

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

FACULTAD DE CIENCIAS ENSENADA



ESPECTROFOTOMETRÍA DE CÓRNEAS CON ALGÚN TIPO DE OPACIDAD  
Y DETERMINACIÓN DEL RANGO ESPECTRAL PARA LA OBTENCIÓN DE  
IMAGENES INFRARROJAS DEL OJO

TESIS

Que para obtener el grado de:  
FÍSICO

presenta:

EDGAR JOVANNI ROBLES RAYGOZA

Ensenada, Baja California, México. Octubre del 2013

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA  
FACULTAD DE CIENCIAS ENSENADA

ESPECTROFOTOMETRÍA DE CÓRNEAS CON ALGÚN TIPO DE OPACIDAD  
Y DETERMINACIÓN DEL RANGO ESPECTRAL PARA LA OBTENCIÓN DE  
IMAGENES INFRARROJAS DEL OJO

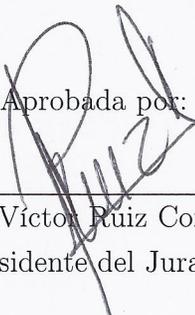
TESIS

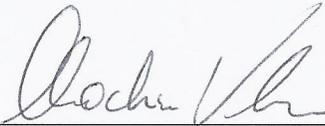
Que para obtener el grado de:  
FÍSICO

presenta:

EDGAR JOVANNI ROBLES RAYGOZA

Aprobada por:

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Víctor Ruiz Cortés  
Presidente del Jurado

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Claudio Ismael Valencia Yaves  
Sinodal Propietario

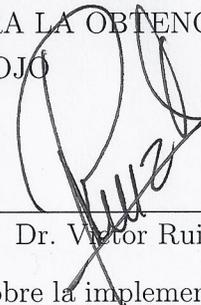
  
\_\_\_\_\_  
Dr. Luis Javier Villegas Vicencio  
Sinodal

Ensenada, Baja California, México. Octubre del 2013

**RESUMEN** de la tesis de **Edgar Jovanni Robles Raygoza**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de FÍSICO, Ensenada, Baja California, México. Octubre del 2013.

ESPECTROFOTOMETRÍA DE CÓRNEAS CON ALGÚN TIPO DE OPACIDAD  
Y DETERMINACIÓN DEL RANGO ESPECTRAL PARA LA OBTENCIÓN DE  
IMAGENES INFRARROJAS DEL OJO

Resumen aprobado por:



---

Dr. Victor Ruiz Cortés

Esta tesis describe los resultados de una investigación sobre la implementación de una técnica para la obtención de imágenes infrarrojas en el segmento anterior del ojo aún en presencia de opacidad en la córnea. Lo anterior antecedido de un estudio detallado sobre la caracterización de córneas de cerdo y córneas humanas mediante espectrofotometría. Se realizaron pruebas espectrofotométricas en córneas de cerdo sanas para caracterizar la transmitancia en la córnea en un rango electromagnético que abarca de los  $400\text{ nm}$  los  $1700\text{ nm}$ , posterior a esto, se opacaron estas córneas para obtener nuevamente el porcentaje de transmitancia el cual decrece conforme aumenta el grado de opacidad. Una vez caracterizadas las córneas de cerdo, se realizaron pruebas espectrofotométricas en córneas humanas con opacidad. Realizando pequeñas modificaciones a un biomicroscopio se logró implementar la toma de imágenes infrarrojas. Con el fin de economizar costos se diseñó un sistema que puede ser aplicado en la mayoría de los biomicroscopios comerciales para poder realizar este análisis.

El estudio experimental se complementó realizando cálculos numéricos referentes al esparcimiento de ondas electromagnéticas debido a nanocilindros dieléctricos utilizando el formalismo matemático conocido como Método Integral de Green. Como último análisis se calculó el campo esparcido en transmisión en función del índice de refracción del medio que rodea la partícula, éste medio será variable simulando lo que sería el grado de opacidad en la córnea.

**Palabras Clave:** Espectrofotometría, esparcimiento, córnea sana, córnea opaca, Método Integral de Green, imágenes infrarrojas, segmento anterior del ojo.

A mis padres  
**Luz María y Juan Salvador.**

A mis hermanos  
**Erick y Eduardo**  
gracias a su ejemplo y apoyo estoy aquí.

con ellos que he compartido grandes momentos.

y a la gran familia que el destino me ha dado....

Expreso mi agradecimiento al Dr. Víctor Ruiz ya que sin su apoyo, conocimiento y sobre todo paciencia no se habría concluído este trabajo.

A los miembros del comité: Dr. Claudio Valencia y Dr. Javier Villegas

Agradezco al director de mi facultad el Dr. Juan Crisóstomo Tapía Mercado que su etapa de profesor me apoyo en muchas situaciones, a los profesores de la academia de física de la facultad de ciencias: al Dr. Jesús Lerma, al Dr. Javier Villegas, al Dr. Jorge Villavicencio, al Dr. Roberto Romo y al Dr. Claudio Valencia que con su apoyo y sus consejos me han llevado a ser mejor persona y un mejor estudiante.

Quiero agradecer al Centro de Investigación y de Educación Superior de Ensenada (CICESE), en especial al departamento de óptica que me han brindado un gran apoyo con éste trabajo.

A mis amigos que estuvieron apoyandome durante mis estudios y en otras cosas personales: Karla, Wallace, Omar, Ramón (el chacal), Panta (el bien peor), Daniel, Aarón, Anaís, Andreí, a los miembros de The Brotherhood of the Pub y muchos más que me falta por mencionar

Por todos ustedes...

# Índice General

<b>Lista de figuras</b>	<b>vi</b>
Lista de tablas . . . . .	VII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Fisiología y anatomía del ojo</b>	<b>4</b>
2.1. Estructuras del ojo . . . . .	4
2.1.1. Capas externas del globo ocular . . . . .	4
2.1.2. Capa media . . . . .	5
2.1.3. Capa interna . . . . .	6
2.2. La córnea . . . . .	6
2.2.1. Epitelio . . . . .	7
2.2.2. Membrana de Bowman . . . . .	8
2.2.3. Estroma . . . . .	8
2.2.4. Membrana de Descemet . . . . .	9
2.2.5. Endotelio . . . . .	9
2.3. Transparencia de la córnea y función del estroma . . . . .	9
<b>3. Enfermedades en el ojo</b>	<b>11</b>
3.1. Problemas refractivos frecuentes . . . . .	11
3.2. Opacidad en la córnea . . . . .	12
3.3. Mecanismos de opacidad . . . . .	13
<b>4. Técnicas de exploración</b>	<b>15</b>
4.1. OCT (Optical Coherence Tomography) . . . . .	15
4.2. Biomicroscopio (Lámpara de hendidura) . . . . .	16
4.2.1. Funcionamiento . . . . .	16
4.2.2. Formación de imágenes . . . . .	17

## Índice General

4.2.3. Técnicas de iluminación (parte anterior al ojo) . . . . .	19
<b>5. Espectrofotometría en córneas</b>	<b>21</b>
5.1. Espectro electromagnético . . . . .	21
5.2. Espectrofotometría . . . . .	22
5.3. Tipos de córneas utilizadas en el experimento . . . . .	23
5.3.1. Técnica de extracción de córnea de cerdo . . . . .	23
5.4. Transmitancia en córnea de cerdo . . . . .	24
5.5. Transmitancia en córnea humana con opacidad . . . . .	30
<b>6. Formación de imágenes en el segmento anterior al ojo</b>	<b>38</b>
6.1. Modificación del bimisoscopio (lámpara de hendidura) . . . . .	40
6.2. Formación de imágenes en el cercano infrarrojo . . . . .	42
<b>7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)</b>	<b>46</b>
7.1. Modelaje de la córnea . . . . .	46
7.2. Polarización $s$ . . . . .	50
7.3. Campo esparcido . . . . .	53
7.4. El campo lejano . . . . .	57
7.5. El campo incidente . . . . .	59
7.6. Resultados numéricos . . . . .	59
<b>8. Conclusiones</b>	<b>67</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>68</b>
<b>A. Implementación numérica</b>	<b>71</b>

# Lista de figuras

2.1. Imagen donde se ilustran las capas del globo ocular describiendo primero las capas externas y las capas externas [1]. . . . .	5
2.2. Secciones de la córnea, nombradas de la más externa tenemos: el epitelio (EP), membrana de Bowman (MB), estroma (ST), membrana de descemet (MD) y por último el endotelio (EN) [2]. . . . .	8
2.3. Micrografía electrónica de la córnea donde se muestra la distribución de la separación entre las fibras de colágeno [3]. . . . .	10
2.4. Muestra un histograma que representa la función de distribución radial de las fibras de colágeno en la región central de una córnea [4]. . . . .	10
3.1. Comparación de la transparencia entre tejidos, a) córnea sana de cerdo y b) córnea de cerdo opaca y maltratada. . . . .	14
4.1. Imagen de un biomicroscopio convencional cuyos componentes principales son: (1) brazo óptico, (2) brazo de iluminación y (3) marco de posicionamiento del paciente. . . . .	17
4.2. Imagen frontal de un ojo sano tomada con un biomicroscopio. . . . .	18
5.1. Divisiones del espectro electromagnético [5]. . . . .	22
5.2. Esquema del dispositivo utilizado para la obtención de pruebas espectrofotométricas de las diferentes córneas. . . . .	23
5.3. Extracción de córnea de cerdo, a) ojo completo y b) córnea extraída. . . . .	24
5.4. Curvas de transmisión en el rango visible e infrarrojo cercano de algunas componentes del ojo (Thomas J. <i>et al.</i> [6]). . . . .	25
5.5. Resultados experimentales de transmitancia, córnea de cerdo sana (línea punteada) y el espectro de transmitancia del agua destilada (línea continua) como referencia. . . . .	26

*Lista de figuras*

5.6. Resultados experimentales de transmitancia en córnea de cerdo sana (línea punteada) y el espectro de transmitancia del agua destilada (línea continua). . . . .	27
5.7. Resultados experimentales de transmitancia en córnea de cerdo con opacidad (línea punteada) y el espectro de transmitancia del agua destilada (línea continua). . . . .	28
5.8. Resultados experimentales de transmitancia en córnea de cerdo con opacidad (línea punteada) y el espectro de transmitancia del agua destilada (línea continua). . . . .	29
5.9. Zonas de muestreo en la córnea donde se obtuvieron las mediciones espectrofotométrica. . . . .	30
5.10. Resultados experimentales espectrofotométricos en una córnea humana (a) con opacidad en las regiones mostradas en la figura 5.9 . . . .	31
5.11. Resultados experimentales de transmitancia en una córnea humana (b)realizadas en las zonas mostradas en la figura 5.9. . . . .	32
5.12. Resultados experimentales de la transmitancia en córnea de cerdo opaca y córnea humana opaca tomando como referencia la transmitancia del agua destilada. . . . .	33
5.13. Regiones de la córnea adyacentes a la esclera donde se midió la transmitancia. . . . .	34
5.14. Resultados experimentales de la espectrofotometría obtenidas en las córneas humanas en la zona 1,la cual se muestra la figura 5.13. . . . .	35
5.15. Región (zona 2) de la córnea donde se midió la transmitancia en función de la longitud de onda. . . . .	36
5.16. Resultados experimentales de la espectrofotometría obtenidas en las córneas humanas en la zona 2 como lo muestra la figura 5.13. . . . .	37
6.1. Imagen frontal de un ojo con córnea sana iluminada con luz blanca, a) en escala de grises y b) con un mapa de colores (colores falsos). . .	39
6.2. Imagen frontal de un ojo con córnea opaca iluminada con luz blanca, a) en escala de grises y b) con un mapa de colores (colores falsos). . .	40
6.3. Fotografía de biomicroscopio mostrando las modificaciones realizadas para la toma de imágenes en el infrarrojo. . . . .	41
6.4. Rango espectral que detecta la cámara CCD utilizada. . . . .	42

*Lista de figuras*

6.5.	Imagen frontal de un ojo con córnea sana iluminada con infrarrojo, a) en escala de grises y b) con un mapa de colores (colores falsos). . . . .	43
6.6.	Imagen frontal de un ojo con córnea opaca iluminada con luz blanca (a) en escala de grises, imagen de un ojo con córnea opaca iluminada con luz infrarroja (b), igual que (b) con un mapa de colores falsos (c). . . . .	44
7.1.	Esquema del modelo físico de la propagación de luz a través de la córnea, donde a ésta se le considera como un mal esparcidor. . . . .	47
7.2.	Esquema del modelo donde se considera la propagación de la luz independiente en cada fibra de colágeno, por tanto se trata a la córnea como mal dispersor de luz. . . . .	47
7.3.	Esquema representativo no a escala de la vista de la sección transversal del arreglo cristalino de fibras comparado con el tamaño de una longitud de onda. . . . .	48
7.4.	Esquema del modelo de la córnea donde las fibras de colágeno están posicionadas aleatoriamente. . . . .	49
7.5.	Representación de la fibra de colágeno como un cilindro de radio $r$ . . . . .	50
7.6.	Representación esquemática del esparcimiento por un cilindro en polarización $s$ . . . . .	52
7.7.	Segundo teorema integral de Green con una superficie como frontera. . . . .	53
7.8.	Relación de la geometría del esparcimiento y el segundo teorema integral de Green de una onda electromagnética en el medio dieléctrico. . . . .	54
7.9.	Esquema donde se ilustra la aproximación para campo en el régimen lejano. . . . .	58
7.10.	Logaritmo del módulo del campo eléctrico esparcido en el régimen cercano y lejano (parte superior izquierda) debido a una nanopartícula cilíndrica (en color blanco y $r = 10nm$ ) iluminada con un frente de onda plano con una longitud de onda de $\lambda = 550nm$ (a) y con $\lambda = 1100nm$ (b). . . . .	60
7.11.	Cálculo numérico del campo esparcido en transmisión (forward scattering) debido a una nanopartícula cilíndrica ( $r = 10nm$ ) en función de el índice de refracción iluminada con una longitud de onda de $\lambda = 500nm$ (a) y con $\lambda = 1100nm$ (b). . . . .	62

*Lista de figuras*

7.12. Logaritmo del módulo del campo eléctrico esparcido en el régimen cercano y lejano (parte superior izquierda) debido a una nanopartícula cilíndrica (en color blanco  $r = 20 \text{ nm}$ ) iluminada con un frente de onda plano con una longitud de onda de  $\lambda = 550 \text{ nm}$  (a) y con  $\lambda = 1100 \text{ nm}$  (b). . . . . 63

7.13. Cálculo numérico donde se muestra el campo esparcido en transmisión (forward scattering) debido a una nanopartícula cilíndrica ( $r = 20 \text{ nm}$ ) en función de el índice de refracción iluminada con una longitud de onda de  $\lambda = 500 \text{ nm}$  (a) y con  $\lambda = 1100 \text{ nm}$  (b). . . . . 64

7.14. Logaritmo del módulo del campo eléctrico esparcido en campo cercano y lejano debido a una nanopartícula cilíndrica ( $r = 40 \text{ nm}$ ) iluminada con un frente de onda plano con una longitud de onda de  $\lambda = 550 \text{ nm}$  (a) y con  $\lambda = 1100 \text{ nm}$  (b). . . . . 65

7.15. Cálculo numérico donde se muestra el campo esparcido en transmisión (forward scattering) debido a una nanopartícula cilíndrica ( $r = 40 \text{ nm}$ ) en función de el índice de refracción iluminada con una longitud de onda de  $\lambda = 500 \text{ nm}$  (a) y con  $\lambda = 1100 \text{ nm}$  (b). . . . . 66

# Lista de tablas

5.1. Etiqueta, tipo y condiciones en la que se encuentran las córneas utilizadas para el estudio espectrofotométrico. . . . .	26
5.2. Características de las córneas humanas opacas utilizadas en los experimentos de espectrofotometría. . . . .	31

# 1. Introducción

Los antiguos griegos (500 A.C.) se preguntaban muchas de las cosas que hoy en día ya se han respondido, una de ellas es ¿Cómo miramos?. Esta simple pregunta involucra muchos conceptos que antes no se conocían, tales como óptica, longitud de onda, espectrofotometría, esparcimiento de luz, etc.

Hoy en día, gracias a la ciencia y la tecnología se han respondido y se seguirán respondiendo preguntas como las que se cuestionaban hace miles de años, y a su vez éstas respuestas atraerán más preguntas que pudieran responderse o tal vez no. Se sabe hoy en día el funcionamiento del ojo, la fisiología y la anatomía, lo que no se sabe a la perfección es, por ejemplo, la interacción de la luz con la materia biológica en presencia de patologías o algún otro organismo externo que impida el buen funcionamiento de éste.

La óptica es una de las ramas más antiguas de la física, que se encarga de estudiar la propagación de la luz y la interacción de ésta con la materia. La luz es una radiación electromagnética con un espectro bastante amplio en el cual el ojo humano solo detecta una pequeña parte de éste que está aproximadamente de los 400 a los 700 nm ( $1nm = 10^{-9} m$ ).

La visión es nuestra fuente de información más importante para describir el mundo y el universo. Está estimado que el 70 % de los seres vivos obtienen información por medio de la visión [7]. Los tres componentes que se necesitan para estimular la visión son: la luz, los componentes ópticos del ojo que enfocan los rayos de luz y el sistema nervioso, este último procesa e interpreta las imágenes visuales.

En el inicio del siglo XX, la ciencia moderna empezó a crecer muy rápidamente de tal manera que se empezaron a desarrollar técnicas para investigar el sistema ocular humano. Dos de éstas técnicas son la espectrofotometría y la fotografía intraocular [8, 6, 9].

La espectrofotometría es una técnica donde se puede obtener información acerca de un material, ésta puede ser por transmisión o absorción de luz, obteniendo ca-

## 1. Introducción

racterísticas del material que se está irradiando, ya sea por la cantidad de luz que traspasa al material o la que absorbe.

El sistema óptico más utilizado para la obtención de la fotografía intraocular es un biomicroscopio modificado. Éste se estudiará a detalle en el Capítulo 4. Existen varias técnicas que involucran la exploración de las diferentes partes del globo ocular, entre las más comunes se encuentra la técnica de Tomografía Óptica de Coherencia (OCT) por sus siglas en inglés, que se utiliza mucho para la exploración de la retina y la biomicroscopía ya mencionada.

La córnea es una estructura transparente formada por diferentes tejidos que cubre la parte frontal del ojo. Ésta provee de una barrera física que aísla la parte interna del ojo del polvo y gérmenes. Actúa también como una lente primera, cuando la luz incide en ella la luz es refractada hacia el cristalino. La transparencia de la córnea se debe a la su estructura anatómica y su turgencia (Quintero R. [9]).

Los métodos convencionales para la exploración del segmento anterior del ojo dependen de la calidad óptica de la córnea, por lo que una opacidad en ésta que obstruya la transmisión óptica normal del ojo puede afectar o imposibilitar una valoración adecuada.

Una de las aportaciones más importantes de este trabajo es que se pueda dar un diagnóstico a un paciente aún con opacidad en la córnea sin necesidad de intervención quirúrgica o métodos no convencionales que implican un costo mayor.

La distribución del contenido del trabajo es la siguiente:

En el Capítulo 2 se definen los conceptos básicos de las componentes del ojo, haciendo un mayor énfasis en el segmento anterior de éste que involucra al cristalino, el iris y la córnea. Ésta sección permitirá familiarizarse con las diferentes estructuras del ojo y sus funcionamientos.

En el Capítulo 3 describimos algunas de las enfermedades que pueden generarse en diversas componentes del ojo, mostrando las de mayor frecuencia y lo que las origina.

En el Capítulo 4 se presentan algunas de las técnicas utilizadas en los últimos años para la exploración del ojo. Se presentan pruebas con el biomicroscopio obteniendo imágenes de la parte anterior del ojo cuando éste presenta córnea sana.

En el Capítulo 5 se presenta una introducción a la técnica de espectrofotometría y como se utilizó para éste trabajo. Se implementó una técnica para la extracción de córneas en un ojo de cerdo y los resultados experimentales obtenidos al aplicarle

## 1. Introducción

espectrofotometría de transmitancia a la córnea de cerdo con opacidad, sin opacidad y a la córnea humana con opacidad.

En el Capítulo 6 se presentan las modificaciones que se implementaron al biomicroscopio, necesarias para la obtención de las imágenes infrarrojas en el segmento anterior del ojo en presencia de opacidad y los resultados experimentales obtenidos con estas modificaciones.

En el Capítulo 7 se presenta el formalismo matemático del esparcimiento de luz en un medio no homogéneo (córnea), el cual es aplicable a nanopartículas. Éste formalismo intenta explicar la propagación de la luz en la córnea sana y en presencia de opacidad, obteniendo resultados numéricos que modelan el fenómeno; y por último, en el Capítulo 8 se presentan las conclusiones.

## 2. Fisiología y anatomía del ojo

En este capítulo se presentan los conceptos básicos de la fisiología y anatomía del ojo globular. Existen 2 tipos de ojos, los que forman imágenes y los que no. El ser humano posee un ojo globular formador de imágenes compuesto de varias lentes permitiendonos observar a largas y cortas distancias. Los elementos que conforman el ojo globular humano se distribuyen en 3 secciones: las capas externas, las capas medias y la capa interna.

### 2.1. Estructuras del ojo

El ojo globular es un sistema muy complejo con una estructura un poco esférica, es un órgano que está ligado al sistema nervioso central que permite formar imágenes y tener nociones de visión. La parte anterior al ojo está formada por varias estructuras de las cuales sobresale en importancia la córnea y la esclerótica.

El ojo es uno de los sistemas ópticos más antiguos conocidos por el hombre, el cual se considera como un sistema óptico compuesto, que para su estudio será dividido en tres secciones: las capas externas, las capas medias y la capa interna.

#### 2.1.1. Capas externas del globo ocular

Empezando con la capa más extrema del globo ocular, la esclerótica es la parte blanca que cubre la mayor parte del globo ocular y está sujeta con la córnea en la parte delantera como se observa en la figura 2.1. Es una membrana fibrosa muy resistente y está formada por tejido conectivo que protege los tejidos intraoculares, también soporta la tensión de los músculos intraoculares y contribuye a mantener la forma globular.

De la parte posterior de la esclerótica sale el nervio óptico, formado por fibras nerviosas que provienen de la retina y continúa en la parte delantera con la córnea.

## 2. Fisiología y anatomía del ojo

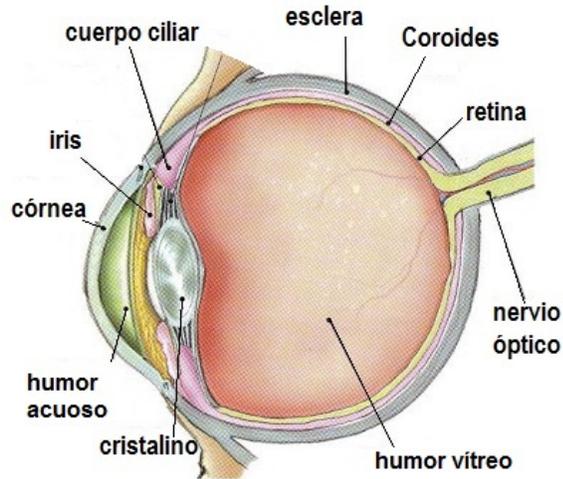


Figura 2.1.: Imagen donde se ilustran las capas del globo ocular describiendo primero las capas externas y las capas externas [1].

### 2.1.2. Capa media

La capa media está formada por tres estructuras, del frente hacia atrás son: el iris, cuerpo ciliar y la coroides (figura 2.1).

El iris constituye la porción más anterior de la capa vascular del ojo, situado por delante del cristalino y atrás de la córnea. El iris juega el papel de un diafragma regulando su abertura, con esto permite regular la cantidad de luz que entra al interior del ojo.

El cuerpo ciliar es la continuación anterior de la coroides, desempeña un papel importante en la acomodación, la nutrición del segmento anterior y la secreción de humor acuoso por transporte activo, principalmente, participando también en mecanismos de difusión y ultrafiltración. Los cuerpos ciliares son prolongaciones del cuerpo ciliar a nivel de la base del iris, de éste se desprenden las fibras zonulares que forman el ligamento suspensorio del cristalino.

La coroides es una capa vascular que se extiende por la parte posterior del globo ocular, entre la esclerótica y la retina.

El ojo está dividido en dos compartimientos tomando como referencia el cristalino. El compartimiento anterior está limitado por la córnea y el cristalino, en la cámara intermedia entre estos dos componentes se encuentra el humor acuoso que se encarga de brindarle nutrición a la córnea. En el otro compartimiento, limitado por el cris-

## 2. Fisiología y anatomía del ojo

talino y la retina (figura 2.1), se encuentra el humor vítreo, éste último más viscoso que el humor acuoso.

El índice de refracción de los humores acuoso y vítreo es de 1.3365 [10]. Como una consideración válida en óptica geométrica, el humor acuoso puede considerarse como un menisco positivo en conjunto con la córnea. En cuanto al segundo (humor vítreo), constituye por sí solo una lente cóncava, pues su cara convexa está directamente en contacto con la retina, que es una pantalla donde se forma la imagen.

El cristalino se considera como una lente biconvexa, transparente y ubicado detrás del iris y delante del humor vítreo. Su índice de refracción es aproximadamente de 1.4085 [10], tiene un diámetro aproximado de 11 mm y un espesor en la parte central de 4 mm, la asimetría de sus radios de curvatura anterior (10 mm) y posterior (6 mm) permiten enfocar los rayos de luz que provienen desde muy lejos tanto los que están a corta distancia.

### 2.1.3. Capa interna

Es una membrana nerviosa que cubre la parte interna del globo ocular sobre la cual se forma la imagen del objeto que se observa. Está provista de fotorreceptores, los cuales dan origen a la información que, a través del nervio óptico, será enviada a los centros nerviosos superiores. La parte más sensible de la retina (figura 2.1) es la región en la cual el eje visual corta a la retina, es una pequeña depresión conocida como mancha amarilla o fóvea centralis. La fóvea central es la región más sensible al color y a los detalles, es decir, posee pocos bastones y muchos conos.

## 2.2. La córnea

Dado que la córnea es la parte del ojo de interés en éste trabajo, a continuación se describen sus propiedades y funciones. La característica más importante de la córnea es su transparencia y su función como una lente refractiva, cuya actividad es transmitir y enfocar la luz óptimamente en la retina. La córnea transmite radiaciones aproximadamente desde 310 nm en el ultravioleta hasta los 2500 nm en el infrarrojo [10]. Normalmente no absorbe luz en el rango del visible y esparce una mínima cantidad, más del 99% de la luz incidente es transmitida a través de la córnea.

El grosor de la córnea en el centro tiene una media de 560 micras y tiene un

## 2. Fisiología y anatomía del ojo

índice de refracción de 1.376 aproximadamente [10]. La córnea actúa como una lente convergente que en conjunto con el cristalino direccionan la luz hacia la retina.

La córnea se nutre a partir de tres superficies: capilares, humor acuoso y película lagrimal. La sección esclerocorneal corresponde a la unión de la córnea con la esclerótica, su importancia radica en que a este nivel se verifica la presencia de vasos sanguíneos esclerales y de los canales para el retorno a la circulación del humor acuoso.

La córnea se divide en 5 capas (figura 2.2), ordenadas de la más externa hacia el interior: el epitelio, membrana de Bowman, Estroma, membrana de Descemet y el endotelio; los cuales se describirán a continuación.

### 2.2.1. Epitelio

Varias capas de células epiteliales separan el tejido profundo corneal del exterior, es transparente en condiciones normales y necesita estar constantemente humedecido por la lágrima. Antes de ésta se encuentra una capa llamada película lagrimal, se puede considerar una parte más de la córnea, porque en el ojo sano siempre hay una capa de lágrima cubriendo el epitelio. No recibe aporte sanguíneo excepto en su parte periférica (la correspondiente al limbo esclerocorneal), por lo que depende de los nutrientes que hay en la lágrima. A su vez, la lágrima recibe el oxígeno del aire atmosférico, y los demás nutrientes de forma indirecta a través de la sangre. Como curiosidad, ahora sabemos que el epitelio corneal es de las pocas estirpes celulares que obtiene su oxígeno de forma independiente al sistema cardiopulmonar. Por otra parte, las alteraciones del epitelio como las úlceras son muy dolorosas. En principio, una alteración corneal que sólo afecta el epitelio tiene buen pronóstico ya que curará sin una cicatriz que haga perder transparencia.

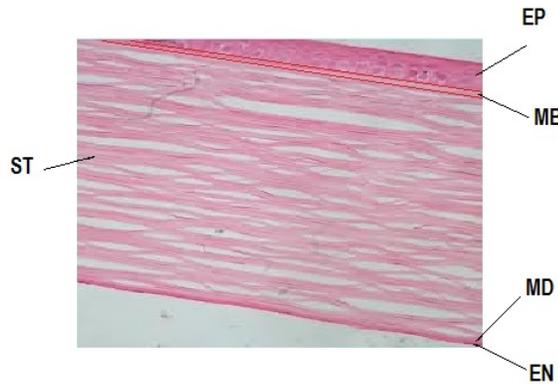


Figura 2.2.: Secciones de la córnea, nombradas de la más externa tenemos: el epitelio (EP), membrana de Bowman (MB), estroma (ST), membrana de descemet (MD) y por último el endotelio (EN) [2].

### 2.2.2. Membrana de Bowman

Actúa de membrana basal del epitelio corneal (figura 2.2), uniéndolo al estroma. Esta membrana sólo se ha encontrado en primates y mamíferos hasta ahora, las características de esta capa se estudian mediante espectroscopía y en ocasiones bajo el microscopio electrónico de alta resolución, podemos observar que está formada por arreglos de fibrillas de colágeno, la función de esta parte de la córnea aun no se sabe con exactitud. Esta sección no contiene células por lo que no puede regenerarse y cuenta con un espesor de aproximadamente  $12\mu m$ .

### 2.2.3. Estroma

Esta capa ocupa la mayor parte del espesor corneal, compuesto básicamente de fibras de colágeno tipo I y tipo IV, con una disposición particular que lo hace transparente. Dentro del espesor corneal, hay unas células llamadas queratocitos, que son fibroblastos modificados. Su densidad es relativamente baja y dado que no hay aporte sanguíneo, los queratocitos se nutren gracias a los elementos que llegan por difusión simple del interior del ojo, también hay abundantes terminaciones nerviosas. Una desordenación o una alteración en la distancia de las fibras de colágeno (como ocurriría en el edema corneal) significaría una pérdida de transparencia, incluso aunque las fibras estén más separadas. Si la estructura puede recuperar su posición original,

## 2. Fisiología y anatomía del ojo

se recupera la transparencia. Una cicatriz en el estroma se denomina leucoma, y supone una opacidad definitiva. La estructura y características ópticas de la córnea son determinadas primordialmente por la estructura y composición del estroma, el cual conforma un 90 % del grosor de la córnea.

El estroma está compuesto de 200 a 250 lamellas de fibras de colágeno. Estas lamellas están formadas por paquetes de fibras de colágeno aproximadamente de  $2.0 \mu m$  de espesor y de 9 a  $260 \mu m$  de ancho. Las fibras de colágeno tienen un diámetro de  $30 nm$  aproximadamente, tienen una distancia entre fibra y fibra de aproximadamente de 42 a  $44 nm$  y presentan un índice de refracción de 1.411 [10].

### 2.2.4. Membrana de Descemet

Es la membrana basal que une el estroma con la capa celular más profunda. Es una estructura gruesa y resistente, que puede ser separada quirúrgicamente del estroma. Con un grosor promedio de  $10 - 15 \mu m$  en adultos y ésta puede disminuirse conforme pasa el tiempo, esta capa está compuesta por colágeno tipo IV y laminina.

### 2.2.5. Endotelio

Es la capa más interna de la córnea, en contacto con el humor acuoso y, a diferencia del epitelio, sólo consta de una capa de células y su capacidad de regeneración es nula. Por tanto, la pérdida de células endoteliales es definitiva. Cumple una importante función, elimina activamente agua del estroma, transportándola hacia el humor acuoso. Si falla esta función (por pérdida de células endoteliales o por un aumento grande de la presión intraocular), el estroma se hidrata originándose un edema corneal.

## 2.3. Transparencia de la córnea y función del estroma

El estroma corneal en condiciones ideales esparce menos del 10 % de la luz que le incide. Esta es una inesperada propiedad de la córnea dada por la disparidad en el índice de refracción entre las fibras de colágeno y el medio que lo rodea. Farrell R.

## 2. Fisiología y anatomía del ojo

A *et. al.* [3] fueron de los primeros en dar a conocer el arreglo de fibras de colágeno en la córnea mediante una micrografía electrónica (Figura 2.3).

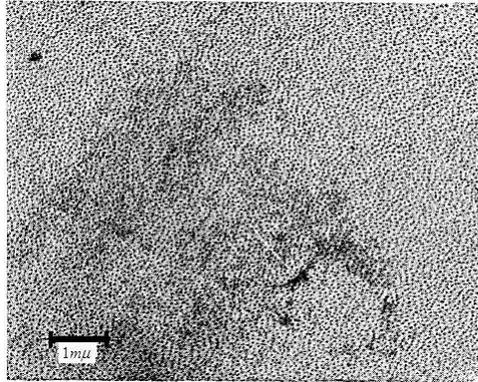


Figura 2.3.: Micrografía electrónica de la córnea donde se muestra la distribución de la separación entre las fibras de colágeno [3].

La separación de las fibras de colágeno no es constante, R.A Farrel *et al.* [4] obtuvieron la distribución de distancias entre éstas como se muestra en la figura 2.4. Por lo que considera que las fibras de colágeno están separadas con una distancia aleatoria que sigue la distribución mostrada en la figura 2.4

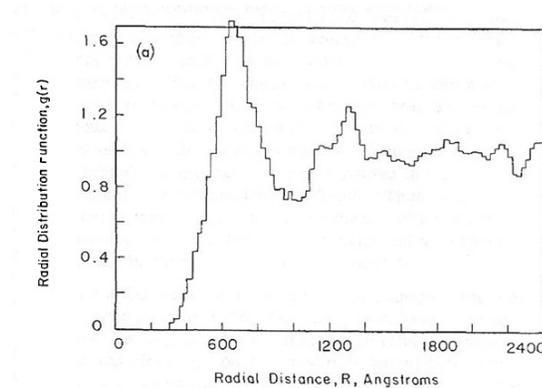


Figura 2.4.: Muestra un histograma que representa la función de distribución radial de las fibras de colágeno en la región central de una córnea [4].

De esta gráfica podemos observar que la distribución radial de las distancia dominante entre las fibras de colágeno es de 600 Å y 1250 Å aproximadamente; esta distancia no es muy larga comparada con el tamaño del diámetro de la fibra de colágeno, es decir que una gran densidad de fibras están muy juntas unas de otras.

## 3. Enfermedades en el ojo

La Organización Mundial de la Salud (OMS) estimó que hay en el mundo 160 millones de personas con deficiencias visuales, de las cuales el 48 % padece cataratas [9]. De acuerdo con datos de la Secretaría de Salud, la ceguera producida por cataratas constituye el 50 % de todos los casos de ceguera en los mexicanos y el tipo más común en los adultos mayores es la catarata senil. Si se toma en cuenta el crecimiento demográfico y envejecimiento, estas cifras podrían duplicarse para el año 2020. En la actualidad, 82 % de las personas invidentes en el mundo son mayores de 50 años. La ceguera y las discapacidades graves tienen un impacto significativo en el desarrollo socioeconómico de individuos y países; prevenirlas contribuye al ahorro en gasto social, atención sanitaria y economía de las familias.

### 3.1. Problemas refractivos frecuentes

En muchos casos el ojo es incapaz de formar imágenes nítidas en la retina, estos estados anormales reciben el nombre de vicios de refracción; entre los cuales se encuentran:

#### **Miopía**

Es el efecto que causa la parte anterior del globo ocular de enfocar la luz en un plano anterior al que se encuentra la retina de modo que no se puede formar una imagen de un objeto lejano con el ojo en reposo, en consecuencia no le es posible observar objetos alejados con nitidez.

#### **Hipermetropía**

Al contrario de la miopía , esta deformación de la parte anterior del globo ocular forma la imagen detras del plano focal de la retina, de modo que un objeto lejano no

### 3. Enfermedades en el ojo

se puede observar adecuadamente, y en consecuencia, no le es posible a la persona observar objetos muy cercanos.

#### **Astigmatismo**

Este tipo de anomalías residen en la córnea, cuyas curvaturas en los distintos planos que pasan por el eje óptico son diferentes, en consecuencia los rayos pertenecientes a los diferentes planos tienen su foco en distintos puntos del eje, es decir, la malformación de la córnea es en los diámetros verticales y horizontales.

#### **Presbicia**

Esto se debe a la pérdida de elasticidad del cristalino y avanza conforme pasa el tiempo. Por consecuencia la amplitud de acomodación disminuye y el punto cercano de acomodación se va alejando, por tanto las personas con éste problema pueden observar objetos alejados pero no los cercanos.

## 3.2. Opacidad en la córnea

La existencia de unos factores como las condiciones higiénicas deficientes, el clima seco, o exposiciones a la luz intensa, pueden determinar el pronóstico y la aparición de la enfermedad. Otras de las causas de opacidad en la córnea puede deberse a diferentes factores, tales como la hipertensión arterial, distrofias corneales, heridas, quemaduras, ulceraciones; interacciones microbianas o bacteriales.

Un microorganismo responsable de la opacidad en la córnea es la *Chlamydea trachomatis*. El grupo Clamidea tiene características propias, a medio camino entre los virus y las bacterias. Como los virus, pueden vivir y multiplicarse dentro de las células huéspedes y, como las bacterias, son sensibles a determinados antibióticos.

Cuando en una persona se presenta la opacidad corneal, ésta inmediatamente implica disminución de visión de 30 a 40 % y puede ir aumentando conforme pasa el tiempo hasta alcanzar un 90 % de pérdida de visión, lo anterior porque una córnea opaca esparce la luz más que una córnea sana debido al cambio drástico del índice de refracción efectivo.

### 3.3. Mecanismos de opacidad

Cuando una córnea se encuentra con opacidad, obtenida por patógenos alternos, ésta alcanza una opacidad no uniforme entre las capas de la córnea, ya que los grosores de las capas de la córnea no son uniformes.

Existen muchos caminos por los cuales una córnea puede sufrir opacidad, entre los casos más frecuentes de opacamiento en la córnea se encuentran las siguientes:

1) Traumas en epitelio (daños en la parte exterior de la córnea sin dañar las partes internas).

Este tipo de daños son muy comunes en soldadores, debido a que la energía liberada por la fusión de los materiales es muy grande y principalmente el ultravioleta ( $\lambda = 230nm$ ), suficiente para dañar las capas exteriores de la córnea formando opacidades en regiones pequeñas. Éstas también pueden deberse a golpes o rasguños en la córnea los cuales causan pérdida de nitidez en la visión.

2) Opacidad corneal (daños en las partes internas de la córnea).

Éste tipo de traumas frecuentemente se deben al deterioro de las fibras de colágeno que se encuentran en la parte media de la córnea (estroma). Aunque en los últimos años se ha descubierto que también puede ser hereditaria [11].

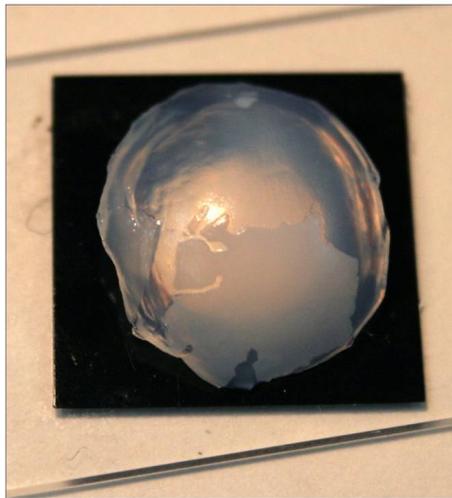
En la figura 3.1 se muestra una córnea de cerdo sana (a) y con opacidad (b), podemos notar la diferencia que ésta presenta cuando está recién extraída y posteriormente cuando se le indujo opacidad.

En el comparativo de la figura 3.1 (a) podemos observar un círculo blanco con mucha nitidez aún con la córnea colocada encima, mientras que en la figura 3.1 (b) no se puede observar claramente el círculo blanco que tomamos como referencia debido a que la córnea opaca esparce mucho la luz que le incide.

### 3. Enfermedades en el ojo



(a)



(b)

Figura 3.1.: Comparación de la transparencia entre tejidos, a) córnea sana de cerdo y b) córnea de cerdo opaca y maltratada.

## 4. Técnicas de exploración

Existen muchas formas de exploración intraocular, y cada método de exploración refiere a instrumentación diferente; un ejemplo claro es la exploración del segmento anterior del ojo y la exploración de retina, en cada una se utilizan diferentes instrumentos y analizan diferentes secciones del ojo. En este capítulo se mencionarán algunas de esas técnicas y la que se utilizó para este trabajo.

### 4.1. OCT (Optical Coherence Tomography)

La técnica “Optical Coherence Tomography” (OCT, por sus siglas en inglés) es una modalidad emergente en cuanto a imágenes ópticas se refiere en el área de óptica biomédica, medicina y oftalmología. Esta técnica ofrece una alta resolución en imágenes internas de una microestructura biológica mediante mediciones de luz retroesparcida [12].

Las múltiples funciones del OCT engloban muchas áreas de aplicación cómo:

1. Optical Coherence Tomography en ingeniería de tejido.
2. Implementación de la técnica OCT para aplicaciones en el ámbito biológico.
3. Imágenes del segmento anterior del ojo con OCT.
4. Tomografía óptica de coherencia en retina.
5. OCT aplicado en la dermatología.

La técnica OCT es utilizada clínicamente para tomar imágenes retinales. Uno de los inconvenientes para no utilizar ésta técnica es que el escaner que “mapea” la zona anterior del ojo es muy lenta y la segunda, que se considera más importante, es en la que se utiliza una longitud de onda de 830 nm; esta longitud de onda se encuentra en el infrarrojo cercano y presenta un alto índice de esparcimiento de luz

en tejidos opacos y en la esclera, lo que implica pérdidas de intensidad y por lo tanto imágenes de baja calidad. El OCT para esta longitud de onda no puede visualizar estructuras a ciertos ángulos ya que estos ángulos de visualización son indispensables para diagnosticar diferentes deficiencias visuales como el glaucoma.

### 4.2. Biomicroscopio (Lámpara de hendidura)

El biomicroscopio (lámpara de hendidura) es un aparato óptico para uso oftálmico compuesto de una fuente de luz blanca y un microscopio binocular. Se utiliza para estudiar la mayoría de las partes internas del ojo en especial la parte anterior (cristalino, iris, córnea, etc.), pero con ayuda de lentes auxiliares se puede estudiar también la cámara anterior (gonioscopia) y la retina.

#### 4.2.1. Funcionamiento

El biomicroscopio se compone básicamente de 3 partes principales como lo muestra la figura 4.1 :

1. El brazo óptico que alberga los oculares y el sistema de amplificación.
2. El brazo de iluminación que contiene la fuente de iluminación.
3. El marco de posicionamiento del paciente.

Estas partes están conectadas en una base que tiene una consola que la persona que examina al paciente utiliza para mover el brazo óptico y el de iluminación (figura 4.1). Con este tipo de microscopios se pueden realizar múltiples tareas para analizar el globo ocular, entre las más usuales se encuentra: la exploración de la retina para detectar retinopatía diabética, la exploración del segmento anterior al ojo para detectar cataratas y análisis de la topografía de la córnea para detectar traumas epiteliales.

#### 4. Técnicas de exploración



Figura 4.1.: Imagen de un biomicroscopio convencional cuyos componentes principales son: (1) brazo óptico, (2) brazo de iluminación y (3) marco de posicionamiento del paciente.

Una de las ventajas de utilizar la lámpara de hendidura es que cuenta con múltiples componentes ajustables, como el ajuste de los oculares que es por donde se observa al paciente, también permite adaptar la cabeza del paciente a una base del microscopio para mayor comodidad tanto del paciente como para la persona que opera el microscopio. Otra de las características de este aparato es que cuenta con filtros que dejan pasar ciertas longitudes de onda del rango del visible para realizar otras tareas, y por último permite cambiar el ancho del haz de iluminación de la lámpara; esta última característica es la que permite obtener el grosor de la córnea simplemente variando el ancho de la rendija de la lámpara.

#### 4.2.2. Formación de imágenes

Una de las ventajas de usar este tipo de microscopios es que se pueden obtener imágenes de muchas áreas del ojo como el iris y la cámara vitrea. Cuando se analiza un ojo sin irregularidades en la córnea se pueden obtener imágenes como la que se muestra en la figura [4.2](#)

#### 4. Técnicas de exploración

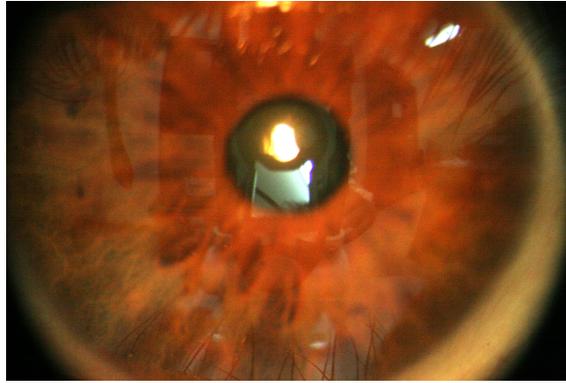


Figura 4.2.: Imagen frontal de un ojo sano tomada con un biomicroscopio.

El procedimiento para la toma de imágenes es muy sencillo y se tienen dos opciones. Como primera opción, observando la figura 4.1, del brazo óptico se puede remover uno de los oculares y hacer un arreglo de lentes que te permitan adaptarlo a una cámara CCD, la otra manera es removiendo toda la caja que sostiene a los oculares y poner un adaptador para una cámara convencional. La diferencia entre estas dos opciones es el costo, ya que una cámara CCD tiene mayor costo que una cámara convencional.

El biomicroscopio nos proporciona una imagen estereoscópica con diferentes niveles de amplificación, ésta puede variar desde 7x a 40x y se divide en tres tipos:

- Amplificación baja (7x a 10x) usualmente utilizada para realizar una vista general del segmento anterior.
- Amplificación media (16x a 25x) es mayormente utilizada para observar capas de la córnea y el cristalino.
- Amplificación alta (30x a 40x) utilizada para observar detalles, en cualquier segmento del ojo.

Una desventaja es que al ir aumentando la amplificación, el campo visual disminuye considerablemente, es por esto que cuando se empieza a examinar a un paciente se debe empezar con amplificación baja para obtener un campo de visión alto.

### 4.2.3. Técnicas de iluminación (parte anterior al ojo)

Como se mencionó en la sección 4.2.1 la lámpara de hendidura permite variar el ancho del haz de iluminación, con esto las distintas técnicas de iluminación se llegan a realizar por la combinación del sistema de iluminación y observación del biomicroscopio. Las técnicas de iluminación que se pueden realizar con el biomicroscopio son las siguientes:

- Iluminación difusa

Consta de un haz de luz circular o difuso que es dirigido oblicuamente al segmento anterior, se utiliza iluminación baja a media con el uso opcional de un filtro difusor. La magnificación para éste caso es baja y con un ángulo de iluminación de 45 grados. Este tipo de iluminación permite evaluar la observación general de párpados y pestañas, esclera y vasos sanguíneos, córnea, iris y pupila.

- Iluminación directa

Este tipo consta de un haz luminoso enfocado en el área a observar, se utiliza una hendidura ancha (1mm a 3mm) formando un volumen sólido; enfocado sobre la estructura que se va a examinar y se utiliza una intensidad luminosa baja o media. El ángulo de iluminación debe ser de 30 a 45 grados y permite evaluar los nervios corneales, cicatrices en la córnea, la superficie del cristalino y la evaluación de la adaptación de lentes de contacto.

- Iluminación indirecta

El haz luminoso se hace incidir en una zona adyacente a la zona a observar (zona lesionada), se utiliza un haz de luz blanca en forma de paralelepípedo el cual puede ser enfocado sobre la córnea o el cristalino utilizando iluminación baja o media. Para éste tipo de iluminación se debe hacer incidir el haz a un ángulo de 30 a 45 grados y puede analizar: erosiones epiteliales, cicatrices corneales, patologías del iris, entre otras.

- Retro-Iluminación (directa e indirecta)

En ambos tipos de iluminación se aprovecha la luz que se refleja del iris o de la retina, con la diferencia que en la retro-iluminación directa (RID) se hace incidir

#### 4. *Técnicas de exploración*

la luz reflejada sobre la zona de la córnea que se va a observar mientras que en la indirecta (RII) se hace incidir al luz reflejada en un área adyacente a la zona corneal donde se va a observar. En ambos tipos de iluminación se utiliza una intensidad de luz media-alta y una magnificación media-alta. Las zonas a estudiar son: cuerpos extraños en la córnea y depósitos en lentes de contacto (RID) y distrofias corneales, opacidades de cristalino para retroiluminación indirecta (RII).

## 5. Espectrofotometría en córneas

En este capítulo se describirá la técnica de espectrofotometría, ésta permitió obtener el rango espectral óptimo para implementar la formación de imágenes infrarrojas, la cual es de mucha utilidad para la medicina oftálmica moderna.

También, en este capítulo se mostrarán los resultados del estudio de espectrofotometría realizado en córneas de cerdo y córneas humanas. Mediante este estudio se diferenciarán las regiones espectrales de mayor absorción y transmisión. Conociendo estas regiones permitió conocer los intervalos espectrales que se podrán utilizar para implementar técnicas de formación de imágenes de la parte anterior del ojo.

### 5.1. Espectro electromagnético

La luz puede representarse como una onda electromagnética armónica que se propaga tanto en el vacío como en los materiales. El espectro electromagnético está compuesto por una amplia gama de frecuencias y cada una de estas tiene asociada una longitud de onda y una energía. En el rango visible, el color violeta tiene la menor longitud de onda mientras que el color rojo presenta una mayor longitud de onda. El rango del espectro visible se encuentra de los 400 a los 700nm aproximadamente. Los rayos X y los rayos gamma se encuentran con longitudes de onda menores respecto al espectro visible, mientras que el infrarrojo y las microondas se encuentran en longitudes de onda mayores que el espectro visible como lo muestra la figura 5.1.

La figura 5.1 nos muestra que, conforme aumenta la longitud de onda, la frecuencia disminuye y viceversa. La luz visible es solamente una fracción de lo que conforma todo el espectro electromagnético, el cual se extiende desde las ondas de radio ( $\lambda$  grandes), hasta los rayos gamma, longitudes de onda muy cortas.

El rango espectral que le corresponde al infrarrojo se encuentra desde los 700nm hasta los  $1 \times 10^6$  nm y se clasifican, de acuerdo a su longitud de onda, de la siguiente

## 5. Espectrofotometría en córneas

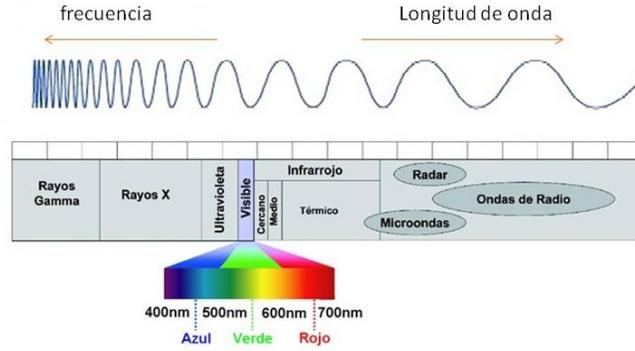


Figura 5.1.: Divisiones del espectro electromagnético [5].

manera:

- Infrarrojo cercano ( $800nm - 2500nm$ )
- Infrarrojo medio ( $2.5\mu m - 50\mu m$ )
- Infrarrojo lejano ( $50\mu m - 1000\mu m$ )

### 5.2. Espectrofotometría

Existen muchas regiones del espectro electromagnético (rayos x, microondas, infrarrojos, etc.) y cada región se puede utilizar para realizar un experimento específico; uno de los más utilizados es la región del espectro visible. La descomposición de la luz blanca en sus diferentes frecuencias es llamada espectrofotometría. Ésta técnica nos permite obtener información de la radiación absorbida y transmitida en un material.

El dispositivo utilizado para el análisis de luz transmitida por una muestra es el espectrofotómetro, figura 5.2. El espectrofotómetro es un instrumento formado por una fuente de luz blanca figura 5.2-(a), con ésta se ilumina la muestra b); una rejilla de difracción que separa la radiación que se transmite en el material de estudio en sus componentes de longitud de onda (figura 5.2-(c)) y un detector fotosensible que registra el espectro transmitido (figura 5.2-(d)). La información obtenida, es decir, el porcentaje de transmitancia en función de la longitud de onda es almacenada en una computadora (figura 5.2-(e)).

El dispositivo que utilizamos para los experimentos en esta tesis, es un espectrofotómetro marca Stellarnet con un espectro de emisión de 300 a 2500 nm y dos detectores fotosensibles de 400-800 nm en el visible y de 800-1700nm en el cercano

## 5. Espectrofotometría en córneas

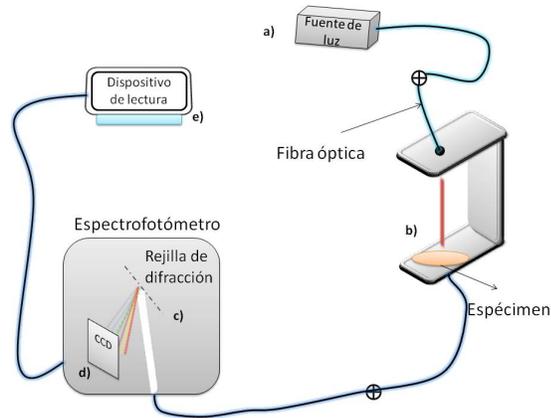


Figura 5.2.: Esquema del dispositivo utilizado para la obtención de pruebas espectrofotométricas de las diferentes córneas.

infrarrojo.

### 5.3. Tipos de córneas utilizadas en el experimento

Para la realización de los experimentos se utilizaron córneas de cerdo sanas, córneas de cerdo opacas y córneas humanas opacas. Se utilizó córnea de cerdo debido a la gran similitud que presentan con la composición de las córneas humanas [10]. En las secciones siguientes se presentará un comparativo de la córnea de cerdo y la córnea humana desde la perspectiva de la transmitancia de la luz en ambos tejidos, donde se podrán apreciar mejor las similitudes de la respuesta de ambas córneas a la luz que transmiten.

Las córneas humanas utilizadas fueron de pacientes a los que se les practicó trasplante de córnea, cada uno con un problema de opacidad invasivo diferente.

#### 5.3.1. Técnica de extracción de córnea de cerdo

Para el proceso de la extracción de córneas se utilizaron los siguientes elementos: un bisturí, unas pinzas quirúrgicas, un recipiente circular y unas tijeras quirúrgicas. Se montó el ojo en el recipiente circular cubriendo el hemisferio inferior de éste con una gasa para evitar deslizamientos dentro del recipiente, posteriormente se hizo una pequeña incisión en la frontera de la córnea con la esclerótica; se sujetó parte de la córnea del área donde se hizo la incisión para empezar el corte de la córnea desde

## 5. Espectrofotometría en córneas

ese punto. La figura 5.3 muestra parte del proceso de la extracción de la córnea y la córnea extraída.



(a)

(b)

Figura 5.3.: Extracción de córnea de cerdo, a) ojo completo y b) córnea extraída.

A diferencia de la queroplastia (QP), forma en que también se denomina al transplante de córnea, aquí no importa si la córnea esta sana o maltratada al momento de extraerla, ya que no se implementará un transplante. En nuestro caso es mejor si la córnea se encuentra opaca o con traumas (daños por agua hirviendo, cortaduras, etc.) ya que así se puede analizar profundamente con la técnica de espectrofotometría y posteriormente implementar la obtención de imágenes infrarrojas en la parte anterior de ojo.

Para poder obtener una córnea con opacidad uniforme, ésta se sumergió en diferentes soluciones con el fin de obtener diferentes grados de opacidad. Empezando con formol al 10 % y posteriormente hidróxido de amonio al 10 %, 20 %, 25 %, 50 %, 75 % y 100 %. Lo que se logró sumergiendo la córnea en estas soluciones fué una opacidad en el tejido corneal, lo que implica que se obtendra un cierto grado de opacidad dependiendo la concentración que se utilice.

### 5.4. Transmitancia en córnea de cerdo

Una de las funciones más importantes de la córnea es la absorción y expulsión de agua, gran porcentaje del volumen de ésta es agua que va perdiendo una vez que se extrae del ojo ya que no tiene una fuente de nutrición. Debido a la importancia

## 5. Espectrofotometría en córneas

del agua en los procesos del ojo y a su abundancia en éste, se obtuvo el espectro transmisión de  $1\text{ mm}$  de agua destilada que nos servirá como referencia cuando se compare con la transmisión de la luz en una córnea sana y con sus diferentes grados de opacidad. De acuerdo con Thomas J. T. *et. al.* [6], la forma del espectro de una córnea humana sana es similar a la del agua destilada, por esto, se toma el agua destilada como la referencia en todos los experimentos espectrofotométricos como lo muestra la figura 5.4.

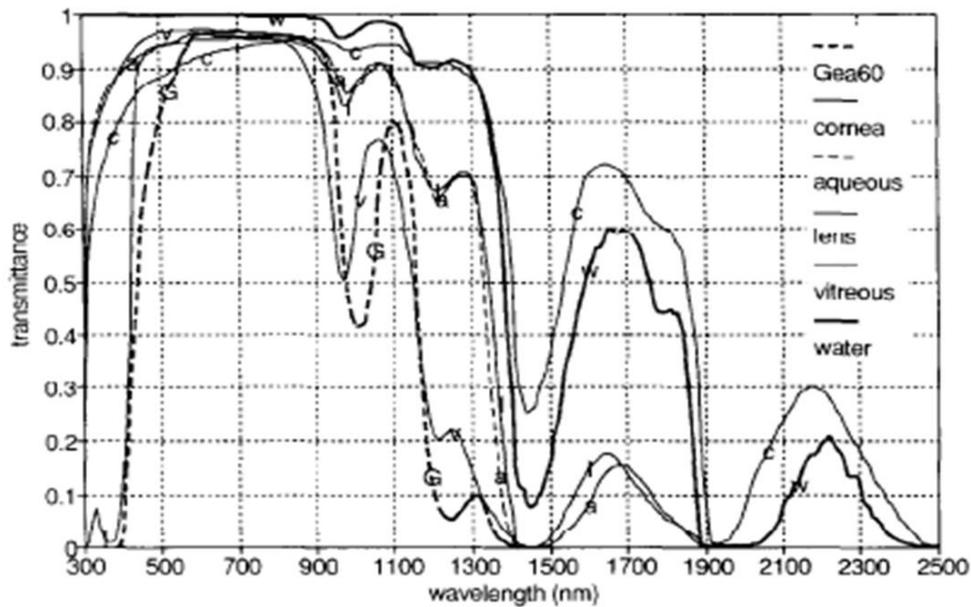


Figura 5.4.: Curvas de transmisión en el rango visible e infrarrojo cercano de algunas componentes del ojo (Thomas J. *et al.* [6]).

El rango espectral en el que se realizaron los experimentos fue de  $400\text{ nm}$  a  $1700\text{ nm}$  que corresponde del visible al infrarrojo cercano. Se extrajeron aproximadamente 10 córneas de ojo porcino de las cuales se presentan los resultados de 2 córneas aptas para realizarles pruebas espectrofotométricas y conocer su transmitancia. En la tabla 5.1 se muestran todas las córneas que se caracterizaron con espectrofotometría y posteriormente se muestran las curvas de transmitancia.

## 5. Espectrofotometría en córneas

Etiqueta	Tipo de córnea	Condición en la que se encuentra	Concentración de hidróxido de a
#1	cerdo	sana	0 %
#2	cerdo	sana	0 %
#3	cerdo	opacidad inducida	50 %
#4	cerdo	opacidad inducida	50 %

Tabla 5.1.: Etiqueta, tipo y condiciones en la que se encuentran las córneas utilizadas para el estudio espectrofotométrico.

En la figura 5.5 se muestra el espectro de transmisión de la córnea #1, de acuerdo con la tabla 5.1.

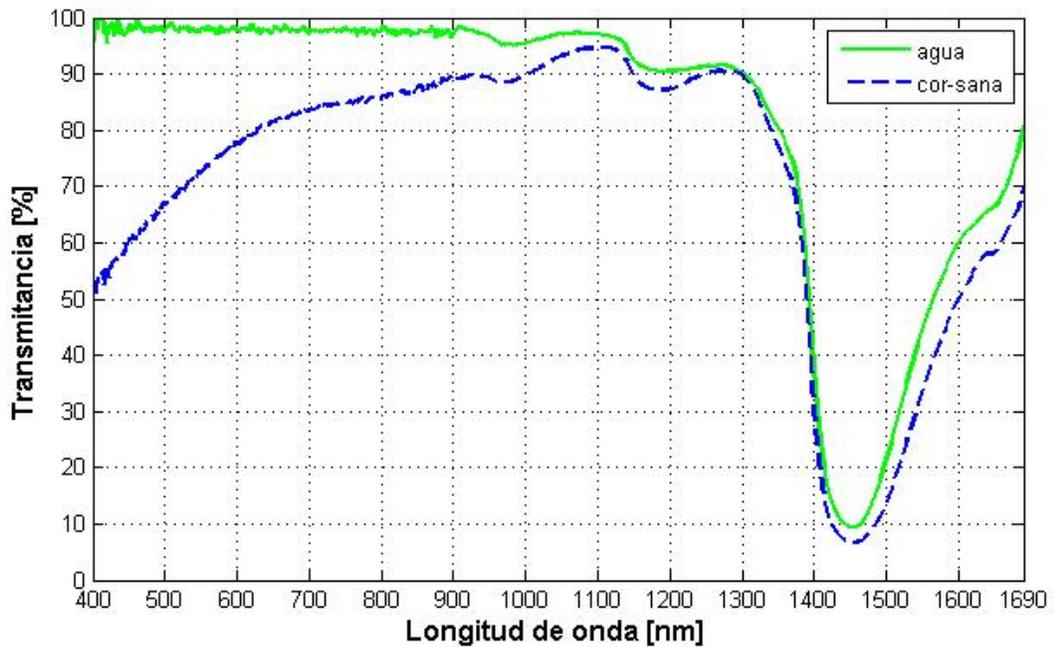


Figura 5.5.: Resultados experimentales de transmitancia, córnea de cerdo sana (línea punteada) y el espectro de transmitancia del agua destilada (línea continua) como referencia.

La figura 5.5 muestra la curva de transmitancia de la córnea #1 (tabla 5.1) en función de la longitud de onda. Se observa un comportamiento creciente en la región visible, iniciando en 400nm con 50 % de transmitancia, alcanzando un 90 % en los 900nm. Se presentan dos máximos característicos en las regiones de 1000 a 1150 nm y 1200 a 1300 nm; también se presenta un valle de absorción en la región de 1350 a

## 5. Espectrofotometría en córneas

1550 nm concordando con algunas de las características más observables del espectro de transmitancia del agua destilada.

En la figura 5.6 se presentan los resultados experimentales resultantes de la córnea #2 referente a la tabla 5.1.

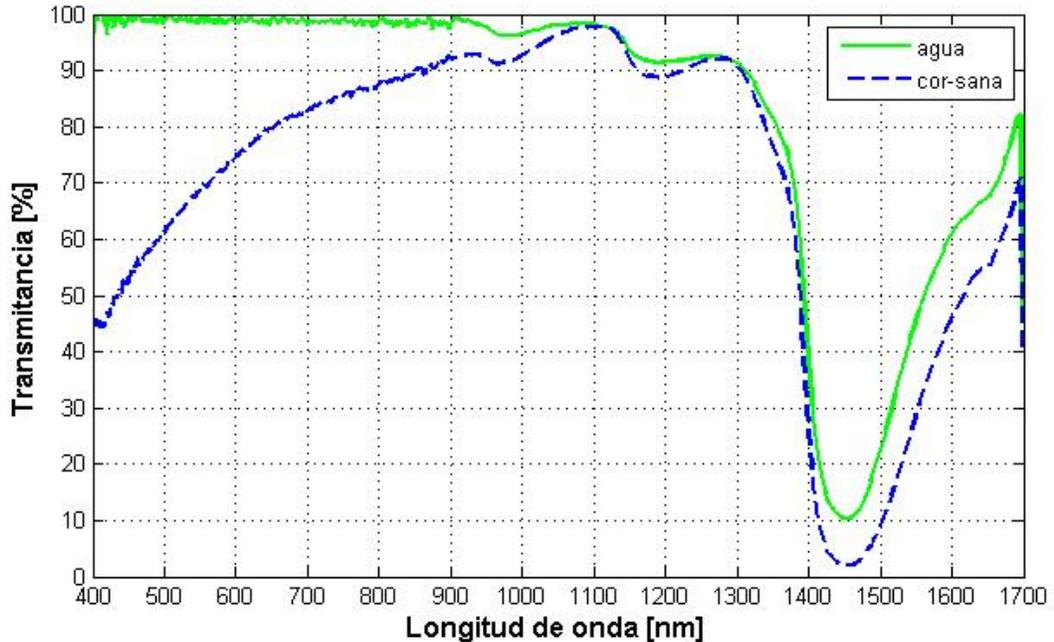


Figura 5.6.: Resultados experimentales de transmitancia en córnea de cerdo sana (línea punteada) y el espectro de transmitancia del agua destilada (línea continua).

En ésta se muestra la curva experimental de transmitancia en función de la longitud de onda y se aprecian semejanzas con la figura 5.5, se observa un comportamiento creciente no lineal en la región de los 400 a los 900 nm comenzando con una transmitancia de alrededor de 45 % y alcanzando 90 %, se observan dos máximos en el cercano infrarrojo en las regiones de 1000 a 1150 nm y de 1200 a 1300 nm aproximadamente; también muestra un valle de absorción en la región infrarroja de 1400 a 1500 nm que corresponde a la misma región de absorción del agua.

Una vez hecho el análisis anterior, abordaremos ahora el problema de transmitancia en córnea opaca, el procedimiento de opacamiento se mencionó en la sección 5.3.1 donde se habló de las cantidades de hidróxido de amonio donde se sumergieron las córneas de cerdo utilizadas para producir un opacamiento uniforme. A continuación

## 5. Espectrofotometría en córneas

en la figura 5.7 se presentan los resultados experimentales de la córnea #3 referente a la tabla 5.1.

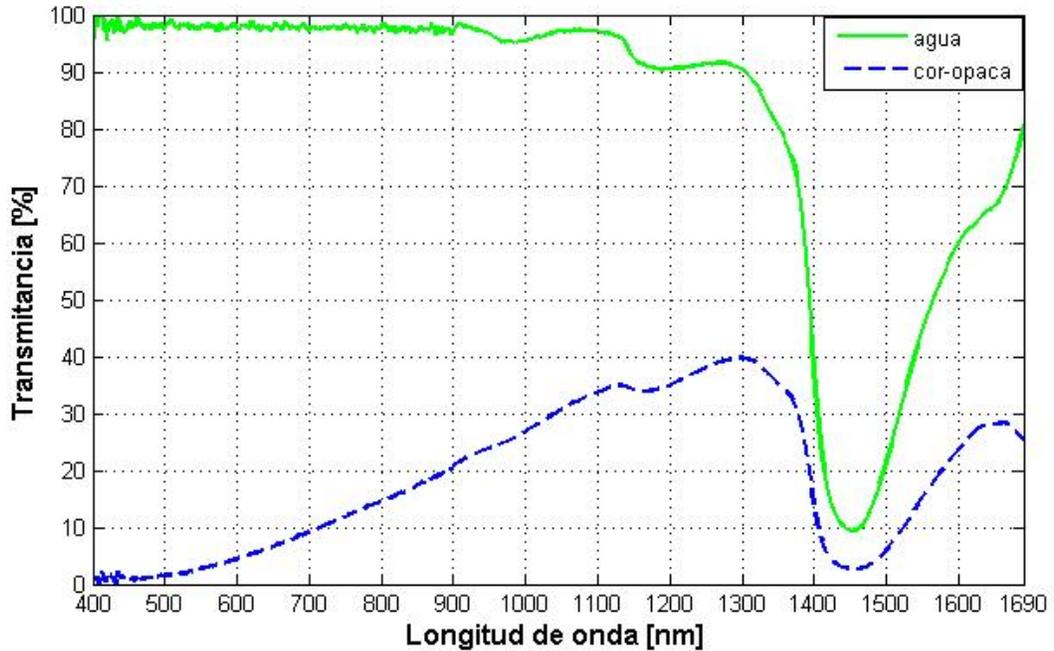


Figura 5.7.: Resultados experimentales de transmitancia en córnea de cerdo con opacidad (línea punteada) y el espectro de transmitancia del agua destilada (línea continua).

En ésta se observa un crecimiento casi lineal en la región de los 400 nm (visible) hasta los 1100 nm (infrarrojo cercano), mostrando un máximo de transmitancia en la región alrededor de los 1300 nm y 1650 nm, ambos en el infrarrojo cercano; también muestra un valle de absorción en la región de los 1450 nm coincidiendo con la del agua destilada y con los casos anteriores de córnea sana. Se puede observar también un decaimiento en la transmitancia es de hasta un 75 % para el rango del visible y hasta un 50 % para el rango del infrarrojo cercano comparado con el espectro de una córnea sana (figuras 5.5 y 5.6).

En la figura 5.8 se presentan los resultados experimentales resultantes de la córnea #4 (ver tabla 5.1).

## 5. Espectrofotometría en córneas

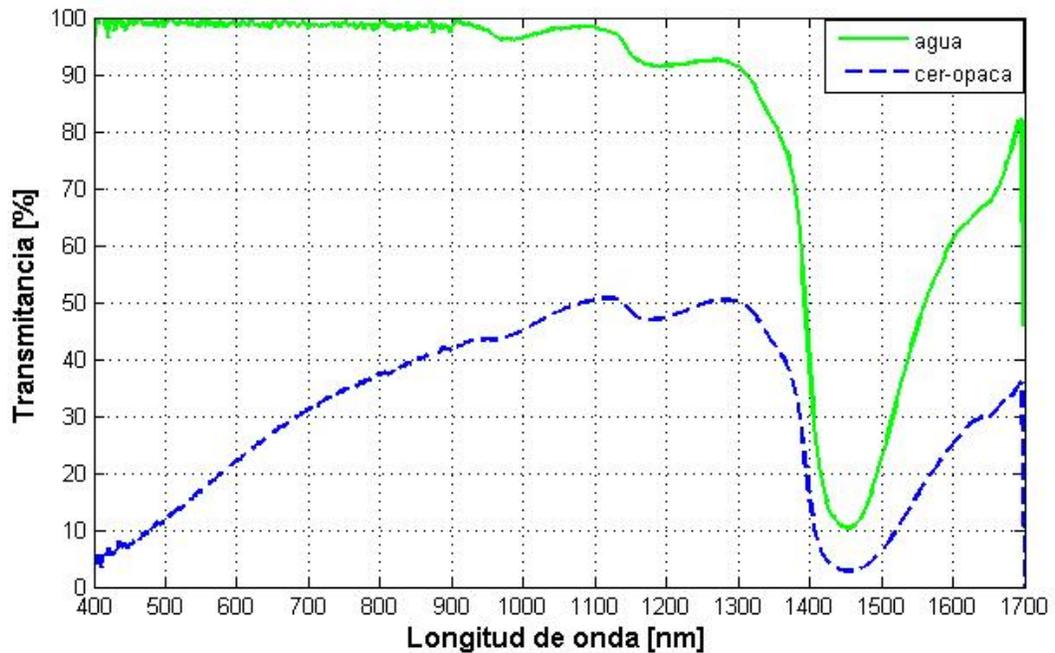


Figura 5.8.: Resultados experimentales de transmitancia en córnea de cerdo con opacidad (línea punteada) y el espectro de transmitancia del agua destilada (línea continua).

Para el caso de la figura 5.6 se observa un decaimiento en la transmitancia por encima del 50% para el rango del visible y de un 40% para el rango del infrarrojo cercano, se observa el mismo valle de absorción en los  $1450\text{nm}$  al igual que en las otras gráficas mostradas anteriormente que parecen ser invariantes ante circunstancias de opacidad. En este caso la transmitancia en la región de los  $400\text{nm}$  es menor que el 10% y aumenta casi linealmente hasta los  $900\text{nm}$  con una transmitancia de hasta un 40% aproximadamente.

De lo anterior podemos observar que el decaimiento en la transmitancia es mayor en la región del visible y de menor grado en el cercano infrarrojo ( $900 - 1700\text{nm}$ ).

## 5.5. Trasmítancia en córnea humana con opacidad

El problema de la presencia de opacidad en la córnea de una persona puede deberse a múltiples factores: patologías como la queratitis o alteraciones inmunitarias, traumas debido a quemaduras o rasguños. A continuación se presenta un estudio espectrofotométrico realizado en córneas humanas con opacidad. Estas córneas fueron donadas por una clínica de ojos, a las personas que se les retiraron estos elementos oculares fueron intervenidos quirúrgicamente para un trasplante de córnea y la opacidad en ésta fue debido a que se les presentó una patología en el ojo; por lo que los resultados que se presentan a continuación son de córneas humanas con una opacidad causada naturalmente, es decir, no se alteraron en el laboratorio.

Para estos primeros casos el procedimiento fué el siguiente: se analizó la córnea en dos zonas. Debido a que el haz de luz utilizado para la espectrofotometría tiene un diámetro de  $5\text{ mm}$  aproximadamente, nos permitió muestrear en diferentes zonas de la córnea como se muestra en el diagrama de la parte frontal de ojo (figura 5.9).

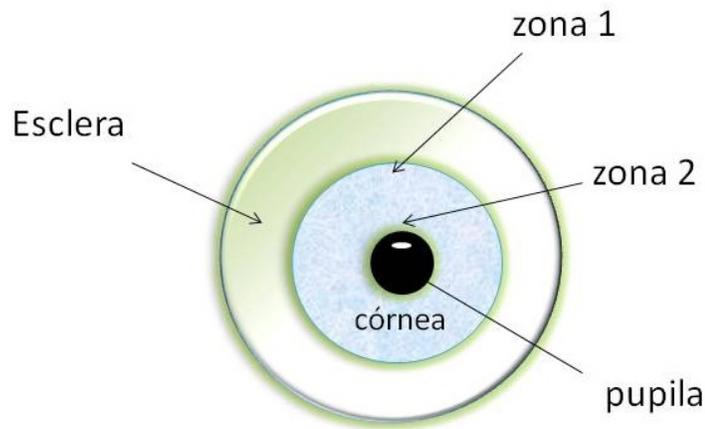


Figura 5.9.: Zonas de muestreo en la córnea donde se obtuvieron las mediciones espectrofotométrica.

La razón por el cual se realizó el tipo de muestreo en las zonas mostradas en la figura 5.9 se debe a dos factores: el espesor de la córnea y la opacidad en estas dos áreas no son uniformes [10]. Los experimentos se realizaron en seis córneas humanas de diferentes pacientes, las características de cada córnea se presentan en la tabla

## 5. Espectrofotometría en córneas

5.2 y los resultados de la medición de transmitancia se presentan a continuación

Paciente	Edad	Causas de extracción de la córnea
a)	63 años	córnea opaca
b)	63 años	córnea opaca
c)	69 años	córnea opaca
d)	65 años	córnea opaca
e)	79 años	córnea opaca
f)	79 años	córnea opaca

Tabla 5.2.: Características de las córneas humanas opacas utilizadas en los experimentos de espectrofotometría.

Los resultados de la espectrofotometría en la córnea (a) (tabla 5.2) se presenta en la figura 5.10.

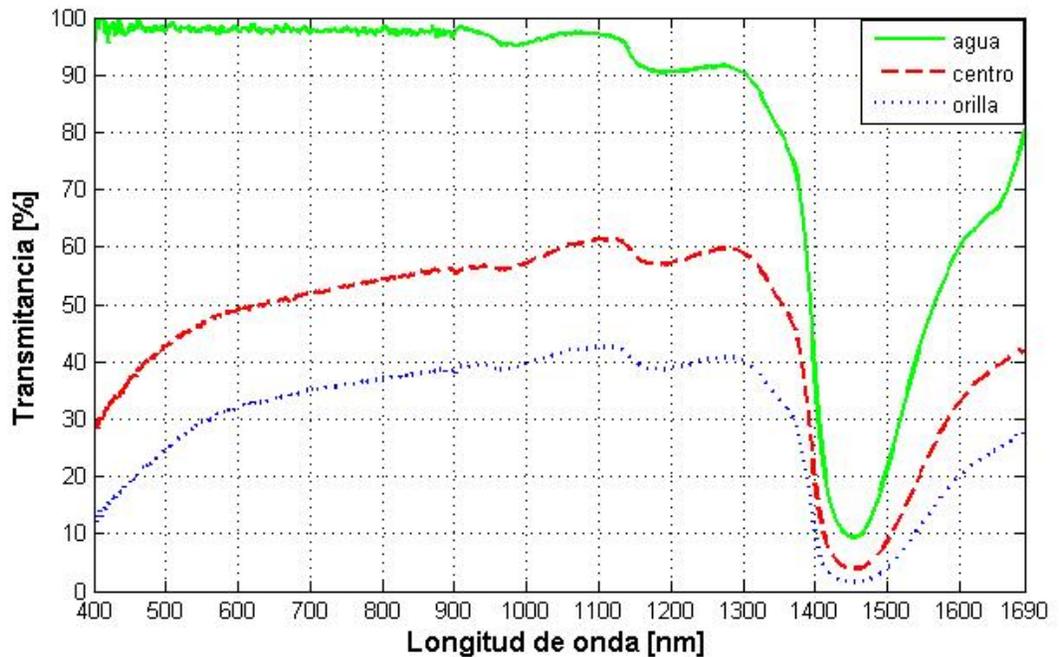


Figura 5.10.: Resultados experimentales espectrofotométricos en una córnea humana (a) con opacidad en las regiones mostradas en la figura 5.9

La curva en azul (línea con puntos) muestra los resultados obtenidos en la zona 1 de muestreo (ver figura 5.9) y la curva en color rojo (línea con guiones) son resultados

## 5. Espectrofotometría en córneas

de la zona 2 de muestreo que ilustra la figura 5.9. Para este caso, la transmitancia aumenta casi linealmente entre los 400 y 580nm, entre 580nm a 950nm cambia linealmente con una pendiente menor; en las regiones de 1000 a 1150nm y de 1150 a los 3000nm ambas curvas presentan dos máximos que concuerdan con la transmitancia del agua destilada y también en el intervalo de 1400 a los 1550nm se presenta un valle de absorción.

El porcentaje de transmitancia es de aproximadamente 20 % mayor en la zona 2 (centro de la córnea).

El estudio realizado en la córnea (b) (tabla 5.2), mostró un perfil de transmitancia similar a la córnea del paciente (a) , más no en el porcentaje de transmitancia como se observa en la figura 5.11

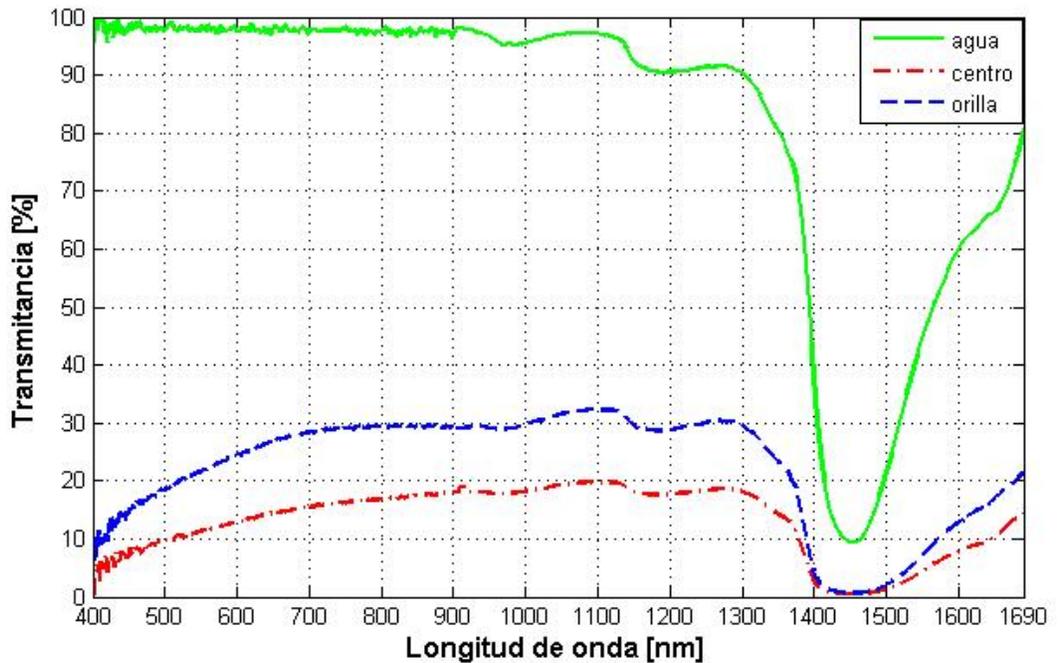


Figura 5.11.: Resultados experimentales de transmitancia en una córnea humana (b) realizadas en las zonas mostradas en la figura 5.9.

Las curvas de la figura 5.11 muestran un comportamiento similar, empezando con una pendiente creciente a partir de los 400 nm hasta los 900 nm, mostrando dos máximos en la región del infrarrojo cercano (de 1000 a 1150 nm y de 1150 a 1300 nm); se puede observar un valle de absorción que coincide para ambas curvas en

## 5. Espectrofotometría en córneas

la región de los 1400 a los 1500 nm como se ha observado con todas las pruebas espectrofotométricas anteriores.

Como se puede observar en la figura 5.10 y 5.11 la amplitud de transmitancia no es la misma en cada región de la córnea a pesar de que ambas presentan opacidad. También se puede observar que la transmitancia no depende totalmente del grosor, sino que es una combinación de ambos (espesor y opacidad). Se sabe que la córnea presenta menor espesor en el centro que en las partes adyacentes a la esclera [7], uno esperaría que, la transmitancia disminuyera considerablemente en la zona adyacente a la esclera (orilla) a debido a su mayor grosor que en el centro de la córnea, lo cual no sucede como lo muestran la figura 5.11.

Las diferencia que muestra una córnea opaca de cerdo con una córnea humana opaca básicamente radica en el porcentaje de transmitancia, ya que la “forma” de la curva de transmitancia es similar en la región de infrarrojo cercano como lo muestra la figura 5.12

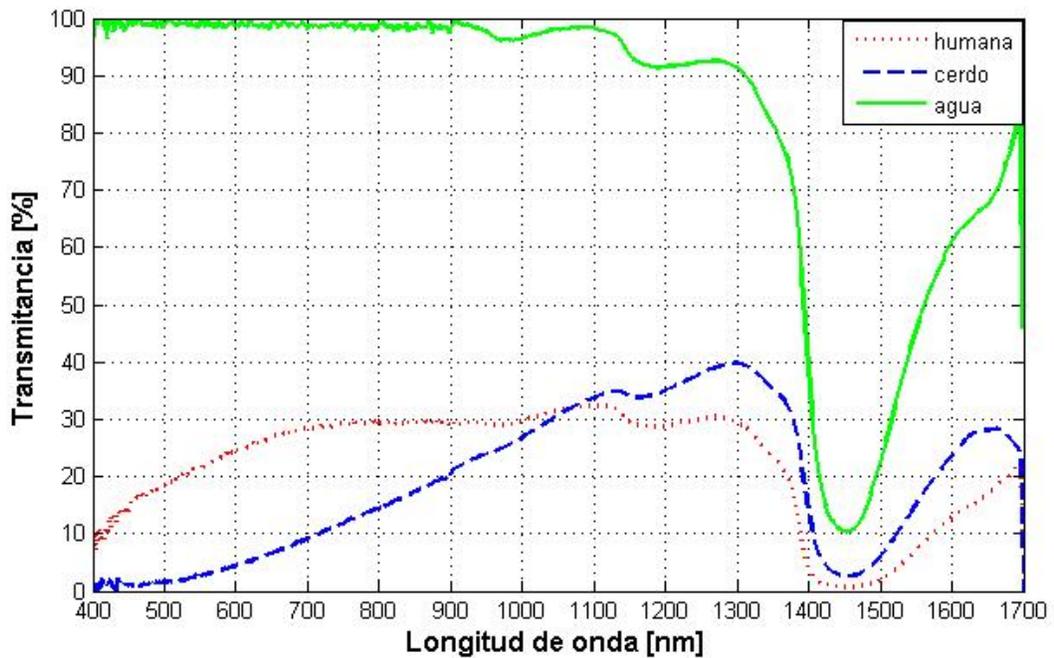


Figura 5.12.: Resultados experimentales de la transmitancia en córnea de cerdo opaca y córnea humana opaca tomando como referencia la transmitancia del agua destilada.

## 5. Espectrofotometría en córneas

En la figura 5.12 se observa la similitud de las curvas obtenidos de los resultados experimentales de la transmitancia en córnea de cerdo opaca y en córnea humana opaca en la región infrarroja. La transmitancia para la córnea de cerdo aumenta linealmente de los 400 a los 1100  $nm$  aproximadamente, mientras que la córnea humana no se comporta igual. Una característica importante de ambas córneas es, que en la región del infrarrojo cercano (1100 – 1700  $nm$ ) tienen un comportamiento muy parecido, y el valle de absorción en la región de 1450 $nm$  aproximadamente coincide con el valle de absorción del agua destilada. También se observa que la transmitancia en la región infrarroja (700  $nm$  – 1350  $nm$ ) es mayor que en la zona del visible (400  $nm$  – 700  $nm$ ).

Para entender un poco más acerca de las curvas de transmitancia en las diferentes regiones de la córnea, se presenta a continuación un estudio comparativo de tres zonas de la córnea donde medimos la transmitancia.

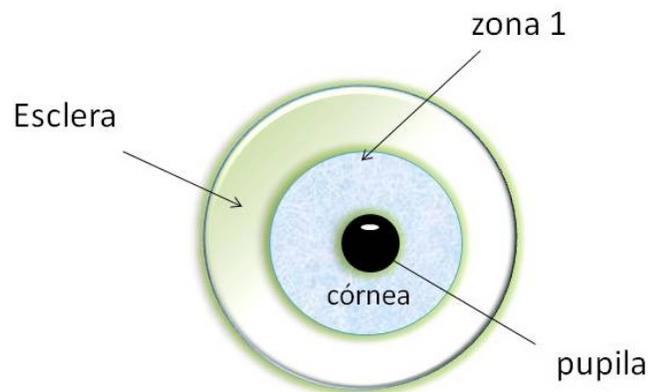


Figura 5.13.: Regiones de la córnea adyacentes a la esclera donde se midió la transmitancia.

La figura 5.13 muestra las zonas donde se analizaron todas las córneas humanas, es decir, ahora se muestreó en una región de la córnea adyacente a la esclera, obteniendo los resultados que se muestran.

La figura 5.14 muestra seis curvas de transmitancia en función de la longitud de onda, éstas fueron obtenidas en la zona 1 (figura 5.13) para cada córnea mencionada en la tabla 5.2 (córneas humanas con opacidad). En estas se observa un comportamiento ligeramente creciente en la región de los 400 a los 900  $nm$ , en la región del infrarrojo cercano se muestran dos máximos principales en los intervalos de 1000 a

## 5. Espectrofotometría en córneas

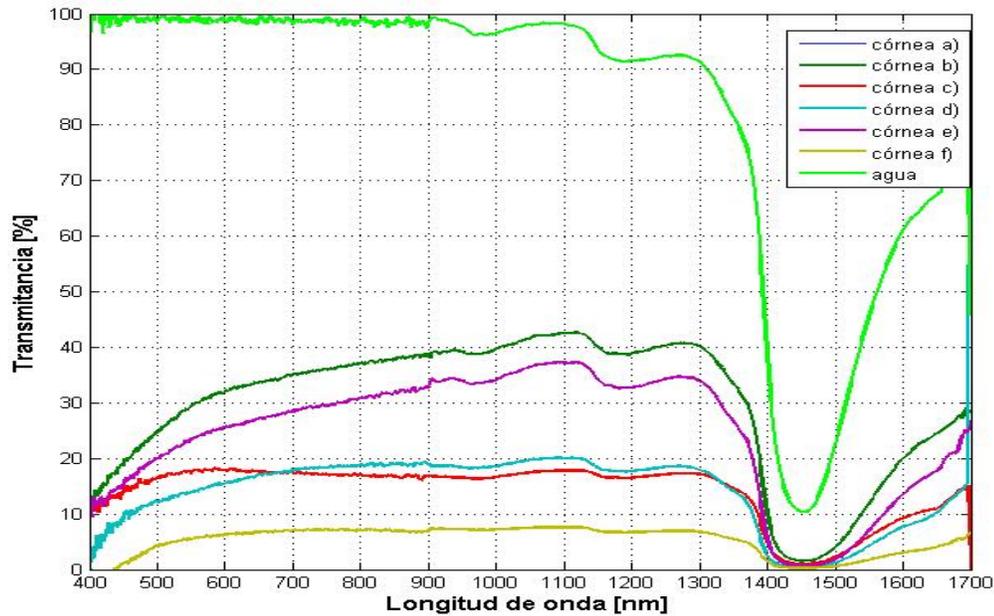


Figura 5.14.: Resultados experimentales de la espectrofotometría obtenidas en las córneas humanas en la zona 1, la cual se muestra en la figura 5.13.

1150 nm y de 1150 a 1300 nm respectivamente; además todas presentan un valle de absorción en la región de 1400 a 1500 nm, una vez más se muestra la curva del agua que se toma como referencia.

Debido a la inhomogeneidad de la opacidad en la córnea se realizaron experimentos espectrofotométricos de las córneas mostradas en la tabla 5.2, ahora realizando el muestreo en la región central de la córnea como se indica en la figura 5.15

Una vez mencionada la zona de muestreo para el siguiente caso, se presentan las curvas de transmitancia obtenidas para cada córnea de la tabla 5.2. Se puede observar que el porcentaje de la transmitancia no es la misma en toda la córnea, sino que cambia de acuerdo a la zona donde se mide como lo muestra la figura 5.16. Sin embargo, el perfil de transmitancia en el intervalo de 400 a 1700 nm es parecido.

La figura 5.16 muestra la variación de la transmitancia para las córneas mencionadas en la tabla 5.2. Nuevamente se puede observar el comportamiento creciente en la región del visible (400 – 900 nm), se presentan nuevamente los máximos en la región del cercano infrarrojo (1000 – 1150 nm) y (1150 – 1300 nm) además se observa también el valle de absorción en la región de 1400 a 1500 nm. A pesar que se utilizaron

## 5. Espectrofotometría en córneas

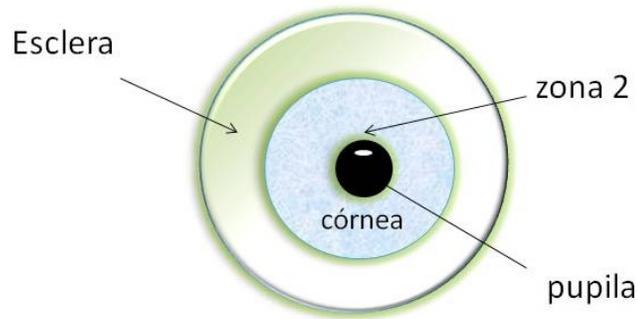


Figura 5.15.: Región (zona 2) de la córnea donde se midió la transmitancia en función de la longitud de onda.

las mismas córneas, la transmitancia no es la misma en cada área muestreada como se ve en la figura 5.14 y 5.16, esto puede deberse a que la opacidad que presentan no es uniforme sobre toda la córnea. Los máximos de transmitancia de las mediciones están en el infrarrojo cercano ( $1100\text{ nm}$ ) y presentan un valle de absorción ( $1450\text{ nm}$ ) aproximadamente.

En todas las curvas espectrofotométricas mostradas en éste capítulo se observa una similitud en la transmitancia de las córneas de cerdo y córneas humanas en la región del cercano infrarrojo, mostrando dos máximos principales en las regiones de  $1100$  a  $1150\text{ nm}$  y de  $1150$  a  $1300\text{ nm}$  aproximadamente, también se encuentra un valle de absorción en la región de  $1400$  a  $1500\text{ nm}$  que concuerda con la gráfica de transmitancia del agua destilada que se toma como referencia según muestra Thomas J. T. *et al.* [6]. Observando estas regiones de transmitancia en el cercano infrarrojo, se puede considerar a la región del cercano infrarrojo (entre  $900$  y  $1350\text{ nm}$ ) como una “ventana” del espectro electromagnético para la formación de imágenes en el segmento anterior del ojo aún en la presencia de opacidad en la córnea. Esto permitirá a los oftalmólogos elaborar un mejor diagnóstico.

## 5. Espectrofotometría en córneas

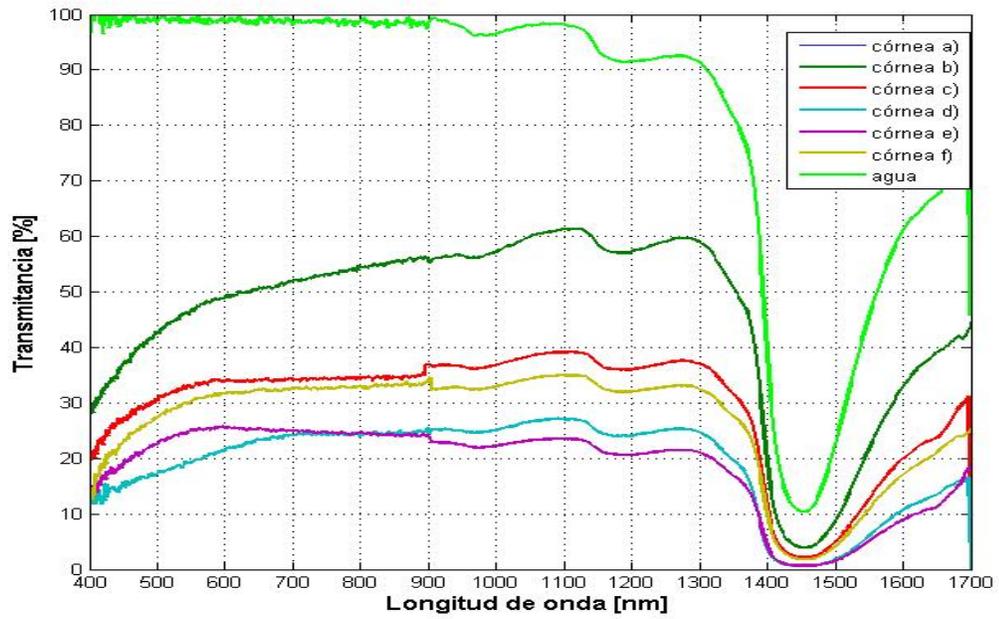


Figura 5.16.: Resultados experimentales de la espectrofotometría obtenidas en las córneas humanas en la zona 2 como lo muestra la figura 5.13.

## 6. Formación de imágenes en el segmento anterior al ojo

Cuando un paciente presenta opacidad en la córnea, el oftalmólogo está limitado en la valoración del ojo. Simplemente, no podrá observar lo que hay después de la córnea dado que la valoración es llevada a cabo con luz visible (400 - 700 nm). Considerando los resultados del capítulo anterior se consideró la probabilidad de realizar la formación de imágenes del segmento anterior del ojo con luz infrarroja.

Las imágenes infrarrojas (IR) han sido usadas en el pasado pero sin las ventajas que ofrece la tecnología del siglo XXI. Las primeras imágenes infrarrojas se obtuvieron con película fotográfica infrarroja, sin embargo eran muy delicadas debido al rango en que operan este tipo de películas. Hoy en día existen sensores infrarrojos que facilitan el trabajo de la toma de imágenes en una zona del ojo específica.

Las múltiples aplicaciones de esta área abarcan desde la medicina como la termografía (7.5 – 13  $\mu m$ ) hasta la tecnología militar, teniendo un amplio campo de estudio. Específicamente, en esta sección se exploró una de las ramas de la medicina implementando la obtención de imágenes infrarrojas en el estudio del segmento anterior al ojo en presencia de opacidad en la córnea.

Para la toma de imágenes se utilizó un biomicroscopio como el que se describe en la sección 6.1, se adaptó un filtro infrarrojo (850 - 2500 nm) y una cámara CCD con las siguientes especificaciones:

- Marca U-EYE, modelo 2210SE-M-GL
- Resolución de 640 x 480 pixeles
- ancho espectral: 400 a 1000  $nm$
- tamaño de pixel de  $9.9 \times 9.9 \mu m$

## 6. Formación de imágenes en el segmento anterior al ojo

Una vez montada la cámara CCD en el biomicroscopio, se colocó el ojo de cerdo con córnea sana frente al biomicroscopio y se iluminó con luz blanca obteniendo las primeras imágenes como lo muestra la figura 6.1.

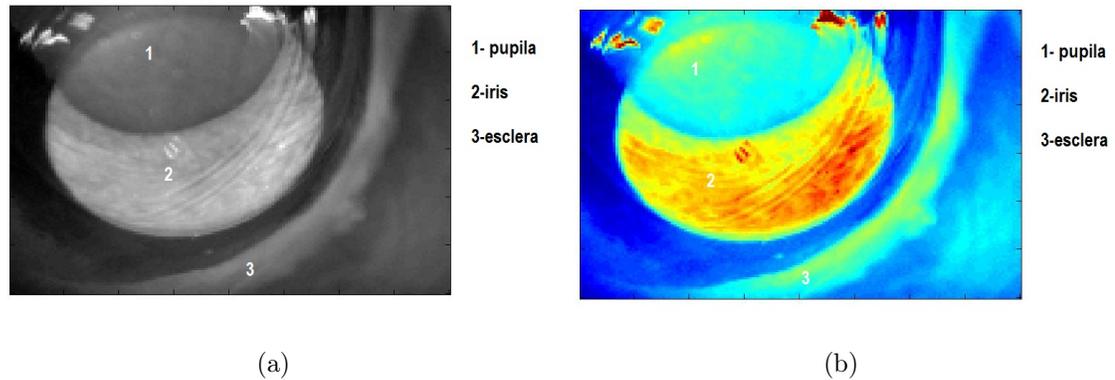


Figura 6.1.: Imagen frontal de un ojo con córnea sana iluminada con luz blanca, a) en escala de grises y b) con un mapa de colores (colores falsos).

La figura 6.1 muestra una sección de un ojo con córnea sana donde se aprecia la pupila (semi-círculo negro) y el iris (debajo de la pupila en color gris claro). En la figura de la derecha se aprecia la misma figura pero con un mapa de colores “colores falsos”. Con un mapa de colores falsos uno puede analizar detalles, además de que algunos oftalmólogos lo consideran más cómodo. Posterior a esto, se opacó la córnea y se tomaron imágenes en el mismo rango del visible obteniendo las imágenes mostradas en las figura 6.2

La figura 6.2 (a) muestra una imagen de un ojo con córnea opaca y en la figura 6.2 (b), la misma imagen pero mostrada en una escala de colores falsos donde el área de la pupila no se distingue bien, pero se pueden apreciar dos regiones en la córnea que corresponderían a la pupila (zona izquierda superior con color gris claro) y una zona que rodea color gris más oscuro que es donde se encuentra el iris. En las figuras 6.1 (a) y 6.2 (b) se muestra un mapa de colores alternativo (colores falsos) a la imagen en escala de grises como herramienta para el oftalmólogo, con esto la persona que observa puede dar un mejor diagnóstico.

Como se puede observar en la figura 6.2 utilizando luz blanca no se pueden apreciar detalles del ojo debido a la opacidad en la córnea.

## 6. Formación de imágenes en el segmento anterior al ojo

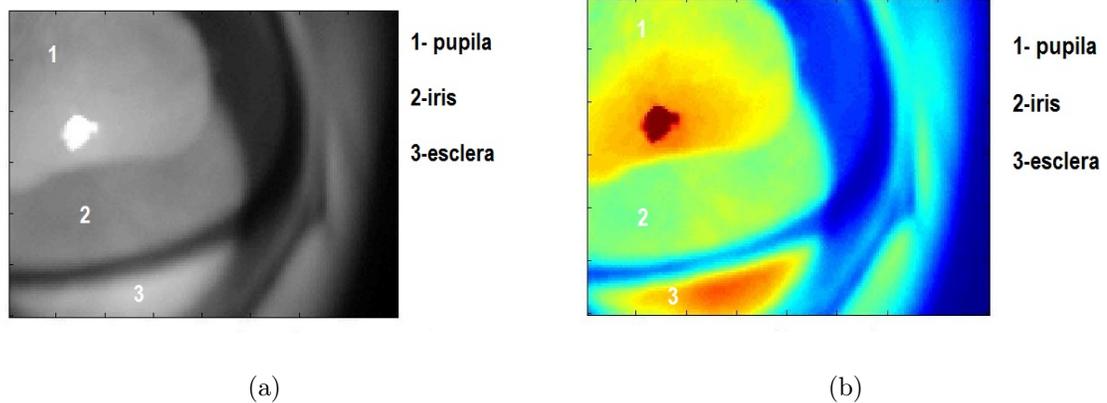


Figura 6.2.: Imagen frontal de un ojo con córnea opaca iluminada con luz blanca, a) en escala de grises y b) con un mapa de colores (colores falsos).

### 6.1. Modificación del biomicroscopio (lámpara de hendidura)

Para la realización de éste trabajo se utilizó un biomicroscopio marca Aumed Group Corp. modelo G-300M con las siguientes características:

- Microscopio tipo galileano.
- Magnificación variable de 6x, 10x, 16x, 25x y 40x.
- Pupila ajustable de 52 mm hasta 78 mm.
- Campo de visión: 40x (d=5.5 mm), 25x (d=8.5 mm), 16x (d=13.5 mm), 10x (d=22 mm) y 6x (d=34.7 mm).
- Ancho de iluminación de la hendidura variable de 0 a 14 mm de diámetro.

En la sección 4.2 se mencionó el funcionamiento del dispositivo utilizado para obtener imágenes con luz blanca, llamado biomicroscopio ó lámpara de hendidura. En ésta sección se hablará acerca de la modificación de éste dispositivo para poder obtener imágenes en el cercano infrarrojo. Primero se tiene el dispositivo original como se muestra en la fig. 4.1, posteriormente se hizo una montura circular donde se le inserta un filtro pasa altas, es decir, transmite longitudes de onda mayores a  $850nm$  y por

## 6. Formación de imágenes en el segmento anterior al ojo

último se le inserta un adaptador al biomicroscopio que nos permitirá tomar imágenes con una cámara digital o con un CCD como lo muestra la figura

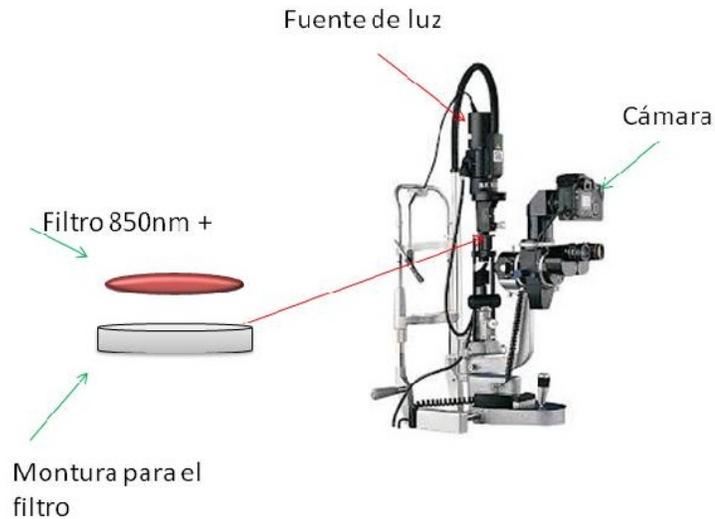


Figura 6.3.: Fotografía de biomicroscopio mostrando las modificaciones realizadas para la toma de imágenes en el infrarrojo.

La figura 6.3 muestra el dispositivo modificado, la nueva adaptación en la sección del revolver de los filtros nos permite tomar imágenes en el visible así como en el infrarrojo debido a esta modificación sencilla y también nos permite observar con los oculares, lo cual aumenta las probabilidades de ofrecer un mejor diagnóstico de lo que sucede dentro del ojo.

Existen muchas formas de modificar un biomicroscopio, con el fin de economizar costos se utilizó una cámara CCD como la que se mencionó al inicio de éste capítulo con la opción de implementar otra más barata. La cámara utilizada detecta radiaciones que van de los 400 nm a los 1000 nm, el fabricante coloca un filtro a ésta con el cual se pueden detectar radiaciones de los 400 nm a los 700 nm. Si se retira este filtro que trae la cámara de fábrica, se pueden alcanzar a detectar longitudes de onda que llegan a los 1000 nm como lo muestra la figura 6.4 que es el rango espectral de respuesta del sensor de la cámara.

## 6. Formación de imágenes en el segmento anterior al ojo

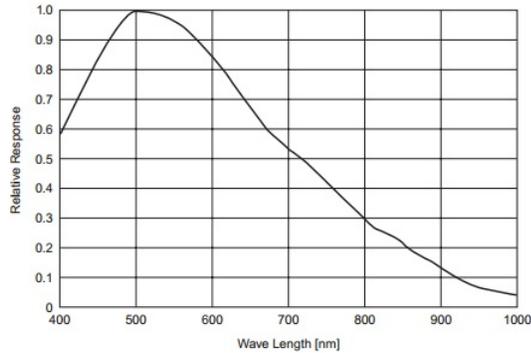


Figura 6.4.: Rango espectral que detecta la cámara CCD utilizada.

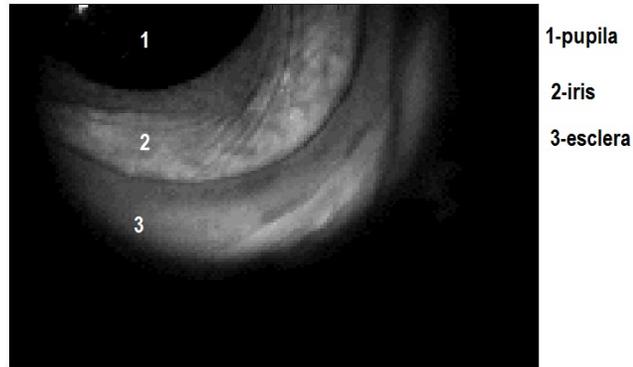
Una vez que se coloca la cámara CCD y colocando el filtro infrarrojo (850 nm-2500 nm) en el biomicroscopio, se ilumina la muestra con la fuente de luz del biomicroscopio cuya respuesta espectral es blanca [400 – 2500 nm], cuando la luz atraviesa por todo el sistema óptico al final el rango espectral que se detecta en la cámara será de 850 nm a 1000 nm. Observando nuevamente la figura 6.4, uno se puede dar cuenta que la respuesta espectral de la cámara en el rango anterior es bajo, pero aún así se pueden obtener imágenes infrarrojas de buena calidad.

Otra opción de la toma de imágenes es comprando otra cámara CCD con un intervalo espectral que coincida con los máximos de transmitancia de las pruebas espectrofotométricas realizadas en el capítulo 5, este rango corresponde de los 900 nm a los 1700 nm; sin embargo las cámaras que detectan este rango espectral tienen un valor aproximado de \$15,000 dólares el cual no es viable si se desea economizar costos.

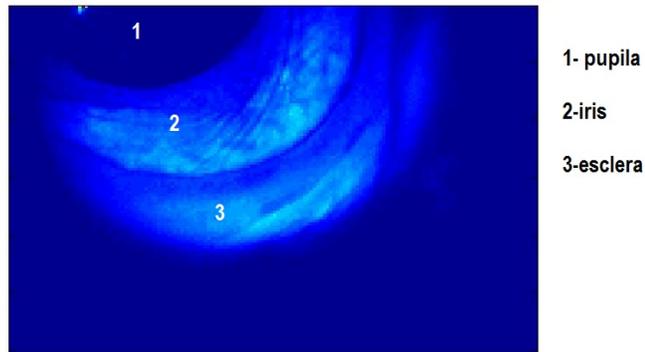
## 6.2. Formación de imágenes en el cercano infrarrojo

Una vez hechas las modificaciones, se presentan a presentar las imágenes del segmento anterior al ojo en el cercano infrarrojo. Primero se muestra una imagen de un ojo con córnea sana.

## 6. Formación de imágenes en el segmento anterior al ojo



(a)



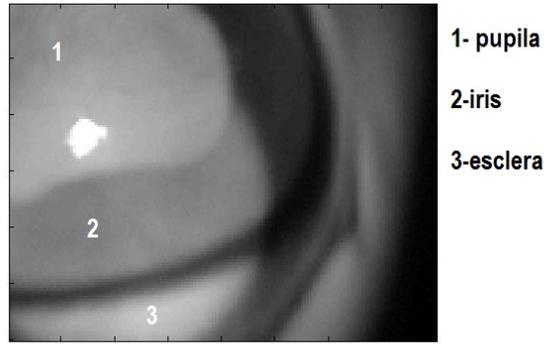
(b)

Figura 6.5.: Imagen frontal de un ojo con córnea sana iluminada con infrarrojo, a) en escala de grises y b) con un mapa de colores (colores falsos).

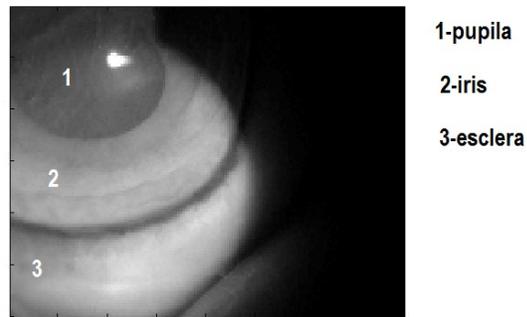
En la figura 6.5 se muestra la imagen en el infrarrojo del ojo mostrado en la figura 6.1, es claro que se puede observar el iris y la pupila ya que la córnea no tiene ningún daño u opacidad, lo que si muestra diferencia, es que en el cercano infrarrojo se pueden observar líneas en el iris que en el visible no se observan.

En la figura 6.6 se presentan las imágenes en el infrarrojo cercano de un ojo con presencia de opacidad en la córnea.

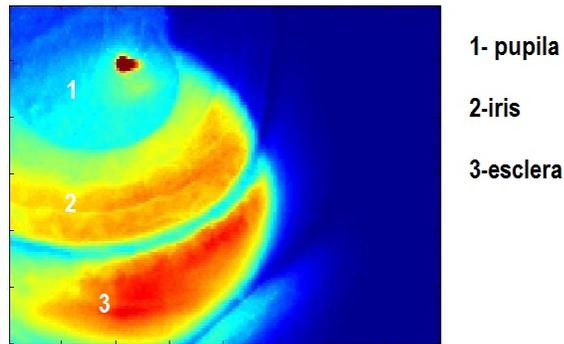
6. Formación de imágenes en el segmento anterior al ojo



(a)



(b)



(c)

Figura 6.6.: Imagen frontal de un ojo con córnea opaca iluminada con luz blanca (a) en escala de grises, imagen de un ojo con córnea opaca iluminada con luz infrarroja (b), igual que (b) con un mapa de colores falsos (c).

## 6. Formación de imágenes en el segmento anterior al ojo

La figura 6.6 (a) muestra una imagen de una córnea de cerdo opaca iluminada con luz blanca, ésta muestra que dicha luz no penetra la córnea por lo que es imposible observar con claridad a través de ella. La figura 6.6 (b) muestra la imagen de la córnea (a) pero iluminada con luz infrarroja en el rango de 850 a 1000nm de longitud de onda. La imagen muestra que con este tipo de luz es posible observar en el interior del ojo aún cuando la córnea presenta opacidad. En esta imagen se puede observar claramente la pupila, el iris y parte de la esclera. La imagen 6.6 (c) representa la figura del inciso (b) pero con un mapa de colores falsos. Este es el resultado con mayor relevancia de todo el trabajo experimental realizado, debido a que se encontró una “ventana” donde se transmite el cercano infrarrojo a través de la opacidad presente en una córnea. El estudio espectrofotométrico revela que en todo el rango del visible existe una transmitancia menor que en el cercano infrarrojo, lo que intuitivamente se espera es que las imágenes en el espectro visible no muestren todas las características que muestran las imágenes en el infrarrojo, el cual sucede así debido a factores que impidan la propagación de la luz visible dentro de la córnea.

Considerando las imágenes mostradas en las figuras 6.2 y 6.6 podemos observar que cuando hay presencia de opacidad en la córnea, la posibilidad de obtener una imagen en el visible se reduce debido al bajo porcentaje de transmitancia en este rango. Sin embargo, la transmitancia es mayor en el infrarrojo cercano y se pueden observar imágenes en la sección anterior del ojo que revelan detalles, aún en presencia de opacidad y son de utilidad para la correcta valoración por el oftalmólogo.

Otra circunstancia por la cual se trabajó en éste rango espectral (400 – 1700 nm) es debido a los daños que puede sufrir la córnea, es decir, si se trabaja con longitudes de onda por debajo de los 400nm es posible que sufra quemaduras debido a que son radiaciones con mucha energía; por otro lado, si se trabaja con longitudes de onda por encima de los 1500 nm, las pruebas espectrofotométricas muestran valles de absorción en el infrarrojo cercano y medio, estas absorciones pueden llegar a calentar la córnea y provocar daños irreversibles.

# 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

La interacción de las ondas electromagnéticas con la materia ha sido estudiada por muchos años. Entre los fenómenos más conocidos se encuentra el fenómeno de reflexión y transmisión de las ondas electromagnéticas, y con base a estas interacciones se pueden conocer características propias de los materiales.

El modelo físico que representa la propagación de luz a través de la córnea es de naturaleza óptica electromagnética, denominada como esparcimiento. En este capítulo se presentan experimentos numéricos de luz propagándose por un medio no homogéneo, donde la córnea humana representará este medio. La córnea sana transmite un alto porcentaje de la luz que le incide, por lo que es un mal esparcidor de luz [10].

## 7.1. Modelaje de la córnea

K.L. Paúl [10] describe que un conjunto de fibras de colágeno que forman placas delgadas llamadas “lamellas” se encuentran posicionadas paralelamente a la superficie de la córnea y que el radio de las fibras de colágeno es mucho menor que la longitud de ésta. Los modelos que se mostrarán a continuación intentan explicar la transparencia de la córnea, donde se modela la córnea como un sistema formado por cilindros infinitos y la luz (ilustrada con una flecha) los atraviesa como se muestra en la figura [7.1](#)

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

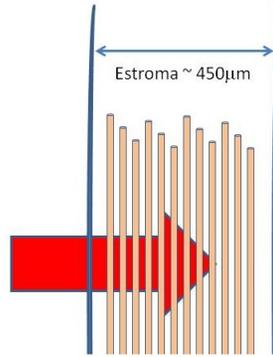


Figura 7.1.: Esquema del modelo físico de la propagación de luz a través de la córnea, donde a ésta se le considera como un mal esparcidor.

Los modelos para tratar de explicar la transparencia de la córnea pueden explicarse con 3 casos diferentes:

En un primer caso, se considera que las distancias entre las fibras de colágeno se encuentran lo suficientemente separadas como para que no exista interferencia de luz entre las reflexiones causadas por ellas, para lo cual se supone que la luz se propaga independientemente en cada una de las fibras por lo que no existe interacción de radiación reflejada por cada partícula como se muestra en la figura 7.2 [4].

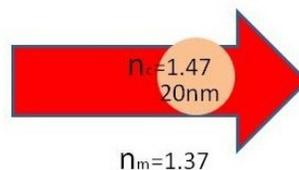


Figura 7.2.: Esquema del modelo donde se considera la propagación de la luz independiente en cada fibra de colágeno, por tanto se trata a la córnea como mal dispersor de luz.

Como segundo caso se considera que el arreglo de fibrillas de colágeno tienen un arreglo cristalino. Maurice D. M. [13] propuso que la transparencia de la córnea era consecuencia de un arreglo cristalino de fibras de colágeno dentro de las lamellas (figura 7.3) y que la luz esparcida por cada fibra dentro del arreglo cristalino es

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

cancelado por interferencia constructiva y destructiva, debido a esto la luz esparcida solo sigue una dirección, que es la de propagación. Tal arreglo requiere que todas las fibras de colágeno mantengan un mismo diámetro y que estén equidistantes una de otra. Para mantener esta transparencia, se requiere que la distancia entre las fibras de colágeno sea menor que la mitad de una longitud de onda del rango del visible.

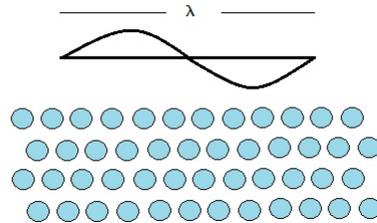


Figura 7.3.: Esquema representativo no a escala de la vista de la sección transversal del arreglo cristalino de fibras comparado con el tamaño de una longitud de onda.

Y como un tercer caso, se considera que las fibras de colágeno tienen una distribución espacial aleatoria, existiendo interferencia constructiva y destructivamente entre las fibras y obtener una alta transmitancia [10].

En la figura 7.3 se consideró a las fibras de colágeno de la córnea como un modelo cristalino donde había presencia de interferencia constructiva y destructiva dentro de las fibras de colágeno, para el siguiente modelo se considera un modelo parecido pero con las fibras de colágeno posicionadas aleatoriamente como se ilustra en la figura 7.4

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

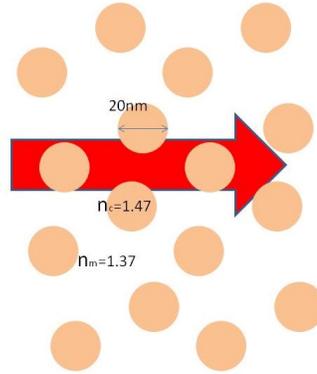


Figura 7.4.: Esquema del modelo de la córnea donde las fibras de colágeno están posicionadas aleatoriamente.

En éste modelo también se considera que existe interferencia constructiva y destructiva entre las fibras de colágeno, pero aún con estos fenómenos presentes, la córnea sigue transmitiendo más del 98 % de la luz que le incide.

En todos los casos anteriores se tiene como hipótesis que la córnea se considera un mal dispersor cuando está sana. Aquí se estudiará únicamente el caso del primer modelo.

En esta sección, es conveniente introducir una descripción matemática que concuerde con el sistema físico, para simplificar los cálculos matemáticos se manejarán superficies parametrizadas unidimensionales.

El sistema físico que se considerará consiste en un medio uniforme con índice de refracción  $n_1$  que rodea a una partícula nanométrica dieléctrica (fibra de colágeno) de índice de refracción  $n_2$ . Donde cada medio se caracteriza por una constante dieléctrica que en principio puede ser compleja; para el medio que rodea la fibra de colágeno se definirá como  $\epsilon_1(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_1(\omega)$  en la región  $\mathbf{r} > \mathbf{R}(s)$ , mientras que en la región  $\mathbf{r} < \mathbf{R}(s)$  dentro de la superficie (fibra de colágeno) la constante dieléctrica se definirá como  $\epsilon_2(\omega) = \epsilon_2(\omega) + i\epsilon_2(\omega)$  como lo muestra la figura 7.5.

Como se ha mencionado se considerará que el esparcimiento de las fibras que componen la córnea es independiente entre ellas. Se modelará a las fibras de colágeno como cilindros de longitud mucho mayor que una longitud de onda (en el visible) y de radio  $r$  (radio promedio de las fibras de colágeno) como lo muestra la figura 7.5.

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

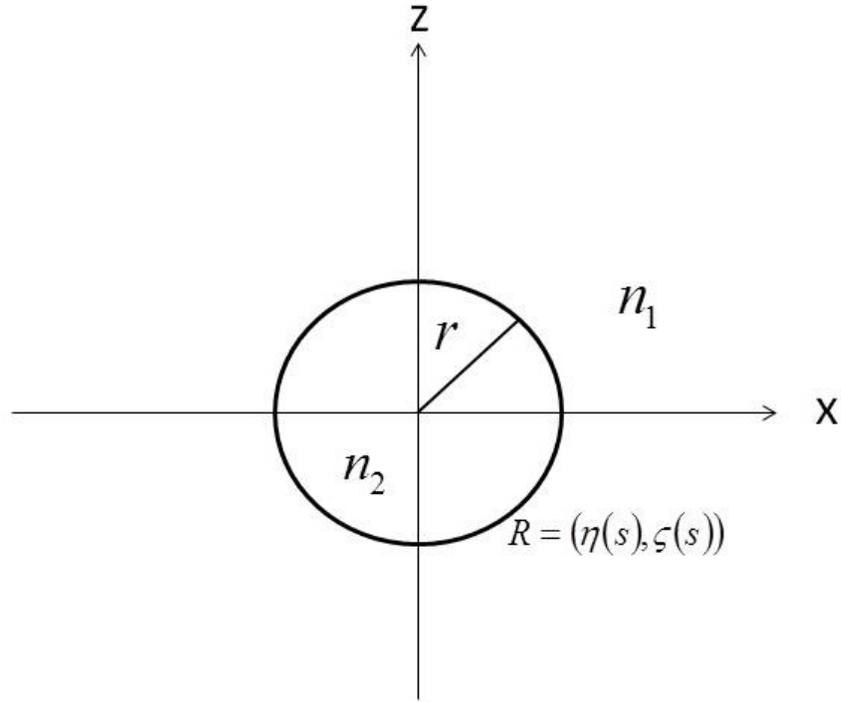


Figura 7.5.: Representación de la fibra de colágeno como un cilindro de radio  $r$ .

En la figura 7.5 la superficie es expresada como una función parametrizada donde es conveniente escoger una longitud de arco  $s$ , que describe a la superficie. Las ecuaciones básicas de esparcimiento estarán escritas en términos del parámetro  $s$ . El perfil de la curva puede ser representado mediante un vector  $\mathbf{R}(s)$ , el cual puede escribirse en términos de dos funciones,  $\eta$  y  $\zeta$ , definido en componentes cartesianas. Entonces,  $\mathbf{R}(s)$  se describe por

$$\mathbf{R}(x, z) |_{x=\eta(s), z=\zeta(s)} \quad (7.1)$$

donde  $\eta$  y  $\zeta$  son las coordenadas paramétricas en un punto arbitrario del perfil de la curva.

### 7.2. Polarización $s$

En esta sección se analiza el esparcimiento de ondas electromagnéticas por una superficie iluminada por un haz con polarización  $s$ , donde el campo eléctrico incide

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

en un medio uniforme sobre un material dieléctrico definido por la ecuación  $\mathbf{r} = \mathbf{R}$  en el plano (x,z) como se observa en la figura 7.6. Para este caso el campo eléctrico toma la forma

$$\mathbb{E}(\mathbf{r}; t) = (0, E_y(\mathbf{r}), 0) e^{-i\omega t}, \quad (7.2)$$

mientras que el campo magnético es

$$\mathbb{H}(\mathbf{r}, t) = (H_x(\mathbf{r}), 0, H_z(\mathbf{r})) e^{-i\omega t}. \quad (7.3)$$

En el medio uniforme,  $\mathbf{r} > \mathbf{R}$ , las ondas electromagnéticas son soluciones a la ecuación de onda independientes del tiempo creadas por una fuente de distribución  $\rho(\mathbf{r})$ :

$$(\nabla^2 + \epsilon_I(\omega)k_0^2) E_y^I(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r}), \quad (7.4)$$

donde  $E_y^I(\mathbf{r})$  es el campo eléctrico en la parte exterior a la superficie y  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. La ecuación 7.4 es conocida como la ecuación de Helmholtz. En la región  $\mathbf{r} < \mathbf{R}$ , la solución a la ecuación de onda resulta

$$(\nabla^2 + \epsilon_{II}(\omega)k_0^2) E_y^{II}(\mathbf{r}) = 0, \quad (7.5)$$

donde  $E_y^{II}(\mathbf{r})$  es el campo eléctrico en el medio dieléctrico. Las condiciones de frontera en la superficie del material

$$E_y^I(\mathbf{r}|\omega)|_{\mathbf{r}=\mathbf{R}'} = E_y^{II}(\mathbf{r}|\omega)|_{\mathbf{r}=\mathbf{R}'}, \quad (7.6)$$

donde  $\mathbf{R}'$  representa la superficie donde se aplican las condiciones de continuidad del campo electromagnético en ambos medios; las derivadas normales a la superficie se pueden representar como

$$\frac{\partial}{\partial n_+} E_y^I(\mathbf{r}|\omega)|_{\mathbf{r}=\mathbf{R}'} = \frac{\partial}{\partial n_+} E_y^{II}(\mathbf{r}|\omega)|_{\mathbf{r}=\mathbf{R}'}. \quad (7.7)$$

Se introduce ahora dos funciones (funciones de Green),  $G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}')$  y  $G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}')$ , que satisfacen la ecuación de onda, en la región  $\mathbf{r} > \mathbf{R}$

$$(\nabla^2 + \epsilon_I k_0^2) G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (7.8)$$

7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

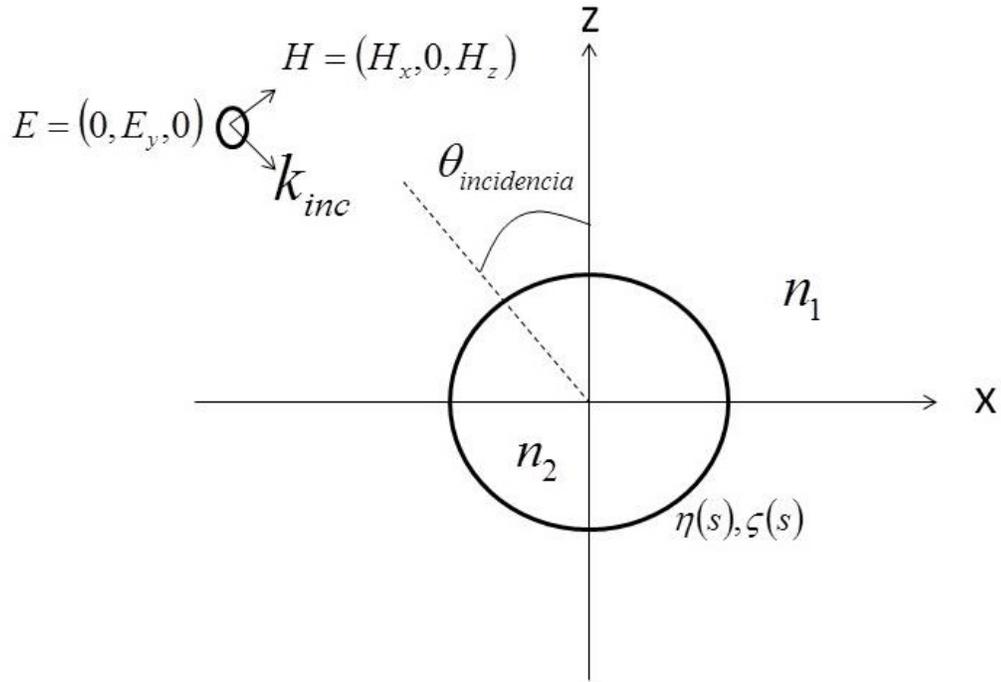


Figura 7.6.: Representación esquemática del esparcimiento por un cilindro en polarización  $s$

y en la región  $\mathbf{r} < \mathbf{R}$

$$(\nabla^2 + \epsilon_{II}(\omega)k_0^2) G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (7.9)$$

donde  $G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}')$  satisface la condición de una onda saliente del infinito, mientras que  $G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}')$  se desvanece en el infinito. En un tratamiento bidimensional asociado con una superficie parametrizada, la representación explícita de estas funciones vienen dadas por las funciones de Hankel tipo uno y de orden cero [14]:

$$G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = i\pi H_0^1(n_1 k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|); \quad (7.10)$$

$$G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = i\pi H_0^1(n_2 k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|), \quad (7.11)$$

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

donde

$$n_c(\omega) = (\epsilon(\omega))^{1/2} = (\epsilon_1(\omega) + \epsilon_2(\omega))^{1/2} \quad (7.12)$$

es el índice de refracción complejo del medio dieléctrico y el subíndice “c” toma el valor 1 para el medio exterior a la partícula y toma el valor de 2 para el medio dentro de la partícula.

### 7.3. Campo esparcido

Para obtener el campo complejo de observación en un punto del espacio puede realizarse con ayuda de la relación matemática conocida como el Segundo Teorema Integral de Green.

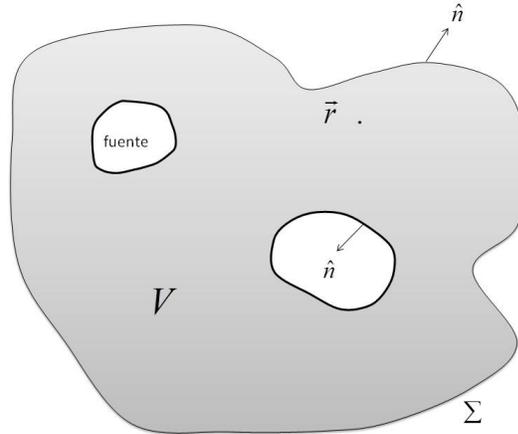


Figura 7.7.: Segundo teorema integral de Green con una superficie como frontera.

Sean  $u(\mathbf{r})$  y  $v(\mathbf{r})$  campos escalares arbitrarios definidos en un volumen  $V$  que están limitados por una superficie  $\Sigma$ , entonces el teorema de Green [15] resulta

$$\int_V (u \nabla^2 v - v \nabla^2 u) dV = \int_\Sigma \left( u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) ds, \quad (7.13)$$

donde  $\frac{\partial}{\partial n_+}$  denota una diferenciación a lo largo de la parte exterior de la superficie

7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

$\Sigma$  (figura 7.7).

Consideremos ahora el caso donde el volumen  $V$  es la región  $\mathbf{r} > \mathbf{R}$ , ( $V_+$ ) (figura 7.8). En este caso la superficie  $\Sigma$  consiste en una superficie  $\mathbf{r} = \mathbf{R}$  el cual se denota por  $\Sigma_{\mathbf{r}|\mathbf{R}}$ , una superficie cilíndrica de radio infinito que se denota como  $\Sigma_{\mathbf{r}(+\infty)}$ . Como la contribución de la luz esparcida en cada punto en la superficie  $\Sigma_{\mathbf{r}(+\infty)}$  se considera casi nula de acuerdo a la condición de radiación de Sommerfeld [16], entonces la integral en esa superficie no se considera.

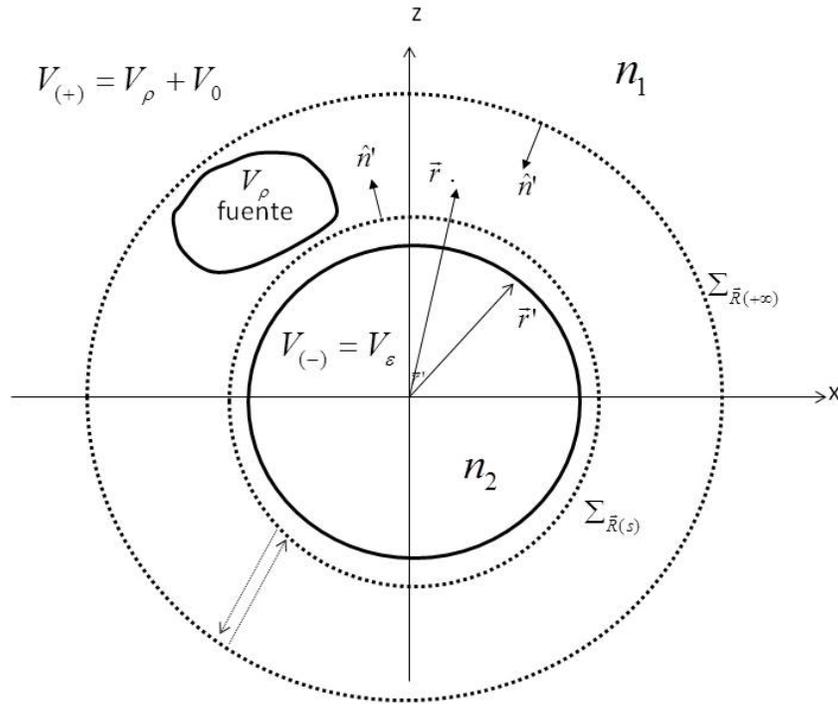


Figura 7.8.: Relación de la geometría del esparcimiento y el segundo teorema integral de Green de una onda electromagnética en el medio dieléctrico.

Así, si se hace el siguiente cambio de variable,  $u = E_y^I(\mathbf{r})$  y  $v = G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}')$ , la función de Green es simétrica en ambos medios, usando las ecuaciones 7.4, 7.8 y sustituyendo en la ecuación 7.13 se escribe

7. *Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)*

$$\begin{aligned}
& \int_V [E_y^I(\mathbf{r}') \nabla^2 G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') - G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \nabla^2 E_y^I(\mathbf{r}')] dV' \\
&= \left\{ \int_{\Sigma_\zeta} [E_y^I(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n} G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') - G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n} E_y^I(\mathbf{r}')] ds'_\zeta \right\} \\
&+ \left\{ \int_{\Sigma_\infty} [E_y^I(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n} G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') - G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n} E_y^I(\mathbf{r}')] ds'_\infty \right\}
\end{aligned} \tag{7.14}$$

donde la última integral de la ecuación 7.14 no contribuye al campo que se quiere medir de acuerdo a la condición de radiación de Sommerfeld. Entonces de la ecuación 7.4 se obtiene

$$\nabla^2 E_y^I(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r}) - \epsilon_I(\omega) k_0^2 E_y^I(\mathbf{r}), \tag{7.15}$$

de igual forma, de la ecuación 7.8 obtenemos

$$\nabla^2 G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - \epsilon_I(\omega) k_0^2 G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}'), \tag{7.16}$$

sustituyendo 7.15 y 7.16 en 7.14 se obtiene finalmente

$$\begin{aligned}
E_y^I(\mathbf{r}|\omega) &= E_y^I(\mathbf{r}|\omega)_{inc} \\
&+ \left[ \frac{1}{4\pi} \int_\Sigma \left( \frac{\partial}{\partial n} G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \right) E_y^I(\mathbf{r}') ds' \right. \\
&\left. - \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_\zeta} G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \left( \frac{\partial}{\partial n} E_y^I(\mathbf{r}') \right) ds' \right]_{\mathbf{r}=\mathbf{R}},
\end{aligned} \tag{7.17}$$

donde

$$E_y^I(\mathbf{r}|\omega)_{inc} = \int_{V'} G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') dV'. \tag{7.18}$$

Así, siguiendo el razonamiento anterior para  $\mathbf{r} < \mathbf{R}$ , si hacemos  $u = E_y^{II}(\mathbf{r}|\omega)$  y  $v = G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}')$  obtenemos

$$\begin{aligned}
E_y^{II}(\mathbf{r}) &= \left[ -\frac{1}{4\pi} \int_\Sigma \left( \frac{\partial}{\partial n} G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \right) E_y^{II}(\mathbf{r}') ds' \right. \\
&\left. - \frac{1}{4\pi} \int_\Sigma G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \left( \frac{\partial}{\partial n} E_y^{II}(\mathbf{r}') \right) ds' \right]_{\mathbf{r}=\mathbf{R}},
\end{aligned} \tag{7.19}$$

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

donde

$$\frac{\partial}{\partial n_+} = \hat{n}(\mathbf{r}') \cdot \nabla = \left( -\zeta'(s) \frac{\partial}{\partial \eta'(s)} + \eta'(s) \frac{\partial}{\partial \zeta'(s)} \right), \quad (7.20)$$

y el vector normal  $\hat{n}(\mathbf{r}')$  está dado por

$$\hat{n}(\mathbf{r}') = [-\zeta'(s) + \eta'(s)]. \quad (7.21)$$

Ahora se definen dos parámetros conocidos como “funciones fuente” generadas en la superficie:

$$E(\mathbf{r}) = E_y^I(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{R}}, \quad (7.22)$$

$$F(\mathbf{r}) = \left( -\zeta'(s) \frac{\partial}{\partial \eta'(s)} + \eta'(s) \frac{\partial}{\partial \zeta'(s)} \right) E_y^I(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{R}}. \quad (7.23)$$

Las ecuaciones 7.24 y 7.25 expresan el campo eléctrico en cualquier punto donde se quiera medir el campo electromagnético, es decir, en cualquier medio en términos de las funciones fuente  $E(\mathbf{R})$  y  $F(\mathbf{R})$ . Utilizando las ecuaciones 7.20, 7.22 y 7.23 en 7.19 y 7.17 se obtiene

$$E_y^I(\mathbf{r}') = E(\mathbf{r}|\omega)_{inc} + \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{ [\hat{n}(\mathbf{r}) \cdot \nabla G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{R}')]_{\mathbf{r}'=\mathbf{R}'} E(\mathbf{R}') - G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{R}') F(\mathbf{R}') \} ds', \quad (7.24)$$

$$E_y^{II}(\mathbf{r}') = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{ [\hat{n}(\mathbf{r}) \cdot \nabla G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{R}')]_{\mathbf{r}'=\mathbf{R}'} E(\mathbf{R}') - G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{R}') F(\mathbf{R}') \} ds', \quad (7.25)$$

cuyas expresiones forman un par de ecuaciones integrales acopladas que representan el campo eléctrico total en un punto fuera de la superficie  $\mathbf{r}' > \mathbf{R}$  y dentro de la superficie dieléctrica  $\mathbf{r}' < \mathbf{R}$ , respectivamente.

El campo eléctrico total que rodea la superficie puede ser escrito como la suma del campo incidente y del campo esparcido (reflejado), así, la ecuación 7.24 puede escribirse como

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

$$E_y^I(\mathbf{r}) = E_y(\mathbf{r}|\omega)_{inc} + E_y(\mathbf{r})_{sc}, \quad (7.26)$$

donde  $E_y(\mathbf{r})_{sc}$  es el campo esparcido y está dado por

$$E_y(\mathbf{r})_{sc} = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ [\hat{n}(\mathbf{r}) \cdot \nabla G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}')]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} E(\mathbf{R}') - G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') F(\mathbf{R}') \right\} ds', \quad (7.27)$$

donde  $G_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}')$  está descrito por la ecuación 7.10. La ecuación 7.27 es la expresión que representa el campo esparcido debido a una superficie en cualquier punto fuera de ésta ( $\mathbf{r} > \mathbf{R}$ ).

### 7.4. El campo lejano

Hasta ahora sólo se ha considerado observar el campo electromagnético en el régimen lejano, ahora estamos interesados en analizar el campo esparcido ( $\mathbf{r} > \mathbf{R}$ ) por una nanopartícula en una región muy lejos de ella, el campo en el régimen lejano se muestra en la figura 7.9 .

Consideremos  $|\mathbf{r}'| = [(\eta(s'))^2 + (\zeta(s'))^2]^{1/2}$  como la distancia del origen del plano  $(x, z)$  a un punto en la superficie,  $|\mathbf{r}| = (x^2 + z^2)^{1/2}$  la distancia del origen a un punto de observación y  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  la distancia de un punto en la superficie a un punto de observación. Cómo lo que se quiere observar es el campo en el régimen lejano, es decir, observar a una distancia mucho mayor que el tamaño de la partícula, entonces  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty$ , entonces de la figura 7.5 se puede obtener

$$k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = k|\mathbf{r}| - k_{sc} \cdot \mathbf{r}', \quad (7.28)$$

donde  $k_{sc} \cdot \mathbf{r}'$  está dado por

$$k_{sc} \cdot \mathbf{r}' = k(x' \sin\theta_{sc} + z' \cos\theta_{sc}) \quad (7.29)$$

7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

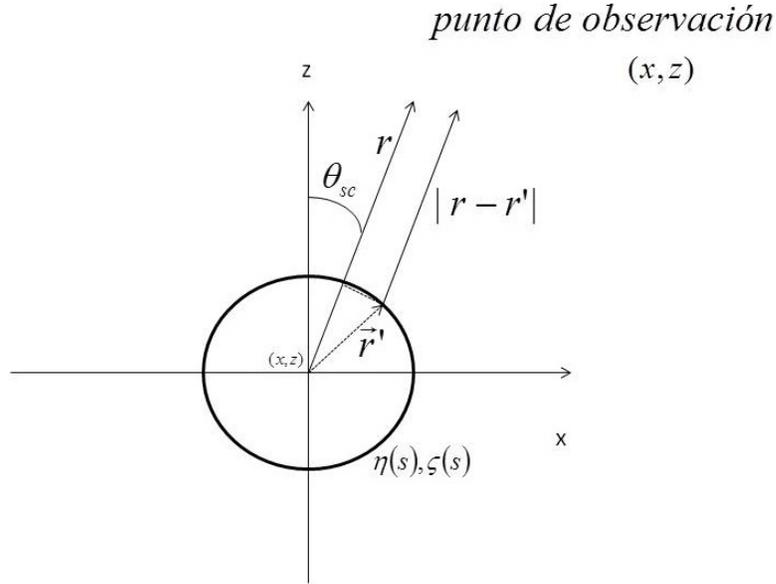


Figura 7.9.: Esquema donde se ilustra la aproximación para campo en el régimen lejano.

Ahora  $\theta_{sc}$  es el ángulo de observación y la ecuación 7.10 se vuelve una expresión que considera argumentos grandes en la función de Hankel y una aproximación a ésta es [17]

$$\lim_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|\rightarrow+\infty} H_0^1(nk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) \approx \left( \frac{2}{\pi nk|\mathbf{r}|} \right) e^{i(nk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|-\frac{\pi}{4})}, \quad (7.30)$$

de la misma manera, la derivada de la función de Hankel para cuando  $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \rightarrow \infty$

$$\lim_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|\rightarrow\infty} \frac{\partial}{\partial \hat{n}} H_0^1(nk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) \approx -ik(\hat{r} \cdot \hat{n}) \left( \frac{2}{\pi nk|\mathbf{r}|} \right) e^{i(k|\mathbf{r}|-\frac{\pi}{4})} e^{-ik(\hat{r} \cdot \mathbf{r}')}. \quad (7.31)$$

Sustituyendo las ecuaciones 7.30 y 7.31 en la ecuación 7.24 se obtiene la expresión para el campo esparcido (reflejado) en el régimen lejano

$$\vec{E}(\theta_{sc}) = \frac{i}{4} \left( \frac{2}{\pi nk|\mathbf{r}|} \right) e^{i(k|\mathbf{r}|-\frac{\pi}{4})} \int_{-\infty}^{\infty} (-ik(\hat{r} \cdot \hat{n}') E'(\mathbf{r}(s')) - F'(\mathbf{r}(s'))) e^{-ik(\hat{r} \cdot \mathbf{r}')} ds', \quad (7.32)$$

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

donde

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}' &= -\zeta'(s)\sin(\theta_{sc}) + \eta'(s)\cos(\theta_{sc}), \\ \vec{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r} &= \eta(s)\sin(\theta_{sc}) + \zeta(s)\cos(\theta_{sc}).\end{aligned}\tag{7.33}$$

$E'(\mathbf{r})$  y  $F(\mathbf{r})$  (las funciones fuente) son calculadas del sistema de ecuaciones acopladas (ecuaciones 7.24 y 7.25) y  $\theta_{sc}$  es el ángulo de observación por encima de la superficie.

### 7.5. El campo incidente

En todo el planteamiento de esparcimiento que se ha tratado en este capítulo no se ha especificado la forma de la amplitud del haz incidente,  $E_y(\mathbf{r}|\omega)_{inc}$ . En este caso se considerará un frente de onda plano, la derivación de la expresión para el campo incidente de estas características lo desarrolla explícitamente V. Ruiz-Cortés (1990) y está dado por,

$$E_y^I(\mathbf{r})_{inc} \cong e^{ik_0(xs\sin\theta_0 - z\cos\theta_0)},\tag{7.34}$$

donde  $E_y^I(\mathbf{r})_{inc}$  tiene la forma de un frente de onda plano y la ecuación 7.34 satisface la ecuación de onda.

### 7.6. Resultados numéricos

En ésta sección se presentan algunos resultados numéricos referentes al esparcimiento de ondas electromagnéticas debido a una nanopartícula dieléctrica; el formalismo teórico mencionado permitirá obtener más información acerca del comportamiento de la interacción de las ondas electromagnéticas y la córnea. Los resultados numéricos se obtuvieron con base al formalismo exacto del método integral que describe A.A. Maradudin *et. al.* (1990), V. Ruiz-Cortés *et. al.* (2008) y V. Giannini *et. al.* (2007).

Consideremos una fibra de colágeno que se representará como un cilindro infinito de 10 nanómetros de radio como se muestra en la figura 7.5 iluminada por un frente de onda plano; el índice de refracción del medio que rodea esta partícula es de 1.37

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

[10] mientras que el índice de refracción de la partícula (fibra de colágeno) es de 1.47 [10]. Lo anterior representa la situación primera mencionada en la sección 7.1 con base a éstos datos en la figura 7.10 se presenta el campo eléctrico esparcido en el régimen cercano y lejano (esquina superior izquierda) iluminada con diferentes longitudes de onda.

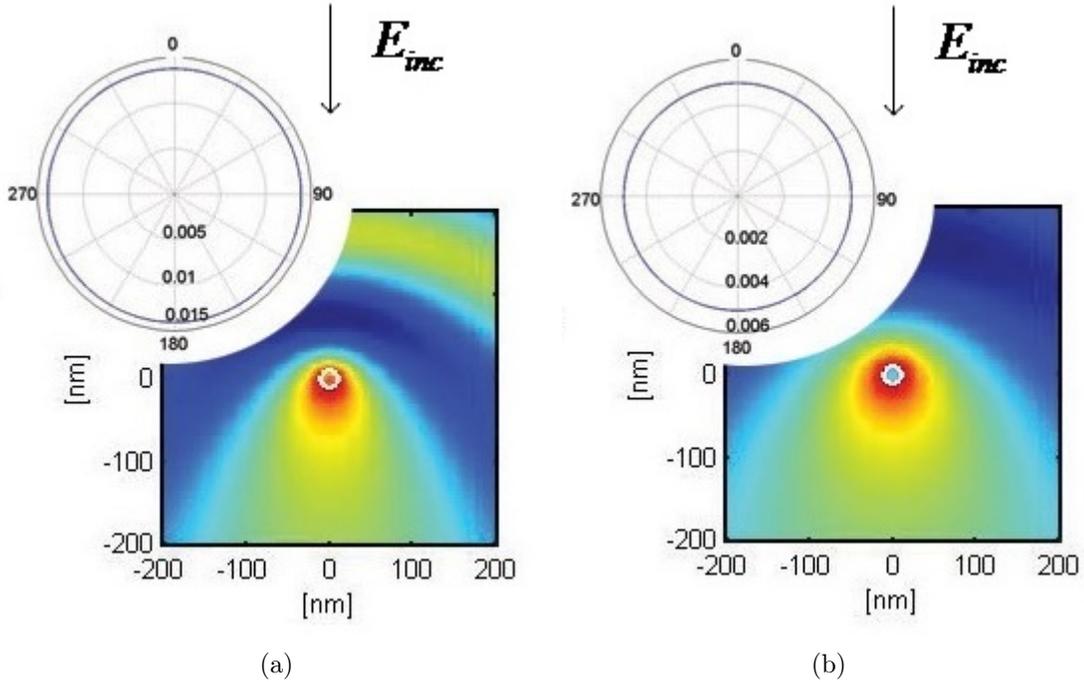


Figura 7.10.: Logaritmo del módulo del campo eléctrico esparcido en el régimen cercano y lejano (parte superior izquierda) debido a una nanopartícula cilíndrica (en color blanco y  $r = 10nm$ ) iluminada con un frente de onda plano con una longitud de onda de  $\lambda = 550 nm$  (a) y con  $\lambda = 1100 nm$  (b).

El campo esparcido en el régimen lejano nos dice la “forma” en que ésta partícula esparce el campo eléctrico, el cual se puede apreciar la simetría radial y con valores de espaciamiento del campo eléctrico muy pequeños comparado con la amplitud del campo incidente (Amplitud del campo incidente = 1) para los dos tipos de iluminación como lo muestra la figura 7.10 (esquina superior izquierda). Sin embargo, el campo esparcido en el régimen cercano es muy diferente en la superficie de la partícula, para la figura 7.10-(a) se puede observar la forma del esparcimiento que la partícula crea cuando se ilumina con una longitud de onda de 550 nm; también se

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

puede observar una intensidad del campo muy grande en la superficie de la partícula. Para éste caso se puede observar que el campo electromagnético penetra a la partícula, la intensidad dentro de la partícula es menor que en la superficie y eventualmente decrece conforme se aleja de la superficie de la partícula. La figura 7.10-(b) muestra la misma partícula iluminada con una longitud de onda diferente ( $\lambda = 1100 \text{ nm}$ ), los cambios que sufre el campo esparcido son muy diferentes; se puede observar que la intensidad en la superficie de la partícula es mayor que cuando se ilumina con una longitud de onda menor, también se observa que la intensidad dentro de la partícula es menor que en el caso anterior; debido al cambio de la longitud de onda la partícula esparce la luz de otra forma y el campo que pasa a través de la partícula diverge más respecto al caso (a).

Con referencia a la figura 7.5, se definirá el “forward scattering” al esparcimiento de luz por la partícula a un ángulo de esparcimiento de  $180^\circ$  ( $\theta_{sc} = 180^\circ$ ) y  $\theta_{inc} = 0$ . La figura 7.11 muestra el campo esparcido en transmisión (forward scattering) para una partícula de éstas dimensiones ( $r = 10 \text{ nm}$ ), simulando que el índice del medio que rodea la partícula varía de  $n_1 = 1$  hasta  $n_1 = 2.5$ , mientras que el índice de refracción de la partícula permanece constante ( $n_2 = 1.47$ ). Ésta variación del índice  $n_1$  representa lo que sería el deterioro del medio que se encuentra alrededor de la fibra de colágeno dentro de la córnea, con esta simulación se puede apreciar el comportamiento que tiene el esparcimiento de ondas electromagnéticas en el régimen lejano en función del índice de refracción del medio que rodea la fibra de colágeno.

En la figura 7.11-(a) se puede observar que el campo esparcido en transmisión (forward scattering) decrece linealmente cuando el índice de refracción del medio que rodea la partícula varía desde  $n_1 = 1$  hasta  $n_1 = 1.47$ , y crece linealmente desde  $n_1 = 1.47$  hasta  $n_1 = 2.5$ ; también se puede observar que, aunque el índice de refracción del medio varía significativamente los valores que toma el campo esparcido son muy pequeños. Sin embargo para el caso (b) los valores que toma el campo esparcido son más pequeños que en el caso (a), teniendo un comportamiento lineal decreciente desde  $n_1 = 1$  hasta  $n_1 = 1.57$  y de este último valor crece linealmente hasta 2.5.

En otro caso similar, suponiendo una partícula cilíndrica ( $r = 20 \text{ nm}$ ) con un índice de refracción  $n_2 = 1.47$  y el índice de refracción que rodea la partícula es de  $n_1 = 1.37$ ; la figura 7.12 muestra la distribución del campo esparcido en el régimen cercano y la intensidad en el campo lejano (esquina superior izquierda) iluminada

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

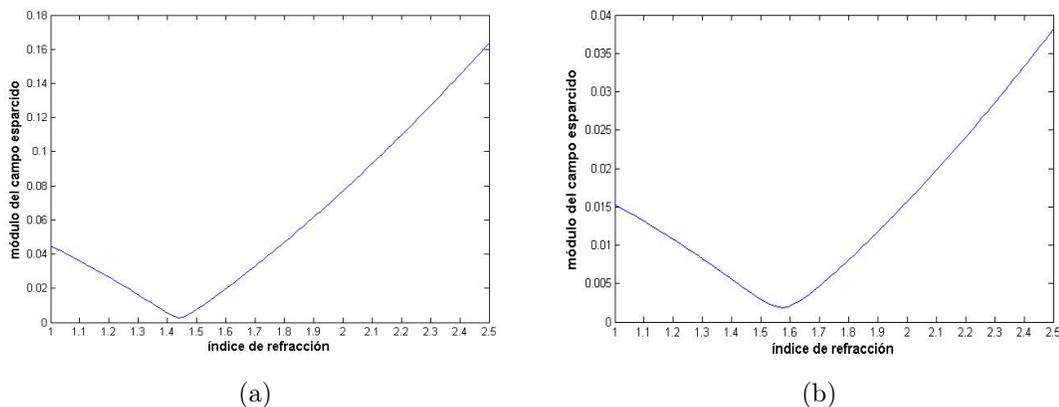


Figura 7.11.: Cálculo numérico del campo esparcido en transmisión (forward scattering) debido a una nanopartícula cilíndrica ( $r = 10 \text{ nm}$ ) en función de el índice de refracción iluminada con una longitud de onda de  $\lambda = 500 \text{ nm}$  (a) y con  $\lambda = 1100 \text{ nm}$  (b).

con diferentes longitudes de onda.

La figura 7.12 muestra la distribución del campo en el régimen cercano y lejano (esquina superior izquierda), donde en el régimen lejano en ambas figuras se puede observar que los valores del campo esparcido toman valores muy pequeños pero mayores que en el caso de la partícula de radio menor ( $r = 10 \text{ nm}$ ) y presentan una simetría radial aún si se iluminan con diferentes longitudes de onda. La figura (a) en comparación de la figura (b) en el régimen cercano muestra diferencias en el campo eléctrico esparcido en la parte superior de la partícula y una intensidad alta que cubre gran parte de la partícula (color rojo). Sin embargo para el caso (b) observa que la intensidad con mayor valor se forma en la frontera de la partícula mientras que dentro de la partícula la intensidad es menor. Para observar el comportamiento de la interacción de las ondas electromagnéticas con éste tipo de partículas se presenta una gráfica donde se ilustra el valor del campo esparcido en transmisión en función de el índice de refracción.

La figura 7.13 muestra en ambos casos un decremento lineal del campo esparcido (forward scattering) para índices de refracción menores a 1.41 para el caso (a) y 1.5 para el caso (b), en éste valor del índice se obtiene el mínimo de esparcimiento ya que el índice de refracción que rodea la partícula y el medio son iguales; mientras que para índices de refracción mayores a 1.41, el valor del campo esparcido en transmisión

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

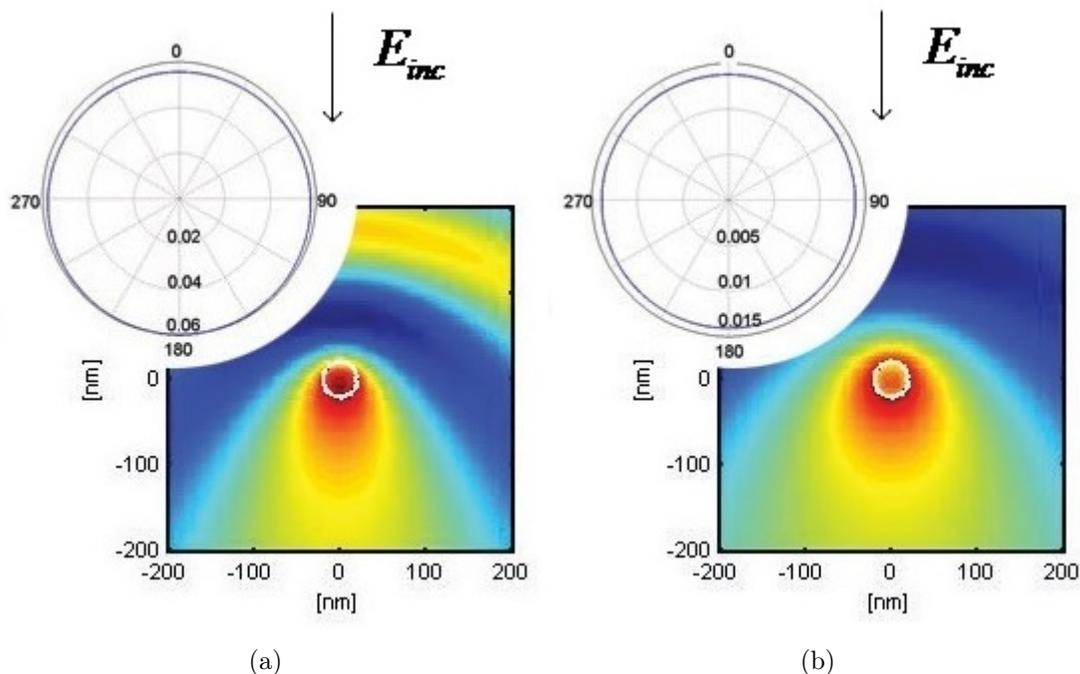


Figura 7.12.: Logaritmo del módulo del campo eléctrico esparcido en el régimen cercano y lejano (parte superior izquierda) debido a una nanopartícula cilíndrica (en color blanco  $r = 20 \text{ nm}$ ) iluminada con un frente de onda plano con una longitud de onda de  $\lambda = 550 \text{ nm}$  (a) y con  $\lambda = 1100 \text{ nm}$  (b).

aumenta linealmente. Aunque el comportamiento de ambas graficas es muy similar, se puede observar que los valores del campo esparcido de la figura (b) son menores que los de la figura (a).

Como un tercer caso, consideremos una partícula cilíndrica de  $40 \text{ nm}$  de radio, la figura 7.14 muestra la distribución del campo en el régimen cercano y lejano para dicha partícula iluminada con un frente de onda plano y dos diferentes longitudes de onda.

En la figura 7.14 se puede observar que el campo esparcido en el régimen lejano por ésta partícula es muy pequeño en ambos casos y presentan un forma elíptica, a pesar de ser 4 veces mas grande que la partícula que se muestra en la figura 7.10 el valor máximo del campo esparcido es 1.5% mayor en magnitud. La figura 7.14 (a) se observa también que la radiación se presenta en un 75% de la partícula con una intensidad alta (color rojo). Sin embargo en la figura 7.14 (b) la partícula presenta

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

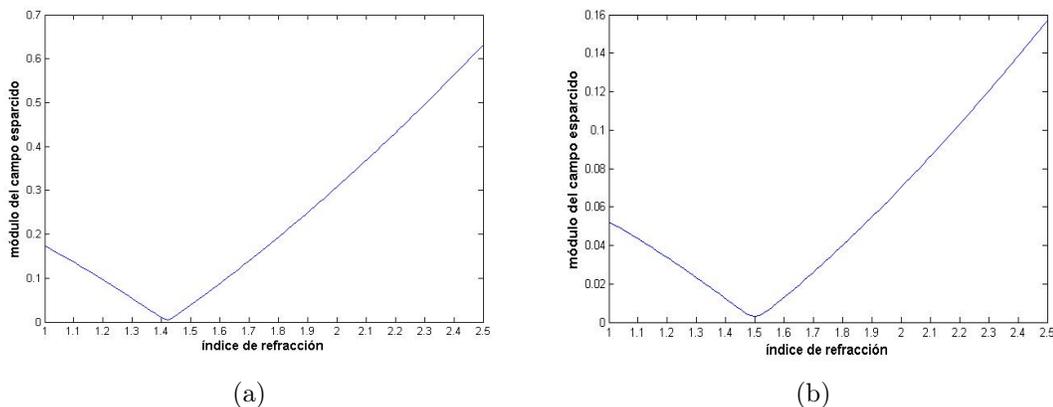


Figura 7.13.: Cálculo numérico donde se muestra el campo esparcido en transmisión (forward scattering) debido a una nanopartícula cilíndrica ( $r = 20 \text{ nm}$ ) en función de el índice de refracción iluminada con una longitud de onda de  $\lambda = 500 \text{ nm}$  (a) y con  $\lambda = 1100 \text{ nm}$  (b).

una intensidad que está presente en casi toda la partícula.

Variando el índice de refracción del medio que rodea la partícula, se aprecia el comportamiento del campo esparcido en función de el índice de refracción como lo ilustra la figura 7.15.

La figura 7.15 muestra un decremento lineal del campo esparcido para índices de refracción menores a 1.5 en ambos casos, mientras que para índices de refracción mayores a 1.41, el valor del campo esparcido en transmisión aumenta linealmente. Sin embargo los valores del campo esparcido cuando se ilumina la partícula con una longitud de onda de  $1100 \text{ nm}$  siguen siendo menores en comparación cuando se ilumina con una longitud de onda de  $550 \text{ nm}$ .

Existen muchas teorías que tratan de explicar la transparencia de la córnea. El estudio teórico y numérico que se realizó en éste capítulo fué con el fin de comprobar una de las hipótesis mencionadas en el capítulo 2, el cual considera que la propagación de la luz es independiente en cada fibra de colágeno, es decir, que no existe interacción del campo electromagnético en una fibra debido a otra [13].

Los resultados numéricos que se muestran las figuras 7.10, 7.12 y 7.15 nos muestran que existe una pequeña cantidad de luz esparcida debido a partículas de estas magnitudes, y esta pequeña cantidad se debe a que los índices de refracción de la partícula y el medio que las rodea son muy parecidos difiriendo en tan solo 0.1,

7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

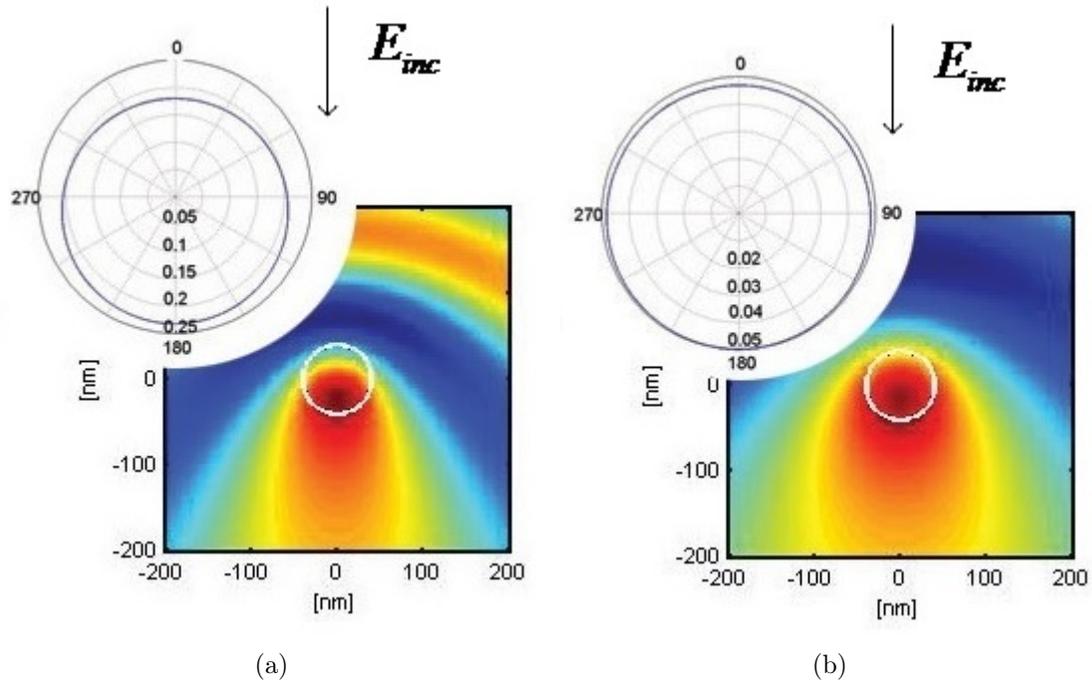


Figura 7.14.: Logaritmo del módulo del campo eléctrico esparcido en campo cercano y lejano debido a una nanopartícula cilíndrica ( $r = 40 \text{ nm}$ ) iluminada con un frente de onda plano con una longitud de onda de  $\lambda = 550 \text{ nm}$  (a) y con  $\lambda = 1100 \text{ nm}$  (b).

en otras palabras, el cambio que sufren las ondas electromagnéticas al pasar de un medio a otro es muy pequeño, tanto que parecieran índices iguales.

Respecto a las córneas opacas, para hacer un tratamiento a primer orden de lo que podría estar pasando dentro de la córnea se muestran las figuras 7.11, 7.13 y 7.15, el cual muestran los valores de campo en transmisión (forward scattering) en función de el índice de refracción. Para esto, se toma como hipótesis que el medio que rodea las fibras de colágeno es el que cambia abruptamente cuando la córnea se empieza a opacar, mientras que las fibras de colágeno permanecen sin cambio alguno. Los resultados numéricos muestran en todos los casos un comportamiento lineal decreciente cuando el índice de refracción se encuentra en el intervalo de 1 a 1.47 aproximadamente y muestra un comportamiento lineal con pendiente positiva cuando el índice de refracción se encuentra en el intervalo de 1.47 a 2.5 aproximadamente; por lo que se puede esperar que, mientras mayor sea la diferencia de los índices de refracción entre las fibras de colágeno y el medio que las rodea la córnea esparce la

## 7. Esparcimiento electromagnético en un medio no homogéneo (córnea)

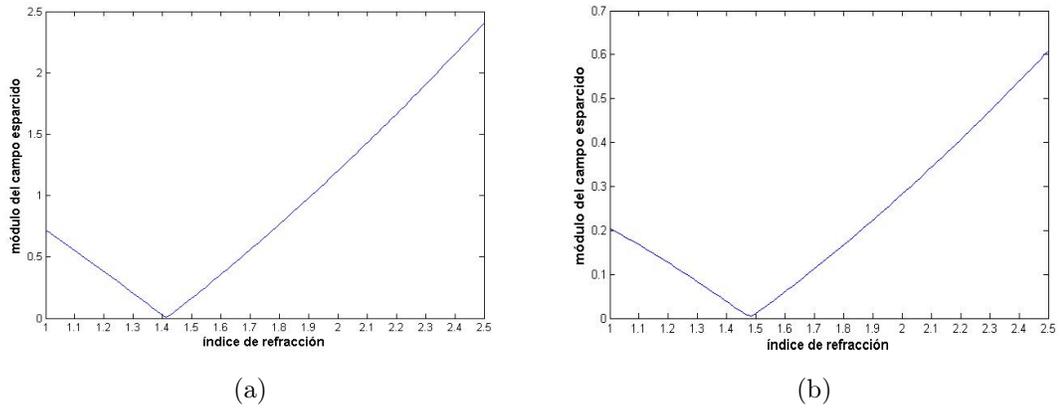


Figura 7.15.: Cálculo numérico donde se muestra el campo esparcido en transmisión (forward scattering) debido a una nanopartícula cilíndrica ( $r = 40 \text{ nm}$ ) en función de el índice de refracción iluminada con una longitud de onda de  $\lambda = 500 \text{ nm}$  (a) y con  $\lambda = 1100 \text{ nm}$  (b).

luz en grandes cantidades.

## 8. Conclusiones

En el presente trabajo, se presentaron los resultados de un estudio espectrofotométrico de córneas de cerdo y humanas, implementación de un sistema de adquisición de imágenes infrarrojas de la parte anterior del ojo, así como un análisis teórico referente al esparcimiento electromagnético debido a una partícula. Con ésta teoría de esparcimiento se obtuvieron resultados numéricos para intentar explicar lo que sucede dentro de la córnea cuando incide la luz en ella.

El estudio experimental fue desarrollado con dos tipos de tejido biológico: a) córneas de cerdo y b) córneas humanas. Para córneas de cerdo sin opacidad, el estudio espectrofotométrico revela un comportamiento similar al de la córnea humana sin opacidad de acuerdo con el trabajo de Bottner *et al.* (1962). A partir de estos resultados se concluye que debido a la similitud de estos dos tejidos se puede considerar el comportamiento de una córnea humana como una córnea de cerdo por lo que una córnea de cerdo con opacidad podría considerarse como una córnea humana con opacidad. Los resultados de córnea de cerdo y humanas con opacidad revelan un comportamiento muy similar en el cercano infrarrojo, mientras que en el visible varían cerca del 20 % aproximadamente de acuerdo con la figura 5.12.

Se pudo concluir también que, analizando los espectros de transmisión de córneas sanas y con opacidad la mayor pérdida de transmitancia está en la región de 400-900 nm y en menor grado entre 900-1700 nm. Se puede observar también que la forma del espectro se conserva para los casos de las córneas de cerdo opacas, es decir, el grado de opacidad no afecta la forma de la curva de transmitancia drásticamente, solamente afecta el porcentaje de luz que se transmite a través de ella.

La forma del patrón de transmitancia en la región infrarroja (800 – 1700 nm) no varía drásticamente, solamente el porcentaje de transmitancia debido a la opacidad, hay un valle de absorción que coincide en todos los casos en la región de 1450 nm en los casos de córnea sana y córnea opaca (el mismo que el agua) .

Utilizando los resultados obtenidos podemos determinar unas “ventanas” en el

## 8. Conclusiones

cercano infrarrojo donde la diferencia de transmitancia entre una córnea sana y una con opacidad es de aproximadamente 20 %, lo que sugiere tomar imágenes con longitudes de onda en estas ventanas.

Se implementó un sistema de formación de imágenes en el cercano infrarrojo, estas imágenes también permiten apreciar características diferentes en partes del ojo que permiten una mejor evaluación clínica.

Se presentó un modelo numérico para calcular la distribución en campo cercano y campo lejano para partículas dieléctricas iluminadas con un frente de onda plano. Éstos resultados numéricos muestran que, las fibras de colágeno modeladas como cilindros, esparcen la radiación electromagnética en menos del 2 %, esto se debe a que el índice de refracción del medio que rodea la partícula es muy similar al de la fibrilla de colágeno, en otras palabras, el cambio de índices de refracción entre un medio y otro es pequeño independientemente del grosor de la partícula.

Con el fin de simular la opacidad en la córnea, se presentaron cálculos numéricos donde se muestra el campo esparcido en transmisión en función de el índice de refracción para cada partícula mostrada (figuras 7.11, 7.13 y 7.15), donde se muestra que las 3 partículas mencionadas presentan un comportamiento similar; un decaimiento lineal hasta el valor de índice de refracción de 1.47 y de éste valor en adelante crece linealmente.

# Bibliografía

- [1] Peña Luis. Globo ocular <http://anatomiadelojo.blogspot.mx/>.
- [2] Estroma ocular. <http://www.lookfordiagnosis.com/meshinfo.php/termEstroma,Corneallang2>, 2009.
- [3] W. Robert Hart & Richard A. Farrell. Light scattering in the cornea. *OSA*, 59:766–774, 1969.
- [4] R. A. Farrell and R. L. McCally. On corneal transparency and its loss with swelling. *OSA*, 66:342, 1976.
- [5] Fernandez Leonardo. Ciencias físicas primero <http://cs-fs-primero.blogspot.mx/2011/04/espectro-electromagnetico.html>.
- [6] Van den Berg Henk Spekreijse Thomas J. T. P. Near infrared light absorption in the human eye media. *Vision Research*, 37:249–253, 1996.
- [7] Frumento S. A. *Biofísica*. intermédica, 1972.
- [8] Edward A. Bottner & J. Reimer Wolter. Transmission of the ocular media. *Investigative Ophthalmology*, 1:20, December 1962.
- [9] Rogelio P. Quintero. *Aplicación práctica de la fotografía infrarroja en la exploración del segmento anterior del ojo*. PhD thesis, UNAM, 1974.
- [10] Paul L. K. & Albert A. *Physiology of the eye*. Mosby, 2003.
- [11] Navarro A. Lidia. Enfermedades degenerativas de la córnea <http://www.ub.edu/oftalmo/clases/lec13/degen.html>.
- [12] MacDonald-Desmond M. B. *Física para las ciencias de la vida y de la salud*. Fondo educativo interamericano, 1978.

## Bibliografía

- [13] D. M. Maurice. The structure and transparency of the cornea. *Physiology*, 136:263–286, 1957.
- [14] A.R. McGurn E. R. Mendez A. A. Maradudin, T. Michel. Enhanced backscattering of light from a random grating. *Ann. Phys*, 203:255–307, 1990.
- [15] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. Mc Graw Hill, 1996.
- [16] Max Born & Emil Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon, 1999.
- [17] Víctor Ruiz Cortés. *Scattering of Light From Random Rough Surfaces*. PhD thesis, Imperial College, London, 1990.
- [18] E. R. Mendez S. Wang. Polarization properties of the near-field intensity reflected by metallic and dielectric one-dimensional structures. *Journal of Microscopy*, 194:271–280, 2001.

# A. Implementación numérica

## Ecuaciones Fuente

Del par de expresiones integrales acopladas inhomogeneas para las expresiones  $E(\mathbf{R}|\omega)$  y  $F(\mathbf{R}|\omega)$  son obtenidas mediante las ecuaciones 7.26 y 7.27 pero haciendo  $x, z$  igual a  $\eta(s) + \epsilon, \varsigma(s) + \epsilon$  donde  $\epsilon$  es positivo e infinitesimal,

$$E(\mathbf{r}|\omega) = E_y(\mathbf{r}|\omega)_{inc} + \int_{-\infty}^{\infty} \left[ H_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') E(\mathbf{R}'|\omega) - L_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') F(\mathbf{R}'|\omega) \right] ds' , \quad (\text{A.1})$$

$$0 = - \int_{-\infty}^{\infty} \left[ H_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') E(\mathbf{R}'|\omega) - L_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') F(\mathbf{R}'|\omega) \right] ds' , \quad (\text{A.2})$$

donde

$$E_y(\mathbf{r}|\omega)_{inc} = E_y^I(\mathbf{r}|\omega)_{inc} , \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} H_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0_+} \frac{1}{4\pi} \left( -\varsigma'(s) \frac{\partial}{\partial \eta'(s)} + \eta'(s) \frac{\partial}{\partial \varsigma'(s)} \right) G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') |_{\mathbf{r}'=\mathbf{R}'+\epsilon} , \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0_+} \left( -\frac{i}{4} \right) n_2 k_0 \\ &\quad \times \frac{H_1^{(1)} \left( n_2 k_0 [(\eta(s) - \eta(s'))^2 + (\varsigma(s) - \varsigma(s'))^2]^{1/2} \right)}{[(\eta(s) - \eta(s'))^2 + (\varsigma(s) - \varsigma(s'))^2]^{1/2}} , \quad (\text{A.4}) \\ &\quad \times [-\varsigma'(s') (\eta(s) - \eta(s'))^2 + \eta'(s') (\varsigma(s) - \varsigma(s'))^2]^{1/2} \end{aligned}$$

## A. Implementación numérica

$$\begin{aligned}
 L_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{4\pi} G_{\epsilon_{II}}(\mathbf{r}|\mathbf{r}' + \epsilon)|_{\mathbf{r}'=\mathbf{R}'+\epsilon} \\
 &= \frac{i}{4} H_0^{(1)} \left( n_2 k_0 [(\eta(s) - \eta(s') + \epsilon)^2 + (\zeta(s) - \zeta(s') + \epsilon)^2]^{1/2} \right)
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

mientras que  $H_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{R}')$  y  $L_{\epsilon_I}(\mathbf{r}|\mathbf{R}')$  se obtienen de las ecuaciones A.4 y A.5 para un valor de  $n_1 \neq n_2$ .

Para resolver las ecuaciones A.1 y A.2 debemos convertirlas en ecuaciones matriciales que se deben resolver numéricamente. Para poder hacer esto, reemplazamos el rango infinito de integración por un rango finito con intervalos de integración  $ds$ , en éste caso nuestra curva parametrizada es una circunferencia, por lo que el rango de integración será de  $(2\pi r)$ . Estos puntos pueden, o no, estar igualmente espaciados a lo largo de la longitud de la curva. Para esto se muestrea la curva con  $N$  puntos igualmente espaciados  $\{s_n\}$  por

$$s_n = -\frac{L}{2} + \left(n - \frac{1}{2}\right) \Delta s \quad n = 1, 2, \dots, N \tag{A.6}$$

donde

$$\Delta s = L/N \tag{A.7}$$

Utilizando el metodo de cuadratura, la integral en el continuo puede ser reemplazada por sumas discretas de integrales de superficie, y asumiendo que la integral varia lentamente en cada intervalo de la superficie, entonces la integral resulta

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\dots) ds \approx \int_{-L/2}^{L/2} (\dots) ds = \sum_{n=1}^N \int_{s_n - (\frac{1}{2})\Delta s}^{s_n + (\frac{1}{2})\Delta s} (\dots) ds \tag{A.8}$$

Siguiendo el método numérico utilizado en [17, 14], convertimos el par de ecuaciones integrales acopladas inhomogeneas 7.22 y 7.25 en un sistema de ecuaciones lineales de la forma

### A. Implementación numérica

$$E(s_m) = 2E(s_m)_{inc} + \sum_{n=1}^N [\mathcal{H}_{mn}^{(\epsilon_I)} E(s_n) - \mathcal{L}_{mn}^{(\epsilon_I)} F(s_n)] \quad (\text{A.9})$$

$$E(s_m) + \sum_{n=1}^N [\mathcal{H}_{mn}^{(\epsilon_{II})} E(s_n) - \mathcal{L}_{mn}^{(\epsilon_{II})} F(s_n)] \quad (\text{A.10})$$

Las matrices  $\mathcal{H}_{mn}^{(\epsilon_{I,II})}$  y  $\mathcal{L}_{mn}^{(\epsilon_{I,II})}$  tienen los siguientes elementos de matriz:

$$\mathcal{H}_{mn}^{(\epsilon_{I,II})} = \Delta s_n \left(\frac{i}{4}\right) n_c k_0 \frac{H_1^{(1)} \left( n_c k_0 [(\eta(s_m) - \eta(s_n))^2 + (\varsigma(s_m) - \varsigma(s_n))^2]^{1/2} \right)}{[(\eta(s_m) - \eta(s_n))^2 + (\varsigma(s_m) - \varsigma(s_n))^2]^{1/2}}$$

$$[\zeta'(s_n) (\eta(s_m) - \eta(s_n))^2 + \eta'(s_n) (\varsigma(s_m) - \varsigma(s_n))^2]^{1/2} \quad \text{si } m \neq n \quad (\text{A.11})$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\Delta s_n}{4\pi} [\eta'(s_m) \varsigma''(s_m) - \eta''(s_m) \zeta'(s_m)] \quad \text{si } m = n \quad (\text{A.12})$$

$$\mathcal{L}_{mn}^{(\epsilon_{I,II})} = \Delta s_n \left(\frac{i}{4}\right) H_0^{(1)} \left( n_c k_0 [(\eta(s_m) - \eta(s_n))^2 + (\varsigma(s_m) - \varsigma(s_n))^2]^{1/2} \right) \text{ si } m \neq n \quad (\text{A.13})$$

$$= \Delta s_n \left(\frac{i}{4}\right) H_0^{(1)} \left( n_c k_0 \frac{\Delta s_n}{2e} \right) \quad \text{si } m = n \quad (\text{A.14})$$

donde  $e$  es la base del logaritmo natural y  $n_c$  indica el índice de refracción dependiendo del medio donde se calcula el campo electromagnético. Estas matrices presentan singularidades en los argumentos de las funciones de Hankel, las cuales ocurren en la diagonal principal al momento de calcular las funciones fuente y ya han sido rigurosamente integradas [14, 18]. Las ecuaciones 7.23 y 7.25 nos dan el campo total en cualquier punto de observación de las regiones I y II en términos de las funciones fuente. En particular, el término con la integral de la ecuación 7.27 representa el campo esparcido reflejado por la superficie. Una vez que se obtienen las funciones fuente  $E(\mathbf{R}(s))$  y  $F(\mathbf{R}(s))$ , el campo esparcido puede ser calculado por la siguiente expresión

## A. Implementación numérica

$$\begin{aligned}
 \delta_{II,I} E_y(\mathbf{r}) &= \frac{i}{4} \sum_{n=1}^N \left[ n_R k_0 \left[ \zeta'(s_n) (x - \eta(s))^2 + \eta(s) (z - \zeta(s'))^2 \right] \right. \\
 &\quad \times \frac{H_1^{(1)} \left( n_R k_0 [(x - \eta(s))^2 + (z - \zeta(s'))^2]^{1/2} \right)}{[(x - \eta(s))^2 + (z - \zeta(s'))^2]^{1/2}} E(\mathbf{r}(s_n)) \\
 &\quad \left. - H_0^{(1)} \left[ \left( n_R k_0 [(x - \eta(s))^2 + (z - \zeta(s'))^2]^{1/2} \right) \right] F(\mathbf{r}(s_n)) \right] \Delta s_n
 \end{aligned} \tag{A.15}$$

donde  $\delta_{II,I}$  nos dice en que medio se encuentra.