



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E INGENIERÍA

**COMPENSACIÓN DE FRICCIÓN PARA REDUCIR EL
ERROR DE POSICIONAMIENTO LÁSER DE UN SISTEMA
DE VISIÓN ARTIFICIAL 3D IMPLEMENTANDO UNA LEY
DE CONTROL NO LINEAL**

**TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRÍA EN CIENCIAS**

**PRESENTA:
JOSÉ ANTONIO NÚÑEZ LÓPEZ**

**DIRECTOR:
DR. OLEG SERGIYENKO**

**CODIRECTOR:
DR. LARS LINDNER**

Mexicali, B. C.

Mayo de 2022

“La ciencia es conocimiento organizado. La sabiduría es vida organizada.”

-Immanuel Kant

Dedicatoria

A mi hermana y mi madre, los pilares de mi vida.

A mi padre, un gran ejemplo para mí.

Agradecimientos

A mis directores de tesis Dr. Lars Lindner y Dr. Oleg Sergiyenko por su invaluable apoyo durante la realización de mi investigación, proveer recursos materiales y bibliográficos necesarios para llevar a cabo el trabajo de investigación e instruirme a lo largo de mis estudios de maestría el camino necesario para poder iniciar carrera en investigación científica.

A los miembros del comité de actividades de investigación Dra. Wendy Flores Fuentes y Dr. Julio César Rodríguez Quiñonez por su gran apoyo en sus importantes comentarios y observaciones sobre mi investigación a lo largo de su desarrollo y conclusión.

A los demás miembros del comité de evaluación de mi tesis de maestría, Dra. Vira Tyrsa, Dr. Jesús Elías Miranda Vega y Dr. Fabián Natanael Murrieta Rico por su valioso tiempo y sus importantes comentarios.

A mi hermana y a mi madre por aconsejarme y apoyarme durante estos años de maestría e incondicionalmente en cualquier situación. Así mismo, a mi padre por apoyarme económicamente y estar al pendiente de mis estudios.

A mi novia y mis amigos más cercanos por apoyarme en el proyecto de investigación y las publicaciones derivadas de este con ideas, consejos y puntos de vista.

A la Universidad Autónoma de Baja California, al programa de Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingeniería y al Instituto de Ingeniería y los catedráticos que me instruyeron en mis estudios de maestría.

Resumen

de la Tesis de José Antonio Núñez López, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de Maestría en Ciencias, en el área de Física Aplicada, Mexicali, Baja California, México. Abril de 2022.

COMPENSACIÓN DE FRICCIÓN PARA REDUCIR EL ERROR DE POSICIONAMIENTO LÁSER DE UN SISTEMA DE VISIÓN ARTIFICIAL 3D IMPLEMENTANDO UNA LEY DE CONTROL NO LINEAL

Resumen aprobado por:

Dr. Oleg Sergiyenko

La fricción es un fenómeno físico no lineal y discontinuo que surge en el contacto entre dos superficies, se suele entender como un proceso en el que la energía (cinética) se disipa en calor con una entropía creciente y representa un obstáculo para lograr un desempeño óptimo de sistemas que controlan un mecanismo, provocando errores de posicionamiento durante la ejecución de las tareas. A este respecto, el presente trabajo propone desarrollar un antecedente teórico implementando un control no lineal de compensación de fricción para mejorar la precisión de posicionamiento de un motor DC controlado de un sistema electromecánico con fricción, la cual se asume que se describe apropiadamente utilizando un modelo de fricción dinámica modificado a partir de su diseño original para su aplicación apropiada. El sistema electromecánico de estudio es el sistema de visión artificial TVS No.3, desarrollado en el Instituto de Ingeniería de la UABC. El sistema TVS No.3 consiste principalmente en un sistema de escaneo láser que usa triangulación dinámica para obtener coordenadas 3D de cualquier objeto examinado en un campo de observación continuo. Para realizar el barrido láser el desempeño del

sistema de posicionamiento del láser juega un papel fundamental para poder asegurar la correcta ubicación del punto en las coordenadas medidas en el campo de visión. Por lo anterior descrito, el objetivo principal del presente trabajo es el desarrollo de un antecedente teórico del análisis de compensación de fricción en sistemas de visión artificial que utilicen motores DC, abriendo la posibilidad de mejorar los diseños posteriores del sistema TVS No.3 y de más sistemas de visión artificial relacionados que han sido derivados de la novedosa teoría de triangulación dinámica. Se derivan conceptos básicos necesarios de modelado de sistemas de control y de control no lineal aplicado, así mismo, fundamentos teóricos del fenómeno de fricción, del sistema de posicionamiento láser del TVS No.3 y de la implementación digital del sistema de control. Se presenta la formulación de control de un algoritmo en lazo abierto y otro algoritmo de compensación de fricción en lazo cerrado para el sistema de posicionamiento láser, los cuales se implementan experimentalmente en los dos motores escogidos por diseño para ser utilizados en el TVS No.3. Se identifica el error de posicionamiento angular relativo de posicionamiento láser utilizando el algoritmo de lazo abierto analizando la respuesta ideal basada en un enfoque teórico que utiliza los parámetros físicos del motor DC. Se identifican los parámetros de fricción del motor basados en un modelo dinámico de fricción adaptado para su aplicación. Se demuestra la estabilidad asintótica global de posicionamiento en lazo cerrado del algoritmo de compensación de fricción. Se realiza implementación computacional y experimentación extensa de posicionamiento angular usando ambos algoritmos, cubriendo diferentes entradas, incluidos los ángulos de referencia, voltaje de alimentación y la carga del motor DC, y utilizando técnicas de medición manuales y automáticas para garantizar la reproducibilidad y la repetibilidad del proceso antes y después de la implementación del control de compensación de fricción. Se presenta el análisis de resultados de la aplicación experimental del algoritmo de compensación y se demuestra que en general la aplicación del algoritmo de compensación de fricción logra un resultado de posicionamiento preciso en estado estable y en un tiempo relativamente breve en el posicionamiento láser del TVS No.3, fundamental para realizar el barrido 3D con láser.

Palabras clave: Sistema de Visión Artificial, Escaneo Láser, Posicionamiento Láser, Motor DC, Fricción, Modelado Dinámico, Control No Lineal, Compensación de Fricción.

Abstract

of the thesis presented by José Antonio Núñez López, as requirement to obtain the Master of Science's Degree, in Applied Physics Area, Mexicali, Baja California, Mexico. April 2022.

FRICTION COMPENSATION TO REDUCE THE LASER POSITIONING ERROR OF A 3D MACHINE VISION SYSTEM BY IMPLEMENTING A NON-LINEAR CONTROL LAW

Abstract approved by:

Dr. Oleg Sergiyenko

Friction is a nonlinear and discontinuous physical phenomenon that arises in the contact between two surfaces. It is usually understood as a process in which (kinetic) energy is dissipated into heat with increasing entropy and represents an obstacle to achieving optimal performance of systems that control a mechanism, causing positioning errors during the execution of tasks. In this respect, the present work proposes to develop a theoretical background by implementing a nonlinear friction compensation control to improve the positioning accuracy of a controlled DC motor of an electromechanical system with friction, which is assumed to be properly described using a dynamic model. The dynamic friction model was modified from its original design for its appropriate application. The electromechanical system under study is the TVS No.3 artificial vision system, developed at the UABC Engineering Institute. The TVS No.3 system consists primarily of a laser scanning system that uses dynamic triangulation to obtain 3D coordinates of any examined object in a continuous field of view. To perform the laser scanning, the performance of the laser positioning system plays a fundamental role in order to ensure the correct location of the point in

the coordinates measured in the field of view. Due to the above described, the main objective of this work is the development of theoretical background of the friction compensation analysis in artificial vision systems that use DC motors, opening the possibility of improving the subsequent designs of the TVS No.3 system and of more related machine vision systems that have been derived from the novel dynamic triangulation theory. Necessary basic concepts of control system modeling and applied nonlinear control are derived, as well as theoretical foundations of the friction phenomenon, the TVS No.3 laser positioning system, and the digital implementation of the control system. The control formulation of an open-loop algorithm and another closed-loop friction compensation algorithm for the laser positioning system is presented, which are experimentally implemented in the two motors chosen by design to be used in TVS No.3. The relative angular positioning error of laser positioning is identified using the open-loop algorithm by analyzing the ideal response based on a theoretical approach using the physical parameters of the DC motor. Engine friction parameters are identified based on a dynamic friction model tailored to the application. The global asymptotic closed-loop positioning stability of the friction compensation algorithm is demonstrated. Extensive angular positioning experimentation and computational implementation are performed using both algorithms, covering different inputs, including reference angles, supply voltage, and DC motor load, and using manual and automated measurement techniques to ensure reproducibility and repeatability of the algorithm. Process before and after implementation of friction compensation control. The analysis of the results of the experimental application of the compensation algorithm is presented, and it is shown that, in general, the application of the friction compensation algorithm achieves a precise positioning result in a steady-state in a relatively short time for the laser positioning of the TVS No.3, essential for performing 3D laser scanning.

Keywords: Machine Vision System, Laser Scanning, Laser Positioning, DC Motor, Friction, Dynamic Modeling, Nonlinear Control, Friction Compensation.

Índice general

Dedicatoria	2
Agradecimientos	3
Resumen	4
Abstract	6
Índice general	10
Índice de figuras	13
Índice de tablas	15
Índice de ecuaciones	18
1 Introducción	19
1.1 Sistema de Visión Técnica TVS No.3	22
1.1.1 Método de Triangulación Dinámica	23
1.1.2 Posicionamiento de Láser (PL)	24
1.1.3 Apertura de Escaneo (SA)	25
1.2 Definición del Problema de Fricción en el TVS No.3	25
1.3 Objetivos de la Investigación	27
1.3.1 Objetivos Generales	27
1.3.2 Objetivos Específicos	27
2 Conceptos Básicos	28
2.1 Modelado Matemático de Sistemas de Control	28
2.1.1 Transformada de Laplace	28

2.1.2	Representación del espacio de estados	29
2.2	Control No Lineal Aplicado	30
2.2.1	Sistemas No Lineales	30
2.2.2	Puntos de Equilibrio y Conceptos de Estabilidad para Sistemas No Lineales	31
2.2.3	Metodo directo de Lyapunov	32
3	Fundamentos Teóricos	34
3.1	Modelado de Fricción	34
3.1.1	Modelos Clásicos de Fricción	35
3.1.2	Modelos Dinámicos de Fricción	37
3.1.3	Simulación de los Modelos de Fricción Dinámica	41
3.2	Sistema de Posicionamiento Láser	43
3.2.1	Modelo Continuo del Motor DC	43
3.2.2	Modelo del Motor DC con Fricción Dinámica	45
3.2.3	Modelo en Espacio de Estados del Motor DC con Fricción Dinámica . .	46
3.3	Implementación Digital del Sistema de Control	48
3.3.1	Modulación de Ancho de Pulso PWM	49
3.3.2	Módulo L298N Controlador de Motor Puente H	50
3.3.3	Codificador incremental	52
3.3.4	Microcontrolador	54
4	Formulación de Control	56
4.1	Algoritmo de Posicionamiento en Lazo Abierto	56
4.2	Algoritmo de Posicionamiento en Lazo Cerrado	61
4.2.1	Control Robusto Proporcional-Derivativo No Lineal Saturado cSORPD	62
5	Implementación Experimental	68
5.1	Diseño Experimental	68
5.1.1	Objetivos Generales y Específicos del Diseño Experimental	68
5.1.2	Factores Influyentes	69
5.1.3	Metodología de Experimentación	70
5.2	Características e Identificación de los Parámetros del Sistema con Fricción . . .	72
5.2.1	Estimación de Parámetros del Motor DC	72

5.2.2	Estimación de los Parámetros del Sistema con Fricción	74
5.3	Compensación de Fricción	78
5.3.1	Compensación de Fricción utilizando cSORPD	78
6	Análisis Estadístico de Resultados	87
6.1	Algoritmo de Control en Lazo Abierto	89
6.1.1	Maxon RE-max29	89
6.1.2	Maxon DCX22S	95
6.2	Algoritmo de Control en Lazo Cerrado	102
6.2.1	Maxon RE-max29	102
6.2.2	Maxon DCX22S	108
6.3	Comparación de Resultados Experimentales	111
7	Conclusiones	116
	Bibliografía	119
A	Glosario	125
B	Datos del Diseño Experimental	129
C	Marcas Registradas	144
D	Publicaciones	145

Índice de figuras

1.1	Escáner Láser TVS No.3 [27]	22
1.2	Vista superior [1]	23
1.3	Diagrama del sistema de posicionamiento láser. [1]	24
1.4	Diagrama del sistema de escaneo láser. [1]	25
3.1	Representación de la fricción de Stribeck.	38
3.2	Simulación Fricción de Dahl.	42
3.3	Simulación Fricción de LuGre.	42
3.4	Circuito equivalente del motor DC.	44
3.5	Modelo de motor DC sin tener en cuenta los efectos no lineales.	45
3.6	Lazo de muestreo digital.	49
3.7	Esquema de un Puente H.	51
3.8	Módulo de controlador L298N.	52
3.9	Ejemplo de funcionamiento del codificador incremental.	53
3.10	STM32 Nucleo-64 board. [40]	54
4.1	Diagrama de bloques del control de posicionamiento en lazo abierto del motor DC.	57
4.2	Resultados de la simulación del motor Maxon RE-max29.	58
4.3	Diagrama de bloques del control de posicionamiento en lazo abierto del motor DC con fricción dinámica.	59
4.4	Resultados de la simulación del motor Maxon RE-max29 utilizando el modelo de fricción de Dahl.	59
4.5	Resultados de la simulación del motor Maxon RE-max29 utilizando el modelo de fricción LuGre.	60
4.6	Diagrama del control no lineal en lazo cerrado.	66

5.1	TVS No.3 colocado para su funcionamiento.	70
5.2	Antes/después de aplicar el algoritmo de optimización al modelo matemático.	76
5.3	Simulación de control de posición en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29	79
5.4	Control de posición en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29	81
5.5	Simulación de control de posición en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S.	83
5.6	Control de posición en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S.	85
6.1	Gráfica de Control de Experimentación 1A del motor Maxon RE-max29.	89
6.2	Gráfica de Control de Experimentación 1B del motor Maxon RE-max29.	90
6.3	Gráfica de Control de Experimentación 1C del motor Maxon RE-max29.	90
6.4	Gráfica de Control de Experimentación 1D del motor Maxon RE-max29.	91
6.5	Gráfica de Control de Experimentación 1E del motor Maxon RE-max29.	91
6.6	Gráfica de Control de Experimentación 1F del motor Maxon RE-max29.	92
6.7	Gráfica de Control de Experimentación 1G del motor Maxon RE-max29.	92
6.8	Gráfica de Control de Experimentación 1H del motor Maxon RE-max29.	93
6.9	Gráfica de Control de Experimentación 1I del motor Maxon RE-max29.	93
6.10	Gráfica de Control de Experimentación 1J del motor Maxon RE-max29.	94
6.11	Gráfica de Control de Experimentación 1K del motor Maxon RE-max29.	94
6.12	Gráfica de Control de Experimentación 1L del motor Maxon RE-max29.	95
6.13	Gráfica de Control de Experimentación 1A del motor Maxon DCX22S.	95
6.14	Gráfica de Control de Experimentación 1B del motor Maxon DCX22S.	96
6.15	Gráfica de Control de Experimentación 1C del motor Maxon DCX22S.	96
6.16	Gráfica de Control de Experimentación 1D del motor Maxon DCX22S.	97
6.17	Gráfica de Control de Experimentación 1E del motor Maxon DCX22S.	97
6.18	Gráfica de Control de Experimentación 1F del motor Maxon DCX22S.	98
6.19	Gráfica de Control de Experimentación 1G del motor Maxon DCX22S.	98
6.20	Gráfica de Control de Experimentación 1H del motor Maxon DCX22S.	99
6.21	Gráfica de Control de Experimentación 1I del motor Maxon DCX22S.	99
6.22	Gráfica de Control de Experimentación 1J del motor Maxon DCX22S.	100
6.23	Gráfica de Control de Experimentación 1K del motor Maxon DCX22S.	100
6.24	Gráfica de Control de Experimentación 1L del motor Maxon DCX22S.	101

6.25	Histograma de Experimentación 2A del motor Maxon RE-max29.	102
6.26	Histograma de Experimentación 2B del motor Maxon RE-max29.	103
6.27	Histograma de Experimentación 2C del motor Maxon RE-max29.	103
6.28	Gráfica de Control de Experimentación 2D del motor Maxon RE-max29.	104
6.29	Gráfica de Control de Experimentación 2E del motor Maxon RE-max29.	104
6.30	Gráfica de Control de Experimentación 2F del motor Maxon RE-max29.	105
6.31	Histograma de Experimentación 2G del motor Maxon RE-max29.	105
6.32	Histograma de Experimentación 2H del motor Maxon RE-max29.	106
6.33	Histograma de Experimentación 2I del motor Maxon RE-max29.	106
6.34	Histograma de Experimentación 2J del motor Maxon RE-max29.	107
6.35	Histograma de Experimentación 2K del motor Maxon RE-max29.	107
6.36	Histograma de Experimentación 2A del motor Maxon DCX22S.	108
6.37	Histograma de Experimentación 2B del motor Maxon DCX22S.	108
6.38	Histograma de Experimentación 2C del motor Maxon DCX22S.	109
6.39	Gráfica de Control de Experimentación 2D del motor Maxon DCX22S.	109
6.40	Gráfica de Control de Experimentación 2E del motor Maxon DCX22S.	110
6.41	Gráfica de Control de Experimentación 2F del motor Maxon DCX22S.	110

Índice de tablas

3.1	Parámetros de fricción propuestos	41
3.2	Modos de funcionamiento de un Puente H	51
4.1	Resultados de simulación utilizando el algoritmo de posicionamiento.	58
4.2	Resultados de la simulación utilizando fricción dinámica	60
5.1	Factores influyentes del diseño experimental	69
5.2	Valores experimentales para el control en lazo abierto del motor Maxon RE-max29 .	73
5.3	Valores experimentales para el control en lazo abierto del motor Maxon DCX22S .	73
5.4	Parámetros estimados de fricción LuGre	77
5.5	Resultados de simulación de control en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29 .	79
5.6	Valores experimentales para el control en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29 .	80
5.7	Resultados de control de posición en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29 . .	81
5.8	Resultados de control de posición en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S . . .	83
5.9	Valores experimentales para el control en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S .	84
5.10	Resultados de control de posición en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S . . .	85
6.1	Comparación de resultados de control de posición en lazo abierto	112
6.2	Comparación de resultados de control de posición en lazo cerrado	113
6.3	Error relativo promedio del control de posición en investigación previa	114
6.4	Comparación de resultados de control de posición en lazo cerrado (Complemento) .	115
B.1	Parámetros de motores DC usados para el TVS No.3	129
B.2	Diseño experimental para el control en lazo abierto del motor Maxon RE-max29 .	130
B.3	Diseño experimental para el control en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29 .	131

B.4	Diseño experimental para el control en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29 (Complemento)	132
B.5	Diseño experimental para el control en lazo abierto del motor Maxon DCX22S . . .	133
B.6	Diseño experimental para el control en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S . . .	134
B.7	Experimentación 1A-1F del motor Maxon RE-max29	135
B.8	Experimentación 1G-1L del motor Maxon RE-max29	136
B.9	Experimentación 2A-2C del motor Maxon RE-max29	137
B.10	Experimentación 2D-2F del motor Maxon RE-max29	138
B.11	Experimentación 2G-2L del motor Maxon RE-max29	139
B.12	Experimentación 1A-1F del motor Maxon DCX22S	140
B.13	Experimentación 1G-1L del motor Maxon DCX22S	141
B.14	Experimentación 2A-2C del motor Maxon DCX22S	142
B.15	Experimentación 2D-2F del motor Maxon DCX22S	143

Índice de ecuaciones

2.1	Ecuación (2.1)	28
2.2	Ecuación (2.2)	29
2.3	Ecuación (2.3)	29
2.4	Ecuación (2.4)	30
2.5	Ecuación (2.5)	30
2.6	Ecuación (2.6)	30
2.7	Ecuación (2.7)	31
2.8	Ecuación (2.8)	31
2.9	Ecuación (2.9)	31
3.1	Ecuación (3.1)	35
3.2	Ecuación (3.2)	35
3.3	Ecuación (3.3)	36
3.4	Ecuación (3.4)	36
3.5	Ecuación (3.5)	36
3.6	Ecuación (3.6)	37
3.7	Ecuación (3.7)	37
3.8	Ecuación (3.8)	38
3.9	Ecuación (3.9)	38
3.10	Ecuación (3.10)	39
3.11	Ecuación (3.11)	39
3.12	Ecuación (3.12)	39
3.13	Ecuación (3.13)	40
3.14	Ecuación (3.14)	40
3.15	Ecuación (3.15)	40

3.16	Ecuación (3.16)	40
3.17	Ecuación (3.17)	41
3.18	Ecuación (3.18)	41
3.19	Ecuación (3.19)	44
3.20	Ecuación (3.20)	44
3.21	Ecuación (3.21)	44
3.22	Ecuación (3.22)	45
3.23	Ecuación (3.23)	45
3.24	Ecuación (3.24)	45
3.25	Ecuación (3.25)	46
3.26	Ecuación (3.26)	46
3.27	Ecuación (3.27)	46
3.28	Ecuación (3.28)	46
3.29	Ecuación (3.29)	47
3.30	Ecuación (3.30)	47
3.31	Ecuación (3.31)	47
3.32	Ecuación (3.32)	47
3.33	Ecuación (3.33)	47
3.34	Ecuación (3.34)	47
3.35	Ecuación (3.35)	47
3.36	Ecuación (3.36)	47
3.37	Ecuación (3.37)	48
3.38	Ecuación (3.38)	48
3.39	Ecuación (3.39)	53
4.1	Ecuación (4.1)	57
4.2	Ecuación (4.2)	57
4.3	Ecuación (4.3)	58
4.4	Ecuación (4.4)	61
4.5	Ecuación (4.5)	61
4.6	Ecuación (4.6)	62

4.7	Ecuación (4.7)	62
4.8	Ecuación (4.8)	62
4.9	Ecuación (4.9)	62
4.10	Ecuación (4.10)	63
4.11	Ecuación (4.11)	63
4.12	Ecuación (4.12)	63
4.13	Ecuación (4.13)	63
4.14	Ecuación (4.14)	63
4.15	Ecuación (4.15)	64
4.16	Ecuación (4.16)	64
4.17	Ecuación (4.17)	64
4.18	Ecuación (4.18)	64
4.19	Ecuación (4.19)	64
4.20	Ecuación (4.20)	64
4.21	Ecuación (4.21)	65
4.22	Ecuación (4.22)	65
4.23	Ecuación (4.23)	65
4.24	Ecuación (4.24)	65
4.25	Ecuación (4.25)	66
4.26	Ecuación (4.26)	66
5.1	Ecuación (5.1)	74
5.2	Ecuación (5.2)	75
5.3	Ecuación (5.3)	75
5.4	Ecuación (5.4)	75
5.5	Ecuación (5.5)	77
5.6	Ecuación (5.6)	77

Capítulo 1

Introducción

Actualmente, hay un gran número de tareas que requieren mecanismos con posicionamiento preciso, indispensables para aplicaciones industriales como, por ejemplo, sistemas de medición, sistemas de manufactura como podrían ser de semiconductores y robots. El funcionamiento correcto de estas máquinas depende fundamentalmente del control óptimo de posicionamiento del sistema.

La fricción es un fenómeno físico no lineal y discontinuo que surge en el contacto entre dos superficies, se suele entender como un proceso en el que la energía (cinética) se disipa en calor con una entropía creciente y representa un obstáculo para lograr un desempeño óptimo de sistemas que controlan un mecanismo, provocando errores de posicionamiento durante la ejecución de las tareas. Su compensación es siempre un tema que continúa desafiando a los teóricos e ingenieros de control [2–6]. La existencia de la fricción es fundamental en la vida cotidiana y al mismo tiempo perturbadora en aplicaciones tecnológicas. Sin fricción, no sería posible caminar sobre el suelo, lo que depende del contacto con la superficie piso. Nuevas aplicaciones tecnológicas tratan principalmente de reducir efectos negativos de la fricción al mínimo. Se puede afirmar que será más fácil diseñar leyes de control para reducir sus efectos no deseados, entendiendo el fenómeno de la fricción apoyándose en herramientas como el modelado matemático. Se han propuesto varios modelos a lo largo del tiempo [7, 8]; sin embargo, no puede existir un modelo que describa todos sus efectos.

La fricción siempre describe una fuerza que actúa en oposición a la dirección del movimiento y que provoca una conversión de energía en calor (proceso disipativo) mientras se realiza un trabajo

mecánico. Este fenómeno se suele distinguir entre la fricción estática y la fricción dinámica. Para una descripción matemática del rozamiento se utiliza el modelo de dos superficies con rugosidad irregular, que se pegan o se deslizan entre sí. La fricción estática define una fuerza que evita que dos superficies adherentes se deslicen entre sí y se produce cuando estas dos superficies se someten a deslizamiento. La fuerza de fricción estática actúa en la dirección opuesta a la fuerza aplicada. Si la fuerza aplicada excede un valor crítico, el régimen de adhesión cambia a deslizamiento y surge una fuerza de fricción dinámica que actúa en paralelo a uno de los vectores de fuerza aplicada de las dos superficies. El valor del coeficiente para la fuerza de fricción estática es generalmente más alto que para la fuerza de fricción dinámica.

Entre las abundantes estrategias para el control de posición de alto rendimiento de sistemas mecánicos con fricción, los esquemas proporcional-derivativo (PD) o proporcional-integral-derivativo (PID) han dominado, principalmente debido a su simplicidad conceptual con procedimientos de ajuste explícitos en la formulación de la ley de control [2, 9–15]. Para mejorar el rendimiento del control PD/PID clásico, se han propuesto varias estructuras PD/PID no lineales (NPD/NPID). Más específicamente, en [16], se propone una técnica de ganancia variable para el control de movimiento más rápido y de alta precisión de los sistemas mecánicos. Este resultado favorable se amplía aún más en [17] al incluir un término de modo deslizante robusto y una aproximación adaptativa.

En [15], se muestra que la estrategia de ganancia variable es suficiente para superar las conocidas compensaciones de diseño de control lineal entre las propiedades de seguimiento de baja frecuencia y la sensibilidad al ruido de alta frecuencia. En [18], se presenta un marco de diseño para controladores integrales de ganancia variable para mejorar el rendimiento transitorio de los sistemas de movimiento lineal. En [19], se introduce una estrategia de control no lineal para lograr una especificación de rendimiento en el dominio del tiempo que ningún controlador lineal puede obtener.

Si bien los algoritmos de control NPD/NPID previamente mencionados logran un rendimiento satisfactorio, el principal inconveniente de estos esquemas es que están formulados con la suposición implícita de que el actuador puede proporcionar cualquier par solicitado, lo que contradice las aplicaciones prácticas, ya que la amplitud de par disponible del componente mecánico real de los

sistemas son limitados. Es bien sabido que los enfoques de diseño del sistema de control que no incorporan la restricción de entrada directamente en el diseño sufren importantes limitaciones de rendimiento, como la inestabilidad del sistema controlado y el movimiento degradado o impredecible y fallas térmicas o mecánicas debido al par excesivo [20–22].

Reconociendo la importancia del efecto de la restricción del actuador en el rendimiento del movimiento, se han propuesto varios esquemas para sistemas mecánicos de un grado de libertad. En [23,24], la estrategia de control adaptativo saturado se emplea para un movimiento de alto rendimiento de sistemas de motores lineales con saturación de entrada y fricción incierta. Recientemente, en [25], se ha propuesto un método de control cuasi-lineal para diseñar controladores de seguimiento de pasos para sistemas con actuadores saturados.

Se plantea una investigación sobre compensación de fricción en el sistema de posicionamiento con motor DC. Más específicamente, estimar error de posición final del eje del motor DC atribuido a la fricción y el que debe compensarse. Este trabajo de investigación busca reducir el impacto de la fricción dinámica para un control de posicionamiento de motor de corriente continua (motor DC) de circuito cerrado proponiendo una ley de control NPD sencillo pero bastante efectivo con el objetivo de mejorar sustancialmente el posicionamiento láser del sistema de visión técnica TVS No.3. El control propuesto se logra agregando un término de relé de error de posición al esquema de DP saturado, y por lo tanto tiene las ventajas de que tiene una estructura simple e intuitiva en la formulación de la ley de control y la capacidad de que asegura que no se viole la restricción del actuador. La estabilidad asintótica global se demuestra de acuerdo con el método directo de Lyapunov.

En este capítulo, se discuten brevemente los antecedentes del problema y del sistema de visión técnica con barrido láser para el cual se está realizando esta investigación. La primera sección ofrece información sobre el sistema de visión técnica TVS No.3 que se encuentra actualmente en el Instituto de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California, el cual implementa el método de Triangulación Dinámica [1] para determinar las coordenadas 3D de cualquier objeto bajo observación. Dentro de esta sección también se explica con más detalle cuál es la función del TVS y qué tipos de motores DC se utilizan en este sistema.

1.1. Sistema de Visión Técnica TVS No.3

Los sistemas de visión artificial que utilizan escáneres láser ofrecen la ventaja de medir distancias precisas de los objetos deseados y un rápido procesamiento de imágenes de las escenas observadas [26]. En el Instituto de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California se desarrolló un sistema novedoso de visión técnica (TVS No.3) el cual consiste principalmente en un sistema de escaneo láser, que utiliza triangulación dinámica, para determinar las coordenadas 3D de cualquier objeto bajo observación [27]. El método de medición clásico de triangulación se extendió a la triangulación dinámica, cuyo principio fundamental consiste en el movimiento del ángulo del emisor y del receptor del TVS [1].

Durante el desarrollo del sistema se ha demostrado la existencia de dos condiciones de exclusión mutua para el posicionamiento del eje del motor cuando se utilizan motores DC de baja calidad [27]. De este modo, el eje del motor solo se puede posicionar: a) con un pequeño error de posicionamiento relativo o b) con un tiempo de posicionamiento corto. Estas condiciones tienen su origen en las limitaciones físicas de los motores DC de baja calidad, definidas por el par de arranque y par dentado, que impiden una rotación constante y lineal del eje del motor a baja velocidad.

El prototipo de TVS No.3 (Figura 1.1), que se encuentra actualmente en desarrollo, utiliza motores DC de alta calidad de Maxon Motors para el posicionamiento láser (PL) y para la apertura de escaneo (SA), que se controlan en lazo cerrado. Mediante el uso del motor Maxon REmax-29 para la posición angular del PL y el uso del motor Maxon Amax-16 para controlar la velocidad angular de la SA.

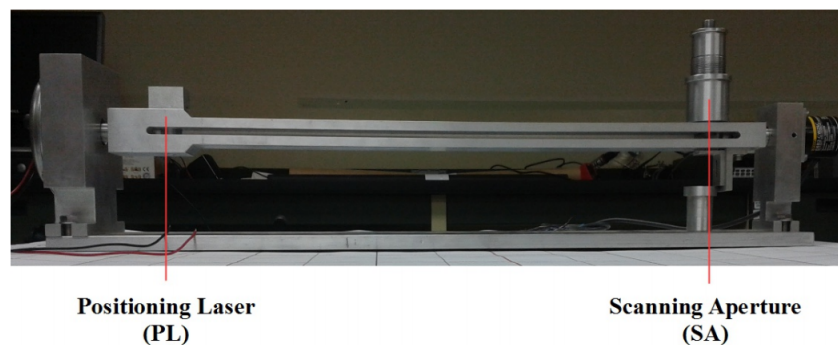


Figura 1.1: Escáner Láser TVS No.3 [27]

Más información sobre el sistema de visión técnica TVS No.3 se presenta a continuación en esta misma sección y se puede consultar en [28,29].

1.1.1. Método de Triangulación Dinámica

El sistema de escáner láser [1] utiliza el principio de medición de triangulación dinámica para determinar las coordenadas 3D de cualquier objeto bajo observación en el campo de visión. Para medir distancias usando triangulación, normalmente se considera un triángulo en vista superior (Figura 1.2). El principio de triangulación dinámica utiliza un posicionamiento láser, que incide un rayo láser bajo el ángulo de emisión γ en la superficie del objeto. El rayo láser se refleja en la superficie del objeto y la apertura de escaneo captura la señal láser bajo el ángulo de recepción β . La distancia a está definida por el espacio fijo entre PL y SA, y mediante el uso de la ley de los senos, se puede determinar las distancias d , p y q , así como cualquier otra dimensión del triángulo [1]:

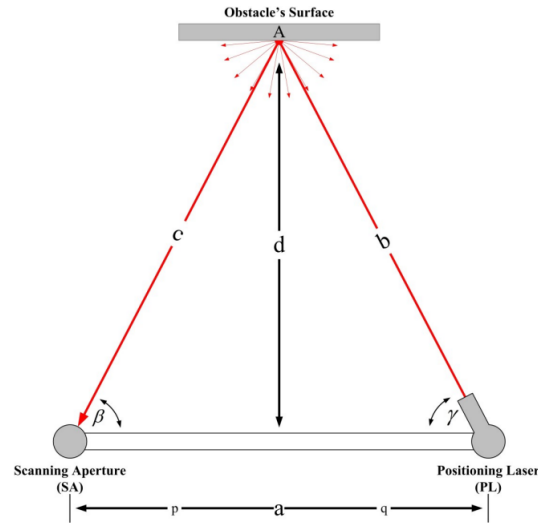


Figura 1.2: Vista superior [1]

Las distancias q y d son proyecciones de un punto $A(q; d)$ en un sistema de coordenadas cartesiano bidimensional.

1.1.2. Posicionamiento de Láser (PL)

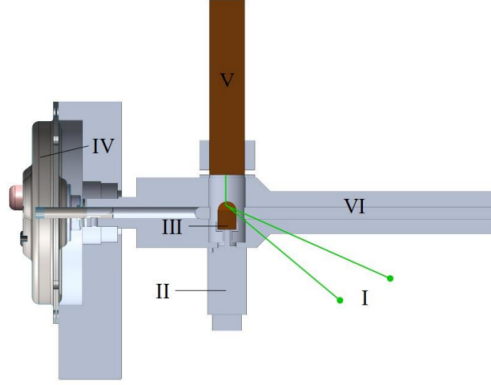


Figura 1.3: Diagrama del sistema de posicionamiento láser. [1]

El diseño del sistema de posicionamiento láser del TVS No. 3 se muestra en la Figura 1.3, muestra la trayectoria óptica del rayo láser transmitido (I), el motor DC Maxon RE-max29 (II), el espejo con corte de 45° (III), el motor Pancake Printed Motor Works GPM9 (IV), el módulo de diodo láser Coherent StingRay-514 (V) y el soporte principal del TVS (VI) [1]. El ángulo γ mostrado en la Figura 1.3 corresponde directamente a la posición angular φ_o del motor DC (II). Además, debido a que el TVS gira alrededor de su eje horizontal sin utilizar una transmisión, se necesita un motor con un par elevado y dimensiones planas. Estas dos condiciones las cumple un motor tipo Pancake. También aquí, el ángulo de posicionamiento láser γ corresponde directamente a la posición angular φ_o del motor Pancake (IV) [1]. Cabe señalar que cualquier ángulo vertical, que no corresponde al estado equilibrado de TVS en el campo gravitacional terrestre, debe controlarse en configuración de circuito cerrado, ya que ya no se utiliza la ventaja de un engranaje helicoidal auto-bloqueante. Dado que el motor tipo Pancake tiene que generar constantemente un par de retención, esto puede conducir a un mayor consumo de energía [1]. Se puede ver que este diseño requiere solo un espejo escalonado de 45° para redirigir el rayo láser en el campo de visión del TVS, debido a la instalación vertical de la fuente láser (V). La fuente láser contiene un diodo láser de 10 mW con una longitud de onda de 514 nm. Los parámetros del sistema del motor DC Maxon RE max29, el motor tipo Pancake Printed Motor Works GPM9 y el motor DC Maxon DCX22S se resumen en la Tabla B.1. El motor Maxon DCX22S representa el modelo sucesor propuesto para el motor DC Maxon RE-max29 utilizado actualmente.

1.1.3. Apertura de Escaneo (SA)

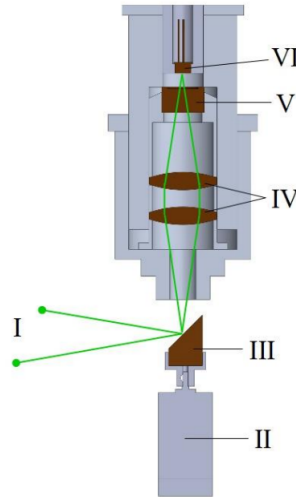


Figura 1.4: Diagrama del sistema de escaneo láser. [1]

El diseño de la apertura de escaneo se muestra en la Figura 1.4 , que muestra la trayectoria óptica del rayo láser recibido (I), el motor DC Maxon A-max16 (II), un espejo con corte de 45° (III), dos lentes biconvexas (IV), un filtro óptico (V) y un fotodiodo de alta velocidad (VI). El motor DC tiene un codificador de cuadratura integrado con un canal de índice. El filtro óptico tiene una longitud de onda central de 515 nm, una longitud de onda media de ancho completo de 10 nm y una transmisión del 45 %. La longitud de onda central del filtro corresponde a la longitud de onda del módulo de diodo láser. El fotodiodo se usa con un amplificador de trans-impedancia para convertir la pequeña fotocorriente del diodo a un voltaje más alto, que se mide usando el ADC del microcontrolador. El Maxon A-max16 propuesto y los parámetros del sistema de espejo de 45° se resumen en la Tabla B.1.

1.2. Definición del Problema de Fricción en el TVS No.3

El diseño del sistema de visión artificial TVS No.3 se deriva de la sustitución de motores de pasos discretos por motores de corriente continua de un diseño previo, para eliminar zonas muertas y realizar un escaneo láser continuo en el campo de visión. Al implementar el principio de funcionamiento físico de discreto a continuo, se habilitó la implementación de aplicaciones que anteriormente estaban

limitadas por el tamaño fijo de pasos del barrido 3D con láser del sistema TVS No.2.

Sin embargo, se deben considerar dos efectos típicamente no lineales cuando se utilizan motores DC de baja calidad: el par de arranque y el dentado [1]. En tribología, el par de desprendimiento se conoce generalmente como Fricción Estática, que en primer lugar fue descrito por la ley de Amonton y la ley de fricción de Coulomb [28]. El par dentado es parte de la fricción dinámica, que en general describe la fuerza de fricción entre dos superficies cuando se deslizan una sobre la otra [28]. Debido a la ruptura y al par dentado, se debe aplicar un voltaje de inducido mínimo para evitar que el motor se detenga. Por lo tanto, el eje del motor siempre estará posicionado con un error que representa un error residual, no cero.

Para reducir el error de posicionamiento, se puede utilizar un motor DC de alta calidad con menos ruptura y sin par dentado [1]. Investigaciones anteriores [28] han demostrado la ventaja de utilizar motores DC de alta calidad de Maxon Motors para eliminar el par dentado y reducir el par de arranque en lugar de motores DC de baja calidad para colocar el rayo láser TVS en el campo de visión continuo.

El motor DC de alta calidad Maxon RE-Max29 y Maxon DCX22S utilizan un devanado sin hierro para sus rotores, que no poseen un par de engranaje, y utiliza “rodamientos de bolas” de alta calidad, que reducen el par de arranque. Estos motores pueden funcionar de forma constante y lineal incluso a bajas velocidades de rotación. Por lo tanto, el eje de estos motores DC de alta calidad se puede colocar con mayor precisión y resolución que el eje de los motores DC de baja calidad [1].

Sin embargo, todavía se presenta un error de posicionamiento angular relativo residual, que se puede atribuir al par de fricción. En este caso, las dos condiciones para el posicionamiento del eje del motor ya no se excluyen mutuamente y el eje del motor DC ahora se puede posicionar con un error de posicionamiento relativo mínimo y con un tiempo de posicionamiento mínimo.

1.3. Objetivos de la Investigación

1.3.1. Objetivos Generales

La fricción es uno de los factores importantes que degradan la precisión transitoria de los sistemas de posicionamiento. A este respecto, el presente trabajo propone desarrollar un antecedente teórico implementando un control no lineal para realizar compensación de fricción para mejorar la precisión de posicionamiento de un motor DC controlado del sistema de posicionamiento láser, se asume que la fricción se describe apropiadamente utilizando un modelo dinámico adaptado a partir de su diseño original. Para el desarrollo del algoritmo de control no lineal, se propone realizar la prueba de estabilidad de posicionamiento asintótico global utilizando el método directo de Lyapunov. Posteriormente, implementar la simulación computacional de la aplicación del modelo para analizar la respuesta ideal del sistema e implementar experimentalmente algoritmo de control para compensar la fricción y reducir el error en la posición final del sistema de barrido 3D con láser que utiliza un motor DC. Finalmente, realizar un análisis de resultados de la aplicación experimental del algoritmo de compensación de fricción con la finalidad de demostrar que la aplicación de esta medida mejora el posicionamiento láser del TVS No.3, fundamental para realizar el barrido 3D con láser.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Modelar matemáticamente la fricción y hacer la integración con el modelo del Motor DC controlado del sistema de posicionamiento láser.
- Realizar la simulación e implementación del modelo desarrollado para analizar el impacto negativo del par de fricción en el posicionamiento del motor DC en lazo abierto y lazo cerrado.
- Desarrollar un algoritmo de control de voltaje del motor DC, el cual compense el efecto negativo del par de fricción en el posicionamiento final de su eje en el más reciente paso del barrido 3D con láser.
- Implementar la simulación computacional de la aplicación del algoritmo de compensación de fricción para analizar la respuesta para el motor DC del sistema de barrido 3D con láser.
- Realizar una implementación experimental y análisis de resultados de la aplicación del algoritmo de compensación de fricción para un motor DC del sistema de barrido 3D con láser.

Capítulo 2

Conceptos Básicos

Se deben definir conceptos básicos para la formulación e implementación de un algoritmo de control no lineal de compensación de fricción para el posicionamiento láser del sistema de visión artificial TVS No.3. Por lo tanto, en el presente capítulo se describe conceptos fundamentales del área de control e ingeniería física, requeridos para el modelado matemático continuo en el dominio de la frecuencia y la representación en espacio de estados en el dominio del tiempo. Así mismo, para el análisis de estabilidad para sistemas lineales y sistemas no lineales.

2.1. Modelado Matemático de Sistemas de Control

2.1.1. Transformada de Laplace

La transformada de Laplace, entre otros usos, es utilizada para resolver ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo que se presentan en el modelado matemático, reduciendo el problema de resolver estas ecuaciones diferenciales a un problema algebraico. Otra ventaja es que toma en consideración las condiciones iniciales, de modo que se evita la determinación de una solución general para los problemas con valor inicial [30]. Sea $f(t)$ una función definida para $t \geq 0$, la transformada de Laplace de $f(t)$ es definida por la siguiente expresión:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} \cdot dt \quad (2.1)$$

, en todos los valores de s para los cuales la integral impropia sea convergente. La transformada de Laplace $F(s)$ es usada para convertir la función en el tiempo $f(t)$ a su representación en el dominio de la frecuencia donde la variable s se define como la variable compleja de Laplace. Como criterio para asegurar la existencia de la transformada de Laplace de una función se describe a continuación: Si $f(t)$ es una función continua por tramos en $[0, +\infty)$ y de orden exponencial α , entonces su transformada de Laplace $F(s) = Lf(t)$ existe para todo $s > \alpha$. La función $f(t)$ es de orden exponencial si existen números α , $M > 0$ y $T > 0$ tal que $|f(t)| \leq Me^{\alpha t}$ para $t > T$ [30]. Para el caso de la transformada de Laplace inversa, se lleva la función en el dominio de la frecuencia a su expresión en el tiempo utilizando la siguiente definición:

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t) \quad (2.2)$$

Convenientemente existen tablas de las transformadas de Laplace y transformadas inversas de Laplace de funciones comúnmente utilizadas en ingeniería [30].

2.1.2. Representación del espacio de estados

Una variable de estado es magnitud medible de un sistema dinámico (posición, tensión, etc.) y puede ser una entrada, una salida o una variable interna. La variable interna representa la relación entre variables existentes en el sistema y puede no tener sentido o interpretación física [31]. En la representación de estados de un sistema se obtiene del modelo matemático descrito por ecuaciones diferenciales de infinitas derivadas que se combinan, una ecuación diferencial matricial de primer orden. Esta representación también permite una resolución sencilla de problemas de optimización de sistemas en el dominio del tiempo de manera analítica y algunas veces solamente de manera numérica. Además, la representación del espacio de estados también es muy útil para trabajar con sistemas de múltiples entradas y salidas, sistemas no-lineales y sistemas variantes en el tiempo [31]. Una forma general de representación de estados de un sistema lineal de n variables de estado se escribe de la siguiente forma:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}\underline{u}(t) \quad (2.3)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C}\underline{x}(t) + \underline{D}\underline{u}(t) \quad (2.4)$$

Con $\underline{x}(t_0) = x_0$, donde $\underline{x}(t)$ es el vector de estado con dimensión n , $\underline{u}(t)$ es el vector de entrada con dimensión r , $\underline{y}(t)$ es el vector de salida con dimensión m , $\underline{A}$ es la matriz del sistema con dimensión $n \times n$, $\underline{B}$ es la matriz de entrada con dimensión $n \times r$, $\underline{C}$ es la Matriz de salida con dimensión $m \times n$ y $\underline{D}$ es la Matriz de entrada-salida con dimensión $m \times r$ [31].

2.2. Control No Lineal Aplicado

2.2.1. Sistemas No Lineales

Un sistema dinámico no lineal generalmente se puede representar mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales en la forma

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (2.5)$$

donde f es una función vectorial no lineal $n \times l$, y x es el vector de estado $n \times l$. Un valor particular del vector de estado también se llama “punto” porque corresponde a un “punto” en el espacio de estado. El número de estados n se denomina orden del sistema. Una solución $x(t)$ de la ecuación (2.5) generalmente corresponde a una curva en el espacio de estados cuando t varía de cero a infinito. Esta curva se denomina generalmente trayectoria de estado o trayectoria de sistema.

Es importante notar que aunque la ecuación (2.5) no contiene explícitamente la entrada de control como una variable, es directamente aplicable a los sistemas de control de retroalimentación. La razón es que la ecuación (2.5) puede representar la dinámica en lazo cerrado de un sistema de control con retroalimentación, siendo la entrada de control una función del estado x y tiempo t , y por lo tanto desapareciendo en la dinámica en lazo cerrado [32]. Específicamente, si la dinámica de la planta es

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.6)$$

y se ha seleccionado alguna ley de control

$$u = g(x, t) \quad (2.7)$$

entonces la dinámica de circuito cerrado es

$$\dot{x} = f(x, g(x, t), t) \quad (2.8)$$

Por supuesto, la ecuación (2.5) también puede representar sistemas dinámicos en los que no intervienen señales de control, como un péndulo que oscila libremente [32]. Una clase especial de sistemas no lineales son los sistemas lineales. La dinámica de los sistemas lineales tiene la forma

$$\dot{x} = A(t)x \quad (2.9)$$

donde $A(t)$ es una matriz $n \times n$.

2.2.2. Puntos de Equilibrio y Conceptos de Estabilidad para Sistemas No Lineales

Es posible que la trayectoria de un sistema corresponda a un solo punto. Tal punto se llama punto de equilibrio. Muchos problemas de estabilidad se formulan naturalmente con respecto a los puntos de equilibrio. Un sistema no lineal puede tener varios (o infinitos) puntos de equilibrio aislados. En el análisis y diseño de sistemas lineales, para simplificar la notación y el análisis, a menudo se suele transformar las ecuaciones del sistema lineal de modo que el punto de equilibrio sea el origen del espacio de estados [32].

En muchas aplicaciones de ingeniería, la estabilidad de Lyapunov no es suficiente. Por ejemplo, cuando la actitud de un satélite se altera desde su posición nominal, no solo se requiere que el satélite mantenga su altitud en un rango determinado por la magnitud de la perturbación, es decir, la estabilidad de Lyapunov, sino que también se requiere que la altitud vuelva gradualmente a su valor original. Este tipo de requisito de ingeniería es capturado por el concepto de estabilidad asintótica [32].

Un punto de equilibrio 0 es asintóticamente estable si es estable y si además existe algún $r > 0$ tal que $\|x(0)\| < r$ implica que $x \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. De lo contrario, el punto de equilibrio es inestable. La estabilidad asintótica significa que el equilibrio es estable y que, además, los estados que comenzaron cerca de 0 en realidad convergen a 0 a medida que el tiempo t llega al infinito [32].

En algunos problemas prácticos, no nos preocupa la estabilidad alrededor de un punto de equilibrio, sino más bien la estabilidad de un movimiento, es decir, si un sistema permanecerá cerca de su trayectoria de movimiento original si se perturba ligeramente lejos de él. Podemos demostrar que este tipo de problema de estabilidad de movimiento puede transformarse en un problema de estabilidad equivalente alrededor de un punto de equilibrio [32].

2.2.3. Metodo directo de Lyapunov

Lyapunov, en su trabajo original de 1892, propuso dos métodos para demostrar la estabilidad. El primer método desarrolló la solución en una serie que luego resultó convergente dentro de ciertos límites [32]. El segundo método, que ahora se conoce como el criterio de estabilidad de Lyapunov o el método directo, hace uso de una función de Lyapunov $V(x)$ que tiene una analogía con la función potencial de la dinámica clásica [32].

Se debe una serie de condiciones para la función de Lyapunov: Se presenta de la siguiente manera para un sistema como el que se representa en (2.5) que tiene un punto de equilibrio en el origen $x = 0$. Se asume una función escalar $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $V(x)$ es definida positiva y radialmente ilimitada, por lo que $V(x) \rightarrow \infty$ cuando $\|x\| \rightarrow \infty$, mientras que su derivada $\dot{V}(x)$ es definida negativa. Es importante tomar en cuenta que para asegurar la estabilidad asintótica, se requiere $\dot{V}(x) < 0$ para $x \neq 0$. Entonces $V(x)$ se llama función de Lyapunov y el sistema es estable en el sentido de Lyapunov [32].

La energía total del sistema es la suma de su energía cinética y su energía potencial. Es más fácil visualizar este método de análisis pensando en un sistema físico (por ejemplo, resorte y masa vibrantes) y considerando la energía de dicho sistema. Si el sistema pierde energía con el tiempo y la energía nunca se restablece, finalmente el sistema debe detenerse y alcanzar un estado de reposo

final [32]. Este estado final se llama atractor. Sin embargo, puede resultar difícil encontrar una función que proporcione la energía precisa de un sistema físico.

La filosofía básica del método directo de Lyapunov es la extensión matemática de una observación física fundamental: si la energía total de un sistema mecánico (o eléctrico) se disipa continuamente, entonces el sistema, ya sea lineal o no lineal, debe finalmente establecerse en un punto de equilibrio. Por tanto, se puede concluir la estabilidad de un sistema examinando la variación de una única función escalar.

Capítulo 3

Fundamentos Teóricos

El presente capítulo proporciona fundamentos teóricos para la investigación actual. El primer tema abordado es el fenómeno de fricción, presente cuando existe desplazamiento relativo entre dos superficies en contacto. El cual con fines de análisis, se han desarrollado modelos presentados en este capítulo que intentan reproducir completa o parcialmente sus efectos y así reconocer ampliamente para definir sus características. Posteriormente se describe en detalle el modelado matemático del sistema de posicionamiento láser del TVS No.3 y su integración de un modelo dinámico de fricción adaptado en su representación continuo y espacio de estados, útil para el análisis computacional. Finalmente, se describe brevemente el hardware utilizado, sus funcionamiento, características y teoría necesaria para la implementación digital del sistema de control.

3.1. Modelado de Fricción

Hay muchos propósitos diferentes para el modelado de fricción. Las razones son, por ejemplo, conocer los aspectos físicos, la compensación de la fricción o la simulación. El fenómeno de la fricción aún no se comprende completamente. A lo largo de los años, se observaron y se intentó capturar en modelos muchos fenómenos de fricción. Esta sección comienza con una descripción general de los modelos de fricción propuestos en la literatura. Luego, la segunda parte de esta sección analiza el método utilizado actualmente para realizar la identificación del modelo de fricción.

3.1.1. Modelos Clásicos de Fricción

A continuación, se discutirán los denominados modelos estáticos. Estos modelos son relativamente simples y pueden predecir el comportamiento cuantitativo global de la fricción. Generalmente, la fuerza de fricción calculada por los modelos clásicos depende de la velocidad. El modelo que se necesita depende del propósito, de la efectividad necesaria del modelo para describir los fenómenos de fricción y de la eficiencia necesaria del modelo.

Los fenómenos de fricción empíricos observados llevaron a los modelos de Coulomb y términos como fricción viscosa y estática. Los modelos que describen uno o más de estos fenómenos a menudo se denominan “modelos clásicos”. La idea principal de los modelos clásicos es que la fuerza de fricción se opone al movimiento del objeto.

Fricción Estática

En [33] se introdujo la idea de fricción estática, afirmando que dicha fricción puede describirse satisfactoriamente no solo en función de la velocidad sino también del par aplicado. La fricción estática contrarresta las fuerzas externas por debajo de un cierto nivel antes del deslizamiento inicial, la fricción estática es mayor que la fricción de Coulomb [34]. La fuerza de fricción para velocidad cero es función del par de torsión aplicado externo F_e . Esto se puede modelar mediante:

$$F_f(f_e) = \begin{cases} f_e & \text{if } v = 0 \text{ and } |f_e| > f_s \\ f_s \text{sgn}(f_e) & \text{if } v = 0 \text{ and } |f_e| \leq f_s \end{cases} \quad (3.1)$$

donde $\text{sgn}()$ es la función signo estándar definida como

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } x < 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ 1 & \text{if } x > 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

y F_s es el coeficiente máximo de fricción estática, que se supone constante.

Fricción de Coulomb

Adicionalmente al descubrimiento de la fricción estática, Coulomb generó un modelo simple de fricción en el que la plantea como una fuerza de valor constante y directamente proporcional al signo de la velocidad. La fricción de Coulomb, está presente cuando $v \geq 0$, no depende de F_e y se puede describir como

$$F_f = F_C \cdot \text{sgn}(v) \quad (3.3)$$

, donde F_C representa el coeficiente de fricción de Coulomb y la fuerza de fricción es proporcional a la carga normal F_N por un coeficiente de fricción cinemática μ que depende de las características de las superficies de contacto, es decir, $F_C = \mu \cdot F_N$.

Fricción Viscosa

En una búsqueda por reducir los efectos de la fricción y evitar el desgaste de los mecanismos se introducen entre las superficies en contacto aceites lubricantes. Cumplen su objetivo en la mayoría de los casos, pero definitivamente modifican la dinámica del fenómeno de fricción. El término fricción viscosa se utiliza para este componente de fuerza causado por la viscosidad de los lubricantes utilizados entre las superficies deslizantes, que normalmente se describe como:

$$F_f = F_v \cdot v \quad (3.4)$$

Donde F_v representa el coeficiente de fricción viscoso. Es común combinar la fricción de Coulomb y los efectos de la fricción viscosa de la siguiente manera:

$$F_f = F_C \cdot \text{sgn}(v) + F_v \cdot v \quad (3.5)$$

Efecto Stribeck en la Fricción

Stribeck observó que la fuerza de fricción no disminuye repentinamente como se describe por la fricción, pero la dependencia de la velocidad es continua (como se muestra en la Figura 3.1). Este modelo plantea una transición suave de fricción estática a dinámica, que pasa por los estadios de lubricación límite, acotada, fluida parcial y fluida completa, siendo la primera de ellas la que corresponde a cero velocidad y la última de ellas a la de mayor velocidad.

El efecto de disminuir la fuerza de fricción F_f al aumentar la velocidad se conoce como efecto Stribeck [8]. Por tanto, una descripción general de la fricción es

$$F_f = \begin{cases} S(v) & \text{si } v \neq 0 \\ F_e & \text{si } v = 0 \text{ and } |F_e| < F_s \\ F_s \text{sgn}(F_e) & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (3.6)$$

donde F_e representa una fuerza aplicada externamente, F_c el nivel de fuerza de Coulomb, F_s el nivel de fuerza de fricción, v la velocidad. Una forma común de la función de Stribeck $S(v)$ es

$$S(v) = \text{sgn}(v)[F_c + (F_s - F_c)e^{-|\frac{v}{v_s}|^{\delta_s}}] + F_v \quad (3.7)$$

donde F_v representa la fuerza de fricción viscosa, v_s la velocidad de Stribeck y δ_s un parámetro empírico. Se han propuesto varias parametrizaciones de $S(v)$ en [6].

3.1.2. Modelos Dinámicos de Fricción

La fricción es un fenómeno complejo que no se puede describir por completo utilizando solo los modelos estáticos presentados anteriormente. A continuación, se presentan dos importantes modelos de fricción dinámica que se encuentran en la literatura.

Modelo de fricción de Dahl

El modelo de fricción de Dahl (1968) es un punto de referencia porque es el primer modelo de fricción dinámica que surge como una necesidad para comprender las propiedades cuasiestáticas de

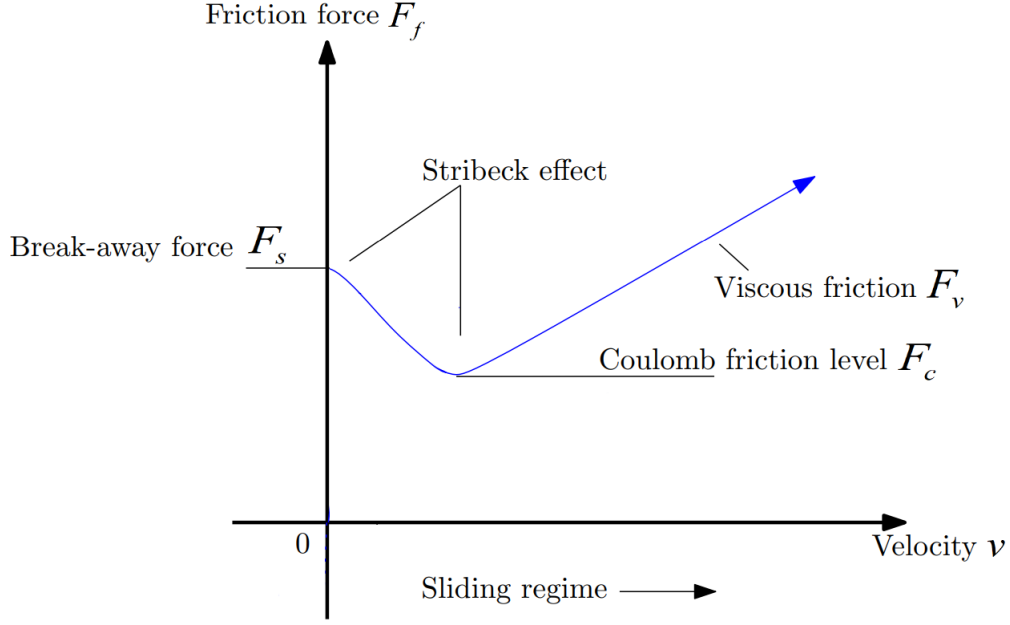


Figura 3.1: Representación de la fricción de Stribeck.

dos cuerpos bajo desplazamiento [6]. El modelo Dahl es perfectamente compatible con el “modelo de cerdas” [8] que introduce la analogía de la deflexión de las cerdas para una variable de estado interno z ; la carga inicialmente deforma las asperezas elásticamente, como cerdas, considerando que esta aspereza puede modelarse como las cerdas de dos cepillos. Por lo tanto, si z representa la deflexión promedio de las cerdas, multiplicada por un coeficiente de rigidez σ_0 que da el par de fricción estática [6]. Si se incluye la fricción viscosa lineal $F_v(v) = f_v v$, entonces el modelo de Dahl viene dado por

$$F_f(v) = \sigma_0 z + f_v v \quad (3.8)$$

$$\dot{z} = v - \frac{\sigma_0 |v|}{f_c} z \quad (3.9)$$

, donde σ_0 representa la rigidez de las cerdas. Con $v = 0$ la fuerza de fricción F_f está limitada al intervalo $[-f_c, f_c]$; en otras palabras, $|z| \leq f_c/\sigma_0$. Por tanto, el modelo de Dahl (3.8) y (3.9) da una

aproximación transitoria del modelo (3.5), que es discontinuo.

Analizando el modelo de Dahl en estado estable, la fuerza de fricción y la variable interna quedan:

$$F_f(v) = f_c \operatorname{sgn}(v) + f_v(v) \quad (3.10)$$

$$z = \frac{f_c}{\sigma_0} \operatorname{sgn}(v) \quad (3.11)$$

Donde la función $f_v(v)$ comúnmente representa la fricción viscosa. Observando la ecuación (3.10) que corresponde a la fuerza de fricción, se aprecia que es la fricción de Coulomb. Es importante apuntar que el modelo matemático planteado por Dahl no captura la adhesión ni el efecto Stribeck, por lo que omite la transición continua del estado de la fricción estática a la fricción de Coulomb [6] [8].

Modelo de Cerdas

Haessig y Friedland introdujeron un modelo de fricción en [28], que intentó capturar el comportamiento de los puntos de contacto microscópicos entre dos superficies. Debido a irregularidades en las superficies, el número de puntos de contacto y su ubicación es aleatorio. Cada punto de contacto se considera un enlace entre cerdas flexibles. A medida que las superficies se mueven entre sí, aumenta la tensión en la unión y las cerdas actúan como resortes dando lugar a una fuerza de fricción. Entonces la fuerza viene dada por

$$F_f(v) = \sum_{i=1}^N \sigma_0(x_i - b_i) \quad (3.12)$$

donde N es el número de cerdas, σ_0 la rigidez de las cerdas, x_i la posición relativa de las cerdas y b_i la ubicación donde se formó el enlace, como $|x_i - b_i|$ es igual a δ_s el enlace se rompe y se forma uno nuevo en una ubicación aleatoria en relación con la ubicación anterior. La nueva ubicación está dada por la ecuación:

$$b_i^{k+1} = b_i^k + \Delta \text{sgn}(x_i - b_i^k) \quad (3.13)$$

Donde Δ representa una distribución uniforme. Este modelo utiliza un número grande de cerdas, por lo que tiene una alta complejidad al aplicarlo en una simulación numérica. El planteamiento del modelo de cerdas es una idea clave que ha sido retomada por otros autores para modelar el fenómeno de fricción. La rigidez de las cerdas, σ_0 , puede depender de la velocidad. Una propiedad interesante del modelo es que captura la naturaleza aleatoria de la fricción. La aleatoriedad depende del número de cerdas. El modelo es ineficiente en simulaciones debido a su complejidad. El movimiento de pegado puede ser oscilatorio ya que no hay amortiguación de las cerdas en el modelo.

Modelo de fricción de LuGre

El modelo de fricción de LuGre (1995) representa una generalización del modelo de Dahl, que considera el fenómeno de predeslizamiento y el efecto Stribeck [35]. Como modelo de Dahl, el modelo de LuGre se puede expresar en términos de la velocidad v y la deflexión promedio de las cerdas z . El modelo LuGre tiene la forma:

$$F_f(v) = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \alpha_2 v \quad (3.14)$$

$$\dot{z} = v - \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} z \quad (3.15)$$

, donde σ_1 es el coeficiente de amortiguación de las cerdas, se suele usar comúnmente $f_v(v) = \alpha_2 \cdot v$, siendo α_2 el coeficiente de fricción viscosa, $g(v)$ es una función propia del modelo que da una buena aproximación al efecto Stribeck [36] y está definido por la curva exponencial:

$$g(v) = \alpha_0 + \alpha_1 e^{-(v/v_o)^2} \quad (3.16)$$

Por lo tanto, $\alpha_0 + \alpha_1$ corresponde a la fuerza de fricción estática (f_s), α_0 corresponde a la fuerza de fricción de Coulomb (f_c), α_2 corresponde al coeficiente de amortiguación viscoso del componente de

fricción lineal (puede representarse también como f_v). El parámetro v_0 (o también v_s) determina cómo la función no lineal $g(v)$ varía dentro de los límites $\alpha_0 \leq g(v) \leq \alpha_0 + \alpha_1$ (puede escribirse también como $f_c \leq g(v) \leq f_s$).

Analizando el modelo LuGre en estado estable la fuerza de fricción y la variable interna se describe como:

$$F_f(v) = g(v)sgn(v) + f_v v \quad (3.17)$$

$$z = \frac{g(v)}{\sigma_0} sgn(v) \quad (3.18)$$

3.1.3. Simulación de los Modelos de Fricción Dinámica

Previo a la identificación de parámetros se utiliza para visualizar el comportamiento de las curvas de los modelos de fricción dinámica utilizando herramientas de simulación numérica como Simulink de MATLAB. Por lo tanto, utilizando valores definidos arbitrariamente para estos parámetros resumidos en la Tabla 3.1 con el fin de simular su comportamiento, se muestra en la Figura 3.2 un grafico de la curva de Dahl.

Tabla 3.1: Parámetros de fricción propuestos

<i>Parámetro</i>	<i>Valor</i>	<i>Unidad</i>
σ_0	5	$Nm \cdot rad^{-1}$
σ_1	0.5	$Nm \cdot s \cdot rad^{-1}$
f_s	5	Nm
f_c	1	Nm
f_v	0.75	$Nm \cdot s \cdot rad^{-1}$
v_s	0.05	$rad \cdot s^{-1}$

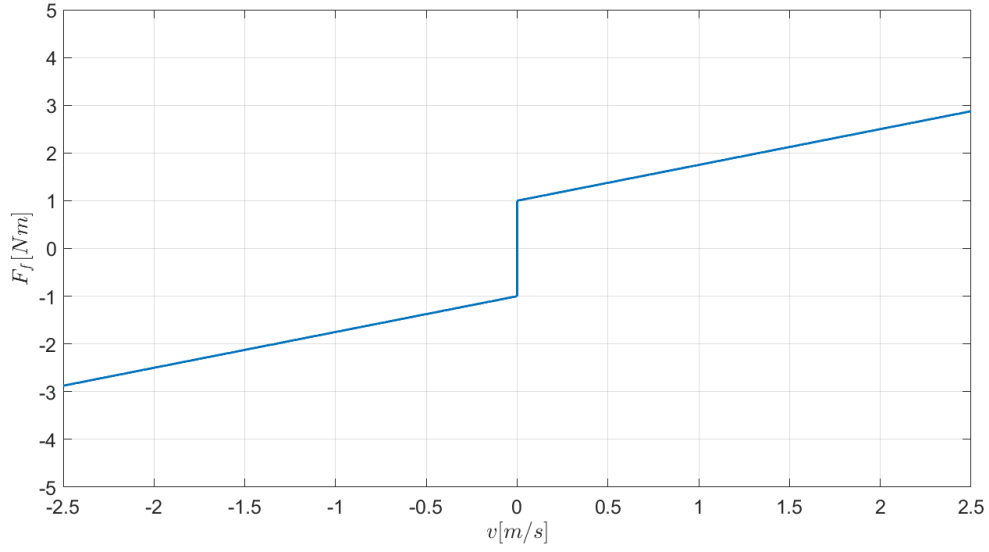


Figura 3.2: Simulación Fricción de Dahl.

Posteriormente, de la misma manera en la Figura 3.3 se muestra un gráfico de la curva de LuGre.

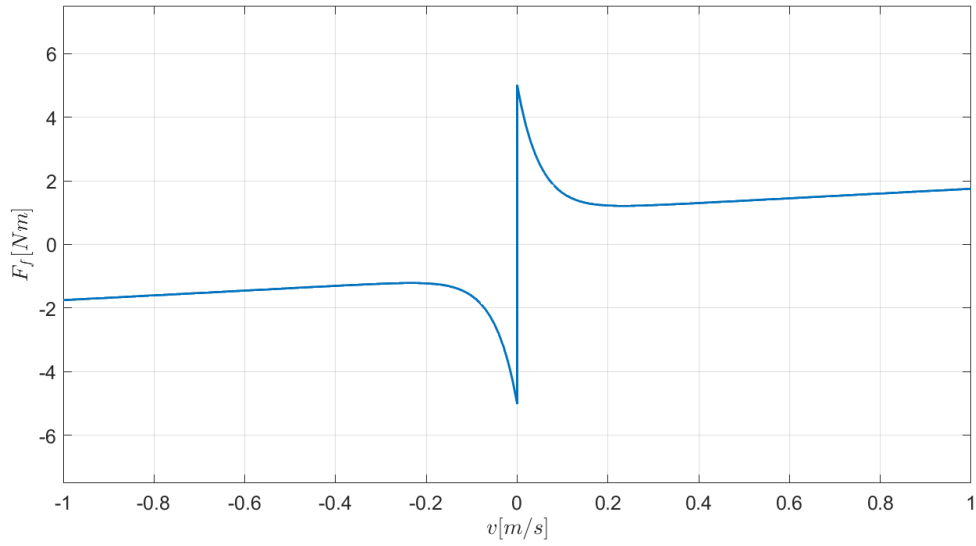


Figura 3.3: Simulación Fricción de LuGre.

La arbitrariedad de los parámetros propuestos se correlaciona con la aplicación actual de posicionamiento del eje del motor tomando en consideración las proporciones apropiadas, establecidas por la definición y el análisis de disipatividad de ambos modelos dinámicos de fricción.

3.2. Sistema de Posicionamiento Láser

El sistema de posicionamiento láser se representa en la Figura 1.3 y es parte del sistema de escaneo láser 3D [1]. El modelo matemático del sistema de posicionamiento láser se integrará con el modelo matemático de fricción, que actualmente se está desarrollando. En este sistema, la posición del láser η corresponde directamente a la posición angular φ_o real del motor DC. Por lo tanto, se deriva un modelo para la parte eléctrica y mecánica del motor DC usado para controlar el posicionamiento del láser.

El sistema de posicionamiento que se estará trabajando está representado con la Figura 1.3, este último forma parte del sistema de barrido 3D con láser [1] y se modela matemáticamente con el fin de desarrollar un algoritmo de control de posición angular del láser y reducir el error de su posición final compensando el par resistivo por fricción, por lo pronto se presenta el modelado que servirá de base para ser integrado a un modelo matemático de la fricción dinámica en el que se está trabajando actualmente.

3.2.1. Modelo Continuo del Motor DC

El punto de partida es el modelo del comportamiento eléctrico y mecánico de un motor DC con imanes permanentes sin tener en cuenta los efectos no lineales, como el par de arranque y par dentado. Por lo tanto, $u_A(t)$ representa el voltaje del inducido del motor DC, $i_A(t)$ la corriente del inducido, L_A la inductancia del inducido, R_A la resistencia del inducido, J el momento total de inercia, r la constante de fricción de amortiguación viscosa, $\omega_o(t)$ la velocidad angular real y $M(t)$ el par motor producido.

A continuación, se muestra el diagrama electromecánico de los elementos de un motor DC:

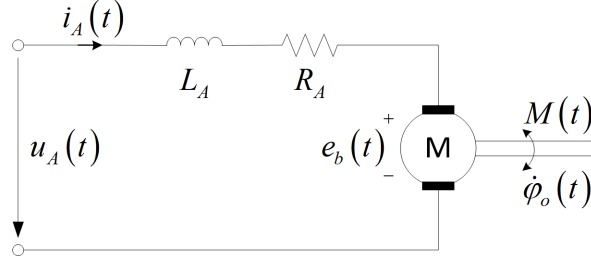


Figura 3.4: Circuito equivalente del motor DC.

La ecuación de la sección eléctrica la podemos obtener aplicando las leyes de Kirchhoff a la malla:

$$u_A(t) = R_A i_A(t) + L_A \frac{di_A(t)}{dt} + e_b(t) \quad (3.19)$$

Cuando circula corriente por la bobina del rotor se produce la acción dinámica entre la corriente y el campo magnético de las expansiones polares convirtiendo de esta manera la energía eléctrica en energía cinética. [37]

La ecuación de la sección mecánica para el motor DC, que está representada por un bloque de transferencia en la Figura 3.5 se puede expresar de la siguiente manera:

$$J \frac{d\omega_o(t)}{dt} = M(t) - r\omega_o \quad (3.20)$$

Existe una relación proporcional K_b denominada “Constante de fuerza contraelectromotriz back-EMF”, que relaciona la velocidad angular que toma el eje del motor DC y la fuerza contraelectromotriz back-EMF. [37]

$$e_b(t) = K_b \omega_o \quad (3.21)$$

Se puede establecer otra relación electromecánica proporcional K_T denominada “Constante de Par”, entre el par mecánico y la corriente eléctrica que fluye a través del motor DC. [37]

$$M(t) = K_T i_A \quad (3.22)$$

Este modelo se presenta siguiendo la Figura 3.5 y la ecuación (3.23).

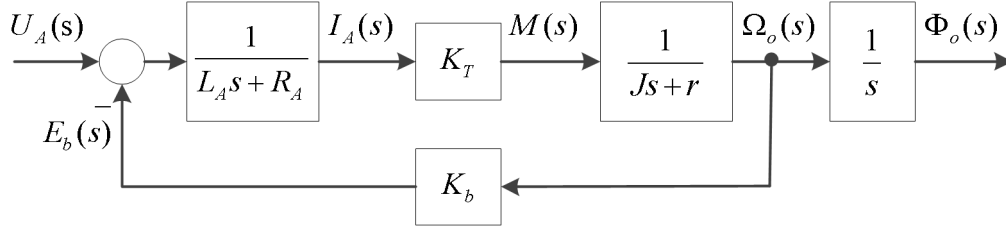


Figura 3.5: Modelo de motor DC sin tener en cuenta los efectos no lineales.

$$G_{Motor}(s) = \frac{K_E K_T r^{-1}}{(1 + sT_E)(1 + sT_M) + K_E K_T K_b r^{-1}} \quad (3.23)$$

Por lo tanto, $U_A(s)$ representa el voltaje del inducido del motor, $I_A(s)$ la corriente del inducido, $M(s)$ el par motor, $\Omega_o(s)$ la velocidad angular real en el dominio de la frecuencia, $G_{Motor}(s)$ representa la función de transferencia del sistema completo del motor DC que relaciona la salida Ω_o y la entrada U_A , con $K_E = \frac{1}{R_A}$ la constante eléctrica, $T_E = \frac{L_A}{R_A}$ la constante de tiempo eléctrica y $T_M = \frac{J}{r}$ la constante de tiempo mecánica [37].

Se puede encontrar más información sobre el modelo matemático de comportamiento electromecánico y la identificación de parámetros del motor DC en la literatura pertinente [37] y [38].

3.2.2. Modelo del Motor DC con Fricción Dinámica

Para integrar un modelo de fricción no lineal, la amortiguación del motor dada linealmente por el parámetro r se reemplaza por una fuerza de fricción no lineal $F = f_f(\omega_o)$, que representa una función de la velocidad angular ω_o del motor DC.

$$J \frac{d\omega_o(t)}{dt} = M(t) - f_f(\omega_o) \quad (3.24)$$

Donde J el momento total de inercia, f_f la fuerza de fricción no lineal, $\omega_o(t)$ la velocidad angular real y $M(t)$ el par motor producido. Reescribiendo la sección mecánica (3.24) del motor DC con el

modelo Dahl de fricción no lineal descrito en (3.8) y (3.9), obtenemos:

$$J \frac{d\omega_o}{dt} + f_v \omega_o = M(t) - f_c \operatorname{sgn}(\omega_o) \quad (3.25)$$

De la misma forma, reescribiendo la sección mecánica (3.24) del motor DC con el modelo LuGre de fricción no lineal descrito en (3.14) y (3.15), obtenemos:

$$J \frac{d\omega_o}{dt} + f_v \omega_o = M(t) - f_c \operatorname{sgn}(\omega_o) - (f_s - f_c) e^{-(v/v_s)^2} \operatorname{sgn}(\omega_o) \quad (3.26)$$

Donde J es la inercia, ω_o la velocidad angular, $M(t)$ el par motor, f_s corresponde a la fuerza de fricción estática, f_c corresponde a la fuerza de fricción de Coulomb, f_v corresponde al coeficiente de amortiguación viscoso y v_s el factor de forma de Stribeck [35]. Para simplificar la ecuación (3.26), se define una ecuación auxiliar que incluya el comportamiento no lineal de la ecuación diferencial:

$$\alpha(\omega_o) = \frac{|\omega_o|}{g(\omega_o)} \quad (3.27)$$

Donde $g(\omega_o)$ es la función propia del modelo LuGre que da una buena aproximación al efecto Stribeck y está definida por la curva exponencial descrita en la ecuación (3.16).

3.2.3. Modelo en Espacio de Estados del Motor DC con Fricción Dinámica

A través del método de la representación en variables de estado, se deben definir las ecuaciones que relacionan sus entradas y salidas; las cuales se identificarán con la tensión aplicada a la armadura y la posición angular del eje del motor, respectivamente. Se procede a manipular las ecuaciones (3.14), (3.16), (3.19)–(3.21) y (3.22), quedando las ecuaciones:

$$\frac{d\varphi_o}{dt} = \omega_o \quad (3.28)$$

$$\frac{d\omega_o}{dt} = -\frac{\sigma_1 + f_v}{J} \omega_o - \frac{\sigma_0 - \sigma_0 \sigma_1 \alpha(\omega_o)}{J} z + \frac{K_M}{J} i_A \quad (3.29)$$

$$\frac{di_A}{dt} = -\frac{K_b}{L_A}\omega_o - \frac{R_A}{L_A}i_A + \frac{1}{L_A}u_A \quad (3.30)$$

$$\frac{dz}{dt} = \omega_o - \sigma_0\alpha(\omega_o)z \quad (3.31)$$

Si se seleccionan como variables de estado a la posición angular ($x_1 = \varphi_o$), la velocidad ($x_2 = \omega_o$), la corriente de armadura ($x_3 = i_A$), la deformación de las cerdas ($x_4 = z$), el modelo puede ser reescrito:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.32)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{\sigma_1 + f_v}{J}x_2 + \frac{K_M}{J}x_3 - \frac{\sigma_0 - \sigma_0\sigma_1\alpha(x_2)}{J}x_4 \quad (3.33)$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{K_b}{L_A}x_2 - \frac{R_A}{L_A}x_3 + \frac{1}{L_A}u \quad (3.34)$$

$$\dot{x}_4 = x_2 - \sigma_0\alpha(x_2)x_4 \quad (3.35)$$

$$y = x_1 \quad (3.36)$$

Finalmente, la representación en espacio de estados es la siguiente:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sigma_1 + f_v}{J} & \frac{K_M}{J} & -\frac{\sigma_0 - \sigma_0\sigma_1\alpha(x_2)}{J} \\ 0 & -\frac{K_b}{L_A} & -\frac{R_A}{L_A} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\sigma_0\alpha(x_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_A} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (3.37)$$

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Donde $\underline{x}(t)$ es el vector de estado, $\underline{u}(t)$ es el vector de entrada, $\underline{y}(t)$ es el vector de salida, $\underline{A}$ es la matriz del sistema, $\underline{B}$ es la matriz de entrada, $\underline{C}$ es la Matriz de salida y finalmente $\underline{D}$ es la Matriz de entrada-salida.

3.3. Implementación Digital del Sistema de Control

Para realizar la compensación de fricción en el sistema de control, el motor DC se controla digitalmente, utilizando el algoritmo de control formulado anteriormente, un controlador de motor, convertidor digital-analógico (DAC) y analógico-digital (ADC), como se muestra en la Figura 3.6 donde i representa puntos de tiempo discretos del tiempo continuo t .

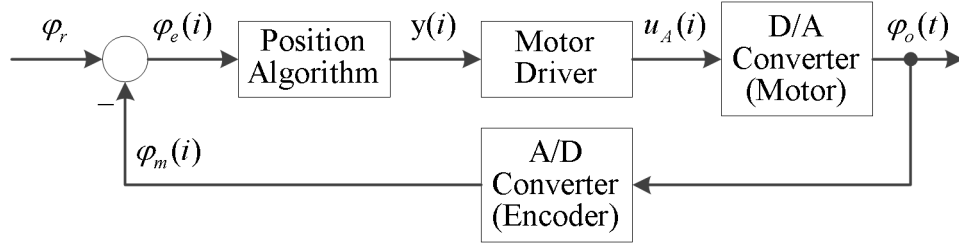


Figura 3.6: Lazo de muestreo digital.

El controlador digital se implementa mediante un microcontrolador, que recibe un valor de referencia constante φ_r , calcula el error actual $\varphi_e(i)$ y utiliza un algoritmo para calcular la variable de salida del controlador actual $y(i)$. Dado que los controladores digitales solo tienen dos niveles de señal como señales de salida, las amplitudes discretas de la variable de salida $y(i)$ deben representarse mediante una señal modulada por ancho de pulso (PWM). Para generar la potencia requerida para el motor DC, la variable de salida $y(i)$ debe amplificarse al voltaje del inducido del motor DC $u_A(i)$ utilizando el controlador del motor, que se realiza mediante un puente H eléctrico. El DAC está representado por el mismo motor DC, que debido a su comportamiento de filtro de paso bajo de segundo orden convierte los valores discretos de la tensión del inducido $u_A(i)$ en valores continuos de la posición angular real $\varphi_o(t)$. Los valores continuos de $\varphi_o(t)$ nuevamente son convertidos en una secuencia de pulsos por el ADC, que está representado por el codificador incremental. Contando los pulsos de esta secuencia, el controlador digital determina la posición angular medida $\varphi_m(i)$ y la velocidad angular medida $\omega_m(i)$. Esta sección describe en detalle los conceptos principales del microcontrolador propuesto, el temporizador del microcontrolador necesario, la modulación de ancho de pulso, el puente H y el codificador incremental del motor DC utilizado.

3.3.1. Modulación de Ancho de Pulso PWM

Debido a que el microcontrolador digital no posee una salida realmente analógica debido a su naturaleza, la variable de salida del controlador obtenida y se convierte en el voltaje del inducido u_A usando una señal modulada por ancho de pulso (PWM). Si se utiliza una señal modulada por ancho de pulso (PWM) con un valor RMS equivalente de la señal de control continua deseada, se obtendrá un rendimiento similar al de una fuente de voltaje continuo. La frecuencia de la señal PWM es f_{PWM} .

El ancho de pulso se modifica cambiando el ciclo de trabajo de la señal, lo que da como resultado un valor RMS equivalente de una señal continua. Por ejemplo, una señal PWM con un voltaje máximo de $10V$ y un ciclo de trabajo del 25 % dará como resultado un valor RMS equivalente de $2.5V$, y el motor tendrá un rendimiento similar al de un suministro continuo de $2.5V$. Esto solo se aplica siempre que f_{PWM} sea mucho mayor que el valor propio más alto de la frecuencia angular del motor. En otras palabras, la constante de tiempo del motor debe ser mucho mayor que el período PWM.

3.3.2. Módulo L298N Controlador de Motor Puente H

El término “puente H” proviene de la típica representación gráfica del circuito. Lo más habitual en este tipo de circuitos es emplear interruptores de estado sólido (como Transistores MOSFET), que pueden convertir un voltaje de CC en un voltaje de CA con frecuencia variable y ancho de pulso variable. Además los interruptores se acompañan de diodos (conectados a ellos en antiparalelo o sea, inversamente polarizados) como protección para los picos transitorios que generan las bobinas y otras cargas al desconectarse.

Los puentes H se utilizan principalmente para inversores de potencia, como controladores de motor y para otras aplicaciones de electrónica de potencia. La Figura 3.7 muestra un esquema del puente H para controlar un motor DC, que contiene cuatro transistores T1-T4, cuatro diodos D1-D4 y el motor DC controlado.

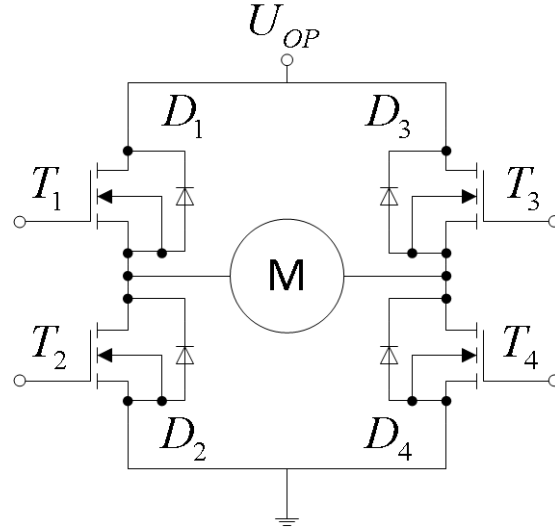


Figura 3.7: Esquema de un Puente H.

En resumen el puente H se usa para invertir el giro de un motor, pero también puede usarse para frenarlo, al hacer un corto en la bobina del motor, o incluso puede usarse para permitir que el motor frene bajo su propia inercia, cuando desconectamos el motor de la fuente que lo alimenta. En la Tabla 3.2 se resumen las diferentes acciones.

Tabla 3.2: Modos de funcionamiento de un Puente H

<i>T1</i>	<i>T2</i>	<i>T3</i>	<i>T4</i>	<i>Resultado</i>
0	0	0	0	Rotación libre
1	0	0	1	Aceleración en sentido horario
0	1	1	0	Aceleración en sentido antihorario
0	1	0	1	Frenado en sentido horario
1	0	1	0	Frenado en sentido antihorario
1	1	0	0	Estado prohibido
0	0	1	1	Estado prohibido
1	1	1	1	Estado prohibido

Cuando los estados de los transistores $T1$ y $T4$ están cerrados (y $T2$ y $T3$ abiertos) se aplica una

tensión positiva en el motor, haciéndolo girar en un sentido. Abriendo los interruptores $T1$ y $T4$ (y cerrando $T2$ y $T3$), el voltaje se invierte, permitiendo el giro en sentido inverso del motor. Los estados de los transistores $T1$ y $T2$ nunca podrán estar cerrados al mismo tiempo, porque esto cortocircuitaría la fuente de tensión U_{OP} . Lo mismo sucede con $T3$ y $T4$.

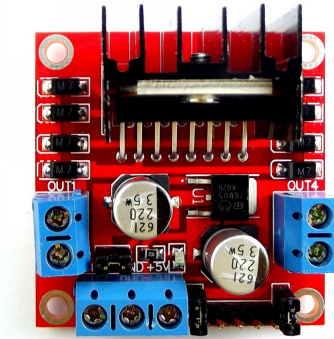


Figura 3.8: Módulo de controlador L298N.

Se utiliza el módulo de controlador L298N para controlar el motor DC del TVS (Figura 3.8). El driver puente H L298N es el modulo más utilizado para manejar motores DC de hasta 2 amperios. El chip L298N internamente posee dos puentes H completos que permiten controlar 2 motores DC o un motor paso a paso bipolar/unipolar. El módulo permite controlar el sentido y velocidad de giro de motores mediante señales TTL que se pueden obtener de microcontroladores y tarjetas de desarrollo como Arduino, Raspberry Pi o Launchpads de Texas Instruments. El control del sentido de giro se realiza mediante dos pines para cada motor, la velocidad de giro se puede regular haciendo uso de modulación por ancho de pulso PWM. Tiene integrado un regulador de voltaje LM7805 de 5V encargado de alimentar la parte lógica del L298N, el uso de este regulador se hace a través de un Jumper y se puede usar para alimentar la etapa de control.

3.3.3. Codificador incremental

Medición de Posición Angular

La posición angular medida del eje del motor DC φ_m se miden utilizando un codificador incremental. El codificador rotatorio emite dos señales digitales de onda cuadrada desfasadas en 90° en dos canales A y B, la señal A y la señal B respectivamente para medir la posición angular real precisa y la velocidad del motor. El encoder MR tipo ML utilizado de Maxon Motors proporciona 1000

pulsos por revolución (1000 ppr) del motor en cada canal y contiene además un canal de índice I, que proporciona 1 ppr. Cada vez que una de las dos señales cambia de polaridad, un contador digital cuenta un paso hacia arriba o hacia abajo según el sentido de giro. El sentido de rotación se puede detectar a partir de la secuencia de transiciones de los canales A y B.

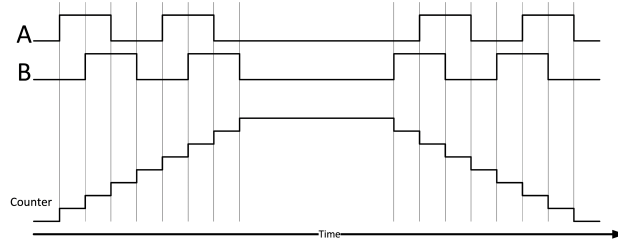


Figura 3.9: Ejemplo de funcionamiento del codificador incremental.

En la Figura 3.9, se muestra una secuencia de pulsos de los canales A y B. Las señales generadas por el codificador incremental tendrán un período proporcional a la velocidad del giro del motor DC, y la dirección del movimiento puede ser determinada por la fase entre los canales A y B; si la fase es de 90° el codificador está girando en una determinada dirección, si la fase es de -90° el sentido de rotación es el opuesto. La posición se puede obtener integrando la velocidad o contando pulsos individuales cuando el canal A o B cambian de polaridad.

Como se puede ver en la Figura 3.9, cada vez que un canal cambia de polaridad, el contador aumenta o disminuye según el estado actual y anterior de los canales A y B. La lógica requerida para determinar si el contador debe incrementarse o decrementarse se implementa en el microcontrolador.

Estimación de Velocidad Angular

Debido al hecho de que el lazo de control se ejecuta a una frecuencia constante, la velocidad angular se puede calcular simplemente como:

$$\omega_m = \frac{\varphi_m(i) - \varphi_m(i-1)}{T_s} \quad (3.39)$$

Donde ω_m es la velocidad angular medida, φ_m es la posición angular medida, i es el índice de muestra y T_s es la inversa de la frecuencia de muestreo f_T . Es crucial considerar los errores de

medición que pueden ocurrir cuando el controlador se implementa en un dispositivo discreto como un microcontrolador. Suponiendo que la posición angular se mide con un sensor discreto, como un codificador incremental. En ese caso, la velocidad se puede obtener tomando la derivada discreta de la posición. Sin embargo, es crucial tener en cuenta que debido a la naturaleza de las derivadas discretas, la velocidad calculada será un múltiplo entero de la frecuencia de muestreo, tal como muestra la ecuación (3.39). También puede verse en la ecuación (3.39) que debido a que el numerador siempre será un número entero, la velocidad calculada debe ser un múltiplo entero de la frecuencia de muestreo. Esto significa que a velocidades bajas, el error será significativo y la velocidad medida será 0 o un pequeño múltiplo entero de f_T .

Antes de implementar el controlador, es fundamental tener en cuenta que el operador diferencial tiene una respuesta en frecuencia de $s = j\omega$, donde s es el operador de Laplace, j es el número imaginario unitario y ω es la frecuencia angular; por lo que se puede observar que la derivada amplifica las frecuencias más altas, lo que conduce a la amplificación del ruido de alta frecuencia. Para reducir el error a velocidades bajas, una solución simple puede ser reducir la frecuencia de muestreo en detrimento de la velocidad de respuesta del controlador.

3.3.4. Microcontrolador

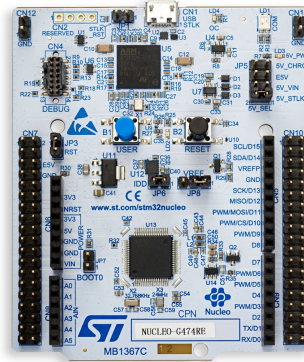


Figura 3.10: STM32 Nucleo-64 board. [40]

La implementación experimental se realiza utilizando el motor DC del sistema de escaneo láser, un microcontrolador STM32G474RE en la placa Nucleo-64 (que se muestra en la Fig. 3.10) y un puente H. La medición de la posición angular se realiza utilizando un codificador incremental decodificado

mediante el STM32, y la velocidad angular se estima realizando la derivada discreta de la posición angular. La frecuencia de muestreo y la frecuencia de control son ambas determinadas en la propuesta del experimento. El software se desarrolló en C++ utilizando la capa de abstracción de hardware STM32 para decodificar la posición angular y enviar los estados del sistema a la PC a través del puerto COM virtual. La señal de control u se convierte en el voltaje de armadura u_A usando una señal modulada por ancho de pulso (PWM). El uso de una señal PWM con un valor RMS equivalente a la señal de control continuo deseada proporciona un rendimiento similar al de una fuente de voltaje continuo.

El microcontrolador STM32G474RE usado se basa en la arquitectura ARM y la CPU funciona hasta a 170 MHz [8]. Tiene 22 temporizadores, uno se usa para decodificar la posición angular del motor DC y otro se usa para generar la señal PWM para controlar el motor DC. Se utiliza un temporizador para generar las interrupciones de muestreo. Esto asegura que el ciclo de control aplicado se ejecute con precisión y simplifica el código.

Capítulo 4

Formulación de Control

El presente capítulo describe la formulación de control de posición en lazo abierto y lazo cerrado para el sistema de posicionamiento láser del TVS No.3. Primero se presenta el desarrollo del algoritmo en lazo abierto basado en los parámetros físicos del motor DC y el cual su implementación será de gran utilidad para caracterizar el error relativo de posicionamiento que se puede atribuir a la fricción modelada. Posteriormente se presenta la formulación de una ley de control no lineal proporcional derivativa de retroalimentación con retraso a la salida basada en los parámetros dinámicos del sistema con fricción, para lograr un control de posicionamiento de alto rendimiento usando compensación de fricción, dicha formulación de control se presenta con su análisis de estabilidad asintótica global de posicionamiento en lazo cerrado utilizando el método directo de Lyapunov.

4.1. Algoritmo de Posicionamiento en Lazo Abierto

El modelo de motor DC utilizado debe parametrizarse utilizando los datos reales del Maxon RE-max29, presentados en el Tabla B.1. Para implementar el algoritmo de posicionamiento para la simulación computacional, se debe aplicar un pulso constante al modelo de motor DC de Maxon RE-max29 por un tiempo de duración específico τ según un enfoque teórico, que define la transición del posicionamiento del eje del motor y los estados finales, según la tensión y corriente suministradas utilizando los parámetros físicos del motor DC constante de velocidad K_v y constante de tiempo mecánica T_M [1]. Para el Maxon RE-max29 controlado, la constante de velocidad es $K_v = 56.8 \frac{rpm}{V}$. Usando la constante de velocidad para calcular el tiempo τ que el motor gira φ_r , al aplicar un

voltaje de armadura u_A , se deriva:

$$\tau = \frac{60s}{K_v \cdot 360^\circ \cdot u_A} \varphi_r \quad (4.1)$$

Por lo tanto, τ depende de la posición angular de referencia correspondiente φ_r [1]. Sin embargo, debido a las limitaciones físicas del motor DC, el algoritmo de lazo abierto presenta problemas al posicionar el eje del motor con ángulos muy pequeños. El par de arranque inherente y no despreciable omite un movimiento lineal y constante a bajas velocidades del eje del motor. También debido a la inercia inherente del rotor se requiere tiempo para acelerar y desacelerar el rotor, por lo tanto, al posicionarlo con ángulos pequeños el algoritmo no funciona correctamente cuando se coloca el eje del motor con menos de un ángulo de referencia mínimo $\varphi_{r_{min}}$ dado por la siguiente ecuación:

$$\varphi_{r_{min}} = T_M \cdot \frac{K_v \cdot 360^\circ \cdot u_A}{60s} \quad (4.2)$$

Considerando la aproximación de que el motor necesita T_M para alcanzar la velocidad final y así trabajar a velocidad constante. En conclusión, el algoritmo de lazo abierto funciona correctamente solo después de que el motor ha alcanzado su velocidad final determinada por la constante de tiempo mecánica T_M , los ángulos de posicionamiento de $\varphi_{r_{min}}$ o menos presentarán resultados de posicionamiento no fiables.

El modelo de simulación completo del motor DC Maxon RE-max29 se muestra en la siguiente Figura 4.1.

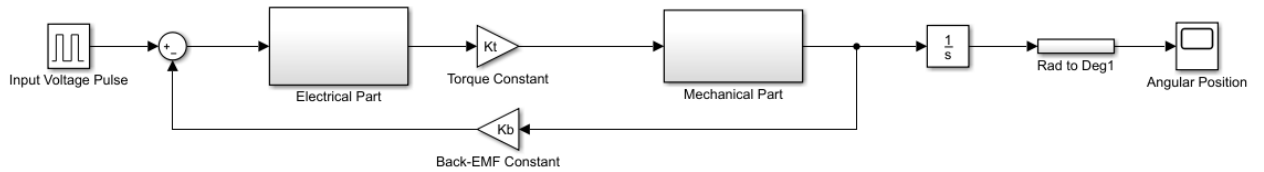


Figura 4.1: Diagrama de bloques del control de posicionamiento en lazo abierto del motor DC.

La Figura 4.2 muestra la posición angular real φ_o a lo largo del tiempo simulada para el control de posición en lazo abierto del motor DC Maxon RE-max29 usando el algoritmo de posicionamiento [1]

para tres diferentes posiciones angulares de referencia. Las duraciones de tiempo aplicadas de los pulsos τ , las posiciones angulares reales finales resultantes $\varphi_o(t \rightarrow \infty)$ se resumen en la Tabla 4.1.

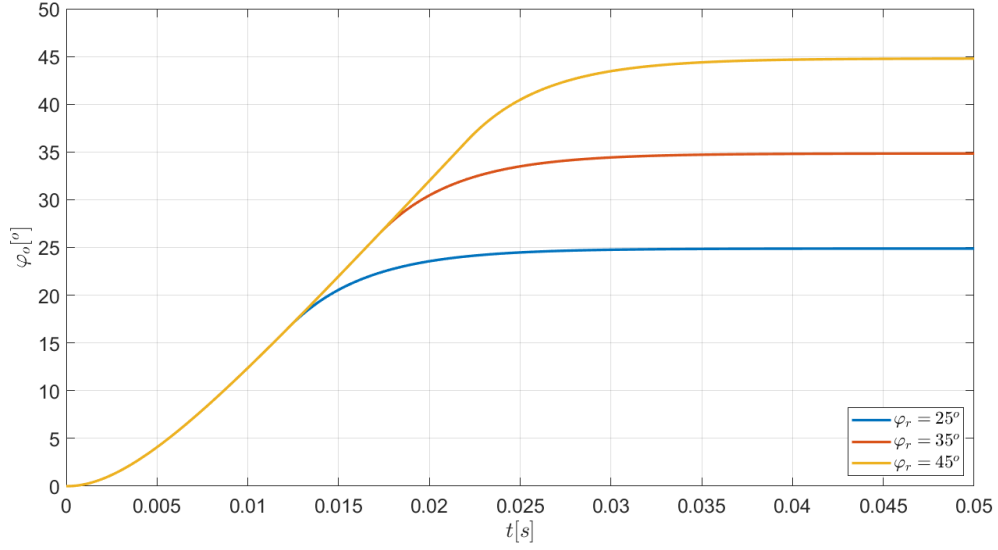


Figura 4.2: Resultados de la simulación del motor Maxon RE-max29.

Tabla 4.1: Resultados de simulación utilizando el algoritmo de posicionamiento.

Valor	Resultados		
	$\varphi_r = 25^\circ$	$\varphi_r = 35^\circ$	$\varphi_r = 45^\circ$
τ	24.45ms	34.23ms	44.01ms
φ_o	25°	35°	45°

Para analizar ambos modelos de fricción dinámica propuestos, el error angular relativo en el estado estable del posicionamiento láser se estimará mediante simulación utilizando el algoritmo de posicionamiento propuesto. El error angular relativo en estado estable está definido por:

$$\varphi_e^* = \frac{\varphi_o(t \rightarrow \infty) - \varphi_r}{\varphi_r} \cdot 100 \% \quad (4.3)$$

La Figura 4.4 y Figura 4.5 muestran la posición angular real φ_o a lo largo del tiempo simulado para

el control de posición en lazo abierto del motor DC Maxon RE-max29 con modelo de fricción de Dahl y LuGre, respectivamente, usando el algoritmo de posicionamiento [1] para tres posiciones angulares de referencia diferentes. Las duraciones de tiempo aplicadas de los pulsos τ , las posiciones angulares reales finales resultantes $\varphi_o(t \rightarrow \infty)$ y el error angular relativo φ_e^* se resumen en la Tabla 4.2. El modelo de simulación completo del motor DC Maxon RE-max29 con fricción dinámica se muestra en la siguiente Figura 4.3. Los parámetros numéricos variables y constantes de ambos modelos matemáticos fueron previamente estimados durante la sección 5.2 de esta tesis de investigación.

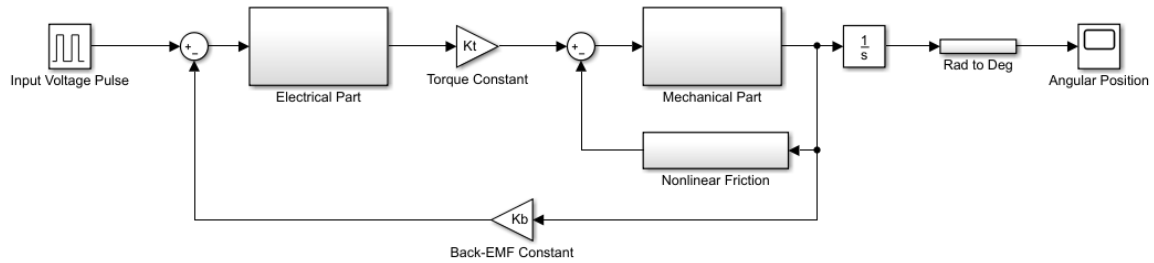


Figura 4.3: Diagrama de bloques del control de posicionamiento en lazo abierto del motor DC con fricción dinámica.

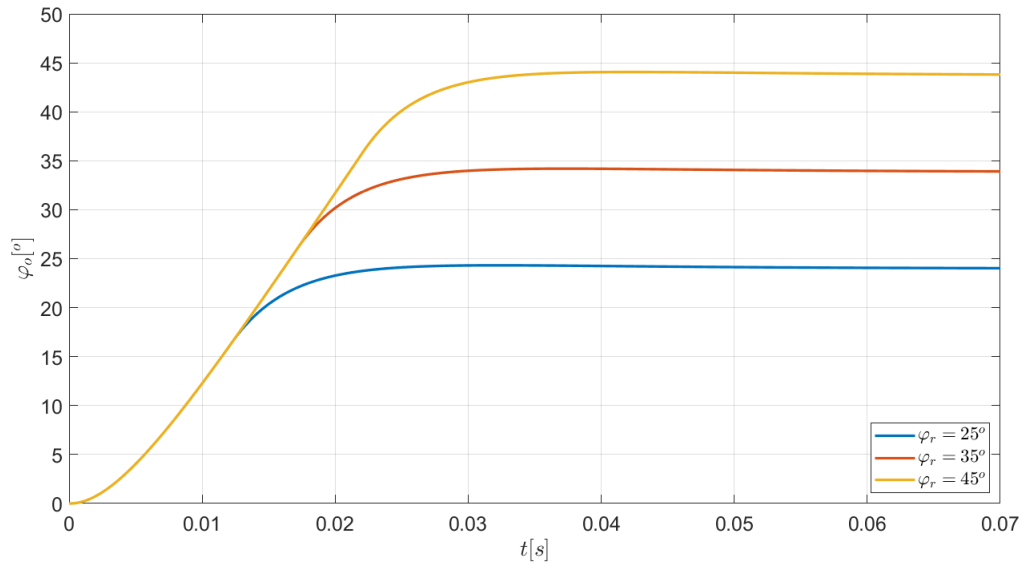


Figura 4.4: Resultados de la simulación del motor Maxon RE-max29 utilizando el modelo de fricción de Dahl.

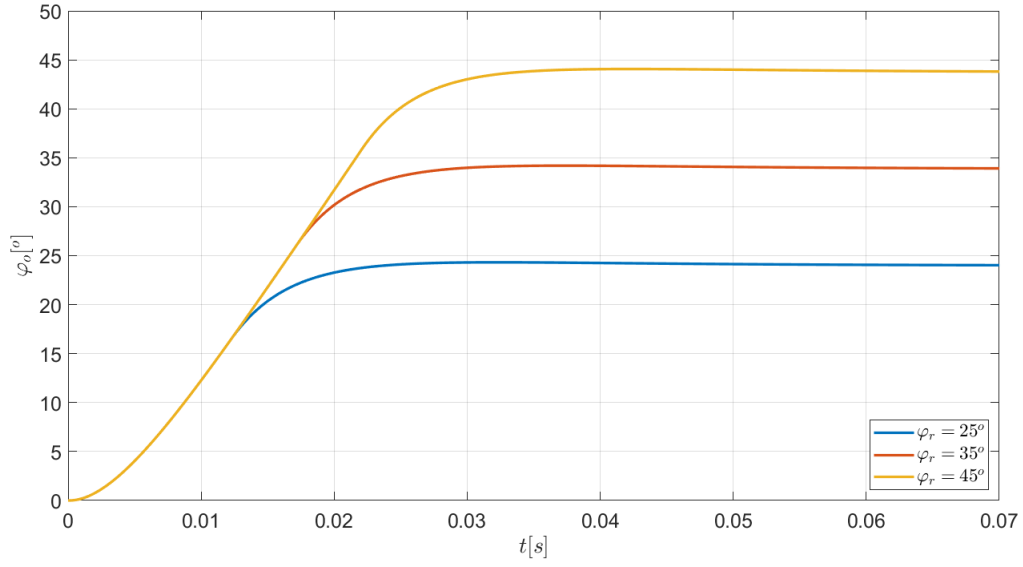


Figura 4.5: Resultados de la simulación del motor Maxon RE-max29 utilizando el modelo de fricción LuGre.

Tabla 4.2: Resultados de la simulación utilizando fricción dinámica

Valor	Resultados		
	$\varphi_r = 25^\circ$	$\varphi_r = 35^\circ$	$\varphi_r = 45^\circ$
τ	12.23ms	17.12ms	22.01ms
$\varphi_o[Dahl]$	24.16°	34.03°	43.90°
$\varphi_e^*[Dahl]$	3.36 %	2.77 %	2.44 %
$\varphi_o[LuGre]$	23.99°	33.86°	43.73°
$\varphi_e^*[LuGre]$	4.04 %	3.25 %	2.82 %

Analizando los resultados de la simulación presentada en las Figuras 4.4 y 4.4, preliminarmente se puede suponer que utilizar un modelo de fricción dinámica más complejo no asegura mejorar el error relativo en la simulación del funcionamiento del motor DC Maxon RE-max29, sin embargo, más adelante en la experimentación se revisó las ventajas de implementación de cada modelo y finalmente se optó por estimar la fricción dinámica del sistema utilizando el modelo LuGre.

4.2. Algoritmo de Posicionamiento en Lazo Cerrado

Para integrar el modelo dinámico del sistema de posicionamiento láser, que se deriva utilizando la Figura 3.5, con algún modelo dinámico de fricción presentado anteriormente, la siguiente ecuación puede representar el modelo dinámico del sistema:

$$\tilde{J}\ddot{\varphi}_o = u - \tilde{r}\dot{\varphi}_o - \tilde{f}(\dot{\varphi}_o) \quad (4.4)$$

donde $\varphi_o(t)$, $\dot{\varphi}_o(t)$, $\ddot{\varphi}_o(t)$ representan la posición, velocidad y aceleración del sistema, respectivamente, $\tilde{J}$ el momento total de inercia normalizado, $\tilde{r}$ el coeficiente viscoso equivalente normalizado, u la entrada de control y $\tilde{f}(\dot{\varphi}_o)$ el efecto normalizado de la fricción no lineal incierta. La inercia $\tilde{J}$ y el coeficiente de fricción de amortiguamiento viscoso $\tilde{r}$ son constantes positivas y normalizadas con respecto al voltaje de entrada. En la derivación del modelo, la dinámica eléctrica se descuida en comparación con la dinámica mecánica debido a una respuesta eléctrica mucho más rápida, es decir, $T_E \ll T_M$ siendo T_E la constante de tiempo eléctrica y T_M la constante de tiempo mecánica [1]. Por lo tanto, $u = k_c \cdot M(t)$ donde k_c representa una ganancia constante de tensión / par positiva definida como $k_c = R_A/K_T$.

Teniendo en cuenta que se considera un sistema de posicionamiento láser de un grado de libertad con fricción, la fricción no lineal $f(\dot{\varphi}_o)$ es simétrica con respecto al origen (similar a como se muestra en la Figura 3.3), es decir, $f(\dot{\varphi}_o)\dot{\varphi}_o \geq 0$. Además, $f(\dot{\varphi}_o)$ está delimitada en la parte superior por

$$|f(\dot{\varphi}_o)| \leq c_0 \quad (4.5)$$

donde c_0 es una constante positiva conocida.

El objetivo de control es sintetizar una entrada de control u tal que la salida $\varphi_o(t)$ rastree la trayectoria de la posición de referencia $\varphi_r(t)$ lo más cerca posible a pesar de las diversas incertidumbres del modelo. Para cuantificar este objetivo, el error de posicionamiento $\varepsilon \in \mathbf{R}$ se describe mediante:

$$\varepsilon(t) = \varphi_o(t) - \varphi_r(t) \quad (4.6)$$

donde se supone que $\varphi_r(t)$ es conocido a partir del diseño experimental.

4.2.1. Control Robusto Proporcional-Derivativo No Lineal Saturado cSORPD

Para realizar un control derivativo proporcional no lineal, similar a [39], se define una función no lineal como:

$$s(x) = \begin{cases} |x|^\alpha \operatorname{sgn}(x) & \text{if } \delta < |x| < 1 \\ \delta^{\alpha-1} x & \text{if } |x| \leq \delta \\ \operatorname{sgn}(x) & \text{if } |x| \geq 1 \end{cases} \quad (4.7)$$

Donde $\alpha \in (0, 1]$ y $\delta \in (0, 1]$ son constantes positivas a ser designadas. Teniendo en cuenta que la función no lineal $s(x)$ aumenta estrictamente en x para $|x| < 1$, implica que $s(x) = 0$ solo para $x = 0$, y $s(x)x > 0$ cuando $x \neq 0$. La propuesta de [39] es el siguiente control SORPD simple:

$$u = -k_p s(\varepsilon) - k_d \tanh(\dot{\varphi}_o) - k_r \operatorname{sgn}(\varepsilon) \quad (4.8)$$

Donde $\tanh()$ es la función tangente hiperbólica estándar, u es la entrada de control, k_p y k_d son las ganancias proporcional y derivativa positivas, respectivamente y k_r es una ganancia robusta positiva. Según las observaciones de [39], de (4.8) queda claro que el esfuerzo de control puede estar explícitamente delimitado por:

$$|u| \leq k_p + k_d + k_r \quad (4.9)$$

Por lo tanto, la saturación del actuador se puede evitar seleccionando las ganancias de control a priori

$$u_{max} > k_p + k_d + k_r \quad (4.10)$$

Se supone que la entrada de control máxima del sistema es u_{max} , con u_{max} como una constante positiva definida por la tensión nominal del motor DC utilizado. El control SORPD propuesto dado por (4.8) asegura la estabilidad de posicionamiento asintótico global siempre que las ganancias de control se elijan para satisfacer la restricción dada por (4.10) y las siguientes condiciones suficientes:

$$k_p > \frac{k_d}{2} \quad (4.11)$$

$$k_r \geq c_0 \quad (4.12)$$

Para revisar el análisis de estabilidad y más detalles acerca de este control robusto proporcional-derivado no lineal saturado de retroalimentación de salida (SORPD), consulte [39, 41, 42].

Para eliminar el posible parloteo de la acción discontinua, el control dado por (4.8) se modifica como uno continuo de la siguiente manera:

$$u = -k_p s(\varepsilon) - k_d \tanh(\dot{\varphi}_o) - k_r \tanh(k_0 \varepsilon) \quad (4.13)$$

donde k_0 es un factor de nitidez positivo. En [39], este control de SORPD continuo modificado (cSORPD) no puede asegurar la estabilidad asintótica global. Por lo tanto, para asegurar la estabilidad asintótica global, se propone una condición de ganancia adicional y se realiza una prueba de análisis de estabilidad. Primero, después de sustituir el control propuesto definido por (4.13) en (4.4), la dinámica en lazo cerrado del sistema de movimiento toma

$$\tilde{J} \ddot{\varphi}_o = -k_p s(\varepsilon) - k_d \tanh(\dot{\varphi}_o) - k_r \tanh(k_0 \varepsilon) - r \dot{\varphi}_o - \tilde{f}(\dot{\varphi}_o) \quad (4.14)$$

Para facilitar el análisis posterior, similar a [39], una señal de posicionamiento filtrada se define primero de la siguiente manera

$$\eta = \dot{\varepsilon} + \lambda \tanh(\varepsilon) \quad (4.15)$$

donde λ es una constante positiva arbitrariamente pequeña para satisfacer la siguiente condición

$$0 < \lambda < \frac{\tilde{r}}{\tilde{J}} \quad (4.16)$$

El desarrollo ahora comienza calculando la dinámica de error filtrada en lazo abierto. Por lo tanto, después de tomar la derivada temporal de (4.15), tenemos

$$\dot{\eta} = \ddot{\varepsilon} + \lambda \operatorname{sech}^2(\varepsilon) \dot{\varepsilon} \quad (4.17)$$

Donde $\operatorname{sech}()$ es la función secante hiperbólica estándar. Multiplicando ambos lados de (4.17) por $\tilde{J}$ y usando los hechos de que $\ddot{\varepsilon} = \ddot{\varphi}_o$ y $\dot{\varepsilon} = \dot{\varphi}_o$ para el control de posición conduce a

$$\tilde{J}\dot{\eta} = \tilde{J}\ddot{\varphi}_o + \tilde{J}\lambda \operatorname{sech}^2(\varepsilon) \dot{\varphi}_o \quad (4.18)$$

sustituir $\tilde{J}\ddot{\varphi}_o$ de (4.14) en la expresión (4.18) conduce a

$$\tilde{J}\dot{\eta} = -k_p s(\varepsilon) - k_d \tanh(\dot{\varphi}_o) - k_r \tanh(k_0 \varepsilon) - [\tilde{r} - \tilde{J}\lambda \operatorname{sech}^2(\varepsilon)] \dot{\varphi}_o - \tilde{f}(\dot{\varphi}_o) \quad (4.19)$$

La prueba de estabilidad procede utilizando el método directo de Lyapunov. Para este propósito, la función candidata de Lyapunov se propone como

$$V = \frac{1}{2} \tilde{J} \eta^2 + k_p \int_0^\varepsilon s(\sigma) d\sigma + k_r \int_0^\varepsilon \tanh(\sigma) d\sigma + \lambda \int_0^\varepsilon [\tilde{r} - \lambda \tilde{J} \operatorname{sech}^2(\sigma)] \tanh(\sigma) d\sigma \quad (4.20)$$

De la propiedad de la función secante hiperbólica estándar y la condición (4.16) en λ se tiene $\tilde{r} - \lambda \tilde{J} \operatorname{sech}^2(\sigma) \geq \tilde{r} - \lambda \tilde{J} \geq 0$. Junto con el hecho de que $\tanh(\epsilon)\epsilon \geq 0$ para todos ϵ , y los hechos de que para $s(\varepsilon)\varepsilon > 0$ para $\varepsilon \neq 0$ y $s(\varepsilon)\varepsilon = 0$ solo para $\varepsilon = 0$ es sencillo verificar que los términos

integrales son positivos y/o definidos semi-positivos con respecto a ε [39]. Por tanto, se puede concluir que V propuesta en (4.20) es radialmente ilimitada y definida positiva con respecto a η, ε .

Tomar la derivada temporal de V a lo largo de (4.20) conduce a

$$\dot{V} = \tilde{J}\eta\dot{\eta} + k_p s(\varepsilon)\dot{\varepsilon} + k_r \tanh(\varepsilon)\dot{\varepsilon} + \lambda[\tilde{r} - \lambda\tilde{J} \operatorname{sech}^2(\varepsilon)]\tanh(\varepsilon)\dot{\varepsilon} \quad (4.21)$$

Después de sustituir $\tilde{J}\dot{\eta}$ de (4.19) en (4.21) usando el hecho de que $\dot{\varepsilon} = \dot{\varphi}_o$ para el control de posición, recordando el hecho de que $-\tilde{f}(\dot{\varphi}_o)\dot{\varphi}_o \leq 0$ de (4.4), y $\operatorname{sech}^2(\varepsilon) \leq 1$ de la propiedad de la función secante hiperbólica, el límite superior de $\dot{V}$ es

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_d \tanh(\dot{\varphi}_o)\dot{\varphi}_o - k_r \tanh(k_0 \varepsilon)\dot{\varphi}_o - [\tilde{r} - \lambda\tilde{J}]\dot{\varphi}_o^2 - \lambda k_p s(\varepsilon)\tanh(\varepsilon) \\ & - \lambda k_d \tanh(\dot{\varphi}_o)\tanh(\varepsilon) - \lambda k_r \tanh(k_0 \varepsilon)\tanh(\varepsilon) - \lambda \tilde{f}(\dot{\varphi}_o)\tanh(\varepsilon) + k_r \tanh(\varepsilon)\dot{\varphi}_o \end{aligned} \quad (4.22)$$

Usando una condición de ganancia adicional propuesta para k_0 para asegurar la estabilidad asintótica global, lo que lleva a si $1 \leq k_0$, por lo tanto $\tanh(\varepsilon) \leq \tanh(k_0 \varepsilon)$, y aplicando los hechos $s(\varepsilon)\tanh(\varepsilon) \geq \tanh^2(\varepsilon)$ y $\tanh(\dot{\varphi}_o)\dot{\varphi}_o \geq \tanh^2(\dot{\varphi}_o)$ de la última función no lineal saturada definida (4.13) y la función tangente hiperbólica estándar a (4.22), respectivamente, conduce a

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_d \tanh^2(\dot{\varphi}_o) - [\tilde{r} - \lambda\tilde{J}]\dot{\varphi}_o^2 - \lambda[k_p + k_r]\tanh^2(\varepsilon) - \lambda k_d \tanh(\dot{\varphi}_o)\tanh(\varepsilon) \\ & - \lambda \tilde{f}(\dot{\varphi}_o)\tanh(\varepsilon) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Por propiedad trigonométrica de la función tangente hiperbólica, se define la siguiente desigualdad

$$- \lambda k_d \tanh(\dot{\varphi}_o)\tanh(\varepsilon) \leq \frac{\lambda k_d}{2} [\tanh^2(\dot{\varphi}_o) + \tanh^2(\varepsilon)] \quad (4.24)$$

Aplicar las desigualdades (4.5) y (4.24) conduce a

$$\dot{V} \leq -k_d \left[1 - \frac{\lambda}{2}\right] \tanh^2(\dot{\varphi}_o) - [\tilde{r} - \lambda\tilde{J}]\dot{\varphi}_o^2 - \lambda \left[k_p - \frac{\lambda k_d}{2} + k_r - c_0\right] \tanh^2(\varepsilon) \quad (4.25)$$

donde se usa la desigualdad $|\tan(\varepsilon)| \geq \tanh^2(\varepsilon)$ de la propiedad de la función tangente hiperbólica.

Según las condiciones sobre las ganancias de control (4.11), (4.12) y (4.16), el límite superior final para $\dot{V}$ se puede escribir como

$$\dot{V} \leq -\beta_1 \tanh^2(\dot{\phi}_o) - \beta_2 \dot{\phi}_o^2 - \beta_3 \tanh^2(\varepsilon) \quad (4.26)$$

donde β_1 , β_2 y β_3 son algunas constantes positivas.

El análisis anterior muestra que V es una función de Lyapunov definida positiva radialmente ilimitada cuya derivada en el tiempo $\dot{V}$ es definida negativa. Por lo tanto, el lema de Barbalat [32] se puede aplicar para concluir $\lim_{t \rightarrow \infty} \tanh^2(\dot{\phi}_o) \rightarrow 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\phi}_o^2 \rightarrow 0$ y $\lim_{t \rightarrow \infty} \tanh^2(\varepsilon) \rightarrow 0$ para cualquier estado inicial $(\phi_o(0), \dot{\phi}_o(0))$. Esto completa la prueba de estabilidad.

La combinación del controlador robusto proporcional-derivativo no lineal saturado con retroalimentación de salida (cSORPD) aplicado al sistema de posicionamiento láser se representa esquemáticamente en la Figura 4.6.

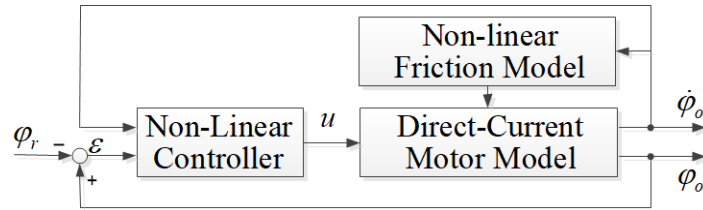


Figura 4.6: Diagrama del control no lineal en lazo cerrado.

Un enfoque común para lograr un mejor rendimiento para sistemas de posicionamiento con fricción es aplicar una compensación de fricción basada en modelos. El enfoque actual de compensación de fricción, se distingue de otras técnicas de compensación de fricción basadas en modelos ya disponibles por el hecho de que incluye una ley de control robusto no lineal para un actuador saturado con retroalimentación de salida. Para lograr el objetivo principal de la tesis se propone implementar la ley de control nombrada por sus siglas en inglés “cSORPD” (Continuous Saturated Output-feedback

Relay Proportional Derivative) en el sistema de posicionamiento láser agregando una condición de ganancia adicional que asegura la estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado. Dicho análisis de estabilidad asintótica global para el sistema en lazo cerrado utilizando el control cSORPD se realizó usando el método directo de Lyapunov.

Capítulo 5

Implementación Experimental

El presente capítulo describe en detalle las condiciones experimentales y la realización del control de posición del motor DC controlado en configuración en lazo cerrado y lazo abierto del sistema de posicionamiento láser del TVS No.3. Se han realizado experimentos para controlar la posición angular real φ_o del motor DC, la configuración experimental se muestra en la Figura 5.1. Los resultados experimentales de compensación de fricción se resumen brevemente para dar ejemplo de su desempeño para los motores Maxon RE-max29 y Maxon DCX22S, la extensión de estos resultados se analizan con más profundidad en el capítulo de análisis de resultados. El diseño experimental y sus respectivos resultados se presentan en tablas incluidas en el Apéndice B.

5.1. Diseño Experimental

5.1.1. Objetivos Generales y Específicos del Diseño Experimental

Diseñar una ley de control para disminuir el error de posicionamiento relativo del sistema de posicionamiento láser del TVS. No.3 utilizando compensación de fricción. Para el desarrollo de la ley de control es deseable realizar experimentos que brinden datos de análisis del sistema de posicionamiento láser, como el modelado matemático del sistema considerando en nuestro caso los efectos no lineales debido a la fricción, también es deseable conocer la respuesta a un impulso en lazo abierto del sistema. Finalmente, hay que considerar el efecto que podría ocurrir por utilizar un encoder para realizar la estimación de la posición final del láser en algunos experimentos.

Para obtener los objetivos de este trabajo de investigación, los objetivos específicos del diseño

experimental son:

- Modelar matemáticamente el sistema de posicionamiento láser.
- Establecer condiciones experimentales igualitarias.
- Realizar mediciones y análisis de resultados.
- Proponer una ley de control para disminuir el error de posicionamiento relativo del sistema de posicionamiento láser utilizando compensación de fricción en base a los datos adquiridos.

5.1.2. Factores Influyentes

Se les nombra como factores influyentes a aquellos parámetros experimentales, valores medidos o constantes cuyos respectivos valores son relevantes para el diseño experimental.

Tabla 5.1: Factores influyentes del diseño experimental

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Unidad</i>
φ_r	Referencia de posicionamiento angular del motor DC	<i>Grados</i>
u_A	Voltaje de alimentación	<i>V</i>
J	Momento de inercia total	<i>$g \cdot cm^2$</i>
R_A	Resistencia eléctrica del rotor	Ω
M_f	Par de fricción	<i>$N \cdot m$</i>
φ_e	Error de posicionamiento angular absoluto del motor DC	<i>Grados</i>
f_{PWM}	Frecuencia de la señal de control PWM	<i>Hz</i>
f_T	Frecuencia de muestreo del micro-controlador	<i>kHz</i>
PPR	Pulsos por revolución del encoder del motor DC	—

Algunos de los factores influyentes del sistema de posicionamiento láser del TVS. No.3 son:

- Valores medidos o estimados del sistema de posicionamiento láser: Momento de inercia total, resistencia eléctrica del rotor, par de fricción, posición angular actual, señal de error de posicionamiento relativo.

- Parámetros experimentales del sistema de posicionamiento láser: Referencia angular de posicionamiento, valor máximo la señal de control.
- Constantes del sistema de posicionamiento láser: Frecuencia de la señal de control PWM, valor de referencia para el calculo del error de posicionamiento relativo.
- Discretización del sistema de medición: Frecuencia de muestreo del micro-controlador, pulsos por revolución del encoder.

Los experimentos realizados para controlar la posición angular real del motor DC del sistema de posicionamiento láser del TVS. No.3 utilizan los siguientes parámetros experimentales, valores medidos y constantes (Tabla 5.1).

5.1.3. Metodología de Experimentación

Para la adquisición de datos experimentales se utiliza un micro-controlador y se manda el paquete de datos en tiempo real por medio de comunicación serial por el puerto USB a la PC donde se realizará el análisis de los datos.

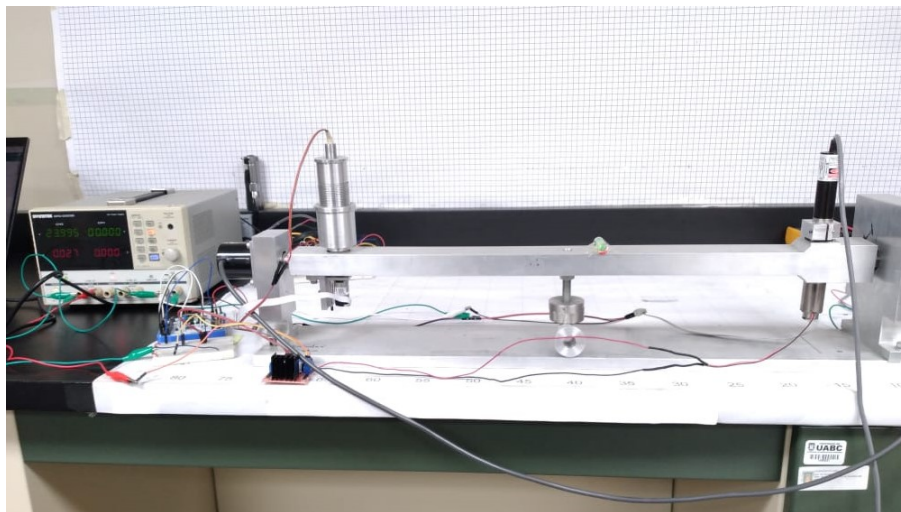


Figura 5.1: TVS No.3 colocado para su funcionamiento.

Como generalidades de la experimentación en lazo abierto y lazo cerrado: Primero es necesario establecer comunicación serial con la computadora donde se realizará el almacenamiento de los datos de prueba para su posterior análisis. Se establecen las condiciones iniciales deseadas del experimento

para el sistema de posicionamiento láser del TVS No.3. Se designa un botón en el protoboard para iniciar el experimento deseado.

1. Se ejecuta el programa de almacenamiento de datos en la computadora para asegurar que no haya datos faltantes al inicio de la experimentación.
2. Se inicia el experimento mandando una señal de control para lograr un ángulo de referencia deseado.
3. Se envía el paquete de datos de la señal generada y la señal de posicionamiento estimada por medio de comunicación serial a la computadora en tiempo real.
4. Se realiza la medición manual de las coordenadas a la cual se desplazo el rayo láser en el campo de observación milimetrado respecto al punto inicial.
5. Se repite el paso 2, 3 y 4 hasta que el número de interacciones deseadas para el experimento se ha completado. Tomando en cuenta que para cada interacción se restablecen las condiciones iniciales deseadas del experimento.
6. Se detiene la ejecución el programa de almacenamiento de datos en la computadora y se procede con el análisis de los datos.

Para las ejecución de las pruebas 1A, 1B, 1C, 1D, 1E, 1F, 2A, 2B, 2C, 2G, 2H, 2I, 2J, 2K y 2L se realizan 50 mediciones automáticas, mientras que para las pruebas 1G, 1H, 1I, 1J, 1K, 1L, 2D, 2E y 2F se realizan 10 mediciones manuales del posicionamiento láser en el campo de visión del TVS No.3. El diseño experimental se encuentra desglosado en el Apéndice B.

Se realiza implementación computacional y experimentación extensa de posicionamiento angular usando ambos algoritmos de control formulados en el Capítulo 4, cubriendo diferentes entradas, incluidos los ángulos de referencia, voltaje de alimentación y la carga del motor DC, y utilizando técnicas de medición manuales y automáticas para garantizar la reproducibilidad y la repetibilidad del proceso antes y después de la implementación del control de compensación de fricción.

5.2. Características e Identificación de los Parámetros del Sistema con Fricción

La estimación de parámetros consiste en aproximar las constantes dinámicas del sistema mediante un algoritmo matemático que trata de reducir al máximo la diferencia entre los datos experimentales y los datos de simulación generados con el modelo matemático que describe la dinámica del sistema. La estimación de parámetros requiere tres pasos previos. El primer paso es el modelado matemático de la dinámica del sistema. Después, el segundo paso es la experimentación con la medición de la planta real de la dinámica de la planta. Finalmente, el tercer paso es la preparación de datos, en este paso se preparan los datos obtenidos en el segundo paso para que coincidan con el tiempo de duración de la simulación, el experimento comienza en $t=0$, se reduce el ruido no deseado, etc.

Los parámetros del modelo matemático se determinaron utilizando la herramienta “Estimación de parámetros” de MATLAB de optimización de diseño acotado [43]. Esta herramienta utiliza técnicas de optimización para estimar los parámetros del modelo y los estados iniciales a partir de los datos de prueba. Calcula el error entre las entrada/salida de la simulación y experimentación para determinar mediante la aplicación del algoritmo de optimización de diseño acotado los valores apropiados para los parámetros del modelo con el fin de minimizar en la próxima simulación el error entre los resultados experimentales y los resultados de simulación. La estimación está completa cuando el método de optimización encuentra un mínimo local [43]. Este conocimiento luego se le da a la herramienta de optimización del diseño usando los límites adecuados en el parámetro. El uso del algoritmo de optimización del diseño puede requerir más tiempo de cálculo y potencia de cálculo. Sin embargo, la herramienta de estimación de parámetros se utilizará en esta investigación ya que estos factores no son un problema.

5.2.1. Estimación de Parámetros del Motor DC

Para obtener los parámetros del motor DC (propriadamente descritos en la Sección 3.2), se realizó experimentación utilizando el algoritmo de control en lazo abierto previamente descrito en la formulación de control. Algunas de las señales medidas para este experimento fue la velocidad angular del motor DC y la corriente del inducido del motor DC. La velocidad angular se midió

usando un encoder y la corriente de armadura se calculó midiendo una señal de voltaje con el osciloscopio usando una resistencia de derivación de 1Ω . A continuación se resumen los valores experimentales para el control en lazo abierto del motor Maxon RE-max29 en la Tabla 5.2 y del motor Maxon DCX22S en la Tabla 5.3. Para implementar el algoritmo de control en lazo abierto, se aplica un pulso constante al inducido del motor DC por un tiempo de duración específico τ de acuerdo a la formulación de control definida en el Capítulo 4 y determinado por la ecuación (4.1).

Tabla 5.2: Valores experimentales para el control en lazo abierto del motor Maxon RE-max29

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Valor</i>
u_A	Voltaje de alimentación del motor DC	$6V - 12V$
J_R	Momento de inercia del rotor	$11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$
J_{Mi}	Momento de inercia del espejo de 45°	$0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$
K_v	Constante de velocidad del motor DC	56.8 rpm/V
f_{PWM}	Frecuencia de la señal de control PWM	10 kHz
f_T	Frecuencia de muestreo del micro-controlador	10 kHz
PPR	Pulsos por revolución del encoder del motor DC	4000

Tabla 5.3: Valores experimentales para el control en lazo abierto del motor Maxon DCX22S

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Valor</i>
u_A	Voltaje de alimentación del motor DC	$6V - 12V$
J_R	Momento de inercia del rotor	$4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$
J_{Mi}	Momento de inercia del espejo de 45°	$0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$
K_v	Constante de velocidad del motor DC	124.01 rpm/V
f_{PWM}	Frecuencia de la señal de control PWM	10 kHz
f_T	Frecuencia de muestreo del micro-controlador	10 kHz
PPR	Pulsos por revolución del encoder del motor DC	4000

La diferencia entre los resultados de simulación y experimentación en lazo abierto demuestran como

la respuesta ideal del sistema se ve afectada por la imposibilidad de que un modelo matemático reproduzca con 100 % de fiabilidad los fenómenos dinámicos inherentes en el funcionamiento mecánico del motor DC.

5.2.2. Estimación de los Parámetros del Sistema con Fricción

El modelo LuGre es el modelo de fricción dinámica de interés en este trabajo. Esto significa que los parámetros del modelo deben definirse experimentalmente para el sistema láser de posicionamiento. El coeficiente de rigidez σ_0 y el coeficiente de amortiguación σ_1 se denominan parámetros dinámicos. Además, los otros cuatro parámetros del modelo, α_0 , α_1 , α_2 y v_s , son los parámetros estáticos. La literatura ofrece varias técnicas para identificar los parámetros estáticos [6, 45]; la idea general de la identificación es que se deben realizar varios experimentos para diferentes velocidades constantes, luego se ajustan los parámetros.

La ecuación general de movimiento para el motor DC utilizado en el sistema de posicionamiento láser está dada por

$$J\ddot{\varphi}_o = M(t) - M_{load} - M_f \quad (5.1)$$

El proceso de identificación del modelo de fricción tiene el objetivo de describir adecuadamente el par de fricción medido $M_{f,ss}^{Meas}$ utilizando el par de fricción modelado $M_{f,ss}^{mod}$. Note que se le nombra par de fricción medido $M_{f,ss}^{Meas}$ al par de fricción indirectamente calculado por la medición de las variables de estado en tiempo real del sistema con fricción. Esto se hace ajustando los parámetros del modelo. Se miden el par de entrada $M(t)$ y la posición φ en la ecuación (5.1). A partir de la posición, se calculan la velocidad $\dot{\varphi}_o$ y la aceleración $\ddot{\varphi}_o$. Se debe conocer el par de carga estática M_{load} y la inercia J del sistema; pueden deducirse de las hojas de datos o determinarse experimentalmente, teniendo en cuenta el peso del espejo cortado 45°. Tenga en cuenta que la mayoría de las estructuras de identificación en la literatura se basan en configuraciones para las cuales las fuerzas gravitacionales no aparecen en la ecuación de movimiento. Para usar las estructuras de identificación en esta investigación, las fuerzas gravitacionales (indicadas como $M_{load}(\dot{\varphi}_o)$ aquí) deben incluirse. Una segunda nota a destacar es que en esta subsección, la ecuación de movimiento

del motor se usa como punto de partida para la identificación de la fricción. Por lo tanto, la fuerza de fricción F_f se reemplaza por el par de fricción M_f ya que este es el par que el motor debe entregar para superar la fricción. Además, la posición angular φ_o y sus derivadas se utilizan en lugar de la posición de traslación y sus derivadas.

Suponiendo que $g(\omega_o)$ es el par de fricción en estado estable, $M_{f,ss}$ es

$$M_{f,ss} = \left[\alpha_0 + \alpha_1 e^{-(\dot{\varphi}_o/v_s)^2} \right] \cdot \text{sgn}(\dot{\varphi}_o) + \alpha_2 \cdot \dot{\varphi}_o \quad (5.2)$$

, donde α_0 representa el parámetro de fricción de Coulomb, α_1 representa el parámetro de fricción estática, α_2 el coeficiente de fricción viscosa, σ_0 es el coeficiente de rigidez de las cerdas, σ_1 es el coeficiente de amortiguación de las cerdas, v_o es el factor de velocidad de Stribeck [36].

A partir de los experimentos, se calcula el par de fricción experimental $M_{f,ss}^{Meas}$. A velocidad constante ($\ddot{\varphi}_o = 0$), la ecuación (5.1) se reescribe para dar el par de fricción en estado estable medido

$$M_{f,ss}^{meas} = M(t) - M_{load} \quad (5.3)$$

Con el par de carga estático conocido M_{load} , los parámetros estáticos ahora se identifican minimizando la siguiente función de costo $\mathcal{J}$.

$$\mathcal{J} = \sum \left(M_{f,ss}^{meas} - M_{f,ss}^{mod} \right) \quad (5.4)$$

Hay dos opciones para determinar los parámetros ya que la ecuación (5.2) no es lineal. La segunda opción es calcular la función de costo (5.4) para varios valores en el rango respectivo donde se espera que estén los parámetros y seleccionar el valor que resulte en el valor de función de costo más bajo. La primera opción es utilizar una herramienta de optimización del diseño e incluir la lista de parámetros a identificar.

Los métodos de optimización permiten sintonizar modelos matemáticos a sus parámetros o variables que los caracterizan, para ello el modelo matemático debe existir físicamente y tener un punto de comparación entre el modelo matemático y el fenómeno físico. A esta comparación se aplican los diversos métodos de optimización iterativos para ingeniería [44]. La Figura 5.2 presenta la aplicación de métodos de optimización en ingeniería de control, más específicamente en este trabajo, donde se observa el sistema de posicionamiento láser representado como una función de transferencia en dos ámbitos; el sistema físico en experimentación y el sistema representado por el modelo matemático en simulación. En la parte izquierda se observa la respuesta de los dos casos sin optimización, en la parte derecha se observa las respuestas de los casos anteriores aplicados un método de optimización.

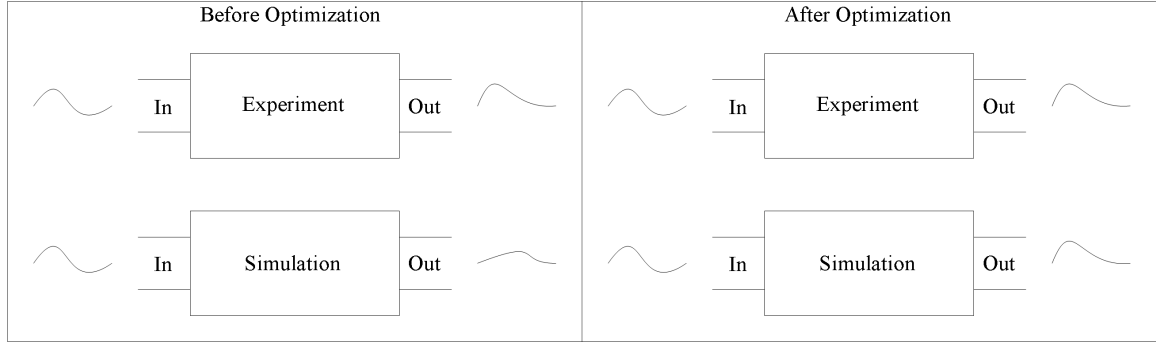


Figura 5.2: Antes/después de aplicar el algoritmo de optimización al modelo matemático.

El método de optimización ayudará a disminuir los errores de pruebas o análisis realizados para obtener el modelo matemático del sistema de posicionamiento láser y sus respectivos parámetros; entregando como resultado los valores de los parámetros que reflejan el comportamiento físico del sistema de posicionamiento láser.

Dado que es imposible realizar mediciones en el régimen de predeslizamiento, se define un enfoque alternativo para identificar los parámetros dinámicos [46]; La rigidez de las cerdas σ_0 se elige de modo que el par simulado se corresponda bien con el par medido. Para determinar el amortiguamiento de las cerdas σ_1 , la ecuación de movimiento del sistema se asume lineal en el régimen de fricción y se describe de manera que el sistema tenga un amortiguamiento ξ casi crítico [46].

$$J \cdot \ddot{\varphi}_o + \sigma_1 \cdot \dot{\varphi}_o + \sigma_0 \cdot \varphi_o = M(t) \quad (5.5)$$

Con $\xi = 0.1$, la amortiguación de las cerdas σ_1 se puede calcular como:

$$\sigma_1 = 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{\sigma_0 \cdot J} \quad (5.6)$$

Estos parámetros dinámicos también fueron determinados utilizando datos experimentales y la herramienta “Estimación de parámetros” de MATLAB de optimización de diseño acotado. Finalmente, los parámetros para el modelo de fricción LuGre se resumen en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4: Parámetros estimados de fricción LuGre

<i>Parámetro</i>	Maxon RE-max29	Maxon DCX22S	<i>Unidad</i>
	<i>Valor</i>	<i>Valor</i>	
σ_0	16.302×10^{-3}	25.318×10^{-3}	$Nm \cdot rad^{-1}$
σ_1	0.2773×10^{-3}	0.3265×10^{-3}	$Nm \cdot s \cdot rad^{-1}$
α_0	0.8017×10^{-6}	0.4103×10^{-6}	Nm
α_1	1.7953×10^{-3}	1.8332×10^{-3}	Nm
α_2	1.2431×10^{-6}	0.2361×10^{-6}	$Nm \cdot s \cdot rad^{-1}$
v_o	0.1493	0.1088	$rad \cdot s^{-1}$

Los parámetros del sistema identificados por el algoritmo de optimización de MATLAB y el modelo LuGre descrito por la ecuación (3.16) están en el orden de magnitud esperado. Lamentablemente, no hubo posibilidad de validar los parámetros encontrados mediante otras medidas, por ejemplo, la identificación de la carga estática mediante el uso de células de carga o la validación de la constante de par para este motor midiendo directamente la salida de par. Sin embargo, el procedimiento de identificación propuesto podría ser una forma correcta de determinar los parámetros del sistema cuando no se pueden usar sensores adicionales. El modelo LuGre es capaz de pronosticar correctamente la corriente necesaria fuera del régimen de velocidad cero. Cerca de la velocidad cero, la corriente modelada no coincide bien con la corriente medida, porque el par de fricción

(especialmente el régimen de predeslizamiento) aún no está modelado correctamente.

Tomando todo esto en consideración, los valores estimados y el modelo utilizado en cierta medida describen la realidad con un grado de realidad en el que el mínimo de error existe al correr la herramienta de optimización de MATLAB. Además, se puede concluir que el modelo, el algoritmo de optimización de MATLAB utilizado y los parámetros identificados son suficientes para el propósito de este trabajo.

5.3. Compensación de Fricción

Un enfoque común para lograr un mejor rendimiento para sistemas de posicionamiento con fricción es aplicar una compensación de fricción basada en modelos. El enfoque actual de compensación de fricción, se distingue de otras técnicas de compensación de fricción basadas en modelos ya disponibles por el hecho de que incluye una ley de control robusto no lineal para un actuador saturado con retroalimentación de salida.

5.3.1. Compensación de Fricción utilizando cSORPD

Compensación de Fricción con cSORPD en motor Maxon RE-max29

Para implementar el control cSORPD propuesto (4.13), las ganancias k_p , k_d , k_r y k_0 deben definirse de acuerdo con la formulación de control descrita anteriormente. Para la función no lineal (4.7), se puede elegir $\delta = 0.01$ y $\alpha = 0.5$. Por lo tanto, existe una compensación entre un mejor rendimiento y un menor vibración potencial [39]. La entrada de control máxima del sistema se establece como $u_{max} = 24V$ y el límite superior de la fricción no lineal se asume como $c_0 = 6.35$. De acuerdo con la restricción (4.10), las ganancias del control cSORPD se eligen como $k_p = 5$, $k_d = 9$, $k_r = 6.35$ y $k_0 = 150$. Las ganancias propuestas aseguran la estabilidad asintóticamente global con el método directo de Lyapunov para el sistema de posicionamiento de circuito cerrado.

La Figura 5.3 muestra la posición angular real φ_o a lo largo del tiempo para la simulación de control de posición en lazo cerrado utilizando el control cSORPD propuesto del motor DC Maxon RE-max29 con modelo de fricción LuGre en comparación con el control en lazo abierto para las

mismas tres posiciones angulares de referencia diferentes de la Figura 4.2 para estimar la eficacia y el rendimiento mejorado del control propuesto.

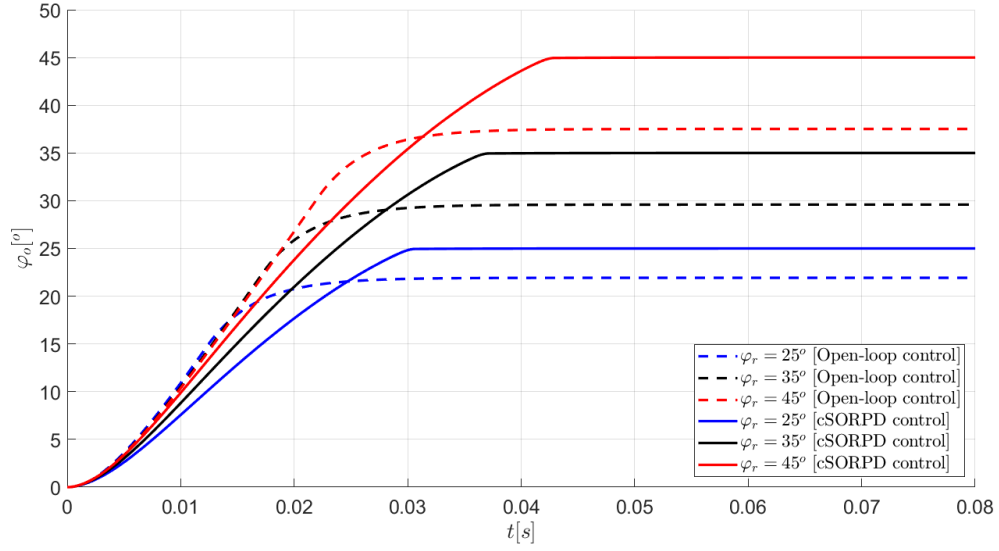


Figura 5.3: Simulación de control de posición en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29

Tabla 5.5: Resultados de simulación de control en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29

<i>Valor</i>	<i>Resultados</i>		
	$\varphi_r = 25^\circ$	$\varphi_r = 35^\circ$	$\varphi_r = 45^\circ$
φ_o	24.99°	34.99°	44.99°
φ_e	0.01°	0.01°	0.01°
φ_e^*	0.04 %	0.02 %	0.02 %

El sistema dinámico (4.4) se implementó con todas las condiciones iniciales de posicionamiento, velocidad y aceleración en cero. Se muestran resultados de posicionamiento rápidos y precisos para el motor DC de acuerdo con la Figura 5.3 y la Tabla 5.5, demostrando que el control cSORPD propuesto [39] proporciona una solución práctica para asegurar un posicionamiento favorable de alto rendimiento para el sistema de posicionamiento láser en base a los resultados de la implementación computacional.

Tabla 5.6: Valores experimentales para el control en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Valor</i>
u_A	Voltaje de alimentación	24V
J_R	Momento de inercia del rotor del motor DC	11.8 $g \cdot cm^2$
J_{Mi}	Momento de inercia del espejo de 45°	0.265 $g \cdot cm^2$
δ	Factor de ajuste de velocidad del control cSORPD	0.01
α	Factor de ajuste de vibración potencial del control cSORPD	0.5
k_p	Ganancia proporcional del control cSORPD	5
k_d	Ganancia derivativa del control cSORPD	9
k_r	Ganancia de retraso del control cSORPD	6.35
k_0	Ganancia de nitidez del control cSORPD	150
f_{PWM}	Frecuencia de la señal de control PWM	10 kHz
f_T	Frecuencia de muestreo del micro-controlador	10 kHz
PPR	Pulsos por revolución del encoder del motor DC	4000

Por otro lado, la Figura 5.4 muestra la posición angular real φ_o a lo largo del tiempo para el control de posición en lazo cerrado utilizando el control cSORPD propuesto del motor DC Maxon RE-max29 en comparación con el control en lazo abierto para el las mismas tres posiciones angulares de referencia para demostrar experimentalmente la eficacia y el rendimiento mejorado del control propuesto.

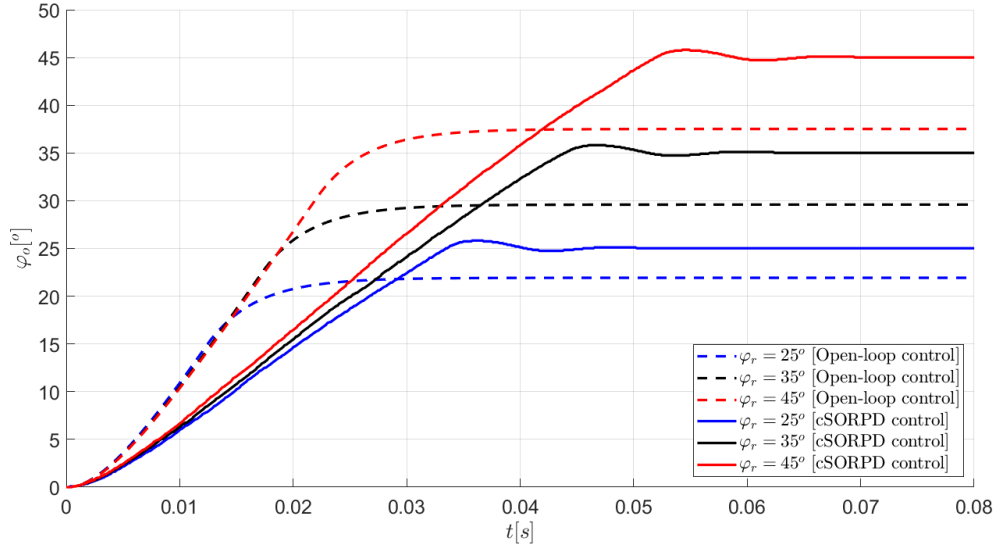


Figura 5.4: Control de posición en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29

Tabla 5.7: Resultados de control de posición en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29

Valor	Resultados		
	$\varphi_r = 25^\circ$	$\varphi_r = 35^\circ$	$\varphi_r = 45^\circ$
φ_o	25.02°	35.01°	45.09°
φ_e	0.02°	0.01°	0.09°
φ_e^*	0.08 ‰	0.03 ‰	0.02 ‰

La experimentación se realizó con todas las condiciones iniciales de posicionamiento, velocidad y aceleración en cero. En la Tabla 5.6 se resumen los valores experimentales para el control en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29. Se muestran resultados de posicionamiento rápidos y precisos para el motor DC de acuerdo con la Figura 5.4 y la Tabla 5.7, demostrando que el control cSORPD proporciona una solución práctica para asegurar un posicionamiento favorable de alto rendimiento para el sistema de posicionamiento láser.

En comparación con los resultados de la experimentación en lazo abierto, el control en lazo

cerrado propuesto logró una reducción del error relativo de posicionamiento angular mediante la experimentación con el motor DC Maxon RE-max29 del sistema de escaneo láser 11.8 % para $\varphi_r = 25^\circ$, 15.03 % para $\varphi_r = 35^\circ$, y 16.04 % para $\varphi_r = 45^\circ$ (una media de 14.29 %).

Compensación de Fricción con cSORPD en motor Maxon DCX22S

Para implementar el control cSORPD propuesto (4.13), las ganancias k_p , k_d , k_r y k_0 deben definirse de acuerdo con la formulación de control descrita anteriormente. Para la función no lineal (4.7), se puede elegir $\delta = 0.01$ y $\alpha = 0.5$. Por lo tanto, existe una compensación entre un mejor rendimiento y un menor vibración potencial [39]. La entrada de control máxima del sistema se establece como $u_{max} = 48V$ y el límite superior de la fricción no lineal se asume como $c_0 = 9.35$. De acuerdo con la restricción (4.10), las ganancias del control cSORPD se eligen como $k_p = 6$, $k_d = 8$, $k_r = 9.35$ y $k_0 = 150$. Las ganancias propuestas aseguran la estabilidad asintóticamente global con el método directo de Lyapunov para el sistema de posicionamiento de circuito cerrado.

La Figura 5.5 muestra la posición angular real φ_o a lo largo del tiempo para el control de posición en lazo cerrado utilizando el control cSORPD propuesto del motor DC Maxon RE-max29 con modelo de fricción LuGre en comparación con el control en lazo abierto para las mismas tres posiciones angulares de referencia diferentes de la Figura 4.2 para mostrar más la eficacia y el rendimiento mejorado del control propuesto.

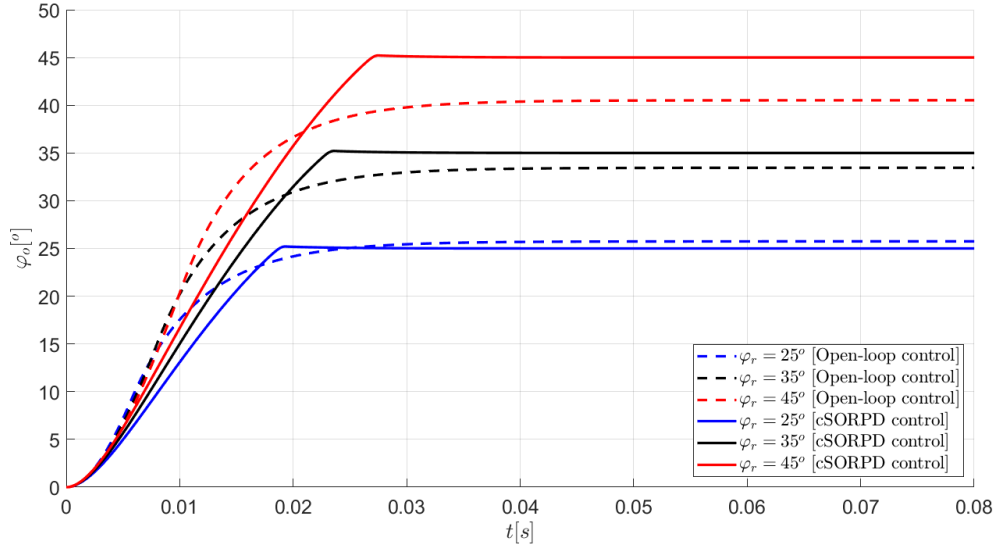


Figura 5.5: Simulación de control de posición en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S.

Tabla 5.8: Resultados de control de posición en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S

Valor	Resultados		
	$\varphi_r = 25^\circ$	$\varphi_r = 35^\circ$	$\varphi_r = 45^\circ$
φ_o	24.99°	34.99°	44.99°
φ_e	0.01°	0.01°	0.01°
φ_e^*	0.04 %	0.02 %	0.02 %

El sistema dinámico (4.4) se implementó con todas las condiciones iniciales en cero. Se muestran resultados de posicionamiento rápidos y precisos para el motor DC de acuerdo con la Figura 5.5 y la Tabla 5.8, demostrando que el control cSORPD propuesto [39] proporciona una solución práctica para asegurar un posicionamiento favorable de alto rendimiento para el sistema de posicionamiento láser.

Tabla 5.9: Valores experimentales para el control en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Valor</i>
u_A	Voltaje de alimentación	24V
J_R	Momento de inercia del rotor del motor DC	$4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$
J_{Mi}	Momento de inercia del espejo de 45°	$0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$
δ	Factor de ajuste de velocidad del control cSORPD	0.01
α	Factor de ajuste de vibración potencial del control cSORPD	0.5
k_p	Ganancia proporcional del control cSORPD	6
k_d	Ganancia derivativa del control cSORPD	8
k_r	Ganancia de retraso del control cSORPD	9.35
k_0	Ganancia de nitidez del control cSORPD	150
f_{PWM}	Frecuencia de la señal de control PWM	10 kHz
f_T	Frecuencia de muestreo del micro-controlador	10 kHz
PPR	Pulsos por revolución del encoder del motor DC	4096

La Figura 5.6 muestra la posición angular real φ_o a lo largo del tiempo para el control de posición en lazo cerrado utilizando el control cSORPD propuesto del motor DC Maxon RE-max29 con modelo de fricción LuGre en comparación con el control en lazo abierto para el las mismas tres posiciones angulares para mostrar más la eficacia y el rendimiento mejorado del control propuesto.

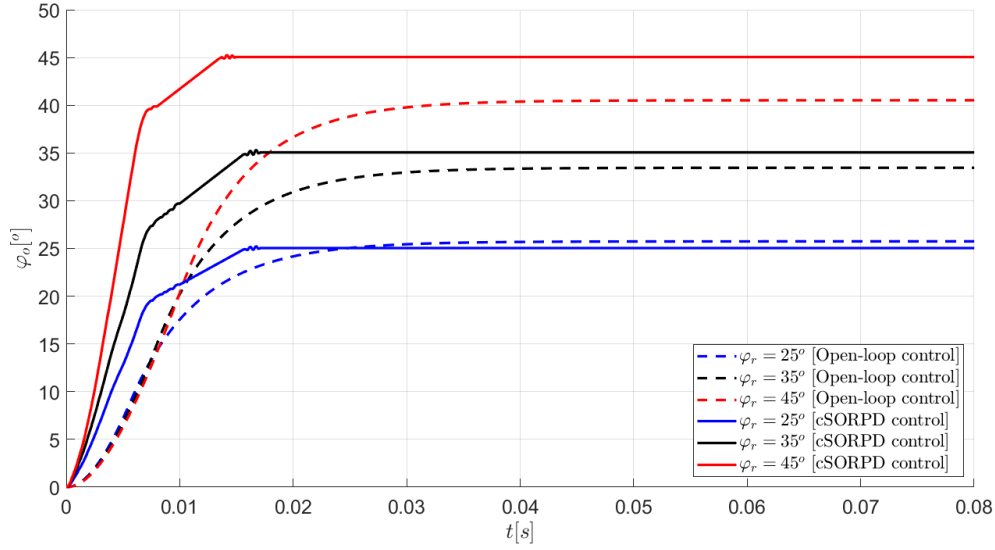


Figura 5.6: Control de posición en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S.

Tabla 5.10: Resultados de control de posición en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S

Valor	Resultados		
	$\varphi_r = 25^\circ$	$\varphi_r = 35^\circ$	$\varphi_r = 45^\circ$
φ_o	24.98°	35.05°	45.04°
φ_e	0.02°	0.05°	0.04°
φ_e^*	0.08 ‰	0.14 ‰	0.88 ‰

La experimentación se realizó con todas las condiciones iniciales de posicionamiento, velocidad y aceleración en cero. En la Tabla 5.6 se resumen los valores experimentales para el control en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S. Se muestran resultados de posicionamiento rápidos y precisos para el motor DC de acuerdo con la Figura 5.6 y la Tabla 5.10, demostrando que el control cSORPD propuesto [39] proporciona una solución práctica para asegurar un posicionamiento favorable de alto rendimiento para el sistema de posicionamiento láser.

En comparación con los resultados de la experimentación en lazo abierto, el control en lazo

cerrado propuesto logró una reducción del error relativo de posicionamiento angular mediante la experimentación con el motor DC Maxon DCX22S del sistema de escaneo láser 2.88 % para $\varphi_r = 25^\circ$, 4.29 % para $\varphi_r = 35^\circ$, y 9.08 % para $\varphi_r = 45^\circ$ (una media de 5.68 %).

En conclusión, se lograron resultados favorables en la implementación experimental del algoritmo de compensación de fricción cSORPD en los motores Maxon RE-max29 y Maxon DCX22S. En la sección de Análisis Estadístico se podrá consultar observaciones de los resultados para los ángulos de referencia propuestos y algunos otros ángulos que en investigaciones anteriores fueron usados para efectos de estudio del sistema de visión artificial TVS No.3.

Capítulo 6

Análisis Estadístico de Resultados

El análisis estadístico es la recopilación e interpretación de datos para descubrir patrones y tendencias. Es un componente de la analítica de datos. El análisis estadístico puede utilizarse en situaciones como la compilación de interpretaciones de la investigación, la elaboración de modelos estadísticos o el diseño estudios. También puede ser útil para trabajar con grandes volúmenes de datos. El análisis estadístico implica recolectar y examinar cada muestra de datos en un conjunto de experimentos de los que se pueden extraer muestras. Una muestra, en estadística, es una selección representativa extraída de una población total. El objetivo del análisis estadístico actual es identificar tendencias en el funcionamiento del motor DC controlado del sistema de posicionamiento láser del TVS No.3. Los resultados experimentales de compensación de fricción se resumen en este capítulo.

Una herramienta de análisis útil es la gráfica de control I-MR, tal como se utiliza en la estadística y diferentes campos de la estadística aplicada, sirve a su propósito de analizar el funcionamiento de un determinado proceso. La gráfica de control I-MR usualmente toma la forma de dos gráficas juntas. La gráfica de valores individuales muestra los puntos de datos individuales de una muestra de datos de prueba, mientras que la gráfica de rango móvil muestra cuánto varían los puntos de datos en una misma muestra de datos de prueba [47]. Las gráficas de control generadas en Minitab también muestran una línea central y límites de control. La línea central es el valor promedio de la muestra que se evalúa. El cálculo de los límites de control se basa en la variación aleatoria esperada en el proceso. El límite de control superior (LCS) está 3 desviaciones estándar por encima de la línea central. El límite de control inferior (LCI) está 3 desviaciones estándar por debajo de la línea

central. Si un proceso está bajo control, todos los puntos de la gráfica de control se encuentran entre los límites de control superior e inferior. Los patrones poco comunes en sus datos indican la presencia de variación por causas especiales, es decir, la variación que no es una parte normal del proceso. Se puede utilizar las gráficas de control para detectar variación por causas especiales y para evaluar la estabilidad del proceso en el tiempo.

Otra herramienta útil para analizar el funcionamiento del sistema es el Histograma, sirve para examinar la forma y dispersión de sus datos. Un histograma divide los valores de la muestra entre intervalos y representa la frecuencia de los valores de datos en cada intervalo con una barra. Un histograma funciona mejor cuando el tamaño de la muestra es al menos de 20. Sin embargo, un tamaño de muestra que sea mayor que 20 puede representar mejor la distribución de los resultados.

A continuación se muestra las gráficas de control I-MR con los resultados experimentales del diseño experimental propuesto en lazo abierto y las gráficas de control e histogramas (dependiendo del tamaño de la muestra) con los resultados experimentales en lazo cerrado, también se describe las características relevantes de los gráficos y la interpretación que se da durante su respectivo análisis.

6.1. Algoritmo de Control en Lazo Abierto

6.1.1. Maxon RE-max29

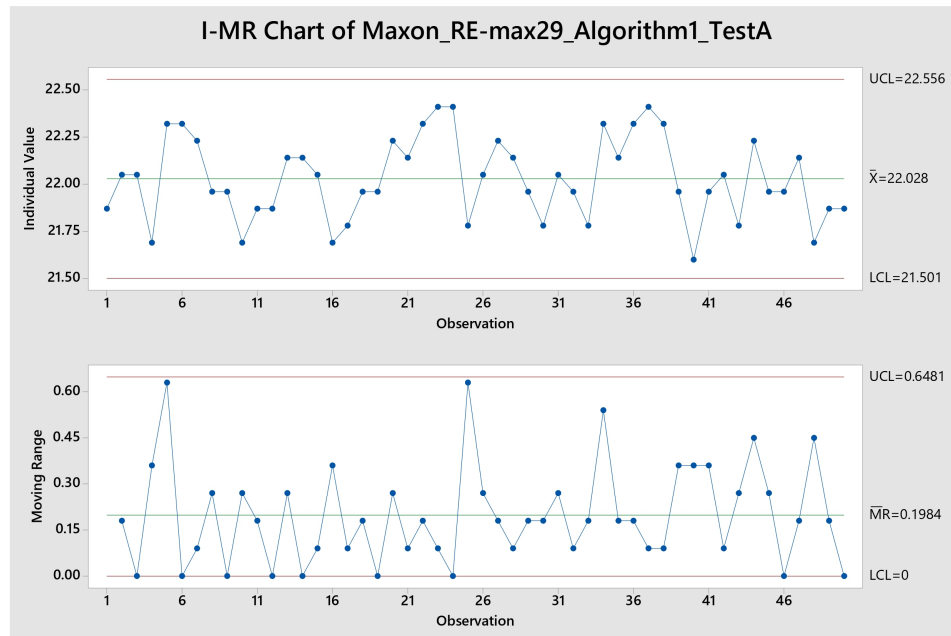


Figura 6.1: Gráfica de Control de Experimentación 1A del motor Maxon RE-max29.

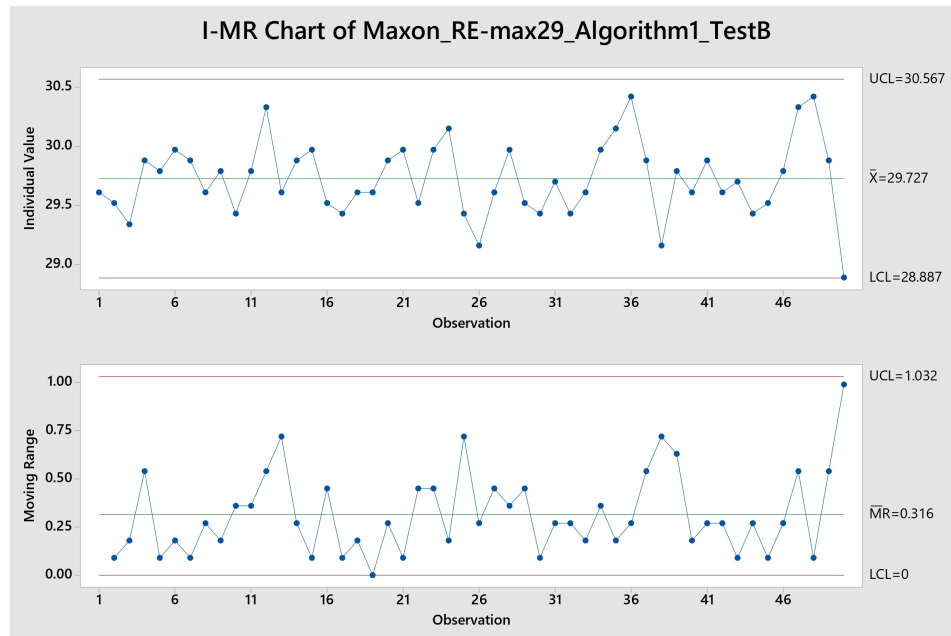


Figura 6.2: Gráfica de Control de Experimentación 1B del motor Maxon RE-max29.

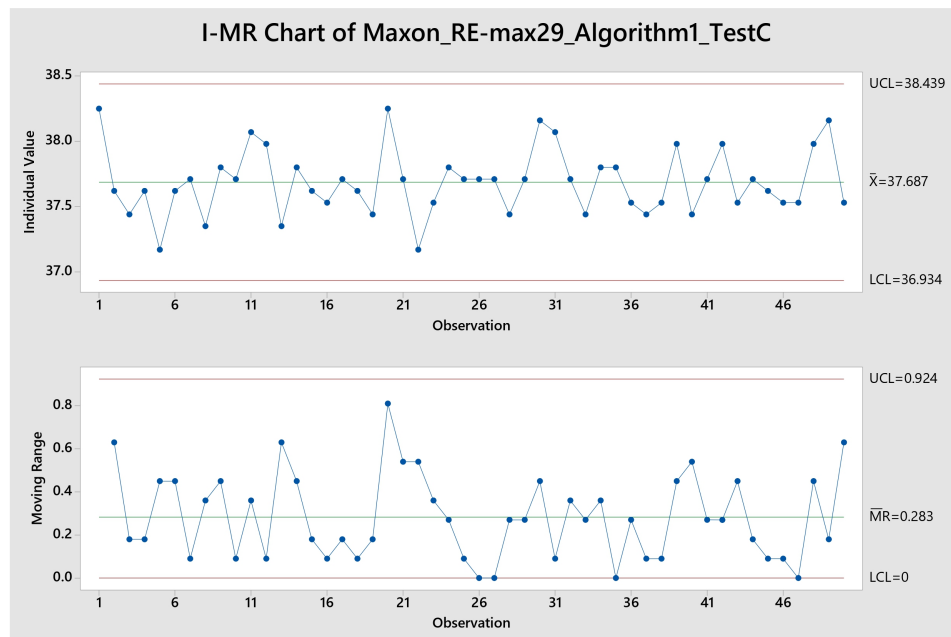


Figura 6.3: Gráfica de Control de Experimentación 1C del motor Maxon RE-max29.

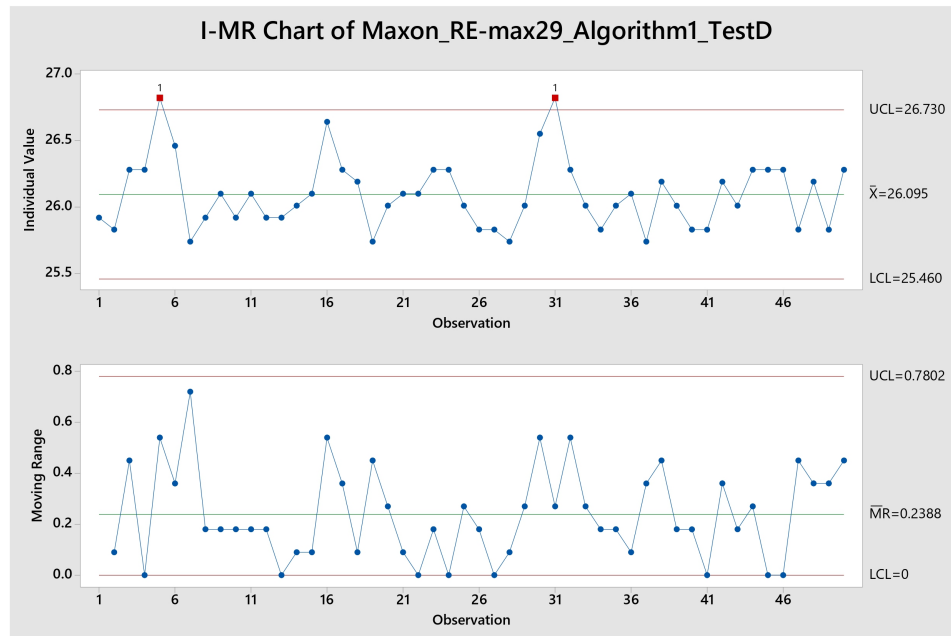


Figura 6.4: Gráfica de Control de Experimentación 1D del motor Maxon RE-max29.

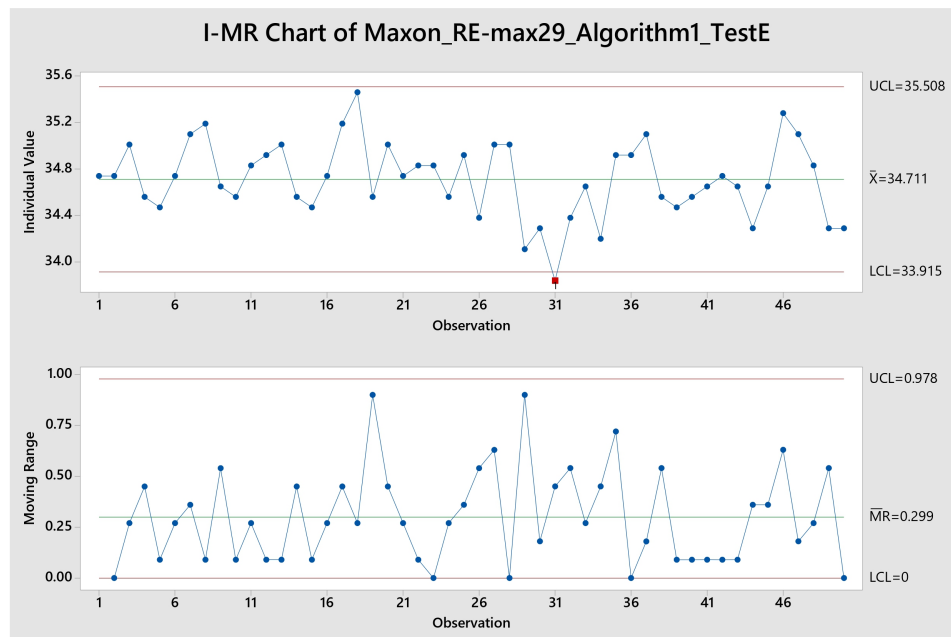


Figura 6.5: Gráfica de Control de Experimentación 1E del motor Maxon RE-max29.

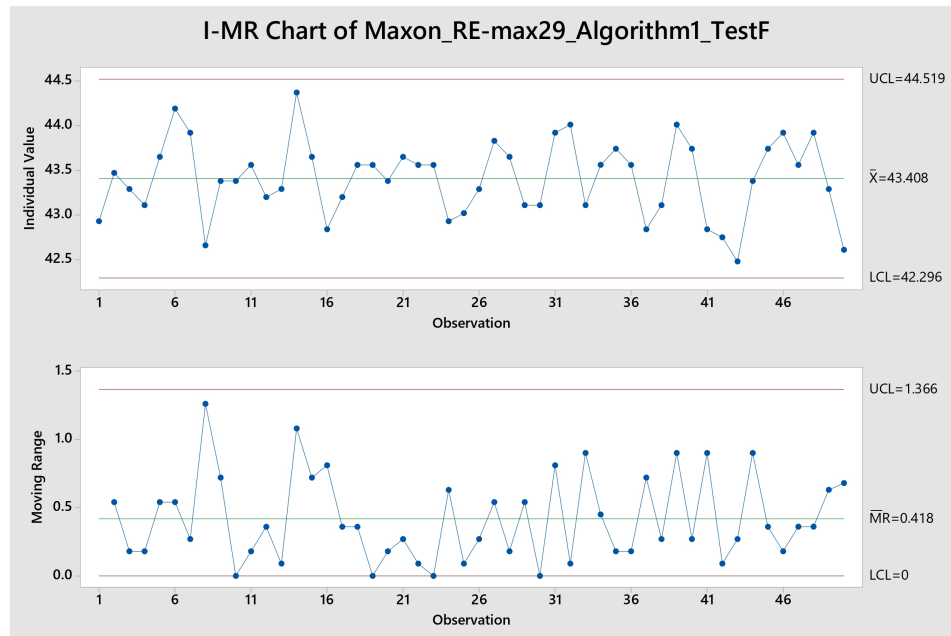


Figura 6.6: Gráfica de Control de Experimentación 1F del motor Maxon RE-max29.

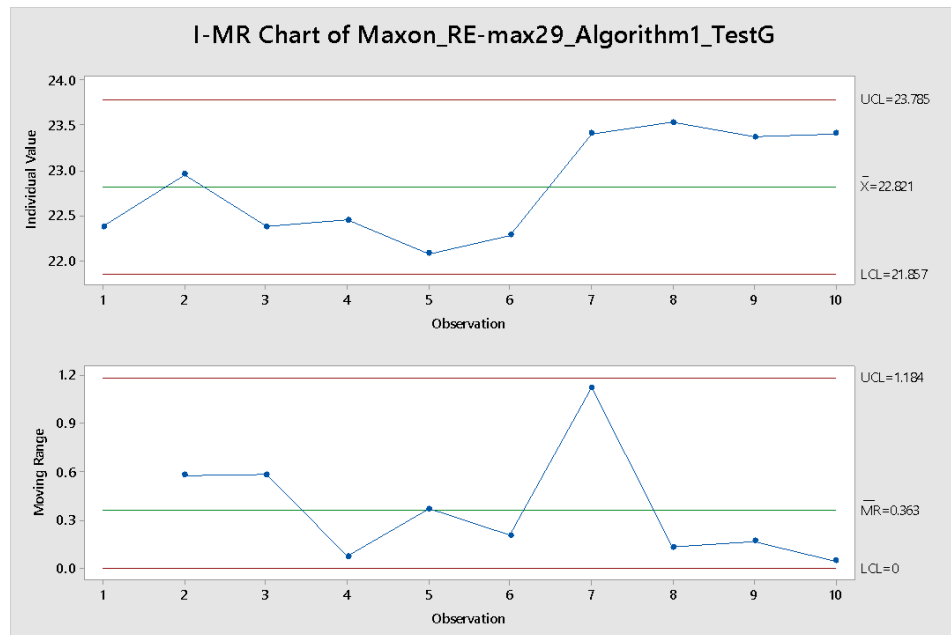


Figura 6.7: Gráfica de Control de Experimentación 1G del motor Maxon RE-max29.

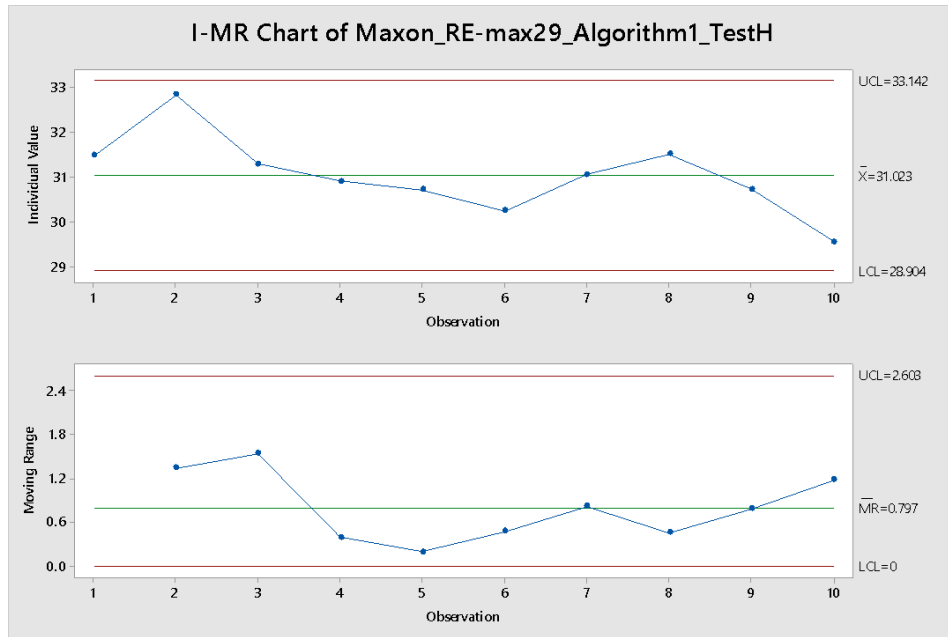


Figura 6.8: Gráfica de Control de Experimentación 1H del motor Maxon RE-max29.

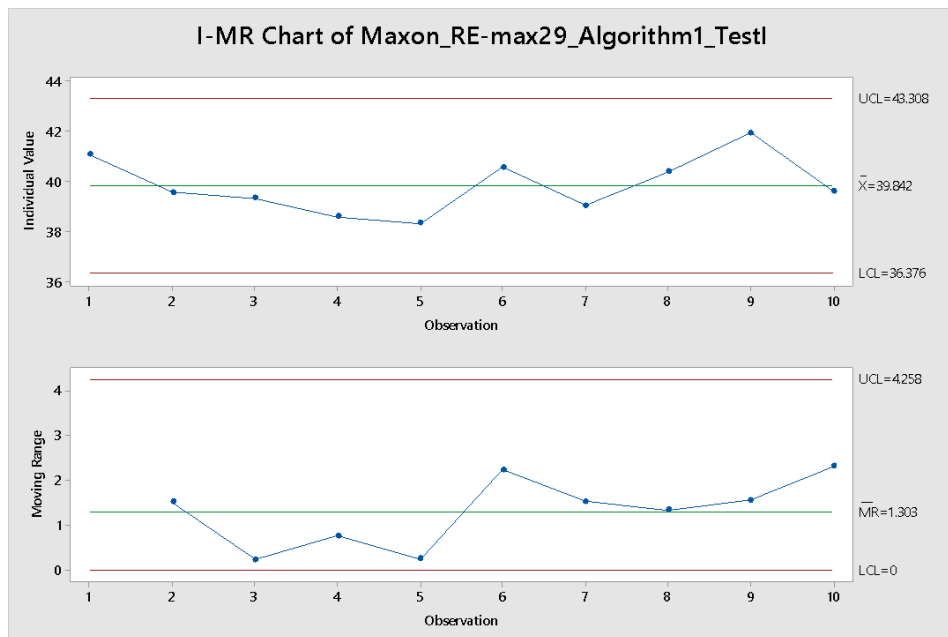


Figura 6.9: Gráfica de Control de Experimentación 1I del motor Maxon RE-max29.

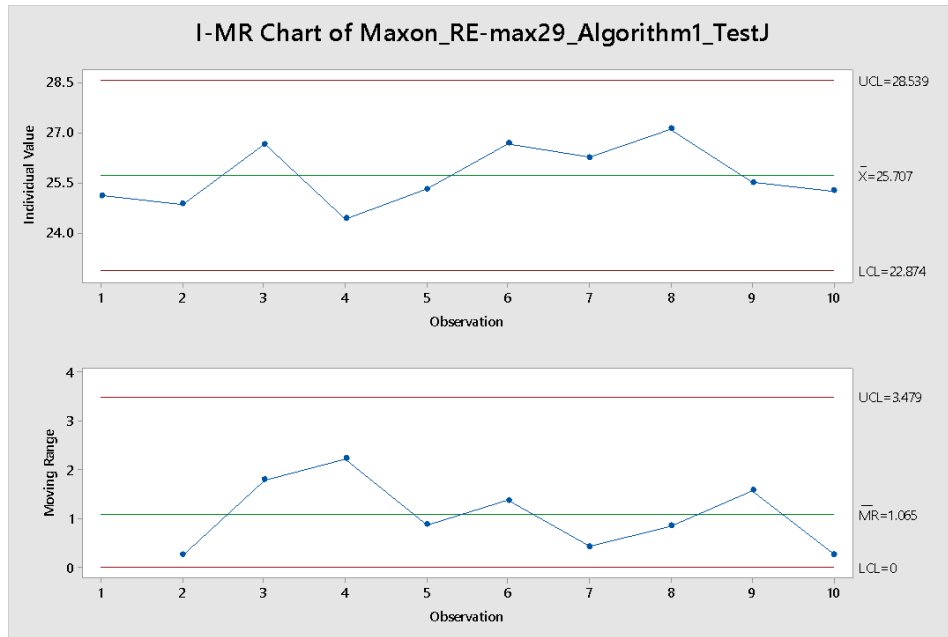


Figura 6.10: Gráfica de Control de Experimentación 1J del motor Maxon RE-max29.

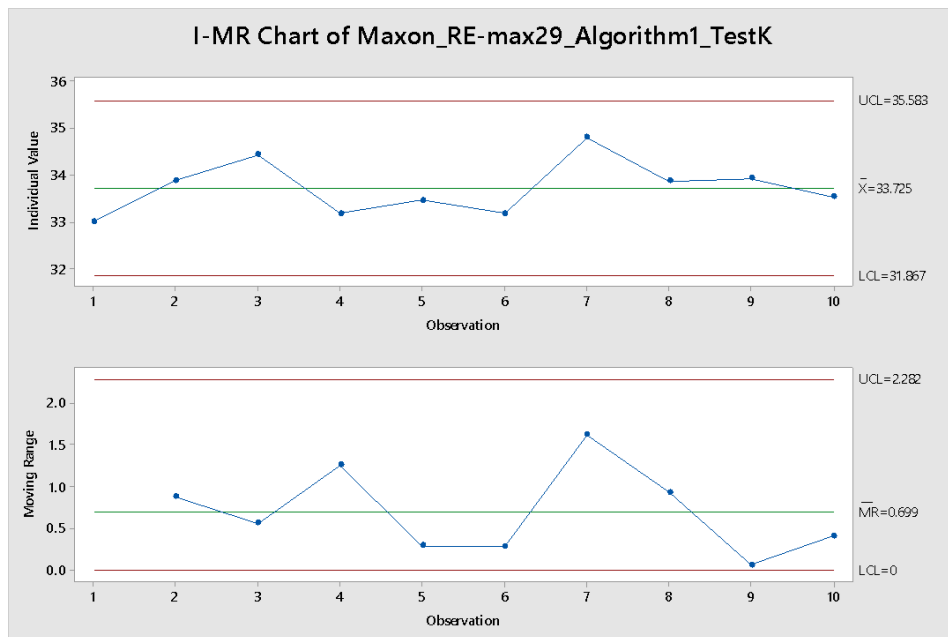


Figura 6.11: Gráfica de Control de Experimentación 1K del motor Maxon RE-max29.

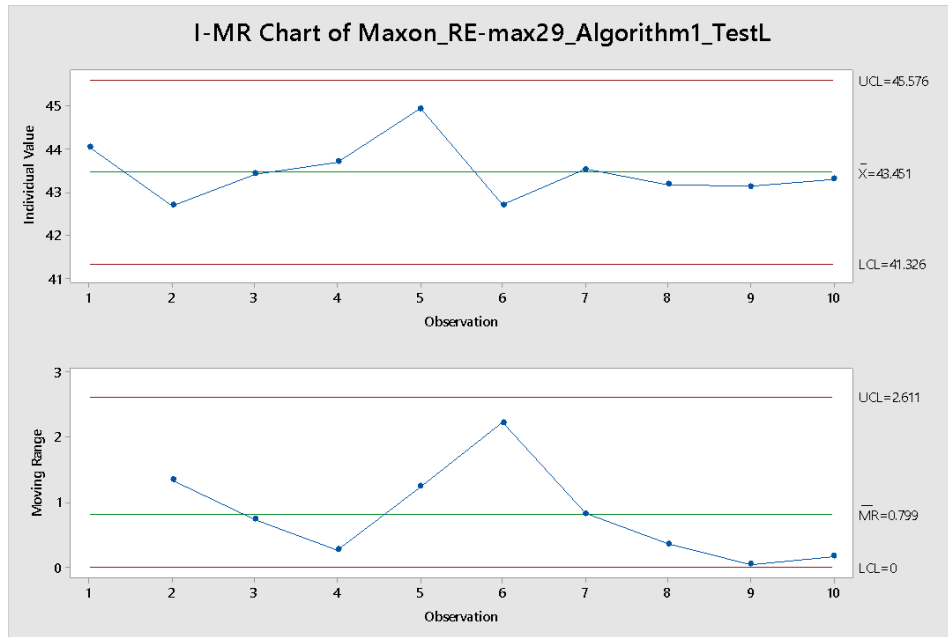


Figura 6.12: Gráfica de Control de Experimentación 1L del motor Maxon RE-max29.

6.1.2. Maxon DCX22S

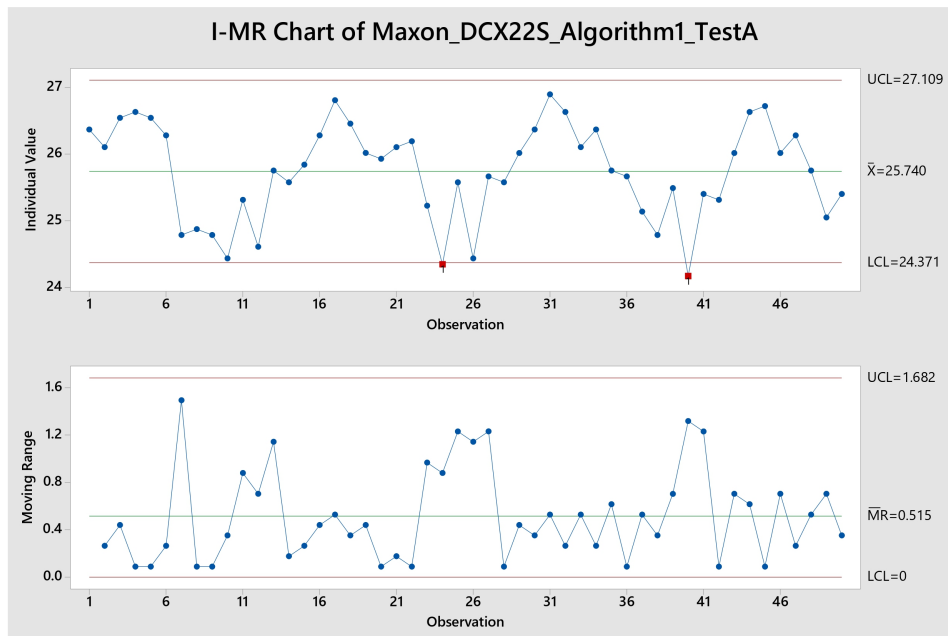


Figura 6.13: Gráfica de Control de Experimentación 1A del motor Maxon DCX22S.

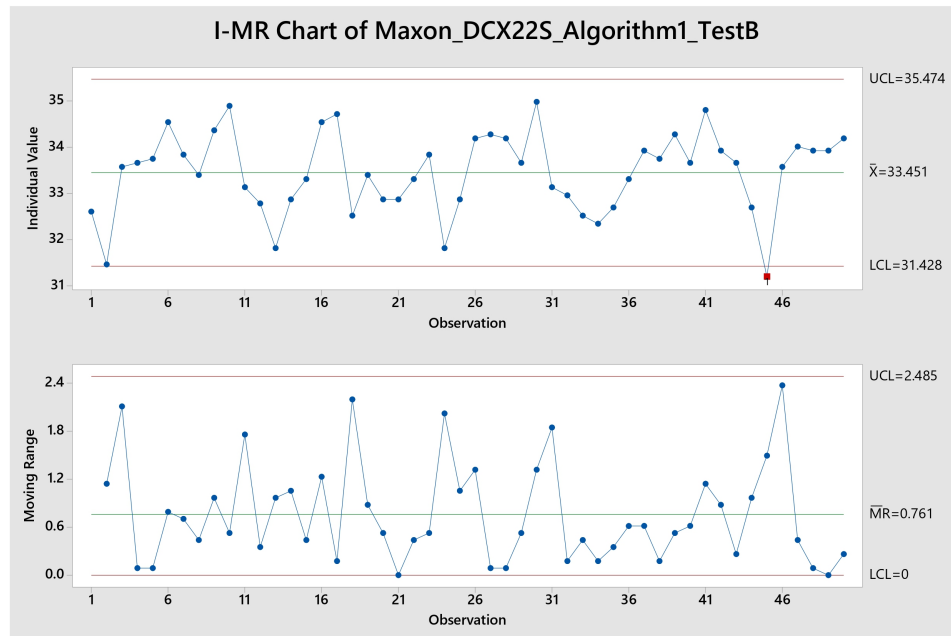


Figura 6.14: Gráfica de Control de Experimentación 1B del motor Maxon DCX22S.

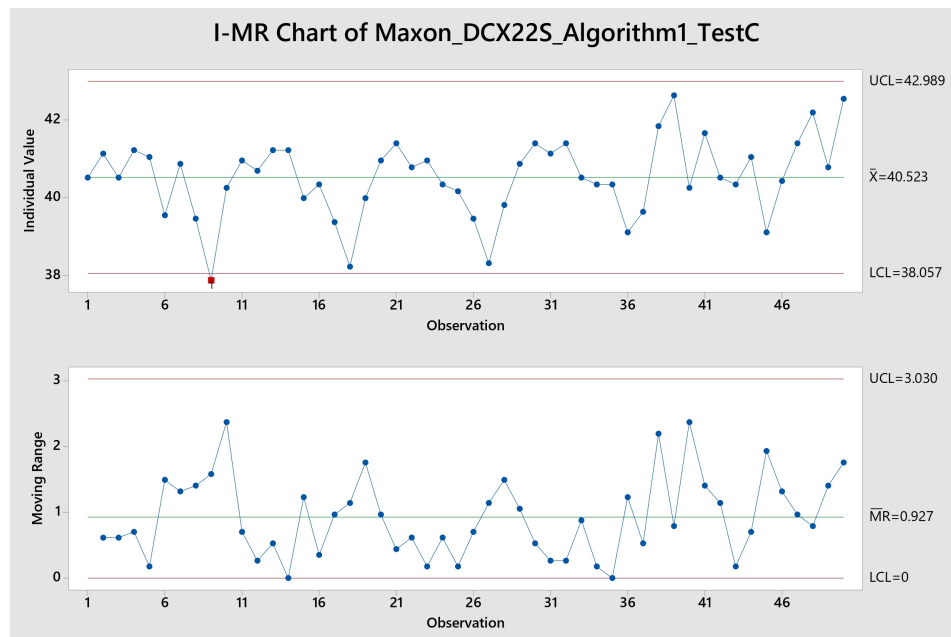


Figura 6.15: Gráfica de Control de Experimentación 1C del motor Maxon DCX22S.

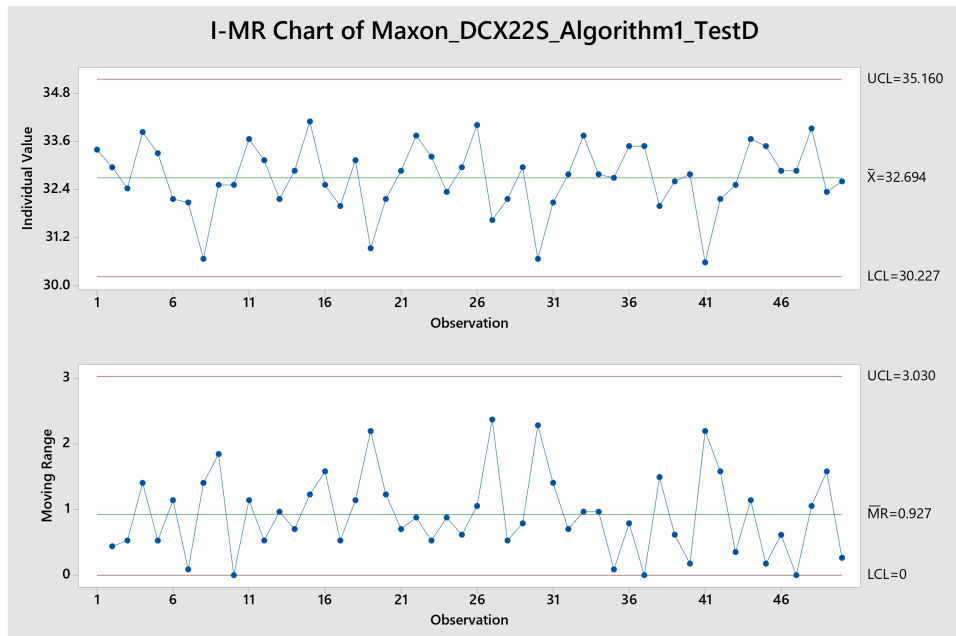


Figura 6.16: Gráfica de Control de Experimentación 1D del motor Maxon DCX22S.

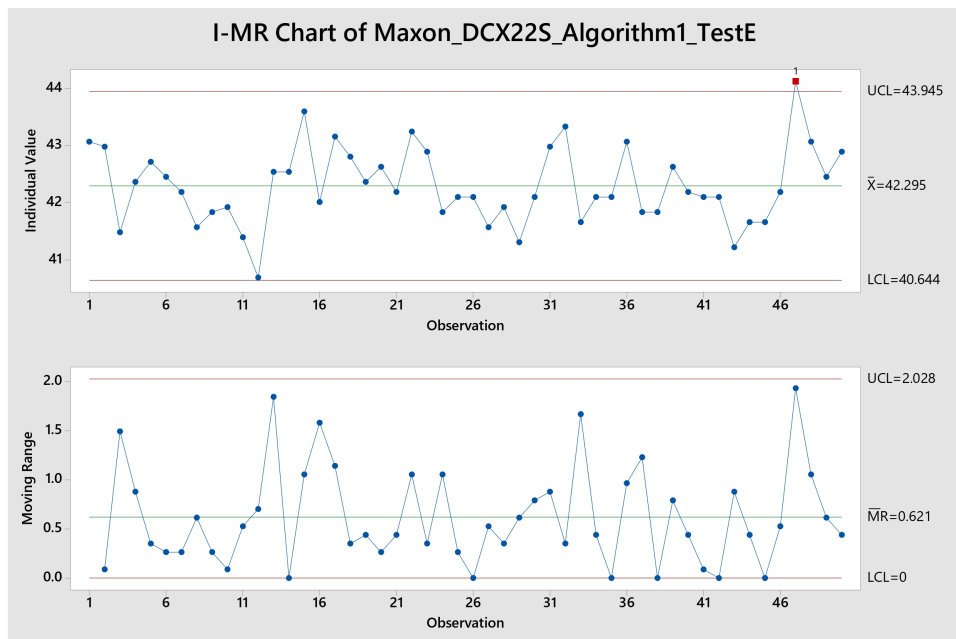


Figura 6.17: Gráfica de Control de Experimentación 1E del motor Maxon DCX22S.

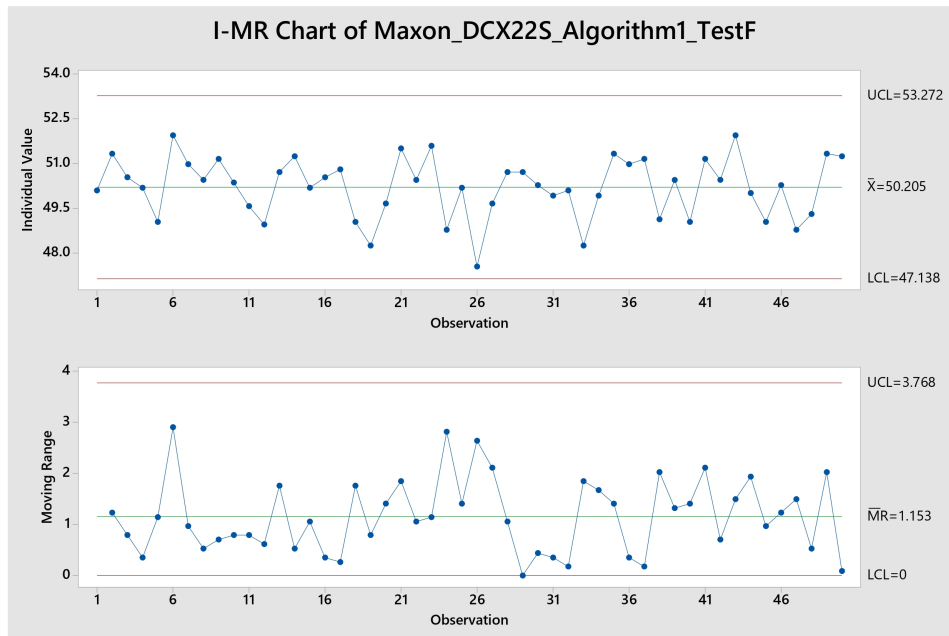


Figura 6.18: Gráfica de Control de Experimentación 1F del motor Maxon DCX22S.

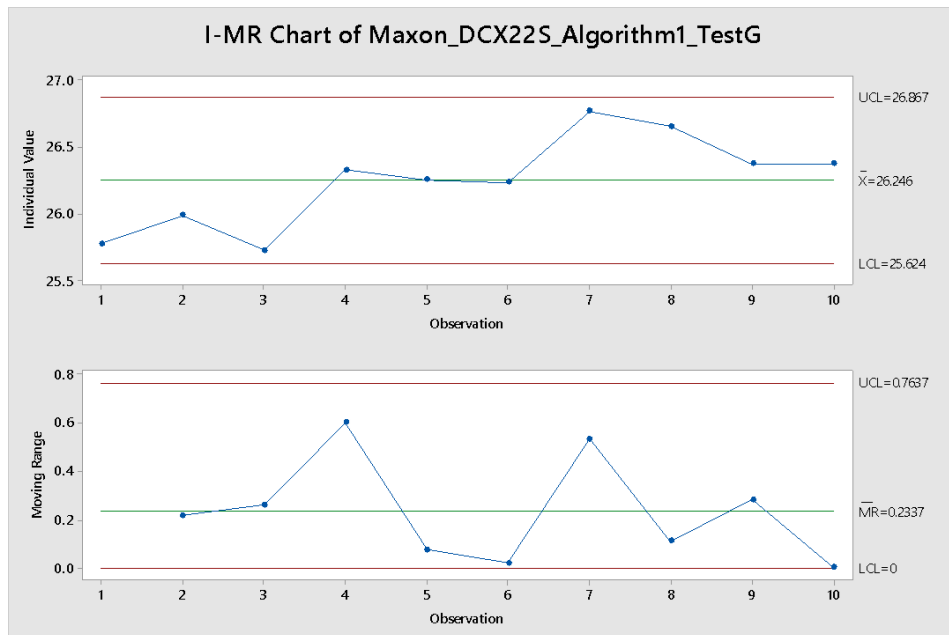


Figura 6.19: Gráfica de Control de Experimentación 1G del motor Maxon DCX22S.

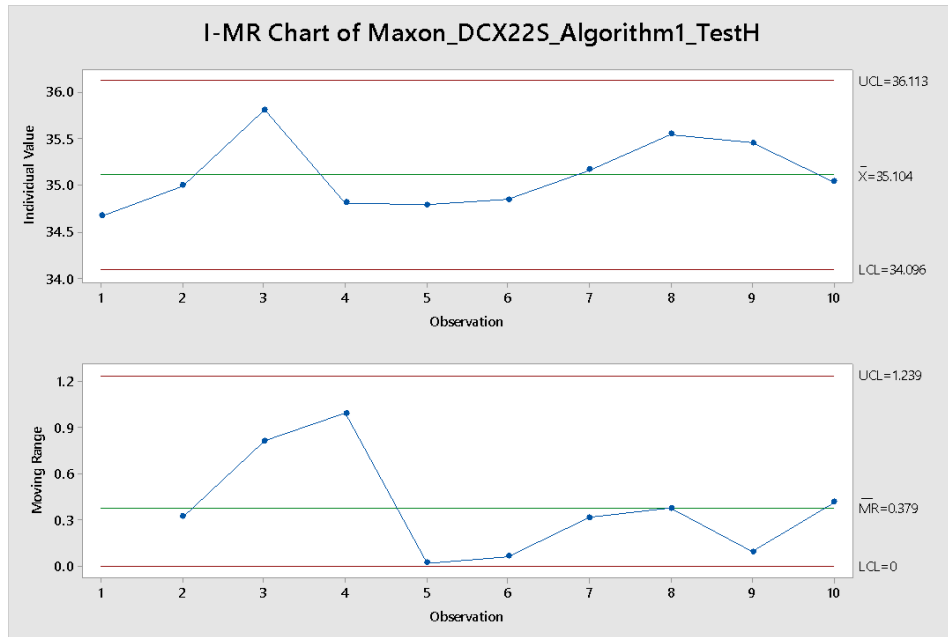


Figura 6.20: Gráfica de Control de Experimentación 1H del motor Maxon DCX22S.

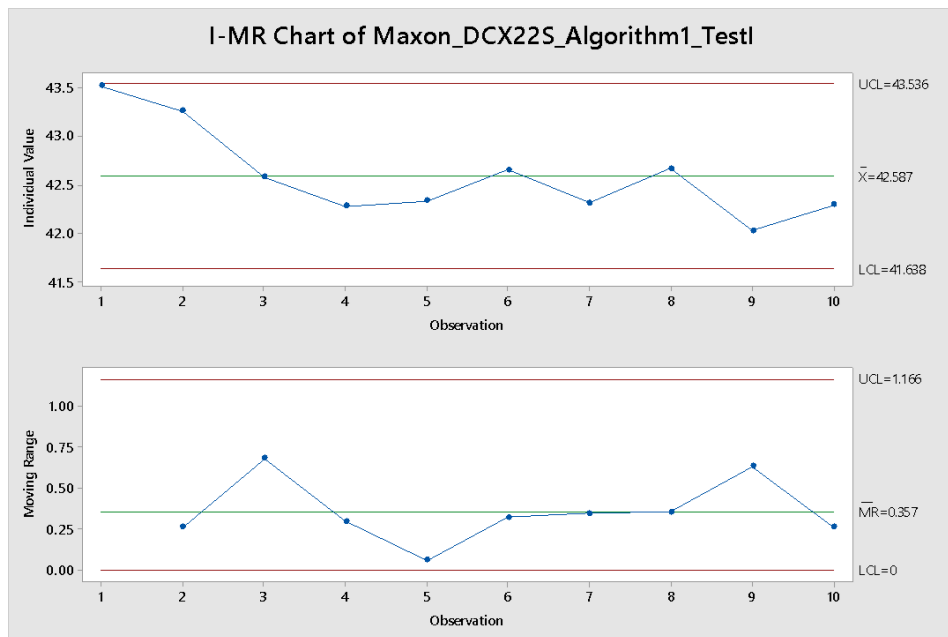


Figura 6.21: Gráfica de Control de Experimentación 1I del motor Maxon DCX22S.

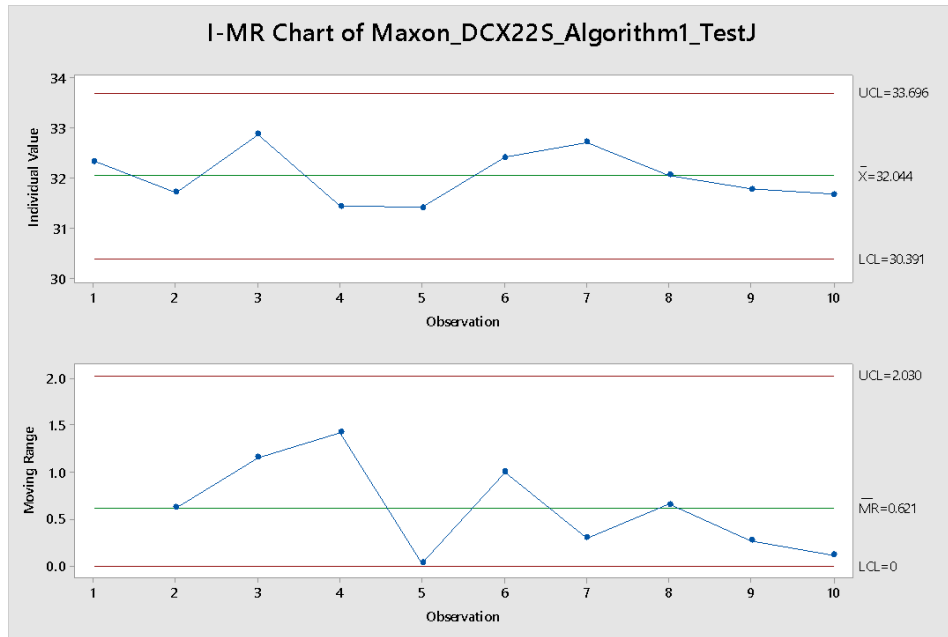


Figura 6.22: Gráfica de Control de Experimentación 1J del motor Maxon DCX22S.

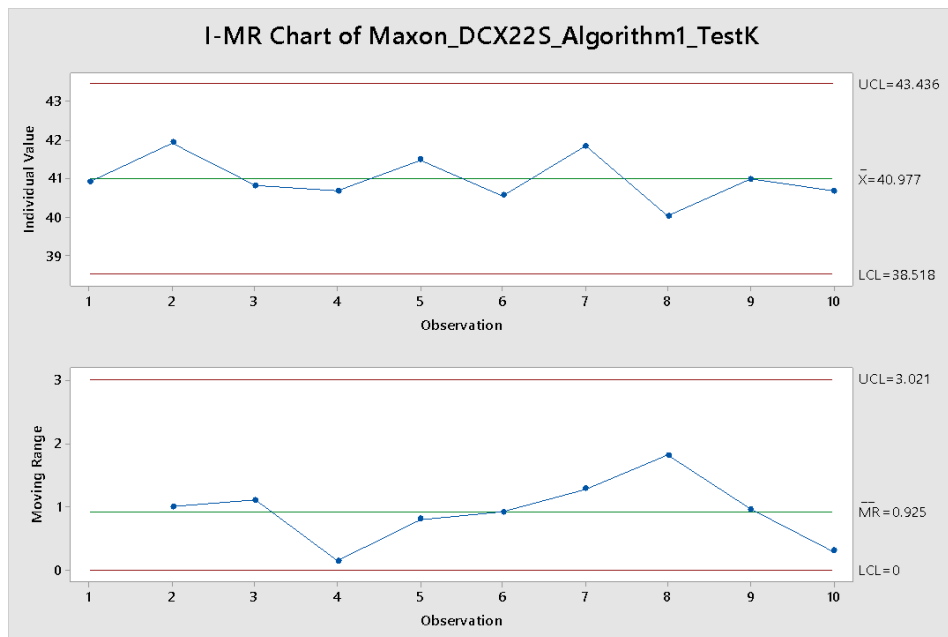


Figura 6.23: Gráfica de Control de Experimentación 1K del motor Maxon DCX22S.

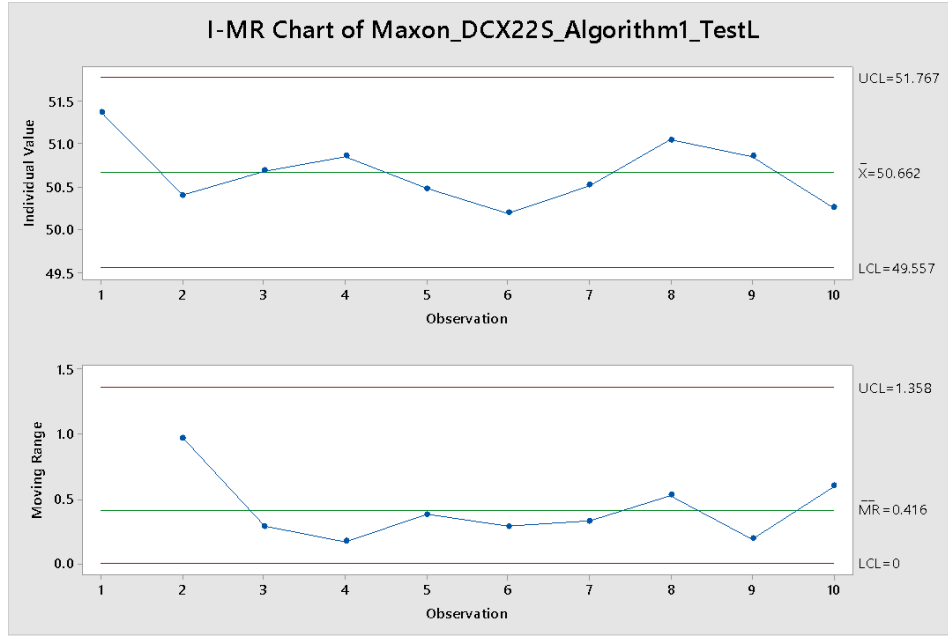


Figura 6.24: Gráfica de Control de Experimentación 1L del motor Maxon DCX22S.

En las gráficas de control 6.1, 6.2, 6.3, 6.6, 6.7, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11, 6.12, 6.16, 6.18, 6.19, 6.20, 6.21, 6.22, 6.23 y 6.24; respecto a la gráfica de valores individuales se comprueba que los puntos de datos se encuentran dentro de los límites de tres desviaciones estándar de la media en las direcciones positiva y negativa, respectivamente, por lo que se puede afirmar que la muestra de datos de prueba no tiene variaciones especiales.

En las gráficas de control 6.4, 6.5, 6.13, 6.14, 6.15 y 6.17; respecto a la gráfica de valores individuales se valida que hay puntos de datos que se encuentran fuera de los límites de tres desviaciones estándar de la media en las direcciones positiva o negativa, por lo que se puede afirmar que la muestra de datos de prueba tuvo variaciones especiales que pueden atribuirse a la no linealidad del funcionamiento del sistema con fricción.

El patrón general de los valores en las gráficas de valores individuales y de rango móvil parecen al azar y se encuentran dentro de los límites de desviación estándar, por lo que los puntos de datos individuales no son dependientes del tiempo (el resultado de la prueba anterior no afecta a la prueba siguiente) [47]. También se muestra una variabilidad menor a tres desviaciones estándar de la media,

por lo que hay una gran posibilidad de que el posicionamiento de los motores DC Maxon RE-max29 y Maxon DCX22S utilizando el algoritmo de control en lazo abierto sea estable a pesar de las variaciones de causa especial que pudieran aparecer en la muestra de datos de prueba debido a no linealidades que podrían atribuirse a la fricción.

6.2. Algoritmo de Control en Lazo Cerrado

6.2.1. Maxon RE-max29

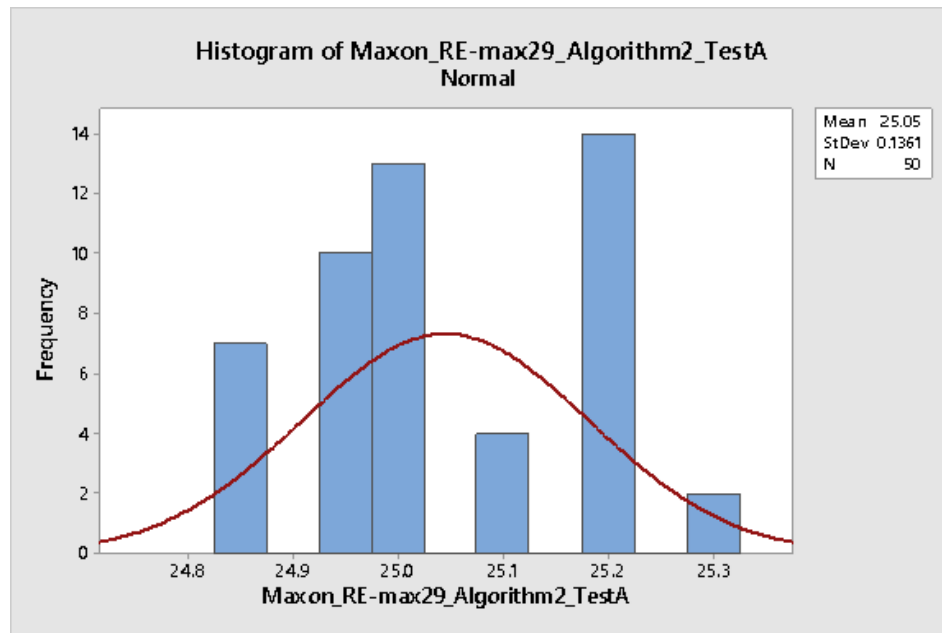


Figura 6.25: Histograma de Experimentación 2A del motor Maxon RE-max29.

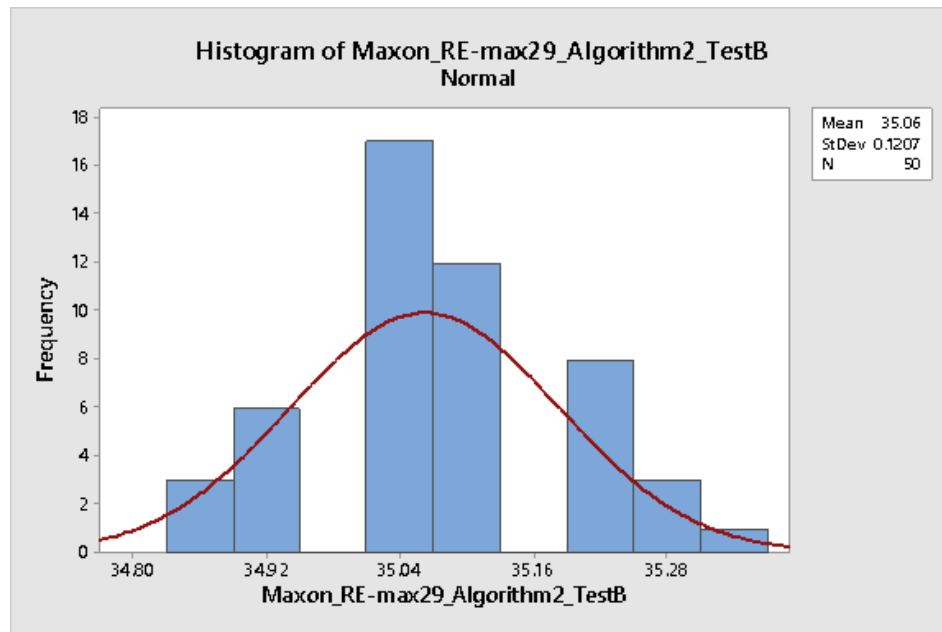


Figura 6.26: Histograma de Experimentación 2B del motor Maxon RE-max29.

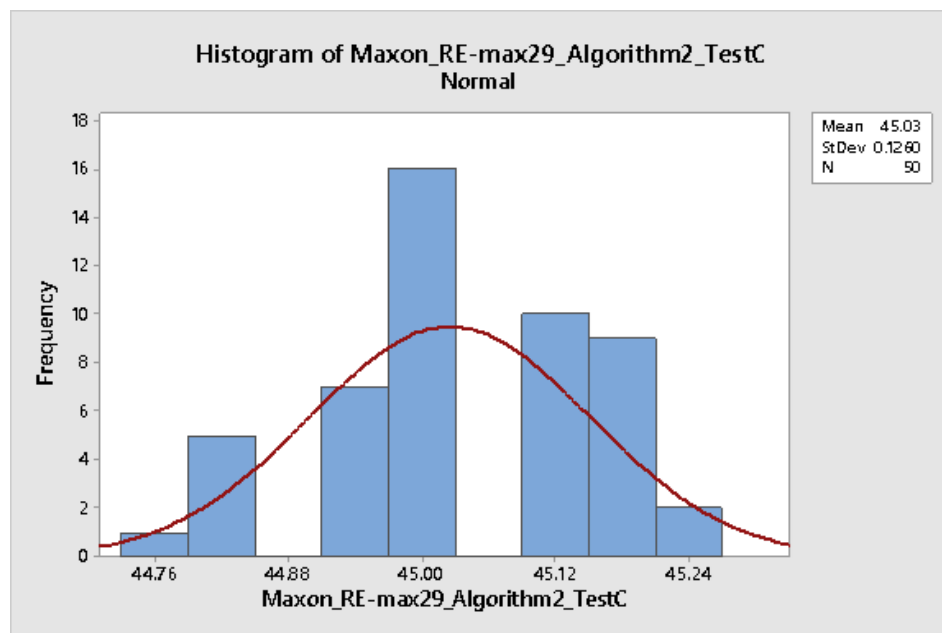


Figura 6.27: Histograma de Experimentación 2C del motor Maxon RE-max29.

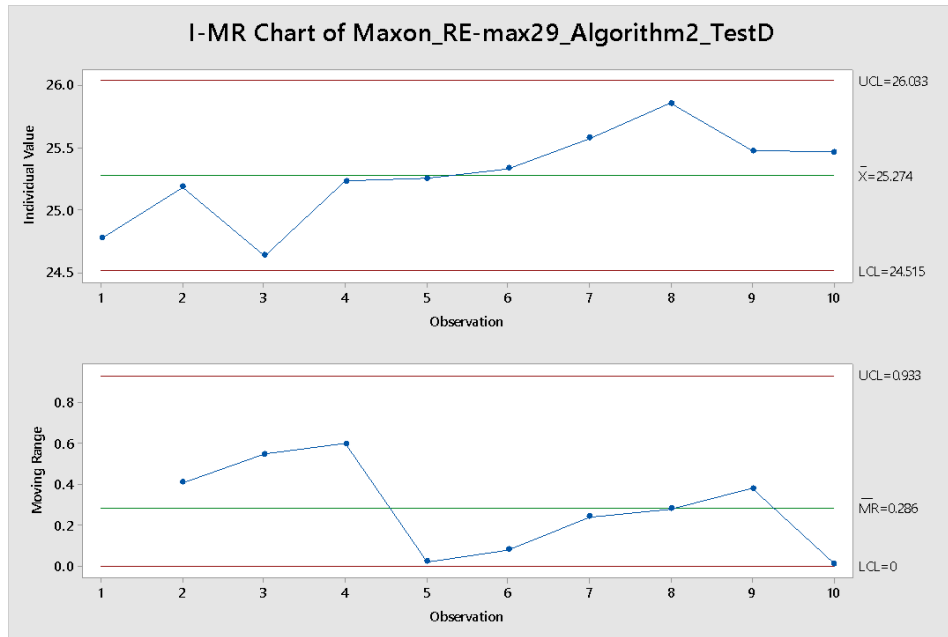


Figura 6.28: Gráfica de Control de Experimentación 2D del motor Maxon RE-max29.

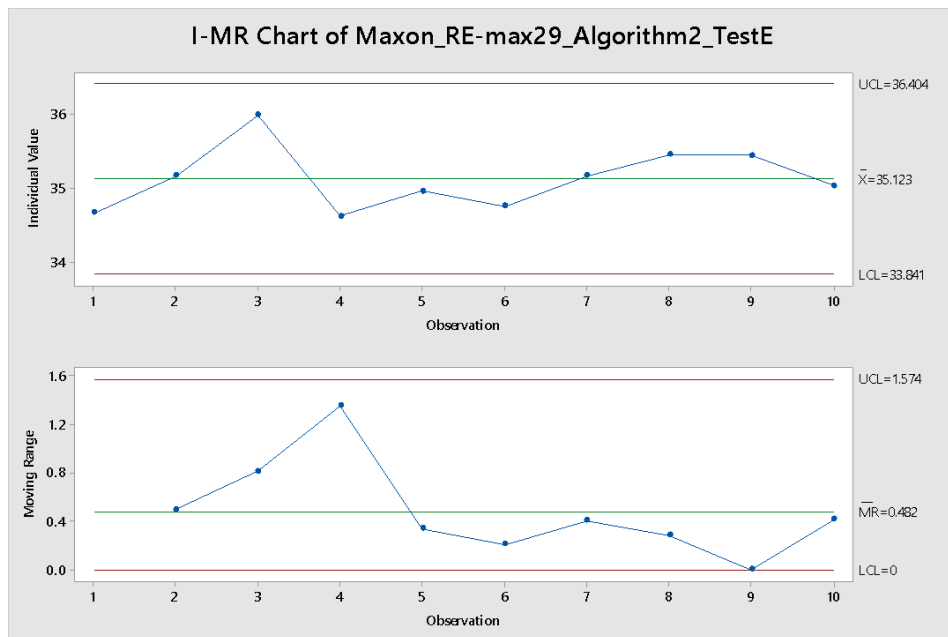


Figura 6.29: Gráfica de Control de Experimentación 2E del motor Maxon RE-max29.

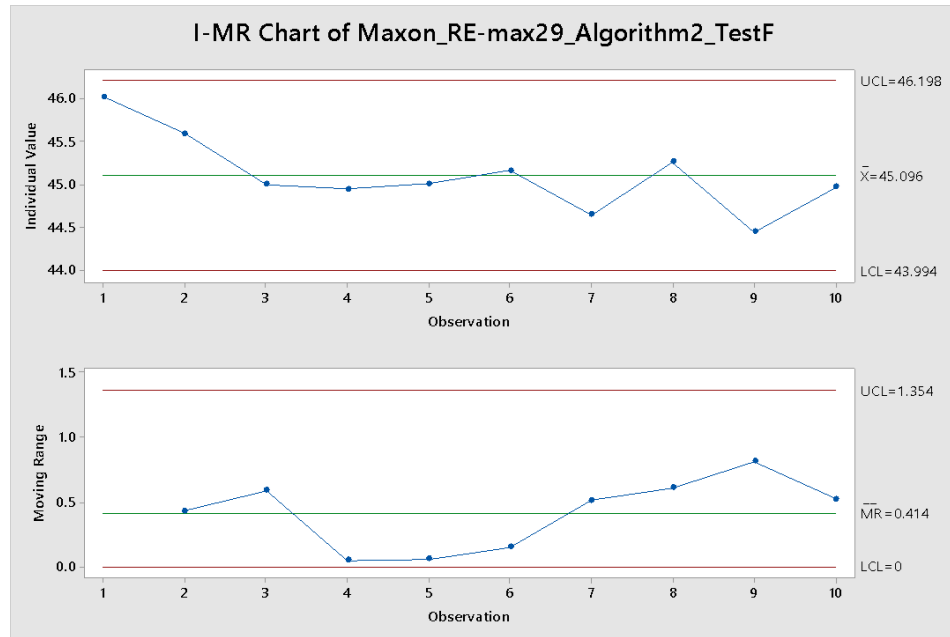


Figura 6.30: Gráfica de Control de Experimentación 2F del motor Maxon RE-max29.

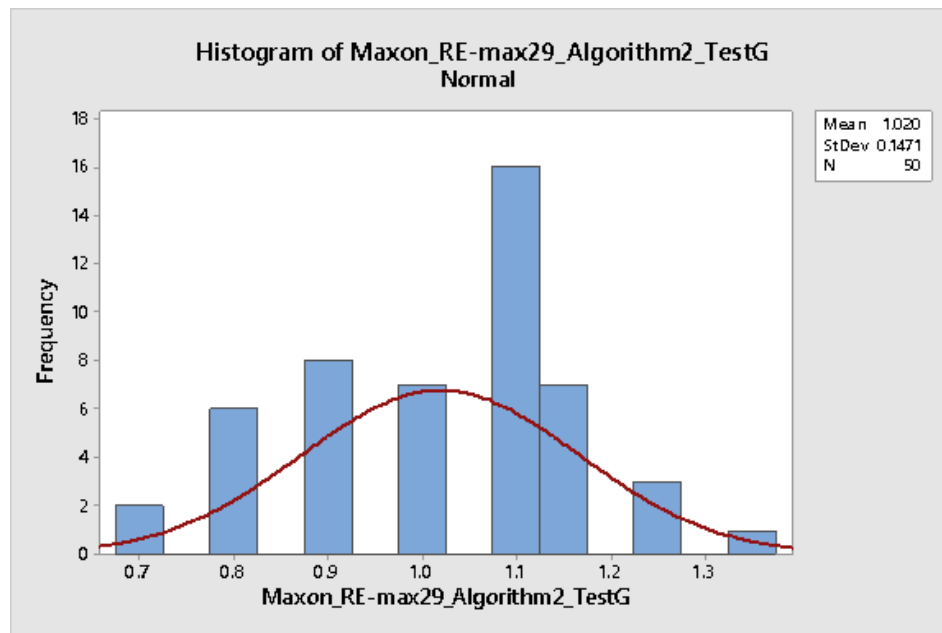


Figura 6.31: Histograma de Experimentación 2G del motor Maxon RE-max29.

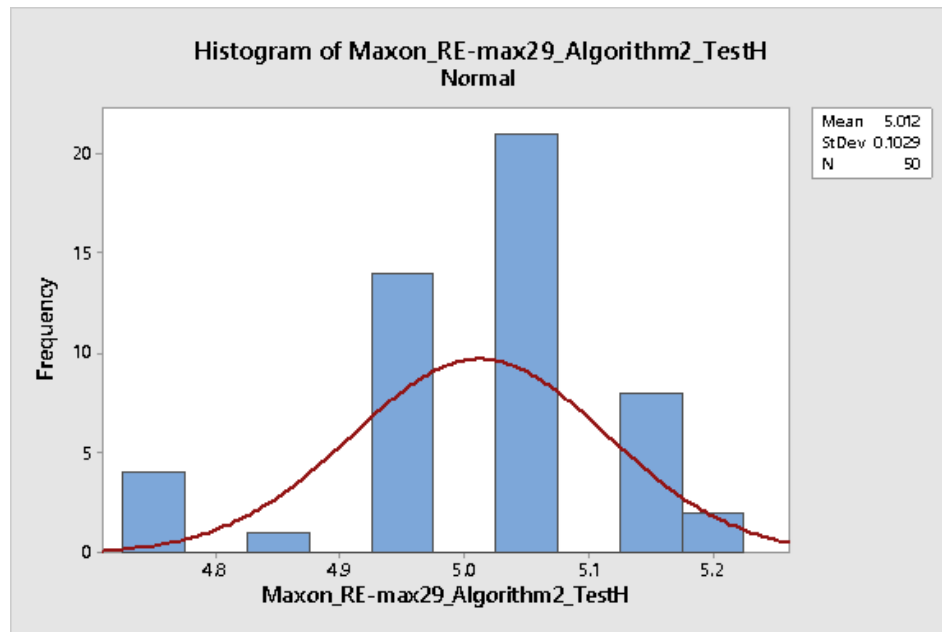


Figura 6.32: Histograma de Experimentación 2H del motor Maxon RE-max29.

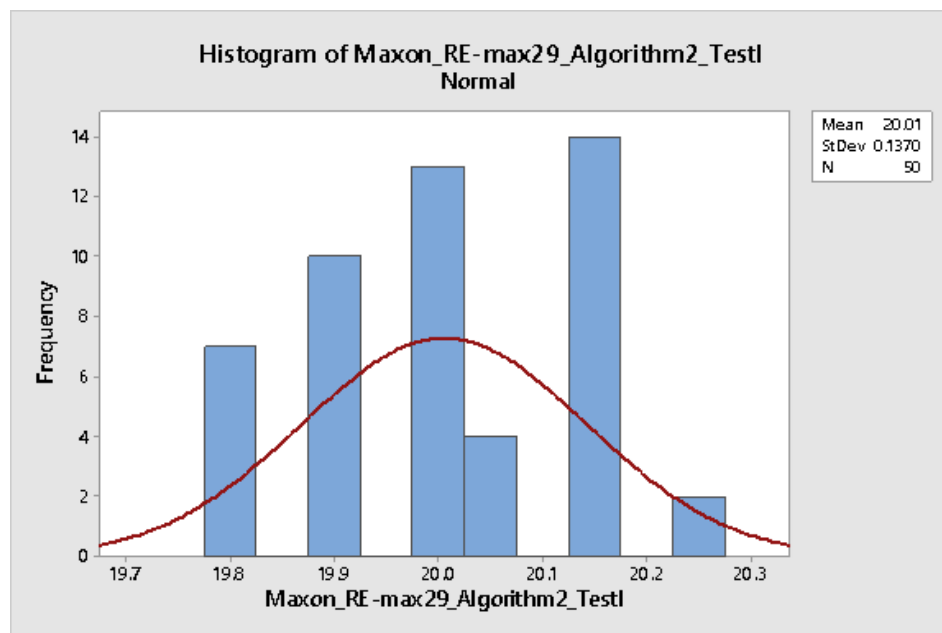


Figura 6.33: Histograma de Experimentación 2I del motor Maxon RE-max29.

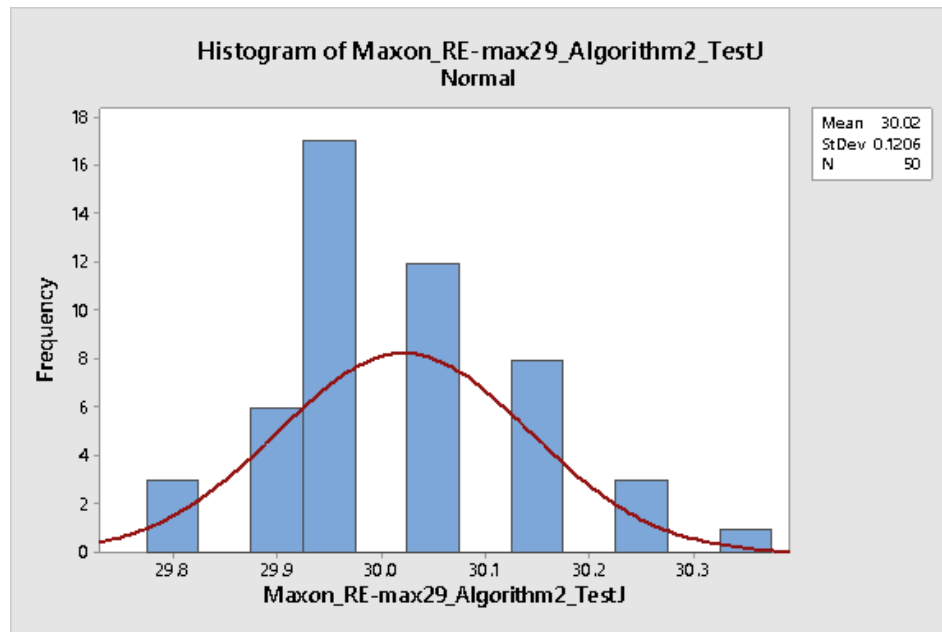


Figura 6.34: Histograma de Experimentación 2J del motor Maxon RE-max29.

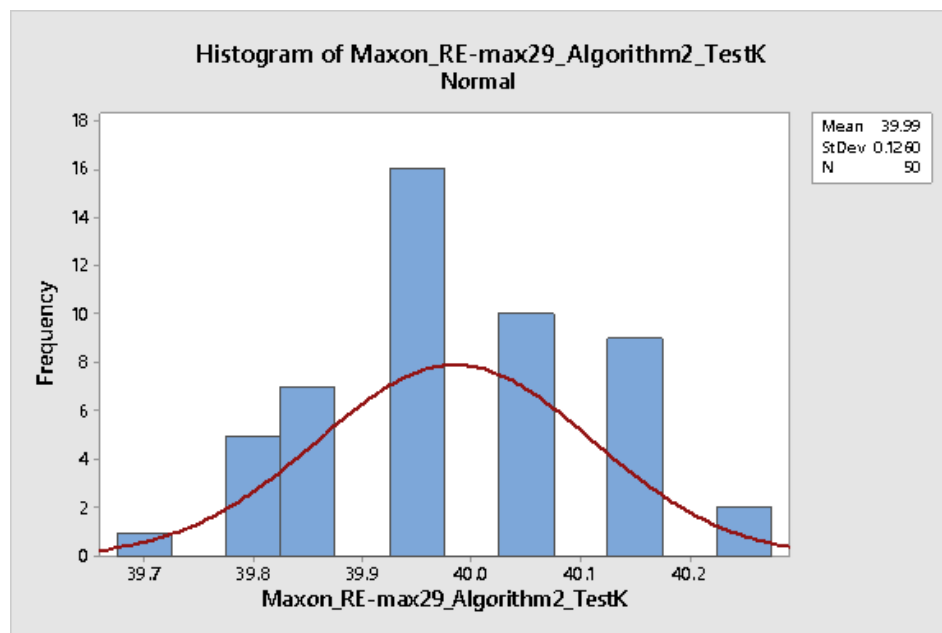


Figura 6.35: Histograma de Experimentación 2K del motor Maxon RE-max29.

6.2.2. Maxon DCX22S

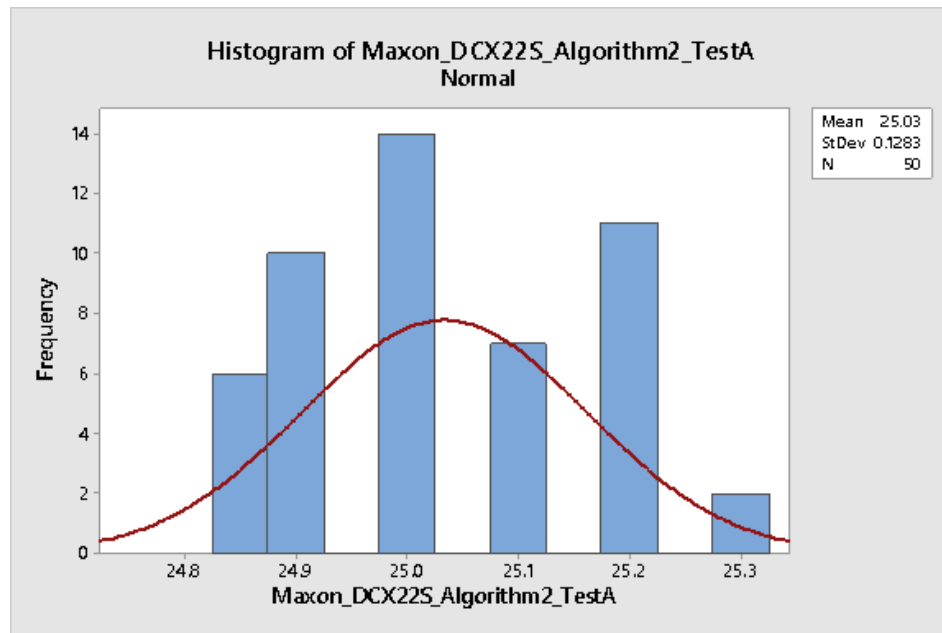


Figura 6.36: Histograma de Experimentación 2A del motor Maxon DCX22S.

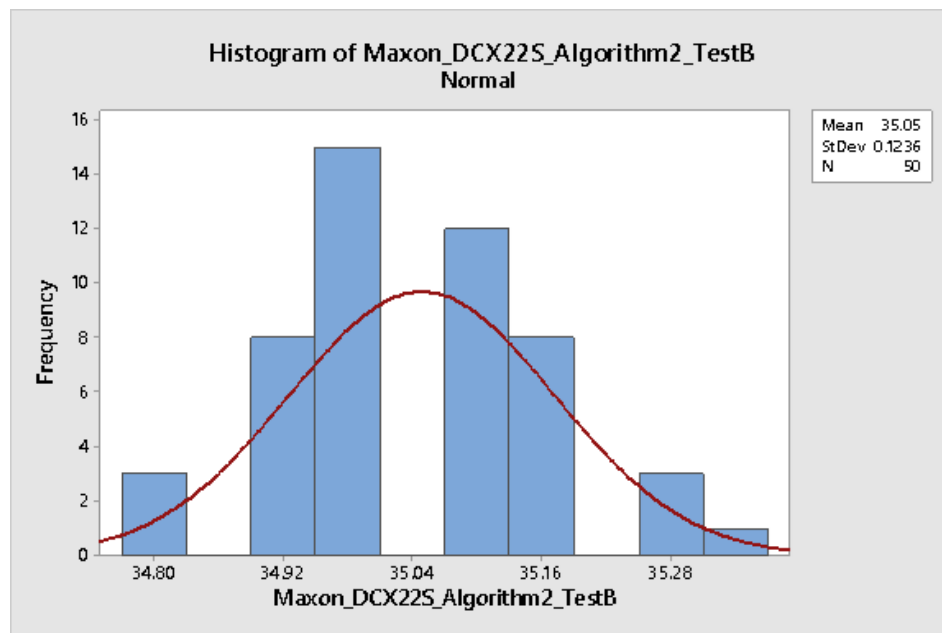


Figura 6.37: Histograma de Experimentación 2B del motor Maxon DCX22S.

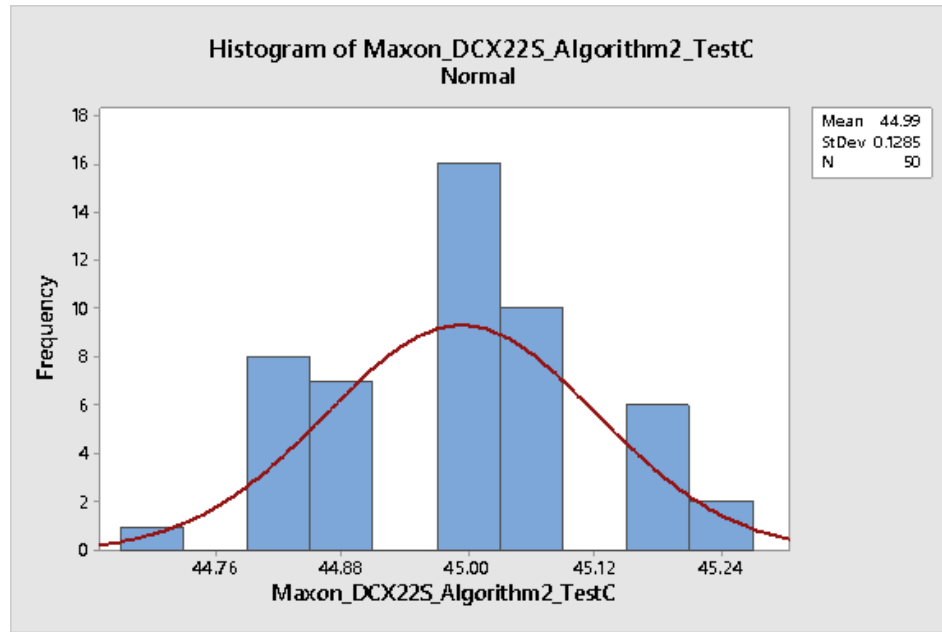


Figura 6.38: Histograma de Experimentación 2C del motor Maxon DCX22S.

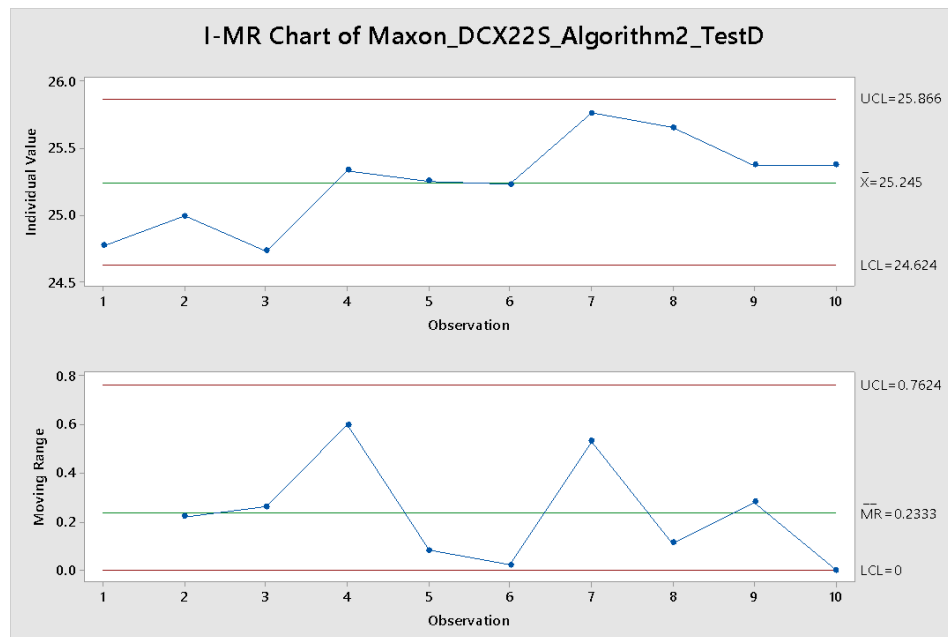


Figura 6.39: Gráfica de Control de Experimentación 2D del motor Maxon DCX22S.

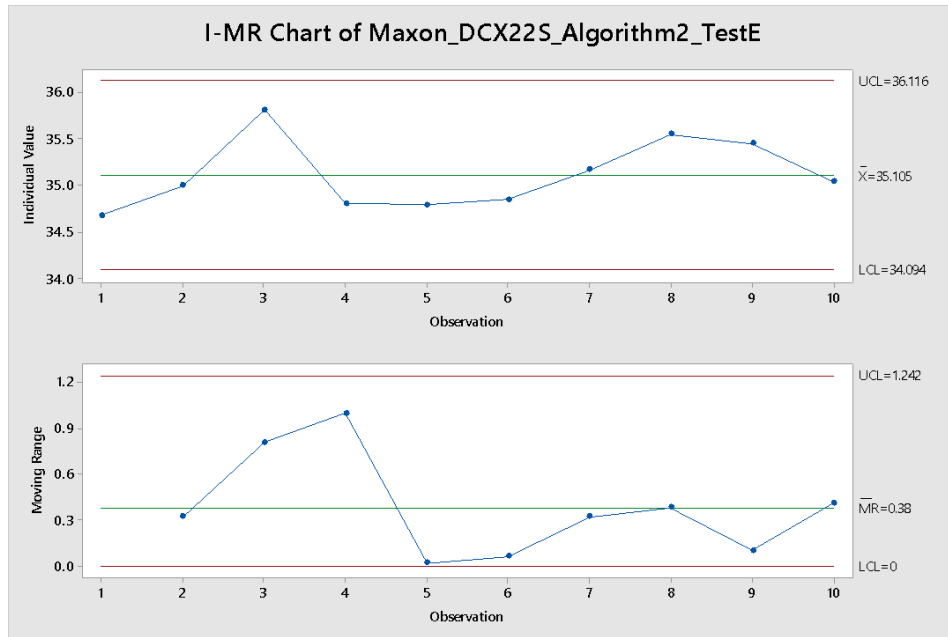


Figura 6.40: Gráfica de Control de Experimentación 2E del motor Maxon DCX22S.

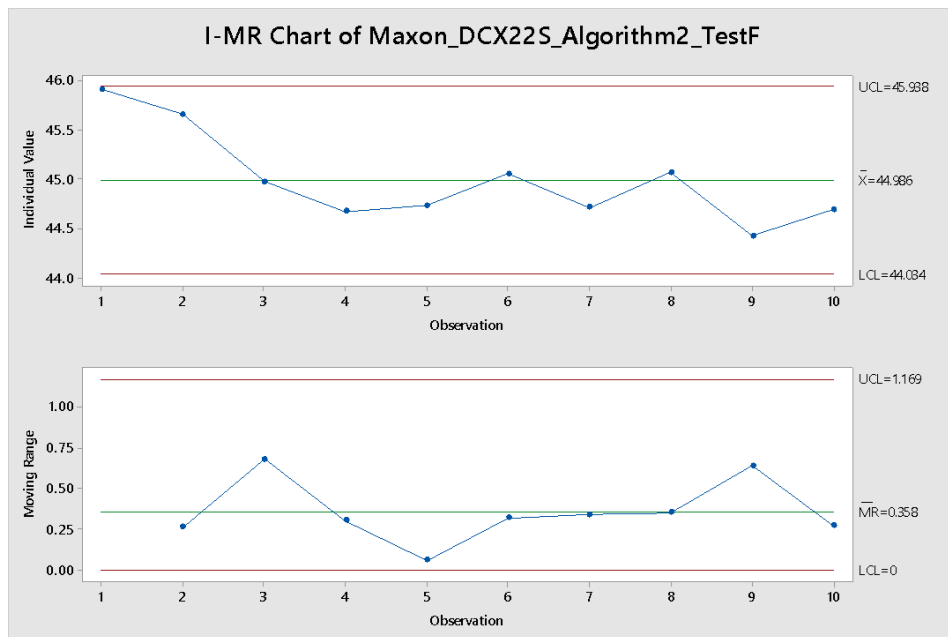


Figura 6.41: Gráfica de Control de Experimentación 2F del motor Maxon DCX22S.

En las gráficas de control 6.28, 6.29, 6.30, 6.39, 6.40 y 6.41; respecto a la gráfica de valores individuales se comprueba que los puntos de datos se encuentran dentro de los límites de tres desviaciones

estándar de la media en las direcciones positiva y negativa, respectivamente, por lo que se puede afirmar que la muestra de datos de prueba no tiene variaciones especiales. El patrón general de los valores en las gráficas de valores individuales y de rango móvil parecen al azar y se encuentran dentro de los límites de desviación estándar, por lo que los puntos de datos individuales no son dependientes del tiempo (el resultado de la prueba anterior no afecta a la prueba siguiente) [47]. También se muestra una variabilidad menor a tres desviaciones estándar de la media, por lo que hay una gran posibilidad de que el posicionamiento de los motores DC Maxon RE-max29 y Maxon DCX22S utilizando el algoritmo de control en lazo cerrado es estable.

En los Histogramas 6.26, 6.27, 6.31, 6.32, 6.34, 6.35 y 6.37, 6.38 se muestra la distribución de los resultados experimentales de las mediciones automáticas de los experimentos de control de posición en lazo cerrado de los motores DC Maxon RE-max29 y Maxon DCX22S. Se puede observar que a pesar del número de muestra $N = 50$, la distribución de los datos se encuentra dentro de una distribución normal y la frecuencia de los datos es mayor en valores de posicionamiento más cercanos a la media de la muestra. Mientras que en los histogramas 6.25, 6.33 y 6.36 se puede observar la distribución de los datos próxima de una distribución normal, sin embargo los valores se ubican dentro de un rango aceptable de tres desviaciones estándar respecto a la media de la muestra. Esto da certeza que el funcionamiento del sistema de posicionamiento láser en lazo cerrado usando el algoritmo cSORPD logra un posicionamiento con alta precisión y con alta exactitud debido a que la media de los datos es muy próxima al valor de la posición de referencia deseada en cada experimento.

6.3. Comparación de Resultados Experimentales

A continuación, se presentan los resultados resumidos en la Tabla 6.1 de la implementación de los experimentos de control de posición en lazo abierto del motor DC controlado del sistema de posicionamiento láser.

Tabla 6.1: Comparación de resultados de control de posición en lazo abierto

<i>Experimento</i>	<i>Maxon RE-max29</i>				<i>Maxon DCX22S</i>			
	φ_r	$\bar{\varphi}_o$	$\bar{\varphi}_e$	$\bar{\varphi}_e^*$	φ_r	$\bar{\varphi}_o$	$\bar{\varphi}_e$	$\bar{\varphi}_e^*$
1A	25°	22.03°	2.97°	11.88 %	25°	25.74°	0.74°	2.96 %
1B	35°	29.73°	5.27°	15.06 %	35°	33.45°	1.55°	4.43 %
1C	45°	37.69°	7.31°	16.24 %	45°	40.52°	4.48°	9.96 %
1D	25°	26.09°	1.09°	4.36 %	25°	32.69°	7.69°	30.76 %
1E	35°	34.71°	0.29°	0.83 %	35°	42.29°	7.29°	20.83 %
1F	45°	43.41°	1.59°	3.53 %	45°	50.2°	5.2°	11.56 %
1G	25°	22.82°	2.18°	8.72 %	25°	26.25°	1.25°	5 %
1H	35°	31.02°	3.98°	11.37 %	35°	35.11°	0.11°	0.31 %
1I	45°	39.84°	5.16°	11.47 %	45°	42.59°	2.41°	5.36 %
1J	25°	25.71°	0.71°	2.84 %	25°	32.04°	7.04°	28.16 %
1K	35°	33.72°	1.28°	3.66 %	35°	40.98°	5.98°	17.09 %
1L	45°	43.45°	1.55°	3.44 %	45°	50.66°	5.66°	12.58 %

Las pruebas 1A, 1B, 1C, 1D, 1E y 1F entregan valores medidos automáticamente del control de posicionamiento en lazo abierto de los motores DC Maxon RE-max29 y Maxon DCX22S usados para el posicionamiento láser del TVS No.3. Mientras que las pruebas 1G, 1H, 1I, 1J, 1K y 1L entregan valores medidos manualmente del posicionamiento láser en el campo de visión utilizando el control de posicionamiento en lazo abierto de los motores DC Maxon RE-max29 y Maxon DCX22S.

La media global del error de posicionamiento angular relativo de las pruebas en lazo abierto con mediciones automáticas representa un 11.04 %, mientras que en las pruebas en lazo abierto con mediciones manuales representa un 9.17 %. La diferencia de 1.87 % es minúscula, pero no debe asumirse despreciable debido a que la media por si sola no es concluyente para determinar el mejor método de medición para el error de posicionamiento angular mientras el sistema no este controlado en lazo cerrado que de más certeza de una distribución precisa de las muestras de datos de prueba.

A continuación, se presenta los resultados de la implementación de los experimentos de control de posición en lazo cerrado del motor DC controlado del sistema de posicionamiento láser. Se pueden derivar conclusiones importantes de los resultados resumidos en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2: Comparación de resultados de control de posición en lazo cerrado

<i>Experimento</i>	<i>Maxon RE-max29</i>				<i>Maxon DCX22S</i>			
	φ_r	$\bar{\varphi}_o$	$\bar{\varphi}_e$	$\bar{\varphi}_e^*$	φ_r	$\bar{\varphi}_o$	$\bar{\varphi}_e$	$\bar{\varphi}_e^*$
2A	25°	25.05°	0.05°	0.2 %	25°	25.03°	0.03°	0.12 %
2B	35°	35.06°	0.06°	0.17 %	35°	35.05°	0.05°	0.14 %
2C	45°	45.03°	0.03°	0.07 %	45°	44.99°	0.01°	0.02 %
2D	25°	25.27°	0.27°	1.08 %	25°	25.25°	0.25°	1 %
2E	35°	35.12°	0.12°	0.34 %	35°	35.11°	0.11°	0.31 %
2F	45°	45.1°	0.1°	0.22 %	45°	44.99°	0.01°	0.02 %

Las pruebas 2A, 2B y 2C entregan valores medidos automáticamente del control de posicionamiento en lazo cerrado de los motores DC Maxon RE-max29 y Maxon DCX22S usados para el sistema de posicionamiento láser, mientras que las pruebas 2D, 2E y 2F entregan valores medidos manualmente del control de posicionamiento en lazo cerrado.

La media global del error de posicionamiento angular relativo de las pruebas en lazo cerrado con mediciones automáticas representa un 0.12 %, mientras que en las pruebas en lazo cerrado con mediciones manuales representa un 0.5 %. Respecto a la media global del error de posicionamiento angular relativo de las pruebas en lazo abierto la reducción es de 10.92 % y 8.67 % para muestras con mediciones automáticas y manual respectivamente.

Cuando se utiliza el motor Maxon RE-max29 la resolución del encoder es de 0.09° por 1 *PPR*, un angulo ideal para hacer la comparación de media del error de posicionamiento angular relativo de las mediciones automáticas y manuales de las pruebas en lazo cerrado es de 45°, que representa

un valor numérico entero de 500 *PPR*. Mientras que cuando se utiliza el motor Maxon DCX22S se una resolución de 4096 *PPR* en un giro de 360° , por lo que 45° representa un valor numérico entero de 512 *PPR*. La validez de la afirmación anterior es debido a que se tiene mayor certeza de que la distribución de los datos de prueba es más precisa al implementar el control en lazo cerrado. La diferencia entre media del error de posicionamiento angular relativo de las pruebas 2C y 2F es de 0.05 % y 0 % para los motores Maxon RE-max29 y Maxon DCX22S, respectivamente. Esto puede significar que la diferencia entre los dos métodos de medición no representan al menos en las muestras tomadas una distintiva diferencia que no las haga igual de validas. Sin embargo, la medición manual permite complementar el análisis de comprobación de resultados. Por otro lado, la reducción del error de posicionamiento relativo para ambos motores es 7.43 % para el motor Maxon RE-max29 y 12.15 % para el motor Maxon DCX22S al implementar el algoritmo de control cSORPD de acuerdo a las pruebas implementadas.

Para complementar el análisis de la mejora del posicionamiento láser, se realizó experimentos en valores amplios de posición de referencia que coincidan con valores de posicionamiento estudiados en investigaciones anteriores. En [1] y [29] se presentan los resultados de error de posicionamiento relativo del motor DC Maxon RE-max29 para los valores de 1° , 5° , 20° , 30° , 40° y 90° grados aplicando un algoritmo de control en lazo abierto similar al formulado en esta tesis y otro algoritmo de control proporcional en lazo cerrado formulado en [1], estos resultados son resumidos en la Tabla 6.3.

Tabla 6.3: Error relativo promedio del control de posición en investigación previa

<i>Maxon RE-max29</i>			
<i>Valor</i>	<i>Resultados en Lazo Abierto</i>		
	$\varphi_r = 20^\circ$	$\varphi_r = 30^\circ$	$\varphi_r = 40^\circ$
$\bar{\varphi}_e^*$	4.86 %	0.81 %	2.5 %
<i>Valor</i>	<i>Resultados en Lazo Cerrado</i>		
	$\varphi_r = 1^\circ$	$\varphi_r = 5^\circ$	$\varphi_r = 90^\circ$
$\bar{\varphi}_e^*$	11.60 %	4.16 %	0.22 %

Posteriormente, en la Tabla 6.4 se resumen los resultados de la implementación experimental del control de compensación de fricción en lazo cerrado en el motor DC Maxon RE-max29.

Tabla 6.4: Comparación de resultados de control de posición en lazo cerrado (Complemento)

<i>Experimento</i>	<i>Maxon RE-max29</i>			
	φ_r	$\overline{\varphi}_o$	$\overline{\varphi}_e$	$\overline{\varphi}_e^*$
2G	1°	1.02°	0.02°	2.00 %
2H	5°	5.01°	0.01°	0.20 %
2I	20°	20.01°	0.01°	0.05 %
2J	30°	30.02°	0.02°	0.07 %
2K	40°	39.99°	0.01°	0.02 %
2L	90°	90°	0.00°	0.00 %

Las pruebas 2G, 2H y 2L demuestran nuevamente lo planteado anteriormente, el algoritmo de compensación de fricción es efectivo para reducir el error de posicionamiento del motor DC controlado en bucle abierto descrito en la formulación de control basándose en los parámetros físicos del motor DC. Mientras que las pruebas 2I, 2J y 2K demuestran la mejora en la reducción del error relativo de posicionamiento de la implementación del cSORPD con respecto al algoritmo de control proporcional en lazo cerrado propuesto previamente durante el diseño del posicionamiento láser del TVS No.3.

En conclusión, en general se lograron resultados favorables en la implementación experimental del algoritmo de compensación de fricción cSORPD en los motores Maxon RE-max29 y Maxon DCX22S. Demostrando que el control de compensación de fricción cSORPD proporciona una solución práctica para asegurar un posicionamiento favorable de alto rendimiento para el posicionamiento láser del sistema TVS No.3.

Capítulo 7

Conclusiones

La fricción es un fenómeno físico no lineal y discontinuo que surge en el contacto entre dos superficies, se suele entender como un proceso en el que la energía (cinética) se disipa en calor con una entropía creciente y representa un obstáculo para lograr un desempeño óptimo de sistemas que controlan un mecanismo, provocando errores de posicionamiento durante la ejecución de las tareas.

El presente trabajo desarrolla un antecedente teórico para la reducción del error de posicionamiento relativo de un motor DC controlado para el posicionamiento láser del sistema de visión artificial TVS No.3, desarrollado en el Instituto de Ingeniería de la UABC. Este objetivo principal se logró utilizando un control no lineal de compensación de fricción, la cual se asume que se describe apropiadamente utilizando un modelo de fricción dinámica modificado a partir de su diseño original para su aplicación apropiada.

La implementación de simulación computacional de los modelos de fricción dinámica es de utilidad anterior a la integración del modelo del sistema de posicionamiento láser, debido a que se puede conocer el comportamiento de la curva $F_f(v)$ y que tan completo representa la transición de estados de fricción que los modelos clásicos asumen que ocurren de manera instantánea. Analizando los resultados de simulación, se puede suponer que utilizar un modelo dinámico de fricción complejo no asegura la reducción de error relativo en la simulación del funcionamiento del motor DC, sin embargo, las ventajas de implementación del modelo LuGre y los efectos que intenta capturar a bajas velocidades lo colocó como la mejor opción para estimar la fricción del sistema.

El sistema TVS No. 3 representa un sistema de escaneo láser que mediante el uso del método de medición de triangulación dinámica, determina las coordenadas 3D de cualquier objeto examinado en el campo de visión. Para realizar el barrido láser el desempeño del sistema de posicionamiento del láser controlado con un motor DC juega un papel fundamental para poder asegurar la correcta ubicación del punto en las coordenadas medidas en el campo de visión. Debido a estas limitaciones físicas, un control en lazo abierto para posicionar el rayo láser del sistema de visión artificial siempre conduce a un error de posición angular relativo.

Por lo tanto, se realiza la simulación del modelo desarrollado para analizar el impacto negativo del par de fricción en el posicionamiento del motor DC en lazo abierto a diferentes ángulos de posición de referencia con el fin de caracterizar su funcionamiento y utilizar los resultados experimentales para estimar los parámetros del modelo. En consecuencia, los parámetros respectivos del sistema con fricción no lineal han sido derivados o estimados usando una herramienta de optimización de diseño usando los datos de prueba de entrada-salida importados y procesados.

Una vez parametrizado el modelo del motor DC se desarrolla una propuesta de algoritmo de control de voltaje del motor DC, el cual compense el efecto negativo del par de fricción en el posicionamiento final de su eje en el más reciente paso del barrido 3D con láser. Un enfoque común para lograr un mejor rendimiento para sistemas de posicionamiento con fricción es aplicar una compensación de fricción basada en modelos. El enfoque actual de compensación de fricción se distingue de otras técnicas de compensación de fricción basadas en modelos ya disponibles por el hecho de que incluye una ley de control robusto no lineal para un actuador saturado con retroalimentación de salida. En esta tesis se propone implementar una ley de control nombrada por las siglas en inglés “cSORPD” (Continuous Saturated Output-feedback Relay Proportional Derivative control) en el sistema de posicionamiento láser agregando condiciones de ganancias que asegure la estabilidad asintótica del sistema y desarrollando el análisis de estabilidad asintótica global para el sistema en lazo cerrado usando el método directo de Lyapunov.

Posteriormente se realiza la implementación experimental de la aplicación del modelo y algoritmo

de compensación de fricción para el motor DC del sistema de barrido 3D con láser. Posteriormente, se presenta el análisis de resultados de la aplicación experimental del algoritmo de compensación de fricción basada en modelos dinámicos con la finalidad de demostrar que la aplicación de esta medida mejora el posicionamiento láser fundamental para realizar el barrido 3D con láser.

Finalmente se comprueba que se lograron resultados favorables en la implementación experimental del algoritmo de compensación de fricción cSORPD en los motores Maxon usados para los ángulos de referencia propuestos y algunos otros ángulos que en investigaciones anteriores fueron usados para efectos de estudio en el desarrollo del sistema de visión artificial TVS No.3. Concretamente una reducción del error de posicionamiento angular relativo de 7.43 % para el motor Maxon RE-max29 y 12.15 % para el motor Maxon DCX22S. Ambos motores propuestos durante el diseño del TVS No.3.

Este trabajo deja un antecedente teórico del análisis de compensación de fricción en sistemas dinámicos de visión artificial que utilicen motores DC, abriendo la posibilidad de mejorar los diseños posteriores del sistema TVS No.3 y de más sistemas de visión artificial relacionados que han sido derivados de la novedosa teoría de triangulación dinámica.

Las investigaciones futuras revisarán más modelos de fricción dinámica existentes para predecir el error de posición angular relativo y realizar un análisis de datos con motores que utilizan “devanado de hierro” para sus rotores y “rodamientos de bolas” de alta calidad para un nuevo prototipo del sistema de escaneo láser.

Se está desarrollando un protocolo de investigación para estudiar en doctorado el fenómeno de la fricción a nivel microscópico y extender en un futuro la teoría de fricción para poder aplicarla en este tipo de sistemas de visión artificial y/o sensores que puedan ser integrados.

Bibliografía

- [1] L. Lindner, *Theoretical Method to Increase the Speed of Continuous Mapping in a three-dimensional Laser Scanning System using Servomotors Control*. Mexicali, Mexico: Editorial UABC, 2020.
- [2] M. Sun, Z. Gao, Z. Wang, Y. Zhang, and Z. Chen, “On the Model-Free Compensation of Coulomb Friction in the Absence of the Velocity Measurement,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 139, no. 12, Aug. 2017, doi: 10.1115/1.4037267.
- [3] B. A. Bucci, D. G. Cole, S. J. Ludwick, and J. S. Viperman, “Nonlinear control algorithm for improving settling time in systems with friction,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 21, no. 4, Art. no. 4, Jan. 2013.
- [4] H. Angue-Mintsa, R. Venugopal, J.-P. Kenné, and C. Belleau, “Adaptive Position Control of an Electrohydraulic Servo System With Load Disturbance Rejection and Friction Compensation,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 133, no. 6, Nov. 2011, doi: 10.1115/1.4004776.
- [5] C. Makkar, W. E. Dixon, W. G. Sawyer, and G. Hu, “Lyapunov-based tracking control in the presence of uncertain nonlinear parameterizable friction,” in *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005.*, Jun. 2005, pp. 1975–1980 vol. 3. doi: 10.1109/ACC.2005.1470259.
- [6] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, and C. C. De Wit, “A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction,” *Automatica*, vol. 30, no. 7, pp. 1083–1138, Jul. 1994, doi: 10.1016/0005-1098(94)90209-7.
- [7] D. A. Haessing Jr, B. Friedland. (1991). “On the Modeling and Simulation of Friction”. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 113, 354-362.

- [8] H. Olsson, K. J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert, and P. Lischinsky, “Friction Models and Friction Compensation,” *European Journal of Control*, vol. 4, no. 3, pp. 176–195, Jan. 1998, doi: 10.1016/S0947-3580(98)70113-X.
- [9] P. E. Dupont, “Avoiding stick-slip through PD control,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 5, pp. 1094–1097, May 1994, doi: 10.1109/9.284901.
- [10] P. E. Dupont and E. P. Dunlap, “Friction Modeling and PD Compensation at Very Low Velocities,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 117, no. 1, pp. 8–14, Mar. 1995, doi: 10.1115/1.2798527.
- [11] B. Armstrong and B. Amin, “PID control in the presence of static friction: A comparison of algebraic and describing function analysis,” *Automatica*, vol. 32, no. 5, pp. 679–692, May 1996, doi: 10.1016/0005-1098(95)00199-9.
- [12] M. Goldfarb and T. Sirithanapipat, “The effect of actuator saturation on the performance of PD-controlled servo systems,” 1999, doi: 10.1016/S0957-4158(99)00013-6.
- [13] N. Mallon, N. van de Wouw, D. Putra, and H. Nijmeijer, “Friction compensation in a controlled one-link robot using a reduced-order observer,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, no. 2, pp. 374–383, Mar. 2006, doi: 10.1109/TCST.2005.863674.
- [14] D. Putra, H. Nijmeijer, and N. van de Wouw, “Analysis of undercompensation and overcompensation of friction in 1DOF mechanical systems,” *Automatica*, vol. 43, no. 8, pp. 1387–1394, Aug. 2007, doi: 10.1016/j.automatica.2007.01.021.
- [15] B. Hunnekens, N. van de Wouw, M. Heertjes, and H. Nijmeijer, “Synthesis of Variable Gain Integral Controllers for Linear Motion Systems,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23, no. 1, pp. 139–149, Jan. 2015, doi: 10.1109/TCST.2014.2315657.
- [16] B. Armstrong, D. Neevel, and T. Kusik, “New results in NPID control: Tracking, integral control, friction compensation and experimental results,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 9, no. 2, pp. 399–406, Mar. 2001, doi: 10.1109/87.911392.

- [17] D. Naso, F. Cupertino, and B. Turchiano, “NPID and Adaptive Approximation Control of Motion Systems With Friction,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 20, no. 1, pp. 214–222, Jan. 2012, doi: 10.1109/TCST.2011.2106128.
- [18] N. van de Wouw, H. A. Pastink, M. F. Heertjes, A. V. Pavlov, and H. Nijmeijer, “Performance of convergence-based variable-gain control of optical storage drives,” *Automatica*, vol. 44, no. 1, pp. 15–27, Jan. 2008, doi: 10.1016/j.automatica.2007.04.004.
- [19] B. G. B. Hunnekens, N. van de Wouw, and D. Nesic, “Overcoming a fundamental time-domain performance limitation by nonlinear control,” *Automatica: A journal of IFAC the International Federation of Automatic Control*, no. 67, pp. 277–281, 2016.
- [20] T. Hu and Z. Lin, *Control Systems with Actuator Saturation: Analysis and Design*. USA: Birkhauser Boston, Inc., 2001.
- [21] Modern Anti-windup Synthesis. 2011. Accessed: Jan. 12, 2022. [Online]. Available: <https://press.princeton.edu/books/hardcover/9780691147321/modern-anti-windup-synthesis>.
- [22] K. Kong, H. C. Kniep, and M. Tomizuka, “Output Saturation in Electric Motor Systems: Identification and Controller Design,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 132, no. 5, Aug. 2010, doi: 10.1115/1.4001792.
- [23] Y. Hong and B. Yao, “A globally stable saturated desired compensation adaptive robust control for linear motor systems with comparative experiments,” *Automatica*, vol. 43, no. 10, pp. 1840–1848, Oct. 2007, doi: 10.1016/j.automatica.2007.03.021.
- [24] Y. Hong and B. Yao, “A globally stable high performance adaptive robust control algorithm with input saturation for precision motion control of linear motor drive system,” in *Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics.*, Jul. 2005, pp. 1623–1628. doi: 10.1109/AIM.2005.1511244.
- [25] P. T. Kabamba, S. M. Meerkov, and H. R. Ossareh, “Quasi-Linear Control Approach to Designing Step Tracking Controllers for Systems With Saturating Actuators,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 135, no. 5, Jul. 2013, doi: 10.1115/1.4024562.

- [26] L. Lindner, O. Sergiyenko, M. Rivas-Lopez, B. Valdez-Salas, J. Rodríguez-Quinonez, D. Hernández-Balbuena, W. Flores-Fuentes, V. Tyrsa, M. Medina, F. N. Murrieta-Rico, P. Mercorelli, A. Gurko, and V. Kartashov, “Machine vision system for UAV navigation,” in 2016 International Conference on Electrical Systems for Aircraft, Railway, Ship Propulsion and Road Vehicles International Transportation Electrification Conference (ESARS-ITEC), Nov. 2016, pp. 1–6. doi: 10.1109/ESARS-ITEC.2016.7841356.
- [27] L. Lindner, O. Sergiyenko, M. Rivas-Lopez, B. Valdez-Salas, J. Rodríguez-Quinonez, D. Hernández-Balbuena, W. Flores-Fuentes, V. Tyrsa, M. Medina, F. N. Murrieta-Rico, P. Mercorelli, and A. Gurko, “UAV remote laser scanner improvement by continuous scanning using DC motors,” in IECON 2016 - 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Oct. 2016, pp. 371–376. doi: 10.1109/IECON.2016.7793316.
- [28] L. Lindner, O. Sergiyenko, M. Rivas-Lopez, M. Ivanov, J. Rodríguez-Quinonez, ~D. Hernandez-Balbuena, W. Flores-Fuentes, V. Tyrsa, F. N. Murrieta-Rico, P. Mercorelli, “Machine vision system errors for unmanned aerial vehicle navigation,” in 2017 IEEE 26th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), Jun. 2017, pp. 1615–1620. doi: 10.1109/ISIE.2017.8001488.
- [29] L. Lindner, O. Sergiyenko, M. Rivas-Lopez, J. Rodríguez-Quinonez, ~D. Hernandez-Balbuena, W. Flores-Fuentes, V. Tyrsa, J. I. Nieto-Hipolito, F. N. Murrieta-Rico, and V. M. Karthashov, “Issues of exact laser ray positioning using DC motors for vision-based target detection,” in 2016 IEEE 25th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), Jun. 2016, pp. 929–934. doi: 10.1109/ISIE.2016.7745015.
- [30] E. Kreyszig. *Matemáticas avanzadas para ingeniería, 3rd ed.* Mexico: Limusa Wiley, 2003.
- [31] Lars Lindner. *Sistemas Lineales 2.* Baja California, Mexico: Universidad Autónoma de Baja California.
- [32] J.-J. E. Slotine, and W. Li, *Applied Nonlinear Control.* Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice Hall, 1991.
- [33] A. Morin, “New friction experiments carried out at Metz in 1831-1833,” in Proceedings of the French Royal Academy of Sciences, vol. 4, pp. 1–128, 1833.

- [34] H. Olsson, K. J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert, and P. Lischinsky, “Friction Models and Friction Compensation,” *European Journal of Control*, vol. 4, no. 3, pp. 176–195, Jan. 1998, doi: 10.1016/S0947-3580(98)70113-X.
- [35] K. Johanaström and C. Canudas-de-Wit, “Revisiting the LuGre friction model,” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 28, no. 6, pp. 101–114, Dec. 2008, doi: 10.1109/MCS.2008.929425.
- [36] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky, “A new model for control of systems with friction,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 3, pp. 419–425, Mar. 1995, doi: 10.1109/9.376053.
- [37] S. J. Chapman, *Electric Machinery Fundamentals, 5th ed.* New York, NY, USA: McGraw-Hill, 2011.
- [38] S. E. Lyshevski, “Nonlinear control of mechatronic systems with permanent-magnet DC motors,” *Mechatronics*, vol. 9, no. 5, pp. 539–552, Aug. 1999, doi: 10.1016/S0957-4158(99)00014-8.
- [39] C. Zheng, Y. Su, and P. Mercorelli, “Faster Positioning of 1-DOF Mechanical Systems With Friction and Actuator Saturation,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 141, Feb. 2019, doi: 10.1115/1.4042883.
- [40] M. NJ, N. Wouw, D. Putra, and H. Nijmeijer, “Friction compensation in a controlled one-link robot using a reduced-order observer,” *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 14, pp. 374–383, Apr. 2006, doi: 10.1109/TCST.2005.863674.
- [41] C. Zheng, Y. Su, and P. Mercorelli, “Simple saturated relay non-linear PD control for uncertain motion systems with friction and actuator constraint,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 13, no. 12, pp. 1920–1928, 2019, doi: 10.1049/iet-cta.2018.6441.
- [42] C. Zheng, Y. Su, and P. Mercorelli, “Simple relay non-linear PD control for faster and high-precision motion systems with friction,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 12, no. 17, pp. 2302–2308, Aug. 2018, doi: 10.1049/iet-cta.2018.5715.
- [43] “Parameter Estimation,” MathWorks.
<https://la.mathworks.com/discovery/parameter-estimation.html> (accessed May. 08, 2022).

- [44] "Optimization Toolbox ," MathWorks. <https://la.mathworks.com/products/optimization.html> (accessed May. 08, 2022).
- [45] I. Virgala, P. Frankovský, and M. Kenderová, "Friction Effect Analysis of a DC Motor," American Journal of Mechanical Engineering, vol. 1, no. 1, Art. no. 1, Jan. 2013, doi: 10.12691/ajme-1-1-1.
- [46] R. Waiboer, "Dynamic modelling, identification and simulation of industrial robots: -for off-line programming of robotised laser welding," PhD thesis, Dept. Mech. Eng., University of Twente, Noordoostpolder, Netherlands, 2007.
- [47] H. Gutiérrez Pulido and R. de la Vara Salazar, Control estadístico de la calidad y Seis Sigma. McGraw-Hill, 2009.

Apéndice A

Glosario

Símbolos

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>
a	Distancia de la base del TVS No.3
b	Distancia de impacto del rayo láser
c	Distancia de recepción del rayo láser
d	Distancia del objeto en observación
β	Ángulo de emisión del rayo láser
γ	Ángulo de recepción del rayo láser
A	Punto de reflexión del rayo láser
u_N	Voltaje nominal del motor DC
i_N	Corriente nominal del motor DC
u_A	Voltaje del inducido del motor DC
i_A	Corriente del inducido del motor DC
L_A	Inductancia del inducido del motor DC
R_A	Resistencia del inducido del motor DC
T_E	Constante de tiempo eléctrica del motor DC
T_M	Constante de tiempo mecánica del motor DC
K_v	Constante de velocidad del motor DC
K_b	Constante de fuerza contra-electromotriz del motor DC

K_T	Constante de par del motor DC
J	Momento de inercia total del motor DC
J_R	Momento de inercia del rotor del motor DC
J_{Mi}	Momento de inercia del espejo de 45°
r	Constante de fricción de amortiguación viscosa del motor DC
M	Par del motor DC
M_f	Par de fricción del motor DC
M_{load}	Par de fricción de la carga del motor DC
$M_{f,ss}^{meas}$	Par de fricción medido del motor DC
$M_{f,ss}^{mod}$	Par de fricción modelado del motor DC
φ_o, Φ_o	Posición angular real del motor DC
ω_o, Ω_o	Velocidad angular real del motor DC
φ_m, Φ_m	Posición angular medida del motor DC
φ_r, Φ_r	Posición angular de referencia del motor DC
φ_e, Φ_e	Error de posición angular absoluto del motor DC
φ_e^*, Φ_e^*	Error de posición angular relativo del motor DC
τ	Tiempo de alimentación del motor DC
$G(s)$	Función de transferencia del motor DC
F_f	Fuerza de fricción
F_e, f_e	Fuerza aplicada externamente
F_s, f_s	Fuerza de fricción estática
F_c, f_c	Fuerza de fricción de Coulomb
F_v, f_v	Fuerza de fricción viscosa
v	Velocidad de deslizamiento relativo
S	Fuerza de fricción de Stribeck
v_s, v_o	Velocidad de Stribeck
δ_s	Parámetro de forma de la curva Stribeck
z	Deflexión promedio de las cerdas
σ_0	Coefficiente de rigidez de las cerdas
σ_1	Coefficiente de amortiguamiento de las cerdas

α_0	Parámetro de fricción de Coulomb del modelo LuGre
α_1	Parámetro de fricción estática de la curva Stribeck
α_2	Parámetro de fricción viscosa del modelo LuGre
$f_v(v)$	Componente de fricción viscosa
$g(v)$	Componente de fricción no lineal del modelo LuGre
ε	Error de posición angular del motor DC
u, y	Señal de control
t	Tiempo continuo de ejecución
i	Puntos de tiempo discretos del tiempo continuo
u_{max}	Valor máximo de señal de control
f	Componente de fricción no lineal
s	Función no lineal saturada del control cSORPD
δ	Factor de ajuste de velocidad del control cSORPD
α	Factor de ajuste de vibración potencial del control cSORPD
k_p	Ganancia proporcional del control cSORPD
k_d	Ganancia derivativa del control cSORPD
k_r	Ganancia de retraso del control cSORPD
k_0	Ganancia de nitidez del control cSORPD
η	Filtro de señal de error de posición del sistema
λ	Variable auxiliar de señal de error del sistema
V	Ecuación Lyapunov
ξ	Coefficiente de amortiguamiento del sistema
f_{PWM}	Frecuencia de la señal de control PWM
T_s	Tiempo de muestreo del micro-controlador
f_T	Frecuencia de muestreo del micro-controlador
PPR	Pulsos por revolución del encoder del motor DC
N	Tamaño de la muestra
$\bar{\varphi}_o$	Media de posición angular final del motor DC
$\bar{\varphi}_e$	Media del error de posición angular absoluto del motor DC
$\bar{\varphi}_e^*$	Media del error de posición angular relativo del motor DC

Acrónimos

<i>Acrónimo</i>	<i>Descripción</i>
<i>ADC</i>	Analog Digital Converter (Convertidor analógico digital)
<i>ARM</i>	Advanced RISC Machine (Máquina RISC avanzada)
<i>CPU</i>	Central Processing Unit (Unidad central de procesamiento)
<i>cSORPD</i>	Continous Satured Output-feedback Relay Proportional Derivative (Proporcional derivativo continuo no lineal saturado con retroalimentación de salida)
<i>DAC</i>	Digital Analog Converter (Convertidor digital analógico)
<i>DC</i>	Direct Current (Corriente continua)
<i>FOV</i>	Field Of View (Campo de observación)
<i>IC</i>	Integrated Circuit (Circuito integrado)
<i>NPD</i>	No lineal Proporcional Derivativo
<i>NPID</i>	No lineal Proporcional Integral Derivativo
<i>PD</i>	Proporcional Derivativo
<i>PID</i>	Proporcional Integral Derivativo
<i>PL</i>	Positioning Laser (Posicionamiento láser)
<i>PWM</i>	Pulse Width Modulation (Modulación de ancho de pulso)
<i>RMS</i>	Root Medium Square (Raíz cuadrática media)
<i>SA</i>	Scanning Aperture (Apertura de escaneo)
<i>SORPD</i>	Satured Output-feedback Relay Proportional Derivative (Proporcional derivativo no lineal saturado con retroalimentación de salida)
<i>TTL</i>	Time To Live (Tiempo de vida)
<i>TVS</i>	Technical Vision System (Sistema técnico de visión)
<i>UABC</i>	Universidad Autónoma de Baja California
<i>USB</i>	Universal Serial Bus (Bus universal en serie)

Apéndice B

Datos del Diseño Experimental

Tabla B.1: Parámetros de motores DC usados para el TVS No.3

<i>Parámetro</i>	Maxon RE-max29	Maxon DCX22S	Maxon A-max16	Printed Motor Works GPM9	<i>Unidad</i>
	<i>Valor</i>	<i>Valor</i>	<i>Valor</i>	<i>Valor</i>	
u_N	48	48	12	14.5	V
i_N	0.153	0.180	0.21	6.9	A
R_A	104	76.2	31.1	1.1	Ω
L_A	8.46	4.08	1.13	n/a	mH
T_E	0.0813	0.0535	0.0363	n/a	ms
T_M	4.35	6.1837	23.4	n/a	ms
K_v	56.8	124.01	893	415.19	rpm/V
K_b	0.1681	0.077	0.0107	0.023	$Vs \cdot rad^{-1}$
K_T	0.168	0.0772	0.0107	0.022	$Nm \cdot A^{-1}$
J_R	11.8	4.84	0.857	—	$g \cdot cm^2$
J_{Mi}	0.265	0.265	0.265	—	$g \cdot cm^2$

Tabla B.2: Diseño experimental para el control en lazo abierto del motor Maxon RE-max29

Maxon RE-max29	
Algoritmo 1 (Lazo Abierto)	
Experimento A	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 6V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento B	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 6V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento C	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 6V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento D	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 12V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento E	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 12V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento F	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 12V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento G	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 6V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121m$
Experimento H	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 6V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121m$
Experimento I	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 6V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121m$
Experimento J	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 12V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121m$
Experimento K	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 12V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121m$
Experimento L	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 12V, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 56.8 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121m$
Condiciones Iniciales: $\varphi_o = 0, \dot{\varphi}_o = 0, \ddot{\varphi}_o = 0$	

Tabla B.3: Diseño experimental para el control en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29

Maxon RE-max29	
Algoritmo 2 (Lazo Cerrado)	
Experimento A	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento B	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento C	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento D	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000, d = 0.7121m$
Experimento E	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000, d = 0.7121m$
Experimento F	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000, d = 0.7121m$
Condiciones Iniciales: $\varphi_o = 0, \dot{\varphi}_o = 0, \ddot{\varphi}_o = 0$	

Tabla B.4: Diseño experimental para el control en lazo cerrado del motor Maxon RE-max29
(Complemento)

Maxon RE-max29	
Algoritmo 2 (Lazo Cerrado)	
Experimento G	$\varphi_r = 1^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento H	$\varphi_r = 5^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento I	$\varphi_r = 20^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento J	$\varphi_r = 30^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento K	$\varphi_r = 40^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Experimento L	$\varphi_r = 90^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 11.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 5, k_d = 9, k_r = 6.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4000$
Condiciones Iniciales: $\varphi_o = 0, \dot{\varphi}_o = 0, \ddot{\varphi}_o = 0$	

Tabla B.5: Diseño experimental para el control en lazo abierto del motor Maxon DCX22S

Maxon DCX22S	
Algoritmo 1 (Lazo Abierto)	
Experimento A	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 6V, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096$
Experimento B	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 6V, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096$
Experimento C	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 6V, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096$
Experimento D	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 12V, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096$
Experimento E	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 12 \text{ V}, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096$
Experimento F	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 12 \text{ V}, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096$
Experimento G	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 6V, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121 \text{ m}$
Experimento H	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 6V, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121 \text{ m}$
Experimento I	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 6V, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121 \text{ m}$
Experimento J	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 12V, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121 \text{ m}$
Experimento K	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 12V, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121 \text{ m}$
Experimento L	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 12V, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $K_v = 124.01 \text{ rpm/V}, f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, d = 0.7121 \text{ m}$
Condiciones Iniciales: $\varphi_o = 0, \dot{\varphi}_o = 0, \ddot{\varphi}_o = 0$	

Tabla B.6: Diseño experimental para el control en lazo cerrado del motor Maxon DCX22S

Maxon DCX22S	
Algoritmo 2 (Lazo Cerrado)	
Experimento A	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 6, k_d = 8, k_r = 9.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096$
Experimento B	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 6, k_d = 8, k_r = 9.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096$
Experimento C	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 6, k_d = 8, k_r = 9.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096$
Experimento D	$\varphi_r = 25^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 6, k_d = 8, k_r = 9.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096, d = 0.7121 \text{ m}$
Experimento E	$\varphi_r = 35^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 6, k_d = 8, k_r = 9.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096, d = 0.7121 \text{ m}$
Experimento F	$\varphi_r = 45^\circ, u_A = 24 \text{ V}, J_R = 4.84 \text{ g} \cdot \text{cm}^2, J_{Mi} = 0.265 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ $\delta = 0.01, \alpha = 0.5, k_p = 6, k_d = 8, k_r = 9.35, k_0 = 150$ $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, PPR = 4096, d = 0.7121 \text{ m}$
Condiciones Iniciales: $\varphi_o = 0, \dot{\varphi}_o = 0, \ddot{\varphi}_o = 0$	

Tabla B.7: Experimentación 1A-1F del motor Maxon RE-max29

Maxon RE-max29											
Exp. 1A		Exp. 1B		Exp. 1C		Exp. 1D		Exp. 1E		Exp. 1F	
21.87	22.05	29.61	29.16	38.25	37.71	25.92	25.83	34.74	34.38	42.93	43.29
22.05	22.23	29.52	29.61	37.62	37.71	25.83	25.83	34.74	35.01	43.47	43.83
22.05	22.14	29.34	29.97	37.44	37.44	26.28	25.74	35.01	35.01	43.29	43.65
21.69	21.96	29.88	29.52	37.62	37.71	26.28	26.01	34.56	34.11	43.11	43.11
22.32	21.78	29.79	29.43	37.17	38.16	26.82	26.55	34.47	34.29	43.65	43.11
22.32	22.05	29.97	29.70	37.62	38.07	26.46	26.82	34.74	33.84	44.19	43.92
22.23	21.96	29.88	29.43	37.71	37.71	25.74	26.28	35.10	34.38	43.92	44.01
21.96	21.78	29.61	29.61	37.35	37.44	25.92	26.01	35.19	34.65	42.66	43.11
21.96	22.32	29.79	29.97	37.80	37.80	26.10	25.83	34.65	34.20	43.38	43.56
21.69	22.14	29.43	30.15	37.71	37.80	25.92	26.01	34.56	34.92	43.38	43.74
21.87	22.32	29.79	30.42	38.07	37.53	26.10	26.10	34.83	34.92	43.56	43.56
21.87	22.41	30.33	29.88	37.98	37.44	25.92	25.74	34.92	35.10	43.20	42.84
22.14	22.32	29.61	29.16	37.35	37.53	25.92	26.19	35.01	34.56	43.29	43.11
22.14	21.96	29.88	29.79	37.80	37.98	26.01	26.01	34.56	34.47	44.37	44.01
22.05	21.60	29.97	29.61	37.62	37.44	26.10	25.83	34.47	34.56	43.65	43.74
21.69	21.96	29.52	29.88	37.53	37.71	26.64	25.83	34.74	34.65	42.84	42.84
21.78	22.05	29.43	29.61	37.71	37.98	26.28	26.19	35.19	34.74	43.20	42.75
21.96	21.78	29.61	29.70	37.62	37.53	26.19	26.01	35.46	34.65	43.56	42.48
21.96	22.23	29.61	29.43	37.44	37.71	25.74	26.28	34.56	34.29	43.56	43.38
22.23	21.96	29.88	29.52	38.25	37.62	26.01	26.28	35.01	34.65	43.38	43.74
22.14	21.96	29.97	29.79	37.71	37.53	26.10	26.28	34.74	35.28	43.65	43.92
22.32	22.14	29.52	30.33	37.17	37.53	26.10	25.83	34.83	35.10	43.56	43.56
22.41	21.69	29.97	30.42	37.53	37.98	26.28	26.19	34.83	34.83	43.56	43.92
22.41	21.87	30.15	29.88	37.80	38.16	26.28	25.83	34.56	34.29	42.93	43.29
21.78	21.87	29.43	28.89	37.71	37.53	26.01	26.28	34.92	34.29	43.02	42.61

Tabla B.8: Experimentación 1G-1L del motor Maxon RE-max29

Maxon RE-max29					
Exp. 1G	Exp. 1H	Exp. 1I	Exp. 1J	Exp. 1K	Exp. 1L
22.38	31.48	41.08	25.10	33.00	44.02
22.95	32.82	39.56	24.85	33.87	42.68
22.37	31.28	39.34	26.64	34.43	43.42
22.44	30.89	38.58	24.42	33.17	43.68
22.08	30.70	38.33	25.29	33.46	44.92
22.28	30.23	40.57	26.67	33.18	42.70
23.40	31.05	39.04	26.25	34.80	43.52
23.53	31.51	40.38	27.09	33.87	43.16
23.37	30.72	41.94	25.51	33.93	43.12
23.41	29.54	39.61	25.24	33.52	43.28

Tabla B.9: Experimentación 2A-2C del motor Maxon RE-max29

Maxon RE-max29					
Exp. 2A		Exp. 2B		Exp. 2C	
24.84	24.93	35.19	35.01	44.91	45.09
25.02	25.2	35.1	35.1	45	45.18
25.2	25.2	35.01	35.01	45.09	45
25.2	25.02	35.1	34.83	45	44.73
24.93	24.93	35.1	35.01	44.91	44.82
24.84	25.11	35.01	35.19	45	45.09
25.02	25.29	35.01	35.19	45.18	45.18
25.2	25.11	35.19	34.92	45.18	45
25.2	24.84	35.19	34.83	45	44.82
25.02	24.93	35.01	35.01	44.82	45
24.84	25.02	34.92	35.28	45	45.18
25.02	24.93	35.01	35.28	45.27	45.09
25.2	24.93	35.19	35.01	45.27	45
25.11	25.02	35.1	34.92	45.09	45.09
25.02	25.11	35.01	35.01	44.91	45.18
25.02	24.93	35.01	35.1	45	45
25.2	24.84	35.19	35.1	45.09	44.82
25.2	25.02	35.19	34.92	45.09	44.91
25.02	25.2	35.01	34.83	44.91	45.18
24.93	25.2	35.01	35.1	44.91	45.18
25.02	24.93	35.01	35.37	45.09	45
25.2	24.84	35.1	35.28	45.18	45
25.2	25.02	35.1	35.1	45	45.09
24.93	25.29	34.92	35.01	44.82	45
24.84	25.2	34.92	35.1	44.91	45

Tabla B.10: Experimentación 2D-2F del motor Maxon RE-max29

Maxon RE-max29		
Exp. 2D	Exp. 2E	Exp. 2F
24.77	34.67	46.01
25.18	35.17	45.58
24.63	35.98	44.99
25.23	34.62	44.94
25.25	34.96	45
25.33	34.75	45.15
25.57	35.16	44.64
25.85	35.44	45.25
25.47	35.44	44.44
25.46	35.03	44.96

Tabla B.11: Experimentación 2G-2L del motor Maxon RE-max29

Maxon RE-max29											
Exp. 2G		Exp. 2H		Exp. 2I		Exp. 2J		Exp. 2K		Exp. 2L	
1.08	1.26	4.95	5.13	19.8	19.89	30.15	29.97	39.87	40.05	90	90
1.17	1.17	5.13	4.95	19.98	20.16	30.06	30.06	39.96	40.14	90	90
0.99	0.99	5.22	4.86	20.16	20.16	29.97	29.97	40.05	39.96	90	90
0.81	0.99	4.95	4.95	20.16	19.98	30.06	29.79	39.96	39.69	90	90
0.81	1.08	4.77	5.04	19.89	19.89	30.06	29.97	39.87	39.78	90	90
1.08	1.08	4.77	5.04	19.8	20.07	29.97	30.15	39.96	40.05	90	90
1.17	0.9	4.95	4.95	19.98	20.25	29.97	30.15	40.14	40.14	90	90
1.08	0.81	5.13	4.95	20.16	20.07	30.15	29.88	40.14	39.96	90	90
0.9	1.08	5.04	5.04	20.16	19.8	30.15	29.79	39.96	39.78	90	90
0.9	1.35	4.95	5.04	19.98	19.89	29.97	29.97	39.78	39.96	90	90
1.08	1.26	5.04	4.95	19.8	19.98	29.88	30.24	39.96	40.14	90	90
1.17	0.99	5.13	5.04	19.98	19.89	29.97	30.24	40.23	40.05	90	90
0.99	0.9	4.95	5.04	20.16	19.89	30.15	29.97	40.23	39.96	90	90
0.72	1.08	4.77	5.04	20.07	19.98	30.06	29.88	40.05	40.05	90	90
0.81	1.17	4.95	5.04	19.98	20.07	29.97	29.97	39.87	40.14	90	90
1.08	1.08	5.13	5.04	19.98	19.89	29.97	30.06	39.96	39.96	90	90
1.08	0.9	5.04	5.04	20.16	19.8	30.15	30.06	40.05	39.78	90	90
0.99	0.9	5.04	5.13	20.16	19.98	30.15	29.88	40.05	39.87	90	90
0.9	1.08	5.04	5.04	19.98	20.16	29.97	29.79	39.87	40.14	90	90
1.08	1.17	5.04	4.95	19.89	20.16	29.97	30.06	39.87	40.14	90	90
1.26	0.99	5.04	4.95	19.98	19.89	29.97	30.33	40.05	39.96	90	90
1.17	0.72	5.13	5.13	20.16	19.8	30.06	30.24	40.14	39.96	90	90
0.9	0.81	5.04	5.22	20.16	19.98	30.06	30.06	39.96	40.05	90	90
0.81	1.08	4.95	5.04	19.89	20.25	29.88	29.97	39.78	39.96	90	90
1.08	1.08	5.04	4.77	19.8	20.16	29.88	30.06	39.87	39.96	90	90

Tabla B.12: Experimentación 1A-1F del motor Maxon DCX22S

Maxon DCX22S											
Exp. 1A		Exp. 1B		Exp. 1C		Exp. 1D		Exp. 1E		Exp. 1F	
26.37	24.43	32.61	34.19	40.52	39.46	33.40	34.01	43.07	42.10	50.10	47.55
26.10	25.66	31.46	34.28	41.13	38.32	32.96	31.64	42.98	41.57	51.33	49.66
26.54	25.58	33.57	34.19	40.52	39.81	32.43	32.17	41.48	41.92	50.54	50.71
26.63	26.02	33.66	33.66	41.22	40.87	33.84	32.96	42.36	41.31	50.19	50.71
26.54	26.37	33.75	34.98	41.04	41.40	33.31	30.67	42.71	42.10	49.04	50.27
26.28	26.89	34.54	33.13	39.55	41.13	32.17	32.08	42.45	42.98	51.94	49.92
24.79	26.63	33.84	32.96	40.87	41.40	32.08	32.78	42.19	43.33	50.98	50.10
24.87	26.10	33.40	32.52	39.46	40.52	30.67	33.75	41.57	41.66	50.45	48.25
24.79	26.37	34.37	32.34	37.88	40.34	32.52	32.78	41.84	42.10	51.15	49.92
24.43	25.75	34.89	32.70	40.25	40.34	32.52	32.70	41.92	42.10	50.36	51.33
25.31	25.66	33.13	33.31	40.96	39.11	33.66	33.49	41.40	43.07	49.57	50.98
24.61	25.14	32.78	33.93	40.69	39.64	33.13	33.49	40.69	41.84	48.96	51.15
25.75	24.79	31.82	33.75	41.22	41.84	32.17	31.99	42.54	41.84	50.71	49.13
25.58	25.49	32.87	34.28	41.22	42.63	32.87	32.61	42.54	42.63	51.24	50.45
25.84	24.17	33.31	33.66	39.99	40.25	34.10	32.78	43.59	42.19	50.19	49.04
26.28	25.40	34.54	34.80	40.34	41.66	32.52	30.59	42.01	42.10	50.54	51.15
26.81	25.31	34.72	33.93	39.38	40.52	31.99	32.17	43.15	42.10	50.80	50.45
26.46	26.02	32.52	33.66	38.23	40.34	33.13	32.52	42.80	41.22	49.04	51.94
26.02	26.63	33.40	32.70	39.99	41.04	30.94	33.66	42.36	41.66	48.25	50.01
25.93	26.72	32.87	31.20	40.96	39.11	32.17	33.49	42.63	41.66	49.66	49.04
26.10	26.02	32.87	33.57	41.40	40.43	32.87	32.87	42.19	42.19	51.50	50.27
26.19	26.28	33.31	34.01	40.78	41.40	33.75	32.87	43.24	44.12	50.45	48.78
25.22	25.75	33.84	33.93	40.96	42.19	33.22	33.93	42.89	43.07	51.59	49.31
24.35	25.05	31.82	33.93	40.34	40.78	32.34	32.34	41.84	42.45	48.78	51.33
25.58	25.40	32.87	34.19	40.17	42.54	32.96	32.61	42.10	42.89	50.19	51.24

Tabla B.13: Experimentación 1G-1L del motor Maxon DCX22S

Maxon DCX22S					
Exp. 1G	Exp. 1H	Exp. 1I	Exp. 1J	Exp. 1K	Exp. 1L
25.77	34.67	43.51	32.34	40.91	51.37
25.99	34.99	43.25	31.71	41.91	50.40
25.73	35.80	42.57	32.87	40.80	50.68
26.33	34.80	42.27	31.45	40.67	50.85
26.25	34.78	42.33	31.42	41.47	50.47
26.23	34.84	42.65	32.42	40.55	50.19
26.76	35.16	42.31	32.72	41.83	50.51
26.65	35.54	42.66	32.06	40.01	51.04
26.37	35.44	42.02	31.78	40.97	50.85
26.37	35.03	42.29	31.67	40.67	50.25

Tabla B.14: Experimentación 2A-2C del motor Maxon DCX22S

Maxon DCX22S					
Exp. 2A		Exp. 2B		Exp. 2C	
24.92	24.83	35	35.18	45.08	44.9
25.19	25.01	35.09	35.09	45.17	44.99
25.19	25.1	35	35	44.99	45.08
25.01	25.19	34.82	35.09	44.72	44.99
24.92	24.92	35	35.09	44.81	44.9
25.1	24.83	35.18	35	45.08	44.99
25.28	25.01	35.18	35	45.17	44.81
25.1	25.19	34.91	35.18	44.99	45.17
24.83	25.19	34.82	35.18	44.81	44.99
24.92	25.01	34.91	35	44.99	44.81
25.01	25.01	35.27	34.91	44.81	44.99
24.92	25.01	35.27	35	45.08	45.26
24.92	25.19	34.91	35.18	44.99	45.26
25.01	25.1	34.91	35.09	45.08	45.08
25.1	25.01	35	35	45.17	44.9
24.92	25.01	35.09	35	44.99	44.99
24.83	25.1	35.09	35.18	44.81	45.08
25.01	25.1	34.91	35.18	44.9	45.08
25.19	25.01	34.82	35	45.17	44.9
25.19	24.92	35.09	35	45.17	44.9
24.92	25.01	35.36	35	44.99	45.08
24.83	25.19	35.27	35.09	44.99	44.81
25.01	25.19	35.09	35.09	45.08	44.99
25.28	24.92	35	34.91	44.99	44.81
25.19	24.83	35.09	34.91	44.99	44.9

Tabla B.15: Experimentación 2D-2F del motor Maxon DCX22S

Maxon RE-max29		
Exp. 2D	Exp. 2E	Exp. 2F
24.77	34.67	45.91
24.99	34.99	45.65
24.73	35.8	44.97
25.33	34.8	44.67
25.25	34.78	44.73
25.23	34.84	45.05
25.76	35.16	44.71
25.65	35.54	45.06
25.37	35.44	44.42
25.37	35.03	44.69

Apéndice C

Marcas Registradas

MATLAB Simulink

Maxon Motors

Printed Motor Works

STMicroelectronics

Minitab

Apéndice D

Publicaciones

[1] **J. A. Núñez-López**, L. Lindner, O. Sergiyenko, F. N. Muerrieta-Rico, and M. J. Castro-Toscano, “Reduction of the Relative Positioning Error of a Machine Vision System Using Friction Compensation,” in 2021 IEEE 30th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), Jun. 2021, pp. 1–6. doi: 10.1109/ISIE45552.2021.9576439.

[2] **J. A. Núñez-López**, L. Lindner, O. Sergiyenko, J. C. Rodríguez-Quíñonez, W. Flores-Fuentes, and P. Mercorelli, “Positioning Improvement for a Laser Scanning System using cSORPD control,” in IECON 2021 – 47th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Oct. 2021, pp. 1–6. doi: 10.1109/IECON48115.2021.9589706.

[3] H. A. Millán-Guerrero, **J. A. Núñez-López**, F. N. Muerrieta-Rico, L. Lindner, O. Sergiyenko, J. C. Rodríguez-Quíñonez, W. Flores-Fuentes, “Full-State Control of Rotary Pendulum Using LQR Controller,” Accepted for inclusion in Handbook of Research on Evolving Designs and Innovation in ICT and Intelligent Systems for Real-World Applications, IGI Global, May. 2022.