



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA**

**Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa**

**Licenciatura en Docencia de la Matemática**



Aprehensión cognitiva en el contexto algebraico al trabajar patrones cuadráticos con estudiantes de tercero de secundaria

**Tesis para obtener el grado de :**

Licenciado en Docencia de la Matemática

**Presenta**

Francisco Javier Sandoval Contreras

**Directora de tesis**

Dra. Leidy Hernandez Mesa

**Codirectora de tesis**

Mtra. Carolina González Cortez

**Sinodales de tesis**

Dra. Gricelda Mendivil Rosas

Dr. Adrián Gómez Árciga

Mexicali, Baja California a 08 de mayo 2024



**Universidad Autónoma de Baja California**  
**Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa**



En carácter de sinodales asignados para el examen profesional, y habiendo revisado previamente la tesis correspondiente, **EXTENDEMOS VOTOS APROBATORIOS**, para los efectos administrativos y académicos que procedan.

Título de la Tesis:

**Aprehensión cognitiva en el contexto algebraico al trabajar patrones cuadráticos con estudiantes de tercero de secundaria**

Para obtener el Grado Académico de:

**Licenciado en Docencia de la Matemática**

Presenta:

**Francisco Javier Sandoval Contreras**

**Dra. Leidy Hernandez Mesa**

**Mtra. Carolina González Cortez**

\_\_\_\_\_  
**Director**

\_\_\_\_\_  
**Codirector**

**Dra. Gricelda Mendivil  
Rosas**

**Dr. Adrián Gómez Árciga**

\_\_\_\_\_  
**Lector**

\_\_\_\_\_  
**Lector**

Mexicali, Baja California a mayo 2024

*Dedico este trabajo a  
Francisco del 2017,  
escucha tu corazón,  
no estás solo.*

## Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia, a mi segunda madre, a mi hermano y hermana, que fueron de gran ayuda cuando me encontraba estudiando la licenciatura, que confiaron y motivaron cuando yo me sentía fuera del camino.

Agradezco a la Universidad Autónoma de Baja California por todos los recursos que me facilitaron para mi desarrollo profesional, y a mi querida Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa por darme la oportunidad de crecer y guiarme en esta etapa académica, por su apoyo en todo momento y estar atentos a mi desenvolvimiento profesional.

A los directivos de la FPIE por su seguimiento constante durante mi formación, a la profesora Miriam Lugo por su confianza y apoyo, gracias por recibirme como becario y darme el empujoncito que me faltaba para decidirme a presentar este trabajo. También la Dra. Gricelda Mendivil quien fue motivación y ejemplo para elegir esta licenciatura.

A la profesora Cynthia, por todas sus porras y apoyo durante mi formación, por su amistad todo el tiempo que trabajé con usted como becario, permitiendo desarrollar mis habilidades creativas y tecnológicas. A la licenciada Gabriela Soto, a quien aprecio y que le debo mucho, por siempre extenderme la mano y escucharme, trabajar con usted en escolares hizo mi estancia muy amena. A la Dra. Claudia y maestro Ramon, por todas sus reflexiones, recomendaciones e historias que dejan en mi mucho aprendizaje.

A mis profesores de tronco común, las maestras Saraí Villa, Maribel Sánchez, Daniels Lastra y Maricela Romo quienes hasta la fecha siguen compartiendo

conmigo bonitas enseñanzas y su experiencia docente. A mis profesores de carrera, al Dr. Adrián Gómez, Dr. Mario Sanchez, maestro Fernando Solís, las maestras Elena, Marlen, Lluviana, por ser ejemplo y aconsejarme durante esta licenciatura.

A la Mtra. Carolina González, por transmitir esa vocación docente en cada una de sus clases, por sus consejos y compartir sus experiencias como maestra con el fin de hacernos mejores profesionistas. A la Dra. Leidy Hernandez por ser guía, ejemplo y tutora en mi estadía en la FPIE, por inspirarme y darme pautas para reflexionar sobre la docencia, por su confianza en cada proyecto y por resolverme hasta la más mínima duda.

A la Escuela Secundaria de Tiempo Completo #16 "de Prácticas Para Pedagogía" quienes permitieron desarrollar este trabajo dando su autorización para realizar mis prácticas profesionales. A la profesora Veronica Verdugo, por su confianza, consejos, paciencia y por permitirme trabajar mis habilidades docentes frente a grupo.

A todos mis compañeros de la FPIE que coincidimos en algún proyecto o actividad, que compartieron conmigo muchas anécdotas y momentos de alegría. A cada uno del personal de la FPIE que tuve la dicha de conocer, con quien logré disfrutar mi tiempo en esta hermosa institución.

# Índice

<b>Capítulo 1</b>	
<b>Introducción</b>	<b>5</b>
1.1 Antecedentes del estudio	6
1.1.1 Investigaciones sobre la aprehensión cognitiva en matemáticas	7
1.1.2 Importancia de la aprehensión cognitiva	8
1.2 Contextualización	10
1.2.1 Educación matemática en nivel secundaria	10
1.2.2 Antecedentes de la institución educativa	11
1.2.3 Contexto grupal	12
1.3 Planteamiento del problema	13
1.4 Pregunta y objetivos de la investigación	15
1.4.1 Pregunta de investigación	15
1.4.2 Objetivo general	15
1.4.3 Objetivos específicos	15
1.5 Justificación	16
<b>Capítulo 2</b>	
<b>Marco teórico</b>	<b>18</b>
2.1 Pensamiento matemático	18
2.1.1 Pensamiento algebraico	18
2.2 Generalización de patrones	19
2.2.1 Generalización	20
2.2.1.1 Tipos de generalizaciones en patrones figurales	20
2.2.2 Patrón	21
2.3 Representaciones y configuraciones	21
2.4 Formas de aprehensión cognitiva	22
2.4.1 Definición de aprehensión	22
2.4.2 Definición de aprehensión cognitiva	22
2.4.3 Tipos de aprehensión	23
2.4.3.1 Aprehension perceptual	23
2.4.3.2 Aprehensión secuencial	24
2.4.3.3 Aprehensión discursiva	24
2.4.3.4 Aprehensión operativa	24
<b>Capítulo 3</b>	
<b>Metodología</b>	<b>24</b>
3.1 Método	25
3.2 Tipo y nivel de investigación	25
3.3 Análisis de datos del diagnóstico	26
3.3.1 Técnicas e instrumentos de recolección de datos	26
3.3.1.1 Lista de cotejo	26
3.3.1.2 Prueba diagnóstica	26

3.3.1.3 Entrevista grupal	27
3.4 Población	28
<b>Capítulo 4</b>	
<b>Análisis de datos del diagnóstico educativo</b>	<b>29</b>
4.1 Codificación de datos	29
4.1.1 Modelo de aprehensión cognitiva	29
4.1.1.1 Aprehensión perceptual	30
4.1.1.2 Aprehensión secuencial	31
4.1.1.3 Aprehensión discursiva	31
4.1.1.4 Aprehensión operativa	32
4.1.2 Habilidades del pensamiento crítico	35
4.1.2.1 Argumentación	35
4.1.2.2 Análisis	37
4.1.2.3 Solución de problemas	37
<b>Capítulo 5</b>	
<b>Intervención educativa</b>	<b>38</b>
5.1 Objetivo general y específicos del plan de intervención educativa	38
5.2 Descripción del plan de intervención	39
5.2.1 Planeación didáctica de clase interdisciplinar basado en la nueva escuela mexicana	40
5.2.1.1 Sesión 1	40
5.2.1.2 Sesión 2	43
5.2.1.3 Sesión 3	46
5.2.1.4 Sesión 4	48
5.2.1.5 Sesión 5	50
5.2.1.6 Sesión 6	52
5.2.1.7 Sesión 7	54
5.2.1.8 Sesión 8	56
5.2.1.9 Sesión 9	58
5.4 Cronograma del plan de intervención	60
5.5 Cronología del plan de intervención	60
5.6 Evaluación de la intervención educativa	64
5.6.1 Metodología	64
5.7 Resultados de la intervención educativa	65
5.7.1 Aprehensión perceptual	65
5.7.2 Aprehensión secuencial	66
5.7.3 Aprehensión discursiva	67
5.7.4 Aprehensión operativa	68
<b>Capítulo 6</b>	
<b>Prospectiva de la investigación</b>	<b>69</b>
<b>Capítulo 7</b>	
<b>Conclusiones</b>	<b>70</b>
<b>Referencias</b>	<b>73</b>
Anexos	77

## **Lista de tablas**

Tabla 1. Formas de aprehensión movilizada por los alumnos	34
Tabla 2. Cronograma del plan de intervención educativa	60
Tabla 3. Resultados obtenidos antes del plan de intervención	70
Tabla 4. Resultados obtenidos después de trabajar el plan de intervención	71

## **Lista de figuras**

Figura 1. Histórico de puntajes obtenidos en prueba PISA 2003-2022	11
Figura 2. Sociograma correspondiente a la pregunta: ¿Con quién te gustaría trabajar?	13

## Resumen

El siguiente trabajo de investigación analiza los tipos de aprehensión cognitiva que movilizan 19 estudiantes de tercer grado de secundaria, trabajando una tarea de sucesiones cuadráticas en un ambiente de papel y lápiz, y participando en una entrevista semi estructurada. Partiendo de un diagnóstico educativo se diseñó una intervención educativa, con la finalidad de reforzar conceptos básicos en álgebra. Los resultados de la intervención fueron favorables mostrando un incremento en la movilización de los estudiantes, desarrollando su nivel de argumentación y su comprensión del tema.

**Palabras claves:** Aprehensión cognitiva, pensamiento matemático, sucesión cuadrática.

## Abstract

The following research work analyzes the types of cognitive apprehension mobilized by 19 third-grade high school students, working on a quadratic sequences task in a paper and pencil environment, and participating in a semi-structured interview. Starting from an educational diagnosis, an educational intervention was designed, with the purpose of reinforcing basic concepts in algebra. The results of the intervention were favorable, showing an increase in the mobilization of the students, developing their level of argumentation and their understanding of the topic.

**Keywords:** Cognitive apprehension, mathematical thinking, quadratic sequence.

# Capítulo 1

## Introducción

A lo largo de la Licenciatura en Docencia de la Matemática se trabajan con teorías clásicas y contemporáneas de la enseñanza, se analizan las distintas filosofías y perspectivas de la educación. Sin embargo, al considerar los distintos contextos a los que nos enfrentamos como docentes, es importante, contemplar que cada estudiante razona de manera diferente.

¿Cómo piensan los estudiantes? La respuesta a esta pregunta no es fácil de elaborar, pero si podemos realizar acercamientos a ella por medio de diferentes análisis de los procesos cognitivos que se llevan a cabo en el aula de clase.

Es por ello que la siguiente investigación busca aportar una perspectiva local que nos sirva para considerar algunas formas de razonamiento que se movilizan en estudiantes de Mexicali, Baja California. Bajo este enfoque se buscó apegarnos a la realidad que viven los estudiantes y docentes, al trabajar en un ambiente de papel y lápiz, tratamos de identificar los procesos cognitivos que se movilaron en el aula.

En el primer capítulo se enmarcan los antecedentes que se consideraron para el trabajo de investigación, los cuales son relevantes por los distintos enfoques que presentan, una realidad diferente y que permite contrastar con esta investigación. Aquí mismo se da un contexto de la institución y el grupo en el que se desarrolló la investigación, y la pregunta de investigación que guió los objetivos del trabajo.

En el segundo capítulo se comparten los fundamentos teóricos de esta investigación que son importantes para una mejor comprensión del objeto de estudio. En el tercer y cuarto capítulo se encuentra la metodología y resultados que se obtuvieron en la evaluación diagnóstica. El plan de intervención se presenta en el quinto capítulo, y por último sexto y séptimo capítulo una prospectiva del plan de intervención y las conclusiones obtenidas de los resultados de esta investigación.

## **1.1 Antecedentes del estudio**

La matemática tiene un papel fundamental dentro del desarrollo de la humanidad, así también en el campo de la ciencia y tecnología, siendo el lenguaje básico dentro de ellas (Casabuena, 2017). Por ello la enseñanza de la matemática desde la educación básica se convierte en el cimiento para los niveles de educación posteriores.

Dentro del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas el alumno moviliza distintas acciones cognitivas como el justificar, formular hipótesis, establecer diferencias, encontrar patrones, comparar, entre otras que le permiten construir nuevos conocimientos y desarrollar los ya existentes (Flores y Santos, 2017).

Siguiendo esta línea, se ha trabajado en el estudio de los procesos cognitivos que ocurren cuando los estudiantes se encuentran inmersos en una actividad matemática. Particularmente en álgebra, una de las dificultades es la transición de la aritmética al contexto algebraico, siendo un obstáculo el significado que presenta la manipulación de letras, y la ausencia del sentido estructural (Castro, 2012). Esto se

manifiesta cuando en el aula, los estudiantes, no identifican las variables o desconocen la metodología para la resolución de un problema.

Estas dificultades obstaculizan la movilización del razonamiento del estudiante, pues es necesario que cuente con **aprehensión** del objeto matemático, en otras palabras, que el estudiante logre dar significado al conjunto de símbolos, operaciones y afirmaciones matemáticas que se involucran en la conceptualización de dicho objeto.

### 1.1.1 Investigaciones sobre la aprehensión cognitiva en matemáticas

Las investigaciones que han tomado como objeto de estudio la aprehensión cognitiva en matemáticas abordan diferentes enfoques, dependiendo de las estrategias implementadas, se movilizan de diferente forma dichas aprehensiones.

El trabajo de Callejo et al. (2019), presenta un análisis de los tipos de aprehensión cognitiva de Duval (1995), aplicando la estrategia recursiva, funcional y razonamiento proporcional en dos problemas de generalización lineal, trabajando con estudiantes de primaria donde debían llegar a los elementos que seguían una sucesión numérica. Concluyeron que el tipo de aprehensión que movilizan los estudiantes se encuentra condicionado a la configuración dada (figura) por el docente, y presentando una mayor movilización de la aprehensión perceptiva.

Martínez-Miraval y García-Cuéllar (2020) analizaron como es que estudiantes de nivel universitario movilizan aprehensiones de integral definida, al trabajar en GeoGebra. Trabajaron por medio de procesos dinámicos en GeoGebra, concluyendo que la generación de conceptos de manera intuitiva que permite esta

herramienta digital, contribuye en la movilización de los distintos tipos de aprehensión.

Berciano et al. (2022) apoyados del trabajo de Duval (1995), analizaron una trayectoria hipotética de aprendizaje diseñada para fomentar la aprehensión y razonamiento geométrico. La población fueron diecinueve alumnos de cuatro y cinco años, que trabajaron con tareas que se relacionaban al concepto del cilindro. Concluyen que existe la necesidad de mejorar los procesos en el aula que movilicen razonamientos de tipo abstracto, que pueden desarrollarse por la aprehensión discursiva y operativa.

### 1.1.2 Importancia de la aprehensión cognitiva

El proceso que ocurre en el salón de clases implica la movilización de aspectos cognitivos tales como el pensamiento el cual es descrito por Labarrere (1994) como una experiencia interna e intrasubjetiva, en la cual ocurren distintos procesos como el abstraer, discriminar, inferir, inventar, encontrar respuestas, resolver problemas, analizar y reflexionar datos e información, y que se manifiestan por medio de la elaboración de hipótesis, razonamiento y emisión de juicios.

En el contexto matemático se reconoce al pensamiento matemático como una forma de razonar que utilizan los matemáticos profesionales para resolver problemas provenientes de diversos contextos. (SEP, 2022b) y entre los más importantes se encuentran el aritmético, algebraico, geométrico, estadístico y probabilístico. Se contempla este tipo de pensamiento dentro de los planes de estudio y es reconocido por organizaciones internacionales como el National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000) como una de las actividades principales

que promueven el razonamiento matemático y que son parte de la enseñanza efectiva de las matemáticas.

Rodríguez (2003) en Lozada y Fuentes (2018), considera al pensamiento matemático como una capacidad que permite interpretar información en la vida diaria, y partiendo de su interpretación utilizar las matemáticas para tomar decisiones con ellas. Esto permite al estudiante tener seguridad e independencia en su toma de decisiones, tanto dentro y fuera del salón de clases.

Es por ello que la aprehensión de los conceptos matemáticos obtiene relevancia como objeto de estudio, ya que al desarrollar un mayor pensamiento matemático, el estudiante logrará aplicar las herramientas matemáticas que le permitan dar solución a problemas de su vida cotidiana, e incluso promuevan el desarrollo de la ciencia y tecnología.

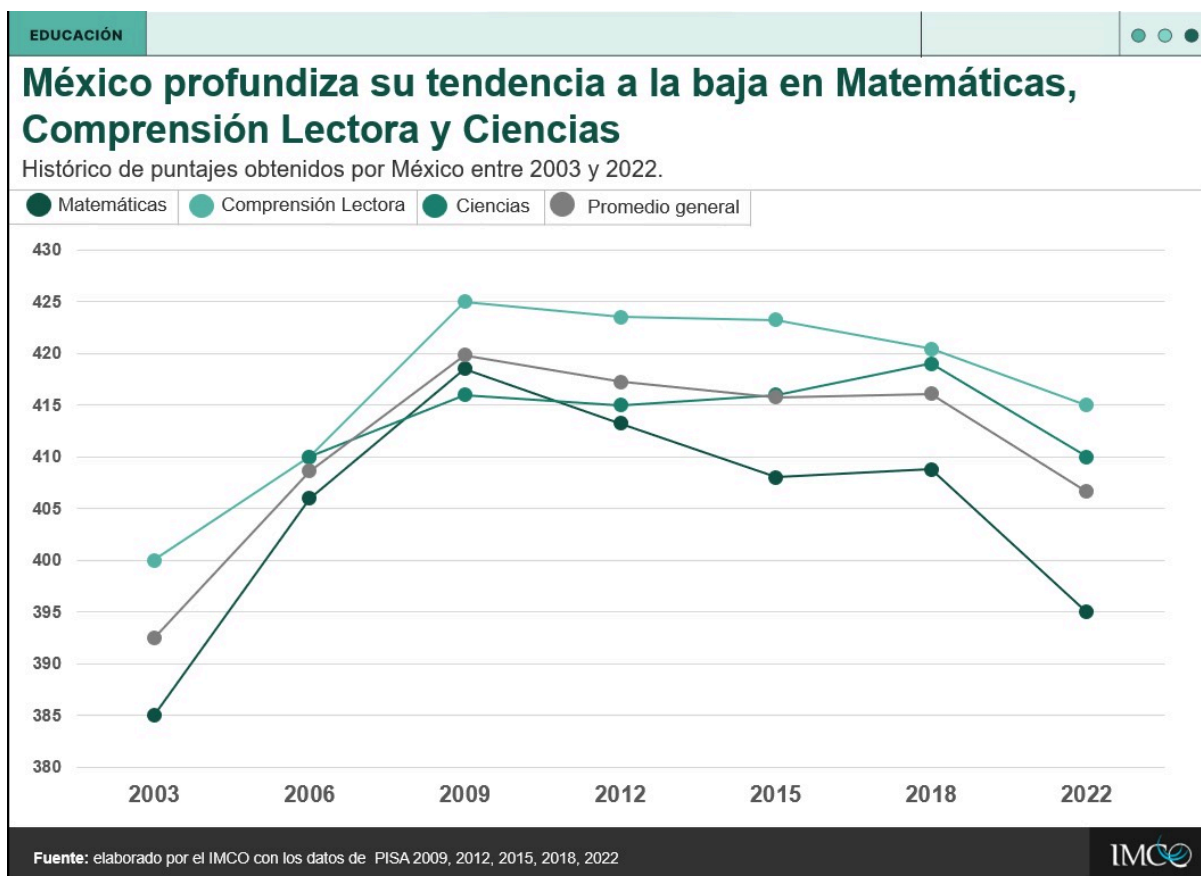
## 1.2 Contextualización

### 1.2.1 Educación matemática en nivel secundaria

La Educación Secundaria representa el último nivel de la Educación Básica, tiene una duración de tres años y su objetivo es equipar a los adolescentes con habilidades básicas para su desarrollo. En este nivel educativo se trabajan asignaturas como: Español, Lengua extranjera, Matemáticas, Biología, Física, Química, Historia, Geografía, Formación Cívica y Ética, así como Áreas de Desarrollo Personal y Social Artes, Educación Socioemocional y Tutoría, Educación Física y en algunas instituciones los Ámbitos de Autonomía Curricular.

En el nuevo plan de estudios, la asignatura de matemáticas forma parte del campo formativo de “saberes y pensamiento científico”, el cual tiene como objetivo comprender y explicar los fenómenos y procesos naturales. En este marco, el pensamiento científico representa un modo de razonamiento que implica relaciones coherentes de conocimientos fundados en el desarrollo de habilidades para indagar, interpretar, modelizar, argumentar y explicar el entorno (SEP, 2022a).

De acuerdo al Instituto Mexicano para la Competitividad A.C. (IMCO, 2022), México mostró un retroceso en la prueba estandarizada PISA 2022, este retroceso es comparado con el del 2012, donde 55% de los estudiantes evaluados tenían puntajes inferiores al nivel dos, y para la última edición de la prueba la cifra aumentó a 66%. Señalan que dos de cada tres estudiantes mexicanos no logran representar matemáticamente una situación simple.



**Gráfica 1. Histórico de puntajes obtenidos en prueba PISA 2003-2022.**

En la edición 2022 de PISA se centra en las competencias matemáticas, reconociendo su importancia como habilidades necesarias para el siglo XXI. Se destaca que el pensamiento matemático es crucial para desarrollar habilidades clave en el ámbito laboral, como la creatividad, el pensamiento crítico y sistémico, así como la capacidad para usar información y realizar investigaciones (IMCO, 2022).

### 1.2.2 Antecedentes de la institución educativa

Esta investigación se desarrolló en la Escuela Secundaria de Tiempo Completo #16 "de Prácticas Para Pedagogía" ubicada en avenida Río San Lorenzo y Acatita de

Baján de la colonia Independencia en Mexicali, Baja California. Además de cumplir con la currícula, cuenta con diferentes clubs y talleres que permiten que los estudiantes se formen de una forma integral.

Se ha participado en los concursos que convoca la inspección en sus diferentes áreas, ciencias, poesía y oratoria, himno nacional, altar de muertos, elaboración de piñatas, pastorela, bailables etc.

Cuenta con áreas verdes, cancha de fútbol, canchas de basquetbol, mesas donde los alumnos pueden sentarse a comer, explanada cívica techada, botes de basura dentro y fuera de los salones, rampas para personas con capacidades diferentes, hay estacionamiento dentro de la institución para maestros, hay espacios para lavarse las manos al entrar a la institución, aula de medios biblioteca y consultorio médico.

### 1.2.3 Contexto grupal

El grupo está conformado por 34 alumnos de los cuales 16 son hombres y 18 son mujeres. Dentro del grupo existen grupos, sin embargo en su mayoría conviven entre todos.

La participación de los alumnos a la hora de trabajar es liderada por la alumna A21, la cual es jefa de grupo, como podemos observar en la imagen 1, es la persona que es elegida por la mayoría para realizar los trabajos. Durante las sesiones se ha observado que al terminar su trabajo pasa con sus compañeros a apoyarlos en dudas que presenten.



de ecuaciones, un problema no contextualizado), los estudiantes siguieron los métodos que ya conocían y dieron respuesta al ejercicio.

Esto manifiesta una carencia de sentido práctico de la matemática en el contexto del estudiante, además de no comprender algunos conceptos matemáticos. Esto llega a ocasionar que se presente un proceso de memorización o repetición de lo que se plasma en el pizarrón, sin embargo, al cuestionar al estudiante sobre el procedimiento realizado no presenta una argumentación del desarrollo del ejercicio o problema.

Otra realidad es que el estudiante se acostumbra a resolver los ejercicios que suelen estar presentados de la misma manera, provocando, que al presentarse una problemática en un contexto específico, no logren identificar los datos de una manera directa. Esto también deriva de un problema de comprensión lectora, sin embargo, por fines de este trabajo no profundizaremos en ello.

Con base a las dificultades que presentaron los alumnos, se reconoce una necesidad de fortalecer algunos conceptos básicos que se trabajan en álgebra. Por ello se consideraron para la elaboración de una intervención educativa. Partiendo de estas áreas de oportunidad, el interés del estudio fue analizar los tipos de aprehensión que se movilizan inicialmente, y contrastarlos con los obtenidos posteriormente de la intervención.

Adecuando estas áreas de oportunidad con la flexibilidad dada por la docente de trabajar con el grupo, se consideró el tema de generalización en patrones cuadráticos. Como señala Callejo et al. (2019) por medio de la generalización de

patrones los estudiantes comienzan a desarrollar formas del pensamiento algebraico. Por ello consideramos este tema relevante para nuestra investigación.

## **1.4 Pregunta y objetivos de la investigación**

La presente investigación se enfoca en un análisis de los tipos de aprehensión de estudiantes de secundaria. Con lo cual elaboramos la siguiente pregunta de investigación.

### 1.4.1 Pregunta de investigación

¿Cómo se movilizan los tipos de aprehensión en estudiantes de tercero de secundaria, al resolver una tarea de generalización de patrones cuadráticos?

### 1.4.2 Objetivo general

Describir las formas de aprehensión que movilizan los estudiantes de tercer grado de secundaria en el contexto algebraico, resolviendo una tarea de generalización de patrones cuadráticos.

### 1.4.3 Objetivos específicos

- Identificar los tipos de aprehensión que movilizan los estudiantes al trabajar con la tarea de generalización de patrones.
- Analizar los pasos que siguen los estudiantes para resolver el problema de generalización de patrones cuadráticos.

## 1.5 Justificación

De acuerdo a las Naciones Unidas (2022) en 2015, la ONU aprobó la Agenda 2030 sobre el Desarrollo Sostenible, una oportunidad para que los países y sus sociedades emprendan un nuevo camino con el que mejorar la vida de todos, sin dejar a nadie atrás.

Esta investigación busca desarrollar el cuarto objetivo de esta agenda, el cual busca garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos. Dentro de lo posible el interés de esta investigación resalta los procesos cognitivos y de argumentación por parte de los estudiantes, con la finalidad de aportar herramientas a los docentes para buscar estrategias que permitan mejorar la calidad de la educación, así como la cualificación de los futuros docentes.

Por medio de un modelo de intervención se desea identificar un panorama de la situación de los estudiantes respecto a su forma de cómo generar aprehensión con los contenidos algebraicos, y generar alternativas que ayuden en este proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula. Con ello se promueve el objetivo 4.c que busca aumentar considerablemente la oferta de docentes calificados, y también el objetivo 4.2 en el que se busca asegurar que todas las niñas y todos los niños tengan acceso a servicios de atención y desarrollo en la primera infancia y educación preescolar de calidad.

Con base en el nuevo Plan de Estudio de educación preescolar, primaria y secundaria que SEP (2022a), se considera como un eje articulador el pensamiento crítico, que dirige al estudiante a trabajar rasgos esperados en su perfil de egreso, tal es el caso del desarrollo de una forma de pensar propia.

Para dar seguimiento a ello es fundamental conocer las maneras en las que los estudiantes, construyen los conocimientos dentro del aula de clases, pero sobre todo cómo se adueñan de ello. La aprehensión es el proceso cognitivo donde el estudiante comprende algún concepto o idea. En el marco del pensamiento matemático, implica la comprensión de conceptos matemáticos, las relaciones entre ellos y su aplicación a diferentes contextos.

El aporte a la comunidad docente se presenta al señalar aquellos aspectos que se deben considerar dentro de su planeación y estructuración de clase, buscando actividades que promuevan la movilización del pensamiento matemático, considerando las aprehensiones cognitivas que pueden ocurrir en el aula.

## Capítulo 2

### Marco teórico

Como marco de referencia para esta investigación se toma el modelo de aprehensión cognitiva dado por Duval (1995), en el cual hace una descripción de los distintos tipos de aprehensión que se movilizan en el contexto de la geometría.

Bajo este marco se definen los siguientes fundamentos conceptuales que son necesarios para el desarrollo de esta investigación.

#### 2.1 Pensamiento matemático

Rodríguez (2003) en Lozada y Fuentes (2018), considera el pensamiento matemático como una capacidad que permite interpretar información en la vida diaria, tomar decisiones en función de esa interpretación, el uso de las herramientas matemáticas incluyendo la modelación, un pensamiento analítico, crítico y flexible, tanto al razonar como al valorar razonamientos de otros.

##### 2.1.1 Pensamiento algebraico

De acuerdo a Vergel (2015) el pensamiento algebraico es una clase de pensamiento como una forma particular de reflexionar matemáticamente. También como un conjunto de procesos corporizados de acción y de reflexión matemática. Es a través de esta forma de reflexionar que el estudiante logra articular diversos contenidos algebraicos con situaciones que se presentan en su contexto particular, dando

sentido a definiciones algebraicas y planteando posibles soluciones a incógnitas de su entorno.

Radford (2010 citado en Vergel, 2015) reconoce tres formas de pensamiento algebraico o estratos caracterizados por los medios semióticos de objetivación movilizados por los sujetos en su actividad reflexiva, incluyendo percepción, movimientos, gestos o lenguaje natural. La primera forma es *pensamiento algebraico factual*, el cual es la manifestación o forma de comunicación que moviliza al estudiante sobre un proceso algebraico.

Algunos de los ejemplos dados por Vergel (2015) son cuando el alumno señala con la mirada, con su índice, realiza movimientos con un lápiz, dice “aquí”, señala y dice “más dos”. La segunda forma es el *pensamiento algebraico contextual*, en esta forma el estudiante enuncia de manera explícita los objetos a trabajar o los describe de manera general, por ejemplo, el estudiante dice “arriba quito uno” o “dos por la figura más uno”. Y la tercera forma es *pensamiento algebraico simbólico* donde el estudiante utiliza los signos y símbolos algebraicos para comunicar algún objeto.

## **2.2 Generalización de patrones**

En investigaciones tales como la de Radford (2008), se indica la relevancia de trabajar el estudio de patrones y generalizaciones de manera temprana en los estudiantes, con la finalidad de que el estudiante logre generar relaciones y conectar regularidades mediante formas o expresiones algebraicas.

## 2.2.1 Generalización

La generalización pone de manifiesto uno de los atributos del pensamiento humano tal lo indica Radford (2018) y permite a los estudiantes pasar de un caso particular y llevarlos a su forma general para posteriormente encontrar soluciones a casos particulares. Entendemos la generalización dada la definición de Kaput (1999) como:

... extender deliberadamente el rango de razonamiento o comunicación más allá del caso o casos considerados, identificar y exponer explícitamente lo común entre los casos, o elevando el razonamiento o comunicación a un nivel donde el foco ya no está en los casos o situaciones mismos, sino en los patrones, procedimientos, estructuras y las relaciones entre ellos (p. 136).

### **2.2.1.1 Tipos de generalizaciones en patrones figurales**

En el contexto de la generalización se trabaja con distintos tipos de patrones, de los cuales destacan los patrones figurales. Rivera (2010) señala dos tipos de generalizaciones de este tipo de patrón:

- a) Generalizaciones constructivas: donde los estudiantes van construyendo la sucesión figural a partir de las figuras anteriores. De ellas logran identificar de manera independiente las figuras y al sumar las de una etapa cercana desconocida forman la figura correspondiente. Por ejemplo identificando la cantidad de aumentos en una figura y realizando la sumatoria de cada etapa.

- b) Generalizaciones deconstructivas: el estudiante construye la sucesión identificando la construcción de las figuras anteriores dividiéndolos por partes, es decir, identifican las partes que componen a la figura y partiendo de ella van superponiendo para completar la sucesión.

### 2.2.2 Patrón

Un patrón, en el dominio de las matemáticas, en palabras de Mulligan y Milcheltmore (2009), es “cualquier regularidad que usualmente involucra relaciones numéricas, espaciales o lógicas” (p.34).

## 2.3 Representaciones y configuraciones

Lupiañez (2016) señala que en el ámbito de las matemáticas las representaciones son aquellas notaciones simbólicas o gráficas, o bien expresiones verbales, por las cuales el estudiante logra presentar o definir ciertos conceptos o procedimientos que son necesarios para comunicar diversas situaciones, además de que en ellos muestran ciertas características, propiedades o relaciones que son relevantes para contextualizar algún ejercicio o situación del mundo real.

En este contexto se reconocen dos grandes familias de representaciones señaladas por Lupiañez (2016) las cuales son : las representaciones simbólicas y las representaciones gráficas. Las simbólicas relacionan a los símbolos o signos que son utilizados con unas reglas de procedimientos. Las representaciones gráficas son de tipo figurativo y también disponen de unas reglas de composición y de unos convenios de representación.

## 2.4 Formas de aprehensión cognitiva

### 2.4.1 Definición de aprehensión

Dentro de los factores que se desarrollan en el proceso de enseñanza-aprendizaje podemos encontrar la aprehensión el cual fue definido por Duval (1998 en Torregrosa et al., 2017) como el acto por medio del cual se capta la forma de las cosas sin hacer juicio de ellas o sin afirmar ni negar. De cierta manera esta definición no va dirigido a un marco algebraico, sin embargo sirve como base para el desarrollo de nuevas posturas bajo el marco del pensamiento y razonamiento algebraico que se desarrolla en los estudiantes.

### 2.4.2 Definición de aprehensión cognitiva

Callejo et al. (2019) define la aprehensión cognitiva como una acción (cognitiva) que un sujeto realiza sobre un dibujo o cualquier otro estímulo visual. Esta acción no es unívoca, pues hay diferentes formas de “ver” un dibujo o de interpretar un estímulo visual. Trasladando esta definición en el contexto matemático, podemos decir que las acciones que realizan los estudiantes al trabajar algún ejercicio, llámese una configuración figura, simbólica o verbal, son manifestaciones de esta aprehensión que movilizan los estudiantes y como parte de una acción cognitiva tienen gran importancia debido a que naces a raíz del razonamiento matemático con fin de argumentar algún resultado.

### 2.4.3 Tipos de aprehensión

En el modelo de aprehensión cognitiva dado por Duval (1995) documenta 4 tipos de aprehensión cognitiva en el contexto geométrico, sin embargo, estos pueden ser validados también en un contexto algebraico dado a los tipos de representaciones y configuraciones que se trabajan en los problemas de generalización.

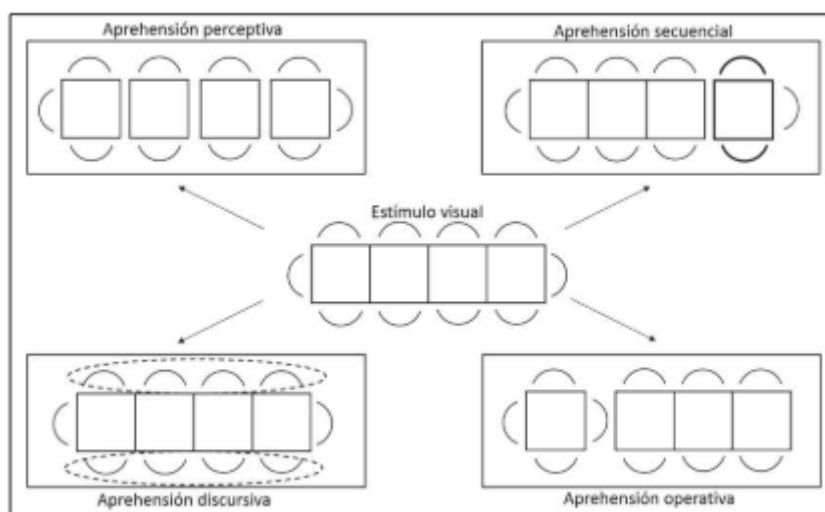


Figura 1. Ejemplos de aprehensiones. Adaptado de Samson y Schäfer (2011, p. 39) citado en Callejo (2015)

#### 2.4.3.1 Aprehension perceptual

En el sentido de Duval (1995) se caracteriza como la identificación simple de una configuración, sin asociar ninguna afirmación matemática. En el contexto algebraico podemos ejemplificar cuando el estudiante observa alguna configuración y solamente identifica el elemento sin describir o afirmar sobre este objeto. En la figura 1, se puede identificar la configuración como cuadros consecutivos que tienen arcos alrededor de ellos.

### **2.4.3.2 Aprehensión secuencial**

En la aprehensión secuencial “se requiere siempre que se deba construir una figura o describir su construcción. Existe un orden específico en el que emergen las diferentes unidades figurativas” (Duval, 1995).

Tomando en cuenta la figura 1, la aprehensión secuencial se moviliza al identificar que la construcción del término siguiente se conforma de agregar un cuadrado y dos arcos.

### **2.4.3.3 Aprehensión discursiva**

Es la acción cognitiva que produce una asociación de la configuración identificada con afirmaciones matemáticas (definición, teoremas, axiomas). En esta aprehensión, retomando la figura 1, se afirma que “4 cuadrados están rodeados de 2 x 4 arcos arriba y abajo, más 2 arcos en los extremos, en total 10 arcos”.

### **2.4.3.4 Aprehensión operativa**

Se produce cuando el sujeto lleva a cabo alguna modificación a la configuración inicial para resolver un problema, añadiendo, suprimiendo elementos o reorganizándolos. En la figura 1, se modifica la configuración inicial y se separa uno de los cuadrados y se organizan los arcos en él,

## Capítulo 3

### Metodología

#### 3.1 Método

Esta investigación tiene un enfoque cualitativo (Hernández Sampieri, 2018), y busca describir los tipos de aprehensión que se movilizan al trabajar una tarea particular de patrones, con esto interesa comprender los fenómenos cognitivos que viven los estudiantes y poder buscar patrones y diferencias en las experiencias que se movilizan en ellos, así como los significados que pueden darle.

#### 3.2 Tipo y nivel de investigación

Esta investigación trabajará en el diseño acción participativo (IAP). Lewin y colaboradores(1946) señalan que en este tipo de investigación las personas indagan en la realidad con el objetivo de poder transformarla como activos participantes de este contexto, es decir, el investigador busca mejorar la realidad que existe como parte del problema identificado.

Por esta razón se busca implementar estrategias que permitan abordar la problemática y contribuir disminuir las barreras que se presentan en los estudiantes, en el sentido de Greenwood (2018) citado en Zapata y Rondán (2016) la IAP es una estrategia de vida que incluye la creación de espacios para el aprendizaje colaborativo y el diseño, ejecución y evaluación de acciones liberadoras.

## **3.3 Análisis de datos del diagnóstico**

### 3.3.1 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

#### **3.3.1.1 Lista de cotejo**

El primer instrumento se basa en la observación del desarrollo de la clase de matemática impartida por el docente y en la cual se involucra al estudiante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, por medio de esta técnica se logra apoyar al investigador para obtener mayor número de datos y variables como lo indica Díaz y Hernández (2002), y esa información se relaciona al contexto a investigar.

Se realiza una lista de cotejo (Anexo 1), con la que se evaluarán los aspectos didácticos y epistemológicos que se presentan en el desarrollo de la clase, así como la participación de los estudiantes dentro del aula.

#### **3.3.1.2 Prueba diagnóstica**

El propósito del diagnóstico educativo (prueba diagnóstica) de acuerdo a Castillo y Cabrerizo (2005) no es atender las deficiencias de los sujetos y su recuperación, sino una consideración nueva que podemos llamar pedagógica: proponer sugerencias e intervenciones perfectivas, bien sobre situaciones deficitarias para su corrección o recuperación, o sobre situaciones no deficitarias para su potenciación, desarrollo o prevención.

Se realizará un diagnóstico en el cual se busca identificar conocimientos previos en matemáticas y las deficiencias que pudieran afectar en la investigación y que pudiéramos considerar en nuestro plan de intervención. Este diagnóstico será

un pequeño examen y cuestionario en el que se evaluarán no sólo el contenido matemático sino también un poco de comprensión lectora.

Por ello se pretende trabajar por medio de una problematización de patrones cuadráticos la identificación de los niveles de aprehensión que movilizan estudiantes. De tal manera que se reflexione sobre la situación y se de respuesta aplicando los conocimientos previos al tema.

En el sentido de Brousseau (1997), un problema es “pregunta cuya respuesta depende de una teoría matemática la cual justifica un concepto, fórmula o método con los cuales se puede responder a la pregunta.” Con ello se considera realizar una prueba en la cual se presente un problema, y se indicará a los estudiantes las tareas a realizar.

Por tareas tomamos la idea del trabajo de Doyle (1988) definido como “consiste en las acciones e interacciones orientadas a un objetivo particular; una tarea constituye así un contexto práctico en el que los estudiantes pueden llegar a pensar acerca de las ideas matemáticas en juego en un problema”.

### **3.3.1.3 Entrevista grupal**

Folgueiras (2016) señala el objetivo de la entrevista como: “obtener información de forma oral y personalizada sobre acontecimientos, experiencias, opiniones de personas.”

En ese sentido se busca realizar una entrevista grupal buscando enriquecer la aportación de los integrantes del grupo como es mencionado por Iñiguez y Vitores (2008) “En la entrevista individual el contexto definitorio es la disimetría entre

entrevistador y entrevistado, pero en las entrevistas grupales esta disimetría se diluye en un entramado de relaciones de poder.

### **3.4 Población**

La población son 19 estudiantes de secundaria de entre 12-15 años de edad y que cuenten con los siguientes criterios de selección:

- Leer y escribir.
- Habilidad para trabajar con significados de operaciones aritméticas.
- Permiso por parte de la dirección de la escuela.
- Resolver la tarea de generalización de patrones.
- Entrevista semiestructurada.
- Participación en la intervención educativa.

# Análisis de datos del diagnóstico educativo

## 4.1 Codificación de datos

Para trabajar el análisis de los datos obtenidos por medio de los distintos instrumentos y técnicas, se dividieron los datos por unidades de análisis y se enlistan sus respectivas categorías.

Picón y Melian (2014) definen a la unidad de análisis como una estructura en la cual se pretende responder a las preguntas que componen un problema práctico o preguntas de investigación. Se articula un material empírico asociado al problema a un cuerpo teórico, con los cuales se realizan inferencias coherentes y consistentes.

### 4.1.1 Modelo de aprehensión cognitiva

Callejo et al. (2019) define la aprehensión cognitiva como una acción (cognitiva) que un sujeto realiza sobre un dibujo o cualquier otro estímulo visual. Esta acción no es unívoca, pues hay diferentes formas de “ver” un dibujo o de interpretar un estímulo visual.

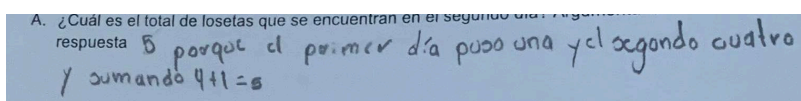
En esta unidad de análisis, trabajamos con la identificación de características que definen los tipos de aprehensión y que se logran señalar en cada una de las argumentaciones dadas por los estudiantes en el proceso de resolución del problema.

#### 4.1.1.1 Aprehensión perceptual

“En el sentido de Duval (1995) se caracteriza como la identificación simple de una configuración, sin asociar ninguna afirmación matemática.”

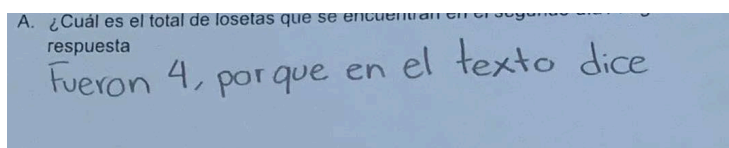
Retomando el significado dado por Duval (1995), una característica que se resalta en esta forma de aprehensión es que se logra identificar una configuración. En este problema el enunciado es la configuración inicial, donde se encuentran los datos con los que trabajarán las siguientes formas de aprehensión.

Se infiere que los estudiantes realizaron una configuración mental de los elementos dados en el problema, ya que en los siguientes incisos argumentaban señalando sobre ellos haciendo referencia al enunciado. En la imagen 2.1 se muestra la argumentación dada por el alumno 26 (A26), en donde señala la cantidad de losetas que puso en cada día. Por otro lado tenemos otras respuestas (argumentación de A6) donde indican que se tomó los datos dados el enunciado (Imagen 2.2).



A. ¿Cuál es el total de losetas que se encuentran en el segundo día?  
respuesta 5 porque el primer día puso una y el segundo cuatro  
y sumando  $4+1=5$

**Imagen 1.1** Argumentación de A26



A. ¿Cuál es el total de losetas que se encuentran en el segundo día?  
respuesta  
Fueron 4, porque en el texto dice

**Imagen 1.2** Argumentación de A6

#### **4.1.1.2 Aprehensión secuencial**

“En la aprehensión secuencial “se requiere siempre que se deba construir una figura o describir su construcción. Existe un orden específico en el que emergen las diferentes unidades figurativas” (Duval, 1995).”

Al solicitar la argumentación de su resultado, los estudiantes movilizan esta forma de aprehensión secuencial, retomando la respuesta de A26, en la imagen 2.1 podemos observar que A26 logra dividir en sub-configuraciones, tal como señala “el primer día puso una y el segundo cuatro”. Estas sub configuraciones corresponden a la división del enunciado identificando qué cantidad puso el primer, segundo y tercer día.

De esta manera los estudiantes logran describir qué significan los datos del enunciado y comenzar a inferir en las posibles soluciones de cada inciso.

#### **4.1.1.3 Aprehensión discursiva**

“Es la acción cognitiva que produce una asociación de la configuración identificada con afirmaciones matemáticas (definición, teoremas, axiomas)(Duval, 1995).”

Esta forma de aprehensión se pone de manifiesto cuando los estudiantes sumaban la cantidad de losetas de cada día para encontrar el total. Fue de gran importancia para identificar las etapas lejanas, y encontrar el patrón.

En la imagen 2.3, observamos el procedimiento aplicado por A31 para llegar a la respuesta de los incisos A,B y C. En el primero señala la sumatoria de losetas que se colocaron el día uno y dos. En el segundo realiza el mismo procedimiento agregando lo del tercer día. En el tercer inciso realiza multiplicaciones para encontrar el número de losetas que se ponen en ese día.

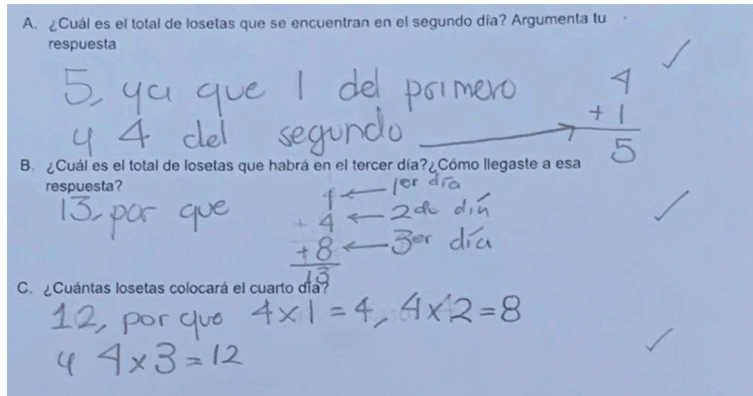


Imagen 1.3 Argumentación de A31

#### 4.1.1.4 Aprehensión operativa

“Se produce cuando el sujeto lleva a cabo alguna modificación a la configuración inicial para resolver un problema geométrico.”

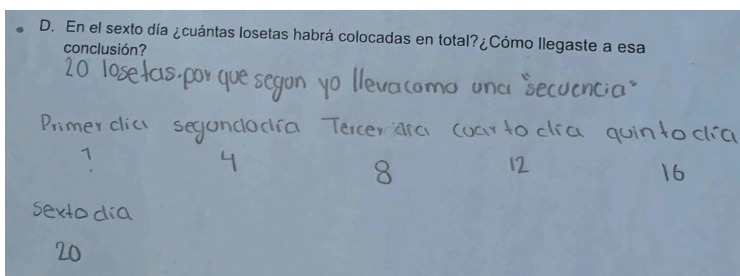
El alumno 31 (A31), presentó esta forma de aprehensión. Para formularla se apoyo de otras aprehensiones (secuencial y discursiva). Como se puede observar en la imagen 2.4 , A31 elaboró una tabla en la cual indicaba el número de día y la cantidad de losetas que se colocaban ese día.

	1	2	3	4	5	6
losetas	1	4	8	12	16	20

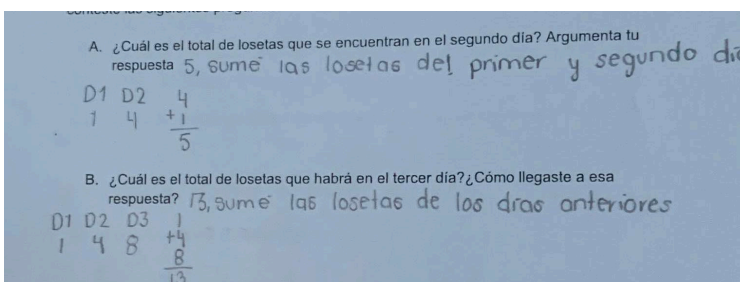
Imagen 1.4 Configuración modificada del problema por parte de A31

El enunciado sólo describe la cantidad de losetas hasta el tercer día, es por ello que para conocer el resto de los días se apoya de la aprehensión secuencial y discursiva.

Los alumnos A33 y A21 también presentaron esta forma de aprehensión, y sus modificaciones se pueden observar en las imágenes 2.5 y 2.6. Como se puede resaltar esta aprehensión les facilita visualizar los datos y trabajar las etapas que no aparecían en la configuración inicial.



**Imagen 1.5** Configuración modificada del problema por parte de A33



**Imagen 1.6** Configuración modificada del problema por parte de A21

A continuación en la tabla 1.1 se presenta un listado de los alumnos que presentaron el examen y las formas de aprehensión que movilizaron.

El grupo tiene un total de 34 alumnos, de los cuales 26 resolvieron el problema, el resto no se presentó el día de la aplicación de la prueba.

Alumno	Perceptiva	Secuencial	Discursiva	Operatoria
1	X	X	X	
2	X	X	X	
3	X		X	
4	X	X	X	
5	X	X	X	
6	X			
10	X	X	X	
11	X			
12	X	X	X	
13	X	X	X	X
14	X	X	X	
15	X	X	X	
16	X			
18	X	X	X	
19	X	X	X	
20	X	X	X	
21	X	X	X	X
22	X	X	X	
23	X	X	X	
25	X	X	X	
26	X	X	X	
27	X	X	X	
29	X	X	X	
30	X	X	X	
31	X	X	X	X

33	X	X	X	X
	100%	84,61%	88,46%	15,38%

**Tabla 1. Formas de aprehensión movilizada por los alumnos.**

#### 4.1.2 Habilidades del pensamiento crítico

En el sentido de Valenzuela (2008), entendemos a las habilidades de pensamiento o destrezas intelectuales pertinentes, como aquellas vinculadas con la profundización y refinamiento del conocimiento.

Dentro de la matemática se necesitan desarrollar habilidades de este pensamiento para compartir la forma de resolver problemas y dar a conocer cómo se llegó a una respuesta que contribuye a la solución de tal situación.

Para fines del estudio se realiza un mayor énfasis en la argumentación que desarrollan los estudiantes, considerando su análisis en la entrevista semiestructurada.

##### 4.1.2.1 Argumentación

Dentro de la clase de matemática es muy importante que el estudiante desarrolle la argumentación, que entendemos en el sentido de Sevillano (2020) como una razón que permita sustentar y respaldar la conclusión final.

Dentro del grupo se refleja un bajo desarrollo de esta habilidad, se considera que hace falta fomentar un lenguaje matemático dentro del aula, para que los estudiantes logren una mejor comprensión de los términos y conceptos matemáticos.

En la imagen 3.1, la argumentación de A33 presenta un apoyo de las formas de aprehensión, sin embargo, se distingue una barrera en el discurso matemático al

momento de profundizar en la solución del problema. En la imagen 3.2, A21 realiza una argumentación similar, donde se evidencia que encontraron un patrón de recurrencia en el problema.

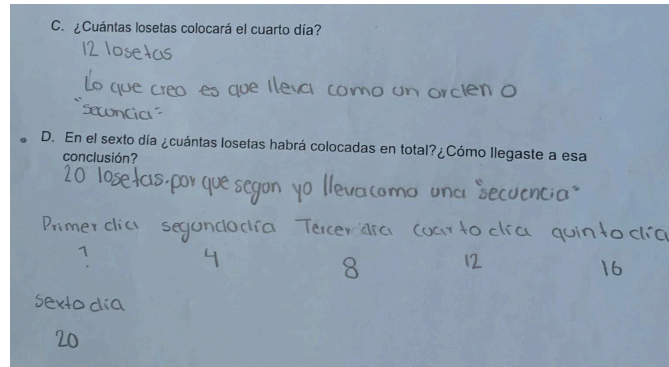


Imagen 1.7 Argumentación de A33

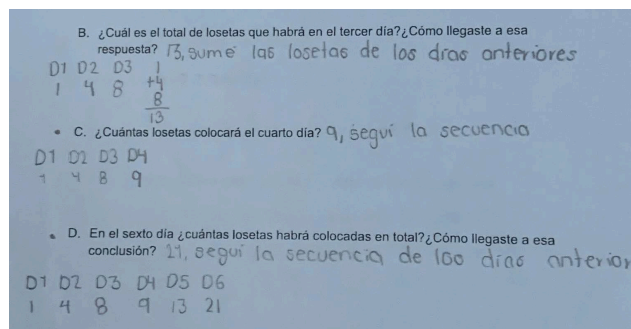
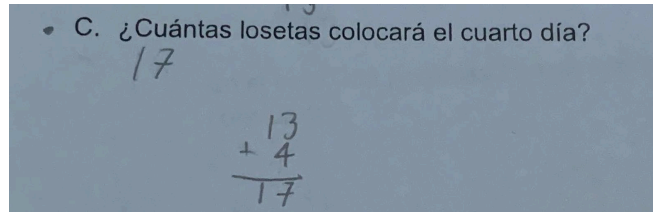


Imagen 1.8 Argumentación de A21

Algunos estudiantes no argumentan sus resultados a pesar de estar en las instrucciones de manera implícita. Se mostró que su manera de argumentar es anotando las operaciones que realizaron sin señalar qué representan esos números. Tal se muestra en la imagen 3.3, donde A27 argumenta el resultado anotando una sumatoria.



**Imagen 1.9** Argumentación de A27

#### **4.1.2.2 Análisis**

Esta habilidad permite al estudiante llegar a generalizaciones y por ello tomamos lo señalado por Sevillano (2020), donde describe que el análisis es una habilidad intrínseca del pensamiento que se tiene para extraer las partes de un todo.

Dentro de las entrevistas se les cuestionó si habían encontrado algún patrón donde algunos señalaban que iban sumando 4 a la cantidad de losetas que ponía el trabajador por día.

#### **4.1.2.3 Solución de problemas**

Nickerson & Smith (1990), definen la solución de problemas como los procesos de conducta y pensamiento dirigidos hacia la ejecución de determinada tarea intelectualmente exigente. Dentro de este estudio se resalta cómo los estudiantes realizan anotaciones, observaciones y cuestionamientos sobre la situación inicial, con la finalidad de lograr solucionar el problema.

## Capítulo 5

### Intervención educativa

#### 5.1 Objetivo general y específicos del plan de intervención educativa

Tomando en cuenta el análisis y resultados obtenidos del diagnóstico educativo se consideraron los siguientes objetivos para el plan de intervención.

**Objetivo general:** Extender las formas de argumentar y razonar de los estudiantes en el álgebra al realizar tareas que implican la resolución de patrones cuadráticos, trabajando de manera colaborativa y respetuosa.

**Objetivos específicos:**

- Diseñar estrategias didácticas que movilicen en los estudiantes argumentaciones matemáticas.
- Interpretar el análisis matemático que realizan los estudiantes al presentar argumentos en la resolución de ejercicios de patrones cuadráticos.
- Realizar actividades colaborativas en las que los estudiantes compartan sus argumentos al resolver ejercicios de patrones cuadráticos en un contexto específico.

## 5.2 Descripción del plan de intervención

El plan de intervención presenta en un inicio, una retroalimentación del lenguaje algebraico con el cual se busca reforzar las habilidades de los estudiantes al trabajar con problemas donde sea necesario analizar el contexto de la situación planteada y encontrar aquellas incógnitas o elementos que representarán en lenguaje algebraico. Como señala Huerta Sánchez citado por Villegas González (S.f.) El lenguaje algebraico “permite transmitir ideas y resolver problemas, así como identificar diferentes tipos de patrones para predecir fenómenos...”

Posteriormente se presenta en este plan de intervención una introducción a sucesiones lineales, geométricas y cuadráticas. Durante esta introducción se trabajan las operaciones básicas, comprensión lectora y el uso del lenguaje algebraico, con lo que se pretende que el estudiante realice un pequeño análisis de los ejercicios y se logre llegar a una fórmula para cierto tipo de sucesiones.

Para lograr evaluar este plan de intervención se utilizará una prueba, misma que se aplicó como diagnóstico educativo, con lo que se comparará las estrategias utilizadas por los estudiantes, su argumentación y las aprehensiones manifestadas al realizar nuevamente dicha actividad.

## 5.2.1 Planeación didáctica de clase interdisciplinar basado en la nueva escuela mexicana

### 5.2.1.1 Sesión 1

<b>Nombre del diseñador/a:</b>	<b>Fase y grado:</b>	<b>Fecha:</b>
Francisco Javier Sandoval Contreras	6 - Tercer grado	17 octubre 2023 (Noción de variable y constante)
<b>Tiempo:</b>	<b>Eje articulador:</b>	
50 minutos	<input type="checkbox"/> Interculturalidad crítica <input type="checkbox"/> Vida saludable <input type="checkbox"/> Inclusión <input type="checkbox"/> Arte y experiencias estéticas <input type="checkbox"/> Igualdad de género <input checked="" type="checkbox"/> Pensamiento crítico <input type="checkbox"/> Apropiación de las culturas a través de las lecturas	
<b>Campos formativo:</b>	<b>Proceso de desarrollo del aprendizaje (PDA) 1:</b>	
Saberes y pensamiento científico	No existe PDA relacionado por lo que se elaboró un aprendizaje general esperado.	
<b>Contexto grupal:</b>		
El grupo tiene una cantidad similar de hombres y mujeres, son participativos y sociables, sin embargo, no suelen exponer sus dudas al docente y optan por pedir los trabajos o copiar. Algunos de los alumnos que terminan rápido los trabajos apoyan a sus compañeros resolviendo dudas. Es usual que al trabajar en parejas se distraigan si no se da seguimiento o se guía en la actividad.		
<b>Aprendizaje general esperado:</b>		
Conceptualizar la variable de acuerdo a su uso como incógnita y generalización ; por medio del planteamiento de situaciones de la vida diaria y la elaboración de tablas donde se identifiquen los valores constantes y variables, promoviendo la iniciativa, respeto y participación como grupo.		
Inicio	Desarrollo	Cierre

<p>Pase de lista, revisión de tareas y pendientes (10 minutos)</p> <p>Actividades de inicio (10 minutos):</p> <p>a) Presentación del tema: Explicar a los estudiantes los usos de la variable y su importancia en las matemáticas y en nuestro entorno. (Explicar con la “caja mágica”(cubeta o cubo), y apoyándonos de dulces ir quitando y agregando para darle el valor a la incógnita) Dictar a los estudiantes lo que se entiende por variable y constante: Variable: Una cantidad desconocida que cambia o puede cambiar dependiendo la situación. Una letra (literal) con la cual se indica un conjunto indeterminado de valores. Representa un número generalizado, entre otras definiciones más.  Constante: Es una cantidad conocida que no cambia de valor, puede representarse con una literal que designa una cantidad fija, y puede ser un valor fijo en una expresión, por ejemplo, en una fórmula(apoyarse en la fórmula para calcular el tiempo de caída libre).</p> $t = \frac{V_f - V_i}{g}; \text{ donde } g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ <p>b) Preguntas de reflexión: Realizar preguntas a los estudiantes para que reflexionen sobre situaciones donde podrían aplicar los usos de la variable. Algunas preguntas podrían ser: - ¿En qué situaciones de la vida diaria se utilizan variables? - ¿Por qué son importantes los usos de la variable en matemáticas?</p>	<p>Actividades de desarrollo (20 minutos):</p> <p>a) Ejemplos concretos: Dictar a los estudiantes una situación de la vida cotidiana donde se utilizan variables y pedirles que identifiquen la variable y constante.</p> <p>Ejemplo 1 Analiza la información de tres planes de telefonía celular en la tabla 1.1.</p> <table border="1" data-bbox="795 478 1774 1114"> <thead> <tr> <th>Descripción</th> <th>Plan A</th> <th>Plan B</th> <th>PlanC</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cargo mensual por servicio</td> <td>\$200</td> <td>\$300</td> <td>\$500</td> </tr> <tr> <td>Min. incluidos indistintos</td> <td>200</td> <td>300</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>Números gratis a todos destinos</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>SMS incluidos</td> <td>200</td> <td>300</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>SMS adicional</td> <td>\$0.88</td> <td>\$0.88</td> <td>\$0.88</td> </tr> <tr> <td>Capacidad de datos incluidos</td> <td>400 MB</td> <td>600 MB</td> <td>1 GB</td> </tr> <tr> <td>MB adicional</td> <td>\$0.25</td> <td>\$0.25</td> <td>\$0.25</td> </tr> </tbody> </table> <p>En la tabla anterior podemos identificar cantidades constantes y otras que varían entre un plan y otro plan. Explicar en el pizarrón las variables y las constantes asignándole una expresión algebraica.</p> <p>b) Hoja de actividad Identifiquemos lo variable y lo constante: Proporcionar a los estudiantes ejercicios para practicar la identificación de las características de la variable y</p>	Descripción	Plan A	Plan B	PlanC	Cargo mensual por servicio	\$200	\$300	\$500	Min. incluidos indistintos	200	300	500	Números gratis a todos destinos	3	3	3	SMS incluidos	200	300	500	SMS adicional	\$0.88	\$0.88	\$0.88	Capacidad de datos incluidos	400 MB	600 MB	1 GB	MB adicional	\$0.25	\$0.25	\$0.25	<p>Actividades de cierre (10 minutos):</p> <p>a) Discusión en grupo: Revisar entre todos los resultados de la tabla. Fomentar la participación de todos y animarlos a explicar sus razonamientos.</p>
Descripción	Plan A	Plan B	PlanC																															
Cargo mensual por servicio	\$200	\$300	\$500																															
Min. incluidos indistintos	200	300	500																															
Números gratis a todos destinos	3	3	3																															
SMS incluidos	200	300	500																															
SMS adicional	\$0.88	\$0.88	\$0.88																															
Capacidad de datos incluidos	400 MB	600 MB	1 GB																															
MB adicional	\$0.25	\$0.25	\$0.25																															

	lo constante (Indicar que la hoja se pegará en su cuaderno). Pueden trabajar en parejas (asignar las parejas de alumnos que comprendieron el tema con los que no) o de forma individual. Duración: 20 minutos.	
<b>Recursos o materiales necesarios:</b>	Hoja de actividad: Identifiquemos lo variable y lo constante (Ver anexos) Plumones Pizarrón Cubo o cubeta vacíos Dulces	
<b>Productos esperados:</b>	Hoja de ejercicios prácticos en el cuaderno Hoja de ejercicios de evaluación en el cuaderno	
<b>Tipo y método de evaluación del aprendizaje:</b>	Formativa por medio de actividades	
<b>Referencias y bibliografía:</b>	Aparicio, E., Sosa, L. y Gómez, M. (2016). Álgebra y Pensamiento Algebraico. Experiencias de aprendizaje en bachillerato. Mérida, Yucatán: Ediciones de la Universidad Autónoma de Yucatán.	

### 5.2.1.2 Sesión 2

<b>Nombre del diseñador/a:</b>	<b>Fase y grado:</b>	<b>Fecha:</b>
Francisco Javier Sandoval Contreras	6 - Tercer grado	18 octubre 2023 (Lenguaje algebraico)
<b>Tiempo:</b>	<b>Eje articulador:</b>	
50 minutos	<input type="checkbox"/> Interculturalidad crítica <input type="checkbox"/> Vida saludable <input type="checkbox"/> Inclusión <input type="checkbox"/> Arte y experiencias estéticas <input type="checkbox"/> Igualdad de género <input checked="" type="checkbox"/> Pensamiento crítico <input type="checkbox"/> Apropiación de las culturas a través de las lecturas	
<b>Campos formativo:</b>	<b>Proceso de desarrollo del aprendizaje (PDA):</b>	
Saberes y pensamiento científico	Interpreta y plantea diversas situaciones del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa.	
<b>Contexto grupal:</b>		
El grupo tiene una cantidad similar de hombres y mujeres, son participativos y sociables, sin embargo, no suelen exponer sus dudas al docente y optan por pedir los trabajos o copiar. Algunos de los alumnos que terminan rápido los trabajos apoyan a sus compañeros resolviendo dudas. Es usual que al trabajar en parejas se distraigan si no se da seguimiento o se guía en la actividad.		
<b>Inicio</b>	<b>Desarrollo</b>	<b>Cierre</b>
Pase de lista, revisión de tareas y pendientes (10 minutos)  Actividades de inicio (10 minutos):  a) Presentación: Saludo a los estudiantes y retroalimentar los conceptos aprendidos en la clase anterior. Actividad: Lechuga preguntona Dentro de la lechuga se incluyen las siguientes preguntas: ¿Qué es variable? ¿Cuáles son los usos de la	Actividades de desarrollo (30 minutos):  a) Explicación teórica: Presentar los conceptos y reglas básicas del lenguaje algebraico, como el uso de variables, operaciones, expresiones algebraicas y ecuaciones.  Formas de mencionar las operaciones básicas Suma: Ejemplos <ul style="list-style-type: none"> <li>● Un número más 5</li> <li>● Sumar 5 a un número</li> <li>● 5 más que un número</li> <li>● Un número aumentado en 5</li> </ul>	Actividades de cierre (10 minutos):  a) Retroalimentación y resolución de dudas: Comentar las respuestas de los ejercicios prácticos de manera grupal y resolver cualquier duda que los estudiantes puedan tener.  b) Reflexión final: Pedir a los estudiantes que reflexionen sobre la importancia del lenguaje algebraico en la resolución de problemas y cómo pueden aplicarlo en su vida cotidiana y anotarlo debajo de la hoja de ejercicios prácticos.

<p>variable? ¿Dónde puedo utilizar las variables?</p> <p>b) Pregunta motivadora: Realizar una pregunta relacionada con la vida cotidiana que involucre el uso de lenguaje algebraico, por ejemplo: "El salario semanal de alguien que gana \$65 por hora trabajada durante 'h' horas a la semana., ¿cuánto gana a la semana si trabaja 36 horas?".</p>	<p>Resta: Ejemplos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Un número menos 11</li> <li>● Restar 11 a un número</li> <li>● Diferencia entre un número y 11</li> <li>● 11 menos que un número</li> <li>● Un número disminuido en 11</li> </ul> <p>Multiplicación: Ejemplos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 3 veces un número</li> <li>● 3 multiplicado por un número</li> <li>● El producto de 3 y un número</li> </ul> <p>División: Ejemplos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Un número dividido entre 7</li> <li>● La séptima parte de un número</li> <li>● El cociente de un número y 7</li> </ul> <p>Potencias y Raíces b) Actividad Cual si fuera otro idioma: Realizar varios ejercicios en los que los estudiantes tengan que traducir situaciones del lenguaje común al algebraico. Por ejemplo, "Traducir la siguiente frase a una expresión algebraica: Un séptimo de una cantidad x".</p>	
<p><b>Recursos o materiales necesarios:</b></p>	<p>Lechuga preguntona</p>	

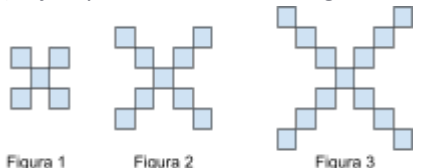
	<p>Plumones</p> <p>Pizarrón</p> <p>Hoja de ejercicios: Cual si fuera otro idioma (Ver anexos)</p>
<b>Productos esperados:</b>	Hoja de ejercicios: Cual si fuera otro idioma, pegada en el cuaderno.
<b>Tipo y método de evaluación del aprendizaje:</b>	Formativa por medio de actividades.
<b>Referencias y bibliografía:</b>	Aparicio, E., Sosa, L. y Gómez, M. (2016). Álgebra y Pensamiento Algebraico. Experiencias de aprendizaje en bachillerato. Mérida, Yucatán: Ediciones de la Universidad Autónoma de Yucatán.

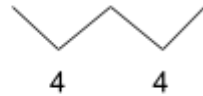
### 5.2.1.3 Sesión 3

<b>Nombre del diseñador/a:</b>	<b>Fase y grado:</b>	<b>Fecha:</b>
Francisco Javier Sandoval Contreras	6 - Tercer grado	19 octubre 2023 (Lenguaje algebraico)
<b>Tiempo:</b>	<b>Eje articulador:</b>	
50 minutos	<input type="checkbox"/> Interculturalidad crítica <input type="checkbox"/> Vida saludable <input type="checkbox"/> Inclusión <input type="checkbox"/> Arte y experiencias estéticas <input type="checkbox"/> Igualdad de género <input checked="" type="checkbox"/> Pensamiento crítico <input type="checkbox"/> Apropiación de las culturas a través de las lecturas	
<b>Campos formativo:</b>	<b>Proceso de desarrollo del aprendizaje (PDA) 1:</b>	
Saberes y pensamiento científico	Interpreta y plantea diversas situaciones del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa.	
<b>Contexto grupal:</b>		
El grupo tiene una cantidad similar de hombres y mujeres, son participativos y sociables, sin embargo, no suelen exponer sus dudas al docente y optan por pedir los trabajos o copiar. Algunos de los alumnos que terminan rápido los trabajos apoyan a sus compañeros resolviendo dudas. Es usual que al trabajar en parejas se distraigan si no se da seguimiento o se guía en la actividad.		
<b>Inicio</b>	<b>Desarrollo</b>	<b>Cierre</b>
Pase de lista, revisión de tareas y pendientes (10 minutos)  Actividades de inicio (10 minutos):  a) Retroalimentación del tema: De manera grupal resolver en el pizarrón los ejercicios de "Cual si fuera otro idioma".  b) Introducción de potencias, raíces e igualdades en el lenguaje común al algebraico.  c) Conversión del lenguaje algebraico al común sin contextualizar: Utilizando los ejemplos de introducción de potencias, raíces e igualdades, ejemplificar la conversión de una expresión algebraica a lenguaje común.	Actividades de desarrollo (30 minutos):  a) Ejemplos concretos: Presentar a los estudiantes ejercicios donde se convierte del lenguaje algebraico al común.  b) Ejercicios "Cual si fuera otro idioma parte 2" : Proporcionar a los estudiantes ejercicios para practicar (Indicar que la hoja se pegará en su cuaderno). Pueden trabajar en parejas (asignar las parejas de alumnos que comprendieron el tema con los que no) o de forma individual. Duración: 20 minutos.	Actividades de cierre (10 minutos):  a) Retroalimentación y resolución de dudas: Comentar las respuestas de los ejercicios prácticos de manera grupal y resolver cualquier duda que los estudiantes puedan tener.

<b>Recursos o materiales necesarios:</b>	Plumones Pizarrón Hoja de ejercicios prácticos: "Cual si fuera otro idioma parte 2" (Ver anexos)
<b>Productos esperados:</b>	Hoja de ejercicios prácticos en el cuaderno.
<b>Tipo y método de evaluación del aprendizaje:</b>	Formativa por medio de actividades.
<b>Referencias y bibliografía:</b>	Aparicio, E., Sosa, L. y Gómez, M. (2016). Álgebra y Pensamiento Algebraico. Experiencias de aprendizaje en bachillerato. Mérida, Yucatán: Ediciones de la Universidad Autónoma de Yucatán.

### 5.2.1.4 Sesión 4

<b>Nombre del diseñador/a:</b>	<b>Fase y grado:</b>	<b>Fecha:</b>
Francisco Javier Sandoval Contreras	6 - Tercer grado	20 octubre 2023 (Introducción a patrones lineales)
<b>Tiempo:</b>	<b>Eje articulador:</b>	
50 minutos	<input type="checkbox"/> Interculturalidad crítica <input type="checkbox"/> Vida saludable <input type="checkbox"/> Inclusión <input type="checkbox"/> Arte y experiencias estéticas <input type="checkbox"/> Igualdad de género <input checked="" type="checkbox"/> Pensamiento crítico <input type="checkbox"/> Apropiación de las culturas a través de las lecturas	
<b>Campos formativo:</b>	<b>Proceso de desarrollo del aprendizaje (PDA) 1:</b>	
Saberes y pensamiento científico	Representa algebraicamente una sucesión con progresión aritmética de figuras y números.	
<b>Contexto grupal:</b>		
El grupo tiene una cantidad similar de hombres y mujeres, son participativos y sociables, sin embargo, no suelen exponer sus dudas al docente y optan por pedir los trabajos o copiar. Algunos de los alumnos que terminan rápido los trabajos apoyan a sus compañeros resolviendo dudas. Es usual que al trabajar en parejas se distraigan si no se da seguimiento o se guía en la actividad.		
<b>Inicio</b>	<b>Desarrollo</b>	<b>Cierre</b>
Pase de lista, revisión de tareas y pendientes (5 minutos)  Actividades de inicio (5 minutos):  a) Repaso de operaciones básicas: En el pizarrón anotar las operaciones básicas y describir que representa. En el caso de multiplicación señalar cómo podemos expresarla con sumas. Ejemplo:	Actividades de desarrollo (30 minutos):  a) Ejemplos: Presentar la siguiente sucesión aritmética de figuras  <p>Figura 1      Figura 2      Figura 3</p> Presentar el análisis para llegar a la fórmula general de los patrones aritméticos.	Actividades de cierre (10 minutos):  a) Retroalimentación y resolución de dudas: Comentar las respuestas de los problemas de manera grupal y resolver cualquier duda que los estudiantes puedan tener.

$2+2+2+2 = 4(2)$	<table border="1" data-bbox="551 221 1666 483"> <thead> <tr> <th>Figura (n)</th> <th>cuadros</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>9</td> <td>5+4</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>13</td> <td>5+4+4</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> <p>Figura 1      2      3</p> <p>Cuadros 5      9      13</p>  <p>1er diferencia 4      4</p> <math display="block">a_n = a_1 + d(n - 1)</math> </div> <p>b) Solución de problemas: Proporcionar a los estudiantes problemas para practicar (Indicar que la hoja se pegará en su cuaderno). Pueden trabajar en parejas (asignar las parejas de alumnos que comprendieron el tema con los que no) o de forma individual.</p>	Figura (n)	cuadros		1	5	5	2	9	5+4	3	13	5+4+4
Figura (n)	cuadros												
1	5	5											
2	9	5+4											
3	13	5+4+4											
<b>Recursos o materiales necesarios:</b>	Plumones Pizarrón Hoja de problemas (Ver anexos)												
<b>Productos esperados:</b>	Hoja de problemas en el cuaderno												
<b>Tipo y método de evaluación del aprendizaje:</b>	Formativa por medio de actividades												
<b>Referencias y bibliografía:</b>	Aparicio, E., Sosa, L. y Gómez, M. (2016). Álgebra y Pensamiento Algebraico. Experiencias de aprendizaje en bachillerato. Mérida, Yucatán: Ediciones de la Universidad Autónoma de Yucatán. Casarrubias Garcia, A. (s. f.). Complemento matemático 1. Casarrubias editorial.												

### 5.2.1.5 Sesión 5

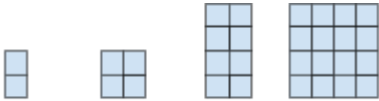
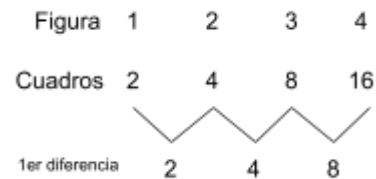
<b>Nombre del diseñador/a:</b>	<b>Fase y grado:</b>	<b>Fecha:</b>
Francisco Javier Sandoval Contreras	6 - Tercer grado	23 octubre 2023 (Sucesiones lineales y geométricas)
<b>Tiempo:</b>	<b>Eje articulador:</b>	
50 minutos	<input type="checkbox"/> Interculturalidad crítica <input type="checkbox"/> Vida saludable <input type="checkbox"/> Inclusión <input type="checkbox"/> Arte y experiencias estéticas <input type="checkbox"/> Igualdad de género <input checked="" type="checkbox"/> Pensamiento crítico <input type="checkbox"/> Apropiación de las culturas a través de las lecturas	
<b>Campos formativo:</b>	<b>Proceso de desarrollo del aprendizaje (PDA) 1:</b>	
Saberes y pensamiento científico	Representa algebraicamente una sucesión con progresión aritmética de figuras y números.	
<b>Contexto grupal:</b>		
El grupo tiene una cantidad similar de hombres y mujeres, son participativos y sociables, sin embargo, no suelen exponer sus dudas al docente y optan por pedir los trabajos o copiar. Algunos de los alumnos que terminan rápido los trabajos apoyan a sus compañeros resolviendo dudas. Es usual que al trabajar en parejas se distraigan si no se da seguimiento o se guía en la actividad.		
<b>Inicio</b>	<b>Desarrollo</b>	<b>Cierre</b>
Pase de lista, revisión de tareas y pendientes (10 minutos)  Actividades de inicio (10 minutos):  a) Retroalimentación: Dar solución a los ejercicios de la clase anterior explicando el procedimiento en cada uno de ellos.  ¿Qué características identificamos en las sucesiones aritméticas?	Actividades de desarrollo (25 minutos):  a) Ejemplos: Presentar la siguiente sucesión geométrica de figuras   Figura 1    Figura 2    Figura 3    Figura 4  Presentar el análisis para llegar a la fórmula general de los patrones geométricos.	Actividades de cierre (5 minutos):  a) Retroalimentación y resolución de dudas: Comentar las respuestas de los problemas de manera grupal y resolver cualquier duda que los estudiantes puedan tener.

Figura (n)	cuadros	
1	2	2
2	4	2+2
3	8	2+2+4
4	16	2+2+4+8

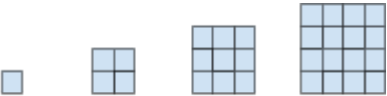


$$a_n = a_1(r^{n-1})$$

b) Solución de problemas: Proporcionar a los estudiantes problemas para practicar (Indicar que la hoja se pegará en su cuaderno). Pueden trabajar en parejas (asignar las parejas de alumnos que comprendieron el tema con los que no) o de forma individual.

<b>Recursos o materiales necesarios:</b>	Plumones Pizarrón Hoja de problemas (Ver anexos)
<b>Productos esperados:</b>	Hoja de problemas en el cuaderno
<b>Tipo y método de evaluación del aprendizaje:</b>	Formativa por medio de actividades
<b>Referencias y bibliografía:</b>	Aparicio, E., Sosa, L. y Gómez, M. (2016). Álgebra y Pensamiento Algebraico. Experiencias de aprendizaje en bachillerato. Mérida, Yucatán: Ediciones de la Universidad Autónoma de Yucatán. Casarrubias García, A. (s. f.). Complemento matemático 1. Casarrubias editorial.

### 5.2.1.6 Sesión 6

<b>Nombre del diseñador/a:</b>	<b>Fase y grado:</b>	<b>Fecha:</b>						
Francisco Javier Sandoval Contreras	6 - Tercer grado	24 octubre 2023 (Sucesiones cuadráticas)						
<b>Tiempo:</b>	<b>Eje articulador:</b>							
50 minutos	<input type="checkbox"/> Interculturalidad crítica <input type="checkbox"/> Vida saludable <input type="checkbox"/> Inclusión <input type="checkbox"/> Arte y experiencias estéticas <input type="checkbox"/> Igualdad de género <input checked="" type="checkbox"/> Pensamiento crítico <input type="checkbox"/> Apropriación de las culturas a través de las lecturas							
<b>Campos formativo:</b>	<b>Proceso de desarrollo del aprendizaje (PDA) 1:</b>							
Saberes y pensamiento científico	Representa algebraicamente una sucesión con progresión cuadrática de figuras y números.							
<b>Contexto grupal:</b>								
El grupo tiene una cantidad similar de hombres y mujeres, son participativos y sociables, sin embargo, no suelen exponer sus dudas al docente y optan por pedir los trabajos o copiar. Algunos de los alumnos que terminan rápido los trabajos apoyan a sus compañeros resolviendo dudas. Es usual que al trabajar en parejas se distraigan si no se da seguimiento o se guía en la actividad.								
<b>Inicio</b>	<b>Desarrollo</b>	<b>Cierre</b>						
Pase de lista, revisión de tareas y pendientes (5 minutos)  Actividades de inicio (5 minutos):  a) Retroalimentación: Dar solución a los ejercicios de la clase anterior explicando el procedimiento en cada uno de ellos.  ¿Qué características identificamos en las sucesiones cuadráticas?	Actividades de desarrollo (30 minutos):  a) Ejemplos: Presentar la siguiente sucesión geométrica de figuras   Figura 1    Figura 2    Figura 3    Figura 4  Presentar el análisis para llegar a la fórmula general de los patrones geométricos.	Actividades de cierre (10 minutos):  a) Retroalimentación y resolución de dudas: Comentar las respuestas de los problemas de manera grupal y resolver cualquier duda que los estudiantes puedan tener.						
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Figura (n)</th> <th>cuadros</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	Figura (n)	cuadros		1	1	1	
Figura (n)	cuadros							
1	1	1						

2	4	1+3
3	9	1+3+5
4	16	1+3+5+7

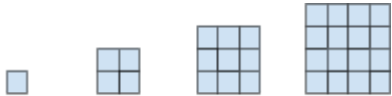


$$a_n = an^2 + bn + c$$

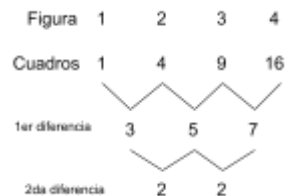
b) Solución de problemas: Proporcionar a los estudiantes problemas para practicar (Indicar que la hoja se pegará en su cuaderno). Pueden trabajar en parejas (asignar las parejas de alumnos que comprendieron el tema con los que no) o de forma individual.

<b>Recursos o materiales necesarios:</b>	Plumones Pizarrón Hoja de problemas (Ver anexos)
<b>Productos esperados:</b>	Hoja de problemas en el cuaderno
<b>Tipo y método de evaluación del aprendizaje:</b>	Formativa por medio de actividades
<b>Referencias y bibliografía:</b>	Aparicio, E., Sosa, L. y Gómez, M. (2016). Álgebra y Pensamiento Algebraico. Experiencias de aprendizaje en bachillerato. Mérida, Yucatán: Ediciones de la Universidad Autónoma de Yucatán. Casarrubias Garcia, A. (s. f.). Complemento matemático 1. Casarrubias editorial.

### 5.2.1.7 Sesión 7

<b>Nombre del diseñador/a:</b>	<b>Fase y grado:</b>	<b>Fecha:</b>						
Francisco Javier Sandoval Contreras	6 - Tercer grado	25 octubre 2023 (Sucesiones cuadráticas)						
<b>Tiempo:</b>	<b>Eje articulador:</b>							
50 minutos	<input type="checkbox"/> Interculturalidad crítica <input type="checkbox"/> Vida saludable <input type="checkbox"/> Inclusión <input type="checkbox"/> Arte y experiencias estéticas <input type="checkbox"/> Igualdad de género <input checked="" type="checkbox"/> Pensamiento crítico <input type="checkbox"/> Apropiación de las culturas a través de las lecturas							
<b>Campos formativo:</b>	<b>Proceso de desarrollo del aprendizaje (PDA) 1:</b>							
Saberes y pensamiento científico	Representa algebraicamente una sucesión con progresión cuadrática de figuras y números.							
<b>Contexto grupal:</b>								
El grupo tiene una cantidad similar de hombres y mujeres, son participativos y sociables, sin embargo, no suelen exponer sus dudas al docente y optan por pedir los trabajos o copiar. Algunos de los alumnos que terminan rápido los trabajos apoyan a sus compañeros resolviendo dudas. Es usual que al trabajar en parejas se distraigan si no se da seguimiento o se guía en la actividad.								
<b>Inicio</b>	<b>Desarrollo</b>	<b>Cierre</b>						
Pase de lista, revisión de tareas y pendientes (5 minutos)  Actividades de inicio (5 minutos):  a) Retroalimentación: Dar solución a los ejercicios de la clase anterior explicando el procedimiento en cada uno de ellos.  ¿Qué características identificamos en las sucesiones cuadráticas?	Actividades de desarrollo (30 minutos):  a) Ejemplos: Presentar la siguiente sucesión geométrica de figuras   Figura 1    Figura 2    Figura 3    Figura 4  Presentar el análisis para llegar a la fórmula general de los patrones geométricos. <table border="1" data-bbox="542 1232 1644 1362"> <tr> <td>Figura (n)</td> <td>cuadros</td> <td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </table>	Figura (n)	cuadros		1	1	1	Actividades de cierre (10 minutos):  a) Retroalimentación y resolución de dudas: Comentar las respuestas de los problemas de manera grupal y resolver cualquier duda que los estudiantes puedan tener.
Figura (n)	cuadros							
1	1	1						

2	4	1+3
3	9	1+3+5
4	16	1+3+5+7



$$a_n = an^2 + bn + c$$

$$a + b + c = \text{primer termino}$$

$$3a + b = \text{1er diferencia}$$

$$2a = \text{2da diferencia}$$

b) Solución de problemas: Proporcionar a los estudiantes problemas para practicar (Indicar que la hoja se pegará en su cuaderno). Pueden trabajar en parejas (asignar las parejas de alumnos que comprendieron el tema con los que no) o de forma individual.

<b>Recursos o materiales necesarios:</b>	Plumones Pizarrón Hoja de problemas (Ver anexos)
<b>Productos esperados:</b>	Hoja de problemas en el cuaderno
<b>Tipo y método de evaluación del aprendizaje:</b>	Formativa por medio de actividades
<b>Referencias y bibliografía:</b>	Aparicio, E., Sosa, L. y Gómez, M. (2016). Álgebra y Pensamiento Algebraico. Experiencias de aprendizaje en bachillerato. Mérida, Yucatán: Ediciones de la Universidad Autónoma de Yucatán. Casarrubias García, A. (s. f.). Complemento matemático 1. Casarrubias editorial.

### 5.2.1.8 Sesión 8

<b>Nombre del diseñador/a:</b>	<b>Fase y grado:</b>	<b>Fecha:</b>
Francisco Javier Sandoval Contreras	6 - Tercer grado	26 octubre 2023 (Sucesiones cuadráticas)
<b>Tiempo:</b>	<b>Eje articulador:</b>	
50 minutos	<input type="checkbox"/> Interculturalidad crítica <input type="checkbox"/> Vida saludable <input type="checkbox"/> Inclusión <input type="checkbox"/> Arte y experiencias estéticas <input type="checkbox"/> Igualdad de género <input checked="" type="checkbox"/> Pensamiento crítico <input type="checkbox"/> Apropiación de las culturas a través de las lecturas	
<b>Campos formativo:</b>	<b>Proceso de desarrollo del aprendizaje (PDA) 1:</b>	
Saberes y pensamiento científico	Representa algebraicamente una sucesión con progresión cuadrática de figuras y números.	
<b>Contexto grupal:</b>		
El grupo tiene una cantidad similar de hombres y mujeres, son participativos y sociables, sin embargo, no suelen exponer sus dudas al docente y optan por pedir los trabajos o copiar. Algunos de los alumnos que terminan rápido los trabajos apoyan a sus compañeros resolviendo dudas. Es usual que al trabajar en parejas se distraigan si no se da seguimiento o se guía en la actividad.		
<b>Inicio</b>	<b>Desarrollo</b>	<b>Cierre</b>
Pase de lista, revisión de tareas y pendientes (5 minutos)  Actividades de inicio (5 minutos):  a) Retroalimentación: Dar solución a los ejercicios de la clase anterior explicando el procedimiento en cada uno de ellos.	Actividades de desarrollo (30 minutos):  a) Solución de problemas: Proporcionar a los estudiantes problemas para practicar (Indicar que la hoja se pegará en su cuaderno). Pueden trabajar en parejas (asignar las parejas de alumnos que comprendieron el tema con los que no) o de forma individual.	Actividades de cierre (10 minutos):  a) Retroalimentación y resolución de dudas: Comentar las respuestas de los problemas de manera grupal y resolver cualquier duda que los estudiantes puedan tener.
<b>Recursos o materiales necesarios:</b>	Plumones Pizarrón Hoja de problemas (Ver anexos)	
<b>Productos esperados:</b>	Hoja de problemas en el cuaderno	

<b>Tipo y método de evaluación del aprendizaje:</b>	Formativa por medio de actividades
<b>Referencias y bibliografía:</b>	Aparicio, E., Sosa, L. y Gómez, M. (2016). Álgebra y Pensamiento Algebraico. Experiencias de aprendizaje en bachillerato. Mérida, Yucatán: Ediciones de la Universidad Autónoma de Yucatán. Casarrubias Garcia, A. (s. f.). Complemento matemático 1. Casarrubias editorial.

### 5.2.1.9 Sesión 9

<b>Nombre del diseñador/a:</b>	<b>Fase y grado:</b>	<b>Fecha:</b>
Francisco Javier Sandoval Contreras	6 - Tercer grado	26 octubre 2023 (Sucesiones cuadráticas)
<b>Tiempo:</b>	<b>Eje articulador:</b>	
50 minutos	<input type="checkbox"/> Interculturalidad crítica <input type="checkbox"/> Vida saludable <input type="checkbox"/> Inclusión <input type="checkbox"/> Arte y experiencias estéticas <input type="checkbox"/> Igualdad de género <input checked="" type="checkbox"/> Pensamiento crítico <input type="checkbox"/> Apropiación de las culturas a través de las lecturas	
<b>Campos formativo:</b>	<b>Proceso de desarrollo del aprendizaje (PDA) 1:</b>	
Saberes y pensamiento científico	Representa algebraicamente una sucesión con progresión cuadrática de figuras y números.	
<b>Contexto grupal:</b>		
El grupo tiene una cantidad similar de hombres y mujeres, son participativos y sociables, sin embargo, no suelen exponer sus dudas al docente y optan por pedir los trabajos o copiar. Algunos de los alumnos que terminan rápido los trabajos apoyan a sus compañeros resolviendo dudas. Es usual que al trabajar en parejas se distraigan si no se da seguimiento o se guía en la actividad.		
<b>Inicio</b>	<b>Desarrollo</b>	<b>Cierre</b>
Pase de lista, revisión de tareas y pendientes (10 minutos)  Actividades de inicio:  a) Retroalimentación: Dar solución a los ejercicios de la clase anterior explicando el procedimiento en cada uno de ellos.	Actividades de desarrollo (35 minutos):  a) Aplicación de instrumento de evaluación : Proporcionar a los estudiantes el problema que se presentó en el diagnóstico educativo. Se les darán 30 minutos para resolver el problema de manera individual.	Actividades de cierre (5 minutos):  a) Agradecimiento por su participación en la intervención: Se les agradece su participación en las actividades y se les entrega un pequeño detalle (dulce).
<b>Recursos o materiales necesarios:</b>	Plumones Pizarrón Hoja de problemas (Ver anexos)	
<b>Productos esperados:</b>	Hoja de problemas en el cuaderno	

<b>Tipo y método de evaluación del aprendizaje:</b>	Formativa por medio de actividades
<b>Referencias y bibliografía:</b>	Aparicio, E., Sosa, L. y Gómez, M. (2016). Álgebra y Pensamiento Algebraico. Experiencias de aprendizaje en bachillerato. Mérida, Yucatán: Ediciones de la Universidad Autónoma de Yucatán. Casarrubias Garcia, A. (s. f.). Complemento matemático 1. Casarrubias editorial.

## 5.4 Cronograma del plan de intervención

Se abordan 9 sesiones en las cuales se trabajarán temas relacionados a la variable, lenguaje algebraico, sucesiones lineales, geométricas y cuadráticas.

Considerando algunos días inhábiles se propusieron las siguientes fechas para el plan de intervención:

Sesión	Fecha	Tema
1	17 de octubre 2023	Variable
2	18 de octubre 2023	Lenguaje algebraico
3	19 de octubre 2023	Lenguaje algebraico
4	20 de octubre 2023	Sucesiones lineales
5	23 de octubre 2023	Sucesiones lineales
6	24 de octubre 2023	Sucesiones geométricas
7	25 de octubre 2023	Sucesiones cuadráticas
8	23 de octubre 2023	Sucesiones Cuadráticas
9	30 de octubre 2023	Evaluación del plan de intervención

Tabla 2. Cronograma de plan de intervención educativa.

## 5.5 Cronología del plan de intervención

La primera sesión se realizó el día 17 de octubre donde se trabajó el tema de la variable. Durante esta clase se señalaron aspectos claves para identificar una cantidad constante de una variable y los alumnos trabajaron en una serie de ejercicios donde señalaban la parte variable y constante de algunas expresiones presentadas.

Se abordó un ejemplo de algunos planes de telefonía celular y los distintos datos, donde los estudiantes señalaron cuáles eran variables y cuales constantes.

17/10/23 T#18

Tema: Identifiquemos lo variable y lo constante

$5x - 8x - 27$

Variable:  $x$ , incógnita, # que cambia desconocido

Constante: #fijo, valor, algo que no cambia

const.  $-27$

variab  $5x - 8x$

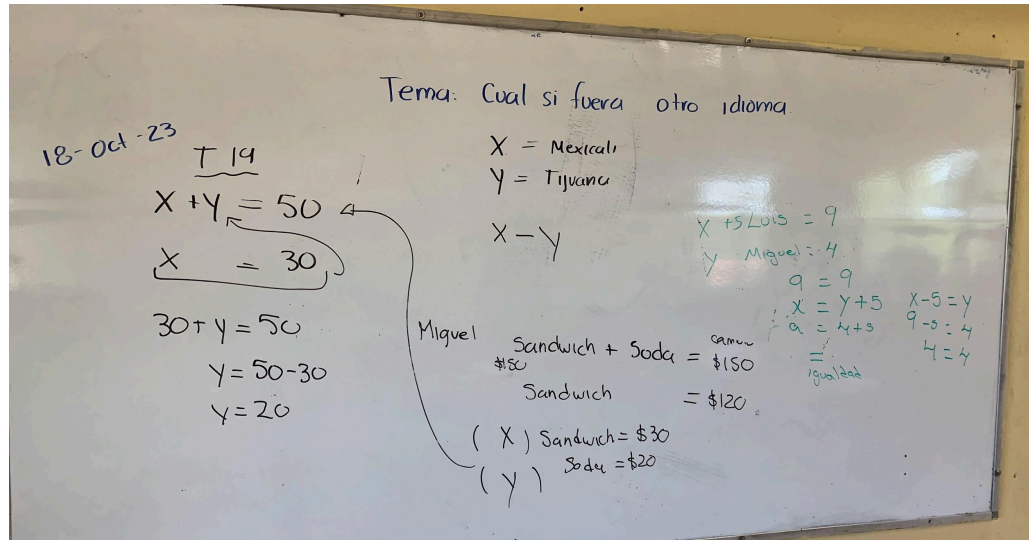
Término algebraico  $-6x^2$

Signo  $-$  Coeficiente  $6$  literal  $x$  exponente  $2$

DESCRIPCIÓN	PLAN A	PLAN B	PLAN C
Cargo mensual por Servicio (\$)	\$200	\$300	\$500
Minutos incluidos indistintos	200	300	500
Números gratis a todos destinos	3	3	3
SMS incluidos	200	300	500
SMS adicional	\$0.88	\$0.88	\$0.88

Imagen 1.10. Explicación de la sesión 1

La segunda sesión consistió en leer problemas matemáticos y traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico. Esta sesión se llevó a cabo el 18 de octubre 2023. Se presentaron muchas inquietudes por parte de los estudiantes sobre este tema, algunos de las situaciones se encontraban ligadas a que no se lograba articular el dato de la problemática con la expresión algebraica, no se lograba relacionar el enunciado a algún tipo de operación matemática.



**Imagen 1.11 Explicación de la sesión 2**

Por lo anterior se reforzó en la tercera sesión el tema del lenguaje algebraico, esta se llevó a cabo el 19 de octubre 2023. En ella se retomaron algunos ejercicios y se entregó a los estudiantes una hoja donde trabajaron traduciendo del lenguaje común a lenguaje algebraico. Con estos los alumnos se mostraron con mayor dominio de este tema.

El desarrollo de la cuarta sesión fue el día 20 de octubre 2023, donde se comenzó una introducción al tema de sucesiones, presentando una serie de números donde los estudiantes debían señalar la regla que cumple ese conjunto de números ordenados. Debido a que hubo poca asistencia de los alumnos este día, se decidió retomar el tema el día 23 de octubre en la quinta sesión para afianzar resolviendo ejercicios similares y realizando un análisis para obtener una expresión algebraica que permitiera trabajar las sucesiones lineales.

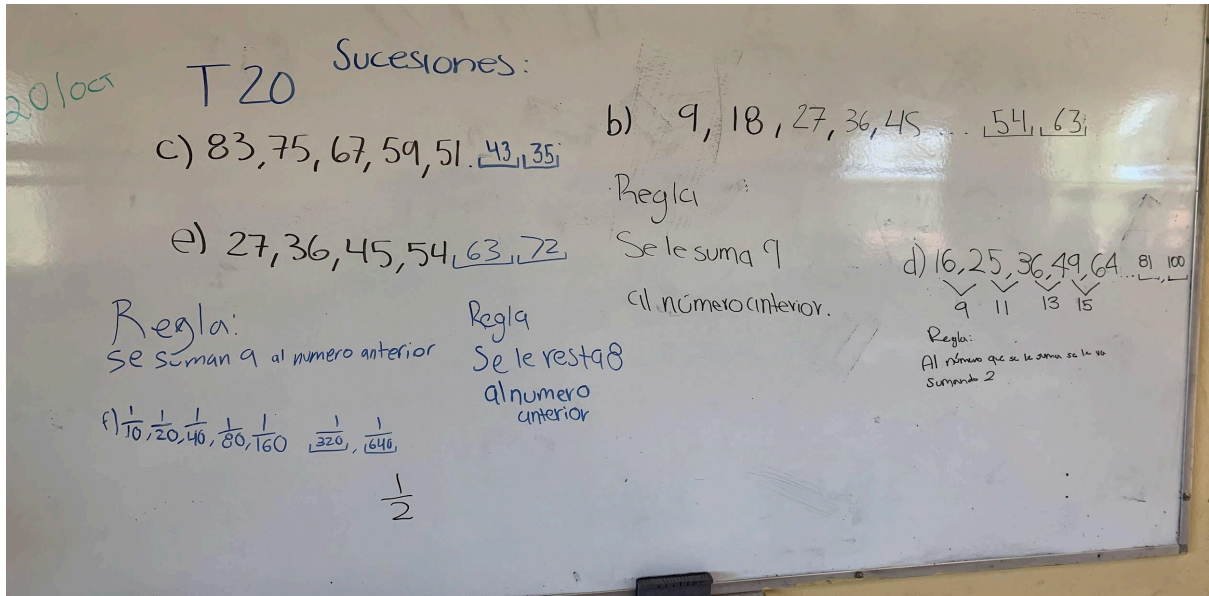


Imagen 1.12 Explicación de la sesión 4

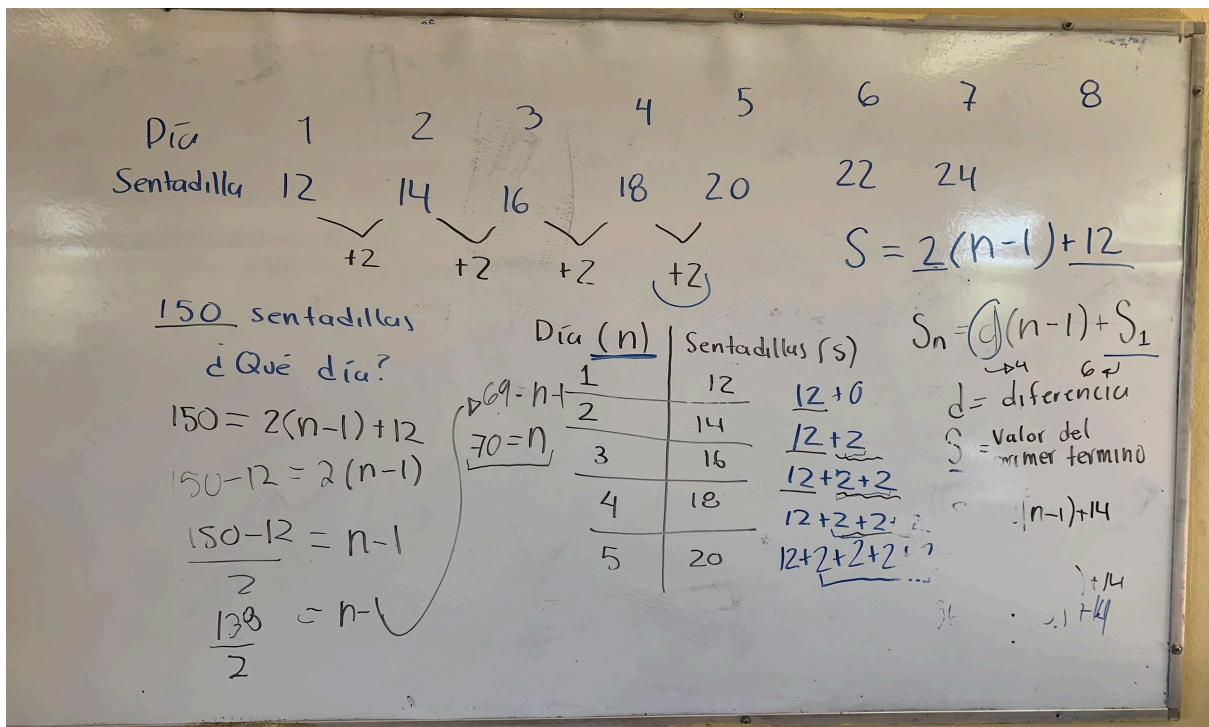


Imagen 1.13 Explicación de la sesión 5

La sexta sesión se realizó el día 24 de octubre 2023, en donde se comenzó con el análisis de las sucesiones geométricas, y de igual manera se llegó a la

expresión que representa a dichos conjuntos de números. Solamente se presentó un ejemplo de este tipo de sucesiones para dar mayor énfasis en los cuadráticos.

La séptima y octava sesión se realizaron los días 25 y 26 de octubre de 2023, en las cuales se trabajaron los ejercicios de sucesiones cuadráticas. En la séptima, se realizó un análisis de cómo se obtienen los valores de la expresión algebraica de este tipo de sucesión. Dentro de la octava sesión se dió solución a otro ejercicio donde apoyados de la expresión planteada, encontraron dichos valores y realizaron la comprobación de algunos valores dados.

El día 30 de octubre de 2023 se realizó una evaluación, en la que se retomó el problema de sucesiones cuadráticas planteado en el diagnóstico educativo. Muchos de los estudiantes no recordaban el ejercicio, sin embargo, lograron trabajarlo y abordarlo utilizando las expresiones algebraicas trabajadas en el desarrollo del plan de intervención.

## **5.6 Evaluación de la intervención educativa**

### **5.6.1 Metodología**

Se utilizó como instrumento de evaluación la misma prueba del diagnóstico educativo. Así mismo se aplica la misma entrevista focal a los estudiantes con la finalidad de triangular la información plasmada en el contexto de papel y lápiz, con su argumentación oral.

**Matemáticas**  
**Diagnóstico educativo**

**Fecha:** \_\_\_\_\_

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**  
Lee los siguientes problemas, realiza las operaciones y contesta las preguntas.

**Problema. Un trabajador esta colocando losetas en el piso de una casa, el primer día colocó una loseta, el segundo día colocó 4 y el tercer día colocó 8. De acuerdo a lo anterior contesta las siguientes preguntas.**

a) ¿Cuál es el total de losetas que se encuentran en el segundo día? Argumenta tu respuesta.

b) ¿Cuál es el total de losetas que habrá el tercer día? ¿Cómo llegaste a esa respuesta?

c) ¿Cuántas losetas colocará el cuarto día?

d) En el sexto día ¿Cuántas losetas habrá colocadas en total? ¿Cómo llegaste a esa respuesta?

e) Identifica la expresión algebraica para el tipo de sucesión que muestra el problema, y sustituye los valores para llegar a la regla.




Imagen 1.14 Diagnóstico educativo con modificaciones.

## 5.7 Resultados de la intervención educativa

### 5.7.1 Aprehensión perceptual

Se infiere que los estudiantes realizaron una configuración mental de los elementos dados en el problema, ya que en los siguientes incisos argumentaban señalando sobre ellos haciendo referencia al enunciado. En la imagen que se muestra a continuación se muestra la argumentación dada por los alumnos A10 y A25, en donde señala la cantidad de losetas, tomando la información directamente del enunciado.

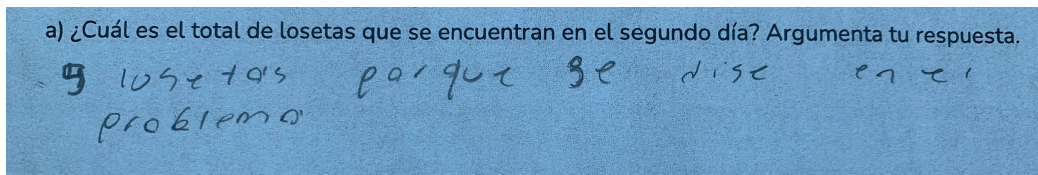


Imagen 1.15 Argumentación de A10

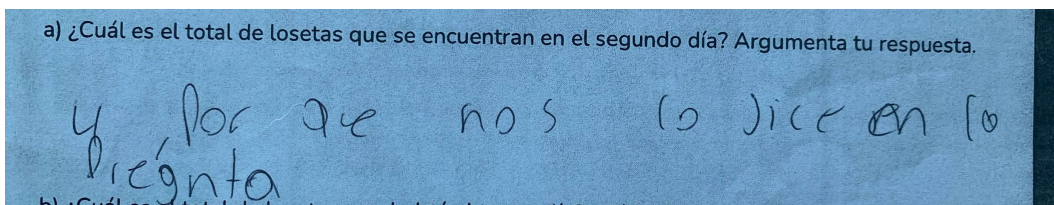


Imagen 1.16 Argumentación de A25

### 5.7.2 Aprehensión secuencial

Esta aprehensión se evidencia cuando el estudiante utiliza la información del enunciado e identifica los datos dándoles sentido para obtener más información o realizar inferencias de ciertos datos.

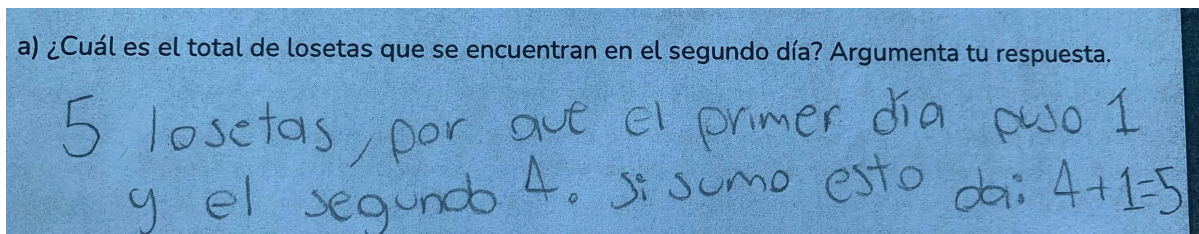


Imagen 1.17 Argumentación de A34

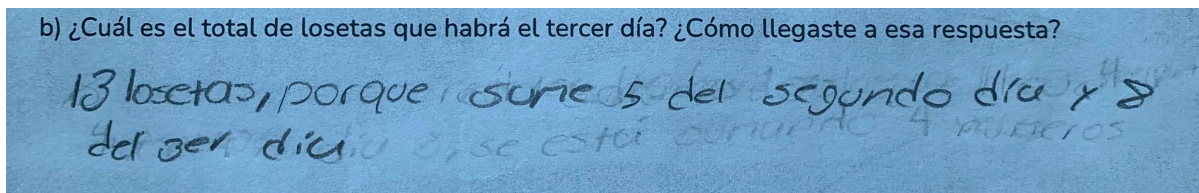


Imagen 1.18 Argumentación de A19

### 5.7.3 Aprehensión discursiva

“Es la acción cognitiva que produce una asociación de la configuración identificada con afirmaciones matemáticas (definición, teoremas, axiomas)(Duval, 1995).”

Retomando ese mismo significado, se observó que los estudiantes encontraron mayor facilidad para lograr describir alguna expresión matemática que permitiera dar solución al problema.

d) En el sexto día ¿Cuántas losetas habrá colocadas en total? ¿Cómo llegaste a esa respuesta?

n	S
1	1
2	4
3	8
4	13
5	19
6	26

e) Identifica la expresión algebraica para el tipo de sucesión que muestra el problema, y sustituye los valores para llegar a la regla.

$S_n = \text{diferencia anterior} + 1 + \text{el último resultado}$

Ejem.

$$S_6 = 6 + 1 + 19$$

$$S_6 = 7 + 19$$

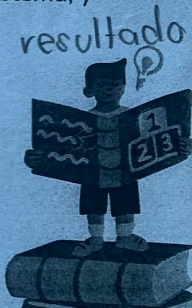
$$S_6 = 26$$


Imagen 1.19 Argumentación de A25

e) Identifica la expresión algebraica para el tipo de sucesión que muestra el problema, y sustituye los valores para llegar a la regla.

$$S_n = an^2 + bn + c$$

$$2a = d_2$$

$$a = 0.5$$

$$3a + b = d_1$$

$$b = 1.5$$

$$a + b + c = S_1$$


$$c = -1$$


Imagen 1.20 Argumentación de A25

#### 5.7.4 Aprehensión operativa

“Se produce cuando el sujeto lleva a cabo alguna modificación a la configuración inicial para resolver un problema geométrico.”

Los estudiantes lograron realizar modificaciones a los datos se les presentó en el enunciado y con ello obtenían la información necesaria para obtener los valores de sus expresiones algebraicas.

D	L	$D_1$	$D_2$
1	1	3	1
2	4		
3	8	4	

Imagen 1.21 Argumentación de A33

Este análisis nos permitió registrar por medio de una tabla la movilización de las aprehensiones de los estudiantes que participaron en esta última evaluación. En los siguientes apartados se presentarán algunas adecuaciones y sugerencias de la planeación y la comparación de los resultados antes y después de la intervención.

## Capítulo 6

### Prospectiva de la investigación

Como se menciona en el apartado anterior, existen áreas de oportunidad que pudieran trabajarse a futuro. Inicialmente incrementar la cantidad de sesiones para lograr ejemplificar más situaciones de la vida real. Durante esta intervención se consideraron 8 sesiones de 50 minutos aproximadamente, sin embargo, la realidad es que se pierde tiempo en otras actividades y se reduce la sesión a 35 minutos.

Otras mejoras pudieran ser los ejercicios, utilizando ejemplos gráficos, y trabajando por niveles los ejercicios, para que con ello se logre identificar más fácilmente el nivel de complejidad que representan ese tipo de situaciones a los estudiante.

Se agregaría el tema de comprensión lectora antes de lenguaje algebraico, a pesar de no ser un tema dentro de la materia, su desarrollo es de vital importancia para el tipo de situaciones y problemas que se plantean en el plan de intervención.

Consideraríamos también el ajustar la prueba diagnóstica que sea de menor complejidad para los estudiantes, debido a que la que se trabajó en este plan de intervención presentaba números fraccionarios y por el nivel o dominio de ellos por parte del grupo era muy bajo.

## Capítulo 7

### Conclusiones

Los estudiantes que fueron considerados fueron 19 estudiantes que cumplieron con la realización del diagnóstico educativo antes del plan de intervención, que participaron en ella y que finalizaron con la aplicación de la misma prueba posteriormente.

Alumno	Perceptiva	Secuencial	Discursiva	Operatoria
1	X	X	X	
2	X	X	X	
3	X		X	
4	X	X	X	
5	X	X	X	
6	X			
10	X	X	X	
11	X			
12	X	X	X	
15	X	X	X	
16	X			
19	X	X	X	
21	X	X	X	X
22	X	X	X	
23	X	X		
25	X	X	X	
26	X	X	X	
31	X	X	X	X
33	X	X	X	X
Porcentaje	100	78,94736842	78,94736842	15,78947368

Tabla 3 Resultados obtenidos antes del plan de intervención

Alumno	Perceptiva	Secuencial	Discursiva	Operatoria
1	X	X	X	X
2	X	X	X	X
3	X	X	X	
4	X	X	X	
5	X	X	X	X
6	X	X	X	X
10	X	X	X	X
11	X	X	X	
12	X	X	X	
15	X	X		X
16	X	X	X	X
19	X	X		
21	X	X	X	X
22	X	X	X	X
23	X	X		
25	X	X	X	
26	X	X	X	X
31	X	X	X	X
33	X	X	X	X
Porcentaje	100	100	84,21052632	63,15789474

**Tabla 4 Resultados obtenidos después de trabajar el plan de intervención**

Se puso en manifiesto que el plan de intervención movilizó en los estudiantes el desarrollo de su argumentación y que su habilidad para analizar el problema fue mejor. Se infiere que los estudiantes desarrollaron su habilidad al interpretar de manera algebraica el problema, permitiéndoles identificar en la información dada lo que era constante y lo que era variable.

El desarrollo de las habilidades antes mencionadas generó una nueva situación en la cual los estudiantes movilizan nuevos cuestionamientos al momento de realizar su análisis del problema. Estos se dirigían a la relación del día , las baldosas que se

agregaron y el total. Con ello resaltamos que al final de la intervención se logró evidenciar un mayor nivel de razonamiento que permitió que se realizarán esos cuestionamientos, que en la primera aplicación del diagnóstico educativo no se habían presentado.

Los temas relacionados al lenguaje algebraicos se deben reforzar en el aula de clase, articularlo a la comprensión lectora y desarrollar en los estudiantes la habilidad del lenguaje matemático dentro del aula. Durante el plan de intervención se dedicó poco tiempo a este tema, sin embargo, se logró apreciar la diferencia de cómo los estudiantes logran una mayor comprensión del problema después de haber trabajado en clase.

## Referencias

- Berciano, A., Gestal, C. J., & Salgado, M. (2022). Razonamiento y aprehensión ante una tarea geométrica: análisis de la pertinencia didáctica de una trayectoria de aprendizaje en educación infantil. *Bolema*, 36(72), 332-357. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a15>
- Brousseau, G., 1997. *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer, Dordrecht.
- Callejo, M. L., Fernández, C., y García-Reche, Á. (2019). Cognitive apprehension in visual pattern generalization problems. *Infancia y Aprendizaje*, 42(4), 783–828. <https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1652447>
- Casabuena, L. N. (2017). *El pensamiento matemático: una herramienta necesaria en la formación inicial de profesores de matemática*. Varona.
- Castillo, S. y Cabrerizo, J. (2005). *Formación del profesorado en educación superior. Didáctica y curriculum*. (Vol. 1). *Desarrollo curricular y evaluación*. (Vol. 2). Madrid: McGrawHill
- Castro, E. (2012). *Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar*.
- Díaz-Barriga, F. y Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: McGraw-Hill.
- Doyle, W. (1988). Work in Mathematics Classes: The Context of Students' Thinking During Instruction. *Educational Psychologist* :/Educational Psychologist, 23(2), 167-180. [https://doi.org/10.1207/s15326985ep2302\\_6](https://doi.org/10.1207/s15326985ep2302_6)
- Duval, R. (1995). Geometrical Pictures: Kinds of Representation and Specific Process. En Sutherland, R. y Mason, J. (Eds.), *Exploiting Mental Imagery*

- with Computers in Mathematical Education (142-157). Berlín, Germany: Springer.
- Flores, L. C., & Santos, S. C. (2017). La Matemática en el desarrollo cognitivo y metacognitivo del escolar primario. *EduSol*, 17(60), 45-59.
- Folgueiras Bertomeu, P. (2016). La entrevista.
- IMCO (2023, 5 diciembre). *PISA 2022: Dos de cada tres estudiantes en México no alcanzan el nivel básico de aprendizajes en Matemáticas*. IMCO. <https://imco.org.mx/pisa-2022-dos-de-cada-tres-estudiantes-en-mexico-no-alcanzan-el-nivel-basico-de-aprendizajes-en-matematicas/#:~:text=En%20la%20edici%C3%B3n%202022%2C%20el.pa%C3%ADs%20con%20los%20peores%20resultados.>
- Iñiguez, L., & Vitores, A. (2008). Entrevista grupal. *Métodos cualitativos de investigación en ciencias sociales*, 1-7.
- Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. En E. Fennema, & T. Romberg (Edits.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (págs. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Labarrere, A. (1994). Pensamiento, análisis y autorregulación en la actividad cognoscitiva de los alumnos. México: Ángeles Editores.
- Lewin, K., Tax, S., Stavenhagen, R., Fals, O., Zamosc, L., & Kemmis, S. (1946). La investigación acción participativa. *Editorial Popular*.

- Lozada, J. A. D., & Fuentes, R. D. (2018). Los métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32, 57-74.
- Lupiáñez, J. (2016). Sistemas de representación. En L. Rico, & A. Moreno (Edits.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (págs. 119-136). Granada, España: Pirámide.
- Martínez-Miraval, M. A., & García-Cuéllar, D. J. (2020). Estudio de las aprehensiones en el registro gráfico y génesis instrumental de la integral definida. *Formación Universitaria*, 13(5), 177-190.  
<https://doi.org/10.4067/s0718-50062020000500177>
- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 33-49.
- Naciones Unidas. (2022). Objetivos y metas de desarrollo sostenible. *Desarrollo Sostenible*.  
<https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/objetivos-de-desarrollo-sostenible/>
- National Council of Teachers of Mathematics . (2000). Principles and standards for school mathematics. USA: NCTM.
- Picón, D., & Melian, Y. A. (2014). La unidad de análisis en la problemática enseñanza-aprendizaje. *Informes Científicos Técnicos-UNPA*, 6(3), 101-117.
- Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM Mathematics Education*, 40, 83-96.
- Radford, L. (2018). The Emergence of Symbolic Algebraic Thinking in Primary School. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to*

- 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice (págs. 3-25). New York: Springer.
- Rivera, F. (2010). Visual templates in pattern generalization activity. *Educational Studies in Mathematics*, 297-328.
- SEP,(2022a).Plan de Estudio para la educación preescolar, primaria y secundaria 2022.
- SEP,(2022b).Recurso Sociocognitivo Pensamiento matemático
- Torregrosa, G. (2017). Coordinación de procesos cognitivos en la resolución de problemas: relación entre geometría y álgebra. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1(12), 1-17.
- Vergel Causado, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. Pna.
- Villegas Gonzalez, Hilda. (s. f.). Gaceta del Colegio de Ciencias y Humanidades. <https://gaceta.cch.unam.mx/es/el-algebra-te-hace-tenaz-y-creativo#:~:text=%E2%80%9CEI%20estudio%20del%20%C3%A1lgebra%20nos,para%20predecir%20fen%C3%B3menos%2C%20como%20la>
- Zapata, F., & Rondán, V. (2016). La investigación-acción participativa. *Instituto de Montaña. Perú*, 1-58.

# Anexos



Universidad Autónoma de Baja California  
 Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa  
 Didáctica de la matemática

Observación Educativa: Incidencia de actitudes y organización de la clase									
<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <th style="width: 50%;">Datos de la institución</th> <th style="width: 50%;">Datos del alumno</th> </tr> <tr> <td>Nombre: Dirección:</td> <td>Nombre: Matrícula: Salón: Grupo:</td> </tr> <tr> <td>No: 01</td> <td>Fecha:</td> </tr> <tr> <td colspan="2">Horas observadas: 1 hra.</td> </tr> </table>		Datos de la institución	Datos del alumno	Nombre: Dirección:	Nombre: Matrícula: Salón: Grupo:	No: 01	Fecha:	Horas observadas: 1 hra.	
Datos de la institución	Datos del alumno								
Nombre: Dirección:	Nombre: Matrícula: Salón: Grupo:								
No: 01	Fecha:								
Horas observadas: 1 hra.									
<b>Tema trabajado:</b> <b>Elementos a trabajar</b>									
Docente	Alumno								
<input checked="" type="checkbox"/> Estrategias didácticas y atención a estilos de aprendizaje:	<input checked="" type="checkbox"/> Participación en clase y conductas de los estudiantes:								
<input checked="" type="checkbox"/> Recursos y materiales didácticos:	<input checked="" type="checkbox"/> Actitudes presentadas por el alumnado con relación a la dinámica de trabajo:								
<input checked="" type="checkbox"/> Organización y manejo del grupo:	<input checked="" type="checkbox"/> Motivación por la clase:								
<input checked="" type="checkbox"/> Reflexiones (en general y sobre temática)									

**Anexo 1. Lista de cotejo para observación**

# Matemáticas

## Identifiquemos lo variable y lo constante

Fecha: \_\_\_\_\_

Número de trabajo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

Lee las siguientes características e indica con una X si se trata de una **variable**, una **constante** o **ambas**, o en la última columna indica si no estas seguro.

Características	Variable	Constante	No estoy seguro
a) Indica una generalización de cantidades			
b) Se mantiene cambiante en una situación			
c) Siempre son conocidas y toman un único valor			
d) Es capaz de tomar muchos valores			
e) Se puede representar con alguna literal (letra)			

Identifica las constantes y las variables de las siguientes expresiones algebraicas.

Expresiones algebraicas	Constante	Variable
a) $-3b + 13$		
b) $5x - 8x - 27$		
c) $-\frac{3}{4}a + \frac{11}{5}b$		
d) $\pi r^2$ (formula del área del círculo)		
e) $-\frac{7}{6}x - 0.5$		



**Anexo 2. Hoja de actividades sesión 1**

# Matemáticas

## Cual si fuera otro idioma

Fecha: \_\_\_\_\_

Número de trabajo: \_\_\_\_\_

### Instrucciones:

Lee los siguientes enunciados que se encuentran en lenguaje común y escribe la expresión algebraica de cada uno (utiliza las variables "x, y o z" para las expresiones e indica que representa).

### Ejemplo:

La temperatura disminuyó 3 grados durante la madrugada Representa la temperatura.  
 $t-3$   $t = \text{temperatura}$

Lenguaje común	Lenguaje algebraico	No estoy seguro
a) Luis tiene 5 tazos más que Miguel.	Representa la cantidad de tazos de Miguel.	
b) La diferencia de cantidad de los habitantes de Mexicali y los habitantes de Tijuana.	Representa la cantidad de habitantes.	
c) Obtuvieron descuento a la función de teatro la mitad de los asistentes.	Representa la cantidad de asistentes con descuento.	
d) En temporada de invierno el costo del kilo de jitomate aumentó al doble	Representa el costo del kilo de jitomate.	
e) Lucrecia tomó solamente la mitad de la sopa que su mamá le sirvió.	Representa la cantidad de sopa que tomó Lucrecia.	
f) La edad de una señora es el doble de la de su hijo.	Representa la edad de la señora.	
g) El área de un triángulo es igual a la mitad del producto de la base por la altura.	Representa el área de un triángulo.	
h) La diferencia entre mi edad y la edad de mi hija es de 27 años.	Representa la diferencia de edades.	



### Anexo 3. Hoja de actividades sesión 2

# Matemáticas

## Introducción: Sucesiones y patrones

Fecha: \_\_\_\_\_

Número de trabajo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

Completa la siguiente tabla, como se indica en los ejemplos.

Sucesión	Los dos números que siguen	Regla
a) 4, 8, 12, 16, 20, ...	<b>24, 28</b>	<b>Se suma 4 al número anterior</b>
b) 9, 18, 27, 36, 45, ...		
c) 83, 75, 67, 49, 51, ...		
d) 16, 25, 36, 49, 64, ...		
e) 27, 36, 45, 54, ...		
f) $\frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{40}, \frac{1}{80}, \frac{1}{160}, \dots$		

Lee el siguiente problema y contesta la pregunta.

**Luna está empezando a hacer ejercicio, esta semana realizó la siguiente cantidad de sentadillas por día.**

**12**
**14**
**16**
**18**
**20**
**22**
**24**  
 Día 1      Día 2      Día 3      Día 4      Día 5      Día 6      Día 7

Si su meta es llegar hasta las 150 sentadillas. ¿En qué día sería?



# Matemáticas

## Sucesiones lineales y su regla general

Fecha: \_\_\_\_\_

Número de trabajo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

Lee los siguientes problemas, realiza las operaciones y contesta las preguntas en tu cuaderno.

**1) A continuación se muestra la cantidad de montones de cerezas que reunió Mónica para hacer pay de cereza.**

Montones	1	2	3	4	5
<b>Cerezas</b>	<b>14</b>	<b>26</b>	<b>38</b>	<b>50</b>	<b>62</b>

- a) ¿Cuántas cerezas tiene en 6 montones?
- b) ¿Cuántas cerezas aumenta por montón? ¿Cómo te diste cuenta?
- c) ¿Cuántas cerezas tiene en el montón 14? ¿Cómo llegamos a ese valor?
- d) ¿Alguno de sus montones tiene 124 cerezas? ¿Por qué?

**2) Observa las siguientes figuras que formó Eusebio con algunas fichas y responde a las siguientes preguntas.**



Figura 1



Figura 2



Figura 3

- a) ¿Cuántos círculos tiene las figuras 5, 9 y 12?
- b) ¿Identificas alguna expresión algebraica para representar la cantidad de círculos? ¿Cuál es?
- c) ¿Cuál es la cantidad de círculos de la figura 100?

**Solo para analizar.** Observa las siguientes figuras y responde a las siguientes preguntas.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

- a) ¿De cuánto son los aumentos? ¿Identificas cuál es la expresión algebraica para expresar el número de cuadros según el número de figura?



# Matemáticas

## Sucesiones geométricas y su regla general

Fecha: \_\_\_\_\_

Número de trabajo: \_\_\_\_\_

### Instrucciones:

Lee los siguientes problemas, realiza las operaciones y contesta las preguntas en tu cuaderno.

1) A continuación se muestra una sucesión, identifica los incrementos y responde las siguientes preguntas.

n	1	2	3	4
s	3	9	27	81

a) ¿Cuál es el valor de S cuando "n" vale 5, 10 y 15?

b) Identifica la expresión algebraica que representa el valor de S según el valor de "n".

c) ¿Cómo podemos identificar que la sucesión es geométrica? .



Anexo 6. Hoja de actividades sesión 6