

Universidad Autónoma de Baja California



Facultad de Ingeniería,
Arquitectura y Diseño



Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingeniería

Modelo y control de un robot móvil omnidireccional

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener
el grado de

MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA

Kuotaro Sanay Robles

Ensenada, Baja California, Agosto del 2011.

Universidad Autónoma de Baja California

Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño

Modelo y control de un robot móvil omnidireccional

TESIS

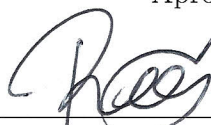
que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERÍA

Presenta

Kuotaro Sanay Robles

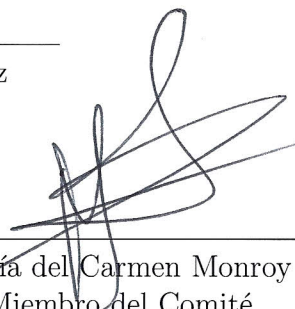
Aprobada por:



Dr. Rafael de Jesús Kelly Martínez
Director de Tesis



Dra. Rosa Martha López Gutiérrez
Miembro del Comité



Dra. María del Carmen Monroy Lara
Miembro del Comité



Dr. Enrique Efrén García Guerrero
Miembro del Comité

Ensenada, Baja California, Agosto del 2011.

Resumen de la tesis de **Kuotaro Sanay Robles**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN INGENIERÍA del programa de Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingeniería (MyDCI) de la UABC. Ensenada Baja California, México, Agosto del 2011.

Modelo y control de un robot móvil omnidireccional

Resumen Aprobado por:

Dr. Rafael de Jesús Kelly Martínez
Director de Tesis

Los robots móviles omnidireccionales han atraído gran interés debido a la útiles tareas practicas en las que pueden ser utilizado. Ya que tienen la capacidad de desplazarse en todas las direcciones, a diferencia de otro tipo de robots móviles con ruedas (uniciclo, Ackerman, etcetera) que no tiene esta característica. En este trabajo de tesis se presenta a detalle el análisis una propuesta del modelo cinemático de un robot móvil omnidireccional de 3 ruedas. Debido a que el objetivo es la navegación autónoma del robot móvil para los problemas de regulación y seguimiento de trayectoria, se utiliza visión como elemento sensorial. Se hace uso de una cámara para la detección de la postura del robot en tiempo real. Para ello se introduce a la Teoría de Momentos de Imagen, el cual es utilizado para el reconocimiento de objetos. Así como también se aborda el problema de calibración de cámaras. La calibración de cámaras en resumen es la obtención de los parámetros intrínsecos y extrínsecos para poder realizar una transformación precisa de coordenadas de imagen a coordenadas del mundo. Se diseñó un control retroalimentado para el trazado de círculos y se explica el análisis para la obtención del centro del circulo dependiente solamente de la postura inicial del robot.

Palabras Clave: *Robótica, Robot Móvil Omnidireccional, Modelo cinemático, Teoría de Momentos de Imagen, Calibración de Cámaras*

Abstract of the thesis presented by **Kuotaro Sanay Robles** as a partial requirement to obtain the MASTER DEGREE IN ENGINEERING of Master and Doctorate of Philosophy in Science and Engineering program of UABC. Ensenada Baja California, México, August of 2011.

Model and control of an omnidirectional mobile robot

Omnidirectional mobile robots have raised a lot of interest because of their multiple applications (or: they can be applied in multiple tasks). These robots can move in all directions in contrast to wheeled mobile robots that don't have this characteristic. In this thesis a kinematic model of an omnidirectional 3 wheel mobile robot is proposed and analysed. Because the main objective is to achieve autonomous navigation of the mobile robot for regulation and path tracking, vision was implemented for this purpose. A camera was used for real time detection of the robot's position and orientation. For this purpose an introduction to Momentums of Image Theory has been done which was used for object recognition. Camera calibration is also considered which consists in an acquisition of intrinsic and extrinsic parameters in order to obtain the ability of realizing a precise transformation from image coordinates to world coordinates. A control with a feedback for tracing a circle was designed and an analysis for obtaining the center of the circle depending only on the initial position and orientation of the robot is explained.

Keywords: *Robotics, Omnidirectional Mobile Robot, Kinematic model, Moments of image theory, camera calibration*

Dedicado a mis padres...

Martha Velia Robles Ramírez
y
Takao Sanay Castro

A quienes debo todo.
Gracias por guiarme por el camino
de la vida con su amor y ejemplo.

Agradecimientos

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento:

A mis padres, Martha y Takao, quienes me han apoyado siempre incondicionalmente y con quienes estaré agradecido eternamente, por hacer de mi lo que hoy soy. Mis logros son el fruto de su esfuerzo y en todo momento los llevo conmigo.

A mi familia y hermanos, Kentaro y Takao, por el increíble apoyo durante todo este tiempo y alentarme a seguir adelante en los momentos difíciles.

Al Dr. Rafael de Jesús Kelly Martínez, por su apoyo, por la confianza depositada en mi y por la gran oportunidad de haberme permitido trabajar, aprender, crecer personal y profesionalmente a su lado.

A los miembros del comité Dra. Rosa Martha López Gutiérrez, Dra. María del Carmen Monroy Lara y Dr. Enrique Efrén García Guerrero, por formar parte de este proyecto, por su tiempo y por sus valiosos comentarios y sugerencias que hicieron posible la realización de esta tesis.

Al Dr. Gustavo Olague Caballero y sus alumnos, Eddie, Gerardo, León, Jessica y Cesar, por su importante colaboración en este trabajo sin ningún compromiso, por todos sus conocimientos, consejos y amistad. Y por haberme hecho sentir uno más del grupo.

A Dann de la Torre y Luis G. quienes contribuyeron significativamente con su apoyo, críticas, sugerencias, su buena disposición en todo el trabajo de laboratorio y su amistad.

A mis amigos y compañeros de generación, Luis L., Rogelio, Yazmín, Aram, Miguel, Fausto, Luis R. y Arón, por su compañía, apoyo, palabras de aliento y por los gratos momentos que pasamos en las largas horas de estudio.

Finalmente a la Universidad Autónoma de Baja California, por darme las facilidades de estudiar en esta institución, y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por su apoyo económico.

Ensenada, México
2 de Agosto del 2011

Kuotaro Sanay Robles

Índice general

Resumen	I
Abstract	II
Dedicatoria	III
Agradecimientos	IV
Índice de Figuras	VIII
Índice de Tablas	XI
1. Introducción	1
1.1. Estado del Arte	10
1.2. Justificación	12
1.3. Objetivo General	12
1.4. Objetivos Específicos	13
1.5. Secuencia de la Tesis	13
2. Robot Móvil Omnidireccional	15
2.1. Robots Móviles Omnidireccionales	15
2.2. Robot Omnidireccional con ruedas convencionales	16
2.3. Robot Omnidireccional con ruedas Universales	17
2.4. Robot Omnidireccional con ruedas Esféricas	18
2.5. Robot Omnidireccional con ruedas Ortogonales	19
2.6. Robot Omnidireccional con ruedas Mecanum	20
2.7. Robot Omnidireccional con ruedas Omnidireccionales	22

2.8. Modelo Cinemático de un Robot Omnidireccional	24
3. Momentos de Imagen	31
3.1. Propiedades de Momentos de Orden Bajo	33
3.2. Momentos de Orden Dos	35
3.3. Momentos de Orden Tres	37
4. Calibración de la Cámara	39
4.1. Introducción	39
4.2. Un modelo de una imagen simple	40
4.3. Cámara Obscura (Pinhole Camera)	42
4.4. Modelo geométrico de una cámara	43
4.4.1. Proyección perspectiva	43
4.4.2. Transformación cámara-imagen	45
4.4.3. Parámetros Intrínsecos	46
4.4.4. Parámetros Extrínsecos	48
4.4.5. Transformación mira-imagen	50
4.5. Mira de Calibración	53
4.6. Detector de Esquinas	54
4.6.1. Modelo analítico de un borde	55
4.6.2. Modelo de esquina L	58
4.7. Calibración de la Cámara	60
4.7.1. Utilización de la restricción $\ \mathbf{m}_3\ = 1$: método Faugeras-Toscani	62
4.8. Experimentación	64
5. Control Prealimentado: Trazado de un círculo	71
5.1. Introducción	71
5.2. Diseño del controlador	71
5.2.1. Determinación del centro del círculo	72

5.3. Experimentación y Resultados	74
6. Conclusiones y Trabajos Futuros	79
6.1. Conclusiones	79
6.2. Trabajos Futuros	80
A. Infraestructura Experimental	88
A.1. Cámara Digital	88
A.2. Robot Móvil Omnidireccional PPRK	89
A.3. Equipo de Cómputo	91
A.3.1. RTSVC	91
A.3.2. WinMechLab	92
B. Robot Móvil Omnidireccional	94
B.1. Funcionamiento	95

Índice de figuras

1.1. Brazo Robot	3
1.2. Robot Uranus [Muir and Neuman, 1987]	4
1.3. Robot Acuático “Underwater Eye” de Remtechstroy Group	4
1.4. Robot Aéreo “AirRobot AR100B” de AirRobot UK	5
1.5. Robot humanoide ASIMO de Honda y Robot Aibo de Sony	5
1.6. Robot omnidireccional Rovio de WowWee y carro deportivo con dirección Ackerman	6
1.7. Robot con horugas “Surveyor SRV-1” de Trossen Robotics	6
1.8. Ruedas convencionales: fijas (a), guiadas (b) y caster (c)	7
1.9. Robot Tipo (2,0)	8
1.10. Robot Tipo (2,1)	9
1.11. Robot Tipo (1,1)	9
1.12. Robot Tipo (1,2)	10
1.13. Robot Tipo (3,0): ruedas fijas (a), ruedas caster (b)	10
2.1. Robot con cuatro ruedas castor [Udengaard and Iagnemma, 2007] . . .	17
2.2. Rueda Universal	17
2.3. Robot con ruedas universales	18
2.4. Robot con ruedas esféricas [?]	19
2.5. Rueda Esférica	19
2.6. Ruedas Ortogonales [Batlle and Barjau, 2009]	20

2.7. Robot Móvil “Spherik” [Batlle et al., 2010]	20
2.8. Rueda Mecanum [Batlle and Barjau, 2009]	21
2.9. Rueda Uranus [Muir and Neuman, 1987]	22
2.10. Robot Omnidireccional con ruedas Mecanum [Mohd et al., 2006]	22
2.11. Rueda Omnidireccional [Batlle and Barjau, 2009]	23
2.12. Vista inferior de un robot omnidireccional [Kalmar-Nagy et al., 2004]	23
2.13. Diagrama esquemático del robot omnidireccional	25
3.1. Elipse Imagen [Bugarín, 2009]	36
4.1. a. Modelo de una cámara ojo de aguja (cámara oscura) b. Modelo de cámara equivalente	43
4.2. Modelo geométrico de una cámara	44
4.3. El principio de calibración de una cámara [Ramirez, 2000]	50
4.4. Mira de calibración	53
4.5. Imagen de la mira de calibración con la secuencia de puntos	54
4.6. Los CCD’s rectangulares producen difuminados distintos sobre los ejes del plano de la imagen digital [Clemente, 2006]	55
4.7. Gráficas 3D de la FUB [Clemente, 2006]	57
4.8. Criterio de ubicación exacta del punto esquina $P_e(x_e, y_e)$ [Clemente, 2006]	59
4.9. Distorsión de la curva $M_L(x, y, P) = 0,5$ causada por diferentes valores de difuminado. a) $\sigma_1 = 0,5, \sigma_2 = 4$ b) $\sigma_1 = \sigma_2 = 1,0$ c) $\sigma_1 = 4, \sigma_2 = 0,5$ [Clemente, 2006]	60
4.10. Trayectoria de una marca sobre la mira de calibración	70
4.11. Gráficas de la posición de la marca en coordenadas del mundo con res- pecto al tiempo	70
5.1. Condiciones iniciales del robot omnidireccional	75
5.2. Trayectoria del robot	76

5.3. Coordenada en el eje x con respecto al tiempo	77
5.4. Coordenada en el eje y con respecto al tiempo	77
5.5. Orientación del robot con respecto al tiempo	78
A.1. Cámara UNIQ UF-1000	89
A.2. Robot PPRK	90
A.3. Modulo BrainStem GP 1.0	91
B.1. a. Robot móvil omnidireccional con 3 ruedas b. Robot móvil omnidireccional con 4 ruedas	95
B.2. Diagrama de Bloques de la tarjeta de control	96
B.3. Vista superior del robot móvil omnidireccional	97

Índice de tablas

3.1. Orientación del eje principal mayor.	35
3.2. Asimetría basada en los signos de Sk_x y Sk_y	38
4.1. Coordenadas de las 64 esquinas en el sistema de coordenadas del mundo (X,Y,Z) y en el sistema de coordenadas de imagen (u,v)	65
4.2. Coordenadas de las 64 esquinas en el sistema de coordenadas del mundo (X,Y,Z) y en el sistema de coordenadas de imagen (u,v)	66
4.3. Coordenadas de las 64 esquinas en el sistema de coordenadas del mundo (X,Y,Z) y en el sistema de coordenadas de imagen (u,v)	67
4.4. Parámetros intrínsecos	68
4.5. Parámetros extrínsecos	69

Capítulo 1

Introducción

Normalmente al escuchar la palabra robot imaginamos máquinas que realizan trabajos productivos, imitan movimientos y comportamientos de seres vivos. Los robots son obras de ingeniería concebidas para producir bienes y servicios o explorar recursos naturales.

En los últimos siglos el desarrollo de máquinas ha estado influenciado fuertemente por el progreso tecnológico. De esta forma se pasa de máquinas que tienen como objetivo exclusivo la amplificación de la potencia muscular del hombre, sustituyéndolo en su trabajo físico, a máquinas o instrumentos, que son también capaces de procesar información, complementando o incluso sustituyendo, al hombre en algunas actividades [Ollero-Baturone, 2007].

La palabra robot o robota tiene sus orígenes en el idioma checo, el cual significa literalmente trabajo o labor y figuradamente “trabajo forzoso”, y ha sido adoptado como tal en varias lenguas incluyendo el español. Aunque no existe una definición formal de “robot”, popularmente se coincide que un robot típico es aquel que tiene alguna o todas de las siguientes características [CBC, 2007]:

Se trata de una máquina eléctrica la cual tiene alguna capacidad para interactuar con los objetos físicos y ha de darse de programación electrónica para la realización de una tarea específica o para hacer una serie de tareas o acciones. También puede tener alguna capacidad para percibir y asimilar datos sobre los objetos físicos, o sobre

su entorno físico local, o para procesar datos o para responder a diversos estímulos.

La utilización de robots ha permitido que tareas que eran imposibles de realizar por el hombre, sean posibles de realizar por las máquinas e incluso ha permitido liberar al hombre de tareas riesgosas o monótonas. Estas máquinas generalmente están presentes en algunas de las siguientes categorías:

- Robot manipuladores
- Robots móviles

La ciencia que estudia el diseño, control y aplicación de estas máquinas se llama robótica (término cuya creación se atribuye a Isaac Asimov). La robótica es todavía una disciplina relativamente joven. La robótica es un campo multidisciplinario que envuelve a la ingeniería eléctrica, la ingeniería mecánica, la ingeniería industrial, las ciencias computacionales y las matemáticas.

Robots Manipuladores Industriales.

Un robot manipulador de acuerdo a la definición de la Federación Internacional de Robótica (IFR), es una máquina de manipulación automática reprogramable y multifuncional con tres o más ejes que puede posicionar y orientar materia, piezas, herramientas o dispositivos especiales para la ejecución de trabajos diversos en las diferentes etapas de la producción industrial, ya sea en una posición fija o en movimiento, ver *Figura 1.1* [Barrientos et al., 2007].

También se define, mecánicamente, a un robot manipulador (o simplemente manipulador) como un brazo mecánico articulado formado por eslabones conectados a través de uniones o articulaciones que permiten el movimiento relativo entre dos eslabones consecutivos [Kelly and Santibanez, 2003]. El movimiento de cada articulación puede ser traslacional, rotacional o una combinación de ambos. Bajo consideraciones razonables, el número de articulaciones en un manipulador determina su número de grados

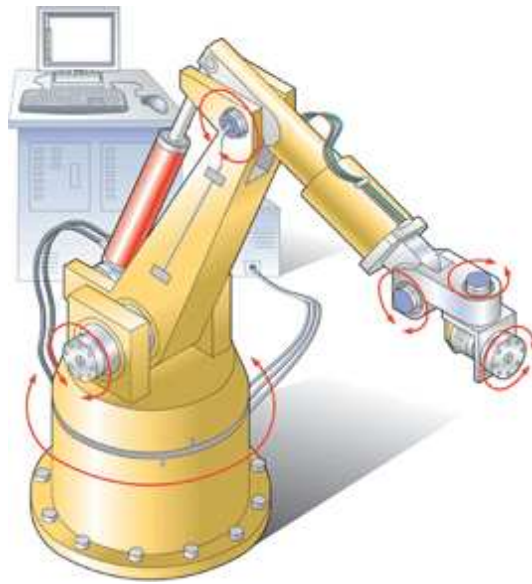


Figura 1.1: Brazo Robot

de libertad (g.d.l.). Típicamente, un manipulador dispone de 6 g.d.l. de los cuales 3 ubican la posición del extremo del último eslabón en el espacio y 3 más especifican su orientación.

Robots móviles.

La mayoría de los robots actuales en la industria son robots manipuladores que operan dentro de un limitado espacio de trabajo y no pueden desplazarse de lugar. Los robots móviles son completamente diferentes: ellos pueden cambiar su localización a través de locomoción. El desarrollo de robots móviles es debido a la necesidad de extender el campo de aplicación de la Robótica, restringido inicialmente al alcance de una estructura mecánica anclada en uno de sus extremos (robots manipuladores). Se trata de incrementar la autonomía del robot limitando todo lo posible la intervención humana y que tenga la suficiente inteligencia como para reaccionar y tomar decisiones basándose en observaciones de su entorno, sin suponer que este entorno es perfectamente conocido.

Los robots móviles pueden ser clasificados por el medio donde se mueven, por lo que podemos encontrar robots terrestres (*Figura 1.2*), acuáticos (*Figura 1.3*) y aéreos (*Figura 1.4*):



Figura 1.2: Robot Uranus [Muir and Neuman, 1987]



Figura 1.3: Robot Acuático “Underwater Eye” de Remtechstroy Group



Figura 1.4: Robot Aéreo “AirRobot AR100B” de AirRobot UK

Dentro de los robots móviles terrestres se puede hacer una subclasificación que dependerá del dispositivo que utilizan para moverse como pueden ser patas (*Figura 1.5*), ruedas (*Figura 1.6*) u horugas (tractor, *Figura 1.7*).



Figura 1.5: Robot humanoide ASIMO de Honda y Robot Aibo de Sony



Figura 1.6: Robot omnidireccional Rovio de WowWee y carro deportivo con dirección Ackerman



Figura 1.7: Robot con horugas “Surveyor SRV-1” de Trossen Robotics

Robots móviles con ruedas.

Un robot móvil de esta categoría es un vehículo con ruedas el cual es capaz de un movimiento autónomo (sin el manejo externo de un humano) ya que esta equipado, para su movimiento, con motores que se controlan a través de una computadora. El tipo de ruedas que podemos encontrar en esta categoría de robots móviles son la siguientes, llamadas también ruedas convencionales, *Figura 1.8*.

- *Rueda fija*, es una rueda que su centro y eje de giro son constantes con respecto al marco o plataforma del robot. *Figura 1.8a*.
- *Rueda direccionable*, es una rueda que puede ser orientable, el movimiento del plano de la rueda con respecto a la plataforma es una rotación al rededor de un eje vertical que pasa a través del centro de la rueda. Estas ruedas ocupan un sistema de control en su eje rotación para orientarlas. *Figura 1.8b*.
- *Rueda Caster*, es también una rueda la cual es orientable con respecto al marco, pero la rotación de la rueda es alrededor de un eje vertical que no pasa por el centro de la rueda (pivote). Pueden ser ruedas de tracción, que cuenten con un motor, y su eje de rotación puede ser controlado. *Figura 1.8c*.

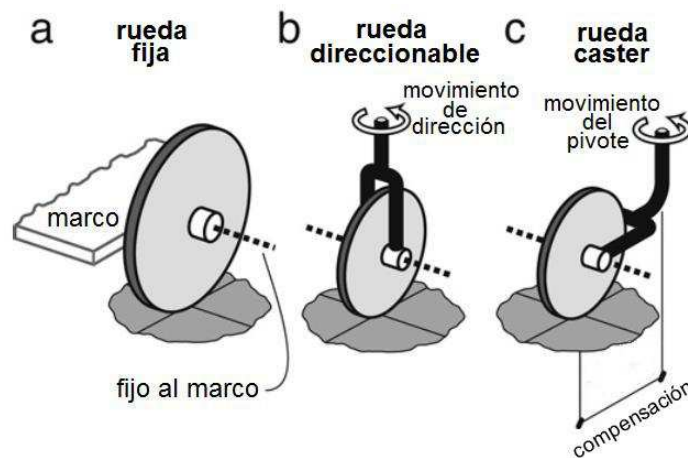


Figura 1.8: Ruedas convencionales: fijas (a), guiadas (b) y caster (c)

Existen otro tipo de ruedas especiales que también se pueden encontrar en los robots móviles que se conocen como ruedas omnidireccionales. La característica principal de este tipo de ruedas, que no tienen las ruedas convencionales, es que tienen tres grados de libertad. Se han desarrollado varias configuraciones de ruedas que cuentan con dicha característica que son: ruedas universales, esféricas, ortogonales, mecanum y omnidireccionales. Una descripción más detallada de este tipo de ruedas se presenta en el Capítulo 2.

A pesar de la variedad de construcciones de robots y configuraciones posibles de ruedas, el conjunto de robots móviles con ruedas puede ser dividido en 5 clases [Campion et al., 1996]. Estas clases dependen de los grados de movilidad (δ_m) y los grados de direccionamiento (δ_s). El primero es igual al número de grados de libertad que pueden ser directamente manipulados desde las entradas, sin reorientación de las ruedas. Los grados de direccionamiento esta determinado por el número de ruedas o ejes direccionables.

1. Tipo ($\delta_m=2$, $\delta_s=0$). Este tipo de robots tienen una o más ruedas fijas que tiene el mismo eje de giro y ruedas caster sin actuador ni control de orientación, *Figura 1.9*. Comúnmente este tipo de robots son llamados de locomoción diferencial o unicyclos.

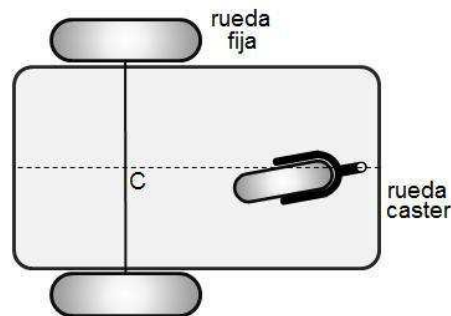


Figura 1.9: Robot Tipo (2,0)

2. Tipo ($\delta_m=2$, $\delta_s=1$). Este tipo de robots tiene ruedas caster y al menos una rueda

orientable. Si tiene dos o más ruedas orientables sus orientaciones deberán ser coordinadas. *Figura 1.10.*

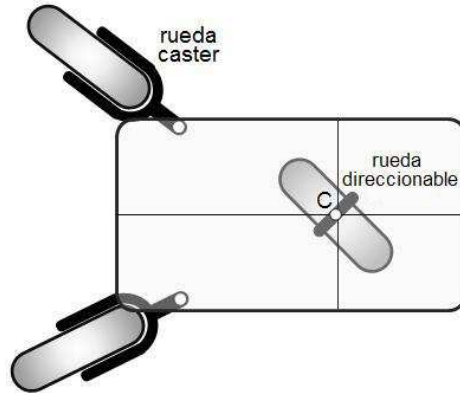


Figura 1.10: Robot Tipo (2,1)

3. Tipo ($\delta_m=1$, $\delta_s=1$). Los robot de este tipo tiene un o más ruedas fijas con el mismo eje de giro, y también una o más ruedas orientables con la condición que estas últimas ruedas no están en el mismo eje de giro que el de las ruedas fijas y sus orientaciones son coordinadas. Este tipo de robots son los más parecido a un carro común (dirección Ackerman) o triciclos. *Figura 1.11.*

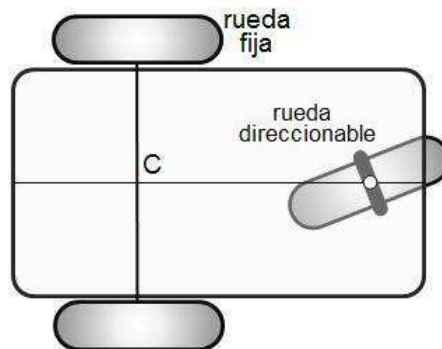


Figura 1.11: Robot Tipo (1,1)

4. Tipo ($\delta_m=1$, $\delta_s=2$). Estos robots tiene ruedas caster y al menos dos ruedas orientables. Si tiene más de dos ruedas orientables sus orientaciones deberán ser coordinadas. *Figura 1.12.*

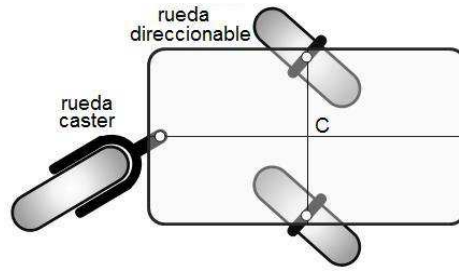


Figura 1.12: Robot Tipo (1,2)

5. Tipo ($\delta_m=3$, $\delta_s=0$). Este tipo de robots son construidos con al menos tres ruedas fijas, *Figura 1.13a*, o tres ruedas caster, *Figura 1.13b*. Estos robots son llamados omnidireccionales porque tienen movilidad completa en el plano, es decir, pueden moverse en cualquier dirección sin alguna reorientación. En contraste, a los otros cuatro tipos de robots, antes descritos, que tienen movilidad restringida.

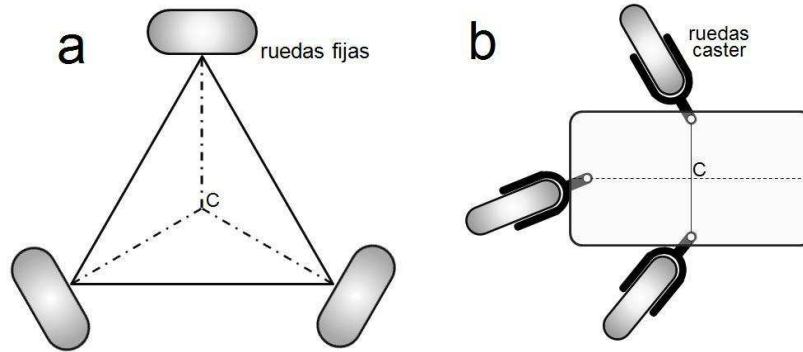


Figura 1.13: Robot Tipo (3,0): ruedas fijas (a), ruedas caster (b)

Este trabajo de tesis se enfocará única y exclusivamente al desarrollo del modelo y control de un robot móvil omnidireccional ($\delta_m=3$, $\delta_s=0$) con ruedas fijas.

1.1. Estado del Arte

Los problemas de control clásico de regulación y seguimiento de trayectoria han sido ampliamente estudiados en el campo de robots móviles. Existen varias investigaciones que se han enfocado en los casos de dos tipos de configuraciones, que son los robots

móviles con locomoción diferencial y los robots omnidireccionales, que también son conocidos por ser del tipo (2,0) y (3,0) respectivamente, [Betourne and Campion, 1996], [Kalmar-Nagy et al., 2004].

Para una perspectiva cinemática, el problema de control de un robot móvil ha sido abordado de diferentes enfoques, en este sentido, en [Canudas et al., 1996] y [Campion et al., 1996] son presentados la evolución de los modelos cinemáticos de diferentes tipos de robots.

Una clase popular de robots móviles, el tipo (2,0) ha sido sujeto de varios estudios considerando principalmente su modelo cinemático. Por ejemplo, en [D’Andrea-Novel et al., 1992] es usada una “aproximación lineal de retroalimentación dinámico” para resolver el problema del seguimiento de trayectoria, mientras que en [Oriolo et al., 2002] el mismo problema es resuelto e implementado en tiempo real. Un enfoque en tiempo discreto es considerado en [Suarez et al., 2006] donde un “control por modo deslizante” es presentado.

Para el caso del robot móvil omnidireccional (3,0), el problema de regulación y seguimiento de trayectoria han merecido una importante atención. Considerando su modelo cinemático, en [Watanabe, 1998], son propuestas algunas estrategias de control. Una perspectiva diferente, en [Liu et al., 2003] es diseñado un controlador no lineal basado en una estrategia de linealización de trayectoria y en [Velasco-Villa et al., 2007], es presentado el control remoto para esta clase de sistemas considerando una estrategia de tiempo discreto asumiendo un “modelo desfasado” del robot. En [Villa et al., 2007] el mismo problema es considerando por medio de una estrategia de estimación que predice el valor futuro del sistema basado en el modelo de tiempo discreto no lineal exacto del robot.

Un número más reducido de investigaciones han sido enfocadas para el caso de un robot móvil omnidireccional basado en su modelo dinámico. Por ejemplo, en [Carter et al., 2001], se describe el diseño mecánico de un robot (3,0) y basado en

su modelo dinámico es propuesto un controlador PID para cada rueda del robot independiente del modelo no lineal del vehículo. En [Betourne and Campion, 1996] los autores consideran una formulación Euler-Lagrange y presentan una salida de retroalimentación que resuelve el problema del seguimiento de trayectoria. En el mismo sentido, en [Williams et al., 2002] el modelo dinámico del robot es considerado con el fin de estudiar los efectos del deslizamiento entre las ruedas del vehículo y la superficie de trabajo; en [Chung et al., 2003] el robot móvil es analizado en el caso en que el vehículo tenga ruedas “caster”. En [Kalmar-Nagy et al., 2004] el problema del tiempo de optimización de una trayectoria deseada es considerado para un robot móvil sujeto a las consideraciones estructurales y entradas admisibles con el fin de obtener leyes de retroalimentación que son basadas en los modelos cinemático y dinámico.

1.2. Justificación

Muchos de los últimos estudios en robótica móvil han tenido como objeto dotar de una mayor autonomía a los diferentes tipos robots móviles, y poder modificar más fácilmente la trayectoria a seguir, para lograr esto las investigaciones se han enfocado al guiado de los robots principalmente mediante visión artificial.

1.3. Objetivo General

Con la realización de esta investigación, se pretende alcanzar el siguiente objetivo general:

Desarrollar el modelado y la programación de control para un robot móvil omnidireccional utilizando visión como elemento sensorial para el seguimiento de trayectorias y postura del robot móvil.

1.4. Objetivos Específicos

- *Se obtendrá el modelo cinemático de un robot móvil omnidireccional y el modelo de una cámara con lente delgada.*
- *Se desarrollará los algoritmos que permitan la identificación de la trayectoria que deberá seguir el robot.*
- *Se desarrollará el programa de control para el robot móvil omnidireccional.*

1.5. Secuencia de la Tesis

A continuación se describe la estructura de este documento de tesis.

- *Capítulo I. Introducción.* En este capítulo se da una breve descripción de robots industriales como de robot móviles, también se exponen las diferentes clases de los robots móviles con ruedas las cuales dependen de los grados de movilidad (δ_m) y los grados de direccionamiento (δ_s). También se describen los objetivos del presente trabajo de tesis.
- *Capítulo II. Robot Móvil Omnidireccional.* El objetivo de este capítulo es presentar la revisión bibliográfica de algunas plataformas omnidireccionales así como describir brevemente el tipo de ruedas empleadas en estos sistemas ya desarrollados. También, en este mismo capítulo se explica el desarrollo del análisis para la obtención del modelo cinemático del robot omnidireccional utilizado en este trabajo.
- *Capítulo III. Momentos de Imagen.* Se introduce la Teoría de Momentos de Imagen la cual es utilizada para el reconocimiento de objetos, se da una breve explicación de los momentos invariantes de hasta tercer orden.

- *Capítulo IV. Calibración de la Cámara.* Este capítulo se dedica a la definición de los conceptos necesarios para describir las ecuaciones y características del Detector Paramétrico de Esquinas. En este mismo capítulo se presenta la calibración de una cámara desarrollando su modelo geométrico, obteniendo sus parámetros intrínsecos y extrínsecos por medio del método de Fougères-Toscani.
- *Capítulo V. Control para trazado de círculo.* En este capítulo se detalla y analiza un controlador para el robot omnidireccional para el trazado de círculos, también se presentan los resultados obtenidos en los experimentos realizados con dicho controlador.
- *Capítulo VI. Conclusiones.* Finalmente, en este último capítulo se exponen las conclusiones generales del presente trabajo de tesis, así como las propuestas de trabajos futuros.

Este documento de tesis consta también de dos apéndices, en donde en el primero se describe la infraestructura experimental, la cual consta de una cámara digital de alta velocidad de imagen y alta resolución, el robot móvil omnidireccional PPRK y los programas RTSCV, para el procesamiento de las imágenes, y WinMechLab, para los algoritmos de control en sistemas mecánicos. En el segundo apéndice se presentan las características de un robot móvil omnidireccional, el cual fue diseñado y construido en el laboratorio durante la realización de esta tesis.

Capítulo 2

Robot Móvil Omnidireccional

En este capítulo, primero se tratarán diferentes trabajos ya realizados en las últimas décadas sobre robots omnidireccionales, así como también, algunos tipos de ruedas utilizadas en ellos. Además, como segundo punto se desarrollará el análisis del modelo cinemático del robot utilizado en este trabajo de tesis.

2.1. Robots Móviles Omnidireccionales

Los robot móviles omnidireccionales han atraído recientemente gran interés debido a sus tareas potenciales. En comparación con los demás tipos de robots, como Ackerman, el de transmisión diferencia, etc. tiene la misma deficiencia, de no poder desplazarse en todas las direcciones posible, por lo que ocupan reorientarse manualmente para realizar algunas maniobras, como el movimiento lateral por ejemplo, en ambientes con obstáculos. En contraste, los robots móviles omnidireccionales podrían navegar más rápido y seguro a través de estos entornos. El robot omnidireccional es capaz de moverse en cualquier dirección en un plano independientemente de la postura actual. Varios vehículos omnidireccionales han sido propuestos e investigados en las últimas tres décadas. Estos vehículos pueden ser categorizados en dos tipos: los *holonómicos* y *no holonómicos* [Nakano et al., 1994]. La holonomicidad se refiere a la relación entre los grados de libertad total con los grados de libertad controlables del robot. Si los grados de libertad con-

trolables es igual a los grados de libertad total entonces se dice que el robot es holonómico y si los grados de libertad controlables son menores que los grados de libertad total entonces el robot es no holonómico. Debido a esto, los primeros pueden inmediatamente empezar a moverse en cualquier dirección desde una postura arbitraria, mientras que los no holonómicos necesitan de maniobras preliminares para orientar sus ruedas a la dirección deseada antes de empezar a moverse. La diferencia entre estos dos tipos de robots son las ruedas empleadas que son las que le dan el movimiento a la plataforma. En los robots no holonómicos son utilizadas ruedas convencionales (ruedas fijas, direccionables y caster), y en los robots holonómicos se utilizan las ruedas especiales (universales, esféricas, ortogonales, mecanum, omnidireccionales)[Batlle and Barjau, 2009].

2.2. Robot Omnidireccional con ruedas convencionales

[Nakano et al., 1994] ha desarrollado un robot móvil omnidireccional no holonómico que utiliza cuatro ruedas caster direccionables, las cuales necesitan una movimiento de preparación para orientar la dirección de las ruedas antes de que el robot empiece a moverse. Sin embargo, este robot tiene algunos méritos como que el mecanismo es muy simple, no ocupa ruedas especializadas y no hay acoplamiento entre el actuador de las ruedas y el actuador para la orientación. En [Udengaard and Iagnemma, 2007] se desarrolló un mecanismo muy parecido al anterior pero con la diferencia que le agrega un sistema de suspensión en cada rueda para actividades en terrenos irregulares, *Figura 2.1*. Otro ejemplo de estos tipos de robot se puede encontrar en [Park et al., 2002] que han diseñado y desarrollado un robot móvil omnidireccional con tres ruedas caster.

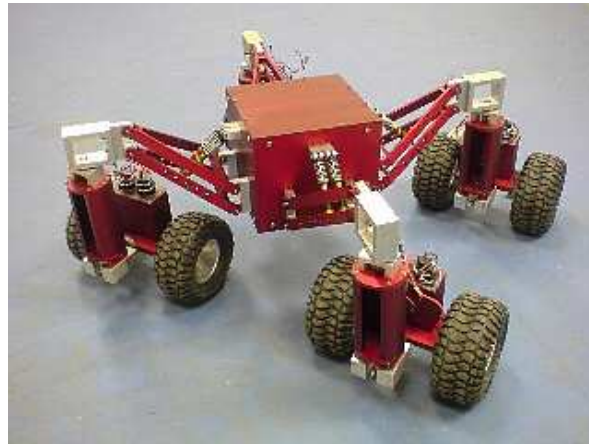


Figura 2.1: Robot con cuatro ruedas castor [Udengaard and Iagnemma, 2007]

2.3. Robot Omnidireccional con ruedas Universales

Las ruedas universales consisten en una rueda central, que en la cual, se le montan pequeños rodillos en su periferia. La rueda gira de manera normal en una dirección perpendicular al eje de la rueda y al mismo tiempo los pequeños rodillos permiten a la rueda que se mueva libremente en dirección paralela a su eje. Este tipo de ruedas deben ser relativamente grandes para dar cabida a los rodillos y sufren enormemente de los choques sucesivos causados cuando cada rodillo hace contacto con el plano. Una rueda de este tipo se muestra en la *Figura 2.2* [?].

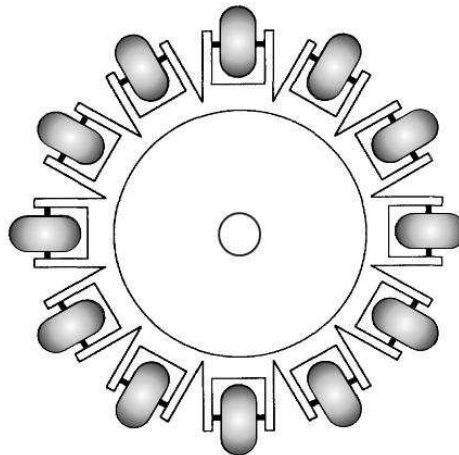


Figura 2.2: Rueda Universal

[Williams et al., 2002] y [Fujisawa et al., 1997] presentan el diseño de robots móviles omnidireccionales utilizando 3 y 4 ruedas universales respectivamente, *Figura 2.3*.

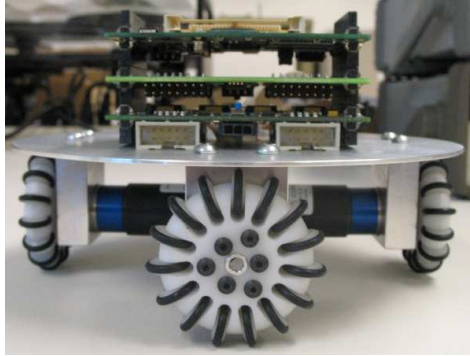


Figura 2.3: Robot con ruedas universales

2.4. Robot Omnidireccional con ruedas Esféricas

[West and Asada, 1995] y [?], ver *Figura 2.4*, han desarrollado robots móviles omnidireccionales utilizando ruedas esféricas o también llamadas “Ball Wheels”. Estas ruedas completamente esféricas cuentan con rodillos, sujetos al chasis del robot, los cuales se basan en la fricción para transmitirle la energía a la rueda y así pueda girar en cualquier dirección sobre el plano, *Figura 2.5*. Debido a la simetría y simplicidad de la rueda se obtienen algunas características en el robot móvil omnidireccional, que no se podrían dar con la utilización de otras ruedas, como:

1. La simetría en la rotación genera un movimiento omnidireccional verdadero.
2. El comportamiento del robot puede ser totalmente independiente a la configuración interna del mecanismo de la rueda, proporcionando así un movimiento suave e invariante con la configuración.
3. El punto de contacto entre cada rueda y el plano puede ser relativamente fijo al chasis , proporcionando un movimiento suave.

4. Potencialmente todos los grados de libertad de rotación de la rueda se pueden medir, con lo que facilita la detección de deslizamiento y el control de tracción.

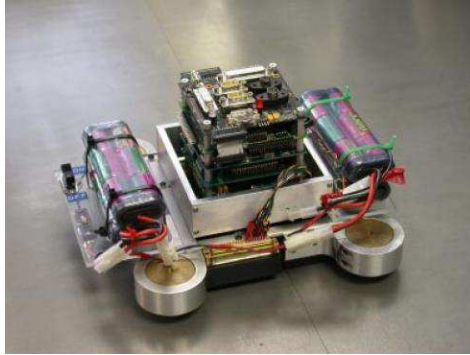


Figura 2.4: Robot con ruedas esféricas [?]



Figura 2.5: Rueda Esférica

2.5. Robot Omnidireccional con ruedas Ortogonales

Las principales componentes en las ruedas ortogonales son dos esferas del mismo diámetro que han sido cortadas por dos planos perpendiculares al eje de giro. El eje de cada rueda es perpendicular a las superficies cortadas y es montada usando un balero

tal que la rueda gira libremente alrededor de su eje. A través de un soporte que sostiene los extremos del eje de la rueda, cada rueda puede ser utilizada para rodar en su porción de la superficie esférica, girando alrededor de un eje perpendicular al eje de la rueda, *Figura 2.6*.

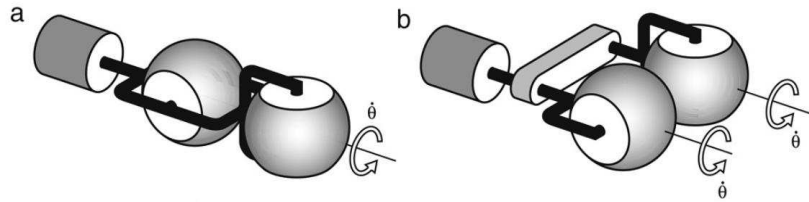


Figura 2.6: Ruedas Ortogonales [Batlle and Barjau, 2009]

Ejemplos de diseños de plataformas de robots móviles omnidireccionales que utilizan este tipo de ruedas esféricas los podemos encontrar en [Pin and Killough, 1994] y [Batlle et al., 2010], ver *Figura 2.7*.



Figura 2.7: Robot Móvil “Spherik” [Batlle et al., 2010]

2.6. Robot Omnidireccional con ruedas Mecanum

Las ruedas mecanum se componen de una rueda central que contiene pequeños rodillos localizados en la periferia de la rueda, que a diferencia de las ruedas universales, son montados con un ángulo de 45 grados con respecto al eje de rotación de la rueda central, como se muestra en la *Figura 2.8*. Los rodillos trasladan una porción de la fuerza

generada por el movimiento de rotación de la rueda a la plataforma. Dependiendo de la dirección y velocidad de cada rueda, la combinación resultante de todas las fuerzas generadas por el giro de las ruedas producirán un vector de fuerza total en alguna dirección deseada así permitiendo a la plataforma moverse libremente en la dirección del vector de fuerza resultante, sin cambiar la orientación de la rueda.

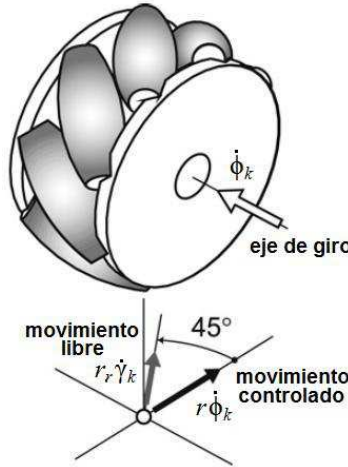


Figura 2.8: Rueda Mecanum [Batlle and Barjau, 2009]

Usando 4 ruedas mecanum, adecuadas y convenientemente colocadas, se pueden obtener movimientos omnidireccionales sin necesidad de un sistema de dirección convencional. Un robot típico móvil omnidireccional es una plataforma cuadrada o rectangular, a la que se le montan una rueda mecanum con rodillos de 45 grados y una rueda mecanum con rodillos de -45 grados por cada lado. [Muir and Neuman, 1987] y [Mohd et al., 2006] presentan el diseño de este tipo de estructuras *Figura 2.9* y *Figura 2.10*, respectivamente.



Figura 2.9: Rueda Uranus [Muir and Neuman, 1987]

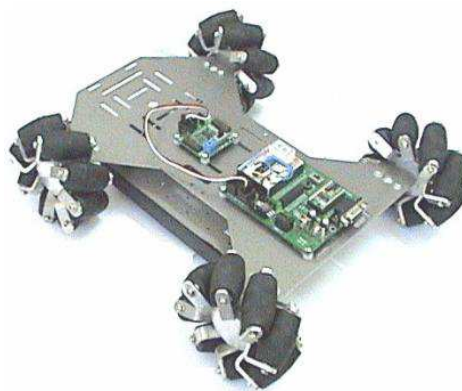


Figura 2.10: Robot Omnidireccional con ruedas Mecanum [Mohd et al., 2006]

2.7. Robot Omnidireccional con ruedas Omnidireccionales

Las ruedas omnidireccionales se componen de una rueda central que en su periferia se le montan pequeños rodillos, pero a diferencia de las ruedas universales y las ruedas mecanum, las ruedas omnidireccionales cuenta con dos líneas de rodillos en la periferia que se encuentran con un ángulo de 90 grados con respecto al eje de rotación de la rueda central, como se muestra en *Figura 2.11*. El punto de contacto entre el suelo y los rodillos, se alterna entre un plano de rodillos y el otro. Por otra parte, existe un pequeño traslape en el punto de contacto entre los rodillos de una misma rueda durante la transición del punto de contacto de un rodillo al otro, y esto produce inevitablemente deslizamiento cuando el robot modifica su orientación.

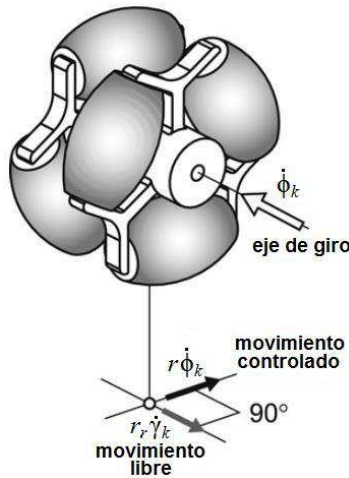


Figura 2.11: Rueda Omnidireccional [Batlle and Barjau, 2009]

Múltiples trabajos se han realizado con estructuras que tienen 3 ó 4 ruedas omnidireccionales, alguno de estos trabajos fueron presentados por [Aranda et al., 1998], [Balakrishna and Ghosal, 1995] y [Kalmar-Nagy et al., 2004], ver *Figura 2.12*.

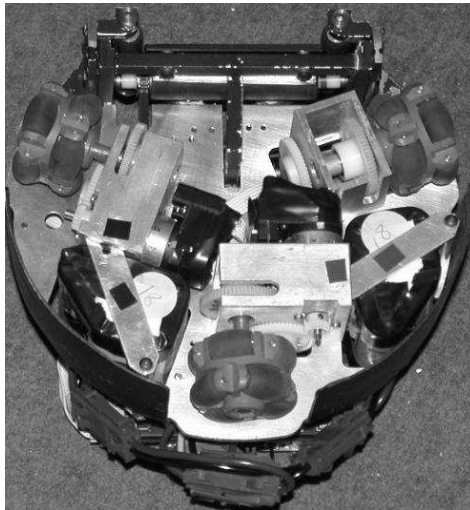


Figura 2.12: Vista inferior de un robot omnidireccional [Kalmar-Nagy et al., 2004]

2.8. Modelo Cinemático de un Robot Omnidireccional

La cinemática del robot estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia. Así, la cinemática se interesa por la descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo.

En esta tesis se presentan dos modelos cinemáticos del robot; el primero de ellos nombrado como el **modelo cinemático directo**, el cual consistirá en determinar cual es la tasa de cambio de la postura del robot conociendo las velocidades angulares de las ruedas y los parámetros geométricos de los elementos del robot; el segundo, denominado **modelo cinemático inverso**, en el cual se obtiene las velocidades angulares de las ruedas para una tasa de cambio de la postura del robot.

Se supondrá que el robot omnidireccional para este trabajo está construido de un marco rígido equipado con 3 ruedas omnidireccionales que no se deforman y que se mueven sobre un plano horizontal. El diagrama esquemático del robot se muestra en la *Figura 2.13*.

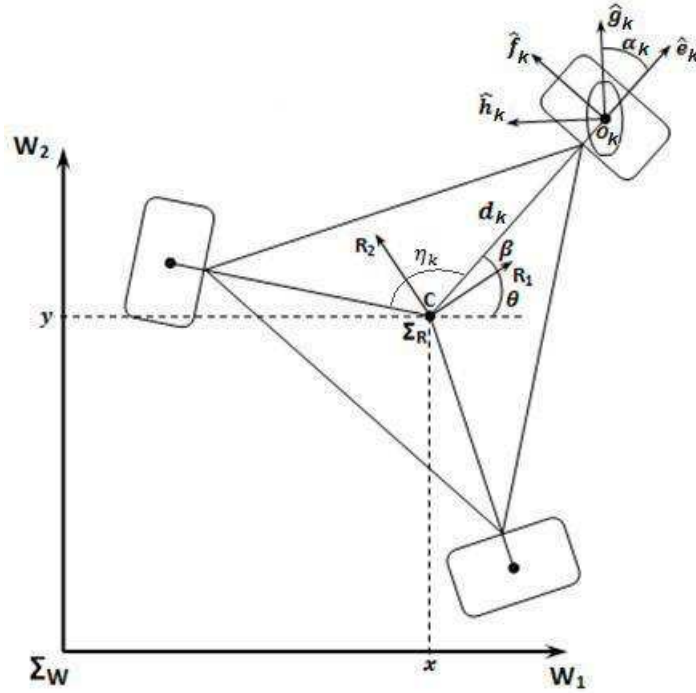


Figura 2.13: Diagrama esquemático del robot omnidireccional

De acuerdo a la *Figura 2.13*, x, y son las coordenadas del punto de referencia C (centro geométrico) en la base fijada en el plano de movimiento $W1, W2$. θ es la orientación de la base $R1, R2$ con respecto a la base fijada en el plano de movimiento $W1, W2$. β es la orientación de la rueda 1 con respecto al eje $R1$. α_k es el ángulo entre el eje de rotación de la rueda y el eje de rotación de los rodillos. η_k es el ángulo entre entre dos ejes de giro de ruedas consecutivas. O_k es el punto de contacto de la rueda con el plano. d_k es la distancia entre la centroide del robot y el punto de contacto de la k -ésima rueda. El vector unitario $\hat{e}_k$ es colineal al eje de rotación de la rueda y ortogonal al vector unitario $\hat{f}_k$, el vector unitario $\hat{g}_k$ es colineal al eje de rotación de los rodillos que se encuentran en la periferia de la rueda y es ortogonal al vector unitario $\hat{h}_k$. Haciendo el análisis para obtener el modelo cinemático inverso del robot omnidireccional [Saha et al., 1995], la velocidad del centroide de la k -ésima rueda, v_k , puede ser derivado de la velocidad del centroide C de la plataforma de la siguiente

manera:

$$v_k = \dot{\theta} \mathbf{E} \mathbf{d}_k + \dot{\mathbf{c}} \quad (2.1)$$

donde $\dot{\theta}$ es la velocidad angular de la plataforma, $\mathbf{d}_k$ es el vector dirigido del punto C al punto O_k , $\mathbf{c}$ es el vector de posición de C y $\mathbf{E}$ es la siguiente matriz de rotación en plano [Saha et al., 1995]:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & -\cos(\theta) \\ \cos(\theta) & -\sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

La velocidad del punto O_k también puede ser determinada del giro de los rodillos y la rueda, como:

$$\mathbf{v}_k = -r_r \dot{\gamma}_k \hat{\mathbf{h}}_k - r \dot{\phi}_k \hat{\mathbf{f}}_k \quad (2.3)$$

donde r y r_r son el radio de la rueda y los rodillos, respectivamente. Las variables $\dot{\phi}_k$ y $\dot{\gamma}_k$ son las velocidades de la k -ésima rueda y del k -ésimo rodillo sobre los ejes $\hat{\mathbf{e}}_k$ y $\hat{\mathbf{g}}_k$, respectivamente. Ahora, como solamente $\dot{\phi}_k$ puede ser controlada a través del motor de la rueda k -ésima, mientras $\dot{\gamma}_k$ se acomoda sola para permitir el giro libre del rodillo con respecto al piso, esta última variable debe ser eliminada de la ecuación (2.3). Para este fin, se realiza el producto punto en ambos lados de la ecuación con $\hat{\mathbf{g}}_k$, el cual es normal a $\hat{\mathbf{h}}_k$, por lo tanto se obtiene

$$\hat{\mathbf{g}}_k^T \mathbf{v}_k = -r \dot{\phi}_k \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{f}}_k \quad (2.4)$$

o, donde la proyección del vector unitario $\hat{\mathbf{g}}_k$ sobre $\hat{\mathbf{f}}_k$ es

$$\hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{f}}_k = \sin(\alpha_k) \quad (2.5)$$

Por lo tanto,

$$\hat{\mathbf{g}}_k^T \mathbf{v}_k = -r \dot{\phi}_k \sin(\alpha_k) \quad (2.6)$$

Igualmente, haciendo el producto punto en ambos lados de la ecuación (2.1) por $\hat{\mathbf{g}}_k$ se obtiene

$$\hat{\mathbf{g}}_k^T \mathbf{v}_k = (\hat{\mathbf{g}}_k^T \mathbf{E} \mathbf{d}_k) \dot{\theta} + \hat{\mathbf{g}}_k^T \dot{\mathbf{c}} \quad (2.7)$$

Ahora el lado derecho de las ecuaciones (2.6) y (2.7) son igualadas, se obtiene la relación deseada entre las velocidades de las ruedas y la tasa de cambio de la postura de la plataforma del robot, es decir,

$$-r \sin \alpha_k \dot{\phi}_k = (\hat{\mathbf{g}}_k^T \mathbf{E} \mathbf{d}_k) \dot{\theta} + \hat{\mathbf{g}}_k^T \dot{\mathbf{c}}, \quad \text{para } k = 1, \dots, n \quad (2.8)$$

Para el caso de un robot de n ruedas se tiene:

$$\text{diag}(-r \sin(\alpha_1), \dots, -r \sin(\alpha_n)) \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \vdots \\ \dot{\phi}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{g}}_1^T & \hat{\mathbf{g}}_1^T \mathbf{E} \mathbf{d}_1 \\ \vdots & \vdots \\ \hat{\mathbf{g}}_n^T & \hat{\mathbf{g}}_n^T \mathbf{E} \mathbf{d}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

juntando todas las n ecuaciones de la ecuación (2.8), se obtiene

$$\mathbf{J} \dot{\phi} = \mathbf{K} \dot{\xi} \quad (2.10)$$

donde la matriz $\mathbf{J}$ es una matriz cuadrada de $n \times n$ y la matriz $\mathbf{K}$ es de $n \times 3$, las cuales son definidas como

$$\mathbf{J} \equiv \text{diag}(-r \sin(\alpha_1), \dots, -r \sin(\alpha_n)) \quad (2.11)$$

$$\mathbf{K} \equiv \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{g}}_1^T & \hat{\mathbf{g}}_1^T \mathbf{E} \mathbf{d}_1 \\ \vdots & \vdots \\ \hat{\mathbf{g}}_n^T & \hat{\mathbf{g}}_n^T \mathbf{E} \mathbf{d}_n \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

y el vector de postura ξ está definido como

$$\xi \equiv \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

El análisis anterior está sujeto a ciertas condiciones las cuales se presentan a continuación:

- El ángulo α de las n ruedas de la plataforma deben ser iguales, es decir

$$\sin(\alpha_1) = \sin(\alpha_2) = \dots = \sin(\alpha_n) = \sin(\alpha) \quad (2.14)$$

Además, el valor de α_k es limitado al siguiente intervalo:

$$-90^\circ < \alpha_k < 90^\circ, \quad \alpha_k \neq 0, \quad k = 1, \dots, n \quad (2.15)$$

Por lo tanto,

$$\mathbf{J} = -r \sin(\alpha) \mathbf{I} \quad (2.16)$$

donde $\mathbf{I}$ es la matriz identidad de dimensión $n \times n$.

- Todos los rodillos de una sola rueda deben tener el mismo ángulo con respecto al eje de giro de la rueda.
- La distancia del centroide C al punto de contacto O debe ser igual en las n ruedas, es decir

$$\|\mathbf{d}_1\| = \|\mathbf{d}_2\| = \dots = \|\mathbf{d}_n\| = d \quad (2.17)$$

- Las n ruedas debe tener el mismo ángulo entre ellas, es decir:

$$\eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_k = \eta \quad (2.18)$$

Desarrollando la matriz $\mathbf{K}$ [Kalmar-Nagy et al., 2004], los vectores unitarios $\hat{\mathbf{g}}_k$ que especifican la dirección de movimiento de la k -ésima rueda (también relativos al centroide) son dados por:

$$\mathbf{g}_k = \frac{1}{d} \mathbf{R}(\theta) \mathbf{R}(\alpha) \mathbf{d}_k \quad (2.19)$$

por lo tanto

$$\mathbf{g}_k^T = \frac{1}{d} \mathbf{d}_k^T \mathbf{R}^T(\alpha) \mathbf{R}^T(\theta) \quad (2.20)$$

Las posiciones $\mathbf{d}_k$ están fácilmente dadas (en el marco el cual es fijo al centroide del robot) con ayuda de la matriz de rotación (θ es el ángulo en sentido contrario a las manecillas del reloj)

$$\mathbf{d}_1 = d \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{d}_2 = R\left(\frac{2\pi}{3}\right) \mathbf{d}_1 = d \begin{pmatrix} \cos(\frac{2\pi}{3}) & -\sin(\frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} -\cos(\frac{\pi}{3} - \beta) \\ \sin(\frac{\pi}{3} - \beta) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{d}_3 = R\left(\frac{4\pi}{3}\right) \mathbf{d}_1 = d \begin{pmatrix} \cos(\frac{4\pi}{3}) & -\sin(\frac{4\pi}{3}) \\ \sin(\frac{4\pi}{3}) & \cos(\frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} -\cos(\frac{\pi}{3} + \beta) \\ -\sin(\frac{\pi}{3} + \beta) \end{pmatrix}$$

Sustituyendo las posiciones de $\mathbf{d}_k$ en la ecuación (2.20), para su rueda correspondiente:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1^T &= \frac{1}{d} d \begin{pmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \\ \mathbf{g}_1^T &= \begin{pmatrix} \cos(\beta + \alpha + \theta) & \sin(\beta + \alpha + \theta) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_2^T &= \frac{1}{d} d \begin{pmatrix} -\cos(\frac{\pi}{3} - \beta) & \sin(\frac{\pi}{3} - \beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \\ \mathbf{g}_2^T &= \begin{pmatrix} -\cos(\frac{\pi}{3} - \beta - \alpha - \theta) & \sin(\frac{\pi}{3} - \beta - \alpha - \theta) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{g}_3^T = \frac{1}{d} d \begin{pmatrix} -\cos(\frac{\pi}{3} + \beta) & -\sin(\frac{\pi}{3} + \beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{g}_3^T = \begin{pmatrix} -\cos(\frac{\pi}{3} + \beta + \alpha + \theta) & -\sin(\frac{\pi}{3} + \beta + \alpha + \theta) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{g}_1^T \mathbf{E} \mathbf{d}_1 = \mathbf{g}_2^T \mathbf{E} \mathbf{d}_2 = \mathbf{g}_3^T \mathbf{E} \mathbf{d}_3 = d \sin(\alpha)$$

Sustituyendo los valores obtenidos anteriormente en la ecuación (2.9) para un robot móvil omnidireccional de tres ruedas como el de la figura (2.13), se tiene

$$-r \sin(\alpha) \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta + \alpha + \theta) & \sin(\beta + \alpha + \theta) & d \sin(\alpha) \\ -\cos(\frac{\pi}{3} - \beta - \alpha - \theta) & \sin(\frac{\pi}{3} - \beta - \alpha - \theta) & d \sin(\alpha) \\ -\cos(\frac{\pi}{3} + \beta + \alpha + \theta) & -\sin(\frac{\pi}{3} + \beta + \alpha + \theta) & d \sin(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

La ecuación 2.21 es el modelo cinemático inverso del robot, ahora, como la matriz $\mathbf{K}$ es una matriz cuadrada y no singular se puede obtener el modelo cinemático directo del robot simplemente despejando el vector $\dot{\xi}$ de la ecuación.

$$\dot{\xi} = \mathbf{J} \mathbf{K}^{-1} \dot{\phi}$$

donde la matriz $\mathbf{K}^{-1}$ viene dada por:

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\cos(\beta + \alpha + \theta)}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} & -\frac{\sin(\frac{\pi}{3} + \beta + \alpha + \theta) + \sin(\beta + \alpha + \theta)}{3 \sin(\frac{\pi}{3})} & -\frac{\sin(\frac{\pi}{3} - \beta - \alpha - \theta) + \sin(\beta + \alpha + \theta)}{3 \sin(\frac{\pi}{3})} \\ \frac{\sin(\beta + \alpha + \theta)}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} & \frac{\cos(\frac{\pi}{3} + \beta + \alpha + \theta) + \cos(\beta + \alpha + \theta)}{3 \sin(\frac{\pi}{3})} & -\frac{\cos(\frac{\pi}{3} - \beta - \alpha - \theta) + \cos(\beta + \alpha + \theta)}{3 \sin(\frac{\pi}{3})} \\ \frac{1}{3d \sin(\alpha)} & \frac{1}{3d \sin(\alpha)} & \frac{1}{3d \sin(\alpha)} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Capítulo 3

Momentos de Imagen

De forma general, los momentos describen cantidades numéricas relacionadas con distancias a puntos o ejes de referencia. Los momentos son utilizados en distintas áreas del conocimiento, como por ejemplo, en estadística para caracterizar una distribución de variables aleatorias [Araujo, 2003] o en mecánica para caracterizar cuerpos dada su distribución espacial de masa [Thomas, 2006]. Así mismo, los momentos en el análisis de imágenes pueden usarse si se considera una imagen segmentada, binaria o en escala de grises, como una función bidimensional de distribución de densidad. En este sentido, los momentos pueden ser aprovechados para caracterizar un segmento de imagen y extraerle propiedades en forma analógica a lo realizado en estadística y mecánica [Prokop and Reeves, 1992].

Considere un objeto plano y denso O_S localizado en el plano $S_1 - S_2$ de un marco ordenado Cartesiano $\Sigma_S = S_1, S_2, S_3$, también considere que el objeto está compuesto por un conjunto de contornos cerrados; entonces los *momentos cartesianos bidimensionales* m_{pq} de O_S (respecto a Σ_S), de orden $p + q$ ($p, q \in 0, 1, 2, \dots$), son definidos como

$$m_{pq} = \int \int_{O_S} S_1^p S_2^q f(S_1, S_2), dS_1, dS_2 \quad (3.1)$$

donde $f(S_1, S_2)$ es la función de distribución de densidad de O_S [Bugarín, 2009].

Un conjunto completo de momentos de orden n_m consiste de todos los momentos

m_{pq} , tal que $p+q \leq n_m$ y que contenga $\frac{1}{2}[n_m+1][n_m+2]$ elementos. Note que $S_1^p S_2^q$ es la *función base* para esta definición de momento. El uso de momentos para el análisis de imágenes y para la representación de objetos fue propuesto por Hu (1962). El *teorema de unicidad de Hu* establece que si $f(S_1, S_2)$ es continua a tramos y tiene valores no nulos solamente en una region finita del plano $S_1 - S_2$, entonces los momentos de todos los órdenes existen. De esta manera, puede ser mostrado que el conjunto de momentos m_{pq} es determinado de forma única por $f(S_1, S_2)$ y también $f(S_1, S_2)$ es determinada de forma única por m_{pq} . Debido a que un segmento de imagen tiene área finita y, en el peor de los casos, es continua a tramos, los momentos de todos los órdenes existen y un conjunto de momentos puede describir en forma única la información contenida en un segmento de imagen se requiere, potencialmente, en número infinito de valores de momentos. El objetivo es seleccionar el subconjunto significativo de momentos que contenga suficiente información para caracterizar de forma única la imagen de una aplicación específica.

Definición de Momentos Geométricos Cartesianos.

Específicamente, para la definición de los *momentos de imagen*, considere un objeto O (respecto al plano $x - y$) en una imagen binarizada $f(x, y)$, entonces los momentos de imagen m_{pq} de O de orden $p + q$ ($p, q \in 0, 1, 2, \dots$) son definidos por

$$m_{pq} = \int \int_O x^p y^q f(x, y), dx, dy \quad (3.2)$$

donde $f(x, y) = 1$ para el punto $i = [x \ y]^T$ contenido en O y nula en cualquier otro caso.

En el caso de una imagen digital, la doble integral es normalmente reemplazada por una doble suma [Sossa, 2006], dando como resultado:

$$m_{pq} = \sum_x \sum_y x^p y^q f(x, y) \quad (3.3)$$

para $p, q = 0, 1, 2, \dots$

3.1. Propiedades de Momentos de Orden Bajo

Los valores de momentos de bajo orden representan propiedades geométricas fundamentales de la distribución de un objeto. La definición del momento de orden cero, m_{00} , de la distribución, $f(x, y)$

$$m_{00} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y), dx, dy \quad (3.4)$$

representa la masa total de la función de distribución dada o imagen.

Los momentos de orden uno, m_{10}, m_{01} , son usadas para localizar el centro de masa del objeto. Las coordenadas del centro de masa, $(\bar{x}, \bar{y})$, es la intersección de las líneas, $x = \bar{x}$ y $y = \bar{y}$, paralelo al eje x y y respectivamente, sobre el cual los momentos de orden uno son cero. Alternativamente, $x = \bar{x}$ y $y = \bar{y}$ representan líneas donde toda la masa puede ser concentrada sin cambios en los momentos de primer orden respecto a los ejes X y Y respectivamente. En términos de los valores de momentos, las coordenadas del centro de masa son

$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}} \quad \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}} \quad (3.5)$$

El centro de masa define una localización única con respecto al objeto que puede ser usada como un punto de referencia para describir la posición del objeto dentro del campo de visión. Si un objeto es posicionado de tal manera que su centro de masa es coincidente con el origen del campo de visión, esto es $(\bar{x} = 0)$ y $(\bar{y} = 0)$, entonces los momentos calculados para ese objeto son conocidos como *momentos centrales* y son denotados como μ_{pq} .

Una clase especial de momentos son determinados colocando el objeto O tal que su centroide $i_g = [\bar{x} \ \bar{y}]^T = [m_{10}/m_{00} \ m_{01}/m_{00}]^T$ coincida con el origen del plano $x - y$, estos momentos son llamados *momentos centrales Cartesianos* μ_{pq} del objeto O , de tal manera

$$\mu_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y), dx, dy \quad (3.6)$$

Existen ecuaciones que relacionan los momentos (regulares) con los momentos centrales, las cuales son

$$\mu_{pq} = \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^q \binom{p}{k} \binom{q}{l} [-\bar{x}]^{p-k} [-\bar{y}]^{q-l} m_{kl} \quad (3.7)$$

$$m_{kl} = \sum_{m=0}^k \sum_{n=0}^l \binom{k}{m} \binom{l}{n} \bar{x}^{k-m} \bar{y}^{l-n} \mu_{mn} \quad (3.8)$$

donde

$$\binom{p}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (3.9)$$

por lo que se puede calcular cualquier momento central a partir de los momentos (regulares) y viceversa [Bugarín, 2009]

En particular, la relación entre los momentos regulares y los momentos centrales hasta de orden tres vienen dados como:

$$\mu_{00} = m_{00}$$

$$\mu_{10} = 0$$

$$\mu_{01} = 0$$

$$\mu_{20} = m_{20} - \bar{x}m_{10}$$

$$\mu_{02} = m_{02} - \bar{y}m_{01}$$

$$\mu_{11} = m_{11} - \bar{y}m_{10}$$

$$\mu_{30} = m_{30} - 3\bar{x}m_{20} + 2\bar{x}^2m_{10}$$

$$\mu_{12} = m_{12} - 2\bar{y}m_{11} - \bar{x}m_{02} + 2\bar{y}^2m_{10}$$

$$\mu_{21} = m_{21} - 2\bar{x}m_{11} - \bar{y}m_{20} + 2\bar{x}^2m_{01}$$

$$\mu_{03} = m_{03} - 3\bar{y}m_{02} + 2\bar{y}^2m_{01}$$

3.2. Momentos de Orden Dos

Los momentos de orden dos, m_{02}, m_{11}, m_{20} , son conocidos como *momentos de inercia*, pueden ser usados para determinar otras características útiles de un objeto. Una descripción de estas características se presenta enseguida.

Ejes Principales. Los momentos de orden dos son usados para determinar los *ejes principales* de un objeto. Los ejes principales pueden ser descritos como el par de ejes alrededor de los cuales se localizan los momentos segundos mínimo y máximo (ejes mayor y menor, respectivamente). En termino de los momentos, la orientación de los ejes principales, ϕ , es dado por:

$$\phi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}} \right) \quad (3.10)$$

donde ϕ es el ángulo principal mas cercano al eje x , cuyo valor se encuentra en el rango $-\pi/4 \leq \phi \leq \pi/4$. El ángulo de cualquiera de los dos ejes principales puede ser determinado a partir de los valores de μ_{11} . En el Cuadro 3.1 se ilustra como el ángulo del eje principal mayor, θ , puede ser determinado por los momentos segundos y el ángulo ϕ .

μ_{11}	$\mu_{20} - \mu_{02}$	ϕ	θ
0	-	0	$\frac{\pi}{2}$
+	-	$-\frac{\pi}{4} < \phi < 0$	$\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$
+	0	0	$\frac{\pi}{4}$
+	+	$0 < \phi < \frac{\pi}{4}$	$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$
0	0	0	0
-	+	$-\frac{\pi}{4} < \phi < 0$	$-\frac{\pi}{4} < \theta < 0$
-	0	0	$-\frac{\pi}{4}$
-	-	$0 < \phi < \frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2} < \theta < -\frac{\pi}{4}$

Tabla 3.1: Orientación del eje principal mayor.

El ángulo del eje principal de menor inercia puede ser usado como eje de referencia única para describir la orientación del objeto dentro del campo visual (rotación en el

plano). Nótese que θ no garantiza por si solo una orientación única debido a la existencia de la ambigüedad en π [rad]. Esta ambigüedad puede ser resuelta al usar el signo de los momentos de orden tres; o mediante la función de “atan2()” la cual da como resultado un ángulo entre $-\pi$ y π [rad].

Elipse imagen. Los momentos de primero y segundo orden permiten definir una aproximación inercialmente equivalente del objeto original, conocida como la elipse objeto [Teague, 1980]. La elipse imagen es un disco elipsoidal con intensidad constante con la misma masa y momentos de orden dos que la imagen original. Si esta elipse objeto se define a través de un semi-eje mayor, a , a lo largo del eje x y de un semi-eje menor, b , a lo largo del eje y (Figura 3.1), entonces a y b pueden determinarse a partir de los momentos de orden dos usando las siguientes expresiones:

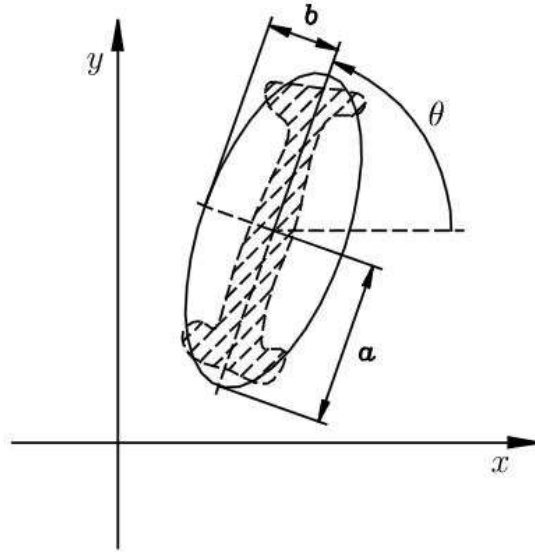


Figura 3.1: Elipse Imagen [Bugarín, 2009]

$$a = \sqrt{\frac{2(\mu_{20} + \mu_{02} + \sqrt{(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2})}{\mu_{00}}} \quad (3.11)$$

$$b = \sqrt{\frac{2(\mu_{20} + \mu_{02} - \sqrt{(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2})}{\mu_{00}}} \quad (3.12)$$

Si adicionalmente se requiere que todos los momentos hasta de orden dos sean los mismos tanto para la elipse imagen como para la imagen original, entonces se debe centrar la elipse imagen en el centro de masa (o centroide) de la imagen y girarla θ [rad] de tal manera que el eje mayor de la elipse imagen se aline con el eje principal de la imagen.

Radio de Giro. Otra propiedad que puede ser determinada a partir de los momentos de orden dos es el *radio de giro* de una imagen. El radio de giro de una imagen, alrededor de un eje, es la distancia del eje a la linea donde toda la masa de dicho objeto puede ser concentrada sin un cambio del valor del segundo momento alrededor de ese eje. En términos de momentos, los radios de giro RdG_x y RdG_y al rededor de los ejes x y y , respectivamente, están dados por

$$RdG_x = \sqrt{\frac{m_{20}}{m_{00}}}, \quad RdG_y = \sqrt{\frac{m_{02}}{m_{00}}} \quad (3.13)$$

El radio de giro *alrededor del origen* es el radio de un círculo centrado en el lugar (centro) donde puede ser concentrada toda la masa de un objeto sin alterar el momento de inercia alrededor de dicho origen. En términos de los momentos centrales de orden dos, el radio de giro de un objeto viene dado por

$$RdG = \sqrt{\frac{\mu_{20} + \mu_{02}}{\mu_{00}}} \quad (3.14)$$

El radio de giro alrededor del origen RdG posee la propiedad de ser invariante a rotaciones del objeto.

3.3. Momentos de Orden Tres

Los momentos centrales de orden tres μ_{30}, μ_{03} , describen la asimetría de un objeto. La asimetría es una medida clásica de estadística que da idea de la desviación de datos

respecto a una media. Los coeficientes de asimetría para un objeto Sk_x sobre el eje x y Sk_y sobre el eje y son expresados como

$$Sk_x = \frac{\mu_{30}}{\mu_{20}^{3/2}} \text{ y } Sk_y = \frac{\mu_{03}}{\mu_{02}^{3/2}} \quad (3.15)$$

Los signos de los coeficientes son una indicación del lado del eje donde se presenta la asimetría, según se muestra en la Tabla 3.2. Cabe notar que $Sk_x = 0$ o $Sk_y = 0$ no garantiza que el objeto sea simétrico. Como se menciono anteriormente, los momentos de orden tres pueden ser utilizados para resolver la ambigüedad existente en la determinación del ángulo del eje principal de un objeto. Primero se debe destacar que una rotación de π [rad] de un objeto en el plano cambia el signo de los coeficientes de asimetría en ambos ejes; luego, el signo de los coeficientes de asimetría solo dependen del signo de μ_{30} y μ_{03} , ya que tanto μ_{20} como μ_{02} siempre son positivos. Entonces, por ejemplo, si el objeto es rotado tal que el eje principal mayor sea coincidente con el eje x , entonces el signo de μ_{30} puede ser utilizado para distinguir entre las dos posibles orientaciones.

Sk_x	Asimetría
+	Al lado negativo de y
0	Simétrico respecto a y
-	Al lado positivo de y
Sk_y	Asimetría
+	Al lado negativo de x
0	Simétrico respecto a x
-	Al lado positivo de x

Tabla 3.2: Asimetría basada en los signos de Sk_x y Sk_y .

Capítulo 4

Calibración de la Cámara

4.1. Introducción

En aplicaciones con visión computacional un aspecto importante a considerar es el proceso denominado calibración de cámara, este consiste en determinar los parámetros internos de la cámara, llamados parámetros intrínsecos, tales como distancia focal, factores de distorsión y puntos centrales del plano imagen, los cuales permanecen fijos mientras no cambien las condiciones internas de la cámara, y parámetros externos, llamados parámetros extrínsecos, los cuales dependen de la ubicación de la cámara.

El proceso de calibración de cámaras, es necesario si se desea extraer información métrica a partir de imágenes 2D del mundo 3D. El proceso de calibración de cámara abre la posibilidad de realizar aplicaciones efectivas en vision, tal como realidad aumentada, reconocimiento, seguimiento y reconstrucción 3D, los cuales se basan en el conocimiento de calibración de la cámara.

La idea principal tras los procesos de calibración de cámara es describir el modelo de proyección que relaciona los sistemas de coordenadas que permiten obtener los parámetros de la misma. En esencia el proceso de calibración de cámara consiste en determinar la geometría y características internas de la cámara, parámetros intrínsecos (tamaño horizontal ($1/S_u$) y vertical ($1/S_v$) de los pixeles o aspecto proporcional, coordenadas de la proyección del centro óptico, distancia focal) y los parámetros ex-

trínsecos (rotación y translación), que representan la localización y orientación (pose) de la cámara relativa a un sistema de coordenadas fijo en el mundo.

Para ubicar objetos en el mundo real, establecemos un marco de referencia, que en el contexto de visión computacional es llamado *marco de referencia del mundo*. Un objeto en una imagen es medido en términos de coordenadas de píxeles (picture element), los cuales están en el *marco de referencia de la imagen*. El solo conocer la distancia en píxeles entre puntos en una imagen, no nos permite determinar la distancia correspondiente a los mismo puntos en el mundo real. Por lo tanto, es necesario establecer las ecuaciones que unan el marco de referencia del mundo con el marco de referencia de la imagen, de manera que podamos establecer la relación entre los puntos en coordenadas en el espacio 3D y los puntos en coordenadas de imagen 2D. Desafortunadamente, no se puede establecer esta relación directamente, haciéndose necesario establecer un marco de referencia intermedio, llamado *marco de referencia de la cámara*. Para esto, se debe encontrar las ecuaciones que unan el marco de referencia de la cámara con el marco de referencia de la imagen, y las ecuaciones que unan el marco de referencia del mundo con el marco de referencia de la cámara. Al resolver el sistema de ecuaciones generado se obtiene la relación buscada, lo cual es equivalente a encontrar las características de la cámara [Pizarro et al., 2005].

4.2. Un modelo de una imagen simple

El término *imagen* se refiere a una función bidimensional de intensidad de luz, que podemos definir por $f(x,y)$, donde el valor o amplitud de f en las coordenadas espaciales (x,y) corresponde a la intensidad (iluminación) de la imagen en este punto. Dado que la luz es una forma de energía, $f(x,y)$ debe de ser estrictamente mayor que cero y finita [González and Wood, 1996], es decir,

$$0 < f(x,y) < \infty \quad (4.1)$$

Las imágenes que se perciben en las actividades visuales cotidianas provienen normalmente de la luz reflejada por los objetos. La naturaleza básica de $f(x,y)$ puede estar caracterizada por dos componentes:

1. La cantidad de luz incidente procedente de la fuente sobre la escena plana (*iluminación*, $i(x,y)$)

$$0 < i(x,y) < \infty \quad (4.2)$$

2. La cantidad de luz reflejada por los objetos planos de la escena (*reflectancia*, $r(x,y)$)

$$0 < r(x,y) < 1 \quad (4.3)$$

Las funciones $i(x,y)$ y $r(x,y)$ se combinan, como producto, para dar $f(x,y)$:

$$f(x,y) = i(x,y)r(x,y) \quad (4.4)$$

A la intensidad de una imagen monocromática f (como las utilizadas en este trabajo) en las coordenadas (x,y) se le denomina *nivel de gris* (l) de la imagen en este punto. Es evidente que $l \in [L_{min}, L_{max}]$ donde L_{min} es estrictamente mayor que cero y L_{max} es finita. Es decir, la función $f(x,y)$ es acotada en el intervalo $[L_{min}, L_{max}]$ y se le denomina *escala de grises*.

En la practica el intervalo $[L_{min}, L_{max}]$ se desplaza numéricamente al intervalo $[0, L]$, donde en la escala, $l = 0$ se considera como negro y $l = L$ se considera como blanco. Todos los valores intermedios son tonos de gris que varían de forma continua entre el negro y el blanco.

Para que una imagen $f(x,y)$ pueda ser procesada computacionalmente debe ser digitalizada tanto espacialmente como en su amplitud. La digitalización de las coordenadas espaciales (x,y) se denomina *muestreo de la imagen* y la digitalización de la amplitud se conoce bajo el nombre de *cuantificación del nivel de gris*. Lo anterior se suele representar como una matriz de rango $N \times M$ (*imagen digital*), donde cada elemento (*pixel*)

es una cantidad discreta:

$$f(x, y) \approx \begin{bmatrix} f(0, 0) & f(0, 1) & \cdots & f(0, M-1) \\ f(1, 0) & f(1, 1) & \cdots & f(1, M-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(N-1, 0) & f(N-1, 1) & \cdots & f(N-1, M-1) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

donde el lado izquierdo de la ecuación 4.5 es una función continua bidimensional que representa la intensidad de luz en función de las coordenadas espaciales (x, y) y el lado derecho es un arreglo bidimensional que representa la imagen discretizada de tamaño $N \times M$ píxeles.

4.3. Cámara Oscura (Pinhole Camera)

Básicamente, una cámara de ojo de aguja (cámara oscura) es una caja oscura con un solo orificio de tamaño despreciable en uno de sus lados, en la que la imagen resulta de la proyección de los puntos de la escena a través de un solo punto sobre el plano de la imagen [Ramirez, 2000], ver *Figura 4.1a*. En esta figura, el plano de la imagen se encuentra detrás del punto de proyección, y la imagen está invertida horizontal y verticalmente. Sin embargo, se puede modificar la geometría para conseguir que el punto de proyección corresponda a un punto de visión detrás del plano de la imagen, y la imagen aparezca correctamente orientada, ver *figura 4.1b*. Las operaciones matemáticas son las mismas, pero ahora, el punto de visión es $+f$ sobre el eje z , donde el plano $z = 0$, es el plano sobre el cual la imagen es proyectada. f es la distancia focal en este contexto. Mientras el plano de proyección se acerca al punto de visión, la proyección de un objeto de la escena es más grande. Para especificar como cambia el tamaño de la imagen, puede hacerse uso únicamente de la geometría de triángulos similares. La altura proyectada del objeto y' , se encuentra relacionada con su altura real y , su posición z , y la distancia focal f de la siguiente manera:

$$\frac{y}{f - z} = \frac{y'}{f} \quad (4.6)$$

En el caso de x es tratado de forma similar:

$$\frac{x}{f - z} = \frac{x'}{f} \quad (4.7)$$

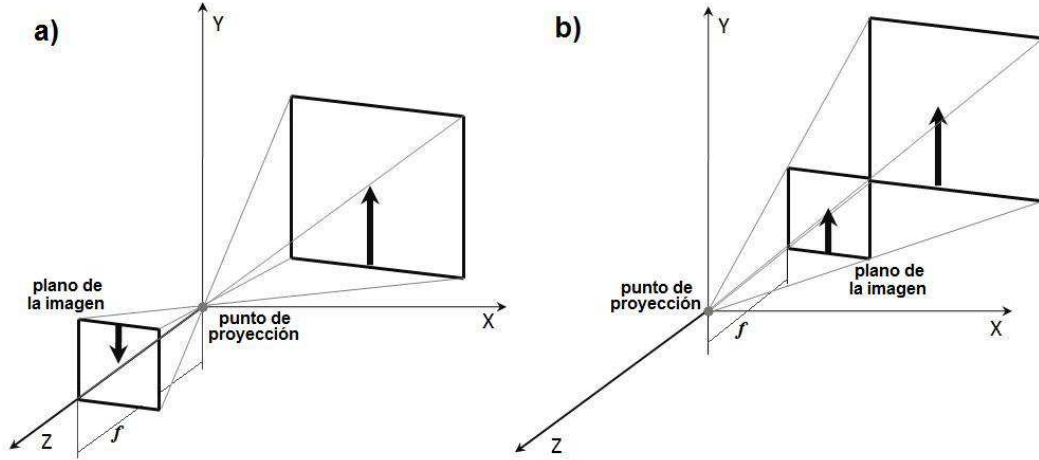


Figura 4.1: a. Modelo de una cámara ojo de aguja (cámara obscura) b. Modelo de cámara equivalente

4.4. Modelo geométrico de una cámara

Para caracterizar el modelo geométrico de la cámara nos apoyaremos en dos transformaciones [Ramirez, 2000]:

1. una proyección que transforma un punto del espacio (escena en 3D) en un punto de la imagen (fotografía en 2D) y
2. una transformación de un sistema coordenado métrico ligado a la cámara, a un sistema coordenado en unidades de pixeles ligado a la imagen.

4.4.1. Proyección perspectiva

En la *Figura 4.2* observamos un punto O en el plano de la imagen llamado punto principal, y una recta perpendicular al plano de la imagen que pasa por O llamada eje óptico. Se observa además un punto F colocado sobre el eje óptico a una distancia f del

plano de la imagen. El punto F es el centro de proyección y f es la distancia focal. En este caso, el centro de proyección se encuentra colocado atrás del plano de la imagen, pero también puede ser colocado adelante, como en el caso de una *cámara de ojo de aguja*.

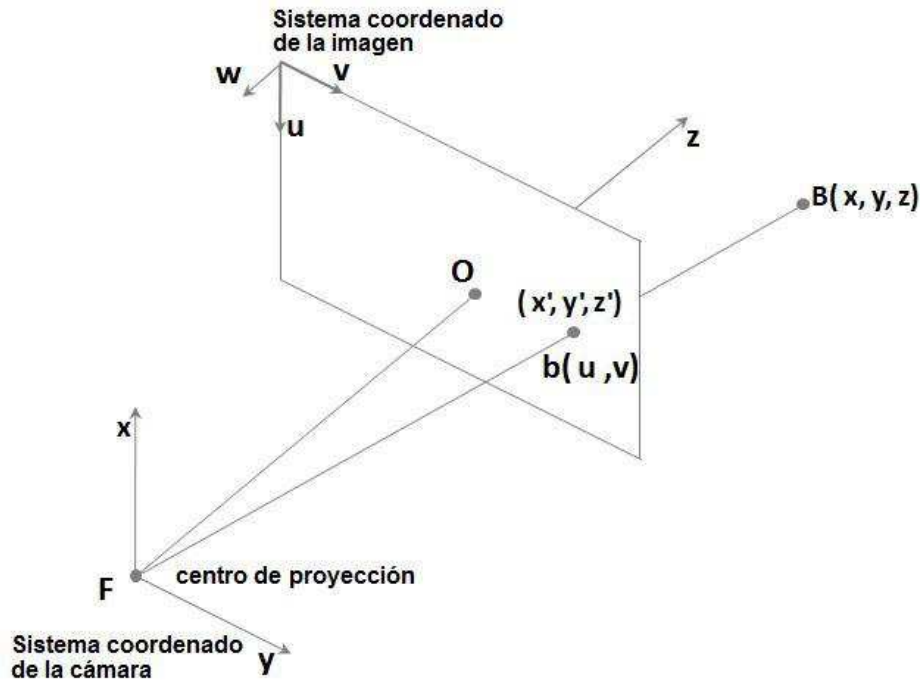


Figura 4.2: Modelo geométrico de una cámara

El punto B que se encuentra en el espacio tridimensional de la escena, se proyecta en el plano de la imagen a lo largo de la recta que pasa por B y F . Al elegir un sistema coordenado fijo en la cámara, el plano x - y de este sistema coordenado es paralelo al plano de la imagen y el eje z se confunde con el eje óptico.

El origen de este sistema coordenado se encuentra en F , siendo x , y y z las coordenadas del punto B en el sistema coordenado que se acaba de describir. En ese mismo sistema las coordenadas (x', y', z') de la proyección de B sobre el plano de imagen, en el sistema coordenado de la cámara, están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$x' = fx/zz' = fy/zz' = f \quad (4.8)$$

En forma matricial esta transformación la podemos escribir de la siguiente manera:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 0 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

La matriz $\mathbf{P}$ nos sirve de apoyo para calcular las coordenadas cartesianas de la proyección del punto que se desea proyectar. Adoptando coordenadas homogéneas tenemos que $B=(x,y,z,1)$ y el calculo de su proyección, en este caso $b = (x',y',z')$, está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} sx' \\ sy' \\ sz' \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

y

$$x' = \frac{sx'}{s}, \quad y' = \frac{sy'}{s}, \quad z' = \frac{sz'}{s}, \quad s = \frac{z}{f}$$

4.4.2. Transformación cámara-imagen

Los puntos de la imagen son medidos en pixeles en un sistema coordenado bidimensional $u-v$ asociado a la imagen, ver *Figura 4.2*. Con el propósito de poder escribir la matriz de transformación del sistema coordenado de la cámara al sistema coordenado de la imagen, debemos introducir los parámetros siguientes: u_0 , v_0 y w_0 , que son las coordenadas de F , en el sistema coordenado de la imagen (medido en pixeles), k_u es el factor de escala vertical y k_v es el factor de escala horizontal. Las unidades de ambos factores de escala están dadas en pixeles/mm (ver Apéndice A). Se manejan dos factores de escala debido a que los pixeles de una cámara rara vez son cuadrados. La transformaciones del sistema coordenado de la cámara al sistema coordenado de la imagen se

escriben de la siguiente manera (para el punto b):

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_u & 0 & 0 \\ 0 & k_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Donde u , v y w , son las coordenadas del punto b en el sistema coordenado de la imagen. Ésta es la transformación afín que representa un cambio de escala, una rotación y una translación. En el primer y tercer renglón de la segunda matriz del producto se tiene un -1, esto debido a que los ejes que se corresponden, u con x y w con z , ver *Figura 4.2*, están en sentidos opuestos. La componente w es nula, ya que la imagen únicamente tiene dos dimensiones, por consiguiente, podemos ignorar el tercer renglón y escribir esta transformación como una matriz de 3 x 4.

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -k_u & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & k_v & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

y

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Esta transformación representa una aplicación lineal del espacio proyectivo hacia el plano proyectivo.

4.4.3. Parámetros Intrínsecos

Al multiplicar las matrices $\mathbf{K}$ y $\mathbf{P}$ (proyección perspectiva seguida de una transformación afín) podemos escribir las ecuaciones del modelo geométrico de la cámara, es decir, la relación entre las coordenadas de la cámara (x, y, z) en el punto $\mathbf{B}$ y las

coordenadas de la imagen (u, v) en el punto b :

$$u = -k_u f x / z + u_0, v = -k_v f x / z + v_0 \quad (4.14)$$

Así tenemos que el producto **KP** es:

$$\begin{pmatrix} -k_u & 0 & u_0/f & 0 \\ 0 & k_v & v_0/f & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 0 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Al multiplicar todos los coeficientes de la matriz por f (el cual no afecta al resultado por que las coordenadas homogéneas de la matriz son definidas a un factor multiplicativo) obtenemos:

$$\mathbf{I}_c = \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

la cual es una aplicación lineal del espacio proyectivo hacia el plano proyectivo, por lo que podemos expresar la transformación perspectiva de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = \mathbf{I}_c \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ s \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Este modelo se compone de 4 parámetros: $\alpha_u = -k_u f$, $\alpha_v = k_v f$, u_0 y v_0 . Estos son los parámetros intrínsecos estimados al efectuar la calibración. Al introducir las coordenadas de la cámara sin dimensiones, x_c , y_c y z_c , tenemos que:

$$x_c = x/z, y_c = y/z, z_c = z/s = 1 \quad (4.18)$$

Ahora podemos escribir la relación entre las coordenadas de la imagen y las coordenadas de la cámara:

$$u = \alpha_u x_c + u_0 \quad \text{con} \quad \alpha_u < 0$$

$$v = \alpha_v y_c + v_0$$

y en forma matricial tenemos:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

donde

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz $\mathbf{I}_c$ puede ser descompuesta en una transformación afín cámara-imagen (matriz $\mathbf{C}$) y una transformación proyectiva:

$$\mathbf{I}_c = \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

4.4.4. Parámetros Extrínsecos

Con el fin de determinar los parámetros extrínsecos del modelo de la cámara, vamos a colocar delante de esta una mira (un objeto de referencia). La mira se compone de un conjunto de puntos cuyas coordenadas son perfectamente conocidas en el sistema coordenado de la mira o del mundo, que es diferente al sistema coordenado de la cámara, ver *Figura 4.3*. Cada uno de los puntos de la mira se proyectan en la imagen y se miden sus coordenadas en el sistema de la imagen.

La transformación mira-imagen se descompone en una transformación mira-cámara, seguida de una proyección y finalmente de una transformación cámara-imagen. La

transformación mira-cámara se compone de tres rotaciones y tres translaciones:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

o

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \mathbf{t}$$

donde

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\theta \mathbf{R}_\beta \mathbf{R}_\alpha$$

La rotación de cualquier punto al rededor de los ejes Z,Y,X son los θ, β y α , respectivamente, en el sentido de las manecillas del reloj. El producto matricial $\mathbf{R}_\alpha \mathbf{R}_\beta \mathbf{R}_\theta$ corresponde primeramente a una rotación en α , luego, una rotación en β y, finalmente, una rotación en θ , y es igual a [Ramirez, 2000]:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) \cos(\theta) & \sin(\alpha) \sin(\beta) \sin(\theta) + \cos(\alpha) \sin(\theta) & -\cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\theta) + \sin(\alpha) \sin(\theta) \\ -\cos(\beta) \sin(\theta) & \sin(\alpha) \sin(\beta) \sin(\theta) + \cos(\alpha) \cos(\theta) & \cos(\alpha) \sin(\beta) \sin(\theta) + \sin(\alpha) \cos(\theta) \\ \sin(\beta) & -\sin(\alpha) \cos(\beta) & \cos(\alpha) \cos(\beta) \end{pmatrix}$$

o

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$$

La transformación rígida (rotación y translación) puede ser descrita en forma de una transformación homogénea:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Esta matriz representa una transformación rígida de 6 g.d.l. (3 rotaciones y 3 translaciones). A estos 12 parámetros se les conoce como los parámetros extrínsecos.

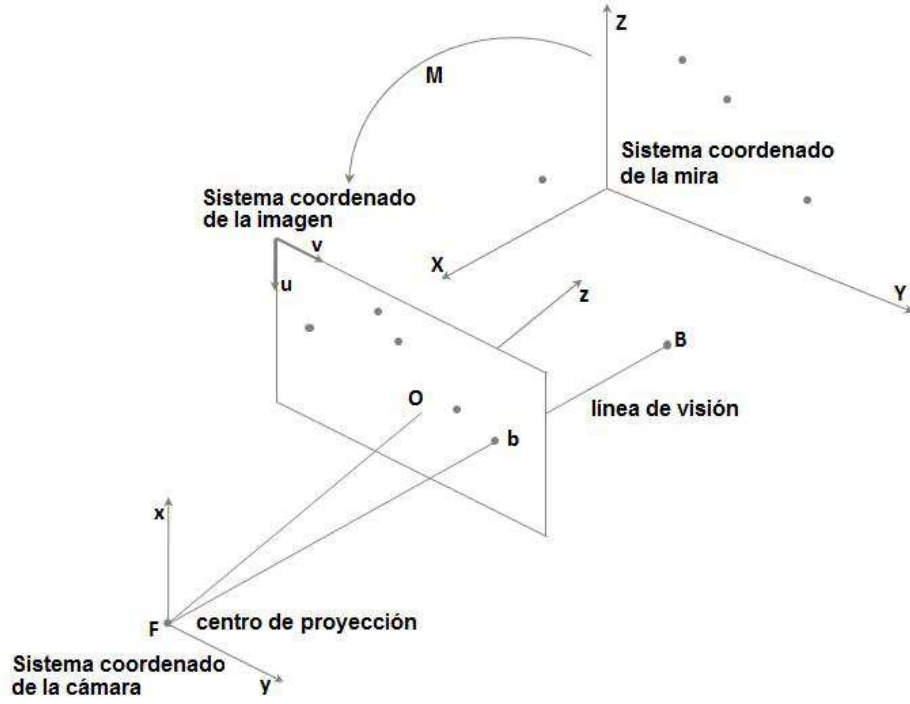


Figura 4.3: El principio de calibración de una cámara [Ramirez, 2000]

4.4.5. Transformación mira-imagen

Ahora podemos escribir la transformación mira-imagen en la forma de la una matriz $\mathbf{M}$ de 3 x 4, llamada matriz de proyección perspectiva, y que puede ser descompuesta como sigue:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{I}_c \mathbf{A} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \alpha_u \mathbf{r}_1 + u_0 \mathbf{r}_3 & \alpha_u t_x + u_0 t_z \\ \alpha_v \mathbf{r}_2 + v_0 \mathbf{r}_3 & \alpha_v t_y + v_0 t_z \\ \mathbf{r}_3 & t_z \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

En esta formula la matriz $\mathbf{A}$ puede escribirse en una forma mas compacta al utilizar la notación $r_i = (r_{i1} r_{i2} r_{i3})$:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 & t_x \\ \mathbf{r}_2 & t_y \\ \mathbf{r}_3 & t_z \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{M}$ es la matriz de proyección perspectiva y puede, en general, ser descrita de la forma siguiente:

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

En esta formula X , Y y Z son las coordenadas del punto B de la mira en el sistema en el sistema coordenado de ésta. De igual manera, esta matriz puede ser escrita en una

forma más simple:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_1 & m_{14} \\ \mathbf{m}_2 & m_{24} \\ \mathbf{m}_3 & m_{34} \end{pmatrix}$$

donde $\mathbf{m}_i = (m_{i1}m_{i2}m_{i3})$. Al calcular la matriz $\mathbf{M}$ con $\mathbf{I}_c\mathbf{A}$, teniendo en cuenta algunas propiedades de ortonormalidad de la rotación y resaltando que se debe de obtener un valor negativo para α_u , se obtiene un conjunto de ecuaciones que permiten calcular los parámetros intrínsecos en función de los coeficientes de $\mathbf{M}$ [Heraud and Morgan, 1995].

Así tenemos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{r}_3 = \mathbf{m}_3 \\ u_0 = \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_3 \\ v_0 = \mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{m}_3 \\ \alpha_u = -\|\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3\| \\ \alpha_u = \|\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3\| \\ \mathbf{r}_1 = 1/\alpha_u(\mathbf{m}_1 - u_0\mathbf{m}_3) \\ \mathbf{r}_2 = 1/\alpha_v(\mathbf{m}_2 - v_0\mathbf{m}_3) \\ t_x = 1/\alpha_u(m_{14} - u_0m_{34}) \\ t_y = 1/\alpha_v(m_{24} - v_0m_{34}) \\ t_z = m_{34} \end{array} \right. \quad (4.24)$$

donde $(\cdot)$ es el producto punto, y $(\times)$ el producto cruz entre dos vectores.

Con el fin de encontrar los parámetros intrínsecos debemos:

1. estimar los coeficientes de la matriz de proyección $\mathbf{M}$ y
2. extraer los parámetros de la cámara a partir de los coeficientes dados por la ecuación (4.24).

4.5. Mira de Calibración

Para poder calibrar la cámara a partir de una imagen, lo que significa calcular los 4 parámetros intrínsecos y los 12 parámetros extrínsecos de la cámara, se utiliza una mira de calibración cuya presencia es necesaria en las fotografías. Esta mira la constituyen 64 cuadrados de los cuales 62 de ellos son coplanares con una dimensión de 15 cm por lado y 2 cuadrados con 13 cm por lado no coplanares a los primeros, ver *Figura 4.4*. El propósito de utilizar la mira de calibración se resume al hecho de que podemos conocer coordenadas tridimensionales de la escena, las cuales las obtenemos a partir de coordenadas (X,Y,Z) de las esquinas de los cuadros, tomando como origen la esquina inferior izquierda de la mira.

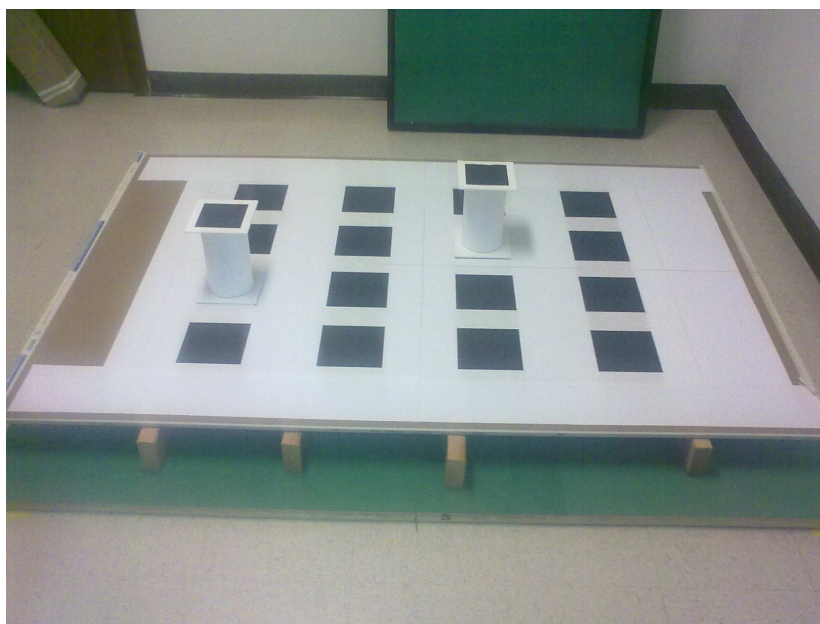


Figura 4.4: Mira de calibración

Para calcular los elementos de la matriz de proyección perspectiva $\mathbf{M}$ al menos se necesita conocer 6 puntos de la escena (X,Y,Z) con su respectiva localización en la imagen (u,v) . Para realizar esta tarea se puede aplicar un detector de esquinas el cual permitirá identificar los píxeles correspondientes a dichas esquinas sobre la imagen, es

decir, conocer las coordenadas (u,v) , ver *Figura 4.5*.

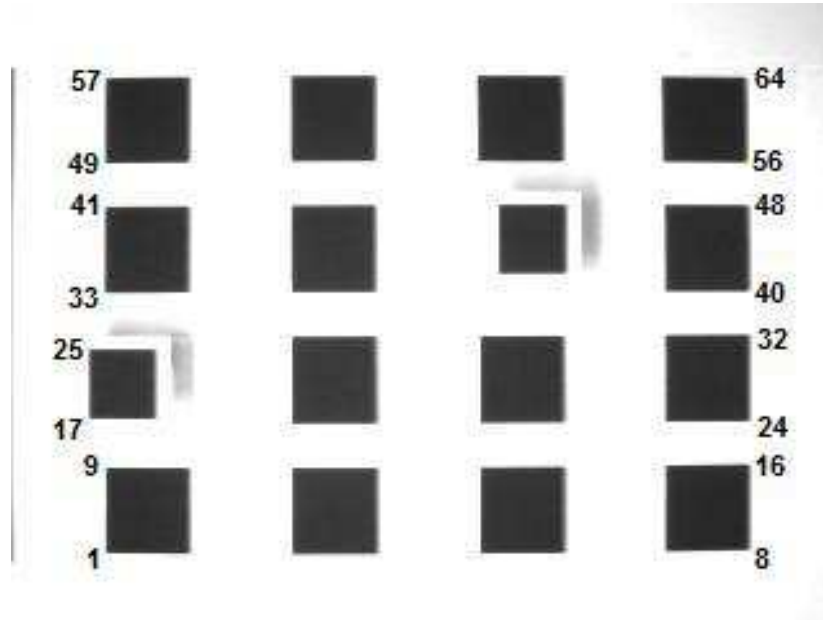


Figura 4.5: Imagen de la mira de calibración con la secuencia de puntos

4.6. Detector de Esquinas

La cámara utilizada para la adquisición de imágenes en este trabajo es una cámara CCD UNIQ (Charge Coupled Devices), la cual genera una imagen de tamaño 240 x 320 píxeles (ver Apéndice A). Cámaras CCD generan matrices de números que corresponden a la distribución de niveles de grises en una imagen. Arreglo de fotodiodos detectan el valor de intensidad de la luz en puntos individuales de la imagen (píxeles). El arreglo bidimensional de los niveles de grises constituyen la imagen final [Nehmzow, 2003].

En general un sistema de adquisición de imágenes, como cámaras CCD, genera un grado de difuminado en las imágenes. Lo anterior implica un grado de incertidumbre referente a la posición, orientación y localización del punto exacto donde se ubica la esquina. Se ha observado que los arreglos de CCD's en forma rectangular producen un grado de difuminado distinto en la dirección de los ejes principales de la imagen digital. Este problema se puede observar haciendo una ampliación de la imagen en

dicha esquina, ver *Figura 4.6*. Generalmente, esta incertidumbre se refleja como un cambio gradual en niveles de grises así como una curvatura en el punto de union de los bordes [Olague and Hernández, 2002].

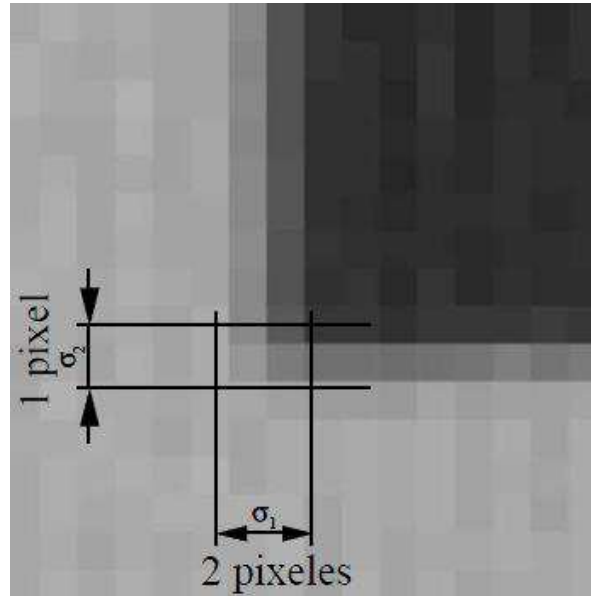


Figura 4.6: Los CCD's rectangulares producen difuminados distintos sobre los ejes del plano de la imagen digital [Clemente, 2006]

La detección precisa de las esquinas es una tarea importante ya que afecta directamente a la calidad de la calibración de la cámara. Para ello se utilizan algoritmos para la detección de esquinas como el detector paramétrico de esquinas propuesto por [Olague and Hernández, 2002], donde se propone un modelo de esquina.

4.6.1. Modelo analítico de un borde

[Olague and Hernández, 2002] proponen la Función Unitaria de Borde (FUB). Para todo (x, y) que pertenece a una region I de $\mathbb{R}^2$ y para el conjunto de parámetros $P = \{\sigma, \mu, \theta\}$. Se define la Función Unitaria de Borde ($FUB : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^+$) como:

$$U_x(I, P) = \pm \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int e^{\frac{-(x-y \cdot \tan(\theta) - \mu)^2}{2\sigma^2}} dt + \frac{1}{2} \quad (4.25)$$

donde: $\mu \in I$, $\sigma > 0$ y $\theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

La ecuación (4.25) se simplifica como

$$U_x(I, P) = \pm \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{x - y \cdot \tan(\theta) + \mu}{\sigma \sqrt{2}} \right) + \frac{1}{2} \quad (4.26)$$

donde

$$\operatorname{erf} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (4.27)$$

Es la función error también llamada integral de la probabilidad Gaussiana, es un caso especial de la función Gamma incompleta.

La magnitud del parámetro σ caracteriza el fenómeno de difuminado producido por el proceso de discretización de la imagen. La orientación del borde es dada por la ecuación de la recta

$$x = y \cdot \tan(\theta) - \mu \quad (4.28)$$

donde θ es el ángulo (ver *Figura 4.7a*) medido en el sentido de las manecillas del reloj desde el eje y . El parámetro μ es el cruce por cero sobre el eje x de la ecuación (4.28). Nótese que si y es la variable independiente de la ecuación (4.28), es decir:

$$y = x \cdot \tan(\theta) - \mu$$

el ángulo θ del borde sea medido desde el eje x y se denotara a la FUB como $U_y(I, P)$, ver *Figura 4.7b*.

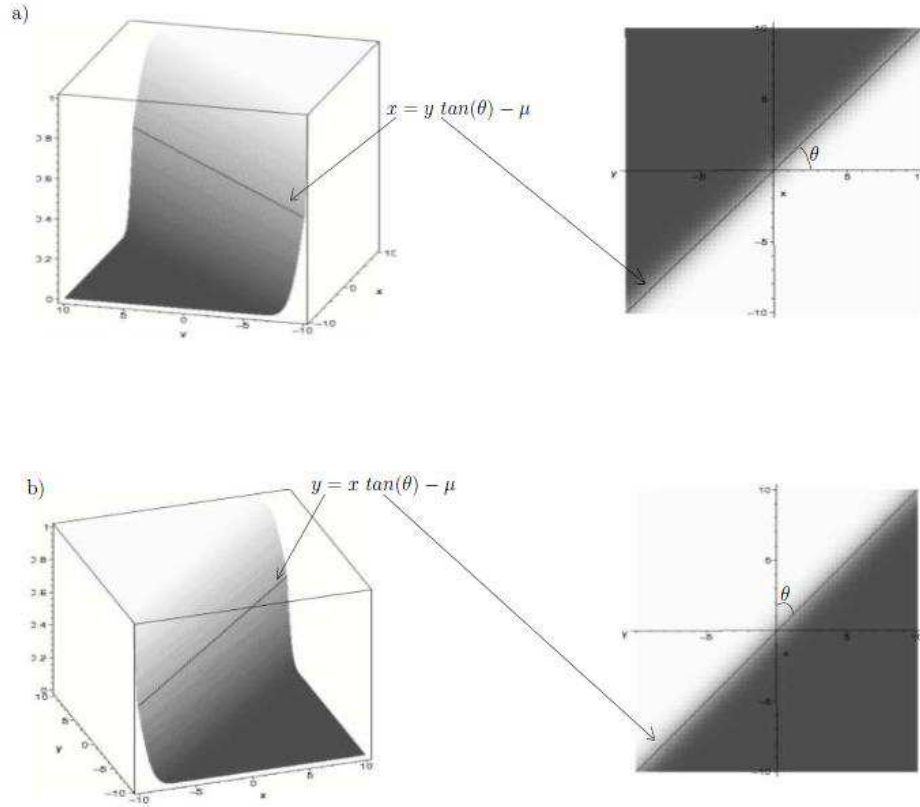


Figura 4.7: Gráficas 3D de la FUB [Clemente, 2006]

El signo de la función error en la FUB (ver ecuación 4.26), determina el sentido de “apertura” del borde. De esta forma se llamará FUB positiva si el signo de la función error es positivo y en caso contrario se llamará FUB negativa. Por ejemplo, sea $U_x(I, P)$ una FUB positiva con valores $\mu = 0, \sigma = 1$ y $\theta = 0$, crecerá hasta su valor máximo para todas las $x > 0$. En caso que la FUB sea negativa $U_x(I, P)$ tomará su valor máximo para todas las $x < 0$. Lo mismo sucede para las FUB $U_y(I, P)$.

La FUB describe en su totalidad las variaciones de intensidad de una imagen en una sola expresión. Lo anterior implica que no es necesario un proceso de convolución con un filtro Gaussiano para representar el fenómeno de difuminado en una imagen, como proponen en trabajos previos [Deriche and Giraudon, 1993], [Rohr, 1992].

Nótese que la FUB tiene su contradominio en el intervalo $[0, 1]$. Dado que se utilizan imágenes digitales en niveles de grises de $[0, 255]$ se proponen 2 factores de escala A, B

como sigue:

$$U'_1(I, P) = U_x(I, P) \cdot (A - B) + A \quad (4.29)$$

donde A es el nivel de gris superior del borde y B es el nivel inferior del borde también llamado *piso* del borde.

4.6.2. Modelo de esquina L

Una esquina es generada por la intersección de dos o mas bordes. Una caso especial es la esquina en L que se construye con la intersección de solo dos bordes. De esta forma se define como sigue. Se define la Función Unitaria de Esquina (FUE) como el producto de dos FUB

$$FUE = U_x(I, P_0) \cdot U_y(I, P_1) \quad (4.30)$$

donde $P_0 = \sigma_0, \mu_0, \theta_0$ y $P_1 = \sigma_1, \mu_1, \theta_1$ Para modelar por completo una imagen de esquina en L es necesario escalar la FUE en el rango de la escala de grises, esto se representa como:

$$ML = U_x(I, P_0) \cdot U_y(I, P_1)(A - B) + B \quad (4.31)$$

donde A es el nivel de gris superior del borde y B es el nivel de gris inferior del borde. La expresión escrita de esta forma permite modelar varias características como son:

1. ML modela el grado de difuminado σ en la dirección principal de cada borde en forma independiente.
2. El ángulo de orientación en cada borde es independiente.
3. La esquina puede estar ubicada en cualquier punto de la region I (ventana).
4. Los niveles de gris dentro y fuera de la esquina se ajustan automáticamente.

Si $A > B$ la esquina tendrá un ángulo de apertura α dentro del intervalo $]0, \pi[$. En caso contrario, si $A < B$ entonces $\alpha \in [\pi, 2\pi[$.

Para lograr la localización exacta del punto de esquina en una imagen, se considera el efecto de difuminado a lo largo de la dirección principal de cada borde. [Olague and Hernández, 2005] proponen que el punto exacto de esquina, en una esquina tipo L es ubicado como sigue: *El punto exacto de esquina (x_e, y_e) está ubicado sobre la curva de nivel $M_L(x, y, P) = 0.5$ y que satisface la mínima distancia Euclidiana D_{min} al punto de intersección (x_0, y_0) .* Donde el punto (x_0, y_0) es la intersección de las rectas definidas en la ecuación (4.28) para cada borde que construye la FUE y $M_L(x, y, \mathbf{P}) = 0.5$ indica la curva de nivel a 0.5 de la FUE que define al modelo de la esquina tipo L, ver *Figura 4.8*.

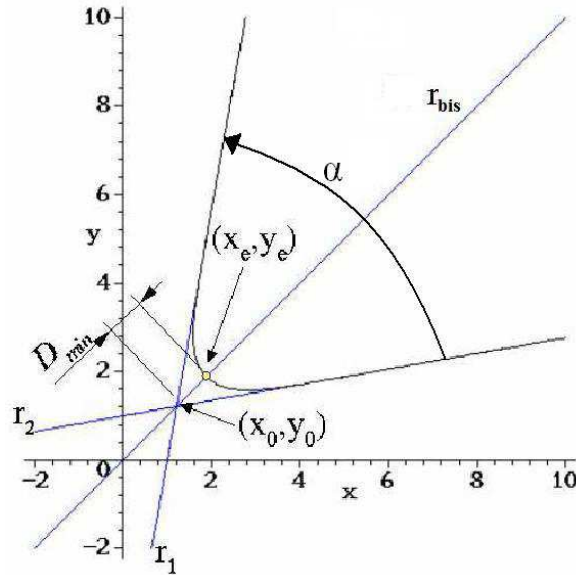


Figura 4.8: Criterio de ubicación exacta del punto esquina $P_e(x_e, y_e)$ [Clemente, 2006]

Geométricamente las rectas en la dirección principal de cada borde (ver ecuación 4.28) son las asíntotas a la curva de contorno $M_L(x, y, \mathbf{P}) = 0.5$. Esto quiere decir que existe igual cantidad de señal o energía hacia el piso como hacia la cresta del borde, a partir de dichas rectas.

Al tener un difuminado (σ) que no es necesariamente el mismo en cada borde, el punto exacto de la esquina varía con respecto a este parámetro. Si ambos difuminados

son iguales, (x_e, y_e) es igual al punto de intersección que se genera con la recta (r_{bis}) que bisecta al ángulo de apertura α de la esquina y la curva de nivel a 0.5, ver *Figura 4.9*.

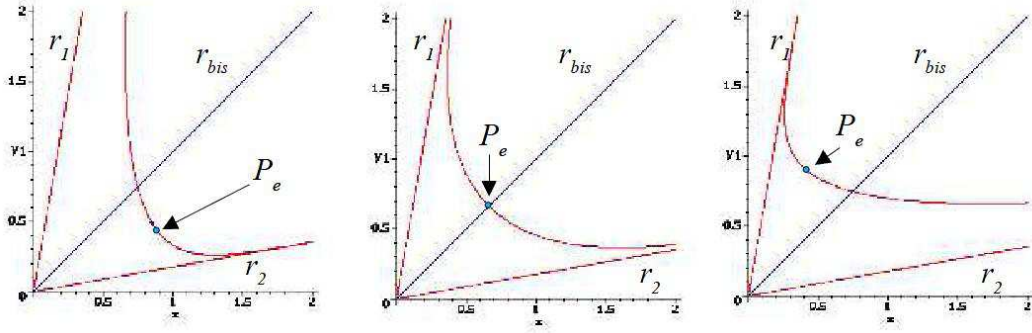


Figura 4.9: Distorsión de la curva $M_L(x, y, P) = 0.5$ causada por diferentes valores de difuminado. a) $\sigma_1 = 0.5, \sigma_2 = 4$ b) $\sigma_1 = \sigma_2 = 1.0$ c) $\sigma_1 = 4, \sigma_2 = 0.5$ [Clemente, 2006]

Para un análisis mas a detalle del detector paramétrico de esquinas y una comparación con otros detectores de esquinas ya diseñados se encuentra en [Clemente, 2006].

4.7. Calibración de la Cámara

Para realizar la calibración se hace uso de la ecuación (4.23) con la cual se puede escribir las coordenadas en la imagen de un punto de la escena. Teniéndose así que:

$$u = \frac{m_{11}X + m_{12}Y + m_{13}Z + m_{14}}{m_{31}X + m_{32}Y + m_{33}Z + m_{34}} \quad (4.32)$$

$$v = \frac{m_{21}X + m_{22}Y + m_{23}Z + m_{24}}{m_{31}X + m_{32}Y + m_{33}Z + m_{34}} \quad (4.33)$$

Estas dos ecuaciones describen la línea que pasa por el centro de proyección y el punto de la imagen (u, v) , en el sistema coordenado de la mira. Esta línea es la recta que pasa por F y b en la *Figura 1.4*. Además, es también llamada línea de visión asociada a un punto de la imagen con coordenadas (u, v) . Con el fin de calcular los coeficientes de la matriz $\mathbf{M}$ es necesario escribir un sistema de ecuaciones a partir de los puntos de la mira y su proyección de la imagen. Cada punto (X_i, Y_i, Z_i) se proyecta en (u_i, v_i) generandose

dos ecuaciones. Estas ecuaciones son linealmente independiente con respecto a los coeficientes de la matriz. De esta forma, se necesitan al menos 6 puntos para determinar los 12 coeficientes de la matriz $\mathbf{M}$ que nos interesa.

Las ecuaciones (4.32) y (4.33) pueden ser reescritas como una combinación lineal de los m_{ij} parámetros:

$$X_i m_{11} + Y_i m_{12} + Z_i m_{13} + m_{14} - u_i X_i m_{31} - u_i Y_i m_{32} - u_i Z_i m_{33} = u_i m_{34} \quad (4.34)$$

$$X_i m_{21} + Y_i m_{22} + Z_i m_{23} + m_{24} - v_i X_i m_{31} - v_i Y_i m_{32} - v_i Z_i m_{33} = v_i m_{34} \quad (4.35)$$

De esta forma obtenemos $2n$ ecuaciones para n puntos. Podemos escribir estas ecuaciones en su forma matricial (los subíndices indican el tamaño de la matriz):

$$\mathbf{K}_{2n \times 11} \mathbf{x}_{11 \times 1} = \mathbf{u}_{2n} \quad (4.36)$$

En una forma más detallada tenemos:

$$\begin{pmatrix} & & & & \vdots & & & & & & \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i X_i & -u_i Y_i & -u_i Z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_i X_i & -v_i Y_i & -v_i Z_i \\ & & & & \vdots & & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ m_{13} \\ m_{14} \\ m_{21} \\ m_{22} \\ m_{23} \\ m_{24} \\ m_{31} \\ m_{32} \\ m_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ u_i m_{34} \\ v_i m_{34} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

Para encontrar los valores reales de los doce elementos que componen la matriz $\mathbf{M}$, esto es con el propósito de conocer los parámetros intrínsecos y extrínsecos a partir de las

ecuaciones (4.24). Es por ellos que se utilizara el método Faugeras-Toscani, el cual es una solución mas robusta a dicha problemática [Ramirez, 2000].

4.7.1. Utilización de la restricción $\|\mathbf{m}_3\| = 1$: método Faugeras-Toscani

Al calcular los coeficientes de $\mathbf{M}$ en función de los coeficientes que componen las matrices $\mathbf{I}_c$ y $\mathbf{A}$, encontramos que, (ver ecuación (4.24)):

$$m_{31} = r_{31}, m_{32} = r_{32}, m_{33} = r_{33}$$

Por otro lado, aplicando identidades trigonométricas es fácil verificar que: $r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2 = 1$. Obteniendo así:

$$\|\mathbf{m}_3\|^2 = m_{31}^2 + m_{32}^2 + m_{33}^2$$

A continuación se muestra como calcular la matriz $\mathbf{M}$ tomando en cuenta la restricción anterior.

La ecuación (4.36) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\mathbf{B}\mathbf{x}_9 + \mathbf{C}\mathbf{x}_3 = 0 \tag{4.38}$$

donde $\mathbf{B}$ es una matriz de $2n \times 9$ dada por:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} & & & & \vdots & & & & \\ X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_i \\ & & & & \vdots & & & & \end{pmatrix}$$

y $\mathbf{C}$ es una matriz de $2n \times 3$ dada por:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} & & \vdots & \\ -u_i X_i & -u_i Y_i & -u_i Z_i & \\ -v_i X_i & -v_i Y_i & -v_i Z_i & \\ & & \vdots & \end{pmatrix}$$

además, $\mathbf{x}_9$ y $\mathbf{x}_3$, se obtienen descomponiendo $\mathbf{x}_{11}$ en dos incógnitas, de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}_9 = (\mathbf{m}_1 \ m_{14} \ \mathbf{m}_2 \ m_{24} \ m_{34})^t$$

y

$$\mathbf{x}_3 = (\mathbf{x}_3)^t$$

El segundo vector que es necesario encontrar, $\mathbf{x}_3$, representa a las variables que son necesarias para aplicar la restricción de que se vale este método.

El criterio a minimizar para poder solucionar de una manera óptima el sistema de ecuaciones en el siguiente:

$$\|\mathbf{B}\mathbf{x}_9 + \mathbf{C}\mathbf{x}_3\|^2$$

con la restricción:

$$\|\mathbf{x}_3\|^2 = 1$$

El cual puede ser escrito de la siguiente manera:

$$Q = \|\mathbf{B}\mathbf{x}_9 + \mathbf{C}\mathbf{x}_3\|^2 + \lambda(1 - \|\mathbf{x}_3\|^2)$$

desarrollando esta expresión se obtiene:

$$Q = \mathbf{x}_9^t \mathbf{B}^t \mathbf{B} \mathbf{x}_9 + \mathbf{x}_3^t \mathbf{C}^t \mathbf{C} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_9^t \mathbf{B}^t \mathbf{C} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_3^t \mathbf{C}^t \mathbf{B} \mathbf{x}_9 + \lambda(1 - \mathbf{x}_3^t \mathbf{x}_3) \quad (4.39)$$

Igualando a cero las derivadas parciales de $\mathbf{x}_9$ y $\mathbf{x}_3$, resultan las siguientes dos ecuaciones:

$$\mathbf{B}^t \mathbf{B} \mathbf{x}_9 + \mathbf{B}^t \mathbf{C} \mathbf{x}_3 = 0$$

$$\mathbf{C}^t \mathbf{C} \mathbf{x}_3 + \mathbf{B}^t \mathbf{B} \mathbf{x}_3 - \lambda \mathbf{x}_3 = 0$$

de las cuales se obtiene:

$$\mathbf{x}_9 = -(\mathbf{B}^t \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{C} \mathbf{x}_3$$

$$\mathbf{D} \mathbf{x}_3 = \lambda \mathbf{x}_3$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}^t \mathbf{C} - \mathbf{C}^t \mathbf{B} (\mathbf{B}^t \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{C}$$

Finalmente, sustituyendo estas ecuaciones en la ecuación (4.39) se tiene:

$$Q = \mathbf{x}_3^t \mathbf{D} \mathbf{x}_3 = \lambda \mathbf{x}_3^t \mathbf{x}_3 = \lambda$$

Cabe hacer notar que $\mathbf{D}$ es una matriz simétrica, definida positiva de 3×3 . Ésta tiene sus valores propios reales y positivos. $\mathbf{x}_3$ es un vector propio de $\mathbf{D}$ asociado al valor propio de la variable λ . Para aplicar el criterio es necesario seguir los siguientes pasos:

1. Calcular los valores propios de la matriz $\mathbf{D}$.
2. Escoger el valor propio más pequeño (éste valor es el que minimiza Q).
3. Calcular el vector propio ($\mathbf{x}_3$) asociado al valor propio seleccionado.
4. Normalizar el vector propio ($\mathbf{x}_3$).
5. Finalmente, calcular el vector $\mathbf{x}_9$.

Los coeficientes de $\mathbf{M}$ están dados por los vectores $\mathbf{x}_3$ y $\mathbf{x}_9$. El signo del vector propio, $\mathbf{x}_3$, no está definido, teniendo así dos soluciones: $\mathbf{M}$ y $-\mathbf{M}$. Podemos escoger una de estas dos soluciones tomando en cuenta que la mira a calibrar se encuentra enfrente de la cámara y no atrás de ésta. Así pues $m_{34} = t_z > 0$.

Para solucionar las ecuaciones anteriores se puede apoyar en las siguientes rutinas: *gauss-jordan*, para el calculo de la inversa de matrices y solución de sistemas de ecuaciones lineales, y *jacobi*, para el cálculo de valores y vectores propios, [Press et al., 1992].

4.8. Experimentación

El primer paso para poder obtener el modelo de la cámara (calibración) fue obtener las coordenadas (u, v) , de las esquinas de la mira de calibración en el sistema de coordenado de la imagen, utilizando el detector paramétrico de esquinas en 21 imágenes

tomadas con la cámara CCD UNIQ. Cada imagen fue tomada cada tres minutos durante una hora. En las tablas 4.1, 4.2 y 4.3 se puede observar las coordenadas (X, Y, Z) en milímetros de las 64 esquinas de la mira de calibración, así como también, sus respectivas coordenadas en imagen (u, v) de las esquinas en pixeles. Las coordenadas (u, v) de las esquinas que se presentan en las tablas es la media de las 21 imágenes en cada esquina.

Esquina No.	X	Y	Z	u	v
1	100	100	0	36.39220952	212.0045714
2	250	100	0	68.67888571	212.3090952
3	423	100	0	108.6255238	212.4812381
4	573	100	0	141.399	212.4604762
5	746	100	0	181.5167143	211.98
6	896	100	0	214.1587619	211.995619
7	1069	100	0	253.2402381	211.4350476
8	1219	100	0	285.5638095	210.9550952
9	100	250	0	36.4426381	179.4935238
10	250	250	0	68.50769524	179.9240476
11	423	250	0	108.579619	179.6501429
12	573	250	0	141.3593333	179.8967619
13	746	250	0	181.6085714	179.5489048
14	896	250	0	213.9957143	179.4540476
15	1069	250	0	253.3490952	178.7867619
16	1219	250	0	285.5267143	178.5322381
17	120	344	212	29.83393333	159.9770952
18	230	344	212	55.49810952	159.9590476
19	423	325	0	108.5525238	161.839
20	573	325	0	141.466	161.6498095
21	746	325	0	181.4268571	161.5321905

Tabla 4.1: Coordenadas de las 64 esquinas en el sistema de coordenadas del mundo (X, Y, Z) y en el sistema de coordenadas de imagen (u, v)

Conociendo las coordenadas (X, Y, Z) y (u, v) de las 64 esquinas en la escena y en la imagen respectivamente, se calculan los valores intrínsecos y extrínsecos obteniendo la matriz $\mathbf{M}$, mediante el método de Faugeras-Toscani [Ramirez, 2000] de las 21 imágenes de la mira de calibración. Aunque es de esperarse que los resultados al calcular los

Esquina No.	X	Y	Z	u	v
22	896	325	0	214.0718095	161.284619
23	1069	325	0	253.1388571	160.9109524
24	1219	325	0	285.7555714	160.8004762
25	120	455	212	29.98952857	133.649381
26	230	455	212	55.02957619	133.8018095
27	423	475	0	108.6568095	128.8264286
28	573	475	0	140.8332381	128.8802857
29	746	475	0	181.5242857	128.654381
30	896	475	0	213.5250476	128.7814286
31	1069	475	0	253.2441429	128.3089524
32	1219	475	0	285.5888095	128.2974762
33	100	551	0	35.80990952	111.1139524
34	250	551	0	68.5092381	110.9705238
35	423	551	0	108.4108571	110.8721429
36	573	551	0	140.8042381	110.7968095
37	766	571	212	188.7253333	103.7961429
38	876	571	212	214.5102381	103.6145714
39	1069	551	0	253.1291905	110.6459048
40	1219	551	0	285.6228571	110.8299524
41	100	701	0	36.21042857	78.69279524
42	250	701	0	68.24648571	78.67125714

Tabla 4.2: Coordenadas de las 64 esquinas en el sistema de coordenadas del mundo (X,Y,Z) y en el sistema de coordenadas de imagen (u,v)

parámetros fueran los mismos para las 21 imágenes, al observar las tablas 4.4 y 4.5, se da cuenta que existen pequeñas variaciones para todas las imágenes en cada uno de sus parámetros, pero también se puede notar que las desviaciones estándar de cada uno de los parámetros son mínimas. Tomando en cuenta que las unidades que se están manejando para estos parámetros son: pixeles/mm (α_u y α_v), mm (u_0 , v_0 , t_x , t_y y t_z) y grados ($\mathbf{R}_x$, $\mathbf{R}_y$ y $\mathbf{R}_z$).

Teniendo calibrado el sistema, se puede obtener la transformación de cualquier punto en coordenadas de la escena o del mundo a coordenadas de imagen o viceversa, es decir, teniendo una coordenadas de imagen hacer la transformación a coordenadas de la escena o del mundo. En este trabajo de tesis la ultima transformación es la que cobra mayor

Esquina No.	X	Y	Z	u	v
43	423	701	0	108.2705714	78.56288571
44	573	701	0	140.6292857	78.08465238
45	766	681	212	188.6484762	77.66893333
46	876	681	212	214.0825714	77.98898571
47	1069	701	0	252.9070952	77.75672381
48	1219	701	0	285.1951429	77.99900952
49	100	776	0	35.98079524	60.84189524
50	250	776	0	68.55071905	60.73655238
51	423	776	0	108.098381	60.08086667
52	573	776	0	140.653	60.31273333
53	746	776	0	180.6059524	60.13825238
54	896	776	0	213.7288095	60.11054762
55	1069	776	0	252.1122857	60.29269524
56	1219	776	0	284.7398095	60.6295
57	100	926	0	36.35433333	28.82434286
58	250	926	0	68.60361905	28.44654762
59	423	926	0	108.1850476	28.07337619
60	573	926	0	140.679619	27.97159048
61	746	926	0	180.3400476	27.88384762
62	896	926	0	213.1738095	27.9567
63	1069	926	0	251.7812381	28.22989048
64	1219	926	0	284.1318095	28.37992857

Tabla 4.3: Coordenadas de las 64 esquinas en el sistema de coordenadas del mundo (X,Y,Z) y en el sistema de coordenadas de imagen (u,v)

importancia, por lo que se realiza de la siguiente manera. De la ecuación (4.23), debido a que la matriz $\mathbf{M}$ no es cuadrada no se pudo aplicar la inversa simplemente, es por ello que la solución se divide en dos partes.

1) Transformación Cámara-Imagen. Es la transfiguración entre el sistema coordenado de la cámara al sistema coordenado de la imagen. Si:

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

donde s es el factor de escala. Entonces solo se tiene que invertir la matriz cuadrada

Imagen No.	α_u	α_v	u_0	v_0
1	-464.3168	463.8961	123.3406	150.7132
2	-459.6117	459.6816	124.4979	150.8557
3	-463.9042	463.0979	124.7646	152.2731
4	-468.7496	467.6301	124.3178	1.526379
5	-466.2201	466.1110	127.3847	151.8435
6	-469.3138	468.6802	122.7894	150.2540
7	-476.9175	476.5271	125.4976	153.7669
8	-459.3304	458.9275	121.6469	148.7825
9	-453.5335	453.6230	127.1140	149.5033
10	-462.3756	461.9264	121.7422	150.4369
11	-467.6738	467.7075	124.2183	154.2425
12	-469.0755	468.8414	121.2824	150.8192
13	-477.8551	478.0058	125.6522	152.4948
14	-423.1681	423.1723	128.9962	146.7088
15	-475.8554	475.5323	124.2046	150.1062
16	-436.3103	436.2087	126.4684	149.5026
17	-459.3313	458.8219	125.3390	150.1148
18	-466.6146	467.0419	125.5426	149.7572
19	-477.2174	477.1526	123.4708	152.5571
20	-440.5041	441.0658	124.4627	144.7412
21	-468.6680	468.0839	125.9712	150.2089
Media	-462.217	461.987	124.700	150.587
Desv. Est.	13.9500	13.8309	1.9542	2.1909

Tabla 4.4: Parámetros intrínsecos

de 3×3 para obtener las coordenadas (x, y, z) , quedando de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

2) Transformación cámara-mundo. Es la transformación entre el sistema de coordenado de referencia en el mundo 3D al sistema coordenado de la cámara. Si

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

Imagen No.	$\mathbf{R}_\alpha$	$\mathbf{R}_\beta$	$\mathbf{R}_\theta$	$\mathbf{t}_x$	$\mathbf{t}_y$	$\mathbf{t}_z$
1	0.9308	0.1881	-89.8783	-498.644	-611.3185	2067.953
2	0.7280	0.2790	-89.8578	-493.457	-611.1941	2050.495
3	0.8255	0.3840	-89.8232	-493.003	-617.9681	2065.067
4	0.6987	0.3689	-89.8303	-494.496	-619.0719	2086.214
5	0.5729	0.3157	-89.8626	-480.827	-615.7768	2079.277
6	0.9162	0.0904	-89.8517	-501.301	-609.2065	2090.391
7	0.7931	0.1443	-89.8468	-489.685	-624.3345	2125.703
8	0.9686	0.1115	-89.8513	-506.248	-602.3894	2046.910
9	0.4196	0.1688	-89.7981	-482.556	-604.7988	2026.243
10	1.0545	0.2627	-89.9176	-504.890	-610.1364	2057.369
11	0.7500	0.4324	-89.8138	-495.472	-625.8149	2084.215
12	0.9563	0.2665	-89.8957	-507.145	-611.5712	2087.679
13	0.7786	0.3154	-89.8304	-488.690	-618.8484	2130.931
14	0.0535	-0.0574	-89.8284	-474.105	-593.4143	1899.143
15	0.7876	0.1152	-89.8435	-495.238	-608.0800	2121.811
16	0.3910	0.2510	-89.9753	-483.759	-604.7584	1949.554
17	0.5312	0.2692	-89.8725	-489.277	-608.5651	2048.437
18	0.7060	0.0599	-89.8346	-489.093	-606.8108	2083.948
19	0.7102	0.2944	-89.8450	-498.190	-619.1476	2127.719
20	0.7863	-0.0416	-89.8338	-494.592	-584.2160	1970.258
21	0.5803	0.2150	-89.8347	-487.323	-609.0238	2089.504
Media	0.7114	0.2111	-89.8536	-492.761	-610.307	2061.37
Desv. Est.	0.2303	0.1317	0.0389	8.5152	9.6701	59.2670

Tabla 4.5: Parámetros extrínsecos

entonces se puede seguir el proceso opuesto para obtener las coordenadas en el mundo (X, Y, Z) , es decir:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x - t_x \\ y - t_y \\ z - t_z \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

En la *Figura 4.10* se muestra la trayectoria realizada por una marca (triángulo) sobre el plano de la mira, la cual su posición inicial es la esquina numero 41 y la posición final es la esquina numero 6 (ver *Figura 4.5*), las cuales tiene las coordenadas en el mundo $(100,701)$ y $(896,100)$ respectivamente. En la *Figura 4.11* se muestran las gráficas de

la posición en X y Y con respecto al tiempo. Con el análisis de los datos obtenidos el sistema, ya realizadas las transformaciones, muestran un error de $\pm 10mm$ en ambos ejes coordenados.

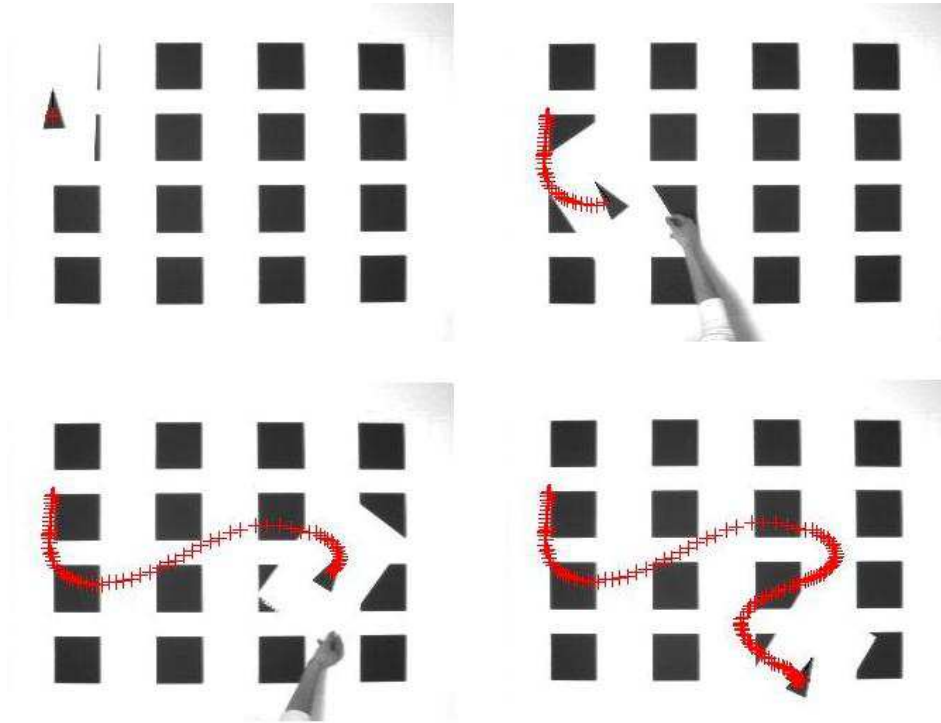


Figura 4.10: Trayectoria de una marca sobre la mira de calibración

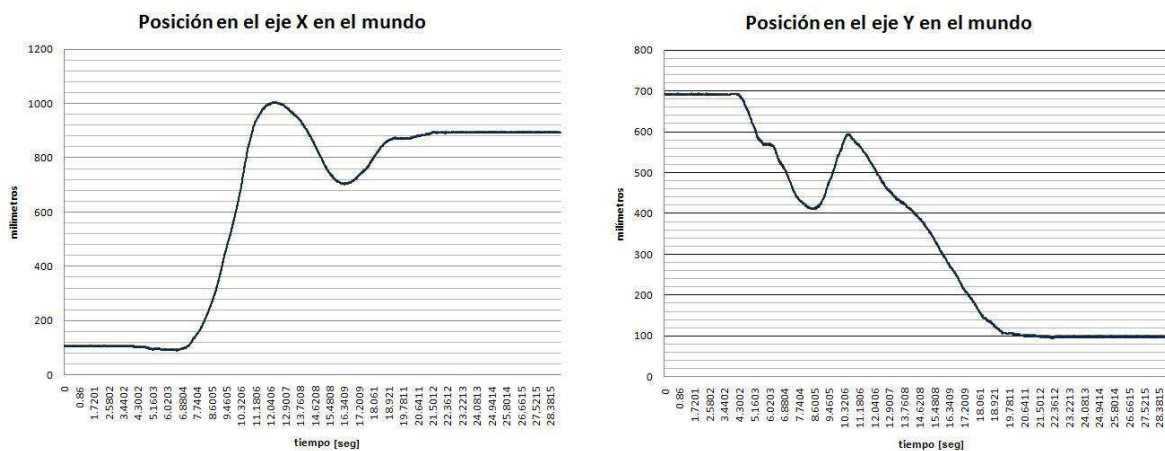


Figura 4.11: Gráficas de la posición de la marca en coordenadas del mundo con respecto al tiempo

Capítulo 5

Control Prealimentado: Trazado de un círculo

5.1. Introducción

El objetivo del control es que el vehículo ejecute de forma autónoma movimientos previamente planificados o los que permitan reaccionar de forma apropiada a la percepción del entorno. El problema de control de vehículos autónomos puede formularse como la obtención de leyes de control que permitan estabilizar el vehículo sobre un punto de trabajo anulando el efecto de las perturbaciones, *conocido como problema de regulación*, o bien hacer que el vehículo siga de forma autónoma una trayectoria de referencia. En este segundo caso, se distingue entre seguimiento de postura, en el cual se debe seguir la trayectoria en el tiempo de una postura de referencia $\rho_{ref} = (x, y, \theta)_{ref}$, constituida por la posición y por la orientación, o bien solo el seguimiento en el tiempo de una posición de referencia $\rho_{ref} = (x, y)_{ref}$ [Ollero-Baturone, 2007].

5.2. Diseño del controlador

Utilizando el robot omnidireccional (ya descrito en el capítulo II) se quiere que la posición $[x \ y]^T$ describa asintóticamente un círculo en el plano del mundo ($\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2$) con rapidez constante. Conociendo la estructura de la matriz de transformación $\mathbf{K}^{-1}$ del modelo cinemático, ecuación (2.22), y el vector de postura ξ no es medible.

El control propuesto para este problema es el siguiente:

$$\dot{\phi} = \begin{bmatrix} \omega_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

con $\omega_0 \neq 0$ como

$$\dot{\xi} = \mathbf{J}\mathbf{K}^{-1}\dot{\phi}$$

donde,

$$\mathbf{J} = -r \sin(\alpha) \mathbf{I}$$

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\cos(\beta+\alpha+\theta)}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} & -\frac{\sin(\frac{\pi}{3}+\beta+\alpha+\theta)+\sin(\beta+\alpha+\theta)}{3 \sin(\frac{\pi}{3})} & -\frac{\sin(\frac{\pi}{3}-\beta-\alpha-\theta)+\sin(\beta+\alpha+\theta)}{3 \sin(\frac{\pi}{3})} \\ \frac{\sin(\beta+\alpha+\theta)}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} & \frac{\cos(\frac{\pi}{3}+\beta+\alpha+\theta)+\cos(\beta+\alpha+\theta)}{3 \sin(\frac{\pi}{3})} & -\frac{\cos(\frac{\pi}{3}-\beta-\alpha-\theta)+\cos(\beta+\alpha+\theta)}{3 \sin(\frac{\pi}{3})} \\ \frac{1}{3d \sin(\alpha)} & \frac{1}{3d \sin(\alpha)} & \frac{1}{3d \sin(\alpha)} \end{bmatrix}$$

Por lo tanto,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = -r \sin(\alpha) \begin{bmatrix} \omega_0 \frac{\cos(\beta+\alpha+\theta)}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} \\ \omega_0 \frac{\sin(\beta+\alpha+\theta)}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} \\ \omega_0 \frac{1}{3d \sin(\alpha)} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

5.2.1. Determinación del centro del círculo

De la ecuación (5.1) se puede realizar el análisis para obtener las ecuaciones que indicaran el centro del círculo trazado por el robot omnidireccional en el plano. Siendo $\frac{-r}{3d} \neq 0$ se podrá realizar la integral a $\dot{\theta}$,

$$\dot{\theta} = \frac{-r\omega_0}{3d} \quad (5.2)$$

donde r es el radio de la rueda, d la distancia entre el centroide del robot (C) al punto de contacto de la rueda (0_k) y w_0 es la velocidad angular de la rueda. Integrando la ecuación 5.2 se tiene:

$$\theta(t) = \frac{-r\omega_0 t}{3d} + \theta_0$$

Por lo tanto se sustituye la ecuación anterior en las ecuaciones de $\dot{x}$ y $\dot{y}$ se tiene,

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= \frac{-r \sin(\alpha) \omega_0}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} \cos(\beta + \alpha + \theta) \\
\dot{x} &= \frac{-r \sin(\alpha) \omega_0}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} \cos(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) \\
\int \cos(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0), dt &= -\frac{3d}{r \omega_0} \sin(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) + C_1 \\
x &= -\frac{r \sin(\alpha) \omega_0}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} \left[-\frac{3d}{r \omega_0} \sin(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) + C_1 \right] \\
x &= \frac{\sqrt{3} d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \sin(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) - \frac{r \sin(\alpha) \omega_0}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} C_1 \\
x &= \frac{\sqrt{3} d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \sin(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) + B_1 \\
\dot{y} &= \frac{-r \sin(\alpha) \omega_0}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} \sin(\beta + \alpha + \theta) \\
\dot{y} &= \frac{-r \sin(\alpha) \omega_0}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} \sin(\beta + \alpha + \frac{-r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) \\
\int \sin(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0), dt &= \frac{3d}{r \omega_0} \cos(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) + C_2 \\
y &= -\frac{r \sin(\alpha) \omega_0}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} \left[\frac{3d}{r \omega_0} \cos(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) + C_2 \right] \\
y &= -\frac{\sqrt{3} \sin(\alpha) d}{\sin(\frac{\pi}{3})} \cos(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) - \frac{r \sin(\alpha) \omega_0}{\sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{3})} C_2 \\
y &= -\frac{\sqrt{3} \sin(\alpha) d}{\sin(\frac{\pi}{3})} \cos(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) + B_2
\end{aligned}$$

Al pasar del lado derecho las constantes B_1 y B_2 en sus respectivas ecuaciones, y sumando los términos se tiene,

$$\begin{aligned}
(x - B_1) + (y - B_2) &= \left[\frac{\sqrt{3} d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \cos(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) \right] + \\
&\quad \left[-\frac{\sqrt{3} d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \sin(\beta + \alpha - \frac{r \omega_0 t}{3d} + \theta_0) \right]
\end{aligned}$$

elevando al cuadrado la ecuación anterior se tiene la ecuación de un círculo de la siguiente forma,

$$(x - B_1)^2 + (y - B_2)^2 = \left[\frac{\sqrt{3}d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \cos(\beta + \alpha - \frac{r\omega_0 t}{3d} + \theta_0) \right]^2 + \left[-\frac{\sqrt{3}d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \sin(\beta + \alpha + \frac{-r\omega_0 t}{3d} + \theta_0) \right]^2$$

donde

$$\left(\frac{\sqrt{3}d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \right)^2 = \left(-\frac{\sqrt{3}d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \right)^2 = \frac{3d^2 \sin^2(\alpha)}{\sin^2(\frac{\pi}{3})}$$

y

$$\sin^2(\beta + \alpha + \frac{-r\omega_0 t}{3d} + \theta_0) + \cos^2(\beta + \alpha + \frac{-r\omega_0 t}{3d} + \theta_0) = 1$$

Por lo tanto,

$$(x - B_1)^2 + (y - B_2)^2 = 3 \left(\frac{d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \right)^2$$

Es decir, el radio del círculo trazado por el robot sobre el plano es igual a $\sqrt{3}(\frac{d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})})$ con centro en las siguientes coordenadas,

$$B_1 = x_0 - \frac{\sqrt{3}d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \sin(\beta + \alpha + \theta_0)$$

$$B_2 = y_0 + \frac{\sqrt{3}d \sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \cos(\beta + \alpha + \theta_0)$$

Como se puede observar el centro del círculo trazado es independiente de la velocidad de la rueda y del radio de las ruedas.

5.3. Experimentación y Resultados

Después de haber realizado el análisis del controlador para el robot omnidireccional, se comprobó el funcionamiento de dicho controlador de forma experimental. Para realizar este experimento se colocó el robot omnidireccional en un punto arbitrario en el plano del mundo (ver *Figura 5.1*). Como se puede observar sobre el robot se encuentra

una marca oscura (triángulo isosceles) en la cual nos apoyamos para obtener la postura del robot mediante los momentos de imagen, descritos en el capítulo III. Ya que el centro geométrico de la marca es igual al centro geométrico del robot.

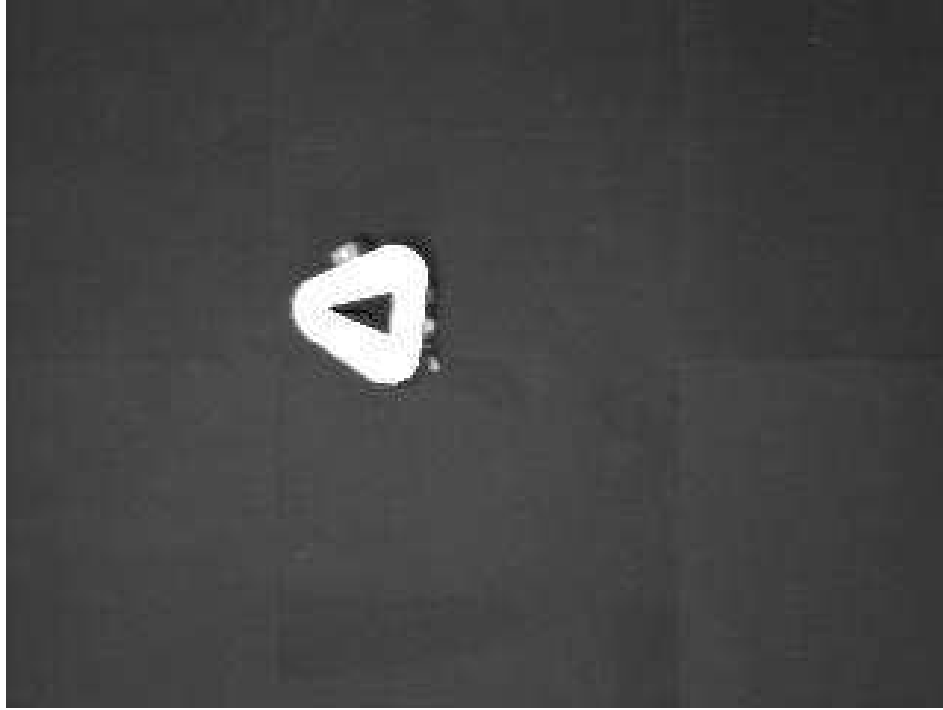


Figura 5.1: Condiciones iniciales del robot omnidireccional

Las condiciones iniciales para este robot fueron $x = 492.5mm$, $y = 575.2mm$ y $\theta_0 = 3.054rad$. La trayectoria trazada por el robot móvil omnidireccional con dichas condiciones iniciales se muestra en la *Figura 5.2*.

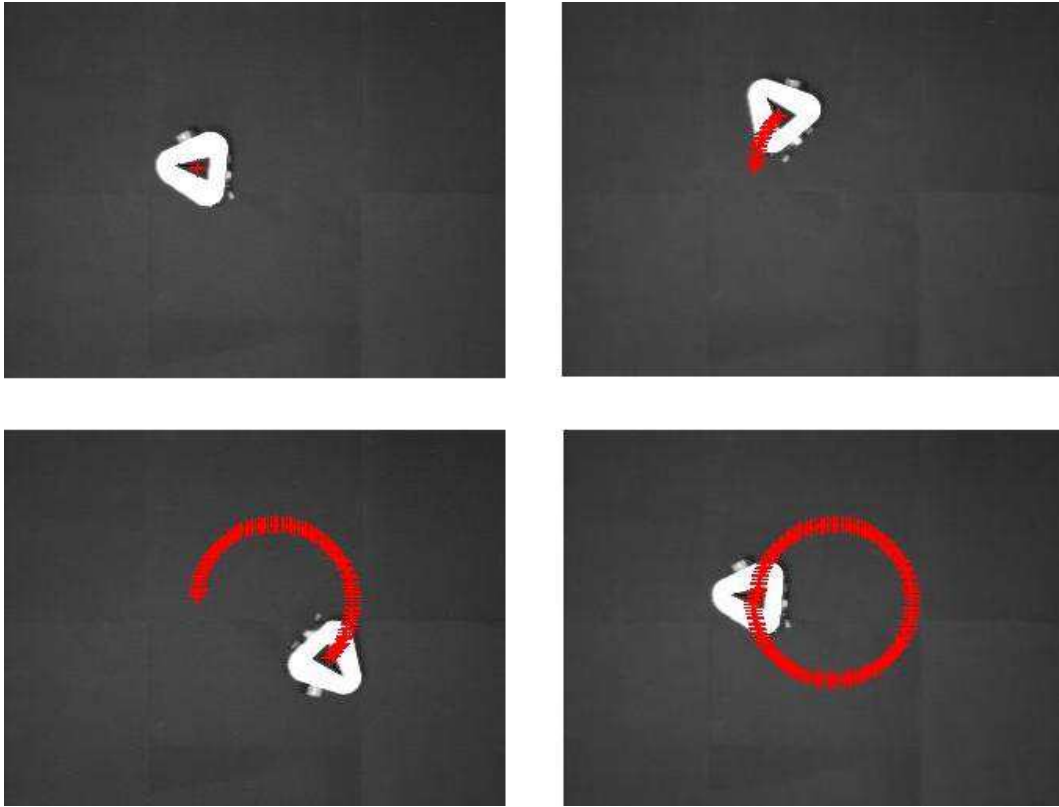


Figura 5.2: Trayectoria del robot

Realizando las gráficas de la coordenadas x y y del robot y su orientación con respecto al tiempo se obtiene las gráficas mostradas en las *Figuras 5.3, 5.4 y 5.5*:

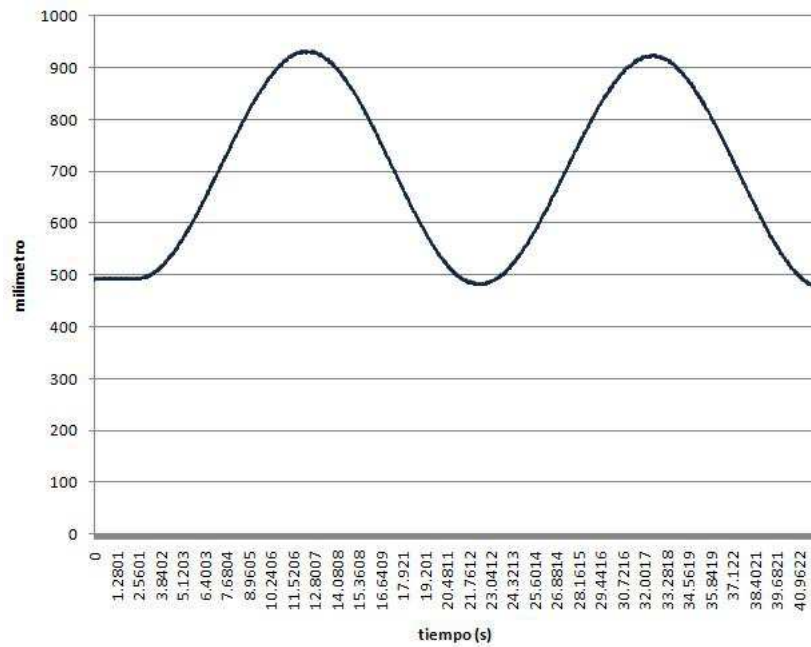


Figura 5.3: Coordenada en el eje x con respecto al tiempo

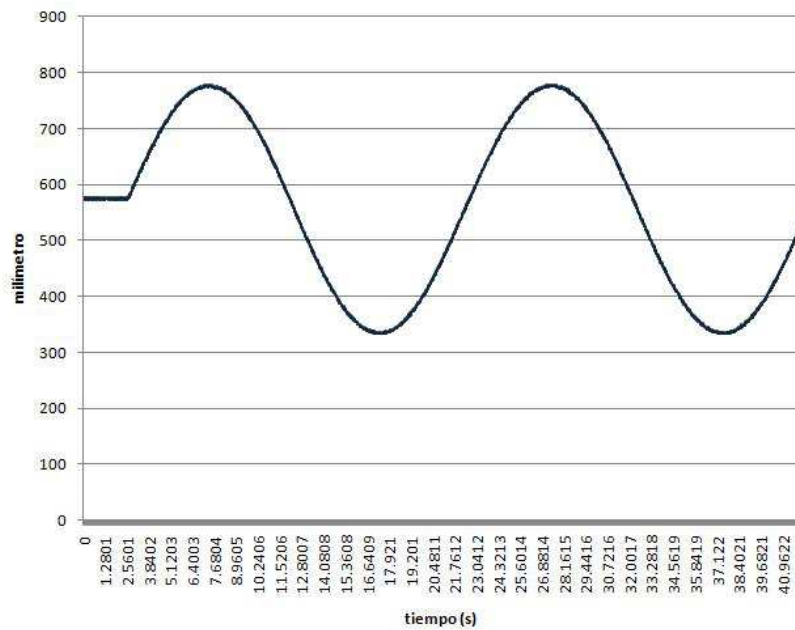


Figura 5.4: Coordenada en el eje y con respecto al tiempo

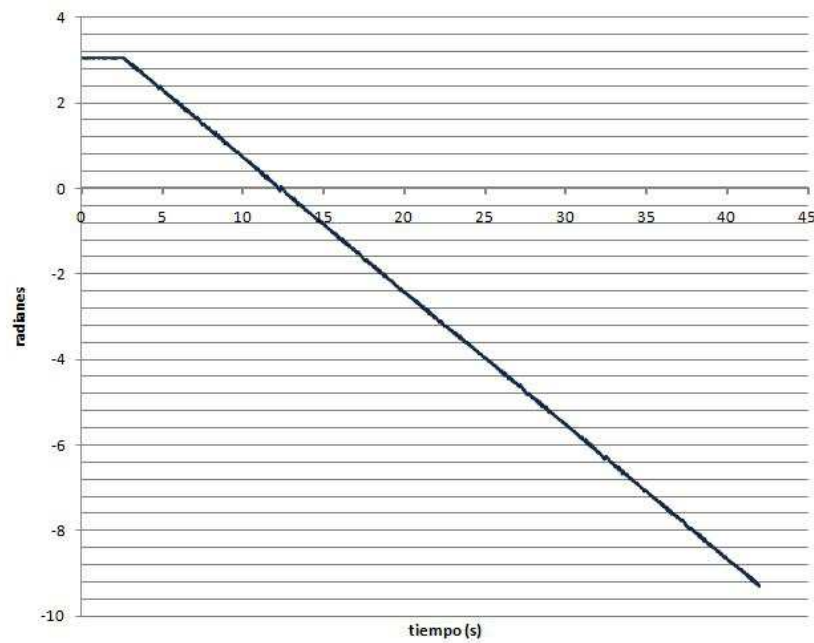


Figura 5.5: Orientación del robot con respecto al tiempo

Realizando los cálculos y analizando las gráficas se puede observar que el robot móvil omnidireccional está trazando un círculo en el plano del mundo como se deseaba, y también se puede conocer analíticamente el centro de dicho círculo, por lo que el controlador sí está trabajando satisfactoriamente.

Capítulo 6

Conclusiones y Trabajos Futuros

En este capítulo se exponen las conclusiones a las que se llegó a lo largo del desarrollo de este trabajo de tesis y también se describen brevemente problemas que quedaron abiertos para investigaciones futuras.

6.1. Conclusiones

Por una parte en este trabajo de tesis se abordó el problema de la calibración de una cámara de visión, primeramente con el diseño y construcción de una mira de calibración, y una segunda parte el cálculo de los parámetros extrínsecos y intrínsecos de la cámara mediante el método de Faugeras-Toscani [Ramirez, 2000]. Con lo que se consiguió un modelo de la cámara bastante preciso, ya que se obtuvo un error máximo aproximado en ambos ejes coordenados de $\pm 10mm$ en la medición del centroide del robot. Por ello se pudo utilizar una cámara y el sistema de visión (RTSVC [Bugarín, 2009]) como elemento sensorial para el robot móvil omnidireccional, el cual se encarga de la detección de la postura de dicho robot.

Por otra parte, el resultado principal de este trabajo de tesis, fue el desarrollo de una propuesta del modelo cinemático (directo e inverso) de un robot móvil omnidireccional con 3 ruedas. El método utilizado para el modelado puede ser extensivo para un robot de n ruedas omnidireccionales. También, se presenta el análisis de un controlador para

resolver el problema de regulación y seguimiento de trayectoria. Para este propósito, se utilizó una configuración donde el eje óptico de la cámara es perpendicular al plano de movimiento del robot, esto con la intención de utilizar características de imagen globales en base a combinaciones de momentos de imagen de la proyección en el plano de imagen de dicho objeto.

6.2. Trabajos Futuros

A continuación se presentan diferentes puntos que presentan problemas abiertos para investigaciones futuras:

- Diseño de controladores para plataformas con obstáculos.
- Diseño de controladores para sistemas multiagente, formación y trayectorias.
- Utilización de diferentes tipos de elementos sensoriales como GPS.
- Diseño de controladores para robots con sistema de visión montado en él.
- Diseño de controladores para trayectorias arbitrarias.
- Diseño de controladores donde se utilice visión estéreo o multicámara.

Bibliografía

- [Aranda et al., 1998] Aranda, J., Grau, A., and Climent, J. (1998). Control architecture for a three-wheeled roller robot. In *The 5th International Workshop on Advanced Motion Control*, pages 518–523, Coimbra, Portugal.
- [Araujo, 2003] Araujo, J. J. O. (2003). *Elementos de teoría de probabilidad para ingenieros*. Universidad Javeriana.
- [Balakrishna and Ghosal, 1995] Balakrishna, R. and Ghosal, A. (1995). Modeling of slip for wheeled mobile robots. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION*, 11(1):126–132.
- [Barrientos et al., 2007] Barrientos, A., Peñin, L. F., Balaguer, C., and Aracil, R. (2007). *Fundamentos de Robótica*. Mc Graw Hill, España, second edition.
- [Batlle and Barjau, 2009] Batlle, J. A. and Barjau, A. (2009). Holonomy in mobile robots. *Robotics and Autonomous Systems*, 57:433–440.
- [Batlle et al., 2010] Batlle, J. A., Font-Llagunes, J. M., and Barjau, A. (2010). Calibration for mobile robots with an invariant jacobian. *Robotics and Autonomous Systems*, 58:10–15.
- [Betourne and Campion, 1996] Betourne, A. and Campion, G. (1996). Dynamic modelling and control design of a class of omnidirectional mobile robots. In *IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pages 2810–2815, Minneapolis, USA.

- [Bugarín, 2009] Bugarín, E. (2009). *Control visual de robots en tiempo real*. Tesis de Doctorado, CICESE, Ensenada, Baja California, México.
- [Campa and Kelly, 2008] Campa, R. and Kelly, R. (2008). Winmechlab: A windows-based sortfware tool for real-time control of mechatronic systems. In *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, pages 9755 – 9760, Seoul, Korea.
- [Campion et al., 1996] Campion, G., Bastin, G., and D’Andrea-Novet, B. (1996). Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, 12(1):47–62.
- [Canudas et al., 1996] Canudas, C., Siciliano, B., Bastin, G., Brogliato, B., Campion, G., D’Andrea-Novet, B., Luca, A. D., Khalil, W., Lozano, R., Ortega, R., Samson, C., and Tomei, P. (1996). *Theory of Robot Control*. Springer-Verlag, London.
- [Carter et al., 2001] Carter, B., Good, M., Dorohoff, M., Lew, J., II, R. L. W., and Gallina, P. (2001). Mechanical design and modeling of an omni-directional robocup player. In *RoboCup 2001 International Symposium*, Seattle, WA, USA.
- [CBC, 2007] CBC (2007). Your view: How would you define a robot? www.cbc.ca/technology/technology-blog/2007/07/your_view_how_would_you_define.html. Revisado 2010-05-22.
- [Chung et al., 2003] Chung, B. Y. J. H., Kim, W. K., and Lee, H. (2003). The dynamic modeling and analysis for an omnidirectional mobile robot with three caster wheels. In *2003 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, pages 521–527, Taipei, Taiwan.
- [Clemente, 2006] Clemente, E. H. (2006). *Detector paramétrico a nivel sub-píxel de esquinas múltiples y blancos retro-reflejantes*. Tesis de Maestría, CICESE, Ensenada, Baja California, México.

- [D’Andrea-Novel et al., 1992] D’Andrea-Novel, B., Bastin, G., and Campion, G. (1992). Dynamic feedback linearization of nonholonomic wheeled mobile robots. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2527–2532, Nice, France.
- [Deriche and Giraudon, 1993] Deriche, R. and Giraudon, G. (1993). A computational approach for corner and vertex detection. *International Journal of Computer Vision*, 2(10):101–124.
- [Fujisawa et al., 1997] Fujisawa, S., Ohkubo, K., Yoshida, T., Satonaka, N., Shidama, Y., and Yamaura, H. (1997). Improved moving properties of an omnidirectional vehicle using steeping motor. In *Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control*, pages 3654–3656, San Diego, CA, USA.
- [González and Wood, 1996] González, R. C. and Wood, R. E. (1996). *Tratamiento digital de imágenes*. Addison-Wesley Iberoamericana, USA, español edition.
- [Horaud and Morgan, 1995] Horaud, R. and Morgan, O. (1995). *Vision par Ordinateur*. Hermes, France, second edition.
- [Kalmar-Nagy et al., 2004] Kalmar-Nagy, T., D’Andrea, R., and Ganguly, P. (2004). Near-optimal dynamic trajectory and control of an omnidirectional vehicle. *Robotics and Autonomous Systems*, pages 46–64.
- [Kelly and Santibanez, 2003] Kelly, R. and Santibanez, V. (2003). *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*. Prentice Hall.
- [Liu et al., 2003] Liu, Y., Wu, X., Zhu, J., and Lew, J. (2003). Omni-directional mobile robot controller design by trajectory linearization. In *American Control Conference*, volume 4, pages 3423–3428, Denver, Colorado, USA.

- [Mohd et al., 2006] Mohd, J. E., Rizon, M., Yaacob, S., Adom, A. H., and Mamat, M. R. (2006). Designing omni-directional mobile robot with mecanum wheel. *American Journal Of Applied Sciences*, 3(5):1831–1835.
- [Muir and Neuman, 1987] Muir, P. F. and Neuman, C. P. (1987). Kinematic modeling for feedback control of an omnidirectional wheeled mobile robot. In *Proceedings 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pages 1772–1778, Pittsburgh, PA, USA.
- [Nakano et al., 1994] Nakano, E., Mori, Y., Takahashi, T., and Takayama, K. (1994). A study on mechanism and control of omni-directional vehicle. In *Proc. '94 IROS*, pages 52–59.
- [Nehmzow, 2003] Nehmzow, U. (2003). *Mobile Robotics. A practical introduction*. Springer, USA, second edition.
- [no Suarez et al., 2006] no Suarez, P. A. N., Aranda-Bricaire, E., and Velasco-Villa, M. (2006). Discrete-time sliding mode path-tracking control for a wheeled mobile robot. In *45th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 3052–3047, San Diego, CA, USA.
- [Olague and Hernández, 2002] Olague, G. and Hernández, B. (2002). Flexible model-based multi-corner detector for accurate measurements and recognition. In *Proc. of the International Conference on Pattern Recognition*, volume 11 of 15, pages 578–583, Quebec, Canada.
- [Olague and Hernández, 2005] Olague, G. and Hernández, B. (2005). A new accurate and flexible model based multi-corner detector for measurement and recognition. *Pattern Recognition Letters*, 26(1):27–41.

- [Ollero-Baturone, 2007] Ollero-Baturone, A. (2007). *Robótica. Manipuladores y robots móviles*. Alfaomega Grupo Editor.
- [Oriolo et al., 2002] Oriolo, G., Luca, A. D., and Venditteli, M. (2002). Wmr control via dynamic feedback linearization: Design, implementation and experimental validation. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, 10(6):835–852.
- [Park et al., 2002] Park, T. B., Lee, J. H., ju Yi, B., Kim, W. K., You, B. J., and Oh, S.-R. (2002). Optimal design and actuator sizing of redundantly actuated omnidirectional mobile robots. In *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 732–737, Washington, DC.
- [Pin and Killough, 1994] Pin, F. G. and Killough, S. M. (1994). A new family of omnidirectional and holonomic wheeled platforms for mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 10(4):480–489.
- [Pizarro et al., 2005] Pizarro, D. A., Campos, P., and Tozzi, C. L. (2005). Comparación de técnicas de calibración de cámaras digitales. *Revista Facultad de Ingenieria - Universidad Tarapacá*, 13(1):57–67.
- [Press et al., 1992] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P. (1992). *Numerical recipes. The art of scientific computing*. Cambridge University Press, second edition.
- [Prokop and Reeves, 1992] Prokop, R. J. and Reeves, A. P. (1992). A survey of moment-based techniques for unoccluded object representation and recognition. *Graphical Models and Image Processing*, 54(5):438–460.
- [Ramirez, 2000] Ramirez, R. (2000). *Síntesis de imágenes a partir de fotografías*. Tesis de Maestría, CICESE, Ensenada, Baja California, México.

- [Rohr, 1992] Rohr, K. (1992). Recognizing corners by fitting parametric models. *International Journal of Computer Vision*, 9(3):213–230.
- [Saha et al., 1995] Saha, S. K., Angeles, J., and Darcovich, J. (1995). The design of kinematically isotropic rolling robots with omnidirectional wheels. *Mech. Mach. Theory*, 30(8):1127–1137.
- [Sossa, 2006] Sossa, J. H. (2006). *Rasgos descriptores para el reconocimiento de objetos*. Instituto Politécnico Nacional, México.
- [Teague, 1980] Teague, M. R. (1980). Image analysis via the general theory of moments. *Journal of the Optical Society of America*, 70(8):920–930.
- [Thomas, 2006] Thomas, G. B. (2006). *Calculo Una Variable*. Pearson, undecima edition.
- [Udengaard and Iagnemma, 2007] Udengaard, M. and Iagnemma, K. (2007). Kinematic analysis and control of an omnidirectional mobile robot in rough terrain. In *Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 795–800, San Diego, CA, USA.
- [Velasco-Villa et al., 2007] Velasco-Villa, M., Alvarez-Aguirre, A., and Rivera-Zago, G. (2007). Discrete-time control of an omnidirectional mobile robot subject to transport delay. In *Accepted for the American Control Conference 2007*, New York City, USA.
- [Villa et al., 2007] Villa, M. V., del Muro-Cuellar, B., and Alvarez-Aguirre, A. (2007). Smith-predictor compensator for a delayed omnidirectional mobile robot. In *15th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 27–30, Athens, Greece.
- [Watanabe, 1998] Watanabe, K. (1998). Control of an omnidirectional mobile robot. In *2nd. Int. Conf. on Knowledge-base Intelligent Electronics systems*, volume 1, pages 51–60, Adelaide, Australia.

- [West and Asada, 1995] West, M. and Asada, H. (1995). Design and control of ball wheel omnidirectional vehicles. In *Procs. of 1995 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 2, pages 1931–1938, Nagoya, Japan.
- [Williams et al., 2002] Williams, R. L., Carter, B. E., Gallina, P., and Rosati, G. (2002). Dynamic model with slip for wheeled omnidirectional robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18:285–293.

Apéndice A

Infraestructura Experimental

A.1. Cámara Digital

- Marca: UNIQ
- Modelo: UF-1000CL
- Sensor: CCD
- Píxeles: 320 (H) x 240 (V)
- Velocidad de imágenes: 400 fps
- Tamaño de celdas: $14.8\mu m$ x $14.8\mu m$
- Salida de video digital: 10-bit RS-644 (LVDS)/ Formato Camera Link
- Mínima iluminación: 0.5 lux
- Montura de lentes: Montura tipo C
- Alimentación: 12 V, 350 mA, 3 W
- Temperatura de operación: -10°C a 50°C
- Tamaño: 50mm x 39mm x 83mm



Figura A.1: Cámara UNIQ UF-1000

A.2. Robot Móvil Omnidireccional PPRK

El robot móvil PPRK, ver figura A.2, es una plataforma robótica desarrollada por la Universidad de Carnegie Mellon para ser controladas por una Palms, aunque también puede ser usado con módulos para su control. Uno de estos dispositivos es el módulo BrainStem GP 1.0, figura A.3. Las características de tanto la plataforma robótica como del módulo de control son las siguientes:

- 3 ruedas omnidireccionales con $r = 40mm$ y barriles con $\alpha = 90^\circ$
- 3 servos motores de rotación continua con velocidad máxima de 60 rpm.
- 3 sensores infrarrojos.
- Módulo BrainStem GP 1.0
 - 5 entradas analógicas con 10-bit de resolución
 - 5 entradas/salidas digitales
 - 4 salidas para RC servos controlados con PWM
 - Comunicación I2C y Serie
 - 2 Entradas de alimentación una para el módulo de control y otra para los servos

- $d = 115mm$ Distancia del centro geométrico al punto de contacto
- Peso = 1.362 Kg.

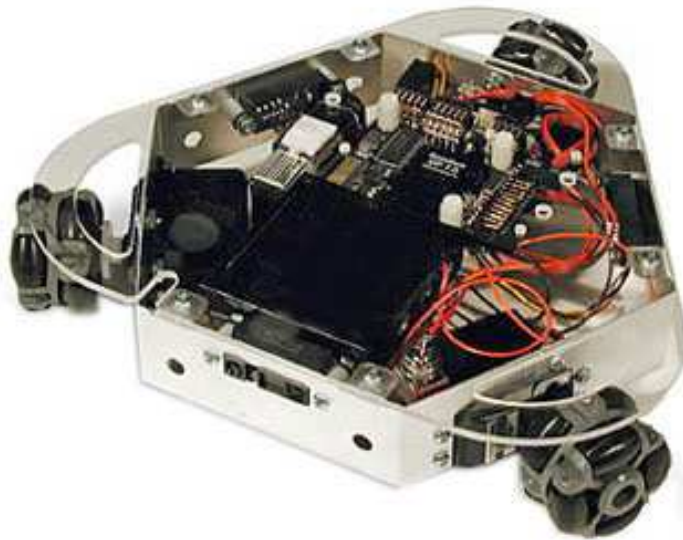


Figura A.2: Robot PPRK



Figura A.3: Modulo BrainStem GP 1.0

A.3. Equipo de Cómputo

Para la realización de este trabajo fue necesario la utilización de dos software, el primero para el procesamiento de las imágenes tomadas por la cámara digital UNIQ que es el sensor de postura del robot, y un segundo software para la programación de los algoritmos de control que fueron diseñados en el capítulo V. Estos dos sistemas son sistemas de tiempo real.

1. RTSCV
2. WinMechLab

A.3.1. RTSVC

El Sistema de Tiempo Real para el Control Visual (RTSVC por sus siglas en inglés) es un sistema computacional de tiempo real bajo RTLinux que asiste y facilita

el desarrollo de experimentos con robots dotados de percepción visual. Este sistema fue desarrollado en el laboratorio de robótica del Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada [Bugarín, 2009]. Sus principales características son:

- Operación bajo RTLinux, un sistema operativo de tiempo real con arquitectura abierta.
- Capacidad de mostrar y almacenar tanto datos como imágenes.
- Editor integrado que facilita tanto la programación de algoritmos de extracción de información de la imagen como la programación de otras operaciones necesarias en un lenguaje similar a C.
- Capacidad de comunicación remota via puerto serie.
- Compatibilidad con diversas tarjetas y cámaras.

La tarjeta procesadora de video utilizada en este sistema y durante la experimentación fue una tarjeta procesadora de video ARVOO de modelo Leonardo PCI64-CL-DB-X100-C-256.

A.3.2. WinMechLab

WinMechLab viene del acrónimo de Window Mechatronic Laboratory, el cual fue creado para algoritmos de control en sistemas mecánicos de hasta 6 grados de libertad. Este sistema fue desarrollado en el laboratorio de robótica del Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada [Campa and Kelly, 2008]. El sistema experimental esta conformado:

- Sistema Mecanico (robot)
- CPU (con sistema Window NT)

- Tarjeta adquisitora de datos y puerto serie.
- Gabinete y botonera
- Ambiente de programación (WinMechLab)

Para la realización de este trabajo no fue necesario la utilización de todos los componentes de los que esta conformado el sistema WinMechLab.

WinMechLab se ejecuta sobre plataforma Windows NT 4.0 o mayor (Windows 2000 y Window XP) mas la extension de tiempo real para Window denominada RTX. El sistema WinMechLab es un ambiente de programación basado en el entorno *Microsoft Window*. Y Está destinado a la implementación y experimentación de algoritmos de control en tiempo real para sistemas mecánicos, el cual facilita la programación, simulación y ejecución de dichos algoritmos de control.

Apéndice B

Robot Móvil Omnidireccional

Durante la realización de este trabajo de tesis se diseñó y construyó una plataforma de un robot móvil omnidireccional, el cual cuenta con las siguientes características:

- 3 ruedas omnidireccionales con $r = 40mm$ y barriles con $\alpha = 90^\circ$
- 3 servos motores de rotación continua con velocidad maxima de 60 rpm.
- 3 encoders capacitivos
- 1 tarjeta de control, la cual consta de:
 - 4 microcontroladores PIC18f2431
 - 1 microcontrolador PIC18f252
 - 1 MAX232
 - Transmisor-Receptor de Bluetooth
 - 2 Entradas de alimentación una para el modulo de control y otra para los servos

La plataforma tiene forma de un dodecaedro en la cual se montan los motores, encoders y la tarjeta de control. Tiene esta forma debido a que el robot puede ser fácilmente utilizado como un robot móvil omnidireccional de 3 ruedas o de 4 ruedas, instalando convenientemente los servomotores, ver *Figura B.1*.

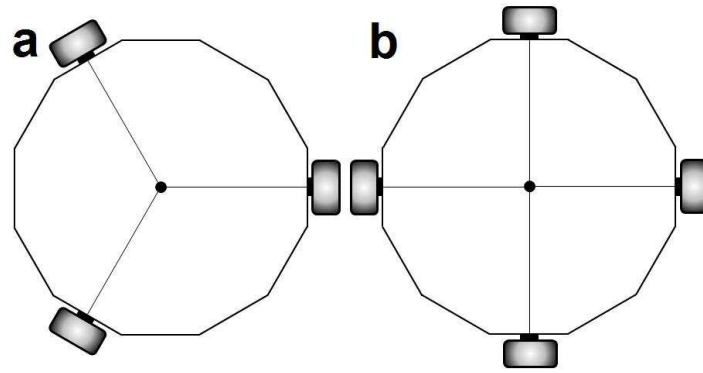


Figura B.1: a. Robot móvil omnidireccional con 3 ruedas b. Robot móvil omnidireccional con 4 ruedas

B.1. Funcionamiento

El funcionamiento general del robot diseñado es, primeramente recibe la información de la velocidad angular de cada una de las ruedas a través de una señal de bluetooth. Esta señal recibida pasa al circuito integrado MAX232, para obtener niveles de TTL y así pueda ser decodificada por el microcontrolador PIC18f252. Este ultimo microcontrolador es el encargado de enviar la velocidad recibida a cada uno de los servomotores utilizando el protocolo I2C a los microcontroladores PIC18f2431. Los microcontroladores PIC18f2431 son los responsables de generar una señal modulada por ancho de pulsos (PWM) para controlar la velocidad de los servo motores, dicha señal de PWM varía su tiempo en alto dependiendo el valor de la velocidad recibida por el I2C, también estos últimos microcontroladores son los encargados de llevar la cuenta de los pulsos de los encoders capacitivos para que las ruedas giren a la velocidad deseada. En la *Figura B.2* se presenta un diagrama de bloques de las partes que conforman la tarjeta de control que se encuentra en el robot.

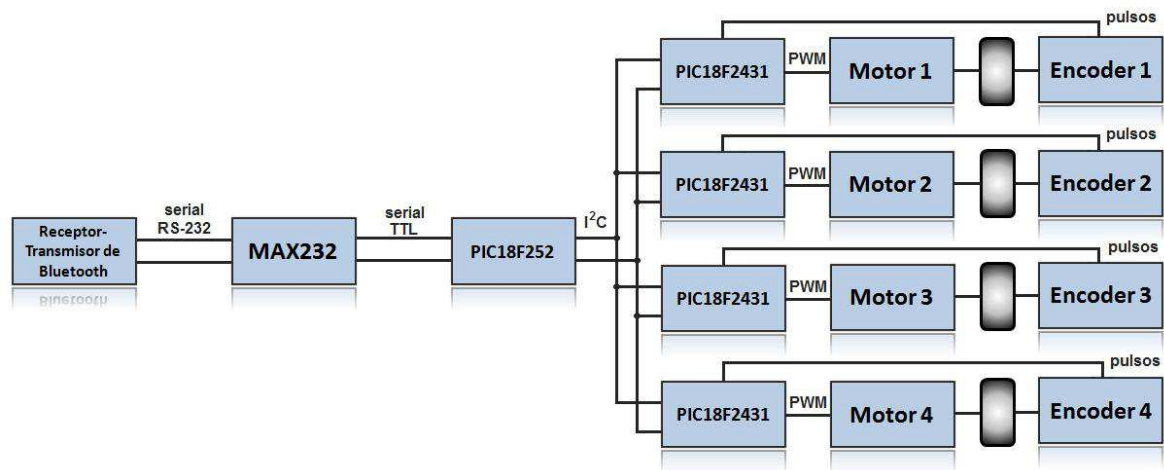


Figura B.2: Diagrama de Bloques de la tarjeta de control

En la *Figura B.3*, se muestra la imagen de la vista superior del robot, donde:

1. Receptor-Transmisor de Bluetooth
2. Circuito Integrado MAX232
3. Microcontrolador PIC18f252
4. Microcontrolador PIC18f2431
5. Encoder capacitivo
6. Rueda omnidireccional

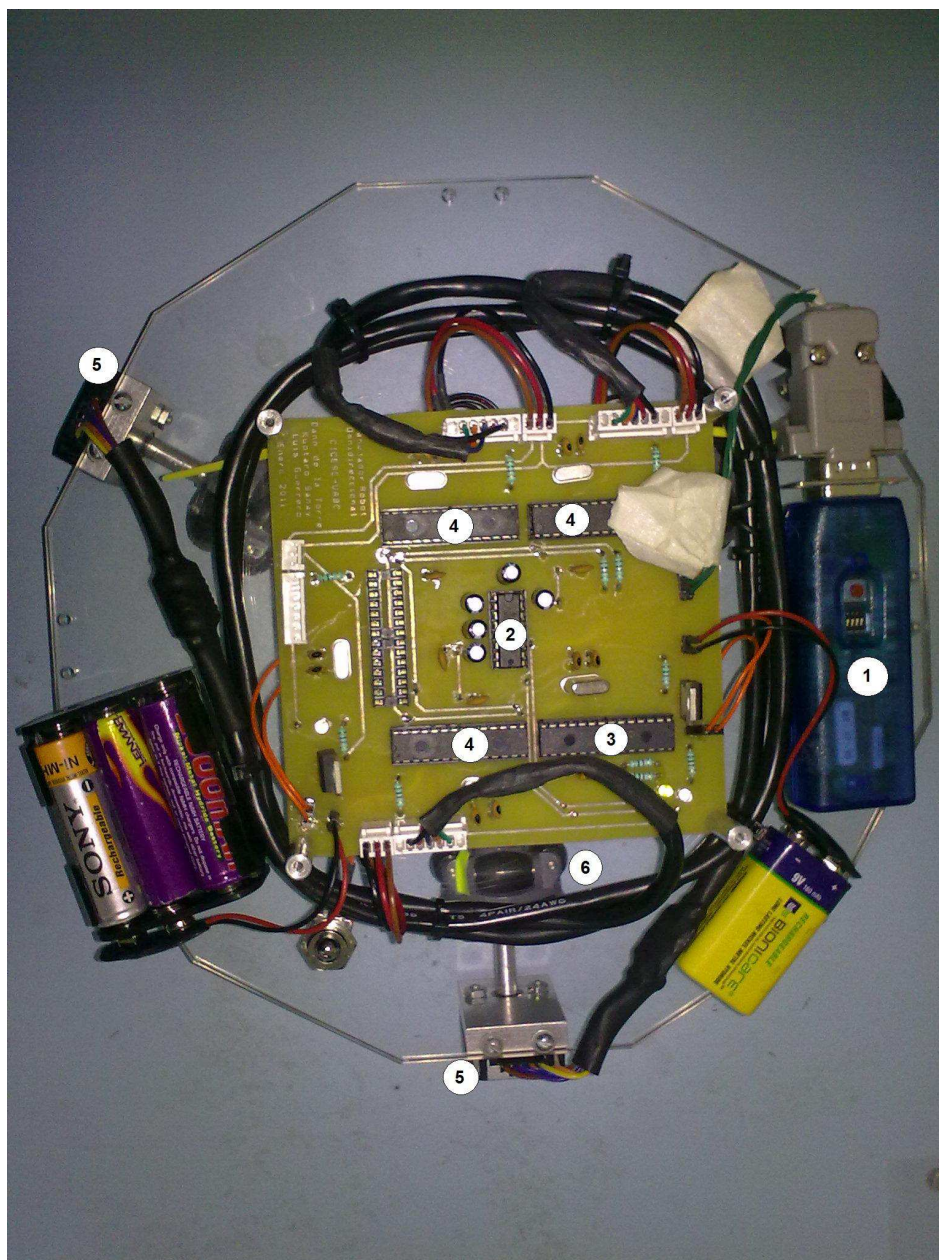


Figura B.3: Vista superior del robot móvil omnidireccional