

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**



**“SIMULACIÓN ELECTROMAGNÉTICA DE CIRCUITOS  
PASIVOS DE MICROONDAS UTILIZANDO EL MÉTODO  
HIBRIDO FDTD-MoL”**

**T E S I S PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**DOCTOR EN CIENCIAS**

**P R E S E N T A:**

**JOSÉ MARTÍN VILLEGAS GONZÁLEZ**

**DIRECTOR DE TESIS:**

**DR. ALEJANDRO DUEÑAS JIMENÉZ**

**CODIRECTOR DE TESIS:**

**DR. ANGEL GABRIEL ANDRADE REÁTIGA**

TESIS DEFENDIDA POR  
**JOSÉ MARTÍN VILLEGAS GONZÁLEZ**  
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

---

**DR. ALEJANDRO DUEÑAS JIMÉNEZ**

**Director del comité**

---

**DR. ÁNGEL GABRIEL ANDRADE REÁTIGA**

**Codirector de comité**

---

**DR. RICARDO ARTURO CHÁVEZ PERÉZ**

**Miembro del comité**

---

**DR. MIGUEL ÁNGEL GARCÍA  
ANDRADE**

**Miembro del comité**

---

**DR. MARCO ANTONIO FÉLIX LOZANO**

**Miembro del comité  
y Coordinador de Posgrado e Investigación**

**RESUMEN** de la Tesis que presenta **JOSÉ MARTÍN VILLEGAS GONZÁLEZ**, como requisito parcial para la obtención de grado de **DOCTOR EN CIENCIAS**.

Mexicali, Baja California, México, 2013.

**“SIMULACIÓN ELECTROMAGNÉTICA DE CIRCUITOS PASIVOS DE MICROONDAS UTILIZANDO EL MÉTODO HÍBRIDO FDTD-MoL”**

En esta tesis se realiza la simulación electromagnética de algunos circuitos pasivos de microcinta utilizando el método híbrido FDTD-MoL, compuesto por el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD por sus siglas en inglés) y el método de líneas (MoL por sus siglas en inglés). La combinación del método FDTD con el método MoL produce el método FDTD-MoL híbrido. La tesis inicia con el análisis circuital de algunos circuitos pasivos de microondas y a continuación se discuten las técnicas FDTD y MoL de manera individual. Posteriormente, se describe la combinación de estas dos técnicas y su uso como una técnica única. Después, se estudia el tratamiento de la señal que se aplica a estructuras planas de microcinta. La tesis continúa con el estudio de los algoritmos de Bresenham para circuitos con geometrías no ortogonales. Por último, se realiza la simulación de algunos circuitos pasivos de microcinta con el fin de probar y validar el método híbrido obtenido.

Palabras clave: Estructuras pasivas de microcinta, método híbrido FDTD-MoL, simulación electromagnética, tratamiento de la señal y algoritmos de Bresenham.

**ABSTRACT** of thesis presented by JOSÉ MARTÍN VILLEGAS GONZÁLEZ, as partial requirement for obtaining the title of DOCTOR IN SCIENCES.

Mexicali, Baja California, México. 2013.

**“SIMULACIÓN ELECTROMAGNÉTICA DE CIRCUITOS PASIVOS DE  
MICROONDAS UTILIZANDO EL MÉTODO HÍBRIDO FDTD-MoL”**

The electromagnetic simulations of some passive microstrip circuits are performed in this thesis by using the FDTD-MoL hybrid method which is composed by the finite-difference time-domain method (FDTD) and the method of lines (MoL). The combination of the FDTD method with the MoL method produces the hybrid FDTD-MoL method. The thesis initiates with the circuit analysis of some passive microstrip circuits and then an individual discussion of the FDTD and MoL methods is performed. Next, a description on how the FDTD and MoL techniques are combined and their use as a hybrid single technique are discussed. Latter, the treatment of the signal applied to planar microstrip structures is studied. The thesis continues with the study of the Bresenham algorithms for non-orthogonal geometries. Finally, the simulation of some passive microstrip circuits is performed in order to validate the obtained hybrid method.

Key words: Passive microstrip structures, hybrid method FDTD-MoL, electromagnetic simulation, treatment of the signal and Bresenham algorithms.

Resumen y abstract aprobado por:

---

Dr. Alejandro Dueñas Jiménez  
Director de tesis

---

Dr. Ángel Gabriel Andrade Reátiga  
Codirector de tesis

*A mi padre:*

**José Martín**

*A mis hermanos:*

**María Eugenia**

**Arturo**

**Martha Patricia**

**Maricela**

**Eduardo**

**Claudia**

**Alexandra Estefanía**

## **Agradecimientos:**

En primer lugar, me gustaría que quedara patente un particular agradecimiento a todas las personas que me han ayudado en la realización de este trabajo.

Por otra parte quiero agradecer la colaboración de los profesores investigadores: al Dr. Ángel Gabriel Andrade Reátiga, Codirector de mi tesis y que me recibió en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California que me ayudó con sus valiosos consejos, al Dr. Ricardo Arturo Chávez Pérez del C.I.C.E.S.E., al Dr. Miguel Ángel García Andrade y al Dr. Marco Antonio Félix Lozano de la U.A.B.C, quienes emplearon muchas horas en una lectura cuidadosa para intentar mejorar la redacción y contenido y que sin duda han tenido su fruto en este trabajo de tesis doctoral.

A mis amigos, en especial a Carlos Bonilla Barragán, que con resignación se ha acostumbrado a tenerme que ver poco, pero que aún así siempre me ha dado ánimos para mi trabajo, y que más allá de compañero ha sido un verdadero amigo que han estado conmigo durante todos estos años.

Asimismo, quiero dejar constancia de mi reconocimiento a los profesores del Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías de la Universidad de Guadalajara, a todos ellos quiero expresar de mi gratitud por apoyo demostrado durante mi doctorado.

En último lugar, aunque muy especialmente, quiero dejar patente mi agradecimiento a mi Director de Tesis, el Dr. Alejandro Dueñas Jiménez. Él no sólo ha dirigido este trabajo, sino que me ha ayudado a incorporarme a este difícil pero también apasionante mundo que es la investigación. Por las horas dedicadas a mi formación, por todas sus enseñanzas, por su constante apoyo durante estos años, por incorporarme a su grupo de investigación y a sus proyectos y, por tantas cosas, simplemente gracias.

# ÍNDICE

	<u>Página</u>
<b>1. SIMULACIÓN ELECTROMAGNÉTICA DE CIRCUITOS PASIVOS DE MICROONDAS UTILIZANDO EL MÉTODO HÍBRIDO FDTD-MoL</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción	1
1.2 Objetivos de trabajo	6
1.3 Metodología de trabajo	7
1.4 Estructura de la tesis	8
<b>2. ANÁLISIS CIRCUITAL DE UNA LÍNEA DE TRANSMISIÓN QUE SE MODELA MEDIANTE UN CIRCUITO EQUIVALENTE CON ELEMENTOS CONCENTRADOS</b>	<b>10</b>
2.1 Introducción	10
2.2 Análisis circuital de una línea de transmisión utilizando un circuito equivalente con elementos concentrados	10
2.2.1 La impedancia de entrada de una línea de transmisión con pérdidas simplemente terminada	15
2.2.2 La impedancia de entrada de una línea de transmisión sin pérdidas simplemente terminada	18
2.3 Análisis circuital de una línea de retardo	19
2.4 Análisis circuital de un filtro pasabajas con secciones de impedancia escalonada	24
2.5 Análisis circuital de un transformador de impedancias síncrono	24
<b>3. DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO HÍBRIDO FDTD-MoL</b>	<b>29</b>
3.1 Antecedentes	29
3.2 Descripción del método de diferencias finitas en el dominio del tiempo FDTD	34
3.3 Descripción del método de líneas MoL	39
3.4 El método híbrido FDTD-MoL	43
3.5 Criterios prácticos para la implementación del método híbrido FDTD-MoL	47
3.5.1 Selección de las dimensiones de la guía de onda que contiene a la microcinta	48
3.5.2 Velocidad de propagación	50
3.5.3 El ancho del pulso y la razón de la onda reflejada a la onda incidente	51
3.5.4 Segmentación y discretización	54
3.5.5 Condiciones de frontera analíticas	55
3.5.6 La transformada rápida de Fourier (FFT)	55

# ÍNDICE

	<u>Página</u>
<b>4. SIMULACIÓN ELECTROMAGNÉTICA</b>	<b>57</b>
4.1 Introducción	57
4.2 Simulación de un filtro pasa-bajas de microcinta con el método FDTD puro	58
4.2.1 Análisis y síntesis de la red de Cauer	60
4.2.2 Aplicación del filtro pasabajas en un circuito de RFID	61
4.2.3 Simulación del filtro LPF	62
4.3 Simulación de una línea de retardo con la técnica híbrida FDTD-MoL	64
4.3.1 Variables de control	65
4.3.2 Aplicaciones a RFID e interconexiones de alta velocidad	70
4.4 Simulación de un transformador de impedancias síncrono con FDTD-MoL	70
<b>5. TRATAMIENTO DE LA SEÑAL CON LA FFT APLICADA A CIRCUITOS PLANOS</b>	<b>74</b>
5.1 Introducción	74
5.2 Implementación del pulso Gaussiano	79
5.3 La FFT aplicada a la intensidad de campo eléctrico	81
<b>6. ALGORITMO DE BRESENHAM PARA GEOMETRIAS NO ORTOGONALES</b>	<b>83</b>
6.1 Introducción	83
6.2 Diseño asistido por computadora	85
6.2.1 Ecuación de la línea recta	86
6.2.2 Algoritmo de Bresenham para dibujo de líneas rectas	88
6.2.3 Propiedades de los círculos	92
6.2.4 Algoritmo de punto medio para círculos	96
6.2.5 Propiedades de las elipses	100
6.2.6 Algoritmo del punto medio para la elipse	104
<b>7. CONCLUSIONES</b>	<b>112</b>
7.1 Resultados	112
7.2 Aportaciones	114
7.3 Perspectivas a futuro	115
7.4 Recomendaciones	115
<b>APENDICE A Publicaciones internacionales</b>	<b>116</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>142</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
2.1	9
2.2	11
2.3	19
2.4	21
2.5	24
2.6	25
2.7	26
2.8	26
2.9	28
	Partes real e imaginaria $Re(Z)$ e $Im(Z)$ de la impedancia de entrada
	$Z_{in}$ de una línea de transmisión simple. a) Trazo negro: análisis circuital de líneas de transmisión. b) Trazo verde: análisis circuital con los parámetros $[ABCD]$ .
3.1	35
3.2	36
3.3	39
	Relaciones típicas entre las componentes de campo: (a) dentro de un cuarto de celda unitaria. (b) en un plano.
3.4	40
3.5	52
	Ilustración de la discretización en la dirección $x$ .
3.6	53
	Propagación de un pulso Gaussiano con dos anchos diferentes sobre un trayectoria de microcinta. Cuando el ancho se cambia de 8 (figura superior) a 4 (figura inferior) aparece una estela o rastro grande.
3.7	54
	Análisis del vuelo de un pulso Gaussiano para determinar los puntos de tiempo de simulación y la ubicación de los planos de observación que definen los parámetros de dispersión $S$ .
4.1	58
4.2	59
4.3	59
	El parámetro $S_{11}$ para una pista de microcinta, obtenido mediante análisis circuital (negro), simulación con FDTD (azul), medición (rojo) y simulación con FDTD-MoL (verde).
4.4	62
4.5	63
	Gráfica de respuesta en frecuencia de un filtro pasa-bajas.
4.6	64
	Circuito equivalente de un filtro pasa-bajas.
	Geometría del un filtro de microcinta pasabajas, del tipo de impedancia escalonada.
	Esquema de un par etiqueta-lector de RFID.
	Parámetros de dispersión de un filtro pasabajas de microcinta de impedancia escalonada obtenidos mediante simulación con FDTD.
	Redención de figuras de [Timnings, 2000], (a) Magnitud de $s_{11}$ y $s_{12}$ . (b) Fase de $s_{11}$ y $s_{12}$ .

# ÍNDICE DE FIGURAS

<b><u>Figura.</u></b>	<b><u>Página</u></b>
4.7	Fotografía de una línea de retardo de lazo sencillo, construida sobre un substrato de $0.07874\text{ cm}$ de espesor con una permitividad relativa de 2.2 y que se encuentra doblemente terminada en conectores SMA hembra. 65
4.8	Análisis del vuelo de un pulso Gaussiano para determinar los puntos de tiempo de la simulación y la ubicación de los planos de observación en los que se definen los parámetros de dispersión $S$ . 66
4.9	Avance de un pulso Gaussiano en una línea de retardo, cuando llega al puerto de salida en el último segmento de la línea. El segmento muestra un nivel del campo eléctrico $E_z$ lo suficientemente notorio. 67
4.10	Parámetro $S_{11}$ de la línea de retardo de microcinta obtenida mediante simulación con FDTD-MoL (trazo verde) y mediante medición (trazo rojo). 69
4.11	Transformador de impedancias síncrono de microcinta. 71
4.12	Distribución de la intensidad de campo eléctrico en un transformador de impedancias síncrono. 72
4.13	Par de valores encontrados con la FFT aplicada al transformador de impedancias síncrono. 72
4.14	Simulación del transformador de impedancias síncrono: a) La línea azul es la técnica FDTD-MoL híbrida. b) La línea verde es el método FDTD puro. 73
5.1	Parte derecha de la transformada FFT del campo eléctrico que muestra los puntos de observación convenientes para el pulso incidente y la forma de onda reflejada (trazo rojo). Realizada en una corrida con mil pasos de tiempo. 82
6.1	Algunas geometrías ortogonales de circuitos pasivos de microcinta. 83
6.2	Vista superior de la geometría de una sección radial. 84
6.3	Vista superior de la geometría de un divisor de potencia de tres puertos. 85
6.4	Trayecto lineal entre dos vértices $(x_0, y_0)$ y $(x_{end}, y_{end})$ . 87
6.5	Segmento de línea recta con cinco posiciones de muestreo a lo largo del eje $x$ entre $x_0$ y $x_{end}$ . 88
6.6	Una sección de la pantalla que muestra un pixel de la columna $x_k$ correspondiente a la línea de exploración $y_k$ y que hay que dibujar como parte del trayecto de un segmento lineal con pendiente $0 < m < 1$ . 89
6.7	Distancias verticales entre las posiciones de los pixeles y la coordenada $y$ de la línea, en la posición de muestro $x_k + 1$ . 91
6.8	Gráfica de una línea con pendiente $ m  < 1$ con el algoritmo de línea de Bresenham. 93

## ÍNDICE DE FIGURAS

<u>Figura.</u>		<u>Página</u>
6.9	Círculo con centro en $(x_c, y_c)$ y radio $r$ .	94
6.10	Parte superior de un círculo dibujada mediante la ecuación (6.16) y con $(x_c, y_c) = (0, 0)$ .	94
6.11	Simetría de un círculo. El cálculo de un punto $(x, y)$ del círculo en uno de los octantes da los puntos del círculo que se muestran para los otros siete octantes.	95
6.12	Punto medio entre los dos píxeles candidatos para la posición de muestreo $x_k + 1$ a lo largo de una trayectoria circular.	96
6.13	Elipse generada con los focos $F_1$ y $F_2$ .	101
6.14	Elipse centrada en $(x_c, y_c)$ con semieje mayor $r_x$ y semieje menor $r_y$ .	102
6.15	El círculo circunscrito y el ángulo de excentricidad $\theta$ para una elipse con $r_x > r_y$ .	103
6.16	Simetría de una elipse. El cálculo de un punto $(x, y)$ en un cuadrante da los puntos de la elipse que se muestran para los otros tres cuadrantes.	103
6.17	Regiones de procesamiento para la elipse. En la región 1, la magnitud de la pendiente de la elipse es inferior a 1.0; en la región 2, la magnitud de la pendiente es superior a 1.0.	104
6.18	Punto medio entre los píxeles candidatos para la posición de muestreo $x_k + 1$ a lo largo de una trayectoria elíptica.	106
6.19	Punto medio entre píxeles candidatos en la posición de muestreo $y_k - 1$ a lo largo de la trayectoria elíptica.	108

## ÍNDICE DE TABLAS

<u>Tabla</u>		<u>Página</u>
3.1	Programas comerciales de simulación electromagnética de onda completa o 3D.	30
3.1	Continuación.	31
3.1	Continuación	32
3.2	Programas comerciales de simulación electromagnética de 1D y 2D.	32
3.2	Continuación.	33
3.3	Elementos de la matriz de transformación $T$ y sus valores propios.	42
3.3	Continuación.	43

# Capítulo 1

## **SIMULACIÓN ELECTROMAGNÉTICA DE CIRCUITOS PASIVOS DE MICROONDAS UTILIZANDO EL MÉTODO HÍBRIDO FDTD-MoL**

### **1.1 Introducción**

El trabajo realizado en esta tesis trata la simulación electromagnética de algunos circuitos pasivos de microcinta utilizando el método híbrido de diferencias finitas en el dominio de tiempo con el método de líneas (FDTD-MoL, por sus siglas en inglés). La investigación se enmarca dentro del programa de la Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingenierías (MyDCI), de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), Campus Mexicali.

Los circuitos de microcinta operan principalmente en el intervalo de las microondas. Las microondas cubren las frecuencias del espectro electromagnético que están comprendidas entre 0.3 GHz y 300 GHz y que corresponden a longitudes de onda entre un metro y un milímetro respectivamente. Las señales electromagnéticas de las microondas se pueden encontrar en los campos de las tecnologías de la información, de los sistemas de comunicaciones, de los equipos de medición que se usan en laboratorios y centros de investigación y en el de las aplicaciones industriales y médicas, entre otros. El estudio constante del comportamiento de las señales de alta frecuencia se pone de manifiesto en las mejoras continuas que tienen los dispositivos electrónicos que las generan. De ahí el interés que tienen los diseñadores e investigadores dentro de este campo para entender cómo funcionan los sistemas que procesan dichas señales en los equipos electrónicos de microondas.

En 1864 James Clerk Maxwell formalizó y resumió la teoría electromagnética en ocho ecuaciones fundamentales, aunque no fue sino hasta 1873 en que se publicaron los resultados de su investigación [Waser, 2000]. Además de la teorización de Maxwell, otras aportaciones importantes que contribuyeron a que la teoría electromagnética

transitara de ser una ciencia nueva a una ciencia madura, fueron los trabajos teóricos y experimentales de Georg Simon Ohm (1789-1854), André Marie Ampère (1775-1836), Karl Friedrich Gauss (1777-1855), Michael Faraday (1791-1867), y otros.

Antes de Maxwell, la ciencia del electromagnetismo era una disciplina fundamentalmente experimental, que permaneció así durante mucho tiempo y que se fortaleció con las aportaciones de los científicos ya mencionados y con las obras de otros investigadores como Benjamín Franklin (1706-1790), Charles-Augustin de Coulomb (1736- 1806) y Hans Christian Ørsted (1777-1851), entre otros.

La validación experimental de la teoría de Maxwell se concretó en 1888 mediante una serie de experimentos originales que fueron brillantemente concebidos y preparados por Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894).

Una de las primeras geometrías que se analizaron electromagnéticamente fue el dipolo de Hertz [Hiroaki, 2011]. Asimismo, uno de los primeros casos de la solución general de problemas electromagnéticos se dio con el radar en la década de 1950 [Wiesbeck, 2006]. Posteriormente, con la aparición de la computadora, muchos de los métodos de análisis se concentraron en el estudio de antenas de radio. Desde entonces un vertiginoso y continuo avance en los métodos de análisis ha sido impulsado por el enorme progreso que ha habido en los equipos de cómputo y en las técnicas numéricas de simulación.

En principio, toda geometría física real puede ser representada por un conjunto de ecuaciones que pueden ser diferenciales o integrales. Lo que estas ecuaciones representan es la propagación de onda en dicha geometría y las características físicas de la misma. El marco matemático para la solución de las ecuaciones de onda en el dominio de la frecuencia se establece a mediados de 1960 [Banjai, 2008]. Un ejemplo de estas ecuaciones es la ecuación de Pocklington que modela antenas y que fue resuelta mediante el uso de una computadora en 1965 [Pocklington, 1897]. A esto siguió una de las primeras aplicaciones del método de diferencias finitas para encontrar la solución de ecuaciones diferenciales parciales en 1966 [Luebbers, 1993] y la obtención de las expresiones de la ecuación integral en 1968 [Zhao, 2000] y 1973 [Yeap, 2011].

Muchos de los métodos de simulación numérica fueron primero aplicados en otras áreas del conocimiento antes que en el electromagnetismo. Uno de los más conocidos es el método del elemento finito (FE, por sus siglas en inglés) que empezó a generalizarse en aplicaciones electromagnéticas en 1970 [Clough, 1999]. Las aplicaciones de este método se pueden encontrar en las áreas de la ingeniería electrónica, las microondas, las antenas, la propagación de onda y la compatibilidad electromagnética entre otras. Otro método popular es el método de los elementos de contorno (o método de los elementos de frontera, BEM por sus siglas en inglés) que fue desarrollado en los años setenta y que tuvo sus primeras aplicaciones en las ingenierías civil y mecánica. Este método comenzó a utilizarse en electromagnetismo en 1980 [Cheng, 2005] y es similar al método de momentos (MoM, por sus siglas en inglés) [Ashkar, 1988].

Actualmente, el diseño electrónico que se basa en la simulación electromagnética es un tema de gran interés para la comunidad científica que trabaja en el electromagnetismo aplicado. Diversos problemas se han resuelto rápida y eficientemente gracias a la simulación electromagnética. Algunos de ellos son por ejemplo, el de integridad de señal asociada al estudio de las interconexiones de alta velocidad en circuitos integrados y en tarjetas de circuito impreso (PCB, por sus siglas en inglés), y el del diseño y optimización de circuitos pasivos planos de microcinta (transformadores de impedancia, líneas de retardo, filtros, etc.).

La simulación electromagnética puede mostrar cómo se propaga el campo electromagnético en un circuito en particular y presentar las características de dicho campo en términos de los parámetros de dispersión que caracterizan al circuito.

La simulación electromagnética forma parte del lo que hoy en día se conoce como el diseño asistido por computadora (CAD, por sus siglas en inglés). Los programas de CAD por simulación electromagnética son ampliamente usados en la actualidad y la tendencia muestra que estos avanzan hacia el manejo de problemas más desafiantes con nuevos retos por resolver. En este nuevo siglo, los avances alcanzados han incidido fuertemente en la mejora de las técnicas numéricas de simulación electromagnética que se emplean para el diseño de circuitos planos; principalmente

aquellos diseñados para estructuras coplanares y de microcinta, los cuales son muy complejos en su distribución y geometría y requieren por tanto de tarjetas con varias capas de metalización para su realización física.

Además de los métodos FE y BEM, otro muy conocido y utilizado, es el método puro de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD, por sus siglas en inglés). El modelo numérico de este método es fácil de entender e implementar y es válido para un espectro amplio de frecuencias. El método FDTD resuelve ecuaciones diferenciales parciales en el dominio del tiempo como las ecuaciones de Maxwell o las del telegrafista. Las ecuaciones se discretizan numéricamente y una segmentación física se lleva a cabo en la región limitada por las fronteras (la geometría en estudio).

Los fundamentos del método FDTD fueron presentados primeramente por Yee en 1966 [Yee, 1966]. Tiempo después, en 1980, Taflove usó por primera vez esta técnica para resolver problemas de compatibilidad electromagnética [Taflove, 1980]. Luego, al empezar la década de 1990 y a partir de estos primeros trabajos, diferentes problemas asociados con la propagación de ondas electromagnéticas se modelaron con regularidad en el seno de la comunidad científica mundial usando el método FDTD. Actualmente, el método FDTD se usa para modelar y simular una gran diversidad de problemas y fenómenos en los campos de las microondas y la óptica aplicada. Como consecuencia de este auge hoy en día se encuentran disponibles una gran cantidad de paquetes simulación comerciales y programas de uso y distribución libres que usan FDTD en sus códigos de programación [Thomas, 1994; Gwarek, 1995].

Algunas características destacables del método FDTD son las siguientes [Dueñas, 2009b]:

1. El algoritmo se formula con ecuaciones diferenciales simples en lugar de ecuaciones integrales complicadas.
2. Es capaz de simular circuitos pasivos y activos (lineales y no lineales).
3. Los parámetros de los medios de propagación (permitividad  $\epsilon$ , permeabilidad  $\mu$ , y conductividad  $\sigma$ ) se asignan a cada celda individual permitiendo el análisis de

estructuras compuestas por diferentes tipos de materiales dieléctricos y conductores.

4. Aun cuando tiene un gasto numérico grande es muy eficiente debido a que ahorra mucha memoria computacional al almacenar la distribución de campo en sólo un momento a la vez, en lugar de trabajar con sistemas de ecuaciones matriciales enormes.
5. Pulsos típicos del dominio del tiempo, como el escalón, el sinusoidal o el Gausiano, se pueden usar como estímulos para obtener respuestas frecuenciales de banda ancha por medio de la transformada discreta-rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés).
6. Si se usan las ecuaciones del telegrafista, las terminaciones del circuito (acoplada, desacoplada, en circuito abierto o en circuitos corto) establecen ellas mismas las condiciones de frontera confiriéndole al modelo una característica intrínseca o natural.

Por su parte, el método de líneas (MoL, por sus siglas en inglés) es una técnica numérica desarrollada específicamente para el análisis de líneas de transmisión, estructuras de guías de onda y problemas de dispersión electromagnética [Sadiku, 2000]. Inicialmente el método MoL fue usado para resolver problemas matemáticos como la solución de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias a través de la discretización de la variable espacial y más adelante se uso para encontrar la solución de problemas físicos que incluyen bordes o fronteras. Los orígenes de este método se encuentran en los trabajos de Rothe y Liskovets (entre 1930 y 1965) [Jones, 1979; Kartsatos, 1984]. Desarrollos posteriores fueron presentados por Pregla y otros investigadores a partir de la década de 1980 [Schulz, 1980; Pregla, 1980; Pregla, 1994].

El método MoL es básicamente un método de diferencias finitas, el principio básico de este método es que para un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, todas las variables independientes menos una, se discretizan para obtener un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Este procedimiento semidiscreto es útil para realizar la simulación electromagnética de estructuras planas de microcinta.

El método de líneas tiene cinco pasos que lo definen [Sadiku, 2000]:

1. Partición de la región de estudio en capas.
2. Discretización de las ecuaciones diferenciales correspondientes en una dirección de un eje de coordenadas.
3. Transformación y obtención de ecuaciones diferenciales ordinarias desacopladas.
4. Generación de una transformación inversa para introducir las condiciones de frontera.
5. Solución de las ecuaciones obtenidas.

## **1.2 Objetivos del trabajo**

El objetivo general de este trabajo de tesis es describir y aplicar el análisis electromagnético en algunos circuitos pasivos de microcinta mediante la mezcla de dos técnicas de simulación electromagnética puras (FDTD y MoL). Con la mezcla se produce un método híbrido (FDTD-MoL) con algunas de las características de las técnicas puras y con propiedades que ya le son intrínsecas [Dueñas, 2010].

Para lograr esto se crean programas, subrutinas y funciones de computo en lenguaje Matlab<sup>®</sup>, con los métodos FDTD puro y FDTD-MoL híbrido, para la simulación de algunos circuitos planos de microcinta [Villegas, 2009b; Villegas, 2010].

Además, para determinar los puntos de observación donde debe detener la simulación con la rutina FDTD-MoL, se aplica un procedimiento original de tratamiento de señal a la intensidad de campo eléctrico por medio de la transformada rápida de Fourier (FFT). La respuesta temporal que se encuentra permite encontrar estos puntos.

En resumen, con el trabajo de investigación de esta tesis se pretenden alcanzar los siguientes objetivos específicos:

- Lograr la mezcla de dos métodos de simulación electromagnética para obtener una técnica híbrida única llamada FDTD-MoL.
- Simular un filtro pasabajas mediante el método FDTD puro.
- Caracterizar los siguientes circuitos pasivos de microcinta con el método FDTD-MoL híbrido:
  - a) Línea de retardo
  - b) Transformador de impedancias síncrono

### 1.3 Metodología de trabajo

Para obtener el objetivo general y conseguir los objetivos particulares que se han planteado en esta tesis, a continuación se presenta un plan de trabajo que servirá como guía de seguimiento y relación de objetivos por obtener.

- En primer lugar, se realiza un estudio teórico que cubre los temas fundamentales en los que se basa la teoría de circuitos aplicada a las estructuras pasivas de microcinta [Dueñas, 2009b].
- Luego, se lleva cabo una descripción teórica de los métodos FDTD y MoL por separado.
- Enseguida, se estudian los criterios prácticos para la implementación de la técnica FDTD-MoL híbrida.
- A continuación, se desarrollan, en lenguaje Matlab<sup>®</sup>, las rutinas, subrutinas y funciones de computo que componen la programación de los métodos FDTD puro y FDTD-MoL.
- Posteriormente, se simulan algunos circuitos planos de microcinta aplicando el método FDTD puro o el método FDTD-MoL. Los circuitos que se simulan son las siguientes estructuras pasivas:
  - a) Una línea de retardo o meandro (FDTD-MoL).

- b) Un filtro escalonado pasabajas (FDTD puro).
  - c) Un transformador de impedancias síncrono (FDTD-MoL).
- Después, se preparan manuscritos con los resultados originales obtenidos de la investigación para su posible publicación en revistas internacionales indizadas y arbitradas.
  - Finalmente se presentan las conclusiones y las recomendaciones de este trabajo de tesis.

## **1.4 Estructura de la tesis**

La organización de la tesis se presenta bajo la siguiente disposición:

- El capítulo 1 inicia con una descripción de la simulación electromagnética y sus antecedentes históricos. Se detallan también los objetivos, la metodología y la estructura de este trabajo de tesis.
- En el capítulo 2, se trata el análisis circuital de una línea de transmisión que se modela mediante un circuito equivalente con elementos concentrados. Se analizan también la línea de retardo, el filtro pasabajas y el transformador de impedancias como estructuras formadas por secciones simples de línea de transmisión interconectadas entre sí y en donde cada sección con su terminación representa la carga de la sección inmediata anterior.
- Las descripciones matemáticas de los métodos puros FDTD y MoL así como la del híbrido FDTD-MoL se llevan a cabo en el capítulo 3.
- Los resultados de las simulaciones electromagnéticas utilizando FDTD para el filtro pasabajas y FDTD-MoL para la línea de retardo y el transformador de impedancias se presentan todos en el capítulo 4.
- El tratamiento de señal que se da a la intensidad de campo eléctrico por medio de la transformada FFT y una revisión de las propiedades que debe tener un

pulso Gaussiano para aplicarse como estímulo en simulaciones con FDTD-MoL se presentan en el capítulo 5.

- En el capítulo 6, se muestran los resultados de la investigación realizada con la técnica FDTD y la técnica híbrida FDTD-MoL. Se incluye la presentación de publicaciones de trabajo original con arbitraje internacional para validar la propuesta del modelo híbrido de simulación electromagnética.
- El capítulo 7 trata sobre el uso del algoritmo de Bresenham para la definición de otras geometrías que se presentan en las líneas de transmisión planas.
- Por último, en el capítulo 8, se discuten los resultados obtenidos y se dan algunas conclusiones y recomendaciones.
- En el apéndice A se incluyen las publicaciones internacionales con los resultados de investigación originales que se obtuvieron con el trabajo de esta tesis.

## CAPÍTULO 2

### ANÁLISIS CIRCUITAL DE UNA LÍNEA DE TRANSMISIÓN QUE SE MODELA MEDIANTE UN CIRCUITO EQUIVALENTE CON ELEMENTOS CONCENTRADOS

#### 2.1 Introducción

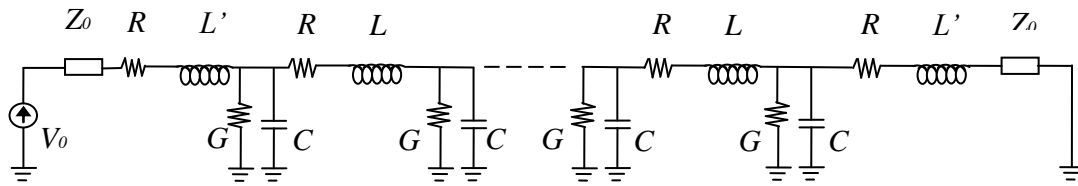
Para analizar el comportamiento de los circuitos pasivos de microcinta, es conveniente considerarlos como estructuras compuestas por líneas de transmisión simples interconectadas entre sí. Con las interconexiones se pueden generar geometrías con características electromagnéticas diferentes para aplicaciones muy diversas en los campos de la radiofrecuencia y las microondas. En este capítulo se analizan en particular las siguientes estructuras: una línea de retardo o meandro, un filtro pasabajas y un transformador de impedancias síncrono.

#### 2.2 Análisis circuital de una línea de transmisión utilizando un circuito equivalente con elementos concentrados

Un línea de transmisión con pérdidas se puede representar mediante un circuito equivalente dado por una red en escalera que se conforma por secciones en configuración L, T o  $\Pi$ , y en las que se interconectan elementos resistivos ( $R$ ), inductivos ( $L$ ), capacitivos ( $C$ ) y conductivos ( $G$ ), según se muestra en la Fig. 2.1 [Dueñas, 2009b]. Al aplicar a una sección de este circuito equivalente (Fig. 2.2), las leyes de Kirchhoff, se obtienen las ecuaciones (2.1) y (2.2) para mallas y nodos respectivamente, con cantidades por unidad de longitud y en términos de los elementos que la constituyen:

$$-v(z,t) - R\Delta z i(z,t) - L\Delta z \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} - v(z+\Delta z,t) = 0 \quad (2.1)$$

$$-i(z,t) - G\Delta z v(z+\Delta z,t) - C\Delta z \frac{\partial v(z+\Delta z,t)}{\partial t} - i(z+\Delta z,t) = 0 \quad (2.2)$$



**Figura 2.1** Circuito equivalente de una línea de transmisión con pérdidas doblemente terminada.

Al dividir (2.1) y (2.2) entre  $\Delta z$  se obtiene

$$\frac{v(z,t) + v(z + \Delta z, t)}{\Delta z} = -Ri(z,t) - L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \quad (2.3)$$

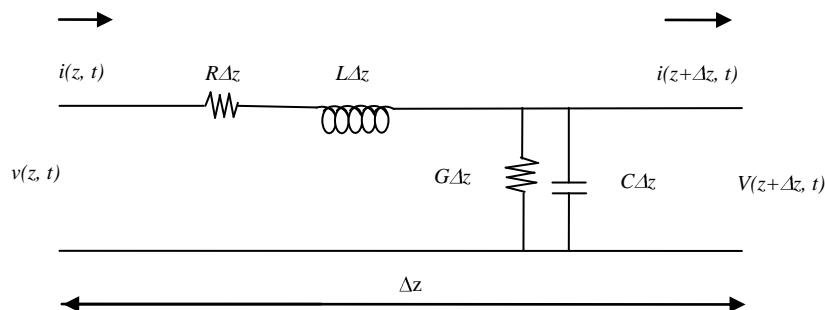
$$\frac{i(z,t) + i(z + \Delta z, t)}{\Delta z} = -Gv(z,t) - C \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \quad (2.4)$$

Puesto que los miembros izquierdos de las ecuaciones (2.3) y (2.4) es la forma simple de la definición de derivación por incrementos, entonces

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = -Ri(z,t) - L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -Gv(z,t) - C \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \quad (2.6)$$

Que son las muy conocidas ecuaciones del telegrafista y que representan el voltaje y la corriente en la línea para cualquier tiempo  $t$  y punto  $z$ .



**Figura 2.2** Representación de una línea de transmisión mediante elementos concentrados.

Las ecuaciones anteriores se pueden convertir al dominio de la frecuencia aplicando la transformación fasorial dada por  $M \operatorname{Re}(e^{j\omega t} e^{j\theta}) \rightarrow M e^{j\theta}$ , a las cantidades reales de voltaje y corriente variantes en el tiempo, que se basan en la función coseno y que se expresan como

$$v(z, t) = A(z) \cos(\omega t + \theta) = A(z) \operatorname{Re}(e^{j\omega t} e^{j\theta}) \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} &= Dv(z, t) = -\omega A(z) \operatorname{sen}(\omega t + \theta) \\ &= -\omega A(z) \cos(\omega t + \theta - 90^\circ) \\ &= -\omega A(z) \operatorname{Re}(e^{j\omega t} e^{j(\theta - 90^\circ)}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$i(z, t) = B(z) \cos(\omega t + \phi) = B(z) \operatorname{Re}(e^{j\omega t} e^{j\phi}) \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} &= Di(z, t) = -\omega B(z) \operatorname{sen}(\omega t + \phi) \\ &= -\omega B(z) \cos(\omega t + \phi - 90^\circ) \\ &= -\omega B(z) \operatorname{Re}(e^{j\omega t} e^{j(\phi - 90^\circ)}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

donde  $M$  es la amplitud máxima del fasor en el dominio temporal,  $M$  es el coeficiente de la transformación fasorial en el dominio frecuencial,  $A(z)$  y  $B(z)$  son las amplitudes del voltaje y la corriente respectivamente,  $\omega$  es la frecuencia angular en radianes,  $\theta$  y  $\phi$  son las referencias de fase en  $t=0$  para el voltaje y la corriente respectivamente y  $D$  indica el operador de la derivada parcial, de modo que

$$V(z) = A(z) e^{j\theta} \quad (2.11)$$

$$DV(z) = j\omega A(z) e^{j\theta} \quad (2.12)$$

$$I(z) = B(z) e^{j\phi} \quad (2.13)$$

$$DI(z) = j\omega B(z) e^{j\phi} \quad (2.14)$$

y de las ecuaciones (2.5) y (2.6)

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L)I(z) \quad (2.15)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C)V(z) \quad (2.16)$$

tomando en cuenta que  $e^{-j90^\circ} = -j$  y que se han fijado los valores de  $\phi = \varphi = 0^\circ$ .

De la solución simultánea de (2.15) y de (2.16), se obtienen dos ecuaciones de onda en función de  $V(z)$  e  $I(z)$  de la siguiente manera:

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{d^2I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \quad (2.18)$$

donde  $\gamma$  es la constante de propagación que se expresa como

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (2.19)$$

y  $\alpha$ ,  $\beta$  son respectivamente la constante de atenuación y fase.

Las expresiones (2.17) y (2.18) representan ecuaciones diferenciales ordinarias lineales y homogéneas, de primer grado y segundo orden que tienen las siguientes soluciones

$$V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{+\gamma z} \quad (2.20)$$

$$I(z) = I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{+\gamma z} \quad (2.21)$$

donde  $V_0^+$  e  $I_0^-$  son constantes de amplitud arbitraria.

Cada una de estas ecuaciones representa ondas de voltaje o de corriente, que se propagan en ambas direcciones  $+z$  (término  $e^{-\gamma z}$ ) y  $-z$  (término  $e^{+\gamma z}$ ).

La derivada de (2.20) respecto a la variable  $z$  es

$$\frac{dV(z)}{dz} = -\gamma(V_0^+ e^{-\gamma z} - V_0^- e^{+\gamma z}) \quad (2.22)$$

Al igualar esta ecuación con la ecuación (2.15), se obtiene la corriente en la línea

$$I(z) = \frac{\gamma}{R + j\omega L} (V_0^+ e^{-\gamma z} - V_0^- e^{\gamma z}) \quad (2.23)$$

Las ecuaciones (2.20) y (2.21) representan dos ondas independientes propagándose independientemente hacia la derecha o hacia la izquierda (o el cualesquiera otras direcciones opuestas), entonces igualando las expresiones (2.21) con (2.23), y asociando los términos con el mismo factor de propagación ( $e^{-\gamma z}$  o  $e^{\gamma z}$ ), se puede obtener la siguiente ecuación:

$$Z_0 = \frac{V_0^+}{I_0^+} = \frac{-V_0^-}{I_0^-} = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (2.24)$$

la cual representa la impedancia característica de la línea de transmisión.

El signo negativo en la amplitud de la onda de voltaje que se propaga en la dirección  $-z$  ( $-V_0^-$ ) en (2.24), se debe a que se considera la existencia de una reflexión de onda en algún punto  $z$  sobre la línea.

Ahora bien, (2.20) se puede reescribir como

$$V(z) = V_0^+ e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} + V_0^- e^{\alpha z} e^{j\beta z} \quad (2.25)$$

y esta se puede transformar de regreso al dominio del tiempo  $M e^{j\theta} \rightarrow M \operatorname{Re}(e^{j\omega t} e^{j\theta})$  para obtener la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} v(z, t) &= V_0^+ e^{-\alpha z} \operatorname{Re}(e^{j\omega t} e^{-j\beta z}) + V_0^- e^{\alpha z} \operatorname{Re}(e^{j\omega t} e^{j\beta z}) \\ &= |V_0^+| e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi^+) + |V_0^-| e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \phi^-) \end{aligned} \quad (2.26)$$

donde  $\phi^+$  y  $\phi^-$  son los ángulos de fase de los voltajes complejos  $V_0^+$  y  $V_0^-$ , respectivamente.

El primer término de la ecuación (2.26), representa una onda viajera cosenoidal con una amplitud que disminuye exponencialmente hacia valores de  $z$  que se incrementan. Los máximos de esta función coseno en un tiempo fijo  $t$  tienen lugar en aquellos valores de  $z$  que satisfacen la expresión

$$\omega t - \beta z + \phi^+ = 2n\pi, \quad \text{para } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.27)$$

En el tiempo  $t + \Delta t$ , los mismos máximos se localizan en  $z + \Delta z$ , cumpliendo con la condición de que

$$\omega(t + \Delta t) - \beta(z + \Delta z) + \phi^+ = 2n\pi \quad \text{para } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.28)$$

Substrayendo (2.27) de (2.28) se obtiene que

$$\omega\Delta t - \beta\Delta z = 0 \quad (2.29)$$

Puesto que esta ecuación representa la relación de cambio de la distancia con respecto al tiempo, entonces la onda se mueve a una velocidad dada por

$$v_p = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.30)$$

Esta velocidad se conoce como la velocidad de fase, porque es la velocidad con la que se mueve un punto con fase constante sobre la onda (como el máximo o el mínimo).

La distancia entre cualquiera de estos puntos sucesivos (los máximos o los mínimos) es la longitud de onda en la línea ( $\lambda$ ). Así, de la ecuación (2.27) para  $\phi^+ = 0$  y  $n = 1$ ,

$$\omega t - \beta z = \omega t - \beta(z + \lambda) = 2\pi \quad (2.31)$$

y

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi v_p}{\omega} = \frac{v_p}{f} \quad (2.32)$$

donde  $f$  es la frecuencia de la onda coseno.

### **2.2.1 La impedancia de entrada de una línea de transmisión con pérdidas simplemente terminada**

Puesto que la impedancia de entrada es un parámetro muy general que representa bien el comportamiento de los circuitos y las líneas de transmisión, éste se utilizará como una

referencia para comparar las respuestas analíticas, simuladas y medidas de los circuitos de prueba.

Así, la impedancia de entrada de una línea de transmisión cargada se deriva de la teoría descrita anteriormente. En primer lugar, mediante el uso de (2.24), la onda de corriente de (2.21) se puede reescribir en términos de la onda de voltaje de la siguiente manera:

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{\gamma z} \quad (2.33)$$

Luego, de la ecuación (2.20) y (2.33), la impedancia de carga

$$Z_L = \frac{V}{I} \Big|_{z=L}$$

de una línea de transmisión con pérdidas simplemente terminada se puede expresar como

$$Z_L = \frac{V_0^+ + V_0^-}{V_0^+ - V_0^-} Z_0 \quad (2.34)$$

A partir de la cual

$$V_0^- = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} V_0^+ \quad (2.35)$$

La relación de la amplitud de la onda de voltaje reflejada con la amplitud de la onda de voltaje incidente, representa una figura de mérito muy importante conocida como el coeficiente de reflexión de voltaje. Esta figura de mérito se expresa como

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.36)$$

Cuando la línea y la carga que la termina se encuentran totalmente desacopladas no se entrega potencia a la carga; en general sin embargo, parte de la onda incidente se transmite a la carga con un coeficiente de transmisión dado por

$$T = 1 - \Gamma = \frac{2Z_L}{Z_L + Z_0} \quad (2.37)$$

Entonces  $V(z)$  de (2.20) e  $I(z)$  de (2.21) pueden ser escritas en términos de  $\Gamma$  como sigue:

$$V(z) = V_0^+ (e^{-\gamma z} + \Gamma e^{\gamma z}) \quad (2.38)$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{-\gamma z} - \Gamma e^{\gamma z}) \quad (2.39)$$

De esta manera, la impedancia de entrada a una distancia  $l = -z$  de la carga, se puede derivar como

$$Z_{in} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = \frac{e^{\gamma l} + \Gamma e^{-\gamma l}}{e^{\gamma l} - \Gamma e^{-\gamma l}} Z_0 = \frac{1 + \Gamma e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma e^{-2\gamma l}} Z_0 \quad (2.40)$$

Sustituyendo la ecuación (2.36) en (2.40) y multiplicando por  $(Z_L + Z_0)e^{\gamma l}$ , resulta que

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z_0 \frac{(Z_L + Z_0)e^{\gamma l} + (Z_L - Z_0)e^{-\gamma l}}{(Z_L + Z_0)e^{\gamma l} - (Z_L - Z_0)e^{-\gamma l}} \\ &= Z_0 \frac{Z_L(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}) + Z_0(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l})}{Z_L(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) + Z_0(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l})} \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z_0 \frac{Z_L \cosh(\gamma l) + Z_0 \sinh(\gamma l)}{Z_L \sinh(\gamma l) + Z_0 \cosh(\gamma l)} \\ &= Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma l)} \end{aligned} \quad (2.42)$$

También, de la ecuación (2.20) con  $z = -l$ , la relación de la onda reflejada a la onda incidente genera el coeficiente de reflexión como una función de  $l$ ,

$$\Gamma(l) = \frac{V_0^- e^{-\gamma l}}{V_0^+ e^{\gamma l}} \Gamma(0) e^{-2\gamma l} \quad (2.43)$$

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)l}{Z_0 + Z_L \tanh(\alpha + j\beta)l} \quad (2.44)$$

$$\Gamma(l) = \Gamma(0)e^{-2\alpha l} e^{-2j\beta l} \quad (2.45)$$

### 2.2.2 La impedancia de entrada de una línea de transmisión sin pérdidas simplemente terminada

Desde el punto de vista de la señal, las pérdidas son de gran importancia para líneas de transmisión largas o altamente disipativas, pero sólo relativamente importantes para líneas cortas de microcinta, en la que la constante de atenuación puede ser despreciada. Así, los circuitos de prueba analizados en esta tesis serán considerados como sin pérdidas con  $(\alpha = 0)$ . Bajo este supuesto, la ecuación (2.44) se convierte en

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh j\beta l}{Z_0 + Z_L \tanh j\beta l} \\ &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} \end{aligned} \quad (2.46)$$

donde  $\beta l = \theta$  es la longitud eléctrica de la línea de transmisión en consideración.

Similarmente, de las ecuaciones (2.19) y (2.34) con  $R = G = 0$

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC} \quad (2.47)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.48)$$

También de las ecuaciones (2.20) y (2.33), las ondas de corriente y voltaje para  $\alpha = 0$ , son dadas por

$$V(z) = V_0^+ e^{-j\beta z} + V_0^- e^{j\beta z} \quad (2.49)$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} + \frac{V_0^-}{Z_0} e^{j\beta z} \quad (2.50)$$

Así, sustituyendo (2.47) en (2.30) y (2.32), la velocidad de fase es dada por

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.51)$$

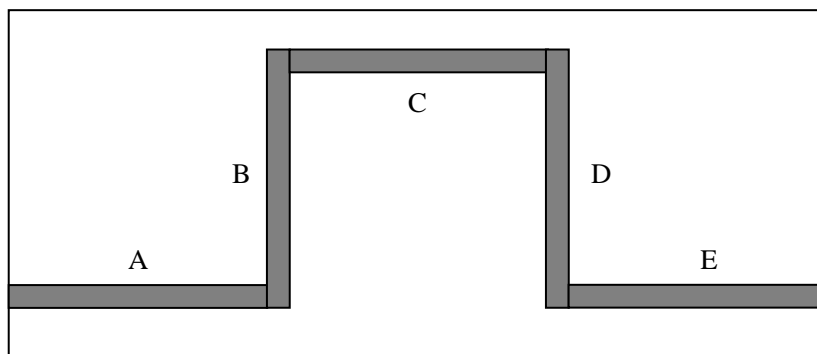
y la longitud de onda por

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} \quad (2.52)$$

### 2.3 Análisis circuital de una línea de retardo

Una línea de retardo (meandro) de microcinta es una línea sinuosa que produce un retardo en la señal. También, se usa como una antena en dispositivos electrónicos de microondas. Su geometría puede ser simple o bien estar formada por varias secciones sencillas interconectadas entre sí. Es útil en la miniaturización de antenas, en circuitos de identificación por radiofrecuencia (RFID por sus siglas en inglés), en aplicaciones de telefonía celular y en dispositivos electrónicos portables [Murji, 2005].

Para realizar la simulación electromagnética de una línea de retardo de un solo lazo (Fig. 2.3), se supone que las secciones que la conforman (A, B, C, D y E) son líneas de transmisión simples interconectadas entre sí.



**Figura 2.3** Geometría de una línea de retardo sencilla.

Cada sección representa una línea de retardo sencilla que se modela por una ecuación de diferencias centrales, esto es, se inicia con las ecuaciones del telegrafista sin pérdidas en una dimensión

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} + Ri(z,t) + L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} = 0 \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} + Gv(z,t) + C \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} = 0 \quad (2.54)$$

después, las ecuaciones con pérdidas son

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} + L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} = 0 \quad (2.55)$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} + C \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} = 0 \quad (2.56)$$

donde  $R$ ,  $L$ ,  $G$  y  $C$  son cantidades por unidad de longitud.

Las ecuaciones del telegrafista en dos dimensiones, para líneas de transmisión con pérdidas y sin pérdidas, obtenidas a partir de los potenciales de Hertz, son dadas respectivamente como [Gwarek ,1988]

$$\begin{aligned} \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial y} \hat{y} + R \left[ j_x(x,y,t) \hat{x} + j_y(x,y,t) \hat{y} \right] \\ + L \left[ \frac{\partial j_x(x,y,t)}{\partial t} \hat{x} + \frac{\partial j_y(x,y,t)}{\partial t} \hat{y} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial j_x(x,y,t)}{\partial x} + \frac{\partial j_y(x,y,t)}{\partial y} + G v(x,y,t) + C \left[ \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial t} \right] = 0 \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial v(x,y,t)}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial y} \hat{y} + L \left[ \frac{\partial j_x(x,y,t)}{\partial t} \hat{x} + \frac{\partial j_y(x,y,t)}{\partial t} \hat{y} \right] = 0 \quad (2.59)$$

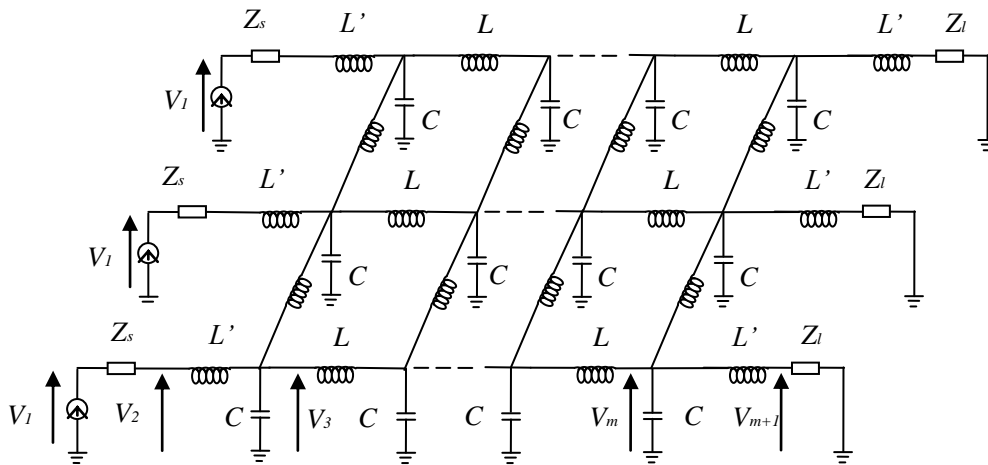
$$\frac{\partial j_x(x,y,t)}{\partial x} + \frac{\partial j_y(x,y,t)}{\partial y} + C \left[ \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial t} \right] = 0 \quad (2.60)$$

donde  $j_x$  y  $j_y$  son las componentes de la densidad de corriente superficial.

Las ecuaciones (2.57) y (2.59) son igualdades vectoriales en las que los componentes en  $x$  e  $y$  pueden ser agrupadas por separado para obtener dos pares de ecuaciones. Las ecuaciones (2.58) y (2.60) son igualdades escalares simples.

Asimismo, puesto que los pares de las ecuaciones (2.57) y (2.58) o (2.59) y (2.60) están compuestas por dos componentes ( $x$  e  $y$ ) en  $j$ , entonces, dichas ecuaciones representan un circuito equivalente con más de una red escalera de secciones  $T$  o  $\pi$  repetidas, [Dueñas, 1997]. El número de redes en escalera depende del número de segmentos usados en una dirección específica, dando por lo tanto, un enrejado de  $m+3 \cdot n$  celdas.

El número 3 se añade a  $m$  para tomar en cuenta el generador y su impedancia (dos celdas) y la impedancia de carga (una celda). La Figura 2.4 muestra el circuito equivalente para una línea de transmisión uniforme sin pérdidas segmentada en  $m+3 \cdot n$  celdas cuadradas.



**Figura 2.4** Circuito equivalente de una línea de transmisión uniforme de dos dimensiones sin pérdidas. (W.K. Gwarek, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-36, 1988, pp. 738-744, © 1988 IEEE.)

Como puede verse de las ecuaciones (2.57) y (2.58), para líneas de transmisión con pérdidas, considerando todos los parámetros del circuito equivalente, las ecuaciones diferenciales parciales incluyen no sólo el bidominio espacio ( $x, y$ )-tiempo ( $t$ ) sino que también el dominio de la frecuencia ( $f$ ), que se incorpora a través de la impedancia característica de la línea debido a que la impedancia es un concepto puramente dependiente de la frecuencia.

Puesto que la mayor ventaja del método FDTD es precisamente la facilidad de obtener respuestas de banda ancha cuando se usa la Transformada Rápida de Fourier (FFT) de los diferentes estados de un pulso Gaussiano que viaja de ida y vuelta en una línea de transmisión, entonces, los parámetros dependientes de la frecuencia deben ser separados de aquellos pertenecientes al espacio-tiempo cuando se implementa el algoritmo computacional. Esto es, el algoritmo debe ser preparado usando el modelo de la línea de transmisión sin pérdidas dado por las ecuaciones (2.59) y (2.60).

Así, de (2.59) y (2.60), se obtienen las siguientes tres ecuaciones independientes

$$\frac{\partial v(x, y, t)}{\partial x} + L \left[ \frac{\partial j_x(x, y, t)}{\partial t} \right] = 0 \quad (2.61)$$

$$\frac{\partial v(x, y, t)}{\partial y} + L \left[ \frac{\partial j_y(x, y, t)}{\partial t} \right] = 0 \quad (2.62)$$

$$\frac{\partial j_x(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial j_y(x, y, t)}{\partial y} + C \left[ \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial t} \right] = 0 \quad (2.63)$$

Una aproximación discreta de las ecuaciones (2.61) a (2.63) se puede obtener usando ecuaciones de diferencias centrales para ambas, las variables espaciales y temporales [Sullivan, 2000]. Reservando los subíndices para designar las diferentes componentes de onda, los superíndices para denotar la variable temporal y los paréntesis para indicar la variable espacial, las aproximaciones a las ecuaciones (2.61) a (2.63) son dadas por

$$L \left( \frac{j_x^{n+1/2} \ i+1/2, j - j_x^{n-1/2} \ i+1/2, j}{\Delta t} \right) = - \frac{v^n \ i, j - v^n \ i, j-1}{\Delta x} \quad (2.64)$$

$$L \left( \frac{j_y^{n+1/2} \ i+1/2, j - j_y^{n-1/2} \ i+1/2, j}{\Delta t} \right) = - \frac{v^n \ i+1, j - v^n \ i, j}{\Delta y} \quad (2.65)$$

$$C \left( \frac{v^{n+1}(i, j) - v^n(i, j)}{\Delta t} \right) = - \frac{j_x^{n+1/2}(i+1/2, j+1) - j_x^{n+1/2}(i+1/2, j)}{\Delta x} - \frac{j_y^{n+1/2}(i, j+1/2) - j_y^{n+1/2}(i-1, j-1/2)}{\Delta y} \quad (2.66)$$

donde  $\Delta x = \lambda_0 / sn$  es el tamaño de la celda (el más pequeño de las diferentes direcciones),  $\lambda_0$  es la longitud de onda a la frecuencia de operación más alta, y  $sn$  es el número de muestreo, que se recomienda experimentalmente como mayor que 10 [Sullivan, 2000].  $\Delta t$  es el paso de tiempo y se determina por la condición de Courant como  $t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{n} \cdot c_0}$ , donde  $n$  es la dimensión de la simulación.

La forma implícita de las ecuaciones (2.64) a (2.66) puede escribirse como

$$j_x^{n+1/2}(i+1/2, j) = j_x^{n-1/2}(i+1/2, j) + \frac{\Delta t}{L\Delta x} [v^n(i, j-1) - v^n(i, j)] \quad (2.67)$$

$$j_y^{n+1/2}(i+1/2, j) = j_y^{n-1/2}(i+1/2, j) + \frac{\Delta t}{L\Delta y} [v^n(i, j) - v^n(i+1, j)] \quad (2.68)$$

$$v^{n+1}(i, j) = v^n(i, j) + \frac{\Delta t}{C\Delta x} [j_x^{n+1/2}(i-1/2, j) - j_x^{n+1/2}(i+1/2, j+1)] + \frac{\Delta t}{C\Delta y} [j_y^{n+1/2}(i-1, j-1/2) - j_y^{n+1/2}(i, j+1/2)] \quad (2.69)$$

Con el fin de codificar las ecuaciones (2.67) a (2.69) en un programa de computadora, las posiciones semi-desplazadas por  $1/2$ , se eliminan al abstraer o sumar una mitad. Además, los superíndices temporales se eliminan, ya que en método FDTD, el tiempo está implícito [Sullivan, 2000]. Así, las relaciones recursivas se obtienen como

$$j_x(i, j) = j_x(i, j) + \frac{\Delta t}{L\Delta x} [v(i, j-1) - v(i, j)] \quad (2.70)$$

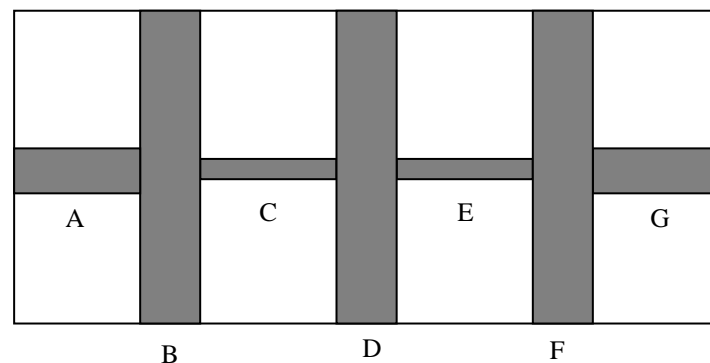
$$j_y(i, j) = j_y(i, j) + \frac{\Delta t}{L\Delta y} [v(i, j) - v(i+1, j)] \quad (2.71)$$

$$v(i, j) = v(i, j) + \frac{\Delta t}{C\Delta x} [j_x(i, j) - j_x(i, j+1)] + \frac{\Delta t}{C\Delta y} [j_y(i-1, j) - j_y(i, j)] \quad (2.72)$$

En (2.72),  $\Delta x$  puede considerarse igual que  $\Delta y$ , dado que  $\Delta v(i, j)$  es un escalar simple.

## 2.4 Análisis circuital de un filtro pasabajas con secciones de impedancia escalonada

En los sistemas de comunicación un filtro es un circuito esencial para separar las componentes de señal que se desean transmitir de aquellas que se desean rechazar. Los filtros pasivos con secciones de impedancia escalonada (como el que se muestra en la Figura 2.5) son estructuras planas útiles para aplicaciones comerciales, debido a su tamaño pequeño y a su bajo costo de fabricación [Chen, 2005, Hsu, 2005, Villegas, 2009b].



**Figura 2.5** Geometría de un filtro con secciones de impedancia escalonada.

Las secciones A, B, C, D, E, F y G forman la estructura de un filtro pasabajas. Cada una es una línea de transmisión que se liga en forma escalonada a la siguiente sección. Las expresiones (2.70) a (2.72) se usan para generar cada una de las secciones que conforman la geometría total del filtro pasa bajas.

## 2.5 Análisis circuital de un transformador de impedancias síncrono

Un transformador de impedancia síncrono está compuesto por secciones de línea de transmisión interconectadas entre sí, empezando de izquierda a derecha, con la que tiene

la mayor impedancia característica y finalizando con la que tiene la menor. En este caso son tres secciones de microcinta de un cuarto de longitud de onda terminadas en una impedancia de carga de  $Z_L = 50 \Omega$  e interconectadas como se muestra en la Figura 2.6. Se ha supuesto que las impedancias características de las líneas de microcinta son de aproximadamente  $50 \Omega$ ,  $34.5 \Omega$  y  $25 \Omega$ , y que se eligió construirlas sobre un substrato con un espesor de  $0.07874 \text{ cm}$  y permitividad relativa de  $2.2$ . Los anchos de las cintas fueron calculados con el método MoM [Dueñas, 2009b], y corresponden a  $0.2413 \text{ cm}$ ,  $0.4064 \text{ cm}$  y  $0.6099 \text{ cm}$  respectivamente. A una frecuencia central de  $1.45 \text{ GHz}$  las longitudes de los transformadores de impedancia de un cuarto de longitud de onda  $\theta = 90^\circ$  corresponden a longitudes físicas de  $3.85 \text{ cm}$ ,  $3.8 \text{ cm}$  y  $3.76 \text{ cm}$  respectivamente. Sin embargo, con el fin de obtener un resultado cercano a la respuesta real, es recomendable usar sólo un valor, preferiblemente el más pequeño de los tres, o aún menor. Entonces, la longitud de los tres transformadores simples se ha fijado en  $3.76 \text{ cm}$ . Las impedancias de entrada en las transiciones están dadas por

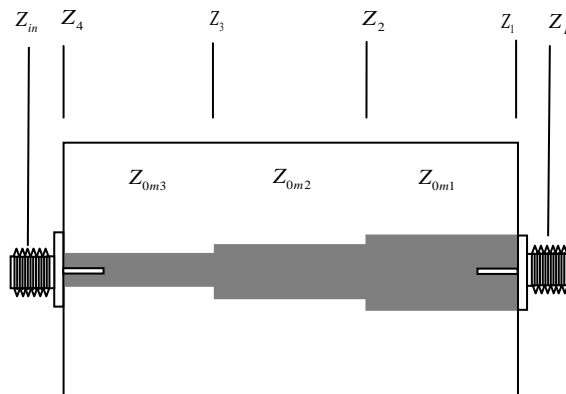
$$Z_1 = Z_{0c} \frac{Z_L + jZ_{0c} \tan(\beta_c l_{cf})}{Z_{0c} + jZ_L \tan(\beta_c l_{cf})} \quad (2.73)$$

$$Z_2 = Z_{0m1} \frac{Z_1 + jZ_{0m1} \tan(\beta_m l_{m1})}{Z_{0m1} + jZ_1 \tan(\beta_m l_{m1})} \quad (2.74)$$

$$Z_3 = Z_{0m2} \frac{Z_2 + jZ_{0m2} \tan(\beta_m l_{m2})}{Z_{0m2} + jZ_2 \tan(\beta_m l_{m2})} \quad (2.75)$$

$$Z_4 = Z_{0m3} \frac{Z_3 + jZ_{0m3} \tan(\beta_m l_{m3})}{Z_{0m3} + jZ_3 \tan(\beta_m l_{m3})} \quad (2.76)$$

$$Z_{in} = Z_{0c} \frac{Z_4 + jZ_{0c} \tan(\beta_c l_{cf})}{Z_{0c} + jZ_4 \tan(\beta_c l_{cf})} \quad (2.77)$$



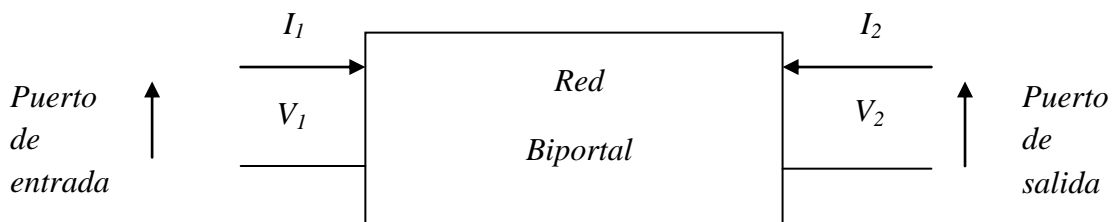
**Figura 2.6** Transformador de impedancias síncrono de microcinta.

Otra forma para calcular la impedancia de entrada de una línea de transmisión terminada en una impedancia de carga dada, es mediante el análisis de redes biportales (Fig. 2.7) conectadas en cascada (Fig. 2.8) y que se representan con la matriz cadena o  $[ABCD]$ . Con esta técnica se pueden obtener también, además de la impedancia de entrada (la cual se obtiene a partir del coeficiente de reflexión, vía la transformación bilineal), los parámetros de transmisión. El procedimiento es el siguiente:

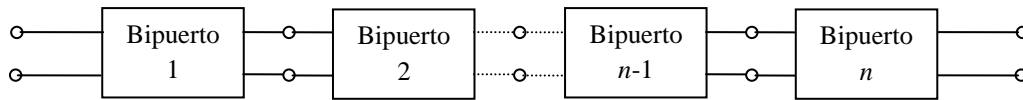
Como se muestra en la Fig. 2.8, cada uno de los elementos de circuito (conectores y secciones de microcinta simple), se representa mediante la matriz  $[ABCD]$  para una línea de transmisión sin pérdidas, la cual es dada por [Fooks, 1990]

$$ABCD = \begin{bmatrix} \cos \beta l & jZ \operatorname{sen} \beta l \\ j \frac{1}{Z} \operatorname{sen} \beta l & \cos \beta l \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

donde  $\beta = \beta_m = k_0 \sqrt{\epsilon_{ff}}$  es la constante de fase para líneas de transmisión de microcinta,  $\beta = \beta_c = \omega \sqrt{LC} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$  es la constante de fase para líneas de transmisión coaxiales y  $l$ ,  $Z$  son respectivamente la longitud física y la impedancia característica de la línea.



**Figura 2.7** El voltaje y la corriente de una red biportal.



**Figura 2.8** Conexión en cascada de líneas de transmisión biportales.

Luego, las matrices  $[ABCD]$  individuales se multiplican para obtener la matriz  $[ABCD]$  total, de la cual se obtienen los cuatro parámetros de dispersión mediante el uso de las siguientes transformaciones entre los parámetros  $[ABCD]$  y  $[S]$ :

$$S_{11} = \frac{A + \frac{B}{Z_0} - CZ_0 - D}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} \quad (2.79)$$

$$S_{12} = \frac{2(AD - BC)}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} \quad (2.80)$$

$$S_{21} = \frac{2}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} \quad (2.81)$$

$$S_{22} = \frac{-A + \frac{B}{Z_0} - CZ_0 + D}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} \quad (2.82)$$

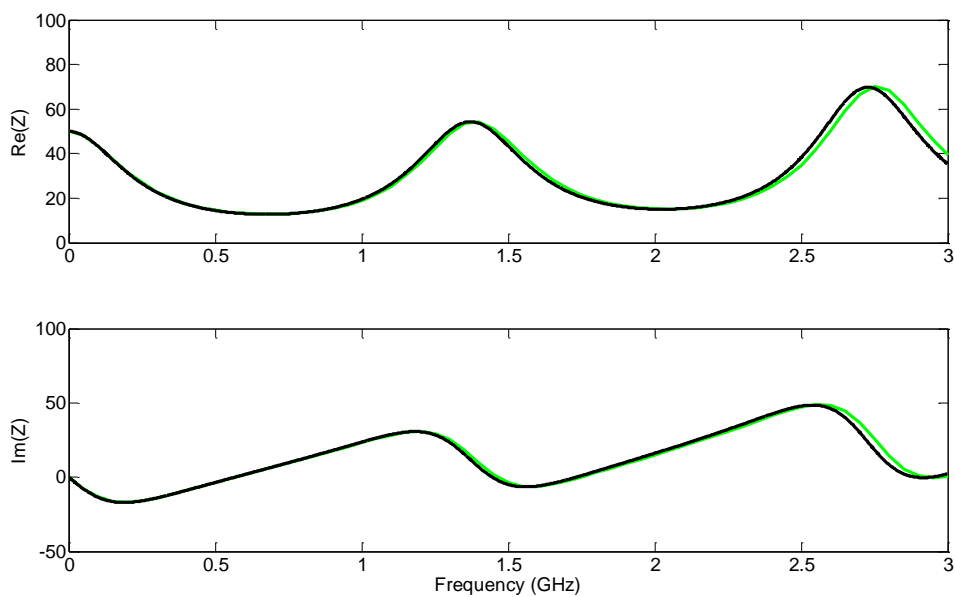
Enseguida, como un ejemplo en el que se aplica el procedimiento antes descrito, se obtiene la impedancia de entrada ( $Z_{in}$ ) de una sección simple de línea de transmisión de microcinta [Dueñas, 1997] mediante el uso de la transformación bilineal dada por la siguiente ecuación:

$$Z_{in} = \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} Z_0 \quad (2.83)$$

La línea de microcinta que se analiza se supone que tiene una impedancia característica de  $Z_0 = 25 \Omega$ , un espesor  $d = 0.07874 \text{ cm}$ , un ancho  $W = 0.1882 \text{ cm}$  y

una longitud física de  $l = 3.7$  cm. Los conectores SMA hembra tienen una impedancia característica de  $Z_0 = 50 \Omega$  y una longitud física de  $l = 0.782$  cm.

La respuesta obtenida mediante este procedimiento se compara con la respuesta que se obtuvo del análisis circuital descrito al inicio de esta sección (impedancias de entrada en las transiciones conector-microcinta-conector) para un ancho de banda de 0 a 3 GHz. Como se puede observar de las curvas de la Fig. 2.9, la correspondencia entre los trazos de la impedancia de entrada (tanto en su parte real como en su parte imaginaria) es excelente.



**Figura 2.9** Partes real e imaginaria  $\text{Re}(Z)$  e  $\text{Im}(Z)$  de la impedancia de entrada  $Z_{in}$  de una línea de transmisión simple. a) Trazo negro: análisis circuital de líneas de transmisión. b) Trazo verde: análisis circuital con los parametros  $[ABCD]$ .

## **Capítulo 3**

### **DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO HÍBRIDO FDTD-MoL**

#### **3.1 Antecedentes**

Los cambios en nuestra sociedad están estrechamente ligados a los avances tecnológicos y a la rapidez en el procesamiento numérico de la información. Uno de los campos del conocimiento tecnológico que avanza continuamente es el de la ingeniería electromagnética. Como resultado de este crecimiento existen una gran cantidad de aplicaciones tecnológicas que la usan por todas partes. Asimismo, el empleo de las nuevas tecnologías de cómputo y las mejoras continuas en paquetes informáticos son herramientas útiles para el estudio de temas relacionados con la teoría electromagnética [Sevgi, 2008]. Los interesados en este campo del conocimiento tienen que adquirir nuevas habilidades de programación para asimilar, desarrollar o generar nuevas teorías que permitan crear y simular experimentos electromagnéticos para laboratorios especializados y centros de investigación aplicada [Villegas, 2011].

Con la ayuda de la simulación electromagnética se pueden encontrar las soluciones de los modelos numéricos que representan el comportamiento electromagnético de circuitos de microcinta. El incremento en las frecuencias de operación y en la capacidad de miniaturización de los circuitos integrados, combinado con la necesidad de estudiar sistemas completos, donde los tamaños de los elementos de circuitos pueden ser diferentes por varios órdenes de magnitud, han aumentado la demanda de programación especializada para la simulación de circuitos e

interconexiones de alta velocidad [Chow, 2007].

En general, los paquetes de simulación electromagnética (comerciales o de uso gratuito) se pueden dividir en dos categorías: los de onda completa o 3D (modelados por ecuaciones que incluyen las tres componentes espaciales) y los de onda parcial 2D o 1D (que incluyen sólo dos o una componente espacial), ver las tablas 3.1 y 3.2. [Missouri University of Science and Technology, Electromagnetic Compatibility Laboratory, 2012]. Algunos de estos paquetes se comercializan con los siguientes nombres: Sonnet, de Sonnet Software Inc., Momentum, de Agilent Technologies y Microwave Office, de Applied Wave Research.

Compañía	Programa	Lugar	Categoría
AC Microwave GmbH	LINMIC+/N	Aachen, Alemania	3D
Advance Electromagnetics	GEMACS	Albuquerque, New Mexico, E.U.A.	3D
AnSoft Corporation	Ansoft HFSS	Pittsburgh, PA., E.U.A.	3D
	SIwave		3D
	TPA		3D
ANSYS	ANSYS/EMAG	Canonsburg, Pennsylvania, E.U.A.	3D
	ANSYS/EMAX		3D
Applied Wave Research, Inc.	EMSight	Redondo Beach, CA., E.U.A.	3D
AnSoft Corporation	Maxwell 3D	Pittsburgh, PA., E.U.A.	3D
Artech House	WIPL-D	Norwood, MA., E.U.A.	3D
Bay Technology	IE3D	Aptos, CA, E.U.A.	3D
Computer Simulation Technology	CST MicrowaveStudio	Darmstadt, Alemania	3D
	CST EM Studio		3D
	M.A.F.I.A 4		3D
COMSOL	FEMLAB Electromagnetics Module	Stockholm, Suecia	3D
Electro Magnetic Applications	EMA3D	Lakewood, CO, E.U.A.	3D
ElectromagneticsWorks	ATLASS	Montreal, Quebec, Canada	3D
	EMS		3D
	HFWorks		3D
ELF Corporation	ELF/MAGIC	Osaka, Japón	3D
	ELFIN		
EM Scientific, Inc.	MiniNEC Professional	Carson City, NV, E.U.A.	3D
EMMCAP	EMMCAP	Tucuman, Argentina	3D
EM Software and	FEKO	Stellenbosch, Sudáfrica	3D

Systems			
---------	--	--	--

**Tabla 3.1** Programas comerciales de simulación electromagnética de onda completa o 3D.

EMCoS	EMC Studio	Tbilisi, GE, E.U.A.	3D
	TriD		3D
	Static3D		3D
EMS-Plus	EZ-FDTD	Durham, NC, E.U.A.	3D
ESI Group	PAM-CEM	Paris, Francia	3D
	CRIPTE		3D
ETH Zurich	Multiple Multipole (MMP) Algorithms	Zurich, Suiza	3D
Field Precision	AMaze	Albuquerque, New Mexico, E.U.A.	3D
Flomerics	FLO/EMC	Surrey, Inglaterra	3D
	Microstrips		3D
Grating Solver Development Company	Antenna Solver	Allen, TX, E.U.A.	3D
	Grating Solver		3D
IMST GmbH	Empire	Kamp-Lintfort, Alemania	3D
Infolytica Corporation	MagNet	Montreal, Canada	3D
	ElecNet		3D
	FullWave		3D
Integrated Engineering Software	AMPERES	Winnipeg, Manitoba, Canada	3D
	COULOMB		3D
	FARADAY		3D
	SINGULA		3D
The Japan Research Intitute, Ltd.	JMAG-Studio	Ichibancho, Chiyoda-Ku, Tokio, Japan	3D
MagneForce	MagneForce Software Systems	Hamburg, NY, E.U.A.	3D
Magsoft Corporation	FLUX3D	Troy, NY, E.U.A.	3D
MEM Research	EM3DS	Spoltore, Italia	3D
Nittany Scientific	NEC-WIN PRO	Hollister, CA, E.U.A.	3D
OptEM Engineering, Inc.	OptEM	Calgary, Canada	3D
PDE Solutions	Flex PDE	Antioch, CA, E.U.A.	3D
Poynting Innovations Ltd.	SuperNEC	Wendywood, Sudáfrica	3D
Quantic Laboratories Inc.	Omega PLUS	Winnipeg, Manitoba, Canadá	3D
	PCB Greenfiel		3D
	Greenfield 3D		3D
	Compliance		3D
Remcom Inc.	XFDTD	State College, PA, E.U.A.	3D

**Tabla 3.1 Continuación.**

Schmid & Partner Engineering AG	EMCAD	Zurich, Suiza	3D
Sigrity, Inc.	SPEEDO2000	Binghamton, NY, E.U.A.	3D
Simlab GmbH	PCBMod	Munich, alemania	3D
	ATHOS		3D
	CableMod		3D
Sonnet Software	Sonnet Lite	Liverpool, NY, E.U.A.	3D
	Sonnet Suite 8.0		3D
	CST Micro Studio		3D
Structural Research & Analysis Corporation	COSMOS/EMS	Los Angeles, CA, E.U.A.	3D
Technical University of Hamburg-Hamburg	CONCEPT II	Hamburg, Alemania	3D
ThinkWireless, Inc.	QuikNEC	Coconut Creek, FL, E.U.A.	3D
University of Bath (UK)	MEGA	Claverton Down, Inglaterra	3D
Vector Fields Inc.	OPERA-3d	Aurora, IL, E.U.A.	3D
	CONCERTO		3D
Virtual Science	Celia	Aurora, IL, E.U.A.	3D
Weidinger Associates Inc.	EMFlex	New York, NY, E.U.A.	3D
John Wiley & Sons	MaX-1	New York, NY, E.U.A.	3D
Zeland Software	IE3D	Fremont, CA, E.U.A.	3D
	Fidelity		3D
Zuken	EMC-Workbench	Sendai, Japón	3D

**Tabla 3.1 Continuación.**

ALSTOM Research & Technology Centre	<u>SLIM Electromagnetic Engineering</u>	Stafford, Inglaterra	2D
AnSoft Corporation	Maxwell 2D	Pittsburgh, PA., E.U.A.	2D
ALSTOM Research & Technology Centre	<u>SLIM Electromagnetic Engineering</u>	Stafford, Inglaterra	2D
Artech House	AWAS	Norwood, MA., E.U.A	2D

Artech House	ENPLAN	Norwood, MA., E.U.A	2D
Eagleware	EMPOWER	Tucker, GA, E.U.A.	2D
EM Photonics, Inc.	EMLab	Newark, DE, E.U.A.	2D

**Tabla 3.2** Programas comerciales de simulación electromagnética de 1D y 2D.

EMCoS	Static2D	Tbilisi, GE, E.U.A.	2D
Faustus Scientific Corporation	MEFiSTo-2D	Victoria, British Columbia, Canada	2D
Field Precision	TriComp	Albuquerque, New Mexico, E.U.A.	2D
Integrated Engineering Software	MAGNETO	Winnipeg, Manitoba, Canada	2D
	ELECTRO		2D
	OERSTED		2D
Interactive Products Corporation	IFS Pro	Cary, NC, E.U.A.	2D
Magsoft Corporation	FLUX2D	Troy, NY, E.U.A.	2D
Quantic Laboratories Inc.	Greenfield 3D	Winnipeg, Manitoba, Canadá	2D
Tera Analysis	Quickfield	Tarzana, CA, E.U.A.	2D
Vector Fields Inc.	OPERA-2d	Aurora, IL, E.U.A.	2D
Department of Electrical and Computer Engineering, Concordia University	TRLINE	Quebec, Canadá	1D
	BOUNCE		1D

**Tabla 3.2 Continuación.**

Los simuladores electromagnéticos de onda completa se utilizan para simular circuitos constituidos por estructuras en 3D, como las guías de onda o los cables coaxiales. Dentro de esta categoría se pueden mencionar los siguientes paquetes: HFSS de Ansoft Corporation, IE3D de Zeland Software y Microwave Studio de Computer Simulation Technoogy (CST) [Jain, 1997)].

Además de los ya mencionados, actualmente existen una gran variedad de programas de cómputo utilizados por la comunidad académica y científica para realizar análisis y diseño con ayuda de la simulación electromagnética. Algunos de estos programas se ofrecen como módulos, utilerías o subrutinas de uso específico incluidos

como parte de paquetes multiplataforma. Entre los paquetes más conocidos se pueden mencionar los siguientes: Matlab, de MathWorks Inc., Mathcad, de Parametric Technology Corporation, Scientific WorkPlace, de MacKichan Software Inc., y Mathematica, de Wolfram Research.

Una de las mayores ventajas en estos paquetes multiplataforma, es la posibilidad de realizar modificaciones en los códigos de programación para cambiar las variables físicas que definen los circuitos de microondas que se están caracterizando [Villegas, 2009a]. Es importante considerar que el costo de adquisición de estos paquetes es relativamente menor en comparación con el software comercial específico para simulación electromagnética.

Por otra parte, un gran número de proyectos de investigación que están relacionados con el modelado electromagnético de circuitos planos de altas frecuencias, combinan técnicas numéricas para la solución de problemas de propagación de onda completa. Sin embargo, el uso de técnicas híbridas para la simulación electromagnética enfrenta desafíos de no convergencia y problemas de dispersión numérica, entre otras fenómenos [Villegas, 2009a].

Asimismo, el manejo adecuado de diversas variables internas de un código de simulación de acceso libre, proporciona capacidades extras que no se encuentran normalmente en los códigos comerciales. Estas variables se pueden usar como variables de control para mejorar la respuesta de un circuito en particular o de un problema electromagnético en general [Villegas, 2009a].

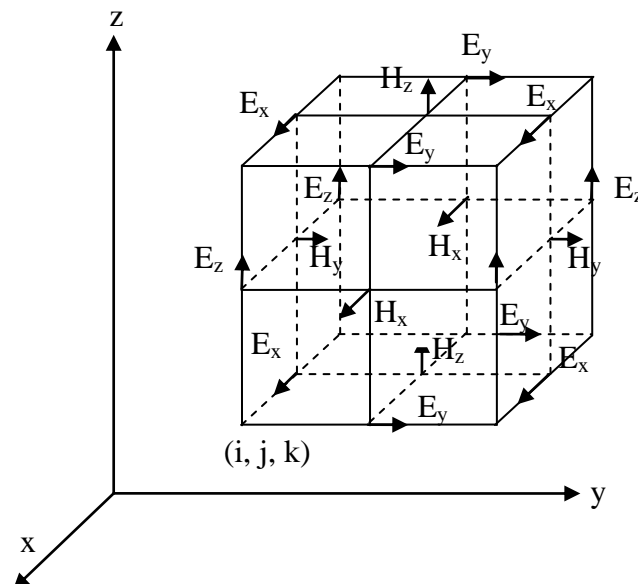
### **3.2 Descripción del método de diferencias finitas en el dominio del tiempo FDTD**

Un procedimiento muy popular para resolver las ecuaciones de Maxwell es el que se basa en el método de diferencias finitas (FD, por sus siglas en inglés). Este método se puede aplicar en los dominios del tiempo, la frecuencia, el espacio y el espectro (número de onda). La aplicación de este método consiste en calcular la solución del problema diferencial original en un conjunto discreto de puntos que suelen asociarse

con los nodos de una red [González, 2008]. En el método FD, este proceso de discretización se realiza mediante la aproximación de las derivadas parciales, que aparecen en las ecuaciones de Maxwell, por operadores en diferencias finitas.

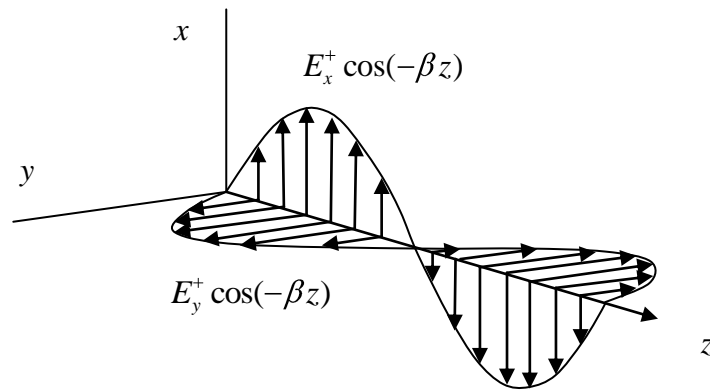
La versión más extendida del método FD es la FDTD. La FDTD fue introducida por Yee en 1966 para resolver las derivadas parciales de las ecuaciones de Maxwell en el dominio del tiempo mediante su aproximación por diferencias finitas. Como resultado, se obtiene un problema algebraico de tipo explícito que permite ir calculando, en instantes sucesivos, el valor del campo en cada punto del espacio a partir del valor del campo en el mismo punto en el instante de tiempo anterior y de los valores del campo en sus nodos adyacentes y en el instante de tiempo anterior. Este es el paradigma fundamental del método FDTD [Sullivan, 2000]. El método FDTD permite además, introducir una excitación en la estructura y simular la evolución temporal del campo electromagnético en la región de interés. Las condiciones de frontera más simples que se aplican al método FDTD son las llamadas de pared eléctrica y de pared magnética [González, 2008].

En el enfoque del método FDTD, ambos, el espacio y el tiempo se dividen en segmentos discretos. El espacio se segmenta en celdas cuadradas o cúbicas con dimensiones reducidas comparadas con la longitud de onda. El tiempo se divide en pasos de tiempo. Los campos eléctricos ( $\mathbf{E}$ ) se sitúan en las aristas de un cubo y los campos magnéticos ( $\mathbf{H}$ ) se colocan en sus caras, como se muestra en la Fig. 3.1. Esta disposición de los campos se conoce como la celda de Yee [Yee, 1966] y es la base para las simulaciones que se realizan con el método FDTD.



**Figura 3.1** Malla de Yee para el método FDTD.

La celda de Yee es una representación generalizada de los campos que pueden existir en un estructura electromagnética cualesquiera, ya que incluye todas las componentes de los campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$ . Para una estructura específica, como por ejemplo un cable coaxial, las ondas que se propagan son ondas transversales electromagnéticas (TEM), que son un ejemplo de las ondas planas [Marshall, 1996]. Así, la discretización espacial de un cable coaxial sólo incluye las componentes  $E_x$  y  $H_y$ , como se muestra en la Fig. 3.2.



**Figura 3.2** Localización espacial del campo transversal electromagnético (TEM).

En un medio isótropo, las ecuaciones de Maxwell pueden ser escritas como

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.2)$$

Las ecuaciones vectoriales dadas por (3.1) y (3.2) representan un sistema de seis ecuaciones escalares, que se puede expresar en el sistema de coordenadas rectangulares como:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (3.3a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (3.3b)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (3.3c)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (3.3d)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (3.3e)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (3.3f)$$

Si siguiendo la notación de Yee, un punto en el enrejado de la región de solución se define como

$$i, j, k = i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z \quad (3.4)$$

y cualquier función de espacio y tiempo como

$$F^n(i, j, k) \equiv F(i\delta, j\delta, k\delta, n\Delta t) \quad (3.5)$$

donde,  $\delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$  es el incremento espacial,  $\Delta t$  es el incremento temporal y  $i, j, k$  y  $n$  son enteros. Usando una aproximación mediante diferencias finitas centrales para las derivadas en el espacio y el tiempo, (la cual tiene una precisión de segundo orden), se tiene que

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial x} = \frac{F^n(i+1/2, j, k) - F^n(i-1/2, j, k)}{\delta} + O(\delta^2) \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{F^{n+1/2}(i, j, k) - F^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} + O(\Delta t^2) \quad (3.7)$$

Al aplicar la ecuación (3.6) a todas las derivadas espaciales de las ecuaciones (3.3), Yee posiciona las componentes de  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  alrededor de una celda unitaria del enrejado que se muestra en la Fig. 3.1. Para incorporar la ecuación (3.7), las componentes de  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  se evalúan alternadamente cada medio paso de tiempo. De esta manera, la aproximación explícita mediante diferencias finitas a la ecuación (3.3), se obtiene como

$$H_x^{n+1/2} i, j+1/2, k+1/2 = H_x^{n-1/2} i, j+1/2, k+1/2$$

$$+ \frac{\delta t}{\mu i, j+1/2, k+1/2} \delta \left[ E_y^n i, j+1/2, k+1 - E_y^n i, j+1/2, k + E_z^n i, j, k+1/2 - E_z^n i, j+1, k+1/2 \right]$$
(3.8a)

$$H_y^{n+1/2} i+1/2, j, k+1/2 = H_y^{n-1/2} i+1/2, j, k+1/2$$

$$+ \frac{\delta t}{\mu i+1/2, j, k+1/2} \delta \left[ E_z^n i+1, j, k+1/2 - E_z^n i, j, k+1/2 + E_x^n i+1/2, j, k - E_x^n i+1/2, j, k+1 \right]$$
(3.8b)

$$H_z^{n+1/2} i+1/2, j+1/2, k = H_z^{n-1/2} i+1/2, j+1/2, k$$

$$+ \frac{\delta t}{\mu i+1/2, j+1/2, k} \delta \left[ E_x^n i+1/2, j+1, k - E_x^n i+1/2, j, k + E_y^n i, j+1/2, k - E_y^n i+1, j+1/2, k \right]$$
(3.8c)

$$E_x^{n+1} i+1/2, j, k = E_x^n i+1/2, j, k \left( 1 - \frac{\sigma i+1/2, j, k \delta t}{\varepsilon i+1/2, j, k} \right)$$

$$+ \frac{\delta t}{\varepsilon i+1/2, j, k} \delta \left[ H_z^{n+1/2} i+1/2, j+1/2, k - H_z^{n+1/2} i+1/2, j-1/2, k + H_y^{n+1/2} i+1/2, j, k-1/2 - H_y^{n+1/2} i+1/2, j, k+1/2 \right]$$
(3.8d)

$$E_y^{n+1} i, j+1/2, k = E_y^n i, j+1/2, k \left( 1 - \frac{\sigma i, j+1/2, k \delta t}{\varepsilon i, j+1/2, k} \right)$$

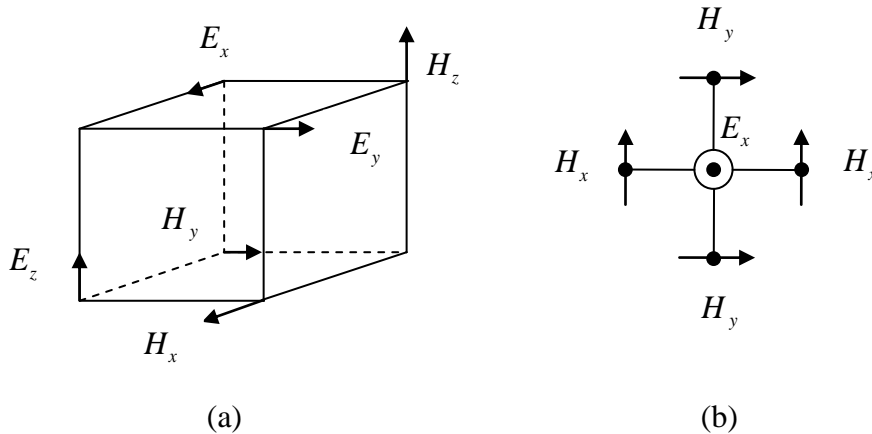
$$+ \frac{\delta t}{\varepsilon i, j+1/2, k} \delta \left[ H_x^{n+1/2} i, j+1/2, k+1/2 - H_x^{n+1/2} i, j+1/2, k-1/2 + H_z^{n+1/2} i-1/2, j+1/2, k - H_z^{n+1/2} i+1/2, j+1/2, k \right]$$
(3.8e)

$$E_z^{n+1} i, j, k+1/2 = E_z^n i, j, k+1/2 \left( 1 - \frac{\sigma i, j, k+1/2 \delta t}{\varepsilon i, j, k+1/2} \right)$$

$$+ \frac{\delta t}{\varepsilon i, j, k+1/2} \delta \left[ H_y^{n+1/2} i+1/2, j, k+1/2 - H_y^{n+1/2} i-1/2, j, k+1/2 + H_x^{n+1/2} i, j-1/2, k+1/2 - H_x^{n+1/2} i, j+1/2, k+1/2 \right]$$
(3.8f)

Nótese de las ecuaciones (3.8a) a (3.8f) y de la Fig. 3.1, que las componentes de  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  se entrelazan dentro de la celda unitaria y se evalúan en medios pasos de tiempo alternados. Todos los componentes de campo están presentes en un cuarto de celda como se muestra típicamente en la Fig. 3.3 (a). La Fig. 3.3 (b) se ilustra las relaciones típicas entre las componentes de campo en un plano; esto es particularmente útil cuando se incorporan las condiciones de frontera. La figura se puede inferir de la ecuación (3.3d) o de la ecuación (3.8d). Al trasladar el sistema de ecuaciones hiperbólicas (3.8a) a

(3.8f) a un código de computadora se debe asegurar que, dentro de un mismo lazo de tiempo, un tipo de componentes de campo se encuentra primero y luego con los resultados obtenidos, se encuentra el otro.



**Figura 3.3** Relaciones típicas entre las componentes de campo:

(a) dentro de un cuarto de celda unitaria.

(b) en un plano.

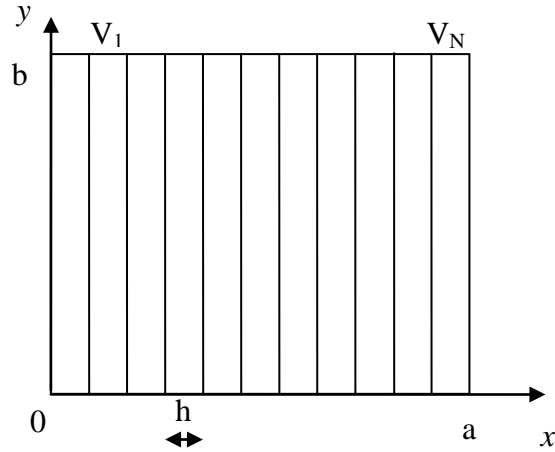
### 3.3 Descripción del método de líneas MoL

El método de líneas MoL, es una técnica numérica desarrollada para el análisis de líneas de transmisión, estructuras de guías de onda y problemas de dispersión [Sadiku, 2000]. El método de líneas resuelve por lo general la ecuación de onda que es una ecuación hiperbólica, pero también puede ser usado para resolver problemas de ecuaciones parabólicas, y elípticas como la ecuación (3.9).

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad (3.9)$$

El primer paso del método de líneas consiste en discretizar la variable  $x$  como se muestra en la Fig. 3.4.

Luego, la región se divide en  $N$  líneas paralelas al eje  $y$ . Posteriormente, puesto que la discretización se realiza en la variable  $x$ , entonces se reemplaza la segunda derivada con respecto a  $x$  con su equivalente en diferencias finitas.



**Figura 3.4** Ilustración de la discretización en la dirección  $x$ .

Para hacer esto, se aplica el esquema de diferencias centrales de tres puntos.

$$\frac{\partial^2 V_i}{\partial x^2} = \frac{V_{i+1} - 2V_i + V_{i-1}}{h^2} \quad (3.10)$$

donde  $h$  es la separación entre las líneas y está dada por

$$h = \Delta x = \frac{a}{N+1} \quad (3.11)$$

Así pues, al remplazar la derivada con respecto  $x$  por su equivalente en diferencias finitas resulta que

$$\frac{\partial^2 V_i}{\partial y^2} + \frac{1}{h^2} V_{i+1}(y) - 2V_i(y) + V_{i-1}(y) = 0 \quad (3.12)$$

De esta manera, el potencial  $V$  de la ecuación (3.9) se puede remplazar por un vector de tamaño  $N$  dado por

$$V = V_1, V_2, \dots, V_N \quad (3.13a)$$

donde  $t$  denota la transpuesta,

$$V_i = V(x_i, y), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.13b)$$

y  $x_i = i\Delta x$ . Sustituyendo las ecuaciones (3.12) y (3.13) en la ecuación (3.9) genera

$$\frac{\partial^2 V(y)}{\partial y^2} - \frac{1}{h^2} P V(y) = 0 \quad (3.14)$$

donde  $0$  es un vector columna cero y  $P$  es una matriz tridiagonal de tamaño  $N \times N$  que representan la forma discreta de la segunda derivada con respecto a  $x$ .

$$P = \begin{bmatrix} p_l & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & p_r \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Todos los elementos de la matriz  $[P]$  son ceros, excepto los términos de la tridiagonal; los elementos de la primera y última columna de  $[P]$  dependen de las condiciones de frontera en  $x=0$  y  $x=a$ .  $p_l = 2$  para la condición de frontera de Dirichlet y  $p_l = 1$  para la condición de frontera de Neumann. Lo mismo se cumple para  $p_r$  [Sadiku, 2000; Villegas, 2009a].

El siguiente paso consiste en resolver analíticamente las ecuaciones resultantes a lo largo de la coordenada  $y$ . Para la solución analítica de la ecuación (3.14) es necesario obtener un sistema de ecuaciones diferenciales desacopladas a partir de las ecuaciones acopladas. Para lograr esto se define el potencial transformado  $[\bar{V}]$  haciendo

$$V = T [\bar{V}] \quad (3.16)$$

y requiriendo que

$$T^t P T = [\lambda^2] \quad (3.17)$$

donde  $[\lambda^2]$  es una matriz diagonal y  $T^t$  es la transpuesta de  $T$ .  $[\lambda^2]$  y  $T$  son las matrices de autovalores y autovectores que pertenecen a  $P$ .

La matriz de transformación  $T$  y la matriz de autovalores  $[\lambda^2]$  dependen de las condiciones de frontera y están dadas en la tabla 3.3 para las varias combinaciones de fronteras [Pregla, 2008; Itoh, 1989]. Nótese que los autovectores de  $T$  tienen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} T^{-1} &= T^t \\ T T^t &= T^t T = I \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde  $I$  es la matriz identidad. Substituyendo la ecuación (3.16) en la ecuación (3.14) se tiene que

$$\frac{\partial^2 T [\bar{V}]}{\partial y^2} - \frac{1}{h^2} P T [\bar{V}] = 0 \quad (3.19)$$

Así, al multiplicar por  $T^{-1} = T^t$  se encuentra que

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{h^2} [\lambda^2] \right) [\bar{V}] = 0 \quad (3.20)$$

Esta es una ecuación diferencial ordinaria cuya solución está dada por

$$\bar{V}_i = A_i \cosh \alpha_i y + B_i \sinh \alpha_i y \quad (3.21)$$

donde  $\alpha_i = \lambda_i / h$ .

Frontera Izquierda	Frontera Derecha	$T_{ij}$	$\lambda_i$
Dirichlet	Dirichlet	$\sqrt{\frac{2}{N+1}} \operatorname{sen} \frac{i j \pi}{N+1}, T_{DD}$	$2 \operatorname{sen} \frac{i \pi}{2(N+1)}$
Dirichlet	Neumann	$\sqrt{\frac{2}{N+0.5}} \operatorname{sen} \frac{i(j-0.5)\pi}{N+1}, T_{DN}$	$2 \operatorname{sen} \frac{(i-0.5)\pi}{2N+1}$

**Tabla 3.3** Elementos de la matriz de transformación  $T$  y sus valores propios.

Neumann	Dirichlet	$\sqrt{\frac{2}{N+0.5}} \cos \frac{(i-0.5)(j-0.5)\pi}{N+0.5}, T_{ND}$	$2 \operatorname{sen} \frac{(i-0.5)\pi}{2N+1}$
Neumann	Neumann	$\sqrt{\frac{2}{N}} \cos \frac{(i-0.5)(j-0.5)\pi}{N}, j > 1, T_{NN}$ $\frac{1}{\sqrt{N}}, j = 1$	$2 \operatorname{sen} \frac{(i-1)\pi}{2N}$
Donde $i, j = 1, 2, \dots, N$ son los subíndices de $D$ y $N$ para las condiciones de Dirichlet y Neumann respectivamente.			

**Tabla 3.3 Continuación.**

### 3.4 El método híbrido FDTD-MoL

La versión electrodinámica del método híbrido que aquí se presenta se basa en una técnica híbrida que combina a los métodos MoL y FDTD y que fue propuesta por Dueñas en 2005. Por un lado, el procedimiento utiliza al FDTD en dos dimensiones para simular el comportamiento de un circuito de microcinta que está inmerso en una guía de onda rectangular infinita en la que no se definen fronteras absorbentes y por tanto un pulso que viaja en su interior es siempre reflejado [Nam, 1989]. Por otro lado, las fronteras absorbentes se definen por medio de una matriz  $D$  o  $P$  (operadores de diferencias) que es propia del MoL y en la que se incluyen las condiciones de frontera Neumann o Dirichlet o un una mezcla de ambas [Sadiku, 2001].

Usualmente, el método de líneas en el dominio del tiempo resuelve numéricamente para las variables espaciales y analíticamente para la variable temporal de tal forma que las ecuaciones diferenciales ordinarias quedan en el dominio del tiempo.

Aquí sin embargo, se trabajará numéricamente con el FDTD para la variable temporal y dos de las espaciales dejando a la restante espacial como parte del MoL.

Para la formulación en FDTD se utilizan las ecuaciones de Maxwell que resultan de la excitación de una guía de onda rectangular con una componente de campo eléctrico  $E_z$  y que para el modo transversal magnético (TM) están dadas por

$$-\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3.22)$$

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3.23)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (3.24)$$

Ahora bien, debido a que  $\varepsilon_0$  y  $\mu_0$  (y por tanto  $\varepsilon$  y  $\mu$ ) difieren por varios órdenes de magnitud, entonces  $E_z$  y  $H_x$  o ( $H_y$ ) difieren igual por lo que se hace necesaria una normalización usando el siguiente cambio de variable:

$$E = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E \quad (3.25)$$

Así,

$$-\sqrt{\mu\varepsilon} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3.26)$$

$$\sqrt{\mu\varepsilon} \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3.27)$$

$$\sqrt{\mu\varepsilon} \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (3.28)$$

Con una discretización por diferencias centrales, tanto en tiempo como en espacio, se puede obtener una aproximación a las ecuaciones (3.26) a (3.28). Así, usando subíndices para designar a las diferentes componentes de campo, superíndices para denotar a la variable temporal y paréntesis para indicar a la variable espacial, las aproximaciones a (3.22) a (3.24) se pueden expresar por

$$\frac{H_x^{n+1} \ i, j + \frac{1}{2} - H_x^n \ i, j + \frac{1}{2}}{\Delta t} = -\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \frac{E_z^{n+\frac{1}{2}} \ i, j + 1 - E_z^{n+\frac{1}{2}} \ i, j}{\Delta y} \quad (3.29)$$

$$\frac{H_y^{n+1} \ i + \frac{1}{2}, j - H_y^n \ i + \frac{1}{2}, j}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \frac{E_z^{n+\frac{1}{2}} \ i + 1, j - E_z^{n+\frac{1}{2}} \ i, j}{\Delta x} \quad (3.30)$$

$$\frac{E_z^{n+\frac{1}{2}} \ i, j - E_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j)}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \left( \frac{H_y^n \ i + \frac{1}{2}, j - H_y^n \ i - \frac{1}{2}, j}{\Delta x} \right) \quad (3.31)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \left( \frac{H_x^n \ i, j + \frac{1}{2} - H_x^n \ i, j - \frac{1}{2}}{\Delta y} \right)$$

Por otro lado, derivando parcialmente a (3.31) con respecto a  $y$ , a (3.27) con respecto a  $x$  y a (3.28) con respecto a  $t$ , se obtiene la siguiente ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 y} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 t} = 0 \quad (3.32)$$

Como antes, con una discretización por diferencias centrales de tres puntos para la variable  $x$ , se pueden obtener las aproximaciones a (3.26) a (3.28) y (3.32) dadas por:

$$-\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3.33)$$

$$\mu \frac{\partial [H_y]}{\partial t} = \frac{[D_x^e] \partial E_z}{\Delta x} \quad (3.34)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial [D_x^h] H_y}{\Delta x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (3.35)$$

$$\frac{[D_{xx}^e] E_z}{\Delta x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 y} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 t} = 0 \quad (3.36)$$

donde,  $E_z$ ,  $H_x$  y  $[H_y]$  son vectores columna que están en función de  $y$  y de  $t$  y que representan los campos a lo largo de la línea de discretización,  $[D_x^e]$ ,  $[D_x^h]$  y

$[D_{xx}^e]$  representan, como se dijo antes, a operadores de diferencias que incorporan a las fronteras absorbentes y  $0$  es un vector columna de ceros.

La matriz  $[D_{xx}^e]$  se diagonaliza por una matriz ortogonal  $[T_x^e]$   $[T_x^e]^{tr} = [T_x^e] = [T_x^e]^{-1}$  de la siguiente manera:

$$[T_x^e]^{tr} [D_{xx}^e] [T_x^e] = [\lambda^2] \quad (3.37)$$

donde,  $[T_x^e]$  y  $[\lambda^2]$  son respectivamente las matrices de autovectores y autovalores de  $[D_{xx}^e]$  y  $[T_x^e]^{tr}$  con  $[T_x^e]^{-1}$  son correspondientemente la transpuesta y la inversa de  $[T_x^e]$ .

Para esta técnica híbrida, las matrices de autovalores y autovectores se pueden obtener de la matriz tridiagonal  $P$  dada por

$$P = \begin{bmatrix} p_i & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \ddots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \ddots & 0 & -1 & p_d \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

En esta matriz los elementos  $p_i$  y  $p_d$  (izquierda y derecha) son igual a 1 para una condición de frontera tipo Neumann e igual a 2 para una condición de frontera tipo Dirichlet

Ahora bien, puesto que la matriz ortogonal  $[T_x^e]$  transforma a  $[D_{xx}^e]$  en una matriz diagonal  $[\lambda^2]$ , entonces  $[T_x^e]$  puede también ser usada para transformar a  $E_z$  de tal forma que

$$[\bar{E}_z] = [T_x^e] E_z \quad (3.39)$$

y por tanto (3.31) queda como:

$$\frac{[\lambda^2] E_z}{\Delta x^2} + \frac{\partial^2 [\bar{E}_z]}{\partial^2 y} \mu \varepsilon \frac{\partial^2 [\bar{E}_z]}{\partial^2 t} = 0 \quad (3.40)$$

Esta ecuación representa a un conjunto de ecuaciones diferenciales desacopladas cuya solución para la  $i$ -ésima línea de segmentación está dada por

$$\bar{E}_{zi}(y,t) = \sum_n (A_{ni} \cos \omega_{ni} t + B_{ni} \text{sen} \omega_{ni} t) \text{sen} \alpha_n y \quad (3.41)$$

donde:

$$\omega_{ni} = \frac{c_m}{\sqrt{\frac{n\pi/b}{\Delta x}^2 - \frac{\lambda_i^2}{\Delta x^2}}} \quad (3.42)$$

$$\alpha_n = n\pi/b \quad (3.43)$$

$c_m = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$  es la velocidad de propagación en el medio y  $b$  es la dimensión transversal más pequeña de la guía de onda rectangular.

Finalmente, la solución para la componente del campo eléctrico  $E_z$ , en cualquier punto y en cualquier tiempo, puede ser obtenida de la transformación inversa dada por

$$[E_z \ y, t] = [T_x^e][\bar{E}_z] \quad (3.44)$$

### 3.5 Criterios prácticos para la implementación del método híbrido FDTD-MoL

A continuación se proponen algunos criterios prácticos para mejorar el funcionamiento del método híbrido FDTD-Mol. Se discuten conceptos como la selección del tamaño

más apropiado para la guía de onda que contiene a la microcinta, la velocidad de propagación real en ésta última, el ancho más apropiado para el pulso que la excita, la relación adecuada entre las ondas incidente y reflejada, la preservación de ambas ondas, las derivadas espaciales y temporales para la parte de segmentación-discretización y la incorporación analítica de las condiciones de frontera [Dueñas, 2010].

### 3.5.1 Selección de las dimensiones de la guía de onda que contiene a la microcinta

Luego de definir la discretización por líneas para la variable  $x$ , y de la subsecuente obtención de los autovalores y autovectores para una de las cuatro combinaciones diferentes de condiciones de frontera de Dirichlet (D) y Neumann (N), (DD, DN, ND y NN), la solución para la  $i$ ésima línea de la componente del campo eléctrico transformado es dada por la ecuación (3.41),

donde

$$\omega_{ni} = \frac{v_{pmc}}{\sqrt{\frac{n\pi/b}{\Delta x_{MoL}}^2 - \frac{\lambda_i^2}{\Delta x_{MoL}}^2}} \quad (3.45)$$

$$\lambda_i = 2sen \frac{i\pi}{2(N+1)} \quad \text{para las condiciones DD}$$

$$\lambda_i = 2sen \frac{(i-0.5)\pi}{2N+1} \quad \text{para las condiciones DN}$$

$$\lambda_i = 2sen \frac{(i-0.5)\pi}{2N+1} \quad \text{para las condiciones ND} \quad (3.46)$$

$$\lambda_i = 2sen \frac{(i-1)\pi}{2N} \quad \text{para las condiciones NN}$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{b} \quad (3.47)$$

$n$  es el número de modo [Nam, 1989], y

$$\Delta x_{MoL} = \frac{a}{N+1} \quad (3.48)$$

$\Delta x_{MoL}$  es la separación entre las líneas discretizadas, al considerar  $a$  (el lado más largo de la guía de onda) como la unidad y  $N$  como el número de líneas (la cual coincide con  $n$ ) solamente para el proceso del método MoL ya que  $a$  es el espesor del sustrato de la microcinta para el proceso de método FDTD. En las ecuaciones (3.45) y (3.47)  $b$  es el lado más corto de la guía de onda y  $v_{pmc}$  es la velocidad corregida de fase o propagación en la línea de microcinta.  $B_{ni}$ , está dada por [Taflove, 1987]:

$$B_{ni} = A_{ni} \tan(\omega_{ni} \Delta t / 2) \quad (3.49)$$

y  $A_{ni}$  se puede obtener de la ecuación (3.41) cuando se conoce  $\overline{E_z}$  del proceso híbrido FDTD-MoL y al considerar la propiedad de ortogonalidad de los campos modales [Nam, 1989].

El valor de  $b$  (el lado corto de la guía de onda) se obtiene al considerar el siguiente criterio empírico. Puesto que el problema en obtener los parámetros de dispersión en el dominio de la frecuencia para las pistas o trayectorias, se reduce al problema de calcular las frecuencias de corte de varios modos de la guía de onda rectangular, la dimensión de  $b$  se puede encontrar de la ecuación para la frecuencia de corte dada por [Pozar, 1998]

$$f_{c_{mn}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (3.50)$$

Sin embargo, para las ondas TM, el modo de orden más bajo que se propaga es el modo  $TM_{11}$  (no existen los modos  $TM_{00}$ ,  $TM_{01}$  y  $TM_{10}$ ) y por tanto, para una determinada trayectoria de microcinta que opera a una frecuencia central que se encuentra por debajo de la frecuencia de corte  $f_{c_{mn}}$  para el modo  $TM_{11}$ , el valor de  $b$  resulta imaginario (modos evanescentes) y por tanto no aprovechable. Para evitar esta dificultad se recomienda usar el valor que se obtiene de la relación entre el lado más corto y el lado más largo, de una guía de onda que opera en el modo dominante  $TE_{10}$  y que ajusta bien con el ancho  $a$  de la microcinta. Así por ejemplo, para una frecuencia

central de operación 1.5 GHz.( alrededor de las bandas L y R), la relación entre  $b$  y  $a$  sería  $b/a = 0.5$ .

### 3.5.2 Velocidad de propagación

El uso de la velocidad de propagación correcta para una línea de microcinta [Dueñas, 2009c] es de fundamental importancia en las tareas de simulación electromagnética, puesto que este parámetro impacta fuertemente sobre otros parámetros de diseño, como la frecuencia de resonancia y el tiempo de propagación, los cuales son cruciales para una temporización y enrutado confiables de las pistas y trayectorias que se usan para aplicaciones en interconexiones de alta velocidad en circuitos modernos de de RFID.

Una forma general de la velocidad de fase correcta está dada por

$$v_{pmc} = v_{pm} f_l \quad (3.51)$$

donde  $f_l$  es el factor de alargamiento expresado en términos de la velocidad de fase en la microcinta  $v_{pm}$  (la cual se toma como la velocidad en las líneas de  $50\Omega$  a la entrada y a la salida del circuito) y la velocidad de fase en dieléctrico  $v_{pd}$ , de la siguiente manera

$$f_l = \frac{kv_{pm}^n}{v_{pd}^n} \quad (3.52)$$

$$v_{pm} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = c \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = cv_{rp} \quad (3.53)$$

$$v_{pd} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.54)$$

$k$  y  $n$  son números enteros positivos,  $k = p/2$  (donde  $p$  es el numero de puertos del circuito),  $n$  se elige en base a la experiencia como un número entero positivo,  $c$  es la velocidad de la luz en el espacio libre,  $\epsilon_{eff}$  es la constante dieléctrica efectiva,  $v_{rp}$  es la velocidad de fase relativa y  $\epsilon_r$  es la permitividad relativa. Cuando se usa la  $v_{pmc}$  en la

formulación para las simulaciones con FDTD-MoL, se asegura una convergencia fácil, siempre y cuando se cumplan todos los otros parámetros para los criterios del análisis.

### 3.5.3 El ancho del pulso y la razón de la onda reflejada a la onda incidente

Otro criterio analítico muy importante es el ancho del pulso y la relación que éste tiene con la razón de la onda reflejada a la onda incidente. Un procedimiento para optimizar la función de excitación Gausiana se presenta en [Shin, 2002]. Para simulaciones bidimensionales, el ancho del pulso para se propone como,

$$spread \geq 1.278 \left( \frac{1}{\Delta t \cdot f_{\max}} \right) \quad (3.55)$$

donde

$$\Delta t = \frac{\Delta x_{FDTD}}{\sqrt{2}c} \quad (3.56)$$

$$f_{\max} = \frac{c}{4\Delta x_{FDTD}} \quad (3.57)$$

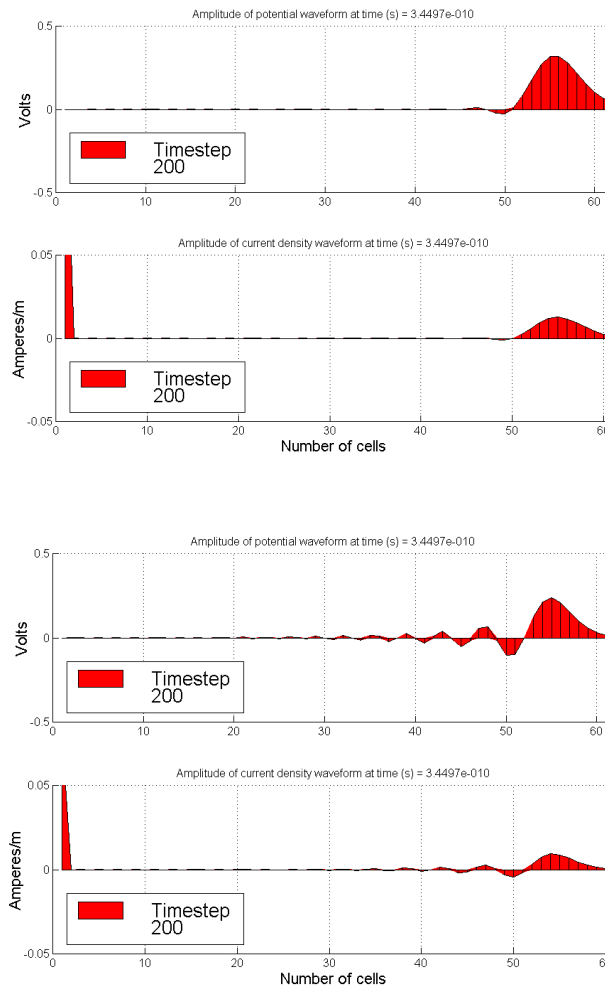
y

$$\Delta x_{FDTD} = \frac{Wv_{pm}^n}{mv_{pd}^n} \quad (3.58)$$

es el tamaño de la celda para el proceso de FDTD [Dueñas, 2009a], el cual es la razón del ancho de la cinta ( $W$ ) al número de segmentos de la cinta discretizada ( $m$ ), multiplicada por el factor  $v_{pm}^n / v_{pd}^n$ . A medida que el pulso se propaga en su pista o trayectoria, éste se degrada y alcanza el fin de la línea desde donde es reflejado entrando a un viaje de ida y vuelta. La Fig. 3.5 muestra la importancia de una buena estimación del ancho del pulso. Este comportamiento fue simulado usando el proceso FDTD para una línea de microcinta sencilla, como aparece en [Dueñas. 2009b]. Como se puede ver de esta figura, una cola en el pulso es más visible o aparece cuando el valor del parámetro de ancho del pulso ( $spread$ , por su nombre en inglés) se cambia de 8 a 4. El

tiempo en la Fig. 3.5 se obtiene al multiplicar el número de pasos de tiempo (200) por el paso de tiempo de simulación  $\Delta t = 1.7249e^{-12}s$ .

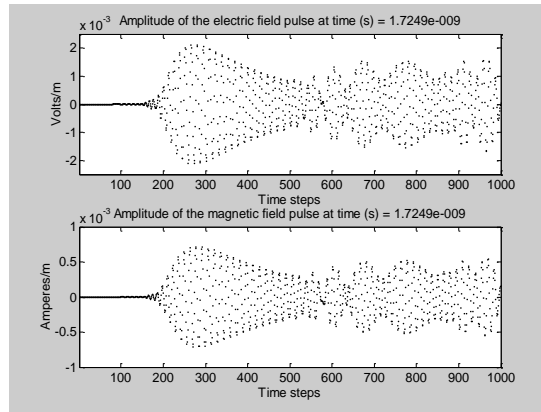
Asociado al ancho del pulso se encuentra la razón de la onda reflejada a la onda incidente. Este es un criterio práctico que permite establecer los puntos de tiempo correctos para la simulación, que le corresponden a los planos de observación y que definen las funciones de acceso y de transferencia para los parámetros de dispersión  $S$  [Sullivan, 2000].



**Figura 3.5** Propagación de un pulso Gaussiano con dos anchos diferentes sobre un trayectoria de microcinta. Cuando el ancho se cambia de 8 (figura superior) a 4 (figura inferior) aparece una estela o rastro grande.

Vistas gráficas del vuelo del pulso y de su reflexión se muestran en la Fig. 3.6 para la misma línea de microcinta. Como se puede ver de esta figura, el pulso empieza a

establecerse antes de 100 pasos de tiempo y se encuentra con la forma de onda reflejada antes de 500 pasos de tiempo, por lo que parece conveniente definir los puntos de los tiempos de simulación para las ondas incidente y reflejada en valores cercanos a estos límites. Los valores de 70 para el pulso que entra y de 465 para la forma de onda reflejada se encontraron como una elección conveniente. El tiempo en la Fig. 3.6 se obtiene al multiplicar el número de pasos de tiempo (1000) por el paso de tiempo de simulación  $\Delta t = 1.7249e^{-12}s$ .



**Figura 3.6** Análisis del vuelo de un pulso Gaussiano para determinar los puntos de tiempo de simulación y la ubicación de los planos de observación que definen los parámetros de dispersión  $S$ .

Mediante el uso de estos valores, una forma práctica para definir el parámetro  $S_{11}$  es como sigue

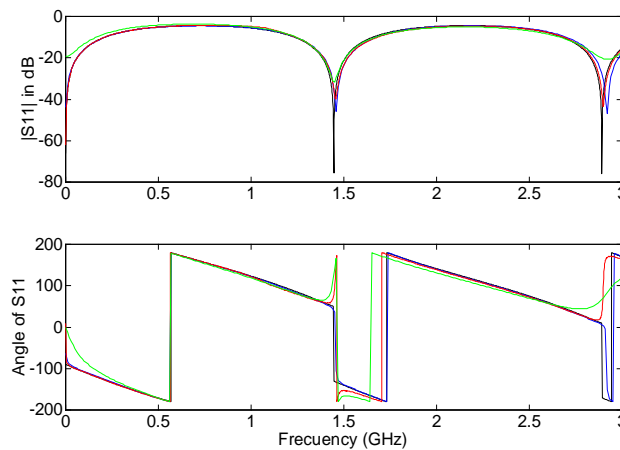
$$S_{11} = \frac{E_{ref}(w, z_1)}{E_{inc}(w, z_1)} \exp(2 \cdot \gamma \cdot I_{op} \cdot \Delta_{x_{FDTD}}) \quad (3.59)$$

donde

$$\gamma = \alpha + j \frac{2\pi f}{v_{pm}} \quad (3.60)$$

$\alpha$  es la constante de atenuación total (la atenuación en el dieléctrico más la atenuación en el conductor) que se calcula en el capítulo 3 de [Dueñas, 2009b] con la información proveniente de [Pozar, 1990; Anon, 2003; Elliot, 1993; Collin, 1992],  $f$  es la banda de frecuencia e  $I_{op}$  es el plano de observación de entrada correspondiente a  $z_1$ .

Un procedimiento similar puede llevarse a cabo para definir una ecuación útil para el parámetro  $S_{21}$ . Para comparación se muestran en la Fig. 3.7, los parámetros de dispersión  $S_{11}$  para la línea de microcinta, obtenidos mediante análisis circuital, simulación con FDTD, medición directa [Dueñas, 2009b] y simulación con FDTD-MoL (cuando se usan los criterios que se presentan en este capítulo para la condición de frontera NN). Como se puede observar de esta figura, la concordancia entre ellos es lo suficientemente buena como para validar el procedimiento.



**Figura 3.7** El parámetro  $S_{11}$  para una pista de microcinta, obtenido mediante análisis circuital (negro), simulación con FDTD (azul), medición (rojo) y simulación con FDTD-MoL (verde).

### 3.5.4 Segmentación y discretización

Como se menciona en la sección 3.5, el procedimiento para la segmentación-discretización, se deja para la parte de FDTD en la rutina híbrida ya que ésta es altamente eficiente. Por el contrario, la solución analítica para la variable espacial restante podría ser poco eficiente y tomar mucho tiempo si la discretización por líneas se incrementa [Diestel, 1984]. Un ejemplo de un circuito de microcinta que requiere de una discretización por líneas grande es el del acoplador de impedancias de varias secciones de un cuarto de longitud de onda, ya que éste usa una cascada de varios transformadores individuales de un cuarto de longitud de onda de anchos diferentes, para acoplar apropiadamente dos impedancias distintas. Este problema se puede simplificar mediante el uso de un procedimiento combinado de discretización no equidistante y de reducción de la complejidad modal [Diestel, 1984; Vietzorreck, 2004].

### **3.5.5 Condiciones de frontera analíticas**

Las condiciones de frontera absorbente (ABCs, por sus siglas en inglés) de capa perfectamente acoplada (PML, por sus siglas en inglés) [Berenger, 1994], son las más populares cuando se realizan simulaciones con FDTD que se basan en las ecuaciones de Maxwell (donde se considera una densidad de flujo de la corriente de desplazamiento). Estas condiciones permiten confinar el problema electromagnético de una microcinta dentro de un área tetragonal (2-D) o de un volumen hexaedral (3-D), de tal manera que la tarea computacional se restrinja a dimensiones manejables. Por el contrario, las simulaciones con FDTD que se basan en las ecuaciones del telegrafista, requieren sólo de terminaciones circuitales de entrada/salida o de fuente/carga, ya que aprovechan el hecho de que la propagación se lleva a cabo mediante la densidad de flujo de la corriente de conducción, por lo que los límites geométricos de las cintas conductoras de la microcinta son fronteras naturales entre las transiciones laterales (conductor-dieléctrico), superior (conductor-aire) e inferior (dieléctrico-conductor).

Estas condiciones eficientes de frontera requieren, sin embargo, ser modificadas cada vez que la geometría del circuito en simulación varía o el caso de estudio cambia. En contraste, las condiciones de frontera mezcladas Dirichlet-Neumann del método MoL, se separan para ser establecidas en la parte analítica del proceso de simulación, aportando grados de libertad adicionales ya que éstas son independientes de las variaciones y la complejidad de la geometría del circuito. En la Fig. 3.8 se muestra el paso de tiempo en el que el pulso Gausiano arriba a la última celda de la línea de microcinta segmentada. En este paso de tiempo el pulso es absorbido en su totalidad, debido a la condición de frontera NN analítica.

### **3.5.6 La transformada rápida de Fourier (FFT)**

Para simular un circuito pasivo de microcinta, el procedimiento FDTD-MoL requiere definir un par de puntos de observación. En principio, en la versión original de la técnica de simulación electromagnética FTDT-MoL [Dueñas, 2009a; Internal Technical Report, Radio Frequency and Microwaves Academic Body, Department of Electronics, University of Guadalajara, México, 2009. To be submitted to IEICE Electronics Express], estos puntos se determinaron mediante una inspección visual del vuelo del pulso Gausiano que se aplica al circuito, vía un proceso de prueba y error.

Posteriormente, para evitar las incertidumbres del procedimiento visual, el proceso se automatizó por medio de la transformada discreta FFT [Villegas, 2009a; Villegas 2010]. Luego, a principios de 2010, se publicaron los criterios prácticos para la implementación de una técnica híbrida FDTD-Mol para aplicaciones en el análisis electromagnético de pistas y trayectorias de microcinta [Dueñas, 2010]. Más recientemente, este mismo método híbrido se aplicó con éxito en la simulación de un transformador de impedancias síncrono [Villegas, 2011].

La transformada rápida de Fourier FFT es una herramienta computacional poderosa para convertir una señal del dominio del tiempo en una señal en el dominio de la frecuencia, o viceversa. Esta transformada discreta se puede usar para determinar el contenido frecuencial de la componente de campo eléctrico longitudinal  $E_z$ , mediante una sumatoria de  $n$  muestras. Así, la FFT para  $E_z$  se puede expresar como

$$E_z(\omega) = \sum_{n=0}^T E_z(n \cdot \Delta t) e^{-j\omega(n \cdot \Delta t)} \quad (3.61)$$

donde  $T$  es el número de iteraciones,  $E_z(\omega)$  es la FFT de la intensidad de campo eléctrico,  $E_z(n \cdot \Delta t) e^{-j\omega(n \cdot \Delta t)}$  es la amplitud discreta del campo eléctrico y  $n$  es el número de muestras o pasos de tiempo. Puesto que la FFT es bilateral (i.e., existe simetría), sólo una mitad de la gráfica es necesaria en la región que comprende entre 0.5 y 1 pasos de tiempo normalizados [Villegas, 2010].

## Capítulo 4

### SIMULACIÓN ELECTROMAGNETICA

#### 4.1 Introducción

Cuando se utiliza simulación electromagnética para diseñar circuitos de alta frecuencia, es posible conocer a priori el comportamiento de dichos circuitos. Esto es así debido a que las variables de diseño que intervienen en la simulación se pueden controlar en el momento mismo en que se modifican las características de los circuitos.

Durante la simulación de estructuras pasivas de microcinta se utilizan técnicas numéricas diversas para resolver las representaciones matemáticas que modelan las estructuras de los circuitos planos.

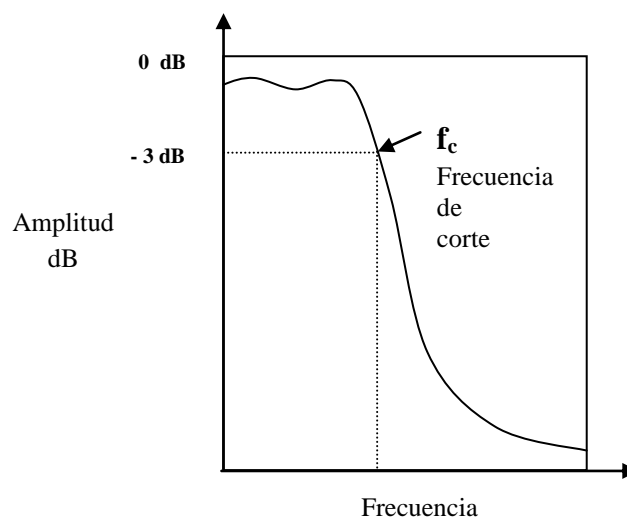
En este capítulo, se llevan a cabo las simulaciones de los siguientes circuitos de microcinta: un filtro pasabajas (utilizando el método FDTD puro), una línea de retardo (sinuosa) y un transformador de impedancias síncrono (utilizando el método FDTD-Mol híbrido).

Los resultados de la simulación del filtro pasabajas, obtenidos con el método FDTD puro, se comparan con los resultados obtenidos mediante el método de momentos MoM y con los obtenidos por medio una técnica de muestreo adaptativo en frecuencia (AFS, por sus siglas en inglés) [Timmins, 2000]. Los resultados de la simulación la línea de retardo se comparan con los resultados obtenidos mediante la caracterización de una línea sinuosa que fue construida para tal propósito [Villegas, 2009b]. Los resultados de la simulación del transformador de impedancias síncrono, obtenidos mediante el método FDTD puro se comparan con los resultados de la simulación obtenidos por medio del método FDTD-Mol híbrido [Villegas, 2011].

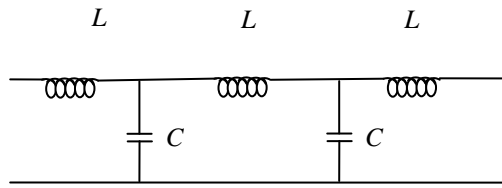
## 4.2 Simulación de un filtro pasa-bajas de microcinta con el método FDTD puro

Un filtro de microondas es una red de dos puertos que se utiliza para controlar la respuesta en frecuencia en cierto punto de un sistema, mediante la transmisión de algunas frecuencias dentro de una banda de paso y la atenuación de otras frecuencias dentro de una banda de restricción o rechazo. Las respuestas en frecuencia típicas incluyen las características de pasabajas, pasaaltas, pasabanda y de rechazo de banda [Pozar, 1998].

En altas frecuencias (microondas), los filtros pasivos de microcinta son componentes muy comunes, con aplicaciones importantes en equipos de telefonía móvil, en circuitos de redes inalámbricas, en sistemas de radar, en equipos médicos y en circuitos de medición, entre otras. Un filtro pasabajas trabaja a frecuencias por debajo de su frecuencia de corte y atenúa su respuesta para frecuencias mayores a ésta, como se muestra en la gráfica de respuesta en frecuencia de la Fig. 4.1. El circuito equivalente de un filtro pasabajas, se representa por una red de inductancias en serie y capacitancias en paralelo como se muestra en la Fig. 4.2. Muchas técnicas y metodologías para la simulación de filtros de microondas se encuentran disponibles en la actualidad. Artículos que capacitan o califican a los diseñadores para elegir el método más apropiado para las diversas aplicaciones y topologías, se pueden hallar en la literatura que revisa el estado del arte en este campo.



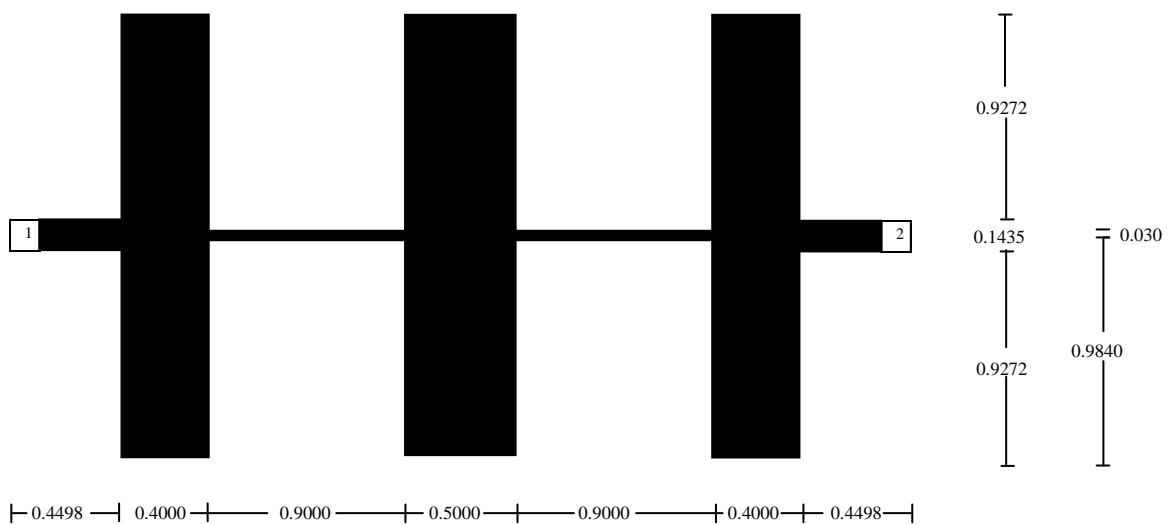
**Figura 4.1** Gráfica de respuesta en frecuencia de un filtro pasa-bajas.



**Figura 4.2** Circuito equivalente de un filtro pasa-bajas.

Los filtros son componentes primordiales y necesarios para todo sistema de microondas. La línea de microcinta es un buen candidato para el diseño y construcción de filtros debido a sus ventajas de bajo costo, tamaño compacto, peso ligero, estructura plana y fácil integración con otros componentes en una sola placa de circuito [Singh, 2011].

En esta sección se analiza un filtro pasabajas (LPF, por sus siglas en inglés) del tipo de impedancia escalonada, que originalmente fue modelado por Timmins (2000). El filtro se simula usando un código de Matlab<sup>®</sup> que se basa en las ecuaciones del telegrafista y tiene las dimensiones que se muestran en la Fig. 4.3. Suponiendo que el filtro se implementa físicamente sobre un sustrato con una permitividad relativa  $\epsilon_r = 10$  y una altura  $H = 0.2 \text{ mm}$ , los resultados se pueden obtener en una banda amplia (desde 1 a 15 MHz).



**Figura 4.3** Geometría del un filtro de microcinta pasabajas, del tipo de impedancia escalonada.

El punto de vista de la comparación se basa en la técnica de síntesis de redes de Cauer, la cual usa análisis electromagnético en el dominio de la frecuencia, de onda completa y un algoritmo de muestreo adaptativo en frecuencia (AFS), diseñado para aplicaciones en banda ancha y con el objeto de disminuir los cálculos. Primero, el algoritmo AFS se aplica al método MoM para producir una función racional y luego, la función racional se sintetiza por medio de la técnica de Cauer para generar el circuito equivalente que está siendo analizado.

#### **4.2.1 Análisis y síntesis de la red de Cauer**

Cuando los datos de una medición se usan para obtener una curva de ajuste, la ecuación que resulta puede ser una función de cualquier orden y grado, una función en serie de potencias o cualquier otra función general. Para un filtro pasabajas de microcinta, que es un circuito resonante con comportamiento predecible, la función de ajuste puede ser una función racional simple. Así, una función que modela bien a un circuito de microcinta, se puede obtener con sólo unos pocos puntos de muestreo en frecuencia. La AFS es una buena técnica para llevar a cabo esta tarea. Este proceso ahorra mucho esfuerzo computacional cuando se usan métodos de simulación electromagnética que requieren inversión de matrices, como en el caso del método MoM.

En el artículo de Timmins (2000), se analizan tres circuitos simples que han sido bien representados por una función racional que se obtuvo con la técnica AFS. Para circuitos más complejos, como los que se encuentran en aplicaciones de RFID (discontinuidades generales, líneas de retardo, líneas sinuosas, etc.), éste no puede ser el caso y es preferible usar los métodos puros, como el método FDTD, o bien las técnicas mezcladas, como el método híbrido de FDTD-MoL [Dueñas, 2010].

Timmins (2000), propone usar un programa comercial (el paquete IE3D<sup>®</sup>, que se basa en el método MoM y es comercializado por la compañía Zeland Software) para obtener los pocos puntos de la frecuencia de la función racional, una técnica de síntesis

para generar un circuito de Cauer modificado y un código de análisis de circuitos (SPICE<sup>®</sup>) para analizar las tres redes de Cauer que representan los circuitos de prueba.

Por otra parte, con el objeto de validar los resultados de Timmins, en esta sección se usa la técnica FDTD pura bidimensional para simular el filtro pasabajas [Dueñas, 2009a]. Las respuestas son tan similares que se validan por sí mismas.

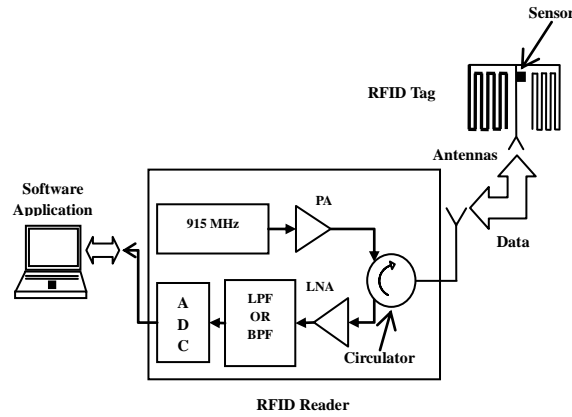
#### **4.2.2 Aplicación del filtro pasabajas en un circuito de RFID**

Los sistemas de radio frecuencia se desarrollan cada vez más hoy en día. Dispositivos satelitales, circuitos inalámbricos y lectores de RFID son algunos ejemplos de este crecimiento explosivo.

Los lectores de RFID son una tecnología presente en muchas aplicaciones de la vida cotidiana. Algunos ejemplos de estos circuitos se pueden encontrar en el registro de mercancías, en el manejo de inventarios, en la automatización industrial y en los procesos agrícolas. Una característica común y útil en todos ellos es el requisito de garantizar una detección infalible de la señal de datos. Pares de etiqueta-lector bien estructurados y de bajo costo pueden cumplir este requisito con facilidad. La Fig. 4.4 muestra el esquema de un lector activo con etiqueta pasiva que se concibió para operar a frecuencias de microondas.

La etiqueta pasiva (la tarjeta de circuito impreso no incluye la batería) está compuesta por una línea de transmisión de retardo con múltiples vueltas, terminada en circuito abierto, que genera una modulación por conmutación de encendido-apagado (on-off keying modulation, OOK por sus siglas en inglés) [Villegas, 2009c], una antena de microcinta de parche triangular y un capacitor conmutable que se utiliza como sensor para modificar la frecuencia de resonancia de la antena y así cambiar la amplitud de la señal aplicada [Chamarti, 2006; Shrestha, 2008]. Un lector activo [Preradovic, 2007] que consta de un oscilador local (915 MHz), un amplificador de potencia (necesario sólo si la distancia entre el lector y la etiqueta es grande), un circulador para separar las señales de entrada y de salida, una antena de microcinta de parche triangular, un amplificador de bajo ruido (LNA, por sus siglas en inglés) para mejorar la sensibilidad y

aumentar el intervalo de detección y un LPF o un filtro pasabanda (BPF, por sus siglas en inglés) para aumentar la selectividad del lector.



**Figura 4.4** Esquema de un par etiqueta-lector de RFID.

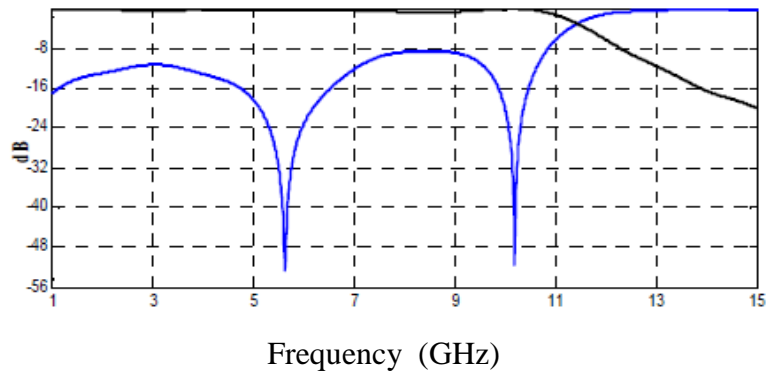
Un LPF de microcinta de impedancia escalonada operando a una banda de frecuencia más baja [Cho, 2004], puede ser fácilmente simulado e implementado para filtrar partes diferentes de la señal OOK inteligente. No es necesario un detector-demodulador de envolvente o picos o un detector de envolvente, debido a que solo existen la presencia o ausencia de una onda portadora sin una onda moduladora.

El arreglo de la Fig. 4.4 se puede considerar como la base para desarrollar un lector universal que permita leer etiquetas múltiples. El uso de tecnologías planas reduce el costo de implementación de estos lectores.

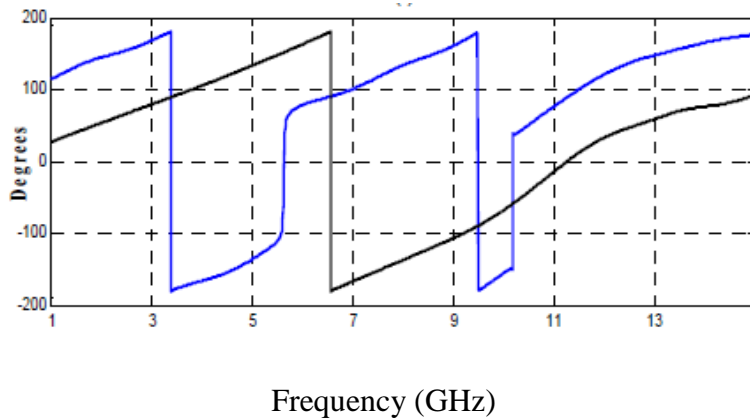
### 4.2.3 Simulación del filtro LPF

El proceso completo de la simulación del filtro pasabajos de microcinta que se muestra en la Fig. 4.3, se obtiene mediante la implementación del método FDTD en códigos de programación realizados en lenguaje Matlab® [Dueñas, 2009b]. El proceso de la simulación del LPF se realiza en un ancho de banda que cubre desde 1 GHz hasta 15 GHz. Luego de esto, la magnitud y las fase de los parámetros  $S_{11}$  y  $S_{12}$  que se obtuvieron de la simulación con FDTD (Fig. 4.5), se comparan con los que se obtuvieron mediante el método MoM y con los que se obtuvieron con la técnica de

síntesis de redes de de Cauer (reproducido en la gráficas de la Fig. 4.6) [Timnings, 2000].



(a) Magnitud de  $S_{11}$  (azul). Magnitud de  $S_{12}$  (negro)

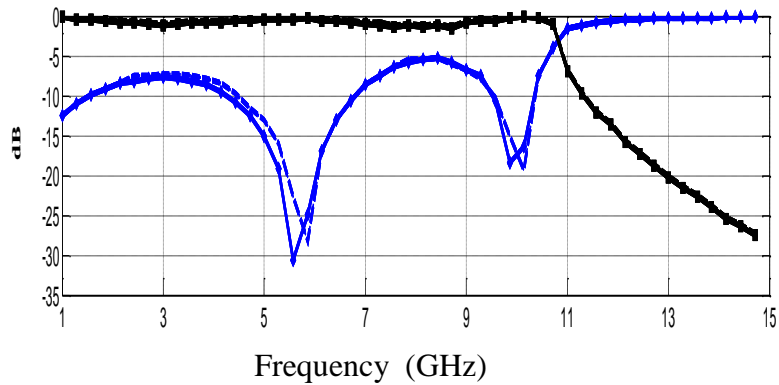


(b) Fase de  $S_{11}$  (azul). Fase de  $S_{12}$  (negro)

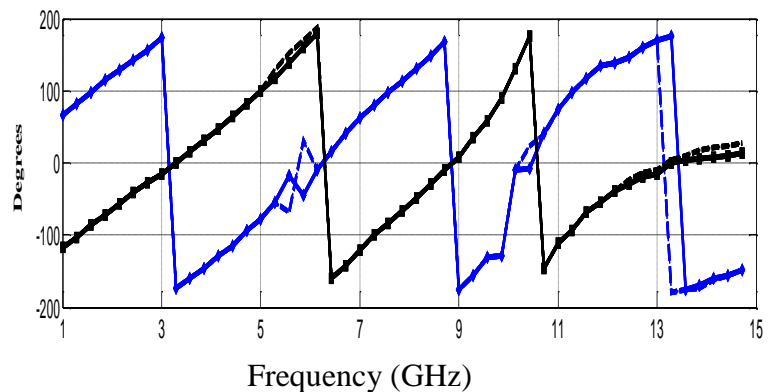
**Figura 4.5** Parámetros de dispersión de un filtro pasabajas de microcinta de impedancia escalonada obtenidos mediante simulación con FDTD.

Como puede verse de la Figs. 4.5 y 4.6, existe una buena concordancia entre las respuestas de los tres métodos (FDTD, MoM y de Cauer). Los puntos de frecuencia sobre las curvas de las magnitudes de  $S_{11}$  y  $S_{12}$  son casi todos coincidentes, excepto para los picos mínimos. Asimismo, los puntos de frecuencia sobre el trazo de la fase de  $S_{11}$  son similarmente concurrentes, incluyendo las inflexiones alrededor de 6 y 19 GHz. Por el contrario, mientras que la primera inflexión sobre el trazo de la fase  $S_{12}$  que se

encuentra alrededor de 6.5 GHz concuerda en ambas figuras, la segunda inflexión, cercana a 11 GHz apenas se aprecia en la Fig. 4.5.



(a) Magnitud de  $s_{11}$ , MoM (diamante azul) y de Cauer (línea punteada azul), Magnitud de  $s_{12}$ , MoM (cuadro negro) y de Cauer (línea punteada negra).



(b) Fase de  $s_{11}$ , MoM (diamante azul) y de Cauer (línea punteada azul), Fases de  $s_{12}$ , MoM (cuadro negro) y de Cauer (línea punteada negra).

**Figura 4.6** Redención de figuras de [Timmings, 2000], (a) Magnitud de  $s_{11}$  y  $s_{12}$ .

(b) Fase de  $s_{11}$  y  $s_{12}$ .

La buena convergencia de la subrutina FDTD se aseguró con la aplicación de la velocidad de propagación correcta en la microcinta [Dueñas, 2010].

### 4.3 Simulación de una línea de retardo con la técnica híbrida FDTD-MoL

En esta sección se prueba la aplicabilidad de la técnica de simulación FDTD-MoL híbrida, desde el punto de vista en el que las líneas de transmisión de microcinta se utilizan para el enrutado de pistas.



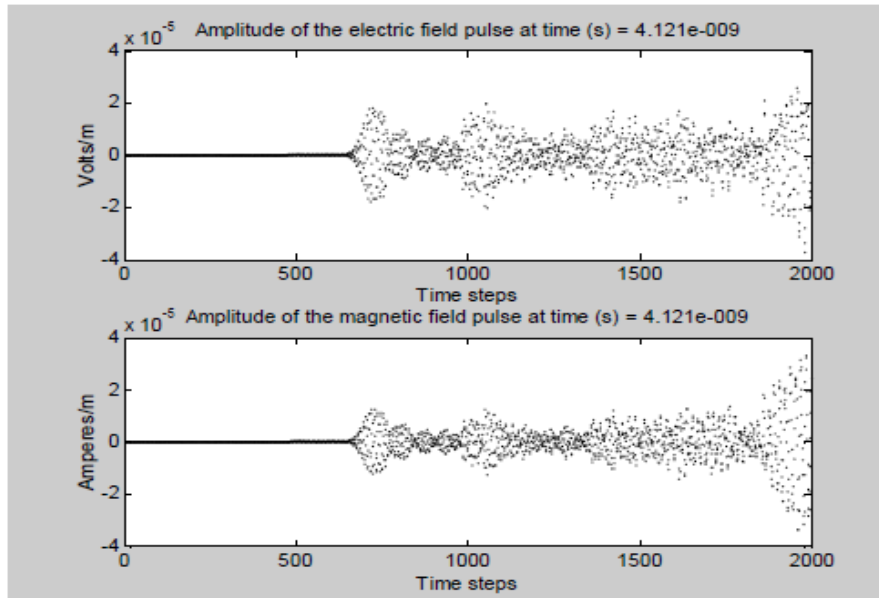
**Figura 4.7** Fotografía de una línea de retardo de lazo sencillo, construida sobre un sustrato de  $0.07874\text{ cm}$  de espesor con una permitividad relativa de  $2.2$  y que se encuentra doblemente terminada en conectores SMA hembra.

El circuito de prueba es una línea de retardo de lazo sencillo de  $50\ \Omega$ , construida sobre un sustrato de  $0.07874\text{ cm}$  de espesor y una permitividad relativa de  $2.2$ . La Fig. 4.7 muestra una fotografía del circuito de prueba que consta de tres segmentos horizontales con una longitud individual de  $3.78\text{ cm}$  y dos segmentos verticales con una longitud individual de  $2.73\text{ cm}$ .

### 4.3.1 Variables de control

Como se mencionó en los antecedentes del capítulo 3, para el caso particular de trayectorias y pistas de microcinta, las variables de control que se pueden modificar son: la exponencial  $n$  en la ecuación (3.52), los puntos de tiempo de la simulación (ver Fig. 3.6), el ajuste en la longitud de los segmentos de la microcinta mediante la variación del tamaño de la celda dado por la ecuación (3.58). Además, se pueden cambiar también los parámetros que definen a la microcinta y las longitudes de los conectores, durante el proceso de inserción/desinserción si el circuito se encuentra conectorizado, etc.

Por otra parte, la relación de la onda reflejada a la incidente es un criterio que permite determinar el mejor par de puntos de tiempo de simulación para obtener las expresiones correctas que representan los parámetros de dispersión  $S$  de una trayectoria de microcinta.



**Figura 4.8** Análisis del vuelo de un pulso Gaussiano para determinar los puntos de tiempo de la simulación y la ubicación de los planos de observación en los que se definen los parámetros de dispersión  $S$ .

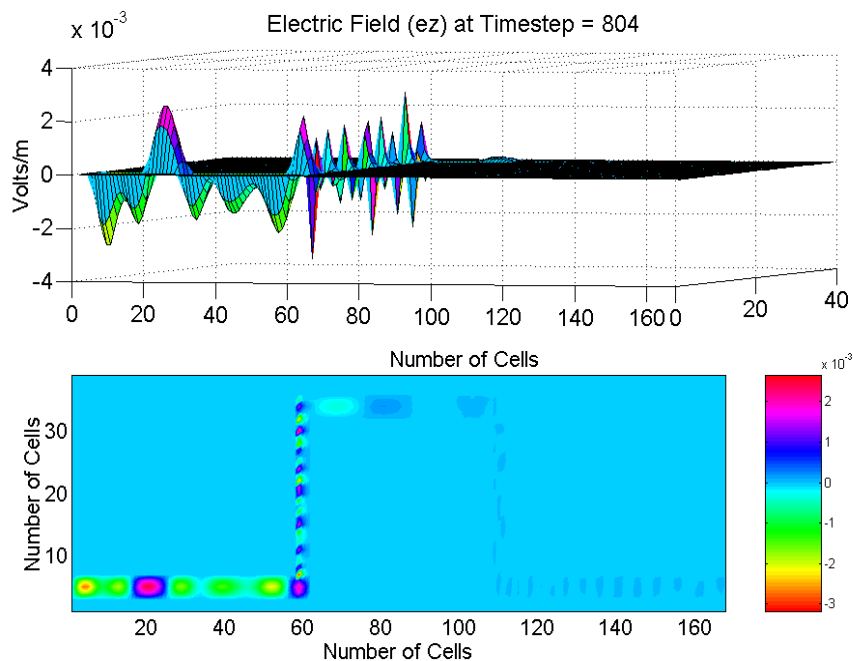
Al observar el comportamiento de un pulso de excitación a medida que viaja sobre la trayectoria (ver Figs. 4.8 y 4.9), se detectan varios puntos de tiempo posibles, que al combinarse uno con otro generan, varios pares de valores viables, de entre los cuales se elige el más apropiado.

Primero, se lleva a cabo un ajuste en las longitudes de los segmentos de la línea de retardo para compensar las variaciones en su dimensión total, las cuales son causadas por la introducción de los conectores SMA y por el redondeo que se hace de esas longitudes, cuando se aproximan por un número entero de celdas. Luego, con el uso de los valores de las longitudes ya ajustados, se implementan dos estrategias gráficas, una en el dominio del tiempo solamente, y otra en ambos dominios, el temporal y el espacial, para visualizar todos los puntos de tiempo posibles de simulación.

El primer procedimiento gráfico se muestra en la Fig. 4.8. Como puede verse de la amplitud del pulso de campo magnético, casi cuatro “perlas de collar” se completan antes de que el pulso incidente o entrante se encuentre con la forma de onda reflejada en aproximadamente 900 pasos de tiempo, indicando que los puntos de tiempo apropiados deben establecerse alrededor de este valor.

También, de la misma parte de la figura, se puede observar que el pulso incidente ya se ha formado bien alrededor de los 500 pasos de tiempo. Así, parece adecuado elegir el segundo punto de tiempo en la relación de la onda reflejada a la incidente, cercano a este número de pasos de tiempo.

Por otra parte, el segundo procedimiento gráfico se basa en la búsqueda de los puntos de tiempo en los que el nivel de la señal o forma de onda es suficientemente perceptible en el segmento de salida de la línea de retardo. Como se puede observar de la Fig. 4.9, en el paso de tiempo 804, un nivel del campo eléctrico  $E_z$  perfectamente detectable es apreciable y por consiguiente se registra como un valor viable.



**Figura 4.9** Avance de un pulso Gaussiano en una línea de retardo, cuando llega al puerto de salida en el último segmento de la línea. El segmento muestra un nivel del campo eléctrico  $E_z$  lo suficientemente notorio.

Otros valores posibles son los siguientes: pulso incidente (581, 599, **600**, 607, 615, 628, **680** y **694**) y forma de onda reflejada (**804**, 863, 881, 885, **894**, **906**, 928, 931, **950**, **957**, 958 y 972). Los números marcados en negritas son los más notables. Una buena combinación fue la de **804** con **600**.

Así, el parámetro  $S_{11}$  es dado por

$$S_{11}(\omega) = \frac{E_{ref}(\omega, z_1)}{E_{inc}(\omega, z_1)} \exp(-2 \cdot \gamma \cdot I_{op} \cdot \Delta x_{FDTD}) \quad (4.1)$$

donde

$$\gamma = \alpha + j \frac{2\pi f}{v_{pm}} \quad (4.2)$$

$\alpha$  es la constante de atenuación total (atenuación del dieléctrico más la atenuación del conductor), como se calcula en el capítulo 3 de [Dueñas, 2009b],  $f$  es la banda de frecuencia e  $I_{op}$  es el plano de observación a la entrada que corresponde a  $Z_1$ .

El segmento de salida en la Fig. 4.9 es ligeramente más largo que  $3.78 \text{ cm}$ , debido a que el conector SMA de salida ha sido incluido (insertado) como una parte de este segmento al agregar 9 celdas extras de  $0.8043 \text{ mm}$  cada una, lo que representa un incremento de  $0.7239 \text{ cm}$  a la longitud individual (aproximadamente igual a la longitud del conector).

La impedancia de entrada en el conector de entrada  $Z_{inc1}(\omega)$ , se puede obtener al considerar que el conector es una línea coaxial terminada por la impedancia que resulta de la transformación bilineal de la ecuación (4.1) [Dueñas, 1997], dada por

$$Z_{in}(\omega) = \frac{1 + S_{11}(\omega)}{1 - S_{11}(\omega)} \cdot Z_0 \quad (4.3)$$

donde,  $Z_0$  es la impedancia característica de la línea de retardo.

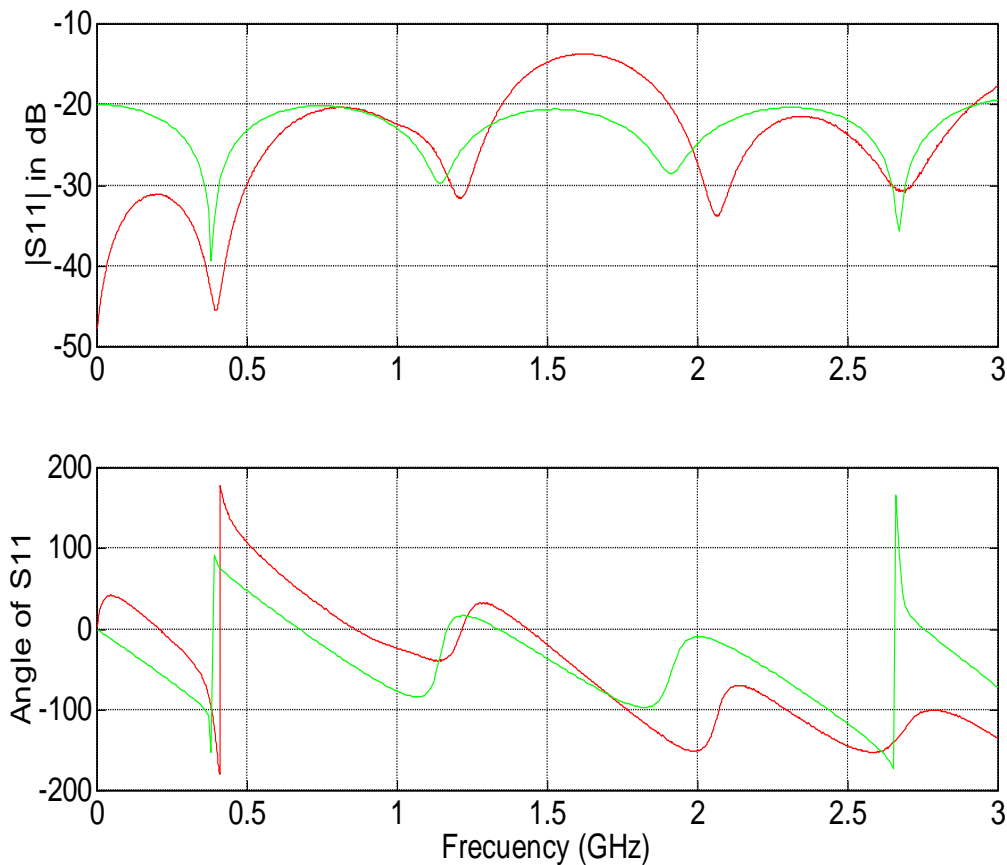
Así,

$$Z_{inc1} = 50 \frac{Z_{in} + j50 \tan \beta \cdot n \cdot \Delta x}{50 + jZ_{in} \tan \beta \cdot n \cdot \Delta x} \quad (4.4)$$

donde  $n$  es el número de celdas de compensación,  $\Delta x$  es el tamaño de la celda dado en la ecuación (3.58) de capítulo 3 y por último el parámetro  $S_{11}$  en el conector de entrada se expresa por [Dueñas, 2009b]

$$S_{11} = \frac{Z_{inc1} - 50}{Z_{inc1} + 50} \quad (4.5)$$

Los parámetros  $S_{11}$  de la línea de retardo como fueron generados por la simulación FDTD-MoL y la medición se muestran ambos en la Fig. 4.10 para su comparación. Ambos trazos son tan similares que se convalidan así mismos.



**Figura 4.10** Parámetro  $S_{11}$  de la línea de retardo de microcinta obtenida mediante simulación con FDTD-MoL (trazo verde) y mediante medición (trazo rojo).

### 4.3.2 Aplicaciones a RFID e interconexiones de alta velocidad

El etiquetado electromagnético de bajo costo es uno de los axiomas clave en las aplicaciones de RFID [Fletcher, 2002]. Las etiquetas pasivas electromagnéticas no encapsuladas, fabricadas sobre estructuras metálicas planas multiresonantes, son buenas candidatas para cumplir este axioma. Una geometría posible para estas estructuras planas es la del circuito LC en espiral [Rautio, 2007]. Otra, es aquella compuesta por una línea recta y una línea de retardo en serpentina [Chamarti, 2006]. Para evitar el proceso costoso de prueba y error, ambas estructuras pueden ser analizadas fácil y confiablemente mediante el uso del método de simulación electromagnética FDTD-MoL híbrido.

Así por ejemplo, un buen enfoque de análisis para una etiqueta que se basa en una línea sinuosa, podría resultar en un diseño que no requiera de los circuladores o aisladores en miniatura costosos que se usan como elementos separadores en [Chamarti, 2006] y los cuales indudablemente serán, en muchos casos, más caros que los objetos o artículos a ser identificados. En un documento [Shrestha, 2008] se propone una nueva técnica para evitar este requerimiento.

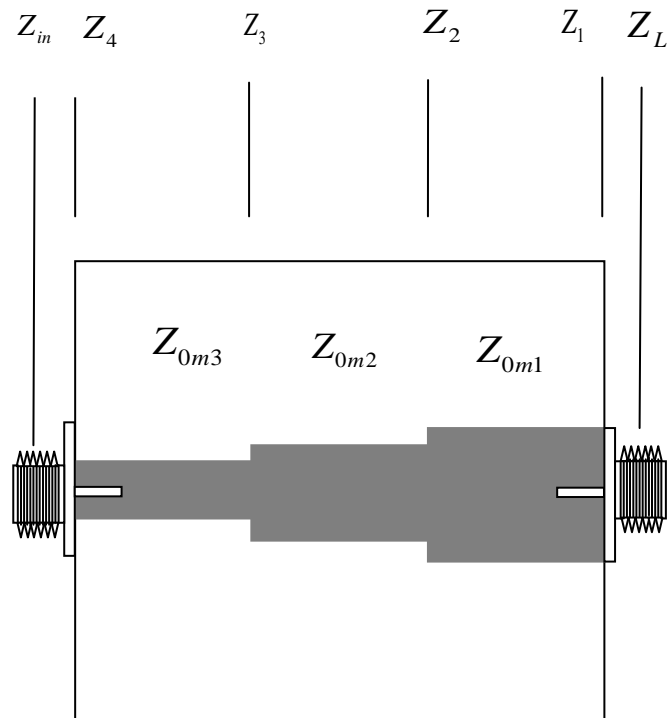
Las palabras sinuosa, meandro o serpentina son sinónimos que se emplean indistintamente para designar las líneas de retardo que se usan para ajustar compensar los retardos de tiempo dentro de una tarjeta de computadora personal [Johnson, 2001]. Como interconexiones de alta velocidad, estas líneas de retardo sufren de problemas típicos como el bamboleo, el sobretiro, la interferencia, etc. Un diseño bien documentado que resuelve o reduce muchos de estos problemas, se puede llevar a cabo mediante una manipulación sabia de las variables de control que se presentan en la sección 4.3.1.

#### **4.4 Simulación de un transformador de impedancias síncrono con FDTD-MoL**

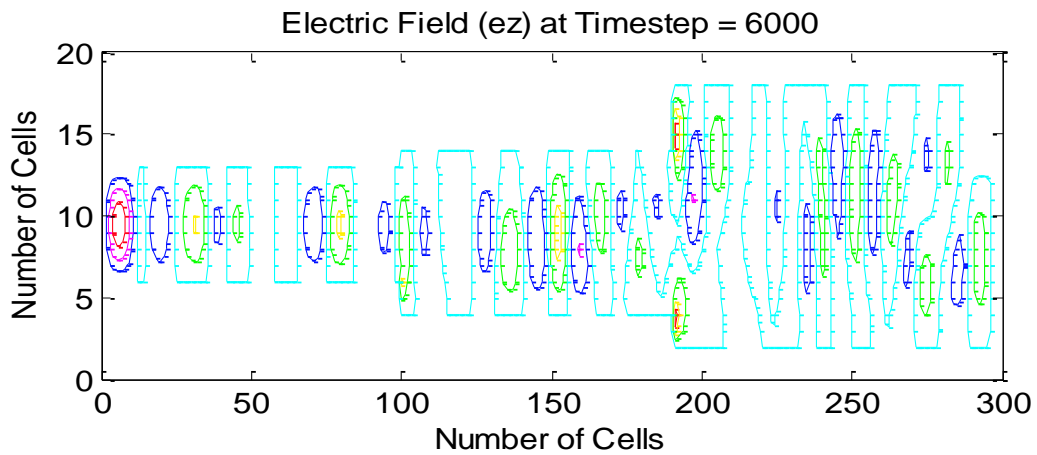
Para la simulación electromagnética de circuitos pasivos de microcinta, [Dueñas, 2009b], se usaron las técnicas del método MoM y el método FDTD para caracterizar varios circuitos pasivos de microcinta. En esta sección la simulación se realiza sobre un transformador de impedancias síncrono como el que se muestra en la Fig. 4.11. El circuito tiene una impedancia de carga  $Z_L = 50 \Omega$ , y tres secciones de microcinta cuyas impedancias características son de  $50 \Omega$ ,  $34.5 \Omega$  y  $25 \Omega$  respectivamente. El espesor del sustrato es de  $0.07874 \text{ cm}$ , la permitividad relativa es de  $2.2$  y las longitudes físicas de cada sección son de  $3.85 \text{ cm}$ ,  $3.8 \text{ cm}$  y  $3.76 \text{ cm}$ , respectivamente.

Las impedancias de entrada en las transiciones fueron dadas anteriormente en la sección 2.4 (ecuaciones (2.73) a la (2.77)) y el valor de la impedancia del conector, como se dio en la sección anterior (ecuación (4.4)).

En los tiempos apropiados de la simulación con FDTD-MoL se determinan las funciones de transferencia de los parámetros de dispersión de circuitos de microcinta planos y estos tiempos se encuentran cuando se aplica la FFT a la intensidad de campo eléctrico. [Villegas, 2011]

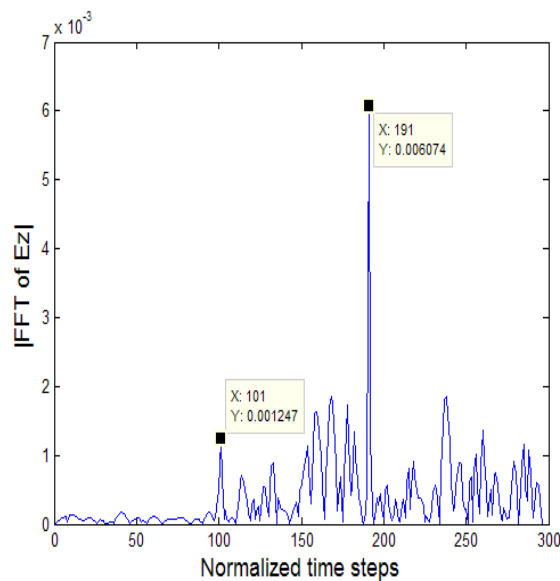


**Figura 4.11** Transformador de impedancias síncrono de microcinta.



**Figura 4.12** Distribución de la intensidad de campo eléctrico en un transformador de impedancias síncrono.

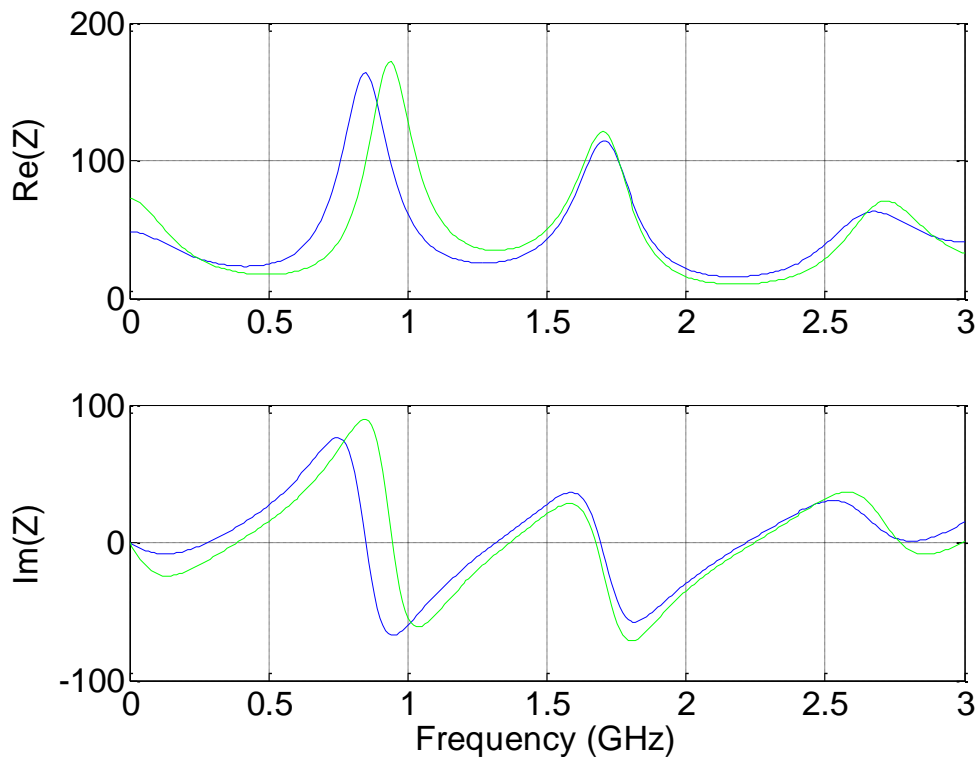
La Fig. 4.12 muestra la propagación de la intensidad del campo eléctrico cuando se aplica un pulso Gaussiano a un transformador de impedancias síncrono. La transformada discreta FFT se puede utilizar para determinar el contenido frecuencial de la componente del campo eléctrico longitudinal  $E_z$ , por medio de una sumatoria con  $n$  número de muestras, como se mencionó en la sección 3.5.6 (ecuación (3.61)) [Etter, 1997].



**Figura 4.13** Par de valores encontrados con la FFT aplicada al transformador de impedancias síncrono.

El par de valores obtenidos por el análisis del pulso Gausiano y la respuesta de esta transformación son respectivamente el pulso incidente y la onda reflejada, como se muestra en la Fig. 4.13. Los valores para la simulación son 191 pasos de tiempo normalizados para la onda reflejada y 101 pasos de tiempo normalizados para el pulso incidente [Villegas, 2010].

La simulación con la técnica FDTD-MoL híbrida se realiza con un código de programación ejecutado en Matlab. Los gráficos de las partes real e imaginaria de la impedancia del transformador de impedancias síncrono, se comparan con las de simulación electromagnética FDTD pura y los resultados se presentan en la Fig. 4.14.



**Figura 4.14** Simulación del transformador de impedancias síncrono:

- a) La línea azul es la técnica FDTD-MoL híbrida.
- b) La línea verde es el método FDTD puro.

## Capítulo 5

# TRATAMIENTO DE LA SEÑAL CON LA FFT APLICADA A CIRCUITOS PLANOS

## 5.1 Introducción

El tratamiento digital de la señal se origina hacia finales de la década de los sesentas del siglo pasado. Surge como una herramienta de ayuda para el diseño de nuevos circuitos y dispositivos experimentales que están relacionados con el estudio de la propagación de la señal. Para 1965 aparece el algoritmo de la FFT que permite el cálculo de la transformada discreta de Fourier (DFT, por sus siglas en inglés) con un costo computacional reducido, lo que no se podía lograr antes de la aparición de esta transformación. A partir de los años setentas del siglo pasado y con el avance continuo de la tecnología electrónica, surge en 1972 el primer procesador de propósito general. Luego, en 1980 se fabrica el primer microprocesador especializado en el tratamiento de la señal ( $\mu$ DSP), que es útil para llevar a cabo de manera eficiente, el cálculo reiterado de la combinación producto-acumulación en los procesos numéricos (operación necesaria para la convolución) [Mariño, 1999].

FFTW es el acrónimo utilizado para la frase inglesa Fast Fourier Transform in the West. El FFTW es un programa de uso libre que se usa profusamente para calcular la DFT y varios de sus casos especiales. Su desempeño es comparable con el de los programas comerciales optimizados [Frigo, 2005]. Sin embargo, a diferencia de estos programas, el arreglo de la FFTW no está sujeto a un equipo fijo. En su lugar, la FFTW utiliza un planificador para adaptar sus algoritmos al hardware con el fin de maximizar el rendimiento. La entrada al planificador es un verdadero problema, i. e., un lazo multidimensional de DFTs multi-dimensionales.

El planificador aplica un conjunto de reglas para transformar recursivamente un problema complejo en sub-problemas del mismo tipo pero más simples. Los problemas "suficientemente simples", se resuelven directamente mediante un código optimizado, que se genera automáticamente por un compilador de propósito específico.

La FFTW es rápida, pero su velocidad no va en detrimento de su flexibilidad. De hecho, la FFTW es probablemente la biblioteca más flexible para DFT con que se cuenta actualmente [Frigo, 2005]:

- La FFTW está escrita en lenguaje C portable y se ejecuta bien en varias arquitecturas y sistemas operativos.
- La FFTW calcula las DFTs en un tiempo  $O(n \log n)$  para cualquier longitud  $n$ . (Muchas de las otras implementaciones de la DFT se restringen a un subconjunto de tamaños o se calculan en un tiempo  $\Theta(n^2)$  para ciertos valores de  $n$ , como cuando  $n$  es un número primo).
- La FFTW no impone restricciones sobre el rango (dimensionalidad) de las transformaciones multidimensionales. (Muchas de las otras implementaciones se limitan a datos unidimensionales o cuando mucho a datos bidimensionales y tridimensionales).
- La FFTW soporta DFTs múltiples y/o por pasos; por ejemplo, para transformar un campo vectorial de 3 componentes o una porción de un arreglo multidimensional. (Muchas de las implementaciones de la DFT soportan sólo una DFT sencilla con datos contiguos).
- FFTW soporta DFTs con datos reales, así como con datos simétricos/anti simétricos (también llamadas transformadas coseno/seno discretas).

La transformada discreta de Fourier (hacia adelante, unidimensional) de un arreglo  $X$  de  $n$  números complejos es el arreglo  $Y$  dado por

$$Y(k) = \sum_{j=0}^{n-1} X_j \omega_n^{jk} \quad (5.1)$$

donde  $0 \leq k < n$  y  $\omega_n = \exp -2\pi\sqrt{-1/n}$  . Cuando se implementa directamente, la ecuación (5.1) requerirá  $\Theta n^2$  operaciones mientras que, las transformadas rápidas de Fourier requieren  $O(n \log n)$  para calcular el mismo resultado.

La FFT más importante (la primera que se usó en la FFTW), es la que se implemento en el algoritmo conocido como “Cooley-Tukey por los dos autores que la redescubrieron y popularizaron en 1965 [Cooley, 1965], aunque ya era conocida por Gauss y posteriores re-inventores desde 1805 [Heideman, 1985].

En el compilador de Matlab®, el algoritmo de la FFT se ejecuta mediante la instrucción  $FFT(X, N)$  para los  $N$  vectores de entrada y el vector  $X$  que representa la magnitud de la FFT de la intensidad de campo eléctrico que se aplica a la microcinta. El algoritmo busca y encuentra la mejor solución con la técnica de Cooley-Tukey, por medio de una fragmentación del mismo, que es interpretada por la arquitectura de la computadora.

El algoritmo de la FFTW reduce primero la DFT real a la transformada de Hartley (DHT, por sus siglas en inglés) mediante la reducción bien conocida de Bracewell (1986) y luego ejecuta una variante de la DHT del algoritmo de Rader. La DHT fue inicialmente propuesta por [Bracewell, 1986] como una alternativa más rápida que la DFT real, pero [Sorensen, 1987] argumentó que la DFT real bien implementada es siempre más eficiente que un algoritmo que reduce la DFT a la DHT. Para tamaños principales, sin embargo, una variante del algoritmo de Rader para datos no reales que se conozca y por tanto para este caso se propone a la DHT como útil. Para calcular las DHTs de tamaño principal se retoma la definición de la DHT:

$$Y(x) = \sum_{j=0}^{n-1} X_j \text{cas}\left(\frac{2\pi jk}{n}\right) \quad (5.2)$$

donde  $\text{cas}(x) = \cos(x) + \text{sen}(x)$ . Si  $n$  es un número primo, entonces existe un generador  $g$  del módulo del grupo multiplicativo  $n$ : para todo  $j \in 1, 2, \dots, n-1$  , existe un entero único  $p \in 0, 1, \dots, n-2$  tal que  $j = g^p \pmod{n}$ . Similarmente se puede escribir  $k = g^{-q}$

(mod  $n$ ), si  $k \neq 0$ . Para  $k$  diferente de 0, se puede reescribir la ecuación (5.2) como sigue.

$$Y[g^{-q}] = X[0] + \sum_{p=0}^{n-2} X[g^p] \text{cas}\left(\frac{2\pi g^{-(q-p)}}{n}\right) \quad (5.3)$$

donde la sumatoria es una convolución cíclica de una permutación del arreglo de entrada, con una secuencial fija real. Esta convolución cíclica, puede ser calculada mediante dos DFTs reales, en cuyo caso el algoritmo toma un tiempo  $O(n \log n)$  o por medio de cualquier otro método [Nussbaumer, 1982]. (La FFTW calcula convoluciones vía DFTs). El elemento de salida  $Y[0]$ , el cual es la suma de todos los elementos de la entrada, no puede ser calculado vía la ecuación (5.3) y debe ser calculado por separado.

Además de la DHT, existen otras transformadas útiles de entradas reales a salidas reales; como las siguientes: DFTs de datos simétricos-reales o (anti-simétricos) conocidas también como las transformadas seno y coseno discretas (DSTs y DCTs por sus siglas en inglés) de los tipos I-VIII [Oppenheim, 1999; Wang, 1984; Martucci, 1994; Rao, 1990]. Los tipos I-IV son equivalentes a las DTFs de (~ doble longitud) o de tamaño par, con los posibles corrimientos diferentes de media muestra, en la entrada y/o en la salida. Los tipos V-VIII [Martucci, 1994] son similares, excepto que sus DFTs lógicas son de tamaño impar. Estos cuatro tipos parecen tener poco uso práctico.

La FFTW tiene un organizador que genera estrategias acordes a las reglas que recursivamente descomponen un problema en varios sub-problemas más simples. Cuando el problema es lo “suficientemente simple”, la FFTW produce una estrategia que llama a un fragmento de un código en línea recta optimizado, que resuelve el problema directamente. Estos fragmentos se llaman “codelets”, en la jerga de las FFTWs.

Los codelets de las FFTWs se generan automáticamente mediante un compilador de propósito especial llamado “genfft”. Muchos usuarios no interactúan nunca con el genfft, ya que la distribución típica de la FFTW contiene un conjunto de cerca de 150

codelets pre-generados que cubren los usos más comunes. Los usuarios con necesidades especiales, pueden usar el compilador genfft para generar sus propios codelets.

El compilador genfft no emplea ningún algoritmo especial para las transformadas trigonométricas. En cambio, toma la postura de que todas esas transformadas son sólo DFTs encubiertas. Por ejemplo, una DCT-IV se puede reducir a una DFT de la siguiente manera: Al considerar la definición de la DCT-IV

$$Y_k = 2 \sum_{j=0}^{n-1} X_j \cos \left( \frac{\pi(j + \frac{1}{2})(k + \frac{1}{2})}{n} \right) \quad (5.4)$$

la definición se puede reescribir en esta forma

$$Y_k = \sum_{j=0}^{n-1} X_j e^{2\pi i(2j+1)(2k+1)/(8n)} + \sum_{j=0}^{n-1} X_j e^{-2\pi i(2j+1)(2k+1)/(8n)} \quad (5.5)$$

En otras palabras, las salidas de una DCT-IV de longitud  $n$  son sólo un conjunto de salidas de la DFT de longitud  $8n$ , en las cuales las entradas han sido simétricamente establecidas e intercaladas con ceros. Reducciones similares se aplican a todos los tipos de órdenes de las transformadas trigonométricas.

Consecuentemente, para generar un código para una transformada trigonométrica, el compilador genfft primero la reduce en una DFT y luego genera un fragmento para la DFT, imponiendo las simetrías necesarias, declarando como 0 a las entradas que les corresponde y recortando el segmento a un subconjunto apropiado de salidas. Las simplificaciones simbólicas realizadas por el compilador genff son suficientemente poderosas como para eliminar todos los cálculos redundantes, produciendo así, un algoritmo especializado DCT/DST. Esta estrategia no requiere

conocimientos previos de los algoritmos de las transformadas trigonométricas y es excepcionalmente fácil de implementar.

## 5.2 Implementación del pulso Gaussiano

Un campo electromagnético debe ser "excitado" en la estructura que se analiza mediante simulación electromagnética, es decir, al comienzo del cálculo una cierta estructura de campo se debe definir en la malla de segmentación. A continuación se discuten tres métodos posibles para introducir la excitación [Wolff, 1991]:

a) En el tiempo  $t_0$  (tiempo de inicio), el campo electromagnético se define dentro del espacio total de la estructura considerada. Por ejemplo, este método, ha sido usado por Choi (1986) para el análisis de resonadores de microondas. La distribución de campo usado en  $t_0$  depende de la experiencia del usuario del programa, quien por ejemplo, puede definir la distribución de campo similar a aquella de un modo resonante especial para determinar los autovalores de este modo.

b) La segunda posibilidad es definir una oscilación de campo armónico sobre un frontera de la estructura. Como en el método anterior, la distribución transversal del campo electromagnético en la frontera puede depender de la experiencia del programador. Este método se aplica solamente en casos donde no ocurren reflexiones en el circuito que será analizado, debido a que al usar una excitación armónica, las ondas reflejadas e incidentes no pueden ser diferenciadas y por tanto no se pueden estimar o calcular los parámetros de dispersión.

c) La tercera forma de excitación se basa en el uso de un pulso de campo electromagnético con longitud finita en el espacio y en el tiempo. Usando este tipo de excitación, las propiedades de transmisión de  $n$ -puertos arbitrarios pueden en principio ser analizadas si se pueden separar los pulsos incidente, transmitido y reflejado. Debido a que tal pulso contiene un espectro de frecuencias amplio, las propiedades de transmisión en un intervalo dado pueden determinarse en un sólo ciclo del análisis.

La distribución espacial transversal del pulso, debe, como en los casos anteriores, ser definida por el usuario, pero supuestos muy burdos pueden ser lo bastante buenos si se deja sólo el espacio necesario entre el plano de excitación y el plano de referencia de la estructura que será analizada. Por ejemplo, en caso de una línea de microcinta los supuestos de un campo eléctrico constante a través del ancho de la cinta y un campo cero fuera de ella llevan a buenos resultados.

La longitud del pulso en el tiempo debe ser tan corta como para contener todas las frecuencias deseadas, y la longitud del pulso en el espacio debe ser tan corta como para que los pulsos incidente y reflejado se puedan separar con exactitud. Por otra parte, la distancia entre los nodos en la malla usada, debe ser más pequeña que la longitud espacial del pulso, con el fin de garantizar un cálculo apropiado de la distribución espacial de campo.

De entre los métodos antes descritos, la forma de excitación dada en “c” es la más apropiada para el análisis de circuitos planos de microcinta. El pulso que se usa como excitación en las simulaciones de esta tesis es el pulso Gaussiano dado por  $f(t) = \exp -(t - t_0)^2 / T^2$  [Zhang, 1988]. Como se puede ver de la ecuación anterior, el ancho de este pulso en el tiempo se define con el valor de la variable  $T$ . Además, debido a que la línea de microcinta es dispersiva, la forma del pulso cambia cuando éste se propaga a través de ella. Con el campo electromagnético ya calculado, se pueden calcular los voltajes y corrientes, dependientes del tiempo, en los puertos del circuito.

Como en el caso de los cálculos en el dominio de la frecuencia, existen por supuesto problemas similares en el dominio del tiempo, como aquel de que el voltaje en una estructura de línea con dos dieléctricos diferentes ya no se define de manera exacta (en el dominio de la frecuencia: modos híbridos). Los valores equivalentes en el dominio de la frecuencia, se pueden determinar mediante el uso de la transformada de Fourier, de las señales que dependen del tiempo, y a partir de estos resultados, se pueden calcular los parámetros de dispersión en planos de referencia o puertos bien definidos.

La variación temporal del pulso determina las componentes en frecuencia que se introducen en la estructura del circuito, la función elegida debe iniciar en un valor 0 , en un tiempo  $t = 0$  y ésta debe crecer lentamente, entonces como la idea es utilizar una señal temporal que decrezca lo suficientemente rápido para que dé lugar a un espectro de amplitud perceptible durante un número finito de pasos de tiempo, se tiene que la excitación que cubre los requerimientos anteriormente expuestos es una función Gaussiana, ya que ésta tiene un valor nulo en su origen, crece lentamente y su espectro de voltaje se puede fijar con valores que se pueden controlar.

Una forma de implementar la señal Gaussiana del pulso es mediante el uso de funciones a través del código de programación de Matlab®, esto es:

$$pulse = 3 * \exp(-(0.5 * ((20 - t)^2) / (spread^2))) \quad (5.3)$$

donde el valor “*spread*” representa el ancho del pulso Gaussiano. La aplicación de un pulso Gaussiano en el puerto de entrada de una microcinta, genera una respuesta bien definida conforme éste se propaga sobre ella, pero en contraparte es un pulso lento que consume muchos recursos de memoria y un gasto computacional mayor para simulaciones de microcintas con trayectorias largas como en las interconexiones de alta velocidad [Dueñas, 2011].

### 5.3 La FFT aplicada a la intensidad de campo eléctrico

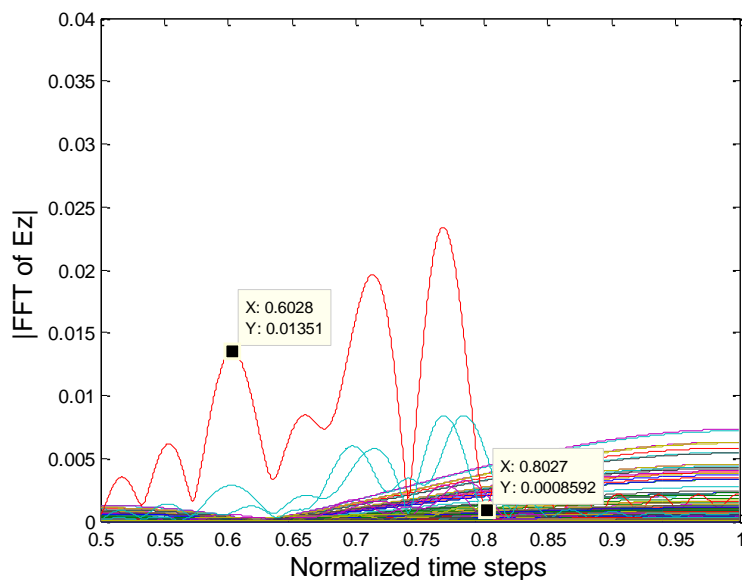
Cualquier señal puede describirse completamente en ambos, el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia. La FFT es una herramienta computacional muy eficiente para convertir entre ambos dominios. Esta transformada discreta puede ser usada para determinar el contenido frecuencial de la componente longitudinal del campo eléctrico

$E_z$  , mediante una sumatoria de  $n$  muestras. Así, la FFT para  $E_z$  puede expresarse como

$$E_z(\omega) = \sum_{n=0}^T E_z(n \cdot \Delta t) e^{-j\omega(n \cdot \Delta t)} \quad (5.4)$$

donde  $T$  es el número de iteraciones,  $E_z(\omega)$  es la FFT de la intensidad de campo eléctrico,  $E_z(n \cdot \Delta t)e^{-j\omega(n \cdot \Delta t)}$  es la amplitud discreta del campo eléctrico y  $n$  es el número de muestras o pasos de tiempo.

Por ejemplo, al tomar el valor absoluto de  $E_z(\omega)$ , un cúmulo de trazos pueden ser obtenidos como se muestra en la Fig. 5.1. De entre todos estos trazos, el rojo puntiagudo es lo suficientemente notable como para ser usado para establecer los puntos de observación. Esta curva roja prominente muestra seis picos significativos en un intervalo que cubre aproximadamente entre 0.5 y 0.8 sobre una escala de pasos de tiempo normalizados para el eje horizontal  $x$ . Estos valores confirman el intervalo previamente reconocido por la inspección visual. Asimismo, la cresta de la tercera curva aparece en aproximadamente **0.6028** (602 pasos de tiempo) y el valle de la sexta curva ocurre en **0.8027** (802 pasos de tiempo) valores que son prácticamente los mismos que se fijaron por medio de la búsqueda con el vistazo breve confirmando una vez más la validez del procedimiento visual. En otras palabras, los pasos de tiempo necesarios para simular la línea de retardo de microcinta por medio de la técnica FDTD-MoL son **602** y **802** que corresponden al pulso incidente y a la forma de onda reflejada [Villegas, 2009a].



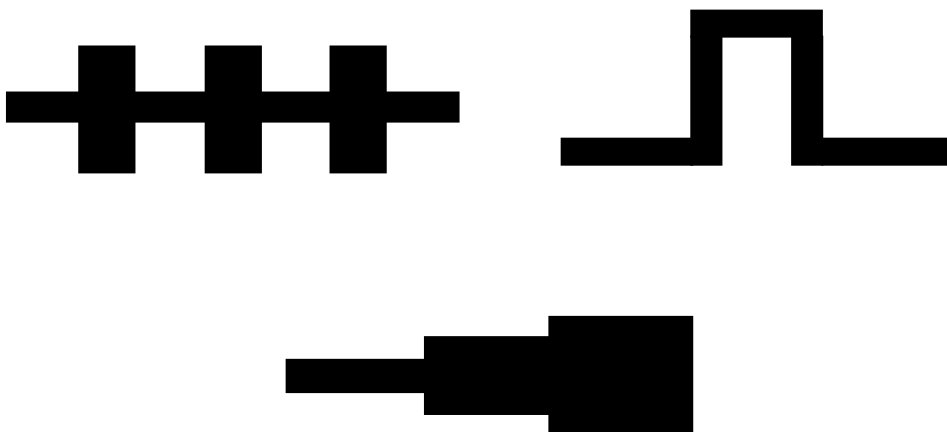
**Figura 5.1** Parte derecha de la transformada FFT del campo eléctrico que muestra los puntos de observación convenientes para el pulso incidente y la forma de onda reflejada (trazo rojo). Realizada en una corrida con mil pasos de tiempo.

## Capítulo 6

### ALGORITMO DE BRESENHAM PARA GEOMETRIAS NO ORTOGONALES

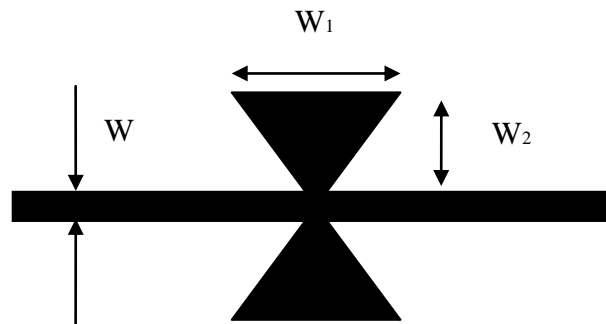
#### 6.1 Introducción

Las simulaciones electromagnéticas realizadas en esta tesis (filtro pasabajas, meandro o línea de retardo sencilla y acoplador de impedancias síncrono) fueron realizadas con los métodos FDTD puro y FDTD-MoL híbrido. Las geometrías de estos circuitos sólo presentan pistas con discontinuidades en forma rectangular o muestran trayectorias ortogonales en las líneas de transmisión que las constituyen, como se muestran en la Fig. 6.1.



**Figura 6.1** Algunas geometrías ortogonales de circuitos pasivos de microcinta.

Por otro lado, en los circuitos de microondas se pueden encontrar otras geometrías de circuitos planos de microcinta que presentan líneas con pendientes diferentes a noventa grados. Ejemplos de circuitos con estas geometrías son el circuito con secciones radiales y el divisor de potencia de tres puertos [Çakir, 2006].



$$h = 0.53\text{mm}, \epsilon_r = 10, W = 0.4\text{mm}, W_1 = 2.3\text{mm}, W_2 = 4.2\text{mm}$$

**Figura 6.2** Vista superior de la geometría de una sección radial.

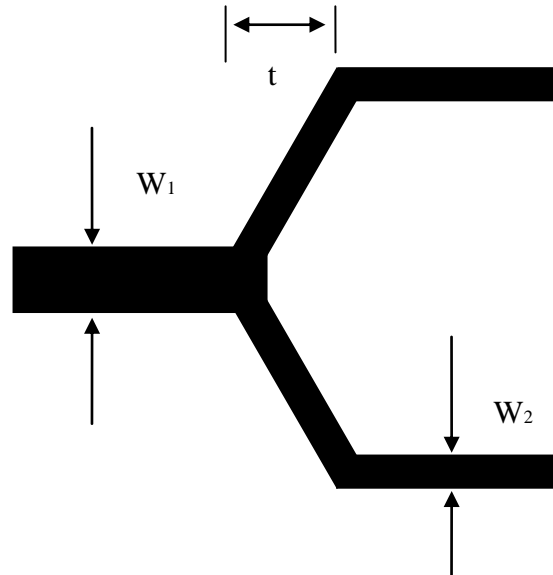
Las secciones radiales se usan profusamente como transformadores de impedancia debido a que presentan una impedancia de entrada baja para un ancho de banda amplio. El propósito de una sección radial es proporcionar un circuito corto ampliamente resonante sobre un circuito de microcinta.

Las secciones radiales se usan también profusamente como capacitores de desacoplo en el circuito de polarización de amplificadores de microcinta, en acopladores y en divisores, etc. Se utilizan también en microcintas multicapa para el acoplo de energía entre capas. La Fig. 6.2 muestra un ejemplo.

Los divisores de potencia se usan también ampliamente en circuitos de microcinta. Típicamente, un divisor de potencia es un acoplador de microcinta con tres puertos, uno de entrada y dos de salida. La potencia de entrada la divide en dos de acuerdo a sus especificaciones.

Por ejemplo, un divisor de potencia de 3 dB divide la potencia de entrada en dos partes iguales, mientras que un divisor de potencia a 10 dB divide la potencia de entrada

en dos puertos de salida con relaciones de aproximadamente 9/10 y 1/10. Un diseño de un divisor de potencia típico se da en la Fig. 6.3.



$$W_1 = 3mm, W_2 = 1.5mm, t = 7mm, h = 1mm, \epsilon_r = 2.4$$

**Figura 6.3** Vista superior de la geometría de un divisor de potencia de tres puertos.

## 6.2 Diseño asistido por computadora

Uno de los mayores usos de los gráficos por computadora se encuentra en los procesos de diseño, particularmente en arquitectura e ingeniería, aunque ahora muchos productos se diseñan por computadora. Generalmente se conoce como CAD, (Computer Aided Design, por sus siglas en inglés) diseño asistido por computadora o CADD (Computer Aided Drafting and Design), prediseño y diseño asistido por computadora. Estos métodos se emplean rutinariamente para el diseño de edificios, automóviles, aeronaves, barcos, naves espaciales, computadoras, telas, electrodomésticos y muchos otros productos [Hearn, 2004].

. Un paquete de software de propósito general para aplicaciones gráficas, lo que algunas veces se denomina interfaz de programación de aplicaciones infográficas,

proporciona una biblioteca de funciones que se pueden utilizar dentro de un lenguaje de programación como C++ para crear imágenes. Las funciones de un paquete gráfico que se utilizan para describir los distintos componentes de la imagen se denominan primitivas gráficas o simplemente primitivas. Las primitivas gráficas que describen la geometría de los objetos se denominan normalmente primitivas geométricas.

Las primitivas geométricas más simples son las que indican posiciones de puntos y segmentos de líneas rectas. Entre las primitivas geométricas adicionales que un paquete gráfico puede incluir están los círculos y otras secciones cónicas, las superficies cuádricas, las superficies y curvas de tipo spline y las áreas coloreadas poligonales.

En este capítulo se presentan los algoritmos de Bresenham que se utilizan para implementar las primitivas gráficas de la línea recta, el círculo y la elipse que serán de utilidad para diseñar las geometrías de las pistas y trayectorias de las líneas de transmisión de circuitos de microcinta de altas frecuencias.

### 6.2.1 Ecuación de la línea recta

Para determinar las posiciones de los píxeles a lo largo de un trayecto de línea recta, se utilizan las propiedades geométricas de la línea. La ecuación *punto-pendiente* cartesiana para una línea recta es:

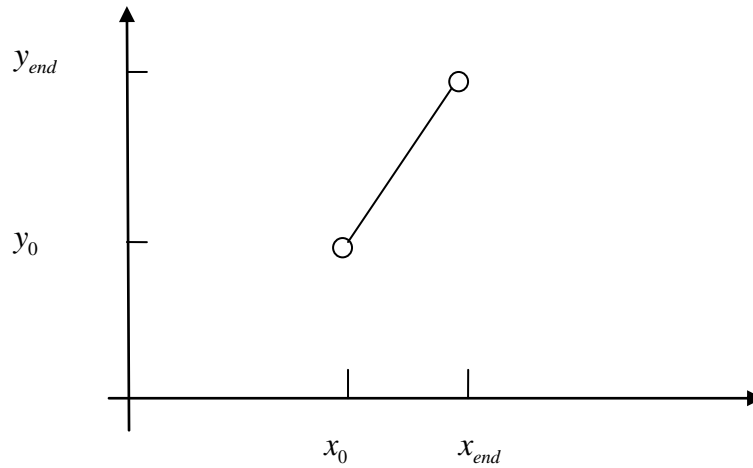
$$y = mx + b \tag{6.1}$$

donde  $m$  es la pendiente de la línea y  $b$  el punto de intersección con el eje  $y$ . Puesto que los dos extremos del segmento de línea tienen las coordenadas  $(x_0, y_0)$  y  $(x_{end}, y_{end})$ , (Fig. 6.4), los valores de la pendiente  $m$  y el punto  $b$  de intersección con el eje  $y$  se pueden determinar, mediante las fórmulas siguientes:

$$m = \frac{y_{end} - y_0}{x_{end} - x_0} \tag{6.2}$$

$$b = y_0 - mx_0 \tag{6.3}$$

Los algoritmos para la visualización de líneas rectas se basan en la ecuación (6.1) y en los cálculos indicados por las ecuaciones (6.2) y (6.3).



**Figura 6.4** Trayecto lineal entre dos vértices  $(x_0, y_0)$  y  $(x_{end}, y_{end})$ .

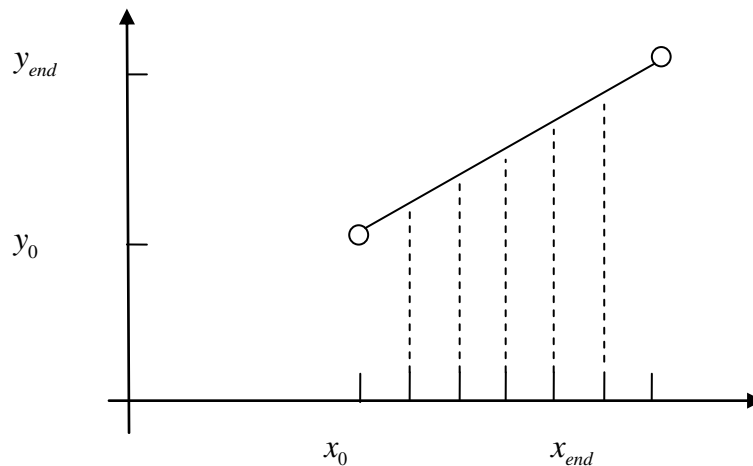
Para cualquier intervalo horizontal  $\delta x$  a lo largo de una línea, se puede calcular el correspondiente intervalo vertical  $\delta y$  a partir de (6.2), de la forma siguiente:

$$\delta y = m\delta x \quad (6.4)$$

De forma similar, se puede obtener el intervalo  $\delta x$  correspondiente a un valor  $\delta y$  especificado mediante la fórmula:

$$\delta x = \frac{\delta y}{m} \quad (6.5)$$

En los monitores digitales, las líneas se dibujan mediante píxeles y los pasos en la dirección horizontal o vertical están restringidos por la separación entre los píxeles. En otras palabras, se debe “muestrear” la línea en posiciones discretas y determinar el píxel más cercano a la línea en cada posición de muestreo. Este proceso de digitalización de las líneas rectas se ilustra en la Fig. 6.5, utilizando posiciones de muestreo discretas a lo largo del eje  $x$  [Hearn, 2004].

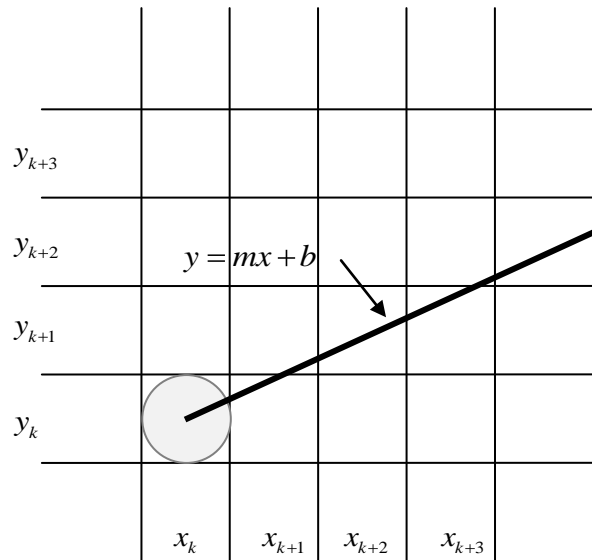


**Figura 6.5** Segmento de línea recta con cinco posiciones de muestreo a lo largo del eje  $x$  entre  $x_0$  y  $x_{end}$ .

### 6.2.2 Algoritmo de Bresenham para dibujo de líneas rectas

Un algoritmo preciso y eficiente para la generación de líneas rectas digitalizadas fue creado por Jack E. Bresenham en 1962 y publicado en 1965 cuando trabajaba para la International Business Machines (IBM, por sus siglas en inglés) [Bresenham, 1965]. El algoritmo utiliza sólo cálculos enteros para determinar los incrementos de una línea recta. Además el algoritmo puede adaptarse para dibujar círculos y otras líneas.

Para ilustrar el algoritmo de Bresenham, primero se analiza el proceso de digitalización de líneas con pendiente positiva menor a 1.0. Las posiciones de pixel a lo largo de un trayecto lineal se determinan entonces muestreando a intervalos unitarios según el eje  $x$ . Comenzando a partir del extremo izquierdo  $(x_0, y_0)$  de una línea dada, se va recorriendo cada una de las sucesivas columnas (posición  $x$ ) y dibujando el pixel cuyo valor  $y$  sea el más próximo al trayecto lineal [Hearn, 2004]. La Fig. 6.6 ilustra el paso  $k$ -ésimo paso de este proceso. Si se supone que se ha determinado que hay que dibujar el pixel situado en  $(x_k, y_k)$ ; entonces, se tendrá que decidir qué pixel dibujar en la columna  $x_{k+1} = x_k + 1$ . Las dos opciones existentes son los pixeles de las posiciones  $(x_k + 1, y_k)$  y  $(x_k + 1, y_k + 1)$ .



**Figura 6.6** Una sección de la pantalla que muestra un pixel de la columna  $x_k$  correspondiente a la línea de exploración  $y_k$  y que hay que dibujar como parte del trayecto de un segmento lineal con pendiente  $0 < m < 1$ .

En la posición de muestreo  $x_k + 1$ , se etiquetan las separaciones verticales de los pixeles con respecto al trayecto lineal matemático con los nombres  $d_{lower}$  y  $d_{upper}$  (Fig. 6.7). La coordenada  $y$  de la línea matemática en la columna del pixel  $x_k + 1$  se calculan como:

$$y = m(x_k + 1) + b \quad (6.6)$$

Entonces:

$$d_{lower} = y - y_k = m(x_k + 1) + b - y_k \quad (6.7)$$

y

$$d_{upper} = (y_k + 1) - y = y_k + 1 - m(x_k + 1) - b \quad (6.8)$$

Para determinar cuál de los dos pixeles está más próximo a la línea, se puede realizar una comprobación muy eficiente que se basa en la diferencia entre dos separaciones de los pixeles:

$$d_{lower} - d_{upper} = 2m(x_k + 1) - 2y_k + 2b - 1 \quad (6.9)$$

Se puede obtener un parámetro de decisión  $p_k$  para el paso  $k$ -ésimo del algoritmo de digitalización de líneas reordenando la ecuación (6.9) para que sólo haya que realizar cálculos enteros. Se puede hacer esto realizando la sustitución  $m = \Delta y / \Delta x$ , donde  $\Delta y$  y  $\Delta x$  son las separaciones vertical y horizontal entre los dos extremos de la línea, y definiendo el parámetro de decisión como

$$p_k = \Delta x(d_{lower} - d_{upper}) = 2\Delta y \cdot x_k - 2\Delta x \cdot y_k + c \quad (6.10)$$

El signo de  $p_k$  es igual al de  $d_{lower} - d_{upper}$ , porque  $\Delta x > 0$  en este ejemplo. El parámetro  $c$  es constante y tiene el valor de  $2\Delta y + \Delta x(2b - 1)$ , que es independiente de la posición del pixel y se eliminará en los cálculos recursivos de  $p_k$ . Si el pixel de  $y_k$  está “más próximo” al trayecto lineal que el pixel de  $y_k + 1$  (es decir,  $d_{lower} < d_{upper}$ ), entonces el parámetro de decisión  $p_k$  será negativo. En dicho caso, se dibujara el pixel inferior; en caso contrario, se dibujará el superior.

Los cambios de coordenadas a lo largo de la línea se producen en pasos unitarios en las direcciones  $x$  o  $y$ . Por tanto, se pueden obtener los valores de los sucesivos parámetros de decisión al utilizar cálculos enteros incrementales.

En el paso  $k+1$ , el parámetro de decisión se evalúa a partir de la ecuación (6.10) como:

$$p_{k+1} = 2\Delta y \cdot x_{k+1} - 2\Delta x \cdot y_{k+1} + c \quad (6.11)$$

Pero si se resta la ecuación (6.10) de (6.11), se tiene que

$$p_{k+1} - p_k = 2\Delta y(x_{k+1} - x_k) - 2\Delta x(y_{k+1} - y_k) \quad (6.12)$$

Y como  $x_{k+1} = x_k + 1$ , queda como:

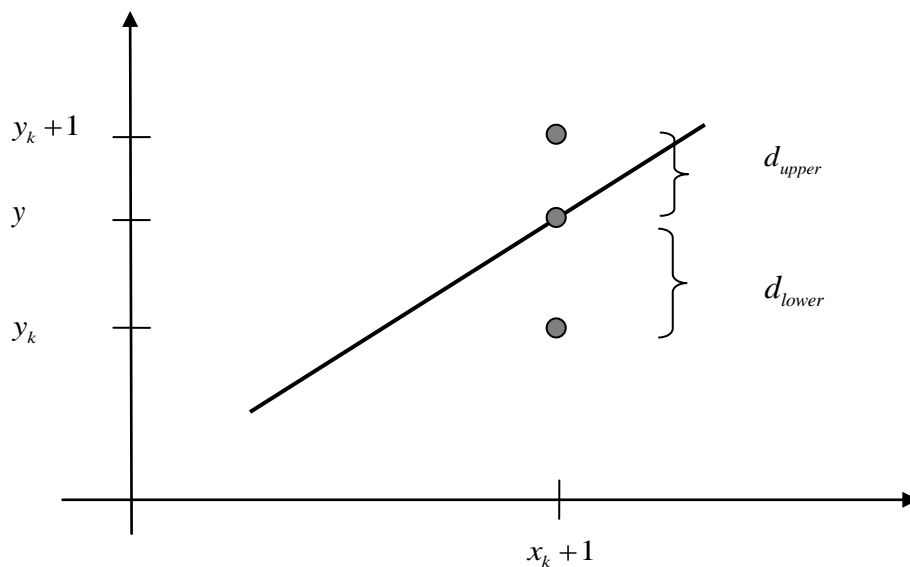
$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x(y_{k+1} - y_k) \quad (6.13)$$

donde el término  $y_{k+1} - y_k$  es 0 o 1, dependiendo del signo del parámetro  $p_k$ .

Este cálculo recursivo de los parámetros de los parámetros de decisión se realiza en cada posición entera  $x$  comenzando por el extremo izquierdo de la línea.

El primer parámetro  $p_0$ , se evalúa a partir de la ecuación (6.10) en la posición inicial de pixel  $x_0, y_0$  con  $m = \Delta y / \Delta x$ :

$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x \quad (6.14)$$



**Figura 6.7** Distancias verticales entre las posiciones de los píxeles y la coordenada  $y$  de la línea, en la posición de muestro  $x_k + 1$ .

En resumen, el algoritmo de Bresenham con pendiente  $|m| < 1$ , se realiza siguiendo los siguientes pasos:

1. Introducir los dos extremos de la línea y almacenar el extremo izquierdo en  $(x_0, y_0)$ .
2. Configurar el color para la posición  $(x_0, y_0)$  del búfer de la imagen, es decir, dibujar el primer punto.
3. Calcular las constantes  $\Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y - 2\Delta x$  y obtener el valor inicial del parámetro de decisión, que será:

$$p_0 = 2\Delta y - 2\Delta x$$

4. Para cada  $x_k$  a lo largo de la línea, comenzando con  $k = 0$ , realizar la siguiente comprobación. Si  $p_k < 0$ , el siguiente punto que hay que dibujar será  $(x_k + 1, y_k)$  y

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y$$

En caso contrario, el siguiente punto que habrá que dibujar es  $(x_k + 1, y_k + 1)$  y

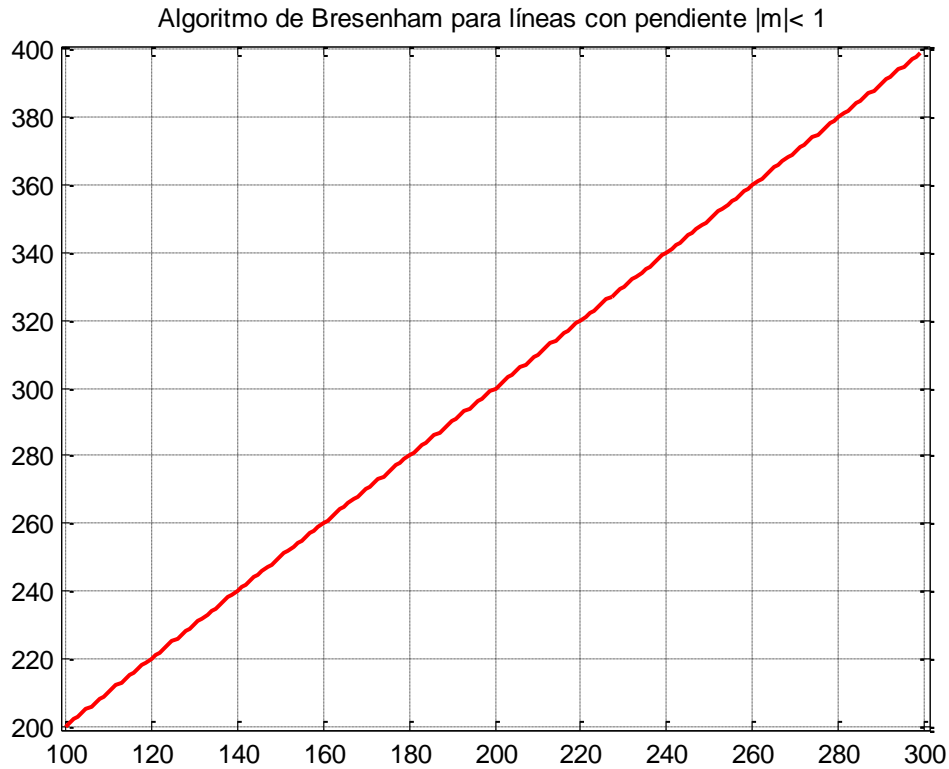
$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x$$

5. Hacer el paso 4,  $\Delta x - 1$  veces.

En la Fig. 6.8 se muestra la implementación del algoritmo de Bresenham para el trazo de una línea desde la posición del extremo inicial  $(x_0, y_0) = (100, 200)$  hasta el extremo final  $(x_f, y_f) = (300, 400)$ .

### 6.2.3 Propiedades de los círculos

Un círculo (Fig. 6.9) se define como el conjunto de puntos que se encuentran a una distancia determinada  $r$  con respecto a una posición central  $(x_c, y_c)$ .



**Figura 6.8** Gráfica de una línea con pendiente  $|m| < 1$  con el algoritmo de línea de Bresenham.

Para cualquier punto  $(x, y)$  del círculo, esta relación de la distancia se expresa mediante el teorema de Pitágoras en coordenadas cartesianas:

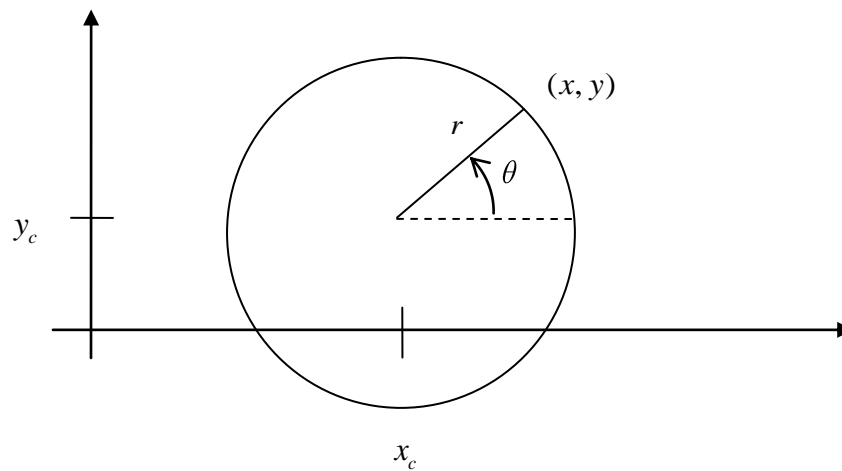
$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \quad (6.15)$$

Se puede utilizar esta ecuación para calcular la posición de los puntos sobre una circunferencia, recorriendo en eje  $x$  en pasos unitarios desde  $x_c - r$  a  $x_c + r$  y calculando los correspondientes valores de  $y$  en cada posición mediante la fórmula:

$$y = y_c \pm \sqrt{r^2 - (x_c - x)^2} \quad (6.16)$$

Pero este no es el mejor método para generar un círculo. Uno de los problemas con este método es que requiere una cantidad considerable de cálculos en cada paso.

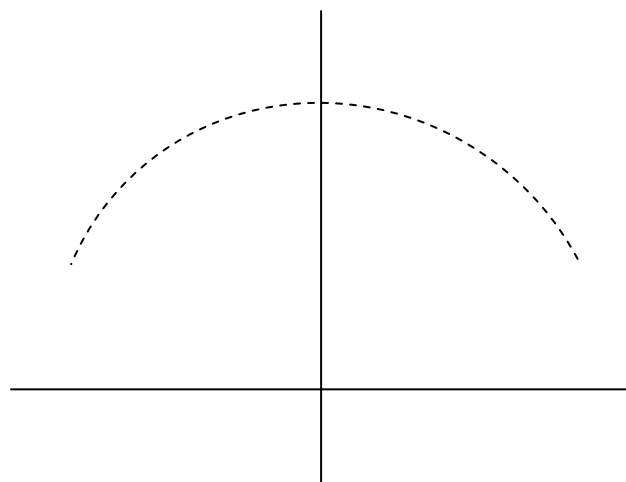
Además, el espaciado entre los píxeles dibujados no es uniforme, como se ilustra en la Fig. 6.10.



**Figura 6.9** Círculo con centro en  $(x_c, y_c)$  y radio  $r$ .

Otra forma de eliminar el espaciado desigual mostrado en la Fig. 6.10 consiste en calcular los puntos de la circunferencia utilizando las coordenadas polares  $r$  y  $\theta$  (Fig. 6.9). Si expresamos la ecuación de la circunferencia en forma paramétrica polar, se obtiene la pareja de ecuaciones:

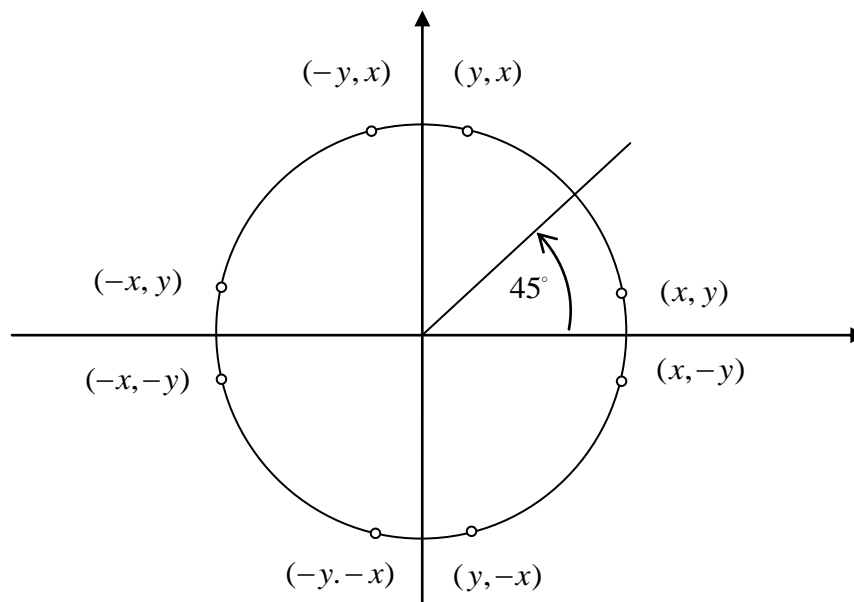
$$\begin{aligned} x &= x_c + r \cos \theta \\ y &= y_c + r \operatorname{sen} \theta \end{aligned} \tag{6.17}$$



**Figura 6.10** Parte superior de un círculo dibujada mediante la ecuación (6.16) y con  $(x_c, y_c) = (0, 0)$ .

Para cualquiera de los métodos anteriores de generación de círculos, se pueden reducir los cálculos considerando la simetría que los círculos presentan. Las secciones circulares situadas en octantes adyacentes dentro de un mismo cuadrante son simétricas con respecto a la línea de ángulo  $45^\circ$  que divide los dos octantes. Estas condiciones de simetría se ilustran en la Fig. 6.11, en la que un punto en la posición  $(x, y)$  sobre un sector de un octavo de círculo se hace corresponder con los otros siete puntos del círculo situados en los restantes octantes del plano  $x$ .

Se puede adaptar el algoritmo de dibujo de líneas de Bresenham a la generación de círculos, definiendo los parámetros de decisión para hallar el pixel más cercano a la circunferencia en cada paso de muestreo. Sin embargo, la ecuación (6.17) del círculo es no lineal, por lo que haría falta calcular raíces cuadradas para hallar las distancias de los pixeles con respecto a la trayectoria circular. El algoritmo de Bresenham para círculos evita estos cálculos de raíces cuadradas comparando los cuadrados de las distancias de separación de los pixeles.



**Figura 6.11** Simetría de un círculo. El cálculo de un punto  $(x, y)$  del círculo en uno de los octantes da los puntos del círculo que se muestran para los otros siete octantes.

## 6.2.4 Algoritmo de punto medio para círculos

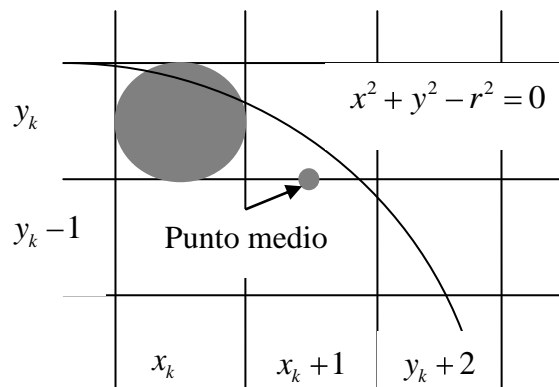
Para aplicar el método del punto medio, se define una función circular como:

$$f_{circ}(x, y) = x^2 + y^2 - r^2 \quad (6.18)$$

Cualquier punto  $(x, y)$  en la frontera del círculo de radio  $r$  satisfará la ecuación  $f_{circ}(x, y) = 0$ . Si el punto se encuentra en el interior del círculo, la función tomara un valor negativo, mientras que si el punto se encuentra fuera del círculo, el valor de la función será positivo. En resumen, la posición relativa de cualquier punto  $(x, y)$  puede determinarse comprobando el signo de la función generadora del círculo:

$$f_{circ}(x, y) = \begin{cases} < 0, & \text{si } (x, y) \text{ se encuentra dentro del círculo} \\ = 0, & \text{si } (x, y) \text{ se encuentra sobre la circunferencia} \\ > 0, & \text{si } (x, y) \text{ se encuentra fuera del círculo} \end{cases} \quad (6.19)$$

Las comprobaciones de la ecuación (6.19) se realizan para los puntos intermedios situados en la vecindad de la trayectoria circular en cada paso de muestreo. Así, la función generadora del círculo es un parámetro de decisión en el algoritmo de punto medio, y se pueden determinar los cálculos incrementales necesarios para esta función, como se hizo con el algoritmo de generación de líneas [Hearn, 2004].



**Figura 6.12** Punto medio entre los dos pixeles candidatos para la posición de muestreo  $x_k + 1$  a lo largo de una trayectoria circular.

La Fig. 6.12 muestra el punto medio entre los dos pixeles candidatos para la posición de muestreo  $x_k + 1$ . Suponiendo que se acaba de dibujar el pixel  $(x_k, y_k)$ , se necesita a continuación determinar si el pixel en la posición  $(x_k + 1, y_k)$  se encuentra más cerca o más lejos del círculo que el situado en la posición  $(x_k + 1, y_k - 1)$ . El parámetro de decisión será la ecuación de generación del círculo (6.18), evaluada en el punto medio entre estos dos pixeles:

$$\begin{aligned}
 p_{k+1} &= f_{circ} \left( x_k + 1, y_k - \frac{1}{2} \right) \\
 &= (x_k + 1)^2 + \left( y_k - \frac{1}{2} \right)^2 - r^2
 \end{aligned} \tag{6.20}$$

Si  $p_k < 0$ , este punto medio se encontrará en el interior del círculo y el pixel situado en la línea de exploración  $y_k$  estará más cerca de la frontera del círculo. En caso contrario, el punto intermedio se encuentra fuera del círculo o sobre la circunferencia misma, y se selecciona el pixel correspondiente a la línea de exploración  $y_k - 1$ .

Los sucesivos parámetros de decisión se obtienen utilizando cálculos incrementales. Se puede obtener una fórmula recursiva para el siguiente parámetro de decisión evaluando la función circular en la posición de muestreo  $x_k + 1 = x_k + 2$ :

$$\begin{aligned}
 p_{k+1} &= f_{circ} \left( x_{k+1} + 1, y_{k+1} - \frac{1}{2} \right) \\
 &= (x_k + 1) + 1^2 + \left( y_{k+1} - \frac{1}{2} \right)^2 - r^2
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

o

$$p_{k+1} = p_k + 2(x_k + 1) + (y_{k+1}^2 - y_k^2) - (y_{k+1} - y_k) + 1$$

donde  $y_{k+1}$  es  $y_k$  o  $y_k - 1$ , dependiendo del signo de  $p_k$ .

Los incrementos para obtener  $p_{k+1}$  son  $2x_k+1$  (si  $p_k$  es negativo) o  $2x_{k+1}+1-2y_{k+1}$ . La evaluación de los términos  $2x_{k+1}$  y  $2y_{k+1}$  también puede hacerse incrementalmente mediante las fórmulas:

$$\begin{aligned} 2x_{k+1} &= 2x_k + 2 \\ 2y_{k+1} &= 2y_k - 2 \end{aligned} \tag{6.22}$$

En la posición inicial  $(0, r)$ , estos dos términos tienen los valores 0 y  $2r$ , respectivamente. Cada valor sucesivo para el término  $2x_{k+1}$ , se obtiene sumando 2 al valor anterior y cada valor sucesivo del término  $2y_{k+1}$  se obtiene restando 2 al valor anterior.

El parámetro de decisión inicial se obtiene al evaluar la función de generación del círculo en la posición inicial  $(x_0, y_0) = (0, r)$ :

$$\begin{aligned} p_0 &= f_{circ}\left(1, r - \frac{1}{2}\right) \\ &= 1 + \left(r - \frac{1}{2}\right)^2 - r^2 \end{aligned} \tag{6.22}$$

o

$$p_0 = \frac{5}{4} - r$$

Si el  $r$  radio está especificado como un valor entero, se puede simplemente redondear  $p_0$  de la forma siguiente:

$$p_0 = 1 - r \quad (\text{para } r \text{ entero}) \tag{6.23}$$

dado que todos los incrementos son enteros.

Como en el algoritmo de las líneas de Bresenham, el método de punto medio calcula las posiciones de los pixeles a lo largo de la circunferencia utilizando sumas y

restas enteras, suponiendo que los parámetros del círculo estén especificados en coordenadas enteras de pantalla. Se pueden resumir los pasos del algoritmo de punto medio para la generación de círculos de la forma siguiente:

1. Introducir el radio  $r$  y el centro del círculo  $(x_c, y_c)$  y luego establecer las coordenadas para el primer punto de la circunferencia de un círculo centrado en el origen mediante la fórmula:

$$(x_c, y_c) = (0, r)$$

2. Calcular el valor inicial del parámetro de decisión como

$$p_0 = \frac{5}{4} - r$$

3. Para cada posición  $x_k$ , comenzando en  $k=0$ , realizar la siguiente comprobación. Si  $p_k < 0$ , el siguiente punto a lo largo de un círculo centrado en  $(0,0)$  será  $(x_{k+1}, y_k)$  y,

$$p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1$$

En caso contrario, el siguiente punto del círculo será  $(x_k + 1, y_k - 1)$  y,

$$p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1 - 2y_{k+1}$$

donde  $2x_{k+1} = 2x_k$  y  $2y_{k+1} = 2y_k - 2$ .

4. Determinar los puntos simétricos en los otros siete octantes.
5. Mover cada posición de pixel  $(x, y)$  calculada hasta la trayectoria circular centrada en  $(x_c, y_c)$  y dibujar los valores de coordenadas:

$$x = x + x_c, y = y + y_c$$

6. Repetir los pasos 3 a 5 hasta que  $x \geq y$ .

### 6.2.5 Propiedades de las elipses

En términos simples una elipse es un círculo alargado. También se puede escribir una elipse como un círculo modificado cuyo radio varía desde un valor máximo en una dirección hasta un valor mínimo en la dirección perpendicular. Los segmentos de la línea recta trazados en el interior de la elipse en estas dos direcciones perpendiculares se denominan ejes mayor y menor de la elipse.

Puede darse una definición de una elipse en términos de la distancia desde cualquier punto de la elipse a dos posiciones fijas, denominadas focos de la elipse. La suma de estas dos distancias es constante para todos los puntos de la elipse (Fig. 6.13). Si se etiquetan como  $d_1$  y  $d_2$  las distancias a los dos focos desde cualquier punto  $\mathbf{P} = (x, y)$  de la elipse, la ecuación general de la elipse puede escribirse como:

$$d_1 + d_2 = \text{constante} \quad (6.24)$$

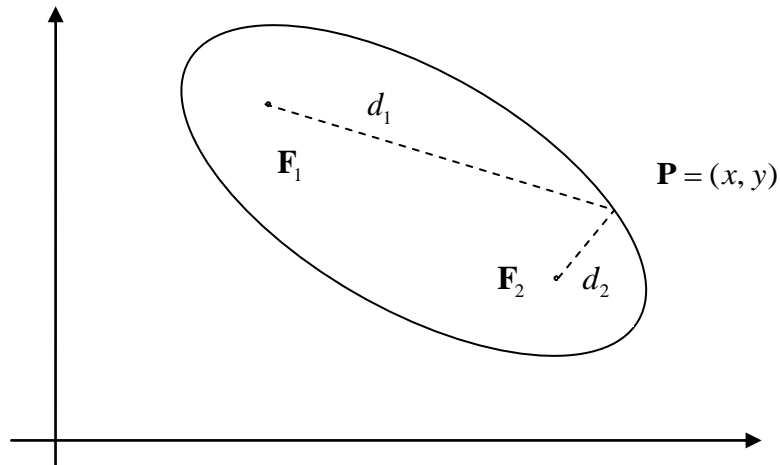
Expresando las distancias  $d_1$  y  $d_2$  en términos de las coordenadas de los focos  $\mathbf{F}_1 = (x_1, y_1)$  y  $\mathbf{F}_2 = (x_2, y_2)$ , se tiene:

$$\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} + \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} = \text{constante} \quad (6.25)$$

Elevando esta ecuación al cuadrado, despejando la raíz cuadrada restante y al volver a elevar al cuadrado, se puede reescribir la ecuación general de la elipse de la forma

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0 \quad (6.26)$$

donde los coeficientes  $A, B, C, D, E$  y  $F$  se evalúan en términos de las coordenadas de los focos y de las dimensiones de los ejes mayor y menor de la elipse. El eje mayor es el segmento de la línea recta que se extiende desde un lado de la elipse hasta el otro a través de los focos.



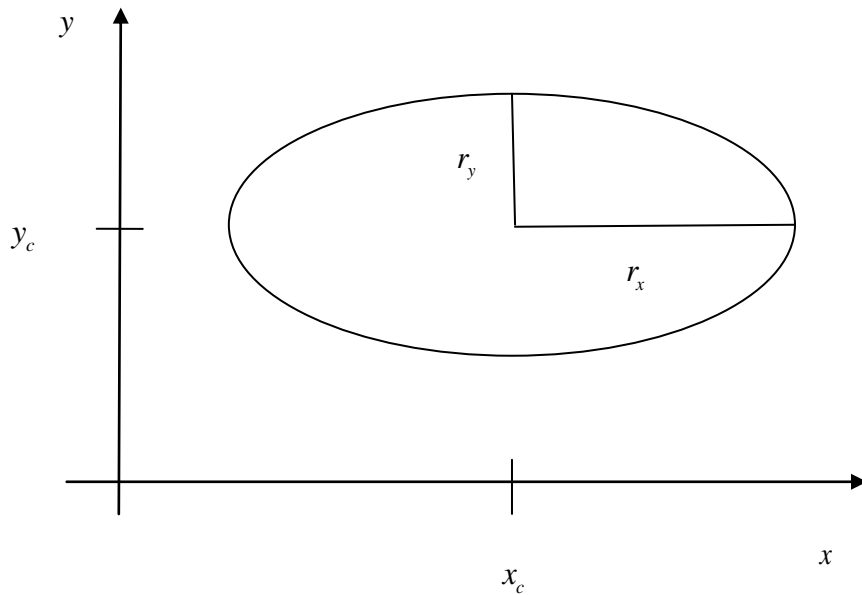
**Figura 6.13** Elipse generada con los focos  $F_1$  y  $F_2$ .

El eje menor abarca la dimensión más pequeña de la elipse, bisecando perpendicularmente el eje mayor en su punto medio (centro de la elipse) situado entre los dos focos.

Un método interactivo para especificar una elipse con una orientación arbitraria consiste en introducir los dos focos y un punto de la elipse. Con estos tres conjuntos de coordenadas, se puede evaluar la constante de la ecuación (6.25). Entonces, se pueden calcular los valores de los coeficientes de la ecuación (6.26) y utilizarlos para generar los píxeles a lo largo de la trayectoria elíptica.

Las ecuaciones de la elipse se pueden simplificar enormemente si se alinean los ejes mayor y menor con los ejes de coordenadas. En la Fig. 6.14 se muestra una elipse en “posición estándar”, con los ejes mayor y menor orientados en paralelo a los ejes  $x$  e  $y$ . El parámetro  $r_x$  de este ejemplo indica el semieje mayor, mientras que el parámetro  $r_y$  indica el semieje menor. La ecuación de la elipse mostrada en la Fig. 6.14 puede escribirse en términos de las coordenadas del centro de la elipse y de los parámetros  $r_x$  y  $r_y$ , de la forma siguiente:

$$\left(\frac{x-x_c}{r_x}\right)^2 + \left(\frac{y-y_c}{r_y}\right)^2 = 1 \quad (6.27)$$



**Figura 6.14** Elipse centrada en  $(x_c, y_c)$  con semieje mayor  $r_x$  y semieje menor  $r_y$ .

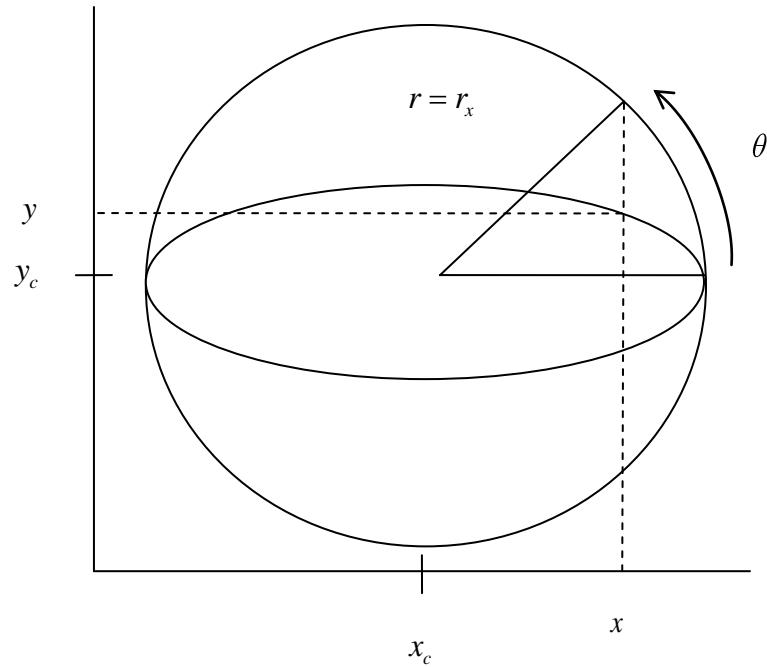
Utilizando las coordenadas polares  $r$  y  $\theta$ , se puede también describir la elipse en su posición estándar con las ecuaciones paramétricas:

$$\begin{aligned} x &= x_c + r_x \cos \theta \\ y &= y_c + r_y \sin \theta \end{aligned} \quad (6.28)$$

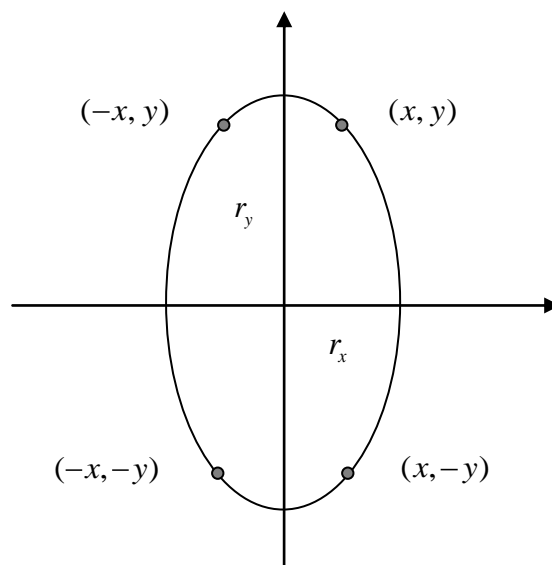
En ángulo  $\theta$ , denominado *ángulo de excentricidad* de la elipse, se mide a lo largo del perímetro de un círculo circunscrito. Si  $r_x > r_y$ , el radio del círculo circunscrito es  $r = r_x$  (Fig. 6.15). En caso contrario, el círculo circunscrito tiene como radio  $r = r_y$ .

Al igual que con el algoritmo del círculo, pueden utilizarse consideraciones de simetría para reducir los cálculos. Una elipse en posición estándar presenta simetría entre los distintos cuadrantes pero, a diferencia del círculo, los dos octantes de cada cuadrante no son simétricos. Por tanto, se deben calcular las posiciones de los píxeles a lo largo del arco elíptico que recorre un cuadrante y luego utilizar las consideraciones de

simetría para obtener las posiciones de la curva en los tres cuadrantes restantes (Fig. 6.16).



**Figura 6.15** El círculo circunscrito y el ángulo de excentricidad  $\theta$  para una elipse con  $r_x > r_y$ .

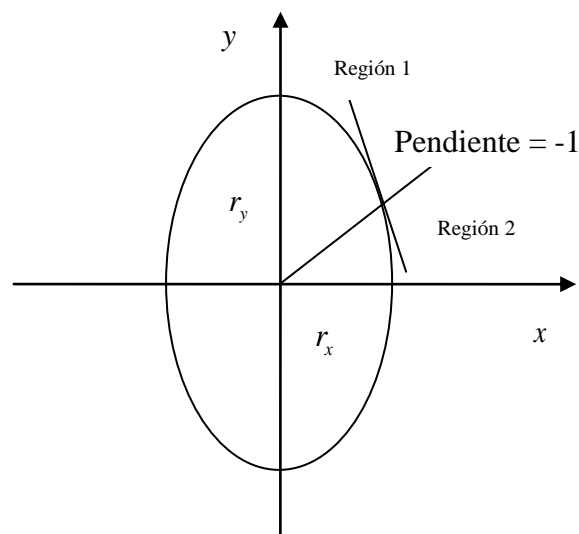


**Figura 6.16** Simetría de una elipse. El cálculo de un punto  $(x, y)$  en un cuadrante da los puntos de la elipse que se muestran para los otros tres cuadrantes.

### 6.2.6 Algoritmo del punto medio para la elipse

El método del punto medio para la elipse se aplica en dos partes para todo el primer cuadrante. La Fig. 6.17 muestra la división del primer cuadrante de acuerdo con la pendiente de una elipse con  $r_x < r_y$ . Se procesa este cuadrante tomando pasos unitarios en la dirección  $x$  allí donde la pendiente de la curva tenga una magnitud inferior a 1.0 y luego tomando pasos unitarios en las dirección  $y$  cuando la pendiente tenga una magnitud superior a 1.0.

Las regiones 1 y 2 (Fig. 6.17) pueden procesarse de diversas formas. Se puede empezar en la posición  $(0, r)$  y avanzar en el sentido de la agujas del reloj a lo largo de primer cuadrante de la trayectoria elíptica, pasando de utilizar pasos unitarios según  $x$ , a pasos unitarios según  $y$ , cuando la pendiente sea inferior a  $-1.0$ . Alternativamente, se podría empezar en  $(r_x, 0)$  y seleccionar los puntos en sentido contrario a las agujas del reloj, pasando de utilizar pasos unitarios según  $y$ , a pasos unitarios según  $x$ , cuando la pendiente sea superior a  $-1.0$ .



**Figura 6.17** Regiones de procesamiento para la elipse. En la región 1, la magnitud de la pendiente de la elipse es inferior a 1.0; en la región 2, la magnitud de la pendiente es superior a 1.0.

Si se tuvieran varios procesadores trabajando en paralelo, se podrían calcular las posiciones de los píxeles en ambas regiones simultáneamente. Como ejemplo de implementación secuencial del algoritmo del punto medio, se toma como posición inicial  $(0, r_y)$  y se recorre la trayectoria de la elipse en el sentido de las agujas del reloj para todo el primer cuadrante [Hearn, 2004].

Se puede definir una función de la elipse a partir de la ecuación (6.27) con  $(x_c, y_c) = (0, 0)$ , de la forma siguiente:

$$f_{elipse}(x, y) = r_y^2 x^2 + r_x^2 y^2 - r_x^2 r_y^2 \quad (6.29)$$

que tiene las siguientes propiedades:

$$f_{elipse}(x, y) = \begin{cases} < 0, & \text{si } (x, y) \text{ está dentro de la elipse} \\ = 0, & \text{si } (x, y) \text{ está sobre la elipse} \\ > 0, & \text{si } (x, y) \text{ está fuera de la elipse} \end{cases} \quad (6.30)$$

Así, la función de la elipse  $f_{elipse}(x, y)$  se puede utilizar como parámetro de decisión para el algoritmo del punto medio. En cada posición de muestreo, se selecciona el siguiente píxel de la trayectoria elíptica de acuerdo con el signo de la función de la elipse, evaluando en el punto medio entre los dos píxeles candidatos.

Comenzando en  $(0, r)$ , se toman pasos unitarios en la dirección  $x$ , hasta que se alcanza la frontera entre las regiones 1 y 2 (Fig. 6.17). Después, se utilizan pasos unitarios en la dirección  $y$ , para el resto de la curva dentro del primer cuadrante. En cada paso, se necesita comprobar el valor de la pendiente de la curva.

La pendiente de la elipse se calcula a partir de la ecuación (6.29):

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2r_y^2 x}{2r_x^2 y} \quad (6.31)$$

En la frontera de la región 1 y la región 2,  $dy/dx = -1.0$  y,

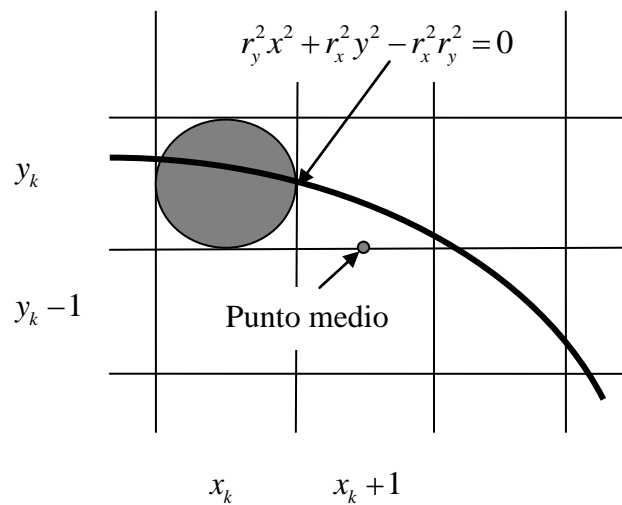
$$2r_y^2 x = 2r_x^2 y \quad (6.32)$$

Por tanto, se habrá salido de la región 1 cuando:

$$2r_y^2 x \geq 2r_x^2 y \quad (6.33)$$

La Fig. 6.18 muestra el punto medio entre los dos pixeles candidatos en la posición de muestreo  $x_k + 1$ , dentro de la primera región. Suponiendo que se haya seleccionado la posición  $(x_k, y_k)$  en el paso anterior, se determina la siguiente posición a lo largo de la trayectoria elíptica evaluando el parámetro de decisión, es decir, la función de la elipse dada en la ecuación (6.29) en dicho punto intermedio:

$$p1_k = f_{elipse} \left( x_k + 1, y_k - \frac{1}{2} \right) = r_y^2 (x_k + 1)^2 + r_x^2 \left( y_k - \frac{1}{2} \right)^2 - r_x^2 r_y^2 \quad (6.34)$$



**Figura 6.18** Punto medio entre los pixeles candidatos para la posición de muestreo

$x_k + 1$  a lo largo de una trayectoria elíptica.

Si  $p1_k < 1$ , el punto medio estará dentro de la elipse y el pixel de la línea de exploración  $y_k$  estará más próximo a la frontera de la elipse. En caso contrario, el punto medio está fuera de la elipse o sobre ella y se selecciona el pixel situado en la línea de exploración  $y_k - 1$ .

En la siguiente posición de muestreo ( $x_{k+1} + 1 = x_k + 2$ ), el parámetro de decisión para la región 1 se evalúa como:

$$\begin{aligned} p1_{k+1} &= f_{elipse} \left( x_{k+1} + 1, y_{k+1} - \frac{1}{2} \right) \\ &= r_x^2 (x_k + 1) + 1^2 + r_x^2 \left( y_{k+1} - \frac{1}{2} \right)^2 - r_x^2 r_y^2 \end{aligned}$$

o

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_x^2(x_k + 1) + r_y^2 + r_x^2 \left[ \left( y_{k+1} - \frac{1}{2} \right)^2 - \left( y_k - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \quad (6.35)$$

donde  $y_{k+1}$  puede ser  $y_k$  o  $y_k - 1$ , dependiendo del signo de  $p1_k$ .

Los parámetros de decisión se incrementan de la forma siguiente:

$$\text{incremento} = \begin{cases} 2r_y^2 x_{k+1} + r_y^2, & \text{si } p1_k < 0 \\ 2r_y^2 x_{k+1} + r_y^2 - 2r_x^2 y_{k+1}, & \text{si } p1_k \geq 0 \end{cases}$$

Los incrementos para los parámetros de decisión pueden calcularse utilizando únicamente sumas y restas, como en el algoritmo de los círculos, ya que los valores para los términos  $2r_y^2 x$  y  $2r_x^2 y$  pueden obtenerse incrementalmente. En la posición inicial  $(0, r_y)$ , estos dos términos tienen como valor [Hearn, 2004]:

$$2r_y^2 x = 0 \quad (6.36)$$

$$2r_x^2 y = 2r_x^2 r_y \quad (6.37)$$

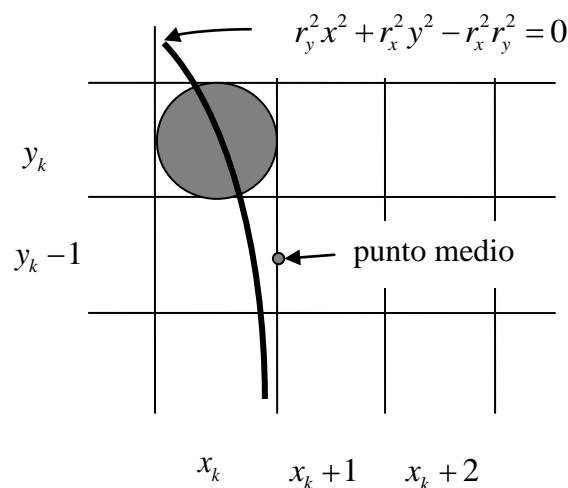
A medida que se incrementan  $x$  e  $y$ , los valores actualizados se obtienen sumando  $2r_y^2$  al valor actual del término de incremento de la ecuación (6.36) y restando  $2r_x^2$  del valor actual del término de incremento de la ecuación (6.37). Los valores de incremento actualizados se comparan en cada caso al moverse de la región 1 a la región 2 cuando se satisfaga la condición de la ecuación (6.33).

En la región 1, el valor inicial del parámetro de decisión se obtiene al evaluar la función de la elipse en la posición inicial  $(x_0, y_0) = (0, r_y)$ :

$$\begin{aligned} p1_0 &= f_{elipse} \left( 1, r_y - \frac{1}{2} \right) \\ &= r_y^2 + r_x^2 \left( r_y - \frac{1}{2} \right)^2 - r_x^2 r_y^2 \end{aligned}$$

o

$$p1_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + \frac{1}{4} r_x^2 \quad (6.38)$$



**Figura 6.19** Punto medio entre pixeles candidatos en la posición de muestreo  $y_k - 1$  a lo largo de la trayectoria elíptica.

En la región 2, se muestrea a intervalos unitarios en la dirección  $y$  negativa y el punto medio se tomará ahora entre píxeles horizontales por cada paso de muestreo (Fig. 6.19). Para esta región, el parámetro de decisión se evalúa como:

$$\begin{aligned} p2_k &= f_{\text{ellipse}}\left(x_k + \frac{1}{2}, y_k - 1\right) \\ &= r_y^2 \left(x_k + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 (y_k - 1)^2 - r_x^2 r_y^2 \end{aligned} \quad (6.39)$$

Si  $p2_k > 0$ , el punto medio se encontrará fuera de la elipse y se selecciona el píxel correspondiente a  $x_k$ . Si  $p2_k \leq 0$ , el punto medio estará sobre la elipse o dentro de ella y se selecciona la posición del píxel  $x_{k+1}$ .

Para determinar la relación entre parámetros de decisión sucesivos dentro de la región 2, se evalúa la función de la elipse en el siguiente punto de muestreo  $y_{k+1} - 1 = y_k - 2$  [Hearn, 2004]:

$$\begin{aligned} p2_{k+1} &= f_{\text{ellipse}}\left(x_{k+1} + \frac{1}{2}, y_{k+1} - 1\right) \\ &= r_y^2 \left(x_{k+1} + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 [y_k - 1 - 1]^2 - r_x^2 r_y^2 \end{aligned} \quad (6.40)$$

o

$$p2_{k+1} = p2_k - 2r_x^2 (y_k - 1) + r_x^2 + r_y^2 \left[ \left(x_{k+1} + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x_k + \frac{1}{2}\right)^2 \right] \quad (6.41)$$

donde  $x_{k+1}$  vale  $x_k$  o  $x_k + 1$ , dependiendo del signo de  $p2_k$ .

Cuando se entra en la región 2, se toma como posición inicial  $(x_0, y_0)$  la última posición seleccionada en la región 1, y el parámetro de decisión inicial en la región 2 será entonces:

$$\begin{aligned} p2_0 &= f_{\text{ellipse}}\left(x_0 + \frac{1}{2}, y_0 - 1\right) \\ &= r_y^2 \left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 (y_0 - 1)^2 - r_x^2 r_y^2 \end{aligned} \quad (6.42)$$

Para simplificar el cálculo de  $p2_0$ , se pueden seleccionar las posiciones de los píxeles en sentido contrario a las agujas del reloj, comenzando en  $(r_x, 0)$ . Los pasos unitarios se tomarían entonces en la dirección  $y$  positiva, hasta alcanzar la última posición seleccionada en la región 1.

El algoritmo de punto medio puede adaptarse para generar una elipse en posición no estándar, utilizando la función de la elipse dada por la ecuación (6.26) y calculando las posiciones de los píxeles a lo largo de toda la trayectoria elíptica. Alternativamente, se pueden reorientar los ejes de la elipse para ponerlos en posición estándar, utilizando métodos de transformación (traslación, rotación y escalamiento bidimensionales), después de lo cual se aplica el algoritmo de punto medio para elipses con el fin de determinar las posiciones de la curva; finalmente, las posiciones de píxel calculadas se convertirían para obtener las posiciones correspondientes según la orientación original de la elipse [Hearn, 2004].

Suponiendo que se proporcionan  $r_x$ ,  $r_y$  y el centro de la elipse en coordenadas de pantalla enteras, sólo hacen falta cálculos incrementales enteros para determinar los valores de los parámetros de decisión con el algoritmo de punto medio para generación de elipses. Los incrementos  $r_x^2$ ,  $r_y^2$ ,  $2r_x^2$  y  $2r_y^2$  se evalúan una única vez al principio del procedimiento. En el siguiente resumen, se enumeran los pasos para dibujar una elipse utilizando el algoritmo del punto medio.

1. Introducir  $r_x$ ,  $r_y$  y el centro de la elipse  $(x_c, y_c)$  y obtener el primer punto sobre una elipse centrada en el origen, de la siguiente forma:

$$(x_0, y_0) = (0, r)$$

2. Calcular el valor inicial del parámetro de decisión en la región 1 mediante la fórmula

$$p1_0 = r_x^2 - r_x^2 r_y + \frac{1}{4} r_x^2$$

3. En cada posición  $x_k$  dentro de la región 1, comenzando en  $k = 0$ , realizar la siguiente comprobación. Si  $p1_k < 0$ , el siguiente punto a lo largo de la elipse centrada en  $(0,0)$  es  $(x_{k+1}, y_k)$  y,

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2 x_{k+1} + r_x^2$$

En caso contrario, el siguiente punto a lo largo de la elipse será  $(x_k + 1, y_k - 1)$  y,

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2 x_{k+1} - 2r_x^2 y_{k+1} + r_y^2$$

con

$$2r_y^2 x_{k+1} = 2r_y^2 x_k + 2r_y^2, \quad 2r_x^2 y_{k+1} = 2r_x^2 y_k + 2r_x^2$$

debiendo continuar este proceso hasta que  $2r_y^2 x \geq 2r_x^2 y$ .

4. Calcular el valor inicial del parámetro de decisión en la región 2 mediante la fórmula:

$$p2_0 = r_y^2 \left( x_0 + \frac{1}{2} \right)^2 + r_x^2 (y_0 - 1)^2 - r_x^2 r_y^2$$

donde  $(x_0, y_0)$  es la última posición calculada para la región 1.

5. En cada posición  $y_k$  de la región 2, comenzando en  $k = 0$ , realizar la siguiente comprobación. Si  $p2_k > 0$ , el siguiente punto a lo largo de la elipse centrada en  $(0,0)$  será  $(x_k, y_k - 1)$  y,

$$p2_{k+1} = p2_k - 2r_x^2 y_{k+1} + r_x^2$$

En caso contrario, el siguiente punto a lo largo de la elipse será  $(x_k + 1, y_k - 1)$  y,

$$p2_{k+1} = p2_k - 2r_y^2 x_{k+1} - 2r_x^2 y_{k+1} + r_x^2$$

utilizando los mismos cálculos incrementales para  $x$  e  $y$  que en la región 1.

Este proceso debe continuar hasta que  $y = 0$ .

6. Para ambas regiones, determinar los puntos simétricos en los otros tres cuadrantes.

7. Mover cada posición de pixel  $(x, y)$  que calculada a la trayectoria elíptica centrada en  $(x_c, y_c)$  y dibujar los valores de coordenadas:

$$x = x + x_c, \quad y = y + y_c$$

## Capítulo 7

### CONCLUSIONES

#### 7.1 Resultados

Se ha realizado el análisis circuital de la línea transmisión con elementos concentrados para el modelado electromagnético de un circuito equivalente de microondas. Para ello, se inicia con la definición de la línea de transmisión con pérdidas como elemento fundamental para constituir las secciones de las pistas y trayectorias de los circuitos pasivos de microcinta que eventualmente se construyen, analizan y simulan en esta tesis (una línea de retardo sencilla, un filtro pasabajas de impedancia escalonada y un transformador de impedancias síncrono). Los valores de los parámetros de dispersión  $S$  han sido calculados con el análisis de redes de dos puertos, y sus impedancias de entrada se han encontrado mediante el uso de la transformación bilineal.

Se han revisado los métodos de simulación electromagnética FDTD puro, el método MoL y la combinación que resulta entre ambos métodos. Se han estudiado por separado y con detalle cuáles son las formulaciones principales que los definen. En principio, se ha descrito la formulación de la FDTD introducida por Yee en 1966 para resolver las derivadas parciales de las ecuaciones de Maxwell en el dominio del tiempo.

Luego, se ha continuado con la descripción de la técnica numérica MoL para el análisis de líneas de transmisión, guías de onda y problemas de dispersión. Después, se han expuesto las fórmulas que definen a la versión electrodinámica combinada, es decir, el método FDTD-MoL híbrido que proviene de los dos métodos puros (FDTD y MoL).

En seguida, para lograr un buen desempeño del método FDTD-MoL híbrido, se han aplicado los criterios prácticos definidos por Dueñas en 2010 [Dueñas, 2010]. Estos criterios son: la elección del tamaño más conveniente para la guía de onda que contiene al circuito de microcinta, el cálculo de la velocidad de propagación real, la elección del ancho más apropiado para el pulso de excitación, la búsqueda de la relación adecuada entre las ondas incidente y reflejada, la preservación de las derivadas en el espacio y en el tiempo para la parte de segmentación-discretización en FDTD y la incorporación analítica de las condiciones de frontera.

Posteriormente se han implementado, en un lenguaje de alto nivel (Matlab<sup>®</sup>), las rutinas y códigos de programación para las simulaciones electromagnéticas con el método FDTD puro. El método FDTD puro se utilizó para simular un filtro pasabajas de impedancia escalonada [Villegas, 2009b]; y el método FDTD-MoL híbrido para simular una línea de retardo sencilla [Villegas, 2009a] y un transformador de impedancias síncrono [Villegas, 2011].

Por un lado, los resultados obtenidos de la simulación del filtro pasabajas de impedancia escalonada (con el método FDTD puro) se compararon con los resultados obtenidos mediante el método MoM y con los obtenidos mediante la técnica AFS. La buena concordancia de las respuestas encontradas con los dos métodos y con la técnica, se aseguró al haber utilizado la velocidad de propagación correcta en la microcinta [Dueñas, 2009].

Por otro lado, la validez de la simulación electromagnética del método FDTD-MoL híbrido se ha demostrado al comparar los valores de los parámetros de dispersión para una línea retardo sencilla (obtenidos con la simulación) con los obtenidos mediante la medición directa del circuito construido en microcinta.

Además, se han comparado los métodos de simulación FDTD-MoL híbrido y FDTD puro cuando se aplican a un transformador de impedancias síncrono. Las gráficas de las partes real e imaginaria de la impedancia encontrada se convalidan por sí mismas.

Se han estudiado los métodos posibles para introducir una excitación en la simulación electromagnética [Wolff, 1991]. La excitación que se basa en el pulso Gaussiano es la más apropiada para el análisis de circuitos pasivos de microcinta, ya que permite separar los pulsos incidente, transmitido y reflejado. Además, la forma de onda Gaussiana ofrece un espectro amplio de frecuencias y sus propiedades de transmisión se determinan en un sólo ciclo de análisis.

## 7.2 Aportaciones

Para implementar la simulación electromagnética combinada (método FDTD-MoL híbrido), inicialmente se consideró un procedimiento puramente visual que se basó en la inspección del nivel que presenta un pulso Gaussiano conforme avanza en una línea de retardo [Villegas, 2009a]. Como se mencionó en la sección 3.5.3, el pulso empieza a establecerse antes de 100 pasos de tiempo y se encuentra con la forma de onda reflejada antes de 500 pasos de tiempo, por lo que se consideró conveniente definir los puntos de los tiempos de simulación para las ondas incidente y reflejada en valores cercanos a estos límites. Los valores elegidos fueron de 70 para el pulso que entra y de 465 para la forma de onda reflejada. Posteriormente, con el fin de evitar las incertidumbres del procedimiento visual, el proceso se automatizó por medio de la transformada discreta FFT [Villegas, 2009c; Villegas 2010]. Más recientemente, este mismo método híbrido se aplicó con éxito en la simulación de un transformador de impedancias síncrono [Villegas, 2011].

Como otra aportación, se ha realizado un estudio del tratamiento de la señal con las propiedades numéricas de la FFTW (ver sección 5.3; Nota: La FFTW es la versión actualizada de la FFT en el compilador de Matlab®). Para lograr esta aportación, se ha utilizado un planificador que se basa en la técnica de Cooley-Tukey, adaptándolo a los algoritmos que se emplearon para la simulación con FDTD-MoL. Esto con la finalidad de maximizar el rendimiento de los algoritmos al transformar recursivamente un

problema complejo en sub-problemas más simples (codelets). Para producir un codelet de la FFTW y así encontrar el contenido espectral de la componente longitudinal de campo eléctrico  $E_z$ , (y por tanto los pasos de tiempo necesarios para la simulación mediante la técnica FDTD-MoL) se ha usado el compilador genff.

### **7.3 Perspectivas a futuro**

Proponer la implementación numérica del algoritmo de Bresenham para generar las geometrías de circuitos pasivos de microcinta que no presentan discontinuidades ortogonales. Para lograr esto, primero debe analizarse el proceso recursivo de la digitalización de líneas con pendiente positiva, de circunferencias y de elipses utilizando sólo cálculos enteros. Buscar nuevos criterios para la validación de las respuestas de circuitos con geometrías complejas. Incorporar las estrategias de simulación en dos dimensiones para su extensión a estructuras en tres tridimensionales.

### **7.4 Recomendaciones**

Se recomienda definir apropiadamente la discretización de la geometría del circuito que se va a simular, ya que con el uso del método FDTD-MoL híbrido, se ha encontrado que en algunas secciones de circuitos con trayectorias que son a la vez delgadas y gruesas (con tres celdas de discretización a lo ancho y más de 150 celdas a lo largo), se producen problemas de dispersión numérica. Es aconsejable además, el considerar la programación en paralelo para soportar el tipo de segmentaciones que se presentan en algunas geometrías complejas de circuitos pasivos de alta frecuencia.

Se recomienda también, la realización física (en microcinta) del filtro pasabajos de impedancia escalonada y del transformador de impedancia síncrono, partiendo de los valores que se obtuvieron en esta tesis. Con esto se podrán contrastar los resultados obtenidos con la caracterización física (medición) y con la simulación electromagnética (método FDTD-MoL híbrido).

De la misma manera, se recomienda la implementación de una interfaz gráfica que incluya el algoritmo de Bresenham para la generación de líneas rectas con pendientes diferentes, o bien utilizar la teoría de las transformaciones bidimensionales

para construir las muy diversas geometrías que se presentan en los circuitos pasivos de microcinta.

## **APENDICE A**

### **Publicaciones internacionales**



## Testing the Applicability of a Hybrid FDTD-MoL Technique on the Simulation of Passive Microstrip Paths

J. M. Villegas González\*, A. G. Andrade Reatiga\*\*, and A. Dueñas Jiménez\*

\*Departamento de Electrónica, Universidad de Guadalajara  
 Av. Revolución No. 1500, Guadalajara, Jalisco, 44430, México.  
 Tel. and Fax: 011 52 33 1378 5900, Ext. 7726, E-mail [jose.villegas@red.cucei.udg.mx](mailto:jose.villegas@red.cucei.udg.mx)  
 \*\* Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California  
 Blvd. Benito Juárez S/N, Mexicali, Baja California, 21280, México.

**Abstract-** The pertinence of a hybrid FDTD-MoL electromagnetic simulation method for the study of microstrip paths used as delay lines in RFID, and connection tracks in high-speed interconnects is considered. A simple one-loop delay line is analyzed by taking into consideration aspects as the reflected-to-incident wave ratio, employed to define simulation time points, and the change or variation of the typical microstrip input parameters, which are commonly fixed or preassigned by the manufacturers of the microstrip materials and are tightly involved in the calculation of the propagation speed.

**Index Terms-** Electromagnetic simulation, microstrip paths, RFID and high-speed interconnects applications.

### I. INTRODUCTION

Many general purpose and specialized commercial electromagnetic simulation codes are presently available in different modalities and presentations. None of them however can be used in a specific way as to change their internal variables and capacities. On the other hand, optimizing tools use a combination of some of these commercial codes in a sort of a computer-aid-design (CAD) macro package. One of these optimizing packages is the space mapping technique [1], which has been refined to a grade as to provide very fast and confident state of the art optimizations by using coarse (circuit-theory based) and fine (electromagnetic simulation based) models [2] and combined formulations as those using the neural networks [3]. To use these advanced optimization packages is necessary

however the availability of the simulation and circuit-analysis CAD tools, and to solve where the fine model effectively represents a faultless reference as to push the optimization to converge to it. An option not too powerful but also confident for less challenging problems is to develop dedicated or devoted mixed techniques in which several simulation variables can be manipulated according to the design or analysis requirements [4]. In this paper, the applicability of a hybrid FDTD-MoL simulation technique is tested from a microstrip transmission line point of view for tracking and patterning uses. The test circuit is a single-loop  $50 \Omega$  microstrip delay line constructed on a substrate of  $0.07874 \text{ cm}$  of thickness with a relative permittivity of 2.2.

### II. CONTROL VARIABLES

The manipulation of several internal variables of a proprietary simulation code gives extra abilities not present normally in commercial tools. These variables can be used as control variables to improve the response of a particular circuit or electromagnetic problem. For microstrip paths and tracks, some of these variables are for example, the parameters defining the microstrip, the exponential  $n$  in (1), the simulation time points, the adjust on the microstrip segment lengths, the embedding/de-embedding of the connectors if the circuit is a connectorized one, etc.

The parameters of the microstrip influence

directly the propagation speed which is given by [4]

$$v_{pmc} = \frac{kv_{pm}^{n+1}}{v_{pd}^n} \quad (1)$$

where

$$v_{pm} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = c \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = cv_{rp} \quad (2)$$

$$v_{pd} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3)$$

$k$  and  $n$  are positive numbers,  $k = p/2$  (where  $p$  is the number of circuit ports)  $n$  is experientially chosen as a positive entire number,  $c$  is the speed of the light in free-space,  $\epsilon_{eff}$  is the effective dielectric constant,  $v_{rp}$  is the relative phase velocity and  $\epsilon_r$  is the relative permittivity.

The reflected-to-incident wave ratio is a criterion that allows determining the better pair of simulation time points to obtain the correct expressions representing the scattering  $S$  parameters of the microstrip path. By observing the behavior of the excitation pulse as it travel on the path (Figs.1 and 2), several possible time points are detected that combined each to other generate various pairs among which the most apposite is chosen.

First, an adjust of the delay line segment lengths is carried out in order to compensate the overall dimension variations, caused by the introduction of the SMA connectors, and by the rounding of these lengths, when they are approximated by an entire number of cells.

Then, by using the adjusted values, two graphical strategies, one in the time domain alone and the other in the space and time domains, are

implemented to visualize all the possible simulation time points.

The first graphic procedure is shown in Fig. 1. As can be seen from the amplitude of the magnetic field pulse, almost four “pearls of a collar” are completed before the incident or entrant pulse hit upon the reflected waveform at approximately 900 timesteps, indicating that the appropriate time point must be settled down around this value. Also, from the same part of the figure, it can be observed that the incident pulse has been well formed by just about 500 timesteps. Thus, it seems suitable to choose the second time point of the reflected-to-incident wave ratio as near to those timesteps.

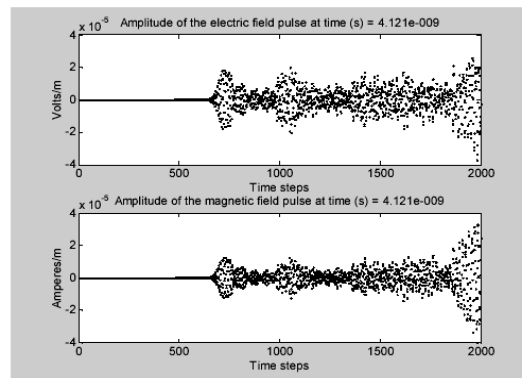


Fig. 1. Analysis of the Gaussian pulse flight to determine the simulation time points and the location of the observation planes defining the scattering  $S$  parameters.

On the other hand, the second graphic procedure consists on a search of the time points at which the signal or waveform level is perceptible enough on the output segment of the delay line. As can be observed from Fig. 2, at the timestep of 804 a perfectly detectable level of the  $E_z$  electric field is displayed and hence registered as a feasible one. Other possible values are the following ones: incident pulse (581, 599, **600**, 607, 615, 628, **680** and **694**) and reflected waveform (**804**, 863, 881, 885, **894**, **906**, 928, 931, **950**, **957**, 958 and 972). The numbers

marked in bold type are the more noticeable. A good combination was that of **804** with **600**.

Thus, the  $S_{11}$  parameter is given by

$$S_{11}(\omega) = \frac{E_{ref}(\omega, z_1)}{E_{inc}(\omega, z_1)} \exp(2 \cdot \gamma \cdot I_{op} \cdot \Delta x_{FDTD}) \quad (4)$$

where

$$\gamma = \alpha + j \frac{2\pi f}{v_{pm}} \quad (5)$$

$\alpha$  is the total attenuation constant (dielectric attenuation plus conductor attenuation) as calculated in chapter 3 of [4],  $f$  is the frequency band and  $I_{op}$  is the input observation plane corresponding to  $z_1$ .

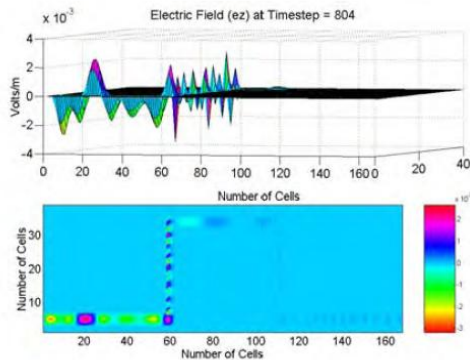


Fig. 2. Advance of a Gaussian pulse on a delay line when is reaching the output port at the last line segment. The segment shows a sufficiently perceptible level of the  $E_z$  electric field.

The Fig. 3 shows a photograph of the test circuit consisting of three horizontal segments with an individual length of  $3.78 \text{ cm}$  and two vertical segments with an individual length of  $2.73 \text{ cm}$ .

The output segment in Fig. 2 is slightly longest than  $3.78 \text{ cm}$  because the SMA output connector has been included (embedded) as a part of this

segment adding 9 extra cells of  $0.8043 \text{ mm}$  each one, which represent an increment of  $0.7239 \text{ cm}$  to the individual length (approximately equal to the connector's length).



Fig. 3. Photograph of a single-loop microstrip delay line constructed on a substrate of  $0.07874 \text{ cm}$  of thickness with a relative permittivity of 2.2 and double terminated in SMA female connectors.

The input impedance at the input connector  $Z_{inc1}(\omega)$ , can be obtained by considering the connector as a coaxial line terminated by the impedance resulting from the bilinear transformation of (4) given by [5]

$$Z_m(\omega) = \frac{1 + S_{11}(\omega)}{1 - S_{11}(\omega)} \cdot Z_0 \quad (6)$$

where  $Z_0$  is the characteristic impedance of the delay line.

Thus,

$$Z_{inc1} = 50 \frac{Z_m + j50 \tan(\beta \cdot n \cdot \Delta x)}{50 + jZ_m \tan(\beta \cdot n \cdot \Delta x)} \quad (7)$$

where  $n$  is the number of compensation cells,  $\Delta x$  is the cell size given by  $\left( \frac{W v_{pm}}{m v_{pd}} \right)$  which is the ratio of the width of the strip ( $W$ ) to the number of segments of the discretized strip ( $m$ ),



multiplied by the factor  $\frac{V_{pm}}{V_{pd}}$  and finally, the  $S_{11}$  parameter at the input connector is expressed by [4]

$$S_{11} = \frac{Z_{mc1} - 50}{Z_{mc1} + 50} \quad (8)$$

The  $S_{11}$  parameters for the delay line as generated from the FDTD-MoL simulation and measurement are both shown in Fig. 4 for comparison. The traces are similar enough as to covalidate themselves.

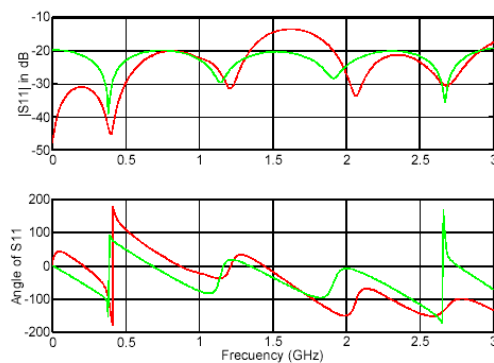


Fig. 4. The  $S_{11}$  parameter of a microstrip delay line obtained by FDTD-MoL simulation (green) and measurement (red).

### III. APPLICATIONS TO RFID AND HIGH SPEED INTERCONNECTS

Low-cost electromagnetic tagging is one of the key axioms in RFID applications [6]. Passive chipless electromagnetic tags fabricated on multiple-resonant planar metal structures are good candidates to comply this axiom. A possible geometry for these planar structures is that of the spiral LC circuit [7]. Another one is that composed of a straight line and a meander delay line [8]. To avoid the costly cut-and-try processes both structures can be easily and confidently analyzed by using the hybrid FDTD-MoL electromagnetic simulation method. Thus for

instance, a good analysis approach for the meander line based tag, could become in a design not requiring the expensive miniature isolators or circulators used as tapping elements in [8] and which indubitably will be, in most cases, more expensive than the objects or items to be identified. In a new document [9], a new technique is proposed to avoid this requirement.

Sinuous, meander or serpentine are synonymous employed indistinctly to designate the delay lines used to match clock delays within a PC board [10]. As high-speed interconnects, these delay lines suffer of the typical problems of ringing, overshooting, crosstalk, etc. A well-documented design solving or reducing much of these troubles can be performed by a wisdom manipulation of the control variables presented in this work.

### IV. CONCLUSION

The mixing of two well-known and completely mature electromagnetic simulation techniques give rise to a powerful hybrid technique capable of analyze complex planar geometries as those involved in RFID and high speed interconnects. This combined technique works very well but, as can be deduced from the information presented throughout the paper, the criterion to determine the simulation time points while effective is still rudimentary, demanding a more formal mathematical strategy to settle on those points. A possible solution is to implement a kind of signal statistic analysis by using a Monte Carlo or a quasi-Monte Carlo method and some norms and theorems.

### ACKNOWLEDGMENT

The authors gratefully acknowledge to M. Sc. Gerardo Zornoza Vaca for constructing the test circuit.

REFERENCES

- [1] J. W. Bandler, R. M. Biernacki, S. H. Chen, P. A. Grobelny, and R. H. Hemmers, "Space mapping technique for electromagnetic optimization," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, no. 12, pp. 2536-2544, Dec. 1994.
- [2] Q. S. Cheng, J. W. Bandler, and S. Koziel, "Combining coarse and fine models for optimal design," *IEEE Microwave Magazine*, vol. 9, no. 1, pp. 79-88, Feb. 2008.
- [3] J. E. Rayas-Sánchez and V. Gutiérrez-Ayala, "EM-based Monte Carlo analysis and yield prediction of microwave circuits using linear-input neural-output space mapping," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 54, no. 12, pp. 4528-4537, Dec. 2006.
- [4] A. Dueñas Jiménez, *2-D Electromagnetic Simulation of Passive Microstrip Circuits*, Boca Raton, FL: CRC Press a Taylor and Francis Company, 2008, 274 pp.
- [5] A. Dueñas Jiménez, "The bilinear transformation in microwaves: A unified approach," *IEEE Trans. Educ.*, vol. 40, pp. 69-77, Feb. 1997.
- [6] R. R. Fletcher, "Low-Cost Electromagnetic Tagging: Design and Implementation," Ph.D. dissertation, Mass. Inst. of Technol., Cambridge, 2002.
- [7] J. C. Rautio, "Electromagnetic analysis speeds RFID design", *Microwaves & RF*, pp. 55-62, Feb. 2003.
- [8] A. Chamarti and K. Varahramyan, "Transmission delay line based ID generation circuit for RFID applications", *IEEE Microwave Wireless Comp. Lett.*, vol. 16, no. 11, pp. 588-590, Nov. 2006.
- [9] S. Shrestha, M. D. Balachandran, M. Agrawal, V. V. Phoha, and K. Varahramyan, "Chipless RFID sensor system for cyber centric monitoring applications", Institute for Micromanufacturing, Center for Secure Cyberspace, Louisiana Tech. University, Shreveport, LA, 2008.
- [10] H. Johnson, "Serpentine delays", *Electronic Design, Strategy, News, EDN Magazine*, p. 32, Feb. 2001.

## Effective Simulation of a Microstrip Low Pass Filter Using the Finite-Difference Time-Domain Method

J. M. Villegas González<sup>\*§</sup>, A. G. Andrade Reatiga<sup>\*</sup>, and A. Dueñas Jiménez<sup>§</sup>

<sup>\*</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California  
Blvd. Benito Juárez S/N, Mexicali, Baja California, 21280, México.

<sup>§</sup> Departamento de Electrónica, Universidad de Guadalajara  
Av. Revolución No. 1500, Guadalajara, Jalisco, 44430, México.  
Tel. and Fax: 011 52 33 1378 5900, Ext. 7726, E-mail [jose.villegas@red.cucei.udg.mx](mailto:jose.villegas@red.cucei.udg.mx)

**Abstract-** This paper describes the employment of the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) electromagnetic simulation method for the study of a microstrip stepped impedance low pass filter as compared to the method of moments (MoM) and the Cauer network synthesis technique. The filter can be used for radio frequency identification (RFID) applications and is simulated by taking into account aspects, such as geometry, characteristics of the dielectric substrate and the calculation of the correct propagation speed. The overall result coincides with those results obtained from simulation using the MoM method and those acquired from the analysis of a lumped element equivalent circuit.

**Index Terms-** Electromagnetic simulation, FDTD method, low pass microstrip filter, RFID applications.

### I. INTRODUCTION

The FDTD method for solving differential equations representing electromagnetic phenomena was first introduced by K. S. Yee [1] in 1966. The Yee method has several advantages. It is robust, fast and simple to understand. For passive planar circuits (as matching networks, power combiner/dividers, filters, etc.) the FDTD technique begins with the discretization of the Maxwell's differential equations that model the wave propagation. Currently, people working with FDTD in problems including RFID planar circuits, electromagnetic compatibility and signal integrity, solve telegrapher equations rather than Maxwell's equations [2].

Several techniques and methodologies for designing microwave filters are presently available. Articles qualifying designers for selecting the most advisable method for diverse filter applications and topologies can be found in literature reviewing the state-of-the-art in this field.

At the present, diverse packages of electromagnetic simulation are used to characterize passive microstrip circuits where programming codes are transparent for the user. For controlling the variables related to cell size, timestep and boundary conditions, it is necessary to know how the codes of the program are structured in order to understand and make improvements of each circuit individually.

This article analyses a microstrip stepped impedance low pass filter (LPF) originally modeled in [3]. The filter is simulated using a Matlab<sup>®</sup> code based on the telegrapher equations with the dimensions shown in Fig. 1. Assuming the filter as implemented on a substrate with  $\epsilon_r = 10$  and a height  $H = 0.2 \text{ mm}$ , the results can be obtained in a wide band (from 1 to 15 GHz).

The comparison point of view is based on the Cauer network synthesis technique using full-wave frequency domain electromagnetic analysis results and an adaptive frequency sampling (AFS) algorithm designed for wide band applications to diminish computation. First, the AFS is applied to the MoM method for producing a rational function. Then, the rational function is synthesized by using the Cauer technique to

generate the equivalent circuit that is being analyzed.

## II. CAUER'S NETWORK ANALYSIS AND SYNTHESIS

When data of a measurement are used to get a fitting curve, the resulting equation can be a function of any order and degree, a power series function or any other general function. For a microstrip low pass filter, a resonant circuit with a predictable behavior, the fitting function can be a simple rational one. Thus, a function well modeling a microstrip circuit can be obtained with just a few frequency sample points.

Adaptive frequency sampling (AFS) is a good technique for performing this task. This procedure saves a lot of computing effort when electromagnetic simulation methods requiring matrix inversion (as the MoM method) are used.

In reference [3], three simple circuits are analyzed, well represented by a rational function obtained with the AFS technique. For more complicated circuits as those encountered in RFID applications (general discontinuities, delay lines, meander lines, etc.) this can't be the case, and should be preferable to use pure methods, such as the FDTD method or the mixed FDTD-MoL (method of lines) technique [4].

Timmins [3] proposes using a commercial software (the IE3D<sup>®</sup> method of moments based simulation package from Zeland Software<sup>®</sup>) to obtain the few frequency points of the rational function, a network synthesis technique for generating a modified Cauer's circuit, and a circuit analysis code (SPICE<sup>®</sup>) for analyzing the three Cauer's networks representing the test circuits. In this paper, a two-dimensional pure FDTD technique [2] is used for simulating the low pass filter. The responses are so similar that they validate themselves.

## III. LOW PASS FILTER APPLIED TO RFID CIRCUITS

Radio frequency systems are being more and more developed nowadays. Satellite devices, wireless circuits and RFID readers are some examples of this explosive growth.

RFID readers are an actual technology for many quotidian life applications. Some examples of these circuits can be found in the record of merchandise, inventory management, industrial automation, and agricultural processes. A common characteristic to all of them is the profitable necessity of guarantee an unflinching detection of data signal. Low-cost well-structured tag-reader pairs can easily assure this requirement. Fig. 1 shows the scheme of a passive tag-active reader pair conceived to operate at microwave frequencies.

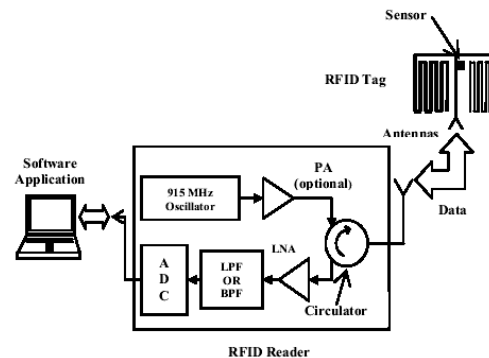


Fig. 1. Scheme of a RFID tag-reader pair.

The passive tag (no on-board battery) is composed by multiple open-ended transmission delay lines [5] generating an on-off keying modulation (OOK), a triangular patch microstrip antenna and a capacitive sensor switch that modifies the resonant frequency of the antenna to change the signal amplitude [6, 7]. The active reader [8] is comprised by a local oscillator (915 MHz) a power amplifier (necessary only if there is a long distance between the reader and the tag), a circulator to separate the input and output signals, a triangular patch microstrip antenna, a low noise amplifier (LNA) to enhance the

sensitivity and expand the detection range, and a LPF (or band pass filter, BPF) to augment the reader selectivity. A microstrip stepped impedance LPF filter operating at a lower frequency band [9] can be easily simulated and implemented to select different parts of the intelligent OOK signal. It is not necessary a peak or envelope demodulating detector, since there is only the presence or absence of a carrier wave without a modulating wave.

The arrangement of the Fig. 1 can be considered as the basis to develop a universal reader allowing read multiple tags. The use of planar technologies reduces the cost in implementing these readers.

#### IV. MICROSTRIP LOW PASS FILTER SIMULATION

The complete microstrip low pass filter (Fig. 2) simulation process is obtained by the implementation of the FDTD method in codes of programming made in Matlab® [2].

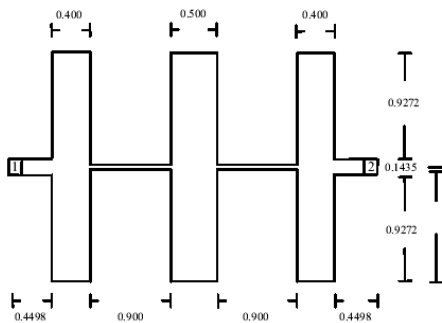


Fig. 2. Geometry of a low pass microstrip filter. The substrate has a dielectric constant of  $\epsilon_r = 10$  and the height of the dielectric is  $H = 0.2 \text{ mm}$ .

The process of simulating the LPF is performed within a bandwidth covering from 1 MHz to 15 MHz. Afterwards, the magnitude and phase of the  $S_{11}$  and  $S_{12}$  parameters obtained by the FDTD simulation (Fig.3) are compared to those obtained in [3] by the MoM method and the Caue network synthesis technique (reproduced

in the graphs of Fig. 4).

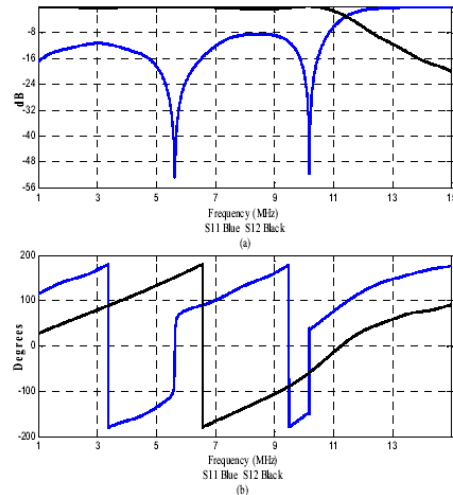


Fig. 3. Scattering parameters of the microstrip stepped impedance low pass filter obtained by FDTD simulation. (a) Magnitude of  $S_{11}$  and  $S_{12}$ . (b) Phase of  $S_{11}$  and  $S_{12}$ .

As can be seen from Figs. 3 and 4, a good agreement among the responses of the three methods (FDTD, MoM and Caue's) is found. The frequency points on the curves of the magnitudes of  $S_{11}$  and  $S_{12}$ , are almost all coincident except for the minima peaks. Likewise, the frequency points on the trace of the  $S_{11}$  phase are similarly concurrent including the inflections around 6 and 10 GHz. On the contrary, whereas the first inflection on the trace of the  $S_{12}$  phase about 6.5 GHz is agreeing in both figures, the second inflection nearly 11 GHz is scarcely realized in Fig. 3. The good convergence of the FDTD subroutine, was assured by the application of the correct propagation speed on the microstrip given by [4]

$$v_{pmc} = v_{pm} \cdot f_l \quad (1)$$

where

$$f_l = \frac{kv_{pm}^n}{v_{pd}^n} \quad (2)$$

$$v_{pm} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = c \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = cv_p \quad (3)$$

$$v_{pd} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (4)$$

$f_l$  is the lengthening factor,  $k$  and  $n$  are positive numbers,  $k = p/2$  (where  $p$  is the number of circuit ports)  $n$  is experientially chosen as a positive entire number,  $c$  is the speed of the light in free-space,  $\epsilon_{eff}$  is the effective dielectric constant,  $v_p$  is the relative phase velocity and  $\epsilon_r$  is the relative permittivity.

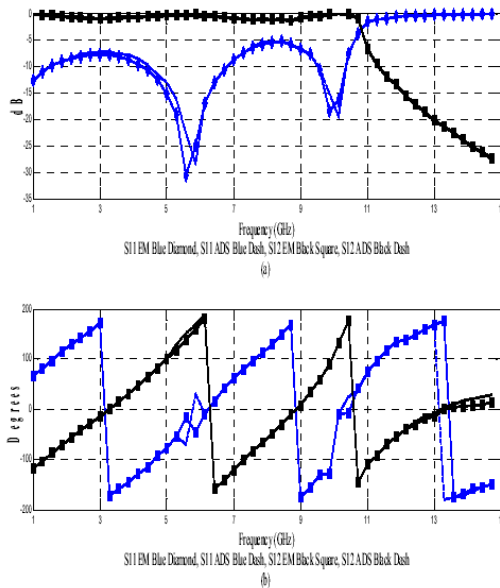


Fig. 4. Redemption of figures from reference [3]. (a) Magnitude of  $S_{11}$  and  $S_{12}$ . (b) Phase of  $S_{11}$  and  $S_{12}$ .

## V. CONCLUSION

The ability to carry out changes in the structure of the FDTD codes represents an excellent benefit since several variables can be controlled by the experienced user. Additionally, the codes

made for electromagnetic simulation contribute from a didactical point of view for understanding the FDTD method. Therefore, this proposal facilitates improving the development of design not contemplated by commercial packages of electromagnetic simulation.

## REFERENCES

- [1] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary-value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", *IEEE Trans. Antennas Propagat.* Vol. 14, pp. 302-307, May 1966.
- [2] A. Dueñas Jiménez, *2-D Electromagnetic Simulation of Passive Microstrip Circuits*, Boca Raton, FL: CRC Press a Taylor and Francis Company, 2008, 274 pp.
- [3] I. Timmins and K. Wu, "An efficient systematic approach to model extraction for passive microwave circuits", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* Vol. 48, pp. 1565-1573, Sep. 2000.
- [4] A. Dueñas Jiménez, "Practical criteria for the implementation of a hybrid FDTD-MoL technique used for electromagnetic analysis of microstrip paths", *Submitted to Microwave and Optical Tech. Lett.*
- [5] J. M. Villegas González, A. G. Andrade Reatiga, and A. Dueñas Jiménez, "Testing the applicability of a hybrid FDTD-MoL technique on the simulation of passive microstrip paths", *Submitted to Int. Jour. Microwave and Optical Tech.*
- [6] A. Chamarti and K. Varahramyan, "Transmission delay line based ID generation circuit for RFID applications", *IEEE Microwave Wireless Comp. Lett.*, Vol. 16, no. 11, pp. 588-590, Nov. 2006.
- [7] S. Shrestha, M. D. Balachandran, M. Agrawal, V. V. Phoha, and K. Varahramyan, "Chipless RFID sensor system for cyber centric monitoring applications", Institute for Micromanufacturing, Center for Secure Cyberspace, Louisiana Tech. University, Shreveport, LA, 2008.
- [8] S. Preradovic and N. C. Karmakar, "Modern RFID readers", *Microwave Journal*, Vol. 50, Sep. 2007.
- [9] Y. B. Cho, K. S. Jun, I. S. Kim, and B. S. Kim, "Small-sized quasi-elliptic function microstrip low pass filter based on defected ground structures and open stubs", *Microwave Journal*, Vol. 47, Feb. 2004.

## Proof to Verify the Observation Points in FDTD-MoL Simulations of Microstrip Straight and Meander Lines

J. M. Villegas González<sup>\*§</sup>, C. A. Bonilla Barragán<sup>\*§</sup>, A. Dueñas Jiménez<sup>§</sup>, and A. G. Andrade Reátiga<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Facultad de Ingeniería

Universidad Autónoma de Baja California, sede Mexicali, Baja California 21280, México.

Tel: 011-52-686-566-4270 ext. 1408; Fax: 011-52-686-566-4270 ext. 1305; E-mail: [angel\\_andrade@uabc.mx](mailto:angel_andrade@uabc.mx)

<sup>§</sup>Departamento de Electrónica

Universidad de Guadalajara, Jalisco 44430, México.

Tel: 011-52-33-1378-5900 ext. 7725; E-mail: [jose.villegas@red.cucei.udg.mx](mailto:jose.villegas@red.cucei.udg.mx), [cbonilla\\_esc@yahoo.com.mx](mailto:cbonilla_esc@yahoo.com.mx), [alejandro.duenas@red.cucei.udg.mx](mailto:alejandro.duenas@red.cucei.udg.mx)

**Abstract-** This paper presents a procedure to find the correct observation points for obtaining good convergence in electromagnetic simulations of microstrip straight and sinuous lines. The technique is based on the application of the Fast Fourier Transform (FFT) to the space-time data obtained from a mixed use of the Finite-Difference Time-Domain Method and the Method of Lines (FDTD-MoL). The procedure assures correct simulation results provided the representative traces of the circuit can be discriminated from the rest of curves given by the FFT transformation of the longitudinal electric field component  $E_z$ . The observation points are found at values corresponding to normalized time steps. As a first approximation the FFT is applied to the  $E_z$  before the boundary conditions are introduced, in order to observe the plain pulse flight.

**Index Terms-** FDTD-MoL, FFT, hybrid electromagnetic techniques, lengthening factor, observations points.

The straight and meander lines are typical interconnects for many microwave and radio-frequency circuits. The analysis and synthesis of this kind of lines is a fundamental task that can be simplified by using electromagnetic simulators [1, 2].

This paper shows some extended results from a previous work presenting the FDTD-MoL simulation of a single meander line [3]. The practical criteria to carry out this simulation were firstly presented in [4]. To simulate a circuit, the FDTD-MoL procedure requires defining a pair of observations points. In the original FDTD-MoL version of [4], these points were determined by a visual inspection of the pulse flight and through a cut-and-try process. Here, this process is automated by means of the discrete FFT transform avoiding the uncertainties of the visual procedure.

### I. INTRODUCTION

The fast process of large data amounts has led to new approaches and techniques in the electromagnetic simulation field. The main trend in the last two decades has been toward computers executing combined processes called hybrid methods.

New iterative algorithms and techniques have been developed in frequency and time domains that are both promissory and powerful for the electromagnetic simulation.

### II. REVIEW OF THE HYBRID FDTD-MOL TECHNIQUE

Presently, many versatile and easy to use electromagnetic simulation tools are commercially available. These tools are presented in packages offering single and mixed electromagnetic methods to design and optimize passive and active microstrip circuits. A common strategy to corroborate the final results given by these tools is that where the circuits are simulated

by using two or three different methods, or a combination of them.

The FDTD and MoL methods combine well as to produce a hybrid FDTD-MoL method that, although more time consuming, is capable to analyze complex microstrip geometries and other planar structures.

On one hand of the combination, the FDTD method carries out a segmentation-discretization procedure in order to iterate on a space-time loop, on the other hand, the MoL method, which is a semi-analytical method, solves for the remaining space variable.

Another important topic in this hybrid method is that of the corrected propagation speed. The employ of this parameter warrants obtaining correct propagation times and resonant frequencies [5, 6]. This speed is given by

$$v_{pmc} = v_{pm} \cdot f_l \quad (1)$$

where  $f_l$  is the lengthening factor expressed as a function of the microstrip phase velocity  $v_{pm}$  (which is taken as the velocity in the 50-Ω input and output lines) and the dielectric phase velocity  $v_{pd}$ , as follows

$$f_l = \frac{k v_{pm}^n}{v_{pd}^n} \quad (2)$$

$$v_{pm} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = c \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = c v_{rp} \quad (3)$$

$$v_{pd} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (4)$$

$k$  and  $n$  are positive numbers,  $k = p/2$  (where  $p$  is the number of circuit ports),  $n$  is experientially chosen as a positive entire number,  $c$  is the speed of light in free-space,  $\epsilon_{eff}$  is the

effective dielectric constant,  $v_{rp}$  is the relative phase velocity and  $\epsilon_r$  is the relative permittivity.

The hybrid FDTD-MoL technique was used in [3] to simulate the microstrip delay line shown in Fig. 1.



Fig.1 Photograph of a single-loop microstrip delay line constructed on a substrate of 0.07874 cm of thickness with a relative permittivity of 2.2 and double terminated in SMA female connectors.

In reference [3] as in reference [4], the observation points were obtained via a glimpse quest and a cut-and-try process by observing the figures of the Gaussian pulse flight. Fig. 2 shows this flight when the incident pulse hit upon the reflected waveform at approximately 900 time steps. Likewise, an appraisal of Fig. 2 (on an expanded view as that given by the original code) shows that at 500 time steps or around, the incident pulse has already been completely shaped.

To determine the number of time steps necessary to settle down a detectable waveform level at the last cell of the delay line, a tracking down of the pulse flight is carried out through the complete line as shown in Fig. 3. Several values are possible for this number as mentioned in [3]. Two appropriate ones were found as 600 and 804.

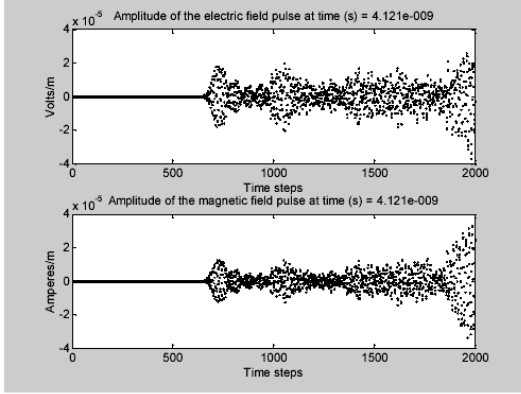


Fig. 2. Analysis of the Gaussian pulse flight to determine the simulation time points and the location of the observation planes defining the scattering  $S$  parameters.

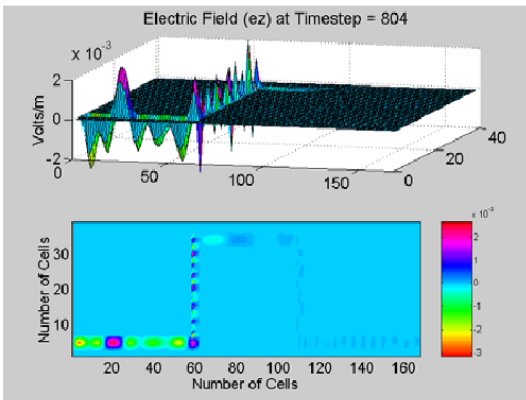


Fig. 3. Advance of a Gaussian pulse on a delay line when is reaching the output port at the last line segment. The segment shows a sufficiently perceptible level of the  $E_z$  electric field.

### III. APPLICATION OF THE FFT PROCEDURE

Some kind of data signal can be more properly seen if they are presented in the frequency domain. The FFT is a very efficiently computational tool to convert a signal from time domain to frequency domain or viceversa. This discrete transform can be used to determine the frequency content of the longitudinal electric

field component  $E_z$  by means of a summation of  $n$  samples.

Thus the FFT for  $E_z$  can be expressed as

$$E_z(\omega) = \sum_{n=0}^T E_z(n \cdot \Delta t) e^{-j\omega(n \cdot \Delta t)} \quad (5)$$

where,  $T$  is the number of iterations,  $E_z(\omega)$  is the FFT of the electric field intensity,  $E_z(n \cdot \Delta t) e^{-j\omega(n \cdot \Delta t)}$  is the discrete amplitude of the electric field and  $n$  is the number of samples or time steps. Since the FFT is bilateral, only a half of the graph is necessary in the region covering between 0.5 and 1 normalized time steps.

By taking the absolute value of  $E_z(\omega)$  a cumulus of traces can be obtained as shown in Fig. 4 [7]. From all these traces the peaked red one is notable enough as to be used to settle on the observation points.

This prominent red curve shows six significant peaks on an interval covering roughly from 0.5 to 0.8, on a scale of normalized time steps for the horizontal  $x$  axis. These values confirm the interval previously recognized by the visual inspection. Likewise, the third curve crest appears at approximately **0.6028**. (602 time steps) and the sixth curve valley occurs at **0.8027** (802 time steps) which are practically the same as the fixed by the glimpse quest, confirming once again, the validity of the visual procedure. In other words, the necessary time steps to simulate the microstrip delay line, by using the hybrid FDTD-MoL technique, are **602** and **802**, corresponding to the incident pulse and the reflected waveform.

Fig. 5 shows the delay line  $S_{11}$  parameters as generated from the FDTD-MoL simulation using the observation points obtained here and the measurement, for comparison. As in [3], the traces are comparable enough as to validate the automatic search of the observation points.

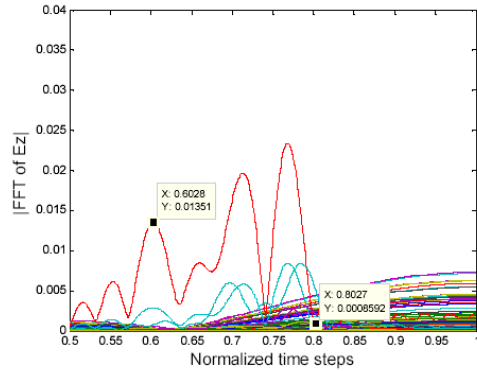


Fig. 4. Right-hand part of the electric field FFT transform showing the convenient observation points for the incident pulse and the reflected waveform (red trace). A ran of 1000 time steps was performed.

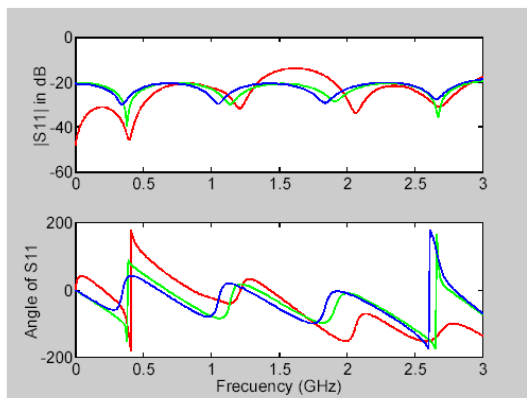


Fig. 5. The  $S_{11}$  parameter of a microstrip delay line obtained by measurement (red trace) and FDTD-MoL simulation using the observation points pair of (600, 804, green trace) and (602, 802, blue trace).

#### IV. CONCLUSION

The use of the FFT as an instrument to automatically predict the observation points in FDTD-MoL simulations has been proved in a defying but simple delay line circuit. Although the procedure is not a general one, useful for any geometry, it is a first attempt to find a general tool providing automatic searches. Obviously, each kind of circuit discontinuity or transition

will be a new challenging problem requiring a different solution approach.

#### REFERENCES

- [1] A. U. Bhubhe, C. L. Holloway, and M. Piket-May, "Meander delay line challenge problem: A comparison using FDTD, FEM and MoM," in *IEEE Int. Symp. on Electromag. Comp. Dig.*, Montreal, Canada, Aug. 2001, vol. 2, pp. 805-810.
- [2] G. Stojanovic, L. Živanov, and M. Damjanovic "Compact form of expressions for inductance calculation of meander inductor," *Serbian Journal of Electrical Engineering*, vol. 1, pp. 57-67, Nov. 2004.
- [3] J. M. Villegas González, A. G. Andrade Reatiga, and A. Dueñas Jiménez, "Testing the applicability of a hybrid FDTD-MoL technique on the simulation of passive microstrip paths," To be published in *Int. Journal of Microwave and Opt. Tech.*, vol. 4, no. 6.
- [4] A. Dueñas Jiménez, "Practical criteria for the implementation of a hybrid FDTD-MoL technique used for electromagnetic analysis of microstrip paths," Internal Technical Report, Radio Frequency and Microwaves Academic Body, Department of Electronics, University of Guadalajara, México, 2009. To be submitted to IEICE Electronics Express.
- [5] A. Dueñas Jiménez, *2-D Electromagnetic Simulation of Passive Microstrip Circuits*. Boca Raton, FL: CRC Press a Taylor and Francis Company, 2008, 274 pp.
- [6] A. Dueñas Jiménez, "Frequency- and time-domain simulation of microstrip squares by using 2D-FDTD electromagnetic analyses," To be published in these Proceedings (Proceedings of the Satellite Symposium of ISMOT 2009).
- [7] D. M. Etter, *Engineering Problem Solving with Matlab*. Prentice-Hall, Inc. a Simon & Schuster Company, 1997.

## Proof to Verify the Observation Points in FDTD-MoL Simulations of Microstrip Straight and Meander Lines

J. M. Villegas González\*<sup>§</sup>, C. A. Bonilla Barragán\*<sup>§</sup>, A. Dueñas Jiménez<sup>§</sup>, and A. G. Andrade Reátiga\*

\*Facultad de Ingeniería

Universidad Autónoma de Baja California, sede Mexicali, Baja California 21280, México.

Tel: 011-52-686-566-4270 ext. 1408; Fax: 011-52-686-566-4270 ext. 1305; E-mail: [angel\\_andrade@uabc.mx](mailto:angel_andrade@uabc.mx)

<sup>§</sup>Departamento de Electrónica

Universidad de Guadalajara, Jalisco 44430, México.

Tel: 011-52-33-1378-5900 ext. 7725; E-mail: [jose.villegas@red.cucei.udg.mx](mailto:jose.villegas@red.cucei.udg.mx), [cbonilla\\_esc@yahoo.com.mx](mailto:cbonilla_esc@yahoo.com.mx), [alejandro.duenas@red.cucei.udg.mx](mailto:alejandro.duenas@red.cucei.udg.mx)

**Abstract-** This paper presents a procedure to find the correct observation points for obtaining good convergence in electromagnetic simulations of microstrip straight and sinuous lines. The technique is based on the application of the Fast Fourier Transform (FFT) to the space-time data obtained from a mixed use of the Finite-Difference Time-Domain Method and the Method of Lines (FDTD-MoL). The procedure assures correct simulation results provided the representative traces of the circuit can be discriminated from the rest of curves given by the FFT transformation of the longitudinal electric field component  $E_z$ . The observation points are found at values corresponding to normalized time steps. As a first approximation the FFT is applied to the  $E_z$  before the boundary conditions are introduced, in order to observe the plain pulse flight.

**Index Terms-** FDTD-MoL, FFT, hybrid electromagnetic techniques, lengthening factor, observations points.

### I. INTRODUCTION

The fast process of large data amounts has led to new approaches and techniques in the electromagnetic simulation field. The main trend in the last two decades has been toward computers executing combined processes called hybrid methods.

New iterative algorithms and techniques have been developed in frequency and time domains that are both promissory and powerful for the electromagnetic simulation.

The straight and meander lines are typical interconnects for many microwave and radio-frequency circuits. The analysis and synthesis of this kind of lines is a fundamental task that can be simplified by using electromagnetic simulators [1, 2].

This paper shows some extended results from a previous work presenting the FDTD-MoL simulation of a single meander line [3]. The practical criteria to carry out this simulation were firstly presented in [4]. To simulate a circuit, the FDTD-MoL procedure requires defining a pair of observations points. In the original FDTD-MoL version of [4], these points were determined by a visual inspection of the pulse flight and through a cut-and-try process.

Here, this process is automated by means of the discrete FFT transform avoiding the uncertainties of the visual procedure.

However, even with the automatic process, sometimes the results obtained from the electromagnetic simulation require of a subsequent mathematical treatment in order to carry out an optimization.

### II. REVIEW OF THE HYBRID FDTD-MOL TECHNIQUE

Presently, many versatile and easy to use electromagnetic simulation tools are commercially available. These tools are

presented in packages offering single and mixed electromagnetic methods to design and optimize passive and active microstrip circuits. A common strategy to corroborate the final results given by these tools is that where the circuits are simulated by using two or three different methods, or a combination of them.

The FDTD and MoL methods combine well as to produce a hybrid FDTD-MoL method that, although more time consuming, is capable to analyze complex microstrip geometries and other planar structures.

On one hand of the combination, the FDTD method carries out a segmentation-discretization procedure in order to iterate on a space-time loop, on the other hand, the MoL method, which is a semi-analytical method, solves for the remaining space variable.

Another important topic in this hybrid method is that of the corrected propagation speed. The employ of this parameter warrants obtaining correct propagation times and resonant frequencies [5, 6]. This speed is given by

$$v_{pmc} = v_{pm} \cdot f_i \quad (1)$$

where  $f_i$  is the lengthening factor expressed as a function of the microstrip phase velocity  $v_{pm}$  (which is taken as the velocity in the 50-Ω input and output lines) and the dielectric phase velocity  $v_{pd}$ , as follows

$$f_i = \frac{k v_{pm}^n}{v_{pd}^n} \quad (2)$$

$$v_{pm} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = c \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = cv_{rp} \quad (3)$$

$$v_{pd} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (4)$$

$k$  and  $n$  are positive numbers,  $k = \frac{p}{2}$  (where  $p$  is the number of circuit ports),  $n$  is experientially chosen as a positive entire number,  $c$  is the speed of light in free-space,  $\epsilon_{eff}$  is the effective dielectric constant,  $v_{rp}$  is the relative phase velocity and  $\epsilon_r$  is the relative permittivity.

The hybrid FDTD-MoL technique was used in [3] to simulate the microstrip delay line shown in Fig. 1.



Fig.1 Photograph of a single-loop microstrip delay line constructed on a substrate of 0.07874 cm of thickness with a relative permittivity of 2.2 and double terminated in SMA female connectors.

In reference [3] as in reference [4], the observation points were obtained via a glimpse quest and a cut-and-try process by observing the figures of the Gaussian pulse flight. Fig. 2 shows this flight when the incident pulse hit upon the reflected waveform at approximately 900 time steps. Likewise, an appraisal of Fig. 2 (on an expanded view as that given by the original code) shows that at 500 time steps or around, the incident pulse has already been completely shaped.

To determine the number of time steps necessary to settle down a detectable waveform level at the last cell of the delay line, a tracking down of the

pulse flight is carried out through the complete line as shown in Fig. 3. Several values are possible for this number as mentioned in [3]. Two appropriate ones were found as **600** and **804**.

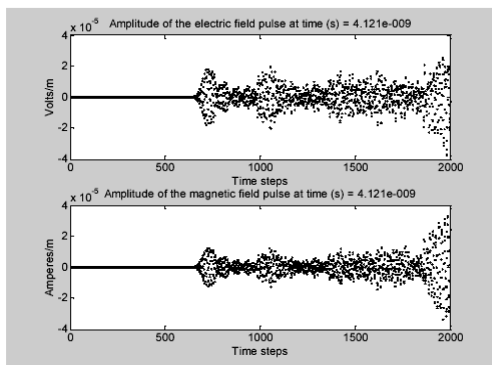


Fig. 2. Analysis of the Gaussian pulse flight to determine the simulation time points and the location of the observation planes defining the scattering *S* parameters.

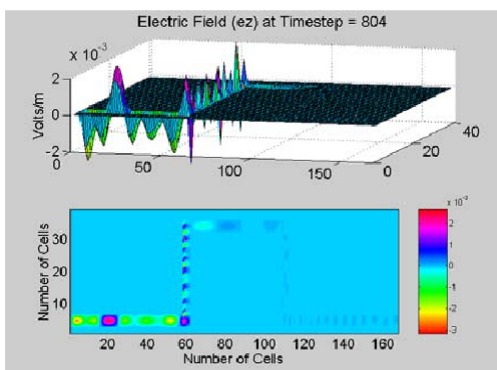


Fig. 3. Advance of a Gaussian pulse on a delay line when is reaching the output port at the last line segment. The segment shows a sufficiently perceptible level of the  $E_z$  electric field.

### III. APPLICATION OF THE FFT PROCEDURE

Some kind of data signal can be more properly seen if they are presented in the frequency

domain. The FFT is a very efficient computational tool to convert a signal from time domain to frequency domain or viceversa. This discrete transform can be used to determine the frequency content of the longitudinal electric field component  $E_z$  by means of a summation of  $n$  samples.

Thus the FFT for  $E_z$  can be expressed as

$$E_z(\omega) = \sum_{n=0}^T E_z(n \cdot \Delta t) e^{-j\omega(n \cdot \Delta t)} \quad (5)$$

where,  $T$  is the number of iterations,  $E_z(\omega)$  is the FFT of the electric field intensity,  $E_z(n \cdot \Delta t) e^{-j\omega(n \cdot \Delta t)}$  is the discrete amplitude of the electric field and  $n$  is the number of samples or time steps. Since the FFT is bilateral, only a half of the graph is necessary in the region covering between 0.5 and 1 normalized time steps.

By taking the absolute value of  $E_z(\omega)$  a cumulus of traces can be obtained as shown in Fig. 4 [7]. From all these traces the peaked red one is notable enough as to be used to settle on the observation points.

This prominent red curve shows six significant peaks on an interval covering roughly from 0.5 to 0.8, on a scale of normalized time steps for the horizontal  $x$  axis.

These values confirm the interval previously recognized by the visual inspection. Likewise, the third curve crest appears at approximately **0.6023**. (602 time steps) and the sixth curve valley occurs at **0.8027** (802 time steps) which are practically the same as the fixed by the glimpse quest, confirming once again, the validity of the visual procedure.

In other words, the necessary time steps to simulate the microstrip delay line, by using the hybrid FDTD-MoL technique, are **602** and **802**, corresponding to the incident pulse and the reflected waveform.

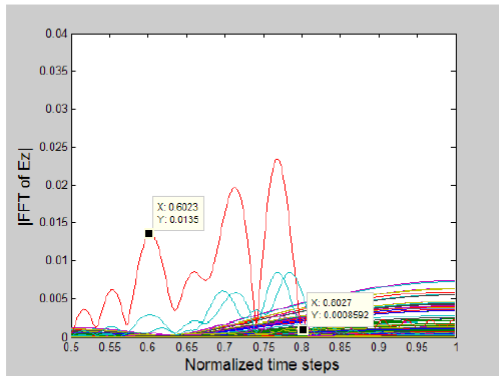


Fig. 4. Righth-hand part of the electric field FFT transform showing the convenient observation points for the incident pulse and the reflected waveform (red trace). A ran of 2948 timesteps was performed.

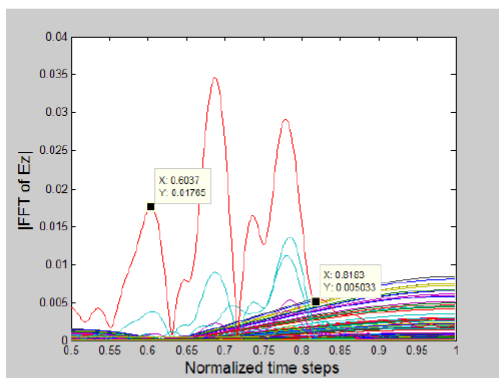


Fig. 5. Righth-hand part of the electric field FFT transform showing the convenient observation points for the incident pulse and the reflected waveform (red trace). A ran of 1943 timesteps was performed.

In order to corroborate the consistency of the values presented in Fig. 4, the traces for other time steps are shown Figs. 5, 6 and 7.

As can be seen from these figures, the values of the two observation points are very similar among them (**0.6023** and **0.8027** in Fig.4, **0.6037** and **0.8183** in Fig. 5, **0.6038** and **0.8019** in Fig. 6, **0.6034** and **0.8038** in Fig. 7) indicating that 938 timesteps are enough to get confident results.

Likewise, in Figs. 6 and 7 the crests changed to valleys.

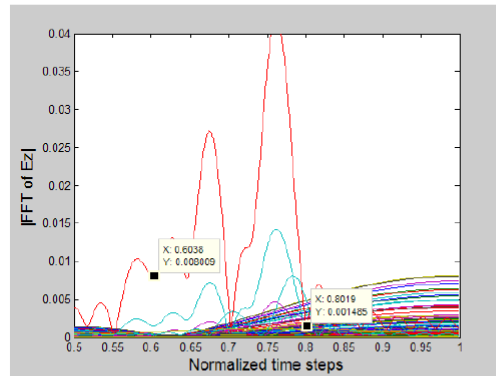


Fig. 6. Righth-hand part of the electric field FFT transform showing the convenient observation points for the incident pulse and the reflected waveform (red trace). A ran of 1474 timesteps was performed.

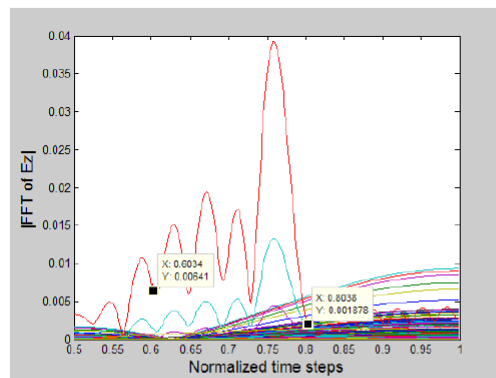


Fig. 7. Righth-hand part of the electric field FFT transform showing the convenient observation points for the incident pulse and the reflected waveform (red trace). A ran of 938 timesteps was performed.

Fig. 8 shows the delay line  $S_{11}$  parameters as generated from the FDTD-MoL simulation using the observation points obtained here and the measurement, for comparison.

As in [3], the traces are comparable enough as to validate the automatic search of the observation points.

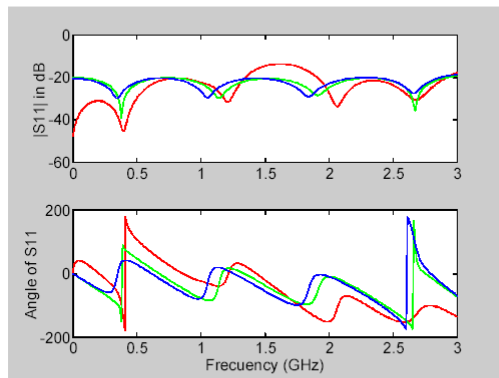


Fig. 8. The  $S_{11}$  parameter of a microstrip delay line obtained by measurement (red trace) and FDTD-MoL simulation using the observation points pair of (600, 804, green trace) and (602, 802, blue trace).

#### IV. CONCLUSION

The use of the FFT as an instrument to automatically predict the observation points in FDTD-MoL simulations has been proved in a defying but simple delay line circuit. Although the procedure is not a general one, useful for any geometry, it is a first attempt to find a general tool providing automatic searches. Obviously, each kind of circuit discontinuity or transition will be a new challenging problem requiring a different solution approach.

#### REFERENCES

- [1] A. U. Bhoje C. L. Holloway, and M. Picket-May, "Meander delay line challenge problem: A comparison using FDTD, FEM and MoM," in *IEEE Int. Symp. on Electromag. Comp. Dig.*, Montreal, Canada, Aug. 2001, vol. 2, pp. 805-810.
- [2] G. Stojanovic, L. Živanov, and M. Damjanovic "Compact form of expressions for inductance calculation of meander inductor," *Serbian Journal of Electrical Engineering*, vol. 1, pp. 57-67, Nov. 2004.
- [3] J. M. Villegas González, A. G. Andrade Reatiga, and A. Dueñas Jiménez, "Testing the applicability of a hybrid FDTD-MoL technique on the simulation of passive microstrip paths," *Int. Journal of Microwave and Opt. Tech.*, vol. 4, no. 6, pp. 344-348, Nov. 2009.
- [4] A. Dueñas Jiménez, "Practical criteria for the implementation of a hybrid FDTD-MoL technique

used for electromagnetic analysis of microstrip paths," *IEICE Electronics Express*, vol. 7, pp. 58-66, Jan. 2010.

- [5] A. Dueñas Jiménez, *2-D Electromagnetic Simulation of Passive Microstrip Circuits*. Boca Raton, FL: CRC Press a Taylor and Francis Company, 2008, 274 pp.
- [6] A. Dueñas Jiménez, "Frequency- and time-domain simulation of microstrip squares by using 2D-FDTD electromagnetic analyses," published in the International Workshop on Recent Advances in Microwave & Optical Communication Technology Proceedings, in association with *12th Int. Symp. Microw. Opt. Tech.*, SRM University, Chennai, India, Dec. 2009.
- [7] D. M. Etter, *Engineering Problem Solving with Matlab*. Prentice-Hall, Inc. a Simon & Schuster Company, 1997.

# Electromagnetic simulation of a synchronous impedance transformer via the hybrid FDTD-MoL method

J. M. Villegas<sup>1,2a)</sup>, A. Duenas<sup>2</sup>, and A. Andrade<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ingenieria, Universidad Autonoma de Baja California, UABC  
Bld. Benito Juarez s/n Col. Insurgentes, Mexicali, Mexico

<sup>2</sup> Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierias, UdeG  
Bld. Marcelino Garcia Barragan 1471, Guadalajara, Mexico

a) [jose.villegas@red.cucei.udg.mx](mailto:jose.villegas@red.cucei.udg.mx)

**Abstract:** The paper aims the electromagnetic simulation of a synchronous impedance transformer using a combination of the finite difference time domain FDTD and the method of lines MoL. The study demonstrates that the hybrid technique called FDTD-MoL can be used for the characterization of passive microstrip circuits. The capability to combine different methods of electromagnetic simulation provides a powerful tool for interpreting the behavior of microwave circuits. The hybrid FDTD-MoL method can characterize microstrip planar structures and is comparable with previous case studies of electromagnetic simulation.

**Keywords:** electromagnetic simulation, fast fourier transforms (FFT), finite differences time domain (FDTD), hybrid FDTD-MoL method, method of lines (MoL), synchronous impedance transformer

**Classification:** Microwave and millimeter wave devices, circuits, and systems

## References

- [1] L. Sevgi, "A new electromagnetic engineering program and teaching via virtual tools," *Progress Electromagnetics Research B*, vol. 6, pp. 205–224, 2008.
- [2] P. Chow, R. Nobes, T. Kubota, and T. Namiki, "Advance Methods for Electromagnetic Simulation," *Fujitsu Sci. Tech. J.*, vol. 43, no. 4, pp. 524–531, 2007.
- [3] N. Jain and P. Onno, "Methods of using commercial electromagnetic simulators for microwave and millimeter-wave circuit design and optimization," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, no. 5, pp. 724–746, 1997.
- [4] J. M. Villegas, A. Andrade, and A. Dueñas, "Testing the applicability of a hybrid FDTD-MoL technique on the simulation of passive microstrip paths," *Int. J. Microwave Optical Technol.*, vol. 4, no. 6, pp. 344–348, 2009.

- [5] A. Dueñas, “Practical criteria for the implementation of a hybrid FDTD-MoL technique used for electromagnetic analysis of microstrip paths,” *IEICE Trans. Electronics Express*, vol. 7, pp. 58–66, 2010.
- [6] K. F. Yee, “Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell’s Equations in Isotropic Media,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, pp. 302–307, 1966.
- [7] R. Pregla, *Analysis of electromagnetic fields and waves the method of lines*, Research Studies Limited and John Wiley & Sons, LTD, 2008.
- [8] M. N. O. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, Boca Raton, FL, CRC Press, 2010.
- [9] A. Dueñas, *2-D electromagnetic simulation of passive microstrip circuits*, CRC Press a Taylor and Francis Company, 2008.
- [10] D. M. Etter, *Engineering Problem Solving with Matlab*, Prentice-Hall, Inc. a Simon & Schuster Company, 1997.
- [11] J. M. Villegas, C. A. Bonilla, A. Dueñas, and A. Andrade, “Proof to verify the observation points in FDTD-MoL simulations of microstrip straight and meander lines,” *Int. J. Microwave Optical Technol.*, vol. 5, no. 1, pp. 22–26, 2010.

## 1 Introduction

Electromagnetic engineering is a field of knowledge that is continually evolving and as a result of this growth, there are many technological applications used everywhere. The use of new computing technologies and continuous improvements in software packages are useful tools for studying issues related to electromagnetic theory, and people interested in this field of knowledge need to acquire new programming skills to assimilate, develop, and generate new concepts to implement electromagnetic experiments in specialized laboratories or applied research center [1]. Advances in miniaturization of modern electronics have made such circuits to behave in different ways due to change in the order of magnitude of the physical dimensions of these systems. The size of discretization cells that form the geometry of a microstrip circuit can produce good efficiency with the help of electromagnetic simulation software [2]. Electromagnetic simulators are classified into two categories: on the one hand, it serves to make two-dimensional simulations, i.e. simulation of microwave circuits composed of layers, such as microstrip or coplanar lines. On the other hand, there are other kinds of electromagnetic simulators used to simulate three-dimensional circuits, such as waveguides or coaxial cables [3]. In addition, there is now a wide variety of software used by academic and scientific community for analysis and design using electromagnetic simulation, such as Mathcad and Matlab programs. One advantage of these packages is the possibility to make the necessary changes in the programming codes by varying the physical variables that modify the parameters of microwave circuits that are being characterized [4].

## 2 The hybrid electromagnetic simulation, FDTD-MoL

Many research projects related to electromagnetic modeling of planar circuits combine high-frequency numerical techniques to solve problems of full-wave propagation; however, use of hybrid techniques of non-convergence faces challenges and problems of numerical dispersion, etc. Nevertheless, proper management of space and time variables for the solution of Maxwell's expressions or telegraph equations can provide satisfactory results for the analysis and design of planar microstrip circuits [5]. The finite difference time domain method (FDTD) solves the differential expressions representing electromagnetic phenomena of Maxwell's equations; this technique was introduced by K.S. Yee in 1966. Yee's method is robust, fast, and easy to understand. With the FDTD method, one can simulate passive circuits, such as transmission lines, combiners/power dividers, and filters [6]. The method of lines (MoL) is a numerical technique, which was originally used by physicists and mathematicians in problems with boundary value. A review of previous researches (1930–1965) was carried out by Liskovets, in the 1980s. Pregla and other researchers used this method in the study of microwave circuits and optical applications. This method essentially discretizes a differential equation in one or two dimensions, and the analytical solution is obtained in the other direction [7]. The analytical solutions of the electric field strength  $\overline{E}_z$  for (1) has the  $i$ th boundary combinations and the  $n$  mode number, and these compositions are the Dirichlet (D) and Neumann (N) boundary conditions [8],

$$\overline{E}_{zi}(y, t) = \sum_n (A_{ni} \cos \omega_{ni} t + B_{ni} \sin \omega_{ni} t) \sin \alpha_n y \quad (1)$$

where  $\omega_{ni}$  is defined as

$$\omega_{ni} = \frac{v_{pmc}}{\sqrt{(n\pi/b)^2 - \lambda_i^2 / (\Delta x_{MoL})^2}}, \quad (2)$$

$v_{pmc}$  is the speed of propagation of the microstrip,

$$v_{pmc} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}} \cdot \frac{kv_{pm}^m}{v_{pd}^m} \quad (3)$$

$$v_{pd} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (4)$$

where  $(kv_{pm}^m/v_{pd}^m)$  is the lengthening factor given in terms of the phase velocity of the microstrip [9],  $c$  is the speed of light,  $k$  is a positive number defined as  $k = p/2$ , for  $p$  ports,  $\varepsilon_{eff}$  is the effective permittivity,  $\varepsilon_r$  is the relative permittivity,  $v_{pm}$  is the phase velocity of the microstrip,  $v_{pd}$  is the dielectric phase velocity,  $b$  is the short side of the guide,  $m$  is an integer and is obtained experimentally, and  $\Delta x_{MoL}$  is defined by

$$\Delta x_{MoL} = \frac{a}{N+1} \quad (5)$$

where  $a$  is unity and  $N$  is the number of lines. In (1)  $B_{ni}$  is

$$B_{ni} = A_{ni} \tan(\omega_{ni} \Delta t / 2) \quad (6)$$

and the combinations of the eigenvalues  $\lambda_i$  for the boundary conditions are,

$$\lambda_i = 2 \sin \frac{i\pi}{2(N+1)}, \quad \text{DD} \quad (7)$$

$$\lambda_i = 2 \sin \frac{(i-0.5)\pi}{2N+1}, \quad \text{DN} \quad (8)$$

$$\lambda_i = 2 \sin \frac{(i-0.5)\pi}{2N+1}, \quad \text{ND} \quad (9)$$

$$\lambda_i = 2 \sin \frac{(i-1)\pi}{2N}, \quad \text{NN} \quad (10)$$

The FDTD and MoL methods have been combined to produce the hybrid FDTD-MoL technique, with the implementation of the boundary conditions (DD, DN, ND, NN) of MoL technique on expressions that represent the equivalent of circuit equations in FDTD, thus producing a combined electromagnetic simulation that provides good results.

### 3 Simulation of a synchronous impedance transformer with FDTD-MoL

For electromagnetic simulation of microstrip passive circuits, in [9], the techniques of method of moments MoM and FDTD were used to characterize various microstrip passive circuits. The simulation performed on a synchronous impedance transformer is shown in Fig. 1. The circuit has a load impedance of  $Z_L = 50 \Omega$ , and three sections whose characteristic impedances are  $50 \Omega$ ,  $34.5 \Omega$ , and  $25 \Omega$  respectively. The thickness of the substrate is  $0.07874 \text{ cm}$ , the relative permittivity is  $2.2$ , and the physical lengths are  $3.85$ ,  $3.8$ , and  $3.76 \text{ cm}$ . The different impedances are given by

$$Z_1 = Z_{0c} \frac{Z_L + jZ_{0c} \tan(\beta_c l_{cf})}{Z_{0c} + jZ_L \tan(\beta_c l_{cf})} \quad (11)$$

$$Z_2 = Z_{0m1} \frac{Z_1 + jZ_{0m1} \tan(\beta_m l_{m1})}{Z_{0m1} + jZ_1 \tan(\beta_m l_{m1})} \quad (12)$$

$$Z_3 = Z_{0m2} \frac{Z_2 + jZ_{0m2} \tan(\beta_m l_{m2})}{Z_{0m2} + jZ_2 \tan(\beta_m l_{m2})} \quad (13)$$

$$Z_4 = Z_{0m3} \frac{Z_3 + jZ_{0m3} \tan(\beta_m l_{m3})}{Z_{0m3} + jZ_3 \tan(\beta_m l_{m3})} \quad (14)$$

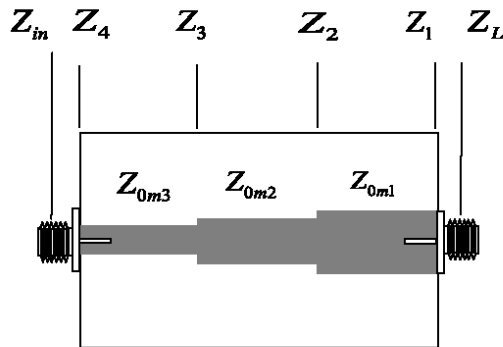


Fig. 1. Microstrip synchronous impedance transformer.

$$Z_{in} = Z_{0c} \frac{Z_A + jZ_{0c} \tan(\beta l_{cf})}{Z_{0c} + jZ_A \tan(\beta l_{cf})} \quad (15)$$

The value of the input impedance of the connector can be obtained using the following expression:

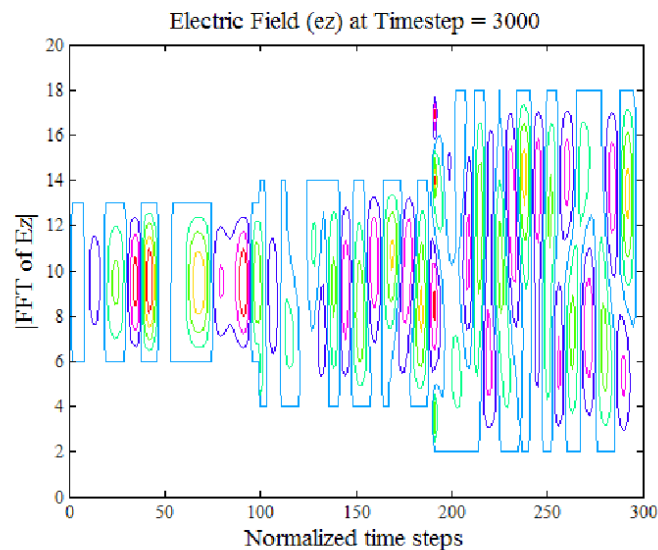
$$Z_{incl} = 50 \frac{Z_{in} + j50 \tan(\beta \cdot nc \cdot \Delta x)}{50 + jZ_{in} \tan(\beta \cdot nc \cdot \Delta x)} \quad (16)$$

where  $\beta$  is the phase constant,  $nc$  is the number of cells in compensation,  $z_{in}$  is the input impedance, and  $\Delta x$  is the size of the cell. The Fast Fourier transform FFT is an efficient software tool to convert a signal from time domain to frequency domain or vice versa. This discrete transform can be used to determine the frequency content of the longitudinal electric field component by a sum of  $n$  samples. Fig. 2 shows the propagation of the electric field strength by applying a Gaussian pulse on a synchronous impedance transformer. The FFT is given by

$$E_z(\omega) = \sum_{n=0}^T E_z(n \cdot \Delta t) e^{-j\omega(n \cdot \Delta t)} \quad (17)$$

where  $T$  is the number of iterations,  $E_z(\omega)$  is the FFT of the intensity of electric field,  $E_z(n \cdot \Delta t) e^{-j\omega(n \cdot \Delta t)}$  is the electric field amplitude, and  $n$  is the number of time samples [10]. Proper times of simulation with FDTD-MoL determine the transfer functions of the scattering parameters of planar microstrip circuit, and these times are found when applying the FFT to electric field intensity.

The pair of values obtained by the Gaussian pulse analysis and the response of this transformation are the incident pulse and the reflected wave,



**Fig. 2.** Distribution of electric field intensity of synchronous impedance transformer.

respectively, as shown in Fig. 3. The simulation values are 191 normalized time steps for the reflected wave and 101 normalized time steps for the incident pulse [11].

The simulation with the hybrid FDTD-MoL technique is performed in a program code executed in Matlab. The graphs of the real and imaginary parts of a synchronous impedance transformer are compared with the pure FDTD electromagnetic simulation, and the results are presented in Fig. 4.

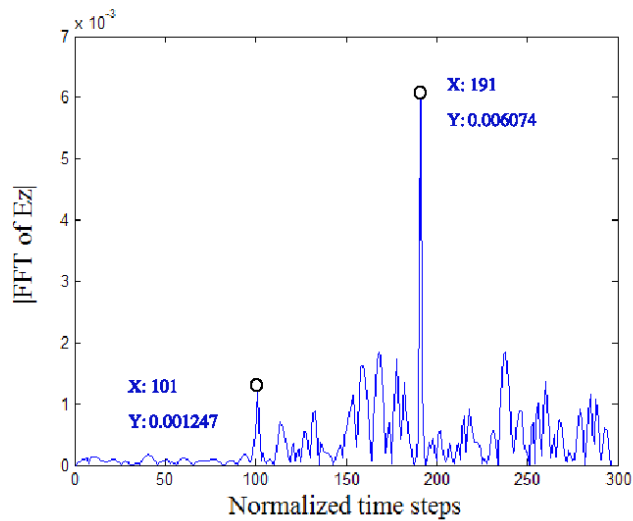


Fig. 3. Pair of values found with the FFT applied to the synchronous impedance transformer.

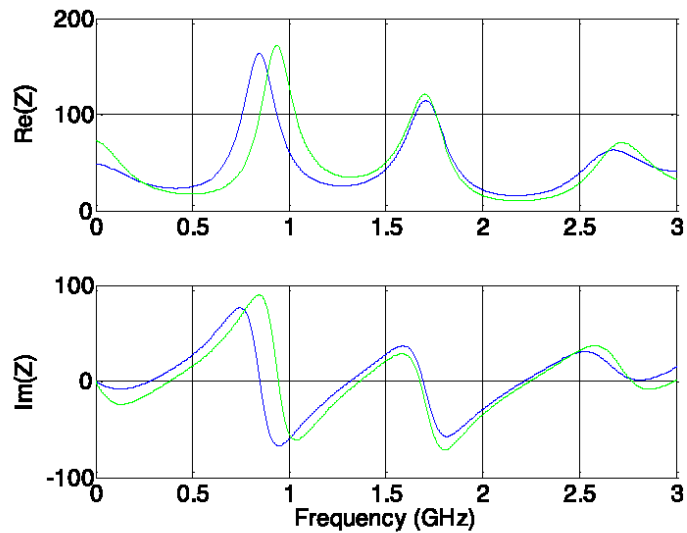


Fig. 4. Simulation of the synchronous impedance transformer:  
a) Blue line is the hybrid FDTD-MoL technique  
b) Green line is the pure FDTD method.

---

#### 4 Conclusion

The ability to combine different methods of electromagnetic simulation provides a powerful tool for interpreting the behavior of microwave circuits. The technique of hybrid FDTD-MoL method in two dimensions can characterize microstrip planar circuits. We found the proper times for electromagnetic simulation of a synchronous impedance transformer by applying the FFT. Access to programming code allows researchers to make necessary adjustments to the variables in the simulation. Furthermore, the convergence found with the method of electromagnetic simulation validates the hybrid FDTD-MoL technique.

---

#### Acknowledgments

This work was supported by CONACYT under Grant register 217765. Mexico.

## BIBLIOGRAFÍA

Anon., Width and effective dielectric constant equations for design of microstrip transmission lines, Design Note 3.1.2, Chandler, AZ: Rogers Corporation, 2003.

Ashkar F., Bobée B., Leroux D., and Morissette D., The generalized method of moments as applied to the generalized gamma distribution, *Stochastic Hydrol. Hydraul.* Springer-Verlag, 2, 161-174, 1988.

Banjai L., and Sauter S., Rapid solution of the wave equation in unbounded domains, Institut für Mathematik, Universität Zürich, Zürich, Switzerland, June 24, 2008.

Bell Telephone Laboratories, Murray Hill, New Jersey Princeton University Princeton, New Jersey, 1965.

Berenger J. P., A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves, *J. Comput. Phys.*, vol. 114, pp. 185-200, 1994.

Bracewell R. N., *The Hartley Transform*. New York: Oxford Univ. Press, 1986.

Bresenham J. E. Algorithm for computer control of a digital plotter, *IBM Systems Journal* , Vol. 4, No. 1, 1965.

Çakir Gonka, Çakir Mustafa, and Sevgi Levent, A Novel Virtual FDTD-Based Microstrip Circuit Design and Analysis Tool, *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 48, No. 6, December 2006.

Chamarti A., and Varahremyan, Transmission delay line based ID generation circuit for RFID applications, *IEEE Microwave Wireless Comp. Lett.*, Vol. 16, no. 11, pp. 588-590, Nov. 2006.

Chen Chi-Feng, Huang Ting-Yi, and Wu Ruey-Beei, Design of Microstrip Bandpass Filters With Multiorder Spurious-Mode Suppression, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 53, No. 12, December 2005.

Cheng Alexander H.-D., and Cheng Daisy T., Heritage and early history of the boundary element method, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 29, 268–302, Elsevier, February 12, 2005.

Cho Y. B., Jun S., Kim I. S., and Kim B. S., Small-sized quasi-elliptic function microstrip low pass filter based on defected ground structures and open stubs, *Microwave Journal*, Vol. 47, Feb. 2004.

Choi Dok Hee, and Wolfgang J. R., The Finite-Difference–Time-Domain Method and its Application to Eigenvalue Problems, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques* , Vol. MTT-34, NO. 12, December 1986.

Chow Peter, Nobes Ross, Kubota Tetsuyuki, and Namiki Takefumi, Advance Methods for Electromagnetic Simulation, FUJITSU Sci. Tech., J., 43, 4, p. 524-531, October 2007.

Clough Ray W., and Wilson Edward L., Early Finite Element Research at Berkeley, Present at the Fifth U.S. National Conference on Computational Mechanics, Aug. 4-6, 1999.

Collin R. E. Foundations for Microwave Engineering, New York, McGraw-Hill, 1992.

Cooley James W. and Tukey John W., An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, IBM Watson Research Center Yorktown Heights, New York

Diestel H., and Worm S. B., Analysis of hybrid field problems by the method of lines with nonequidistant discretization, IEEE Trans. Microw, Theory Tech., vol. MTT-32, pp.633-638, June 1984.

Dueñas Jiménez Alejandro, The Bilinear Transformation in Microwaves: A Unified Approach, IEEE Transactions on Education, Vol. 40, No. 1, February 1997.

Dueñas Jiménez Alejandro, Internal Technical Report, Radio Frequency and Microwaves Academic Body, Department of Electronics, University of Guadalajara, México, To be submitted to IEICE Electronics Express, 2009a.

Dueñas Jiménez Alejandro, 2-D electromagnetic simulation of passive microstrip circuits, 1<sup>st</sup> ed. CRC Press, Taylor and Francis Group, Boca Raton, FL, pp. 274, 2009b.

Dueñas Jiménez A., Frequency-and time-domain simulation of microstrip squares by using 2D-FDTD electromagnetic analyses, Published in the International Workshop on Recent Advances in Microwave & Optical Communications Technology Proceedings, in association with 12<sup>th</sup> Int. Symp. Microw. Opt. Tech., SMR University, Chennai, India, Dec. 2009c.

Dueñas Jiménez Alejandro, Practical criteria for the implementation of a hybrid FDTD-MoL technique used for electromagnetic analysis of microstrip paths, IEICE Electronic Express, Vol. 7, No. 2, 58-66, January 25, 2010.

Elliot R. S., An introduction to guided waves and microwave circuits, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1993.

Etter D. M., Engineering Problem Solving with Matlab. Prentice-Hall, Inc. a Simon & Schuster Company, 1997.

Fletcher R. R., Low-Cost Electromagnetic Tagging: Design and Implementation, Ph.D. dissertation, Mass. Inst. of Technol., Cambridge, 2002.

Fooks E. H., and Zakarevičius R. A., Microwave Engineering Using Microstrip Circuits, Prentice Hall of Australia, 1990.

Frigo Matteo and Johnson Steven G., The Design and Implementation of FFTW3, Published in Proc. IEEE, vol. 93, no. 2, pp. 216–231 ,2005.

González Rodríguez Oscar, Extensión del Método de las Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo para el Estudio de Estructuras Híbridas de Microondas Incluyendo Circuitos Concentrados Activos y Pasivos, Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Departamento de Ingeniería de Comunicaciones, Septiembre 2008.

Gwarek Wojciech K., Computer-Aided Analysis of Arbitrarily Shaped Coaxial Discontinuities, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 36, No. 2, February 1988.

Gwarek Wojciech K., Analysis of an Arbitrarily-Shaped Planar Circuit - A Time-Domain Approach, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-33, No. 10, October 1995.

Hearn Donald, and Baker M. Pauline, Computer Graphics with OpenGL, 3<sup>rd</sup> Edition, published by Pearson Education, Inc, publishing as Prentice Hall, 2004.

Heideman Michael T., Johnson Don H., and Burrus C. Sidney, Communicated by C. Truesdell, Gauss and the History of the Fast Fourier Transform, Department of Electrical & Computer, Engineering, Rice University, Houston, Texas, Received February 28, 1985.

Hiroaki Kogure, Yoshie Kogure, and Rautio James C., Introduction to Antenna Analysis Using EM Simulators, Artech House, English language edition, 3-1 Kanda Nishikicho, Chiyodaku, Tokyo, Japan, pp. 269. 2011.

Hsu Ching-Luh, Hsu Fu-Chieh, and Kuo Jen-Tsai, Microstrip Bandpass Filters for Ultra-Wideband (UWB) Wireless Communications, Microwave Symposium Digest, 2005 IEEE MTT-S International, 2005.

Itoh Tatsuo, Numerical Techniques for microwave and millimeter-wave passive structures, John Wiley & Sons, Inc. 1989.

Jain Nitin, and Onno Peter, Methods of Using Commercial Electromagnetic Simulators for Microwave and Millimeter-Wave Circuit Design and Optimization, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 45, No. 5, May 1997.

Johnson H., Serpentine delays, Electronic Design, Strategy, News, EDN Magazine, p. 32, Feb. 2001.

Jones D.J., and South J.C. Jr., Application of the method of lines to the solution of Elliptical Partial Differential Equations, NASA-TM-80982, NRC No. 18021, Ottawa, November 1979.

Kartsatos A.G., and Parrot M. E., A method of lines for a nonlinear abstract functional evolution equation, Transactions of the American mathematical society, Vol. 286, No. 1, November 1984.

Luebbers R., Hunsberger Forrest P., Kunz Karl S., Standler Ronald B., and Schneider Michael., A frequency-dependent finite-difference time-domain formulation for dispersive materials, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 32, No. 3, August 1993.

Mariño José B., Vallverdú Francesc, Rodríguez José A., y Moreno Asunción, Tratamiento Digital de la Señal. Una introducción experimental, Edicions UPC, Barcelona, España, 1999.

Marshall Stanley V., DuBroff Richard E., Skitek Gabriel G., Electromagnetic Concepts and Applications, Fourth Edition. Prentice Hall, Inc., A Simon & Schuster Company, 1997.

Martucci S. A., Symmetric convolution and the discrete sine and cosine transforms, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 42, pp. 1038–1051, 1994.

Missouri University of Science and Technology, Electromagnetic Compatibility Laboratory, [http:// emclab.mst.edu](http://emclab.mst.edu), 2012

Murji Rizwan, and Deen M. Jamal, Accurate Modeling and Parameter Extraction for Meander-Line N-Well Resistors, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. 52, No. 7, July 2005.

Nam S., Ling H., and Itoh T., Characterization of uniform microstrip line and its discontinuities using the time-domain method of lines, IEEE Trans. Microw. Theory Tech., Vol. MTT-37, pp. 2051-2057, Dec. 1989.

Nussbaumer H. J., Fast Fourier transform and convolution algorithms, 2<sup>nd</sup> ed. Springer-Verlag, 1982.

Oppenheim A. V., Schafer R. W., and Buck J. R., Discrete-Time Signal Processing, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1999.

Pocklington H.C., Electrical Oscillations in Wires, Proc. Camb. Phil. Soc. 9, 324, 1897.

Pozar D. M., Microwave Engineering, Reading, Massachusetts, Addison-Wesley, 1998.

Pregla R., and Worm S. B., A new technique for the analysis of planar waveguides with magnetized ferrite substrate, [ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=04131857](http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=04131857), 1980.

Pregla R., and Worm S. B., The method of lines for the analysis of planar waveguides with magnetized ferrite substrate, IEEE MTT-S Digest, 1994.

Pregla Reinhold, Analysis of Electromagnetic Fields and Waves, The Method of Lines, John Wiley & Sons Ltd. Great Britain, 2008

Preradovic S., and Karmakar N. C., Modern RFID readers, Microwave Journal, Vol. 50, Sep. 2007.

Rao K. R. and Yip P., Discrete Cosine Transform: Algorithms, Advantages, Applications. Boston, MA: Academic Press, 1990.

Rautio J. C., Electromagnetic analysis speeds RFID design, Microwaves & RF, pp. 55-62, Feb. 2007.

Sadiku M. N. O. Numerical Techniques in Electromagnetics, Second Edition, pp. 760, CRC Press LLC, 2001

Sadiku M.N.O., and Obiozor C.N., A simple introduction to the method of lines, International Journal of Electrical Engineering Education 37/3, 2000.

Schulz Uwe, and Pregla Reinhold, A new technique for the analysis of the dispersion characteristics of planar waveguides demonstrated for the coplanar line, Fernuniversität, Lehrstuhl für Allgemeine und Theoretische Elektrotechnik, D5800 Hagen, West Germany, 1980.

Sevgi L., A new electromagnetic engineering program and teaching via virtual tools, Progress In Electromagnetics Research B, Vol. 6, 205–224, 2008.

Shin C. S., and Nevels R., Optimizing the Gaussian excitation function in the finite difference time domain method, IEEE Trans. Educ., vol. 45, no. 1, pp. 15-18, Feb. 2002

Shrestha S., Balachandran D., Agrawal M., Phoha V., and Varahramyam K., Chipless RFID sensor system for cyber centric monitoring applications, Institute for Micromanufacturing, Center for Secure Cyberspace, Louisiana Tech. University, Shreveport, LA, 2008.

Singh Navita, Kumar Avinash and Singh Pravesh, Low pass filter for L-Band application using stepped-impedance microstrip lines, Journal of Engineering Research and Studies, JERS, Vol.II, Issue II, 22-24, April-June 2011.

Sorensen H. V., Heideman M. T., and Burrus C. S., On computing the split-radix FFT, IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 34, no. 1, pp. 152–156, Feb. 1986.

Sullivan Dennis M., Electromagnetic Simulation using the FDTD method, IEEE Microwave Theory and Techniques Society, sponsor., IEEE Press series on RF and microwave technology, New York, NY, 2000.

Taflove Allen, Application of Finite-Difference Time-Domain Method to Sinusoidal Steady-State Electromagnetic-Penetration Problems, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. EMC-22, No. 3, August 1980.

Taflove A., and Umashanker K. R., The finite-difference time-domain method for electromagnetic scattering and interaction problems, *JEWA*, Vol. 1, no. 3, pp. 243-267, 1987.

Thomas Vincent A., Jones Michael E., Piket-May Melinda, Taflove Allen, Harrigan Evans, The Use of SPICE Lumped Circuits as Sub-grid Models for FDTD Analysis, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 4, No. 5, May 1994.

Timmins Ian, and Wu Ke-Li, An Efficient Systematic Approach to Model Extraction for Passive Microwave Circuits, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 48, No. 9, September 2000.

Vietzorreck L., Pascher W., Efficiency enhancement by reduction of modal complexity in the analysis of cascaded planar circuits by the MoL, *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, pp. 1423-1426, June 2004.

Villegas González J. M., Andrade Reátiga A. G., Dueñas Jiménez A., Testing the Applicability of a Hybrid FDTD-MoL Technique on the Simulation of Passive Microstrip Paths, *International Journal of Microwave and Optical Technology*, Vol. 4, No. 6, November 2009a.

Villegas González J. M., Andrade Reátiga A. G., Dueñas Jiménez A., Effective Simulation of a Microstrip Low Pass Filter Using the Finite-Difference Time-Domain Method, *ISMOT 2009*, New Delhi, India, December 16-19, 2009b.

Villegas González J. M., Bonilla Barragán C. A., Dueñas Jiménez A., Andrade Reátiga A. G., Proof to Verify the Observation Points in FDTD-MoL Simulation of Microstrip Straight and Meander Lines, Published in the International Workshop on Recent Advances in Microwave & Optical Communications Technology Proceedings, in association with 12<sup>th</sup> Int. Symp. Microw. Opt. Tech., SMR University, Chennai, India, Dec. 2009c.

Villegas González J. M., Bonilla Barragán C. A., Dueñas Jiménez A., Andrade Reátiga A. G., Proof to Verify the Observation Points in FDTD-MoL Simulation of Microstrip Straight and Meander Lines, *International Journal of Microwave and Optical Technology*, Vol. 5, No. 1, January 2010.

Villegas J. M., Dueñas A., Andrade A., Electromagnetic Simulation of a synchronous impedance transformer via the hybrid FDTD-MoL method, *IEICE Electronic Express*, Vol. 8, No. 14, July 25, 2011.

Waser André, On the Notation of Maxwell's Field Equations, by AW-Verlag, [www.aw-verlag.ch](http://www.aw-verlag.ch), 28.06.2000.

Wiesbeck Werner, Radar System Engineering, Lecture Script, Universität Karlsruhe (TH), Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik, 13<sup>th</sup> Edition WS, pp. 161, 2006.

Wang Z., Fast algorithms for the discrete W transform and for the discrete Fourier transform, *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 32, no. 4, pp. 803–816, 1984.

Wolff I., and Rittweger M., Finite Difference time-domain analysis of planar microwave circuits, *Archiv für Elektrotechnik* 74 , 189—201, Springer-Verlag, 1991.

Yeap Kim Ho, Lai Koon Chun, Tham Choy Yoong, Yeong Kee Choon, Lim Eng Hock, Electromagnetic Wave Propagation in Microstrip Transmission Lines, *Journal of Applied Sciences* 11 (8), 1376-1380, 2011.

Yee Kane S. Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. Ap-14, No. 8, May, 1966.

Zhang Xiaolei and Mei Kenneth K., Time-Domain Finite Difference Approach for the Calculation of Microstrip Open-circuit End Effect, *IEEE MTT-S Digest* 1988.

Zhao Jun-Sheng, Chew Weng Cho, Integral Equation Solution of Maxwell's Equations from Zero Frequency to Microwave Frequencies, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 48, No.10, October 2000.