



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO

MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E INGENIERÍA



**ALGORITMO DE APROXIMACIONES ESTOCÁSTICAS
CON PERTURBACIÓN SIMULTÁNEA PARA LA
OPTIMIZACIÓN ROBUSTA DE ÍNDICES DE CAPACIDAD
DE PROCESOS PRODUCTIVOS**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL

GRADO DE DOCTOR EN

CIENCIAS

PRESENTA:

M.I. JUAN CARLOS CASTILLO GARCÍA

ENSENADA, BAJA CALIFORNIA, MÉXICO, MARZO DE 2023

DATOS GENERALES DEL PROYECTO

TÍTULO DEL PROYECTO

Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea para la optimización robusta de índices de capacidad de procesos productivos.

DATOS DEL TESISISTA

Nombre: Juan Carlos Castillo Garcia

Matrícula: 317617

Correo electrónico: carlos.castillo@uabc.edu.mx

Institución: Universidad Autónoma de Baja California

Unidad académica: Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño

Dirección: Km. 103 Carretera Tijuana-Ensenada S/N Punta
Morro C. P. 22860 Ensenada, Baja California, México.

DATOS DEL DIRECTOR DE TESIS

Nombre: Jesús Everardo Olguín Tiznado

Grado académico: Doctor en Ciencias en Ingeniería Industrial

Correo electrónico: jeol79@uabc.edu.mx

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO

MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E INGENIERÍA

Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea para la optimización robusta de índices de capacidad de procesos productivos

TESIS

Que para obtener el grado de Doctor en Ciencias presenta:

Juan Carlos Castillo García

Aprobada por:



Dr. Jesús Everardo Olgún Tiznado
Director de tesis



Dra. Claudia Camargo Wilson
Miembro del comité



Dr. Everardo Inzunza González
Miembro del comité



Dr. Jorge Luis García Alcaraz
Miembro del comité



Dr. Juan Andrés Barreras López
Miembro del comité

Ensenada Baja California, México. Marzo de 2023

Agradecimientos

Al finalizar esta importante etapa de mi vida, siento una profunda satisfacción personal por poder culminar esta meta. Es por esto que haciendo un recuento de las situaciones que se presentaron en el camino quiero agradecer a las personas que me acompañaron en este tiempo, en especial:

A Dios, por ponerme en un camino lleno de oportunidades para alcanzar otro gran logro.

A mis padres, por su amor y apoyo incondicional, siempre estaré agradecido por el esfuerzo constante que hicieron y siguen haciendo con el objetivo de darme mejores oportunidades. Mil gracias por mostrarme a luchar por cumplir mis metas, a no rendirme y a levantarme después de caerme.

A mi mujer, mi compañera de vida, mi mejor amiga y confidente Valeria, que siempre estás a mi lado, alentándome a seguir a delante con paciencia y confianza. Nunca voy a dejar de agradecerte por tu apoyo y amor incondicional. ¡Este logro es nuestro!

De manera especial agradezco a mi director de tesis Dr. Jesús Everardo Olguín, por su confianza, por todo su apoyo, orientación y tiempo dedicado a la revisión de este documento.

A mis asesores, Dr. Claudia Camargo, Dr. Juan Andrés López, Dr. Everardo Inzunza por haberme acompañado y asistido durante con paciencia a lo largo de este proyecto. Gracias por la predisposición permanente en aclarar mis dudas y por sus consejos y sugerencias invaluable.

A la Universidad Autónoma de Baja California y en especial a la Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, por darme la formación disciplinaria base para realizar este posgrado

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por haberme brindado los recursos económicos para poder realizar ESTE SUEÑO.

Dedicatoria

Victoria, Ivanna y Carlos, son ustedes mi tesoro más grande, y mi fuente más grande de motivación, esto es por y para ustedes!

Resumen

Existen diferentes técnicas de optimización de procesos industriales muy utilizadas en la industria, como el diseño experimental o la metodología de respuesta superficial (por citar algunas) llamadas técnicas clásicas de optimización. También existen técnicas alternativas de optimización, como el algoritmo de Aproximaciones Estocásticas de Perturbación Simultánea (SPSA), en las que se desconoce la relación entre las variables dependientes y las independientes de un proceso. En esta tesis se presenta una combinación de herramientas clásicas de optimización como el diseño de experimentos, para la construcción de un modelo cuadrático para la media como para la varianza, con el objetivo de aplicar un algoritmo de búsqueda lineal, como SPSA para determinar las condiciones óptimas de operación de procesos productivos, esto utilizando como respuesta índices de capacidad de procesos como son el índice de capacidad de proceso (c_{pk}), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR). Cuatro casos de estudio, tomados de la literatura fueron analizados para llevar a cabo este trabajo de investigación. Los resultados obtenidos muestran que el SPSA es un método iterativo, eficiente y fácil de utilizar para maximizar los índices de capacidad de procesos como el c_{pk} , RD y SNR. Capaz de igualar, incluso mejorar los resultados reportados por los autores.

Palabras clave: Optimización, Diseño de Experimentos, Índice de capacidad, búsqueda lineal.

Resume

There are different industrial process optimization techniques widely used in industry, such as experimental design or surface response methodology (to name a few) called classical optimization techniques. There are also alternative optimization techniques, such as the Stochastic Simultaneous Perturbation Approximations (SPSA) algorithm, in which the relationship between the dependent and independent variables of a process is unknown. This thesis presents a combination of classical optimization tools such as design of experiments, for the construction of a quadratic model for the mean as for the variance, with the objective of applying a linear search algorithm, as SPSA to determine the optimal operating conditions of productive processes, this using as response process capability indices such as the process capability index (c_{pk}), the Dual Response (DR) index and the Signal to Noise Ratio (SNR). Four case studies, taken from the literature were analyzed to carry out this research work. The results obtained show that SPSA is an iterative, efficient and easy to use method to maximize process capability indices such as c_{pk} , DR and SNR. Capable of matching, even improving the results reported by the authors.

Keywords: Optimization, Design of Experiments, Capability Index, linear search.

Índice General

Agradecimientos	I
Dedicatoria	II
Resumen.....	III
Capítulo 1 Introducción.....	1
1.1 Antecedentes	1
1.1.1 Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea	1
1.2 Planteamiento del problema.....	6
1.3 Objetivo General	6
1.4 Preguntas de investigación	7
1.5 Hipótesis planteadas	7
1.6 Justificación	8
1.7 Limitaciones y delimitaciones	8
1.8 Organización de la tesis.....	8
Capítulo 2 Marco Teórico	10
2.1 Metodología Seis Sigma	10
2.2.1 Conceptos básicos del Diseño De Experimentos.....	11
2.2 Diseño De Experimentos	11
2.3 Capacidad de procesos.....	15
2.4 Metodología de superficie de respuesta.....	17
2.5 Método de Aproximaciones Estocásticas.....	19
2.6 Estado del Arte	21
2.6.1 Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea.....	21
2.6.2 Características del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea.....	23
2.6.3 Áreas de aplicación del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea.....	24
Capítulo 3 Materiales y métodos	32
3.1 Materiales	32
3.2 Método.....	32
3.2.1 Para realizar las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión ak y ck evaluando el índice de capacidad real cpk como variable de respuesta.....	32
3.2.2 Para realizar las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión ak y ck evaluando los índices respuesta dual RD y razón señal a ruido SNR como variables de respuesta.....	39
3.2.3. Para realizar las evaluaciones del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea partiendo de diferentes valores iniciales para los factores controlables.....	45
Capítulo 4 Resultados y Discusión.....	51
4.1 De las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión ak y ck evaluando el índice de capacidad real cpk como variable de respuesta.....	51
4.2 De las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión ak y ck evaluando los índices respuesta dual RD y razón señal a ruido SNR como variables de respuesta.....	64
4.3 De las evaluaciones del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea partiendo de diferentes valores iniciales para los factores controlables.....	73
Capítulo 5 Conclusiones	85

5.1 Conclusiones	85
5.1.1 De las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión ak y ck evaluando el índice de capacidad real cpk como variable de respuesta.....	85
5.1.2 De las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión ak y ck evaluando los índices respuesta dual RD y razón señal a ruido SNR como variables de respuesta.....	85
5.1.3 De las evaluaciones del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea partiendo de diferentes valores iniciales para los factores controlables.....	86
Bibliografía	87
Anexos	94

Índice de Figuras

<i>Figura 2.1 Variables de un proceso y preguntas a responder al diseñar un experimento</i>	12
<i>Figura 2.2 Representación geométrica del Diseño Factorial 2^2</i>	14
<i>Figura 2.3 gráfica en el plano del diseño 3^2</i>	15
<i>Figura 2.4 Ejemplo de algoritmo de optimización estocástica que minimiza una función de pérdida $L(\theta_1, \theta_2)$. imagen tomada de (Spall, 1998b)</i>	22
<i>Figura 2.5 Ejemplo de búsqueda relativa del SPSA comparando con FDSA, tomada de (Spall, 1998b)</i>	23
<i>Figura 2.6 Diferentes Aplicaciones del SPSA encontradas en la literatura. Elaboración propia</i>	25
<i>Figura 2.7 Frecuencia de las medidas de sucesión ak</i>	28
<i>Figura 2.8 Frecuencia de las medidas de sucesión ck</i>	29
<i>Figura 4.1. Comportamiento gráfico de (cpk) en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011)</i>	53
<i>Figura 4.2. Comportamiento gráfico de (cpk) en el proceso de simulación de 1 a 200 iteraciones en el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011)</i>	54
<i>Figura 4.3. Comportamiento gráfico de (cpk) en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011))</i>	56
<i>Figura 4.4. Comportamiento gráfico de (cpk) en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo YIELD reportado por (Gedi et al., 2015)</i>	57
<i>Figura 4.5. Comportamiento gráfico de (cpk) en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo de la EPA reportado por (Gedi et al., 2015)</i>	59
<i>Figura 4.6. Comportamiento gráfico de (cpk) en el proceso de simulación de 1 a 200 iteraciones en el modelo de la EPA reportado por (Gedi et al., 2015)</i>	60
<i>Figura 4.7. Comportamiento gráfico de (cpk) en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo de la EPA reportado por (Gedi et al., 2015)</i>	62
<i>Figura 4.8. Comportamiento gráfico de (cpk) en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo DHA reportado por (Gedi et al., 2015)</i>	63
<i>Figura 4.9 Comportamiento gráfico de (RD) en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo 1 reportado por Olguín et al., (2011)</i>	66
<i>Figura 4.10 Comportamiento grafico de (SNR) en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo 1 reportado por Olguín et al., (2011)</i>	69
<i>Figura 4.11 Comportamiento grafico de (SNR) en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo 2 reportado por Gedi et al., (2015)</i>	70
<i>Figura 4.12 Signal Noise Ratio index for model 3 in 500 iterations</i>	71
<i>Figura 4.13 Signal Noise Ratio index for model 4 in 500 iterations</i>	73
<i>Figura 4.14 Comportamiento grafico de la variable de respuesta YIELD en el proceso iterativo de 100 iteraciones</i>	76
<i>Figura 4.15 Comportamiento grafico de la variable de respuesta YIELD en el proceso iterativo de 200 iteraciones</i>	77
<i>Figura 4.16 Comportamiento grafico de la variable de respuesta YIELD en el proceso iterativo de 500 iteraciones</i>	79
<i>Figura 4.17 Comportamiento grafico de la variable de respuesta EPA en el proceso iterativo de 100 iteraciones</i>	80
<i>Figura 4.18 Comportamiento grafico de la variable de respuesta EPA en el proceso iterativo de 200 iteraciones</i>	82

<i>Figura 4.19 Comportamiento grafico de la variable de respuesta EPA en el proceso iterativo de 500 iteraciones</i>	<i>83</i>
<i>Figura 4.20 Comportamiento grafico de la variable de respuesta DHA en el proceso iterativo de 500 iteraciones</i>	<i>85</i>

Índice de Tablas

<i>Tabla 2.1 Maneras de escribir los tratamientos del diseño experimental.....</i>	<i>13</i>
<i>Tabla 2.2 Diseño Factorial 3² en tres notaciones útiles.....</i>	<i>14</i>
<i>Tabla 3.1 Diferentes medidas de sucesión a_k y c_k encontradas en la literatura</i>	<i>32</i>
<i>Tabla 3.2. Experimentos por medida de sucesión en el AAEPS</i>	<i>41</i>
<i>Tabla 3.3 valores de $\phi_k +$ y $\phi_k -$ para las variables RD y SNR calculados para cada modelo.....</i>	<i>44</i>
<i>Tabla 3.4 valores de la iteración 2 X2 + y X2 - para las variables RD y SNR calculados para cada modelo.....</i>	<i>45</i>
<i>Tabla 3.5 Diseño Central Compuesto utilizado por Gedi et al., 2015</i>	<i>46</i>
<i>Tabla 4.1. Experimentos sobre las mediciones de sucesión del algoritmo del SPSA</i>	<i>51</i>
<i>Tabla 4.2. Resultados de la evaluación del algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones.....</i>	<i>52</i>
<i>Tabla 4.3. Resultados del (cpk) evaluado por el Algoritmo SPSA en el proceso de simulación de 1 a 200 iteraciones en el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011).....</i>	<i>53</i>
<i>Tabla 4.4. Resultados de (cpk) evaluados por el Algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011).....</i>	<i>55</i>
<i>Tabla 4.5. Resultados de (cpk) evaluados por el algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo de rendimiento comunicado por (Gedi et al., 2015).....</i>	<i>56</i>
<i>Tabla 4.6. Resultados del Cpk evaluado por el algoritmo del AEE en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo de la EPA notificado por (Gedi et al., 2015).....</i>	<i>58</i>
<i>Tabla 4.7. Resultados del (cpk) evaluado por el algoritmo del AEE en el proceso de simulación de 1 a 200 iteraciones en el modelo de la EPA comunicado por (Gedi et al., 2015)</i>	<i>59</i>
<i>Tabla 4.8. Resultados del (cpk) evaluado por el algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo de la EPA reportado por (Gedi et al., 2015).....</i>	<i>60</i>
<i>Tabla 4.9. Resultados del (cpk) evaluado por el algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo DHA reportado por (Gedi et al., 2015).....</i>	<i>62</i>
<i>Tabla 4.10 Resultados de la variable de respuesta RD evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 500 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015).....</i>	<i>65</i>
<i>Tabla 4.11 Resultados de la variable de RD para el modelo 2 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones.....</i>	<i>66</i>
<i>Tabla 4.12 Resultados de la variable de RD para el modelo 3 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones.....</i>	<i>67</i>
<i>Tabla 4.13 Resultados de la variable de RD para el modelo 4 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones.....</i>	<i>67</i>
<i>Tabla 4.14 Resultados de la variable de SNR para el modelo 1 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones.....</i>	<i>68</i>
<i>Tabla 4.15 Resultados de la variable de SNR para el modelo 2 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones.....</i>	<i>69</i>
<i>Tabla 4.16 Resultados de la variable de SNR para el modelo 3 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones.....</i>	<i>70</i>
<i>Tabla 4.17 Resultados de la variable de SNR para el modelo 4 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones.....</i>	<i>72</i>
<i>Tabla 4.18 Comparativo de resultados reportados en la literatura y los obtenidos en este trabajo74</i>	
<i>Tabla 4.19 Resultados de la variable de respuesta YIELD evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 100 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015).....</i>	<i>74</i>

<i>Tabla 4.20 Resultados de la variable de respuesta YIELD evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 200 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015).....</i>	<i>76</i>
<i>Tabla 4.21 Resultados de la variable de respuesta YIELD evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 500 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015).....</i>	<i>78</i>
<i>Tabla 4.23 Resultados de la variable de respuesta EPA evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 100 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015).....</i>	<i>79</i>
<i>Tabla 4.24 Resultados de la variable de respuesta EPA evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 200 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015).....</i>	<i>81</i>
<i>Tabla 4.25 Resultados de la variable de respuesta EPA evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 200 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015).....</i>	<i>82</i>
<i>Tabla 4.26 Resultados de la variable de respuesta DHA evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 100 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015).....</i>	<i>84</i>

Capítulo 1 Introducción

1.1 Antecedentes

1.1.1 Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea

En los últimos 25 años, los métodos de optimización estocástica como el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea (SPSA, por sus siglas en inglés) han jugado un papel importante en el análisis moderno de los sistemas. Estos métodos proporcionan un buen funcionamiento resolviendo problemas no lineales sistemas de alta dimensión, o sistemas que eran inapropiados para los métodos clásicos de optimización determinista.

El Algoritmo de Aproximación Estocástica de Perturbación Simultánea (SPSA) propuesto por Spall (Spall, 1992) es un procedimiento de aproximación estocástica multivariable del tipo de Kiefer y Wolfowitz (Chin, 1997; Khong, Tan, Manzie, & Nešić, 2015; Prashanth, Bhatnagar, Fu, & Marcus, 2016; Radenković, Stanković, & Stanković, 2018). No requiere un conocimiento profundo del sistema a optimizar, es decir, es aplicable en situaciones en las que la relación funcional entre la variable de respuesta a optimizar representada por \hat{y} y sus variables controlables representadas por X_k , García (J. C. C. García et al., 2019).

Este algoritmo es el más eficiente de los tipos Kiefer y Wolfowitz, tanto en la teoría como en la práctica, ya que presenta una mayor tasa de convergencia y requiere sólo dos observaciones en cada iteración para estimar el gradiente (Dellino, Kleijnen, & Meloni, 2012; Jalali & Nieuwenhuyse, 2015; Miranda & Del Castillo, 2011; Parnianifard, Azfanizam, Ariffin, & Ismail, 2018). Este último es de gran interés ya que de él depende directamente el costo económico y la simplicidad del trabajo experimental (Chin, 1997; Fu & Ho, 1988; Prashanth et al., 2016). Sin embargo, el algoritmo del SPSA no propone qué hacer en el caso de su aplicación en la práctica cuando en alguna iteración de este algoritmo una nueva solución con uno o más factores X_k controlables fuera se genera la región factible o el dominio de la misma. (Haghighat Sefat, Muradov, Elsheikh, & Davies, 2016; Ito & Dhaene, 2016; Long-Fei & Le-Yuan, 2013; Sadegh & Spall, 1998), resuelven este problema desarrollando el Algoritmo del SPSA con proyección.

Para garantizar la convergencia de los procedimientos de aproximación estocástica del tipo Kiefer-Wolfowitz, es necesario definir dos secuencias decrecientes de no negativos números reales a_k y c_k , de los cuales el rendimiento de este tipo de estocástico procedimientos de aproximación depende de la forma en que se definan estas sucesiones, (Sadegh & Spall, 1998) proponen un criterio para garantizar su convergencia.

Para ver ejemplos numéricos que muestran la dependencia de los procedimientos de aproximación estocástica del tipo Kiefer-Wolfowitz de este con diferentes combinaciones de estas secuencias, ver los siguientes trabajos: (Andradóttir, 1995; Broadie, Cicek, & Zeevi, 2011; L'Ecuyer, Giroux, & Glynn, 1994; Sadegh & Spall, 1998; Śliwiński & Wachel, 2013).

Chin en 1997 (Chin, 1997) clasifica la aproximación estocástica en dos tipos de técnicas: El tipo Robbins-Monro y el tipo Kiefer-Wolfowitz. El primer tipo se caracteriza por su necesidad de observaciones directas de la función $h(x)$. Algunos ejemplos de estas técnicas son: el Robbins-

Monro, pasos ascendentes, Newton-Raphson, análisis de perturbaciones y métodos de proporción de probabilidad.

Las segundas requieren estimaciones o aproximaciones de la función $h(x)$, algunos ejemplos de estos métodos son: Método de Kiefer-wolfowitz, diferencias finitas y método de perturbación simultánea. Este segundo tipo se considera más útil ya que no requieren un conocimiento profundo del sistema para optimizar.

Esto es una ventaja sobre otros algoritmos (como la genética, los pasos ascendentes, la proporción de probabilidad, por nombrar algunos) que requieren mediciones directas de la función objetivo (que a menudo son difíciles o imposibles de obtener).

La característica principal del SPSA es la aproximación del gradiente que requiere sólo dos mediciones por iteración de la función objetivo. Esta característica hace que el SPSA sea relativamente fácil de usar en problemas difíciles de optimización multi-variable.

El SPSA es considerado el algoritmo más eficiente de la Kiefer y Wolfowitz, teórica y prácticamente, ya que presenta una mayor tasa de convergencia y requiere sólo dos observaciones en cada iteración para estimar el gradiente (Amaran, Sahinidis, Sharda, & Bury, 2016; Miranda & Del Castillo, 2011; Olguín Tiznado, García Martínez, Camargo Wilson, & López Barreras, 2011) . Esto último se traduce en bajos costos y en la simplicidad del trabajo experimental (Chin, 1997; Fu & Ho, 1988).

1.1.2 Índices de capacidad de proceso

El análisis del actual Índice de Capacidad de Proceso (c_{pk}) consiste en determinar las condiciones de funcionamiento de los procesos en los que el valor medio de la variable de respuesta se aproxima más al valor objetivo y que su varianza tiene el valor mínimo (Aslam, Wu, Azam, & Jun, 2013; Bittanti, Lovera, & Moiraghi, 1998; Ebadi & Shahriari, 2013; Kashif, Aslam, Jun, Al-Marshadi, & Rao, 2017; Lee, Ro, & Han, 2014; Méndez-González, Rodríguez-Picón, Quezada-Carreón, Romero-López, & Garcia, 2018; Pearn, Shiau, Tai, & Li, 2011; Wu, Pearn, & Kotz, 2009). Como medida de rendimiento, estos índices proporcionan una forma efectiva de medir si el proceso cumple con los límites de especificación (Abdolshah, Yusuff, Ismail, & Hong, 2009; Ahmad, Abdollahian, & Zeephongsekul, 2007; Aslam et al., 2013; Bai, Ju, & Zhang, 2011; de-Felipe & Benedito, 2017a; Ebadi & Shahriari, 2013; Hosseinifard, Abbasi, Ahmad, & Abdollahian, 2009; Kane, 1986; Kotz & Johnson, 2002; Lin & Pearn, 2010; Lofthouse, 1999; Méndez-González et al., 2018; Ramakrishnan, Sandborn, & Pecht, 2001; Rodríguez, 2002; Shiau, Hung, & Chiang, 1999; Stoumbos, 2002; Tang & Wang, 2006; Yan, Loh, Li, Huang, & Yang, 2019; Yang, 2007). Además, tiene las ventajas de que es fácil de estimar, y la información que proporciona es concreta y de gran importancia, por lo que se ha convertido en la más popular y utilizado índice de capacidad en aplicaciones del mundo real como se muestra en:(Ahmad et al., 2007; Bai et al., 2011; de-Felipe & Benedito, 2017b; Kane, 1986; Méndez-González et al., 2018; Ramakrishnan et al., 2001; Rodríguez, 2002; Tang & Wang, 2006).

(J. C. C. García et al., 2019) presenta un algoritmo para la mejora experimental del algoritmo (c_{pk}) que utiliza el Algoritmo (SPSA) con proyección Sadegh (Sadegh & Spall, 1998), y este último consiste en el algoritmo Spall (Spall, 1992) con proyecciones sobre el dominio de las variables independientes cuando salen de ese dominio en la implementación del Algoritmo (SPSA). En estos trabajos se demuestra la convergencia con probabilidad de una de las sucesiones generadas por estos algoritmos hacia la solución óptima. Sin embargo, en estos mismos trabajos no se estudia el

comportamiento en las primeras iteraciones con diferentes combinaciones de las secuencias a_k y c_k , en cuanto al número de iteraciones que se requieren para lograr una mejora específica del valor del (c_{pk}), con el consiguiente ahorro de tiempo y costes en la implementación de este tipo de algoritmos en la mejora del valor de este índice de capacidad real de proceso.

1.1.3 Diseño de experimentos:

Cuando se quiere mejorar un proceso existen dos maneras básicas de obtener la información necesaria para ello: una es observar o monitorear vía herramientas estadísticas, hasta obtener señales útiles que permitan mejorarlo; se dice que ésta es una estrategia pasiva. La otra manera consiste en experimentar, es decir, hacer cambios estratégicos y deliberados al proceso para provocar dichas señales útiles. El diseño de experimentos (DOE por sus siglas en inglés) es un conjunto de técnicas activas, en el sentido de que no esperan que el proceso mande las señales útiles, sino que éste se “manipula” para que proporcione la información que se requiere para su mejoría (Pulido & Salazar, 2012).

El diseño de experimentos es la aplicación del método científico para generar conocimiento acerca de un sistema o proceso, por medio de pruebas planeadas adecuadamente. Esta metodología se ha ido consolidando como un conjunto de técnicas estadísticas y de ingeniería, que permiten entender mejor situaciones complejas de relación causa-efecto (Montgomery, 2017).

El objetivo de un diseño factorial es estudiar el efecto de varios factores sobre una o varias respuestas, cuando se tiene el mismo interés sobre todos los factores (Lujan-Moreno, Howard, Rojas, & Montgomery, 2018). Por ejemplo, uno de los objetivos particulares más importantes que en ocasiones tiene un diseño factorial es determinar una combinación de niveles de los factores en la que el desempeño del proceso sea mejor. Los factores pueden ser de tipo cualitativo o de tipo cuantitativo. Para estudiar la manera en que influye cada factor sobre la variable de respuesta es necesario elegir al menos dos niveles de prueba para cada uno de ellos. Con el diseño factorial completo se corren aleatoriamente todas las posibles combinaciones que pueden formarse con los niveles de los factores a investigar.

1.1.4 Metodología de Superficie de Respuesta

A veces los experimentos no nos dan las respuestas que buscamos o simplemente el nivel de mejora que presentan no es suficiente. En estos casos es necesario llevar a cabo los experimentos de forma secuencial para que se alcance el nivel de mejora deseado (Khuri & Cornell, 2018).

Después de una primera etapa experimental, puede ser necesario explorar la región experimental con más detalle, e incluso puede ser necesario mover la región experimental en una dirección apropiada. Para hacer ambas cosas, se utiliza la metodología de la superficie de respuesta (Myers, Montgomery, & Anderson-Cook, 2016).

Esta metodología es una estrategia experimental y de análisis que permite resolver el problema de encontrar las condiciones de operación óptimas de un proceso, (Lujan-Moreno et al., 2018) es decir, aquellas que dan por resultado “valores óptimos” de una o varias características de calidad del producto.

Danmaliki (Danmaliki, Saleh, & Shamsuddeen, 2017) definen esta metodología como un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas para el desarrollo, la optimización y el mejoramiento de productos y procesos industriales. Iniciada a partir del diseño de experimentos, esta herramienta se

utiliza para determinar los factores significativos que afectan a la variable respuesta. Su objetivo es reducir el número de ejecuciones experimentales y al mismo tiempo maximizar el rendimiento a través de los datos generados.

Los factores pueden ser cualitativos o cuantitativos. Para estudiar la influencia de cada factor en la variable de respuesta, es necesario elegir al menos dos niveles de prueba para cada uno de ellos. Con un diseño factorial completo se estudian todas las combinaciones posibles entre los niveles de los factores que se van a probar.

Sin embargo, hay muchos diseños experimentales para estudiar los diferentes tipos de procesos industriales. Y es necesario saber elegir entre estos tipos de diseños el más apropiado para cada situación (Lauro, Pereira, Brandão, & Davim, 2016). Hay cinco aspectos que influyen en la selección de un diseño experimental, en el sentido de que cuando estos aspectos cambian, suelen llevarnos a cambiar el diseño;

1. El objetivo del experimento,
2. El número de factores a estudiar,
3. El número de niveles probados en cada factor,
4. Los efectos que le interesa investigar,
5. El costo del experimento, el tiempo y la precisión deseada.

De acuerdo con su objetivo, los diseños experimentales pueden clasificarse de la siguiente manera (Pulido y Salazar, 2012):

- Diseños para comparar dos o más tratamientos
 - Diseños completamente aleatorios (Montgomery, 2017)
 - Diseños de bloques completos aleatorios, (Cheng, 2016)
 - Diseños de los Cuadrados Latinos (Anderson, M. J., & Whitcomb, 2016)
 - Diseños cuadrados greco-latinos (Montgomery, 2017, MacCalman, et al., 2017)
- Diseños para estudiar el efecto de varios factores en una o más variables de respuesta
 - 2^n diseños factoriales, (Kleijnen, 2015)
 - 3^n diseños factoriales, (Malik & Pakzad, 2018)
 - 2^{n-p} diseños factoriales fraccionados (Douaik, 2016)
- Diseños para la optimización de procesos, estos pueden ser divididos en diseños para
 - modelos de primer orden
 - 2^n diseños factoriales, (Kleijnen, 2015)
 - 2^{n-p} diseños factoriales fraccionarios, (Douaik, 2016, Kleijnen, 2005)
 - Plackett Burman Design, (Douaik, 2016, Kleijnen, 2005)
 - Simplex Design (Briones, F. Z. et al., 2016),
 - y diseños para modelos de segundo orden
 - Diseño compuesto central, (Malik & Pakzad, 2018, Salvatori, P. E. et al., 2018, Douaik, 2016).
 - Diseño de Box-Behnken, (Malik & Pakzad, 2018, Douaik, 2016)
 - 3^n diseños factoriales, (Malik & Pakzad, 2018)
 - Diseños factoriales fraccionados 3^{n-p} (Montgomery, 2017)
 - Diseños robustos
 - Diseños de conjuntos ortogonales (Cheng, 2016, Dersjö, T., & Olsson, 2012)

- Diseño con disposición interna y externa (Heise, S. et al., 2018, Briones, F. Z. et al., 2016)
- Diseño de la mezcla
 - Diseño axial (Salvatori, P. E. y otros, 2018)
 -

Esta metodología implica tres aspectos fundamentales que son: el diseño, el modelo y técnica de optimización. El diseño y el modelo se piensan al mismo tiempo, y dependen del tipo de comportamiento que se espera en la respuesta. De manera específica, del modelo puede ser de primero o segundo orden (plano o con curvatura); por ello, el tipo de diseño utilizado y el método de optimización se clasifican, según sea el caso, como de primero o segundo orden.

El modelo generado facilita la búsqueda de una mejor respuesta al proceso. El modelo continúa hasta que se identifica un proceso óptimo o se consumen los recursos experimentales (Bezerra, Santelli, Oliveira, Villar, & Escaleira, 2008). Y finalmente, el aspecto de la optimización está constituido por algunas técnicas matemáticas que sirven para explorarla, dado un modelo ajustado, para obtener información sobre el punto óptimo.

Por último, el aspecto de optimización está formado por algunas técnicas matemáticas que sirven para que, dado un modelo ajustado, explorarlo a fin de obtener información sobre el punto óptimo.

Los diseños que se pueden utilizar en la metodología de superficie de respuesta se clasifican con base en el grado del modelo que se pretende utilizar. Estos diseños proporcionan los tratamientos a correr para generar datos que permitan ajustar un modelo que describa una variable de respuesta en una región experimental.

Algunas propiedades deseables en los diseños para la MSR son: Que genere una distribución satisfactoria de los puntos experimentales sobre la región experimental. El diseño debe requerir un número mínimo de corridas experimentales, ya que en cada prueba realizada se gastan recursos que siempre son escasos. El diseño debe permitir que otros diseños de orden mayor se construyan a partir de él. El experimento debe permitir la detección de la falta de ajuste. El diseño debe proporcionar un estimador puro de la varianza del error.

Una vez que se tiene el modelo debidamente ajustado y validado se procede a explorar la superficie descrita por el modelo para encontrar la combinación de niveles en los factores que dan por resultado un valor óptimo de la respuesta, o bien, para determinar la dirección óptima de movimiento en la que se debe experimentar en el futuro.

La técnica de optimización a utilizar depende del tipo de modelo ajustado y existen básicamente tres métodos, que son: Escalamiento ascendente (o descendente), el Análisis canónico y el Análisis de cordillera.

Ahora bien, en la metodología de superficie de respuesta se distinguen tres etapas en la búsqueda del punto óptimo, estas tres etapas son:

- El cribado: La optimización de un proceso se inicia con esta etapa cuando tiene muchos factores controlables (más de 8) que influyen en la variable de respuesta y que no se tiene

una idea clara de cómo influye cada uno de ellos; en primer lugar es preciso correr un experimento para identificar los pocos factores que tienen mayor influencia.

- Búsqueda de primer orden: Esta etapa se aplica cuando se tienen pocos factores controlables (menos de 5), y se sabe que éstos influyen en la variable de respuesta. En esta etapa se corre un diseño de primer orden que permita caracterizar en forma preliminar el tipo de superficie de respuesta y detectar la presencia de curvatura. Por lo general se utiliza un diseño factorial completo o fraccionado con repeticiones al centro
- Búsqueda de segundo orden: En el momento en que se detecta la presencia de curvatura, se corre o se completa un diseño de segundo orden para caracterizar mejor la superficie y poder modelar la curvatura. Con el modelo ajustado se determinan las condiciones óptimas de operación del proceso

Esta metodología ha sido ampliamente utilizada en la industria, en combinación con el diseño de experimentos tiene una amplia gama de aplicaciones, algunos ejemplos se encuentran en los siguientes temas: producción de agua segura (Yousefzadeh et al., 2018), tratamiento de aguas residuales (Bashir, Amr, Aziz, Aun, & Sethupathi, 2015); optimización de las reacciones químicas para mezclar diferentes productos (Danmaliki et al., 2017; Elfghi, 2016; Salvatori, Sánchez, Lombardi, Nicocia, & Boschetti, 2018); extracción de biosfenol A (Nissy, Surendra, Raju, & Vangalapati, 2018); producción de biodiesel (Latchubugata, Kondapaneni, Patluri, Virendra, & Vedantam, 2018; Salamatina, Bhatia, & Abdullah, 2011); o extracción de aceites grasos (Mariod, Abdelwahab, Gedi, & Solati, 2010).

1.2 Planteamiento del problema

En este trabajo de investigación se presente una combinación de herramientas clásicas de optimización como el diseño de experimentos, para la construcción de un modelo cuadrático para la media como para la varianza, con el objetivo de aplicar un algoritmo de búsqueda lineal, como el algoritmo de aproximaciones estocásticas con perturbación simultanea para determinar las condiciones óptimas de operación de procesos productivos, esto utilizando como respuesta índices de capacidad de procesos como son el índice de capacidad de proceso (c_{pk}), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR).

El Algoritmo que se presenta en esta investigación, se implementa evaluando las funciones de respuesta, como el índice de capacidad de proceso (c_{pk}), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR); estos índices

, las cuales cuantifican la capacidad o aptitud para cumplir con las especificaciones, así como para determinar las condiciones óptimas de operación de los procesos productivos. El disponer de estos indicadores permite decidir entre, seguir operando en las condiciones actuales de operación o proceder a buscar, con algún método, nuevas condiciones de operación en las que se mejore dicho índice hasta alcanzar un valor específico.

1.3 Objetivo General

Desarrollar un algoritmo de optimización a partir de técnicas de diseño experimental clásico, el cual debe tener la característica de ser útil en el mejoramiento continuo de los índices de capacidad de procesos productivos, tales como el índice de capacidad real de procesos (c_{pk}), el índice de

respuesta dual (RD) y el índice de razón señal a ruido (SNR); en los que el valor de la variable de respuesta es una función (desconocida) de un conjunto de factores controlables, de factores de ruido y de los límites de especificación inferior y superior.

1.3.1 Objetivos Específicos

- Validar que el algoritmo propuesto sea útil para mejorar los índices de capacidad tales como el índice de capacidad real de procesos (c_{pk}), el índice de respuesta dual (RD) y el índice de razón señal a ruido (SNR) con factores controlables y/o de ruido.
- Verificar el porcentaje en la eficiencia del algoritmo al optimizar los índices de capacidad tales como el índice de capacidad real de procesos (c_{pk}), el índice de respuesta dual (RD) y el índice de razón señal a ruido (SNR), independientemente del tipo de variable de respuesta del procesos a evaluar (lo nominal es lo mejor, lo mayor es lo mejor o lo menor es lo mejor).
- Determinar la combinación de las medidas de sucesión a_k y c_k que permiten al algoritmo converger en periodos iterativos cortos (menor cantidad de procesos).
- Determinar mediante simulación la cantidad de iteraciones necesarias para encontrar valores aceptables de índices de capacidad tales como el índice de capacidad real de procesos (c_{pk}), el índice de respuesta dual (RD) y el índice de razón señal a ruido (SNR).
- Establecer criterios de terminación para la implementación del algoritmo propuesto en casos prácticos, criterios con los que se garantice una salida para cada entrada de este algoritmo.

1.4 Preguntas de investigación

¿Será útil el algoritmo propuesto para mejorar los índices de capacidad tales como el índice de capacidad real de procesos (c_{pk}), el índice de respuesta dual (RD) y el índice de razón señal a ruido (SNR) con factores controlables y/o de ruido?

¿Cuál será el porcentaje de eficiencia del algoritmo al optimizar los índices de capacidad tales como el índice de capacidad real de procesos (c_{pk}), el índice de respuesta dual (RD) y el índice de razón señal a ruido (SNR)?

¿Cuál de las combinaciones de las medidas de sucesión a_k y c_k le permitirán al algoritmo converger en periodos iterativos cortos (en una menor cantidad de iteraciones)?

¿Cuántas iteraciones serán necesarias para encontrar valores aceptables de índices de capacidad tales como el índice de capacidad real de procesos (c_{pk}), el índice de respuesta dual (RD) y el índice de razón señal a ruido (SNR)?

¿Qué condiciones deben de encontrarse en el comportamiento del AAEPs para que se pueda definir un criterio de paro en procesos iterativos cortos (menor cantidad de experimentos)?

1.5 Hipótesis planteadas

- El algoritmo propuesto será útil en el mejoramiento de los índices de capacidad, tales como el índice de capacidad real de procesos (c_{pk}), el índice de respuesta dual (RD) y el índice de razón señal a ruido (SNR) con factores controlables y/o de ruido.
- El algoritmo propuesto será capaz de mejorar los índices de capacidad, tales como el índice de capacidad real de procesos (c_{pk}), el índice de respuesta dual (RD) y el índice de razón señal a ruido (SNR) en al menos un 20%.
- Existe una combinación de las medidas de sucesión a_k y c_k que le permiten al algoritmo converger en periodos iterativos cortos (en una menor cantidad de iteraciones).
- Serán necesarias menos de 30 iteraciones para encontrar valores aceptables de índices de capacidad tales como el índice de capacidad real de procesos (c_{pk}), el índice de respuesta dual (RD) y el índice de razón señal a ruido (SNR)
- Durante el proceso iterativo del Algoritmo, la variable de respuesta ira mejorando en cada iteración, si durante dos iteraciones seguidas el valor de esta variable de respuesta no mejora esta será el criterio para parar el proceso iterativo.

1.6 Justificación

El desarrollo de este trabajo de investigación se basa en la fusión de técnicas de optimización como el diseño de experimentos clásicos con el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea, para lograr determinar las condiciones óptimas de operación que lleven a maximizar las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso (c_{pk}), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR). Además se definirá que medidas de sucesión son las que contribuyen a la optimización de las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso (c_{pk}), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR), en el menor número de iteraciones posible.

1.7 Limitaciones y delimitaciones

Los diseños clásicos que se emplean para elaborar un modelo de regresión de segundo orden son los diseños 3^k , sin embargo conforme aumenta el número de factores controlables crece la cantidad de experimentos que es necesario evaluarse. Este trabajo está enfocado en estos diseños clásicos, de manera que para su validación se deberá de analizar procesos con dos o tres factores controlables como máximo.

Una de las principales delimitaciones de este trabajo es el que la validación y el análisis de los datos se realiza mediante simulación, empleando los modelos de regresión de segundo orden reportados por (Olguín, et. al., 2011), y los modelos reportados por (Gedi, et. al., 2015). Tales modelos constituyen un universo en el que los resultados obtenidos son válidos.

Así mismo, para este trabajo se consideran en la simulación valores continuos para los factores controlables, sin embargo, es común que en la realidad, los factores controlables de un proceso sean valores de naturaleza discreta.

1.8 Organización de la tesis

El resto del presente documento está organizado de la siguiente manera: después de la introducción que sigue, en la sección II se presenta la metodología utilizada para la elaboración de esta obra. A continuación, en el capítulo 2 se presenta una descripción de este algoritmo.

En el capítulo dos, se presenta una breve revisión sobre los diferentes tópicos que pueden ser utilizados para maximizar los índices de capacidad c_{pk} , RD, y SNR, además de las metodologías que ayudan a resolver el problema planteado en este trabajo de investigación.

En el capítulo tres se presentan los materiales y métodos que son usados para lograr los objetivos planteados en esta tesis.

En el capítulo cuatro se presenta el análisis y la discusión de los resultados obtenidos al implementar el SPSA a través de simulación, para verificar y validar que este Algoritmo logra mejorar el valor de las variables de respuesta analizadas en este trabajo de investigación.

Y finalmente, en el capítulo cinco, se presentan las conclusiones obtenidas así como las futuras líneas de investigación que se pudiesen generar a partir de este trabajo.

Capítulo 2 Marco Teórico

2.1 Metodología Seis Sigma

explican que Seis Sigma justifica la mejora de los procesos en métodos estadísticos y en el enfoque científico para reducir el índice de defectos declarados por el cliente (N. R. García, Mayorga, & Villalobos, 2014; Patel & Patel, 2021), identificando de manera cuantitativa las causas principales que generan las no conformidades (Linderman, Schroeder, Zaheer, & Choo, 2003). Seis sigma ha sido una metodología ampliamente utilizada en empresas de manufactura y actualmente en empresas de servicios, empleando herramientas estadísticas para el diagnóstico, análisis y mejora de los procesos (Aboelmaged, 2010).

Seis Sigma se define como "una estrategia de mejora continua del negocio que busca mejorar el desempeño de los procesos de una organización y reducir su variación; con ello, es posible encontrar y eliminar las causas de los errores, defectos y retrasos en los procesos del negocio. En todo momento se toma como punto de referencia a los clientes y sus necesidades. La estrategia 6 σ se apoya en una metodología fundamentada en las herramientas y el pensamiento estadístico. Asimismo, tiene tres áreas prioritarias de acción: Satisfacción del cliente, reducción del tiempo de ciclo y disminución de los defectos" (Gutiérrez Pulido & de la Vara Salazar, 2013).

(Lara & Peralta, 2011) define que el enfoque Seis Sigma provee una metodología para analizar los procesos de la empresa, centrándose en lo que los clientes desean, eliminando tanto lo que no agrega valor como su variación. Un proceso con capacidad Seis Sigma significa que mantiene una distancia de seis veces la desviación estándar entre la media del proceso y los límites de especificación. En otras palabras, la variación del proceso se reduce de tal forma que sólo se producen 3,4 oportunidades de defecto por cada millón de unidades producidas (de Benito Valencia, 2000).

Las metodologías que tiene a su disposición esta metodología son DMAIC y DMAVC, siendo la primera utilizada en la resolución de problemas, y la segunda en el diseño de productos, servicios o procesos. En el actual proyecto se utilizó DMAIC, siglas que representan a las etapas de Definir, Medir, Analizar, Mejorar (del inglés Improve) y Controlar, que son los cinco pasos necesarios para definir y mejorar probadamente los procesos productos y servicios (Eckes, 2003).

- Definir: determina los objetivos del proyecto y entregas a los clientes (internos y externos).
- Medir: identifica una ó más características del producto o servicio, mapas de proceso, evalúa los sistemas de medición y estima la capacidad.
- Analizar: se evalúan y reducen las variables con análisis gráfico y pruebas de hipótesis e identifican los factores vitales para la mejora de los procesos.
- Mejorar: descubre las relaciones entre las variables vitales, establece tolerancias de funcionamiento y valida las mediciones.
- Control: determina la capacidad para controlar los factores vitales e implementa sistemas de control de proceso.

Es importante destacar que, conceptualmente, los resultados de los proyectos Seis Sigma se obtienen por dos caminos. Por un lado, los proyectos consiguen mejorar las características del

producto o servicio, permitiendo conseguir mayores ingresos y, por otro, el ahorro de costes que se deriva de la disminución de fallos o errores y de los menores tiempos de ciclo en los procesos (De Benito, 2000).

2.2 Diseño De Experimentos

En general, cuando se quiere mejorar un proceso existen dos maneras básicas de obtener la información necesaria para ello: una es observar o monitorear vía herramientas estadísticas, hasta obtener señales útiles que permitan mejorarlo; se dice que ésta es una estrategia pasiva. La otra manera consiste en experimentar, es decir, hacer cambios estratégicos y deliberados al proceso para provocar dichas señales útiles. El diseño de experimentos (Design Of Experiments, DOE por sus siglas en inglés) es un conjunto de técnicas activas, en el sentido de que no esperan que el proceso mande las señales útiles, sino que éste se “manipula” para que proporcione la información que se requiere para su mejoría (Gutiérrez Pulido & Vara Salazar, 2004).

El diseño de experimentos es la aplicación del método científico para generar conocimiento acerca de un sistema o proceso, por medio de pruebas planeadas adecuadamente. Esta metodología se ha ido consolidando como un conjunto de técnicas estadísticas y de ingeniería, que permiten entender mejor situaciones complejas de relación causa-efecto.

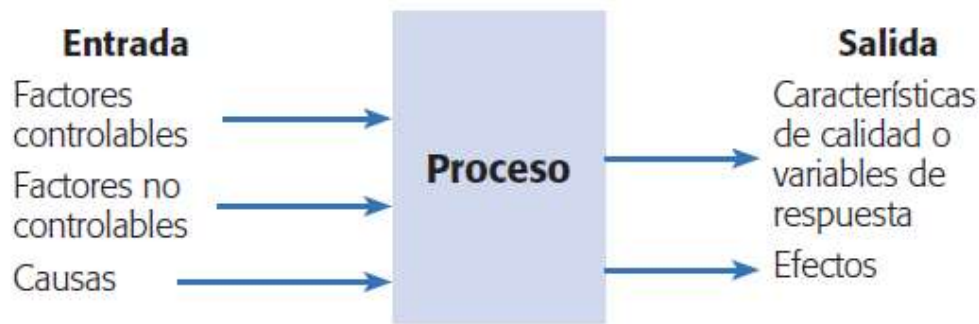
El objetivo de un diseño factorial es estudiar el efecto de varios factores sobre una o varias respuestas, cuando se tiene el mismo interés sobre todos los factores. Por ejemplo, uno de los objetivos particulares más importantes que en ocasiones tiene un diseño factorial es determinar una combinación de niveles de los factores en la que el desempeño del proceso sea mejor. Los factores pueden ser de tipo cualitativo o de tipo cuantitativo. Para estudiar la manera en que influye cada factor sobre la variable de respuesta es necesario elegir al menos dos niveles de prueba para cada uno de ellos. Con el diseño factorial completo se corren aleatoriamente todas las posibles combinaciones que pueden formarse con los niveles de los factores a investigar.

Así, la matriz de diseño o arreglo factorial es el conjunto de puntos experimentales o tratamientos que pueden formarse considerando todas las posibles combinaciones de los niveles de los factores. En general, la familia de diseños factoriales k 2 consiste en k factores, todos con dos niveles de prueba; y la familia de diseños factoriales k 3 consiste en k factores cada uno con tres niveles de prueba.

2.2.1 Conceptos básicos del Diseño De Experimentos

Experimento: Un experimento es un cambio en las condiciones de operación de un sistema o proceso, que se hace con el objetivo de medir el efecto del cambio sobre una o varias propiedades del producto o resultado. Asimismo, el experimento permite aumentar el conocimiento acerca del sistema.

Unidad experimental: La unidad experimental es la pieza(s) o muestra(s) que se utiliza para generar un valor que sea representativo del resultado del experimento o prueba. En cada diseño de experimentos es importante definir de manera cuidadosa la unidad experimental, dado que ésta puede ser una pieza o muestra de una sustancia o un conjunto de piezas producidas, dependiendo del proceso que se estudia. Variables, factores y niveles: En todo proceso intervienen distintos tipos de variables o factores como los que se muestran en la figura 2.1, donde también se aprecian algunas interrogantes al planear un experimento.



- ¿Cuáles características de calidad se van a medir?
- ¿Cuáles factores controlables deben incluirse en el experimento?
- ¿Qué niveles debe utilizar cada factor?
- ¿Cuál diseño experimental es el adecuado?

Figura 2.1 Variables de un proceso y preguntas a responder al diseñar un experimento

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

Variable(s) de respuesta. A través de esta(s) variable(s) se conoce el efecto o los resultados de cada prueba experimental (véase figura 2.1), por lo que pueden ser características de la calidad de un producto y/o variables que miden el desempeño de un proceso. El objetivo de muchos estudios experimentales es encontrar la forma de mejorarla(s) variable(s) de respuesta. Por lo general, estas variables se denotan con la letra γ .

Factores controlables. Son variables de proceso o características de los materiales experimentales que se pueden fijar en un nivel dado. Algunos de éstos son los que usualmente se controlan durante la operación normal del proceso (véase figura 2.1), y se distinguen porque, para cada uno de ellos, existe la manera o el mecanismo para cambiar o manipular su nivel de operación. Esto último es lo que hace posible que se pueda experimentar con ellos.

Factores no controlables o de ruido. Son variables o características de materiales y métodos que no se pueden controlar durante el experimento o la operación normal del proceso.

Niveles y tratamientos. Los diferentes valores que se asignan a cada factor estudiado en un diseño experimental se llaman niveles. Una combinación de niveles de todos los factores estudiados se llama tratamiento o punto de diseño.

Error aleatorio y error experimental. Siempre que se realiza un estudio experimental, parte de la variabilidad observada en la respuesta no se podrá explicar por los factores estudiados. Esto es, siempre habrá un remanente de variabilidad que se debe a causas comunes o aleatorias, que generan la variabilidad natural del proceso. Esta variabilidad constituye el llamado error aleatorio.

Efecto principal y efecto de interacción. El efecto de un factor se define como el cambio observado en la variable de respuesta debido a un cambio de nivel de tal factor. En particular, los efectos principales son los cambios en la media de la variable de respuesta que se deben a la acción

individual de cada factor. En términos matemáticos, el efecto principal de un factor con dos niveles es la diferencia entre la respuesta media observada cuando tal factor estuvo en su primer nivel, y la respuesta media observada cuando el factor estuvo en su segundo nivel. Por otra parte, se dice que dos factores interactúan entre sí o tienen un efecto de interacción sobre la variable de respuesta, cuando el efecto de un factor depende del nivel en que se encuentra el otro.

Una de las familias de diseños de mayor impacto en la industria y en la investigación, son los diseños factoriales clásicos como el 2^k debido a su eficacia y versatilidad. Los factoriales 2^k completos son útiles principalmente cuando el número de factores a estudiar está entre dos y cinco ($2 < k < 5$), rango en el cual su tamaño se encuentra entre cuatro y 32 tratamientos; esta cantidad es manejable en muchas situaciones experimentales.

Con un diseño factorial 2^k se estudia el efecto de dos factores considerando dos niveles en cada uno. Cada réplica de este diseño consiste de $2 \times 2 = 4$ combinaciones o tratamientos que se pueden denotar de diferentes maneras, como se muestra en la tabla 2.1. Algunas de estas notaciones se utilizan en situaciones muy particulares; por ejemplo, la notación +1, -1 es útil a la hora de hacer los cálculos para ajustar por mínimos cuadrados un modelo de regresión a los datos; La notación de signos +, - es muy práctica para escribir las matrices de diseño; esta notación, combinada con la de Yates (véase última columna de la tabla 2.1) permite representar y calcular fácilmente los efectos de interés.

La notación con letras A+, A- se utiliza para escribir, al final del análisis del experimento, el mejor punto o tratamiento ganador que se ha encontrado. La notación de Yates [(1), a, b, ab] tiene un significado diferente a las demás: con ella se representa el total o la suma de las observaciones en cada tratamiento, más que al tratamiento mismo. Hay que observar que la lógica de la notación de Yates es la siguiente: si una letra minúscula está presente, entonces el factor correspondiente se encuentra en su nivel alto; si está ausente, el factor está en su nivel bajo; por ejemplo, ab se refiere al tratamiento en el que los factores A y B están en su nivel alto.

Tabla 2.1 Maneras de escribir los tratamientos del diseño experimental

	A	B	A	B	A	B	Notación de Yates
Tratamiento 1	Bajo	Bajo	-	-	0	0	(1)
Tratamiento 2	Alto	Bajo	+	-	1	0	a
Tratamiento 3	Bajo	Alto	-	+	0	1	b
Tratamiento 4	Alto	Alto	+	+	1	1	ab

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

Este diseño factorial se representa de manera geométrica por los vértices del cuadrado de la figura 2.2. Cada vértice representa un punto de diseño o tratamiento. El área limitada por este cuadrado se conoce como región experimental y, en principio, las conclusiones que se obtengan del experimento sólo tienen validez sobre esta región.

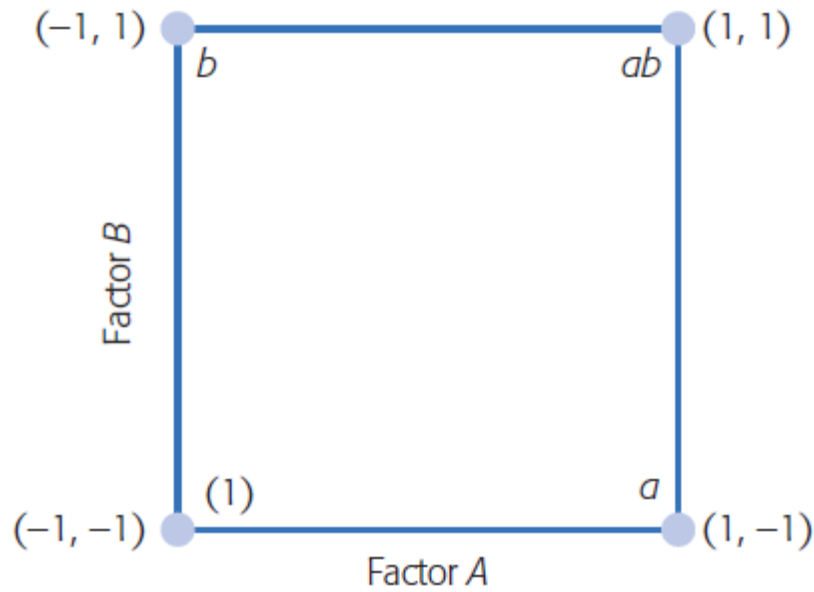


Figura 2.2 Representación geométrica del Diseño Factorial 2^2

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

El diseño factorial 3^k considera k factores con tres niveles cada uno y tiene 3^k tratamientos. La primera desventaja de los diseños 3^k es que al aplicarse requieren mayor cantidad de pruebas que el diseño 2^k . Por ejemplo, si se quieren estudiar cuatro factores, y se considera sólo una repetición, el diseño 3^4 requiere en total 81 pruebas, una para cada tratamiento; mientras que el diseño 2^4 sólo necesita 16 pruebas.

De esta forma, cuando se tienen muchos factores, cuatro o más, prácticamente es prohibitivo pensar en correr un diseño 3^k . Sin embargo, cuando se tienen pocos factores, tres como máximo, o en el peor de los casos cuatro, hay algunas situaciones prácticas en las que el diseño 3^k es una buena alternativa. El diseño factorial 3^k es una de las alternativas experimentales que permite estudiar efectos de curvatura, además de efectos lineales y de interacción.

Un diseño factorial 3^2 consiste en $3^2 = 9$ tratamientos diferentes, que corresponden a todas las posibles maneras en que se pueden combinar dos factores en tres niveles cada uno. Sean A y B los factores, cada uno con tres niveles, a los cuales se les suele llamar bajo, medio y alto. Los nueve tratamientos se pueden escribir de varias maneras, algunas de las cuales se muestran en la tabla 2.2.

Tabla 2.2 Diseño Factorial 3^2 en tres notaciones útiles

	A	B	A	B	A	B
Tratamiento 1	Bajo	Bajo	-1	-1	0	0
Tratamiento 2	Medio	Bajo	0	-1	1	0
Tratamiento 3	Alto	Bajo	+1	-1	2	0
Tratamiento 4	Bajo	Medio	-1	0	0	1

Tratamiento 5	Medio	Medio	0	0	1	1
Tratamiento 6	Alto	Medio	+1	0	2	1
Tratamiento 7	Bajo	Alto	-1	+1	0	2
Tratamiento 8	Medio	Alto	0	+1	1	2
Tratamiento 9	Alto	Alto	+1	+1	2	2

Fuente: Propia

Los nueve puntos de diseño se pueden representar en forma geométrica sobre el cuadrado de la figura 2.3, que delimita la región experimental.

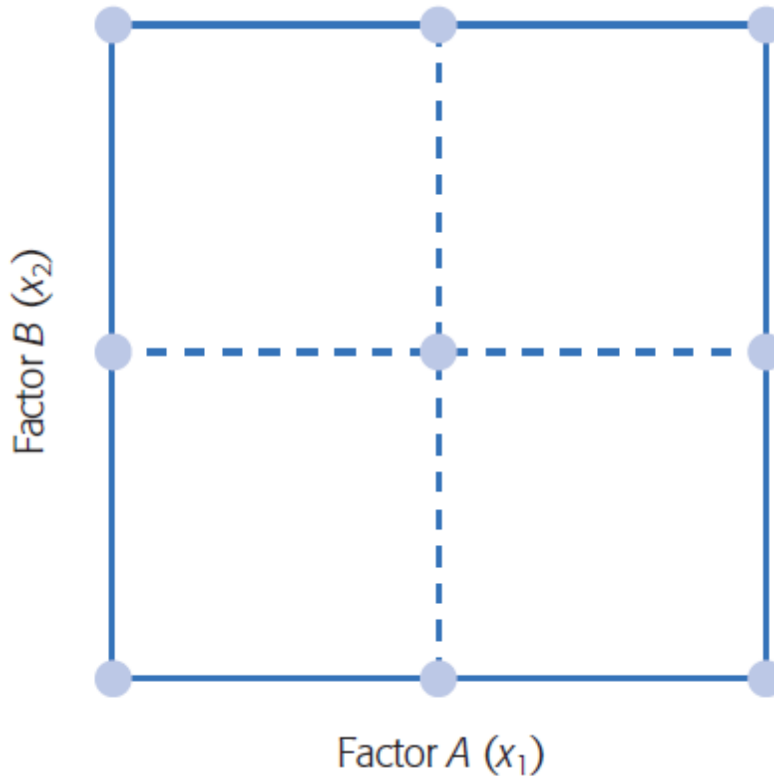


Figura 2.3 gráfica en el plano del diseño 3^2

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

2.3 Capacidad de procesos

El análisis sobre la capacidad de los procesos para producir dentro de las especificaciones, es una herramienta útil en la implementación de un programa de mejoramiento de la calidad de los sistemas productivos, porque a partir de este análisis se pueden determinar las acciones más apropiadas para lograr dicho mejoramiento. A continuación se presentan dos propuestas de definición de este análisis.

El análisis de la capacidad del proceso es definido por Montgomery (Montgomery, 2020) como un estudio de ingeniería orientado a estimar la aptitud del proceso para cumplir con las especificaciones, el cual tiene las siguientes aplicaciones: predecir qué porcentaje de la producción del proceso cumple con las tolerancias o especificaciones; ayudar a los diseñadores o realizadores del producto a seleccionar o modificar un proceso; ayudar a establecer un intervalo de muestreo;

especificar los requisitos para el funcionamiento de nuevos equipos; elegir entre diferentes proveedores; planear la sucesión de los procesos de producción cuando existe un efecto interactivo de los procesos sobre las tolerancias; reducir la variabilidad en un proceso de manufactura.

Rodríguez (Rodriguez, 1992) asegura que no existe una definición estándar de análisis de capacidad del proceso, pero que en general se acepta que este tiene como objetivo determinar que tan bien cumplen los productos con los límites de especificación ya sea de ingeniería o del cliente, por lo que se hace necesario contar con índices que permitan cuantificar el grado de cumplimiento de dichas especificaciones

Los índices de capacidad del proceso denotados por c_p y c_{pk} , son herramientas con las que se puede cuantificar la capacidad de los procesos para producir dentro de las especificaciones. Si los procesos se encuentran controlados estadísticamente y sus variables de respuesta son variables aleatorias con distribución normal, entonces estos índices están definidos por:

$$c_p = \frac{LES - LEI}{6\sigma} \quad (2.1)$$

$$c_{pk} = \text{Min} \left\{ \frac{LES - \mu}{3\sigma}; \frac{\mu - LEI}{3\sigma} \right\} \quad (2.2)$$

Donde LES y LEI, μ y σ denotan, respectivamente, el límite superior de especificación, el límite inferior de especificación, la media y la desviación estándar de la variable de respuesta del proceso (el índice dado en la ecuación 2.2 c_{pk}) corresponde a procesos en que el valor nominal de la variable de respuesta es lo mejor, cuando lo mayor o lo menos es lo mejor se usan los índices representado en las ecuaciones (2.1) u (2.2) son llamados, respectivamente e índices de capacidad de la primera y segunda generación (Pearn, Kotz, & Johnson, 1992).

Un valor que se usa para estimar el índice de la segunda generación de capacidad de los procesos productivos que están estadísticamente controlados y cuya variable de respuesta es una variable aleatoria con distribución normal, es el valor que se calcula con los datos obtenidos de una muestra aleatoria de n observaciones del valor de la variable de respuesta a través de la siguiente ecuación (2.3)

$$c_{pk} = \text{Min} \left\{ \frac{LES - \hat{x}}{3s}; \frac{\hat{x} - LEI}{3s} \right\} \quad (2.3)$$

Donde \bar{x} y s representan, respectivamente, la media aritmética y la desviación estándar de una muestra de tamaño n, la cual es tomada de una población normal con media igual a μ y varianza σ^2 .

El valor de c_{pk} es una variable aleatoria, para la cual, bajo el supuesto de que esta se distribuye normalmente Rodríguez (Rodriguez, 1992) propone el intervalo del 95% de confianza para el c_{pk} dado por la ecuación (2.4):

$$c_{pk} = \left[1 \pm 1.96 \sqrt{\frac{1}{9nc_{pk}^2} + \frac{1}{2n-2}} \right] \quad (2.4)$$

Intervalo de confianza con el que se pueden realizar inferencias acerca del verdadero valor de c_{pk} . Es importante hacer que los procesos trabajen con los máximos índices de capacidad, dado que si valor presenta una correlación positiva con el prospecto a la aptitud de los procesos para cumplir con las especificaciones y una correlación negativa con la máxima cantidad de partes defectuosas por millón (PPM por sus siglas en inglés).

Por ejemplo, si para un proceso ocurre que el valor del c_{pk} es igual a 1.0 implica que este opera con al menos un porcentaje de 99.73% dentro de las tolerancias y que se tendrán a lo más 2700 PPM; se reducen a 7 cuando la magnitud de este mismo índice es igual a 1.5 (Gutiérrez Pulido & Vara Salazar, 2004)

Otro índice que se evaluara en este trabajo de investigación es el Índice de Respuesta Dual (RD), el cual consiste, básicamente, en maximizar la capacidad de los procesos productivos para producir dentro de las especificaciones a través del uso de los métodos lagrangianos para superficies de respuesta dual como se menciona en la ecuación (2.5) (Myers y Carter, 1973).

$$RD = \min\{(USL - \mu); (\mu - LSL)\} - 3\sigma \quad (2.5)$$

El optimizar estos índices nos ayuda a reajustar las condiciones de operación del proceso, y de esta manera disminuir la variación de los mismos; de igual manera nos ayudan a robustecer los procesos. Para mejorar el índice de un proceso se requiere disponer de un método que sea útil en la determinación de nuevas condiciones de operación en las que el valor promedio y la varianza de la variable de respuesta resulten mejores con respecto a los valores observados en las anteriores condiciones de operación, puesto que esto lleva a un incremento de los valores de los índices de capacidad del proceso, lo que a su vez genera un incremento en la probabilidad de producir dentro de las especificaciones y una reducción en la generación de partes defectuosas por millón.

2.4 Metodología de superficie de respuesta

Otro herramienta utilizada para optimizar es la metodología Taguchi o Metodología del Parámetro Robusto (MPR), parte de una filosofía directamente relacionada con la satisfacción del cliente, y se enfoca tanto en el producto, como en el proceso de fabricación y consiste en reducir toda variabilidad causada por factores externos o incontrolables que afecten a los mismos (Lagunes y Sanchez, 2011). La MPR desarrollada por Taguchi en 1986, es importante para iniciativas de mejora de calidad industrial. Este enfoque se concentra en agregar calidad dentro del diseño de productos o servicios a través de la determinación de las condiciones óptimas de operación con el propósito de minimizar la variabilidad del rendimiento y la desviación del valor objetivo de interés (Olgún, 2014). Taguchi menciona que la construcción de la matriz experimental para el diseño robusto es la parte clave en la optimización de procesos y productos. Identificando los factores de ruido, externos o incontrolables así como también sus niveles se adecuan a un diseño experimental independiente al de los factores controlables, y los acomoda en forma ortogonal para

formar una matriz-diseño que permite una conformación de datos perfecta para llevar a cabo el análisis (Lagunes y Sanchez, 2011). Muchos de los modelos de optimización para el Diseño de Parámetro Robusto (DPR) relevantes están basados en el método de respuestas duales propuesto por Myers y Carter (1973). En estos métodos tanto la media como la varianza del proceso analizado son modeladas por separado mediante las superficie de respuesta, luego se optimizan de manera simultánea para determinar los parámetros óptimos de operación del proceso (Olguín, 2014).

Para el análisis del diseño con arreglo interno y externo, Taguchi propone un estadístico de desempeño, al cual le llama razón señal a ruido (Signal to Noise Ratio), que se calcula en cada combinación de los factores controlables y se analiza como cualquier variable de respuesta. La combinación más robusta de los niveles de los factores controlables es aquella que maximiza el estadístico razón señal/ruido, (Lagunes y Sanchez, 2011).

De acuerdo con el tipo de característica de calidad, el estadístico razón señal a ruido se define de acuerdo al tipo de respuesta que se busca, de la siguiente manera: cuando lo nominal es lo mejor (ecuación 2.6), cuando lo menor es lo mejor (ecuación 2.7) y cuando lo mayor es lo mejor (ecuación 2.8).

$$SNR_{objetivo} = -10 \log(\sigma^2) \quad (2.6)$$

$$SNR_{max} = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i^2) \right] \quad (2.7)$$

$$SNR_{max} = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{Y_i^2} \right) \right] \quad (2.8)$$

Sin embargo (Amiri A. ,et. al., 2011) propone una manera alterna de medir la función SNR a partir del índice de capacidad de proceso c_{pk} , como se muestra en la ecuación (2.9).

$$SNR_{max} = -10 \log \sum_{i=1}^m \left(\frac{1/(c_{pk}^2)}{n} \right) \quad (2.9)$$

Otra de las técnicas utilizadas en la optimización experimental la Metodología de Superficie de Respuesta (MSR) es la estrategia experimental de análisis que permite resolver el problema de las condiciones de operación óptimas de un proceso, es decir, aquellas que proporcionan valores óptimos de una o varias características de calidad del proceso (Gutiérrez y de la Vara, 2004).

(Montgomery, 2002) define a la MSR como una colección de técnicas matemáticas y estadísticas útiles en el modelado y análisis de problemas en los que la respuesta de interés recibe la influencia de diversas variables y donde el objetivo es optimizar la respuesta. En la mayoría de los problemas de MSR, se desconoce la relación entre respuestas y factores controlables. Por ello el primer paso en esta metodología es encontrar una aproximación adecuada de la relación existente entre la respuesta y los factores controlables que se analizan, por lo general, se emplea un polinomio de primer orden en alguna región de los factores controlables.

Si existe curvatura en el sistema, entonces se utiliza un polinomio de orden superior como el de segundo orden. Esto porque la MSR es un procedimiento secuencial, se puede estar en un punto de la superficie apartado del óptimo, el objetivo del modelo de primer orden es para llevar al experimentador de manera rápida y eficiente por la trayectoria del mejoramiento hasta la vecindad del óptimo. Una vez encontrada la región del óptimo, se emplea un modelo más elaborado, como el de segundo orden, y llevarse a cabo un análisis para localizar el óptimo.

2.5 Método de Aproximaciones Estocásticas

El método de aproximaciones estocásticas presentado por Robbins y Monro (Robbins & Monro, 1951), es un método de búsqueda lineal de la raíz de la función desconocida f ($f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$) que representa al valor esperado de una variable aleatoria. Kiefer y Wolfowitz (Kiefer & Wolfowitz, 1952) lo modifican para que pueda ser usado en la determinación del óptimo de f . Blum (Blum, 1954) extiende los resultados de los autores anteriores a espacios cartesianos de dimensión mayor que 1.

A partir del trabajo presentado por Blum (Blum, 1954) se da un incremento en la cantidad de métodos de aproximaciones estocásticas Kushner, Polyak y Maeda (Kushner & Clark, 2012; Maeda, Hirano, & Kanata, 1995; Polyak, 1990) pero Andradóttir (Andradóttir, 1995), asegura que todos estos métodos son procedimientos sin un criterio teórico de determinación, que son usados para determinar X^* en \mathfrak{R}^d , de tal forma que $(X^*)=0$, donde $h: \mathfrak{R}^d \rightarrow \mathfrak{R}^d$ es la función que corresponde al vector gradiente de la función f , de la cual se desconoce su expresión analítica, pero es posible cuantificar su valor para una combinación específica de valores o niveles de los factores controlables, medición que está sujeta a un error experimental, del que no se establece ningún supuesto en cuanto a su distribución de probabilidad.

Chin (Chin, 1997) clasifica los procedimientos de aproximaciones estocásticas en dos tipos: del tipo Robbins-Monro y del tipo Kiefer-Wolfowitz. Los primeros se caracterizan por requerir observaciones directas de h , dentro de los cuales se encuentran los métodos (los métodos Robbins-Monro, pasos ascendentes, Newton-Raphson, análisis de perturbación y tasa de verosimilitud), mientras que los segundos requieren estimadores de h como lo son (Kiefer-Wolfowitz) diferencias finitas, método de perturbación simultánea. Estos últimos los considera más útiles, dado que no requieren un conocimiento profundo del sistema a optimizar. Es decir, son aplicables en situaciones en las que se desconoce la relación funcional entre la variable de respuesta y los valores controlables, situación que se presenta con mayor frecuencia en la práctica.

Fu y Ho, y Chin (Chin, 1997; Fu & Ho, 1988) señalan al algoritmo estocástico de perturbaciones simultáneas como el más eficiente, tanto teórica como prácticamente, dado que presenta mayor tasa de convergencia y requiere de un menor número de observaciones en cada iteración; esta última resulta de gran interés pues de ella depende en forma directamente proporcional el costo económico y la sencillez del trabajo experimental.

Andradóttir (Andradóttir, 1995) generaliza los métodos de aproximaciones estocásticas de acuerdo al siguiente procedimiento: dada una sucesión a_k de números reales, es posible generar una sucesión de vectores aleatorios X_k de la que su límite converge en forma asintótica hacia X^* de acuerdo al procedimiento siguiente:

Paso 1: seleccionar X_1 en \mathfrak{R}^d y considerar $K=1$;

Paso 2: dados X_1, X_2, \dots, X_k obtener Y_k de $h(X_k)$;

Paso 3: calcular $X_{k+1} = X_k + a_k Y_k$

Con a_k satisfaciendo las siguientes condiciones:

$$a_k > 0; \sum_{k=1}^{\infty} a_k = \infty; \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 < \infty; \quad (2.10)$$

Paso 4: considerar $k = k+1$ y regresar al paso dos.

Los métodos o procedimientos de aproximaciones estocásticas pueden considerarse como la versión aleatoria del método de optimización de Newton-Raphson. Es decir, el primer método es usado cuando no es posible conocer la función entre la variable de respuesta y los factores controlables del proceso a optimizar; mientras que con el segundo método, es necesario conocer el vector gradiente de dicha función.

Para los métodos de aproximaciones estocásticas, Chen (Chen, 1985) señala que si $\sum_{k=1}^{\infty} a_k < \infty$ entonces este procedimiento converge rápidamente, pero el límite puede diferir de X^* si el punto inicial X_0 está suficientemente lejos de X^* . Dado que si $Y_k(X_k)$ es acotado entonces por la norma euclidiana $\|X_{k+1} - X_k\| < \tilde{\omega}$ ($\omega \in \mathfrak{R}^+$) es también acotada, lo que el procedimiento puede no converger si el punto inicial X_0 está suficientemente lejos del óptimo X^* , es decir, a una distancia mayor que ω .

Andradóttir (Andradóttir, 1995) establece que los procedimientos o métodos de aproximaciones estocásticas son generalmente empleados para determinar el mínimo de la función f , para lo que precisa de un método que le permita estimar el vector gradiente Y_k . Lo anterior implica que estos procedimientos corresponden a métodos de pasos descendentes, de tal forma que si X_k es una estimación actual de la solución, entonces X_{k+1} se obtiene en la dirección descrita por $-Y_k$; es decir, sobre la ruta en la que se espera que el valor de f decrezca más rápidamente.

La longitud de los pasos o distancia de separación hacia la nueva solución generada por los algoritmos de aproximaciones estocásticas está determinada por $a_k \|Y_k\|$, donde $\|Y_k\|$ representa la norma euclidiana de Y_k , razón por la que la rapidez o tasa de convergencia del procedimiento depende del valor a_k . Chung y Fabian (Chung, 1954; Vaclav Fabian, 1968) establecen las consideraciones sobre a_k de tal forma que $k^z / 2 (X_k - X^*)$ converja asintóticamente hacia una variable aleatoria señala que se minimiza tomando a_k como el valor inverso del Jacobiano de $h(X^*)$ multiplicado por $1/k$. mientras que (Delyon, 1996) establece que el valor que asume típicamente a_k es $1/k$ o $1/k^{2/3}$ cuando el vector gradiente es igual a la media aritmética de m estimaciones.

Para garantizar su convergencia en los procedimientos de aproximaciones estocásticas del tipo Kiefer-Wolfowitz, además de la sucesión a_k , también se necesita definir una sucesión decreciente de números reales no negativos c_k que junto con la sucesión anterior satisfacen las siguientes condiciones:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} c_k = 0; \sum_{k=1}^{\infty} a_k c_k < \infty; \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k^2}{c_k^2} < \infty; \sum_{k=1}^{\infty} a_k < \infty \quad (2.11)$$

Elegir las medidas de sucesión y es crítico para el desempeño de AAEPS; el desempeño del procedimiento de aproximaciones estocásticas depende de la forma en que se definan a_k y c_k . (Andradóttir, 1995) y (Spall, 1998) establecen que el valor que asume típicamente para $a_k = \frac{a}{k^\alpha}$; y para $c_k = \frac{1}{k^\gamma}$ cuando el vector gradiente es igual a la media aritmética de m estimaciones. Donde $a > 0$, $0 < \alpha \leq 1$, $\gamma > 0$, $\alpha - 2\gamma > 0$, y $3\gamma - \alpha \geq 0$, con lo que se garantiza el cumplimiento de las condiciones establecidas en la ecuación (2.11).

Sin embargo, Spall (Spall, 1998a) establece que estas medidas de sucesión y son parámetros propuestos, desarrollados a base de muchos casos de estudio, pero se pueden variar, dado que no hay un par de estas medidas de sucesión que sean las mejores para cualquier aplicación.

2.6 Estado del Arte

2.6.1 Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea

El SPSA es un método de optimización de la multivariable sistemas estocásticos. Es un algoritmo iterativo de optimización sin gradiente diseñado para problemas estocásticos. Fue propuesto inicialmente por Spall en 1992, y se aplicó con éxito en la optimización de una variedad de sistemas en los que no se dispone de modelos de sistemas precisos (Spall, 1992; Spall, 1998a, 1998b).

La representación matemática de la mayor parte de la optimización problemas es la minimización (o maximización) de alguna función objetivo con respecto a un vector de controlable factores.

El algoritmo de optimización es un proceso paso a paso para cambiar los factores controlables de alguna suposición inicial (o conjunto de suposiciones) a un valor que proporcione una mejora en la función objetivo. En la figura 2.4 mostramos un proceso para un caso simple de sólo dos variables, θ_1 y θ_2 , donde nuestra función objetivo es una la pérdida de la función para ser minimizada.

Incluso cuando la mayoría de los problemas del mundo real tienen más de 2 factores controlables, la figura 2.4 es un clásico de un ajuste de optimización estocástica con información de entrada ruidosa porque el valor de la función de pérdida no disminuye uniformemente a medida que avanza el proceso de iteración.

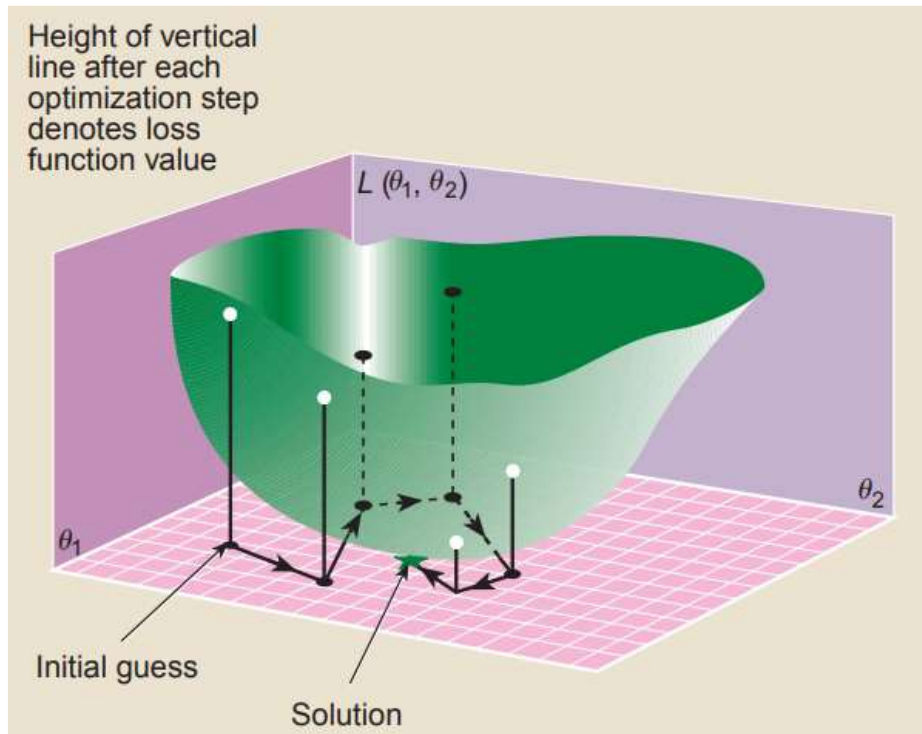


Figura 2.4 Ejemplo de algoritmo de optimización estocástica que minimiza una función de pérdida $L(\theta_1, \theta_2)$. imagen tomada de (Spall, 1998b)

Últimamente, ha habido más interés en la optimización algoritmos que dependen de las mediciones de la función objetivo a optimizar. Esos algoritmos tienen la ventaja, sobre otros, de no necesitar una información exhaustiva de modelización que defina la relación entre los parámetros a optimizar y la función objetivo.

Una de las características del SPSA es la aproximación del gradiente subyacente que requiere sólo dos medidas de función objetivo por iteración, independientemente de la dimensión del problema de optimización. Esta característica proporciona una disminución significativa del costo de la optimización, especialmente en problemas con un gran número de variables (Spall, 1998b).

En condiciones normales, los métodos del SPSA y de la aproximación estocástica (AE) obtienen el mismo nivel de precisión estadística para un número determinado de iteraciones, aunque el SPSA utiliza p veces menos mediciones de la función objetivo en cada iteración (ya que cada aproximación de gradiente utiliza sólo $1/p$ veces medidas de función).

Si consideramos el problema de la minimización de una función de pérdida diferenciable $L(\theta)$, donde θ es un vector p -dimensional y donde el problema de optimización puede traducirse en encontrar la minimización θ^* de tal manera que $\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$. Esta es la formulación clásica de la optimización (local) para las funciones de pérdida diferenciable. Se supone que las mediciones de $L(\theta)$ están disponibles en varios valores de θ . El SPSA y la aproximación estocástica de diferencias finitas (FDSA por sus siglas en inglés) son en la forma recursiva general de la AE:

$$\theta_{k+1} = \theta_k - a_k g_k(\theta_k) \quad (2.12)$$

Donde: $g_k(\theta_k)$ representa la estimación del gradiente $g(\theta) = \frac{\partial L}{\partial \theta}$ en la iteración (k) basada en las mediciones de la función de pérdida. En condiciones apropiadas, la iteración en la ecuación (2.12) convergerá en cierto sentido estocástico (Václav Fabian, 1971; Kushner & Clark, 2012).

Un método clásico de optimización estocástica, el FDSA, es muy similar al SPSA. En la figura 2.5 mostramos un ejemplo del proceso iterativo que siguen estos dos métodos para encontrar la solución, partiendo de los mismos valores iniciales de la función objetivo.

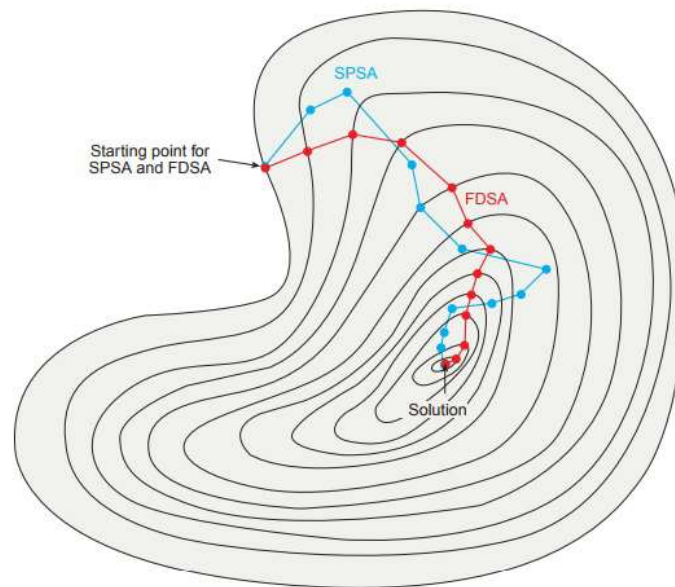


Figura 2.5 Ejemplo de búsqueda relativa del SPSA comparando con FDSA, tomada de (Spall, 1998b).

Para mostrar cómo el SPSA tiende a alternar la dirección de la búsqueda en cada iteración, cubriendo una mayor superficie en la superficie de la solución. Mientras que finalmente se establece cerca de la solución en el mismo número de pasos.

2.6.2 Características del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea

El SPSA tiene algunas características que lo hacen atractivo para muchas aplicaciones prácticas, por ejemplo: gracias a la eficiente aproximación de los gradientes. Esta técnica puede conducir a problemas de altas dimensiones en los que hay que mejorar muchos términos en la optimización. El SPSA también permite que las entradas de los algoritmos sean mediciones de la función objetivo influenciada por el ruido.

Existe una extensa teoría de convergencia para el SPSA. Y esta teoría afecta a la optimización local, Spall (Spall, 1992) y global optimización frente a los múltiples óptimos locales (Maryak & Chin, 2008).

La aplicación del SPSA en un problema podría ser más fácil que otras técnicas de optimización estocástica, porque hay menos coeficientes de algoritmo que necesitan ser especificados, y allí se publican algunas directrices que proporcionan una orientación sobre cómo elegir los coeficientes en aplicaciones prácticas (Spall, 1998b). Incluso cuando (Spall, 1992) propuso el SPSA para el continuo optimización.

Recientemente hubo algunas aplicaciones sobre problemas de optimización discreta; (Gerencsér, Hill, Vágó, & Vincze, 2004), también es posible utilizar gradientes y matrices de Hesse como medidas de la función objetivo. Esta adaptación del algoritmo del SPSA se muestra en (Spall, 2000, 2009), donde se presenta una estimación de la matriz de Hessiana partir de las mediciones de la función objetivo.

2.6.3 Áreas de aplicación del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea

Algunas áreas comunes de aplicación del SPSA incluyen la mejora de la calidad industrial, la automatización control, sistema electrónico, reconocimiento de patrones o procesamiento de señales, entrenamiento de redes neuronales. Por mencionar algunas aplicaciones clásicas:

- Aplicación en la mejora de la calidad industrial (Baltcheva, Cristea, Vázquez-Abad, & De Prada, 2003; McClary, Syrotiuk, & Kulahci, 2010; Olguín Tiznado et al., 2011; Rezayat, 1995);
- Aplicación en el control automático (Cao, 2011; Maryak & Chin, 2008; Spall, 1992, 2000, 2009);
- Informática (Bangerth, Klie, Matossian, Parashar, & Wheeler, 2005; Chin, 1997; Ding, Xia, Wang, Li, & Ou, 2015; Finck & Beyer, 2012; Fu & Ho, 1988; Hill & Fu, 1995; Wang, 2011);
- Sistema electrónico (Spall, 1988; Spall, 1998a);
- Reconocimiento de patrones (Maeda et al., 1995; Sidorov, Richmond, & Marshall, 2009; Venkatesh, Kassim, & Zonoobi, 2010);
- Militar (Sadegh & Spall, 1998);
- Investigación de operaciones (Andradóttir, 1995);
- Modelos mareales (Altaf, Heemink, Verlaan, & Hoteit, 2011);
- Investigación de transporte (Cipriani, Florian, Mahut, & Nigro, 2011);
- Optimización de la simulación (Seyedpoor, Salajegheh, Salajegheh, & Gholizadeh, 2011; Spall, 1998b; Spall, 2012);

En la figura 2.6 mostramos las diferentes áreas de aplicación que se encontraron en la literatura que fue revisada. También estamos enumerando la cantidad de trabajos encontrados por aplicación para tener una idea de cuál de estas aplicaciones es la más común.

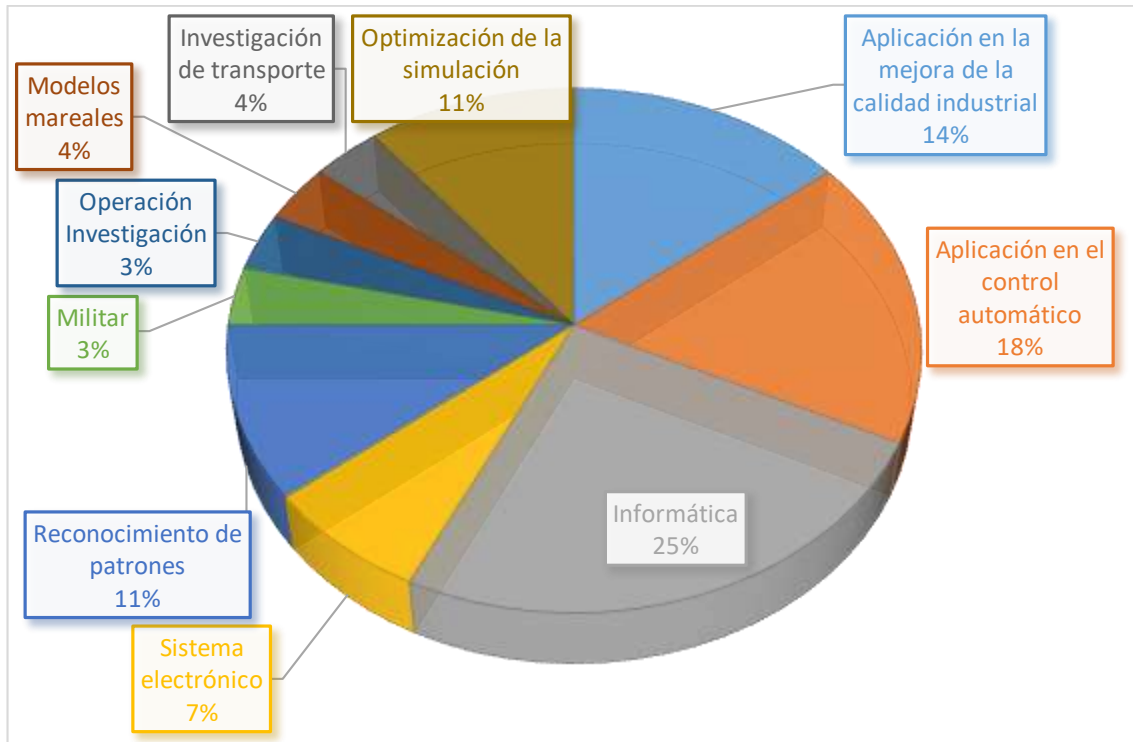


Figura 2.6 Diferentes Aplicaciones del SPSA encontradas en la literatura. Elaboración propia.

2.6. Medidas de sucesión del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea

Como mencionamos anteriormente, el SPSA es un algoritmo de sistemas estocásticos multi-variables, sólo necesita dos observaciones para estimar el gradiente de perturbación en cada iteración (Miranda & Del Castillo, 2011). Y es eficiente para optimizar modelos de segundo orden como el que ponemos de ejemplo en la ecuación (2.13).

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{ii=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k x_i x_j \quad (2.13)$$

(Fu & Ho, 1988) y (Chin, 1997) califican al SPSA como el algoritmo más eficiente, teórica y prácticamente, ya que presenta una mayor tasa de convergencia y requiere un menor número de observaciones en cada iteración (sólo dos observaciones) (Sidorov et al., 2009).

(Andradóttir, 1995), clasifica los métodos de aproximaciones estocásticas de acuerdo con el siguiente procedimiento: dada una secuencia a_k de números reales, es posible generar una secuencia de vectores aleatorios X_k a partir de la cual su límite converge asintóticamente hacia X , Esto satisface las siguientes condiciones como se muestran en las ecuaciones (2.14) a (2.16):

$$a_k > 0 \quad (2.14)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \infty \quad (2.15)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 = \infty \quad (2.16)$$

Para asegurar la convergencia, los algoritmos de aproximación estocástica del tipo Kieffer-Wolfowitz, además de la secuencia a_k también es necesario definir la secuencia decreciente de números reales no negativos c_k que, junto con las secuencias anteriores, satisfacen las siguientes condiciones como se muestran en las ecuaciones (2.17) a (2.20):

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0 \quad (2.17)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k c_k = \infty \quad (2.18)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k^2}{c_k^2} \quad (2.19)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \infty \quad (2.20)$$

Muchos autores están de acuerdo en que el rendimiento del algoritmo del SSP depende de la forma en que se definen las secuencias de números no negativos a_k y c_k (Abdulsadda & Iqbal, 2011; Olguín Tiznado et al., 2011; Sadegh & Spall, 1998; Seyedpoor et al., 2011; Spall, 2000, 2009).

(Andradóttir, 1995; Spall, 1998a) afirman que el valor que y cuando el vector de gradiente es igual a la media aritmética de las estimaciones de m . Sin embargo, (Spall, 1998b) establece que estas secuencias de números llamadas medidas de sucesión se proponen en base a muchos estudios de casos, pero pueden ser variadas, ya que no hay un par de estas medidas de sucesión que sean las mejores para cualquier aplicación.

Presentamos aquí una lista de las secuencias para a_k y c_k encontradas en esta revisión de la literatura, como se muestran en las ecuaciones (2.21) a (2.29):

$$a_{k1} = \frac{a}{(A+k)^\alpha} \quad (2.21)$$

$$a_{k2} = \frac{a}{(A+k+1)^\alpha} \quad (2.22)$$

$$a_{k3} = \frac{a}{k} \quad (2.23)$$

$$a_{k4} = \frac{a}{(A+k)^{2/3}} \quad (2.24)$$

$$a_{k5} = \frac{a}{k^\alpha} \quad (2.25)$$

$$a_{k6} = \frac{1}{k} \quad (2.26)$$

$$a_{k7} = \frac{a}{(A+k+2)^\alpha} \quad (2.27)$$

$$c_{k1} = \frac{c}{k^\gamma} \quad (2.28)$$

$$c_{k2} = \frac{c}{(k + 1)^\gamma} \quad (2.29)$$

Dónde: a es el valor inicial del tamaño del paso del factor de gradiente, c es el valor inicial del tamaño del paso en la aproximación del factor de gradiente, A es el factor de estabilidad, k es el número de iteración que se evalúa, α es la tasa de reducción del tamaño del paso del factor de gradiente, γ es la tasa de reducción del tamaño del paso en la aproximación del factor de gradiente (Finck & Beyer, 2012).

Ahora bien, se presentan las clasificaciones de la información que se recolecto de la literatura revisada. Primeramente, se caracterizaron la frecuencia con la que los autores utilizan cada una de las medidas de sucesión a_k y c_k . Esto porque la elección de estas medidas de sucesión tiene un impacto directo en el rendimiento de la SPSA y las soluciones que este puede encontrar.

Por otro lado, se presenta la clasificación de las diferentes aplicaciones de la optimización estocástica, hablando específicamente del algoritmo del SPSA. La revisión de la literatura que en este trabajo se encontraron al menos diez áreas de aplicación. De las cuales la principal intención de este trabajo es encontrar las secuencias de números no negativos a_k y c_k que se utilizan en cada una de las áreas.

Una vez completada la revisión de estas aplicaciones, se encontraron cinco secuencias para a_k y sólo dos secuencias para c_k , las cuales se muestran en las ecuaciones (2.21) a (2.29). A continuación se enumeran los diferentes autores que se encontraron en esta revisión de la literatura con cada una de las secuencias para a_k y c_k que los autores utilizan en sus aplicaciones:

a_{k1}	(Cipriani et al., 2011; Kostic, Gentile, & Antoniou, 2017; McClary et al., 2010; Reardon, Lloyd, & Perel, 2010; Sidorov et al., 2009; Spall, 1988; Spall, 1998a; Spall, 2012)
a_{k2}	(Abdulsadda & Iqbal, 2011; Altaf et al., 2011; Seyedpoor et al., 2011; Spall & Cristion, 1997; Venkatesh et al., 2010; Wang, 2011)
a_{k3}	(Baltcheva et al., 2003; Bangerth et al., 2005; Bartkutė & Sakalauskas, 2007; Maryak & Chin, 2008)
a_{k4}	(Bangerth et al., 2005; Hill & Fu, 1995; Sadegh & Spall, 1998)
a_{k5}	(Olguín Tiznado et al., 2011; Spall, 2000)
a_{k6}	(Cao, 2011)
a_{k7}	(Finck & Beyer, 2012)
c_{k1}	(Alhabsi, 2010; Andradóttir, 1995; Baltcheva et al., 2003; Bangerth et al., 2005; Bartkutė & Sakalauskas, 2007; Chin, 1997; Finck & Beyer, 2012; Fu & Ho, 1988; Hill, 2005; Kostic et al., 2017; Maryak & Chin, 2008; McClary et al., 2010; Reardon et al., 2010; Sidorov et al., 2009; Spall, 1992; Spall, 1998b; Spall, 2000; Wang, 2011)
c_{k2}	(Abdulsadda & Iqbal, 2011; Altaf et al., 2011; Cao, 2011; Ding et al., 2015; Olguín Tiznado et al., 2011; Seyedpoor et al., 2011; Sidorov et al., 2009; Spall, 2009, 2012; Spall & Cristion, 1997; Venkatesh et al., 2010)

A continuación, en las figuras 2.7 y 2.8 se muestran las frecuencias con las que fueron encontradas en la literatura revisada las medidas de sucesión a_k y c_k .

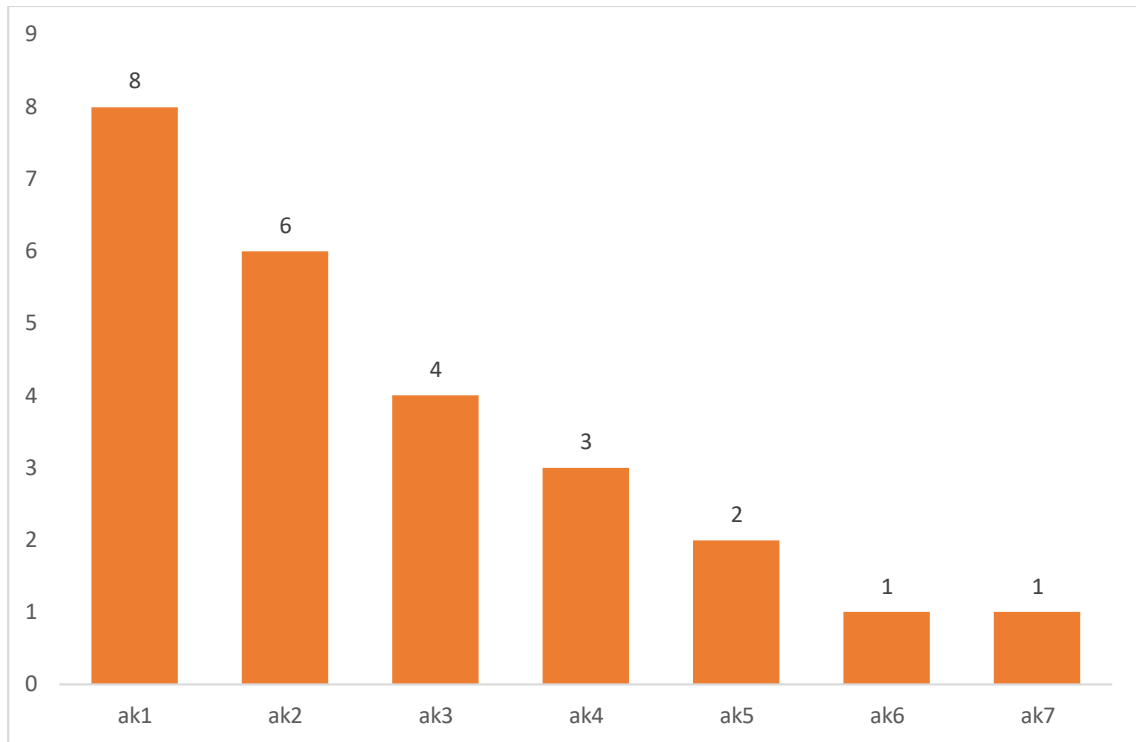


Figura 2.7 Frecuencia de las medidas de sucesión a_k

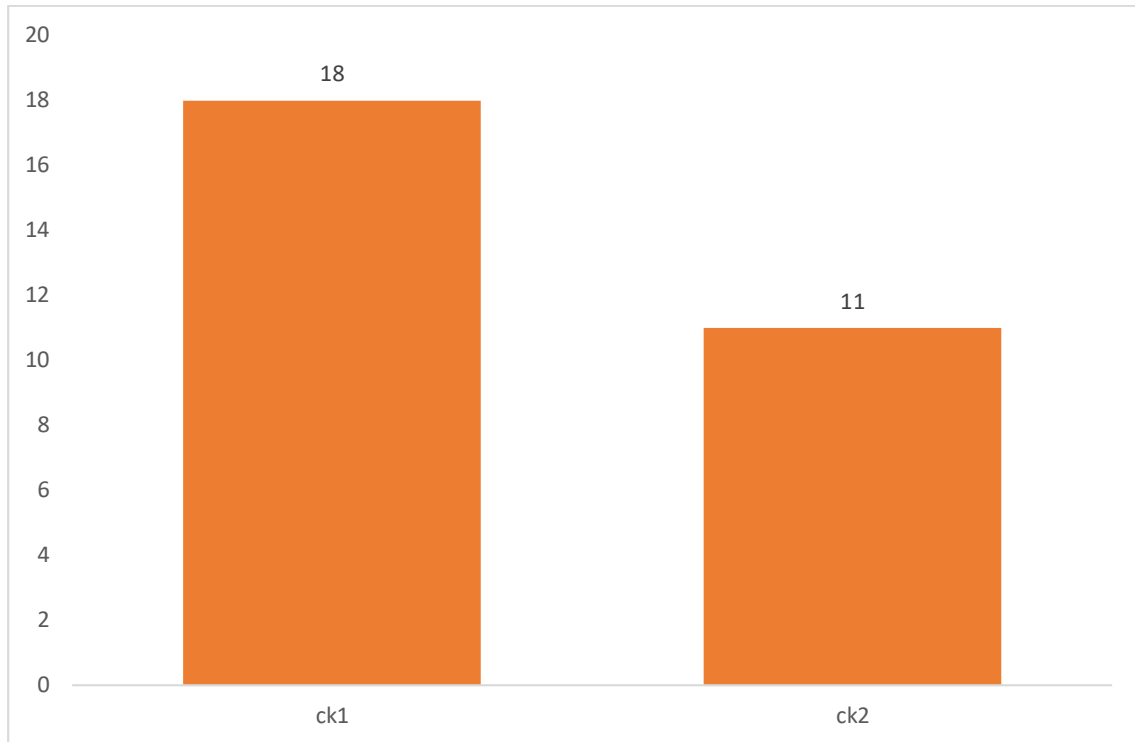


Figura 2.8 Frecuencia de las medidas de sucesión c_k

En la revisión de literatura que se realizó, se encontraron veintinueve artículos de aplicación del SPSA, de los cuales se extrajeron las secuencias a_k y c_k que los autores utilizaron. Las áreas de aplicación que se encontraron son: Optimización industrial, Control automático, Optimización de la simulación, Informática, Investigación Operativa, Sistema electrónico, Procesamiento de señales, Modelos de mareas, Militar e Investigación del transporte.

Se encontraron más aplicaciones en ciertas áreas, de las cuales podemos clasificar según el número de obras encontradas:

- Ciencias de la computación con siete trabajos de aplicación;
- Control automático con cinco trabajos de aplicación;
- Optimización industrial con cuatro trabajos de aplicación;
- Procesamiento de señales con cuatro trabajos de aplicación;
- Optimización de simulación con tres trabajos de aplicación;
- Sistema electrónico con dos trabajos de aplicación;
- Investigación operativa con un trabajo de aplicación;
- Modelos de mareas con un trabajo de aplicación;
- Investigación de Transporte con un trabajo de aplicación;
- Militares con un trabajo de aplicación;

A continuación, presentamos otra clasificación sobre la frecuencia de las medidas de sucesión a_k y c_k , que se utilizan en cada aplicación, donde se muestra lo siguiente:

En los cuatro trabajos encontrados con la aplicación en la mejora de la calidad industrial, se encontraron las siguientes medidas de sucesión: a_{k1} dos veces, a_{k2} y a_{k6} una vez, y las secuencias c_{k1} tres veces y c_{k2} una vez.

En los cinco trabajos encontrados con aplicación en control automático se encontraron las siguientes medidas de sucesión: a_{k3} en tres ocasiones, a_{k6} y a_{k7} en una sola, y las secuencias c_{k1} en tres ocasiones y c_{k2} en una sola.

En los tres trabajos encontrados con aplicación en la optimización de la simulación, se encontraron las siguientes medidas de sucesión: a_{k1} a la una, a_{k2} a las dos, y las secuencias c_{k1} a la una y c_{k2} a las dos.

En los siete trabajos encontrados con aplicación en Informática, se encontraron las siguientes medidas de sucesión: a_{k2} , a_{k3} y a_{k5} en una sola vez y las secuencias c_{k1} en seis veces y c_{k2} en una sola.

En un trabajo encontrado con una aplicación en Investigación Operativa, encontramos que este trabajo no utiliza la medida de sucesión a_k , pero sí c_{k1} una vez.

En un trabajo encontrado con una aplicación en el sistema electrónico, encontramos que este trabajo no utiliza la medida de sucesión a_k , pero sí c_{k1} dos veces.

En los cuatro trabajos encontrados con aplicación en el Procesamiento de Señales, se encontraron las siguientes medidas de sucesión: a_{k1} y a_{k2} en una ocasión, y las secuencias c_{k1} dos veces y c_{k2} en una ocasión.

En un trabajo encontrado con aplicación en Modelos de Mareas se encontraron las siguientes medidas de sucesión: a_{k2} una vez, y c_{k2} una vez.

En un trabajo encontrado con aplicación en Investigación de Transporte, encontramos la medida de sucesión a_{k1} , sin embargo, este trabajo no utiliza c_k .

En un trabajo encontrado con aplicación en el Ejército, se encontraron las siguientes medidas de sucesión: a_{k1} una vez y c_{k1} una vez. De la misma manera decidimos clasificar estas secuencias a_k y c_k en orden cronológico, para poder notar si existe alguna relación entre el uso de estas secuencias a lo largo de los años.

De la literatura que revisamos, en el período comprendido entre 1992 y la década de 2000, podemos notar que las secuencias a_{k1} , a_{k3} y a_{k5} y las secuencias c_k aparecen, en este período sólo se encontró la secuencia c_{k1} . Desde 2000 hasta ahora, se han utilizado diferentes secuencias de a_k , a_{k2} , a_{k4} , a_{k6} , a_{k7} ; en la secuencia c_k encontramos en este período la c_{k2} más utilizada que la c_{k1} .

Con los trabajos que fueron analizados, podemos concluir que este algoritmo tiene muchas aplicaciones, que van desde la informática, la electrónica, optimización industrial, procesamiento de señales, investigación de operaciones, militar, por mencionar algunos.

Aunque se encontró que hay más aplicación en el áreas de la informática y el control, que en áreas como optimización industrial o procesamiento de señales, sin embargo, todos los Las aplicaciones mencionadas aquí son historias de éxito para el SPSA.

De las diferentes secuencias a_k y c_k que se encontraron podemos hacer dos observaciones, la primera: se trata de las áreas de aplicación, en ellas hay un cierto patrón que se sigue dentro de cada área, por ejemplo en el área de optimización industrial se encontraron 3 de las 8 diferentes secuencias para a_k y 1 de las secuencias c_k .

La segunda observación se refiere al orden cronológico en que estas diferentes secuencias aparecen, en los primeros años de su implementación encontramos sólo 3 secuencias diferentes, pero con el paso de los años se diversifica, nuevas secuencias parecen evaluar. Es bien sabido que la secuencia c_{k1} fue la única que se utilizó desde 1992 a 2009, cuando la secuencia de c_{k2} comenzó a aparecer con más frecuencia en los últimos años.

Se observa una tendencia en lugar de utilizar la secuencia c_{k1} a la secuencia c_{k2} . Cabe señalar que estas conclusiones se basan en los artículos mencionados, sin embargo, como se recomienda en el futuro ampliar la búsqueda para obtener más información y disponer de una muestra de información ligeramente mayor, y poder concluir con mayor seguridad y más fundamentos.

Capítulo 3 Materiales y métodos

3.1 Materiales

En esta sección, presentamos los materiales utilizados en el desarrollo de este artículo, que se basa en un trabajo de optimización por simulación experimental, desarrollado con un ordenador portátil con procesador AMD E-450 de 1,65 GHz y 4 GB de RAM. Además, los programas informáticos para realizar el análisis estadístico de los datos fueron Minitab 17® para realizar el cálculo de los modelos de segundo orden, y MATLAB R2014® para realizar la simulación de la Aproximación Estocástica de Perturbación simultánea Algoritmo para la mejora de los índices de capacidad real de procesos (c_{pk}), índice de respuesta dual (RD) y el índice de Razón señal a ruido (SNR).

3.2 Método

3.2.1 Para realizar las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión a_k y c_k evaluando el índice de capacidad real c_{pk} como variable de respuesta.

Para llevar a cabo esta investigación, utilizamos lo siguiente bases de datos electrónicas: SPRINGER, EBSCO HOST, EL SEVIER, IEEE y GOOGLE SCHOLAR. Las palabras clave que usamos en esta búsqueda fueron "Aproximación Estocástica de Perturbación Simultánea".

Se consideraron los títulos y resúmenes para realizar estudios adecuados. Los criterios de inclusión de los trabajos fueron: trabajos con las palabras clave (SPSA) incluidas en su título o sus resúmenes, en los últimos diez años.

Además, se incluyeron importantes trabajos sobre este tema. Además, los trabajos que en su aplicación mencionaban procesos industriales, fabricación, electrónica e informática también se incluyeron las ciencias.

Se seleccionaron un total de 54 obras a partir de estos datos electrónicos bases, que se utilizaron para hacer el mapa conceptual presentado. A partir de la información encontrada, identificamos el origen de métodos de aproximación estocástica, así como su evolución Con el tiempo, para este trabajo nos centramos en el Método de Aproximación Estocástica con Perturbación Simultánea propuesto por (Spall, 1992).

Tabla 3.1 Diferentes medidas de sucesión a_k y c_k encontradas en la literatura

Medida de sucesión	Referencias	Frecuencia
$a_{k1} = a/(A + k)^\alpha$	(Cipriani et al., 2011; McClary et al., 2010; Pouladi et al., 2020; Reardon et al., 2010; Sidorov et al., 2009; Spall, 1998b; Spall, 2012; Tahir, Moazzam, & Ali, 2018)	8
$a_{k2} = a/(A + k + 1)^\alpha$	(Abdulsadda & Iqbal, 2011; Altaf et al., 2011; Du, Chen, Hu, Xia, & Xu, 2018; Ito & Dhaene, 2016; Jesmani, Jafarpour,	14

	Bellout, & Foss, 2020; Markou, Papathanasopoulou, & Antoniou, 2019; Pouladi et al., 2020; Sadegh & Spall, 1998; Seyedpoor et al., 2011; Venkatesh et al., 2010; Wang, 2011; Yan et al., 2019; Zhu, 2020; Zhu, Wang, & Spall, 2019)	
$a_{k3} = a/k$	(Baltcheva et al., 2003; Bartkutė & Sakalauskas, 2007; Hernandez & Spall, 2019)	3
$a_{k4} = a/k^{2/3}$	(García Martínez, 2000)	1
$a_{k5} = a/k^\alpha$	(Bangerth et al., 2005; Sadegh & Spall, 1998)	2
$c_{k1} = c/k^\gamma$	(Baltcheva et al., 2003; Bangerth et al., 2005; Bartkutė & Sakalauskas, 2007; McClary et al., 2010; Pouladi et al., 2020; Reardon et al., 2010; Spall, 1998a; Tahir et al., 2018)	8
$c_{k2} = c/(k + 1)^\gamma$	(Abdulsadda & Iqbal, 2011; Altaf et al., 2011; Cao, 2011; Ding et al., 2015; Du et al., 2018; Hernandez & Spall, 2019; Ito & Dhaene, 2016; Jesmani et al., 2020; Markou et al., 2019; Pouladi et al., 2020; Sadegh & Spall, 1998; Seyedpoor et al., 2011; Sidorov et al., 2009; Spall, 2012; Venkatesh et al., 2010; Yan et al., 2019; Zhu, 2020; Zhu et al., 2019)	18

Donde: a es el valor inicial del tamaño del paso del factor de gradiente, c es el valor inicial del tamaño del paso en la aproximación del factor de gradiente, A es la Estabilidad factor, k es el número de iteración que se evalúa, α es la tasa de reducción del tamaño del escalón del factor de gradiente, γ es la tasa de reducción del tamaño del escalón en la aproximación del factor de gradiente (Finck & Beyer, 2012).

A continuación, el método utilizado para obtener los datos necesarios para la simulación experimental se describirá el diseño y el análisis de este capítulo.

Paso 0. Obtener el modelo dual de segundo orden para la media (μ) y la desviación estándar (σ) utilizando un diseño clásico de experimento 3^k o un Diseño Compuesto Central (CCD).

(Montgomery, 2017). En este capítulo usamos los modelos de regresión de segundo orden para la media (μ) y la desviación estándar (σ) publicadas por (Olguín Tiznado et al., 2011), modelo para el proceso industrial 1 y (Gedi, Bakar, & Mariod, 2015), CCD con cinco centrales puntos para los modelos de los procesos de evaluación de Rendimiento, EPA y DHA). En este capítulo, se presentan cuatro ejemplos numéricos seleccionados de la literatura para llevar del análisis de la simulación experimental como se muestra a continuación: En primer lugar, el segundo orden dual se presenta el modelo de regresión reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011), que mide el porcentaje de humedad final en el proceso de deshidratación del ajo con su valor objetivo del cinco por ciento de la humedad final.

$$\begin{aligned}\widehat{y}_{\mu 1} &= 5.915 + 0.137X_1 + 1.893X_2 - 0.002X_1^2 - 0.031X_1X_2 - 0.04X_2^2 \\ \widehat{y}_{\sigma 1} &= -18.585 + 0.749X_1 - 2.362X_2 - 0.115X_1X_2 + 1.065X_2^2\end{aligned}$$

En segundo lugar, se presentan modelos duales de regresión de segundo orden, calculados en base a sobre los resultados reportados por (Gedi et al., 2015), que miden el rendimiento de la proceso de extracción de aceite de sardina ($YIELD = \widehat{y}_{\mu 2}$), y las relaciones de la EicosaPentaenoica Ácido (EPA = $\widehat{y}_{\mu 3}$), y el ácido docosa-hexaenoico (DHA = $\widehat{y}_{\mu 4}$). Por lo tanto, el rendimiento mide el porcentaje del rendimiento total de la extracción y la proporción de la Ácidos eicosa-pentaenoico y docosa-hexaenoico. A continuación se presentan los modelos de la media y para la desviación estándar en cada una de las respuestas evaluadas:

$$\begin{aligned}\widehat{y}_{\mu 2} &= -34.26 + 0.1504X_1 + 0.6631X_2 - 0.000184X_1^2 - 0.000572X_1X_2 - 0.004413X_2^2 \\ \widehat{y}_{\sigma 2} &= 0.227 + 0.00127X_1 - 0.0125X_2 + 0.00001X_1^2 - 0.000141X_1X_2 + 0.000555X_2^2\end{aligned}$$

Las expresiones anteriores se ajustaron con coeficientes de correlación $r^2 = 97,76\%$ para el modelo medio y $95,45\%$ para el modelo de desviación:

$$\begin{aligned}\widehat{y}_{\mu 3} &= 7.972 + 0.0033X_1 + 0.06349X_2 - 0.000009X_1^2 - 0.000187X_1X_2 - 0.000087X_2^2 \\ \widehat{y}_{\sigma 3} &= -0.153 + 0.00105X_1 + 0.00009X_2 - 0.000001X_1^2 - 0.000007X_1X_2 + 0.000029X_2^2\end{aligned}$$

En el caso de la EPA, los coeficientes de correlación fueron $r^2 = 98,77\%$ para el modelo medio y $42,35\%$ para el modelo de desviación:

$$\begin{aligned}\widehat{y}_{\mu 4} &= 12.796 + 0.03005X_1 + 0.1377X_2 - 0.000029X_1^2 - 0.000137X_1X_2 - 0.001879X_2^2 \\ \widehat{y}_{\sigma 4} &= -0.07 - 0.00103X_1 + 0.0106X_2 + 0.000005X_1^2 - 0.000026X_1X_2 - 0.000023X_2^2\end{aligned}$$

Los coeficientes de correlación para el DHA considerados fueron: $r^2 = 99,66\%$ para el modelo medio y $22,2\%$ para el modelo de desviación estándar.

Paso 1. Inicialización y coeficiente de selección. Seleccione el contador de índices $k=1$ y tome un valor presunto del vector de gradiente inicial y los coeficientes de no negatividad a , c , A , α y γ . Elija

las medidas de a_k y c_k , valores que son críticos para la el rendimiento del algoritmo del SPSA. (Altaf et al., 2011; Andradóttir, 1995; Spall, 1998a) establecen que el valor que se asume típicamente para $a_k = a/k$ y para $c_k = c/(k + 1)^\gamma$ cuando el vector de gradiente es igual a la media aritmética de las estimaciones de m .

Sin embargo, (Spall, 1998b) establece que estas medidas de sucesión a_k y c_k son parámetros propuestos, desarrollados sobre la base de muchos estudios de casos, pero pueden variar, ya que no hay un par de estas medidas de sucesión que sean robustas para cualquier tipo de aplicación.

Por lo tanto, en esta investigación, evaluamos al menos cinco medidas de sucesión a_k y dos de c_k para evaluar la eficiencia del Algoritmo (SPSA), como se muestran en la Tabla 3.1.

Los valores prácticamente efectivos y teóricamente válidos para α y γ son 0,602 y 0,101 respectivamente (también pueden utilizarse los valores asintóticos óptimos de 1,0 y 1/6) (Altaf et al., 2011; Olguín Tizado et al., 2011; Spall, 1998a, 1998b; Wang, 2011). Una guía útil al elegir A es hacerlo como si fuera mucho más pequeño que el número máximo de iteraciones permitidas o esperadas, por eso se eligió $A = 100$, $\alpha = 0.16$ y $c = 1$.

Paso 2. Generar el Vector de Perturbación Simultánea. Se genera por el método de Montecarlo, un vector de perturbación aleatoria p -dimensional k , donde cada una de las componentes p de k se genera independientemente de una distribución de probabilidad con media cero. Una opción para cada una de las componentes de k es utilizar una distribución de Bernoulli ± 1 con una probabilidad de 0,5 para cada resultado ± 1 . Nótese que las variables aleatorias uniformes y normales no están permitidas para los elementos de k por las condiciones regulares del Algoritmo (SPSA) según (Brooks, 2007; Maryak & Chin, 2008). Por lo tanto, los valores del vector de perturbación para el diseño de la simulación experimental y el análisis de este artículo son los siguientes: para el modelo reportado por (Olguín Tizado et al., 2011) $\Delta_k^+ = 3^\circ\text{C}$ y $\Delta_k^- = -0.3$ horas, y para los modelos reportados por (Gedi et al., 2015) $\Delta_k^+ = 141.4$ Bars and $\Delta_k^- = -21.5^\circ\text{C}$.

Paso 3. Evaluar la función para maximizar el índice de capacidad de procesos c_{pk}

3. a. Seleccione los valores iniciales para X_k : $X_1 = 65^\circ\text{C}$ y $X_2 = 4\text{h}: 30 \text{ min}$ (Olguín Tizado et al., 2011), y para el análisis de los modelos (Gedi et al., 2015) $X_1 = 300 \text{ Bars}$ and $X_2 = 55^\circ\text{C}$.

3. b. Tras seleccionar X_k , se sustituyen los valores correspondientes a las variables independientes (X_1, X_2) de los modelos de regresión de segundo orden $\widehat{y}_{\mu 1}$ y $\widehat{y}_{\sigma 1}$, $\widehat{y}_{\mu 2}$ y $\widehat{y}_{\sigma 2}$, $\widehat{y}_{\mu 3}$ y $\widehat{y}_{\sigma 3}$, y $\widehat{y}_{\mu 4}$ y $\widehat{y}_{\sigma 4}$ reportados en el paso 0.

3. c. Se obtuvieron los valores de $\widehat{y}_{\mu 1} = 5.011$, $\widehat{y}_{\sigma 1} = -1.050$, $\widehat{y}_{\mu 2} = 7.983$, $\widehat{y}_{\sigma 2} = 0.173$, $\widehat{y}_{\mu 3} = 8.295$, $\widehat{y}_{\sigma 3} = 0.049$, $\widehat{y}_{\mu 4} = 18.83$ and $\widehat{y}_{\sigma 4} = 0.1554$, calcula el valor estimado del $\widehat{C}_{pk}(X_k)$. Donde sustituimos los valores de $\widehat{y}_{\mu 1}$ y $\widehat{y}_{\sigma 1}$, $\widehat{y}_{\mu 2}$ y $\widehat{y}_{\sigma 2}$, $\widehat{y}_{\mu 3}$ y $\widehat{y}_{\sigma 3}$, y $\widehat{y}_{\mu 4}$ y $\widehat{y}_{\sigma 4}$ en la ecuación (3.1) para calcular el índice de capacidad real de procesos $\widehat{C}_{pk}(X_k)$ de la siguiente manera:

$$\widehat{C}_{pk}(X_k) = \min \left\{ \frac{USL - \widehat{y}_{\mu}}{3 * \widehat{y}_{\sigma}}, \frac{\widehat{y}_{\mu} - 4}{3 * \widehat{y}_{\sigma}} \right\} \quad (3.1)$$

Sustituyendo los valores de cada modelo en la ecuación tenemos:

$$\widehat{C}_{pk1}(X_{k1}) = \min \left\{ \frac{6 - 5.011}{3 * (-1.05)}, \frac{5.011 - 4}{3 * (-1.05)} \right\}$$

$$\widehat{C}_{pk2}(X_{k2}) = \min \left\{ \frac{10 - 7.983}{3 * 0.173}, \frac{7.983 - 5}{3 * 0.173} \right\}$$

$$\widehat{C}_{pk3}(X_{k3}) = \min \left\{ \frac{10 - 8.295}{3 * 0.049}, \frac{8.295 - 4}{3 * 0.049} \right\}$$

$$\widehat{C}_{pk4}(X_{k4}) = \min \left\{ \frac{21 - 18.83}{3 * 0.4346}, \frac{18.83 - 16}{3 * 0.4346} \right\}$$

Donde \widehat{y}_μ representa la media observada para la variable de respuesta; USL y LSL representan los Límites de Especificación Superior e Inferior respectivamente y \widehat{y}_σ representa la variación observada para la variable de respuesta. Entonces, los valores para el análisis numérico 1 son USL1 = 6 y LSL1 = 4% de humedad respectivamente; para los análisis numéricos 2, 3 y 4 son USL2 = 10 y LSL2 = 5%, USL3 = 10 y LSL3 = 4%, USL4 = 21 y LSL4 = 16%. Por lo tanto, el valor de $\widehat{C}_{pk1}(X_{k1}) = -0.321$, $\widehat{C}_{pk2}(X_{k2}) = 3.888$, $\widehat{C}_{pk3}(X_{k3}) = 11.555$ and $\widehat{C}_{pk4}(X_{k4}) = 4.653$.

3. d. Calcular los valores de los factores controlables X_k^+ , que se basa en el valor inicial de X_k , la medida de la secuencia c_k y el vector de perturbación Δ_k^\pm ; con ellos se obtienen los valores de $X_k^+ = X_k + c_k(\Delta_k^\pm)$.

Los nuevos valores de los factores controlables X_k^+ son $X_1^+ = 67.8^\circ\text{C}$, $X_2^+ = 4h\ 13\ min$, ara el modelo 1; $X_1^+ = 432\text{Bars}$, $X_2^+ = 35^\circ\text{C}$, para el modelo 2, modelo 3 y modelo 4 donde estos valores son sustituidos en los modelos duales de regresión de segundo orden para la siguiente media y desviación estándar:

$$\widehat{y}_{\mu 1}^+ = 5.915 + 0.137X_1^+ + 1.893X_2^+ - 0.002X_1^{2+} - 0.031X_1^+X_2^+ - 0.04X_2^{2+}$$

$$\widehat{y}_{\sigma 1}^+ = -18.585 + 0.749X_1^+ - 2.362X_2^+ - 0.115X_1^+X_2^+ + 1.065X_2^{2+}$$

$$\widehat{y}_{\mu 2}^+ = -34.26 + 0.1504X_1^+ + 0.6631X_2^+ - 0.000184X_1^{2+} - 0.000572X_1^+X_2^+ - 0.004413X_2^{2+}$$

$$\widehat{y}_{\sigma 2}^+ = 0.227 + 0.00127X_1^+ - 0.0125X_2^+ + 0.00001X_1^{2+} - 0.000141X_1^+X_2^+ + 0.000555X_2^{2+}$$

$$\widehat{y}_{\mu 3}^+ = 7.972 + 0.0033X_1^+ + 0.06349X_2^+ - 0.000009X_1^{2+} - 0.000187X_1^+X_2^+ - 0.000087X_2^{2+}$$

$$\widehat{y}_{\sigma 3}^+ = -0.153 + 0.00105X_1^+ + 0.00009X_2^+ - 0.000001X_1^{2+} - 0.000007X_1^+X_2^+ + 0.000029X_2^{2+}$$

$$\widehat{y}_{\mu 4}^+ = 12.796 + 0.03005X_1^+ + 0.1377X_2^+ - 0.000029X_1^{2+} - 0.000137X_1^+X_2^+ - 0.001879X_2^{2+}$$

$$\widehat{y}_{\sigma 4}^+ = -0.07 - 0.00103X_1^+ + 0.0106X_2^+ + 0.000005X_1^{2+} - 0.000026X_1^+X_2^+ - 0.000023X_2^{2+}$$

Obteniendo los resultados de los valores de $\widehat{y}_{\mu_1}^+ = 4.417$, $\widehat{y}_{\sigma_1}^+ = -0.902$, $\widehat{y}_{\mu_2}^+ = 5.535$, $\widehat{y}_{\sigma_2}^+ = 0.237$, $\widehat{y}_{\mu_3}^+ = 7.012$, $\widehat{y}_{\sigma_3}^+ = 0.449$, $\widehat{y}_{\mu_4}^+ = 20.814$ y $\widehat{y}_{\sigma_4}^+ = 0.367$

3. e. Calcular el valor estimado del $\widehat{C}_{pk}^+(X_k^+)$. Sustituir los valores de $\widehat{y}_{\mu_1}^+ = 4.417$ y $\widehat{y}_{\sigma_1}^+ = -0.902$, $\widehat{y}_{\mu_2}^+ = 5.535$, $\widehat{y}_{\sigma_2}^+ = 0.237$, $\widehat{y}_{\mu_3}^+ = 7.012$, $\widehat{y}_{\sigma_3}^+ = 0.449$, $\widehat{y}_{\mu_4}^+ = 20.814$ y $\widehat{y}_{\sigma_4}^+ = 0.367$ en la ecuación (3.2) para calcular el índice de capacidad de proceso $\widehat{C}_{pk}^+(X_k^+)$ como sigue:

$$\widehat{C}_{pk1}^+(X_{k1}^+) = \min \left\{ \frac{USL - \widehat{y}_{\mu_1}^+}{3\widehat{y}_{\sigma_1}^+}; \frac{\widehat{y}_{\mu_1}^+ - LSL}{3\widehat{y}_{\sigma_1}^+} \right\} \quad (3.2)$$

Sustituyendo estos valores en cada una de las ecuaciones tenemos:

$$\widehat{C}_{pk1}^+(X_{k1}^+) = \min \left\{ \frac{6 - 4.417}{3 * (-0.902)}, \frac{4.417 - 4}{3 * (-0.902)} \right\}$$

$$\widehat{C}_{pk2}^+(X_{k2}^+) = \min \left\{ \frac{10 - 5.535}{3 * 0.237}, \frac{5.535 - 5}{3 * 0.237} \right\}$$

$$\widehat{C}_{pk3}^+(X_{k3}^+) = \min \left\{ \frac{10 - 7.012}{3 * 0.449}, \frac{7.012 - 4}{3 * 0.449} \right\}$$

$$\widehat{C}_{pk4}^+(X_{k4}^+) = \min \left\{ \frac{21 - 20.814}{3 * 0.367}, \frac{20.814 - 16}{3 * 0.367} \right\}$$

Por lo tanto, considerando los valores del USL y LSL de la ecuación (3.2), el valor del $\widehat{C}_{pk1}^+(X_{k1}^+) = -0.585$, $\widehat{C}_{pk2}^+(X_{k2}^+) = 0.237$, $\widehat{C}_{pk3}^+(X_{k3}^+) = 2.218$ and $\widehat{C}_{pk4}^+(X_{k4}^+) = 0.168$

3. f. Calcular los valores de los factores controlables X_k^- , que se basa en el valor inicial de X_k , la medición de la sucesión c_k y el vector de perturbación Δ_k^\pm ; con ellos se obtienen los valores de $X_k^- = X_k - c_k(\Delta_k^\pm)$. Los nuevos valores de los factores controlables X_k^- are $X_1^- = 62.2^\circ\text{C}$, $X_2^- = 4h 47 min$, donde estos valores son sustituidos en los modelos duales de regresión de segundo orden por la siguiente media y desviación estándar:

$$\widehat{y}_{\mu_1}^- = 5.915 + 0.137X_1^- + 1.893X_2^- - 0.002X_1^{2-} - 0.031X_1^-X_2^- - 0.04X_2^{2-}$$

$$\widehat{y}_{\sigma_1}^- = -18.585 + 0.749X_1^- - 2.362X_2^- - 0.115X_1^-X_2^- + 1.065X_2^{2-}$$

$$\widehat{y}_{\mu_2}^- = -34.26 + 0.1504X_1^- + 0.6631X_2^- - 0.000184X_1^{2-} - 0.000572X_1^-X_2^- - 0.004413X_2^{2-}$$

$$\widehat{y}_{\sigma_2}^- = 0.227 + 0.00127X_1^- - 0.0125X_2^- + 0.00001X_1^{2-} - 0.000141X_1^-X_2^- + 0.000555X_2^{2-}$$

$$\widehat{y}_{\mu_3}^- = 7.972 + 0.0033X_1^- + 0.06349X_2^- - 0.000009X_1^{2-} - 0.000187X_1^-X_2^- - 0.000087X_2^{2-}$$

$$\widehat{y}_{\sigma_3}^- = -0.153 + 0.00105X_1^- + 0.00009X_2^- - 0.000001X_1^{2-} - 0.000007X_1^-X_2^- + 0.000029X_2^{2-}$$

$$\widehat{y}_{\mu_4}^- = 12.796 + 0.03005X_1^- + 0.1377X_2^- - 0.000029X_1^{2-} - 0.000137X_1^-X_2^- - 0.001879X_2^{2-}$$

$$\widehat{y}_{\sigma_4}^- = -0.07 - 0.00103X_1^- + 0.0106X_2^- + 0.000005X_1^{2-} - 0.000026X_1^-X_2^- - 0.000023X_2^{2-}$$

Por lo tanto, considerando los valores de la LES y LEI de la Ecuación 3.2, el valor de $\widehat{C}_{pk1}^+(X_{k1}^+) = -0.585$, $\widehat{C}_{pk2}^+(X_{k2}^+) = 0.237$, $\widehat{C}_{pk3}^+(X_{k3}^+) = 2.218$ and $\widehat{C}_{pk4}^+(X_{k4}^+) = 0.168$.

3. g. Calcular el valor estimado de la $\widehat{C}_{pk}^-(X_k^-)$. Reemplazar los valores de $\widehat{y}_{\mu1} = 5.616$, $\widehat{y}_{\sigma1} = -0.883$, $\widehat{y}_{\mu2} = 3.532$, $\widehat{y}_{\sigma2} = 1.123$, $\widehat{y}_{\mu3} = 10.183$, $\widehat{y}_{\sigma3} = 0.28$, $\widehat{y}_{\mu4} = 15.054$, $\widehat{y}_{\sigma4} = 0.235$ en la ecuación (3.3) para calcular el índice de capacidad de proceso $\widehat{C}_{pk}^-(X_k^-)$ como sigue:

$$\widehat{C}_{pk}^-(X_k^-) = \min \left\{ \frac{USL - \widehat{y}_{\mu1}}{3\widehat{y}_{\sigma1}}, \frac{\widehat{y}_{\mu1} - LSL}{3\widehat{y}_{\sigma1}} \right\} \quad (3.3)$$

$$\widehat{C}_{pk1}^-(X_{k1}^-) = \min \left\{ \frac{6 - 5.616}{3 * (-0.883)}, \frac{5.616 - 4}{(3 * -883)} \right\}$$

$$\widehat{C}_{pk2}^-(X_{k2}^-) = \min \left\{ \frac{10 - 3.532}{3 * 1.123}, \frac{3.532 - 5}{3 * 1.123} \right\}$$

$$\widehat{C}_{pk3}^-(X_{k3}^-) = \min \left\{ \frac{10 - 10.183}{3 * 0.280}, \frac{10.183 - 4}{3 * 0.280} \right\}$$

$$\widehat{C}_{pk4}^-(X_{k4}^-) = \min \left\{ \frac{21 - 15.054}{3 * 0.235}, \frac{15.054 - 16}{3 * 0.235} \right\}$$

Por lo tanto, considerando los valores de los LES y LEI de la ecuación 3.1, el valor de los $\widehat{C}_{pk1}^-(X_{k1}^-) = -0.610$, $\widehat{C}_{pk2}^-(X_{k2}^-) = -0.433$, $\widehat{C}_{pk3}^-(X_{k3}^-) = -0.218$ y $\widehat{C}_{pk4}^-(X_{k4}^-) = -1.337$

Paso 4. Aproximación del gradiente para ϕ_k^+ y ϕ_k^- . Generar la aproximación de la perturbación simultánea del gradiente desconocido con las ecuaciones (3.4) y (3.5):

$$\phi_k^+ = \frac{\widehat{C}_{pk}^+(X_k^+) - \widehat{C}_{pk}^-(X_k^-)}{2c_k \Delta_k^+} \quad (3.4)$$

$$\phi_k^- = \frac{\widehat{C}_{pk}^+(X_k^+) - \widehat{C}_{pk}^-(X_k^-)}{2c_k \Delta_k^-} \quad (3.5)$$

Resultando un valor de $\phi_k^+ = 0.0041$, un valor de $\phi_k^- = -0.0418$ para el modelo 1; $\phi_k^+ = 0.0076$ y $\phi_k^- = -0.0499$ para el modelo 2; $\phi_k^+ = -0.012$ y $\phi_k^- = 0.0791$ para el modelo 3; $\phi_k^+ = 0.0218$ and $\phi_k^- = -0.1436$ para el modelo 4; así que procedemos a obtener los valores de \widehat{X}_k .

Paso 5. Actualizar el valor de los factores controlables \widehat{X}_k , estimando un nuevo valor para el proceso iterativo de \widehat{X}_{k+1}^+ y \widehat{X}_{k+1}^- esto se obtiene utilizando la fórmula estándar del Algoritmo Estocástico como se muestran en las ecuaciones (3.6) y (3.7):

$$\widehat{X}_{k+1}^+ = X_k - a_k \phi_k^+ \quad (3.6)$$

$$\hat{X}_{k+1}^- = X_k - a_k \phi_k^- \quad (3.7)$$

Resultando un valor para $\hat{X}_{k+1}^+ = 64.99$ y un valor de $\hat{X}_{k+1}^- = 4.5009$, para el modelo 1; $\hat{X}_{k+1}^+ = 299.9999$, $\hat{X}_{k+1}^- = 55.0004$, para el modelo 2; $\hat{X}_{k+1}^+ = 300.000$, $\hat{X}_{k+1}^- = 55.000$, para el modelo 3 y el modelo 4; así que procedemos a obtener los valores del proceso iterativo considerado para las iteraciones 100, 200 y 500.

Paso 6. Iteración o terminación. Volver al paso 2 con k+1 sustituyendo k. Terminar el algoritmo cuando se obtenga el valor del índice de capacidad real del proceso $\widehat{C}_{pk} \geq 1.33$ o se haya rechazado el número máximo de iteraciones.

3.2.2 Para realizar las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión a_k y c_k evaluando los índices respuesta dual \widehat{RD} y razón señal a ruido \widehat{SNR} como variables de respuesta.

La metodología propuesta en esta investigación consta de seis etapas, que se presentan de forma resumida para los índices DR y SNR a continuación. Para el DR:

1	$\widehat{y}_\mu \widehat{y}_\sigma$	//Se definen los modelos de regresión de segundo orden para la media y la desviación
2	Δ_k^+, Δ_k^-	//Se define el gradiente de perturbación
3	A, α , c, γ , a	// Se declaran los valores de no negatividad
4	USL and LSL	// Se definen los límites de especificación
5	a_k y c_k	// Se definen las medidas de sucesión
6	For k=1:500	
7	$\widehat{RD}(\text{ULS}, \text{LSL}, \widehat{y}_\mu, \widehat{y}_\sigma)$	// se evalúa la variable de respuesta
8	$X_k^+ = X_k + c_k(\Delta_k^+)$	// se realiza el incremento positivo en los factores controlables
9	$\widehat{y}_\mu^+, \widehat{y}_\sigma^+$	
10	$\widehat{RD}^+(\text{USL}, \text{LSL}, \widehat{y}_\mu^+, \widehat{y}_\sigma^+)$	//se evalúa la variable de respuesta con el incremento positivo
11	$X_k^- = X_k + c_k(\Delta_k^-)$	// se realiza el incremento negativo en los factores controlables
12	$\widehat{y}_\mu^-, \widehat{y}_\sigma^-$	
13	$\widehat{RD}^-(\text{USL}, \text{LSL}, \widehat{y}_\mu^-, \widehat{y}_\sigma^-)$	// se evalúa la variable de respuesta con el incremento negativo
14	$\phi_k^+ = \frac{\widehat{RD}^+ + \widehat{RD}^-}{2c_k\Delta^-}$	
15	$\hat{X}_{k+1}^+ = X_k - a_k\phi_k^+$	//se evalúan los nuevos valores para los factores controlables
16	$\phi_k^- = \frac{\widehat{RD}^+ - \widehat{RD}^-}{2c_k\Delta^-}$	
17	$\hat{X}_{k+1}^- = X_k - a_k\phi_k^-$	
18	End	

Para SNR:

1	$\widehat{y}_\mu \widehat{y}_\sigma$	//Se definen los modelos de regresión de segundo orden para la media y la desviación
2	Δ_k^+, Δ_k^-	//Se define el gradiente de perturbación
3	A, α, c, γ, a	// Se declaran los valores de no negatividad
4	USL and LSL	// Se definen los límites de especificación
5	a_k y c_k	// Se definen las medidas de sucesión
6	For k=1:500	
7	$\widehat{C}_{pk}(\text{USL}, \text{LSL}, \widehat{y}_\mu, \widehat{y}_\sigma)$	// se evalúa la variable de respuesta
8	$\widehat{SNR}(\widehat{C}_{pk})$	
9	$X_k^+ = X_k + c_k(\Delta_k^+)$	// se realiza el incremento positivo en los factores controlables
10	$\widehat{y}_\mu^+, \widehat{y}_\sigma^+$	
11	$\widehat{C}_{pk}^+(\text{USL}, \text{LSL}, \widehat{y}_\mu^+, \widehat{y}_\sigma^+)$	//se evalúa la variable de respuesta con el incremento positivo
12	$\widehat{SNR}^+(\widehat{C}_{pk}^+)$	
13	$X_k^- = X_k + c_k(\Delta_k^-)$	// se realiza el incremento negativo en los factores controlables
14	$\widehat{y}_\mu^-, \widehat{y}_\sigma^-$	
15	$\widehat{C}_{pk}^-(\text{USL}, \text{LSL}, \widehat{y}_\mu^-, \widehat{y}_\sigma^-)$	// se evalúa la variable de respuesta con el incremento negativo
16	$\widehat{SNR}^-(\widehat{C}_{pk}^-)$	
17	$\phi_k^+ = \frac{\widehat{SNR}^+ + \widehat{SNR}^-}{2c_k\Delta_k^-}$	
18	$\widehat{X}_{k+1}^+ = X_k - a_k\phi_k^+$	//se evalúan los nuevos valores para los factores controlables
19	$\phi_k^- = \frac{\widehat{SNR}^+ - \widehat{SNR}^-}{2c_k\Delta_k^-}$	
20	$\widehat{X}_{k+1}^- = X_k - a_k\phi_k^-$	
21	End	

En la **etapa uno** se obtiene un modelo dual de regresión de segundo orden para la media (MRSO_μ) (μ) y la desviación estándar (MRSO_σ) (σ) utilizando un diseño experimental a partir de un vector de factores controlables (X_k) y de variables de respuesta (y_i) (Montgomery, 2017), tal como lo recomienda (J. C. C. García et al., 2019).

Estos modelos representan cuatro casos de estudio: que se nombran como modelo 1 ($\widehat{y}_{\mu 1}$) que está en función de los factores controlables de temperatura (X₁) y tiempo (X₂) (Olguín Tizado et al., 2011). Modelo 2 ($\widehat{y}_{\mu 2}$), modelo 3 ($\widehat{y}_{\mu 3}$) y modelo 4 ($\widehat{y}_{\mu 4}$), que están en función de los factores controlables de presión (X₁) y temperatura (X₂) (Gedi et al., 2015).

Etapa dos, implementación del AAEPS propuesto se divide en subetapas: *Primero*, se define el vector de perturbación, los valores Δ_k^+ y Δ_k^- para el modelo 1 son: $\Delta_k^+ = 3^\circ\text{C}$ y $\Delta_k^- = -0.3$ horas (Olguín Tizado et al., 2011), y para los modelos 2, 3 y 4 los valores son: $\Delta_k^+ = 141.4$ Bars; $\Delta_k^- = -21.5^\circ\text{C}$ (Gedi et al., 2015).

Segundo, se seleccionan los coeficientes de no negatividad a, c, A, α y γ. Una guía útil para elegir A es definirlo como un valor más pequeño que el número máximo de iteraciones permitidas o

esperadas (Altaf et al., 2011; Olguín Tiznado et al., 2011; Spall, 1998a, 1998b; Wang, 2011) en este trabajo de investigación se eligieron los valores $A= 100$, $\alpha= 0.16$, $c= 1$, $a= 1$ y $\gamma = 0.101$.

Tercero, se definen los Límites de Especificación Inferior (LSL) y Superior (USL). Los valores de los límites de especificación para los casos de estudio son $USL_1 = 6\%$ y $LSL_1 = 4\%$ de humedad; $USL_2 = 10$ y $LSL_2 = 5\%$, $USL_3 = 10$ y $LSL_3 = 4\%$, $USL_4 = 21$ y $LSL_4 = 16\%$. Seguido de este paso, se determina un contador $k=1:500$ iteraciones.

Cuarto, se eligen las medidas de sucesión a_k y c_k , la elección de estos valores es crítico para el desempeño del AAEPS. Los valores que típicamente se utilizan son $a_k = a/k$ y $c_k = c/(k + 1)^\gamma$ (Altaf et al., 2011; Andradóttir, 1995; Spall, 1998b). Sin embargo, estas medidas de sucesión a_k y c_k son parámetros propuestos, desarrollados con base a estudios previos, pero pueden variar, dado que no hay un par de estas medidas de sucesión que sean robustas para cualquier tipo de aplicación o estudio (Spall, 1998a), por lo que en este artículo se evalúan cinco medidas de sucesión a_k y dos medidas de sucesión c_k para analizar el comportamiento del AAEPS propuesto, tal que converjan y maximicen los índices de calidad de RD y SNR en la menor cantidad de iteraciones. Las medidas de sucesión a_k y c_k encontradas en la literatura se muestran en la tabla 3.3.

Para evaluar qué combinación de las medidas de sucesión a_k y c_k es la mejor para maximizar la RD y la SNR en la menor cantidad de iteraciones, se llevaron a cabo diez experimentos que resultaron de la combinación de las cinco medidas de sucesión a_k y las dos de c_k . Estos experimentos se muestran en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Experimentos por medida de sucesión en el AAEPS.

Experimento	a_k	c_k
1	$a_k = a/(A + k)^\alpha$	$c_k = c/k^\gamma$
2	$a_k = a/(A + k + 1)^\alpha$	
3	$a_k = a/k$	
4	$a_k = a/k^{2/3}$	
5	$a_k = a/k^\alpha$	
6	$a_k = a/(A + k)^\alpha$	$c_k = c/(k + 1)^\gamma$
7	$a_k = a/(A + K + 1)^\alpha$	
8	$a_k = a/k$	
9	$a_k = a/k^{2/3}$	
10	$a_k = a/k^\alpha$	

La etapa tres, se evalúan las funciones a maximizar RD y SNR. Se utilizan los valores iniciales para el modelo 1: $X_1 = 65^\circ\text{C}$; $X_2 = 4\text{h}: 30 \text{ min}$ (Olgúin Tiznado et al., 2011); para los modelos 2, 3 y 4: $X_1 = 300 \text{ Bars}$; $X_2 = 55^\circ\text{C}$ (Gedi et al., 2015). Enseguida, se sustituyen los valores correspondientes a las variables independientes (X_1, X_2) de los modelos de regresión de segundo orden por caso de estudio $\widehat{y}_{\mu 1}, \widehat{y}_{\sigma 1}; \widehat{y}_{\mu 2}, \widehat{y}_{\sigma 2}; \widehat{y}_{\mu 3}, \widehat{y}_{\sigma 3}; \widehat{y}_{\mu 4}, \widehat{y}_{\sigma 4}$.

Después, se obtienen los valores de $\widehat{y}_{\mu 1} = 5.011, \widehat{y}_{\sigma 1} = -1.050$ [9]; $\widehat{y}_{\mu 2} = 7.983, \widehat{y}_{\sigma 2} = 0.173$; $\widehat{y}_{\mu 3} = 8.295, \widehat{y}_{\sigma 3} = 0.049$; $\widehat{y}_{\mu 4} = 18.83, \widehat{y}_{\sigma 4} = 0.155$ [22]. Por otro lado, para calcular el valor estimado de \widehat{RD} y \widehat{SNR} , se reemplazan los valores de $\widehat{y}_{\mu 1}, \widehat{y}_{\sigma 1}; \widehat{y}_{\mu 2}, \widehat{y}_{\sigma 2}; \widehat{y}_{\mu 3}, \widehat{y}_{\sigma 3}; \widehat{y}_{\mu 4}, \widehat{y}_{\sigma 4}$. Se adapta la ecuación (2.5) para calcular los valores estimados de la \widehat{RD} , quedando como se muestra en la ecuación (3.8).

$$\widehat{RD} = \min\{(USL - \widehat{y}_{\mu}); (\widehat{y}_{\mu} - LSL)\} - 3\widehat{y}_{\sigma} \quad (3.8)$$

Dónde: ULS y LSL: representan el límite de especificación superior e inferior respectivamente. \widehat{y}_{μ} , \widehat{y}_{σ} : representan el valor de la media y la desviación estándar de la variable de respuesta a optimizar respectivamente. Por lo tanto, los valores estimados para la \widehat{RD} son: $\widehat{RD}_1 = 4.139, \widehat{RD}_2 = 1.498, \widehat{RD}_3 = 1.558$ y para $\widehat{RD}_4 = 1.705$.

Por otro lado, para calcular la variable de respuesta \widehat{SNR} se utiliza una adaptación de la fórmula convencional del índice razón señal a ruido (Gadhavé & Ragit, 2020; Tu, Yih, Chou, & Chou, 2020) esto a partir de la adecuación de la ecuación (2.9) del índice \widehat{C}_{pk} (Amiri, Bashiri, & Mogouie, 2011) como se muestra en la ecuación (3.9), de tal manera que, los valores estimados del \widehat{C}_{pk} para cada uno de los modelos evaluados son: $\widehat{C}_{pk1} = -0.321, \widehat{C}_{pk2} = 3.888, \widehat{C}_{pk3} = 11.555$ y $\widehat{C}_{pk4} = 4.653$ (J. C. C. García et al., 2019). Enseguida, se utiliza la ecuación (3.10) obteniéndose los valores estimados para la SNR como sigue: $\widehat{SNR}_1 = -9.869, \widehat{SNR}_2 = 11.794, \widehat{SNR}_3 = 21.255$ y $\widehat{SNR}_4 = 13.354$.

$$\widehat{C}_{pk} = \text{Min} \left\{ \frac{USL - \widehat{y}_{\mu}}{3\widehat{y}_{\sigma}}; \frac{\widehat{y}_{\mu} - LSL}{3\widehat{y}_{\sigma}} \right\} \quad (3.9)$$

$$\widehat{SNR}_{max} = -10 \log \sum_{i=1}^m \left(\frac{1/(\widehat{C}_{pki}^2)}{n} \right) \quad (3.10)$$

Después, se calculan los valores para el vector de los factores controlables X_k^+ , que se basa en los valores iniciales de X_k definidos en la etapa 3 para cada caso de estudio, la medida de sucesión c_k y el vector de perturbación Δ_k^{\pm} definidos en la etapa 2, con los valores definidos en la etapa 2 y 3 se calcula $X_k^+ = X_k + c_k(\Delta_k^{\pm})$ y se obtienen los nuevos valores controlables para el modelo 1 son:

$X_1^+ = 68^\circ\text{C}$ y $X_2^+ = 4\text{h } 12\text{min}$; y para los modelos 2, 3 y 4 son $X_1^+ = 441.4\text{ Bars}$ y $X_2^+ = 33.5^\circ\text{C}$. Estos nuevos valores son sustituidos en los modelos de regresión de segundo orden para calcular los valores de \widehat{y}_μ^+ y \widehat{y}_σ^+ (J. C. C. García et al., 2019).

Los valores estimados son: $\widehat{y}_{\mu 1}^+ = 4.417$, $\widehat{y}_{\sigma 1}^+ = -0.902$; $\widehat{y}_{\mu 2}^+ = 5.535$, $\widehat{y}_{\sigma 2}^+ = 0.237$; $\widehat{y}_{\mu 3}^+ = 7.012$, $\widehat{y}_{\sigma 3}^+ = 0.449$; $\widehat{y}_{\mu 4}^+ = 20.814$, $\widehat{y}_{\sigma 4}^+ = 0.367$ (J. C. C. García et al., 2019), con estos valores se procede a calcular las variables de respuesta \widehat{RD}^+ y \widehat{SNR}^+ como se muestran en las ecuaciones (3.11) y (3.13) respectivamente.

$$\widehat{RD}^+ = \min\{(USL - \widehat{y}_\mu^+); (\widehat{y}_\mu^+ - LSL)\} - 3\widehat{y}_\sigma^+ \quad (3.11)$$

Los valores obtenidos son: $\widehat{RD}_1^+ = 3.123$, $\widehat{RD}_2^+ = -0.284$, $\widehat{RD}_3^+ = 1.641$ y $\widehat{RD}_4^+ = -0.915$. Los valores para calcular el \widehat{C}_{pk}^+ se estiman con la ecuación (8), dando los siguientes resultados por modelo: $\widehat{C}_{pk1}^+ = -0.585$, $\widehat{C}_{pk2}^+ = 0.237$, $\widehat{C}_{pk3}^+ = 2.218$ y $\widehat{C}_{pk4}^+ = 0.168$ (J. C. C. García et al., 2019). Estos resultados se utilizan para calcular la \widehat{SNR}^+ .

$$\widehat{C}_{pk}^+ = \text{Min} \left\{ \frac{USL - \widehat{y}_\mu^+}{3\widehat{y}_\sigma^+}; \frac{\widehat{y}_\mu^+ - LSL}{3\widehat{y}_\sigma^+} \right\} \quad (3.12)$$

$$\widehat{SNR}_{max}^+ = -10\text{Log} \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{n} \frac{1}{(\widehat{C}_{pki}^+)^2} \right) \quad (3.13)$$

Los valores estimados para la \widehat{SNR}^+ son: $\widehat{SNR}_1^+ = -4.656$, $\widehat{SNR}_2^+ = -12.505$, $\widehat{SNR}_3^+ = 6.919$ y $\widehat{SNR}_4^+ = -15.493$.

Además, se calculan los valores para los factores controlables X_k^- que al igual que X_k^+ , están en función de los valores iniciales de X_k definidos en la etapa 3 para cada caso de estudio, la medida de sucesión c_k y el vector de perturbación Δ_k^\pm definidos en la etapa 2, con los valores definidos en la etapa 2 y 3 se calculan los valores de $X_k^- = X_k - c_k(\Delta_k^\pm)$. De tal manera que, los nuevos valores controlables para el modelo 1 son: $X_1^- = 62^\circ\text{C}$ y $X_2^- = 4\text{h y } 48\text{min}$; y para los modelos 2, 3 y 4 $X_1^- = 158.6\text{ Bars}$ y $X_2^- = 76.5^\circ\text{C}$. Estos nuevos valores son sustituidos en los modelos de regresión de segundo orden para calcular los valores de \widehat{y}_μ^- y \widehat{y}_σ^- (Olguín Tiznado et al., 2011) y se obtiene $\widehat{y}_{\mu 1}^- = 5.616$, $\widehat{y}_{\sigma 1}^- = -0.883$; $\widehat{y}_{\mu 2}^- = 3.532$, $\widehat{y}_{\sigma 2}^- = 1.123$; $\widehat{y}_{\mu 3}^- = 10.183$, $\widehat{y}_{\sigma 3}^- = 0.28$; $\widehat{y}_{\mu 4}^- = 15.054$ $\widehat{y}_{\sigma 4}^- = 0.235$. Después se calculan los valores para las variables de respuesta \widehat{RD}^- y \widehat{SNR}^- como se muestran en las ecuaciones (3.14) y (3.16) respectivamente.

$$\widehat{RD}^- = \min\{(USL - \widehat{y}_\mu^-); (\widehat{y}_\mu^- - LSL)\} - 3\widehat{y}_\sigma^- \quad (3.14)$$

Los valores obtenidos son: $\widehat{RD}_1^- = 3.033$, $\widehat{RD}_2^- = -4.837$, $\widehat{RD}_3^- = -1.023$ y $\widehat{RD}_4^- = -1.651$. Los valores para calcular el \widehat{C}_{pk}^- se estiman con la ecuación (11), obteniendo los siguientes resultados: $\widehat{C}_{pk1}^- = -0.610$, $\widehat{C}_{pk2}^- = -0.433$, $\widehat{C}_{pk3}^- = -0.218$ and $\widehat{C}_{pk4}^- = -1.377$ (J. C. C. García et al., 2019). Estos resultados se utilizan para calcular la \widehat{SNR}^- .

$$\widehat{C}_{pk}^- = \text{Min} \left\{ \frac{USL - \widehat{y}_\mu}{3\widehat{y}_\sigma}; \frac{\widehat{y}_\mu - LSL}{3\widehat{y}_\sigma} \right\} \quad (3.15)$$

$$\widehat{SNR}_{max}^- = -10 \text{Log} \sum_{i=1}^m \left(\frac{1/(\widehat{C}_{pki}^-)^2}{n} \right) \quad (3.16)$$

Los valores estimados para la \widehat{SNR}^- para cada modelo de estudio son: $\widehat{SNR}_1^- = -4.293$, $\widehat{SNR}_2^- = -7.27$, $\widehat{SNR}_3^- = -13.23$ y $\widehat{SNR}_4^- = 2.778$.

La etapa cuatro, se determina la aproximación del gradiente $\widehat{\phi}_k^+$ y $\widehat{\phi}_k^-$. Se genera el gradiente de perturbación simultánea para la \widehat{RD} y \widehat{SNR} con las ecuaciones (3.17) y (3.18) respectivamente.

$$\widehat{\phi}_{kRD}^+ = \frac{\widehat{RD}^+ - \widehat{RD}^-}{2c_k \Delta^+} \quad \widehat{\phi}_{kRD}^- = \frac{\widehat{RD}^+ - \widehat{RD}^-}{2c_k \Delta^-} \quad (3.17)$$

$$\widehat{\phi}_{kSNR}^+ = \frac{\widehat{SNR}^+ - \widehat{SNR}^-}{2c_k \Delta^+} \quad \widehat{\phi}_{kSNR}^- = \frac{\widehat{SNR}^+ - \widehat{SNR}^-}{2c_k \Delta^-} \quad (3.18)$$

Los valores de $\widehat{\phi}_k^+$ y $\widehat{\phi}_k^-$ calculados para las variables de respuesta \widehat{RD} y \widehat{SNR} se muestran en la Tabla 3.3.

Table 3.3 valores de $\widehat{\phi}_k^+$ y $\widehat{\phi}_k^-$ para las variables \widehat{RD} y \widehat{SNR} calculados para cada modelo.

	\widehat{RD}		\widehat{SNR}	
	$\widehat{\phi}_{kRD}^+$	$\widehat{\phi}_{kRD}^-$	$\widehat{\phi}_{kSNR}^+$	$\widehat{\phi}_{kSNR}^-$
Modelo 1	0.015	-0.15	-0.0455	0.455
Modelo 2	0.016	-0.105	0.018	0.121
Modelo 3	0.004	-0.061	0.071	-0.468
Modelo 4	0.011	-0.059	-0.064	0.424

Elaboración: propia

En la **Etapa cinco** se actualizan los valores de los factores controlables \widehat{X}_k , estimando los nuevos valores para el proceso iterativo \widehat{X}_{k+1}^+ y \widehat{X}_{k+1}^- , esto se obtiene utilizando las ecuaciones estándar

(3.19) y (3.20) del Algoritmo Estocástico. Los resultados calculados para los valores \widehat{X}_2^+ y \widehat{X}_2^- se muestran en la Tabla 3.4.

$$\widehat{X}_{k+1}^+ = X_k - a_k \phi_k^+ \quad (3.19)$$

$$\widehat{X}_{k+1}^- = X_k - a_k \phi_k^- \quad (3.20)$$

Tabla 3.4 valores de la iteración 2 \widehat{X}_2^+ y \widehat{X}_2^- para las variables \widehat{RD} y \widehat{SNR} calculados para cada modelo.

	\widehat{RD}		\widehat{SNR}	
	\widehat{X}_2^+	\widehat{X}_2^-	\widehat{X}_2^+	\widehat{X}_2^-
Modelo 1	64.985	4.65	65.045	4.045
Modelo 2	299.983	55.105	300.018	54.878
Modelo 3	299.995	55.061	299.928	55.468
Modelo 4	299.989	55.059	300.064	54.575

Elaboración: propia

La etapa seis, indica regresar y actualizar el valor de k por $k+1$; para repetir este proceso iterativo hasta llegar al valor máximo de iteración definido para esta investigación que es $k=500$.

3.2.3. Para realizar las evaluaciones del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea partiendo de diferentes valores iniciales para los factores controlables.

A continuación presentamos el método mediante el cual, se realizaron los experimentos para la segunda sección de la esta investigación en la que realizamos cambios en los valores iniciales de la exploración del SPSA para evaluar el cambio que sufrían las variables de respuesta. Esto con la finalidad de evaluar si el SPSA se ve afectado en sus resultados por sus valores iniciales de búsqueda.

partimos del análisis presentado por (Gedi, Bakar, & Mariod, 2015) en su trabajo titulado "Optimization of supercritical carbon dioxide (CO2) extraction of sardine (Sardinella lemuru Bleeker) oil using response surface methodology (RSM)", en el cual se describe una técnica para la extracción de aceite de sardina mediante dióxido de carbono supercrítico (SC-CO2) y unos mililitros de etanol, optimizándose mediante la metodología de superficie de respuesta (RSM).

En su trabajo, el autor estudia la influencia de la presión de extracción (200–400 bars) y la temperatura (40–70 °C) sobre los rendimientos de extracción total (YIELD), y sobre las relaciones de ácido eicosapentaenoico (EPA) y ácido docosahexaenoico (DHA). Los resultados reportados por el autor con este método de extracción son comparados con los obtenidos con otros métodos de extracción como son Soxhlet y el método de Kinsella modificado (MKM).

Para realizar el análisis que se propone en este trabajo de investigación, partimos de los modelos de segundo orden generados por el diseño de experimentos utilizado por (Gedi et al., 2015), en este caso un Diseño Central Compuesto, para cada una de las variables de respuesta evaluadas en este trabajo (YIELD, EPA y DHA), que se muestra a continuación en la tabla 3.5.

Tabla 3.5 Diseño Central Compuesto utilizado por Gedi et al., 2015

Run	Parameters		Yield (%)			EPA (%)			DHA (%)		
	X1	X2	y ₀	y ₁	y ₀ - y ₁	y ₀	y ₁	y ₀ - y ₁	y ₀	y ₁	y ₀ - y ₁
1	400	40	6.04	6.64	-0.6	5.45	5.51	-0.06	20.23	20.69	0.05
2	300	76	5.32	6.09	-0.13	4.98	5.11	-0.13	15.70	15.69	0.01
3c	300	55	8.16	7.95	-0.9	5.39	5.48	-0.09	18.83	18.82	-0.44
4	441	55	5.76	5.42	0.02	5.54	5.51	0.02	19.12	18.86	0.25
5c	300	55	8.07	7.95	0.00	5.48	5.48	0.00	19.01	18.82	0.18
6c	300	55	8.14	7.95	0.09	5.57	5.48	0.09	18.89	18.82	0.06
7	400	70	5.43	5.18	0.04	5.61	5.56	0.04	16.50	16.94	-0.44
8c	300	55	7.62	7.95	0.01	5.49	5.48	0.01	19.06	18.82	0.23
9	300	33	6.15	5.73	0.01	5.86	5.84	0.01	20.35	20.25	0.09
10	158	55	2.39	3.08	-0.02	5.06	5.08	-0.02	17.38	17.53	-0.15
11c	300	55	7.78	7.95	0.10	5.58	5.48	0.10	18.79	18.82	-0.03
12	200	70	6.21	5.24	0.07	4.78	4.70	0.07	16.40	15.99	0.40
13	200	40	3.39	3.27	-0.03	5.74	5.77	-0.03	19.01	19.22	-0.21

$$YIELD = -34.08 + 0.151X_1 + 0.678X_2 - 0.000185X_1^2 - 0.00453X_2^2 - 0.000572X_1X_2$$

$$EPA = 8.25 - 0.00346X_1 - 0.0730X_2 - 0.000009X_1^2 + 0.000187X_1X_2$$

$$DHA = 14.8 + 0.0235X_1 + 0.101X_2 - 0.000031X_1^2 - 0.00189X_2^2$$

Para nuestra investigación partiremos del diseño central compuesto y de los modelos reportados por (Gedi et al., 2015) para construir modelos de regresión lineal para la media y la desviación, para cada una de las respuestas evaluadas en este trabajo, como son el rendimiento YIELD, y las relaciones de ácido eicosapentaenoico (EPA) y ácido docosahexaenoico (DHA). Utilizando el Software Minitab® se construyeron los siguientes modelos de regresión lineal de segundo orden.

$$\hat{Y}_{\mu YIELD} = -34.26 + 0.154X_1 - 0.6631X_2 - 0.000184X_1^2 - 0.00572X_1X_2 - 0.004413X_2^2$$

$$\hat{Y}_{\sigma YIELD} = -0.227 + 0.00127X_1 - 0.0125X_2 + 0.00001X_1^2 - 0.000141X_1X_2 + 0.000555X_2^2$$

Con coeficientes de correlación $r^2 = 97.76\%$ para el modelo de la media y 95.45% para el modelo de la desviación

$$\hat{Y}_{\mu EPA} = 7.972 + 0.0033X_1 + 0.06349X_2 - 0.000009X_1^2 - 0.000187X_1X_2 - 0.000087X_2^2$$

$$\hat{Y}_{\sigma EPA} = -0.153 + 0.00105X_1 + 0.00009X_2 - 0.000001X_1^2 - 0.000007X_1X_2 + 0.000029X_2^2$$

Con coeficientes de correlación $r^2= 98.77\%$ para el modelo de la media y 42.35% para el modelo de la desviación

$$\hat{Y}_{\mu \text{DHA}} = 12.796 + 0.03005X_1 + 0.1377X_2 - 0.000029X_1^2 - 0.000137X_1X_2 - 0.001879X_2^2$$

$$\hat{Y}_{\sigma \text{DHA}} = -0.07 - 0.00103X_1 - 0.0106X_2 + 0.000005X_1^2 - 0.00026X_1X_2 + 0.000023X_2^2$$

Con coeficiente de correlación $r^2= 99.66\%$ para el modelo de la media y 22.2% para el modelo de la desviación

Seguido a esto aplicaremos el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea (AAEPS), siguiendo los siguientes pasos definidos por (Spall, 1988).

1. Inicialización. Seleccionar el índice contador $K=1$
2. Elegir los valores iniciales para el vector de los factores controlables $X(k)$, en este trabajo de investigación realizamos una variación en estos valores para evaluar cada uno de los puntos del diseño central compuesto propuesto por (Gedi et al., 2015) como valor inicial para iniciar la búsqueda lineal con el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea, de manera que se realizaran los siguientes nueve experimentos
 - a. Experimento 1 $X_1 = 200$ bars, $X_2 = 40^\circ\text{C}$
 - b. Experimento 2 $X_1 = 200$ bars, $X_2 = 55^\circ\text{C}$
 - c. Experimento 3 $X_1 = 200$ bars, $X_2 = 70^\circ\text{C}$
 - d. Experimento 4 $X_1 = 300$ bars, $X_2 = 40^\circ\text{C}$
 - e. Experimento 5 $X_1 = 300$ bars, $X_2 = 55^\circ\text{C}$
 - f. Experimento 6 $X_1 = 300$ bars, $X_2 = 70^\circ\text{C}$
 - g. Experimento 7 $X_1 = 400$ bars, $X_2 = 30^\circ\text{C}$
 - h. Experimento 8 $X_1 = 400$ bars, $X_2 = 55^\circ\text{C}$
 - i. Experimento 9 $X_1 = 400$ bars, $X_2 = 70^\circ\text{C}$

Sustituyendo los valores iniciales del experimento 1, tendríamos los siguientes valores para cada uno de las variables de respuesta YIELD, EPA y DHA:

$$\hat{Y}_{\mu \text{YIELD}} = -34.26 + 0.154(200) + 0.6631(40) - 0.000184(200^2) - 0.00572(200)(40) - 0.004413(40^2) = 3.3472$$

$$\hat{Y}_{\mu \text{EPA}} = 7.972 - 0.0033(200) - 0.06349(40) - 0.000009(200^2) + 0.000187(200)(40) - 0.000087(40^2) = 5.7692$$

$$\hat{Y}_{\mu \text{DHA}} = 12.796 + 0.03005(200) + 0.1377(40) - 0.000029(200^2) - 0.000137(200)(40) - 0.001879(40^2) = 19.0516$$

Resumiendo, para el experimento 1 se tienen los valores

$$\hat{Y}_{\mu \text{YIELD}} = 3.3472$$

$$\hat{Y}_{\mu \text{EPA}} = 5.7692$$

$$\hat{Y}_{\mu \text{DHA}} = 19.0516$$

3. Tomar un valor supuesto del vector gradiente inicial de los valores a y c , en esta etapa de la investigación tomamos los siguientes valores $a=0.16$ y $c=1$.
4. Definir los coeficientes de no negatividad A , α y γ . Para esta etapa de la investigación se utilizó $A=100$, $\alpha=0.602$ y $\gamma=0.101$.
5. Se utilizaron las siguientes medidas de sucesión
 - a. $a_k = \frac{a}{k}$ reportada por (Baltcheva & Felisa, n.d.) and (Bakute, 2005);
 - b. $c_k = \frac{c}{k^\gamma}$ reportada por (Spall, 1998), (Baltcheva & Felisa, n.d.), (Reardon, Lloyd, & Perel, 2010) (McClary, Syrotiuk, & Kulahci, 2010)
6. El siguiente paso es el de elegir el vector de perturbación Δ_k , en nuestro caso: $\Delta_k^+ = 141.4 \text{ bars}$ y $\Delta_k^- = -21.5^\circ\text{C}$
7. A partir del modelo de segundo orden para la media y_m evaluaremos las variables de respuestas que se reportan en el artículo, tales como el rendimiento total de la extracción (YIELD), la relación de ácido eicosapentaenoico (EPA) y el ácido docosahexanoico (DHA).
8. Seguido de esto se procede a calcular los valores de los factores controlables X_k^+ a partir del valor inicial de los valores de X_k , la medida de sucesión c_k y el vector de perturbación Δ_k^+ , con la formula $X_k^+ = X_k + c_k(\Delta_k^+)$
De manera que los nuevos valores para los factores controlables X_k^+ son $X_1^+ = 341.1 \text{ bars}$ y $X_2^+ = 18.5^\circ\text{C}$. Valores que serán sustituidos en los modelos de regresión de segundo orden de cada variable de respuesta.

$$\hat{Y}_{\mu YIELD}^+ = -34.26 + 0.154(341.1) + 0.6631(18.5) - 0.000184(341.1^2) - 0.00572(341.1)(18.5) - 0.004413(18.5^2) = 2.7849$$

$$\hat{Y}_{\mu EPA}^+ = 7.972 - 0.0033(341.1) - 0.06349(18.5) - 0.000009(341.1^2) + 0.000187(341.1)(18.5) - 0.000087(18.5^2) = 5.7731$$

$$\hat{Y}_{\mu DHA}^+ = 12.796 + 0.03005(341.1) + 0.1377(18.5) - 0.000029(341.1^2) - 0.000137(341.1)(18.5) - 0.001879(18.5^2) = 20.7141$$

9. Luego de estos se procede a calcular los valores de los factores controlables X_k^- , a partir del valor inicial de los valores de X_k , la medida de sucesión c_k y el vector de perturbación Δ_k^- , con la formula $X_k^- = X_k - c_k(\Delta_k^-)$. De manera que los valores para los factores controlables X_k^- son $X_1^- = 58.6 \text{ bars}$ y $X_2^- = 21.5^\circ\text{C}$. Estos valores serán sustituidos en los modelos de regresión de segundo orden de cada variable de respuesta:

$$\hat{Y}_{\mu YIELD}^- = -34.26 + 0.154(58.6) + 0.6631(21.5) - 0.000184(58.6^2) - 0.00572(58.6)(21.5) - 0.004413(21.5^2) = -14.5823$$

$$\hat{Y}_{\mu EPA}^- = 7.972 - 0.0033(58.6) - 0.06349(21.5) - 0.000009(58.6^2) + 0.000187(58.6)(21.5) - 0.000087(21.5^2) = 6.5781$$

$$\hat{Y}_{\mu DHA}^- = 12.796 + 0.03005(58.6) + 0.1377(21.5) - 0.000029(58.6^2) - 0.000137(58.6)(21.5) - 0.001879(21.5^2) = 16.3767$$

10. Con estos valores se estiman los vectores gradiente: $\frac{\partial YIELD(X_k)}{\partial X}$, $\frac{\partial EPA(X_k)}{\partial X}$ y $\frac{\partial DHA(X_k)}{\partial X}$ a través de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\text{a. } \frac{\partial YIELD^{(+)}}{\partial X} &= \frac{\begin{bmatrix} YIELD^{(+)} - YIELD^{(-)} \\ 2C_k \Delta_{k1}^{(\pm)} \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ YIELD^{(+)} - YIELD^{(-)} \\ 2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)} \end{bmatrix}}{2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)}} \\
\text{b. } \frac{\partial EPA^{(+)}}{\partial X} &= \frac{\begin{bmatrix} EPA^{(+)} - EPA^{(-)} \\ 2C_k \Delta_{k1}^{(\pm)} \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ EPA^{(+)} - EPA^{(-)} \\ 2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)} \end{bmatrix}}{2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)}} \\
\text{c. } \frac{\partial DHA^{(+)}}{\partial X} &= \frac{\begin{bmatrix} DHA^{(+)} - DHA^{(-)} \\ 2C_k \Delta_{k1}^{(\pm)} \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ DHA^{(+)} - DHA^{(-)} \\ 2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)} \end{bmatrix}}{2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)}}
\end{aligned}$$

11. Se actualiza el valor de X_k estimado a un nuevo valor X_{k+1} , esto se calcula usando las formulas estándar del AAEPs como sigue: $X_{k+1} = X_k - a_k \varphi_k^{\pm}$,
Dónde: φ_k^{\pm} representa la aproximación del gradiente y se estima de la siguiente manera, para las variables de respuesta que se evalúan tales como los rendimientos de extracción total (YIELD), y sobre las relaciones de ácido eicosapentaenoico (EPA), y ácido docosahexaenoico (DHA)

$$\begin{aligned}
\text{a. } \varphi_k^{\pm} YIELD &= \frac{YIELD^+ - YIELD^-}{2c_k \Delta_k^{\pm}} \\
\text{b. } \varphi_k^{\pm} EPA &= \frac{EPA^+ - EPA^-}{2c_k \Delta_k^{\pm}} \\
\text{c. } \varphi_k^{\pm} DHA &= \frac{DHA^+ - DHA^-}{2c_k \Delta_k^{\pm}}
\end{aligned}$$

Resultando los siguientes valores:

- Para la variable de respuesta YIELD
 - $\varphi_k^+ YIELD = 0.0614$,
 - $\varphi_k^- YIELD = -0.4039$,
- Para la variable de respuesta EPA
 - $\varphi_k^+ EPA = -0.0028$,
 - $\varphi_k^- EPA = 0.0187$,
- Para la variable de respuesta DHA
 - $\varphi_k^+ DHA = 0.0153$,
 - $\varphi_k^- DHA = -0.1009$.

De tal manera que los valores para X_{k+1} quedan de la siguiente manera:

- Para la variable de respuesta YIELD
 - $X_{1+1} = 199.9902$
 - $X_{2+1} = 39.9888$

- Para la variable de respuesta EPA
 - $X_{1+1} = 200.0005$
 - $X_{2+1} = 40.0000$
 - Para la variable de respuesta DHA
 - $X_{1+1} = 199.9975$
 - $X_{2+1} = 40.0000$
12. Considerar $X_{k+1} = X_k$, incrementar k en k+1 y regresar al paso 3.

Capítulo 4 Resultados y Discusión

4.1 De las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión a_k y c_k evaluando el índice de capacidad real c_{pk} como variable de respuesta.

En esta sección se analizan los resultados obtenidos de los experimentos realizados con las mediciones de la sucesión del Algoritmo del SPSA para evaluar su eficiencia con las diferentes combinaciones de y secuencias requeridas en su aplicación, esto, con el propósito de determinar cuál de las combinaciones de las mediciones de la sucesión logra maximizar el índice de capacidad de proceso real en la menor cantidad de iteraciones o experimentos posibles.

Por consiguiente, en el cuadro 4.1 se presentan las combinaciones de experimentos de las mediciones de la sucesión dentro del algoritmo del SPSA.

Tabla 4.1. Experimentos sobre las mediciones de sucesión del algoritmo del SPSA

Experimentos	a_k	c_k
1	$a_{k1} = \frac{a}{(A+k)^\alpha}$	$C_{k1} = \frac{c}{k^\gamma}$
2	$a_{k2} = \frac{a}{(A+k+1)^\alpha}$	
3	$a_{k3} = \frac{a}{k}$	
4	$a_{k4} = \frac{a}{k^{2/3}}$	
5	$a_{k5} = \frac{a}{k^\alpha}$	
6	$a_{k1} = \frac{a}{(A+k)^\alpha}$	$C_{k2} = \frac{c}{(1+k)^\gamma}$
7	$a_{k2} = \frac{a}{(A+k+1)^\alpha}$	
8	$a_{k3} = \frac{a}{k}$	
9	$a_{k4} = \frac{a}{k^{2/3}}$	
10	$a_{k5} = \frac{a}{k^\alpha}$	

Los resultados numéricos obtenidos de los procesos iterativos generados por el Algoritmo del SPSA mediante simulación para el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011) se presentan en las Tablas 4.2, 4.3 y 4.4; donde se especifica el experimento evaluado, la combinación de las mediciones de sucesión, los valores óptimos encontrados para los factores controlables, el valor máximo de la variable de respuesta (\widehat{c}_{pk}), y finalmente, el número de iteraciones donde se obtuvo el valor máximo de la variable de respuesta. Asimismo, los resultados obtenidos de los procesos iterativos para los modelos de rendimiento, EPA y DHA notificados por (Gedi et al., 2015) se muestran en el cuadro 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 y 4.9.

A continuación, en la tabla 4.2, mostramos los valores máximos de la variable de respuesta (\widehat{c}_{pk}) en 100 iteraciones para el modelo reportado por Spall, 1992 (Olguín Tiznado et al., 2011).

Como se puede ver en la tabla 4.2, los experimentos 3, 8 y 9 cumplen con los objetivos buscados en este trabajo de investigación, que son: obtener valores de $\widehat{c}_{pk} \geq 1.33$ en el menor número de iteraciones posibles. Por ejemplo, en el experimento número 3, en el que se evalúa la combinación de las medidas de sucesión $a_{k3} = a/k$ con $c_k = c/k^{\gamma}$, el valor máximo de la variable respuesta (\widehat{c}_{pk}) que se obtiene es de 5.69 unidades en 9 iteraciones, lo que representa 0 (cero) ppm de defectos en los productos manufacturados.

Tabla 4.2. Resultados de la evaluación del algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones

Tabla 4.2. Resultados de la evaluación del algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{C}_{pk} \max$	Posición
1	1	1	64.9976	4.5243	-0.3158	55
2	2	1	64.9976	4.5242	-0.3158	55
3	3	1	62.5239	5.4719	5.6935	9
4	4	1	62.5132	6.2598	0.1148	12
5	5	1	64.9977	4.5231	-0.3160	5
6	1	2	64.9976	4.5242	-0.3158	55
7	2	2	64.9976	4.5241	-0.3158	55
8	3	2	62.7556	5.4877	5.8698	24
9	4	2	64.8867	5.6333	2.9784	7
10	5	2	64.9973	4.5265	-0.3160	6

En la figura 4.1 se muestran gráficamente los valores obtenidos en cada experimento del proceso iterativo de una a cien iteraciones del proceso de simulación del modelo reportado en (Olguín Tiznado et al., 2011) aplicando el Algoritmo (SPSA).

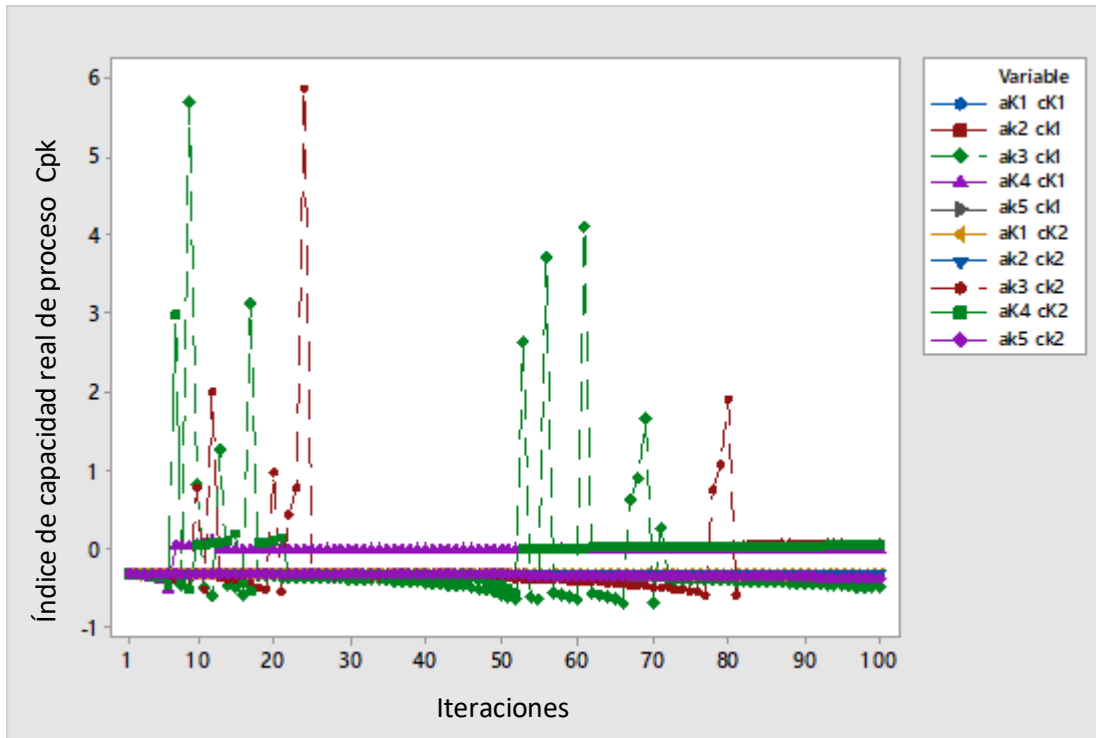


Figura 4.1. Comportamiento gráfico de (\hat{c}_{pk}) en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011)

A continuación, en la tabla 4.3 se presentan los resultados obtenidos para el proceso de simulación iterativa de 1 a 200 iteraciones del modelo reportado en (Olguín Tiznado et al., 2011), así como los valores máximos encontrados en el índice de capacidad de proceso real. (\hat{c}_{pk}) .

Tabla 4.3. Resultados del (\hat{c}_{pk}) evaluado por el Algoritmo SPSA en el proceso de simulación de 1 a 200 iteraciones en el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011).

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\hat{C}_{pk} max$	Posición
1	1	1	64.9976	4.5243	-0.3158	55
2	2	1	64.9976	4.5242	-0.3158	55
3	3	1	62.5239	5.4719	5.6935	9
4	4	1	62.5132	6.2598	0.1148	12
5	5	1	63.1585	5.5048	10.7603	198
6	1	2	64.9976	4.5242	-0.3158	55
7	2	2	64.9976	4.5241	-0.3158	55
8	3	2	63.1325	5.4952	23.6241	169
9	4	2	64.8867	5.6333	2.9784	7
10	5	2	63.1384	5.5075	8.4123	176

De acuerdo con los resultados obtenidos en la tabla 4.3 los experimentos 3, 8 y 9 se mantienen con valores aceptables del índice de capacidad de proceso real (\widehat{c}_{pk}) así como en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones. Sin embargo, añadimos los experimentos 5 y 10, que muestran valores aceptables para los fines de este trabajo de investigación, que son: obtener valores máximos de $\widehat{c}_{pk} \geq 1.33$ en el menor número posible de iteraciones, observando que los experimentos 3 y 9 siguen mostrando el mismo valor máximo de la variable de respuesta en el mismo número de iteraciones; el experimento número 8 aumentó el valor máximo de la variable de respuesta de 5.86 unidades en 24 iteraciones a 23.62 unidades en 169 iteraciones. Para los experimentos 5 y 10 se encontraron valores aceptables de 10.76 y 8.41 unidades en las iteraciones 198 y 176 respectivamente.

Los valores obtenidos en cada experimento en el proceso iterativo de simulación del modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011), de 1 a 200 iteraciones se muestran gráficamente en la figura 4.2:

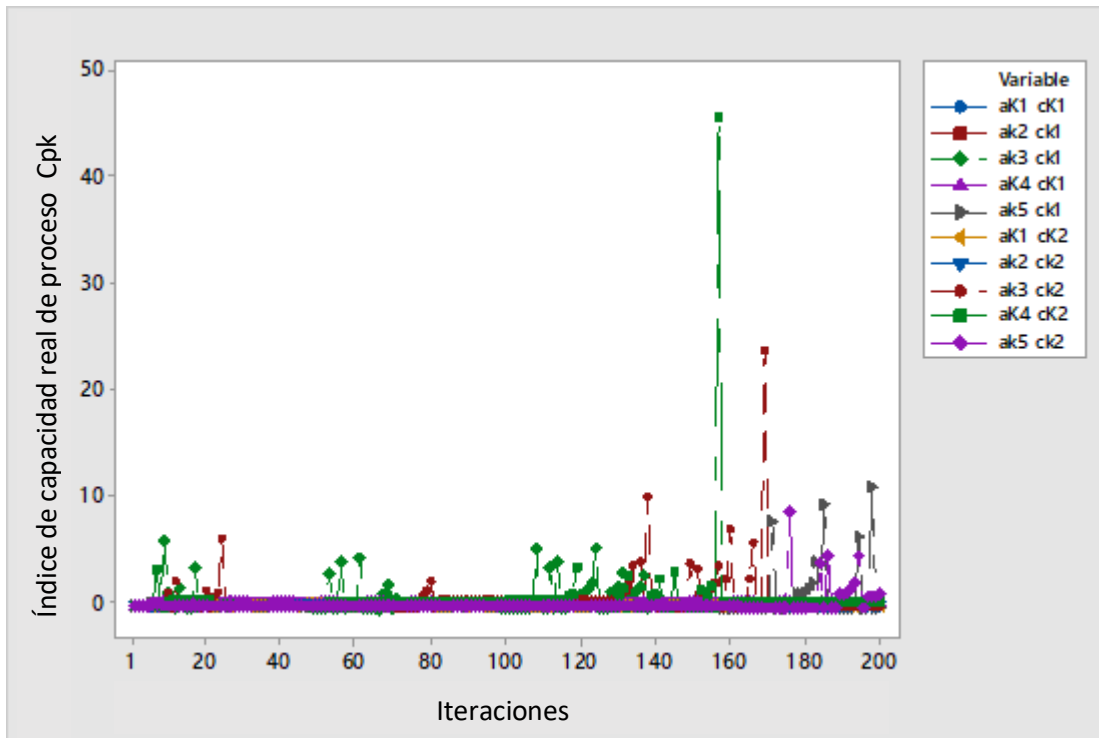


Figura 4.2. Comportamiento gráfico de (\widehat{c}_{pk}) en el proceso de simulación de 1 a 200 iteraciones en el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011).

Análogamente, en la tabla 4.4 se muestran los resultados del proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones y los valores máximos del índice de capacidad de proceso real encontrados.

Tabla 4.4. Resultados de (\hat{c}_{pk}) evaluados por el Algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011).

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\hat{C}_{pk} max$	Posición
1	1	1	64.9976	4.5243	-0.3158	55
2	2	1	64.9976	4.5242	-0.3158	55
3	3	1	62.5239	5.4719	5.6935	9
4	4	1	62.5132	6.2598	0.1148	12
5	5	1	63.2969	5.5026	48.2164	449
6	1	2	64.9976	4.5242	-0.3158	55
7	2	2	64.9976	4.5241	-0.3158	55
8	3	2	63.2067	5.4955	78.3644	259
9	4	2	64.8867	5.6333	2.9784	7
10	5	2	63.2005	5.4969	41.2858	250

Los resultados del proceso iterativo de 1 a 500 iteraciones se muestran en la tabla 4.4, donde puede observarse que los experimentos 3, 5, 8, 9 y 10 siguen siendo los experimentos en los que se encuentran los valores aceptables del Índice de Capacidad de Proceso real en el menor número de iteraciones o posibles experimentos. Por otra parte, en los experimentos 3 y 9 no se aumenta el valor de la variable de respuesta, se mantiene el valor máximo (5.69 y 2.97 respectivamente) en las primeras iteraciones (9 y 7 respectivamente); en el resto de los experimentos (5, 8 y 10) aumenta el valor máximo de la variable de respuesta encontrada (48.21, 78.36 y 41.28 unidades respectivamente) así como el número de iteración en que se obtienen (449, 259 y 250) iteraciones respectivamente).

Los valores obtenidos en cada experimento en el proceso iterativo de 1 a 500 iteraciones mediante el proceso de simulación experimental del modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011), se muestran gráficamente en la figura 4.3.

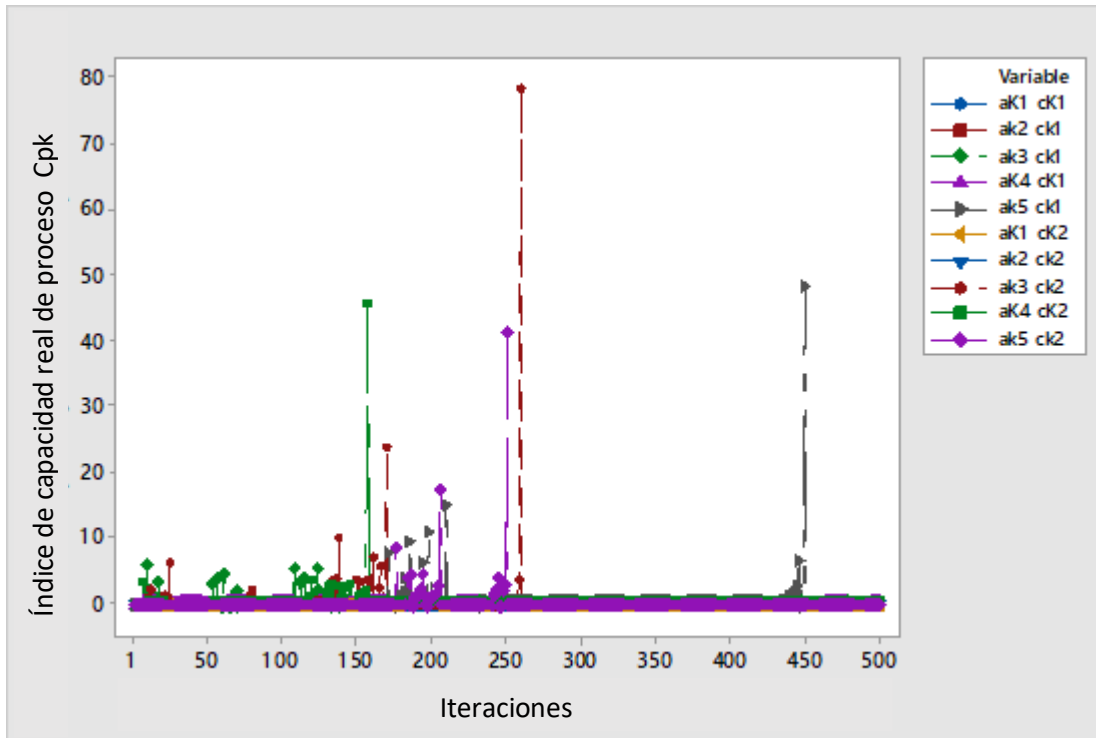


Figura 4.3. Comportamiento gráfico de (\hat{c}_{pk}) en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo reportado por (Olguín Tiznado et al., 2011)

Por otra parte, para el análisis de simulación experimental aplicado a los modelos de regresión reportados por (Gedi et al., 2015), los resultados de la variable YIELD se muestran en la Tabla 4.5, considerando un proceso iterativo de 1 a 100 iteraciones y los valores máximos del Índice de Capacidad de Proceso real (\hat{c}_{pk}) encontrado.

Tabla 4.5. Resultados de (\hat{c}_{pk}) evaluados por el algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo de rendimiento comunicado por (Gedi et al., 2015)

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\hat{C}_{pk} max$	Posición
1	1	1	300	55	3,889	1
2	2	1	300	55	3,889	1
3	3	1	300	55	3,889	1
4	4	1	300	55	3,889	1
5	5	1	300	55	3,889	1
6	1	2	300	55	3,889	1
7	2	2	300	55	3,889	1
8	3	2	300	55	3,889	1
9	4	2	300	55	3,889	1

10	5	2	300	55	3,889	1
----	---	---	-----	----	-------	---

Según los resultados que se muestran en la tabla 4.5, se puede observar que los diez experimentos arrojan el mismo valor máximo de \widehat{c}_{pk} de 3.889 unidades en la primera iteración; teniendo en cuenta que los valores aceptables para el objetivo de este trabajo de investigación es obtener valores de $\widehat{c}_{pk} \geq 1.33$ en el menor número de iteraciones posibles, en los diez experimentos, el Algoritmo SPSA logra encontrar este valor en la primera iteración.

Cabe señalar que los procesos iterativos de simulación experimental se realizaron para 200 y 500 iteraciones para los modelos comunicados por Gedi (Gedi et al., 2015), sin embargo, no se obtuvieron mejoras significativas en los resultados obtenidos. Los valores máximos de (\widehat{c}_{pk}) se encontraron siempre en la primera iteración en cada uno de los experimentos realizados.

El comportamiento de los valores obtenidos para el proceso de simulación del modelo YIELD reportado por Gedi et al. (2015) (Gedi et al., 2015) en cada uno de los diez experimentos de simulación realizados se puede ver en la Figura 4.4, que muestra en las primeras 100 iteraciones el comportamiento descendente de cada uno de los experimentos realizados desde la primera iteración.

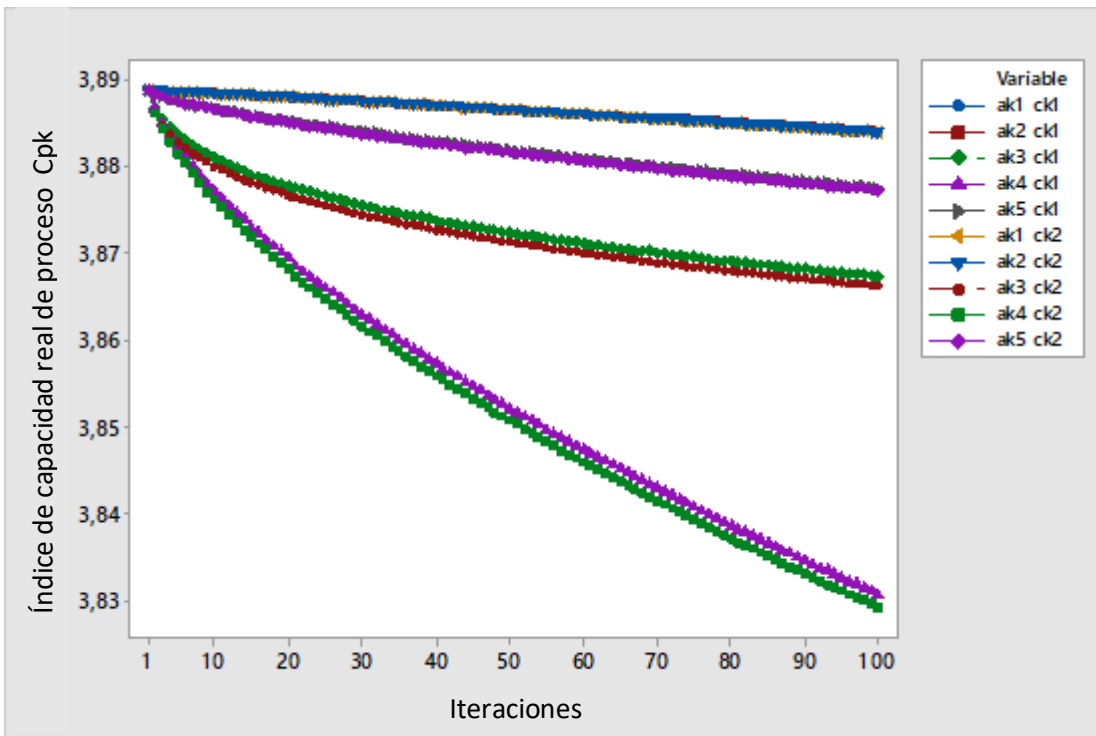


Figura 4.4. Comportamiento gráfico de (\widehat{c}_{pk}) en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo YIELD reportado por (Gedi et al., 2015)

A continuación, en la tabla 4.6 se muestran los valores máximos del índice de capacidad de proceso real (\widehat{c}_{pk}) hallados para el proceso iterativo de simulación del modelo de la EPA notificado por Gedi y otros (2105) (Gedi et al., 2015) de 1 a 100 iteraciones.

Tabla 4.6. Resultados del Cpk evaluado por el algoritmo del AEE en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo de la EPA notificado por (Gedi et al., 2015)

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\hat{C}_{pk} max$	Posición
1	1	1	388,593	41,666	20,705	100
2	2	1	388,593	41,665	20,705	100
3	3	1	388,458	42,554	20,891	100
4	4	1	388,209	44,190	21,169	100
5	5	1	388,549	41,954	20,768	100
6	1	2	388,504	41,680	20,707	100
7	2	2	388,504	41,679	20,707	100
8	3	2	388,366	42,590	20,897	100
9	4	2	388,115	44,237	21,173	100
10	5	2	388,460	41,972	20,771	100

Los resultados de la tabla 4.6 son los experimentos realizados en el modelo de la EPA reportado por Gedi, et al. (2015) que muestran que los diez experimentos realizados encuentran valores aceptables ($\hat{C}_{pk} \geq 1.33$), sin embargo, los experimentos 3, 4, 8 y 9, tienen los valores máximos de \hat{C}_{pk} de 20.891, 21.169 y 20.897. 21.173 unidades respectivamente. Estos resultados se lograron en la iteración número 100 del proceso de simulación.

En la figura 4.5 se muestra el comportamiento de los valores obtenidos para el proceso de simulación de la EPA en cada uno de los diez experimentos realizados, en el que, el comportamiento ascendente que presenta cada uno de los experimentos realizados a partir de la primera iteración se muestra en las primeras 100 iteraciones.

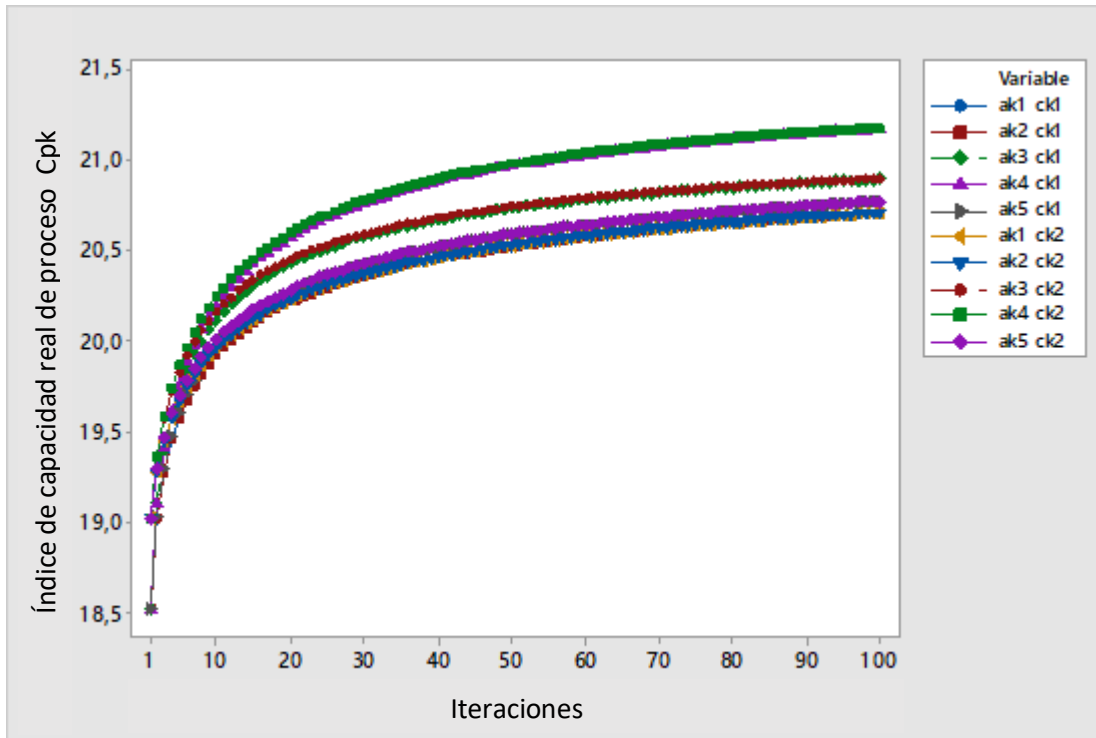


Figura 4.5. Comportamiento gráfico de (\hat{c}_{pk}) en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo de la EPA reportado por (Gedi et al., 2015).

A continuación, en la tabla 4.7 se muestran los resultados obtenidos para el proceso iterativo de simulación del modelo de la EPA de 1 a 200 iteraciones, así como los valores máximos encontrados del Índice de Capacidad de Proceso real (\hat{c}_{pk}) .

Tabla 4.7. Resultados del (\hat{c}_{pk}) evaluado por el algoritmo del AEE en el proceso de simulación de 1 a 200 iteraciones en el modelo de la EPA comunicado por (Gedi et al., 2015).

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\hat{C}_{pk} \max$	Posición
1	1	1	382,581	42,716	20,851	200
2	2	1	382,581	42,715	20,851	200
3	3	1	382,438	43,651	20,994	200
4	4	1	382,716	46,016	21,238	185
5	5	1	382,528	43,064	20,908	200
6	1	2	382,539	42,723	20,852	200
7	2	2	382,539	42,722	20,852	200
8	3	2	382,393	43,680	20,998	200
9	4	2	382,759	46,025	21,239	183
10	5	2	382,485	43,075	20,909	200

En la tabla 4.7 se muestra que los resultados de cada uno de los diez experimentos realizados, así como en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones, el índice de capacidad de proceso real \widehat{c}_{pk} se mantiene con valores aceptables. Los experimentos 3, 4, 8 y 9 siguen siendo los que presentan los valores máximos de \widehat{c}_{pk} de 20.994, 21.238, 20.998 y 21.239 respectivamente. Sin embargo, es importante señalar que en los experimentos 4 y 9 son los valores máximos de \widehat{c}_{pk} en un número menor de iteraciones.

En la figura 4.6 se muestran los valores obtenidos en cada experimento en el proceso iterativo de simulación del modelo EPA de una a doscientas iteraciones.

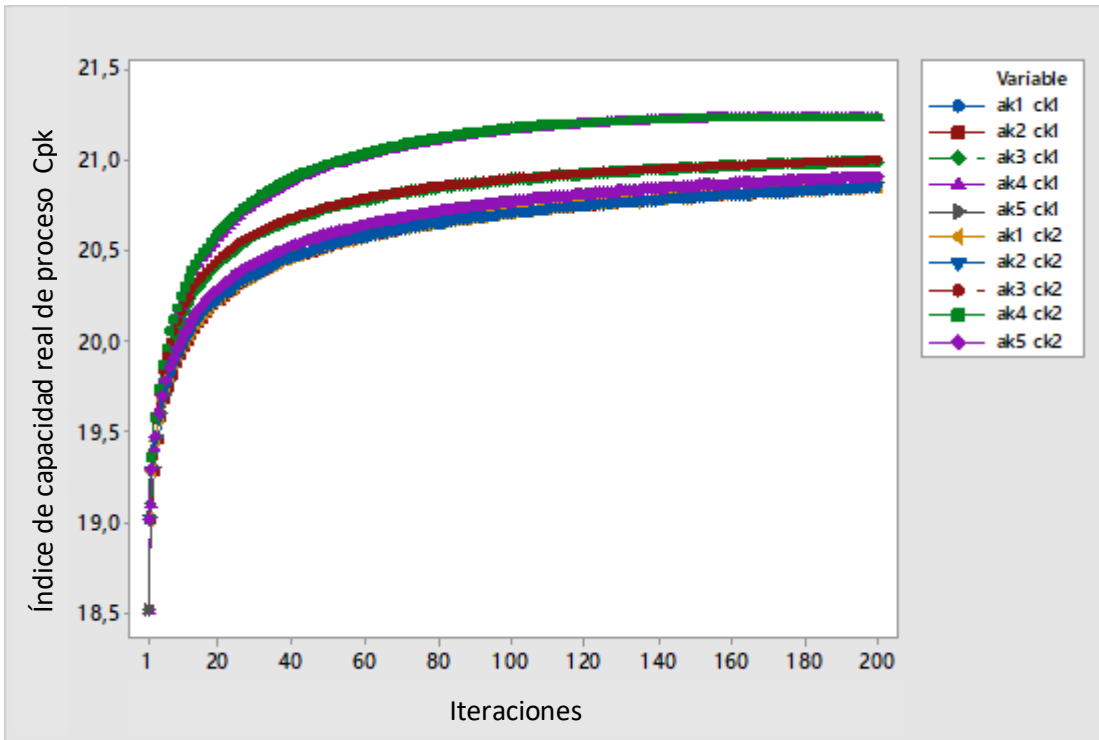


Figura 4.6. Comportamiento gráfico de (\widehat{c}_{pk}) en el proceso de simulación de 1 a 200 iteraciones en el modelo de la EPA reportado por (Gedi et al., 2015).

A continuación, en la tabla 4.8 se muestran los valores máximos obtenidos del índice de capacidad de proceso real (\widehat{c}_{pk}) para el proceso iterativo de simulación del modelo de la EPA de 1 a 500 iteraciones.

Tabla 4.8. Resultados del (\widehat{c}_{pk}) evaluado por el algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo de la EPA reportado por (Gedi et al., 2015).

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{C}_{pk} \max$	Posición

1	1	1	375,230	44,139	20,984	500
2	2	1	375,230	44,138	20,984	500
3	3	1	375,096	45,019	21,054	500
4	4	1	382,716	46,016	21,238	185
5	5	1	375,165	44,561	21,021	500
6	1	2	375,214	44,142	20,984	500
7	2	2	375,215	44,141	20,984	500
8	3	2	375,077	45,045	21,055	500
9	4	2	382,759	46,025	21,239	183
10	5	2	375,149	44,568	21,021	500

En la tabla 4.8 se muestra que los resultados de cada uno de los diez experimentos realizados, así como en el proceso de simulación de 1 a 100 y de 1 a 200 iteraciones, el índice de capacidad de proceso real (\widehat{c}_{pk}) se mantiene con valores aceptables. La mayoría de estos valores máximos se produjeron en la última iteración. Cabe señalar que los experimentos 3, 4, 8 y 9 son nuevamente los que tienen los valores máximos de (\widehat{c}_{pk}) de 21.054, 21.238, 21.055 y 21.239 respectivamente. Sin embargo, es importante señalar que en los experimentos 4 y 9 se produjeron los valores máximos de (\widehat{c}_{pk}) en un número menor de iteraciones.

En la figura 4.7 se muestra el comportamiento de los valores obtenidos para el proceso de simulación de la EPA en cada uno de los diez experimentos de simulación realizados con 1 a 500 iteraciones del comportamiento que presenta cada uno de los experimentos realizados.

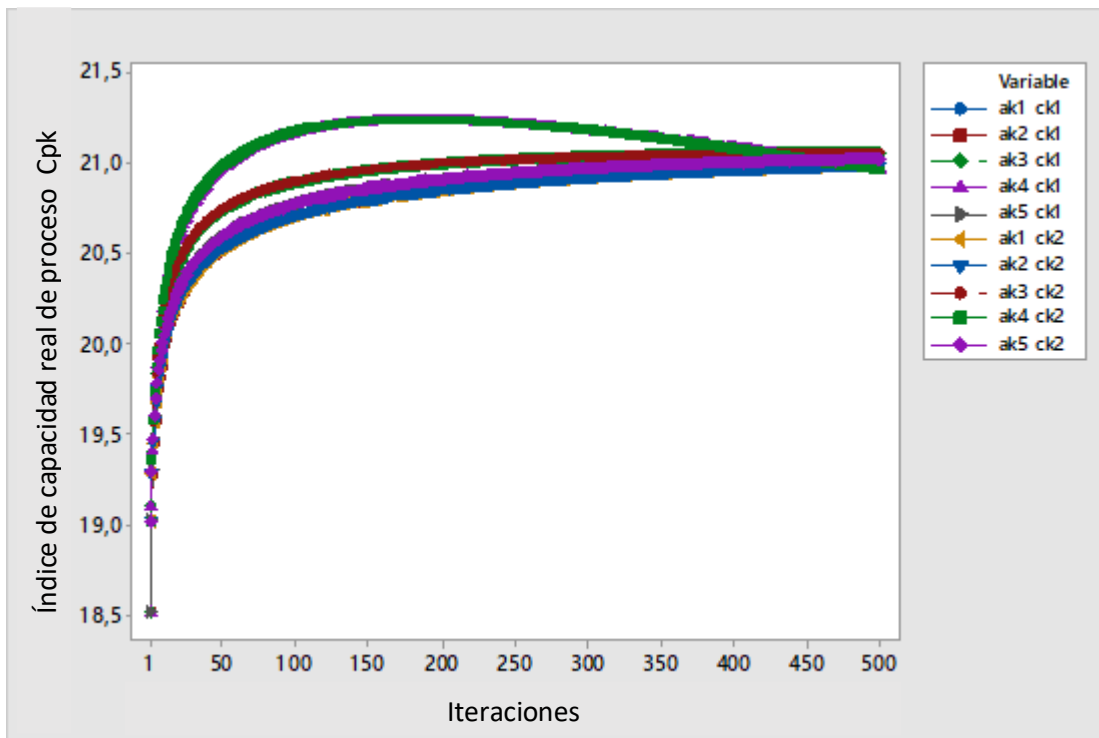


Figura 4.7. Comportamiento gráfico de (\widehat{c}_{pk}) en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo de la EPA reportado por (Gedi et al., 2015).

Por último, en la tabla 4.9 se muestran los valores máximos obtenidos del índice de capacidad de proceso real (\widehat{c}_{pk}) para el proceso iterativo de simulación del modelo DHA de 1 a 100 iteraciones.

Tabla 4.9. Resultados del (\widehat{c}_{pk}) evaluado por el algoritmo del SPSA en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo DHA reportado por (Gedi et al., 2015).

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{C}_{pk} \max$	Posición
1	1	1	299,999	55,0053	4,655	49
2	2	1	299,999	55,0053	4,655	49
3	3	1	299,982	55,1135	4,680	54
4	4	1	299,972	55,1780	4,695	58
5	5	1	299,995	55,0298	4,661	50
6	1	2	299,999	55,0049	4,655	48
7	2	2	299,999	55,0049	4,655	48
8	3	2	299,984	55,1036	4,678	53
9	4	2	299,975	55,1637	4,692	56
10	5	2	299,995	55,0274	4,660	49

Los resultados de la tabla 4.9 muestran que en cada uno de los diez experimentos realizados, los valores aceptables del índice de capacidad de proceso real $\widehat{c}_{pk} \geq 1.33$ se mantienen en el menor número posible de iteraciones, esto para el modelo DHA reportado por (Gedi et al., 2015). Los experimentos 3, 4, 8 y 9 tienen los valores más altos de \widehat{c}_{pk} de 4.680, 4.695, 4.678 y 4.692 respectivamente. Por lo tanto, es importante señalar que en los experimentos 4 y 9 son los valores máximos de (\widehat{c}_{pk}) con 58 y 56 iteraciones respectivamente. Sin embargo, hay valores de (\widehat{c}_{pk}) que tienen 48 iteraciones en los experimentos 6 y 7 y cumplen el valor aceptable de $\widehat{c}_{pk} \geq 1.33$.

Por otra parte, en este modelo se realizaron procesos de simulación iterativa de 200 y 500 iteraciones. Sin embargo, no se obtuvieron mejoras significativas en los resultados obtenidos. Los valores máximos de la variable de respuesta (\widehat{c}_{pk}) se encontraron siempre en la primera iteración en cada uno de los experimentos realizados.

El comportamiento de los valores obtenidos para el proceso de simulación del proceso DHA en cada uno de los diez experimentos realizados se muestra en la figura 4.8, que en las primeras 40 iteraciones mantiene un comportamiento ascendente, y a medida que avanza en el proceso iterativo, los valores de la (\widehat{c}_{pk}) descienden y consiguen estabilizarse.

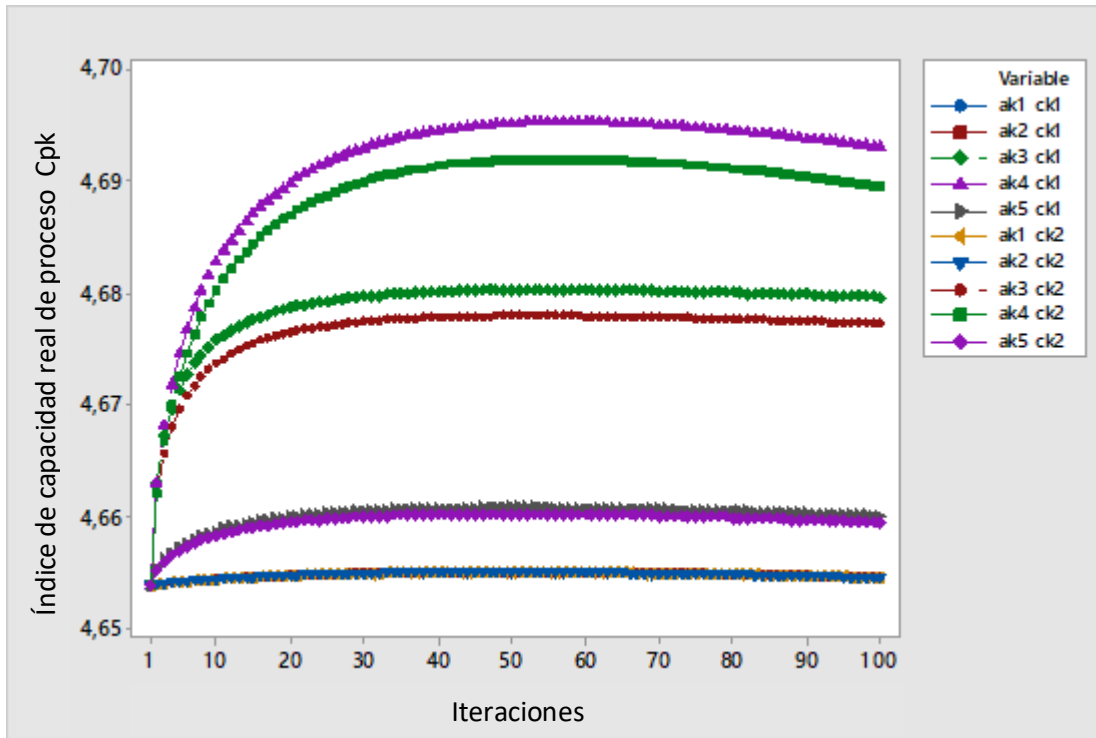


Figura 4.8. Comportamiento gráfico de (\widehat{c}_{pk}) en el proceso de simulación de 1 a 100 iteraciones en el modelo DHA reportado por (Gedi et al., 2015).

Teniendo en cuenta que el principal objetivo de esta investigación es encontrar el mejor valor para la variable de respuesta (\widehat{c}_{pk}) en el menor número de iteraciones posible, entonces asumimos que los valores aceptables de $\widehat{c}_{pk} \geq 1.33$ se consideran niveles aceptables en las normas de calidad, pero los valores de $\widehat{c}_{pk} \geq 2.00$ se consideran normas de clase mundial.

De los cuatro modelos de simulación analizados, los mejores resultados encontrados en este documento se enumeran a continuación.

Para el modelo de simulación número 1, se obtuvieron los siguientes valores máximos para el (\widehat{c}_{pk}) :

- En el experimento 3, se obtuvo un valor de $(\widehat{c}_{pk})=5,6935$ en la iteración número 9.
- En el experimento 8, se obtuvo un valor de $(\widehat{c}_{pk})=5,8698$ en la iteración número 24.
- En el experimento 9, se obtuvo un valor de $(\widehat{c}_{pk})=2,9784$ en la iteración número 7.

Para el modelo de simulación número 2, se encontró que los diez experimentos arrojaron su valor máximo de (\widehat{c}_{pk}) en la primera iteración, siendo este valor el mismo para cada uno de los experimentos:

- En los experimentos de 1 a 10, se obtuvo un valor de $(\widehat{c}_{pk})=3,889$ en la iteración número 1.

Para el modelo de simulación número 3, se encontraron los siguientes valores máximos para el (\widehat{c}_{pk}) :

- En el experimento 3, se obtuvo un valor de $(\widehat{c}_{pk})=20,891$ en la iteración número 100.
- En el experimento 4, se obtiene un valor de $(\widehat{c}_{pk})=21,169$ en la iteración número 100.
- En el experimento 8, se obtiene un valor de $(\widehat{c}_{pk})=20,897$ en la iteración número 100.
- En el experimento 9, se obtiene un valor de $(\widehat{c}_{pk})=21,173$ en la iteración número 100.

Y finalmente, para el modelo de simulación número 4, se encontraron los siguientes valores máximos para la variable de respuesta:

- En el experimento 3, se obtiene un valor de $(\widehat{c}_{pk})=4,680$ en la iteración número 54.
- En el experimento 4, se obtiene un valor de $(\widehat{c}_{pk})=4,695$ en la iteración número 58.
- En el experimento 8, se obtiene un valor de $(\widehat{c}_{pk})=4.678$ en la iteración número 53.
- En el experimento 9, se obtiene un valor de $(\widehat{c}_{pk})=4.692$ en la iteración número 56.

4.2 De las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión α_k y c_k evaluando los índices respuesta dual \widehat{RD} y razón señal a ruido \widehat{SNR} como variables de respuesta.

A continuación se muestran los resultados de los diez experimentos realizados en las tablas enumeradas de la 4.10 a la 4.17. Donde, en la primera columna se define el número del experimento de la combinación de las medidas de sucesión que se planteó en la tabla 4.10, en las columnas dos y tres se indican los valores óptimos para los factores controlables (X_k^*), en la cuarta columna se ilustra el valor máximo encontrado en las variables \widehat{RD} y \widehat{SNR} evaluadas a 500 iteraciones, y en la quinta columna el número de iteración en la que se encontró el valor máximo para la variable de respuesta a optimizar.

En la Tabla 4.10 se muestran los resultados de los valores máximos de la variable de \widehat{RD} para el modelo 1; estos valores se encuentran entre 3.8535 y 4.1676, lo cual no representan un cambio significativo en el resultado. Dado que el objetivo de este trabajo es identificar con qué experimento se logran mayores valores de la variable de respuesta en la menor cantidad de iteraciones. Los resultados muestran que los mejores experimentos son el 2, 5 y 10; donde sus valores máximos son 3.8535, 4.1676 y 4.1676 respectivamente, los cuales se logran en las iteraciones 15, 59 y 59, respectivamente.

Tabla 4.10 Resultados de la variable de respuesta RD evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 500 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015)

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{RD} max$	Posición
1	1	1	64.9972	4.5284	4.1674	297
2	2	1	63.9867	4.6326	3.8535	15
3	3	1	64.9973	4.5272	4.1673	500
4	4	1	64.9970	4.5298	4.1675	78
5	5	1	64.9970	4.5301	4.1676	59
6	1	2	64.9972	4.5284	4.1674	297
7	2	2	64.9972	4.5284	4.1674	298
8	3	2	64.9973	4.5272	4.1673	500
9	4	2	64.9970	4.5298	4.1675	78
10	5	2	64.9970	4.5301	4.1676	59

En la figura 4.9 se muestran los comportamientos de los diez experimentos que fueron evaluados para optimizar la variable \widehat{RD} en el modelo 1. Donde, en los experimentos 1 y del 3 al 10 siguen el mismo comportamiento, con variaciones mínimas, obteniendo un valor máximo de 4.167 en las primeras iteraciones con valores constantes durante las quinientas iteraciones.

Sin embargo, el experimento 2 presentó un comportamiento distinto, obtuvo un valor máximo de 3.853 en la iteración número 15, y en las iteraciones posteriores el resultado disminuye hasta llegar a valores cercanos al 3.180.

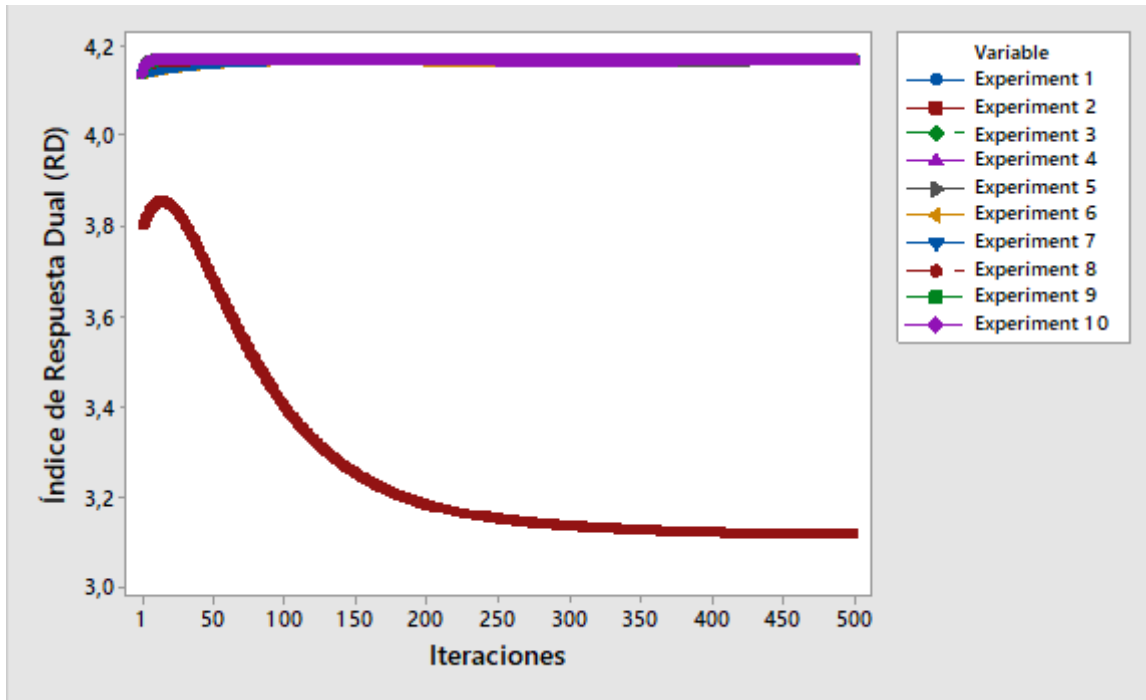


Figura 4.9 Comportamiento gráfico de (RD) en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo 1 reportado por Olgúin et al., (2011)

En la Tabla 4.11, se muestran los resultados de los valores máximos obtenidos de la variable \widehat{RD} al evaluar el modelo 2; donde el valor máximo obtenido fue de -2.009 en los 10 experimentos evaluados. Es importante enfatizar que en los 10 experimentos este valor máximo se encontró en la iteración 1.

Tabla 4.11 Resultados de la variable de RD para el modelo 2 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{RD} \max$	Posición
1	1	1	58.6000	91.5000	-2.009	1
2	2	1	58.6000	91.5000	-2.009	1
3	3	1	58.6000	91.5000	-2.009	1
4	4	1	58.6000	91.5000	-2.009	1
5	5	1	58.6000	91.5000	-2.009	1
6	1	2	68.1606	90.0463	-2.009	1
7	2	2	68.1606	90.0463	-2.009	1
8	3	2	68.1606	90.0463	-2.009	1
9	4	2	68.1606	90.0463	-2.009	1
10	5	2	68.1606	90.0463	-2.009	1

La tabla 4.12 muestra los resultados de los valores máximos de la variable \widehat{RD} en el modelo 3, el cual fue de 1.446 para los 10 experimentos. Estos valores fueron encontrados en la iteración 1 en los 10 experimentos.

Tabla 4.12 Resultados de la variable de RD para el modelo 3 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{RD} max$	Position
1	1	1	58.6000	91.5000	1.446	1
2	2	1	58.6000	91.5000	1.446	1
3	3	1	58.6000	91.5000	1.446	1
4	4	1	58.6000	91.5000	1.446	1
5	5	1	58.6000	91.5000	1.446	1
6	1	2	68.1606	90.0463	1.446	1
7	2	2	68.1606	90.0463	1.446	1
8	3	2	68.1606	90.0463	1.446	1
9	4	2	68.1606	90.0463	1.446	1
10	5	2	68.1606	90.0463	1.446	1

Los valores máximos de los resultados encontrados de la variable \widehat{RD} del modelo 4 se muestran en la Tabla 4.13. Los valores obtenidos se encuentran entre 1.9193 y 1.9305. La diferencia entre estos valores no es significativa; sin embargo, en cuanto al número de iteraciones si, dado que, los mejores experimentos son el 3, 4, 8 y 10, que obtienen los valores de 1.9257 en la iteración 98, 1.9193 en la iteración 62, 1.9248 en la iteración 97 y 1.9284 en la iteración 61, respectivamente.

Tabla 4.13 Resultados de la variable de RD para el modelo 4 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{RD} max$	Position
1	1	1	285.3863	57.2215	1.9303	147
2	2	1	285.3865	57.2207	1.9304	147
3	3	1	288.8497	57.3840	1.9257	98
4	4	1	292.9374	57.5586	1.9193	62
5	5	1	286.6201	57.2734	1.9284	127
6	1	2	285.3865	57.2208	1.9304	146
7	2	2	285.3866	57.2200	1.9305	146
8	3	2	288.8486	57.3915	1.9248	97

9	4	2	292.9374	57.5587	1.9193	61
10	5	2	286.6201	57.2739	1.9284	126

La tabla 4.14 muestra los resultados de los valores máximos para la variable \widehat{SNR} en el modelo número 1; tomando en cuenta los objetivos de este trabajo de investigación (el mayor valor, en la menor cantidad de iteraciones), los mejores resultados se muestran en el experimento 3 con un valor de $\widehat{SNR} = 15.1075$ en 9 iteraciones y en el experimento 9 con un valor de $\widehat{SNR} = 37.8824$ en 157 iteraciones.

Tabla 4.14 Resultados de la variable de SNR para el modelo 1 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{SNR} max$	Position
1	1	1	64.9976	4.7716	-8.9213	500
2	2	1	64.9730	4.7700	-8.9318	500
3	3	1	62.5239	5.4719	15.1075	9
4	4	1	67.4411	4.8726	-5.6304	6
5	5	1	63.2969	5.5026	33.6639	449
6	1	2	64.9729	4.7707	-9.8689	500
7	2	2	64.9731	4.7691	-8.9271	500
8	3	2	63.2067	5.4955	-8.9375	259
9	4	2	63.1198	5.4911	37.8824	157
10	5	2	63.2005	63.2005	33.2026	250

La figura 4.10 muestra el comportamiento de los 10 experimentos que fueron evaluados para optimizar la variable de respuesta SNR en el modelo 1. Se observa que durante las 500 iteraciones se encontraron varios máximos locales en los experimentos 3, 8, 9 y 10, que confirma la información que se muestra en la tabla 9 en la que los experimentos 3 y 9 resultan ser los valores más altos, encontrados en la menor cantidad de iteraciones.

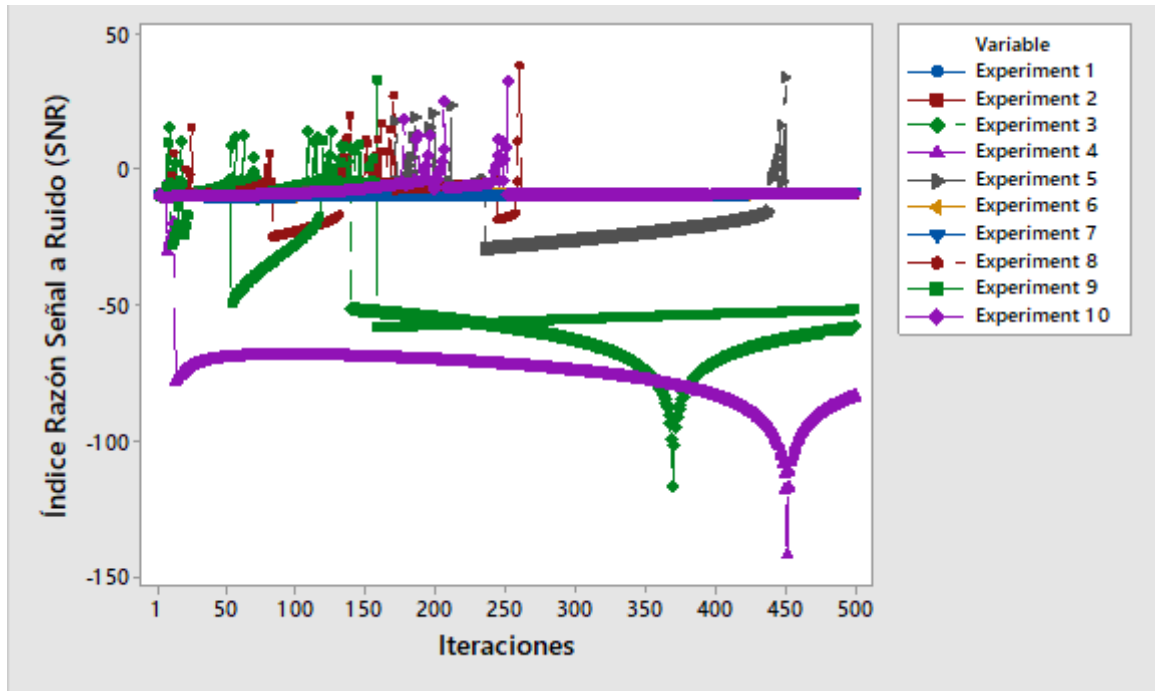


Figura 4.10 Comportamiento grafico de (SNR) en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo 1 reportado por Olgúin et al., (2011)

La tabla 4.15 muestra los resultados de los valores máximos de la variable de respuesta \widehat{SNR} para el modelo 2. Donde el valor máximo logrado es de 27.1620 en la iteración 1. Es importante señalar que este valor fue igual en los 10 experimentos analizados en este trabajo de investigación.

Tabla 4.15 Resultados de la variable de SNR para el modelo 2 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{SNR} max$	Position
1	1	1	300	55	27.1620	1
2	2	1	300	55	27.1620	1
3	3	1	300	55	27.1620	1
4	4	1	300	55	27.1620	1
5	5	1	300	55	27.1620	1
6	1	2	300	55	27.1620	1
7	2	2	300	55	27.1620	1
8	3	2	300	55	27.1620	1
9	4	2	300	55	27.1620	1
10	5	2	300	55	27.1620	1

La figura 4.11 muestra los resultados obtenidos en cada una de las 500 iteraciones de los 10 experimentos que se analizaron en este trabajo para optimizar la variable de respuesta SNR en el modelo 2. El valor máximo de 72.162 se encuentra en la iteración 1, y conforme sigue el proceso iterativo el valor fue disminuye.

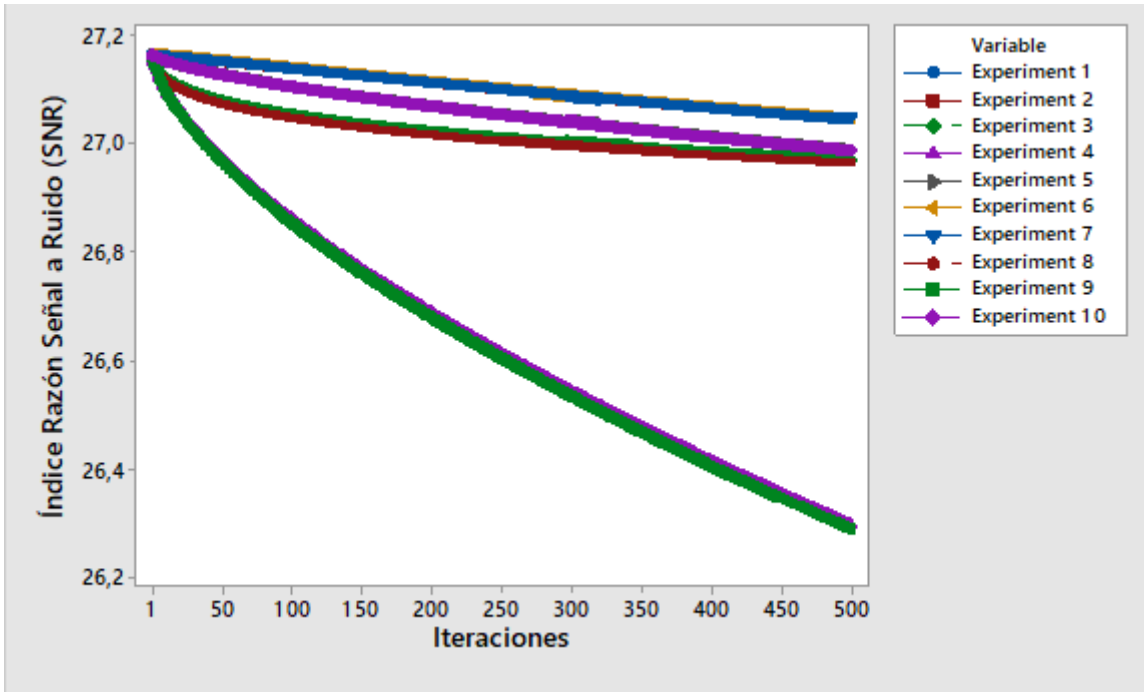


Figura 4.11 Comportamiento grafico de (SNR) en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones en el modelo 2 reportado por Gedi et al., (2015)

La Tabla 4.16 muestra los resultados de los valores máximos de la variable \widehat{SNR} para el modelo 3; dichos valores no presentan una diferencia significativa, los tres mejores experimentos en este caso de estudio son: el experimento 10 con un valor $\widehat{SNR} = 61.1712$ en 146 iteraciones, el experimento 5 con un valor $\widehat{SNR} = 61.17$ en 148 iteraciones y el experimento 9 con un valor $\widehat{SNR} = 61.1169$ en 183 iteraciones.

La figura 4.12 muestra el comportamiento de los 10 experimentos evaluados, para optimizar la variable de respuesta \widehat{SNR} en el modelo 3. Se observa el comportamiento de los experimentos con poca diferencia entre ellos, los experimentos 1, 2, 3, 6, 7 y 8 presentan un comportamiento en aumento desde la iteración 1 hasta la iteración 500. En contraste con los experimentos 4, 5, 9 y 10 en que sus valores máximos se presentan en las iteraciones 185, 148, 183 y 146 respectivamente.

Tabla 4.16 Resultados de la variable de SNR para el modelo 3 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{SNR} max$	Position
1	1	1	375.2297	44,1391	60.8754	500

2	2	1	375.2299	44,1376	60.8752	500
3	3	1	375.0955	45,0192	60.9415	500
4	4	1	382.7157	46,0164	61.1154	185
5	5	1	384.5331	46,2572	61.1700	148
6	1	2	375.2143	44,1422	60.8755	500
7	2	2	375.2146	44,1406	60.8754	500
8	3	2	375.0768	45,0450	60.9429	500
9	4	2	382.7589	46,0250	61.1169	183
10	5	2	384.5906	46,2540	61.1712	146

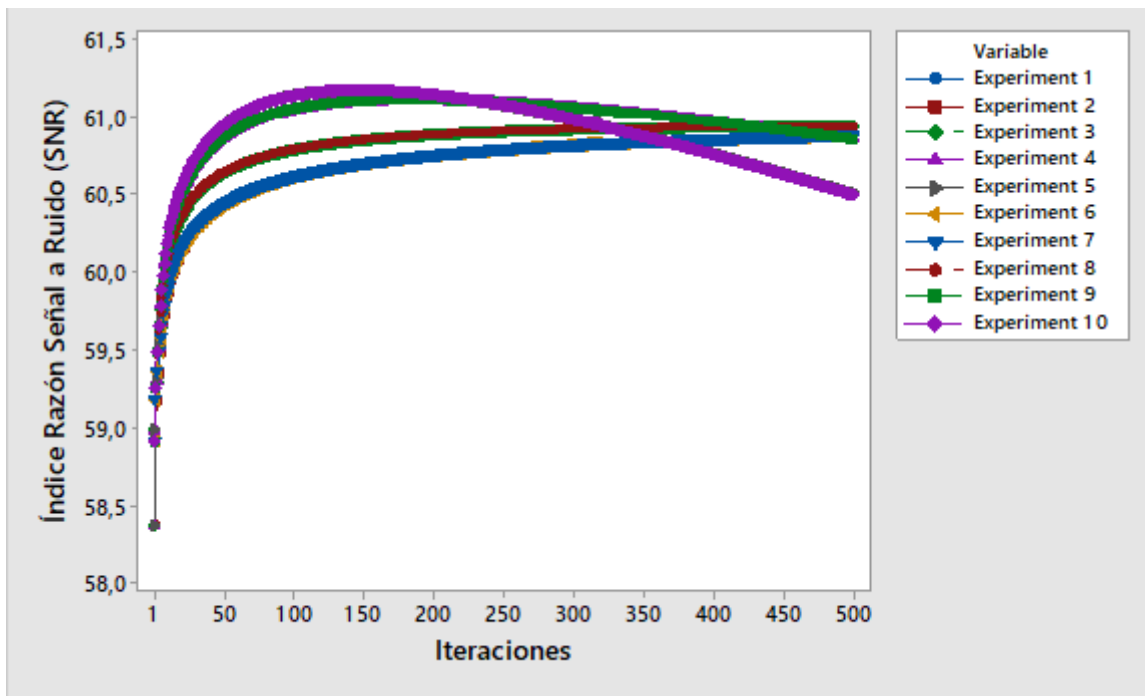


Figura 4.12 Signal Noise Ratio index for model 3 in 500 iterations.

La tabla 4.17 muestra los resultados de los valores máximos de la variable de respuesta \widehat{SNR} del modelo 4; dichos valores se encuentran entre 30.7588 y 30.9313. La diferencia entre estos valores no es significativa; sin embargo, en cuanto al número de iteraciones si se presenta una diferencia, dado que sus valores mínimos de iteraciones están entre 48 y 58.

Tabla 4.17 Resultados de la variable de SNR para el modelo 4 en el proceso de simulación de 1 a 500 iteraciones

Experimento	Combinación de medidas de sucesión en el SPSA.		Factores Controlables		Variable de respuesta	Iteraciones
	a_k	c_k	x_1^*	x_2^*	$\widehat{SNR} max$	Position
1	1	1	299.9992	55.0053	30.7592	49

2	2	1	299.9992	55.0053	30.7592	49
3	3	1	299.9827	55.1135	30.8670	54
4	4	1	299.9729	55.1780	30.9313	58
5	5	1	299.9955	55.0298	30.7836	50
6	1	2	299.9992	55.0049	30.7588	48
7	2	2	299.9993	55.0049	30.7588	48
8	3	2	299.9842	55.1036	30.8571	53
9	4	2	299.9751	55.1637	30.9171	56
10	5	2	299.9958	55.0274	30.7813	49

La Figura 4.13 muestra los resultados obtenidos de los 10 experimentos analizados para optimizar la variable de respuesta \widehat{SNR} en el modelo 4. Se aprecia que los experimentos 4 y 9 son los que alcanzan los máximos valores, superiores a 30.90, seguidos de los experimentos 3 y 8 que alcanzan valores cercanos al 30.85

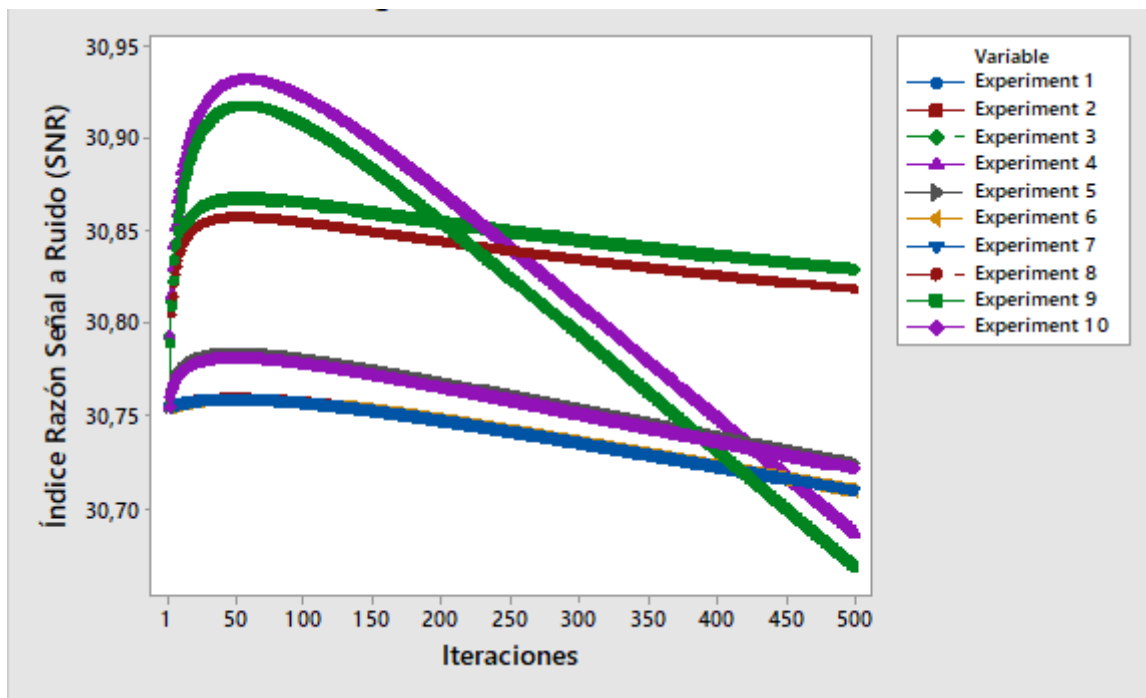


Figura 4.13 Signal Noise Ratio index for model 4 in 500 iterations

Los modelos que se analizaron fueron adaptados para optimizar las variables de respuesta \widehat{RD} y \widehat{SNR} . No obstante, los autores reportan sus resultados con diferentes variables de respuesta; por ejemplo en el modelo 1 la variable es el porcentaje de humedad final en el proceso de deshidratación de ajo (Olgún Tiznado et al., 2011). Mientras que en los modelos 2, 3 y 4 se utilizan como variables de respuesta, el rendimiento de un proceso de extracción de aceite de sardina, así

como la tasa de presencia de los ácidos grasos Eicosa-Pentanoico y el ácido Docosa-Hexaenoico (Gedi et al., 2015).

Para comparar los resultados obtenidos con los reportados en la literatura, se estimaron las variables \widehat{RD} y \widehat{SNR} . En el caso del modelo 1, el autor reporta un resultado de 5.3% con valores controlables $x_1 = 66^\circ\text{C}$ y $x_2 = 3\text{h } 42\text{ min}$. Para los modelos 2, 3 y 4 el autor reporta los resultados 7.20%, para el modelo 2, 5.68% para el modelo 3 y 20.09% para el modelo 4, estos tres modelos con los mismos valores en sus factores controlables $x_1 = 328\text{ Bars}$ y $x_2 = 40^\circ\text{C}$.

Los resultados obtenidos en estos modelos se muestran en la tabla 4.18, donde en la primera columna se listan los modelos analizados, en la columna dos y cuatro se presentan las estimaciones realizadas a los resultados reportados por los autores (nombradas $\widehat{RD}1$ y $\widehat{SNR}1$); y en las columnas tres y cinco se muestran los valores máximos obtenidos por el AAEPS en los experimentos analizados (nombradas $\widehat{RD}2$ y $\widehat{SNR}2$). Esto con la intención de lograr un comparativo entre los resultados adaptados de la literatura y los que se obtuvieron en este trabajo de investigación.

Tabla 4.18 Comparativo de resultados reportados en la literatura y los obtenidos en este trabajo

	$\widehat{RD}1$	$\widehat{RD}2$	$\widehat{SNR}1$	$\widehat{SNR}2$
Modelo 1	2.8479	4.1676	6.2609	37.8824
Modelo 2	1.5442	-2.009	-9.6769	2.162
Modelo 3	1.8485	1.446	-23.8825	61.1712
Modelo 4	-0.1606	1.9304	1.6077	10.9313

Elaboración propia, con base a los resultados reportados por (Gedi et al., 2015; Olguín Tiznado et al., 2011)

Los resultados muestran que para la variable de respuesta \widehat{RD} , en los modelos 1 y 4 el AAEPS propuesto encuentra valores máximos de 4.1676 y 1.9304 respectivamente, superando los resultados adaptados de la literatura de 2.849 y -0.1606 respectivamente. A diferencia del modelo 2 y 3 en los que el AAEPS encuentra valores máximos de -2.009 para el modelo 2, y 1.446 para el modelo 3; valores menores a los adaptados de la literatura, de 1.5442 y 1.8485 para los modelos 2 y 3, respectivamente.

Por otro lado, para la variable de respuesta \widehat{SNR} el AAEPS propuesto obtiene valores de 37.8824 para el modelo 1, 2.1620 para el modelo 2, 61.1112 para el modelo 3 y de 10.9313 para el modelo 4; mejorando los resultados adaptados de la literatura con valores de 6.2609 para el modelo 1, de -9.669 para el modelo 2, -23.8825 para el modelo 3 y de 1.6077 para el modelo 4.

4.3 De las evaluaciones del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea partiendo de diferentes valores iniciales para los factores controlables.

A continuación se muestran los resultados que se obtuvieron de las diferentes combinaciones de los diferentes valores iniciales de los factores controlables; que se llevaron a cabo en los procesos de simulación realizados en cada uno de los modelos analizados: YIELD, EPA y DHA; reportados por Gedi et, al. (2015).

Dichos resultados son mostrados en las siguientes tablas en las que se especifica, el experimento evaluado, la combinación de los valores iniciales de los factores controlables, los valores óptimos

encontrados para los factores controlables, el valor máximo de la variable de respuesta (YIELD, EPA y DHA) y por último el número de iteraciones donde se obtuvo el valor máximo de la variable respuesta.

A continuación, en la tabla no 4.19 se muestran los valores máximos de la variable de respuesta YIELD, obtenidos en un proceso iterativo de 100 iteraciones.

Tabla 4.19 Resultados de la variable de respuesta YIELD evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 100 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015)

Experimento	Valores iniciales de los factores controlables		Variable de Respuesta	Valores Óptimos de los factores controlables		Iteración
	x_1^*	x_2^*	YIELD max	x_1^*	x_2^*	Position
1	200	40	3.936	288.800	26.545	100
2	200	55	6.903	288.884	41.572	99
3	200	70	8.052	317.986	52.103	6
4	300	40	6.899	300.000	40.001	5
5	300	55	7.983	299.997	55.022	100
6	300	70	7.210	388.798	56.560	100
7	400	40	8.045	311.208	53.402	100
8	400	55	7.000	400.008	54.949	100
9	400	70	5.244	400.005	69.965	100

De acuerdo con la información mostrada en la tabla 4.19, podemos notar de los nueve experimentos realizados, en tres de ellos se logra superar el valor de 7.2% reportado por el autor como valor máximo obtenido con la metodología de superficie de respuesta. Los experimentos mencionados son:

- el experimento 3, con valores iniciales de 200 para X1 y 70 para X2 con un valor de 8.052% en la iteración número 6;
- el experimento 5, con valores iniciales de 300 para X1 y 55 para X2 con un valor de 7.98% en la iteración número 100;
- el experimento 6, con valores iniciales de 300 para X1 y 70 para X2 con un valor de 7.21% en la iteración número 100.
- el experimento 7, con valores iniciales de 400 para X1 y 40 para X2 con un valor de 8.045% en la iteración número 100.

Los valores obtenidos en cada experimento en el proceso iterativo de simulación de la variable de respuesta YIELD, de uno a cien iteraciones se muestran en la figura 4.14.

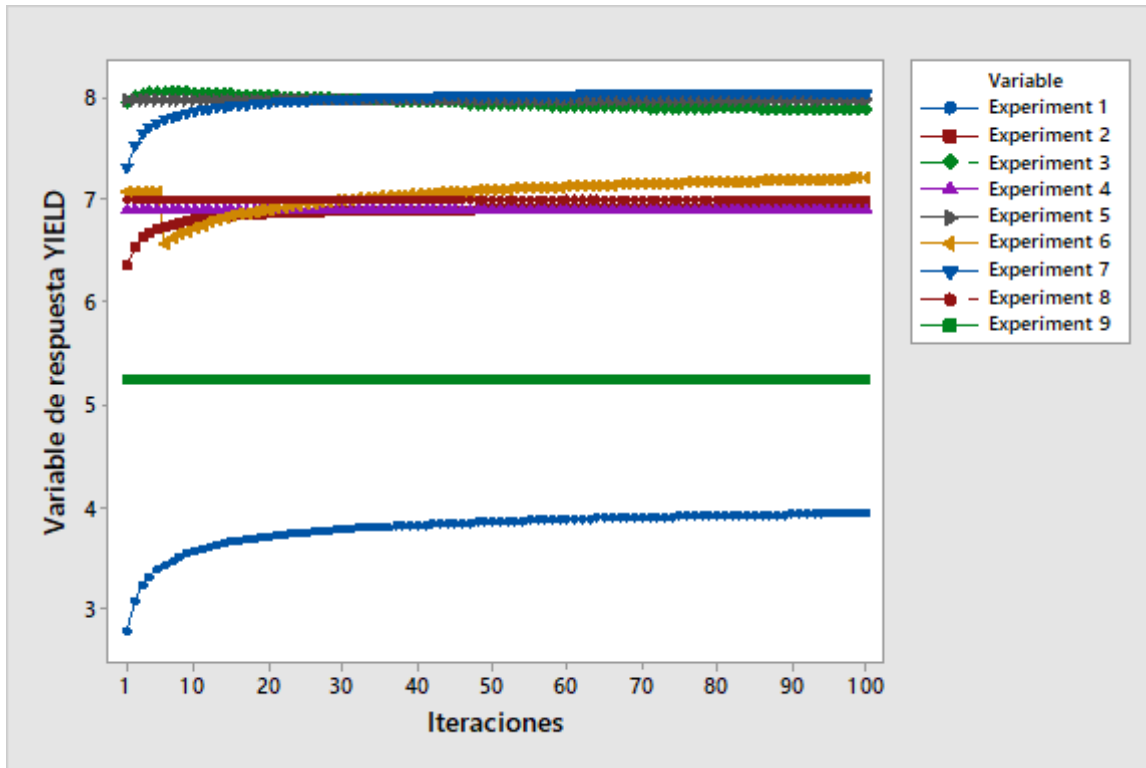


Figura 4.14 Comportamiento grafico de la variable de respuesta YIELD en el proceso iterativo de 100 iteraciones.

En seguida en la tabla 4.20 se muestran los valores máximos obtenidos para la variable de respuesta YIELD en un proceso iterativo de 200 iteraciones

Tabla 4.20 Resultados de la variable de respuesta YIELD evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 200 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015)

Experimento	Valores iniciales de los factores controlables		Variable de Respuesta YIELD max	Valores Óptimos de los factores controlables		Iteración Position
	x_1^*	x_2^*		x_1^*	x_2^*	
1	200	40	3.999	282.794	27.468	200
2	200	55	6.903	288.884	41.572	99
3	200	70	8.052	317.986	52.103	6
4	300	40	6.899	300.000	40.001	5
5	300	55	7.983	299.996	55.029	200
6	300	70	7.299	382.791	57.491	200
7	400	40	8.057	317.216	52.469	200
8	400	55	7.000	400.010	54.937	200
9	400	70	5.245	400.006	69.959	200

Según los resultados mostrados en la tabla 4.20, se puede notar que uno de los experimentos se suma a la lista de los que logran un resultado mayor al 7.20% que reporta el autor como valor máximo. En este caso los 4 experimentos que superan este valor son:

- el experimento 3, con valores iniciales de 200 para X1 y 70 para X2 con un valor de 8.052% en la iteración número 6;
- el experimento 5, con valores iniciales de 300 para X2 y 55 para X2 con un valor máximo de 7.983% en la iteración número 200;
- el experimento 6, con valores iniciales de 300 para X2 y 70 para X2 con un valor máximo de 7.299% en la iteración número 200;
- el experimento 7, con valores iniciales de 400 para X1 y 40 para X2 con un valor de 8.057% en la iteración número 200.

Los valores obtenidos en cada experimento en el proceso iterativo de simulación de la variable de respuesta YIELD, de uno a doscientas iteraciones se muestran en la figura 4.15.

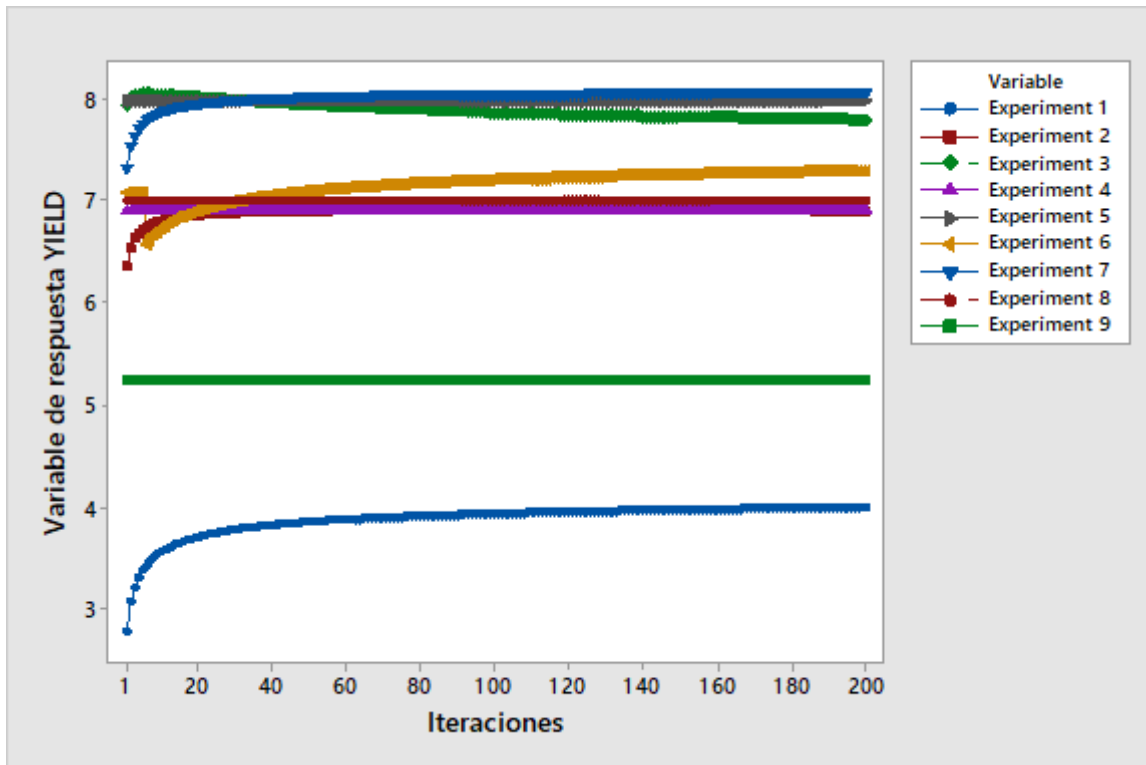


Figura 4.15 Comportamiento grafico de la variable de respuesta YIELD en el proceso iterativo de 200 iteraciones.

A continuación, en la tabla 4.21 se muestran valores máximos de la variable de respuesta DHA, obtenido en un proceso iterativo de 100 iteraciones.

Tabla 4.21 Resultados de la variable de respuesta YIELD evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 500 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015)

Experimento	Valores iniciales de los factores controlables		Variable de Respuesta	Valores Óptimos de los factores controlables		Iteración
	x_1^*	x_2^*		YIELD max	x_1^*	
1	200	40	4.055	275.473	28.595	500
2	200	55	6.903	288.884	41.572	99
3	200	70	8.052	317.986	52.103	6
4	300	40	6.899	300.000	40.001	5
5	300	55	7.983	299.994	55.039	500
6	300	70	7.387	375.467	58.631	500
7	400	40	8.058	319.127	52.172	252
8	400	55	7.418	324.529	66.395	500
9	400	70	5.246	400.008	69.950	500

Con los resultados mostrados en la tabla 4.21, podemos notar que cinco de los nueve experimentos realizados logran obtener un valor superior al valor de 7.2% reportado por el autor como valor máximo obtenido con la metodología de superficie de respuesta.

Los experimentos que logran mejorar este valor son los siguientes:

- de nuevo, aparece el experimento 3, con valores iniciales de 200 para X1 y 70 para X2 con un valor de 8.052% en la iteración número 6;
- el experimento 5, con valores iniciales de 300 para X2 y 55 para X2 con un valor máximo de 7.983% en la iteración número 500;
- el experimento 6, con valores iniciales de 300 para X2 y 70 para X2 con un valor máximo de 7.387% en la iteración número 500;
- el experimento 7, con valores iniciales de 400 para X1 y 40 para X2 con un valor de 8.058% en la iteración número 252;
- el experimento 8, con valores iniciales de 400 para X2 y 55 para X2 con un valor máximo de 7.418% en la iteración número 500.

Los valores obtenidos en cada experimento en el proceso iterativo de simulación de la variable de respuesta YIELD, de uno a quinientas iteraciones se muestran en la figura 4.16.

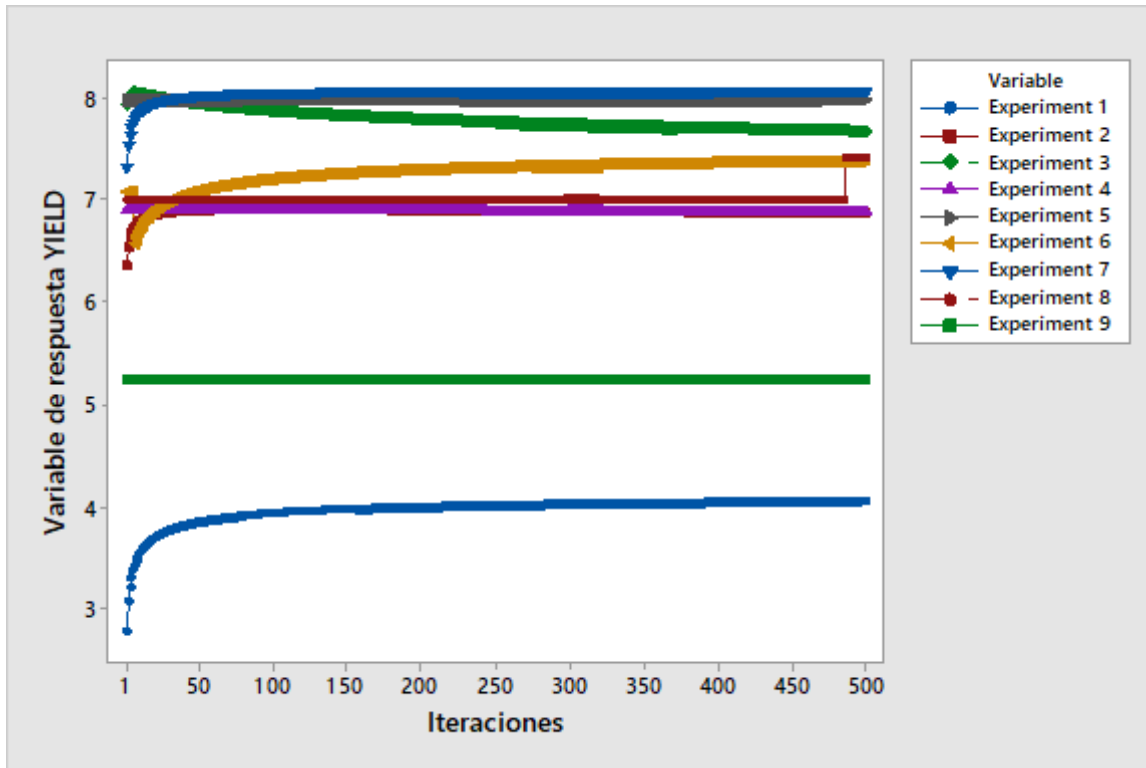


Figura 4.16 Comportamiento grafico de la variable de respuesta YIELD en el proceso iterativo de 500 iteraciones.

A continuación, en la tabla no 4.23 se muestran los valores máximos de la variable de respuesta EPA, obtenidos en un proceso iterativo de 100 iteraciones.

Tabla 4.23 Resultados de la variable de respuesta EPA evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 100 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015)

Experimento	Valores iniciales de los factores controlables		Variable de Respuesta EPA max	Valores Óptimos de los factores controlables		Iteración Position
	x_1^*	x_2^*		x_1^*	x_2^*	
1	200	40	5.769	200.000	40.000	1
2	200	55	5.743	313.229	37.971	9
3	200	70	5.609	341.400	48.500	1
4	300	40	5.738	300.014	39.910	100
5	300	55	5.562	388.778	41.693	100
6	300	70	5.572	393.956	55.968	57
7	400	40	5.525	400.000	40.000	1
8	400	55	5.571	399.988	55.082	20
9	400	70	5.519	488.720	57.072	100

Con la información mostrada en la tabla 4.23 podemos afirmar que de los nueve experimentos realizados, en tres de ellos se logra superar el valor de 5.68% reportado por el autor como valor

máximo obtenido con la metodología de superficie de respuesta. Los experimentos mencionados son:

- aparece el experimento 1, con valores iniciales de 200 para X1 y 40 para X2 con un valor de 5.769% en la iteración número 1;
- aparece el experimento 2, con valores iniciales de 200 para X1 y 55 para X2 con un valor de 5.743% en la iteración número 9;
- aparece el experimento 4, con valores iniciales de 300 para X1 y 40 para X2 con un valor de 5.738% en la iteración número 100.

Los valores obtenidos en cada experimento en el proceso iterativo de simulación de la variable de respuesta EPA, de uno a cien iteraciones se muestran en la figura 4.17.

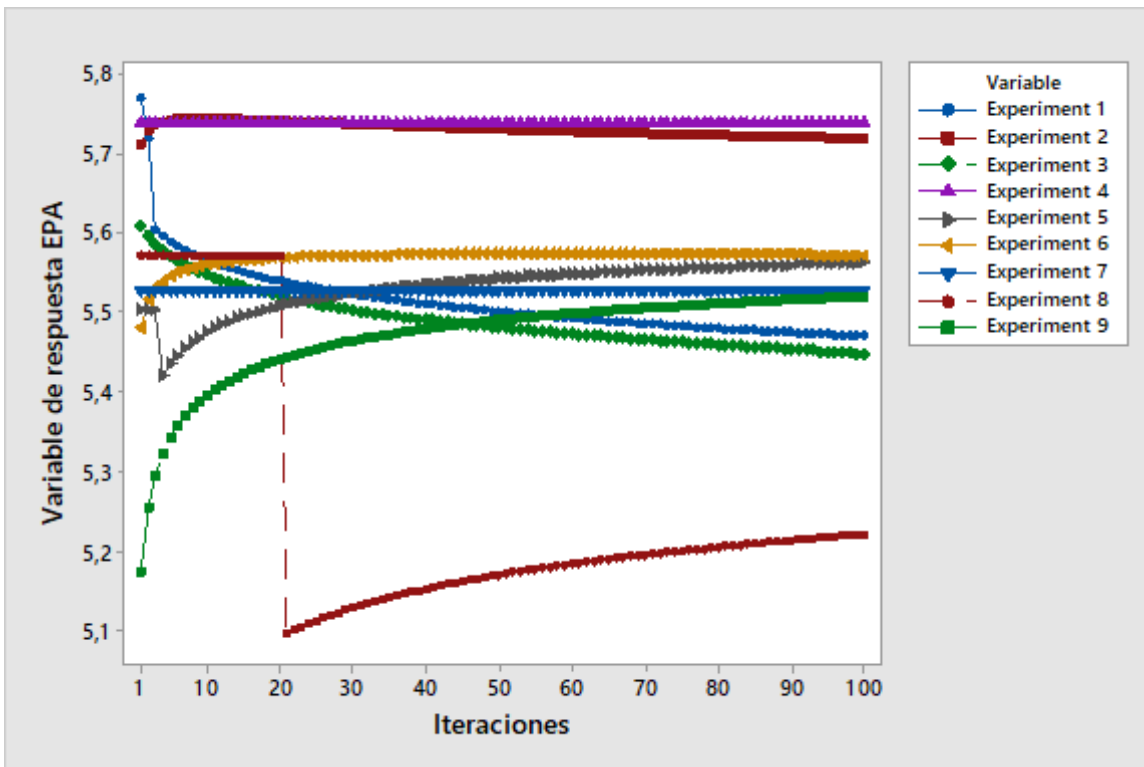


Figura 4.17 Comportamiento grafico de la variable de respuesta EPA en el proceso iterativo de 100 iteraciones.

En seguida en la tabla 4.24 se muestran los valores máximos obtenidos para la variable de respuesta EPA en un proceso iterativo de 200 iteraciones.

Tabla 4.24 Resultados de la variable de respuesta EPA evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 200 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015)

Experimento	Valores iniciales de los factores controlables		Variable de Respuesta	Valores Óptimos de los factores controlables		Iteración
	x_1^*	x_2^*	EPA max	x_1^*	x_2^*	Position
1	200	40	5.769	200.000	40.000	1
2	200	55	5.743	313.229	37.971	9

3	200	70	5.609	341.400	48.500	1
4	300	40	5.739	300.017	39.891	200
5	300	55	5.577	382.768	42.637	200
6	300	70	5.572	393.956	55.968	57
7	400	40	5.525	400.000	40.000	1
8	400	55	5.571	399.988	55.082	20
9	400	70	5.543	482.705	58.053	200

Con base a la información mostrada en la tabla 4.24 podemos afirmar que de los nueve experimentos realizados, en tres de ellos se logra superar el valor de 5.68% reportado por el autor como valor máximo obtenido con la metodología de superficie de respuesta. Los experimentos mencionados son:

- el experimento 1, con valores iniciales de 200 para X1 y 40 para X2 con un valor de 5.762% en la iteración número 1;
- el experimento 2, con valores iniciales de 200 para X1 y 55 para X2 con un valor de 5.743% en la iteración número 9;
- el experimento 4, con valores iniciales de 300 para X1 y 40 para X2 con un valor de 5.739% en la iteración número 200.

Los valores obtenidos en cada experimento en el proceso iterativo de simulación de la variable de respuesta EPA, de uno a doscientas iteraciones se muestran en la figura 4.18.

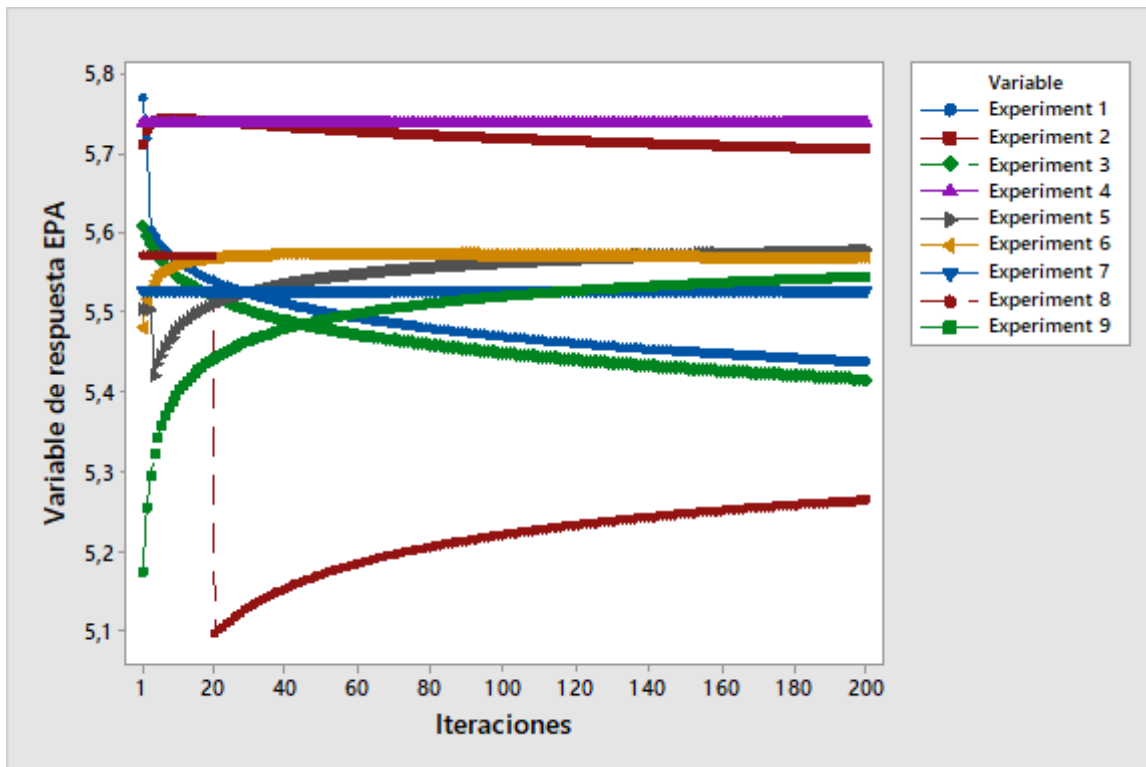


Figura 4.18 Comportamiento grafico de la variable de respuesta EPA en el proceso iterativo de 200 iteraciones.

A continuación en la tabla 4.25 se muestran los valores máximos obtenidos para la variable de respuesta EPA en un proceso iterativo de 500 iteraciones.

Tabla 4.25 Resultados de la variable de respuesta EPA evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 200 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015)

Experimento	Valores iniciales de los factores controlables		Variable de Respuesta EPA max	Valores Óptimos de los factores controlables		Iteración Position
	x_1^*	x_2^*		x_1^*	x_2^*	
1	200	40	5.769	200.000	40.000	1
2	200	55	5.743	313.229	37.971	9
3	200	70	5.609	341.400	48.500	1
4	300	40	5.739	300.021	39.864	500
5	300	55	5.592	375.443	43.793	500
6	300	70	5.572	393.956	55.968	57
7	400	40	5.525	400.000	40.000	1
8	400	55	5.571	399.988	55.082	20
9	400	70	5.569	475.373	59.253	500

Con los resultados mostrados en la tabla 4.25 podemos afirmar que de los nueve experimentos realizados, en tres de ellos se logra superar el valor de 5.68% reportado por el autor como valor máximo obtenido con la metodología de superficie de respuesta. Los experimentos mencionados son:

- el experimento 1, con valores iniciales de 200 para X1 y 40 para X2 con un valor de 5.762% en la iteración número 1;
- el experimento 2, con valores iniciales de 200 para X1 y 55 para X2 con un valor de 5.743% en la iteración número 9;
- el experimento 4, con valores iniciales de 300 para X1 y 40 para X2 con un valor de 5.739% en la iteración número 500.

Los valores obtenidos en cada experimento en el proceso iterativo de simulación de la variable de respuesta EPA, de uno a quinientas iteraciones se muestran en la figura 4.19.

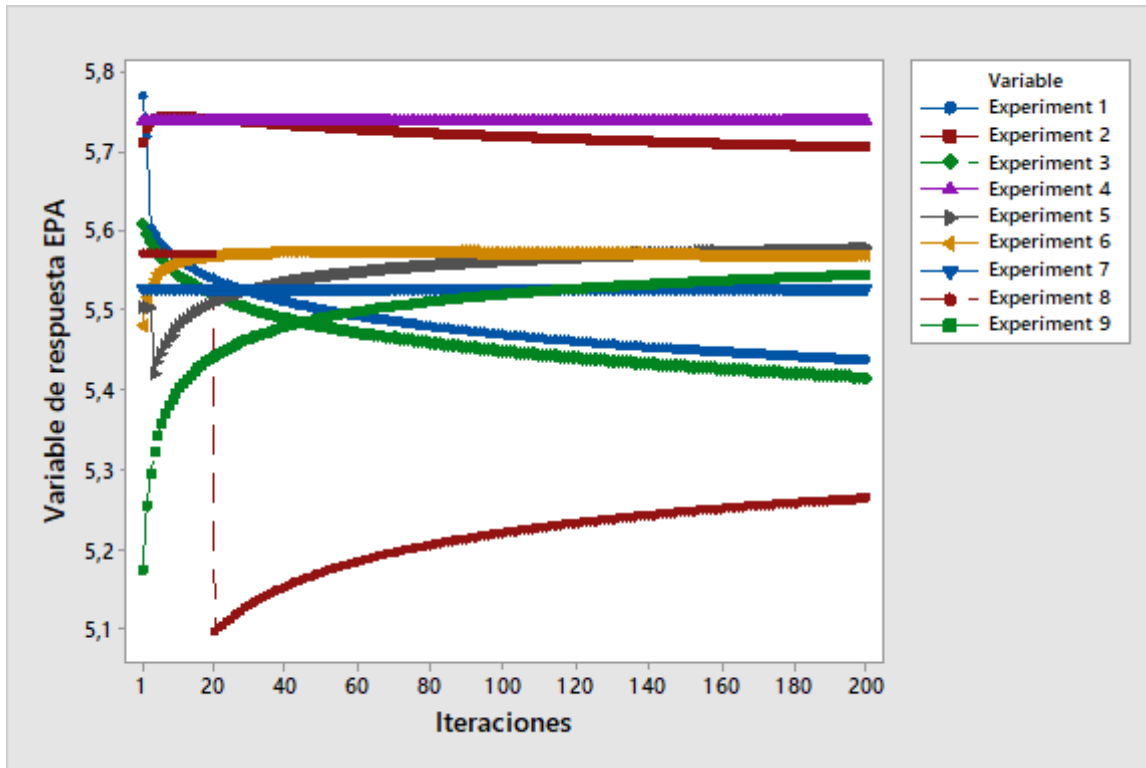


Figura 4.19 Comportamiento grafico de la variable de respuesta EPA en el proceso iterativo de 500 iteraciones.

En seguida en la tabla 4.26 se muestran los valores máximos obtenidos para la variable de respuesta DHA en un proceso iterativo de 100 iteraciones.

Tabla 4.26 Resultados de la variable de respuesta DHA evaluada por el AAEPS, en un proceso iterativo de 100 iteraciones reportado por Gedi et al. (2015)

Experimento	Valores iniciales de los factores controlables		Variable de Respuesta DHA max	Valores Óptimos de los factores controlables		Iteración Position
	x_1^*	x_2^*		x_1^*	x_2^*	
1	200	40	19,052	200,000	40,000	1
2	200	55	18,029	200,000	55,000	1
3	200	70	19,665	341,400	48,500	1
4	300	40	20,059	300,001	39,994	2
5	300	55	18,830	300,000	55,000	1
6	300	70	19,459	422,919	51,352	4
7	400	40	19,059	311,210	53,390	100
8	400	55	19,053	400,002	54,986	100
9	400	70	19,015	522,916	51,368	4

De acuerdo con la información mostrada en la tabla 4.26, podemos notar que ninguno de los nueve experimentos realizados logra superar el valor de 20.09% reportado por el autor como valor máximo

obtenido con la metodología de superficie de respuesta. Aunque en los nueve experimentos se encuentran valores muy cercanos, el valor que más se acerca al máximo reportado por el autor es:

- el experimento 4, con valores iniciales de 300 para X1 y 40 para X2 con un valor de 20.059% en la iteración número 2.

Es importante mencionar que para este modelo analizado se realizaron análisis a 200 y 500 iteraciones, sin embargo no se presentaron mejoras a los resultados encontrados en las primeras 100 iteraciones.

Los valores obtenidos en cada experimento en el proceso iterativo de simulación de la variable de respuesta DHA, de uno a cien iteraciones se muestran en la figura 4.20.

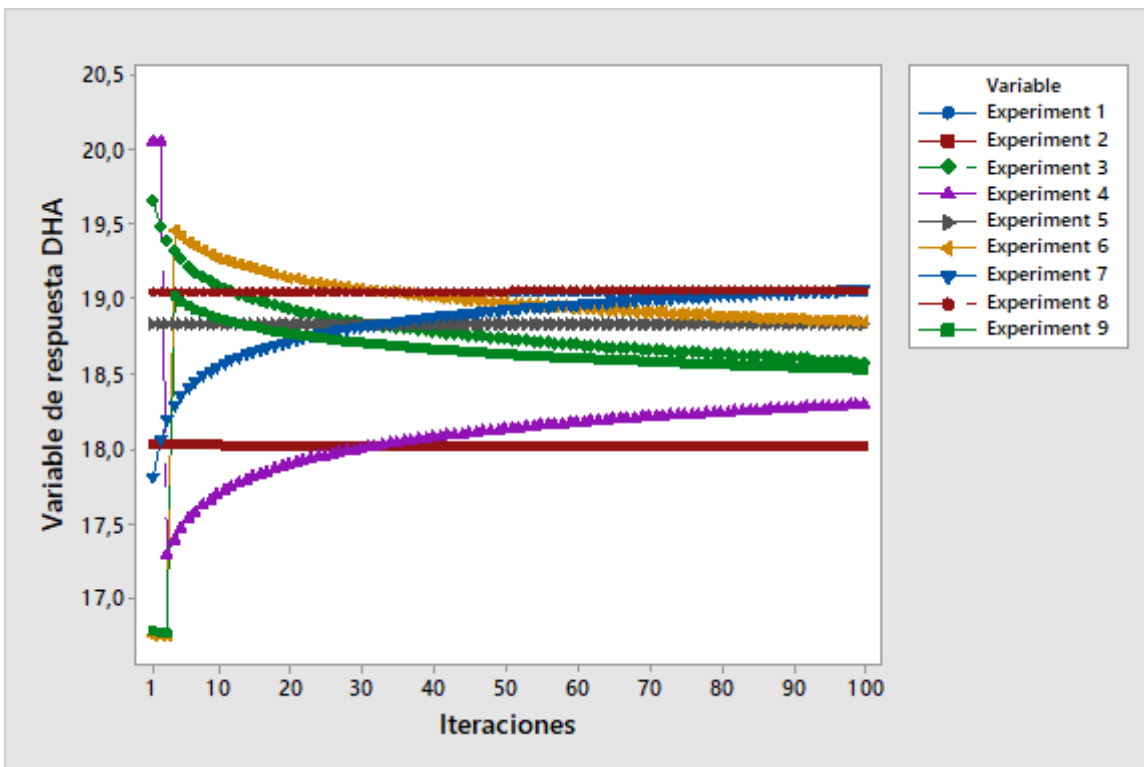


Figura 4.20 Comportamiento grafico de la variable de respuesta DHA en el proceso iterativo de 500 iteraciones.

De los resultados obtenidos en los tres modelos analizados YIELD, EPA y DHA; fueron seleccionados los mejores experimentos, buscando el máximo valor de la variable de respuesta, en el menor número de iteraciones en las que se encontró dicho valor máximo.

Con esto en mente, a manera de resumen podemos afirmar que los mejores experimentos fueron los siguientes:

- para la variable de respuesta YIELD:
 - El experimento 3, con una valor de 8.052 en la iteración número 6
 - El experimento 4, con un valor de 6.89 en la iteración número 5
 - El experimento 7, con un valor de 8.04 en la iteración numero 100
- Para la variable de respuesta EPA:

- El experimento 1, con un valor de 5.76 en la iteración número 1
- El experimento 3, con un valor de 5.60 en la iteración número 1
- El experimento 4, con un valor de 5.73 en la iteración 100
- Para la variable de respuesta DHA:
 - El experimento 3, con un valor de 19.66 en la iteración número 1
 - El experimento 4, con un valor de 20.05 en la iteración número 2
 - El experimento 6, con un valor de 19.45 en la iteración número 4

Siendo los experimentos número 3 y 4, los que aparecen en los tres modelos analizados, y figuran en este estudio en particular como los mejores experimentos.

Capítulo 5 Conclusiones

5.1 Conclusiones

5.1.1 De las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión a_k y c_k evaluando el índice de capacidad real c_{pk} como variable de respuesta.

En este trabajo de simulación experimental, se evaluaron 10 combinaciones de las mediciones de sucesión a_k y c_k que se encuentran en la literatura como parte de la eficiencia del algoritmo del SPSA, por lo que se utilizaron en cuatro estudios de caso, en los que el objetivo es maximizar el índice de capacidad de proceso real \widehat{c}_{pk} en el menor número de iteraciones.

Cada una de las sucesiones evaluadas por el estudio de casos se simuló a 100, 200 y 500 iteraciones para determinar las soluciones óptimas en cada uno de los procesos de estudio, esto, con el fin de identificar si alguno de estos experimentos ofrecía mejores resultados que otros, es decir, mejores resultados los iguales a 1,33. Los resultados mostraron en los cuatro casos de estudio analizados mediante simulación experimental que al menos en los cuatro modelos de regresión de segundo orden, el Algoritmo SPSA es capaz de optimizar las variables de respuesta como el índice de capacidad de proceso real \widehat{c}_{pk} no sólo para los sistemas modelados analíticamente, pero también para sistemas en los que sólo se simulan los valores de la función objetivo disponible según lo reportado por (Miranda & Del Castillo, 2011).

Así que se puede concluir que hay una diferencia en la solución que el Algoritmo del SPSA puede lograr dependiendo de la mejor combinación en las mediciones de la sucesión a_k y c_k que se utilizan para realizar el análisis. Para los cuatro casos de estudio, las mediciones de sucesión que cumplen los dos objetivos principales de esta simulación trabajo es el experimento número 3 ($a_{k3} = a/k$ y $c_{k1} = c/(k+1)^{\gamma}$) que logra valores aceptables para la variable de respuesta en el menor número de iteraciones en la 4 modelos analizados.

Además del experimento número 3, los experimentos 8 ($a_{k3} = a/k$ y $c_{k1} = c/(k+1)^{\gamma}$) y 9 ($a_{k4} = a/k^{2/3}$) y $c_{k1} = c/(k+1)^{\gamma}$) aparecen en los valores máximos de la variable respuesta C_{pk} , aunque con un mayor número de iteraciones en los 4 modelos de simulación evaluados que nos permiten concluir que estos experimentos también son útiles para maximizar el índice de capacidad de proceso real c_{pk}

5.1.2 De las evaluaciones de diferentes medidas de sucesión a_k y c_k evaluando los índices respuesta dual \widehat{RD} y razón señal a ruido \widehat{SNR} como variables de respuesta.

En este trabajo se propone un AAEPs para maximizar la respuesta dual (\widehat{RD}) y la razón señal a ruido (\widehat{SNR}) en la menor cantidad de iteraciones; asimismo se busca determinar cuál de las medidas de sucesión citadas en la literatura de dicho algoritmo convergen para maximizar dichos índices de calidad que evalúan. Los resultados muestran que el AAEPs propuesto maximiza la (\widehat{RD}) en dos de los cuatros casos de estudio y la (\widehat{SNR}) para los cuatro casos de estudio en este trabajo. Por otro lado, las medidas de sucesión que convergen en los máximos valores de la variable de (\widehat{RD}) en la menor cantidad de iteraciones en los cuatro casos de estudios son: las combinaciones de experimentos 2, 4 y 9. A diferencia de la variable (\widehat{SNR}) que sus combinaciones de experimentos de

las medidas de sucesión para el AAEPs propuesto en los cuatro casos de estudio son el 3, 5, 6, 7 y 10 (como se muestra en la tabla 4.18).

Los resultados obtenidos en este artículo permiten concluir que el AAEPs propuesto puede mejorar los resultados para las variables de respuesta (\widehat{RD}) y (\widehat{SNR}), con respecto al uso de herramientas clásicas de optimización, como el diseño de experimentos y la metodología de superficie de respuesta.

Por último, los resultados obtenidos muestran que el AAEPs propuesto es un método fácil de implementar, es eficiente e iterativo, el cual puede ser considerado como una herramienta experimental para la mejora de índices de calidad que evalúan la aptitud de los procesos dentro de la metodología seis sigma.

5.1.3 De las evaluaciones del Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea partiendo de diferentes valores iniciales para los factores controlables.

En este trabajo de investigación se evaluaron nueve experimentos (combinaciones de los diferentes valores iniciales para los factores controlables X1 y X2) para tres modelos (YIELD, EPA y DHA) reportados por (Gedi et al., 2015). Cada uno de estos experimentos fue evaluado mediante procesos de simulación a cien, doscientas y quinientas iteraciones para valorar las potenciales soluciones a estos modelos. Y al mismo tiempo, poder comprobar si alguno de estos experimentos podría ser capaz de ofrecer similares o mejores resultados para cada una de las variables de respuesta, comparado con los resultados que reporta el autor.

Es importante resaltar que para este particular caso en el que estamos contrastando al Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea contra la metodología de superficie de respuesta utilizada por (Gedi et al., 2015). Con base al trabajo realizado, podemos concluir que el análisis que se lleva a cabo para utilizar el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea, resulta mucho más sencillo y práctico que el análisis que se requiere realizar al implementar una herramienta de optimización como la metodología de superficie de respuesta.

Así mismo, los resultados obtenidos en estos tres modelos analizados, nos permiten concluir que al menos en estos tres modelos el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea es capaz de igualar o inclusive mejorar las soluciones óptimas obtenidas mediante herramientas clásicas de optimización como la metodología de superficie de respuesta.

En su trabajo, el autor (Gedi et al., 2015) menciona que los valores meta que busca superar son los resultados de otros dos métodos de extracción que son los siguientes: el método 1 Soxhlet extraction el cual presenta como valores óptimos para las variables YIELD=5.1%, EPA=2.17% y DHA=6.46%; y el método 2 modified Kinsella method (MKM) que presenta como valores máximos para las variables YIELD=6.83, EPA=5.43% y DHA=18.54%.

Es importante señalar que, utilizando el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea logramos igualar, inclusive mejorar con algunos experimentos los valores óptimos reportados por (Gedi et al., 2015). Para la variable de respuesta YIELD con cuatro de los nueve experimentos realizados (experimentos 3, 5, 6 y 7). Para la variable EPA en tres de los nueve

experimentos realizados (Experimentos 1, 2 y 4). Y para la variable DHA no se logra superar el valor máximo reportado por el autor, sin embargo se logra igualar este resultado.

Bibliografía

1. Abdolshah, M., Yusuff, R. M., Ismail, M. Y. B., & Hong, T. S. (2009). *Process capability analysis using Monte Carlo simulation*. Paper presented at the 2009 International Conference on Information Management and Engineering.
2. Abdulsadda, A. T., & Iqbal, K. (2011). An improved SPSA algorithm for system identification using fuzzy rules for training neural networks. *International Journal of Automation Computing*, 8(3), 333.
3. Aboelmaged, M. G. (2010). Six Sigma quality: a structured review and implications for future research. *International Journal of Quality & Reliability Management*.
4. Ahmad, S., Abdollahian, M., & Zeepongsekul, P. (2007). *Process capability for a non-normal quality characteristics data*. Paper presented at the Fourth International Conference on Information Technology (ITNG'07).
5. Alhabsi, A. H. (2010). *Improved SPSA optimization algorithm requiring a single measurement per iteration*. Paper presented at the 10th International Conference on Information Science, Signal Processing and their Applications (ISSPA 2010).
6. Altaf, M. U., Heemink, A. W., Verlaan, M., & Hoteit, I. (2011). Simultaneous perturbation stochastic approximation for tidal models. *Ocean Dynamics*, 61(8), 1093-1105.
7. Amaran, S., Sahinidis, N. V., Sharda, B., & Bury, S. J. (2016). Simulation optimization: a review of algorithms and applications. *Annals of Operations Research*, 240(1), 351-380.
8. Amiri, A., Bashiri, M., & Mogouie, H. (2011). *Optimization of multiresponse problems using process capability index for batch manufacturing processes*. Paper presented at the 2011 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management.
9. Andradóttir, S. (1995). A stochastic approximation algorithm with varying bounds. *Operations Research*, 43(6), 1037-1048.
10. Aslam, M., Wu, C.-W., Azam, M., & Jun, C.-H. (2013). Variable sampling inspection for resubmitted lots based on process capability index Cpk for normally distributed items. *Applied Mathematical Modelling*, 37(3), 667-675.
11. Bai, B., Ju, F., & Zhang, J. (2011). *Study on process capability index improvement model*. Paper presented at the 2011 2nd International Conference on Artificial Intelligence, Management Science and Electronic Commerce (AIMSEC).
12. Baltcheva, I., Cristea, S., Vázquez-Abad, F., & De Prada, C. (2003). *Simultaneous perturbation stochastic approximation for real-time optimization of model predictive control*. Paper presented at the Proceedings of the First Industrial Simulation Conference (ISC 2003), Valencia, Spain.
13. Bangerth, W., Klie, H., Matossian, V., Parashar, M., & Wheeler, M. F. (2005). An autonomic reservoir framework for the stochastic optimization of well placement. *Cluster Computing*, 8(4), 255-269.
14. Bartkutė, V., & Sakalauskas, L. (2007). Simultaneous perturbation stochastic approximation of nonsmooth functions. *European Journal of Operational Research*, 181(3), 1174-1188.
15. Bashir, M. J., Amr, S. A., Aziz, S. Q., Aun, N. C., & Sethupathi, S. (2015). Wastewater treatment processes optimization using response surface methodology (RSM) compared

- with conventional methods: review and comparative study. *Middle-East Journal of Scientific Research*, 23(2), 244-252.
16. Bezerra, M. A., Santelli, R. E., Oliveira, E. P., Villar, L. S., & Escalera, L. A. (2008). Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in analytical chemistry. *Talanta*, 76(5), 965-977.
 17. Bittanti, S., Lovera, M., & Moiraghi, L. (1998). Application of non-normal process capability indices to semiconductor quality control. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, 11(2), 296-303.
 18. Blum, J. R. (1954). Multidimensional stochastic approximation methods. *The annals of mathematical statistics*, 737-744.
 19. Broadie, M., Cicek, D., & Zeevi, A. (2011). General bounds and finite-time improvement for the Kiefer-Wolfowitz stochastic approximation algorithm. *Operations Research*, 59(5), 1211-1224.
 20. Brooks, O. (2007). *Solving discrete resource allocation problems using the Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (SPSA) algorithm*. Paper presented at the SpringSim (3).
 21. Cao, X. (2011). *Preliminary results on non-bernoulli distribution of perturbations for simultaneous perturbation stochastic approximation*. Paper presented at the Proceedings of the 2011 American Control Conference.
 22. Chen, H. (1985). *Recursive estimation and control for stochastic systems* (Vol. 271): John Wiley & Sons.
 23. Chin, D. C. (1997). Comparative study of stochastic algorithms for system optimization based on gradient approximations. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 27(2), 244-249.
 24. Chung, K. L. (1954). On a stochastic approximation method. *The annals of mathematical statistics*, 463-483.
 25. Cipriani, E., Florian, M., Mahut, M., & Nigro, M. (2011). A gradient approximation approach for adjusting temporal origin–destination matrices. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 19(2), 270-282.
 26. Danmaliki, G. I., Saleh, T. A., & Shamsuddeen, A. A. (2017). Response surface methodology optimization of adsorptive desulfurization on nickel/activated carbon. *Chemical Engineering Journal*, 313, 993-1003.
 27. de-Felipe, D., & Benedito, E. (2017a). A review of univariate and multivariate process capability indices. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 92(5-8), 1687-1705.
 28. de-Felipe, D., & Benedito, E. (2017b). A review of univariate and multivariate process capability indices. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 92(5), 1687-1705.
 29. de Benito Valencia, C. M. (2000). La mejora continua en la gestión de calidad: seis Sigma, el camino para la excelencia. *Economía industrial*(331), 59-66.
 30. Dellino, G., Kleijnen, J. P., & Meloni, C. (2012). Robust optimization in simulation: Taguchi and Krige combined. *INFORMS Journal on Computing*, 24(3), 471-484.
 31. Ding, S., Xia, N., Wang, P., Li, S., & Ou, Y. (2015). *Optimization algorithm based on SPSA in multi-channel multi-radio wireless monitoring network*. Paper presented at the 2015 International Conference on Cyber-Enabled Distributed Computing and Knowledge Discovery.
 32. Du, H., Chen, G., Hu, X., Xia, N., & Xu, B. (2018). Simultaneous perturbation stochastic approximation–based radio occultation data assimilation for sensing atmospheric

- parameters. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 14(12), 1550147718815848.
33. Ebadi, M., & Shahriari, H. (2013). A process capability index for simple linear profile. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 64(5-8), 857-865.
 34. Eckes, G. (2003). *Six Sigma for everyone*: John Wiley & Sons.
 35. Elfighi, F. (2016). A hybrid statistical approach for modeling and optimization of RON: A comparative study and combined application of response surface methodology (RSM) and artificial neural network (ANN) based on design of experiment (DOE). *Chemical Engineering Research and Design*, 113, 264-272.
 36. Fabian, V. (1968). On asymptotic normality in stochastic approximation. *The annals of mathematical statistics*, 39(4), 1327-1332.
 37. Fabian, V. (1971). Stochastic approximation. In *Optimizing methods in statistics* (pp. 439-470): Elsevier.
 38. Finck, S., & Beyer, H.-G. (2012). Performance analysis of the simultaneous perturbation stochastic approximation algorithm on the noisy sphere model. *Theoretical computer science*, 419, 50-72.
 39. Fu, M. C., & Ho, Y.-C. (1988). *Using perturbation analysis for gradient estimation, averaging and updating in a stochastic approximation algorithm*. Paper presented at the Proceedings of the 20th conference on Winter simulation.
 40. Gadhav, S. L., & Ragit, S. S. (2020). Process optimization of Tung oil methyl ester (Vernicia fordii) using the Taguchi approach, and its fuel characterization. *Biofuels*, 11(1), 49-55.
 41. García, J. C. C., Tiznado, J. E. O., González, E. I., Wilson, C. C., Barreras, J. A. L., & Guerrero, E. E. G. (2019). Evaluation of the Succession Measures of the Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation Algorithm for the Optimization of the Process Capability Index. In *Applied Decision-Making* (pp. 1-26): Springer.
 42. García Martínez, R. (2000). *Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas para el Mejoramiento del Índice de Capacidad Real de Procesos CPK*. (Doctorado). Instituto Tecnológico de Cd. Juárez,
 43. García, N. R., Mayorga, H. S. A., & Villalobos, J. P. C. (2014). Business Process Management y Seis Sigma en el análisis de procesos: caso de estudio. *Revista venezolana de gerencia*, 19(67), 477-498.
 44. Gedi, M., Bakar, J., & Mariod, A. (2015). Optimization of supercritical carbon dioxide (CO₂) extraction of sardine (*Sardinella lemuru* Bleeker) oil using response surface methodology (RSM). *Grasas y Aceites*, 66(2), 074.
 45. Gerencsér, L., Hill, S. D., Vágó, Z., & Vincze, Z. (2004). *Discrete optimization, SPSA and markov chain monte carlo methods*. Paper presented at the Proceedings of the 2004 American Control Conference.
 46. Gutiérrez Pulido, H., & de la Vara Salazar, R. (2013). Control estadístico de la calidad y Seis Sigma. *México DF: Mc Graw Hill Education*.
 47. Gutiérrez Pulido, H., & Vara Salazar, R. d. I. (2004). Análisis y diseño de experimentos.
 48. Haghghat Sefat, M., Muradov, K. M., Elsheikh, A. H., & Davies, D. R. (2016). Proactive optimization of intelligent-well production using stochastic gradient-based algorithms. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 19(02), 239-252.
 49. Hernandez, K., & Spall, J. C. (2019). Generalization of a Result of Fabian on the Asymptotic Normality of Stochastic Approximation. *Automatica*, 99, 420-424.
 50. Hill, S. D. (2005). Discrete stochastic approximation with application to resource allocation. *Johns Hopkins APL Technical Digest*, 26(1), 15-21.

51. Hill, S. D., & Fu, M. C. (1995). *Transfer optimization via simultaneous perturbation stochastic approximation*. Paper presented at the Winter Simulation Conference Proceedings, 1995.
52. Hosseinifard, S., Abbasi, B., Ahmad, S., & Abdollahian, M. (2009). A transformation technique to estimate the process capability index for non-normal processes. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 40(5-6), 512.
53. Ito, K., & Dhaene, T. (2016). Adaptive initial step size selection for Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation. *SpringerPlus*, 5(1), 200.
54. Jalali, H., & Nieuwenhuyse, I. V. (2015). Simulation optimization in inventory replenishment: a classification. *IIE Transactions*, 47(11), 1217-1235.
55. Jesmani, M., Jafarpour, B., Bellout, M. C., & Foss, B. (2020). A reduced random sampling strategy for fast robust well placement optimization. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 184, 106414. doi:<https://doi.org/10.1016/j.petrol.2019.106414>
56. Kane, V. E. (1986). Process capability indices. *Journal of quality technology*, 18(1), 41-52.
57. Kashif, M., Aslam, M., Jun, C.-H., Al-Marshadi, A. H., & Rao, G. S. (2017). The efficacy of process capability indices using median absolute deviation and their bootstrap confidence intervals. *Arabian Journal for Science Engineering*, 42(11), 4941-4955.
58. Khong, S. Z., Tan, Y., Manzie, C., & Nešić, D. (2015). Extremum seeking of dynamical systems via gradient descent and stochastic approximation methods. *Automatica*, 56, 44-52.
59. Khuri, A. I., & Cornell, J. A. (2018). *Response surfaces: designs and analyses*: Routledge.
60. Kiefer, J., & Wolfowitz, J. (1952). Stochastic estimation of the maximum of a regression function. *The annals of mathematical statistics*, 23(3), 462-466.
61. Kostic, B., Gentile, G., & Antoniou, C. (2017). *Techniques for improving the effectiveness of the SPSA algorithm in dynamic demand calibration*. Paper presented at the 2017 5th IEEE International Conference on Models and Technologies for Intelligent Transportation Systems (MT-ITS).
62. Kotz, S., & Johnson, N. L. (2002). Process capability indices—a review, 1992–2000. *Journal of quality technology*, 34(1), 2-19.
63. Kushner, H. J., & Clark, D. S. (2012). *Stochastic approximation methods for constrained and unconstrained systems* (Vol. 26): Springer Science & Business Media.
64. L'Ecuyer, P., Giroux, N., & Glynn, P. W. (1994). Stochastic optimization by simulation: numerical experiments with the M/M/1 queue in steady-state. *Management science*, 40(10), 1245-1261.
65. Lara, R. A. O., & Peralta, L. G. (2011). Mejoramiento del servicio de galvanizado mediante Seis Sigma y el análisis de la información. *Revista Ingeniería Industrial*, 10(2).
66. Latchubugata, C. S., Kondapaneni, R. V., Patluri, K. K., Virendra, U., & Vedantam, S. (2018). Kinetics and optimization studies using Response Surface Methodology in biodiesel production using heterogeneous catalyst. *Chemical Engineering Research and Design*, 135, 129-139.
67. Lauro, C. H., Pereira, R. B., Brandão, L. C., & Davim, J. (2016). Design of Experiments—Statistical and artificial intelligence analysis for the improvement of machining processes: A review. In *Design of Experiments in Production Engineering* (pp. 89-107): Springer.
68. Lee, K.-K., Ro, Y.-C., & Han, S.-H. (2014). Tolerance optimization of a lower arm by using genetic algorithm and process capability index. *International journal of precision engineering and manufacturing*, 15(6), 1001-1007.
69. Lin, C. j., & Pearn, W. (2010). Process selection for higher production yield based on capability index Spk. *Quality and Reliability Engineering International*, 26(3), 247-258.

70. Linderman, K., Schroeder, R. G., Zaheer, S., & Choo, A. S. (2003). Six Sigma: a goal-theoretic perspective. *Journal of Operations management*, 21(2), 193-203.
71. Lofthouse, T. (1999). The Taguchi loss function. *Work Study*.
72. Long-Fei, W., & Le-Yuan, S. (2013). Simulation optimization: a review on theory and applications. *Acta Automatica Sinica*, 39(11), 1957-1968.
73. Lujan-Moreno, G. A., Howard, P. R., Rojas, O. G., & Montgomery, D. C. (2018). Design of experiments and response surface methodology to tune machine learning hyperparameters, with a random forest case-study. *Expert Systems with Applications*, 109, 195-205.
74. Maeda, Y., Hirano, H., & Kanata, Y. (1995). A learning rule of neural networks via simultaneous perturbation and its hardware implementation. *Neural Networks*, 8(2), 251-259.
75. Mariod, A. A., Abdelwahab, S. I., Gedi, M. A., & Solati, Z. (2010). Supercritical carbon dioxide extraction of sorghum bug (*Agonoscelis pubescens*) oil using response surface methodology. *Journal of the American Oil Chemists' Society*, 87(8), 849-856.
76. Markou, I., Papathanasopoulou, V., & Antoniou, C. (2019). Dynamic car-following model calibration using SPSA and ISRES algorithms. *Periodica Polytechnica Transportation Engineering*, 47(2), 146-156.
77. Maryak, J. L., & Chin, D. C. (2008). Global Random Optimization by Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, 53(3), 781.
78. McClary, D. W., Syrotiuk, V. R., & Kulahci, M. (2010). Steepest-ascent constrained simultaneous perturbation for multiobjective optimization. *ACM Transactions on Modeling Computer Simulation*, 21(1), 1-22.
79. Méndez-González, L. C., Rodríguez-Picón, L. A., Quezada-Carreón, A. E., Romero-López, R., & Garcia, V. (2018). Process capability index for AC transformer under electrical harmonics. *Electrical Engineering*, 100(2), 347-353.
80. Miranda, A. K., & Del Castillo, E. (2011). Robust parameter design optimization of simulation experiments using stochastic perturbation methods. *Journal of the Operational Research Society*, 62(1), 198-205.
81. Montgomery, D. C. (2017). *Design and analysis of experiments*: John Wiley & sons.
82. Montgomery, D. C. (2020). *Introduction to statistical quality control*: John Wiley & Sons.
83. Myers, R. H., Montgomery, D. C., & Anderson-Cook, C. M. (2016). *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments*: John Wiley & Sons.
84. Nissy, S. M., Surendra, B., Raju, K. D., & Vangalapati, M. (2018). Optimization for the extraction of Bisphenol A; Response surface Methodology. *Materials Today: Proceedings*, 5(9), 17914-17923.
85. Olguín Tiznado, J. E., García Martínez, R., Camargo Wilson, C., & López Barreras, J. A. (2011). Stochastic approximation algorithm for industrial process optimisation. *Ingeniería e Investigación*, 31(3), 100-111.
86. Parnianifard, A., Azfanizam, A., Ariffin, M. K. A. M., & Ismail, M. I. S. (2018). An overview on robust design hybrid metamodeling: Advanced methodology in process optimization under uncertainty. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 9, 1-32.
87. Patel, A. S., & Patel, K. M. (2021). Critical review of literature on Lean Six Sigma methodology. *International Journal of Lean Six Sigma*.
88. Pearn, W. L., Kotz, S., & Johnson, N. L. (1992). Distributional and inferential properties of process capability indices. *Journal of Quality Technology*, 24(4), 216-231.

89. Pearn, W. L., Shiau, J. J., Tai, Y., & Li, M. (2011). Capability assessment for processes with multiple characteristics: a generalization of the popular index Cpk. *Quality Reliability Engineering International*, 27(8), 1119-1129.
90. Polyak, B. T. (1990). New method of stochastic approximation type. *Automation and remote control*, 51(7 pt 2), 937-946.
91. Pouladi, B., Karkevandi-Talkhoonchah, A., Sharifi, M., Gerami, S., Nourmohammad, A., & Vahidi, A. (2020). Enhancement of SPSA algorithm performance using reservoir quality maps: Application to coupled well placement and control optimization problems. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 106984.
92. Prashanth, L., Bhatnagar, S., Fu, M., & Marcus, S. (2016). Adaptive system optimization using random directions stochastic approximation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(5), 2223-2238.
93. Radenković, M. S., Stanković, M. S., & Stanković, S. S. (2018). On Stochastic Extremum Seeking via Adaptive Perturbation–Demodulation Loop. *Journal of Optimization Theory Applications*, 179(3), 1008-1024.
94. Ramakrishnan, B., Sandborn, P., & Pecht, M. (2001). Process capability indices and product reliability. *Microelectronics Reliability*, 41(12), 2067-2070.
95. Reardon, B. E., Lloyd, J. M., & Perel, R. Y. (2010). Tuning missile guidance and control algorithms using simultaneous perturbation stochastic approximation. *Johns Hopkins APL Technical Digest*, 29(1), 85.
96. Rezayat, F. (1995). On the use of an SPSA-based model-free controller in quality improvement. *Automatica*, 31(6), 913-915.
97. Robbins, H., & Monro, S. (1951). A stochastic approximation method. *The annals of mathematical statistics*, 400-407.
98. Rodriguez, R. N. (1992). Recent developments in process capability analysis. *Journal of Quality Technology*, 24(4), 176-187.
99. Rodriguez, R. N. (2002). Discussion-Process Capability Indices--A Review, 1992-2000. *Journal of Quality Technology*, 34(1), 28-31.
100. Sadegh, P., & Spall, J. C. (1998). Optimal random perturbations for stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(10), 1480-1484.
101. Salamatinia, B., Bhatia, S., & Abdullah, A. Z. (2011). A response surface methodology based modeling of temperature variation in an ultrasonic-assisted biodiesel production process. *World Applied Sciences Journal*, 12(9), 1549-1557.
102. Salvatori, P. E., Sánchez, G. R., Lombardi, A. G., Nicocia, E. J., & Boschetti, C. E. (2018). Strategy for the optimization of a rubber compound with soybean oil using design of experiments. *Matéria (Rio de Janeiro)*, 23(2).
103. Seyedpoor, S., Salajegheh, J., Salajegheh, E., & Gholizadeh, S. (2011). Optimal design of arch dams subjected to earthquake loading by a combination of simultaneous perturbation stochastic approximation and particle swarm algorithms. *Applied Soft Computing*, 11(1), 39-48.
104. Shiau, J.-J. H., Hung, H.-N., & Chiang, C.-T. (1999). A note on Bayesian estimation of process capability indices. *Statistics & probability letters*, 45(3), 215-224.
105. Sidorov, K. A., Richmond, S., & Marshall, D. (2009). *An efficient stochastic approach to groupwise non-rigid image registration*. Paper presented at the 2009 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition.
106. Śliwiński, P., & Wachel, P. (2013). A simple model for on-sensor phase-detection autofocusing algorithm. *Journal of Computer and Communications*, 1(06), 11.

107. Spall, J. C. (1988). *A stochastic approximation algorithm for large-dimensional systems in the Kiefer-Wolfowitz setting*. Paper presented at the Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control.
108. Spall, J. C. (1992). Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(3), 332-341.
109. Spall, J. C. (1998a). Implementation of the simultaneous perturbation algorithm for stochastic optimization. *IEEE Transactions on aerospace electronic systems*, 34(3), 817-823.
110. Spall, J. C. (1998b). An overview of the simultaneous perturbation method for efficient optimization. *Johns Hopkins APL Technical Digest*, 19(4), 482-492.
111. Spall, J. C. (2000). Adaptive stochastic approximation by the simultaneous perturbation method. *IEEE transactions on automatic control*, 45(10), 1839-1853.
112. Spall, J. C. (2009). Feedback and weighting mechanisms for improving Jacobian estimates in the adaptive simultaneous perturbation algorithm. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(6), 1216-1229.
113. Spall, J. C. (2012). Stochastic optimization. In *Handbook of computational statistics* (pp. 173-201): Springer.
114. Spall, J. C., & Cristion, J. A. (1997). A neural network controller for systems with unmodeled dynamics with applications to wastewater treatment. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 27(3), 369-375.
115. Stoumbos, Z. G. (2002). Process capability indices: overview and extensions. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 3(2), 191-210.
116. Tahir, M., Moazzam, A., & Ali, K. (2018). A Stochastic Optimization Approach to Magnetometer Calibration With Gradient Estimates Using Simultaneous Perturbations. *IEEE transactions on Instrumentation Measurement*, 68(10), 4152-4161.
117. Tang, S., & Wang, F.-Y. (2006). A PCI-based evaluation method for level of services for traffic operational systems. *IEEE Transactions on intelligent transportation systems*, 7(4), 494-499.
118. Tu, K. M., Yih, K. A., Chou, F. I., & Chou, J. H. (2020). Taguchi Method and Numerical Simulation for Variable Viscosity and Non-Linear Boussinesq Effects on Natural Convection over a Vertical Truncated Cone in Porous Media. *Energies*, 13(2), 504.
119. Venkatesh, Y., Kassim, A. A., & Zonoobi, D. (2010). *Medical image reconstruction from sparse samples using simultaneous perturbation stochastic optimization*. Paper presented at the 2010 IEEE International Conference on Image Processing.
120. Wang, Q. (2011). *Stochastic approximation for discrete optimization of noisy loss measurements*. Paper presented at the 2011 45th Annual Conference on Information Sciences and Systems.
121. Wu, C.-W., Pearn, W., & Kotz, S. (2009). An overview of theory and practice on process capability indices for quality assurance. *International journal of production economics*, 117(2), 338-359.
122. Yan, W., Loh, P.-L., Li, C., Huang, Y., & Yang, L. (2019). Conquering the Worst Case of Infections in Networks. *IEEE Acces*
123. Yang, J. (2007). *Process capability evaluation in skew distributed processes based on SWV method*. Paper presented at the 2007 International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing.
124. Yousefzadeh, S., Matin, A. R., Ahmadi, E., Sabeti, Z., Alimohammadi, M., Aslani, H., & Nabizadeh, R. (2018). Response surface methodology as a tool for modeling and

- optimization of bacillus subtilis spores inactivation by UV/nano-Fe0 process for safe water production. *Food and Chemical Toxicology*, 114, 334-345.
125. Zhu, J. (2020). Error Bounds and Applications for Stochastic Approximation with Non-Decaying Gain. *ArXiv reprint arXiv:07357*.
 126. Zhu, J., Wang, L., & Spall, J. C. (2019). Efficient Implementation of Second-Order Stochastic Approximation Algorithms in High-Dimensional Problems. *IEEE transactions on neural networks learning systems*.

Anexos

Anexo 1

Código para calcular el índice cpk

```
clc
```

```
clear all
```

```
close all
```

```
increkpos=input('Proporcione el valor del incremento de k positivo...:');
```

```
increkneg=input('Proporcione el valor del incremento de k negativo...:');
```

```
k=1;
```

```
x0(k)=input('Proporcione el valor de X inicial...:');
```

```
y0(k)=input('Proporcione el valor de Y inicial...:');
```

```
a=0.16;
```

```
c=1;
```

```
A=100;
```

```
alfa=0.602;
```

```
gama=0.101;
```

```
esp_inf=4;
```

```
esp_sup=10;
```

```
for k=1:500 % k son las iteraciones, va de 1 al 100
```

```
ak=a/(k^alfa);%a/((A+k+1)^alfa);
```

```
ck=c/((1+k)^gama);
```

```
yprom=7.972-0.0033*(x0(k)) - 0.06349*(y0(k))-0.000009*(x0(k))^2 + 0.000187*(x0(k))*(y0(k))-  
0.000087*(y0(k))^2;
```

```
%fprintf ('El resultado de la y prom de X inicial es = %4.3f\n',yprom);
```

```
ysigma=-0.153+0.00105*(x0(k))+0.00009*(y0(k))-0.000001*(x0(k))^2-  
0.000007*(x0(k))*(y0(k))+0.000029*(y0(k))^2;
```

```
%fprintf ('El resultado de la y sigma de X inicial es = %4.3f\n',ysigma);
```

```
cpi=(yprom-esp_inf)/(3*ysigma);
```

```
cps=(esp_sup-yprom)/(3*ysigma);
```

```
cpk=(min(cpi,cps));
```

```
%fprintf ('El resultado del cpk de X inicial es = %4.3f\n' ,cpk);
```

```
%ANALISIS DEL Cpk x0pos
```

```

x0pos=x0(k)+((ck)*(increkpos));

%fprintf ('El resultado de X inicial+ es = %4.2f\n' ,x0pos);

y0pos=y0(k)+((ck)*(increkneg));

%fprintf ('El resultado de Y inicial+ es = %4.2f\n' ,y0pos);

yprompos=7.972-0.0033*(x0(k)) - 0.06349*(y0(k))-0.000009*(x0(k))^2 +
0.000187*(x0(k))*(y0(k))-0.000087*(y0(k))^2;

%fprintf ('El resultado de la y prom de X inicial+ es = %4.3f\n' ,yprompos);

ysigmapos=-0.153+0.00105*(x0pos)-0.00009*(y0pos)-0.000001*(x0pos)^2-
0.000007*(x0pos)*(y0pos)+0.000029*(y0pos)^2;

%fprintf ('El resultado de la y sigma de X inicial+ es = %4.3f\n' ,ysigmapos);

cpipos=(yprompos-esp_inf)/(3*ysigmapos);

cpspos=(esp_sup-yprompos)/(3*ysigmapos);

cpkpos=(min(cpipos,cpspos));

%fprintf ('El resultado del cpk de X inicial+ es = %4.3f\n' ,cpkpos);

%ANALISIS DEL Cpk x0neg

x0neg=x0(k)-((ck)*(increkpos));

%fprintf ('El resultado de X inicial- es = %4.2f\n' ,x0neg);

y0neg=y0(k)-((ck)*(increkneg));

%fprintf ('El resultado de Y inicial- es = %4.2f\n' ,y0neg);

ypromneg=7.972-0.0033*(x0(k)) - 0.06349*(y0(k))-0.000009*(x0(k))^2 +
0.000187*(x0(k))*(y0(k))-0.000087*(y0(k))^2;

%fprintf ('El resultado de la y prom de X inicial- es = %4.3f\n' ,ypromneg);

ysigmaneg=-0.153+0.00105*(x0neg)-0.00009*(y0neg)-0.000001*(x0neg)^2-
0.000007*(x0neg)*(y0neg)+0.000029*(y0neg)^2;

%fprintf ('El resultado de la y sigma de X inicial- es = %4.3f\n' ,ysigmaneg);

cpineg=(ypromneg-esp_inf)/(3*ysigmaneg);

cpsneg=(esp_sup-ypromneg)/(3*ysigmaneg);

cpkneg=(min(cpineg,cpsneg));

%fprintf ('El resultado del cpk de X inicial- es = %4.3f\n' ,cpkneg);

fikpos=(cpkpos-cpkneg)/((2)*(ck)*(increkpos));

%fprintf ('El resultado de la fi k+ es = %4.3f\n' ,fikpos);

fikneg=(cpkpos-cpkneg)/((2)*(ck)*(increkneg));

```

```

%fprintf ('El resultado de la fi k- es = %4.3f\n' ,fikneg);

%ESTE PASO ES PARA CALCULAR LOS NUEVOS VALORES DE x0 y y0
x0(k+1)=x0(k)-((ak)*(fikpos));
%fprintf ('El resultado de X(k+1) es = %4.2f\n' ,x0(k+1));
y0(k+1)=y0(k)-((ak)*(fikneg));
%fprintf ('El resultado de Y(k+1) es = %4.2f\n' ,y0(k+1));
k=k+1;
%fprintf('\n\n El numero de iteraciones es: %d\n',k-1);
if (cpk>cpkpos)&&(cpk>cpkneg)
% fprintf('El valor optimo del cpk es=%4.3f\n', cpk);
    xopt=x0(k-1);
% fprintf('El valor optimo de X es=%4.3f\n', xopt);
    yopt=y0(k-1);
% fprintf('El valor optimo de Y es=%4.3f\n', yopt);
    cpk_ok(k)=cpk;
    xopt_ok(k)=xopt;
    yopt_ok(k)=yopt;
elseif (cpkpos>cpkneg)&&(cpkpos>cpk)
% fprintf('El valor optimo del cpk es=%4.3f\n', cpkpos);
    xopt=x0pos;
% fprintf('El valor optimo de X es=%4.3f\n', xopt);
    yopt=y0pos;
% fprintf('El valor optimo de Y es=%4.3f\n', yopt);
    cpk_ok(k)=cpkpos;
    xopt_ok(k)=xopt;
    yopt_ok(k)=yopt;
else (cpkneg>cpk)&&(cpkneg>cpkpos)
% fprintf ('El valor optimo del cpk es = %4.3f\n' ,cpkneg);
    xopt=x0neg;
% fprintf('El valor optimo de X es=%4.3f\n', xopt);

```

```
yopt=y0neg;  
% fprintf('El valor optimo de Y es=%4.3f\n', yopt);  
    cpk_ok(k)=cpkneg  
ç    xopt_ok(k)=xopt;  
    yopt_ok(k)=yopt;  
end  
end % fin del FOR  
[cpk_max,pos]=max(cpk_ok)  
xopt_ok(pos)  
yopt_ok(pos)
```

Anexo 2

Código para calcular el índice RD

```
clc
clear all
close all
increkpos=input('Proporcione el valor del incremento de k positivo...:');
increkneg=input('Proporcione el valor del incremento de k negativo...:');
k=1;
x0(k)=input('Proporcione el valor de X inicial...:');
y0(k)=input('Proporcione el valor de Y inicial...:');
a=0.16;
c=1;
A=100;
alfa=0.602;
gama=0.101;
esp_inf=4;
esp_sup=10;
for k=1:500 % k son las iteraciones, va de 1 al 100
ak=a/(A+k)^alfa;
ck=c/(k+1)^gama;
yprom=7.972-0.0033*(x0(k)) - 0.06349*(y0(k))-0.000009*(x0(k))^2 + 0.000187*(x0(k))*(y0(k))-
0.000087*(y0(k))^2;
%fprintf ('El resultado de la y prom de X inicial es = %4.3f\n',yprom);
ysigma=-0.153+0.00105*(x0(k))+0.00009*(y0(k))-0.000001*(x0(k))^2-
0.000007*(x0(k))*(y0(k))+0.000029*(y0(k))^2;
%fprintf ('El resultado de la y sigma de X inicial es = %4.3f\n',ysigma);
rdi=(yprom-esp_inf);
rds=(esp_sup-yprom);
rd=(min(rdi,rds)-(3*ysigma));
%fprintf ('El resultado del rrdk de X inicial es = %4.3f\n' ,rd);
%ANALISIS DEL RD x0pos
```

```

x0pos=x0(k)+((ck)*(increkpos));

%fprintf ('El resultado de X inicial+ es = %4.2f\n' ,x0pos);

y0pos=y0(k)+((ck)*(increkneg));

%fprintf ('El resultado de Y inicial+ es = %4.2f\n' ,y0pos);

yprompos=7.972-0.0033*(x0(k)) - 0.06349*(y0(k))-0.000009*(x0(k))^2 +
0.000187*(x0(k))*(y0(k))-0.000087*(y0(k))^2;

%fprintf ('El resultado de la y prom de X inicial+ es = %4.3f\n' ,yprompos);

ysigmapos=-0.153+0.00105*(x0pos)-0.00009*(y0pos)-0.000001*(x0pos)^2-
0.000007*(x0pos)*(y0pos)+0.000029*(y0pos)^2;

%fprintf ('El resultado de la y sigma de X inicial+ es = %4.3f\n' ,ysigmapos);

rdipos=(yprompos-esp_inf);

rdspos=(esp_sup-yprompos);

rdpos=(min(rdipos,rdspos)-(3*ysigma));

%fprintf ('El resultado del RD de X inicial+ es = %4.3f\n' ,rdpos);

%ANALISIS DEL RD x0neg

x0neg=x0(k)-((ck)*(increkpos));

%fprintf ('El resultado de X inicial- es = %4.2f\n' ,x0neg);

y0neg=y0(k)-((ck)*(increkneg));

%fprintf ('El resultado de Y inicial- es = %4.2f\n' ,y0neg);

ypromneg=7.972-0.0033*(x0(k)) - 0.06349*(y0(k))-0.000009*(x0(k))^2 +
0.000187*(x0(k))*(y0(k))-0.000087*(y0(k))^2;

%fprintf ('El resultado de la y prom de X inicial- es = %4.3f\n' ,ypromneg);

ysigmaneg=-0.153+0.00105*(x0neg)-0.00009*(y0neg)-0.000001*(x0neg)^2-
0.000007*(x0neg)*(y0neg)+0.000029*(y0neg)^2;

%fprintf ('El resultado de la y sigma de X inicial- es = %4.3f\n' ,ysigmaneg);

rdineg=(ypromneg-esp_inf);

rdsneg=(esp_sup-ypromneg);

rdneg=(min(rdineg,rdsneg)-(3*ysigma));

%fprintf ('El resultado del cpk de X inicial- es = %4.3f\n' ,rdneg);

fikpos=(rdpos-rdneg)/((2)*(ck)*(increkpos));

%fprintf ('El resultado de la fi k+ es = %4.3f\n' ,fikpos);

fikneg=(rdpos-rdneg)/((2)*(ck)*(increkneg));

```

```

%fprintf ('El resultado de la fi k- es = %4.3f\n' ,fikneg);
%ESTE PASO ES PARA CALCULAR LOS NUEVOS VALORES DE x0 y y0
x0(k+1)=x0(k)-((ak)*(fikpos));
%fprintf ('El resultado de X(k+1) es = %4.2f\n' ,x0(k+1));
y0(k+1)=y0(k)-((ak)*(fikneg));
%fprintf ('El resultado de Y(k+1) es = %4.2f\n' ,y0(k+1));
k=k+1;
%fprintf('\n\n El numero de iteraciones es: %d\n',k-1);
if (rd>rdpos)&&(rd>rdneg)
% fprintf('El valor optimo del RD es=%4.3f\n', rd);
xopt=x0(k-1);
% fprintf('El valor optimo de X es=%4.3f\n', xopt);
yopt=y0(k-1);
% fprintf('El valor optimo de Y es=%4.3f\n', yopt);
rd_ok(k)=rd;
xopt_ok(k)=xopt;
yopt_ok(k)=yopt;
elseif (rdpos>rdneg)&&(rdpos>rd)
% fprintf('El valor optimo del RD es=%4.3f\n', rdpos);
xopt=x0pos;
% fprintf('El valor optimo de X es=%4.3f\n', xopt);
yopt=y0pos;
% fprintf('El valor optimo de Y es=%4.3f\n', yopt);
rd_ok(k)=rdpos;
xopt_ok(k)=xopt;
yopt_ok(k)=yopt;
else (rdneg>rd)&&(rdneg>rdpos)
% fprintf ('El valor optimo del RD es = %4.3f\n' ,rdneg);
xopt=x0neg;
% fprintf('El valor optimo de X es=%4.3f\n', xopt);
yopt=y0neg;

```

```
% fprintf('El valor optimo de Y es=%4.3f\n', yopt);  
rd_ok(k)=rdneg;  
xopt_ok(k)=xopt;  
yopt_ok(k)=yopt;  
end  
end % fin del FOR  
[rd_max,pos]=max(rd_ok)  
xopt_ok(pos)  
yopt_ok(pos)  
figure  
plot(rd_ok)
```

Anexo 3

Código para calcular el índice SNR

```
clc
clear all
close all
increkpos=input('Proporcione el valor del incremento de k positivo...:');
increkneg=input('Proporcione el valor del incremento de k negativo...:');
k=1;
x0(k)=input('Proporcione el valor de X inicial...:');
y0(k)=input('Proporcione el valor de Y inicial...:');
a=0.16;
c=1;
A=100;
alfa=0.602;
gama=0.101;
esp_inf=4;
esp_sup=10;
for k=1:500 % k son las iteraciones, va de 1 al 100
ak=1/((k)^alfa); %a/((A+k+1)^alfa);
ck=c/((k)^gama);
yprom=7.972-0.0033*(x0(k)) - 0.06349*(y0(k))-0.000009*(x0(k))^2 + 0.000187*(x0(k))*(y0(k))-
0.000087*(y0(k))^2;
%fprintf ('El resultado de la y prom de X inicial es = %4.3f\n',yprom);
ysigma=-0.153+0.00105*(x0(k))+0.00009*(y0(k))-0.000001*(x0(k))^2-
0.000007*(x0(k))*(y0(k))+0.000029*(y0(k))^2;
%fprintf ('El resultado de la y sigma de X inicial es = %4.3f\n',ysigma);
cpi=(yprom-esp_inf)/(3*ysigma);
cps=(esp_sup-yprom)/(3*ysigma);
cpk=(min(cpi,cps));
sn=-10*(log(1/(cpk^2)));
%ANALISIS DEL Cpk x0pos
```

```

x0pos=x0(k)+((ck)*(increkpos));

%fprintf ('El resultado de X inicial+ es = %4.2f\n' ,x0pos);

y0pos=y0(k)+((ck)*(increkneg));

%fprintf ('El resultado de Y inicial+ es = %4.2f\n' ,y0pos);

yprompos=7.972-0.0033*(x0(k)) - 0.06349*(y0(k))-0.000009*(x0(k))^2 +
0.000187*(x0(k))*(y0(k))-0.000087*(y0(k))^2;

%fprintf ('El resultado de la y prom de X inicial+ es = %4.3f\n' ,yprompos);

ysigmapos=-0.153+0.00105*(x0pos)-0.00009*(y0pos)-0.000001*(x0pos)^2-
0.000007*(x0pos)*(y0pos)+0.000029*(y0pos)^2;

%fprintf ('El resultado de la y sigma de X inicial+ es = %4.3f\n' ,ysigmapos);

cpipos=(yprompos-esp_inf)/(3*ysigmapos);

cpspos=(esp_sup-yprompos)/(3*ysigmapos);

cpkpos=(min(cpipos,cpspos));

snpos=-10*(log(1/(cpkpos^2)));

%fprintf ('El resultado del cpk de X inicial+ es = %4.3f\n' ,cpkpos);

%ANALISIS DEL Cpk x0neg

x0neg=x0(k)-((ck)*(increkpos));

%fprintf ('El resultado de X inicial- es = %4.2f\n' ,x0neg);

y0neg=y0(k)-((ck)*(increkneg));

%fprintf ('El resultado de Y inicial- es = %4.2f\n' ,y0neg);

ypromneg=7.972-0.0033*(x0(k)) - 0.06349*(y0(k))-0.000009*(x0(k))^2 +
0.000187*(x0(k))*(y0(k))-0.000087*(y0(k))^2;

%fprintf ('El resultado de la y prom de X inicial- es = %4.3f\n' ,ypromneg);

ysigmaneg=-0.153+0.00105*(x0neg)-0.00009*(y0neg)-0.000001*(x0neg)^2-
0.000007*(x0neg)*(y0neg)+0.000029*(y0neg)^2;

%fprintf ('El resultado de la y sigma de X inicial- es = %4.3f\n' ,ysigmaneg);

cpineg=(ypromneg-esp_inf)/(3*ysigmaneg);

cpsneg=(esp_sup-ypromneg)/(3*ysigmaneg);

cpkneg=(min(cpineg,cpsneg));

snneg=-10*(log(1/(cpkneg^2)));

%fprintf ('El resultado del cpk de X inicial- es = %4.3f\n' ,cpkneg);

fikpos=(cpkpos-cpkneg)/((2)*(ck)*(increkpos));

```

```

%fprintf ('El resultado de la fi k+ es = %4.3f\n' ,fikpos);
fikneg=(cpkpos-cpkneg)/((2)*(ck)*(increkneg));
%fprintf ('El resultado de la fi k- es = %4.3f\n' ,fikneg);
%ESTE PASO ES PARA CALCULAR LOS NUEVOS VALORES DE x0 y y0
x0(k+1)=x0(k)-((ak)*(fikpos));
%fprintf ('El resultado de X(k+1) es = %4.2f\n' ,x0(k+1));
y0(k+1)=y0(k)-((ak)*(fikneg));
%fprintf ('El resultado de Y(k+1) es = %4.2f\n' ,y0(k+1));
k=k+1;
%fprintf('\n\n El numero de iteraciones es: %d\n',k-1);
if (cpk>cpkpos)&&(cpk>cpkneg);
% fprintf('El valor optimo del cpk es=%4.3f\n', cpk);
    xopt=x0(k-1);
% fprintf('El valor optimo de X es=%4.3f\n', xopt);
    yopt=y0(k-1);
% fprintf('El valor optimo de Y es=%4.3f\n', yopt);
    cpk_ok(k)=cpk;
    sn_ok(k)=sn;
    xopt_ok(k)=xopt;
    yopt_ok(k)=yopt;
elseif (cpkpos>cpkneg)&&(cpkpos>cpk);
% fprintf('El valor optimo del cpk es=%4.3f\n', cpkpos);
    xopt=x0pos;
% fprintf('El valor optimo de X es=%4.3f\n', xopt);
    yopt=y0pos;
% fprintf('El valor optimo de Y es=%4.3f\n', yopt);
    xopt_ok(k)=xopt;
    yopt_ok(k)=yopt;
    cpk_ok(k)=cpkpos;
    sn_ok(k)=snpos;
else (cpkneg>cpk)&&(cpkneg>cpkpos);

```

```
% fprintf('El valor optimo del cpk es = %4.3f\n',cpkneg);  
xopt=x0neg;  
% fprintf('El valor optimo de X es=%4.3f\n', xopt);  
yopt=y0neg;  
% fprintf('El valor optimo de Y es=%4.3f\n', yopt);  
xopt_ok(k)=xopt;  
yopt_ok(k)=yopt;  
cpk_ok(k)=cpkneg  
sn_ok(k)=snneg;  
end;  
end ; % fin del FOR  
[sn_max,pos]=max(sn_ok);  
xopt_ok(pos);  
yopt_ok(pos);
```

Anexo 4

Evaluation of the Succession Measures of the Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation Algorithm for the Optimization of the Process Capability Index



Juan Carlos Castillo García, Jesús Everardo Olgún Tiznado, Everardo Inzunza González, Claudia Camargo Wilson, Juan Andrés López Barreras and Enrique Efrén García Guerrero

Abstract Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (SPSA) algorithms are alternative methods for optimizing systems where the relationship between the dependent variables and independent variables of a process is unknown. The objective of this research is to determine the optimum succession measure of SPSA that maximizes the Process Capability Index (PCI) through second order regression models by means of experimental simulation. The results show that three out of the ten combinations of the succession measures evaluated in SPSA yield optimum values that maximize the PCI according to the Six Sigma Methodology (DMAIC—Define, Measure, Analyze, Improve, and Control), this because the values have behaviors classified as world-class, this is, processes that generate less than 3.4 defects per million opportunities, which improves customer satisfaction and reduces cycle time and defects.

J. C. C. García · J. E. O. Tiznado (✉) · E. I. González · C. C. Wilson · E. E. G. Guerrero
Faculty of Engineering, Architecture, and Design, Autonomous University of Baja California,
Carretera Transpeninsular Ensenada - Tijuana No. 3917 Colonia Playitas, 22860 Ensenada, Baja
California, Mexico
e-mail: jeol79@uabc.edu.mx

J. C. C. García
e-mail: carlos.castillo@uabc.edu.mx

E. I. González
e-mail: einzunza@uabc.edu.mx

C. C. Wilson
e-mail: ccamargo@uabc.edu.mx


E. E. G. Guerrero
e-mail: egarcia@uabc.edu.mx

J. A. L. Barreras
Faculty of Chemical Sciences and Engineering, Autonomous University of Baja California,
Calzada Universidad #14418, Parque Industrial Internacional Tijuana, 22390 Tijuana, Baja
California, Mexico
e-mail: jalopez@uabc.edu.mx

Chapter 14

Application of the Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation Algorithm for Process Optimization: Case Study

Juan Carlos Castillo Garcia

 <https://orcid.org/0000-0002-4790-3245>

*Universidad Autónoma de Baja California,
Mexico*

Claudia Camargo Wilson

 <https://orcid.org/0000-0001-7803-6706>

*Universidad Autónoma de Baja California,
Mexico*

Jesús Everardo Olguín Tiznado

 <https://orcid.org/0000-0002-6205-0973>

*Universidad Autónoma de Baja California,
Mexico*

Juan Andrés López Barreras

 <https://orcid.org/0000-0002-5477-033X>

*Universidad Autónoma de Baja California,
Mexico*

Rafael García Martínez

Instituto Tecnológico de Guaymas, Mexico

ABSTRACT

There are different techniques for the optimization of industrial processes that are widely used in industry, such as experimental design or surface response methodology to name a few. There are also alternative techniques for optimization, like the Simultaneous Perturbation Stochastic Approaches (SPSA) algorithm. This chapter compares the results that can be obtained with classical techniques against the results that alternative linear search techniques such as the Simultaneous Perturbation Stochastic Approaches (SPSA) algorithm can achieve. Authors start from the work reported by Gedi et al. 2015 to implement the SPSA algorithm. The experiments allow authors to affirm that for this case study, the SPSA is capable of equalizing, even improving the results reported by the authors.

DOI: 10.4018/978-1-7998-1518-1.ch014