

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA**

**FACULTAD DE INGENIERIA MEXICALI**



---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
CIENCIAS E INGENIERÍA  
ÁREA DE ELÉCTRICA**

---

**Evaluación y análisis numérico de una estrategia de detección de espectro  
basado en entropía aplicada a redes de radio cognoscitivas**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS

Presenta:

**GUILLERMO PRIETO AVALOS**

Director de Tesis:

**Dr. Ángel Gabriel Andrade Reátiga**

TESIS DEFENDIDA POR

**Guillermo Prieto Avalos**

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

---

Dr. Ángel Gabriel Andrade Reátiga  
*Director del Comité*

---

Dr. Guillermo Galaviz Yáñez  
*Miembro del Comité*

---

Dr. Rafael Villa Angulo  
*Miembro del Comité*

---

Dr. Edgar Leonel Chávez González  
*Miembro del Comité*

---

Dr. Arturo Serrano Santoyo  
*Miembro del Comité*

Mexicali, Baja California, 29 de marzo de 2019

**RESUMEN** de la tesis de **GUILLERMO PRIETO AVALOS**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de DOCTOR EN CIENCIAS en ELÉCTRICA con orientación en TELECOMUNICACIONES. Mexicali, Baja California, marzo 2019.

## **EVALUACIÓN Y ANÁLISIS NUMÉRICO DE UNA ESTRATEGIA DE DETECCIÓN DE ESPECTRO BASADO EN ENTROPÍA APLICADA A REDES DE RADIO COGNOSCITIVAS**

Resumen aprobado por:

---

Dr. Ángel Gabriel Andrade Reátiga  
Director de Tesis

La Radio cognoscitiva (RC) es una tecnología emergente en el campo de las comunicaciones inalámbricas que contribuye en mejorar la subutilización del espectro radioeléctrico de una manera dinámica y consiente del entorno. Esta asignación dinámica del espectro hace posible que aquellos usuarios secundarios (no regulados) tengan acceso a espectro radioeléctrico alterno para realizar sus transmisiones. La única restricción es que el acceso a un canal de interés no genere interferencia sobre la transmisión del usuario primario (regulado o con licencia). La detección espectral es uno de los procesos que requiere la RC para distinguir entre un canal de interés libre (esto es, solo ruido) u ocupado por una señal primaria. Las técnicas de detección espectral deben ser capaz de tomar decisiones correctas con información limitada y ser robustas a las variaciones aleatorias de la potencia del ruido presentes en el canal de interés. Recientemente se propuso un detector de espectro basado en el cálculo de la entropía (DBE). Este se caracteriza por ser una técnica robusta a la incertidumbre de ruido y lograr probabilidades de detección altas en entornos con niveles bajos de relación Señal a Ruido (SNR). Sin embargo, se ha identificado que el buen desempeño del DBE depende de la distribución estadística del espectro de potencia de las muestras de la señal detectada, ya que el valor del estadístico de prueba y umbral de detección dependen del valor de entropía que se calcula a partir de dicha distribución. En este trabajo se propone una modificación al DBE convencional que resulta en la estimación precisa del espectro de potencia y el valor de entropía. La propuesta consiste de dos partes; (i) una regla para construir el histograma del espectro de potencia a partir de las muestras de la señal y, (ii) implementación del periodograma de Bartlett para estimar el valor de entropía. De los resultados obtenidos se observó que la cantidad de clases utilizados para construir el histograma es dependiente de la distribución estadística de la señal primaria, esto es, el tipo de señal primaria a detectar influye en el desempeño del detector. Además, existe un compromiso entre la *Varianza* y *Resolución* que ofrece la técnica del periodograma en la estimación del valor de entropía. Este compromiso afecta el desempeño del detector, sobretudo bajo condiciones de incertidumbre de ruido en entornos de baja SNR.

Palabras claves: Radio cognoscitivo, entropía, histograma, incertidumbre del ruido, detección de espectro, periodograma de Bartlett.

**ABSTRACT** of the thesis presented by **GUILLERMO PRIETO AVALOS**, to partially fulfill the requirements to obtain the degree of DOCTOR OF SCIENCES. Mexicali, Baja California, México, March 2019.

## **ON THE EVALUATION AND NUMERICAL ANALYSIS OF AN ENTROPY-BASED SPECTRUM SENSING APPLIED TO COGNITIVE RADIO NETWORKS**

Approved by:

---

Dr. Ángel Gabriel Andrade Reátiga  
Thesis Advisor

Cognitive Radio (RC) is an emerging technology in the field of wireless communications that contribute to improving the underutilization of the radio spectrum dynamically. This dynamic spectrum allocation (DSA) makes it possible for secondary users (unlicensed) to have access to additional radio spectrum to carry out their transmissions. The only restriction of this secondary use of the spectrum is that it should not interfere to primary users' transmission (licensed users). Spectrum sensing is one of the processes that RC requires to distinguish between an idle channel (that is, only noise) and busy channel. Spectrum sensing techniques must be able to correctly decide on the occupation of the channel based on limited information; it must also be robust to random variations in the noise power present in the channel of interest. Recently, an entropy-based detector (DBE) was proposed. This spectrum sensing is a robust technique against noise uncertainty and achieves high detection probabilities in environments with low signal-to-noise (SNR) levels. However, it has been identified that the performance of the DBE depends on the statistical distribution of the power spectrum of the detected signal because the value of the test statistic and detection threshold depend on the entropy value. In this work, an improved DBE is proposed, which results in the precise estimation of the power spectrum and the entropy value. The proposal consists of two parts; (i) a rule to construct the histogram of the power spectrum from the samples of the signal and, (ii) the Bartlett periodogram's implementation to accurately estimate the entropy value. From the results obtained, it was observed that the quantity of classes (bins) used to construct the histogram depends on the statistical distribution of the primary signal, that is, the primary signal to be detected influences the performance of the detector. Also, there is a compromise between the *Variance* and the *Resolution* resulting from the periodogram technique that affects the estimations of entropy. This compromise also affects the performance of the detector, especially in conditions of noise uncertainty in low SNR environments.

**Keywords:** Cognitive radio, entropy, histogram, noise uncertainty, spectrum sensing, Bartlett periodogram.

## Dedicatoria

*A mi esposa María de Lourdes, que siempre me hace sentir, que amarla es vivir.  
Gracias por tu apoyo y comprensión en todo momento, aún en mis ausencias.  
Nuestro camino no termina aquí, es solo el inicio.*

## Agradecimientos

Agradezco, en primera instancia, a mi esposa María de Lourdes, por ser mi compañera y amor de mi vida y estar a mi lado durante esta aventura.

A mis hijos Elioth Guillermo, Gael y Victoria por impulsarme a seguir adelante con sus besos, sonrisas y abrazos a pesar de mis ausencias.

A mis padres y hermanos, acompañantes silencios, siempre apoyando.

Al Dr. Ángel G. Andrade Reátiga, que siempre se preocupó de mi formación no nada más en lo académico, sino también en lo personal, le agradezco su apoyo y paciencia en saber conducirme a pesar de que en ocasiones no tenía idea por dónde empezar.

A los miembros de mi comité de tesis: Dr. Guillermo Galaviz Yáñez, Dr. Rafael Villa Angulo, Dr. Edgar Leonel Chávez González y Dr. Arturo Serrano Santoyo, les agradezco por el apoyo y disponibilidad, en la realización de este trabajo de investigación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por otorgarme una beca durante la realización de mis estudios de posgrado. A la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), profesores de posgrado, personal administrativo y al proyecto de investigación Incertidumbre del ruido en Sistemas de Radio Cognoscitivo.

# Lista de Figuras

| Descripción de la Figura                                                                                                                                                        | Página |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| Figura 1. Ciclo de radio cognoscitivo. ....                                                                                                                                     | 14     |
| Figura 2. Descripción de la probabilidad de detección y de falsa alarma. ....                                                                                                   | 19     |
| Figura 3. Evaluación del valor de Entropía en el modelo del DBEnT para diferentes valores de $SNR$ y $UNC$ . ....                                                               | 30     |
| Figura 4. Diagrama a bloques del DBEnF.....                                                                                                                                     | 33     |
| Figura 5. Evaluación del DBEnF bajo incertidumbre de ruido. ....                                                                                                                | 34     |
| Figura 6. Diagrama a bloques del DBEnF estimando $T(x)=H$ a partir del espectro de potencia. ....                                                                               | 36     |
| Figura 7. Diagrama a bloques del DBEnF de dos estados de decisión. ....                                                                                                         | 37     |
| Figura 8. Diagrama a bloques del detector basado en Entropía en el dominio de la frecuencia.....                                                                                | 48     |
| Figura 9. Desempeño en la detección con respecto a $SNR$ para una señal primaria SSB.....                                                                                       | 50     |
| Figura 10. Desempeño en la detección con respecto a $SNR$ para una señal primaria FM. ....                                                                                      | 51     |
| Figura 11. Desempeño en la detección con respecto a $SNR$ para una señal primaria QPSK. ....                                                                                    | 51     |
| Figura 12. Desempeño en la detección con respecto a $SNR$ para una señal primaria 16-QAM.....                                                                                   | 52     |
| Figura 13. Proceso para estimar la varianza, resolución y entropía bajo las hipótesis $H_0$ y $H_1$ . ....                                                                      | 53     |
| Figura 14. Entropía ( $H$ ) como función de razón de cambio de la Resolución – Varianza bajo $H_0$ (Izquierda) y $H_1$ (Derecha).....                                           | 55     |
| Figura 15. DBEnF con el periodograma de Bartlett incorporado (DBEnF <sub>b</sub> ). ....                                                                                        | 57     |
| Figura 16. Curvas de sensibilidad para diferentes valores de $M$ , para una $P_d=0.1$ .....                                                                                     | 58     |
| Figura 17. Comparación de curvas de sensibilidad para $P_d=0.1$ .....                                                                                                           | 58     |
| Figura 18. Comparación de curvas ROC para $SNR = -17$ dB.....                                                                                                                   | 59     |
| Figura 19. Evaluación de la $P_d$ bajo $UNC = 5$ dB.....                                                                                                                        | 59     |
| Figura 20. Análisis de sensibilidad de los detectores DBEnF <sub>b</sub> (utilizando periodograma de Bartlett) y DBEnF <sub>w</sub> (utilizando el periodograma de Welch). .... | 60     |
| Figura 21. Curvas de sensibilidad para el DE ( $N=4096$ , $L=64$ , $K=64$ ), $UNC=0$ dB.....                                                                                    | 61     |
| Figura 22. Comparación entre DBEnFB contra el DE utilizando Welch para una $P_d=0.1$ y $UNC=0$ dB. ....                                                                         | 62     |

## Lista de Tablas

| Descripción de la Tabla                                                                                                   | Página |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| Tabla 1. Clasificación de las técnicas de detección con base en la información que requieren para su implementación. .... | 20     |
| Tabla 2. Entropía de un conjunto de 4096 muestras ( $L=15$ ) con la distribución según se indica en la Tabla. ....        | 40     |
| Tabla 3. Estimación de $H$ para cada señal primaria con un entorno de propagación de $SNR=5$ dB. ....                     | 49     |
| Tabla 4. Estimación de $H$ para cada señal primaria con un entorno de propagación de $SNR= -15$ dB. ....                  | 49     |
| Tabla 5. Parámetros de simulación. ....                                                                                   | 54     |
| Tabla 6. Valores de varianza, resolución y $H$ utilizando el periodograma de Bartlett bajo $H_0$ . ....                   | 54     |
| Tabla 7. Valores de varianza, resolución y $H$ utilizando el periodograma de Bartlett bajo $H_1$ . ....                   | 54     |
| Tabla 8. Diferencia numérica de entropía $H$ , para $H_0$ y $H_1$ . ....                                                  | 54     |

# Índice

|                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| RESUMEN .....                                                                                 | i  |
| ABSTRACT .....                                                                                | ii |
| Lista de Figuras .....                                                                        | v  |
| Lista de Tablas.....                                                                          | vi |
| Capítulo 1. Introducción .....                                                                | 2  |
| 1.1 Marco de referencia .....                                                                 | 2  |
| 1.2 Radio cognoscitiva: tecnología habilitadora de 5G .....                                   | 4  |
| 1.3 Planteamiento del problema .....                                                          | 7  |
| 1.4 Objetivos de la Tesis.....                                                                | 12 |
| 1.5 Organización del documento de tesis .....                                                 | 12 |
| Capítulo 2. Radio Cognoscitivo .....                                                          | 13 |
| 2.1 Generalidades de Radio Cognoscitiva .....                                                 | 13 |
| 2.2 Fundamentos de la detección de espectro en Radio Cognoscitivo .....                       | 17 |
| 2.3 Técnicas de detección espectral en redes cognoscitivas .....                              | 20 |
| 2.4 Comentarios finales y discusión .....                                                     | 24 |
| Capítulo 3. Detección espectral con base en la Entropía .....                                 | 25 |
| 3.1 Medición de la información .....                                                          | 25 |
| 3.2 Detección basada en la entropía en el dominio del tiempo (DBEnT) .....                    | 27 |
| 3.3 Detección basada en la entropía en el dominio de la frecuencia (DBEnF).....               | 30 |
| 3.4 DBEnF estimando la entropía del espectro de potencia .....                                | 34 |
| 3.5 Método de Histograma .....                                                                | 37 |
| 3.6 Estimación espectral de potencia mediante el Periodograma .....                           | 40 |
| 3.7 Comentarios finales y discusión .....                                                     | 46 |
| Capítulo 4. Análisis de resultados de la evaluación del detector de entropía .....            | 47 |
| 4.1 Análisis numérico de técnicas de estimación basadas en histogramas.....                   | 47 |
| para la detección de espectro basada en entropía .....                                        | 47 |
| 4.2 Análisis de la varianza y resolución espectral en la estimación de entropía.....          | 52 |
| 4.3 Análisis de los parámetros del periodograma de Welch en la estimación de la entropía..... | 59 |
| 4.4 Comparación del desempeño del DBEnF con el detector de energía (DE) .....                 | 60 |
| 4.5 Conclusiones y comentarios finales.....                                                   | 62 |
| Capítulo 5. Conclusiones y trabajo futuro.....                                                | 64 |
| 5.1 Resumen de la investigación .....                                                         | 66 |
| 5.2 Lecciones aprendidas.....                                                                 | 67 |
| 5.3 Contribuciones del DBEnF <sub>B</sub> .....                                               | 67 |
| 5.4 Contribuciones académicas .....                                                           | 68 |
| 5.5 Trabajo a futuro.....                                                                     | 68 |
| Referencias.....                                                                              | 70 |

# Capítulo 1. Introducción

## 1.1 Marco de referencia

La Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT), es una organización intergubernamental de la familia de las Naciones Unidas a cargo de la reglamentación, normalización y desarrollo de las telecomunicaciones en todo el mundo, lo que incluye la gestión internacional del espectro radioeléctrico y de la órbita de los satélites geoestacionarios [1]. El espectro radioeléctrico es un recurso natural limitado y de alta demanda, fundamental en materia de telecomunicaciones inalámbricas. Se trata de un bien intangible, por lo que su descripción resulta un tanto compleja; puede entenderse como parte del espacio aéreo que, a través del mismo, sirve como el medio en el que viajan las ondas electromagnéticas empleadas para transmitir información y así proveer diferentes servicios de telecomunicaciones y radiodifusión [2].

El Estado es quien administra las frecuencias del espectro radioeléctrico y es quien se encarga del otorgamiento de licencias para su uso, ya sea por licitación pública (para uso comercial o privado) o asignación directa (uso público o social). La demanda de espectro para los nuevos servicios inalámbricos sigue en aumento. Por ello, los reguladores deben ser capaces de responder a esta demanda, ya sea incrementando la cantidad de espectro disponible (reasignando el uso del espectro para el que originalmente fue concesionado), o bien habilitando nuevas formas de acceder al espectro [3]. Esto requiere un conocimiento sólido sobre el uso del espectro, no sólo de las asignaciones de las diferentes bandas de frecuencia, sino también cómo estas bandas se utilizan y si su utilización se está realizando de manera eficiente, con el fin de identificar en qué casos sería viable la compartición de espectro [4-5].

Por otro lado, la evolución de las redes de comunicación móvil celular está influenciada por el crecimiento continuo de usuarios inalámbricos, la demanda por transmitir y recibir grandes volúmenes de datos y por la necesidad de obtener una mejor calidad de experiencia (QoE). Para ello, se propone que las nuevas redes Móviles de Quinta Generación (5G), a diferencia de sus predecesoras, ofrezcan conectividad ubicua, comunicaciones con baja o cero latencia y atención a una gran cantidad de usuarios y dispositivos (comunicación masiva de maquina), crucial para el desarrollo y despliegue de las futuras aplicaciones móviles [6].

Lograr un despliegue exitoso de estos sistemas 5G y comunicaciones con alta calidad y eficiencia espectral, fundamentalmente se requiere que los operadores móviles cuenten con una mayor cantidad de recursos espectrales con respecto a los que cuentan actualmente. Sin embargo, generar más espectro radioeléctrico en un corto plazo es una tarea compleja. Una descripción sobre la situación internacional respecto al estado regulatorio y técnico de la asignación de espectro radioeléctrico para los sistemas 5G se presenta en [7]. Aunque la escasez de espectro podría abordarse mediante la asignación dinámica del espectro, se están explorando posibilidades de utilizar el espectro inactivo en el rango de onda milimétrica de 30 ~ 300 GHz a fin de incrementar el ancho de banda [8]. Para 5G, los canales se podrían asignar según el conocimiento de la ubicación geográfica, los servicios disponibles o la autenticación biométrica del usuario.

La política convencional de administración del espectro en México se le conoce como "administración fija del espectro". Esta forma de administración garantiza protección contra la interferencia a las distintas tecnologías inalámbricas. En la actualidad, la mayoría de las frecuencias se encuentran asignadas a algún servicio de comunicaciones. Esto indica que será difícil identificar espectro disponible para asignar a los nuevos servicios emergentes y tecnologías inalámbricas. Sin embargo, diversos estudios demuestran que el uso del espectro asignado varía entre el 15% y 85% dependiendo del servicio inalámbrico y la ubicación geográfica donde el espectro ha sido asignado [9]. A partir de estos estudios se puede concluir que, aun cuando se esperaría que el espectro se aproveche la mayor parte del tiempo, existen tiempos y ubicaciones geográficas en donde el espectro se encuentra subutilizado. Esto deja claro que existe una desigualdad entre la asignación y el uso que se hace del espectro. Debido a lo anterior, diferentes organismos gubernamentales han considerado la necesidad de introducir nuevas reformas para administrar el actual uso del espectro, no sólo para mejorar su utilización, sino también para proveer el espectro necesario para las nuevas aplicaciones de internet y multimedia que se ofrecen de manera inalámbrica. Para ello, se han propuesto estrategias que permitirán utilizar el espectro de una forma más inteligente y flexible. Un ejemplo de ello es la tecnología de Radio Cognoscitiva (RC), la cual provee a los dispositivos inalámbricos con la capacidad de adaptar de manera óptima sus parámetros de transmisión de acuerdo a la interacción con el entorno en el que opera, con el propósito de mejorar la eficiencia en el uso del espectro radioeléctrico [10-11].

## 1.2 Radio cognoscitiva: tecnología habilitadora de 5G

Actualmente existen en el mundo más de un trillón de dispositivos móviles<sup>1</sup> que cuentan con algún tipo de interfaz inalámbrica y con ello el consumo de datos de banda ancha aumenta vertiginosamente. Para atender dicha demanda, y en México no es la excepción, las redes móviles e inalámbricas del futuro requerirán del trabajo conjunto de múltiples redes y tecnologías de acceso de radio (RATs: *Radio Access Technologies*). Compartir espectro es una solución prometedora que les permitirá a las redes y a las RATs que disponen de poco recurso espectral propio acceder al recurso espectral disponible de otras redes. La detección de espectro se considera como la herramienta técnica habilitadora de esta estrategia de compartición de espectro en redes de RC [12]. La RC [13] se define como aquel sistema de radio que utiliza las bandas espectrales en forma dinámica con el objetivo de utilizar de manera eficiente el espectro radioeléctrico. Esta tecnología permite modificar los parámetros de transmisión de acuerdo con el ambiente radio en que esté operando, y a diferencia de los dispositivos de radio convencionales, la RC es capaz de adquirir consciencia sobre su entorno de radio en forma autónoma. Para explotar el uso del espectro oportunamente, la RC habilita a los usuarios secundarios (US, usuarios que acceden al espectro de otro(s) sistema(s)) con transmisores-receptores que les permite identificar de manera periódica huecos espectrales (bandas de frecuencia que no son utilizados por aquellos usuarios que tienen prioridad en el uso de su espectro) para establecer una comunicación. Si un US decide erróneamente que dicho canal está libre cuando en realidad lo está utilizando un usuario regulado o primario (UP), generará interferencia sobre la red primaria y, resolver que el canal está ocupado cuando está libre, resultará en consecuencia en una disminución de la eficiencia espectral. A esta forma de explotar el espectro utilizando la tecnología de RC se le conoce como Acceso Dinámico de Espectro (DSA, por sus siglas en inglés). Cualquier iniciativa que fomente el uso compartido del espectro tiene como premisa fundamental que los USs no interfieran a los UPs [14]. De acuerdo con lo anterior, para maximizar el aprovechamiento del recurso espectral, futuros dispositivos requerirán identificar cualquier tipo de señal primaria para que cuando esta no esté presente en el canal pueda aprovecharse de forma secundaria.

---

<sup>1</sup> Fuente: Informa Telecoms & Media

### 1.2.1 Avances en el despliegue de 5G

La Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT) tiene agendado para el año 2020 el despliegue comercial de los Sistemas Móviles de Quinta Generación (5G) [15]. Sin embargo, algunos países ya han realizado despliegues y evaluaciones de sistemas RC con el fin de compartir espectro. Por ejemplo; la Comisión Federal de Comunicaciones (FCC) en Estados Unidos aprobó el uso del estándar IEEE 802.22 WRAN (802.22 u 802.22 WRAN) [16], que tiene como objetivo aprovechar espacios en blanco en el espectro de frecuencia de los canales de televisión (TV) [17-18]. Esta tecnología emplea técnicas de RC para compartir espectro geográfico no utilizado por el servicio de televisión. La idea es utilizar ese espectro de frecuencia, para ofrecer acceso de banda ancha a zonas en las que difícilmente se podría proporcionar este servicio como lo son las zonas de baja densidad de población o ambientes rurales. El estándar 802.22 WRAN está diseñado para proteger de interferencias perjudiciales a los dispositivos de bajo consumo de potencia con licencia que operan en banda de radiodifusión y de TV (analógica y digital).

En una escuela secundaria de Malawi, al sureste de África, se instaló una red inalámbrica que la conecta con un proveedor de telecomunicaciones [19]. Para la transmisión de datos (correo electrónico, redes sociales, o información turística), la red utiliza aquellas bandas de frecuencia que no son utilizadas por el servicio de televisión. Este esfuerzo por aprovechar los espacios en blanco de TV no solo está sucediendo en Malawi, sino que a la fecha se han hecho despliegues de este tipo en otros ocho países africanos, para formar lo que se conoce como “la aldea digital global”. La meta es dirigir el servicio de internet de banda ancha hacia las zonas más remotas del continente, la tecnología de aprovechamiento de espacios en blanco sobre la banda de TV parece ser uno de los enfoques más prometedores y accesibles. Después de todo, las áreas rurales, aunque están muy alejadas de la infraestructura de telecomunicaciones, disfrutan de un espectro electromagnético relativamente ordenado. Un grupo de trabajo de la Universidad de Rice en Houston, desarrollaron el primer dispositivo (llamado WATCH) para transmitir Internet inalámbrico por un canal UHF (Ultra Alta Frecuencia) de forma concurrente con un canal ocupado por una transmisión de televisión [20]. Según las evaluaciones, WATCH podría transmitir seis veces más datos inalámbricos (24 Mbits por segundo) que los sistemas que solo utilizan los canales libres de la banda UHF.

Con las redes celulares saturadas por el aumento de la demanda, los operadores móviles están buscando porciones de espectro adicionales para transmitir las señales de sus usuarios. Una opción es hacer un uso concurrente con el espectro no regulado en la banda de 5 GHz, utilizado principalmente para servicios de redes inalámbricas (del tipo Wi-Fi). En este sentido, en [21] proponen una estrategia en la que usuarios de la red Wi-Fi o LTE-Unlicensed (estándar de telefonía celular sin espectro regulado) puedan hacer uso de bandas de frecuencia reguladas asignadas a los sistemas móviles celulares. Para ello, los usuarios de Wi-Fi emplean la tecnología de RC para identificar espectro disponible en esas bandas de frecuencias. Los resultados mostraron un incremento de la transmisión de datos del 160% y una reducción del tiempo de espera por un canal disponible a casi cero.

Al igual que en los Juegos Olímpicos de Berlín de 1936, en el que se introdujo al mundo la televisión, o la transmisión satelital en Tokio-1964, la fibra óptica en Los Ángeles-1984 o la cámara CCD en Barcelona-1992, en los pasados Juegos de Invierno realizados en la ciudad de Pyeongchang, Corea del Sur en el 2018, se realizó el primer despliegue de la tecnología 5G [22]. La realidad virtual para observar escenas panorámicas de 360 grados de los distintos eventos deportivos o transmisiones en vivo de alta definición proyectadas en las ventanas de los trenes ya sea, desde la cámara frontal de un jugador de hockey o desde drones que vuelan sobre las pistas de esquí, fueron algunas de las aplicaciones ejecutadas en dicho evento.

Para el desarrollo de las soluciones anteriormente descritas y para resolver la crisis actual de escasez de espectro, se requiere de la combinación e interacción entre varias tecnologías. Por ejemplo; acceso múltiple no ortogonal, MIMO masivo, redes de acceso de radio en la nube, o utilizar porciones de espectro en el orden de 60-90 GHz. Los sistemas MIMO masivo [23], permitirán que las estaciones base compartan frecuencias para conectarse con muchos usuarios al mismo tiempo, haciendo un uso más eficiente del espectro limitado. Según [24], 5G tiene el objetivo de servir a muchos más usuarios con velocidades de transmisión mucho más altas. La capacidad puede aumentarse indefinidamente desplegando células cada vez más pequeñas y operando a frecuencias más altas, siempre y cuando se pueda lograr una mayor eficiencia con un procesamiento de señal avanzado y nuevas políticas de intercambio de espectro. Entre todos estos enfoques, el

mayor impacto se lograría asignando frecuencias más altas (en el rango milimétrico de 30 a 300 GHz), donde el ancho de banda está disponible y es abundante. Sin embargo, cuanto mayor sea la frecuencia de operación, mayor será la atenuación por distancia. Vale la pena señalar que el uso de comunicaciones de ondas milimétricas es prometedor para muchas aplicaciones en Internet de las cosas (IoT), ya que los sensores pueden tener conexiones de línea de vista y las distancias entre los sensores podrían no ser grandes. Tales distancias podrían ser apropiadas para los tamaños de celda pequeños previstos en 5G.

### **1.3 Planteamiento del problema**

La tecnología RC es una opción para mejorar la utilización del espectro congestionado en las redes celulares, ya que está reportado que algunas porciones del espectro asignadas a operadores de dichas redes se subutilizan [25]. Debido a que gran parte del tiempo algunas bandas de frecuencia no se utilizan, la tecnología RC les permitiría a los USs utilizar ese espectro de forma dinámica y flexible [26]. Los usuarios del sistema secundario deberán identificar estos espacios en blanco o huecos espectrales ya sea, en el tiempo, la frecuencia y/o la ubicación geográfica, y utilizarlos de forma oportuna y sin causar interferencia a los UPs. Estos huecos pueden identificarse mediante un proceso de detección del espectro [27-28] o mediante la geolocalización combinada con el acceso a una base de datos de uso del espectro [29].

La detección de espectro es una de las operaciones esenciales de la RC, ya que el US requiere identificar la señal primaria de manera confiable y rápida. Dado que el proceso de detección debe lograrse independientemente del tipo de señal que transmita el UP, es conveniente utilizar técnicas de detección que no dependen del conocimiento de los parámetros de las señales que tratan de detectar. Para ello se requieren de técnicas de procesamiento que permiten analizar las muestras de la señal recibida en forma tal, que permiten tomar una decisión, acerca de la disponibilidad del canal. Los retos a los que se enfrentan las técnicas de detección son: *i)* cuentan con poco o nulo conocimiento sobre las señales que transmiten los UPs (potencia, fase, modulación, entre otros), *ii)* el tiempo para resolver sobre la ocupación del canal debe ser corto, con el fin de aprovechar el tiempo disponible en transmitir información útil y, *iii)* contrarrestar los efectos negativos sobre las señales primarias ocasionados por los desvanecimientos e interferencia [30-32]. Lo anterior sugiere que cualquier técnica de detección espectral debe ser capaz de tomar decisiones acertadas sobre la

disponibilidad de alguna banda de frecuencias, a partir de información limitada y, sobre todo, en presencia de variaciones en el entorno de propagación [22].

Considerando que existen diferentes técnicas de modulación de señales primarias debido a la diversidad de servicios inalámbricos, es de importancia considerar alguna técnica de detección espectral que necesite poco o nula información de la señal primaria. Una de las técnicas de detección de espectro más estudiada en la literatura es el Detector de Energía (DE) [33]. Este esquema de detección no-coherente cuantifica la energía (o potencia) de las muestras de la señal recibida, llamado estadístico de prueba, y la compara contra un valor de potencia de ruido de referencia o umbral de detección. El estado actual del estadístico de prueba se compara con el umbral de detección para decidir acerca de la presencia de una señal primaria. El DE no puede manipular el estadístico de prueba, ya que es una característica propia de la señal observada, pero si puede mejorar la certidumbre de sus decisiones manipulando el umbral de detección, ya que este está en función de la estima que el DE obtiene de la potencia de ruido. Sin embargo, por las condiciones dinámicas de la potencia de ruido y los desvanecimientos del canal, es inevitable que el DE opere en entornos de propagación con niveles bajos en la relación señal a ruido (SNR). Es por ello que debe analizarse cuidadosamente el efecto que provoca la incertidumbre de ruido y la variabilidad del canal en el DE, ya que su buen desempeño depende del conocimiento exacto de la potencia de ruido. Por la dificultad de estimar con precisión la potencia del ruido, convencionalmente se asume que el US no necesita estimar la potencia de ruido o el SNR antes del proceso de detección, por lo que se utiliza un valor único del umbral de detección durante todo el tiempo que dura el proceso de detección. Sin embargo, las variaciones aleatorias de la potencia del ruido generan una diferencia entre este valor de umbral utilizado y el valor real de la potencia de ruido en el instante de la detección, conocida como incertidumbre de ruido, degradando la capacidad del DE para decidir correctamente sobre el estado del canal, sobre todo cuando el *SNR* del entorno se encuentra por debajo de un valor determinado (fenómeno conocido como SNR Wall) [34]. El *SNR-wall* es el valor mínimo de *SNR* bajo el que el DE puede resolver sobre la disponibilidad de canal al menos con el 90% de confiabilidad, más allá de este valor de *SNR*, el DE no es capaz de garantizar una mínima tasa de detección requerida cuando existe incertidumbre en la potencia de ruido (*UNC*), aun cuando la duración del proceso de detección se prolongue hasta el infinito.

Existen diversas estrategias reportadas en la literatura que logran incrementar la

probabilidad de detección y sensibilidad del DE en entornos de bajo  $SNR$ , reduciendo con esto los efectos negativos que le produce la incertidumbre del ruido [17-18], [35-40]. Algunos de ellos suponen en sus experimentos que el US conoce el comportamiento exacto del ruido durante el tiempo de la detección, lo que en la práctica no es posible. Mientras que otros, adaptan el umbral de detección con respecto a la potencia de ruido presente en una banda de frecuencia fija distinta a la banda de interés que se desea ocupar. Para esto, requieren una banda de frecuencia dedicada que transmita exclusivamente una señal de ruido y, a partir de esta, estimar la potencia de ruido en cada intervalo de detección. Este procedimiento reduce el uso del espectro (filosofía contraria a la de RC) e incrementa la complejidad de implementarlo físicamente.

Se ha reportado que el detector basado en la Entropía (DBEn) es, por su naturaleza, robusto a la incertidumbre del ruido [41-46]. De acuerdo a la teoría de la información, la predictibilidad y/o aleatoriedad de un evento, se puede cuantificar al calcular su Entropía ( $H$ ). Si el evento tiende a ser aleatorio, su valor de  $H$  tendería a ser máxima, y por el contrario si el evento muestra un comportamiento predecible, su  $H$  tendería a ser mínima. En el contexto de la detección de espectro en RC, el DBEn se basa en el hecho de que el valor de  $H$  de una señal recibida estocástica es máxima si la señal es solo ruido Gaussiano, pero si la señal recibida contiene una señal primaria modulada, entonces el valor de  $H$  es mínima. Estos valores de  $H$ , que permiten distinguir entre solo ruido y una señal primaria, hacen que el DBEn sea adecuado para utilizarse en sistemas RC. El DBEn calcula  $H$  a partir de las muestras de la señal recibida, en este caso  $H$  será el estadístico de prueba y se comparará contra la entropía de la potencia de ruido de referencia (el umbral de detección) para decidir si la banda o canal de interés está libre u ocupado.

El valor de  $H$  se estima a partir de las muestras de la señal recibida en el dominio del tiempo o a partir del espectro de magnitud o potencia si es en el dominio de la frecuencia. Está demostrado en [41-46] que el Detector de Entropía basado en el dominio de la Frecuencia (DBEnF) es robusto a la incertidumbre del ruido con respecto al Detector Entropía basado en el dominio del Tiempo (DBEnT).

El DBEnF estima  $H$  a partir del histograma del espectro de amplitud o de potencia de las muestras de la señal recibida. El histograma, es una representación gráfica de la distribución

estadística de una variable aleatoria, con el que a partir de las frecuencias relativas de los eventos que conforman al conjunto de datos a analizar, es posible determinar la probabilidad de ocurrencia de cada evento y a partir de esas probabilidades calcular su  $H$  correspondiente. Si las muestras de la señal recibida corresponden a un proceso de ruido AWGN y aun cuando su potencia varia de manera aleatoria (es decir que existe *UNC*), su valor de  $H$  permanece constante. Lo anterior se debe a que la distribución estadística del ruido sigue siendo la misma con o sin incertidumbre, por lo que el valor de las probabilidades de ocurrencia obtenidas de su histograma tiende a ser el mismo valor, por lo que  $H$  se mantiene constante, aún bajo condiciones de *UNC*.

Como se mencionó anteriormente, es posible distinguir a partir del valor de  $H$  de entre solo ruido y señal primaria. Sin embargo, el DBEnF también puede utilizarse para clasificar señales primarias, ya que el valor de  $H$  estará en función de la técnica de modulación utilizada por el UP. El espectro de amplitud o de potencia no es el mismo (y por lo tanto tampoco lo será su distribución estadística) para una modulación analógica (como AM y FM) que para una modulación digital (por ejemplo; QPSK o 64QAM), para cada una se generan diferentes histogramas, diferentes valores de probabilidad de ocurrencia y en consecuencia diferentes valores de  $H$ . La distribución estadística del proceso de ruido tiende a ser gaussiana por lo que el valor numérico de  $H$  es alto. En el caso de la distribución estadística de las señales primarias moduladas tienden a ser un impulso, por lo que el valor numérico de  $H$  es menor que el obtenido para una señal del solo ruido.

De acuerdo con los trabajos reportados en [44-46], la forma de estimar  $H$  que más favorece al desempeño del DBEnF es a partir del espectro de potencia en comparación con el espectro de amplitud. Esto se debe a que el espectro de potencia favorece en que la distribución estadística de las muestras de ruido tienda a una distribución uniforme (con máximo valor de  $H$ ) y en caso de que las muestras correspondan a una señal primaria su distribución estadística será un impulso (con mínimo valor de  $H$ ). Lo anterior le permite al detector distinguir fácilmente entre ruido y señal aún en entornos bajos de *SNR* y *UNC*.

A partir de lo anterior, se puede establecer que una estimación precisa del espectro de potencia es de suma importancia para mejorar el desempeño del DBEnF. La técnica del periodograma propuesto en [47], utilizado para estimar la densidad espectral de potencia (PSD) a

partir de un conjunto de muestras, es un estimador asintóticamente no sesgado, pero no consistente de la verdadera PSD, como se demuestra en [48]. La falta de consistencia de este estimador conduce a una errónea estimación de la potencia. Tomando en cuenta que el rendimiento de la DBEnF depende de la estimación precisa de la PSD, en este trabajo se propone estimar la PSD utilizando el Periodograma de Bartlett [49], que es un estimador no paramétrico, asintóticamente no sesgado y consistente. Por un lado, se puede obtener una estimación consistente del verdadero espectro de potencia al disminuir la varianza de la estimación de PSD, lo que proporciona una mejor aproximación al valor de la entropía de la señal. Pero, por otro lado, la reducción de la resolución espectral daría lugar a la pérdida de información con respecto a la composición de la señal recibida, lo que podría convertirse en una estimación poco precisa de la entropía de la señal. Por lo tanto, se debe establecer el compromiso entre los Segmentos Puntos del Periodograma de Bartlett, los cuales controlan la varianza y resolución del cálculo del espectro de potencia.

Para lograr lo anterior es necesario; *i*) identificar la cantidad de clases necesarias para construir el histograma, ya que, la distribución estadística del conjunto de muestras de la señal recibida depende del número de clases y en consecuencia el valor de  $H$  se verá afectado. Los trabajos que reportan evaluaciones del desempeño Detector de Entropía [41-46] utilizan un valor fijo de esta cantidad de clases (15 clases en el número más utilizado), y en ninguno de ellos se reporta un análisis del impacto del número de clases sobre la estimación de  $H$  durante el proceso de detección, y *ii*) determinar el compromiso entre la varianza y la resolución espectral del periodograma de Bartlett y su influencia sobre el desempeño del DBEnF. Básicamente estos dos factores se controlan a partir de la cantidad de segmentos ( $M$ ) y puntos ( $K$ ) considerados en el modelo de Bartlett.

De acuerdo con lo anterior, se formularon las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cuál de las estrategias reportadas en la literatura para construir histogramas y bajo que condiciones son apropiadas para incrementar la probabilidad de detección en un detector basado en la Entropía cuando opera en entornos de propagación de baja relación Señal a Ruido ( $SNR$ )?
- ¿Cuál es la cantidad de segmentos ( $M$ ) y puntos ( $K$ ) que se deben considerar en el periodograma de Bartlett, de manera tal, que el compromiso logrado entre la varianza y resolución espectral reduzca el error de estimación de la potencia y entropía de la señal?

## **1.4 Objetivos de la Tesis**

### **1.4.1 Objetivo General**

Desarrollar una técnica de procesamiento de señal que modifique la distribución estadística del espectro de potencia de la señal recibida de tal forma que el Detector basado en la Entropía mejore su probabilidad de detección en condiciones de incertidumbre de ruido y baja relación Señal a Ruido.

### **1.4.2 Objetivos Particulares**

- Implementar diferentes reglas para calcular la cantidad de clases a utilizar en la construcción de histogramas para estimar el valor de  $H$ .
- Identificar la distribución estadística que mejore la detección espectral, en entornos bajos de  $SNR$ .
- Utilizar una estrategia basada en el procesamiento digital de señales que permita al DBEnF diferenciar con precisión entre presencia y ausencia de una señal primaria bajo ruido AWGN en entornos bajos de  $SNR$ .

## **1.5 Organización del documento de tesis**

El presente documento de tesis se compone por cinco capítulos. En el capítulo 2, se presenta la descripción de la tecnología de Radio Cognoscitivo y técnicas de detección de espectro. En el capítulo 3 se presenta el marco teórico, donde se aborda el tema de histogramas y la estimación del espectro en potencia con el Periodograma de Bartlett, temas en los que se apoyó este trabajo de investigación. En el capítulo 4 se presentan los experimentos realizados en este trabajo de investigación y finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y trabajos futuros.

## Capítulo 2. Radio Cognoscitivo

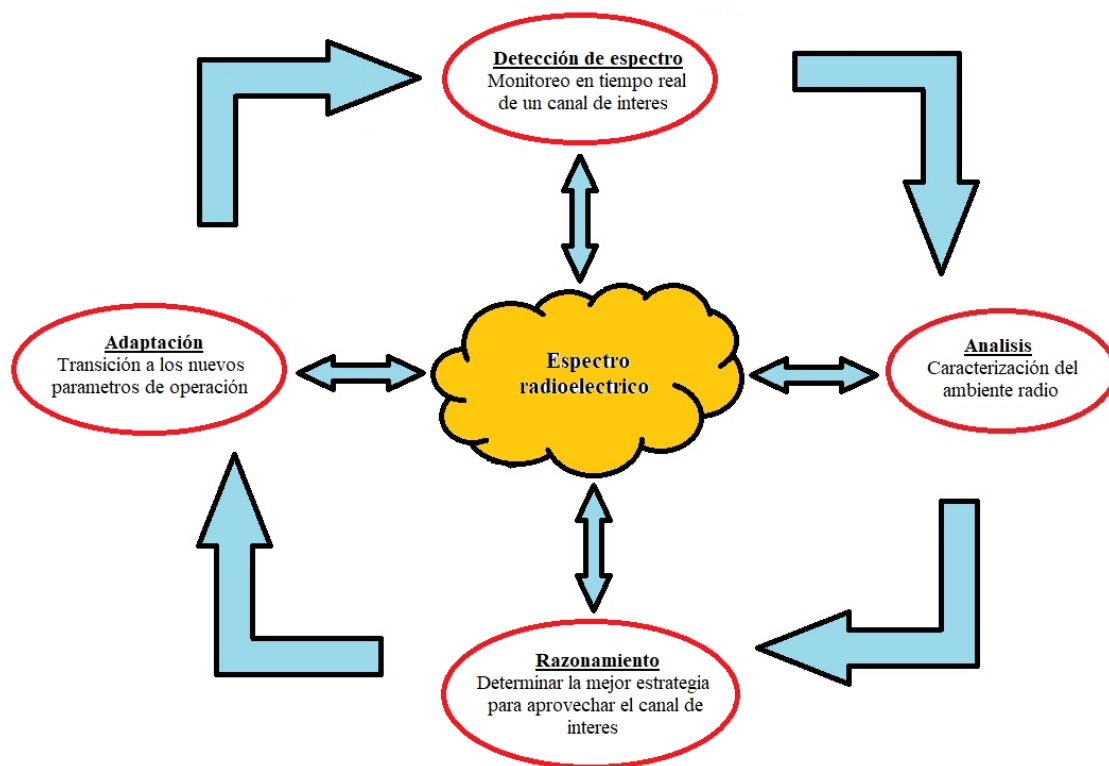
Cualquier iniciativa que fomente el uso compartido del espectro tiene como premisa fundamental que los usuarios secundarios (US), es decir, los usuarios que acceden al espectro de otro(s) sistema(s), no interfieran los servicios que prestan o demanden los usuarios primarios (UP), esto es, aquellos usuarios que tienen prioridad sobre el uso de su espectro [50]. De acuerdo con lo anterior, los futuros dispositivos, aplicaciones o sistemas de espectro compartido requerirán de la detección de todo tipo de señales de tal manera que sea posible identificar oportunamente los tiempos y ubicaciones geográficas en que el espectro perteneciente a un UP se encuentra disponible y pueda ser utilizado de forma secundaria. La Radio Cognoscitiva (RC) se define como aquel sistema de radio que utiliza las bandas espectrales en forma dinámica con el objetivo de mejorar la utilización del espectro. Esta tecnología permite modificar los parámetros de transmisión de acuerdo con el ambiente radio en que esté operando, y a diferencia de los dispositivos de radio convencionales, la RC es capaz de adquirir consciencia sobre su entorno de radio en forma autónoma. Para explotar el espectro de una manera oportunista, la RC habilita a los US con receptores que les permite identificar de manera periódica los huecos espectrales, y a su vez seleccionar el mejor canal para establecer una comunicación. Decidir erróneamente que dicho canal está libre, cuando en realidad lo está utilizando un UP, generará interferencia en la red primaria y, resolver que el canal está ocupado, cuando en realidad está libre, resultará en un desaprovechamiento del uso del espectro. A esta forma de explotar el espectro utilizando la tecnología de RC se le conoce como Acceso Dinámico de Espectro (DSA, por sus siglas en inglés).

### 2.1 Generalidades de Radio Cognoscitiva

El uso y regulación de las emisiones en el espectro radioeléctrico son coordinadas por los organismos reguladores nacionales de cada país. Utilizar de manera eficiente el espectro, requiere del desarrollo de técnicas de DSA, lo cual permitiría que cada US utilice espectro disponible que los UPs no utilizan temporalmente [51-52].

La RC es una de las tecnologías que permitirá a las redes de comunicación de próxima generación utilizar el espectro de manera más eficiente, de forma oportunista y sin interferir a los

UP [53]. Difiere de los dispositivos de radio convencionales en que los dispositivos RC pueden equipar a los US con capacidad cognitiva y reconfigurable [54-55]. La capacidad cognitiva se refiere a la capacidad de detectar y recopilar información del medio ambiente circundante, como la frecuencia de transmisión, ancho de banda, potencia, o modulación. Con esta capacidad cognitiva, los US pueden identificar el mejor espectro disponible para realizar sus transmisiones/recepciones. Por reconfigurable se refiere a la capacidad de adaptar rápidamente sus parámetros de operación de acuerdo con la información detectada para lograr el rendimiento óptimo. Al explotar el espectro oportunamente, la RC permite a los US detectar y seleccionar el mejor canal o banda de frecuencias disponibles, coordinar el acceso al espectro con otros usuarios y desalojar el canal cuando un UP reclame el derecho de uso del espectro. Lo anterior se conoce como el ciclo de la radio cognoscitiva y se muestra en la Figura 1.



**Figura 1. Ciclo de radio cognoscitivo.**

Teniendo en cuenta la necesidad de hacer un uso más eficiente del espectro radioeléctrico, especialmente cuando los US coexisten con UP, esquemas de asignación al espectro tradicionales

[56] y los protocolos de acceso al espectro ya no son tan viables. Los nuevos enfoques de gestión al espectro deben desarrollarse para resolver los desafíos en la investigación relacionada con RC, especialmente, en la detección de espectro y el intercambio dinámico de espectro. Para incrementar el uso eficiente del espectro radioeléctrico, la eficiencia de los esquemas dinámicos de la distribución y gestión de espectro son importantes. Sin embargo, deben diseñarse nuevos protocolos de control y gestión de acceso al canal, para evitar la colisión y/o interferencia con un UP. Cuando un UP requiere hacer uso de su banda regulada, también se requiere contar con algún mecanismo de transferencia de espectro que les permita a los US cambiar de banda de frecuencia sin interferir a un nuevo UP y sin que el US pierda su comunicación. En redes inalámbricas cognitivas multi-salto, nodos de RC intermedios deben de compartir la información de retransmisión y enrutamiento mediante el uso de un conjunto de canales dinámicamente cambiantes. Para gestionar y controlar la interferencia que los USs generan a los UP y entre ellos, la transmisión y competencia de acceso al espectro deben controlarse cuidadosamente.

La compartición de espectro se puede llevar a cabo bajo tres modalidades: *interweave*, *underlay* y *overlay*. En el modelo *interweave*, un US no pueden acceder a una banda o canal de comunicación si esta se encuentra ocupada por un UP [57-58]. En este modelo, el US debe identificar las bandas de frecuencia disponibles del espectro radioeléctrico, (subutilizados, en parte o en su totalidad) en un periodo de tiempo y ubicación geográfica en específico. Por lo tanto, la tarea fundamental de RC es detectar si está presente una señal primaria [59]. Además, se requiere que el US desaloje rápidamente el canal una vez que el UP requiera hacer uso de su espectro, de tal manera que los efectos de interferencia perjudicial a los UPs sean mínimos. En el modelo *underlay*, está permitida la coexistencia simultánea entre UPs y USs [60-62]. Sin embargo, a los UPs siempre se les asigna una mayor prioridad para usar el espectro con respecto a los USs. Además, el intercambio debe de mantenerse por debajo de la restricción de interferencia predefinida a favor del UP. Usualmente, el US realiza sus transmisiones sobre un ancho de banda lo suficientemente grande como para garantizar que la cantidad de la interferencia causada al UP se encuentre dentro de los límites predefinidos. Debido a esta restricción, este modelo *underlay* es más eficiente a medida que las transmisiones sean de corto alcance. En el modelo *overlay*, el UP y US pueden transmitir simultáneamente. Este modelo asume que el US conoce la información que el UP está transmitiendo [61]. Para lo anterior existen dos enfoques principales: (1) con la ayuda de técnicas de codificación

avanzadas [63] como “dirty paper coding” (una técnica que mitiga una interferencia conocida a priori sobre un canal de ruido gaussiano blanco aditivo (AWGN)), el US puede pre-codificar la transmisión transmitida por el UP, con el fin de anular efectivamente la interferencia en el receptor del US. Si bien, este enfoque no cumple con el principio de proteger a los UP de la interferencia, si proporciona la información para que el US alcance su máximo desempeño y, (2) el US divide su potencia de transmisión en dos partes, una utilizada para elevar la potencia del UP para mitigar el efecto de interferencia causado por los datos del US y la otra para transmitir los datos del US [64].

Actualmente, los estándares IEEE 802.22, IEEE 802.11af y ECMA-392 se han desarrollado con base al modelo *interweave* en los que la detección de espectro es crítica. Antes de que se efectúe la comunicación entre sus usuarios, el US debe decidir si el espectro radioeléctrico está disponible. Para realizar esta función, se han propuesto dos esquemas de detección: nodo local y cooperativo [65]. En el esquema de detección local (o un solo nodo) se utiliza un solo canal o banda de frecuencia para las funciones de RC y transmisión de datos. En este sentido, solo se asigna un intervalo de tiempo específico para la detección del espectro. Dado que los usuarios de RC no acceden al espectro durante el período de detección, este período se denomina período de silencio (QP) [66]. Como resultado de esta detección limitada, solo se garantiza cierta precisión de detección de espectro. Por otra parte, la eficiencia del espectro se reduce ya que una parte de la disponibilidad del intervalo de tiempo se utiliza para detectar, en lugar de transmitir datos por el US [67]. Debido a la *UNC* y fenómenos de propagación que deterioran la transmisión, tales como sombreado y efecto multi-trayectoria, el rendimiento del esquema de detección local no siempre garantizan un desempeño satisfactorio. El esquema de detección cooperativa utiliza más de un US para resolver sobre la ocupación del canal, aprovechando con esto la diversidad espacial en la detección del espectro, resultando en un esquema que decide mejor la mayoría de las veces el estado correcto (libre u ocupado) de la banda o canal de frecuencia de interés [68-69]. La cooperación puede implementarse como una arquitectura centralizada o distribuida. En la arquitectura centralizada, el resultado de la detección del espectro de múltiples US se envía a una unidad central que se encarga de resolver sobre ocupación de las bandas de frecuencia a partir del análisis de las observaciones individuales de los nodos que realizan la detección. [70-71]. La unidad central controla directamente el tráfico de la red o difunde la información con los canales disponibles a todos los dispositivos de la red secundaria. Esta arquitectura presenta como desventaja que los

requerimientos de ancho de banda para enviar la información de detección a la unidad central se incrementan en la medida que el número de USs crece.

Por otro lado, en una arquitectura distribuida cada nodo secundario comparte entre el resto de los nodos su resultado del proceso de detección, y cada nodo decide de forma independiente sobre cuales porciones del espectro utilizará [68-69]. Con respecto a la arquitectura centralizada, la arquitectura distribuida tiene como ventaja que no requiere de infraestructura adicional. Si bien, los esquemas de detección cooperativa en RC resultan ser más eficientes con respecto a una detección local, en la detección cooperativa se consideran estrategias sobre como agrupar o distribuir espacialmente a los US para obtener resultados más precisos, ocasionando que debido al elevado número de USs que pueden formar una red, no siempre la detección cooperativa provoca una mejora en la precisión del resultado. Incluir todos los USs de la red en el proceso de detección puede producir desperdicio del ancho de banda y por lo tanto, durante la fusión de los datos se puede prescindir de la información de algunos de los USs [72]. Además, este esquema es el de mayor consumo de energía el costo del equipo [73]. Por lo tanto, resulta relevante optimizar en primer lugar el desempeño de un esquema de detección local para después considerarlo como parte de un esquema de detección cooperativa.

## **2.2 Fundamentos de la detección de espectro en Radio Cognoscitivo**

La detección espectral consiste en que el US identifique correctamente aquellas bandas de frecuencia que no se utilizan durante algún tiempo y espacio determinados. A su vez, durante la comunicación, el US debe ser capaz de detectar señales (que pueden llegar a ser muy débiles) generadas por el UP para desocupar el canal y no interferir al UP. Por lo tanto, la detección del UP es esencial como primer paso para mejorar la eficiencia del uso del espectro utilizando la plataforma de RC. Tradicionalmente, las técnicas de detección de espectro se basan en la detección periódica del espectro durante el periodo de silencio (Tiempo en el que no utiliza su banda o canal) del UP [74]. Este procesamiento, generalmente se aplica sobre las muestras de la señal recibida en el US para explorar alguna característica específica del UP. Este mecanismo se repite periódicamente para monitorear (en un tiempo finito) la banda o canal de interés, y así, el US podrá abandonarlo de manera eficiente si se detecta la presencia del UP, por lo que el US elegirá otra banda de frecuencia

válida, para seguir su comunicación.

El problema de la detección de espectro se modela como una prueba de hipótesis binaria, en la que las dos hipótesis se formulan como se muestra a continuación:

$$H_0: x[n] = \omega[n], \text{ Solo ruido} \quad (1)$$

$$H_1: x[n] = s[n] + \omega[n], \text{ Señal + Ruido} \quad (2)$$

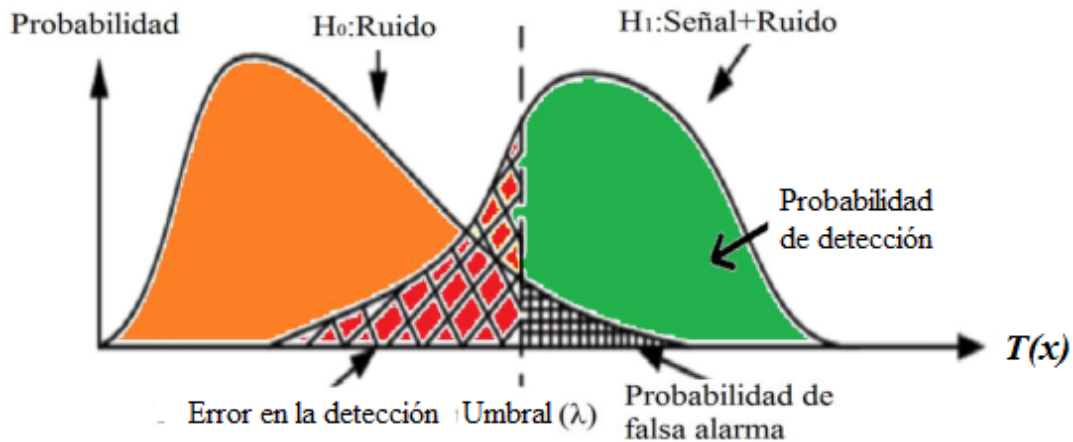
Donde la hipótesis  $H_0$  corresponde al caso donde las muestras recibidas están compuestas únicamente por ruido, mientras que la hipótesis  $H_1$  corresponde al caso donde las muestras recibidas se componen por una señal primaria más ruido. Para resolver cualquiera de las hipótesis, se requiere definir un estadístico de prueba  $T(x)$ , el cual representa el efecto o variable física a comparar; por ejemplo; en bioestadística, el  $T(x)$  puede representar la media de los pesos de recién nacidos, cantidad de glóbulos blancos o prevalencia de algún cáncer de una población en particular. En el contexto de la detección de espectro, el  $T(x)$  puede ser la energía, potencia, valores propios o entropía de las muestras de la señal recibida de la porción del espectro de interés. El umbral de detección ( $\lambda$ ) es la referencia con la cual se compara el  $T(x)$  para determinar si existe o no la característica de la variable física de interés (potencia o entropía). Por lo tanto, el  $T(x)$  se compara con  $\lambda$ , para tomar una decisión y así resolver (con un grado de precisión o de error) el estado del espectro [75]. De manera general, la toma de decisión se realiza a partir de la ecuación (3);

$$\begin{array}{c} H_0 \\ T(x) \leq \lambda \\ > \\ H_1 \end{array} \quad (3)$$

En la Figura 2, se observa que si se acepta  $H_1$  cuando  $H_0$  es verdadero, entonces se obtiene una falsa alarma. Esto significa que se decide que el espectro se encuentra ocupado, cuando en realidad está libre. Por otro lado, aceptar  $H_0$  cuando  $H_1$  es verdadero, corresponde a un error de detección, esto es, decidir que el espectro está libre cuando realmente no lo está. A la probabilidad de ocurrencia de ambos errores se les denomina Probabilidad de Falsa alarma ( $P_{fa}$ ) y Probabilidad

de Error de Detección ( $P_{md}$ ) respectivamente. Ambas probabilidades,  $P_{fa}$  y  $P_{md}$  (o más comúnmente utilizado su complemento, la probabilidad de detección ( $P_d$ )) son consideradas como las métricas para evaluar el desempeño de cualquier técnica de detección de espectro [76].

La  $P_{fa}$  es una medida del aprovechamiento que el US puede hacer del espectro, mientras que la  $P_d$  representa la capacidad del US para evitar la interferencia que podría causar hacia el UP. Un algoritmo de detección del espectro en condiciones ideales de operación presentaría una  $P_{fa}$  de 0% y una  $P_d$  de 100%. Esto significa que siempre que exista un hueco espectral, el US será capaz de identificarlo sin margen de error, y cuando un UP se encuentre transmitiendo una señal, el US será siempre capaz de detectarlo oportunamente para no interferir con sus transmisiones.



**Figura 2.** Descripción de la probabilidad de detección y de falsa alarma.

Con respecto a los procedimientos de monitoreo (esto es, el procedimiento que sigue el US mientras transmite en un canal primario), uno de los enfoques considera el monitoreo durante la transmisión entre USs sin requerir QPs. Otro enfoque se basa en reducir el QP para así obtener un mayor rendimiento en la red de RC, para lo cual se emplean Saltos dinámicos de frecuencia, (DFH, Dynamic Frequency Hopping) que asume que el US está programado para cambiar de una banda a otra, basado en un conocimiento previo del patrón de salto [77-79]. Existen otros enfoques que permiten la transmisión y detección de espectro de manera paralela. Esto se logra agregando más recursos al sistema, tales como el empleo de múltiples vías de recepción, la reestructuración dinámica de la red y confiando en la cooperación donde parte de los USs realizan detección, mientras que otros USs están transmitiendo, entre otros [80-81].

## 2.3 Técnicas de detección espectral en redes cognoscitivas

Las técnicas de detección espectral son básicamente un procesamiento de las muestras recibidas a partir de una observación de una banda de frecuencia de interés. Su objetivo es de identificar la presencia o ausencia de un UP. Las técnicas de detección se categorizan, de manera general, como: basadas en información, ciegas y semiciegas [82]. La detección basada en información requiere conocer características específicas sobre la señalización y/o propiedades estadísticas de la señal de interés, tales como patrones de señales piloto, secuencias de dispersión, frecuencia de portadora, potencia de la señal, entre otros. Por otro lado, a diferencia de las técnicas basadas en información, la detección semi-ciega no requiere información específica sobre la señal de interés, pero sí requiere una referencia cuantitativa y cualitativa de la energía en el canal de interés, típicamente relacionado con la energía del ruido, para tomar una decisión. Mientras que la detección ciega no requiere conocer las características de las señales de interés, ni tampoco un nivel de energía de referencia. En la Tabla 1 se concentran las técnicas más comunes dentro de cada categoría, descritas a continuación.

**Tabla 1. Clasificación de las técnicas de detección con base en la información que requieren para su implementación.**

| <b>Técnica \ Clasificación</b>                        | <b>Basada en información</b> | <b>Semi-ciega</b> | <b>Ciega</b> |
|-------------------------------------------------------|------------------------------|-------------------|--------------|
| Detección basada en Filtro Acoplado (MFD)             | X                            |                   |              |
| Detección de características cicloestacionarias (CFD) | X                            |                   |              |
| Detección de energía (DE)                             |                              | X                 |              |
| Detección con base en la transformada Ondeleta (WTD)  |                              | X                 |              |
| Detección basada en Entropía (EnBD)                   |                              | X                 |              |
| Detección con base en la matriz de covarianza (CBD)   |                              |                   | X            |
| Detección con base en los valores propios (EBD)       |                              |                   | X            |

## **2.3.1 Técnicas basadas en información**

### **2.3.1.1 Detección basada en filtro acoplado**

Este detector realiza operaciones coherentes, y por lo tanto requiere un conocimiento previo sobre alguna característica de la señal transmitida y de la respuesta del canal. Este detector maximiza la relación señal a ruido ( $SNR$ ) en presencia de ruido aditivo. Debido a la demanda de recursos en temporización y sincronización en su estructura, su complejidad computacional se incrementa. Su rendimiento disminuye drásticamente cuando la respuesta del canal cambia rápidamente. Además, cuando se emplea para detectar hoyos espectrales, la presencia de múltiples señales primarias en el mismo ancho banda, afecta la precisión de sus decisiones. Este problema puede mitigarse teniendo una estructura de filtros dedicados para cada UP. Sin embargo, resulta compleja su implementación en un esquema de acceso dinámico y oportunista del espectro [83-84].

### **2.3.1.2 Detección de características cicloestacionarias**

En este esquema de detección, se introducen intencionalmente propiedades de periodicidad a las señales de información del UP, tales como la media y la autocorrelación, que pueden variar periódicamente. De tales estadísticas se explota la periodicidad para realizar una detección cicloestacionaria. Una posible forma de la extracción de propiedades cicloestacionarias es mediante el uso de la correlación de la densidad espectral o espectro cíclico. Dado que la señal de ruido no tiene ninguna propiedad cicloestacionaria o de periodicidad, este método permite determinar la presencia o ausencia de una señal de información. Si bien este detector es capaz de distinguir entre señales de información de diferentes UP, el US necesita una mayor tasa de muestreo para obtener un número suficiente de muestras; lo que aumenta su complejidad computacional. Además, cuando hay desplazamientos de frecuencia, la correlación de la densidad espectral puede ser débil, afectando el rendimiento del detector [85].

## **2.3.2 Técnicas semi-ciegas**

### **2.3.2.1 Detección de energía**

El Detector de Energía (DE) se estima la energía de las muestras de la señal recibida dentro del ancho de banda de tiempo predefinido. Luego se compara la energía estimada con un umbral de detección para determinar la presencia o ausencia de un UP. No requiere como tal, la ganancia del canal u otras estimaciones de parámetros. El detector de energía tiene un bajo costo de

implementación, sin embargo; su rendimiento se degrada bajo incertidumbre de ruido y entornos de baja *SNR* [36].

### **2.3.2.2 Detección basada en entropía**

De acuerdo con la teoría de la información, lo impredecible de las señales proporciona información significativa y útil sobre la ocurrencia de un evento. En el contexto de la detección de espectro en RC, lo impredecible de las señales de ruido puede ser útil para determinar de manera eficiente si la señal recibida difiere de un proceso de ruido, lo que indica la presencia de una señal modulada o de información. Esta impredecibilidad se puede medir calculando la entropía de las muestras de la señal recibida [46, 86]. La detección basada en la entropía (EnBD) se basa en el hecho de que la entropía de una señal estocástica se maximiza si la señal corresponde a ruido gaussiano. Si la señal recibida contiene la señal modulada del UP, su valor de entropía se reduce. Por lo tanto, el EnBD al igual que el DE necesita comparar su estimación de entropía con respecto a un umbral en función de la entropía del ruido para resolver una prueba de hipótesis y decidir si está presente o ausente un UP [87]. Sin embargo, este esquema de detección es sensible a la distribución estadística de la señal de información, ya que existen señales de información con valores de entropía cercanos a la entropía de un proceso de ruido, lo que ocasiona que un US no detecte a un UP en rangos de *SNR* bajos.

### **2.3.2.3 Detección con base en la transformada Ondeleta (Transformada wavelet)**

La transformada wavelet se propuso para la detección del espectro para detectar bordes en un espectro de banda ancha en el dominio de frecuencia para detectar uno o más usuarios de banda estrecha [88]. Las transformaciones de wavelets en general se usan para detectar irregularidades / singularidades en la densidad espectral de potencia y, por lo tanto, se propone que se usen para detectar irregularidades espectrales o, en otras palabras, niveles de potencia variables en las bandas espectrales en una amplia porción del espectro. Este método es especialmente adecuado para RC basadas en banda ultra ancha que tienen una asignación de banda de frecuencia de 3 GHz a 10 GHz con muchos usuarios tradicionales de banda estrecha y otros usuarios como las tecnologías: Interoperabilidad mundial para acceso por microondas (WiMAX), satélite de banda C, satélite de banda S, Wi-Fi y estándar de teléfonos inalámbricos digitales (DECT). El método de detección de wavelets evita el requisito de tener complejas arquitecturas de hardware de paso de banda en el receptor para detectar usuarios de banda estrecha para la detección de banda ancha; sin embargo, esto requiere de una alta tasa de muestreo [89].

### 2.3.3 Técnicas ciegas

#### 2.3.3.1 Detección con base en la matriz de covarianza

La covarianza correspondiente a las señales inalámbricas y el componente de ruido aditivo son generalmente diferentes. Por lo tanto, dicha diferencia se utiliza para detectar la presencia de una señal inalámbrica distinguiéndola de la señal de ruido. En [90] han propuesto estadísticos de prueba derivadas de la matriz de covarianza de la muestra de la señal recibida para realizar la detección de la señal. En ausencia de una señal del UP (bajo la hipótesis  $H_0$ ), el elemento no diagonal de la matriz de covarianza es teóricamente cero, mientras que los elementos diagonales contienen la potencia de ruido. En presencia de una señal de UP (bajo la hipótesis  $H_1$ ), los elementos no diagonales se volverían no nulos y, por lo tanto, al utilizar esta propiedad de la matriz de covarianza, se podría detectar la presencia de la señal de usuario primaria. De acuerdo con el mecanismo de detección mencionado anteriormente, se supone que las señales inalámbricas detectadas están correlacionadas de manera que la matriz de covarianza resultante no es diagonal cuando la señal está presente (bajo la hipótesis  $H_1$ ) [91].

#### 2.3.3.2 Detección con base en los valores propios

El método con base en valores propios para la detección del espectro también se basa en el cálculo de la matriz de covarianza de la señal detectada [92]. Los valores propios de la matriz de covarianza se calculan y, a su vez, se utilizan para calcular el estadístico de prueba como se indica en [92]. Para esto, dos estadísticos de prueba son propuestos basados sobre el máximo ( $\epsilon_{\max}$ ) y mínimo ( $\epsilon_{\min}$ ) de los valores propios. El primer estadístico de prueba ( $T$ ) es obtenido por  $T = \epsilon_{\max} / \epsilon_{\min} > \lambda_1$ , conocido como la técnica del máximo-mínimo valor propio (MME, por sus siglas en inglés) para algún valor de umbral  $\lambda_1$ , y  $T = \xi / \epsilon_{\min}$ , conocido como la técnica del cálculo de la energía con el mínimo valor propio (EME, por sus siglas en inglés) para algún valor de umbral  $\lambda_2$ , donde  $\xi$  es la energía de la señal recibida. El cálculo de los estadísticos de prueba anteriormente mencionados, no requiere el conocimiento de la potencia de ruido, ya que se basa únicamente en la señal detectada, por lo que se considera una técnica de detección ciega [91].

## 2.4 Comentarios finales y discusión

La sensibilidad a la incertidumbre del ruido es una limitación fundamental de las estrategias de la detección de espectro en redes de RC. Debido a lo anterior, el rendimiento de detectores tradicionales como filtros acoplado, detectores de energía, e incluso detectores ciclostacionarios se ven afectados en su desempeño sobre todo en entornos de baja relación señal a ruido ( $SNR$ ). Para contrarrestar la incertidumbre del ruido, se propone el esquema de detección basado en entropía, cuya operación básica se basa en estimar la entropía a partir de un espacio de probabilidad particionado en dimensiones fijas (Comúnmente utilizan histogramas) obtenido del espectro de potencia a partir de las muestras de la señal recibida. Está comprobado que este esquema es robusto frente a la incertidumbre del ruido y presenta mejoras en su rendimiento en comparación con los detectores de energía y detectores ciclostacionarios, respectivamente. En este trabajo de investigación nos enfocamos en *i) el modelo interwave*, debido a su aceptación para incluirlos en estándares industriales, y *ii) detección basada en entropía*, porque es una técnica genérica, de rápido procesamiento, no requiere conocer características de las señales primarias y a diferencia del DE es intrínsecamente robusto a la incertidumbre del ruido. En el siguiente capítulo se presenta un análisis detallado de la operación del detector basado en Entropía en el dominio del tiempo y la frecuencia. Se explica, porque es robusto a la incertidumbre del ruido y se describe su evolución en el proceso de mejorar su probabilidad de detección.

## Capítulo 3. Detección espectral con base en la Entropía

En este capítulo, se describe el funcionamiento de la técnica de detección espectral con base en la Entropía (DBEn) en el dominio del tiempo (DBEnT) y la frecuencia (DBEnF). Se analiza porque es robusto a la incertidumbre del ruido; así como, su impacto en el desempeño del DBEn. Está documentado que el valor de Entropía de una señal varía en función de la potencia de sus muestras y, esta potencia, se estima a partir de su histograma. En este capítulo se analizan diversas reglas reportadas en las literaturas para estimar la cantidad apropiada de clases que se deben considerar para construir el histograma. Además, se describe el modelo del DBEnF propuesto en este trabajo a partir del periodograma de Bartlett y de Welch, con el fin de obtener una estimación precisa de la densidad espectral de potencia de la señal recibida.

### 3.1 Medición de la información

El propósito de un sistema de comunicación es, en el más amplio sentido, la transmisión de la información desde un punto a otro. La cantidad de información sobre un acontecimiento o mensaje, está estrechamente relacionada con la probabilidad de ocurrencia (es decir, el nivel de certeza que ocurra un suceso) de los símbolos o mensajes contenidos en dicha información. Los mensajes que contienen noticias de gran probabilidad de ocurrencia (es decir, que indican muy poca incertidumbre en el resultado), conducen relativamente poca información. Por el contrario, los que contienen baja probabilidad de ocurrencia conducen relativamente grandes cantidades de información [42] y [93]. Es decir, la medida de la información recibida del conocimiento de ocurrencia de un evento es inversamente proporcional a la probabilidad de su ocurrencia.

Para formular una ecuación matemática que responda a este razonamiento, debe notarse que si un evento es cierto (es decir, ocurre con probabilidad cero), su ocurrencia con lleva una cantidad infinita de información. Es deseable también que la medida de la información sea real y monotónica, y que sea aditiva para eventos estadísticamente independientes. Sobre estas bases, la medida de la información asociada a un evento  $A$  que ocurre con probabilidad  $P_A$  se define como

$$I_A = \log \frac{1}{P_A} \quad (4)$$

Si consideramos dos eventos equiprobables A y B y un sistema binario para transmitir el conocimiento de su ocurrencia, se requerirá como mínimo un pulso o señal binarios, unidad básica de información que se llama bit. Cuatro eventos equiprobables requieren cuatro esquemas distintos de pulsos binarios, o dos bits, mientras ocho eventos equiprobables requieren de tres bits, y así sucesivamente. En general, cualquiera de  $n$  mensajes equiprobables contiene  $\log_2 n$  bits de información. Como se ha supuesto que los  $n$  mensajes son equiprobables, la probabilidad de ocurrencia de cada uno es  $P_i = \frac{1}{n}$  y la información asociada a cada mensaje es:

$$\begin{aligned} I_i &= \log_2 n, \\ I_i &= \log_2 \frac{1}{P_i}, \text{bits} \end{aligned} \quad (5)$$

La ecuación (5) confirma lo expresado en (4), incluso el número de posibilidades no es una potencia de dos, se puede utilizar la ecuación (5) para expresar la información en bits, aunque la respuesta sea una fracción. Para cálculos numéricos es a menudo conveniente usar logaritmos de base 10 y después hacer la conversión,

$$\begin{aligned} \log_2 N &= (\log_{10} N)(\log_2 10) = (\log_{10} N) / \log_{10} 2, \\ \log_2 N &\cong 3.322 \log_{10} N \end{aligned} \quad (6)$$

Estos resultados definen la medida de la información para el caso en el que todos los mensajes son igualmente probables. Para generalizar, se define una información promedio, llamada entropía ( $H$ ), de cada mensaje tomando el valor esperado de la ecuación (5),

$$H \stackrel{\Delta}{=} I_{prom.} = E\{I_i\}, \quad (7)$$

o

$$H = \sum_{i=1}^n P_i \log_2 \frac{1}{P_i} \quad \text{bits.} \quad (8)$$

A cada evento o mensaje se le asigna un contenido de información promedio, aunque la información para cada evento puede fluctuar considerablemente [93].

Calcular la entropía de una señal requiere una estimación de su función de densidad de probabilidad (pdf) para calcular  $P_i$  [94]. Para ello, se pueden utilizar métodos paramétricos o no paramétricos.

Una prueba no paramétrica es una prueba de hipótesis que no requiere que la distribución de la población sea caracterizada por ciertos parámetros. Por ejemplo, muchas pruebas de hipótesis parten del supuesto de que la población sigue una distribución normal con los parámetros media ( $\mu$ ), desviación estándar ( $\sigma$ ) y varianza ( $\sigma^2$ ). Las pruebas no paramétricas no parten de este supuesto, de modo que son útiles cuando los datos son considerablemente no normales y resistentes a transformaciones. En los métodos paramétricos, primero se elige un tipo de distribución y a partir de ahí se determinan sus parámetros  $\mu$ ,  $\sigma$  y  $\sigma^2$  de la población de datos a analizar [94-95], estos métodos son aconsejables cuando el tipo de distribución es conocido a priori y la cantidad de datos involucrados es finito. En los métodos no paramétricos, no se hacen suposiciones sobre el tipo de distribución a la que pertenece la pdf. En estos métodos, la pdf se conforma por datos que a su vez son suavizados por un proceso iterativo que finalmente converge a un modelo estadístico conocido; los más populares de estos métodos es el histograma y el de estimación de la ventana de Parzen. Los métodos no paramétricos son demandantes de recursos computacionales y, por lo tanto, no son muy útiles para aplicaciones de reconocimiento de patrones en tiempo real ya que su precisión mejora a medida que se utilizan más muestras, por lo que se incrementara el tiempo de procesamiento. Sin embargo, el método de histograma (contrario al método de la ventana de Parzen) a pesar que es un estimador no paramétrico de la pdf obtenido de un conjunto de datos, no demanda una cantidad excesiva de recursos computacionales, por lo que, en el contexto de detección espectral, puede considerarse para estimar la pdf de la potencia de la señal recibida en tiempo real [96]. En este método, la calidad de la pdf estimada está en función de la cantidad de clases en que se agrupan los datos a analizar, ya que, si se consideran muy pocas clases, la descripción gráfica del histograma no será muy precisa y representará los datos de manera deficiente. Pero si hay demasiadas clases, muchas de ellas no estarán ocupadas y el histograma presentaría un nivel excesivo de detalles; y todo ello redundaría en el cálculo de la  $p_i$  y por lo tanto en la estimación de la Entropía [97].

### 3.2 Detección basada en la entropía en el dominio del tiempo (DBEnT)

En general, la detección de una señal primaria puede modelarse como un problema de prueba de hipótesis binaria de la siguiente manera:

$$x(n) = \phi c(n) * s(n) + w(n), n=1, 2, \dots, N \quad (9)$$

donde  $s(n)$  y  $x(n)$  es la señal transmitida por el usuario primario con potencia  $P$  y la señal recibida, respectivamente.  $w(n)$  es el ruido en el canal con varianza  $\sigma^2$ ,  $c(n)$  es la respuesta al impulso de un canal variante en el tiempo, y  $N$  es la cantidad de muestras de la señal recibida.  $\phi$  es el parámetro de la prueba de hipótesis binaria,  $\phi = 0$  denota ausencia de la señal del usuario primario, y  $\phi = 1$  denota presencia de la señal del usuario primario.

La entropía de una señal estocástica es máxima si la señal es un ruido Gaussiano, y la entropía es mínima si la señal contiene una señal primaria modulada. Por lo tanto, si la entropía de la señal recibida  $x(n)$  es estimada con precisión, es posible decidir si  $x(n)$  contiene una señal transmitida por el usuario primario. Además, si diferentes señales moduladas le corresponden diferentes valores de  $H$ , entonces la estimación de  $H$  de  $x(n)$  puede utilizarse para decidir de qué señal primaria se trata [43].

El DBEnT divide el rango de valores de  $x(n)$  en  $L$  clases de igual longitud o ancho  $\Delta$ , limitado a  $(l_i, l_{i+1})$ , y el número de valores que caen dentro de las  $k$ -ésimas clases es  $n_i$ . Es fácil concluir que  $n_1 + n_2 + \dots + n_i = N$ ; por lo tanto, el valor de  $H$  de  $x(n)$  puede estimarse como se expresa en (10);

$$H(X) = \sum_{i=1}^L - \left( \frac{n_i}{N} \right) \log \left( \frac{n_i}{N} \right) \quad (10)$$

Para estimar  $H(X)$ , se consideró el método de histograma para estimar la probabilidad de ocurrencia de cada conjunto de muestras de la señal recibida. Considerando que  $k_i$  denota el total de numero de ocurrencia en la  $i$ -ésima clase que forma al histograma, tenemos que  $\sum_{i=1}^L k_i = N$ . La probabilidad

$p_i$  se define como la frecuencia de ocurrencia en la  $i$ -ésima clase, es decir,  $p_i = \frac{k_i}{N}$ . En el espacio

de probabilidades,  $\sum_{k=1}^L p_i = 1$ . El ancho de la clase  $\Delta = \frac{Y_m}{L}$ , donde  $Y_m$  denota la máxima amplitud de

$x(n)$ . Por lo tanto, la ecuación (10) puede reescribirse como  $H(X) = \sum_{i=1}^L - p_i \log p_i$ , donde  $H(X)$  es la entropía de Shannon (también llamada en este trabajo como Entropía) de  $x(n)$ .

En orden de decidir si en  $x(n)$  esta o no presente en una señal que proviene de un UP, se debe de calcular un valor de umbral  $\lambda$ , de tal manera que al compararlo con  $H(X)$  (el cual es el estadístico de prueba) resuelva la siguiente regla:

$$\phi = \begin{cases} 1, & H(X) \leq \lambda \\ 0, & H(X) > \lambda \end{cases} \quad (11)$$

El desempeño del *DBEnT* se analiza con la relación entre la entropía de Shannon  $H(X)$  y la entropía diferencial  $h(X)$  [6], esto es,

$$h(X) = -\int_S f(x) \log f(x) dx \rightarrow H(X) + \log \Delta \quad (12)$$

considerando como variable aleatoria a  $X$  con distribución normal  $N(\mu, \sigma^2)$  y

$X \sim f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-x^2/2\sigma^2}$ , y utilizando las propiedades de la variable aleatoria:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (13)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \sigma^2 \quad (14)$$

la siguiente ecuación puede ser derivada:

$$x(n): N(0, \sigma^2) \rightarrow h(X) = 0.5 \ln 2\pi e \sigma^2 \quad \text{cuando } \phi = 0 \quad (15)$$

$$x(n): N(0, P + \sigma^2) \rightarrow h(X) = 0.5 \ln 2\pi e \sigma^2 (1 + SNR) \quad \text{cuando } \phi = 1 \quad (16)$$

donde  $SNR = \frac{P}{\sigma^2}$ , es la relación señal a ruido,  $P$  es la potencia de la señal del UP. Considerando

(15) y (16), las cuales describen el desempeño del *DBEnT* en términos de detección de una señal primaria, este lo podrá detectar a medida que el  $SNR$  tienda a ser alto, y su desempeño se degradará a medida que el  $SNR$  disminuya. A manera de ejemplificar lo anterior, en la Figura 3 se caracteriza  $H(X)$  cuando está ( $\phi=1$ ) o no presente ( $\phi=0$ ) una señal primaria. Se puede observar que a medida que el valor de  $SNR$  incrementa es posible diferenciar entre  $H_o$  (solo ruido) y  $H_i$  (señal primaria). En el caso contrario, para valores bajos de  $SNR$ , no se presenta diferencia significativa entre los valores de  $H(X)$  cuando está o no presente la señal primaria. También se puede observar que a medida que cambia el valor de referencia de la incertidumbre de ruido  $UNC$  (-50 dBm, -55 dBm y 60 dBm) también lo hace el valor de Entropía. Para valores de  $SNR$  menores de -10 dB ya no es

posible diferenciar entre  $H_0$  y  $H_1$ ; caso contrario con lo que ocurre para valores de  $SNR$  mayores a -10 dB. Lo anterior, y considerando las ecuaciones (15) y (16), es resultado de que el estadístico de prueba del DBEnT, es decir  $H(X)$ , está en función de la varianza del ruido; por lo que el DBEnT no es robusto a la incertidumbre del ruido, ya que, de serlo, se esperaría que a pesar de que varíe el valor de  $UNC$  considerado, la estimación de la Entropía tendría que ser constante.

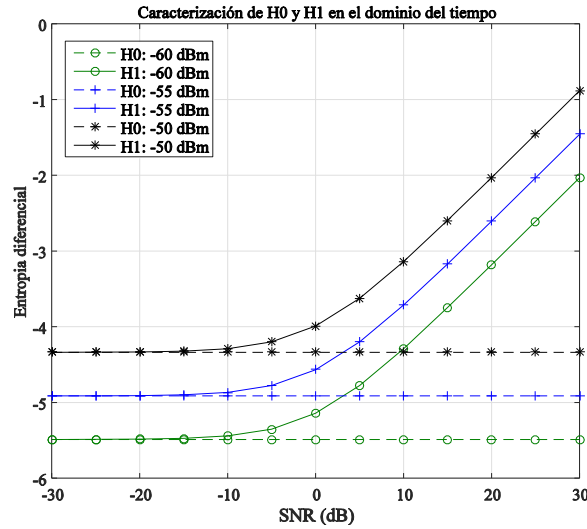


Figura 3. Evaluación del valor de Entropía en el modelo del DBEnT para diferentes valores de  $SNR$  y  $UNC$ .

### 3.3 Detección basada en la entropía en el dominio de la frecuencia (DBEnF)

Con el fin de mejorar el desempeño del DBEnT con respecto a su sensibilidad a la incertidumbre del ruido, se ha propuesto un detector de entropía con base a la frecuencia (DBEnF) [41-46]. En estos trabajos, la entropía utilizada para resolver la prueba de hipótesis, la estiman a partir del histograma del espectro de magnitud o potencia de  $x(n)$ , utilizando el periodograma simple (Transformada rápida de Fourier). La clave de la robustez a la incertidumbre del ruido del DBEnF radica en que aun cuando existan variaciones aleatorias en la potencia de un proceso de ruido AWGN, la distribución estadística de su espectro de magnitud o potencia no varía, por lo tanto, el histograma obtenido tampoco lo hará, por lo que se obtienen valores de entropía con el mismo valor a pesar de la incertidumbre del ruido presente.

### 3.3.1 DBEnF utilizando el espectro de magnitud

Considere una señal en una banda de frecuencia  $B_w$  y una frecuencia central  $f_c$ . La señal discreta recibida  $x(n)$  por un receptor cognitivo se expresa como sigue;

$$x(n) = s(n) + w(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (17)$$

donde  $s(n)$  es la señal primaria de interés,  $w(n)$  representa al ruido de piso, y  $N$  es el tamaño de la muestra. El ruido de piso se modela como un Ruido Blanco Aditivo Gaussiano (AWGN) con varianza  $\sigma_0^2$  y  $w(n)$  puede ser cualquier señal estocástica que represente los efectos de desvanecimientos y/o multitrayectoria del canal de comunicación.

La entropía de la señal recibida en el dominio del tiempo está relacionada a la potencia de la señal y es sensible a la incertidumbre del ruido [41]. Sin embargo, en [43] y [46] modelan el DBEnF de la siguiente manera:

Aplicando la Transformada Discreta de Fourier (DFT) a la señal recibida  $x(n)$ , la prueba de hipótesis queda de la siguiente manera;

$$\begin{aligned} H_0 : X(k) &= W(k), \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \\ H_1 : X(k) &= S(k) + W(k), \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \end{aligned} \quad (18)$$

donde  $k$  es la longitud de la *DFT*, igual al tamaño de la muestra  $N$ .  $X(k)$ ,  $S(k)$ , y  $W(k)$  denotan el espectro complejo de  $x(n)$ , señal primaria y ruido, respectivamente.

$$X(k) = X_r(k) + jX_i(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} kn\right) \quad (19)$$

donde  $X_r(k)$  y  $X_i(k)$  denota la parte real y la parte imaginaria de  $X(k)$  respectivamente, y el

espectro de magnitud de  $x(n)$  se puede calcular a partir de la siguiente expresión;

$$X(k) = \sqrt{X_r^2(k) + X_i^2(k)} \quad (20)$$

De forma análoga a las ecuaciones (15) y (16) se pueden derivar las *pdf* de ambas hipótesis, quedando de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} H_0 : X_r(k), X_i(k) &\sim N\left(0, \frac{\sigma^2}{2N}\right) \\ H_1 : X_r(k) &: N\left(X_r(k), \frac{\sigma^2}{2N}\right), X_i(k) : N\left(X_i(k), \frac{\sigma^2}{2N}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

Entonces para  $H_0$ , el  $T(x)$  sigue una distribución Rayleigh

$$f(T) = \begin{cases} \frac{t}{\sigma^2/2N} \exp\left(-\frac{t^2}{\sigma^2/2N}\right), & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (22)$$

y para  $H_1$ , el  $T(x)$  sigue una distribución Rice

$$f(T) = \begin{cases} \frac{t}{\sigma^2/2N} \exp\left(-\frac{t^2 + \alpha^2}{\sigma^2/2N}\right) I_0\left(\frac{\alpha t}{\sigma^2/2N}\right), & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (23)$$

donde  $I_0(\cdot)$  es la función modificada de Bessel de primer tipo y orden cero.  $\alpha$  satisface la siguiente ecuación:  $\alpha^2 = X_r^2(k) + X_i^2(k)$ .

La variable aleatoria  $X$ , representa el espectro de magnitud de  $x(n)$ . Por lo que la estrategia de detección de este modelo en el dominio de la frecuencia consiste en comparar la entropía de la información de la siguiente manera:

$$H_{L,H_0}(X) \text{ vs } H_{L,H_1}(X)$$

donde  $H_{L,H_i}(X)$  denota la entropía con el número de clases  $L$  en la hipótesis  $H_i$ .

Por lo tanto, el estadístico de prueba considerado para elegir entre  $H_0$  y  $H_1$  es la entropía estimada a partir del espectro de magnitud de la señal recibida.

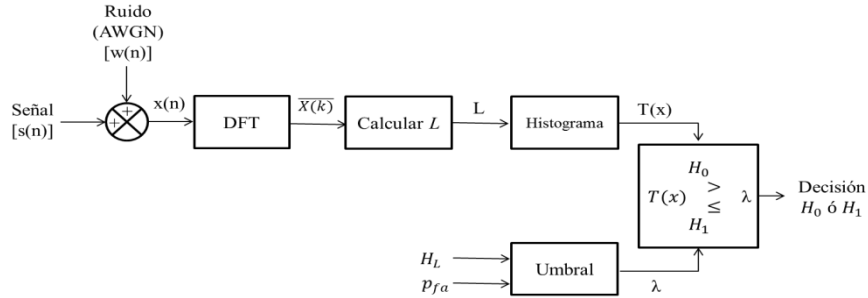
Por otro lado, el umbral de detección se calcula de la siguiente manera [49];

$$\lambda = H_L + Q^{-1}(1 - P_{fa})\sigma_{H_L} \quad (24)$$

donde:

$$H_L = \ln\left(2^{-1/2}L\right) + 2^{-1}\gamma + 1 \quad (25)$$

es la Entropía teórica del ruido de piso,  $L$  es el número de clases en el histograma,  $\gamma$  es la constante de Euler-Mascheroni,  $\sigma_{H_L}$  es la desviación estándar de  $H_L$ . Los valores de  $H_L$  y  $\sigma_{H_L}$ , se obtienen a partir de simulaciones bajo la hipótesis  $H_0$ . La Figura 4 muestra el diagrama a bloques del DBEnF.



**Figura 4. Diagrama a bloques del DBEnF.**

### 3.3.2 Robustez del DBEnF a la incertidumbre del ruido

La incertidumbre de ruido es un error atribuido a la falta de información sobre aquellos factores (por ejemplo; interferencia, características de las señales recibidas, cantidad de usuarios, entre otros) que influyen para determinar el estado del espectro. Esto es, provoca una diferencia entre el desempeño esperado y el observado. La incertidumbre es inevitable, pero se puede controlar y reducir sus efectos negativos. El conocimiento poco preciso de la potencia de ruido es el principal

factor de incertidumbre de cualquier detector de espectro.

En ese sentido, se puede demostrar que, con espacios de probabilidad particionados en dimensiones fijas, la entropía discreta de una variable aleatoria con distribución Rayleigh puede aproximarse por una constante aún bajo variaciones de la potencia del ruido [41], [42] y [46]. Entonces, el desempeño del DBEnF es robusto a la incertidumbre del ruido y se puede tener una mejor detección a medida que el  $SNR$  disminuye, con respecto al DBEnT. Este comportamiento se puede observar en la Figura 5, bajo la hipótesis  $H_0$  y diferentes valores de potencia de ruido el valor de entropía tiene un comportamiento constante (a diferencia del comportamiento del DBEnT mostrado en la Figura 3).

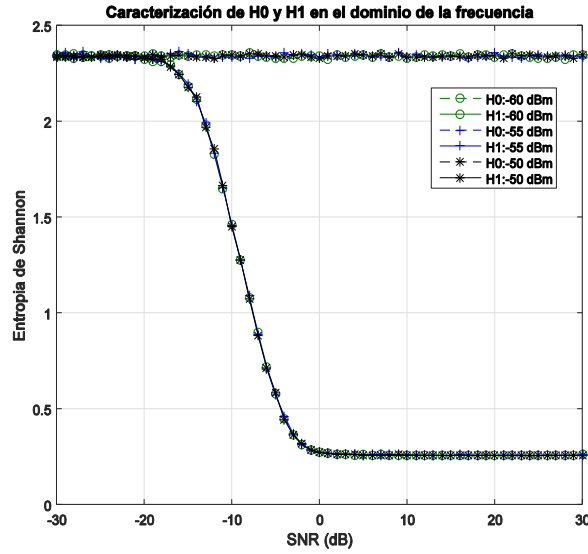


Figura 5. Evaluación del DBEnF bajo incertidumbre de ruido.

### 3.4 DBEnF estimando la entropía del espectro de potencia

El DBEnF con base al espectro de magnitud, resulta ser robusto a la incertidumbre del ruido. En este caso la distribución estadística del ruido ( $H_0$ ) es del tipo Rayleigh, lo cual permite un estimado de  $H$  con un comportamiento constante aún bajo variaciones de la potencia del ruido y además se obtienen estimaciones de  $H$  con valores numéricos que brindan mejor precisión al resolver la prueba de hipótesis binaria con respecto al DBEnT. Sin embargo, en [45-46], se establece que es posible mejorar el desempeño del DBEnF con respecto al espectro de magnitud si la entropía se estima a partir del espectro de potencia. Esta mejora se debe a que al estimar  $H$  utilizando el espectro de potencia, se modifica la distribución estadística del  $T(x)$  logrando

diferenciar con mayor precisión entre  $H_0$  y  $H_1$  en entornos de  $SNR$  más bajos con respecto a utilizar el espectro de magnitud.

### 3.4.1 Distribución estadística del espectro de potencia del ruido

Cuando se cumple  $H_0$ , la señal presente en el canal es solo ruido con media  $\mu_{H_0}$  y varianza  $\sigma_{H_0}^2$ , la  $DFT$  de la señal recibida puede expresarse como:

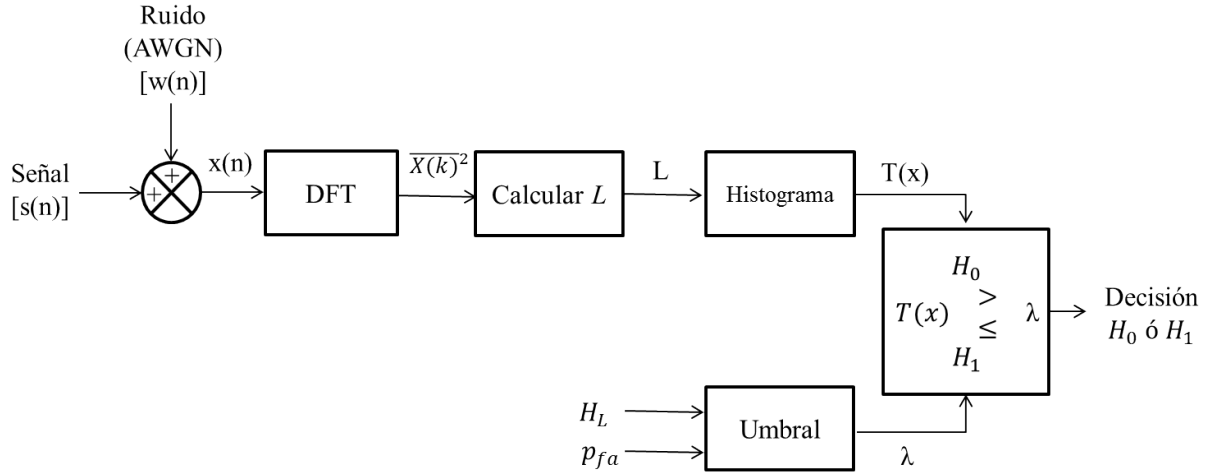
$$X(k) = X_r(k) + jX_i(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} kn\right) \quad (26)$$

Donde  $X_r(k)$  y  $X_i(k)$  respectivamente son la parte real e imaginaria de  $X(k)$ .  $X_r(k)$  y  $X_i(k)$  ambos siguen una distribución Gaussiana con varianza de  $\sigma_0^2/2N$ . Por lo tanto, el espectro de densidad de potencia de la señal recibida en  $H_0$  es  $X^2(k) = X_r^2(k) + X_i^2(k)$  la cual sigue una distribución del tipo exponencial con parámetro  $\sigma_1^2 = \sigma_0^2/2N$ , donde dicha función de densidad de probabilidad se obtiene a partir de:

$$f(T) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma_1^2} e^{-\frac{T}{2\sigma_1^2}}, & T \geq 0 \\ 0, & T < 0 \end{cases} \quad (27)$$

Al considerar espacios de probabilidad divididos en dimensiones fijas (Histogramas) para estimar la entropía discreta de una variable aleatoria con distribución exponencial, esta puede aproximarse por una constante bajo  $H_0$  e independiente de la variación de la variable aleatoria [46]. Entonces, el desempeño del DBEnF estimando  $H$  a partir del espectro de densidad de potencia, también es robusto a la incertidumbre del ruido y además mejora la  $P_d$  del DBEnF con respecto a cuándo se considera el espectro de magnitud. En este caso, la distribución estadística del ruido ( $H_0$ ) que se obtiene es del tipo exponencial, por lo que se obtendrán valores de  $p$ , más parecidos que con respecto a lo que se obtiene de una distribución del tipo Rayleigh (obtenida con el espectro de magnitud).

Por lo que  $T(x)$  tendrá un valor de entropía máximo para  $H_0$  y un valor mínimo para  $H_1$  logrando una mayor diferenciación entre ambas hipótesis. Este esquema de detección, se representa por medio del diagrama a bloques mostrado en la Figura 6. La principal diferencia con el diagrama a bloques presentado en la Figura 4 radica en la salida del bloque DFT, magnitud o potencia respectivamente.



**Figura 6. Diagrama a bloques del DBEnF estimando  $T(x)=H$  a partir del espectro de potencia.**

### 3.4.2 DBEnF estimando la entropía del espectro de potencia con doble estado

Cuando el nivel de  $SNR$  disminuye, se vuelve más complejo diferenciar entre  $H_0$  y  $H_1$  al punto tal que no es posible detectar una señal primaria. Para mejorar el desempeño en la detección del DBEnF estimando  $H$  desde el espectro de potencia en  $SNR$  bajos, un esquema de doble estado se propone en [46]. Esta propuesta se muestra en el diagrama a bloques de la Figura 7, donde  $\Delta_0$  es un parámetro de valor positivo, y  $\lambda$  se obtiene a partir de una serie de simulaciones bajo la hipótesis  $H_0$  para obtener una  $P_{fa}$  en particular.

En este esquema de detección de doble estado, si  $H$  está fuera del rango  $(\lambda - \Delta_0, \lambda + \Delta_0)$  en el primer estado de detección, la decisión se realiza de forma inmediata, ya que si el valor de  $H$  es menor que  $\lambda - \Delta_0$ , entonces existe una señal primaria o si  $H$  es mayor que  $\lambda + \Delta_0$  entonces es solo ruido. Esta situación es igual a los esquemas de detección reportados en [41-45] y se le conoce como “de un

estado de detección con  $N$  muestras”. Por otro lado, si el valor de  $H_{L_1}$  se encuentra dentro en el rango  $(\lambda - \Delta_0, \lambda + \Delta_0)$ , la decisión se encuentra en una región incierta y el segundo estado de detección debe ejecutarse. La decisión final se basa en el valor medio en las estimaciones de  $H_{L_1}$  y  $H_{L_2}$ , para lo cual se utilizó  $2N$  muestras (estos es, 2 conjuntos de muestras de  $x(n)$ ). Por lo tanto, el desempeño en la detección del esquema de “dos estados de detección” es muy parecido a la de “un estado de detección”, pero utilizando  $2N$  muestras, logrando así, mejorar la detección de una señal primaria para niveles de  $SNR$  más bajos con respecto a utilizar un esquema de un solo estado.

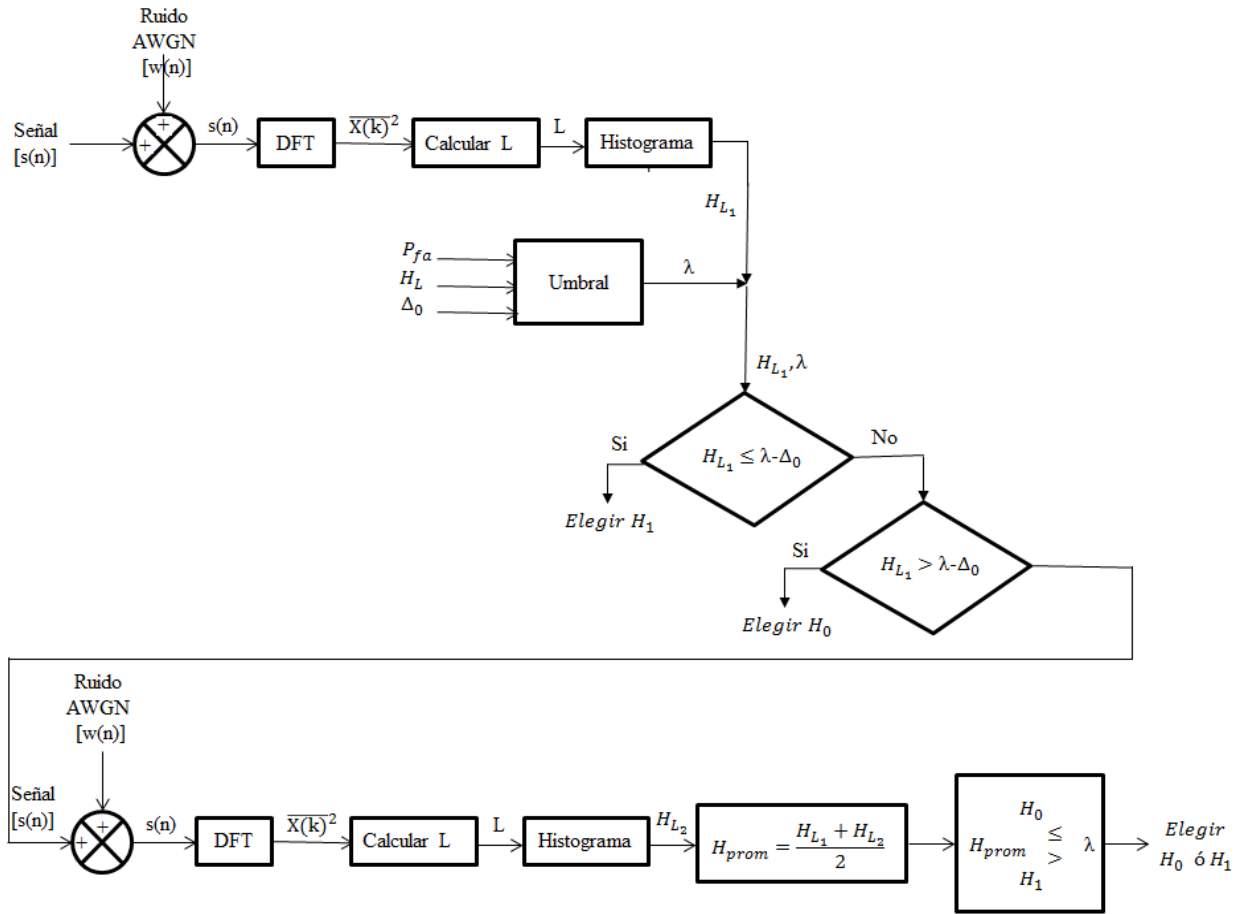


Figura 7. Diagrama a bloques del DBEnF de dos estados de decisión.

### 3.5 Método de Histograma

Se llama datos brutos a aquella información recopilada no organizada; por ejemplo, las muestras de una señal recibida previamente discretizadas por un convertidor analógico-digital (ADC) en un receptor habilitado con tecnología RC. La diferencia entre el valor mayor y el valor menor de un conjunto de datos, se conoce como rango de los datos. Al planificar una gran cantidad

de datos en bruto, es útil distribuirlos en clases y determinar la cantidad de datos que pertenecen a cada clase. Esta cantidad de datos se conoce como frecuencia relativa de la clase. La representación tabular de datos con sus respectivas frecuencias relativas por clases, se le conoce como distribución de frecuencia [98].

La distribución de frecuencia, o histograma se construye a partir de la cantidad de clases ( $L$ ) en las que se deseen agrupar los datos. Esto permite visualizar características significativas de los datos, por ejemplo, unimodalidad, simetría, normal, entre otros. Una estrategia ampliamente utilizada es considerar una cantidad de clases de entre 5 y 15 [99]. Así que, para el mismo conjunto de datos se puede construir un histograma con, ya sea, 6, 12 o 19 clases, lo que implica que la elección de la cantidad de clases puede ser arbitraria y, por lo tanto, generar diferentes histogramas [99-100]. Utilizar una cantidad apropiada de clases contribuye a representar la distribución real de los datos que se procesarán. Sin embargo, existen procesos, en los que no se tiene un conocimiento a priori de la distribución estadística de las muestras a procesar, tal es el caso del DBEnF.

Al observar la ecuación (10), el valor de  $H$  está en función de  $p_i$ , la cual está directamente relacionada con la cantidad de  $L$  utilizadas; por lo tanto, utilizar diferentes valores de  $L$ , se obtendrán diferentes valores de  $H$  para el mismo conjunto de muestras. Esta situación podría afectar el desempeño del DBEnF ya que  $T(x)$  y  $\lambda$ , como se muestra en (25), deben calcularse con la misma cantidad de  $L$  para resolver la prueba de hipótesis.

A continuación, se describen algunas reglas recomendadas para determinar del número adecuado de clases para construir un histograma [101-104]. Como cualquier estimador, el histograma es propenso al sesgo y la varianza, conduce a cierto grado de error en comparación con la pdf real de un proceso estocástico. Algunos autores han investigado diferentes estrategias que permiten reducir el sesgo y la varianza de la estimación de pdf, el cual está determinando por el número de clases y el ancho de la clase.

Entre algunas reglas para calcular el valor óptimo de  $L$  se encuentra la regla propuesta por Scott [101] y [104], la cual intenta minimizar el error cuadrático medio de la estimación a partir de la siguiente expresión:

$$L_{sc} = \frac{r}{3.5s} N^{1/3} \quad (28)$$

donde  $r$  es el rango de los datos,  $s$  es la desviación estándar de los datos,  $N$  es el tamaño de la muestra. A pesar de que esta regla está basada en la normalidad, es robusta frente distribuciones no Gaussianas.

Sturges [102] y [104], propone una regla para determinar la cantidad de clases a utilizar para datos con distribución binomial utilizando el siguiente modelo matemático:

$$L_{st} = 1 + \log_2(N) \quad (29)$$

Esta regla es común encontrarla en herramientas computacionales, para valores de  $N$  moderados (menores de 200) los resultados obtenidos son similares a los obtenidos con la regla de Scott. Sin embargo, para valores grandes de  $N$  esta regla no funciona adecuadamente ya que sobreestima a la verdadera función de densidad.

La regla de raíz cuadrada reportada en [103-104], carece de base teórica con respecto a las anteriores reglas, pero provee una forma fácil de calcular  $L$  a partir de un grupo de datos:

$$L_{sr} = \sqrt{N} \quad (30)$$

Una vez determinada la cantidad de  $L$  a utilizar en la construcción del histograma, es posible analizar y evaluar el comportamiento del valor de entropía para una misma cantidad de datos y  $L=15$ , pero con diferente distribución estadística. Para lo anterior, se consideró un conjunto de 4096 datos agrupados con diferentes distribuciones estadísticas, a cada una se le estima el valor correspondiente de  $H$  a partir del espectro de amplitud. En la Tabla 2, se observa que el menor y mayor valor de  $H$  se obtiene con una distribución estadística del tipo impulso y uniforme respectivamente. En el caso de la distribución estadística impulso, la  $p_i$  está distribuida solo en una clase, resultando en que la  $p_i$  de este conjunto de datos tienda a 1, por lo tanto, no hay incertidumbre (estable) en este evento por lo cual el valor de  $H$  tiende a ser bajo. Por el contrario, en el caso de la distribución uniforme, la  $p_i$  está distribuida de igual manera en todas las clases que fueron consideradas en la construcción del histograma, lo que significa que este evento presenta incertidumbre, por lo cual su entropía tenderá a ser alta. Estos resultados permiten entonces establecer una estrategia que mejore la probabilidad de detección del DBEnF. La idea es procesar

el ruido AWGN de tal forma que su distribución estadística tienda a ser uniforme y en el caso de una señal primaria presente, se obtenga una distribución estadística tipo impulso.

**Tabla 2. Entropía de un conjunto de 4096 muestras ( $L=15$ ) con la distribución según se indica en la Tabla.**

| Distribución estadística | $H$    |
|--------------------------|--------|
| Impulso                  | 0.1027 |
| Gaussiana                | 3.1356 |
| Rice                     | 3.3345 |
| Raleigh                  | 3.6645 |
| Exponencial              | 3.7173 |
| Uniforme                 | 3.8286 |

### 3.6 Estimación espectral de potencia mediante el Periodograma

El propósito de la estimación espectral de potencia es estimar la densidad espectral de potencia (PSD) de un proceso estocástico a partir de las muestras de una realización. De este modo, es posible caracterizar el contenido espectral de una señal determinada. Las propiedades asociadas con un estimador espectral son las mismas que se consideran en los estimadores estadísticos clásicos, como error cuadrático medio, varianza, desviación, sesgo, entre otros. Las técnicas utilizadas para la estimación espectral suelen clasificarse en métodos paramétricos y no paramétricos. Como se mencionó en la sección 3.1, la diferencia principal entre ambos es que en la estimación espectral paramétrica se supone que el proceso estocástico del que se pretende estimar su densidad espectral puede ser caracterizado por una serie de parámetros ( $\mu$ ,  $\sigma$  y  $\sigma^2$ ). En este caso, basta con estimar los parámetros para caracterizar el proceso, ejemplo típico de un estimador paramétrico es el modelo autoregresivo. Los estimadores espectrales no paramétricos estiman la covarianza o espectro de un proceso estocástico sin asumir que tiene una estructura en particular. Son, por lo tanto, técnicas genéricas que no están adaptadas a un problema en particular, a diferencia de lo que ocurre con los estimadores paramétricos. El ejemplo clásico de estimador espectral no paramétrico es el periodograma [105]. Los métodos paramétricos asumen distribuciones estadísticas subyacentes a los datos. Por tanto, deben cumplirse algunas condiciones de validez, de modo que el resultado de la prueba paramétrica sea fiable. Por ejemplo, la prueba t de Student para dos muestras

independientes será fiable solo si cada muestra se ajusta a una distribución normal y si las varianzas son homogéneas.

Las pruebas no paramétricas no dependen de ajustarse a ninguna distribución. Pueden por tanto aplicarse incluso aunque no se cumplan las condiciones de validez paramétricas.

Considerando el contexto de este trabajo de investigación, donde no se tiene un conocimiento a priori de la señal primaria (por ejemplo, su distribución estadística), la incertidumbre del ruido y se está limitado a una cantidad de muestras de la señal recibida; los métodos no paramétricos (Basados en la transformada de Fourier) como lo son El Periodograma simple, de Bartlett y de Welch [105-107], son los considerados en esta investigación.

### 3.6.1 El método del Periodograma

Dada una sucesión inicial de valores discretos, formada de la trayectoria de señal aleatoria  $\{x[n]: x \in \zeta\}$  con longitud  $N$ , el cálculo del periodograma, mediante técnicas de procesamiento digital queda de la siguiente manera:

$$s_x[k] = \frac{1}{N} |X[k]|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jnk} \right|^2, X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jnk} \quad (31)$$

El periodograma se puede calcular empleando la transformada rápida de Fourier (FFT). La ecuación (32) es la forma no modificada de cálculo del periodograma. Sin embargo, la operación (32) no resulta en una estimación consistente del espectro de potencia, debido a que la varianza no tiende a cero cuando  $N$  tiende a infinito. Con el fin de obtener estimaciones consistentes de la PSD, sobre observaciones discretas de longitud finita, se emplea el suavizado de la estimación (32) en frecuencia o tiempo. Así, la expresión (32) se escribe como:

$$s_x[k] = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_s[n] x[n] e^{-jnk} \right|^2 \quad (32)$$

donde  $\omega_s[n]$  es la ventana rectangular.

No obstante, como antes se dijo, es posible el empleo de funciones ventana diferentes a la rectangular. El periodograma, calculado mediante una función diferente a la ventana rectangular, se denomina periodograma modificado, tal como se muestra en (34):

$$s_x[\omega; k] = \frac{1}{NV} \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_s[n] x[n] e^{-jnk} \right|^2 \quad (33)$$

donde  $V = \frac{\left| \sum_{n=0}^{N-1} w[n] \right|^2}{N}$  es un factor de normalización que asegura que la estimación del periodograma, asintóticamente, no tenga sesgo.

La introducción de una función ventana genera el alisamiento en la frecuencia del espectro, con lo cual, la estimación de la PSD se calcula de la siguiente manera;

$$E\{s_x[\omega; k]\} = \frac{1}{2\pi NV} |s[k] * W[k]|^2 \quad (34)$$

donde  $W[k]$  es la Transformada de Fourier (TF) de la función ventana  $\omega[n]$ . De (35), se observa que el nivel de alisamiento en el periodograma depende de la forma de la función  $\omega[n]$  empleada en el pre-proceso de la sucesión de entrada. Así, por ejemplo, la ventana rectangular tiene el lóbulo principal muy angosto, con relación a la mayoría de ventanas conocidas, lo cual genera menor grado de alisamiento espectral, pero en cambio, esta ventana presenta el mayor nivel de lóbulos laterales, que pueden llevar al enmascaramiento de componentes espectrales de poca amplitud. El empleo de las ventanas permite establecer un cierto balance entre la resolución espectral (ancho de banda del lóbulo principal) y la pérdida espectral (área de los lóbulos laterales). La resolución espectral (llamada también, resolución) nos indica a partir de que componentes espectrales en frecuencia se pueden apreciar en la señal a analizar. Si la resolución aumenta, es porque se consideraron múltiplos de la frecuencia de muestreo relativamente pequeño al estimar el Periodograma, lo que ocasiona que la varianza tienda a aumentar. Por otro lado, si la resolución disminuye, significa que se utilizó una frecuencia de muestreo relativamente baja, provocando que las características de frecuencia en la señal a analizar, no sean tan evidentes, generando un Periodograma con aspecto relativamente suave. Por lo que la varianza de la potencia obtenida a partir del Periodograma disminuye por la

relativa poca información espectral en frecuencia que se obtuvo del periodograma. Por lo anterior, en el contexto de DBEnF, la estimación de la Entropía, se verá impactado por el compromiso que existe entre la resolución y varianza en la estimación del espectro de potencia al utilizar el método de Periodograma [106-107].

Como consecuencia de la ausencia de sesgo en la operación  $\lim_{N \rightarrow \infty} E\{s_x[k]\} = S_x[k]$ , se asume que al hallar una estimación consistente para  $E\{s_x[k]\}$ , la misma se mantiene consistente para  $S_x[k]$ . Luego, partiendo del hecho de que la operación de promediado, para un conjunto de observaciones no correlacionadas de la señal aleatoria, conlleva a la estimación consistente del promedio de la variable aleatoria  $E\{\zeta\}$ , entonces, se analiza la estimación de la PSD mediante el periodograma de Bartlett.

### 3.6.2 Periodograma de Bartlett

Sea  $x_i[n] \in \zeta, n=0, \dots, M-1, i=1, 2, \dots, N$ , un conjunto de observaciones no correlacionadas de la señal aleatoria  $\zeta(t)$ . Si a la trayectoria  $i$  le corresponde el periodograma  $s_x[i, k]$ , entonces el valor medio del conjunto de periodogramas es;

$$\tilde{S}_x[k] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K s_x[i, k] \quad (35)$$

cuya esperanza matemática es igual a

$$E\{\tilde{S}_x[k]\} = E\{s_x[i, k]\} = \frac{1}{2\pi} S_x[k] * W_b[k] \quad (36)$$

donde  $W_b(\lambda)$  es la TF de la ventana de Bartlett  $\omega[n]$ ,  $-L < m < L$ . Por lo tanto, como en el caso del periodograma, el valor medio  $\tilde{S}_x[k]$ , asintóticamente no presenta sesgo. Además, asumiendo la correlación 0 de las trayectorias  $x_i[n]$ , la varianza de la estimación  $\tilde{S}_x[k]$  es:

$$\text{var}\{\tilde{S}_x[k]\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K \text{var}\{s_x[i, k]\} \approx \frac{1}{N} S_x^2[k] \quad (37)$$

que tiende a cero, cuando  $K \rightarrow \infty$ . Luego, la estimación  $\tilde{S}_x[k]$  es consistente.

En la práctica, disponer de una cantidad amplia de muestras de un mismo proceso es muy difícil, sin embargo, es más frecuente disponer de una muestra de longitud suficientemente larga  $N$ . Entonces se puede generar un conjunto de periodogramas obtenidos de la división de la muestra inicial en  $K$  segmentos sin traslape, empleando técnicas de análisis en tiempo corto, cada uno de ellos de longitud  $L$ , de tal manera que  $K < M < N$ . En general, la estimación promediada de periodogramas tiene la siguiente forma;

$$\tilde{S}_{xB}[k] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K \left| \sum_{n=0}^{M-1} x[iM + n] e^{-jnk} \right|^2 \quad (38)$$

Se puede considerar que la estabilidad de la estimación  $\tilde{S}_{xB}[k]$  mejora, al disminuir la cantidad de segmentos de análisis de tiempo corto. Dado el valor  $N=KM$  se observa la relación de compromiso entre una alta resolución (cuando se tiene el máximo valor de  $M$ ) y de mínima varianza de la estimación (para el máximo valor posible de  $K$ ) [105-107]. Por lo anterior, el método de Bartlett es un estimador consistente del espectro de potencia que realiza un promediado del periodograma. La mejora respecto al periodograma reside en la reducción de la varianza.

### 3.6.3 Periodograma de Welch

El análisis de tiempo mediante segmentos sin traslape puede generar discontinuidades en los valores contiguos de estimación. Por esta razón, es preferible el empleo de segmentos de traslape que aseguren la suavidad en la estimación. Por otra parte, emplear funciones de ventana puede atenuar el efecto de la pérdida espectral, así como disminuir el sesgo de la estimación, sin embargo, a costa de una pérdida en la resolución espectral. Así, sea el valor de traslape  $D$ , para segmentos de análisis de tiempo corto con longitud  $M$ , luego la trayectoria  $i$ , tiene la forma

$$x[i, n] = x[n + iD], n = 0, 1, \dots, M - 1 \quad (39)$$

Al tomar  $K$  segmentos que cubran la totalidad del registro de longitud  $N$ , entonces, se tiene que  $N = M + D(K - 1)$ , por lo que la estimación del periodograma de Welch se obtiene de la forma;

$$\tilde{S}_{xW}[\omega; k] = \frac{1}{KMV} \sum_{i=1}^{K-1} \left| \sum_{n=0}^{M-1} \omega[n] x[n + Di] e^{-jnk} \right|^2 \quad (40)$$

que en términos del histograma modificado es igual a:

$$\tilde{S}_{xW}[\omega; k] = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} s[\omega; i, k] \quad (41)$$

por lo que el valor esperado del periodograma de Welch resulta en:

$$E\{\tilde{S}_{xW}[k]\} = E\{s_x[\omega; k]\} = \frac{1}{2\pi MV} S_x[k] |W[k, M]|^2 \quad (42)$$

Donde  $W[k, M]$  es la TDF de la función ventana con longitud  $M$ , usada en la estimación del periodograma de Welch. El factor de normalización es;

$$V = \frac{\left| \sum_{n=0}^{M-1} \omega[n] \right|^2}{M} \quad (43)$$

entonces, el periodograma de Welch también con lleva a una estimación sin sesgo.

El cálculo de la varianza en la estimación de Welch es más complejo, en la medida, en que no se puede asegurar la ausencia de correlación entre las trayectorias con traslape, caso en el cual debe aumentar la dispersión de los valores de la estimación. Por lo tanto, el traslape aumenta la cantidad de segmentos de análisis, que en un principio debe disminuir la varianza del histograma. No obstante, al aumentar el valor del traslape, aumenta el costo computacional en un valor proporcional

a  $K$ . Además, el consiguiente aumento del traslape aumenta el valor de correlación entre los segmentos que puede neutralizar el efecto de aumento en la cantidad  $K$ . En la práctica, el valor compromiso de traslape se escoge entre un 50 y 75% [106-107].

De esta manera, se mantiene la resolución (la longitud de la secuencia no varía) del método de Bartlett, pero al doblar el número de periodogramas modificados que van a promediarse, se reduce la varianza.

Con un 50% de solape o coincidencia entre las secuencias, también se pueden formar  $K$  secuencias de longitud  $2M$ , donde  $K$  es:  $K = N/M - 1$ . Con esto se mejora la resolución manteniendo la misma varianza que en el método de Bartlett. Con el solapamiento de secuencias es posible incrementar su número y/o longitud que van a ser promediadas, logrando de esta forma una reducción en la varianza, siempre con un compromiso en la resolución del método de estimación espectral.

### 3.7 Comentarios finales y discusión

Para un mismo conjunto de datos, cambiar el ancho o el número de clases puede modificar la forma del histograma, y de acuerdo con (8) y (10), también cambiará el valor de  $H$ . Además, las reglas antes mencionadas en la sección 3.5, se determinaron con base a unas distribuciones específicas de un conjunto de datos. En el contexto de la detección de espectro, la distribución estadística de las muestras de la señal recibida es desconocida y, por lo tanto, cada una de las reglas debe funcionar de manera diferente. Es necesario determinar un valor óptimo de  $L$  que permita proporcionar una estimación confiable de  $H$ . Esto se vuelve crítico ya que el DBEnF necesita una estimación precisa de  $H$  para lograr un buen desempeño en la detección. De la misma forma, el periodograma (utilizado en el DBEnF) no es un estimador consistente, por lo cual se esperaría que al utilizar un mejor estimador como lo es el Periodograma de Bartlett o de Welch, se logre determinar una PSD (considerando el compromiso entre resolución y varianza) que impacte favorablemente al desempeño del DBEnF. Por lo tanto, el buen desempeño del DBEnF dependerá de la distribución estadística del conjunto de muestras así como de *i) la cantidad de clases,  $L$ , con que se construye el histograma* y *ii) la estimación de la densidad espectral de potencia (Periodograma) con el que se calcula el  $T(x)$  y  $\lambda$* , los cuales son abordados en el siguiente capítulo.

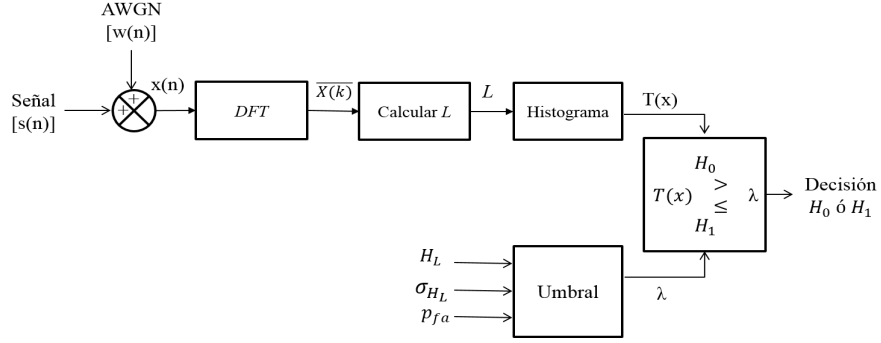
## Capítulo 4. Análisis de resultados de la evaluación del detector de entropía

Como se mencionó en el capítulo anterior, el DBEnF requiere estimar el valor de entropía a partir de la potencia de las muestras de la señal (ruido o señal primaria) que ocupa el canal de interés. Sin embargo, la distribución estadística de las muestras tiene un impacto en el cálculo del estadístico de prueba  $T(x)$  y del umbral de detección  $\lambda$ , ya que ambos dependen del valor de entropía obtenido. En este sentido el buen desempeño del detector dependerá entonces de dos factores: *i) la cantidad de clases,  $L$ , con que se construye el histograma para calcular la entropía y ii) la estimación de la densidad espectral de potencia (Periodograma) con el que se calcula el  $T(x)$  y  $\lambda$* . En este capítulo, analiza y evalúa el impacto que presentan estos factores y, para ello se divide, de manera lógica, en dos partes: en la primera parte se analiza el impacto de algunas reglas que calculan la cantidad óptima de  $L$  para la construcción del histograma sobre el desempeño del DBEnF, mientras que en la segunda parte se analiza el efecto de la varianza (medido en términos de  $M$  segmentos) y resolución espectral (medido en términos de  $K$  puntos) utilizados en el método del periodograma sobre el cálculo de la entropía de la señal. Los resultados muestran que el compromiso que existe entre los valores de  $K$  y  $M$  afectan el desempeño del DBEnF.

### 4.1 Análisis numérico de técnicas de estimación basadas en histogramas para la detección de espectro basada en entropía

#### 4.1.1 Descripción del modelo de simulación

Para evaluar el impacto de  $L$  sobre el desempeño del DBEnF, se consideró el modelo de evaluación presentado en la Figura 8. Para estimar  $T(x)$ , primeramente, se calcula la magnitud del espectro  $\bar{X}(k)$  de la señal recibida  $x(n)$ . Después se construye el histograma en función de  $L$  y se obtiene  $T(x) = H$  para resolver la prueba de hipótesis. El umbral de detección ( $\lambda$ ) se calcula a partir de la entropía de ruido ( $\sigma_{H_L}$ ) y de la probabilidad de falsa alarma ( $P_{fa}$ ), tal y como se describe en la ecuación (25).



**Figura 8. Diagrama a bloques del detector basado en Entropía en el dominio de la frecuencia.**

Para las señales a detectar se consideraron las siguientes técnicas de modulación: Modulación de amplitud de banda lateral única (SSB), modulación de frecuencia (FM), modulación por desplazamiento de fase, de los tipos QPSK y 16-QAM. La justificación de evaluar señales moduladas SSB es solo para fines de comparación, debido a que este tipo de señales se consideran en los primeros trabajos del detector basado en entropía [48-49]. Las señales QPSK y 16-QAM actualmente se incluyen en el estándar IEEE 802.22 / WRAN (Red inalámbrica de área regional) con capacidades de radio cognitiva [108], mientras que las señales de FM se utilizan en micrófonos inalámbricos operando en bandas de televisión [109].

#### 4.1.2 Resultados de la evaluación del DBEnF

Para evaluar el rendimiento del *DBEnF*, se llevaron a cabo numerosas simulaciones. Para señales SSB y FM, se utilizó una frecuencia portadora,  $f_c = 40$  KHz y una frecuencia de muestreo  $f_s = 8f_c$ . Para las señales QPSK y 16-QAM, la tasa de símbolos de banda base,  $f_b$  es igual a 1 Mbps, la frecuencia de muestreo en el receptor cognitivo es de 64 MHz. El tamaño de la muestra de la DFT es  $N=4096$  puntos. Se consideró un canal Gaussiano (AWGN) con una potencia de ruido de fondo fija  $P_n=-55$  dBm. El algoritmo de evaluación se ejecutó mediante una simulación Monte Carlo utilizando el modelo del sistema presentado en la Figura 8. En cada experimento, se consideraron 10,000 ensayos para diferentes entornos de *SNR* especificados en cada caso. Las probabilidades de detección y de falsa alarma indicadas por  $P_d$  y  $P_{fa}$ , respectivamente, se utilizaron para evaluar el desempeño del detector. Para lograr una mejor utilización del espectro, la  $P_{fa}$  no debe ser mayor a 0.1. Cada señal primaria se evalúa en el proceso de detección de espectro utilizando las reglas para calcular  $L$  (número de clases) mencionadas en el capítulo 3, también se calculan  $T(x)$  y  $\lambda$  con la

misma regla con la que se obtuvo  $L$ . Los valores estimados de  $H$  a partir de cada regla de histograma para cada esquema de modulación se presentan en las Tablas 3 y 4.

**Tabla 3. Estimación de  $H$  para cada señal primaria con un entorno de propagación de  $SNR=5$  dB.**

| Señal | Reglas          |                  |         |               |       |
|-------|-----------------|------------------|---------|---------------|-------|
|       | Fijo a 5 clases | Fijo a 15 clases | Sturges | Raíz cuadrada | Scott |
| AWGN  | 1.880           | 3.386            | 2.825   | 4.452         | 3.425 |
| SSB   | 0.080           | 0.308            | 0.153   | 1.290         | 1.877 |
| FM    | 0.228           | 1.172            | 0.607   | 2.154         | 2.115 |
| QPSK  | 1.368           | 2.893            | 2.322   | 3.937         | 3.098 |
| 16QAM | 1.374           | 2.882            | 2.335   | 3.931         | 3.088 |

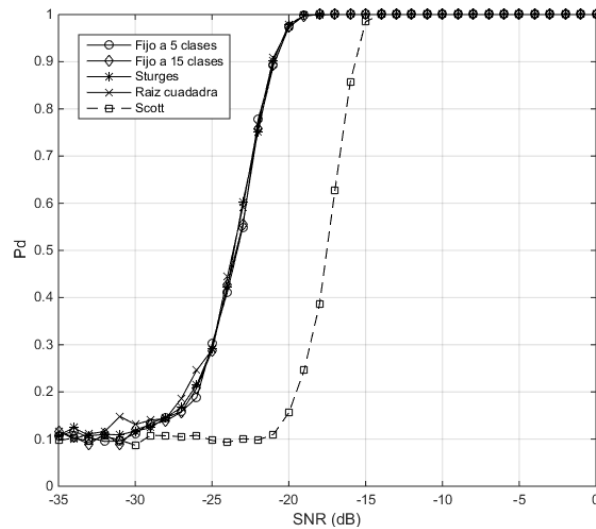
**Tabla 4. Estimación de  $H$  para cada señal primaria con un entorno de propagación de  $SNR=-15$  dB.**

| Señal | Reglas          |                  |         |               |       |
|-------|-----------------|------------------|---------|---------------|-------|
|       | Fijo a 5 clases | Fijo a 15 clases | Sturges | Raíz cuadrada | Scott |
| AWGN  | 1.880           | 3.386            | 2.8250  | 4.4520        | 3.425 |
| SSB   | 1.6084          | 3.0896           | 2.5337  | 4.1626        | 3.412 |
| FM    | 1.8178          | 3.3281           | 2.7549  | 4.3989        | 3.421 |
| QPSK  | 1.8673          | 3.3880           | 2.8201  | 4.4511        | 3.428 |
| 16QAM | 1.8713          | 3.3813           | 2.8189  | 4.4488        | 3.426 |

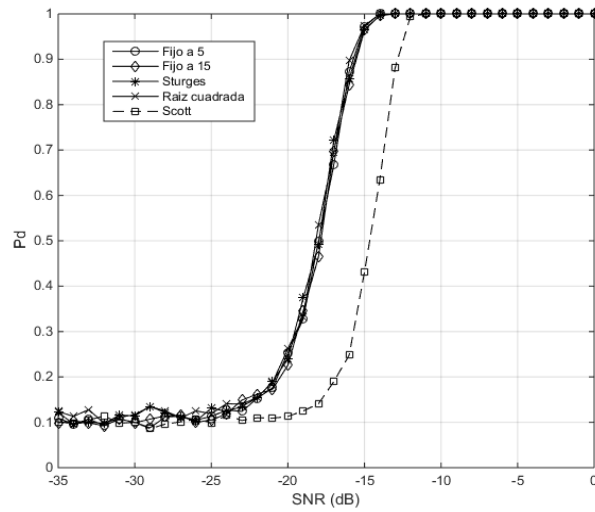
De acuerdo con los resultados que se muestran en la Tabla 3, se puede observar que cada una de las reglas para obtener el histograma, proporcionan una estimación de  $H$  para la señal de ruido (AWGN) significativamente distinta con respecto a las obtenidas para las señales primarias (SSB, FM, QPSK y 16QAM) cuando se considera un nivel de  $SNR=-5$  dB. Por otro lado, se puede observar en la Tabla 4, que cuando el canal de propagación ofrece una menor calidad ( $SNR=-15$  dB), para cualquier regla, no existe diferencia significativa entre los valores de  $H$  obtenidos tanto para el ruido como para las señales primarias. Considerando los resultados de las Tablas 3 y 4, se puede establecer que existe un valor de  $SNR$  (SNR Wall) en el que el DBEnF podría resolver con precisión sobre la disponibilidad de canal (al menos con el 90% de confiabilidad que establece el estándar), más allá de este límite no garantizaría la mínima tasa de detección requerida, ya que no lograría diferenciar entre las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ . En las Figuras 9-12 se muestra el desempeño de la  $P_d$  del DBEnF para cada regla que calcula el histograma. En estas curvas se observa la sensibilidad que presenta el detector para las diferentes estimaciones de entropía y diferentes valores de  $SNR$ . De las Figuras 9 y 10 se puede observar que el detector logra un mejor desempeño cuando las señales a detectar son del tipo SSB y FM respectivamente, en comparación cuando se consideran las señales QPSK y 16-QAM (Figuras 11 y 12 respectivamente). Cuando las señales a detectar son del tipo analógicas, el SNR-Wall se localiza a -22 dB (señales SSB) y -17 dB (señales FM), sin

importar la regla para calcular histograma, con excepción de la regla de Scott, regla con la que el detector logra el peor desempeño. Por el contrario, para señales digitales, la regla de Scott es la que permite al detector lograr el mejor valor de SNR-Wall (aproximadamente en -5 dB) Otra característica es que la  $P_{fa}$  se mantiene constante (aproximadamente 0,1), lo que es deseable para cualquier técnica de detección de espectro.

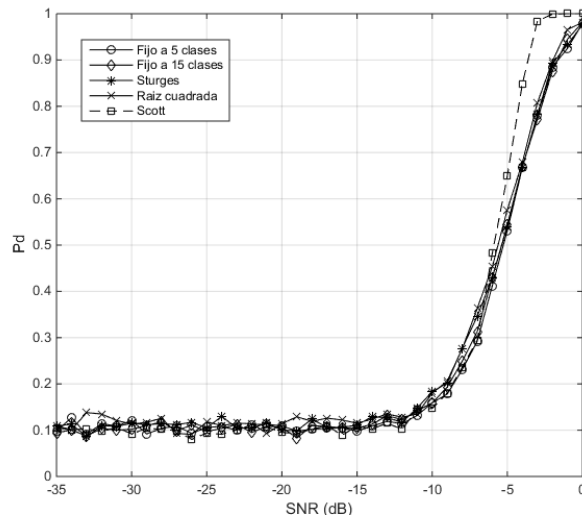
El buen desempeño que logra el detector cuando las señales primarias son del tipo SSB y FM se debe principalmente a que las muestras de magnitud del espectro representan una distribución estadística que tiende a ser binomial esto es, la agrupación de los datos concentrado al centro del histograma. Por el contrario, las muestras de magnitud de espectro QPSK y 16QAM presentan una distribución con tendencia Gaussiana, por lo que cuando se aplica la regla de Scott el DBEnF logra el mejor desempeño, ya que esta reportado que esta regla ofrece un mejor desempeño cuando los datos siguen una distribución Normal. Con estos resultados, se puede establecer que el DBEnF no es un detector ciego tal y como lo sugieren en [41-46], porque para lograr su mejor desempeño, el DBEnF requiere conocer previamente la distribución estadística del espectro de la señal primaria para maximizar su  $P_d$ .



**Figura 9. Desempeño en la detección con respecto a SNR para una señal primaria SSB.**



**Figura 10. Desempeño en la detección con respecto a SNR para una señal primaria FM.**



**Figura 11. Desempeño en la detección con respecto a SNR para una señal primaria QPSK.**

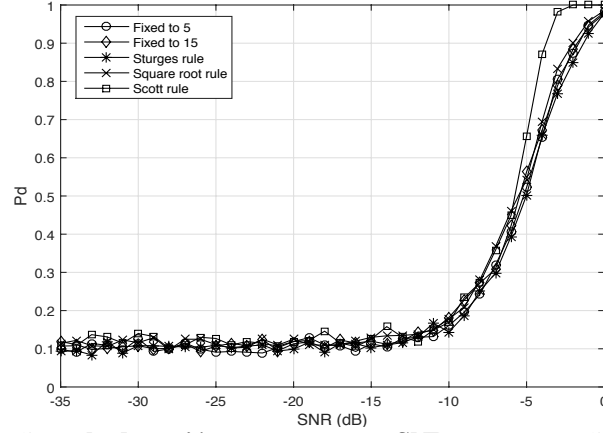


Figura 12. Desempeño en la detección con respecto a SNR para una señal primaria 16-QAM.

## 4.2 Análisis de la varianza y resolución espectral en la estimación de entropía.

Para evaluar el compromiso entre la resolución y varianza del periodograma de Bartlett en el desempeño del DBEnF, se diseñó un banco de pruebas utilizando un software de simulación numérica. La estructura del banco de prueba se presenta en el diagrama de flujo de la Figura 13. Los parámetros de simulación se enlistan en la Tabla 5. Durante la evaluación, varias realizaciones de solo muestras de ruido (simulando la hipótesis  $H_0$ ) y un número de las realizaciones de señal modulada más ruido (simulando la hipótesis  $H_1$ ) se generaron para calcular la  $H$  para cada caso. Cada realización considera valores específicos para  $M$  y  $K$  en la técnica de Bartlett. El valor de  $H$ , se estima para cada realización de acuerdo con el método del histograma, para ello se consideró  $L = 15$  clases (este es el valor utilizado en los trabajos [41-46]), también se calcula la Varianza y la Resolución de la estimación de la Densidad Espectral de Potencia (PSD) para cada caso. Las Tablas 6 y 7 muestran los valores de  $H$  obtenidos para cada caso de  $H_0$  y  $H_1$ , respectivamente para diferentes valores de  $K$  y  $M$ . Mientras que la Tabla 8 presenta la diferencia numérica entre  $H(H_0)$  y  $H(H_1)$  para cada par  $KM$  evaluado.

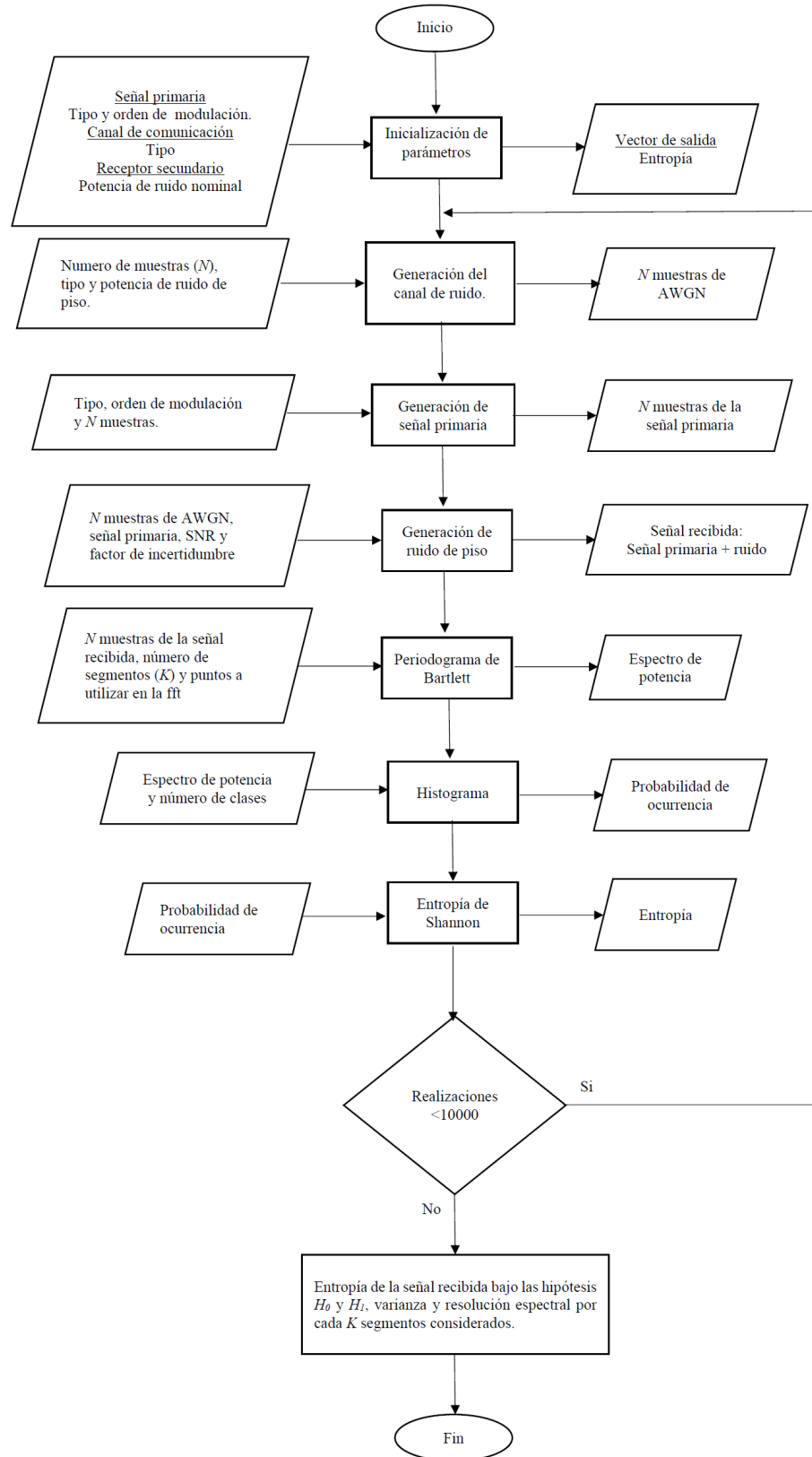


Figura 13. Proceso para estimar la varianza, resolución y entropía bajo las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ .

**Tabla 5. Parámetros de simulación.**

| Parámetros                          | $H_0$      | $H_1$             |
|-------------------------------------|------------|-------------------|
| Tipo de señal                       | AWGN       | 64-QAM+AWGN       |
| Potencia                            | -90 dB     | De acuerdo al SNR |
| Tamaño de la muestra<br>( $N$ )     | 4096       | 4096              |
| Intervalo de tiempo ( $t_s$ )       | 64 $\mu$ s | 64 $\mu$ s        |
| Frecuencia portadora<br>( $f_c$ )   | N/A        | 1 MHz             |
| Frecuencia de muestreo<br>( $f_s$ ) | N/A        | $64f_c$           |
| Transferencia de datos              | N/A        | 1 M símbolos/seg  |

**Tabla 6. Valores de varianza, resolución y  $H$  utilizando el periodograma de Bartlett bajo  $H_0$ .**

| $K$ | $M$  | Varianza   | Resolución | $H_{(H_0)}$ |
|-----|------|------------|------------|-------------|
| 1   | 4096 | 1.0618e-17 | 0.0014     | 2.3407      |
| 2   | 2048 | 5.2924e-18 | 0.0027     | 2.9003      |
| 4   | 1024 | 2.5515e-18 | 0.0055     | 3.1825      |
| 8   | 512  | 1.4008e-18 | 0.0109     | 3.3339      |
| 16  | 256  | 6.4980e-19 | 0.0218     | 3.4267      |
| 32  | 128  | 3.2359e-19 | 0.0437     | 3.4698      |
| 64  | 64   | 1.8929e-19 | 0.0874     | 3.4086      |
| 128 | 32   | 8.0271e-20 | 0.1748     | 3.1613      |

**Tabla 7. Valores de varianza, resolución y  $H$  utilizando el periodograma de Bartlett bajo  $H_1$ .**

| $K$ | $M$  | Varianza | Resolución | $H_{(H_1)}$ |
|-----|------|----------|------------|-------------|
| 1   | 4096 | 1.8968   | 0.0014     | 0.2575      |
| 2   | 2048 | 1.4242   | 0.0027     | 0.3462      |
| 4   | 1024 | 1.1678   | 0.0055     | 0.4049      |
| 8   | 512  | 1.0329   | 0.0109     | 0.4274      |
| 16  | 256  | 0.9902   | 0.0218     | 0.4325      |
| 32  | 128  | 0.9658   | 0.0437     | 0.3605      |
| 64  | 64   | 0.9180   | 0.0874     | 0.2006      |
| 128 | 32   | 0.3479   | 0.1748     | 0.7846      |

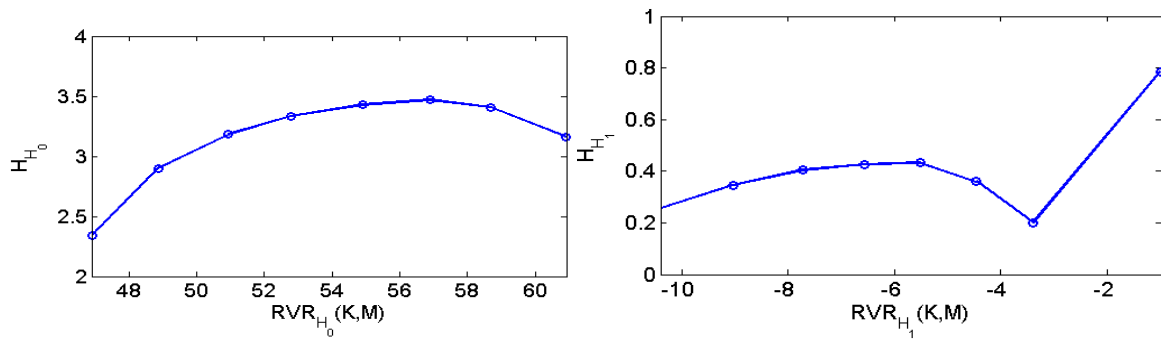
**Tabla 8. Diferencia numérica de entropía  $H$ , para  $H_0$  y  $H_1$ .**

| $K$ | $M$  | $H_{(H_0)} - H_{(H_1)}$ |
|-----|------|-------------------------|
| 1   | 4096 | 2.0832                  |
| 2   | 2048 | 2.5541                  |
| 4   | 1024 | 2.7776                  |
| 8   | 512  | 2.9065                  |
| 16  | 256  | 2.9942                  |
| 32  | 128  | 3.1093                  |
| 64  | 64   | 3.2080                  |
| 128 | 32   | 2.3767                  |

De las Tablas 6 y 7, se puede observar que la Varianza de la estimación de PSD disminuye a medida que  $K$  aumenta. Esto se observa para ambos casos,  $H_0$  y  $H_1$ . Está documentado en [105-107], que a medida que se reduce la Varianza se logra una estimación más suave de la PSD, es decir una Resolución alta. Del mismo modo, se obtiene una Resolución baja a medida que  $K$  disminuye. Una Resolución alta significa que algunos de los componentes espectrales no se pueden observar, lo que resulta en la pérdida de información espectral de la señal recibida. Estos resultados demuestran que existe un compromiso entre la Varianza y la Resolución de la estimación de la *PSD*. Por otro lado, para demostrar que el compromiso antes mencionado tiene un impacto en la estimación de la entropía, la Figura 14 presenta el comportamiento de la entropía para  $H_0$  y  $H_1$  en función de la Relación Resolución - Varianza (*RVR*) para cada par  $KM$ . La métrica *RVR* se calcula de la siguiente manera:

$$RVR(K, M) = \log_2 \left( \frac{R(K, M)}{V(K, M)} \right) \quad (44)$$

donde  $R(K, M)$  y  $V(K, M)$  corresponden a la Resolución y la Varianza, respectivamente, obtenidas para algunos valores  $K$  y  $M$ . De la Figura 14 y la Tabla 8 se observa que la mayor diferencia numérica entre  $H(H_0)$  y  $H(H_1)$  es cuando  $K=M=\sqrt{N}$ . Por lo tanto, es posible concluir que el caso más favorable para diferenciar entre  $H_0$  y  $H_1$  es cuando  $K=M=64$ .



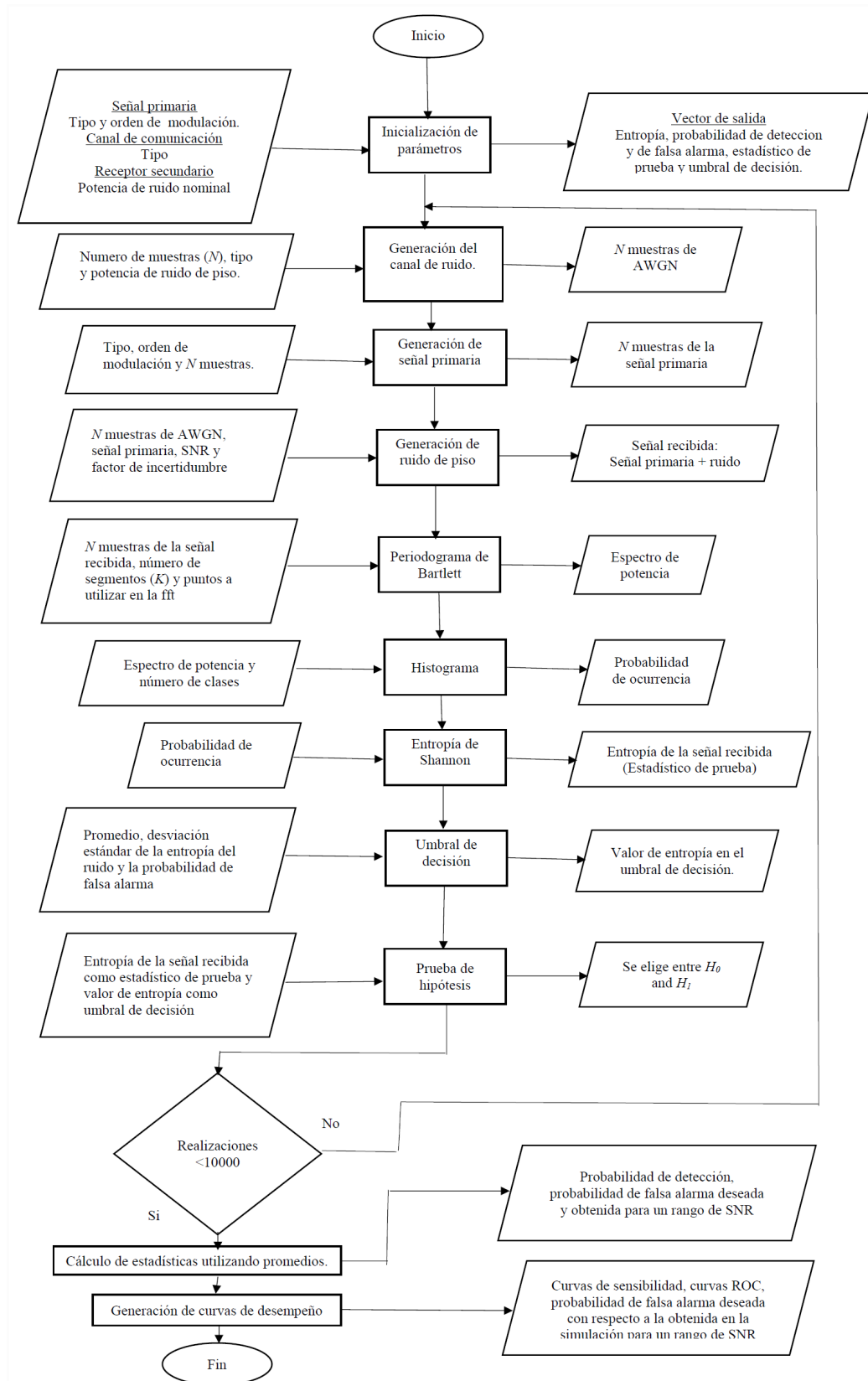
**Figura 14. Entropía ( $H$ ) como función de razón de cambio de la Resolución - Varianza bajo  $H_0$  (Izquierda) y  $H_1$  (Derecha).**

#### 4.2.1 Evaluación del desempeño del DBEnF con base al periodograma de Bartlett

El desempeño de cualquier detector de espectro se evalúa con la probabilidad de detección  $P_d$  y la probabilidad de falsa alarma  $P_{fa}$ . La  $P_d$  cuantifica la capacidad de detectar correctamente la presencia de una señal primaria. Mientras tanto, la  $P_{fa}$  representa la posibilidad de detectar erróneamente la presencia de una señal primaria cuando solo hay ruido en el canal presente. Con el fin de evaluar el impacto de los parámetros del periodograma de Bartlett en el rendimiento de DBEnF (DBEnF<sub>b</sub>), se implementó la herramienta computacional representado en la Figura 15.

Los parámetros de simulación de las señales involucradas en el proceso de detección describen en la Tabla 5. Con el fin de validar la robustez del detector a la incertidumbre de ruido, en esta evaluación se agrega un factor de incertidumbre de ruido al proceso de ruido. La incertidumbre de ruido se genera de acuerdo con el modelo propuesto por [110]. Los resultados se obtuvieron a través de simulaciones de Monte Carlo considerando 10,000 realizaciones para cada métrica. La Figura 16 muestra las curvas de sensibilidad para el DBEnF<sub>b</sub> (considerando el periodograma de Bartlett). Las curvas de sensibilidad describen la  $P_d$  como una función del  $SNR$  de la señal recibida. Por lo tanto, permiten identificar el  $SNR$  mínimo necesario para cumplir con una  $P_d$  en específico. Las curvas observadas en la Figura 16 se obtuvieron para diferentes valores de  $K$  y  $M$ . El mejor desempeño del DBEnF<sub>b</sub> se logra cuando  $K=M$ .

La estrategia propuesta en [46] permite estimar  $H$  a partir del periodograma de las muestras recibidas. Aquí, el valor de  $H$  se compara con dos umbrales,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , para resolver el estado del canal de interés. Los umbrales se obtienen en función de un factor de ajuste  $\Delta_0$  dado por  $\lambda_1 = \lambda - \Delta_0$  y  $\lambda_2 = \lambda + \Delta_0$ , el valor de  $\lambda$  se obtiene a partir de (25). Si  $H < \lambda_1$ , la ocupación del canal se resuelve como ocupado, y si  $H > \lambda_2$ , el canal se considera libre. Sin embargo, si  $\lambda_1 < H < \lambda_2$ , las dos últimas estimaciones de  $H$  se promedian y se comparan con  $\lambda$ , y de esta manera se decide sobre el estado del canal. Este esquema proporciona un mejor rendimiento que el de las estrategias de un solo umbral.



**Figura 15. DBEnF con el periodograma de Bartlett incorporado (DBEnF<sub>n</sub>).**

Para validar que la detección del esquema propuesto (DBEnF<sub>B</sub>) mejora el desempeño del detector de doble umbral propuesto en [46], las curvas de sensibilidad para DBEnF basadas en el periodograma único (DBEnF<sub>P</sub>) y basadas en el periodograma de Bartlett (DBEnF<sub>B</sub>) se presentan en la Figura 17. En la Figura 17 se observa que el DBEnF<sub>B</sub> para  $K = 64$  presenta el mejor desempeño comparado con el DBEnF<sub>P</sub>. Sin embargo, el mejor desempeño que logra el DBEnF<sub>B</sub> cuando se aplica la estrategia de doble umbral  $\Delta_0=0.4$  es cuando  $K=M=64$ . La Figura 18 muestra las curvas ROC de los resultados mostrados en la Figura 18 para un SNR=-17 dB. La Figura 19 muestra la  $P_{fa}$  obtenida por la simulación en función de la  $P_{fa}$  esperada por el criterio Neyman-Pearson, tal y como se establece en (25). Para los resultados mostrados en la Figura 19 se consideró un factor de incertidumbre de ruido  $UNC = 5$  dB Lo que se debe notar en esta curva es que aún bajo la presencia de incertidumbre del ruido, la  $P_{fa}$  obtenida del detector es aproximada al valor analítico esperado.

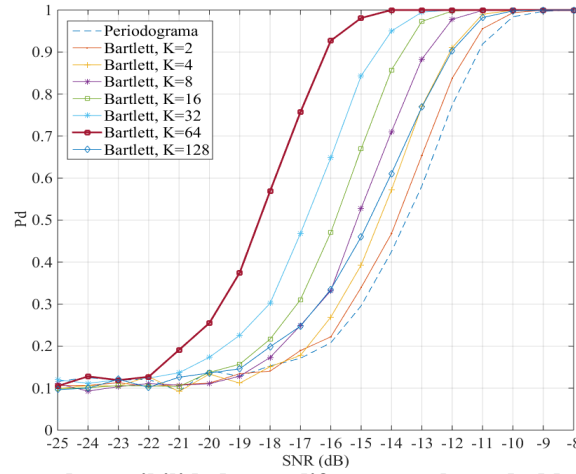


Figura 16. Curvas de sensibilidad para diferentes valores de  $M$ , para una  $P_{fa}=0.1$ .

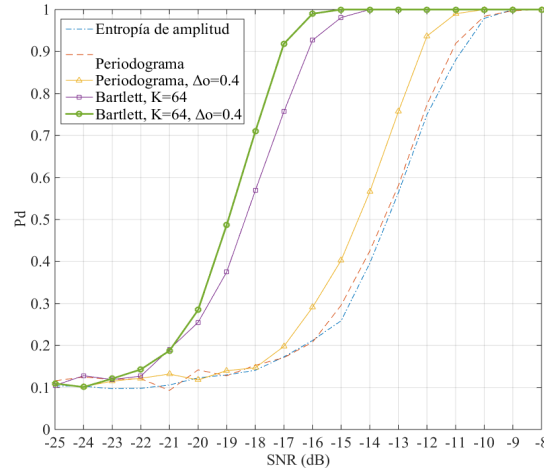


Figura 17. Comparación de curvas de sensibilidad para  $P_{fa}=0.1$ .

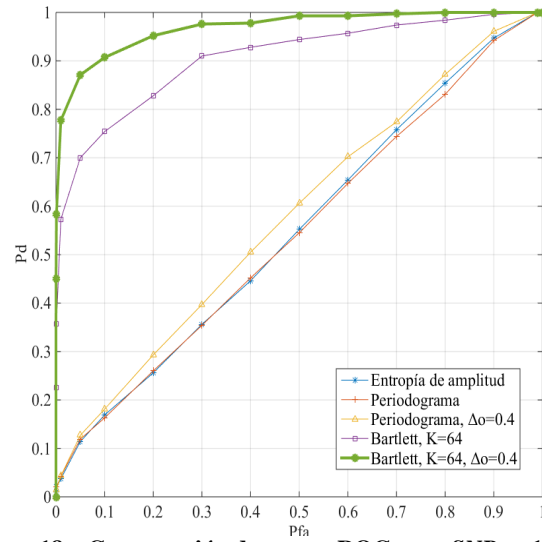


Figura 18. Comparación de curvas ROC para  $SNR = -17$  dB.

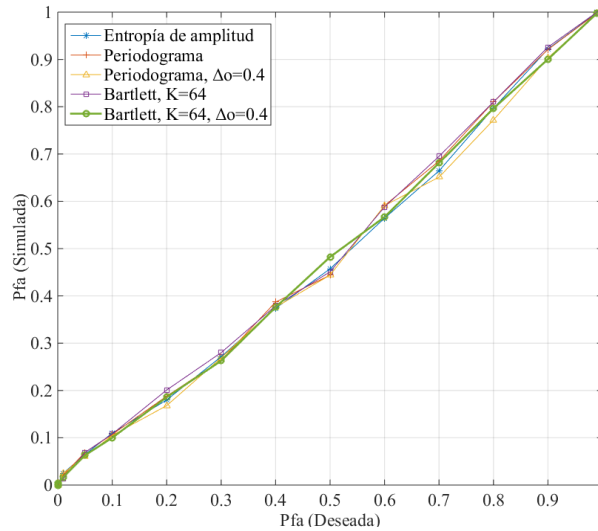


Figura 19. Evaluación de la  $P_s$  bajo  $UNC = 5$  dB.

### 4.3 Análisis de los parámetros del periodograma de Welch en la estimación de la entropía

Por otro lado, en la literatura se reporta que se obtienen mejoras de la estimación del espectro de potencia utilizando el periodograma de Welch con respecto al periodograma de Bartlett. En el periodograma de Welch se considera un segmento de datos proveniente de la muestra de la señal recibida, la cual se divide en  $K$  bloques de longitud  $M$  puntos; pero a diferencia del periodograma de Bartlett, la técnica de Welch permite el solapamiento entre bloques una determinada cantidad de

puntos. Este efecto se conoce como traslape. De esta manera, se mantiene la Resolución (esto es, la longitud de la secuencia no varía) del método de Bartlett, pero al aumentar el número de periodogramas modificados que van a promediarse, Varianza se reduce. Así, se mejora la Resolución manteniendo la misma Varianza que en el método de Bartlett. En la Figura 20 se muestran las curvas de sensibilidad del desempeño del DBEnF<sub>B</sub> contra el DBEnF<sub>W</sub> utilizando el periodograma de Welch para diferentes traslapes. Se observa que el mejor desempeño se logra con el DBEnF<sub>B</sub> debido al compromiso logrado entre Resolución y Varianza cuando  $K=M$ . Para el caso de utilizar el periodograma de Welch, si bien se tienen los mismos valores de  $K=M$ , esta técnica traslapa los segmentos de datos, modificando así la Resolución o la Varianza, pero no ambos, por lo que al mejorar una de estas dos características se compromete la otra, por lo que el valor de  $H$  estimado no le permitirá al detector mejorar su desempeño.

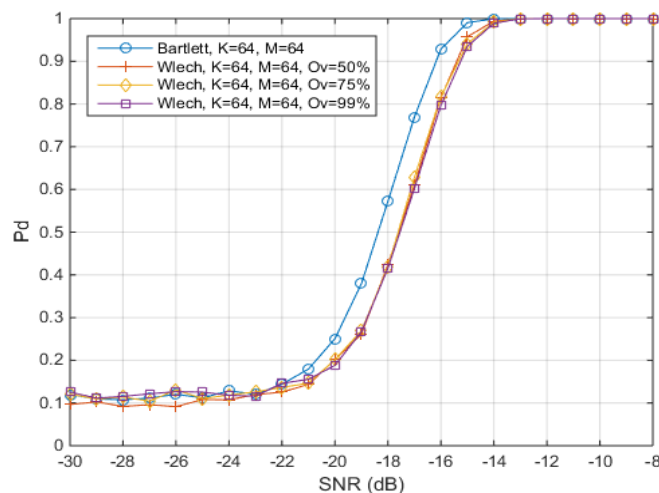
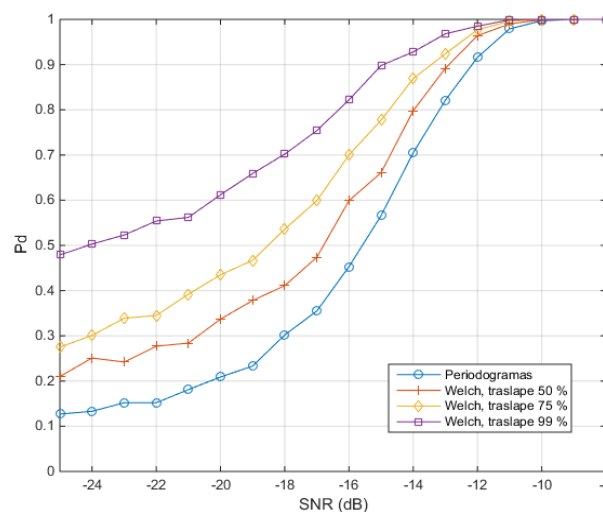


Figura 20. Análisis de sensibilidad de los detectores DBEnF<sub>B</sub> (utilizando periodograma de Bartlett) y DBEnF<sub>W</sub> (utilizando el periodograma de Welch).

#### 4.4 Comparación del desempeño del DBEnF con el detector de energía (DE)

En [111], los autores presentan la evaluación del Detector de Energía (DE) basado en el periodograma de Welch para la detección de espectro aplicada a  $CR$ . Los autores analizan el impacto del número de puntos en la TFD y el número de periodogramas promediados para la estimación del PSD en el rendimiento del DE. Los autores identifican que la inclusión de estos

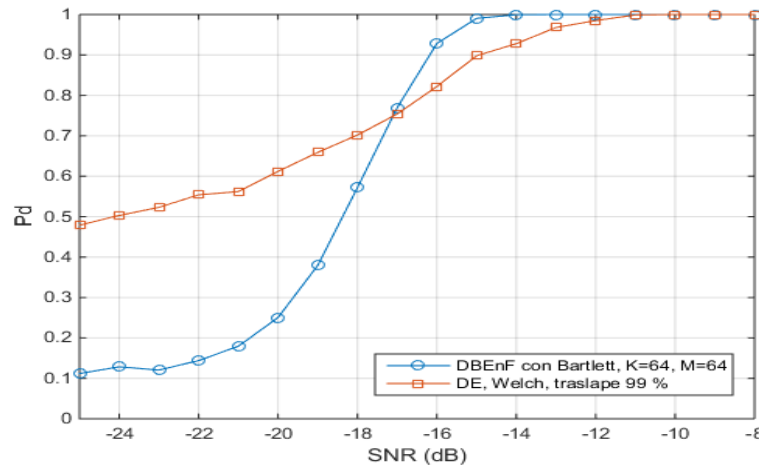
parámetros en la distribución del estadístico de prueba utilizado para detectar la presencia del UP, mejora la probabilidad de detección. Sin embargo, en presencia de incertidumbre de ruido, la mejora en la probabilidad de detección vendrá a expensas de una mayor probabilidad de falsa alarma. Considerando este enfoque, es posible incrementar la probabilidad de detección de una señal dada a medida que baja el  $SNR$ , sin aumentar el número de muestras de la señal recibida. Sin embargo, para mantener una probabilidad constante de falsa alarma, se necesitan técnicas precisas para la estimación de la varianza del ruido, porque el valor del umbral de detección del DE es altamente dependiente de la potencia de ruido presente en cada intervalo de detección. Lo anterior se muestra gráficamente en las curvas de sensibilidad de la Figura 21. Se observa que bajo condiciones de  $UNC=0$  dB, si bien la  $P_d$  aumenta a medida que aumenta el traslape y disminuye el  $SNR$ , el valor de la  $P_d$  no converge al valor de 0.1.



**Figura 21. Curvas de sensibilidad para el DE ( $N=4096$ ,  $L=64$ ,  $K=64$ ),  $UNC=0$  dB.**

La Figura 22 muestra un comparativo entre las curvas de sensibilidad del DBEnF<sub>B</sub> y el DE utilizando el periodograma de Welch con un valor de traslape del 99% (este valor es el que mejor  $P_d$  logra el DE). Se observa que para valores de  $SNR < -17$  dB, el DE presenta mayor  $P_d$  en comparación con el DBEnFB, lo anterior no significa que el DE también cumple con la  $P_{fa}$  requerida. Observe que la  $P_d$  para el DBEnF<sub>B</sub> converge al valor de 0.1 y el DE no lo hace; lo que significa que el DE llega a su límite de  $SNR_{wall}$  donde no puede diferenciar correctamente entre  $H_0$  y  $H_1$ , por lo que dicho comportamiento mostrado en la Figura 22 significa que el DE determina que existe una señal primaria cuando realmente solo existe ruido, que, en términos de detección espectral, es un

desaprovechamiento del espectro radioelctrico. Para el caso del DBEnF<sub>B</sub>, la  $P_d$  que se muestra en la Figura 22 es vlida para todo valor de SNR con una  $P_{fa}$  de 0.1; y para el caso del DE, la  $P_d$  que se muestra en la Figura 22 es vlida, pero no para una  $P_{fa}$  de 0.1 si no para 0.5 para cualquier valor de SNR. Lo anterior confirma la robustez del DBEnF<sub>B</sub> a la incertidumbre del ruido con respecto al DE; que si bien en esta evaluacin la  $UNC=0$  dB, el mismo comportamiento del DBEnF<sub>B</sub> se mantiene a medida que aumenta el valor de  $UNC$  tal y como se mostr en la Figura 19.



**Figura 22.** Comparación entre DBEnFB contra el DE utilizando Welch para una  $P_{fa}=0.1$  y  $UNC=0$  dB.

## 4.5 Conclusiones y comentarios finales

El número de clases utilizados para construir un histograma para estimar la entropía es crítico. Algunas de las reglas reportadas en la literatura se utilizaron para evaluar el rendimiento del DBEnF. Se observó que la mejor regla para calcular el número de clases es el que maximiza el rendimiento del DBEnF en términos de la  $P_d$ . Para el caso de las señales analógicas, el mejor desempeño del detector de entropía se obtiene con la regla de la raíz cuadrada, aunque este resultado no es significativo en comparación con las otras reglas aplicadas. Para este caso, y considerando que ninguna de las reglas supera a la otra, es recomendable aplicar la regla de fijo a 5 o 15 clases para estimar el valor de entropía, ya que estas requieren de una menor complejidad computacional e impactaría favorablemente en el tiempo de procesamiento para calcular el estadístico de prueba  $T(x)$ . Sin embargo, el conjunto de muestras de las señales QPSK y 16-QAM que describen una distribución normal, la regla de Scott permite que el detector logre una mejor  $P_d$ . Por otro lado, la

estimación del espectro de potencia de las muestras de la señal recibida es crítica, por lo que la técnica del periodograma juega un papel importante en el desempeño del DBEnF. Con respecto al periodograma de Bartlett (DBEnF<sub>b</sub>), la Varianza, obtenida de la estimación del espectro de potencia, disminuye a medida que aumenta la Resolución espectral, por lo que se debe estimar el compromiso entre Varianza y Resolución. En este trabajo las mejores características del detector se logran cuando  $K=M=\sqrt{N}$ .

## Capítulo 5. Conclusiones y trabajo futuro

El espectro radioeléctrico, es un recurso natural limitado y un bien de dominio público, donde el Estado es quien lo administra, gestiona y asigna sus condiciones de uso para utilizarlo de manera eficiente. Este recurso natural, es un medio intangible que se utiliza para la prestación de servicios de comunicaciones en conjunto con medios tangibles como lo son cables, fibra óptica, entre otros. En la actualidad, la forma en como se explota el espectro radioeléctrico, está siendo rebasado, debido a la política de asignación fija que actualmente predomina en el uso de canales de comunicación (llamados canales primarios), lo cual no permite que se cumplan los requerimientos de espectro que las nuevas tecnologías y servicios demandan. Con el fin de darle solución a lo anterior, se han propuesto nuevos esquemas regulatorios flexibles para mejorar el funcionamiento de las redes de comunicación inalámbricas, ejemplo de estas tecnologías es el Radio Cognoscitivo (RC). La tecnología RC permite a aquellos usuarios secundarios (US) que deseen operar en las bandas de frecuencia en las que opera el usuario primario (UP) acceder a ellas, toda vez que éstos no utilicen el espectro en el dominio del espacio y tiempo. Dicho acceso al medio se logra a través de un esquema dinámico y coordinado que garantice una interferencia mínima entre usuarios posible.

La tecnología RC, es un sistema que adapta la frecuencia, el ancho de banda y la duración de la transmisión de acuerdo a su entorno radioeléctrico. A este esquema en RC se le conoce también como RC de Acceso Dinámico al Espectro. Para implementar el modelo RC para DSA, los USs deben detectar el entorno radioeléctrico por medio de detectores de espectro, los cuales detectan la presencia de los UPs para evitar transmitir simultáneamente y ocasionarles interferencias. Existen tres esquemas de compartición de espectro consideradas en la tecnología RC: *overlay*, *underlay* e *interweaving*. En el esquema *overlay*, los UPs y USs transmiten simultáneamente en la misma ubicación, tiempo y frecuencia. En el esquema *underlay*, los USs tienen restricciones en la densidad de potencia de sus transmisiones con la finalidad de coexistir con los sistemas de los UPs. En el esquema de compartición *interweaving*, en este esquema de compartición, los USs transmiten en los espacios espectrales libres o “huecos espectrales”, es decir, los USs se encargan de identificar aquellas ubicaciones, intervalos de tiempo y frecuencias que los UPs no están utilizando, para posteriormente transmitir. La tecnología RC tiene diversas

aplicaciones y se prevé que en el futuro se implementen en sistemas más complejos, como lo son las redes Smart Grid, telefonía móvil y aplicaciones médicas, entre otras. Las técnicas de RC en aplicaciones militares son emergentes y un ejemplo de su potencial es la capacidad de identificar comunicaciones de enemigos. En condiciones de emergencia y en situaciones de desastres naturales, la infraestructura de comunicaciones inalámbricas puede colapsar debido al aumento de tráfico de información o a la caída de los servicios. Por lo tanto, existe una gran necesidad de utilizar RC para formar redes de comunicación de emergencia que sean confiables y usen el espectro de manera dinámica, de tal manera que se faciliten las comunicaciones y se habilite la interoperabilidad de los dispositivos. Las redes “Smart Grid” consisten de infraestructuras “Advanced Metering Infrastructure (AMI)”, (en casas o edificios) de redes del tipo “Field Area Network (FAN)” y redes “Wide Area Network (WAN)”. Al habilitar RC en este tipo de redes se obtiene, además de un acceso dinámico al espectro, la posibilidad de desarrollar mecanismos de coexistencia para coordinar el uso del espectro y priorizarlo de acuerdo al tráfico de la red Smart Grid. La tecnología RC puede implementarse en aplicaciones médicas inalámbricas conocidas como telemedicina, debido a que puede mejorar el nivel de la calidad del servicio entre los dispositivos médicos al definir prioridades para acceder al espectro. Un ejemplo de aplicación potencial de RC en los servicios de telemedicina son las redes “Medical Body Area Network (MBAN)” implementadas para monitorear los signos vitales de las personas (temperatura, presión, oxigenación en la sangre, generación de electrocardiogramas, etc.).

El incremento de sistemas y servicios inalámbricos a forzado a las políticas actuales de administración, gestión y uso del espectro radioeléctrico a encaminarse a atender los retos que actualmente le demandan. Como se ha reportado, algunas mediciones sobre el uso del espectro indican que no existe una falta o escasez de espectro radioeléctrico, sino más bien, una forma poco adecuada de utilizarlo y administrarlo. Es por esta razón que implementar tecnologías de Acceso Dinámico al Espectro resulta atractivo a corto o mediano plazo, en comparación con la estrategia de generar nuevo espectro con aplicación en sistemas de comunicaciones en las bandas más altas del espectro radioeléctrico.

## 5.1 Resumen de la investigación

En este trabajo se propuso un detector con base a la entropía en el dominio de la frecuencia (DBEnF) que utiliza el periodograma de Bartlett como técnica para estimar el valor del estadístico de prueba y el umbral de detección. Para lo anterior se determinaron; *i) el número de clases utilizados en la construcción del histograma y ii) la estimación del espectro de potencia de las muestras de la señal recibida*. Se demostró que la estimación de la entropía está directamente relacionada con las probabilidades de ocurrencia del histograma utilizado. Se evaluaron diferentes reglas para construir el histograma y se analizó el impacto de la cantidad de clases utilizados en la construcción del histograma sobre el desempeño de la detección del DBEnF. Cabe mencionar que la regla de Scott (una de las técnicas para construir el histograma) es la que mejor contribuye para incrementar el desempeño del detector, siempre y cuando las señales a detectar sean digitales. Los resultados analizados establecen que la cantidad de clases utilizados para construir un histograma y estimar la entropía es crítico y dependiente de la distribución estadística de la señal primaria. Por otro lado, la estimación precisa del espectro de potencia a partir de las muestras de la señal recibida depende del valor de la *Varianza* y *Resolución* que se obtienen con la técnica del periodograma. De los resultados obtenidos se puede concluir que el compromiso que existe entre *Varianza* y *Resolución* tienen una influencia sobre el desempeño del detector, sobretodo bajo condiciones de incertidumbre de ruido en entornos de baja *SNR*. Ambos aspectos: construcción del histograma y estimación de la potencia influyen en la estimación de la entropía utilizada para resolver la prueba de hipótesis. El primero recae en el hecho de elegir un valor de  $L$  que construya un histograma a partir del espectro en potencia (Ya sea por el Periodograma simple, de Bartlett o de Welch) y que favorezca el incremento de la  $P_d$  a medida que el *SNR* disminuye. Para la estimación de potencia es necesario aplicar alguna técnica de procesamiento de señales con la cual se obtenga el espectro de potencia, ya que modifica su distribución estadística, la forma del histograma y por lo tanto el valor de entropía, lo cual también favorece para elegir con mejor precisión entre  $H_0$  y  $H_1$  a medida que el *SNR* es bajo.

## 5.2 Lecciones aprendidas

El esquema de detector basado en la entropía (DBEnF) es:

- Sensible a la distribución estadística de la señal primaria, ya que, para los mismos parámetros de operación del detector, su desempeño es diferente para cada esquema de modulación considerada.
- Es un detector semiciego; ya que necesita como referencia, un valor de entropía del ruido como umbral para resolver la prueba de hipótesis.
- Es robusto a la incertidumbre del ruido siempre y cuando el estadístico de prueba ( $T(x)$ ) y el umbral ( $\lambda$ ) se estimen con el mismo número de clases en el histograma.

## 5.3 Contribuciones del DBEnF<sub>b</sub>

- Desarrollo de una herramienta de computo que permite evaluar su probabilidad de detección y de falsa alarma, considerando incertidumbre del ruido para un rango de relación señal a ruido ( $SNR$ ) determinado.
- Debido a los procedimientos matemáticos utilizados (fft e histogramas) en su algoritmo, resulta ser una propuesta de relativa baja complejidad para implementarlo físicamente en algún microcontrolador o procesador de señales digitales.
- La entropía de la potencia de ruido está en función de su distribución estadística y no de su amplitud instantánea; por lo cual, al implementar físicamente este esquema de detección propuesto, es posible estimar el umbral de referencia antes de empezar a operar. Para lo anterior, se requiere generar un conjunto de muestras con distribución Gaussiana (No es crítica la amplitud) y establecer los valores de  $L$ ,  $K$  y  $M$ .

## 5.4 Contribuciones académicas

1. Prieto, G., Andrade, Á. G., Martínez, D. M., & Galaviz, G. (2018). On the Evaluation of an Entropy-Based Spectrum Sensing Strategy Applied to Cognitive Radio Networks. *IEEE Access*, 6, 64828-64835.
2. Prieto, G., Andrade, Á. G., & Martínez, D. M. (2019). Numerical Analysis of Histogram-Based Estimation Techniques for Entropy-Based Spectrum Sensing. *IETE Technical Review*, 1-7.

## 5.5 Trabajo futuro

1. La mejora en el desempeño de la detección del DBEnF al incorporar el Periodograma de Batlett es debido a que se obtuvieron espectros de potencia mas precisos a diferencia de solo utilizar el Periodograma simple. Lo anterior genero que se estimaran valores de entropía con diferencias numericas significativas cuando las muestras de la señal recibida correspondian a  $H_0$  y  $H_1$ . Sin embargo, la estimación de entropía (Entropía de Shannon) se realizo de igual manera que en el DBEnF, por lo que la mejora estuvo en el procesamiento de las muestras de la señal recibida y no en el calculo del estadistico de prueba y umbral de decision. Por lo anterior, se considera como trabajo futuro utilizar otras formas de estimar la entropia de tal manera que genere estadisticos de prueba y umbrales de decisión capaces de resolver el estado de un canal con precisión.
2. Segun lo reportado en [116] el DBEnF y el DE son de las tecnicas que le toman fracciones de segundos para determinar el estado del canal en comparación con el detector de matriz de covarianza (COV) que le toma cientos de segundos. Sin embargo, el COV muestra una alta precisión al realizar la detección con respecto al DE y DBEnF. Se tiene considerado que tecnologias como 5G brinden servicios de baja latencia (hasta de 1 ms) por lo que resulta imperativo trabajar en tecnicas de detección de espectro que cuenten con una estructura capaz de realizar la detección en el menor tiempo posible. En este trabajo de investigación se demostro que el DE es sensible a la *UNC* en comparación con el DBEnF<sub>b</sub>. Por lo tanto, como trabajo futuro se determinara la cantidad de muestras minimas con que el DBEnF<sub>b</sub> puede mantener su desempeño en la detección bajo condiciones de *UNC* y en bajos escenarios de *SNR*, ya que al utilizar menos muestras de la señal recibida, menor sera el tiempo que le tome en realizar la

detección.

3. Considerando el entorno real de los sistemas de comunicaciones inalámbricas; los retos de cualquier técnica de detección de espectro es superar los efectos adversos de la incertidumbre del ruido, el desvanecimiento y los terminales ocultos; sin embargo, la detección cooperativa, es propuesta [112] como una opción para resolver estos retos. Sin embargo, en los esquemas de detección cooperativa planteados en [113-115] se basan en nodos individuales con esquemas de detección basados en el DE, el cual (a diferencia del DBEnF) es sensible a la *UNC*. Por lo tanto, como trabajo futuro, se considera evaluar y analizar el desempeño del DBEnF planteado en este trabajo de investigación bajo un esquema de detección cooperativa; donde se evalúe su desempeño bajo incertidumbre de ruido, desvanecimiento y UPs ocultos, bajo entornos severos de *SNR*. Para ello, se evaluarían los esquemas cooperativos basados en un centro de fusión y de esquema individual cooperativo. Los nodos de detección individuales, serían bajo el modelo del DBEnF y a su vez se investigaría una forma de calcular de manera óptima la cantidad de clases a utilizar en el histograma para estimar la entropía del estadístico de prueba. De este modo, se lograría alcanzar mejores probabilidades de detección; ya que se obtendrían valores numéricos de estimaciones de entropía con significativa diferencia cuando se cumpla  $H_0$  o  $H_1$ , logrando que el detector elija correctamente el estado del canal, esperando mejorar el desempeño reportado en [46].

## Referencias

- [1] Chaduc, J. M. (2010). *The radio spectrum: managing a strategic resource* (Vol. 9). John Wiley & Sons.
- [2] Gosling, W. (1999). *Radio Spectrum Conservation: Radio Engineering Fundamentals*. Elsevier.
- [3] Cave, M., & Webb, W. (2015). *Spectrum management: using the airwaves for maximum social and economic benefit*. Cambridge University Press.
- [4] Matyjask, J. D., Kumar, S., & Hu, F. (Eds.). (2016). *Spectrum sharing in wireless networks: Fairness, efficiency, and security*. CRC Press.
- [5] National Research Council. (2010). *Spectrum management for science in the 21st century*. National Academies Press.
- [6] Jose F Monserrat, Genevieve Mange, Volker Braun, Hugo Tullberg, Gerd Zimmermann and Ömer Bulakci, "METIS research advances towards the 5G mobile and wireless system definition", Monserrat et al. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking (2015) 2015:53 DOI 10.1186/s13638- 015-0302-9.
- [7] J. Lee et al., "Spectrum for 5G: Global Status, Challenges, and Enabling Technologies," in IEEE Communications Magazine, vol. 56, no. 3, pp. 12-18, march 2018.
- [8] J. Andrews et al., "What Will 5g Be?", IEEE JSAC, vol. 32, no. 6, 2014, pp. 1065–82.
- [9] Ian F. Akyildiz, Won-Yeol Lee, Mehmet C. Vuran \*, Shantidev Mohanty "NeXt generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey", Received 2 January 2006; accepted 2 May 2006 Available online 17 May 2006.
- [10] Weifang Wang, "Spectrum Sensing for Cognitive Radio", 2009 Third International Symposium on Intelligent Information Technology Application Workshops.
- [11] Qing Zhao and Brian M. Sadler," A Survey of Dynamic Spectrum Access", IEEE SIGNAL PROCESSING MAGAZINE MAY 2007.
- [12] M. Mustonen, M. Matinmikko, O. Holland, D. Roberson, "Process model for recent spectrum sharing concepts in policy making," *Telecommunications Policy*, vol. 41, no. 5-6, pp. 391-404, Feb.2017.
- [13] Al-Dulaimi,"5G Communications Race: Pursuit of More Capacity Triggers LTE in Unlicensed Band," IEEE Veh. Tech. Mag., Vol. 10, No.1, pp.43 - 51, 2015.

- [14] Informe para el Instituto Federal de Telecomunicaciones (IFT), Revisión del uso del espectro en México 03 de noviembre de 2015, Joan Obradors, Janette Stewart, Daniel Ponte Fernández, Gonzalo Fernández Caballero, Referencia: 2005111-453
- [15] International Telecommunications Union, "Estimated spectrum bandwidth requirements for the future development of IMT-2000 and IMT-Advanced," ITU-R Report M.2078, 2006.
- [16] Stevenson, C. R., Chouinard, G., Lei, Z., Hu, W., Shellhammer, S. J., & Caldwell, W. (2009). IEEE 802.22: The first cognitive radio wireless regional area network standard. *IEEE communications magazine*, 47(1), 130-138.
- [17] Z. Quan, S. Cui, A. H. Sayed, and H. V. Poor, "Optimal Multiband Joint Detection for Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, no. 3, pp. 1128–1140, Mar. 2009.
- [18] Verma, G., Sahu, O., "Intelligent selection of threshold in cognitive radio system," *Telecommunication Systems*, vol.63, no.1, pp.547-556, enero 2016.
- [19] Johnson, D. L., & Mikeka, C. (2016). Malawi and South Africa pioneer unused TV frequencies for rural broadband.
- [20] Zhang, X., & Knightly, E. W. (2016). WATCH: WiFi in active TV channels. *IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking*, 2(4), 330-342.
- [21] Sagari, S., Baysting, S., Saha, D., Seskar, I., Trappe, W., & Raychaudhuri, D. (2015, September). Coordinated dynamic spectrum management of LTE-U and Wi-Fi networks. In *2015 IEEE International Symposium on Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN)* (pp. 209-220). IEEE.
- [22] "Spectrum policy task force," Federal Commun. Commission, Washington, DC, USA, Tech. Rep. 02-155, Nov. 2002.
- [23] Kumar, P. V., & Malarvizhi, S. (2015, February). Experimental study of genetic algorithm based link adaptation for MIMO cognitive radio application. In *Electronics and Communication Systems (ICECS), 2015 2nd International Conference on* (pp. 1354-1359). IEEE.
- [24] Alsharif, M. H., & Nordin, R. (2017). Evolution towards fifth generation (5G) wireless networks: Current trends and challenges in the deployment of millimetre wave, massive MIMO, and small cells. *Telecommunication Systems*, 64(4), 617-637.

- [25] Interference Coordination for 5G Cellular Networks, By Lu Yang, Wei Zhang, Springer.
- [26] Joachim Sachs, Ivana Marić, Andrea Goldsmith, “Cognitive Cellular Systems within the TV Spectrum”, proceedings of 2010 IEEE DySPAN.
- [27] T. Yucek, H. Arslan, “A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications,” *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 11, no. 1, pp. 116–130, 2009.
- [28] R. Tandra, S.M. Mishra, A. Sahai, “What is a Spectrum Hole and What Does it Take to Recognize One?” *Proc. of the IEEE*, no. 97, no. 5. pp. 824–848, 2009.
- [29] Federal Communications Commission, “In the Matter of Unlicensed Operation in the TV Broadcast Bands: Second Report and Order and Memorandum Opinion and Order,” document 08-260, Nov. 14, 2008.
- [30] D. Cabric, “Cognitive radios: System design perspective,” Ph.D. dissertation, Univ. California, Berkeley, Berkeley, CA, USA, 2007.
- [31] H.Takagi, B.Walke, *Spectrum Requirement Planning in Wireless Communications: Model and Methodology for IMT – Advanced*, Wiley, 2008, ISBN: Spectrum Requirement Planning in Wireless Communications.
- [32] J. N.Pereira, P.Silva, P.U. Lima, and A.Martinoli, “An experimental study in wireless connectivity maintenance using up to 40 robots coordinated by an institutional robotics approach,” in *Proc. IEEE/RSJ Int.Conf. IROS*, Tokyo, Japan, 2013, pp. 5073–5079, DOI:10.1109/IROS.2013.6697090.
- [33] W. Jouini, “Energy Detection Limits Under Log-Normal Approximated Noise Uncertainty,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 18, pp. 423–426, July 2011.
- [34] R. Tandra and A. Sahai, “SNR Walls for Signal Detection,” *Sel. Top. Signal Process. IEEE J. Of*, vol. 2, no. 1, pp. 4–17, Feb. 2008.
- [35] D. Teo, K. Zhong, and B. C. Ng, “An Iterative Threshold Selection Algorithm for Cooperative Sensing in a Cognitive Radio Network,” in *New Frontiers in Dynamic Spectrum, 2010 IEEE Symposium on*, 2010, pp. 1–8.
- [36] Y. Liu, C. Zeng, H. Wang, and G. Wei, “Energy detection threshold optimization for cooperative spectrum sensing,” in *Advanced Computer Control (ICACC), 2010 2nd International Conference on*, 2010, vol. 4, pp. 566–570.

- [37] Xie S, Shen L., "Double-threshold energy detection of spectrum sensing for cognitive radio under noise uncertainty environment," in *Proc. Of International Conference on Wireless Communications Signal Processing*, 2012, pp. 1–5.
- [38] N. Wang, Y. Gao, and X. Zhang, "Adaptive Spectrum Sensing Algorithm Under Different Primary User Utilizations," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 17, no. 9, pp. 1838–1841, septiembere 2013.
- [39] C. H. Lim, "Adaptive energy detection for spectrum sensing in unknown white Gaussian noise," *IET Commun.*, vol. 6, no. 13, pp. 1884–1889, 2012.
- [40] S. Koley, V. Mirza, S. Islam. D. Mitra, "Gradient-based real time spectrum sensing at low SNR," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 19, no. 3, pp. 391–394, March 2015.
- [41] Y. Zhang, Q. Zhang, and S. Wu, "Entropy-based robust spectrum sensing in cognitive radio," *IET Commun.*, vol. 4, pp. 428–436, March 2010.
- [42] Y. L. Zhang, Q. Y. Zhang, and T. Melodia, "A frequency-domain entropy-based detector for robust spectrum sensing in cognitive radio networks," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 14, pp. 533–535, June 2010.
- [43] Y. Y. Zhu and Y. G. Zhu, "The simulation study of entropy-based signal detector over fading channel," in *International Conference on Wireless Communications & Signal Processing (WCSP)*, Huangshan, China, 2012, pp. 1–5.
- [44] W. E. Mahin and G. A. Shah, "Optimal Entropy-based Spectrum Sensing for Cognitive Radio Networks under Severe Path Loss Conditions," in *International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks (CROWNCOM)*, Washington, DC, USA, 2013, pp. 93–98.
- [45] Xia, H., Zhang, G., & Ding, Y. (2009, September). Spectral entropy based primary user detection in cognitive radio. In *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2009. WiCom'09. 5th International Conference on* (pp. 1-4). IEEE.
- [46] N. Zhao, "A novel two-stage entropy-based robust cooperative spectrum sensing scheme with two-bit decision in cognitive radio", *Wireless Personal Communications*, vol. 69, pp.1551-1565, April 2013.
- [47] So, H. C., Chan, Y. T., Ma, Q., & Ching, P. C. (1999). Comparison of various periodograms for sinusoid detection and frequency estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 35(3), 945-952.

- [48] J. G. Proakis y D. G. Manolakis, *Digital Signal Processing. Principles, Algorithms and Applications*, Fourth Edition. Pearson Education, 2009.
- [49] M. S. Bartlett, «Smoothing Periodograms from Time-Series with Continuous Spectra», *Nat. Lond.*, vol. 161, pp. 686-687, may 1948.
- [50] Wang, B., & Liu, K. R. (2011). Advances in cognitive radio networks: A survey. *IEEE Journal of selected topics in signal processing*, 5(1), 5-23.
- [51] “Facilitating opportunities for flexible, efficient and reliable spectrum use employing cognitive radio technologies: Notice of proposed rule making and order,” FCC, Dec. 2003, FCC Doc. ET Docket No. 03-108.
- [52] J. Mitola, “Cognitive radio: An integrated agent architecture for software defined radio,” Ph.D. dissertation, KTH Royal Inst. of Technol., Stockholm, Sweden, 2000.
- [53] “Spectrum Policy Task Force Report,” FCC, Nov. 2002, FCC Doc. ET Docket No. 02-135.
- [54] S. Haykin, “Cognitive radio: Brain-empowered wireless communications,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 23, no. 2, pp. 201–220, Feb. 2005.
- [55] I. F. Akyildiz, W.-Y. Lee, M. C. Vuran, and S. Mohanty, “Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey,” *Comput. Netw.*, vol. 50, pp. 2127–2159, May 2006.
- [56] Z. Han and K. J. R. Liu, *Resource Allocation for Wireless Networks: Basics, Techniques, and Applications*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2008.
- [57] Ali, A., & Hamouda, W. (2016). Advances on spectrum sensing for cognitive radio networks: Theory and applications. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 19(2), 1277-1304.
- [58] “Facilitating opportunities for flexible, efficient, and reliable spectrum use employing cognitive radio technologies,” Federal Commun. Commission, Washington, DC, USA, Tech. Rep. 03-108, Feb. 2005.
- [59] Y. Pei, Y.-C. Liang, K. C. Teh, and K. H. Li, “How much time is needed for wideband spectrum sensing?” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 11, pp. 5466–5471, Nov. 2009.
- [60] T. W. Ban, W. Choi, B. C. Jung, and D. K. Sung, “Multi-user diversity in a spectrum sharing system,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 1, pp. 102–106, Jan. 2009.

- [61] S. Srinivasa and S. A. Jafar, "The throughput potential of cognitive radio: A theoretical perspective," in Proc. 40th Asilomar Conf. Signals Syst. Comput. (ACSSC), Pacific Grove, CA, USA, Oct./Nov. 2006, pp. 221–225.
- [62] A. Ghosh and W. Hamouda, "On the performance of interferenceaware cognitive ad-hoc networks," IEEE Commun. Lett., vol. 17, no. 10, pp. 1952–1955, Oct. 2013.
- [63] N. Devroye, P. Mitran, and V. Tarokh, "Achievable rates in cognitive radio channels," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 52, no. 5, pp. 1813–1827, May 2006.
- [64] A. Jovicic and P. Viswanath, "Cognitive radio: An information-theoretic perspective," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 55, no. 9, pp. 3945–3958, Sep. 2009.
- [65] N. Sai Shankar, C. Cordeiro, and K. Challapali, "Spectrum agile radios: Utilization and sensing architectures," in Proc. IEEE Int. Symp. New Front. Dyn. Spectr. Access Netw., Baltimore, MD, USA, 2005, pp. 160–169.
- [66] W. S. Jeon, D. G. Jeong, J. A. Han, G. Ko, and M. S. Song, "An efficient quiet period management scheme for cognitive radio systems," IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 7, no. 2, pp. 505–509, Feb. 2008.
- [67] H. Chen, L. Liu, J. Matyjas, and M. Medley, "Optimal resource allocation for sensing based spectrum sharing cognitive radio networks," in Proc. IEEE Glob. Commun. Conf., Austin, TX, USA, 2014, pp. 899–904.
- [68] López, R. B., & Montejo Sánchez, S. (2015). La Radio Cognitiva y su Impacto en el Uso Eficiente del Espectro de Radio. *Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones*, 36(1), 42-55.
- [69] Zeng, Y., Liang, Y. C., Hoang, A. T., & Zhang, R. (2010). A review on spectrum sensing for cognitive radio: challenges and solutions. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2010, 2.
- [70] Guzmán C., (2014). *Métodos de Detección para Redes Radio Cognitivas* (Trabajo de diploma). Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Santa Clara, Cuba.
- [71] Yucek, T., & Arslan, H. (2009). A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications. *IEEE communications surveys & tutorials*, 11(1), 116-130.
- [72] Diez, J. M., Velez, M., Sancho, R., & Regueiro, C. (2013). Detección de White Spaces en redes cognitivas cooperativas en entornos Indoor. *Dep. Ing. Comun. Grup. TSR*, 1, 4.

- [73] Y. Yuan et al., “KNOWS: Cognitive radio networks over white spaces,” in Proc. IEEE Int. Symp. New Front. Dyn. Spectr. Access Netw., Dublin, Ireland, 2007, pp. 416–427.
- [74] T. Ihalainen, A. Viholainen, T. H. Stitz, and M. Renfors, “Spectrum monitoring scheme for filter bank based cognitive radios,” in Proc. Future Netw. Mobile Summit, Florence, Italy, 2010, pp. 1–9.
- [75] T. Yucek, H. Arslan, “A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications,” IEEE Communications Surveys & Tutorials, vol. 11, no. 1, pp. 116–130, 2009.
- [76] Marko Hyytiä, Atso Hekkala, Marcos Katz, and Aarne Mämmelä, “Cognitive Wireless Networks, Concepts, methodologies and visions inspiring the age of enlightenment of wireless communication”.
- [77] Astaiza-Hoyos, E., Bermúdez-Orozco, H. F., & Campo-Muñoz, W. Y. (2017). Cooperative primary user detection in multiband environments based on uniform sub-Nyquist sampling in sparse domain. *Dyna*, 84(203), 110-117.
- [78] W. Hu et al., “COGNITIVE RADIOS FOR DYNAMIC SPECTRUM ACCESS—Dynamic frequency hopping communities for efficient IEEE 802.22 operation,” IEEE Commun. Mag., vol. 45, no. 5, pp. 80–87, May 2007.
- [79] D. Willkomm, M. Bohge, D. Hollos, J. Gross, and A. Wolisz, “Double hopping: A new approach for dynamic frequency hopping in cognitive radio networks,” in Proc. IEEE Int. Symp. Pers. Indoor Mobile Radio Commun., Cannes, France, Sep. 2008, pp. 1–6.
- [80] W. Lee and D.-H. Cho, “Concurrent spectrum sensing and data transmission scheme in a CR system,” in Proc. IEEE Wireless Commun. Netw. Conf., Paris, France, Apr. 2012, pp. 1326–1330.
- [81] J. Heo, H. Ju, S. Park, E. Kim, and D. Hong, “Simultaneous sensing and transmission in cognitive radio,” IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 13, no. 4, pp. 1948–1959, Apr. 2014.
- [82] L. Wei, “Towards Robust Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks,” Doctor of Science Dissertation, Aalto University, Helsinki, Finland, 2013.
- [83] Martínez, D. M., (2014). *Detección de energía robusta a la incertidumbre del ruido para la identificación de espectro para radios cognoscitivos* (Tesis de Doctorado). Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali, Baja California, México.

- [84] S. Kapoor, S. V. R. K. Rao, and G. Singh, "Opportunistic Spectrum Sensing by Employing Matched Filter in Cognitive Radio Network," in *International Conference on Communication Systems and Network Technologies (CSNT)*, Katra, Jammu, India, 2011, pp. 580–583.
- [85] P. D. Sutton, K. E. Nolan, and L. E. Doyle, "Cyclostationary Signatures in Practical Cognitive Radio Applications," *IEEE J. On Sel. Areas in Commun.*, vol. 26, pp. 13–24, Jan. 2008.
- [86] S. V. Nagaraj, "Entropy-based spectrum sensing in cognitive radio," *Signal Processing*, vol. 89, pp. 174–180, February 2009.
- [87] J. Nikonowicz, P. Kubczak, and L. Matuszewski, "Hybrid detection based on energy and entropy analysis as a novel approach for spectrum sensing," in *Proc. IEEE Int. Conf. Signals Electron. Syst. (ICSES)*, Sep. 2016, pp. 206–211.
- [88] Z. Tian and G. B. Giannakis, "A Wavelet Approach to Wideband Spectrum Sensing for Cognitive Radios," in 1st International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOMM 2006), 2006, pp. 1–5.
- [89] Y. Zeng and Y.-C. Liang, "Covariance Based Signal Detections for Cognitive Radio," in 2nd IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN 2007), 2007, pp. 202–207.
- [90] Zeng, Y., & Liang, Y. C. (2009). Spectrum-sensing algorithms for cognitive radio based on statistical covariances. *IEEE transactions on Vehicular Technology*, 58(4), 1804–1815.
- [91] Sithamparanathan, K., & Giorgetti, A. (2012). *Cognitive radio techniques: spectrum sensing, interference mitigation, and localization*. Artech House.
- [92] Zeng, Y., & Liang, Y. C. (2009). Spectrum-sensing algorithms for cognitive radio based on statistical covariances. *IEEE transactions on Vehicular Technology*, 58(4), 1804–1815.
- [93] Stremler, F. G. (1985). *Sistemas de comunicación*. Fondo Educativo Interamericano.
- [94] Ibarrola, A. C., & Chávez, E. (2006, July). A robust entropy-based audio-fingerprint. In *Multimedia and Expo, 2006 IEEE International Conference on* (pp. 1729–1732). IEEE.
- [95] J.F. Bercher and C. Vignat, "Estimating the entropy of a signal with applications," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, no. 6, pp. 1687–1694, June 2000.
- [96] Jo, S. (2005). A robust approach to empirical PDF estimate. *Neurocomputing*, 67, 288–296.
- [97] Bercher, J. F., & Vignat, C. (2000). Estimating the entropy of a signal with

- applications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 48(6), 1687-1694.
- [98] Spiegel, M., & Stephens, L. J. (1996). *Estadística*. Serie Schaum.
  - [99] Freeman, J. V., Walters, S. J., & Campbell, M. J. (2011). *How to display data* (Vol. 26). John Wiley & Sons.
  - [100] Devore, J. L. (2008). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. Cengage Learning Editores.
  - [101] D. W. Scott, "On optimal and data-based histograms," *Biometrika*, vol. 66, pp. 605–610, December 1979.
  - [102] H. A. Sturges, "The Choice of a Class Interval," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 21, pp. 65–66, Mar. 1926.
  - [103] S. A. Lesik, *Applied Statistical Inference with MINITAB®*. New Britain, Connecticut: CRC Press, 2009, pp. 15-18.
  - [105] G. Castellanos and Y. Semenovich, *Análisis de aleatoriedad en señales y sistemas*, Colombia, 2006, pp. 157-159.
  - [104] González, J. J. (2005). El histograma con la TI-92: optimización de clases. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 61, 67-72.
  - [106] Julius O. Smith III, *Spectral Audio Signal Processing*, Stanford University. Center for Computer Research in Music and Acoustics, Stanford University. Department of Music, 2011, Accessed on: Mar. 29, 2018, [Online] Available: <https://ccrma.stanford.edu/~jos/sasp>.
  - [107] D. Stranneby, *Digital signal processing: DSP & applications*. Great Britain, 2001, pp. 107-108.
  - [108] *IEEE standard for information technology– telecommunications and information exchange between systems-wireless regional area networks (WRAN)-specific requirements. Part 22*, IEEE Standard 802.22, 2011.
  - [109] S. Deb, V. Srinivasan and R. Maheshwari, "Dynamic spectrum access in DTV whitespaces: design rules, architecture and algorithms," in *Proceedings of the 15th annual international conference on Mobile computing and networking*, Beijing, China, 2009, pp.1–12.
  - [110] R. Tandra and A. Sahai, "Fundamental limits on detection in low SNR under noise uncertainty," in *International Conference on Wireless Networks, Communications and*

*Mobile Computing*, Maui, HI, USA, 2005, pp. 464–469.

- [111] Martínez, D. M., & Andrade, Á. G. (2013). Performance evaluation of welch's periodogram-based energy detection for spectrum sensing. *IET Communications*, 7(11), 1117-1125.
- [112] Sahu, A. K., Singh, A., & Nandakumar, S. (2018, May). Improved Adaptive Cooperative Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks. In *2018 2nd International Conference on Electronics, Materials Engineering & Nano-Technology (IEMENTech)* (pp. 1-5). IEEE.
- [113] So, J., & Srikant, R. (2015). Improving channel utilization via cooperative spectrum sensing with opportunistic feedback in cognitive radio networks. *IEEE Communications Letters*, 19(6), 1065-1068.
- [114] Gupta, M., Verma, G., & Dubey, R. K. (2016, February). Cooperative spectrum sensing for cognitive radio based on adaptive threshold. In *2016 Second International Conference on Computational Intelligence & Communication Technology (CICT)*(pp. 444-448). IEEE.
- [115] Das, S., & Mukhopadhyay, S. (2015, December). SoC FPGA implementation of energy based cooperative spectrum sensing algorithm for cognitive radio. In *2015 6th International Conference on Computers and Devices for Communication (CODEC)* (pp. 1-4). IEEE.
- [116] Nikonowicz, J., & Jessa, M. (2016, July). Blind detection methods in cognitive radio—An overview and comparison. In *2016 10th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP)*(pp. 1-6). IEEE.