

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

FACULTAD DE INGENIERÍA

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E
INGENIERÍA

ÁREA DE ELÉCTRICA



MODELO MAGNETODINÁMICO LINEAL DE UN
TRANSFORMADOR MONOFÁSICO USANDO EL MÉTODO DEL
ELEMENTO FINITO EN 3D

T E S I S

que para cubrir parcialmente los requisitos para obtener el grado de MAESTRO EN
CIENCIAS presenta:

Guillermo Cuevas Ochoa

Director de Tesis:
Dr. Juan Mauricio Díaz Chacón

Mexicali, Baja California, México, septiembre de 2019

RESUMEN de la Tesis de Guillermo Cuevas Ochoa, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS. Mexicali, Baja California, México. Agosto de 2019.

MODELO MAGNETODINÁMICO LINEAL DE UN TRANSFORMADOR MONOFÁSICO USANDO EL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO EN 3D

Resumen aprobado por:

Dr. Juan Mauricio Díaz Chacón
Director de tesis

En la actualidad, una de las técnicas numéricas más empleadas para el modelado y análisis de dispositivos electromagnéticos es el Método de Elemento Finito (MEF). A nivel industrial, el MEF se utiliza en el diseño de máquinas eléctricas tales como transformadores, generadores y motores eléctricos. Para el desarrollo e implementación del MEF se requiere del uso de matemáticas avanzadas y de programación computacional. En esta tesis se implementa un modelo magnetodinámico de un transformador monofásico usando un software libre de Elemento Finito en tres dimensiones, aplicando la formulación del potencial magnético vectorial y del potencial eléctrico escalar (A-V). A su vez, con el fin de evaluar la confiabilidad de este modelo se resolvieron dos modelos internacionales de validación. Para llevar a cabo estas simulaciones electromagnéticas se utiliza hardware computacional de alto desempeño. En esta tesis también se determinan, de manera experimental, los parámetros eléctricos del transformador usando instrumentación virtual, los cuales se utilizan posteriormente en el modelo magnetodinámico del transformador. El modelo propuesto en esta tesis se puede utilizar como plataforma para el desarrollo y resolución de diversos modelos de equipos eléctricos en estado estacionario.

Palabras clave: Método del Elemento Finito, modelos electromagnéticos, formulación magnetodinámica A-V, software libre, instrumentación virtual.

ABSTRACT of the thesis, presented by Guillermo Cuevas Ochoa, in order to obtain the degree of MASTER IN SCIENCES. Mexicali, Baja California, México. August, 2019.

LINEAR MAGNETODYNAMIC MODEL OF A SINGLE-PHASE TRANSFORMER USING THE FINITE ELEMENT METHOD IN 3D

Approved by:

Dr. Juan Mauricio Díaz Chacón
Thesis advisor

Nowadays, one of the most used numerical techniques for the modeling and analysis of electromagnetic devices is the Finite Element Method (FEM). At industrial level, the FEM is used in the design of electrical machines such as transformers, generators and electric motors. For the development and implementation of the FEM, the use of advanced mathematics and computer programming is required. In this thesis, a magnetodynamic model of a single-phase transformer using a 3D-FEM free software is implemented, applying the formulation of the magnetic vector potential and electric scalar potential (A-V). At the same time, in order to evaluate the reliability of this model, two international validation models were solved. To carry out these electromagnetic simulations, high-performance computational hardware is used. In this thesis, the electrical parameters of the transformer are also experimentally determined by using virtual instrumentation, which are used in the magnetodynamic model of the transformer. The proposed model of the transformer in this thesis can be used as a platform for the development and resolution of several electric equipment models in steady state.

Keywords: Finite Element Method, electromagnetic models, A-V magnetodynamic formulation, free software, virtual instrumentation.

Dedicatoria

A mis padres, Aurelio Cuevas y María Guadalupe Ochoa por su apoyo incondicional y educación en cada etapa de mi vida.

A mi hermano, Abel Cuevas por su apoyo y consejos a lo largo de mi trayectoria académica.

Al Ing. José Luis Preciado por su apoyo incondicional.

Agradecimientos

Al Dr. Juan Mauricio Díaz Chacón por haber dirigido esta tesis y sobre todo por brindarme su conocimiento, disponibilidad y amistad.

A los miembros del comité de tesis: Dr. César Amaro Hernández y Dr. Pedro Francisco Rosales Escobedo por los consejos y apoyo en el trayecto de mis estudios de maestría.

Al Consejo Nacional de la Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo otorgado a través de la beca de estudios de posgrado.

Publicaciones realizadas

Como resultado de esta tesis se realizó el siguiente artículo:

1. G. Cuevas Ochoa, J. M. Díaz Chacón, C. Amaro Hernández, A. Navarro Valle, P. F. Rosales Escobedo, “Simulación magnetodinámica del modelo de validación TEAM 7 usando software libre de Elemento Finito en 3D,” *Revista Ciencia, Ingeniería y Desarrollo Tec Lerdo*, vol. 1, no. 5, pp. 79–84, 2019, ISSN: 2448-623X.

A su vez, se realizaron colaboraciones en los siguientes artículos:

1. J. M. Díaz Chacón, G. Cuevas Ochoa, C. Amaro Hernández, A. Navarro Valle, P. F. Rosales Escobedo, “Simulación transitoria de un modelo electromagnético didáctico de Elemento Finito en 2D usando software libre,” *Revista Ciencia, Ingeniería y Desarrollo Tec Lerdo*, vol. 1, no. 5, pp. 73–78, 2019, ISSN: 2448-623X.
2. J. M. Díaz Chacón, V. Mata Brauer, C. Amaro Hernández, A. Navarro Valle, and G. Cuevas Ochoa, “Aplicaciones didácticas basadas en el Método del Elemento Finito en 2D empleadas para determinar las pérdidas parásitas en placas conductoras de configuraciones de buses,” *Congreso Internacional de Investigación e Innovación 2018*, no. 1, pp. 7493–7504, 2018, ISSN: 2448-6035.

También se colaboró en el desarrollo del siguiente artículo, siendo reconocido en la sección de agradecimientos:

1. J. M. Díaz-Chacón, C. Amaro Hernández, V. Mata Brauer, A. Navarro Valle, R. B. B. Ovando-Martínez, and A. A. Adeniyi, “Development of a didactic set of 3D-FEM magnetostatic simulations by using a free software,” *2017 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*, pp. 1–6, 2017.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Estado del arte	2
1.3. Objetivos de la investigación	3
1.3.1. Objetivo general	3
1.3.2. Objetivos específicos	3
1.4. Justificación	3
1.5. Hipótesis	5
1.6. Organización de la tesis	5
 2. Determinación Experimental de los Parámetros Eléctricos de un Transformador Monofásico	 6
2.1. Funcionamiento del transformador monofásico	6
2.2. El transformador monofásico ideal	7
2.3. Tipos de transformadores monofásicos	8
2.4. Pruebas eléctricas de transformadores monofásicos	9
2.4.1. Prueba de circuito abierto	9
2.4.2. Prueba de corto circuito	10
2.5. Circuitos equivalentes del transformador	11
2.6. LabVIEW: software utilizado para el desarrollo de instrumentación virtual	13
2.6.1. Patrón de diseño productor/consumidor	14
2.7. Descripción general del sistema de adquisición de datos para la obtención de los parámetros eléctricos del transformador	16
2.8. Determinación experimental de los parámetros eléctricos del transformador usando instrumentación virtual	17
 3. El Método del Elemento Finito en Electromagnetismo	 21
3.1. El Método de Elemento Finito	21
3.2. Ecuaciones de Maxwell	23
3.3. Formulación magnetodinámica A-V	25
3.4. ONELAB: software libre utilizado para el desarrollo del MEF	26

4. El Método de Elemento Finito en 3D Empleado en la Simulación de Modelos Electromagnéticos en Estado Estable	28
4.1. Modelo electromagnético internacional de validación TEAM 3	28
4.1.1. Mallas de Elemento Finito del modelo de validación TEAM 3	29
4.1.2. Resultados de la simulación del modelo de validación TEAM 3 para una frecuencia de 50 Hz	30
4.1.3. Resultados de la simulación del modelo de validación TEAM 3 para una frecuencia de 200 Hz	33
4.2. Modelo electromagnético internacional de validación TEAM 7	37
4.2.1. Resultados de la simulación del modelo de validación TEAM 7 para una frecuencia de 50 Hz	37
4.2.2. Resultados de la simulación del modelo de validación TEAM 7 para una frecuencia de 200 Hz	41
4.3. Modelo magnetodinámico lineal de un transformador monofásico en 3D	45
4.3.1. Resultados de la simulación del modelo magnetodinámico del transformador	46
5. Conclusiones y Trabajo Futuro	50
5.1. Conclusiones	50
5.2. Trabajo Futuro	51
Referencias	52
APÉNDICE A. Geometría del modelo de validación TEAM 3, caso I	56
APÉNDICE B. Geometría del modelo de validación TEAM 3, caso II	57
APÉNDICE C. Geometría del modelo de validación TEAM 7	58
APÉNDICE D. Geometría del modelo del transformador monofásico	59
APÉNDICE E. Tablas comparativas de resultados del modelo de validación TEAM 7	60

Índice de figuras

2.1.	Primer transformador diseñado por William Stanley	7
2.2.	Representación esquemática del transformador ideal	7
2.3.	Transformador monofásico tipo núcleo	8
2.4.	Transformador monofásico tipo acorazado	9
2.5.	Diagrama esquemático de la prueba de circuito abierto del transformador	10
2.6.	Diagrama esquemático de la prueba de corto circuito del transformador	10
2.7.	Circuito equivalente exacto de un transformador	11
2.8.	Circuito equivalente aproximado de un transformador	11
2.9.	Circuito equivalente aproximado simplificado de un transformador	12
2.10.	Diagrama de bloques simple utilizando DAQmx	14
2.11.	Diagrama de bloques del ejemplo “simple queue.vi”	15
2.12.	Diagrama de bloques para la obtención de parámetros eléctricos	16
2.13.	Prueba experimental de circuito abierto en el transformador monofásico bajo estudio	18
2.14.	Prueba experimental de corto circuito en el transformador monofásico bajo estudio	18
2.15.	Parámetros obtenidos en la prueba de circuito abierto del transformador monofásico	18
2.16.	Parámetros obtenidos en la prueba en corto circuito del transformador bajo estudio	19
2.17.	Circuito equivalente aproximado del transformador bajo estudio	20
3.1.	Malla de Elemento Finito de un transformador tipo núcleo en 2D	22
3.2.	Tipos de elementos utilizados en el mallado del MEF	22
3.3.	Estructura de programación del software GetDP	27
4.1.	Malla del modelo de validación TEAM 3 del caso I (se omite la región de aire)	29
4.2.	Malla del modelo de validación TEAM 3 del caso II (se omite la región de aire)	29
4.3.	Densidad de corriente inducida en la placa del caso I a 50 Hz	30
4.4.	Densidad de corriente inducida en la placa del caso II a 50 Hz	30
4.5.	Magnitud de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso I a 50 Hz	31
4.6.	Fase de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso I a 50 Hz	31
4.7.	Magnitud de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso II a 50 Hz	32
4.8.	Fase de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso II a 50 Hz	33
4.9.	Densidad de corriente inducida en la placa del caso I a 200 Hz	34
4.10.	Densidad de corriente inducida en la placa del caso II a 200 Hz	34
4.11.	Magnitud de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso I a 200 Hz	34
4.12.	Fase de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso I a 200 Hz	35
4.13.	Magnitud de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso II a 200 Hz	36

4.14.	Fase de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso II para 200 Hz	36
4.15.	Malla del modelo de validación TEAM 7 (se omite la región de aire)	38
4.16.	Parte real de la distribución de la componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la placa a 50 Hz	39
4.17.	Componente en el eje z de la densidad de flujo magnético en la línea A1-B1 para 50 Hz	39
4.18.	Componente en el eje z de la densidad de flujo magnético en la línea A2-B2 para 50 Hz	40
4.19.	Componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la línea A3-B3 para 50 Hz	40
4.20.	Componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la línea A4-B4 para 50 Hz	41
4.21.	Parte real de la distribución de la componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la placa a 200 Hz	42
4.22.	Componente en el eje z de la densidad de flujo magnético en la línea A1-B1 para 200 Hz	42
4.23.	Componente en el eje z de la densidad de flujo magnético en la línea A2-B2 para 200 Hz	43
4.24.	Componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la línea A3-B3 para 200 Hz	43
4.25.	Componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la línea A4-B4 para 200 Hz	44
4.26.	Transformador monofásico bajo estudio	45
4.27.	Malla del modelo del transformador bajo estudio (se omite la región de aire) .	46
4.28.	Densidad de flujo magnético en el núcleo del modelo del transformador bajo estudio	47
4.29.	Densidad de flujo magnético sobre la línea A1-B1	48
4.30.	Densidad de flujo magnético sobre la línea A2-B2	48
4.31.	Densidad de flujo magnético sobre la línea A3-B3	49

Índice de tablas

4.1.	Parámetros físicos del modelo de validación TEAM 3	28
4.2.	Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 3 del caso I a 50 Hz	32
4.3.	Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 3 del caso II a 50 Hz	32
4.4.	Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 3 del caso I a 200 Hz	35
4.5.	Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 3 del caso II a 200 Hz	35
4.6.	Parámetros físicos del modelo de validación TEAM 7	37
4.7.	Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 7 a 50 Hz	38
4.8.	Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 7 a 200 Hz .	41
4.9.	Parámetros físicos del transformador bajo estudio	45
4.10.	Parámetros de solución del modelo del transformador bajo estudio	47
E.1.	Densidad de flujo magnético ($\times 10^4$ G) en la línea A1-B1	60
E.2.	Densidad de flujo magnético ($\times 10^4$ G) en la línea A2-B2	61
E.3.	Densidad de corriente inducida ($\times 10^6$ A/m ²) en la línea A3-B3	62
E.4.	Densidad de corriente inducida ($\times 10^6$ A/m ²) en la línea A4-B4	63

Capítulo 1

Introducción

1.1 Antecedentes

El Método del Elemento Finito (MEF) se originó en 1943 en el área de la mecánica estructural en una publicación realizada por R. Courant [1]. En este trabajo, el autor aplicó interpolación polinomial usando elementos triangulares para la solución de problemas de equilibrio y vibraciones.

En el área de la aeronáutica, el primer artículo científico que emplea el MEF para el análisis estructural en dos dimensiones (2D) fue publicado en 1956 por Turner, et al [2].

A principios de los 60's, el MEF era aplicado en el análisis de estructuras mecánicas. Sin embargo, en 1965, Zienkiewicz y Cheung fueron los primeros en aplicar el MEF a problemas no estructurales tales como transferencia de calor, flujo de fluidos, entre otros [3]. En esa época, la mayoría de los autores utilizaban métodos analíticos, los cuales eran sumamente complejos para aplicarlos en diseños reales (tanto en dimensiones geométricas como en las características de los materiales de fabricación). En el mismo año, la NASA creó el software Nastran mediante el uso de técnicas computacionales [4]. En 1967 fue publicado el primer libro del MEF, aplicado en el área de la ingeniería civil [5].

Fue hasta 1968 cuando apareció el primer artículo sobre la aplicación del MEF en electromagnetismo (particularmente en altas frecuencias), escrito por S. Ahmed [6]. Este trabajo sirvió como plataforma para demostrar que el MEF sería una herramienta fundamental en el análisis de problemas electromagnéticos [7]. Sin embargo, fue hasta 1969 que aparecieron los primeros trabajos elaborados por P. Silvester, en donde se aplicó el MEF en electromagnetismo para bajas y altas frecuencias, respectivamente [8]-[9].

En 1970, el software comercial de Elemento Finito llamado ANSYS [10] surgió para ser aplicado en diversas áreas de la ingeniería. En la actualidad, ANSYS es reconocido en el ámbito del modelado industrial. Otro software que se utiliza actualmente en el modelado numérico es COMSOL, el cual fue creado en 1998 [11].

Hoy en día, existe una gran variedad de software comercial utilizado para el análisis del MEF [12]. Como alternativa en cuestión de costo monetario, se han desarrollado también programas gratuitos (software libre) para realizar dicho análisis, entre los cuales se pueden mencionar: SALOME [13], ELMER [14], entre otros [15].

ONELAB (por sus siglas en inglés Open Numerical Engineering LABoratory) es uno de los softwares presentados en la referencia [15] y ha sido desarrollado desde hace varias décadas por C. Geuzaine y P. Dular. Este software cuenta con la ventaja de ser gratuito para el ámbito educativo e industrial en diferentes áreas de la ingeniería [16]. Particularmente, ONELAB se ha aplicado en varios trabajos relacionados con el electromagnetismo [17]-[20].

1.2 Estado del arte

A lo largo de varias décadas, la aplicación de métodos numéricos para el desarrollo de diseños eficientes de máquinas eléctricas, a nivel industrial, ha evolucionado considerablemente. Con la finalidad de reducir la cantidad de prototipos fallidos, las empresas desarrollan simulaciones para modelar y analizar equipos eléctricos tales como transformadores, motores, generadores, entre otros. Además, es posible elevar el rendimiento y calidad de estos equipos, y a su vez, reducir sus costos de manufactura y mantenimiento. Estos aspectos han sido impulsados por la implementación de metodologías numéricas tales como el MEF y por la creación de nuevas tecnologías computacionales (hardware de alto desempeño) [21].

El MEF es utilizado para la simulación electromagnética de dispositivos tanto en altas como en bajas frecuencias. En electromagnetismo, el modelado de transformadores, motores y generadores se aplica en bajas frecuencias, tal y como se presenta en esta tesis. Estos modelos pueden ser simulados y analizados tanto en dos dimensiones (2D) como en tres dimensiones (3D). Sin embargo, para el caso de los transformadores, desarrollar un modelado en 2D resulta poco favorable debido a las consideraciones geométricas aproximadas, disminuyendo con ello su grado de confiabilidad.

Es por esta razón que el modelado numérico de transformadores de potencia requiere de formulaciones en 3D para describir su comportamiento electromagnético de manera precisa [22].

En [23] se describe la evolución que se ha presentado en el modelado y diseño de transformadores usando la técnica del MEF.

En el modelado numérico de las máquinas eléctricas, se requiere de la aplicación de recurso computacional. En [18] se presenta una descripción general sobre la aplicación del software ONELAB para el desarrollo de una serie de problemas electromagnéticos.

Para el desarrollo del MEF se requiere de la aplicación de formulaciones o modelos matemáticos. Actualmente, existe una diversidad de formulaciones aplicadas al modelado electromagnético en bajas frecuencias. En [24], A. Kameari utilizó la formulación A-V (Potencial Magnético Vectorial y Potencial Eléctrico Escalar) para la solución de diversos problemas en 3D, concluyendo con ventajas y desventajas en la aplicación de esta formulación. Cabe mencionar que la formulación A-V, fue implementada para el desarrollo del modelo del transformador, propuesto en esta tesis.

Realizando una búsqueda exhaustiva en diversas bases de datos y en tesis publicadas se ha encontrado que el tema de investigación, abordado en esta tesis, tiene diversos enfoques. De la solución de un modelo magnetodinámico es posible obtener la distribución de diversos parámetros tales como la densidad de flujo magnético y las pérdidas por corrientes inducidas (conocidas como corrientes de Foucault), las cuales son de vital importancia para visualizar el comportamiento de estos equipos y su vez, permite evaluar las pérdidas totales en los mismos [25]-[26].

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

El objetivo general de esta investigación consiste en desarrollar un modelo magnetodinámico lineal de un transformador monofásico de baja potencia en tres dimensiones, a través de la aplicación del Método del Elemento Finito, implementando la formulación A-V en un software libre. Esto es con la finalidad de evaluar la distribución de la densidad de flujo magnético y la confiabilidad del modelo para el análisis de diversos dispositivos electromagnéticos en estado estacionario.

1.3.2 Objetivos específicos

1. Desarrollar mallas de Elemento Finito, correspondientes a dos modelos internacionales de validación en 3D usando el software libre Gmsh.
2. Implementar y resolver dos modelos internacionales de validación en 3D usando el software libre GetDP con el fin de evaluar su confiabilidad.
3. Desplegar, de manera gráfica, los resultados obtenidos de los modelos internacionales de validación en 3D usando los programas libres Gmsh y Octave.
4. Desarrollar una malla de Elemento Finito del modelo del transformador monofásico en 3D usando el software libre Gmsh.
5. Implementar y resolver un modelo magnetodinámico lineal de un transformador monofásico en 3D usando el software libre GetDP.
6. Desplegar, de manera gráfica, los resultados obtenidos del modelo del transformador monofásico en 3D usando los programas libres Gmsh y Octave.

1.4 Justificación

Hoy en día, uno de los temas de mayor importancia para el desarrollo económico del país es el aprovechamiento sustentable de los recursos naturales para la generación de energía eléctrica. Esto se debe a la importancia de la electricidad, ya que es un recurso fundamental para el desarrollo de la vida cotidiana. Este recurso es de vital importancia en el hogar o en la industria, ya que se requiere del uso de la energía eléctrica para llevar a cabo las diversas tareas y procesos que en éstos se desarrollan.

A partir de la promulgación de la Reforma Energética en México se ha hecho posible la creación de nuevas empresas privadas dedicadas a la realización de proyectos relacionados con la generación de energía eléctrica mediante fuentes de energías renovables, buscando como objetivo el uso de las energías limpias para la protección del medio ambiente. La creación de estas empresas permitirá reducir el nivel de contaminantes producidos en el proceso de generación de energía eléctrica. Además, esto propiciará la generación de nuevos empleos, con lo cual se elevará la calidad de vida de las familias mexicanas.

Fundamentalmente, los equipos eléctricos que forman parte de los sistemas de potencia, tales como los transformadores y los generadores, permiten la transformación y/o producción de electricidad a partir de fuentes de generación, entre las cuales resaltan las

fuentes de energías renovables tales como la eólica, la fotovoltaica y la geotérmica, por los beneficios que éstas ofrecen.

Sin embargo, estos equipos presentan deficiencias importantes, las cuales son puntos de oportunidad de mejora para las empresas fabricantes de dichos dispositivos. Uno de los principales inconvenientes que se presentan en el proceso de diseño de las máquinas eléctricas es el elevado costo de manufactura que conlleva realizar los prototipos de prueba para lograr el producto final. Comúnmente las modificaciones realizadas a los prototipos se basan en la experiencia del diseñador y/o en pruebas empíricas.

Una de las principales desventajas del uso de procesos empíricos en el diseño del transformador es que se basan en pruebas eléctricas que integran todo el dispositivo. Además, estas técnicas suponen formas geométricas básicas del transformador en parte tales como devanados y núcleos, lo cual no representa un modelado confiable del equipo bajo estudio.

Para reducir la cantidad de prototipos fallidos y/o de pruebas exhaustivas, las empresas fabricantes de equipo eléctrico emplean técnicas numéricas computacionales modernas tales como el MEF para desarrollar el análisis electromagnético de los mismos, antes de su construcción. Este método permite analizar cualquier dispositivo electromagnético, sin importar sus dimensiones geométricas y/o características de los materiales de construcción.

La implementación de los modelos matemáticos discretos generados de la aplicación del MEF en Dos Dimensiones (2D) y en Tres Dimensiones (3D), mediante programación computacional, es sumamente compleja. Por lo que para el desarrollo de software de simulación basado en el MEF se requiere de personal especializado en áreas tales como ingeniería eléctrica, sistemas computacionales y matemáticas aplicadas. Cabe resaltar que el uso de simulaciones del MEF 2D presenta varias desventajas, con respecto a los resultados obtenidos del MEF 3D, debido a que se deben asumir ciertas consideraciones ideales físicas. Por esta razón, las industrias de diseño de equipo eléctrico realizan simulaciones en 3D.

Por tal motivo, en esta investigación se realizó la simulación de un transformador monofásico de baja potencia a través de la implementación de un modelo magnetodinámico lineal en 3D usando elementos finitos de primer orden, mediante la aplicación de software libre. Esto permitirá conocer, de manera detallada, el comportamiento electromagnético del transformador bajo cierta condición de operación (prueba de corto circuito).

Cabe mencionar que se espera que los resultados derivados de esta investigación sean utilizados en posteriores investigaciones de diseño y optimización de transformadores y en el análisis y/o diseño de otras máquinas eléctricas.

1.5 Hipótesis

Para modelar el comportamiento electromagnético en estado estacionario de diversos dispositivos eléctricos tales como el transformador monofásico se puede utilizar software libre de Elemento Finito tal como ONELAB. Mediante el uso de este software se pretenden obtener resultados confiables de varias simulaciones de modelos electromagnéticos en 3D alimentados con fuentes de excitación de corriente sinusoidal de baja frecuencia.

1.6 Organización de la tesis

Esta tesis se organiza de la siguiente manera: en el capítulo 2, se presentan algunos conceptos generales, referentes al transformador. Posteriormente, se aborda el tema sobre las capacidades del software de instrumentación virtual LabVIEW, el cual, fue utilizado para realizar pruebas experimentales al transformador bajo estudio. Estas pruebas pueden proporcionar parámetros eléctricos, los cuales fueron utilizados para obtener el circuito equivalente del transformador, así como también para la caracterización del modelo del transformador de esta tesis.

En el capítulo 3 se describen las bases del Método del Elemento Finito, así como también se muestran las ecuaciones de Maxwell, usadas para el desarrollo de la formulación Potencial Magnético Vectorial y Potencial Eléctrico Escalar, la cual se describe de manera detallada.

En el capítulo 4 se presenta la descripción general de dos modelos internacionales de validación (TEAM 3 y TEAM 7). También, se presentan los resultados obtenidos de la simulación de estos dos modelos de validación usando el software ONELAB. Además, se presenta la simulación del modelo magnetodinámico lineal de un transformador monofásico de baja potencia.

Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones obtenidas y el trabajo futuro a realizarse.

Capítulo 2

Determinación Experimental de los Parámetros Eléctricos de un Transformador Monofásico

En este capítulo se presentan los conceptos básicos de un transformador monofásico, de manera general. También se describen algunas de las pruebas eléctricas que se pueden realizar a dicho dispositivo. A su vez, se hace mención del software de instrumentación virtual LabVIEW, el cual fue usado para la obtención de parámetros eléctricos de un transformador monofásico de baja potencia. Los parámetros obtenidos son usados para obtener el circuito equivalente del transformador. Además, estos parámetros son empleados en la simulación del mismo usando el MEF.

2.1 Funcionamiento del transformador monofásico

Un transformador monofásico es una máquina eléctrica estática que posee dos o más bobinas (devanados), los cuales permiten aumentar o disminuir la tensión alterna en ellos. Para llevar a cabo lo anterior, uno de los devanados se conecta a un suministro de alimentación sinusoidal mientras que el otro devanado (u otros) se encargan de proporcionar energía eléctrica a una carga. La magnitud de la tensión eléctrica en la carga dependerá de la amplitud de la fuente de alimentación y de los números de vueltas de los devanados. El devanado que es alimentado por la fuente de energía eléctrica se le conoce como primario y el devanado que se conecta a la carga se le conoce como secundario.

El funcionamiento del transformador se basa en el principio de inducción electromagnética, descubierto por Michael Faraday en 1831. Este principio expresa que al aplicar un voltaje alterno en un devanado del transformador se produce un flujo magnético variable en el tiempo, induciendo voltaje en el otro devanado, $e(t)$, el cual está dado por (2.1). Por lo tanto, se produce una corriente que genera una fuerza magnetomotriz (fmm). A esta corriente se le conoce como corriente de magnetización. De esta manera, el transformador permite acoplar dos o más circuitos eléctricos sin que haya conexión eléctrica entre los mismos

$$e(t) = -N \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (2.1)$$

En otras palabras, la ecuación (2.1) indica que la fuerza electromotriz inducida, en un circuito cerrado es directamente proporcional a la rapidez de cambio en el tiempo del flujo magnético a través del circuito.

El signo negativo de la ecuación se expresa por la ley de Lenz, que establece que el voltaje inducido actúa para producir un flujo opuesto y N representa el número de vueltas de la bobina. En la Figura 2.1 se presenta el primer transformador diseñado en la historia.



Figura 2.1. Primer transformador diseñado por William Stanley.

Fundamentalmente, el transformador monofásico se constituye de un núcleo laminado de material ferromagnético. La finalidad de utilizar laminaciones en el núcleo del transformador es reducir las pérdidas parásitas (producidas por las corrientes de Foucault o corrientes de remolino). Existen diferentes tipos de pérdidas en los transformadores tales como: las pérdidas en los devanados (pérdidas en el cobre), pérdidas por corrientes inducidas y pérdidas por histéresis.

2.2 El transformador monofásico ideal

El transformador monofásico ideal es un dispositivo que puede cambiar los niveles de voltaje y de corriente, el cual consta de dos o más devanados con cierto número de vueltas, y un núcleo de muy elevada (infinita) permeabilidad magnética. Este tipo de dispositivo idealmente no presenta pérdida alguna. En la Figura 2.2 se presenta de forma esquemática un transformador ideal donde se visualizan las marcas de polaridad, las cuales se utilizan para indicar la dirección de la corriente en ambos devanados. Las líneas verticales representan el núcleo magnético del transformador.

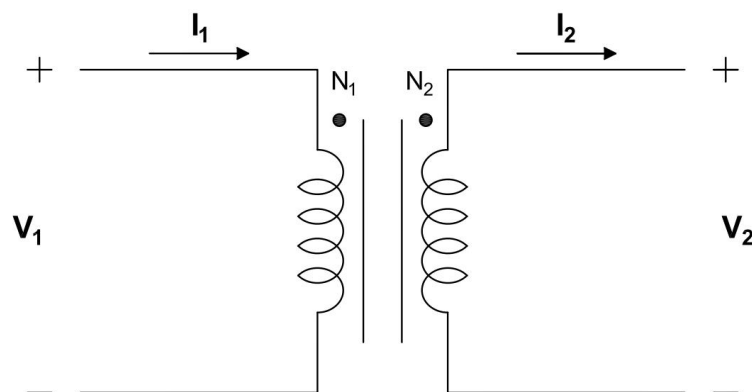


Figura 2.2. Representación esquemática del transformador ideal.

V_1 es el voltaje de excitación del devanado primario y V_2 es el voltaje inducido en el devanado secundario, el cual puede alimentar a cierta carga dada. I_1 e I_2 representan la corriente que circula por el primario y secundario, respectivamente mientras que N_1 y N_2 el número de vueltas del devanado primario y secundario, respectivamente.

En la Figura 2.2 se pueden apreciar algunas de las variables eléctricas de un transformador, usadas para obtener la deducción matemática de ecuaciones se puede encontrar en la literatura eléctrica [27]-[29].

2.3 Tipos de transformadores monofásicos

Los transformadores eléctricos monofásicos se diseñan de dos tipos diferentes. Uno de ellos es el transformador tipo núcleo, el cual está constituido por láminas de acero rectangular y por devanados que rodean las piernas laterales del núcleo. En la Figura 2.3 se muestra el transformador, antes descrito.

Por otro lado, el transformador tipo acorazado (ver Figura 2.4) está constituido por un núcleo laminado de tres piernas (dos laterales y una central con el doble de la dimensión). En este tipo de transformador, ambos devanados se enrollan en la pierna central, aislados entre sí y con el núcleo por papel dieléctrico. En esta tesis, el transformador que se analiza es del tipo acorazado. Esto es con la finalidad de reducir las pérdidas por flujos de dispersión.

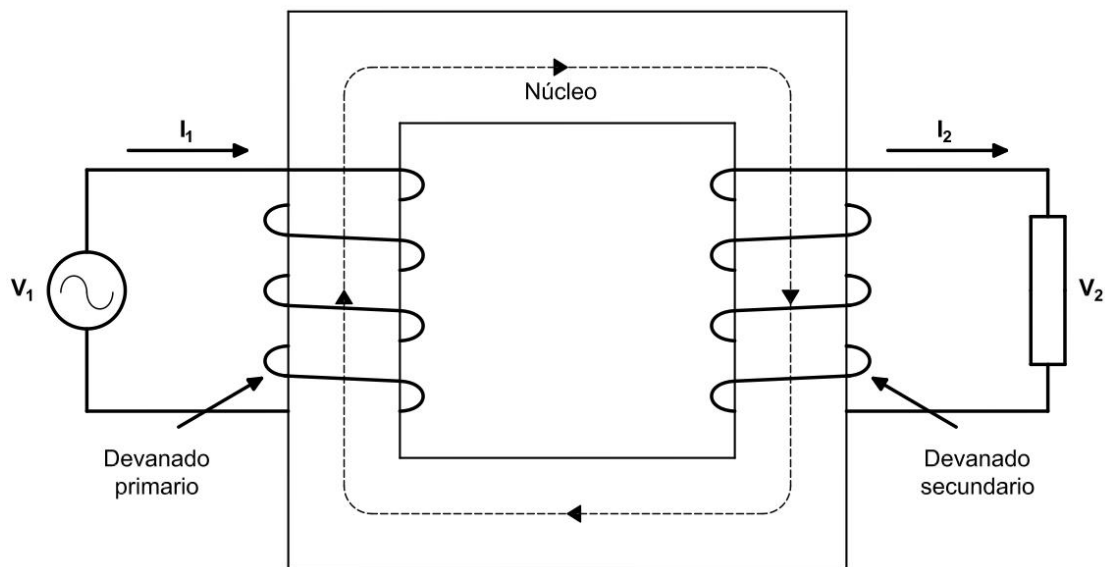


Figura 2.3. Transformador monofásico tipo núcleo.

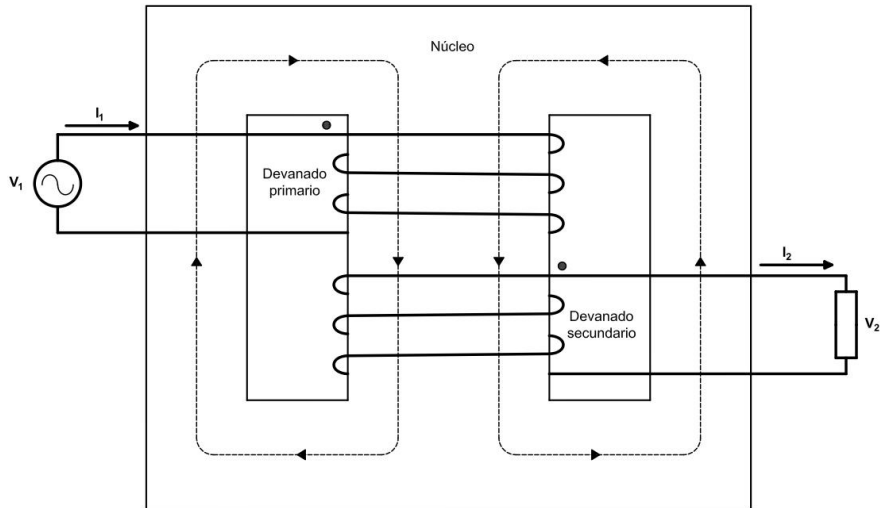


Figura 2.4. Transformador monofásico tipo acorazado.

2.4 Pruebas eléctricas de transformadores monofásicos

En general, en los transformadores se pueden realizar dos pruebas experimentales con la finalidad de conocer sus parámetros eléctricos tales como voltajes, corrientes, potencias, entre otros. Las pruebas en transformadores son la prueba de circuito abierto o de vacío y la prueba de corto circuito. Aplicando dichas pruebas, es posible determinar el circuito equivalente de un transformador real, mediante el uso de ecuaciones básicas.

Existen diversos instrumentos para medir los parámetros eléctricos tales como amperímetros, voltímetros, hardware de adquisición de datos, entre otros.

Por motivos de seguridad, las pruebas mencionadas anteriormente se deben realizar en el devanado que requiera menor corriente o de acuerdo a la disponibilidad del equipo de prueba.

2.4.1 Prueba de circuito abierto

La prueba de circuito abierto consiste en mantener uno de los devanados del transformador sin conexión mientras que el otro devanado se alimenta con voltaje nominal (o de placa).

En la Figura 2.5 se muestra un diagrama de conexión de la prueba, antes mencionada. Nótese que el devanado secundario se encuentra sin conexión alguna. V y A representan la conexión de un voltímetro y un amperímetro para la realización de esta prueba. En el diagrama se muestra que el devanado alimentado es el primario del transformador. Cabe indicar que este diagrama se utilizó para realizar la prueba de vacío del transformador bajo estudio, reemplazando los equipos de medición de valores eficaces por un sistema de adquisición de datos controlado por un software de instrumentación virtual.

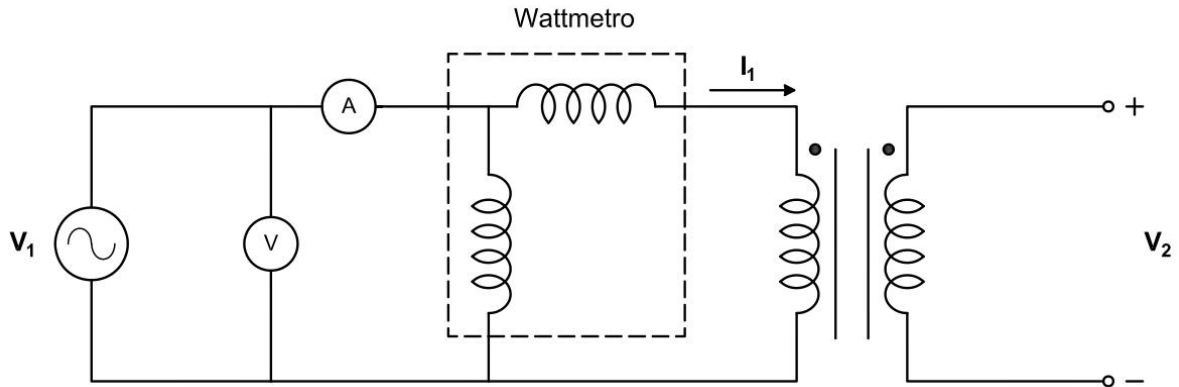


Figura 2.5. Diagrama esquemático de la prueba de circuito abierto del transformador.

2.4.2 Prueba de corto circuito

Otra de las pruebas de vital importancia, en esta tesis, es la prueba de corto circuito. Para realizar la prueba de corto circuito se requieren unir las terminales de uno de los devanados del transformador (corto circuito). El corto circuito se aplica para obtener la corriente nominal en ambos devanados del transformador a un mínimo voltaje.

Para realizar esta prueba se recomienda alimentar el devanado donde exista menor flujo de corriente. Esto es debido a que en esta prueba sólo se requiere de un voltaje bajo para hacer circular la corriente nominal. Por tal motivo, es necesario monitorear la corriente cuidando siempre que ésta no sobrepase su valor nominal.

En la Figura 2.6 se presenta el diagrama de conexión de la prueba mencionada. Se puede apreciar que el devanado secundario se encuentra en corto circuito. Esta prueba fue realizada para el modelo magnetodinámico del transformador, estipulado en esta tesis.

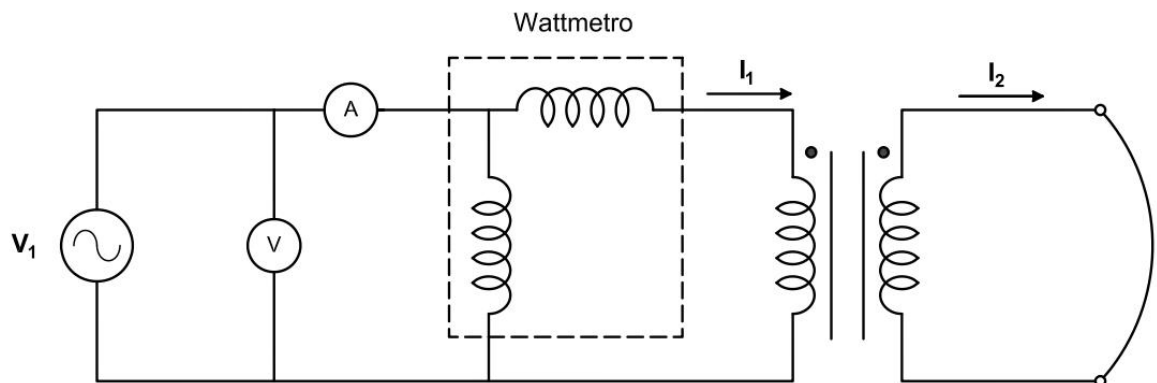


Figura 2.6. Diagrama esquemático de la prueba de corto circuito del transformador.

2.5 Circuitos equivalentes del transformador

Mediante el uso de las mediciones obtenidas en las pruebas experimentales de circuito abierto y de corto circuito es posible obtener los circuitos equivalentes de un transformador que, a su vez, permitan determinar la regulación de voltaje y la eficiencia del mismo. Para esto es necesario tomar en cuenta los datos nominales o de placa del transformador y el devanado considerado como referencia (referido).

En la Figura 2.7 se presenta el circuito equivalente de un transformador, al cual se le conoce como circuito “T” o circuito equivalente exacto, cuya confiabilidad se aplica en fuentes de excitación puramente sinusoidal a bajas frecuencias. En este circuito, R_1 y X_{l1} representan la resistencia y la reactancia del devanado primario, respectivamente mientras que R_2' y X_{l2}' , representan la resistencia y reactancia del devanado secundario referidos al primario, respectivamente. Se puede apreciar la rama de magnetización en paralelo, la cual está compuesta por R_c y X_m , que representan la resistencia y la reactancia del núcleo del transformador, respectivamente. En la rama de magnetización la corriente de magnetización, I_o es muy pequeña frente a las corrientes en los devanados primario y secundario, respectivamente, I_1 e I_2' . Por tal motivo, esta rama se puede colocar en paralelo al suministro de potencia, simplificando con esto, el análisis del circuito. Realizando esta simplificación se obtiene un circuito serie sobre el arreglo de impedancias, conocida como impedancia en serie presentada en la Figura 2.8. Cabe mencionar que en ciertas aplicaciones es posible omitir la rama de magnetización, simplificando con esto aún más, la solución del circuito.

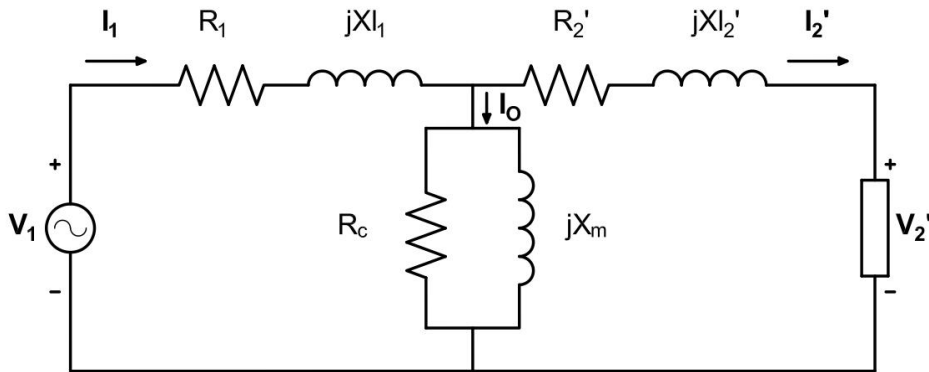


Figura 2.7. Circuito equivalente exacto de un transformador

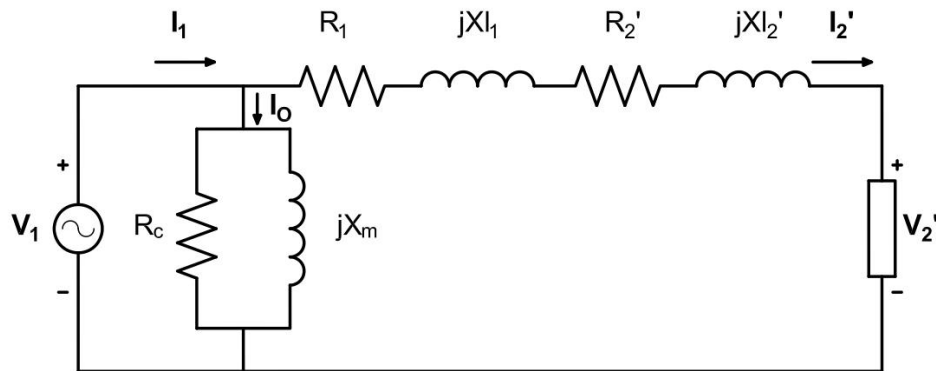


Figura 2.8. Circuito equivalente aproximado de un transformador.

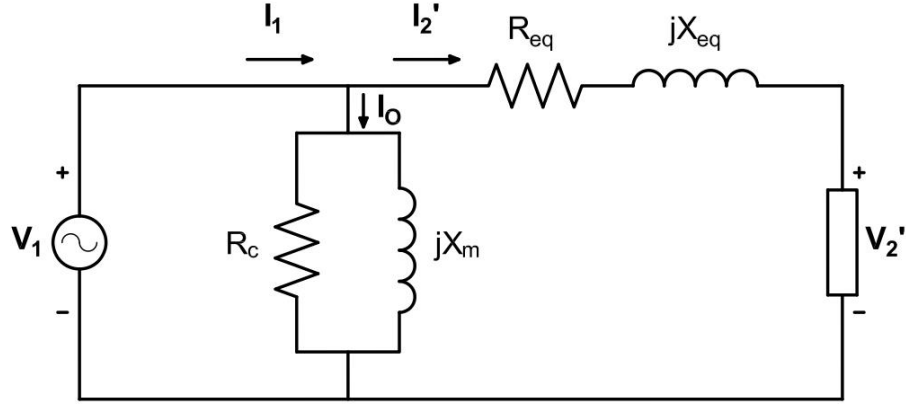


Figura 2.9. Circuito equivalente aproximado simplificado de un transformador.

Se puede reducir el arreglo de las impedancias en serie del circuito anterior, obteniendo R_{eq} y X_{eq} representando la resistencia e impedancia equivalente, presentado en la Figura 2.9.

Los parámetros R_c y X_m se obtienen de la ecuación de la admitancia Y_e dada por:

$$Y_e = \frac{1}{R_c} - j\frac{1}{X_m} = \frac{I_{CA}}{V_{CA}} \angle -\cos^{-1}fp_{CA} \quad (2.2)$$

donde:

I_{CA} es la corriente obtenida de la prueba experimental de circuito abierto.

V_{CA} es el voltaje obtenido de la prueba experimental de circuito abierto.

fp_{CA} es el factor de potencia de la prueba experimental de circuito abierto dado por:

$$fp_{CA} = \frac{P_{CA}}{V_{CA}I_{CA}} \quad (2.3)$$

donde:

P_{CA} es la potencia real obtenida de la prueba experimental de circuito abierto.

La impedancia equivalente se representa por:

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = \frac{V_{CC}}{I_{CC}} \angle \cos^{-1}fp_{CC} \quad (2.4)$$

donde:

V_{CC} es el voltaje obtenido de la prueba experimental de corto circuito.

I_{CC} es la corriente obtenida de la prueba experimental de corto circuito.

fp_{CC} es el factor de potencia de la prueba experimental de corto circuito dado por:

$$fp_{CC} = \frac{P_{CC}}{V_{CC}I_{CC}} \quad (2.5)$$

donde:

P_{CC} es la potencia real obtenida de la prueba experimental de corto circuito.

2.6 LabVIEW: software utilizado para el desarrollo de instrumentación virtual

El software LabVIEW es muy utilizado para generar aplicaciones en el área de la instrumentación electrónica. Este software se basa en un entorno de programación en lenguaje G (lenguaje gráfico). Los programas desarrollados en LabVIEW son conocidos como instrumentos virtuales o VI's (por sus siglas en inglés, Virtual Instruments). Este software ofrece capacidades de interacción con diversos dispositivos y proporciona una gran variedad de librerías integradas para el desarrollo de análisis y visualización de datos personalizados, de acuerdo a las necesidades del usuario [30].

Los VI's de LabVIEW se conforman de varios componentes tales como el panel frontal, el diagrama de bloques, el ícono y el panel de conectores.

El panel frontal muestra los controles e indicadores de un VI, los cuales representan los elementos de visualización de la información al usuario. El diagrama de bloques se compone por los elementos usados para desarrollar un VI, siendo éste la parte medular de la programación. Este incluye cables de conexión, íconos del panel frontal, funciones, y en algunos casos subVI's. El icono de un VI representa una descripción de lo que éste realiza [31]-[32].

En LabVIEW se pueden desarrollar aplicaciones para la adquisición de datos (DAQ). La adquisición de datos tiene como objetivo fundamental medir un fenómeno físico tales como voltaje, corriente, temperatura, presión o sonido, entre otros. La adquisición de datos, basada en recurso computacional, requiere de la combinación de hardware modular, software de aplicación y equipo computacional para procesar las mediciones obtenidas.

Los sistemas de adquisición de datos consisten en procesar señales de medición, generadas por un dispositivo, para ser mostradas en un equipo computacional y posteriormente, realizar un análisis para una aplicación específica.

En la mayoría de los casos, la adquisición de datos se realiza utilizando tableros de plug-in para recolectar datos, los cuales se comunican por medio de un puerto USB a un equipo computacional. Las tarjetas DAQ realizan una variedad de tareas, incluyendo mediciones analógicas, mediciones digitales y entradas/salidas de temporización [33].

Para desarrollar la adquisición de datos se requiere de un dispositivo físico a analizar, en comunicación con el hardware DAQ y un equipo computacional. El hardware DAQ se encarga de procesar los datos físicos por medio de sensores, el cual posteriormente se comunica al equipo de cómputo por un puerto USB, enviando un concentrado de datos. Estos datos pueden ser análogos y/o digitales.

En la Figura 2.10 se presenta un diagrama de bloques básico, representando en forma gráfica, la programación para la adquisición de datos usando un hardware DAQ. El código presentado es la base para adquirir datos de un medio físico. Cabe resaltar, que se utilizan librerías predefinidas de LabVIEW conocidas como DAQmx.

Se pueden desarrollar diversas aplicaciones para la adquisición de datos, sólo que se debe tener en cuenta que éste se debe realizar de forma óptima. Para llevar a cabo lo anterior, existen patrones de diseño definidos, los cuales serán mencionados en la siguiente subsección.

2.6.1 Patrón de diseño productor/consumidor

El patrón de diseño se define como la representación de aplicaciones y técnicas de código de LabVIEW, son usados para resolver problemas particulares en el diseño de una aplicación tales como las condiciones de carrera. Los patrones de diseño representan técnicas definidas, que pueden ser implementadas en aplicaciones realizadas por un desarrollador.

En los ejemplos del software LabVIEW se puede encontrar diversos patrones de diseño, permitiendo de esta manera, iniciar con el desarrollo de VI's de acuerdo a las necesidades del usuario. En las referencias [30],[34] se presentan los patrones de diseño más comunes. Cabe señalar que un patrón de diseño debe ser desarrollado con una estructura adecuada para comprenderlo con facilidad.

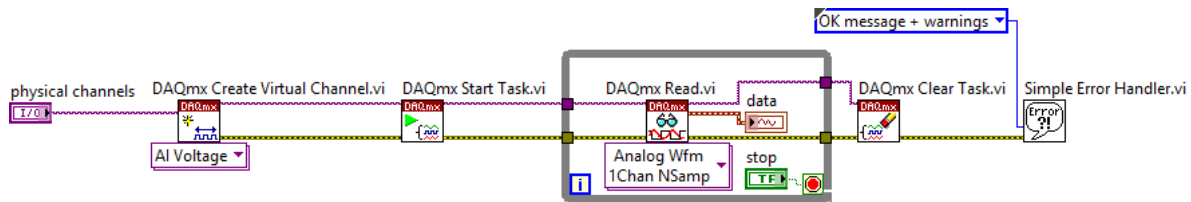


Figura 2.10. Diagrama de bloques simple utilizando DAQmx.

Uno de los patrones de diseños más comúnmente usados para la adquisición de datos es el productor/consumidor. El patrón de diseño productor/consumidor está basado en la utilidad de ciclos paralelos, compartiendo información en múltiples ciclos a diferente velocidad. Los ciclos paralelos del productor/consumidor se separan en dos categorías: los que generan (producen) datos y los que procesan (consumen) los datos generados.

Para el desarrollo del patrón de diseño productor/consumidor se utiliza la librería de colas. Las colas son utilizadas para almacenar datos en una memoria temporal (buffer) en el ciclo del productor. Después en el ciclo del consumidor, los datos son procesados. Las colas se definen por la estructura FIFO (por sus siglas en inglés, First In/First Out), donde el primer dato que entra es el primero en ser procesado. De esta forma se garantiza no perder ningún dato adquirido hasta terminar con la cantidad de datos en espera [35].

Las colas permiten que la velocidad del código productor/consumidor no sea la misma. Si el ciclo consumidor es más lento que el ciclo productor, la cola almacenará la información y el ciclo productor tendrá que esperar hasta que el ciclo consumidor haya vaciado un elemento, antes de iniciar con el próximo elemento [36].

En la Figura 2.11 se presenta la estructura de programación para utilizar colas, la cual se localiza en el ejemplo de LabVIEW llamado "Simple Queue.vi". El programa consiste en generar datos aleatorios por un dado electrónico, los cuales se muestran en los dos ciclos. Con esta estructura se garantiza no perder ningún dato. Cabe resaltar que el programa básico presentado en la Figura 2.11 es la base para desarrollar una estructura de productor/consumidor. Para adquirir datos de un dispositivo físico se requiere combinar las librerías DAQmx, como se realizó en el desarrollo del VI en esta tesis.

En la referencia [37] se realiza una adquisición de datos utilizando el patrón de diseño productor/consumidor. El autor hace mención de la manera en que trabaja cada etapa del VI siendo de forma similar al planteado en esta tesis.

En el desarrollo de esta tesis se requiere un VI para obtener una cantidad de diversas muestras de señales como lo son el voltaje y la corriente. Por lo tanto, se utilizó el patrón de

En la subsección 2.8 se presentará el programa desarrollado con la estructura, antes mencionada.



2.7 Descripción general del sistema de adquisición de datos para la obtención de los parámetros eléctricos del transformador



Figura 2.12. Diagrama de bloques para la obtención de parámetros.

En la Figura 2.12 se presenta el diagrama del sistema de adquisición de datos con el transformador bajo estudio

La primera etapa está comprendida por un transformador monofásico que, al ser alimentado, éste generara señales de voltaje y corriente en sus devanados.

La segunda etapa consiste en la adquisición de datos por medio del hardware CompactDAQ, en conjunto de módulos DAQ. Este tipo de tarjetas cuenta con el transductor y acondicionamiento de señales, los cuales se encargan de adquirir los niveles de voltaje y corriente del transformador, para ser procesados. En esta tesis se utiliza el sistema de adquisición de datos CompactDAQ NI 9174. A su vez, este sistema incluye varios módulos, los cuales se describen brevemente a continuación.

El módulo NI 9246 es un dispositivo de medición de corrientes trifásicas para aplicaciones de potencia industrial que cuenta con tres canales de medición máxima de 20 Arms.

El módulo NI 9244 es un dispositivo de entrada de voltaje trifásico, ideal para aplicaciones de medición de potencia en maquinaria industrial y monitoreo de calidad de energía, que cuenta con cuatro canales de medición por fase de 400 Vrms, incluyendo un canal de medición de neutro a tierra.

El módulo NI 9263 es un dispositivo de salida analógica, el cual es utilizado para generar una señal de muy baja potencia que alimenta al transformador bajo estudio.

La tercera etapa comprende de la aplicación desarrollada en el software LabVIEW, presentando un despliegue grafico de los resultados adquiridos de pruebas experimentales.

En la interfaz gráfica (panel frontal del VI) se puede visualizar los parámetros eléctricos del transformador bajo estudio tales como el voltaje, la corriente, los valores picos, el factor de potencia, THD (por sus siglas en inglés, Total Harmonic Distortion) y las formas de onda. Cabe mencionar, que esta aplicación optimizada fue realizada en coautoría con el director de esta tesis. La estructura de programación de esta aplicación se desarrolló de la siguiente manera:

1. Se obtienen los datos por medio de las librerías DAQmx, utilizando como referencia un ejemplo de la plataforma de LabVIEW denominado “Voltage – Continuous Output.vi”.

2. Se utiliza el patrón de diseño denominado productor/consumidor, utilizando como referencia un ejemplo de la plataforma de LabVIEW denominado “Simple Queue.vi”.
3. Se aplican técnicas desarrolladas de la ingeniería eléctrica para obtener diversos parámetros con la ayuda de las funciones de LabVIEW.

2.8 Determinación experimental de los parámetros eléctricos del transformador usando instrumentación virtual.

En las Figuras 2.13 y 2.14 se muestra la conexión del transformador al equipo de adquisición de datos para el desarrollo de la prueba en vacío y corto circuito. Es posible apreciar que en la prueba en vacío se encuentra abierto uno de los devanados del transformador, siendo alimentado con un variador de voltaje monofásico. En la prueba de corto circuito es posible apreciar que en uno de los devanados (en corto circuito) se encuentra conectado un amperímetro de gancho.

En la prueba de corto circuito se utilizó la tarjeta NI 9236 en conjunto de una etapa de potencia para alimentar al transformador, la cual fue desarrollada por el director de tesis y construida por los alumnos de la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería Mexicali UABC, Mayra Díaz e Isaí Pérez. La tarjeta mencionada anteriormente, es capaz de suministrar una señal sinusoidal con un THD sumamente bajo.

En la Figura 2.15 se presentan los parámetros obtenidos de la prueba en vacío usando el hardware de adquisición de datos. En esta prueba se alimentó el devanado de alta tensión del transformador a voltaje nominal (120 Vrms). Se puede observar el comportamiento del transformador en estado estable, el cual presentó un THD alto. Esto se debe a la alimentación de la línea en el lugar donde se realizó la prueba. Visualizando los gráficos de voltaje en ambos lados del transformador, se define que es una onda puramente sinusoidal.

En la Figura 2.16 se presentan los parámetros de la prueba de corto circuito, conectando el devanado secundario en corto circuito y alimentando el devanado primario, esto es por la razón presentada en el subcapítulo 2.4.2. El voltaje de alimentación para esta prueba es de 2.39 Vrms. Las mediciones de voltaje y corriente son obtenidas en el devanado primario, verificando, por medio de un multímetro, que en el lado de bajo voltaje su corriente alcance su valor nominal (alrededor de 1 Arms). Esto se debe a la relación de vueltas del transformador.

Cabe mencionar que la prueba de corto circuito fue usada para el desarrollo de la simulación del transformador bajo estudio.

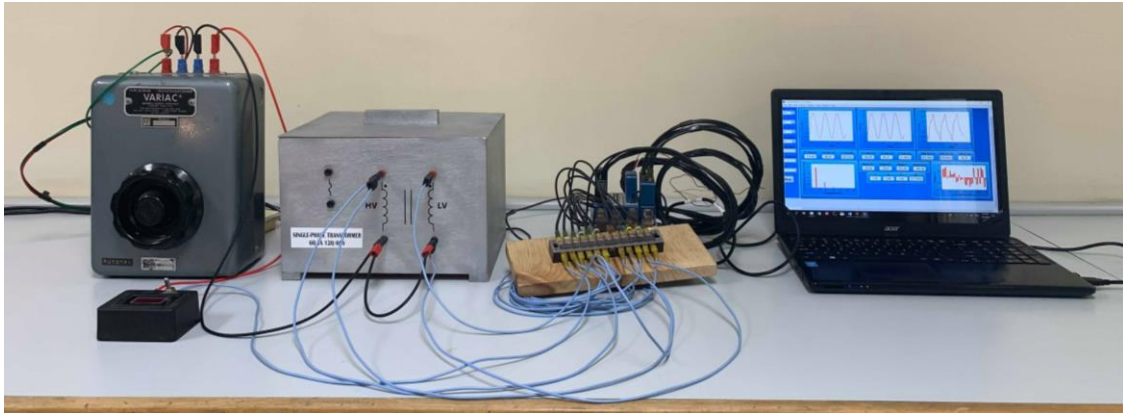


Figura 2.13. Prueba experimental de circuito abierto en el transformador monofásico bajo estudio.

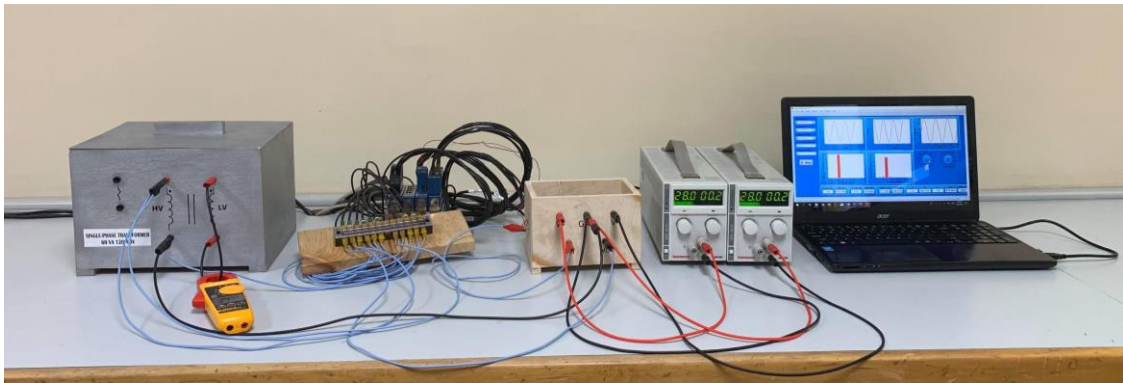


Figura 2.14. Prueba experimental de corto circuito en el transformador monofásico bajo estudio.

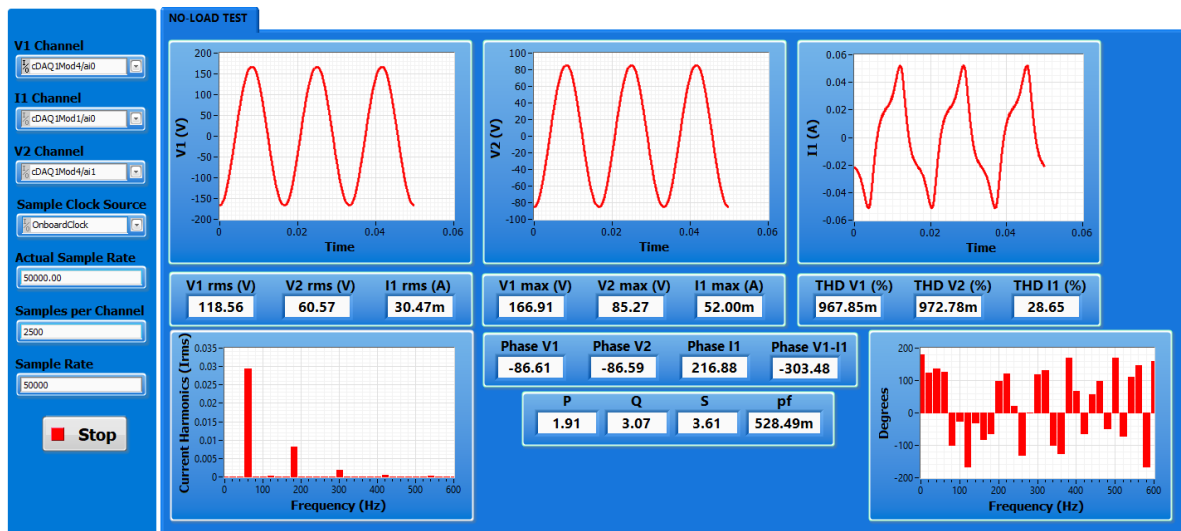


Figura 2.15. Parámetros obtenidos en la prueba de circuito abierto del transformador monofásico bajo estudio.

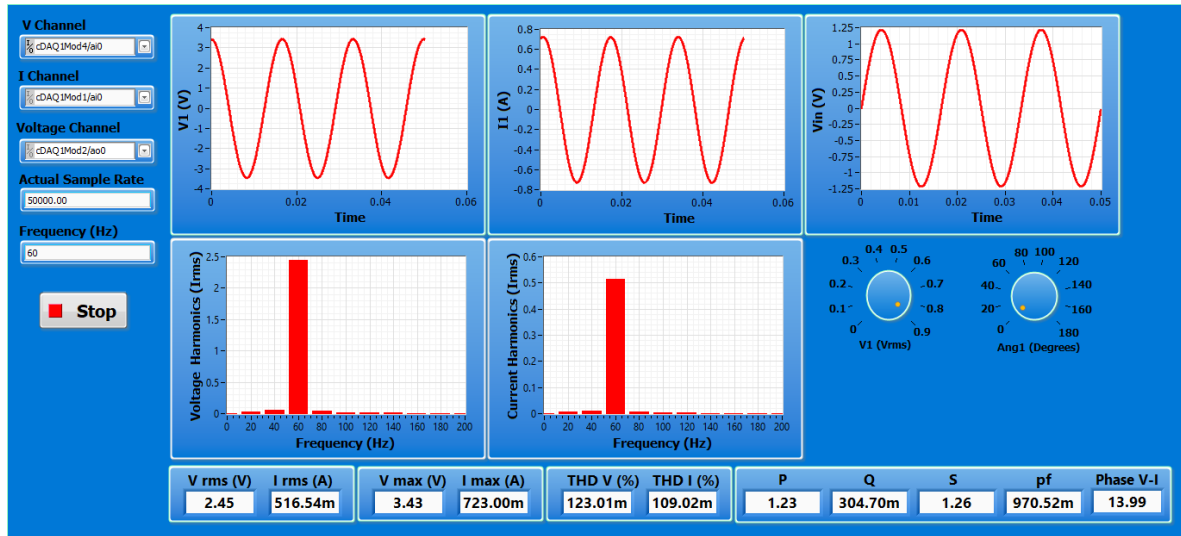


Figura 2.16. Parámetros obtenidos en la prueba en corto circuito del transformador monofásico bajo estudio.

Por medio de los parámetros de las pruebas experimentales, presentados en las Figuras 2.15 y 2.16, se puede obtener el circuito equivalente aproximado del transformador monofásico bajo estudio.

Sustituyendo los parámetros de la prueba en vacío en la ecuación (2.2), se obtiene:

$$Y_e = \frac{0.03047 \text{ A}}{118.56 \text{ V}} \angle -\cos^{-1}(0.5285) \quad (2.6)$$

Transformando la ecuación (2.6) en su forma rectangular se obtiene:

$$Y_e = 135.8246 \times 10^{-6} - j218.1758 \times 10^{-6} \Omega \quad (2.7)$$

Por lo tanto, es posible calcular los valores de la impedancia, dando:

$$R_c = 7360.8107 \Omega \quad (2.8)$$

$$X_m = 4583.4598 \Omega \quad (2.9)$$

Sustituyendo en la ecuación 2.4 los parámetros de la prueba de corto circuito, se obtiene:

$$Z_{se} = \frac{2.45 \text{ V}}{0.5165 \text{ A}} \angle \cos^{-1}(0.9705) \quad (2.10)$$

Convirtiendo en forma rectangular y separando la ecuación (2.10), se obtienen las ecuaciones (2.11) - (2.12)

$$R_{eq} = 4.6036 \Omega \quad (2.11)$$

$$X_{eq} = 1.1437 \Omega \quad (2.12)$$

En la Figura 2.17 se presenta el circuito equivalente aproximado del transformador bajo estudio.

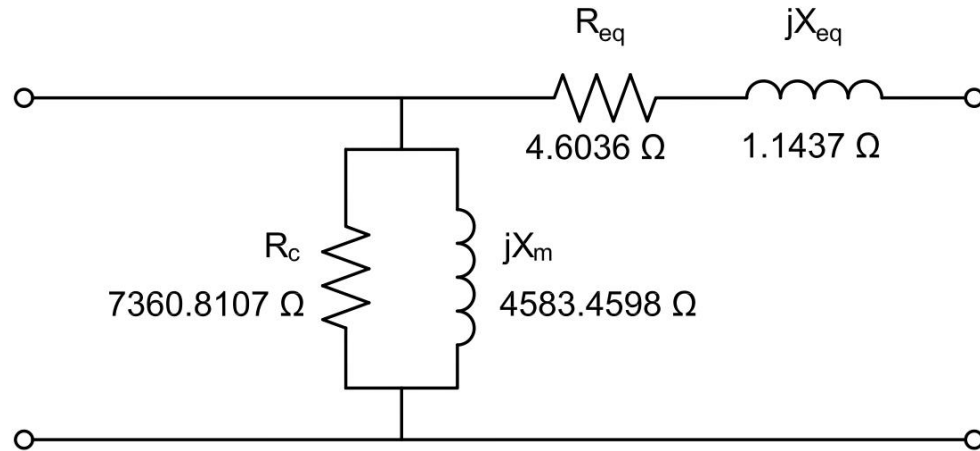


Figura 2.17. Circuito equivalente aproximado del transformador bajo estudio.

Capítulo 3

El Método del Elemento Finito en Electromagnetismo

En este capítulo se presentan las bases del Método del Elemento Finito aplicado para el desarrollo de modelos electromagnéticos en este trabajo de investigación. También se presentan, de manera detallada, las ecuaciones que gobiernan la aplicación del MEF. Estas ecuaciones son las bases para el desarrollo matemático de la formulación magnetodinámica del potencial magnético vectorial y del potencial eléctrico escalar, usada para la solución de los modelos presentados en el capítulo 4.

3.1 El Método de Elemento Finito

El Método de Elemento Finito (MEF) es una técnica numérica utilizada para la solución aproximada de un sistema de ecuaciones diferenciales, estas técnicas numéricas son aplicada a diversos problemas en ingeniería y física. El MEF es uno de los métodos más utilizados en la actualidad para el desarrollo de simulaciones de diversos fenómenos electromagnéticos. Este método ha sido mejorado por la aplicación de recurso computacional (hardware de alto desempeño).

El MEF es aplicado a nivel industrial para el modelado de prototipos físicos, permitiendo la reducción de cantidad de prototipos fallidos. Para desarrollar el MEF es necesario realizar el diseño de CAD (por sus siglas en inglés, Computer-Aided Design), así como también es necesario el desarrollo de formulaciones matemáticas. Este último depende del software utilizado para realizar el modelado. Algunos programas de Elemento Finito cuentan con formulaciones de forma predeterminada. Se puede deducir que el desarrollo e implementación de este método requiere de diversas áreas tales como eléctrica, computación, matemáticas aplicadas, entre otras.

Este método consiste en subdividir la región o dominio de interés en pequeños elementos llamados elementos finitos (EF). La región dividida (discretizada) en pequeños elementos es llamada malla.

Con la finalidad de discretizar un modelo geométrico se utiliza una gran cantidad de elementos. Se sabe que una malla bien discretizada genera resultados más confiables. Sin embargo, para utilizar una gran cantidad de elementos en la simulación computacional se requiere hardware computacional especializado. En la Figura 3.1 se muestra una malla simple de un transformador tipo núcleo en dos dimensiones.

De manera jerárquica, las mallas se conforman por elementos, los elementos se conforman por aristas y las aristas se crean por medio de dos nodos.

Los elementos se pueden representar en diferentes formas geométricas tales como lo son: triángulos o cuadriláteros para el caso de dos dimensiones, y tetraedros o hexaedros para el caso de simulaciones en tres dimensiones.

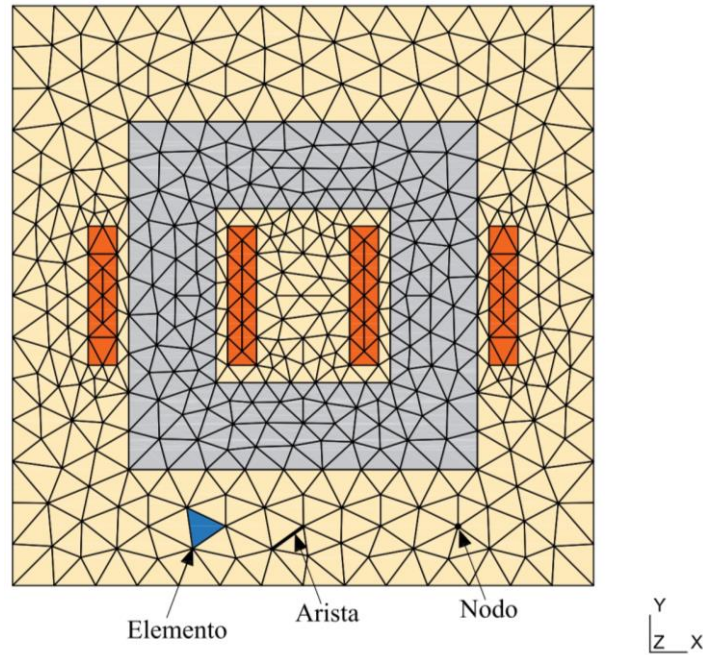


Figura 3.1. Malla de Elemento Finito de un transformador tipo núcleo en 2D.

El MEF se puede aplicar tanto en dos dimensiones como en tres dimensiones. Cabe mencionar que en los modelos en 3D, los resultados obtenidos son más precisos. En la Figura 3.2 se presenta los elementos que conforman el dominio de interés.

Para el desarrollo matemático del MEF se emplean el método variacional o el método de Galerkin de residuos ponderados, siendo este último el método utilizado para el desarrollo de esta tesis.

Además, para el desarrollo de esta técnica numérica se requiere dividir cada región dependiendo de sus condiciones físicas, por ejemplo, si el material es conductor o no conductor.

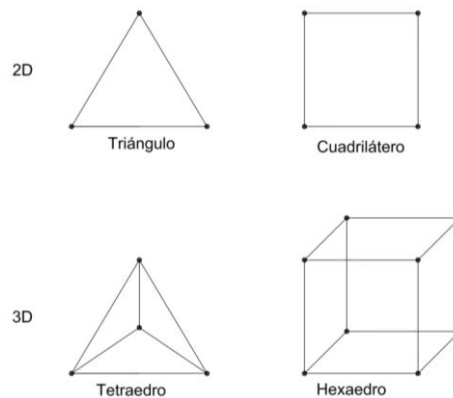


Figura 3.2. Tipos de elementos utilizados en el mallado del MEF.

El MEF se conforma de 3 fases fundamentales: pre-procesamiento, procesamiento y post-procesamiento.

La fase de pre-procesamiento consiste en la generación de la geometría y de la malla del modelo, donde a su vez, se incorporan las características físicas y condiciones de frontera del modelo a resolver.

En la fase de procesamiento se implementa la formulación matemática de Galerkin o variacional y se realiza la solución del sistema de ecuaciones resultante.

Finalmente, en la fase de post-procesamiento se realiza el despliegue gráfico y/o numérico de los resultados obtenidos del modelo para su posterior análisis e interpretación.

3.2 Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell son utilizadas para describir fenómenos electromagnéticos. Particularmente en esta tesis, se utilizan en el análisis de máquinas eléctricas (bajas frecuencias).

En las siguientes ecuaciones se presentan las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial, usadas en el desarrollo de la formulación matemática del modelado para esta tesis. La ecuación (3.1) representa la ley de Ampere, la ecuación (3.2) representa la ley de Gauss para materiales magnéticos y la ecuación (3.3) representa la ley de Faraday.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

donde:

\mathbf{H} es la intensidad de campo magnético (A/m).

\mathbf{J} es la densidad de corriente eléctrica (A/m²).

\mathbf{D} es la densidad de campo eléctrico (V/m²).

\mathbf{B} es la densidad de flujo magnético (T).

\mathbf{E} es el campo eléctrico (V/m).

Para el análisis de fenómenos electromagnéticos en bajas frecuencias, la corriente de desplazamiento $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ es despreciable [38]. Por lo tanto, se obtiene:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3.4)$$

Además, se requiere utilizar las ecuaciones constitutivas, dadas por:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (3.6)$$

donde:

μ es la permeabilidad magnética (H/m).

σ es la conductividad eléctrica del material (S/m).

Sabiendo que $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$, donde \mathbf{A} representa el potencial magnético vectorial, y sustituyendo esta identidad vectorial nula en (3.2), se obtiene que:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.7)$$

Se deduce a partir de la ecuación (3.7) que:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (3.8)$$

Por lo tanto, sustituyendo (3.5) y (3.8) en (3.4), se obtiene:

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J} \quad (3.9)$$

\mathbf{J} se define por:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_e \quad (3.10)$$

donde:

\mathbf{J}_s representa la densidad de corriente de la fuente.

\mathbf{J}_e es la densidad de corriente inducida.

A su vez, \mathbf{J}_s y \mathbf{J}_e respectivamente se definen por:

$$\mathbf{J}_s = \nabla \times \mathbf{H}_s \quad (3.11)$$

$$\mathbf{J}_e = -\sigma \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right] \quad (3.12)$$

donde:

\mathbf{H}_s representa el campo magnético en la bobina.

V representa el potencial eléctrico escalar.

Sustituyendo 3.9 y 3.12 en 3.10, se obtiene (3.13), representando la ecuación de la difusión electromagnética.

$$\mathbf{J}_s = \frac{1}{\mu} \nabla (\nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right] \quad (3.13)$$

A su vez, se aplica la divergencia a la ecuación (3.13) obteniendo la ecuación de continuidad, dada por:

$$\nabla \cdot \sigma \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right] = 0 \quad (3.14)$$

Las ecuaciones (3.13) y (3.14) son la representación de las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial, en la subsección 3.3 se presentará el método requerido para obtener la formulación utilizada en esta tesis.

3.3 Formulación magnetodinámica A-V

Para desarrollar la formulación A-V (potencial magnético vectorial-potencial eléctrico escalar) en el dominio de la frecuencia, sólo se sustituyen las derivadas parciales en el tiempo por su equivalente $j\omega$. La ecuación (3.15) es utilizada para la aplicación del método de Galerkin en modelos electromagnéticos en tres dimensiones [39] en las ecuaciones (3.13) y (3.14). El método de Galerkin se basa en la minimización de una expresión integral, siendo éste un caso especial del método de residuos ponderados [40].

$$\int_{\Omega} \mathbf{W} R d\Omega \quad (3.15)$$

donde:

\mathbf{W} es una función vectorial.

W es una función escalar.

Ω representa el dominio de interés.

Aplicando el método de Galerkin (3.15) a la ecuación (3.13) se obtiene:

$$\int_{\Omega} \mathbf{W} \cdot \frac{1}{\mu} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{W} \cdot \sigma (j\omega \mathbf{A} + \nabla V) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{W} \cdot \mathbf{J}_s d\Omega \quad (3.16)$$

donde:

j es el numero imaginario.

ω es la frecuencia angular.

Usando la identidad vectorial (3.17), y a su vez, aplicando el teorema de Gauss dado por (3.18), al primer término de la derecha de (3.16), se obtiene la ecuación (3.19).

$$\nabla \cdot (\mathbf{F} \times \mathbf{G}) = \mathbf{G} \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) - \mathbf{F} \cdot (\nabla \times \mathbf{G}) \quad (3.17)$$

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{F} dv = \oint_S \mathbf{F} \cdot \hat{n} ds \quad (3.18)$$

$$\int_{\Omega} \mathbf{W} \cdot (\nabla \times \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A})) d\Omega = \oint_s (\frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A}) \times \mathbf{W}) \cdot \hat{n} ds + \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot (\nabla \times \mathbf{W}) d\Omega \quad (3.19)$$

donde:

\mathbf{F} y \mathbf{G} representa una cantidad vectorial.

\hat{n} representa un vector normal.

Sustituyendo la ecuación (3.19) en la ecuación (3.16), se obtiene:

$$\begin{aligned} & \oint_s \mathbf{W} \cdot (\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \times \hat{n}) ds + \frac{1}{\mu} \int_{\Omega} \nabla \times \mathbf{W} \cdot \nabla \times \mathbf{A} d\Omega \\ & + \int_{\Omega_c} j\omega \sigma \mathbf{W} \cdot \mathbf{A} d\Omega_c + \int_{\Omega_c} \sigma \mathbf{W} \cdot \nabla V d\Omega_c - \int_{\Omega_s} \mathbf{W} \cdot \mathbf{J}_s d\Omega_s = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

donde:

Ω_c representa la región conductora.

Ω_s representa la región de corriente aplicada.

La ecuación (3.20) es la representación del potencial magnético vectorial de la formulación magnetodinámica.

Para obtener la representación del potencial eléctrico escalar de la formulación, se realiza lo siguiente:

Aplicando el método de Galerkin a la ecuación (3.14), se obtiene:

$$\int_{\Omega} W [\nabla \cdot \sigma [j\omega \mathbf{A} + \nabla V]] d\Omega \quad (3.21)$$

Despejando el segundo término la identidad vectorial (3.22) y aplicando el teorema de Gauss (3.18) al primer término de la izquierda se obtiene (3.23).

$$\nabla \cdot (f \mathbf{F}) = f \nabla \cdot \mathbf{F} + \mathbf{F} \cdot \nabla f \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} W [\nabla \cdot \sigma [j\omega \mathbf{A} + \nabla V]] d\Omega &= \oint_s (W \sigma [j\omega \mathbf{A} + \nabla V]) \cdot \hat{n} ds \\ &- \int_{\Omega_c} \nabla W \cdot \sigma [j\omega \mathbf{A} + \nabla V] d\Omega_c \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde:

f representa una cantidad escalar.

Reacomodando la ecuación (3.23) se obtiene la segunda parte de la formulación magnetodinámica, dada por:

$$\int_{\Omega} \nabla W \cdot \sigma [j\omega \mathbf{A} + \nabla V] d\Omega - \oint_s (W \sigma [j\omega \mathbf{A} + \nabla V]) \cdot \hat{n} ds = 0 \quad (3.24)$$

Las ecuaciones (3.20) y (3.24) representan la formulación magnetodinámica, utilizada en esta tesis. Las integrales de línea de estas ecuaciones representan las condiciones de frontera del modelo.

En [24], [41]-[44] se presenta también el desarrollo de la formulación A-V.

3.4 ONELAB: software libre utilizado para el desarrollo del MEF

El software utilizado para el desarrollo de esta tesis es conocido como ONELAB. Este software se puede utilizar para resolver una diversidad de problemas aplicados en diferentes áreas de la ingeniería. En este caso, este software se aplica para la descripción y solución de fenómenos electromagnéticos. ONELAB se compone, a su vez, de dos softwares: Gmsh y GetDP.

Gmsh es un generador de mallas de elementos finitos y se constituye de cuatro módulos: geometría, malla, solución y post-procesamiento [45].

Para el desarrollo de una malla en 3D se debe de realizar el modelo en 2D, y después utilizar la herramienta de extrusión para obtener dicha malla.

Por otra parte, GetDP se utiliza para la implementación de las formulaciones matemáticas de los modelos y se encuentra incorporado dentro del módulo de solución de Gmsh [46]

Sin embargo, una de las principales desventajas del software libre en general, es su carencia de etapas de validación en su aplicación. Para llevar a cabo la verificación de este tipo de software se pueden utilizar modelos de validación presentados en la literatura eléctrica, como lo son los modelos presentados en el capítulo 4.

Para la resolución de un modelo en el software GetDP se requiere de archivos de programación (con extensión .pro), los cuales son usados para incorporar la información del modelo a resolver. Además, en estos archivos se implementan las ecuaciones características y se utilizan para obtener los resultados posteriores de la solución (post-procesamiento). En la Figura 3.3 se presenta la estructura de programación que se debe implementar en GetDP para la resolución de un modelo.

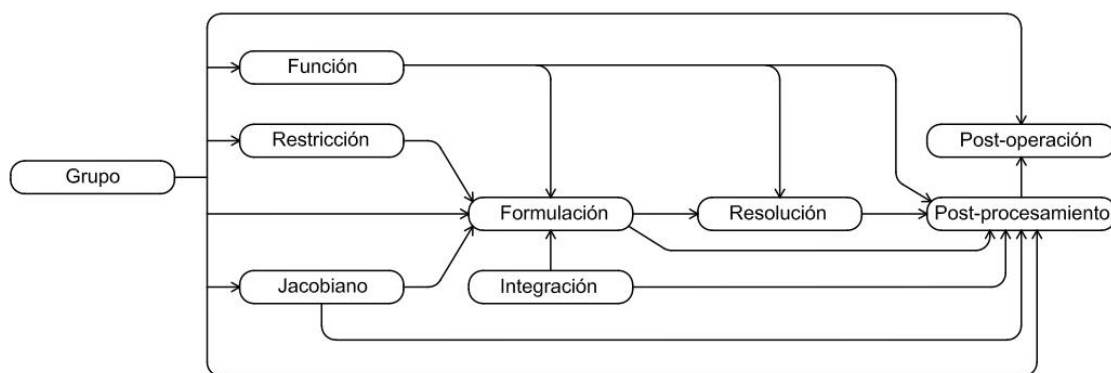


Figura 3.3. Estructura de programación del software GetDP.

Capítulo 4

El Método de Elemento Finito en 3D Empleado en la Simulación de Modelos Electromagnéticos en Estado Estable

En este capítulo se presentan la resolución de dos modelos de validación internacional y del modelo del transformador bajo estudio, aplicando el MEF.

Los modelos de validación TEAM [47] (por sus siglas en inglés, Testing Electromagnetic Analysis Methods) fueron iniciados en 1986 y representan un grupo de modelos internacionales aplicados en electromagnetismo, los cuales se pueden usar en etapas de validación de métodos numéricos o softwares, tal y como se realiza en esta tesis.

Los modelos de validación TEAM poseen características definidas tales como medidas geométricas, propiedades de los materiales, fuentes de excitación, entre otras. Los modelos de validación fueron desarrollados experimentalmente. Los modelos fueron desarrollados para diversas aplicaciones como lo son la evaluación de las pérdidas en partes conductoras.

Para validar el modelo del transformador propuesto en esta tesis se desarrollaron modelos de validación internacional. Los modelos presentados en los siguientes subcapítulos fueron desarrollados usando la formulación magnetodinámica, presentada en el capítulo 3.

4.1 Modelo electromagnético internacional de validación TEAM 3

El modelo de validación TEAM 3 consiste en dos experimentos, los cuales representan una bobina al centro de una placa conductora (caso I) y una bobina desplazada a la orilla de una placa conductora (caso II), respectivamente [48]. Este modelo es conocido como la placa de Bath, la cual consiste de una placa de aluminio con dos huecos. Por encima de la placa se encuentra una bobina alimentada por una fuente de corriente sinusoidal.

En estos problemas se analiza la densidad de flujo magnético en la componente z sobre la placa y el ángulo de fase de la misma en una parte cercana a la placa. En los apéndices A y B se presentan los modelos geométricos de ambos casos. La evaluación de la densidad de flujo se ha obtenido sobre la línea A1-B1.

Se crearon dos tipos de mallas para la simulación del modelo TEAM 3: una malla que consta sólo de elementos tetraédricos y una malla que conformada de elementos mixtos (tetraedros, hexaedros y pirámides).

En la Tabla 4.1 se presentan los parámetros físicos del modelo de validación, proporcionados por la literatura.

Tabla 4.1 Parámetros físicos del modelo de validación TEAM 3.

Parámetro	Valor
Conductividad de la placa (S/m)	3.278×10^7
Fuerza magnetomotriz en la bobina (Ampere Vueltas)	1260
Permeabilidad relativa (aire, placa y bobina)	1
Frecuencia (Hz)	50 y 200

4.1.1 Mallas de Elemento Finito del modelo de validación TEAM 3

En las Figuras 4.1 y 4.2 se presentan las mallas para ambos casos del modelo de validación. Es posible observar que la región de placa se encuentra más discretizada en comparación con la región de la bobina. Esto es debido a que la región de interés (aire) se encuentra muy cercana a la placa (0.5 mm).

En la región de interés se realizó una discretización similar a la placa, con la finalidad de obtener mejores resultados en la simulación.

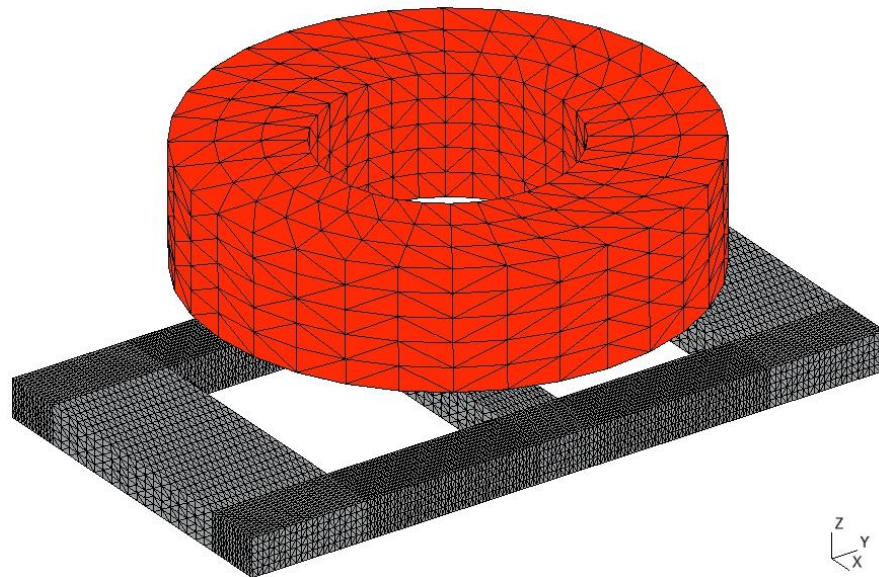


Figura 4.1. Malla del modelo de validación TEAM 3 del caso I (se omite la región de aire).

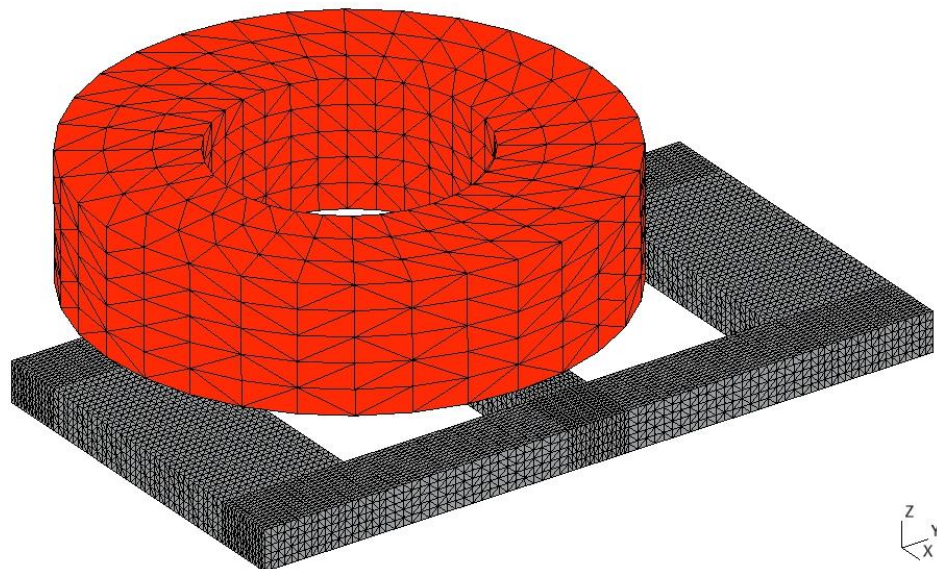


Figura 4.2. Malla del modelo de validación TEAM 3 del caso II (se omite la región de aire).

4.1.2 Resultados de la simulación del modelo de validación TEAM 3 para una frecuencia de 50 Hz

En las Figuras 4.3 y 4.4 se presenta la densidad de corriente inducida en la placa. Estos gráficos fueron obtenidos con el software ONELAB. Con el uso de estas figuras es posible observar el comportamiento magnético de cada caso. Además, en estas figuras se observan los puntos donde se presenta la mayor densidad de corriente inducida (en las esquinas de los huecos).

En las Figuras 4.5-4.8 se muestran los resultados obtenidos de la densidad de flujo magnético y del ángulo de fase de la misma, para ambos casos, usando mallas de elementos tetraédricos y elementos mixtos. Estos resultados fueron comparados con la literatura eléctrica [49]-[52], demostrando la confiabilidad de la implementación realizada.

En las Tablas 4.2 y 4.3 se despliegan algunos parámetros obtenidos en la solución de este modelo. En ambos casos, es posible apreciar que el tiempo de solución disminuye en relación a la cantidad de elementos desconocidos.

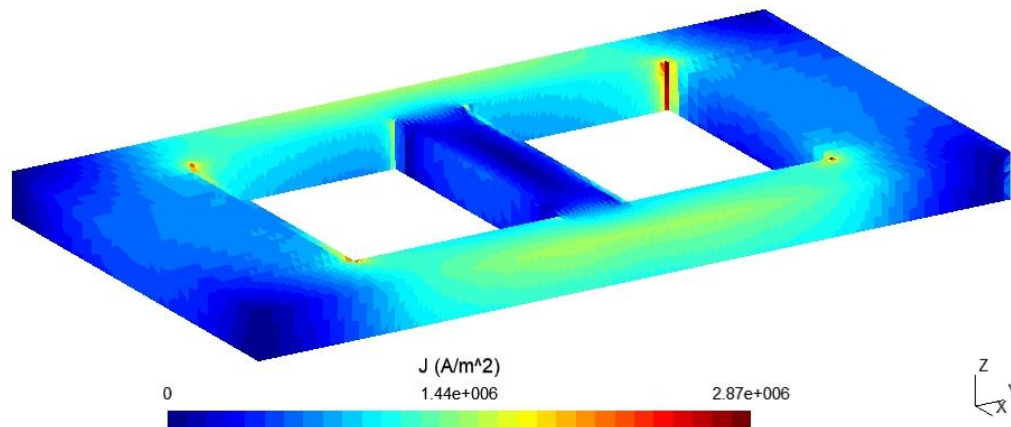


Figura 4.3. Densidad de corriente inducida en la placa del caso I a 50 Hz.

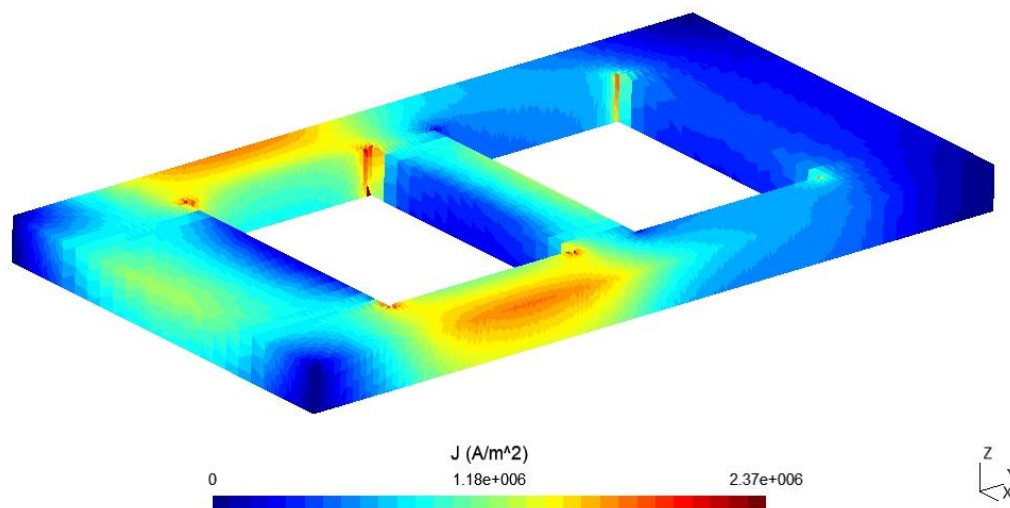


Figura 4.4. Densidad de corriente inducida en la placa del caso II a 50 Hz.

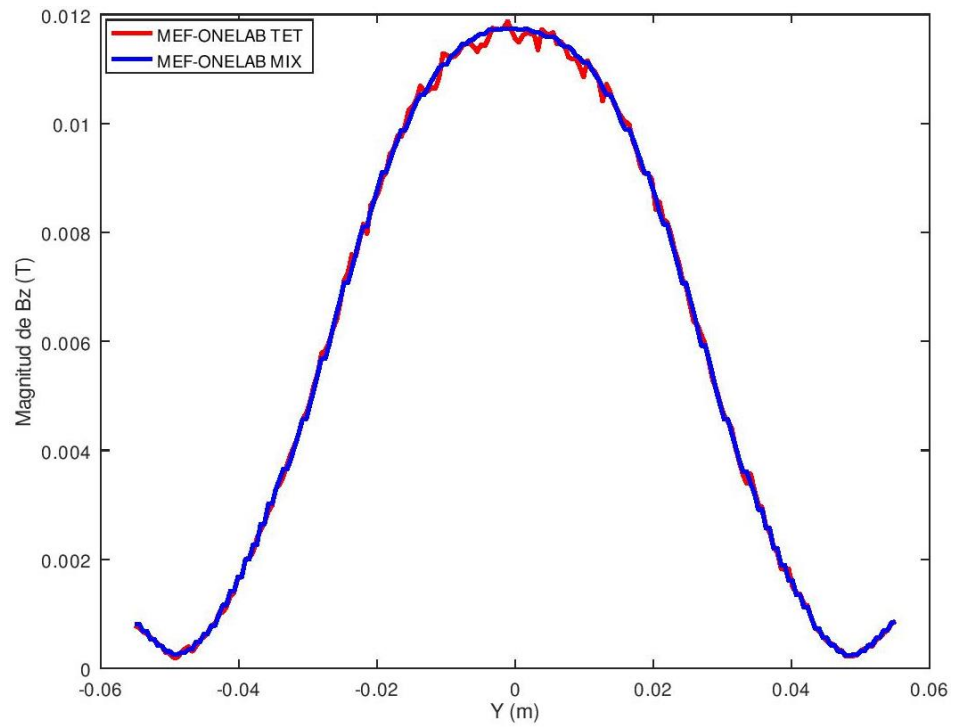


Figura 4.5. Magnitud de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso I a 50 Hz.

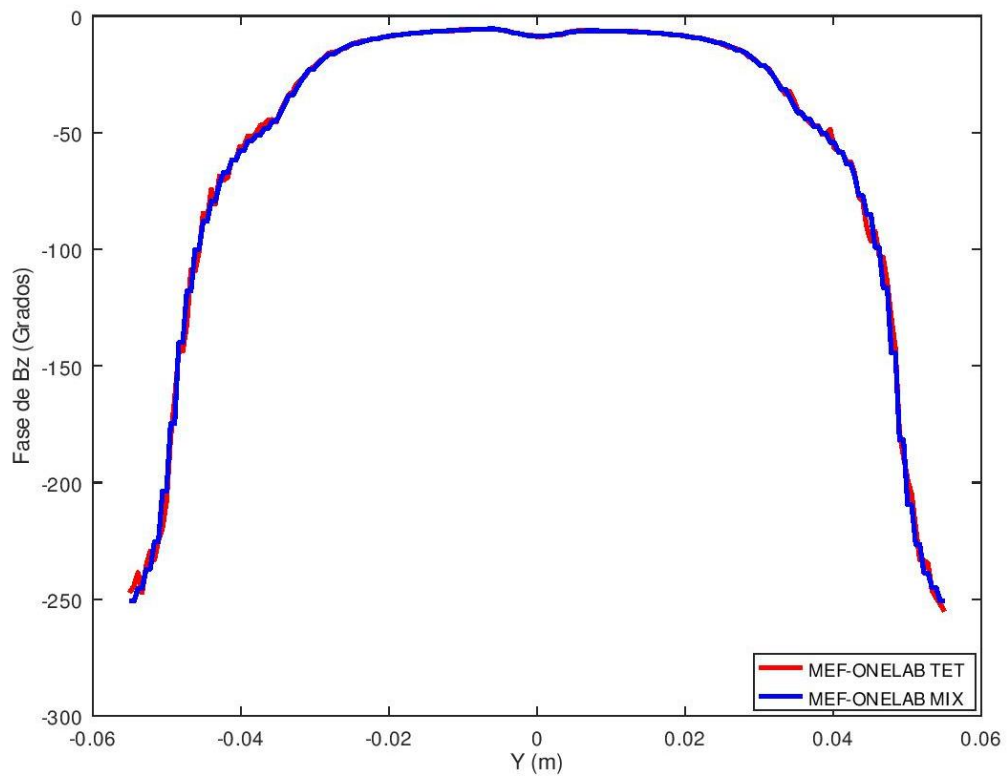


Figura 4.6. Fase de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso I a 50 Hz.

Tabla 4.2. Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 3 del caso I a 50 Hz.

Tipos de elementos	No. de elementos desconocidos (arista y nodales)	No. de elementos de malla	Tiempo de solución (s)
Tetraedros	605,753	464,277	3,288.17
Mixtos	680,698	389,486	3,569.56

Tabla 4.3. Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 3 del caso II a 50 Hz.

Tipos de elementos	No. de elementos desconocidos (arista y nodales)	No. de elementos de malla	Tiempo de solución (s)
Tetraedros	469,558	360,653	1,020.44
Mixtos	688,294	389,486	3,499.54

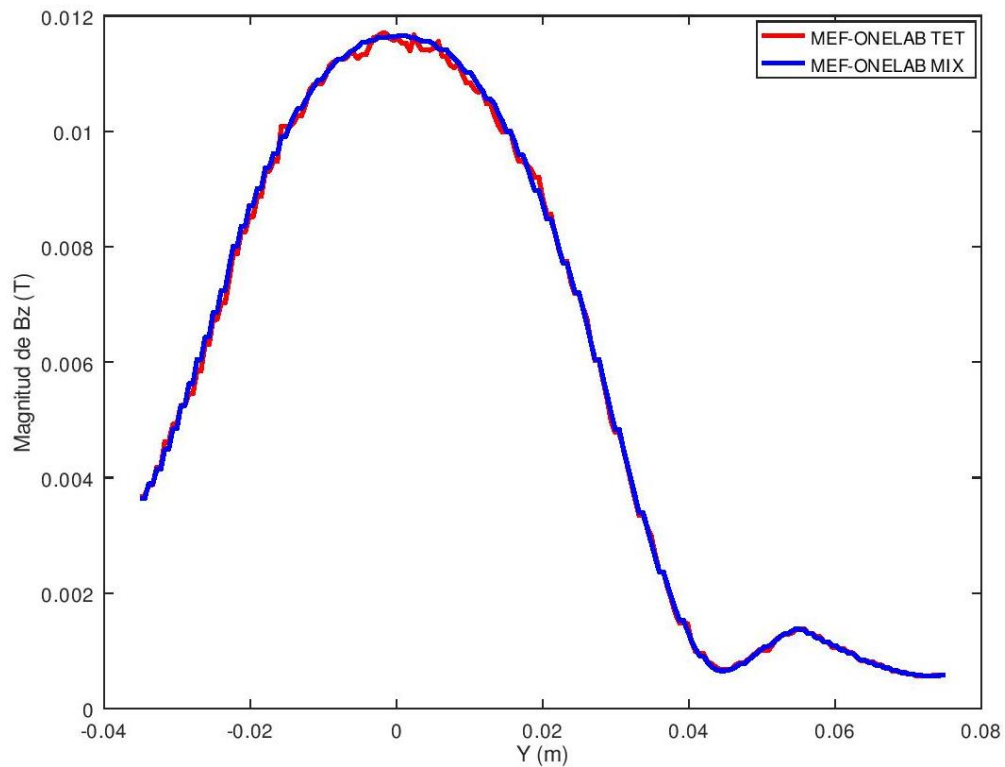


Figura 4.7. Magnitud de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso II a 50 Hz.

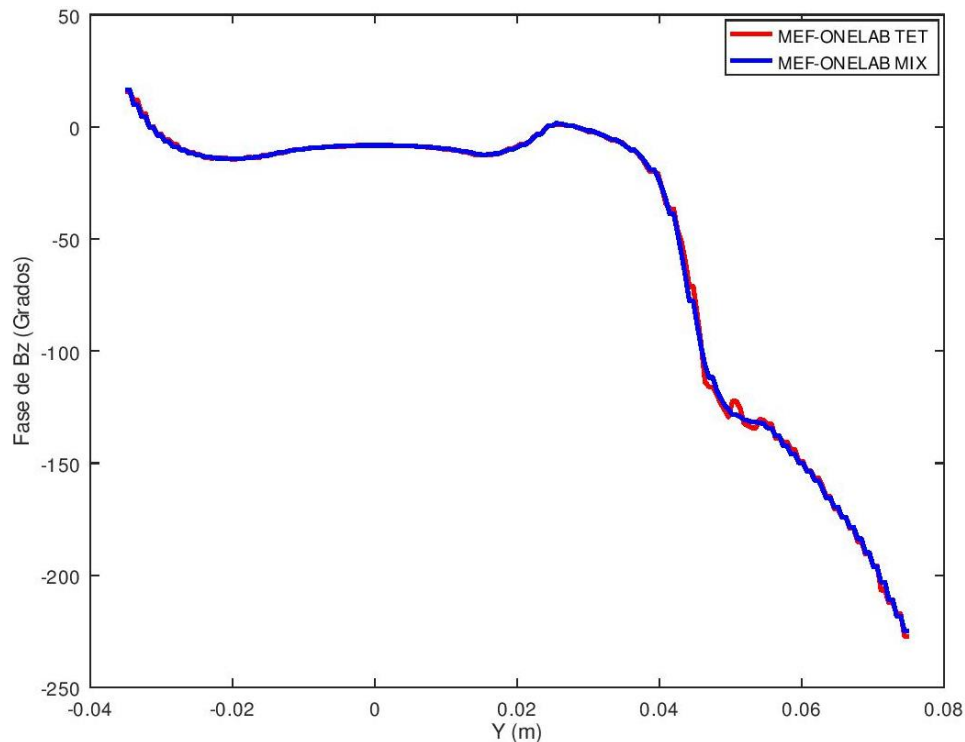


Figura 4.8. Fase de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso II a 50 Hz.

4.1.3 Resultados de la simulación del modelo de validación TEAM 3 para una frecuencia de 200 Hz

En las Figuras 4.9 y 4.10 se presenta la densidad de corriente inducida en la placa. Estos gráficos fueron obtenidos por el software ONELAB. Con los datos presentados es posible realizar un análisis comparativo del comportamiento magnético para cada caso. Además, se observan los puntos donde se presenta la mayor densidad de corriente.

En las Figuras 4.11-4.14 se muestra la magnitud y la fase de la densidad de flujo magnético obtenidas del modelo TEAM 3, para ambos casos. Estos resultados fueron comparados con la literatura eléctrica, demostrando la confiabilidad de la implementación realizada. También se demuestra la tendencia de las gráficas al usar elementos tetraédricos y elementos mixtos.

En las Tablas 4.4 y 4.5 se despliegan algunos parámetros obtenidos en la solución de este modelo, para ambos casos, es posible apreciar que el tiempo de solución disminuye en relación a la cantidad de elementos desconocidos.

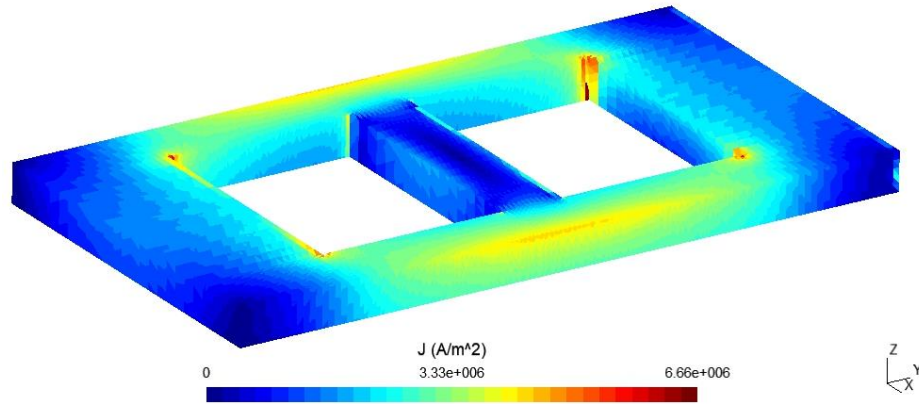


Figura 4.9. Densidad de corriente inducida en la placa del caso I a 200 Hz.

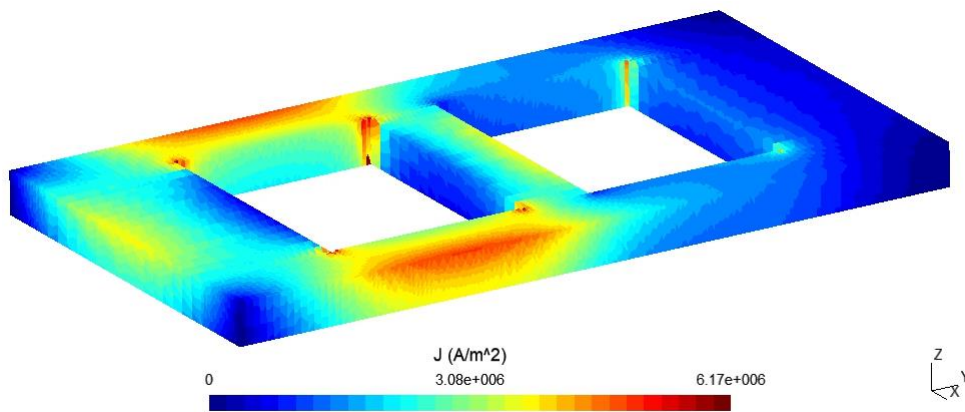


Figura 4.10. Densidad de corriente inducida en la placa del caso II a 200 Hz.

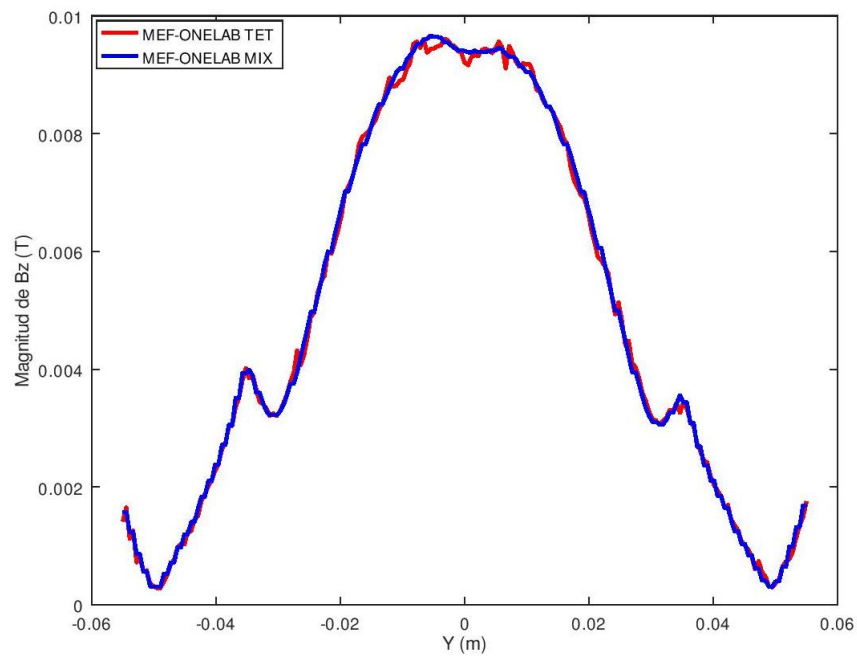


Figura 4.11. Magnitud de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso I a 200 Hz.

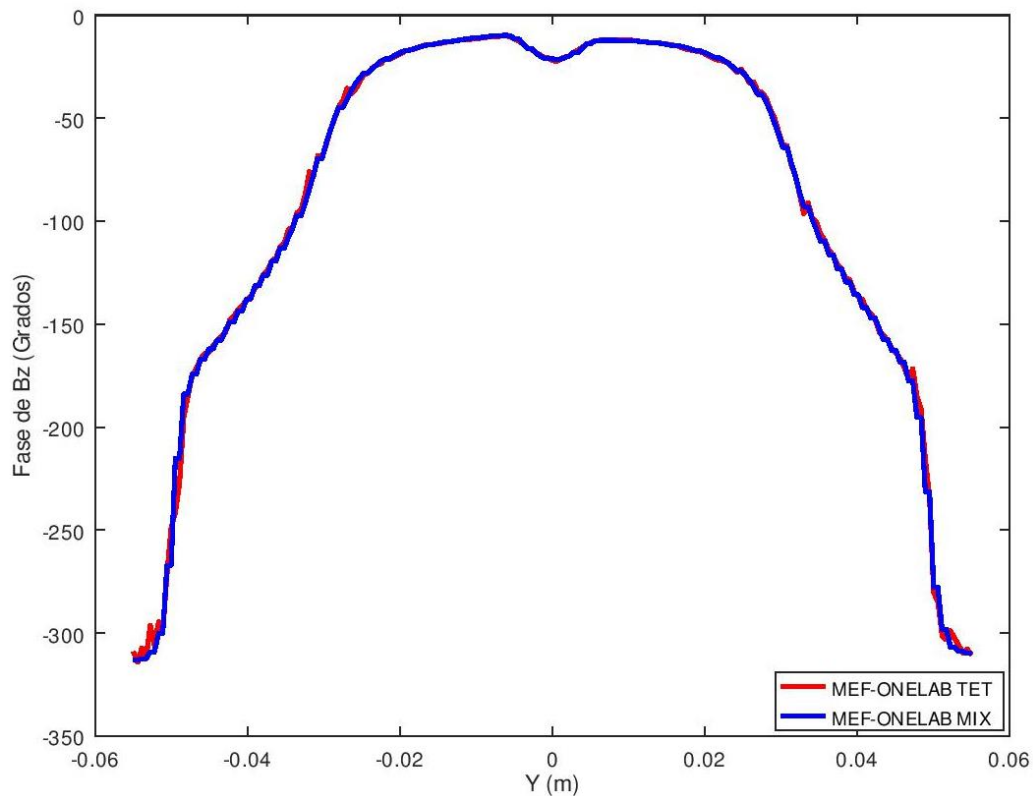


Figura 4.12. Fase de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso I a 200 Hz

Tabla 4.4. Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 3 del caso I a 200 Hz.

Tipos de elementos	No. de elementos desconocidos (arista y nodales)	No. de elementos de malla	Tiempo de solución (s)
Tetraedros	605,627	465,023	3,300.15
Mixtos	680,698	389,486	3,580.03

Tabla 4.5. Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 3 del caso II a 200 Hz.

Tipos de elementos	No. de elementos desconocidos (arista y nodales)	No. de elementos de malla	Tiempo de solución (s)
Tetraedros	469,509	360,606	1,075.49
Mixtos	688,294	389,486	3,636.24

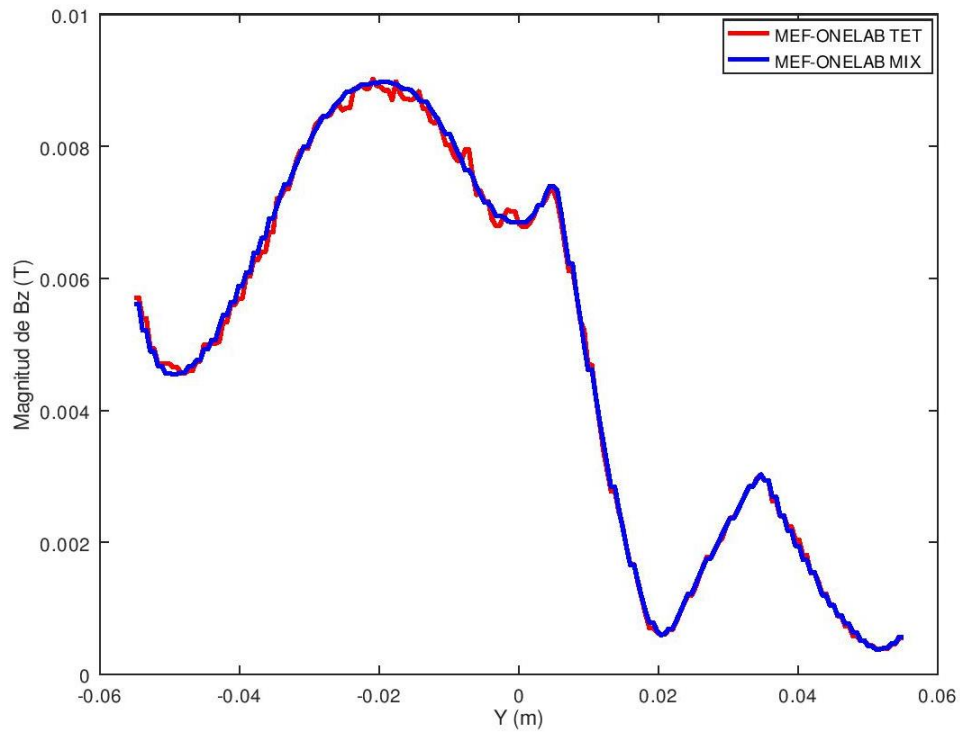


Figura 4.13. Magnitud de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso II a 200 Hz.

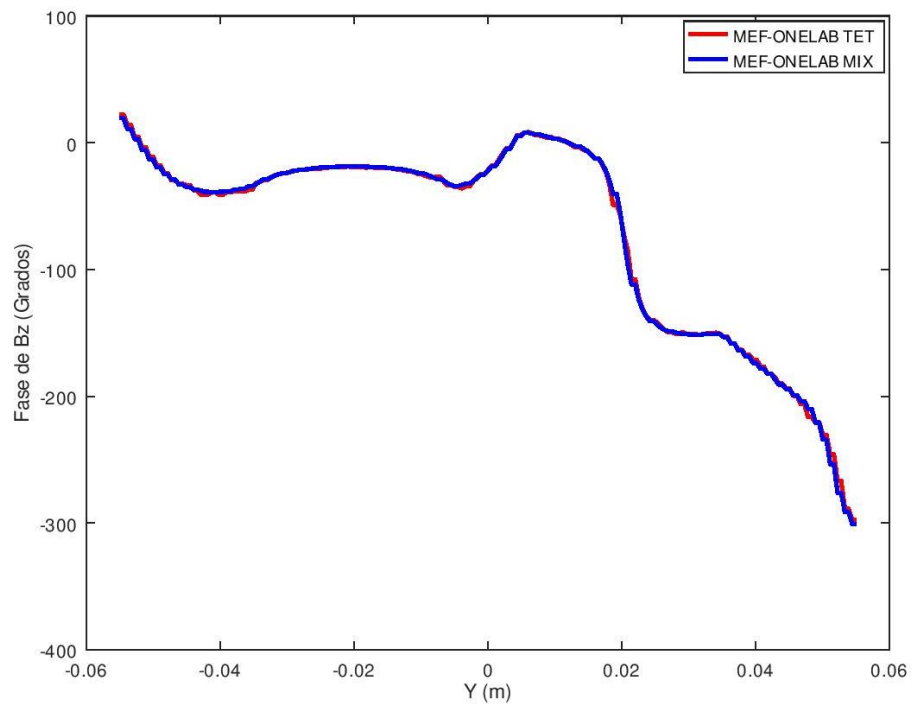


Figura 4.14. Fase de la componente en el eje y de la densidad de flujo magnético del caso II para 200 Hz.

4.2 Modelo electromagnético internacional de validación TEAM 7

Este modelo consiste en una placa de aluminio con un hueco sobre la cual se induce un campo electromagnético, generado por una bobina excitada con una fuente de corriente sinusoidal de baja frecuencia [47]. En el apéndice C se muestra el modelo geométrico del modelo de validación TEAM 7. En este modelo se analiza la densidad de flujo magnético y la densidad de corriente inducida en la placa sobre las líneas indicadas en el modelo geométrico del apéndice, antes mencionado. Las propiedades físicas del modelo se presentan en la Tabla 4.6.

El modelo se simuló de dos maneras: en la primera simulación se utilizó la malla con elementos tetraédricos y en la segunda simulación se utilizó la malla con elementos mixtos (tetraedros, hexaedros y pirámides), en ambos casos de primer orden. Para el desarrollo de las mallas, en primer lugar, se desarrolló la malla de elementos tetraédricos usando herramientas de Gmsh y posteriormente, mediante el uso de herramientas de recombinación se creó la malla con elementos hexaédricos en las regiones de placa, bobina y en una sección de la región de aire (en la parte superior de la placa).

4.2.1 Resultados de la simulación del modelo de validación TEAM 7 para una frecuencia de 50 Hz

En la Tabla 4.7 se despliegan algunos parámetros de solución de este modelo. En esta Tabla se puede visualizar la disminución del tiempo de solución y del número de elementos desconocidos con el uso de elementos mixtos.

En la Figura 4.15 se presenta la malla de elementos finitos del modelo TEAM 7. Se aprecian las regiones de bobina y placa, desarrolladas con el uso del software Gmsh.

En la Figura 4.16 se muestra la distribución de la parte real de la densidad de corriente inducida es nula (componente del eje y). En esta figura se puede visualizar la ubicación donde la densidad de corriente es nula. Además, se pueden apreciar los puntos donde se presenta la mayor densidad de corriente inducida.

En las Figuras 4.17-4.20 se presentan los resultados obtenidos del modelo usando una frecuencia de 50 Hz. Estos resultados fueron comparados con diversos trabajos, recopilados de la literatura [52], [53]-[55], demostrando la confiabilidad de la implementación realizada. También se puede apreciar que con el uso de elementos mixtos se disminuye la discrepancia entre los datos experimentales y los resultados obtenidos de la densidad de corriente inducida.

Cabe mencionar que en la Figura 4.19 los datos de mediciones no coinciden con los demás. Por lo tanto, se concluye que estos datos son erróneos. Los datos presentados en cada gráfico se localizan en [56]. Las líneas de color azul y de color rojo representan los datos obtenidos mediante el uso de elementos mixtos y de elementos tetraédricos, respectivamente. Posteriormente, estos resultados se despliegan de forma gráfica usando el software libre Octave [57].

Tabla 4.6. Parámetros físicos del modelo de validación TEAM 7.

Parámetro	Valor
Conductividad de la placa (S/m)	3.5×10^7
Conductividad de la bobina (S/m)	5.8×10^7
Fuerza magnetomotriz en la bobina (Ampere Vueltas)	2742
Permeabilidad relativa (aire, placa y bobina)	1
Frecuencia (Hz)	50 y 200

Tabla 4.7. Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 7 a 50 Hz.

Tipos de elementos	No. de elementos desconocidos (arista y nodales)	No. de elementos de malla	Tiempo de solución (s)
Tetraedros	656,616	640,821	2,173.32
Mixtos	456,600	305,961	1,002.26

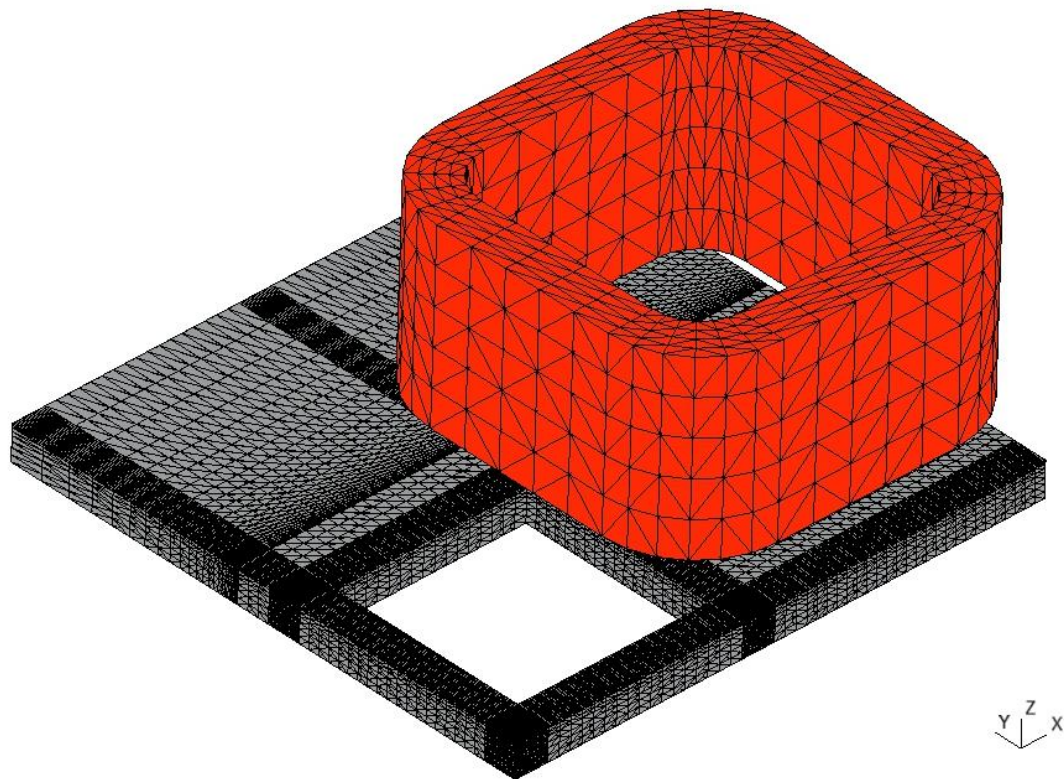


Figura 4.15. Malla del modelo de validación TEAM 7 (se omite la región de aire).

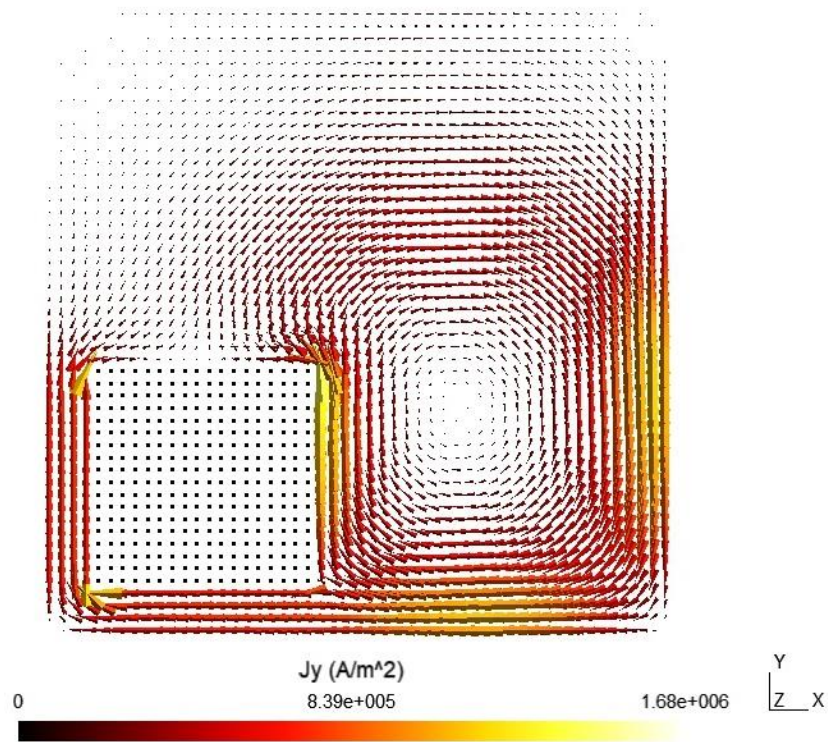


Figura 4.16. Parte real de la distribución de la componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la placa a 50 Hz.

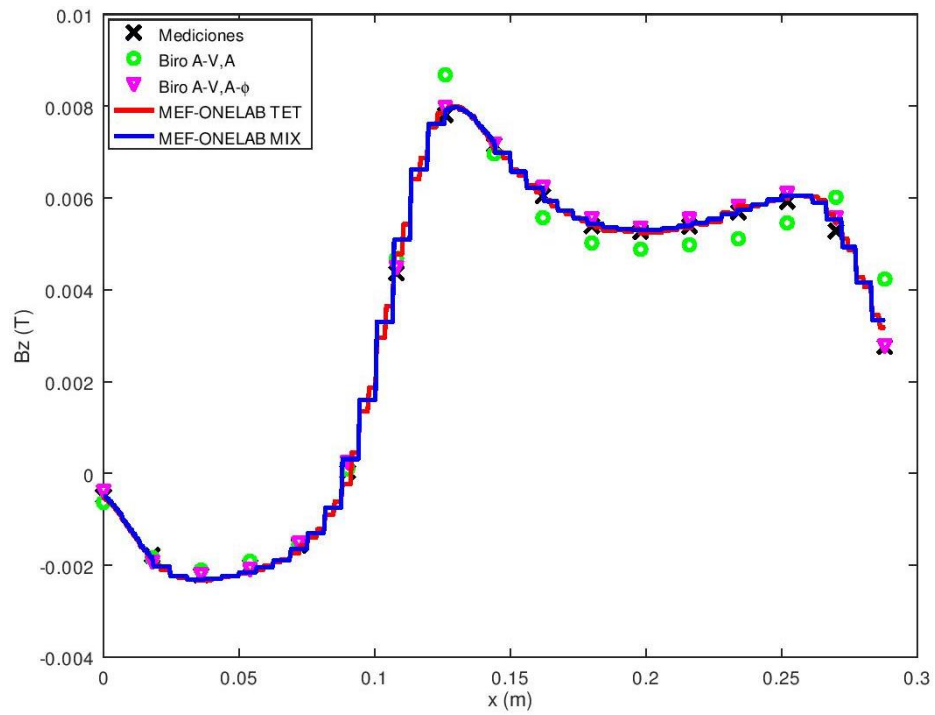


Figura 4.17. Componente en el eje z de la densidad de flujo magnético en la línea A1-B1 para 50 Hz.

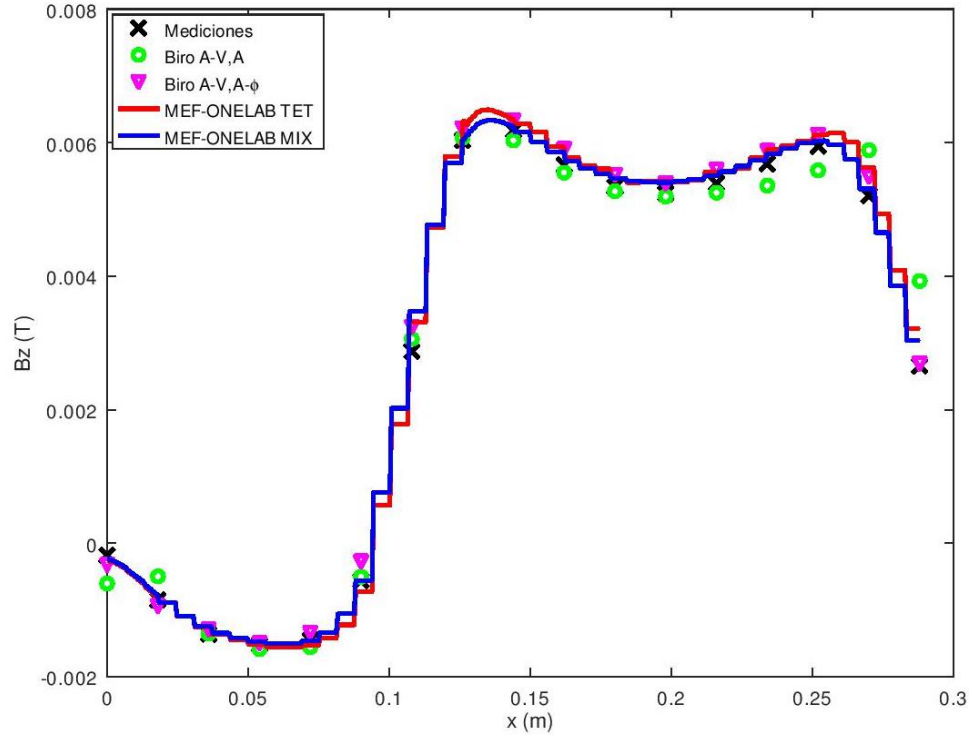


Figura 4.18. Componente en el eje z de la densidad de flujo magnético en la línea A2-B2 para 50 Hz.

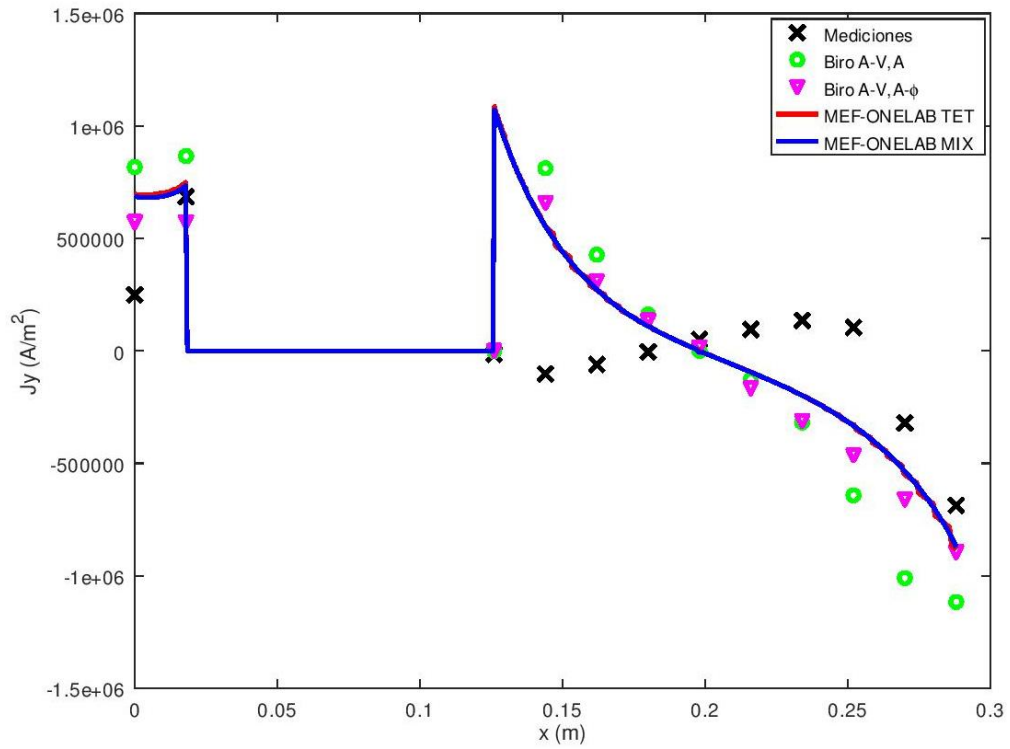


Figura 4.19. Componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la línea A3-B3 para 50 Hz.

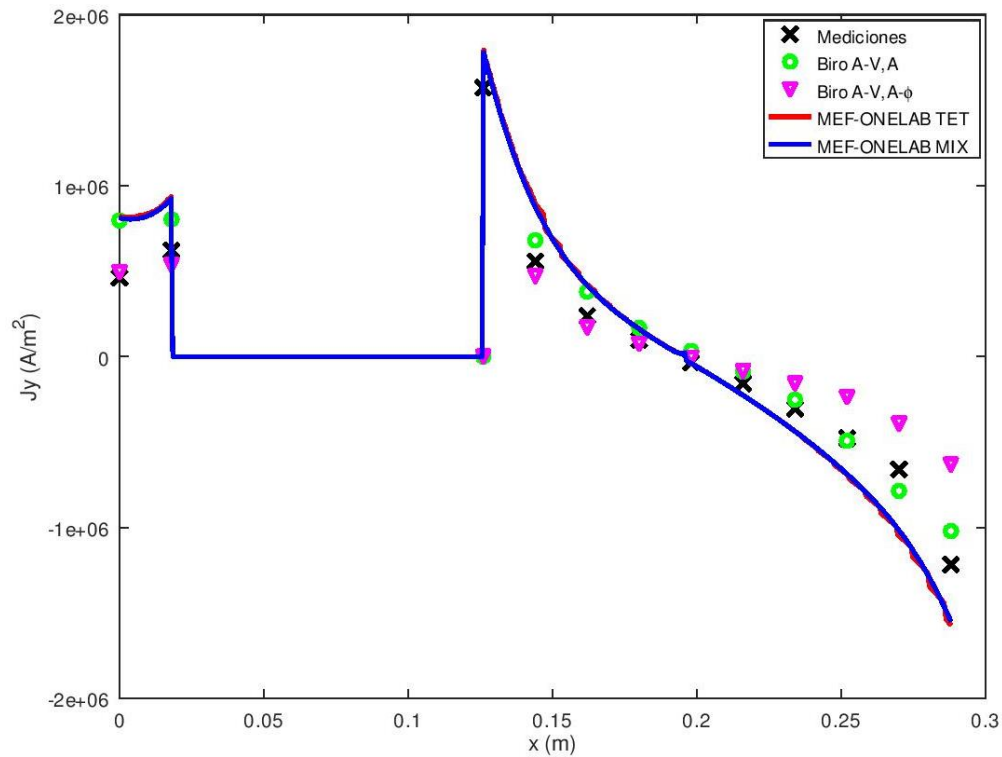


Figura 4.20. Componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la línea A4-B4 para 50 Hz.

4.2.2 Resultados de la simulación del modelo de validación TEAM 7 para una frecuencia de 200 Hz

En la Figura 4.21 se muestra la distribución de la parte real de la densidad de corriente inducida en la placa (componente del eje y) usando elementos tetraédricos de primer orden. Se puede visualizar la ubicación donde la densidad de corriente es nula. Además, se pueden apreciar los puntos donde se presenta la mayor densidad de corriente inducida.

En las Figuras 4.22- 4.25 se presentan los resultados obtenidos del modelo, usando una frecuencia de 200 Hz. Estos resultados fueron comparados con diversos trabajos, recopilados de la literatura, demostrando la confiabilidad de la implementación realizada. También se puede apreciar que con el uso de elementos mixtos se disminuye la discrepancia entre los datos experimentales y los resultados obtenidos de la densidad de corriente inducida.

En la Tabla 4.8. se despliegan algunos parámetros de solución de este modelo, se muestra que, con el uso de elementos mixtos, existe una reducción en el tiempo de solución.

Tabla 4.8. Tabla comparativa de parámetros de solución del modelo TEAM 7 a 200 Hz.

Tipos de elementos	No. de elementos desconocidos (arista y nodales)	No. de elementos de malla	Tiempo de solución (s)
Tetraedros	656,970	603,353	2,145.07
Mixtos	456,600	305,961	997.56

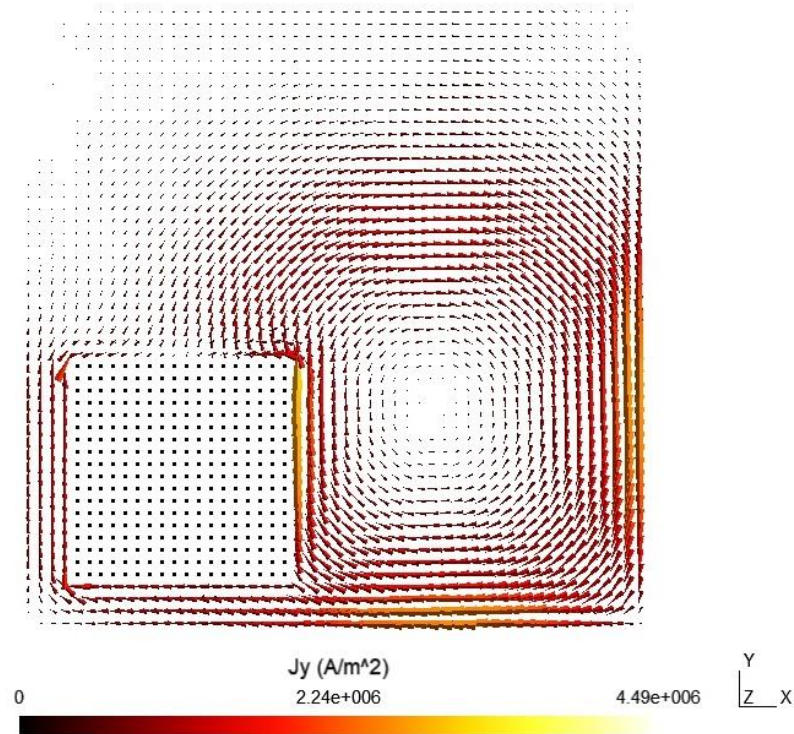


Figura 4.21. Parte real de la distribución de la componente en el eje y y de la densidad de corriente inducida en la placa a 200 Hz.

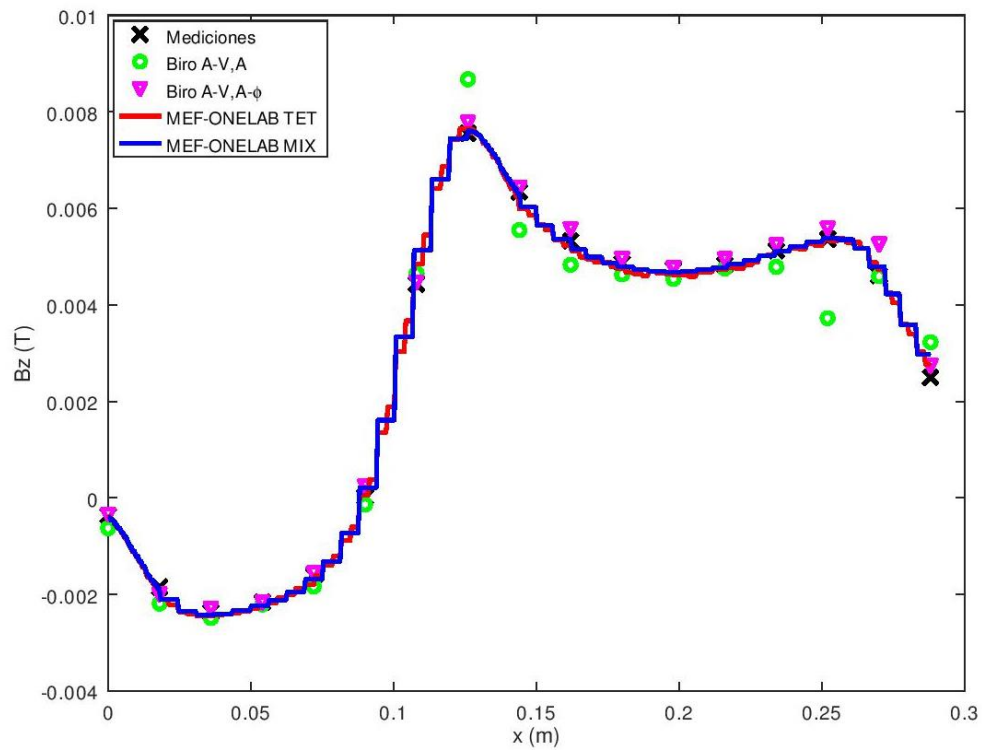


Figura 4.22. Componente en el eje z de la densidad de flujo magnético en la línea A1-B1 para 200 Hz.

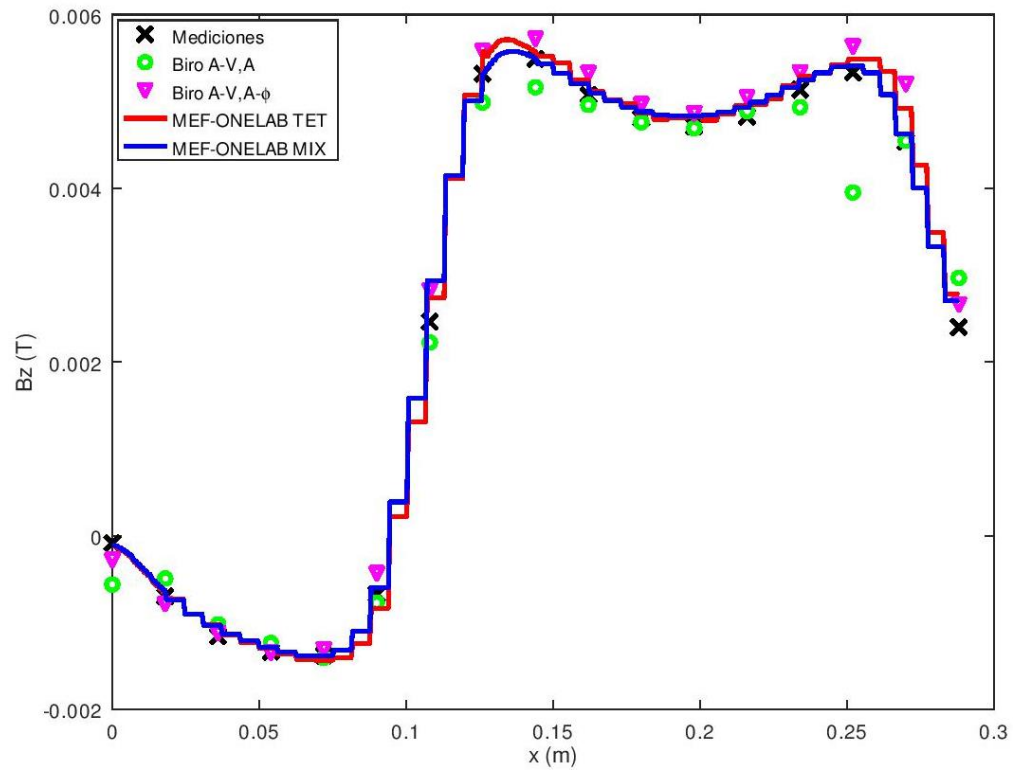


Figura 4.23. Componente en el eje z de la densidad de flujo magnético en la línea A2-B2 para 200 Hz.

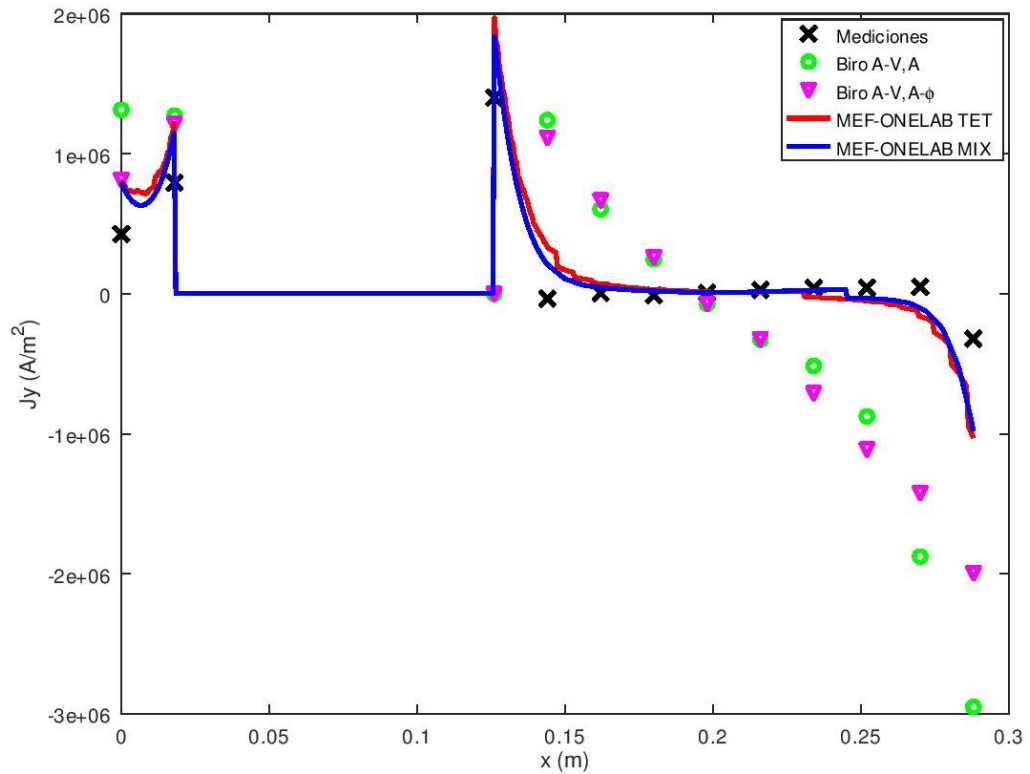


Figura 4.24. Componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la línea A3-B3 para 200 Hz.

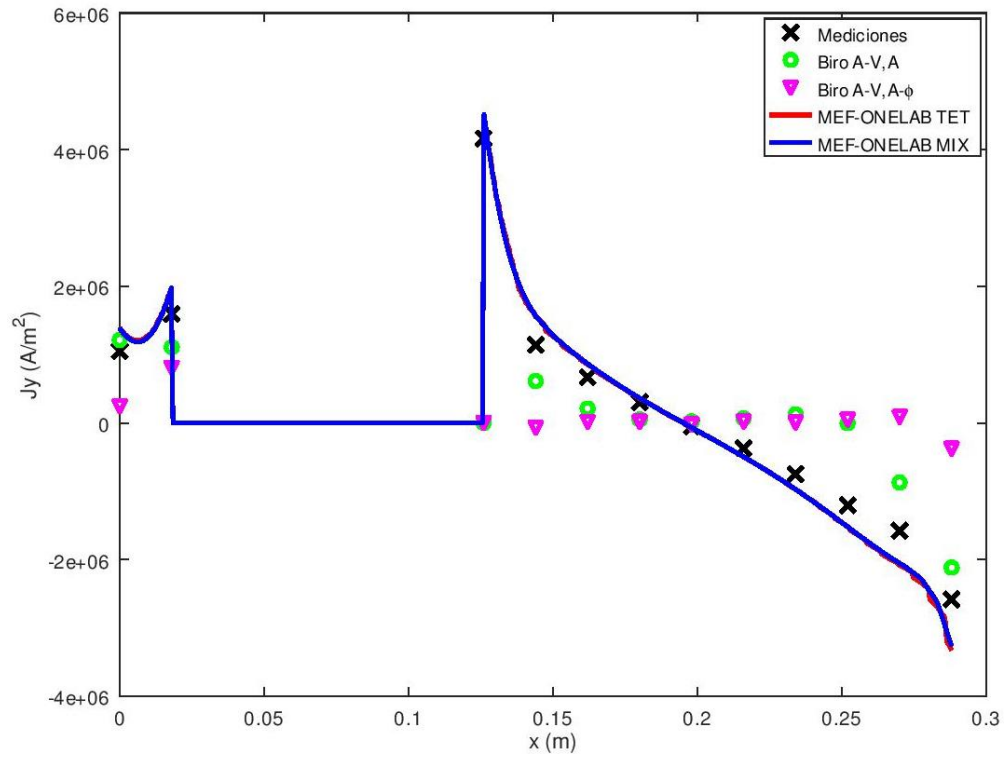


Figura 4.25. Componente en el eje y de la densidad de corriente inducida en la línea A4-B4 para 200 Hz.

En el apéndice E se presentan las tablas de los datos del modelo de validación TEAM 7 y los resultados obtenidos por el software ONELAB.

4.3 Modelo magnetodinámico lineal de un transformador monofásico en 3D

El modelo a desarrollar en esta tesis es un transformador monofásico acorazado, construido en la Carrera de Ingeniería Eléctrica, por alumnos de servicio social en conjunto del director de tesis. En la Figura 4.26 se presenta el transformador bajo estudio.

Este transformador está construido por laminaciones de un material ferromagnético, las cuales fueron obtenidas del desensamblado de otro transformador. Estas laminaciones se sujetan por cuatro tornillos de acero. En la Tabla 4.9 se muestran los parámetros físicos del modelo. Cabe especificar que la permeabilidad magnética relativa fue supuesta.

En la construcción de los devanados del transformador se utilizó un alambre magneto calibre 18 AWG, creando una relación de 2:1. En el apéndice D se presenta el modelo geométrico del transformador bajo estudio. Además, se muestran las líneas donde se obtiene la densidad de flujo magnético. Este modelo fue desarrollado en Gmsh, obteniendo los resultados presentados en la siguiente subsección.



Figura 4.26. Transformador monofásico bajo estudio.

Tabla 4.9. Parámetros físicos del transformador bajo estudio.

Parámetro	Magnitud
Número de vueltas en el primario	321
Número de vueltas en el secundario	162
Fuerza magnetomotriz en el devanado primario (Ampere Vueltas)	161.463
Fuerza magnetomotriz en el devanado secundario (Ampere Vueltas)	162
Frecuencia (Hz)	60
Permeabilidad magnética relativa	8,300

4.3.1 Resultados de la simulación del modelo magnetodinámico del transformador

En la Figura 4.27 se presenta la malla del modelo del transformador bajo estudio. Se puede observar que la región a analizar (núcleo) se encuentra más discretizada que la región de los devanados. Para la generación de la malla de este modelo se utilizaron elementos tetraédricos de primer orden. En esta malla también se incluyen los huecos de los tornillos de sujeción.

En la Figura 4.28 se presenta la distribución de la densidad de flujo magnético en el núcleo del transformador. Es posible visualizar que en la mayor parte del núcleo, la densidad de flujo magnético está por debajo de 0.06 Teslas. Además, se observa que en las esquinas de las ventanas del núcleo se presenta la mayor magnitud de densidad de flujo magnético, la cual es aproximadamente 0.1 Teslas. Comúnmente, estos puntos presentan valores críticos, los cuales pueden generar puntos calientes.

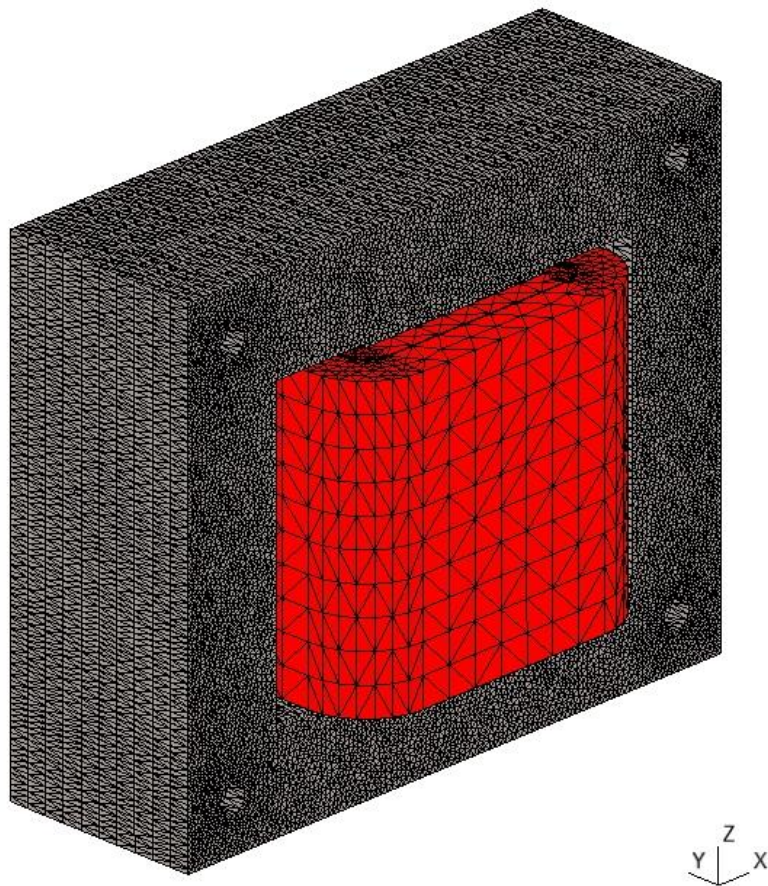


Figura 4.27. Malla del modelo del transformador bajo estudio (se omite la región de aire).

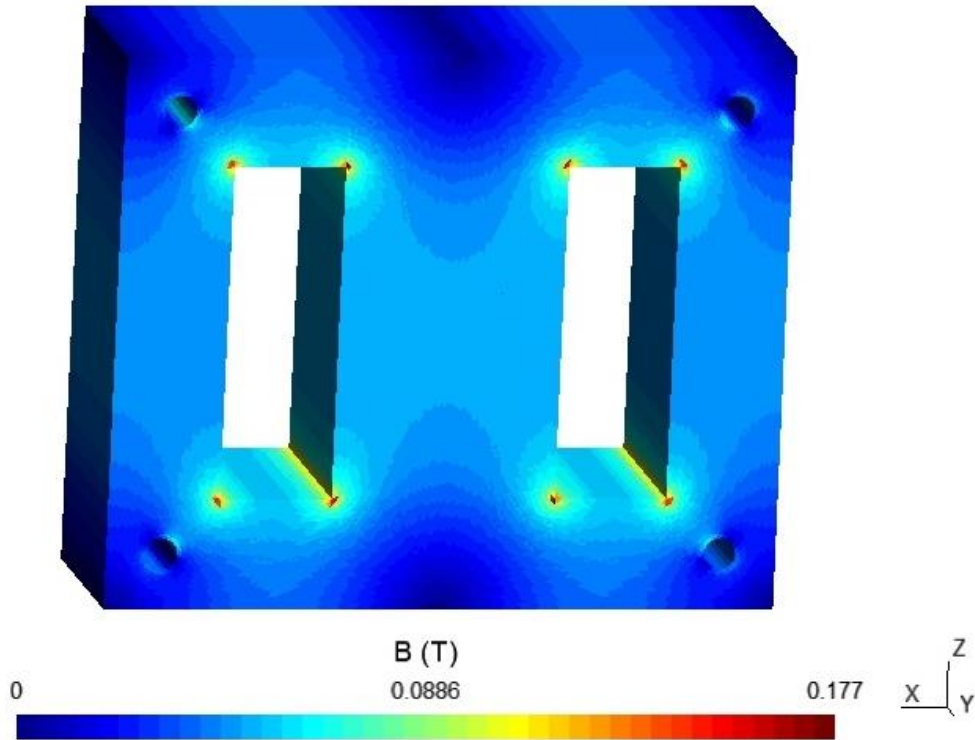


Figura 4.28. Densidad de flujo magnético en el núcleo del modelo del transformador bajo estudio.

En las Figura 4.29 se presenta la densidad de flujo magnético obtenida a lo largo del centro del núcleo del transformador.

En la Figura 4.30 se muestra la densidad de flujo magnético obtenida a lo largo de los bordes superiores de las ventanas del núcleo. Se puede apreciar que la mayor concentración de la densidad de flujo magnético se encuentra las esquinas de las ventanas.

En la Figura 4.31 se visualiza la densidad de flujo magnético obtenida a lo largo de los centros de los huecos de los tornillos superiores. En esta región se observa la menor magnitud de densidad de flujo magnético.

En la Tabla 4.10 se presentan algunos parámetros de solución del modelo del transformador, proporcionados por el software ONELAB.

Tabla 4.10. Parámetros de solución del modelo del transformador bajo estudio.

Parámetro	Magnitud
Número de elementos desconocidos (elementos de arista y elementos nodales)	697,791
Tiempo de solución (s)	760.36
Número de tetraedros de la malla	695,994

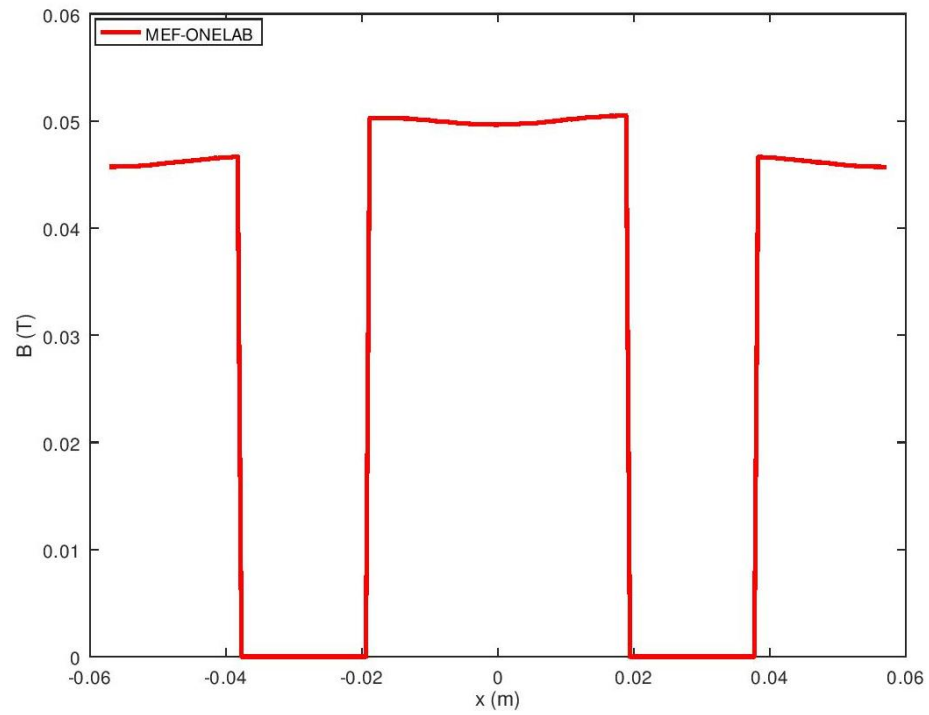


Figura 4.29. Densidad de flujo magnético sobre la línea A1-B1.

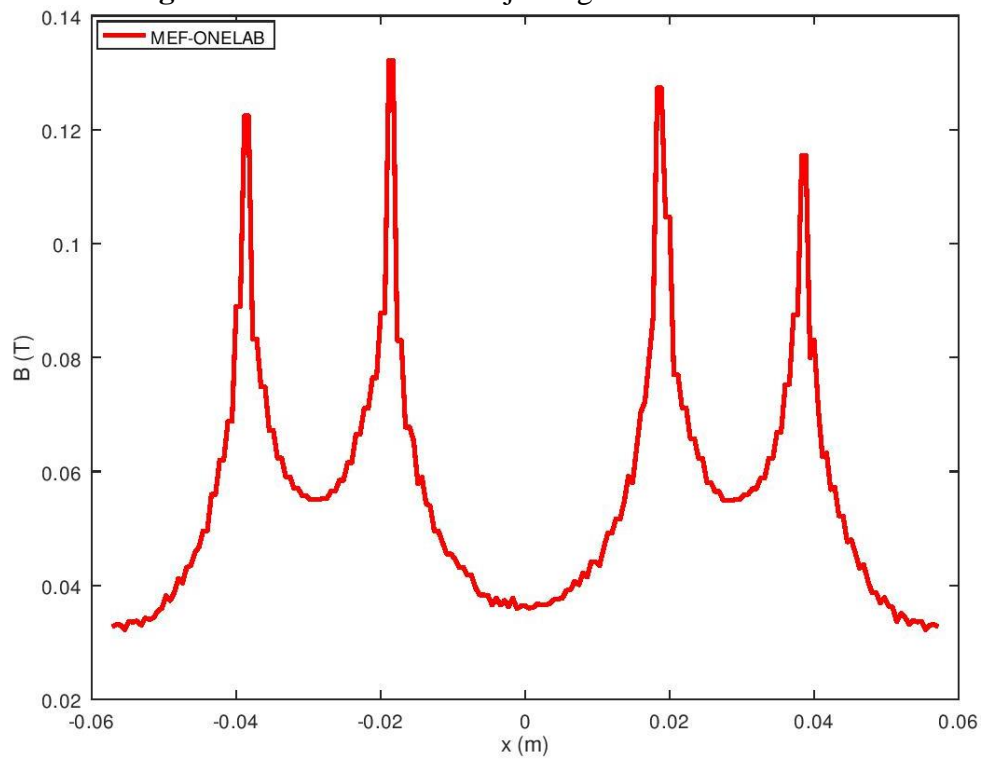


Figura 4.30. Densidad de flujo magnético sobre la línea A2-B2.

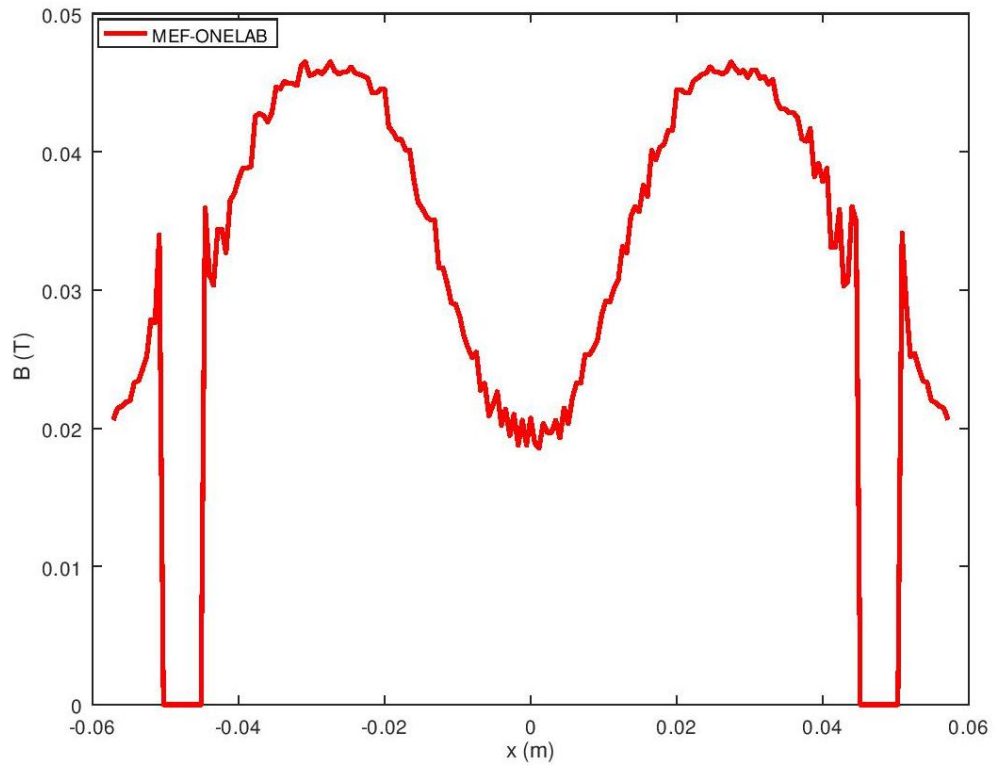


Figura 4.31. Densidad de flujo magnético sobre la línea A3-B3.

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajo Futuro

5.1 Conclusiones

Como parte final de esta tesis se han obtenido diversas conclusiones, las cuales se presentan a continuación.

Con el desarrollo de los modelos electromagnéticos presentados en esta tesis se ha observado que a partir de una cantidad aproximada de 450,000 elementos tetraédricos desconocidos se pueden obtener resultados confiables. Además, usando elementos mixtos se obtienen resultados favorables, con una menor discrepancia.

Tanto en el apéndice E como en los gráficos presentados en el capítulo 4 se puede apreciar que la mayor parte de los resultados obtenidos en esta tesis, tienen una aproximación con respecto a las referencias consideradas. En las referencias presentadas en el apéndice E, los autores usaron una cantidad pequeña de elementos de segundo orden tanto tetraédricos como hexaédricos. Cabe mencionar que en la época en que se desarrolló el modelo de validación TEAM 7, el recurso computacional era de capacidades muy inferiores a las existentes en la actualidad. Por esta razón, los resultados obtenidos con las simulaciones de primer orden con ONELAB presentan una mayor aproximación con respecto a las mediciones físicas del modelo. De esta manera se demuestra que el software ONELAB es confiable para el desarrollo de modelos electromagnéticos en estado estable.

Para la elaboración de mallas en tres dimensiones se pueden utilizar herramientas del software Gmsh, las cuales permitan que las aristas se distribuyan de una manera determinada por el usuario (izquierda o derecha). A su vez, se observó que mediante el uso de mallas estructuradas se puede obtener una mayor estabilidad en los resultados finales. Esto es posible de observar en los resultados de los modelos de validación presentados.

El uso de elementos tetraédricos de primer orden en el modelo TEAM 7 provee resultados aceptables. Sin embargo, con el desarrollo de mallas de elementos mixtos de este modelo, los resultados presentan mayor precisión y tiempos de solución menores.

Para desarrollar simulaciones de modelos reales se requieren diversos parámetros físicos y geométricos del modelo a resolver. Por lo tanto, para el desarrollo de esta tesis fue necesaria la construcción del transformador para conocer sus datos técnicos de diseño tales como número de vueltas y relación de transformación, entre otros. Así también, para el modelado del transformador fue de vital importancia la realización de las pruebas eléctricas, presentadas a lo largo de esta tesis.

Aplicando la prueba de corto circuito al transformador bajo estudio se determinó que el transformador cumple con la relación de transformación adecuada.

Uno de los posibles motivos de error para que los datos no presenten gran exactitud es debido a que las regiones de los devanados se consideran como una capa sólida y no como regiones individuales de hilos conductores.

5.2 Trabajo futuro

Como trabajo a futuro existe la posibilidad de realizar etapas de optimización de diversos equipos eléctricos mediante el uso del modelo implementado en ONELAB, realizado en esta tesis.

También, existe la posibilidad de implementar nuevas formulaciones presentadas en la literatura eléctrica, con el fin de elevar el rendimiento de los recursos computacionales para la obtención de la solución. Cabe resaltar que la implementación de estas formulaciones presenta un grado elevado de complejidad para su desarrollo.

Se plantea la posibilidad de usar el software OpenCascade, el cual se encuentra incorporado en el software ONELAB, para desarrollar diversos modelos en tres dimensiones, con geometrías complejas, las cuales no son posibles de desarrollar con las herramientas usadas en el diseño de los modelos de esta tesis.

Existe la posibilidad de resolver los tres modelos presentados en el capítulo 4 usando elementos de segundo orden, con el fin de reducir la cantidad de elementos desconocidos y a su vez, elevar la confiabilidad de los resultados.

Algunos modelos presentados en el capítulo 4 tales como el TEAM 3 y el modelo del transformador bajo estudio también se pueden solucionar mediante la incorporación de condiciones de simetría. Con esto se puede utilizar un menor número de elementos, conservando a su vez, la confiabilidad de los resultados. De esta manera se pueden discretizar, de manera detenida, los modelos presentados en esta tesis usando el mismo equipo computacional.

Referencias

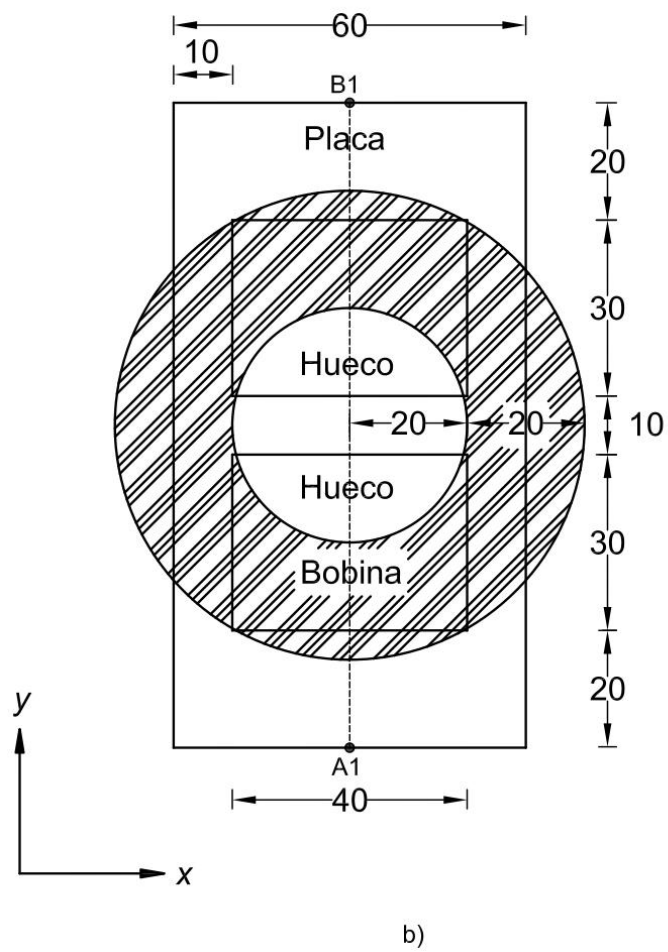
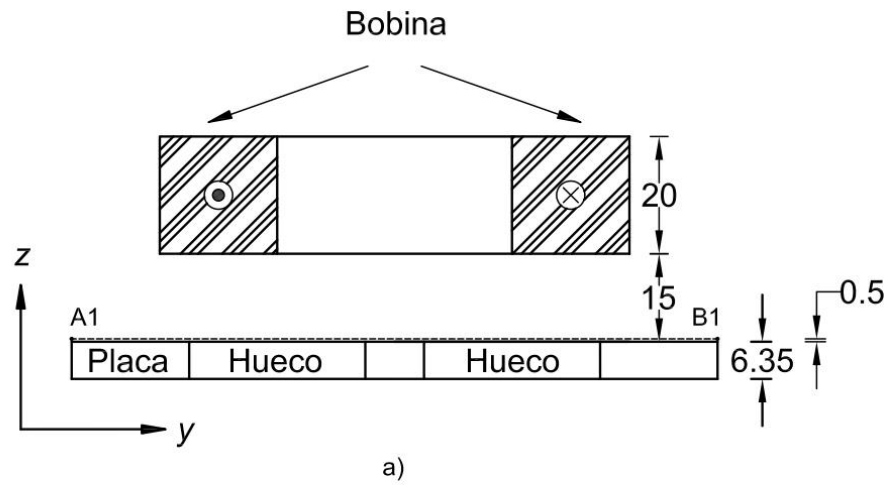
- [1] R. Courant, "Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations," *Bull. Am. Math. Soc.*, vol. 49, pp. 1–23, Jan. 1943.
- [2] L. C. Turner, M. J., Clough, R. W., Martin, H. C., Topp, "Stiffness and deflection analysis of complex structures," *J. Aeronaut. Sci.*, vol. 23, no. 9, pp. 805–823, Sep. 1956.
- [3] O. C. Zienkiewicz and Y. K. Cheung, "Finite elements in the solution of field problems," *The Engineer*, vol. 220, 1965.
- [4] "MSC Software." [Online]. Available: <http://www.mscsoftware.com/page/msc-software>.
- [5] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, *The Finite Element Method: The Basis*, Butterworth., vol. 1, Oxford, 2000.
- [6] S. Ahmed, "Finite-element method for waveguide problems," *Electron. Lett.*, vol. 4, no. 18, pp. 387–389, 1968.
- [7] J. P. Webb, "Application of the finite-element method to electromagnetic and electrical topics," *Reports Prog. Phys.*, vol. 58, no. 12, pp. 1673–1712, Dec. 1995.
- [8] P. Silvester, "High-order polynomial triangular finite elements for potential problems," *Int. J. Eng. Sci.*, vol. 7, no. 8, pp. 849–861, Aug. 1969.
- [9] P. P. Silvester, "Finite-element solution of homogeneous waveguide problems," *Alta Freq.*, vol. 38, pp. 313–317, 1969.
- [10] "ANSYS." [Online]. Available: <https://www.ansys.com/about-ansys>.
- [11] "The COMSOL Group - The Origin of Multiphysics Software." [Online]. Available: <https://www.comsol.com/company>.
- [12] J.-C. Sabonnadiere and A. Konrad, "Engineering software-computing EM fields," *IEEE Spectr.*, vol. 29, no. 11, pp. 52–56, 1992.
- [13] "SALOME, the Open Source Integration Platform for Numerical Simulation." [Online]. Available: <http://www.salome-platform.org/>.
- [14] "Elmer, Open Source Finite Element Software for Multiphysical Problems." [Online]. Available: <http://www.elmerfem.org/>.
- [15] P. Bonneel, J. Le Besnerais, R. Pile, and E. Devillers, "Pyleecan: An open-source Python object-oriented software for the multiphysic design optimization of electrical machines," in *2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, 2018, pp. 948–954.
- [16] C. Geuzaine, R. Sabariego, C. Geuzaine, and E. Marchandise, "Open Numerical Engineering LABoratory," *11e Colloq. Natl. en Calc. des Struct.*, 2013.
- [17] D. A. Shchuchkin, A. S. Khoroshev, and A. V Pavlenko, "Application of GMSH + GetDP software suite for calculation of non-stationary electromagnetic fields of electrical devices," in *2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM)*, no. 16, pp. 1–4, 2017.
- [18] J. M. Díaz-Chacón, C. Amaro Hernández, V. Mata Brauer, A. Navarro Valle, R. B. B. Ovando-Martínez, and A. A. Adeniyi, "Development of a didactic set of 3D-FEM magnetostatic simulations by using a free software," in *2017 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*, pp. 1–6, 2017.
- [19] J. M. Díaz Chacón, V. Mata Brauer, C. Amaro Hernández, and A. Navarro Valle, "Desarrollo de simulaciones electromagnéticas con fines didácticos usando un

- software libre de Elementos Finitos 2D,” in *Ciencia, Ingeniería y Desarrollo Tec Lerdo*, 2016.
- [20] J. M. Díaz Chacón, V. Mata Brauer, C. Amaro Hernández, A. Navarro Valle, and G. Cuevas Ochoa, “Aplicaciones didácticas basadas en el método del Elemento Finito en 2D empleadas para determinar las pérdidas parásitas en placas conductoras de configuraciones de buses,” in *Congreso Internacional de Investigación e Innovación 2018*, no. 1, pp. 7493–7504, 2018.
 - [21] J. Smajic, *How to Perform Electromagnetic Finite Element Analysis*. NAFEMS, 2016.
 - [22] R. Escarela-Perez, S. V. Kulkarni, and E. Melgoza, “Multi-port network and 3D finite-element models for accurate transformer calculations: single-phase load-loss test,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 78, no. 11, pp. 1941–1945, Nov. 2008.
 - [23] P. S. Georgilakis, *Spotlight on Modern Transformer Design*, Springer. Greece, 2009.
 - [24] A. Kameari, “Three-dimensional eddy current calculation using finite element method with A-V in conductor and omega in vacuum,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 24, no. 1, pp. 118–121, 1988.
 - [25] J. C. Olivares-Galvan, S. Magdaleno-Adame, E. Campero-Littlewood, R. Escarela-Perez, and P. S. Georgilakis, “Techno-economic evaluation of reduction of low-voltage bushings diameter in single-phase distribution transformers,” *Electr. Power Components Syst.*, vol. 39, no. 13, pp. 1388–1402, Aug. 2011.
 - [26] J. C. Olivares, R. Escarela-Perez, V. K. Lakhiani, J. Turowski, and S. V. Kulkarni, “Evaluation of eddy current losses in the cover plates of distribution transformers,” *IEE Proc. - Sci. Meas. Technol.*, vol. 151, no. 5, pp. 313–318, Sep. 2004.
 - [27] S. J. Chapman, *Electric Machinery Fundamentals*, McGraw-Hill. New York, 2012.
 - [28] B. S. Guru and H. R. Hiziroglu, *Electric Machinery and Transformers*, Hardback. New York, 2003.
 - [29] C. Alexander and M. Sadiku, *Fundamentals of Electric Circuits*, McGraw-Hil. 2004.
 - [30] N. Instruments, *LabVIEW Core 1 Manual de Curso*.
 - [31] N. Instruments and M. Shiralkar, *LabVIEW Graphical Programming Course*, Rice Unive. Houston, Texas, 2008.
 - [32] I. W. Kirkman and P. A. Buksh, “Data acquisition and control using National Instruments’ “LabVIEW” software,” *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 63, no. 1, pp. 869–872, Jan. 1992.
 - [33] R. Bitter, T. Mohiuddin, and M. Nawrocki, *Labview Advanced Programming Techniques*, Boca Raton. New York, 2007.
 - [34] N. Instruments, *LabVIEW Core 2 Manual de Curso*.
 - [35] Sheng Zhi-yu, “Realization of the motor data acquisition and analyzation system based on the producer/consumer model of LabVIEW,” in *2016 IEEE Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC)*, 2016, pp. 330–334.
 - [36] “What is a queue?” [Online]. Available: <https://knowledge.ni.com/KnowledgeArticleDetails?id=kA00Z000000P7OfSAK&l=es-MX>.
 - [37] R. H. King, *Introduction to Data Acquisition with LabVIEW*, 1st ed. McGraw-Hill 2008.
 - [38] J. P. Bastos and N. Sadowski, *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*, Marcel Dek., vol. 117. Brazil: CRC Press, 2003.
 - [39] J. P. A. Bastos and N. Sadowski, *Magnetic Materials and 3D Finite Element*

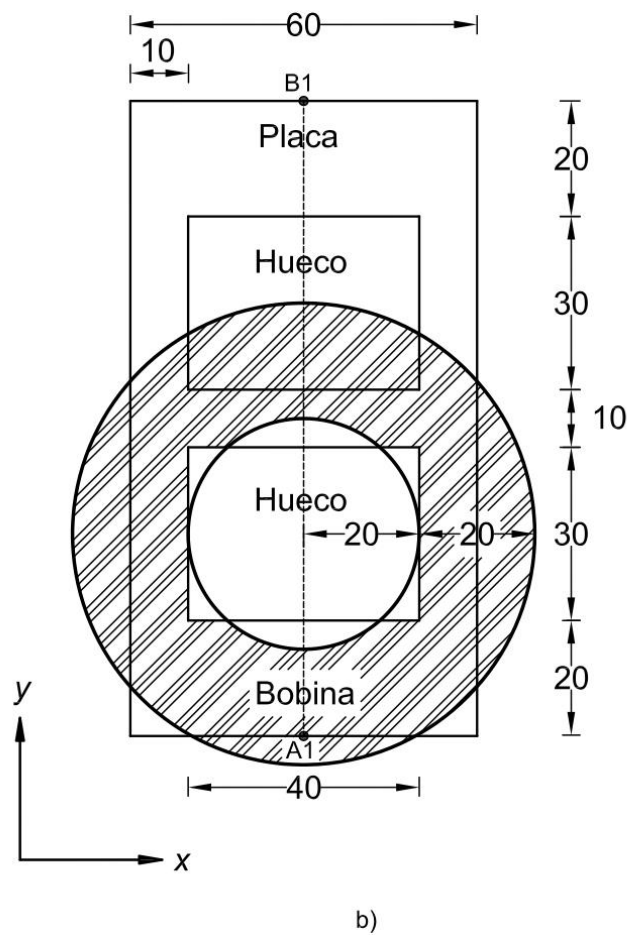
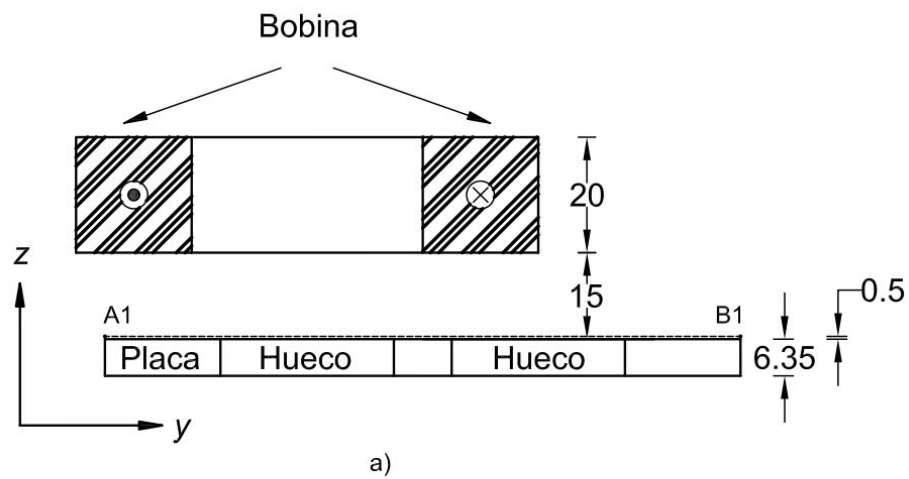
- Modeling*, Boca raton. New York, 2014.
- [40] M. V. K. Chari and S. J. Salon, *Numerical Methods in Electromagnetism*, Academic: Press, 2000.
 - [41] E. E. Kriezis, T. D. Tsiboukis, S. M. Panas, and J. A. Tegopoulos, "Eddy currents: theory and applications," *Proc. IEEE*, vol. 80, no. 10, pp. 1559–1589, 1992.
 - [42] O. Biro, K. Preis, W. Renhart, K. R. Richter, and G. Vrisk, "Performance of different vector potential formulations in solving multiply connected 3-D eddy current problems," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 26, no. 2, pp. 438–441, Mar. 1990.
 - [43] O. Biro, "Use of a two-component vector potential for 3-D eddy current calculations," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 24, no. 1, pp. 102–105, 1988.
 - [44] O. Biro and K. Preis, "On the use of the magnetic vector potential in the finite-element analysis of three-dimensional eddy currents," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 25, no. 4, pp. 3145–3159, Jul. 1989.
 - [45] C. Geuzaine and J.-F. Remacle, "Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 79, no. 11, pp. 1309–1331, Sep. 2009.
 - [46] P. Dular, C. Geuzaine, F. Henrotte, and W. Legros, "A general environment for the treatment of discrete problems and its application to the finite element method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 5, pp. 3395–3398, 1998.
 - [47] International Compumag Society, "TEAM problems." [Online]. Available: <https://www.compumag.org/wp/team/>.
 - [48] "TEAM workshop problem 3: Bath Plate with 2 holes." .
 - [49] D. Rodger, "Benchmark problem 3 (The Bath Plate)," *COMPEL - Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.*, vol. 7, no. 1/2, pp. 47–63, Jan. 1988.
 - [50] W. Renhart, H. Stogner, and K. Preis, "Calculation of 3D eddy current problems by finite element method using either an electric or a magnetic vector potential," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 24, no. 1, pp. 122–125, 1988.
 - [51] D. Rodger and J. F. Eastham, "Multiply connected regions in the A-phi three-dimensional eddy-current formulation," *IEE Proc. A Phys. Sci. Meas. Instrumentation, Manag. Educ. Rev.*, vol. 134, no. 1, pp. 58–66, 1987.
 - [52] Livermore Software Technology Corporation, "The T.E.A.M problems." [Online]. Available: http://www.lstc.com/applications/em/test_cases/team.
 - [53] H. Tsuboi, M. Tanaka, K. Ikeda, and K. Nishimura, "Computation results of the TEAM workshop problem 7 by finite element methods using tetrahedral and hexahedral elements," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 108, no. 2, pp. 237–240, Jan. 2001.
 - [54] G. Kovács and M. Kuczmán, "Solution of the TEAM workshop problem No. 7 by the finite element method," *Prz. Elektrotechniczny (Electrical Rev.)*, vol. 87, no. 3, pp. 99–102, 2011.
 - [55] Y. Zhao and W. N. Fu, "A novel Coulomb-gauged magnetic vector potential formulation for 3-D eddy-Current field analysis using edge elements," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 53, no. 6, pp. 1–4, Jun. 2017.
 - [56] O. Biro, K. Preis, W. Renhart, W. Rucker, and G. Vrisk, "Solutions to the TEAM workshop problems by the IGTE team," *Proc. Electromagn. Work. Meet. Ind. Appl. Eddy Curr. Codes*, pp. 57–74, 1988.
 - [57] J. W. Eaton, D. Bateman, S. Hauberg, R. Wehbring. (2019). GNU Octave version 5.1.0 manual: a high-level interactive language for numerical computations.

Available: <https://www.gnu.org/software/octave/doc/v5.1.0/>

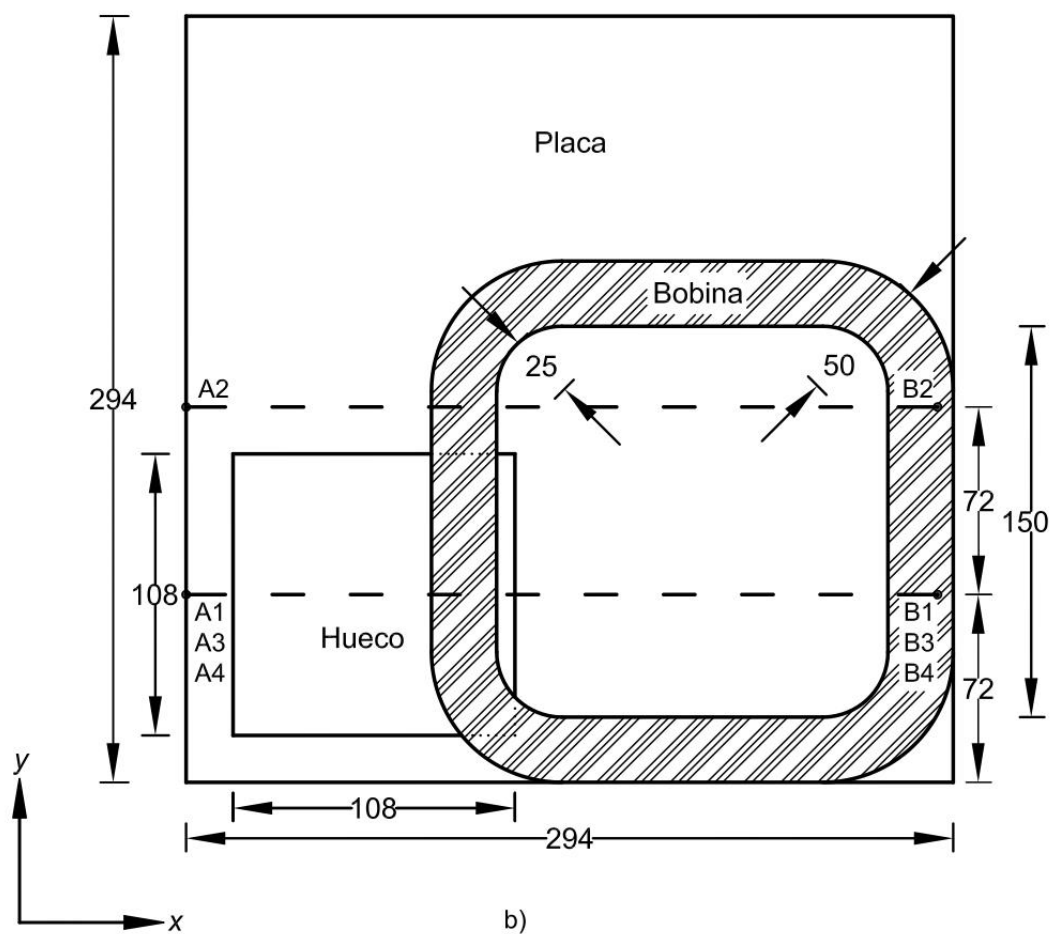
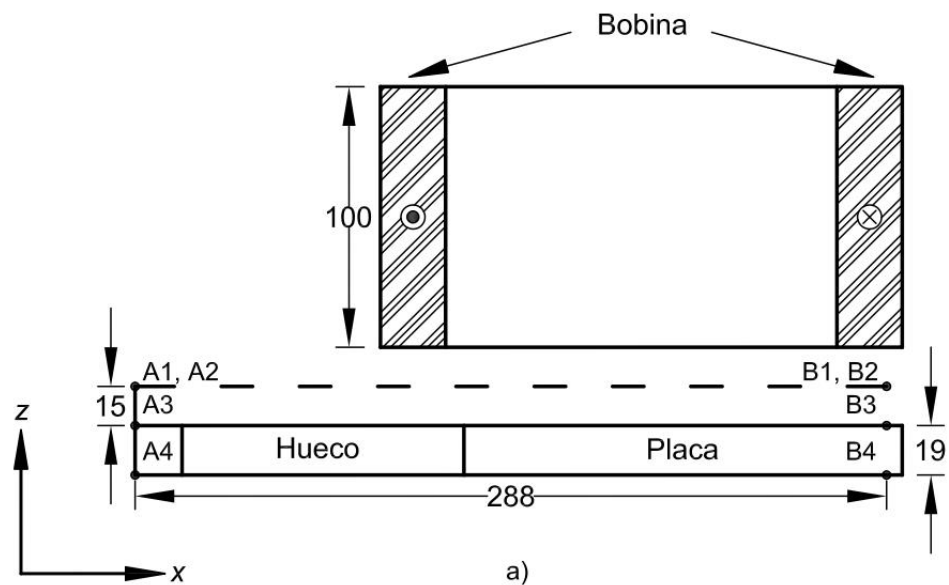
APÉNDICE A. Geometría del modelo de validación TEAM 3, caso I



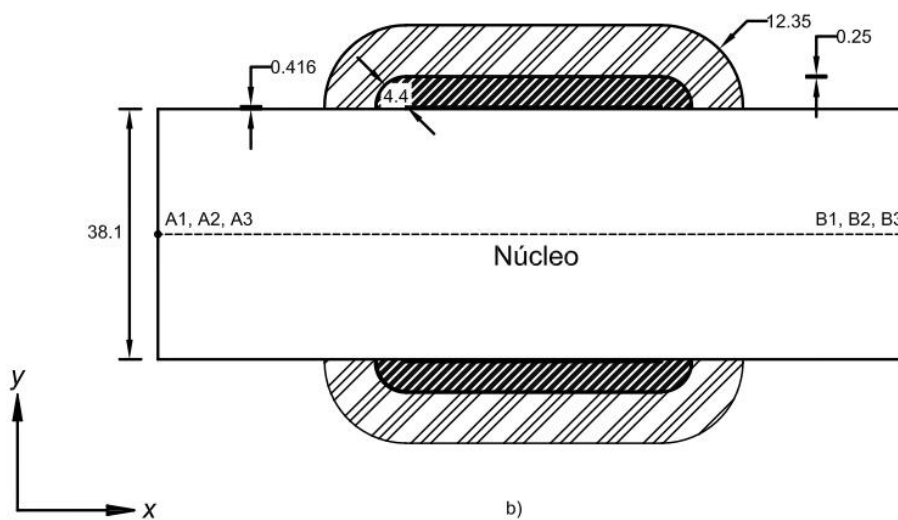
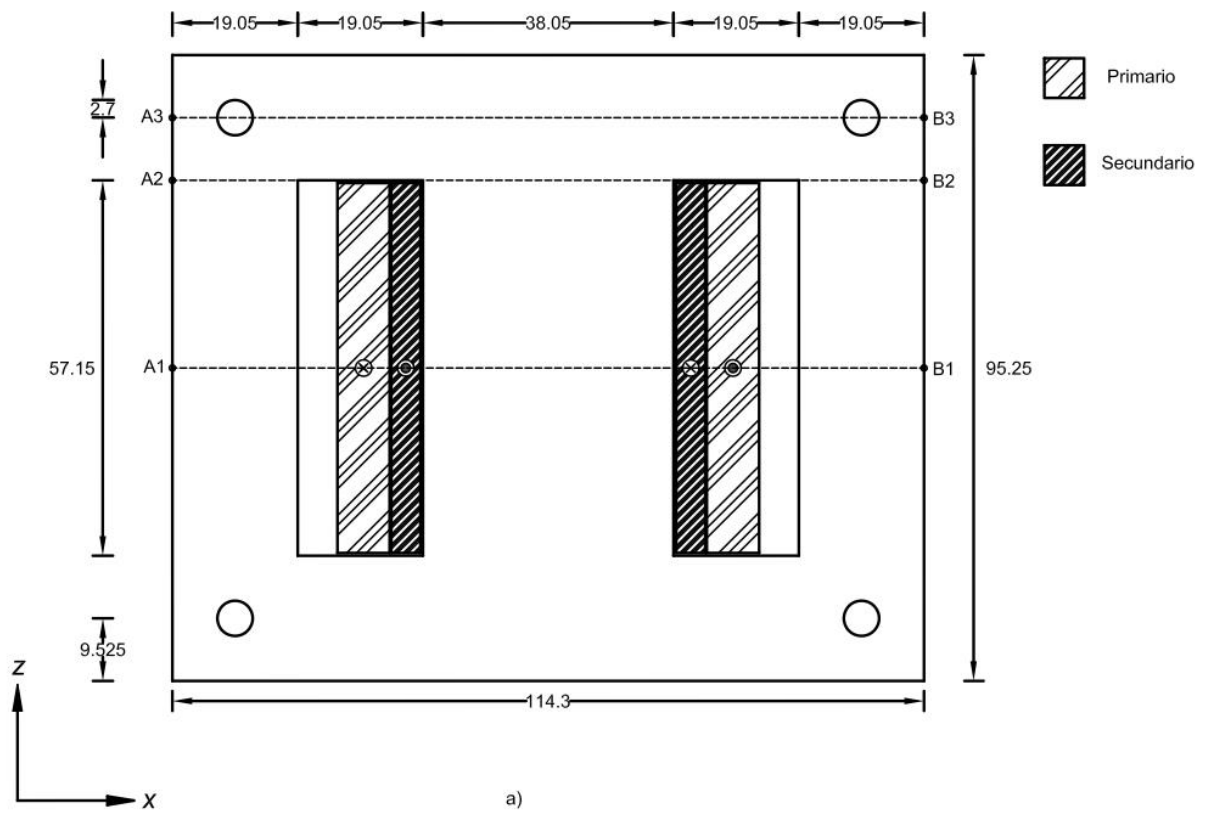
APÉNDICE B. Geometría del modelo de validación TEAM 3, caso II



APÉNDICE C. Geometría del modelo de validación TEAM 7



APÉNDICE D. Geometría del modelo del transformador monofásico



APÉNDICE E. Tablas comparativas de resultados del modelo de validación TEAM 7

Tabla E.1. Densidad de flujo magnético ($\times 10^4$ G) en la línea A1-B1.

X (mm)	50 Hz					200 Hz				
	Mediciones [47]	Biro A-V, A [56]	Biro A- V, A- ϕ [56]	MEF- ONELAB TET	MEF- ONELAB MIX	Mediciones [47]	Biro A-V, A [56]	Biro A- V, A- ϕ [56]	MEF- ONELAB TET	MEF- ONELAB MIX
0.0	-4.9	-6.29	-3.94	-5.2	-4.9	-3.63	-6.25	-3.48	-3.71	-4.05
0.18	-17.88	-18.32	-19.32	-20.08	-20.18	-18.46	-21.87	-19.96	-21.01	-21.0
0.36	-22.13	-21.04	-21.99	-23.19	-23.08	-23.62	-24.91	-22.91	-24.35	-24.20
0.54	-20.19	-19.12	-20.93	-21.35	-21.57	-21.59	-22.07	-21.71	-22.28	-22.38
0.72	-15.67	-15.5	-15.19	-17.45	-16.5	-16.09	-18.32	-15.58	-17.92	-16.88
0.90	0.36	0.94	2.41	-2.32	-3.14	0.23	-1.36	2.50	0.00005	2.15
108.0	43.64	46.86	44.84	47.78	50.88	44.35	46.51	44.65	48.40	51.25
126.0	78.11	86.82	79.66	78.91	79.13	75.53	86.74	77.76	75.73	76.08
144.0	71.55	69.59	71.66	70.06	69.79	63.42	55.47	64.32	59.92	60.23
162.0	60.44	55.72	62.28	59.44	59.38	53.20	48.33	55.71	51.15	51.48
180.0	53.91	50.21	55.51	54.20	54.45	48.66	46.30	49.54	47.43	47.85
198.0	52.62	48.81	53.46	52.27	53.02	47.31	45.36	47.66	46.18	46.81
216.0	53.81	49.8	55.37	53.38	53.92	48.31	47.56	49.48	47.34	47.75
234.0	56.91	51.12	58.21	58.31	57.43	51.26	47.87	52.40	51.16	51.15
252.0	59.24	54.57	61.01	60.17	50.49	53.61	37.27	55.82	53.56	53.76
270.0	52.78	60.19	55.66	54.82	55.35	46.11	45.95	52.55	47.28	47.87
288.0	27.61	42.34	27.76	31.78	33.35	24.69	32.30	27.41	27.73	29.73

Tabla E.2. Densidad de flujo magnético ($\times 10^4$ G) en la línea A2-B2.

X (mm)	50 Hz					200 Hz				
	Mediciones [47]	Biro A-V, A [56]	Biro A- V, A-φ [56]	MEF- ONELAB TET	MEF- ONELAB MIX	Mediciones [47]	Biro A-V, A [56]	Biro A- V, A-φ [56]	MEF- ONELAB TET	MEF- ONELAB MIX
0.0	-1.83	-6.02	-3.24	-2.58	-2.38	-0.86	-5.61	-2.78	-1.13	-1.06
0.18	-8.50	-4.97	-9.41	-8.84	-8.94	-7.0	-4.94	-7.87	-7.30	-7.38
0.36	-13.60	-13.54	-12.91	12.51	-12.37	-11.58	-10.19	-11.22	-10.28	-10.31
0.54	-15.21	-15.87	-14.96	-15.10	-14.73	-13.36	-12.36	-13.48	-13.0	-12.82
0.72	-14.48	-15.56	-13.41	-15.34	-14.64	-13.77	-14.06	-13.08	-14.35	-13.87
0.90	-5.62	-5.04	-2.72	7.24	-5.57	-6.74	-7.73	-4.33	-8.35	-5.98
108.0	28.77	30.59	32.4	33.08	34.68	24.63	22.24	28.24	27.38	29.36
126.0	60.34	60.73	62.16	63.17	60.45	53.19	49.86	55.81	55.72	53.21
144.0	61.84	60.32	63.35	62.81	61.61	54.89	51.64	57.2	55.18	54.36
162.0	56.64	55.51	59.04	57.76	57.26	50.72	49.59	53.27	51.12	50.95
180.0	53.40	52.71	55.18	54.68	54.68	48.03	47.61	49.67	48.62	48.81
198.0	52.36	51.94	53.90	54.24	54.03	47.13	46.93	48.61	48.17	49.26
216.0	53.93	52.51	55.95	55.58	55.0	48.25	48.89	50.47	49.48	42.47
234.0	56.82	53.58	58.76	58.95	58.26	51.35	49.34	53.34	52.86	52.47
252.0	59.48	55.84	61.17	61.13	60.27	53.35	39.53	56.32	54.88	54.15
270.0	52.08	58.87	54.88	56.22	53.08	45.37	45.47	51.99	49.23	46.27
288.0	26.56	39.29	26.90	32.12	30.37	24.01	29.68	26.61	27.87	27.02

Tabla E.3. Densidad de corriente inducida ($\times 10^6 \text{ A/m}^2$) en la línea A3-B3.

X (mm)	50 Hz					200 Hz				
	Mediciones [47]	Biro A-V, A [56]	Biro A- V, A-φ [56]	MEF- ONELAB TET	MEF- ONELAB MIX	Mediciones [47]	Biro A-V, A [56]	Biro A- V, A-φ [56]	MEF- ONELAB TET	MEF- ONELAB MIX
0.0	0.249	0.817	0.573	0.686	0.686	0.427	1.314	0.814	0.803	0.791
0.18	0.685	0.866	0.572	0.73	0.73	0.794	1.273	1.212	0.78	0.79
126.0	-0.015	0	0	0	0	1.401	0	0	1.38	1.401
144.0	-0.103	0.811	0.658	0.552	0.552	-0.035	1.240	1.113	0.33	0.208
162.0	-0.061	0.427	0.31	0.271	0.271	0.005	0.604	0.666	0.071	0.044
180.0	-0.004	0.161	0.135	0.109	0.109	-0.011	0.246	0.260	0.030	0.019
198.0	0.051	0.000197	0.0158	-0.0045	-0.0045	0.007	-0.071	-0.0718	0.012	0.008
216.0	0.095	-0.126	-0.166	-0.094	-0.094	0.027	-0.328	-0.324	0.012	0.014
234.0	0.135	-0.318	-0.312	-0.197	-0.197	0.042	-0.514	-0.709	-0.024	0.025
252.0	0.104	-0.642	-0.464	-0.333	-0.333	0.043	-0.875	-1.112	-0.049	-0.033
270.0	-0.321	-1.01	-0.661	-0.535	-0.535	0.050	-1.877	-1.422	-0.162	-0.103
288.0	-0.687	-1.116	-0.895	-0.871	-0.871	-0.321	-2.951	-1.995	-0.102	-0.977

Tabla E.4. Densidad de corriente inducida ($\times 10^6 \text{ A/m}^2$) en la línea A4-B4.

X (mm)	50 Hz					200 Hz				
	Mediciones [47]	Biro A-V, A [56]	Biro A- V, A-ϕ [56]	MEF- ONELAB TET	MEF- ONELAB MIX	Mediciones [47]	Biro A-V, A [56]	Biro A- V, A-ϕ [56]	MEF- ONELAB TET	MEF- ONELAB MIX
0.0	0.461	0.797	-0.495	0.820	0.811	1.057	1.216	0.245	1.393	1.387
0.18	0.621	0.803	0.536	0.937	0.925	1.597	1.109	0.807	1.48	1.485
126.0	1.573	0	0	1.346	1.345	4.163	0	0	4.514	4.559
144.0	0.556	0.68	0.471	0.892	0.874	1.143	0.613	-0.0693	1.554	1.566
162.0	0.237	0.379	0.171	0.420	0.414	0.672	0.211	0.0160	0.857	0.864
180.0	0.097	0.167	0.0752	0.162	0.160	0.307	0.0505	0.0187	0.359	0.363
198.0	-0.034	0.0334	-0.00856	-0.038	-0.039	-0.05	0.0216	-0.0266	-0.068	-0.068
216.0	-0.157	-0.0876	-0.00850	-0.226	-0.226	-0.37	0.0686	0.0216	-0.497	-0.496
234.0	-0.305	-0.253	-0.158	0.437	-0.437	-0.749	0.126	0.0062	-0.972	-0.972
252.0	-0.478	-0.493	-0.237	-0.689	-0.678	-1.205	-0.0041	0.0474	-1.515	1.519
270.0	-0.660	-0.786	-0.392	-1.048	-1.017	-1.575	-0.872	0.0892	-2.080	2.053
288.0	-1.217	-1.021	-0.633	-1.571	-1.549	-2.583	-2.117	-0.377	-3.321	3.267