide el delta de posición entre el tiempo de muestreo en que se ejecuta el programa. Todos los experimentos y pruebas del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado se realizaron con una tasa de muestreo de 0.001 segundos.

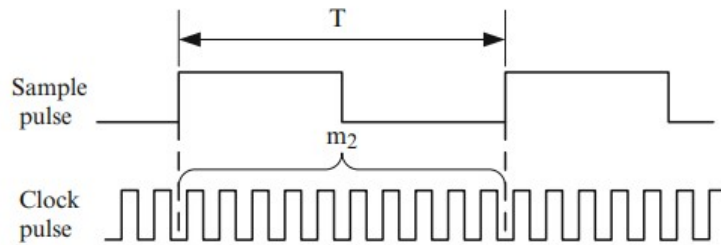


Figura 31. Método T para medir la velocidad de rotación del motor utilizando los pulsos del encoder [28].

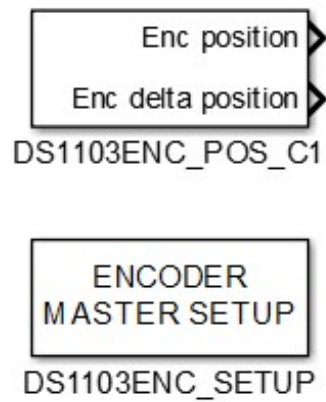


Figura 32. Bloques de Simulink para la medición de posición y velocidad del encoder utilizando la plataforma ds1103 de dSPACE.

## 5.2 Identificación del modelo del subsistema de una rueda

El subsistema que genera el movimiento de una rueda está formado por la etapa de potencia, el motor de DC, la transmisión, la rueda y el encoder incremental. El modelo corresponderá a este subsistema considerando que no hace contacto con la superficie y, en consecuencia, el efecto del peso del vehículo tampoco se considera; se colocó el robot de tal forma que las llantas no toquen la superficie. Al aplicar una entrada escalón se observó que el comportamiento de la velocidad corresponde a un sistema predominantemente de primer orden, por lo que se decidió hacer la identificación basado en un modelo general de un sistema lineal, invariante en el tiempo, de primer orden.

Considere la función de transferencia de un sistema de primer orden dada por

$$F(s) = \frac{W(s)}{U(s)} = \frac{k}{s+a}, \quad (29)$$

donde  $k$  y  $a$  representan parámetros asociados al sistema que se deben estimar,  $W(s)$  y  $U(s)$  representan la velocidad de la rueda, la cual es la salida del sistema, y la entrada al sistema respectivamente, ambas están en el dominio de Laplace. Se analiza la respuesta del sistema ante una señal escalón  $U(s) = A/s$ , donde  $A$  representa la amplitud del escalón, que a su vez representa el porcentaje del ancho del pulso de la señal PWM que se aplica a la etapa de potencia. Se tiene entonces

$$W(s) = \frac{Ak}{s(s+a)}, \quad (30)$$

después de aplicar fracciones parciales se obtiene

$$W(s) = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s+a},$$

donde

$$k_1 = \frac{-Ak}{a}, \quad k_2 = \frac{Ak}{a},$$

sustituyendo valores de  $k_1$  y  $k_2$  se tiene

$$W(s) = \frac{Ak}{sa} - \frac{Ak}{a} \left( \frac{1}{s+a} \right),$$

finalmente, se aplica la transformada inversa de la place para obtener la salida en el dominio del tiempo

$$w(t) = \frac{Ak}{a} (1 - e^{-at}). \quad (31)$$

De (31) se puede concluir que el valor final de la velocidad está dado por

$$w(\infty) = \frac{Ak}{a}. \quad (32)$$

Por otro lado, la constante de tiempo  $\tau$  indica la curva de respuesta exponencial de 0 a 63.2% del valor final [27]. Conociendo el valor de  $\tau$  de la respuesta experimental del sistema es posible conocer  $a$ , debido a que  $\tau = 1/a$ , y posteriormente identificar el parámetro  $k$  a partir de (32).

Pruebas para la identificación

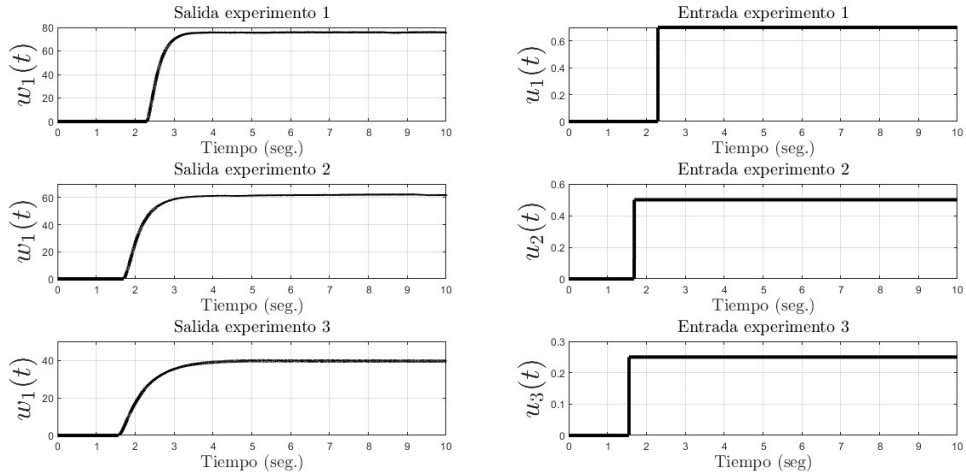


Figura 33. Pruebas experimentales para la identificación del modelo del subsistema de una rueda.

En la figura 33 se muestran tres experimentos que se realizaron, utilizando la plataforma de dSPACE y la RTI de Matlab, para capturar la respuesta del sistema ante señales de entrada tipo escalón que posteriormente fueron utilizadas para identificar los parámetros  $\tau$ ,  $a$ , y  $k$ . Finalmente, se promedian los parámetros de los tres experimentos y se presenta un modelo matemático que sirva como representación de nuestro sistema. En la tabla VII se presentan los resultados de los experimentos realizados. Es importante mencionar que a pesar de ser un modelo muy básico que no considera el efecto del peso del robot ni la fricción con la superficie, resulta muy útil para mejorar su desempeño.

Entonces la función de transferencia identificada es

$$F(s) = \frac{280,75}{s + 2,25}. \quad (33)$$

Finalmente, se valida el modelo (33) comparando su respuesta, en simulación, ante una señal de entrada y con la respuesta del sistema real ante la misma señal de entrada utilizando la

Tabla VII. Resultados de la identificación del modelo del subsistema de la rueda.

Experimento	$a$	$k$
1	3,04	328,75
2	2,1	259,14
3	1,61	254,38
Promedio	2,25	280,75

rueda  $w_1$ . El resultado se observa en la figura 34 , donde  $w_{1s}(t)$  representa la respuesta del sistema con el modelo construido y  $w_1(t)$  representa la salida del sistema real medido en dSPACE, ambas respuestas se obtuvieron al aplicar una señal de entrada de 0.5 (50 % del ciclo de trabajo en el PWM).

### 5.3 Diseño del control de velocidad

Considere la representación en variables de estado del sistema (33)

$$\dot{w}_1 = -2,25w_1 + 280,75u, \quad (34)$$

el objetivo de control es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |w_1 - w_{ref}| = 0,$$

donde  $w_{ref}$  es una constante, se define una variable de error

$$e = w_1 - w_{ref}$$

$$w_1 = e + w_{ref},$$

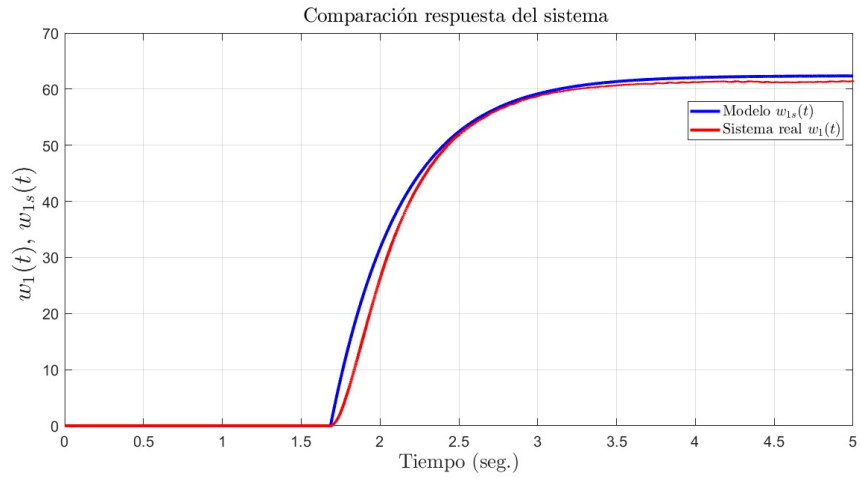


Figura 34. Comportamiento del sistema real  $w_1(t)$  y del modelo obtenido  $w_{1s}(t)$  ante una misma entrada escalón

la dinámica del error es

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -2,25(e + w_{ref}) + 280,75u \\ \dot{e} &= -2,25e - 2,25w_{ref} + 280,75u, \end{aligned} \quad (35)$$

se propone la ley de control  $u$

$$u = \frac{1}{280,75} [2,25w_{ref} - \alpha e], \quad (36)$$

sustituyendo (36) en (35) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -2,25e - 2,25w_{ref} + 280,75 \left[ \frac{1}{280,75} [2,25w_{ref} - \alpha e] \right] \\ \dot{e} &= -2,25e - 2,25w_{ref} + 2,25w_{ref} - \alpha e \\ \dot{e} &= -(2,25 + \alpha)e \end{aligned}$$

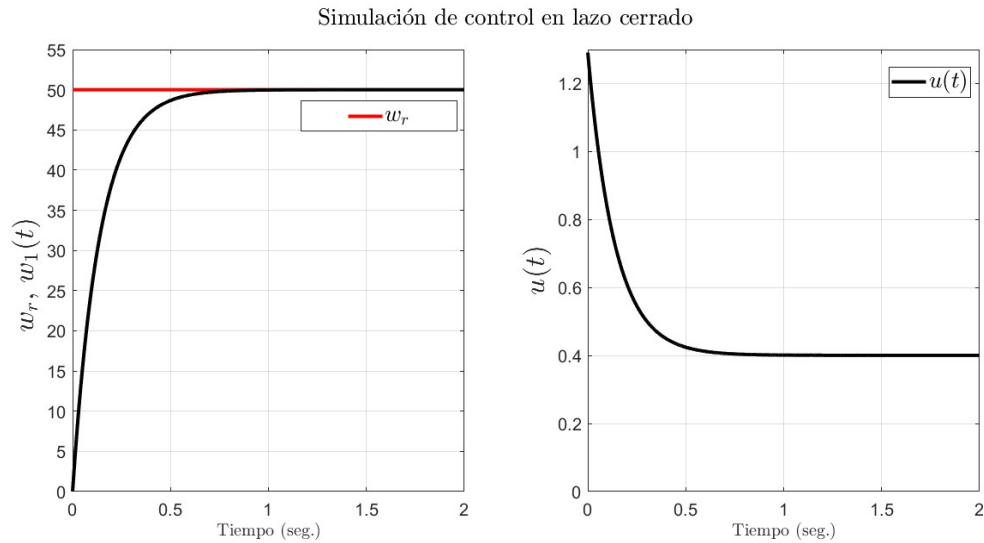


Figura 35. Simulación control por retroalimentación de estado para regular la velocidad. La meta es implementar el controlador experimentalmente para las ruedas del robot.

### 5.3.1 Resultados en simulación

El objetivo de la simulación es ilustrar que la ley de control  $u(t)$  propuesta en (36) opere en forma adecuada. Se consideró una señal de referencia  $\omega_r = 50rad$  y una ganancia de control  $\alpha = 5$ . En la figura 35 se muestran los resultados numéricos donde se simula la ley de control  $u(t)$ , se observa que la velocidad alcanza adecuadamente la referencia, sin embargo, la señal de control  $u(t)$  sobrepasa el valor de 1 por un lapso de tiempo muy corto, lo que representa el 100% del ciclo de trabajo, es importante notar esto ya que en los experimentos puede causar diferencias considerables en la respuesta.

### 5.3.2 Instrumentación para las pruebas de control

En esta sección se presenta la instrumentación electrónica realizada como paso previo antes de llevar a cabo las pruebas experimentales finales de control en lazo abierto como en lazo cerrado. Como plataforma de control se utilizó la computadora ds1103 de dSPACE como sistema de adquisición de datos en tiempo real. Para el control de dirección de motores

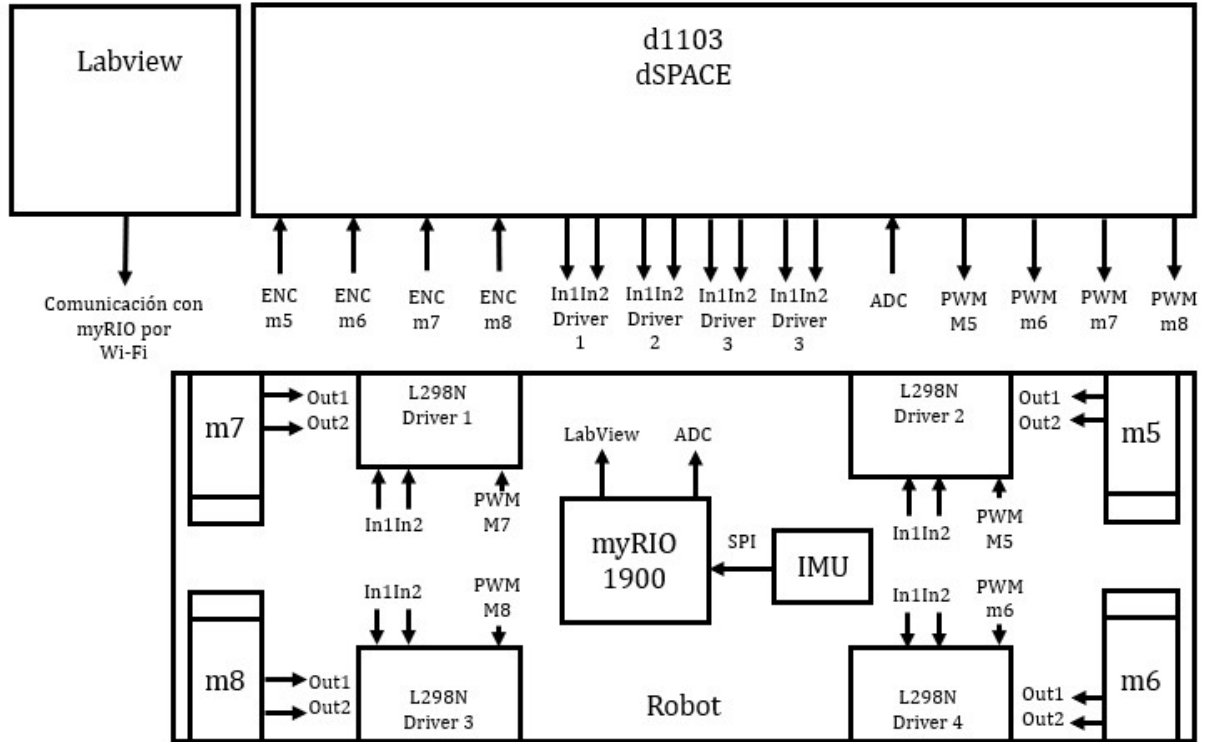


Figura 36. Conexiones para las pruebas de control

se configuraron como salidas digitales las terminales del conector Digital I/O Connector (CP30) de la ds1103. Las entradas de control se introdujeron por modulación por ancho de pulso (PWM) utilizando las terminales del Slave I/O Connector (CP31) de la ds1103. Para la lectura de pulsos del encoder se utilizaron los Incremental Encoder Interface Connectors del ds1103. La obtención de la orientación del vehículo se realizó por myRIO y LabVIEW y fue transmitida a la ds1103 utilizando una salida analógica del myRIO y enviándola a la ds1103 con un convertidor analógico digital. La programación y captura de datos se realizó en Simulink y ControlDESK respectivamente. En la figura 36 se presenta un esquema general de las conexiones realizadas utilizando ds1103 de dSPACE como principal plataforma de control.

## 5.4 Análisis del desempeño del controlador de velocidad

## para mantener la orientación del robot

### 5.4.1 Control en lazo abierto

En esta sección se controla la dirección y velocidad de las ruedas que conforman al robot móvil omnidireccional en lazo abierto, es decir, el sistema responde ante una señal de entrada pero la salida no se retroalimenta. Las señales de entrada fueron introducidas a los motores que llevan acopladas las ruedas externas 5, 6, 7 y 8 del robot móvil omnidireccional mientras que las ruedas 1, 2, 3 y 4 permanecen únicamente para darle soporte al cuerpo del robot. Los resultados de las pruebas experimentales en lazo abierto se muestran en las figuras 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, que representan los movimientos hacia adelante, atrás, derecha, izquierda, diagonal superior izquierda, diagonal superior derecha, diagonal inferior izquierda, y diagonal inferior derecha, respectivamente. En las gráficas se observa el comportamiento de la velocidad de las ruedas asociadas al robot móvil  $w_i(t)$  donde  $i$  denota el número de rueda y se presenta también el ángulo de orientación del cuerpo del robot móvil representado como  $\theta(t)$ . Las unidades de las gráficas de las ruedas son en  $rad/s$ . Las unidades del ángulo de orientación están dadas en  $rad$ . En estas gráficas se puede observar que para todos los movimientos, después de un corto lapso de tiempo, la orientación del robot cambia considerablemente.

### 5.4.2 Control en lazo cerrado

En esta sección se implementa experimentalmente lo diseñado en la sección 6.3 en donde se introduce una ley de control  $u$  para regular la velocidad de rotación de las ruedas asociadas al robot móvil omnidireccional. En la figura 45 se presentan los datos experimentales del control (36) para un desplazamiento del robot hacia adelante, en donde  $w_r$  representa la referencia indicada en  $rad/s$  y  $w_i(t)$  representa el estado de la rueda, en donde el subíndice denota el número de rueda. Se utilizaron las ruedas  $i = 5, 6, 7, 8$  para la puesta en marcha del control de velocidad. La meta del control es que las velocidades de las ruedas convergan

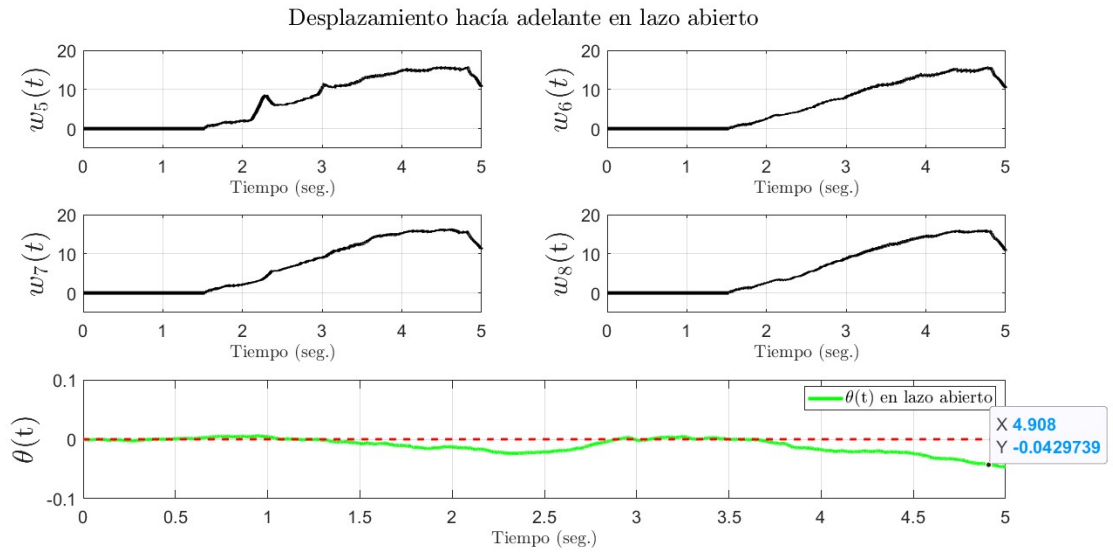


Figura 37. Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia adelante.

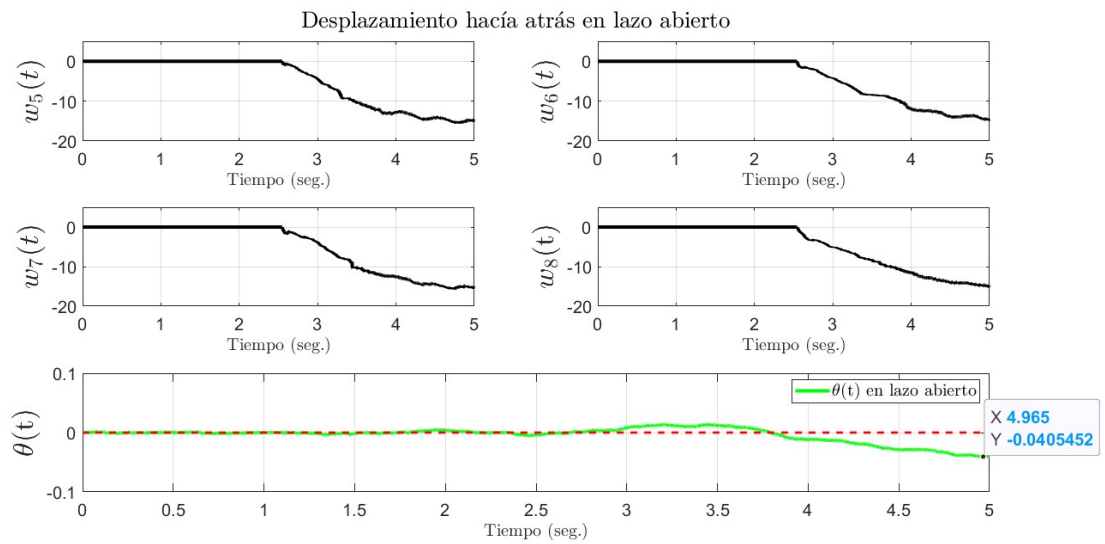


Figura 38. Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia atrás.

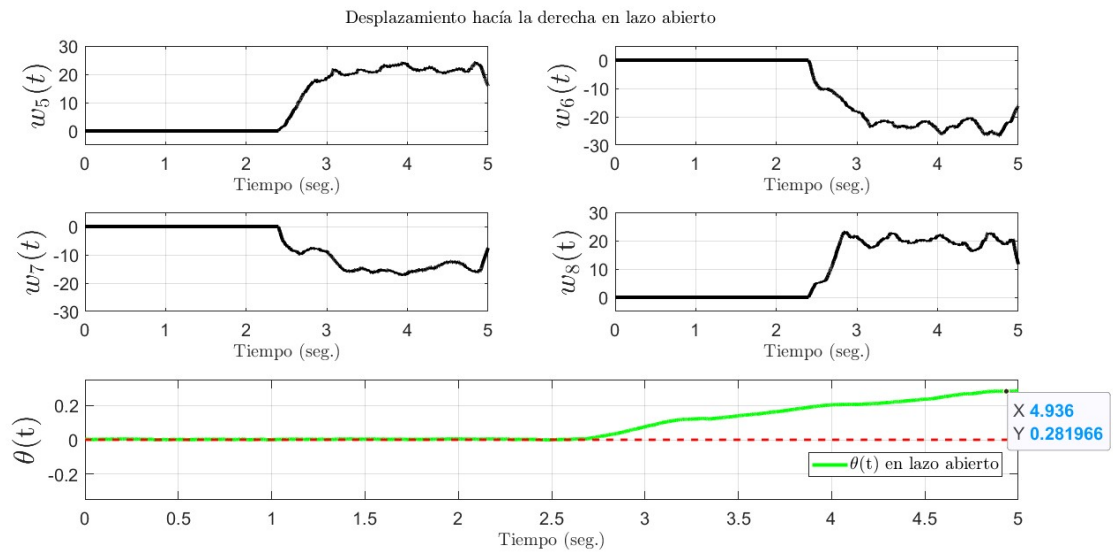


Figura 39. Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la derecha.

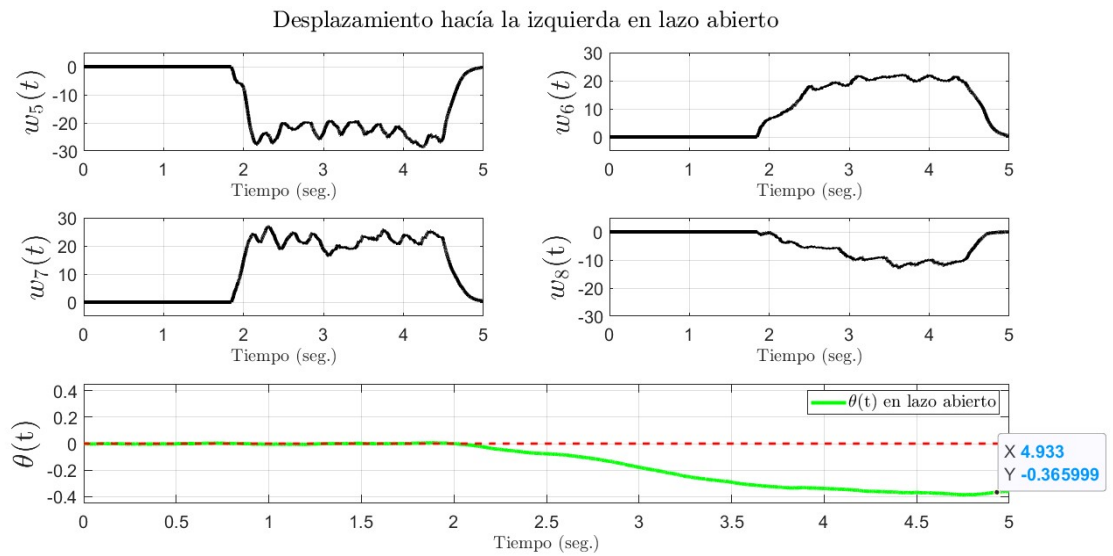


Figura 40. Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la izquierda.

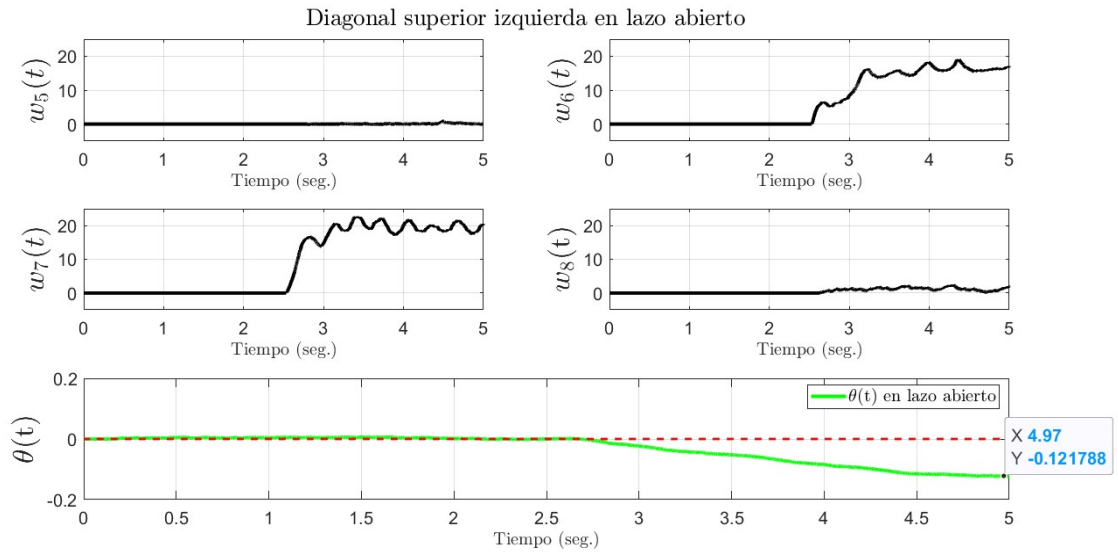


Figura 41. Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la diagonal superior izquierda.

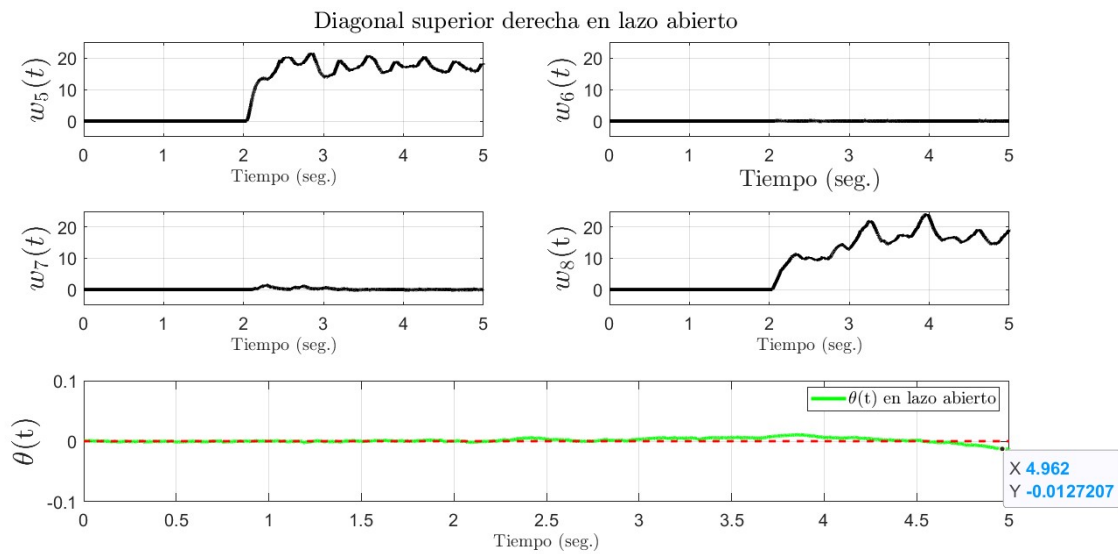


Figura 42. Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la diagonal superior derecha.

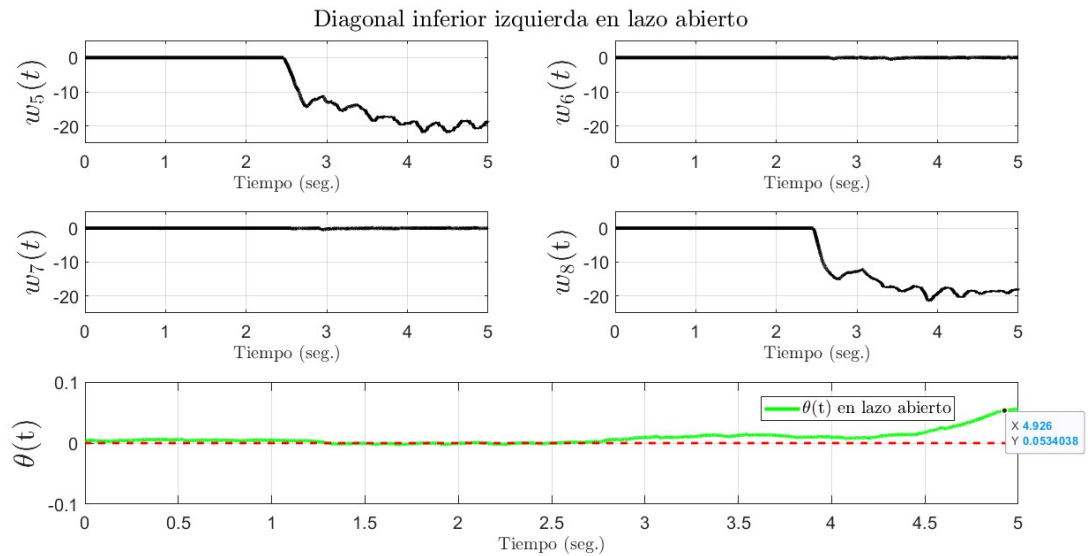


Figura 43. Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la diagonal inferior izquierda.

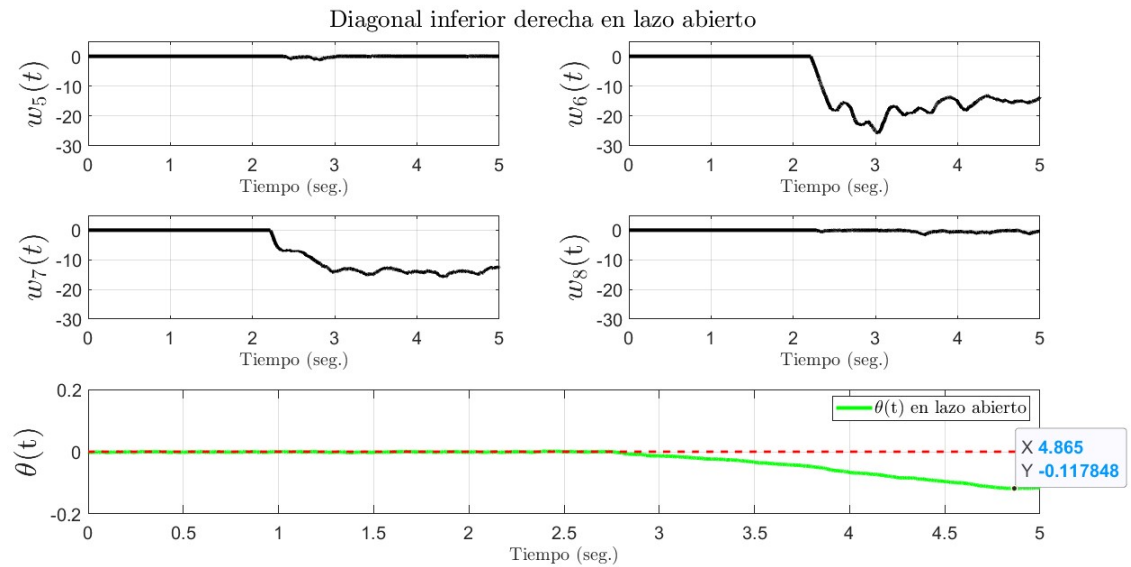


Figura 44. Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia la diagonal inferior derecha.

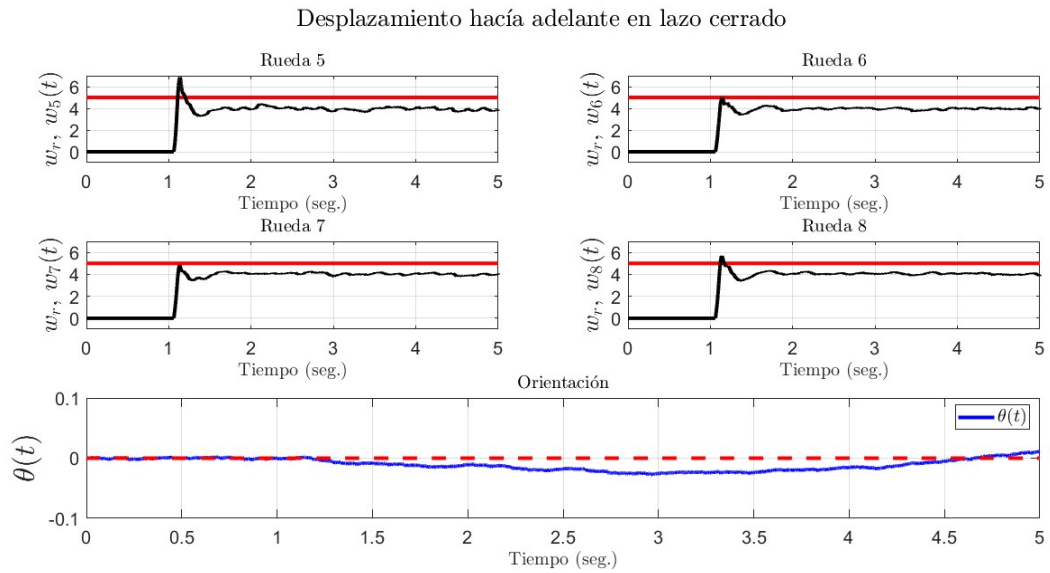


Figura 45. Pruebas en lazo cerrado desplazamiento hacia adelante.

lo más cercano a la referencia indicada. Se presenta también la medición de la orientación asociada al cuerpo del vehículo, representada con el ángulo  $\theta(t)$  donde sus unidades están dadas en radianes. En el mismo sentido se presentan también las figuras 46, 47, 47, 49, y 50 para diferentes movimientos del robot. De estas gráficas se puede concluir que existe una mejora en la mayoría de los casos, solo en dos hubo un error similar al las pruebas en lazo abierto. Sin embargo, la mejora no es suficiente, por lo que se necesita otro lazo de control con retroalimentación de orientación para que corrija la orientación.

### 5.4.3 Comparación del ángulo de orientación

La rueda omnidireccional agrega un componente vectorial que es perpendicular al eje de desplazamiento de la rueda. Cuando existe un robot móvil equipado con 3 o más ruedas Mecanum ése componente vectorial lateral es el que permite el desplazamiento omnidireccional. Los vehículos con ruedas Mecanum tienen una tendencia al deslizamiento, y los investigadores han atribuido el deslizamiento a la fricción entre el rodillo y el suelo. Sin embargo, la fricción por sí sola no puede explicar por qué en los desplazamientos de

Desplazamiento hacia atrás en lazo cerrado

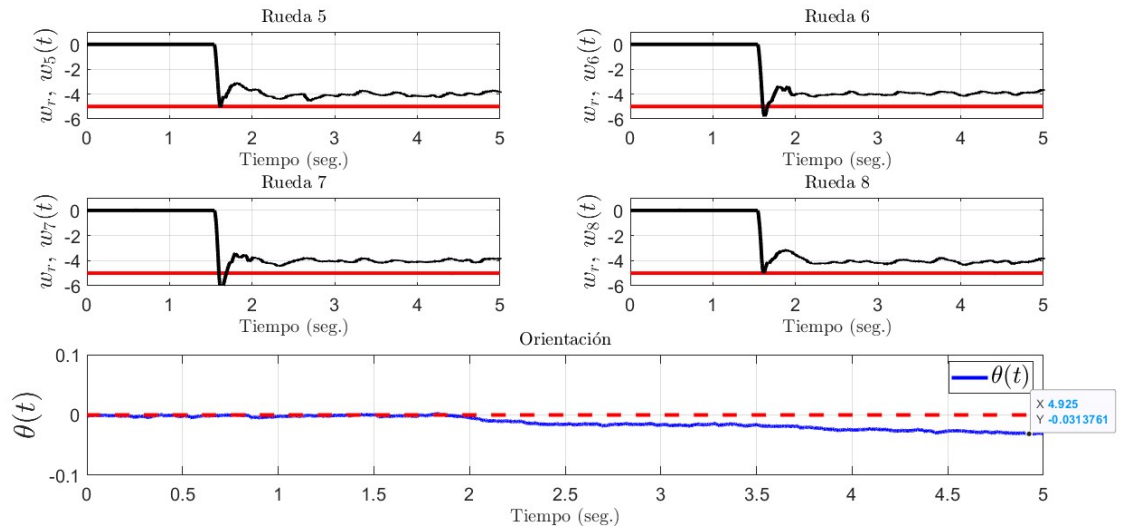


Figura 46. Pruebas en lazo abierto desplazamiento hacia atrás.

Diagonal superior izquierda en lazo cerrado

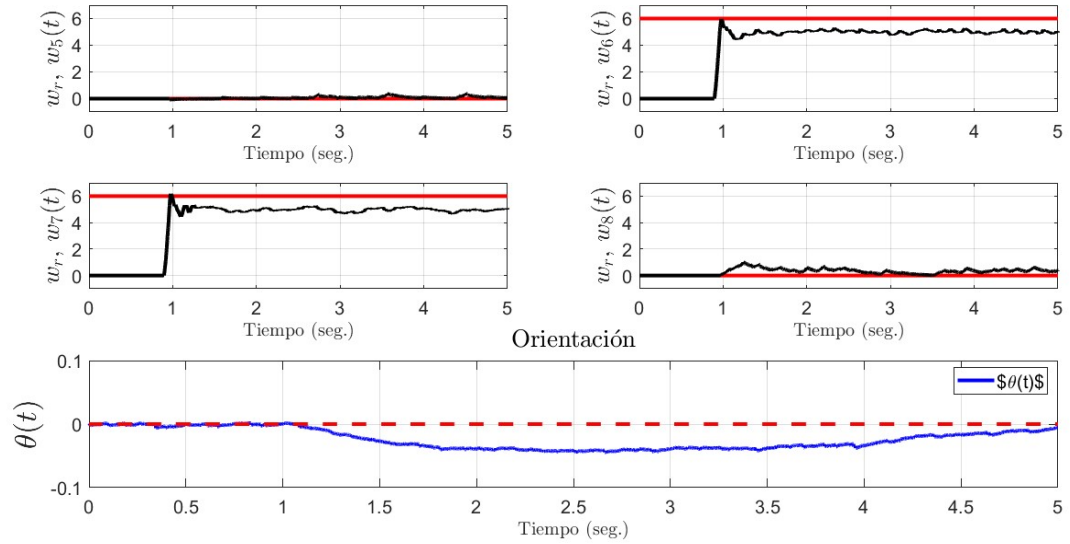


Figura 47. Pruebas en lazo cerrado desplazamiento hacia la diagonal superior izquierda.

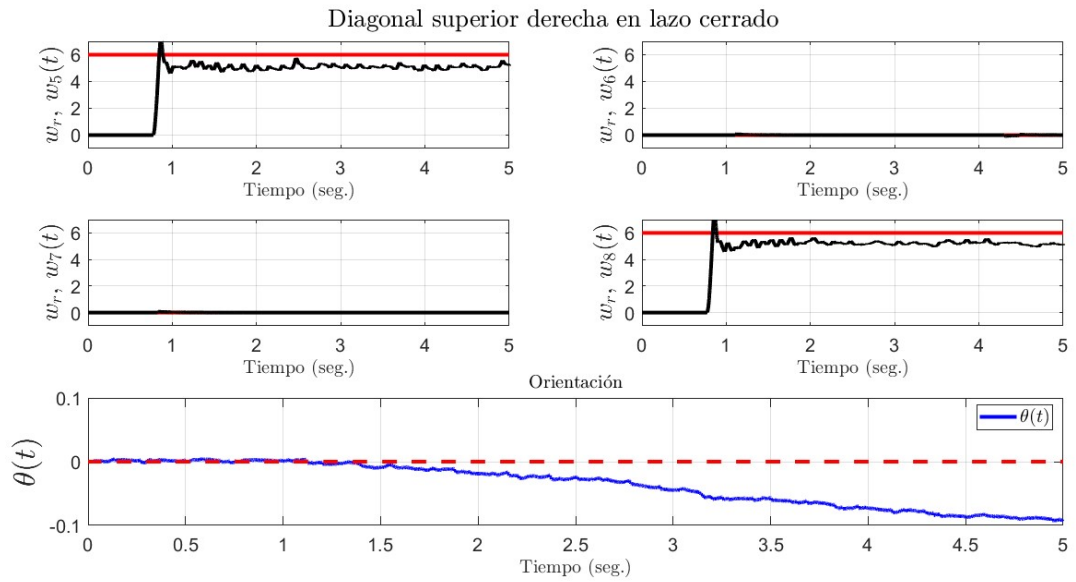


Figura 48. Pruebas en lazo cerrado desplazamiento hacia la diagonal superior derecha.

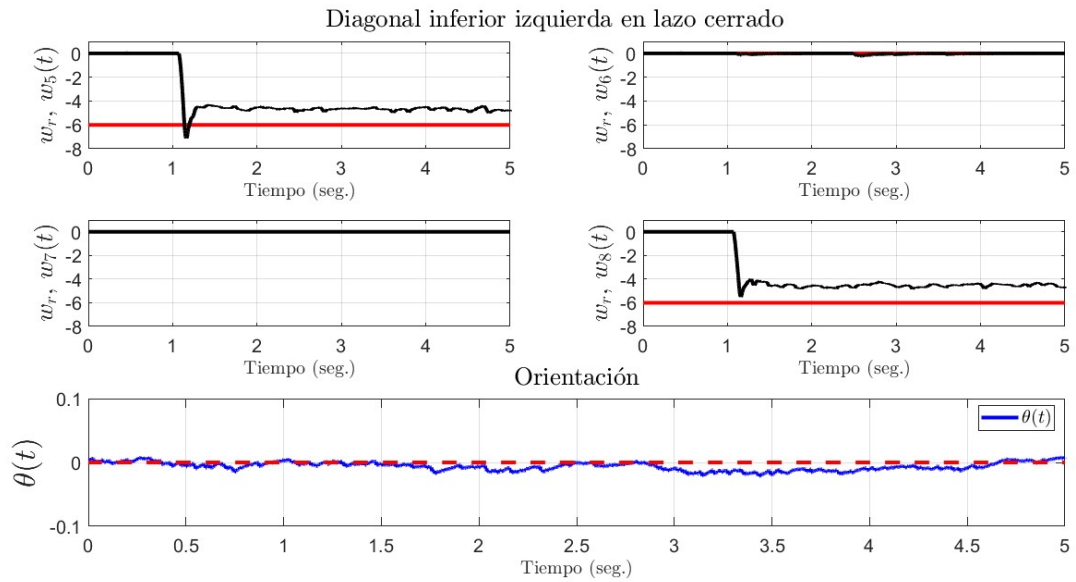


Figura 49. Pruebas en lazo cerrado desplazamiento hacia la diagonal inferior izquierda.

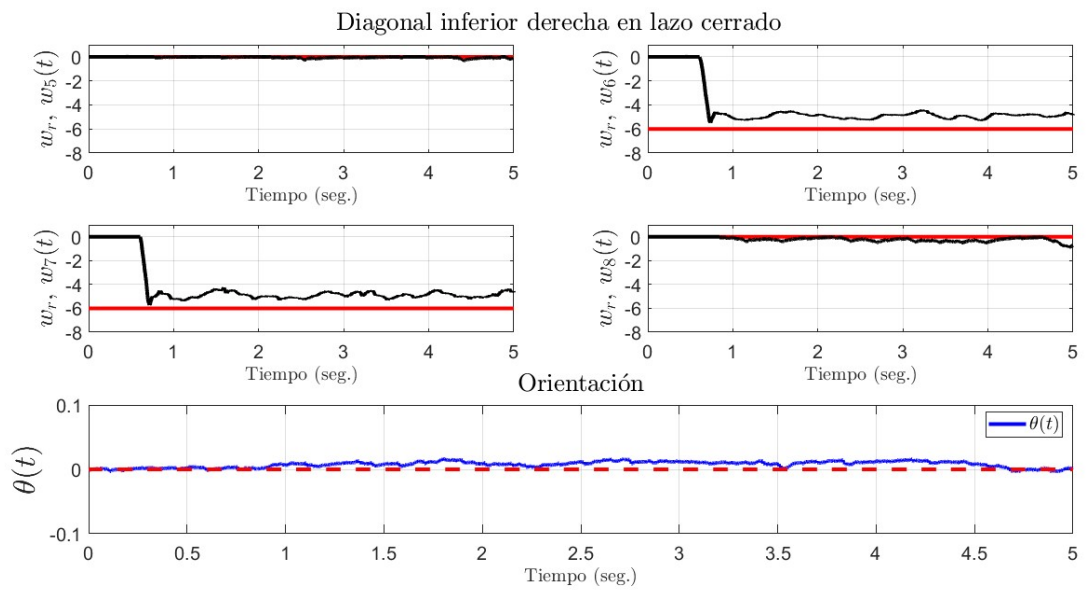


Figura 50. Pruebas en lazo cerrado desplazamiento hacia la diagonal inferior derecha.

### Comparación de orientación del robot en lazo abierto vs lazo cerrado

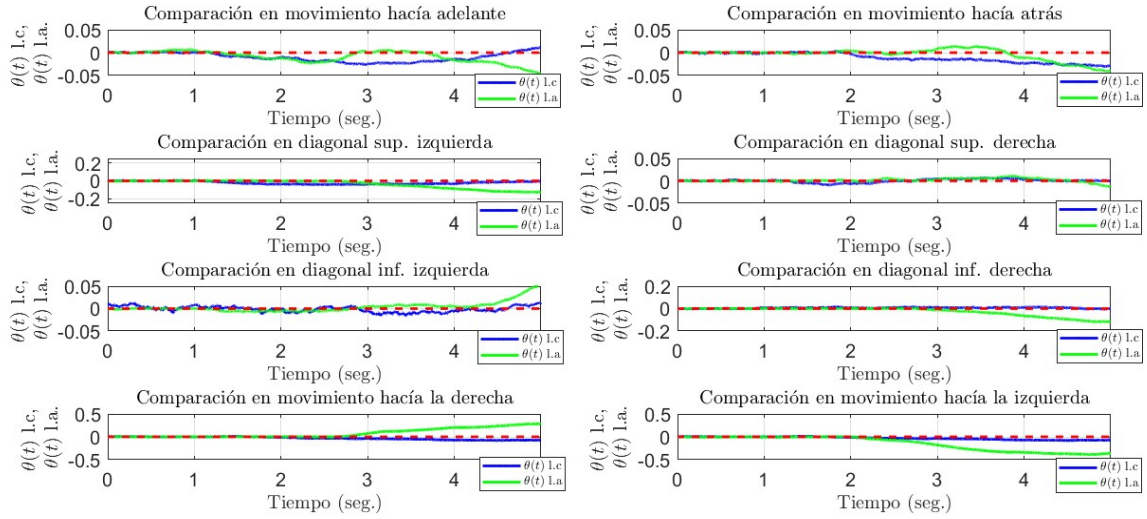


Figura 51. Comparación del ángulo de orientación  $\theta(t)$  en lazo abierto (l.a.) y lazo cerrado (l.c.)

avance/retroceso y el giro sobre su eje no experimentan problemas, mientras que el deslizamiento en las direcciones laterales derecha/izquierda es notable, así lo presenta el autor [31]. El derrape o deslizamiento no deseado del cuerpo del robot móvil puede verse asociado a la construcción mecánica del prototipo y se pueden proponer estrategias de control para buscar que el robot conserve una misma orientación y que al mismo tiempo siga realizando desplazamientos omnidireccionales. A continuación se presenta en la figura 51 la comparación del ángulo de orientación del cuerpo del robot móvil cuando sus ruedas son controladas en lazo cerrado (l.c.) respecto a cuando son controladas en lazo abierto (l.a.). Los resultados presentados demuestran que el vehículo tiene una menor desviación en su orientación cuando la velocidad de sus ruedas es retroalimentada dada una referencia indicada comparada cuando se controla en lazo abierto, y en ese sentido el robot móvil conserva aproximadamente su característica omnidireccional al mantener su orientación ante cualquier movimiento.

## Capítulo 6

### Conclusiones y trabajo futuro

En este capítulo se discuten los resultados obtenidos durante la investigación de diseño, construcción y control de un prototipo de robot móvil omnidireccional basado en los objetivos planteados al inicio del presente documento, las conclusiones estarán repartidas en los siguientes puntos: en primer término se presentan objetivos asociados al diseño y construcción del robot, y en segundo lugar respecto al control que se implementó. Finalmente, se presenta el trabajo a realizar en el futuro.

#### **Objetivos de diseño y construcción alcanzados.**

Se diseñó y construyó un prototipo de robot móvil omnidireccional basado en los principales requerimientos propuestos en el diseño conceptual. Se trabajó en el desarrollo de pruebas individuales de los principales componentes o módulos que componen al robot para asegurar y demostrar su seguridad mecánica, electrónica y operativa en un entorno de laboratorio. El prototipo diseñado fue utilizado para pruebas experimentales utilizando diferentes plataformas de control: myRIO, Arduino y dSPACE. Los objetivos de diseño y construcción se resumen a continuación.

#### **Objetivos de control alcanzados.**

En lo que se refiere a control, se abordó el diseño de una ley de control para regular la velocidad de las ruedas asociadas al robot móvil omnidireccional. Para ese objetivo, se desarrolló el modelo cinemático del robot para obtener el conjunto de configuraciones de desplazamientos básicos que puede realizar un vehículo equipado con ruedas omnidireccionales. El modelo cinemático obtenido puede ser implementado para un robot de  $n$ -ruedas. Finalmente se obtuvo una ley de control para regular la velocidad de las ruedas utilizan-

do la teoría de retroalimentación lineal de estado y se implementó con la computadora en tiempo real ds1103 de dSPACE. Para implementar la ley de control se resolvió el problema de la medición de la velocidad de las ruedas utilizando el bloque de DS1103ENC\_POS de Simulink. Los objetivos de control se resumen a continuación

1. Obtención del modelo cinemático directo e inverso.
2. Medición de la velocidad de las ruedas utilizando la tarjeta ds1103 de dSPACE
3. Diseño e implementación de una ley de control para regular la velocidad de las ruedas del robot

El problema asociado a la desviación de la orientación del vehículo ocasionado por el componente lateral de la rueda omnidireccional que genera vibraciones en el chasis y causa derrapes y deslizamientos no deseados en desplazamientos del robot, predominantemente en los desplazamientos laterales izquierda/derecha, fue parcialmente resuelto al introducir una ley de control para regular la velocidad de las ruedas del vehículo. La acción de retroalimentación corrigió errores que pudieran ocasionar que las ruedas giren a diferentes velocidades y que los componentes vectoriales laterales y verticales de la rueda pudieran ser de diferente magnitud. La respuesta transitoria de la respuesta de las ruedas ante la ley de control  $u(t)$  fue similar para las ruedas actuadas cosa que no sucede en lazo abierto, reduciendo los índices de desviación.

### **Trabajo futuro**

En cuanto al trabajo a futuro, en lo que se refiere al diseño y construcción, considerando la experiencia obtenida en el prototipo resultante de esta investigación, se enfoca principalmente en una mejora global de hardware que permita transitar hacia un nivel de madurez tecnológica TRL5 que permita la puesta en marcha del robot en entornos relevantes, como

puede ser en tareas de limpieza, transporte y reparto de material al interior del laboratorio de Mecatrónica y que pueda ser útil a la comunidad universitaria.

En lo que se refiere a control, es importante obtener el modelo dinámico de las ruedas que conforman al robot para la obtención de una ley de control que rechace dinámicas no modeladas que permitan un mejor desempeño del control de velocidad de las ruedas, corrigiendo errores asociados a perturbaciones externas y asegurando respuestas transitorias más efectivas en algún sentido. Al mismo tiempo, trabajar en una estrategia de control basada en sincronización para retroalimentar la orientación del cuerpo del robot y que conserve sus características holonómicas, es decir, que sea omnidireccional, y probar controles cinemáticos para el desplazamiento del vehículo hacia cualquier ángulo.

# Referencias

- [1] Zugasti Paternain, A. (2019). Incidencia de los robots sobre el PIB, el empleo y la desigualdad: un análisis empírico con datos de panel.
- [2] Spong, M. W., Hutchinson, S., & Vidyasagar, M. (2006). Robot modeling and control (Vol. 3, pp. 75-118). New York: Wiley.
- [3] Ben-Ari, M., & Mondada, F. (2017). Elements of robotics. Springer Nature.
- [4] Chen, P. J., Yang, S. Y., Chen, Y. P., Muslikhin, M., & Wang, M. S. (2021). Slip estimation and compensation control of omnidirectional wheeled automated guided vehicle. *Electronics*, 10(7), 840.
- [5] Udomsaksenee, J., Wicaksono, H., & Nilkhamhang, I. (2018, July). Global Control for Mecanum-Wheeled Vehicle with Slip Compensation. In 2018 15th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON) (pp. 403-406). IEEE.
- [6] Dong, D., Fang, Y., & Zhou, Z. (2019, September). Omnidirectional Mobile Robot Structure Design. In Proceedings of the 2019 International Conference on Robotics, Intelligent Control and Artificial Intelligence
- [7] Schwering, J. M., Kanevsky, M. J., Hayes, M. J. D., & Langlois, R. G. (2019). Atlas motion platform split-axle mecanum wheel design. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*.
- [8] Chen, Z. Y., Liaw, P. R., Nguyen, V. L., & Lin, P. T. (2021). Design of a high-payload Mecanum-wheel ground vehicle (MWGV). *Robotic Systems and Applications*
- [9] Gracia Calandin, L. I. (2008). Modelado cinemático y control de robots móviles con ruedas (Doctoral dissertation, Universitat Politècnica de València).
- [10] KUKA (2022). KUKA OmniMove. KUKA. Recuperado el 5 de Mayo del 2023 de <https://www.kuka.com/es-mx/productos-servicios/movilidad/plataformas-m%C3%B3viles/kuka> -

omnimove

- [11] Tătar, M. O., Cirebea, C., & Mândru, D. (2013). Structures of the omnidirectional robots with swedish wheels. In *Solid State Phenomena* (Vol. 198, pp. 132-137). Trans Tech Publications Ltd.
- [12] Salih, J. E. M., Rizon, M., & Yaacob, S. (2006). Designing omni-directional mobile robot with mecanum wheel. *American Journal of Applied Sciences*, 3(5), 1831-1835.
- [13] Doroftei, I. (2009). Conceptual design of an omni-directional mobile robot. In *SYROM 2009: Proceedings of the 10th IFToMM International Symposium on Science of Mechanisms and Machines*, held in Brasov, Romania, october 12-15, 2009 (pp. 115-127). Springer Netherlands.
- [14] Dong, D., Fang, Y., & Zhou, Z. (2019, September). Omnidirectional Mobile Robot Structure Design. In *Proceedings of the 2019 International Conference on Robotics, Intelligent Control and Artificial Intelligence* (pp. 195-199).
- [15] Chen, Z. Y., Liaw, P. R., Nguyen, V. L., & Lin, P. T. (2021). Design of a high-payload Mecanum-wheel ground vehicle (MWGV). *Robotic Systems and Applications*, 1(1), 24-34.
- [16] Ahmad, N., Ghazilla, R. A. R., Khairi, N. M., & Kasi, V. (2013). Reviews on various inertial measurement unit (IMU) sensor applications. *International Journal of Signal Processing Systems*
- [17] Yost Labs. (2017). 3-Space Sensor. Miniature Attitude and Heading Reference System With Pedestrian Tracking User's Manual. Yost Labs, Inc.
- [18] Dhaker, P. (2018). Introduction to SPI interface. *Analog Dialogue*
- [19] Cortés, F. R. (2020). *Robótica: control de robots manipuladores*. Marcombo.
- [20] Olechowski, A., Eppinger, S. D., & Joglekar, N. (2015, August). Technology readiness levels at 40: A study of state-of-the-art use, challenges, and opportunities. In *2015 Portland international conference on management of engineering and technology (PICMET)* (pp. 2084-2094). IEEE.
- [21] Siegwart, R., Nourbakhsh, I. R., & Scaramuzza, D. (2011). *Introduction to autonomous mo-*

bile robots. MIT press.

- [22] Gorrostieta, E., Vargas-Soto, E., Zuñiga-Aviles, L., Rodriguez-Resendiz, J., & Tovar-Arriaga, S. (2015). Mechatronics methodology: 15 years of experience. *Ingeniería e Investigación*, 35(3), 107-114.
- [23] Taheri, H., Qiao, B., & Ghaeminezhad, N. (2015). Kinematic model of a four mecanum wheeled mobile robot. *International journal of computer applications*
- [24] Alhanov, D. S., & Rubtsov, V. I. (2020). Development of the Laboratory Work: "Modeling of a Mobile Robot on Mecanum Wheels Kinematics". In *ITM Web of Conferences* (Vol. 35, p. 04001). EDP Sciences.
- [25] Tătar, M. O., Popovici, C., Mândru, D., Ardelean, I., & Pleșa, A. (2014, May). Design and development of an autonomous omni-directional mobile robot with Mecanum wheels. In *2014 IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics*
- [26] Doroftei, I., Grosu, V., & Spinu, V. (2007). Omnidirectional mobile robot-design and implementation (pp. 511-528). London, UK: INTECH Open Access Publisher.
- [27] Ogata, K. (2003). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación.
- [28] Wang, H., & Pu, J. T. (2013). An improved variable M/T method based on speed estimation for optical incremental encoders. In *Proceedings of 2012 3rd International Asia Conference on Industrial Engineering and Management Innovation (IEMI2012)*. Springer Berlin Heidelberg.
- [29] Pu, J. T., & Wang, H. (2012, September). A novel variable M/T method for speed measurement with high precision in a wide speed range. In *2nd International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology*. Atlantis Press.
- [30] Xu, J., Yin, X., Cui, X., & Liu, Z. (2017, April). A realization method of rotating speed measurement based on different M/T. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1829, No. 1, p. 020015). AIP Publishing LLC.
- [31] Wang, S. L. (2018). Motion Control and the Skidding of Mecanum-Wheel Vehicles. *IJISSET-International J. Innov. Sci. Eng. Technol*, 5(5), 75-82.