

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO

TRANSMISIÓN ÓPTICA EN RED UTILIZANDO FIBRA ÓPTICA DE PLÁSTICO

TESIS

PARA CUBRIR LOS REQUISITOS NECESARIOS PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO EN ELECTRONICA

PRESENTA:

JORGE ARMANDO GOMEZ DE LA CRUZ

Aprobada por:



Dra. Rosa Martha López Gutiérrez
Co-Directora
Presidente



Dr. Adrián Arellano Delgado
Co-Director
Sinodal



Dr. Humberto Cervantes de Ávila
Sinodal
Secretario



Dra. Liliana Cardoza Avendaño
Sinodal



M. C. José Antonio Michel Macarty
Sinodal



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

**Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Campus Ensenada**



Ingeniería en Electrónica

Transmisión óptica en red utilizando fibra óptica de plástico

Tesis

Para cubrir los requisitos necesarios para obtener el título de:

Ingeniero en electrónica

Presenta:

Jorge Armando Gómez de la Cruz

Ensenada, Baja California mayo de 2016

Contenido

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 JUSTIFICACIÓN	1
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.3 OBJETIVOS.....	2
2. CAOS	3
2.1 TEORÍA DEL CAOS.....	3
2.2 CARACTERÍSTICAS DEL CAOS	5
2.3 APLICACIONES DEL CAOS.....	9
2.4 SINCRONIZACIÓN	10
3. CIRCUITO DE CHUA	12
3.1 IMPLEMENTACIÓN FÍSICA DEL CIRCUITO CAÓTICO DE CHUA	12
3.2 MODELO MATEMÁTICO DEL CIRCUITO DE CHUA	14
3.3 DINÁMICAS DEL CIRCUITO DE CHUA	15
3.3.1 <i>Resultados numéricos</i>	15
3.3.2 <i>Resultados Experimentales</i>	24
4. COMUNICACIÓN ÓPTICA – CAÓTICA EXPERIMENTAL	31
4.1. COMUNICACIÓN CAÓTICA.....	31
4.1.1. <i>Sincronización de red en topología de estrella</i>	31
4.1.2. <i>Implementación física y resultados experimentales</i>	32
4.2 COMUNICACIÓN ÓPTICA	34
4.2.2 <i>Fotodiodo</i>	36
4.2.3 <i>Fibra óptica</i>	37
4.2.4 <i>Comunicación óptica experimental</i>	39
4.3. COMUNICACIÓN ENTRE UN TRANSMISOR Y MÚLTIPLES RECEPTORES	41
4.3.1. <i>Resultados experimentales de la comunicación</i>	43
5. CONCLUSIÓN	45
REFERENCIAS	46

1. Introducción

1.1 Justificación

Debido a la evolución de los sistemas de comunicaciones actuales y a su gran uso en todo el mundo, surge la necesidad de *servicios que garanticen seguridad en el almacenamiento y transmisión de datos e información*, con el fin de proteger información privada.

A lo largo de la historia se han utilizado distintos métodos para el encriptado de información, pero en años recientes se ha incrementado el interés en un método basado en la teoría del caos. Esta teoría trata ciertos tipos de sistemas complejos y sistemas dinámicos que son sensibles a las condiciones iniciales, por lo que pequeñas variaciones en dichas condiciones iniciales pueden significar grandes diferencias en el comportamiento futuro del sistema, lo que hace posible la predicción del comportamiento a largo plazo. Entonces la razón principal por el interés en el caos, se debe a su complejidad y comportamiento muy parecido al ruido. Entre otras cosas, existen diversos sistemas y aplicaciones en los que se manifiesta el caos, como por ejemplo en sistemas biológicos, en el procesamiento de información en el cerebro, en el flujo y mezcla de fluidos, en el diseño de sistemas de comunicaciones privadas, entre otras aplicaciones.

El Encriptado de información mediante caos fue sugerido por Pecora y Carroll en 1990 [1]. A partir de eso se han probado distintas metodologías para transmitir información encriptada basándose en la sincronización de sistemas caóticos.

Por otra parte, los sistemas de comunicaciones seguras mediante caos están conformados por un transmisor caótico en el cual la información confidencial es encriptada en la señal caótica de transmisión y por un receptor idéntico al transmisor, en el cual, si se logra la sincronización caótica con el transmisor será posible reconstruir la información oculta a partir de la señal recibida [2,3].

Lo anterior puede ser de gran utilidad en sistemas donde se requiere la comunicación privada entre múltiples usuarios, como por ejemplo, en la comunicación por correo electrónico, las operaciones bancarias, los pagos de servicios por internet, etc.

Debido a estos argumentos, en este trabajo de tesis se propuso contribuir a las comunicaciones seguras empleando una red de comunicaciones utilizando fibra óptica de plástico como canal de comunicación, y un oscilador caótico con el fin de lograr la sincronización entre múltiples receptores.

1.2 Planteamiento del problema

La transmisión de información confidencial de manera segura y el almacenamiento de información confidencial son problemas a los que el hombre se ha enfrentado y que ha intentado solucionar desarrollando y utilizando diversos algoritmos de cifrado. El encriptamiento es el proceso de “ocultar” la información de un mensaje con el propósito de que este sea ilegible para cualquier persona que no esté autorizada, es decir que no cuente con la clave (llave) con la que se llevó a cabo

el proceso de cifrado; El AES por sus siglas en inglés (*Advanced Encryption Standard*) Estándar de Encriptación Avanzado, es uno de los algoritmos criptográfico más populares en la actualidad.

El problema de estudio en este trabajo, es sustituir los algoritmos de encriptado convencionales por el encriptado mediante caos, pero sin dejar de lado el objetivo principal, es decir, que la información enviada no sea legible por un intruso.

Esto se logrará empleando el circuito de Chua como oscilador en el sistema de comunicación, ya que con este circuito se ha demostrado que es posible generar caos. Además, se llevará a cabo una comunicación en en topología de red entre múltiples usuarios.

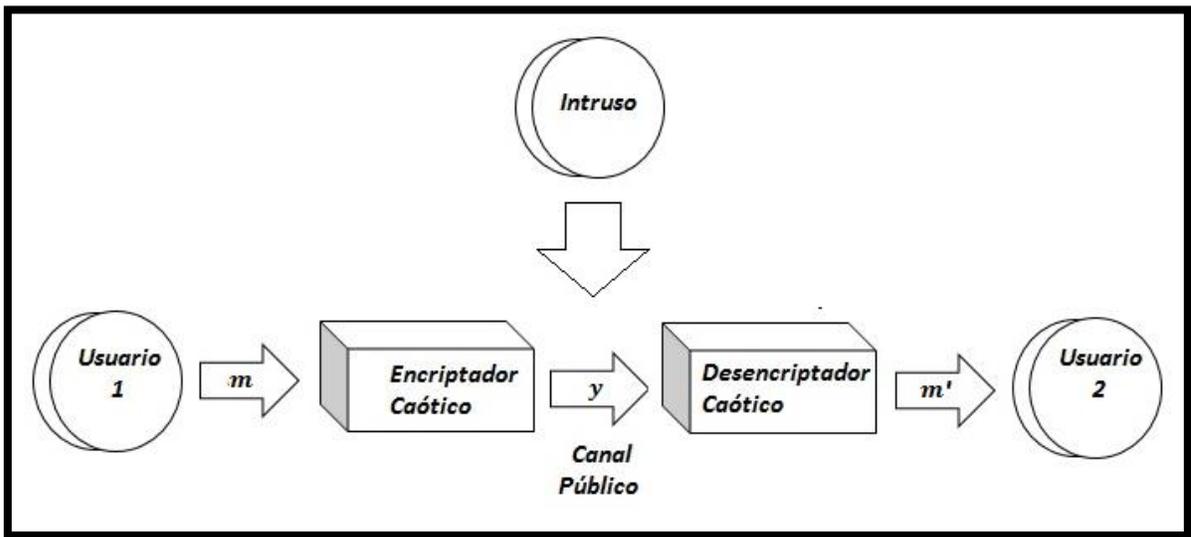


Figura 1: Comunicación remota entre el usuario 1 y el usuario 2, a través de un canal público. m: mensaje confidencial por enviarse encriptado al usuario 2, y: mensaje encriptado ilegible para el intruso, m': mensaje desencriptado entendible para el usuario 2.

1.3 Objetivos

Dentro de este trabajo de tesis, se alcanzará el siguiente objetivo general: *Lograr la transmisión de un mensaje encriptado basado en sincronización caótica en red, utilizando fibra óptica de plástico.*

El cual está compuesto por los siguientes objetivos particulares:

- Implementar en circuitería electrónica el sistema de encriptado para una red en topología de estrella, utilizando el circuito de Chua como generador de caos.
- Diseñar e implementar un circuito para la etapa eléctrica/óptica.
- Diseñar e implementar un circuito para la etapa óptica/eléctrica.
- Diseñar y sincronizar una red en topología de estrella con un maestro y cuatro esclavos.

2. Caos

En este capítulo se presentan una breve historia de la teoría del caos, algunas características de los sistemas caóticos, así como algunas aplicaciones de dichos sistemas y una introducción a la sincronización. También se incluye una breve introducción a la sincronización de sistemas caóticos.

2.1 Teoría del caos

La teoría del caos es la denominación de la rama de las matemáticas, la física y otras ciencias (biología, meteorología, economía, etc.) que trata ciertos tipos de sistemas complejos y sistemas dinámicos muy sensibles a las variaciones en las condiciones iniciales. Pequeñas variaciones en dichas condiciones iniciales pueden implicar grandes diferencias en el comportamiento futuro, imposibilitando la predicción a largo plazo. Esto sucede aunque estos sistemas son en rigor determinísticos, es decir; su comportamiento puede ser completamente determinado conociendo sus condiciones iniciales.

Esta teoría, es parte de un tema mayor, ya que surge a partir de estudios y problemas planteados dentro de una rama importante de la física : la dinámica. Esto comenzó cuando Issac Newton, a partir de un sistema ecuaciones diferenciales, formuló las leyes del movimiento y gravitación universal. Con estos elementos, Newton resolvió problemas de dos cuerpos que interactúan por medio de la gravedad pero, lo que de verdad le llamaba la atención, era el movimiento de la Luna y su generalización conocida con el nombre de *problema de los tres cuerpos*. Dicho problema consiste en determinar, en cualquier instante, las posiciones y velocidades de tres cuerpos, de cualquier masa, sometidos a atracción gravitacional mutua y partiendo de unas posiciones y velocidades dadas (sus condiciones iniciales son 18 valores, consistentes para cada uno de los cuerpos en: sus 3 coordenadas de posición y las tres componentes de su velocidad). Las siguientes generaciones de matemáticos y físicos trataron problemas de tres cuerpos y notaron que resultaban mucho más difíciles que los problemas de dos cuerpos, hasta el punto de darlos como imposibles, ya que estos problemas no tienen una solución general y en algunos casos su solución puede ser caótica en el sentido físico del término, que significa que pequeñas variaciones en las condiciones iniciales pueden llevar a destinos totalmente diferentes.

Pero, no fue hasta la década de 1950 que se inventaron las computadoras, cuando se empezaron a hacer intuiciones sobre el comportamiento de los sistemas no lineales. Esto es, cuando se vieron las primeras gráficas sobre el comportamiento de estos sistemas mediante métodos numéricos. En 1963 Edward Lorenz trabajaba en unas ecuaciones, las ecuaciones mundialmente conocidas como ecuaciones de Lorenz, que esperaba predijeran el tiempo en la atmósfera, y trató mediante las computadoras ver gráficamente el comportamiento de sus ecuaciones. Las computadoras de aquella época eran muy lentas, por eso se dice que mientras Lorentz fue a tomar un té mientras el ordenador hacía los cálculos, y cuando volvió se encontró con una figura que ahora se conoce como atractor de Lorenz (Ver figura 2).

En un principio Lorenz pensó que había cometido un error al ejecutar el programa, por lo que siguió repitiendo las simulaciones en repetidas ocasiones, logrando siempre el mismo resultado hasta que

se percató de que algo pasaba con el sistema de ecuaciones con el que estaba trabajando. Después de estudiar detenidamente el problema y hacer pruebas con diferentes parámetros (tanto iniciales como las constantes del sistema), Lorenz llegó a la conclusión de que las simulaciones eran muy diferentes para condiciones iniciales muy próximas. Al llegar a la misma, recordó que en el programa que él había creado para su sistema de meteorología con la computadora Royal McBee, se podían introducir un máximo de 3 decimales para las condiciones iniciales, aunque el programa trabajaba con 6 decimales y los 3 últimos decimales que faltaban se introducían aleatoriamente. Esta fue la razón por la que Lorenz no pudo predecir el tiempo de la atmósfera pero encontró el caos.

A continuación se muestra el sistema de ecuaciones de Lorenz [6]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz\end{aligned}\tag{1}$$

donde para ciertos valores de los parámetros $\sigma = 10$, $r = 28$ y $b = 8/3$, el sistema presenta un comportamiento caótico.

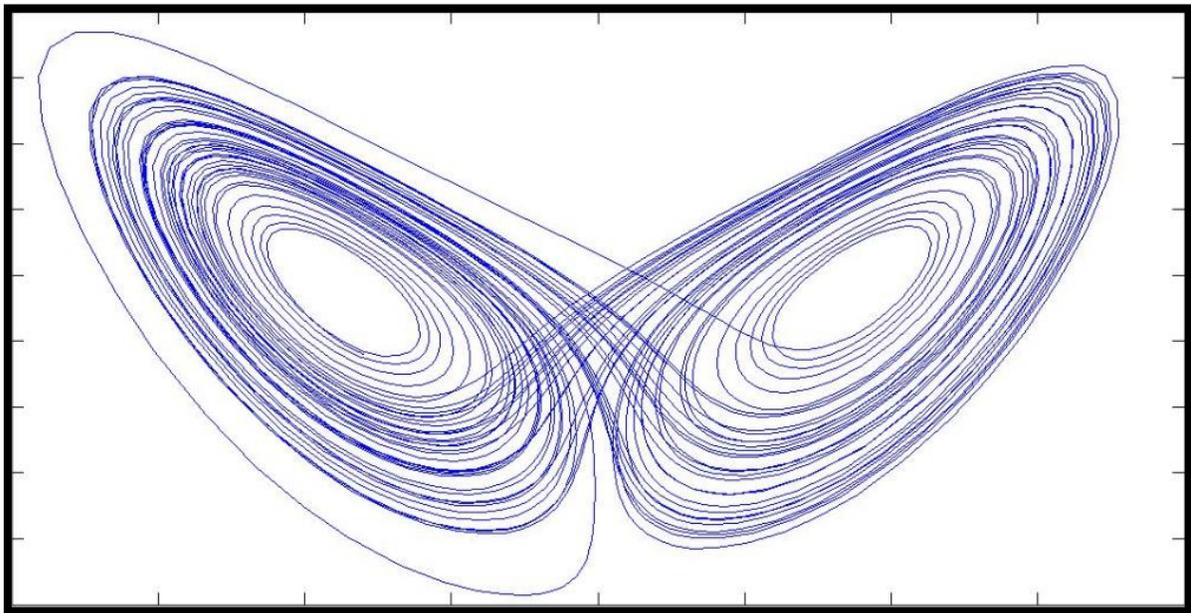


Figura 2: Atractor caótico de Lorenz.

Desde la aparición de las ecuaciones de Lorenz, otros muchos sistemas de ecuaciones diferenciales han aparecido relacionados con muchos otros modelos, conteniendo aparentemente atractores extraños. Una importante contribución fue hecha por Otto Rössler, un doctor bioquímico alemán. Rössler es autor de cientos de artículos científicos en distintos campos como el caos, la química y la biología. Y fue él quien encontró un sistema de ecuaciones más simples que las de Lorenz que

exhibían un comportamiento caótico [7-9]. Dichas ecuaciones son útiles para modelar el equilibrio en reacciones químicas.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay, \\ \dot{z} &= b + z(x - c) \end{aligned} \tag{2}$$

Donde a, b y c son constantes a las que Rössler asignó los valores $a = 0.2, b = 0.2$ y $c = 5.7$. Las ecuaciones de Rössler son conocidas por ser un ejemplo de ecuaciones sencillas generadoras de caos en un sistema de ecuaciones diferenciales. Estas sólo contienen una no linealidad cuadrática (el producto de zx en la tercera ecuación). Estas ecuaciones generan un atractor extraño, tal como se muestra en la figura 3.

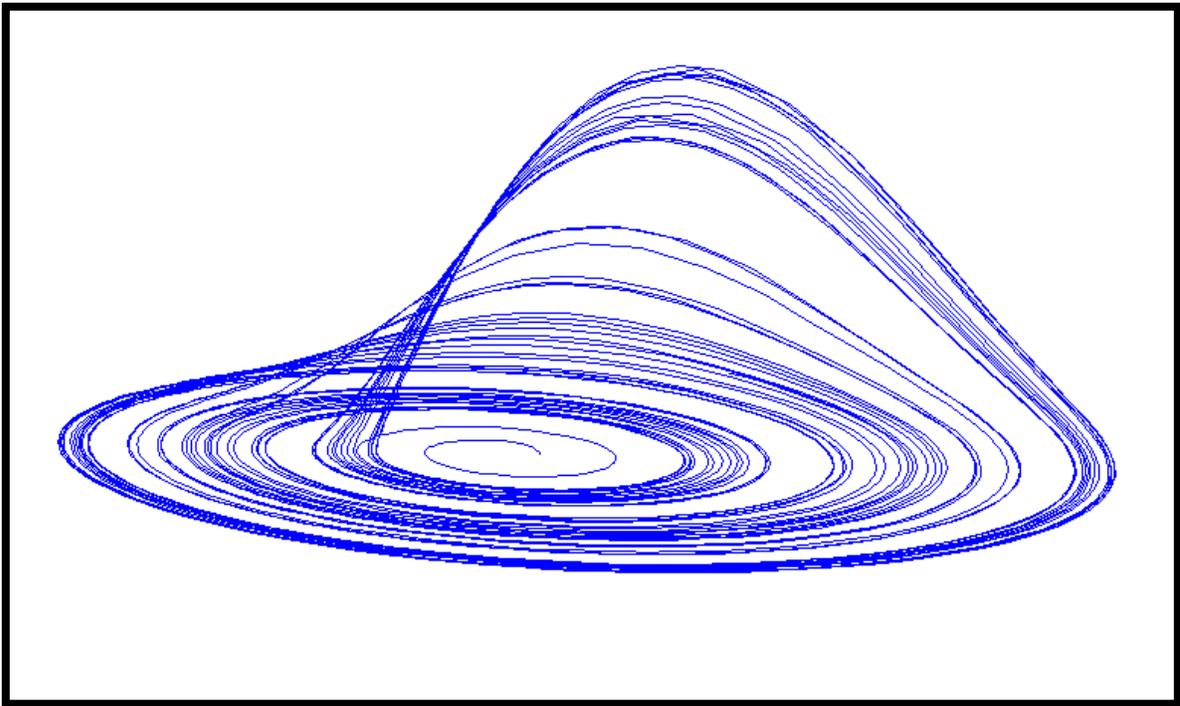


Figura 3: Atractor caótico de Rössler.

2.2 Características del caos

Un sistema caótico es un **sistema determinístico**, que a pesar de no tener entradas aleatorias presenta un comportamiento complejo, aparentemente aleatorio. Debido a que existe una ecuación determinística que gobierna la conducta del sistema basada en el conocimiento de las condiciones iniciales, es posible conocer la secuencia que les da origen.

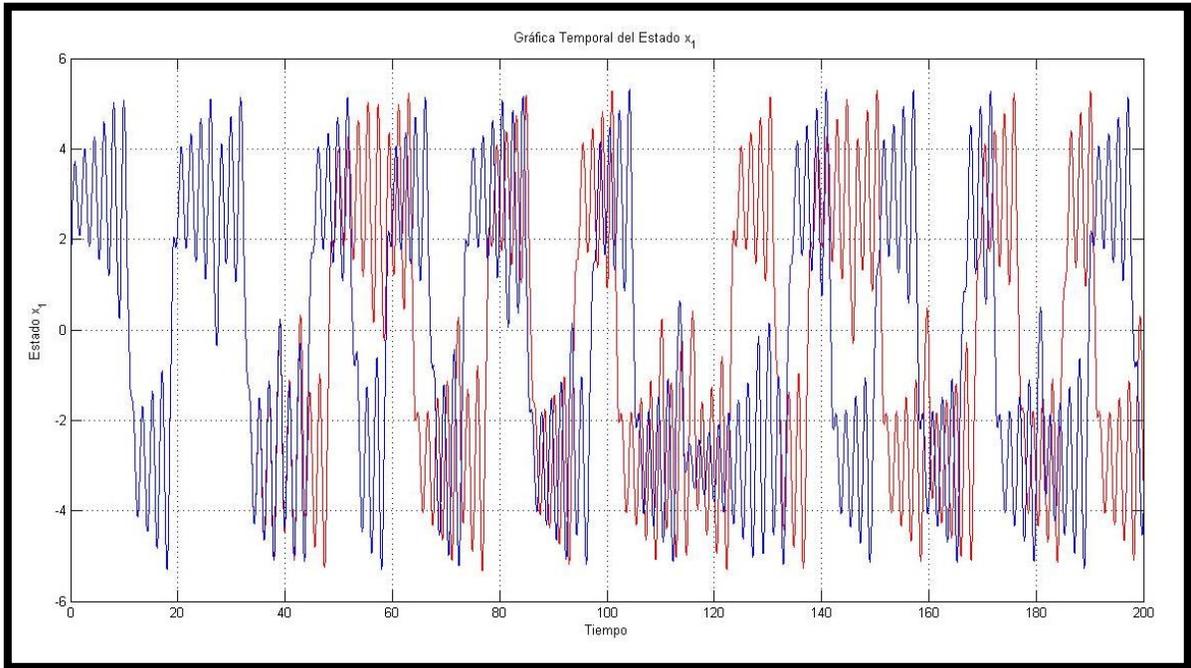


Figura 4: Evolución en el tiempo del estado caótico $x_1(t)$ del circuito de Chua para dos condiciones iniciales muy cercanas aunque diferentes. $x(0) = (1.1, 0.1, -0.5)$ y $x(0) = (1.10001, 0.10001, -0.49999)$.

Otra de las características del caos es que sistemas simples no lineales determinísticos pueden generar trayectorias que pueden aparentar ser aleatorias. Esto se debe a que estos sistemas presentan una propiedad esencial, que son **extremadamente sensibles a las condiciones iniciales**. Esto quiere decir que si un mismo sistema comienza de dos conjuntos de condiciones iniciales muy cercanas pero distintas, dentro de un periodo corto de tiempo las trayectorias de sus estados serán completamente distintas. Este comportamiento se puede observar en la figura 4, donde se establecieron dos conjuntos de condiciones iniciales muy cercanas en el circuito de Chua.

Los sistemas dinámicos se pueden clasificar básicamente en tres tipos de sistemas: sistemas estables, sistemas inestables o sistemas caóticos. Un atractor es una región del espacio de estados hacia la cual convergen todas las trayectorias posibles de un sistema. Los sistemas estables tienden a lo largo del tiempo a un punto u órbita, según su dimensión y a este tipo de atractores se les conoce como atractores simples o clásicos; por otro lado, los sistemas inestables tienden a escapar de los atractores, y esto deriva en otra característica de los sistemas caóticos, estos presentan los dos tipos de comportamientos, por un lado hay un atractor por el que el sistema se ve atraído, pero a la vez el comportamiento inestable lo aleja de este; y en particular al atractor que genera un sistema caótico se le llama atractor extraño, debido a que sus trayectorias realizan un recorrido tanto inusual, formando imágenes con geometría complicada.

A continuación se darán algunas características de los tres tipos de atractores:

- **Atractor de punto fijo:** Corresponde al más sencillo, los sistemas que cuentan con este tipo de atractor, tienden a estabilizarse en un valor único. Un ejemplo es el péndulo, no importa en qué punto empiece a oscilar, al final tiende a detenerse cuando el ángulo es nulo con respecto a la vertical (Ver figura 5).

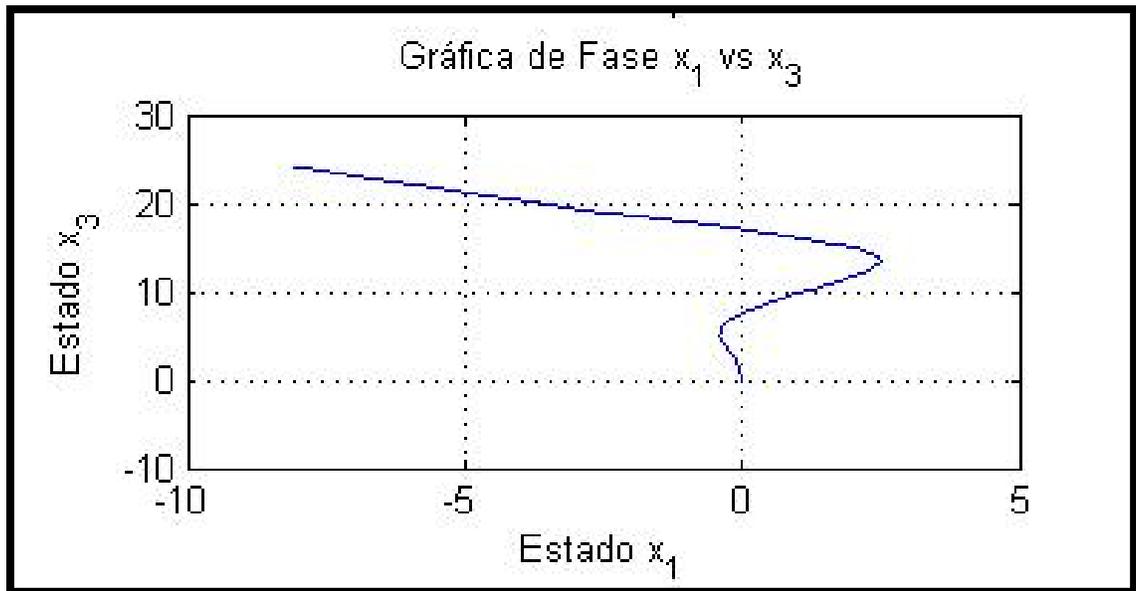


Figura 5: Atractor de punto fijo del sistema de Lorenz.

- **Atractor de ciclo límite:** Este tipo de atractor tiende a oscilar entre un rango de valores, y estos se repiten periódicamente (Ver figura 6).

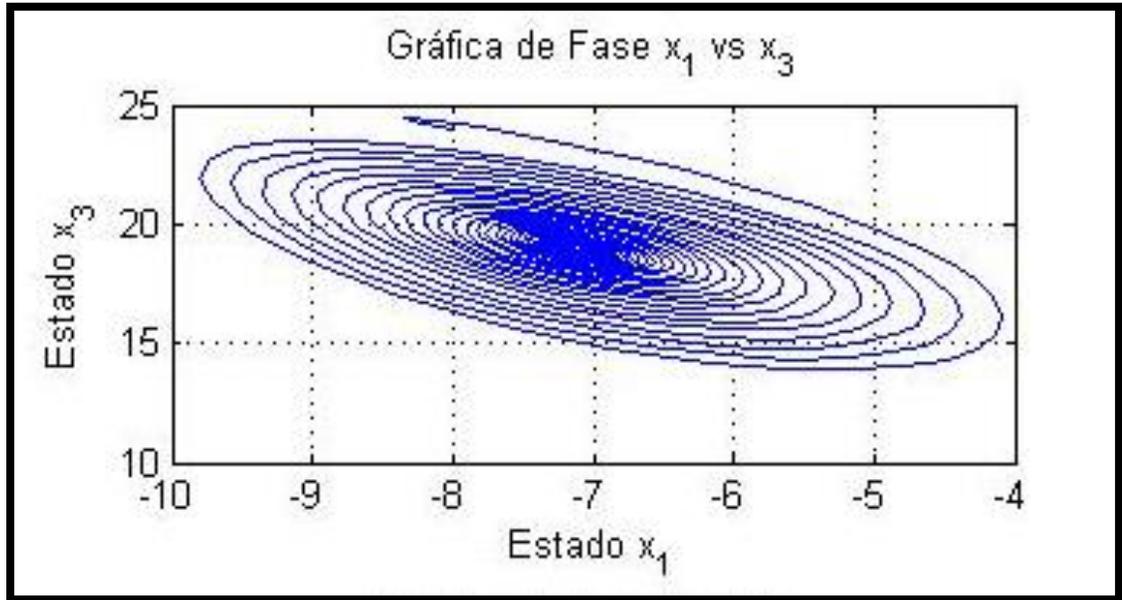


Figura 6: Atractor de ciclo límite del sistema de Lorenz.

- **Atractor extraño:** Este tipo de atractor ejerce una fuerza de atracción radial no lineal y produce trayectorias aperiódicas e irregulares (Ver figura 7).

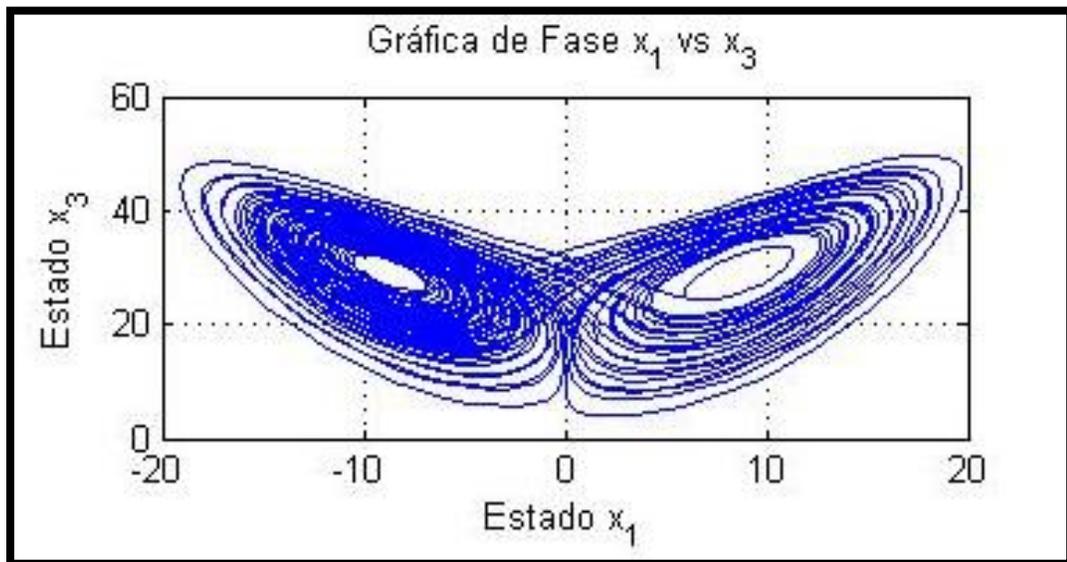


Figura 7: Atractor caótico del sistema de Lorenz.

2.3 Aplicaciones del caos

En la actualidad, una de las técnicas empleadas para explicar los cambios aparentemente aleatorios de las variables económicas, es la teoría de caos. Esta teoría plantea que existen evidencias para pensar que los agentes económicos asumen conductas que se reflejan en las variables macroeconómicas de manera parecida a procesos caóticos, los cuales pueden ser explicados usando modelos no lineales.

La teoría del caos presenta una interesante perspectiva desde el punto de vista económico, principalmente en la explicación de fenómenos que aparentan tener un comportamiento desordenado. Detrás de ese aparente desorden, existe una dinámica que puede ser explicada usando apropiadas técnicas matemáticas y estadísticas, es aquí donde se aplica la Teoría del Caos. En sistemas dinámicos como los económicos, los cuales cambian constantemente en el tiempo, cambios minúsculos en un momento dado, pueden ser los causantes de grandes consecuencias en un futuro [10].

Los sistemas caóticos también aparecen en los estudios de fenómenos tan relevantes como los meteorológicos (predicción del clima, interrelación océano y atmósfera) y los movimientos turbulentos de los líquidos y fluidos motivan y fecundan la formalización de la dinámica caótica.

En Biología, el estudio de la fisiología celular y de la neurobiología es encarado también desde el punto de vista físico y químico con sistemas dinámicos. Se ha demostrado que el comportamiento de las redes neuronales puede dar lugar a conductas cíclicas estables o a conductas caóticas. Esto ha llevado a que se hagan trabajos de investigación sobre redes neuronales artificiales, por medio de estudios numéricos tanto experimentales [11].

En otros trabajos también se ha demostrado matemática y experimentalmente que las interacciones entre distintas especies pueden generar caos, los ecosistemas naturales pueden sostener continuos cambios en abundancia de especies y esto puede llevar a estas dinámicas no equilibradas al borde del caos [12].

El área de la biología presenta muchos otros trabajos en los que se presenta y se aplica el caos, algunos ejemplos más en esta área son trabajos relacionados con presencia de caos en el aprendizaje de humanos, uso de caos y estimación de parámetros en epidemiología para el desarrollo epidémico de la influenza, caos en la dinámica de las redes de regulación genética, entre otras aplicaciones en esta ciencia [13-15].

En la física y la química es dónde más aparecen los sistemas caóticos. De hecho, como se vio anteriormente, su descubrimiento fue provocado por los problemas presentados al estudiar sistemas físicos complejos en la dinámica. Tienen importantes aplicaciones como en dinámicas biomoleculares, control de caos electroquímico en reacciones químicas, dinámica de gases y fluidos. En la física se presentan en el estudio de la astrofísica como la organización de los sistemas planetarios, así como en la mecánica cuántica y otras áreas como la óptica [16-22].

También hay importantes aplicaciones en la ingeniería moderna, en el diseño de turbomaquinarias, en circuitos de control no lineal, sistemas de procesamiento de información y reactores químicos, por mencionar algunos ejemplos.

Una aplicación muy importante en los sistemas de comunicaciones es el control y sincronización de caos. En donde en lugar de usar una señal portadora periódica, se utiliza una señal portadora caótica, cuya amplitud oscila de forma irregular en el tiempo. Por medio de esta portadora, se puede transmitir información de manera privada. El mensaje se recupera en el punto receptor replicando la señal portadora caótica mediante un dispositivo idéntico al emisor. El receptor se sincroniza a la señal portadora del emisor, lo que permite recuperar el mensaje original.

En esta tesis se pretende explorar las propiedades de los sistemas caóticos para aplicarlo en el encriptado de información confidencial mediante señales caóticas y aplicarla a una red de comunicaciones ópticas por medio de fibra óptica de plástico.

2.4 Sincronización

Se entiende por sincronización que dos o más elementos, fenómenos o eventos ocurren en un orden predefinido a la vez. Esto aplicado a sistemas osciladores, quiere decir que buscamos igualar a una misma frecuencia, sistemas con frecuencias distintas mediante un acoplamiento. Obtener un comportamiento tal que de tener oscilaciones independientes, ambos sistemas lleguen a ajustarse de modo que presenten un comportamiento común. Esto da como resultado que los osciladores modifiquen sus frecuencias, de tal manera que lleguen a ser iguales.

Por lo tanto, la sincronización entre dos sistemas se consigue cuando uno de los dos cambia su trayectoria a la seguida por el otro sistema o a una nueva trayectoria común a ambos sistemas.

En la naturaleza también podemos encontrar el fenómeno de la sincronización como por ejemplo en los enjambres de luciérnagas, cada luciérnaga posee una especie de oscilador cuya frecuencia se ajusta en respuesta a los pulsos de luz de otras luciérnagas. Los machos se juntan por miles y logran sincronizar sus frecuencias para emitir un pulso de luz rítmico con la intención de llamar la atención de las hembras a larga distancia. Otros ejemplos son la sincronía de neuronas para el procesamiento de información en el cerebro, la sincronía de los ritmos cardíacos y respiratorios, la sincronía de relojes (péndulos) que cuelgan de una pared y la sincronía de la rotación de la luna con su movimiento orbital de tal manera que parece que siempre muestra el mismo lado a la tierra.



Figura 8: Luciérnagas.

En esta tesis se hará uso de este concepto para sincronizar sistemas caóticos, es decir, que las oscilaciones entre los osciladores caóticos coincidan exactamente en todo tiempo, a pesar de que los sistemas inicien bajo distintas condiciones iniciales. Esto con el fin de implementar un sistema de comunicaciones seguras.

El escenario de acoplamiento que se utilizará para que los sistemas caóticos entren en sincronía será unidireccional. La sincronización con acoplamiento unidireccional es conocida como sincronización maestro-esclavo. Esta se da cuando un oscilador *A* (maestro) tiene influencia sobre un oscilador *B* (esclavo), pero el oscilador *B* no tiene influencia sobre el oscilador *A*. Por lo tanto, la información fluye en un solo sentido y de esta manera el sistema maestro le impone su comportamiento al sistema esclavo.

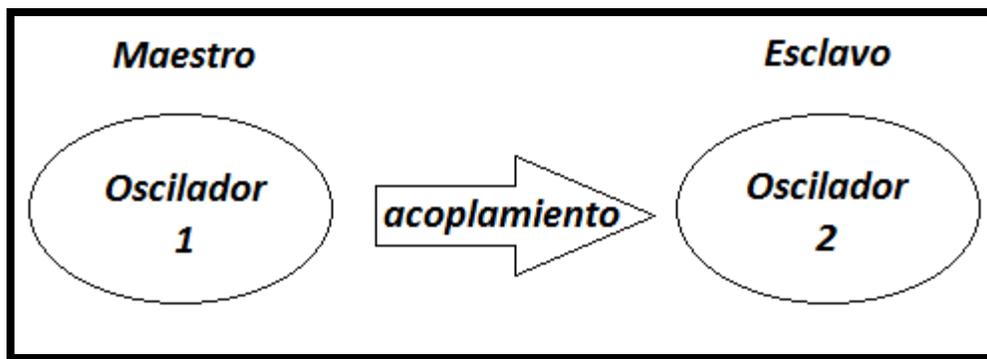


Figura 9: Esquema de acoplamiento unidireccional maestro-esclavo para sincronización de osciladores caóticos.

3. Circuito de Chua

En este capítulo, se describe el modelo matemático y la implementación física del circuito de Chua, que es utilizado como nodo para la construcción de una red en topología de estrella. Para la realización de este trabajo se escogió el circuito de Chua ya que ha sido ampliamente investigado y es fácil de implementar electrónicamente.

3.1 Implementación física del circuito caótico de Chua

Dentro del desarrollo de los sistemas caóticos existen varios tipos de circuitos eléctricos desarrollados para la generación de señales caóticas, entre ellos el circuito de Chua el cual se muestra en la siguiente figura:

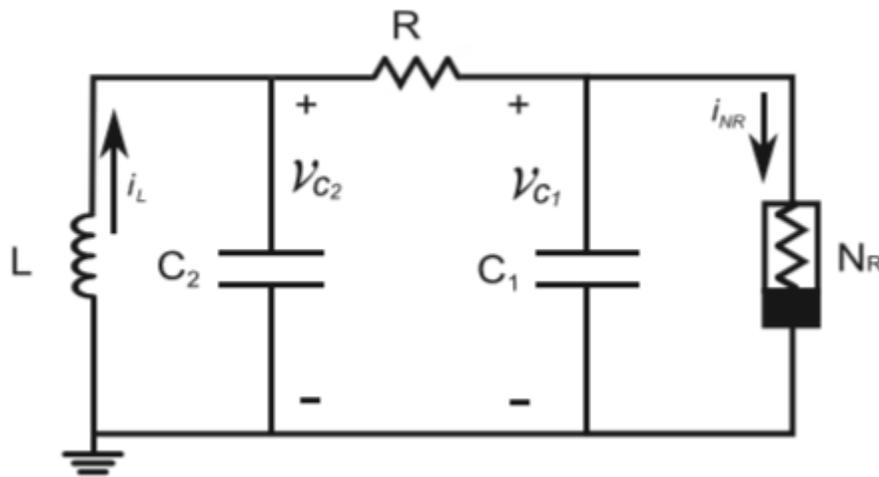


Figura 10: Diagrama eléctrico del circuito de Chua.

El circuito de Chua es un sistema caótico físico muy sencillo, para el cual, se ha demostrado numéricamente y confirmado de forma experimental la existencia de caos [23]. Para que pueda existir caos en un circuito construido con resistencias, inductores y capacitores (Elementos lineales), éste debe contener: *a) al menos un elemento no lineal, b) mínimo un resistor locamente activo y c) al menos tres elementos almacenadores de energía.*

Por lo tanto, el circuito de Chua está conformado por un inductor lineal L , dos capacitores lineales C_1 y C_2 , una resistencia lineal R y una resistencia no lineal N_R , conocida como *diodo de Chua*. Este tiene como característica su linealidad por secciones, como se muestra en la figura 11. Podemos también, llamar a esta curva como una respuesta de corriente contra voltaje no lineal. Debido a la implementación de este diodo se da lugar a una curva cuya pendiente es negativa. Los valores para la implementación física del circuito de Chua son: $L = 18 \text{ mH}$, $C_1 = 10 \text{ nF}$, $C_2 = 100 \text{ nF}$, $R = 1.7 \text{ k}\Omega$.

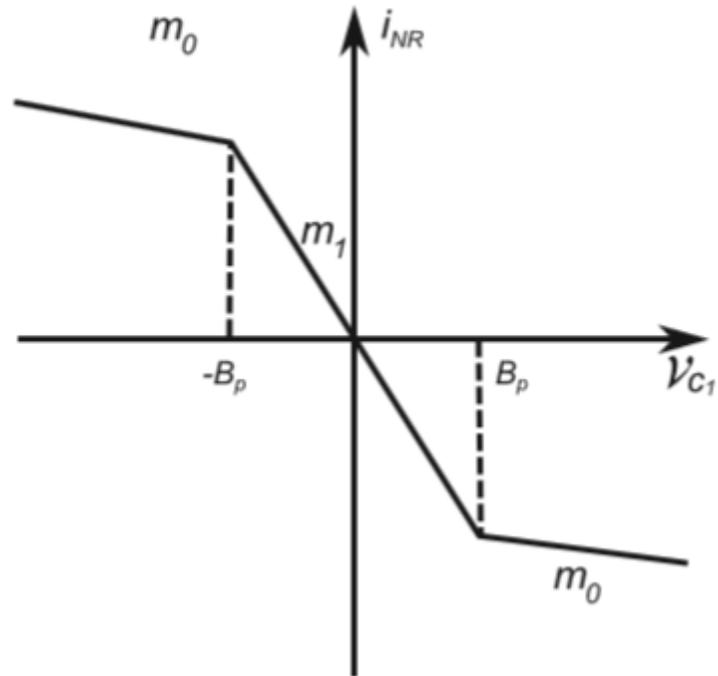


Figura 11. $v - i$ Curva característica del diodo de Chua.

La figura 12 muestra la implementación física del diodo de Chua, los valores son dados en [24] mediante el uso de dos amplificadores operacionales U_1, U_2 (TL082) (Con fuente de alimentación de $\pm 12V$), $R_2 = R_3 = 22\text{ k}\Omega$, $R_4 = R_5 = 220\ \Omega$, $R_6 = 2.2\text{ k}\Omega$ y $R_7 = 3.3\text{ k}\Omega$.

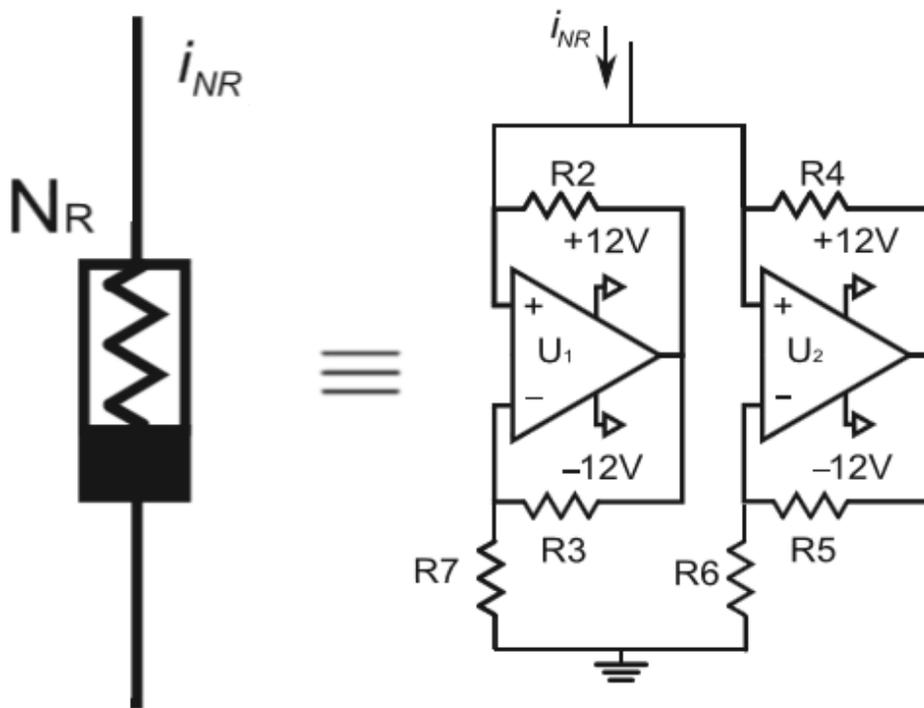


Figura 12. Implementación del diodo de Chua utilizando dos Op-Amps y seis resistencias lineales.

3.2 Modelo matemático del circuito de Chua

Mediante la aplicación de las leyes de Kirchoff, el circuito de Chua mostrado en la figura 10 es modelado por las ecuaciones de estado:

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_{C_1}}{dt} \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC_1}(v_{C_2} - v_{C_1}) - \frac{1}{C_1}g(v_{C_1}), \\ \frac{1}{RC_2}(v_{C_2} - v_{C_1}) + \frac{1}{C_1}i_L, \\ -\frac{1}{L}v_{C_2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Donde v_{C_1} y v_{C_2} son los voltajes a través de los capacitores C_1 y C_2 respectivamente, mientras que i_L es la corriente a través del inductor L , y $g(v_{C_1})$ es la función no lineal de voltaje contra corriente característica del diodo de Chua N_R , definida por:

$$g(v_{C_1}) = m_0 v_{C_1} + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)(|v_{C_1} + Bp| - |v_{C_1} - Bp|) \quad (4)$$

Las pendientes en las regiones interior y exterior son m_0 , $m_1 < 0$, respectivamente, mientras que $\pm Bp$ denota los puntos de ruptura del diodo de Chua, estos parámetros se observan en la figura 11.

Para construir físicamente los circuitos de Chua acoplados en topología de estrella, recurrimos a la versión normalizada de las ecuaciones (3) y (4), esto se obtiene cambiando las variables: $x_1 = \frac{v_{C_1}}{Bp}$, $x_2 = \frac{v_{C_2}}{Bp}$, $x_3 = \frac{i_L R}{Bp}$, $Bp = 1$, y $\tau = \frac{t}{RC_2}$. De esta manera, las ecuaciones normalizadas del circuito de Chua están dadas por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(x_2 - x_1 - f(x_1)) \\ x_1 - x_2 + x_3 \\ -\beta x_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Donde $\dot{x} = dx/d\tau$; $\alpha = C_2/C_1 > 0$ y $\beta = C_2 R^2/L > 0$ son los principales parámetros de bifurcación y la función no lineal $f(x_1)$ es la función lineal por tramos de tres segmentos definida por:

$$f(x_1) = bx_1 + \frac{1}{2}(a - b)(|x_1 + 1| - |x_1 - 1|) \quad (6)$$

Donde $a = m_1 R < 0$ y $b = m_0 R < 0$.

3.3 Dinámicas del circuito de Chua

Con el propósito de observar el comportamiento dinámico del circuito de Chua, se hicieron simulaciones numéricas, así como también se llevó a cabo la medición experimental a partir de la implementación física del circuito de Chua y utilizando el modelo matemático normalizado, visto anteriormente (5) y (6). A partir de esto, se obtuvieron tres tipos de comportamientos dinámicos conocidos como atractores. Un comportamiento estable o punto fijo, otro cíclico también conocido como ciclo límite y finalmente un comportamiento caótico.

3.3.1 Resultados numéricos

En las figuras 13,14 y 15 se muestra la evolución en el tiempo de los estados $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $x_3(t)$ del circuito de Chua, respectivamente, con $\alpha = 4.05$, $\beta = 6$, $a = -1.758$ y $b = -0.8248$, donde se puede apreciar un comportamiento estable, es decir, que los estados del circuito tienden a un valor fijo. La amplitud de las señales se vuelve constante respecto al tiempo. Para el caso de la variable de estado $x_1(t)$ parte de un valor inicial de $x_1(0) = 1.1$ y tiende a un valor constante $x_1(t) = 5.3$, mientras que la variable de estado $x_2(t)$ parte de su valor inicial $x_2(0) = 0.1$ y con el paso del tiempo tiende a estabilizarse en $x_2(t) = 0$ y la variable de estado $x_3(t)$ parte de un valor inicial $x_3(0) = -0.5$ y tiende después a $x_3(t) = -5.3$.

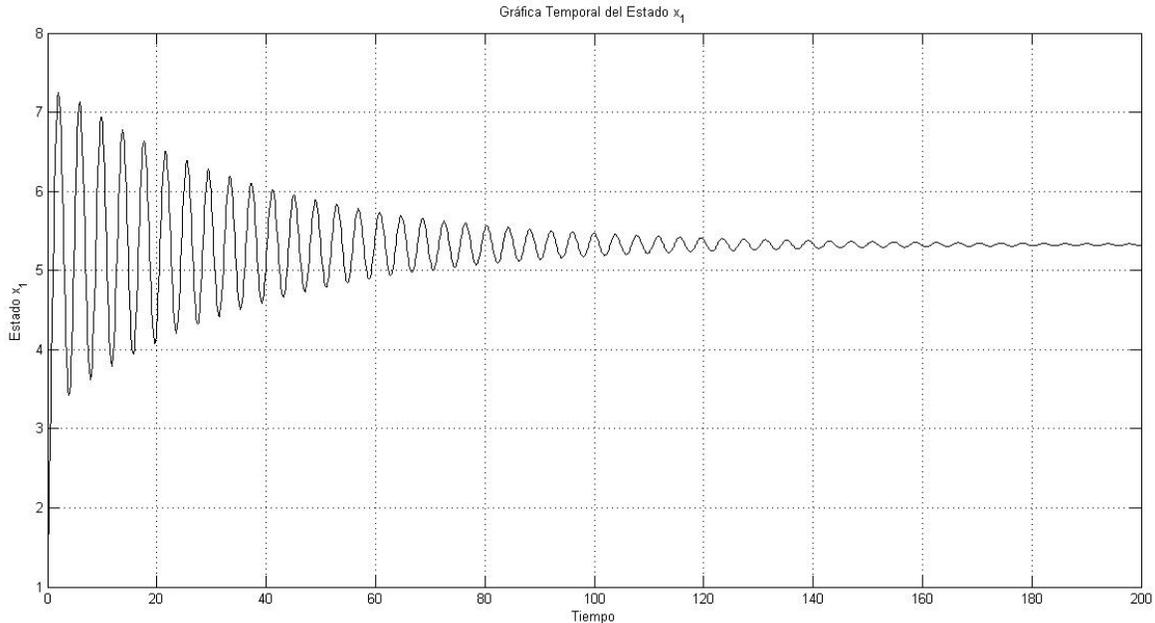


Figura 13. Evolución en el tiempo del estado $x_1(t)$ del circuito de Chua; $x_1(t)$ tiende a 5.3.

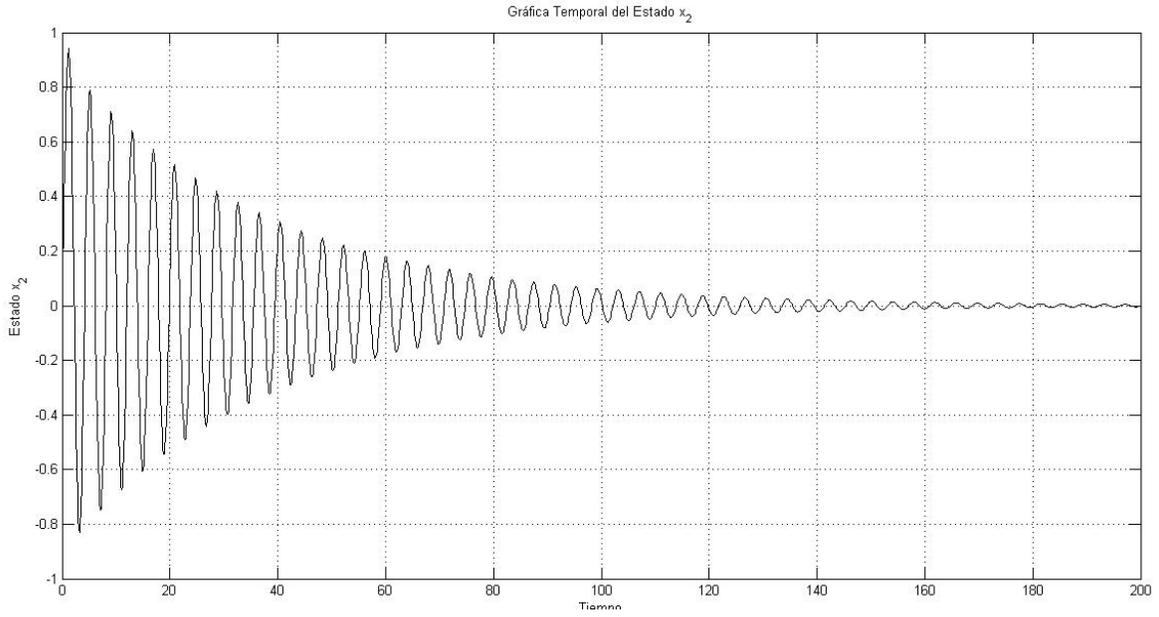


Figura 14. Evolución en el tiempo del estado $x_2(t)$ del circuito de Chua; $x_2(t)$ tiende a 0.

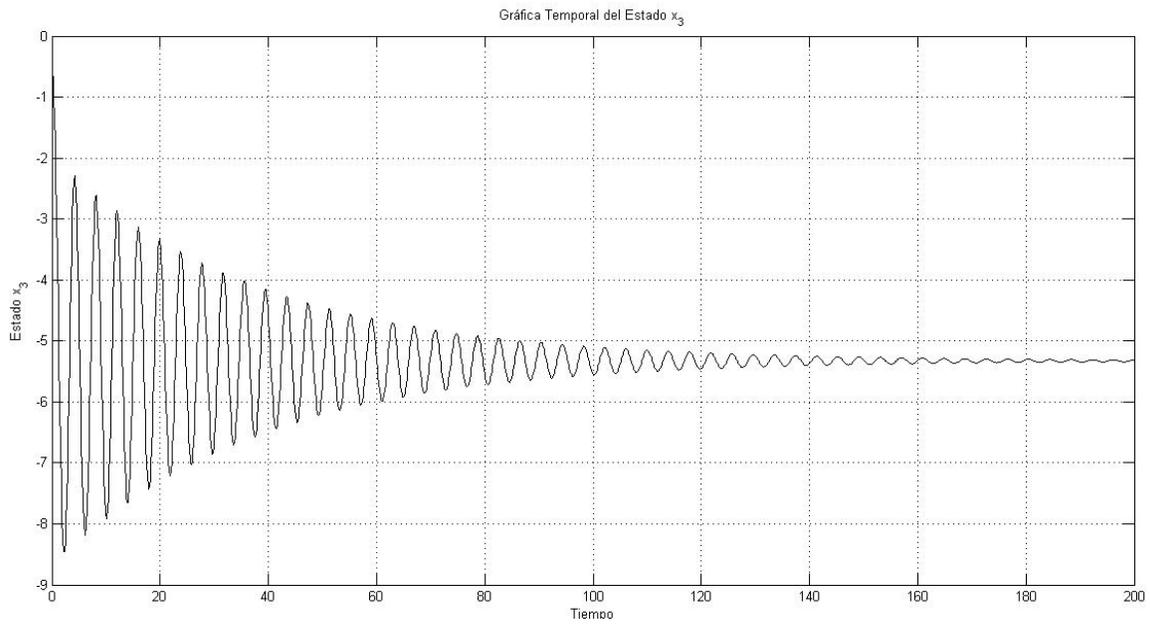


Figura 15. Evolución en el tiempo del estado $x_3(t)$ del circuito de Chua; $x_3(t)$ tiende a -5.3.

El comportamiento dinámico observado anteriormente también se puede apreciar en el comportamiento de los atractores proyectado en el espacio de estados que se observa en las figuras 16, 17 y 18, donde estos tienden a un punto fijo o de equilibrio.

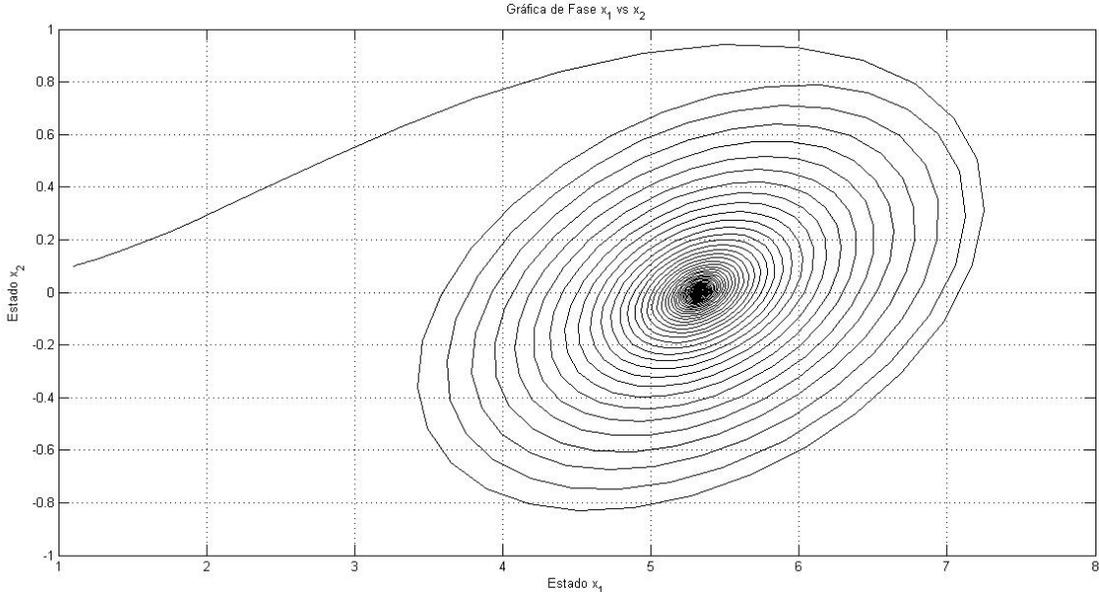


Figura 16. Atractor punto fijo del estado $x_1(t)$ vs $x_2(t)$.

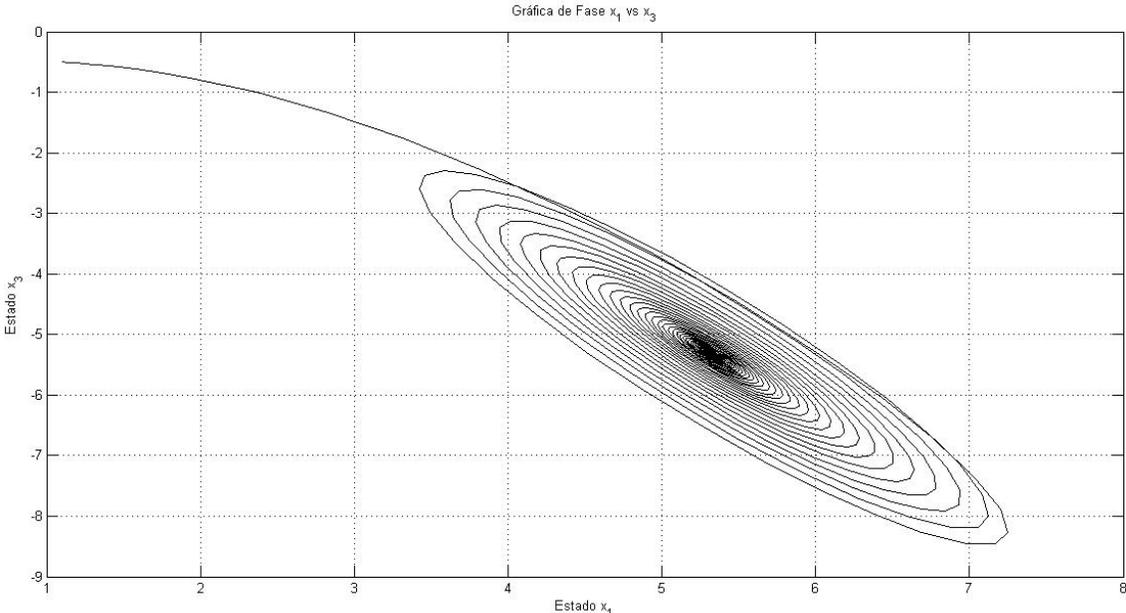


Figura 17. Atractor punto fijo del estado $x_1(t)$ vs $x_3(t)$.

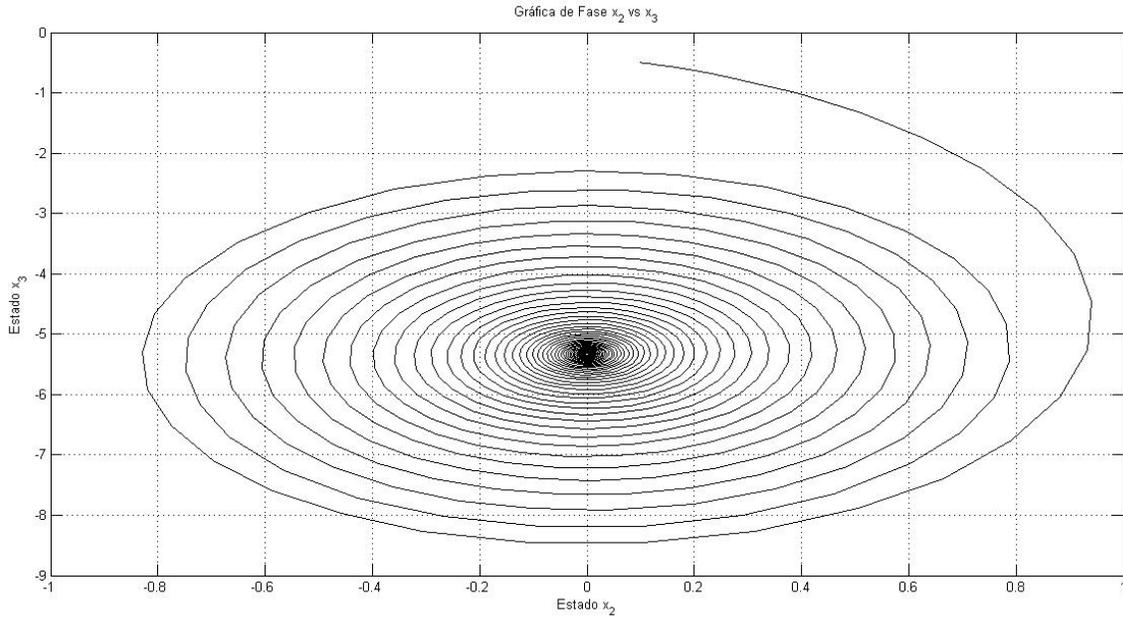


Figura 18. Atractor punto fijo del estado $x_2(t)$ vs $x_3(t)$.

En las figuras 19, 20 y 21, se muestra la evolución en el tiempo de los estados del circuito de Chua con $\alpha = 3.7, \beta = 5.2, a = -1.50309$ y $b = -0.705204$, donde se puede observar un comportamiento cíclico los estados $x_1(t), x_2(t)$ y $x_3(t)$.

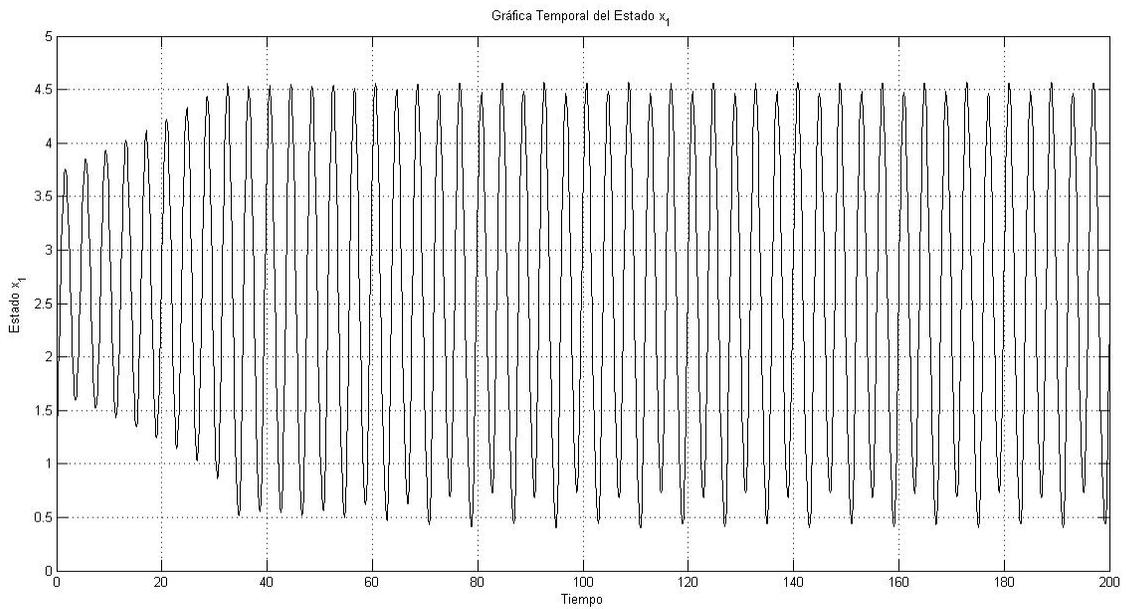


Figura 19. Evolución en el tiempo del estado $x_1(t)$ del circuito de Chua.

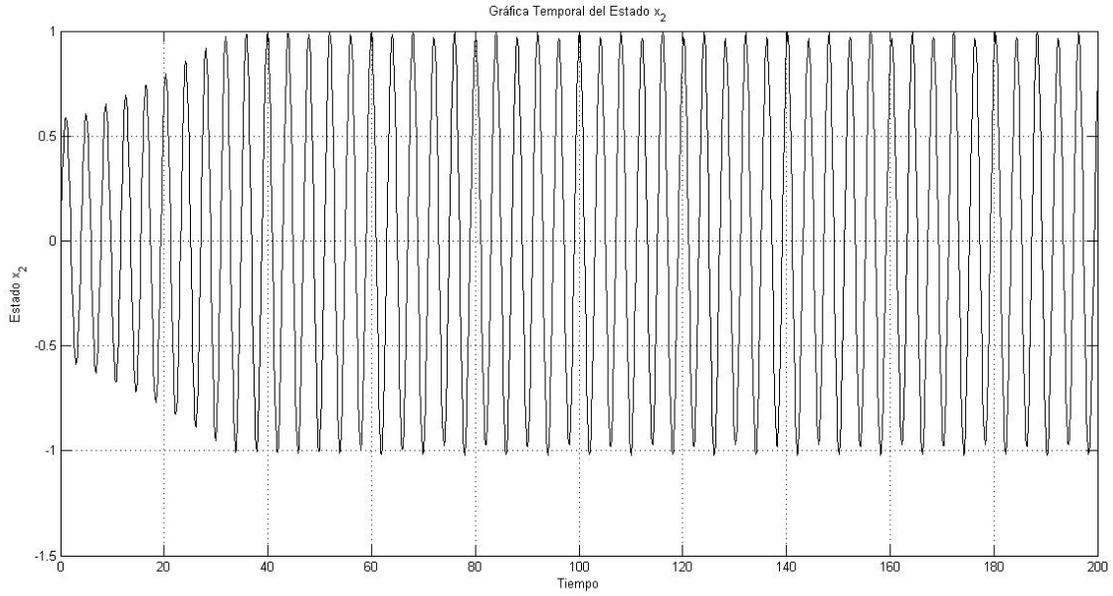


Figura 20. Evolución en el tiempo del estado $x_2(t)$ del circuito de Chua.

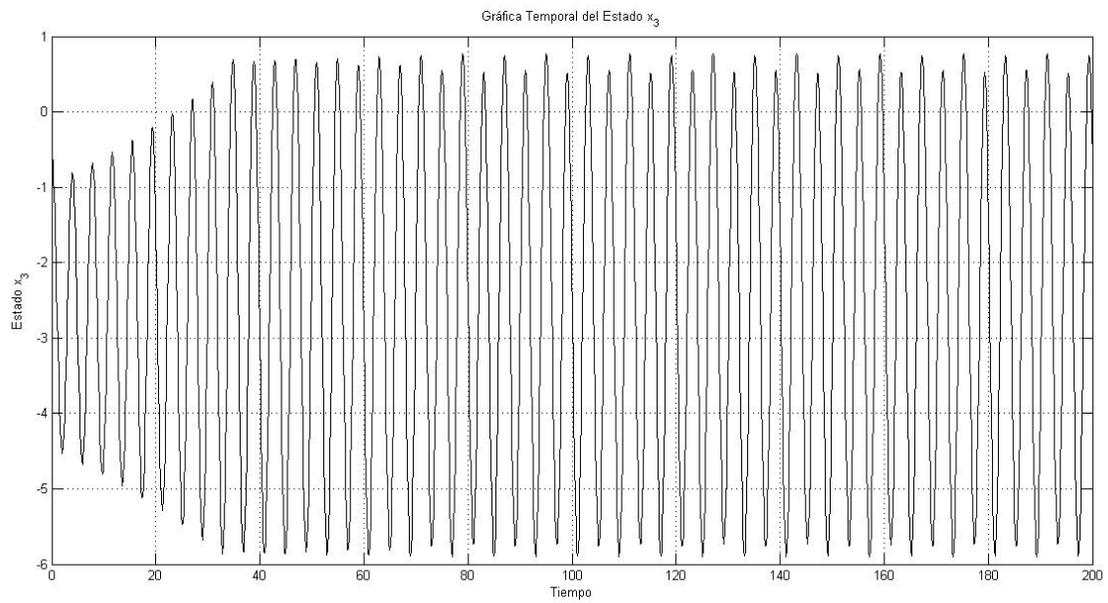


Figura 21. Evolución en el tiempo del estado $x_3(t)$ del circuito de Chua.

Como se puede observar en el comportamiento las variables de estado oscilan entre ciertos valores. Este comportamiento también se puede observar en el comportamiento de los atractores formados entre los estados, mostrado en las figuras 22, 23 y 24, donde estos tienden a un ciclo límite estable.

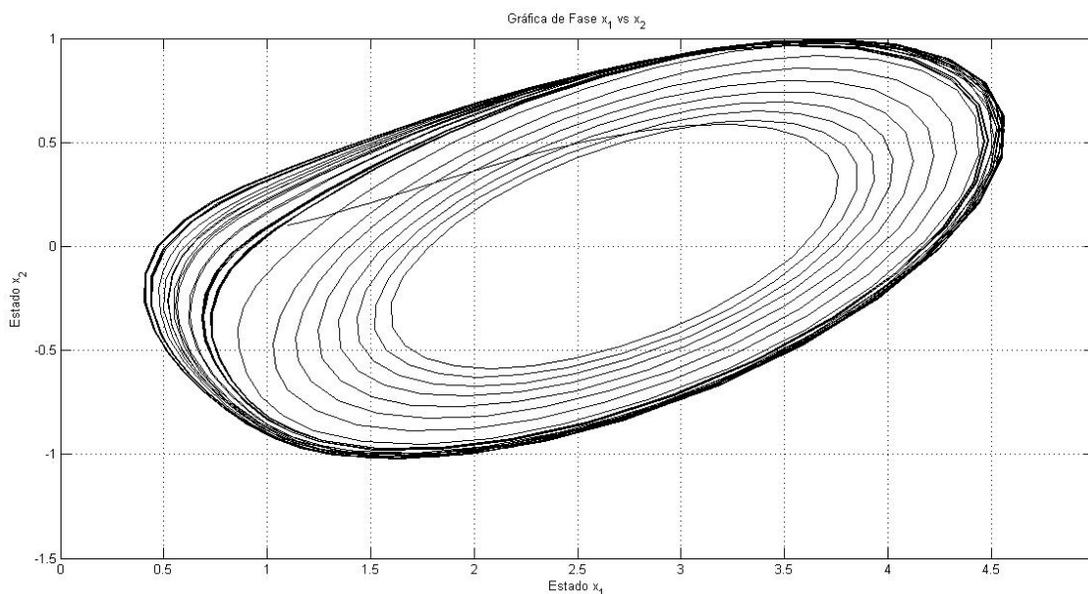


Figura 22. Atractor ciclo límite del estado $x_1(t)$ vs $x_2(t)$.

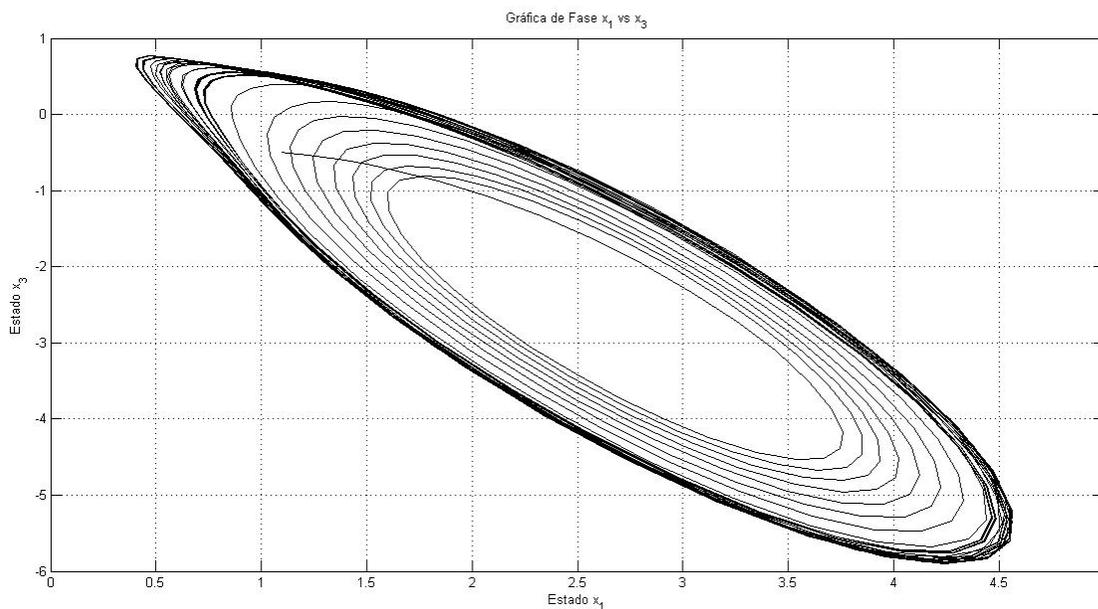


Figura 23. Atractor ciclo límite del estado $x_1(t)$ vs $x_3(t)$.

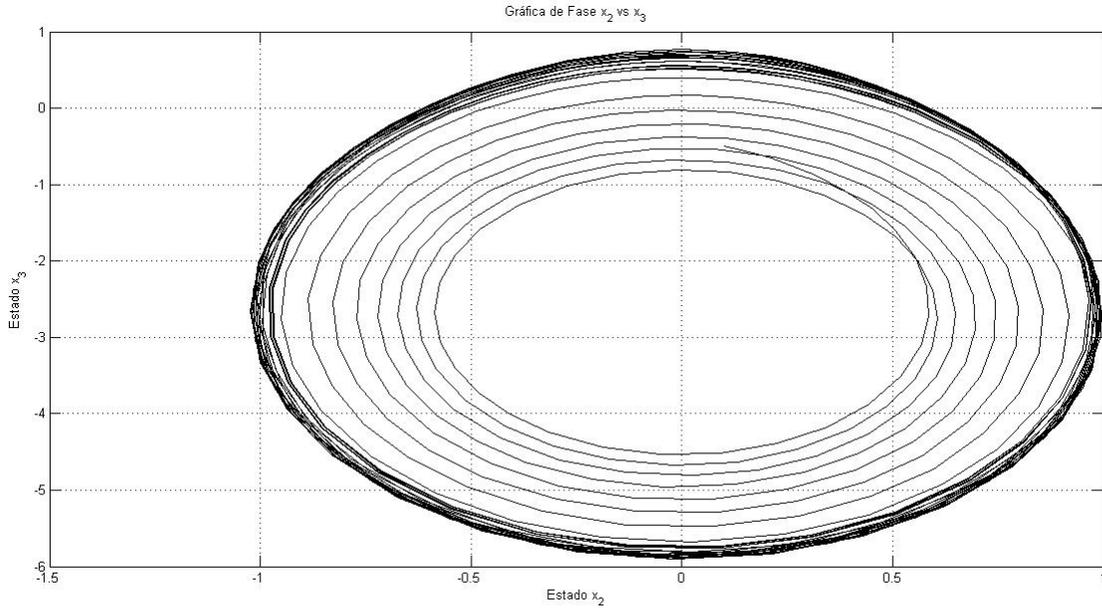


Figura 24. Atractor ciclo límite del estado $x_2(t)$ vs $x_3(t)$.

En las figuras 25, 26 y 27, se muestra la evolución en el tiempo de los estados del circuito de Chua con los siguientes valores de los parámetros: $\alpha = 10, \beta = 19, a = -1.4325$ y $b = -0.7831$, donde se puede apreciar un comportamiento caótico de las señales. La amplitud de las señales con respecto al tiempo no muestra que sea periódica ni exhibe ningún patrón de comportamiento. Esto cumple con la principal característica de un sistema caótico: presenta un comportamiento aparentemente aleatorio.

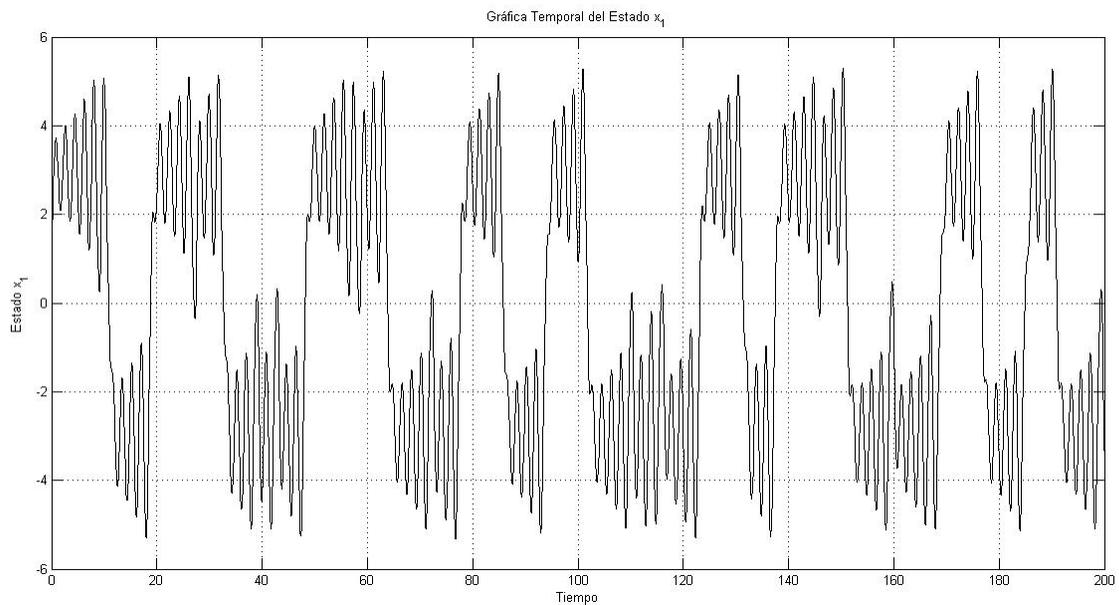


Figura 25. Evolución en el tiempo del estado $x_1(t)$ del circuito de Chua.

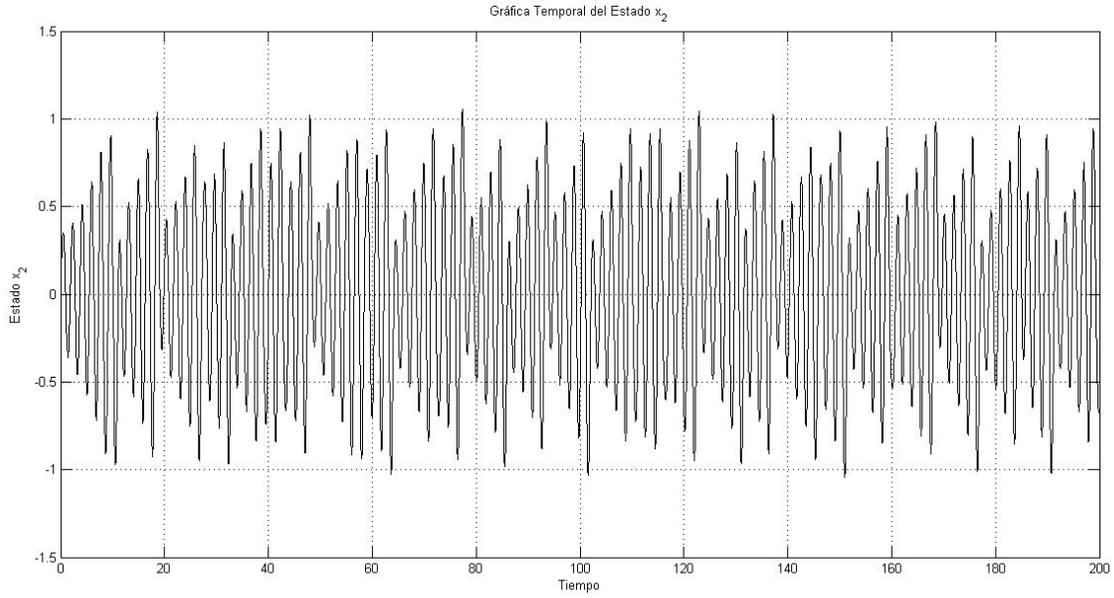


Figura 26. Evolución en el tiempo del estado $x_2(t)$ del circuito de Chua.

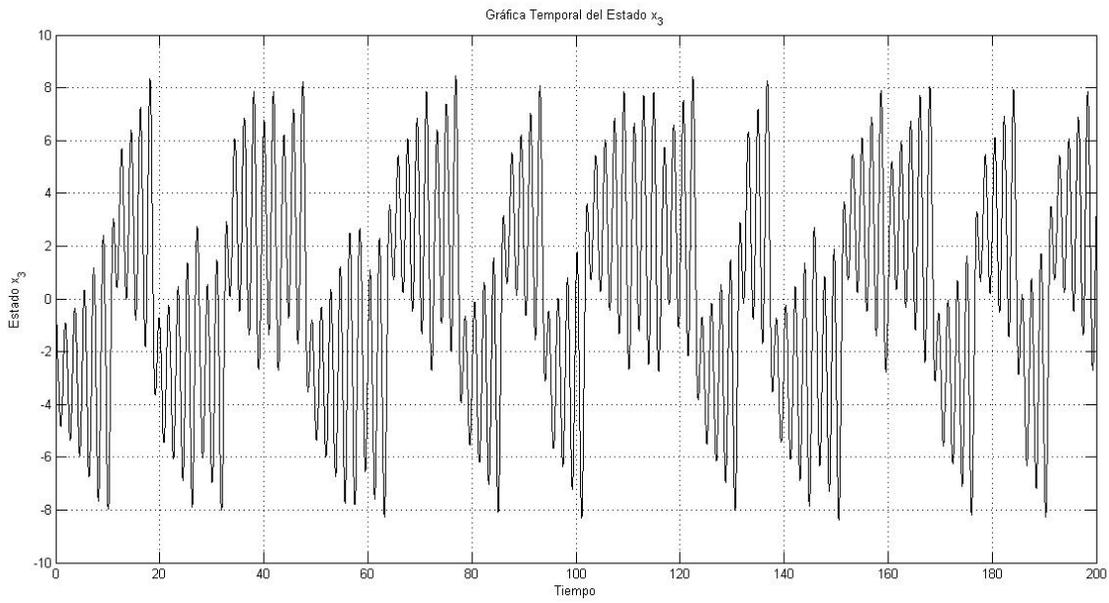


Figura 27. Evolución en el tiempo del estado $x_3(t)$ del circuito de Chua.

Los atractores extraños formados por las trayectorias caóticas de estos estados se muestran en las figuras 28, 29 y 30.

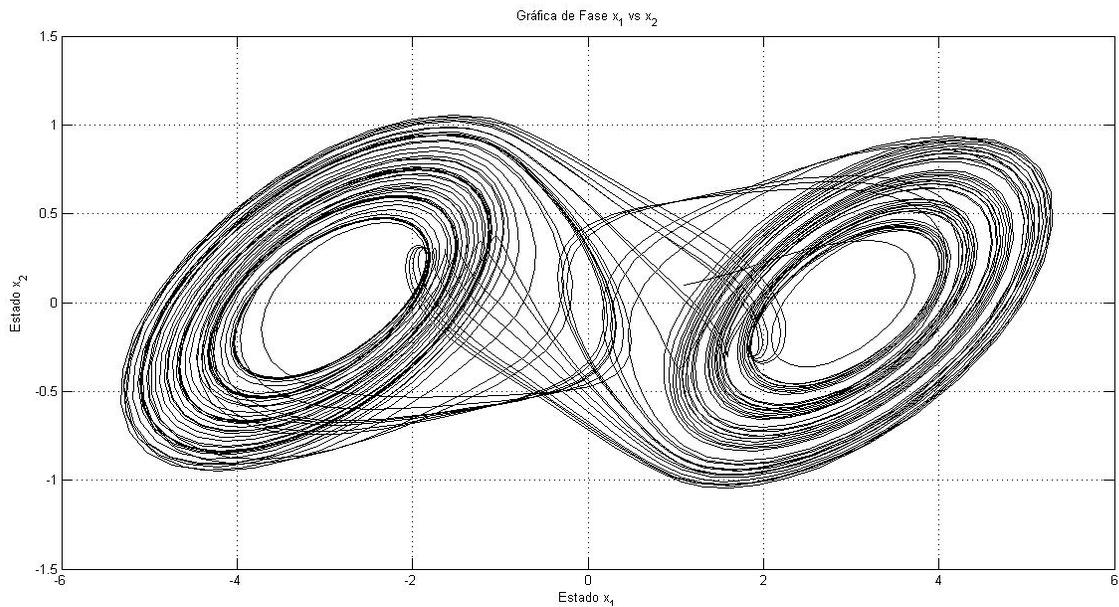


Figura 28. Atractor caótico de Chua del estado $x_1(t)$ vs $x_2(t)$.

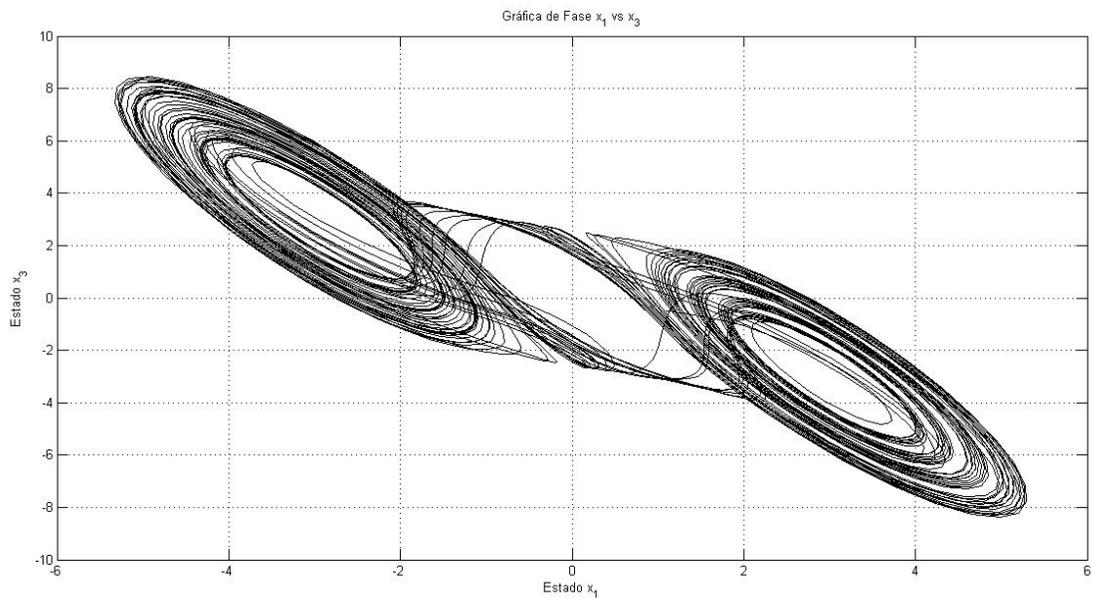


Figura 29. Atractor caótico de Chua del estado $x_1(t)$ vs $x_3(t)$.

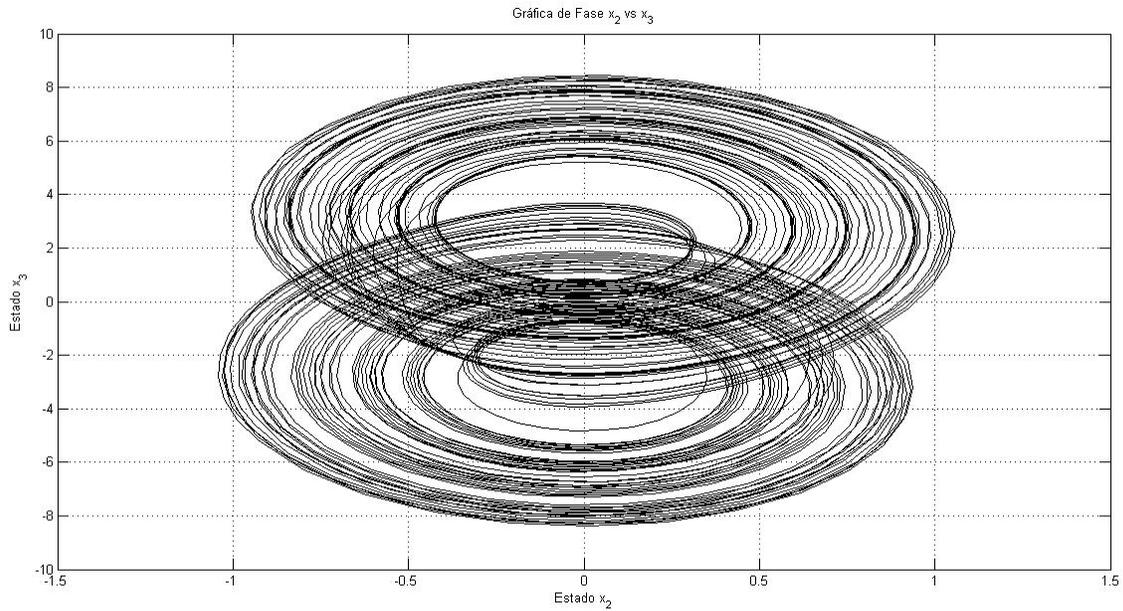


Figura 29. Atractor caótico de Chua del estado $x_2(t)$ vs $x_3(t)$.

3.3.2 Resultados Experimentales

Para obtener los resultados experimentales se realizó el armado del circuito de la figura 30, pero debido a que esta es la forma convencional del circuito de Chua, solamente fue posible medir las variables de estado $x_1(t)$ y $x_2(t)$ en forma de voltaje, ya que la tercera variable de estado $x_3(t)$ es una corriente i_L y no un voltaje. La tercer variable de estado es posible medirla si se implementa el circuito de Chua por medio de integradores.

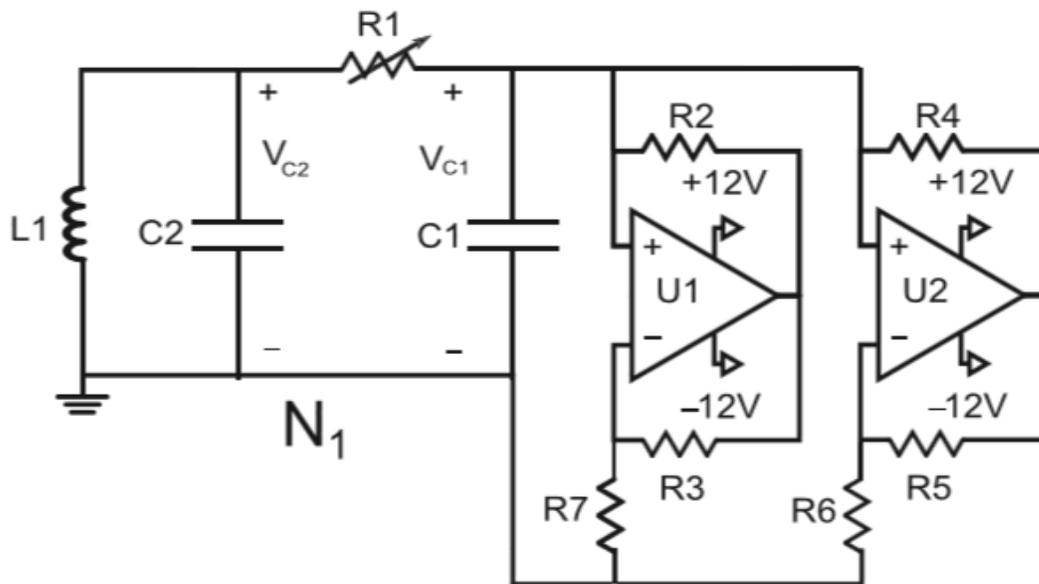


Figura 30. Circuito de Chua convencional.

La figura 31 muestra la pantalla de un osciloscopio, en el cual se observa la evolución en el tiempo de los estados $x_1(t)$ y $x_2(t)$ del circuito de Chua, donde se puede apreciar el comportamiento estable, las señales con respecto al tiempo son constantes.

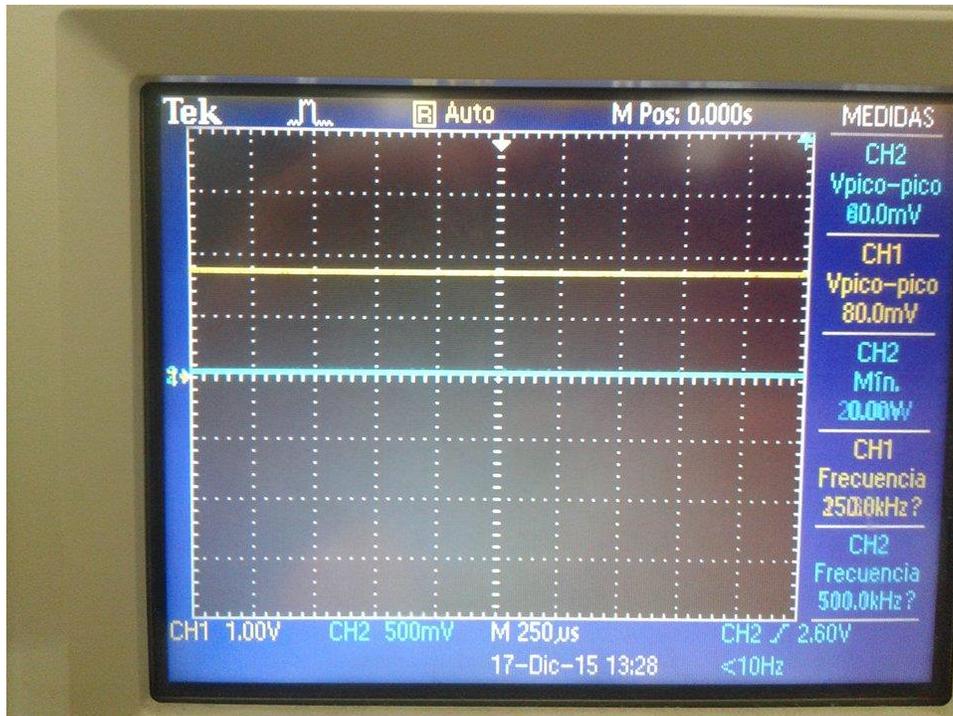


Figura 31. Pantalla de osciloscopio mostrando la evolución en el tiempo de los estados $x_1(t)$ (amarillo) y $x_2(t)$ (azul) del circuito de Chua.

En la figura 32, se observa el comportamiento de los atractores, proyectado en el espacio de estados, de los estados $x_1(t)$ y $x_2(t)$, y se puede observar el comportamiento del atractor como un punto fijo.

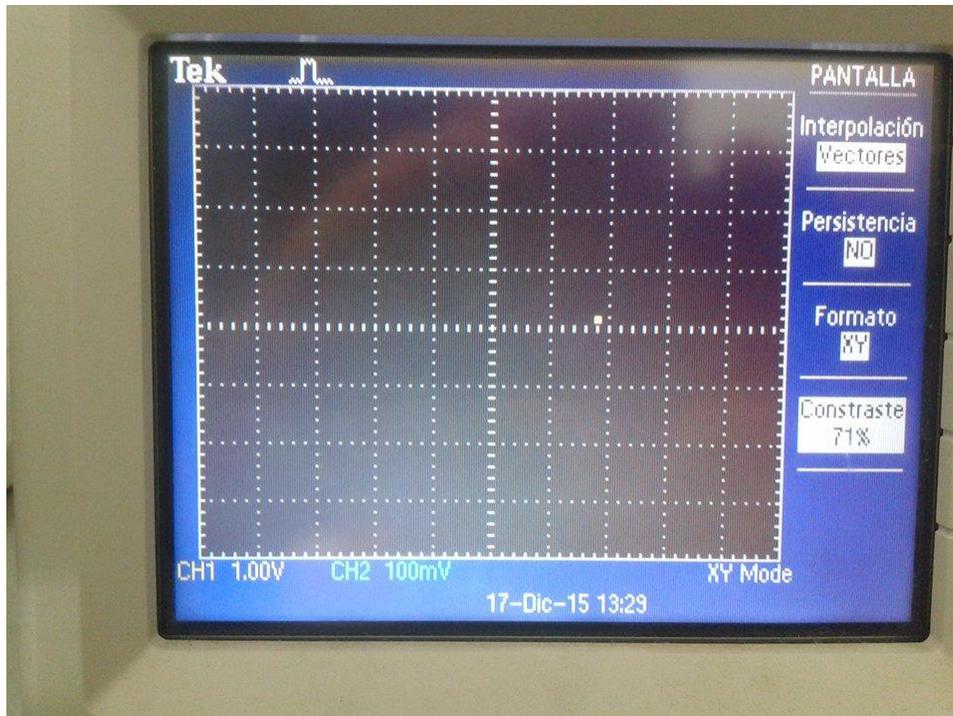


Figura 32. Pantalla de osciloscopio mostrando el atractor punto fijo del estado $x_1(t)$ vs $x_2(t)$.

A continuación, en las figuras 33 y 34, se muestra el comportamiento cíclico de los estados $x_1(t)$ y $x_2(t)$, respectivamente, a través del tiempo. Mientras que en la figura 35 se muestra el atractor formado por los dichos estado.

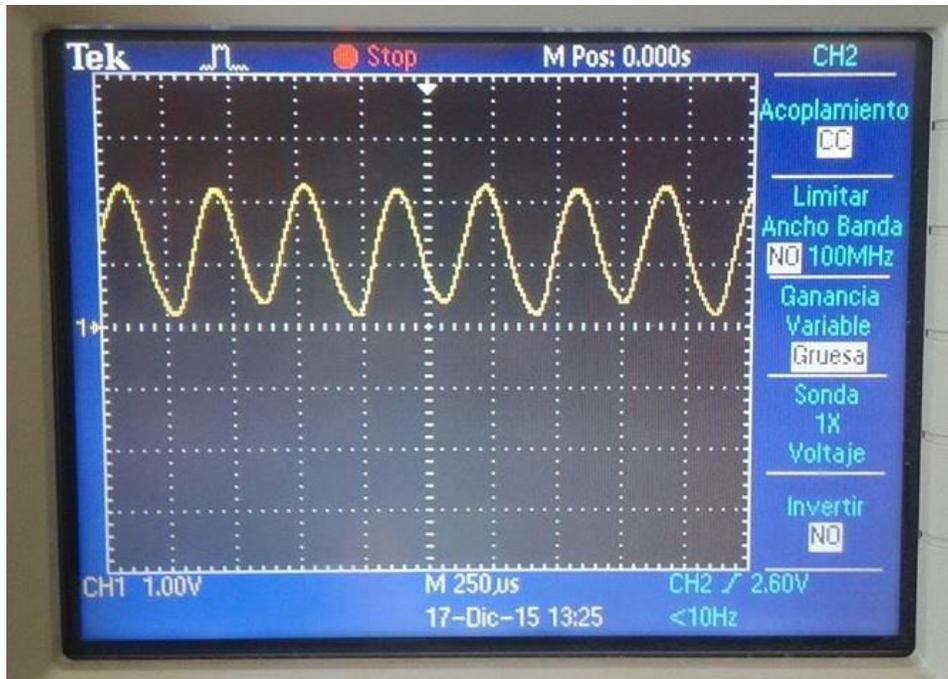


Figura 33. Pantalla de osciloscopio mostrando el comportamiento cíclico a través del tiempo del estado $x_1(t)$.

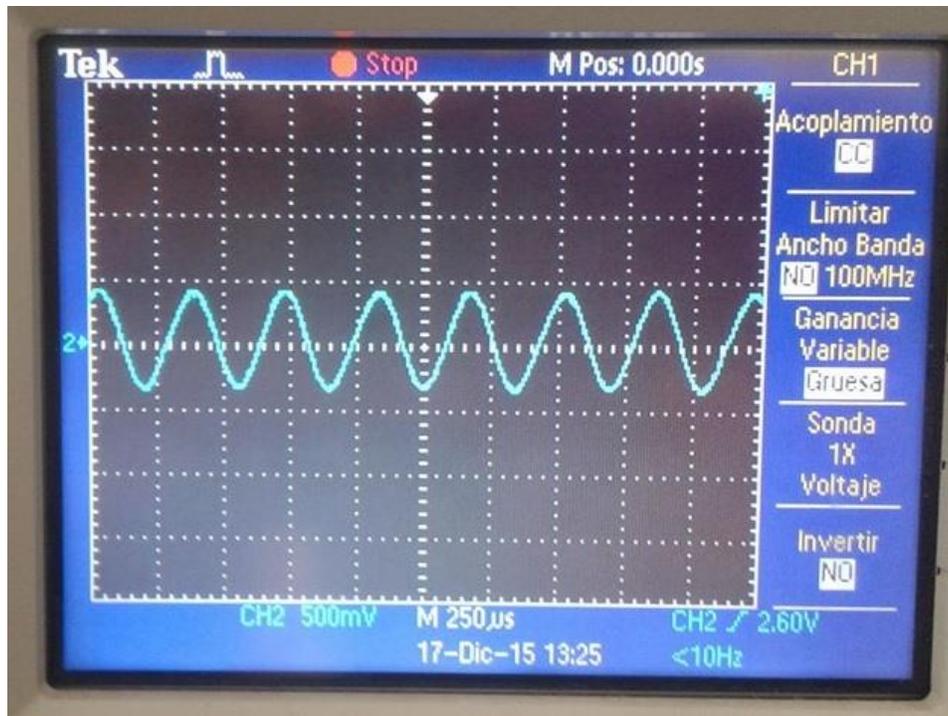


Figura 34. Pantalla de osciloscopio mostrando el comportamiento cíclico a través del tiempo del estado $x_2(t)$.

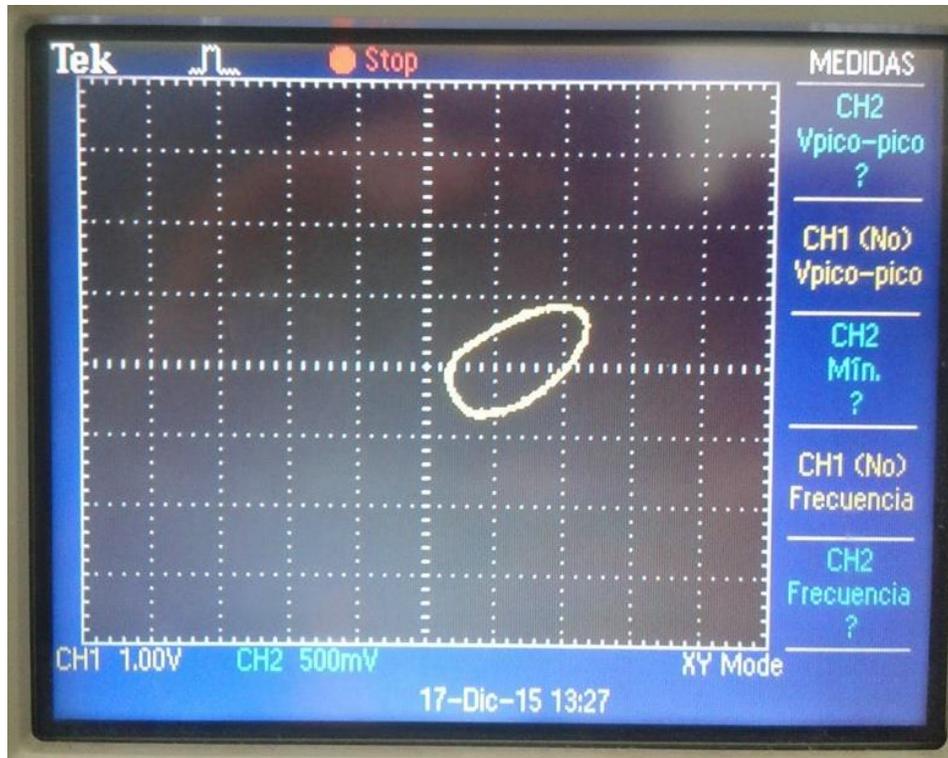


Figura 35. Pantalla de osciloscopio mostrando el atractor ciclo límite del estado $x_1(t)$ vs $x_2(t)$.

Finalmente se mostrará el comportamiento caótico a través del tiempo de los estados $x_1(t)$ y $x_2(t)$, que se obtuvieron experimentalmente, así como también el atractor caótico de Chua formado por estos dos estados. En estas imágenes se puede observar que la amplitud de las señales con respecto al tiempo no presenta ningún patrón o comportamiento periódico visible. Por lo que cumple con las características de un sistema caótico.

En las figuras 36 y 37, se muestra la evolución a través del tiempo del estado $x_1(t)$ y $x_2(t)$ del circuito de chua, donde se puede apreciar un comportamiento caótico de las señales

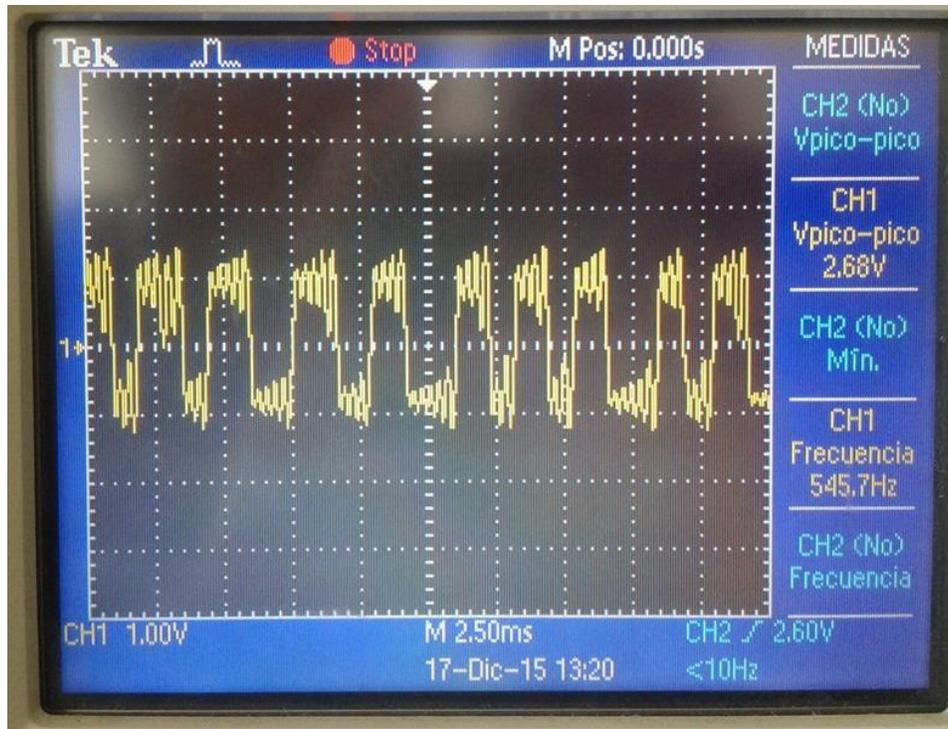


Figura 36. Pantalla de osciloscopio mostrando el comportamiento caótico a través del tiempo del estado $x_1(t)$ del circuito de Chua.

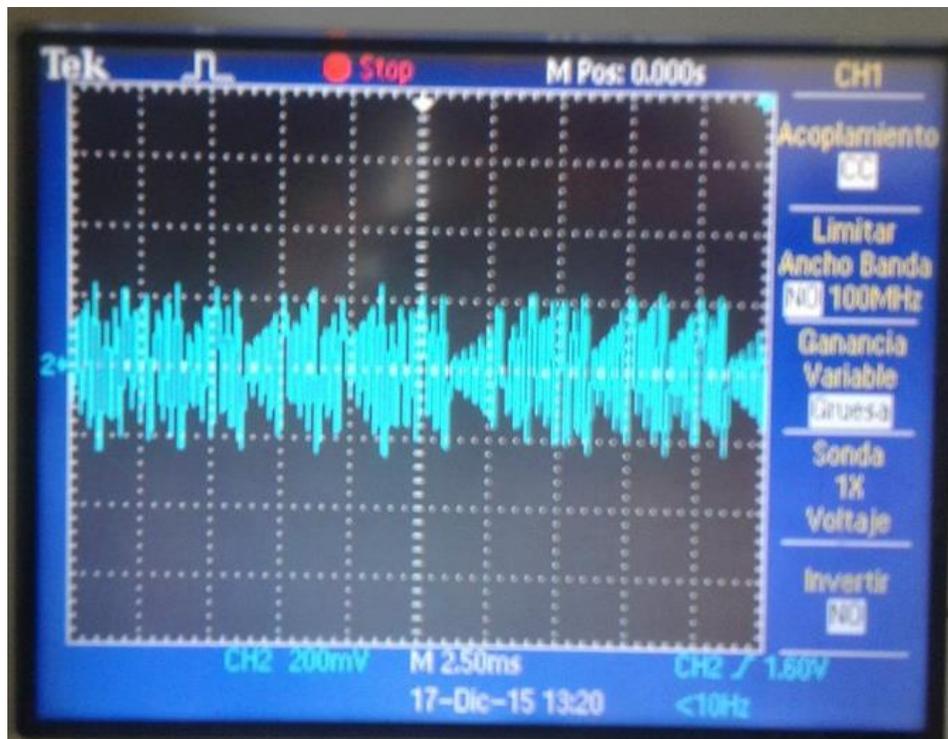


Figura 37. Pantalla de osciloscopio mostrando el comportamiento caótico a través del tiempo del estado $x_2(t)$ del circuito de Chua.

En la figura 38, se muestra el atractor extraño formado por las trayectorias caóticas de los estados $x_1(t)$ y $x_2(t)$.

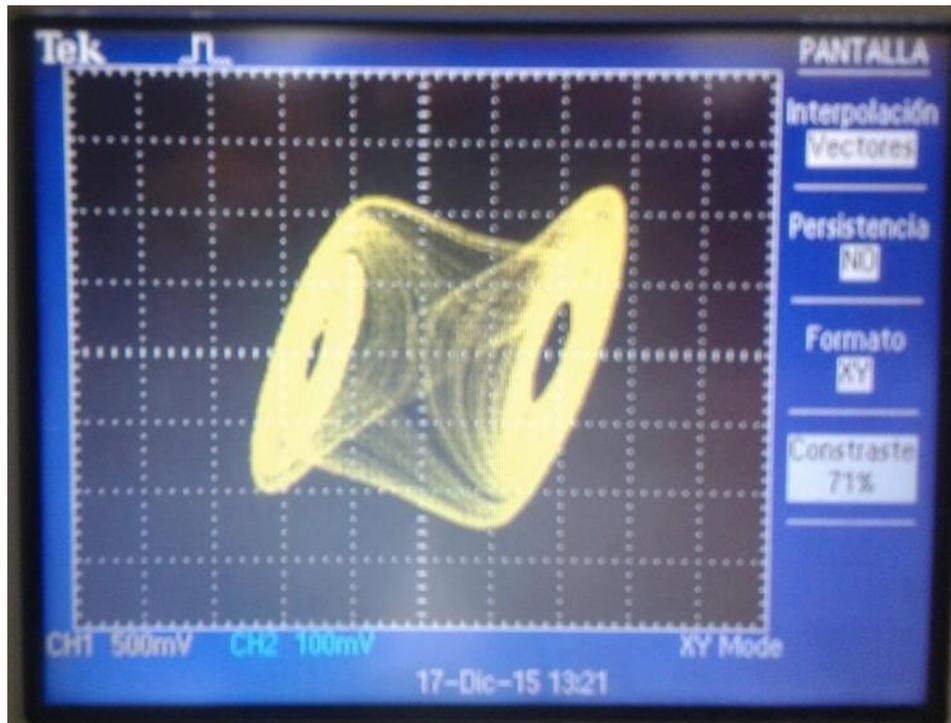


Figura 38. Pantalla de osciloscopio mostrando el atractor caótico de Chua formado por los estados $x_1(t)$ vs $x_2(t)$.

Las simulaciones, así como las mediciones experimentales, se hicieron con el propósito de demostrar por qué fue seleccionado el circuito de Chua como generador caótico y emplearlo en las comunicaciones para el encriptado de información. Estos resultados indican que el circuito de Chua presenta un comportamiento dinámico complejo en las señales de sus estados, debido a esto, se eligió para la implementación física mediante circuitería electrónica y aplicarlo en las comunicaciones.

4. Comunicación óptica – caótica experimental

En este capítulo se presentan los resultados experimentales de la comunicación de un mensaje encriptado mediante caos, entre un transmisor y cuatro receptores acoplados en topología de estrella mediante fibra óptica como canal de transmisión. Además se presentan las características ópticas del led, así como del fotoreceptor utilizados, también se presentan características y el funcionamiento de la fibra óptica.

4.1. Comunicación caótica

Para la comunicación caótica, se utilizó el circuito de Chua como generador caótico, fueron utilizados como nodos en configuración de estrella, con el fin de lograr la sincronización de la red, considerando un circuito como nodo maestro con cuatro nodos esclavos.

4.1.1. Sincronización de red en topología de estrella

En particular, se consideró un solo nodo maestro N_1 y cuatro nodos esclavos N_2 , N_3 , N_4 y N_5 , para la implementación física de la red. La topología utilizada se muestra en la figura 39.

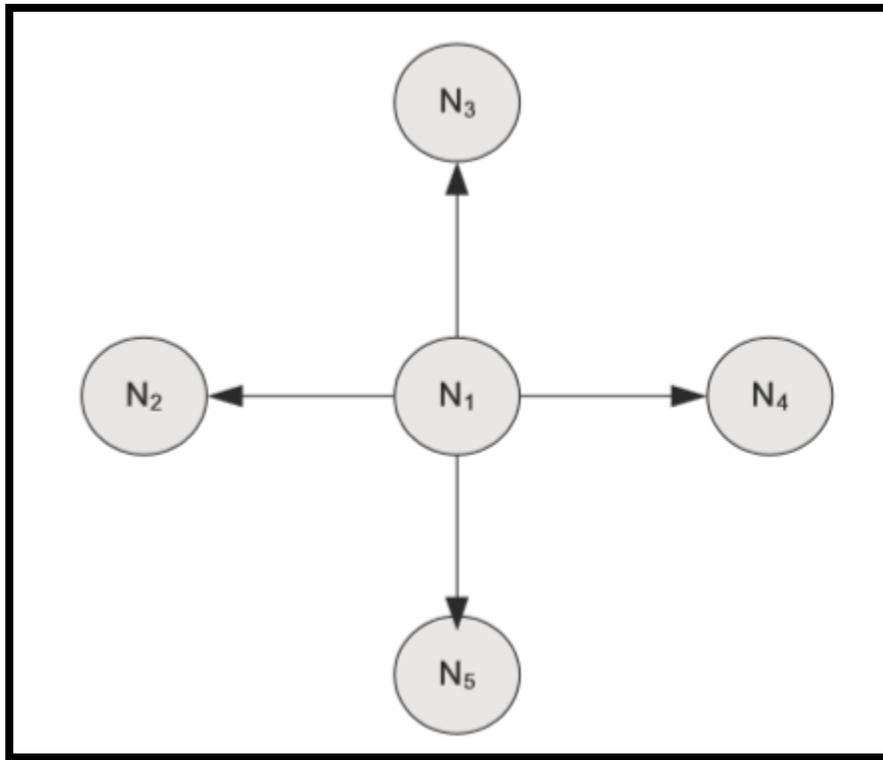


Figura 39. Red en topología de estrella con un nodo maestro N_1 y cuatro nodos esclavos.

4.1.2. Implementación física y resultados experimentales

A continuación, se muestra la implementación física para la sincronización de la red, la cual se llevó a cabo con dispositivos electrónicos.

Para la implementación física se utilizó fibra óptica de plástico como canal de comunicación entre nodos. La configuración experimental de la sincronización entre el nodo maestro N_1 y los cuatro nodos esclavos N_2, N_3, N_4 y N_5 , se muestra en la figura 41.

La configuración de sincronización cuenta con dos etapas conversoras: eléctrica/óptica (E/O) y óptica/eléctrica (O/E), las cuales serán mostradas detalladamente más adelante. El resto de los componentes y sus valores, para la sincronización son: amplificadores $U1 - U10$ TL082, amplificadores $U13 - U32$ TL084, $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L_5 = 18$ mH, $C_1 = C_3 = C_5 = C_7 = C_9 = 10$ nF, $C_2 = C_4 = C_6 = C_8 = C_{10} = 100$ nF, $R_1 = R_{20} = R_{39} = R_{58} = R_{77} = 2$ k Ω , $R_2 = R_3 = R_{21} = R_{22} = R_{40} = R_{41} = R_{59} = R_{60} = R_{78} = R_{79} = 22$ k Ω , $R_4 = R_5 = R_{23} = R_{24} = R_{42} = R_{43} = R_{61} = R_{62} = R_{80} = R_{81} = 220$ Ω , $R_6 = R_{25} = R_{44} = R_{63} = R_{82} = 2.2$ k Ω , $R_7 = R_{26} = R_{45} = R_{64} = R_{83} = 3.3$ k Ω , $R_8 = R_9 = R_{11} = R_{12} = R_{13} = R_{15} = R_{27} = R_{28} = R_{30} = R_{31} = R_{32} = R_{34} = R_{46} = R_{47} = R_{49} = R_{50} = R_{51} = R_{53} = R_{65} = R_{66} = R_{68} = R_{69} = R_{70} = R_{72} = 1$ k Ω , $R_{10} = R_{29} = R_{48} = R_{67} = 2.4$ k Ω , $R_{14} = R_{33} = R_{52} = R_{71} = 10$ k Ω .

A continuación, en la figura 40 se muestra el estado $x_{11}(t)$ del maestro N_1 contra el estado $x_{21}(t)$ del esclavo N_2 , así como la evolución de ambos estados en el tiempo, en esta imagen se puede ver qué existe sincronización entre los nodos caóticos N_1 y N_2 .

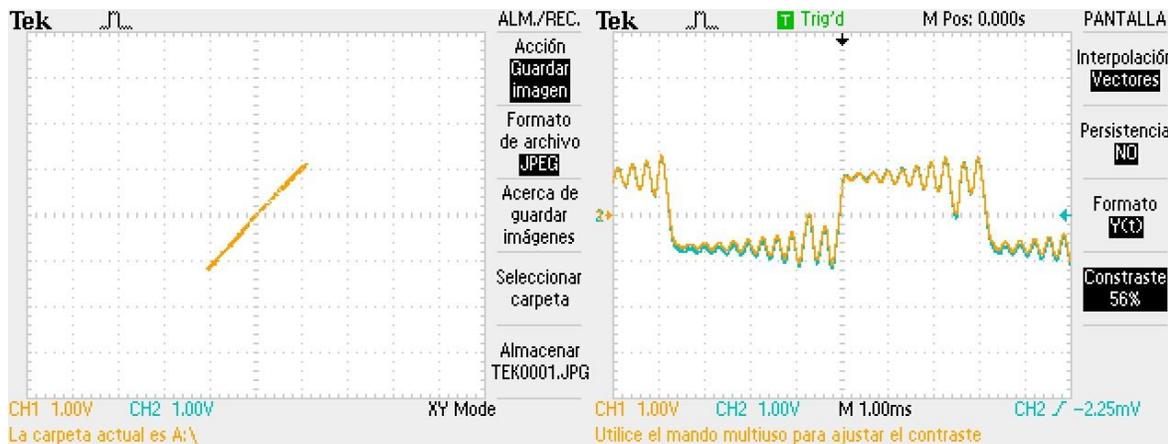


Figura 40. Estados x_{11} vs x_{21} en el plano y traslapados en el tiempo.

4.2 Comunicación óptica

En su forma más simple, un sistema de comunicación por fibra óptica está constituido por tres elementos:

- a) Un módulo de emisión, que tiene como función transformar la información en forma de señal eléctrica a información en forma de luz. A este módulo se le llamará emisor óptico.
- b) Un canal de transmisión de la luz, que es la fibra óptica.
- c) Un módulo de recepción, que tiene por función transformar la información óptica recibida en información con la forma de la señal eléctrica; se le llamará receptor óptico.

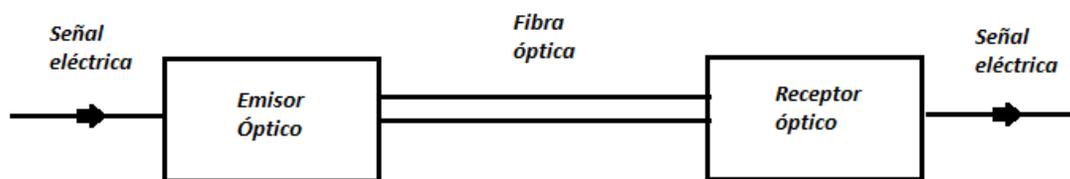


Figura 42. Sistema de comunicación por fibra óptica.

El emisor óptico contiene la fuente de luz, que puede ser un diodo electroluminiscente o un diodo láser.

El receptor óptico contiene el detector óptico, el cual puede ser un fotodiodo o un fototransistor.

El emisor y el receptor óptico están dotados de conectores que permiten acoplar la fuente y el receptor de la luz a la fibra óptica.

El canal de transmisión puede contener conectores que le permitan acoplar dos fibras entre sí.

4.2.1 LED

En un sistema que utiliza fibra óptica como canal de transmisión, la información se transmite por la luz que se propaga en la fibra. Esta información se puede transmitir en forma analógica o digital. En el primer caso, se modula la intensidad (cantidad) de luz que se inyecta a la fibra; es la modulación de amplitud. En la transmisión digital, la luz se emite en forma de pulsos de corta duración. Durante el estado “alto” del pulso, se inyecta luz a la fibra; mientras que en el estado “bajo”, no se inyecta luz a la fibra. Cualquiera que sea el sistema utilizado se necesita una fuente luminosa. El sistema de comunicación es más eficiente cuanto mayor sea la cantidad de información que pueda transmitirse a gran distancia.

Para llevar a cabo este experimento se eligió el LED como fuente luminosa, ya que cumple con las siguientes características:

- Tiene una superficie emisiva pequeña.
- Emite en longitudes de onda para que las fibras sean más transparentes, con el fin de recuperar la mayor cantidad posible de luz al final de la fibra.
- Puede modularse con facilidad.
- Es pequeño.
- Es económico.

En específico, se trabajó con el LED IF-E96, este es un LED visible rojo, de bajo costo y alta velocidad, cuenta con un empaque para la conexión de fibra óptica de plástico. La longitud de onda pico del espectro de salida del LED es de 660 nm y su ancho de banda espectral es de 20 nm . Este también cuenta con un micro-lente interno y una carcasa moldeada de precisión para maximizar el acoplamiento óptico con el cable de fibra plástica.

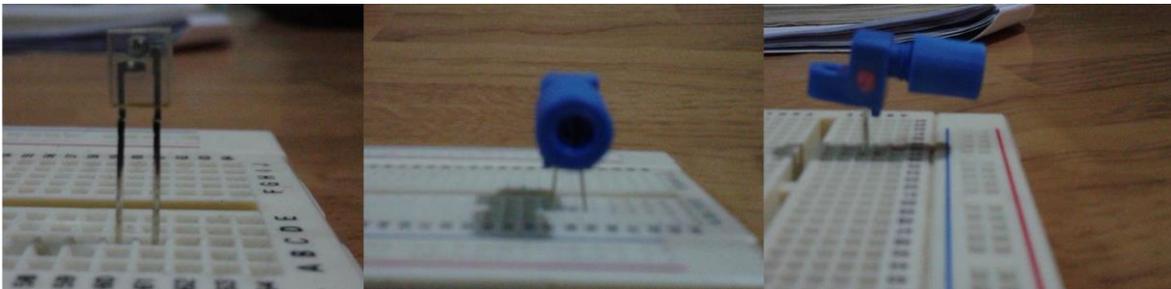


Figura 43. LED IF-E96.

A continuación se presentan las características específicas del LED:

CHARACTERISTICS ($T_A=25^\circ\text{C}$)

Parameter	Symbol	Min.	Typ.	Max.	Unit
Peak Wavelength	λ_{PEAK}	650	660	670	nm
Spectral Bandwidth (50% of I_{MAX})	$\Delta\lambda$	–	20	–	nm
Output Power Coupled into Plastic Fiber (1 mm core diameter). Distance Lens to Fiber ≤ 0.1 mm, 1 m SH4001 fiber, $I_F=20$ mA	Φ_{min}	125 -9.0	200 -7.0	300 -5.2	μW dBm
Switching Times (10% to 90% and 90% to 10%) ($I_F=20$ mA)	t_r, t_f	–	.1	–	μs
Capacitance (F=1 MHz)	C_0	–	30	–	pF
Forward Voltage ($I_F=20$ mA)	V_f	–	–	1.8	V
Temperature Coefficient, λ_{PEAK}	TC_λ		0.2		nm/K

Tabla 1. Características de LED.

4.2.2 Fotodiodo

Un sistema de telecomunicación óptica está compuesto por emisor, fibra óptica y detector. La luz emitida por la fuente de radiación se inyecta a un extremo de la fibra y se propaga; en el otro extremo de la fibra debe detectarse la luz: La detección consiste en transformar la luz en una señal eléctrica y es la función inversa a la emisión, que consiste en transformar la señal eléctrica en luz.

El detector debe ser capaz de proporcionar una señal eléctrica útil aun cuando reciba un flujo energético muy pequeño. La calidad fundamental del detector, por lo tanto, es su sensibilidad.

En el sistema de comunicaciones que se hizo experimentalmente se utilizó con el fotodiodo IF-D91, que es un fotodiodo para fibra óptica de plástico. Este es un fotodiodo detector de alta velocidad. La respuesta óptica del IF-D91 desde 450 a 1100 nm por lo que es compatible con una amplia gama de fuentes LED y diodo láser dentro del visible al infrarrojo cercano. Esto incluye los LEDs de rojo visible de 650 nm utilizados para la transmisión óptica en fibras ópticas de plástico de PMMA. El detector cuenta con un micro-lente interno y una carcasa de precisión moldeada para asegurar el acoplamiento óptico eficiente con cable de fibra plástica.

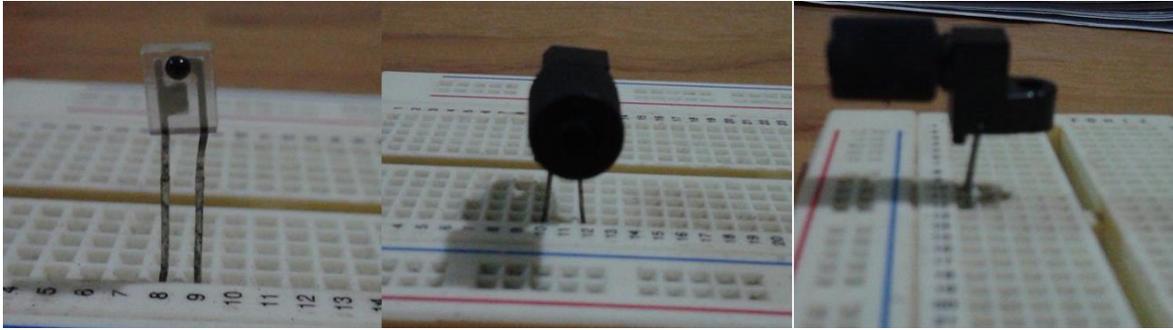


Figura 44. Fotodiodo IF-D96.

A continuación se presentan las características específicas de Fotodiodo:

CHARACTERISTICS ($T_A = 25^\circ\text{C}$)

Parameter	Symbol	Min.	Typ.	Max.	Unit
Wavelength for Maximum Photosensitivity	λ_{PEAK}	-	920	-	nm
Spectral Bandwidth (S=10% of SMAX)	$\Delta\lambda$	450	-	1050	nm
Rise and Fall Times (10% to 90% and 90% to 10%) ($R_L=50 \Omega$, $V_R=20\text{V}$, $\lambda=850 \text{ nm}$)	t_r, t_f	-	5	-	ns
Total Capacitance ($V_R=20 \text{ V}$, $E_E=0$, $f=1.0\text{MHz}$)	C_T	-	4	-	pF
Responsivity min. @ 880 nm @ 632 nm	R	-	0.5 0.4	-	$\mu\text{A}/\mu\text{W}$ $\mu\text{A}/\mu\text{W}$
Reverse Dark Current ($V_R=30 \text{ volts}$, $E_E=0$)	I_D	-	-	10	nA
Reverse Breakdown Voltage	$V_{(\text{BR})R}$	40	-	-	V
Forward Voltage	V_f	-	0.7	-	V

Tabla 2. Características de fotodiodo.

4.2.3 Fibra óptica

Con respecto a los sistemas tradicionales de comunicación, los sistemas por fibra óptica poseen cierto número de ventajas potenciales, las cuales se deben a algunas características de la fibra. Éstas son:

- Baja atenuación.
- Aislamiento eléctrico.
- Peso y dimensiones.
- Gran ancho de banda.
- Diafonía.

Para el trabajo experimental se utilizó un acoplador de fibra óptica de plástico. Los acopladores de fibra, o divisores, son dispositivos especiales de fibra óptica con una o más fibras de entrada para la distribución de señales ópticas en dos o más fibras de salida. La luz óptica pasiva se divide en múltiples señales de salida (fibras), cada una contiene luz con propiedades idénticas a la original a excepción de la amplitud la cual es reducida. Debido a que el divisor es un dispositivo pasivo éste es inmune a la interferencia electromagnética, no consume energía y no añade ruido al diseño del sistema.

Los acopladores de fibra tienen configuraciones de entrada y salida definidos como $M \times N$, donde M es el número de puertos de entrada y este puede ser uno o más. N Es el número de puertos de salida y es siempre igual o mayor que M . Cuando hay múltiples entradas, las señales de salida son siempre una combinación de las señales de entrada, por esa razón, un acoplador puede considerarse también un combinador.

El acoplador utilizado en este trabajo es un 4x4, esto quiere decir que cuenta con cuatro entradas y cuatro salidas, con una relación de división de 25% de la señal de entrada en cada puerto de salida; de las cuales solamente se utilizó una entrada y las cuatro salidas.

Características:

- Diseño compacto y ligero.
- Alto aislamiento.
- Bajas pérdidas.
- Excelente estabilidad de la temperatura.
- Carcasa de acero inoxidable hermética a la luz.
- Económico.



Figura 45. Acoplador de fibra óptica de plástico.

4.2.4 Comunicación óptica experimental

Para la implementación física, se utilizó como canal de transmisión entre nodos, fibra óptica de plástico.

En cada canal óptico se utilizaron dos etapas convertoras: una eléctrica/óptica (E/O) y otra óptica/eléctrica (O/E).

La figura 46 muestra el circuito convertor de señal eléctrica a óptica, la señal caótica $x_{11}(t)$ del nodo maestro N_1 es convertida a señal óptica, y posteriormente es enviada a través de los canales de comunicación.

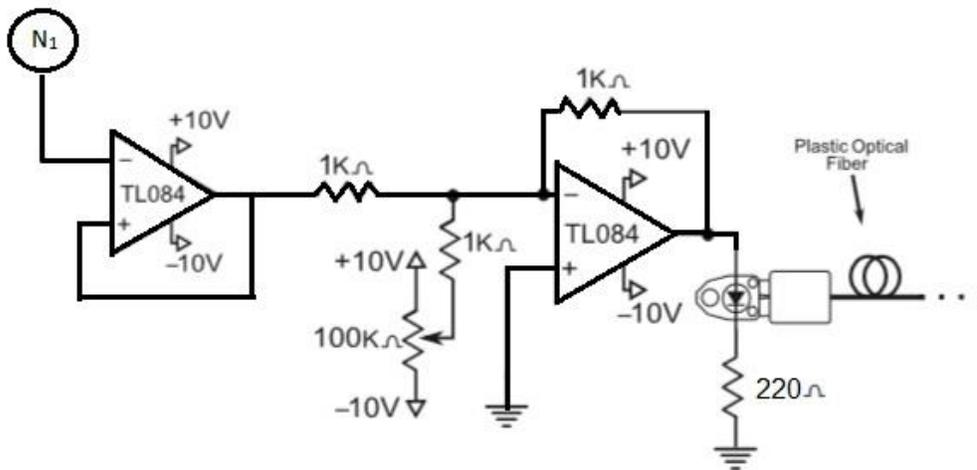


Figura 46. Circuito para la etapa eléctrica/óptica (E/O).

Mientras que, en la figura 47, se muestra el circuito convertidor de señal óptica a eléctrica. La señal óptica enviada a través de la fibra es recibida por este circuito y la convierte nuevamente en señal eléctrica, esta señal eléctrica es utilizada para sincronizar los cuatro nodos esclavos caóticos N_2, N_3, N_4 y N_5 .

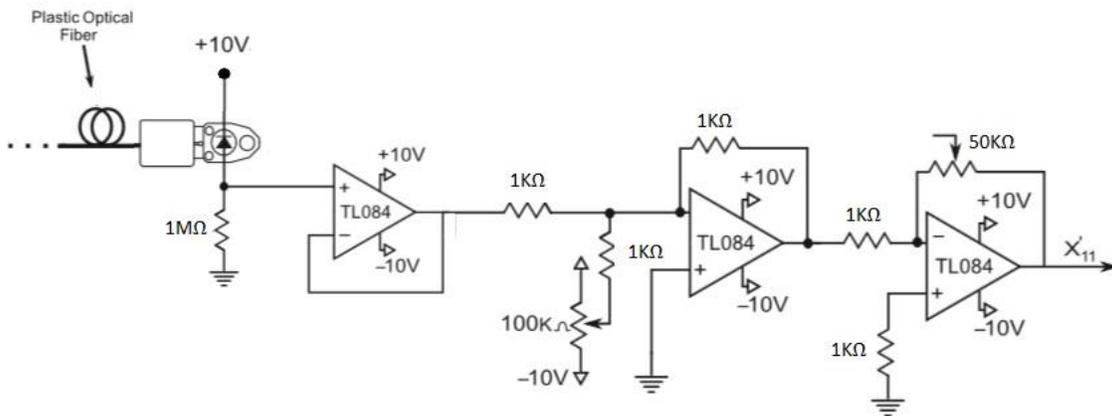


Figura 47. Circuito para la etapa óptica/eléctrica (O/E).

Para poder distribuir la señal del nodo maestro N_1 a los cuatro nodos esclavos N_2, N_3, N_4 y N_5 , se utilizó el acoplador de fibra óptica de plástico presentado en la sección anterior, este distribuye el 25% de la señal original a cada canal de fibra óptica de plástico, esto se muestra en la figura 45.

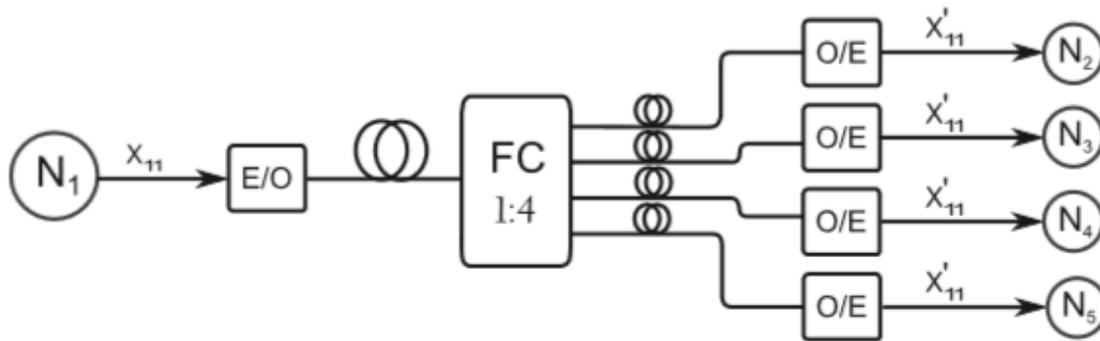


Figura 48. Acoplamiento maestro-esclavos y etapas E/O y O/E con un acoplador 1:4.

4.3. Comunicación entre un transmisor y múltiples receptores

La sincronización de la red de circuitos de Chua en topología de estrella, nos permite emplear un esquema de comunicación caótica para transmitir información. El nodo maestro y los cuatro esclavos de la etapa de sincronización, son ahora el transmisor (N_1) y cuatro receptores (N_2, N_3, N_4 y N_5), respectivamente.

Para la transmisión del mensaje se empleó un sistema de comunicación binaria privada entre un transmisor y cuatro receptores. La transmisión encriptada se lleva a cabo mediante la técnica de conmutación entre dos atractores caóticos. Un esquema general de dicha técnica es mostrado en la figura 49. En esta técnica, una señal binaria $m(t)$ es utilizada para modular el parámetro β de N_1 . De acuerdo al valor de $m(t)$ en cualquier tiempo t , el transmisor tiene ya sea el valor del parámetro β o el valor del parámetro β' . Si se transmite un bit '0', entonces N_1 tiene el valor del parámetro β , cuándo se transmite un bit '1' el valor es β' . Por lo tanto, $m(t)$ controla un conmutador cuya acción cambia los parámetros β o β' en N_1 , mientras que los múltiples receptores tienen siempre el valor del parámetro β . En los receptores, el error de sincronización $e_i(t) = x_{11}(m(t)) - x_{i1}$, $i = 2, 3, 4, 5$, es utilizado para decidir si la señal recibida corresponde a un valor de un parámetro u otro.

Entonces, cuando el transmisor y cada uno de los receptores sincroniza, esto será interpretado como un '0' bit, y cuando el transmisor no sincronice con los receptores, esto será interpretado como un '1' bit.

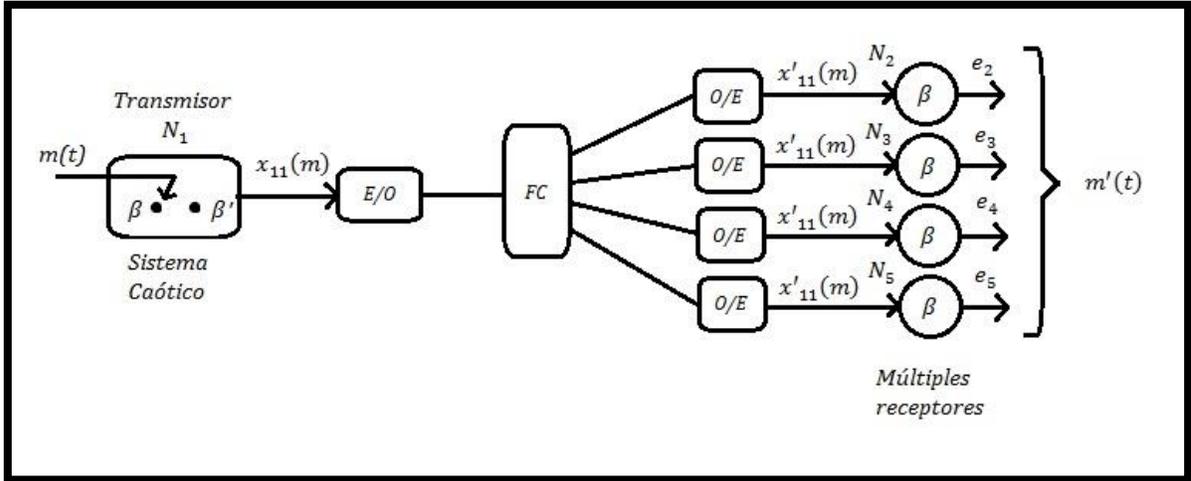


Figura 49. Sistema de comunicación caótica segura entre un transmisor y múltiples receptores por conmutación caótica.

Para llevar a cabo la implementación física del esquema de comunicación mostrado anteriormente, se hizo por medio de circuitería electrónica la configuración experimental mostrada en la figura 50, donde el bloque de sincronización corresponde a la figura 41, de la cual fue removida la resistencia R_1 de entre las etiquetas 1 y 2.

Los componentes y valores de la configuración experimental son: $U45 - U56 TL084$, $R_{88} - R_{99} = 1k\Omega$, $R_{101} - R_{104} = 10k\Omega$; Cuando el parámetro β de N_1 es conmutado entre $\beta = C_2 r^2 / L_1$ (para codificar un bit '0') y $\beta' = C_2 r'^2 / L_1$ (para codificar un bit '1') con $r' = 1.8 k\Omega$ y $r = 1,850 \Omega$, recordando que $C_2 = 100 nF$ y $L_1 = 18 mH$.

Para lograr la conmutación entre las resistencias r y r' se utilizó un multiplexor MC14067B. Una vez lograda la transmisión de información, se procedió a recuperar la información en los nodos esclavos utilizando un comparador LM339 en cada uno de los receptores con voltaje de referencia $V_{ref} = 50 mV$ y compararlo con el error de sincronización.

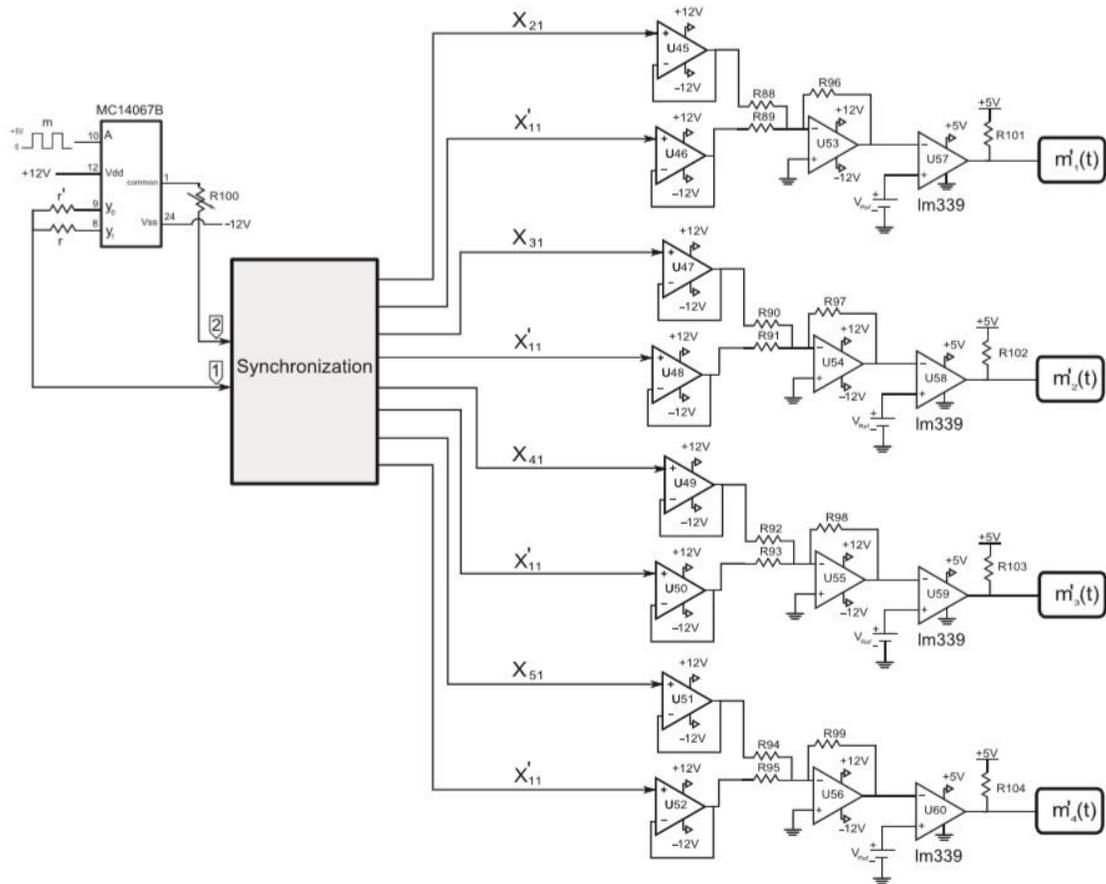


Figura 50. Configuración experimental para la transmisión por conmutación caótica.

4.3.1. Resultados experimentales de la comunicación

Los siguientes resultados muestran la transmisión de un mensaje $m(t)$, cuando el parámetro β es conmutado entre los valores $\beta = 19$ y $\beta' = 18$.

En la figura 51, se muestra la señal caótica transmitida $x_{11}(t)$, el mensaje binario por encriptar y el error de sincronización con los receptores. Es necesario señalar, que la imagen muestra la sincronización cuándo el mensaje está en '1' bit, esto se debe a la configuración en el multiplexor, en el cual la resistencia r que da el valor de $\beta = 19$, se activa cuando el mensaje está en '1', y puesto que los receptores tienen este mismo valor de β , estos sincronizarán cuando el mensaje esté en '1'.

Finalmente en la figura 52, se muestra el mensaje recuperado y el mensaje $m(t)$ a encriptar, respectivamente, el cual es recuperado por medio del comparador, el cuál cuando el voltaje de entrada (error de sincronía) sea mayor al voltaje de referencia ($V_{ref} = 50 \text{ mV}$) nos dará una señal en alto ('1' bit) y cuando sea menor nos dará una señal en bajo ('0' bit). Hay que

mencionar que el mensaje recuperado se mira de esa manera ya que hizo falta hacer una etapa de filtrado.

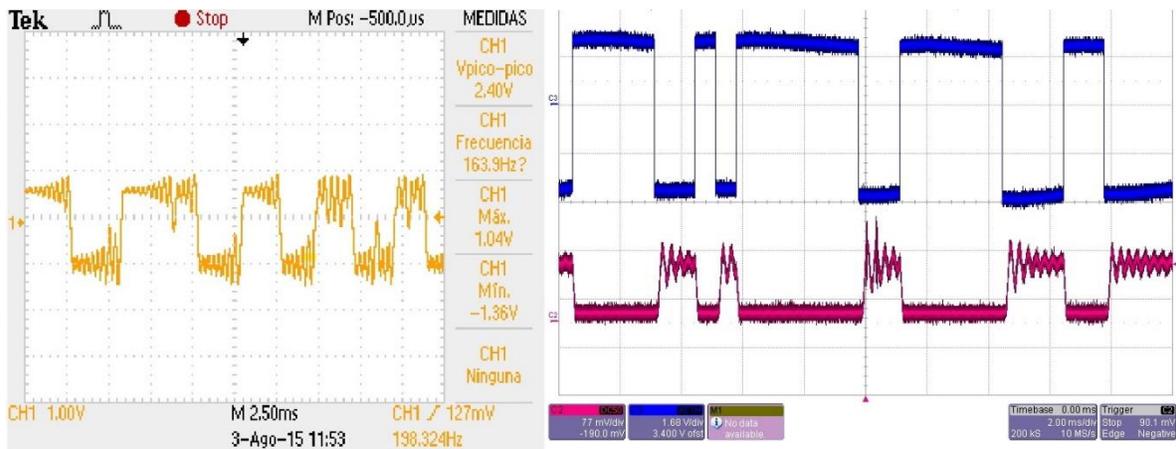


Figura 51. Se༚l caótica transmitida $x_{11}(t)$, se༚l binaria por ocultar $m(t)$ y detección del error de sincron໚.

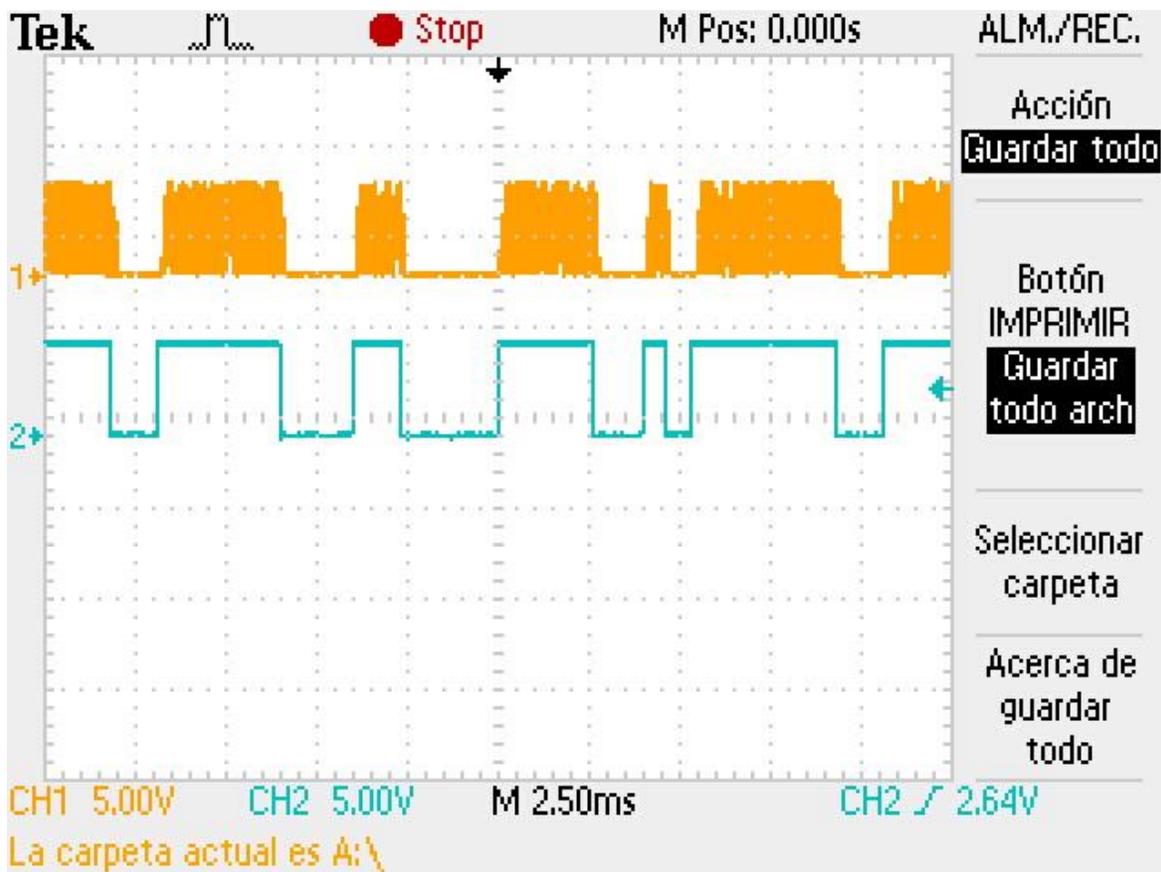


Figura 52. Mensaje recuperado $m'(t)$ y mensaje original $m(t)$.

5. Conclusión

Se presentó la comunicación y sincronización caótica en una red de usuarios en topología de estrella, conformada por un circuito de Chua maestro y cuatro circuitos de Chua esclavos, los cuales se comunicaban entre sí a través de fibra óptica de plástico. En relación a lo anterior, se puede destacar lo siguiente:

- Se logró la sincronización caótica de la red de estrella, la cual fue aplicada para la transmisión de un mensaje encriptado.
- Para lograr la sincronización de red, se implementó una etapa eléctrica/óptica y una etapa óptica/caótica.
- Una vez obtenida la sincronización, se realizó la comunicación caótica entre un transmisor y cuatro receptores, de un mensaje binario.
- Para la transmisión encriptada del mensaje, se utilizó la técnica de conmutación caótica.
- Los resultados experimentales de la transmisión, muestran que es posible lograr sincronización en red, así como encriptar un mensaje, transmitirlo y finalmente recuperar el mensaje original, esto utilizando fibra óptica de plástico como canal de transmisión.

Referencias

- [1] L.M. Pecora, T. C. (1990). Synchronization in chaotic systems. *Phys. Rev. Lett.* 64, 821-824
- [2] A. Arellano-Delgado, R.M López Guitiérrez, C. Cruz-Hernández, C. Posadas-Castillo, L. Cardoza-Avedaño, H. Serrano-Guerrero. (2013). "Experimental network synchronization via plastic optical fiber", *Opt. Fiber Technol.* 19, 93-108.
- [3] D. López-Mancilla, C. Cruz-Hernández. (2005). "Output synchronization of chaotic systems: model-matching approach with application to secure communication", *Nonlinear Dyn. Syst. Theory* 5 (2), 141-156.
- [4] Ott, Edward. (2002). "Chaos in Dynamical Systems". *Cambridge University Press*.
- [5] Diacu, F. (1996). "The solution of the n-body Problem, The Mathematical Intelligencer", 18, p.66–70
- [6] E.N. Lorenz. (1963). "Deterministic nonperiodic flow", *Journal of the atmospheric sciences.* 20, 130-141.
- [7] O.E. Rössler. (1976). "An equation for continuous chaos", *Physics Letters* 57A (5), 397-398.
- [8] Rössler, O. E. (1979). "An Equation for Hyperchaos", *Physics Letters* 71A (2,3), 155–157.
- [9] Rössler, Otto E. (1976). "Chaotic behavior in simple reaction system", *Zeitschrift für Naturforschung A* 31, 259–264.
- [10] Wompner G., F.H. (2008). "La teoría del caos en la economía", *Contribuciones a la Economía*.
- [11] I.Z. Kiss, V. Gáspár. (2000). "Controlling chaos with artificial neural network: numerical studies and experiments", *J. Phys. Chem.* 104, 8033-8037
- [12] E. Benincà, B. Ballantine, S.P. Ellner, J. Huisman. (2015). "Species fluctuations sustained by a cyclic succession at the edge of chaos", *PNAS*, vol. 112, no. 20, 6389–6394.
- [13] Y. Sato, E. Akiyama, J.D. Farmer. (2002). "Chaos in learning a simple two-person game", *PNAS*, vol. 99, no. 7, 4748–4751.
- [14] N. Stollenwerk, M. Aguiar, S. Ballesteros, J. Boto, B. Kooi, L. Mateus. (2012). "Dynamic noise, chaos and parameter estimation in population biology" *Interface Focus*, 2, 156–169.
- [15] R. Hanel, M. Pöschacker, S. Thurner. (2010). "Living on the edge of chaos: minimally nonlinear models of genetic regulatory dynamics", *Phil. Trans. R. Soc.* 368, 5583–5596.
- [16] H.B. Zhou, L. Wang. (1996). "Chaos in Biomolecular Dynamics", *J. Phys. Chem.* 100, 8101-8105.
- [17] A. Guderian, A. F. Münster, M. Kraus, F. W. Schneider. (1998). "Electrochemical Chaos Control in a Chemical Reaction: Experiment and Simulation", *J. Phys. Chem.* 102, 5059-5064.
- [18] Y. Lithwick, Y. Wuc. (2014). "Secular chaos and its application to Mercury, hot Jupiters, and the organization of planetary systems", *PNAS*, vol. 111, no. 35, 12610–12615

- [19] A.M. Hagerstrom, T.E. Murphy, R. Roy. (2015). "Harvesting entropy and quantifying the transition from noise to chaos in a photon-counting feedback loop", *PNAS*, vol. 112, no. 30, 9258–9263.
- [20] A.E. Motter, M. Gruiz, G. Károlyi, T. Tél. (2013). "Doubly Transient Chaos: Generic Form of Chaos in Autonomous Dissipative Systems", *physical review letters* 111, 194101.
- [21] G. Casati. (1996). "quantum chaos", *CHAOS* 6 (3).
- [22] K.H. Welge. (1990). "Chaos in atoms?", *AIP Conference Proceedings* 205, 16.
- [23] R.N. Madan. (1993) . "Chua's circuit: a paradigm for chaos", *World Scientific Series on Non-linear Science. Series B, Vol. 1*, Singapore, 1088 pp.
- [24] M.P. Kennedy. (1992). "Robust Op-Amp realization of Chua's circuit", *Frequenz* 46 (34), 66-80.