



**Universidad Autónoma de Baja California**

---

---

**Facultad de Ingeniería Mexicali**  
**Ingeniería Mecánica**

“Modelado y Simulación de un Intercambiador  
de Calor Geotérmico de Tubería Coaxial por el  
Método de Diferencias Finitas”

**TESIS**

PARA OBTENER EL GRADO DE  
**INGENIERO MECÁNICO**

PRESENTA

**Jesus Guillermo Valenzuela Hanon**

DIRECTOR

**Dr. Fernando Lara Chávez**

CODIRECTOR

**Dr. Oscar Alejandro López Núñez**



Mexicali, Baja California. Abril 2025

## Dedicatoria

*Este trabajo se lo dedico a mis padres, Bertha A. Hanon R. y Victor M. Valenzuela S., que me dieron la vida, criaron con mucho amor y cariño, enseñándome a esforzarme para alcanzar mis metas, y ser mis mejores ejemplos a seguir.*

*A mi hermano Victor M. Valenzuela H., que siempre me ha apoyado, motivado a superarme y a la búsqueda de nuevos conocimientos y retos.*

*A mi novia Frida K. Morales J. por ser una gran persona con mucho amor, cariño, y siempre motivarme a ser mejor.*

*A toda mi familia, por su apoyo, confianza y cariño.*

# Agradecimientos

Al **Dr. Fernando Lara Chávez** por su disponibilidad, tiempo y apoyo en todo momento, ofrecerme su amistad, compartirme de sus conocimientos y experiencia permitiéndome explorar las ciencias y comenzar mi camino en el mundo de la investigación.

Al **Dr. Juan Manuel Barroso Maldonado** por introducirme al mundo de la investigación, apoyarme en mis estudios del área de termofluidos con mis dudas e inquietudes, cultivarme la semilla de curiosidad y motivarme a explorar más allá; por su amistad, conocimiento y todo su apoyo.

Al **Dr. Oscar Alejandro López Núñez** por el apoyo, los consejos brindados, su tiempo dedicado apoyándome en mis dudas y revisión del presente trabajo, y su amistad.

A mi madre **Dra. Bertha Alicia Hanon Rodríguez** pese a todo, el apoyo, por guiarme y motivarme durante mis estudios otorgándome todo lo necesario para llegar hasta aquí, darme mucho amor y cariño, siendo la mejor, un excelente ejemplo a seguir.

A mi padre **Ing. Victor Manuel Valenzuela Soto** por tu amor, apoyo, dedicación y responsabilidad; por enseñarme a trabajar duro y entregarlo todo para alcanzar mis metas; tus consejos y enseñanzas, demostrando ser un excelente ejemplo a seguir.

A mi hermano **Ing. Victor Manuel Valenzuela Hanon** por motivarme, tus consejos, confianza, pláticas, risas, apoyo y la revisión de la redacción del presente trabajo; por ser un gran hermano y amigo.

A mi novia **Frida Karina Morales Jaramillo** por tu apoyo incondicional, comprensión, cariño y amor; por los bellos momentos de diversión y convivencia, por escucharme y brindarme palabras de aliento y motivación cuando lo necesitaba; por tu paciencia, confianza, positividad y creer en mí.

A mis amigos y compañeros: **Alejandro Arroyo, Michel López, Aylin Torres, Oscar Díaz, Edgardo Juárez, Daniel Huape, Alam Quirino, Adrián Gómez y Eduardo Preciado** por brindarme su amistad, conocimientos y apoyo durante nuestros estudios, por la confianza, los buenos momentos de convivencia y ocio.

Todas las personas que de alguna forma tuvieron influencia en la elaboración de este trabajo.

# Resumen

El desarrollo e implementación de tecnologías impulsadas por energías renovables ha sido un tema relevante para la comunidad científica en los últimos años, esto como una estrategia para combatir las problemáticas ambientales a las que se enfrenta en todo el mundo. Las tecnologías de enfriamiento convencionales debido a que requieren de energía eléctrica y refrigerantes para su funcionamiento contribuyen al deterioro del medio ambiente.

La energía geotérmica es una de las energías renovables con gran potencial puesto que presenta alta disponibilidad y pocas limitaciones, contrario a la energía solar y eólica que dependen de las estaciones del año, horarios y fenómenos climatológicos. El desarrollo y estudio de la energía geotérmica se concentra en la obtención de vapor a grandes profundidades para la generación de energía, sin embargo, a escasas profundidades es posible aprovechar la estabilidad térmica del subsuelo como sumidero de calor para diferentes aplicaciones.

En el presente trabajo se desarrolla un modelo matemático para un intercambiador geotérmico de tubería coaxial, en el cual se colocan nodos de forma estratégica en las zonas más críticas del sistema, así mismo, se establece el mallado de forma que el nodo se ubique en el centro del elemento. Una vez establecido los elementos, son determinados los mecanismos de transferencia de calor y las ecuaciones que los modelan utilizando el método de diferencias finitas. Las ecuaciones nodales son programadas y resueltas en el software Matlab. A partir del programa, se evalúa un caso de estudio donde el intercambiador se encuentra operando bajo las condiciones del subsuelo de Mexicali, Baja California a escasas profundidades.

Los resultados muestran que el modelo es capaz de simular la transferencia de calor que ocurre dentro del intercambiador, demostrando ser efectivo y una buena alternativa para el enfriamiento de fluidos en diversas aplicaciones. Además, se obtiene un modelo adaptable para análisis térmicos de intercambiadores de calor coaxiales con diferentes propiedades y dimensiones. El dispositivo de disipación de calor tierra-agua bajo las condiciones indicadas del caso de estudio, logró reducir la temperatura inicial de 35.52 °C a 31.60 °C a la salida con una eficiencia de 40.9% cuando la entrada del fluido es a través de la tubería interna, mientras que para el caso donde la entrada es por la tubería anular la temperatura inicial de 35.52 °C se redujo a 33.28 °C a la salida con una eficiencia de 23.4%. En conclusión, se determina que el intercambiador de calor geotérmico de tubería coaxial obtiene una menor temperatura del fluido a la salida y mayor eficiencia cuando la dirección de entrada es a través de la tubería interna.

# Abstract

The development and implementation of technologies powered by renewable sources have become a significant topic for the scientific community in recent years, as a strategy to address the global environmental issues. Conventional cooling technologies contribute to environmental degradation due to their reliance on electrical energy and refrigerants.

Geothermal energy is a promising renewable source due to its abundant availability and minimum limitations. Unlike solar and wind energy, geothermal energy doesn't depend on the seasons, time of the day, or climate conditions. The study and development of geothermal energy has primarily focused in electricity generation through the extraction of steam from deep underground. However, at shallower depths, the ground's thermal stability can be utilized as a heat sink for various applications.

In the present work a mathematical model is developed for a coaxial borehole heat exchanger, in which nodes are placed in the most critic zones of the system, in addition, the mesh is established so that the node is found at the center of the element. Once the elements are established, the heat transfer mechanisms and the modeling equations are determined using the finite difference method. The nodal equations are programed and solved using the software Matlab. Using said program, a case of study is evaluated when the heat exchanger is working in the ground of the city of Mexicali, Baja California at shallow depths.

The results show that the model can simulate heat transfer that occurs inside the heat exchanger, demonstrating that is both an effective and viable alternative for conventional cooling systems of various applications. In addition, the model is adaptable for thermal analysis of coaxial borehole heat exchangers with different dimensions and thermal properties. The water-earth heat exchanger under the set conditions managed to decrease the initial temperature of 35.52 °C to 31.60 °C at the outlet, with an efficiency of 40.9% when the inner pipe is used as inlet, meanwhile when the annular pipe is used as inlet the initial temperature of 35.52 °C is decreased to 33.28 °C at the outlet with an efficiency of 23.4% In conclusion, it's determined that the CBHE obtains the lowest outlet temperature and maximum efficiency when the inner pipe is used as inlet.

# Contenido

<b>Resumen .....</b>	<b>IV</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>V</b>
<b>Lista de figuras .....</b>	<b>VIII</b>
<b>Lista de tablas.....</b>	<b>IX</b>
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes.....	2
1.2. Problemática. ....	7
1.3. Justificación. ....	8
1.4. Hipótesis. ....	9
1.5. Objetivos.....	9
1.5.1. Objetivo general. ....	9
1.5.2. Objetivos específicos.....	9
1.6. Descripción general de la tesis.....	10
<b>CAPÍTULO 2. MARCO REFERENCIAL.....</b>	<b>11</b>
2.1. Energía geotérmica. ....	12
2.2. Energía geotérmica de baja entalpía.....	16
2.3. Intercambiadores de calor geotérmicos.....	18
2.3.1. Intercambiadores geotérmicos horizontales.....	18
2.3.2. Intercambiadores geotérmicos verticales.....	20
<b>CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA.....</b>	<b>30</b>
3.1. Descripción del sistema.....	31

3.2. Ecuaciones de transferencia de calor. ....	32
3.3. Método de diferencias finitas.....	36
3.4. Nodos y mallado. ....	38
3.5. Modelo matemático. ....	42
3.5.1. Casos especiales. ....	49
3.5.2. Propiedades del sistema. ....	56
3.5.3. Dimensiones de sistema.....	57
<b>CAPÍTULO 4. RESULTADOS.....</b>	<b>59</b>
4.1. Caso de estudio del intercambiador de calor. ....	60
4.1.1. Entrada del fluido a través de la tubería interna. ....	61
4.1.2. Entrada del Fluido a través de la tubería anular.....	62
<b>CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES .....</b>	<b>65</b>
5.1. Conclusiones.....	66
<b>Referencias.....</b>	<b>68</b>

# Lista de figuras

Figura 1.	Funcionamiento del qanat.....	2
Figura 2.	Configuración híbrida de bomba de calor geotérmica coaxial. ....	7
Figura 3.	Gradiente geotérmico a) promedio b) mayor al promedio [22]. ....	13
Figura 4.	Bomba de calor geotérmica operando en a) modo calefacción b) modo refrigeración.....	15
Figura 5.	Intercambiador geotérmico horizontal tipo a) lineal b) slinky c) helicoidal. ....	18
Figura 6.	Conexión en a) serie b) paralelo y c) zanja de intercambiadores horizontales. ....	19
Figura 7.	Intercambiadores geotérmicos a) tubería en U b) doble tubería U c) coaxial simple d) coaxial compuesta.....	21
Figura 8.	Conexiones en a) serie b) paralelo de intercambiadores verticales.....	21
Figura 9.	Intercambiador de calor geotérmico coaxial simple y coaxial complejo.....	23
Figura 10.	Gráfico de temperatura-profundidad de intercambiadores geotérmicos coaxiales. ....	24
Figura 11.	Gráfico de temperatura-profundidad con temperaturas del suelo medidas, promedios y con gradientes.....	25
Figura 12.	Gráfico temperatura-profundidad con 1, 2 y 3 K por 100 m entrando por la a) tubería interior para inyección de calor b) tubería anular para extracción de calor. ....	25
Figura 13.	Temperatura de salida y calor transferido del CBHE respecto a flujo volumétrico.....	27
Figura 14.	Direcciones de trayectoria del fluido entrando por la a) tubería anular b) tubería interna..	28
Figura 15.	Intercambiador geotérmico coaxial a) vista superior b) vista lateral. ....	31
Figura 16.	Direcciones de entrada del fluido a) tubería interna b) tubería anular. ....	32
Figura 17.	Sistema axisimétrico del intercambiador de calor geotérmico coaxial.....	38
Figura 18.	Configuración de nodos en la zona superior del sistema. ....	39
Figura 19.	Nodos establecidos en la zona superior. ....	39
Figura 20.	Nodos establecidos en la zona inferior del sistema.....	39
Figura 21.	Nodos y temperaturas establecidos en la zona inferior del sistema. ....	40
Figura 22.	Sistema con nodos establecidos. ....	40
Figura 23.	Esquema ilustrativo de radios primos. ....	41
Figura 24.	Esquema ilustrativo de la altura de los elementos en la zona inferior del sistema. ....	42
Figura 25.	Sección superior del sistema.....	43
Figura 26.	Esquema ilustrativo sección del sistema a 24 m de profundidad.....	49
Figura 27.	Esquema ilustrativo nodos a 24 m de profundidad. ....	53
Figura 28.	Dimensiones de la tubería coaxial y grout. ....	58
Figura 29.	Perfil de temperaturas del sistema al ingresar el fluido por la tubería interna. ....	61

Figura 30. Gráfico temperatura-profundidad del sistema al ingresar el fluido por la tubería interna. . 62  
Figura 31 Perfil de temperaturas del sistema al ingresar el fluido por la tubería anular. .... 63  
Figura 32. Gráfico temperatura-profundidad del sistema al ingresar el fluido por la tubería interna...63

## Lista de tablas

Tabla 1. Propiedades termofísicas del caso de estudio. .... 56  
Tabla 2. Variación de temperaturas del subsuelo con la profundidad. .... 57

# Nomenclatura

Símbolo	Definición	Unidades
$A$	Área de sección transversal.	$m^2$
CBHE	Intercambiador de calor geotérmico tubería coaxial.	-
CFD	Dinámica de fluidos computacional.	-
$C_p$	Calor específico.	J/kg·C
$d$	Diámetro.	m
$d_h$	Diámetro hidráulico.	m
$\Delta$	Distanciamiento entre nodos vertical.	m
$\varepsilon$	Rugosidad de la tubería.	m
$f$	Factor de fricción.	-
GEI	Gases de efecto invernadero.	-
GHE	Intercambiador de calor geotérmico.	-
GSHP	Bomba de calor geotérmica.	-
$h$	Coefficiente de transferencia de calor por convección.	$W/m^2 \cdot C$
$h_a$	Coefficiente de convección de la tubería anular.	$W/m^2 \cdot C$
$h_c$	Coefficiente de convección de la tubería interna.	$W/m^2 \cdot C$
$k$	Conductividad térmica.	$W/m \cdot C$
$k_a$	Conductividad térmica del acero inoxidable.	$W/m \cdot C$
$k_e$	Conductividad térmica de la tubería anular.	$W/m \cdot C$
$k_i$	Conductividad térmica de la tubería interna.	$W/m \cdot C$
$k_s$	Conductividad térmica del subsuelo.	$W/m \cdot C$
$L$	Longitud.	m
$\dot{m}$	Flujo másico.	kg/s
$\mu$	Viscosidad dinámica.	Pa·s
$\eta$	Eficiencia.	-
Pr	Número de Prandtl.	-
$\rho$	Densidad.	$kg/m^3$
$q$	Transferencia de calor.	W
$q_{cond}$	Transferencia de calor por convección.	W
$q_{conv}$	Transferencia de calor por conducción.	W

<b>Símbolo</b>	<b>Definición</b>	<b>Unidades</b>
r	Radio.	m
r'	Radio primo.	m
Re	Número de Reynolds.	-
T	Temperatura.	°C
T <sub>e</sub>	Temperatura de entrada.	°C
$\dot{v}$	Flujo volumétrico.	L/min

# **CAPÍTULO 1.**

# **INTRODUCCIÓN**

## 1.1. Antecedentes.

La energía geotérmica se define descomponiendo la palabra geotérmica etimológicamente en dos vocablos griegos, *geo* que significa Tierra y *thermos* que significa calor, por lo tanto, es definida como el calor de la tierra. Este tipo de energía es clasificada como limpia y renovable, su aprovechamiento se remonta a civilizaciones antiguas que eran atraídas por las aguas termales por motivos de supervivencia como para la cocción de sus alimentos o refugio de las bajas temperaturas, así mismo, principalmente los griegos y romanos las utilizaban en los baños públicos como un lugar sagrado de relajación, salud y ocio.

La civilización persa también aprovechaba la energía geotérmica, la cual era utilizada para la climatización de espacios mediante torres de viento y el “qanat”, esta tecnología constaba de una torre de hasta 15 metros de altura, la cual hacía fluir aire a mayor temperatura por medio un conducto hacia un canal subterráneo. El canal subterráneo, llamado “qanat”, transporta agua a menor temperatura la cual junto con el subsuelo, al entrar en contacto con el aire reduce su temperatura, en la figura 1 se observa el funcionamiento de dicho sistema, este fue el primer acercamiento sobre la utilización de las temperaturas estables presentes en el subsuelo.

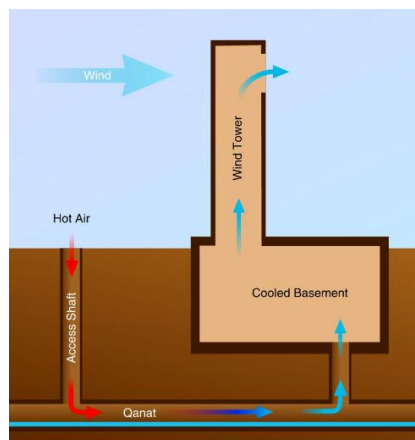


Figura 1. Funcionamiento del qanat.

En la exploración de las minas durante siglos XVII y XVIII, se pudo identificar que la temperatura aumentaba con la profundidad, lo que llevó a que en 1740 en una mina cercana a Belfort, Francia se realizaran las primeras mediciones de temperatura, y hasta 1870 mediante el análisis del calor radiogénico se comprendió el fenómeno como un balance térmico.

En 1890 y 1891 en Boise, Idaho, la compañía Boise Water Works instaló dos pozos geotérmicos donde se obtuvo agua a altas temperaturas, con estos se impulsó la operación del primer sistema distrital de calefacción geotérmico [1].

Años después, en 1912 el ingeniero suizo-mexicano Heinrich Zoelly desarrollo y patentó el concepto de una bomba de calor geotérmica la cual extraía energía directamente del subsuelo para emplearlo en un sistema de calefacción, sin embargo, no fue hasta 1945 en Indianápolis, EE.UU. que Robert C. Webber instaló una bomba de calor geotérmica en su vivienda. En años subsecuentes se continuó investigando e implementando dispositivos impulsados por energía geotérmica en todo el mundo, aún más cuando se buscaron alternativas a los combustibles fósiles debido a su alto impacto ambiental.

El uso de las bombas de calor geotérmicas (GSHP, por sus siglas en inglés) son utilizadas para aprovechar el calor del subsuelo para la climatización de espacios, ya que las bombas de calor tienen un funcionamiento reversible que permite obtener calefacción y enfriamiento de la misma fuente. Al manejar GSHP también se relaciona el concepto de intercambiador de calor geotérmico (GHE, por sus siglas en inglés), este dispositivo permite la ganancia o cedencia de calor al subsuelo, estos también son llamados intercambiadores de calor de tierra-agua o tierra-aire, dependiendo del fluido.

En diferentes estudios se demuestra que las temperaturas en el subsuelo permanecen estables a partir de una profundidad específica, generalmente de 10 m, y oscilan entre los 20-30 °C [2], a razón que estas temperaturas son estables es que son adecuadas para aplicaciones de climatización, mediante el uso de bombas de calor geotérmicas [3].

Cavazzini et al. [4] estudiaron de manera teórica y experimental acerca de la implementación de un intercambiador de calor de tierra-aire a una bomba de calor de una vivienda en Valtelina, Italia, donde sus resultados muestran una reducción del 30% en el consumo eléctrico anual al integrar el intercambiador. Durante el invierno el intercambiador proveía suficiente energía para satisfacer las necesidades de calentamiento, sin embargo, en el verano el sistema no las satisfacía por lo que se implementaron sistemas auxiliares, no obstante, presentaba menor consumo que la configuración original.

D.A. Rodríguez-Alejandro et al. [5] realizaron un análisis teórico y experimental acerca del acoplamiento de un intercambiador de calor geotérmico de tubería en U a una bomba de calor para el acondicionamiento de 41.16 m<sup>3</sup> de espacio, se utilizó una tubería de polietileno de alta densidad (HDPE) de 32 mm de diámetro externo, enterrada a 100 m de profundidad, en esta se hizo fluir agua a 3.8 L/min inicialmente a 30 °C. Los resultados del estudio experimental mostraron que el intercambiador logró reducir la temperatura 3.8 °C y la humedad relativa al 30%, con un COP de 3.3.

H. Boughanmi et al. [6] realizaron un estudio teórico y experimental sobre el uso de un intercambiador de calor geotérmico de serpentín integrado a una bomba de calor para la climatización de un invernadero en Túnez, África. El material de la tubería del intercambiador fue polietileno de alta densidad (HDPE) con un diámetro de 2.5 cm. Para el sistema de bomba de calor se colocaron dos intercambiadores con 4 m de

distancia entre ellos, con un flujo másico de agua de 0.08 kg/s, con una temperatura inicial de 55 °C al encender el sistema. Los resultados mostraron que los intercambiadores lograron disminuir la temperatura hasta 30°C, disipando 8kW obteniendo un COP de 3.9 para la bomba de calor y de 2.82 para el sistema completo.

Los estudios discutidos se concentran en el acoplamiento de intercambiadores geotérmicos a bombas de calor para la climatización de espacios, estos demuestran ser una buena alternativa de los sistemas convencionales ya que permiten reducir el consumo energético de estos, mejorando el coeficiente de operación del sistema. Debido al buen desempeño, bajo impacto ambiental y la gran disponibilidad de este recurso se comenzó a implementar los intercambiadores de calor geotérmicos en aplicaciones con fines de enfriamiento, utilizando el subsuelo como un sumidero de calor.

M. Mahmoud et al. [7] investigaron sobre el uso de un condensador geotérmico de profundidad somera en un ciclo Rankine en Lebanon, donde se proponía reemplazar el uso de condensadores convencionales por el enfriamiento geotérmico directo o indirecto. Se obtuvieron las temperaturas del suelo a 2 m de profundidad de manera experimental, obteniendo una temperatura estable durante todo el año de 15.5 °C, debido a esto se considera que el subsuelo sería un buen sumidero de calor. En sus resultados se plantea que el uso de un intercambiador geotérmico como condensador es más óptimo cuando se integra un dispositivo de rechazo primario para evitar la concentración de calor en el subsuelo y reducir la caída de presión.

B.B. Ozbek et al. [8] realizaron análisis por medio CFD sobre el uso de un intercambiador geotérmico como fuente de enfriamiento de una central geotérmica operando un Ciclo Rankine Orgánico en Turquía. El modelo consiste en una tubería de polietileno reticulado a una profundidad de 15 m, el cual funcionaría como un dispositivo auxiliar para el enfriamiento de agua proveniente de una torre de enfriamiento. En el estudio se realiza utilizando diámetros de 0.5, 2 y 4 in, se muestra que los diámetros de 0.5 y 2 in, presentan menores temperaturas a la salida, sin embargo, requieren de mayor número de tuberías lo cual resulta inconveniente, la tubería de 4 in de diámetro resulta óptima obteniendo un aumento de 2.28 MWh en la producción de electricidad.

E. Jaleel Mahdi et al. [9] propusieron el uso de un intercambiador de tierra-aire para el enfriamiento de un panel fotovoltaico en el norte de Iraq. El estudio consistió en un análisis por medio de CFD de dos tuberías de PVC de 12 m de longitud fueron colocadas a 3 m de profundidad, la descarga de la tubería estaba colocada de un panel fotovoltaico de 100 cm de largo y 60 cm de ancho. Estableciendo la temperatura del suelo constante de 20 °C y la temperatura ambiental de 45 °C, se realiza la simulación del

sistema por 10 h y se obtiene que la temperatura del panel se redujo un 28% y un aumento del 6.5% en la potencia producida en comparación con el sistema sin enfriamiento, generando un máximo de 88 W.

R. Hassanzadeh & M. Khalili [10], evaluaron la posibilidad de reemplazar el uso de torres de enfriamiento por un intercambiador geotérmico horizontal como fuente de enfriamiento de un chiller. Se evalúa el funcionamiento del intercambiador mediante simulaciones de CFD, donde el modelo consiste en una tubería de polietileno de 25 mm de diámetro nominal y 10 m de longitud, colocado a una profundidad de 1.2 m, con dicho modelo se realizan múltiples simulaciones paramétricas variando el flujo másico, conductividad térmica del suelo y temperaturas de entrada, el tiempo de simulación considerado es de 168 h, aproximadamente una semana. Los resultados de las simulaciones muestran que el intercambiador tiene mejor desempeño cuando se utiliza materiales de alta conductividad térmica para el suelo y un gradiente de temperatura alto, la configuración más óptima es cuando se emplea limolita y una temperatura inicial de 45 °C. Así mismo, variando el flujo de agua se obtiene que el funcionamiento es óptimo cuando se utiliza un Reynolds de 500, el cual logra reducir la temperatura inicial 7.5 °C, dichos resultados se presentan en la hora 168 durante funcionamiento continuo. Posteriormente, se realizaron simulaciones con funcionamiento intermitente donde muestra una mejora en operación comparado con el funcionamiento continuo, con lo anterior se concluye que el intercambiador consigue suministrar las necesidades de enfriamiento de un chiller.

En ocasiones, la implementación de los intercambiadores geotérmicos no satisface completamente las necesidades del sistema y resulta inconveniente su instalación, sin embargo, la búsqueda del aprovechamiento de la energía geotérmica y uso de las energías renovables para la reducción del consumo de energía ha llevado a analizar estos dispositivos y sistemas con el fin de implementar mejoras para aumentar la eficiencia de los mismos, logrando satisfacer las necesidades del sistema y reducir el consumo energético.

M. Roshani et al. [11] proponen la adición de aletas a un intercambiador geotérmico de tubería en U que se encuentra integrado como condensador a una bomba de calor, así mismo, el uso de materiales de cambio de fase (PCM) al material de relleno con el propósito de mejorar la eficiencia del sistema. En el análisis CFD se estableció un periodo de operación de 24 h del sistema, que consiste en una tubería de 26 mm de diámetro interno a 2 m de profundidad, empleando agua como fluido de trabajo a 300 K y un flujo de entrada de 4 L/min; se agregaron 4 configuraciones de aletas; espiral simple con paso de 60 mm (caso II), espiral simple con paso de 40 mm (caso III), espiral doble con paso de 60 mm (caso IV) y espiral doble con paso de 40 mm (caso V).

Del estudio se obtiene que el uso de aletas, en general, mejora el desempeño del intercambiador ya que aumenta el área, por ende, aumenta la transferencia de calor, así mismo, permite disminuir la concentración de calor en el subsuelo debido al PCM. El caso V fue la configuración más eficiente logrando reducir la temperatura hasta 298.5 K, aumentando la eficiencia a 0.133%, por consecuencia se aumenta el COP del sistema un 4%.

R. Du et al. [12] presentaron un estudio experimental acerca del uso de nanofluidos en intercambiadores de calor geotérmicos, este se llevó a cabo mediante un banco de pruebas en el cual se encuentran dos tuberías de cobre de doble U, dos contenedores conectados cada uno a una bomba que hacía fluir agua hacia un intercambiador y el nanofluido CuO/agua hacia el otro, ambos fluidos son calentados mediante una resistencia antes de entrar al intercambiador, las temperaturas iniciales varían entre los 20 y 40 °C. Con base en el estudio experimental se realizó un modelado de fase discreta para identificar el comportamiento de las nanopartículas dentro del intercambiador. Los resultados del estudio mostraron que el uso de nanofluidos aumentó la transferencia de calor 39.84% debido a que el movimiento caótico de las partículas se distribuye y retrasa la formación de la capa límite térmica, sin embargo, las nanopartículas provocan que el fluido sea más viscoso y aumenten el consumo de la bomba 16.6%.

J. Zhang et al. [13] realizaron un análisis mediante CFD sobre el uso de un intercambiador geotérmico concéntrico de multicarcasa de profundidad media, dicho intercambiador consiste en tres tuberías; interior, anular y exterior. El funcionamiento del intercambiador depende de la dirección del flujo y las tuberías utilizadas; para el caso de enfriamiento se utilizaron las tuberías anular y exterior, y para el calentamiento se utilizaron las tuberías interior y exterior, como se muestra en la figura 2. En sus resultados se menciona que el intercambiador realiza las funciones de calentamiento durante el invierno, logrando aumentar la temperatura inicial de 20 °C, hasta 6.66 °C, y durante el verano disminuye la temperatura inicial de 40, 45 y 50 °C, hasta 2 °C. La ventaja de este modelo de intercambiador es que permitió utilizar el calor cedido en el verano durante invierno cuando es extraído, evitando la concentración de calor en el subsuelo.

A. Acuña et al. [14] investigaron acerca del impacto de la integración de un intercambiador geotérmico en un sistema de refrigeración solar con capacidad de enfriamiento de 12.3 kW, donde el condensador es sustituido por el intercambiador geotérmico de tubería en U. Mediante análisis experimental en la ciudad de Mexicali se obtuvieron las temperaturas del suelo y el desempeño del intercambiador a 1, 2, 4 y 10 m, con estos datos se realizó un análisis teórico del sistema de refrigeración solar. Los resultados mostraron que la fracción solar de energía proporcionada al sistema sin el intercambiador geotérmico era del 14%, una vez integrado el intercambiador esta aumentó el 41, 64, 82 y 78% a 1, 2, 4 y 10 m de profundidad, respectivamente, debido a que al ser integrado el consumo energético del sistema es reducido. Es

concluido que el intercambiador geotérmico es una buena alternativa para sustituir los condensadores convencionales teniendo su funcionamiento óptimo a 4 m de profundidad.

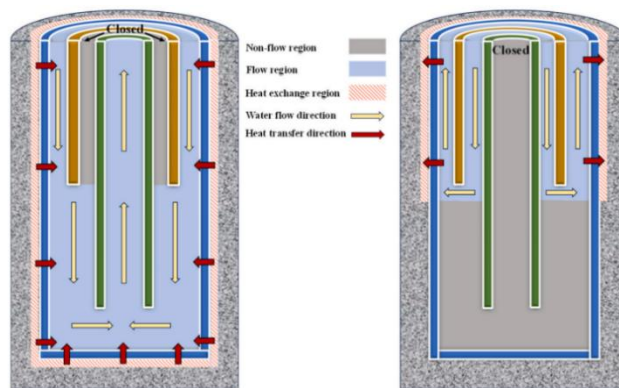


Figura 2. Configuración híbrida de bomba de calor geotérmica coaxial.

Basado en lo anterior, es posible deducir que la energía geotérmica es un recurso natural que tiene gran disponibilidad y potencial, por lo que resulta viable realizar investigaciones acerca de su aprovechamiento para el enfriamiento de fluidos.

## 1.2. Problemática.

En numerosas aplicaciones de la ingeniería se requiere de un sistema de enfriamiento, para los cuales son utilizadas diferentes tecnologías y dispositivos de intercambio de calor como torres de enfriamiento, chillers, ciclos de refrigeración, bombas de calor, entre otros, con el fin de mejorar la eficiencia de sistemas termodinámicos o dispositivos como paneles fotovoltaicos, turbinas, motores, ente otros, así mismo, la climatización de espacios es otro propósito habitual.

El consumo de la energía eléctrica de los dispositivos y sistemas de enfriamiento muestra un impacto ambiental debido a que la energía suministrada a dichos dispositivos es generada mediante la combustión de hidrocarburos que aumentan las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI). A consecuencia de las problemáticas ambientales, las naciones han buscado reducir el consumo eléctrico buscando elevar la eficiencia de los sistemas de generación de energía y alternativas renovables para satisfacer las necesidades energéticas.

Las tecnologías convencionales para el enfriamiento de fluidos presentan algunas desventajas; el enfriamiento por compresión de vapor presenta un consumo eléctrico por parte del compresor, además del uso de refrigerantes que son nocivos para el medio ambiente, el uso de bombas de calor de fuente de aire también presenta un consumo energético, además que dependen de las condiciones climáticas

(temperatura del aire), el uso de torres de enfriamiento requiere de grandes espacios y, al igual que las bombas de calor, dependen de las condiciones climáticas, por mencionar algunas.

Debido a lo anterior se ha impulsado la búsqueda de alternativas que reduzcan el consumo energético, las alternativas más comunes son aquellas accionadas mediante las energías renovables, ya que son energías limpias con bajo impacto ambiental y consumo energético, algunas de las tecnologías de enfriamiento utilizadas son el enfriamiento termosolar, uso de colectores solares en sistemas de bomba de calor, ciclos de refrigeración accionados por biocombustibles, entre otros.

Sin embargo, el uso de las energías renovables también presenta limitaciones como la dependencia en las estaciones del año, clima y horarios, en el caso de los sistemas impulsados por energía solar o eólica. Por otro lado, el aprovechamiento de la biomasa depende de la materia utilizada y disponibilidad, además, debe llevar un proceso de producción donde se adapte el biocombustible al motor o viceversa. Considerando lo anterior, el uso de las energías renovables no satisface completamente el requerimiento energético o resultan inconvenientes para aplicaciones específicas donde se busca sustituir los dispositivos o sistemas convencionales.

### 1.3. Justificación.

Las energías renovables son un buen medio de suministro de energía con poco o nulo impacto ambiental, y son una gran área de oportunidad para reducir el consumo de energía generada mediante la combustión de hidrocarburos, reduciendo las emisiones de gases de efecto invernadero y el calentamiento global, por ello se ha impulsado la investigación de tecnologías para el aprovechamiento de estos recursos, siendo la energía geotérmica uno de los campos de estudio.

La energía geotérmica, es un tipo de energía limpia, sustentable, con pocas limitaciones y alta disponibilidad, por lo que se ha impulsado la investigación, localización y explotación de recursos geotérmicos en especial de alta entalpía para la generación de energía. En México, en 2011 se estimó un potencial geotérmico 7,422 MW<sub>e</sub> en reservas posibles, siendo 5,691, 881 y 849 MW<sub>e</sub> para recursos de alta, mediana y baja entalpía, respectivamente [15]. Sin embargo, los recursos de baja entalpía no han recibido tanta atención como los recursos de alta y mediana entalpía.

Los recursos de baja, o muy baja entalpía, permiten aprovechar directamente el calor del subsuelo que se encuentra a escasas profundidades, esta presenta mayor disponibilidad ya que a escasas profundidades las temperaturas son constantes. Esta energía podría ser aprovechada para diferentes aplicaciones como el

enfriamiento o calentamiento de fluidos para acondicionamiento de espacios, o como métodos de enfriamiento para mejorar la eficiencia de procesos o sistemas termodinámicos.

Debido a lo anterior, resulta conveniente realizar investigaciones acerca de las aplicaciones de la energía geotérmica de baja entalpía, con la finalidad de aprovechar las temperaturas presentes en el subsuelo, reduciendo gastos energéticos debido al enfriamiento de fluidos, y de esta manera producir información, modelos y aplicaciones específicas que contribuyan para el desarrollo e implementación de las energías renovables para múltiples aplicaciones con diferentes fines.

## 1.4. Hipótesis.

Un intercambiador de calor geotérmico de tubería coaxial que es alimentado con un fluido a temperatura superior que la del subsuelo producirá una reducción de la temperatura del fluido a la salida de este.

## 1.5. Objetivos.

### 1.5.1. Objetivo general.

Desarrollar una herramienta de modelado y simulación para intercambiadores de calor geotérmicos coaxiales que empleen agua como fluido de trabajo, con el propósito de mejorar la disipación de calor en futuras aplicaciones térmicas que incorporen el acoplamiento de estos dispositivos.

### 1.5.2. Objetivos específicos.

- Establecer las ecuaciones de transferencia de calor del intercambiador de calor geotérmico empleando el método de diferencias finitas.
- Modelar el intercambiador de calor geotérmico de tubería coaxial, empleando el software Matlab.
- Establecer datos termofísicos y geométricos del intercambiador de calor geotérmico de tubería coaxial de baja entalpía.
- Realizar corridas exploratorias en el simulador para las condiciones y configuraciones de la tubería coaxial.
- Evaluar el comportamiento térmico del intercambiador.

## 1.6. Descripción general de la tesis.

**Capítulo I.** Se presentan los antecedentes de la energía geotérmica y diferentes tecnologías desarrolladas con el propósito de impulsar el uso e investigación de este tipo de energía en dispositivos de disipación de calor, así mismo, se describe la problemática del enfriamiento de fluidos y los medios alternativos que son impulsados por recursos renovables. La hipótesis afirma que mediante el intercambiador de calor geotérmico de tierra-agua podrá disipar calor en el subsuelo reduciendo su temperatura a la salida, y permitirá utilizarse para sistemas o en ciclos termodinámicos mejorando su eficiencia.

**Capítulo II.** Se presentan las bases de la energía geotérmica, particularmente de baja entalpía, presentando los fundamentos, clasificación, aplicaciones comunes y comparación con el uso de otras energías renovables. Así mismo, se presentan los principios de operación y clasificaciones de los intercambiadores de calor geotérmicos.

**Capítulo III.** El sistema analizado es descrito estableciendo los elementos que lo conforman y los mecanismos de transferencia de calor presentes. Se presenta el método de diferencias finitas y las ecuaciones que modelan la transferencia de calor, empleándolas para la deducción y solución del modelo matemático del intercambiador de calor geotérmico coaxial. El modelo matemático es establecido con el fin de que sea programable y adaptable para diferentes aplicaciones con propiedades variables. Además, se establecen las propiedades y dimensiones necesarias para el análisis.

**Capítulo IV.** Se exponen los resultados obtenidos del modelado y simulación del intercambiador de calor geotérmico de tubería coaxial cuando son aplicadas las condiciones del caso de estudio.

**Capítulo V.** Se presentan las conclusiones de las condiciones de operación y el comportamiento térmico del intercambiador de calor geotérmico coaxial.

# **CAPÍTULO 2.**

## **MARCO REFERENCIAL**

## 2.1. Energía geotérmica.

En la actualidad, la energía se ha convertido en un requisito para nuestro día a día, siendo utilizada para el transporte, la iluminación, alimentación, entre otras aplicaciones, por lo que se han desarrollado diferentes metodologías para la obtención de energía. La mayor parte de la energía es obtenida mediante la combustión de hidrocarburos como es el gas natural, el carbón y el petróleo, correspondientes a las energías no renovables. A nivel mundial, el consumo del petróleo, gas natural y carbón representan un 30.9%, 23.2% y 26.8%, respectivamente, siendo el 80.9% de la energía generada en septiembre del 2020 [16].

La combustión de hidrocarburos produce un impacto negativo en el medio ambiente ya que los productos de la combustión en mayor parte se presenta el dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ), siendo este un contaminante muy nocivo para el medio ambiente y de los principales causantes del efecto invernadero y del calentamiento global. Debido a lo anterior, se ha impulsado la investigación y desarrollo de maquinaria más eficiente, metodologías y técnicas de ahorro de energía, y la implementación de las energías renovables, como la energía solar, eólica, hidráulica, biomasa y la geotérmica. Las energías renovables son una gran alternativa, ya que estas no presentan emisiones de gases de efecto invernadero (GEI), son inagotables y muestran un gran desarrollo tecnológico. En México, en octubre del 2020 el 20.67% de la energía generada fue mediante las energías renovables [17].

La energía geotérmica o geotermia, es una fuente de energía renovable que se encuentra almacenada de manera subterránea, debido a que el interior de la tierra es más caliente que la superficie, la energía térmica que fluye desde las profundidades hasta la superficie se le conoce como flujo de calor terrestre [18].

Las temperaturas del subsuelo varían con la profundidad, influenciadas por el gradiente geotérmico, las características termofísicas y condiciones climáticas de zona. Además, a bajas profundidades se presentan variaciones de temperaturas en dirección horizontal, debido a factores como la radiación incidente y humedad; sin embargo, estas variaciones disminuyen conforme la profundidad aumenta, por tal razón, generalmente son despreciables.

La variación de la temperatura dentro de los primeros 5 metros se ve influenciada por las condiciones climatológicas de la zona. Con el incremento de la profundidad la temperatura se estabiliza, y a partir de aproximadamente 10 metros, permanece constante, presentando un gradiente geotérmico constante [19]. El valor del gradiente geotérmico promedio es de 15 a 30 °C por kilómetro como se muestra en la figura 3 a), sin embargo, no en todas las zonas se tiene un gradiente igual al promedio, este puede alterarse siendo mayor al promedio en zonas geológicamente activas como son aguas subterráneas, bordes de placas

tectónicas, volcanes, geiseres, entre otras [20], como se muestra en la figura 3 b). Por el contrario, se pueden encontrar gradientes menores al promedio, los cuales pueden llegar a ser menores a 1 °C por kilómetro, esto se presenta cuando las rocas del basamento se hundien y esta área es rellenada por sedimentos [21].

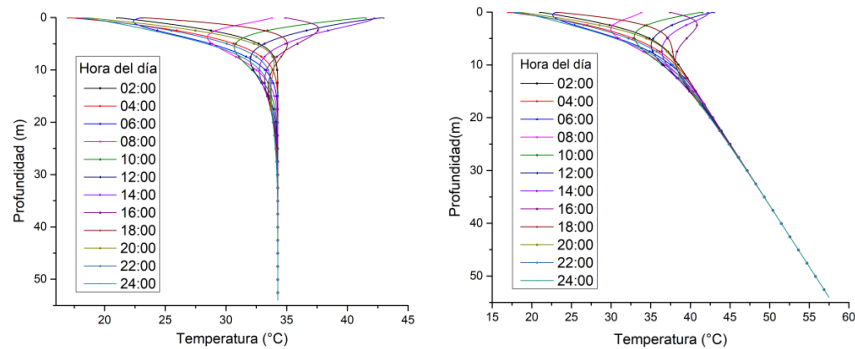


Figura 3. Gradiente geotérmico a) promedio b) mayor al promedio [22].

Existen diferentes métodos para obtener el perfil de temperaturas del subsuelo y el valor del gradiente geotérmico de una zona, los dos métodos principales son mediante mediciones “*In situ*” y mediante modelos tanto numéricos como analíticos. Las mediciones son realizadas utilizando diferentes instrumentos de medición, como sensores de temperaturas, que son colocados en profundidades específicas en un pozo, en el cual se puede introducir un fluido que alcance el equilibrio térmico del medio antes de realizar la medición.

M.-Y. Sun et al. [23] presentan tres métodos para la determinación del gradiente geotérmico; el método del gradiente, del calorímetro y su combinación. Estos métodos se basan en mediciones realizadas con tecnologías de calentamiento activo para el censado de la distribución de temperaturas (AH-DTS). El estudio utiliza un dispositivo en el cual se encuentran calentadores eléctricos y sensores de temperatura, mediante los cuales se obtienen las temperaturas del subsuelo. Se demuestra que los tres métodos son viables debido a su buena precisión, además, a partir de estos métodos se pueden obtener propiedades del sistema como la conductividad térmica del subsuelo y su calor específico.

Por otro lado, los métodos analíticos y numéricos consisten en la discretización y solución de la ecuación de difusión de calor utilizando diferentes condiciones de frontera, como convección y radiación en la superficie, para la obtención de un perfil de temperaturas. Uno de los métodos utilizados es el modelo “Infinite Line Source” (ILS), que considera el suelo como un medio infinito con una temperatura uniforme inicialmente, este es sometido a un flujo de calor constante y a través de una correlación se calcula la temperatura del suelo. Años más tarde, Ingersoll et al. [24] desarrollaron el modelo “Infinite

Cylindrical Source” (ICS), su funcionamiento es similar al ILS solo sustituye el sistema coordinado por coordenadas cilíndricas.

Así mismo, se han desarrollado otros modelos a partir del modelo ILS, los cuales son más precisos, como el que presenta Carslaw and Jaeger [25]. El modelo parte de la suposición que la línea infinita está compuesta por una serie de puntos que por medio de un método híbrido, numérico y analítico se obtiene la solución a la ecuación de difusión, la cual es una función dependiente de la profundidad y el tiempo.

En estudios recientes, M. King et al. [26] utilizan las redes neuronales artificiales (ANN) para predecir las temperaturas del subsuelo con base en variables meteorológicas, como temperatura ambiental, radiación solar, tiempo de luz solar, humedad relativa, velocidad del viento, presión atmosférica local y datos de precipitación. Para la predicción de temperaturas, la red neuronal emplea el método de regresión lineal múltiple y regresión no lineal, así mismo es entrenada con datos climatológicos y temperaturas de pozos medidos en la ciudad de Gangneung, Corea del Sur. En sus conclusiones manifiestan que las ANN son una buena alternativa de las simulaciones numéricas.

Las propiedades termofísicas del subsuelo, como la conductividad térmica, calor específico y densidad, dependen de la humedad, profundidad y temperatura del subsuelo. La obtención de estas es por medio de pruebas de respuesta térmica (TRT), que consisten en mediciones realizadas mediante un calentador eléctrico, encargado de producir un flujo de calor constante, el cual es introducido a una perforación que contiene un fluido. Empleando los modelos ILS o ICS son calculadas las propiedades del subsuelo a partir de las temperaturas medidas y el flujo de calor utilizado [27].

Una manera para clasificar los diferentes recursos geotérmicos es mediante la entalpía, que es una medida de la cantidad de energía térmica de los fluidos. Es importante mencionar que, según la literatura consultada, el recurso es clasificado según la temperatura o la entalpía; en ambos casos se utilizan propiedades que hacen referencia al contenido de energía térmica del fluido. En este texto se empleará el concepto de entalpía.

Los recursos de alta entalpía corresponden a aquellos en los que las temperaturas del fluido son mayores a 150°C, son generalmente utilizados para la obtención de vapor. Los recursos de mediana entalpía presentan temperaturas del fluido entre 100°C y 150°C. Por último, los recursos de baja entalpía presentan temperaturas del fluido menores de 100°C, así mismo algunos autores clasifican como recursos de muy baja entalpía, cuando las temperaturas del fluido son menores a 20°C [28].

Las aplicaciones de alta entalpía son relacionadas con la generación de energía eléctrica mediante ciclos de vapor, donde el recurso geotérmico actúa como generador de vapor. El vapor se extrae directamente

del yacimiento, denominado yacimiento de vapor seco, y es introducido al ciclo, el cual convierte del 50-70% de la exergía geotermal en energía eléctrica, posteriormente es reinyectado al yacimiento como método de recarga [29].

En las aplicaciones de mediana entalpía destacan los ciclos binarios, donde el fluido geotermal es utilizado como fuente de calor en un evaporador de un Ciclo Rankine Orgánico (ORC), cediendo calor a un fluido con baja temperatura de saturación, como el R123, R134a, amónico, entre otros. Estos sistemas presentan una ventaja sobre el uso directo de los fluidos geotermales, dado que el fluido no se encuentra en contacto con los dispositivos como la turbina y bomba los efectos de incrustaciones, corrosión y desgaste por los minerales contenidos son reducidos [30].

Las aplicaciones de baja entalpía permiten el aprovechamiento directo del calor, utilizando yacimientos como mantos acuíferos y el subsuelo a escasas profundidades, menores a 250 metros, puesto que a dichas profundidades el suelo, o agua cuenta con estabilidad térmica durante todo el año y es posible aprovecharlo en cualquier parte del mundo.

La aplicación más común son las bombas de calor geotérmicas para la climatización de espacios como oficinas, casas, distritos, entre otros. Figura 4. Estas consisten en bombas de calor a las que se le integra un intercambiador de calor geotérmico que funciona como un evaporador o condensador, dependiendo del modo de operación. Este puede operar mediante ciclo abierto, donde se suministra calor de las aguas subterráneas, o mediante ciclo cerrado, donde el suelo es utilizado como fuente o sumidero, una gran ventaja de esta aplicación es que son reversibles [31].

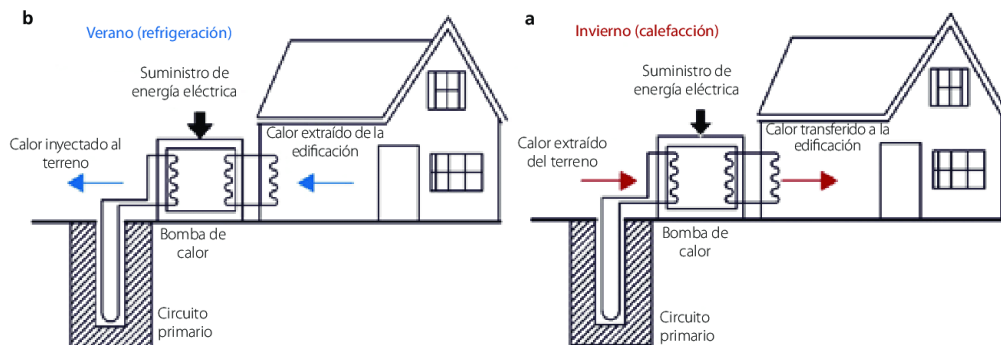


Figura 4. Bomba de calor geotérmica operando en a) modo calefacción b) modo refrigeración.

Para la utilización de la energía geotérmica es fundamental tener en cuenta la relación entre la tasa de utilización y recarga de energía, que es la que permite clasificar este recurso como renovable y sustentable. En aplicaciones de sistemas dinámicos como las pantas “Flash” y ciclos binarios, la recarga de energía es inmediata, ya que entra agua a la misma velocidad que es retirada. En contraste, en aplicaciones de sistemas estáticos, como en el caso de los intercambiadores y bombas de calor

geotérmicas, la recarga de energía es por conducción del medio circundante, impulsado por las temperaturas de este [32].

La geotermia es un tipo de energía que se puede garantizar su suministro, puesto que se encuentra presente en cualquier parte del mundo y tiene muy pocas limitaciones, no depende de las estaciones del año, ni horarios como es el caso de la energía eólica y solar, respectivamente [33]. Por lo que ha sido una alternativa para diferentes aplicaciones, como las anteriormente mencionadas.

Sin embargo, los recursos de alta y mediana dependen de la profundidad y el gradiente geotérmico. A causa de los altos costos de perforación y ubicación de los recursos, su implementación es limitada. Por otro lado, la energía geotérmica de baja entalpía tiene mucho potencial debido a que se encuentra en profundidades someras y está presente en todo el mundo. Por tal motivo, la energía geotérmica debe ser un objeto de estudio para identificar diversas aplicaciones donde se pueda implementar, con el fin de producir alternativas impulsadas por energías limpias.

## 2.2. Energía geotérmica de baja entalpía.

La energía geotérmica de baja entalpía consiste en recursos geotérmicos donde las temperaturas del fluido o suelo son menores a 100 °C, estos recursos se encuentran, generalmente, a escasas profundidades de la corteza terrestre, menores a 250 m. Las aplicaciones que aprovechan este tipo de energía son denominadas de usos directos, ya que permiten aprovechar directamente las temperaturas estables para diferentes aplicaciones, siendo la más común la climatización de espacios mediante bombas de calor geotérmicas (GSHP) debido a su alta eficiencia y bajos costos de operación.

Las bombas de calor geotérmicas se han popularizado en los últimos años debido a su alta eficiencia y bajo impacto ambiental. El principio de funcionamiento consiste en el aprovechamiento de las temperaturas del subsuelo, que a comparación con las temperaturas del aire estas son mayores durante el invierno y menores durante el verano. Por lo tanto, se concluye que el subsuelo es una fuente y sumidero natural que es aprovechado para la climatización de espacios [34].

Los estudios en aplicaciones de baja entalpía fuera de la climatización son reducidos, sin embargo, en base el funcionamiento de las GSHP algunos autores exploran el concepto de emplear el subsuelo como sumidero de calor.

O. Kara & E. Hürdoğan [35] proponen la implementación del enfriamiento geotérmico en un sistema de desalinización, donde se sustituye el condensador convencional por un intercambiador de calor

geotérmico. Los resultados muestran que la implementación de este tipo de intercambiador mejoraría el desempeño del sistema produciendo mayor agua dulce.

D. López-Pascual et al. [36] proponen la implementación de un intercambiador de calor geotérmico como sistema de enfriamiento de paneles fotovoltaicos, con el fin de aumentar su eficiencia. Los autores realizan un estudio teórico y experimental, donde se utiliza un intercambiador de calor de 15 m de profundidad por el cual fluye una mezcla de agua etilenglicol 80/20. Los resultados muestran un aumento en la eficiencia del panel de 5.25% empleando un flujo volumétrico de 2.6 L/s, concluyendo que es una alternativa viable de los sistemas de enfriamiento convencionales.

Vidhi et al. [37] evaluaron los efectos en la eficiencia de un Ciclo Rankine Supercrítico (SRC) al emplear un intercambiador de tierra-aire como condensador. El SRC utiliza refrigerante R134a como fluido de trabajo, se le acopla un intercambiador de tierra-aire de 2 m profundidad. Los resultados después de 15 días de operación muestran que la eficiencia del ciclo es aumentada 1% al emplear el intercambiador de tierra-aire, además, presenta menores fluctuaciones en la eficiencia dado que las temperaturas del subsuelo tienen mayor estabilidad que las del aire ambiental.

M. Mahmoud et al. [38] estudiaron de manera paramétrica la implementación de un intercambiador de calor geotérmico como condensador a un Ciclo Rankine Orgánico (ORC) simple y con regeneración. Los parámetros analizados en el estudio fueron la temperatura y presión de operación, flujo másico y fluido de trabajo. Los resultados muestran que el incremento en el flujo tiene un efecto negativo en el intercambiador, la reducción en la temperatura de operación, de 25 °C a 15 °C, se genera un aumento en la energía producida de 7.35%, 12.13% y 8.77% para el R123, R124 y R254fa, respectivamente. Sin embargo, el R123 mostró el mejor desempeño en los dos ciclos estudiados. Los autores concluyen que la integración del intercambiador geotérmico incrementa la eficiencia del ciclo y este es considerado un dispositivo eficiente para la disipación de calor.

El aprovechamiento de la energía geotérmica de baja entalpía se basa en el uso de los intercambiadores de calor geotérmicos, debido a que estos dispositivos son los que permiten la interacción térmica entre el sistema y el subsuelo. Como se puede apreciar existe una gran cantidad de literatura sobre intercambiadores de calor geotérmicos de baja entalpía, por lo cual resulta viable realizar un análisis y modelado de este tipo de dispositivos.

## 2.3. Intercambiadores de calor geotérmicos.

Los intercambiadores de calor geotérmicos (GHE, por sus siglas en inglés), también llamados intercambiadores de tierra, son dispositivos que permiten la ganancia o cedencia de calor utilizando el subsuelo como fuente o sumidero, respectivamente, debido a que este presenta temperaturas constantes durante todo el año. Consisten en tuberías que se encuentran enterradas a profundidades específicas y dependiendo de su principio de funcionamiento se pueden clasificar en intercambiadores de lazo abierto o cerrado.

Los intercambiadores geotérmicos de lazo abierto utilizan tuberías que permiten la extracción de aguas subterráneas que funcionan como fluido caloportador, después de transferir calor desde o hacia el fluido este es reinyectado como recarga. Por otro lado, los intercambiadores geotérmicos de lazo cerrado consisten en una tubería enterrada donde se hace fluir internamente un fluido, en este no existe contacto directo del fluido con el medio, este tipo se puede clasificar en intercambiadores geotérmicos horizontales y verticales [39].

### 2.3.1. Intercambiadores geotérmicos horizontales.

En los intercambiadores geotérmicos horizontales (HGHE, por sus siglas en inglés), las tuberías son enterradas a profundidades muy escasas, generalmente entre 1-2 m, siendo esto una ventaja debido a que presenta un costo de instalación reducido, sin embargo, requieren de mucho espacio debido a que cuentan con aproximadamente una longitud de 35-60 m por kW de calor transferido, por lo que son recomendables para zonas rurales y suburbanas. Las tuberías en el tipo horizontal presentan tres configuraciones principales; lineal, slinky y helicoidal, figura 5 [40].

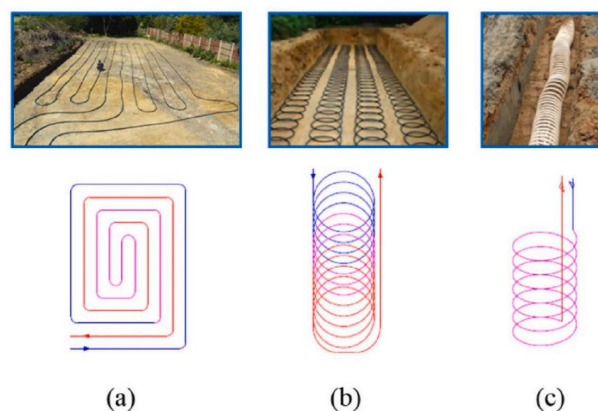


Figura 5. Intercambiador geotérmico horizontal tipo a) lineal b) slinky c) helicoidal.

Las configuraciones para los intercambiadores horizontales son conectadas en serie, paralelo o zanja, como se muestra en la figura 6. La ventaja de la conexión en serie es que requiere una menor cantidad de tuberías, sin embargo, la conexión en paralelo presenta un menor consumo energético para la bomba, además, permite utilizar tuberías de menores diámetros, debido a esto es la conexión más utilizada para este tipo de intercambiadores [41].

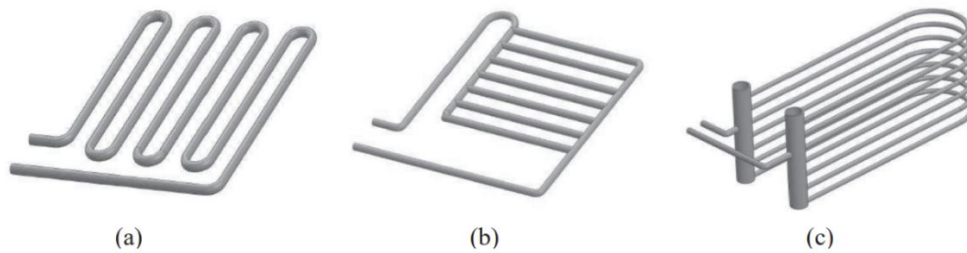


Figura 6. Conexión en a) serie b) paralelo y c) zanja de intercambiadores horizontales.

L. Pu et al. [42] estudiaron los HGHE's de tipo lineal, comparando diferentes configuraciones, la tubería simple y en serpentin con 1, 3, 5 y 7 dobleces, en sus resultados se muestra que el aumento en los dobleces de la tubería aumenta el desempeño del intercambiador geotérmico. También, se encuentra que el distanciamiento entre dobleces es un factor importante a considerar ya que este afecta la función del intercambiador geotérmico, ya que un distanciamiento inadecuado puede provocar un aumento en la temperatura a la salida debido a la proximidad de las tuberías de entrada. Estudiando el distanciamiento entre las tuberías se concluye que este es determinado por tres componentes: la temperatura de entrada, profundidad del intercambiador y el número de Reynolds.

C.S.A. Chong et al. [43] presentan una simulación mediante CFD de un HGHE de tipo slinky para extracción de calor, que consiste en una tubería circular de diámetro DN40 enterrada a 1.2 m de profundidad, del cual se estudian dos parámetros geométricos: el paso y diámetro de la espiral. El paso utilizado fue de 0.25, 0.5, 1, 2 y 3 metros y los diámetros de la espiral utilizados fueron de 0.8, 1 y 1.2 m, los resultados muestran que es alcanzado un estado de quasi-equilibrio después de 60 días, con tasas de extracción de 22.58, 21.24, 19.55, 16.87 y 14.9 W/m para cada paso, en el caso de la variación de diámetros los resultados son similares, presentando mayor desempeño térmico con diámetros grandes.

M.-J. Kim et al [44] estudiaron mediante análisis CFD el desempeño de un HGHE de tipo helicoidal que opera en modo de enfriamiento, en las simulaciones la profundidad utilizada es de 1.8 m y 2.5 m, el diámetro de la espiral se toma de 30 y 50 cm, y el paso es variado de 0.1, 0.2, 0.3 hasta 1.2 m. La tubería tiene un diámetro exterior e interior de 20 mm y 16 mm, respectivamente, la temperatura inicial del agua 35.4 °C y para todos los casos la longitud total de la tubería es de 40 m. Los resultados muestran que el desempeño del intercambiador aumenta a mayor profundidad, obteniendo menores temperaturas, se

establece que el diseño óptimo del intercambiador es determinado por el paso y no por el diámetro de la espiral.

R.R. Dasare & S.K. Saha [45] realizaron un análisis numérico de intercambiadores de calor geotérmico de tipo horizontal de tres geometrías; lineal, slinky y helicoidal. Se realizaron simulaciones de los tres modelos bajo las mismas condiciones comparando su desempeño dando como resultado que la configuración helicoidal obtiene una disminución de temperatura de 1.8 °C por metro de longitud y una tasa de calor transferido de 190 kWh, esto debido a que presenta mayor área de transferencia de calor por metro de longitud.

Así mismo, se realizaron estudios paramétricos en las tres configuraciones que permitieron identificar el parámetro más crítico para la transferencia de calor, siendo este la conductividad térmica del subsuelo. Además, se identifica que el aumento en la velocidad del fluido aumenta la transmisión de energía, por otro lado, la profundidad del intercambiador fue variada de 1.5 m a 2.5 m, para todos los casos este cambio no fue significativo, y se consideró como un parámetro insignificante en el desempeño.

Los HGHE's han demostrado ser dispositivos con gran desempeño y una buena alternativa para los intercambiadores de calor convencionales, cada geometría presenta sus ventajas y desventajas, el tipo lineal tiene un buen funcionamiento y puede lograr a transferir grandes cantidades de calor, sin embargo, requiere de mucha área para su instalación, por ello los del tipo slinky se han implementado en mayor medida, ya que requieren de menor área y presentan un mejor rendimiento que el tipo lineal.

### 2.3.2. Intercambiadores geotérmicos verticales.

Los intercambiadores de calor geotérmicos verticales (VGHE, por sus siglas en inglés), consisten en tuberías que son enterradas de manera vertical alcanzando grandes profundidades, las cuales permiten aprovechar la estabilidad térmica del subsuelo para la ganancia (extracción) o disipación (inyección) de calor, sus componentes principales son la tubería, el fluido caloportador y el material de relleno, llamado "grout" o formación. A comparación de los HGHE's, este tipo de intercambiadores requieren de menor área y tienen mayor eficiencia, sin embargo, los costos de instalación son más elevados debido al costo de la perforación.

Los VGHE se pueden clasificar según la profundidad como someros para bajas profundidades y profundos para altas profundidades, de igual manera, son clasificados según la geometría de la tubería en dos clasificaciones principales: tubería en U y tubería coaxial (o concéntrica).

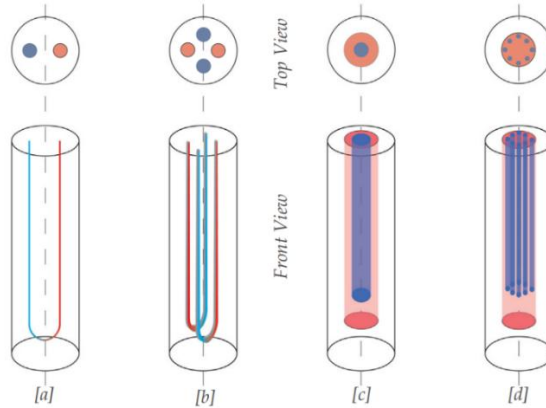


Figura 7. Intercambiadores geotérmicos a) tubería en U b) doble tubería U c) coaxial simple d) coaxial compuesta.

### 2.3.2.1. Intercambiadores geotérmicos verticales tubería U.

Los intercambiadores geotérmicos de tubería en U (UBHE, por sus siglas en inglés) consisten en dos tuberías rectas enterradas, las cuales, en su punto más bajo son unidas por un doblez U. Se pueden realizar diferentes configuraciones agregando más tuberías en una perforación, estos son llamados intercambiadores geotérmicos de múltiples tuberías en U, siendo las configuraciones más comunes la de U simple y U doble, figura 7 a) y b), respectivamente. Este tipo de intercambiador presenta una estructura simple, por consecuencia, un bajo costo de construcción, y es posible realizar conexiones en serie o paralelo, figura 8.

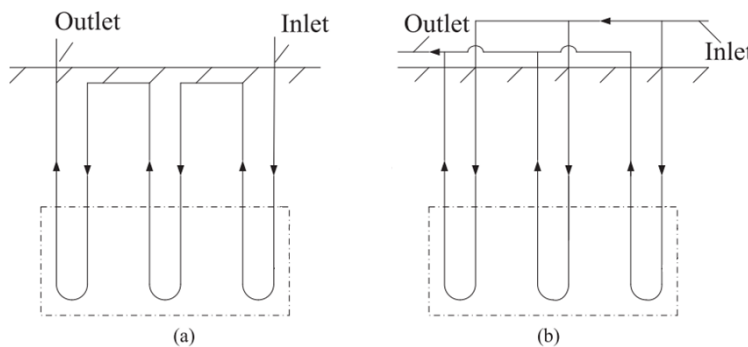


Figura 8. Conexiones en a) serie b) paralelo de intercambiadores verticales.

El desempeño de los UBHE es analizado por L.H. Dai et al. [46] al realizar un análisis transitorio, mediante software CFD, con un tiempo de operación de 12 horas. Los resultados muestran que durante las primeras horas de operación se presenta la mayor diferencia de temperaturas entre la entrada y la salida, sin embargo, con el paso del tiempo esta va disminuyendo debido a la acumulación de calor en el subsuelo. Así mismo, se identifica que las temperaturas del medio más próximas al intercambiador

aumentan su temperatura, mientras que las distantes permanecen sin perturbaciones, a este fenómeno se le denomina acumulación de calor.

La acumulación de calor en subsuelo se presenta cuando el calor es cedido al subsuelo y debido a su conductividad térmica no es transferido con la suficiente velocidad a su medio circundante causando un estancamiento de calor en la proximidad del intercambiador, alterando su operación reduciendo la eficiencia. Por lo tanto, se concluye que el desempeño del intercambiador es afectado por las propiedades termofísicas del suelo o material de relleno, siendo la conductividad térmica del material de relleno el factor más influyente, ya que esta propiedad impulsa el intercambio de calor entre el fluido y el medio, reduciendo la acumulación de calor [47, 48].

L. Pu et al. [49] mediante un análisis numérico y experimental, investigaron acerca del impacto en el desempeño de un UBHE al variar el diámetro, número de Reynolds bajo régimen laminar y la conexión en serie y paralelo. En sus resultados muestran que al aumentar el número de Reynolds y el diámetro se presenta mayor transferencia de calor, no obstante, Reynolds fue el parámetro que tuvo mayor efecto en el desempeño del intercambiador, la conexión en serie presenta menor calor transferido que la conexión en paralelo, además esta última presenta menor caída de presión.

Un parámetro geométrico que es de suma importancia tener en cuenta en los UBHE es el distanciamiento entre centros, debido a que afecta de manera negativa en el rendimiento del intercambiador provocando que la diferencia de temperaturas sea menor, debido a un efecto de acumulación en las zonas de entrada y salida del fluido. Una alternativa para evitar este efecto es el incremento de la conductividad térmica del relleno, sin embargo, esta alternativa resulta inconveniente debido a los altos costos de los materiales de relleno, por lo que, algunos autores optan por aumentar el distanciamiento entre centros de las tuberías.

Vella et al. [50] muestra que la diferencia de temperaturas entre la entrada y salida del intercambiador será mayor entre mayor sea el distanciamiento entre centros, sin embargo, existe una distancia crítica donde no existe aumento significativo en la diferencia de temperaturas si se aumenta el distanciamiento entre centros.

### 2.3.2.2. Intercambiadores geotérmicos verticales de tubería coaxial.

Los intercambiadores geotérmicos de tubería coaxial (CBHE, por sus siglas en inglés), también llamados de tubería concéntrica, consisten en una tubería de diámetro mayor llamada tubería anular, en la cual dentro de ella es colocada una o más tuberías de menor diámetro. Se denomina como coaxial simple a la configuración en la que en el centro de la tubería anular es colocada una tubería de menor diámetro,

llamada tubería interna (o central), y coaxial compleja cuando se colocan dos o más tuberías en la circunferencia interna de la tubería anular, figura 9. Al igual que los UBHEs, los CBHEs presentan configuraciones con conexiones en serie o paralelo.

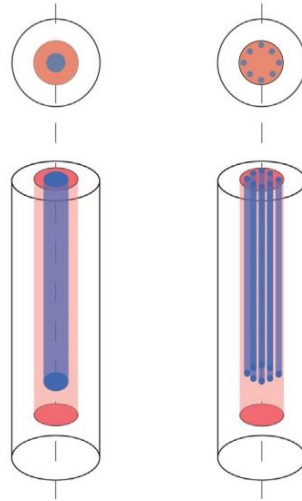


Figura 9. Intercambiador de calor geotérmico coaxial simple y coaxial complejo.

En comparación con los intercambiadores de tubería en U, los CBHEs tienen menor resistencia térmica, produciendo mayor intercambio de calor entre el fluido y el medio, además los costos de instalación y operación son reducidos, debido a que solo es requerida una perforación y presentan menor caída de presión por lo que la bomba requiere de menor energía. B.E. Harris et al. [51] compara ambos intercambiadores bajo las mismas condiciones y expone el CBHE tiene mejor eficiencia, mayor diferencia de temperaturas, sin embargo, la diferencia en el desempeño con el UBHE es pequeña. Además, realizaron estudios aumentando la conductividad térmica del grout en el UBHE, y se utiliza una tubería de acero para la tubería exterior del CBHE, con el fin de aumentar la efectividad de ambos, los resultados indican que el UBHE presentó una mejora del 8% comparado con el caso base, mientras que el CBHE tuvo un aumento del 22%, demostrando que este tipo de GHE tiene mayor potencial para el aprovechamiento de la energía geotérmica.

El desempeño de los CBHE's se evalúa a partir de la eficiencia del intercambiador que está relacionada con la tasa de transferencia de calor y la temperatura en la salida, estos datos pueden ser obtenidos mediante métodos experimentales, modelos numéricos, analíticos o semianalíticos, como el que es presentado por C. Wang et al. [52], el cual consiste en un modelo semianalítico de un CBHE que consta de dos partes: el comportamiento térmico del subsuelo de manera analítica y de manera numérica la distribución de temperaturas del fluido dentro del intercambiador, con el cual se obtiene las temperaturas de salida y la cantidad de calor transferido.

El perfil de temperaturas del fluido dentro del intercambiador geotérmico es una buena herramienta visual para comprender el comportamiento intercambiador, e identificar algunos efectos y fenómenos que se presentan, como la interferencia térmica y los efectos del gradiente geotérmico. En los CBHE's el perfil de temperaturas del fluido tiene la forma de "V", figura 10, esta puede modificarse según las características y parámetros termofísicos del sistema.

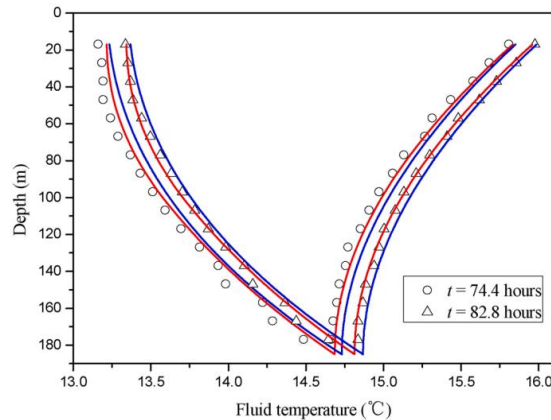


Figura 10. Gráfico de temperatura-profundidad de intercambiadores geotérmicos coaxiales.

La conductividad térmica del subsuelo y relleno es uno de los parámetros con mayor influencia en el rendimiento del intercambiador geotérmico, debido a que el mecanismo de conducción rige transferencia de calor entre la tubería anular y el medio. Huang et al. [53] a partir de un modelo numérico de un CBHE profundo, realizaron un análisis de sensibilidad donde los resultados exponen que las conductividades térmicas altas mejoran la transferencia de calor entre la tubería y el subsuelo, sin embargo, el aumento en la conductividad térmica no aumentará la diferencia de temperatura de la entrada y salida.

Respecto a la variación de temperatura con la profundidad de los CBHE, R.A. Beier et al. [54] presentaron un modelo analítico para el cálculo del perfil de temperaturas del subsuelo en función de la profundidad, a través de parámetros adimensionales y utilizando un flujo estable, esto con el fin de reemplazar la aproximación de la temperatura promedio en el análisis de los CBHE's, dicho modelo es validado con valores experimentales obtenidos de pruebas de respuesta térmica (TRT) de un intercambiador en Estocolmo, Suecia, el modelo muestra buena precisión con variaciones mínimas.

En la figura 11 se muestra la tendencia del perfil de temperatura del fluido dentro del intercambiador geotérmico, cuando son utilizados los valores de temperatura medidos, temperatura promedio y variaciones de temperatura obtenidas con el modelo presentado, es posible observar que no se presentan grandes variaciones al emplear una temperatura promedio.

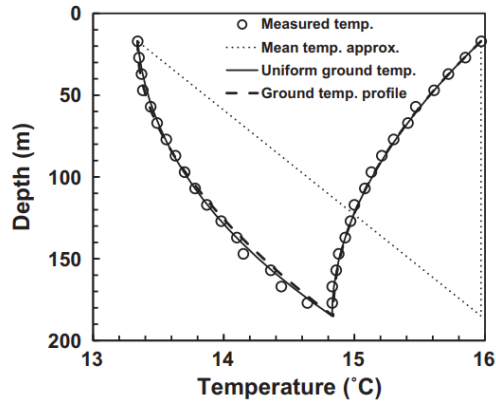


Figura 11. Gráfico de temperatura-profundidad con temperaturas del suelo medidas, promedios y con gradientes.

Por otro lado, los efectos de la profundidad en el desempeño del intercambiador fueron analizados por B. Liu et al. [55], realizaron un estudio paramétrico de un CBHE profundo en modo extracción mediante un modelo numérico, validado con datos experimentales una planta piloto en Xi'an, China. Los resultados muestran que al incrementar la profundidad aumenta la transferencia de calor, debido al incremento en el área de las tuberías y las altas temperaturas de las profundidades, además, se obtiene un aumento en las temperaturas de salida, siendo de 20.96 °C y 38.96 °C para 2000 m y 4000 m de profundidad, respectivamente.

El gradiente geotérmico depende la zona geográfica, este puede ser mayor, igual o menor al promedio, y su efecto en el comportamiento del intercambiador depende del modo de operación del mismo. El impacto del gradiente geotérmico en la eficiencia de un CBHE es presentado por Y. Luo et al. [56], que desarrollaron un análisis térmico del intercambiador geotérmico bajo la influencia de tres valores de gradiente geotérmico en los modos operación de inyección y extracción de calor, los resultados se muestran en la figura 12.

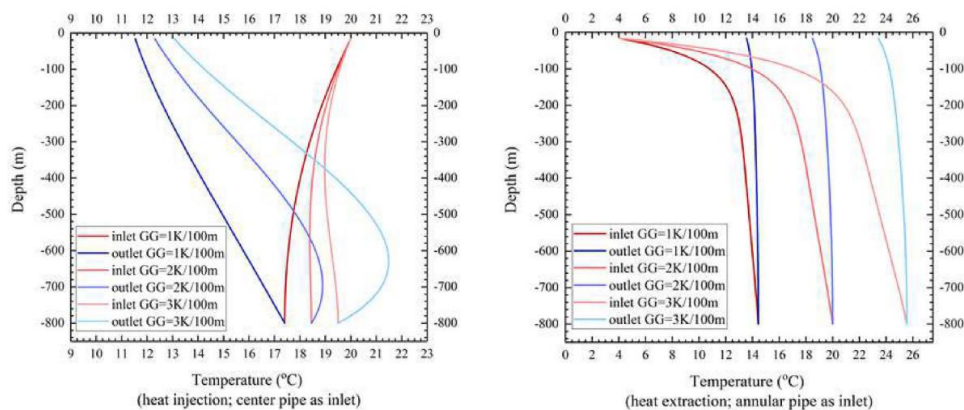


Figura 12. Gráfico temperatura-profundidad variando el gradiente 1, 2 y 3 K por cada 100 m cuando el fluido entra a) tubería interna para inyección de calor b) tubería anular para extracción de calor.

Es posible inferir que al operar en modo extracción se logra aumentar la temperatura a la salida considerablemente, sin embargo, al operar en modo inyección este presenta una desventaja, ya que a grandes profundidades el fluido es calentado ocasionando una elevación en la temperatura de salida. Entre mayor sea el gradiente geotérmico, se presentarán mayores temperaturas a menor profundidad, lo que resulta ser una ventaja cuando se opera en modo calentamiento ya que es aumentada la eficiencia del intercambiador geotérmico, además, es posible aumentar la profundidad sin límite para extraer mayor calor.

Por otro lado, cuando se opera en modo inyección de calor la profundidad es limitada, ya que cuando se utilizan profundidades altas se logra el efecto opuesto, generando una reducción en la eficiencia, por lo tanto, para el modo inyección es recomendable su instalación en zonas donde el gradiente es menor o igual al promedio, o bien, a escasas profundidades.

Por otro lado, un parámetro geométrico que también afecta la eficiencia del intercambiador geotérmico es la variación del diámetro de las tuberías. S. Iry & R. Rafee [57] presentaron que conforme se disminuye la relación de diámetros el número de Nusselt aumenta en la cavidad anular, lo que representa una mayor transferencia de calor con el suelo, así mismo, se aumenta la resistencia térmica entre la tubería interna y anular, reduciendo la interferencia térmica. Se encuentra que las relaciones de diámetros no muestran grandes variaciones en el consumo de la bomba, sin embargo, la relación con menor consumo es de 0.65, concluyen que de un punto de vista techno-económico es mejor utilizar una baja relación de diámetros.

Además de las dimensiones de la tubería es importante considerar el material de estas para mejorar la eficiencia del intercambiador geotérmico, debido a que los materiales con altas conductividades térmicas tienden a mejorar la transferencia de calor. Sin embargo, debido a la configuración de la tubería coaxial, utilizar altas conductividades térmicas en la tubería interna provoca interferencia térmica, reduciendo la eficiencia del intercambiador geotérmico. Algunos autores optan por implementar materiales de baja conductividad térmica en la tubería interna, de esta manera se reduce la interferencia térmica.

W. Li et al. [58] propone la implementación de aislamiento en la tubería interna de un CBHE, la cual está compuesta por tres capas, la primera es de Propileno Random Copolímero (PPR), la segunda capa es de espuma de Poliuretano y la tercera es de PVC de alta densidad con alta resistencia a la corrosión, la tubería anular es de acero galvanizado de 160 mm de diámetro exterior. Mediante un modelo numérico se analiza el desempeño del intercambiador con diferentes espesores de la tubería compuesta, los resultados muestran que la tasa de transferencia de calor y diferencia de temperaturas para el modo inyección son de 196.9 W/m y 5.4 °C, y para el modo extracción de calor son de 126 W/m y 3.6 °C.

E. Zanchini et al. [59] investigaron acerca de la interferencia térmica y los factores que la favorecen a partir de un análisis mediante CFD, se encuentra que el uso de materiales con baja conductividad térmica, como el Propileno Random Copolímero (PPR80), permite reducir el impacto de la interferencia térmica, elevando la eficiencia del intercambiador geotérmico. A partir de dicho análisis, proponen una mejora en el diseño del intercambiador geotérmico, la cual consiste en aumentar el diámetro de la tubería interna y el uso del PPR80, generando una reducción en el área de sección transversal de la tubería anular.

El flujo del fluido caloportador es un parámetro significativo en la cantidad de calor transferido, debido a que el mecanismo de convección que rige la transferencia de calor entre el fluido y las tuberías, depende de la velocidad, flujo másico o volumétrico del fluido. C.S. Brown et al. [60], evaluaron mediante el comportamiento de un CBHE operando en modo extracción de calor cuando el flujo volumétrico es variado de 2 L/s hasta 12 L/s, en incrementos de 2 L/s. Los resultados son presentados en la figura 13, concluyendo que al emplear flujos volumétricos bajos la temperatura de salida será mayor, y conforme se aumenta el flujo la temperatura de salida decrementa, pero la tasa de transferencia de calor aumenta.

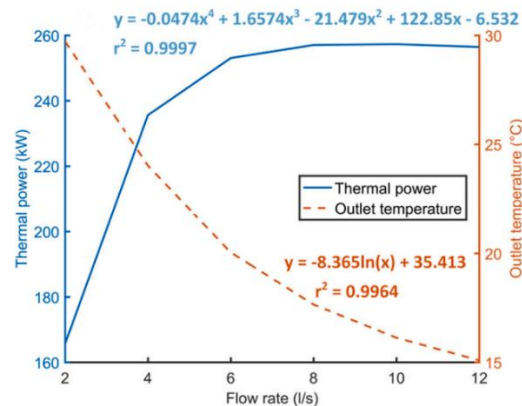


Figura 13. Temperatura de salida y calor transferido del CBHE respecto a flujo volumétrico.

Con base en los resultados, se puede inferir que cuando el CBHE opera en modo inyección de calor se presentará el efecto inverso, es decir, empleando un flujo másico bajo se obtendrá menor temperatura de salida, y al incrementar el flujo volumétrico la temperatura de salida y tasa de transferencia de calor también aumentarán.

Una cualidad de los CBHEs es que el fluido tiene dos direcciones de entrada; la primera, el fluido es introducido por la tubería anular con trayectoria descendiente, y al llegar al fondo este asciende por la tubería interna, figura 14 a), la segunda es la dirección opuesta el fluido es introducido por la tubería interna con una trayectoria descendiente hasta el fondo del intercambiador donde posteriormente asciende por la tubería anular, figura 14 b).

La dirección de entrada también presenta efectos en la eficiencia del intercambiador, H. Holmberg et al. [61] consideran que la entrada por la tubería anular es más eficiente cuando el intercambiador opera en modo calentamiento, y cuando se opera en modo enfriamiento la entrada por la tubería interna es más eficiente. Algunos autores coinciden con esta convención de direcciones [62-64], sin embargo, otros demuestran que no siempre se cumple dicha convención. E. Zanchini et al. [65] demuestra mediante un análisis de un CBHE de 20 m de profundidad con diferentes parámetros, concluyen que la entrada por la cavidad anular tiene mejor desempeño independientemente del modo de operación, no obstante, la entrada por la tubería interna tiene mejor eficiencia cuando se opera de manera intermitente.

De igual manera, Y. Luo et al. [56] en su análisis de un CBHE con la tubería interna aislada, presentan que la dirección del flujo tiene mayor eficiencia en la extracción de calor cuando el fluido entra por la cavidad anular, y para el modo inyección de calor depende de la profundidad, se muestra que la entrada por la cavidad anular en bajas profundidades se obtienen menores temperaturas a la salida, por otro lado, a profundidades mayores es conveniente la entrada por la tubería interna.

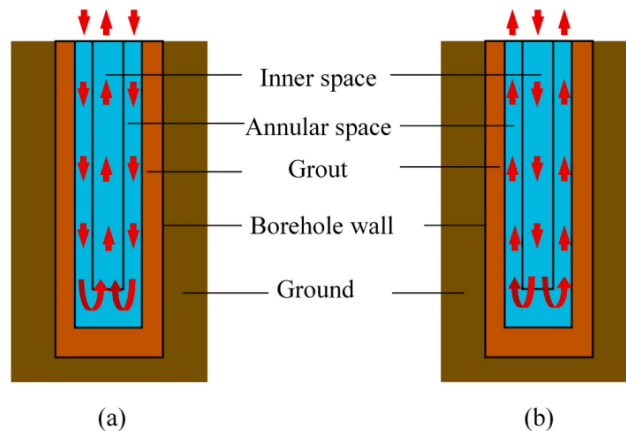


Figura 14. Direcciones de trayectoria del fluido entrando por la a) tubería anular b) tubería interna.

En diferentes bibliografías [57-60] exponen que el uso de los CBHE por tiempo prolongado, junto con las optimizaciones que aumentan la transferencia de calor entre la tubería anular y el subsuelo, provoca el fenómeno de acumulación o escasez de calor cuando se opera en modo enfriamiento o calentamiento, respectivamente. El fenómeno consiste en la elevación (acumulación) o disminución (escasez) de temperaturas en las áreas del subsuelo cercanas a la tubería anular limitando la transferencia de calor entre el fluido y el medio. J. Li et al. [66] realizaron simulaciones numéricas de un CBHE profundo operando en modo extracción por medio del método de diferencias finitas en estado transitorio mediante el software MATLAB, dicho modelo presenta alta precisión al ser validado con datos medidos de un proyecto residencial en Distrito de Chang'an de Xi'an. A partir del modelo es estudiado la operación y efectos del intercambiador geotérmico, se establece que es requerido de un periodo de recuperación, para su caso de

estudio es de 8 meses, con el fin de que las temperaturas del medio sean restablecidas, de esta manera se asegura la sustentabilidad del sistema.

Basado en lo anterior, en el presente trabajo se llevará a cabo un análisis analítico del comportamiento térmico de un intercambiador de calor geotérmico de tubería coaxial de profundidad somera, operando en el modo inyección de calor, teniendo como objetivo determinar si este dispositivo es óptimo para la disipación de calor proveniente de una aplicación indefinida bajo las condiciones termofísicas del subsuelo de la ciudad de Mexicali, Baja California, México. Además, de establecer un modelo programable del intercambiador geotérmico que funcione como punto de referencia para futuros estudios.

# **CAPÍTULO 3.**

# **METODOLOGÍA**

### 3.1. Descripción del sistema.

El sistema de enfriamiento propuesto consta de dos componentes principales: un intercambiador de calor geotérmico vertical del tipo coaxial (CBHE), y el grout como medio disipador de calor. El intercambiador se encuentra enterrado en el subsuelo a una profundidad somera de 24 metros, este consiste en dos tuberías: la tubería anular, cuya superficie interior se encuentra en contacto con el fluido y la superficie exterior con el subsuelo, y la tubería interna, que se encuentra en el centro de la tubería anular y ambas superficies están en contacto con el fluido de trabajo, figura 15.

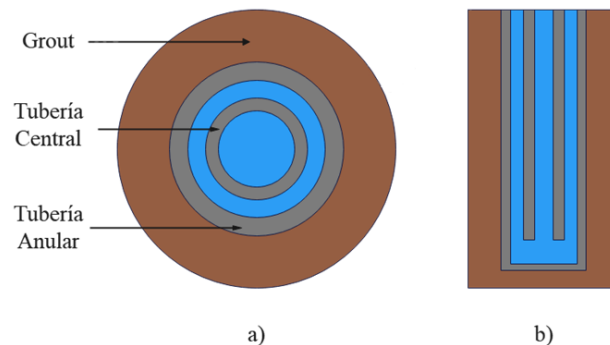


Figura 15. Intercambiador geotérmico coaxial a) vista superior b) vista lateral.

El fluido de trabajo es agua, proveniente de una aplicación indefinida a alta temperatura, que fluye mediante una bomba hacia el intercambiador geotérmico coaxial. Se emplean ambas direcciones de entrada para determinar la dirección óptima, es decir, entrando por la tubería anular e interna. Como se muestra en la figura 16, en ambas direcciones de entrada la línea de trayectoria del fluido será vertical hasta alcanzar el fondo del intercambiador geotérmico donde cambiará a horizontal para dirigirse hacia la tubería de salida y la línea de trayectoria dentro de esta, nuevamente, será vertical. En el recorrido dentro del intercambiador, el fluido dentro cederá calor hacia el exterior, disminuyendo su temperatura hasta la salida, posteriormente es recirculado hacia la aplicación.

El subsuelo analizado corresponde al de la ciudad de Mexicali, Baja California, la cual es una ciudad desértica con clima extremo, donde se alcanzan temperaturas cercanas a 0 °C y 50 °C, durante el invierno y verano, respectivamente. En el sistema, el grout es considerado tal que su área exterior se encuentre en equilibrio térmico con el medio circundante, de esta manera, las variaciones de temperatura en el subsuelo a causa del uso del intercambiador geotérmico son despreciables. Es decir, para el análisis, únicamente se considera el grout como medio disipador.

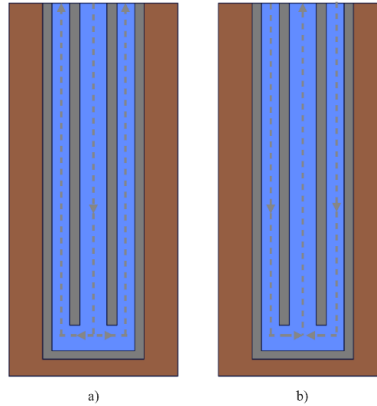


Figura 16. Direcciones de entrada del fluido a) tubería interna b) tubería anular.

### 3.2. Ecuaciones de transferencia de calor.

El intercambiador geotérmico está conformado dos elementos sólidos y un medio fluido en los cuales se presenta transferencia de calor, por lo tanto, en el sistema se presentan los mecanismos de conducción y convección de calor. Para el modelado de estos mecanismos son utilizadas las ecuaciones de transferencia de calor que incluyen; la ley de Fourier para modelar la transferencia de calor por conducción, la ley de enfriamiento de Newton y ecuación de conservación de energía de flujo estacionario para modelar la transferencia de calor por convección.

El análisis de la transferencia de calor por conducción se realiza mediante la ley de Fourier en coordenadas cilíndricas. El sistema es bidimensional, despreciando la transferencia de calor en el componente azimutal debido a que el sistema es axisimétrico y la variación de temperatura del medio es función de la profundidad, por lo tanto, existe transferencia de calor en dirección radial (eje  $r$ ) y axial (eje  $z$ ) que matemáticamente se expresa con las **ecuaciones 1 y 2**.

$$q_r = -kA \frac{\partial T}{\partial r} \quad (1)$$

$$q_z = -kA \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2)$$

Donde  $q$  es la transferencia de calor (W),  $k$  es la conductividad térmica (W/m·°C),  $A$  es el área de sección transversal (m<sup>2</sup>),  $dT/dr$  y  $dT/dz$  son el gradiente de temperaturas en dirección radial y axial (°C/m), respectivamente. En las ecuaciones anteriormente presentadas se utiliza un gradiente de temperaturas de forma diferencial, para simplificar el análisis se realiza la solución de este. En el caso del gradiente axial

(eje z) se puede asumir una distribución lineal de temperaturas y el área corresponde a la de un disco, la **ecuación 2** se reescribe como:

$$q_z = k[\pi(r_n^2 - r_m^2)] \frac{T_m - T_n}{\Delta z} \quad (3)$$

Donde  $\Delta z$  es la distancia vertical entre los nodos,  $T_n$  es la temperatura en el radio mayor y  $T_m$  en el menor,  $r_n$  y  $r_m$  son los radios mayor y menor, respectivamente. En el caso del gradiente radial es necesario partir de la ecuación de difusión de calor unidimensional en estado estable sin generación interna de energía en coordenadas cilíndricas.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad (4)$$

La **ecuación 4** se resuelve mediante separación de variables e integración, de esta manera se obtiene una solución general de la distribución de temperaturas, **ecuación 5**, y se establecen las condiciones de frontera las cuales corresponde a temperaturas específicas en radios establecidos.

$$T(r) = \frac{C_1}{k} \ln(r) + C_2 \quad (5)$$

$$T(r_m) = T_m \qquad T(r_n) = T_n$$

Donde  $T(r_m)$  y  $T(r_n)$  son las temperaturas en los radios menor y mayor, respectivamente. Se aplican las condiciones de frontera establecidas a la solución general, y se resuelve para las obtener las constantes  $C_1$  y  $C_2$ , posteriormente se sustituyen en la solución general obteniendo la **ecuación 6**, misma que es derivada para la determinación del gradiente obteniendo:

$$T(r) = \frac{T_m - T_n}{\ln\left(\frac{r_m}{r_n}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_n}\right) + T_n \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_m - T_n}{r \ln\left(\frac{r_m}{r_n}\right)} \quad (7)$$

Una vez obtenido el gradiente y considerando el área de un cilindro como  $A = 2\pi r \Delta z$ , se sustituyen las expresiones en la **ecuación 1**. Así, se obtiene la **ecuación 8**, que se emplea para modelar el calor conducido en dirección radial.

$$q_r = k(2\pi \Delta z) \frac{T_m - T_n}{\ln\left(\frac{r_n}{r_m}\right)} \quad (8)$$

El modelado de la transferencia de calor por convección se realiza mediante la ley de enfriamiento de Newton, la cual se aplica cuando se presenta una diferencia de temperaturas entre la superficie de un sólido y un fluido en movimiento, además, la línea de trayectoria del fluido debe ser paralela con la superficie del sólido en contacto. Es decir, la dirección de la transferencia de calor es normal a la superficie del sólido y se determina mediante:

$$q_{conv} = hA(T_s - T_\infty) \quad (9)$$

Donde  $q_{conv}$  es la transferencia de calor (W),  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor por convección ( $W/m^2 \cdot ^\circ C$ ),  $A$  es el área de sección transversal ( $m^2$ ),  $T_s$  y  $T_\infty$  son la temperatura superficial y del fluido ( $^\circ C$ ), respectivamente.

El coeficiente de transferencia de calor es determinado a partir del número adimensional de Nusselt, el cual representa la relación de la transferencia de calor por convección con respecto a la conducción pura. Despejando el coeficiente de convección, la ecuación resultante es expresada como:

$$h = \frac{Nu k_f}{D_h} \quad (10)$$

Donde  $h$  el coeficiente de transferencia de calor por convección ( $W/m^2 \cdot ^\circ C$ ),  $Nu$  es el número de Nusselt,  $D_h$  es el diámetro hidráulico (m) y  $k_f$  es la conductividad térmica del fluido ( $W/m \cdot ^\circ C$ ). Es importante mencionar que el diámetro hidráulico se calcula a partir de:

$$D_h = \frac{4A_c}{p} \quad (11)$$

Donde  $D_h$  es el diámetro hidráulico (m),  $A_c$  es el área de sección transversal ( $m^2$ ) y  $p$  es el perímetro mojado (m), es decir el perímetro que se encuentra en contacto con el fluido.

Las correlaciones para el cálculo del número de Nusselt dependen del régimen de flujo, características y parámetros del fluido, así como las características geométricas del sistema. Conforme a la literatura [64,66], se emplea la correlación de Gnielinski para determinar del número de Nusselt en ambas tuberías, debido al amplio rango validez, la correlación es expresada como:

$$Nu = \frac{(f/8)(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7 \left(\frac{f}{8}\right)^{0.5} (Pr^{2/3} - 1)} \quad (12)$$

Donde  $Nu$  es el número de Nusselt,  $f$  es el factor de fricción,  $Re$  es el número de Reynolds y  $Pr$  el número de Prandtl. Es importante considerar que la correlación es válida para  $3 \times 10^3 < Re < 5 \times 10^6$  y  $0.5 \leq Pr \leq 2000$ .

El régimen de flujo dentro de las tuberías del intercambiador geotérmico es determinado a partir del número de Reynolds, el cual es un parámetro adimensional relaciona las fuerzas inerciales y viscosas presentes en el fluido y es calculado empleando la siguiente ecuación:

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\pi D_h \mu} \quad (13)$$

Donde  $Re$  es el número de Reynolds,  $\dot{m}$  es el flujo másico (kg/s),  $D_h$  es el diámetro hidráulico (m),  $\mu$  es la viscosidad dinámica (Pa·s). El flujo es clasificado como laminar cuando  $Re < 2300$ , de transición cuando  $2300 \leq Re \leq 4000$  y turbulento si  $Re > 4000$ .

El factor de fricción es un parámetro adimensional que representa la pérdida de energía debido a la fricción del fluido con la superficie de la tubería. En el caso de la tubería interna se determina el factor de fricción empleando la **ecuación 14** conocida como la ecuación de Colebrook.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.7 D_h} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (14)$$

Donde  $f$  es el factor de fricción,  $\varepsilon$  es la rugosidad de la tubería (m),  $D_h$  es el diámetro hidráulico (m) y  $Re$  es el número de Reynolds. Por otra parte, de acuerdo con la literatura el factor de fricción para la tubería anular se determina a partir de la ecuación de Petukhov.

$$f = [0.79 \ln(Re) - 1.64]^{-2} \quad (15)$$

Donde  $f$  es el factor de fricción y  $Re$  es el número de Reynolds.

Para la transferencia de calor por convección que se presenta en los nodos que se encuentran en la línea de trayectoria del fluido se utiliza la ecuación de conservación de la energía para un flujo estacionario.

$$q_{conv} = \dot{m} C_p (T_m - T_n) \quad (16)$$

Donde  $\dot{m}$  es el flujo másico (kg/s),  $C_p$  es el calor específico a presión constante (kJ/kg·°C),  $T_m$  y  $T_n$  son las temperaturas del nodo y nodo vecino que se encuentren dentro de la línea de flujo (°C).

La eficiencia de un intercambiador de calor permite evaluar su desempeño, esta es la relación entre la transferencia de calor real y la ideal o máxima transferencia de calor posible, donde a la salida el fluido alcanzaría la menor temperatura del medio. La eficiencia es calculada mediante:

$$\eta = \frac{q_{real}}{q_{max}} = \frac{\dot{m} C_p (T_e - T_s)}{\dot{m} C_p (T_e - T_{min})} = \frac{(T_e - T_s)}{(T_e - T_{min})} \quad (17)$$

Donde  $\eta$  es la eficiencia,  $T_e$  la temperatura de entrada (°C),  $T_s$  la temperatura a la salida (°C) y  $T_{min}$  es la temperatura mínima del medio (°C).

### 3.3. Método de diferencias finitas.

Es posible realizar un análisis térmico mediante soluciones analíticas que involucran el uso de ecuaciones diferenciales, sin embargo, estas se limitan a configuraciones geométricas simples, como una pared, cilindro o esfera. Así mismo, el análisis se complica cuando se involucran diferentes condiciones de frontera como es la conductividad térmica variable, convección y radiación. Por esta razón, es que se recurre a las soluciones numéricas, que, mediante métodos numéricos simplifican el análisis y permiten obtener resultados más exactos.

El método de diferencias finitas es un método numérico que consiste en la solución aproximada de ecuaciones diferenciales mediante la sustitución de estas por diferencias algebraicas, para ello se debe establecer una red nodal y mallado para el sistema en análisis. Este método se aplica a la ecuación de difusión de calor en estado estable, conformada por segundas derivadas, la cual es evaluada en un nodo  $m$ , considerando una dimensión, se sustituye la segunda derivada por su forma en diferencias finitas que consiste en una diferencia de las primeras diferencias, matemáticamente se expresa como:

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{x=m} \rightarrow \frac{\frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + \frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} \quad (18)$$

Donde  $T_{m-1}$  y  $T_{m+1}$ , son las temperaturas de los nodos vecinos y  $T_m$  es la temperatura del nodo analizado. Del mismo modo se puede aplicar la **ecuación 18** para modelos de dos o tres dimensiones. A continuación, se muestra la ecuación en diferencias finitas para el caso bidimensional:

$$\frac{T_{m-1,n} - 2T_{m,n} + T_{m+1,n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{m,n-1} - 2T_{m,n} + T_{m,n+1}}{\Delta y^2} = 0 \quad (19)$$

Dichas ecuaciones se aplican cuando se presenta un mallado uniforme en coordenadas cartesianas y cuando las condiciones de frontera son temperaturas, es decir, cuando se trata de un nodo interno en un sólido. En caso de presentarse otro tipo de condiciones de frontera como flujo de calor definido, convección, radiación o interfaz se debe aplicar el método de balance de energía.

El método de balance de energía consiste en aplicar la ley conservación de energía en un volumen de control alrededor de la región nodal. Por convención, se considera que la transferencia de calor es hacia el nodo analizado, es decir, el calor proveniente de los nodos vecinos se encuentra entrando al nodo, matemáticamente se expresa como:

$$\sum q = q_s + q_i + q_r + q_l = 0 \quad (20)$$

Donde  $q_s$ ,  $q_i$ ,  $q_r$ ,  $q_l$ , son el flujo de calor en dirección superior, inferior, derecho e izquierdo, respectivamente. Los calores se expresan en su ecuación correspondiente (para conducción, convección o radiación), manteniendo las diferencias de temperaturas como variables. Es importante mencionar, que este método permite utilizar todas las condiciones de frontera y es posible aplicarlo tanto en sólidos como en fluidos.

Una vez realizada la formulación de las ecuaciones por medio de diferencias finitas para cada punto nodal, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales que son resueltas mediante el uso de métodos numéricos. Se pueden utilizar diferentes métodos para la solución de los sistemas de ecuaciones, para este texto se utiliza el método de matriz inversa, el cual parte de un sistema de  $N$  ecuaciones que corresponden a  $N$  temperaturas desconocidas, expresado como:

$$\begin{aligned} a_{11}T_1 + a_{12}T_2 + a_{13}T_3 + \dots + a_{1N}T_N &= C_1 \\ a_{21}T_1 + a_{22}T_2 + a_{23}T_3 + \dots + a_{2N}T_N &= C_2 \\ \vdots & \\ a_{N1}T_1 + a_{N2}T_2 + a_{N3}T_3 + \dots + a_{NN}T_N &= C_N \end{aligned} \quad (21)$$

Donde los coeficientes  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ , ...,  $C_1$ , ... son cantidades constantes. Este sistema de ecuaciones se describe con notación matricial como una multiplicación de matrices.

$$[A][T] = [C] \quad (22)$$

Donde:

$$A \equiv \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \quad T \equiv \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_N \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_N \end{bmatrix}$$

La matriz de coeficientes  $[A]$  y el vector del lado derecho  $[C]$  están compuestas por valores definidos y conocidos, mientras el vector de resultados  $[T]$  está compuesto por las variables, por lo tanto, se despeja dicho vector para obtener el valor de estas incógnitas, obteniendo:

$$[T] = [A]^{-1}[C] \quad (23)$$

Donde  $[A]^{-1}$  es la inversa de la matriz  $[A]$ , y es definida como:

$$[A]^{-1} \equiv \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1N} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N1} & b_{N2} & \cdots & b_{NN} \end{bmatrix}$$

Resolviendo para el vector de resultados [T], obtenemos:

$$\begin{aligned} T_1 &= b_{11}C_1 + b_{12}C_2 + b_{13}C_3 + \cdots + b_{1N}C_N \\ T_2 &= b_{21}C_1 + b_{22}C_2 + b_{23}C_3 + \cdots + b_{2N}C_N \\ &\vdots \\ T_N &= b_{N1}C_1 + b_{N2}C_2 + b_{N3}C_3 + \cdots + b_{NN}C_N \end{aligned} \quad (24)$$

### 3.4. Nodos y mallado.

En el análisis del intercambiador de calor geotérmico de tubería coaxial se emplean coordenadas cilíndricas, lo que permite considerar un sistema axisimétrico, debido a la geometría del intercambiador geotérmico y simetría térmica del sistema. Además, la variación de temperaturas es función de la profundidad, lo que permite considerar un sistema de dos dimensiones; radial (r) y axial (z). De esta manera, se simplifica el mallado y modelado matemático a una porción del sistema total.

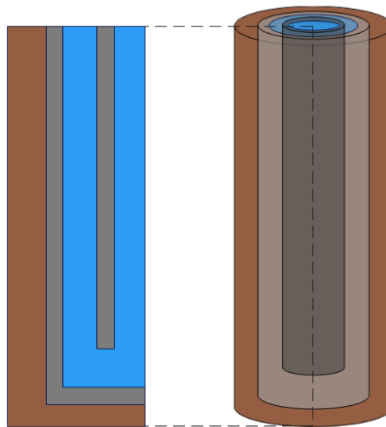


Figura 17. Sistema axisimétrico del intercambiador de calor geotérmico coaxial.

Considerando el sistema presentado en la figura 17, los nodos fueron colocados de manera estratégica para determinar las temperaturas más críticas del sistema. Este consiste en cuatro nodos colocados fuera del intercambiador geotérmico en la parte del grout, un nodo en la superficie interior y otro en la exterior de la tubería interna. De igual forma, se aplica esta configuración para la tubería anular. Se añaden dos nodos adicionales, los cuales son colocados en cada centro de las áreas de flujo de las tuberías, dando un total de 10 nodos establecidos en el eje radial. Cabe mencionar que se estableció un nodo denotado por

“ $T_{S0}$ ” que hace referencia a la temperatura del suelo a una profundidad específica determinada por el subíndice. Figura 18.

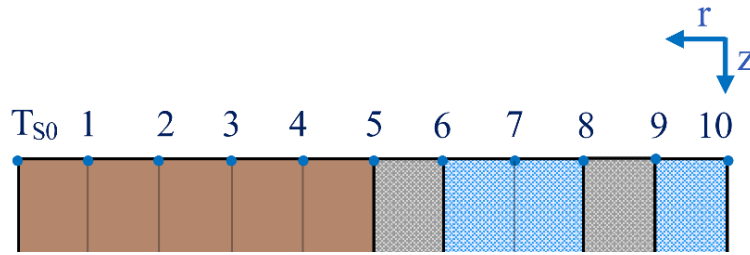


Figura 18. Configuración de nodos en la zona superior del sistema.

El arreglo nodal anterior es repetido y colocado en el resto del intercambiador con un distanciamiento vertical entre nodos denotado como  $\Delta L$ , con valor de 1 m para el caso de estudio, el cual se mantiene constante hasta alcanzar los 24 metros de profundidad. Figura 19.

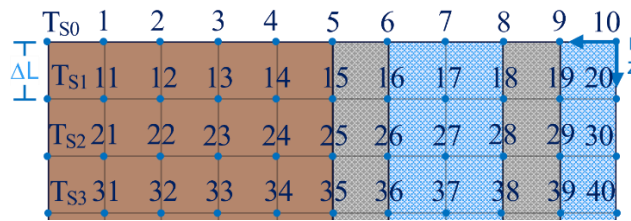


Figura 19. Nodos establecidos en la zona superior.

Una vez alcanzada esta profundidad, a causa del diseño de la tubería coaxial (concéntrica) se debe colocar un espaciamento entre el final de la tubería interna y la base de la anular, cuyo valor es el del diámetro interior de la tubería anular. Como resultado, se modifica el distanciamiento colocado y se establece un distanciamiento denotado como  $\Delta P$ , cuyo valor es el del radio interno de la tubería anular. De esta manera, se establecen nodos en la línea de trayectoria del fluido en la parte inferior del intercambiador, así como en la parte interna de la base de la tubería anular. Figura 20.

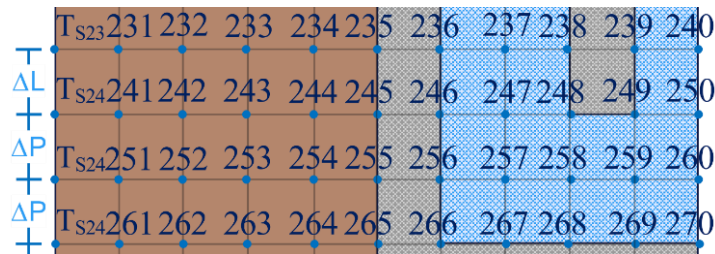


Figura 20. Nodos establecidos en la zona inferior del sistema.

En la parte externa de la base de la tubería anular se colocaron nodos con un distanciamiento denotado por  $\Delta t$ , cuyo valor es el espesor de la tubería anular. Así mismo, se colocan nodos fuera del

intercambiador geotérmico con el mismo distanciamiento, dichos nodos son denotados por “ $T_{S24}$ ”, que hacen referencia a la temperatura del grout a los 24 metros de profundidad. Figura 21.

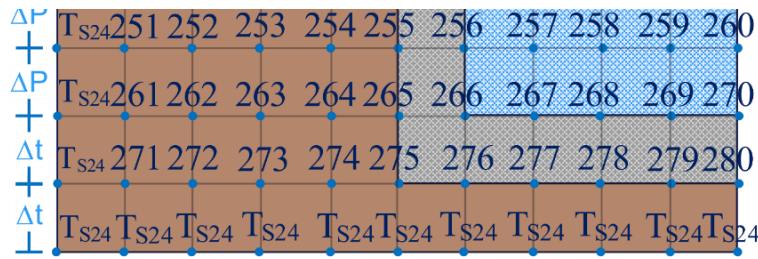


Figura 21. Nodos y temperaturas establecidos en la zona inferior del sistema.

El arreglo nodal resultante está conformado por 280 nodos, como se presenta en la figura 22.

La malla se establece para delimitar los elementos del sistema, en los cuales el nodo se encuentra en el centro. Dado que el sistema es bidimensional, se presentan dos direcciones de la malla: radial y axial. Es importante considerar que los nodos anteriormente establecidos no son equidistantes a consecuencia de las dimensiones y especificaciones utilizadas para el modelado del intercambiador geotérmico. Como resultado, la malla empleada no es uniforme, y no todos los elementos tienen la misma área.

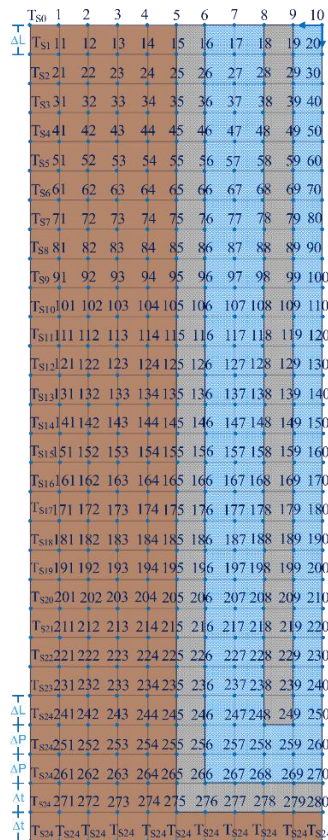


Figura 22. Sistema con nodos establecidos.

El mallado radial consiste en divisiones verticales representadas por líneas imaginarias en un plano bidimensional. Las divisiones son determinadas empleando distanciamientos radiales denominados radios primos ( $r'$ ), que permiten colocar al nodo en el centro del elemento. Dichos son calculados utilizando el valor de los radios de cada nodo, empleando las siguientes ecuaciones de diseño.

$$r'_m = r_m - \frac{t_{n-m}}{2} \quad (25)$$

$$t_{n-m} = r_n - r_m \quad (26)$$

Donde el  $r_m$  y  $r_n$  son el radio del nodo menor y mayor, respectivamente, y  $t_{n-m}$  es la distancia entre los radios, cabe mencionar que para el nodo “ $T_{s0}$ ” se utiliza el radio primo denotado por 0 ( $r'_0$ ). De esta manera se obtiene el mallado vertical, el cual se puede visualizar como se presenta en la figura 23.

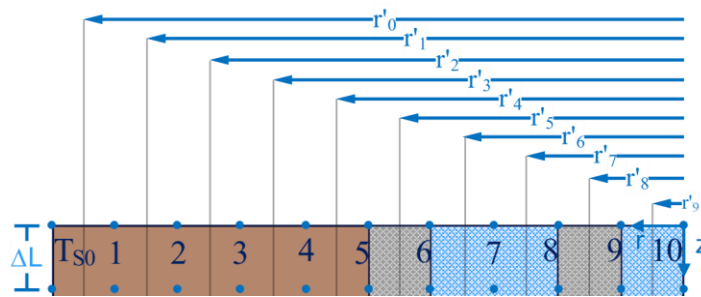


Figura 23. Esquema ilustrativo de radios primos.

El mallado axial se presenta como líneas horizontales imaginarias que permitirán determinar la altura de los elementos, la cual será la misma para los conjuntos de nodos que se encuentren en la misma profundidad. Para esto es necesario aplicar la siguiente ecuación de diseño.

$$\Delta Nodal = \frac{\Delta Sup + \Delta Inf}{2} \quad (27)$$

Donde  $\Delta Nodal$  es la altura del elemento,  $\Delta Sup$  y  $\Delta Inf$  son los distanciamientos verticales superior e inferior entre nodos, respectivamente. Cabe mencionar que, para los nodos superiores, nodo 1-10, únicamente se utiliza el distanciamiento inferior.

En el caso de estudio, la mayor parte del sistema mantiene constante el distanciamiento con valor de un metro (o  $\Delta L$ ), por lo que la altura del elemento es de un metro. Sin embargo, en la parte inferior del sistema una vez se alcanzan los 24 metros de profundidad, en el nodo 241 en adelante, el valor de la altura cambia, volviendo necesario aplicar la **ecuación 27**, ya que el distanciamiento superior e inferior tienen valores diferentes, como se muestra en la figura 24. De la misma forma, se debe calcular la altura para los nodos inferiores.

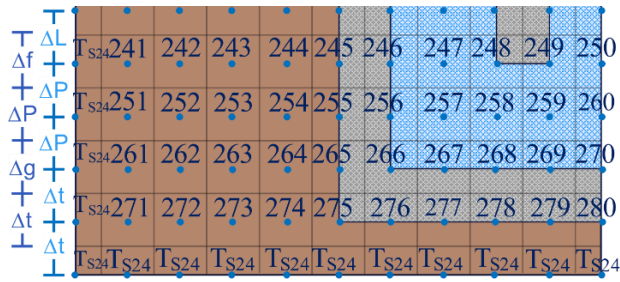


Figura 24. Esquema ilustrativo de la altura de los elementos en la zona inferior del sistema.

### 3.5. Modelo matemático.

El análisis del intercambiador de calor geotérmico se realiza principalmente mediante el método de balance de energía, debido a que el mallado que presenta el sistema no es uniforme, además de la presencia de condiciones de frontera de interfaz y convección. Mediante este método se obtienen las ecuaciones que modelan el comportamiento energético del intercambiador geotérmico y posteriormente serán codificadas para obtener la distribución de temperaturas del mismo.

La deducción de las ecuaciones, se realiza por el método de balance de energía tomando en cuenta que el sistema es bidimensional y axisimétrico, por lo que, en el análisis las áreas completas son consideradas como la mitad del área total del sistema. Además, es posible observar que la posición de los nodos forma filas y columnas, por consecuencia, las ecuaciones nodales son iguales para los nodos que se encuentren en la misma columna. Es importante mencionar que se presentan algunos casos especiales, donde la ecuación del nodo resulta diferente a la del conjunto.

Las ecuaciones nodales utilizadas y su deducción fueron realizadas a partir del uso la metodología presentada a continuación:

*Nodo 1.*

Este nodo se encuentra en la sección del grout, como se muestra en la figura 25, donde solamente se cuenta con un material sólido, por lo tanto, se presenta únicamente el mecanismo de conducción de calor. En todos los nodos de la primera fila se presenta la mitad del área horizontal, debido a que no se consideran elementos superiores a la superficie del intercambiador.

Aplicando el balance de energía en el nodo 1 se obtiene:

$$q_{cond,l} + q_{cond,r} + q_{cond,i} = 0$$

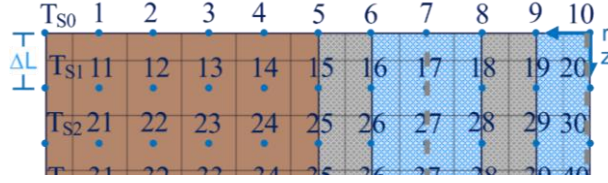


Figura 25. Sección superior del sistema.

Donde  $q_{cond,l}$ ,  $q_{cond,r}$  y  $q_{cond,i}$  representan los calores conducidos en dirección radial y axial desde los nodos vecinos. En la ecuación anterior, se sustituye el calor axial  $q_{cond,i}$  con la **ecuación 3**, y los calores radiales  $q_{cond,l}$  y  $q_{cond,r}$  con la **ecuación 8**, que modelan la conducción de calor en dirección axial y radial, respectivamente. La ecuación del nodo se reescribe como:

$$\frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_0}{r_1} \right)} (T_{s0} - T_1) + \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right)} (T_2 - T_1) + \frac{k_s [\pi (r_0'^2 - r_1'^2)]}{2 \Delta L} (T_{11} - T_1) = 0 \quad (28)$$

Para los calores con dirección radial utilizan los radios nodales y en el área de sección transversal para los calores con dirección axial se utilizan los radios primos, debido a que estos delimitan el volumen de control del nodo. Agrupando los términos constantes con las variables de temperatura, la **ecuación 28** se reescribe como:

$$-\left\{ \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_0}{r_1} \right)} + \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right)} + \frac{k_s [\pi (r_0'^2 - r_1'^2)]}{2 \Delta L} \right\} T_1 + \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right)} T_2 + \frac{k_s [\pi (r_0'^2 - r_1'^2)]}{2 \Delta L} T_{11} = -\frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_0}{r_1} \right)} T_{s0} \quad (29)$$

Cabe mencionar “ $T_{s0}$ ” corresponde a la temperatura del grout a los 0 metros de profundidad, y esta variara su valor según la profundidad, además, es colocado del lado derecho de la igualdad porque es un valor definido.

De esta manera se obtiene la ecuación para el nodo 1, y se realiza el mismo procedimiento para los nodos 2 al 4. Las ecuaciones resultantes para dichos nodos son:

*Nodo 2.*

$$\frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right)} T_1 - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right)} + \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_2}{r_3} \right)} + \frac{k_s [\pi (r_1'^2 - r_2'^2)]}{2 \Delta L} \right\} T_2 + \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_2}{r_3} \right)} T_3 + \frac{k_s [\pi (r_1'^2 - r_2'^2)]}{2 \Delta L} T_{12} = 0 \quad (30)$$

*Nodo 3.*

$$\frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_2}{r_3} \right)} T_2 - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_2}{r_3} \right)} + \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_3}{r_4} \right)} + \frac{k_s [\pi (r_2'^2 - r_3'^2)]}{2 \Delta L} \right\} T_3 + \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_3}{r_4} \right)} T_4 + \frac{k_s [\pi (r_2'^2 - r_3'^2)]}{2 \Delta L} T_{13} = 0 \quad (31)$$

Nodo 4.

$$\frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_3}{r_4} \right)} T_3 - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_3}{r_4} \right)} + \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_4}{r_5} \right)} + \frac{k_s [\pi (r_3'^2 - r_4'^2)]}{2 \Delta L} \right\} T_4 + \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_4}{r_5} \right)} T_5 + \frac{k_s [\pi (r_3'^2 - r_4'^2)]}{2 \Delta L} T_{14} = 0 \quad (32)$$

Nodo 5.

En este nodo se encuentra en la interfaz del grout y la tubería anular, donde al estar en contacto dos materiales solidos se presentará conducción por ambos materiales, despreciando la resistencia térmica por contacto. Aplicando el balance de energía se obtiene:

$$q_{cond,s,l} + q_{cond,e,r} + q_{cond,s,in} + q_{cond,e,in} = 0$$

En el balance de energía se presentan dos calores en dirección inferior con subíndices  $s$  y  $e$ , asociados al grout y a la tubería anular, respectivamente. Sustituyendo las ecuaciones correspondientes que modelan la conducción en la dirección axial y radial, se obtiene la ecuación del nodo 5.

$$\begin{aligned} \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_4}{r_5} \right)} T_4 - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_4}{r_5} \right)} + \frac{\pi k_e \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_5}{r_6} \right)} + \frac{k_s [\pi (r_4'^2 - r_5'^2)]}{2 \Delta L} + \frac{k_e [\pi (r_5^2 - r_5'^2)]}{2 \Delta L} \right\} T_5 + \frac{\pi k_e \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_5}{r_6} \right)} T_6 \\ + \left\{ \frac{k_s [\pi (r_4'^2 - r_5'^2)]}{2 \Delta L} + \frac{k_e [\pi (r_5^2 - r_5'^2)]}{2 \Delta L} \right\} T_{15} = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

Dado que el nodo se encuentra en la interfaz, se utilizan el radio nodal y los radios primos para delimitar las áreas de transferencia de calor de cada material; el grout se delimita por el radio 5 y el 4 primo ( $r'_4$ ), mientras que la tubería anular se delimita con el radio 5 y el 5 primo ( $r'_5$ ).

Nodo 6.

Se presenta la interfaz entre la tubería anular y el fluido de trabajo que fluye en la tubería anular, por lo tanto, se presenta el mecanismo de conducción y convección. Es importante considerar la dirección de entrada del fluido para la formulación de la ecuación nodal, en el caso donde la entrada es por la tubería interna se aplica el balance de energía al nodo se obtiene:

$$q_{cond,l} + q_{conv,r} + q_{cond,i} = 0$$

En este caso el calor convectivo  $q_{conv,r}$  se encuentra fluyendo normal a la línea de trayectoria del fluido, por tal motivo, sustituye por la **ecuación 9**. En el caso del calor conducido se aplican las **ecuaciones 3 y 8** para el calor en dirección axial ( $q_{cond,i}$ ) y radial ( $q_{cond,l}$ ), respectivamente. Al sustituir dichas ecuaciones en

el balance de energía y agrupar los valores constantes con las variables de temperatura, la ecuación resultante para nodo 6 se expresa como:

$$\frac{\pi k_e \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_5}{r_6} \right)} T_5 - \left\{ \frac{\pi k_e \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_5}{r_6} \right)} + \frac{h_a (\pi r_6 \Delta L)}{2} + \frac{k_e [\pi (r_5'^2 - r_6^2)]}{2 \Delta L} \right\} T_6 + \frac{h_a (\pi r_6 \Delta L)}{2} T_7 + \frac{k_e [\pi (r_5'^2 - r_6^2)]}{2 \Delta L} T_{16} = 0 \quad (34.1)$$

Donde  $k_e$  y  $h_a$  corresponde a la conductividad térmica de la tubería anular (exterior) y el coeficiente de convección de la tubería anular. En el caso donde la entrada es por la tubería anular, se realiza el mismo procedimiento, pero considerando que la variable de temperatura del nodo 7 adopta el valor de la temperatura de entrada, por lo tanto, la ecuación resultante se expresa como:

$$\frac{\pi k_e \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_5}{r_6} \right)} T_5 - \left\{ \frac{\pi k_e \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_5}{r_6} \right)} + \frac{h_a (\pi r_6 \Delta L)}{2} + \frac{k_e [\pi (r_5'^2 - r_6^2)]}{2 \Delta L} \right\} T_6 + \frac{k_e [\pi (r_5'^2 - r_6^2)]}{2 \Delta L} T_{16} = - \frac{h_a (\pi r_6 \Delta L)}{2} T_e \quad (34.2)$$

*Nodo 7.*

Se ubica en el centro del área de flujo de la tubería anular, donde únicamente se presenta convección como mecanismo de transferencia de calor. Además de lo anterior, para este nodo se debe tener en cuenta la dirección de entrada del fluido, es decir, si en este nodo se encuentra entrando o saliendo el fluido.

Para el caso donde la entrada es por la tubería interna, la temperatura de salida corresponde a la del nodo 7 y el balance de energía se expresa como:

$$q_{conv,l} + q_{conv,r} + q_{conv,i} = 0$$

Es importante resaltar que la línea de trayectoria del fluido es vertical, por lo tanto, el calor convectivo de manera axial es modelado a partir de la **ecuación 16**, y los calores radiales, o con dirección normal al flujo, se modelan con la **ecuación 9**. Sustituyendo dichas ecuaciones en la expresión del balance y reacomodándola, se obtiene la ecuación para el nodo 7.

$$\frac{h_a (\pi r_6 \Delta L)}{2} T_6 - \left[ \frac{h_a (\pi r_6 \Delta L)}{2} + \dot{m} C_p + \frac{h_a (\pi r_8 \Delta L)}{2} \right] T_7 + \frac{h_a (\pi r_8 \Delta L)}{2} T_8 + \dot{m} C_p T_{17} = 0 \quad (35)$$

En el caso contrario, donde la entrada es a través de la tubería anular, la variable de temperatura del nodo 7 corresponderá la temperatura de entrada.

*Nodo 8.*

El nodo 8 al igual que el nodo 6, se ubica en la interfaz entre la tubería interna y el fluido de trabajo que fluye por la tubería anular, presentándose los mecanismos de conducción y convección, sin embargo, es

importante considerar la dirección de entrada, ya que esta afecta la ecuación nodal resultante. En el caso en que la entrada sea a través de la tubería interna, se aplica el balance de energía y se sustituyen las ecuaciones que modelan la transferencia de calor, agrupando los términos con las variables de temperatura se obtiene:

$$\frac{h_a(\pi r_8 \Delta L)}{2} T_7 - \left( \frac{h_a(\pi r_8 \Delta L)}{2} + \frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_8}{r_9} \right)} + \frac{k_i [\pi (r_8^2 - r_8'^2)]}{2 \Delta L} \right) T_8 + \frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_8}{r_9} \right)} T_9 + \frac{k_i [\pi (r_8^2 - r_8'^2)]}{2 \Delta L} T_{18} = 0 \quad (36.1)$$

Donde  $k_i$  y  $h_a$  corresponde a la conductividad térmica de la tubería interna y el coeficiente de convección de la tubería anular, respectivamente. Por otro lado, cuando la entrada es por la tubería anular la variable de temperatura del nodo 7 se considera que tiene el valor de la temperatura de entrada del fluido, por lo tanto, se debe despejar de la **ecuación 36.1**, la ecuación nodal resultante se expresa como:

$$-\left( \frac{h_a(\pi r_8 \Delta L)}{2} + \frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_8}{r_9} \right)} + \frac{k_i [\pi (r_8^2 - r_8'^2)]}{2 \Delta L} \right) T_8 + \frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_8}{r_9} \right)} T_9 + \frac{k_i [\pi (r_8^2 - r_8'^2)]}{2 \Delta L} T_{18} = -\frac{h_a(\pi r_8 \Delta L)}{2} T_e \quad (36.2)$$

*Nodo 9.*

Al igual que el nodo anterior, este se encuentra en la interfaz entre la tubería interna y el fluido de trabajo que fluye por esta, presentándose los mecanismos de conducción y convección de calor. En el caso donde la entrada es a través la tubería interna, la variable de temperatura correspondiente al nodo 10 adoptara el valor de la temperatura de entrada.

Considerando lo anterior, se establece el balance de energía y son sustituidas las ecuaciones que modelan la transferencia de calor para conducción radial y axial, así como la convección radial con dirección normal la línea de trayectoria del fluido. De esta manera, se obtiene la **ecuación 37.1**.

$$\frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_8}{r_9} \right)} T_8 - \left( \frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_8}{r_9} \right)} + \frac{h_c \pi r_9 \Delta L}{2} + \frac{k_i [\pi (r_8'^2 - r_9^2)]}{2 \Delta L} \right) T_9 + \frac{k_i [\pi (r_8'^2 - r_9^2)]}{2 \Delta L} T_{19} = -\frac{h_c (\pi r_9 \Delta L)}{2} T_e \quad (37.1)$$

Donde  $k_i$  y  $h_c$  corresponde a la conductividad térmica de la tubería interna y el coeficiente de convección de la tubería interna. En el caso opuesto, donde la entrada del fluido es a través de la tubería anular, la temperatura del nodo 10 se mantiene como variable, por lo tanto, la ecuación nodal se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_8}{r_9} \right)} T_8 - \left( \frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln \left( \frac{r_8}{r_9} \right)} + \frac{h_c \pi r_9 \Delta L}{2} + \frac{k_i [\pi (r_8'^2 - r_9^2)]}{2 \Delta L} \right) T_9 + \frac{h_c (\pi r_9 \Delta L)}{2} T_{10} + \frac{k_i [\pi (r_8'^2 - r_9^2)]}{2 \Delta L} T_{19} = 0 \quad (37.2)$$

### Nodo 10.

El nodo se encuentra en el centro del área de flujo de la tubería interna, al igual que el nodo 7, solamente se presenta el mecanismo de convección de calor y es importante considerara la dirección de entrada del fluido. Cuando la dirección de entrada es a través de la tubera central, se omite la ecuación del nodo 10, ya que la variable de temperatura del nodo adopta el valor de la temperatura de entrada.

Por otro lado, cuando la dirección de entrada del fluido es por la tubería anular se mantiene la variable de temperatura del nodo 10. Aplicando el balance de energía al nodo, se obtiene:

$$q_{conv,s} + q_{conv,l} + q_{conv,r} + q_{conv,i} = 0$$

Este nodo se encuentra en el origen del sistema, donde es colocado el eje de simetría y se emplea el enfoque de la imagen especular, que consiste en tomar los nodos del lado izquierdo y reflejarlos como extensión. Es decir, se agrega un nodo imaginario del lado derecho que, para este caso, tiene las mismas características que el nodo 9. Tomando en cuenta esto y sustituyendo las ecuaciones que modelan la transferencia de calor por convección para cada caso, la ecuación resultante del nodo se expresa como:

$$h_c(\pi r_9 \Delta L) T_9 - [\dot{m} C_p + h_c(\pi r_9 \Delta L)] T_{10} + \dot{m} C_p T_{20} = 0 \quad (38)$$

De esta manera se obtienen las ecuaciones de la primera fila de nodos del sistema, correspondientes a la parte superior del mismo. Para la obtención de las ecuaciones nodales restantes se aplica la metodología anteriormente presentada; primero, se identifica la dirección de entrada del fluido, posteriormente, se establece el balance de energía y son sustituidas las ecuaciones que modelan el mecanismo de transferencia de calor del nodo según la dirección del flujo de calor y la dirección de la línea de trayectoria del fluido, por último, se agrupan los términos constantes con las variables de temperatura.

En la segunda fila de nodos, conformada por los nodos 11 al 20, se realiza la deducción de las ecuaciones nodales mediante el análisis descrito y las ecuaciones resultantes obtenidas se presentan a continuación:

### Nodo 11.

$$\frac{k_s[\pi(r_0'^2 - r_1'^2)]}{2\Delta L} T_1 - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right)} + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} + \frac{k_s[\pi(r_0'^2 - r_1'^2)]}{\Delta L} \right\} T_{11} + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} T_{12} + \frac{k_s[\pi(r_0'^2 - r_1'^2)]}{2\Delta L} T_{21} = -\frac{\pi k_s \Delta L}{2 \ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right)} T_{s1} \quad (39)$$

### Nodo 12.

$$\frac{k_s[\pi(r_1'^2 - r_2'^2)]}{2\Delta L} T_2 + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} T_{11} - \left( \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} + \frac{k_s[\pi(r_1'^2 - r_2'^2)]}{\Delta L} \right) T_{12} + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} T_{13} + \frac{k_s[\pi(r_1'^2 - r_2'^2)]}{2\Delta L} T_{22} = 0 \quad (40)$$

Nodo 13.

$$\frac{k_s[\pi(r_2'^2 - r_3'^2)]}{2\Delta L}T_3 + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)}T_{12} - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)} + \frac{k_s[\pi(r_2'^2 - r_3'^2)]}{\Delta L} \right\} T_{13} + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)}T_{14} + \frac{k_s[\pi(r_2'^2 - r_3'^2)]}{2\Delta L}T_{23} = 0 \quad (41)$$

Nodo 14.

$$\frac{k_s[\pi(r_3'^2 - r_4'^2)]}{2\Delta L}T_4 + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)}T_{13} - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)} + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)} + \frac{k_s[\pi(r_3'^2 - r_4'^2)]}{\Delta L} \right\} T_{14} + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)}T_{15} + \frac{k_s[\pi(r_3'^2 - r_4'^2)]}{2\Delta L}T_{24} = 0 \quad (42)$$

Nodo 15.

$$\left\{ \frac{k_s[\pi(r_4'^2 - r_5'^2)]}{2\Delta L} + \frac{k_e[\pi(r_5^2 - r_5'^2)]}{2\Delta L} \right\} T_5 + \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)}T_{14} - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta L}{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)} + \frac{\pi k_e \Delta L}{\ln\left(\frac{r_5}{r_6}\right)} + \frac{k_s[\pi(r_4'^2 - r_5'^2)]}{\Delta L} + \frac{k_e[\pi(r_5^2 - r_5'^2)]}{\Delta L} \right\} T_{15} \\ + \frac{\pi k_e \Delta L}{\ln\left(\frac{r_5}{r_6}\right)}T_{16} + \left\{ \frac{k_s[\pi(r_4'^2 - r_5'^2)]}{2\Delta L} + \frac{k_e[\pi(r_5^2 - r_5'^2)]}{2\Delta L} \right\} T_{25} = 0 \quad (43)$$

Nodo 16.

$$\frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6'^2)]}{2\Delta L}T_6 + \frac{\pi k_e \Delta L}{\ln\left(\frac{r_5}{r_6}\right)}T_{15} - \left\{ \frac{\pi k_e \Delta L}{\ln\left(\frac{r_5}{r_6}\right)} + h_a(\pi r_6 \Delta L) + \frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6'^2)]}{\Delta L} \right\} T_{16} + h_c(\pi r_6 \Delta L)T_{17} + \frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6'^2)]}{2\Delta L}T_{26} = 0 \quad (44)$$

Nodo 17.

En el caso donde la entrada es a través de la tubería interna.

$$\dot{m}C_p T_7 + h_a(\pi r_6 \Delta L)T_{16} - [h_a(\pi r_6 \Delta L) + \dot{m}C_p + h_a(\pi r_8 \Delta L)]T_{17} + h_a(\pi r_8 \Delta L)T_{18} + \dot{m}C_p T_{27} = 0 \quad (45.1)$$

Caso contrario, la entrada del fluido es a través de la tubería anular.

$$h_a(\pi r_6 \Delta L)T_{16} - [h_a(\pi r_6 \Delta L) + \dot{m}C_p + h_a(\pi r_8 \Delta L)]T_{17} + h_a(\pi r_8 \Delta L)T_{18} + \dot{m}C_p T_{27} = -\dot{m}C_p T_e \quad (45.2)$$

Nodo 18.

$$\frac{k_i[\pi(r_8^2 - r_8'^2)]}{2\Delta L}T_8 + h_a(\pi r_8 \Delta L)T_{17} - \left\{ h_a(\pi r_8 \Delta L) + \frac{\pi k_i \Delta L}{\ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)} + \frac{k_i[\pi(r_8^2 - r_8'^2)]}{\Delta L} \right\} T_{18} + \frac{\pi k_i \Delta L}{\ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)}T_{19} + \frac{k_i[\pi(r_8^2 - r_8'^2)]}{2\Delta L}T_{28} = 0 \quad (46)$$

Nodo 19.

$$\frac{k_i[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{2\Delta L}T_9 + \frac{\pi k_i \Delta L}{\ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)}T_{18} - \left\{ \frac{\pi k_i \Delta L}{\ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)} + \frac{h_c(\pi r_9 \Delta L)}{2} + \frac{k_i[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{\Delta L} \right\} T_{19} + \frac{h_c(\pi r_9 \Delta L)}{2}T_{20} + \frac{k_i[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{2\Delta L}T_{29} = 0 \quad (47)$$

Nodo 20.

En el caso donde la entrada es a través de la tubería interna, la ecuación nodal se expresa como:

$$2h_c(\pi r_9 \Delta L)T_{19} - [\dot{m}C_p + 2h_c(\pi r_9 \Delta L)]T_{20} + \dot{m}C_p T_{30} = -\dot{m}C_p T_e \quad (48.1)$$

En el caso opuesto, donde la entrada es a través de la tubería anular.

$$\dot{m}C_p T_{10} + 2h_c(\pi r_9 \Delta L)T_{19} - [\dot{m}C_p + 2h_c(\pi r_9 \Delta L)]T_{20} + \dot{m}C_p T_{30} = 0 \quad (48.2)$$

Es posible notar que las ecuaciones de los elementos cuyos nodos forman una columna se repetirán cambiando las variables de temperatura, debido a que se encuentran en posiciones similares y, por consecuencia los mecanismos de transferencia de calor son los mismos.

Es posible notar que se presentan casos especiales, donde los nodos que se encuentran en una columna pueden ser diferentes y no presentar los mismos mecanismos de transferencia de calor que el resto, así mismo, las variables espaciales pueden ser diferentes, resultado en un mallado no uniforme requiriendo que la ecuación sea modificada.

### 3.5.1. Casos especiales.

Es necesario analizar y deducir las ecuaciones de los nodos que son distintos al resto dentro de la columna de nodos, ya sea debido al mallado no uniforme, diferentes mecanismos de transferencia de calor o cambio de dirección de la línea de trayectoria del fluido. Por tal razón, en esta sección se deducen las ecuaciones de los nodos que presentan un comportamiento distinto al resto.

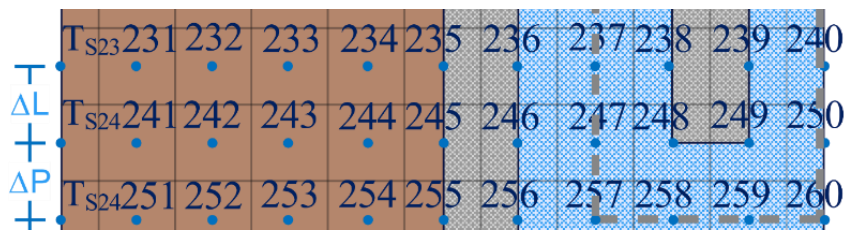


Figura 26. Esquema ilustrativo sección del sistema a 24 m de profundidad.

En la fila correspondiente a los nodos 241 en adelante, se presentan varios casos especiales resultantes del cambio de distanciamiento entre nodos debido al arreglo del diseño hidráulico óptimo para tuberías coaxiales. Aplicando la metodología para la deducción de ecuaciones nodales anteriormente presentada, se obtienen las ecuaciones para dichos nodos.

*Nodo 241.*

En esta zona se modifica la altura de la malla, debido al cambio de distanciamiento vertical entre nodos generado por el diseño de la tubería coaxial. La altura es determinada a partir de una ecuación de diseño (**ecuación 27**) y se denota por  $\Delta f$ . Al aplicar un balance de energía al nodo, se obtiene:

$$q_{cond,s} + q_{cond,r} + q_{cond,l} + q_{cond,i} = 0$$

Sustituyendo las ecuaciones que modelan la transferencia de calor en dirección axial y radial (correspondientes a las **ecuaciones 3** y **8**, respectivamente), se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{k_s[\pi(r_0'^2 - r_1'^2)]}{2\Delta L} T_{231} - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right)} + \frac{k_s[\pi(r_0'^2 - r_1'^2)]}{2\Delta L} + \frac{k_s[\pi(r_0'^2 - r_1'^2)]}{2\Delta P} \right\} T_{241} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right)} T_{242} + \dots \\ + \frac{k_s[\pi(r_0'^2 - r_1'^2)]}{2\Delta P} T_{251} = - \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right)} T_{s24} \end{aligned} \quad (49)$$

Note que en los calores con dirección axial no es utilizada la altura  $\Delta f$ , porque el gradiente de temperaturas consiste en la diferencia de temperatura de los nodos dividido por la distancia entre estos. Se concluye que para la conducción axial se utilizan las distancia entre nodos y para la radial se utiliza la altura del elemento.

Las ecuaciones de los nodos 242 al 246 son deducidas empleando la misma metodología que la del nodo anterior considerando las distancias entre nodos y la altura del elemento. Las ecuaciones resultantes para cada nodo se muestran a continuación.

*Nodo 242.*

$$\begin{aligned} \frac{k_s[\pi(r_1'^2 - r_2'^2)]}{2\Delta L} T_{232} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} T_{241} - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} + \frac{k_s[\pi(r_1'^2 - r_2'^2)]}{2\Delta L} + \frac{k_s[\pi(r_1'^2 - r_2'^2)]}{2\Delta P} \right\} T_{242} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} T_{243} \\ + \frac{k_s[\pi(r_1'^2 - r_2'^2)]}{2\Delta P} T_{252} = 0 \end{aligned} \quad (50)$$

*Nodo 243.*

$$\begin{aligned} \frac{k_s[\pi(r_2'^2 - r_3'^2)]}{2\Delta L} T_{233} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} T_{242} - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)} + \frac{k_s[\pi(r_2'^2 - r_3'^2)]}{2\Delta L} + \frac{k_s[\pi(r_2'^2 - r_3'^2)]}{2\Delta P} \right\} T_{243} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)} T_{244} \\ + \frac{k_s[\pi(r_2'^2 - r_3'^2)]}{2\Delta P} T_{253} = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

*Nodo 244.*

$$\frac{k_s[\pi(r_3'^2 - r_4'^2)]}{2\Delta L}T_{234} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)}T_{243} - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)} + \frac{k_s[\pi(r_3'^2 - r_4'^2)]}{2\Delta L} + \frac{k_s[\pi(r_3'^2 - r_4'^2)]}{2\Delta P} \right\} T_{244} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)}T_{245} + \frac{k_s[\pi(r_3'^2 - r_4'^2)]}{2\Delta P}T_{254} = 0 \quad (52)$$

Nodo 245.

$$\left\{ \frac{k_s[\pi(r_4'^2 - r_5'^2)]}{2\Delta L} + \frac{k_e[\pi(r_5^2 - r_5'^2)]}{2\Delta L} \right\} T_{235} + \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)}T_{244} - \left\{ \frac{\pi k_s \Delta f}{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)} + \frac{\pi k_e \Delta f}{\ln\left(\frac{r_5}{r_6}\right)} + \frac{k_s[\pi(r_4'^2 - r_5'^2)]}{2\Delta L} + \frac{k_e[\pi(r_5^2 - r_5'^2)]}{2\Delta L} + \dots \right\} T_{245} + \frac{\pi k_e \Delta f}{\ln\left(\frac{r_5}{r_6}\right)}T_{246} + \left\{ \frac{k_s[\pi(r_4'^2 - r_5'^2)]}{2\Delta P} + \frac{k_e[\pi(r_5^2 - r_5'^2)]}{2\Delta P} \right\} T_{255} = 0 \quad (53)$$

Nodo 246.

$$\frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6^2)]}{2\Delta L}T_{236} + \frac{\pi k_e \Delta f}{\ln\left(\frac{r_5}{r_6}\right)}T_{245} - \left\{ \frac{\pi k_e \Delta f}{\ln\left(\frac{r_5}{r_6}\right)} + h_a(\pi r_6 \Delta f) + \frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6^2)]}{2\Delta L} + \frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6^2)]}{2\Delta P} \right\} T_{246} + h_a(\pi r_6 \Delta f)T_{247} + \frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6^2)]}{2\Delta P}T_{256} = 0 \quad (54)$$

Nodo 247.

En este nodo la deducción de la ecuación se realiza empleando la misma metodología que en los nodos anteriores. Sin embargo, en el calor proveniente del nodo 248 se considera únicamente la porción del sólido en el área de sección transversal, debido a que la convección en este caso sucede entre la pared sólida y el fluido en movimiento. La ecuación nodal resultante es:

$$\dot{m}C_p T_{237} + h_a(\pi r_6 \Delta f)T_{246} - \left[ h_a(\pi r_6 \Delta f) + 2\dot{m}C_p + \frac{h_a(\pi r_8 \Delta L)}{2} \right] T_{247} + \frac{h_a(\pi r_8 \Delta L)}{2} T_{248} + \dot{m}C_p T_{257} = 0 \quad (55)$$

Nodo 248.

Se ubica la esquina inferior de la tubería interna, está rodeado por el fluido de trabajo, por lo tanto, está sujeto a los mecanismos de conducción y convección de calor. Al igual que en los nodos anteriores, se debe utilizar la distancia entre nodos para el caso de conducción en dirección axial y la altura del mallado para conducción radial. Aplicando un balance de energía al nodo se obtiene:

$$q_{cond,s} + q_{conv,l} + q_{cond,r} + q_{conv,i} = 0$$

Como es posible observar del balance de energía, se presenta convección en dirección radial y axial, debido a que en ambas direcciones de transferencia de calor son normales a la línea de trayectoria del

fluido, la convección es modelada con la **ecuación 9**, aplicando dicha ecuación y las correspondientes para el modelado de conducción, la ecuación nodal resultante se expresa como:

$$\begin{aligned} \frac{k_i[\pi(r_8^2 - r_8'^2)]}{2\Delta L} T_{238} + \frac{h_a(\pi r_8 \Delta f)}{2} T_{247} - \left\{ \frac{h_a(\pi r_8 \Delta f)}{2} + \frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)} + \frac{k_i[\pi(r_8^2 - r_8'^2)]}{2\Delta L} + \frac{h_a[\pi(r_8^2 - r_8'^2)]}{2} \right\} T_{248} \\ + \frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)} T_{249} + \frac{h_a[\pi(r_8^2 - r_8'^2)]}{2} T_{258} = 0 \end{aligned} \quad (56)$$

*Nodo 249.*

Al igual que el nodo anterior, se encuentra en la esquina inferior interna de la tubería interna y se presentan los mismos mecanismos de transferencia de calor, por lo tanto, la ecuación es deducida de la misma forma que en el nodo anterior.

$$\begin{aligned} \frac{k_i[\pi(r_8'^2 - r_9^2)]}{2\Delta L} T_{239} + \frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)} T_{248} - \left\{ \frac{\pi k_i \Delta L}{2 \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)} + \frac{h_c(\pi r_9 \Delta f)}{2} + \frac{k_a[\pi(r_8'^2 - r_9^2)]}{2\Delta L} + \frac{h_c[\pi(r_8'^2 - r_9^2)]}{2} \right\} T_{249} \\ + \frac{h_c(\pi r_9 \Delta f)}{2} T_{250} + \frac{h_c[\pi(r_8'^2 - r_9^2)]}{2} T_{259} = 0 \end{aligned} \quad (57)$$

*Nodo 250.*

La ecuación nodal es deducida con la misma metodología que sus nodos semejantes. La ecuación resultante se expresa como:

$$\dot{m}C_p T_{240} + h_c(\pi r_9 \Delta L) T_{249} - [2\dot{m}C_p + h_c(\pi r_9 \Delta L)] T_{250} + \dot{m}C_p T_{260} = 0 \quad (58)$$

Es importante mencionar que las consideraciones geométricas debido al cambio de distanciamiento entre nodos y la altura del elemento también son aplicadas en los nodos 260 al 280.

En los nodos 257 al 260, se presenta el otro caso especial debido al cambio de dirección de la línea de trayectoria del fluido, hasta este punto se establece que la línea de trayectoria es vertical. Sin embargo, cuando el fluido desciende al final del intercambiador cambia a una dirección a una trayectoria horizontal que le permite dirigirse a la tubería de salida. Cabe mencionar que la dirección de entrada del fluido solamente altera el sentido de flujo, es decir, si desciende por la tubería interna y asciende por la anular, o viceversa.

*Nodo 257.*

Partiendo del balance de energía en el nodo, se tiene que:

$$q_{conv,s} + q_{conv,l} + q_{conv,r} + q_{conv,i} = 0$$

Como se muestra en la figura 27, en este nodo se encuentra el cambio de dirección de la línea de flujo del fluido de horizontal a vertical (representada por la línea punteada gris). Por lo tanto, en los calores superior y derecho la dirección de transferencia de calor es normal a la línea de trayectoria y se aplica la **ecuación 9**, y en los calores inferior e izquierdo se aplica la **ecuación 16**, ya que la transferencia de calor se presenta en la misma dirección del flujo.

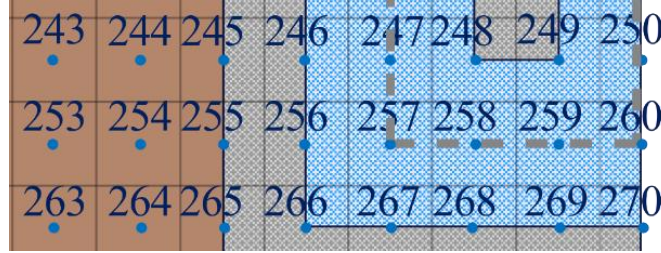


Figura 27. Esquema ilustrativo nodos a 24 m de profundidad.

Considerando lo anterior, la ecuación del nodo resulta:

$$\dot{m}C_p T_{247} + h_a(\pi r_6 \Delta P) T_{256} - \left\{ h_a(\pi r_6 \Delta L) + 2\dot{m}C_p + \frac{h_a[\pi(r_6'^2 - r_7'^2)]}{2} \right\} T_{257} + \dot{m}C_p T_{248} + \frac{h_a[\pi(r_6'^2 - r_7'^2)]}{2} T_{267} = 0 \quad (59)$$

El mismo análisis es empleado para las ecuaciones de los nodos sucesivos, donde debe tomarse en consideración la línea de trayectoria del fluido y la dirección del flujo de calor, ya que estas últimas determinarán la ecuación empleada para modelar la transferencia de calor.

Las ecuaciones de los nodos sucesivos son:

*Nodo 258.*

$$\frac{h_a[\pi(r_8'^2 - r_8'^2)]}{2} T_{248} + \dot{m}C_p T_{257} - \left\{ \frac{h_a[\pi(r_8'^2 - r_8'^2)]}{2} + 2\dot{m}C_p + \frac{h_a[\pi(r_7'^2 - r_8'^2)]}{2} \right\} T_{258} + \dot{m}C_p T_{259} + \frac{h_a[\pi(r_7'^2 - r_8'^2)]}{2} T_{268} = 0 \quad (60)$$

*Nodo 259.*

$$\frac{h_c[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{2} T_{249} + \dot{m}C_p T_{258} - \left\{ \frac{h_c[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{2} + 2\dot{m}C_p + \frac{h_c[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{2} \right\} T_{259} + \dot{m}C_p T_{260} + \frac{h_c[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{2} T_{269} = 0 \quad (61)$$

*Nodo 260.*

$$\dot{m}C_p T_{250} + 2\dot{m}C_p T_{259} - \left[ 3\dot{m}C_p + \frac{h_c(\pi r_9'^2)}{2} \right] T_{260} + \frac{h_c(\pi r_9'^2)}{2} T_{270} = 0 \quad (62)$$

Nodo 266.

Este nodo se encuentra situado en la esquina interior de la parte inferior de la tubería anular, por lo tanto, se presenta convección y conducción, al aplicar el balance de energía en esta zona se obtiene que:

$$q_{cond,s} + q_{conv,s} + q_{cond,l} + q_{conv,l} + q_{cond,r} + q_{cond,i} = 0$$

En el balance de energía se observa la presencia de convección en dirección radial y axial, además de conducción en dirección superior, derecho, izquierdo e inferior. Es importante notar que en este caso la convección es modelada mediante la **ecuación 9** y la conducción mediante la **ecuación 3** y **8** para los calores axiales y radiales, respectivamente, así mismo se debe tomar en cuenta la distancia entre nodos de cada nodo vecino.

Sustituyendo las ecuaciones gobernantes y agrupando los términos constantes con las variables de temperatura, se obtiene:

$$\begin{aligned} & \frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6^2)]}{2\Delta P} T_{256} + \left\{ \frac{h_a\pi}{2} [(r_6^2 - r_6'^2) + r_6\Delta P] \right\} T_{257} + \frac{\pi k_e \Delta g}{\ln\left(\frac{r_5}{r_6}\right)} T_{265} - \dots \\ & \dots - \left\{ \frac{\pi k_e \Delta g}{\ln\left(\frac{r_5}{r_6}\right)} + \frac{h_a\pi}{2} [(r_6^2 - r_6'^2) + r_6\Delta P] + \frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6^2)]}{2\Delta P} + \frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6'^2)]}{2\Delta t} \right\} T_{266} + \frac{\pi k_e \Delta t}{2\ln\left(\frac{r_6}{r_7}\right)} T_{267} + \dots \\ & \dots + \frac{k_e[\pi(r_5'^2 - r_6'^2)]}{2\Delta t} T_{276} = 0 \end{aligned} \quad (63)$$

En este caso, se considera que transferencia de calor por la convección ocurre con el nodo 265, tomando su temperatura como la temperatura de corriente libre. Esto es realizado debido a que las temperaturas nodos vecinos (256 y 258) corresponden a la superficie del sólido y, con base en la capa límite térmica, las temperaturas de dichos nodos no pueden ser empleadas en el modelado de convección.

Nodo 267.

Este nodo se encuentra en la superficie interna de la base de la tubería anular, el cual se encuentra sujeto a convección y conducción. Al aplicar el balance de energía se obtiene:

$$q_{conv,s} + q_{cond,l} + q_{cond,r} + q_{cond,i} = 0$$

Para este caso, los calores transferidos por conducción en dirección axial y radial son modelados como en nodos anteriores, utilizando la **ecuación 3** y **8**, respectivamente. Mientras que el calor convectivo es normal a la línea de trayectoria del fluido que es modelado mediante la **ecuación 9**. Es importante resaltar

que los radios primos son empleados para delimitar las áreas de sección transversal axiales del elemento y nuevamente son tomadas en consideración los distanciamientos entre nodos.

Tomando en cuenta lo anterior, la ecuación del nodo se expresa como:

$$\begin{aligned} \frac{h_a[\pi(r_6'^2 - r_7'^2)]}{2} T_{257} + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_6}{r_7}\right)} T_{266} - \left\{ \frac{h_a[\pi(r_6'^2 - r_7'^2)]}{2} + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_6}{r_7}\right)} + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_7}{r_8}\right)} + \frac{k_e[\pi(r_6'^2 - r_7'^2)]}{2 \Delta t} \right\} T_{267} \\ + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_7}{r_8}\right)} T_{268} + \frac{k_e[\pi(r_6'^2 - r_7'^2)]}{2 \Delta t} T_{277} = 0 \end{aligned} \quad (64)$$

A partir de la metodología empleada anteriormente, se deducen el resto de las ecuaciones correspondientes a la superficie interna de la base del intercambiador geotérmico, dichas ecuaciones se presentan a continuación.

*Nodo 268.*

$$\begin{aligned} \frac{h_a[\pi(r_7'^2 - r_8'^2)]}{2} T_{258} + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_7}{r_8}\right)} T_{267} - \left\{ \frac{h_a[\pi(r_7'^2 - r_8'^2)]}{2} + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_7}{r_8}\right)} + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)} + \frac{k_e[\pi(r_7'^2 - r_8'^2)]}{2 \Delta t} \right\} T_{268} \\ + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)} T_{269} + \frac{k_e[\pi(r_7'^2 - r_8'^2)]}{2 \Delta t} T_{278} = 0 \end{aligned} \quad (65)$$

*Nodo 269.*

$$\begin{aligned} \frac{h_c[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{2} T_{259} + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)} T_{268} - \left\{ \frac{h_c[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{2} + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)} + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_9}{r_7}\right)} + \frac{k_e[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{2 \Delta t} \right\} T_{269} \\ + \frac{\pi k_e \Delta t}{2 \ln\left(\frac{r_9}{r_7}\right)} T_{270} + \frac{k_e[\pi(r_8'^2 - r_9'^2)]}{2 \Delta t} T_{279} = 0 \end{aligned} \quad (66)$$

*Nodo 270.*

$$\frac{h_c(\pi r_9'^2)}{2} T_{260} + \frac{\pi k_e \Delta t}{\ln\left(\frac{r_9}{r_7}\right)} T_{269} - \left[ \frac{h_c(\pi r_9'^2)}{2} + \frac{\pi k_e \Delta t}{\ln\left(\frac{r_9}{r_7}\right)} + \frac{k_e(\pi r_9'^2)}{2 \Delta t} \right] T_{270} + \frac{k_e(\pi r_9'^2)}{2 \Delta t} T_{280} = 0 \quad (67)$$

Note que en la ecuación del nodo 270 para los calores con dirección axial se utiliza el área de un círculo debido a la geometría del elemento.

El resto de las ecuaciones corresponden a los nodos 271 a 280, que se encuentran en la superficie exterior de la base del intercambiador geotérmico, donde se encuentra la interfaz entre el grout y la base de la tubería anular. En esta parte, únicamente se presenta el mecanismo conducción y las ecuaciones nodales

son deducidas mediante la metodología anteriormente establecida, considerando que el distanciamiento entre nodos y la altura del elemento tienen el mismo valor.

De esta manera son deducidas las ecuaciones que conforman el modelo matemático del intercambiador de calor geotérmico coaxial. La solución de dicho modelo permitirá obtener la distribución de temperaturas dentro del intercambiador geotérmico, lo que permitirá visualizar su comportamiento, determinar el calor transferido al medio y sus efectos en el mismo. Además, el modelo funcionará como punto de referencia para la evaluación de diferentes casos de estudios y estudios paramétricos o de sensibilidad.

### 3.5.2. Propiedades del sistema.

En la Tabla 1 se presentan los parámetros termofísicos de los materiales de las tuberías y grout, así como del fluido, que se utilizarán en el caso de estudio, los cuales fueron obtenidos de la literatura Cazorla-Marín et al. [67]<sup>1</sup> y F. Incropera [68]<sup>2</sup>, es importante mencionar que las propiedades son evaluadas a la temperatura de entrada. Cabe mencionar que la temperatura de entrada y flujo volumétrico son propuestos para el caso de estudio.

Tabla 1. Propiedades termofísicas del caso de estudio.

Propiedades Termofísicas	Valores
Conductividad Térmica Grout ( $k_s$ ) <sup>1</sup>	2.1 W/m·C
Conductividad Térmica Acero Inoxidable ( $k_a$ ) <sup>2</sup>	16.3 W/m·C
Rugosidad del Acero ( $\epsilon$ )	46 $\mu\text{m}$
Flujo Volumétrico ( $\dot{V}$ )	3 L/min
Temperatura de Entrada ( $T_e$ )	35.52 °C
Calor Específico ( $C_p$ ) <sup>2</sup>	4178 J/kg·C
Conductividad Térmica Agua ( $k_w$ ) <sup>2</sup>	0.6114 W/m·C
Viscosidad Dinámica ( $\mu$ ) <sup>2</sup>	7.122 $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$
Número de Prandtl ( $Pr$ ) <sup>2</sup>	4.8723

En el análisis del intercambiador de calor geotérmico de tubería coaxial, es requerido estimar las temperaturas del subsuelo a diferentes profundidades, ya que, se considera la variación de temperaturas con la profundidad en el subsuelo analizado. En la Tabla 2 se muestran las temperaturas utilizadas para el análisis.

Tabla 2. Variación de temperaturas del subsuelo con la profundidad.

Profundidad (m)	Temperaturas Calculadas (°C)
0	29.02
-1	29.4
-2	29.3
-3	28.95
-4	28.51
-5	28.06
-6	27.64
-7	27.28
-8	26.98
-9	26.73
-10	26.54
-11	26.39
-12	26.27
-13	26.18
-14	26.12
-15	26.07
-16	26.03
-17	26.01
-18	25.99
-19	25.97
-20	25.96
-21	25.96
-22	25.95
-23	25.95
-24	25.95

### 3.5.3. Dimensiones de sistema.

El sistema de tubería coaxial cuenta con dos tuberías, interna y anular, que para establecer un diseño hidráulico óptimo la de relación de área de flujo central y anular ( $RA_{cen}/RA_{an}$ ) y la relación de claro ( $H_c/D_{ie}$ ) deben tener un valor de 0.474 y 1.0. Tomando como referencia las dimensiones utilizadas en [69] para el dimensionamiento de un sistema de tubería concéntrica se utilizan diámetros de 1 ¼ in y ½ in para la tubería anular y central, respectivamente, se muestra en la figura 28 las dimensiones. La longitud de la tubería interna es de 24 metros y la tubería anular de 24.0422 m.

Es considerada una porción del grout como parte del sistema, con el fin de identificar las perturbaciones de las temperaturas que provoca el uso de este tipo de intercambiador geotérmico. Se utiliza un espesor

radial de 25 mm de grout. Así mismo, en la base del intercambiador geotérmico se considera solamente 3.56 mm de subsuelo, ya que se considera que las perturbaciones de temperatura son mínimas en la profundidad máxima.

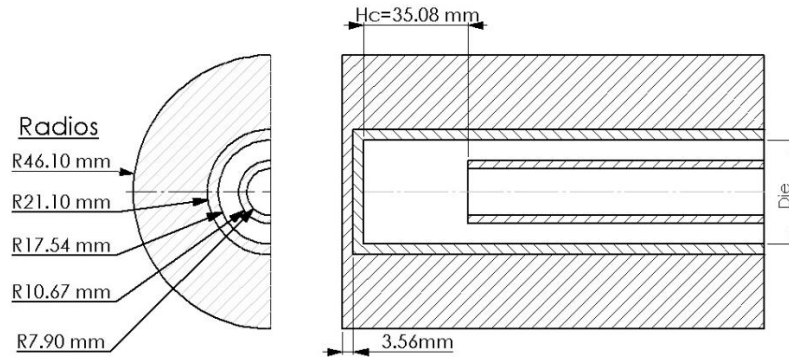


Figura 28. Dimensiones de la tubería coaxial y grout.

# **CAPÍTULO 4.**

# **RESULTADOS**

Los resultados obtenidos en este presente trabajo se basan en el análisis térmico de un intercambiador de calor geotérmico empleado en un caso de estudio en la ciudad de Mexicali, Baja California, en el cual se busca disipar calor en el subsuelo ya que este se encuentra a una temperatura menor y constante. De ser posible la disminución de la temperatura a la salida del intercambiador se establecerá como un dispositivo adecuado para la disipación de calor, generando una alternativa renovable de los métodos convencionales.

## 4.1. Caso de estudio del intercambiador de calor.

El modelado matemático del CBHE se resolvió mediante el software de programación Matlab® R2024a, en el cual se realiza la programación de las ecuaciones planteadas en diferencias finitas. Se establece un aparato denominado “Datos”, donde son asignados valores numéricos a los parámetros termofísicos, dimensiones, distanciamientos radiales y axiales.

Las ecuaciones son programas con base en la variable de temperatura, las cuales son asignadas a un elemento determinado de la matriz de coeficientes, en la cual se almacenará el valor numérico de cada variable. En caso donde la temperatura sea conocida, el valor numérico es almacenado en la matriz del lado de derecho. Una vez sean establecidos la matriz y el vector se utiliza el método de matriz inversa para obtener el vector de resultados, correspondiente al perfil de temperaturas del intercambiador.

En la codificación del programa se mantienen las variables en las ecuaciones y los valores numéricos de éstas se pueden variar, es decir, se pueden modificar las propiedades termofísicas de los materiales, flujo másico, temperatura del medio, longitud y radios de las tuberías, según sea requerido, esto con el propósito de que el programa sea adaptable para diferentes aplicaciones y estudios paramétricos.

En la presente simulación se exponen los resultados del caso de estudio del CBHE en la ciudad de Mexicali, Baja California, donde se pretende disipar el calor proveniente de una aplicación indefinida mediante el uso de este tipo de intercambiador. Se utilizan las propiedades y dimensiones anteriormente definidas en el Capítulo 3, que corresponden a propiedades termofísicas del grout y del fluido, las dimensiones de tuberías, temperatura de entrada y temperaturas del grout. Se establecen los parámetros y la dirección de entrada del fluido en el programa, se ejecuta el programa y se obtienen los siguientes resultados.

### 4.1.1. Entrada del fluido a través de la tubería interna.

La figura 29 presenta el perfil de temperaturas del intercambiador geotérmico, donde el centro de la figura en color rojo, corresponde a la entrada del fluido ( $35.52^{\circ}\text{C}$ ), que circula a través de la tubería interna hacia la tubería anular, presentando un considerable intercambio de calor con el grout representado por el cambio de color a amarillo a la salida. En la interfaz del grout y el tubo externo, se presentan aumentos de temperatura a medida que la profundidad aumenta, debido a la acumulación de calor, sin embargo, los cambios son mayores dentro de los primeros 10 metros donde incrementa hasta  $1.7^{\circ}\text{C}$ . A partir de los 10 metros de profundidad los aumentos de temperatura son menores a  $1^{\circ}\text{C}$ .

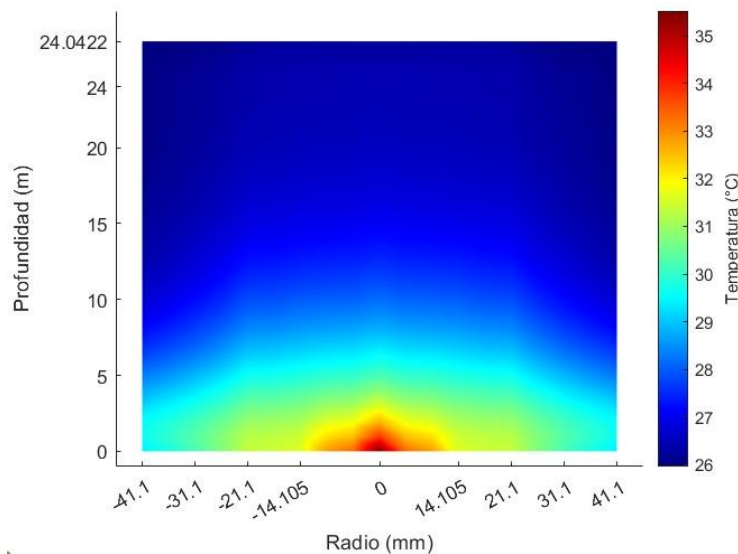


Figura 29. Perfil de temperaturas del sistema al ingresar el fluido por la tubería interna.

En la figura 30 se muestra un gráfico temperatura del fluido en función de la profundidad (T-Z), donde se aprecia una pendiente exponencial negativa en la línea “In”, lo que hace referencia a que la tubería interna se encuentra disipando calor de manera considerable, alcanzando una temperatura cercana a la del medio ( $25.95^{\circ}\text{C}$ ) a una profundidad de 24 m. Cuando el fluido termina su descenso por la tubería interna este alcanza una temperatura de  $26.41^{\circ}\text{C}$ , es decir, una disminución de  $9.11^{\circ}\text{C}$ , lo que corresponde a la mayor tasa de disipación de calor dentro del intercambiador.

Una vez alcanzada la profundidad máxima, el fluido continúa su trayectoria dirigiéndose hacia la tubería anular. Con base en el comportamiento de la línea “Out”, se observa que hay una ligera pérdida de calor de  $0.01^{\circ}\text{C}$  en el metro 24, no obstante, a partir de este punto la temperatura comienza a elevarse; dicha elevación de la temperatura es mayor cuando el fluido alcanza los 10 metros de profundidad, debido a los efectos de la interferencia térmica causada por el contacto del fluido con la tubería interna que transporta

fluido a mayor temperatura. En la tubería anular el aumento de temperatura es de 5.19 °C en los 24 m de ascenso, obteniendo una temperatura de salida de 31.60 °C.

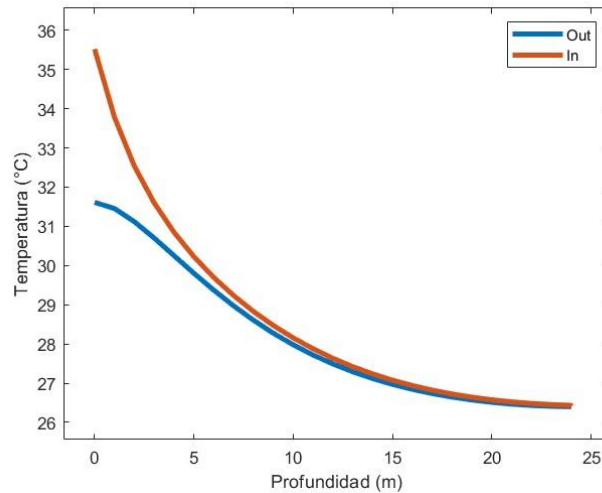


Figura 30. Gráfico temperatura-profundidad del sistema al ingresar el fluido por la tubería interna.

De acuerdo a lo mencionado, la tasa total de disipación de calor se ha calculado en 813.97 W con una eficiencia del 40.9%, logrando una disminución de la temperatura de 3.92 °C respecto a la entrada del fluido. Según las figuras anteriores, se puede establecer que los efectos de la interferencia térmica son altos en la parte superior del intercambiador geotérmico y la acumulación de calor en el subsuelo es baja, resultando en la elevación de la temperatura a la salida.

#### 4.1.2. Entrada del Fluido a través de la tubería anular.

La figura 31 representa el perfil de temperaturas del intercambiador geotérmico, donde la entrada del fluido (35.52 °C) es a través de la tubería anular, visualmente se representa por los radios -14.105 y 14.105 mm en el eje x. Cuando el fluido entra al intercambiador geotérmico, sede calor a sus alrededores, notándose un cambio en la tonalidad roja en la entrada a anaranjada en la salida. Es posible notar que el fenómeno de acumulación de calor en el grout es mayor que en el caso anterior, elevando la temperatura de este hasta 4.27 °C en el primer metro de la interfaz de la tubería anular y el grout. A partir de 11 metros de profundidad el aumento en la temperatura del medio es menor a 1 °C.

En la figura 32 se presenta la gráfica de temperatura en función de la profundidad, donde es posible apreciar un comportamiento exponencial negativo en la línea “In”, que corresponde a una pérdida de calor dentro de la tubería anular. Cuando el fluido alcanza la profundidad máxima del intercambiador, este tiene

una temperatura de 26.47 °C, es decir, se logra disminuir la temperatura 9.05 °C, esta es la tasa de disipación máxima que presenta el intercambiador geotérmico.

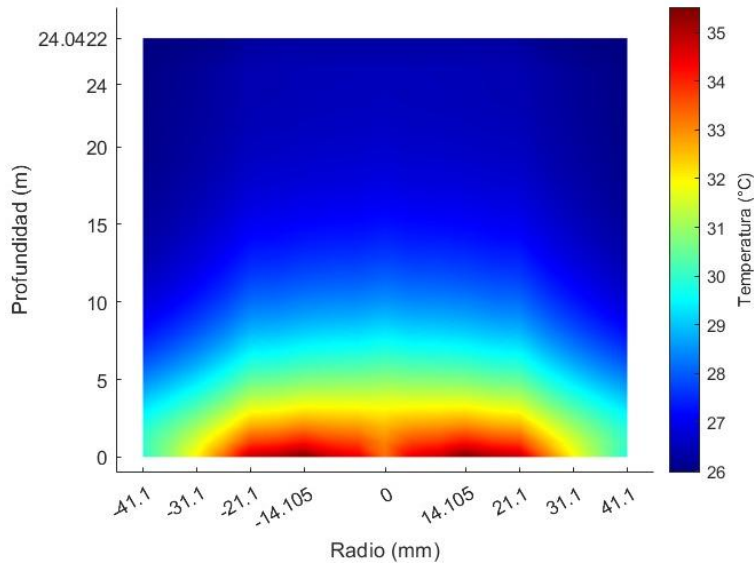


Figura 31. Perfil de temperaturas del sistema al ingresar el fluido por la tubería anular.

Una vez el fluido llega al final del intercambiador geotérmico comienza su ascenso por la tubería interna. A partir del comportamiento de la línea “Out”, se observa que los efectos de la interferencia térmica de la corriente son significativos, provocando una ganancia de calor en el fluido desde que ingresa a la tubería interna; dicha ganancia produce un aumento de temperatura de 6.81 °C, lo que resulta en una temperatura a la salida del intercambiador de 33.28 °C.

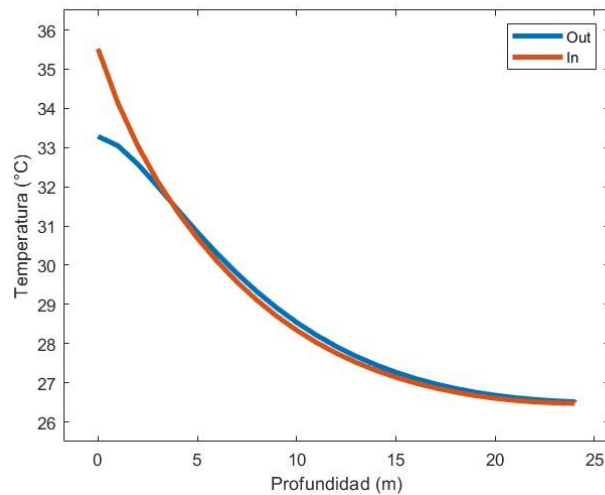


Figura 32. Gráfico temperatura-profundidad del sistema al ingresar el fluido por la tubería interna.

Con base en lo anterior, la tasa total de disipación de calor se ha calculado en 465.12 W con eficiencia de 23.4%, logrando una disminución de temperatura de 2.24 °C con respecto a la temperatura de entrada del fluido. A partir de las figuras anteriores, se puede establecer que el fenómeno de interferencia térmica y la acumulación tiene mayor efecto en esta configuración, lo cual provoca un aumento la temperatura del fluido cuando asciende por la tubería interna.

# **CAPÍTULO 5.**

# **CONCLUSIONES**

## 5.1. Conclusiones.

Existen múltiples tecnologías para el enfriamiento de fluidos como los ciclos de compresión de vapor, uso de intercambiadores de calor con líquidos criogénicos, torres de enfriamiento, enfriamiento por absorción, entre otras, para una variedad de aplicaciones. Sin embargo, estas tecnologías resultan nocivas para el medio ambiente, ya que requieren de un suministro de energía eléctrica y, en algunos casos, el uso de fluidos con alto GWP.

Debido a lo anterior, se ha impulsado la investigación y desarrollo de tecnologías de enfriamiento mediante el uso de las energías renovables, puesto que estas presentan bajo o nulo impacto en el medio ambiente, además de ser inagotables. Una de las energías renovables con mayor disponibilidad y estabilidad es la energía geotérmica, esta presenta un gran potencial a escasas profundidades ya que las temperaturas en esta zona son casi constantes durante todo el año.

En el desarrollo de la presente tesis se explora una alternativa renovable y sustentable para el enfriamiento de fluidos impulsado por la energía geotérmica de baja entalpía para múltiples aplicaciones. El propósito es proporcionar una opción que permita mejorar la eficiencia de ciclos, reducir el consumo de energía eléctrica e impulsar el uso de energía limpias. Se realiza un análisis teórico y simulación del comportamiento de un intercambiador geotérmico de tubería coaxial con el cual se disipa calor hacia el subsuelo a 24 metros, determinando su eficiencia como dispositivo de disipación de calor, la configuración de entrada del fluido más efectiva para el caso de estudio, a partir de un modelo matemático programable y adaptable para diferentes estudios.

Las principales conclusiones del análisis y simulación del caso de estudio, se presentan a continuación:

En el caso donde la entrada del fluido es a través la tubería interna, el fluido comienza a descender e intercambiar calor con las paredes de la tubería interna, que a su vez intercambia calor con el fluido dentro de la tubería anular, y esta cede calor al medio. Debido a que el calor es transferido de la tubería interna a la anular, el fenómeno de la interferencia térmica aparece, sin embargo, los efectos de esta son disminuidos debido al contacto con el medio. En esta configuración se obtiene la menor temperatura de 26.41 °C a los 24 metros de profundidad, debido a la interferencia térmica en la tubería anular la temperatura se eleva hasta 31.60 °C a la salida, transfiriendo 813.97 W de calor con una eficiencia de 40.9%.

En el caso opuesto donde la entrada es a través de la tubería anular, el fluido en su descenso transfiere calor tanto al medio como a la tubería interna lo cual intensifica los efectos de la interferencia térmica, ya que la tubería interna solamente se encuentra ganando calor. La temperatura más baja alcanzada es de

24.47 °C a los 24 metros de profundidad, una temperatura a la salida de 33.28 °C, disipando 465.12 W al medio con una eficiencia de 23.4%.

La disminución en la eficiencia del intercambiador geotérmico cuando la entrada es a través de la tubería anular es debido a la interferencia térmica, la cual es intensificada por la dirección de entrada del fluido. Así mismo este fenómeno tiene considerables efectos en el intercambiador debido a la alta conductividad térmica de la tubería interna, ya que dentro de ésta el fluido se encuentra a menor temperatura provocando un incremento en la temperatura de salida.

En resumen, el intercambiador de calor geotérmico de tubería coaxial es un dispositivo capaz de disipar calor a profundidades someras teniendo su mayor eficiencia cuando la dirección de flujo es entrante por la tubería interna. Este dispositivo es una alternativa viable para el enfriamiento de fluidos provenientes de múltiples aplicaciones, ya que no requiere de consumo de energía eléctrica, tampoco depende de las estaciones del año, clima ni horarios, su uso no es nocivo para el medio ambiente puesto que no utiliza refrigerantes, además de que esta fuente de energía tiene pocas limitaciones y gran disponibilidad.

## Referencias.

- [1] Kenneth Neely, Gerry Galinato, & Kent Johnson. (2006). *City of Boise Geothermal District Heating System*. GRC Transactions, Vol. 30.
- [2] I. Al-Hinti, A. Al-Muhtady & W. Al-Kouz: Measurement and modelling of the ground temperature profile in Zarqa, Jordan for geothermal heat pump applications. *Applied Thermal Engineering* 2017; 123: 131-137. doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.05.107.
- [3] Gonzalo Quirosa, Miguel Torres, José A. Becerra, Francisco J. Jiménez-Espadafor, Ricardo Chacartegui: Energy analysis of an ultra-low temperature district heating and cooling system with coaxial borehole heat exchangers. *Energy* 2023; 278: 0360-5442, doi.org/10.1016/j.energy.2023.127885.
- [4] Giovanna Cavazzini, Giacomo Zanetti & Alberto Benato: Analysis of a domestic air heat pump integrated with an air-geothermal heat exchanger in real operating conditions: The case study of a single-family building. *Energy and Buildings* 2024; 315. doi.org/10.1016/j.enbuild.2024.114302.
- [5] David A. Rodriguez-Alejandro, Abraham Olivares-Arriaga, Jesus A. Moctezuma-Hernandez, Alejandro Zaleta-Aguilar, J. Arturo Alfaro-Ayala, Sergio Cano-Andrade: Comprehensive analysis of a vertical ground-source heat pump for residential use in Mexico. *Geothermics* 2022; 99. doi.org/10.1016/j.geothermics.2021.102300.
- [6] Hassen Boughanmi, Mariem Lazaar, Salwa Bouadila, Abdelhamid Farhat: Thermal performance of a conic basket heat exchanger coupled to a geothermal heat pump for greenhouse cooling under Tunisian climate. *Energy and Buildings* 2015; 104: 87-96. doi.org/10.1016/j.enbuild.2015.07.004.
- [7] Montaser Mahmoud, Mohammad Alkhedher, Mohamad Ramadan, Keith Pullen, Abdul-Ghani Olabi, Sumsun Naher: Experimental investigation into the potential of using a shallow ground-cooled condenser in Lebanon. *Energy Conversion and Management* 2022; 264. doi.org/10.1016/j.enconman.2022.115729.
- [8] Berk Baris Ozbek, Hakkı Aydın, Şükrü Meray: Ground source cooling to increase power generation from geothermal power plants. *Energy* 2024; 292. doi.org/10.1016/j.energy.2024.130649.
- [9] Emad Jaleel Mahdi, Sameer Algburi, Nasser Al-Abadi, Omer K. Ahmed, Amer K. Ahmed: Photovoltaic panel cooling using ground source energy: CFD simulation. *Results in Engineering* 2024; 22. doi.org/10.1016/j.rineng.2024.102144.
- [10] Rahim Hassanzadeh, Mehran Khalili: Replacing the wet cooling tower with a ground source heat exchanger as a clean technology. *Journal of Building Engineering* 2018; 18: 331-342. doi.org/10.1016/j.jobee.2018.04.001.

- [11] M. Roshani, M.J. Hosseini, A.A. Ranjbar, A. Torbatinejad: Enhancing geothermal heat pump efficiency with fin creation and microencapsulated PCM: A numerical study. *Journal of Energy Storage* 2024; 95. doi.org/10.1016/j.est.2024.112664.
- [12] Ruiqing Du, DanDan Jiang, Yong Wang, Kwok Wei Shah: An experimental investigation of CuO/water nanofluid heat transfer in geothermal heat exchanger. *Energy and Buildings* 2020; 227. doi.org/10.1016/j.enbuild.2020.110402.
- [13] Jiaqi Zhang, Yingchun Li, Li Li, Xinli Lu, Wei Zhang, Chun'an Tang, Xiangjun Kong: An integrated system combining MDBHE (multi-casing DBHE) and heat pump achieves heating and cooling for medium-deep geothermal energy utilization. *Energy* 2024; 295. doi.org/10.1016/j.energy.2024.131061.
- [14] A. Acuña, F. Lara, P. Rosales, J. Suastegui, N. Velázquez, A. Ruelas: Impact of a vertical geothermal heat exchanger on the solar fraction of a solar cooling system. *International Journal of Refrigeration* 2017; 76: 63-72. doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2017.02.007.
- [15] Christian Arturo Ordaz Méndez, Magaly Flores Armenta<sup>1</sup> & Germán Ramírez Silva: Potencial geotérmico de la República Mexicana. *Geotermia* 2011; 24: 50-28.
- [16] International Energy Association. *Key World Energy Statistics* 2021.
- [17] Gobierno de México. (2020). *Capítulo 10: Marco jurídico. Reporte avance de energías limpias*. [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/610964/Cap10\\_\\_Marco\\_Juridico\\_Reporte\\_Avance\\_de\\_Energias\\_Limpas\\_WEB.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/610964/Cap10__Marco_Juridico_Reporte_Avance_de_Energias_Limpas_WEB.pdf)
- [18] Toth, A., & Bobok, E. (2016). *Flow and heat transfer in geothermal systems: Basic Equations for Describing and Modeling Geothermal Phenomena and Technologies*. Elsevier.
- [19] Martin Diaz, S. (2018). *El terreno como intercambiador enfriamiento pasivo aplicado a un edificio de nueva planta*. (Tesis de Fin de Grado, Universidad Politécnica de Madrid).
- [20] Folarin Kolawole, Jonathan C. Evenick: Global distribution of geothermal gradients in sedimentary basins. *Geoscience Frontiers* 2023; 14. doi.org/10.1016/j.gsf.2023.101685.
- [21] Dickson, M. H. & Fanelli, M. (2013). *Geothermal energy: utilization and technology*. Routledge.
- [22] Ríos A., J. (2019). *Análisis de factibilidad para climatización de edificaciones con energía geotérmica de baja entalpía en el ejido "Bonfil" Santa Rosalía B.C.S.* (Tesis de Licenciatura, UABC). Repositorio Institucional: <https://repositorioinstitucional.uabc.mx/server/api/core/bitstreams/3c043259-39d2-4f2a-900d-4d84c1e952fe/content>

- [23] Meng-Ya Sun, Bin Shi, Yu-Jun Cui, Chao-Sheng Tang, Xing Zheng, Peng Zhong, Yun-Qiang Wang, Yong-Ping Tong: Evaluating three measurement methods of soil ground heat flux based on actively heated distributed temperature sensing technology. *Engineering Geology* 2022; 303. doi.org/10.1016/j.enggeo.2022.106649.
- [24] Ingersoll LR, Zobel OJ, Ingersoll AC. Heat conduction with engineering, geological, and other applications. New York, USA: McGraw-Hill; 1954.
- [25] Carslaw HS, Jaeger JC. Conduction of heat in solids. Great Britain: Oxford University Press; 1947.
- [26] Makarakreasey King, Beom-Jun Kim, Chan-Young Yune: Prediction model of undisturbed ground temperature using artificial neural network (ANN) and multiple regressions approach. *Geothermics* 2024; 119. doi.org/10.1016/j.geothermics.2024.102945.
- [27] Richard A. Beier: Thermal response tests on boreholes in multi-layered ground with geothermal gradient. *Applied Thermal Engineering* 2024; 253. doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2024.123848.
- [28] Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía & Instituto Geológico y Minero de España. (2008). *Manual de Geotermia*.
- [29] Tasnuva Sharmin, Nazia Rodoshi Khan, Md Saleh Akram, M Monjurul Ehsan: A State-of-the-Art Review on Geothermal Energy Extraction, Utilization, and Improvement Strategies: Conventional, Hybridized, and Enhanced Geothermal Systems. *International Journal of Thermofluids* 2023; 18. doi.org/10.1016/j.ijft.2023.100323.
- [30] Siddharth Ramachandran, Satya Sekhar Bhogilla, P.K. Vijayan: Techno-economic analysis and optimization of a binary geothermal combined district heat and power plant for Puga Valley, India. *Renewable Energy* 2024; 234. doi.org/10.1016/j.renene.2024.121223.
- [31] Menegazzo, D.; Lombardo, G.; Bobbo, S.; De Carli, M.; Fedele, L: State of the Art, Perspective and Obstacles of Ground-Source Heat Pump Technology in the European Building Sector: A Review. *Energies* 2022; 15. doi.org/ 10.3390/en15072685.
- [32] Dickson, M. H., & Fanelli, M. (2004). *¿Qué es la energía geotérmica?* Pisa: Istituto di Geoscienze e Georisorse, CNR.
- [33] Trillo, G. L. & Angulo, V. R. (2008). *Guía de la Energía Geotérmica*. Fundación de la Energía de la Comunidad de Madrid.

- [34] Ioan Sarbu, Calin Sebarchievici: General review of ground-source heat pump systems for heating and cooling of buildings. *Energy and Buildings* 2014; 70: 441-454. doi.org/10.1016/j.enbuild.2013.11.068.
- [35] Osman Kara, Ertaç Hürdoğan: Thermodynamic analysis of a novel desalination system assisted with ground source heat exchanger. *Energy Conversion and Management* 2019; 200. doi.org/10.1016/j.enconman.2019.112104.
- [36] D. Lopez-Pascual, I. Valiente-Blanco, M. Fernandez-Munoz, E. Diez-Jimenez: Theoretical modelling and optimization of a geothermal cooling system for solar photovoltaics. *Renewable Energy* 2023; 206: 357-366. doi.org/10.1016/j.renene.2023.01.098.
- [37] Rachana Vidhi, D. Yogi Goswami, Elias Stefanakos: Supercritical Rankine Cycle Coupled with Ground Cooling for Low Temperature Power Generation. *Energy Procedia* 2014; 57: 524-532. doi.org/10.1016/j.egypro.2014.10.206.
- [38] Montaser Mahmoud, Mohammad Alkhedher, Mohamad Ramadan, Sumsun Naher, Keith Pullen: An investigation on organic Rankine cycle incorporating a ground-cooled condenser: Working fluid selection and regeneration. *Energy* 2022; 249. doi.org/10.1016/j.energy.2022.123742.
- [39] Lazaros Aresti, Paul Christodoulides, Georgios Florides: A review of the design aspects of ground heat exchangers. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2018; 92: 757-773. doi.org/10.1016/j.rser.2018.04.053.
- [40] Gaoyang Hou, Hessam Taherian, Ying Song, Wei Jiang, Diyi Chen: A systematic review on optimal analysis of horizontal heat exchangers in ground source heat pump systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2022; 154. doi.org/10.1016/j.rser.2021.111830.
- [41] Hussein M. Maghrabie, Mahrousa M. Abdeltwab, Mohamed Hamam M. Tawfik: Ground-source heat pumps (GSHPs): Materials, models, applications, and sustainability. *Energy and Buildings* 2023; 299. doi.org/10.1016/j.enbuild.2023.113560.
- [42] Liang Pu, Lingling Xu, Di Qi & Yanzhong Li: Structure optimization for horizontal ground heat exchanger. *Applied Thermal Engineering* 2018:131-140. doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.02.101.
- [43] Chiew Shan Anthony Chong, Guohui Gan, Anne Verhoef, Raquel Gonzalez Garcia, Pier Luigi Vidale: Simulation of thermal performance of horizontal slinky-loop heat exchangers for ground source heat pumps. *Applied Energy* 2013; 104: 603-610. doi.org/10.1016/j.apenergy.2012.11.069.

- [44] Min-Jun Kim, Seung-Rae Lee, Seok Yoon, Jun-Seo Jeon: Evaluation of geometric factors influencing thermal performance of horizontal spiral-coil ground heat exchangers. *Applied Thermal Engineering* 2018; 144: 788-796. doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.08.084.
- [45] Ranjeet R. Dasare, Sandip K. Saha: Numerical study of horizontal ground heat exchanger for high energy demand applications. *Applied Thermal Engineering* 2015; 85: 252-263. doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2015.04.014.
- [46] L.H. Dai, Y. Shang, X.L. Li, S.F. Li: Analysis on the transient heat transfer process inside and outside the borehole for a vertical U-tube ground heat exchanger under short-term heat storage. *Renewable Energy* 2016; 87, Part 3: 1121-1129. doi.org/10.1016/j.renene.2015.08.034.
- [47] Zonghe Zheng, Weixiao Wang, Chao Ji: A Study on the Thermal Performance of Vertical U-Tube Ground Heat Exchangers. *Energy Procedia* 2011; 12: 906-914. doi.org/10.1016/j.egypro.2011.10.119.
- [48] Chulho Lee, Moonseo Park, The-Bao Nguyen, Byonghu Sohn, Jong Min Choi, Hangseok Choi. Performance evaluation of closed-loop vertical ground heat exchangers by conducting in-situ thermal response tests. *Renewable Energy* 2012; 42: 77-83. doi.org/10.1016/j.renene.2011.09.013.
- [49] Liang Pu, Di Qi, Kang Li, Hongbo Tan, Yanzhong Li: Simulation study on the thermal performance of vertical U-tube heat exchangers for ground source heat pump system. *Applied Thermal Engineering* 2015; 79: 202-213. doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2014.12.068.
- [50] Vella, Christopher & Borg, Simon Paul & Micallef, Daniel. (2020). The Effect of Shank-Space on the Thermal Performance of Shallow Vertical U-Tube Ground Heat Exchangers. *Energies*. 13. 602. 10.3390/en13030602.
- [51] B.E. Harris, M.F. Lightstone, S. Reitsma, J.S. Cotton: A numerical study on the intermittent operation of u-tube and coaxial borehole heat exchangers. *Geothermics* 2024; 121. doi.org/10.1016/j.geothermics.2024.103030.
- [52] Changlong Wang, Yuehong Lu, Lewen Chen, Zhijia Huang, Han Fang: A semi-analytical model for heat transfer in coaxial borehole heat exchangers. *Geothermics* 2021; 89. doi.org/10.1016/j.geothermics.2020.101952.
- [53] Yibin Huang, Yanjun Zhang, Yangyang Xie, Yu Zhang, Xuefeng Gao: Thermal performance analysis on the composition attributes of deep coaxial borehole heat exchanger for building heating. *Energy and Buildings* 2020; 221. doi.org/10.1016/j.enbuild.2020.110019.

- [54] Richard A. Beier, José Acuña, Palne Mogensen, Björn Palm: Borehole resistance and vertical temperature profiles in coaxial borehole heat exchangers. *Applied Energy* 2013; 102: 665-675. doi.org/10.1016/j.apenergy.2012.08.007.
- [55] Bin Liu, Jiangfeng Wang, Hongyan Li, Jian Liu, Pengtao Wang, Wanlong Cai, Xianpeng Sun, Chaofan Chen: In-situ test and numerical investigation on the long-term performance of deep borehole heat exchanger coupled heat pump heating system. *Case Studies in Thermal Engineering* 2024; 61. doi.org/10.1016/j.csite.2024.104855.
- [56] Yongqiang Luo, Hongshan Guo, Forrest Meggers, Ling Zhang: Deep coaxial borehole heat exchanger: Analytical modeling and thermal analysis. *Energy* 2019; 185: 1298-1313. doi.org/10.1016/j.energy.2019.05.228.
- [57] Soleiman Iry, Roohollah Rafee: Transient numerical simulation of the coaxial borehole heat exchanger with the different diameters ratio. *Geothermics* 2019; 77: 158-165. doi.org/10.1016/j.geothermics.2018.09.009.
- [58] Wenxin Li, Jiakui Xu, Yiqi Chen, Zhenqian Chen: Heat transfer performance and optimal design of shallow coaxial ground heat exchangers. *Applied Thermal Engineering* 2024; 250. doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2024.123571.
- [59] E. Zanchini, S. Lazzari, A. Priarone: Improving the thermal performance of coaxial borehole heat exchangers. *Energy* 2010; 35, Issue 2: 657-666. doi.org/10.1016/j.energy.2009.10.038.
- [60] Christopher S. Brown, Nigel J. Cassidy, Stuart S. Egan, Dan Griffiths: Numerical modelling of deep coaxial borehole heat exchangers in the Cheshire Basin, UK. *Computers & Geosciences* 2021; 152. doi.org/10.1016/j.cageo.2021.104752.
- [61] Henrik Holmberg, José Acuña, Erling Næss, Otto K. Sønju: Thermal evaluation of coaxial deep borehole heat exchangers. *Renewable Energy* 2016; 97: 65-76. doi.org/10.1016/j.renene.2016.05.048.
- [62] Wang huajun, Xu Yishuo, Sun Yukun, Zhao Sumin: Heat extraction by deep coaxial borehole heat exchanger for clean space heating near Beijing, China: Field test, model comparison and operation pattern evaluation. *Renewable Energy* 2022; 199: 803-815. doi.org/10.1016/j.renene.2022.09.017.
- [63] Zhenyuan Guo, Yanjun Dai, Jing Zhang, Xiaoli Gui, Yingqi He: Improved modeling analysis on heat transfer performance of deep coaxial borehole heat exchanger with different operation modes. *Energy Reports* 2024; 11: 355-368. doi.org/10.1016/j.egy.2023.11.066.

- [64] Linrui Jia, Ping Cui, Yang Liu, Lin Lu, Zhaohong Fang: Analytical heat transfer model for coaxial heat exchangers based on varied heat flux with borehole depth. *Applied Thermal Engineering* 2023; 218. doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2022.119317.
- [65] E. Zanchini, S. Lazzari, A. Priarone: Effects of flow direction and thermal short-circuiting on the performance of small coaxial ground heat exchangers. *Renewable Energy* 2010; 35, Issue 6: 1255-1265. doi.org/10.1016/j.renene.2009.11.043.
- [66] Ji Li, Wei Xu, Jianfeng Li, Shuai Huang, Zhao Li, Biao Qiao, Chun Yang, Deyu Sun, Guangqiu Zhang: Heat extraction model and characteristics of coaxial deep borehole heat exchanger. *Renewable Energy* 2021; 169: 738-751. doi.org/10.1016/j.renene.2021.01.036.
- [67] Antonio Cazorla-Marín, Carla Montagud-Montalvá, Francesco Tinti, José Miguel Corberán,: A novel TRNSYS type of a coaxial borehole heat exchanger for both short and mid-term simulations: B2G model. *Applied Thermal Engineering* 2020;164: 1359-4311. doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.114500.
- [68] Incropera, F. P., Bergman, T. L., Lavine, A. S., & DeWitt, D. P. (2020). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley & Sons.
- [69] Lara C., F. (2013) *Sistema de generación de vapor tipo expansión súbita activado con energía solar y acoplado directamente a una unidad de enfriamiento por absorción avanzada*. (Tesis Doctoral). Universidad Autónoma de Baja California.