

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS



MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E INGENIERÍA
ÁREA DE COMPUTACIÓN

SISTEMA DE MÁSCARAS BINARIAS DE ANILLOS CONCÉNTRICOS
PARA LA IDENTIFICACIÓN DE FRAGMENTOS DE OBJETOS

TESIS

que para cubrir los requisitos necesarios para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

CAROLINA BARAJAS GARCÍA

Ensenada, Baja California, México, julio de 2015

TESIS DEFENDIDA POR

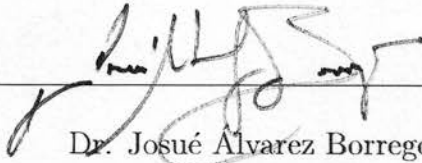
Carolina Barajas García

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

SELENE SOLORZA

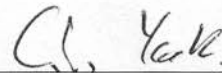
Dra. Selene Solorza Calderón

Director del comité



Dr. Josué Álvarez Borrego

Miembro del comité



Dr. Carlos Yee Romero

Miembro del comité

julio de 2015

RESUMEN de la tesis de **CAROLINA BARAJAS GARCÍA**, presentada como requisito para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS. Ensenada, Baja California, julio de 2015.

**SISTEMA DE MÁSCARAS BINARIAS DE ANILLOS CONCÉNTRICOS
PARA LA IDENTIFICACIÓN DE FRAGMENTOS DE OBJETOS**

Resumen aprobado por:

SELENE SOLORZA

Dra. Selene Solorza Calderón

Director de Tesis

Este trabajo de tesis presenta un sistema de reconocimiento de patrones en imágenes digitales invariante a posición y rotación para clasificar fragmentos de objetos, basado en máscaras binarias de anillos concéntricos. Estas metodologías son robustas y eficientes en el reconocimiento de patrones en imágenes en escala de grises, sin importar la posición o rotación que presente el objeto. Además, el rendimiento de estos sistemas es excelente ante imágenes que presentan ruido e iluminación no homogénea. En este trabajo se utiliza el espectro de amplitud de la transformada de Fourier para obtener la invarianza a traslación y diferentes máscaras binarias de anillos concéntricos para generar diferentes firmas unidimensionales invariantes a posición y rotación. También, el sistema de reconocimiento de patrones descrito aquí, clasifica imágenes que presentan oclusión o la eliminación de una porción del objeto. Más aún, mediante la transformada Z de Fisher se construyeron intervalos de confianza del 95% para una imagen dada, permitiendo el desarrollo de una interfaz gráfica en MatLab de un sistema de reconocimiento de patrones que clasifica imágenes digitales.

Palabras Clave: Reconocimiento de patrones, procesamiento de imágenes, máscaras binarias de anillos concéntricos, fragmentos de objetos.

ABSTRACT of the thesis presented by **CAROLINA BARAJAS GARCÍA**, in fulfillment of the requirements of the degree of **MASTER IN SCIENCES**. Ensenada, Baja California, July 2015.

BINARY MASKS SYSTEM OF CONCENTRIC RINGS FOR THE IDENTIFICATION OF FRAGMENTS OF OBJECTS FRAGMENTS

Approved by:

SELENE SOLORZA

Dra. Selene Solorza Calderón

Thesis Advisor

This thesis presents a position and rotation invariant pattern recognition system based on binary rings masks to classify fragments of objects. These methodologies are robust and efficient in the pattern recognition for gray-level images regardless the position and rotation the object presents. Also, the response of these systems are great under non-homogeneous illumination and noise. This work uses the amplitude spectrum of the Fourier transform of the image to obtain the translation invariance and different binary rings masks are utilized to generate different 1D position and rotation invariant signatures. The pattern recognition system described here, classifies images that present an occlusion or elimination of a portion of the object. Moreover, the Z-Fisher transform was used to develop the 95% confidence interval for a given image allowing the development of a MatLab GUI (Graphical User Interface) for the digital image pattern recognition classifier.

Keywords: Pattern recognition, image processing, automation system, binary rings masks, fragments of objects.

*A las personas que hacen mi vida feliz,
Alma, Rafael, Alma Mariel, Julieta, Anya, Erik*

Agradecimientos

Primeramente quiero agradecer a la Dra. Selene Solorza, por creer en mi y por todo el tiempo, dedicación y paciencia invertida en este trabajo, gracias a su apoyo he logrado más de lo que pensé poder hacer, mi respeto y admiración para usted.

A mis sinodales el Dr. Carlos Yee y el Dr. Josué Álvarez Borrego, por sus correcciones, sugerencias y aportaciones para mejorar este trabajo, así como al Dr. Jorge Alberto Villavicencio, coordinador del posgrado en la Facultad de Ciencias, por su apoyo en estos dos años.

Al CONACYT, por la beca otorgada para realizar mis estudios de maestría, y por el apoyo brindado mediante el proyecto de Ciencia Básica SEP-CONACYT 2011 con número 169174 titulado *Reconocimiento de patrones en imágenes digitales mediante máscaras binarias de anillos concéntricos y firmas unidimensionales invariantes a posición, rotación y escalamiento*.

A mis amigos Edgar y Karina, por los momentos de diversión y desestrés para poder seguir trabajando, y por aguantar mis enojos y desesperaciones.

A Erik, por estar siempre ahí para mi, por quererme tal como soy y apoyarme no importa lo que pase.

A mi hermana Alma Mariel y mis hermosas sobrinas Julieta y Anya, por quererme incondicionalmente y siempre tener una sonrisa para mi, ustedes me hacen ser una mejor persona.

A mis padres Alma y Rafael, por apoyarme en cuanto cosa se me ha ocurrido hacer, no existe nadie mejor que ustedes, los amo infinitamente.

Contenido

	Página
Resumen en español	i
Resumen en inglés	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Contenido	v
Lista de Figuras	vii
Lista de Tablas	ix
I. Introducción	1
I.1 Antecedentes	1
I.2 Justificación	3
I.3 Planteamiento del problema	3
I.4 Preguntas de investigación	4
I.5 Objetivos	5
I.5.1 Objetivo general	5
I.5.2 Objetivos específicos	5
II. Sistema de máscaras binarias de anillos concéntricos	6
II.1 Máscaras binarias de anillos concéntricos	6
II.1.1 Máscara Bessel	7
II.1.2 Máscara Fourier	8
II.2 Firma de la imagen	13
II.2.1 Invarianza a traslación	14
II.2.2 Invarianza a rotación	14
III. Clasificación	18
III.1 Patrón de caracterización	18
III.1.1 Patrón Bessel	19
III.1.2 Patrón Fourier	20
III.2 Intervalos de confianza	21
III.3 Interface	22
IV. Base de datos con fragmentos de objetos	25
V. Pruebas a los sistemas digitales de máscaras binarias de anillos concéntricos	29

Contenido (continuación)

	Página
VI. Técnicas de modificación a los sistemas digitales de máscaras binarias de anillos concéntricos	31
VI.1 Sistema digital con máscaras Bessel	31
VI.2 Sistema digital con máscara Fourier	36
VII. Pruebas utilizando imágenes reales	39
VIII. Conclusiones	42
REFERENCIAS	44
A. Base de datos: fragmentos de diatomeas	48

Lista de Figuras

Figura	Página
1	(a) Imagen de referencia. (b) Ejemplo de oclusión de un objeto en una imagen. (c) Ejemplo de un objeto que no está totalmente contenido en la imagen. 2
2	(a) Gráfica de la función $y(x)$. (b) Máscara binaria de anillos concéntricos B_P . (c) Máscara binaria de anillos concéntricos B_N 8
3	(a) Imagen I . (b) $Re(\mathcal{FFT}(I))$. (c) $Im(\mathcal{FFT}(I))$. (d) Disco binario D . (e) $f_R = D \circ Re(\mathcal{FFT}(I))$, la línea azul representa el perfil P_R^0 y la línea roja el perfil T_R . (f) $f_I = D \circ Im(\mathcal{FFT}(I))$, la línea azul indica el perfil P_I^0 y la línea roja el perfil T_I 10
4	(a) Perfil de máxima energía $T_R(x)$. (b) Perfil de máxima energía $T_I(x)$. 12
5	Máscaras binarias de anillos concéntricos para la Fig.3a. (a) M_{RP} . (b) M_{RN} . (c) M_{IP} . (d) M_{IN} 14
6	(a) Imagen I . (b) $ \mathcal{FFT}(I) $. (c) Máscara binaria de anillos concéntricos M_{RP} . (d) $H_{RP} = M_{RP} \circ \mathcal{FFT}(I) $. (e) Firma asociada a I 15
7	Ejemplo de distancias del centro de la figura a un anillo. 16
8	Ejemplo de las firmas generadas con las cuatro máscaras Fourier. 17
9	Ejemplo de las firmas generadas con las máscaras Bessel. 17
10	Sistema digital de reconocimiento de patrones basado en máscaras Bessel. 23
11	Sistema digital de reconocimiento de patrones basado en máscaras Bessel. 24
12	Base de datos de imágenes de referencia: diatomeas. (a) <i>Actinocyclus ingens</i> - Rattray. (b) <i>Azpeitia sp.</i> (c) <i>Azpeitia nodulifera</i> - (Schmidth) Fryxell et Sims. (d) <i>Actinocyclus ellipticus</i> - Grunow in van Heurck. (e) <i>Actinocyclus ellipticus var moronensis</i> - (Deby ex Rattray) Kolbe. (f) <i>Nitzschia praereinholdii</i> - Schrader. (g) <i>Thalassiosira oestruppii var 1</i> . (h) <i>Thalassiosira oestruppii var 2</i> . (i) <i>Thalassiosira domifacta</i> - (Hendey) Jouse. (j) <i>Asteromphalus imbricatus</i> - Wallich. (k) <i>Pseudotrickeratium cinnamomeum</i> - (Greville) Grunow. (l) <i>Thalassiosira kozlovii</i> - Makarova. (m) <i>Coscinodiscus radiatus</i> - Ehrenberg. (n) <i>Diploneis bombus</i> - Cleve-Euler in Backman et Cleve-Euler. (o) <i>Stephanodiscus sp.</i> (p) <i>Actinoptychus undulatus</i> - (Bailey) Ralf. (q) <i>Actinoptychus bipunctatus</i> - Lohman. (r) <i>Actinoptychus splendens</i> - (Shadbolt) Ralf ex Pritchard. 26

Lista de Figuras (continuación)

Figura	Página
13 Ejemplo de imágenes con eliminación de datos. (a) <i>Actinocyclus ingens</i> - <i>Ratray</i> . (b) Fig.13a sin el 5% de datos. (c) Fig.13a sin el 10% de datos. (d) Fig.13a sin el 15% de datos. (e) Fig.13a sin el 20% de datos. (f) Fig.13a sin el 25% de datos. (g) <i>Azpeitia sp.</i> (h) Fig.13g sin el 5% de datos. (i) Fig.13g sin el 10% de datos. (j) Fig.13g sin el 15% de datos. (k) Fig.13g sin el 20% de datos. (l) Fig.13g sin el 25% de datos. (m) <i>Actinocyclus ellipticus</i> - <i>Grunow in van Heurck</i> . (n) Fig.13m sin el 5% de datos. (o) Fig.13m sin el 10% de datos. (p) Fig.13m sin el 15% de datos. (q) Fig.13m sin el 20% de datos. (r) Fig.13m sin el 25% de datos.	28
14 Diatomea <i>Actinocyclus ingens</i> - <i>Ratray</i> . En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.	49

Lista de Tablas

Tabla		Página
I	Respuesta de los sistemas de reconocimiento de patrones basados en máscaras binarias de anillos concéntricos, cuando se tienen imágenes con objetos que presentan el 5% de eliminación de datos.	30
II	Respuesta del sistema de reconocimiento de patrones basado en máscaras Bessel, utilizando las firmas promedio $\tilde{S}_{BP}^{(5)}$ y $\tilde{S}_{BN}^{(5)}$	33
III	Respuesta del sistema de reconocimiento de patrones basado en máscaras Bessel, utilizando las firmas promedio $\tilde{S}_{BP}^{(10)}$ y $\tilde{S}_{BN}^{(10)}$	34
IV	Respuesta del sistema de reconocimiento de patrones basado en máscaras Bessel, utilizando las firmas promedio $\tilde{S}_{BP}^{(15)}$ y $\tilde{S}_{BN}^{(15)}$	35
V	Respuesta del sistema de reconocimiento de patrones basado en máscaras Fourier, utilizando las firmas \bar{S}_{RP} , \bar{S}_{RN} , \bar{S}_{IP} y \bar{S}_{IN}	37
VI	Respuesta del sistema de reconocimiento de patrones basado en máscaras Fourier, utilizando las firmas \bar{S}_{mult} y \bar{S}_{prom}	38
VII	Rendimiento del sistema en la clasificación de las imágenes del Apéndice A utilizando la firma Fourier \bar{S}_{mult}	40
VIII	Rendimiento del sistema en la clasificación de las imágenes del Apéndice A utilizando la firma Bessel $\tilde{S}_{BP}^{(15)}$	41

Capítulo I

Introducción

I.1 Antecedentes

Desde el inicio de la vida, los seres humanos se han dedicado al reconocimiento de patrones, ya sea por necesidad o sólo por la curiosidad de clasificar los objetos de su entorno. Hoy en día, con casi todos los procesos de producción automatizados y el rápido avance de la tecnología, la exigencia en la mejora de los sistemas digitales de clasificación es cada vez mayor [Gonzalez y Woods (2002)].

El reconocimiento de patrones en sistemas digitales basados en correlaciones ha sido objeto de interés por muchos años, sus aplicaciones son diversas y variadas. Por ejemplo, en microbiología tales sistemas digitales se usan para clasificar microorganismos como bacterias, cromosomas, células infectadas, entre otros. [Álvarez-Borrego y Chávez-Sánchez (2008)]. En aspectos de seguridad se utilizan en la identificación de modelos de automóviles, placas de automóviles, estructuras óseas [Alon *et al.* (2009); Kong *et al.* (2010a,b); Ponce *et al.* (2006)], huellas dactilares [Jain y Feng (2011); Komarinski *et al.* (2005); Moses *et al.* (2009)], por citar solamente algunos ejemplos. Otra aplicación muy interesante de dichos sistemas es en la Inteligencia Artificial, rama de las Ciencias de la Computación donde se desarrollan procesos que imitan la inteligencia de los seres vivos y se utilizan principalmente en la creación de máquinas que requieren un comportamiento inteligente en la automatización de las tareas. Ejemplo de ello es Autopía, un proyecto que busca automatizar la conducción de los automóviles [Onieva

et al. (2012)] y el proyecto Robauco, en el que se desarrollan robots capaces de cooperar con equipos de rescate en situaciones de emergencia [Martínez-Otzeta *et al.* (2009)].

En la Visión Artificial, una de las líneas de investigación muy activa de la Inteligencia Artificial, se trata de imitar el sentido de la vista. Aquí se engloban todas aquellas técnicas y modelos que nos permiten la adquisición, procesamiento, análisis y explicación de cualquier tipo de información del mundo real obtenida a través de imágenes digitales. Al trabajar con dichas imágenes nos damos cuenta que no todos los objetos en la imagen están completos, ya sea porque presentan oclusión, ejemplo que podemos ver en la Fig.1b, o porque el objeto no está totalmente contenido en la imagen, Fig.1c. Entonces, tenemos el problema de reconocer y clasificar objetos que están incompletos, es decir, que sólo se tiene un fragmento de él. Debido a esto, surge la necesidad de desarrollar técnicas más robustas que solucionen dicha problemática.

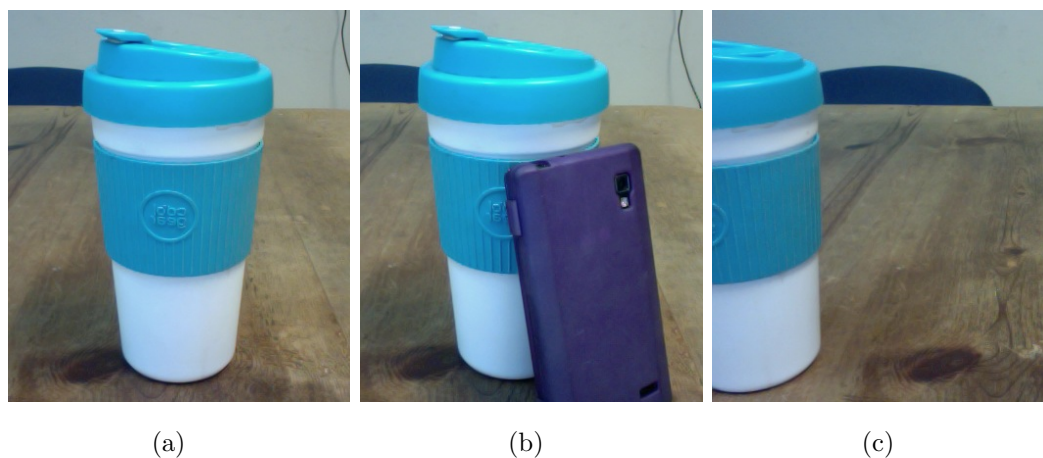


Figura 1: (a) Imagen de referencia. (b) Ejemplo de oclusión de un objeto en una imagen. (c) Ejemplo de un objeto que no está totalmente contenido en la imagen.

I.2 Justificación

En la actualidad, las dos metodologías más utilizadas para el reconocimiento de patrones en imágenes digitales que presentan sólo una parte o fragmentos de un objeto son *SIFT* (Scale-Invariant Features)[Lowe (1999)] y *SURF* (Speed-Up Robust Features)[Herbert *et al.* (2009)], pero se ha demostrado que en presencia de poco ruido su eficiencia decae notoriamente [Fimbres-Castro *et al.* (2012), Solorza y Álvarez-Borrego (2015)].

En los últimos seis años se ha estado desarrollando un sistema digital para el reconocimiento de patrones en imágenes digitales basado en máscaras binarias de anillos concéntricos [Solorza y Álvarez-Borrego (2010), Álvarez-Borrego *et al.* (2013), Solorza y Álvarez-Borrego (2014), Barajas-García *et al.* (2015), Solorza y Álvarez-Borrego (2015)]. Dicho sistema es invariante a traslación y rotación, además de ser robusto ante la presencia de ruido e iluminación no homogénea. En este trabajo se propone estudiar el desempeño del sistema en imágenes digitalizadas que presentan solamente un fragmento del objeto a clasificar.

I.3 Planteamiento del problema

En los últimos años se ha estado desarrollando un sistema de reconocimiento de patrones basado en máscaras binarias de anillos concéntricos y firmas unidimensionales para la identificación de objetos en imágenes digitales, ya se determinó que cuando el objeto a reconocer se presenta en su entidad el sistema es invariante a traslación y rotación, además de ser robusto ante la presencia de ruido e iluminación no homogénea. El siguiente paso en la investigación de dicho sistema, es estudiar su desempeño cuando únicamente se tiene un fragmento del objeto a reconocer, por lo que se busca deter-

minar cuál es el porcentaje mínimo de datos necesarios para que el sistema reconozca el fragmento. Después, se harán las adecuaciones pertinentes para que el porcentaje mínimo de datos necesarios sea menor al ya determinado.

I.4 Preguntas de investigación

1. ¿El sistema de máscaras binarias de anillos concéntricos clasifica eficientemente fragmentos de objetos en imágenes digitales?
2. ¿Qué tanto porcentaje de datos le puedo quitar al objeto para que el sistema lo siga clasificando?
3. Una vez obtenido el porcentaje mínimo de datos necesarios para la clasificación de un fragmento, ¿qué modificaciones se le pueden hacer a los algoritmos de reconocimiento de patrones basados en máscaras binarias de anillos concéntricos, para reducir el porcentaje mínimo de datos necesarios del objeto para su clasificación?
4. ¿El sistema de máscaras binarias de anillos concéntricos modificado funcionará eficientemente tanto para imágenes pre-procesadas como para imágenes no procesadas?

I.5 Objetivos

I.5.1 Objetivo general

Modificar e implementar los algoritmos de reconocimiento de patrones basado en máscaras binarias de anillos concéntricos para la clasificación de fragmentos de objetos en imágenes digitales.

I.5.2 Objetivos específicos

1. Analizar el sistema de máscaras binarias de anillos concéntricos cuando se tienen imágenes con fragmentos de objetos.
2. Determinar la cantidad mínima de datos que el sistema requiere para que siga clasificando los fragmentos de objetos en las imágenes digitales.
3. Hacer las adecuaciones pertinentes a los algoritmos de reconocimiento de patrones, basados en máscaras binarias de anillos concéntricos, para reducir el porcentaje mínimo de datos del objeto, necesarios para su clasificación.
4. Implementar los algoritmos modificados.
5. Determinar el nivel de confianza del sistema modificado utilizando las teorías de la estadística paramétrica.
6. Analizar el sistema modificado utilizando imágenes reales.

Capítulo II

Sistema de máscaras binarias de anillos concéntricos

En este capítulo se explica la manera de desarrollar el sistema digital de reconocimiento de patrones en imágenes digitales, basado en máscaras binarias de anillos concéntricos y firmas unidimensionales.

El sistema trabaja únicamente con imágenes en escala de grises, por lo que se define una imagen I como una función bidimensional de la forma $I(x, y)$, donde (x, y) es un píxel de la imagen e $I(x, y)$ su correspondiente valor de intensidad [Gonzalez y Woods (2002)], debido a que el sistema usa máscaras de anillos concéntricos, las imágenes deben ser cuadradas, es decir $x, y = 1, \dots, n$ y se denota al píxel central de la imagen (c_x, c_x) mediante

$$c(x) = \begin{cases} \frac{n}{2} + 1, & \text{si } n \text{ es par,} \\ \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1, & \text{si } n \text{ es impar,} \end{cases} \quad (1)$$

aquí $\lfloor z \rfloor$ redondea al máximo entero menor o igual a z , [Solorza y Álvarez-Borrego (2015)].

II.1 Máscaras binarias de anillos concéntricos

El primer paso para obtener las firmas de la imagen, las cuales son invariantes a traslación y rotación, es construir máscaras binarias de anillos concéntricos. A continuación se explican dos métodos para generar dichas máscaras.

II.1.1 Máscara Bessel

Para crear la máscara binaria denominada Bessel, se utiliza la razón de la función Bessel de primer tipo y primer orden entre su argumento [Solorza y Álvarez-Borrego (2014)],

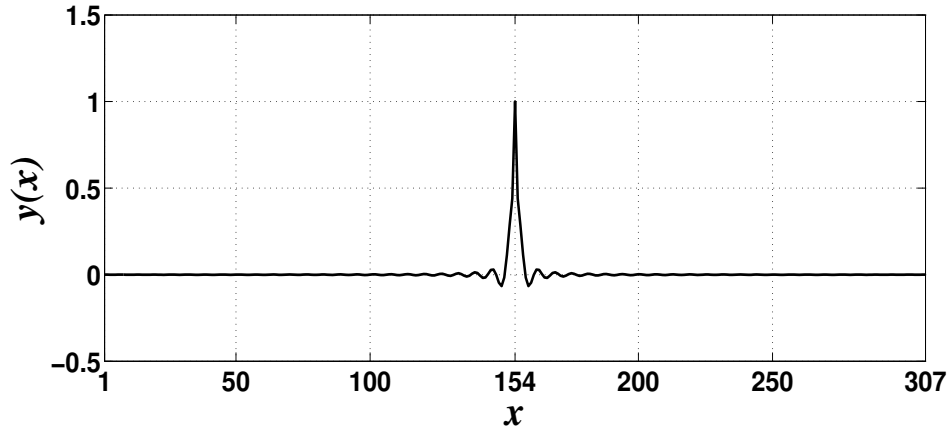
$$y(x) = \begin{cases} \frac{J_1(x-c_x)}{x-c_x}, & \text{si } x \neq c_x, \\ 1, & \text{si } x = c_x, \end{cases} \quad (2)$$

donde $x = 1, \dots, n$. En la Fig.2a se muestra la gráfica de $y(x)$ y se observa que la función es simétrica con respecto a $c_x = 154$. Con base en la ec.(2), se obtienen las siguientes funciones binarias que heredan la simetría de $y(x)$,

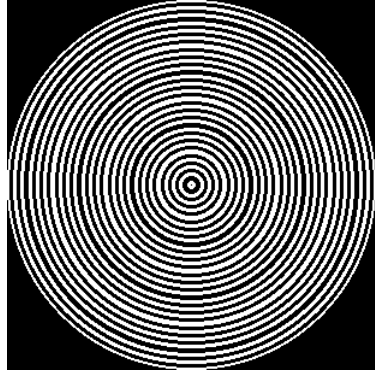
$$Z_P(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } y(x) > 0, \\ 0, & \text{si } y(x) \leq 0, \end{cases} \quad (3)$$

$$Z_N(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } y(x) \leq 0, \\ 0, & \text{si } y(x) > 0. \end{cases} \quad (4)$$

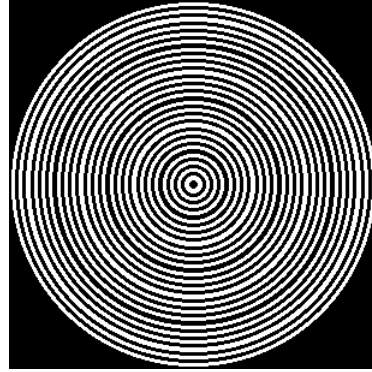
Finalmente, tomando el eje vertical $x = c_x$ como eje de rotación, las funciones $Z_P(x)$ y $Z_N(x)$ se rotan 180 grados para obtener cilindros concéntricos de altura uno y diferente grosor, todos centrados en (c_x, c_x) . Tomando una sección transversal al eje de rotación, se generan las máscaras Bessel B_P y B_N , mostradas en las Fig.2b y Fig.2c, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

Figura 2: (a) Gráfica de la función $y(x)$. (b) Máscara binaria de anillos concéntricos B_P . (c) Máscara binaria de anillos concéntricos B_N .

II.1.2 Máscara Fourier

Otra manera de generar máscaras binarias, es utilizando la parte real o la parte imaginaria de la transformada de Fourier de una imagen I [Álvarez-Borrego *et al.* (2013)]. Como se está trabajando con imágenes digitales, las cuales son discretas, la transformada rápida de Fourier es la apropiada a utilizar [Brigham (1988)], de aquí en adelante se denotará como \mathcal{FFT} . Por ejemplo, la Fig.3b muestra la parte real de la transformada rápida de Fourier de la Fig.3a, denotada por $Re(\mathcal{FFT}(I))$ y la Fig.3c la parte

imaginaria, nombrada mediante $Im(\mathcal{FFT}(I))$. Posteriormente, se construye el filtro binario

$$D(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{si } d((c_x, c_x), (x, y)) \leq n, \\ 0, & \text{de otra manera,} \end{cases} \quad (5)$$

donde $d(p, q)$ es la distancia euclidiana entre los puntos p, q y $x, y = 1, \dots, n$. La función bidimensional D genera un disco binario, como el de la Fig.3d.

El siguiente paso, en el proceso de la construcción de las máscaras binarias de anillos concéntricos, es filtrar la parte real e imaginaria de la transformada de Fourier de I mediante el disco binario D , como por ejemplo Fig.3e y Fig.3f; matemáticamente se expresa por

$$f_R = D \circ Re(\mathcal{FFT}(I)), \quad (6)$$

$$f_I = D \circ Im(\mathcal{FFT}(I)), \quad (7)$$

donde \circ representa una multiplicación punto a punto o producto Hadamard [Golub y VanLoan (1996)]. De las imágenes f_R y f_I se obtienen 180 perfiles de n píxeles de longitud que pasan por (c_x, c_x) y están separados por $\Delta\theta = 1^\circ$ cada uno. En la Fig.3e y Fig.3f se muestra el perfil de cero grados en línea azul. En general, la ecuación de los perfiles está dada por

$$P_R^\theta = f_R(x, y(x)), \quad (8)$$

$$P_I^\theta = f_I(x, y(x)), \quad (9)$$

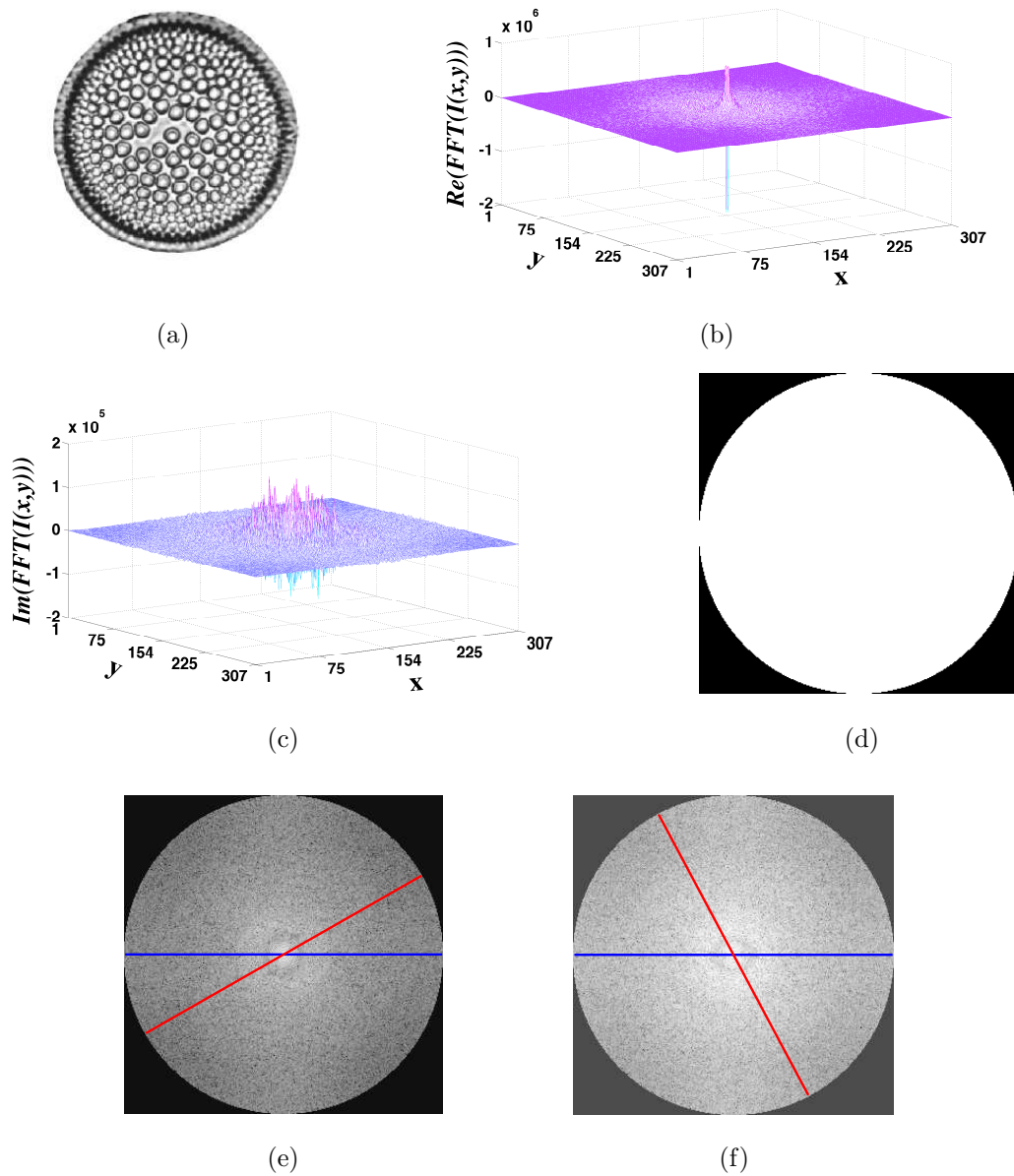


Figura 3: (a) Imagen I . (b) $Re(\mathcal{FFT}(I))$. (c) $Im(\mathcal{FFT}(I))$. (d) Disco binario D . (e) $f_R = D \circ Re(\mathcal{FFT}(I))$, la línea azul representa el perfil P_R^0 y la línea roja el perfil T_R . (f) $f_I = D \circ Im(\mathcal{FFT}(I))$, la línea azul indica el perfil P_I^0 y la línea roja el perfil T_I .

donde $x = 1 \dots, n$, $y(x) = m(x - x_1) + y_1$, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ es la pendiente de y , $(x_1, y_1) = (c_x + c_x \cos \theta, c_x - c_x \sin \theta)$ y $(x_2, y_2) = (c_x + c_x \cos(\theta + \pi), c_x - c_x \sin(\theta + \pi))$ son los puntos extremos de ese segmento de recta y θ es el ángulo que la recta y forma respecto al eje horizontal del plano cartesiano, teniendo en cuenta que el origen $(0, 0)$ del plano cartesiano está establecido en el píxel central de la imagen (c_x, c_x) .

Enseguida, se calculan los escalares s_R^θ y s_I^θ , que representan la suma de los cuadrados de las intensidades en el correspondiente perfil, esto es

$$s_R^\theta = \sum_{x=1}^n \left(P_R^\theta \right)^2, \quad (10)$$

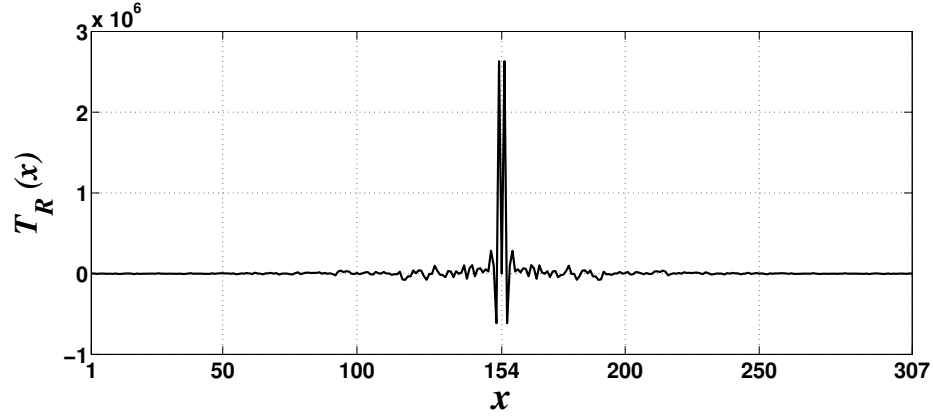
$$s_I^\theta = \sum_{x=1}^n \left(P_I^\theta \right)^2, \quad (11)$$

donde $0 \leq \theta \leq 179$. Posteriormente, para la imagen f_R y f_I se selecciona el perfil cuya suma sea el valor máximo, esto es

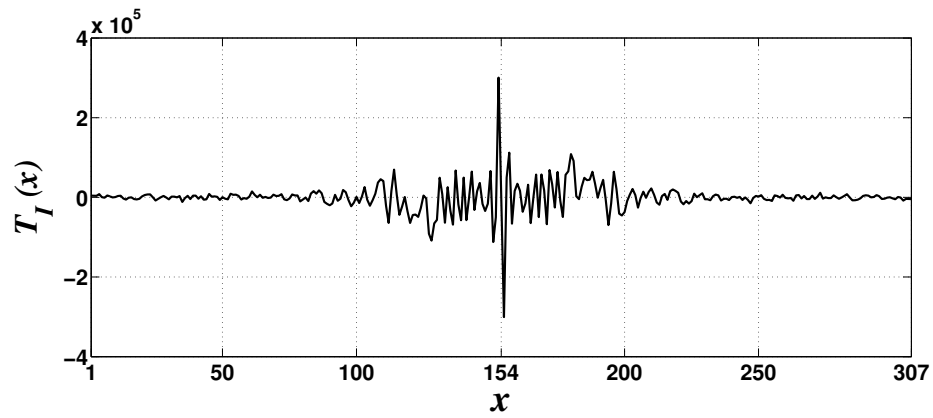
$$\alpha_\beta = \max_{0 \leq \theta \leq 179} \{ s_R^\theta \}, \quad T_R = P_R^\beta, \quad (12)$$

$$\alpha_\gamma = \max_{0 \leq \theta \leq 179} \{ s_I^\theta \}, \quad T_I = P_I^\gamma, \quad (13)$$

donde β y γ son los ángulos respectivos a los perfiles en las imágenes f_R y f_I , cuya suma tiene el valor máximo. Debido a su construcción y selección, a esos perfiles se les denomina perfiles de máxima energía. Por ejemplo, en la Fig.4a y Fig.4b se muestran los perfiles de máxima energía para la parte real e imaginaria del módulo de la transformada rápida de Fourier de la imagen en la Fig.2a y como se puede observar el perfil de máxima energía T_R es simétrico respecto al eje $x = c_x$ y T_I es antisimétrico



(a)



(b)

Figura 4: (a) Perfil de máxima energía $T_R(x)$. (b) Perfil de máxima energía $T_I(x)$.

respecto al mismo eje. Después, a partir de la ec.(12) se generan las siguientes dos funciones binarias que heredan la simetría de T_R ,

$$Z_{RP}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } T_R(x) > 0, \\ 0, & \text{si } T_R(x) \leq 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$Z_{RN}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } T_R(x) \leq 0, \\ 0, & \text{si } T_R(x) > 0. \end{cases} \quad (15)$$

Análogamente, a partir de la ec.(13) se generan las siguientes dos funciones binarias que heredan la antisimetría de T_I ,

$$Z_{IP}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } T_I(x) > 0, \\ 0, & \text{si } T_I(x) \leq 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$Z_{IN}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } T_I(x) \leq 0, \\ 0, & \text{si } T_I(x) > 0. \end{cases} \quad (17)$$

El primer subíndice en las ecs.(14) a la (17), indica si el perfil proviene de la parte real (R) o de la parte imaginaria (I) de la transformada rápida de Fourier de la imagen. Para el segundo subíndice, P significa que se tomaron los valores positivos del perfil y N que se seleccionaron los valores no positivos del perfil.

Finalmente, tomando a $x = c_x$ como eje de rotación, la rama a la derecha de dicho eje en las gráficas de Z_{RP} , Z_{RN} , Z_{IP} y Z_{IN} se rotan 360° , para obtener cilindros concéntricos de altura uno, diferentes anchuras y centrados en el píxel (c_x, c_x) . Se toman las ramas derechas ya que Z_{IP} y Z_{IN} son antisimétricas con respecto a $x = c_x$ y de otra forma se obtendría un disco. Tomando una sección transversal al eje de rotación, se generan las máscaras binarias de anillos concéntricos asociadas a la imagen original. Para mantener la nomenclatura de los subíndices, las máscaras binarias son nombradas M_{RP} , M_{RN} , M_{IP} , M_{IN} y se les denomina máscaras Fourier, debido a que fueron construidas a partir de la parte real e imaginaria de la transformada rápida de Fourier. En las Fig.5a a la Fig.5d se muestran las máscaras Fourier asociadas a la imagen de la Fig.3a

II.2 Firma de la imagen

Una vez obtenida la máscara binaria, el siguiente paso es generar una firma para cada imagen. La firma sirve como etiqueta que permite diferenciar una imagen de las demás,

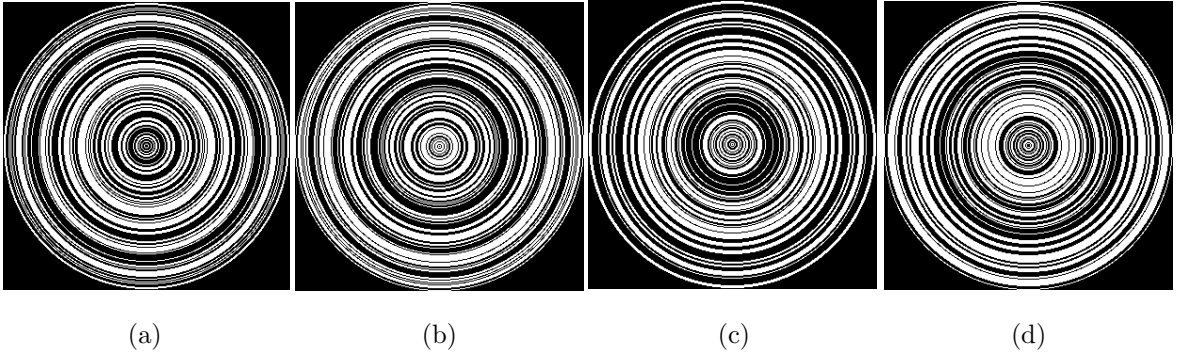


Figura 5: Máscaras binarias de anillos concéntricos para la Fig.3a. (a) M_{RP} . (b) M_{RN} . (c) M_{IP} . (d) M_{IN} .

independientemente de la traslación o rotación que presente el objeto.

II.2.1 Invarianza a traslación

La invarianza a traslación se logra de una manera sencilla al utilizar el módulo de la \mathcal{FFT} de la imagen [Hsu (1998)], puesto que para cualquier $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, se tiene que

$$|\mathcal{FFT}(I(x, y))| = |\mathcal{FFT}(I(x + \alpha, y + \beta))|. \quad (18)$$

II.2.2 Invarianza a rotación

El primer paso para obtener la invarianza a rotación es filtrar el módulo de la \mathcal{FFT} de una imagen con una de las máscaras binarias. Por ejemplo, la Fig.6b muestra el módulo de la \mathcal{FFT} de la Fig.6a, dicha imagen se filtra con la máscara binaria de anillos concéntricos M_{RP} de la Fig.6c. Matemáticamente el proceso se representa por

$$H_{RP} = M_{RP} \circ |\mathcal{FFT}(I)|, \quad (19)$$

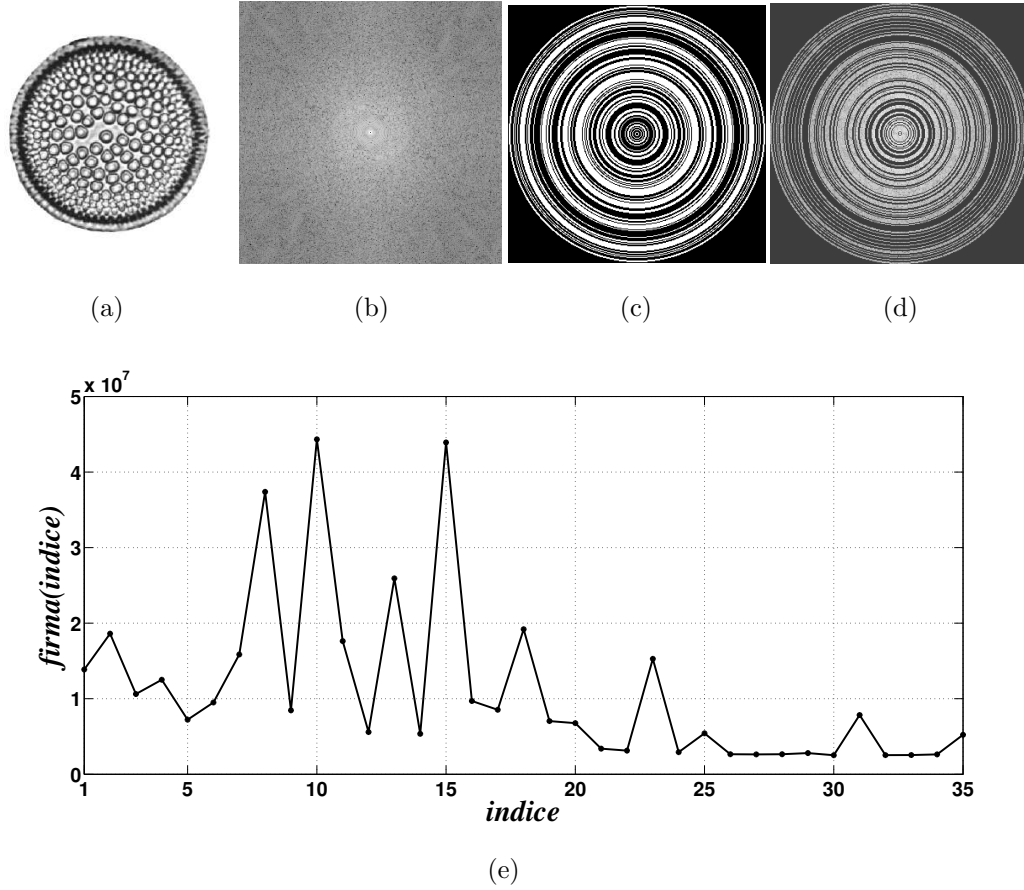


Figura 6: (a) Imagen I . (b) $|\mathcal{FFT}(I)|$. (c) Máscara binaria de anillos concéntricos M_{RP} . (d) $H_{RP} = M_{RP} \circ |\mathcal{FFT}(I)|$. (e) Firma asociada a I .

y el resultado de la ec.(19) se muestra en la Fig.6d. Cada uno de los anillos en H_{RP} se numeran, iniciando del centro hacia afuera para definir

$$anillo_k = \{(x, y) : x = c_x + r \cos \theta, y = c_x - r \sin \theta \text{ con } r_{2k-1} \leq r \leq r_{2k}\}, \quad (20)$$

donde r_i es la distancia del centro al i -ésimo anillo. En la Fig.7 se puede observar cómo se numeran los anillos de una máscara binaria de anillos concéntricos para formar el conjunto de la ec.(20). La banda que se encuentra entre r_1 y r_2 se toma como el primer anillo, el segundo anillo se encuentra entre r_3 y r_4 , y así sucesivamente, la banda que se encuentra entre r_{2k-1} y r_{2k} se nombra como el k -ésimo anillo.

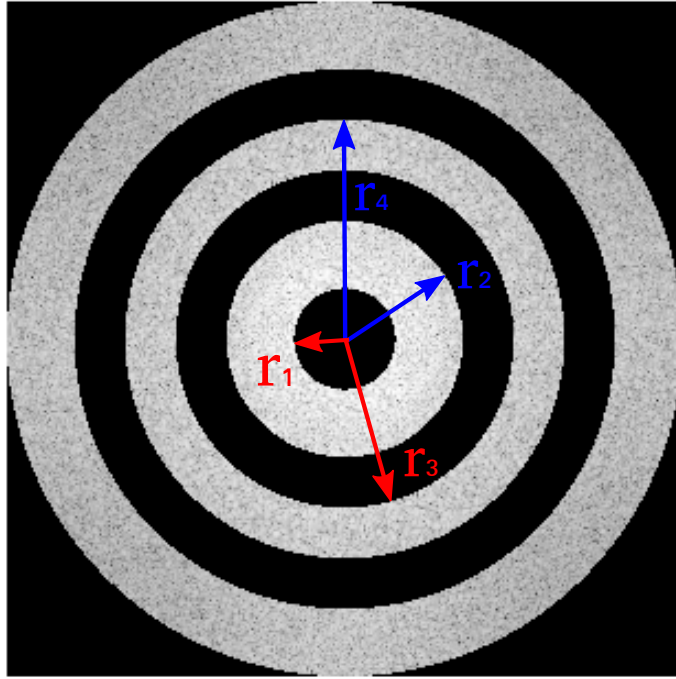


Figura 7: Ejemplificación del proceso de numeración de los anillos en una máscara de anillos concéntricos.

Posteriormente, se calcula la suma de los valores de intensidad en cada anillo de H_{RP} para obtener la función,

$$firma(indice) = \sum H_{RP}(x, y), \text{ si } H_{RP}(x, y) \in anillo_{indice} \quad (21)$$

donde $indice = 1, \dots, m$ y m es la cantidad de anillos que tiene H_{RP} . La Fig.6e muestra la firma de la imagen Fig.6a, a la cual llamaremos S_{RP} porque fue generada a partir de la máscara M_{RP} . Siguiendo el mismo procedimiento se generan las firmas S_{RN} , S_{IP} y S_{IN} utilizando las máscaras M_{RN} , M_{IP} y M_{IN} , respectivamente. En la Fig.8 se muestran las cuatro firmas asociadas a la Fig.6a que fueron generadas a partir de las cuatro

máscaras Fourier. Análogamente se generan las firmas S_{BP} y S_{BN} provenientes de las máscaras Bessel B_P y B_N , respectivamente; las cuales se muestran en la Fig.9.

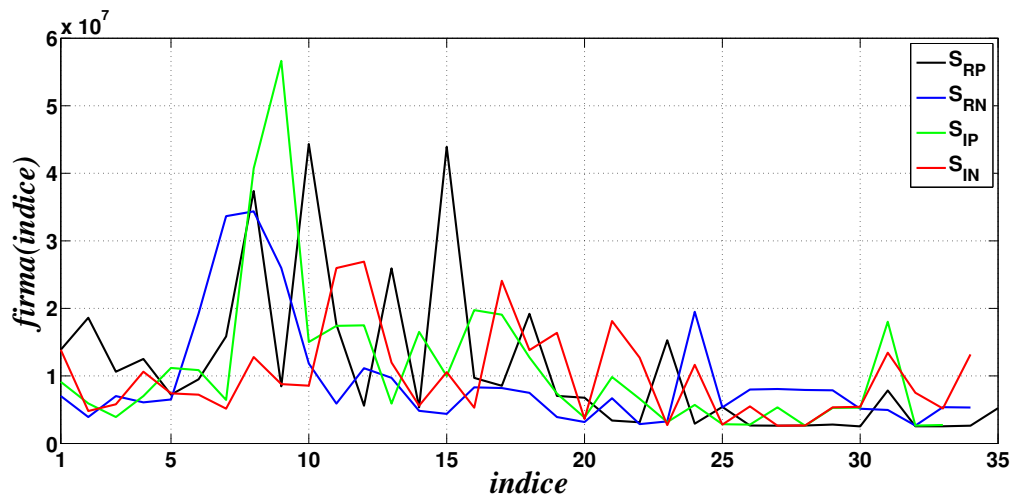


Figura 8: Ejemplo de las firmas generadas con las cuatro máscaras Fourier.



Figura 9: Ejemplo de las firmas generadas con las máscaras Bessel.

Capítulo III

Clasificación

En esta etapa, se tiene que entrenar al sistema con una base de datos de imágenes de referencia, denotada por $\beta_R = \{R_j \in \mathbf{M}_{n \times n} : j = 1, \dots, k; k \in \mathbb{N}\}$. Enseguida, se obtienen las firmas de las imágenes R_j , para posteriormente determinar el patrón que las caracteriza y así poder diferenciar una imagen de otra. En este trabajo las imágenes se caracterizan con el coeficiente de correlación de Pearson de la firma [Sánchez-Bruno y del Rosal (2005), Solorza y Álvarez-Borrego (2014), Barajas-García *et al.* (2015)].

III.1 Patrón de caracterización

A cada imagen R_j se le asigna la firma $S_M^{R_j}$, obtenida mediante el procedimiento descrito en la sección II.2; el superíndice indica la imagen de referencia utilizada y el subíndice la máscara binaria de anillos concéntricos empleada, ésta puede ser una de las máscaras Fourier o Bessel descritas en la sección II.1. Después, se calcula el coeficiente de correlación de Pearson $r_M^{R_j}$ (el superíndice y el subíndice siguen la nomenclatura utilizada para denotar a las firmas),

$$r_M^{R_j} \left(S_M^{R_j} \right) = \frac{\max \left\{ C_L \left(S_M^{R_j} \right) \right\}}{(N-1) \sigma_{S_M^{R_j}}^2}, \quad (22)$$

donde N es la cardinalidad del dominio de $S_M^{R_j}$ y $\sigma_{S_M^{R_j}}^2$ es su desviación estándar [Triola (2010)]. C_L representa la función de la correlación lineal de las firmas S_1 y S_2 [Hsu (1998)], dada por

$$C_L(S_1, S_2) = FT^{-1} \{ |FT(S_2)| e^{i\phi} |FT(S_1)| e^{-i\phi} \}, \quad (23)$$

aquí φ y ϕ son las fases de la transformada de Fourier de las firmas S_1 y S_2 , respectivamente. En el caso particular de tener la autocorrelación de la firma, ésta se indica con la notación $C_L(S_1)$.

Ahora, el patrón de caracterización para una imagen problema P está dado por

$$r_M^P(S_M^{R_j}, S_M^P) = \frac{\max \{ C_L(S_M^{R_j}, S_M^P) \}}{(N-1)\sigma_{S_M^{R_j}}^2 \sigma_{S_M^P}^2}, \quad (24)$$

donde S_M^P es la firma de P obtenida con la máscara M y $\sigma_{S_M^P}^2$ es su desviación estándar.

El coeficiente de correlación de Pearson toma valores entre -1 y 1; cuando la imagen problema es igual a la imagen de referencia el valor de r_M^P será 1. Si la imagen problema es parecida a la imagen de referencia el coeficiente r_M^P será un valor cercano a 1 y si la imagen problema es muy diferente a la imagen de referencia el coeficiente r_M^P será cercano a 0 ó a -1. El coeficiente $r_M^{R_j}$ de la imagen de referencia se calcula a partir de una autocorrelación (ec.(22)), esto quiere decir que se está comparando la firma de la imagen R_j con ella misma, por lo tanto este coeficiente siempre será 1.

III.1.1 Patrón Bessel

En el sistema digital de reconocimiento de patrones desarrollado por Solorza y Álvarez-Borrego (2014), se utilizan máscaras Bessel para obtener las firmas que luego son ponderadas por los escalares $\eta_{BP}^{R_j} = \max \{ |C_L(S_{BP}^{R_j})| \}$ y $\eta_{BN}^{R_j} = \max \{ |C_L(S_{BN}^{R_j})| \}$, como

$$\hat{S}_{BP}^{R_j} = \eta_{BP}^{R_j} S_{BP}^{R_j}, \quad (25)$$

$$\hat{S}_{BN}^{R_j} = \eta_{BN}^{R_j} S_{BN}^{R_j}. \quad (26)$$

Después, se calcula el patrón de caracterización de la imagen R_j , aquí denominado patrón Bessel y denotado por b_{R_j} , mediante

$$b_{R_j} = r_{BP}^{R_j} \left(\hat{S}_{BP}^{R_j} \right) r_{BN}^{R_j} \left(\hat{S}_{BN}^{R_j} \right). \quad (27)$$

Para determinar el coeficiente asociado a la imagen problema P , primero se calculan sus firmas ponderadas \hat{S}_{BP}^P , \hat{S}_{BN}^P y después se obtiene el patrón Bessel b_P , como

$$b_P = r_{BP}^P \left(\hat{S}_{BP}^{R_j}, \hat{S}_{BP}^P \right) r_{BN}^P \left(\hat{S}_{BN}^{R_j}, \hat{S}_{BN}^P \right). \quad (28)$$

El escalar b_P es el producto de los coeficientes de correlación de Pearson de las firmas obtenidas con las máscaras Bessel B_P y B_N . Si las firmas de la imagen problema son similares a las firmas de la imagen de referencia, el valor b_P será cercano a 1, si alguna de las dos firmas difieren entonces el valor de b_P se aleja del 1 y si las dos firmas de la imagen problema son diferentes a las firmas de la imagen de referencia, entonces el valor b_P estará cercano al cero.

III.1.2 Patrón Fourier

En el sistema digital de reconocimiento de patrones desarrollado por Solorza y Álvarez-Borrego (2010), Solorza *et al.* (2012), Álvarez-Borrego *et al.* (2013), se utiliza la máscara Fourier M_{RP} para generar el patrón de caracterización. El primer paso es calcular la firma ponderada

$$\hat{S}_{RP}^{R_j} = \eta_{RP}^{R_j} S_{RP}^{R_j}, \quad (29)$$

donde $\eta_{RP}^{R_j} = \max \left\{ \left| C_L(S_{RP}^{R_j}) \right| \right\}$. Después se calcula el coeficiente q_{R_j} , mediante

$$q_{R_j} = r_{RP}^{R_j} \left(\hat{S}_{RP}^{R_j} \right), \quad (30)$$

que aquí lo denominaremos como el patrón Fourier de la imagen R_j . Por otra parte, el patrón Fourier de la imagen P está dado por

$$q_P = r_{RP}^P \left(\hat{S}_{RP}^{R_j}, \hat{S}_{RP}^P \right), \quad (31)$$

donde \hat{S}_{RP}^P es la firma ponderada de la imagen problema.

III.2 Intervalos de confianza

Puesto que la imagen R_j se podría presentar en el plano cartesiano en cualquier ángulo de rotación, se entrenará al sistema digital con imágenes rotadas de R_j . Esas imágenes se obtienen al rotar a R_j trescientos sesenta grados con $\Delta\theta = 1^\circ$. Después, se calculan los correspondientes $r_{R_j}^\theta$ para cada una de esas imágenes rotadas, aquí $0 \leq \theta \leq 359$ representa el ángulo al cual se rotó R_j . Como el conjunto formado por los $r_{R_j}^\theta$, en general no satisfacen una distribución normal, se utiliza la distribución Z de Fisher para determinar intervalos de confianza [Sánchez-Bruno y del Rosal (2005)]. El valor Z de Fisher para cada $r_{R_j}^\theta$ está dado por

$$Z_{r_{R_j}^\theta} = 1.1513 \ln \left(\frac{1 + r_{R_j}^\theta}{1 - r_{R_j}^\theta} \right). \quad (32)$$

El intervalo de confianza del 95% para la media $Z_{r_{R_j}^\theta}$, se determina mediante

$$\left[Z_{r_{R_j}^\theta}^-, Z_{r_{R_j}^\theta}^+ \right] = \left[Z_{r_{R_j}^\theta} - 1.96 \sigma_Z, Z_{r_{R_j}^\theta} + 1.96 \sigma_Z \right], \quad (33)$$

usando una desviación estándar $\sigma_Z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$, donde n es el tamaño de la muestra, en este caso $n = 360$. El intervalo de confianza del 99% para la media $Z_{r_{R_j}^\theta}$, está establecido

mediante

$$\left[Z_{r_{R_j}}^-, Z_{r_{R_j}}^+ \right] = \left[Z_{r_{R_j}}^\theta - 2.575 \sigma_Z, Z_{r_{R_j}}^\theta + 2.575 \sigma_Z \right]. \quad (34)$$

Finalmente, el intervalo de confianza para $r_{R_j}^\theta$ se obtiene como

$$\rho_{r_{R_j}}^- = \frac{\exp\left(2Z_{r_{R_j}}^-\right) - 1}{\exp\left(2Z_{r_{R_j}}^-\right) + 1}, \quad \rho_{r_{R_j}}^+ = \frac{\exp\left(2Z_{r_{R_j}}^+\right) - 1}{\exp\left(2Z_{r_{R_j}}^+\right) + 1}. \quad (35)$$

De la imagen de referencia R_j y sus imágenes rotadas se tienen 360 valores $\rho_{r_{R_j}}^-$ y otros 360 valores $\rho_{r_{R_j}}^+$, entonces el intervalo de confianza para decidir si una imagen problema es igual a R_j , independientemente del ángulo de rotación que presente en el plano, está definido por

$$\left[\min_{0 \leq \theta \leq 359} \left\{ \rho_{r_{R_j}}^- \right\}, \max_{0 \leq \theta \leq 359} \left\{ \rho_{r_{R_j}}^+ \right\} \right]. \quad (36)$$

III.3 Interface

En la Fig.10 se muestra la interface, desarrollada en el lenguaje de programación Matlab, del sistema digital para clasificar imágenes que presentan una traslación y/o rotación en el plano. En este ejemplo, la imagen problema (IP) presenta una rotación con respecto a la imagen de referencia (IR) y como la rotación se realizó en una computadora, la imagen rotada presenta el ruido de distorsión llamado diente de sierra. El efecto del ruido introducido al momento de rotar la imagen, ocasiona que las firmas de la imagen problema y de la imagen de referencia no sean iguales (como se muestra en la interface). Sin embargo, el sistema es robusto y clasifica apropiadamente las imágenes que presentan ese tipo de ruido usando un intervalo de confianza del 99% (intervalo

en color rojo en la Fig.10). El intervalo asociado a la imagen problema (intervalo en color negro) es un subconjunto del intervalo de la imagen de referencia, esto indica que la imagen problema es igual a la imagen de referencia. En el otro caso, cuando el subintervalo de la imagen problema no es un subconjunto del intervalo de la imagen de referencia, como se muestra en la Fig.11, se interpreta que las imágenes son distintas.

Uno de los objetivos de este trabajo es analizar la respuesta de los dos sistemas digitales descritos en este capítulo, pero ahora utilizando fragmentos de objetos.

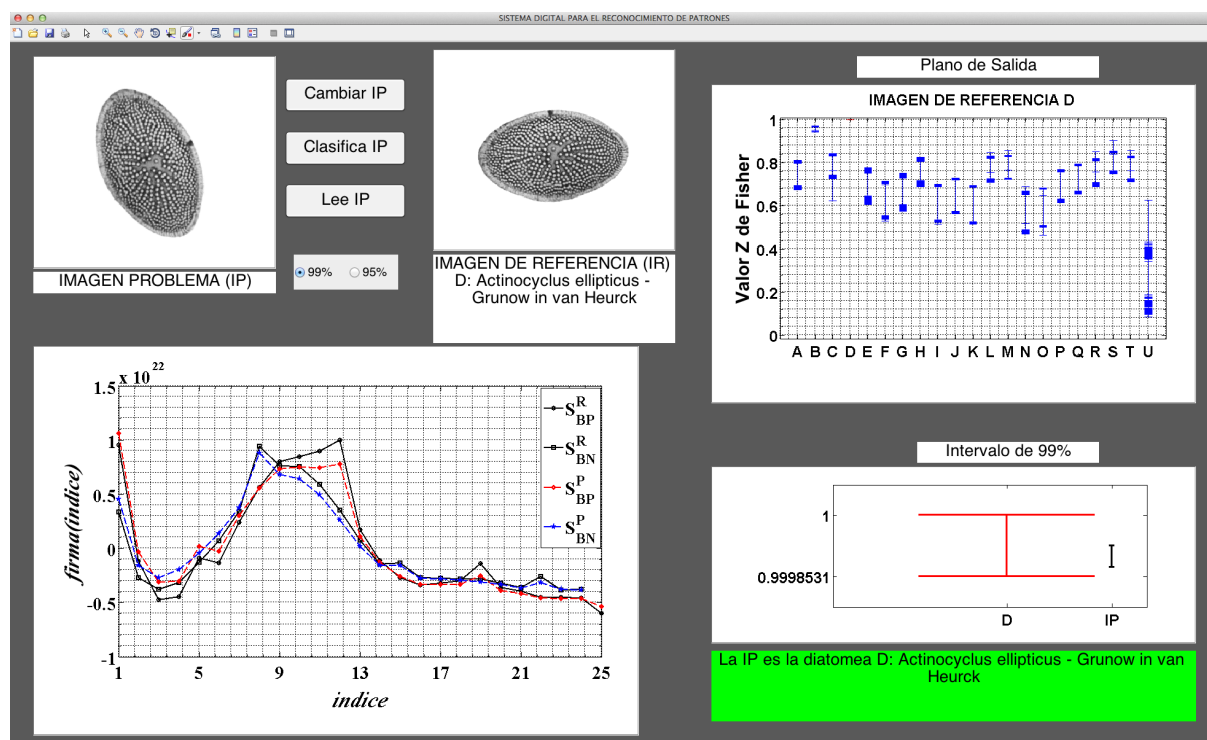


Figura 10: Sistema digital de reconocimiento de patrones basado en máscaras Bessel.

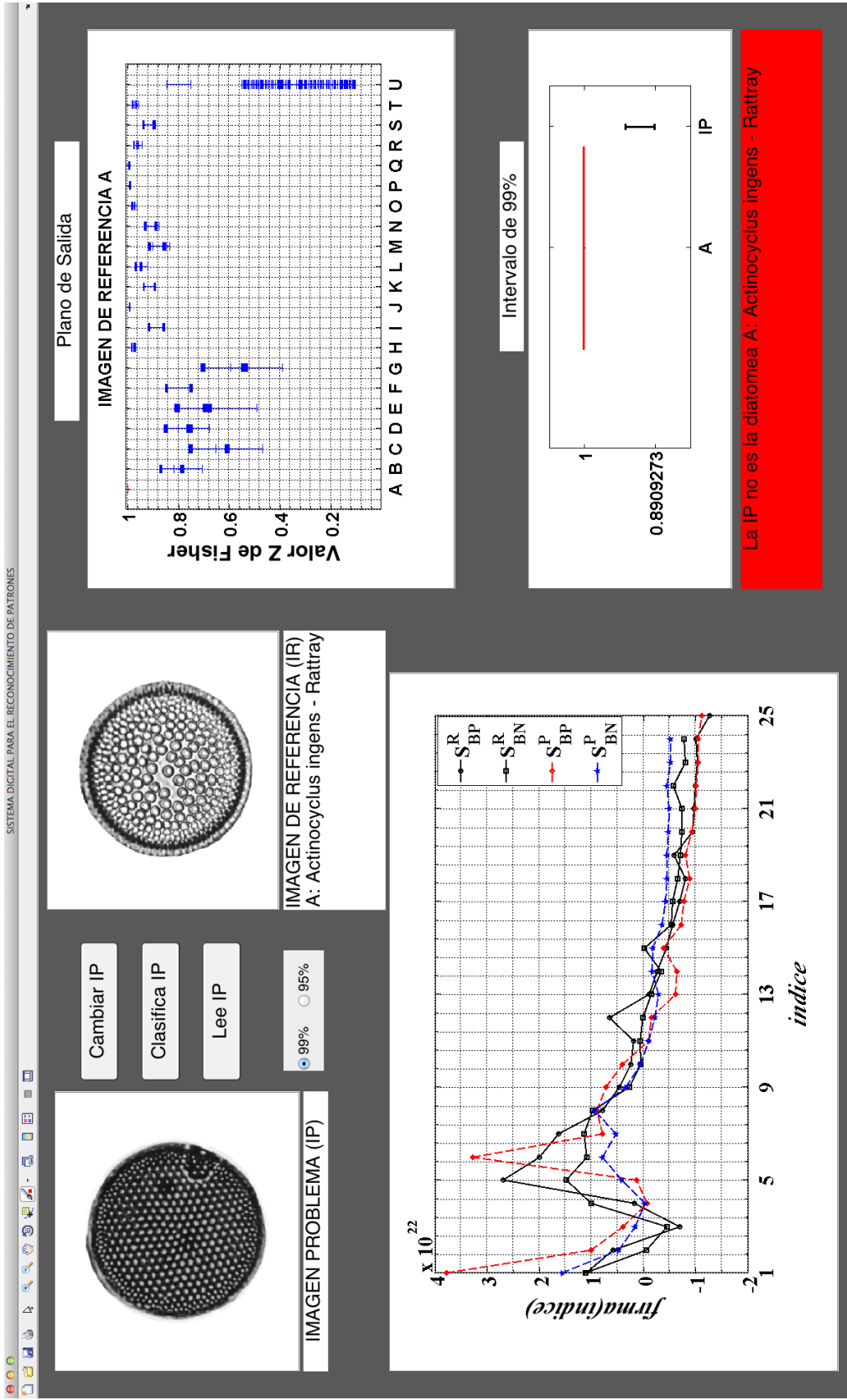


Figura 11: Sistema digital de reconocimiento de patrones basado en máscaras Bessel.

Capítulo IV

Base de datos con fragmentos de objetos

En la Fig.12 se presenta la base de datos de imágenes de referencia que se ha usado de ejemplo para validar los sistemas digitales. Consiste de 18 microorganismos unicelulares llamados diatomeas. La muestra fue tomada en la Cuenca de San Lázaro, Baja California Sur, en un crucero oceanográfico llevado a cabo en 1996 en el barco El Puma [Esparza-Álvarez (1999)]. Los fósiles de diatomeas son organismos fotosintéticos que viven en agua dulce o marina y constituyen una parte muy importante del fitoplancton. La presencia de diatomeas en paleoambientes marinos ha servido de ayuda para estudiar los cambios climáticos, así como procesos geomorfológicos [Hajós (1976)-Koizumi y Tanimura (1985)]. La identificación de fósiles de diatomeas requiere del análisis de un gran número de diatomeas por muestra, de aproximadamente 400 a 10^7 estructuras por gramo [Esparza-Álvarez (1995)]. Por lo que, el análisis de dichas muestras emplea un considerable tiempo de trabajo. Por otra parte, este tipo de imágenes son una de las mejores opciones para probar la eficiencia del sistema digital, ya que muchas de ellas son morfológicamente similares.

Como el objetivo de esta tesis es la clasificación de fragmentos de objetos, a partir de las imágenes de la Fig.12 se generó una base de datos con fragmentos de diatomeas. Para esto, se desarrolló e implementó en lenguaje de programación MatLab, un algoritmo para la eliminación aleatoria de datos en un objeto. El área que se remueve es un disco, de diámetro acorde al porcentaje de datos que se desean eliminar. La Fig.13, exhibe algunos ejemplos de imágenes generadas con el programa desarrollado.

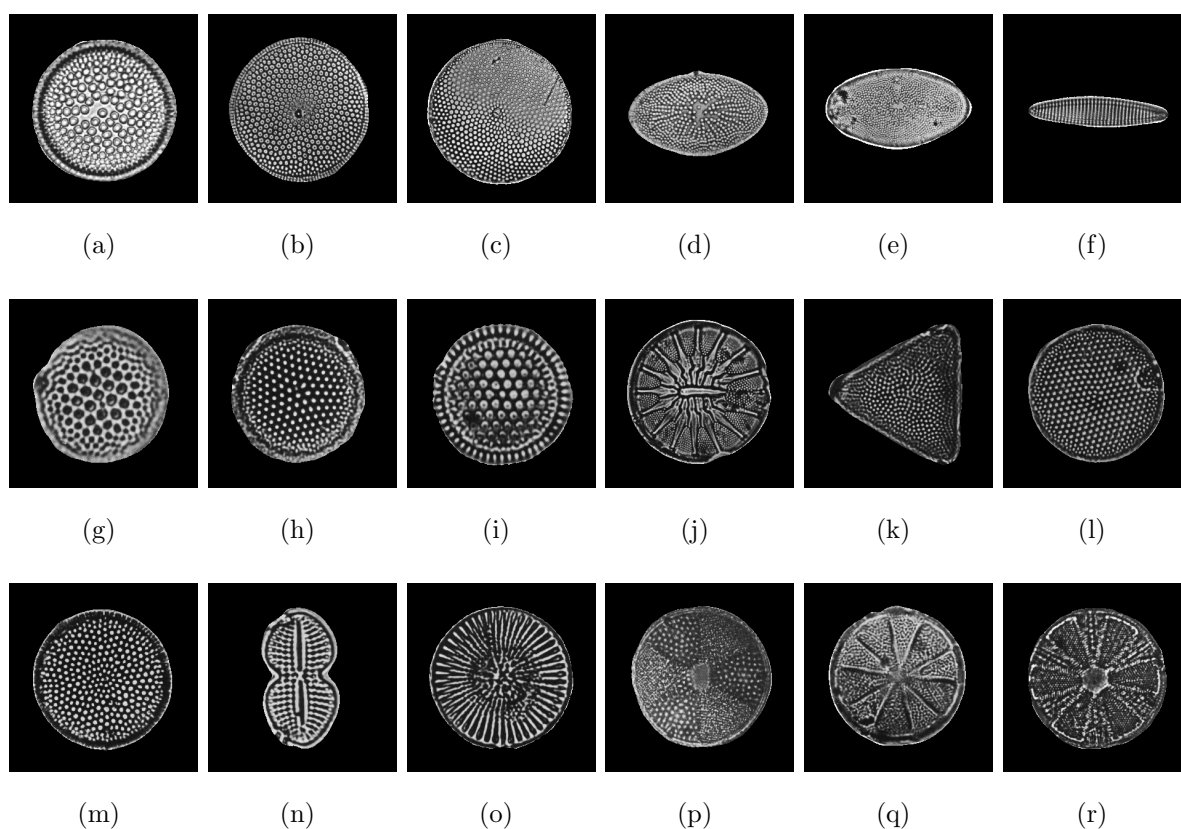


Figura 12: Base de datos de imágenes de referencia: diatomeas. (a) *Actinocyclus ingens* - Rattray. (b) *Azpeitia* sp. (c) *Azpeitia nodulifera* - (Schmidth) Fryxell et Sims. (d) *Actinocyclus ellipticus* - Grunow in van Heurck. (e) *Actinocyclus ellipticus* var *moronensis* - (Deby ex Rattray) Kolbe. (f) *Nitzchia praereinholdii* - Schrader. (g) *Thalassiosira oestruppii* var 1. (h) *Thalassiosira oestruppii* var 2. (i) *Thalassiosira domifacta* - (Hendey) Jouse. (j) *Asteromphalus imbricatus* - Wallich. (k) *Pseudotriceratium cinnamomeum* - (Greville) Grunow. (l) *Thalassiosira kozlovii* - Makarova. (m) *Coscinodiscus radiatus* - Ehrenberg. (n) *Diploneis bombus* - Cleve-Euler in Backman et Cleve-Euler. (o) *Stephanodiscus* sp. (p) *Actinoptychus undulatus* - (Bailey) Ralf. (q) *Actinoptychus bipunctatus* - Lohman. (r) *Actinoptychus splendens* - (Shadbolt) Ralf ex Pritchard.

La base de datos con fragmentos de objetos, consiste de las siguientes 251 imágenes para cada diatomea:

- La imagen de referencia en su entidad.
- 50 imágenes con el 5% de eliminación de datos.
- 50 imágenes con el 10% de eliminación de datos.
- 50 imágenes con el 15% de eliminación de datos.
- 50 imágenes con el 20% de eliminación de datos.
- 50 imágenes con el 25% de eliminación de datos.

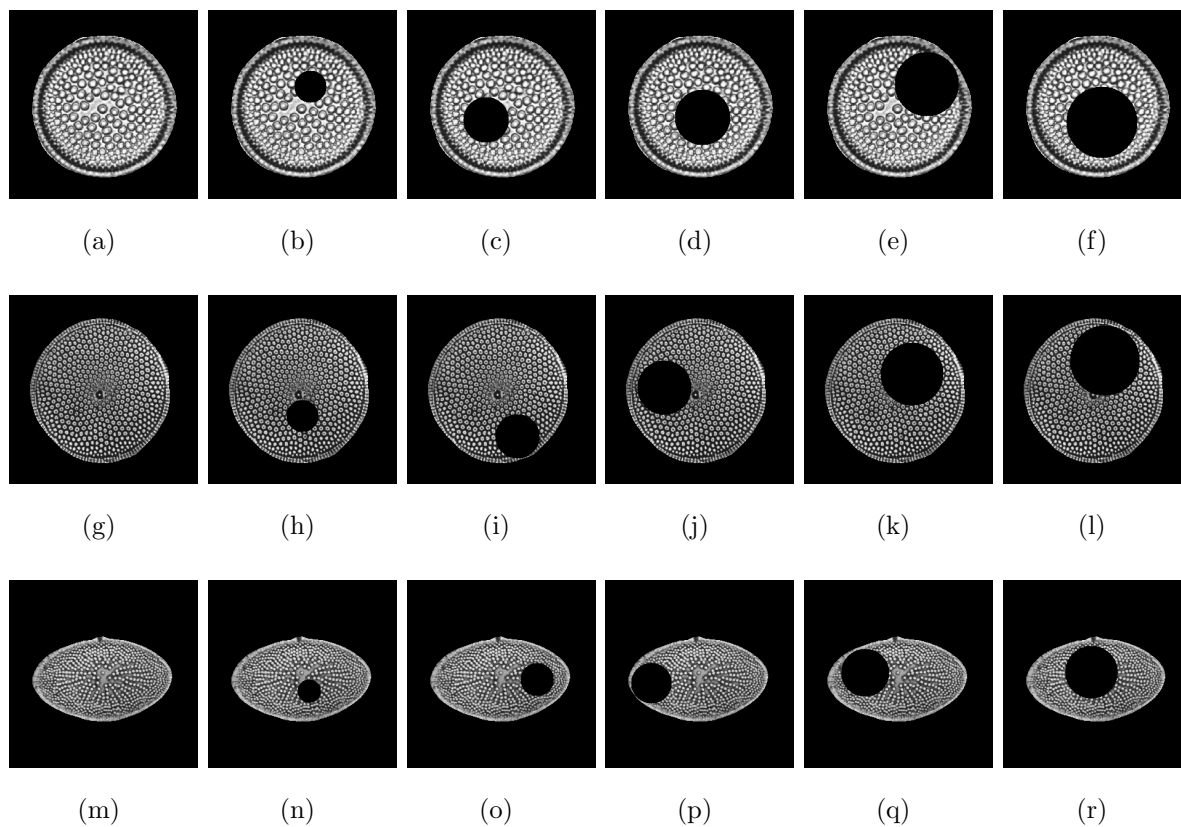


Figura 13: Ejemplo de imágenes con eliminación de datos. (a) *Actinocyclus ingens* - Rattray. (b) Fig.13a sin el 5% de datos. (c) Fig.13a sin el 10% de datos. (d) Fig.13a sin el 15% de datos. (e) Fig.13a sin el 20% de datos. (f) Fig.13a sin el 25% de datos. (g) *Azpeitia* sp. (h) Fig.13g sin el 5% de datos. (i) Fig.13g sin el 10% de datos. (j) Fig.13g sin el 15% de datos. (k) Fig.13g sin el 20% de datos. (l) Fig.13g sin el 25% de datos. (m) *Actinocyclus ellipticus* - Grunow in van Heurck. (n) Fig.13m sin el 5% de datos. (o) Fig.13m sin el 10% de datos. (p) Fig.13m sin el 15% de datos. (q) Fig.13m sin el 20% de datos. (r) Fig.13m sin el 25% de datos.

Capítulo V

Pruebas a los sistemas digitales de máscaras binarias de anillos concéntricos

Para determinar el rendimiento que presentan los sistemas digitales de reconocimiento de patrones, para máscaras Bessel (sección II.1.1) y Fourier (sección II.1.2), se han utilizado 50 imágenes de cada diatomea donde se ha removido aleatoriamente un área del 5% de los datos (capítulo IV). Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla I, donde en la primer columna se indica la diatomea que se está tomando de referencia; en la segunda columna se muestra el resultado de la clasificación de las imágenes mediante el sistema de máscaras Bessel y en la tercer columna se exponen los resultados obtenidos con el sistema de máscaras Fourier. En este análisis se utilizaron los intervalos de confianza del 95%, obtenidos mediante el marco teórico de la transformada Z de Fisher para b_{R_j} y b_P (ecs.(27) y (28)) y q_{R_j} y q_P (ecs.(30) y (31)). Cuando los sistemas identifican al 95% de las imágenes apropiadamente se dice que tienen un nivel de confianza del 95%, pero si la clasificación no se lleva a cabo adecuadamente se indica que el sistema tiene un nivel de confianza del 0%.

Como se observa en la Tabla I, los sistemas digitales de reconocimiento de patrones basados en máscaras Bessel y máscaras Fourier, no presentan un rendimiento adecuado para clasificar imágenes que presentan 5% de eliminación de datos. Entonces, ¿qué modificaciones se requieren hacer a dichos sistemas digitales de reconocimiento de patrones basados en máscaras binarias de anillos concéntricos, para que clasifiquen fragmentos de objetos?

Tabla I: Respuesta de los sistemas de reconocimiento de patrones basados en máscaras binarias de anillos concéntricos, cuando se tienen imágenes con objetos que presentan el 5% de eliminación de datos.

Diatomea (Fig.12)	Bessel	Fourier
a	0%	95%
b	95%	95%
c	95%	95%
d	95%	95%
e	95%	0%
f	0%	95%
g	0%	0%
h	0%	95%
i	0%	95%
j	0%	95%
k	95%	95%
l	95%	95%
m	95%	95%
n	0%	95%
o	95%	95%
p	95%	0%
q	95%	95%
r	95%	95%

Capítulo VI

Técnicas de modificación a los sistemas digitales de máscaras binarias de anillos concéntricos

En el capítulo II se explicó la metodología que se sigue para desarrollar sistemas digitales de reconocimiento de patrones basados en máscaras binarias de anillos concéntricos. En este capítulo se presentan las modificaciones que se realizaron a dichos sistemas para que clasifiquen imágenes que presentan fragmentos de objetos.

VI.1 Sistema digital con máscaras Bessel

Como se observa en la Tabla I, el sistema digital que usa máscaras Bessel no clasificó adecuadamente a 7 tipos de diatomeas de las 18 existentes en la base de datos. Para evitar esto, se generó una firma promedio para la imagen de referencia, que reemplaza a la firma. Esta firma promedio se genera a partir de las firmas $S_{k,M}^{(p)}$ de 50 imágenes de fragmentos del objeto, el subíndice k indica el número de la firma, M la máscara que se está utilizando para generar la firma (en este caso BP o BN) y p indica el porcentaje de eliminación de datos ($p = 5\%$, 10% , 15%). A la firma promedio se le denotará por $\tilde{S}_M^{(p)}$ y matemáticamente se calcula como

$$\tilde{S}_M^{(p)} = \frac{\sum_{k=1}^{50} S_{k,M}^{(p)}}{50}. \quad (37)$$

En las Tablas II a la IV, se muestran los resultados del desempeño del sistema propuesto, para clasificar imágenes de fragmentos de objetos (como los de la Fig.13).

En la primer columna se indica la diatomea que se está tomando de referencia. En la parte superior de las tablas se señala la firma promedio que se está utilizando para la clasificación y el porcentaje de eliminación de datos que se está tomando. Las pruebas se hicieron usando los intervalos de confianza del 95% obtenidos mediante la transformada Z de Fisher (sección III.2), cuando el sistema identifica al 95% de las imágenes se dice que tiene un nivel de confianza del 95%, caso contrario se concluye que el sistema tiene un nivel de confianza del 0%.

En las Tablas II a la IV, cuando se tiene un porcentaje de pérdida de datos del 25% o más para la diatomea f , se muestra en negro, esto significa que dicha diatomea no se ha tomado en cuenta para este tipo de pruebas. Debido a su morfología los discos correspondientes al 25% o más exceden el área del objeto.

De los resultados de las pruebas presentadas en esta sección, se llega a la conclusión de que la firma promedio $\tilde{S}_{BP}^{(15)}$ es con la cuál el sistema de reconocimiento de patrones usando máscaras Bessel es más robusto, ya que llegó a clasificar con un nivel de confianza del 95% a imágenes de diatomeas con hasta el 25% de eliminación de datos.

Tabla II: Respuesta del sistema de reconocimiento de patrones basado en máscaras

Bessel, utilizando las firmas promedio $\tilde{S}_{BP}^{(5)}$ y $\tilde{S}_{BN}^{(5)}$.

Diatomea	Firma						
	$\tilde{S}_{BP}^{(5)}$					$\tilde{S}_{BN}^{(5)}$	
	5%	10%	15%	20%	25%	5%	10%
a	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
b	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
c	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
d	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
e	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
f	95%	95%	95%	95%		95%	95%
g	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
h	95%	95%	95%	95%	0%	95%	0%
i	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
j	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
k	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
l	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
m	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
n	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
o	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
p	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
q	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
r	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%

Tabla III: Respuesta del sistema de reconocimiento de patrones basado en máscaras

Bessel, utilizando las firmas promedio $\tilde{S}_{BP}^{(10)}$ y $\tilde{S}_{BN}^{(10)}$.

Diatomea	Firma							
	$\tilde{S}_{BP}^{(10)}$					$\tilde{S}_{BN}^{(10)}$		
	5%	10%	15%	20%	25%	5%	10%	15%
a	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
b	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
c	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
d	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
e	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
f	95%	95%	95%	95%		95%	95%	95%
g	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
h	95%	95%	95%	95%	0%	95%	95%	0%
i	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	0%
j	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
k	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
l	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
m	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
n	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
o	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
p	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
q	95%	95%	95%	95%	95%	95.4%	95%	95%
r	95%	95%	95%	95.4%	95%	95%	95%	95%

VI.2 Sistema digital con máscara Fourier

En el caso del sistema basado en máscaras Fourier, la firma con la cual se trabaja es

$$\bar{S}_M = Re(\mathcal{FFT}(S_M)), \quad (38)$$

donde S_M es la firma de la imagen y $M = RP, RN, IP, IN$, es la máscara Fourier empleada para obtener dicha firma. En la Tabla V, se muestra la respuesta del sistema de reconocimiento de patrones usando las firmas \bar{S}_M ; ahí se observa que con cualquiera de estas firmas el sistema clasifica imágenes de diatomeas que presentan hasta un 5% de eliminación de datos. Además, se analizó la respuesta del sistema con las firmas denominadas producto y promedio, definidas mediante

$$\bar{S}_{mult} = \bar{S}_{RP} \circ \bar{S}_{RN} \circ \bar{S}_{IP} \circ \bar{S}_{IN}, \quad (39)$$

$$\bar{S}_{prom} = \frac{\bar{S}_{RP} + \bar{S}_{RN} + \bar{S}_{IP} + \bar{S}_{IN}}{4}. \quad (40)$$

Los resultados de la prueba usando las firmas \bar{S}_{mult} y \bar{S}_{prom} se presentan en la Tabla VI. De dicha tabla se concluye que con cualquiera de esas firmas, el sistema clasifica imágenes de diatomeas que presentan hasta un 15% de eliminación de los datos.

Tabla V: Respuesta del sistema de reconocimiento de patrones basado en máscaras Fourier, utilizando las firmas \bar{S}_{RP} , \bar{S}_{RN} , \bar{S}_{IP} y \bar{S}_{IN} .

	Firmas							
	\bar{S}_{RP}		\bar{S}_{RN}		\bar{S}_{IP}		\bar{S}_{IN}	
Diatomea	5%	10%	5%	10%	5%	10%	5%	10%
a	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
b	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
c	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
d	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
e	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
f	95%	95%	95%	0%	95%	95%	95%	95%
g	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
h	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
i	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	0%
j	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
k	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
l	95%	95%	95%	95%	95%	0%	95%	95%
m	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
n	95%	0%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
o	95%	0%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
p	95%	0%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
q	95%	0%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
r	95%	0%	95%	95%	95%	95%	95%	95%

Capítulo VII

Pruebas utilizando imágenes reales

Otro de los objetivos de este trabajo es probar los sistemas propuestos con imágenes reales. Para esto, se seleccionó una base de datos que consta de 49 imágenes reales por diatomea, variando su porcentaje de eliminación de datos desde 0% hasta 99% (Apéndice A).

La respuesta del sistema al clasificar estas imágenes varía considerablemente de una diatomea a otra. En la Tabla VII se muestran los resultados al usar la firma Fourier \bar{S}_{mult} . La diatomea que se usa como imagen de referencia se indica en la columna denominada Diat., en la M.P. se indica el porcentaje mínimo requerido del área del objeto. Para tener una idea del porcentaje referido, en la columna Imagen se muestra un ejemplo. Análogamente, en la Tabla VIII se presentan los resultados del sistema usando la firma Bessel $\tilde{S}_{BP}^{(15)}$.

Como se observa en las Tablas VII y VIII el sistema exhibe un excelente rendimiento al clasificar las imágenes del Apéndice A, El sistema con la firma Fourier \bar{S}_{mult} requiere un mínimo del 49% del área del objeto mientras que al usar la firma Bessel $\tilde{S}_{BP}^{(15)}$ se necesita por lo menos un 54% de los datos.

Tabla VII: Rendimiento del sistema en la clasificación de las imágenes del Apéndice A utilizando la firma Fourier \bar{S}_{mult} .

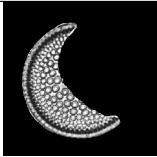
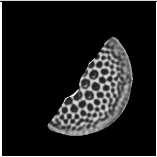
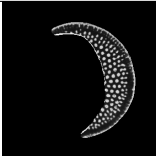
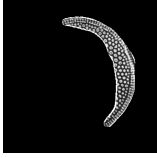
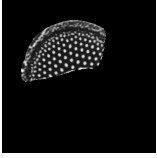
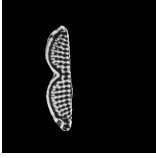
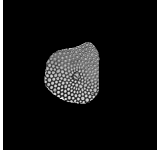
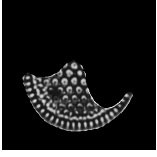
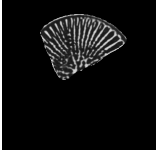

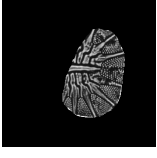
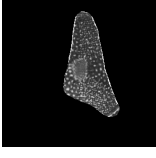
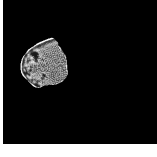
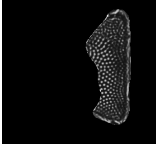

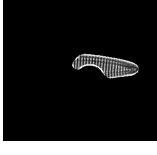

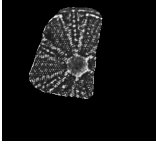
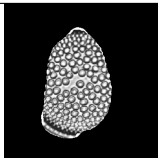
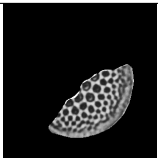
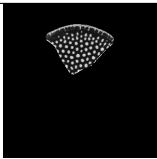
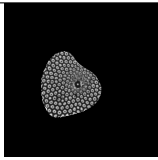
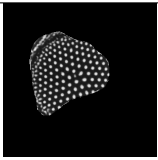

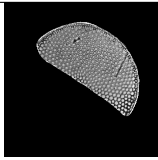

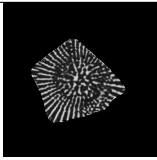
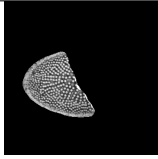

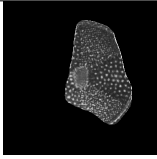

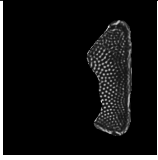
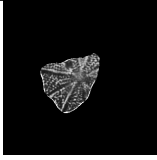
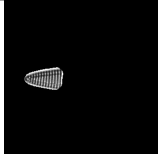

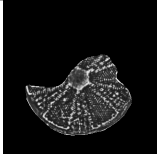
Diat.	M.P.	Imagen	Diat.	M.P.	Imagen	Dia.	M.P.	Imagen
a	48%		g	48%		m	34%	
b	22%		h	39%		n	37%	
c	25%		i	39%		o	34%	
d	27%		j	39%		p	32%	
e	29%		k	47%		q	25%	
f	44%		l	39%		r	49%	

Tabla VIII: Rendimiento del sistema en la clasificación de las imágenes del Apéndice A utilizando la firma Bessel $\tilde{S}_{BP}^{(15)}$.

Diat.	M.P.	Imagen	Diat.	M.P.	Imagen	Dia.	M.P.	Imagen
a	54%		g	39%		m	21%	
b	28%		h	48%		n	27%	
c	51%		i	46%		o	46%	
d	49%		j	45%		p	48%	
e	19%		k	47%		q	24%	
f	29%		l	43%		r	53%	

Capítulo VIII

Conclusiones

Los sistemas digitales de reconocimiento de patrones basados en máscaras binarias de anillos concéntricos y firmas unidimensionales invariantes a traslación y rotación propuestos en este trabajo de tesis, cumplen con los objetivos planteados en la misma y se le da respuesta a las preguntas de investigación.

Primeramente, utilizando un banco de datos de imágenes de fósiles de diatomeas, se determinó que los sistemas digitales de reconocimiento de patrones, denominados Bessel [Solorza y Álvarez-Borrego (2014)] y Fourier [Solorza y Álvarez-Borrego (2010), Álvarez-Borrego *et al.* (2013), Solorza *et al.* (2012)] no clasifican imágenes con fragmentos de objetos. Por lo tanto, para el sistema digital de máscaras Bessel, se estudió la respuesta de dicho sistema con firmas promedio. La que mejor resultados presentó fue la generada con 50 firmas de imágenes a las cuales se les removió aleatoriamente (mediante una computadora) el 15% de datos del área del objeto. Mediante esta nueva firma, denominada $\tilde{S}_{BP}^{(15)}$, el sistema Bessel con un nivel de confianza del 95% clasifica fragmentos de fósiles de diatomeas, en imágenes donde se han removido a través de una computadora hasta el 25% del área del objeto. Para el caso del sistema digital de máscaras Fourier, las firmas se modificaron, ahora utilizando la parte real de la \mathcal{FFT} de las firmas Fourier. Con esas nuevas firmas se analizó la respuesta del sistema ante cada una de esas nuevas cuatro firmas. Además, se construyeron dos nuevas firmas a partir de ellas: la proveniente de la multiplicación Hadamard de las cuatro firmas (\bar{S}_{mult}) y la promedio (\bar{S}_{prom}). En el sistema Fourier, la firma con la que se obtuvo mejores

resultados fue la \bar{S}_{mult} , al exhibir un nivel de confianza del 95% al clasificar imágenes de fósiles de diatomeas, a las cuales se les ha eliminado un área de hasta el 15% de datos.

Finalmente, los dos nuevos sistemas fueron empleados para clasificar un conjunto de imágenes reales con fragmentos de diatomeas (Apéndice A). El sistema de máscaras Bessel con la firma promedio $\tilde{S}_{BP}^{(15)}$ clasifica con un nivel de confianza del 95%, aquellas imágenes que presentan fragmentos de hasta el 54% del área del objeto y con el sistema Fourier, usando la firma \bar{S}_{mult} , es del 49%.

En este trabajo, se han obtenido dos sistemas digitales de reconocimiento de patrones invariantes a posición y rotación robustos en la clasificación de fragmentos de objetos. En el trabajo de Solorza y Álvarez-Borrego (2015) se muestra que los sistemas basados en máscaras binarias de anillos concéntricos presentan un excelente desempeño ante la presencia de ruido e iluminación no homogénea. Por lo que, es recomendable en un futuro inmediato extender la aplicabilidad de los mismo a imágenes con diferente escala.

Referencias

- Alon, J., Athistos, V., Yuan, Q., y Scarloff, S. (2009). A unified framework for gesture recognition and spatiotemporal gesture segmentation. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence (TPAMI)*, **31**(9): 1685–1699.
- Álvarez-Borrego, J. y Chávez-Sánchez, M. (2008). *Introducción a la identificación automática de organismos y estructuras micrscópicas y macroscópicas*. Ediciones de la Noce.
- Álvarez-Borrego, J., Solorza, S., y Bueno-Ibarra, M. A. (2013). Invariant correlation to position and rotation using a binary mask applied to binary and gray images. *Optics Communications*, **294**: 105–117.
- Barajas-García, C., Solorza, S., y Álvarez-Borrego, J. (2015). The classification of fragments of objects by the fourier mask digital system. *Revista en Ingeniería y Tecnología, UAZ, DIFU100ci@*, **8**(2): 16–21.
- Brigham, E. (1988). *The fast Fourier transform and its applications*, Vol. 1. Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ.
- Esparza-Álvarez, M. (1995). Paleología de sedimentos diatomáceos de la formación tortugas en el área de bahía asunción, baja california sur. *Tesis de licenciatura, UABC, Ensenada, B.C., México*.
- Esparza-Álvarez, M. (1999). Variabilidad de la comunidad de diatomeas en los sedimentos de la cuenca de san lázaro, baja california sur, méxico. *Tesis de maestría, CICESE, Ensenada, B.C., México*.

- Fimbres-Castro, C., Álvarez-Borrego, J., y Bueno-Ibarra, M. A. (2012). Invariant non-linear correlation and spectral index for diatoms recognition. *Optical Engineering*, **51**(4): 047201–1.
- Golub, G. H. y VanLoan, C. F. (1996). *Matrix Computations*. The John Hopkins university Press, Baltimore, tercero edición.
- Gonzalez, R. y Woods, R. (2002). *Digital image processing*. Prentice Hall.
- Hajós, M. (1976). Dssp. (5): 817–883.
- Herbert, B., Andreas, E., Tuytelaars, T., y Van-Gool, L. (2009). Surf: Speeded up robust features. *Computer vision and image understanding (CVIU)*, **110**(3): 346–359.
- Hsu, H. (1998). *Análisis de Fourier*. Addison Wesley Longman de México S.A. de C.V.
- Jain, A. y Feng, J. (2011). Latent fingerprint matching. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence (TPAMI)*, **33**(2): 99–100.
- Koizumi, I. y Tanimura, Y. (1985). Neogene diatom biostratigraphy of the middle latitude western north pacific. *Initial report DSDP, US Gov.*, páginas 269–300.
- Komarinski, P., Higgins, P., Higgins, K., y Fox, L. (2005). *Automated fingerprint identification system (AFIS)*. Elsevier Academic Press.
- Kong, H., Audibert, J., y Ponce, J. (2010a). Detecting abandoned objects with a moving camera. *IEEE Transactions on image processing*, **19**(8): 2201–2210.
- Kong, H., Audibert, J., y Ponce, J. (2010b). General road detection from a single image. *IEEE Transactions on image processing*, **19**(8): 2211–2220.

- Lowe, D. (1999). Object recognition from local scale-invariant features. *Proceeding of the international conference on computer vision 2*, páginas 1150–1157.
- Martínez-Otzeta, J., Ibargueren, A., Anusuategi, A., y Susperregi, L. (2009). Laser based people following behavior in an emergency environment. *ICIRA, LNAI*, páginas 33–42.
- Moses, K., Higgings, P., McCabe, M., Probhakar, S., y Swann, S. (2009). *Automatic fingerprint identification system (AFIS)*, In: *The fingerprint sourcebook*. International Association for Identification, National Institute of Justice, Washington, DC, USA.
- Onieva, E., Pelta, D., Godoy, J., Milans, V., y Prez, J. (2012). An evolutionary tuned driving system for virtual car racing games: The autopia driver. *International journal of intelligent systems*, **27**(3): 217–241.
- Ponce, J., Berg, T., Everingham, M., Forsyth, D., Herbert, M., Lazebnik, S., Marszalek, M., Schmid, C., Russell, B., Torralba, A., Williams, C., Zhang, J., y Zisserman, A. (2006). *Database issues in object recognition*, In: *Toward category-level object recognition (lectures notes in computer science/image processing, computer vision, pattern recognition and graphics)*. Springer.
- Sánchez-Bruno, A. y del Rosal, A. B. (2005). Transformación Z de Fisher para la determinación de intervalos de confianza del coeficiente de correlación de Pearson. *Psicothema*, **17**(1): 148–153.
- Solorza, S. y Álvarez-Borrego, J. (2010). Digital system of invariant correlation to position and rotation. *Optics Communications*, **283**(19): 3613–3630.
- Solorza, S. y Álvarez-Borrego, J. (2014). Digital image classification by the Bessel

- masks methodology. *AIP Conf. Proc. of the International conference of computational Methods in Sciences and Engineering 2014 (ICCMSE 2014)*, (1618): 159–162.
- Solorza, S. y Álvarez-Borrego, J. (2015). Position and rotation-invariant pattern recognition system by binary rings masks. *Journal of Modern Optics*, páginas 1–14.
- Solorza, S., Álvarez-Borrego, J., y Chaparro-Magallanez, G. (2012). *Pattern recognition of digital images by one-dimensional signatures*. Fourier Transform-Signal Processing. Editor Salih Mohammed Salih. Ed. Intech.
- Triola, M. F. (2010). *Elementary Statistics*. Pearson-Addison Wesley.

Apéndice A

Base de datos: fragmentos de diatomeas

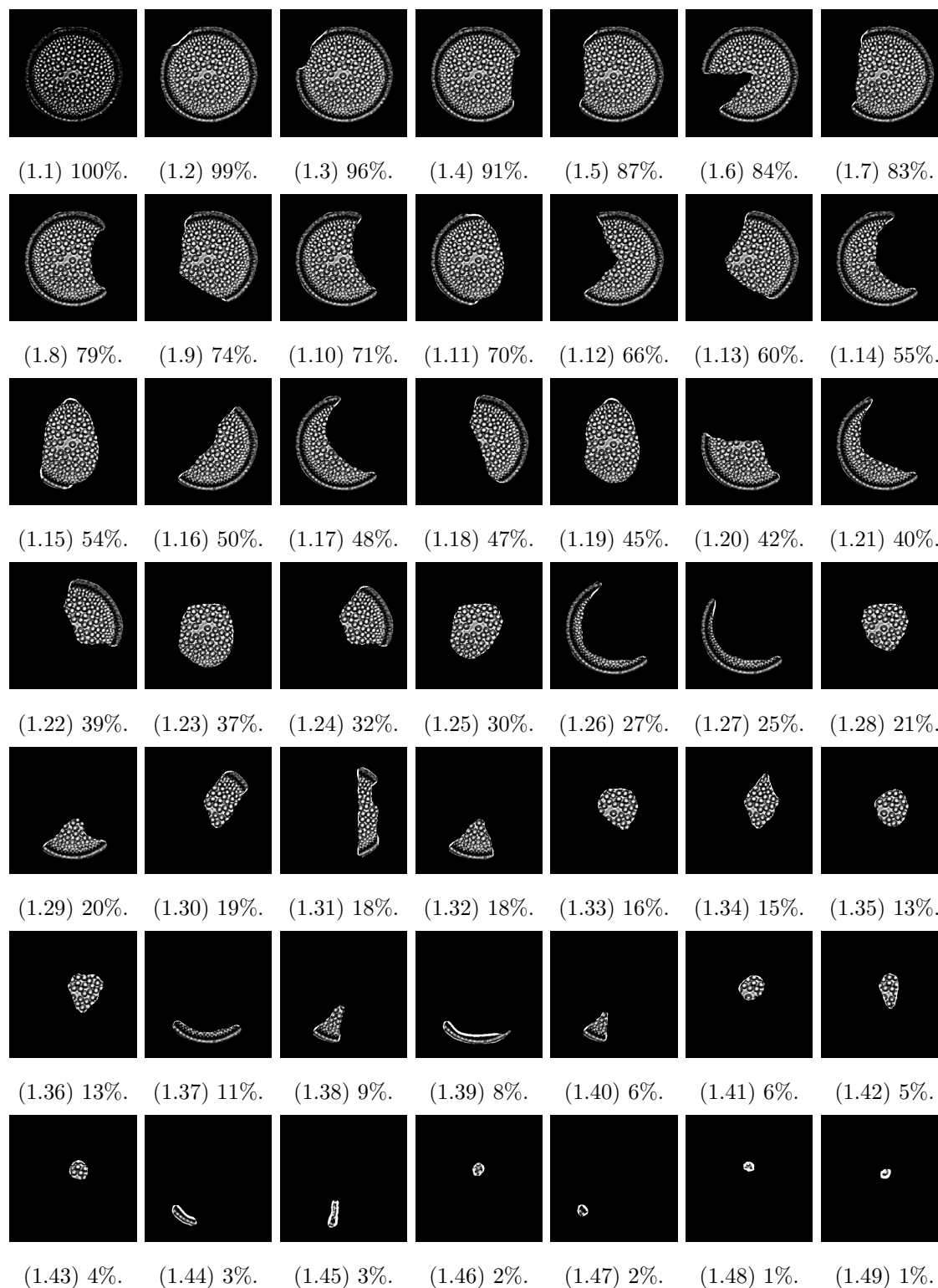


Figura 1: *Diatomea Actinocyclus ingens* - Rattray. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

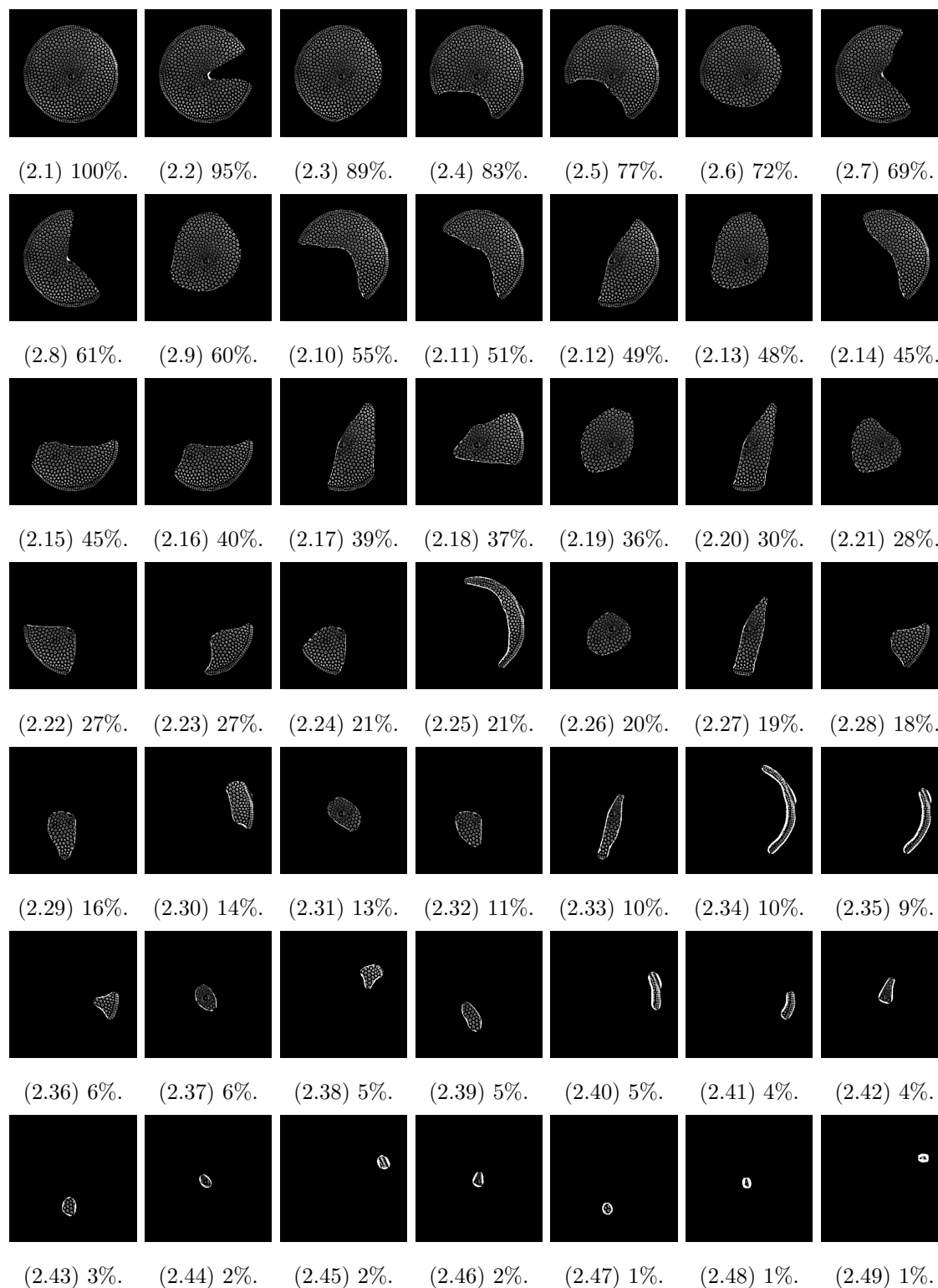


Figura 2: Diatomea *Azpeitia* sp. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

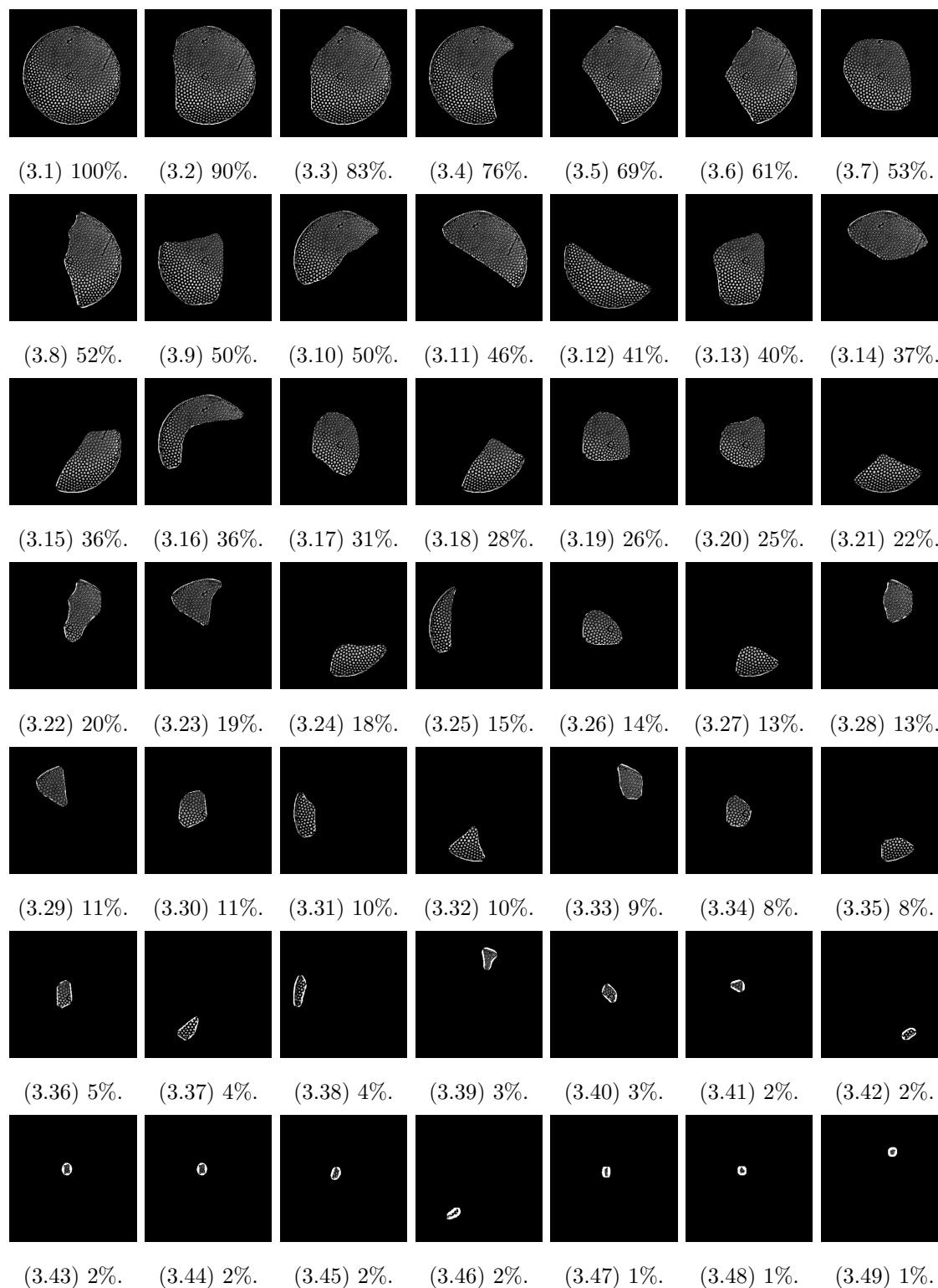


Figura 3: Diatomea *Azpeitia nodulifera* - (Schmidth) Fryxell et Sims. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

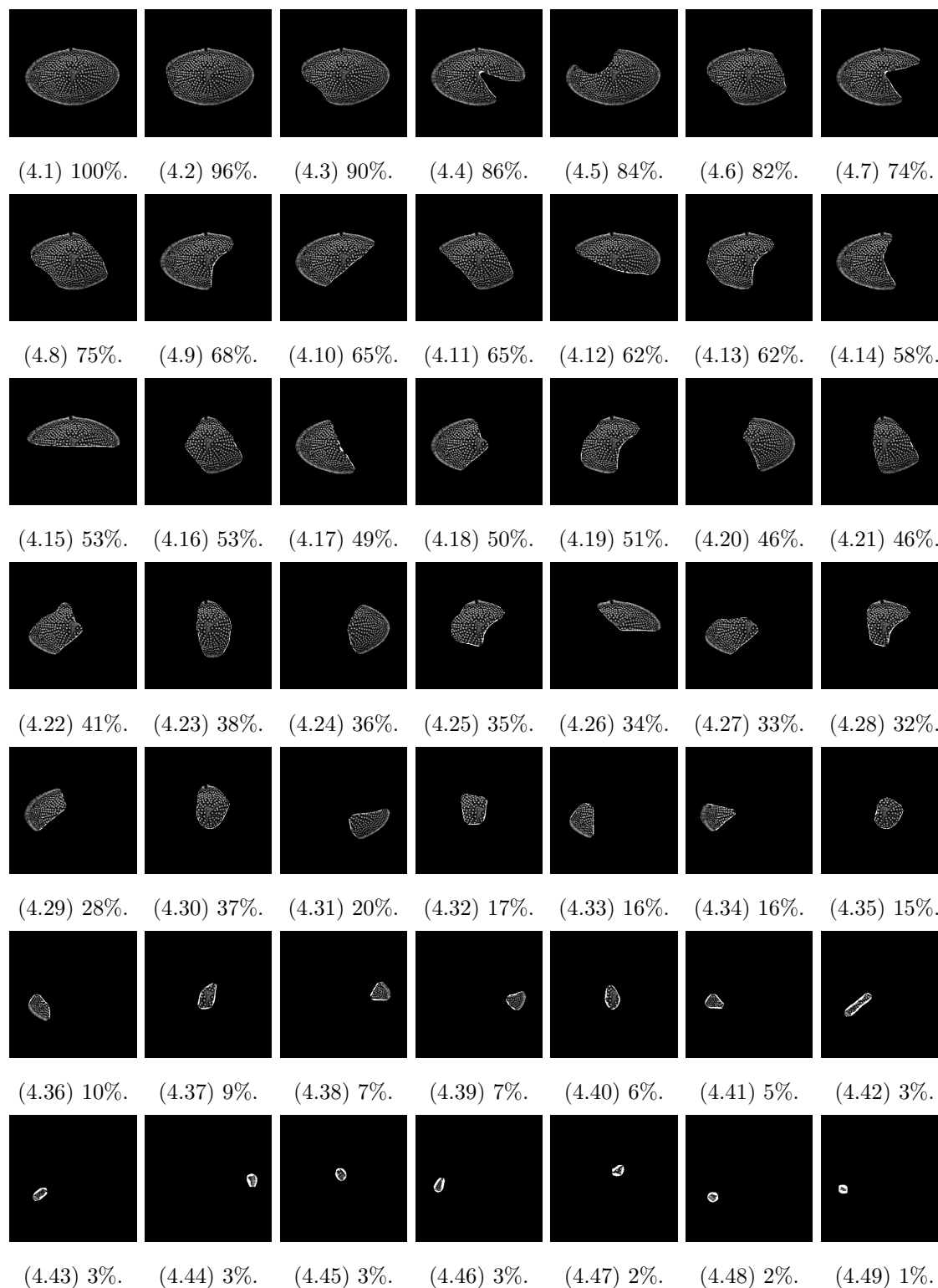


Figura 4: Diatomea *Actinocyclus ellipticus* - Grunow in van Heurck. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

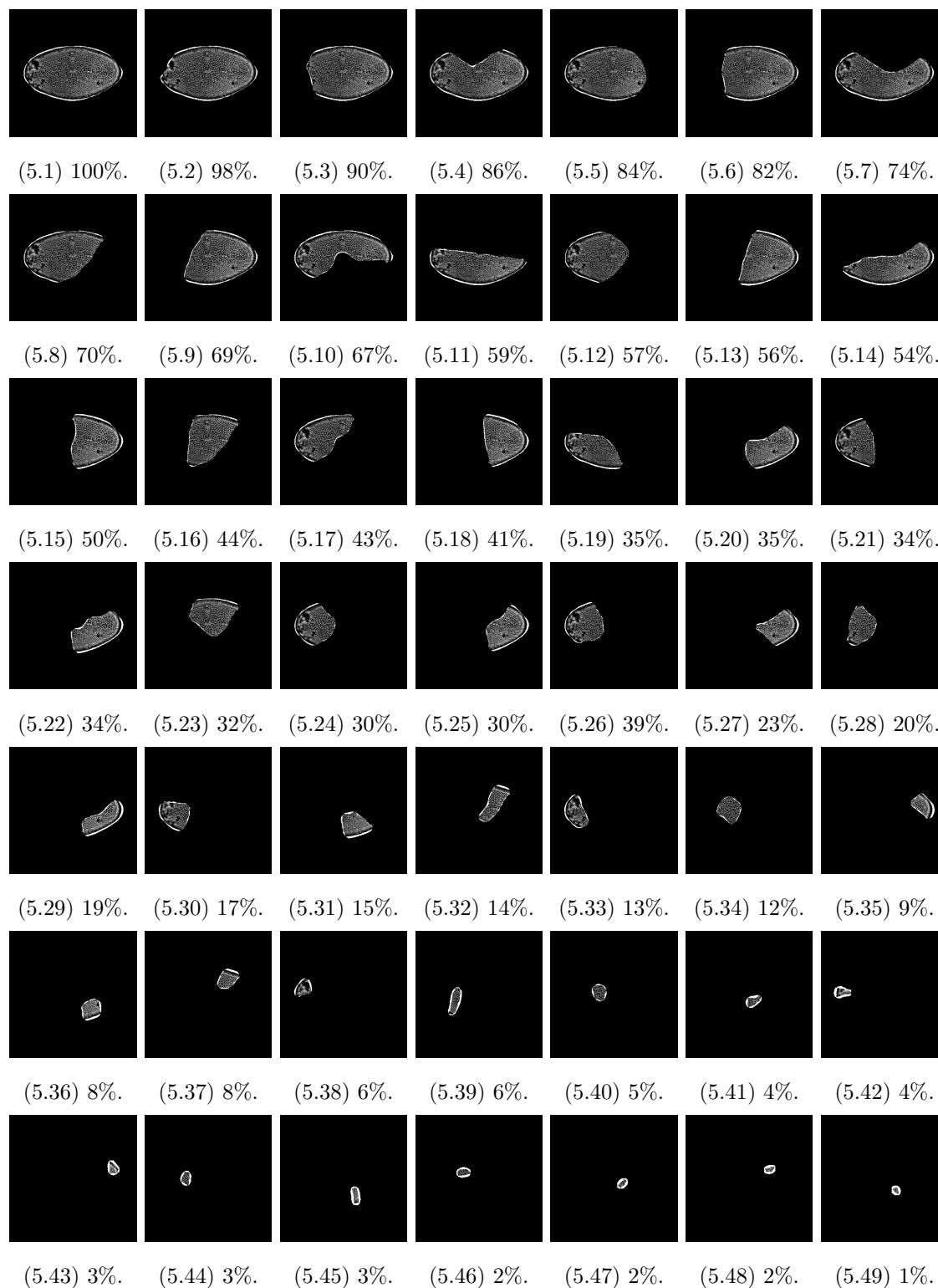


Figura 5: *Diatomea Actinocyclus ellipticus var moronensis - (Deby ex Rattray) Kolbe.*

En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

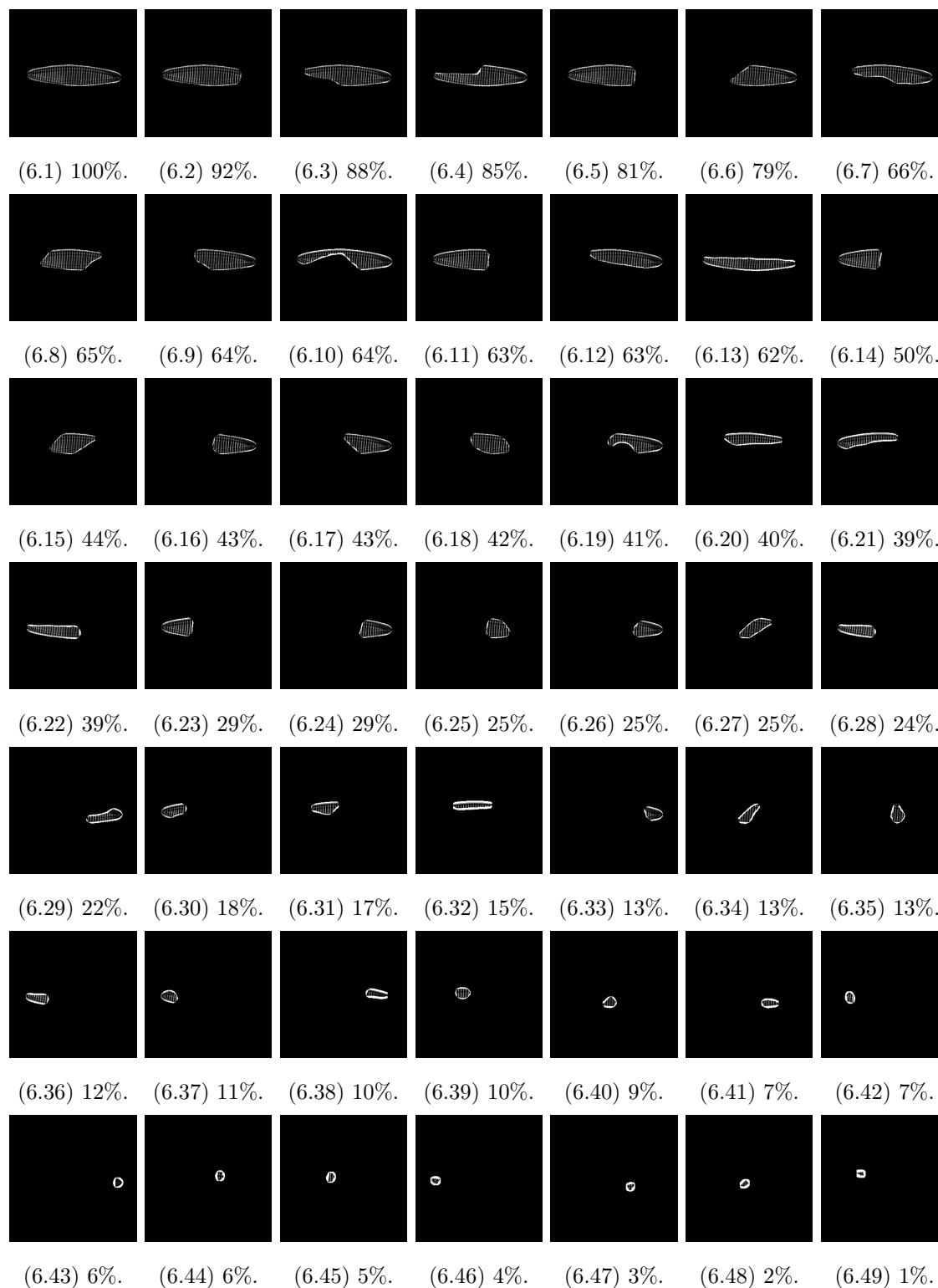


Figura 6: Diatomea *Nitzschia praereinholdii* - Schrader. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

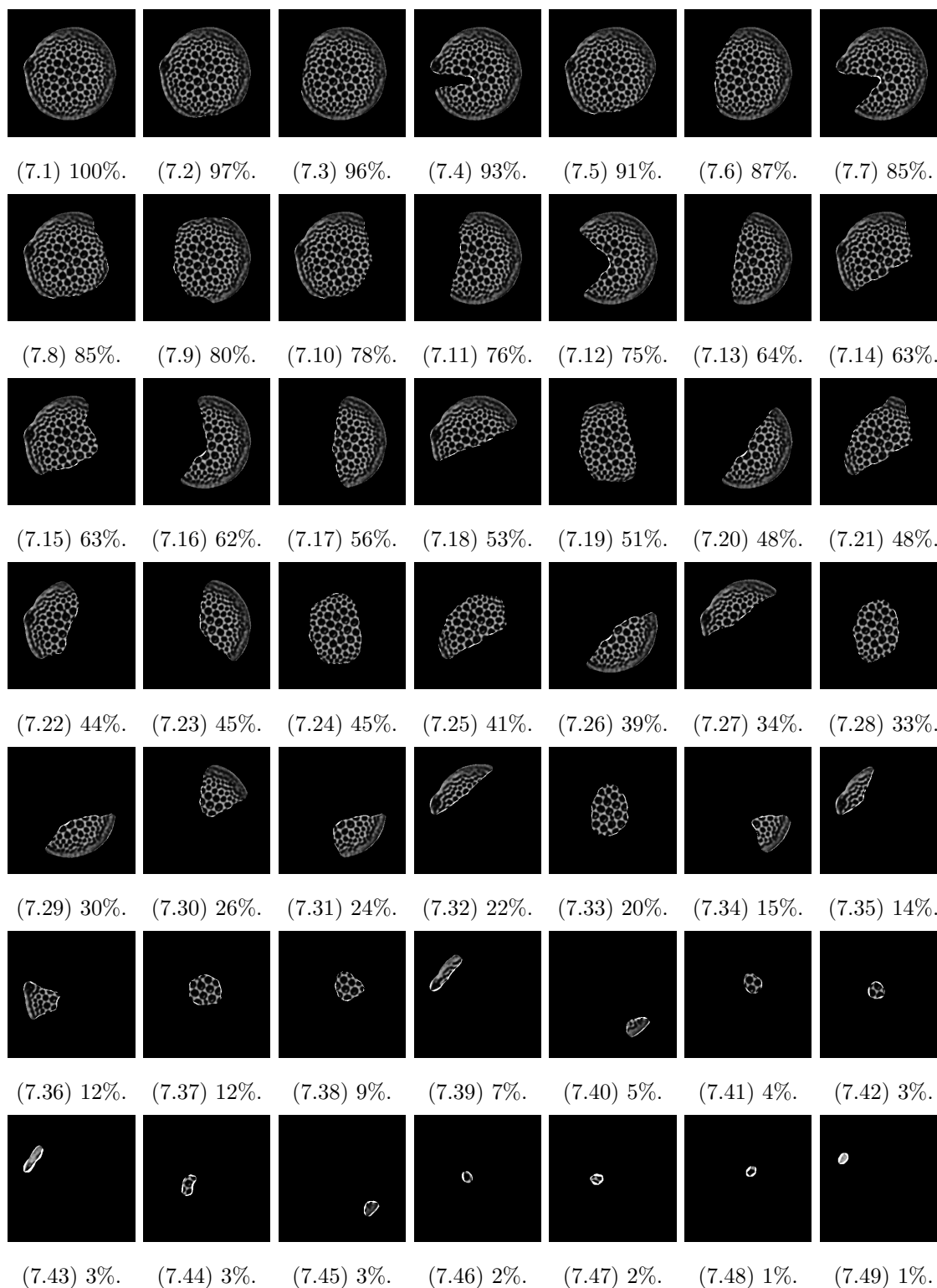


Figura 7: Diatomea *Thalassiosira oestrupii* var 1. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

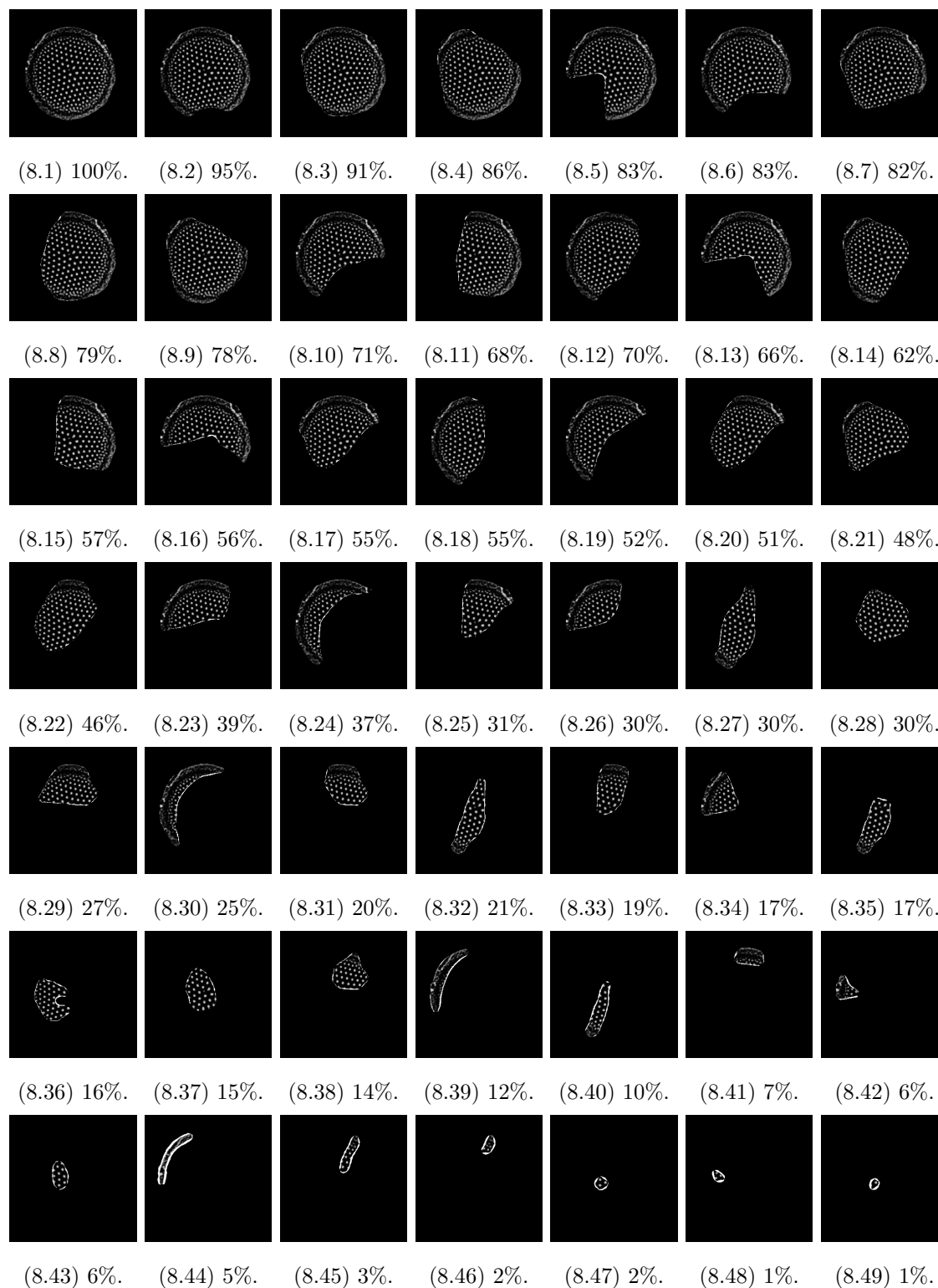


Figura 8: Diatomea *Thalassiosira oestruppii* var 2. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.



Figura 9: Diatomea *Thalassiosira domifacta* - (Hendey) Jouse. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

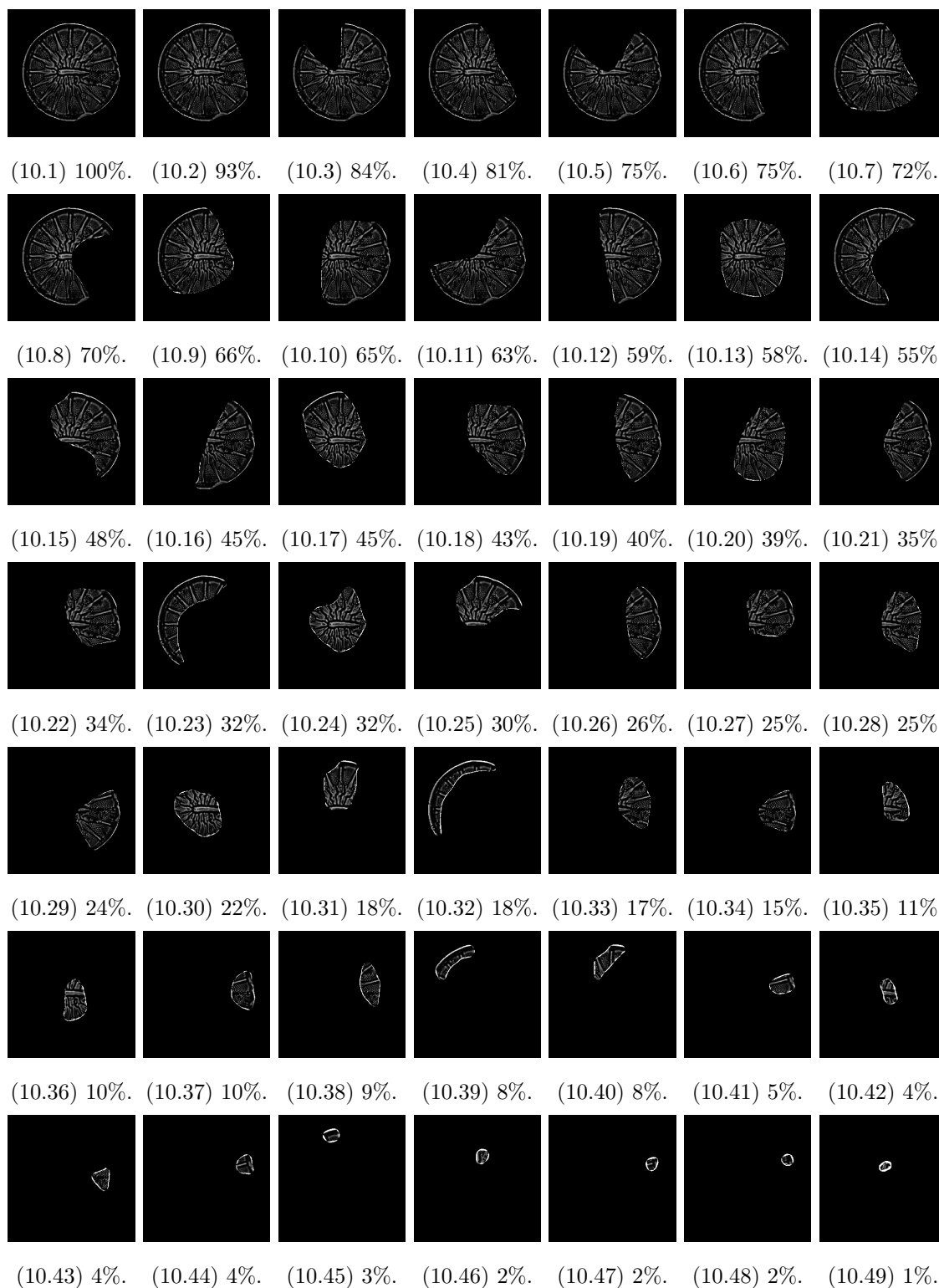


Figura 10: Diatomea *Asteromphalus imbricatus* - Wallich. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

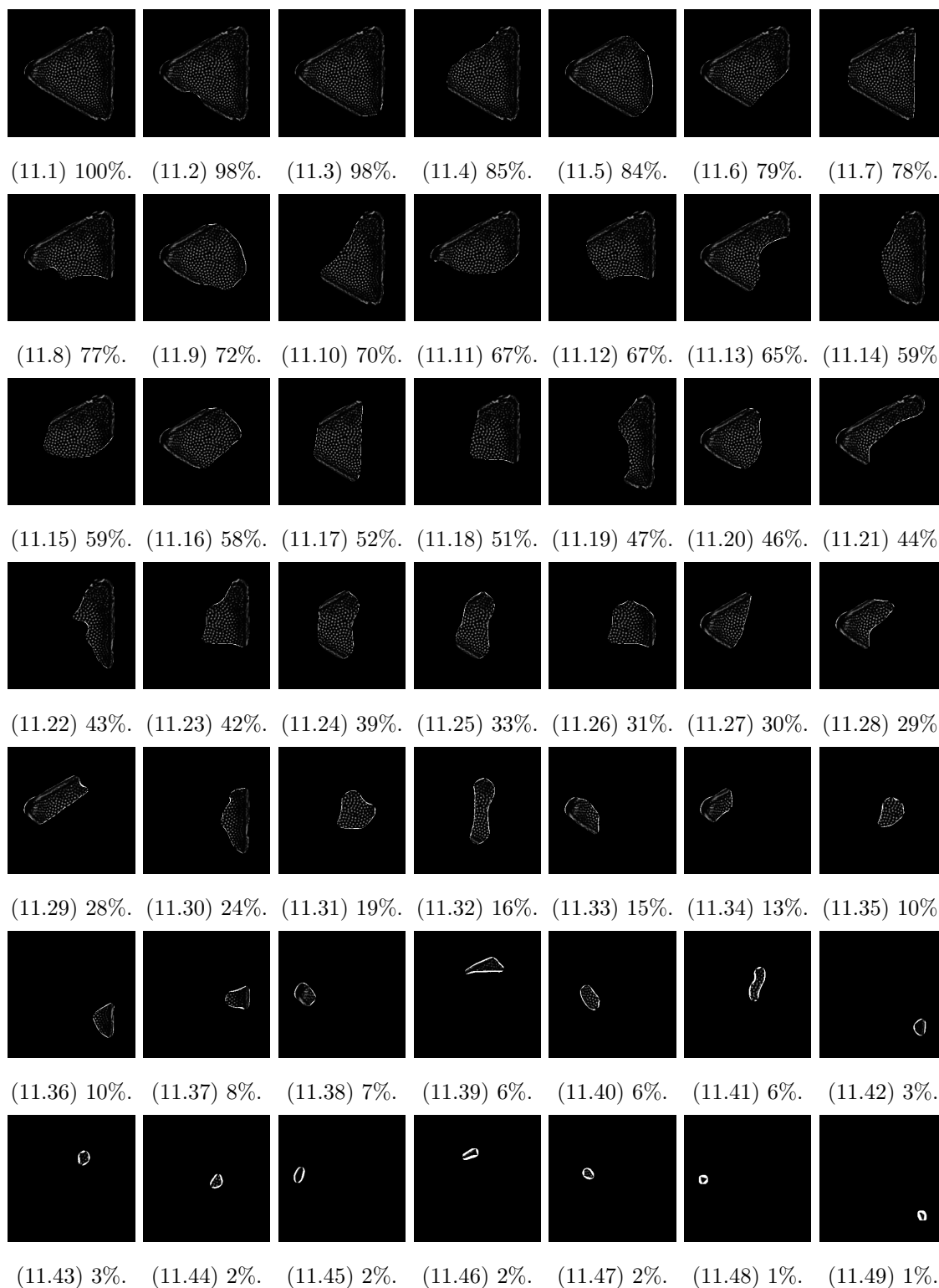


Figura 11: Diatomea *Pseudotriceratium cinnamomeum* - (Greville) Grunow. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

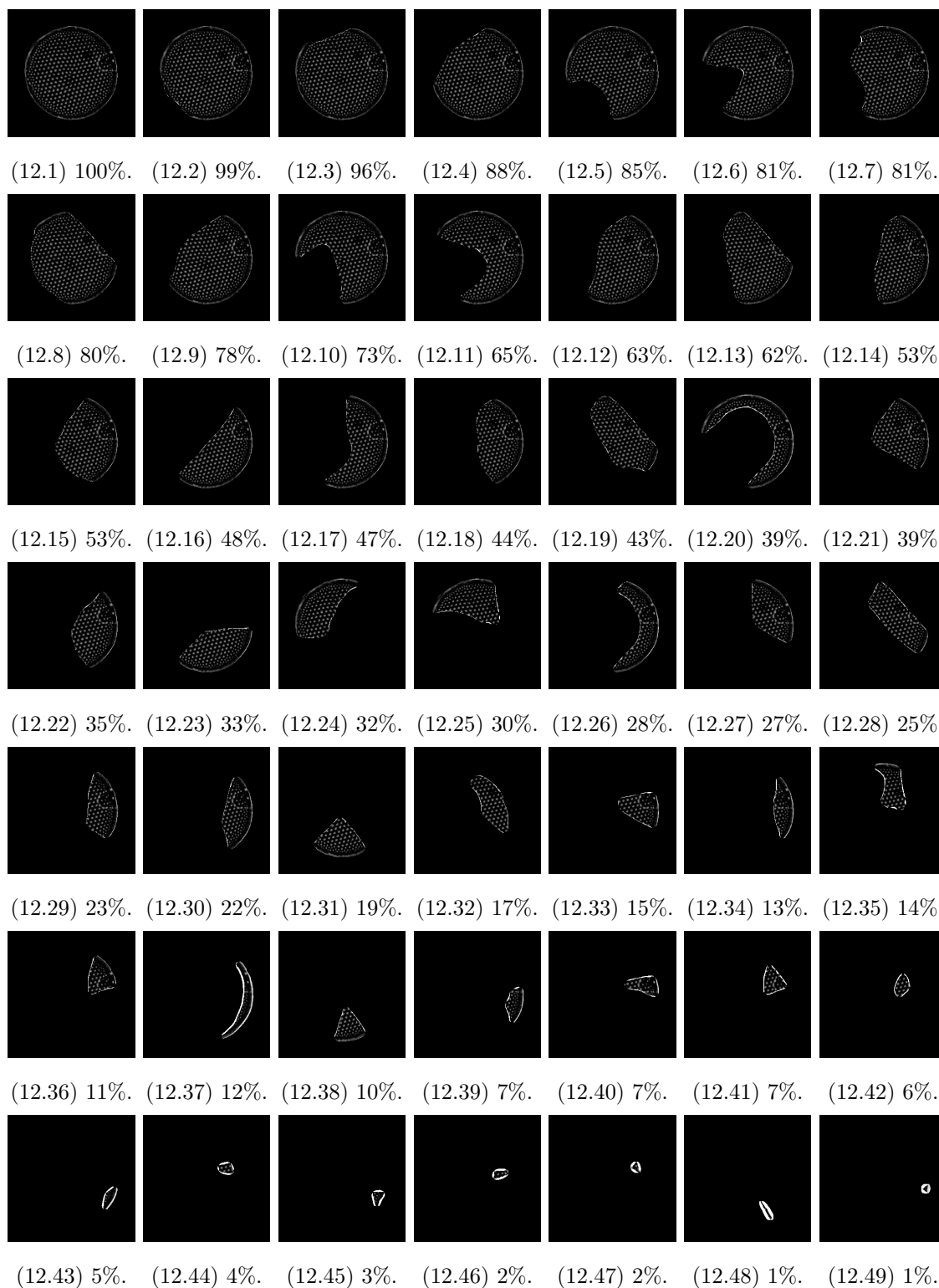


Figura 12: Diatomea *Thalassiosira kozlovii* - *Makarova*. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

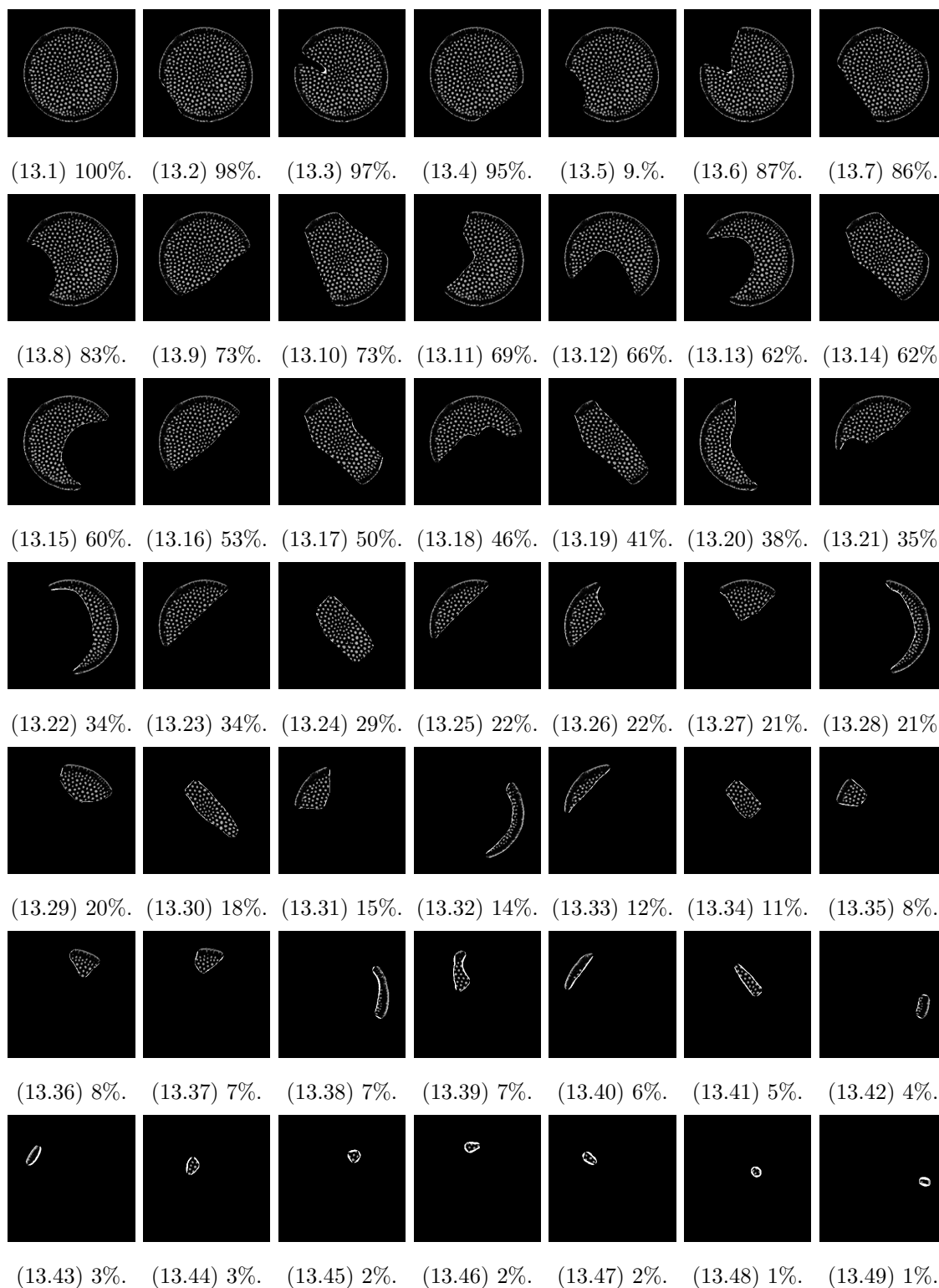


Figura 13: Diatomea *Coscinodiscus radiatus* - Ehrenberg. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

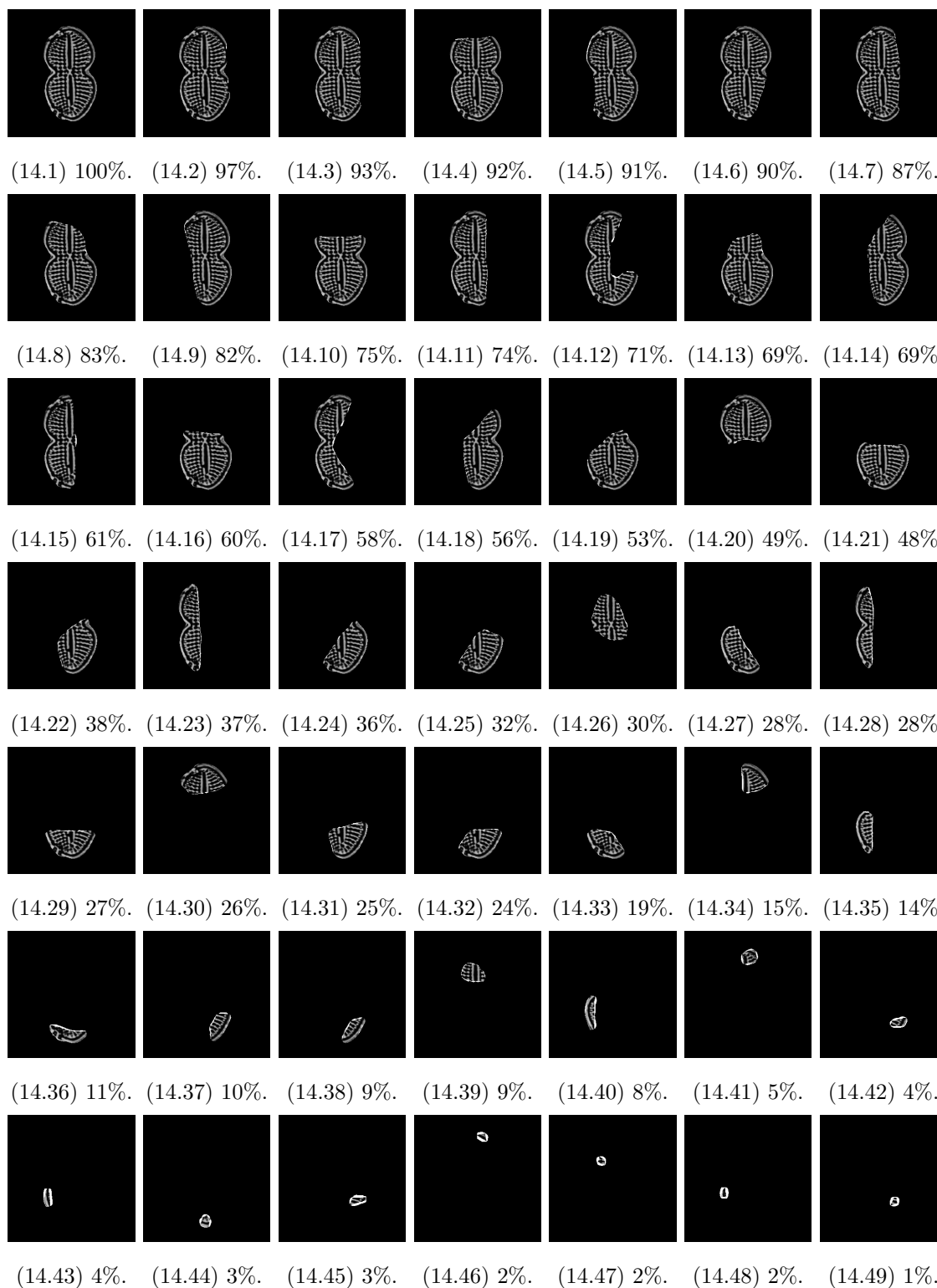


Figura 14: Diatomea *Diploneis bombus* - Cleve-Euler in Backman et Cleve-Euler. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

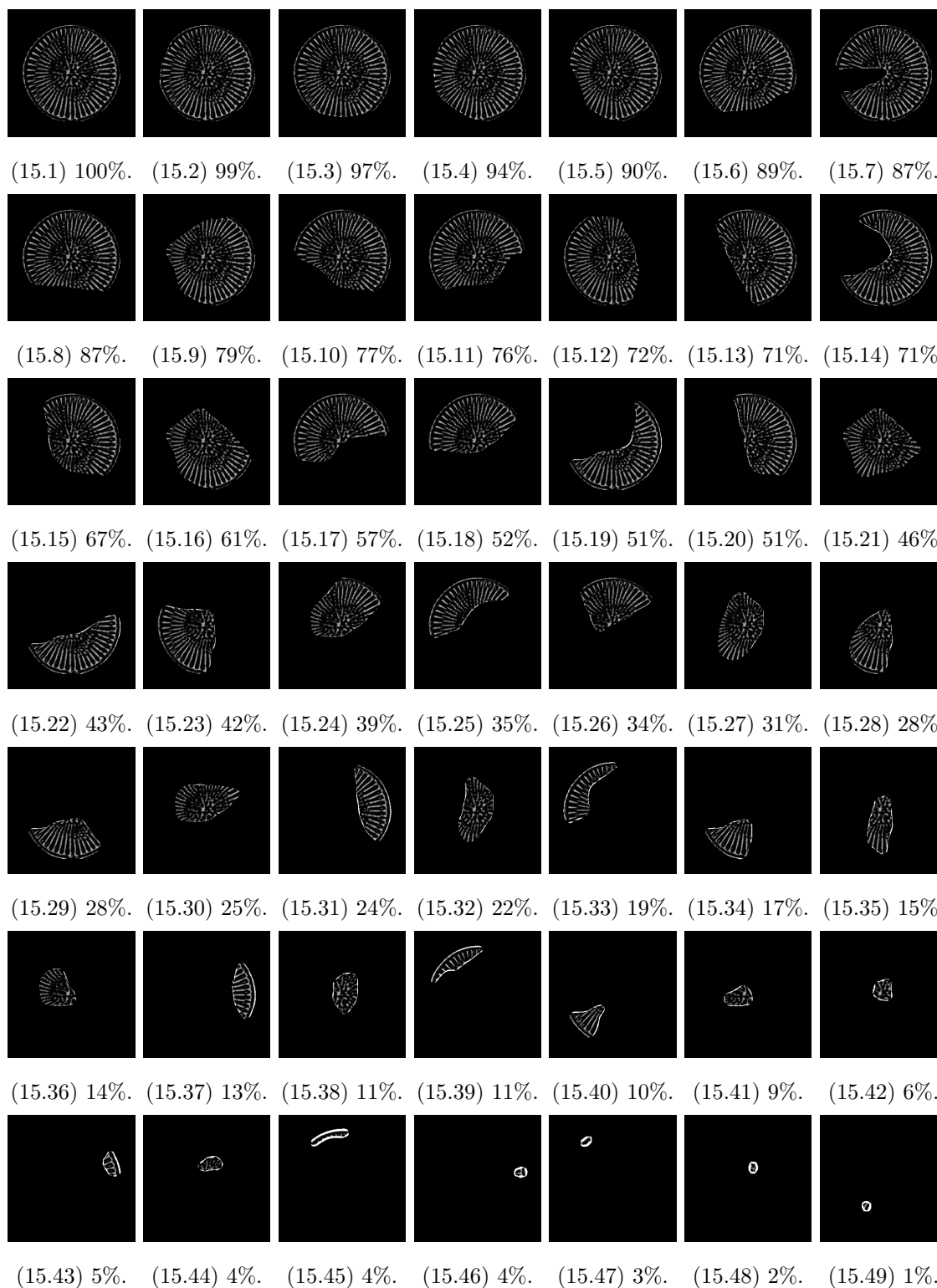


Figura 15: Diatomea *Stephanodiscus* sp. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

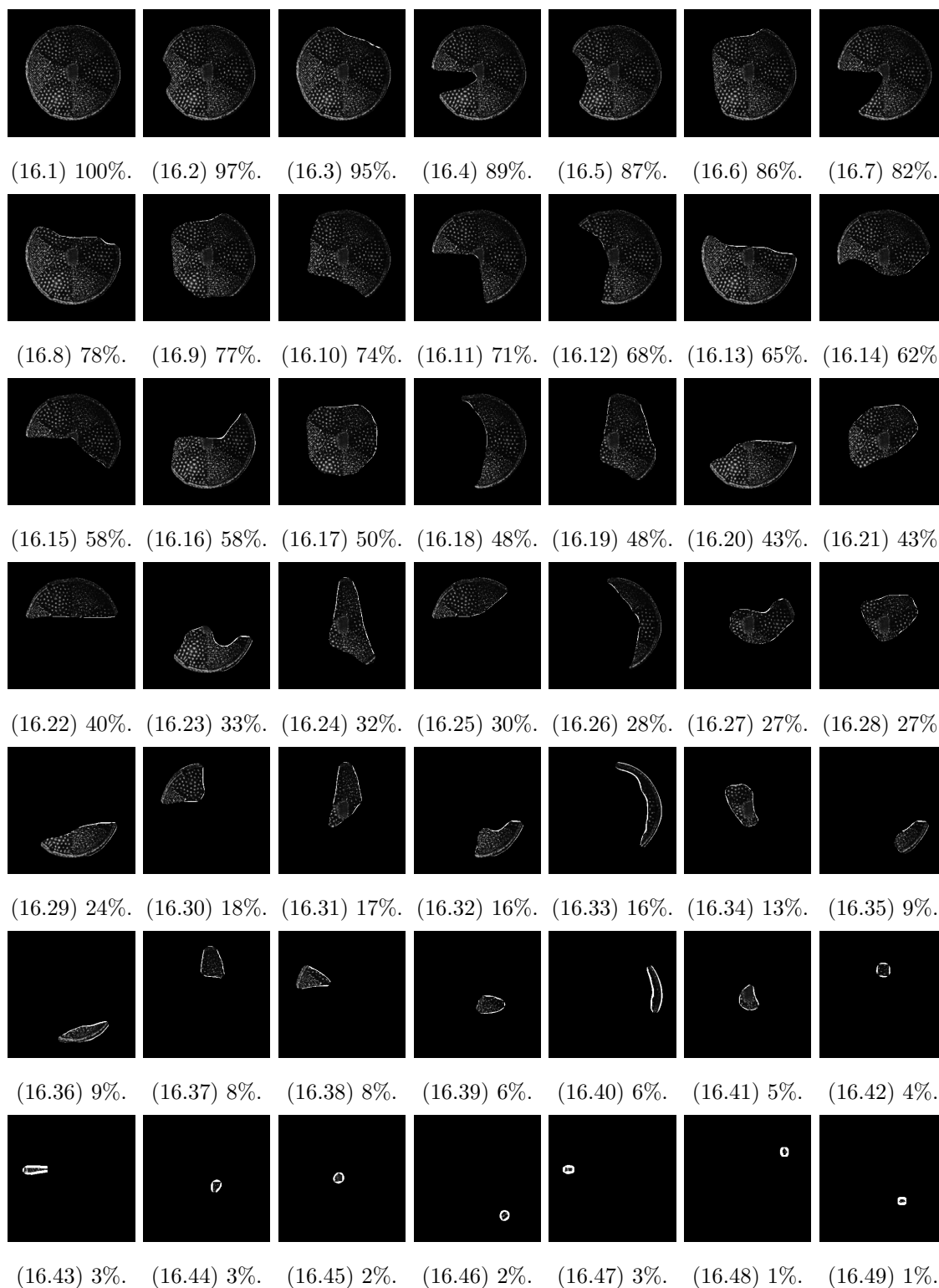


Figura 16: Diatomea *Actinoptychus undulatus* - (Bailey) Ralf. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

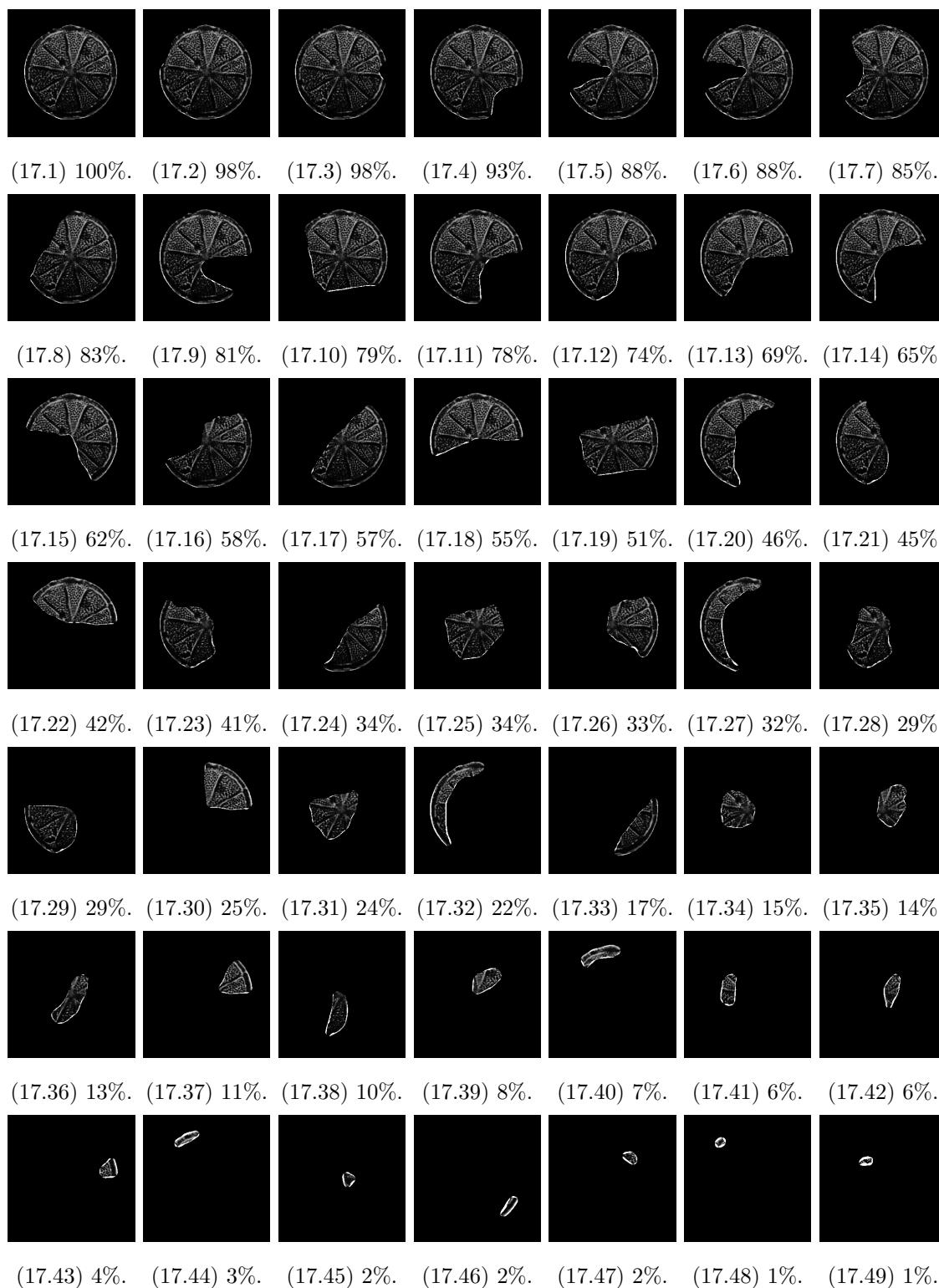


Figura 17: Diatomea *Actinoptychus bipunctatus* - Lohman. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.

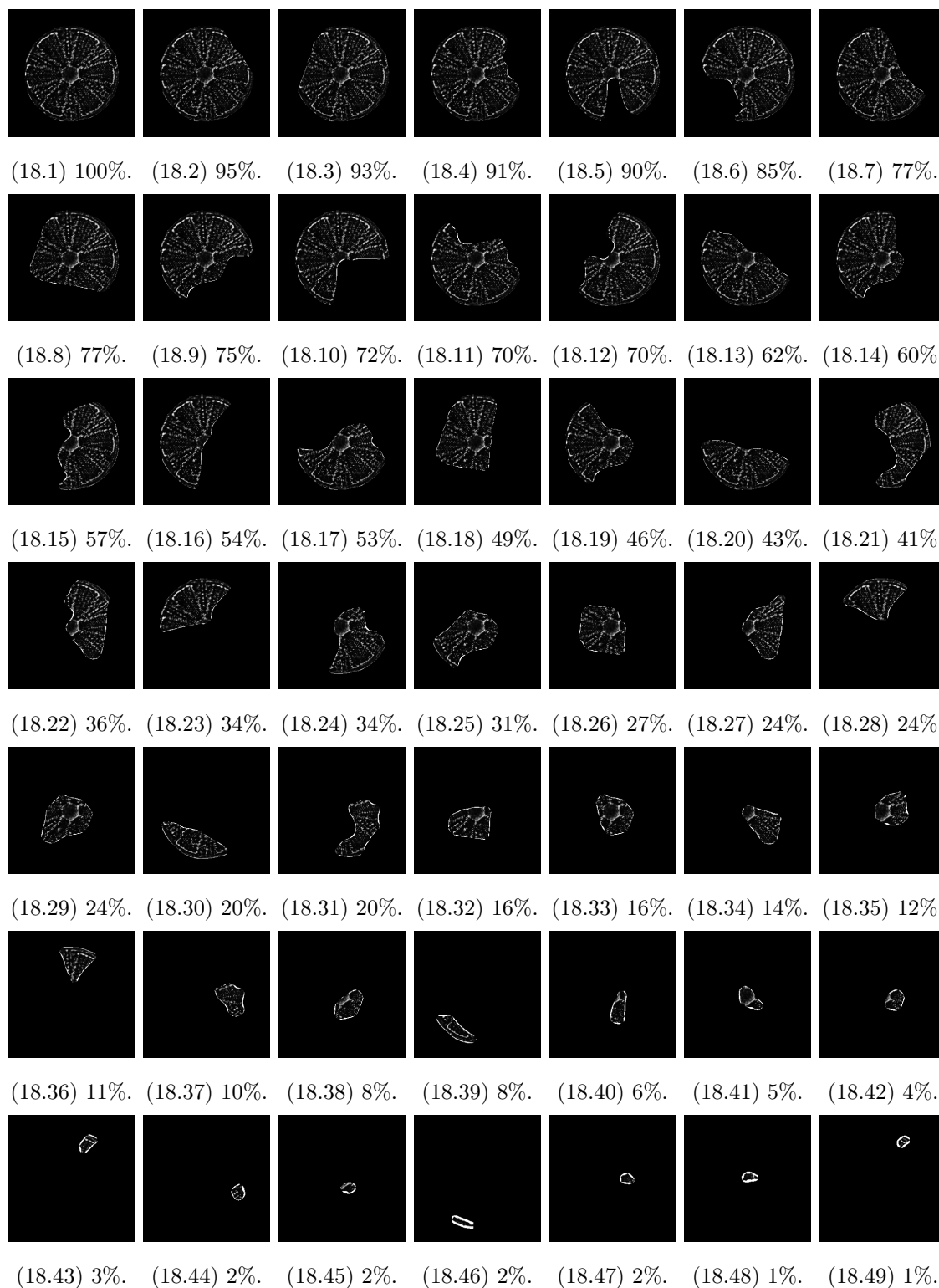


Figura 18: Diatomea *Actinoptychus splendens* - (Shadbolt) Ralf ex Pritchard. En cada imagen se indica el porcentaje del fragmento de objeto con el que se cuenta para su clasificación.