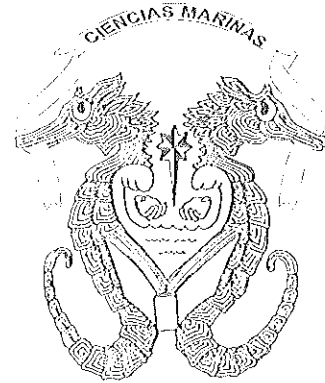
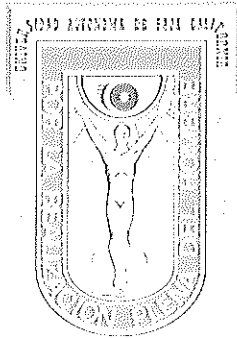


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS MARINAS



**ALTERNATIVA PARA INCLUIR LA ABSORCIÓN
DE ENERGÍA POR LA LÍNEA DE COSTA EN UN MODELO
DE RESONANCIA**

TESIS
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
OCEANOLOGO
PRESENTA:

Amílcar Pérez de la Vega

ENSENADA, B.C. JULIO DE 2004

RESUMEN

Basándose en la ecuación de Helmholtz, y utilizando el método integral desarrollado inicialmente para el estudio del esparcimiento de la luz en superficies reentrantes, se estudiaron los modos resonantes para costas con paredes absorbentes. Esto fue posible al considerar la costa como una superficie metálica, con una constante dieléctrica compleja. Se encontró que esta constante es función de la longitud de onda incidente, tal como ocurre en la física de iluminación con luz a una superficie de características metálicas.

Se trabajó con una bahía rectangular de la que se tenían datos experimentales, y una vez calibrado el modelo, los resultados se aplicaron a una bahía circular, donde también se contaba con datos experimentales, encontrando que los modos resonantes para dichas bahías corresponden con los datos experimentales.

ALTERNATIVA PARA INCLUIR LA ABSORCIÓN
DE ENERGÍA POR LA LÍNEA DE COSTA EN UN MODELO
DE RESONANCIA

TESIS
que presenta:

AMÍLCAR PÉREZ DE LA VEGA.

Aprobada por:



Dr. Rafael Hernández Walls
Presidente del Jurado



Dr. Adán Mejía Trejo
Sinodal Propietario



Dr. Carlos Rodolfo Torres Navarrete
Sinodal Propietario

Ensenada, B.C. Julio de 2004

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al director de la presente tesis, Dr. Rafael Hernández Walls, por su ayuda y paciencia en la realización del presente trabajo, además de ser un mentor comprometido con el desarrollo de sus alumnos.

Quiero agradecer tanto al Dr. Adán Trejo Mejía como al Dr. Carlos Torres Navarrete por aceptar ser parte y apoyo de esta tesis, muchas gracias. Además de revisar el escrito final de este trabajo.

A mis padres, Graciela Y. de la Vega Herrera y Mario J. Zepeda Martínez, por su amor. Además de apoyarme decididamente en esta etapa de mi desarrollo brindándome la oportunidad de estudiar lo que más amo, el mar.

A mis hermanas, Alhelí y Jazmín, por ese amor incondicional... flores que me acompañaran toda la vida.

A Lucina Iñiguez Hernández por la compañía y el amor de una magnífica mujer.

Agradezco a mis profesores por ilustrarme con su conocimiento y sembrar en mí la curiosidad intelectual.

A mis compañeros y amigos por enriquecer esta experiencia con inquietudes y buen sentido de humor, sin ellos esta experiencia no habría sido completa mi vivencia.

The known is finite, the unknown is infinite, intellectually we are stand on an islet in the midst of an illimitable ocean of inexplicability. Our business in every generation is to reclaim a little more land, to add something to the extent and solidity of our possessions.

Thomas Henry Huxley (1887)

INDICE

I. Introducción.....	1
a) Antecedentes	4
b) El Modelo	8
c) Constante Dieléctrica Compleja (ϵ).....	9
II. Objetivos.....	13
III. Metodología	14
a) Análisis Matemático	15
b) Esquematización del Problema.....	20
c) Parametrización de la línea de costa	21
IV. Resultados.....	28
V. Discusión.....	46
VI. Conclusiones	50
VII. Referencias.....	53

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1. Diagrama que nos muestra la geometría que se utilizó en el presente trabajo para tratar el problema de la resonancia en superficie reentrantes con profundidad constante. 20
- Figura 2. Parametrización numérica del perfil de la superficie realizada a un intervalo constante (Δs). La integración de la longitud de arco avanza en el sentido de las manecillas de reloj, teniendo a su izquierda el mar y a la derecha la costa (Tomada de Negrete et al. 2000). 22
- Figura 3. Se ilustra el vector de distancia mínima entre los puntos de la malla y los puntos regulares en el perfil de la superficie, las derivadas normales a los puntos regulares de la superficie y un punto que presenta singularidades que pueden ser identificadas debido a que la magnitud de la derivada normal es considerablemente menor a la unidad (tomada de Negrete et al. 2000). 26
- Figura 4. Curva de respuesta en la pared posterior de un puerto rectangular (punto A), con número de onda (ka) en el eje de las abscisas y el factor de amplificación (R) en el de la ordenada al origen. Se comparan los datos del experimento de Lee (1971) con dos tipos diferentes de frontera. 31

- Figura 5. Curva de respuesta en la pared posterior de un puerto rectangular (punto A) con numero de onda (ka) en el eje de las abscisas y el factor de amplificación (R) en el de la ordenada al origen. Se muestra el mejor ajuste del modelo con los datos experimentales de Lee (1971), en el que la ϵ en función del número de onda simula la absorción de energía por la línea de costa. 33
- Figura 6. Curva de respuesta en la pared posterior de un puerto rectangular (punto A) con numero de onda (ka) en el eje de las abscisas y el factor de amplificación (R) en el de la ordenada al origen, mostrando graficas de contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano para los valores máximos. 34
- Figura 7. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación. 37
- Figura 8. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación.. 38

- Figura 9. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación. 39
- Figura 10. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación. 40
- Figura 11. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación. 41
- Figura 12. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación. 42
- Figura 13. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación. 43
- Figura 14. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación. 44

- Figura 15. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación. 45
- Figura 16. Curva de respuesta a las oscilaciones inducidas en un puerto circular con una entrada de 10° , los datos se obtuvieron en el punto A ya que fue donde se realizo el muestreo en el trabajo de Lee(1971). 47
- Figura 17. Curva de respuesta a las oscilaciones inducidas en un puerto circular con una entrada de 10° , los datos se obtuvieron en el punto A, mostrando graficas de contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano para los valores máximos. 48

LISTA DE TABLAS

Tabla I. Números de onda (ka) utilizados en el modelo de resonancia y las longitudes de onda (λ) correspondientes.	29
Tabla II. Muestra los valores del Factor de Amplificación (R) y la constante dieléctrica compleja (ϵ) para cada uno de los números de onda que se trabajaron en el modelo.	35

I. Introducción

Cuando se pone en movimiento un sistema oscilatorio, este vibra a su frecuencia natural. Sin embargo, en la naturaleza casi nunca un sistema oscila por si solo, si no que debe de existir una fuerza externa aplicada que actúe a determinada frecuencia. En este caso, el sistema vibraría a la frecuencia de la fuerza externa, aún cuando esta frecuencia sea distinta de la frecuencia natural del sistema (Giancoli, 1997).

La resonancia es el fenómeno en la que un sistema vibra en respuesta a una fuerza aplicada de manera repetida con la frecuencia natural del sistema o con una frecuencia muy próxima a esta, ocasionando que la amplitud del sistema oscilante se incremente. La frecuencia a la que el sistema vibraría desviándose de su posición de equilibrio y moviéndose libremente se le conoce como la frecuencia natural del sistema. Si se excita un sistema mediante la aplicación continua de fuerzas externas con esa frecuencia, la amplitud de la oscilación va creciendo y puede llevar a la destrucción del sistema (Resnick, 1977).

Las vibraciones, cuya frecuencia no es la natural ni una de sus frecuencias armónicas (múltiplos enteros de la frecuencia natural), tienden a

amortiguarse rápidamente. Para impedir que una estructura resuene a una frecuencia determinada suele cambiarse su rigidez o su masa. El aumento de la rigidez aumenta la frecuencia natural, mientras que el aumento de la masa la disminuye (Resnick, 1977).

Un puerto es un cuerpo de agua semicerrado conectado con el océano por una o más entradas. Los efectos de la resonancia en puertos son de importancia considerable y deben de ser tomados en cuenta durante la etapa del diseño. El propósito básico de un puerto es garantizar la estabilidad de los barcos situados en su interior. Debido a los efectos de la resonancia, ondas de baja frecuencia y amplitud pequeña en el océano, se pueden producir daños enormes en el interior del puerto si se excita un modo de oscilación, especialmente si este es un "buen" resonador (factor de amplificación estrecho y alto) y la energía del forzamiento externo es suficientemente grande. (Negrete et al, 2000).

Los puertos y bahías con comunicación al mar se encuentran expuestos a perturbaciones producidas por las ondas incidentes, las cuales pueden generar amplificaciones en el nivel medio del mar, ocasionando graves daños a las embarcaciones ancladas dentro de las estructuras portuarias y a las poblaciones costeras. Si una de las frecuencias naturales de la cuenca coincide con la frecuencia de las ondas incidentes, ambos sistemas oscilarán en

resonancia. En este caso, la amplitud de la oscilación, dentro de la cuenca, puede crecer a valores más grandes que las amplitudes de las ondas incidentes. Estas ondas incidentes pueden ser ondas largas que se originan por diferentes tipos de fenómenos, como los tsunamis y tormentas (Rivera, 1981).

Las oscilaciones en puertos conectados al océano se deben a ondas de periodos largos, generalmente entre los 30 segundos y los 10 minutos. Las características que determinan la frecuencia natural están dadas por la forma, el tamaño y la profundidad de la cuenca. Las oscilaciones que pueden causar daños significativos en puertos y bahías son aquellas en las que la frecuencia de la onda incidente coincide con la frecuencia natural del sistema, por la que el cuerpo costero entra en resonancia. Por lo general los cuerpos costeros tienen varios modos normales de oscilación que corresponden a su frecuencia natural y a sus armónicos, que son múltiplos de dicha frecuencia (www.usace.army.mil).

Las ondas son parcialmente reflejadas por los límites del puerto, y cuando llegan a la entrada, son nuevamente reflejadas debido a forzamientos incidentes. Esta energía atrapada intensifica la agitación dentro de la cuenca provocando en ocasiones resonancia y aumento en la amplitud de las ondas. Estas perturbaciones pueden ocasionar daños a embarcaciones ancladas, a las estructuras de protección, o bien dificultar la navegación dentro y fuera de la

cuenca, estudiar y predecir el comportamiento de un cuerpo costero en la planeación y desarrollo portuario es de gran importancia (Rodríguez, 1996).

a) Antecedentes

La mayoría de los trabajos existentes con respecto a modelos de resonancia en puertos y bahías se han realizado simulando cuerpos con geometrías simple. Miles y Munk (1961) estudiaron el efecto de la resonancia en un puerto rectangular con profundidad constante conectado directamente con el océano, utilizando un método integral en la que las oscilaciones de las ondas adentro y afuera del puerto se empataron en la entrada, y desarrollaron un modelo analítico para puertos rectangulares. También observaron que la disminución en el ancho de la entrada del puerto provoca un aumento en las oscilaciones, a lo que se le conoce como la Paradoja del Puerto (Negrete et al, 2000).

Ippen y Goda (1963) propusieron, para la misma geometría, una técnica basada en la Transformada de Fourier, además obtuvieron datos experimentales que explicaron con su modelo (Barradas, 2001).

Se han realizado estudios teóricos sobre las oscilaciones inducidas por el oleaje y el efecto de resonancia en cuencas de profundidad constante y forma arbitraria (Huang y Tuck, 1970; Lee, 1971; Su, 1973). Estos están basados en la ecuación de Helmholtz, la cual se derivada de las ecuaciones linealizadas para aguas someras y profundidad constante. Huang y Tuck (1970) y Lee (1971), obtuvieron diferentes ecuaciones integrales derivadas de la ecuación de Helmholtz y las resolvieron de manera numérica. Carrier, Shaw y Miyata (1971), citado por Barradas (2001), emplearon un método de aproximación para trabajar con puertos de entrada angosta y obtuvieron buenos resultados. Miles (1971) utilizó un método equivalente con circuitos para tratar los puertos de entrada angosta (Su, 1973).

Lee (1971) desarrolló una teoría para puertos con profundidad constante, basándose en el método integral, teniendo que igualar las dos ecuaciones en la entrada de puerto. Lee (1971) obtuvo datos experimentales en tanques de agua con cavidades circulares y rectangulares que coinciden con los de esta teoría.

Su (1973) obtuvo una solución asintótica para un puerto de entrada pequeña comparada con la longitud de la onda incidente, y para dos o más bahías conectadas. También mostró que el método usado por Carrier et al. (1971), citado por Barradas (2001), lleva a resultados correctos cualitativamente, pero cuantitativamente tienden a sobreestimar en términos del

número de onda. El método asintótico empleado por Su (1973) requiere de los modos normales de oscilación del puerto cerrado, lo cual puede ser obtenido por métodos estándar.

En otros estudios se han tomado en cuenta otros factores como la disipación de energía en la entrada del puerto Murakami (1976). Desarrollando una teoría para un puerto rectangular, donde la disipación de energía por la línea de costa fue obtenida experimentalmente en un laboratorio. Gerber (1986) extendió el modelo desarrollado por Lee (1971) para incluir efectos de separación de flujos y disipación de energía, comparó mediciones realizadas en un puerto con la predicción numérica, obteniendo buenos resultados.

Chen (1986), citado por Weiwen (1991), incorporó en un modelo mixto, integral y de elementos finitos, la disipación de energía por fricción con el fondo. Weiwen (1991) agregó a este modelo el efecto de absorción en la frontera.

Negrete et al. (2000) estudiaron los modos resonantes de costas con geometría arbitraria adecuando un modelo integral desarrollado por Mendoza y Méndez (1997), para el estudio del esparcimiento de luz por superficies reentrantes. La propuesta surgió ya que las ecuaciones que se manejan para el

estudio del esparcimiento de luz son similares a las que se utilizan en el problema de modos resonantes para cuerpos de agua, considerando únicamente la polarización p , cuando una onda electromagnética incide en la entrada de un puerto o bahía (Negrete et al., 2000).

Según Barradas (2001), parte de la energía en el interior de un cuerpo se disipa mediante tres mecanismos: el rompimiento de las ondas dentro de la cuenca, el efecto de fricción con el fondo y la absorción de energía por la línea de costa.

b) El Modelo

Se encontró que el modelo integral propuesto por Mendoza y Méndez (1997) para el estudio de esparcimiento de luz por superficies reentrantes también puede ser utilizado para predecir las oscilaciones inducidas por ondas en costas de geometría arbitraria. Esto es debido al hecho de que la formulación matemática del problema de dispersión de la luz por cavidades (en el caso de la polarización p) es similar a la empleada en el caso de costa de geometría arbitraria, cuando una onda se aproxima a la costa (Negrete et al., 2000). Sin embargo, el modelo solo se ha probado para costas totalmente reflejantes, faltando incluir costas que disipen la energía.

c) Constante Dieléctrica Compleja (ϵ)

Al referirnos a un dieléctrico hablamos de un material que es capaz de almacenar energía electrostática, dado que no posee electrones libres capaces de transportar las ondas electromagnéticas. En un sentido mas estricto, son todos los materiales eléctricamente no conductores. (Bekefi et al., 1987).

En general, la constante dieléctrica es una constante compleja, en la que la componente real nos da las propiedades reflectivas de la superficie (coeficiente de reflexión de Fresnel) o su permitividad que es una medida de la resistencia de un campo electromagnético al ser polarizado, y la componente imaginaria nos da el coeficiente de absorción análogo a la parte imaginaria del índice complejo de refracción. (Bekefi et al., 1987).

En algunas situaciones, es conveniente utilizar la constante dieléctrica compleja del medio, en lugar del índice complejo de refracción ($n = n_r + in_i$), para describir el comportamiento de la reflexión y la absorción de un material para una longitud de onda determinada. No es necesario incluir otro parámetro ya que la constante dieléctrica compleja y el índice complejo de refracción se encuentran estrechamente relacionados. De hecho para materiales no magnéticos;

$$\epsilon = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_0} = n^2 \quad (1)$$

Donde ϵ_m es la permitividad del medio y ϵ_0 es la permitividad en el vacío. Hay que tener en mente, aunque su nombre indique lo contrario, la constante dieléctrica esta en función de la frecuencia.

Expandiendo la formulación en términos de los componentes real e imaginario de la constante dieléctrica se obtiene;

$$\epsilon = (n_r + in_i)^2 = n_r^2 + 2n_i n_r i - n_i^2 \quad (2)$$

de manera que la parte real e imaginaria de ϵ están dadas por

$$\epsilon' = \text{Re}\{\epsilon\} = n_r^2 - n_i^2 \quad \epsilon'' = \text{Im}\{\epsilon\} = 2n_i n_r \quad (3)$$

Alternativamente se puede utilizar la ecuación de onda, así como las condiciones de frontera, para obtener soluciones específicas. En todo caso podemos encontrar una solución a ondas planas sinusoidales simples dentro de un campo electromagnético, dicha onda, propagándose en la dirección y se describe como

$$E = E_0 \cos (\omega t - ky) \quad (4)$$

o como una función del índice de refracción (n)

$$E = E_0 \cos \omega \left(t - \frac{ny}{c} \right) \quad (5)$$

donde el índice de refracción se debe de toma como una función compleja (Hecht et al., 1977). Así mismo escribiendo la ecuación de la onda como una exponencial compleja y usando la ecuación 1, se obtiene que

$$E = E_0 \exp \left(-\omega n_i \frac{y}{c} \right) \exp i\omega \left(t - n_r \frac{y}{c} \right) \quad (6)$$

o

$$E = E_0 \exp^{-\omega n_i \frac{y}{c}} \cos \omega \left(t - n_r \frac{y}{c} \right) \quad (7)$$

La perturbación avanza en la dirección y con una rapidez $n_r \frac{y}{c}$, precisamente como si n_r fuera el índice de refracción más usual. Cuando la onda progresa dentro del campo, su amplitud, $E_0 \exp(-\omega n_i \frac{y}{c})$, es

exponencialmente atenuada. Como la irradiancia es proporcional al cuadrado de la amplitud, tenemos

$$I(y) = I_0 \exp^{-\alpha y} \quad (8)$$

donde $I_0 = I(0)$, es decir I_0 es la irradiancia en $y=0$ (la interfase) y $\alpha \equiv (2\omega n_i)/c$ recibe el nombre de absorción o coeficiente de atenuación (Hecht et al., 1977).

Se puede conocer el tipo de superficie que se está utilizando a partir de la constante dieléctrica compleja (ϵ), lo que se determina mediante el valor y el signo de la parte real de la constante dieléctrica compleja, $\text{Re}\{\epsilon\}$, (Maradudin et al., 1990):

$\text{Re}\{\epsilon\} < 0$	Superficie metálica
$\text{Re}\{\epsilon\} > 0$	Superficie transparente
$\text{Re}\{\epsilon\} = -\infty$	Conductor perfecto

II. Objetivos

a) Generales

Simular la absorción de energía por la línea de costa para el estudio de los modos resonantes en costas de geometría arbitraria, a partir de la utilización de la constante dieléctrica compleja en un modelo de resonancia desarrollado para el esparcimiento de la luz por superficies rugosas reentrantes.

b) Particulares

- ♦ Analizar el comportamiento de la constante dieléctrica compleja (ϵ) como un disipador de la energía simulando el esparcimiento de las ondas dentro de un puerto rectangular abierto a la incidencia del oleaje.
- ♦ Determinar si la constante dieléctrica compleja (ϵ) se comporta como una constante o esta en función de la longitud de onda.
- ♦ Comparar los resultados obtenidos para el puerto rectangular que disipa la energía de las ondas incidentes, utilizando el mismo procedimiento para modelar en otro perfil de costa del que se tengan datos experimentales del factor de amplificación (R).

III. Metodología

- Se utilizó el modelo integral propuesto por Mendoza y Méndez (1997) para el estudio de esparcimiento de luz por superficies reentrantes.

- Se ha implementado el modelo a problemas con costas de geometría arbitraria con el fin de estudiar los modos resonantes. Aplicando la metodología propuesta por Negrete et al. (2000) para calcular el campo cercano y el factor de amplificación en este.

- Se incluyó al modelo la constante dieléctrica compleja (ϵ) para simular una superficie metálica, y de esta manera aproximarse al cálculo de la absorción de energía por la línea de costa. La cual se probó en dos casos diferentes:
 - a. como una constante (ϵ)
 - b. y como una variable en función de la longitud de onda ($\epsilon(\lambda)$).

- El modelo fue aplicado en Matlab utilizando diferentes constantes dieléctricas complejas (ϵ) hasta encontrar el factor de amplificación (R) en el campo cercano.

a) Análisis Matemático

Para trabajar con el problema de resonancia se utilizan las ecuaciones de aguas someras y la ecuación de continuidad, linealizadas y con profundidad constante:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + h \nabla_H \bar{u} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -g \nabla_H \zeta \quad (10)$$

donde ζ es la elevación, \bar{u} es la velocidad, h es la profundidad y g es la gravedad, por lo que h y g se toman como constantes. Se deriva la ecuación (9) con respecto al tiempo para obtener:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \zeta}{\partial t} + h \nabla_H \bar{u} \right] = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + h \nabla_H \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

se sustituye la ecuación 10 en la ecuación 12:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - gh \nabla_H^2 \zeta = 0 \quad (13)$$

Esto nos da como resultado una ecuación de onda con celeridad $c = (gh)^{1/2}$. Ahora suponemos que ζ y \vec{u} tienen un comportamiento oscilatorio que esta dado por:

$$\zeta(x, y, t) = \varphi(x, y) \exp^{-i\omega t} \quad (14)$$

$$\vec{u}(x, y, t) = \vec{v}(x, y) \exp^{-i\omega t} \quad (15)$$

Donde φ es la distribución espacial de las alturas (ζ) y ω es la frecuencia angular. Mientras que \vec{v} es la distribución espacial de las velocidades.

Si se aplican las ecuaciones 14 y 15 a las ecuaciones 10 y 13 obtendremos la ecuación de Helmholtz (ecuación 17).

$$\vec{v} = \frac{-ig}{\omega} \nabla_H \varphi \quad (16)$$

$$\nabla_H^2 \varphi + \frac{\omega^2}{gh} \varphi = 0 \quad (17)$$

Se utilizo la condición de frontera para una pared que absorbe la energía de las ondas incidentes.

El teorema de divergencia (Zill, 1987) que relaciona una integral de volumen con una integral de superficie, esta dado por:

$$\int_V \nabla \cdot F \, dv = \int_S F \cdot \hat{n} \, ds \quad (18)$$

Es conveniente recordar la ecuación de Helmholtz que se obtuvo anteriormente, dada por:

$$\nabla^2 \varphi + k^2 \varphi = 0 \quad (19)$$

donde $k^2 = \omega^2 / gh$.

La ecuación de Green dada por;

$$\nabla^2 G + k^2 G \varphi = \delta(x - x_0, y - y_0) \quad (20)$$

representa una fuente puntual con origen (x_0, y_0) , donde G es la función de Green asociada,

Sustituyendo F en el teorema por los campos $\nabla\varphi$ y ∇G se obtienen las siguientes ecuaciones

$$\int_V \nabla^2 \varphi \, dv = \int_S \nabla \varphi \cdot \hat{n} \, ds \quad (21)$$

$$\int_V \nabla^2 G \, dv = \int_S \nabla G \cdot \hat{n} \, ds \quad (22)$$

Si despejamos de la ecuación 19 $\nabla^2 \varphi = -k^2 \varphi$, y de la 22 $\nabla^2 G = -k^2 G + \delta(x - x_0, y - y_0)$, entonces se puede describir la ecuación 21 y 22 como:

$$\int_V -k^2 \varphi \, dv = \int_S \nabla \varphi \cdot \hat{n} \, ds \quad (23)$$

$$\int_V [-k^2 G + \delta(x - x_0, y - y_0)] \, dv = \int_S \nabla G \cdot \hat{n} \, ds \quad (24)$$

Al multiplicar la ecuación 23 y la ecuación 24 por G y φ respectivamente se obtiene:

$$\int_V -k^2 G \varphi \, dv = \int_S G \nabla \varphi \cdot \hat{n} \, ds \quad (25)$$

$$\int_V [-k^2 G \varphi + \delta(x - x_0, y - y_0) \varphi] \, dv = \int_S \varphi \nabla G \cdot \hat{n} \, ds \quad (26)$$

Al restarle la ecuación 25 a la 26 obtenemos

$$\int_v \delta(x - x_0, y - y_0) \varphi dv = \int_s (\varphi \nabla G) \cdot \hat{n} ds + \int_s (-G \nabla \varphi) \cdot \hat{n} ds$$

y si
$$\int_v \delta(x - x_0, y - y_0) \varphi dv = \varphi(x_0, y_0)$$

el campo total para el punto (x_0, y_0) esta dado por:

$$\varphi(x_0, y_0) = \int_{s_i} [\varphi \nabla G - G \nabla \varphi] \cdot \hat{n} ds + \int_{s_r} [\varphi \nabla G - G \nabla \varphi] \cdot \hat{n} ds \quad (27)$$

El primer término después de la igualdad se refiere al campo incidente mientras que el segundo término se refiere al campo esparcido en la superficie o costa.

Es posible resolver estas ecuaciones integrales de forma numérica al poner el punto de observación ($r = (x_0, y_0)$) en la superficie ($r = \Sigma$), con esto conocer el campo cercano y así obtener el factor de amplificación.

La ecuación 27 se puede escribir como:

$$\varphi(r) = \varphi_i(r) + \int_{s_r} \left[\varphi_r \frac{\partial G}{\partial n} + G \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_r \right] ds \quad (28)$$

donde la superficie $r = \Sigma$

b) Esquematización del Problema.

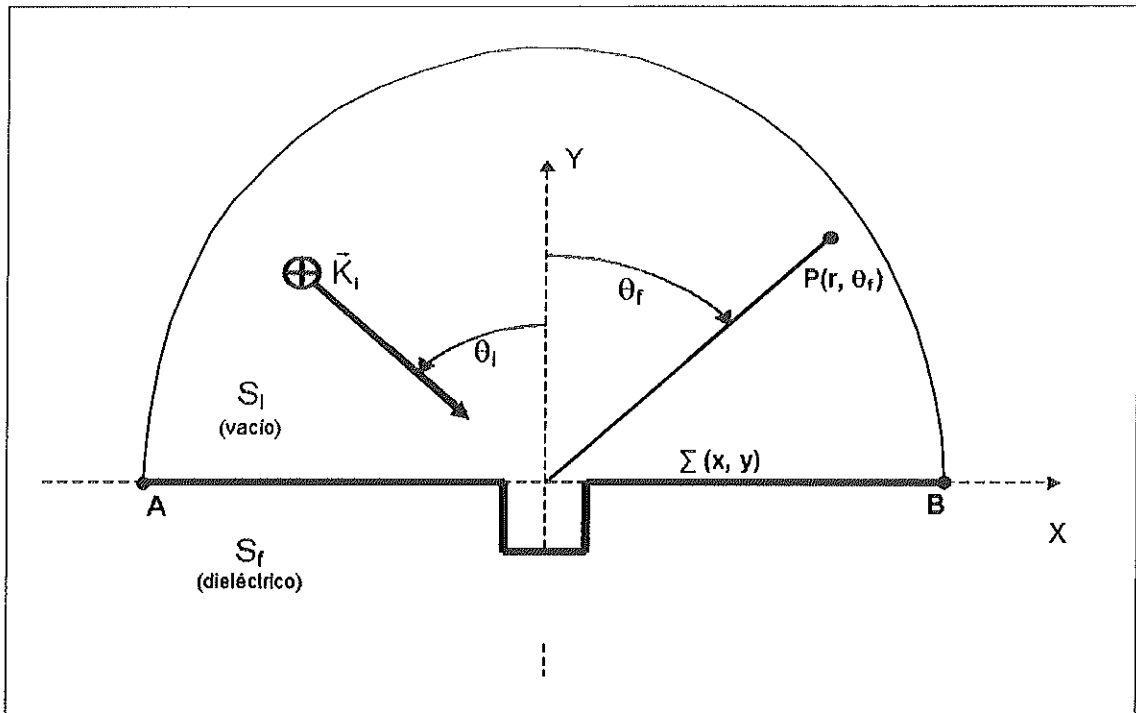


Figura 1. Diagrama que nos muestra la geometría que se utilizó en el presente trabajo para tratar el problema de la resonancia en superficie reentrantes con profundidad constante.

El perfil $\Sigma(x, y)$ define la frontera entre el vacío (S_i) y el medio esparcido (S_f) que con un medio homogéneo e isotrópico esta caracterizado por una constante dieléctrica compleja (ϵ). La superficie es iluminada con un vector de ondas \vec{K}_i , el ángulo de incidencia se denota por θ_i y el esparcido por θ_r .

c) Parametrización de la línea de costa

La formulación del problema de la dispersión en términos de un perfil parametrizado es adecuada para el estudio de las superficies o cavidades reentrantes. Tomando en cuenta que se estudian las superficies reentrantes, las ecuaciones para el esparcimiento de las ondas en un campo electromagnético se modificaron por Mendoza y Méndez (1997) parametrizando analíticamente la superficie.

Se considera una superficie con longitud finita y limitada por la curva Σ . El propósito es discretizar el perfil de la superficie en términos de un parámetro, que por conveniencia se eligió la longitud de arco a lo largo de Σ . Por lo que las ecuaciones del esparcimiento de las ondas son expresadas en términos de dicho parámetro.

El perfil de Σ es la trayectoria entre el punto A y el punto B (ver figura 1), permitiendo que Σ sea un arco rectificable con un número finito de puntos singulares (Mendoza y Méndez, 1997). Cumpliéndose estas condiciones es posible encontrar un parámetro s , tal que la curva Σ sea descrita como un valor (o vector) de la función continua \vec{R} de dicho parámetro, definida en un intervalo

cerrado. En este caso es conveniente escoger un parámetro t igual a lo largo de la curva s , que comienza en el punto A el que sería el tramo inicial de la curva.

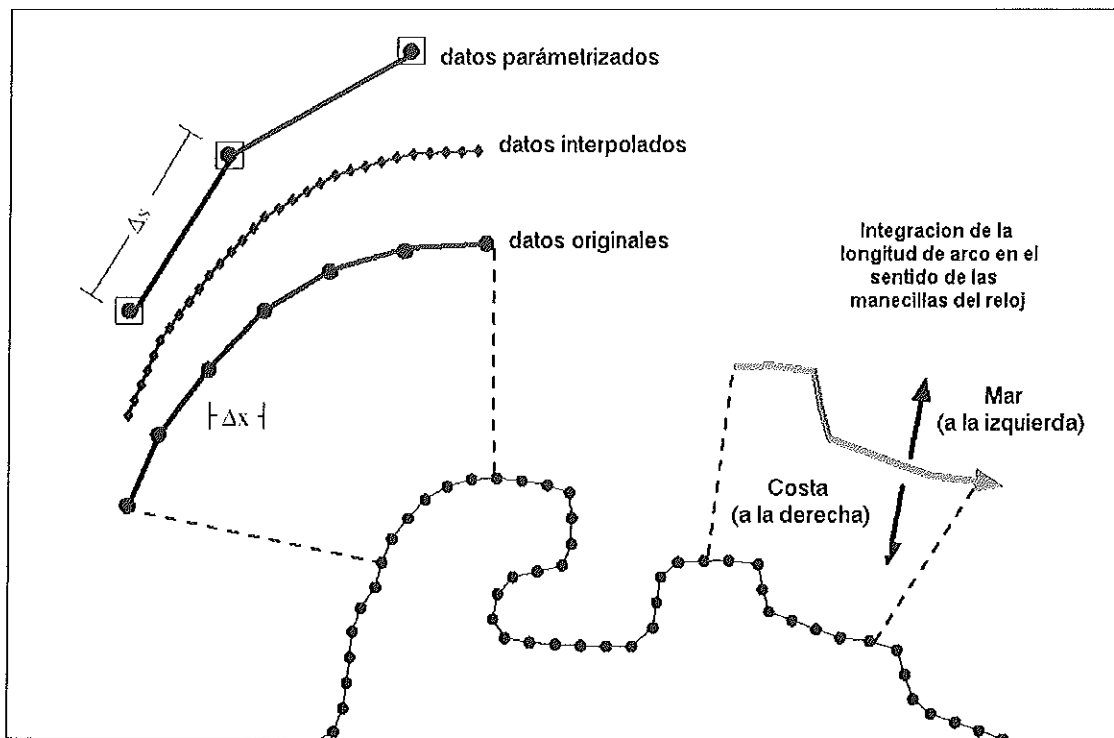


Figura 2. Parametrización numérica del perfil de la superficie realizada a un intervalo constante (Δs). La integración de la longitud de arco avanza en el sentido de las manecillas de reloj, teniendo a su izquierda el mar y a la derecha la costa (Tomada de Negrete et al. 2000).

El perfil de la superficie puede ser representado por la función vector $\vec{R}(s)$, donde el intervalo parametrizado, I_T , es $[0, L_T]$, y L_T representa el largo total de Σ .

$$L_T = \int_{\Sigma} ds \quad (29)$$

Se asume que la primera y segunda derivada de la función $\bar{R}(s)$ existen en cada uno de los puntos regulares de Σ . Las ecuaciones de dispersión no están bien definidas para los puntos que presentan singularidades en Σ (ver figura 3), por lo que se consideran M puntos singulares en Σ (donde M puede ser igual a cero), dados por los vectores $R = (s = L_1), R = (s = L_2), \dots, R = (s = L_M)$. Obtenemos M valores para el parámetro s donde ocurren las singularidades, donde podemos dividir el intervalo $[0, L_T]$ en $M + 1$ subintervalos: $I_0 = [0, L_1), I_1 = (L_1, L_2), \dots, I_M = (L_M, L_T]$, de manera que forman un nuevo intervalo de parametrización I'_T sin presentar puntos singulares. Debido a esto la función $\bar{R}(s)$ ya no es continua pero los puntos con singularidades no contribuyen a la solución del problema de la dispersión, además los resultados en los puntos regulares no son afectados por las singularidades en la superficie.

Cada punto regular del intervalo I'_T se describe como

$$\bar{R}(s) = [\xi(s), \eta(s)] \quad (30)$$

Las funciones $\xi(s)$ y $\eta(s)$ se pueden resolver tanto numérica como analíticamente, así como su primera y segunda derivada en cada punto I_T .

$$(ds)^2 = (d\xi)^2 + (d\eta)^2 \quad (31)$$

Para cada subintervalo I_j , de las funciones $\xi(s)$ y $\eta(s)$ se puede encontrar las soluciones si se invierten las funciones para obtener $s(\xi)$ y $s(\eta)$, dadas por

$$s(\xi) = s(\xi) + \int_{\xi_j}^{\xi} \sqrt{1 + \left[\frac{d\eta(\xi)}{d\xi} \right]^2} d\xi \quad (32)$$

y

$$s(\eta) = s(\eta) + \int_{\eta_j}^{\eta} \sqrt{1 + \left[\frac{d\xi(\eta)}{d\eta} \right]^2} d\eta \quad (33)$$

La normal y la derivada normal como funciones del parámetro s , están dadas por;

$$n(\bar{R}) = (-\eta'(s), \xi'(s)) \quad (34)$$

y

$$\hat{n} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \Big|_{\vec{r}=\vec{R}} = \left(-\eta'(s) \frac{\partial}{\partial \xi(s)}, \xi'(s) \frac{\partial}{\partial \eta(s)} \right) \quad (35)$$

Con los resultados obtenidos es posible modificar la ecuación 28, en la que se formula del problema del esparcimiento de las ondas en superficies reentrantes (ver la Ecuación 28), o sea

$$\varphi(s') = \varphi(s')_{inc} + \lim_{v \rightarrow 0} \int_0^{L'} \left(-\eta'(s) \frac{\partial}{\partial \xi(s)}, \xi'(s) \frac{\partial}{\partial \eta(s)} \right) \times H_0^{(w)} \left(\frac{\omega}{c} \sqrt{(\xi'(s) - \xi(s) - v\eta'(s'))^2 + (\eta'(s) - \eta(s) - v\xi'(s'))^2} \right) \varphi(s) ds \quad (36)$$

Donde se utilizó la función de Hankel de primera clase y orden cero $H_0^{(w)}$, que de igual forma que la función de Green satisface las ecuaciones de Helmholtz para una superficie dada.

Para realizar la parametrización de cada segmento se elige un punto inicial de sobre la superficie y se evalúa la longitud de arco a lo largo del la superficie en el sentido de la manecillas del reloj. Por convención la parte

localizada a la izquierda de la dirección de integración se encuentra el mar y a la parte localizada a la derecha sería la costa (ver figura 2).

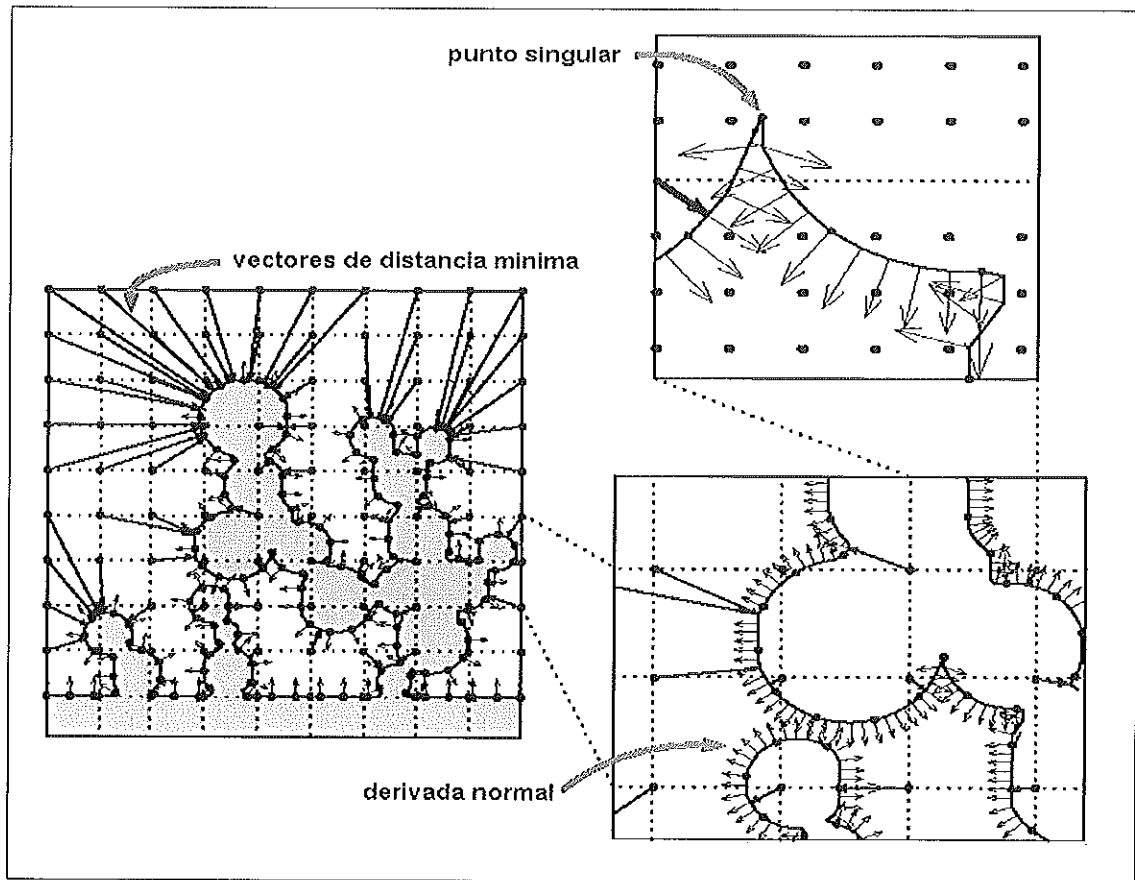


Figura 3. Se ilustra el vector de distancia mínima entre los puntos de la malla y los puntos regulares en el perfil de la superficie, las derivadas normales a los puntos regulares de la superficie y un punto que presenta singularidades que pueden ser identificadas debido a que la magnitud de la derivada normal es considerablemente menor a la unidad (tomada de Negrete et al. 2000).

Negrete et al (2000) ampliaron la formulación propuesta por Mendoza y Méndez (1997) para estudiar funciones con perfiles múltiples, además de tratar el problema de la dispersión en superficies o cavidades reentrantes tanto en el campo cercano como en el lejano para ambas polarizaciones.

IV. Resultados

Se utilizó una costa digitalizada para simular un puerto rectangular con una entrada angosta abierta a la incidencia normal y periódica de las ondas; la cual es idéntica en su forma y proporciones a la mesa generadora de ondas utilizada en el experimento de Lee (1971).

Los números de onda ($k=2\pi/L$) están normalizados con un valor arbitrario (a), que para este caso es igual a la longitud de las paredes laterales del puerto rectangular digitalizado idéntico al utilizado en el experimento de Lee (1971). Se utilizó la unidad como el valor arbitrario (a) ya que facilita la solución del problema de la parametrización de la superficie a la que se aplicó el modelo. Por lo que en adelante me referiré como número de onda para hablar del parámetro adimensional ka .

Se estudió el comportamiento del modelo con la implementación de la constante dieléctrica compleja (ϵ) como un disipador de energía por la línea de costa. Se probaron más de trescientas constantes dieléctricas cambiando el valor de la parte real y de la parte imaginaria de manera aleatoria. Para cada número de onda (ka) se seleccionó la constante dieléctrica compleja (ϵ) que mejor se ajustó a los datos del experimento realizado por Lee (1971), por lo que ϵ esta en función del número de onda, $\epsilon(ka)$.

Tabla I. Números de onda (ka) utilizados en el modelo de resonancia y las longitudes de onda (λ) correspondientes.

ka	λ	ka	λ
0.1	62.8312	2.6	2.4166
0.2	31.4156	2.7	2.3271
0.3	20.9437	2.8	2.2440
0.4	15.7078	2.9	2.1666
0.5	12.5662	3	2.0944
0.6	10.4719	3.1	2.0268
0.7	8.9759	3.2	1.9635
0.8	7.8539	3.3	1.9040
0.9	6.9812	3.4	1.8480
1	6.2831	3.5	1.7952
1.1	5.7119	3.6	1.7453
1.2	5.2359	3.7	1.6981
1.3	4.8332	3.8	1.6535
1.4	4.4879	3.9	1.6111
1.5	4.1887	4	1.5708
1.6	3.9269	4.1	1.5325
1.7	3.6960	4.2	1.4960
1.8	3.4906	4.3	1.4612
1.9	3.3069	4.4	1.4280
2	3.1416	4.5	1.3962
2.1	2.9920	4.6	1.3659
2.2	2.8560	4.7	1.3368
2.3	2.7318	4.8	1.3090
2.4	2.6180	4.9	1.2823
2.5	2.5132	5	1.2566

El factor de amplificación (R), que se define como el valor absoluto de la amplitud de la onda en la parte central de la pared posterior del puerto (ver el punto A en las figuras 4 y 5), se utilizó para evaluar el comportamiento de la constante dieléctrica compleja (ϵ). El punto A se localiza exactamente en el mismo sitio en el que se realizó el muestreo del experimento de Lee (1971), por lo cual los resultados del modelo son comparables con los datos experimentales obtenidos por Lee (1971).

En las figuras 4, 5 y 6 se graficaron las curvas de respuesta en el punto A para el puerto rectangular abierto a la incidencia periódica de las ondas, el número de onda (ka) en el eje de las abscisas y al factor de amplificación (R) en el de la ordenada al origen. Estas curvas comparan los datos obtenidos utilizando diferentes fronteras en la línea costa modelada contra los datos experimentales obtenidos por Lee (1971).

El comportamiento del puerto se visualiza espacialmente en las figuras de la 7 a la 15. Se realizaron contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano mostrando las oscilaciones de las ondas dentro y fuera del puerto, de esta manera se pueden observar los diferentes modos de oscilación que se produjeron en el puerto rectangular.

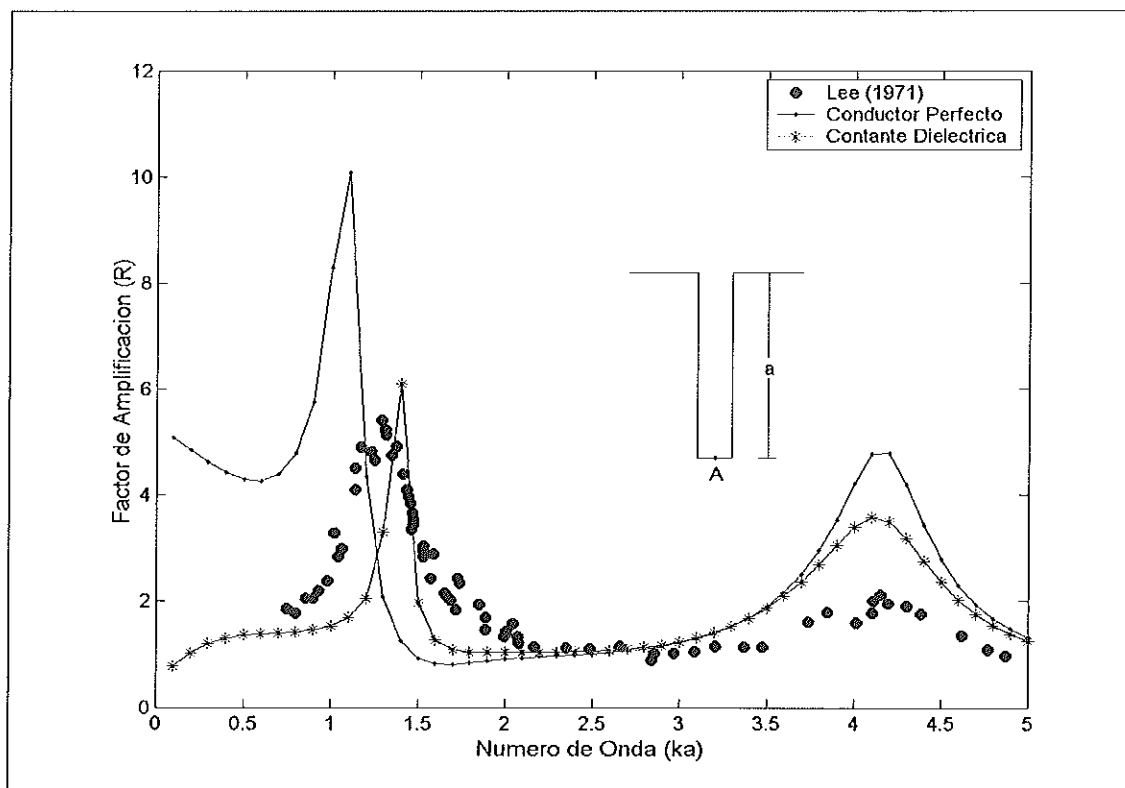


Figura 4. Curva de respuesta en la pared posterior de un puerto rectangular (punto A), con número de onda (ka) en el eje de las abscisas y el factor de amplificación (R) en el de la ordenada al origen. Se comparan los datos del experimento de Lee (1971) con dos tipos diferentes de frontera.

En la figura 4 se comparan tres curvas; una con datos del experimento de Lee (1971), y dos simulaciones realizadas con el modelo integral propuesto por Mendoza y Méndez (1997) siguiendo la metodología desarrollada por Negrete et al. (2000) para obtener el campo cercano de la polarización p y calcular el factor de amplificación (R).

En la curva que simula una como superficie conductor perfecto, o sea, que no absorbe energía si no que se comporta como una costa reflejante, por lo regular el factor de amplificación (R) para cada número de onda (ka) es mayor al encontrado en el experimento de Lee (1971). Para la curva de respuesta de un puerto que simula una superficie dieléctrica se la implementó en el modelo la constante dieléctrica compleja ($\epsilon = -700 + 2500i$) en la que se observa la disipación de energía en el punto A si se le compara con el conductor perfecto, y tiene un comportamiento similar a la curva del experimento de Lee (1971). Esto se debe a que al incluir la constante dieléctrica estamos consideramos a la línea de costa como un material dieléctrico.

En la figura 5 se muestra el ajuste del modelo utilizando la constante dieléctrica compleja (ϵ) para simular la absorción de energía por la línea de costa con los datos experimentales obtenidos por Lee (1971). El mejor ajuste a los datos experimentales de Lee (1971) se realizó trabajando con diferentes constantes dieléctricas complejas (ϵ).

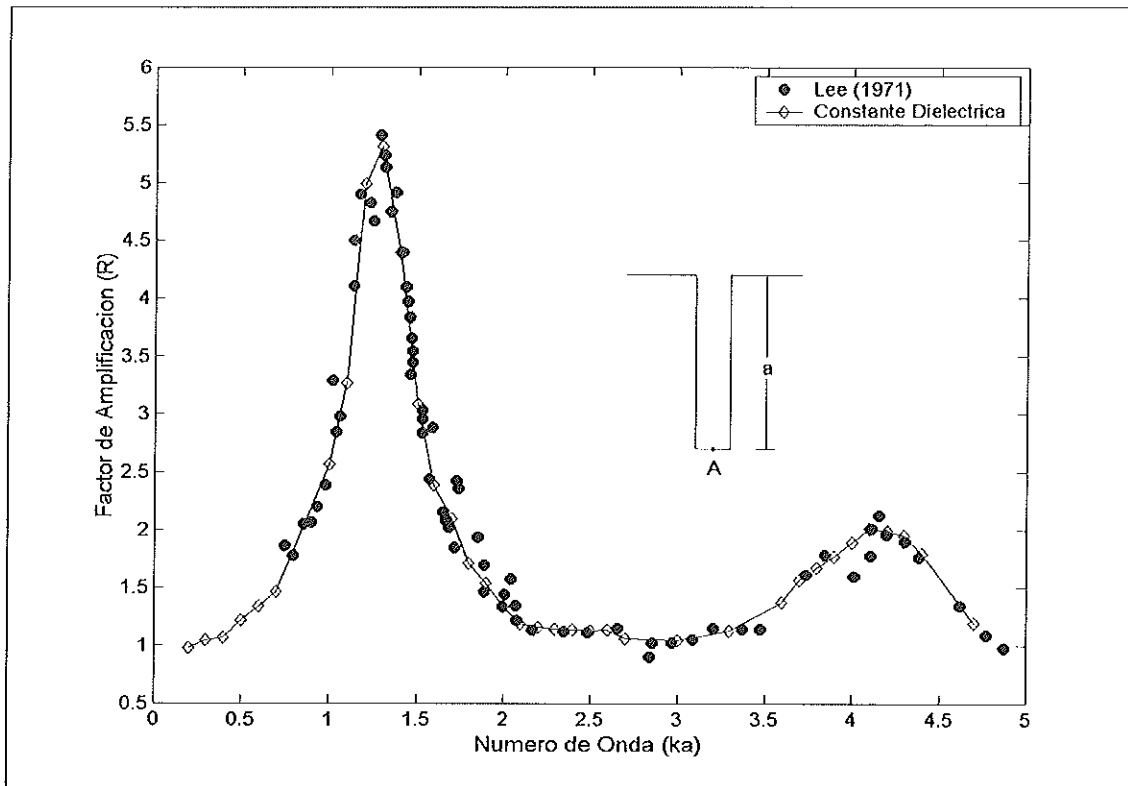


Figura 5. Curva de respuesta en la pared posterior de un puerto rectangular (punto A) con numero de onda (ka) en el eje de las abscisas y el factor de amplificación (R) en el de la ordenada al origen. Se muestra el mejor ajuste del modelo con los datos experimentales de Lee (1971), en el que la ϵ en función del número de onda simula la absorción de energía por la línea de costa.

Esto se debió a que en ninguna de las constantes dieléctricas complejas (ϵ) coincidía con los datos de Lee (1971) para todos los números de onda que se simularon en el modelo, por lo que la curva del modelo en la figura 5 incluye diferentes constantes dieléctricas complejas en función del numero de onda, ver tabla II.

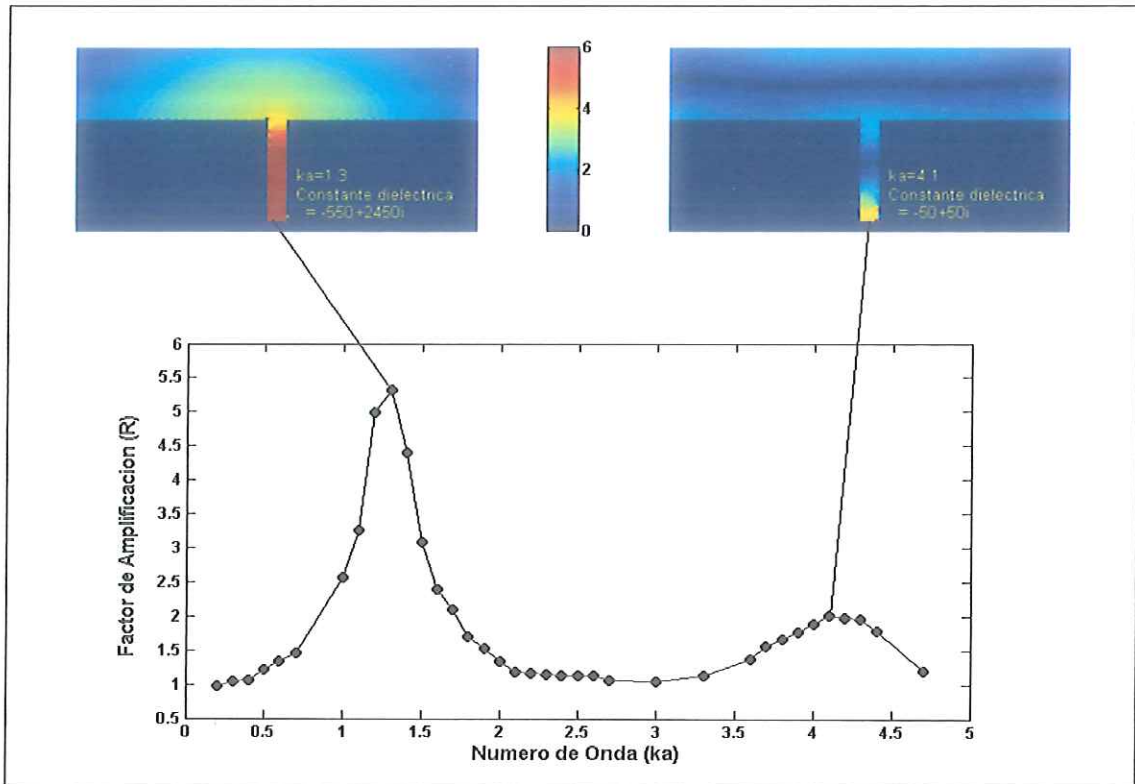


Figura 6. Curva de respuesta en la pared posterior de un puerto rectangular (punto A) con numero de onda (ka) en el eje de las abscisas y el factor de amplificación (R) en el de la ordenada al origen, mostrando graficas de contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano para los valores máximos.

La figura 6 muestra la curva de respuesta en el punto A para el puerto rectangular, con graficas de contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano para los dos máximos observados en la curva respuesta obtenida con la implementación en el modelo de la constante dieléctrica compleja (ϵ) en función del número de onda (ka).

Esta grafica muestra que la constante dieléctrica compleja (ϵ) puede simular la absorción de energía en la línea de costas debido al comportamiento del factor de amplificación (R).

Tabla II. Muestra los valores del Factor de Amplificación (R) y la constante dieléctrica compleja (ϵ) para cada uno de los números de onda que se trabajaron en el modelo.

ka	R	ϵ	ka	R	ϵ
0.2	0.9763	-60 + 1000i	2.2	1.1596	-900 + 600i
0.3	1.0442	-60 + 1000i	2.3	1.1419	-900 + 600i
0.4	1.0683	-60 + 1000i	2.4	1.1310	-900 + 600i
0.5	1.2202	-1000 + 700i	2.5	1.1270	-900 + 600i
0.6	1.3349	-1050 + 850i	2.6	1.1309	-900 + 600i
0.7	1.4641	-1000 + 1100i	2.7	1.0561	-900 + 1000i
1	2.5645	-700 + 2450i	3	1.0414	-30 + 10i
1.1	3.2617	-700 + 2550i	3.3	1.1255	-30 + 30i
1.2	4.9897	-700 + 2550i	3.6	1.3721	-50 + 20i
1.3	5.3118	-550 + 2450i	3.7	1.5723	-50 + 50i
1.4	4.4000	-1100 + 1100i	3.8	1.6716	-30 + 80i
1.5	3.0849	-500 + 1000i	3.9	1.7721	-50 + 20i
1.6	2.3876	-900 + 600i	4	1.8929	-50 + 30i
1.7	2.0924	-10 + 1000i	4.1	2.0114	-50 + 50i
1.8	1.7095	-600 + 600i	4.2	1.9866	-30 + 80i
1.9	1.5367	-600 + 500i	4.3	1.9545	-40 + 40i
2	1.3365	-600 + 600i	4.4	1.7928	-30 + 10i
2.1	1.1850	-900 + 600i	4.7	1.1964	-20 + 10i

Las figuras de la 7 a la 15 muestran una secuencia de imágenes con las oscilaciones en el campo cercano del puerto rectangular, con una superficie que simula un material con constante dieléctrica compleja (ϵ) en función número de onda (ka). La secuencia de las graficas de contornos muestra el factor de amplificación (R) de una onda que incide periódicamente de forma paralela a la parte superior de la imagen, por lo que llega sin perturbación a la entrada del puerto rectangular. Se graficó como valor máximo de amplificación el 6 dado que fue la escala que nos permitió la mejor resolución de los contornos para visualizar el comportamiento del campo cercano.

Estas figuras nos muestran el comportamiento del factor de amplificación (R) en un área, por lo que se observan los diferentes modos en los que oscila el puerto rectangular, no como las graficas de las figuras 4, 5 y 6 en las que solo se muestran los datos obtenidos en el punto (A). Pero al comparar los diferentes modos de oscilación se observa que en general todo el campo cercano entra en resonancia en los números de onda cercanos a los máximos de la figura 5 y 6.

Se obtuvo información difícil de comprobar debido a que solamente se obtuvieron datos experimentales para este puerto en el punto A, por lo que suponemos que si hay coincidencia en el punto A la habrá en el resto del campo cercano para la que se obtuvieron datos.

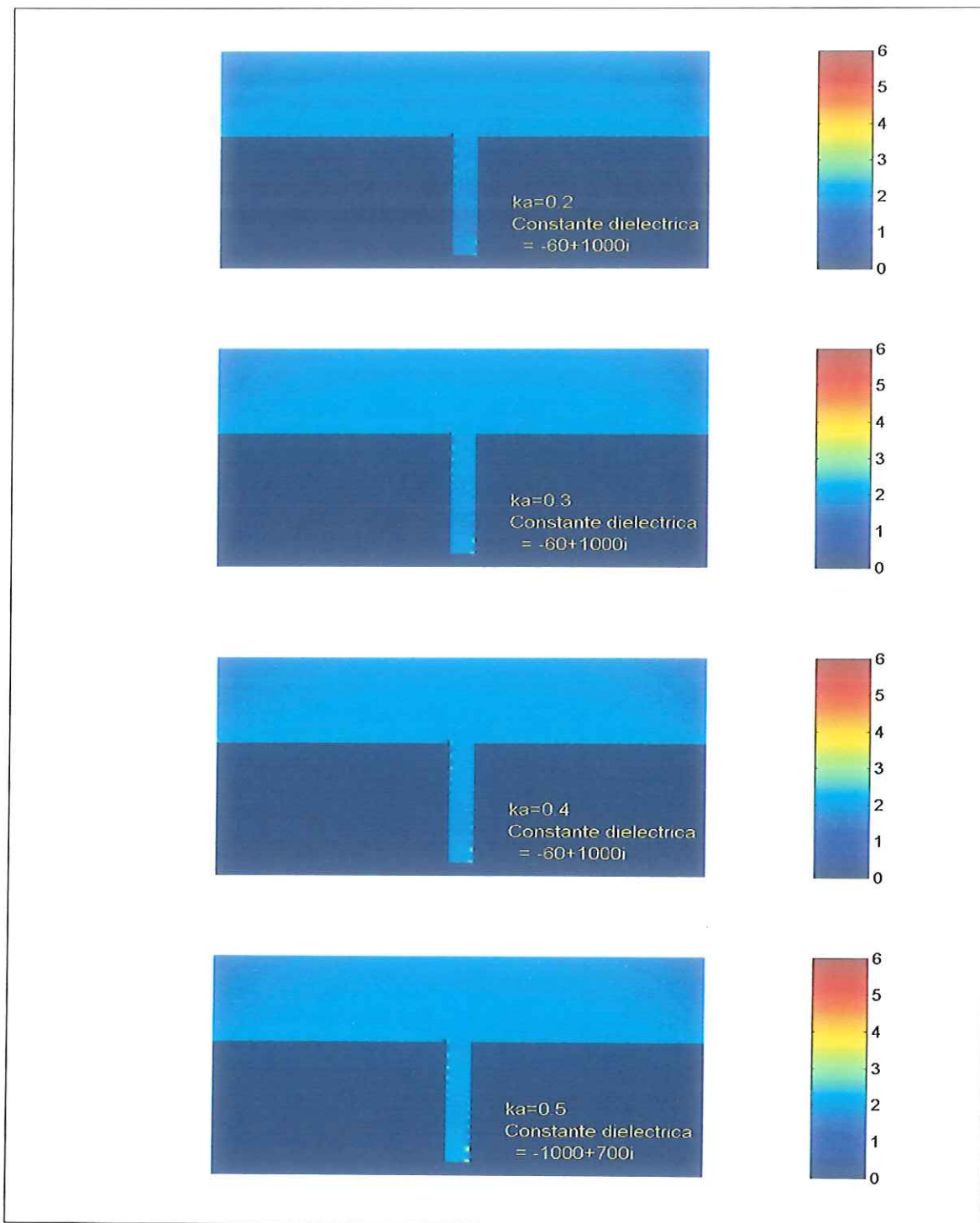


Figura 7. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación.

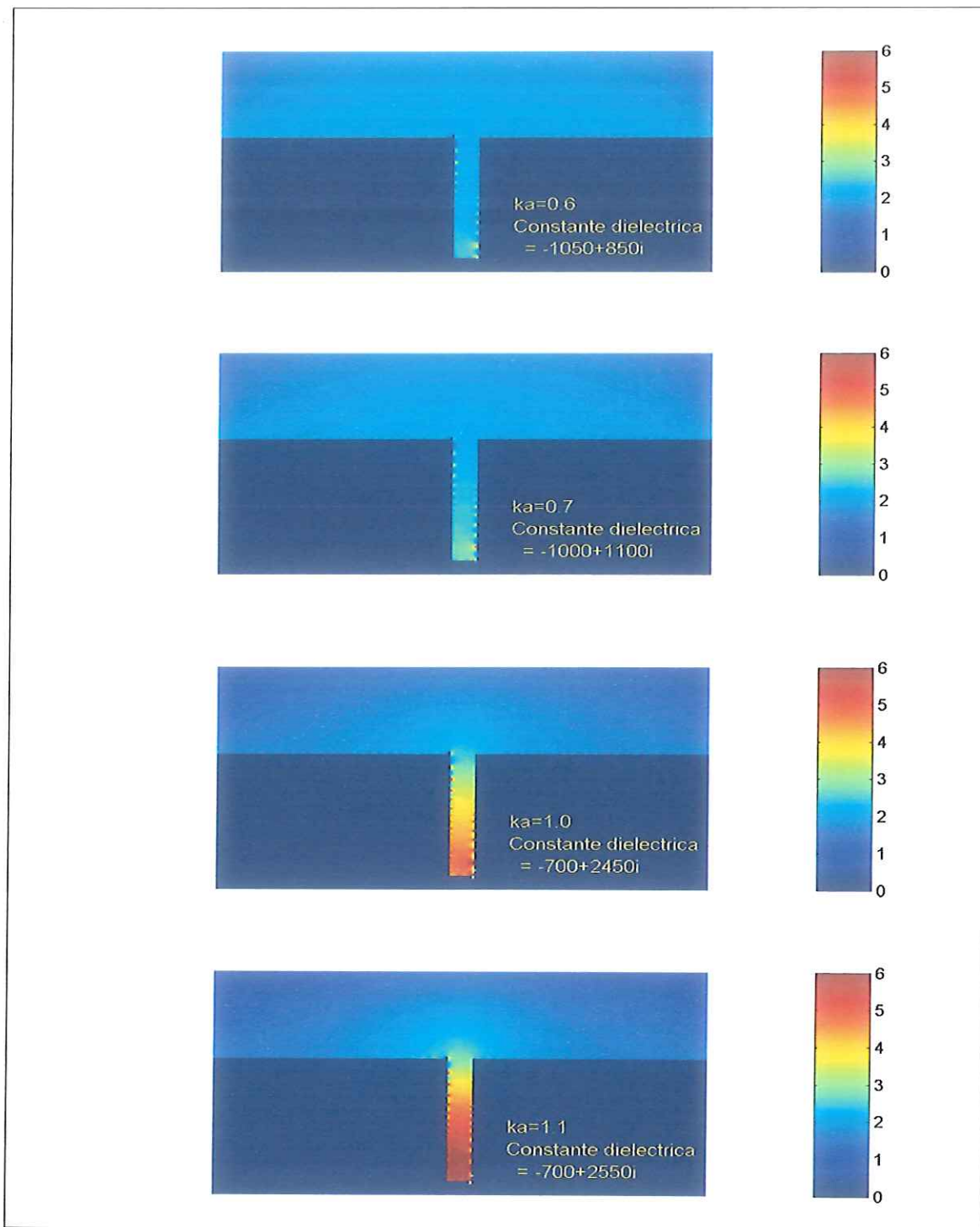


Figura 8. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación..

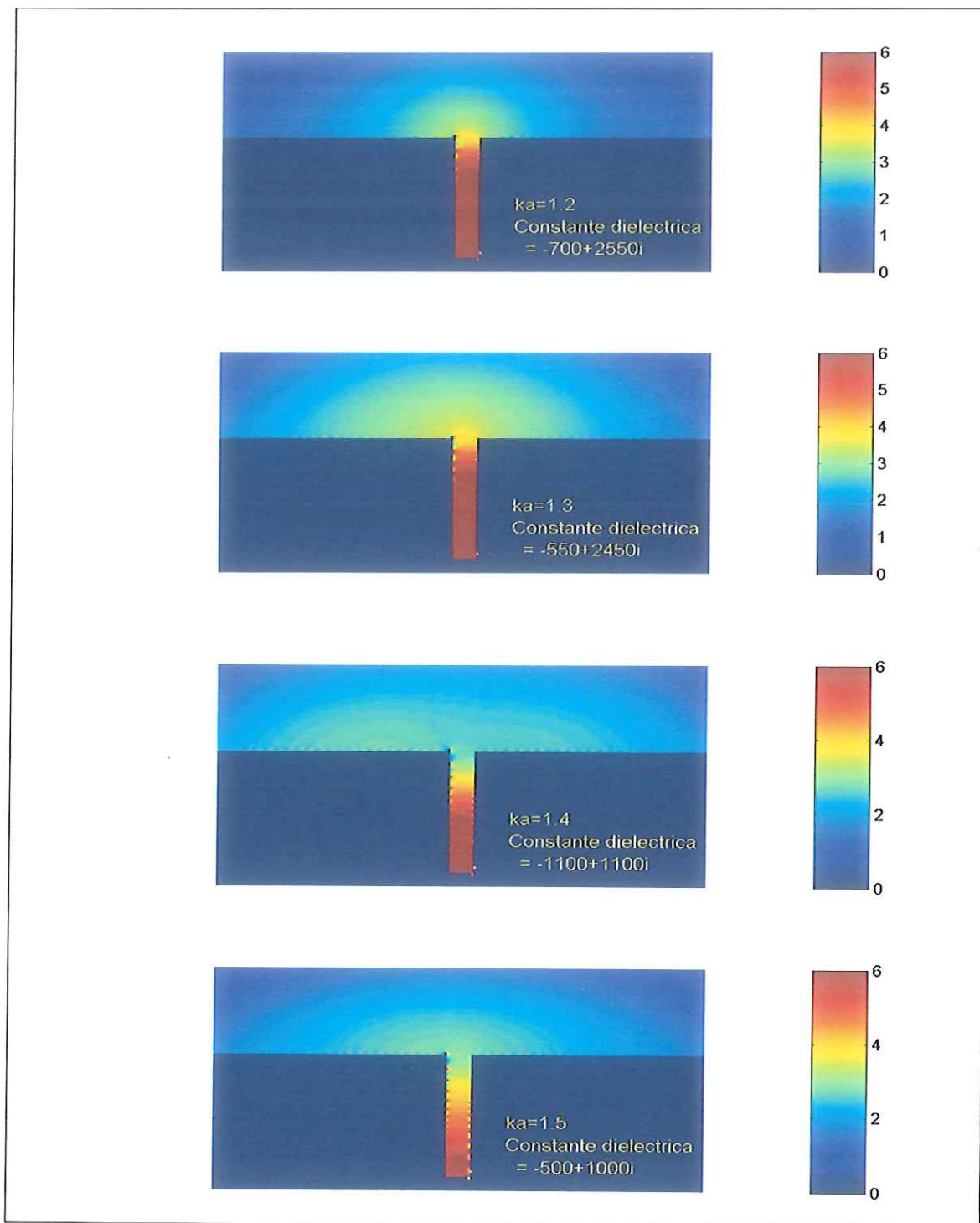


Figura 9. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación.

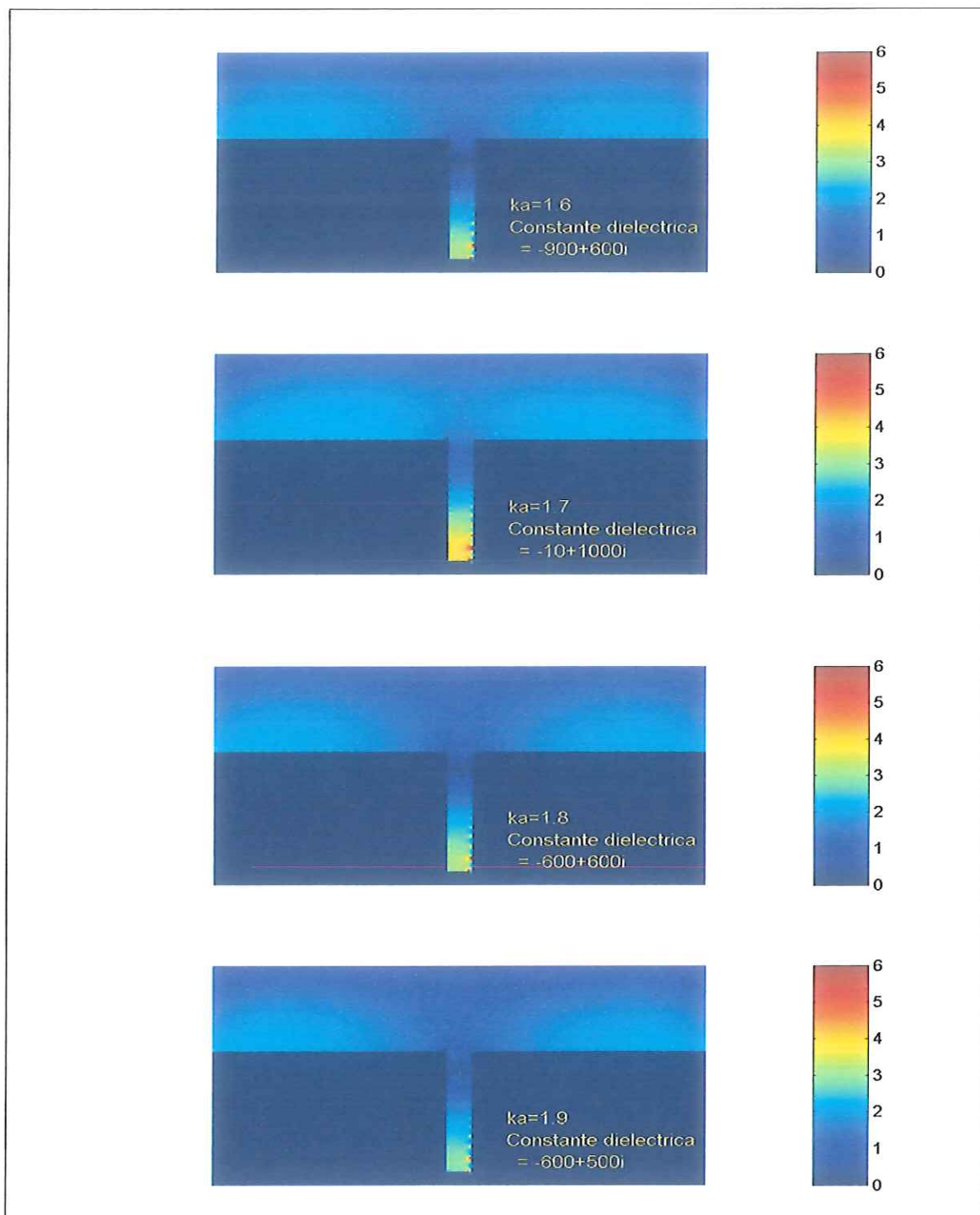


Figura 10. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación.

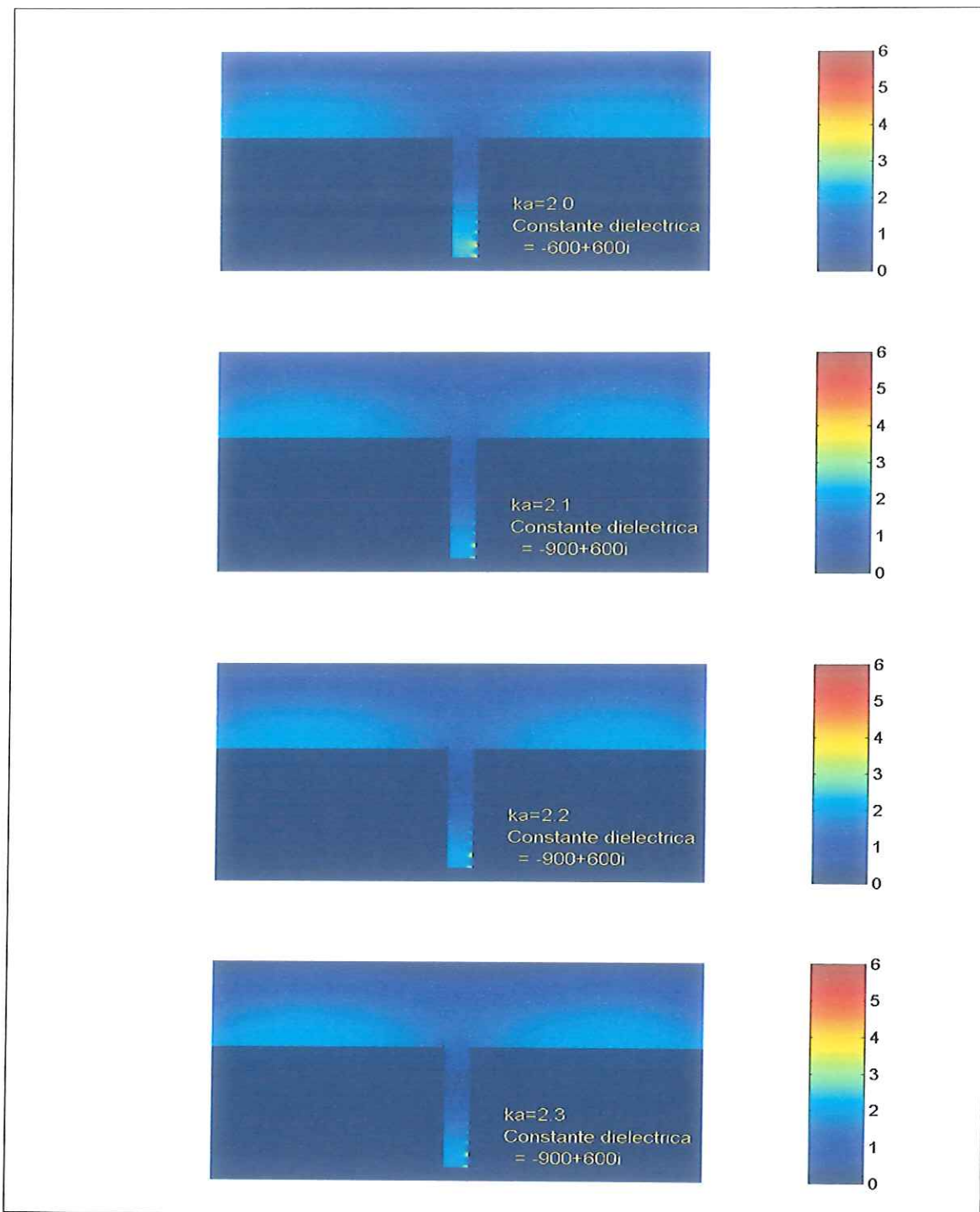


Figura 11. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación.

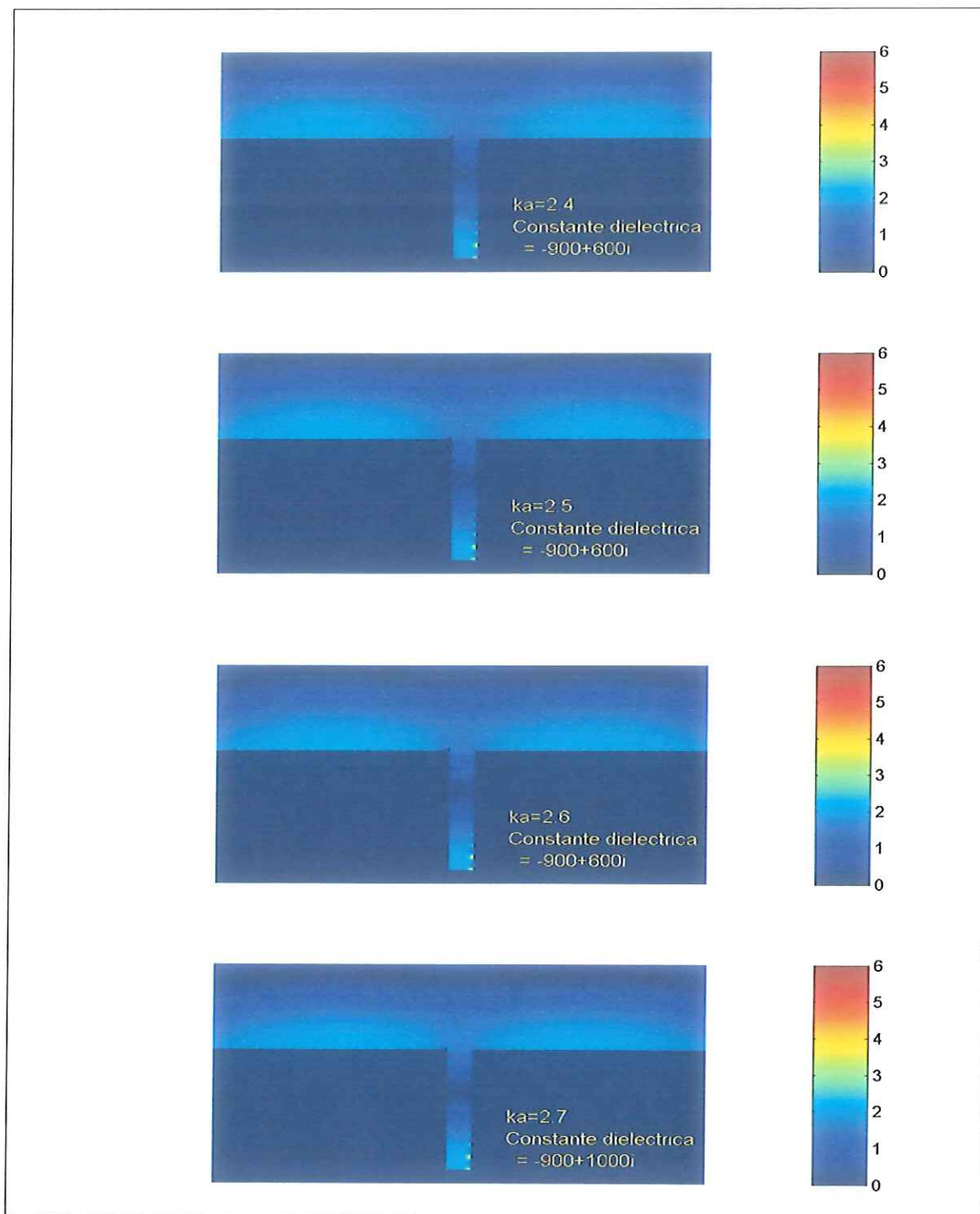


Figura 12. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación.

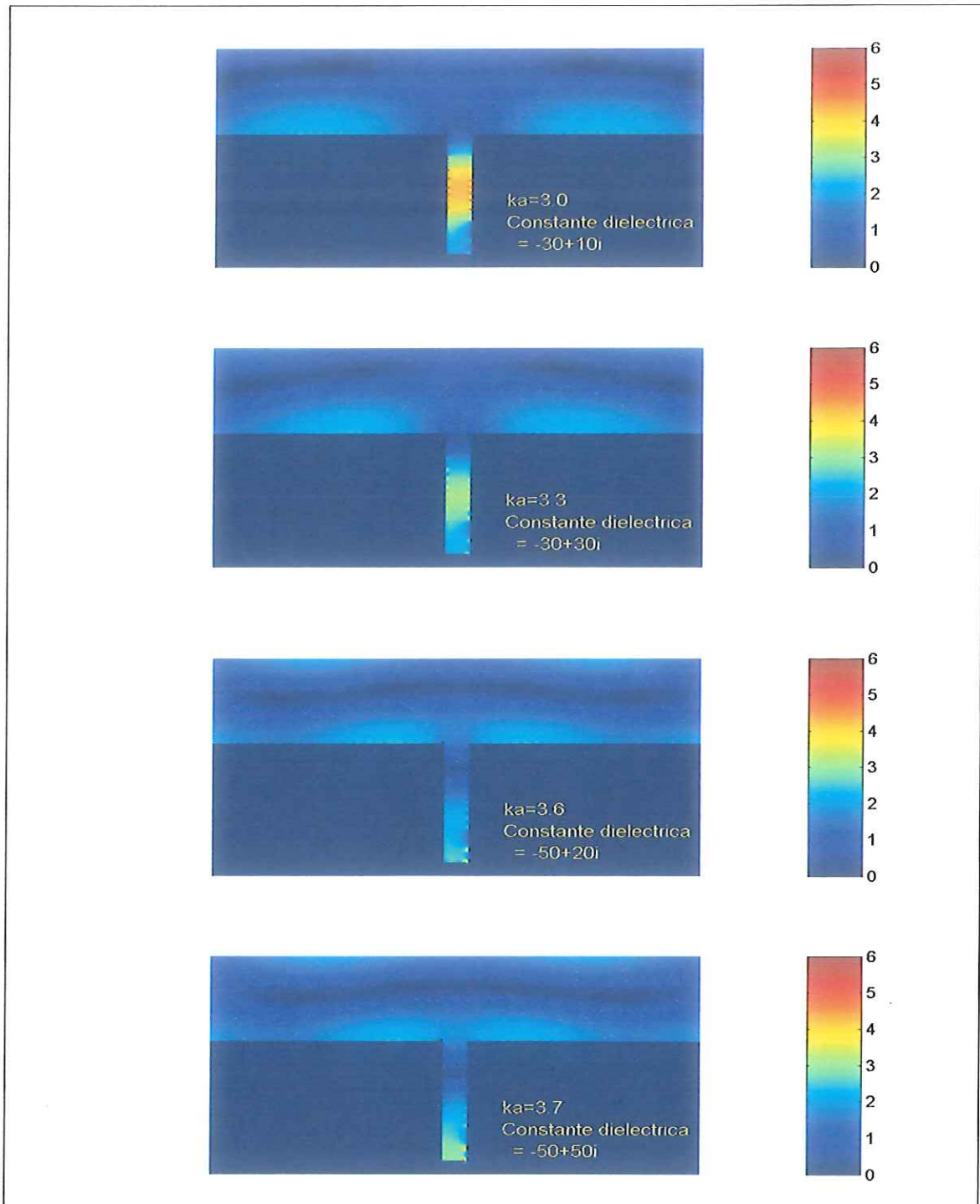


Figura 13. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación.

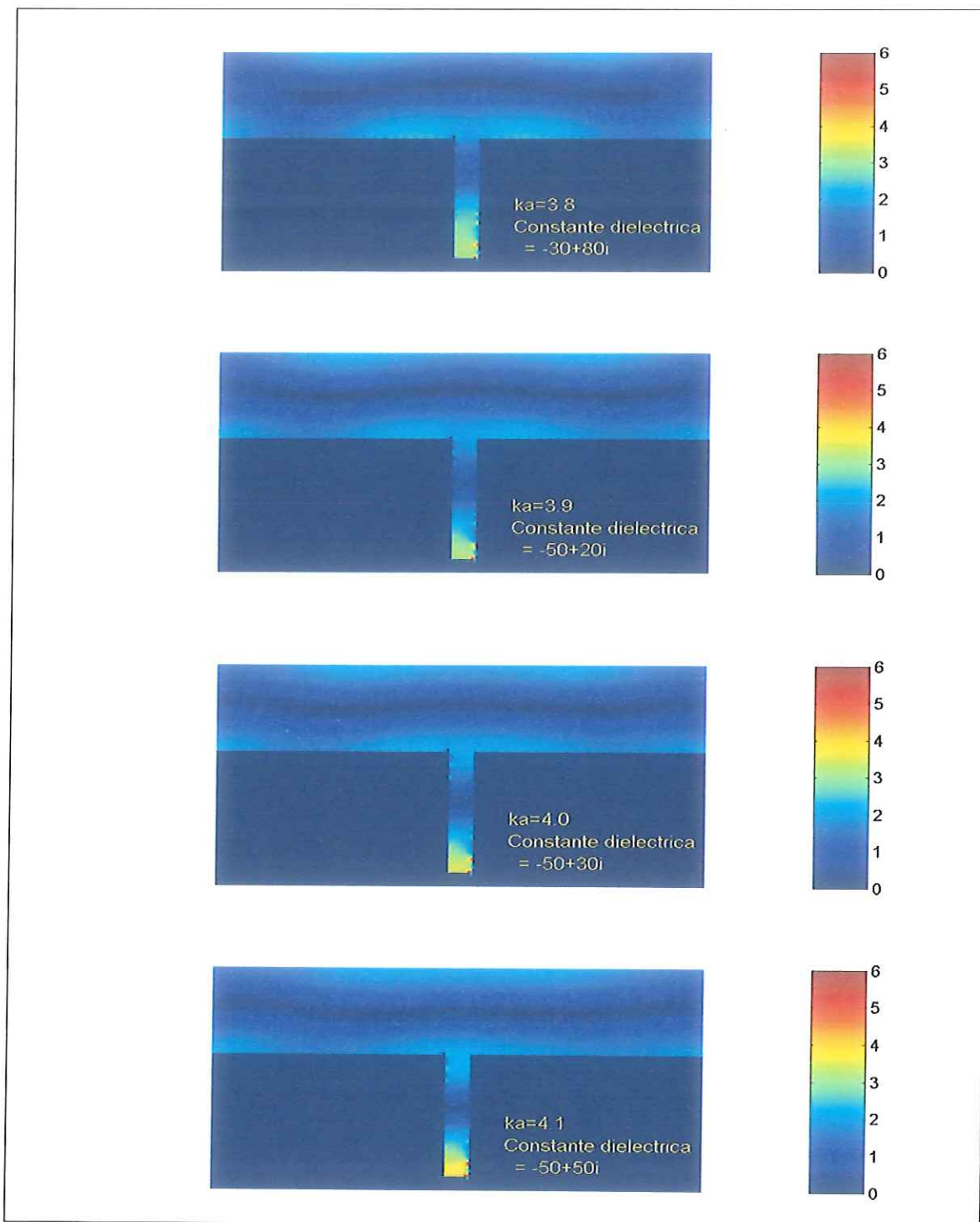


Figura 14. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación.

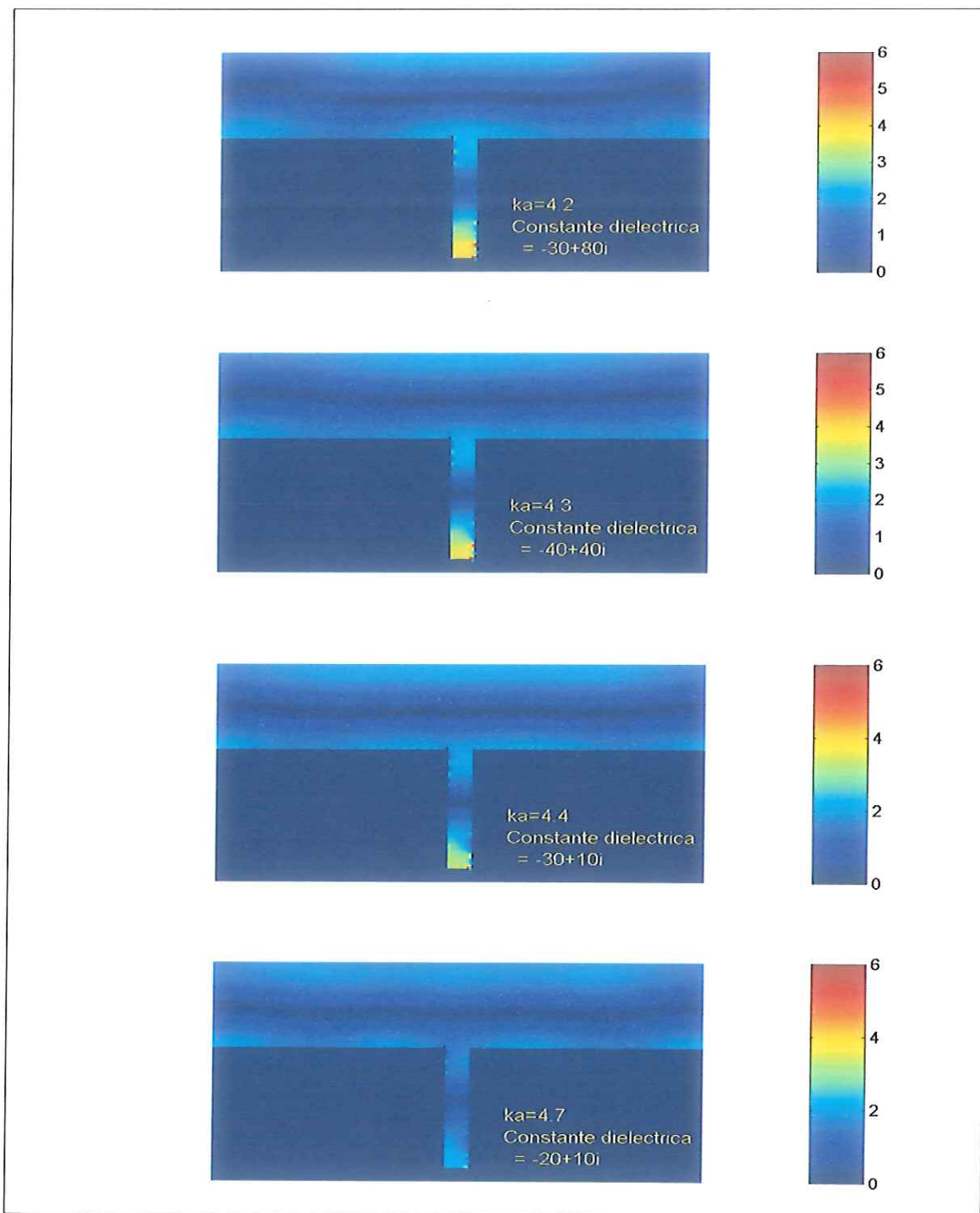


Figura 15. Contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano de un puerto rectangular con una superficie que simula un material dieléctrico mostrándonos los diferentes modos de oscilación.

V. Discusión

La constante dieléctrica compleja es, al menos, una variable dependiente del número de onda, pues además de que podría estar implicando otros parámetros como frecuencia, temperatura y presión.

Con el fin de verificar los resultados obtenidos para el esparcimiento de las ondas incidentes a un puerto rectangular, se aplicó el modelo en un puerto circular con una entrada de 10° , idéntico en forma y proporciones a los utilizados en los experimentos de Lee (1971). Se seleccionó esta superficie debido a la existencia de datos experimentales.

Se utilizaron solamente las constantes dieléctricas complejas que representaron la absorción de energía en el puerto rectangular (ver tabla II), siendo una en función del número de onda ($\epsilon(ka)$). Con la finalidad de comparar el funcionamiento de las ($\epsilon(ka)$) simulando la absorción de energía por el puerto circular, se muestreo en el punto A (ver figura 16), el que se encuentra a 45° y 0.70 pies (si su radio es de 0.75 pies) del centro del puerto.

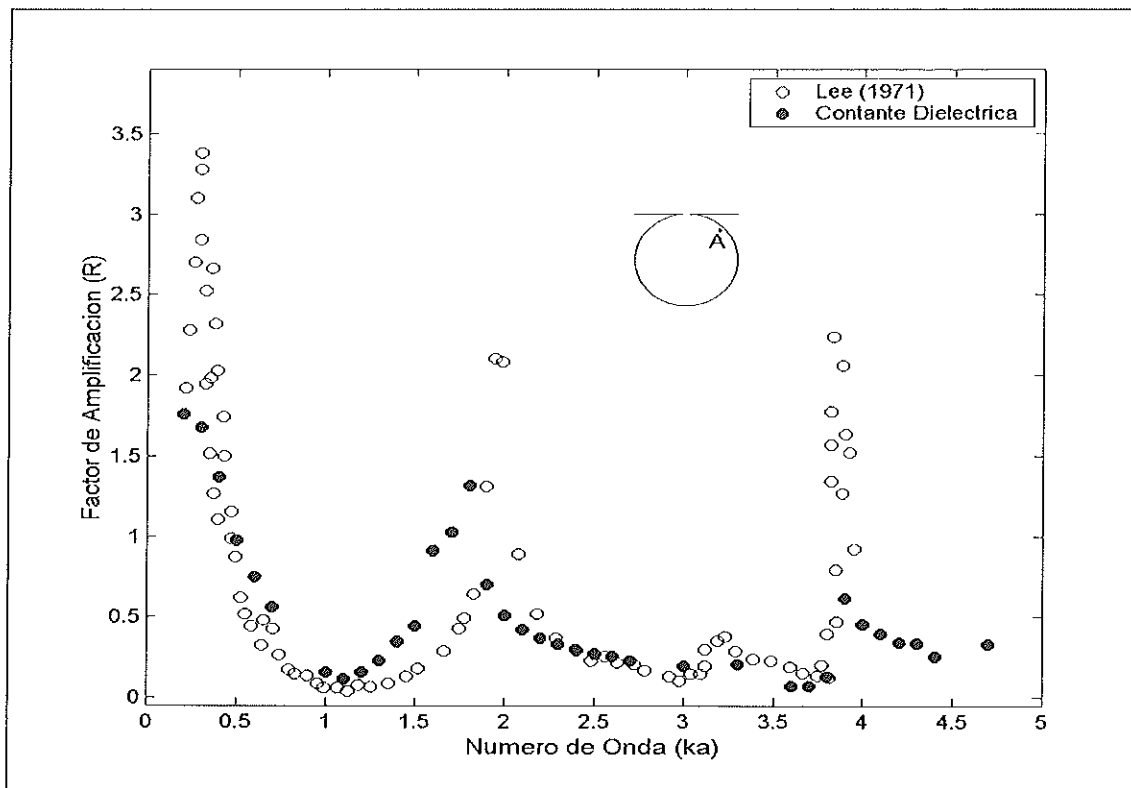


Figura 16. Curva de respuesta a las oscilaciones inducidas en un puerto circular con una entrada de 10° , los datos se obtuvieron en el punto A ya que fue donde se realizo el muestreo en el trabajo de Lee(1971). Los círculos abiertos representan los datos experimentales, mientras que los círculos cerrados son los datos del modelo incluyendo la constante dieléctrica compleja.

El modelo se ajustó de manera aceptable al utilizar las constantes dieléctricas complejas en función del número de onda ($\epsilon(ka)$) en el puerto circular (ver figura 16), sin tener el mismo grado de precisión que en el puerto rectangular. Esto se puede deber a la existencia de más de una constante dieléctrica compleja para cada número de onda capaz de simular la absorción

de energía, por lo que se supone que el valor de ϵ se puede estar asociado con la forma y la porosidad de la superficie Σ .

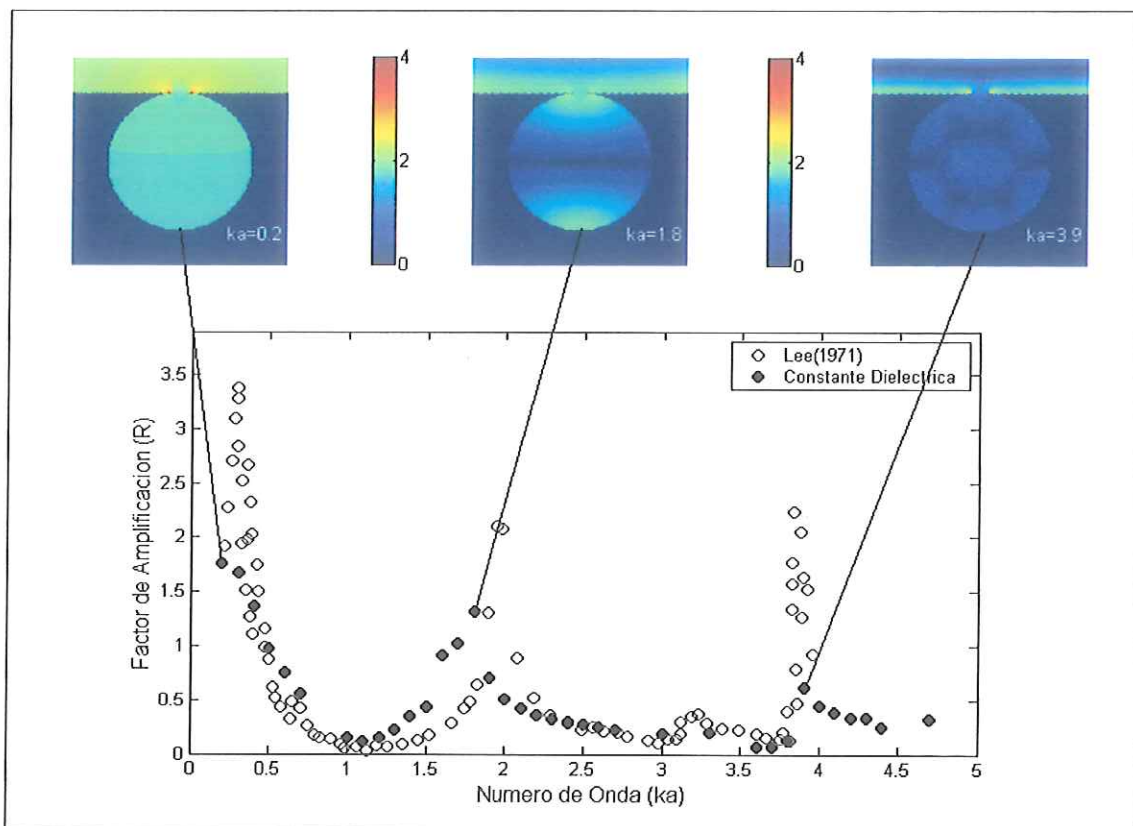


Figura 17. Curva de respuesta a las oscilaciones inducidas en un puerto circular con una entrada de 10° , los datos se obtuvieron en el punto A, mostrando graficas de contornos del factor de amplificación (R) en el campo cercano para los valores máximos.

Se propuso un polinomio para obtener la constante dieléctrica compleja en función del número de onda ($\epsilon(ka)$), el cual funciona correctamente para

obtener tanto la parte real como la imaginaria de la constante dieléctrica compleja. Pero el ajuste de la constante dieléctrica obtenida por el polinomio no fue el esperado para resolver el problema de la absorción de energía, esto es debido a que el comportamiento de la constante dieléctrica compleja es irregular y algunas de las curvas de respuesta solamente ajustaron para un número de onda para el que fueron propuestas en el presente trabajo.

El estudio del comportamiento de la constante dieléctrica compleja en el problema de la dispersión de las ondas incidentes a costas con geometría arbitraria se está desarrollando, esto es con la finalidad de comprender las implicaciones de la parte real y de la parte imaginaria en la absorción de energía. De igual manera es necesario un estudio más profundo sobre las implicaciones que tiene la constante dieléctrica en la forma y porosidad del perfil Σ .

VI. Conclusiones

El objetivo principal del presente trabajo ha sido cumplido, ya que se realizó un estudio exhaustivo sobre el comportamiento de la constante dieléctrica compleja como una alternativa para incluir la absorción de energía en la línea de costa en el modelo del esparcimiento de la luz por superficies rugosas reentrantes.

El modelo de resonancia respondió satisfactoriamente al problema de disipación de energía por la línea de costa mediante la inclusión de la constante dieléctrica compleja. La verificación de las constantes dieléctricas complejas para el puerto rectangular se realizó comparando los datos obtenidos con el modelo y los reportados en el experimento realizado por Lee (1971).

Así mismo, se realizó la simulación de un puerto circular utilizando las constantes dieléctricas obtenidas a partir del puerto rectangular, y resolvieron, en buenos términos, el problema de absorción de energía en el puerto circular. Se compararon con los datos obtenidos con los reportados por Lee (1971) para el puerto circular con una entrada de 10° .

El método integral para el esparcimiento de la luz en superficies reentrantes funciona bien según la formulación propuesta por Negrete et al. (2000). Su aplicación es correcta para:

- simular los modos de resonancia provocados en costas de geometría arbitraria (puerto rectangular y circular) expuestas a oscilaciones generadas por las ondas incidentes.
- simular la absorción de energía en la línea de costa utilizando las constantes dieléctricas es correcta si se considera una función del número de onda (ka).

El modelo presenta dificultades:

- debido a las características de la superficie, como la geometría y el tipo de material (conductor perfecto, impedancia y frontera dieléctrica).
- en que el modelo solamente es aplicable en cuerpos costeros con profundidad constante.

Se recomienda un estudio más profundo sobre:

- el comportamiento de la constante dieléctrica compleja simulando la absorción de energía en el caso de superficies de diferentes materiales.
- las características que determinan la frecuencia natural del puerto, que están dadas por su forma
- la posibilidad de incluir en el modelo cuerpos costeros con profundidades variables.

VII. Referencias

- Barradas, M.R. (2001), *Análisis direccional de los modos resonantes para las bahías de Manzanillo-Santiago, Colima, México*. Facultad de Ciencias Marinas, Universidad Autónoma de Baja California, Tesis de Licenciatura.
- Bekefi, G. y Barrett, A. H. (1987). *Electromagnetic Vibrations, Waves, and Radiation*. Cambridge, MA: MIT Press, pp. 418-420.
- Gerber, M. (1986). *Modelling dissipation in harbor resonance*. Coastal Engineering. vol. 10, pp. 211-252.
- Giancoli, D. C. (1997), *Física, Principios con aplicaciones*, 4ª edición, Editorial Prentice-Hall. Edo. de México. pp 786.
- Hecht, E. y Zajac, A. (1977). *Óptica*. Fondo Educativo Interamericano S.A. E.U.A. pp 586.
- Hwang, L. y Tuck, E.O. (1970). On the oscillations of harbors of arbitrary shape. J. Fluid Mech., vol 2, No. 3, pp. 447-464.
- Ippen, A.T. y Goda, Y. (1963). *Wave induced oscillations in the harbors: Solution for a rectangular harbor connected to the sea*. Report No.59 Hydrodynamics Lab, Mass. Inst. Tec. Cambridge, MA.

- Lee, J.J. (1971), *Wave-induced Oscillations in Harbors of Arbitrary Geometry*. J. Fluid Mech. vol. 45, pp. 375-394.
- Maradudin , A.A, Mitchel, T, Megurn, A. R. Mendez E.R. (1990). *Enhanced Backscattering of the light from a Random Grating*. vol. 203, No. 2. Annals of physics.
- Mendoza-Suárez A. y Méndez, E.R. (1997); *Light Scattering by a Reentrant Fractal Surface*, Appl. Opt. vol. 36, no 15, pp. 3521-3531.
- Miles, J. (1971). *Resonance response of harbors: an equivalent circuit analysis*, J. Fluids Mech. vol. 46 pp. 241-265.
- Miles, J. y Munk, W. (1961). Harbor paradox. Journal of the Waterways and Harbors Division. Proceedings of the American Soc. of Civil Engineers. Vol. 87, No. WW3, Proc. Paper 2888, pp. 11-130.
- Murakami, H. (1976). *A solution for a wave induced oscillations in harbors considering energy dissipation*. Coastal Engineering in Japan. vol. 19, pp 29-45.
- Negrete-Regagnon, P., Hernández-Walls R. y Ruíz-Cortéz, V. (2000). *Light Scattering Resonances in Arbitrary-Shaped One-Dimensional Reentrant Surfaces*, Proceeding SPIE, 4100: 33-45.

- Resnick, R. y Halliday, D. (1977). *Física; Parte I*. Undécima impresión. Ed. Continental. México, DF. pp. 922.
- Rivera, N.Y. (1981). *Obtención de los periodos de resonancia en la Bahía de Todos Santos*. Facultad de Ciencias Marinas, Universidad Autónoma de Baja California, Tesis de Licenciatura.
- Rodríguez C. (1996). *Análisis Numérico de Oscilaciones Inducidas en la Bahía de Todos Santos, Baja California, México*. Facultad de Ciencias Marinas, Universidad Autónoma de Baja California, Tesis de Licenciatura.
- Su, C.L. (1973). *Asymptotic Solutions of Resonances in Harbors with Connected Basins*. Journal of the Waterways Harbors and Coastal Engineering Division, pp. 375-391
- Weimen, Z. (1991). *Hybrid element method for a calculation of harbor resonance*. China Ocean Engineering. vol. 5, no. 2, pp. 203-212.
- Zill, D. (1987). *Calculo con Geometría Analítica*. Editorial Iberoamericana pp. 1014.

Consultas en línea

- http://www.usace.army.mil/publications/eng-manuals/em1110-2-1100/PartII/Part-II-Chap_7entire.pdf. Visitada el 27 de mayo de 2004.