

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO
ENSENADA



Ingeniería en Electrónica

**Formación de múltiples robots móviles utilizando diferente
configuración topológica**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Ingeniero en Electrónica

presenta:

JOSE IGNACIO LOZANO MARAVILLA

Ensenada, Baja California, México. Septiembre 2020.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO
UNIDAD ENSEÑADA

Formación de múltiples robots móviles utilizando diferente
configuración topológica

TESIS

que para obtener el grado de ingeniero en electrónica presenta:

JOSE IGNACIO LOZANO MARAVILLA

Y aprobada por el siguiente comité:



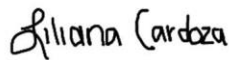
Dr. Adrian Arellano Delgado

Codirector de Tesis



Dra. Rosa Martha López Gutiérrez

Codirector del Tesis



Dra. Liliana Cardoza Avendaño

Miembro del Comité



Dr. Miguel Ángel Murillo Escobar

Miembro del Comité



Dr. Fausto Abundiz Pérez

Miembro del Comité

Septiembre 2020

RESUMEN de la tesis de **Jose Ignacio Lozano Maravilla**, presentada como requisito parcial para obtener el grado de INGENIERO EN ELECTRÓNICA. Ensenada, B.C. México, Septiembre 2020.

Formación de múltiples robots móviles utilizando diferente configuración topológica

Resumen aprobado por:



Dr. Adrian Arellano Delgado

Codirector de Tesis



Dra. Rosa Martha López Gutiérrez

Codirector de Tesis

En esta propuesta de tesis de licenciatura se pretende alcanzar el objetivo de control para la formación de dos o más robots móviles del tipo tracción diferencial utilizando linealización por retroalimentación dinámica. Se aborda el problema de manera numérica y se pretende llevar a un escenario de simulación en un entorno virtual en el software V-REP (ahora CoppeliaSim Edu). En particular, se acoplan uno o más robots móviles esclavos a un robot móvil maestro en diferentes configuraciones topológicas, recurriendo como metodología de trabajo a la linealización por retroalimentación dinámica, la teoría de sistemas complejos y teoría de grafos. Resultados esperados numéricos y en entorno de simulación virtual con fines de aplicaciones de patrullaje, exploración, búsqueda, entre otras.

Palabras clave: Robot móvil de tracción diferencial, trayectoria deseada, sistema dinámico, robot Khepera III, seguimiento de trayectoria, ecuación paramétrica, teoría de sistemas complejos, teoría de grafos.

ABSTRACT of the thesis presented by **Jose Ignacio Lozano Maravilla**, as a partial requirement to obtain the ELECTRONIC ENGINEER degree. Ensenada, B.C. México, September 2020.

Formation of multiple mobile robots using different topological configuration

Abstract approved by:



Dr. Adrian Arellano Delgado

Thesis codirector



Dra. Rosa Martha López Gutiérrez

Thesis codirector

This proposal for a bachelor's thesis aims to achieve the formation of two or more differential drive mobile robots using dynamic feedback linearization. The problem is addressed numerically and it is intended to lead it to a simulation in a virtual environment using V-REP software (now CoppeliaSim Edu). In particular, one or more slave mobile robots are coupled to a master mobile robot in different topological configurations, using as a work methodology dynamic feedback linearization, complex systems theory and graph theory are applied. Numerical and virtual environment expected results with possible applications on patrol, exploration, search, among others.

Keywords: Diferential drive robot, Desired path, Dynamic system, Robot Khepera III, Path tracking, Parametric equation, Complex systems theory, Graph theory.

A mis padres

*EVANGELINA MARAVILLA ESPINOZA y
JOSE IGNACIO LOZANO DÍAZ*

Agradecimientos

A **Mis Padres** por darme el privilegio de la vida y todo lo necesario para hacer un provecho de ella.

Al **Dr Adrian Arellano Delgado** por el guiamiento y el tiempo dedicado como codirector de esta tesis incluso durante momentos de una pandemia mundial.

A la **Dra. Rosa Martha López Gutiérrez** quien sera tutora, coordinadora de carrera, catedrática y mucho más, gracias por todo su apoyo desde mi primera semana en la universidad.

A **mis compañeros y amigos** por los memes y momentos compartidos.

A la **Universidad Autónoma de Baja California U.A.B.C.** por brindar las herramientas necesarias para obtener la licenciatura como ingeniero en electrónica.

A **Seoul National University of Science and Technology SEOULTECH** por recibirme con las puertas abiertas a la estancia estudiantil para mi formación personal y profesional.

Ensenada, B. C. México.
10 de Septiembre de 2020.

JOSE IGNACIO LOZANO MARAVILLA

Tabla de Contenido

Capítulo	Página
Resumen	iii
Abstract	iv
Agradecimientos	vi
Lista de Figuras	x
Lista de Tablas	xvi
1 Introducción	1
1.1 Estado del arte	2
1.2 Motivación	5
1.3 Planteamiento del problema de estudio	5
1.3.1 Hipótesis	5
1.3.2 Propuesta de solución	6
1.4 Objetivos	6
1.4.1 Objetivo general	6
1.4.2 Objetivos específicos	6
1.5 Organización de la tesis	7
2 Sistemas dinámicos	9
2.1 Sistema	9
2.2 Modelo del sistema	10
2.3 Sistema lineal y no lineal	11
2.4 Conclusiones del capítulo	12
3 Robot móvil de tracción diferencial	13
3.1 Modelo cinemático del robot móvil de tracción diferencial	13
3.2 Movimientos básicos de un robot móvil de tracción diferencial	15
3.3 Tareas básicas de un robot móvil de tracción diferencial	17
3.4 Conclusiones del capítulo	18
4 Ley de control para la asignación de trayectorias	19
4.1 Linealización por retroalimentación dinámica	19
4.2 Cálculo de las velocidades angulares w_L y w_R para el robot móvil de tracción diferencial	22
4.3 Ley de control	23
4.4 Trayectorias deseadas	23
4.4.1 Punto deseado (regulación)	24
4.4.2 Trayectoria circular	25
4.4.3 Trayectoria de forma infinito (Lemniscata)	26
4.4.4 Trayectoria con la forma de rosa polar	27
4.4.5 Trayectoria con la forma de espiral	28
4.4.6 Trayectoria de barrido	29
4.4.7 Trayectoria con la forma de pescado	30
4.4.8 Trayectoria con la forma de corazón	31

Tabla de Contenido (Continuación)

Capítulo	Página
4.5 Conclusiones del capítulo	32
5 V-REP, Matlab y Khepera III	33
5.1 Metodología para la simulación de los movimientos básicos del robot móvil de tracción diferencial	33
5.1.1 Movimientos básicos del modelo del robot móvil de tracción diferencial	33
5.1.2 Dinámicas de las velocidades angulares (w)	36
5.2 Metodología para la simulación de trayectoria asignada al robot móvil de tracción diferencial	36
5.2.1 Parámetros de la simulación de trayectorias	38
5.3 V-REP	39
5.3.1 V-REP API	39
5.3.2 Matlab	40
5.3.3 Khepera III	40
5.4 Conclusiones del capítulo	41
6 Simulaciones con entorno de simulacion V-REP	42
6.1 Simulación de un robot	42
6.1.1 Punto deseado	43
6.1.2 Trayectoria circular	46
6.1.3 Trayectoria de forma infinito	49
6.1.4 Trayectoria con la forma de rosa polar	52
6.1.5 Trayectoria con la forma de espiral	55
6.1.6 Trayectoria de barrido	58
6.1.7 Trayectoria con la forma de pescado	61
6.1.8 Trayectoria con la forma de corazón	64
6.2 Sistemas complejos	67
6.3 Sistema multiagente	67
6.4 Teoría de grafos	68
6.5 Grafo dirigido	69
6.6 Matriz de acoplamiento $A(G)$	69
6.7 Sincronización	69
6.8 Redes de robots	70
6.9 Simulación de dos robots	71
6.9.1 Topologías de conexión de dos robots	72
6.9.2 Formaciones de dos robots	73
6.9.3 Punto deseado	73
6.9.4 Trayectoria circular	76
6.9.5 Trayectoria de forma infinito	79
6.9.6 Trayectoria con la forma de rosa polar	82
6.9.7 Trayectoria con la forma de espiral	85
6.9.8 Trayectoria de barrido	88

Tabla de Contenido (Continuación)

Capítulo	Página
6.9.9 Trayectoria con la forma de pescado	91
6.9.10 Trayectoria con la forma de corazón	94
6.10 Simulación de cuatro robots	97
6.10.1 Topologías de conexión de cuatro robots	97
6.10.2 Formaciones de cuatro robots	101
6.10.3 Topologías y formaciones cuatro robots móviles en V-REP	104
6.10.4 Punto deseado	108
6.10.5 Trayectoria circular	111
6.10.6 Trayectoria de forma infinito	114
6.10.7 Trayectoria con la forma de rosa polar	117
6.10.8 Trayectoria con la forma de espiral	120
6.10.9 Trayectoria de barrido	123
6.10.10 Trayectoria con la forma de pescado	126
6.10.11 Trayectoria con la forma de corazón	129
6.10.12 Comparación de trayectorias	132
6.10.13 Conclusiones del capítulo	138
7 Conclusiones	139
7.1 Trabajo a futuro	140

Lista de Figuras

Figura	Página
1 a) Robot móvil, b) Robot industrial, c) Robot zoomórfico, d) Robot médico, e) Robot poli-articulado y f) Robot tele-operado.	2
2 Vista superior esquemática de un robot móvil de tracción diferencial.	13
3 Movimientos básicos de un robot móvil de tracción diferencial: a) Línea recta, b) Giro y c) Forma circular.	16
4 Movimientos básicos de un robot móvil de tracción diferencial: a) Movimiento de punto a punto, b) Seguidor de trayectoria.	17
5 Punto deseado.	24
6 Trayectoria circular.	25
7 Trayectoria con forma infinito.	26
8 Trayectorias con la forma de rosa polar 5 pétalos.	27
9 Trayectorias con la forma de espiral.	28
10 Trayectoria de barrido.	29
11 Trayectoria con la forma de pescado.	30
12 Trayectoria con la forma de corazón.	31
13 Movimientos básicos de un robot móvil de tracción diferencial.	35
14 Diagrama a bloques empleado para la simulación de la asignación de trayectorias.	37
15 Diagrama comunicacion Matlav-V-REP.	40
16 Vista física del robot Khepera III.	41
17 Khepera III en V-REP.	42
18 Trayectoria punto deseado en V-REP.	43
19 Trayectoria punto deseado.	44
20 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	44
21 Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para: a) x y b) y	45
22 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	45
23 Trayectoria circular en V-REP.	46
24 Trayectoria circular.	47
25 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	47
26 Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para: a) x y b) y	48
27 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	48
28 Trayectoria de forma infinito en V-REP.	49
29 Trayectoria de forma infinito.	50
30 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	50

Lista de Figuras (Continuación)

Figura	Página
31 Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para: a) x y b) y	51
32 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	51
33 Trayectoria con la forma de rosa polar en V-REP.	52
34 Trayectoria con la forma de rosa polar.	53
35 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	53
36 Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para: a) x y b) y	54
37 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	54
38 Trayectoria con la forma de espiral en V-REP.	55
39 Trayectoria con la forma de espiral.	56
40 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	56
41 Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para: a) x y b) y	57
42 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	57
43 Trayectoria de barrido en V-REP.	58
44 Trayectoria de barrido.	59
45 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	59
46 Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para: a) x y b) y	60
47 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	60
48 Trayectoria con la forma de pescado en V-REP.	61
49 Trayectoria con la forma de pescado.	62
50 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	62
51 Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para: a) x y b) y	63
52 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	63
53 Trayectoria con la forma de corazón en V-REP.	64
54 Trayectoria con la forma de corazón.	65
55 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	65
56 Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para: a) x y b) y	66
57 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	66
58 Única configuración topológica para dos robots.	72

Lista de Figuras (Continuación)

Figura	Página
59 Formación básica de dos robots.	73
60 Trayectoria punto deseado en V-REP.	74
61 Trayectoria punto deseado.	74
62 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	75
63 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	75
64 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	76
65 Trayectoria circular en V-REP.	77
66 Trayectoria circular.	77
67 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	78
68 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	78
69 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	79
70 Trayectoria de forma infinito en V-REP.	80
71 Trayectoria de forma infinito.	80
72 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	81
73 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	81
74 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	82
75 Trayectoria con la forma de rosa polar en V-REP.	83
76 Trayectoria con la forma de rosa polar.	83
77 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	84
78 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	84
79 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	85
80 Trayectoria con la forma de espiral en V-REP.	86
81 Trayectoria con la forma de espiral.	86
82 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	87
83 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	87
84 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	88
85 Trayectoria de barrido en V-REP.	89
86 Trayectoria de barrido.	89
87 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	90

Lista de Figuras (Continuación)

Figura	Página
88 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	90
89 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	91
90 Trayectoria con la forma de pescado en V-REP.	92
91 Trayectoria con la forma de pescado.	92
92 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	93
93 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	93
94 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	94
95 Trayectoria con la forma de corazón en V-REP.	95
96 Trayectoria con la forma de corazón.	95
97 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	96
98 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	96
99 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	97
100 Topología estrella.	98
101 Topología árbol.	99
102 Topología cadena.	100
103 Topología árbol 2.	100
104 Formación en renglón.	101
105 Formación en rombo.	102
106 Formación en cuadrado.	102
107 Formación en delta.	102
108 Formación en columna.	103
109 Formación en L.	103
110 Formación en Y invertida.	104
111 Formación en triángulo.	104
112 Evolución de los robots móviles al emplearse diferentes topologías.	105
113 Formaciones de los robots móviles de tracción diferencial.	106
114 Continuación de formaciones de los robots de tracción diferencial.	107
115 Trayectoria punto deseado en V-REP.	108
116 Trayectoria punto deseado.	109
117 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	109
118 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	110
119 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	110

Lista de Figuras (Continuación)

Figura	Página
120 Trayectoria circular en V-REP.	111
121 Trayectoria circular.	112
122 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	112
123 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	113
124 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	113
125 Trayectoria de forma infinito en V-REP.	114
126 Trayectoria de forma infinito.	115
127 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	115
128 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	116
129 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	116
130 Trayectoria con la forma de rosa polar en V-REP.	117
131 Trayectoria con la forma de rosa polar.	118
132 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	118
133 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	119
134 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	119
135 Trayectoria con la forma de espiral en V-REP.	120
136 Trayectoria con la forma de espiral.	121
137 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	121
138 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	122
139 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	122
140 Trayectoria de barrido V-REP.	123
141 Trayectoria de barrido.	124
142 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	124
143 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	125
144 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	125
145 Trayectoria con la forma de pescado en V-REP.	126
146 Trayectoria con la forma de pescado.	127
147 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	127
148 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	128

Lista de Figuras (Continuación)

Figura	Página
149 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	128
150 Trayectoria con la forma de corazón en V-REP.	129
151 Trayectoria con la forma de corazón.	130
152 Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ	130
153 Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ	131
154 Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.	131

Lista de Tablas

Tabla		Página
1	Punto deseado.	132
2	Trayectoria circular.	133
3	Trayectoria de forma infinito.	133
4	Trayectoria con la forma de rosa polar.	134
5	Trayectoria con la forma de espiral.	134
6	Trayectoria de barrido.	135
7	Trayectoria con la forma de pescado.	135
8	Trayectoria con la forma de corazón.	136

Capítulo 1

Introducción

En este primer capítulo de la presente tesis, se proporciona una breve introducción a la robótica móvil, así como los objetivos generales y específicos, alcances y la forma en que está organizado el contenido de este trabajo de tesis. Se pretende que el lector entre en el contexto de trabajo colectivo en robots móviles, de manera que asimile y comprenda el alcance de esta tesis.

En 1920, antes de que la automatización como la conocemos actualmente fuera siquiera concebida, el artista Josef Capek invento el término robot. La palabra deriva del término slavo antiguo *r'ob* “esclavo” y del checo *Robbota* “trabajo forzado” o “servidumbre”. Actualmente el término robot es utilizado para referirse a una entidad artificial, ya sea mecánica o virtual, controlada mediante un código y/o circuito. Existen diferentes tipos de robots clasificados por su generación (G1-Manipuladores, G2-Robots de aprendizaje, G3-con control sensorizado, G4-Inteligentes, G5-con inteligencia artificial), según su aplicación (médicos, exoesqueletos robóticos, industriales, etc.), según su arquitectura (poliarticulados, móviles, androides, zoomórficos, híbridos, entre otros).

Con el transcurso del tiempo, la robótica ha ido tomando un papel fundamental para el desarrollo y evolución de la humanidad (ver figura 1). Desde un punto de vista tecnológico, ésta ha ido siempre de la mano con el desarrollo de nuevas técnicas, maquinaria y/o mecanismos que faciliten el trabajo del ser humano. En antiguas civilizaciones se hablaba de seres mecánicos con vida que eran movidos por mecanismos contruidos por poleas y bombas hidráulicas [1].

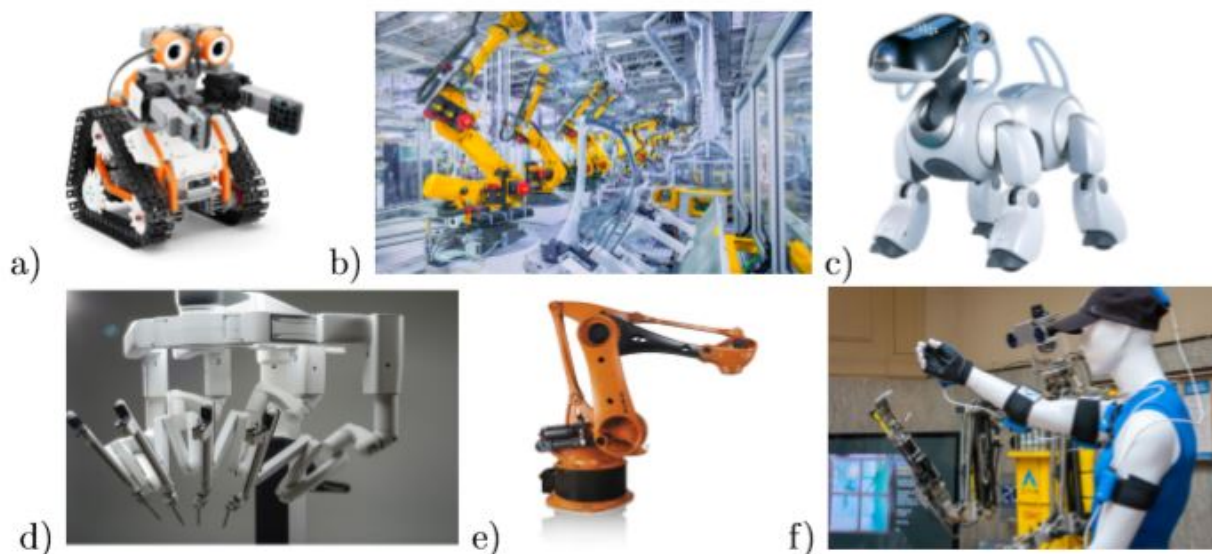


Figura 1: a) Robot móvil, b) Robot industrial, c) Robot zoomórfico, d) Robot médico, e) Robot poli-articulado y f) Robot tele-operado.

El trabajo realizado dentro de la presente tesis se centra en la robótica móvil, por lo que definiremos a un robot móvil de tracción diferencial como aquel robot cuyo desplazamiento se encuentra basado en ruedas de tracción independiente, donde su movimiento se consigue al aplicar una velocidad a cada una de las ruedas [2].

1.1 Estado del arte

Los robots móviles han brindado al ser humano la capacidad de navegar en distintos terrenos, además de adjudicarse innumerables aplicaciones como: exploración, misiones de búsqueda y rescate, limpieza de desechos peligrosos, automatización de procesos, vigilancia, reconocimiento de terreno, diversos procesos industriales, agricultura, transporte urbano, servicios (inspección y mantenimiento, limpieza, seguridad y defensa, etc.) y actividades domésticas (principalmente de limpieza). Es por ello que los robots móviles son un tópico importante de investigación desde hace varias décadas.

La comunidad científica ha realizado diversos trabajos con el fin de lograr ciertos comportamientos con los robots, particularmente con los robots móviles, aplicaciones en que se requiere trasladar algún objeto de un lugar a otro, operar en ambientes desconocidos y especialmente servir de cierta forma al ser humano [3].

Como ejemplo, [4] presenta una aplicación de patrullaje empleando una formación de agentes, en [5] se hace uso de la sincronización en un grupo de robots móviles para el seguimiento de una trayectoria y [6] emplea la teoría del caos para el diseño de trayectorias de vigilancia o patrullaje.

En [7] se presenta un controlador para un robot móvil de tracción diferencial, con el objetivo de trasladarse a una posición deseada, dentro de un ambiente libre de obstáculos, [8] muestra la implementación de un controlador en cascada que contempla el modelo cinemático y dinámico de un robot móvil de tracción diferencial con la finalidad de reducir el error que se presenta en el seguimiento de trayectorias previamente planeadas y en [9] se presenta el diseño y construcción de un sistema multi-robot para el transporte de objetos.

De forma ingeniosa, [10] presenta un modelo de control servo-visual para el control de la navegación de un robot móvil mediante una cámara colocada sobre el robot, utilizando el sistema embebido Beaglebone Black, [11] expone un algoritmo que planea trayectorias para perseguir un objetivo en movimiento y [12] utiliza lógica difusa en conjunto con una red de inteligencia artificial para mejorar la evasión de obstáculos por parte de un robot móvil en un ambiente estático. Por otra parte [13], emplea una ley de control que utiliza una lógica difusa simple input - simple output (SISO), para la evasión de obstáculos ya sea estáticos o en movimiento, por parte de un robot móvil.

Actualmente, casi cada universidad importante tiene uno o más laboratorios que se centran en la investigación de robots móviles. Uno de los robots más utilizados por

la comunidad científica para el desarrollo de nuevas técnicas de control, controladores y aplicaciones, es el robot de tracción diferencial Khepera.

Khepera es un robot móvil fabricado por la empresa K-Team, posee un cuerpo circular de 130 mm de diámetro que cuenta con dos ruedas impulsadas por motores paso a paso y ocho sensores infrarrojos que pueden ser utilizados como sensores de proximidad o de luminosidad.

Tanto desde el punto de vista de la programación como de la construcción, el robot móvil con diseño de tracción diferencial es uno de los sistemas de locomoción menos complicados. El robot puede ir recto, girar sobre sí mismo y trazar curvas.

En [14] se propone un método de control para el seguimiento de trayectoria muy estable debido al uso de la función de Liapunov. Se muestra que linealizando el sistema de ecuaciones se encuentran los parámetros apropiados para un control específico.

Los controladores no lineales basados en la teoría de Liapunov son muy simples y a su vez son los más eficaces para la estabilización cinemática. En [15] se propone un controlador para un robot móvil con ruedas paralelas. Conforme se avance en la lectura de esta tesis, se podría ahondar más a detalle diferentes técnicas de control aplicadas a robots móviles.

De acuerdo con la literatura asociada a la generación de trayectorias, algunos métodos reportados son: curvas paramétricas, técnicas de interpolación, polinomios cúbicos, funciones spline, polinomios de Bézier, polinomios polares y concatenación de rectas con arcos y círculos. Para la generación de trayectorias empleadas en este trabajo de tesis, se ha optado por utilizar las ecuaciones de curvas parametrizadas.

1.2 Motivación

Desde el principio de los tiempos una de las finalidades más deseadas por el ser humano ha sido la de crear vida artificial, seres a imagen y semejanza que lo acompañen, y que realicen ciertas tareas que sean difíciles de realizar por el mismo hombre.

Con el inicio de la automatización industrial el uso de los robots estaba concentrado en operaciones simples, tareas repetitivas que no requerían demasiada precisión. A diferencia de aquel entonces, hoy en día los avances tecnológicos han permitido que cada vez el campo de aplicación para los robots sea aún mayor. Especialmente, han surgido nuevas tecnologías con respecto a los sensores, las cuales permiten que se puedan realizar tareas más sofisticadas, como por ejemplo, ensamblaje de materiales.

Además, el progreso debido a las investigaciones en el campo de la robótica, ha propiciado el nacimiento de nuevas formas de trabajo para los robots, especialmente el trabajo donde grupos de robots móviles que tienen la capacidad de resolver tareas objetiva y eficazmente al trabajar en conjunto.

1.3 Planteamiento del problema de estudio

1.3.1 Hipótesis

Es posible alcanzar formación entre dos o más robots móviles del tipo tracción diferencial utilizando linealización por retroalimentación dinámica para diferentes configuraciones topológicas, la teoría de sistemas complejos y teoría de grafos.

1.3.2 Propuesta de solución

Para alcanzar la formación entre dos o más robots móviles del tipo tracción diferencial, se utilizará linealización por retroalimentación dinámica para diferentes configuraciones topológicas, la teoría de sistemas complejos y teoría de grafos.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Aplicar control utilizando linealización por retroalimentación dinámica para lograr la formación entre dos o más robots móviles del tipo tracción diferencial, analizando diferentes configuraciones topológicas utilizando diferentes formaciones en los robots móviles.

1.4.2 Objetivos específicos

- Simular el control de un robot móvil con tracción diferencial con el propósito de alcanzar regulación, además de que siga diferentes trayectorias propuestas.
- Simular el control de dos o más robots móviles con tracción diferencial con el propósito de alcanzar regulación, además de que siga diferentes trayectorias propuestas.
- Alcanzar las formaciones deseadas para el seguimiento de la trayectoria deseada por parte de los robots móviles de tracción diferencial en diferentes trayectorias.
- Definir diferentes topologías en conjunto con diferentes formaciones para el correcto seguimiento de determinadas trayectorias deseadas por parte de los robots móviles de tracción diferencial.

- Utilizar el software V-REP para emular los escenarios propuestos con diferentes configuraciones topológicas, formaciones y trayectorias deseadas.
- Analizar los resultados obtenidos de las simulaciones y emulaciones en entorno virtual realizadas y obtener las conclusiones pertinentes.

1.5 Organización de la tesis

El trabajo contenido en esta memoria de tesis, se encuentra organizado de la siguiente manera:

- En el capítulo 2, se le brinda al lector una breve introducción de lo que es un sistema y la forma en que estos son representados, con la finalidad de comprenderlos mejor y así poder diseñar estrategias de control sobre ellos con el fin de implementarlos.
- En el capítulo 3, se presenta lo que es un robot móvil de tracción diferencial, las partes que lo conforman y la manera en que su modelo cinemático es usado para que pueda realizar movimientos y tareas básicas.
- En el capítulo 4, se expone el desarrollo de la ley de control que permite al robot móvil realizar una tarea más compleja, como lo es el seguimiento de una trayectoria previamente planeada. Además, se define lo que es una trayectoria deseada y se presentan las trayectorias deseadas utilizadas en este trabajo de tesis.
- El capítulo 5, se explica la metodología utilizada, se presenta el software y la implementación de este trabajo en el ambiente V-REP utilizando los datos físicos del Khepera III.

- El capítulo 6, corresponde a la parte de simulación de seguimiento de trayectoria, se explica los resultados obtenidos haciendo énfasis en las principales diferencias que existen entre las diferentes topologías de redes y formaciones de los robots.
- Finalmente en el capítulo 7, se presentan las conclusiones más importantes sobre el trabajo realizado durante el desarrollo de la tesis, así como el trabajo que se pretende realizar a futuro.

Capítulo 2

Sistemas dinámicos

En este segundo capítulo de la presente tesis, se aborda una breve introducción a los sistemas y su clasificación. Lo cual es la base para comprender el trabajo realizado.

2.1 Sistema

Primero empezaremos definiendo a un sistema como la combinación de componentes que actúan en conjunto y realizan un objetivo determinado [16], este concepto no se limita solamente a sistemas físicos, sino que puede ser ampliado a fenómenos abstractos, como los observados en la economía y el crecimiento de la población.

Los sistemas se clasifican en *sistemas dinámicos* y *sistemas estáticos*. Un sistema dinámico es aquel sistema cuyo estado evoluciona con el tiempo y se encuentra en constante cambio, además su salida en el presente depende de entradas del pasado y actuales [17]. Un ejemplo de un sistema dinámico lo podemos encontrar en una población, donde el número actual de individuos (salida) es el resultado de los nacimientos y las muertes anteriores (entradas).

Mientras que, un sistema estático es aquél en el que las salidas en el presente dependen de solo causas en el presente, es decir, mantiene su salida constante si la entrada no cambia y si la entrada es modificada entonces la salida también se modifica. El tipo de sistema que es abordado en este trabajo de tesis, pertenece a los sistemas dinámicos.

El estudio de los sistemas dinámicos se remonta al trabajo de Isaac Newton sobre la

mecánica celeste y a Henri Poincaré, quien inicio el estudio cualitativo de las ecuaciones diferenciales. Pero fue gracias al trabajo destacado de matemáticos e ingenieros como S. Smale, V. Arnold y Aleksandr Liapunov, lo que propicio que los sistemas dinámicos se establecieran formalmente como un área de estudio.

2.2 Modelo del sistema

Para entender un sistema se debe hacer una representación abstracta del mismo, ya sea mentalmente, explicado con palabras, con ecuaciones, gráficas, programas en computadora, etc., a éstas representaciones se les conoce como el *modelo del sistema* [18]. Se podría referir al modelado de sistemas dinámicos como el estudio de sistemas deterministas, es decir, poder describir el recorrido a lo largo del tiempo de todos los puntos de un espacio dado. Esto debido a que se consideran situaciones que dependen de un parámetro dado, que generalmente se supone es el tiempo, de manera que la información en un momento específico nos permitiría describir el pasado y así poder predecir el futuro. Así pues, los sistemas dinámicos nos sirven para comprender cómo evolucionan ciertos procesos de la naturaleza al paso del tiempo.

Los sistemas dinámicos son modelados por ecuaciones diferenciales. Si x es el vector de estado del sistema dinámico, su evolución temporal queda descrita por un sistema de ecuaciones diferenciales de la forma:

$$\dot{x} = f(x, t). \quad (1)$$

Donde $f : D \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$. De acuerdo a éstos modelos, x representa el vector de estados del sistema, que representan la evolución temporal del sistema a lo largo del tiempo, dentro de un espacio.

En cuanto a la elaboración de los modelos, los elementos y sus relaciones, se debe tener en cuenta:

1. Un sistema está formado por un conjunto de elementos en interacción.
2. El comportamiento del sistema se puede mostrar a través de diagramas causales.
3. Hay varios tipos de variables: variables exógenas (son aquellas que afectan al sistema sin que este las provoque) y las variables endógenas (afectan al sistema, pero este sí las provoca).

2.3 Sistema lineal y no lineal

A su vez, los sistemas presentan dos comportamientos diferentes: lineales y no lineales.

Un sistema *lineal* es aquel que posee la importante propiedad de superposición: si una entrada consiste en la suma ponderada de varias funciones de excitación diferentes, entonces la salida es simplemente la suma ponderada de las respuestas del sistema a estas entradas [19]. Entonces el sistema es lineal si:

- La respuesta a $x_1(t) + x_2(t)$ es $y_1(t) + y_2(t)$.
- La respuesta a $ax_1(t)$ es $ay_1(t)$, donde a es una constante compleja cualquiera.

Estas son las propiedades de aditividad y escalamiento u homogeneidad respectivamente, por lo que un sistema *no lineal*, es aquel que no obedece al menos una de estas propiedades [20]. Debido a la dificultad matemática que representan los sistemas no lineales, con frecuencia es necesario linealizarlos alrededor de una condición de operación.

2.4 Conclusiones del capítulo

En este segundo capítulo de la presente tesis, se ha realizado una breve explicación a lo que es un sistema y su clasificación. Se menciona a los pioneros de su estudio y la manera en que los sistemas son modelados, así como las propiedades que presenta un sistema dinámico lineal y no lineal.

Capítulo 3

Robot móvil de tracción diferencial

En este capítulo de la tesis, se presentan de manera general las características y modelo matemático de un robot móvil de tracción diferencial, el cual describe su comportamiento cinemático. También son descritos los movimientos básicos que puede presentar un robot móvil de tracción diferencial, así como las tareas principales que es capaz de cumplir.

3.1 Modelo cinemático del robot móvil de tracción diferencial

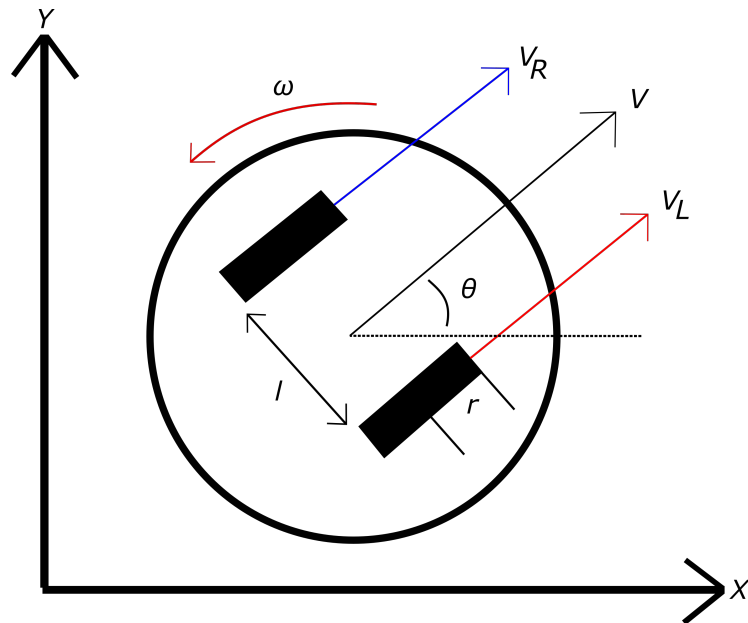


Figura 2: Vista superior esquemática de un robot móvil de tracción diferencial.

De acuerdo a la figura 2, se tiene como ejes de referencia a (x, y) , r es el radio de las ruedas, l es la distancia entre las ruedas, v es la velocidad lineal, v_R y v_L son las velocidades

lineales de la rueda derecha e izquierda respectivamente, w es la velocidad angular y θ es el ángulo de orientación del robot.

En [21] se expone el modelo cinemático de un robot de tracción diferencial, tomando en cuenta las siguientes consideraciones:

- El robot se mueve en una superficie perfectamente plana sin deslizamiento, además no considera la resistencia de las llantas.
- La posición del robot está determinada por las coordenadas (x, y) y un ángulo θ , el cual representa la rotación del robot en relación al sistema de coordenadas.
- El robot se controla por las velocidades angulares w_L y w_R . La relación entre las velocidades angulares y las velocidades lineales v_R y v_L es la siguiente:

$$v_L = r w_L, \quad (2)$$

$$v_R = r w_R. \quad (3)$$

La posición (x, y) y la rotación θ del robot en el plano están basadas en las siguientes ecuaciones, que comprende el modelo cinemático del robot de tracción diferencial [22]:

$$\dot{x} = v \cos(\theta), \quad (4)$$

$$\dot{y} = v \sin(\theta), \quad (5)$$

$$\dot{\theta} = w. \quad (6)$$

Con v (velocidad lineal) y w (velocidad angular) definidas como:

$$v = \frac{v_L + v_R}{2}, \quad (7)$$

$$w = \frac{v_L - v_R}{l}. \quad (8)$$

Del conjunto de ecuaciones (4)-(8) se observa que se trata de un sistema no lineal de la forma:

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{f}(\mathbf{P})\mathbf{u}, \quad (9)$$

donde $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de estados del robot diferencial, $\mathbf{u} = (v, w)^t$ representa al vector de entradas del robot diferencial (4)-(6), mientras tanto \mathbf{f} está definido como:

$$\mathbf{f} = [f_1(\cdot) f_2(\cdot)], \quad (10)$$

$$f_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$f_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

por lo tanto:

$$\dot{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w. \quad (13)$$

3.2 Movimientos básicos de un robot móvil de tracción diferencial

El desplazamiento de un robot móvil de tracción diferencial depende de la velocidad que existe en cada una de sus ruedas (en este caso: rueda izquierda y derecha). Teniendo control sobre éstas, se tiene control sobre el comportamiento del robot.

Los movimientos básicos para un robot móvil de tracción diferencial con dos ruedas son: línea recta, giro y trayectoria circular (ver figura 3). Para que el desplazamiento del robot sea en línea recta, ambas ruedas deben de tener la misma velocidad. Al no predominar la velocidad de una rueda sobre la otra, el robot tenderá a desplazarse en una

línea recta con orientación de 0° o 180° (hacia adelante, o atrás) según sea el caso. En el comportamiento de los giros, es necesario que la rueda opuesta a la dirección en la que se desea el giro tenga movimiento angular positivo, mientras que en la otra el movimiento angular sea nulo, es decir, un giro a la derecha será efectuado cuando la rueda izquierda tenga velocidad positiva y la derecha no tenga velocidad. Por último, la trayectoria circular es obtenida cuando ambas ruedas tienen velocidad, la dirección del giro es gobernada por la diferencia que existe entre la velocidad de las ruedas, y el grado de éste es directamente proporcional a dicha diferencia (Radio de curvatura).

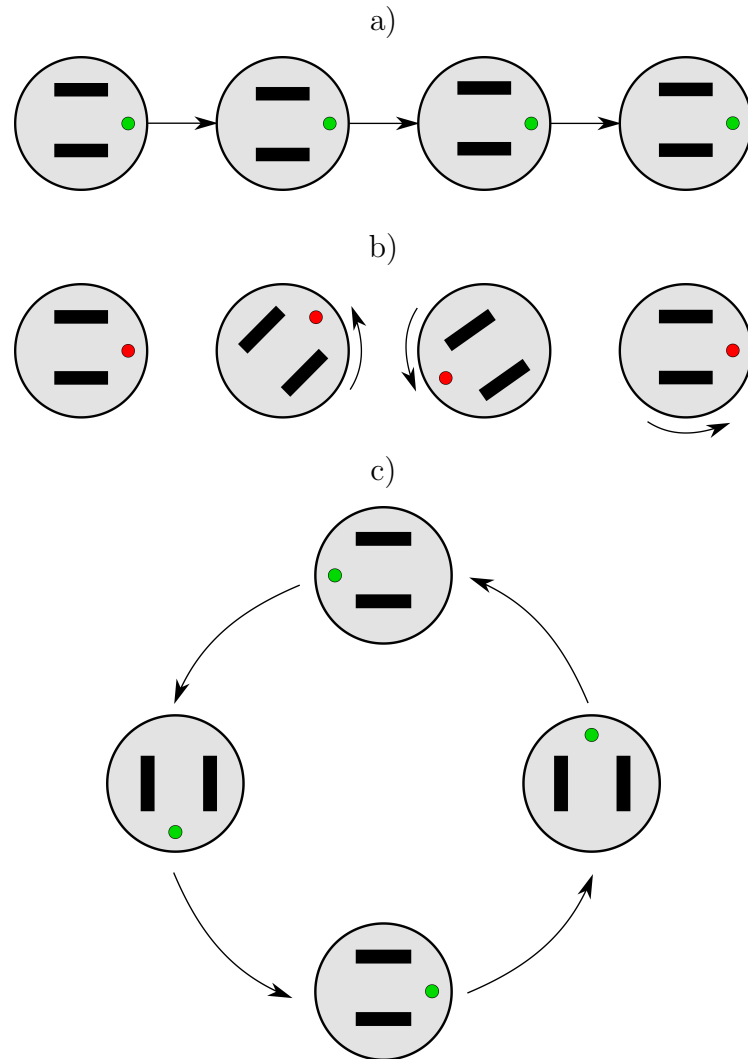


Figura 3: Movimientos básicos de un robot móvil de tracción diferencial: a) Línea recta, b) Giro y c) Forma circular.

3.3 Tareas básicas de un robot móvil de tracción diferencial

Existen dos tareas básicas que los robots móviles son capaces de realizar (figura 4), teniendo en cuenta las aplicaciones a las que puedan dirigirse :

- *Movimiento punto a punto*: El robot móvil es destinado a alcanzar una posición u objetivo a partir de una posición inicial dada.
- *Seguidor de trayectorias*: El robot móvil es destinado a seguir una trayectoria “deseada”, en el espacio cartesiano a partir de una posición inicial dada.

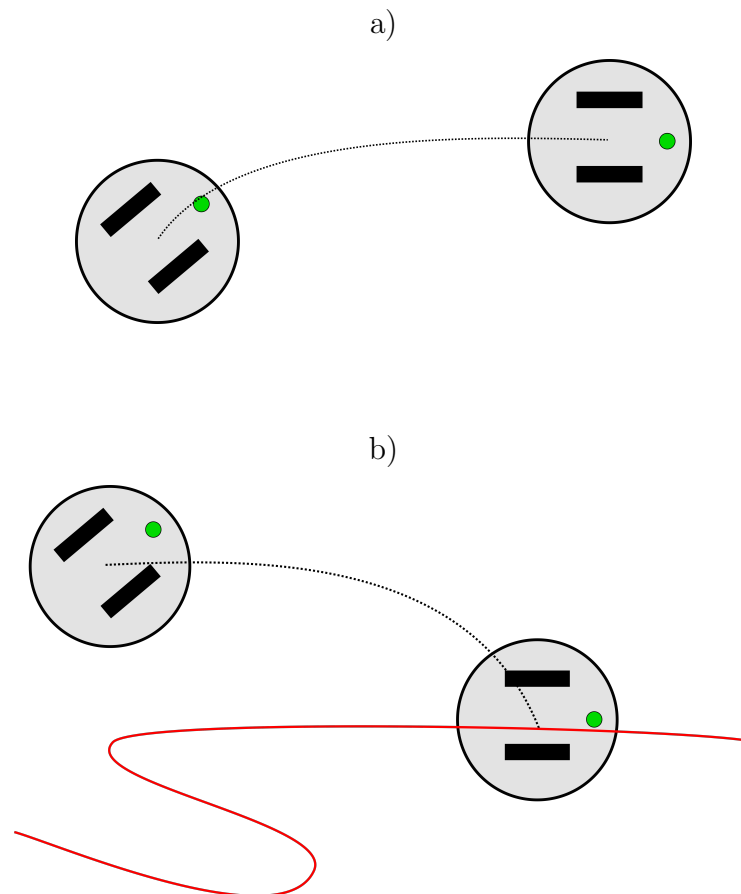


Figura 4: Movimientos básicos de un robot móvil de tracción diferencial: a) Movimiento de punto a punto, b) Seguidor de trayectoria.

3.4 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presentó de una manera general el modelo cinemático de un robot móvil de tracción diferencial. Teniendo en cuenta ciertas consideraciones, se mostraron sus ecuaciones de estado, sus variables de entrada y la forma que estas afectan el comportamiento del robot. Debido a que el modelo expuesto es no lineal y con entradas acopladas, es necesario llevarlo a una forma lineal donde sea posible lograr un mayor control sobre el robot, que nos permita realizar las tareas de movimiento punto a punto y seguimiento de trayectorias.

Capítulo 4

Ley de control para la asignación de trayectorias

En este cuarto capítulo de la presente tesis, la técnica de linealización por retroalimentación dinámica es seleccionada para linealizar las ecuaciones del robot de tracción diferencial. Se explica el modelo inverso para el cálculo de las velocidades angulares w_L y w_R . Como punto principal del capítulo, la ley de control para la asignación de trayectorias es definida. Ésta será empleada para que el robot móvil realice las tareas de movimiento de punto a punto y seguimiento de trayectorias. Por último, la generación de trayectorias deseadas a utilizar en este trabajo son presentadas.

4.1 Linealización por retroalimentación dinámica

Debido a que las entradas v y w (4)-(6), se encuentran acopladas, antes de todo es necesario emplear una técnica que nos permita desacoplarlas para posteriormente diseñar los controladores que nos otorguen el control sobre el robot para alcanzar los comportamientos deseados, como se mostrará en los siguientes capítulos. La técnica seleccionada para llevar a cabo la tarea es la *Linealización por retroalimentación dinámica*, presentada en [23]. La base de ésta radica en encontrar un compensador dinámico, de ser posible, de la forma:

$$\dot{\xi} = a(\mathbf{P}, \xi) + b(\mathbf{P}, \xi)u^*, \quad (14)$$

$$w = c(\mathbf{P}, \xi) + d(\mathbf{P}, \xi)u^*. \quad (15)$$

Con vector de estado $\xi \in \mathbb{R}^k$ y vector de entradas externas $u^* \in \mathbb{R}^m$, para que el sistema (9), (14) y (15) en lazo cerrado resulte equivalente por medio de una transformación de estado:

$$z = T(\mathbf{P}, \xi), \quad (16)$$

a un sistema lineal controlable. Con el objetivo de lograr ésto, se define apropiadamente un sistema de m-salidas con la forma:

$$\eta = (h(\mathbf{P})), \quad (17)$$

Para el cual el comportamiento deseado (seguimiento de trayectoria), será asignado y ejecutado por el robot móvil de tracción diferencial.

A continuación, se diferencia la salida hasta obtener explícitamente las entradas. Con este procedimiento se forma el estado ξ del compensador dinámico (14). El proceso termina con un número finito de diferenciaciones. Si la suma de las diferenciaciones de la salida es igual a la dimensión $(n + k)$ en el espacio de estados extendidos, entonces se obtiene la linealización de entrada-salida del sistema equivalente. El sistema de lazo cerrado será equivalente a un conjunto de integradores desacoplados.

Definiendo el vector de salidas como $\eta = (x, y), v = \xi, \dot{\xi} = a_c$, al diferenciar respecto al tiempo se obtiene:

$$\dot{\eta} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}, \quad (18)$$

ya que $\dot{\xi}$ es afectado solamente por la velocidad lineal del robot v , se puede definir como:

$$\dot{\eta} = \xi \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\ddot{\eta} = \dot{\xi} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}, + \xi \dot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad (20)$$

sustituyendo $\dot{\xi} = a_c$ y $\dot{\theta}$ en (20) y expresando de manera matricial, se obtiene:

$$\ddot{\eta} = \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\xi \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \xi \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_c \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix}, \quad (21)$$

donde:

$$\begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\xi \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \xi \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_c \\ w \end{bmatrix}. \quad (22)$$

La matriz que multiplica al vector formado por a_c y w en (22), es no singular siempre y cuando $\xi \neq 0$. Tomando en cuenta esto se tiene:

$$\begin{bmatrix} a_c \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \frac{-\sin(\theta)}{\xi} & \frac{\cos(\theta)}{\xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix}, \quad (23)$$

de (23) se obtiene finalmente:

$$\dot{\xi} = a_c = u_1^* \cos(\theta) + u_2^* \sin(\theta), \quad (24)$$

$$w = \frac{u_2^* \cos(\theta) - u_1^* \sin(\theta)}{\xi}. \quad (25)$$

Debido a la dimensión uno que tiene el compensador, se tiene que $n + k = 3 + 1 = 4$, lo cual es igual al número total de diferenciaciones de la salida en la ecuación (20). Ahora, en las nuevas coordenadas (16), se tiene el modelo del robot de tracción diferencial:

$$z_1 = x, \quad (26)$$

$$z_2 = y, \quad (27)$$

$$\dot{z}_1 = \dot{x} = v \cos(\theta) = \xi \cos(\theta), \quad (28)$$

$$\dot{z}_2 = \dot{y} = v \sin(\theta) = \xi \sin(\theta). \quad (29)$$

Las siguientes ecuaciones de segundo orden describen el sistema extendido completamente lineal y controlable:

$$\ddot{z}_1 = \ddot{x} = u_1^*, \quad (30)$$

$$\ddot{z}_2 = \ddot{y} = u_2^*. \quad (31)$$

Donde \mathbf{P} es el vector de salidas $\mathbf{P} = (z_1, z_2, \dot{z}_1, \dot{z}_2)$ y \mathbf{u}^* el vector de entradas $\mathbf{u}^* = (u_1^*, u_2^*)$

4.2 Cálculo de las velocidades angulares w_L y w_R para el robot móvil de tracción diferencial

Partiendo del modelo original no lineal (4)-(6) es posible calcular las entradas (w_L, w_R) que le son dadas al sistema a partir de la velocidad lineal v y la velocidad angular w , utilizando el sistema equivalente en las nuevas coordenadas (26)-(29).

De la ecuación (7) se tiene:

$$v = \frac{v_R}{2} + \frac{v_L}{2}, \quad (32)$$

$$v_R = 2v - v_L, \quad (33)$$

sustituyendo (32) en (8) se tiene:

$$w = \frac{v_R}{l} - \frac{v_L}{l} = \frac{2v - v_L}{l} - \frac{v_L}{l}, \quad (34)$$

$$v_L = v - \frac{lw}{2}, \quad (35)$$

$$w_L = \frac{v - \frac{lw}{2}}{r}, \quad (36)$$

finalmente sustituyendo (35) en (7) se obtiene:

$$v = \frac{v_R}{2} - \frac{v_L}{2} = \frac{v - \frac{lw}{2}}{2} + \frac{v_R}{2}, \quad (37)$$

$$v_R = v - \frac{lw}{2}, \quad (38)$$

$$w_R = \frac{v - \frac{lw}{2}}{r}. \quad (39)$$

Este modelo extendido lineal y controlable del robot de tracción diferencial (26)-(29) y las entradas (7)-(8), serán empleadas con el propósito de alcanzar los comportamientos de seguimiento de trayectorias de los robot móvil de tracción diferencial.

4.3 Ley de control

Para el robot de tracción diferencial descrito por las ecuaciones (4)-(8), el cual cuenta con tres estados, $\mathbf{P} = (x, y, \theta) \in \mathbb{R}^3$ e \mathbb{R}^3 y dos entradas de control, $u = (v, w)$, el sistema adquiere la forma de la ecuación (9). Debido a que el nuevo sistema es lineal (26)-(29) y con sus entradas desacopladas (30)-(31) es posible realizar una ley de control que cumpla con el objetivo de seguimiento de trayectoria y punto deseado.

Permítase definir la trayectoria deseada que el robot móvil debe seguir como $(X_d(t), Y_d(t))$. La ley de control para el seguimiento de la trayectoria, en coordenadas cartesianas, queda como:

$$u_1^* = c_{11}(\dot{X}_d(t) - \dot{x}) + c_{12}(X_d(t) - x), \quad (40)$$

$$u_2^* = c_{21}(\dot{Y}_d(t) - \dot{y}) + c_{22}(Y_d(t) - y). \quad (41)$$

Con $c_{11}, c_{21}, c_{12}, c_{22} > 0$, y apropiadamente seleccionadas.

4.4 Trayectorias deseadas

Una trayectoria deseada es un conjunto de puntos ubicados en el plano, los cuales se pretende que el robot móvil de tracción diferencial siga. Estas trayectorias se encuentran definidas por un sistema de ecuaciones paramétricas, una vez son graficadas es posible observar y comprobar la forma que tiene dicha trayectoria. Con la finalidad de que el robot móvil tenga la capacidad de seguir la trayectoria deseada, un controlador sobre la velocidad de las ruedas (como el definido en éste capítulo), debe ser implementado. Con esto se logra que para cada punto dentro de la trayectoria deseada, se obtiene un valor de velocidad para cada rueda del robot.

4.4.1 Punto deseado (regulación)

El punto deseado (ver figura 5), como se presentó en el capítulo 3, es la tarea más básica que puede realizar un robot móvil de tracción diferencial. En ella el robot móvil se da a la tarea de alcanzar cierto punto definido previamente, a partir de la posición inicial en la que éste se encuentra. La ubicación del punto en el plano está dada por un valor en el eje x y otro en el eje y (por ejemplo: $x = 5, y = 5$).

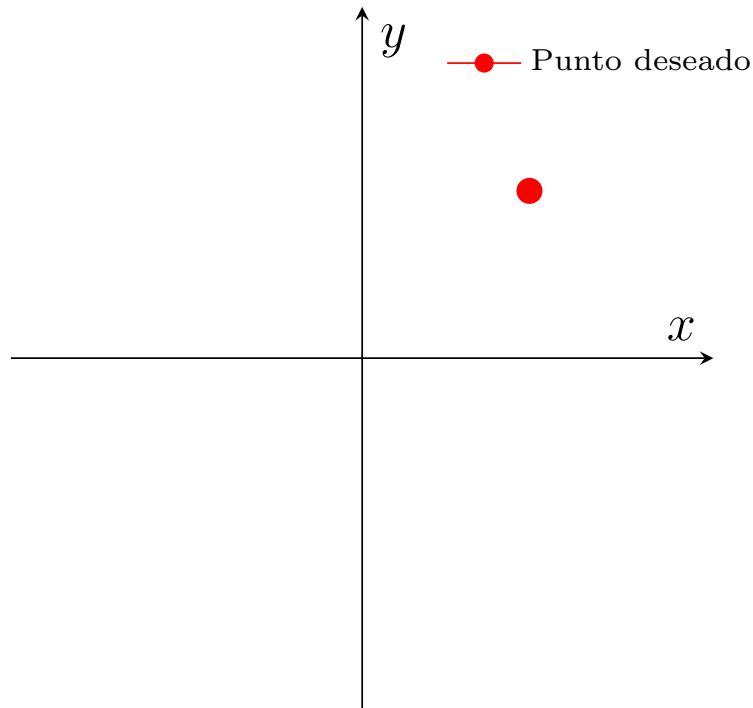


Figura 5: Punto deseado.

La trayectoria que el robot móvil recorre para alcanzar el punto deseado (en este trabajo), no es una trayectoria deseada en sí, sin embargo, es relevante el estudio del robot móvil en regulación ya que a pesar de no ser una trayectoria deseada es capaz de ubicarse en el punto propuesto, además, este comportamiento se presenta en los vértices de algunas de las siguientes trayectorias.

4.4.2 Trayectoria circular

La trayectoria circular (ver figura 6), está definida por las ecuaciones paramétricas de la circunferencia expresadas mediante las funciones trigonométricas seno y coseno, como se explica en [24].

$$x = r \cos(t), y = r \sin(t). \quad (42)$$

Donde r controla el radio que tendrá la circunferencia.

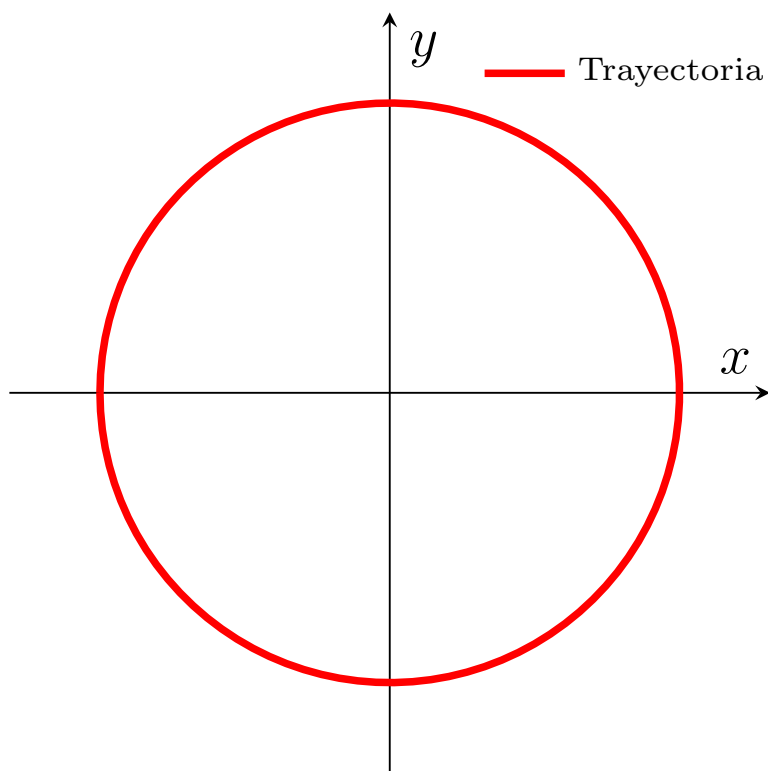


Figura 6: Trayectoria circular.

Cabe mencionar que ésta no es la única forma de obtener la trayectoria circular, otra manera es definir la trayectoria mediante el caso especial del círculo de las figuras de Lissajous.

4.4.3 Trayectoria de forma infinito (Lemniscata)

La trayectoria con forma infinito (ver figuras 7) está definida por las siguientes ecuaciones:

$$x = A \sin\left(\frac{t}{2C}\right), \quad (43)$$

$$y = B \sin\left(\frac{t}{C}\right). \quad (44)$$

Para obtener la forma de la lemniscata, es necesario que el valor del argumento de una de las funciones seno sea el doble del otro, de esta manera se produce el caso especial de las figuras de Lissajous para la forma de infinito/ocho, según sea el caso.

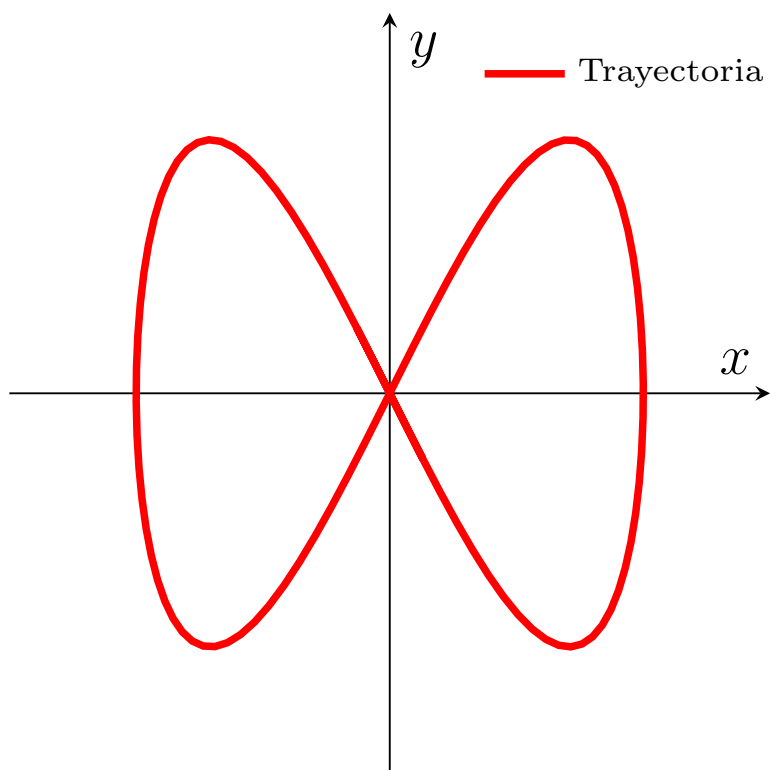


Figura 7: Trayectoria con forma infinito.

La orientación de la figura depende de cuál de los argumentos es el doble del otro, para el caso horizontal (ver figura 7) el argumento de la función seno en (43), deberá ser el doble que el de la función seno en (44).

4.4.4 Trayectoria con la forma de rosa polar

La trayectoria con la forma rosa polar, (ver figuras 8) está definida por las ecuaciones paramétricas :

$$x = A \cos\left(\frac{n * 2 * \pi}{200} + \frac{t}{3}\right) \cos\left(\frac{2 * \pi}{200} + \frac{t}{3}\right), \quad (45)$$

$$y = B \cos\left(\frac{n * 2 * \pi}{200} + \frac{t}{3}\right) \sin\left(\frac{2 * \pi}{200} + \frac{t}{3}\right). \quad (46)$$

Donde n corresponde al número de pétalos. Si n es impar se producirán n pétalos, para el caso en que n es par se obtendrán $2n$ pétalos. La longitud de los pétalos es controlada mediante A y B.

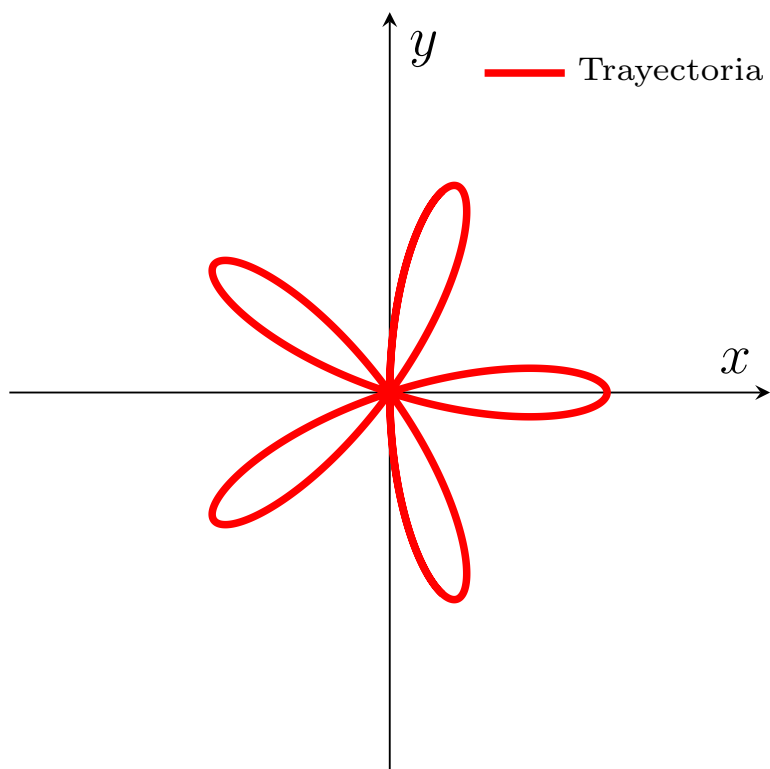


Figura 8: Trayectorias con la forma de rosa polar 5 pétalos.

Se produjeron las trayectorias de rosa polar de 3 y 4 pétalos pero se selecciono la de 5 pétalos por tener una forma más estética.

4.4.5 Trayectoria con la forma de espiral

La trayectoria con la forma de espiral uniforme o de Arquímedes (ver figura 9), está definida por las ecuaciones paramétricas:

$$x = A * \frac{t}{30} \cos\left(\frac{t}{30}\right), \quad (47)$$

$$y = B * \frac{t}{30} \sin\left(\frac{t}{30}\right). \quad (48)$$

En la espiral la anchura de sus espiras es siempre la misma. Por eso se la conoce con el nombre de espiral uniforme. Donde la espiral se expande con un incremento A Y B.

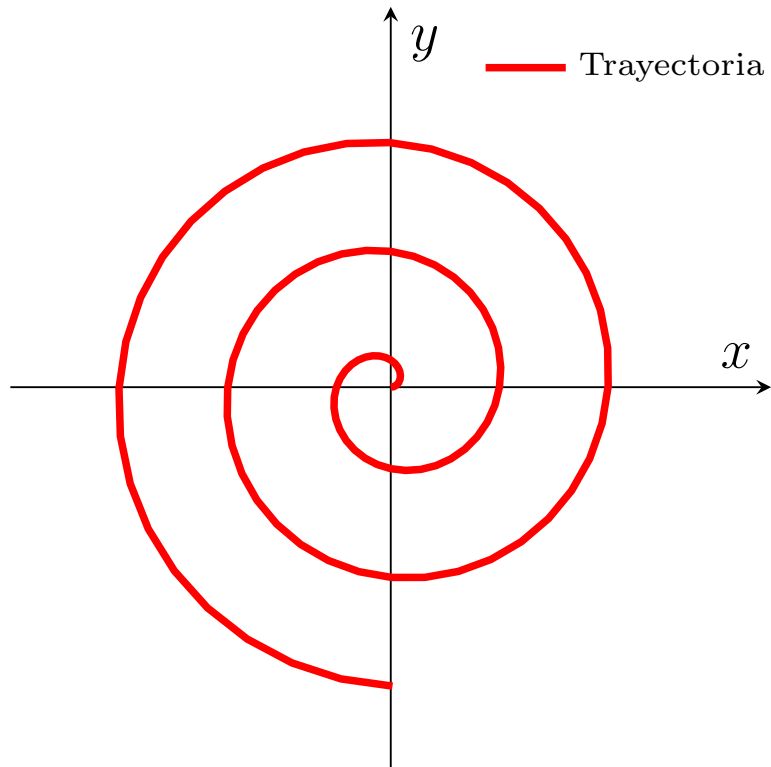


Figura 9: Trayectorias con la forma de espiral.

Cabe mencionar que existen otros tipos de espirales como la espiral logarítmica, de Clotoide, de Fermat y la espiral hiperbólica. Similares, pero con un comportamiento especial que las diferencia entre sí.

4.4.6 Trayectoria de barrido

La trayectoria con la forma de barrido (ver figura 10) está definida por las ecuaciones:

$$x = A \sin\left(\frac{t}{90}\right), \quad (49)$$

$$y = B \sin\left(\frac{t}{60}\right). \quad (50)$$

La longitud y ancho de la trayectoria es controlada mediante A y B. Tiene una forma parecida a la trayectoria en forma de infinito y es la trayectoria que cubre una mayor distancia dentro del área que cubre.

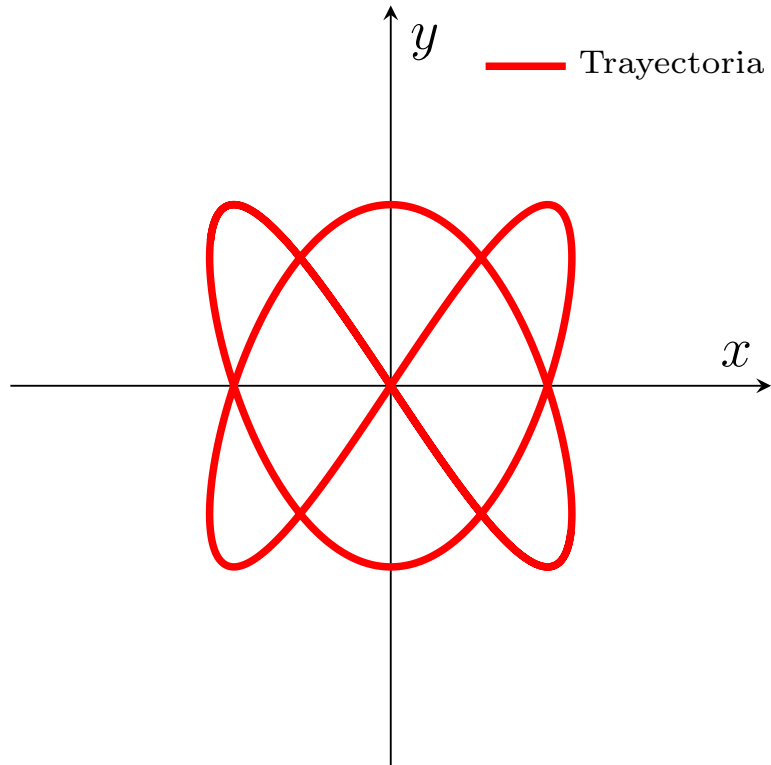


Figura 10: Trayectoria de barrido.

Las ecuaciones paramétricas son similares a las de la trayectoria en infinito pero con una variación en velocidad en (50).

4.4.7 Trayectoria con la forma de pescado

La trayectoria con la forma de pescado (ver figura 11) está definida por las ecuaciones:

$$x = A\left(\cos\left(\frac{t}{50}\right) - \frac{\sin\left(\frac{t}{50}\right)^2}{\sqrt{2}}\right), \quad (51)$$

$$y = B * \cos\left(\frac{t}{50}\right) \sin\left(\frac{t}{50}\right). \quad (52)$$

La longitud y ancho de la trayectoria es controlada mediante A y B.

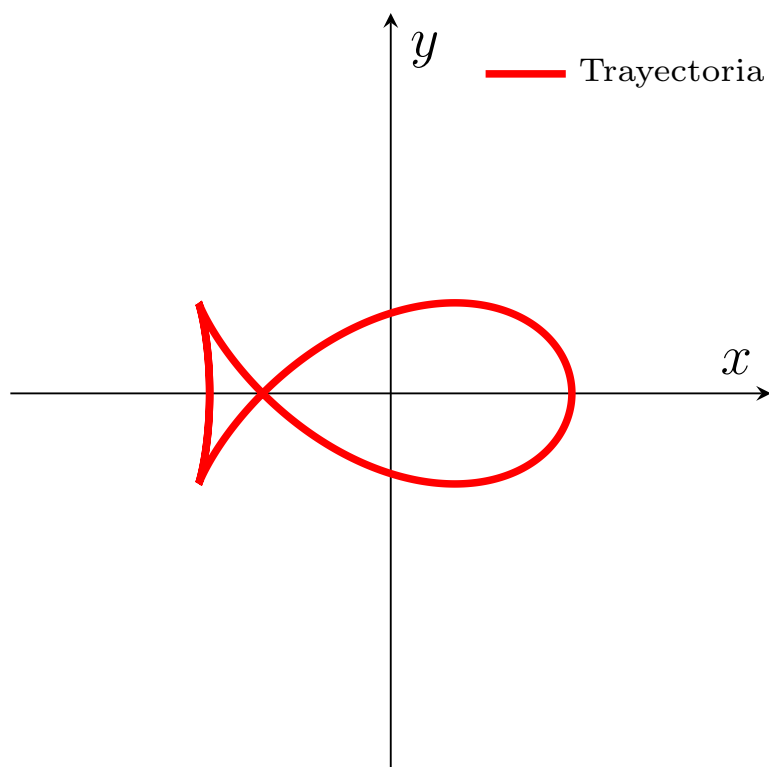


Figura 11: Trayectoria con la forma de pescado.

Para tener control sobre el tamaño de la figura, es necesario modificar A y B que multiplican ambas ecuaciones.

4.4.8 Trayectoria con la forma de corazón

La trayectoria con la forma de corazón (ver figura 12) está definida por las ecuaciones:

$$x = A \sin(t) - B \sin(3t), \quad (53)$$

$$y = A \cos(t) - B \cos(2t) - C \cos(3t) - D \cos(4t). \quad (54)$$

Los valores de A, B, C y D deben ser seleccionados correctamente para tener un corazón perfecto.

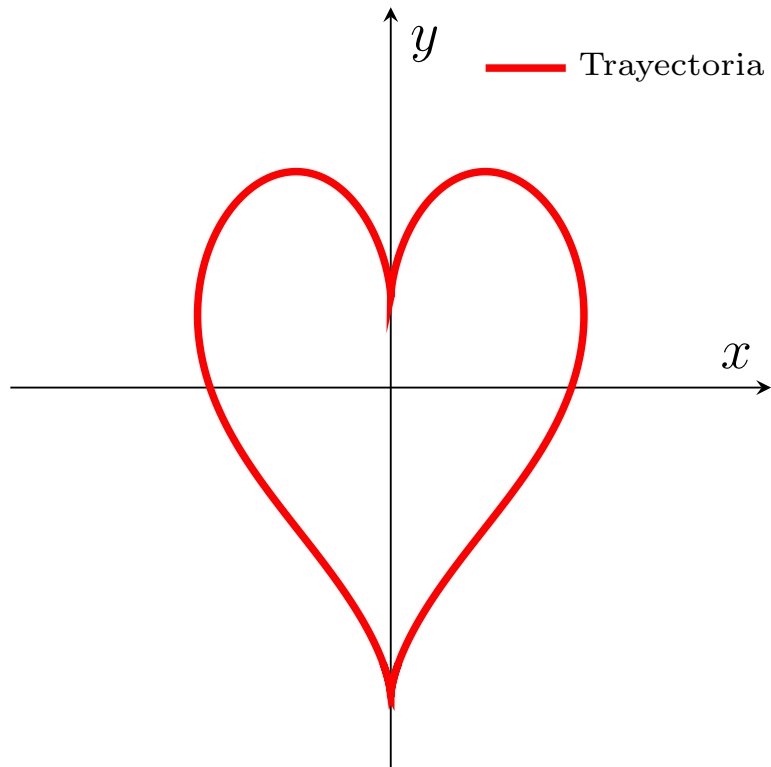


Figura 12: Trayectoria con la forma de corazón.

Para tener control sobre el tamaño de las trayectorias, es necesario añadir una variable que multiplique ambas ecuaciones por el valor de la escala deseada.

4.5 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se ha presentado la técnica de linealización por retroalimentación dinámica como solución para linealizar las ecuaciones del robot móvil de tracción diferencial, de esta manera se definió la ley de control que regirá al robot. Se han presentado las trayectorias deseadas en las que se ha basado este trabajo de tesis, las cuales serán asignadas al robot móvil de tracción para cumplir el comportamiento de seguimiento de trayectorias mostrado en el capítulo 3.

Capítulo 5

V-REP, Matlab y Khepera III

En este capítulo, se presentan la metodología, el software y las herramientas empleadas para el control y asignación de trayectorias al robot móvil de tracción diferencial *Khepera III* tomando como referencia las especificaciones físicas del robot. Para ello se ha recurrido a Matlab y V-REP, así como la información necesaria acerca de las funciones API las cuales se usa para la comunicación entre ambos software.

5.1 Metodología para la simulación de los movimientos básicos del robot móvil de tracción diferencial

Empleando el software Matlab se realizó el código necesario para cada movimiento básico que puede realizar un robot móvil de tracción diferencial. Como primer paso, los valores de los parámetros y las condiciones iniciales que tendrá el robot deberán ser introducidas, tales como el radio de las ruedas, distancia entre ellas y la velocidad inicial tanto para la rueda derecha como para la izquierda.

5.1.1 Movimientos básicos del modelo del robot móvil de tracción diferencial

A continuación se muestran los movimientos básicos que puede realizar el robot (línea recta, giros y círculo). Para ello, se ingresó el radio de las ruedas y la distancia entre ellas ($l = 88.41mm$ y $r = 20.5mm$), las condiciones iniciales $[x(0), y(0), \theta(0)] = [0, 0, 0]$ y las

siguientes velocidades lineales:

a) $v_L = 15\text{mm}/\text{seg}, v_R = 15\text{mm}/\text{seg}.$

b) $v_L = 15\text{mm}/\text{seg}, v_R = 0\text{mm}/\text{seg}.$

c) $v_L = 0\text{mm}/\text{seg}, v_R = 15\text{mm}/\text{seg}.$

d) $v_L = 15\text{mm}/\text{seg}, v_R = 30\text{mm}/\text{seg}.$

Como se explica en el capítulo 3, el comportamiento del robot móvil depende de la velocidad de sus ruedas. Haciendo énfasis en que las condiciones iniciales son las mismas para los 4 casos, se procede a explicar el comportamiento del robot móvil de tracción diferencial en cada uno de ellos. En el caso a) se tiene una velocidad de 15mm/seg tanto para la rueda izquierda como para la derecha, y debido a que ambas velocidades son iguales, el robot se desplaza en una línea recta (ver figura 13 caso a). Para los casos b) y c) existe velocidad en solo una de las ruedas (15/mm/seg), con ésto se consigue que el robot gire en la dirección de la rueda que no tiene velocidad. En la figura 13, correspondiente al caso b) giro a la derecha, ésto es comprobado al observar que la trayectoria adquiere valores negativos en el eje y , justamente por que la posición inicial (ver condiciones iniciales) del robot es $(x, y) = (0, 0)$, con 0° de orientación (θ). Para el caso c), la posición inicial es la misma, y gira a la izquierda debido a que la trayectoria adquiere valores positivos en el eje y . Por último, en el caso d) existe velocidad en ambas ruedas, por lo tanto el robot tenderá a girar en la dirección de la rueda con menor velocidad trazando así la forma de un círculo, de esta manera se consigue que el robot recorra una mayor distancia. El tamaño de la circunferencia formada por la trayectoria es inversamente proporcional a la diferencia de las velocidades de las ruedas. Mientras más pequeña sea esta diferencia, el grado del giro será más pequeño y suave. En cambio, una diferencia mayor entre las velocidades, provocará un giro muy cerrado y como consecuencia se tendrá que la circunferencia recorrida será pequeña.

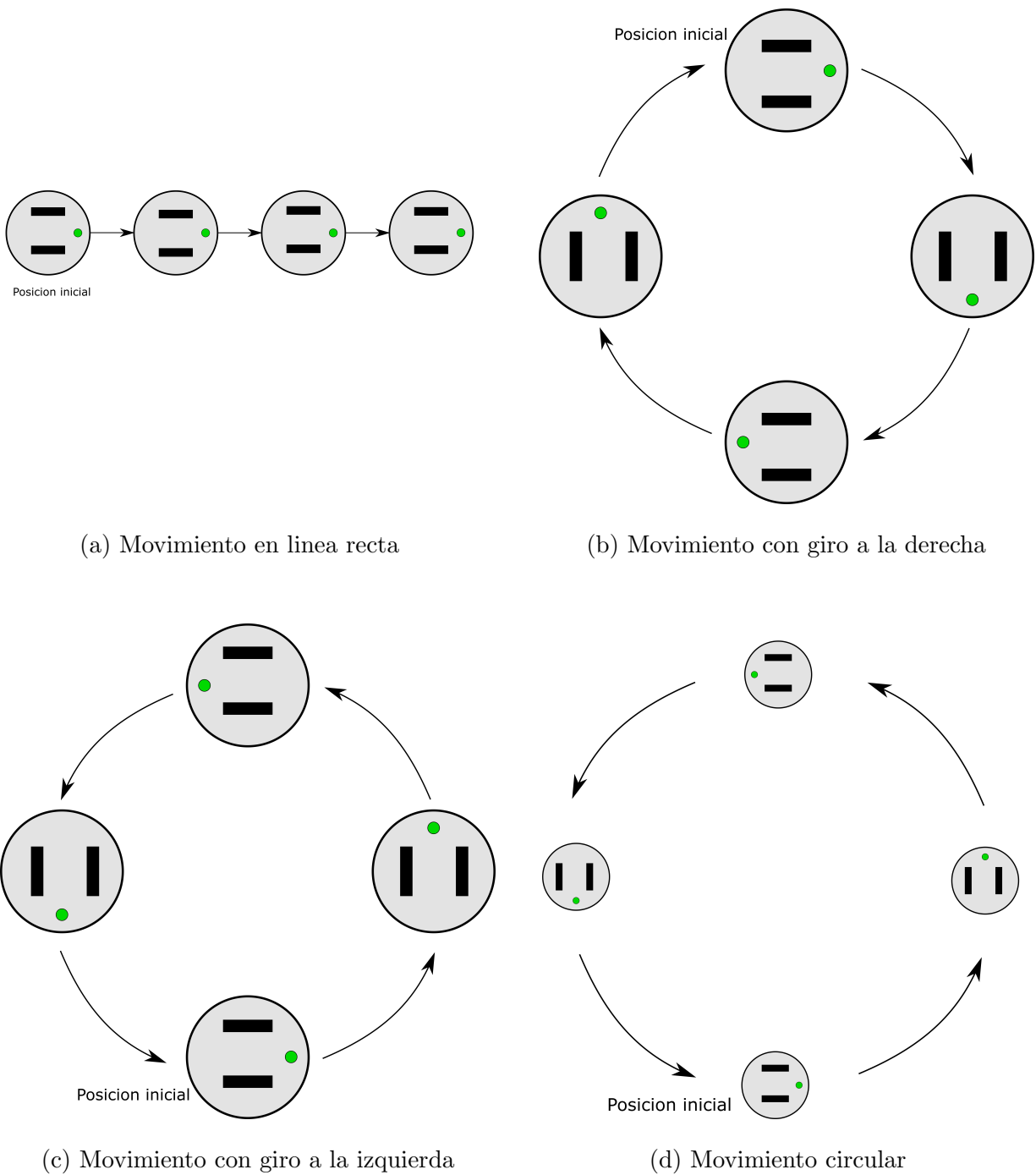


Figura 13: Movimientos básicos de un robot móvil de tracción diferencial.

5.1.2 Dinámicas de las velocidades angulares (w)

Algunos puntos clave para comprender las dinámicas de las velocidades angulares son:

- **Velocidades angulares iguales ($w_R = w_L$):** El que ambas velocidades angulares tengan los mismos valores, significa que el robot está trazando una línea recta. Si los valores se mantienen constantes, el robot tendrá una velocidad constante. Cuando se presenta un incremento o decremento, indicará que el robot aumenta (aceleración) o disminuye (frenado) su velocidad al trazar dicha línea recta.
- **Velocidades angulares iguales ($w_R \neq w_L$):** Cuando las velocidades angulares tienen valores diferentes, significa que el robot está trazando una curva. Aquí la velocidad angular que sea menor indicará la dirección de la curva, es decir, si $w_R < w_L$ el giro es hacia la derecha. Además la diferencia entre los valores de las velocidades nos dirá si se trata de una curva muy cerrada, cuando la diferencia sea grande o una curva muy abierta, cuando la diferencia sea pequeña. Si los valores de las velocidades se mantienen constantes, el robot mantendrá su velocidad y cuando se presenta un incremento o decremento, el robot realizará la curva con mayor velocidad (acelerando) o menor velocidad (frenado).

5.2 Metodología para la simulación de trayectoria asignada al robot móvil de tracción diferencial

Empleando el diagrama presentado en la figura 14 como guía, se ha modificado el código agregando el compensador dinámico (25) y la ley de control (40)-(41), ésta hace uso de la posición o trayectoria deseada para calcular velocidades, tanto angulares (w_R y w_L) como lineales (v_R y v_L). Estas últimas son las variables de entrada del robot móvil (2)-(3), es

decir, la velocidad de sus ruedas. Obteniendo como resultado una nueva posición en “x y y”, la ley de control utiliza esta posición para calcular las nuevas velocidades que guiarán al robot hacia el siguiente punto o posición de la trayectoria deseada.

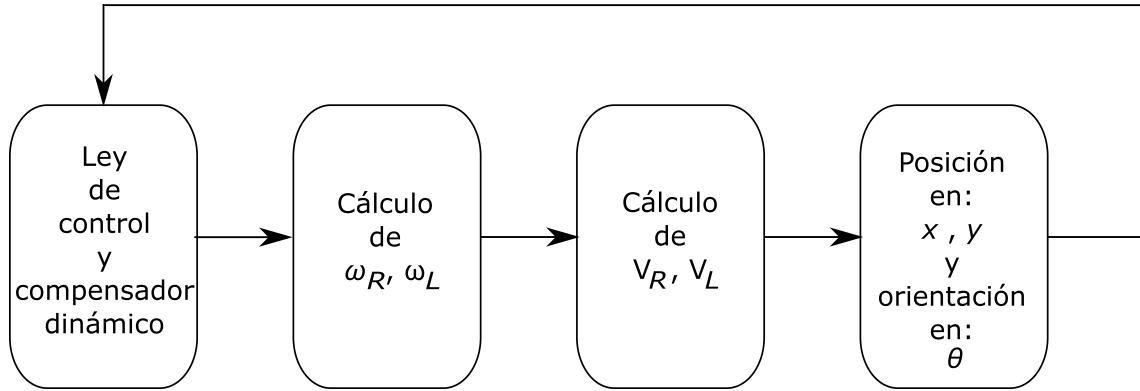


Figura 14: Diagrama a bloques empleado para la simulación de la asignación de trayectorias.

Debido a que la velocidad lineal máxima y mínima que el robot Khepera III puede presentar: $v_{máx} = 0.196 \frac{m}{s}$ y $v_{min} = 0.009 \frac{m}{s}$, es necesario implementar un algoritmo dentro del cálculo de velocidades angulares w_R y w_L , que contenga una función de saturación y permita acotar las velocidades obtenidas en los resultados de la simulación como se realiza en [25]. Con la finalidad de que los resultados arrojados por las simulaciones sean lo más cercano posible a la realidad.

De las ecuaciones (2) y (3), se obtiene la relación entre velocidad lineal (v) y velocidad angular (w):

$$w = \frac{v}{r}. \quad (55)$$

Sustituyendo el valor de la velocidad máxima lineal, obtendremos la velocidad máxima angular:

$$w_{máx} = \frac{0.196 \frac{m}{s}}{0.0205m} = 9.56 \frac{rad}{s}, \quad (56)$$

de la misma forma con la velocidad mínima lineal,

$$w_{min} = \frac{0.009 \frac{m}{s}}{0.0205m} = 0.43 \frac{rad}{s}. \quad (57)$$

Teniendo en cuenta que la velocidad angular máxima es $w = 9.56 \frac{rad}{s}$ y la velocidad angular mínima es $w = 0.43 \frac{rad}{s}$, y que no se pretende saturar al robot móvil, las velocidades serán acotadas a conveniencia para valores entre $w = 0.476 \frac{rad}{s}$ y $w = 7.68 \frac{rad}{s}$.

5.2.1 Parámetros de la simulación de trayectorias

Al emplear el compensador dinámico es preciso definir las ganancias de la ley de control (40) y (41), estas son $c_{11}, c_{21}, c_{12}, c_{22}$, ya que la frecuencia y las ganancias tienen gran influencia en el comportamiento del robot móvil al seguir las trayectorias. Por lo que, la ley de control es modificada como sigue:

$$K_p = c_{11} = c_{21}, \quad (58)$$

$$K_d = c_{12} = c_{22}, \quad (59)$$

sustituyendo (58) y (59) en (40) y (41), se tiene:

$$u_1^* = K_p(\dot{X}_d(t) - \dot{x}) + K_d(X_d(t) - x), \quad (60)$$

$$u_2^* = K_p(\dot{Y}_d(t) - \dot{y}) + K_d(Y_d(t) - y), \quad (61)$$

donde K_p y K_d deben ser definidas adecuadamente. Para lograrlo se han realizado varias pruebas correspondientes a las simulaciones de cada trayectoria, utilizando diferentes valores para las ganancias, hasta obtener un correcto seguimiento de trayectoria y valores de velocidades angulares que no sobrepasen el límite propuesto.

Tanto las condiciones iniciales, como los datos físicos del Khepera III (r y l) permanecen igual que en la simulación de los movimientos básicos

5.3 V-REP

V-REP / CoppeliaSim se utiliza para el desarrollo rápido de algoritmos, simulaciones de automatización de fábricas, creación rápida de prototipos y verificación, educación relacionada con la robótica, monitoreo remoto, verificación doble de seguridad, como gemelo digital y mucho más.

El utilizar este software permite visualizar de distintas perspectivas el recorrido del robot móvil de tracción diferencial Khepera III sobre una trayectoria en un ambiente de desarrollo tridimensional, también permite la manipulación de la posición y orientación de los robots sin necesidad de código y ofrece una mejor forma de exponer el trabajo realizado en esta tesis.

5.3.1 V-REP API

La API remota son un conjunto de comandos propios de V-REP los cuales utilizamos en Matlab para enviar instrucciones a agentes dentro de V-REP con el fin de manipular al robot khepera III y la transmisión de datos bidireccional para generar graficas con los datos obtenidos en Matlab.

La información de los robots móviles de tracción diferencial se envía desde Matlab a través de la API a V-REP y asigna las velocidades angulares w_R y w_L a las respectivas llantas del robot Khepera III.

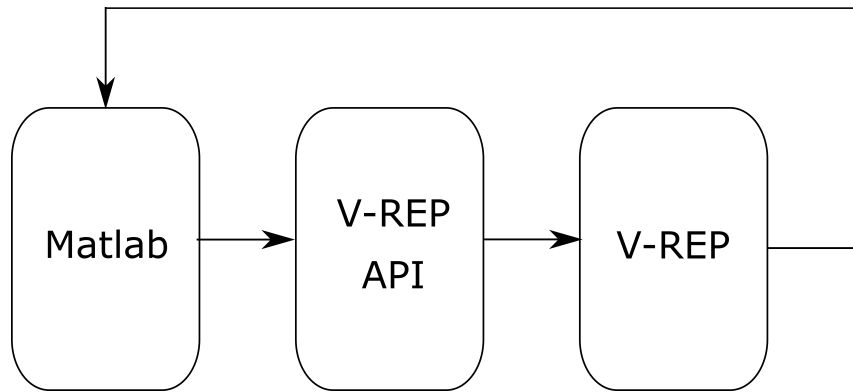


Figura 15: Diagrama comunicacion Matlav-V-REP.

5.3.2 Matlab

Matlab combina un entorno de escritorio perfeccionado para el análisis iterativo y los procesos de diseño con un lenguaje de programación que expresa las matemáticas de matrices y arrays directamente.

En la simulación de cada trayectoria deseada, Matlab almacena la posición y el ángulo del robot móvil de tracción diferencial en V-REP en cada iteración del código permitiendo generar las figuras del siguiente capítulo.

5.3.3 Khepera III

El Khepera es un robot móvil compacto que pertenece a la línea de robots diseñados y fabricados por la compañía suiza K-Team, la cual desarrolla robots móviles de alta calidad que se han convertido en estándares en el ámbito de la investigación. En la figura 16, se observa la vista general de este robot móvil de tracción diferencial [26].



Figura 16: Vista física del robot Khepera III.

El robot Khepera III en su construcción está equipado con múltiples sensores y de aditamentos opcionales que hacen de este robot muy completo, aunque estos sensores no se utilizan en esta tesis, dan a la posibilidad de más trabajo de investigación a futuro.

5.4 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se han presentado las herramientas y la metodología empleada para la simulación de la asignación de comandos al robot móvil de tracción diferencial, el robot móvil de tracción diferencial a utilizar, así como el software y conjunto de protocolos a emplear para la correcta comunicación entre Matlab-V-REP-Khepera. Se ha mencionado que el comportamiento del robot móvil depende de la velocidad en sus ruedas, y que aplicando una ley de control a éstas, se ha de lograr la tarea de seguimiento de trayectorias, como se presenta en este capítulo y en los posteriores.

Capítulo 6

Simulaciones con entorno de simulación V-REP

En este capítulo, se presentan las simulaciones para el control, asignación de trayectorias y configuraciones topológicas a los móviles de tracción diferencial, así como los resultados obtenidos en cada una de éstas. Para ello se ha recurrido al software de Matlab y V-REP en el que se ha tomado como referencia las especificaciones físicas del robot móvil de tracción diferencial *Khepera III* como se observa en la figura 17.

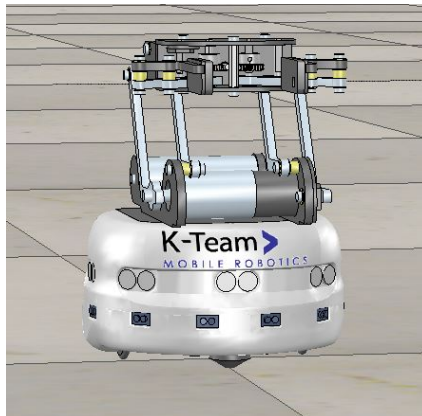


Figura 17: Khepera III en V-REP.

6.1 Simulación de un robot

Primeramente comparamos el rendimiento del robot móvil de tracción diferencial Khepera III de la simulación respecto a las trayectorias deseadas considerando que en todas las trayectorias de esta sección tiene la posición inicial en $(0,0)$ a 90 grados respecto al eje x , en el ambiente de simulación V-REP en todas las simulaciones se tiene un espacio de 5 metros en ambos ejes en el que el robot puede operar sin salirse del área de trabajo.

6.1.1 Punto deseado

El punto deseado seleccionado es: $X_d(t) = 0.5$ y $Y_d(t) = 0.5$, utilizando las ganancias $K_p = 3$ y $K_d = 3$.

La figura 18 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 19, muestra la posición inicial del robot en $(0,0)$, la trayectoria que ha trazado y la posición deseada. Se observa que el robot realiza un movimiento en línea recta con una dirección de 45° .

Dentro de la figura 20, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 7 unidades de tiempo, ambas gráficas adquieren el valor de 0.5, lo que indica que el robot ha llegado al punto deseado.

El error mostrado en la figura 21, tiene un valor inicial de -0.5, debido a que está es la diferencia que existe entre el punto deseado $(0.5,0.5)$ y la posición inicial $(0,0)$. Conforme el robot avanza hacia el punto deseado, el error disminuyendo hasta tomar un valor de 0.

La figura 22, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo. Se observa que primero el robot gira a -45° y llega al punto deseado.

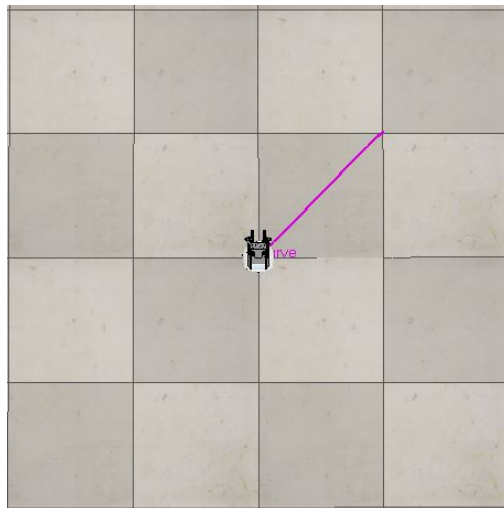


Figura 18: Trayectoria punto deseado en V-REP.

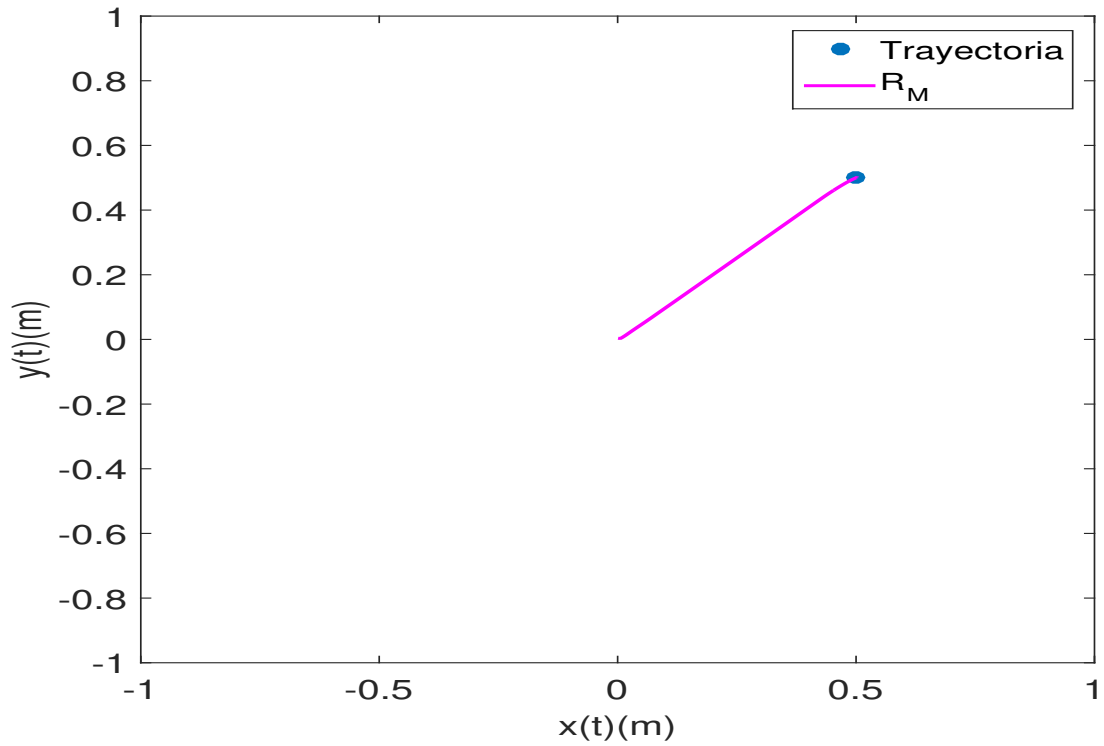


Figura 19: Trayectoria punto deseado.

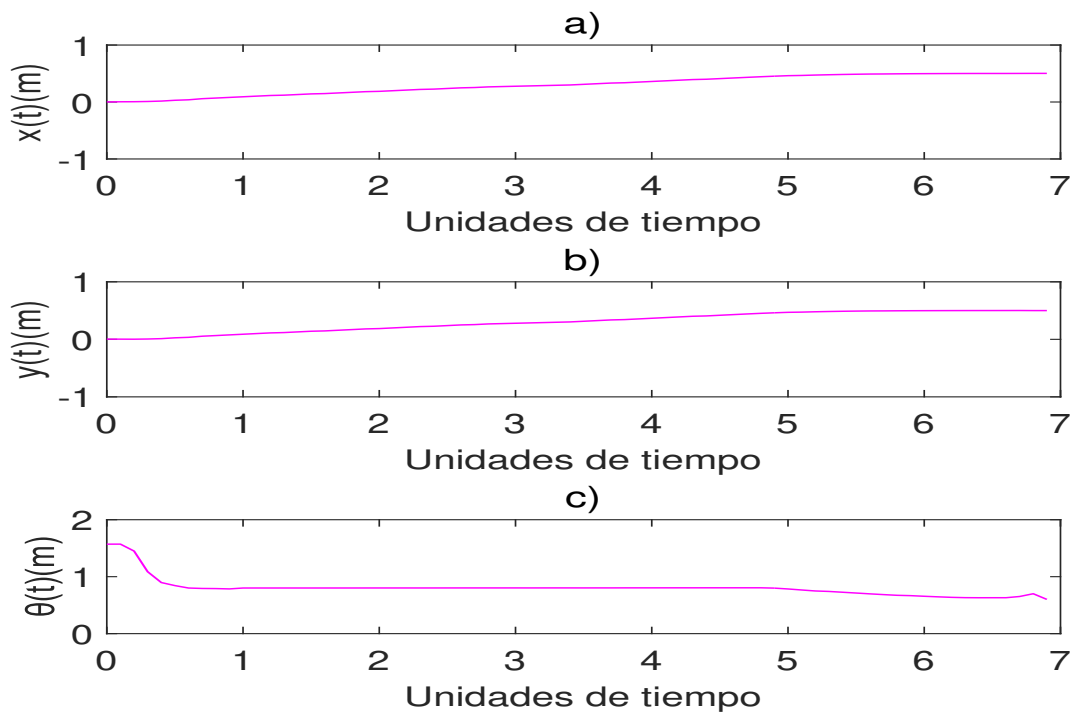


Figura 20: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

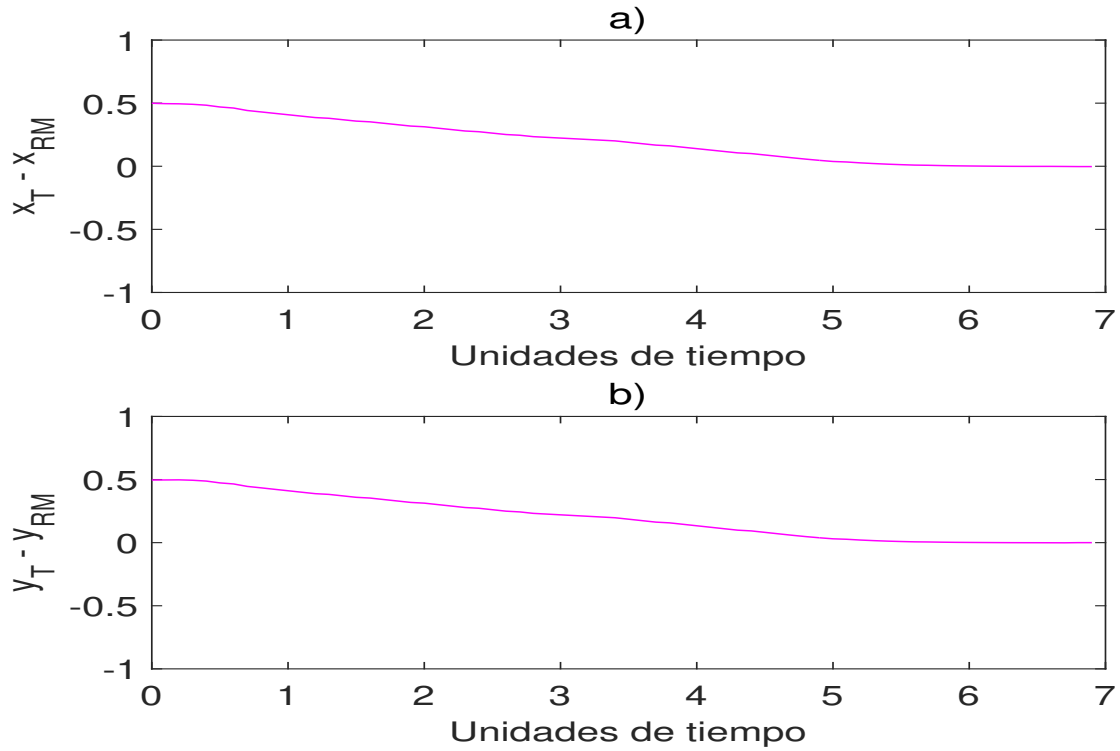


Figura 21: Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para:

a) x y b) y .

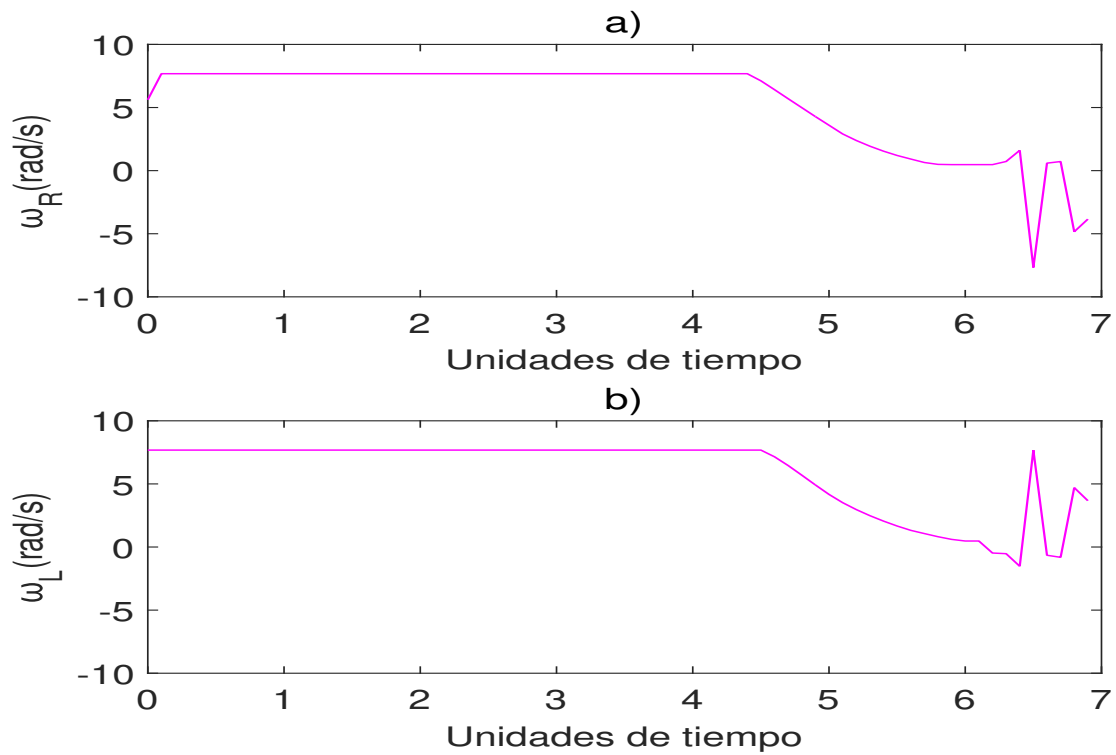


Figura 22: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y

b) Izquierda.

6.1.2 Trayectoria circular

La trayectoria circular para la implementación experimental se encuentra definida por las ecuaciones: $X_d(t) = 0.5 \cos(t)$ y $Y_d(t) = 0.5 \cos(t)$.

La figura 23 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 24, con posición inicial del robot en $(0,0)$ se desplaza verticalmente para incorporarse a la trayectoria deseada. Donde se observa que el robot realiza un movimiento circular de 0.5 metros de radio de la posición inicial hasta formar un círculo.

Dentro de la figura 25, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 200 unidades de tiempo el robot móvil de tracción diferencial completa una vuelta en la circunferencia del círculo. El error mostrado en la figura 26, tiene un valor inicial de 0.5 en y , debido a que está es la diferencia que existe entre la posición inicial y la circunferencia de círculo que una vez que llega a el, el error disminuyendo hasta tomar un valor cercano de 0.

La figura 27, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo. Se observa que primero el robot gira avanza a máxima velocidad a la trayectoria deseada y después sigue la trayectoria asignando ligeramente mas velocidad en w_R .

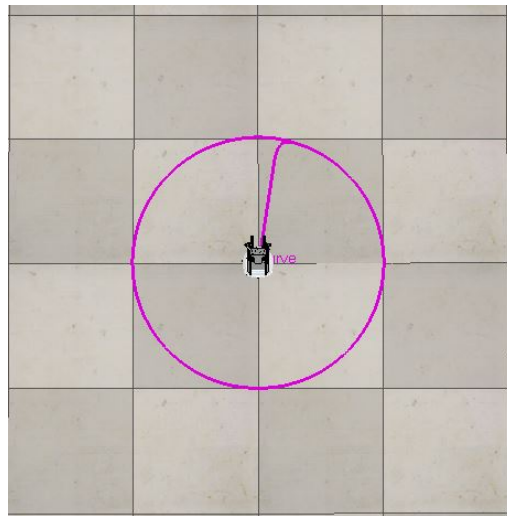


Figura 23: Trayectoria circular en V-REP.

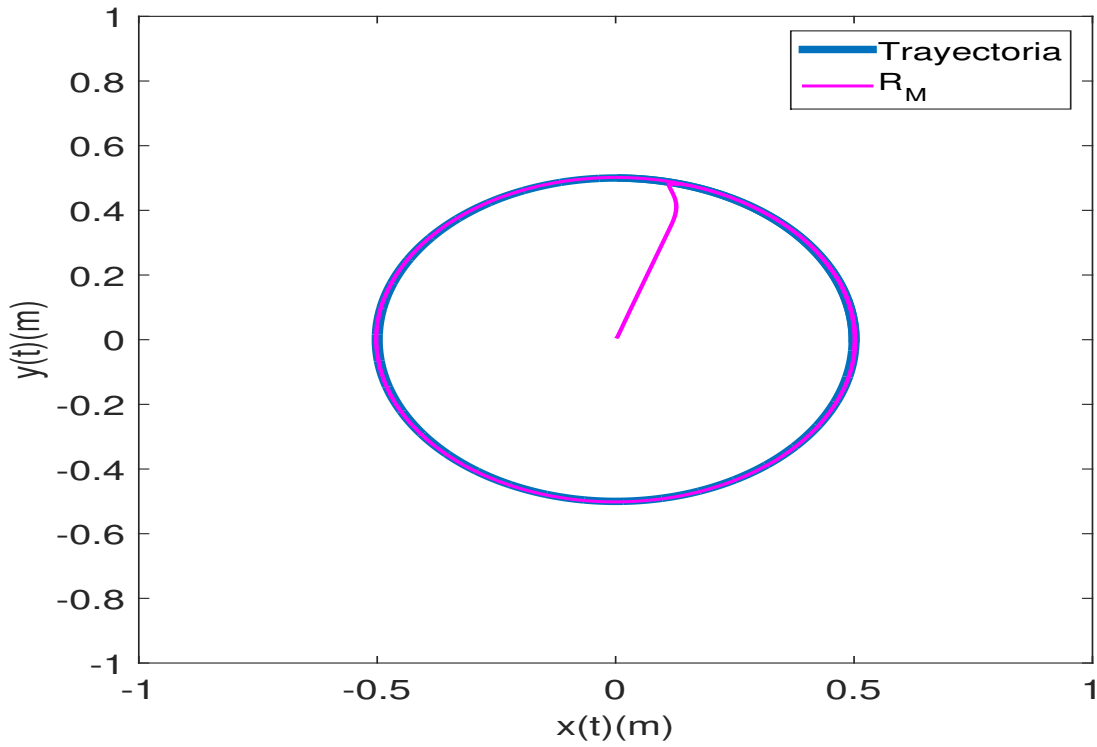


Figura 24: Trayectoria circular.

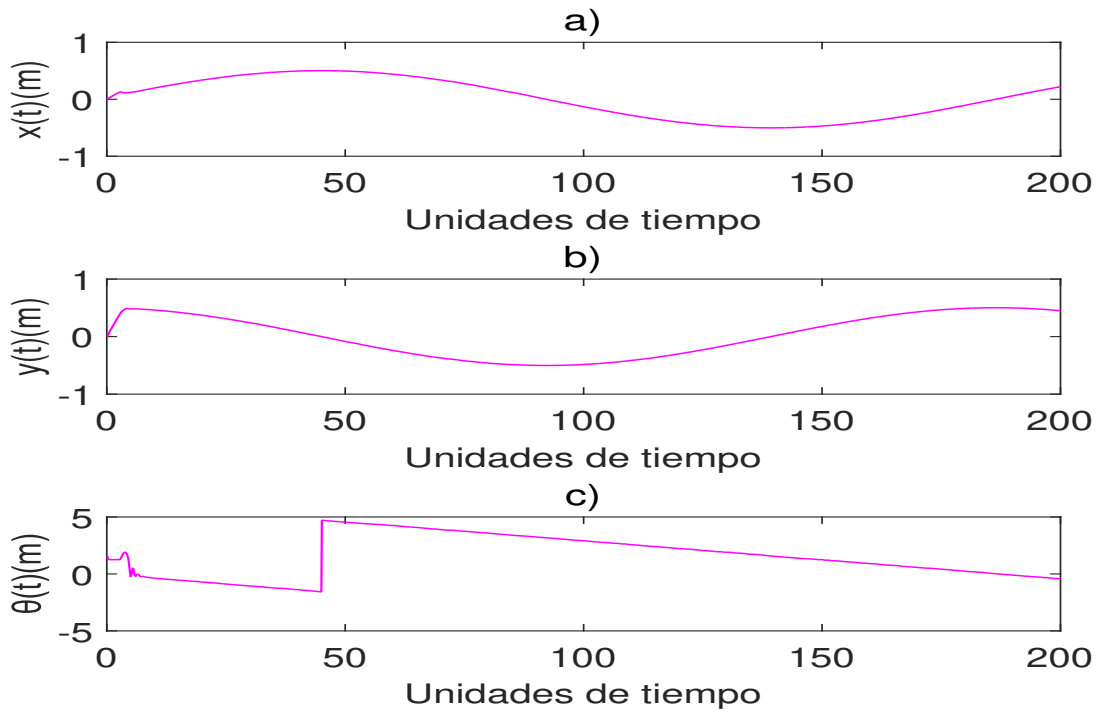


Figura 25: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

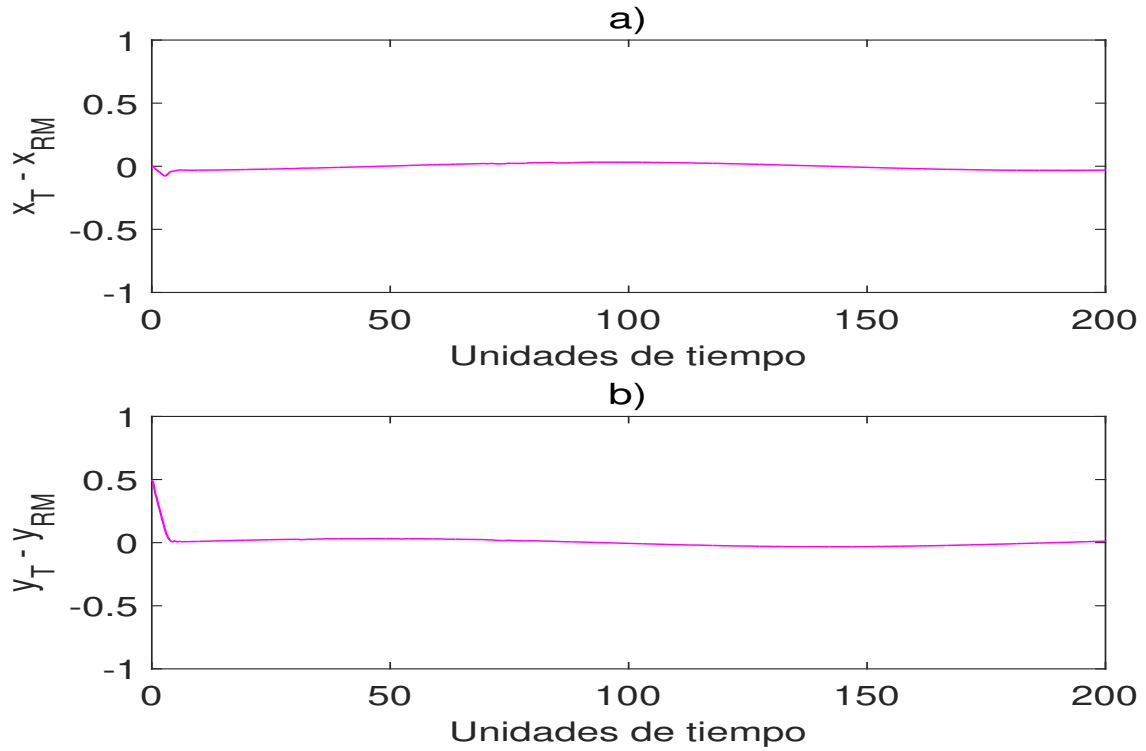


Figura 26: Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para:

a) x y b) y .

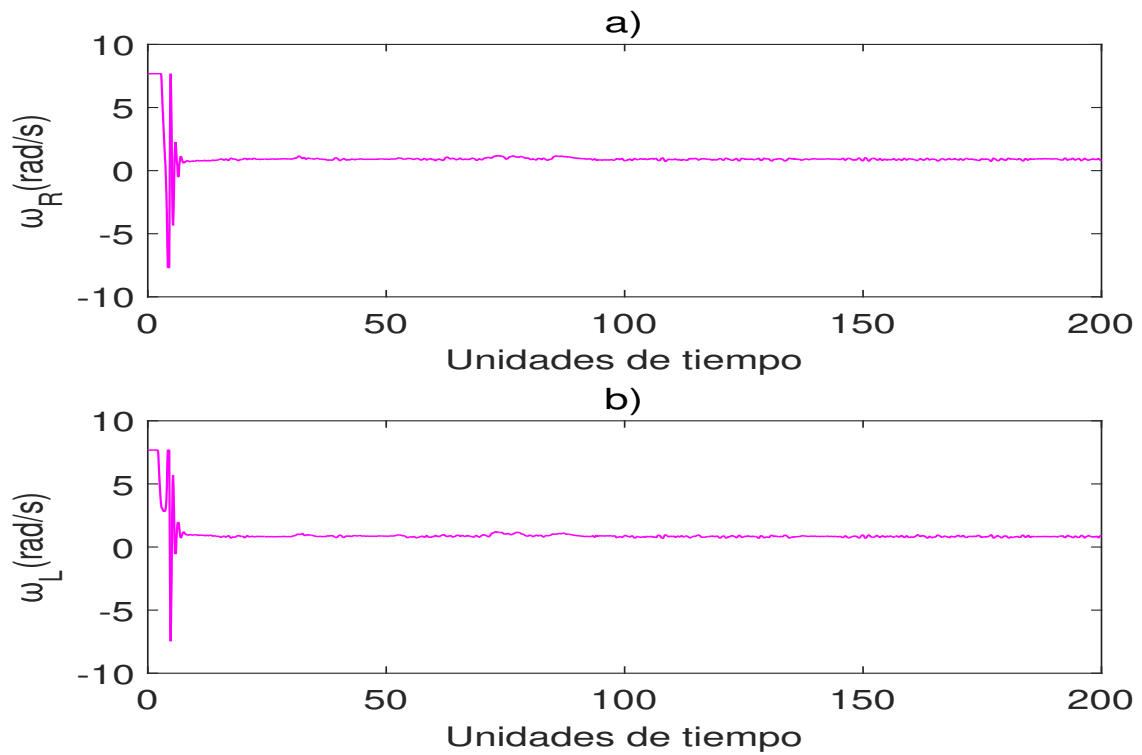


Figura 27: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y

b) Izquierda.

6.1.3 Trayectoria de forma infinito

La trayectoria con la forma de infinito es: $X_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{40})$ y $Y_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{20})$.

La figura 28 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 29, con posición inicial del robot en (0,0) ya se encuentra dentro de la trayectoria deseada, ajusta su orientación y se desplaza a lo largo de la trayectoria deseada.

Dentro de la figura 30, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 250 unidades de tiempo el robot móvil de tracción diferencial completa la trayectoria.

El error mostrado en la figura 31, tiene un valor inicial muy cercano a 0 desde el inicio, debido a que como mencionamos desde un principio el robot móvil ya se encuentra ubicado en la trayectoria. Los errores mas pronunciados son en los giros a los extremos de la trayectoria.

La figura 32, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo. Se observa que las velocidades de las ruedas w_R y w_L oscilan ligeramente en las cuatro instancias en la que el robot móvil de tracción diferencial realiza las vueltas cerrados en los extremos del infinito

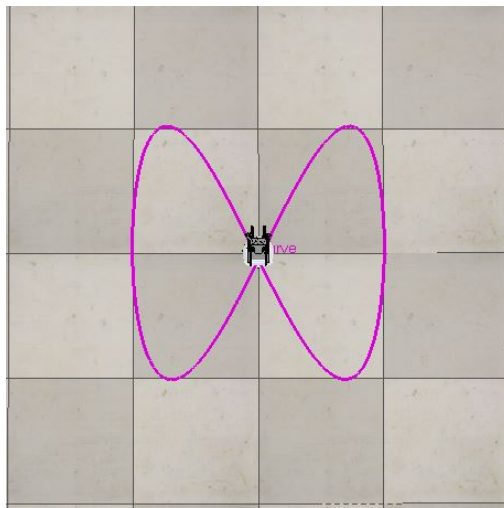


Figura 28: Trayectoria de forma infinito en V-REP.

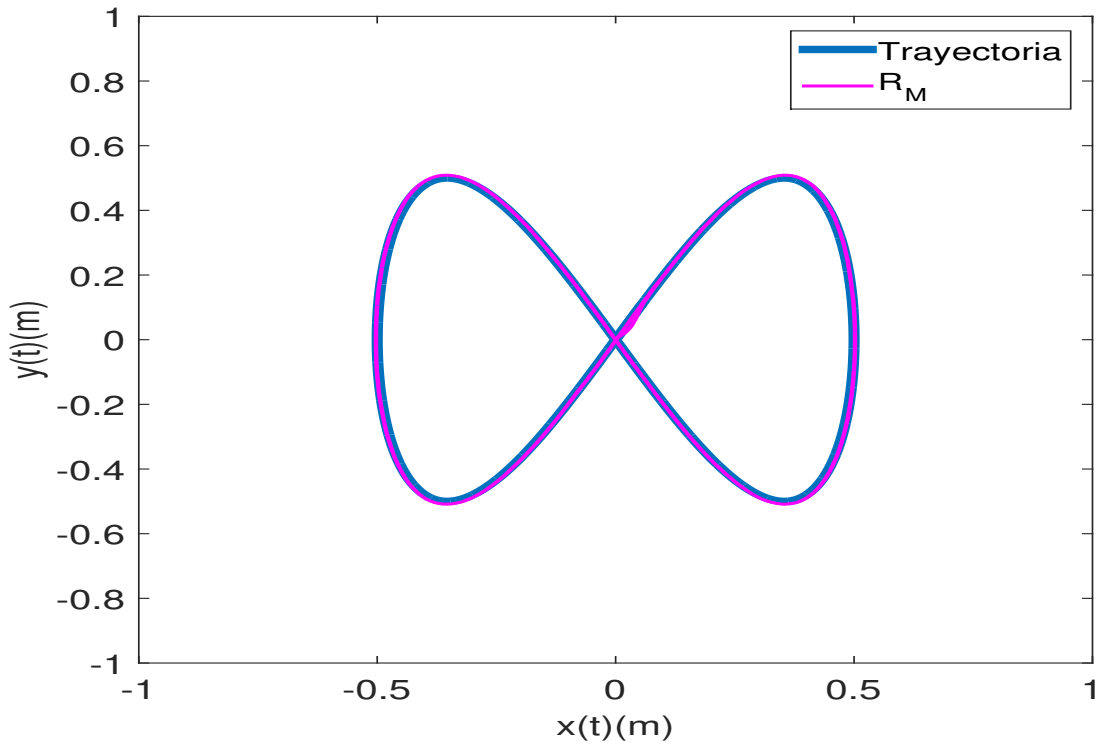


Figura 29: Trayectoria de forma infinito.

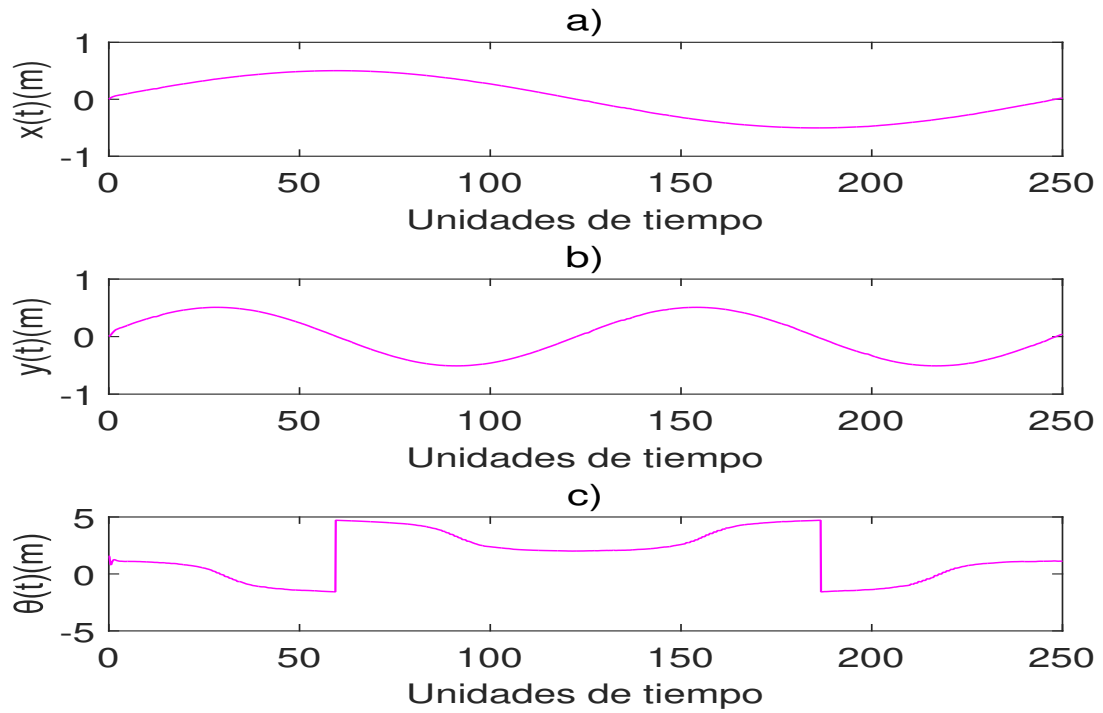


Figura 30: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

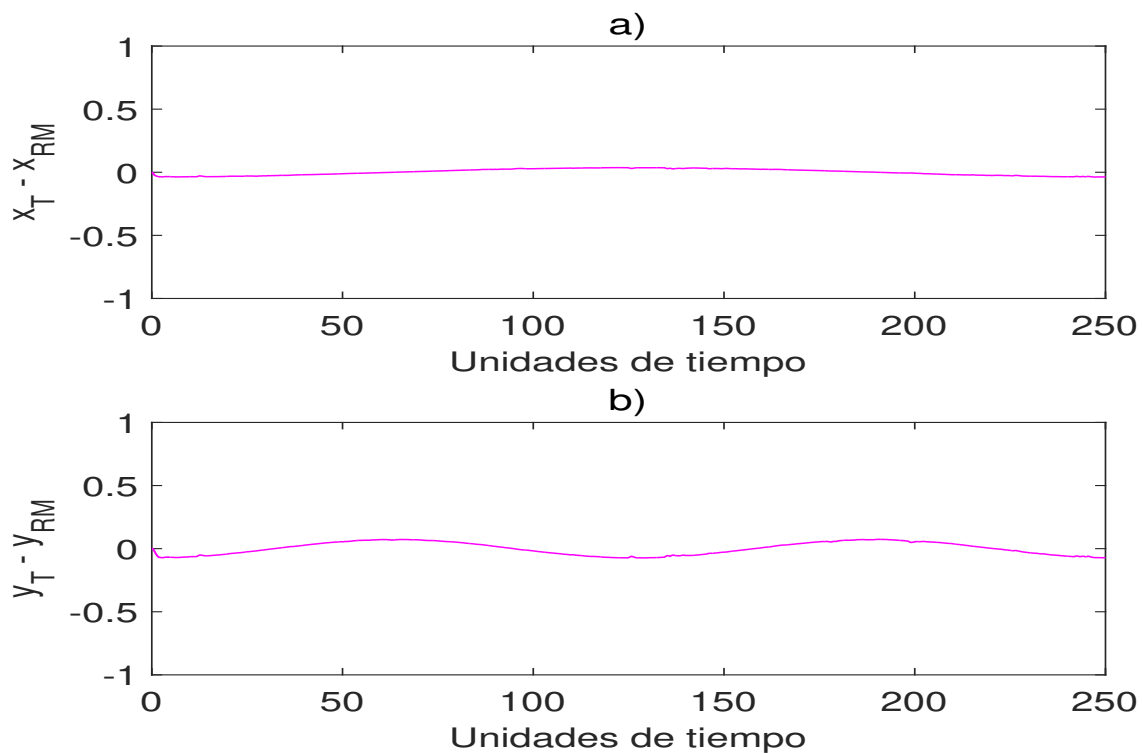


Figura 31: Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para:

a) x y b) y .

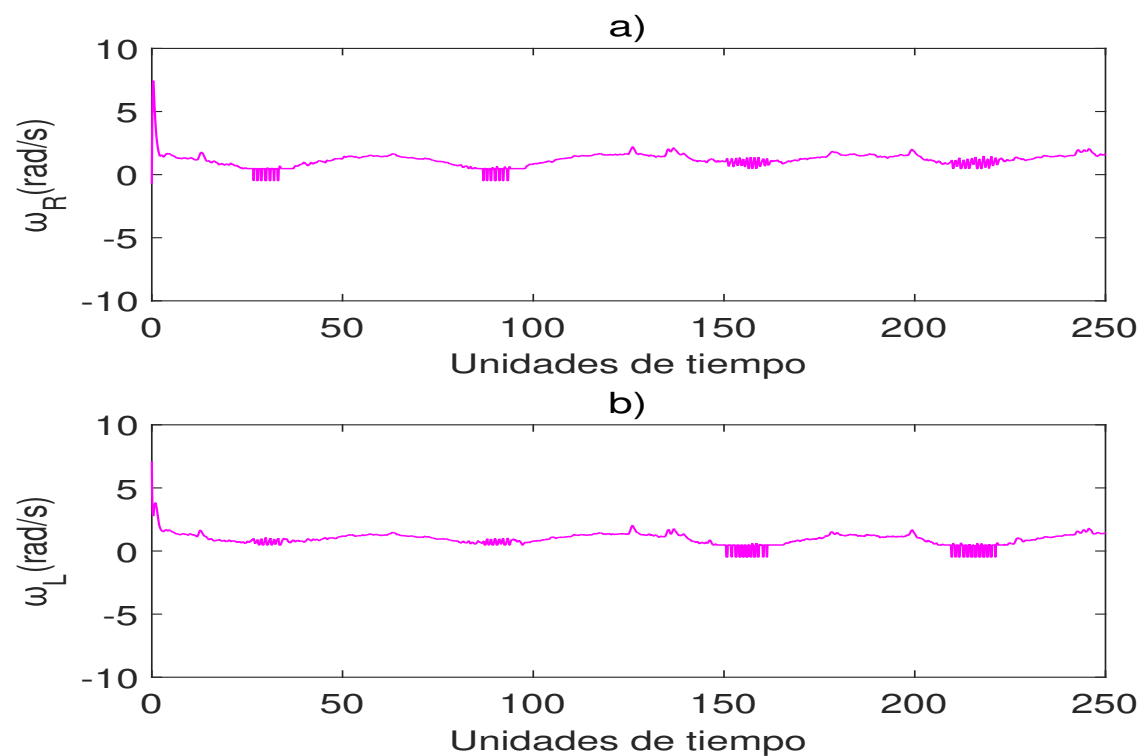


Figura 32: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y

b) Izquierda.

6.1.4 Trayectoria con la forma de rosa polar

La trayectoria con la forma de rosa polar es: $X_d(t) = 0.1 \cos(\frac{5*2*\pi}{200} + \frac{t}{3}) \cos(\frac{2*\pi}{200} + \frac{t}{3})$ y $Y_d(t) = 0.1 \cos(\frac{5*2*\pi}{200} + \frac{t}{3}) \sin(\frac{2*\pi}{200} + \frac{t}{3})$.

La figura 33 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 34, con posición inicial del robot en $(0,0)$ se observa el movimiento realizado por el robot móvil para su incorporación a la trayectoria en el petalo derecho de la rosa polar de 5 pétalos.

Dentro de la figura 35, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 330 unidades de tiempo el robot móvil de tracción diferencial completa la trayectoria.

El error mostrado en la figura 36, tiene el mayor error al inicio donde el robot móvil se incorpora al primer pétalo de la trayectoria. El error continua muy cercano a 0 en el resto de la trayectoria.

La figura 37, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo. Se observa que las velocidades de las ruedas w_R y w_L oscilan ligeramente en los extremos de los petalos en los que el robot móvil de tracción diferencial realiza vueltas cerradas.

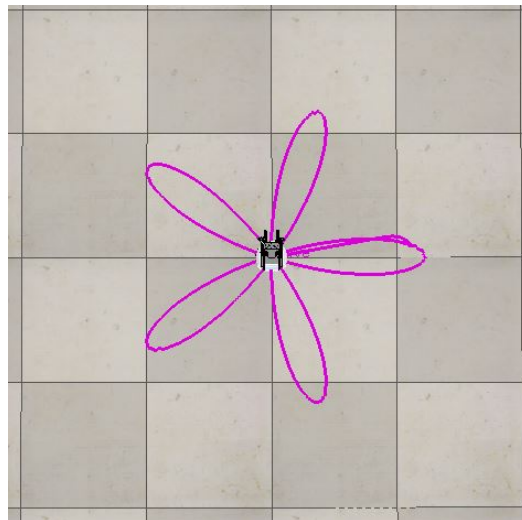


Figura 33: Trayectoria con la forma de rosa polar en V-REP.

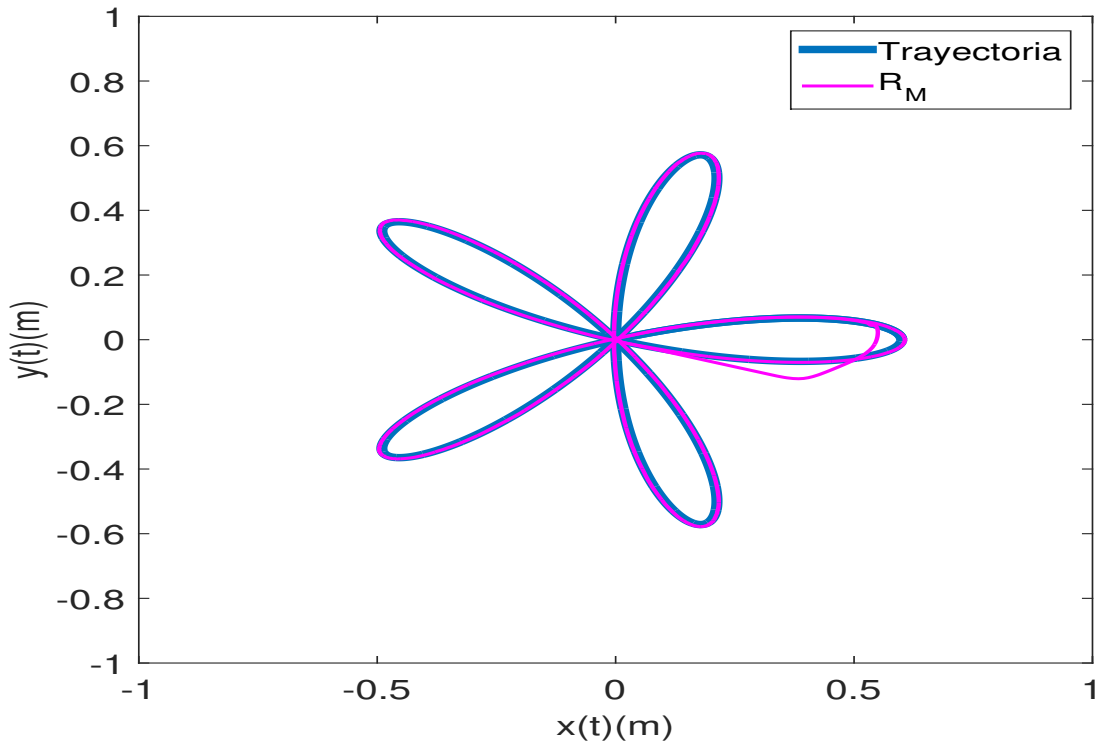


Figura 34: Trayectoria con la forma de rosa polar.

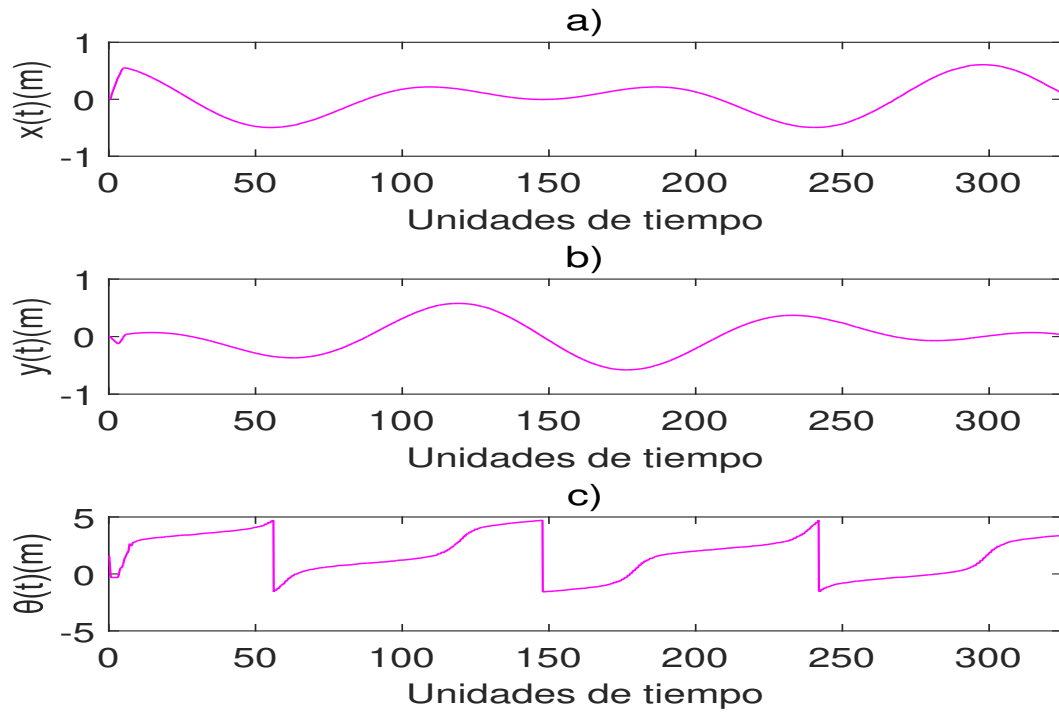


Figura 35: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

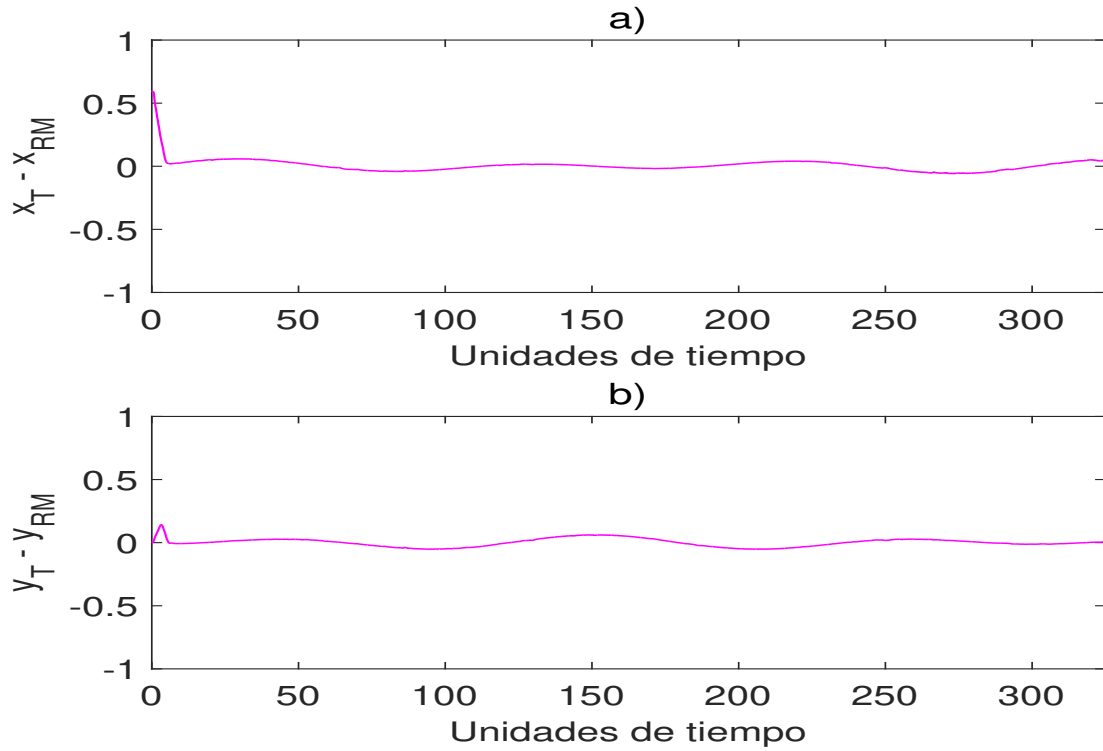


Figura 36: Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para:

a) x y b) y .

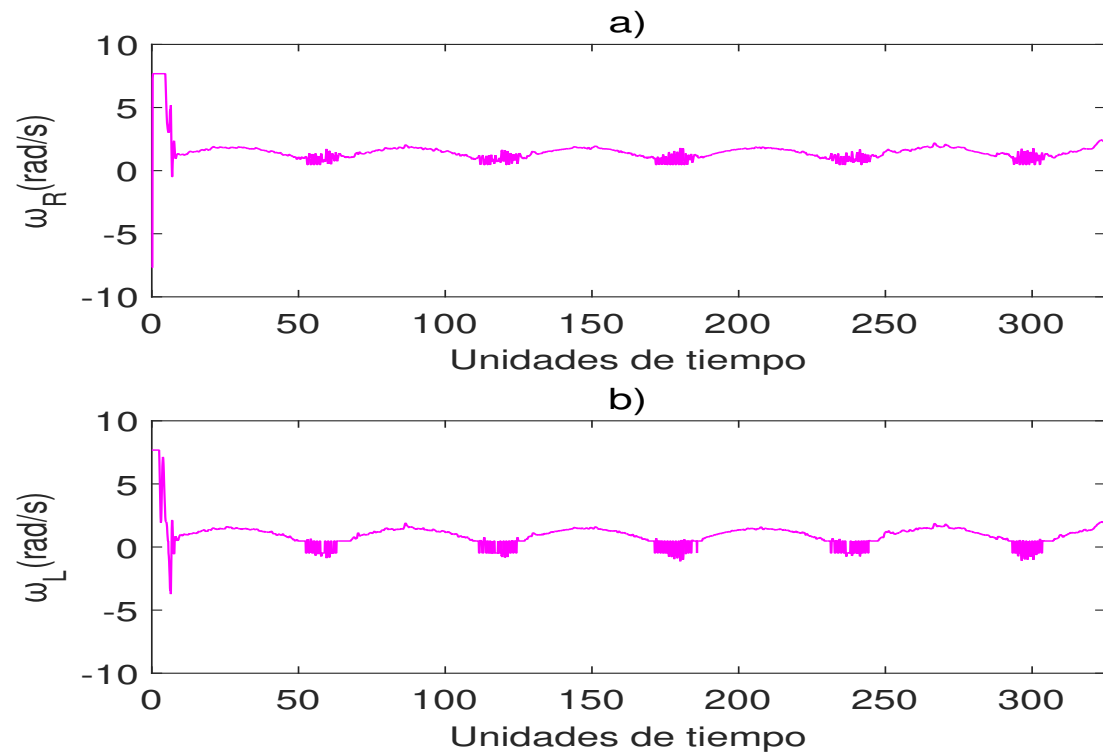


Figura 37: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y

b) Izquierda.

6.1.5 Trayectoria con la forma de espiral

La trayectoria con la forma de espiral es: $X_d(t) = .005 * \frac{t}{30} \cos(\frac{t}{30})$ y $Y_d(t) = .005 * \frac{t}{30} \sin(\frac{t}{30})$.

La figura 38 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 39, con posición inicial del robot en (0,0) ya se encuentra dentro de la trayectoria deseada, ajusta su orientación y se desplaza a lo largo de la trayectoria deseada.

Dentro de la figura 40, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 520 unidades de tiempo el robot móvil de tracción diferencial completa la trayectoria. La gráfica c) muestra las oscilaciones del robot al tener que girar para frenar su velocidad.

El error mostrado en la figura 41, tiene un valor muy cercano a 0 durante toda la trayectoria, debido a que ya se encuentra ubicado en la trayectoria.

La figura 42, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo. Se observa que las velocidades de las ruedas w_R y w_L oscilan considerablemente al principio de la trayectoria y va disminuyendo mientras el ángulo de la trayectoria se abre.

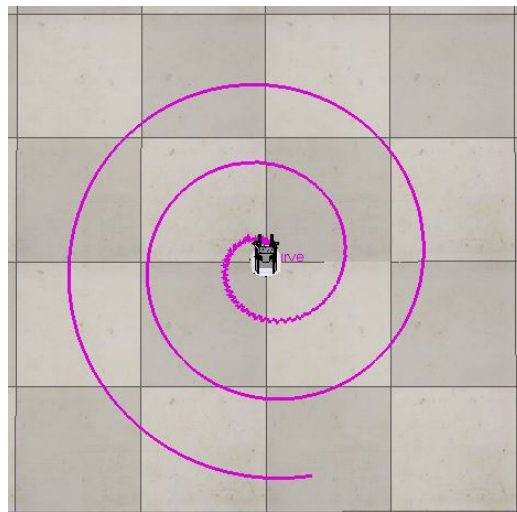


Figura 38: Trayectoria con la forma de espiral en V-REP.

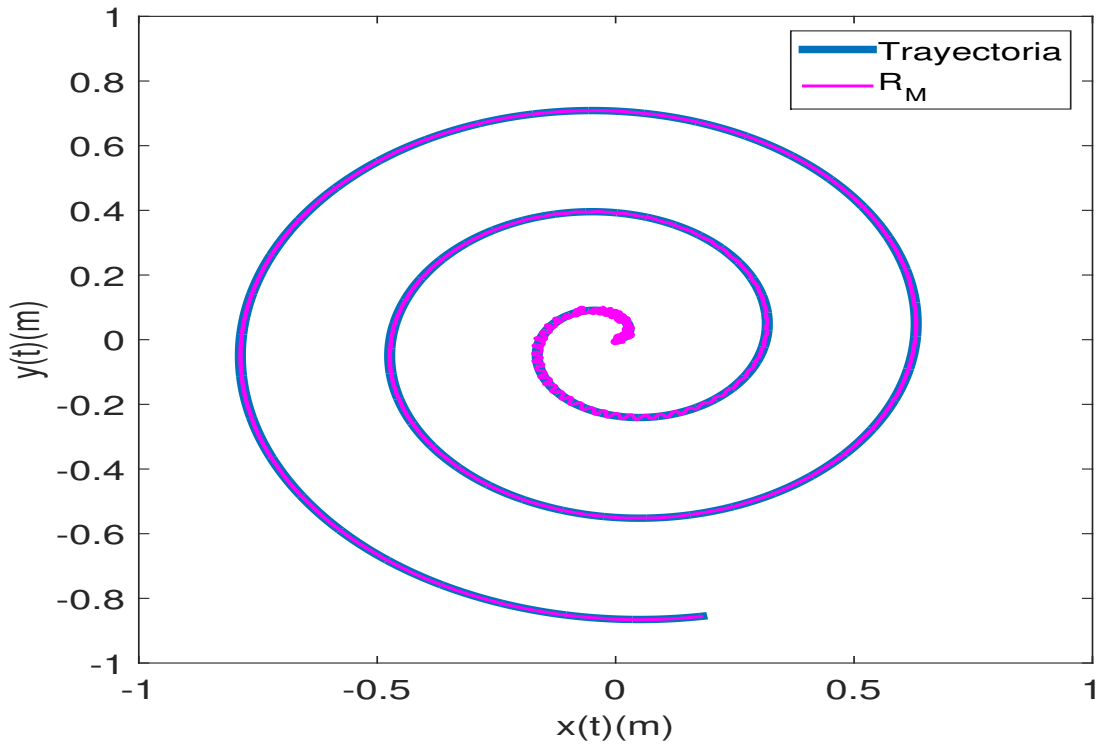


Figura 39: Trayectoria con la forma de espiral.

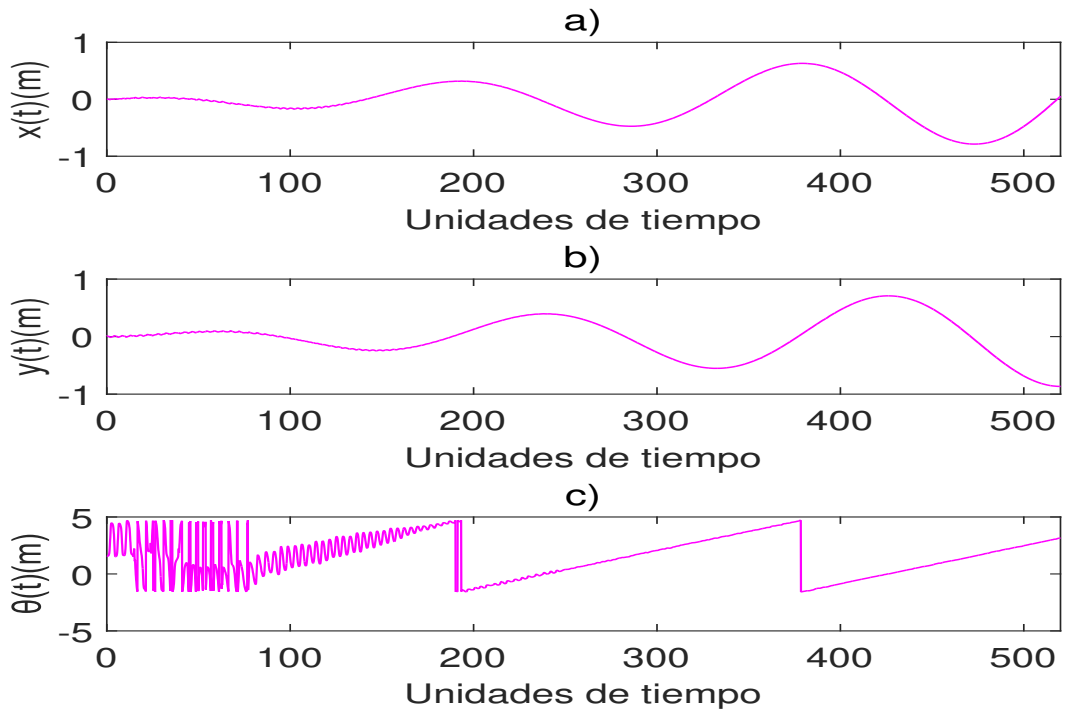


Figura 40: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

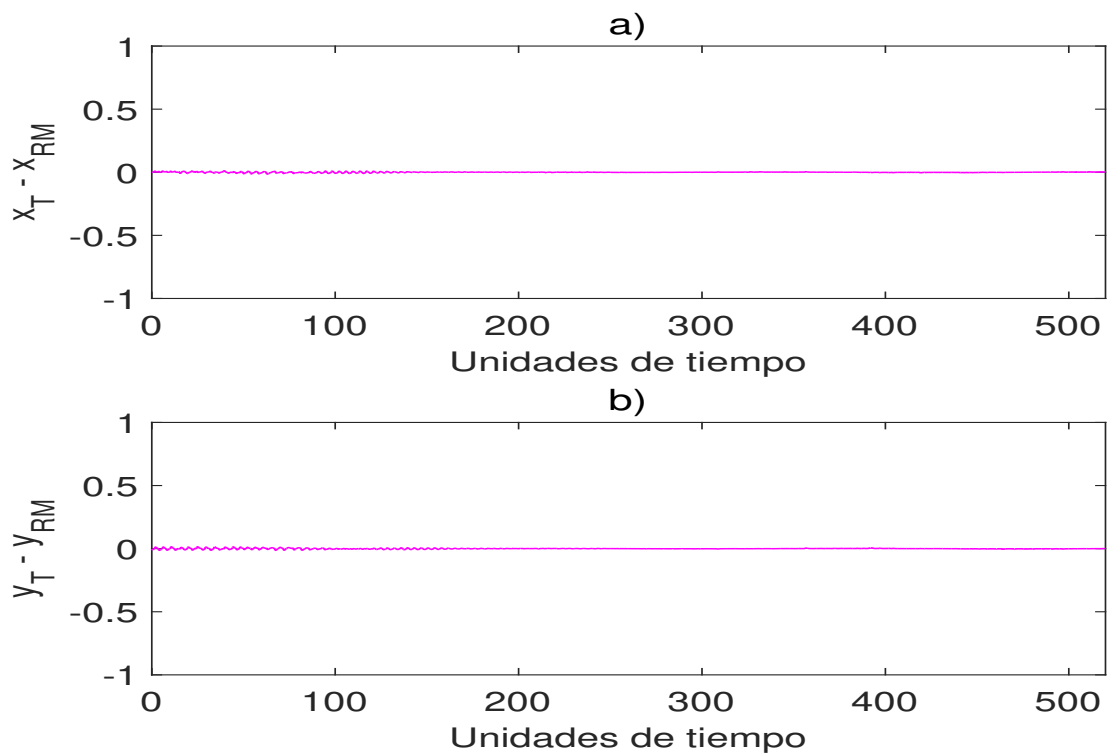


Figura 41: Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para:

a) x y b) y .

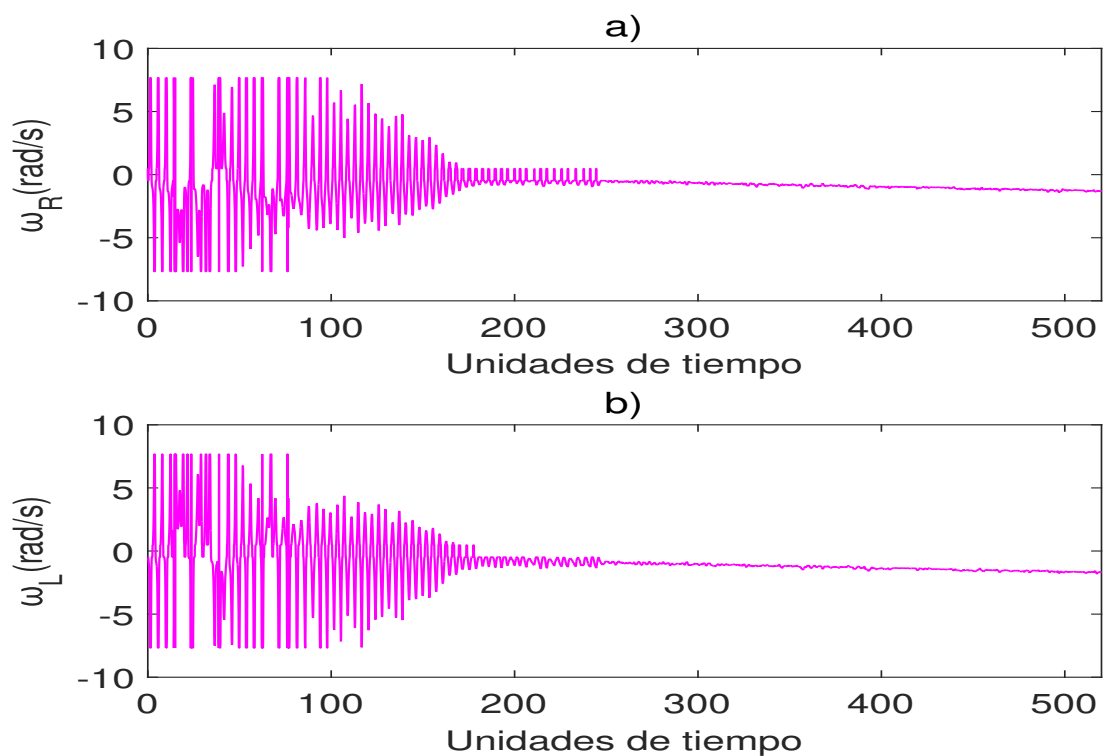


Figura 42: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y

b) Izquierda.

6.1.6 Trayectoria de barrido

La trayectoria con la forma de barrido es: $X_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{90})$ y $Y_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{60})$.

La figura 43 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 44, con posición inicial del robot en (0,0) ya se encuentra dentro de la trayectoria deseada, ajusta su orientación y se desplaza a lo largo de la trayectoria deseada.

Dentro de la figura 45, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 1100 unidades de tiempo el robot móvil de tracción diferencial completa la trayectoria.

El error mostrado en la figura 46, tiene un valor inicial muy cercano a 0 desde el inicio, debido a que como mencionamos desde un principio el robot móvil ya se encuentra ubicado en la trayectoria. Los errores mas pronunciados son en los giros a los extremos de la trayectoria.

La figura 47, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo. Se observa que las velocidades de las ruedas w_R y w_L oscilan ligeramente en las cuatro instancias en la que el robot móvil de tracción diferencial realiza las vueltas cerrados en los extremos del barrido.

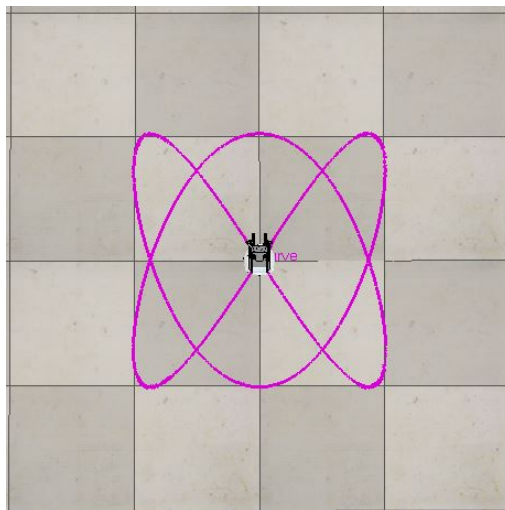


Figura 43: Trayectoria de barrido en V-REP.

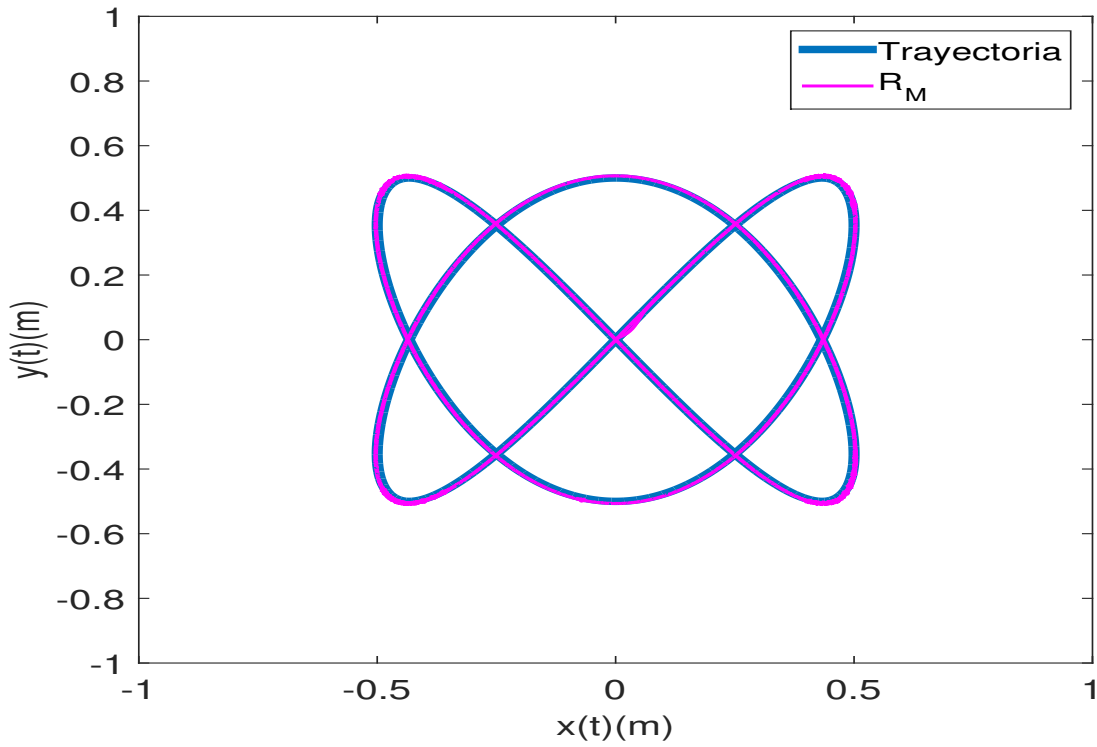


Figura 44: Trayectoria de barrido.

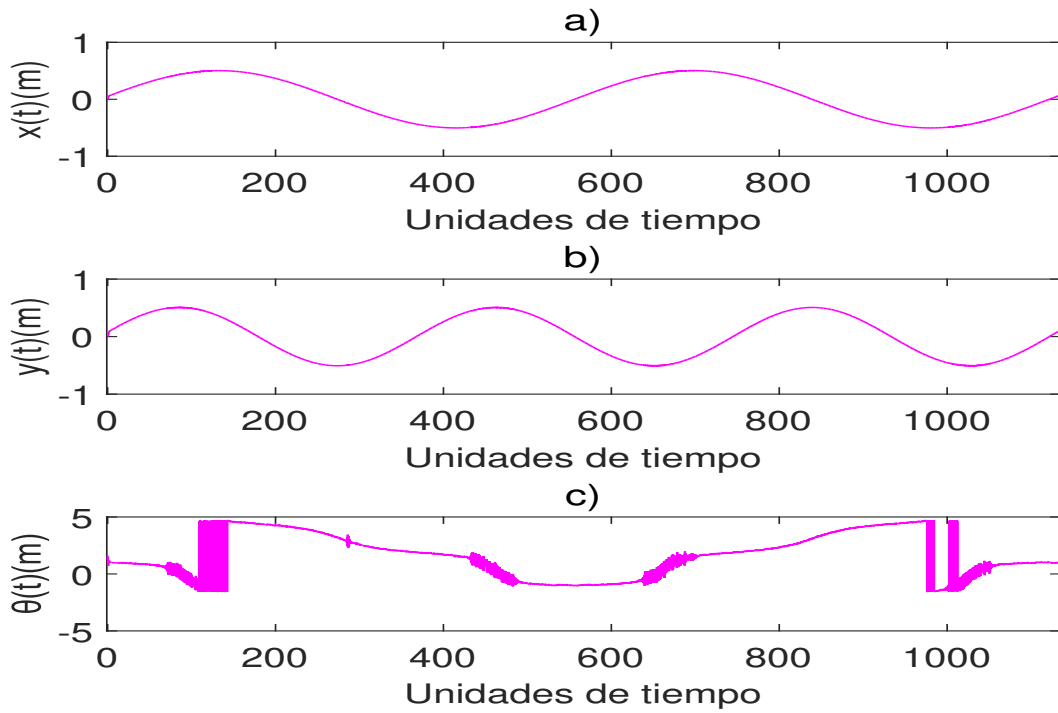


Figura 45: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

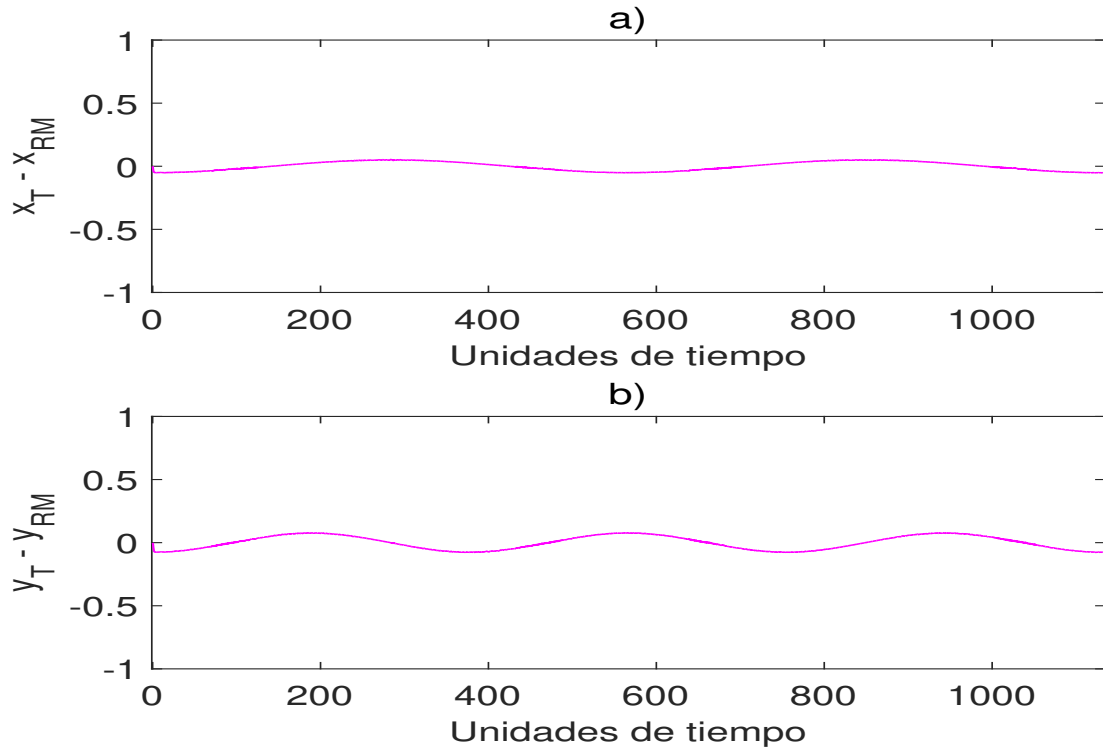


Figura 46: Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para:

a) x y b) y .

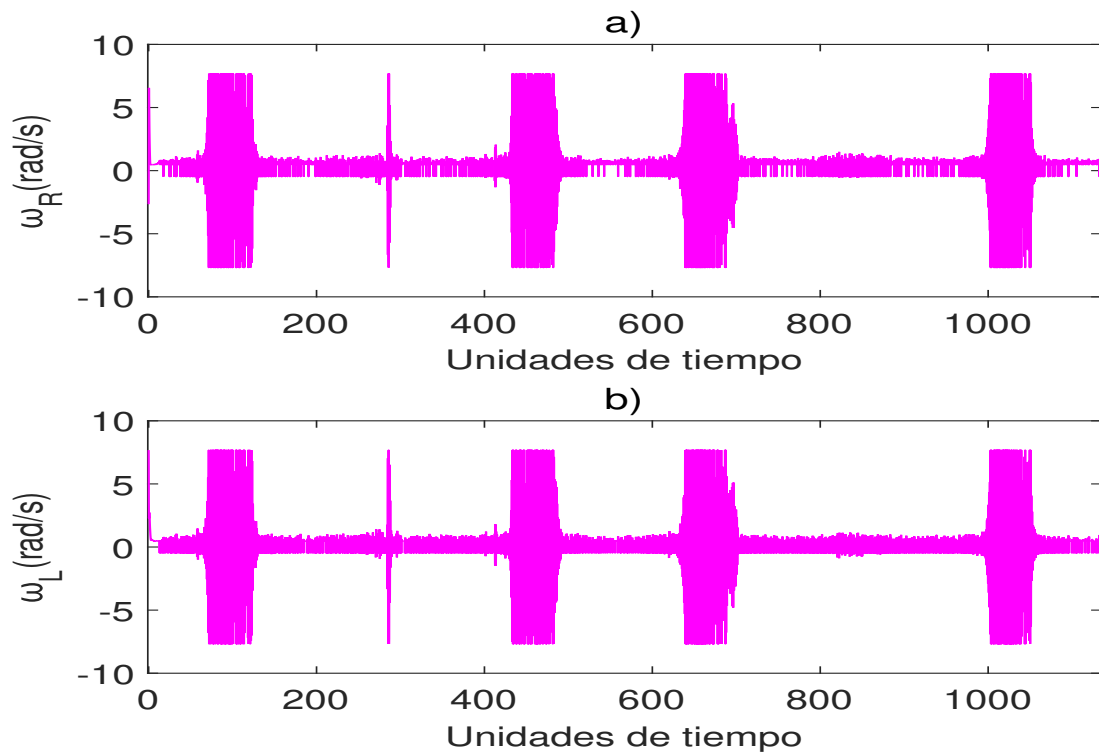


Figura 47: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y

b) Izquierda.

6.1.7 Trayectoria con la forma de pescado

La trayectoria con la forma de pescado es: $X_d(t) = \cos(\frac{t}{50}) - \frac{\sin(\frac{t}{50})^2}{\sqrt{2}}$ y $Y_d(t) = \cos(\frac{t}{50}) * \frac{1}{5} \sin(\frac{t}{50})$.

La figura 48 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 49, con posición inicial del robot en (0,0) se observa el movimiento realizado por el robot móvil para su incorporación a la trayectoria en forma de pescado desplazándose en x y entrando por el ojo del pescado.

Dentro de la figura 50, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 325 unidades de tiempo el robot móvil de tracción diferencial completa la trayectoria.

El error mostrado en la figura 51, tiene el mayor error al inicio en x donde el robot móvil viaja del centro del pescado a la cabeza en casi una línea recta, el error continua muy cercano a 0 en el resto de la trayectoria.

La figura 52, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo. Se observa que las velocidades de las ruedas w_R y w_L oscilan ligeramente en los extremos de la cola del pescado en los que el robot móvil de tracción diferencial gira.

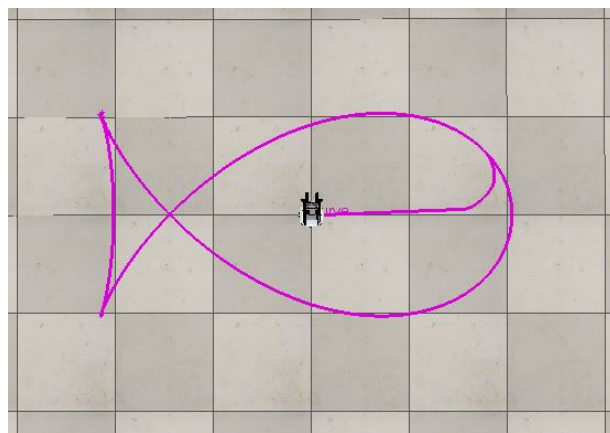


Figura 48: Trayectoria con la forma de pescado en V-REP.

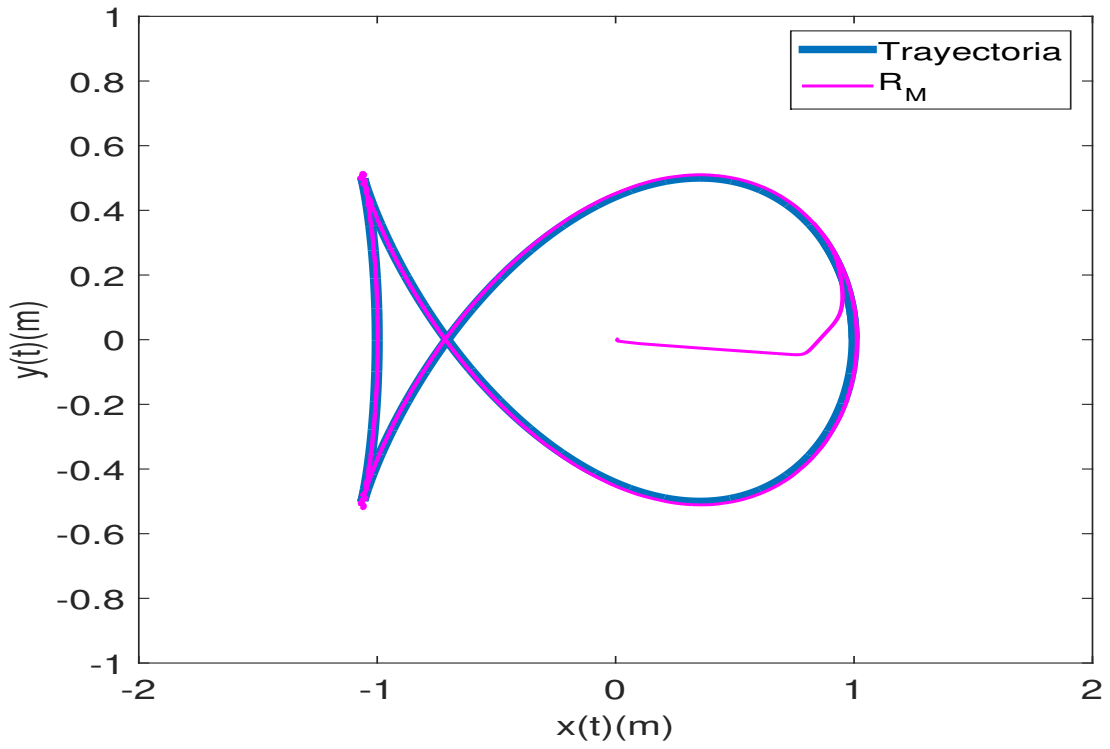


Figura 49: Trayectoria con la forma de pescado.

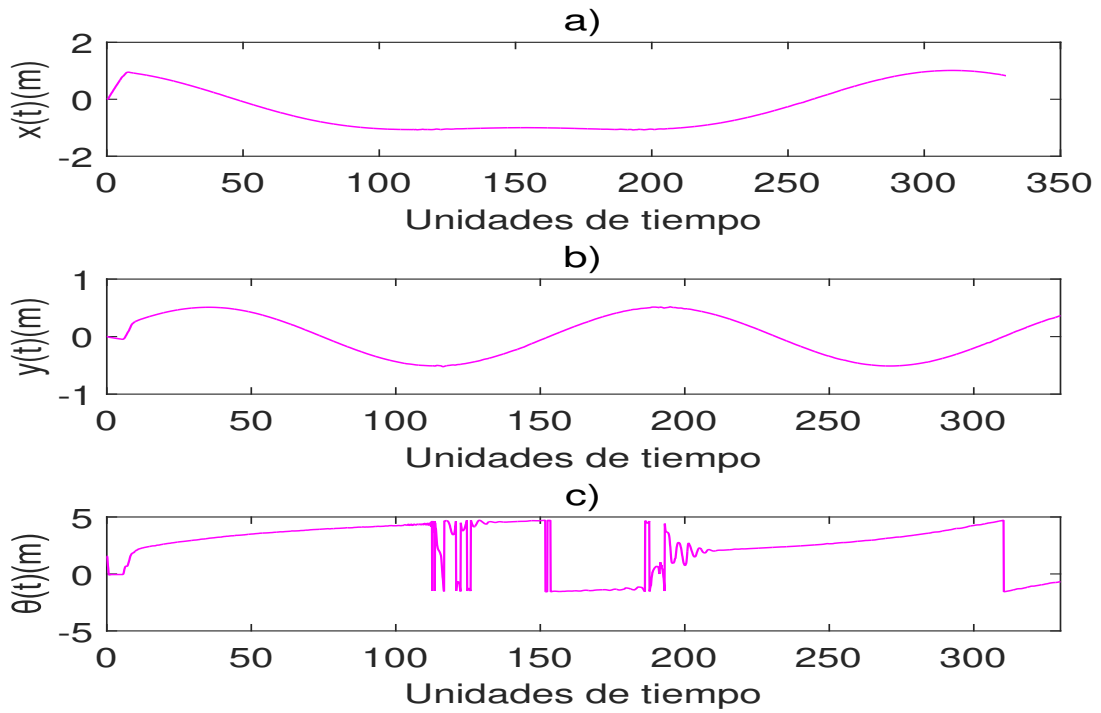


Figura 50: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

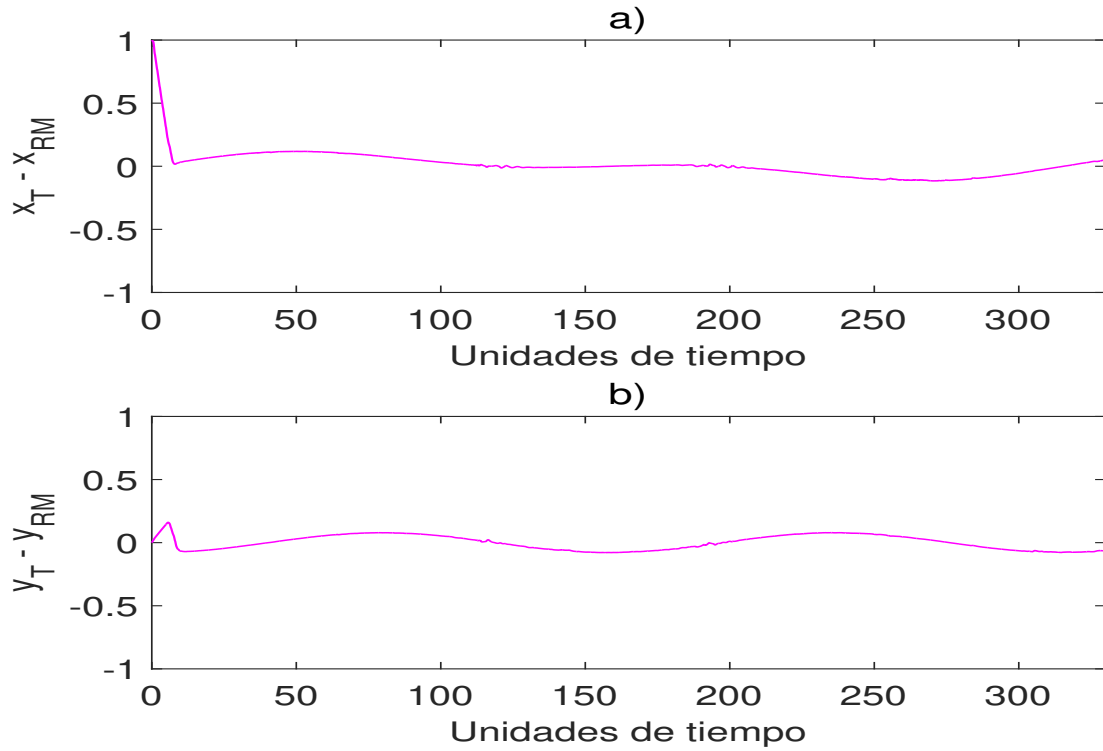


Figura 51: Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para:

a) x y b) y .

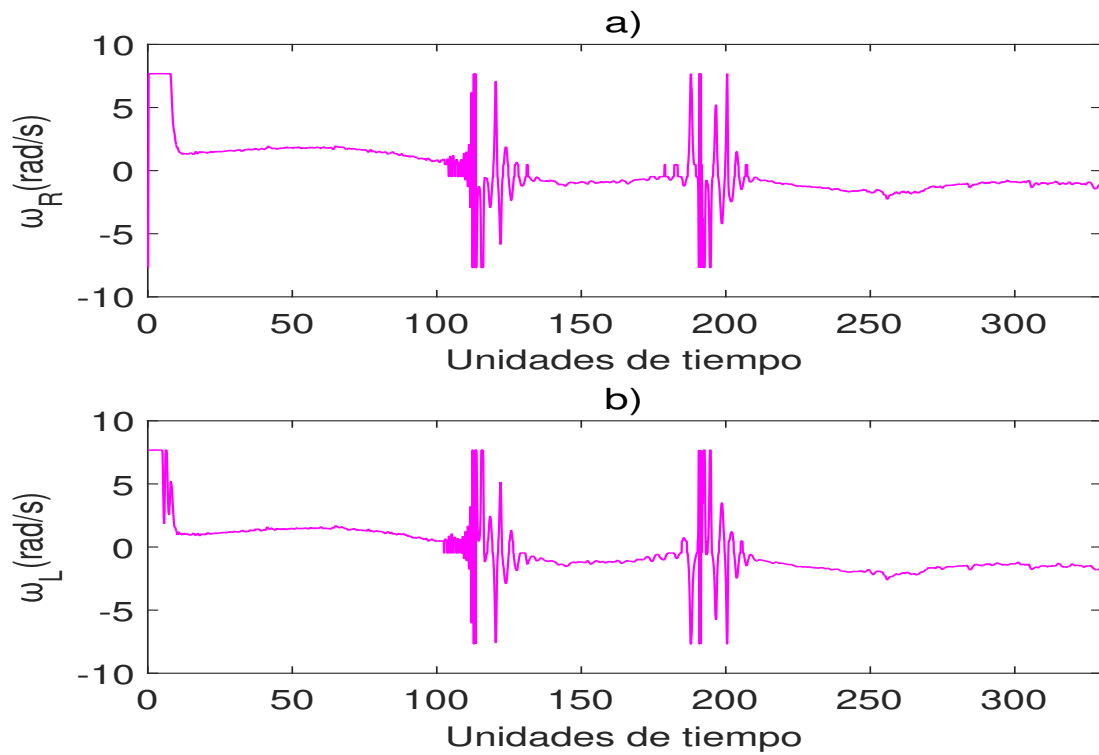


Figura 52: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y

b) Izquierda.

6.1.8 Trayectoria con la forma de corazón

La trayectoria con la forma de corazón es: $X_d(t) = \frac{2}{5} \sin(t) - \frac{2}{15} \sin(3t)$ y $Y_d(t) = \frac{13}{20} \cos(t) - \frac{1}{4} \cos(2t) - \frac{1}{10} \cos(3t) - \frac{1}{20} \cos(4t)$.

La figura 53 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 54, con posición inicial del robot en $(0,0)$ se observa el movimiento realizado por el robot móvil para su incorporación a la trayectoria en forma de corazón desplazándose en línea recta de y y siguiendo la trayectoria deseada.

Dentro de la figura 55, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 300 unidades de tiempo el robot móvil diferencial completa la trayectoria.

El error mostrado en la figura 56, tiene el mayor error al inicio en y donde el robot móvil viaja del centro del corazón a la cabeza en casi una línea recta, el error continua muy cercano a 0 en el resto de la trayectoria.

La figura 57, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo. Se observa que las velocidades de las ruedas w_R y w_L oscilan ligeramente en los extremos del corazón en el eje y en los que el robot móvil diferencial gira.

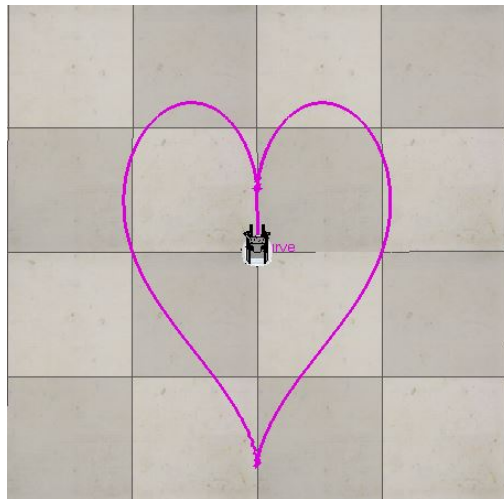


Figura 53: Trayectoria con la forma de corazón en V-REP.

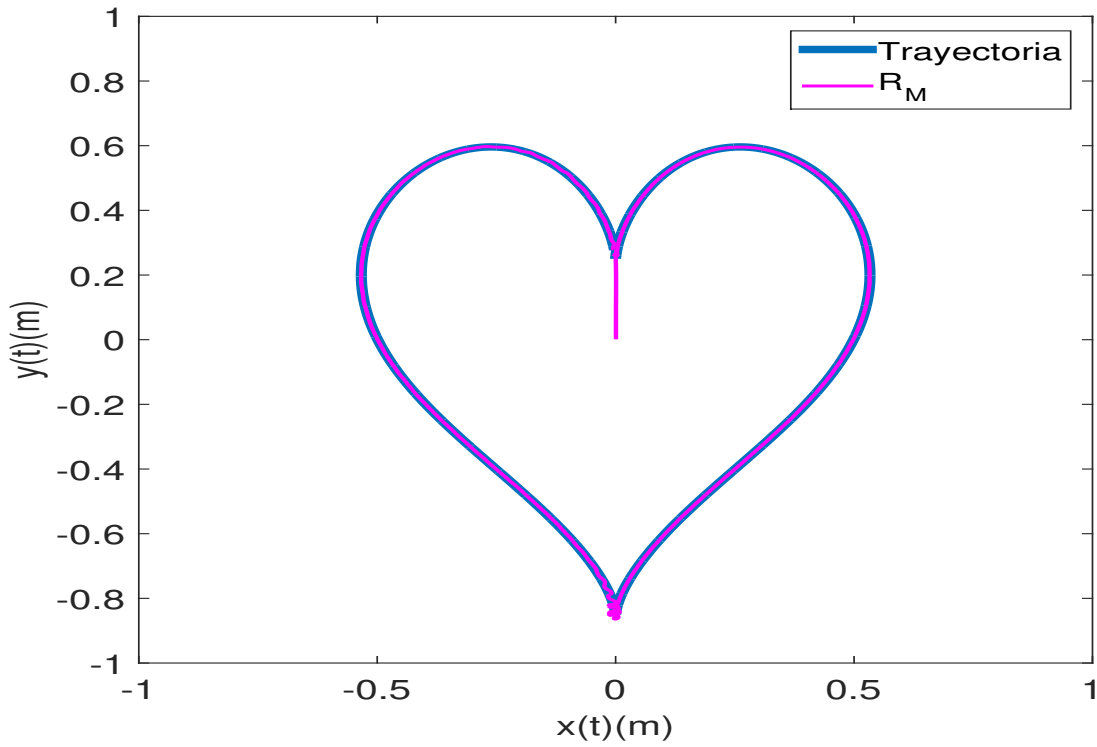


Figura 54: Trayectoria con la forma de corazón.

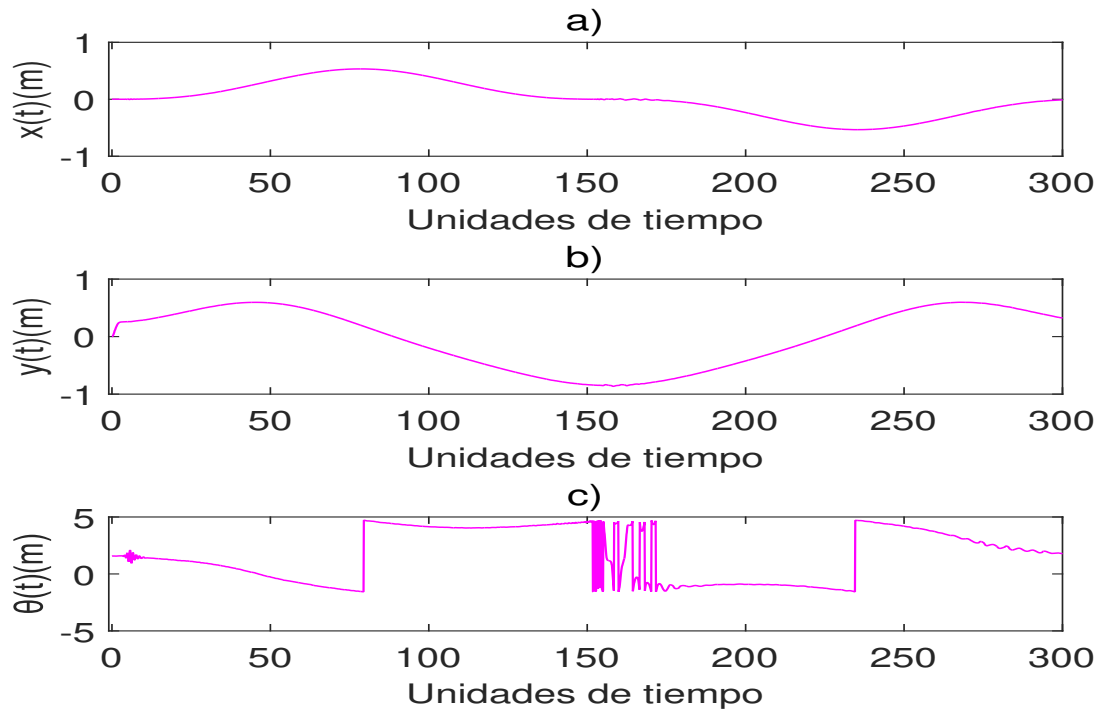


Figura 55: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

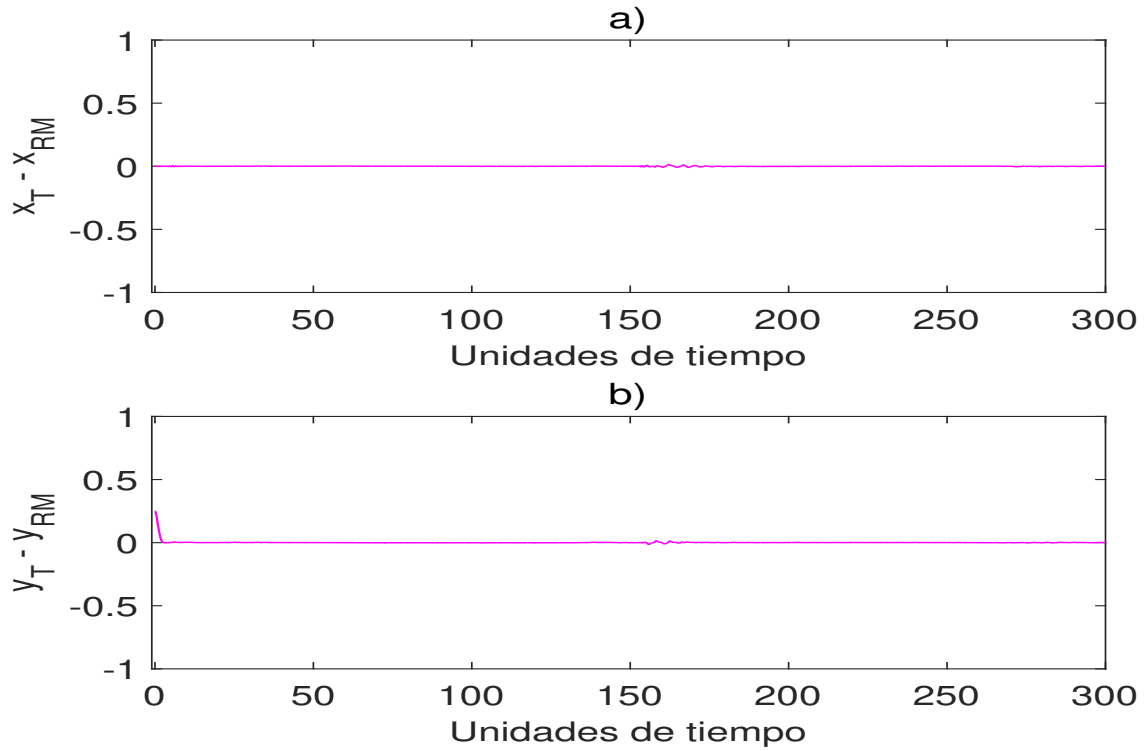


Figura 56: Dinámica del error entre la trayectoria deseada y la realizada por el robot para:

a) x y b) y .

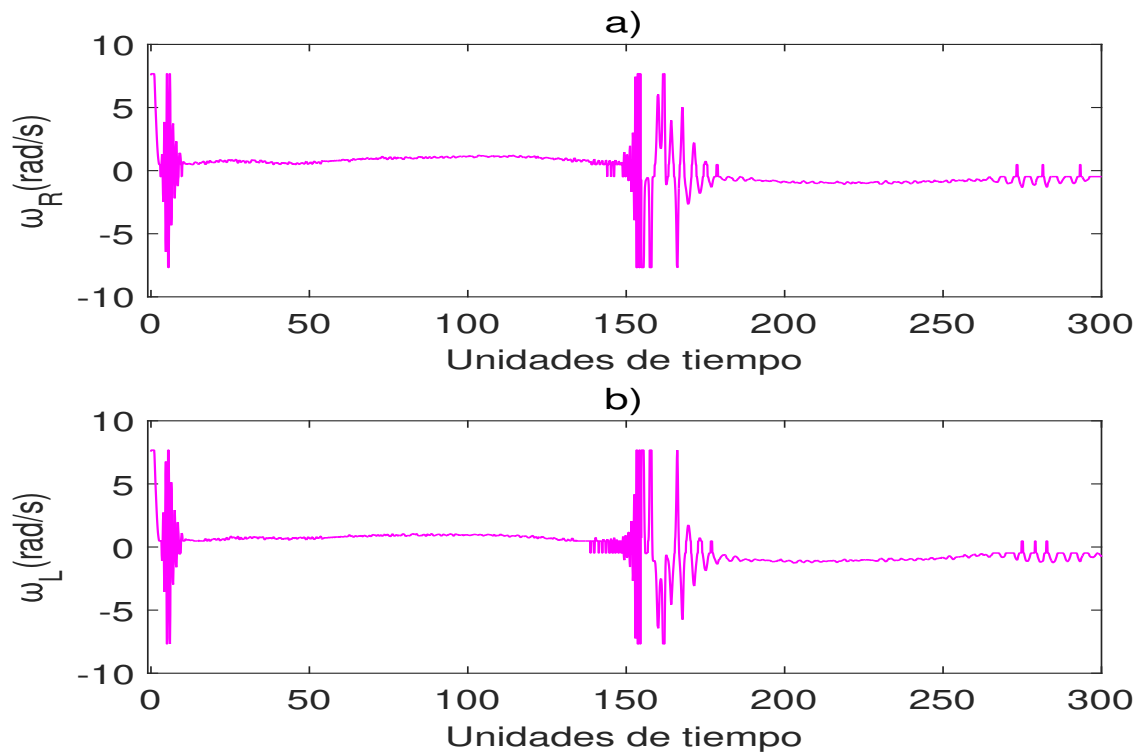


Figura 57: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.2 Sistemas complejos

Un *sistema complejo* es un sistema compuesto de un gran número de elementos, bloques o agentes, capaces de intercambiar estímulos con otros elementos y con su medio ambiente. La interacción entre elementos debe ocurrir con vecinos cercanos o con vecinos distantes, los elementos pueden ser todos iguales o diferentes; pueden moverse en el espacio u ocupar un lugar fijo, y pueden tener uno o muchos estados. La característica que tienen en común es que presentan una organización [27] . En los sistemas complejos, el comportamiento particular de los bloques elementales no describe el comportamiento global del sistema. Estos sistemas no pueden comprenderse estudiando únicamente las partes aisladas. La esencia del sistema está en la interacción de las partes y del comportamiento global que surge de sus interacciones. Así pues, el sistema debe ser visto como un todo.

6.3 Sistema multiagente

Un *sistema multiagente* (SMA) tiene que ver con el comportamiento de una colección de agentes autónomos tratando de resolver un problema particular, estos agentes comparten conocimiento acerca del problema y sus soluciones. Un SMA está formado por un grupo (comunidad) de individuos que interactúan entre sí, utilizando protocolos y lenguajes de comunicación, con el propósito de resolver problemas que están más allá de las capacidades de cada uno. Algunas de las características y ventajas de los SMA [28] son:

- Cada agente tiene capacidad de resolver parcialmente el problema.
- No hay un agente central que controle al grupo.

- Los agentes son capaces de actuar y/o comunicarse con sus vecinos.
- Se enfocan primordialmente en la coordinación de acciones entre los agentes.
- Permiten la emergencia de comportamientos colectivos.

Para alcanzar objetivos en los SMA se requiere que existan interacciones entre los individuos que los conforman. Estas interacciones permiten por medio de la comunicación entre individuos, transmitir información que eventualmente puede inducir un comportamiento colectivo deseado. Para alcanzar este objetivo, en este trabajo de tesis se hará uso de la teoría de sistemas complejos y teoría de grafos, conectando los robots en diferentes topologías.

6.4 Teoría de grafos

La *teoría de grafos* se originó con la solución analítica del problema de los siete puentes de Königsberg, un célebre problema matemático, resuelto por Leonhard Euler que en 1736 en su publicación "*Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*" demostró una solución analítica y generalizada del problema, que puede aplicarse a cualquier territorio en que ciertos accesos estén restringidos a ciertas conexiones, tales como los puentes de Königsberg.

Cada puente lo representó mediante una línea que unía a dos puntos, cada uno de los cuales representaba una región diferente. Así, el problema se reduce a decidir si existe o no un camino que comience por uno de los puntos, transite por todas las líneas una única vez y regrese al punto de partida. La publicación de Euler fue la primera que hizo alusión a una geometría de este tipo, en que sólo interesan las propiedades estructurales de los objetos y no sus medidas, como tradicionalmente se hacía en las matemáticas. A esta abstracción Euler le llamó *grafo*.

6.5 Grafo dirigido

Matemáticamente se define un grafo $G = (V, E)$ como un par formado por el conjunto V de vértices o nodos y el conjunto E de aristas. La forma usual de un grafo se traza dibujando un punto que representa cada nodo que conforma el grafo, uniendo dos de estos puntos por una línea. Cómo estos puntos y líneas son dibujadas es considerado irrelevante; todo lo que importa es cuál par de nodos están conectados y cuáles no.

El grafo dirigido es un tipo de grafo donde las conexiones que unen dos nodos se encuentran con dirección. En la figura 58 se tiene un ejemplo de grafo dirigido, es decir la información fluye solamente del nodo M al nodo $E1$.

6.6 Matriz de acoplamiento $A(G)$

La teoría de grafos se utiliza como herramienta para el análisis y descripción de grafos. Existen diferentes matrices que describen las conexiones, el grado, entre otras características de un grafo. La matriz de acoplamiento es una matriz en la cual todos los valores propios son negativos o cero, en caso de grafos fuertemente conectados. También se utiliza para describir un grafo. Se define como [29] ,

$$A(G) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \vdots & a_{NN} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{NxN}. \quad (62)$$

6.7 Sincronización

La sincronización ocurre cuando varios individuos se coordinan para actuar al unísono, es decir, comportamientos o conductas iguales a través del tiempo. En la definición amplia

de la palabra, muchos tipos diferentes de comportamientos colectivos son ejemplos de sincronización. Por ejemplo un gran grupo de aves alineadas, peces o partículas se dicen que están sincronizados en la dirección del movimiento. Así como otros comportamientos colectivos, la sincronización puede representarse con modelos matemáticos, que describen como emerge el comportamiento colectivo a partir de las interacciones entre individuos a través del tiempo [30], pudiéndose aplicar así al control de sistemas dinámicos.

6.8 Redes de robots

En esta parte del capítulo, se consideran redes de robots móviles formadas por N robots descritos por (4)-(8). Para lograr la sincronización en este caso, en una red formada por N nodos idénticos con acoplamiento lineal, se usarán los estados de cada robot en la red. Con fines de consistencia de notación, se realiza el siguiente cambio de variables:

$$\dot{x} = \dot{x}_i, \quad (63)$$

$$\dot{y} = \dot{y}_i, \quad (64)$$

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_i, \quad (65)$$

$$u_1^* = (u_{i1}^*, u_{i2}^*). \quad (66)$$

El subíndice i se agrega con el fin de representar a más de un robot, es decir, al robot i -ésimo. Estas ecuaciones nos permiten conocer la posición y rotación del robot i -ésimo sabiendo las condiciones iniciales y las velocidades independientes de cada una de las ruedas. Para una red de N robots acoplados se tiene que:

$$\dot{P}_i = f_i(P_i)u_i^*, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (67)$$

donde $\mathbf{P}_i = (x_i, y_i, \theta_i)^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector de estados del robot diferencial i y $\mathbf{u}_i = (v_i, w_i)^T \in \mathbb{R}^2$ es el vector de entradas de control del sistema (4)-(6) que son modificadas por las nuevas entradas de control u_{i1}^* y u_{i2}^* .

En [29] se establece que una red dinámica de N nodos (67) sincroniza completa y de manera asintótica si

$$\mathbf{P}_1(t) = \mathbf{P}_2(t) = \mathbf{P}_3(t) = \dots = \mathbf{P}_N(t), \text{ cuando } t \rightarrow \infty. \quad (68)$$

Las ecuaciones de estado que describen el movimiento del robot i ($i = 1, 2, \dots, 5$) están descritas por

$$\dot{x}_i(t) = v_i \cos(\theta_i), \quad (69)$$

$$\dot{y}_i(t) = v_i \sen(\theta_i), \quad (70)$$

$$\dot{\theta}_i(t) = w_i = \frac{v_{Ri} - v_{Li}}{2}, \quad (71)$$

$$\dot{\xi}_i(t) = a_{ci} = u_{i1}^* \cos(\theta_i), u_{i2}^* \sen(\theta_i), \quad (72)$$

donde las entradas de control u_{i1}^* y u_{i2}^* modifican directamente la aceleración ξ_i y la orientación w_i .

6.9 Simulación de dos robots

Al simular dos robots móviles, es necesario designar un robot como maestro y un robot como esclavo, el robot maestro recibe las instrucciones (trayectorias) deseadas mediante el código escrito y el robot esclavo recibe estas instrucciones del robot maestro. Para una red de N robots acoplados es conveniente denotar al robot maestro y los robots esclavo con el siguiente cambio de variable:

$$P_1 = M, P_2 = E1 \quad (73)$$

6.9.1 Topologías de conexión de dos robots

Los elementos de estos sistemas deben estar conectados a través de una topología de conexión para alcanzar el propósito o comportamiento común; es decir, el medio o la forma para transmitir información entre los agentes. Las topologías de conexión pueden definirse como una configuración o forma que adoptan las conexiones entre los nodos. En el caso de dos robots con grafos dirigidos solo se pueden conectar como la siguiente figura 58:

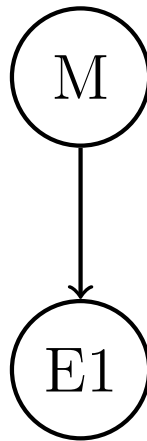


Figura 58: Única configuración topológica para dos robots.

matriz de acoplamiento para dos robots:

$$A(G) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & -\mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (74)$$

las ecuaciones de cada entrada para los robots maestro M y esclavo $E1$ son:

$$M \begin{cases} u_{11}^* = Kp(X_d(t) - x_1) + Kd(\dot{X}_d(t) - \dot{x}_1), \\ u_{12}^* = Kp(Y_d(t) - y_1) + Kd(\dot{Y}_d(t) - \dot{y}_1), \end{cases} \quad (75)$$

$$E1 \begin{cases} u_{21}^* = Kp(x_1 - x_2) + Kd(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \\ u_{22}^* = Kp(y_1 - y_2) + Kd(\dot{y}_1 - \dot{y}_2). \end{cases} \quad (76)$$

6.9.2 Formaciones de dos robots

La formación es la manera en la que organizamos los robots en el espacio, se puede elegir cualquier ubicación mientras se encuentren en el área de trabajo, ya lo que determina su comportamiento es la configuración topológica que estos tenga, pero por simplicidad en esta sección se decide por colocar el robot esclavo a la derecha del maestro (1 metro) como en la figura 59, de esta forma podemos esperar en la gráficas de la trayectorias que el robot esclavo tendrá un error constante en x de valor -1, el cual seria distinto dependiendo de la ubicación del robot esclavo respecto al maestro.



Figura 59: Formación básica de dos robots.

6.9.3 Punto deseado

El punto deseado seleccionado es: $X_d(t) = 0.5$ y $Y_d(t) = 0.5$, utilizando las ganancias $K_p = 3$ y $K_d = 3$.

La figura 60 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 61, muestra la posición inicial de los robots móviles, la trayectoria que han trazado y la posición deseada.

Dentro de la figura 62, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 15 unidades de tiempo ambas gráficas indican que los robots han llegado al punto deseado.

En el error mostrado en la figura 63 el robot esclavo tiene un valor constante de -1 en x por su posición inicial.

La figura 64, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

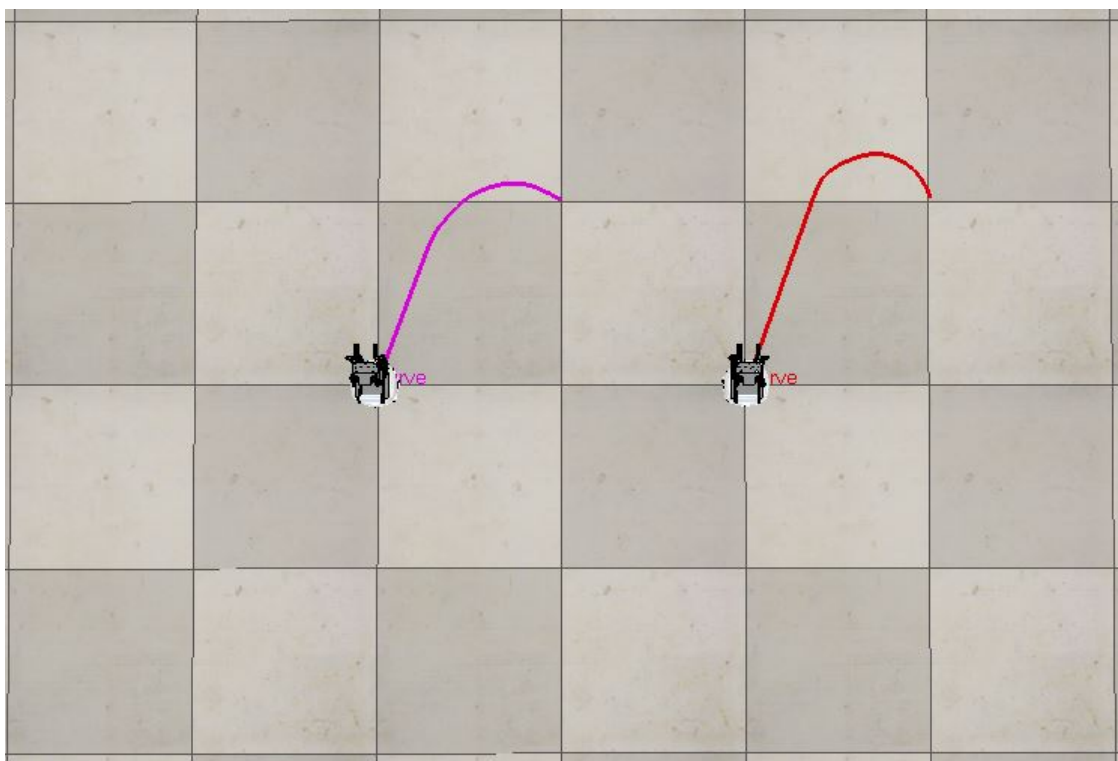


Figura 60: Trayectoria punto deseado en V-REP.

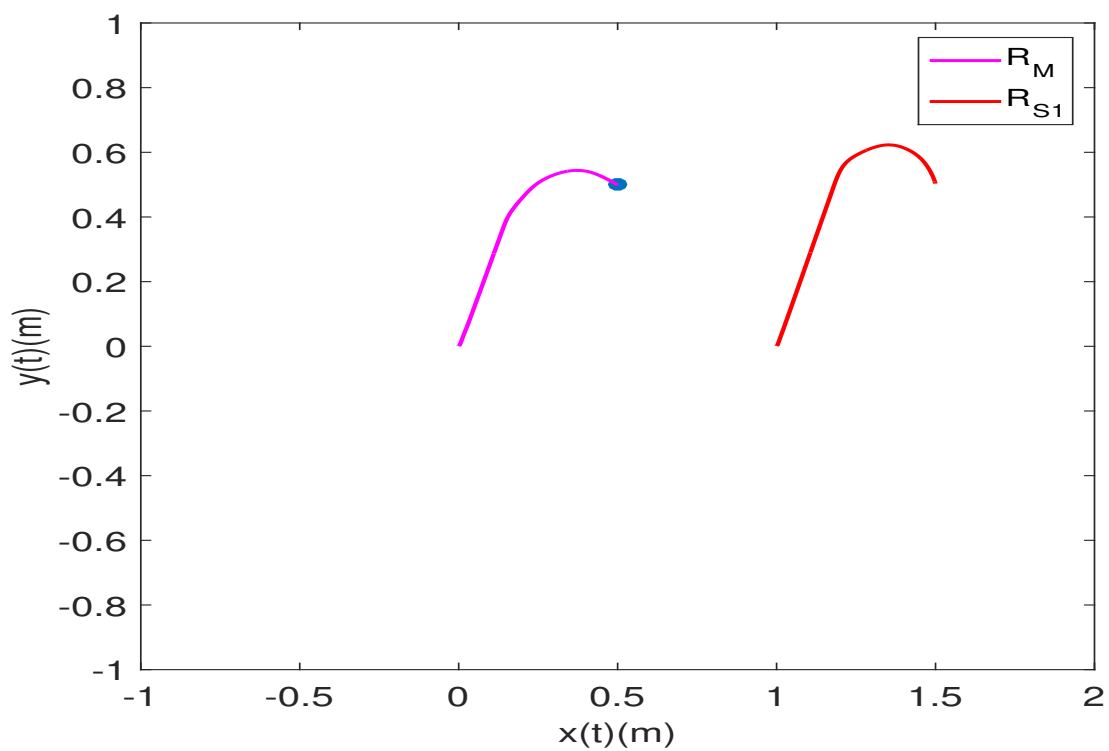


Figura 61: Trayectoria punto deseado.

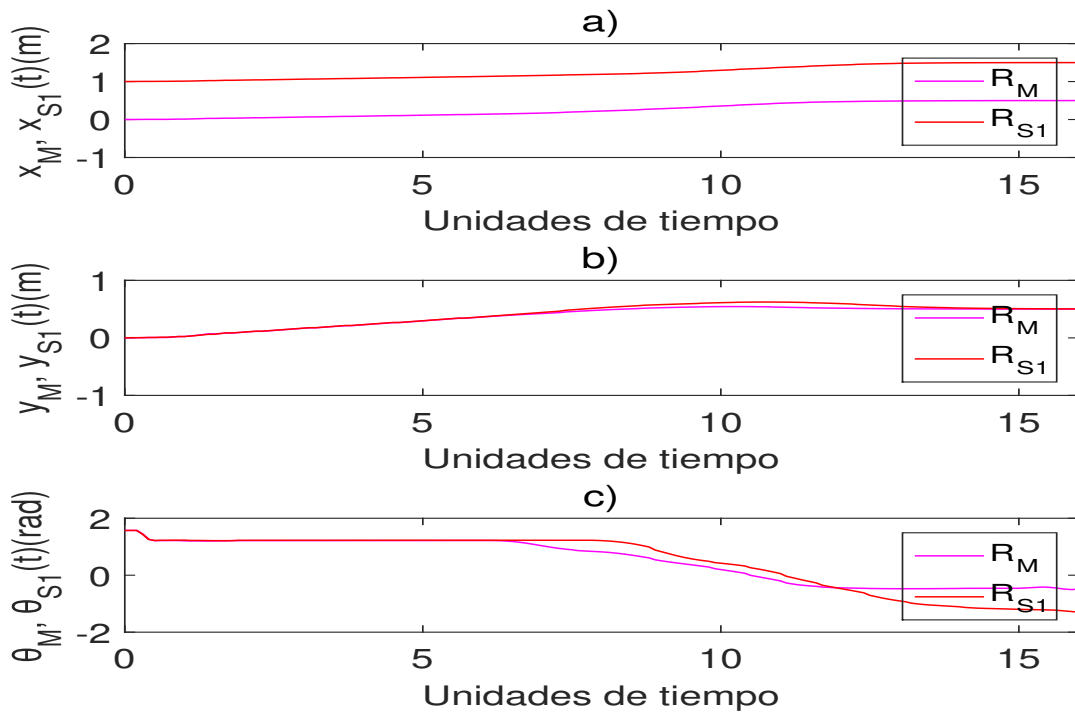


Figura 62: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

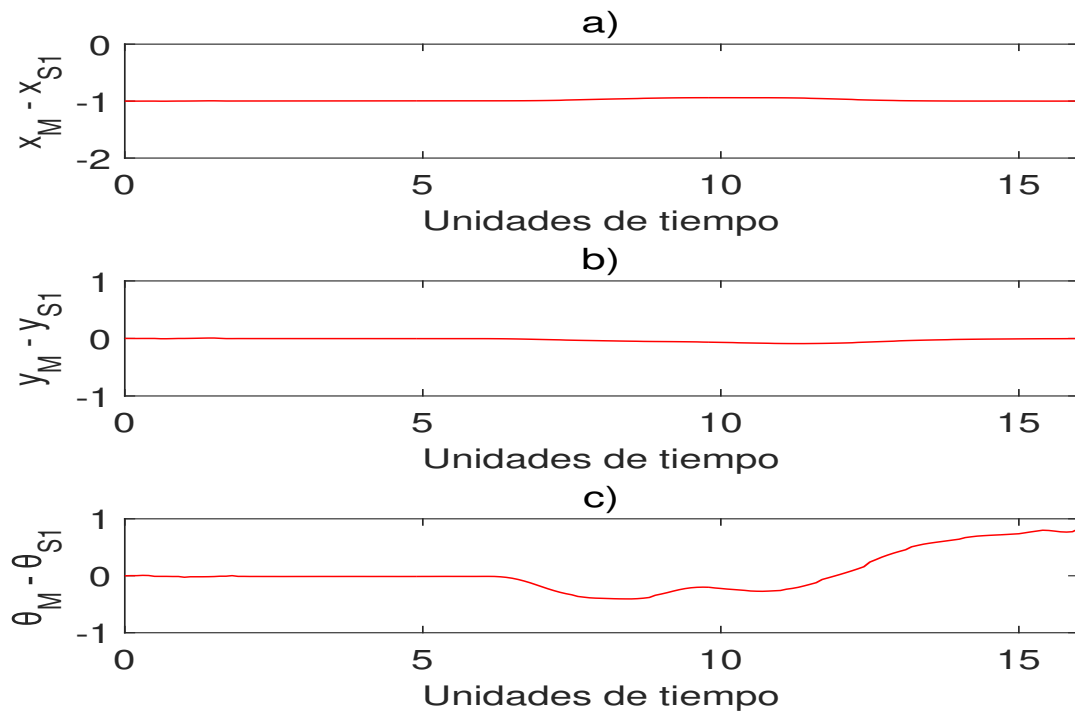


Figura 63: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

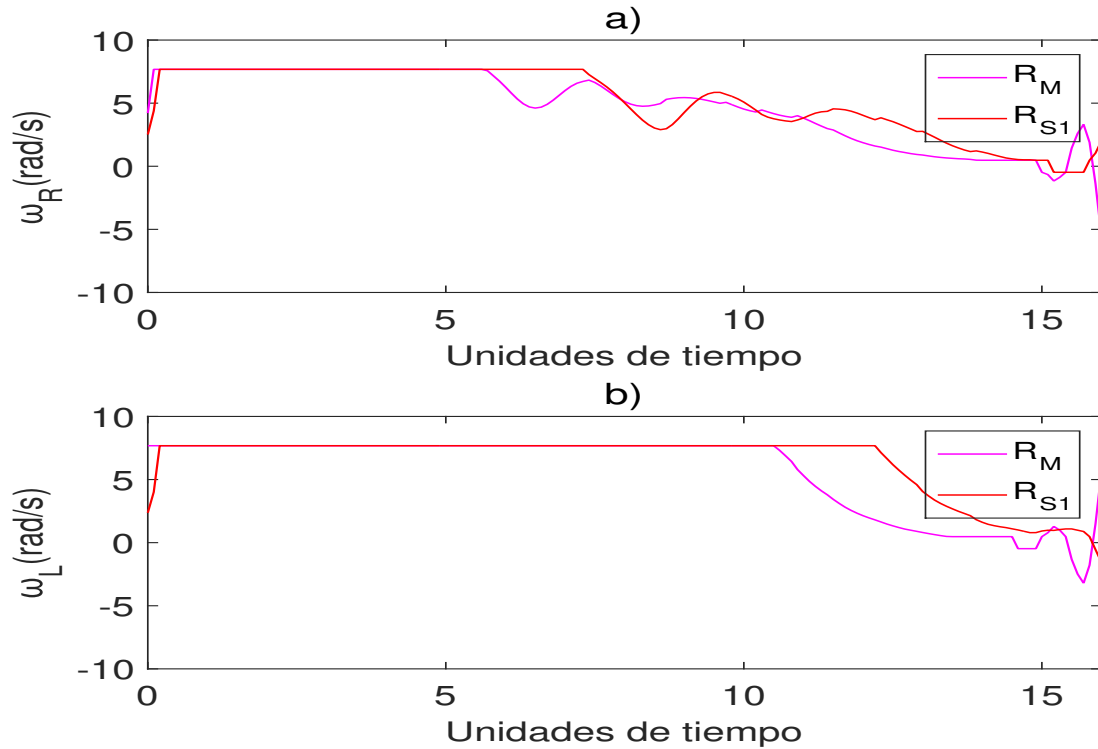


Figura 64: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.9.4 Trayectoria circular

La trayectoria circular para la implementación experimental se encuentra definida por las ecuaciones: $X_d(t) = .5 \cos(t)$ y $Y_d(t) = .5 \cos(t)$.

La figura 65 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 66, muestra la posición inicial de los robots móviles y la trayectoria que han trazado.

Dentro de la figura 67, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 200 unidades de tiempo ambas gráficas indican que los robots han llegado al punto deseado.

En el error mostrado en la figura 68 el robot esclavo tiene un valor constante de -1 en x por su posición inicial.

La figura 69, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

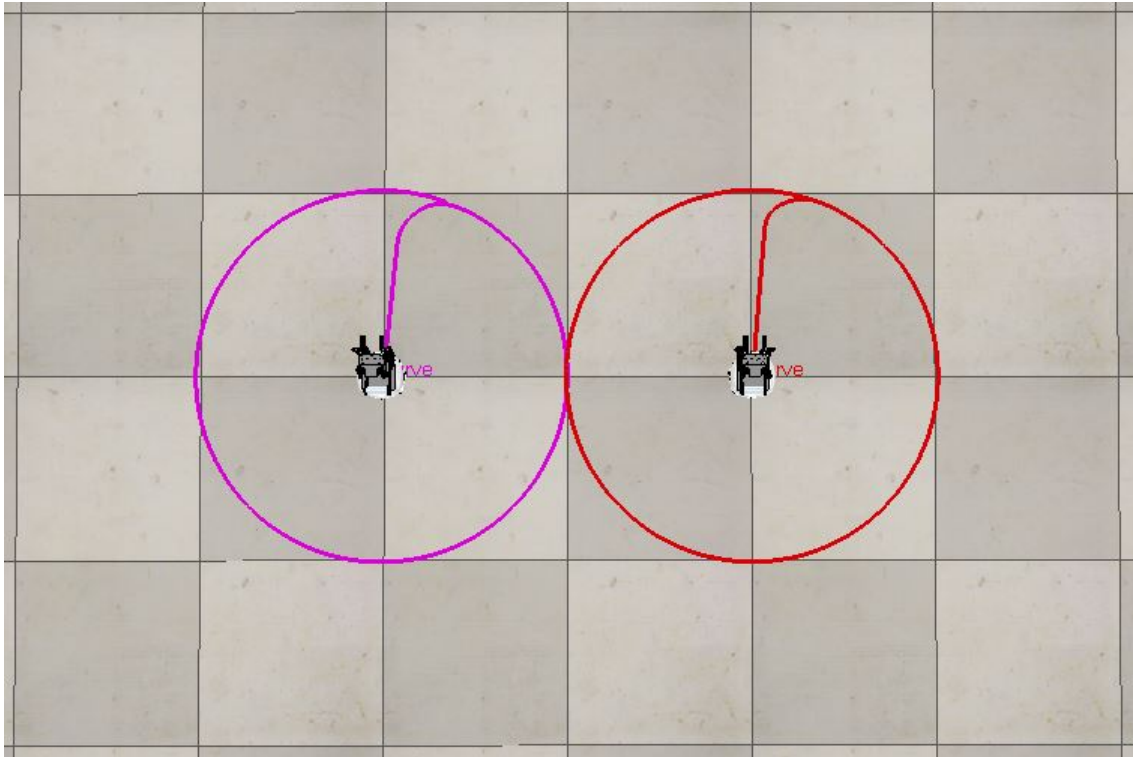


Figura 65: Trayectoria circular en V-REP.

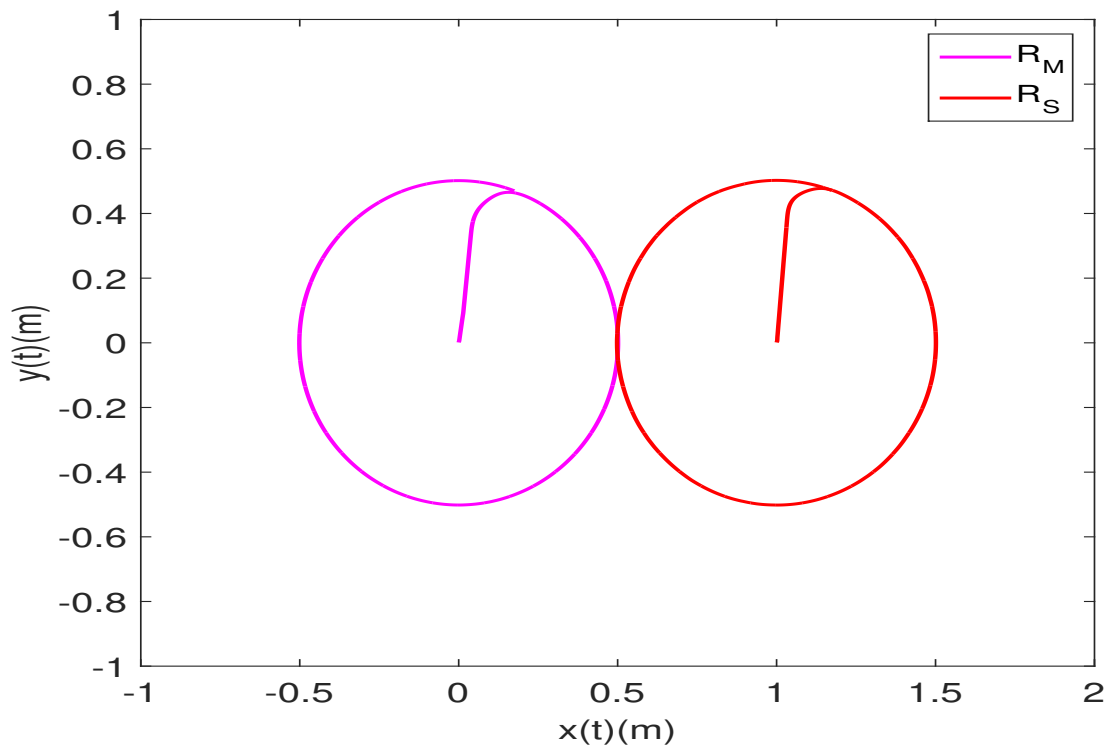


Figura 66: Trayectoria circular.

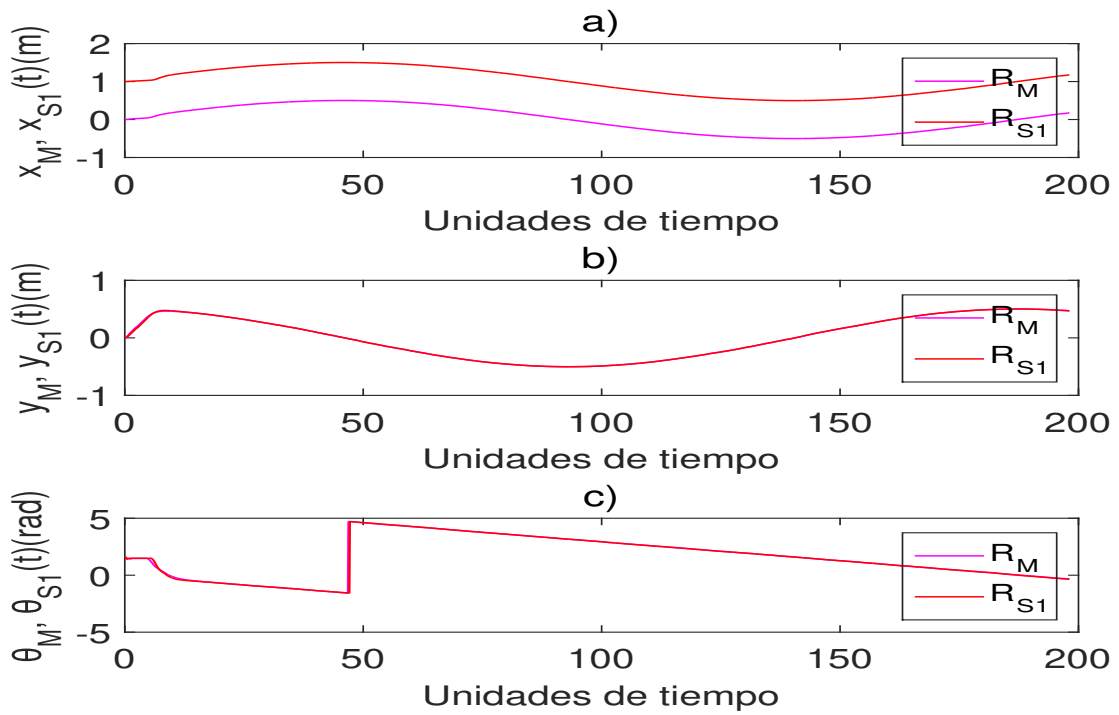


Figura 67: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

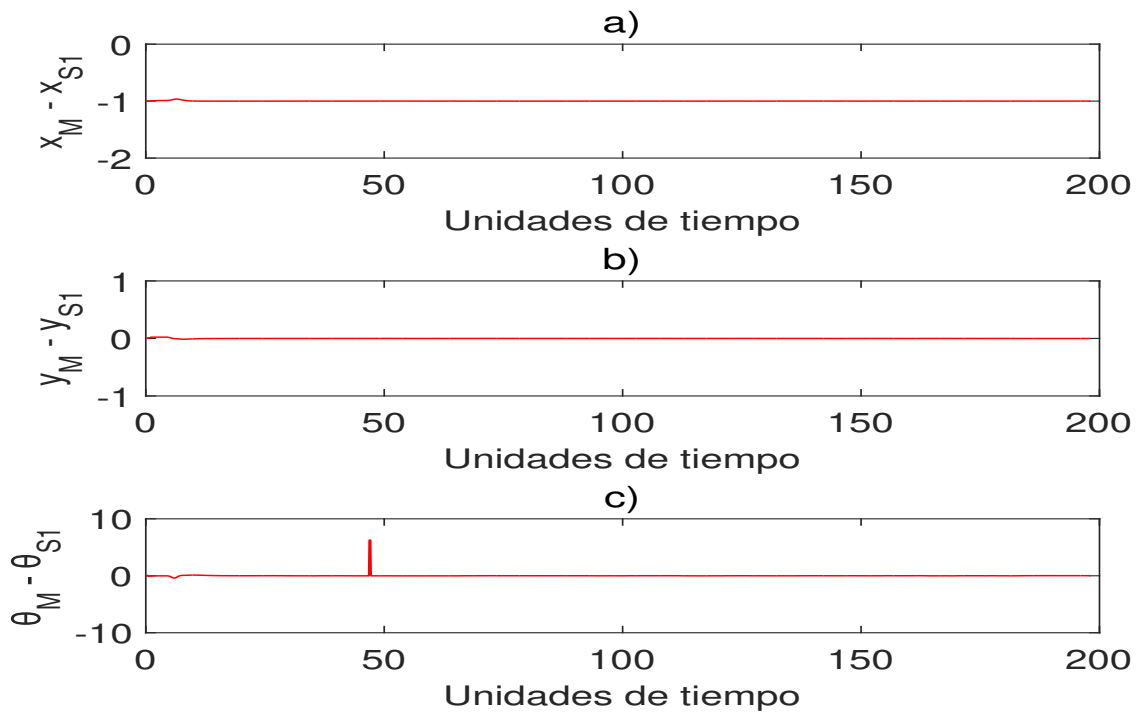


Figura 68: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

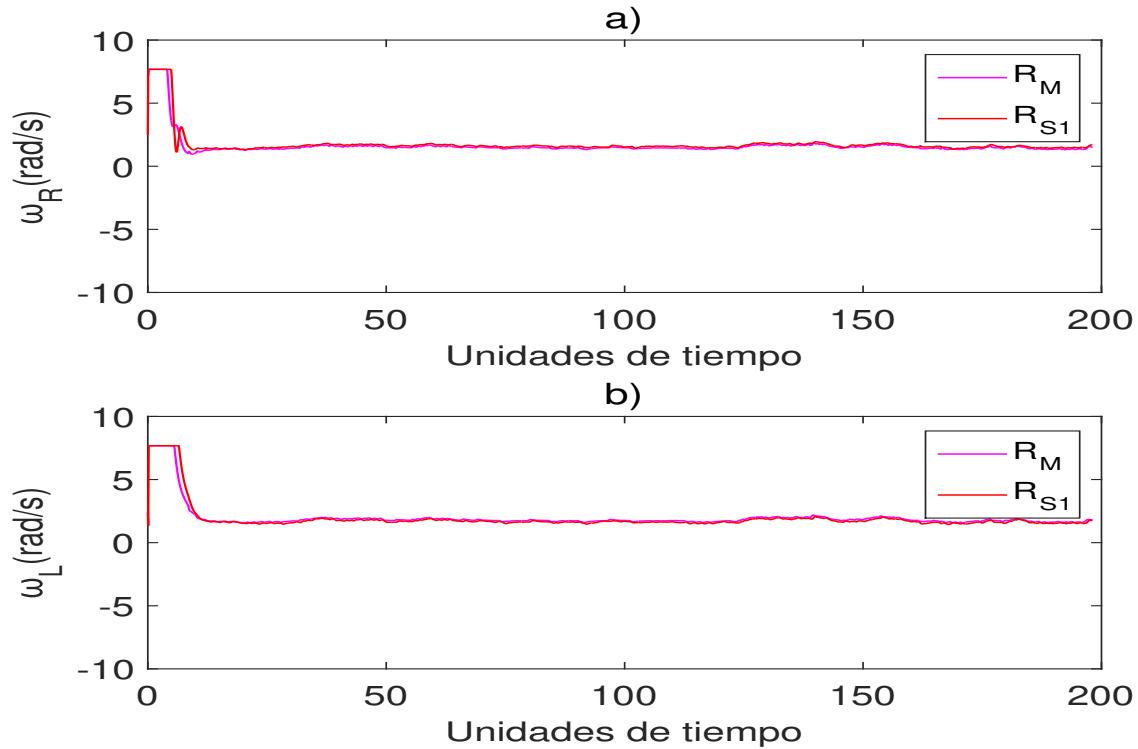


Figura 69: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.9.5 Trayectoria de forma infinito

La trayectoria con la forma de infinito es: $X_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{40})$ y $Y_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{20})$.

La figura 70 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 71, muestra la posición inicial de los robots móviles y la trayectoria que han trazado.

Dentro de la figura 72, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 250 unidades de tiempo ambas gráficas indican que los robots han llegado al punto deseado.

En el error mostrado en la figura 73 el robot esclavo tiene un valor constante de -1 en x por su posición inicial.

La figura 74, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

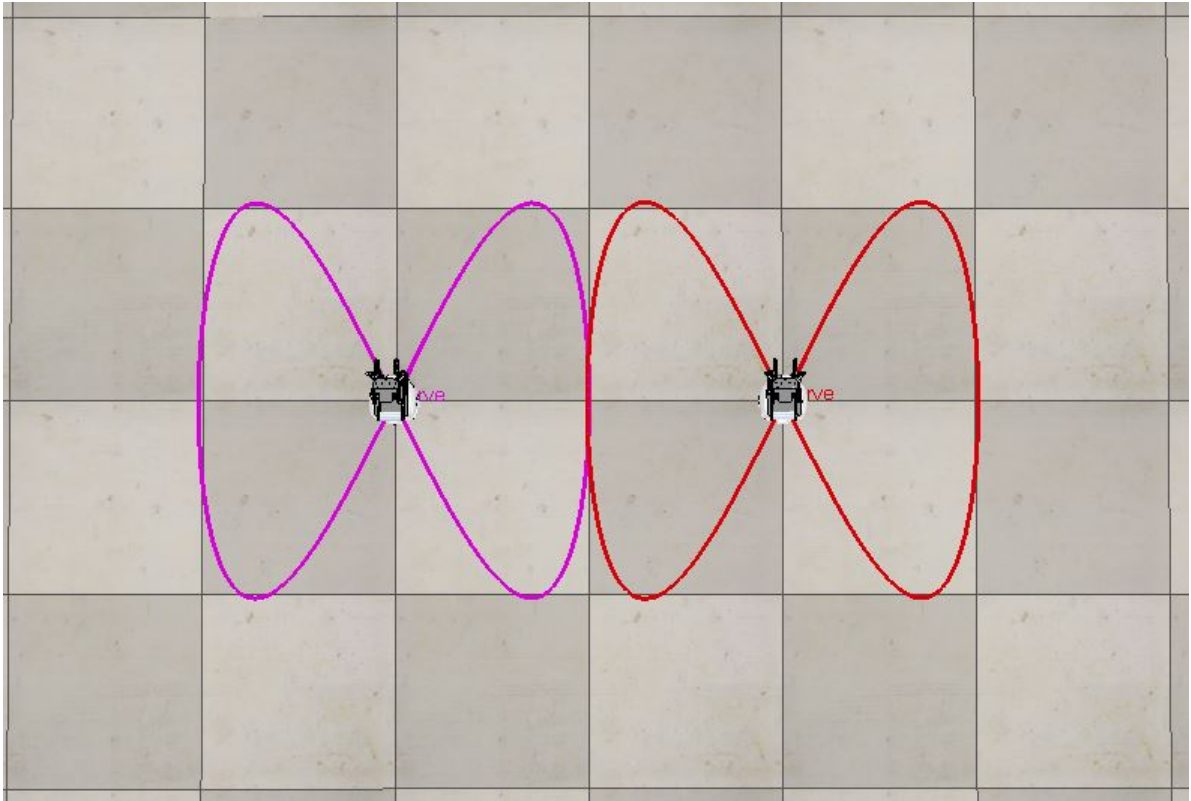


Figura 70: Trayectoria de forma infinito en V-REP.

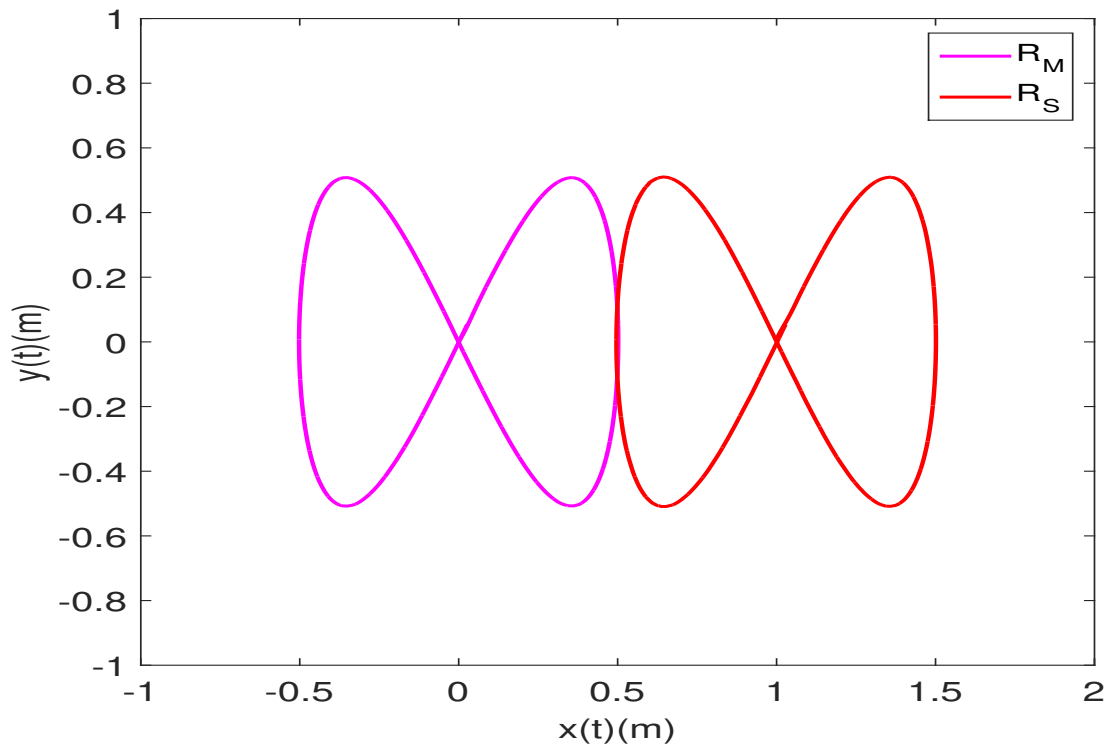


Figura 71: Trayectoria de forma infinito.

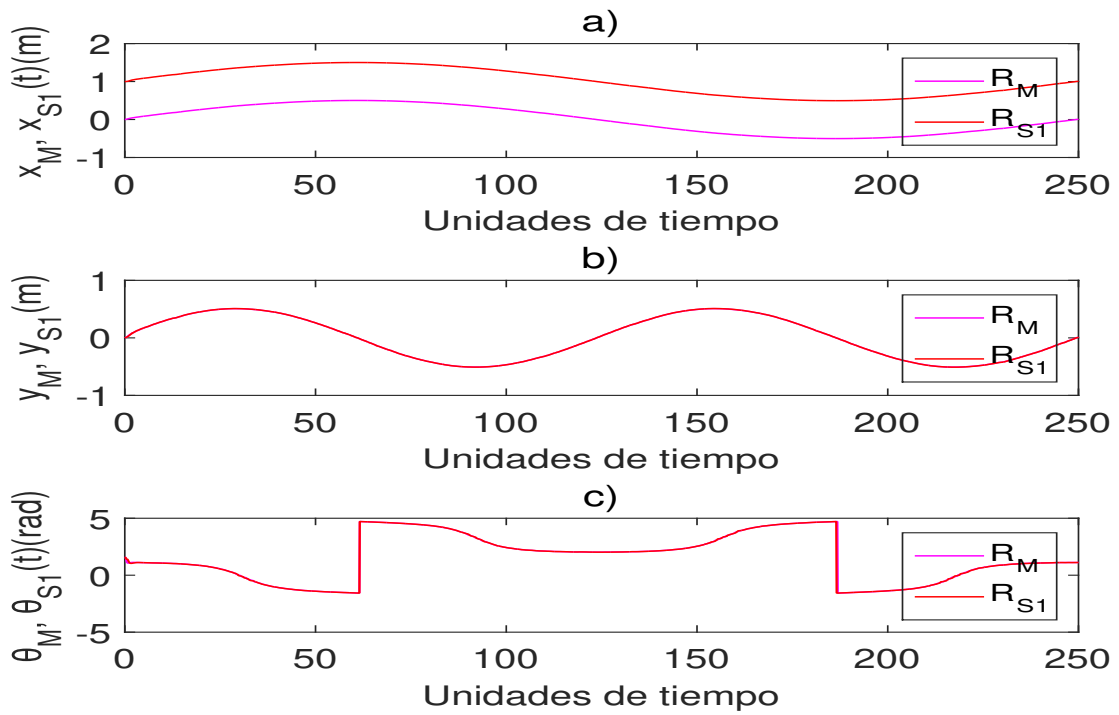


Figura 72: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

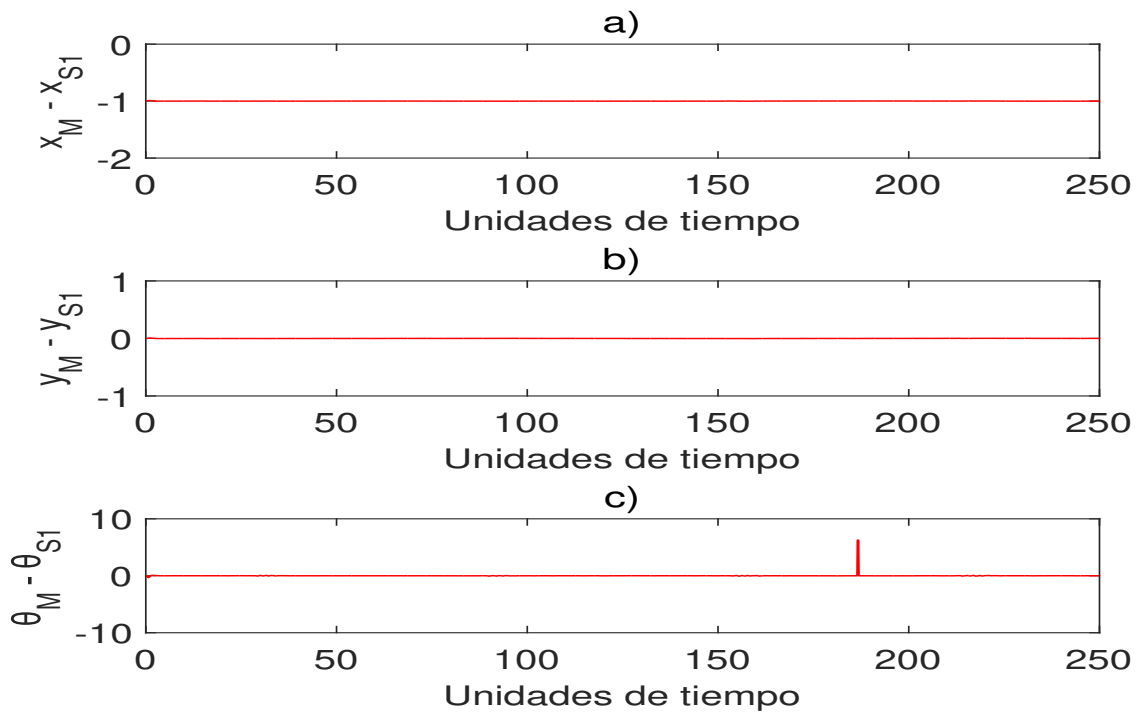


Figura 73: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

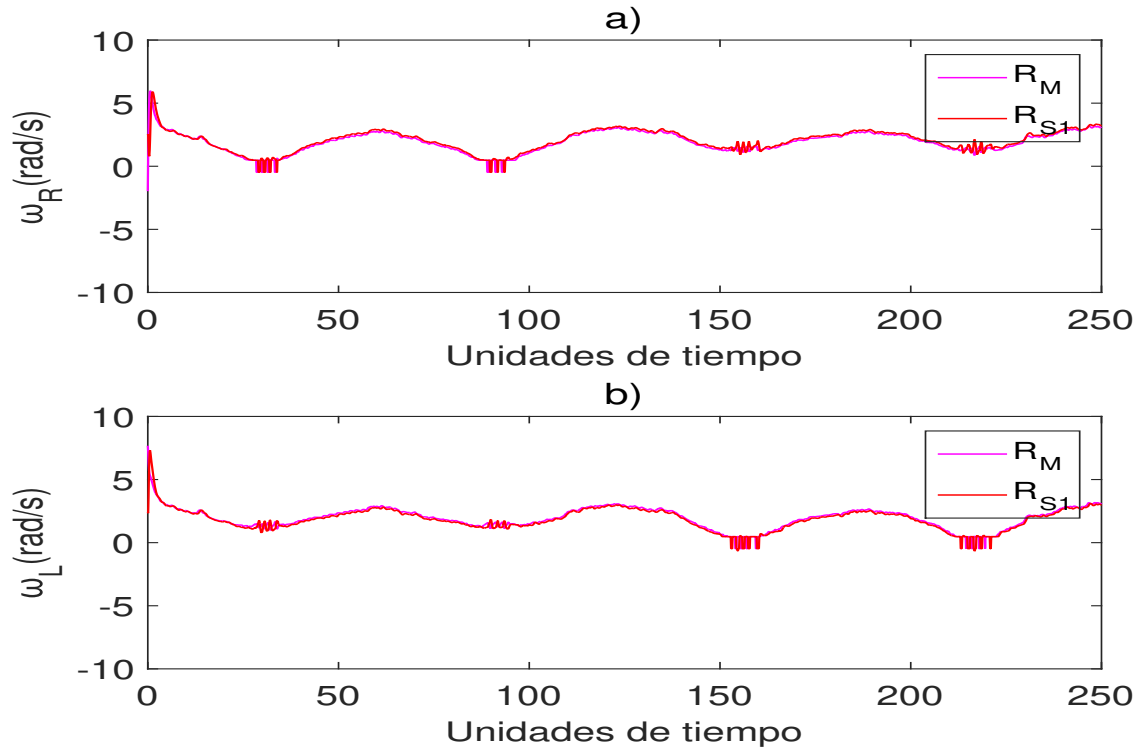


Figura 74: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.9.6 Trayectoria con la forma de rosa polar

La trayectoria con la forma de rosa polar es: $X_d(t) = 0.1 \cos(\frac{5*2*\pi}{200} + \frac{t}{3}) \cos(\frac{2*\pi}{200} + \frac{t}{3})$ y $Y_d(t) = 0.1 \cos(\frac{5*2*\pi}{200} + \frac{t}{3}) \sin(\frac{2*\pi}{200} + \frac{t}{3})$.

La figura 75 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 76, muestra la posición inicial de los robots móviles y la trayectoria que han trazado.

Dentro de la figura 77, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 300 unidades de tiempo ambas gráficas indican que los robots han llegado al punto deseado.

En el error mostrado en la figura 78 el robot esclavo tiene un valor constante de -1 en x por su posición inicial.

La figura 79, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

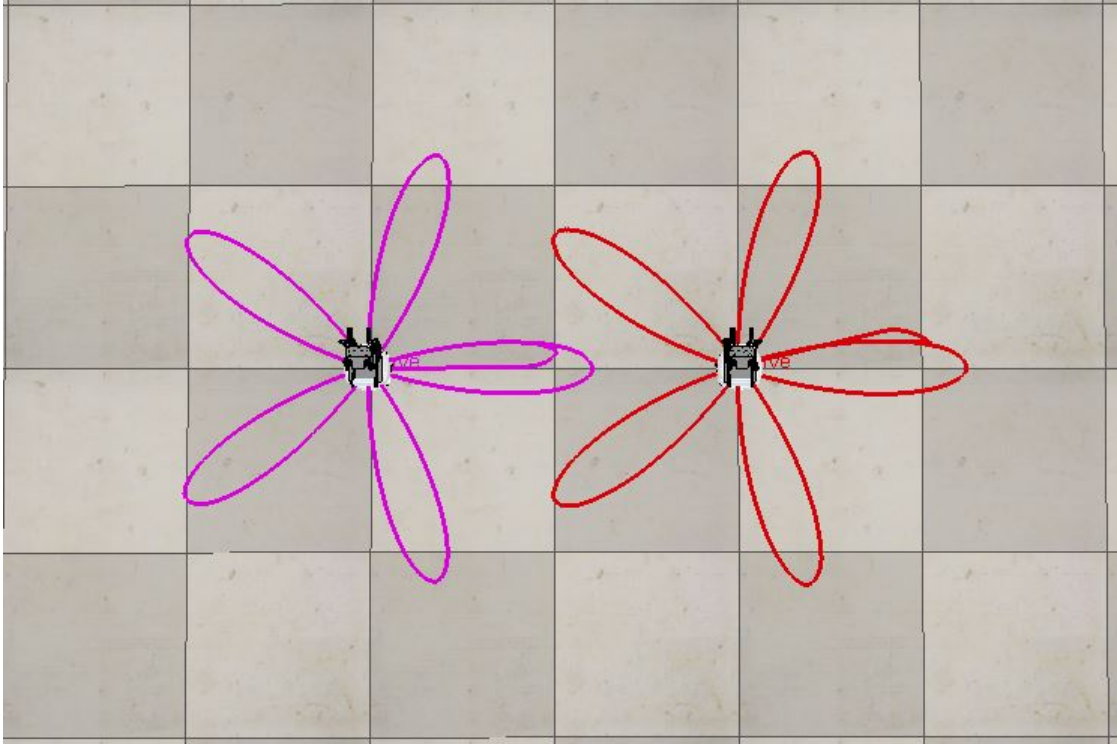


Figura 75: Trayectoria con la forma de rosa polar en V-REP.

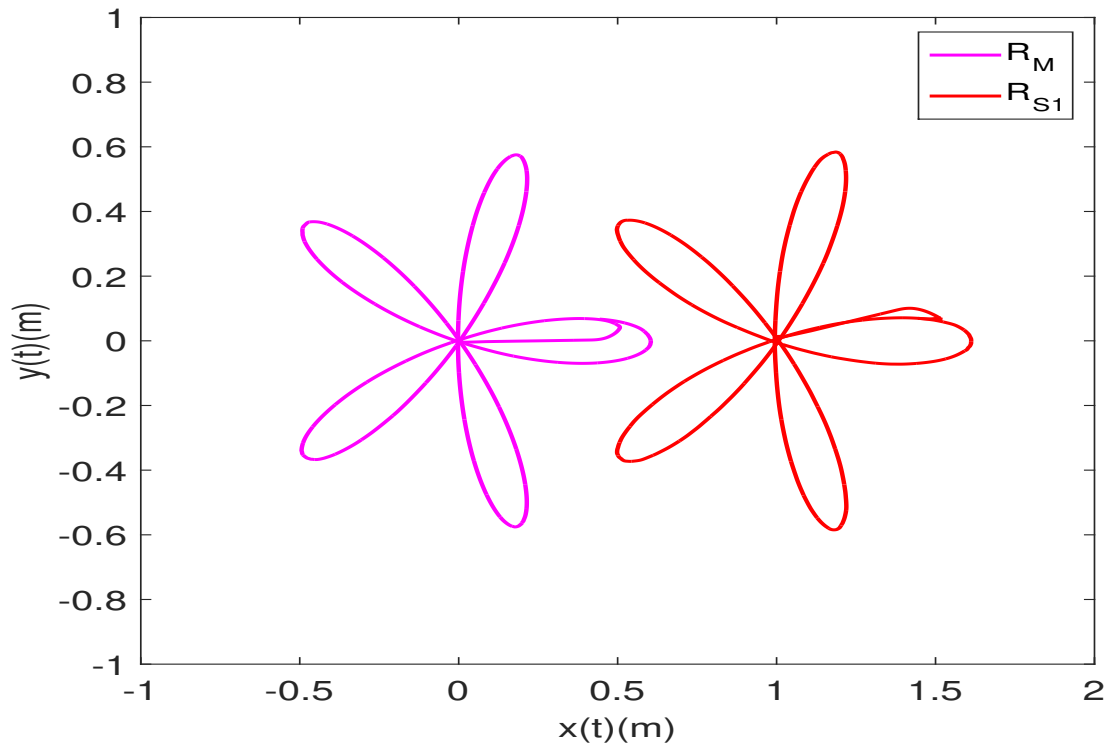


Figura 76: Trayectoria con la forma de rosa polar.

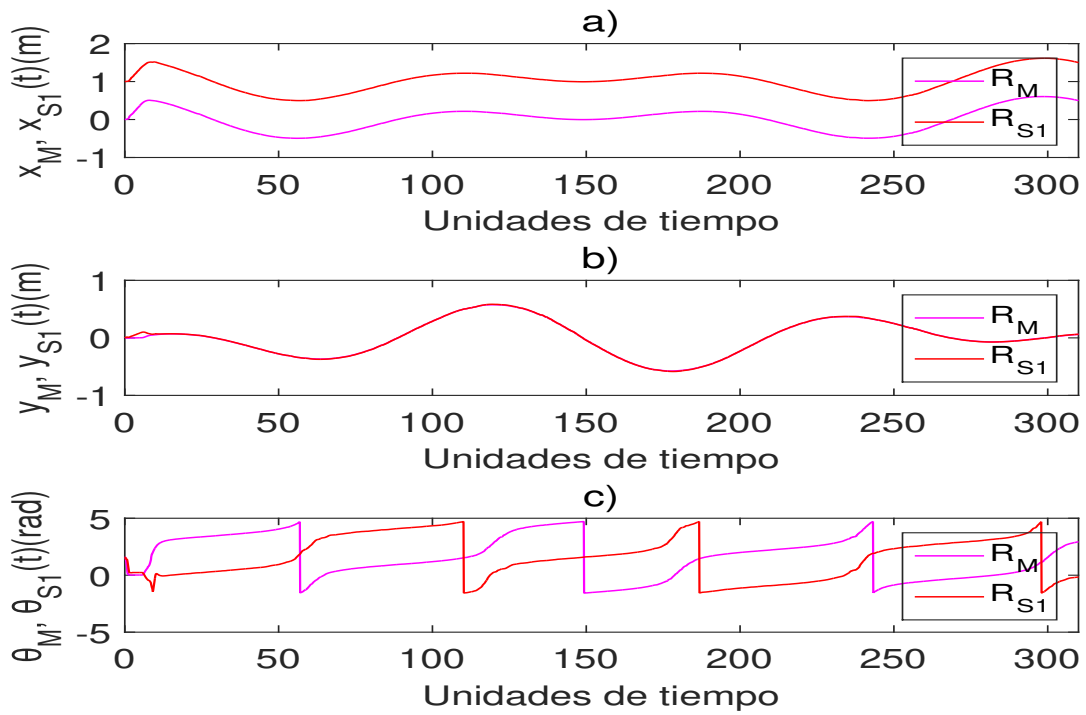


Figura 77: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

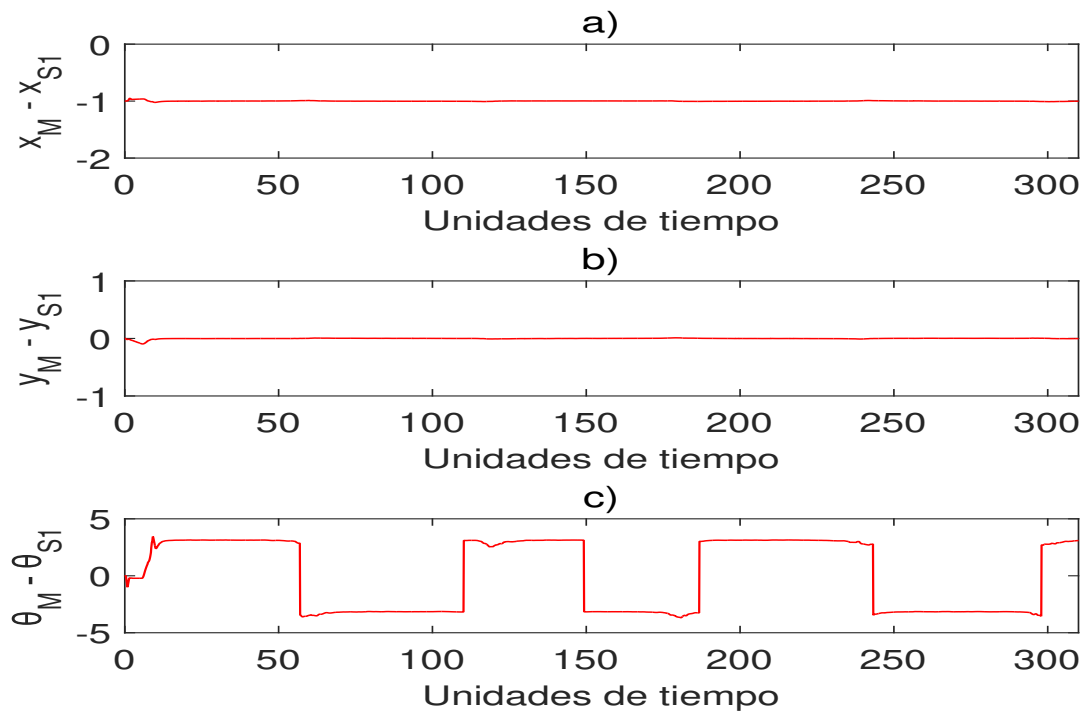


Figura 78: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

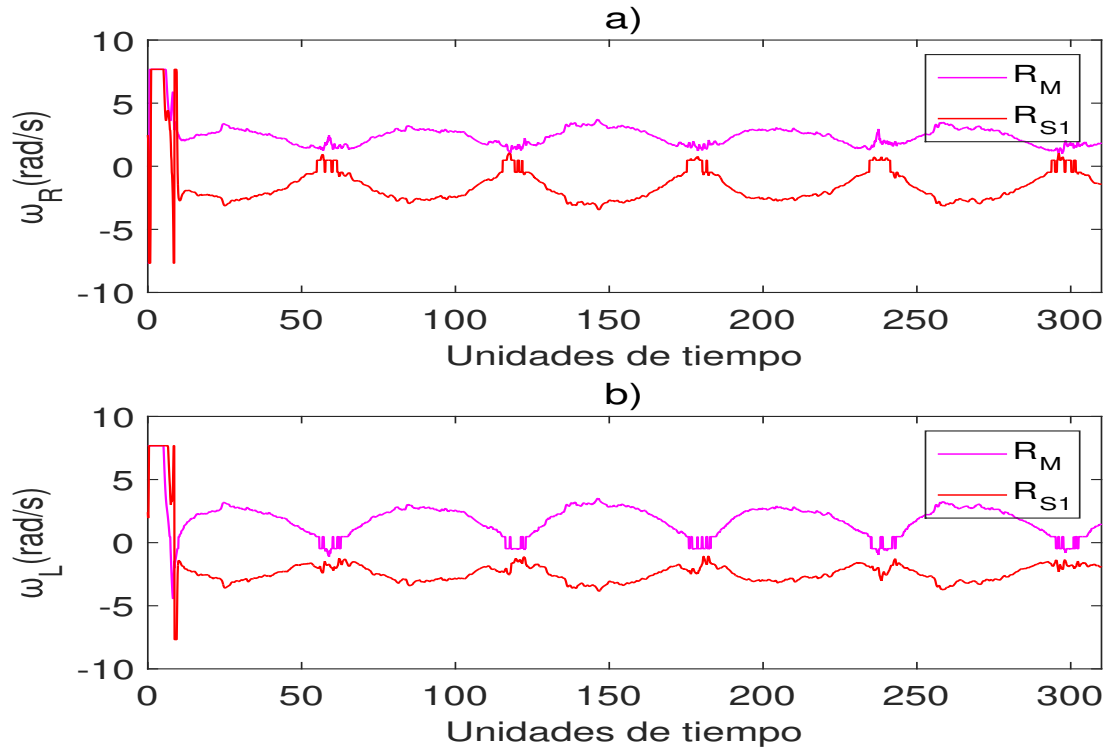


Figura 79: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.9.7 Trayectoria con la forma de espiral

La trayectoria con la forma de espiral es: $X_d(t) = .005 * \frac{t}{30} \cos(\frac{t}{30})$ y $Y_d(t) = .005 * \frac{t}{30} \sin(\frac{t}{30})$.

La figura 80 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 81, muestra la posición inicial de los robots móviles y la trayectoria que han trazado.

Dentro de la figura 82, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 500 unidades de tiempo ambas gráficas indican que los robots han llegado al punto deseado.

En el error mostrado en la figura 83 el robot esclavo tiene un valor constante de -1 en x por su posición inicial.

La figura 84, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

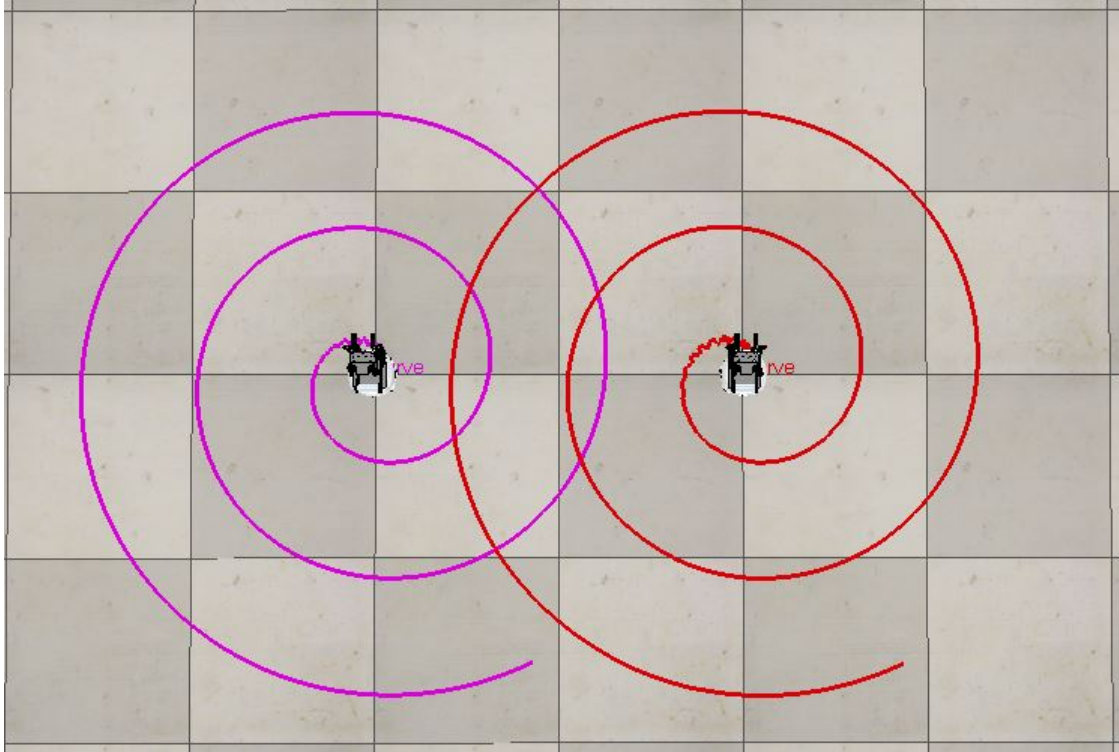


Figura 80: Trayectoria con la forma de espiral en V-REP.

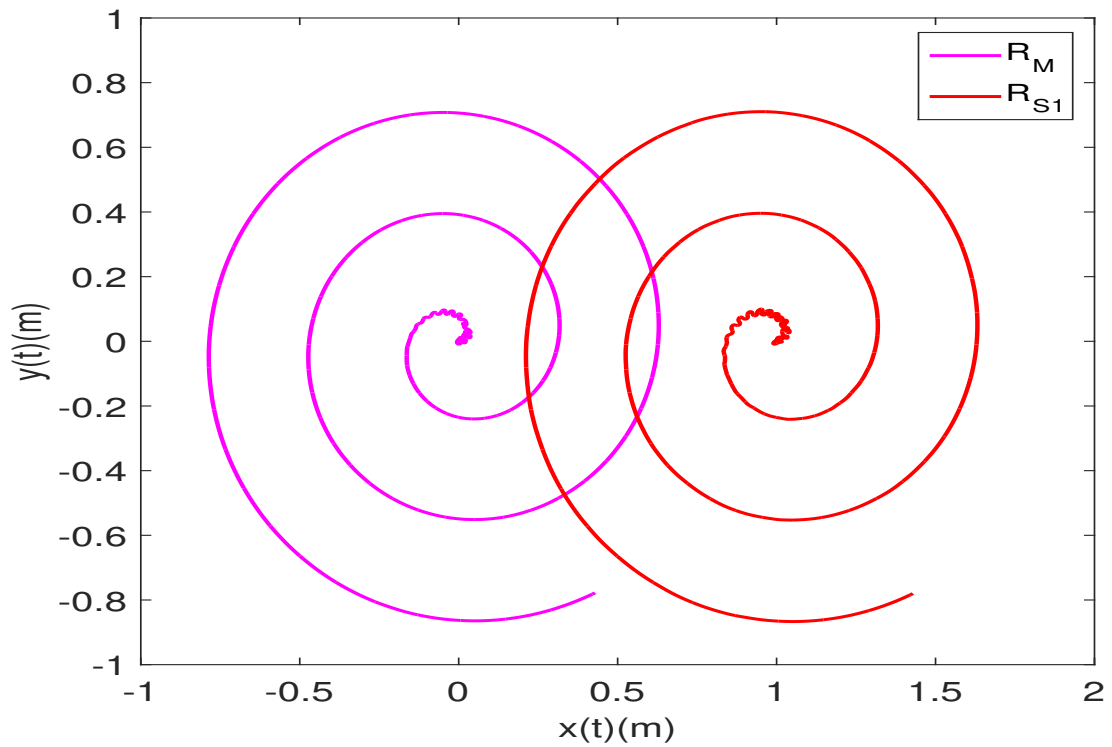


Figura 81: Trayectoria con la forma de espiral.

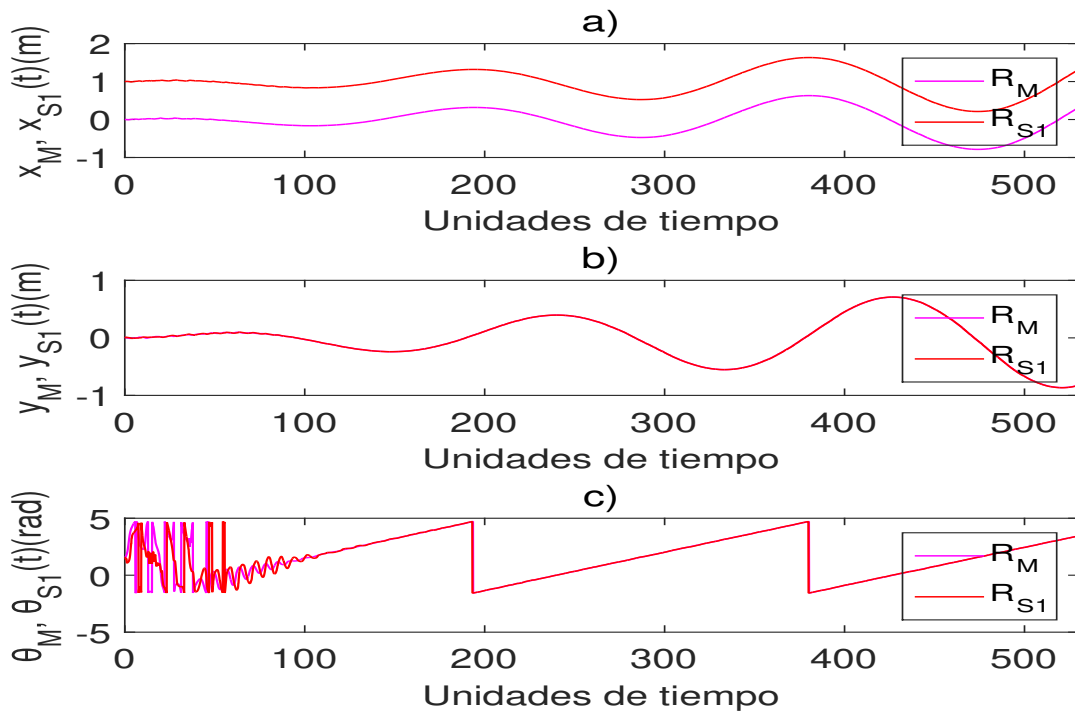


Figura 82: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

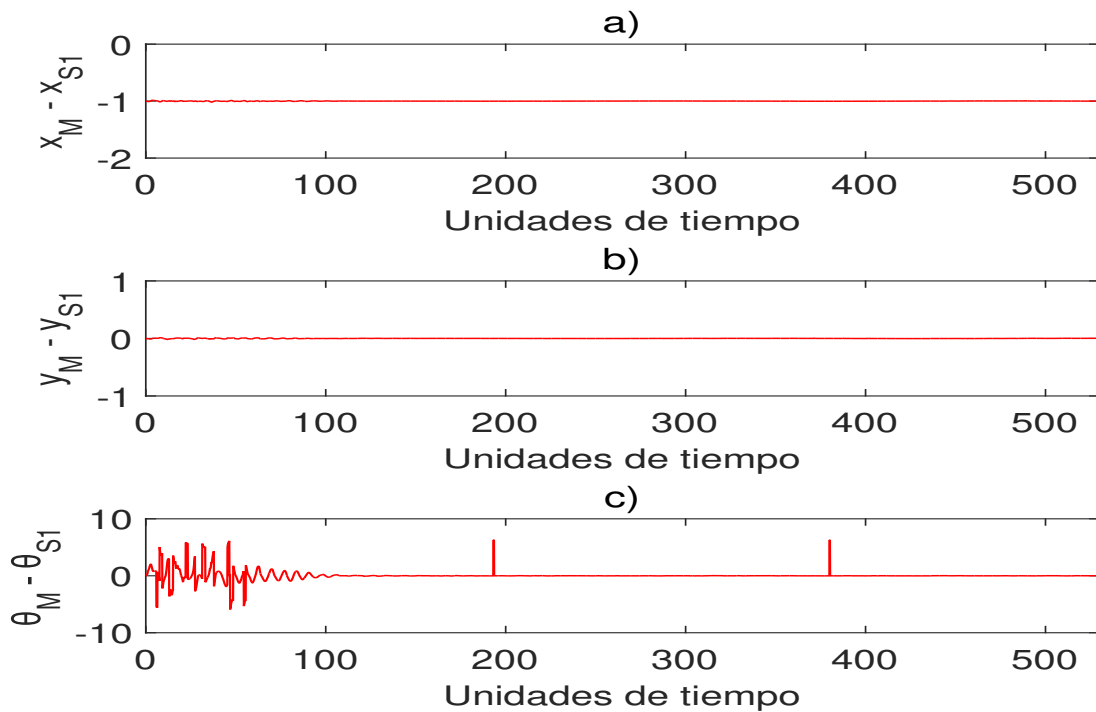


Figura 83: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

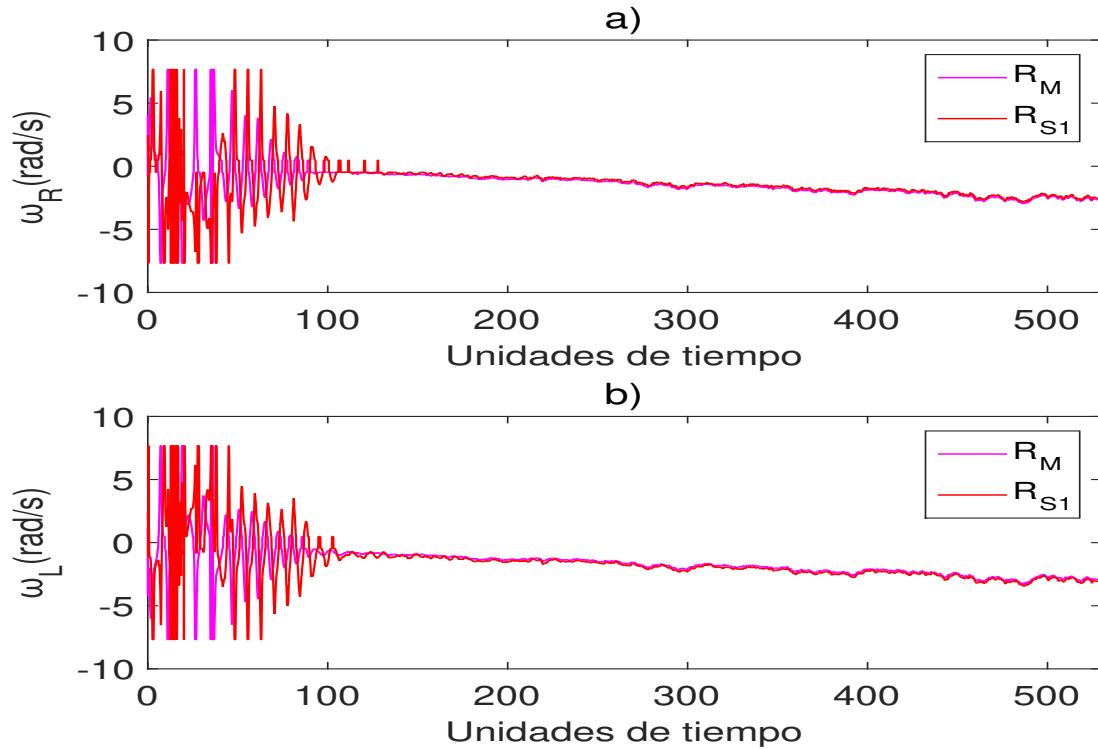


Figura 84: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.9.8 Trayectoria de barrido

La trayectoria con la forma de barrido es: $X_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{90})$ y $Y_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{60})$.

La figura 85 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 86, muestra la posición inicial de los robots móviles y la trayectoria que han trazado.

Dentro de la figura 87, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 1000 unidades de tiempo ambas gráficas indican que los robots han llegado al punto deseado.

En el error mostrado en la figura 88 el robot esclavo tiene un valor constante de -1 en x por su posición inicial.

La figura 89, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

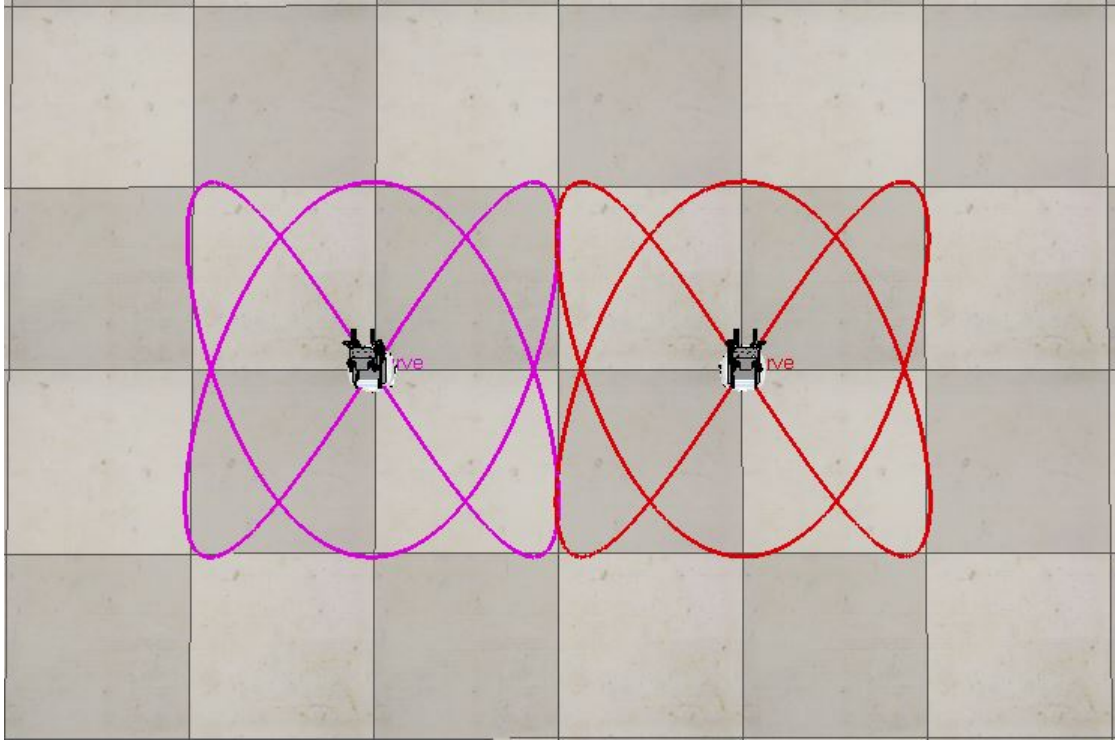


Figura 85: Trayectoria de barrido en V-REP.

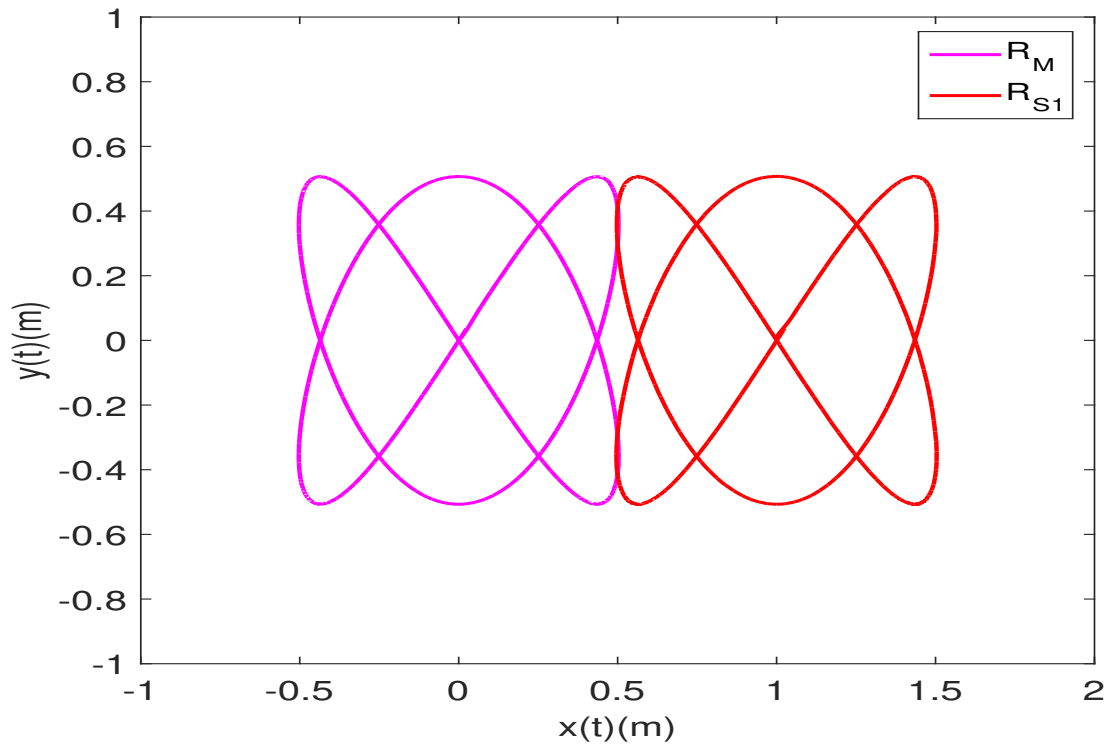


Figura 86: Trayectoria de barrido.

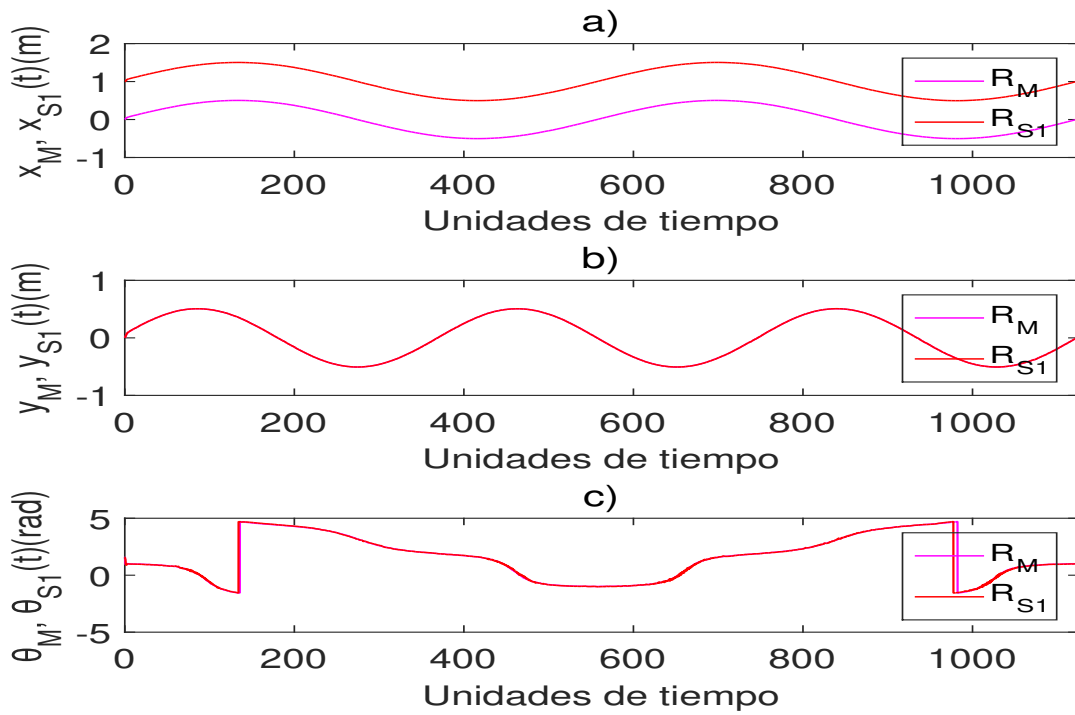


Figura 87: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

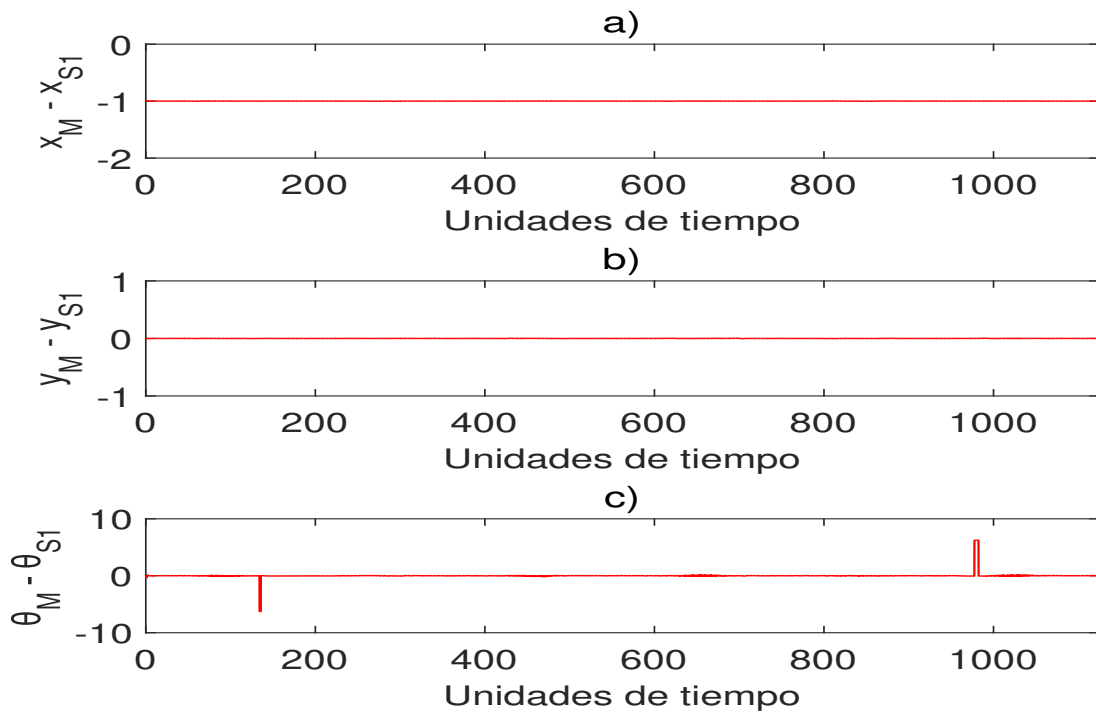


Figura 88: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

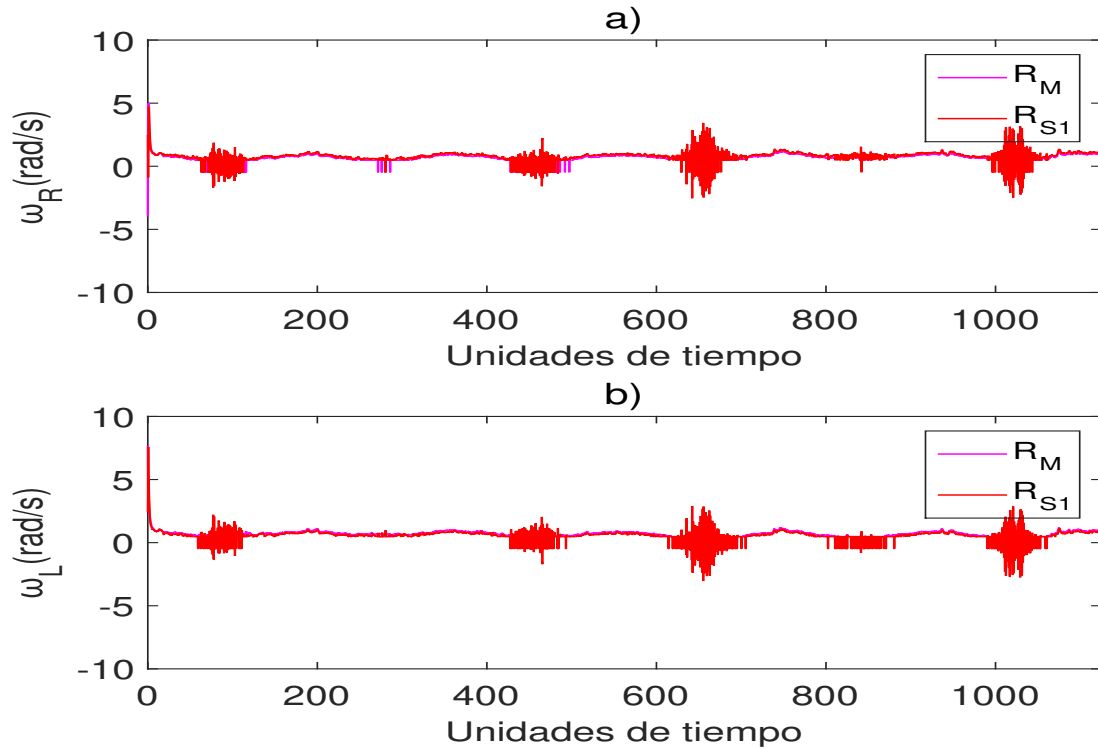


Figura 89: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.9.9 Trayectoria con la forma de pescado

La trayectoria con la forma de pescado es: $X_d(t) = \cos(\frac{t}{50}) - \frac{\sin(\frac{t}{50})^2}{\sqrt{2}}$ y $Y_d(t) = \cos(\frac{t}{50}) * \frac{1}{5} \sin(\frac{t}{50})$.

La figura 90 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 91, muestra la posición inicial de los robots móviles y la trayectoria que han trazado.

Dentro de la figura 92, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 350 unidades de tiempo ambas gráficas indican que los robots han llegado al punto deseado.

En el error mostrado en la figura 93 el robot esclavo tiene un valor constante de -1 en x por su posición inicial.

La figura 94, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

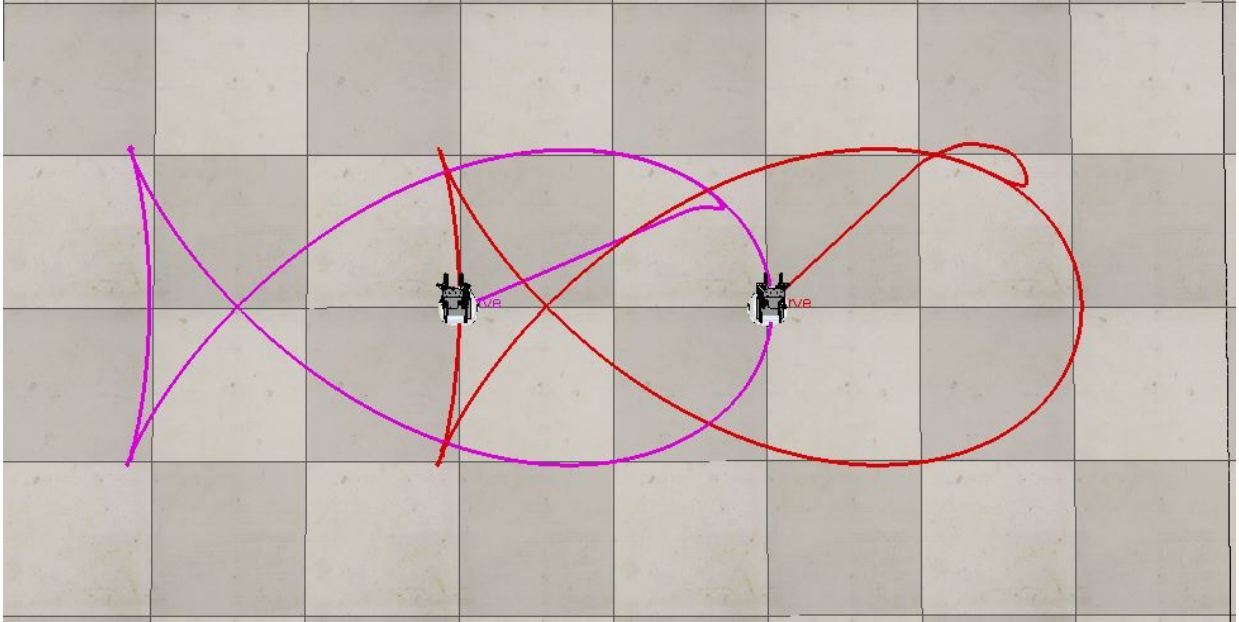


Figura 90: Trayectoria con la forma de pescado en V-REP.

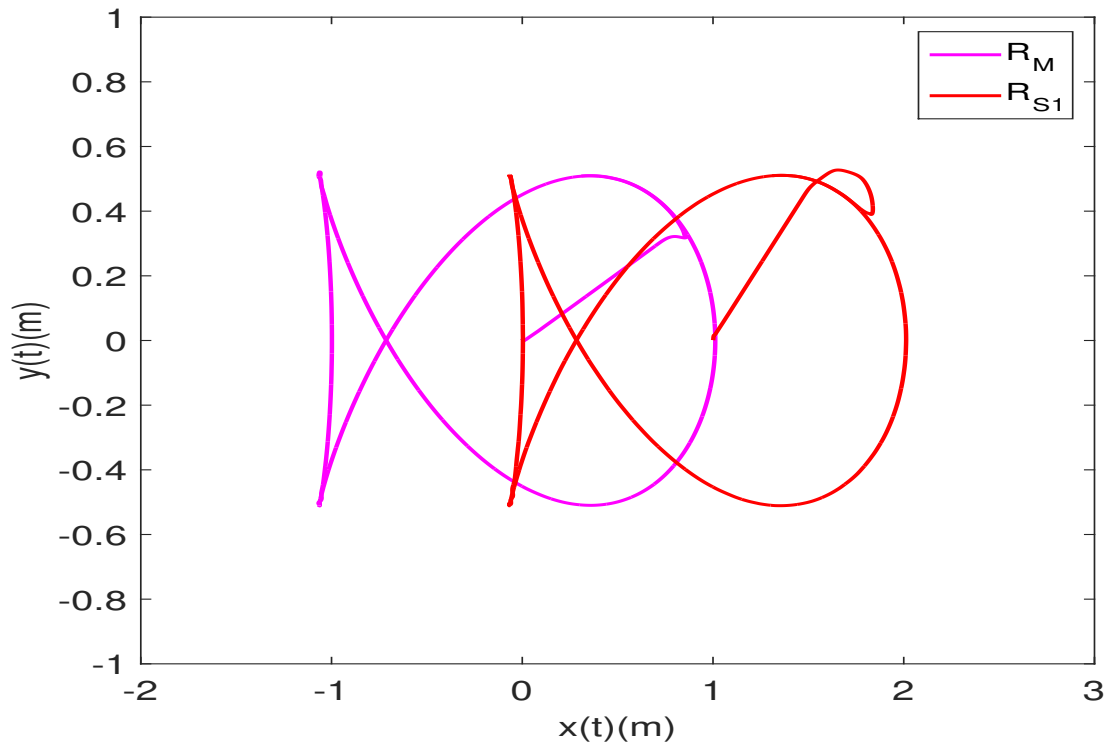


Figura 91: Trayectoria con la forma de pescado.

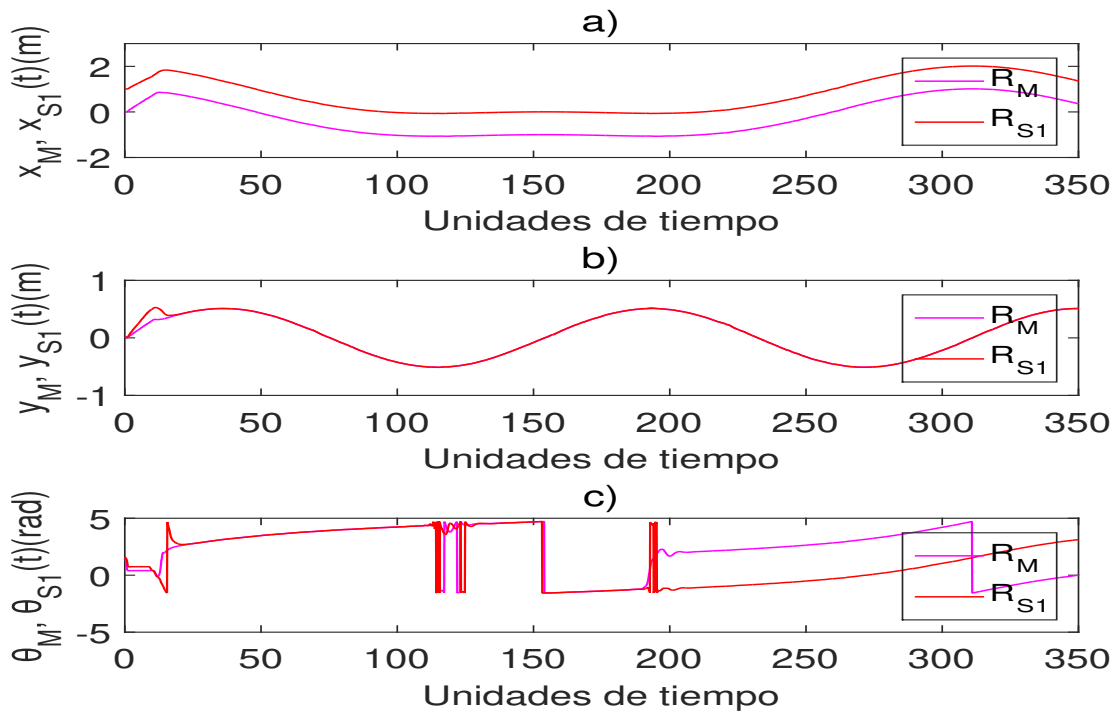


Figura 92: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

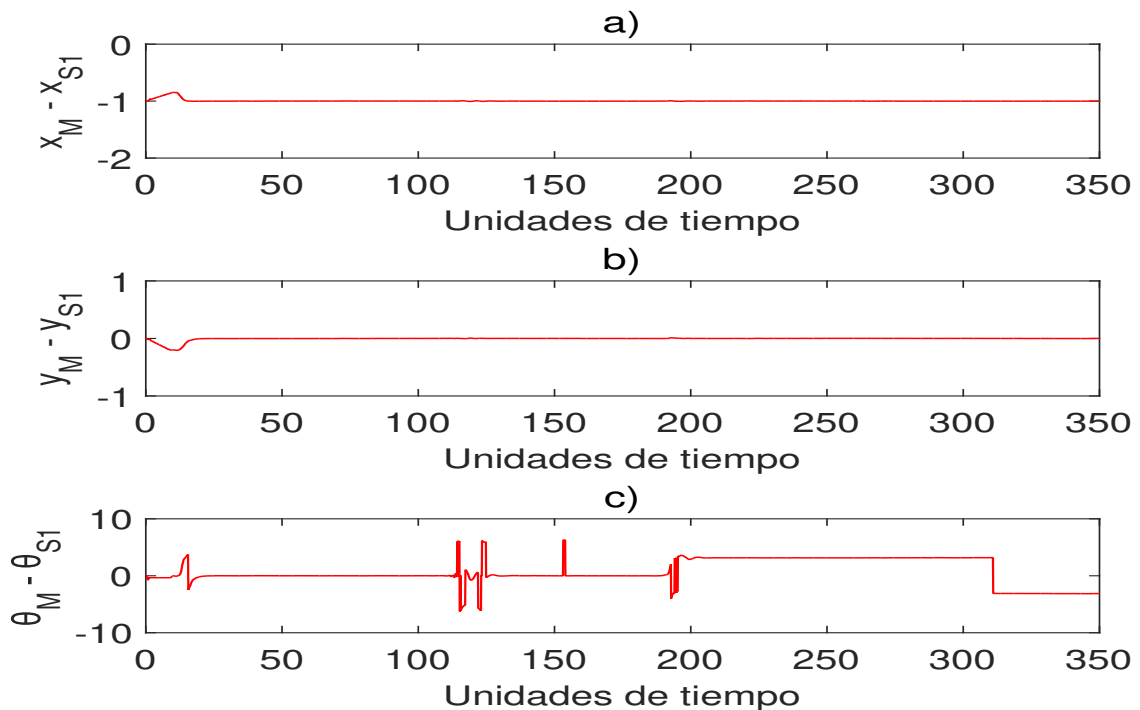


Figura 93: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

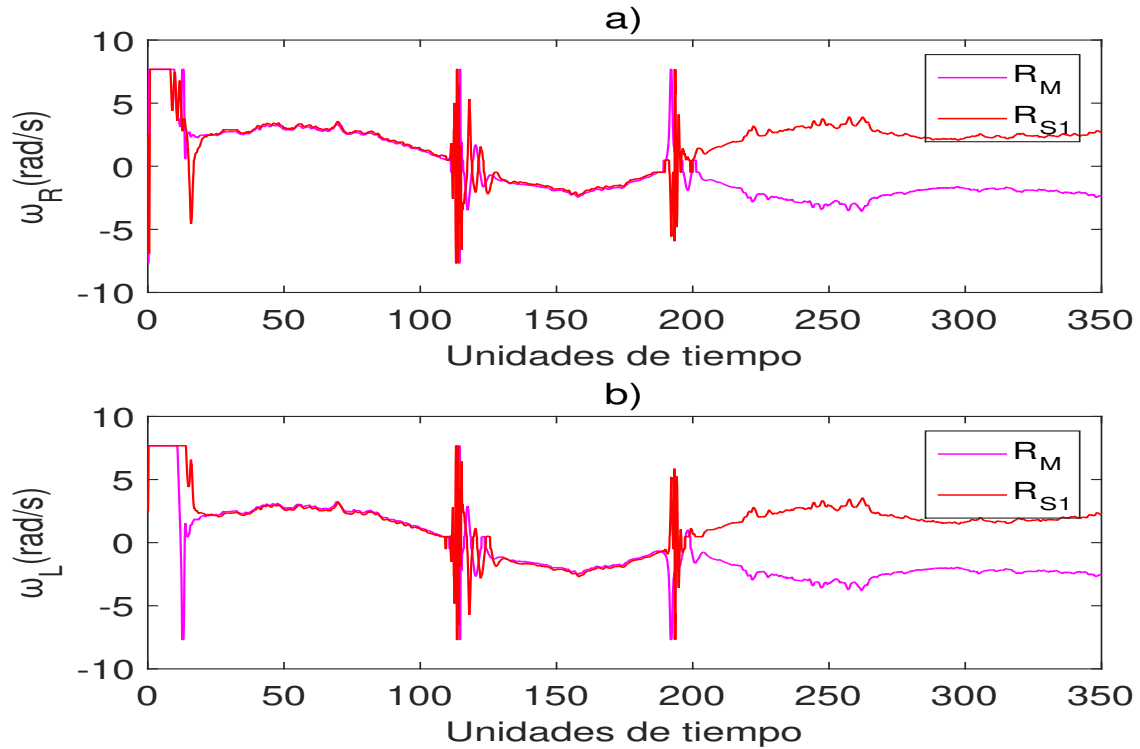


Figura 94: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.9.10 Trayectoria con la forma de corazón

La trayectoria con la forma de corazón es: $X_d(t) = \frac{2}{5} \sin(t) - \frac{2}{15} \sin(3t)$ y $Y_d(t) = \frac{13}{20} \cos(t) - \frac{1}{4} \cos(2t) - \frac{1}{10} \cos(3t) - \frac{1}{20} \cos(4t)$.

La figura 95 muestra la trayectoria del robot en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 96, muestra la posición inicial de los robots móviles y la trayectoria que han trazado.

Dentro de la figura 97, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) aproximadamente en 300 unidades de tiempo ambas gráficas indican que los robots han llegado al punto deseado.

En el error mostrado en la figura 98 el robot esclavo tiene un valor constante de -1 en x por su posición inicial.

La figura 99, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

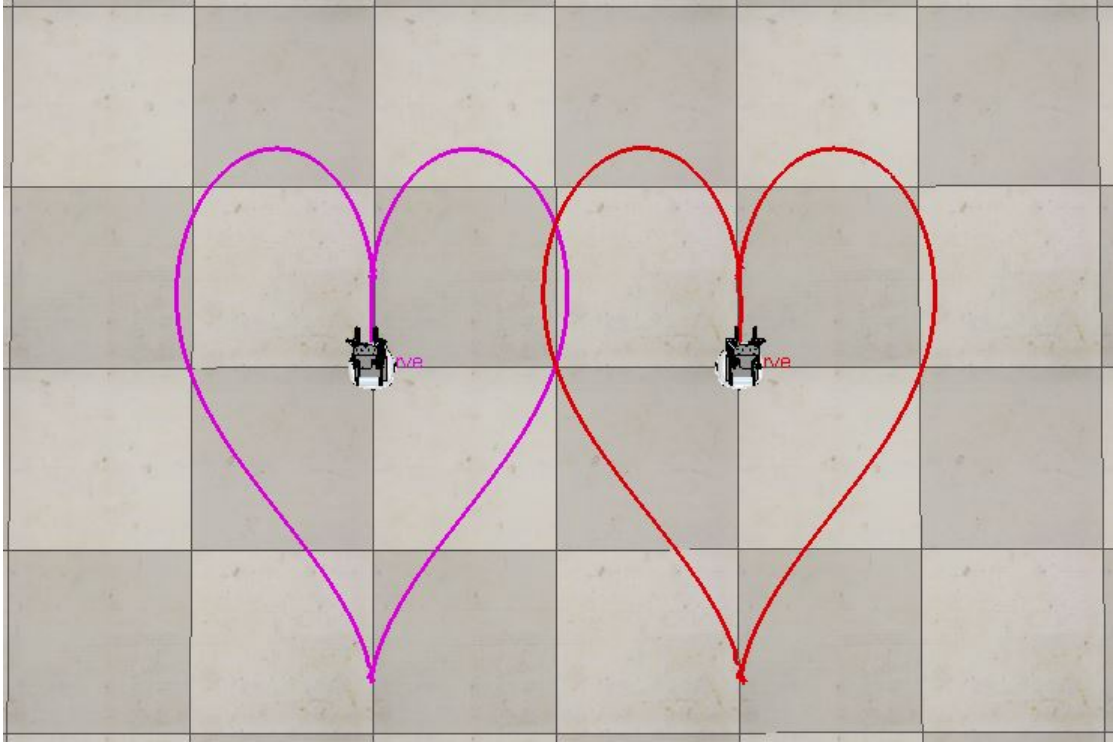


Figura 95: Trayectoria con la forma de corazón en V-REP.

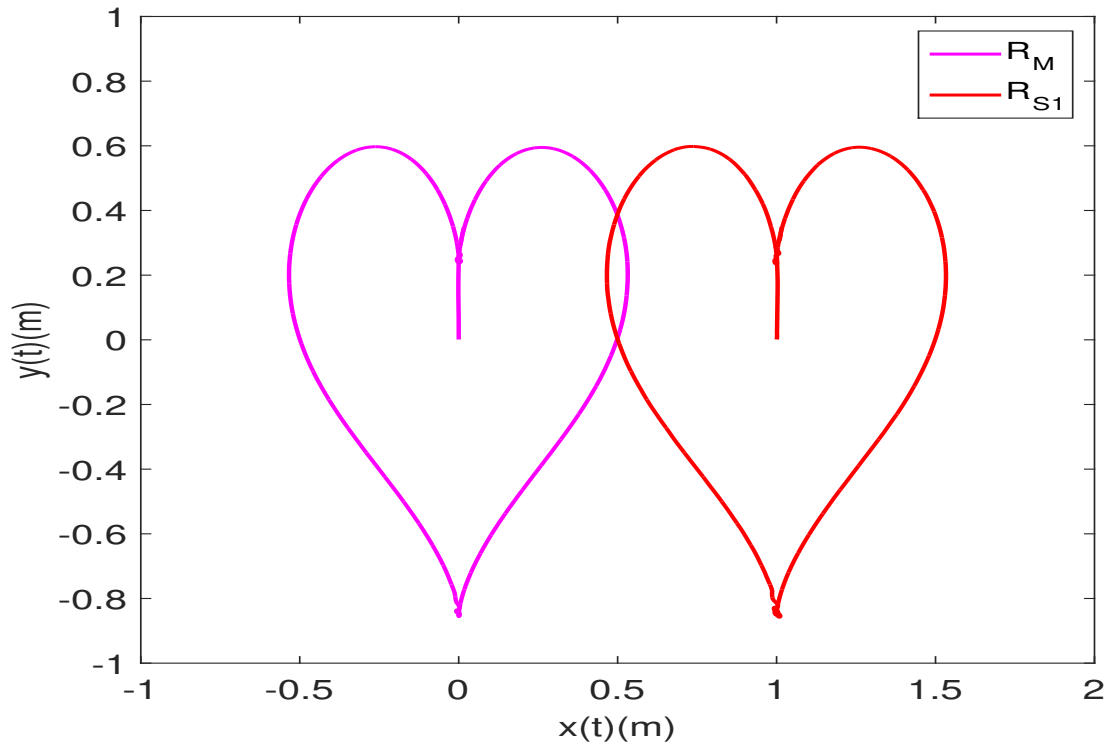


Figura 96: Trayectoria con la forma de corazón.

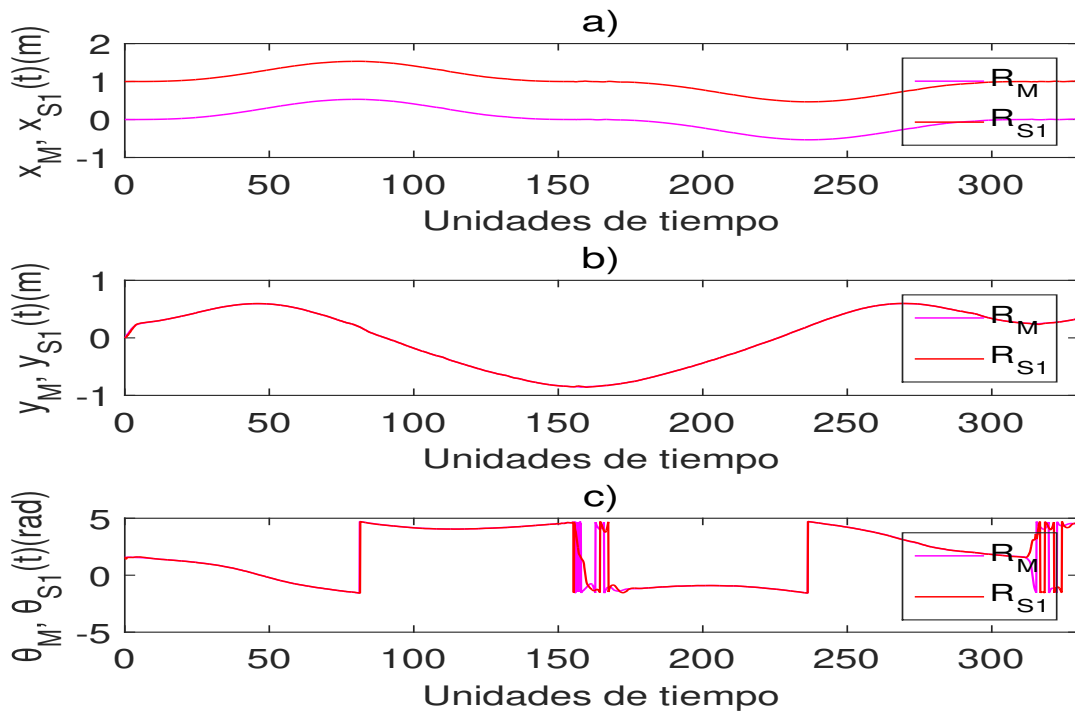


Figura 97: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

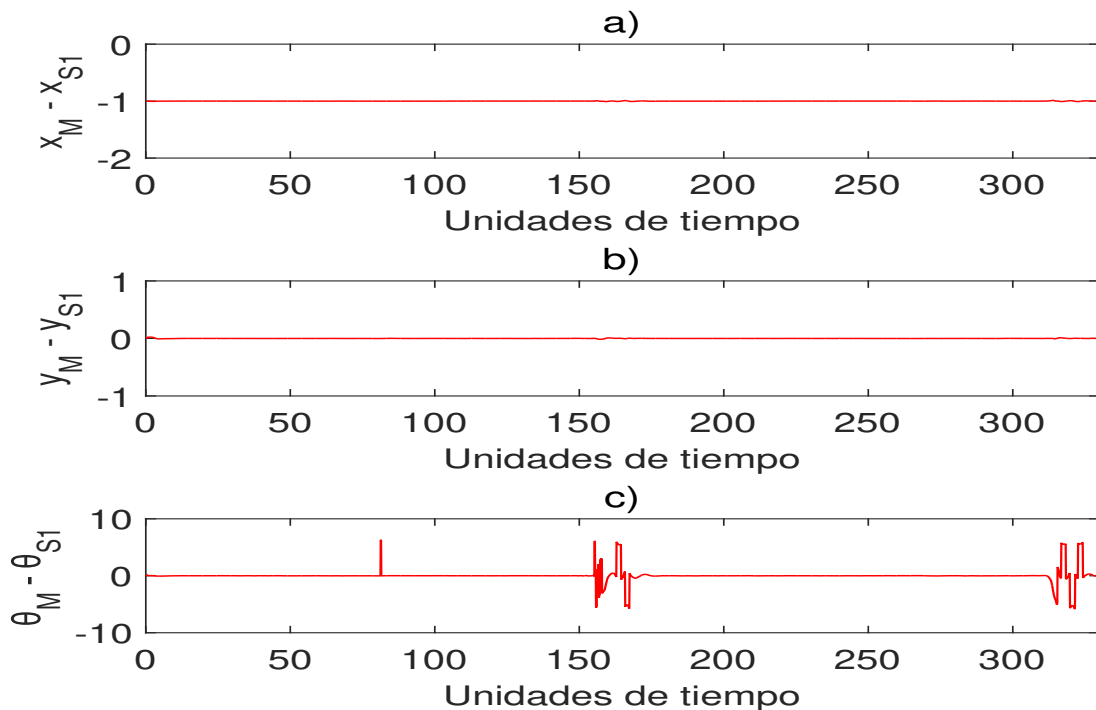


Figura 98: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

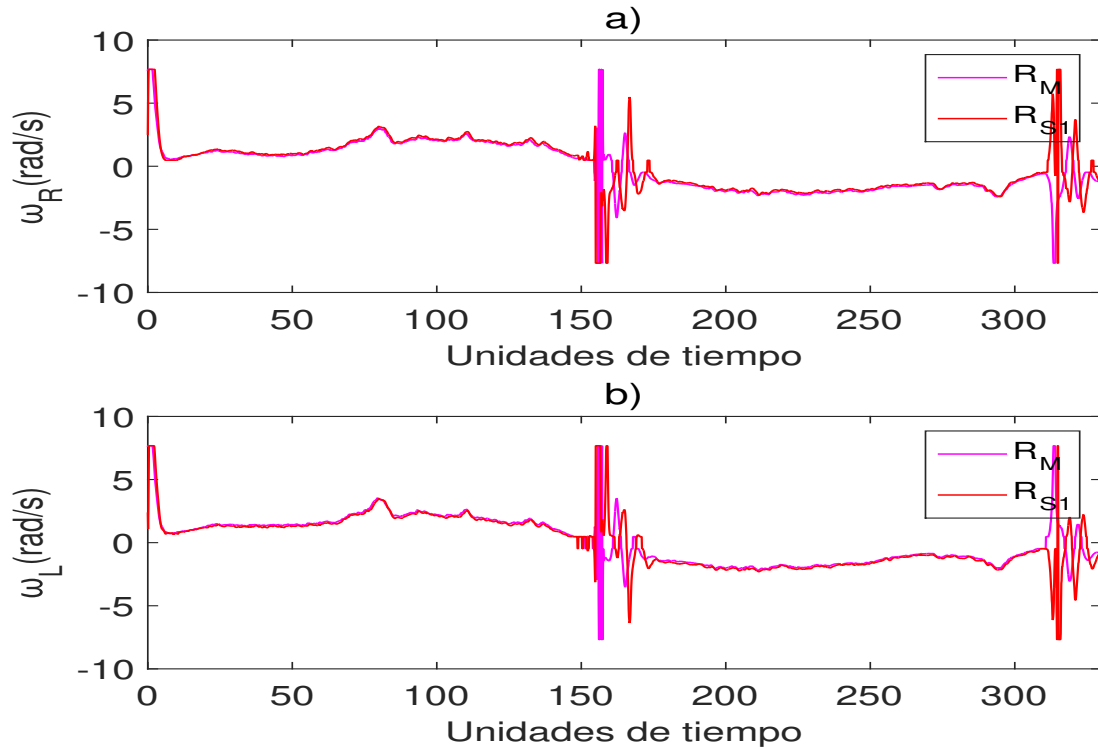


Figura 99: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.10 Simulación de cuatro robots

El simular cuatro robots móviles diferenciales es necesario de designar un robot maestro y múltiples robot esclavos, los denotamos como:

$$P_1 = M, P_2 = E1, P_3 = E2, P_4 = E3 \quad (77)$$

6.10.1 Topologías de conexión de cuatro robots

Los elementos de estos sistemas están conectados a través de una topología de conexión para alcanzar el propósito o comportamiento común; es decir, el medio o la forma para transmitir información entre los agentes. Las topologías de conexión pueden definirse como una configuración o forma que adoptan las conexiones entre los nodos. En el caso de cuatro robots con grafos dirigidos se decidió en conectarse como en las siguientes figuras 100-103 :

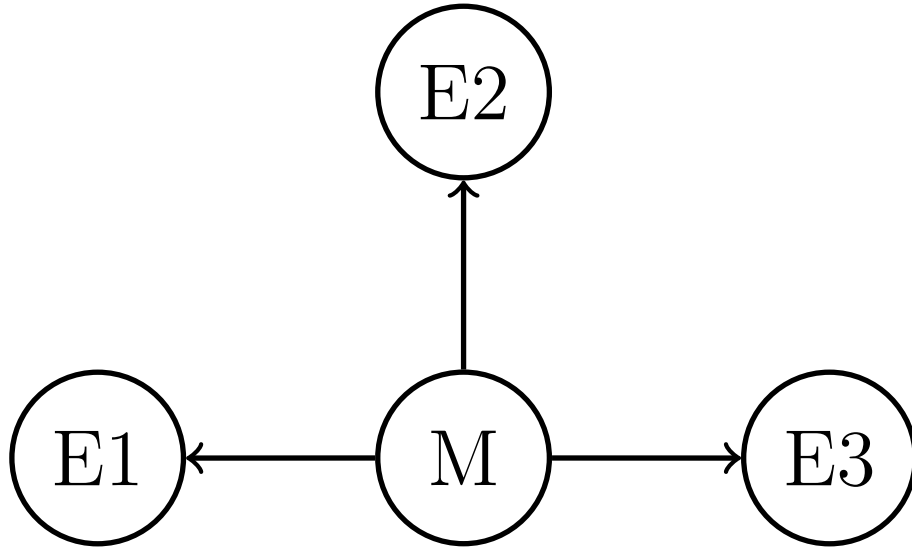


Figura 100: Topología estrella.

con la siguiente matriz de acoplamiento:

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (78)$$

las ecuaciones de cada entrada para los robots maestro M y esclavo $E1$, $E2$, $E3$ son:

$$M \begin{cases} u_{11}^* = Kp(X_d(t) - x_1) + Kd(\dot{X}_d(t) - \dot{x}_1), \\ u_{12}^* = Kp(Y_d(t) - y_1) + Kd(\dot{Y}_d(t) - \dot{y}_1), \end{cases} \quad (79)$$

$$E1 \begin{cases} u_{21}^* = Kp(x_1 - x_2) + Kd(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \\ u_{22}^* = Kp(y_1 - y_2) + Kd(\dot{y}_1 - \dot{y}_2), \end{cases} \quad (80)$$

$$E2 \begin{cases} u_{31}^* = Kp(x_1 - x_3) + Kd(\dot{x}_1 - \dot{x}_3), \\ u_{32}^* = Kp(y_1 - y_3) + Kd(\dot{y}_1 - \dot{y}_3), \end{cases} \quad (81)$$

$$E3 \begin{cases} u_{41}^* = Kp(x_1 - x_4) + Kd(\dot{x}_1 - \dot{x}_4), \\ u_{42}^* = Kp(y_1 - y_4) + Kd(\dot{y}_1 - \dot{y}_4), \end{cases} \quad (82)$$

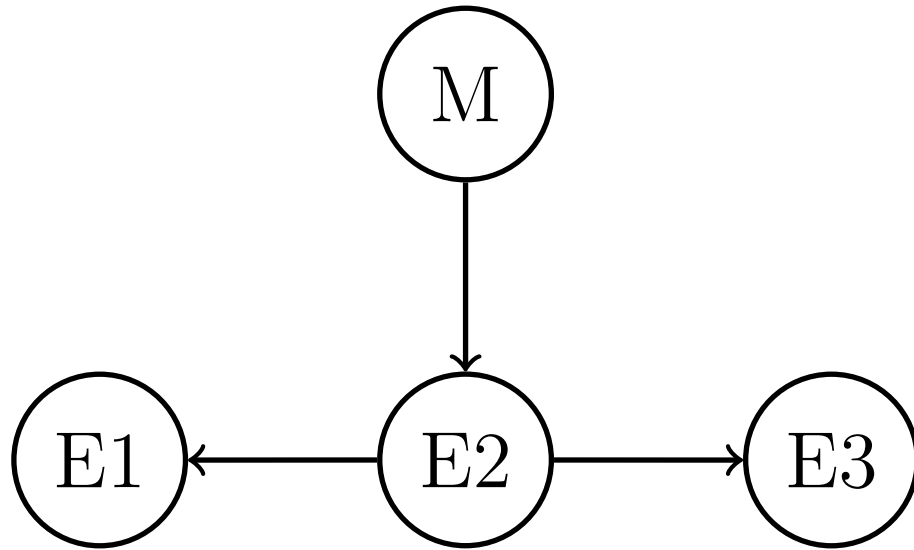


Figura 101: Topología árbol.

con la siguiente matriz de acoplamiento:

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (83)$$

las ecuaciones de cada entrada para los robots maestro M y esclavo $E1$, $E2$, $E3$ son:

$$M \begin{cases} u_{11}^* = Kp(X_d(t) - x_1) + Kd(\dot{X}_d(t) - \dot{x}_1), \\ u_{12}^* = Kp(Y_d(t) - y_1) + Kd(\dot{Y}_d(t) - \dot{y}_1), \end{cases} \quad (84)$$

$$E1 \begin{cases} u_{21}^* = Kp(x_3 - x_2) + Kd(\dot{x}_3 - \dot{x}_2), \\ u_{22}^* = Kp(y_3 - y_2) + Kd(\dot{y}_3 - \dot{y}_2), \end{cases} \quad (85)$$

$$E2 \begin{cases} u_{31}^* = Kp(x_1 - x_3) + Kd(\dot{x}_1 - \dot{x}_3), \\ u_{32}^* = Kp(y_1 - y_3) + Kd(\dot{y}_1 - \dot{y}_3), \end{cases} \quad (86)$$

$$E3 \begin{cases} u_{41}^* = Kp(x_3 - x_4) + Kd(\dot{x}_3 - \dot{x}_4), \\ u_{42}^* = Kp(y_3 - y_4) + Kd(\dot{y}_3 - \dot{y}_4), \end{cases} \quad (87)$$

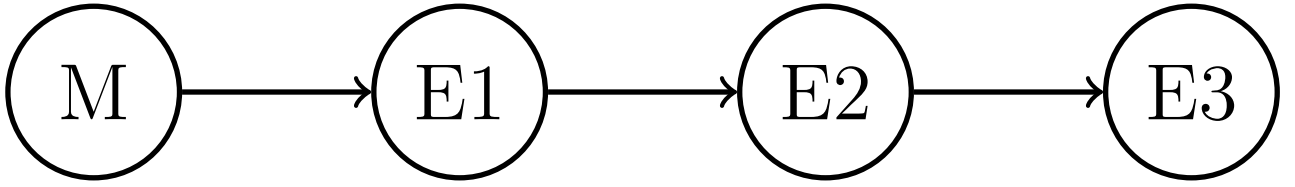


Figura 102: Topología cadena.

con la siguiente matriz de acoplamiento:

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (88)$$

las ecuaciones de cada entrada para los robots maestro M y esclavo $E1, E2, E3$ son:

$$M \begin{cases} u_{11}^* = Kp(X_d(t) - x_1) + Kd(\dot{X}_d(t) - \dot{x}_1), \\ u_{12}^* = Kp(Y_d(t) - y_1) + Kd(\dot{Y}_d(t) - \dot{y}_1), \end{cases} \quad (89)$$

$$E1 \begin{cases} u_{21}^* = Kp(x_1 - x_2) + Kd(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \\ u_{22}^* = Kp(y_1 - y_2) + Kd(\dot{y}_1 - \dot{y}_2), \end{cases} \quad (90)$$

$$E2 \begin{cases} u_{31}^* = Kp(x_2 - x_3) + Kd(\dot{x}_2 - \dot{x}_3), \\ u_{32}^* = Kp(y_2 - y_3) + Kd(\dot{y}_2 - \dot{y}_3), \end{cases} \quad (91)$$

$$E3 \begin{cases} u_{41}^* = Kp(x_3 - x_4) + Kd(\dot{x}_3 - \dot{x}_4), \\ u_{42}^* = Kp(y_3 - y_4) + Kd(\dot{y}_3 - \dot{y}_4), \end{cases} \quad (92)$$

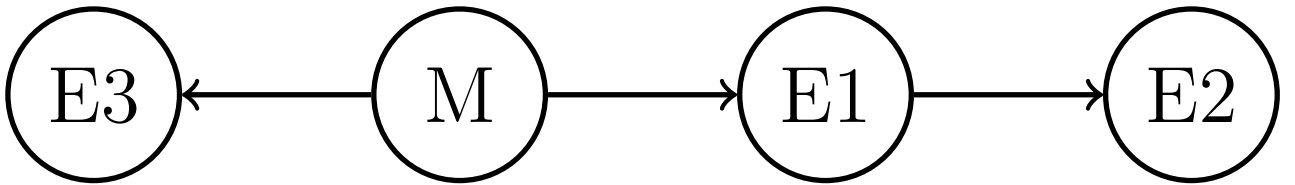


Figura 103: Topología árbol 2.

con la siguiente matriz de acoplamiento:

$$\mathbf{A}(\mathbf{G}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & -\mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & -\mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad (93)$$

las ecuaciones de cada entrada para los robots maestro M y esclavo $E1, E2, E3$ son:

$$M \begin{cases} u_{11}^* = Kp(X_d(t) - x_1) + Kd(\dot{X}_d(t) - \dot{x}_1), \\ u_{12}^* = Kp(Y_d(t) - y_1) + Kd(\dot{Y}_d(t) - \dot{y}_1), \end{cases} \quad (94)$$

$$E1 \begin{cases} u_{21}^* = Kp(x_1 - x_2) + Kd(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \\ u_{22}^* = Kp(y_1 - y_2) + Kd(\dot{y}_1 - \dot{y}_2), \end{cases} \quad (95)$$

$$E2 \begin{cases} u_{31}^* = Kp(x_2 - x_3) + Kd(\dot{x}_2 - \dot{x}_3), \\ u_{32}^* = Kp(y_2 - y_3) + Kd(\dot{y}_2 - \dot{y}_3), \end{cases} \quad (96)$$

$$E3 \begin{cases} u_{41}^* = Kp(x_1 - x_4) + Kd(\dot{x}_1 - \dot{x}_4), \\ u_{42}^* = Kp(y_1 - y_4) + Kd(\dot{y}_1 - \dot{y}_4), \end{cases} \quad (97)$$

6.10.2 Formaciones de cuatro robots

La formación es la manera en la que organizamos los robots en el espacio, seleccionando una configuración topológica se puede decidir por 8 formaciones distintas propuestas para este trabajo de tesis, de esta forma podemos esperar que en las trayectorias asignadas el robot maestro y los robots esclavos corrijan sus posiciones a las deseadas. Las formaciones se presentan en las figuras 104-111:



Figura 104: Formación en renglón.

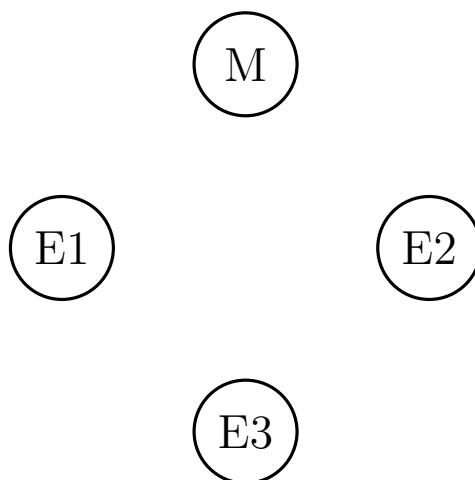


Figura 105: Formación en rombo.

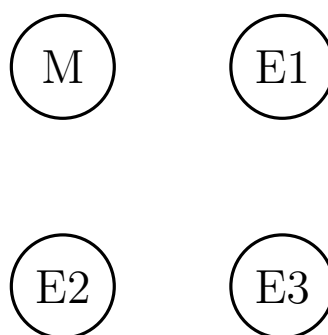


Figura 106: Formación en cuadrado.

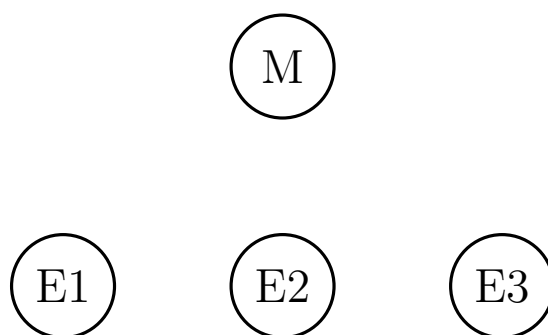


Figura 107: Formación en delta.



M

E1

E2

E3

Figura 108: Formación en columna.



M

E1

E2

E3

Figura 109: Formación en L.

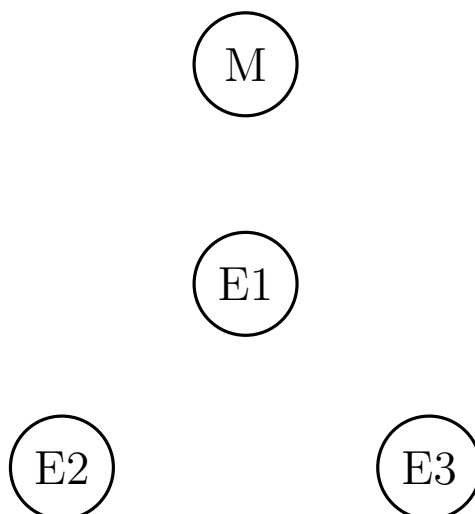


Figura 110: Formación en Y invertida.

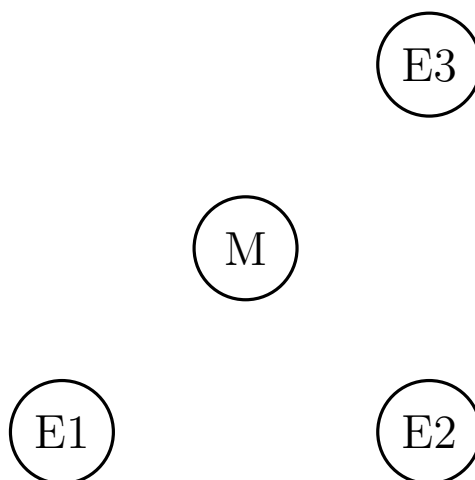
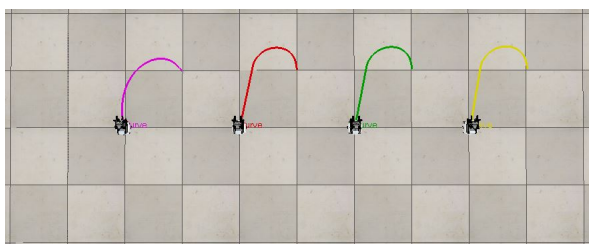


Figura 111: Formación en triángulo.

6.10.3 Topologías y formaciones cuatro robots móviles en V-REP

Para demostrar las diferencias en topologías y formaciones tomamos el punto deseado por simplicidad, podemos ver la trayectoria realizada por los robots móviles diferenciales dentro del software de V-REP.

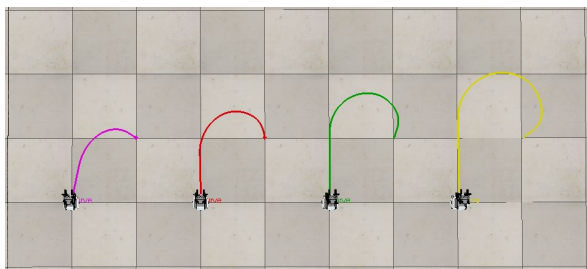
Los robots se encuentran originalmente en formación en renglón y van a un punto deseado colocado en la coordenadas(0.5,0.5) respecto al robot maestro siguiendo el orden mostrado en las figuras 104-111 para el robot maestro y los robots esclavos.



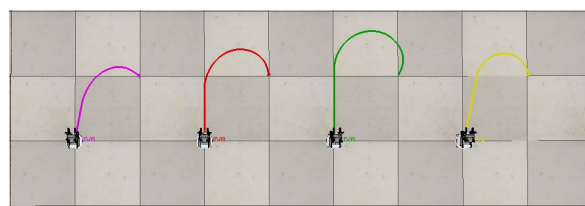
(a) Topología estrella.



(b) Topología árbol.



(c) Topología cadena.

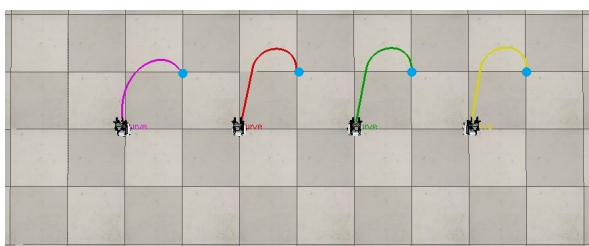


(d) Topología árbol 2.

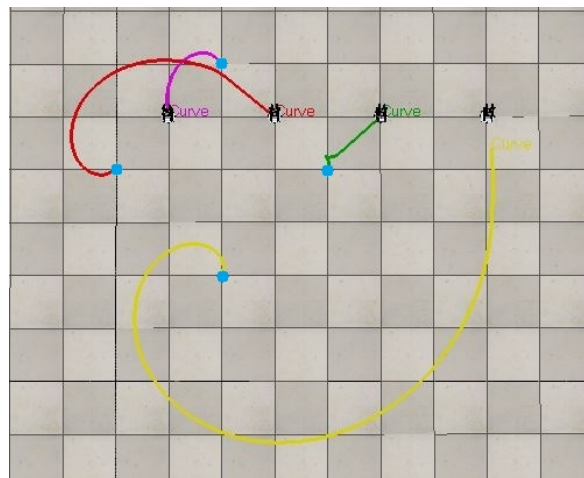
Figura 112: Evolución de los robots móviles al emplearse diferentes topologías.

En la figura 112 se observa el comportamiento de las diferentes topologías sobre la misma formación en renglón, en (a) los robots esclavos siguen una trayectoria idéntica mientras que la del robot maestro es ligeramente mas corta, en (b) el robot esclavo $E2$ tiene una trayectoria idéntica a la topología anterior con la diferencia de que $E1$ y $E3$ reciben las ordenes de este, por lo que tienen la misma trayectoria entre ambos, en (c) donde las instrucciones son consecutivas del robot maestro al ultimo robot esclavo la trayectoria para llegar al punto deseado es mayor por cada robot por los que pasan las instrucciones, en (d) similar a (b) pero los robots $E1$ y $E3$ reciben las instrucciones primero y después $E2$.

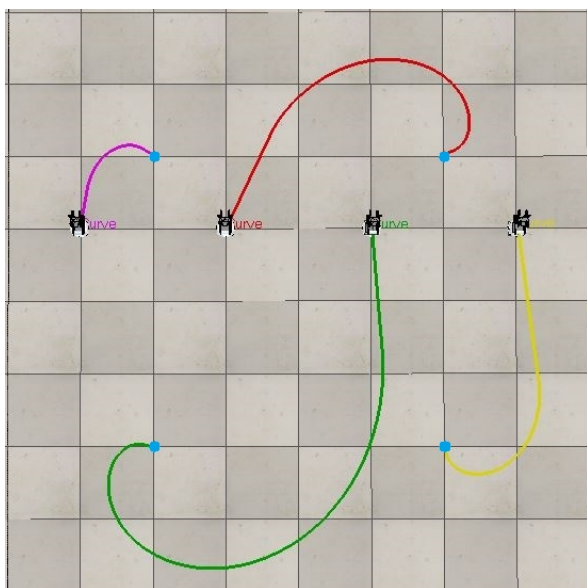
En las figuras 113-114 partiendo de la formación inicial en renglón se muestran las formaciones de las figuras por parte de los robots móviles al punto deseado en azul, todas las formaciones se pueden lograr independientemente de las topologías y trayectorias seleccionadas.



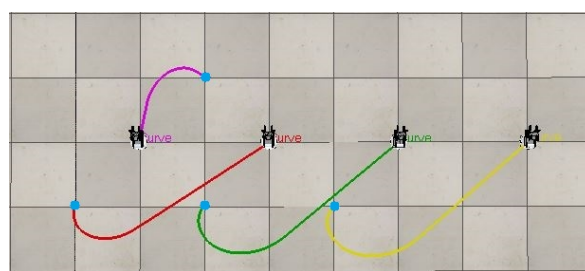
(a) Formación en renglón.



(b) Formación en rombo.



(c) Formación en cuadrado.



(d) Formación en delta.

Figura 113: Formaciones de los robots móviles de tracción diferencial.

6.10.4 Punto deseado

El punto deseado seleccionado es: $X_d(t) = 0.5$ y $Y_d(t) = 0.5$, para una formación en renglón y topología en estrella.

La figura 115 muestra la trayectoria de los robots móviles en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 116, muestra la posición inicial de los robots móviles, la trayectoria que han trazado y la posición deseada. Se observa que el robot realiza un movimiento en curva en dirección al punto deseado.

Dentro de la figura 117, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráfica a) muestra como se llega al valor de 0.5 en aproximadamente 45 unidades de tiempo y b) aproximadamente en 7 unidades de tiempo sobrepasa el valor de 0.5, pero es a las aproximadamente 45 unidades de tiempo que se mantiene en 0.5 lo que indica que los robot han llegado al punto deseado.

El error mostrado en la figura 118, b) tiene un valor cercano a 0 que incrementa entre las 10 y 40 unidades de tiempo, conforme los robot esclavo superan el máximo de la curva en la trayectoria el error disminuye hasta tomar un valor de 0.

La figura 119, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

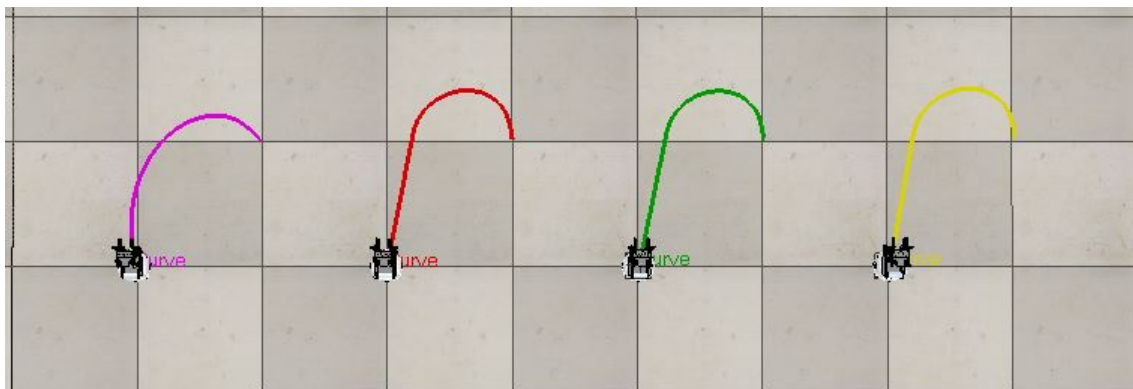


Figura 115: Trayectoria punto deseado en V-REP.

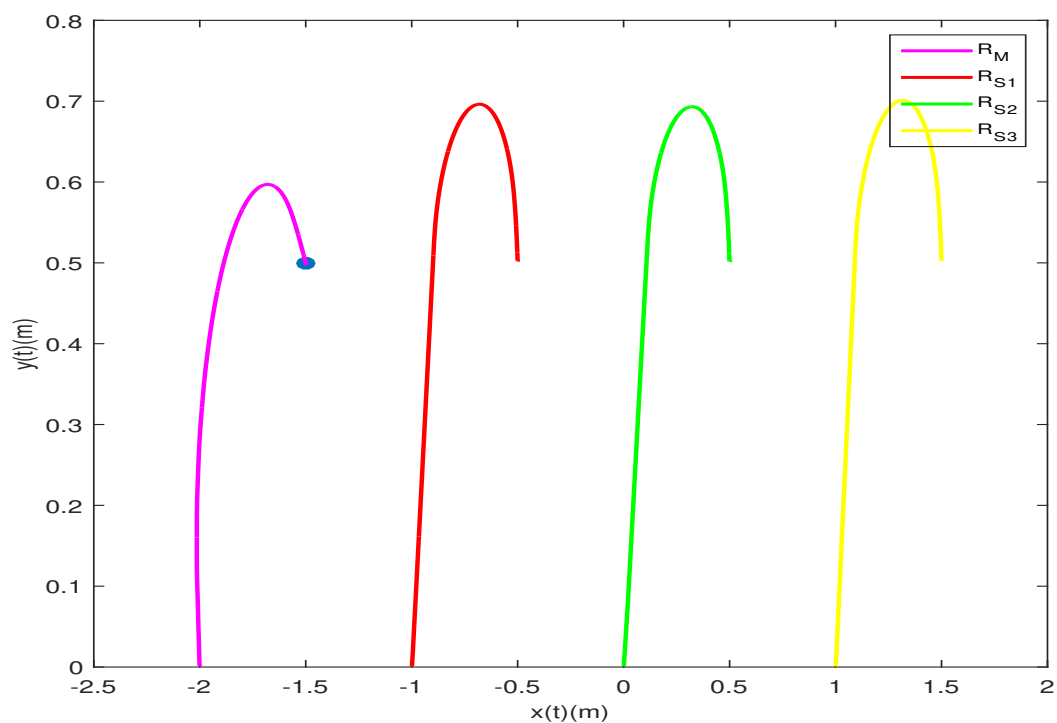


Figura 116: Trayectoria punto deseado.

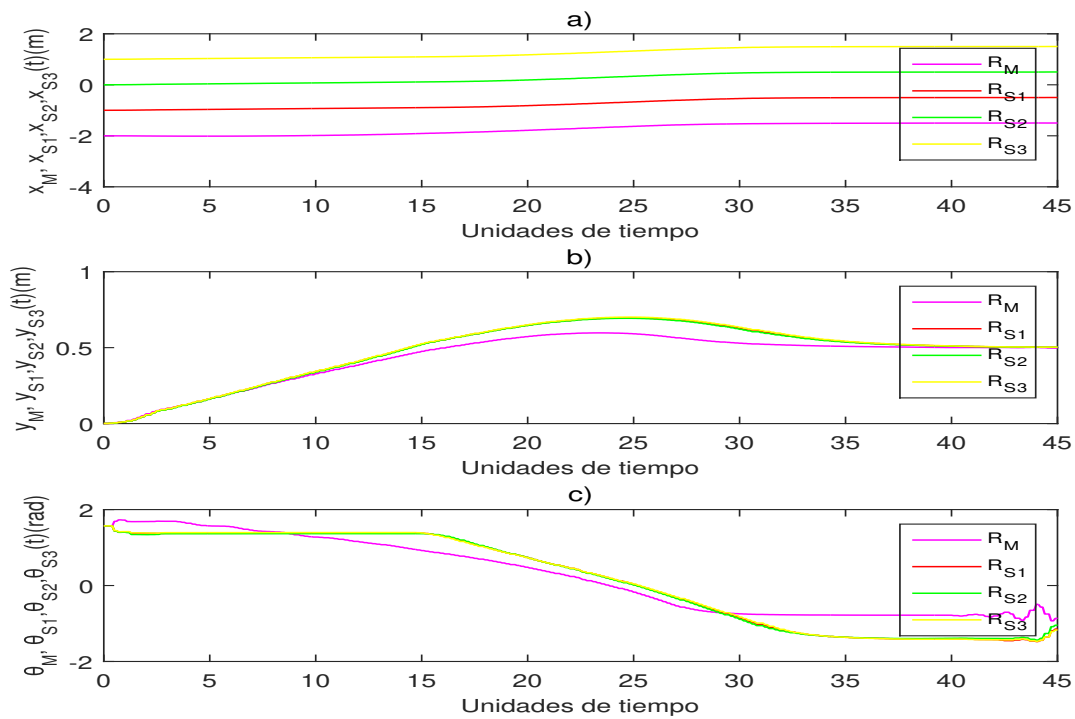


Figura 117: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

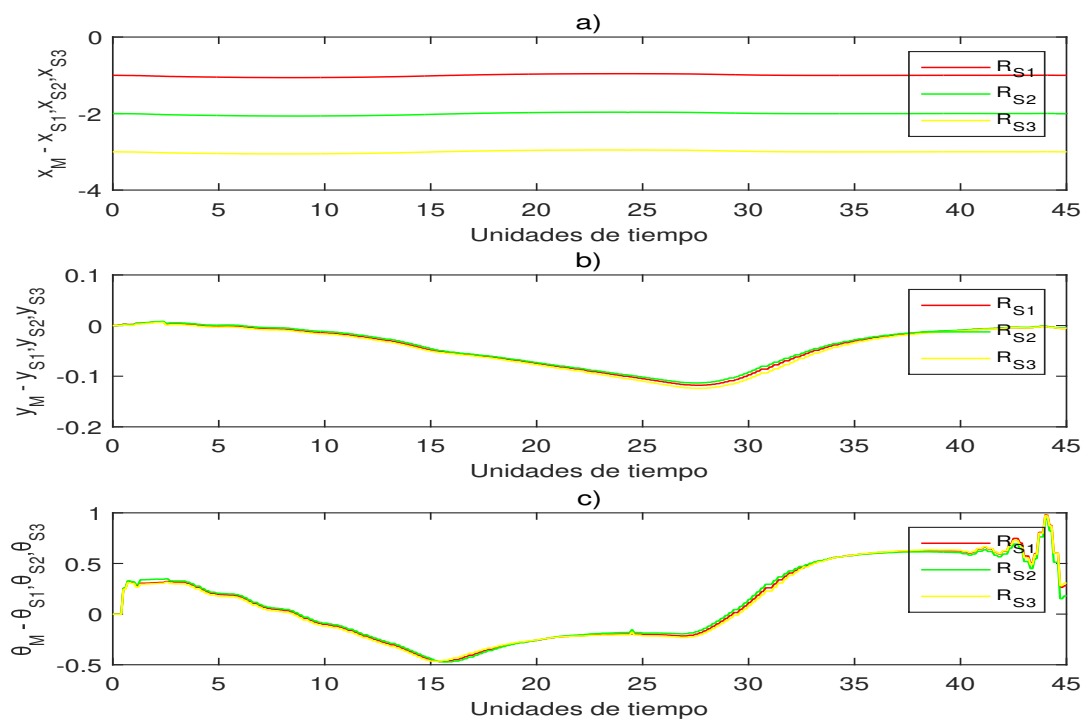


Figura 118: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

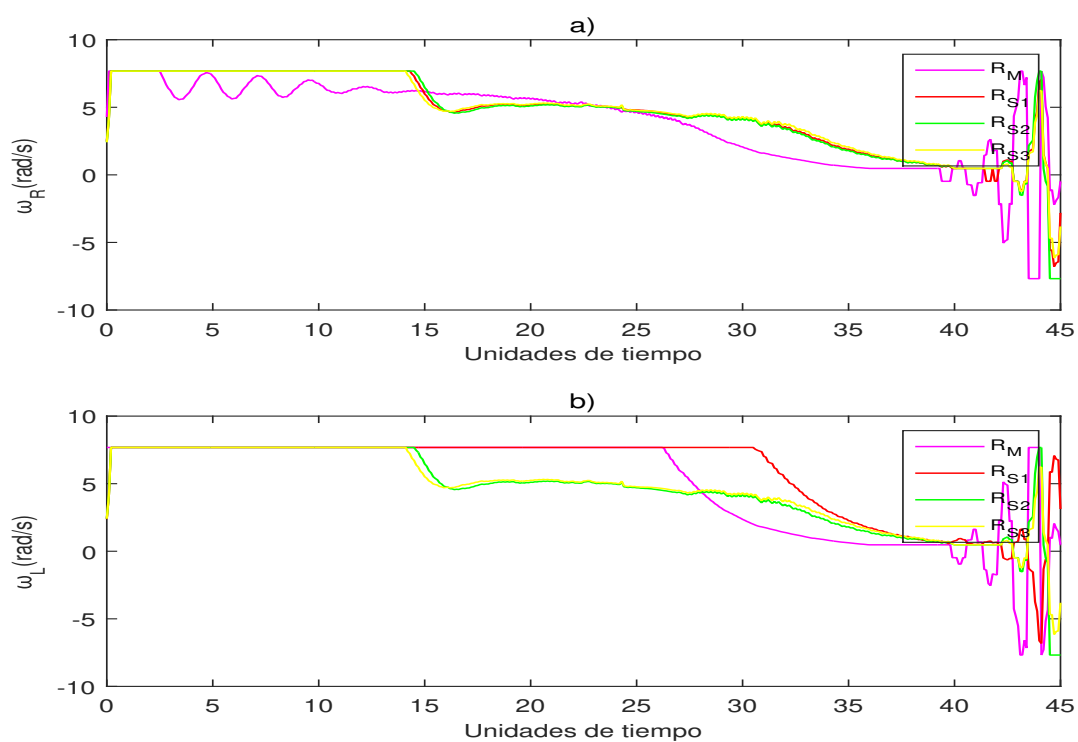


Figura 119: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.10.5 Trayectoria circular

La trayectoria circular se encuentra definida por las ecuaciones: $X_d(t) = 0.5 \cos(t)$ y $Y_d(t) = 0.5 \cos(t)$, para una formación en rombo y topología en estrella.

La figura 120 muestra la trayectoria de los robots móviles en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 121, muestra que los robots se desplazan para incorporarse a la formación y trayectoria deseada. Donde se observa que los robots realizan un círculo de 0.5 metros de radio.

Dentro de la figura 122, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) se generan en aproximadamente 500 unidades de tiempo por lo que los robots móviles completan una vuelta en la circunferencia del círculo.

El error mostrado en la figura 123, se observa que el robot móvil $E2$ es el de menor error al ser el primero en llegar a la formación, seguidos consecutivamente del robot móvil $E1$ y $E3$ que están más distantes de la formación respecto a su posición inicial.

La figura 124, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

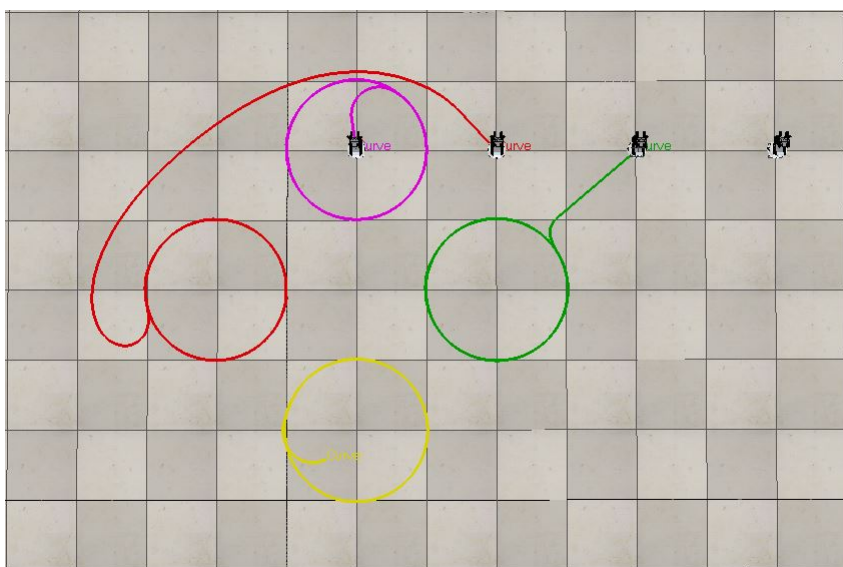


Figura 120: Trayectoria circular en V-REP.

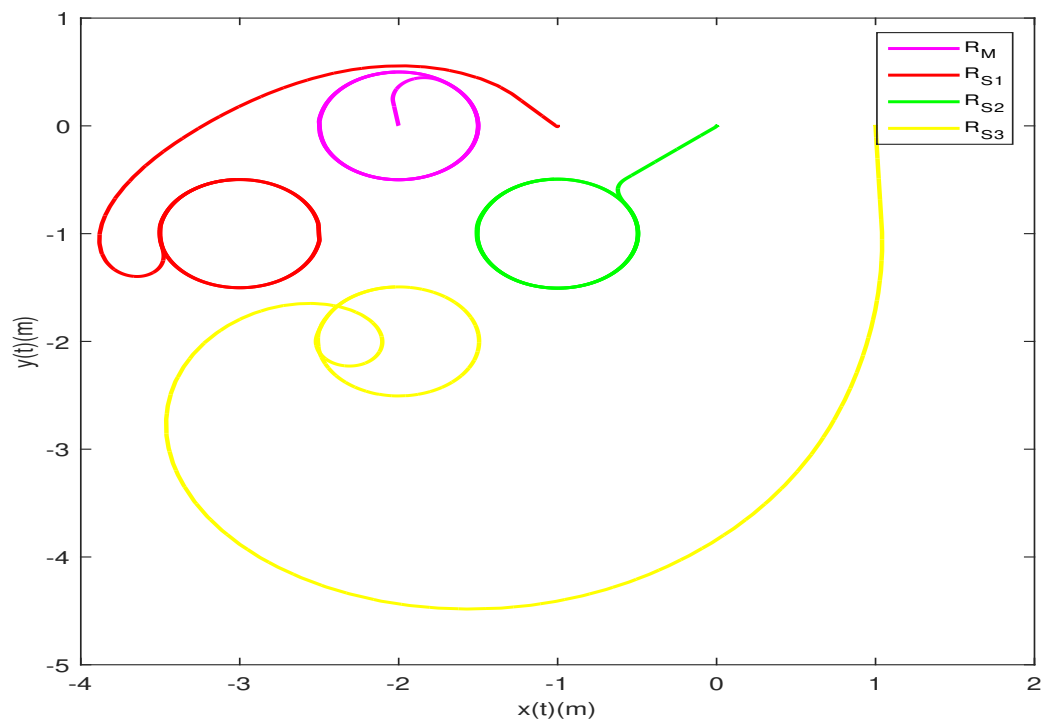


Figura 121: Trayectoria circular.

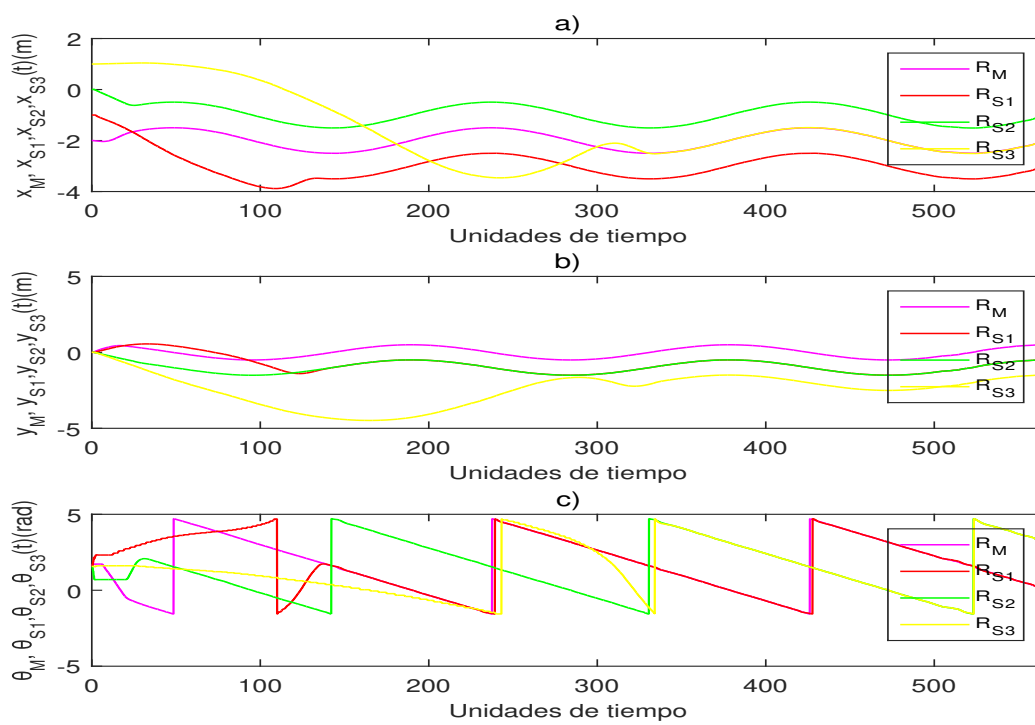


Figura 122: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

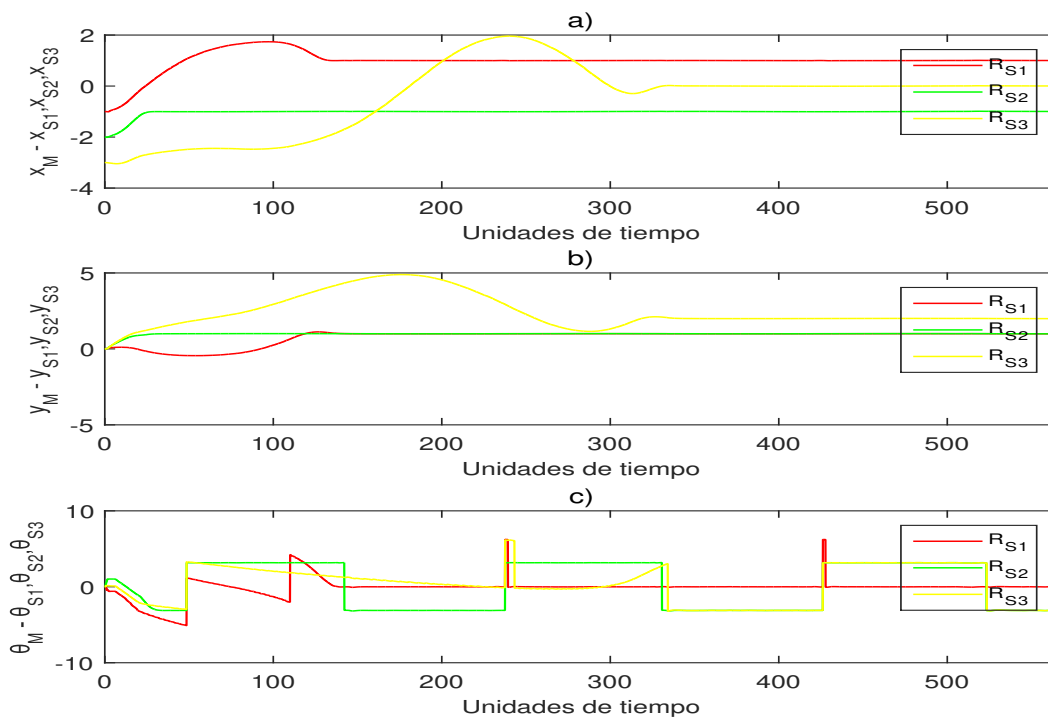


Figura 123: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

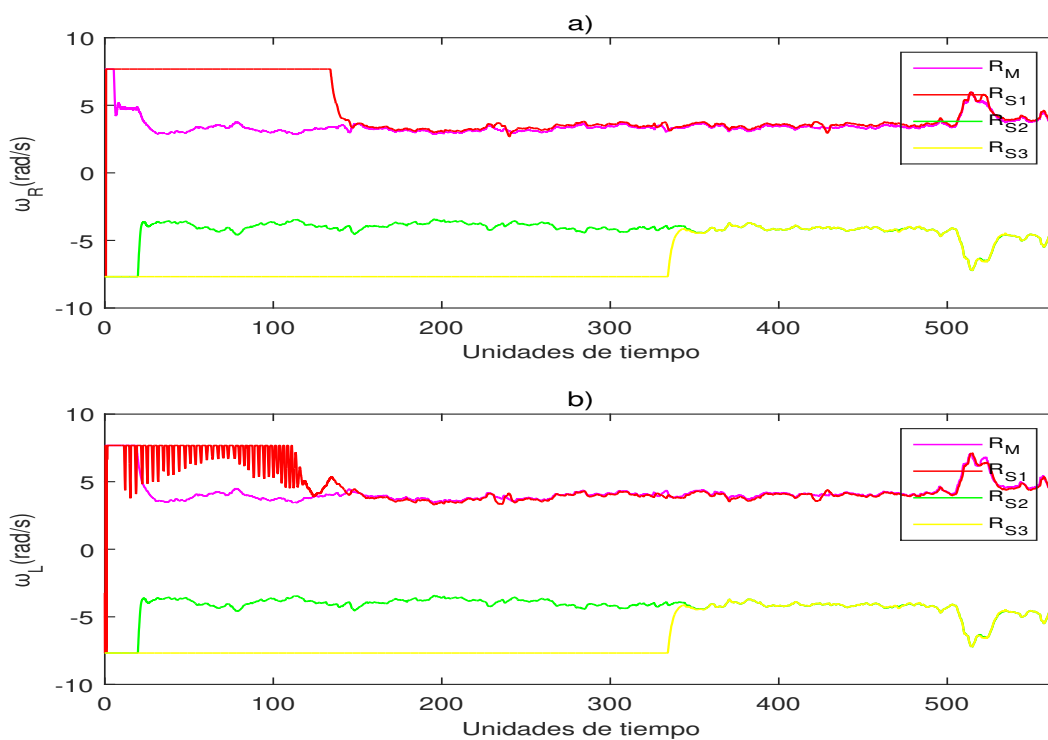


Figura 124: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.10.6 Trayectoria de forma infinito

La trayectoria con la forma de infinito es: $X_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{40})$ y $Y_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{20})$, para una formación en cuadrado y topología en árbol.

La figura 125 muestra la trayectoria de los robots móviles en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 126, muestra que los robots se desplazan para incorporarse a la formación y trayectoria deseada.

Dentro de la figura 127, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) se generan en aproximadamente en 300 unidades de tiempo por lo que los robots móviles completan la trayectoria.

El error mostrado en la figura 128, se observa que el robot móvil $E1$ es el de menor error al ser el primero en llegar a la formación, seguidos consecutivamente de los robots móviles $E4$ y $E3$ que se incorporan a la trayectoria en un tiempo muy cercano.

La figura 129, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.



Figura 125: Trayectoria de forma infinito en V-REP.

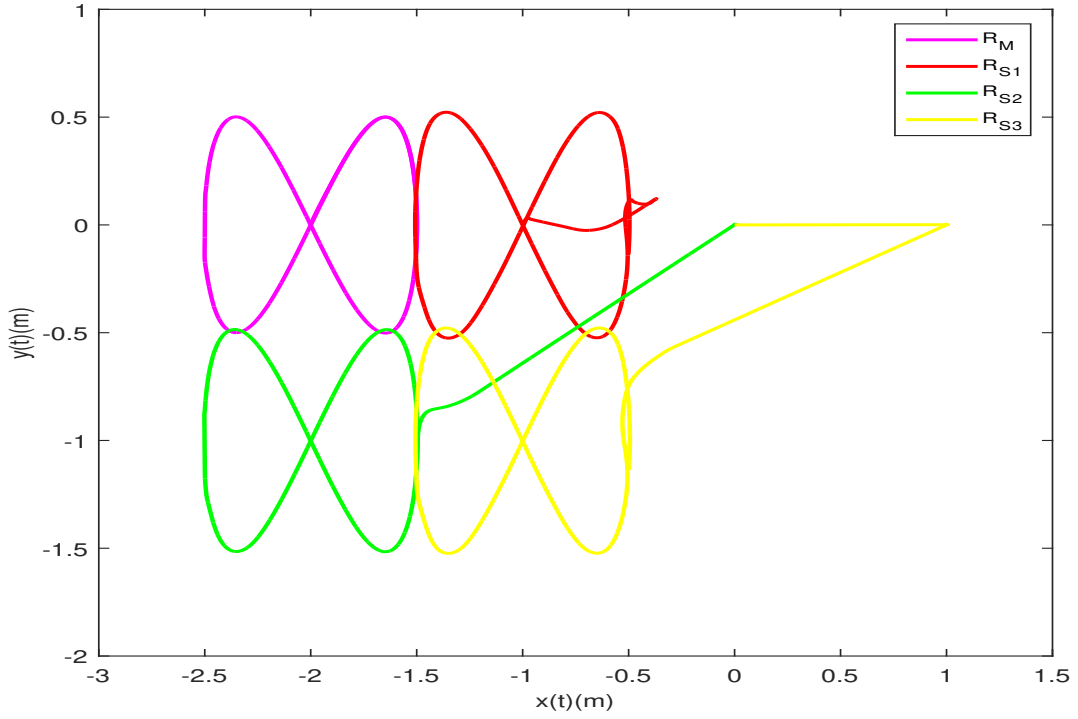


Figura 126: Trayectoria de forma infinito.

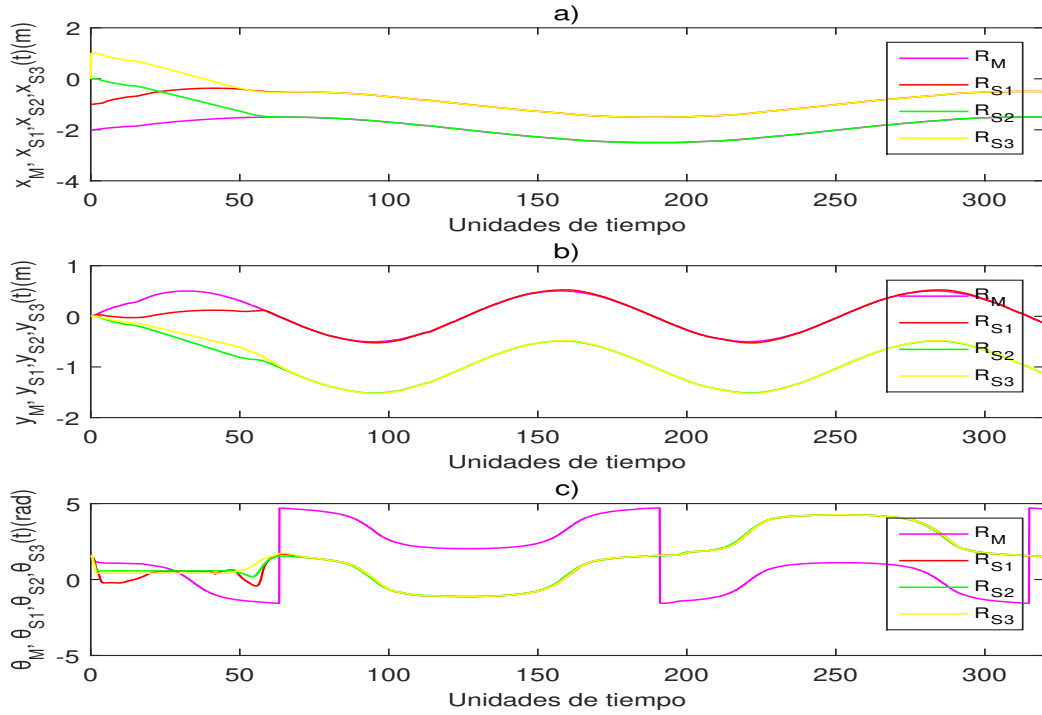


Figura 127: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

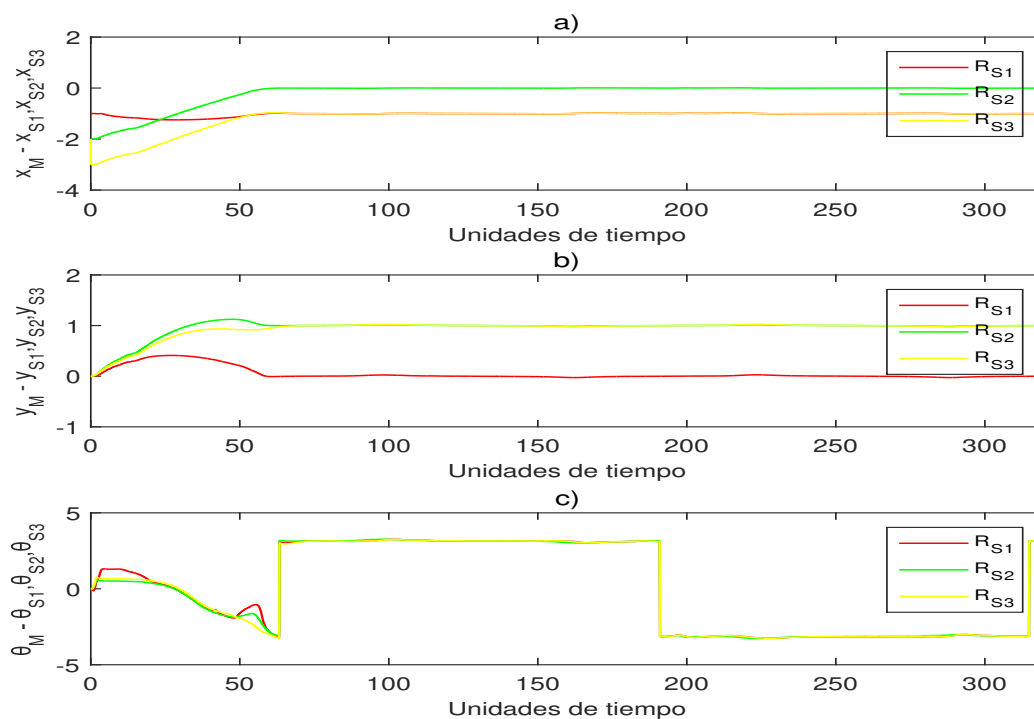


Figura 128: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

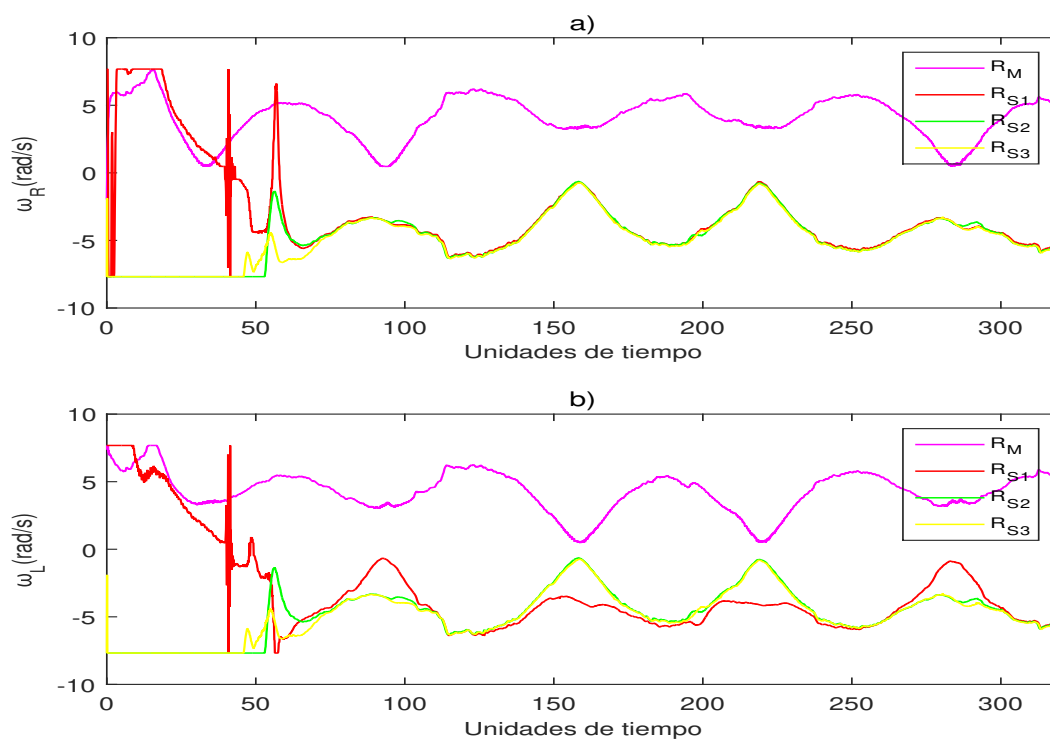


Figura 129: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.10.7 Trayectoria con la forma de rosa polar

La trayectoria con la forma de rosa polar es: $X_d(t) = 0.1 \cos(\frac{5*2*\pi}{200} + \frac{t}{3}) \cos(\frac{2*\pi}{200} + \frac{t}{3})$ y $Y_d(t) = 0.1 \cos(\frac{5*2*\pi}{200} + \frac{t}{3}) \sin(\frac{2*\pi}{200} + \frac{t}{3})$, para una formación en delta y topología en árbol.

La figura 130 muestra la trayectoria de los robots móviles en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 131, muestra que los robots se desplazan para incorporarse a la formación y trayectoria deseada.

Dentro de la figura 132, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) se generan en aproximadamente en 600 unidades de tiempo por lo que los robots móviles completan la trayectoria.

El error mostrado en la figura 133, se observa que el robot móvil $E2$ es el de menor error, seguido consecutivamente del robot móvil $E3$ y $E1$ que está mas próximo de la formación pero aun así le toma mas tiempo incorporarse a la trayectoria.

La figura 134, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

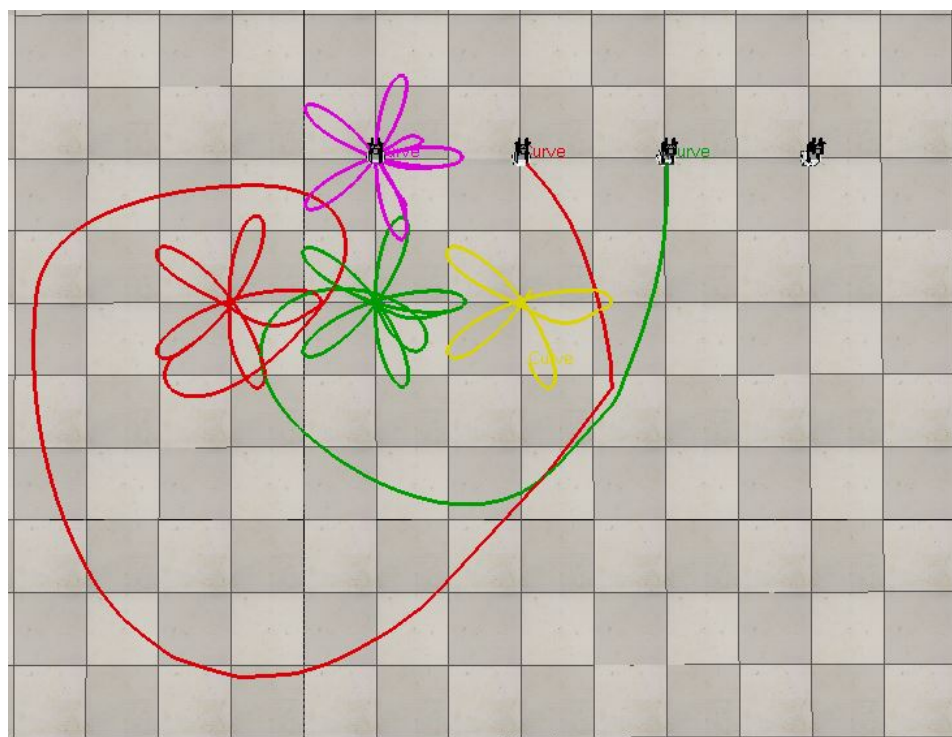


Figura 130: Trayectoria con la forma de rosa polar en V-REP.

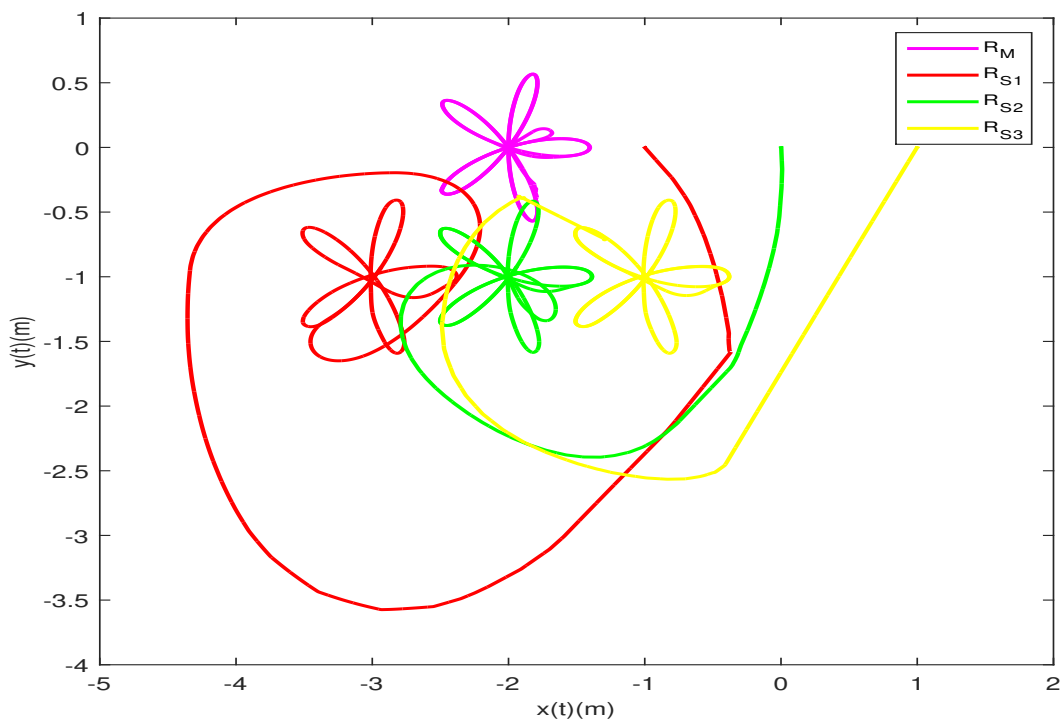


Figura 131: Trayectoria con la forma de rosa polar.

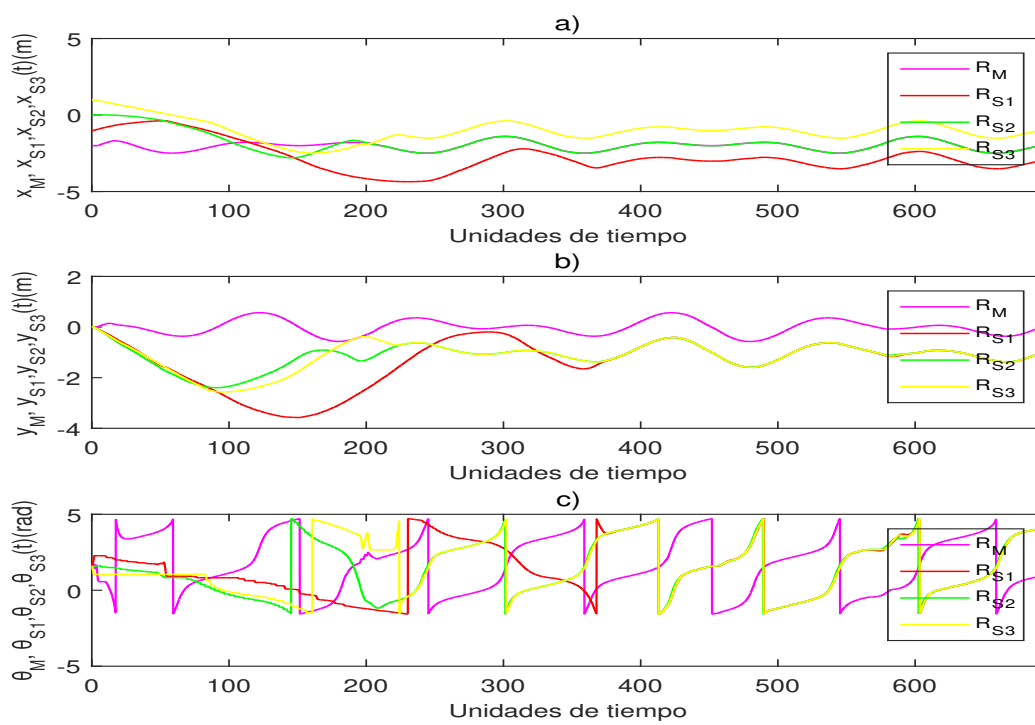


Figura 132: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

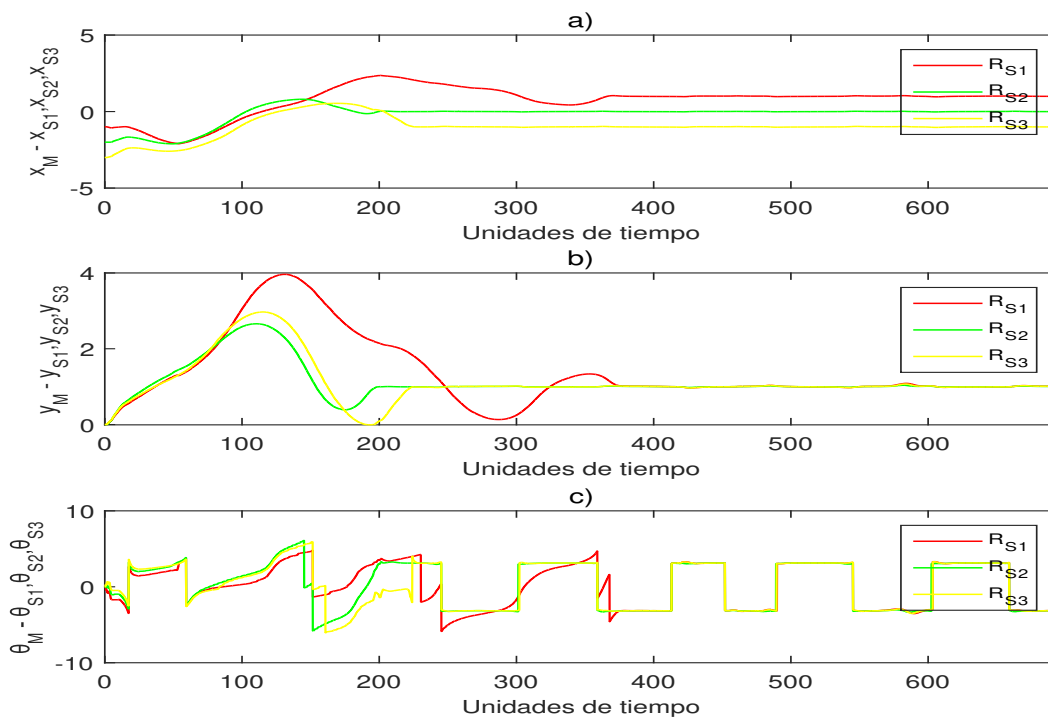


Figura 133: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

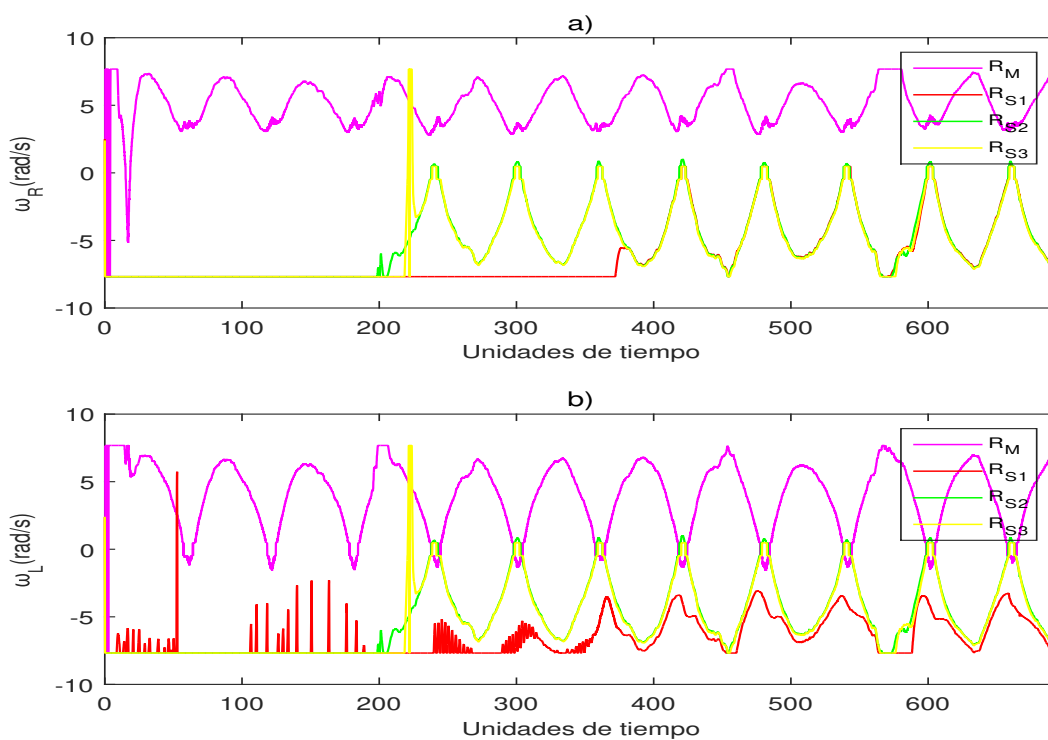


Figura 134: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.10.8 Trayectoria con la forma de espiral

La trayectoria con la forma de espiral es: $X_d(t) = .005 * \frac{t}{30} \cos(\frac{t}{30})$ y $Y_d(t) = .005 * \frac{t}{30} \sin(\frac{t}{30})$, para una formación en columna y topología en cadena.

La figura 135 muestra la trayectoria de los robots móviles en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 136, muestra que los robots se desplazan para incorporarse a la formación y trayectoria deseada.

Dentro de la figura 137, se observa el desplazamiento en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) se generan en aproximadamente en 520 unidades de tiempo por lo que los robots móviles completan la trayectoria.

El error mostrado en la figura 138, se observa que el robot móvil $E1$ es el de menor error al ser el primero en llegar a la formación, seguidos consecutivamente del robots móviles $E2$ y $E3$ que están mas distantes de la formación respecto a su posición inicial.

La figura 139, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

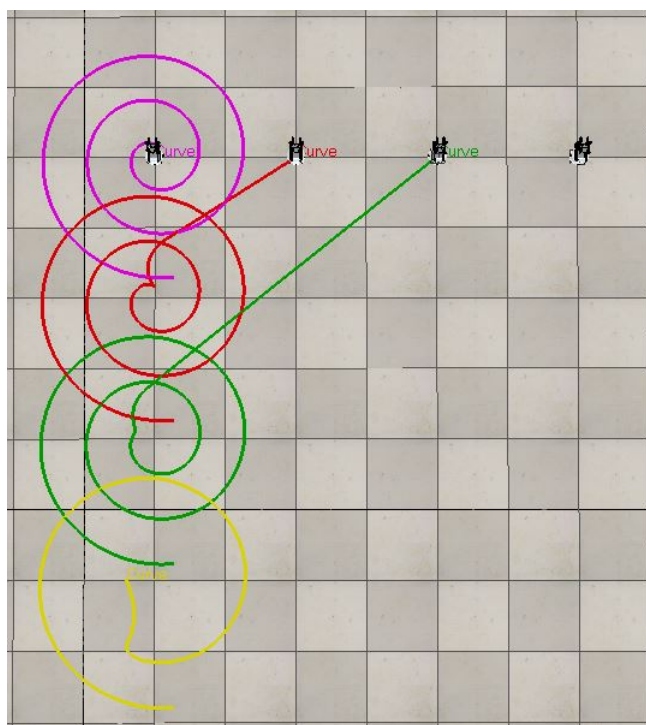


Figura 135: Trayectoria con la forma de espiral en V-REP.

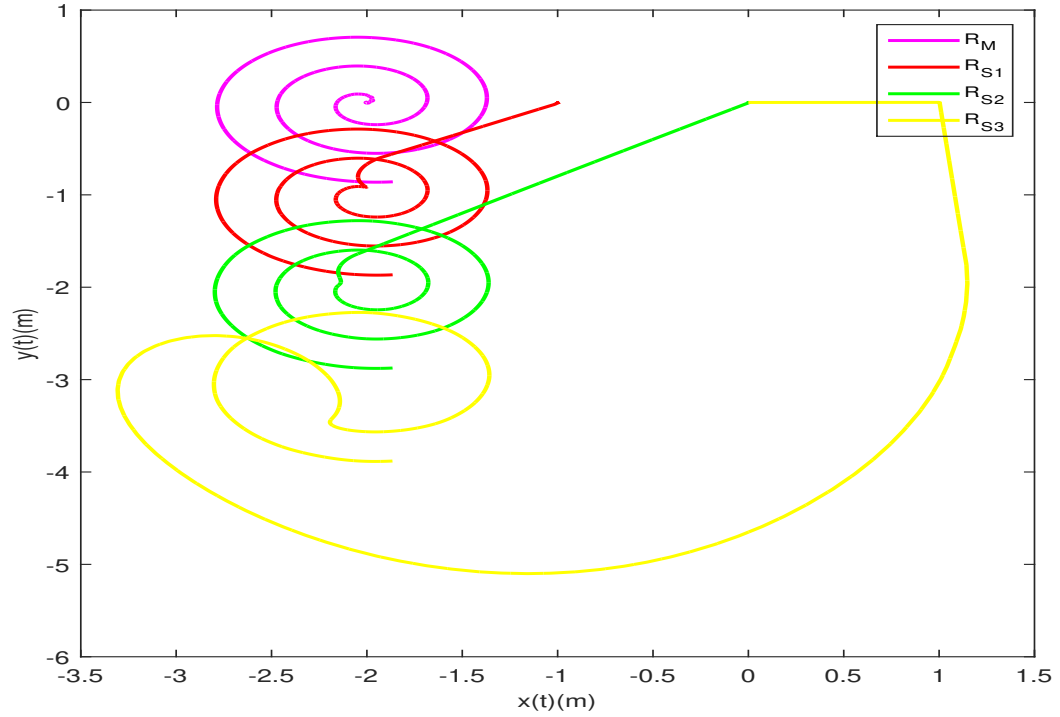


Figura 136: Trayectoria con la forma de espiral.

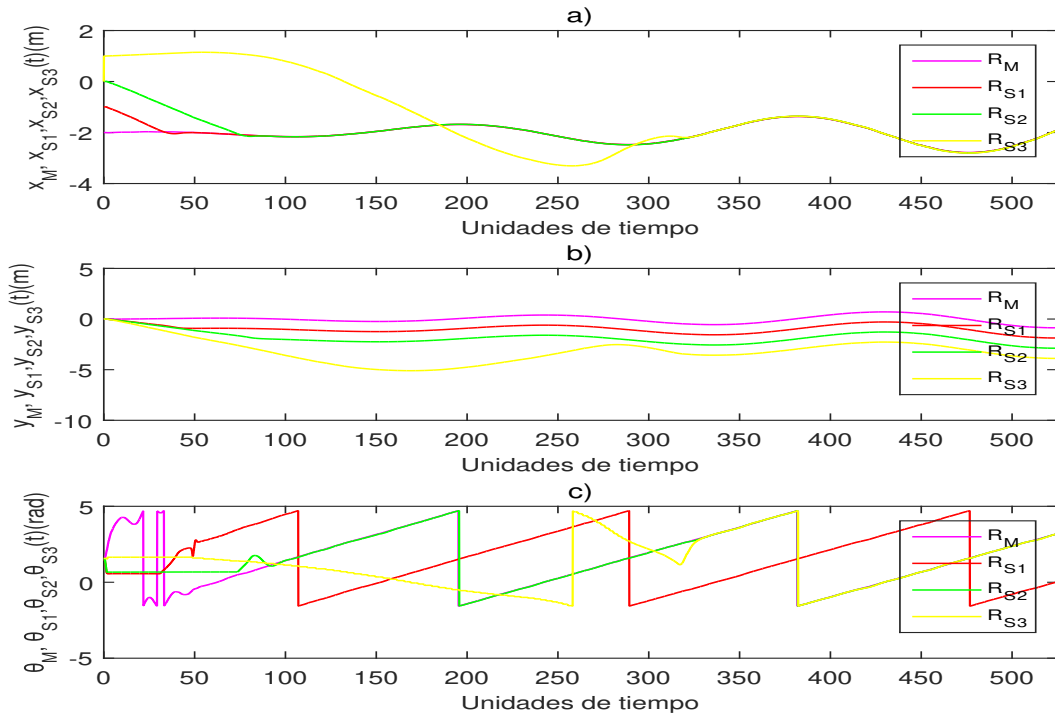


Figura 137: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

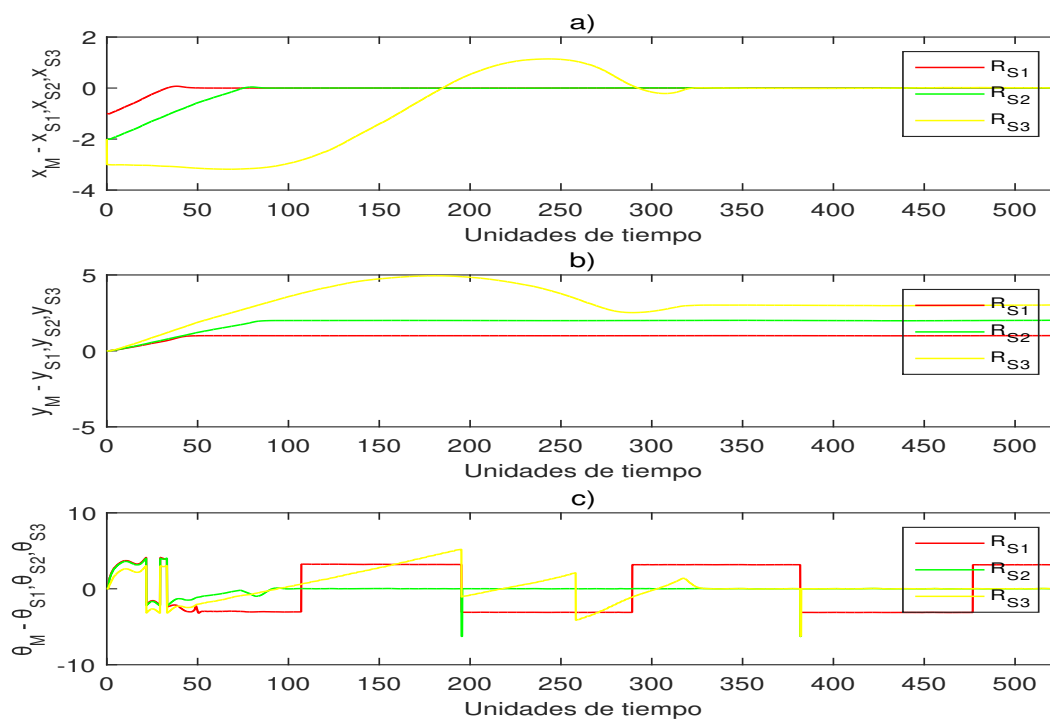


Figura 138: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

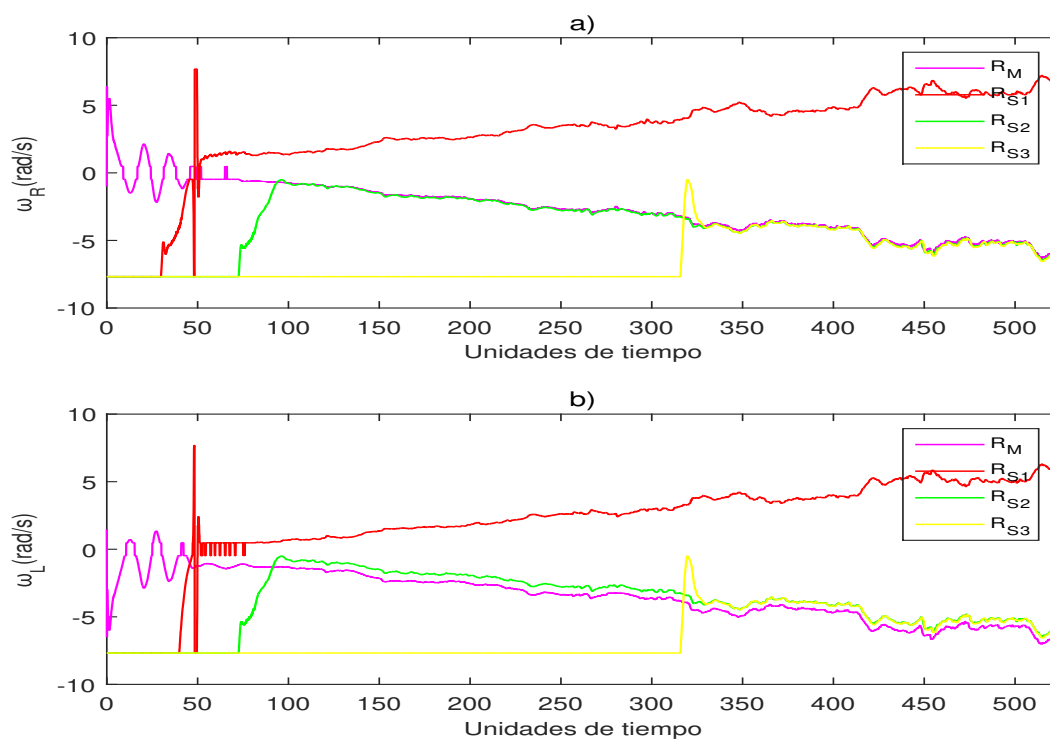


Figura 139: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.10.9 Trayectoria de barrido

La trayectoria con la forma de barrido es: $X_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{90})$ y $Y_d(t) = 0.5 \sin(\frac{t}{60})$, para una formación en L y topología en cadena.

La figura 140 muestra la trayectoria de los robots móviles en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 141, muestra que los robots se desplazan para incorporarse a la formación y trayectoria deseada.

Dentro de la figura 142, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) se generan en aproximadamente en 1800 unidades de tiempo por lo que los robots móviles completan la trayectoria.

El error mostrado en la figura 143, se observa que el robot móvil $E1$ es el de menor error al ser el primero en llegar a la formación, seguidos consecutivamente del robot móvil $E2$ y $E3$ que están mas distantes de la formación respecto a su posición inicial.

La figura 144, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

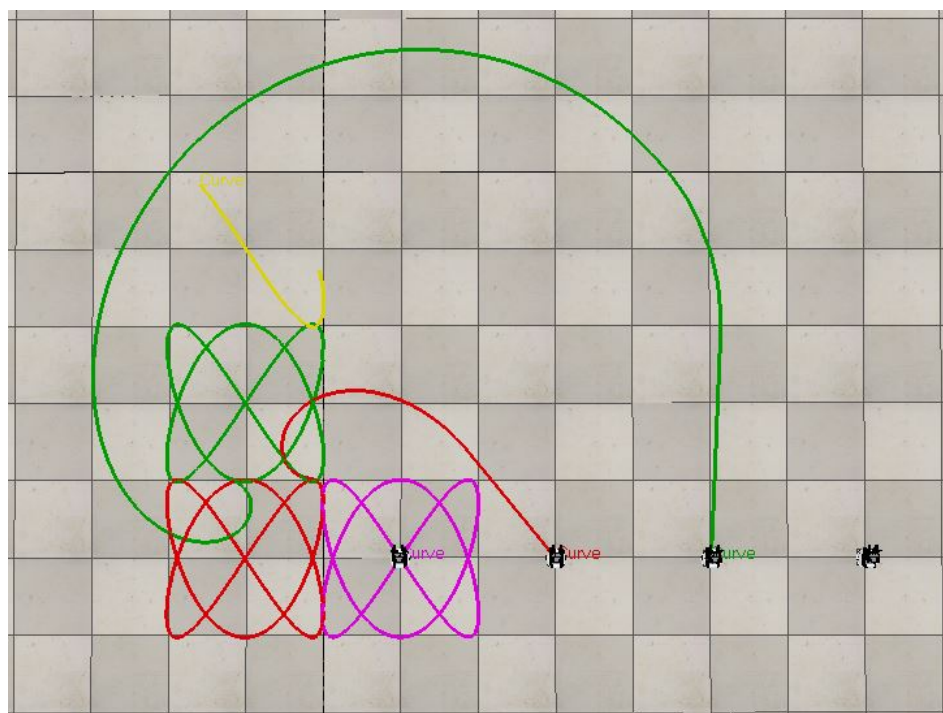


Figura 140: Trayectoria de barrido V-REP.

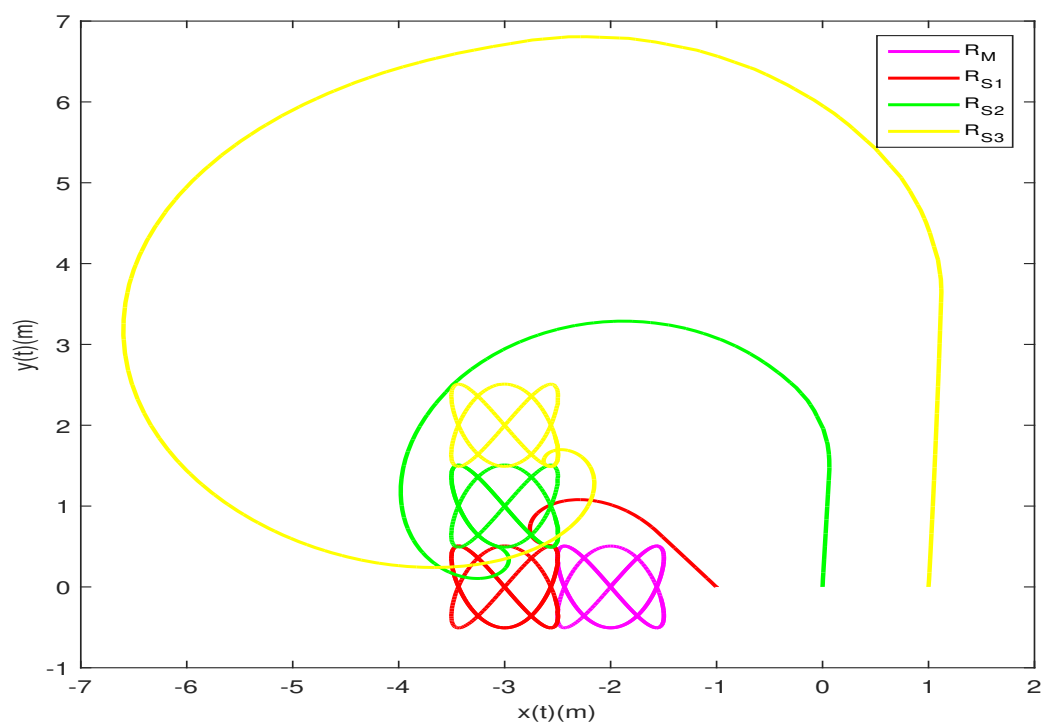


Figura 141: Trayectoria de barrido.

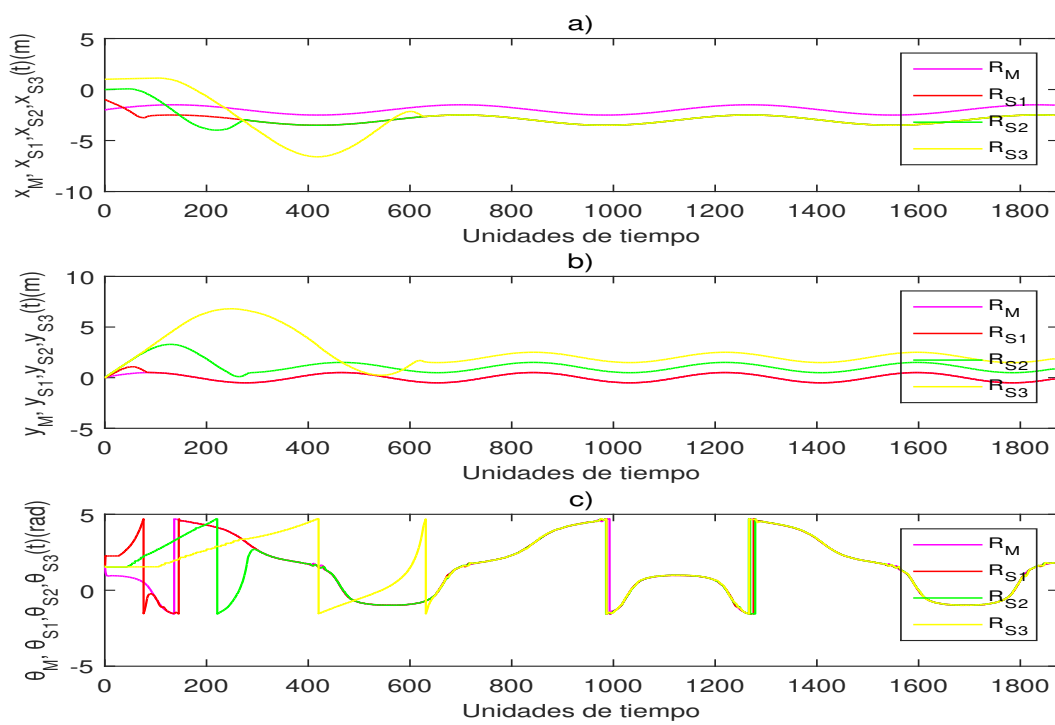


Figura 142: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

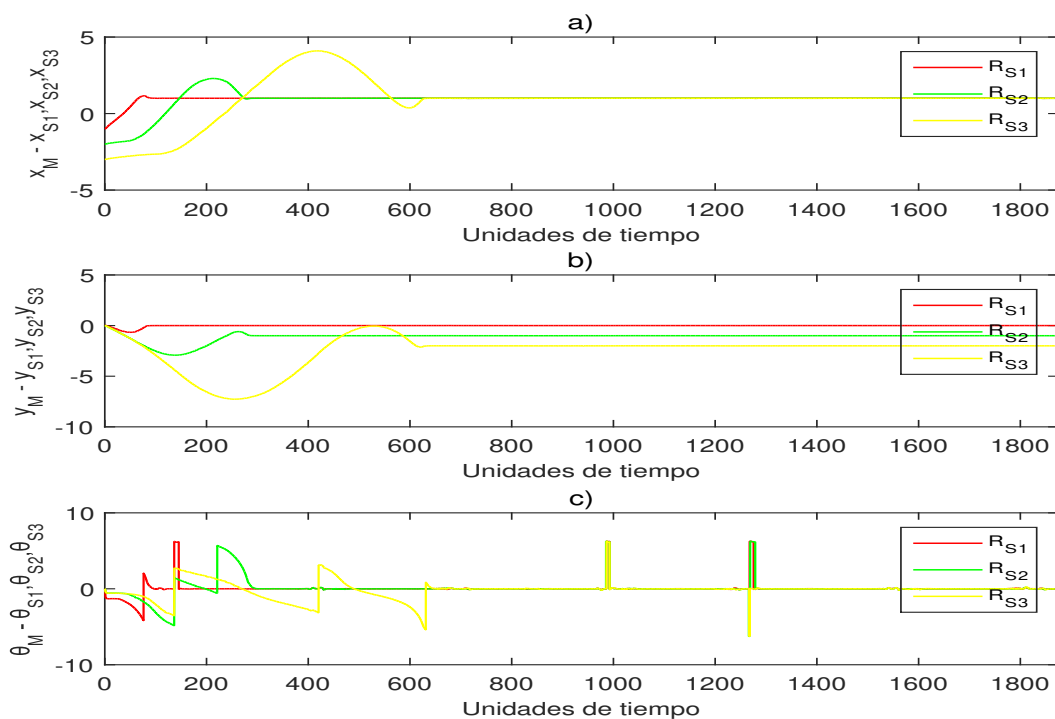


Figura 143: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

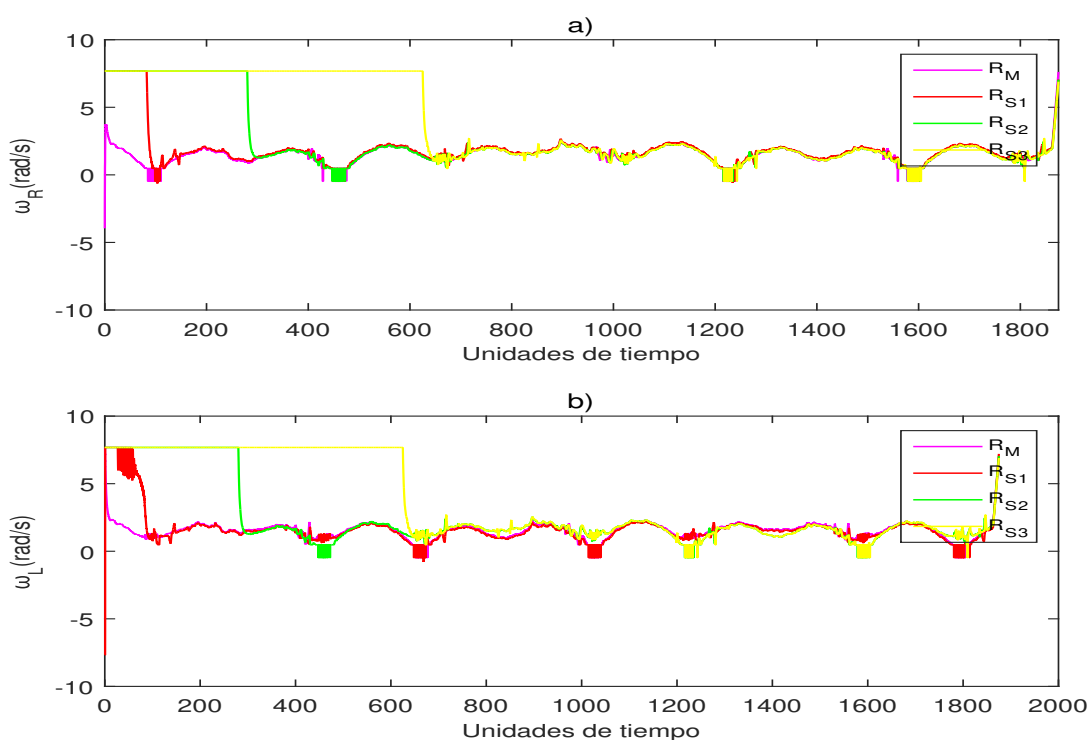


Figura 144: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.10.10 Trayectoria con la forma de pescado

La trayectoria con la forma de pescado es: $X_d(t) = \cos(\frac{t}{50}) - \frac{\sin(\frac{t}{50})^2}{\sqrt{2}}$ y $Y_d(t) = \cos(\frac{t}{50}) * \frac{1}{5} \sin(\frac{t}{50})$, para una formación en Y invertida y topología en árbol 2.

La figura 145 muestra la trayectoria de los robots móviles en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 146, muestra que los robots se desplazan para incorporarse a la formación y trayectoria deseada.

Dentro de la figura 147, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) se generan en aproximadamente en 1000 unidades de tiempo por lo que los robots móviles completan la trayectoria.

El error mostrado en la figura 148, se observa que el robot móvil $E1$ es el de menor error al ser el primero en llegar a la formación, seguidos consecutivamente del robot móvil $E3$ y $E2$ que está mas próximo de la formación pero aun así le toma mas tiempo incorporarse a la trayectoria.

La figura 149, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

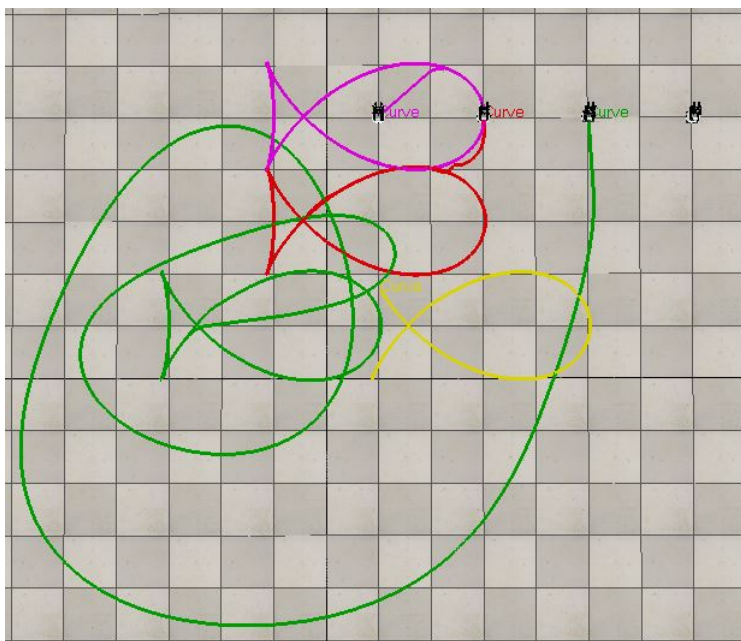


Figura 145: Trayectoria con la forma de pescado en V-REP.

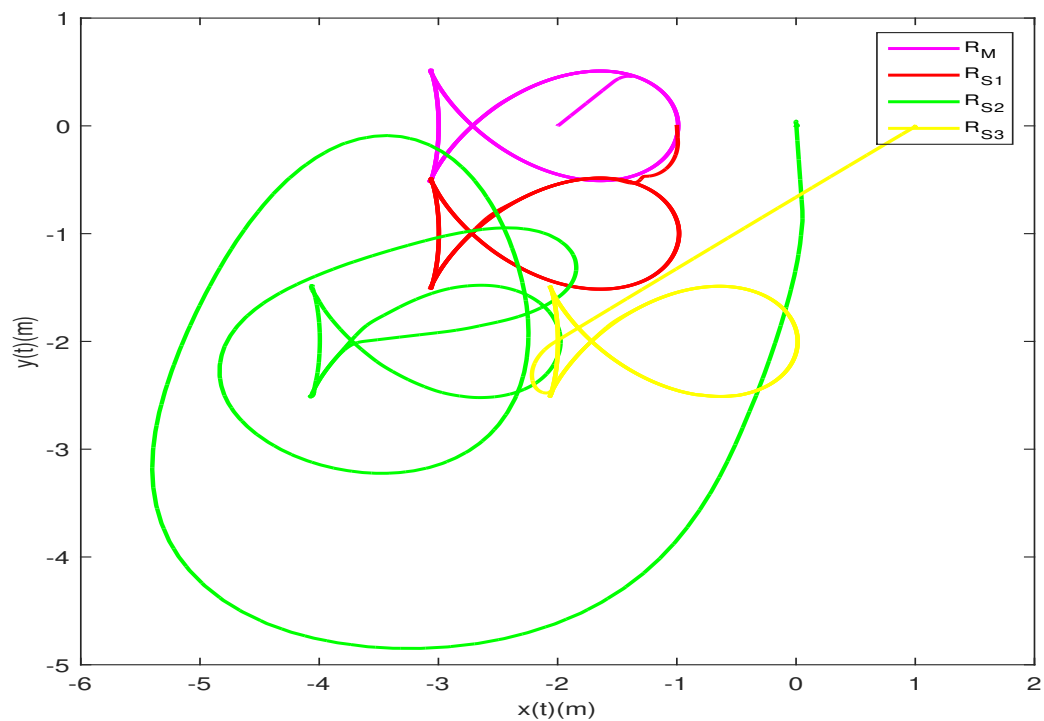


Figura 146: Trayectoria con la forma de pescado.

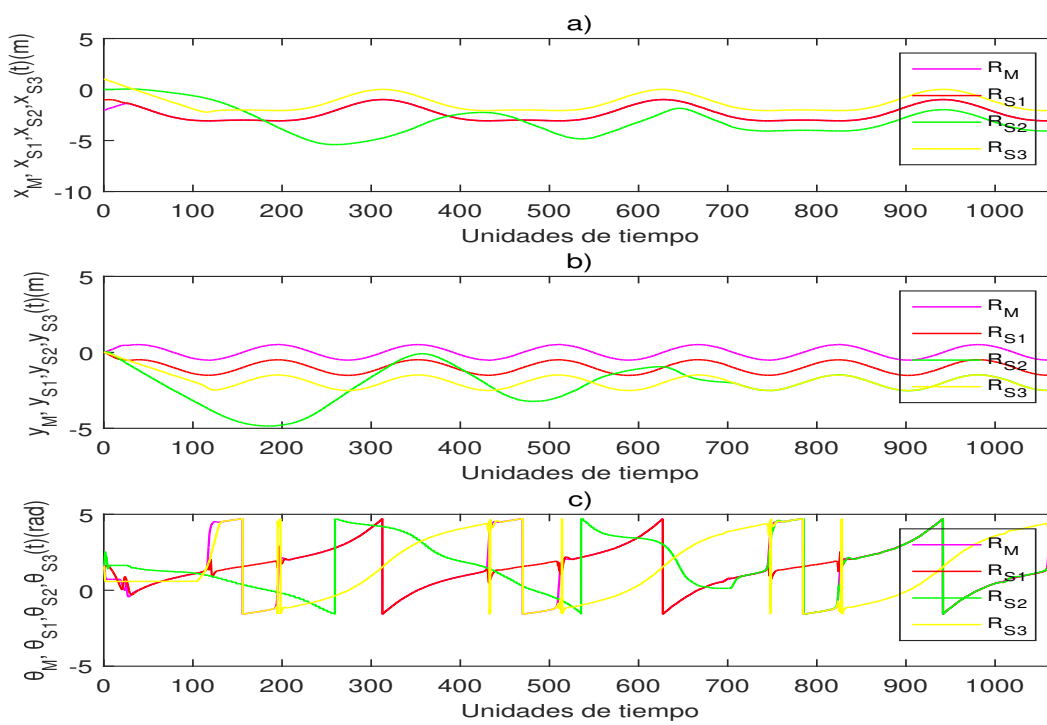


Figura 147: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

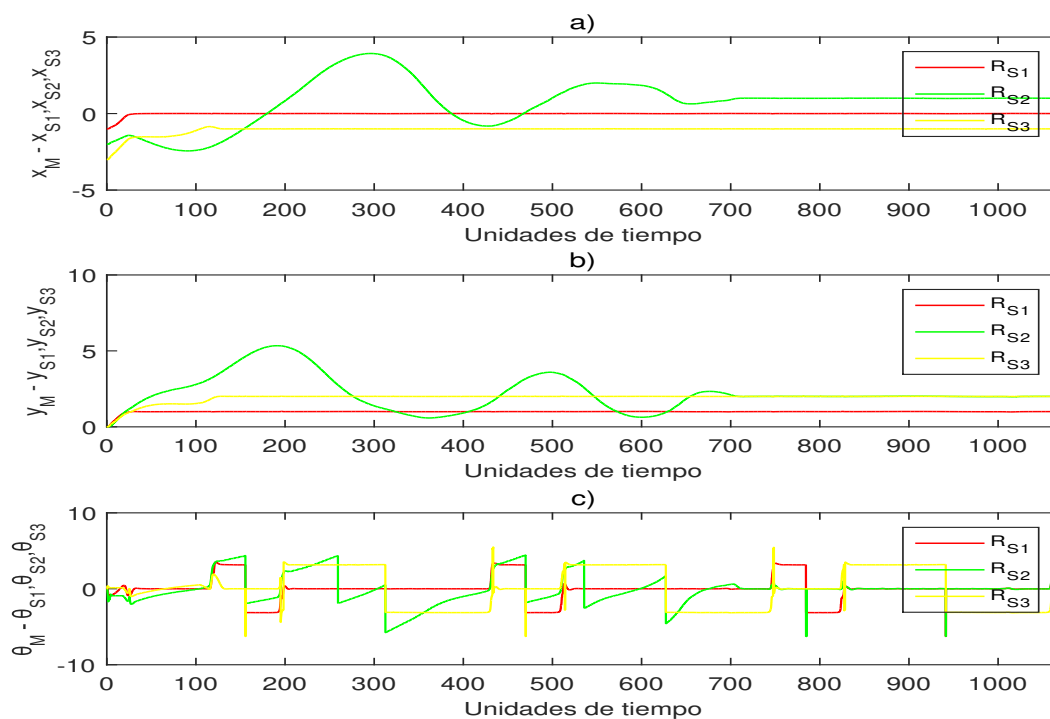


Figura 148: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

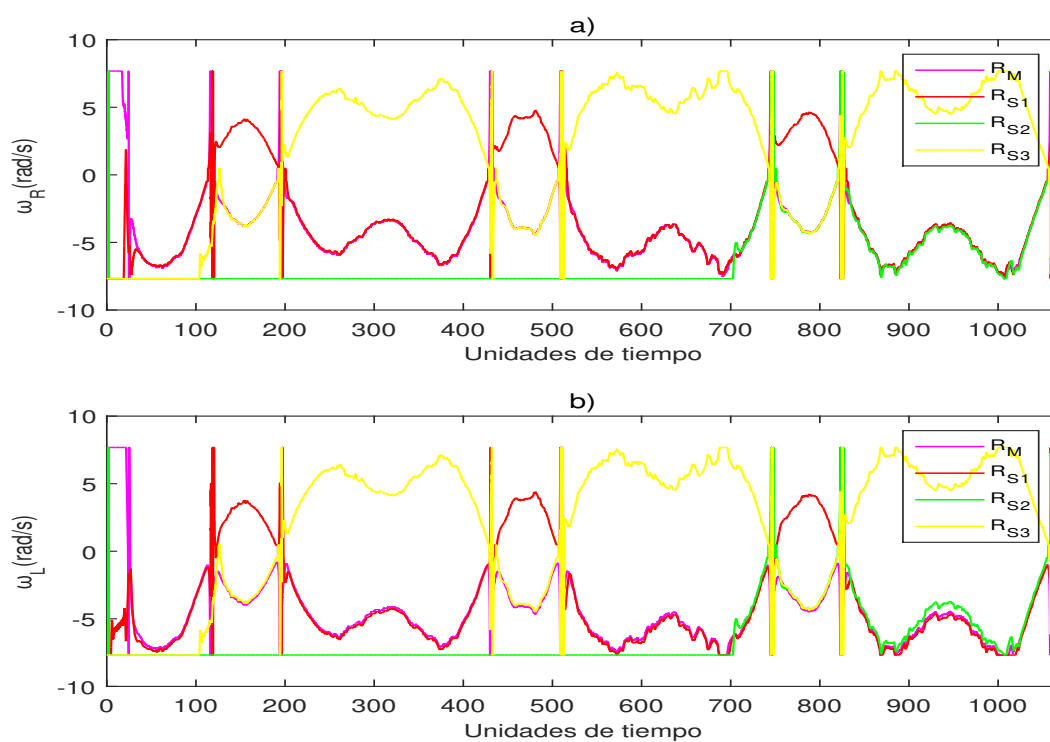


Figura 149: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.10.11 Trayectoria con la forma de corazón

La trayectoria con la forma de corazón es: $X_d(t) = \frac{2}{5}\sin(t) - \frac{2}{15}\sin(3t)$ y $Y_d(t) = \frac{13}{20}\cos(t) - \frac{1}{4}\cos(2t) - \frac{1}{10}\cos(3t) - \frac{1}{20}\cos(4t)$, para una formación en triangulo y topología en árbol 2.

La figura 150 muestra la trayectoria de los robots móviles en el ambiente de desarrollo de V-REP.

La figura 151, muestra que los robots se desplazan para incorporarse a la formación y trayectoria deseada.

Dentro de la figura 152, se observa el desplazamiento realizado por el robot en cada eje coordenado (x,y) y su ángulo θ . Las gráficas a) y b) se generan en aproximadamente en 550 unidades de tiempo por lo que los robots móviles completan la trayectoria.

El error mostrado en la figura 153, se observa que los robots móviles $E1$ y $E2$ se incorporan a la trayectoria en un tiempo muy cercano, seguidos consecutivamente del robot móvil $E3$.

La figura 154, muestra las velocidades angulares a lo largo del tiempo.

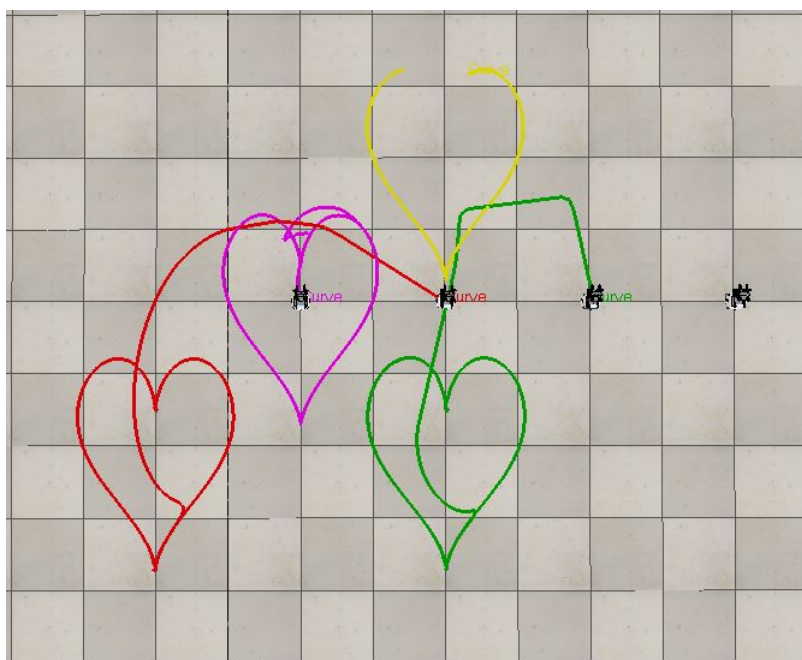


Figura 150: Trayectoria con la forma de corazón en V-REP.

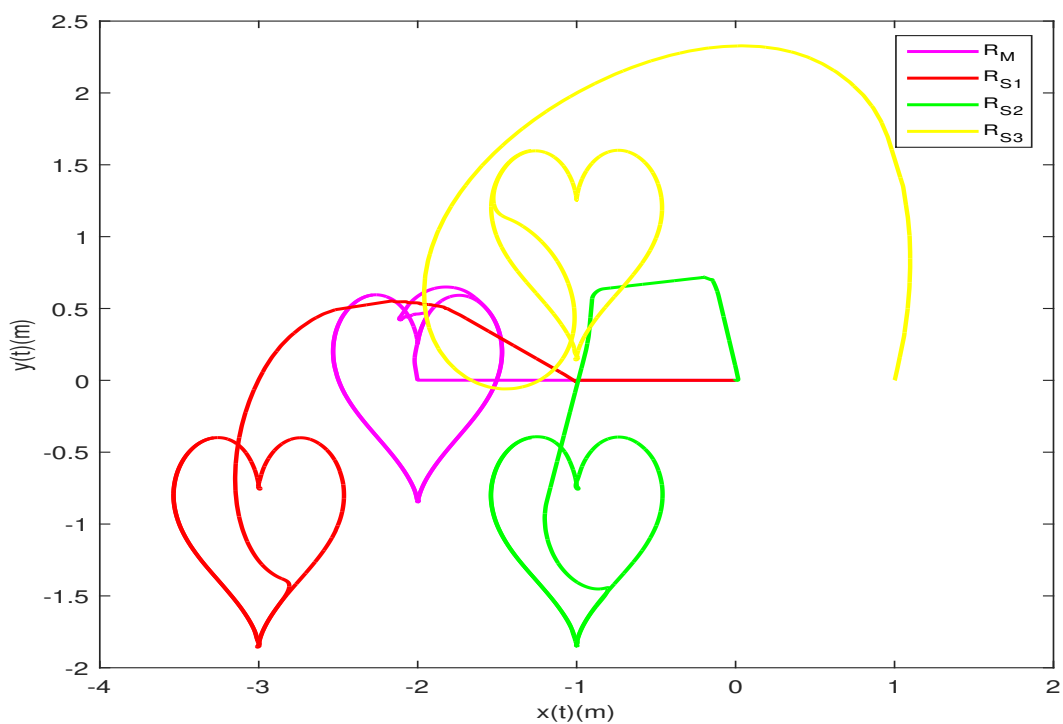


Figura 151: Trayectoria con la forma de corazón.

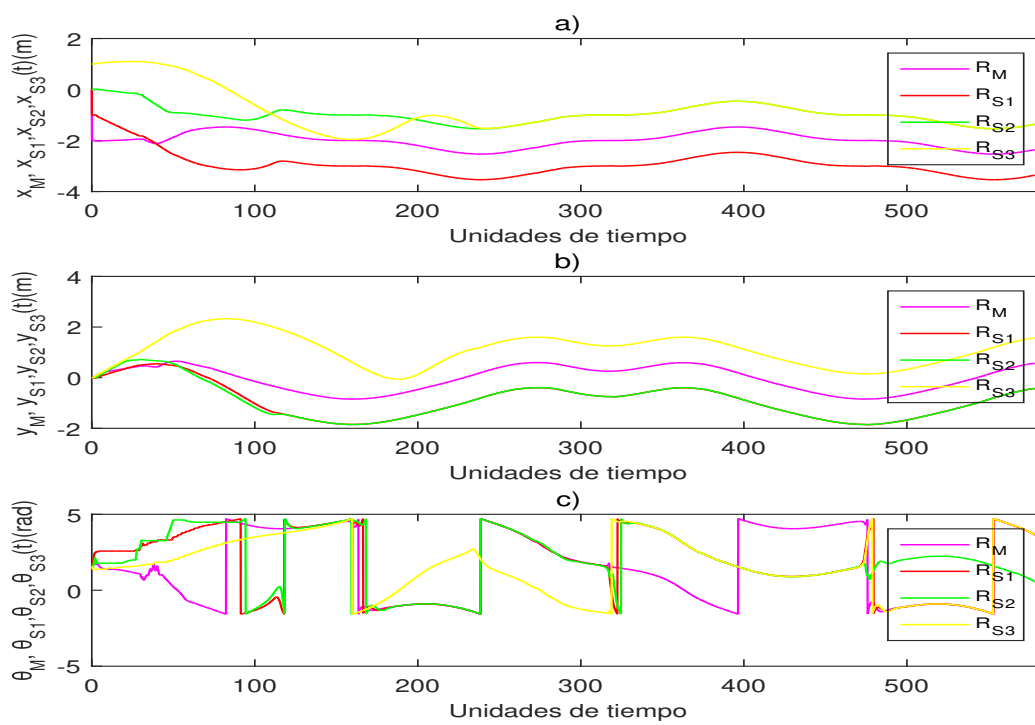


Figura 152: Dinámica del robot en: a) x , b) y y c) θ .

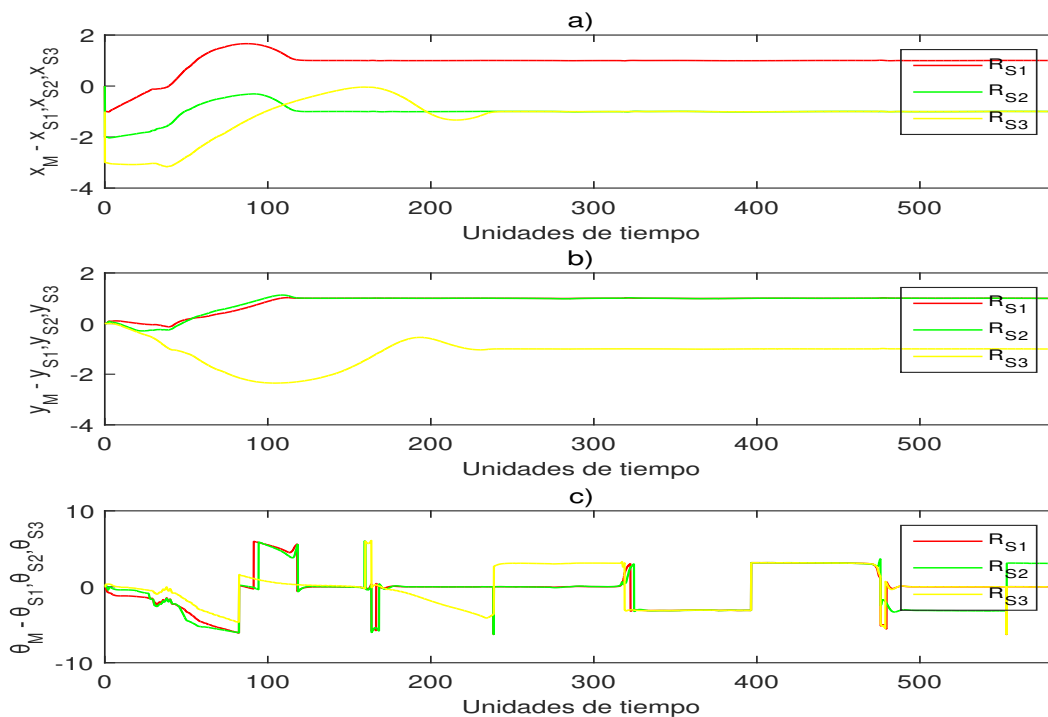


Figura 153: Dinámica del error entre el robot maestro y la realizada por el robot esclavo para: a) x , b) y y c) θ .

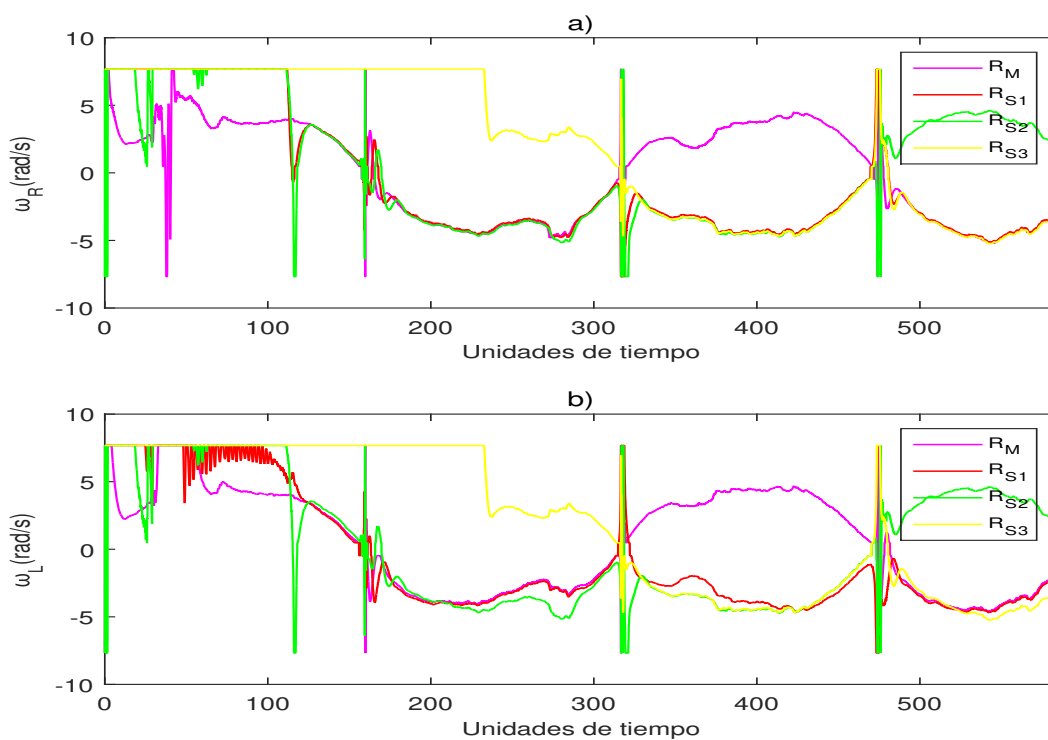


Figura 154: Dinámica de las velocidades angulares para las ruedas del robot: a) Derecha y b) Izquierda.

6.10.12 Comparación de trayectorias

De las anteriores trayectorias con cuatro robots móviles de tracción diferencial se realizaron todas las simulaciones de las combinaciones posibles de topología-formación-trayectoria, las cuales son concentradas en las siguientes tablas 1-8 donde se analiza el tiempo que llevo a los robots móviles sincronizarse, considerando a los robots móviles sincronizarse cuando el error de los robots en la trayectoria es menor a 0.0001.

Analizando las siguientes tablas se llega a la conclusion de cuales son las ventajas y desventajas sobre las distintas combinaciones utilizadas en los robots móviles. El valor de Kp y Kd seleccionado en para las simulaciones es 3 y la formación inicial es en renglón.

Los resultados obtenidos varían dependiendo del poder de procesamiento de la computadora en la que se realizan las simulaciones, esto se observa considerablemente al aumentar el numero de robots móviles operando simultáneamente.

Formación \ Topología	Estrella	Árbol	Cadena	Árbol 2
Renglón	17.4000	12.3000	63.9000	127.8000
Rombo	24.6000	45.0000	317.7000	33.3000
Cuadrado	256.8000	11.4000	163.2000	107.7000
Delta	57.0000	9.3000	138.6000	34.5000
Columna	76.2000	31.8000	187.8000	183.3000
L	124.2000	108.0000	27.3000	199.5000
Y invertida	595.8000	36.3000	116.1000	30.0000
Triangulo	520.5000	51.0000	293.1000	652.8000

Tabla 1: Punto deseado.

Formación \ Topología	Estrella	Árbol	Cadena	Árbol 2
Renglón	245.7000	120.6000	122.7000	90.6000
Rombo	55.5000	170.1000	249.6000	104.1000
Cuadrado	66.9000	87.9000	252.6000	114.9000
Delta	554.7000	370.5000	51.0000	108.6000
Columna	93.9000	93.3000	90.0000	74.7000
L	274.8000	169.2000	62.4000	153.9000
Y invertida	177.3000	75.9000	70.5000	542.4000
Triangulo	121.2000	159.6000	345.3000	204.9000

Tabla 2: Trayectoria circular.

Formación \ Topología	Estrella	Árbol	Cadena	Árbol 2
Renglón	199.8000	58.5000	245.7000	61.5000
Rombo	181.8000	121.5000	81.6000	149.1000
Cuadrado	183.6000	87.9000	178.8000	185.7000
Delta	171.6000	140.7000	112.2000	116.1000
Columna	179.1000	127.2000	119.4000	92.7000
L	108.9000	91.5000	516.6000	258.3000
Y invertida	177.6000	239.1000	87.9000	139.8000
Triangulo	148.8000	113.4000	111.0000	138.9000

Tabla 3: Trayectoria de forma infinito.

Formación \ Topología	Estrella	Árbol	Cadena	Árbol 2
Renglón	50.4000	144.3000	63.9000	98.7000
Rombo	139.8000	55.2000	264.9000	387.0000
Cuadrado	109.2000	126.6000	105.9000	105.3000
Delta	144.0000	269.7000	201.6000	206.4000
Columna	196.5000	55.2000	156.3000	197.7000
L	120.6000	396.6000	93.0000	407.4000
Y invertida	159.9000	207.3000	597.3000	383.7000
Triangulo	254.1000	232.2000	79.8000	104.7000

Tabla 4: Trayectoria con la forma de rosa polar.

Formación \ Topología	Estrella	Árbol	Cadena	Árbol 2
Renglón	19.2000	188.7000	45.6000	40.2000
Rombo	78.9000	99.0000	146.4000	267.9000
Cuadrado	149.1000	66.6000	123.0000	85.8000
Delta	98.4000	65.1000	151.5000	152.7000
Columna	147.9000	132.9000	487.8000	148.8000
L	246.6000	124.2000	354.3000	286.8000
Y invertida	185.1000	127.2000	289.5000	306.9000
Triangulo	65.4000	131.1000	125.4000	126.0000

Tabla 5: Trayectoria con la forma de espiral.

Formación \ Topología	Estrella	Árbol	Cadena	Árbol 2
Renglón	188.4000	360.6000	58.8000	336.3000
Rombo	262.5000	212.1000	195.0000	210.9000
Cuadrado	216.3000	157.2000	151.2000	446.4000
Delta	90.6000	130.8000	397.5000	202.5000
Columna	212.4000	215.4000	251.7000	150.0000
L	131.1000	128.4000	389.4000	226.5000
Y invertida	135.9000	116.4000	196.2000	135.3000
Triangulo	117.3000	121.5000	124.5000	140.1000

Tabla 6: Trayectoria de barrido.

Formación \ Topología	Estrella	Árbol	Cadena	Árbol 2
Renglón	33.6000	56.7000	34.8000	156.6000
Rombo	279.6000	226.8000	118.5000	105.6000
Cuadrado	255.9000	201.6000	249.0000	347.4000
Delta	177.9000	444.3000	139.2000	132.0000
Columna	163.5000	272.1000	138.0000	321.3000
L	239.7000	421.5000	159.9000	172.2000
Y invertida	142.2000	99.3000	533.1000	145.5000
Triangulo	223.5000	51.9000	131.7000	228.0000

Tabla 7: Trayectoria con la forma de pescado.

Formación \ Topología	Estrella	Árbol	Cadena	Árbol 2
Renglón	589.2000	267.3000	81.0000	177.9000
Rombo	643.2000	288.6000	210.0000	201.9000
Cuadrado	119.4000	465.6000	270.0000	194.1000
Delta	597.9000	143.4000	188.4000	147.6000
Columna	345.0000	456.0000	378.3000	298.8000
L	313.8000	438.900	173.7000	102.0000
Y invertida	682.2000	306.6000	133.8000	109.8000
Triangulo	237.3000	234.0000	105.9000	116.1000

Tabla 8: Trayectoria con la forma de corazón.

Como se puede verificar en la tabla 1, la mejor combinación al tratar de alcanzar un punto deseado, es la topología en árbol para una formación en delta, al alcanzar la sincronización del ultimo robot en un tiempo de 9.3000. La ultima formación en sincronizarse es en forma de triangulo con la topología de árbol 2 con un tiempo de 652.8000.

En la tabla 2, la mejor combinación al tratar de alcanzar la trayectoria circular, es la topología en cadena para una formación en delta, al alcanzar la sincronización del ultimo robot en un tiempo de 51.0000. La ultima formación en sincronizarse es en forma de delta con la topología de cadena con un tiempo de 554.7000

En la tabla 3, la mejor combinación al tratar de alcanzar la trayectoria de forma infinito, es la topología en árbol para una formación en renglón, al alcanzar la sincronización del ultimo robot en un tiempo de 58.5000. La ultima formación en sincronizarse es en forma de L con la topología de cadena con un tiempo de 516.6000.

En la tabla 4, la mejor combinación al tratar de alcanzar la trayectoria con la forma de rosa polar, es la topología en estrella para una formación en renglón, al alcanzar la sincronización del ultimo robot en un tiempo de 50.4000. La ultima formación en sincronizarse es en forma de Y invertida con la topología de cadena con un tiempo de 597.3000.

En la tabla 5, la mejor combinación al tratar de alcanzar la trayectoria con la forma de espiral, es la topología en estrella para una formación en renglón, al alcanzar la sincronización del ultimo robot en un tiempo de 19.2000. La ultima formación en sincronizarse es en forma de columna con la topología de cadena con un tiempo de 487.8000.

En la tabla 6, la mejor combinación al tratar de alcanzar la trayectoria de barrido, es la topología en cadena para una formación en renglón, al alcanzar la sincronización del ultimo robot en un tiempo de 58.8000. La ultima formación en sincronizarse es en forma de cuadrado con la topología de árbol 2 con un tiempo de 446.4000.

En la tabla 7, la mejor combinación al tratar de alcanzar la trayectoria con la forma de pescado, es la topología en estrella para una formación en renglón, al alcanzar la sincronización del ultimo robot en un tiempo de 33.6000. La ultima formación en sincronizarse es en forma de Y invertida con la topología de cadena con un tiempo de 533.1000.

En la tabla 8, la mejor combinación al tratar de alcanzar la trayectoria con la forma de corazón, es la topología en cadena para una formación en renglón, al alcanzar la sincronización del ultimo robot en un tiempo de 81.0000. La ultima formación en sincronizarse es en forma de Y invertida con la topología de estrella con un tiempo de 682.2000.

6.10.13 Conclusiones del capítulo

Se ha demostrado que se puede lograr todas las trayectorias deseadas en cualquier formación y topología. Se realizaron todas las simulaciones utilizando la mismas $Kd = Kp = 3$ con la finalidad de que los robot Khepera III cumplieran de manera correcta la tarea y objetivo principal de este trabajo de tesis: Formación de múltiples robots móviles utilizando diferente configuración topológica.

Se encontró que en algunas trayectorias, estos valores de ganancias provocan una cierta oscilación al momento de iniciar el seguimiento de una trayectoria (etapa transitoria), el cual disminuye en poco tiempo y se obtiene un correcto seguimiento de trayectoria, con un error mínimo. Se analizaron los resultados obtenidos en las simulaciones obtenidas destacando aquellas en las que el tiempo de sincronización es menor y mayor en cada trayectoria.

Capítulo 7

Conclusiones

En este capítulo final de la presente tesis, se exponen las conclusiones más importantes sobre los resultados obtenidos en el desarrollo de este trabajo. También se menciona la manera en que éste puede ser mejorado y el trabajo que se pretende realizar a futuro.

De los resultados obtenidos en la parte de simulación, se llega a las siguientes conclusiones finales:

Los robots móviles se sincronizan satisfactoriamente en las trayectorias propuestas en las diferentes combinaciones de formación y topología, las formaciones de los robots móviles presentan algunas de las diferentes formas en las que se pueden organizar los robots para desempeñar tareas y las diferentes topologías muestran el movimiento sucesivo de los robots móviles al recibir las instrucciones de un robot maestro en la topología de estrella a los robots esclavos y a partir de un robot maestro de un robot esclavo a otro en las demás topologías.

Las ganancias de la ley de control Kp y Kd , y las frecuencias utilizadas para generar la trayectoria deseada, afectan al tiempo de sincronización y por ende al de formación de los robots móviles, es decir, al modificar una de ellas se deben cambiar las otras para un correcto seguimiento de la trayectoria, modificar estos valores influyen directamente en el desempeño de los robots móviles, se puede reducir el error en las trayectorias seleccionando valores específicos de Kp y Kd para cada trayectoria con su formación y topología correspondiente, con optimización del código ejecutado en las simulaciones e incluso utilizar otras técnicas de control.

Durante las diferentes simulaciones realizadas se presentaron choques entre los robots. Estos comportamientos no deseados no impiden el seguimiento de la trayectoria pero si provocan que el error y el tiempo de sincronización sea mayor. Esto se corrige utilizando una formación inicial que previene la colisión de los robots o la implementación de un controlador anti-colisiones. Es importante tener en cuenta la aplicación que se tienen en mente para el robot móvil, para poder elegir correctamente la frecuencia y ganancias ideales. O bien, el diseño del controlador.

7.1 Trabajo a futuro

El trabajo desarrollado en esta tesis, fue centrado al seguimiento de una trayectoria deseada en formación utilizando diferentes configuraciones topológicas utilizando un controlador basado en la linealización por retroalimentación dinámica, sin embargo, esto puede ser abordado de diversas formas empleando otras técnicas de control. Algunas consideraciones para un trabajo a futuro son:

- Aplicar la teoría de sistemas complejos para generar un comportamiento colectivo en grupos de robots móviles, para el seguimiento de trayectorias más complejas que las presentadas en este trabajo de tesis.
- Diseñar un controlador que tome en cuenta tanto el modelo cinemático como el dinámico del robot móvil diferencial, para reducir los errores presentados en el seguimiento de trayectorias.
- Estudiar la robustez de la lógica difusa y redes neuronales, para su implementación en el controlador, con la finalidad de agregar al robot móvil la capacidad de evadir obstáculos tanto estáticos como en movimiento.

- Investigar la teoría necesaria para la implementación de control que permita al robot móvil, seguir un objetivo en movimiento y las aplicaciones posibles propuestas de patrullaje, exploración, búsqueda, entre otras.

Bibliografía

- [1] J. Camarena. (2009). *Análisis Cinemático, Dinámico y Control de Tiempo de un Vehículo Guiado Automáticamente*.
- [2] J.J. Cetina. (2017). *Diseño de Trayectorias Caóticas en Robots Móviles*. Tesis de maestría, Posgrado en Electrónica y Telecomunicaciones, CICESE.
- [3] C.M. Sánchez, J.R.G. Sánchez, C.Y.S. Cervantes, R.S. Ortigoza, V.M.H. Guzmán, J.N.A. Juaréz and M.M. Aranda (2016). *Trajectory Generation for Wheeled Mobile Robots Via Bézier Polynomials*. IEEE Latin America Transactions.
- [4] R. Martínez, C. Cruz, D. Reyes, A. Arellano and L.F. Pinedo. (2015). *Formación de Agentes: Una Aplicación de Patrullaje*. Congreso Nacional de Control Automático AMCA, Cuernavaca, Morelos, del 14 al 16 de octubre.
- [5] A. López-Parra (2017). *Formación en grupos de robots móviles*. Tesis de maestría, Posgrado en Electrónica y Telecomunicaciones, CICESE.
- [6] J.J. Cetina, A. Arellano, A. López, R.M. López, C Cruz. (2016). *Diseño de Trayectorias Caóticas en Robots Móviles*. Congreso Latinoamericano de Control Automático (CLCA 2016).

- [7] M. Sandeep and M. Jharna. (2014). *Localization and Control of Differential Drive Mobile Robot*. Global Journal of Research In Engineering, [S.l.], nov. 2014.
- [8] N. Vinod and M. Abraham. (2015). *Design, Simulation and Implementation of Cascaded Path Tracking Controller for a Differential Drive Mobile Robot*. International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI), 2015.
- [9] A.G. Barrientos, J.L. López, E.S. Espinoza, J. Hoyo and G. Valencia. (2016). *Object Transportation Using a Cooperative Mobile Multi-Robot System*. IEEE Latin America Transactions.
- [10] Indrazno Siradjuddin, P. Tundung, S. Indah and Supriyatna Adhisuwignjo. (2015). *A Real-Time Model Based Visual Servoing Application for a Differential Drive Mobile Robot Using Beaglebone Black Embedded System*. IEEE International Symposium on Robotics and Intelligent Sensors (IEEE IRIS2015).
- [11] D. Drake, S. Koziol and E. Chabot. (2017). *Mobile Robot Path Planning with a Moving Goal*. IEEE.
- [12] N. Sariff and A. Wahab. (2014). *Automatic Mobile Obstacles Avoidance in a Static Environment by using a Hybrid Technique based on Fuzzy Logic and Artificial Neural*

Network. 2014 4th International Conference on Artificial Intelligence with Applications in Engineering and Technology.

- [13] M. Bougelben, D. Ayedi, C. Rekik and N. Derbel. (2017). *Fuzzy Logic Controller for Mobile Robot Navigation to Avoid Dynamic and Static Obstacles*. 2017 14th International Multi-Conference on Systems, Signals Devices (SSD).
- [14] Y. Kanayama, F. Miyazaki, and T. Noguchi. (1990). *A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot*.
- [15] A. Gholipur and M.J. Yazdanpanah. (2003). *Dynamic Tracking Control of Nonholonomic Mobile Robot With Model Reference Adaptation For Uncertain Parameters*. European Control Conference (ECC).
- [16] K. Ogata. (5a. Ed.) (2010). *Ingeniería de Control Moderna*. Pearson Educación, S.A., Madrid,2010.
- [17] K. Ogata. (1987). *Dinámica de Sistemas*. Prentice Hall.
- [18] O. Duarte. (2006). *Análisis de Sistemas Dinámicos Lineales*. Universidad Nacional de Colombia.
- [19] A.V. Oppenheim and A.S. Willsky. (2da. Ed.) (1994). *Señales y Sistemas*. Prentice Hall, Inc.

- [20] R. Baraniuk. (2013). *Señales y Sistemas*. Rise University, Houston, Texas.
- [21] P. Suster and A. Jadlovská. (2010). *Neural Tracking Trajectory of the Mobile Robot Khepera II in Internal Model Control Structure*. International Conference Process Control.
- [22] K. Malu and J. Majumdar. (2014). *Kinematics, Localization and Control of Differential Drive Mobile Robot*. Global Journal of Researches in Engineering: Robotics Nano Tech.
- [23] A. De Luca, G. Oriolo and M. Venditelli.(2001). *Control of Wheeled Mobile Robots: An Experimental Overview*.
- [24] C.H. Lehmann. (1942). *Analytic Geometry*. J. Wiley sons, Incorporated
- [25] A. López-Parra, A. Arellano, C. Cruz, R. Martínez, J.J. Cetina .(2016). *Formación en Grupos de Robots Móviles*. Congreso Latinoamericano de Control Automático (CLCA 2016).
- [26] F. Lamercy and J. Tharin. (2013). *Khepera III User Manual*. User manual, K-Team.
- [27] Otiino, J. (2003). *Complex systems*. AIChE Journal.
- [28] Aguilar, J., Bolivar, A. R., Hidrobo, F., y Cerrada, M.(2012). *Sistemas MultiAgentes y sus Aplicaciones en Automatización Industrial*. User manual, K-Team.

[29] Wang, X. F. (2002). *Complex networks: topology, dynamics and synchronization*.

International Journal of Bifurcation and Chaos.

[30] Sumpter, D. J. (2010). *Collective animal behavior*. Princeton University Press.