

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E INGENIERÍA
FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS E INGENIERÍA



**“OBTENCIÓN DE VALOR FINAL CONFIABLE DE VARIABLES
ELECTROQUÍMICAS DE USO MARINO POR MEDIO DE FILTRADO DIGITAL”**

**TÉSIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS**

PRESENTA:

MANUEL ENOCH CARDONA CONTRERAS

DIRECTOR DE TESIS: DR. RICARDO JESÚS RENATO GUERRA FRAUSTRO

CO-DIRECTOR DE TESIS: M.C. JOSÉ JAIME ESQUEDA ELIZONDO

TIJUANA, BAJA CALIFORNIA, SEPTIEMBRE DE 2016

Dedicatoria

Dedico este trabajo a mi querida esposa Saraí y a mis padres, por brindarme tanto.

Agradecimientos

Agradezco a mi esposa Saraí por brindarme su apoyo incondicional. Al cuerpo académico de la Facultad; al Dr. Ricardo Guerra y al M.C. Esqueda Elizondo, por su apoyo y guía durante este trabajo; a la M.C Laura Berinstain, al M.C Marco Pinto, al M.C Diego Trujillo, al M.C. Daniel García, M.C Roberto Reyes, por formar parte del equipo que me aconsejó y dio soporte para tener más herramientas para desarrollo de la tesis. Una especial mención al Dr. César Ortega por sus invaluable consejos, soporte y compañerismo. A CONACYT por darme la oportunidad de participar en su programa de becas. A la UABC, y la Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería por el apoyo de las herramientas, el equipo y el espacio para desarrollar la investigación. A la UTT por las relaciones de apoyo que permitió otorgar herramientas para complementar ricamente el trabajo de tesis. Al Dr. Enrique Palafox Maestre por su paciencia y apoyo para la terminación de este trabajo. A estudiantes, compañeros de trabajo, al Ing. David Roa e Ing. Pedro Ayala, a Maestros y Administrativos que hicieron posible la terminación de esta obra.

Resumen

En este trabajo se hace uso de las herramientas de *filtrado digital* para tratamiento de las señales físico-químicas relativas al mar, tales como temperatura, pH, oxígeno disuelto y conductividad; las cuales, gracias a los adelantos de la electrónica en *instrumentación marina*, pueden obtenerse por medio de *transductores electroquímicos*, los cuales entregan una diferencia de potencial, diferencia de corriente, o cambio de conductancia, de acuerdo a la interacción con la solución acuosa, e incluso algunos ya están integrados para entregar la señal obtenida de manera discreta por medio del puerto serie o algún otro protocolo de comunicación.

En todo sistema de adquisición de datos se presenta una desviación inherente del valor sensado, ya sea por perturbaciones externas o internas al sistema de muestreo, el cual, si no se toma una buena muestra representativa de la variable medida, puede dar al usuario final un error porcentual mayor al que aparece en las hojas de especificaciones de los instrumentos de medición, o del mismo sistema integrado.

Para tratar de minimizar dicho error se implementarán en un microcontrolador Arduino modelo Mega 2560 filtros FIR/IIR, utilizando una ecuación diferencia o la convolución para compensar dicha desviación brindando así una mayor precisión de la señal sensada.

Abstract

In this work *digital filtering* tools are used for treating physiochemical signals relative to sea water, such as temperature, pH, dissolved oxygen and conductivity, of which, thanks to the constant progress of electronics in *marine instrumentation*, these can be obtained through *electrochemical transducers*, which deliver a potential or current difference, change in conductance, in accordance with the interaction of the aqueous solution, and even some of the sensors are embedded to provide a discrete signal thru a serial port or any other communication protocol.

In all data acquisition system there is an inherent deviation of the acquired value, and this due to external or internal perturbations to the sensor; therefore, it is necessary to take a good sample of the variable measured, otherwise the final user could get higher percentage error than the one which states the specifications sheet of the measurement instruments, or of the same integrated system.

The error will be minimized by implementing in an Arduino Mega 2560 FIR and IIR filters, using a difference equation or convolution to compensate such deviation that will result in a more precise and reliable acquired signal.

CONTENIDO

Resumen.....	3
Abstract.....	4
Contenido.....	5
Listado de figuras.....	7
Listado de tablas.....	9
Listado de símbolos y acrónimos.....	9
Introducción.....	11

CAPÍTULO I. SENSORES ELECTROQUÍMICOS MARINOS

Introducción.....	13
I.1 Propiedades de Agua de Mar.....	14
I.1.1 Temperatura.....	14
I.1.2 pH.....	15
I.1.3 Oxígeno Disuelto.....	16
I.1.4 Conductividad Electrolítica.....	18
I.1.5 Salinidad.....	20
I.2 Sensores Electroquímicos.....	21
1.2.1 Sensor de Temperatura.....	21
1.2.2 Sensor de pH.....	24
1.2.3 Sensor de Oxígeno Disuelto.....	32
1.2.4 Sensor de Conductividad.....	36
1.3 Resumen.....	37

CAPÍTULO II. CONCEPTOS DE SEÑALES Y SISTEMAS DISCRETOS

Introducción.....	39
2.1 Proceso Ergódico y Estadística.....	41
2.2 Secuencias Discretas.....	42
2.2.1 Función Impulso Unitario.....	42
2.2.2 Función Escalón Unitario.....	43

2.2.3 Señales exponenciales y sinusoidales complejas.....	45
2.2.3.1 Propiedades de $e^{j\omega_0 n}$	46
2.3 Sistemas Discretos.....	47
2.3.1 Sistemas sin y con memoria.....	48
2.3.2 Sistema Lineal.....	49
2.3.3 Invariabilidad en el Tiempo.....	49
2.3.4 Causalidad.....	49
2.3.5 Estabilidad.....	49
2.4 Representación de Sistemas Discretos.....	50
2.4.1 Ecuación Diferencia.....	51
2.4.2 Convolución.....	53
2.4.2.1 Propiedades de Convolución.....	53
2.5 Función de Transferencia.....	54
2.6 Muestreo.....	55
2.7 Resumen.....	56

CAPÍTULO III. FILTROS DIGITALES IIR – FIR

Introducción.....	57
3.1 Características de los filtros ideales y el concepto de causalidad.....	59
3.1.1 Especificaciones de Filtros Realizables.....	63
3.2 Filtros Digitales IIR.....	66
3.2.1 Filtros Digitales de Bajo Orden IIR.....	66
3.2.2 Transformación de filtros analógicos a filtros digitales IIR.....	69
3.2.3 Implementación del Filtro IIR.....	72
3.3 Filtros FIR.....	74
3.3.1 Fase Lineal de Filtros FIR.....	76
3.3.2 Diseño de Filtros FIR de Fase Lineal por el Método de la Ventana.....	78
3.4 Resumen.....	83

CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Introducción.....	85
-------------------	----

4.1 Filtrado con IIR.....	85
4.2 Filtrado con FIR.....	88
4.3. Resultados.....	90
4.4 Conclusiones.....	97

Lista de Figuras

Fig I.1 Concentración de DO en solución de agua destilada saturada de aire.....	17
Fig I.2 Conductividad Eléctrica de Agua de Mar en Ω^{-1}/cm como una Función de Temperatura y Salinidad.....	21
Fig I.3 Temperatura Ambiente con el sensor LM35, 1 muestra por segundo.....	22
Fig I.4 Muestras de Temperatura de Agua de Sensor DB18B20.....	23
Fig I.5 Diagrama de Bloques del Sensor de pH.....	25
Fig I.6 Gráfica de la Señal de Buffer pH 7, sensor PHE-2114-NB.....	27
Fig 1.7 Gráfica de la Señal de Buffer pH 10, sensor PHE-2114-NB.....	27
Fig I.8 Diagrama de Flujo para Calibrar Sensor de pH.....	30
Fig I.9 Muestras de Buffer pH 7 con sensor de pH calibrado.....	31
Fig I.10 Muestras de Buffer pH 10 con sensor de pH calibrado.....	31
Fig I.11 Distintos medios donde se midió el DO con el Sensor de Atlas-Scientific.....	34
Fig I.12 Muestras de DO de Agua de Mar.....	35
Fig I.13 Muestras de Conductividad de Agua de Mar.....	36
Fig II.1 Señal Analógica de Temperatura.....	39
Fig II.2 Señal Discreta de Temperatura.....	40
Fig II.3 Impulso Discreto Unitario.....	43
Fig II.4 Funciones Escalón Unitario.....	44
Fig II.5 Casos para la secuencia compleja. a) $\sigma_0 < 0$; b) $\sigma_0 > 0$; c) $\sigma_0 = 0$; d) $\omega_0 = \phi = 0$...	45
Fig II.6 Sistema de Tiempo Discreto.....	47
Fig II.7 Diagramas de Bloques de Conexión de Sistemas a) En cascada, b) Paralelo, c) Cascada-Paralelo, d) Retroalimentación.....	48
Fig II.8 Componentes básicos de diagramas de bloques: a) Elemento de retraso, b) Multiplicador, c) Sumador.....	50

Fig II.9 Método Directo I para representación de un sistema LID descrito por la ecuación [II.4.1.2].....	51
Fig II.10 Espectro de una señal continua y la misma señal muestreada (tiempo discreto)..	56
Fig III.1 Diagrama de Bloques de Filtro Digital en Tiempo Real con Entrada y Salida Analógica.....	57
Fig III.2 Respuesta a la frecuencia de un filtro pasabajas ideal.....	60
Fig III.3 Filtros Selectivos Ideales de Tiempo Discreto. a) Pasabajas, b) Pasaaltas, c) Pasabanda, d) Rechazabanda.....	60
Fig III.4 Característica de Magnitud de Filtros Realizables Físicamente.....	64
Fig III.5 Respuesta de magnitud de la ecuación III.2.1.1, $\alpha = 0.5$, $k = 0.5$	67
Fig III.6 Respuesta de ecuación III.2.1.4 para distintos valores de α	68
Fig III.7. Mapeo del plano S al plano Z mediante transformación bilineal.....	71
Fig III.8 Estructura Realizable en Forma Directa I de la Ecuación III.2.3.1.....	73
Fig III.9 Estructura Realizable en Forma Directa II de la Ecuación III.2.3.1.....	73
Fig III.10 Comparación de Respuestas al Escalón de Funciones de Transferencia de las ecuaciones III.2.3.1 y III.2.3.2.....	74
Fig III.11 Diagrama de Flujo de la Señal de un filtro FIR (Forma Directa).....	75
Fig III.12 Comparación de la respuesta al impulso de los cuatro tipos de filtros de fase lineal.....	78
Fig III.13 Respuesta al Impulso Ideal, $h_d[n]$, de filtro pasabajas.....	79
Fig III.14 Formas de Varias Ventanas de acuerdo a Tabla F.3 de Anexo F.....	80
Fig III.15 Respuesta en Frecuencia de una Ventana Hamming con distintas longitudes...81	
Fig III.16 Respuesta en Frecuencia de Filtro FIR aplicando Ventanas de Bartlett, Hamming y Blackman.....	82
Fig III.17 Respuesta al Escalón de Ventanas convolucionadas con Filtro Pasabajas Ideal.82	
Fig IV.1 a) Variable sensada; b) Variable Filtrada; c) Acotamiento de la Señal.....	87
Fig IV.2 a) Filtro Ideal $h_d[n]$, b) Ventana Kaiser $\beta = 3.75$, c) $h[n] = h_d[n]w[n]$	88
Fig IV.3 a) Respuesta al escalón de $h[n]$, b) Respuesta en magnitud de $h[n]$	89
Fig IV.4 a) Filtrado de señal de pH, Fig IV.1 a), b) Acotamiento de señal filtrada.....	89
Fig IV.5 Señal de Temperatura tomada y su Filtrado.....	92
Fig IV.6 Ventana de 200 muestras de Sensor ENV-TMP-D.....	93

Fig IV.7 Señal de DO y su Filtrado.....	95
Fig IV.8 Variables Electroquímicas.....	95
Fig IV.9 Variables Electroquímicas Filtradas.....	96

Lista de Tablas

Tabla I.1 Datos de media y varianza tomadas de muestras de sensores de Temperatura...	23
Tabla I.2 Valores de $2.3026RT/F$ a varias temperaturas.....	25
Tabla I.3 Datos de medias y varianzas de mediciones tomadas del sensor de pH.....	28
Tabla I.4 Datos de medias y varianzas de mediciones tomadas del sensor de pH con la Ecuación de la recta calibrada.....	32
Tabla I.5 Datos de medias y varianzas de mediciones tomadas del sensor de DO.....	35
Tabla I.6 Datos de medias y varianzas de DO de Agua de Mar.....	36
Tabla I.7 Datos de medias y varianzas de Conductividad de Agua de Mar.....	37
Tabla III.1 Funciones de Transferencia FIR de Fase Lineal.....	77
Tabla III.2 Respuesta al Impulso ideal, $h_d[n]$, para filtros selectivos.....	79
Tabla IV.1 Valores estadísticos de variable de pH de Figura IV.1.....	87
Tabla IV.2 Valores estadísticos de variable de pH de Figura IV.4.....	90
Tabla IV.3 Resultados de muestra tomada de los distintos sensores marinos.....	96

Lista de símbolos y acrónimos

ADC - Convertidor Analógico-Digital, por sus siglas en inglés

ADC_x - Unidad convertida por el canal ADC

DO - Oxígeno disuelto

E - Fuerza Electromotriz del electrodo de pH [Volts]

F - Constante de Faraday, $96485.3399 (24) \text{ C mol}^{-1}$

f_m - Frecuencia de muestreo [Hertz]

FIR - Respuesta Finita al Impulso (Finite Impulse Response)

G - Ganancia del amplificador de instrumentación AD620

IIR - Respuesta Infinita al Impulso (Infinite Impulse Response)

LID - Lineal Invariante al Desplazamiento

PDS - Procesamiento Digital de Señales

pH_x - pH de solución medida
 t - Tiempo
 T - Temperatura en la escala absoluta, Kelvin (K)
 T - Periodo de muestreo
 V_{dc} - Voltaje de corriente directa
 δ_p - Rizo de Banda de Paso (desviación de Banda de Paso)
 δ_s - Rizo de Banda de Rechazo (desviación de Banda de Rechazo)
 σ - Desviación Estándar
 σ^2 - Varianza
 μ - Media
 ω_0 - Frecuencia normalizada [radianes]
 ω_c - Frecuencia de corte [radianes]
 ω_m - Frecuencia de muestreo [radianes]
 ω_p - Frecuencia de borde de rizo de Banda de Paso [radianes]
 ω_s - Frecuencia de borde de rizo de Banda de Rechazo [radianes]
 Ω - Frecuencia analógica [radianes]

Anexos:

Anexo A: Sensores de Temperatura.....100
 Anexo B: Sensor de pH utilizando electrodos de Omega Engineering.....108
 Anexo C: Sensores de Atlas-Scientific.....114
 Anexo D: Códigos de Arduino y Matlab.....116
 Anexo E: Diseño de Filtro Pasabajas.....123
 Anexo F: Tablas.....131

Referencias.....134

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se abordarán ciertas variables que se pueden obtener mediante sensores electroquímicos, específicamente las variables del agua del mar, las cuales son de gran importancia para poder cuantificar la calidad del agua y la salud de la biósfera marina; tales variables físicas y físico-químicas, como temperatura, pH, oxígeno disuelto (por sus siglas en inglés, DO), y conductividad, pueden detectarse por medio de sensores las cuales entregarán una señal eléctrica, como voltaje, corriente, cambio de resistencia, etc., la cual deberá acondicionarse por medio de circuitos electrónicos analógicos/digitales para su posterior procesamiento e interpretación en un microcontrolador.^[1,2]

El trabajar con un sensor en específico dentro de un sistema de instrumentación implica ciertos desafíos:

- Caracterización del sensor
- Acoplamiento electrónico previo al sistema embebido
- Adquisición de los datos por medio del microcontrolador, ya sea por medio de canales del ADC, puerto serial (UART), o algún otro protocolo de comunicación.
- Adecuación de la Frecuencia de muestreo por medio de software.
- Realizar el tratamiento de la señal adquirida por medio de algoritmos óptimos.

Durante los últimos años, en el ámbito del mercado de la instrumentación marina, han mejorado los sensores electroquímicos, aumentando su precisión, su robustez a las condiciones ambientales, los rangos dinámicos de medición se han extendido, los métodos de calibración ajustables en los algoritmos de adquisición de datos. Aún así se necesita tener un buen equipo de medición para poder obtener datos confiables y para mandar la lectura a un acumulador de la información, dejando el sensor a la intemperie, los cuales resultan costosos para adquirir y mantener, y los que son más económicos no cuentan con las características necesarias para poder implementarse como un sensor de campo. Otra alternativa es obtener los electrodos de manera individual, con lo cual será necesario acondicionar la señal, para poder interpretarla y obtener un resultado preciso para el usuario final, en cuyo caso la señal de entrada será tratada en el sistema embebido por medio de Filtros Digitales. ^[3,4,5]

A través de este escrito se irán desarrollando los distintos problemas que se presentan en la caracterización de las distintas variables marinas, las ventajas y desventajas de que los electrodos y/o transductores necesiten de una etapa de acondicionamiento, así como las distintas maneras de captar la señal al microcontrolador (canales de ADC, puerto serial, puertos digitales, utilización de protocolos de comunicación como One-Wire). Finalmente se abordará el tema del procesamiento digital necesario para poder obtener una muestra representativa del sistema de sensado para que el usuario pueda tener una mayor confiabilidad del valor muestreado.

CAPÍTULO I SENSORES ELECTROQUÍMICOS MARINOS

Introducción

En este capítulo se describirán las bases teóricas sobre las variables marinas estudiadas. También se abordarán las señales obtenidas por medio de distintos transductores electroquímicos, ya sean de índole analógico, los cuales necesitarán acoplarse al microcontrolador por medio de los canales del ADC, o las que tengan alguna etapa discreta, la cual las hacen capaces de conectarse con el microcontrolador por medio de puertos serie o algún otro protocolo. Las variables marinas tratadas aquí, al ser vistas como variables estacionarias, dentro de un marco de tiempo definido donde los momentos de dichas variables cambian de manera periódica, se puede utilizar los momentos temporales de éstos proceso ergódicos para obtener, dentro del tiempo de muestreo, datos que contengan y satisfagan el Momento Esperado para el usuario final.

Al tener en cuenta que dicho estudio forma parte de un proyecto más amplio, el cual está involucrado dentro del monitoreo marino, al cual este trabajo puede aplicarse sin limitarse a ello, el ahorro de potencia es importante, por lo que los sensores deberán entregar al sistema telemático un dato que sea totalmente coherente, exacto y preciso, con todo el conjunto de muestras tomadas, ya que, como se verá en el desarrollo de este capítulo, no todos los sensores ofrecen un dato que este dentro del margen esperado, y dada la variabilidad, este deberá ser un error despreciable para la media de los datos de la señal muestreada.

Se verá que algunos sensores, como el de temperatura, poseen un grado de desviación estándar menor que otros y que dentro de los mismos sensores de una variable, los momentos de la señales tratadas pueden ser distintos, debido factores externos como la temperatura, perturbaciones mecánicas (turbulencias, mareas), debido a los componentes del sensor (elementos pasivos y activos) y al electrodo en sí (desgaste físico y/o químico, desviaciones, falta de calibración); son dichos eventos los que serán tratados por medio de alguna de las técnicas de PDS para minimizar dichas desviaciones y para entregar al sistema recolector datos que sean fiables para términos de análisis del usuario.

I.1 Propiedades del Agua de Mar

El agua de mar representa el 97.4 % de todo el volumen de agua de la Tierra, con temperaturas que oscilan, en mar abierto, entre los -2 °C a los 30 °C; las presiones encontradas en el océano varían entre 1 atmósfera a 1000 atmósferas, y el contenido de sal varía de los 0 g/kg y los 41 g/kg (expresado también como partes por millar, ppt por sus siglas en inglés). Aunque un 90% de todo el volumen del océano oscila entre los 0 a los 12.6 °C, con un contenido entre 34.33 a 35.10 % de salinidad, la mitad de todo el volumen del océano tiene temperaturas que oscilan entre temperaturas de 1.3 a 3.8 °C, y concentraciones de sal entre los 34.61 a 34.79 %. Así, la medición exacta de dichas variantes, como la salinidad (relacionada con la conductividad), permitiría distinguir diferentes masas de agua y delimitará los rangos de medición para las variables de temperatura y salinidad.^[6]

Lo pertinente de este trabajo es la medición de las variables físicas y químicas del agua de mar, como temperatura, salinidad, conductividad eléctrica, oxígeno disuelto, pH, para que dicha información, interpretada por el usuario final, pueda dar un resultado confiable en cuanto a la calidad del agua que está siendo muestreada. A continuación se verá algunas de las variables físico-químicas, sus definiciones, comportamiento y relación con las demás dentro del agua de mar.

I.1.1 Temperatura

El contenido de calor de una sustancia es proporcional a la energía cinética total de sus moléculas. El calor puede fluir de una sustancia a otra si el promedio de la energía cinética de dos sustancias es diferente. La transferencia de calor se realiza por medio de conducción, convección o radiación. La temperatura es una medida del promedio de la energía cinética aleatoria de las moléculas en una sustancia. ^[7]

Las unidades utilizadas para la temperatura termodinámica en el Sistema Internacional (SI) son los grados Kelvin (K), aunque la escala de Temperatura Celsius puede ser más conveniente. Por definición $^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273.15^{\circ}$. ^[7]

I.1.2 pH

El valor de pH expresa la acidez de una solución, y fue originalmente definido en términos del potencial de hidrógeno. Actualmente la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada (UIPAC) está basada en la definición termodinámica, el logaritmo negativo base diez de la actividad relativa del ion de hidrógeno (a_{H^+}) solvatado. [8]

Se sugiere la definición de pH, por Soerensen y Linderstroem-Lang, en términos de la actividad relativa de actividad de iones de hidrógeno en una solución: [9]

$$pH = -\log_{10}(a_H) = -\log_{10}\left(\gamma_H \frac{m_H}{m^0}\right) \quad [I.1.2.1]$$

donde a_H es la actividad relativa de iones de hidrógeno, γ_H es el coeficiente de actividad moles del ion de hidrógeno H^+ en la molalidad m_H , y m^0 es la molalidad estándar. Pero dado que el pH está definido, [I.1.2.1], en términos de una cantidad que no se puede medir por un método termodinámico válido, dicha ecuación solamente es una definición de notación para el pH. [10]

Dado que el pH es una actividad de un ion únicamente, entonces se necesita implementar una medición, la cual ya está disponible para el Sistema Internacional (SI), para trazar las mediciones hechas utilizando un ‘método de medición principal’. La característica esencial de dicho método es que debe de operar en una ecuación de medición bien definida en la cual todas las variables puedan ser determinadas experimentalmente en términos de unidades del SI. La celda electroquímica sin que tenga unión de líquido, conocido como la celda de Harned, cumple con la definición de método de medición principal para la medición de la función de acidez, $p(a_H \gamma_H)$, y es apta para definir el pH de soluciones de buffers, esto es, soluciones previamente calibradas a un pH deseado. [11]

Pero dado que las mediciones tomadas en este trabajo se estarán realizando con una celda con unión de líquido y/o gel, se deberá de tomar en cuenta las incertidumbres que se puedan obtener en las mediciones de pH debido a las variaciones de fabricación del electrodo y factores externos, como temperatura.

La definición de la ecuación de pH con la que se estará trabajando es aquella definida para el valor de pH para soluciones acuosas de acuerdo con la convención de Bates-Guggenheim: ^[12]

$$pH_x = pH_s + \frac{E_x - E_s}{2.3026 \frac{RT}{F}} \quad [I.1.2.2]$$

donde R es la constante del gas por mol, 8.314472 (15) J mol⁻¹ K⁻¹, T es la temperatura en la escala absoluta, y F es la constante de Faraday. El pH_x del medio desconocido es calculado a través de aquel estándar aceptado (pH_s), y en la diferencia de la medición de la fuerza electromotriz (E) de la combinación del electrodo cuando la solución estándar se quita de la celda y es reemplazada por una desconocida.

I.1.3 Oxígeno Disuelto

El oxígeno disuelto (DO, por sus siglas en inglés) es la cantidad de oxígeno libre que no se encuentra combinado con el hidrógeno ni con los sólidos existentes en el agua, comúnmente expresado en miligramos por litro (mg/L), el cual representa el O₂. El DO es una sustancia vital para un cuerpo de agua saludable; agua que contenga altos niveles de DO generalmente es considerado ser un ambiente saludable el cual puede dar soporte a varias formas de vida acuáticas.

Existen muchos factores que pueden afectar el nivel de DO en un cuerpo de agua. La turbulencia de las olas en un lago, o las rápidas corrientes pueden incrementar en gran manera la cantidad de agua expuesta a la atmósfera, resultando así en niveles más altos de DO. La temperatura del agua es otro factor que puede afectar a los niveles de DO; como en otros gases, el nivel de saturación de DO es menor en agua tibia que en agua fría.^[13] En la Figura I.1 se muestra las variaciones de los niveles de DO en agua destilada en función de la temperatura y a varias presiones atmosféricas.

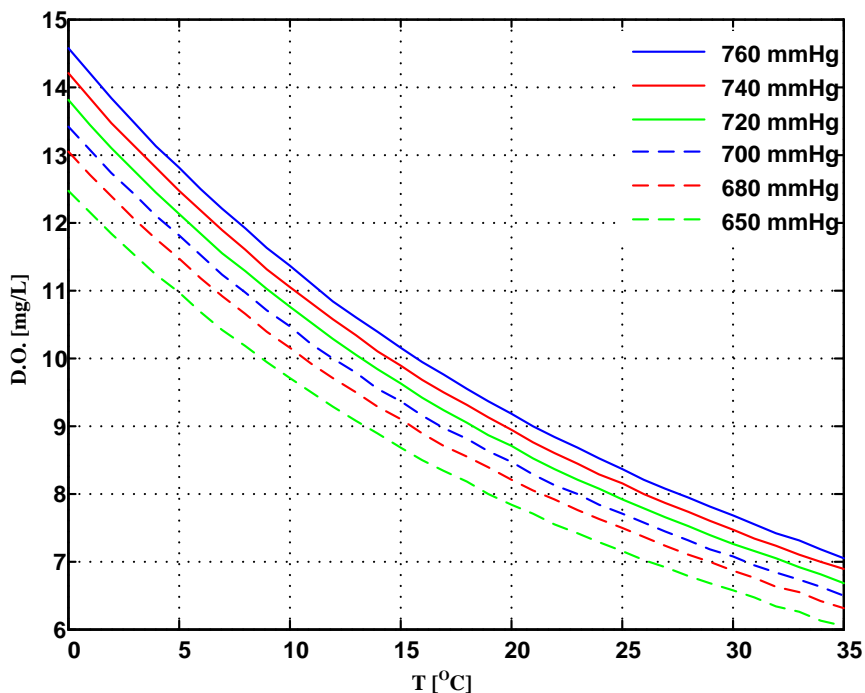


Figura I.1 Concentración de DO en agua destilada saturada de aire.

Los ciclos de fotosíntesis también tienen su efecto sobre los niveles de DO en un ambiente acuático. La cantidad y variedad de plantas y animales acuáticos afecta el grado en la ocurren dichos ciclos.

El DO en el agua depende también de la cantidad de sales disueltas (relacionada con la conductividad de la misma); y puede calcularse utilizando la siguiente fórmula:

$$DO(sal) = DO - (k \cdot S) \quad [I.1.3.2]$$

Donde:

$DO(sal)$ - Concentración de DO en soluciones de agua salada

DO - Concentración de DO para agua destilada saturada con agua

S - Valor de salinidad en partes por millar (ppt).

k - Constante, de acuerdo a la temperatura de la muestra.

Es necesario utilizar ecuaciones como [I.1.3.1] para realizar la compensación de las medidas de DO en agua de mar debido a la presencia de sales en la solución.

Estas variaciones son representadas mediante ecuaciones empíricas para aproximar el valor de saturación de oxígeno en agua dulce y salada: ^[14]

$$C_s = (14.652 - 4.1022 \cdot 10^{-1} T_c) + (7.9910 \cdot 10^{-3} T_c^2) - (7.774 \cdot 10^{-5} T_c^3) \quad [\text{I.1.3.2}]$$

Y para agua salada:

$$C_s = \frac{[0.68 - 6 \times 10^{-4} T_c][p - p_w][1 - 9 \times 10^{-6} n]}{[T_c + 35]} \quad [\text{I.1.3.3}]$$

Donde:

C_s - concentración de O_2 [mg/L]

p - presión atmosférica actual [mmHg]

p_w - presión de vapor de agua a temperatura T [mmHg]

n - cloruros [mg/L]

T_c - temperatura [°C]

De manera que el DO es la variable más complicada para procesar, ya que es dependiente de la temperatura, la presión y la salinidad; aunque hay nuevas generaciones de sensores electroquímicos que suponen compensación de presión, equilibrio con el aire, por lo cual lo único que queda es la dependencia de temperatura y salinidad.

Se hace notar que durante las mediciones de DO el instrumento toma la presión de O_2 y no la concentración de O_2 . Esto se debe a que una muestra de agua dulce puede disolver más O_2 que una muestra de agua de mar a la misma temperatura y a la misma altitud; sin embargo, la señal de salida del sensor es idéntica en ambas muestras ya que la presión es idéntica en ambos medios. ^[15]

I.1.4 Conductividad electrolítica

En un medio líquido conductor, con una temperatura definida, la conductividad electrolítica, κ ($s \cdot m^{-1}$), se define como la proporción de la densidad de corriente al campo

eléctrico aplicado, la cual es la fuerza que transporta la carga a través de un electrolito. Existe una relación recíproca entre κ y la resistividad ρ ($\Omega \cdot m$), ^{[8][12][16]} por lo cual:

$$\rho = 1 / \kappa \text{ [}\Omega \cdot m\text{]} \quad [1.1.4.1]$$

La conductividad de una Solución Electrolítica es:

$$1 / R = \kappa \cdot S / d \text{ [}\Omega^{-1}\text{]} \quad [1.1.4.2]$$

donde S es la superficie del área del electrodo, o la sección transversal promedio de la solución [m^2], y d distancia promedio entre los electrodos [m].

En la práctica, κ se obtiene de la medición de la resistencia de la solución, R_s , de un electrolito homogéneo, isotrópico, colocado entre los electrodos de una celda de conductividad bajo condiciones específicas. La relación fundamental entre R_s y ρ se da por la siguiente ecuación:

$$R_s = \rho \cdot K_{cell} \quad [1.1.4.3]$$

El valor K_{cell} , es usualmente constante para una celda dada de condiciones fijas. Al sustituir $1/\kappa$ para ρ en la ecuación [1.1.4.3], y al despejar κ se obtiene la relación fundamental entre κ , R_s y K_{cell} :

$$\kappa = K_{cell} / R_s \quad [1.1.4.4]$$

Por lo que:

$$K_{cell} = l / A \quad [1.1.4.5]$$

donde l es la distancia que hay entre los electrodos paralelos de la celda, y A es el área de la sección transversal de los electrodos.

Sin embargo el resultado de la medición eléctrica para la evaluación de R contiene contribuciones de varios efectos además de la suma de la carga eléctrica deseada para

transportar a los iones a través de una solución; por lo que será necesario considerar tales efectos, como interacciones entre iones, lo cual sería un problema para la medición de pH, ya que los electrodos captan el intercambio de iones; la influencia de las puntas del electrodo de conductividad también podrían ocasionar cambios alrededor de la solución en la que se realiza la medición, así cuando se utiliza un voltaje de corriente alterna (AC), donde la contribución de la reactancia $X(\Omega)$ a la impedancia total, $Z(\Omega) = R + jX$ ($j = \sqrt{-1}$) se debe de tomar en cuenta dependiendo de la frecuencia seleccionada para la medición.

I.1.5 Salinidad

La salinidad es la cantidad de sólidos disueltos (sales) en el agua de mar. El símbolo de salinidad absoluta (S_A) se define como la proporción de masa de material disuelto en el agua de mar para la masa del agua de mar. En la práctica esta cantidad no se puede medir directamente, por lo que se utiliza un símbolo de salinidad práctica (S) para reportar observaciones oceanográficas.

La salinidad práctica se define en términos de la proporción de la conductividad eléctrica de la muestra de agua de mar a una presión atmosférica a 15 °C como aquella solución de KCl (cloruro de potasio) que contiene 32.4356 g de KCl en una masa de 1 kg de solución a la misma presión y temperatura. La proporción K_{15} define a la salinidad práctica de la muestra de acuerdo con: [17]

$$S = a_0 + a_1K_{15}^{1/2} + a_2K_{15} + a_3K_{15}^{3/2} + a_4K_{15}^2 + a_5K_{15}^{5/2} \quad [I.1.5.1]$$

lo cual constituye la definición de la Salinidad Práctica, donde $K_{15} = C(S, 15, 0) / C(KCl, 15, 0)$. $C(S, 15, 0)$ es la conductividad de la muestra, y $C(KCl, 15, 0)$ es la conductividad de la solución estándar de KCl a una presión atmosférica de 15°C (una cantidad desconocida pero fija).

En la figura I.2 se muestra la relación de κ ; cabe destacar que el promedio de salinidad del agua de mar, en Unidades Prácticas de Salinidad (UPS por sus siglas en inglés), es de 35, a una temperatura del agua de 15 °C, da $\kappa = 0.042933 \Omega^{-1}/\text{cm}$.^[9] Se

observa la relación de la conductividad con la Salinidad del agua y su dependencia en cuanto a la temperatura.

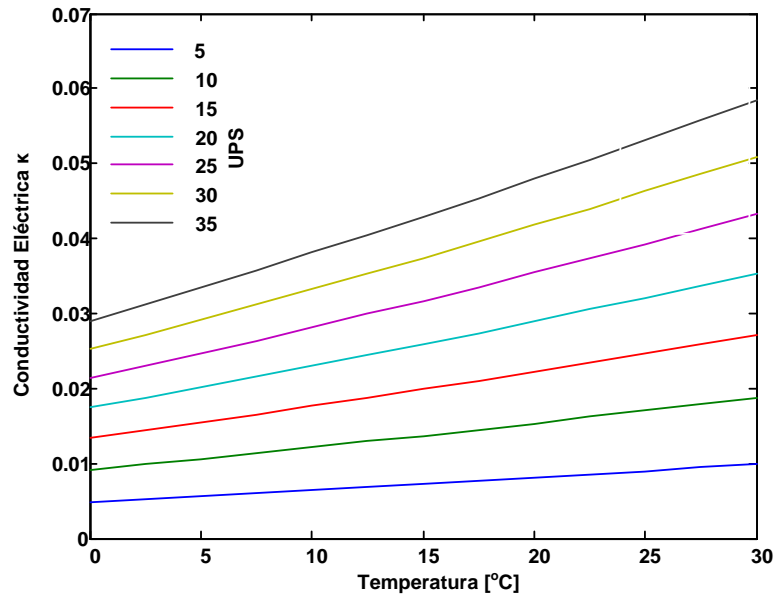


Figura I.2 Conductividad Eléctrica de Agua de Mar en Ω^{-1}/cm como una Función de Temperatura y Salinidad. ^[18]

I.2 Sensores Electroquímicos

Un sensor, siendo el elemento más importante en un sistema de medición, es aquel dispositivo que convierte un fenómeno físico o químico en una señal eléctrica. Los sensores no operan por sí solos, usualmente forman parte de un amplio sistema que incorpora acondicionadores de señal (amplificación, inversión de voltaje) y de varios circuitos de procesamiento digital o análogo de señales. Dicho sistema podría ser un sistema de medición, adquisición de datos o un sistema de control de procesamiento.^[1]

I.2.1 Sensor de Temperatura

Los sensores de temperatura, en contraste con el resto de los sensores, resultaron ser fáciles de acondicionar y presentaron un grado de variabilidad muy bajo. El primer sensor utilizado fue el LM35 de Texas Instruments, con una precisión de 0.5 °C, por lo que se espera que, ante distintos termómetros digitales o analógicos, se presente dicha

incertidumbre, y para los fines de monitoreo y calibración del resto de los sensores, es bastante bueno. En la Figura I.3 se observan algunas muestras tomadas por el canal del ADC de Arduino. Más información sobre este sensor de temperatura se encuentra en el Anexo A. En la Figura I.3 se hace notar una varianza y media para dicho sensor,

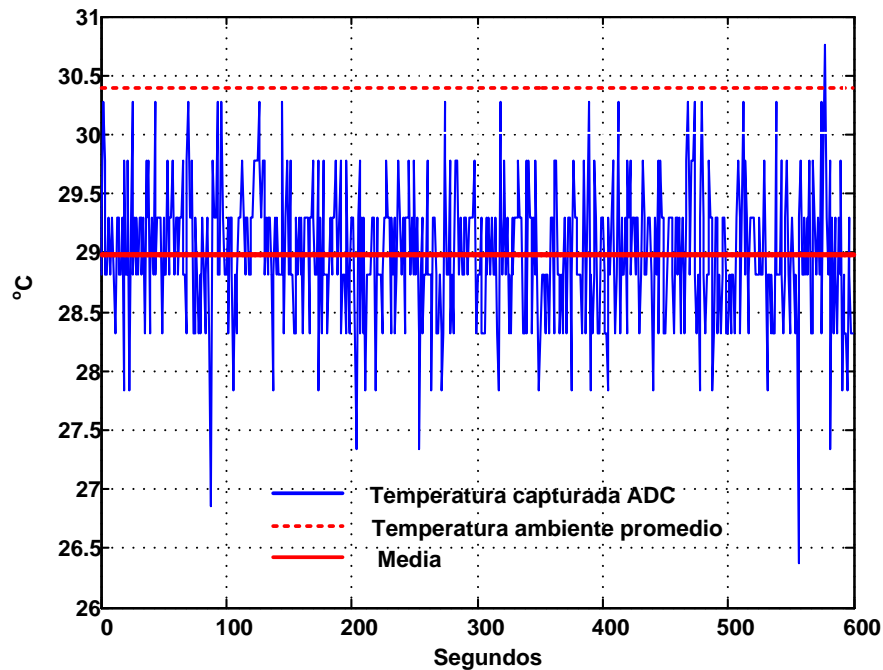


Figura I.3 Temperatura Ambiente con el sensor LM35, 1 muestra por segundo.

se obtuvo $\sigma_{LM35} = 0.3332$ [°C] y $\sigma^2_{LM35} = 0.5772$ [°C], lo que está acorde con las especificaciones del LM35 dado que la temperatura es > 25 °C; la media registrada por el sensor LM35 es $\mu_{LM35} = 28.99$ [°C], y la temperatura del termómetro externo es 30.4 °C, otra diferencia inherente entre distintos termómetros, por lo cual se necesitaría un termómetro de referencia para calibrar el LM35.

Se observa también, de la Figura I.3, que se tiene oportunidad para reducir el ruido que se presenta inherente al sensor, ya sea utilizando un circuito pasabajos entre el sensor y el canal del ADC, o un filtrado digital.

Otra alternativa para tomar mediciones de la Temperatura es el utilizar el Sensor DS18B20 (de Maxim Integrated), el cual, en lugar de operar con el canal del ADC del microcontrolador, éste se integra a Arduino utilizando el protocolo de 1-Wire® (Anexo A). Algunas de las muestras tomadas se aprecian en la Figura I.4

Al hacer una comparación de las desviaciones estándar de ambos sensores, descartando el método de comunicación y la temperatura medida, las cuales apreciamos en la Tabla I.1, se ve que σ_{LM35} es 0.333 [° C] en contra la $\sigma_{DS18B20}$ que es 0.030 [° C]. Al ser pragmáticos, se ve que el sensor DS18B20 es muy exacto en cuanto a su desviación estándar, al tener una $\sigma < 0.1$, lo cual, aunque puede ser tratado por medio de filtros digitales, tiene una desviación muy pequeña para ser apreciada. En cambio, el sensor LM35 si ofrece una oportunidad para filtrar la señal y hacer más exacta la medición para el usuario final.

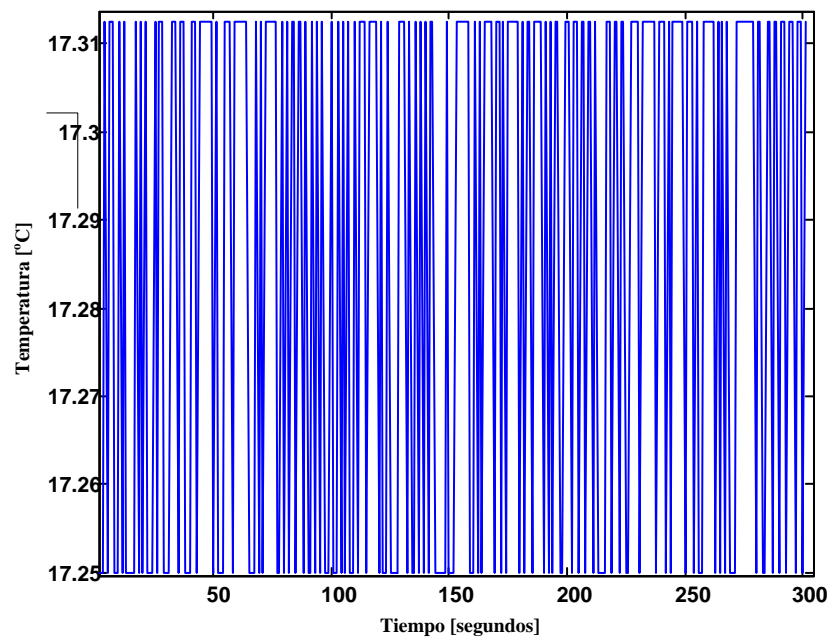


Figura I.4 Muestras de Temperatura de Agua de Sensor DB18B20

Tabla I.1 Datos de media y varianza tomadas de muestras de sensores de Temperatura

Muestras	μ [° C]	σ^2 [° C]	σ
LM35	29.03	0.31	0.55
1 a 100	29.08	0.33	0.58
101 a 200	29.09	0.28	0.52
201 a 300	28.94	0.31	0.55
DS18B20	17.28	9.547×10^{-5}	0.09
1 a 100	17.28	9.848×10^{-5}	0.09
101 a 200	17.28	9.722×10^{-5}	0.09
201 a 300	17.29	8.854×10^{-5}	0.09

I.2.2 Sensor de pH

La medición electrométrica de pH para una solución acuosa esta simulada por la ecuación I.1.2.2, la cual es conocida como ecuación de Nernst, se puede expresar como:

$$E = E^0 - 2.303 \left(\frac{RT}{nF} \right) \log(k) \quad [\text{I.2.2.1}]$$

La cual se puede expresar como:

$$E = E^0 - [0.05916(\text{V})] \times \log\left(\frac{1}{[H^+]}\right) = E^0 - 0.05916pH \quad [\text{I.2.2.2}]$$

Donde:

E es la fuerza electromotriz de la celda en Volts.

E^0 [Volts] es un valor dependiente del tipo de electrodo de referencia, y puede ser utilizado para predecir el voltaje generado cuando se conectan celdas electroquímicas. Un potencial de cero es asignado al *electrodo estándar de hidrógeno*.^[2] El factor 0.05916 se le conoce como pendiente de Nernst, la cual es sensible a temperatura.

El sistema de medición de pH consiste de tres partes: un electrodo que responda al pH, un electrodo de referencia, y un voltímetro de alta impedancia. El electrodo de pH funciona como una batería, cuyo voltaje varía con el pH de la solución medida. El electrodo de pH es un bulbo de vidrio sensible a los iones de Hidrógeno, con una salida del orden de los milivolts que varía con los cambios de la concentración relativa de iones de hidrógeno dentro y fuera del bulbo. La salida del electrodo de referencia no varía con la actividad de iones de hidrógeno. El electrodo de pH también tiene una impedancia interna muy alta, haciendo que el cambio de voltaje sea difícil de medir sin un adecuado circuito de acoplamiento. ^[19]

Los medidores de pH electrónicos son simplemente voltímetros con divisiones en la escala de unidades de pH las cuales son equivalentes a los valores de $2.3026RT/F$ (en mV) por unidad de pH. Los valores de esta función están dados en la Tabla I.2. La toma de

lecturas del pH de la solución por medio del sensor de pH deberá estar en función de la temperatura.

Tabla I.2 Valores de $2.3026RT/F$ a varias temperaturas¹²

$t [^{\circ}C]$	$[mV]$	$t [^{\circ}C]$	$[mV]$	$t [^{\circ}C]$	$[mV]$
0	54.197	35	61.141	70	68.086
5	55.189	40	62.133	75	69.078
10	56.181	45	63.126	80	70.070
15	57.173	50	64.118	85	71.062
20	58.165	55	65.110	90	72.054
25	59.157	60	66.102	95	73.046
30	60.149	65	67.094	100	74.038

En este trabajo se utilizaron electrodos preamplificados de Omega® para medir soluciones de agua de mar, el cual contiene un pH alrededor de 8.0 (Anexo B), cuyo valor de E° para la ecuación I.2.2.2 es de 414 mV, de acuerdo con las especificaciones del proveedor y los resultados obtenidos, tal que:

$$E = 414 [mV] - 59.16 [mV] \times \text{pH} \quad [I.2.2.3]$$

Al tomar en cuenta que, además del electrodo la cual convierte la actividad iónica de H^+ en una señal eléctrica; también es necesario un acondicionador de la señal y un procesador de dicha señal para poder tener un sistema de medición completo, tal conjunto es el sensor de pH mostrado en la Figura I.5.

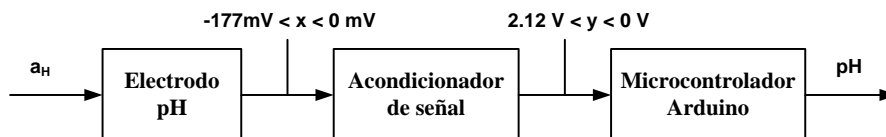


Figura I.5 Diagrama de Bloques del Sensor de pH

Al tener delimitado la salida del voltaje del electrodo, teóricamente obteniendo un voltaje entre 0 a -177 mV a una temperatura de 25 °C en los buffers de pH de 7 y 10, los cuales contienen el pH de Agua de Mar (pH 8.1), entonces la salida esperada será de 0 a 2.12 V con una ganancia del amplificador de instrumentación $G = -12$. Dicha ganancia se

propuso para darle un rango dinámico a la señal de pH (salida 'y' o V_{AD620}) para mejorar la resolución del canal ADC, ajustando el voltaje de referencia de Arduino a 2.56 V (vea Anexo B).

Las cantidades procesadas de las conversiones del canal del ADC, visualizadas por el puerto serial de Arduino, las cuales fueron vaciadas a un documento de texto (formato CSV - Comma Separated Values) fueron tratadas por primera vez por medio de Matlab®, logrando integrar dicho documento la ecuación utilizada para dicha conversión, la cual después se integró en el software, es:

$$V_{IN} = ADC_x \cdot V_{REF} / 1024$$

[I.2.2.4]

O de otra manera:

$$V_{IN} = V_{OUTAD620} = E \cdot G \quad [I.2.2.5]$$

Donde:

$G = -12$ (la ganancia del AD620)

E es la diferencia de potencial en el electrodo de pH, ecuación 1.2.2.3

Despejando el valor de pH se tiene:

$$pH_x = (V_{IN} / G - 414 \text{ [mV]}) / (-59.16 \text{ [mV]}) \quad [1.2.2.6]$$

Las primeras pruebas que se realizaron, se llevaron a cabo con el electrodo PHE-2114-NB, en las cuales se muestran el comportamiento de la señal de pH muestreada en una solución calibrada a pH 7 y pH 10 (Figura I.6 y I.7).

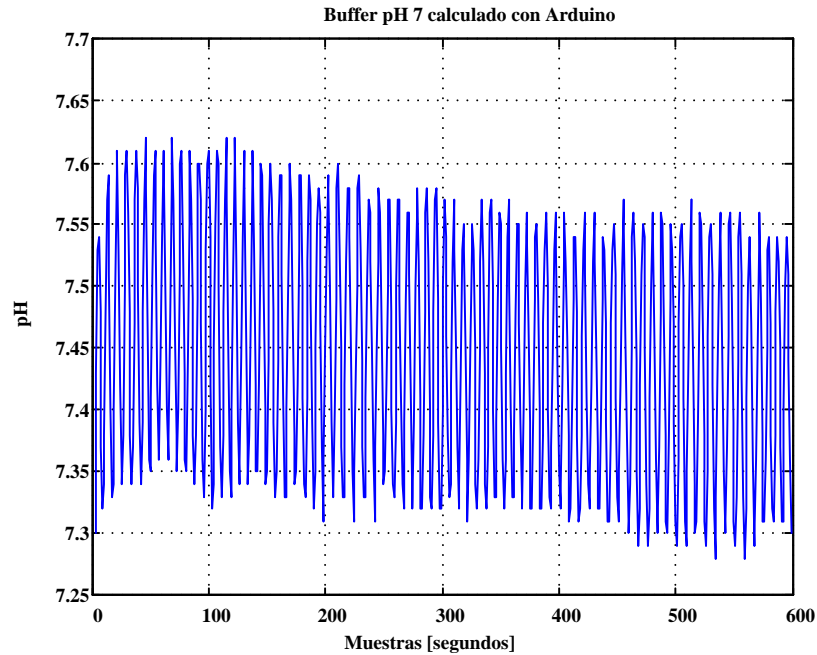


Figura 1.6 Gráfica de la Señal de Buffer pH 7, sensor PHE-2114-NB

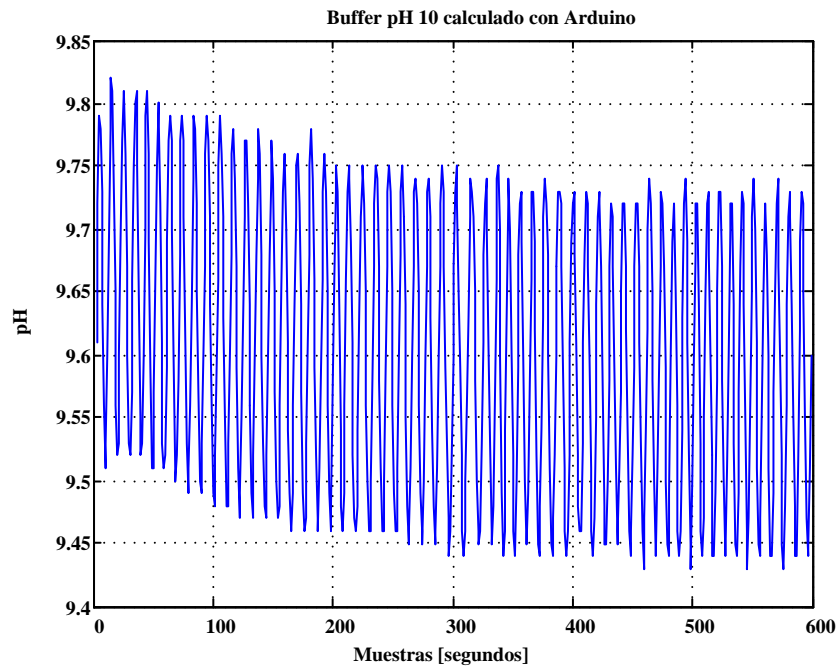


Figura 1.7 Gráfica de la Señal de Buffer pH 10, sensor PHE-2114-NB

En las primeras pruebas realizadas con el electrodo PHE-2114-NB se ve que para ambos buffers hay una desviación del valor real, esto es de 6.56% por encima de pH 7 y de 6.91% por debajo de pH 10, lo cual significa que es necesaria la calibración antes de

realizar mediciones de alguna otra sustancia. También se observa que la desviación estándar, $\sigma_{pH_7} = 0.104$ [pH] y $\sigma_{pH_{10}} = 0.1098$ concuerda con la incertidumbre ≥ 0.01 para muestras de laboratorio. [20] Se debe de tomar en cuenta que para electrodos que han estado fuera de servicio por cierto tiempo se debe de rejuvenecer su membrana dejándola reposar en un buffer de 4 pH por al menos 24 horas. Vea Tabla I.3 para valores de Figura 1.6 y 1.7.

Tabla I.3 Datos de medias y varianzas de mediciones tomadas del sensor de pH

Muestras	μ	σ^2	σ
Buffer 7	7.4593	0.01082	0.1040
1 a 100	7.4639	0.01394	0.1180
101 a 200	7.4637	0.00971	0.0985
201 a 300	7.4511	0.00892	0.0944
Buffer 10	9.6224	0.01206	0.1098
1 a 100	9.6512	0.01196	0.1093
101 a 200	9.6159	0.01162	0.1077
201 a 300	9.6002	0.01146	0.1070

Para calibrar el electrodo se utiliza la ecuación de Nernst, donde se toman dos puntos de referencia, las soluciones calibradas a 7 [pH] y 10 [pH] para fijar una ecuación lineal; asimismo se utiliza la conversión del canal del ADC. De esta manera se tiene que:

$$E(ADC_x) = ADC_x \cdot A \quad [1.2.2.7]$$

donde A es simplemente la constante que contiene $V_{REF} / (1024 \cdot G)$. La diferencia de potencial E es dependiente del valor de la conversión del canal del ADC. La ecuación 1.2.2.6 se puede escribir de nuevo como:

$$E(pH_x) = (pH_x)(BT) + 0.414 \text{ [V]} \quad [1.2.2.8]$$

donde la B es $(-2.303 \cdot R / F)$. La diferencia de potencial E ahora es dependiente de la solución pH_x . Al juntar las ecuaciones 1.2.2.7 y 1.2.2.8 se tiene:

$$E(ADC_x, pH_x) = (ADC_x \cdot A + pH_x \cdot B \cdot T + 0.414 \text{ [V]}) / 2 \quad [1.2.2.9]$$

La ecuación 1.2.2.9 se utiliza para obtener la pendiente y la intersección de la ecuación de la recta durante el proceso de calibración del electrodo de pH. La ventaja de utilizar esta ecuación sobre la ecuación 1.2.2.7, es que la primera ya incluye una compensación por temperatura, mientras que la forma directa no. La desventaja es que se necesita saber los puntos sobre los cuales se hará la calibración, buffer 7 o 10, por lo cual dichos puntos deben de mantenerse constantes dado $E(ADC_x, pH_x)$, por lo que no se puede utilizar la ecuación 1.2.2.9 para mediciones de soluciones distintas a los preestablecidos. Para ello se puede realizar la siguiente aproximación:

$$pH_x(E) = m \cdot E + b \quad [1.2.2.10]$$

donde m es la pendiente y b la intersección de la recta. Cuando realizamos el análisis sobre la intersección, para un punto específico dado de voltaje se tiene que:

$$pH_x(E) = E / (B \cdot T) + 0.414 [V] / (B \cdot T) = E / (B \cdot T) + 7 [pH] \quad [1.2.2.11]$$

Se puede sintetizar las ecuaciones [1.2.2.10] y [1.2.2.11] en la siguiente ecuación:

$$pH_x(E) = (E \cdot (m + 1 / (B \cdot T)) + (b + 7 [pH])) / 2 \quad [1.2.2.12]$$

Ahora la ecuación [1.2.2.12] incluye también la variable de temperatura, lo que podrá realizar la compensación dentro del ajuste de la Ecuación de la recta para el pH_x , la cual se debe de calibrar de antemano. En el caso cuando la temperatura es 25 °C, para la calibración del electrodo de pH, se tiene que $E(pH_{10}) = -177.47$ mV y $E(pH_7) = 0$ V, por lo que el resultado para la pendiente de la ecuación de la recta será: $m = -16.90$ [pH / mV] y para la intersección se tendrá $b = 7$ [pH]. Así, la ecuación de la recta óptima quedará como $pH_x(E) = (E \cdot (-16.9 [pH / mV] + 1 / (B \cdot T)) + (7 [pH] + 7 [pH])) / 2$. El algoritmo para la calibración del electrodo se presenta en la Figura I.8.

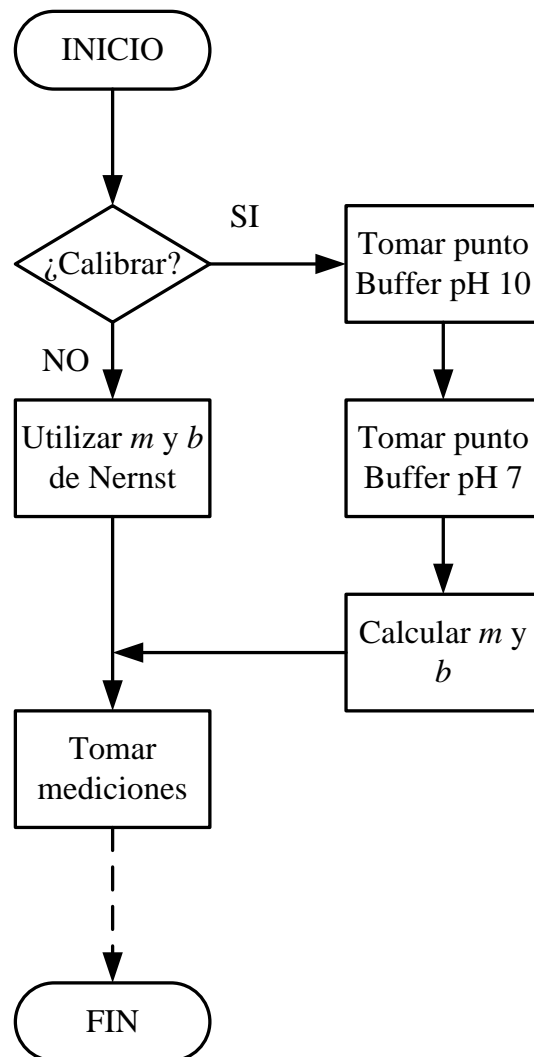


Figura I.8 Diagrama de Flujo para Calibrar Sensor de pH

Se ha decidido utilizar 2 puntos de calibración, aquellos que involucran el pH de Agua de Mar. Después de realizar la operación de calibración, se puede ver la diferencia en los nuevos datos en las Figuras I.9 y I.10.

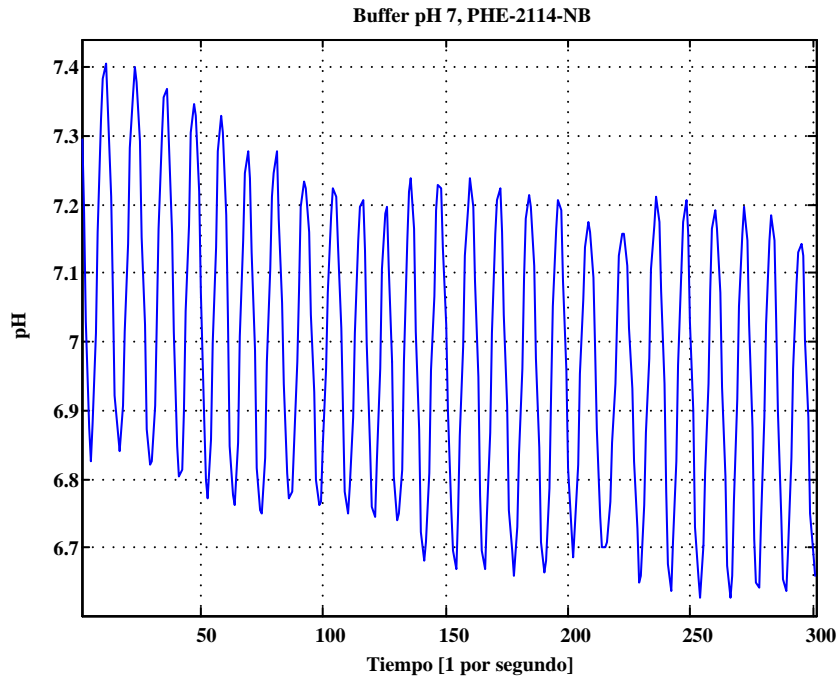


Figura I.9 Muestras de Buffer pH 7 con sensor de pH calibrado.

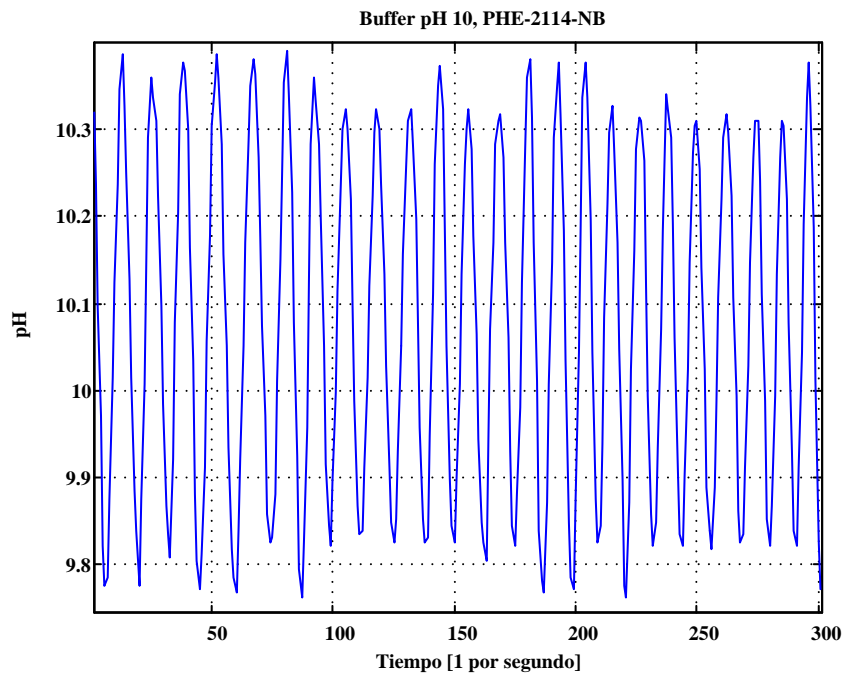


Figura I.10 Muestras de Buffer pH 10 con sensor de pH calibrado

Se observa que aunque la calibración del sensor de pH ayuda a ajustar la ecuación de la recta en 1.2.2.12, reduciendo el error de la media global de los datos obtenidos, vea la Tabla I.4

Tabla I.4 Datos de medias y varianzas de mediciones tomadas del sensor de pH con la Ecuación de la recta calibrada.

Muestras	μ	σ^2	σ
Buffer 7	6.9877	0.0408	0.2019
1 a 100	7.0682	0.0407	0.2017
101 a 200	6.9707	0.0360	0.1897
201 a 300	6.9242	0.0355	0.1884
Buffer 10	10.081	0.0382	0.1954
1 a 100	10.079	0.0428	0.2068
101 a 200	10.082	0.0367	0.1915
201 a 300	10.083	0.0357	0.1889

Se observa que la desviación estándar, $\sigma_{pH_7} = 0.2019$ y para $\sigma_{pH_{10}} = 0.1954$, lo cual resultaría en el peor de los casos en un error de 2.88% y 2.95% en el caso de que se tome una muestra del buffer de pH 7 y 10 por medio del sensor. Por esto es necesario el aplicar algún filtro digital para reducir en la mayor medida posible dichas variabilidades. En el caso de los datos de desviaciones estándar de la Tabla I.3, fueron menores, por lo que no se puede tener la certeza de la variabilidad que tendrán las mediciones futuras, y dichas variabilidades se pueden deber a muchos factores, como temperatura, perturbaciones mecánicas, degradación del electrodo y del sensor en general; pero el filtrado digital puede ayudar a reducir tales variaciones.

I.2.3 Sensor de Oxígeno Disuelto

El sensor de Oxígeno Disuelto utilizado es el de Atlas-Scientific, el cual ofrece lecturas en mg/L y/o % de saturación de DO con una precisión de ± 0.01 . El electrodo utilizado es del tipo galvánico, el cual, dado una diferencia de potencial, se puede determinar la cantidad de mg/L. Dado que los sensores de Atlas-Scientific ya están integrados, contienen un pequeño sistema embebido para acondicionar la señal del electrodo de DO y así mandar la señal por medio del puerto serie hacia el microcontrolador (Arduino), entonces el trabajo de acondicionamiento es reducido a una simple interconexión entre etapas. Sin embargo, se deberá de confirmar que las lecturas obtenidas sean las correctas y que el rango de precisión también sea óptimo.

Los electrodos galvánicos tienen las siguientes características: [15]

- Posee estado estacionario
- Reducen el oxígeno, por lo cual requieren una constante agitación de la muestra para lecturas exactas
- Utilizan un electrolito que debe de mantenerse dentro de una membrana permeable por el oxígeno
- No requieren tiempo de calentamiento
- En teoría los electrodos galvánicos consumen el ánodo, aun cuando el instrumento este apagado, por lo que tienen un tiempo de vida más corto, alrededor de 6 meses.

La temperatura es una de las variables más significativas para las mediciones del DO, por lo que es importante asegurarse que se actualice continuamente dicha variable para el circuito de monitoreo de Atlas-Scientific. Ya que el incremento o decremento en la actividad molecular, la difusión del oxígeno a través de la membrana de un electrodo electroquímico cambia con la temperatura. El cambio en la relación de difusión basado en la temperatura puede ser de 4% por grado Celsius, dependiendo del material de la membrana para un sensor electroquímico estacionario.

La segunda variable que afecta la concentración de DO es la salinidad de la muestra de agua, ya que la concentración de mg/L cambia con la salinidad. En incrementos de salinidad en el agua, la habilidad para disolver el oxígeno disminuye. El circuito de Atlas-Scientific compensa esto al recibir conductividad (μS - micro mhos) en lugar de salinidad, la cual en una solución es una proporción de la cantidad de sólidos disueltos en la misma.

Una de las primeras pruebas que se realizaron con el electrodo de DO de Atlas-Scientific fue el de pasar el electrodo de una saturación de oxígeno al aire libre hacia una solución de 0 mg/L de DO, y posteriormente hacia una muestra de agua dura airada por medio de un compresor de nebulizador y luego se procede quitar la inyección de aire.

Entre el máximo (saturación al aire libre) hasta el mínimo (solución con 0 mg/L de DO) transcurrieron 215 muestras (cada muestra espaciada por 650 ms), un tiempo de transición de 140 segundos. Del mínimo hacia la solución airada transcurrieron 223 muestras, un tiempo de transición 145 segundos. Se observa también que el sensor de Atlas-Scientific contiene una tolerancia para el límite inferior, por lo que valores menores a 1 mg/L las marcará como 0 mg/L. Pero lo que interesa aquí, más que los tiempos de

transición, es la variabilidad que presenta el sensor en los tiempos estacionarios, por lo que acercándonos en esos tiempos, se ve que hay una oportunidad para aplicar filtrado, suavizar dichos valores, y en el caso de tomar una muestra significativa, enviar una que no esté en los extremos de la varianza, vea la Figura I.11.

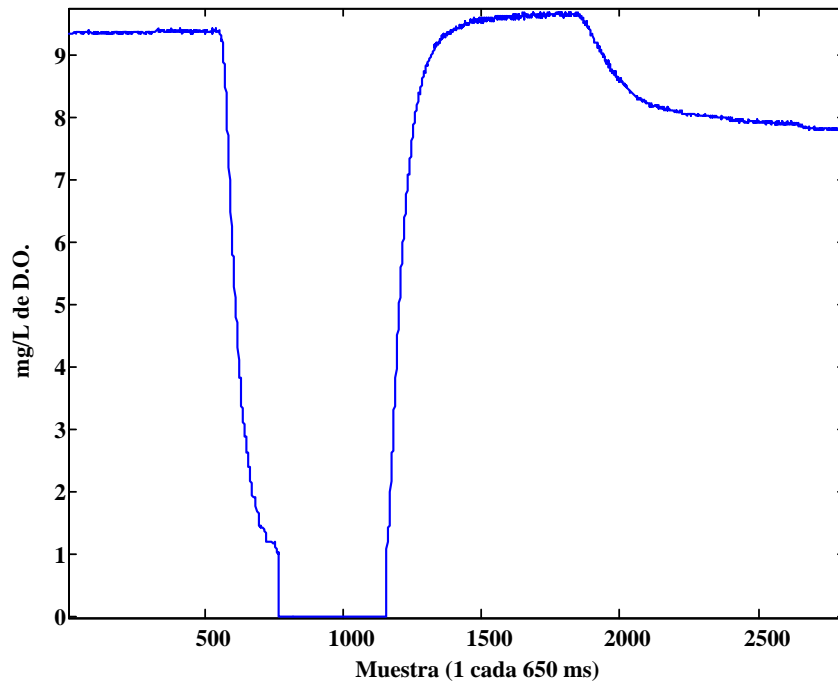


Figura I.11 Distintos medios donde se midió el DO con el Sensor de Atlas-Scientific

Se tomaron las varianzas y medias por cada grupo de 100 muestras, la cuales están concentradas en la Tabla I.5. En ello se ve una gran oportunidad para utilizar promedios móviles para reducir en la mayor medida de lo posible aquellos datos que estén por encima de una desviación estándar de ± 0.01 (o una varianza mayor a 0.0001). Asimismo se ve que la precisión que el proveedor publica en sus hojas de especificaciones no siempre se logra.

Tabla I.5 Datos de medias y varianzas de mediciones tomadas del sensor de DO

Muestras	Saturación en Aire [mg/L]	Saturación Agua Dura [mg/L]	Reducción de O ₂ en Agua Dura [mg/L]
μ	9.3616	9.5449	7.9439
1 a 130	9.3529	9.5482	8.041
131 a 260	9.3507	9.6101	7.9668
261 a 390	9.3674	9.6435	7.915
391 a 520	9.3753	9.3777	7.8528
σ^2	1.38E-03	1.64E-01	6.81E-04
1 a 130	5.96E-05	1.65E-03	5.10E-04
131 a 260	5.09E-06	6.42E-04	6.69E-04
261 a 390	3.05E-04	5.02E-04	2.88E-04
391 a 520	1.80E-04	6.29E-02	1.26E-03
σ	0.0371	0.4049	0.0260
1 a 130	7.72E-03	0.0406	0.0225
131 a 260	2.25E-03	0.0253	0.0258
261 a 390	0.0174	0.0224	0.0169
391 a 520	0.0134	0.2507	0.0354

Como parte de las pruebas hechas en solución de agua de mar, se dejó el electrodo en conjunto con el sensor de temperatura durante medio día a una tasa de muestreo de 1 muestra cada dos segundos. Los resultados se ven en la Figura I.12 y la Tabla I.6

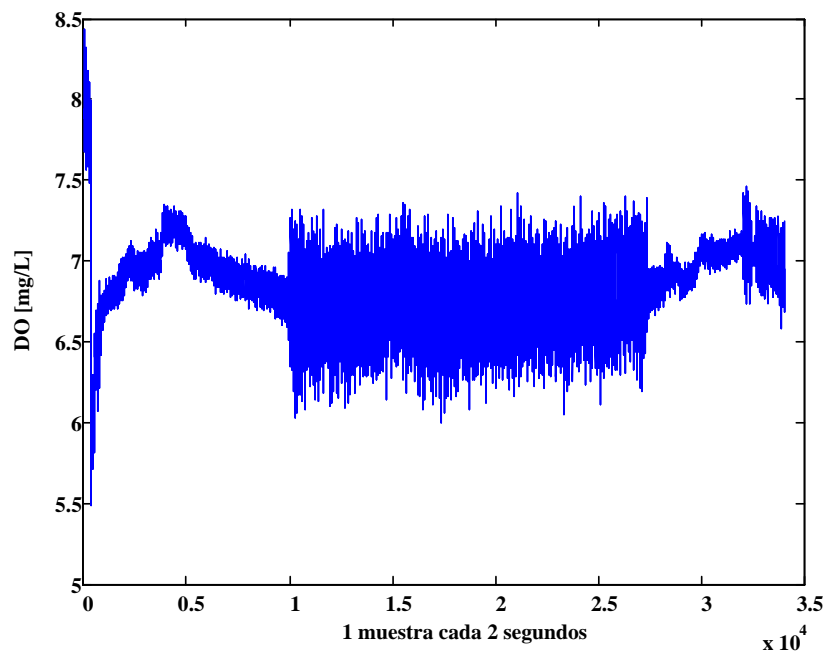


Figura I.12 Muestras de DO en Agua de Mar

Tabla I.6 Datos de medias y varianzas de DO de Agua de Mar

Muestras	μ	σ^2	σ
DO Agua de Mar [mg/L]			
1 a 100	8.03	0.02257	0.1502
301 a 400	6.8007	0.91864	0.9584
3001 a 3100	6.9452	0.002863	0.0535
17001 a 17100	6.6624	0.037492	0.1936

La variabilidad observada es un buen ejemplo de algunas perturbaciones externas e inherentes al sistema de muestreo, las cuales pueden corregirse a través de un filtro digital. Se observa que en las zonas donde hay mayor variabilidad, se estima una $\sigma = 0.037492$ y una $\sigma^2 = 0.1936$, y para la media de dichas muestras, 6.7353 [mg/L], lo cual da un error porcentual máximo de 2.87 % en dicha zona; para zonas con menor variabilidad, el error porcentual sería de 0.77 %.

I.2.4 Sensor de Conductividad

Se utilizó un electrodo de conductividad con una constante $k = 10$, el cual tiene un rango entre $10 \mu\text{S}$ a 1 S , óptimo para Agua de Mar. Vea Figura I.13 y Tabla I.7

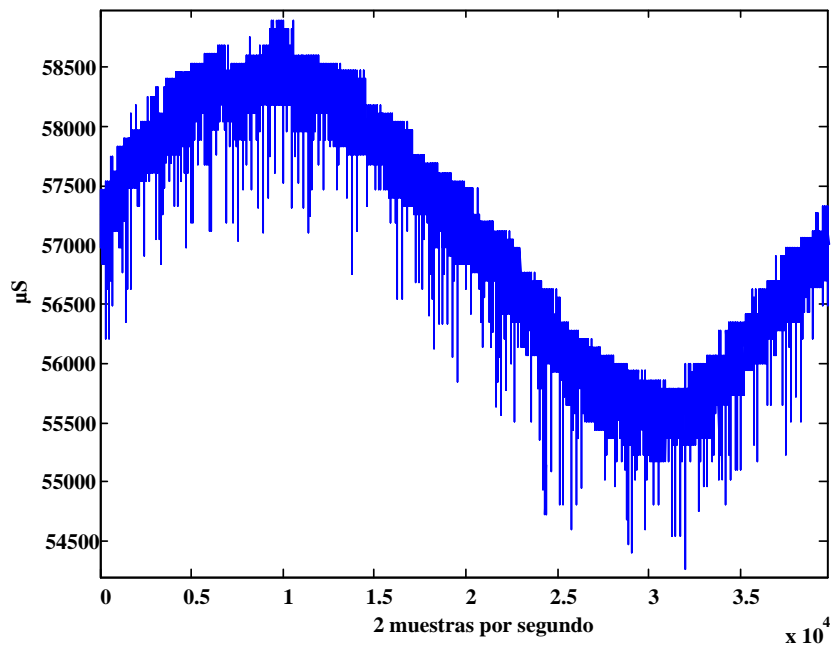


Figura I.13 Muestras de Conductividad de Agua de Mar

Tabla I.7 Datos de medias y varianzas de Conductividad de Agua de Mar

Muestras	μ	σ^2	σ
201 a 300	55661	33907	184.13
951 a 10050	58558	34772	186.47
4951 a 5050	58201	44803	211.66
19951 a 20050	57249	30145	173.62

De la gráfica se observa una gran oportunidad para utilizar filtrado y reducir la variabilidad para tener una mejor aproximación de la media; de todas las variables físico-químicas, es la que presenta mayor desviación de la media.

1.3 Resumen

En este capítulo se ha visto en parte la teoría detrás del funcionamiento de los sensores electroquímicos para señales marinas, trabajando en un bajo nivel para acondicionar la señal de los electrodos analógicos y para crear un algoritmo apropiado para calibrar y tomar muestras de la señal a través del canal ADC. También se ha trabajado con electrodos digitales, los cuales tienen todo integrado, y solamente se toman las mediciones al utilizar el puerto serie del microcontrolador. Adicionalmente se trabajó con protocolos de 1-Wire y emulador de puerto serial por medio de software para capturar datos.

En el caso de las señales marinas, las fluctuaciones reales no solamente están condicionadas por el cambio de actividad de hidrógeno, o la cantidad de sales disueltas, o la cantidad de oxígeno disuelto, ya que todos son dependientes de temperatura, y al menos uno es dependiente de la cantidad de sales disueltas y presión atmosférica (la cual es relativamente estática), por lo que se requiere tener una retroalimentación *in situ* de al menos una de ellas. Esto se logró al integrar un sensor de temperatura, como el sensor DS18B20, aunque se complica un poco más para inicializar éste sensor por medio de software que el sensor LM35, el cual únicamente necesita de un simple acondicionamiento de señal, un pequeño filtro pasivo pasabajas, y la recolección de datos por el canal del ADC. Aunque el DS18B20 ofrece una mayor precisión.

Se ha visto que hay una gran oportunidad en las señales obtenidas para reducir los valores estadísticos de los datos obtenidos, visto en las figuras y tablas de las distintas señales marinas obtenidas, con más exactos y precisos para la siguiente etapa del sistema,

valoración e interpretación de datos. Dichas variabilidades se pueden atribuir a ruidos externos (vibraciones, fluctuaciones) e inherentes al sistema, las cuales estarán presentes en menor o mayor medida en señales analógicas o discretas, dependiendo de las condiciones en las que los sensores se encuentren.

Dado que, durante largos tiempos de prueba, más de 1 hora de análisis o durante el tiempo de convergencia durante las primeras pruebas del sensor, se presentaron señales generadas de procesos no estacionarios, comúnmente la técnica de análisis es la de separar la señal en segmentos y calcular la estadística de cada segmento de manera individual, lo cual se separa de manera que al tomar muestras no excedan más del cambio de la señal debido a los cambios de temperatura, lo cual, tomar muestras durante menos de 10 minutos dará un buen panorama de valores estadísticos de una señal estacionaria. [23]

Para tener una buena estimación de la media, dada una colección de datos de la señal del electrodo, se necesita tomar en cuenta el tiempo de retardo para que el sistema reciba la información. El inconveniente de la latencia del sistema se puede reducir aumentando el tiempo de muestreo de la señal, y esto se puede lograr con el electrodo analógico de pH de Omega Engineering®, el cual permite ser adaptado a un sistema de muestreo, el cual no está limitado a una tasa de muestreo fija.

Lamentablemente los sensores de Atlas-Scientific obedecen a una tasa de muestreo ya definida, que oscilan entre los 650 ms hasta 1 segundo, y además, al añadir la compensación de temperatura, la tasa de muestreo disminuye hasta 2 segundos por muestra; y aunque esto no se interpone con el teorema de Shannon, el tener una frecuencia de muestreo 2 veces mayor a la máxima frecuencia de la señal, ya que dichas señales no fluctúan con gran rapidez, es más, se podría decir que 1 muestra por minuto aún está muy por encima de la frecuencia máxima de la señal (ya que otros proveedores de tecnología de sensores marinos tienen fija la tasa de muestreo a 1 muestra cada 10 minutos), a la hora de obtener el dato estadístico confiable, y al notar que el periodo de las señales no presentan una congruencia definida, se ve que es necesario aplicar filtrado digital para converger al valor de la media rápidamente con pocos valores muestreados.

Se dejará de lado las técnicas convencionales para obtener el promedio de una colección de datos, y se va más allá al aplicar métodos clásicos que siguen siendo efectivos para hallar dichos valores estadísticos.

CAPITULO II CONCEPTOS DE SEÑALES Y SISTEMAS DISCRETOS

Introducción

En este capítulo se verán los fundamentos teóricos para el tratamiento de señales marinas, que por medio de procesamiento digital se reducirá la desviación estándar que se pueda obtener de la señal muestreada, dando datos confiables al usuario o proceso.

Como primer fundamento se presenta el concepto de *señal* como aquella función que define la variación de alguna cantidad física en función de una o más variables independientes,^[19] por ejemplo, la temperatura en función del tiempo, cuya variación contiene información o datos sobre la conducta o naturaleza de un fenómeno; y pese a que las señales se puedan representar de distintas maneras, la información de la señal estará contenida en un patrón que variará de alguna u otra manera.

Se define una *señal de tiempo continuo*, o *señal analógica*, como una función de una variable independiente que es continua,^[20] vea Figura II.1.

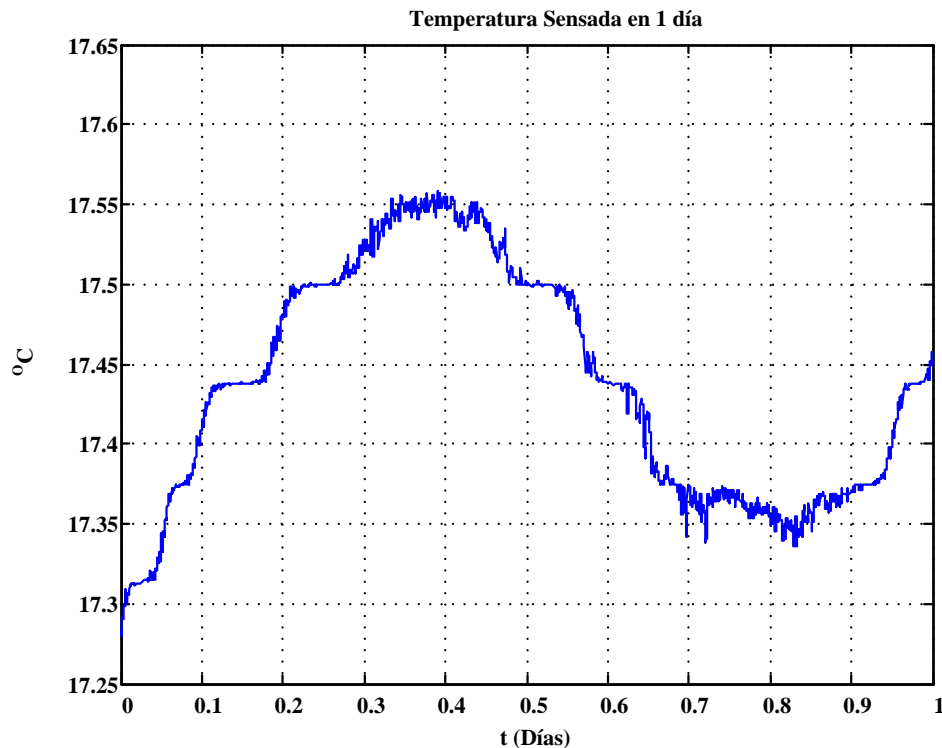


Figura II.1 Señal Analógica de Temperatura.

Una señal unidimensional de tiempo continua $x(t)$ queda expresada como una función del tiempo que varía continuamente desde $-\infty$ hasta ∞ . Y al mismo tiempo puede estar en función de otras variables, como en el caso de pH, que también está en función de temperatura, en base a la ecuación de Nernst.

Una *señal de tiempo discreto* es una función que se define únicamente en instantes discretos del tiempo y queda sin definirse en todos los demás valores del tiempo. La *señal de tiempo discreto* $x[n]$ puede obtenerse de muestras *sucesivas* de algún fenómeno fundamental de la cual la variable independiente es continua, vea Figura II.2.

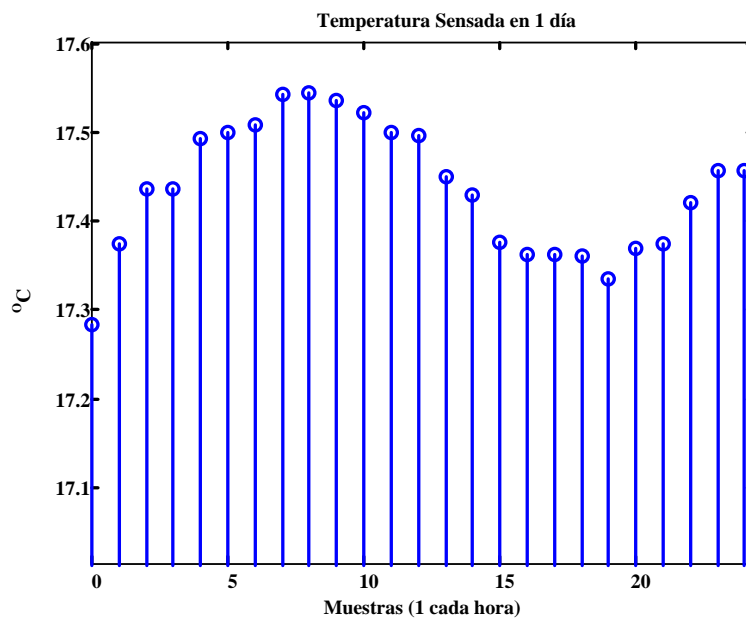


Figura II.2 Señal Discreta de Temperatura

Para obtener la secuencia $x[n]$, se toman muestras de $x(t)$ a intervalos equidistantes de tiempo, definidos en $t = nT$, donde T es un intervalo fijo en segundos conocido como *periodo de muestreo*, o sea, la frecuencia de muestreo quedaría como $f_m = 1/T$; y n es una variable entera definida sobre $-\infty$ hasta ∞ ; por lo que la señal continua $x(t)$ muestreada a intervalos de T segundos, se genera la secuencia $x[nT] = x(t)|_{t=nT}$.

Con lo anterior se abren las posibilidades al tratamiento de señales de *secuencias numéricas*, al ser éstas arreglos de números de muestras finitas de una *señal del tiempo continuo*, como temperatura, pH, DO, conductividad, etc; permitiendo así hacer uso de análisis numéricos, estadística y series de tiempo.

II.1 Proceso Ergódico y Estadística

Dada la naturaleza de las *señales de tiempo continuo* que se estarán muestreando para convertirla en una *señal digital*, se observará que éstas caen dentro del marco de un *proceso ergódico*, donde los promedios estadísticos de un ensamble de una función muestra coincide con los ensambles temporales; esto es, para un proceso ergódico $\{x(m,s)\}$ se tiene que:^[21]

$$\begin{array}{cc} \text{Promedios estadísticos } [x(m,s)] & = \text{Promedios estadísticos } [x(m,s)] \\ \text{a lo largo de tiempo } m & \text{a lo largo del espacio } s \end{array}$$

Algunas de las propiedades de los promedios estadísticos para un proceso ergódico se presentan a continuación:^[22]

$$\begin{array}{ll} E[X(t)] = <x(t)> & \text{Valor medio o componente de directa (DC)} \\ E^2[X(t)] = <x(t)>^2 & \text{Potencia de directa (P}_{DC}) \\ E[X^2(t)] = <x^2(t)> & \text{Potencia total normalizada (P}_{T}) \text{ (referida a 1 ohm)} \\ V[X(t)] = E[X^2(t)] - E^2[X(t)] & \text{Potencia de alterna (P}_{AC}) = (V_{RMS})^2 \end{array}$$

Dentro de los momentos que se pueden obtener de dicho proceso ergódico, se encuentra la media y la varianza; la primera se puede obtener por:

$$\bar{X} = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = <x(t)> \quad [22]$$

De otra forma tenemos para la media muestral, μ , para variables continuas o discretas:

$$\frac{1}{P} \int_0^P x(t)dt \quad [II.1.1]$$

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^N x[n] \quad [II.1.2]$$

De [II.1.2] se puede obtener el primer momento del experimento aleatorio, útil para confirmar la certidumbre de los datos obtenidos en comparación de otros sistemas de medición o de soluciones acuosas que contengan ciertas características que la hagan compatible con la media obtenida.

El segundo momento del experimento aleatorio, la varianza, la cual determina la dispersión en torno de los valores centrales, queda expresado como:^[23]

$$\sigma^2 = E[x^2] - \mu^2 \quad [\text{II.1.3}]$$

Los datos de la varianza durante los experimentos serán de gran utilidad durante la fase de análisis de los mismos, puesto que ayudarán a confirmar la eficiencia del sistema después de la utilización de algún método de procesamiento digital, disminuyendo, en el caso de que se tenga una varianza muy dispersa, la variabilidad de la misma.

II.2 Secuencias Discretas

A manera de reforzar los conceptos de *señal de tiempo discreto*, se recuerdan algunas de las funciones que son indispensables para modelar dichas señales matemáticamente.

II.2.1 Función Impulso Unitario

La función impulso unitario se define como:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad [\text{II.2.1.1}]$$

A menudo se le llama *muestra unitaria* o *impulso discreto unitario*. Cuando el impulso unitario es retardado por k muestras, mostrado en la Figura II.3, queda definido como:

$$\delta[n - k] = \begin{cases} 1 & n = k \\ 0 & n \neq k \end{cases} \quad [\text{II.2.1.2}]$$

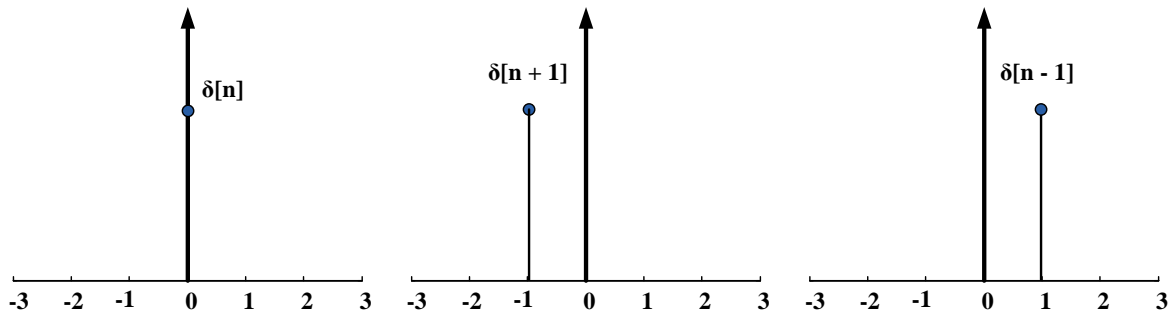


Figura II.3 Impulso Discreto Unitario.

La muestra unitaria posee muchas propiedades las cuales se asimilan a las características de la función impulso unitario del tiempo continuo; ya que $\delta[n]$ es distinto de cero (igual a uno) solamente en $n = 0$, inmediatamente se puede ver que:

$$x[n]\delta[n] = x[0]\delta[n] \quad [\text{II.2.1.3}]$$

Asimismo, una secuencia $x[n]$ se puede representar como una combinación lineal de impulsos unitarios desplazados $\delta[n - k]$:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n - k] \quad [\text{II.2.1.4}]$$

donde los pesos en esta combinación lineal están en $x[k]$.

II.2.2 Función Escalón Unitario

Partiendo de una secuencia constante $x[n]$, cuyo valor es constante para toda n , aplicado así para $x[n] = K; -\infty < n < \infty$; se define la secuencia *escalón unitario* $u[n]$ como:

$$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad [\text{II.2.2.1}]$$

La función escalón también puede quedar expresada, al introducir un retardo de k muestras y plasmada en la Figura II.4, como:

$$u[n - k] = \begin{cases} 1 & n \geq k \\ 0 & n < k \end{cases} \quad [\text{II.2.2.2}]$$

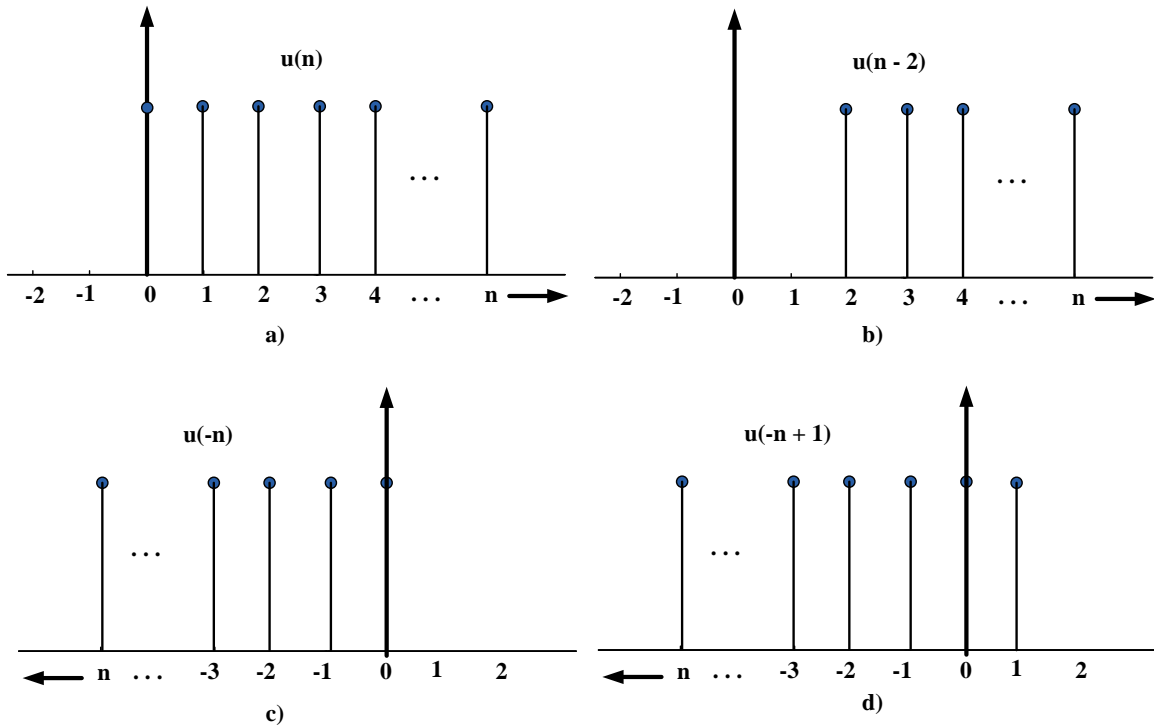


Figura II.4 Funciones Escalón Unitario

De la Figura II.4 c) y d) vemos que la secuencia $u[-n]$ se obtiene de la señal $u[n]$ por *reflexión* o *inversión* en $n = 0$ (la señal se invierte). La relación que existe entre la función *impulso unitario* y *escalón unitario* es la siguiente:

$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n - k] \quad [\text{II.2.2.3}]$$

II.2.3 Señales exponenciales y sinusoidales complejas

La secuencia compleja exponencial es una función que se evalúa de manera compleja en función de n . La forma más generalizada está dada por:

$$x[n] = A\alpha^n, \quad -\infty < n < \infty \quad [\text{II.2.3.1}]$$

donde tanto A como α son números complejos. Si se hace que $A = |A| e^{j\phi}$ y $\alpha = e^{(\sigma_0 + j\omega_0)n}$, donde ω_0 , σ_0 y ϕ son números reales, entonces la secuencia se puede desarrollar como:

$$x[n]x_{re}[n] + jx_{im}[n] \quad [\text{II.2.3.2}]$$

Los parámetros de σ_0 se pueden ver como indicadores de que un sistema vaya a ser convergente o divergente; vea la Figura II.5

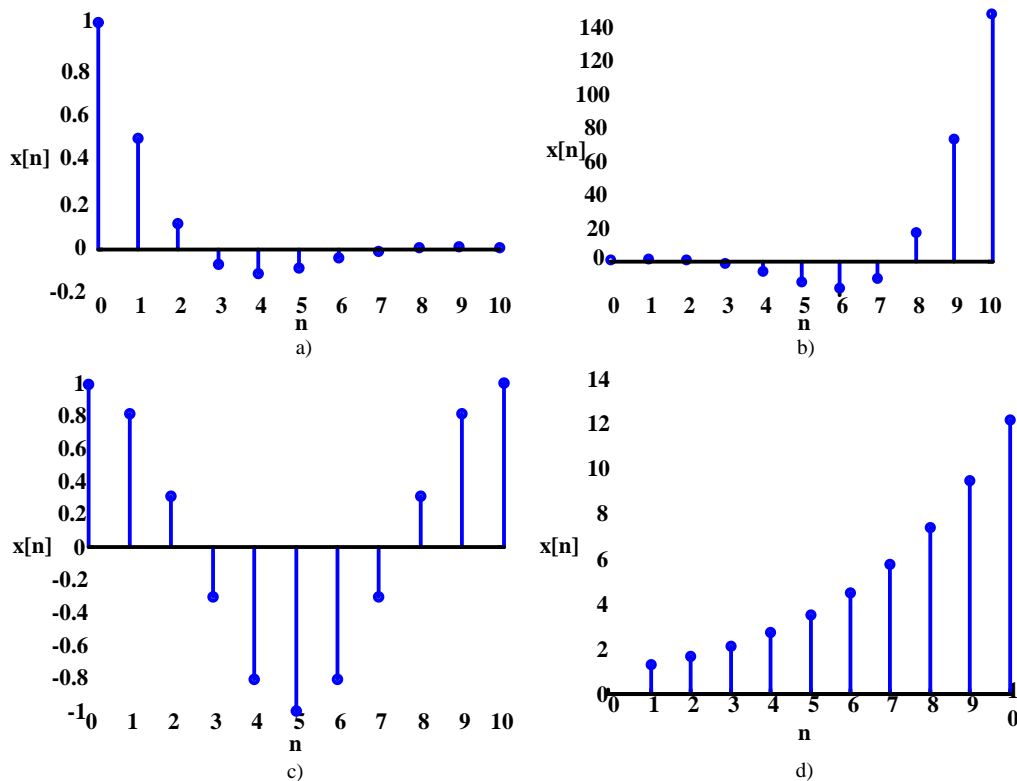


Figura II.5 Casos para la secuencia compleja. a) $\sigma_0 < 0$; b) $\sigma_0 > 0$; c) $\sigma_0 = 0$; d) $\omega_0 = \phi = 0$

Dado los casos de ω_0 y σ_0 se tendrá lo siguiente:

$\omega_0 = \phi = 0$, la secuencia se reduce a la secuencia exponencial $|A| e^{\sigma_0 n}$

$\sigma_0 > 0$, las secuencias sinusoidales incrementan en tanto que $n \rightarrow \infty$

$\sigma_0 < 0$, las secuencias sinusoidales disminuyen en tanto que $n \rightarrow \infty$

$\sigma_0 = 0$ la secuencia exponencial compleja es $\cos(\omega_0 n + \phi) + j|A|\sin(\omega_0 n + \phi)$, con una amplitud igual a $|A|$.

II.2.3.1 Propiedades de $e^{j\omega_0 n}$

Cuando se tiene $|A|$ y $\sigma_0 = \phi = 0$, entonces obtenemos la secuencia siguiente:

$$x[n] = e^{j\omega_0 n} = \cos(\omega_0 n) + j\sin(\omega_0 n) \quad [\text{II.2.3.1.1}]$$

Se recuerda que ω_0 es una frecuencia normalizada por $f_s = 1/T$, donde f_s es la frecuencia de muestreo, y T es el periodo de muestreo en segundos. Entonces $\omega_0 = 2\pi (f)'_0 / f_s = \omega'_0 T$, donde $\omega'_0 = 2\pi \cdot T$ es la frecuencia real en radianes por segundo, y $(f)'_0$ frecuencia real.

Como primera propiedad, dada la función exponencial compleja $x[n] = e^{j\omega_0 n}$, dos señales con frecuencias distintas que estén separadas por un entero múltiplo de 2π no se distinguen el uno del otro. En otras palabras, $e^{j\omega_0 n} = e^{j(\omega_0 n + 2\pi r)}$. Al considerar a las exponenciales de tiempo discreto, se necesita considerar un intervalo de 2π para ω_0 . Para bajas frecuencias, tienen valores de ω_0 cerca de 0, 2π , o cualquier múltiplo par de π , mientras que las altas frecuencias se localizan cuando $\omega_0 = \pm \pi$ y otros múltiplos impares de π .

La segunda propiedad establece que para que una señal $e^{j\omega_0 n}$ pueda ser periódica en n , se debe de satisfacer que:

$$e^{j\omega_0 n} = e^{j\omega_0 (n+N)} \quad [\text{II.2.3.1.2}]$$

$$e^{j\omega_0 n} = 1 \quad [\text{II.2.3.1.3}]$$

Y para mantener a $\omega_0 N$, debe ser un múltiplo de 2π . Debe de haber un entero k que:

$$\omega_0 N = 2\pi k \quad [\text{II.2.3.1.4}]$$

Y reordenando la ecuación [II.2.3.1.4] se tiene:

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{k}{N} \quad [\text{II.2.3.1.5}]$$

La frecuencia normalizada $\omega_0 N$ y 2π deben ser un número racional. Donde el periodo de la secuencia N está dado por:

$$N = \frac{2\pi k}{\omega_0} \quad [\text{II.2.3.1.6}]$$

II.3 Sistemas Discretos

Un *sistema* puede ser visto como un proceso que resulta en la transformación de señales. Así, un sistema tiene una señal de entrada y una señal de salida que está relacionada con la entrada por medio del sistema de transformación. Un *sistema* en el *tiempo discreto* se representa como se muestra en la Figura II.6:

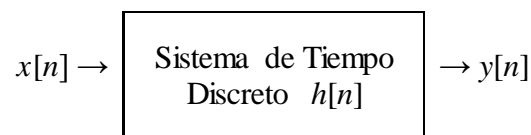


Figura II.6 Sistema de Tiempo Discreto

$$x[n] \rightarrow y[n] \quad [\text{II.3.1}]$$

El arreglo básico de los sistemas son las interconexiones en *serie*, en *paralelo*, combinación de *serie y paralelo*, y de *retroalimentación*; en la Figura II.7 se representan los anteriores con sus respectivos *diagramas de bloques*.

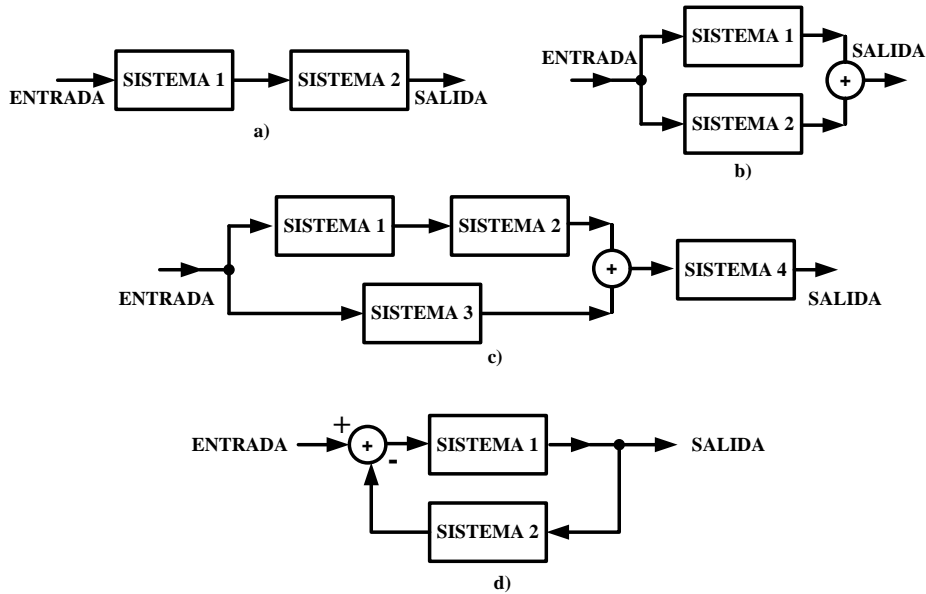


Figura II.7 Diagramas de Bloques de Conexión de Sistemas a) Serie, b) Paralelo, c) Serie-Paralelo, d) Retroalimentación

II.3.1 Sistemas sin y con memoria.

Se dice que un sistema es *instantáneo* o *sin memoria* cuando la salida de cada valor de la variable es dependiente solamente de la entrada en ese preciso momento; por ejemplo, la *identidad del sistema*, $y[n] = x[n]$. Un sistema con *memoria*, al ser dinámico, no es instantáneo, y es aquel cuya salida de la variable independiente dependerá de la entrada de excitación presente y de los valores de entrada pasados; por ejemplo, un acumulador:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k] \quad [\text{II.3.1.1}]$$

O un simple retardo, donde $y[n] = x[n - 1]$.

II.3.2 Sistema Lineal

Si una entrada $kx[n]$ produce una salida $ky[n]$, donde k es una constante arbitraria, se dice que el sistema es homogéneo (escalable). Dadas las salidas $y_1[n]$ y $y_2[n]$ respectivas de $x_1[n]$ y $x_2[n]$, cuando $y_1[n] + y_2[n]$ sea la salida de $x_1[n] + x_2[n]$, se satisface la propiedad de superposición en el sistema. Ambas propiedades se combinan dando el siguiente caso de tiempo discreto:

$$k_1x_1[n] + k_2x_2[n] \rightarrow k_1y_1[n] + k_2y_2[n] \quad \text{[II.3.2.1]}$$

Donde k_1 y k_2 son constantes complejas.

II.3.3 Invariabilidad en el tiempo

Un sistema es invariante al tiempo (desplazamiento) si un desplazamiento en la señal de entrada causa un desplazamiento del tiempo en la señal de salida. Cuando la entrada se encuentra desplazada M muestras, $x[n - M]$, la salida será $y[n - M]$.

II.3.4 Causalidad

Un sistema es *causal*, no anticipatorio, si la salida se determina por la suma de los pesos de los valores pasados de la salida y por los pesos de las sumas de los valores actuales y pasados de la entrada. La salida no depende de los valores futuros de la entrada. Para sistemas lineales invariantes al desplazamiento (LID) se cumple cuando $h[n] = 0$ para $n < 0$.

II.3.5 Estabilidad

Un sistema estable es aquel cuyas entradas conllevan respuestas que no divergen. Si la entrada hacia un sistema estable está acotado, entonces la salida también debe de estar

acotada, por lo tanto, no debe divergir. Satisface la condición cuando la respuesta al impulso unitario del sistema, $h[n]$:

$$\sum_{n=0}^N |h[n]| < M < \infty \quad [\text{II.3.5.1}]$$

II.4 Representación de Sistemas Discretos

La relación entre la salida de la señal y la entrada de la señal nos da la función de transferencia del sistema LID:

$$h[n] = \frac{y[n]}{x[n]} \quad [\text{II.4.1}]$$

Se puede ver al sistema discreto como una interconexión de diagramas de bloques de componentes básicos: elementos de retraso, multiplicadores y sumadores, vea Figura II.8.

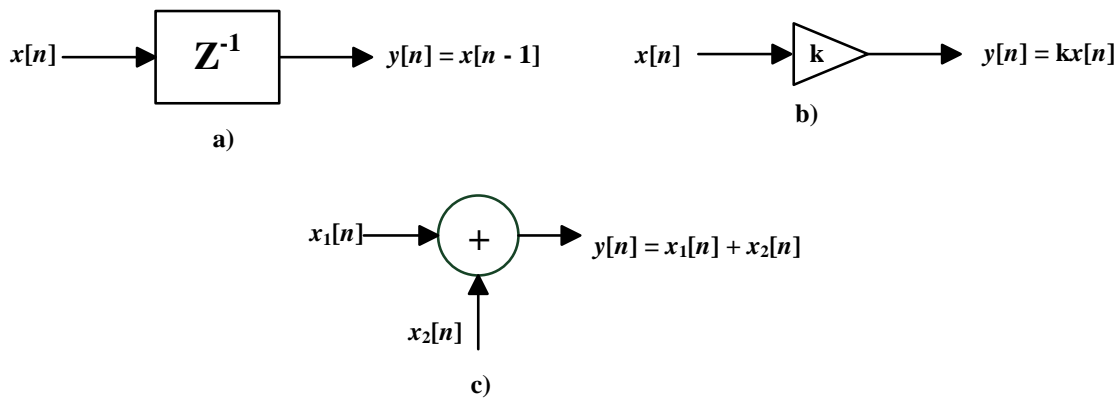


Figura II.8 Componentes básicos de diagramas de bloques: a) Elemento de retraso, b) Multiplicador, c) Sumador

II.4.1 Ecuación Diferencia

Una ecuación diferencia de tiempo discreto de orden N de coeficientes lineales es:

$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k] \quad [\text{II.4.1.1}]$$

La ecuación [II.4.1.1] se puede arreglar de nuevo en:

$$y[n] = \frac{1}{a_0} \left(\sum_{k=0}^M b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] \right) \quad [\text{II.4.1.2}]$$

Las ecuaciones anteriores *recursivas* debido a que especifican un procedimiento de realimentación para determinar la salida en términos de la entrada y de salidas pasadas.

La ecuación [II.4.1.2], para cuando $M = N$, se puede representar por medio de diagramas de bloques para un sistema LID, vea la Figura II.9.

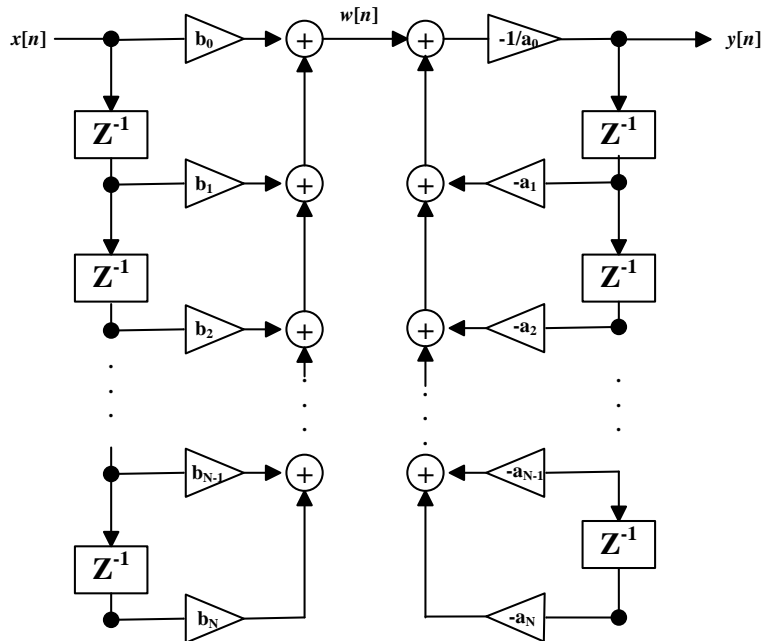


Figura II.9 Método Directo I para representación de un sistema LID descrito por la ecuación [II.4.1.2]

De la Figura II.9 también se ve que la salida parcial $w[n]$ se puede interpretar como la cascada de un sistema no recursivo:

$$w[n] = \sum_{k=0}^N b_k x[n-k] \quad [\text{II.4.1.3}]$$

y del sistema recursivo:

$$y[n] = \frac{1}{a_0} \left(- \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] + w[n] \right) \quad [\text{II.4.1.4}]$$

Para el caso especial de que $N = 0$ en la ecuación II.4.1.2, entonces ésta se reduce a:

$$y[n] = \sum_{k=0}^M \frac{b_k}{a_0} x[n-k] \quad [\text{II.4.1.5}]$$

La ecuación anterior se conoce como la convolución; también la respuesta del impulso del sistema II.4.1.5 es:

$$h[n] = \begin{cases} \frac{b_n}{a_0} & 0 \leq n \leq M \\ 0 & \text{De otra manera} \end{cases} \quad [\text{II.4.1.6}]$$

Se hace notar que la respuesta al impulso para este sistema tiene una duración finita; esto es, diferente de cero para un intervalo de tiempo finito. Debido a esta propiedad, el sistema denotado por la ecuación II.4.1.5 es llamado un sistema de *respuesta finita al impulso* (FIR, por sus siglas en inglés).

Un sistema LID, por la ecuación diferencia recursiva general II.4.1.2, tiene una respuesta al impulso de duración infinita, siempre y cuando sea verdaderamente recursiva, esto es, siempre que uno de los coeficientes a_k , $k = 1, \dots, N$, sea distinto de cero. Un

sistema especificado por una ecuación diferencia recursiva será llamado un sistema de *respuesta infinita al impulso* (IIR, por sus siglas en inglés).

II.4.2 Convolución

Se recuerda que la secuencia discreta $x[n]$ es una combinación lineal de muestras unitarias desplazadas, representada por la ecuación II.4.1.3. Al usar la propiedad de superposición de los sistemas lineales, la salida $y[n]$ puede quedar representada como la combinación lineal de las respuestas del sistema a las muestras unitarias desplazadas. Si dejamos que $h_k[n]$ denote la respuesta de un sistema lineal de las muestras unitarias desplazadas $\delta[n - k]$, siendo $h_k[n] = h_0[n - k]$, una versión desplazada del sistema LID, por lo que $h[n] = h_0[n]$, entonces la respuesta del sistema de una entrada arbitraria puede quedar expresada como:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n - k] \quad \text{[II.4.2.1]}$$

La convolución puede ser utilizada para hallar la respuesta dada cualquier señal de entrada. Si conocemos la respuesta al impulso de $h[n]$ del sistema, podemos hallar la salida $y[n]$ dada una entrada $x[n]$. La convolución no puede ser usada para hallar la respuesta dada ciertas condiciones iniciales.

II.4.2.1 Propiedades de la Convolución

Conmutativa $x[n] * h[n] = h[n] * x[n]$ [II.4.2.1.1]

Asociativa $x[n] * (h_1[n] * h_2[n]) = (x[n] * h_1[n]) * h_2[n]$ [II.4.2.1.2]

Distributiva $x[n] * (h_1[n] + h_2[n]) = x[n] * h_1[n] + x[n] * h_2[n]$ [II.4.2.1.3]

II.5 La Función de Transferencia

La función de transferencia, $H(z)$, de un sistema se define como la relación de la salida y de la entrada, bajo la condición de que todos los estados iniciales son cero y que no hay ninguna otra fuente independiente dentro del sistema. Para z evaluada en el círculo unitario (por ejemplo, $z = e^{j\Omega}$), $H(z)$ se reduce a la respuesta en la frecuencia del sistema provisto que el círculo unitario está en la Región de Convergencia (por sus siglas en inglés, ROC) para $H(z)$.

Para sistemas caracterizados por coeficientes de ecuaciones diferencia, las propiedades de la transformada Z ayuda a obtener la función de transferencia, la respuesta de frecuencia o la respuesta del sistema en el dominio del tiempo. Se recuerda que la transformada Z de una secuencia $x[n]$ se define como

$$Z[x[n]] = X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} \quad [\text{II.5.1}]$$

Para una ecuación diferencia de orden N , se aplica la transformada Z en ambos lados de la ecuación, utilizando las propiedades de linealidad y desplazamiento en el tiempo. Así, se considera a un sistema LID para la cual una entrada y salida satisface una ecuación diferencia lineal de coeficientes constantes de la siguiente forma:

$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k] \quad [\text{II.5.2}]$$

Transformando se tiene:

$$\sum_{k=0}^N a_k z^{-k} Y[z] = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k} X[z] \quad [\text{II.5.3}]$$

Para finalmente obtener:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} \quad [\text{II.5.4}]$$

II.6 Muestreo

Existe un número infinito de señales que pueden generar un conjunto de muestras. Pero, si la señal se limita en banda, y si las muestras se toman de manera representativa en relación con la frecuencia más alta de la señal, entonces las muestras representarán de manera única la señal, y podrá ser reconstruida perfectamente. Se recuerda que el tren de impulsos, $p(t)$, referida como la *función de muestreo*, el periodo T , *periodo de muestreo*, y la frecuencia fundamental de $p(t)$, $\omega_m = 2\pi/T$, como la *frecuencia de muestreo*. En el dominio del tiempo, podemos representar a una señal analógica como:

$$x_p(t) = x(t)p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t - nT) \quad [\text{II.8.1}]$$

En la frecuencia, la señal periódica es:

$$X_p(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(\omega - k\omega_s) \quad [\text{II.8.2}]$$

$X_p(\omega)$ es una función periódica que consiste de una suma de réplicas desplazadas de $X(\omega)$, escalada por $1/T$. Cuando la frecuencia máxima de la señal, $\omega_M < (\omega_m - \omega_M)$ o, lo que sería equivalente, $\omega_m > 2\omega_M$, por lo que no hay traslape entre las réplicas desplazadas de $X(\omega)$; pero cuando $\omega_m < 2\omega_M$ hay traslape (efecto Alias). Cuando $\omega_m > 2\omega_M$ $x(t)$ se puede recobrar exactamente de parte de $x_p(t)$ por medio de un filtro pasabajas con una ganancia T y una frecuencia de corte mayor que ω_M y menor que $\omega_m - \omega_M$.

El teorema de muestreo dice que la señal $x(t)$ limitada en banda con $X(\omega) = 0$ para $|\omega| > \omega_M$, $x(t)$ se determina únicamente por sus muestras $x(nT)$, $n = 0, \pm 1, \dots$ si $\omega_m > 2\omega_M$ donde $\omega_m = 2\pi/T$.

La frecuencia de muestreo ω_m es llamada también *frecuencia de Nyquist*. La frecuencia $2\omega_M$, la cual, bajo el teorema de muestreo, debe ser excedido por la frecuencia de muestreo, es comúnmente llamada *tasa de Nyquist*; vea la Figura II.10

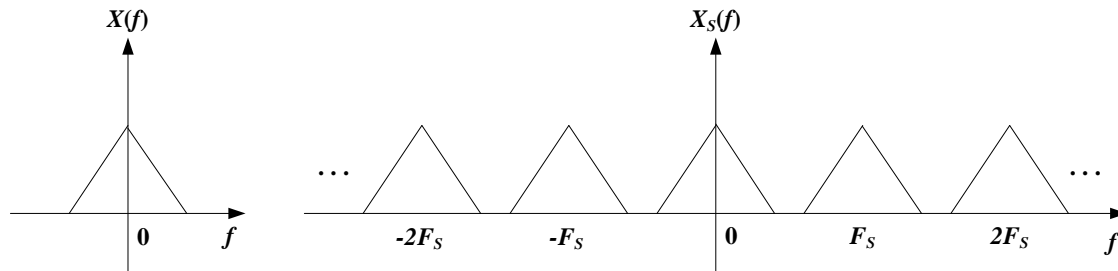


Figura II.10 Espectro de una señal continua y la misma señal muestreada (tiempo discreto)

II.7 Resumen

En este capítulo se revisaron aquellos conceptos que describen una señal LID, la cual, dada la naturaleza de variables marinas, con cambios muy lentos al transcurrir el tiempo, sus valores estadísticos cambiarían de la misma manera, con lo cual se puede tratar a la variable sensada como un proceso ergódico. Aun así se ha observado que los valores estadísticos, como la desviación estándar de la señal, varían en mayor o menor proporción dependiendo de las condiciones en las cuales está inmerso el sensor de la variable, de la misma naturaleza del electrodo, además de los ruidos que afecten al circuito, lo cual es necesario aplicar buenas técnicas de muestreo, al menos una buena tasa de muestreo que permita obtener mejores estimaciones de dichos valores en ciertas ventanas de tiempo. Además, mediante el análisis del comportamiento en frecuencia de la señal muestreada, se pueda aplicar un filtro que obtenga la mayor parte de la información de la señal. Asimismo se ven las bases para que la señal analógica se pueda convertir en una señal discreta, dado un adecuado periodo de muestreo, para ser tratada de manera digital.

Los conocimientos de la función de transferencia, utilizando la transformada Z, facilitarán la síntesis y utilización de filtros dentro del programa en Arduino, así como el conjunto de las propiedades matemáticas que conlleva la convolución de señales.

CAPITULO III. FILTROS DIGITALES IIR-FIR

Introducción

Un filtro es un sistema diseñado para alterar el contenido espectral de una señal de entrada de una manera selectiva, modificando la amplitud o fase característica de una señal en cierta frecuencia. Entre los objetivos del filtrado está el mejorar la calidad de la señal, el extraer información de la señal, o el separar las componentes de la señal que fueron anteriormente combinadas, también el modelar una relación de entrada-salida de algún sistema.

Un filtro digital es un algoritmo matemático implementado en hardware y/o software el cual opera sobre una señal de entrada discreta, $x[n]$, y produce una señal de salida discreta, $y[n]$, tratada con el diseño del sistema de filtrado. En la Figura III.1 se muestra un sencillo diagrama de bloques de un filtro digital.^[24]

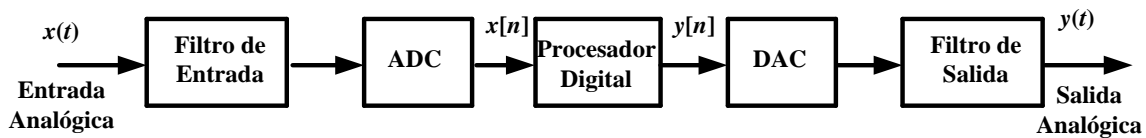


Figura III.1 Diagrama de Bloques de Filtro Digital en Tiempo Real con Entrada y Salida Analógica.

Los filtros digitales poseen las siguientes ventajas sobre los filtros analógicos: Contienen una respuesta de fase lineal; necesitan menos mantenimiento; se ajustan a las frecuencias de las señales analógicas discretizadas (normalización de frecuencia); pueden tratar varias señales de entrada, utilizando multiplexión en tiempo; se pueden utilizar a muy bajas frecuencias, y se puede trabajar a un rango amplio de frecuencias al cambiar únicamente la frecuencia de muestreo.

Las desventajas de los filtros digitales son: limitación de velocidad, debido a la conversión de ADC - DAC y la velocidad del procesador; efectos de cuantización debido a la resolución del ADC, la cual añade ruido a la señal.

Los filtros LIT son aquellos cuya salida es una combinación lineal de las muestras de las señales de entrada, y cuyos coeficientes no varían con el tiempo; cumpliendo el

principio de superposición y de invariabilidad. En el dominio del tiempo la relación de entrada-salida de un filtro lineal de tiempo discreto es dado por la ecuación diferencia:[25]

$$y[n] = - \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] + \sum_{k=0}^M b_k x[n-k] \quad \text{[III.1]}$$

La función de transferencia del filtro [III.1] al aplicar la transformada Z resulta en:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} \quad \text{[III.2]}$$

Donde a_k y b_k son los coeficientes del filtro.

La respuesta a la frecuencia de dicho filtro se puede obtener al sustituir en la ecuación III.2 la variable en frecuencia $e^{j\omega}$ por la variable z .

$$z = e^{j\omega} \quad \text{[III.2.a]}$$

Dado que, por la transformada de Fourier, una señal es la combinación de pesos de un número de ondas senoidales, entonces, en el dominio de la frecuencia, el filtrado lineal puede ser visto como una combinación lineal de los componentes de frecuencia de la entrada multiplicada por la respuesta en frecuencia del filtro.[25]

$$H(z = e^{j\omega}) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \frac{|Y(e^{j\omega})| e^{j\varphi_Y(\omega)}}{|X(e^{j\omega})| e^{j\varphi_X(\omega)}} = |H(e^{j\omega})| e^{j\varphi_H(\omega)} \quad \text{[III.3]}$$

Se recuerda que un filtro digital será estable si, para cada entrada $x[n]$ limitada, la magnitud de $|x[n]|$ no tiende al infinito, la salida del filtro también será limitada. Por lo que un filtro digital con una respuesta al impulso $h[n]$ es estable solamente si se cumple que

$$\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| < \infty \quad \text{[III.4]}$$

Los filtros digitales se dividen principalmente en dos clases, los filtros IIR y FIR; cada uno representado por su secuencia a la respuesta al impulso $h[n]$, y cuya relación de señal de entrada/salida se relaciona por la convolución, dada en las siguientes ecuaciones para el filtro IIR y FIR respectivamente.

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} h[k]x[n-k] \quad \text{[III.5]}$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[k]x[n-k] \quad \text{[III.6]}$$

Para el filtro IIR, solamente se puede computar por medio de la ecuación recursiva en ecuación III.1, ya que ecuación III.5 es de duración infinita.

III.1 Características de los filtros ideales y el concepto de causalidad

Un filtro *selectivo ideal* es aquel que pasa exactamente un grupo de frecuencias y totalmente rechaza el resto. La respuesta de la frecuencia $H(\omega)$ de un filtro del tiempo continuo deja pasar las exponenciales $e^{j\omega t}$ para valores de ω en el rango de $-\omega_c < \omega < \omega_c$, y rechaza las demás es:

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases} \quad \text{[III.1.1]}$$

Se hace notar que la respuesta en frecuencia de $H(\omega)$ de un filtro digital es una función periódica de ω , y la respuesta de la magnitud $|H(\omega)|$ de un filtro digital con coeficientes reales es una función par de ω . Por tanto, las especificaciones del filtro digital solamente están dadas en el rango de $0 \leq \omega \leq \pi$. [26]

Un filtro con esta respuesta a la frecuencia es conocido como un filtro pasabajas ideal, pues deja pasar las frecuencias centradas alrededor de $\omega = 0$; vea Figura III.2.

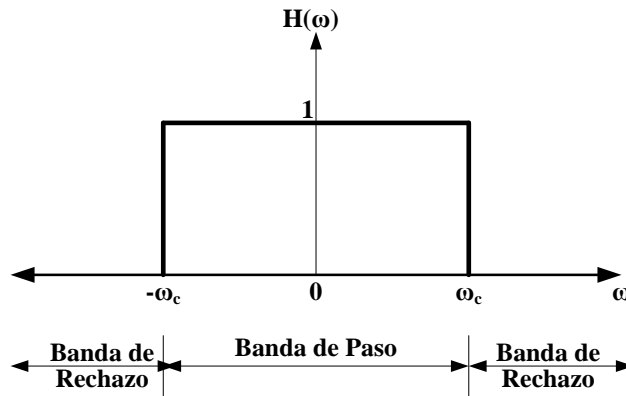


Figura III.2 Respuesta a la frecuencia de un filtro pasabajas ideal

Se resalta que las características de la respuesta a la frecuencia de los filtros ideales en el tiempo continuo y en el tiempo discreto se diferencian por el hecho de que los filtros discretos, la respuesta a la frecuencia $H(\omega)$ debe ser periódica con periodo 2π . Las frecuencias alrededor de múltiplos pares de π son interpretadas como bajas frecuencias, y aquellos alrededor de múltiplos impares son interpretados como altas frecuencias; vea la Figura III.3.

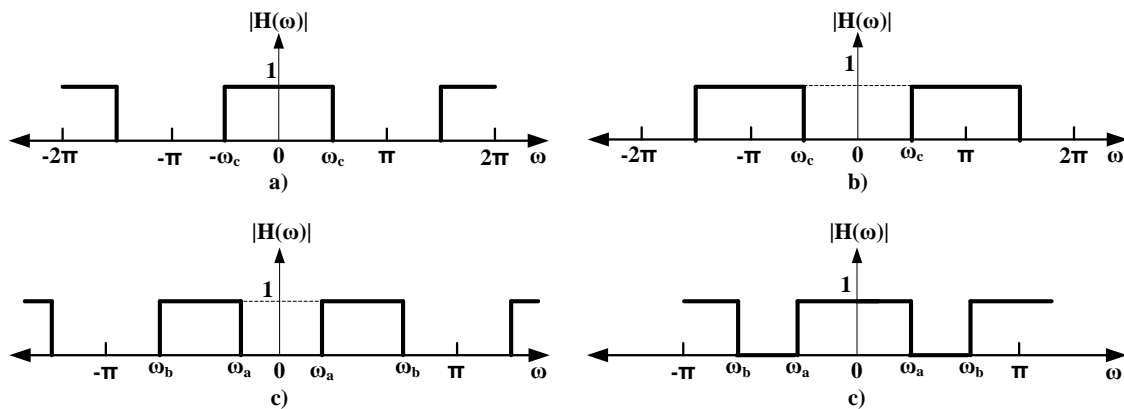


Figura III.3 Filtros Selectivos Ideales de Tiempo Discreto. a) Pasabajas, b) Pasaaltas, c) Pasabanda, d) Rechazabanda

Pero en la práctica, un filtro selectivo ideal no es posible realizarse, ya que la respuesta al impulso del filtro es no causal. Como ejemplo, la respuesta al impulso de un filtro pasabajas ideal es:

$$h(n) = \begin{cases} \frac{\omega_c}{\pi} & n = 0 \\ \frac{\omega_c \sin \omega_c n}{\pi \omega_c n} & n \neq 0 \end{cases} \quad \text{[III.1.2]}$$

Para lograr obtener las condiciones necesarias y suficientes para que la característica de la respuesta en frecuencia de $H(\omega)$ de un filtro sea causal, se recurre al teorema de Paley-Wiener, el cual dice que si $h[n]$ tiene energía finita y $h[n] = 0$ para $n < 0$, entonces: [27]

$$\int_{-\pi}^{\pi} |\ln |H(\omega)|| d\omega < \infty \quad \text{[III.1.3]}$$

Si $H(\omega)$ se puede integrar y la integral III.1.3 es finita, entonces podemos asociar a $|H(\omega)|$ una respuesta en frecuencia $\Theta(\omega)$, para que la respuesta en frecuencia del filtro sea

$$H(\omega) = |H(\omega)e^{j\theta(\omega)}| \quad \text{[III.1.4]}$$

la cual es causal. [27]

En causalidad también tomamos en cuenta la relación entre $H_R(\omega)$ y $H_I(\omega)$, los componentes real e imaginario de la respuesta en frecuencia de $H(\omega)$. Al descomponer $h[n]$ en secuencias par e impar, tenemos:

$$h[n] = h_e[n] + h_o[n] \quad \text{[III.1.5]}$$

Donde la parte par es:

$$h_e[n] = \frac{1}{2}(h[n] + h[-n]) \quad \text{[III.1.6]}$$

Y la secuencia impar:

$$h_o[n] = 1/2 (h[n] - h[-n]) \quad \text{[III.1.7]}$$

Si $h[n]$ es causal, se puede recuperar $h[n]$ por con sus componentes par, $h_e[n]$, para $0 \leq n \leq \infty$, o con sus componentes impares, $h_o[n]$, para $1 \leq n \leq \infty$. Y ahora $h[n]$ se puede computar así:

$$h[n] = 2h_e[n]u[n] - h_e[n]\delta[n] \quad n \geq 0 \quad \text{[III.1.8]}$$

$$h[n] = 2h_o[n]u[n] + h[0]\delta[n] \quad n \geq 1 \quad \text{[III.1.9]}$$

Si $h[n]$ es computable, entonces la respuesta en frecuencia de $H(\omega)$ existe, y

$$H[\omega] = H_R(\omega) + jH_I(\omega) \quad \text{[III.1.10]}$$

Además, si $h[n]$ contiene valores reales y es causal, las propiedades de simetría de la transformada de Fourier implican que:

$$\begin{aligned} h_e[n] &\stackrel{F}{\leftrightarrow} H_R(\omega) \\ h_o[n] &\stackrel{F}{\leftrightarrow} H_I(\omega) \end{aligned} \quad \text{[III.1.11]}$$

La causalidad tiene importantes implicaciones en el diseño de filtros para selección de frecuencias, entre los cuales están, a) La respuesta en frecuencia de $H(\omega)$ no puede ser cero, excepto en un conjunto de puntos finitos en la frecuencia, b) la magnitud $|H(\omega)|$ no puede ser constante en cualquier rango finito de frecuencias, y la transición de Banda de Paso y Banda de Rechazo no puede ser infinitamente abrupta (debido al fenómeno de Gibbs), por lo que $h[n]$ debe de truncarse para lograr obtener causalidad; c) las partes reales e imaginarias de $H(\omega)$ son interdependientes y están relacionados por la transformada discreta de Hilbert:^[28]

$$H(s) = A(a, \omega) + jB(a, \omega), \quad \sigma = a + j\omega \quad [\text{III.1.12}]$$

$$A(\omega) = -\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B(\lambda)}{\lambda - \omega} d\lambda \quad [\text{III.1.13}]$$

$$B(\omega) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A(\lambda)}{\lambda - \omega} d\lambda \quad [\text{III.1.14}]$$

Como consecuencia de ello, la magnitud $|H(\omega)|$ y la fase $\Theta(\omega)$ de $H(\omega)$ no se pueden elegir de manera arbitraria. Pero ahora se puede utilizar la ecuación diferencia III.1, un SLIT, el cual es casual y se puede realizar físicamente; y que la ecuación III.1 tiene una respuesta en frecuencia, en ecuación III.2. Ahora el problema que queda es aproximar las características de la respuesta en frecuencia ideal con un sistema que tiene la respuesta en frecuencia en ecuación III.2 al seleccionar de manera apropiada los coeficientes a_k y b_k .

III.1.1 Especificaciones de Filtros Realizables

Dado que los filtros ideales son no causales, en la práctica no podremos obtener filtros con una frecuencia de corte que pase de manera abrupta de la banda de paso a la banda de rechazo. El concepto de causalidad implica que la respuesta en frecuencia de $H(\omega)$ del filtro no puede ser cero, excepto en un rango finito de puntos en el rango de la frecuencia. Además, $H(\omega)$ no puede tener un frecuencia de corte abrupto entre la Banda de Paso y la Banda de Rechazo. Entonces se debe de aceptar una Banda de Transición entre la Banda de Paso y la Banda de rechazo; el diseño se basa en especificaciones en la respuesta en Magnitud, por lo que la fase del filtro no es controlada.

Las características de los filtros digitales se pueden especificar en el dominio de la frecuencia. Una respuesta en frecuencia de un filtro pasabajas se muestra en la Figura III.4:

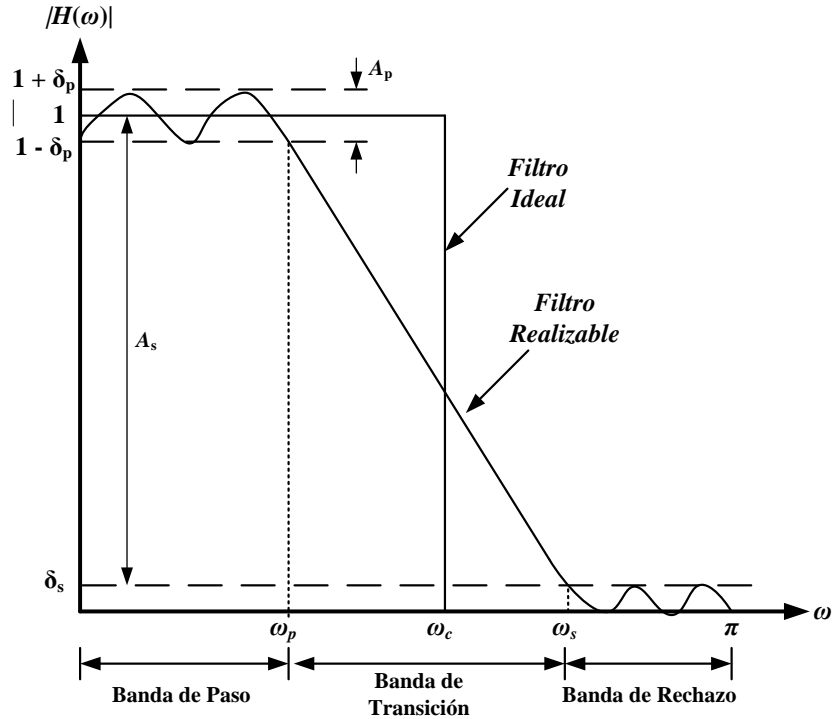


Figura III.4 Característica de Magnitud de Filtros Realizables Físicamente

La magnitud de la Banda de Paso queda definida para $0 \leq \omega \leq \omega_p$, la cual se aproxima a la unidad con un error $\pm \delta_p$, en forma de rizos, o sea:

$$1 - \delta_p \leq |H(\omega)| \leq 1 + \delta_p, \quad 0 \leq \omega \leq \omega_p \quad [\text{III.1.1.1}]$$

Los rizos de la banda de paso, δ_p , es una medida de la variación permitida en la respuesta de magnitud de la banda de paso del filtro. También notamos que la ganancia de la magnitud esta normalizado a 1 (0 dB). En la Banda de Rechazo, la magnitud se aproxima a 0 con un error de δ_s ,

$$|H(\omega)| \leq \delta_s, \quad \omega_s \leq \omega \leq \pi \quad [\text{III.1.1.2}]$$

Los rizos en la Banda de rechazo describen la máxima ganancia (o atenuación mínima), para componentes de la señal por encima de ω_s .

La transición de la respuesta en frecuencia de la Banda de Paso y Banda de Rechazo define a la Banda de Transición o Región de Transición del filtro. El ancho de la Banda de Transición es

$$\omega_s - \omega_p \quad \text{[III.1.1.3.a]}$$

El ancho de la Banda de Paso se le conoce comúnmente como Ancho de Banda del filtro. En el caso de la Figura III.4, filtro Pasa Bajas, el Ancho de Banda va desde 0 hasta ω_p .

Los filtros se dan en términos de la función de pérdida, $A(\omega) = -20\log_{10}|H(e^{j\omega})|$. Dentro de la Figura III.4 tenemos también la atenuación de la Banda de Rechazo (A_s) y el rizo de la Banda de Paso (A_p), donde: ^[29]

$$A_s = -20\log_{10}\delta_s \quad \text{[III.1.1.3.b]}$$

$$A_p = 20\log_{10}(1 + \delta_p) \quad \text{[III.1.1.3.c]}$$

Las especificaciones de la respuesta de magnitud de un filtro digital se pueden lograr utilizando un formato normalizado. Se utilizarán frecuencias angulares normalizadas, por lo que las frecuencias de corte angulares de paso y de rechazo quedan expresadas como:

$$\omega_p = \frac{2\pi f_p}{f_m} = 2\pi f_p T \quad \text{[III.1.1.4]}$$

$$\omega_s = \frac{2\pi f_s}{f_m} = 2\pi f_s T \quad \text{[III.1.1.5]}$$

III.2 Filtros Digitales IIR

Desde la perspectiva de la transformada Z , en los filtros IIR los polos tenderán a moverse dentro del círculo unitario, permitiéndoles que contribuyan más en la forma de la respuesta en frecuencia. Para el diseño de los filtros IIR la función de transferencia es una función real, racional, de z^{-1} :

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_M z^{-M}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N}} \quad \text{[III.2.1]}$$

Sin embargo, $H(z)$ debe ser una función de transferencia estable, y para que sea sencillo computar $H(z)$, debe ser de un menor orden para N .

En general, la implementación de un filtro IIR de orden N_{IIR} es menor que para un filtro FIR de orden N_{FIR} para alcanzar las mismas especificaciones de la respuesta en magnitud. A la vez, un filtro IIR requiere $2N_{\text{IIR}} + 1$ multiplicaciones por cada muestra de salida, y un filtro FIR requiere N_{FIR} multiplicaciones por cada muestra de salida.

La relación del orden del filtro $N_{\text{FIR}}/N_{\text{IIR}}$ es normalmente de decenas, o más, y como resultado la computación del filtro IIR es más eficiente. Pero si el retraso de grupo del filtro IIR es igualado al colocarlo en cascada con un igualador pasatodo, entonces el ahorro de computación ya no sería significativo. Pero en muchas aplicaciones la respuesta de linealidad de fase de un filtro digital no es un problema, haciendo que el filtro IIR sea preferible debido a los requerimientos de computación.

III.2.1 Filtros Digitales de Bajo Orden IIR

La obtención de funciones de transferencia de filtros IIR de bajo orden se pueden sintonizar al modificar los parámetros α y β , modificando la función de magnitud en cuanto a la frecuencia de corte del filtro, así como lo estrecho o amplio de la banda de paso.

Filtros Pasabajos

Se considera la siguiente función de transferencia de primer orden:

$$H(z) = \frac{k}{1 - \alpha z^{-1}} \quad 0 < |\alpha| < 1 \quad [\text{III.2.1.1}]$$

Donde k es una constante real; y su función de magnitud cuadrada es:

$$|H(e^{j\omega})|^2 = H(z)H(z^{-1})|_{z=e^{j\omega}} = \frac{k^2}{(1 + \alpha^2) - 2\alpha \cos \omega} \quad [\text{III.2.1.2}]$$

La ecuación [III.2.1.2] nos da el comportamiento de magnitud para los valores máximos y mínimos de $2\alpha \cos \omega$. Cuando $\alpha > 0$ y $\omega = 0$, se tiene un valor máximo para $|H(e^{j\omega})|^2 = k^2/(1-\alpha^2)$. Si $\alpha > 0$ y $\omega = \pi$, se tiene un valor mínimo para $|H(e^{j\omega})|^2 = k^2/(1+\alpha^2)$. En la Figura III.5 se observa el comportamiento de la ecuación [III.2.1.1] cuando $\alpha = 0.5$.

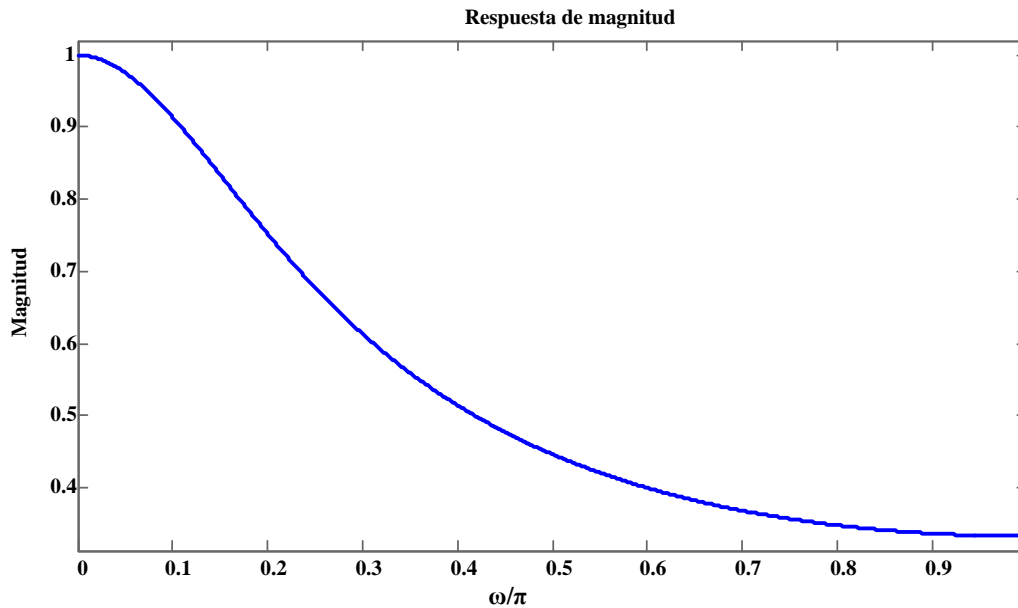


Figura III.5. Respuesta de magnitud de la ecuación III.2.1.1, $\alpha = 0.5$, $k = 0.5$.

Al cambiar el parámetro de α a $-\alpha$ se puede cambiar el comportamiento de la respuesta en magnitud de la Figura III.5, obteniendo un filtro pasabajas. Se observa con cuanta facilidad se puede crear una respuesta en frecuencia con un solo polo, sin ceros, en la función de transferencia de la ecuación [III.2.1.1].

Se puede mejorar la respuesta en magnitud al agregar el factor $(1 + z^{-1})$ al numerador de [III.2.1.1], forzando a la función de magnitud a tener un cero en $\omega = \pi$ en la banda de rechazo del filtro. La función de transferencia del filtro pasabajas queda como:

$$H_{LP}(z) = \frac{k(1 + z^{-1})}{1 - \alpha z^{-1}} \quad \text{[III.2.1.3]}$$

Al realizar una inspección de ω en la ecuación III.2.1.3, se tiene que para $\omega = 0$ se tiene que $|H(e^{j\omega})| = 2k / (1-\alpha)$, y cuando $\omega = \pi$, $|H(e^{j\omega})| = 0$. Para tener una ganancia de 0 dB se puede elegir $k = (1 - \alpha)/2$, lo que resulta en:

$$H_{LP}(z) = \left(\frac{1 - \alpha}{2}\right) \frac{1 + z^{-1}}{1 - \alpha z^{-1}} \quad \text{[III.2.1.4]}$$

Para que haya estabilidad se debe cumplir: $0 < |\alpha| < 1$. En la Figura III.6 se muestra el comportamiento en magnitud de ecuación III.2.1.4.

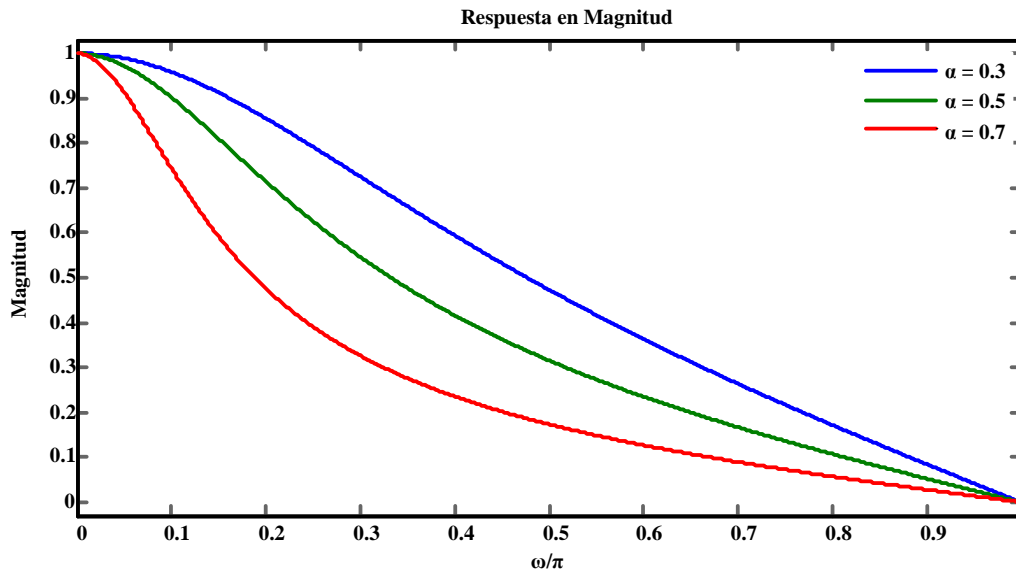


Figura III.6 Respuesta de ecuación III.2.1.4 para distintos valores de α .

La función de magnitud cuadrada es:

$$|H_{LP}(e^{j\omega})|^2 = \frac{(1 - \alpha)^2(1 + \cos \omega)}{2(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \omega)} \quad [\text{III.2.1.5}]$$

Para el filtro pasabajas, la banda de paso queda definida en el rango de $\omega = 0$ hasta la frecuencia de corte, ω_c , la cual tiene 3 dB por debajo de la ganancia de $\omega = 0$. Para determinar ω_c se ajusta $|H_{LP}(e^{j\omega})|^2 = 1/2$, por lo que [III.2.1.4] queda como:

$$\cos \omega_c = \frac{2\alpha}{1 + \alpha^2} \quad [\text{III.2.1.6}]$$

Despejando α , se tiene una solución para una función de transferencia estable, $H_{LP}(z)$, dado por:

$$\alpha = \frac{1 - \sin \omega_c}{\cos \omega_c} \quad [\text{III.2.1.7}]$$

III.2.2 Transformación de filtros analógicos a filtros digitales IIR

Existen varios métodos para poder implementar filtros digitales, con diseño analógico, $H_a(s)$, pasándolos del plano del tiempo continuo al tiempo discreto, para obtener $H_d(z)$. Uno es el Método de Invarianza al Impulso, donde se muestrea la señal con un periodo T apropiado, de esta manera se tendría que $h_a(nT) = h(n)$. Así, la relación de la frecuencia digital (ω) y analógica (Ω) está determinada por: ^[30]

$$\Omega = \frac{\omega}{T} \quad [\text{III.2.2.1}]$$

Al tener el filtro analógico, $H_a(s)$, se puede obtener el filtro digital $H(z)$ calculando la transformada Z de la respuesta al impulso muestreada $h_a(nT)$. Para esto se necesitará descomponer $H_a(s)$ en fracciones simples para calcular la transformada Z que le corresponda a cada término (Vea Anexo F). Para obtener $H(z)$ se debe seguir lo siguiente:

1. Obtener las frecuencias analógicas de la banda de paso y banda de rechazo, Ω_p y Ω_s , de las frecuencias digitales, ω_p y ω_s , previamente determinadas.
2. Realizar el diseño de la función de transferencia de un filtro analógico $H_a(s)$, utilizando alguna técnica de diseño, por ejemplo Butterworth, Chebycheb, Elíptica, vea Anexo E.
3. Descomponga $H_a(s)$ en fracciones simples, y determine la transformada Z de cada término (Vea Anexo F, Tabla F.2). Y combine los términos para obtener $H_d(z)$.

Este método introduce solapamiento (aliasing), ya que la respuesta a la frecuencia $h_a(nT)$ es:

$$H(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_a\left(\omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \quad [\text{III.2.2.2}]$$

Por lo que:

$$H(\omega) = \frac{1}{T} H_a(\omega) \quad [\text{III.2.2.3}]$$

Solo cuando

$$H_a(\Omega) = 0 \quad |\Omega| \geq \frac{\pi}{T} \quad [\text{III.2.2.4}]$$

El valor del periodo, T , se puede escoger como la unidad en III.2.2.1 para evitar problemas de solapamiento.

Transformación bilineal

Es un método para realizar la conversión de un filtro analógico, donde la transformación del plano S al plano Z se da por:

$$s = \frac{2}{T} \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) \quad [\text{III.2.2.5}]$$

Dicho de otra manera, la función $G(z)$ y $H(z)$ está relacionada por:

$$G(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{2}{T}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)} \quad [\text{III.2.2.6}]$$

La relación entre el eje imaginario del plano s ($s = j\Omega$) y el círculo unitario en el plano z ($z = e^{j\omega}$), resulta en:

$$j\Omega = \frac{2}{T} \left(\frac{1 - e^{-j\omega}}{1 + e^{-j\omega}} \right) = j \frac{2}{T} \tan \left(\frac{\omega}{2} \right) \quad [\text{III.2.2.7}]$$

En la Figura III.7 se observa el mapeo del plano S al plano Z mediante la transformación bilineal.

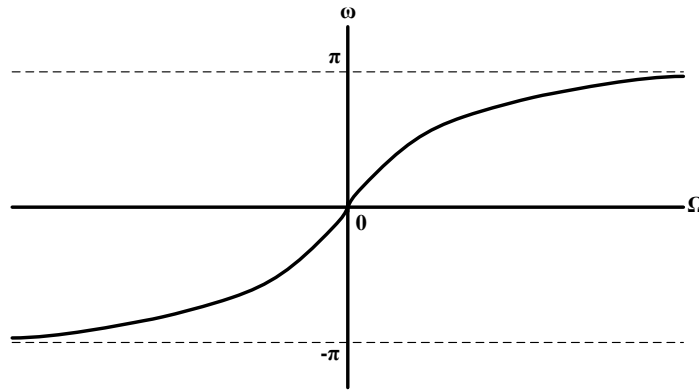


Figura III.7. Mapeo del plano S al plano Z mediante transformación bilineal.

La transformación bilineal de una función de transferencia de un filtro pasabajas analógico, vea Anexo E ecuación E.8, aplicando la ecuación III.2.2.5, se obtiene la siguiente expresión:

$$G_{LP}(z) = \frac{\frac{T}{2} \Omega_c (1 + z^{-1})}{\frac{T}{2} \Omega_c (1 + z^{-1}) + (1 - z^{-1})} \quad [\text{III.2.2.8}]$$

La ecuación anterior se asemeja a la ecuación [III.2.1.4] para el término α de la misma, solamente que ahora α equivaldrá a:

$$\alpha = \frac{1 - \frac{T}{2}\Omega_c}{1 + \frac{T}{2}\Omega_c} \quad [\text{III.2.2.9}]$$

Y al tomar la ecuación III.2.2.7 podemos dejar el parámetro α en función de ω_c en lugar de Ω_c :

$$\alpha = \frac{1 - \tan(\omega_c T/2)}{1 + \tan(\omega_c T/2)} \quad [\text{III.2.2.10}]$$

III.2.3 Implementación del Filtro IIR

La función de transferencia se puede convertir en un algoritmo o estructura que se pueda realizar utilizando alguna tecnología deseada, en este caso, implementarse en un microcontrolador por medio de software. Se toma el ejemplo desarrollado para obtener la Función de Transferencia Discretas por medio del Método de Invarianza al Impulso y Método de Transformación Bilineal, del Anexo E las ecuaciones E.17 y E.13, respectivamente, las cuales se muestran a continuación:^[31]

$$H(z) = \frac{0.001342z^{-1}}{1 - 1.956z^{-1} + 0.9569z^{-2}} \quad [\text{III.2.3.1}]$$

$$H(z) = \frac{0.00047 + 0.00094z^{-1} + 0.00047z^{-2}}{1 - 1.938z^{-1} + 0.9396z^{-2}} \quad [\text{III.2.3.2}]$$

De la ecuación III.2.3.1 se obtiene la estructura realizable de la Figura III.8

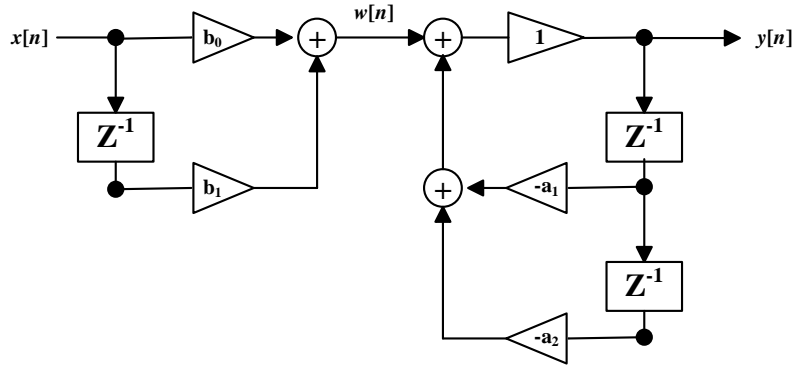


Figura III.8 Estructura Realizable en Forma Directa I de la Ecuación III.2.3.1

donde los coeficientes b_0 y b_1 corresponden al numerador de la ecuación III.2.3.1, $b_0 = 0$. Los coeficientes a_1 y a_2 corresponden al denominador de la ecuación III.2.3.1.

Dicha estructura permite realizar un algoritmo computacional que, dado un vector de entrada $x[n]$, se obtenga $y[n]$, al convolucionar $x[n]$ con $h[n]$. Las ecuaciones utilizadas corresponden a II.4.1.3 y II.4.1.4; el código correspondiente se encuentra en el Anexo D, Código D.5.

Otra manera de computar III.2.3.1 es utilizando una Estructura Realizable en Forma Directa II, Figura III.9, la cual es más conveniente al utilizar algún programa como Simulink® o Labview®.

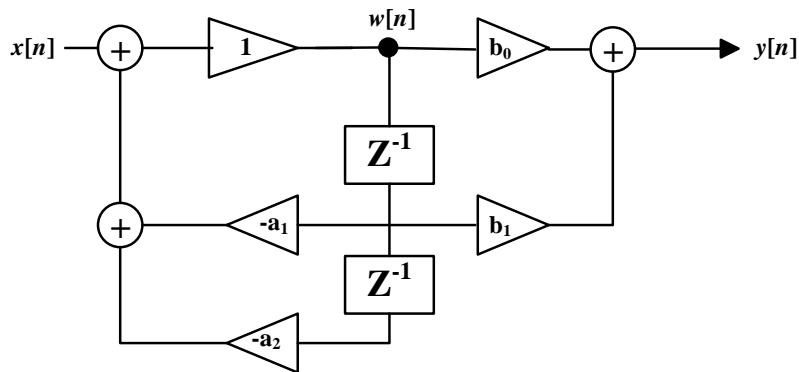


Figura III.9 Estructura Realizable en Forma Directa II de la Ecuación III.2.3.1

Para la ecuación III.2.3.2 se puede tomar cualquier Estructura Realizable e implementarla en cualquier simulador, como Simulink®, asimismo se puede tomar la

función de transferencia y mediante la convolución obtener la señal filtrada. En la figura III.10 se observa la diferencia entre la respuesta al escalón de Ec. III.2.3.1 y III.2.3.2.

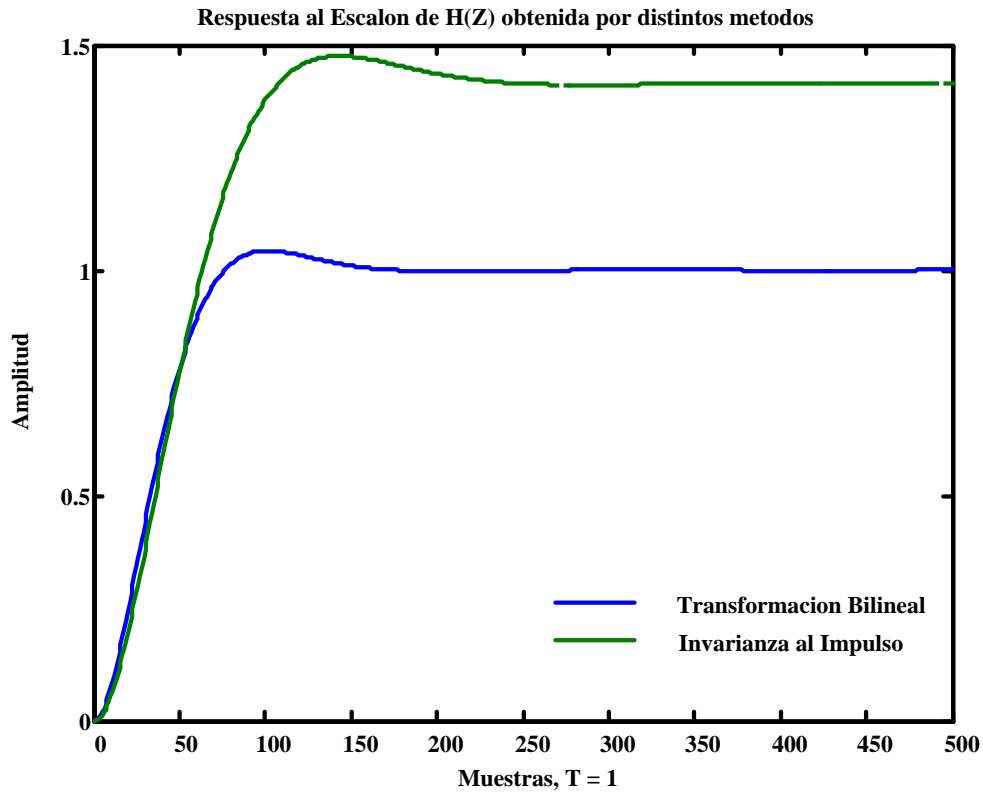


Figura III.10 Comparación de Respuestas al Escalón de Funciones de Transferencia de las ecuaciones III.2.3.1 y III.2.3.2

III.3 Filtros FIR

Cuando los coeficientes a_k de la ecuación [III.1] son cero, entonces tenemos que la ecuación diferencia de Entrada/Salida de un filtro FIR de N parámetros está dado por:

$$y[n] = \sum_{k=0}^M b_k x(n - k) \quad \text{[III.3.1]}$$

donde b_k son los coeficientes de la respuesta al impulso del filtro FIR. La ecuación anterior describe la salida del filtro FIR como una convolución de la entrada con la respuesta al impulso del sistema. Ahora, la respuesta del sistema $h[n]$, queda como:^[32]

$$h[n] = \begin{cases} b_k & 0 \leq n \leq M \\ 0 & \text{en otras partes} \end{cases} \quad \text{[III.3.2]}$$

lo anterior indica que el sistema de la ecuación [III.3.1] tiene una respuesta al impulso con una duración finita. Al tomar la transformada Z de ambos lados de ecuación III.3.1 se tiene:

$$Y(z) = [b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{N-1} z^{-(N-1)}] X(z) \quad \text{[III.3.3]}$$

Por lo que la función de transferencia quedará expresado como:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{N-1} z^{-(N-1)} = \sum_{k=0}^{N-1} b_k z^{-k} \quad \text{[III.3.4]}$$

El filtro FIR queda expresado por la ecuación III.6 o su transformada:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h[k] z^{-k} \quad \text{[III.3.5]}$$

donde $h[k]$, $k = 0, 1, \dots, N - 1$ son los coeficientes de la respuesta al impulso del filtro.

El diagrama de flujo de la señal del filtro FIR se detalla en la Figura III.11

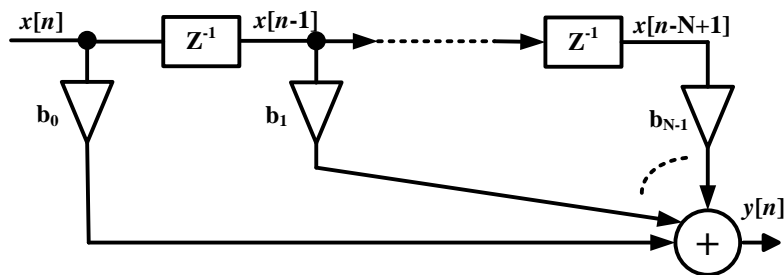


Figura III.11 Diagrama de Flujo de la Señal de un filtro FIR (Forma Directa)

III.3.1 Fase Lineal de Filtros FIR

Al considerar los sistemas LIT, cuya respuesta en frecuencia tiene la siguiente forma:

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{-j\omega\alpha} \quad |\omega| < \pi \quad \text{[III.3.1.1]}$$

La fase de $H(e^{j\omega})$ se asocia al factor lineal de fase $e^{-j\omega\alpha}$, esto es, $\angle H(e^{j\omega}) = -\omega\alpha$. Estos sistemas se denominan sistemas de fase lineal. Su respuesta en frecuencia es:

$$H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})e^{-j\omega\alpha + j\beta} \quad \text{[III.3.1.2]}$$

Donde α y β son constantes, $A(e^{j\omega})$ es una función real de ω . Se tiene que el retardo de grupo (*rdg*) es constante para tales sistemas, de modo que:

$$\tau(\omega) = \text{rdg}[H(e^{j\omega})] = -\frac{d}{d\omega}\{\text{arg}[H(e^{j\omega})]\} = \alpha \quad \text{[III.3.1.3]}$$

Además se tiene fase lineal,

$$\theta(\omega) = \text{arg}[H(e^{j\omega})] = \beta - \omega\alpha \quad 0 < \omega < \pi \quad \text{[III.3.1.4]}$$

Ahora, al expresar Ec. III.3.2 en forma trigonométrica, considerando un sistema causal, se tiene lo siguiente:

$$\sum_{n=0}^{\infty} h[n] \sin[\omega(n - \alpha) + \beta] = 0 \quad \text{Para todo } \omega \quad \text{[III.3.1.4]}$$

Para que se tenga un retardo de grupo constante, es necesario que los parámetros α y β contengan valores específicos. Cuando $2\alpha = M$ y $\beta = 0$ ó π , se tiene que $A(e^{j\omega})$ sea una función par, real y periódica de ω . Cuando $2\alpha = M$ y $\beta = \pi/2$ ó $3\pi/2$, se tiene que $A(e^{j\omega})$ sea una función impar, real y periódica de ω .

Los filtros FIR causales tienen fase lineal generalizada si su respuesta al impulso es de longitud $(M + 1)$. De manera que se tendrá una respuesta al impulso simétrica o antisimétrica dependiendo de los valores de β en Ec. III.3.1.2, por lo que se tiene:

$$h[n] = \pm h[M - n] \quad n = 0, 1, \dots, M \quad \text{[III.3.1.6]}$$

Entonces:

$$H(e^{j\omega}) = A_e(e^{j\omega})e^{-j\omega M/2} \quad \text{[III.3.1.7]}$$

$$H(e^{j\omega}) = jA_o(e^{j\omega})e^{-j\omega M/2} = A_o(e^{j\omega})e^{-j\omega M/2 + j\pi/2}$$

De aquí se pueden definir cuatro tipos de sistemas FIR de fase lineal generalizada, las cuales se muestran en la Tabla III.1.

Tabla III.1 Funciones de Transferencia FIR de Fase Lineal

Tipo		Longitud	Grado M	$H(e^{j\omega}) =$
I	Simétrico	Impar	Par	$e^{-\frac{j\omega M}{2}} \left(h\left[\frac{M}{2}\right] + 2 \sum_{k=1}^{M/2} h\left[\frac{M}{2} - k\right] \cos \omega k \right)$
II		Par	Impar	$e^{-\frac{j\omega M}{2}} \left(2 \sum_{k=1}^{(M+1)/2} h\left[\frac{M+1}{2} - k\right] \cos \left[\omega \left(k - \frac{1}{2} \right) \right] \right)$
III	Asimétrico	Impar	Par	$je^{-\frac{j\omega M}{2}} \left(2 \sum_{k=1}^{M/2} h\left[\frac{M}{2} - k\right] \sin \omega k \right)$
IV		Par	Impar	$je^{-\frac{j\omega M}{2}} \left(2 \sum_{k=1}^{(M+1)/2} h\left[\frac{M+1}{2} - k\right] \sin \left[\omega \left(k - \frac{1}{2} \right) \right] \right)$

En la figura III.12 se muestra la diferencia que se tiene en los cuatro tipos de FIR de fase lineal con su respectiva respuesta al impulso.

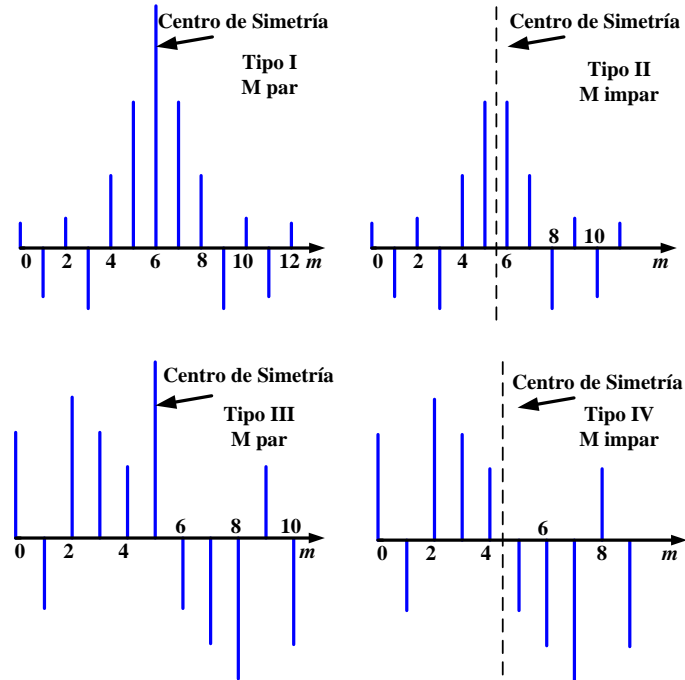


Figura III.12 Comparación de la respuesta al impulso de los cuatro tipos de filtros de fase lineal.

III.3.2 Diseño de Filtros FIR de Fase Lineal por el Método de la Ventana

En este método se utiliza la respuesta a la frecuencia deseada $H_d(\omega)$ para determinar su correspondiente respuesta al impulso unitario $h_d[n]$. La relación entre $H_d(\omega)$ y $h_d[n]$, por medio de la transformada de Fourier, es:

$$H_d(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_d[n] e^{-j\omega n} \quad \text{[III.3.2.1]}$$

$$h_d[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad \text{[III.3.2.2]}$$

Si se tiene $H_d(\omega)$ se puede determinar $h_d[n]$ al evaluar la integral de III.3.2.2. En el caso de un filtro ideal pasabajas, con una escala de frecuencia normalizada a $T = 1$, y al tener la respuesta en frecuencia vaya de $-\omega_c$ a ω_c , se tiene la siguiente respuesta al impulso.

$$h_d[n] = \frac{2f_c \sin(n\omega_c)}{n\omega_c} \quad -\infty \leq n \leq \infty \quad [\text{III.3.2.3}]$$

En la Tabla III.2 se coloca la respuesta al impulso ideal para los distintos casos de filtros de la Figura III.3.

Tabla III.2 Respuesta al Impulso ideal, $h_d[n]$, para filtros selectivos

Tipo de Filtro	$h_d[n]$, $n \neq 0$	$h_d[0]$
Pasabajas	$\frac{\sin \omega_c n}{\pi n}$	$\frac{\omega_c}{\pi}$
Pasaaltas	$-\frac{\sin \omega_c n}{\pi n}$	$1 - \frac{\omega_c}{\pi}$
Pasabanda	$\frac{1}{\pi n} [\sin(\omega_{c2} n) - \sin(\omega_{c1} n)]$	$\frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\pi}$
Rechazabanda	$\frac{1}{\pi n} [\sin(\omega_{c1} n) - \sin(\omega_{c2} n)]$	$1 - \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\pi}$

En la Figura III.13 se puede apreciar la respuesta al impulso ideal del filtro Pasabajas.

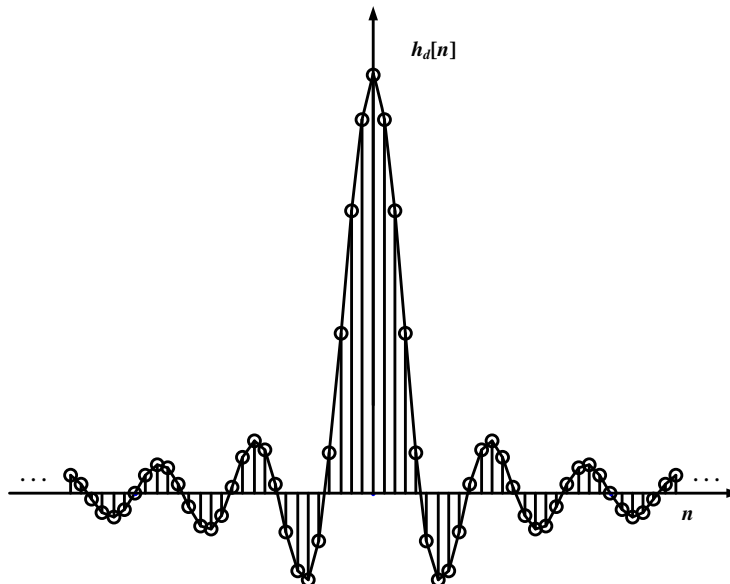


Figura III.13 Respuesta al Impulso Ideal, $h_d[n]$, de filtro pasabajas

Dado que $h_d[n]$ es de duración infinita, esta debe ser truncada en $n = M - 1$ muestras para que se pueda tener un filtro FIR de duración M . Pero al recortar la duración de $h_d[n]$ introducirá onduletas y sobreimpulsos indeseables debido al fenómeno Gibbs. Este truncamiento es equivalente a multiplicar $h_d[n]$ con una ventana, la cual se define, en el caso de una ventana rectangular, como:

$$w[n] = \begin{cases} 1 & n = 0, 1, \dots, M - 1 \\ 0 & \text{En otra parte} \end{cases} \quad \text{[III.3.2.4]}$$

Y la respuesta al impulso unitario se convierte en:

$$h[n] = h_d[n]w[n] = \begin{cases} h_d[n] & n = 0, 1, \dots, M - 1 \\ 0 & \text{En otra parte} \end{cases} \quad \text{[III.3.2.5]}$$

Los coeficientes $h[n]$ variarán entonces por el tipo de filtro ideal multiplicado por una ventana de truncamiento del filtro ideal. En el Anexo F, Tabla F.3 se tienen distintos tipos de ventanas que se pueden utilizar. En la Figura III.14 se muestran algunos ejemplos de ventanas, $w[n]$, que se podrían utilizar para obtener $h[n]$.

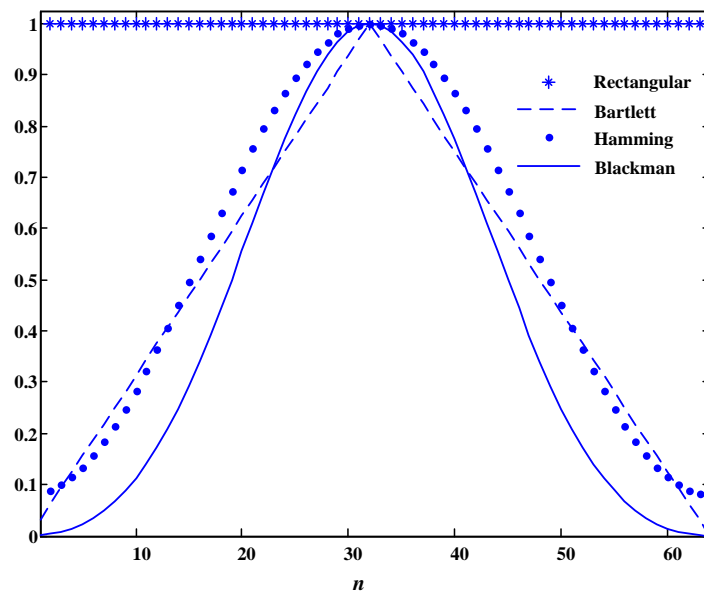


Figura III.14 Formas de Varias Ventanas de acuerdo a Tabla F.3 de Anexo F

El resultado de la multiplicación de $h_d[n]w[n]$ es llamado el kernel del filtro, el cual es la respuesta al impulso de $h[n]$. Ahora, la respuesta en magnitud de la ventana aplicada variará en función de la longitud de la misma; en la Figura III.15 se aprecia un ejemplo de la respuesta en frecuencia de una ventana.

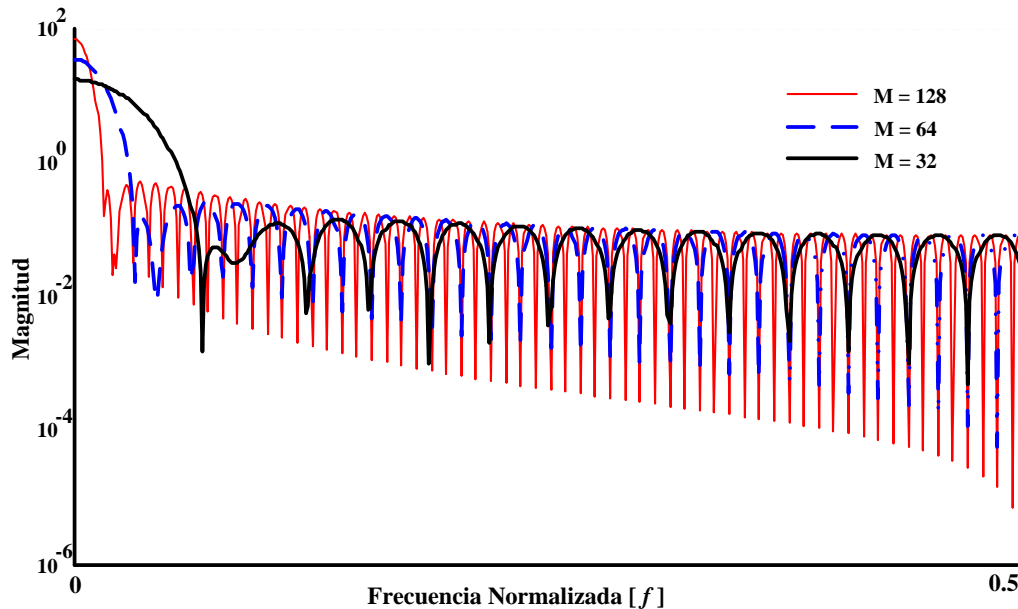


Figura III.15 Respuesta en Frecuencia de una Ventana Hamming con distintas longitudes.

El lóbulo principal se mide hasta el primer cero de $W(\omega)$. Se observa de la Figura III.15 que, mientras M aumente, el lóbulo principal será más angosto; para cada ventana en particular se tendrá una relación aproximada de transición del ancho del lóbulo principal, por ejemplo, para una ventana Hamming este es de $8\pi/M$, mientras que para una ventana Blackman será $12\pi/M$.

La característica principal de la ventana será en determinar la respuesta en frecuencia resultante del filtro FIR, obtenida de truncar $h_d[n]$ a la longitud M , lo cual se logra por la convolución de $h_d[n]$ con $w[n]$, lo cual tiene el efecto de suavizar $H_d[\omega]$.

Se toma como ejemplo un filtro $h_d[n]$ con las siguientes características: $f_c = 1$ kHz, $f_m = 4$ kHz, y un ancho de transición de 210 Hz, lo que genera una longitud de $M = 63$; para el caso de las ventanas utilizadas se tendrá que utilizar una misma longitud M . En la Figura III.16 y III.17 se muestra la Respuesta en Frecuencia y Respuesta al Escalón respectivamente.

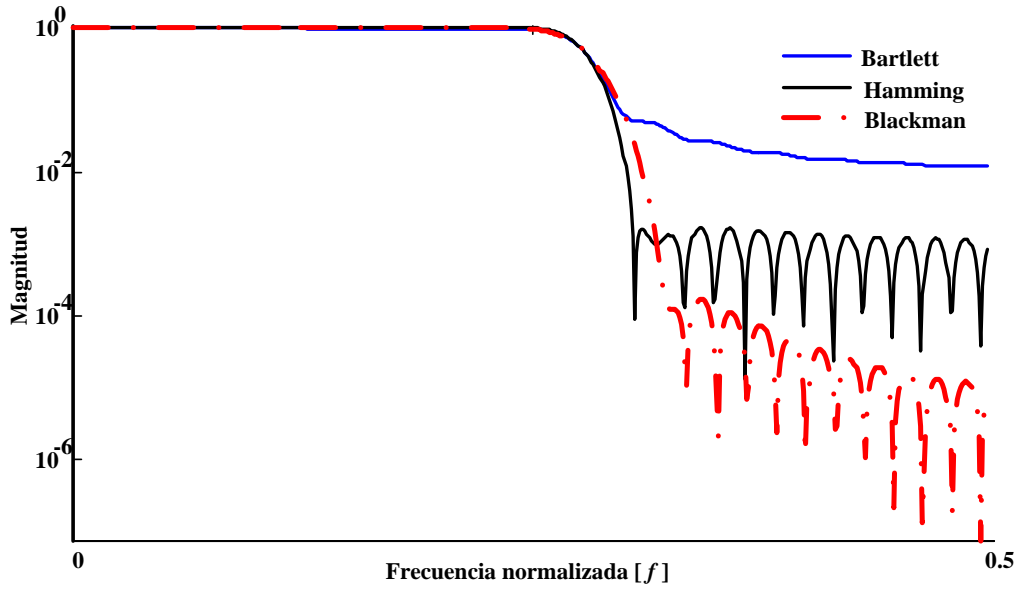


Figura III.16 Respuesta en Frecuencia de Filtro FIR aplicando Ventanas de Bartlett, Hamming y Blackman.

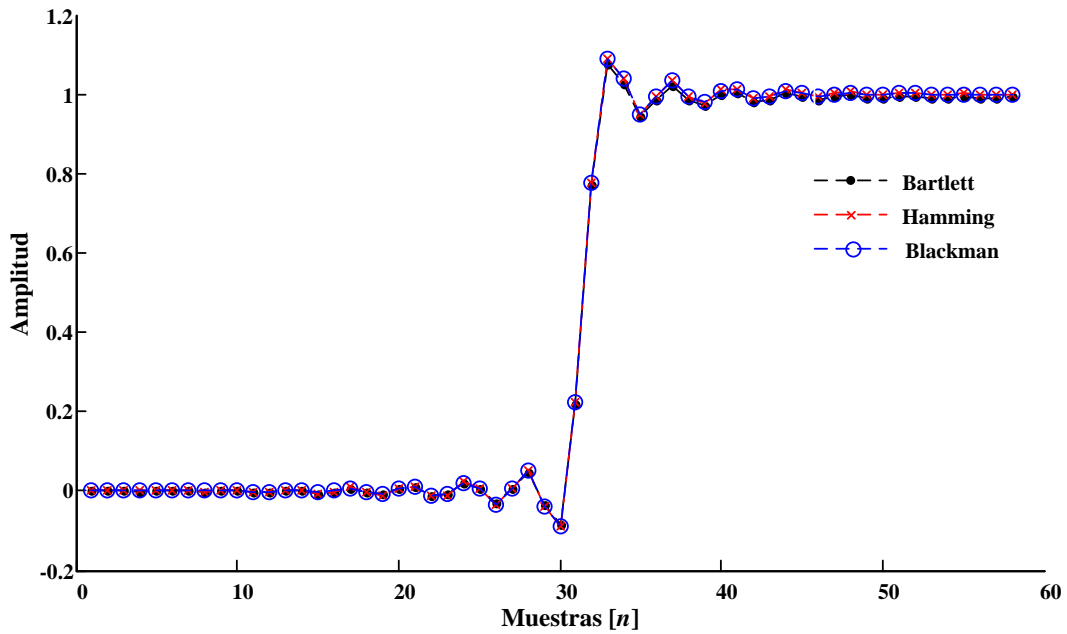


Figura III.17 Respuesta al Escalón de Ventanas convolucionadas con Filtro Pasabajas Ideal

Se observa de la Figura III.16 que la transición para Blackman en contraste con Hamming es más lento con un mismo número de ceros. También se ve que los lóbulos secundarios tienen mayor atenuación en Blackman, y el de menor atenuación es Bartlett. Se puede decir que se deben de escoger la ventana que mayor satisfaga las necesidades del filtro y de la señal a tratar. Lo que interesa más es la respuesta al escalón, ya que se busca el reducir la variabilidad de la señal sensada, y en la Figura III.17 se observa que los tres ventanas utilizadas como ejemplo tienden a la estabilidad con el mismo número de muestras, pero, si se realiza un acercamiento alrededor del valor unitario, la ventana Blackman es la que se encuentra con un valor más cercano a la unidad.

III.4 Resumen

Se recuerda que se tomará la respuesta al escalón para reducir en la mayor medida posible toda variabilidad que este introducido por la señal de entrada. En el caso de la Figura III.10 se muestra que la respuesta al escalón, $u[n]$, es mejor para $H(Z)$ obtenida por el método de Transformación Bilineal que por el de la Invarianza al Impulso tanto en tiempo como en escalamiento, tomando en cuenta que se utilizó $H(s)$ de un filtro Butterworth previamente diseñado.

Sin embargo, el tener que demorar la salida más de 150 muestras, debido al retardo de grupo, para obtener un valor confiable es demasiado tiempo, y más si se considera dispositivos que tienen un ritmo de muestreo fijo, como los de Atlas-Scientific, que tienen, por ejemplo, una tasa de muestreo de 378 ms para el Circuito de pH Versión 5.0, 1 segundo de lectura para el Circuito de Conductividad EZO. Por otra parte, se puede utilizar los electrodos de Omega Engineering para utilizar los canales ADC del microcontrolador, con un tiempo de conversión que va entre los 13 μ s a 260 μ s, para obtener la señal, lo que ahora se tendría como limitante en el tiempo de respuesta del electrodo y/o del sistema embebido.

Se tiene, por otro lado, los filtros FIR, los cuales son más fáciles de generar al utilizar el método de ventanas, y a pesar de que no se tiene un control sobre la precisión de frecuencia de corte o transición de banda, la respuesta al impulso de los filtros creados son lo suficientemente robustos para implementarlos en la señal filtrada. El único

inconveniente sería la longitud del filtro, ya que para tener una mejor transición y disminución práctica de la variabilidad en la respuesta al escalón, es necesario tener un mayor número de coeficientes, en comparación con el filtro IIR que con un par de ceros y polos bastaba para obtener la misma respuesta en frecuencia.

Todo se reduce a la capacidad del sistema de filtrado digital a utilizar, pero para este caso no habría problema de capacidad del microcontrolador a utilizar, sino del tiempo de latencia que haya entre la velocidad de muestreo de los sistemas periféricos a utilizar, ya sea por medio de obtención de la señal por medio de canales ADC o puertos de comunicación Serie.

En el siguiente capítulo se verá la implementación de los filtros IIR y FIR, emulando el filtrado por medio de estructuras computacionales simples para obtener la señal filtrada y discutir cual es la mejor opción para este caso.

CAPITULO IV. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Introducción

En el primer capítulo se abordaron las características del agua de mar y de los sensores electroquímicos. Se observó cómo cada variable marina, pese a la dificultad de la teoría fisicoquímica detrás de ella y a la interdependencia con otras variables, se puede implementar con gran facilidad un sistema de sensado digital gracias a los electrodos disponibles en el mercado, los cuales reducen los problemas de interconexión con algún microcontrolador. Se comprobó que, a pesar de lo sencillo de obtener las señales marinas, la señal contiene una variabilidad que puede ser minimizada con el uso de un filtro digital.

En el segundo y tercer capítulo se sentaron las bases teóricas para poder aplicar dichos filtros digitales y reducir la variabilidad de la señal. Se modelaron filtros IIR y FIR, los cuales pueden ser implementados de una manera práctica por medio de ecuación diferencia, y con ayuda de la convolución de la señal de entrada con el kernel del filtro, se puede obtener una reducción de la desviación estándar de la variable.

A continuación se implementarán los filtros diseñados en el capítulo anterior y se discutirá las diferencias que presenta cada cual para el sistema de sensado.

IV.1 Filtrado con IIR

Se presenta la ecuación III.2.3.2 del Capítulo III:

$$H(z) = \frac{0.00047 + 0.00094z^{-1} + 0.00047z^{-2}}{1 - 1.938z^{-1} + 0.9396z^{-2}} \quad [\text{IV.1.1}]$$

Donde los coeficientes del filtro se pueden obtener fácilmente de la función de transferencia en IV.1.1, utilizando a_n y b_n , de modo tal que la ecuación resulta en :

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + b_2x[n - 2] - a_1y[n - 1] - a_2y[n - 2] \quad [\text{IV.1.2}]$$

Se debe de tomar en cuenta que los coeficientes a_n y b_n se obtuvieron de ecuación IV.1.1 y ésta se calculó por medio de la transformación bilineal de un filtro analógico diseñado en el Anexo E, por lo que es deseable utilizar todas las cifras resultantes de dichos cálculos, los cuales son:

$$b_0 = 0.000470110821918555$$

$$b_1 = 0.00094022164383711$$

$$b_2 = 0.000470110821918555$$

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = -1.93774091862599$$

$$a_2 = 0.939621361913662$$

Se recuerda que los valores de frecuencia ω_s y ω_p utilizados para el filtro analógico prediseñado han sido tomados como de una frecuencia normalizada, y que el periodo de muestreo queda determinado por la capacidad del sistema de recolección de datos, en este caso 1 muestra por segundo. Dichos valores fueron seleccionados, junto con la atenuación de la banda de rechazo, para obtener un filtro de bajo orden, el cual se pueda usar como ejemplo y contraste con el filtro FIR.

Se toma en cuenta que el fin de utilizar el filtrado digital es para reducir la variabilidad de la señal obtenida, al utilizar la ecuación recursiva de los coeficientes del filtro pasabajas, dada las características de éste, se tendrá la tendencia de obtener una señal que, debido a la respuesta al escalón, la señal de salida tenderá a estabilizarse después de que transcurran N muestras alrededor de la media; el tiempo que transcurra para que se llegue a dichos valores dependerá enteramente del tiempo de muestreo de la señal sensada.

La ecuación IV.1.2 se puede computar por medio de la Estructura Realizable en Forma Directa I, la cual se implementa en el Código D.5 del Anexo D. En la Figura IV.1 se muestra el filtrado de una señal marina, obtenida con el sensor PHE-1304-NB a una tasa de 1 muestra por segundo en Agua de Mar, con los coeficientes de la ecuación IV.1.2.

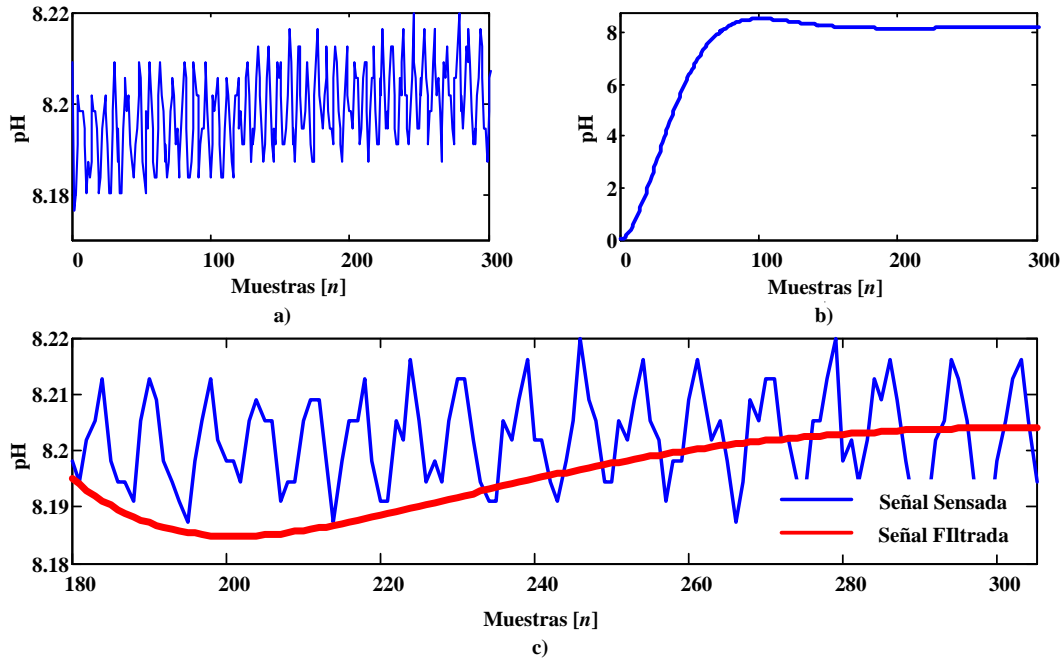


Fig IV.1 a) Variable sensada; b) Variable Filtrada; c) Acotamiento de la señal

Se aprecia de la Figura IV.1 que los valores de pH sentidos van oscilando sobre una media variante; esto es normal para la variable sensada, ya que se tiene que esperar a que se logre llegar a un momento de estabilidad en el medio acuoso sentido. El otro factor es un efecto de deriva debido a la naturaleza del sensor, pero dicho efecto se nota solamente en largo plazo y debe de implementarse un elemento que controle dicha deriva. Los valores estadísticos de la Figura IV.1 se muestran en la Tabla IV.1

Tabla IV.1 Valores estadísticos de variable de pH de Figura IV.1

Muestras	μ	σ^2	σ
Señal Sensada	8.1985	8.041×10^{-5}	8.967×10^{-3}
1 a 100	8.1939	7.567×10^{-5}	8.699×10^{-3}
101 a 200	8.1989	6.462×10^{-5}	8.039×10^{-3}
201 a 300	8.2023	6.466×10^{-5}	8.041×10^{-3}
Señal Filtrada	7.3349	4.5792	2.139
1 a 100	5.4456	8.6736	2.945
101 a 200	8.3193	0.0161	0.127
201 a 300	8.1962	4.362×10^{-5}	6.604×10^{-3}

Es una gran desventaja el tener que esperar a que se procesen cierto número de muestras del filtro IIR para llegar al valor de estabilidad, y casi de inmediatamente se

observa que las primeras 250 muestras no servirían para establecer un valor confiable. Pero el resto de las muestras poseen un buen margen de mejora, visto en la Figura IV.1 c), en comparación a la señal sensada, con un 21.75% de disminución de la desviación estándar.

IV.2 Filtrado con FIR

Se tomarán los valores calculados para el diseño del filtro IIR (vea Ejemplo 1 de Anexo E), donde se calculó $\Omega_p = 0.015709$, $\Omega_s = 0.240079$ y $\Omega_c = 0.022022$. Se tomó una $f_m = 10\Omega_c$, lo que generó un filtro ideal de longitud $M = 33$. No se utilizó la ventana Blackman o Hamming propuestas en la teoría del capítulo 3, ya que introducían una ganancia la cual quedaba desviada de la media de la señal muestreada, por lo que se optó por una ventana Kaiser, por lo que tuvo que ser sintonizada hasta obtener una ganancia unitaria lo cual se logró con una $\beta = 3.75$. En la Figura IV.2 se muestra el filtro ideal, la ventana, y el kernel del filtro.

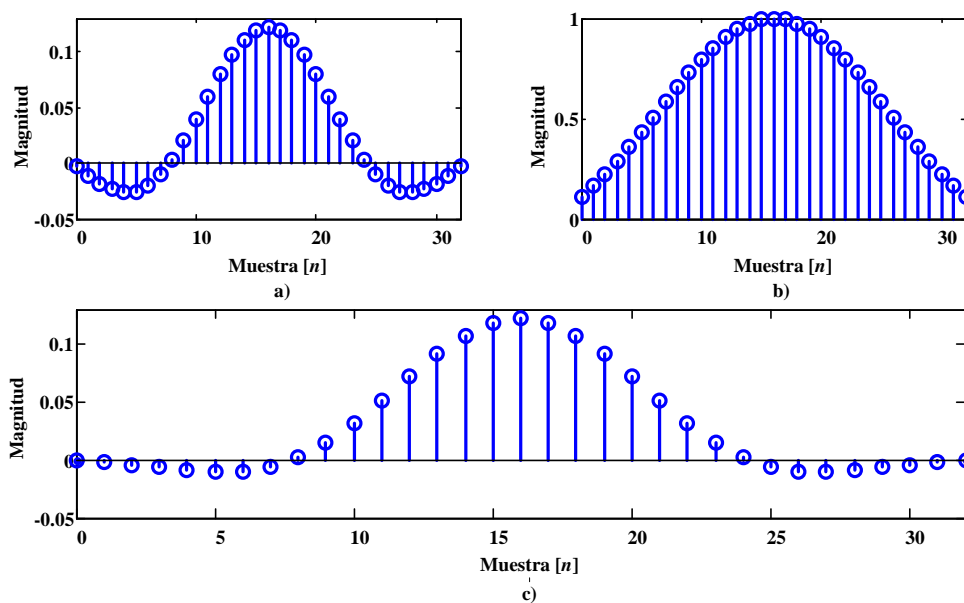


Figura IV.2 a) Filtro Ideal $h_d[n]$, b) Ventana Kaiser $\beta = 3.75$, c) $h[n] = h_d[n]w[n]$

En la Figura IV.3 se muestra la respuesta al escalón y respuesta de magnitud en frecuencia de la convolución de $h_d[n]w[n]$ de Figura IV.2 c). Se hace notar que el número total de muestras de $h[n]$ es lo que se requiere para que se llegue al valor final del filtro.

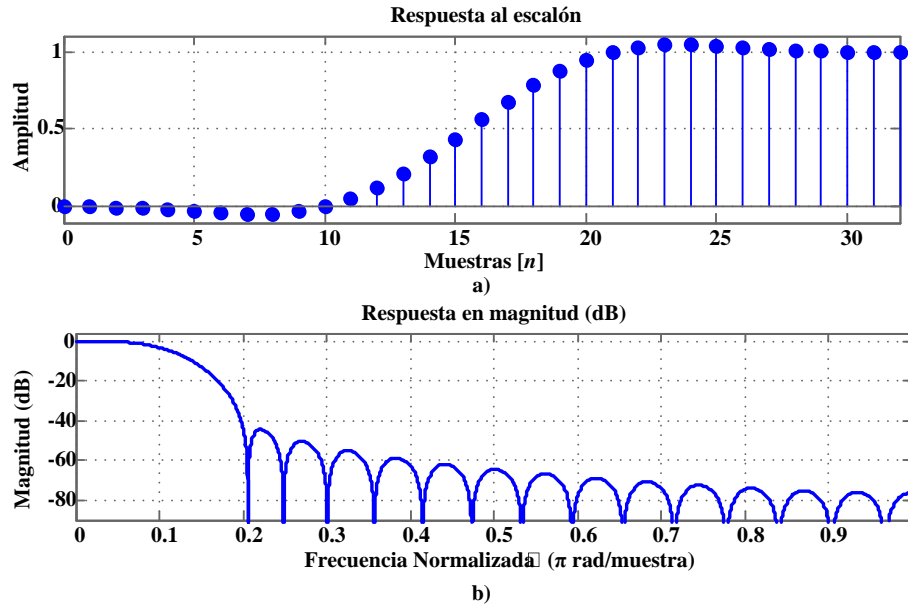


Figura IV.3 a) Respuesta al escalón de $h[n]$, b) Respuesta en magnitud de $h[n]$

Utilizando la convolución de ec. [II.4.2.1] se puede obtener el resultado de la salida del filtro FIR excitada por la señal de entrada, en este caso la variable de pH; vea el código VIII. Se hace notar que se puede utilizar la función `filter(B,A,x)` de Matlab® para realizar el filtrado. En la figura IV.4 se muestra el resultado del filtrado de la variable de pH, y en la Tabla IV.2 los resultados estadísticos de la señal filtrada.

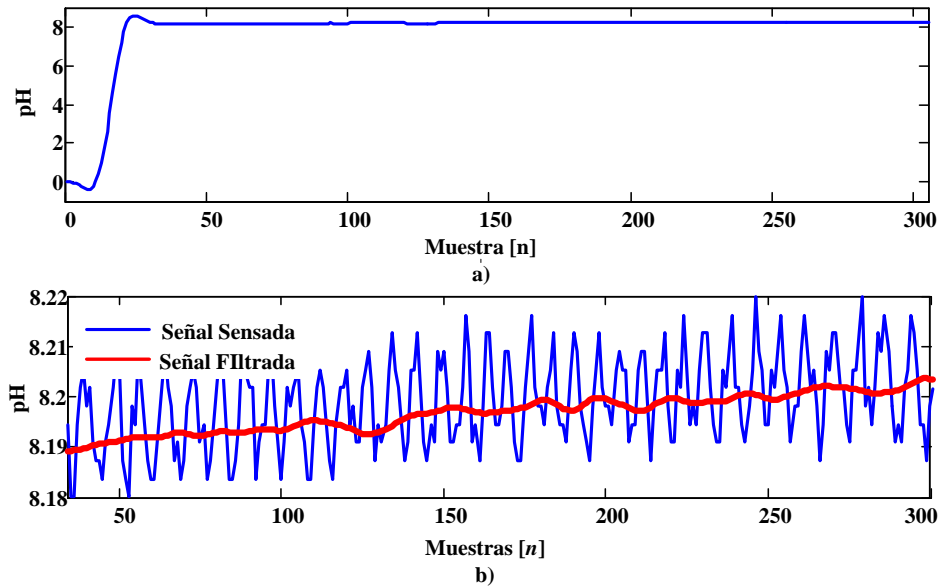


Figura IV.4 a) Filtrado de señal de pH, Fig IV.1 a), b) Acotamiento de señal filtrada

Tabla IV.2 Valores estadísticos de variable de pH de Figura IV.4

Muestras	μ	σ^2	σ
Señal Filtrada	7.7380	3.3255	1.8236
1 a 100	6.7990	8.8510	2.9750
101 a 200	8.1963	4.146×10^{-6}	2.036×10^{-3}
201 a 300	8.2002	2.348×10^{-6}	1.532×10^{-3}

Se observa una mejora en la respuesta del sistema en comparación con el filtro IIR; además de una disminución de la desviación estándar, representando un 76% de la señal original. Con estos resultados es fácil de tomar e implementar un filtro FIR dentro de un sistema embebido, pues solamente requeriría un punto de acceso para la información a filtrar y los coeficientes del filtro previamente diseñados para poder aplicar la convolución y obtener la señal deseada.

IV.3 Resultados

Se ha llegado a valores que son más exactos gracias a las técnicas de procesamiento digital disponibles, aun cuando se utilicen métodos clásicos, estos son más que suficientes para poder obtener un resultado confiable, dentro de las fronteras de la mediana representativa de la variable sensada. Se ha plasmado un mejor uso de un filtro FIR sobre el IIR, ya que, aunque el primero debe de contener un mayor número de coeficientes para poder obtener el mismo resultado en respuesta al escalón y respuesta en magnitud, es más sencillo de implementar utilizando la convolución. El código para implementar el filtro FIR en el microcontrolador Arduino 2560 se muestra a continuación.

```

void fir()
{
  int M = 33; // Numero de ZEROS
  int N = 300; // Numero de Muestras
  float x[N]; // Vector de valores entrantes
  float y[N]; // Vector de valores salientes
  int comp = 0; // Compara el índice en el que se encuentra el filtro
  for (int n = 0; n < N; n++){

```

```

float b = 0.0; // Auxiliar SUMADOR
x[n] = analogRead(A6); // Realiza lectura del canal de ADC
x[n] = analog2pH(x[n]); // Función que convierte la lectura del canal de ADC a pH
for (int k = 0; k <= M; k++){ // Ciclo que realiza convolución de señal entrada
    comp = n - k;
    if (comp >= 0) { b = b + Num[k] * x[n - k];} // Fin IF
    y[n] = b;} // Fin FOR anidado
delay(tiempo);
} // Fin FOR externo
} // Fin VOID

```

Tanto los coeficientes del Filtro IIR y FIR se pueden calcular rápidamente al generar un programa que calcule los valores del filtro; no siempre es el filtro óptimo para poder utilizar en la variable que se sensorará. Se debe de estar siempre ajustando los valores del filtro dependiendo del uso que se le dará.

Ahora, el utilizar algún método de promedio móvil podría ser suficiente para dar un valor confiable al usuario final, ya que los valores obtenidos por medio de los distintos sensores electroquímicos, en la mayoría de los casos, dan valores con un rango de error mínimo, aún así se pueden presentar situaciones que perturben la señal y se tenga ciertos picos fuera de los valores estadísticos esperados, como los presentados en la Figura IV.5.

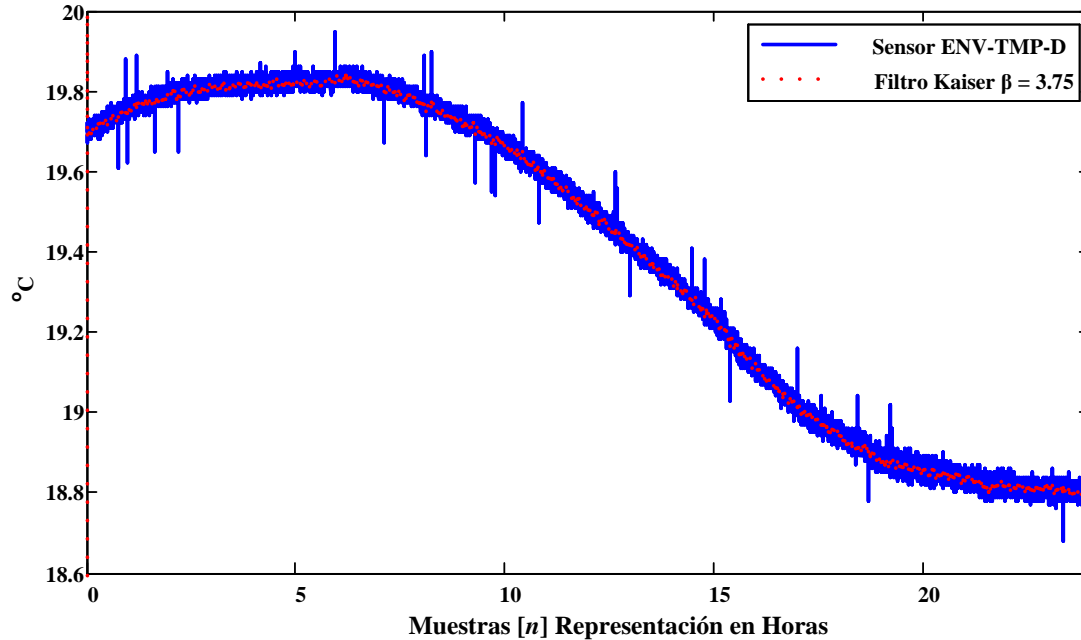


Figura IV.5 Señal de Temperatura tomada y su Filtrado

Es posible ver de la figura anterior, los diversos picos que se observan a lo largo de todas las muestras tomadas durante el intervalo de 1 día. Note que es 1 muestra por segundo, por lo que en las 24 horas de obtención de datos se tienen recolectadas 86,400 muestras. Al aplicar el Filtro FIR por el método de Ventana, Kaiser, no solamente se observa una atenuación de los valores de varianza y desviación estándar, y seguimiento de la media, sino que las perturbaciones también han sido atenuadas.

Se retoma la aplicación en la cual el sistema embebido tomará cierta cantidad de datos y se tomará una muestra final representativa a todo el conjunto de muestras. En el caso del primer pico, perturbación observada en la Figura IV.5, la cual ocurre en la muestra 2806 de los datos adquiridos, cerca de 46 minutos de tomar muestras del sensor de temperatura, se puede considerar los siguientes escenarios:

1) Obtención de un dato representativo después de N muestras. En esta premisa se tiene el problema de que se puede tomar una muestra que este muy desviada de la media en cuanto a los demás datos del ensamble de muestras; se debería de tener un número representativo de muestras y realizar varios ensayos con el sensor a utilizar para garantizar que las perturbaciones sean despreciables. En el caso del sensor ENV-TMP-D se tiene

poca variabilidad, note un acercamiento de 200 muestras que rodean al primer pico observado en la Figura IV.5, al realizar un acercamiento en dicha zona en Figura IV.6.

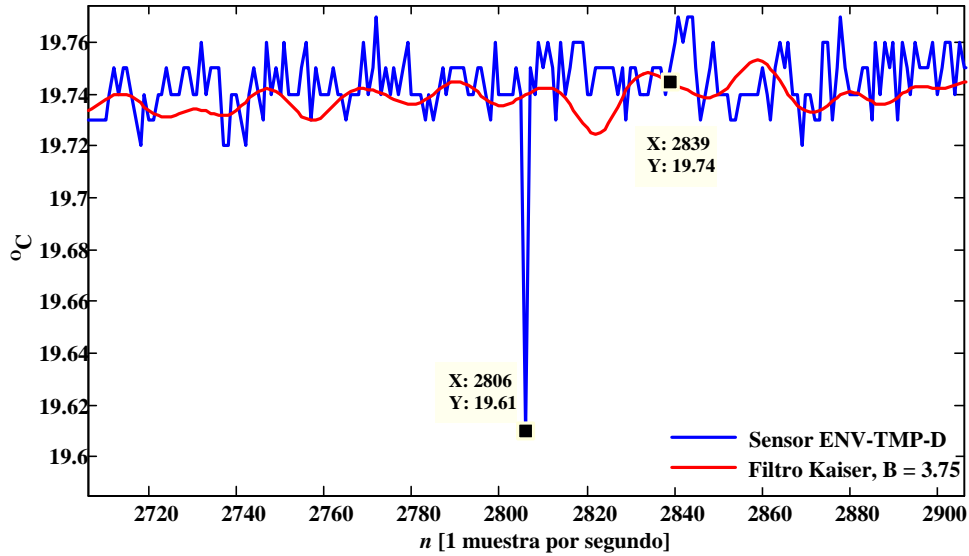


Figura IV.6 Ventana de 200 muestras de Sensor ENV-TMP-D

Se observa que la mayoría de los datos obtenidos del ensamble de muestras de la Figura anterior se encuentran entre los 19.72 a los 19.76 °C. La media obtenida de dicho ensamble, sin considerar la perturbación es $\mu_1 = 19.74475$ °C; y considerando la media con la perturbación es $\mu_2 = 19.74407$ °C; cuya diferencia es de 0.00067 °C. Claro que se debe de tener en cuenta que conforme avance el tiempo, o la adquisición de muestras, la media irá variando y los valores estadísticos con ello.

Ahora, el valor de la perturbación, de 19.61 °C, de acuerdo con la aplicación utilizada, con la exactitud que sea demandada por parte del sistema en la cual dicha cantidad será utilizada, será o no útil. Para muchas aplicaciones el valor de la perturbación, comparada con el valor de μ_1 , puede ser despreciable y tomado como valores confiables. En este caso es viable el considerar el no aplicar ningún tipo de PDS, ya que los valores estadísticos de los ensambles, para este sensor, son coherentes.

A manera de reforzar los datos obtenidos de la Figura IV.6, se tiene la respuesta de la aplicación de la ventana Kaiser; del cual, para el mismo número de ensambles, desplazado 33 muestras, conforme al número de longitud de la ventana empleada, se tiene la media de

$\mu_{\text{Kaiser}} = 19.74071 \text{ }^{\circ}\text{C}$; además se observa que todos los datos estarán dentro del margen descrito anteriormente.

2) Obtención de un dato final después de aplicar PDS. Se realizó la valoración de las medias anteriormente, con μ_1 y μ_{Kaiser} , en los cuales se ve una diferencia de $0.00403 \text{ }^{\circ}\text{C}$. El caso de la media será asentada con el valor final obtenido del filtrado de la señal adquirida, o por medio de la ponderación de un ensamble de muestras tomadas.

Para el caso de la variable de temperatura, tomada con el sensor ENV-TMP-D, no hay mucho problema si no se aplica filtrado; pero a manera de precaución puede implementarse para evitar que una gran variabilidad externa afecte el valor esperado. Todo dependerá entonces de el número de muestras a considerar en la ponderación, o de la aplicación del filtrado, y de la variabilidad y perturbaciones externas que se muestre por parte de la adquisición de datos por el método preferente (canal ADC, puerto serie, etc), y la capacidad del sensor para mantenerse estable durante el muestreo; en todo caso se necesitará de un análisis previo con la variable a sensar para poder determinar una ventana de procesamiento adecuada.

Se puede utilizar cualquier tipo de variable, sea por el tipo de protocolo que utilice, u otros métodos de obtención de la señal, con gran o poca variabilidad; al implementar un filtro se puede garantizar que se tendrá una señal de salida dentro de los parámetros predefinidos. Por ejemplo, vemos en la Figura IV.7 de DO, tomada del capítulo I, la siguiente secuencia a la cual se le aplicó el filtro Kaiser seleccionado.

En la Figura IV.7 se observa una diferencia en cuanto a la Figura IV.5 en que no presenta picos esporádicos durante el sensado; pero si presenta ciertos rangos de muestras donde se presenta una menor variabilidad, y justamente alrededor de las muestras 10000 a la 27000 presentó una mayor variabilidad.

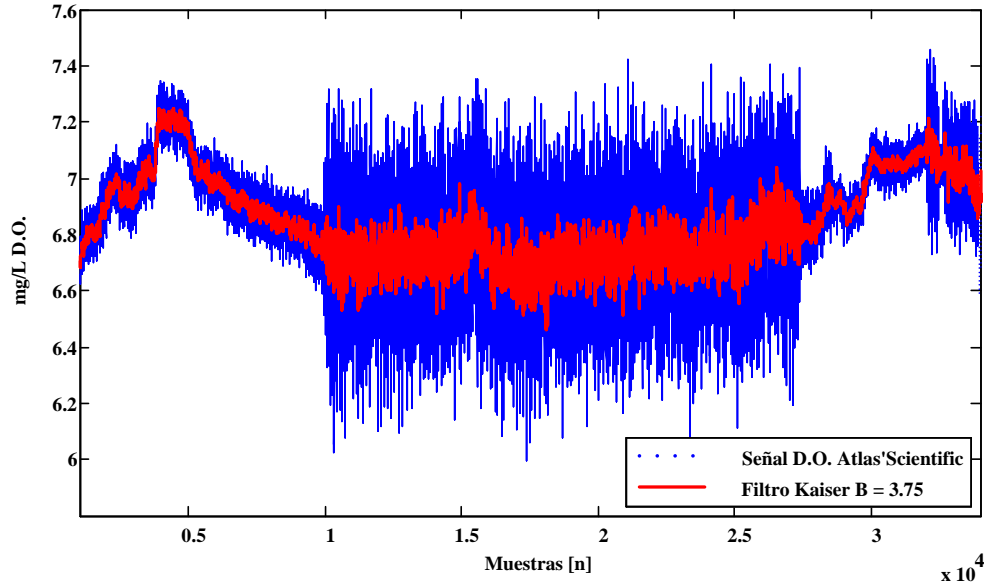


Figura IV.7 Señal de DO y su Filtrado

Ahora, el sistema se quiere utilizar para que se tome una muestra representativa dentro de ventanas de tiempo definidas; para este caso una muestra de 1 minuto es suficiente para que los sensores tomen valores representativos de la solución sensada. En la Figura IV.8 se presentan las distintas variables marinas vistas dentro de una muestra de agua de mar.

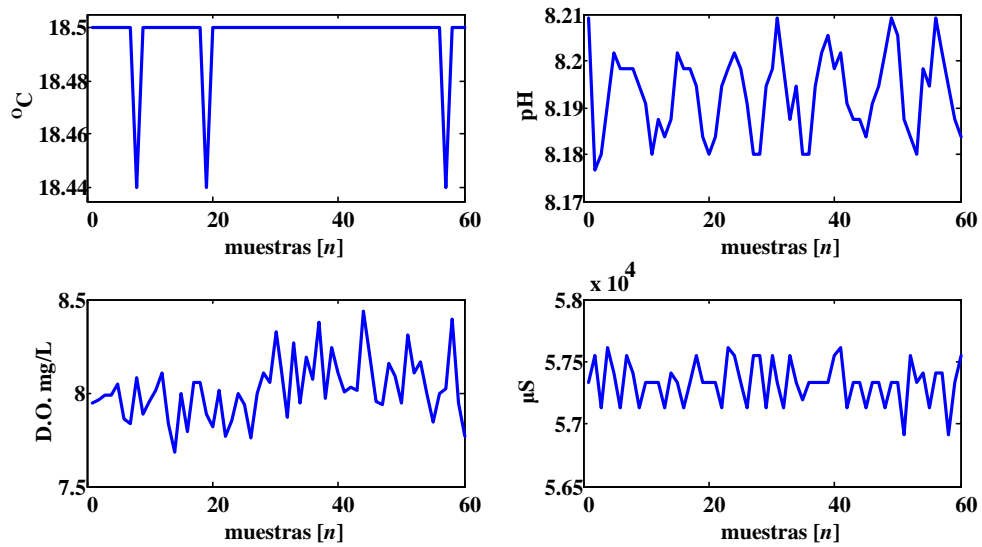


Figura IV.8 Variables Electroquímicas

Al aplicar los coeficientes del filtro FIR a las variables mostradas en la Figura IV.8, se tendrá la siguiente respuesta al escalón para cada uno, observadas en la Figura IV.9.

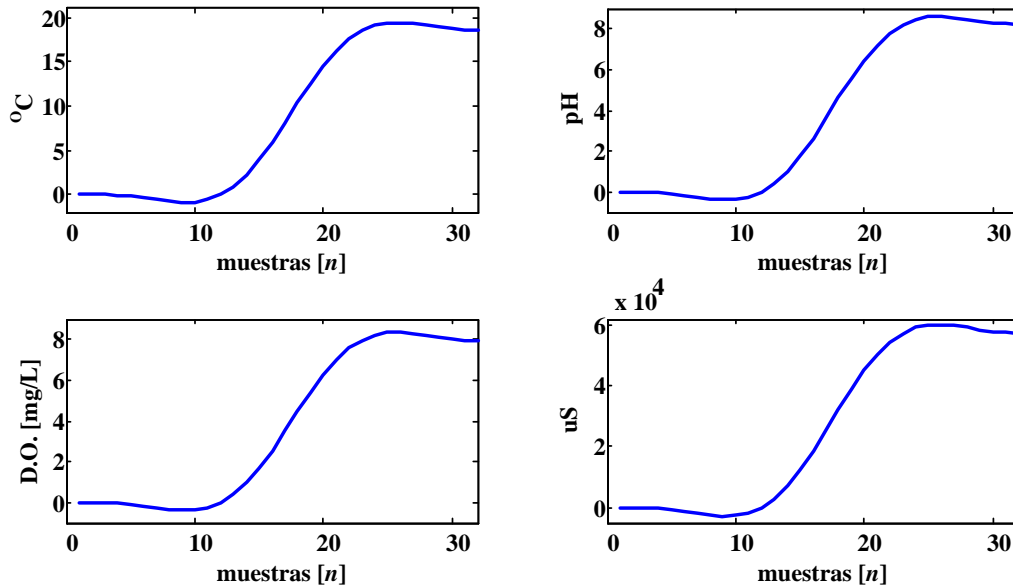


Figura IV.9 Variables Electroquímicas Filtradas

De esta colección de 60 muestras de cada variable marina, se vacía la información expresando el resultado confiable en relación de la última muestra tomada, y en comparación con el promedio de las muestras, en la Tabla IV.3

Tabla IV.3 Resultados de muestra tomada de los distintos sensores marinos

Variable	Última muestra sin filtrar	Última muestra con filtrado	Promedio de colección de muestras
Temperatura [°C]	18.50	18.529	18.497
pH	8.184	8.2060	8.1930
DO [mg/L]	7.764	7.9330	8.0180
Conductividad [µS]	57549	57413	57335

IV.3 Conclusiones

En la parte del hardware, se recomienda que se estudie las características de los sensores a utilizar, y se vea la manera de reducir cualquier desviación de los valores reales de la variable a sensar, por ejemplo, tener en cuenta calibraciones, tiempo de vida del sensor, ajuste de deriva de la señal debido a la naturaleza del sensor, interdependencia con otras variables. Es conveniente el utilizar algún filtro analógico, como el caso de un circuito pasivo RC para el electrodo de pH de Omega Engineering®, en el caso de utilizar sensores que se comuniquen por el puerto ADC del microcontrolador, para reducir cualquier ruido eléctrico atribuible al sistema de sensado.

El utilizar los sensores con menor variabilidad dado el ambiente externo en los que están inmersos, no solamente garantizará el tener un buen sistema de monitoreo, incluso se podría prescindir del filtro digital, o utilizar un filtro de orden menor. Esto se observa de los distintos instrumentos utilizados, por ejemplo, para la temperatura el sensor LM35 tiene la mayor variabilidad, de ± 2 °C, y el sensor ENV-TMP-D tiene una variabilidad del orden de ± 0.1 °C; por lo que para el primer sensor será conveniente utilizar un filtro que reduzca dicha variabilidad, no así para el último.

También se debe de tomar en cuenta el microcontrolador a utilizar. En este caso, el Arduino 2560 ofrece una gran gama de opciones para poder obtener la señal por medio de distintos protocolos de comunicación, memoria interna para poder utilizar con facilidad filtros FIR de una longitud moderada, como en el ejemplo visto de 33 coeficientes, y una velocidad de procesamiento por encima de las capacidades de los sensores electroquímicos, que en el mejor de los casos, para Omega, se puede tener libertad de sensar a la velocidad de los canales del ADC, sin embargo, con los sensores de Atlas-Scientific se tiene la restricción predeterminada por el proveedor, en el mejor de los casos a 600 ms para pH, y de una latencia de 1 segundo para los sensores de conductividad, DO, temperatura.

De la Figura IV.1 y IV.4 se observan algunas diferencias entre el filtro digital IIR y el FIR, mayormente en el retardo de grupo, ya que el primero le toma 180 muestras para llegar a estar dentro de los rangos de la variabilidad de la señal sensada, mientras que para

el FIR le toma la longitud de su kernel. De esta manera se utilizará el Filtro FIR por encima del IIR debido al tiempo de latencia.

La Tabla IV.3, obtenida de las Figuras IV.8 y IV.9, muestra que no hay mucha diferencia entre el valor filtrado y sin filtrar, salvo el caso de la conductividad, al comparar el promedio de las muestras tomadas y el valor final de la señal filtrada y sin filtrar. En temperatura se observa un mejor apego a la media que la muestra filtrada; pero en pH y DO se tiene una mejor aproximación de la señal filtrada que sin filtrar. Donde se observa una mejora sustancial es la variable de conductividad.

El sistema de sensado se encuentra en la fase de filtrado digital por medio de secuencias de salida obtenida gracias a la convolución de los pesos del filtro FIR, pero se puede diseñar un kernel del Filtro en base a pesos óptimos para lograr tener una función de transferencia del filtro que sea adecuada para cada variable marina.

Recientemente se realizó un estudio de la cantidad de hidrógeno que se encuentra disperso entre las cavidades intermoleculares de unos retenedores metálicos que sufrían de fragilización por hidrógeno debido a las condiciones de susceptibilidad del metal, o sea un alto índice de dureza, más la exposición de hidrógeno, y finalmente la fuerza aplicada al retenedor. Se realizan estudios cuantificables por medio de procedimientos estandarizados, como el ASTM F519 y el ASTM F1659, los cuales aplican una fuerza externa a una pieza maquinada, o al metal en cuestión, para confirmar la cantidad de hidrógeno. Se puede pensar que, dado a los costos de los procedimientos, que se puede realizar un proyecto de parametrización y medición de dichos parámetros, ya sea con Ruido Blanco Gaussiano y la Correlación, los cuales son parte de la rama de PDS, para tener un estándar nuevo para aplicar; utilizando nuevos sensores y procedimientos para lograr obtener una medición confiable.

Por el lado del proyecto realizado, aún faltaría pulir el código implementado para que sea más automática, de manera que pueda integrarse algún LCD y botones para que se pueda interactuar con el usuario, algunas baterías externas y distribución de carga para alimentar a todo el sistema de sensado.

Falta recalcar que los sensores utilizados, como el de DO, aunque se logra reducir la variabilidad, los resultados obtenidos resultan apócrifos, pues en los ensayos de llevar al límite máximo y mínimo del sensor, por medio de soluciones calibradas de parte de

proveedor, no se logra llegar a los valores de saturación mínima (0 mg/L), lo que el utilizar dicho sensor no será práctico, sino hasta que se tenga la confiabilidad de que los resultados obtenidos son los reales.

Se concluye que los valores obtenidos son más que satisfactorios, logrando obtener valores de milésimas de desviación de la media, y que se podría aún mejorar utilizando filtros con mayores coeficientes, o con la obtención de coeficientes por medio de otro tipo de método óptimo, como ejemplo, el Método de Muestreo en Frecuencia. Se reitera que aún queda trabajo por seguir, pero se tiene ya sentadas las bases para seguir construyendo el sistema de sensado al cual se desea llegar.

ANEXO A. SENSORES DE TEMPERATURA

Sensor LM35

El primer sensor que se utilizó fue el LM35 de Texas Instruments. Las principales características de éste se presentan en la Tabla A.1; en la Figura A.1 se presenta el esquemático de interconexión con el microcontrolador, lo cual resulta ser muy sencillo.

Tabla A.1. Características del Sensor LM35

Voltaje de Alimentación	4 a 30 V
Voltaje de Salida	-1 a 6 V
Corriente de Salida	10 mA
Impedancia de Salida	0.1 Ω por cada 1 mA de carga
Escala de Factor Lineal	+ 10 mV
Unidades	Grados Celcius
Rango de Temperatura	-55 ° C a 155 ° C

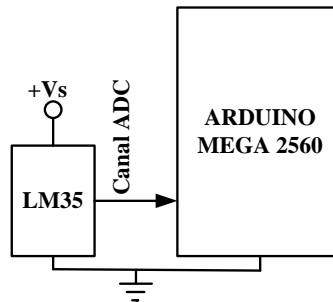


Figura A.1 Interconexión de LM35 con Arduino Mega 2560.

Se puede mejorar la señal del sensor de temperatura al colocar a la salida del LM35 un filtro pasivo R-C, como el utilizado en la salida del AD620 (Vea Figura B.5 de Anexo B) para eliminar ruido de altas frecuencias. También, al utilizar la librería de RunningMedian() de arduino se puede reducir el ruido utilizando funciones como median(), o algún otro promediador.

En la Figura A.1 se muestran 3 casos de captura de la señal del sensor de temperatura con el LM35. El caso A) fue tomado directamente del sensor, sin ningún acondicionamiento de la señal (filtro pasabajos), el cual se obtuvo una $\sigma = 0.5378$ °C. En el caso B) los datos obtenidos del sensor se pasaron por un promediador en el software de

Arduino, se obtuvo una $\sigma = 0.2581$ °C. En el caso C) se colocó un circuito RC a la salida del LM35, y se promedió con software de Arduino, se obtuvo una $\sigma = 0.0889$ °C. No se tomó en cuenta la media, pues la temperatura iba variando conforme continuaban los experimentos, por eso se tomaron las desviaciones estándar de ventanas de 10 minutos.

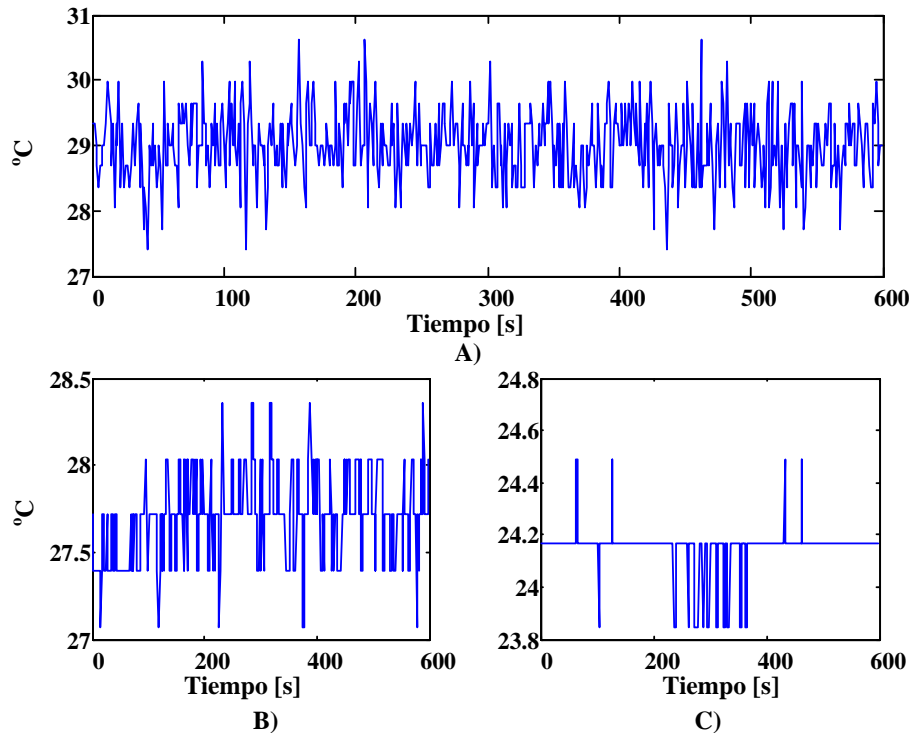


Figura A.2 Señal de temperatura del LM35, A) directamente del LM35, B) Utilizando promediador median(), C) Utilizando filtro pasivo RC a la salida de LM35.

Se observa una mejora en el caso C) de la Figura A.2, pero esto implica agregar un circuito RC al sensor de temperatura, y aunque esto es una buena práctica para eliminar altas frecuencias agregadas al sistema por ruido térmico, acoplamiento de circuitos, es algo que podría hacer muy bien un filtro FIR o IIR digital.

Sensor DS18B20

El segundo sensor es el DS18B20, cuyas características se presentan en la Tabla A.2, se comunica a través del protocolo 1-Wire® con Arduino, mientras que el LM35 se comunica a través del canal ADC. En el protocolo 1-Wire® un dispositivo “maestro” se

conecta con uno o más dispositivos 1-Wire “esclavos” sobre una sola línea de datos, la cual también se puede utilizar para alimentar el dispositivo esclavo. En la Figura A.3 se muestra la interconexión más simple para los dispositivos de 1-Wire con Arduino. Este sensor tiene también la capacidad de poder sumergirse en el agua.

Tabla A.2 Características del Sensor DS18B20

Rango de Voltaje de Alimentación	3.0 V a 5.5 V; alimentación a través de línea de datos
Comunicación	1-Wire®
Rango de temperatura	- 55 ° C a + 125 ° C
Precisión	± 0.5 ° C de -10 ° C a + 85 ° C
Resolución del termómetro	Selección entre 9 a 12 Bits
Conversión de temperatura	12 bits en 750 ms

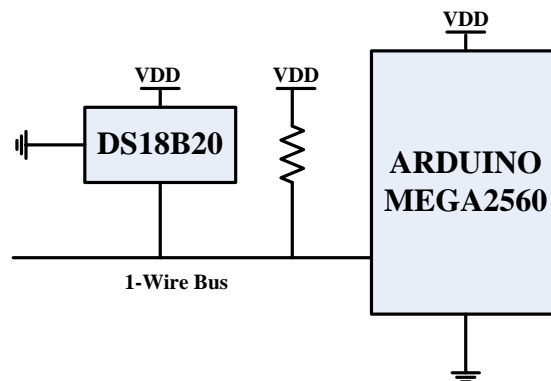


Figura A.3 Interconexión de DS18B20 con Arduino

En la figura A.4 se grafican 10 minutos de la señal adquirida a una tasa de 1 muestra por segundo, de acuerdo con las capacidades de lectura del software, la cual la más baja permitida para la conversión del dato es de 750 ms. Se tiene además una desviación estándar $\sigma = 0.0159 \text{ } ^\circ\text{C}$, lo cual es 33.82 veces menor al caso A) de la Figura A.2, 16.23 veces menor al caso B), y 5.59 veces para el caso C); y se registra una media $\mu = 17.47 \text{ } ^\circ\text{C}$, lo cual ira variando conforme avance el día (Figura A.5).

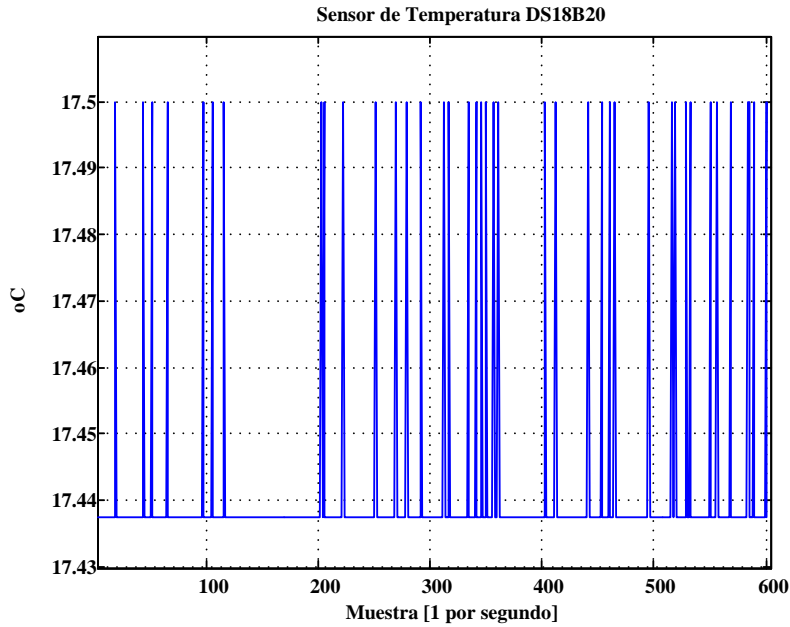


Figura A.4 Señal de Temperatura de Sensor DS18B20 en agua de mar

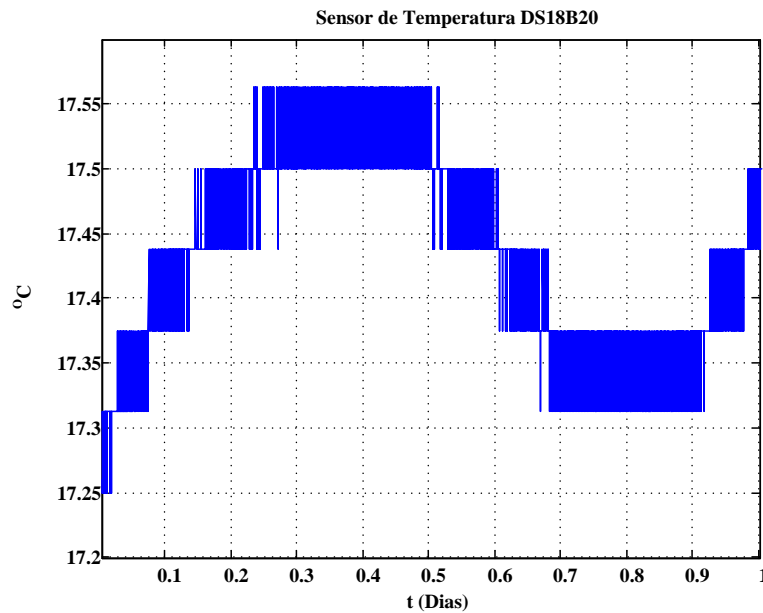


Figura A.5 Señal temperatura de 1 día en agua de mar usando el sensor DS18B20

Aunque la precisión del sensor DS18B20 es mejor que la del LM35, aún se logran observar desviaciones, como en el caso de picos que no siguen con el resto del comportamiento de la señal cerca de $t = 0.25$, $t = 0.52$ y $t = 0.67$ de la Figura A.5. Aunque

puedan ser despreciables dichos picos durante una obtención de varias muestras para promediar, y la probabilidad de que, en el caso de que el sistema de monitoreo tome 1 muestra al azar cada determinado tiempo, por ejemplo, cada 10 minutos, sea muy baja de elegirla, aún está latente el poder tomarla. Por lo que es necesario que el número de muestras para promediar sea mayor para evitar que esos picos no tengan efectos en la media. Y aún así, la desviación estándar sigue siendo muy buena al considerar ventanas de observación menores a 1 minuto.

Sensor de Temperatura de Atlas-Scientific

Recientemente se contó con la disponibilidad de sensores de Atlas-Scientific, el ENV-TMP-D, cuyas características se mencionan en la Tabla A.3. La manera básica para conectar el sensor se muestra en la Figura A.6.

Tabla A.3 Características del Sensor ENV-TMP-D

Rango de temperatura	-20 °C a 133 °C
Resolución	Hasta dos cifras significativas
Precisión	± 1 °C
Tasa de muestreo	520 ms
Salida de temperatura	°C, °F, K
Data logger	100 lecturas de memoria
Alarmas	Alta y Baja temperatura
Calibración	Si
Conectividad	UART
Selección Baud Rates	300 bauda a 115.2k bauds
Sumergible	Si

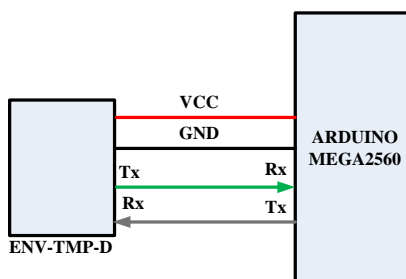


Figura A.6 Conexión Básica de sensor ENV-TMP-D con microcontrolador arduino.

Se tomaron muestras de dicho sensor, una ventana de observación de 10 minutos, y se obtuvo una desviación estándar $\sigma = 0.081$ °C. Es mayor que la del DS18B20, 5.09 veces mayor, aunque aún tiene un buen grado de precisión al obtener la señal de temperatura. En la Figura A.7 se muestra dicha ventana de observación. En la Figura A.8 se tiene una ventana de observación de 1 día.

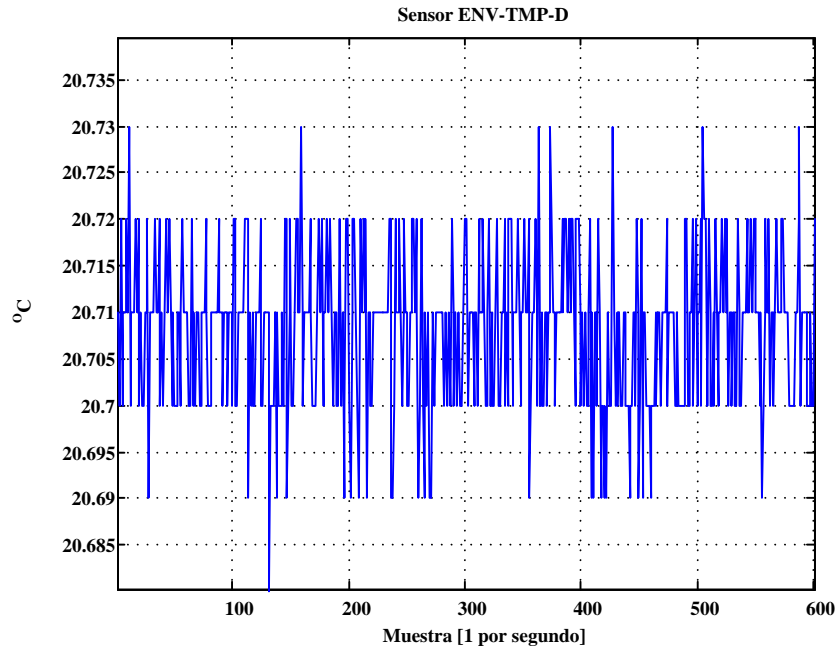


Figura A.7 Señal de Temperatura de agua de mar de sensor ENV-TMP-D

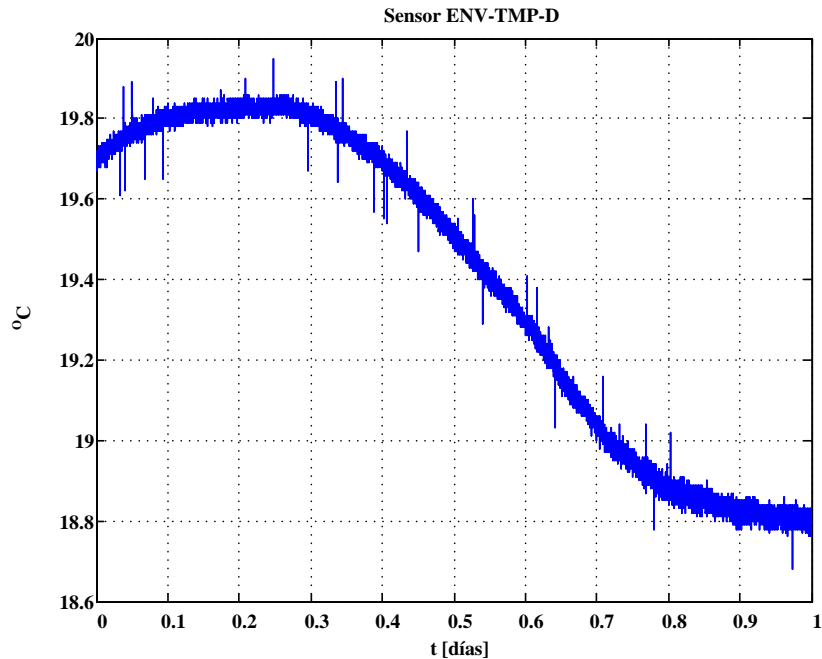


Figura A.8 Señal de Temperatura de agua de mar de sensor ENV-TMP-D

Se observan mayores perturbaciones que la del Sensor DS18B20, por lo cual se puede plantear la misma lógica, no tomar una muestra, ya que puede tener una gran desviación de la media, sino tomar varias muestras y obtener su promedio por medio de algún método computacional.

El LM35 necesita 1 componente de menos para poder comunicarse con Arduino, aunque esto, sin colocar el circuito RC a la salida del sensor LM35, implica mayor sensibilidad al ruido y así pase la señal hacia el microcontrolador; solamente necesita una línea para interactuar con Arduino por medio del canal de ADC. El DS18B20 necesita al menos 1 resistencia en su configuración para comunicarse con el microcontrolador, presenta menor desviación estándar; necesita también de una línea para comunicarse con Arduino por medio del protocolo de 1-Wire. El ENV-TMP-D no necesita de ningún elemento para comunicarse por medio de la UART, pero necesita dos líneas de transmisión (Rx y Tx) para comunicarse con Arduino; presenta menos variabilidad que el LM35 y mayor que el DS18B20. Otra desventaja del LM35 es que no tiene el encapsulado para sumergirse bajo el agua, y los otros sí.

En cuanto al programa dentro de Arduino, el LM35 requiere menos líneas de código para comunicación y conversión para procesamiento de la señal con el microcontrolador (Vea Anexo D), le sigue el ENV-TMP-D, el cual requiere la configuración del puerto UART, o configuración de un puerto por pines digitales utilizando la librería software serial, con el DS18B20 el código se complica, pues se necesitan muchas instrucciones para configurar el dispositivo para comunicación y obtención de la información del sensor.

La precisión de DS18B20 es mejor que el ENV-TMP-D y mayor que la del LM35, por lo que en el caso de estabilidad y precisión es preferible el primero. En el caso de que se tengan un mayor número de dispositivos, y un número menor de puertos en el microcontrolador, entonces la mejor opción sería el utilizar el protocolo 1-Wire sobre el utilizar distintos canales de ADC. Pero si solamente se utilizarán pocos dispositivos, y es viable utilizar los distintos puertos del microcontrolador disponibles (canal de ADC, puertos serie, comunicación por pin, etc), entonces se preferirá utilizar aquel que utilice menos líneas de código.

ANEXO B. SENSOR DE PH UTILIZANDO ELECTRODOS DE OMEGA ENGINEERING

Durante los experimentos se utilizaron los electrodos PHE-2114-NB y PHE-1304-NB de Omega Engineering. Ambos son para ser probados únicamente en laboratorio, por lo que para ensayos con agua de mar se utilizaron cubetas del líquido dentro del laboratorio. La manera en la que operan los electrodos preamplificados de Omega® se muestran en la Tabla B.1.

Tabla B.1 Especificaciones de electrodos de pH preamplificados Alpha®

Salida	0 pH = + 414 mV (25 ° C) † 14pH = - 414 mV (25 ° C) †
Temperatura	0 a 100 ° C
Impedancia	10 KΩ
Ganancia	1
Unitaria	
Alimentación	± 1.5 Vdc a ± 9 Vdc; 0.5 mA
Vida de Batería	1 año

† En la Figura B.1 se expresa el comportamiento del voltaje entregado en función de la temperatura.

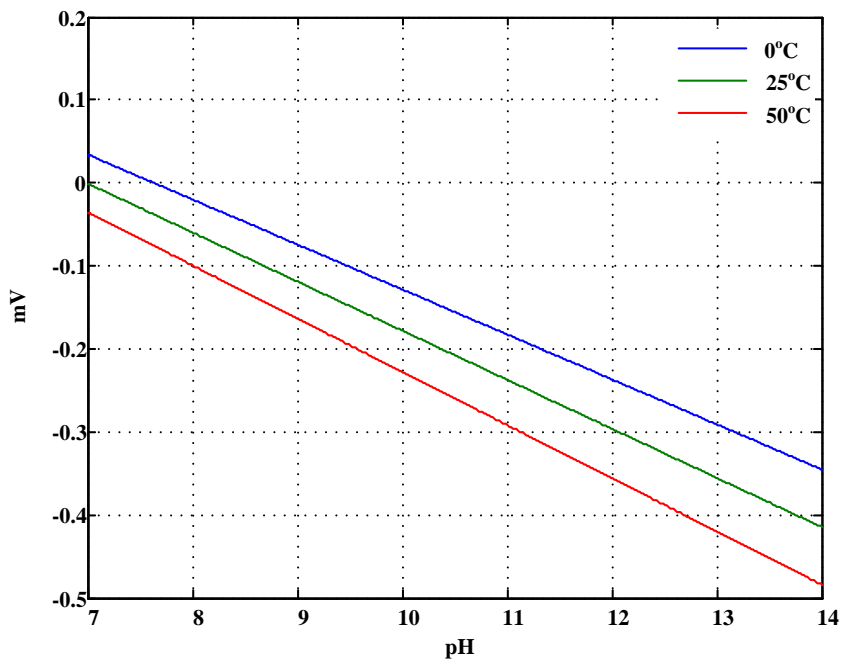
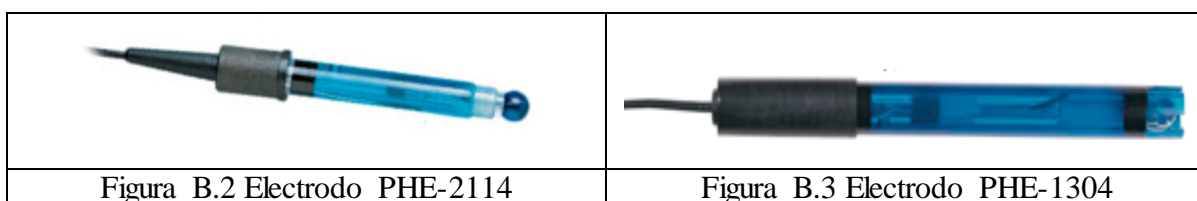


Figura B.1 Salida de voltaje del Electrodo de pH [PHE-1304-NB] de Omega®

La principal diferencia entre los electrodos de pH utilizados, el PHE-2114-NB y el PHE-1304-NB, es que el primero es un electrodo de propósito general con encapsulado de vidrio, el cual puede volverse a llenar con el líquido de unión (por ejemplo Ag/AgCl), y tiene un rango de pH que va desde 0 hasta 13 (Figura B.2). El segundo es un electrodo de laboratorio de propósito general, el cual está lleno con una combinación de gel, con cuerpo de epóxico, con un rango de pH de 0 a 12 (Figura B.3). La ventaja del primero es que después de que el líquido de unión se desgaste totalmente, dando errores así en la lectura del pH, este se puede volver a utilizar rellenando el líquido; pero el segundo no.



Las ventajas que ofrecen los productos de Omega es su baja impedancia, gracias a la etapa de preamplificación dentro de su electrónica, así la señal de salida del electrodo puede tratarse fácilmente con un amplificador operacional, antes de que la señal sea mandada al microcontrolador (μC); la señal, ya en el μC , puede ser procesada como se desee. La desventaja que conlleva es que se debe de tener una fuente que provea $\pm\text{Vdc}$; esto se puede resolver consiguiendo un electrodo que posea una batería interna, pero no quita el hecho de que la señal de salida debe preamplificarse, y dicho proceso necesita un $\pm\text{Vdc}$.

Dado que la señal del agua de mar proporcionaría un voltaje aproximado de -118 mV, para un pH 8.0 a 25 ° C (vea Tabla B.2), entonces será necesario invertir la señal y amplificarla mejorando así la resolución de ésta captada por el canal del ADC del microcontrolador.

Tabla B.2 Salidas de Voltaje de los Electrodo de pH de Omega®

<i>pH</i> \ <i>Temperatura</i>	5 ° C	15 ° C	25 ° C
0	386.28 mV	400.21 mV	414.09 mV
1	331.10 mV	343.03 mV	354.94 mV
2	275.92 mV	285.86 mV	295.78 mV
3	220.74 mV	228.69 mV	236.62 mV
4	165.56 mV	171.51 mV	177.47 mV
5	110.37 mV	114.34 mV	118.31 mV
6	55.18 mV	57.17 mV	59.15 mV
7	0	0	0
8	- 55.18 mV	-57.17 mV	-59.15 mV
9	-110.37 mV	-114.34 mV	-118.31 mV
10	-165.56 mV	-171.51 mV	-177.47 mV
11	-220.74 mV	-228.69 mV	-236.62 mV
12	-275.92 mV	-285.86 mV	-295.78 mV
13	-331.10 mV	-343.03 mV	-354.94 mV
14	-386.28 mV	-400.21 mV	-414.09 mV

El amplificador de instrumentación utilizado es el AD620, las características generales se muestran en la Tabla B.3, y la configuración en la Figura B.4.

Tabla B.3: Algunas características del amplificador AD620

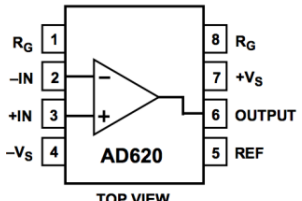
Voltaje de Alimentación	± 2.3 a ± 18 V	
Ancho de Banda	120 kHz	
Entrada diferencial y modo común	$10\text{ G}\Omega \parallel 2\text{pF}$	
Ganancia (G)	$G = 1 + 49.9\text{ K}\Omega / R_G$ $R_G = 49.9\text{ K}\Omega / (G - 1)$	

Figura 4. Mapa de pines del Amplificador de Instrumentación AD620

El microcontrolador utilizado para el procesamiento de la señal es el Arduino Mega2560, cuyas características están en la Tabla B.4.

Tabla B.4. Características de Arduino Mega2560

Microcontrolador	Atmega2560
Voltaje de operación	5 V
Voltaje de entrada	7 - 12 V
Pines Digitales E/S	54 (de los cuales 15 proveen una salida PWM)
Canales de Entrada Analógica	14
Memoria Flash	256 kB (8 kB son utilizados por el bootloader)
SRAM	8 kB
EEPROM	4 kB
Velocidad de Reloj	16 MHz

Asimismo, el Mega2560 ofrece cuatro puertos seriales (Tx/Rx). Puertos seriales configurables por software, otros 4 canales, par de pines 10-11, 12-13, 50-51 y 52-53 para Arduino Mega2560 ayudado por medio de la librería SoftwareSerial.h; esto permitiría conectar algunos dispositivos que se comuniquen por este medio (como los de Atlas-Scientific).

Además se incluye librerías como OneWire.h para poder comunicar datos donde Arduino Mega2560 funge de Maestro, y los demás dispositivos conectados al puerto configurado siendo Esclavos; tal es el caso como el del termómetro DS18B20. La conexión genérica para el sensor de pH queda plasmada en la Figura B.5, en la Figura B.6 se muestra un prototipo de la etapa de acondicionamiento de señal, y en la Figura B.7 se presenta la interconexión completa.

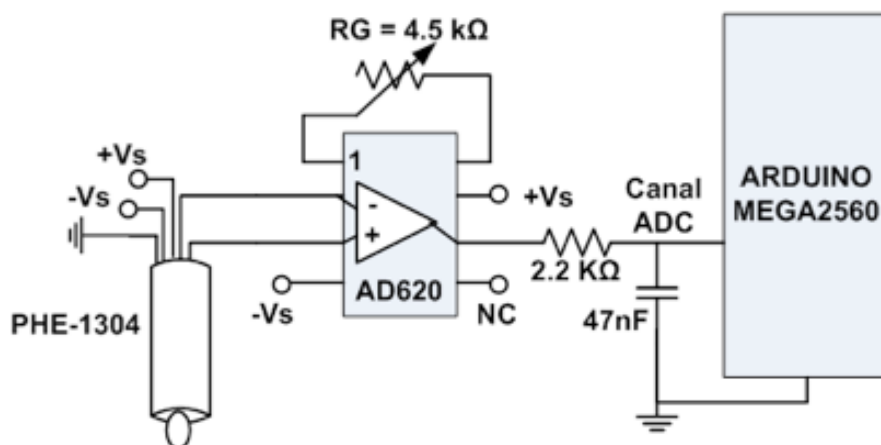


Figura B.5 Diagrama de conexión para el Sensor de pH.

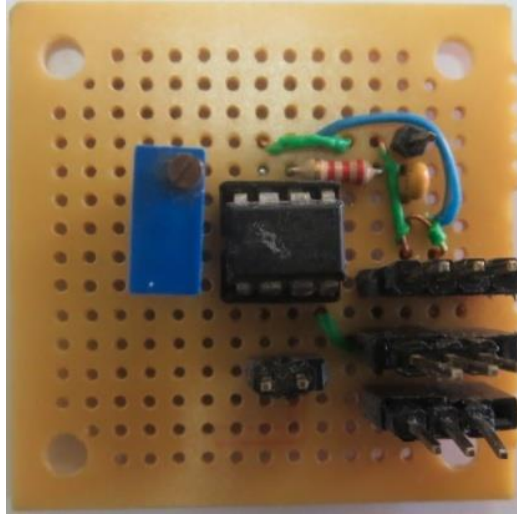


Figura B.6 Prototipo de Etapa de Acondicionamiento de la Señal obtenida de electrodo de pH Omega.



Figura B.7 Interconexión de Figura 5, con Electrodo sumergido en Buffer 7 pH.

Como se está utilizando el canal del ADC, se debe de tomar en cuenta la siguiente ecuación para realizar la conversión de la lectura obtenida en el canal del ADC a un dato tangible, en este caso, de pH.

$$ADC = (V_{IN} \cdot 1024) / V_{REF} \quad [B. I]$$

También el microcontrolador ofrece un voltaje de referencia interno que puede configurarse por medio de software (de 1.1 o 2.56 V) o un voltaje externo. Así, dado los voltajes de la Tabla B.2, con una ganancia de salida del amplificador de instrumentación (AD620), $G = -12$, se tienen las siguientes posibles entradas y conversiones por el canal del ADC. En la tabla 5 se observa los resultados que se puede esperar en la conversión del canal del ADC, esto para un rango que este alrededor de pH 7 y 10.

Tabla B.5 Salidas del amplificador de instrumentación con $G = -12$, y sus respectivas conversiones en dato *ADC*.

pH \ Temp	5 ° C		15 ° C		25 ° C	
	$V_{AD620}[V]$	<i>ADC</i>	$V_{AD620}[V]$	<i>ADC</i>	$V_{AD620}[V]$	<i>ADC</i>
0	-4.63	-	-4.80	-	-4.96	-
1	-3.97	-	-4.11	-	-4.25	-
2	-3.31	-	-3.43	-	-3.54	-
3	-2.64	-	-2.74	-	-2.83	-
4	-1.98	-	-2.05	-	-2.12	-
5	-1.32	-	-1.37	-	-1.41	-
6	-0.66	-	-0.68	-	-0.70	-
7	0	0	0	0	0	0
8	0.66	264	0.68	272	0.70	280
9	1.32	528	1.37	548	1.41	564
10	1.98	792	2.05	820	2.12	848
11	2.64	1024	2.74	1024	2.83	1024
12	3.31	1024	3.43	1024	3.54	1024
13	3.97	1024	4.11	1024	4.25	1024
14	4.63	1024	4.80	1024	4.96	1024

† El canal del ADC no debe de conectarse con valores de voltaje negativo. Y para valores de voltaje mayores al voltaje de referencia, ocurrirá saturación en la conversión, por lo tanto, dado que el canal de ADC tiene 10 bits de resolución, el número máximo convertido será 1024.

ANEXO C. SENSORES DE ATLAS-SCIENTIFIC

Atlas-Scientific ofrece una gran gama de equipos de sensores embebidos, como conductividad, oxígeno disuelto, pH y temperatura, así como una gran flexibilidad para los usuarios, pues la configuración de los pines de cada sistema es idéntica, vea la Figura C.1. Las características de dichos circuitos se muestran en la Tabla C.1.



Figura C.1. Circuitos de Atlas-Scientific de pH, conductividad y DO, respectivamente.

Tabla C.1. Características de los circuitos de Atlas Scientific

Voltaje de operación	3.3 a 5 V
Comunicación	Puerto Serie o 12C
Rango de lectura de variables:	
pH	0.001 a 14 pH
DO	0.01 a +35.99 mg/L
Conductividad	0.07 a 500,000+ μ S/cm
Precisión	
pH	+/- 0.02
DO	+/- 0.2
Conductividad	+/- 2%
Periodo de muestreo	1 muestra por segundo
Formato de entrega de datos	ASCII
Velocidad de Datos	300 a 115200 baudios

El mismo proveedor tiene códigos predefinidos para distintas plataformas, como Arduino, Raspberry Pi y PIC C, utilizando un simple código en C. Dicho código se puede acceder a la página del proveedor. La manera de interconectar con un microcontrolador Arduino se muestra en la Figura C.2, y en la Figura C.3 la interconexión de un prototipo.

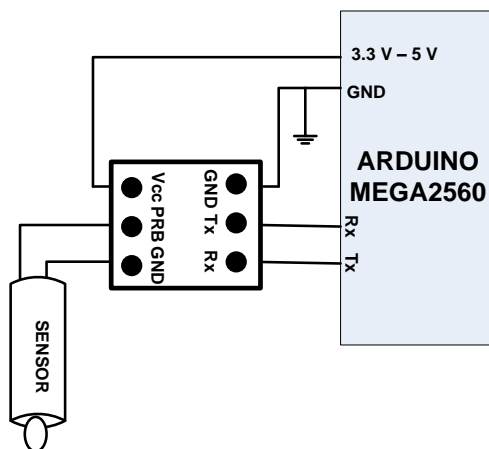


Figura C.2 Conexión básica con dispositivos de Atlas-Scientific con microcontrolador Arduino MEGA2560

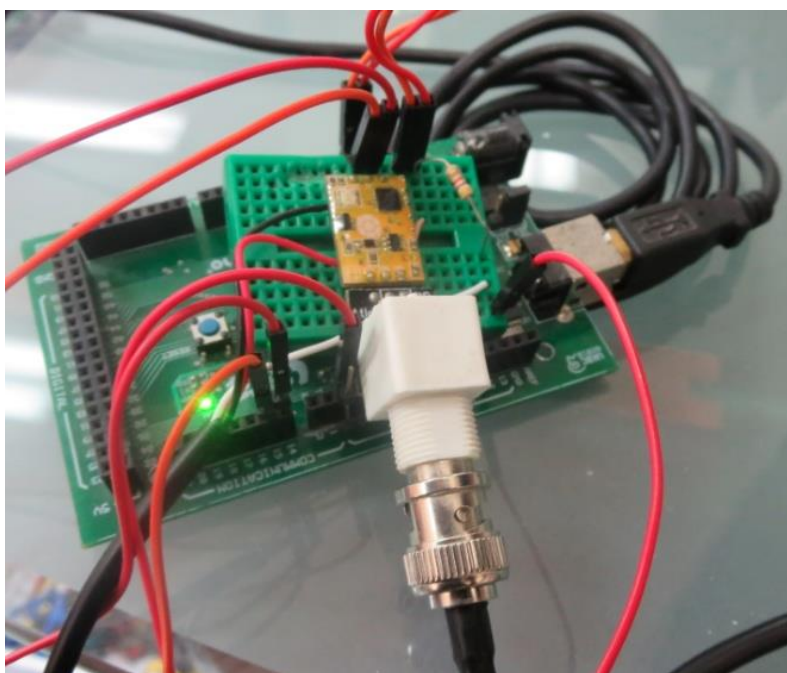


Figura C.3 Conexión prototipo de PIC DO con Arduino

El inconveniente de este tipo de sensor es la limitante del tiempo de muestreo, 1 muestra por segundo y que utiliza dos líneas para comunicarse por el puerto serie; en contraparte de Omega, que sólo necesita 1 canal de ADC. Por lo demás, tiene ventaja sobre el sensor de Omega, ya que no requiere de etapa de acondicionamiento ni de un software complicado para obtener lecturas del sensor.

ANEXO D. CÓDIGOS DE ARDUINO Y MATLAB

Código D.1 Obtención de señal de LM35 por medio del canal de ADC de Arduino

```
/* Se debe de conectar la salida del LM35 al canal 6 del ADC del MEGA2560, para mejores resultados coloque un filtro RC a la salida del LM35 para reducir ruido altas frecuencias. */
```

```
float temp; // Variable donde se guardará el valore de temperatura

void setup()
{
  Serial.begin(9600); // Baud rate puerto serie Tx/Rx 0
  analogReference(INTERNAL2V56); // Referencia de Voltaje Interno a 2.56 V
}

void measure()
{
  temp = analogRead(A1); // Canal ADC 6 para muestra de temperatura
}

void loop()
{
  measure();
}
```

Código D.2 Obtención de señal de DS18B20 utilizando protocolo 1-Wire

```
#include <OneWire.h> // protocolo 1-wire, como el de DB18B20.
OneWire ds(2); // para el pin 2
byte present = 0;
byte data[12];
byte addr[8];
float temp;
boolean getTemperature;

void setup()
{
  byte i;
  // Setup 1-Wire
  if ( !ds.search(addr) )
  {
    Serial.print("No more addresses.\n");
    ds.reset_search(); return;
  }
  Serial.print("R = ");
  for( i = 0; i < 8; i++)
  {
    Serial.print(addr[i], HEX); Serial.print(" ");
  }
  if ( OneWire::crc8( addr, 7) != addr[7] )
  {
```

```

    Serial.print("CRC is not valid!\n"); return;
}
if ( addr[0] == 0x10)
{
    Serial.print("Device is a DS18S20 family device.\n");
}
else if ( addr[0] == 0x28)
{
    Serial.print("Device is a DS18B20 family device.\n");
}
else
{
    Serial.print("Device family is not recognized: 0x");
    Serial.println(addr[0],HEX);
    return;
}
}

float temperatura ()
{
    // Find Device
    ds.reset();
    ds.select(addr);
    // START CONVERSION
    ds.write(0x44,1); // comenzar conversión
    delay(1000); // El menor tiempo que se a probado funcionando es 750ms
    present = ds.reset();
    ds.select(addr);
    ds.write(0xBE);
    byte i;
    for ( i = 0; i < 9; i++)
    { // we need 9 bytes
        data[i] = ds.read();
    }
    temp = ( (data[1] << 8) + data[0] ) * 0.0625; // El dato a utilizar se guarda aquí
    return temp;
}

// Funcion principal
void loop()
{
    temperatura();
}

```

Código D.3 Obtención de Señal de ENV-TMP-D por puerto serial (UART)

```

String inputstring = ""; //a string to hold incoming data from the PC
String sensorstring = ""; //a string to hold the data from the Atlas Scientific product
boolean input_stringcomplete = false; //have we received all the data from the PC
boolean sensor_stringcomplete = false; //have we received all the data from the Atlas Scientific
product

```

```

void setup()
{
  Serial.begin(38400);    //set baud rate for the hardware serial port_0 to 9600
  Serial3.begin(38400);  //set baud rate for software serial port_3 to 9600
  inputstring.reserve(5); //set aside some bytes for receiving data from the PC
  sensorstring.reserve(30); //set aside some bytes for receiving data from Atlas Scientific product
}

void serialEvent()
{
  //if the hardware serial port_0 receives a char
  char inchar = (char)Serial.read(); //get the char we just received
  inputstring += inchar;             //add it to the inputString
  if(inchar == '\r')
  {
    input_stringcomplete = true;
  } //if the incoming character is a <CR>, set the flag
}

void serialEvent3()
{
  //if the hardware serial port_3 receives a char
  char inchar = (char)Serial3.read(); //get the char we just received
  sensorstring += inchar;             //add it to the inputString
  if(inchar == '\r')
  {
    sensor_stringcomplete = true;
  } //if the incoming character is a <CR>, set the flag
}

void loop()
{
  if (input_stringcomplete)
  { //if a string from the PC has been received in its entirety
    Serial3.print(inputstring); //send that string to the Atlas Scientific product
    inputstring = "";          //clear the string:
    input_stringcomplete = false; //reset the flag used to tell if we have received a completed string
    from the PC
  }
  if (sensor_stringcomplete)
  { //if a string from the Atlas Scientific product has been received in its entirety
    delay(1000); // Para completar 1 segundo
    Serial.println(sensorstring); //send that string to to the PC's serial monitor
    sensorstring = "";          //clear the string:
    sensor_stringcomplete = false; //reset the flag used to tell if we have received a completed
    string from the Atlas Scientific product
  }
}

```

Código D.4 Variante Obtención de Señal de ENV-TMP-D utilizando librería SoftwareSerial

/*NOTA, Se estuvo trabajando con los pins 2 y 3, Rx y Tx respectivamente, de Arduino Tejuino sin embargo no se podía recibir nada en el nuevo puerto SERIAL, se cambió luego a 4 y 5, y sucedía

lo mismo. Si podía mandar información (Blink LED Tx de Arduino), pero no recibir datos (No Blink LED Rx Arduino), o simplemente recibía como VACIO (-1). Finalmente se cambiaron a los pins 10 y 11, y empezó a recibir correctamente*/

/* Se probó con en los puertos 2 al 9 no funciona para SoftwareSerial, o sea, los paras 2,3 3,4 ... 9,10; de allí en adelante funcionan, esto es, los pares 10,11 11,12 12,13; luego hacia los pines 22,23 hasta el 48,49 los cuales no funcionan y finalmente 50,51 y 52,53 los cuales si funcionan*/

```
#include <SoftwareSerial.h>
SoftwareSerial SenTemp(10,11); // SenTemp(Rx, Tx),
String inputstring = ""; // null
String sensorstring = ""; // Null
boolean input_strcomplete = false;
boolean sensor_strcomplete = false;

void setup()
{
  Serial.begin(9600); // Inicializar puerto a xxxxx bauds, Se pueden tener dos BAUDS diferentes
  SenTemp.begin(38400); // Inicializar puerto x software a xxxxx bauds
  Serial.print(" Inicializando . . . .");
  delay(1000);
}

void loop()
{
  while (SenTemp.available() > 0)
  {
    char inchar = (char)SenTemp.read();
    sensorstring += inchar;
    if (inchar == '\r') {sensor_strcomplete = true;}
  }
  if (sensor_strcomplete)
  {
    Serial.println(sensorstring);
    sensorstring = "";
    sensor_strcomplete = false;
  }
  if (Serial.available())
  {
    char caracter = Serial.read();
    SenTemp.write(caracter);
  }
} // Fin de LOOP, or LOOP again
```

Código D.5 Filtrado de Señal dado un Filtro Digital IIR

```
% Funcion que realiza el filtrado de una senal de excitacion, x[n]. Se
% utilizaran los coeficnetes del numerador y denominador de H(Z) para
% realizar el filtrado por medio de convolucion, utilizando la Estructura
% Realizable Directa I. Los coeficientes del filtro deben de estar
% normalizados, de tal modo que a0 = 1;
%      b0 + b1z^-1 + b2z^-2 + ... + bM-1z^(M-1) + bMz^M
% H(Z) = -----
%      a0 + a1z^-1 + a2^z^-1 + ... + aN-1z^(N-1) + aNz^N
```

```

%
% Donde a0 = 1; N >= M

function [y,v] = filtrollR(A,B,x)
% Donde:
% A -> Coeficientes del Denominador
% B -> Coeficientes del Numerador
% x -> Señal de entrada
% y -> Es el resultado de la señal filtrada
M = length(A)-1; % Orden del Denominador
N = length(B)-1; % Orden del Numerador
% Las Siguienes Lineas son para la Estructura Directa I, Numerador
for n = 1 : length(x) % Duración de la secuencia de x[n]
    acum = 0;
    for k = 1 : M + 1 % Hasta el orden del Filtro + 1, Numerador
        if (n + 1 - k > 0)
            acum = acum + B(k)*x(n+1 - k);
        end
        v(n) = acum;
    end
    acum = 0;
    for k = 2 : N + 1 % Hasta el orden del filtro (Denominador)
        if (n + 1 - k > 0)
            acum = acum - A(k) * y(n + 1 - k);
        end
    end
    y(n) = acum + v(n);
end
end

```

Código D.6 Implementación de Coeficientes de Filtro IIR en MATLAB

```

% Respuesta al impulso ideal de un filtro pasabajas.
%          pi
%          /-
%          1 |          2fc sin(nwc)
% hd[n] = ---- | Hd(e^jw)e^jwn)dw = -----
%          2*pi |          nwc
%          -/
%          -pi
%
% Donde los intervalos validos serán entre las frecuencias de corte, tanto
% positiva como negativa.
function HD = lowpass(tr,fm,fc,N)
% Donde:
% tr = transición entra frecuencia de paso y de rechazo
% fm = frecuencia muestreo
% fc = frecuencia corte
% N = Longitud del diltro ideal
fp = (fc + tr/2)/fm;
if mod(N,2) == 0
    n = 0:N/2
else

```

```

    n = 0 : floor(N/2);
end
wc = 2*pi;
hd = 2 .* fp .* sin(n .* wc .* fp) ./ (n .* wc .* fp); %Half Sinc
HD = zeros(1,N); % Auxiliar, rellenar ambos lados SINC
for k = 1 : length(n)
    if isnan(hd(k))
        hd(k) = 2*fp;
    end
end
HD(floor(N/2)+1) = hd(1);
for k = 2 : length(n)
    HD(floor(N/2) - k + 2) = hd(k);
    HD(floor(N/2) + k) = hd(k);
end
HD = HD';

```

Código D.7 Implementación de Coeficientes de Filtro IIR en MATLAB

```

function w = ventana(M,Tipo)
% w es la secuencia creada
% M es la longitud que tendrá la secuencia
% Tipo es la ventana a utilizar
switch Tipo
    case 1 % Rectangular
        f = inline('M*(n+1)*1/(M*(n+1))')
    case 2 % Triangular (Barlet)
        f = inline('1 - (2 * abs(n - (M-1)/2))/(M-1)')
    case 3 % cos(t)^alfa, alfa esta al cuadrado
        f = inline('sin(n*pi/(M-1))^2');
    case 4 % Hann
        f = inline('(1/2) * (1 - cos(2 * pi * n / (M-1)))')
    case 5 % Hamming
        f = inline('0.54 - 0.46 * cos(2 * pi * n / (M-1))')
    case 6 % Blackman
        f = inline('0.42-0.5*cos(2*pi*n/(M-1))+0.08*cos(4*pi*n/(M-1))')
    case 7 % Parabolica
        f = inline('1 - ((n - (M-1)/2)/(M-1))^2')
    case 8 % Rien
        f = inline('sin(2*pi*(n-M/2) / M) / (2*pi*(n-M/2)/M)')
end
n = linspace(0,M-1,M);
for k = 1:length(n)
    w(k) = f(M,n(k));
end
w = w'; % Trasponer
plot(1:M,w); axis([1 M 0 1]);
end

```

Código D.8 Convolución en Matlab

```

% Convolucion y[n] = x[n]*h[n]
function y = convolucion(x,h)

```

```
% Donde:
% y - senal de salida
% x - senal de entrada
% h - kernel del filtro
M = length(h)-1; % Numero de ZEROS
N = length(x)-1; % Numero de Muestras, luego se podrán reducir
for n = 1 : N
    b = 0; % Variable dentro de FIR( )
    for k = 1 : M+1
        comp = n - k; % Validando que sea Causal!
        if (n - k >= 1)
            b = b + h(k) * x(n - k);
        end % If
    end % 2do Ciclo
    y(n) = b;
end
end
```

ANEXO E. DISEÑO DE FILTRO DIGITAL PASABAJAS

Un procedimiento común para diseñar un filtro digital pasabajas es el tomar las características de respuesta en frecuencia de una función de transferencia analógica, $H(s)$, y convertirla a una función de transferencia digital, $H(z)$, donde el mapeo del dominio s al dominio z contiene las propiedades esenciales en frecuencia analógica.

Al elegir el filtro digital IIR, se procede a estimar su orden N , de tal manera que la complejidad de cómputo sea reducida. En la Figura E.1 se muestran las especificaciones de un filtro analógico pasabajas.

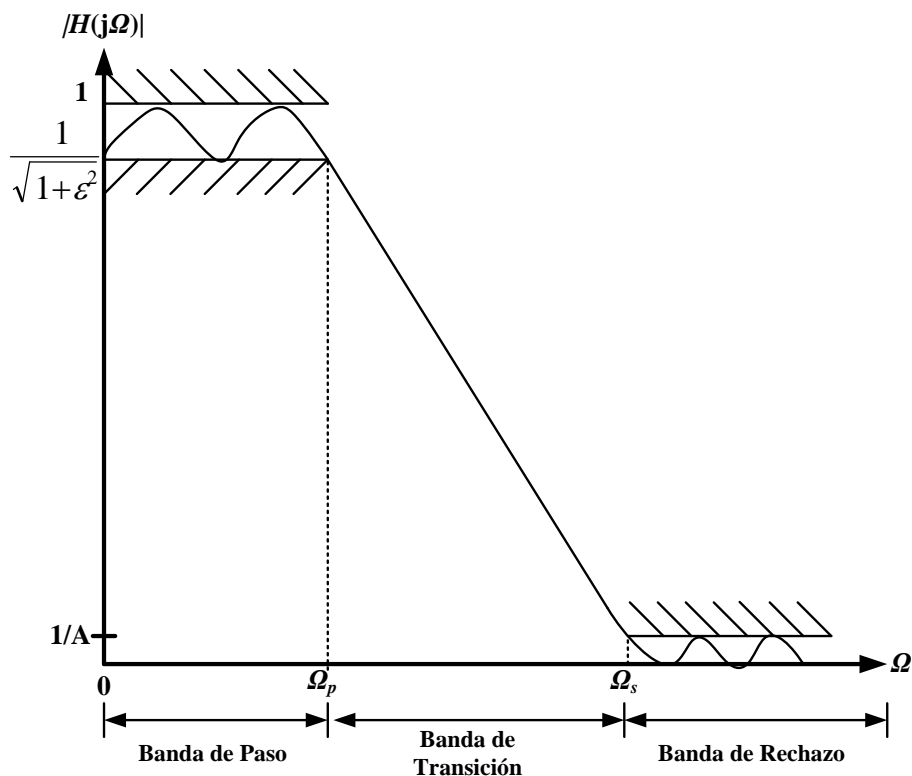


Figura E.1 Especificaciones de magnitud normalizadas para un filtro pasabajas analógico.

La estimación del orden del filtro para un filtro Butterworth pasabajas analógico es:

$$N = \frac{1 \log_{10}[(A^2 - 1)/\epsilon^2]}{2 \log_{10}(\Omega_s/\Omega_p)} = \frac{\log_{10}(1/k_1)}{\log_{10}(1/k)} \quad [E.1]$$

Donde la razón de transición, debe ser $k < 1$, se define como:

$$k = \frac{\Omega_p}{\Omega_s} \quad [\text{E.2}]$$

Donde el parámetro de discriminación, debe ser $k_1 \ll 1$, se define como:

$$k_1 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{A^2 - 1}} \quad [\text{E.3}]$$

Hay otras maneras para obtener la estimación del orden del filtro, y esto depende del tipo de filtro que se quiera utilizar, por ejemplo, un filtro Chebyshev o un filtro Elíptico. Ahora, después de obtener el orden del filtro, lo siguiente es estimar la frecuencia de corte de acuerdo con las siguientes ecuaciones:

$$|H(j\Omega_p)|^2 = \frac{1}{1 + (\Omega_p/\Omega_c)^{2N}} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2} \quad [\text{E.4}]$$

$$|H(j\Omega_s)|^2 = \frac{1}{1 + (\Omega_s/\Omega_c)^{2N}} = \frac{1}{A^2} \quad [\text{E.5}]$$

Dependiendo de la manera como se obtenga Ω_c , de las ecuaciones anteriores, se tendrá una mejor especificación para la banda de paso, Ω_p [E.4], o para la banda de rechazo Ω_s , [E.5]. Ahora, la función de transferencia del filtro Butterworth pasabajas es:

$$H(s) = \frac{A}{D_N(s)} = \frac{\Omega_c^N}{s^N + \sum_{l=0}^{N-1} d_l s^l} = \frac{\Omega_c^N}{\prod_{l=1}^N (s - p_l)} \quad [\text{E.6}]$$

Donde:

$$p_l = \Omega_c e^{j[\pi(N+2l-1)/2N]} \quad l = 1, 2, \dots, N \quad [\text{E.7}]$$

En el caso de un filtro de primer orden, la ecuación E.6 resultará en:

$$H_{LP}(s) = \frac{\Omega_c}{1 + \Omega_c} \quad [\text{E.8}]$$

Ejemplo 1. Para efectos de utilizar un filtro IIR, de N orden, se comenzará con los siguientes requerimientos de frecuencias de paso y rechazo, $\omega_p = 0.01\pi$ con una atenuación inferior a 1 dB, y $\omega_s = 0.15\pi$ con una atenuación superior a los 40 dB. De ecuación III.2.2.7 se puede obtener las siguientes frecuencias analógicas, cuando $T = 2$:

$$\Omega_p = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega_p}{2}\right) = 0.015709$$

$$\Omega_s = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega_s}{2}\right) = 0.240079$$

Con dichos valores se puede obtener el cociente de transición con la ecuación E.2:

$$k = \frac{\Omega_p}{\Omega_s} = 0.065434$$

También se obtiene el parámetro ε^2 de la ec. E.4, de modo que

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{10^{-0.1}} - 1 = 0.258925$$

El parámetro A^2 se obtiene de la ec. E.5:

$$A^2 = \frac{1}{10^{-40/10}} = 10000$$

El cociente de discriminación, de la ecuación E.3, es:

$$k_1 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{A^2 - 1}} = 5.088722 \times 10^{-3}$$

En este caso $k_1 \ll 1$. De la ecuación E.1 se obtiene el orden del filtro, el cual resulta en:

$$N = \frac{\log_{10}(1/k_1)}{\log_{10}(1/k)} = \frac{2.293391}{1.184196} = 1.93$$

El orden del filtro N se redondeará a 2. Utilizando la ecuación E.4, podemos determinar Ω_c , de tal modo que:

$$\Omega_c = \frac{\Omega_p}{\sqrt[N]{\varepsilon}} = 0.022022 \quad [\text{E.9}]$$

Ahora, utilizando la ecuación E.6 y E.7, obtenemos la función de transferencia del filtro pasabajas de 2do orden:

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{\Omega_c^2}{\prod_{l=1}^2 (s - \Omega_c e^{j\pi(2+2l-1)/4})} \\ &= \frac{\Omega_c^2}{\left[s - \Omega_c \left(\cos \frac{3}{4}\pi + j \sin \frac{3}{4}\pi \right) \right] \left[s - \Omega_c \left(\cos \frac{3}{4}\pi + j \sin \frac{3}{4}\pi \right) \right]} \\ &= \frac{\Omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\Omega_c s + \Omega_c^2} \end{aligned} \quad [\text{E.10}]$$

Lo que resulta en una función de transferencia donde se cuenta únicamente con polos:

$$H(s) = \frac{0.000485}{s^2 + 0.031144s + 0.000485} \quad [\text{E.10.A}]$$

Para mayor facilidad se pueden recurrir a los Polinomios Normalizados de Butterworth, el cual le correspondería la siguiente función de transferencia:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \quad [\text{E.11}]$$

En este caso se obtiene [E.11] de manera directa, vea Tabla F.1 de Anexo F, donde la frecuencia $\Omega_c = 1$, está normalizada para una caída de -3dB. Para que Ω_c adopte el valor calculado en E.9 se debe de desnormalizar la ecuación E.11, haciendo que $s = s/\Omega_c$, lo que resulta en:

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\Omega_c^2} + \sqrt{2} \frac{s}{\Omega_c^2} + 1} \quad [\text{E.12}]$$

De esta manera llegamos a la ecuación E.10 con poca manipulación algebraica. Ahora solo resta realizar la transformación bilineal, aplicando III.2.2.5 en E.10:

$$H_D(z) = \frac{\Omega_c^2}{\left(\frac{2}{T}\right)^2 \left[\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right]^2 + \sqrt{2}\Omega_c \left(\frac{2}{T}\right) \left[\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right] + \Omega_c^2} \quad [\text{E.13}]$$

Y al realizar manipulación algebraica y sustituir los valores predeterminados de T y Ω_c :

$$H_D(z) = \frac{0.00047z^2 + 0.00094z + 0.00047}{z^2 - 1.938z + 0.9396} \quad [\text{E.13.A}]$$

Entonces se tiene que la ecuación E.13.A es la contraparte Digital de la Ec. E.10.A, las cuales comparten comportamiento en magnitud, incluso ante la excitación de alguna señal de entrada, como un escalón, $u(n)$ ó $u(t)$, o impulso, $\delta(n)$ ó $\delta(t)$. En la Figura E.2 se observa que tanto $H(s)$ como $H(z)$, frente a un impulso unitario, los dos tienen un comportamiento idéntico.

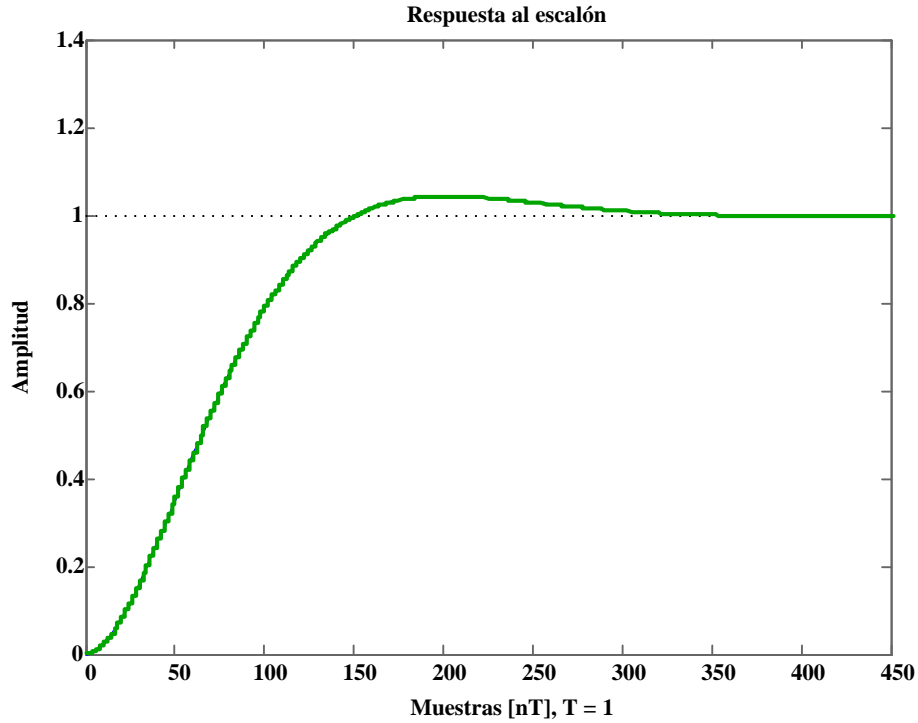


Figura E.2 Respuesta al escalón para filtro pasabajas de segundo orden, $H(s)$ y $H(z)$, ecuaciones E.10.A y E.13.A,

En el caso de obtención de $H(z)$ por el Método de la Invarianza al Impulso, utilizando los mismos valores del Ejemplo 1, se tendrá que, para $T = 1$,

$$\Omega_p = \frac{\omega_p}{T} = 0.01\pi$$

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{T} = 0.15\pi$$

Los parámetros de ε^2 , A^2 , k_1 siguen siendo los mismos, solamente se actualiza la razón de transición,

$$k = \frac{\Omega_p}{\Omega_s} = 1/15$$

Y se obtiene el orden del filtro:

$$N = \frac{\log_{10}(1/k_1)}{\log_{10}(1/k)} = \frac{2.293391}{1.17609} = 1.95$$

El orden se redondea, por lo que $N = 2$. Y se obtiene la frecuencia de corte:

$$\Omega_c = \frac{\Omega_p}{\sqrt[N]{\varepsilon}} = 0.0444041$$

Se sustituye el nuevo valor de Ω_c en ecuación E.10, por lo que el resultado es:

$$H(s) = \frac{0.4849 \times 10^{-3}}{s^2 + 0.031142s + 0.4849 \times 10^{-3}} \quad [\text{E.14}]$$

Ahora se factoriza el denominador de la ec. E.14 para poder aplicar alguna de las equivalencias de la transformada de Laplace hacia la transformada Z (vea Tabla F.2 de Anexo F). Así la ecuación E.10, la cual se utiliza para el desarrollo, se transforma en:

$$H(s) = \frac{\Omega_c^2}{\left[s + \frac{\Omega_c}{\sqrt{2}}(1+j) \right] \left[s + \frac{\Omega_c}{\sqrt{2}}(1-j) \right]} \quad [\text{E.15}]$$

El denominador de la ecuación anterior se asemeja a la forma $(s+a)(s+b)$, por lo que aplicando dicha forma se obtiene:

$$H(z) = \frac{2e^{-\Omega_c T/2} \sin(\Omega_c T/2) \Omega_c z}{\sqrt{2} [z^2 - 2e^{-\Omega_c T/2} \cos(\Omega_c T/2) z + e^{-\Omega_c T}]} \quad [\text{E.16}]$$

Finalmente, la función de transferencia, al sustituir los valores de la ecuación E.16, se reduce:

$$H(z) = \frac{0.001342z}{z^2 - 1.956z - 0.9569} \quad [\text{E.17}]$$

En la Figura E.3 se observa el comportamiento de Ec. E.17 y E.14 a la excitación de un escalón.

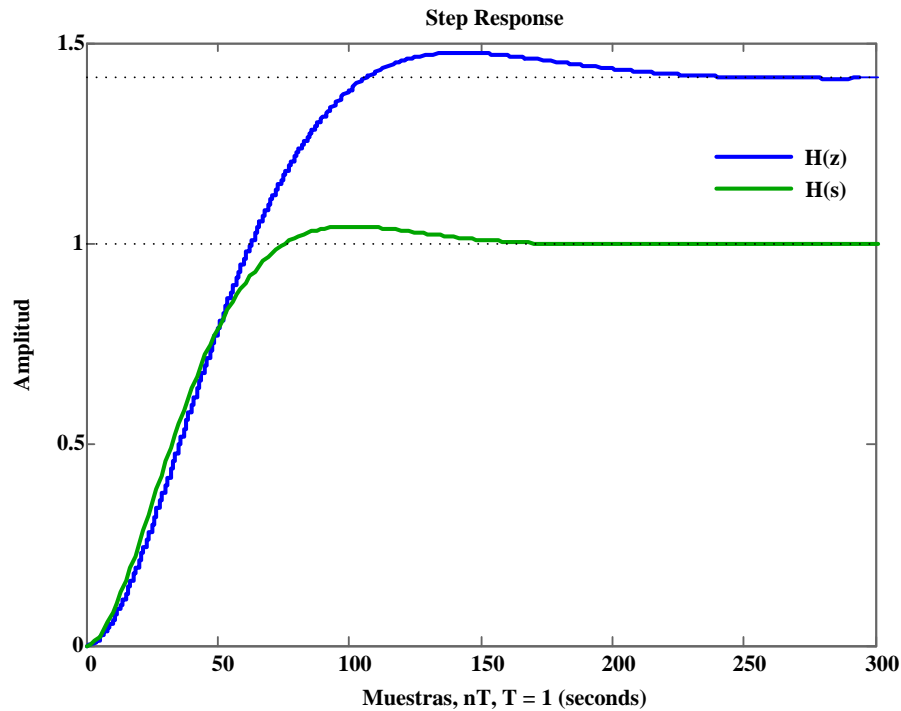


Figura E.3 Respuesta al escalón para filtro de segundo orden, $H(s)$ y $H(z)$, ecuaciones E.14 y E.17

Se puede observar que, mientras la respuesta al escalón por medio del método de Transformación Bilineal tiene una respuesta idéntica en tiempo continuo y discreto, no así con el método de la Respuesta al Impulso, pues se tiene una diferencia en Ganancia y en Tiempo de Respuesta, por lo cual se debe de ajustar atenuando/amplificando la señal de la función de transferencia discreta, así como el utilizar una señal con más muestras, para observar el mismo patrón de comportamiento que el sistema de tiempo continuo.

En este caso será preferible utilizar el método de Transformación Bilineal, pues garantiza que la función de transferencia diseñada de manera analógica cumplirá en mayor proporción con los parámetros del diseño original sin tener que realizar mayores cambios después de obtener la función de transferencia en el dominio Z .

ANEXO F. TABLAS

Tabla F.I Polinomios de Butterworth (Forma Factorizada)

n	
1	$s + 1$
2	$s^2 + \sqrt{2} s + 1$
3	$(s^2 + s + 1)(s + 1)$
4	$(s^2 + 0.7653s + 1)(s^2 + 1.1680s + 1)$
5	$(s + 1) (s^2 + 0.1680s + 1) (s^2 + 1.1680s + 1)$
6	$(s^2 + 0.5176s + 1)(s^2 + \sqrt{2} s + 1) (s^2 + 1.9318s + 1)$
7	$(s + 1) (s^2 + 0.4450s + 1) (s^2 + 1.2456s + 1) (s^2 + 1.8022s + 1)$
8	$(s^2 + 0.3986s + 1) (s^2 + 1.1110s + 1) (s^2 + 1.6630s + 1) (s^2 + 1.9622s + 1)$

Tabla F.2 Transformadas de Laplace con sus transformadas Z equivalentes (Soliman, Srinath)

Transformada de Laplace $H_a(s)$	Transformada Z $H_d(z)$
$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{2}{s^3}$	$\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$
$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{(b-a)} \left(\frac{z}{z-e^{-aT}} - \frac{z}{z-e^{-bT}} \right)$
$\frac{1}{s^2(s+a)}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(1-e^{-aT})z}{a(z-1)(z-e^{-aT})}$
$\frac{a^2}{s(s+a)^2}$	$\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-aT}} - \frac{aTe^{-aT}z}{(z-e^{-aT})^2}$
$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$\frac{z \sin \omega_0 T}{z^2 - 2z \cos \omega_0 T + 1}$
$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$	$\frac{z(z - \cos \omega_0 T)}{z^2 - 2z \cos \omega_0 T + 1}$
$\frac{\omega_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$\frac{ze^{-aT} \sin \omega_0 T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega_0 T + e^{-2aT}}$
$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$\frac{z^2 - ze^{-aT} \cos \omega_0 T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega_0 T + e^{-2aT}}$

Tabla F.3 Funciones Ventana para Diseño de Filtros FIR

Ventana	$w[n], 0 \leq n \leq M-1$
Rectangular (Dirichlet)	1
Triangular (Barlet)	$1 - \frac{2 \left n - \frac{M-1}{2} \right }{M-1}$
$\cos^\alpha(t)$	$\sin^\alpha \left[\frac{n}{M} \pi \right]$
Hann	$\frac{1}{2} \left[1 - \cos \frac{2n\pi}{M} \right]$
Hamming	$0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi}{M} n$
Blackman	$0.42 + 0.5 \cos \frac{2\pi(n-25)}{M} + 0.08 \cos \frac{4\pi(n-25)}{M}$
Parabolic	$1 - \left(\frac{n - \frac{M}{2}}{\frac{M}{2}} \right)^2$
Riemann	$\frac{\sin \frac{2\pi \left(n - \frac{M}{2} \right)}{M}}{\frac{2\pi \left(n - \frac{M}{2} \right)}{M}}$
Kaiser	$\frac{I_0 \left[\beta \sqrt{1 - (n - M)^2 / M^2} \right]}{I_0 \beta}$

BIBLIOGRAFÍA

1. Patel H., *The Electronic Nose: Artificial Olfaction Technology*, Springer, India 2014 ISBN 978-81-322-1548-6
2. Kalantar-zadeh K., *Sensors: An Introductory Course*, Springer, New York, 2013, ISBN 978-1-4614-5051-1
3. Rybin Y., *Electronic Devices for Analog Signal Processing*, Springer Series in Advances Microelectronics, 2012, ISBN 978-94-007-2204-0
4. Ortega-Corral C., *End-to-End Message Exchange in a Deployable Marine Environment Hierarchical Wireless Sensor Network*, International Journal of Distributed Sensor Networks, Volume 2014 (2014), Article ID 950973, 18 pages. <http://dx.doi.org/10.1155/2014/950973> [2014-04-28]
5. Ortega Corral C., Cardona-Contreras M., *Caracterización de Sensores Implementados en una Boya Marina*, 35° Congreso Internacional de Ingeniería Electrónica, ELECTRO 2013, Octubre 2013, Chihuahua, Chih, México. Volumen XXXV, ISSN 1405-2172
6. Pilson M., *An Introduction to the Chemistry of the Sea*, University of Rhode Island. - Second Edition, 2013, ISBN 978-0-521-88707-6
7. Campbell G., Norman, J., *An Introduction to Environmental Biophysics*, Second Edition, Spinger, New York, 1998
8. Máriássy M., Pratt K., Spitzer P., “Major Applications of Electrochemical techniques at national metrology institutes”, IOP Publishing, Metrologia 46 (2009) 199-213, doi:10.1088/0026-1394/46/3/007, <http://iopscience.iop.org/0026-1394/46/3/007/> [2014-03-10]
9. Spitzer P., “Traceable Measurements of pH”, International Conference of Metrology - Trends and Applications in Calibration and Testing Laboratories, 16-18 May 2000, Jerusalem, Israel; Accred Qual Assur (2001) 6:55-60 © Springer - Verlag 2001
10. R. P. Buck et al., *Measurement of pH. Definition, standards, and procedures* (IUPAC Recommendations 2002), Pure Appl. Chem., Vol 74, No. 11, pp. 2169 - 2200, 2002
11. David R. Lide, ed., *CRC Handbook of Chemistry and Physics, 90th Edition (Internet Version 2010)*, CRC Press/Taylor and Francis, Boca Raton, FL
12. Dean J., *Lange's Handbook of Chemistry, Fifteenth Edition*, McGRAW-HILL, ISBN 0-07-016384-7

13. Vernier Software & Technology, *Dissolved Oxygen Probe*, Rev. 12/4/2013, <http://www.vernier.com/files/manuals/do-bta.pdf> [2015-04-07]
14. González Soriano G., *Controlador de Oxígeno Disuelto para Estudios Ecofisiológicos en Organismos Marinos*, Universidad Autónoma de Baja California, Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería, Octubre 2009
15. YSI Incorporated, *The Dissolved Oxygen Handbook, a practical guide to dissolved oxygen measurements*, Sep 2009, https://www.fondriest.com/pdf/ysi_do_handbook.pdf [2014-04-07]
16. Brinkmann F., *Primary methods for the measurement of electrolytic conductivity*, Accred Qual Assur (2003) 8:346 - 353, Springer - Verlag 2003, DOI 10.1007/s00769-003-0645-5
17. Lewis E., *The Practical Salinity Scale 1978 and Its Antecedents*, IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol OE-5, No 1, January 1980
18. Poisson A., *Conductivity/Salinity/Temperature Relationship of Diluted and Concentrated Standard Seawater*, IEEE Journal Oceanic Engineering, Vol OE-5, No.1, January 1980
19. Sheno B., *Introduction to Digital Signal Processing and Filter Design*, Wiley, 2006, ISBN-13-978-0-471-46482-2
20. Oppenheim A., Willsky A., *Signals and Systems*, Pearson New International Edition, Second Edition, ISBN 13: 978-1-292-02590-2
21. Vaseghi S., *Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction*, Wiley, 2008, ISBN 978-0-470-75406-1
22. García López J., *Procesamiento Digital de Señales*, IPN-2007
23. Espejo Miranda I, Fernández Palacín F., López Sánchez M.A., Muñoz Márquez M., Rodríguez Chia A.M., Sánchez Navas A., Valero Franco C., *Inferencia Estadística*, Universidad de Cádiz (Servicio de Publicaciones) 2a Edición Revisada. ISBN: 978-84-9828-131-6, [http://knuth.uca.es/repos/1_inf_est/pdf/ actual/](http://knuth.uca.es/repos/1_inf_est/pdf/actual/) [2014-05-22]
24. Ifeachor E., Jarvis B., *Digital Signal Processing, A Practical Approach*, Addison-Wesley, 1993, ISBN 0 201 54413 X
25. Vaseghi S., *Multimedia Signal Processing, Theory and Applications in Speech, Music and Communications*, Wiley, 2007, ISBN 978-0-470-06201-2

26. Kuo S., Lee B., *Real-Time Digital Signal Processing, Implementations, Applications, and Experiments with the TMS320C55X*, 2001, John Wiley & Sons Ltd, ISBN 0-470-84534-1
27. Proakis J., Manolakis D., *Digital Signal Processing, Principles, Algorithms, and Applications*, 1996, Prentice Hall, ISBN 0-13-394338-9
28. Poularikas, A. D., *The book of formulas and tables for signal processing*, Boca Raton: CRC Press LLC, 1999, ISBN 0-8493-8579-2
29. Mitra, S., *Digital Signal Processing: A computer-Based Approach, Third Edition*, 2006, Tata McGraw-Hill, ISBN 0-07-060109-7
30. Soliman, S., Srinath, M., *Señales y Sistemas Continuos y Discretos*, 2da Ed., Prentice Hall Iberia, S.R.L., Madrid, 1999, ISBN: 84-8322-154-3
31. Oppenheim A., Schafer R., Buck J., *Tratamiento de Señales en Tiempo Discreto, 2da Edición*, Prentice Hall Iberia, Madrid, 2000, ISBN 84-205-2987-7
32. Manolakis D., Ingle V., Kogon S., *Statistical and Adaptive Signal Processing: Spectral Estimation, Signal Modeling, Adaptive Filtering and Array Processing*, Artech House, Massachusetts, 2005, ISBN 1-58053-610-7
33. Omega Engineering Inc., *pH Field & Lab Electrodes, Preamplified ALpHA® pH Electrodes*, http://www.omega.com/green/pdf/PHE6300_5300_2114_1304.pdf [2015-06-19]
34. Analog Devices, *Low Cost Low Power Instrumentation Amplifier: AD620*, Rev. H, <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD620.pdf>, [2016-01-15]
35. *Arduino Mega 2560*, <https://www.arduino.cc/en/Main/ArduinoBoardMega2560>, [2016-01-15]
36. Atlas Scientific, *Atlas Scientific Environmental Robotics, Kits*, <https://www.atlas-scientific.com/kits.html> [2016-01-15]