



Escuela Normal Particular Incorporada
Colegio Ensenada
Incorporada a la U.A.B.C.

ÁREA DE INVESTIGACIÓN
COMISIÓN DE EXÁMENES RECEPCIONALES

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Tijuana B. C., junio de 2022

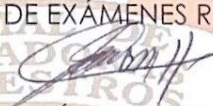
C. OMAR FRANCISCO LUQUE PEREYDA
PASANTE DEL VIII SEMESTRE DE LA LICENCIATURA
EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
PRESENTE

El suscrito asesor del Seminario de Elaboración del Documento
Recepcional, DICTAMINA, que después de haber analizado el Trabajo de
Tesis Titulado:

**USO DE LA TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES
TRIGONOMÉTRICAS POR EL CIRCULO UNITARIO POR MEDIO DE
GEOGEBRA PARA TERCER GRADO DE SECUNDARIA.**

Presentado por usted, le manifiesto que cumple con los requisitos internamente
establecidos y se apeg a las normas reglamentarias señaladas por la Comisión
de Exámenes Receptionales, para los efectos de Titulación, para ser presentado
ante el H. Jurado de Examen Profesional.

ATENTAMENTE
ASESOR DE METODOLOGÍA DE LA
H. COMISIÓN DE EXÁMENES RECEPCIONALES.


JAVIER MARTÍN MURGUIA HERNÁNDEZ

Vo. Bo.
DIRECTORA

NORMA LETICIA AYALA CAMACHO

C. c. p. Expediente.



GOBIERNO DEL ESTADO
LIBRE Y SOBERANO DE
BAJA CALIFORNIA

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
Escuela Normal Particular Incorporada
"Colegio Ensenada"
Incorporada a la U.A.B.C.



**USO DE LA TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES
TRIGONOMÉTRICAS POR EL CIRCULO UNITARIO POR MEDIO DE
GEOGEBRA PARA TERCER GRADO DE SECUNDARIA.**

TESIS PROFESIONAL

Que para obtener el título de:

LICENCIADO EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA

Presenta

OMAR FRANCISCO LUQUE PEREYDA

VIII Generación

LIC. JAVIER MARTIN MURGUÍA HERNANDEZ

Tijuana, B. C.

Junio 2022

Escuela Normal Particular Incorporada

“Colegio Ensenada”

Incorporada a la U.A.B.C.



**USO DE LA TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES
TRIGONOMÉTRICAS POR EL CIRCULO UNITARIO POR MEDIO DE
GEOGEBRA PARA TERCER GRADO DE SECUNDARIA.**

Tesis Profesional

Que Presenta:

OMAR FRANCISCO LUQUE PEREYDA

Tijuana, B. C.

Junio de 2022

Índice

| | |
|---|----|
| Agradecimientos..... | I |
| INDICE..... | II |
| <i>CAPITULO I DELIMITACION DEL TEMA</i> | |
| 1.1 INTRODUCCION..... | 6 |
| - Antecedentes | |
| - Justificación | |
| - Propósitos | |
| - Método | |
| 1.2 Planteamiento del problema | 13 |
| 1.3 Hipótesis..... | 14 |
| 1.4 Objetivos..... | 15 |
| 1.5 Importancia de estudio | 16 |
| 1.6 limitación de estudios | 17 |
| <i>Capitulo II revisión de la literatura</i> | |
| 2.1 Historia del tema..... | 19 |
| 2.2 Uso de la tecnología en la enseñanza del tema..... | 25 |
| 2.3 Constructivismo y desarrollo de habilidades en la enseñanza aprendizaje | 30 |
| 2.4 Planes y programas de estudio | 34 |
| 2.5 Desarrollo del adolescente y teorías del aprendizaje | 39 |
| 2.6 Técnicas pedagógicas para el tema..... | 44 |
| <i>Capitulo III Metodología</i> | |
| 3.1 Sujeto de estudio | 59 |
| 3.2 Material utilizado en la investigación | 60 |
| 3.3 Procedimiento..... | 73 |

Capítulo IV Análisis de resultado

| | |
|---|-----|
| 4.1 Resultados del test psicosocial | 79 |
| 4.2 Análisis de resultados de la evaluación diagnostico..... | 98 |
| 4.3 Varianza y desviación estándar del examen diagnostico | 99 |
| 4.4 Análisis de resultados del examen final..... | 101 |
| 4.5 Varianza y desviación estándar del examen final | 102 |
| 4.6 Prueba de hipótesis..... | 103 |

Capítulo V Discusión

| | |
|---------------------------|-----|
| 5.1 Conclusiones | 111 |
| 5.2 Recomendaciones | 112 |
| Bibliografía..... | 113 |
| Anexos..... | 114 |

Agradecimientos.

Primeramente, quiero agradecer a Dios por permitirme llegar hasta donde he llegado solo con sus fuerzas sin él creo que nada de esto hubiera sido posible. A mis padres Flor del Carmen Pereyda Soria y Marcos Alberto Luque Camargo por toda esa paciencia que me han tenido todos estos años de mi carrera sé que a veces no entendían lo que yo hacía en mis estudios, pero sabían que todo fue un esfuerzo con frutos, le agradezco porque cuando uno está estudiando una carrera entiende esa palabra de aliento que muchas personas conocen, pero pocos son las que lo entienden, ‘‘la mejor herencia que puedes dejar a tus hijos es la educación.’’ Yo se los agradezco con todo mi ser ya que me regalaron la mejor herencia que yo les pude haber pedido. Los amo con todas mis fuerzas, este orgullo que siento yo ustedes también lo sentirán el día que me vean concluyendo mis estudios gracias a mis padres.

A mi novia Brenda Reyes Hernández por sus palabras de aliento en los momentos más difíciles dentro de mi estudio, por sumarse al reto de la docencia que ambos decidimos llevar, por su inmenso respeto amor y cariño. Gracias.

A mi hermano marcos y su esposa Janeth que me apoyaron a seguir adelante con mis estudios. A mi hermana que entendió que el estudio es lo mejor que podemos hacer como seres humanos. Quiero agradecer a todos los maestros que a lo largo de mi carrera me enseñaron temas de la materia, pero sobre todo temas que me servirán en mi vida diaria y me ayudarán a ser una persona mejor para mi sociedad

Introducción

Antecedentes: entre los egipcios y chinos, más de un milenio antes de Jesucristo, pueden hallarse los primeros albores de la trigonometría, sin embargo, esta ciencia hace su aparición con Hiparco (hiparco, 190 a. C.-c. 120 a. C.), cerca de 150 años de nuestra era. Este sabio, justamente considerado como la autoridad máxima entre los astrónomos griegos, y el astrónomo más grande de la antigüedad creó esta ciencia en vista de la necesidad que de ella tenía como uno de sus capítulos. Por lo que la trigonometría rectilínea se refiere, con nuestra identidad pitagórica:

$$\text{sen}^2x + \text{cos}^2 x = 1$$

Los inicios de la trigonometría al igual se fundamentan con Leonardo Euler, matemático suizo que se dedicó a todas las ramas de la matemática y en todas dejó un enriquecimiento matemático, si bien investigo especialmente en el campo de la trigonometría esférica.

Haciendo el radio del círculo trigonométrico igual a uno, se consideró las seis razones como funciones del ángulo y las designó forma que aparece claramente esta dependencia funcional. Solo con este matemático comienza a tener una idea exacta de la variación de las funciones seno, coseno, tangente, etc. Euler (Euler, 1707-1783) fue el que expuso las relaciones que guardan entre sí las funciones de ángulos que difieren en un período y medio periodo. Simplificó, por último, las fórmulas ya conocida con el sencillo expediente de designar los ángulos por las letras A, B, C y los lados opuestos por a, b, c respectivamente.

Algunos de los tres lados que se consideran llamados con los nombres perpendicular, base, e hipotenusa. Construye tres triángulos que se constituyen lo que se le llama serie y en cada uno hace, sucesivamente, un lado igual a uno y relaciona con los dos lados restantes resultando así que en cada serie, dos lados corresponden a dos razones trigonométricas. Estos acontecimientos trigonométricos evolucionaron a través del tiempo gracias a técnicas de la enseñanza aprendizaje que hoy en día conocemos como pedagogía de las matemáticas.

Uno de los ejemplos más conocidos es la teoría constructivista. Según Jean Piaget el constructivismo se basa en el concepto de que el niño construye su conocimiento, tanto el relativo al mundo físico como el que se refiere a su entorno social en lugar de tomarlo de una fuente externa y lo hace con base en su desarrollo cognitivo. Posteriormente en la teoría constructivista Vygotsky indica que las interacciones sociales afectan en forma fundamental el aprendizaje, por lo que los niños aprenden de experiencias sociales y por tanto culturales. La postura constructivista actual se alimenta de diversas aportaciones de corrientes psicológicas además de la piagetiana y la vigotskiana. En general, el constructivismo en la educación tiene como objetivo promover los procesos de crecimientos personal del alumno en la cultura a la que pertenece.

Todas las aproximaciones constructivistas en la educación coinciden en la participación activa del estudiante, consideran la importancia de las percepciones, pensamientos y emociones del alumno y de adulto en los intercambios que se dan durante el aprendizaje y en la preocupación en aprendizaje a largo plazo más que en corto plazo. Los muchachos no llegan a la escuela como una tabla rasa, es decir sin conocimiento alguno de las matemáticas, el chico ya tiene conocimiento informal y conocimientos espontáneos acerca de los números y sus relaciones. Por lo tanto, tenemos que investigar los conceptos espontáneos o el aprendizaje informal que presentan en sus escuelas. El aprendizaje informal es un tipo de andamiaje para el aprendizaje escolar. En general, los maestros no aprovechan este conocimiento existente, ni las estrategias y conceptos intuitivos que ya tienen los niños para resolver los problemas cuantitativos. El constructivismo implica un papel activo del niño en la construcción de su conocimiento. Schoenfeld da mucha importancia al hecho de que los chicos necesitan utilizar las matemáticas como una herramienta para reconocer y resolver problemas, en vez de intentar encontrar la respuesta tan pronto como sea posible. La instrucción tradicional no logra este objetivo, aunque los alumnos aprendan el contenido del curso. También son importantes la metacognición y los factores sociales. El maestro debe apreciar que las matemáticas no son solo contenidos, sino una manera de cuestionamiento y resolución de diversos problemas lógicos.

A lo largo de los años el uso de la tecnología ha crecido exponencialmente más en el proceso de enseñanza aprendizaje, tradicionalmente en la enseñanza de las matemáticas se ha puesto mucho énfasis en el trabajo con ejercicios rutinarios donde los estudiantes dan solución de manera mecánica, debido a que los profesores conducen los procedimientos, sin dar oportunidad para que el alumno reflexione sobre el tema.

Este abordaje rutinario en la enseñanza ha generado una separación entre los conceptos teóricos y su aplicabilidad, lo que ha provocado en los alumnos un desinterés por las matemáticas. Lester afirma que una práctica común en la enseñanza de las matemáticas es que los maestros muestren a los alumnos solo los movimientos correctos al resolver un problema. El impacto que ha tenido la computadora en la sociedad ha llevado a una reflexión en torno a su uso en el salón de clase. El surgimiento de diferentes softwares para la enseñanza de las matemáticas y su incorporación en el aula exige que sea el propio profesor de matemáticas quien introduzca conceptos matemáticos apoyándose en el uso de la computadora. La educación debe ser utilizada en la formación matemática, y que esta puede ser usada para enfatizar el uso del conocimiento matemático yendo más allá de los procedimientos rutinarios que han estado tan prevalecientes en los cursos de esta ciencia. Los cambios recientes en el currículo de esta área reconocen la importancia del buen uso de las calculadoras y computadoras en el aprendizaje de los estudiantes. La función del educador es ofrecer, a través del diseño de una situación, un encuentro entre el sujeto y el medio para que surja el conocimiento. En este sentido, el empleo de herramientas tecnológicas debe ir orientando a apoyar y contribuir para que el sujeto construya, adecuadamente, diferentes representaciones con el fin de modificar los antiguos sistemas de percepción y con ello el surgimiento de conocimiento. Es evidente que la evolución del aprendizaje del estudiante depende en gran medida de confrontación con el medio al que se ha prometido.

Actualmente existen distintas maneras tecnológicas para la enseñanza aprendizaje de la materia, uno de ellos es el conocido programa Geogebra, un programa que fue ideado por Markus Hohenwarter en el marco de su trabajo de tesis de Maestría, presentada en el año 2002 en la Universidad de Salzburgo, Austria. Se esperaba lograr un programa que reuniera las virtudes de los programas de geometría dinámica, con las de los sistemas de cálculo simbólico. El creador de GeoGebra valoraba todos estos recursos para la enseñanza de la matemática, pero notaba que, para el común de los docentes, los programas de cálculo simbólico resultaban difíciles de aprender, dada la rigidez de su sintaxis, y que por esta razón evitaban su uso. Por otro lado, observaba que los docentes valoraban de mejor manera los programas de geometría dinámica, ya que su interfaz facilitaba su utilización. Así fue cómo surgió la idea de crear GeoGebra. Rápidamente el programa fue ganando popularidad en todo el mundo y un gran número de voluntarios se fue sumando al proyecto desarrollando nuevas funcionalidades, materiales didácticos interactivos, traduciendo tanto el software como su documentación a decenas de idiomas, colaborando con nuevos usuarios a través del foro destinado para tal fin. En la actualidad, existe una comunidad de docentes, investigadores, desarrolladores de software, estudiantes y otras personas interesadas en la temática.

Considerando los avances tecnológicos y la actualidad del software entre ellos Geogebra, fueron creados los programas de estudios cuyas características son las siguientes.

Según el plan de estudio de secundaria 2011 (publica, 2011), el alumno debe tener conocimientos de álgebra, tanto nociones básicas de función, así como dominio e imagen. Las competencias que se buscan fortalecer o desarrollar en este curso son: Resolver problemas de forma creativa aplicando los conocimientos, habilidades y actitudes adquiridos en las diferentes áreas académicas; incorporar el uso de dispositivos tecnológicos y herramientas básicas para investigar y producir material de aprendizaje de manera ética y eficiente; construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y trigonometría para la comprensión y análisis de situaciones reales,

hipotéticas o formales; y argumentar la solución obtenida de un problema con métodos gráficos, analíticos y variables, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y de la comunicación. Como resultado del aprendizaje el alumno podrá interpretar tablas, gráficas, diagramas y textos en los que se aplique la estadística a nivel descriptivo; en el área de la Trigonometría el alumno manejará las funciones trigonométricas en su forma verbal, numérica y gráfica, además podrá resolver aplicaciones que tengan relación con triángulos rectángulos y no rectángulos.

Se presume en programa que el alumnado al terminar el curso será capaz de describir y analizar las funciones trigonométricas en diferentes contextos para ser utilizadas en la determinación y evaluación de modelos matemáticos, además de aplicar los procedimientos y algoritmos matemáticas de manera flexible en la solución de problemas, haciendo un uso correcto de la notación y terminología matemática.

La Secretaría de Educación Pública realiza la difusión de los resultados de la prueba ENLACE a educación básica aplicada del 1º al 3 de abril de 2014 a 14,125 escuelas de las 14,227 programadas (99.3% de cobertura), a 1'028,956 alumnos de 1'135,282 programados (90.6% de cobertura). Estas cifras son las más altas en los siete años de esta evaluación, con un incremento del 2.1% en escuelas y 1.6% en alumnos con respecto al 2013. Con base en los resultados 2014 en los niveles bueno y excelente, se destaca lo siguiente: En el último año, en Matemática se avanzó 3 puntos porcentuales, pasando del 36.3% al 39.3% el porcentaje de alumnos en niveles Bueno y Excelente y en Comprensión Lectora, el porcentaje antes referido pasó del 50% al 44.7%. Las brechas entre instituciones públicas y privadas se han venido reduciendo, en Matemáticas de 7 puntos porcentuales en 2008 a 0.3 en 2014 y en Comprensión Lectora de 8.4 puntos porcentuales en 2008 a 5.8 en 2014. En ambas competencias evaluadas, Matemáticas y Comprensión Lectora, se conserva la tendencia histórica de mejores resultados a menor grado de marginación.

Por otro lado, cabe mencionar que los resultados de la aplicación de la prueba PLANEA, no son tan favorables, esto nos muestra que los estudiantes no están bien preparados para este tipo de exámenes y no hay una fuerte capacitación en los maestros de matemáticas para enseñar bien la asignatura. En el año 2016 se llevó a cabo la aplicación de la prueba PLANEA a nivel básico una muestra de alumnos de cada una de las 14,784 escuelas en el país, es importante recordar que, aunque el perfil de la prueba PLANEA está alineado a la reforma integral de educación básica (RIEB), La Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB) presenta áreas de oportunidad que es importante identificar y aprovechar, para dar sentido a los esfuerzos acumulados y encauzar positivamente el ánimo de cambio y de mejora continua con el que convergen en la educación las maestras y los maestros, las madres y los padres de familia, las y los estudiantes, y una comunidad académica y social realmente interesada en la Educación Básica. En Baja California lamentablemente en la asignatura de matemáticas salió reprobado en el año 2015 según las estadísticas otorgadas por el portal de Planea, con base a los resultados de otros estados de la República Mexicana, se establece que 8 de cada 10 alumnos no acreditan los conocimientos mínimos en matemáticas.

Propósitos

Para contribuir en el cumplimiento de los objetivos de la educación básica el presente trabajo de investigación plantea los siguientes propósitos:

- 1- Adaptar las tecnologías para la enseñanza de trigonometría.
- 2- Motivar a los alumnos que asimilen el conocimiento a través de Geogebra.
- 3- Tener otra visión sobre trigonometría basándose en el uso de las TICS.
- 4- Aclarar el panorama de matemáticas pre-universitarias.
- 5- Facilitar el contenido de funciones trigonométrica para que futuros docentes lo implementen de mejor manera.
- 6- Que el alumno sea competente en distintas áreas de la asignatura
- 7- Proporcionar herramientas tecnológicas a través de estrategias didácticas innovadora para que el docente sea una guía de los alumnos en el proceso de enseñanza aprendizaje.
- 8- Contribuir a la mejora del perfil de egreso de los alumnos de nivel media superior para que se desenvuelvan académicamente de una mejor manera en el grado superior según su área de estudio.

Método:

Considerando estas propuestas el análisis de datos de esta investigación será mediante el método causal comparativo para determinar la causa, razón por la que existen diferencias en la conducta o estado de grupos de individuos. Examina el efecto de la variable independientes cuando ésta ya ha ocurrido y hace inferencias de la relación entre las variables independientes y de la dependiente a partir de sus variaciones concomitantes.

Planteamiento del problema:

Como se mencionó anteriormente se puede observar cómo se tiene muy poco crecimiento cognoscitivo del individuo en trigonometría basándose en los aspectos de mayor relevancia, delimitando el tema sobre funciones trigonométricas y como los alumnos tienen muy poco interés de aprender o entender el tema ya que hay pocos maestros que se detienen para enseñar el contenido bien, resultando de eso bajo nivel académico y deserción escolar.

De acuerdo a las publicaciones en el estado de Baja California el conocimiento del alumno se mide a través de un instrumento llamado PLANEA, los resultados no son tan favorables por lo tanto podemos percatar que los estudiantes no están bien preparados para este tipo de exámenes y no hay una fuerte capacitación en los maestros de matemáticas para enseñar bien la asignatura. En el año 2016 se llevó a cabo la aplicación de la prueba PLANEA a educación básica a una muestra de alumnos de cada una de las 14,784 escuelas en el país, es importante recordar que, aunque el perfil de la prueba PLANEA está alineado a la reforma integral de educación básica ((Modelo educativo, 2016)RIEB), que establece las competencias disciplinares básicas del perfil del egresado de secundaria, y con los resultados obtenidos no son comparables con los de la prueba enlace de nivel básico. Podemos mencionar que la enseñanza de matemáticas a nivel secundaria es muy básica y los alumnos no cumplen con el perfil de ingreso para el nivel medio superior. En otro aspecto sumamente importante y que es una problemática son las evaluaciones docentes, los últimos resultados de los exámenes están por debajo de la aprobación, por ende, esto nos dice, que hay maestros que les falta preparación por esto existen métodos de enseñanza de trigonometría usando Geogebra siendo esto factor primordial para la mejor preparación académica del alumno. Es por ello que el presente trabajo de investigación analiza la siguiente problemática:

¿La ausencia de la tecnología influye en el aprendizaje significativo de las funciones trigonométricas en el círculo unitario en alumnos de tercer grado de secundaria?

Hipótesis:

El buen uso de la tecnología nos puede dejar una respuesta con un mayor índice de aprobación en aquellos alumnos que desean entrar a un bachiller ya que no solo el alumno asimilará el tema, sino que ellos sabrán manipular bien el manejo de una computadora y del programa antes mencionado Geogebra, se podrá reflejar tanto en el alumno como en el maestro un mayor dominio del contenido puesto que, yendo de lo general a lo más práctico de ser solo un pizarrón y plumón a una proyección más explícita y entendible.

En cuanto el uso de la tecnología hay que percatarse que en el surgimiento de diferentes softwares para la enseñanza de las matemáticas y su incorporación en el aula exige que sea el propio profesor de matemáticas quien introduzca conceptos matemáticos apoyándose en el uso de la computadora

De acuerdo con Piaget el constructivismo se basa en el concepto de que el niño construye su conocimiento, experimentado sobre la vida diaria ya que el alumno al tener un tema de trigonometría adecuado a su entorno social ellos podrán tener un mayor índice de aprovechamiento, en lugar de tomarlo de una fuente externa y lo hace con base en su desarrollo cognitivo.

Este proyecto de investigación pretende abordar cada una de las problemáticas sobre la materia de trigonometría basándose en el programa ya antes mencionado Geogebra, para ello se plantea la siguiente hipótesis:

El uso de Geogebra causa un mejor índice de aprovechamiento en las funciones trigonométricas en el círculo unitario para alumnos de tercer grado de secundaria.

Objetivos.

- Crear material didáctico a futuros investigadores de docencia de la trigonometría.
- Desarrollar las competencias genéricas y particulares de matemáticas innovando para un aprendizaje significativo en trigonometría y con esto disminuir el índice de reprobación del alumno a nivel medio superior.
- Incluir el uso de la tecnología como un recurso didáctico para la práctica docente en el aprendizaje de funciones trigonométricas en segundo semestre de preparatoria.
- Fomentar en alumnos de preparatoria el aprender matemáticas y construir un aprendizaje significativo, mediante el uso de Geogebra.
- Crear un nuevo enfoque cuantitativo en las aulas a nivel bachiller sobre la asignatura de matemáticas.
- Crear una secuencia didáctica más cualitativa y enriquecedora para lograr un mejor desempeño docente.
- Contribuir a mejorar en el perfil de egreso de los alumnos de secundaria para que se desenvuelvan de una mejor manera en preparatoria.

Importancia de estudio

Se aportará un mejor manejo de las funciones trigonométricas con el uso de las tics para que los alumnos comprendan el contenido con un nuevo enfoque cognitivo.

A partir de lo mirado anteriormente se podrá dar un beneficio al alumnado de nivel bachiller con los métodos de resolución de problemas trigonométricos, al igual que los docentes donde se aportará. un uso más accesible con el programa Geogebra dándole mayor importancia al estudio de las matemáticas para evitar el rezago como se ha estado haciendo.

La educación en nuestro país se mirará de gran manera beneficiada ya que, con las estrategias didácticas implementadas a los alumnos, egresaran con un mejor razonamiento cognitivo y un completo dominio de las herramientas matemáticas y por ende ayudara a incrementar el nivel educativo en el país.

Como beneficio externo de la escuela y docentes se enfocará para tener un mayor control de los alumnos dentro del aula y el padre de familia mirará reflejado en sus calificaciones como ellos están aprendiendo buenas bases educativas.

Como se pudo percatar en lo anterior el sistema educativo podrá tener a docentes mejor preparados para que impartan clases de mayor calidad para los alumnos que en realidad lo necesitan y no rezagar el conocimiento, derivado de esto los jóvenes abrirán su entendimiento para otras ramas de la matemática con el uso de Geogebra.

Limitaciones del estudio

Algunas de las limitaciones que se enfrentarán en el siguiente proyecto de investigación varían ya que el conocimiento cognoscitivo en los alumnos sobre las identidades trigonométricas es poco, puesto que se enfrentan a nuevos retos en las actuales instituciones educativas las cuales no se enseña el contenido para que los pupilos aprendan de una manera más colectiva con el uso de la tecnología ya que con esto se pretende mejorar la calidad de educación del estudiante a nivel secundaria. Una limitación que el docente se puede enfrentar es el inadecuado material en el aula de clases como la falta de proyector e internet siendo esto un problema en los alumnos ya que el contenido que se pretende enseñar no se logrará, algo muy importante es la falta de bibliografía que se encuentra en la institución y el poco material didáctico que proporciona la escuela.

En el plan de estudios que se pretende llevar para la elaboración de este proyecto tiene decadencia puesto que se refleja muy poco conocimiento a enseñar por parte de los maestros el plan curricular no da abasto por lo tanto hay muy poca información y la que se encuentra no es clara ni concisa con lo que se quiere enseñar. la conexión a internet se dificulta a la hora de consultar un libro digital ya que no se cuenta con un internet accesible para las licenciaturas es un limitante para la redacción y corrección de este proyecto.

Introducción al capítulo II

En el presente capítulo podemos mencionar información relevante en el tema de las funciones trigonométricas por el círculo unitario, se empieza conociendo la historia del tema cuando y quienes fueron los primeros a través del tiempo y como fue el mejoramiento de los métodos para llegar a comprender este tema.

A lo largo de la historia se utilizan herramientas las cuales tienen que ver con la absorción del conocimiento que se debe de hacer para que el alumnado mejore e innove la manera de aprender. El uso adecuado de la tecnología para la enseñanza de funciones trigonométricas, tanto en el presente como en el pasado.

En este documento también se analizarán como se debe construir y desarrollará las habilidades en la enseñanza – aprendizaje de las funciones trigonométricas y que elementos de aportar el docente para que este tema sea de interés para los pupilos.

Por otra parte, se investiga el plan de estudios de secundaria 2011, en el año en que se ve el tema de las funciones trigonométricas las cuales se incluyen en el estudio de las matemáticas.

También nos podemos percatar de como los adolescentes a su edad aprenden y de los cambios que sufren a lo largo de su madurez tanto física como intelectual, sin duda el paso muy difícil es pasar de la niñez a la adolescencia y como un docente tiene que planear para poder enseñar de una mejor manera. También sobre las técnicas pedagógicas que pudieran mejorar la absorción del conocimiento del alumno.

Historia sobre funciones trigonométricas

Según BELL, E.T (BELL, 2012) Todos los pueblos civilizados, en transcurso de su historia han dirigido sus esfuerzos hacia el estudio de las matemáticas. Lo orígenes prehistóricos de esta son tan desconocidos como los del lenguaje y el arte, aun de su primera etapa civilizada de los pueblos primitivos de hoy. Cualquiera que sea los puntos de partida, las matemáticas han llegado hasta nuestros días por dos corrientes principales, el número y la forma. La primera comprendió la aritmética y el álgebra, la segunda la geometría y trigonometría.

Las mediciones babilónicas de hacia el año 2200 a.c. son casi tan sorprendentes como el álgebra contemporánea. Matemáticamente son del mismo carácter que el álgebra en lo que respecta a prescindir de la demostración. La regla correcta de los egipcios, que es una de las proezas más notables de las matemáticas anteriores a los griegos, se estudiará más adelante por separado. La transición de lo particular a lo general se reconoce por primera vez inequívocamente en la obra de Vieta, que al igual que Fibonacci, no tenía formación de matemático para él las matemáticas eran un pasatiempo. También se ve en esta obra el germen de la teoría de las transformaciones lineales que luego se habían de ramificar por toda el álgebra y después con el concepto de invariante, por toda la matemática. Así mismo se observa aquí como percibe claramente el arte de reducir un problema no resuelto a la solución sucesiva de problemas ya solucionados y los comienzos de la uniformidad y generalización táctica. Mientras tanto Ian Stewart nos comenta a través de su libro (historia de las matemáticas Ian Stewart. Alianza editorial 1992) La trigonometría generó varias «funciones especiales»: reglas matemáticas para

calcular una magnitud a partir de otra. Estas funciones llevan nombres como seno, coseno y tangente. Las funciones trigonométricas resultaron ser de vital importancia para el conjunto de las matemáticas, y no sólo para medir triángulos. La trigonometría es una de las técnicas matemáticas más ampliamente utilizadas: está implicada en todo lo que va de la topografía a la navegación y a los sistemas de navegación GPS en los automóviles. Su uso en ciencia y tecnología es tan común que normalmente pasa desapercibido, como corresponde a cualquier herramienta universal. Desde el punto de vista histórico estuvo íntimamente asociada a los logaritmos, un método ingenioso para convertir multiplicaciones (que son difíciles) en sumas (que son mucho más simples). Las ideas principales surgieron aproximadamente entre el año 1400 y el 1600, aunque tuvieron una larga «prehistoria» y muchos embellecimientos posteriores. La notación todavía sigue hoy en plena evolución. En este capítulo echaremos una ojeada a los temas básicos: las funciones trigonométricas, la función exponencial y los logaritmos. También consideraremos algunas aplicaciones, antiguas y modernas. Muchas de las aplicaciones más antiguas son técnicas computacionales que en su mayoría se han vuelto obsoletas ahora que los computadores están ampliamente extendidos. Por ejemplo, difícilmente alguien utiliza tablas de logaritmos para hacer sumas. Nadie utiliza tablas en absoluto, pues los computadores pueden calcular los valores de las funciones con gran rapidez y alta precisión. La trigonometría parece haberse originado en la astronomía, donde las distancias son inaccesibles, pero es relativamente fácil medir ángulos. El astrónomo griego Aristarco, en una obra de aproximadamente el año 260 a.C., Sobre las estrellas y las distancias al Sol y la Luna, dedujo que el Sol está entre 18 y 20 veces más lejos de la Tierra que la Luna.

(La cifra correcta está más cerca de 400, pero Eudoxo y Fidias habían sugerido 10.) Su razonamiento era que cuando la Luna estaba en cuarto, el ángulo que formaban las direcciones del observador al Sol y a la Luna era de aproximadamente 87° (en unidades modernas). Utilizando propiedades de triángulos que equivalen a estimaciones trigonométricas, dedujo (en notación moderna) que $\sin 30^\circ$ está entre $1/18$ y $1/20$, lo que lleva a su estimación para la razón de las distancias a la Luna y al Sol. El método era correcto, pero las observaciones eran muy poco aproximadas; el ángulo correcto es $89,8^\circ$. Las primeras tablas trigonométricas fueron derivadas por Hiparco en torno al 150 a.C. En lugar de la moderna función seno, él utilizaba una cantidad íntimamente relacionada, que desde el punto de vista geométrico era igualmente natural. Imaginemos un círculo con dos radios que forman un ángulo θ . Los puntos en donde estos radios cortan al círculo pueden unirse por una línea recta, llamada cuerda. También pueden considerarse como los puntos extremos de un arco de círculo. Hiparco hizo una tabla que relaciona arcos y longitudes de cuerda para un rango de ángulos. Si el círculo tiene radio 1, entonces la longitud del arco es igual a θ cuando este ángulo se mide en unidades conocidas como radianes. Un poco de geometría elemental muestra que la longitud de la cuerda en notación moderna es $2 \sin \theta/2$. Por ello, el cálculo de Hiparco está muy estrechamente relacionado con una tabla de senos, incluso si no estaba presentado de esta manera.

Según el libro (historia y filosofía de las matemáticas, (RUIZ, 1990)) Con relación a la trigonometría debe decirse que, aunque los peritos usaban los métodos geométricos romanos, se empezó a usar algo de trigonometría plana con un método iniciado por Leonardo de Pisa en su *Practica Geometriae* (1220). Otros avances

fueron hechos por el mismo George Peurbach (1423 - 1461) de Viena, quien ofreció tablas trigonométricas más precisas y corrigió algunas traducciones latinas del Almagesto que habían sido realizadas desde versiones árabes y no griegas. El más conocido, sin embargo, fue Johannes Müller (1436 - 1476), el famoso Regiomontano, que fue discípulo de Peurbach y del cardenal Bessarion (c. 1400 - 1472). Regiomontano no solo haría varias traducciones de obras griegas, sino que también estableció su propia imprenta para imprimirlas. Entre ellas las Secciones Cónicas de Apolonio y partes de Arquímedes y Herón. Se sabe que en su libro De Triangulis, 1462 - 1463, Regiomontano se benefició de algunos trabajos árabes para expresar de una mejor manera el conocimiento disponible sobre trigonometría plana, geometría esférica, y trigonometría esférica.

Un detalle sobre Müller: Nicolás de Cusa (1401 - 1464), quien se supone fue el primer europeo que buscó resolver el problema clásico de la cuadratura del círculo, y un intelectual, incluso cardenal, que tendría importantes repercusiones, fue corregido por Regiomontano (1436 - 1476), quien le señaló algunos problemas o errores de razonamiento. La construcción de tablas fue otro asunto importante durante los siglos XV y XVI. Por ejemplo, laboraron en eso George Joachim Rheticus (1514 - 1576), Copérnico, François Vieta (1540 - 1603) y Bartholomaeus Pitiscus (1561 - 1613). En estos trabajos usaron números de unidades muchísimo más largos en el radio, de tal forma que los valores de las cantidades trigonométricas pudieran ser obtenidas con mayor precisión sin usar fracciones o decimales. Rheticus calculó una tabla de senos basado sobre un radio de diez a la diez unidades y otro basado en diez a las 15 unidades y dio valores para cada diez segundos del arco. Pitiscus corrigió algunos de estos trabajos. Se supone, precisamente, que la palabra trigonometría fue dada por él. Un detalle interesante con Rheticus es que cambió el significado de la función seno. Antes se usaba como el seno del arco y no del ángulo (en una circunferencia), ahora era el seno del ángulo.

Más adelante toda la trigonometría plana y esférica fue sistematizada y extendida por Vieta. Su obra Canon Mathematicus (1579) ofrece las fórmulas para la solución

de los triángulos planos recto y oblicuo y la ley de las tangentes, elaborada por él mismo. Vieta ofreció más identidades trigonométricas que las que había establecido Ptolomeo. Tal vez, lo más importante a señalar de la trigonometría del siglo XVI es su separación de la astronomía y su evolución como una rama propia de las matemáticas. No es que ésta ya no se usara en la astronomía, sino que era aplicada en otras dimensiones adicionales como, por ejemplo, la topografía.

Sobre la historia y didáctica de las matemáticas nos hace referencia (Luis Flores Gil. Historia y didáctica de la Trigonometría, 2008) Los comienzos de la trigonometría se remontan a las matemáticas de la antigüedad. Se va a ir viendo su evolución por los distintos pueblos y culturas donde se ha ido desarrollando.

Babilonia y Egipto. Hace más de 3.000 años los babilonios y los egipcios ya empleaban los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas para realizar medidas en agricultura los primeros, y nada más y nada menos que en la construcción de las pirámides por los segundos. También se aplicaron en los primeros estudios de astronomía para el cálculo de la posición de cuerpos celestes y la predicción de sus órbitas, en los calendarios y el cálculo del tiempo, y por supuesto en navegación para mejorar la exactitud de la posición y de las rutas. Fueron los egipcios quienes establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos, criterio que se ha mantenido hasta hoy en día.

Grecia antigua. Los conocimientos de los pueblos anteriores pasaron a Grecia, donde destacó el matemático y astrónomo Hiparco de Nicea en el S.II a.C, siendo uno de los principales desarrolladores de la trigonometría. Hiparco construyó las tablas de “cuerdas” para la resolución de triángulos planos, que fueron las precursoras de las tablas de las funciones trigonométricas de la actualidad. En ellas iba relacionando las medidas angulares con las lineales. Para confeccionar dichas tablas fue recorriendo una circunferencia de radio r desde los 0° hasta los 180° e iba apuntando en la tabla la longitud de la cuerda delimitada por los lados del ángulo central y la circunferencia a la que corta. Esa tabla es similar a la moderna tabla del seno. No se sabe con certeza el valor que usó Hiparco para el radio r de esa circunferencia, pero sí se conoce que 300 años más tarde el astrónomo alejandrino

Tolomeo utilizó $r = 60$, ya que los griegos adoptaron el sistema numérico sexagesimal (base 60) de los babilonios. Tolomeo incorporó también en su gran libro de astronomía “El Almagesto” una tabla de cuerdas con un error menor que $1/3.600$ de unidad. Junto a ella explicaba su método para compilarla, y a lo largo del libro daba bastantes Historia y didáctica de la Trigonometría 9 ejemplos de cómo utilizar la tabla para calcular los elementos desconocidos de un triángulo a partir de los conocidos. Además de eso Tolomeo enunció el llamado “teorema de Menelao”, utilizado para resolver triángulos esféricos, y aplicó sus teorías trigonométricas en la construcción de astrolabios y relojes de sol. La trigonometría de Tolomeo se empleó durante muchos siglos como introducción básica para los astrónomos.

India. Al mismo tiempo que los griegos, los astrónomos de la India desarrollaron también un sistema trigonométrico, pero basado en la función seno en vez de en cuerdas. Aunque, al contrario que el seno utilizado en la actualidad, esta función no era una proporción, sino la longitud del lado opuesto a un ángulo en un triángulo rectángulo de hipotenusa dada. Los matemáticos indios utilizaron diversos valores para esa función seno en sus tablas.

Arabia. A finales del siglo VIII los astrónomos árabes continuaron con los estudios de trigonometría heredados de los pueblos de Grecia y de la India, pero prefirieron trabajar con la función seno. De esta forma, a finales del siglo X ya habían completado tanto la función seno como las otras cinco funciones trigonométricas: coseno tangente, cotangente, secante y cosecante. También descubrieron y demostraron teoremas fundamentales de la trigonometría, tanto para triángulos planos como esféricos, donde incorporaron el triángulo polar. Estos matemáticos árabes fueron quienes sugirieron el uso del valor $r = 1$ en vez de $r = 60$, lo que dio lugar a los valores modernos de las funciones trigonométricas. Todos estos descubrimientos los fueron aplicando a la astronomía, logrando medir el tiempo astronómico, e incluso los utilizaron para encontrar la dirección de la Meca, tan fundamental a la hora de realizar las cinco oraciones diarias requeridas por la ley islámica orientados en esa dirección. Historia y didáctica de la Trigonometría 10 Los científicos árabes también compilaron tablas de gran exactitud. Por ejemplo, las

tablas del seno y de la tangente, construidas con intervalos de $1/60$ de grado (1 minuto) tenían un error menor que 1 dividido por 700 millones. Además, el primer estudio de las trigonometría plana y esférica como ciencias matemáticas independientes lo realizó el gran astrónomo Nasir al-Din al-Tusi en su obra “Libro de la figura transversal”

2.2 Uso de la tecnología en la enseñanza de funciones trigonométricas por el círculo unitario por medio de Geogebra

según estudios recientes (Geogebra, Agustín Carrillo de Albornoz Torres, 2009) el programa Geogebra fue creado en el año dos mil uno, por Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional desarrolladores, para la enseñanza de matemáticas

Este software interactivo de matemáticas que reúne dinámicamente geometría y álgebra. Asimismo, permite realizar construcciones geométricas con la ventaja de poder mover los puntos de la construcción y observar sus invariantes al igual que sus características.

De igual forma Geogebra presenta características especiales y de gran utilidad ofreciendo tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: una vista gráfica, una vista algebraica y una hoja de cálculo.

Esto nos permite tener una mejor apreciación de las funciones trigonométricas por el círculo unitario el cual podemos crear con el programa ya antes mencionado, asimismo las representaciones del objeto se vinculan a las demás de una forma dinámica y automática, lo cual permite trabajar con gran facilidad y manipular los objetos de manera sencilla.

Por lo anterior Geogebra será empleado como un instrumento en el aula, ya que en su defecto es un programa sencillo de manipular, este programa permitirá que tanto alumnos como docentes realicen gráficas de las funciones trigonométricas y no solo eso, sino que utilicen las diversas herramientas que ofrece el programa.

No obstante, el libro (matemáticas con Microsoft, Miguel Barrera 2005) el programa Excel es una dinámica hoja de cálculo, que ofrece recurso muy interesante no solo

para obtención de resultados si no para resolver ecuaciones el cual facilita al alumno a llegar un poco más rápido a su destino.

Nos menciona en (tecnología y actitudes hacia las matemáticas, José Gabriel Sanchez,2010 (Sanchez, 2010)) que, en las últimas dos décadas, en mejoras de la educación secundaria, en lo particular en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ha predominado fuertemente la tendencia a incorporar la tecnología computacional al ámbito escolar. El propósito es proporcionar una herramienta de apoyo que promueva la experimentación y la exploración para posibilitar un mejor aprendizaje y hacerlo más significativo.

Un buen número de investigadores destaca la importancia del uso de la tecnología, (Ben-Zvi año 2000) considera que se trata de una herramienta cognitiva que ayuda a trascender las limitaciones de la mente humana. Para (Friel 2003) nos menciona que su uso es apropiado representa un gran potencial para provocar cambios estructurales en el sistema cognitivo del alumno y sus actividades socioculturales. Este investigador encontró diferencias importantes entre los alumnos que usan la tecnología y los que no la usaban, observando que los primeros manejaban una mayor variedad de representaciones.

En México el intento más estructurado para enseñar las matemáticas ha sido el proyecto EMAT, auspiciado por la secretaria de educación pública desde 1997. Su propósito fue facilitar la enseñanza y mejora de las matemáticas curriculares en la escuela secundaria empleando Geogebra, Cabri Geometry y la calculadora. Los primeros resultados indicaron que los estudiantes manifestaron actitudes levemente más positivas hacia las matemáticas cuando usaban la tecnología como apoyo.

Para la ejecución del proyecto se siguieron dos vertientes: el diseño de actividades a desarrollar con los alumnos en el salón de clase y la formación de los profesores participantes en el proyecto. Las actividades se presentaban en hojas de trabajo y, en su mayoría, trataban temas que aparecen en el currículo mexicano de matemáticas para el nivel medio básico. En las hojas de trabajo se presentaba un problema, en ocasiones se recordaba algún conocimiento previo que se esperaba

que los alumnos ya poseyeran y, a través de indicaciones o preguntas, se guiaba la actividad del alumno

En el siguiente documento (Uso de la tecnología en la trigonometría, Luis Gonzalo Muñoz, 2013 (Moños, 2013)) La ley General de Educación 115 de 1994 determina que los centros educativos tienen autonomía para diseñar y desarrollar el currículo, esta misma ley establece que el Ministerio de Educación Nacional (MEN), se responsabiliza de establecer unos lineamientos curriculares generales que los centros deben seguir, también establece que los centros deben formular y registrar un Proyecto Educativo Institucional (PEI).

Se hizo una observación y lectura de algunos documentos del MEN, a saber, los Lineamientos Curriculares (Colombia, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (Colombia, 2006), los cuales proporcionan orientaciones frente al currículo del área de matemáticas para que las instituciones educativas acojan críticamente las recomendaciones allí planteadas y mejoren, de alguna manera, los planes de estudio de esta área del conocimiento.

En éstos se sugieren algunas formas de cómo es posible tratar en el aula los ejes temáticos que se deben abordar en trigonometría, creando la necesidad de hacer uso de las TIC que van desde la incorporación de la calculadora hasta el diseño e implementación de otras herramientas tecnológicas para facilitar así su comprensión, además se dan algunas indicaciones para que el docente pueda mejorar la forma de desarrollar en los estudiantes las competencias fundamentales del área de matemáticas, que se manifiestan mediante la utilización adecuada de los procesos generales de razonamiento, comunicación, modelación, planteamiento y resolución de problemas lo cual permite valorar si el estudiante está en capacidad de dar significado, interpretar, comunicar, construir, argumentar, proponer y usar el conocimiento matemático en contextos diferentes y no simplemente si muestra destreza para operar y repetir procedimientos para hallar un resultado (Colombia, 2000, p. 12).

El libro (USO DE LA TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS, Ronny Gamboa Araya, 2007 (Araya, 2007)) El impacto que ha tenido la computadora

en la sociedad ha llevado a una reflexión en torno a su uso en el salón de clase. El surgimiento de diferentes softwares para la enseñanza de las matemáticas y su incorporación en el salón de clases, exige que sea el propio profesor de matemáticas quien introduzca conceptos de las matemáticas apoyándose en el uso de la computadora.

“La existencia de la computadora plantea a los educadores matemáticos el reto de diseñar actividades que tomen ventaja de aquellas características con potencial para apoyar nuevos caminos de aprendizaje” (Arcavi & Hadas, 2000, p. 41). Martin (2000) señala que la tecnología debe ser utilizada en la educación matemática, y que ésta puede ser usada para enfatizar el uso del conocimiento matemático, yendo más allá de los procedimientos rutinarios que han estado tan prevalecientes en los cursos de matemáticas. Los cambios recientes en el currículo de matemáticas reconocen la importancia del uso de las calculadoras y computadoras en el aprendizaje de los estudiantes.

Aunque se les ha dado un gran impulso a las nuevas tecnologías, aún muchos profesores rechazan el uso de calculadoras y computadoras porque creen que su uso inhibirá otras habilidades. Hitt (1998) señala que el profesor de matemáticas sentirá la necesidad del cambio cuando se le presenten materiales y estudios que muestren la efectividad de la tecnología en el aula, en donde se presente un concepto inmerso en una situación problema y donde se busque el adecuado sistema de representación para visualizarlo.

Al igual que el libro anterior se muestra que (EL USO DE LA TECNOLOGÍA EN EL AULA DE MATEMÁTICAS, Sonia Sánchez Gabriel, 2009 (GABRIEL, 2009)) En los últimos veinte años ha habido también interés en estudiar las posibles implicaciones que puede tener, para las diferencias de género, el uso de la tecnología como apoyo para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Desde finales de los años ochenta, Apple (1989) expresaba su preocupación indicando que, a pesar de los esfuerzos de los expertos para que esto no ocurra, los planes de estudios de matemáticas y ciencias contribuyen con mucha frecuencia a la reproducción de las diferencias de género. Consideraba que esta situación podría empeorar con la

incorporación de la tecnología como apoyo para el aprendizaje. En un estudio llevado a cabo en Inglaterra, Hoyles y Sutherland (1989) reportaron no haber encontrado diferencias de género significativas en cuanto a motivación, persistencia, iniciativa y ansiedad al usar la computadora en un ambiente Logo en el cual se propiciaba el trabajo en parejas y se dejaba a los alumnos en libertad de planear y desarrollar sus propios proyectos. Sin embargo, al comparar entre sí parejas integradas sólo jóvenes encontraron algunas diferencias en la actitud hacia el trabajo, la manera de trabajar, la naturaleza de la colaboración, así como en el tipo de discusión que se generaba. También detectaron diferencias en la manera cómo los alumnos usaban las computadoras para desarrollar sus proyectos y el tipo de proyectos que planeaban. Si bien observaron que en ambos había una actitud de colaboración, notaron que los varones tendían a competir entre ellos y difícilmente cedían ante los argumentos del compañero, mientras las niñas tendían mucho más hacia un trabajo de cooperación.

Considerando que el uso de las computadoras para enseñar matemáticas es cada vez más común, Forgasz (2002) investigó cuáles son las creencias de los estudiantes acerca de este uso de la computadora. Como parte de este mismo estudio recabó datos acerca de las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas, las computadoras y las matemáticas enseñadas con computadora. Los resultados mostraron que, si bien, la mayoría ya no considera a las matemáticas como un dominio masculino, sí consideran que los varones son más competentes que las mujeres en el uso de la tecnología. Pero, con respecto al uso de las computadoras para enseñar matemáticas, sus respuestas fueron más ambivalentes

2.3 Constructivismo y desarrollo de habilidades en la enseñanza aprendizaje.

A lo largo de la vida el crecimiento intelectual del ser humano pasa por diferentes etapas, cada una con características específicas de aprendizaje en las cuales el alumno descubre nuevos conocimientos.

Para la concepción constructivista aprendemos cuando somos capaces de elaborar una representación personal sobre un objeto de la realidad o un contenido que queremos aprender.

Debidos a estos aprendizajes en el alumnado se considera que es un proceso muy activo, donde el conocimiento se genera a partir de sus experiencias, intereses y conocimientos previos lo que permite que el joven modifique el conocimiento y simultáneamente interpretar lo nuevo de tal manera que lo integre y se apropie del conocimiento. Cuando se da este proceso se dice que está aprendiendo significativamente y por lo tanto se está construyendo una interpretación propia y personal.

Si se explica de otra manera un poco más resuelta no dice que aprender no solo es una acumulación de nuevos conocimientos, sino que requiere establecer una relación entre los esquemas de conocimientos que ya existen y los nuevos que ha de adquirir.

Por otra parte, cabe mencionar que el constructivismo establece que el aprendizaje en una construcción personal de saberes, en cual el alumno realiza una acción sobre el objeto de estudio, logrando este aprendizaje con ayuda de otras personas con mayor experiencia el cual implica que el estudiante muestre interés, disponibilidad, tiempo y esfuerzo por aprender funciones trigonométricas.

Se considera la escuela constructivista como un medio que facilita a los alumnos adquirir de estos conocimientos, además contempla los aspectos culturales, ya que no solo se basa en el conocimiento, sino que involucra el desarrollo integral del alumno.

En el libro documento (metodología constructivista; guía para la planeación docente, Julio Herminio Pimienta, 2007) menciona que el constructivismo es la idea que el

individuo en sus aspectos cognitivos, sociales y afectivos, construyen su propio conocimiento.

Es por esta razón que los seres humanos construimos paso a paso activamente nuestro conocimiento, basados en lo que sabemos y en la relación activa con los demás individuos con interactuamos.

Es debido a que el constructivismo toma en cuenta los aspectos afectivos del estudiante y es consciente de que el aprendizaje es fruto de una construcción personal, sin perder de vista los aspectos emotivos como es el equilibrio personal de emociones que se manifiestan en el auto concepto y la autoestima, señalando de igual manera la importancia del aspecto social considera al alumno como aprendiz y al profesor como una guía o un agente facilitador y mediador entre él y el conocimiento.

Estas teorías constructivistas se fundan principalmente en las investigaciones de Piaget y Vygotsky, los cuales mencionan que para obtener una verdadera construcción del conocimiento, el docente titular debe crear un ambiente de aprendizaje que implique un desafío intelectual para el alumno, tomando en cuenta su nivel cognoscitivo y apuntando no a lo que el alumno conoce o domina, sino a aquello que no conoce lo suficiente, llevando así a los alumnos a implicarse en un esfuerzo de comprensión y actuación, con la condición de que el conocimiento sea construido por los propios alumnos.

Para que se logre lo anterior es imprescindible promover en el aula un aprendizaje cooperativo, mediante la creación de secuencias didácticas que fomenten el interés en los alumnos en la colaboración grupal, considerando a las relaciones sociales como un factor principal del conocimiento, lo cual significa que todos los integrantes del equipo deben participar construyendo.

Según Piaget (Constructivismo a tres voces, Piaget, Vigostky y Maturana. Buenos Aires, 2008) el constructivismo es un conjunto de desequilibrios cognoscitivos, que llevan a los alumnos a cuestionar sus conocimientos, a modificar su estado actual y a emprender nuevas direcciones.

En comparación con Vigostky, el trato social es importante para el aprendizaje ya que los procesos cognitivos como razonar, comprender y el pensamiento crítico se originan en las relaciones sociales y después son realizadas por el alumno. Es por esto que los conflictos cognitivos entre miembros de un mismo grupo social pueden facilitar la adquisición de conocimientos, ya que es necesario considerar lo que el alumno puede hacer con la ayuda de otros, debido a que el aprendizaje se produce en medio de un mundo social en el que abundan las interacciones con los demás individuos.

Por otro lado, un pedagogo llamado Jerome Bruner en (procesos de la educación, J. Bruner) nos menciona que los niños son capaces de realizar tareas mentales con apoyo de relaciones sociales que puedan hacerlas por sí solos, por lo tanto, el aprendizaje cooperativo les brinda apoyo social y el andamiaje que necesita para avanzar en su aprendizaje hasta el logro de su autonomía.

Así mismo afirma que para lograr un aprendizaje significativo debe existir predisposición por parte del alumnado hacia este, así como también el docente debe determinar la forma en que se presente el material didáctico para incrementar su eficacia y lograr que se facilite al máximo la comprensión por parte del alumno.

En el libro (didáctica de las matemáticas para secundaria, María del Carmen, 2003) hace mención que los aprendizajes previos de los alumnos se deben tomar en cuenta para construir nuevos conocimientos, ya que el aprendizaje se forma con base a adaptaciones, rupturas y a reestructuraciones de los conocimientos previos.

Según Brousseau la utilización y construcción de los conocimientos precedentes forman parte del acto de emprender.

Por lo tanto, el aprender matemáticas significa construir matemáticas para el futuro, el aprendizaje se debe considerar como una modificación del conocimiento que el alumno debe producir por sí mismo y que el maestro solo debe provocar, por ende, el estudiante tiene la responsabilidad los conocimientos que el moviliza.

Es por eso que lo anterior que nos menciona que la concepción constructivista permite a los alumnos construir sus propios conceptos o definiciones en el tema de funciones trigonométricas lo cual representa un papel de suma importancia, debido a que contribuye a aumentar el entendimiento del tema, así como el interés y la motivación de seguir aprendiendo, por parte del estudiante.

Además, se hace necesario resaltar que el constructivismo no solo se centra en el aspecto educativo, sino que además se enfoca en los aspectos culturales del alumno, por lo que la enseñanza de funciones trigonométricas con en uso de Geogebra estarán relacionada en gran medida con situaciones didácticas que el alumno pueda reconocer fácilmente o sentirse identificados con ellas.

Por lo tanto, será el alumno el encargado de construir sus aprendizajes con la orientación del docente, y esto para que se crezca una autonomía dentro del grupo de clases. Cabe mencionar que los jóvenes al egresar del nivel secundaria y al entrar a un bachiller serán capaces de poder ligar sus aprendizajes con los vividos en secundaria.

2.4 planes y programas de estudio

El plan de estudios nos dice que (plan y programas de Estudio educación básica secundaria, 2006 (Tinoco, 2006)) Debido a lo anterior se llevó a cabo la renovación del currículo en el plan y programas de estudio 2006 educación básica secundaria, con el propósito de promover la participación de maestros y directivos de las escuelas secundarias de todo el país, articulando las acciones para impulsar el desarrollo curricular, mejorando su práctica docente y contribuyendo a que los alumnos reciban una educación básica de calidad.

Este plan y programas considera como aspecto principal que la educación secundaria debe ser articulada con los niveles de preescolar y primaria para configurar un solo ciclo formativo con propósitos comunes, prácticas pedagógicas congruentes, así como formas de organización que contribuyan al desarrollo de los estudiantes y a su formación como ciudadanos democráticos.

Esta propuesta curricular planea el desarrollo de competencias para alcanzar los rasgos del perfil de egreso y con ello propiciar que los alumnos movilicen sus saberes dentro y fuera de la escuela, asimismo que logren aplicar lo aprendido en situaciones cotidianas y considerar, cuando sea el caso, las posibles consecuencias personales, sociales o ambientales. Las competencias propuestas en el plan y programas 2006 son las siguientes:

- Competencias para el aprendizaje permanente.
- Competencias para el manejo de la información.
- Competencias para el manejo de situaciones.
- Competencias para la convivencia.
- Competencia para la vida en sociedad.

Asimismo, mediante el estudio de las matemáticas se busca que los jóvenes desarrollen una forma de pensamientos que les permitan expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas matemáticos, de igual forma se busca que asuman una actitud

positiva hacia el estudio de esta disciplina, de colaboración y crítica, tanto en el ámbito sociocultural.

Por ende, los contenidos que se estudian en la educación secundaria se han organizado en tres ejes:

- Sentido numérico y pensamiento algebraico
- Forma, espacio y medida
- Manejo de la información

Por otra parte, es propuesta nos presenta los aprendizajes esperados que señalan los conocimientos y habilidades que los alumnos deben alcanzar, asimismo se plantean cuatro competencias específicas de las matemáticas en secundaria son:

- Planteamiento y resolución de problemas.
- Argumentación.
- Comunicación.
- Manejo de técnicas.

Debido a lo visto con anterioridad la mitología didáctica de las matemáticas está orientada al desarrollo de estas competencias, lo cual exige dejar atrás posturas tradicionalistas, apoyando la actividad intelectual basada en el razonamiento, más que en la memorización.

Pero sin embargo esto fue suficiente, ya que en los últimos años y a causa de las exigencias de la sociedad, en cuanto a los cambios tecnológicos que se producían en forma acelerada, fue necesario reforzar y elevar la calidad de educación del país, para así colaborar en la integración de México en la globalización.

(Plan de estudios 2011, acuerdo 592 que establece la articulación de la educación básica) A lo largo de la trayectoria se han presentado diversos hechos importantes en materia de educación en nuestro país. En el año 1917 se promulgó el artículo tercero de la constitución política de los Estados Unidos Mexicanos, el cual establece el compromiso del Estado Mexicano de ofrecer una educación democrática, nacional, intercultural, laica y obligatoria que favorezca el desarrollo

del individuo y su comunidad, así como el sentido de pertenencia a una nación y conciencia de solidaridad interracial de los educandos.

Posterior a este suceso la educación y el sistema educativo nacional se consolidaron como un motor poderoso que impulsa el desarrollo de la sociedad mexicana.

Desde ese periodo hasta la fecha, la educación pública ha enfrentado el reto de entender una demanda creciente y la necesidad de avanzar en calidad de servicio educativo, y en la obtención de mejores resultados.

Con la expedición del Acuerdo nacional para la modernización de la educación básica en 1992, México inicio una profunda transformación de la educación a causa de los cambios sociales, demográficos, económicos, políticos y culturales que han ocurrido en los últimos años.

Por ende, los planes y programas de estudio han sido reformulados para responder a los requerimientos formativos de los jóvenes de las escuelas secundarias, así como dotarlos de conocimientos y habilidades que les permita desenvolverse y participar activamente en la construcción de una sociedad democrática.

(plan y programa de Estudio Educación Básica Secundaria,2011) por causas de lo sucedido anteriormente se creó el plan de estudios 2011, el cual define las competencias para la vida, el perfil de egreso, los estándares curriculares y los aprendizajes esperados que contribuyen el trayecto formativo de los estudiantes, y que se propone contribuir a la formación del ciudadano democrático, crítico y creativo que requiere la sociedad mexicana en el siglo XXI, desde las dimensiones nacional y global, que consideran al ser humano y al ser universal.

De igual manera que el plan y programa anterior, el objetivo de este programa es favorecer la articulación en el diseño y desarrollo del currículo para la formación de los alumnos desde preescolar hasta secundaria, colocando en el centro del acto educativo al alumno y favoreciendo el desarrollo de competencias que le permitirán alcanzar el perfil de egreso de la educación básica. Asimismo, el actual programa presenta las competencias que se espera que los alumnos desarrollen:

- Competencias para el aprendizaje permanente.
- Competencias para el manejo de la información.
- Competencias para el manejo de situaciones.
- Competencias para la convivencia.
- Competencia para la vida en sociedad.

En la formación de las matemáticas permite que el individuo enfrente con éxito los problemas de la vida cotidiana y dependa de gran parte de los conocimientos adquiridos, de las habilidades y actitudes desarrolladas durante la educación básica. Con el enfoque didáctico que se sugiere se logra que los alumnos construyan conocimientos y habilidades con sentido y significado.

Debido a esto el estudio de las matemáticas en la educación básica en secundaria pretende que los alumnos:

- Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos
- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de las matemáticas y para el trabajo autónomo, así como colaborativo.

Asimismo, se describen cuatro competencias matemáticas, cuyo desarrollo es importante durante la educación básica en secundaria:

- Resolver problemas de manera autónoma.
- Comunicar información matemática.
- Validar procedimientos y resultados.
- Manejar técnicas eficientemente.

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que sugiere para el estudio de las matemáticas. Consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados.

En la sociedad actual los materiales educativos se han diversificado. Así como sus formatos y medios de accesos requieren habilidades específicas para su uso, una escuela en la actualidad debe favorecer las condiciones adecuadas para una comunidad educativa, además de utilizar el libro de texto y emplear otros materiales para el aprendizaje permanente, algunos de estos materiales son;

- Acervos para la biblioteca escolar.
- Materiales de audiovisual.
- Materiales y recursos educativos e informáticos.

A diferencia del plan y programas se considera a la tecnología como un recurso útil que permite el desarrollo de competencias y habilidades para la adquisición de nuevos conocimientos, mejorando así la calidad del sistema educativo en nuestro país.

2.5 desarrollo del adolescente y teorías del aprendizaje.

Según Lauren B. Resnick (la enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, 1981) conoceremos ahora la obra de Jean Piaget y una visión de la estructura cognitiva algo diferente a la del movimiento de Gestalt.

Como hemos visto, los psicólogos de la Gestalt estudiaron principalmente la forma inmediata en que se perciben de una lectura de libros de estos psicólogos. Debido a que su insistencia en que el Insight era inmediato y en que la comprensión subsiguiente era relativamente completa, la psicología de Gestalt no parecía preocuparse de cómo se iba fortaleciendo el conocimiento de las relaciones hasta el punto en que era posible tal reconocimiento.

No parecía preocupar a los seguidores de Gestalt ni como podría cambiar a lo largo del tiempo sus capacidades del pensamiento. Por lo contrario J. Piaget se preocupó específicamente del proceso y desarrollo del pensamiento humano, él también creía que las características fundamentales del pensamiento humano se podían comprender en términos de las proporciones y relaciones lógicas que expresaba la conducta humana.

El interés de Piaget tanto por la lógica como su preocupación por cómo se modifica el pensamiento durante el crecimiento y la experiencia le permitieron dar forma a su definición de estructura cognitiva. Según la investigación de Piaget, los niños muy pequeños no piensan de forma operatoria en lo absoluto pueden actuar sobre el entorno, pero cuando han acabado de ejecutar una acción, no son capaces de recordar el aspecto que tenían las cosas antes. Por lo tanto, no son capaces de deshacer mentalmente sus acciones y términos técnicos de Piaget, todavía no han conseguido la reversibilidad.

Por el contrario, Skinner afirma que cuando los alumnos están dominados por una atmosfera de depresión, lo que quieren es salir del aprieto y no propiamente aprender o mejorarse. Se sabe que para que tengan efecto el aprendizaje, los estímulos reforzadores deben seguir a las respuestas inmediatas.

Como el maestro tiene demasiados alumnos y no cuenta con el tiempo para preocuparse de las respuestas de ellos, uno a uno tiene que reforzar la conducta deseada aprovechando grupos de respuestas.

Skinner considera que la finalidad de la psicología es predecir y controlar la conducta de los organismos individuales. En el condicionamiento operante de considera a los profesores como modeladores de la conducta de os alumnos.

Según (desarrollo del niño y adolescente, Judith L. 2001) Piaget propuso cuatro etapas del desarrollo cognoscitivo, la primera es la sencioromotora que va del nacimiento a los dos años de edad, menciona que los niños aprenden la conducta positiva, pensamiento orientado a medios y fines, la permanencia de objetos con ayuda de los sentidos. Contando con la segunda etapa que es la pre-operacional esta etapa es de los dos años a los siete donde el niño ya puede usar símbolos y palabras para pensar, dar una solución intuitiva a los problemas, pero está limitado por la rigidez, la centralización y el egocentrismo.

La tercera etapa tiene como nombre de operaciones concretas, que va de los siete a los once años, aquí el aprendizaje se basa en las operaciones lógicas de seriación, clasificación y de conservación, el pensamiento ya está ligado a los fenómenos y objetos del mundo real. La última etapa son la operación formal de once a los doce años en adelante aquí ya el adolescente aprende sistemas abstractos del pensamiento que le permitan usar la lógica proporcional, el razonamiento científico y el pensamiento proporcional.

En este último periodo los alumnos ya están en la adolescencia que según (teorías de la adolescencia,2010) es el resultado de la interacción de los alumnos, y en las relaciones interpersonales son particularmente trascendentales. Los adolescentes crean grupos de pares que cumplen un papel afectivo y socializador. Las redes sociales brindan por un lado consejos para la solución de problemas y por otro lado ayudan a reafirmar la autoestima.

También menciona que con estudios analizados por Stevens Long en los que revela que los adolescentes tienen interacciones significativamente más frecuentes con sus pares que los adultos por lo que suelen sentirse más relajados y felices.

Por otra parte, hablando de como aprendemos a lo largo de la vida según (teorías del aprendizaje,2010) no hace referente que hay ningún grupo de seres humanos que no hayan desarrollado, por medio del aprendizaje, ciertas formas para enriquecer su contacto con el medio ambiente que los rodea.

Durante la historia humana las personas han aprendido sin preocuparse del proceso del aprendizaje, los que enseñaban sentían poca necesidad de comprender como aprendían, anteriormente si los aprendices hacían algo bien eran felicitados, pero por lo contrario se les llamaba la atención de manera severa.

Todos los que enseñan tienen una teoría del aprendizaje es por ello que deben conocer todas para adecuarlas al desarrollo de cada individuo.

La corriente conductual está regida por leyes y sujeta a variables ambientales, es un fenómeno observable e identificable. El aprendizaje que se espera dentro de esta teoría se define como un cambio relativamente permanente en el comportamiento refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia.

Según el libro (LA TRANSICIÓN ADOLESCENTE Y LA EDUCACIÓN, Juan Emilio Adrián Serrano, 2003 (SERRANO, 2003)) Nos dice que los centros de educación secundaria son un contexto de desarrollo y socialización básico para el alumnado adolescente. En la mayoría de países industrializados, y también en nuestro país, los jóvenes pasan buena parte de su adolescencia (hasta los 16 años de forma obligatoria, y después muchos de ellos hasta los 18 años cursando el bachiller) adscritos al rol de estudiantes de instituto.

Una parte importante de su tiempo diario lo invierten en la asistencia al centro y en realizar las tareas escolares. A partir de la instrucción que reciben tienen la posibilidad de ampliar sus capacidades culturales, intelectuales y de razonamiento.

Desde su condición de estudiantes se prefigura su rol de ciudadanos, siendo el instituto la institución principal y especializada en regular las relaciones de este sector de la población con el estado.

En el centro amplían y diversifican las relaciones que mantienen con sus iguales, aspecto éste siempre importante en el desarrollo global del adolescente. Con el profesorado los adolescentes desarrollan modelos de relación con la autoridad, más allá de los que mantienen con los padres.

En definitiva, los centros de educación secundaria son uno de los escenarios principales donde se produce una parte importante de la transición adolescente, esto es, del paso hacia la edad adulta.

Ello confiere a la institución educativa una responsabilidad objetiva sobre este proceso (no es una responsabilidad exclusiva, evidentemente, puesto que la familia y otras instancias sociales- medios de comunicación, el mundo laboral, etc. comparten esta responsabilidad), en el entendimiento de que su influencia, buena o mala, será, en cualquier caso, siempre significativa.

(APRENDIZAJE Y DESARROLLO EN LA ADOLESCENCIA, Miguel Hernandez,2011 (Hernandez, 2011)) El cual nos dice que en el ámbito de la psicología suele decirse que la niñez como objeto sistemático de estudio es algo reciente que no cuenta con más de un siglo, lo mismo, o quizás con más razón, puede decirse de la adolescencia. Bauman (1971) señala que en el ámbito anglosajón la utilización del término adolescencia no aparece hasta el siglo XV. De hecho, las divisiones convencionales de la vida humana en las civilizaciones griega y romana no incluían un período específico para la adolescencia. Probablemente fue Rousseau quien, en su célebre Emile, se refirió a la adolescencia como un período específico del desarrollo con una serie de características muy definidas. De hecho, Rousseau consideraba la adolescencia como un segundo nacimiento por cuanto significaba de conexión directa o antesala del estado adulto.

Obviamente, la diferencia entre los niños y los adolescentes estriba en que los primeros, sobre todo los de menos edad, resultaban bastante diferentes del modelo adulto, tanto en cuanto a su desarrollo físico como a su comportamiento en general. Dicho de otro modo, si bien a partir del siglo XVIII se toma conciencia de que el niño no es un adulto en miniatura, sino un ser con sus peculiaridades y necesidades propias, que no sólo es cuantitativa sino cualitativamente distinto al adulto, ¿por qué habría de pensarse lo mismo del adolescente? ¿Acaso no tenía casi el mismo tamaño que el adulto, el mismo tono de voz, la misma fuerza física? Así, Bauman (1971) ha sugerido con acierto que «la invención o descubrimiento de la adolescencia en América fue, en gran medida, una respuesta a los cambios sociales que se produjeron en la segunda mitad del siglo XIX y los comienzos del XX, y que el principal objetivo consistió en prolongar los años de la infancia. La adolescencia se añadió a la infancia como una segunda infancia con el fin de realizar los fines de la nueva sociedad urbana e industrial.

2.6 técnicas pedagógicas para el estudio de funciones trigonométricas

Para poder llegar al aprendizaje es necesario utilizar técnicas pedagógicas adecuadas con los estudiantes enfocados a su edad y contexto, ya que como vimos anteriormente estos son algunos factores que influyen para tener una mayor comprensión del tema.

Después de varios trabajos realizados por (APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS DEFINICIONES DE SENO, COSENO Y TANGENTE, Oscar Jesús San Martín Sicre,2000) En 1992 se suscribió el “Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica” con el propósito de transformar el Sistema Educativo Nacional para lograr una educación de mayor calidad. El contexto que hacía necesaria tal reforma educativa esencialmente se constituía por una educación básica deficiente que no proporcionaba los conocimientos, habilidades, capacidades, destrezas, actitudes y valores necesarios para el desenvolvimiento de los estudiantes. En lo que respecta al desarrollo de este trabajo, la importancia de este acuerdo radica esencialmente en los siguientes aspectos:

- Se reconoce la existencia del problema de una educación básica deficiente.
- Se acepta la existencia de un “claro consenso acerca de la necesidad de transformar el sistema educativo”.
- Se reconoce que, para la implementación de las medidas pedagógicas propuestas para alcanzar los propósitos de la reforma educativa, se debería abandonar el esquema de la enseñanza tradicional. - Se da como un hecho la necesidad de reformular los contenidos y materiales educativos.
- Se enfatiza la necesidad de llevar a cabo un esfuerzo especial para la actualización y superación del magisterio en ejercicio.

En la enseñanza tradicional de la trigonometría el profesor presenta la definición del seno de un ángulo agudo como la razón del cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa de un triángulo rectángulo. A continuación, indica que los valores de estas razones pueden ser encontradas en tablas o con el auxilio de calculadoras científicas.

El conocimiento se presenta como algo hecho y acabado y no se explicitan relaciones de este saber con conocimientos previos. Por esta última razón el conocimiento presentado no es significativo, se ofrece para ser memorizado y aplicado en la solución de problemas.

En este proceso, el alumno suele ser pasivo, su plausible intervención se limita a hacer preguntas al profesor. En este proyecto se ha pensado que una manera mínima de proveer significado a esta definición, y de convertir al alumno en un actor en un aprendizaje significativo de la noción de seno de un ángulo agudo, consiste en involucrarlo en la construcción (por construcción debe entenderse “estimación aproximada”) de una tabla de senos.

Las diversas consultas y diagnósticos nacionales que incidieron en la elaboración del Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica contribuyeron a la reafirmación del consenso existente en esa época acerca de que la enseñanza de las matemáticas, no estaba logrando los objetivos de aprendizaje deseados.

Como textualmente se afirma en el Documento: “no proporciona el conjunto adecuado de conocimientos, habilidades, capacidades y destrezas, actitudes y valores necesarios para el desenvolvimiento de los educandos y para que estén en condiciones de contribuir, efectivamente, a su propio progreso social y al desarrollo del país”.

Aunque en el documento no siempre se particularizan o se explicitan problemas específicos, algunas de las deficiencias más graves eran:

- carencia de congruencia y continuidad del aprendizaje entre la educación primaria y la secundaria - insuficiente tiempo dedicado a la enseñanza de las matemáticas - insuficiente o deficiente preparación de los maestros

- carencia de materiales y recursos educativos adecuados o suficientes - fracaso del enfoque didáctico hasta entonces utilizado Como consecuencia de estos, y quizá la concurrencia de otros factores se tenía:

- alto nivel de reprobación en matemáticas - bajos promedios de calificación - altos niveles de deserción

A la problemática anterior deben agregarse aquellas dificultades de enseñanza y de aprendizaje derivadas de la naturaleza abstracta de la Trigonometría.

(CONSTRUCCIÓN DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS HACIENDO UN CONTRASTE ENTRE LA UTILIZACIÓN Y AUSENCIA DE TIC'S, Natalia Katherine Valderrama R.2013) Los saberes dentro de los procesos de enseñanza aprendizaje que aporten a los fines y principios de la educación.

Se impulsa por lograr una educación integral que atienda tanto a la adquisición de procesos cognitivos desde las diferentes áreas del conocimiento como también al educar en valores éticos y morales prevaleciendo la participación democrática, autonomía, esfuerzo voluntario, respeto, reconocimiento del otro y de sí mismo de tal forma que se adquieran estrategias y herramientas para la vida que caractericen a los estudiantes egresados de esta institución como entes activos y participativos dentro de una sociedad para vincularse al medio laboral y a la educación superior para lograr su realización como personas.

El Plan Curricular se construye por áreas de conocimiento básicas y obligatorias según lo establecido en la ley general de educación, se justifica en el los Lineamientos Curriculares y los estándares básicos de competencia propuestos por el MEN para cada área del conocimiento, está en constante actualización según las necesidades de la comunidad, las capacidades de la institución y las propuestas innovadoras de los docentes de cada área, busca desarrollar en el estudiante diversas competencias: interpretativas, argumentativas, propositivas, científicas, comunicativas, ciudadanas y laborales.

El análisis de contenido se centra específicamente en el tema matemático a desarrollar la construcción de las funciones trigonométricas a partir de las características y propiedades de los ángulos, completando las tablas de valores, hasta llegar a su representación gráfica.

Analizando los diferentes significados de algunos conceptos de tal manera que estos pueden aportar en dicha construcción, así como también se analizan sus diferentes representaciones, las transformaciones que se pueden dar entre estas de tal manera que se logre generar la estructura conceptual propia.

Inicialmente se construye la estructura conceptual de las funciones trigonométricas la cual da lugar al análisis disciplinar de la estructura a partir de un análisis de fuentes, para luego analizar sus diferentes representaciones.

Para definir un concepto matemático es necesario establecer su estructura conceptual la cual se caracteriza por tener,

- i) Estructuras matemáticas; estas son subestructuras de conceptos matemáticos involucrados dentro de la estructura matemática en cuestión,
- ii) relaciones conceptuales; son las relaciones que se pueden dar entre los conceptos de la estructura matemáticas y subestructuras y
- iii) relaciones de representación; son las relaciones que se dan entre los diferentes sistemas de representación. Esto conlleva a tener en cuenta tres elementos básicos: los objetos matemáticos, los conceptos y la estructura, los cuales determinan relaciones: las relaciones conceptuales o verticales que hacen referencia a la relación entre los elementos y las relaciones de representación u horizontales que relacionan los signos en sus diferentes representaciones.

Test psicosocial:

- 1- A que sexo perteneces:
 - a) Hombre
 - b) Mujer
- 2- ¿Qué edad tienes?:
 - a) 12
 - b) 13
 - c) 14
 - d) 15
- 3- En casa ¿Quién te ayuda con tus tareas?
 - a) Mamá
 - b) Papá
 - c) Otros adultos
 - d) Nadie
- 4- ¿qué medio de transporte utilizas para irte a la escuela?
 - a) Caminando
 - b) Autobús
 - c) Taxi
 - d) Auto
- 5- ¿Cuál es tu placer por estudiar?
 - a) Te gusta mucho
 - b) Te gusta poco
 - c) Te da igual
 - d) No te gusta
- 6- ¿Qué materia te agrada más?
 - a) Matemáticas
 - b) Español
 - c) Historia
 - d) Ciencias

- 7- A la semana ¿cuantas tareas deja tu maestro de matemáticas?
- a) 1 o 2
 - b) 3 o 4
 - c) 5 o 6
 - d) Ninguna
- 8- De los temas de matemáticas. ¿entiendes el contenido?
- a) Todo
 - b) Casi todo
 - c) No mucho
 - d) Nada
- 9- ¿Qué sucede cuando no entiendes lo que explica tu maestro?
- a) Le pregunto a un compañero
 - b) Lo buscas por otras fuentes como internet, libros, etc.
 - c) Te quedas sin hacer nada
 - d) Le preguntas a tu maestro de nuevo
- 10- ¿Qué actividades realizas en tus tiempos libres?
- a) Ver televisión
 - b) Salir a pasear con amigos
 - c) Realizar actividades de la escuela
 - d) Consultar redes sociales
- 11- ¿Cuánto tiempo le dedicas a las redes sociales?
- a) 1 hora
 - b) 2 a 3 horas
 - c) 3 a 5 horas
 - d) Todo el día
- 12- Tus papas son divorciados
- a) Si
 - b) No

- 13- ¿Tienes algún tipo de drogadicción en tu casa o familia?
- a) Si
 - b) No
- 14- Se te facilita la clase de matemáticas
- a) Si
 - b) No
- 15- ¿pretendes seguir estudiando después de secundaria?
- a) Si
 - b) No
 - c) No se
- 16- ¿En tu casa alguien sigue estudiando?
- a) Si
 - b) No
- 17- Cuentas con cuarto propio o algún lugar para hacer tareas
- a) Si
 - b) No
- 18- Cuentas con alguien que te da un apoyo económico
- a) Papá
 - b) Mamá
 - c) Hermanos
 - d) Tíos

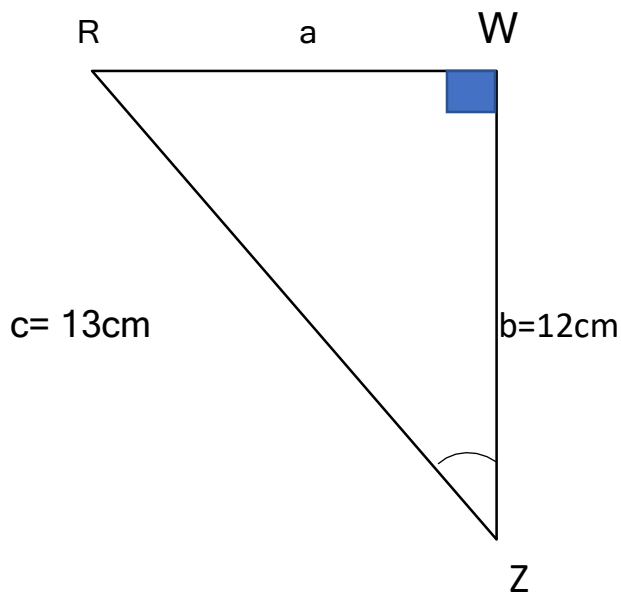
Instrumento # II

Evaluación diagnóstica para el sujeto de estudio

Responde correctamente lo que se te pide tratando de contestar cada una de las preguntas.

1- Define las funciones seno, coseno y tangente.

2- Encuentra los valores de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente del ángulo \hat{Z} del siguiente triángulo rectángulo.



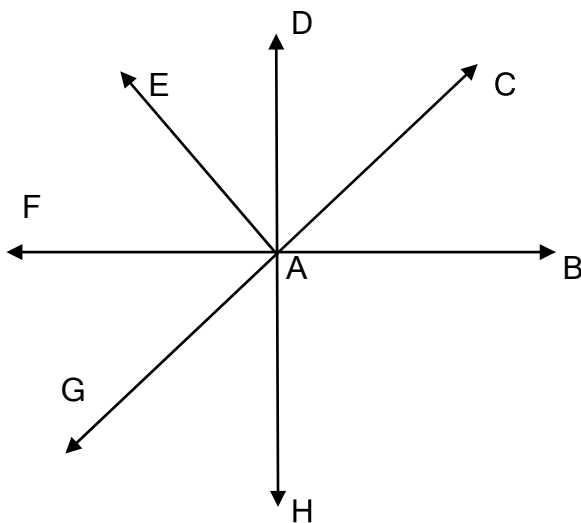
Sen Z =

COS Z =

Tang z =

1. Define con tus propias palabras que es un ángulo.

Observa el siguiente dibujo y contesta lo que se te pide



Escribe un ángulo obtuso

Escribe un ángulo agudo

Escribe un ángulo convexo

Escribe un ángulo llano

Escribe un ángulo recto

Escribe un ángulo perigonal

2. Realiza las siguientes suma y resta de forma sexagesimal.

$$\begin{array}{r} 46^{\circ} \ 41' \ 34'' \\ + 43^{\circ} \ 18' \ 26'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46^{\circ} \ 25' \ 36'' \\ - 24^{\circ} \ 39' \ 47'' \\ \hline \end{array}$$

3. Resolver las siguientes conversiones (con todos los pasos)

$$37^{\circ} \ 27' \ 36''$$

$$48^{\circ} \ 15' \ 28''$$

$$42^{\circ} \ 25' \ 16''$$

4. Convertir los siguientes ángulos a radianes

1- 45°

2- 135°

3- 150°

4- 210°

5- 240°

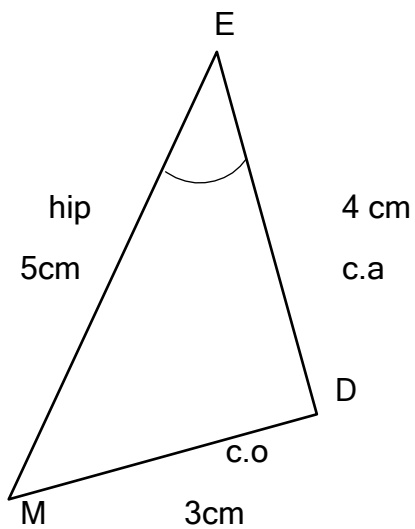
5. Define que es hipotenusa y los dos catetos con lo aprendido en clase.:

HIPOTENUSA:

CATETO OPUESTO:

CATETO ADYACENTE:

6. Encuentra las 6 funciones trigonométricas para el ángulo marcado de la siguiente figura.



Instrumento # IV EXAMEN FINAL

Nombre: _____

grado y grupo: _____

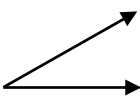
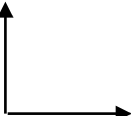
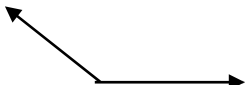
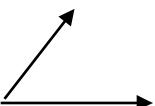
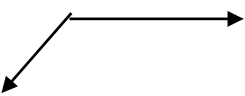


Responde correctamente lo que se te pide tratando de contestar cada una de las preguntas.

1. Con tus propias palabras escribe la definición de ángulos.

Angulo:

2. Observa las características de cada uno de los ángulos y coloca el nombre correcto en cada uno de ellos

| | | | |
|---------|-----------|--------|------|
| Convexo | cóncavo | llano | |
| | Recto | obtuso | nulo |
| | Perigonal | agudo | |

| | | | |
|--------|---|--------|---|
| Ángulo |  | Ángulo |  |
| Ángulo |  | Ángulo |  |
| Ángulo |  | Ángulo |  |
| Ángulo | 0° | Ángulo |  |

3. Realiza las siguientes sumas y restas de los ángulos

$$\begin{array}{r} 46^{\circ} 41' 34'' \\ + 43^{\circ} 18' 26'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46^{\circ} 25' 36'' \\ + 24^{\circ} 39' 47'' \\ \hline \end{array}$$

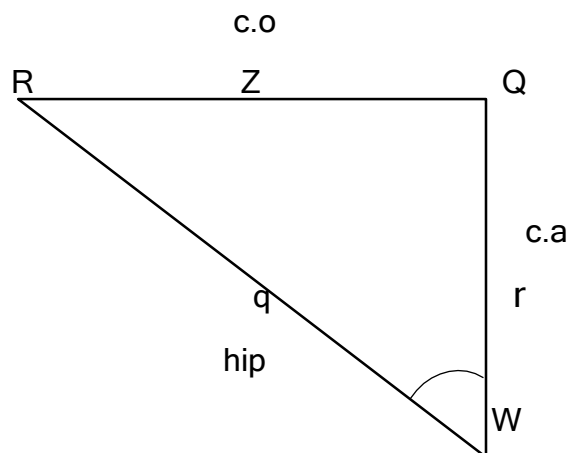
$$\begin{array}{r} 53^{\circ} 40' 83'' \\ - 52^{\circ} 30' 45'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45^{\circ} 25' 55'' \\ - 28^{\circ} 16' 35'' \\ \hline \end{array}$$

4. Convertir los siguientes ángulos a radianes

- 6- 45°
- 7- 135°
- 8- 150°
- 9- 210°
- 10- 240°

5. Considerando el siguiente triángulo encuentra las 6 funciones trigonométricas del ángulo seleccionado (w)



Seno $w =$

Coseno $w =$

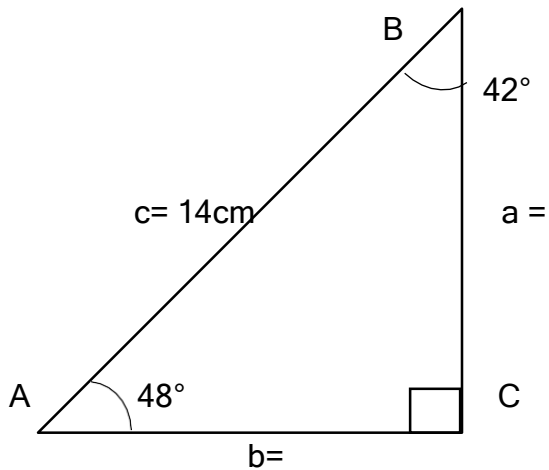
Tangente $w =$

Cotangente $w =$

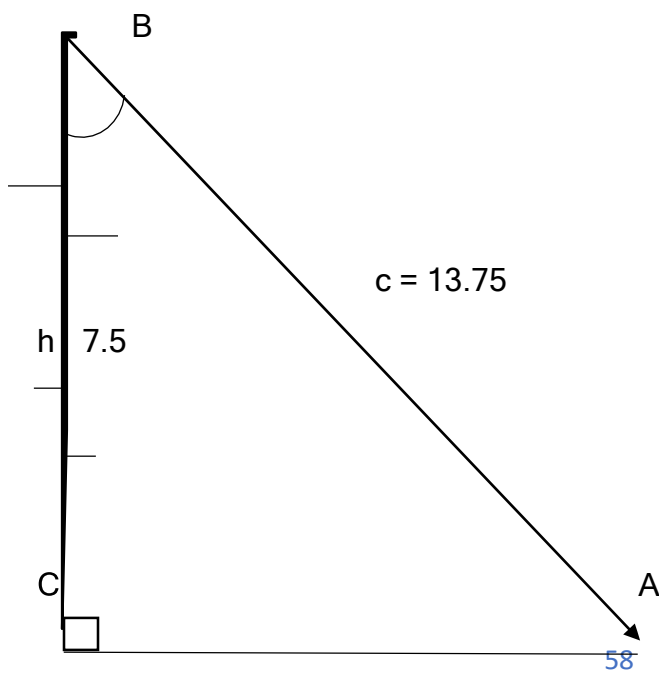
Secante $w =$

Cosecante $w =$

6. Encuentra las 6 funciones trigonometría



7. Obtener el ángulo que forma un poste que mide 7.5m de altura con un cable que tira de él que va desde la punta hasta el piso el cual tiene un largo de 13.75m



$$\cos \hat{B} = \frac{c.A}{HIP}$$

Capitulo III

METODOLOGIA

Este proyecto de investigación se realizó en la escuela secundaria general No.4 Ricardo Flores Magón en una localidad urbana, las instalaciones están en un área de aproximadamente 1500 metros cuadrados, se encuentra ubicada en la calle crisantemo sur #19 en fraccionamiento colinas de la mesa, Tijuana Baja California. Al norte se encuentran conjuntos de comercios y departamentos. Al Este de la misma se encuentra un Colegio de Bachilleres del Estado de Baja California, (COBACH PLANTEL LA MESA). Al noroeste de la escuela se encuentra otro colegio particular para alumnos becados. La escuela está rodeada de propiedades de clase media y alta al igual que conjuntos de comercio, las calles aledañas están pavimentadas lo cual ayuda en el acceso fácil a la institución educativa. La escuela cuenta con cuatro accesos uno por cada grado y uno para personal docente y administrativo.

La escuela secundaria general No. 4 Ricardo Flores Magón, esta institución cuenta con casi 40 años de existencia. Esta institución es dirigida por el profesor Tranquilino Rivas Solórzano que funge como director de ambos turnos de la escuela. La escuela cuenta con veintiocho salones que influyen de materias y talleres además de una biblioteca y dos salones de medios que cuentan con computadoras e internet, un audiovisual, laboratorio de química.

En la institución laboran 45 docentes en ambos turnos, solo 7 imparten la asignatura de matemáticas. El personal administrativo está formado por tres secretarías por cada grado una más encargada de los docentes y directivos.

La población estudiantil que atiende la escuela es de un total de ochocientos diez alumnos divididos en dieciocho grupos.

El método que se utilizará para la prueba de hipótesis de investigación será causal comparativa el cual consta de las siguientes etapas:

Se selecciona un grupo A y un grupo B, el primero será llamado grupo de investigación y el segundo grupo se llama control, estos grupos tendrán igual número de alumnos. A ambos grupos se les aplicará el test psicosocial para conocer las características del sujeto de estudio e identificar los factores externos que pueden afectar a la investigación, de igual manera a esto mismo se les aplicará la evaluación diagnóstica con el fin de encontrar sus saberes previos de esta materia, calcularemos la estadística de ambas muestras (desviación estándar y la media aritmética)

Al grupo A llamado grupo de investigación se les aplicará el cuadernillo de estrategias didácticas y el grupo control se trabajará de la forma tradicionalista.

Posterior al cuadernillo de estrategia se aplicará al finalizar en ambos grupos para medir nuevamente la estadística para conocer la media aritmética y desviación estándar.

En el grupo de investigación "A" se les aplicará cuatro instrumentos de evaluación los cuales son:

- Test psicosocial
- Examen diagnóstico
- Cuadernillo de estrategias
- Examen final

En el grupo control "B" se trabajará de manera tradicional conforme lo marca el programa de estudios vigente.

Prueba de hipótesis

Después de aplicar el examen final a ambos grupos se compararán los resultados y se hará una prueba de hipótesis por referencias de medias aritméticas eligiendo un nivel de significancia del 20% con un grado de credibilidad del 80%.

Sujeto de estudio 3.1

En la investigación del sujeto de estudio en el grupo piloto se estudiaron 20 alumnos del cual el 50% son hombres y el otro 50% son mujeres. Ya que se cuenta un grupo con la misma cantidad tanto de hombre como mujeres, las edades de los alumnos oscilan de entre los 14 y 15 años de edad, el 20% de los alumnos tiene la edad de 14 años y el 80% la edad de 15 años. En casa quien sirve como apoyo prioritario para que los alumnos puedan desempeñar una mejor tarea es el 20% la madre, un 15% su padre y el 65% no cuenta con un apoyo en casa esto influye en el aprendizaje de los alumnos ya que no tiene una supervisión familiar que los asesoreen el transcurso del aprendizaje. El placer por estudiar que cuentan los alumnos es de un nivel poco ya que cuenta con el 55% de los alumnos y un 30% con mucho interés, el otro 15% les da igual estudiar o no.

Una de las materias en las cuales ellos se desenvuelven de mejor manera es historia y geografía ya que cuenta con el 35% de interés un 30% se inclinan por la materia de español, en matemáticas se obtuvo la calificación de 20%, y un 15% ciencias. Al alumnado investigado se les pregunto respecto a las tareas que semanalmente los maestros dejan un 60% contesto que tienen entre 3 o 4 tareas, un 15% de 5 o 6 tareas y un 25% perciben tareas de 1 o 2 por semana. Respecto al contenido que el maestro desempeña en el salón se cuestionó si es entendible el contenido en clase y el 65% contesto que casi todo es entendible un 35% no entienden mucho.

Respecto a la pregunta anterior a los alumnos se les preguntó a quién recurren cuando no entienden el contenido el 65% contesto que, con un compañero, el 30% busca en internet y el 5% no hace nada, a los alumnos encuestados se les pregunto qué es lo que hacen en sus tiempos libres el 70% está en internet en redes sociales un 20% mira televisión, un 10% sale con sus amigos y un 0% hace tarea, los tiempos distribuidos en casa respecto a cómo usan el internet el 40% respondió que 2 o 3 horas están en internet, un 25% 3 a 5 horas, un 20% solo esta una hora y el último 15% se pasa todo el día en internet.

El 55% de los jóvenes cuentan con padres divorciados el otro 35% no. Unas de las respuestas favorables es que un 10% de los pupilos cuentan con un consumo de drogas y el 90% no las han consumido.

Con respecto a la materia de matemáticas los jóvenes contestaron con un 65% que si entiende el contenido y el otro 35% no se les hace fácil la materia. El 95% tiene pensado seguir estudiando, el 5% restante no se preocupa por seguir sus estudios, en casa de los alumnos el 60% de sus familiares sigue estudiando y el 40% no por alguna situación.

El 80% de ellos cuentan con un espacio para hacer sus tareas, así como un cuarto, respecto al 20% restante no tienen un cuarto propio ni un lugar para realizar sus tareas. Basándonos en el apoyo económico que reciben para la escuela quien es la persona que aporta el dinero en casa el 75% respondió que el padre, con un 20% la madre es la aportadora y el 15% restante contesto que sus hermanos son los que aportan el dinero.

3.2 Material

Para medir las variables involucradas en este trabajo de investigación se utilizaron cuatro instrumentos de evaluación.

- Instrumento 1 test psicosocial
- Instrumento 2 evaluación diagnóstica
- Instrumento 3 cuadernillo de estrategias para el sujeto de estudio
- Instrumento 4 examen final para sujeto de estudio

Las características y funcionalidad de cada uno de los instrumentos son las siguientes:

Instrumento 1: test psicosocial para el sujeto de estudio.

Este instrumento se aplicó con el propósito de conocer los rasgos psicosociales de la muestra de estudio con el fin de identificar los factores externos que pueden afectar a la investigación.

El instrumento cuenta con 18 variables cuyas respuestas contienen entre dos y cuatro incisos, su escala de medición es porcentual y su tiempo de aplicación fue de 20 minutos. La justificación de cada una de sus variables se muestra a continuación.

Variable 1 ¿A qué género perteneces?

Esta variable fue planteada con el objetivo de identificar el género predominante en la muestra investigada, pues esta característica determina la manera de trabajar en clase pedagógicamente en la materia de matemáticas III.

Variable 2 ¿Qué edad tienes?

Esta interrogativa se planteó con el fin medir la variable de las edades de los alumnos puesto que, dependiendo la edad el joven es la madures que tiene y sus capacidades para entender el contenido.

Variable 3 ¿Qué medio de transporte utilizar para irte a la escuela?

Con esta cuestión se logró percatar la posibilidad de facilitar el acceso a la escuela y como es que logran llegar.

Variable 4 ¿Cuál es tu placer por estudiar?

El objetivo es comprobar si el alumno se siente motivado por el estudio y cuanto es lo que le interesa aprender. Ya que pedagógicamente si él no se siente motivado no aprende de la misma forma que los demás.

Variable 5 ¿Quién te ayuda en casa con tus tareas?

El objetivo principal de esta pregunta es saber si tiene algún apoyo en casa el cual aparte del docente le facilita el contenido de lo contrario el alumno solo llevaría la carga educativa.

Variable 6 ¿Qué materia te agrada más?

Esta variable se planteó principalmente para identificar la materia que a ellos más les agrada ya que si a un alumno le agrada una materia es para el más fácil aprender de ella.

Variable 7 ¿Cuántas tareas deja tu maestro de matemáticas?

Es importante esta pregunta planteada puesto que se puede saber cuánto tiempo dedican en casa al estudio de las matemáticas.

Variable 8 ¿entiendes el contenido de matemáticas?

Esta variable lleva como objetivo principal saber cómo los alumnos se desempeñan dentro del aula con referencia a la clase de matemáticas.

Variable 9 ¿Qué sucede cuando no entiendes los contenidos del profesor de matemáticas?

El objetivo de esta variable es investigar qué es lo que hacen los alumnos cuando no entiende el contenido explicado en clase.

Variable 10 ¿Qué actividades realizas en tus tiempos libres?

El fin de esta interrogativa es saber cuántos de los alumnos dedica en sus tiempos libres al estudio y a actividades diferente a ello.

Variable 11 ¿Cuánto tiempo dedicas a las redes sociales?

Con esta variable se pretende investigar y compara el tiempo dedicado a las tareas educativas con el uso de redes sociales.

Variable 12 ¿tus papas son divorciados?

Con esta interrogante se puede saber cómo es el estado psicológico y mental que pueda afectar el aprendizaje significativo del sujeto de estudio.

Variable 13 ¿hay algún tipo de drogadicción en tu casa?

El propósito principal de esta pregunta es saber cómo vive en casa ya que la drogadicción en casa es un factor de riesgo para ellos que afecta el desempeño escolar.

Variable 14 ¿pretendes seguir estudiando después de la secundaria?

Cabe destacar que a los alumnos encuestado son próximos a egresar de nivel secundaria, el cual se toma en cuenta ya que

Variable 15 ¿en tu casa alguien sigue estudiando?

El objetivo es comprobar cuanta gente en su casa sigue preparándose y sirve como motivación para el estudiante y así seguir estudiando, de lo contrario el alumno tiende a tener un rezago.

Variable 16 ¿Cuentas con cuarto propio o algún lugar para hacer tareas?

Para evaluar esta interrogativa es principalmente comprobar si el adolescente tiene un espacio donde desempeñar sus trabajos y concentrarse de manera adecuada.

Variable 17 ¿cuentas con apoyo económico de alguien de tu familia?

El propósito es identificar si los padres de familia trabajan ambos o nada mas uno de ellos, es para favorecer si el alumno esta al cuidado de alguno de ellos.

Variable 18 ¿entiendes el contenido de matemáticas?

Esta variable se plantío con el objetivo principal de saber cómo se desempeñan los alumnos dentro del aula de clases y si se les hace fácil el contenido explicado por el docente.

Examen diagnostico

Instrumento 2: examen diagnóstico para sujeto de estudio

Este instrumento se aplicó con el propósito de identificar los conocimientos previos del alumno respecto a la materia y el tema de funciones trigonométricas

El instrumento cuenta con 6 variables cuyas respuestas contienen entre dos y tres resultados, su escala de medición es 0 a 10 de calificación y su tiempo de aplicación fue de 55 minutos.

La justificación de cada una de sus variables se muestra a continuación.

Variable #1

1- Define las funciones seno, coseno y tangente.

El propósito de esta variable es identificar si el alumno puede definir las tres principales funciones trigonométricas y que tan dominando tienes el contenido.

Variable #2

2- Encuentra los valores de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente del ángulo \hat{Z} del siguiente triangulo rectángulo.

Esta interrogativa se planteó con el fin de que el alumno pueda resolver y encontrar la medida del ángulo seleccionado.

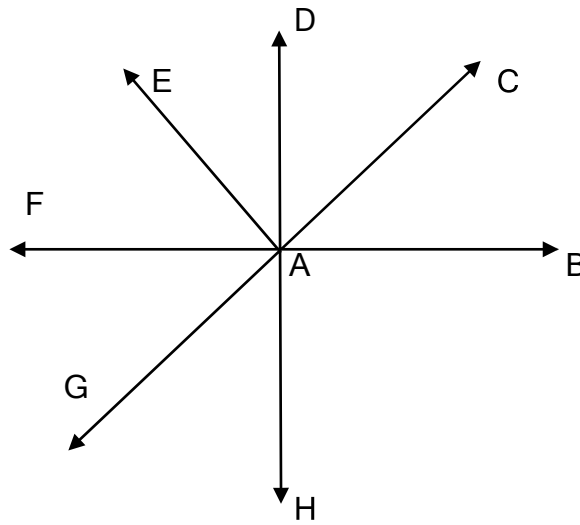
Variable #3

3- Define con tus propias palabras que es un ángulo.

La principal característica de esta variable es conocer si el alumno puede identificar o tiene conocimientos previos de significado de un ángulo.

Variable #4

4- Observa el siguiente dibujo y contesta lo que se te pide



Escribe un ángulo obtuso

Escribe un ángulo llano

Escribe un ángulo agudo

Escribe un ángulo recto

El objetivo de esta variable es conocer si el alumno puede identificar por medio de un plano cartesiano los ángulos que se les muestran en los recuadros ya antes vistos.

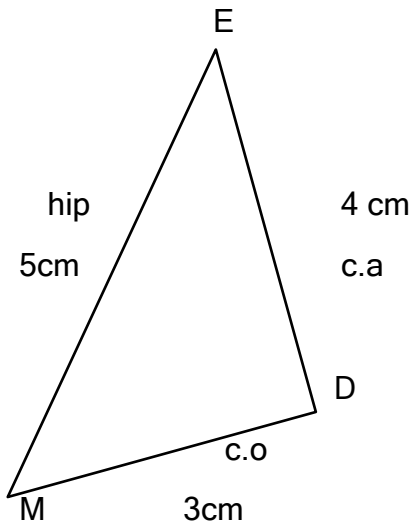
Variable #5

Define que es hipotenusa y los dos catetos con lo aprendido en clase.

A los alumnos se les planteo esta variable con el fin de proporcionar dentro de su hacer educativo en el área de matemáticas de los elementos trigonométricos de un triángulo rectángulo.

Variable #6

Encuentra las 6 funciones trigonométricas para el ángulo marcado de la siguiente figura.



Con esta variable se busca identificar como el alumno soluciona un triángulo rectángulo por medio de las seis funciones trigonométricas.

Instrumento 3: cuadernillo de estrategias para el sujeto de estudio

Este instrumento se aplicó con el propósito de recuperar las deficiencias que presento el alumno en la evaluación diagnóstica

El instrumento cuenta con 9 estrategias cuyas respuestas contienen entre dos y tres resultados, su escala de medición es de 0 a 10 de calificación y su tiempo de aplicación fue de 12 horas clase.

La justificación de cada una de sus estrategias didácticas se muestra a continuación:

Estrategia #1 medición y clasificación de ángulos.

Objetivo: que el alumno aprenda los elementos de un ángulo y su notación, con el fin de aprender a definirlos y clasificarlos.

Competencias a desarrollar:

- construye e interpreta modelos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométrico y variaciones para la comprensión y análisis de situaciones reales hipotéticas o formales.
- Formula e interpreta problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Resolver problemas de manera autónoma
- Comunicar información matemática
- Validar procedimientos y resultados
- Manejar técnicas eficientemente

Estrategia # 2 Unidades de medición de ángulos sexagesimal

Objetivo: que los alumnos realicen efectivamente las operaciones de ángulos en sistema sexagesimal.

Competencias a desarrollar:

- Construir y proponer soluciones a partir de métodos establecidos
- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos para el manejo de medidas angulares reales hipotéticas o formales.

Estrategia #3 Sistema circular

Objetivo: que los alumnos puedan identificar por medio del sistema circular la medición de radianes

Competencias a desarrollar:

- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.

Estrategia#4 Definición de las funciones trigonométricas

Objetivo: que los alumnos realicen efectivamente las operaciones de las funciones al igual que comprendan el contenido de manera correcta de forma autónoma y con ayuda de la tecnología.

Competencias:

- Aplica el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en la resolución de problemas.
- Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.

Estrategia #5 Signos de las funciones trigonométricas en un círculo unitario

Objetivo: es que el alumno aprenda a identificar los valores de los signos de las funciones trigonométricas y determinar en qué cuadrante se encuentra.

Competencias:

- Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.
- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.

Estrategia #6

valores de las funciones trigonométricas para ángulos notables ángulos (0° , $\pi/2$, π , $3\pi/2$, 2π)

objetivo: es facilitar el contenido al alumno respecto los ángulos notables y elaborar una tabla con los valores correspondientes.

Competencias:

- Justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad.
- Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros. Elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática.

Estrategia #7 Grafica de las funciones trigonométricas

Objetivo: para el alumno es importante que identifique el comportamiento de las funciones trigonométricas por medio de la tecnología en sus gráficas.

Competencias:

- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.
- Utilización de la tecnología en la implementación de funciones trigonométricas
- Estrategia # 8 Solución de triángulos rectángulos

Objetivo: que el alumno sea capaz de resolver problemas que impliquen la resolución de triángulos rectángulos y problemas de aplicación.

Competencias:

- Utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales, al resolver problemas.

- Justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad.

Estrategia #9 Conceptos básicos para la solución de problemas

Objetivo: el alumno se enfoca en resolución de problemas de la vida diaria y de manera autónoma, teniendo una visión futura del proceso que quiere llevar a la hora de estudiar una carrera universitaria.

Competencias:

- Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.
- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.

Instrumento #4: examen final para sujeto de estudio

El propósito generar para la evaluación final es determinar los avances que existen en el desarrollo de habilidades de los alumnos ante la evaluación inicial. Y de esta manera demostrar si el número de estrategias didácticas y la evaluación final tiene una relación. Comprobando que las actividades contribuyeron al desarrollo de habilidades de la comprensión matemática, este examen cuenta con 7 ejercicios. Con una duración de una hora clase, y una escala de medición de 1 a 10. Las características de cada una de las preguntas de este instrumento de evaluación son las siguientes:

1. Con tus propias palabras escribe la definición de ángulos

El propósito de esta pregunta es determinar qué tan familiarizado está el alumno con el tema de los ángulos y si es capaz de determinar con lo visto en clase la interrogante.

2. Observa las características de cada uno de los ángulos y coloca el nombre correcto en cada uno de ellos

El objetivo de esta variable es determinar como el alumno ya tiene una noción amplia del contenido de los ángulos y sus clasificaciones

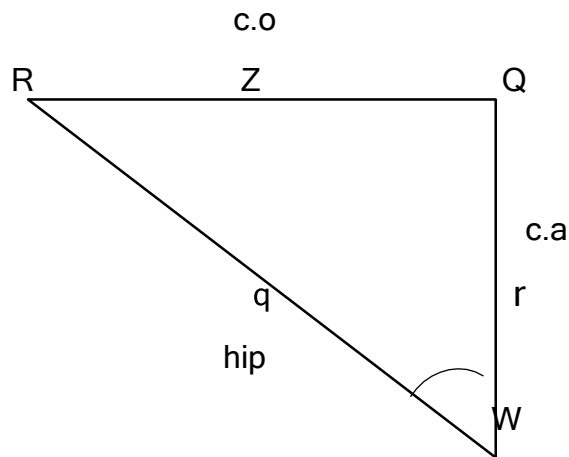
3. Realiza las siguientes sumas y restas de los ángulos

En esta variable se pretende que el alumno pueda resolver y razonar las sumas y restas de los ángulos y como identificar cuando un ángulo es correcto a la hora de sumar y restar.

4. Convertir los siguientes ángulos a radianes

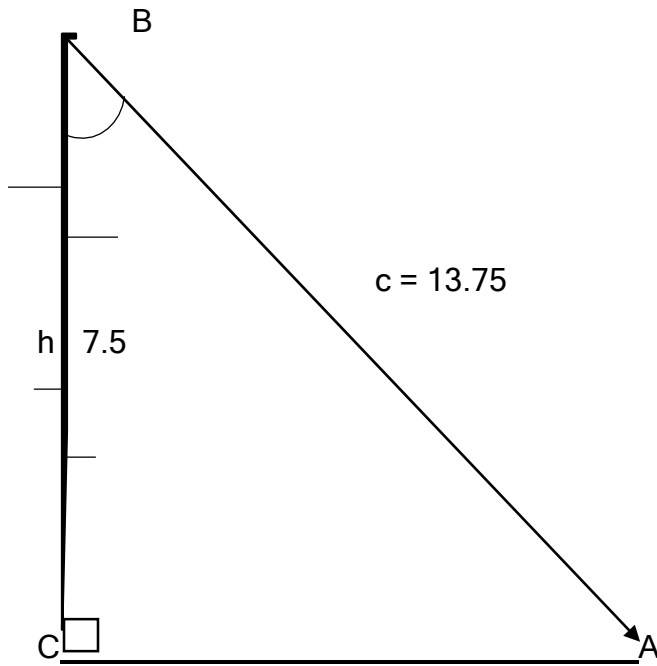
Principalmente se trata de que el alumno pueda desempeñar sus antecedentes matemáticos como lo son la regla de tres en la hora de resolver la conversión de ángulos a radianes.

5. Considerando el siguiente triángulo encuentra las 6 funciones trigonométricas del ángulo seleccionado (w)



La objetividad de esta variable es determinar como el educando puede ser capaz de resolver el triángulo rectángulo y encontrar sus funciones trigonométricas, para determinar todos sus elementos geométricos.

8. Obtener el ángulo que forma un poste que mide 7.5m de altura con un cable que tira de él que va desde la punta hasta el piso el cual tiene un largo de 13.75m



$$\cos \hat{B} = \frac{c.A}{HIP}$$

El objetivo de esta última variable es identificar que el alumno sea capaz de poder resolver problemas de aplicación de su día a día. Al igual que tenga una noción amplia de lo competitivo que se convierte el alumno al tener estos temas en su memoria.

3.3 procedimiento

Como podemos saber, el muestreo es el proceso de seleccionar un conjunto de individuos de una población con el fin de estudiarlos y poder caracterizar el total de la población. Una muestra es un subconjunto extraído del conjunto universo que se utiliza para hacer inferencias o predicciones acerca de la población.

Los diferentes tipos de muestreo son:

- Muestreo probabilístico
- Muestreo no probabilístico

El muestreo que se utilizará para este proyecto de investigación es el de conveniencia, que se deriva de muestreo no probabilístico.

Muestreo por conveniencia:

En el muestreo por conveniencia, las muestras son seleccionadas porque son accesibles para el investigador. Los sujetos son elegidos simplemente porque son fáciles de reclutar.

Se selecciona un grupo A y un grupo B, el primero será llamado grupo de investigación y el segundo grupo se llama control, estos grupos tendrán igual número de alumnos. A ambos grupos se les aplicará el test psicosocial para conocer las características del sujeto de estudio e identificar los factores externos que pueden afectar a la investigación, de igual manera a esto mismo se les aplicará la evaluación diagnóstica con el fin de encontrar sus saberes previos de esta materia, calcularemos la estadística de ambas muestras (desviación estándar y la media aritmética)

Al grupo A llamado grupo de investigación se les aplicará el cuadernillo de estrategias didácticas y el grupo control se trabajará de la forma tradicionalista.

Posterior al cuadernillo de estrategia se aplicará al finalizar en ambos grupos para medir nuevamente la estadística para conocer la media aritmética y desviación estándar.

En el grupo de investigación "A" se les aplicará cuatro instrumentos de evaluación los cuales son:

- Test psicosocial
- Examen diagnóstico
- Cuadernillo de estrategias
- Examen final

En el grupo control "B" se trabajará de manera tradicional conforme lo marca el programa de estudios vigente.

Prueba de hipótesis

Después de aplicar el examen final a ambos grupos se compararán los resultados y se hará una prueba de hipótesis por referencias de medias aritméticas eligiendo un nivel de significancia del 20% con un grado de credibilidad del 80%.

Capítulo IV
ANÁLISIS DE RESULTADOS
Introducción

Análisis de resultados

En este capítulo se realizó un estudio de los resultados del test psicosocial, con la finalidad de conocer los principales factores que afectan la investigación y se presentan las gráficas correspondientes a las características arrojadas.

De igual manera se muestran los resultados del examen diagnóstico y el examen final a partir de los cuales se obtuvieron la media aritmética y la desviación estándar, posteriormente se elaboró un análisis de datos utilizando el método causal comparativo con la intención de determinar si una buena planeación didáctica causa un aprendizaje significativo en aprendizaje de las matemáticas.

Por último, se realizó una prueba de hipótesis para comprobar que este trabajo de investigación realizado de una muestra, es también aplicable a la población. Con el nivel de credibilidad del 80%.

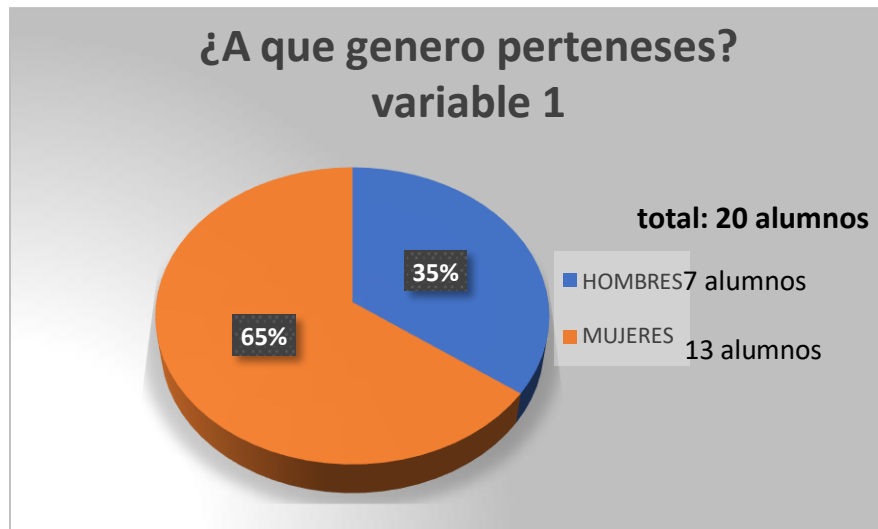
4.1 Análisis de resultados del test psicosocial.

Tabla 4.1 Valores obtenidos del grupo de investigación

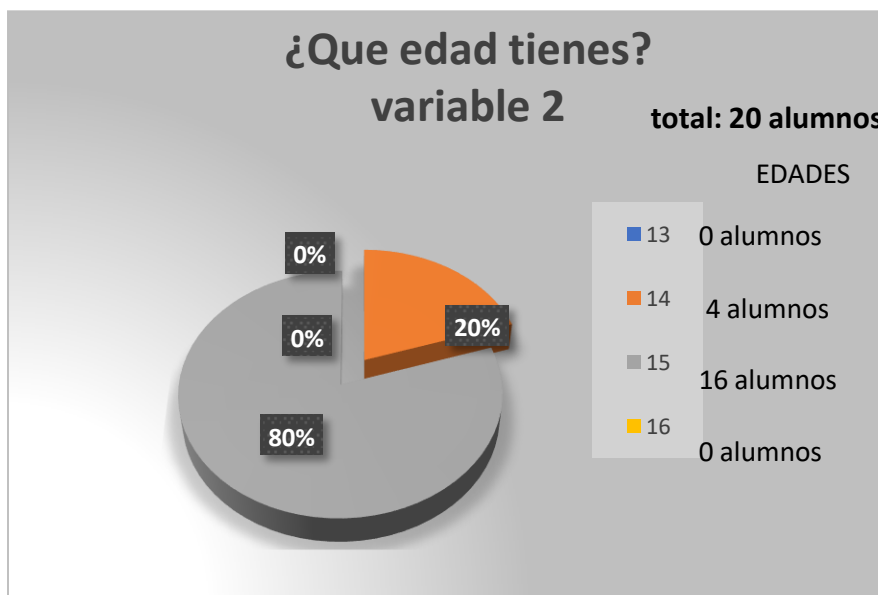
| No.preg. | INSTUMENTO #1 TEST PSICOSOCIAL | | | | | | | | INSTRU. 1 | % |
|----------|--------------------------------|----|----|----|-------------|-----|-----|-----|--------------|-----|
| | No. ALUMNOS | | | | PORCENTAJES | | | | TOTAL /ALUM. | |
| | a) | b) | c) | d) | a)% | b)% | c)% | d)% | | |
| 1 | 7 | 13 | 0 | 0 | 35 | 65 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 2 | 0 | 4 | 16 | 0 | 0 | 20 | 80 | 0 | 20 | 100 |
| 3 | 4 | 3 | 0 | 13 | 20 | 15 | 0 | 65 | 20 | 100 |
| 4 | 3 | 6 | 3 | 8 | 15 | 30 | 15 | 40 | 20 | 100 |
| 5 | 7 | 11 | 2 | 0 | 35 | 55 | 10 | 0 | 20 | 100 |
| 6 | 4 | 6 | 7 | 3 | 20 | 30 | 35 | 15 | 20 | 100 |
| 7 | 5 | 12 | 3 | 0 | 25 | 60 | 15 | 0 | 20 | 100 |
| 8 | 8 | 6 | 6 | 0 | 40 | 30 | 30 | 0 | 20 | 100 |
| 9 | 10 | 2 | 0 | 8 | 50 | 10 | 0 | 40 | 20 | 100 |
| 10 | 8 | 0 | 0 | 12 | 40 | 0 | 0 | 60 | 20 | 100 |
| 11 | 5 | 0 | 6 | 9 | 25 | 0 | 30 | 45 | 20 | 100 |
| 12 | 18 | 2 | 0 | 0 | 90 | 10 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 13 | 0 | 20 | 0 | 0 | 0 | 100 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 14 | 15 | 5 | 0 | 0 | 75 | 25 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 15 | 17 | 1 | 2 | 0 | 85 | 5 | 10 | 0 | 20 | 100 |
| 16 | 13 | 7 | 0 | 0 | 65 | 35 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 17 | 11 | 9 | 0 | 0 | 55 | 45 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 18 | 9 | 6 | 3 | 2 | 45 | 30 | 15 | 10 | 20 | 100 |

Graficas circulares correspondientes a las características del sujeto de estudio del grupo de investigación.

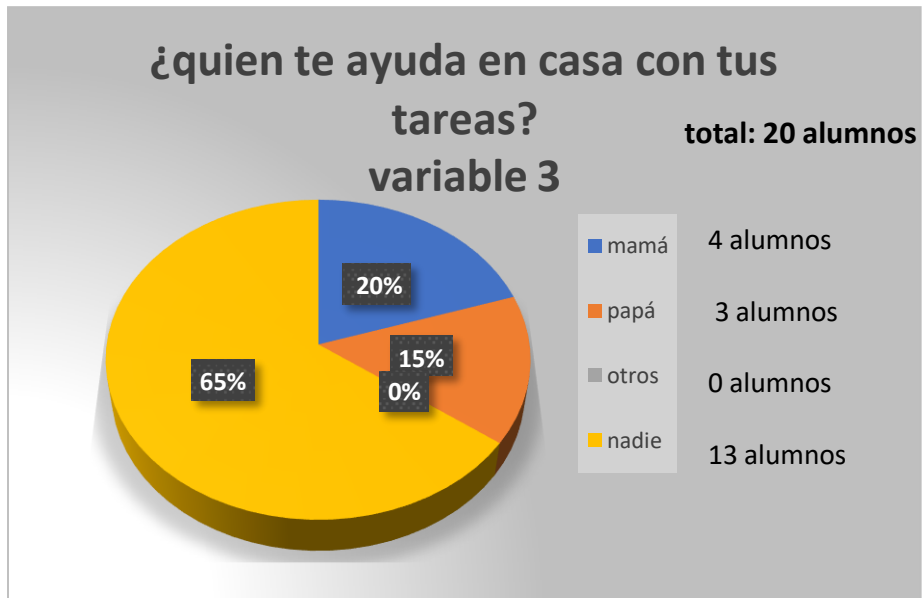
Grafico 4.1



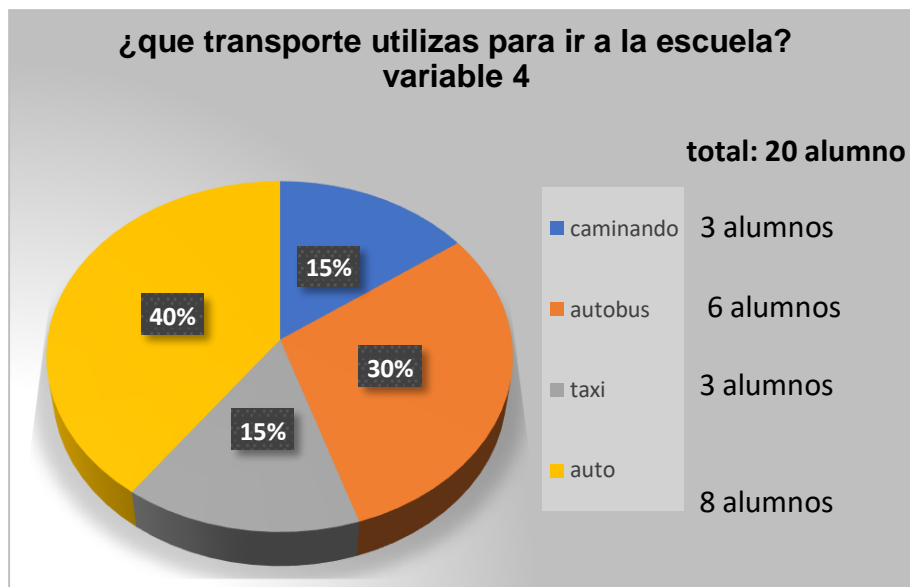
Grafica 4.2



Grafica 4.3



Grafica 4.4



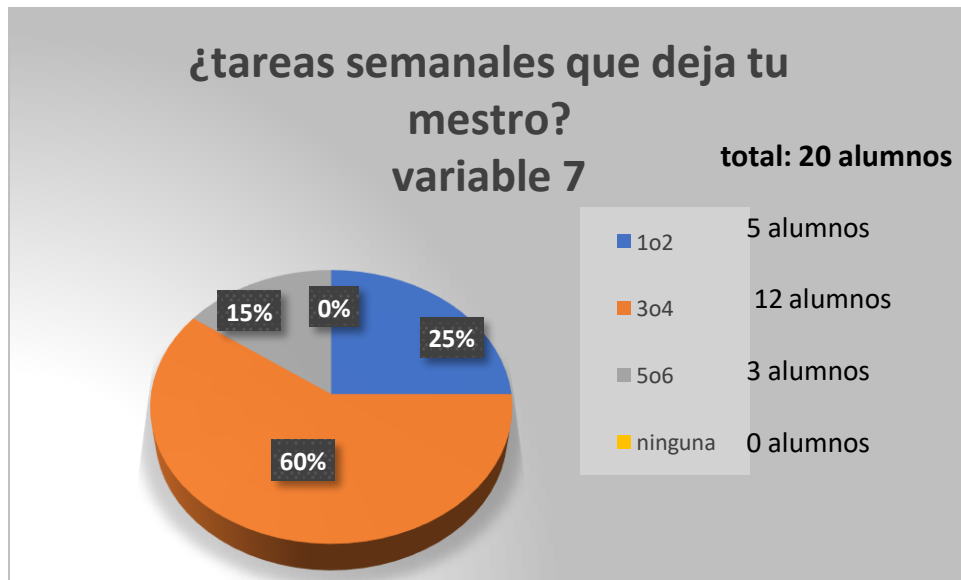
Grafica 4.5



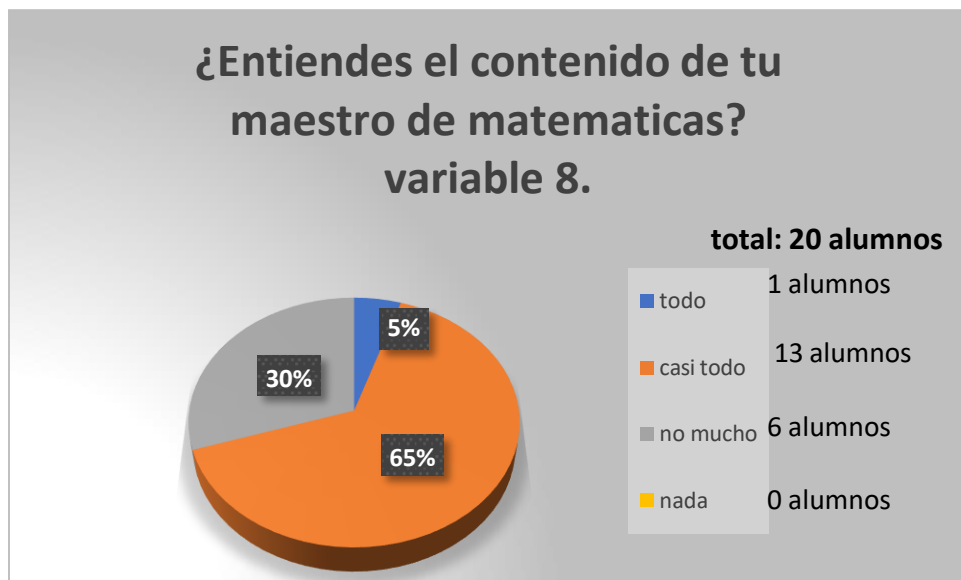
Grafica 4.6



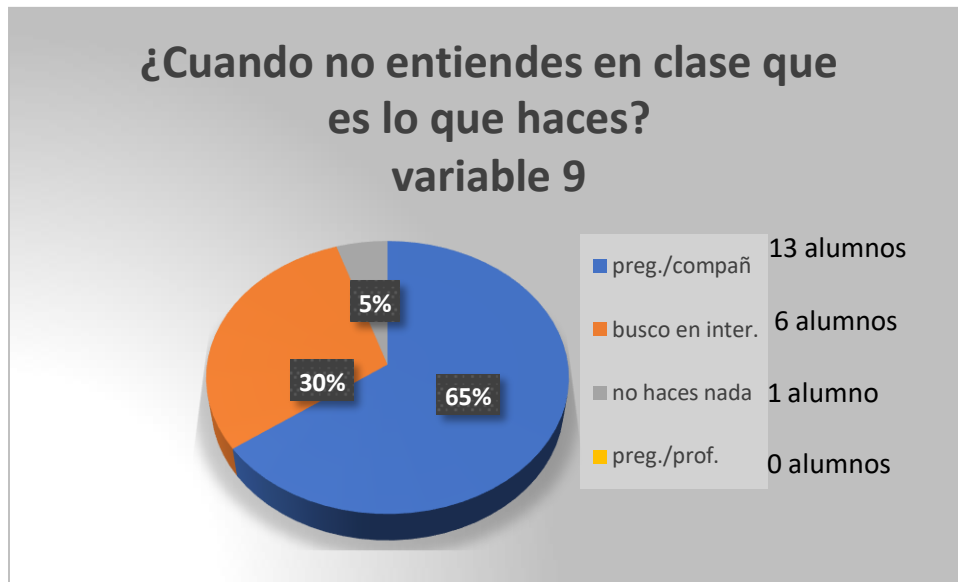
Grafica 4.7



Grafica 4.8



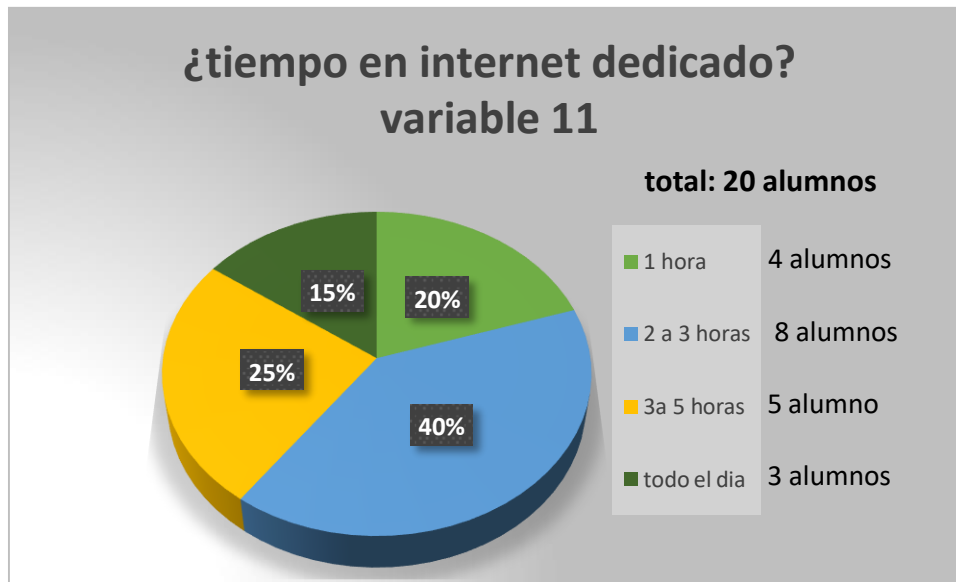
Grafica 4.9



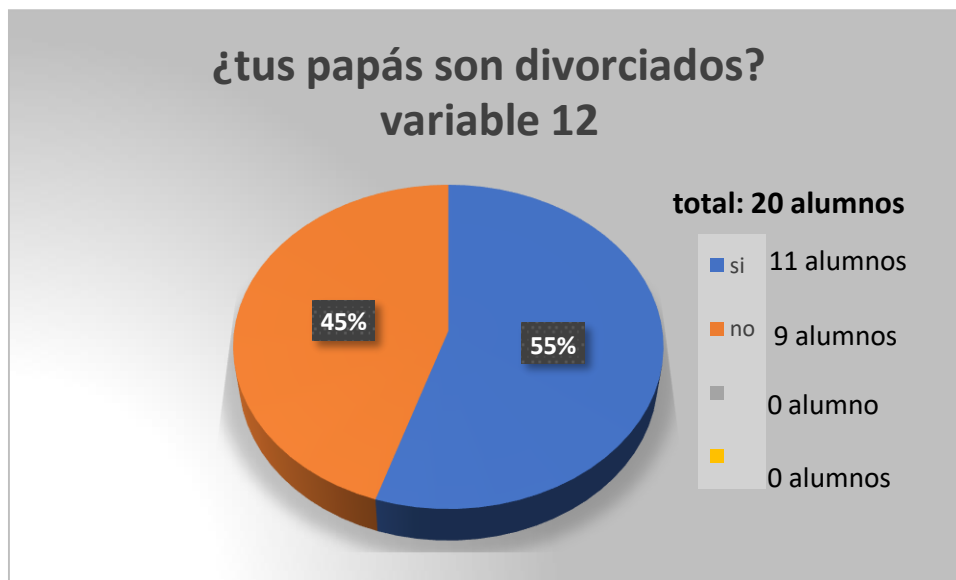
Grafica 4.10



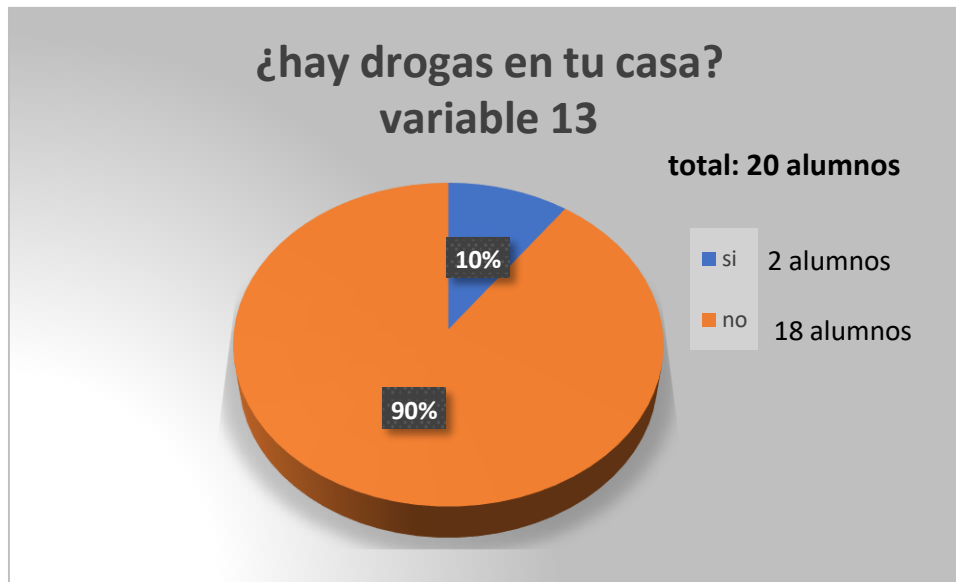
Grafica 4.11



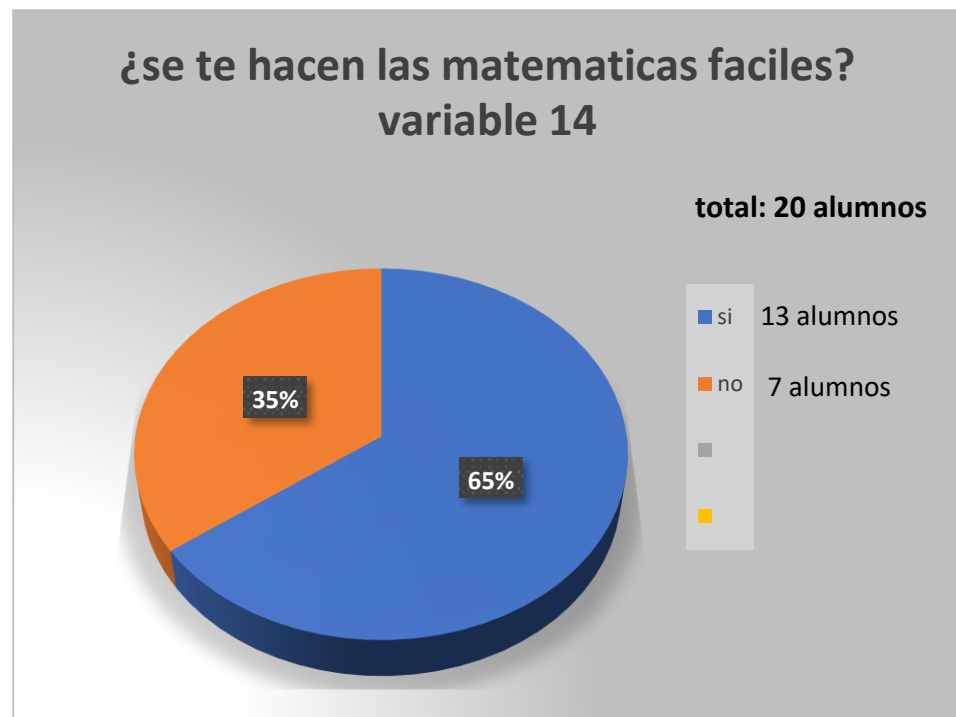
Grafica 4.12



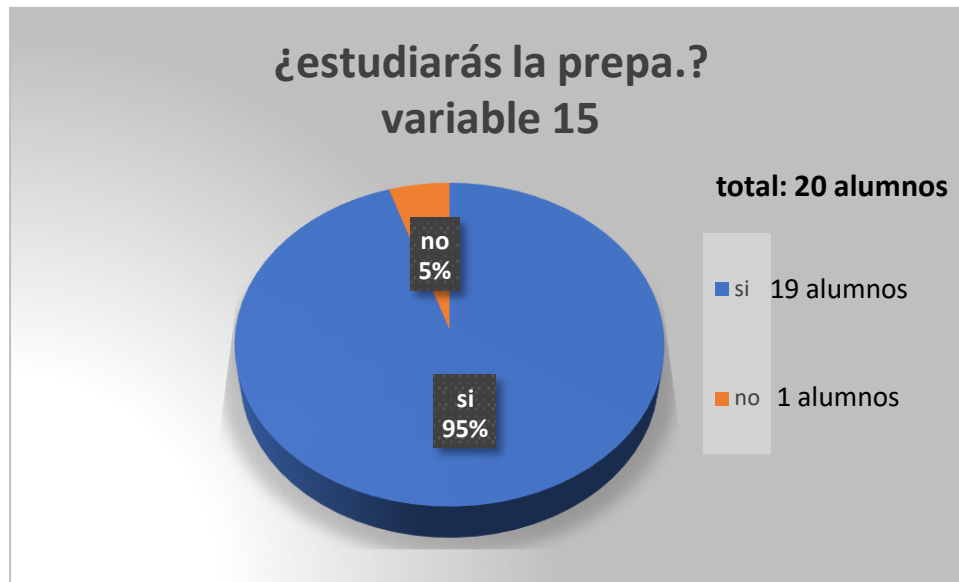
Grafica 4.13



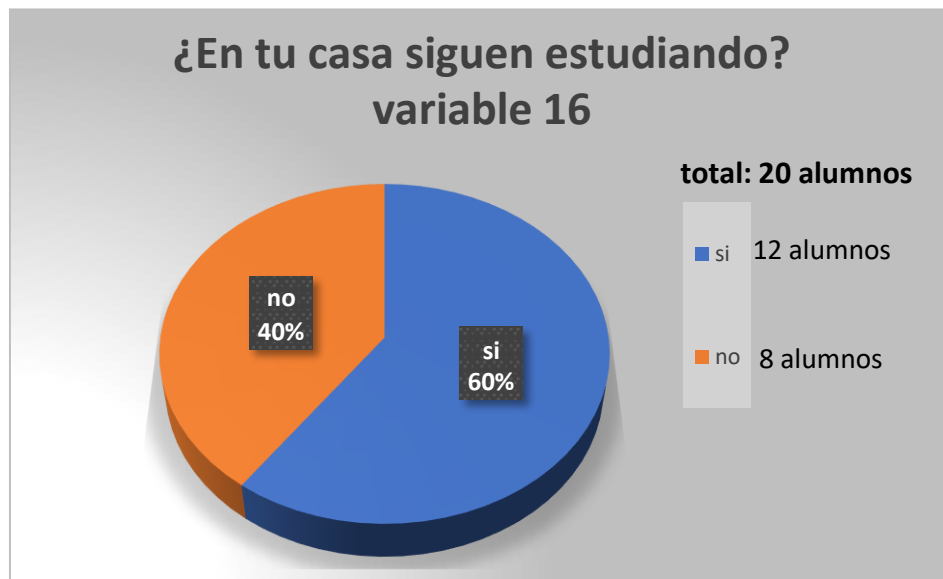
Grafica 4.14



Grafica 4.15



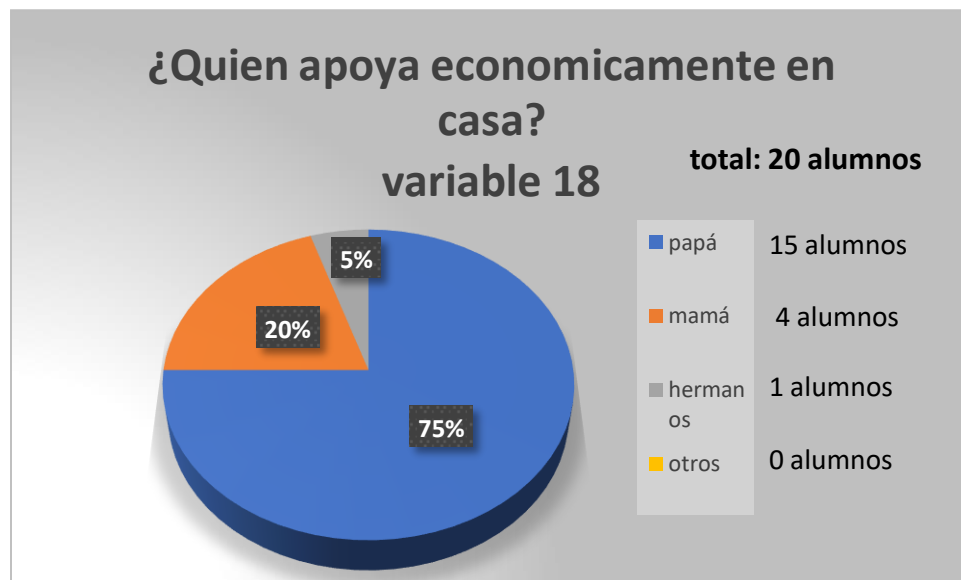
Grafica 4.16



Grafica 4.17



Grafica 4.18



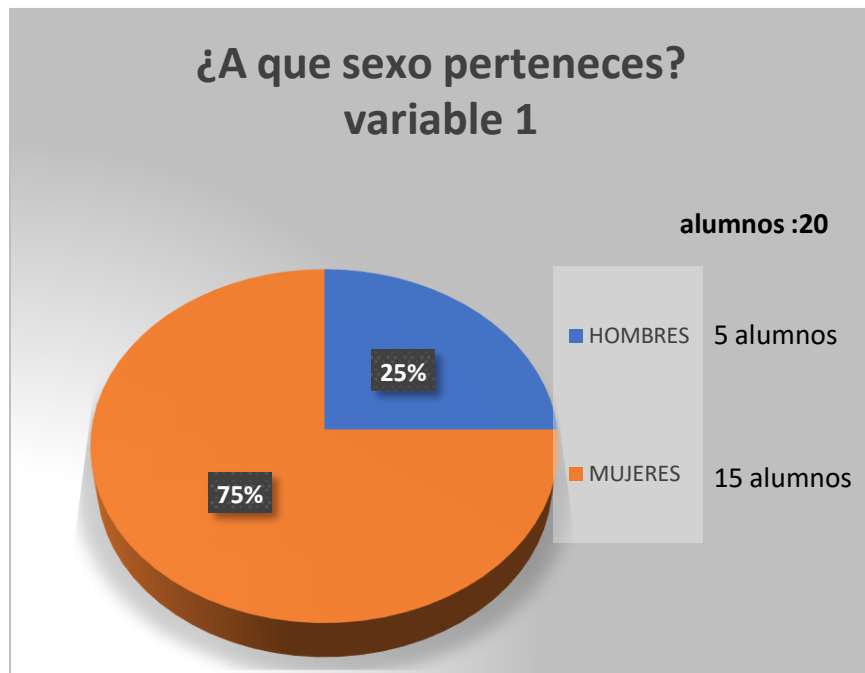
Como podemos observar en las gráficas los rasgos característicos del sujeto de estudio son las siguientes variables:

La grafica 4.5 se observa que el 55% de los sujetos de estudios tienen poco interés por el estudio y se le agrega el 15% de a aquellos que les da igual, esto es un factor que merece atención. En la gráfica 4.10 nos muestra un alto índice de tiempo que llevan los alumnos en redes sociales al igual si se le agrega el grafico 4.11 pasan más tiempo en internet que lo que pasan estudiando en la escuela

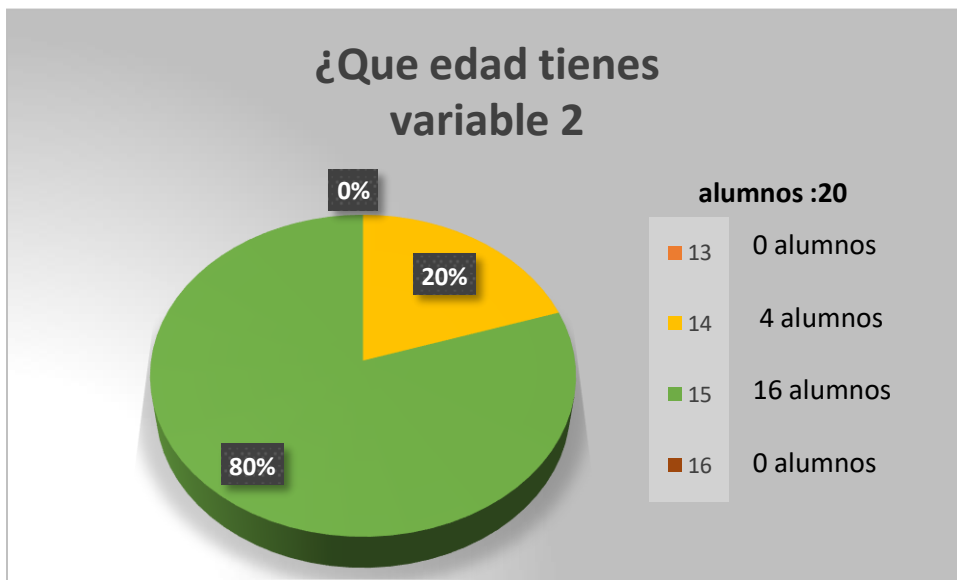
Tabla 4.2 análisis de resultados grupo control.

| INSTUMENTO #1 TEST PSICOSOCIAL | | | | | | | | | INSTRU. 1 | % |
|--------------------------------|-------------|----|----|----|-------------|-----|-----|-----|--------------|-----|
| No.preg. | No. ALUMNOS | | | | PORCENTAJES | | | | TOTAL /ALUM. | |
| | a) | b) | c) | d) | a)% | b)% | c)% | d)% | | |
| 1 | 5 | 15 | 0 | 0 | 25 | 75 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 2 | 0 | 4 | 16 | 0 | 0 | 20 | 80 | 0 | 20 | 100 |
| 3 | 5 | 4 | 0 | 11 | 25 | 20 | 0 | 55 | 20 | 100 |
| 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 20 | 25 | 25 | 30 | 20 | 100 |
| 5 | 9 | 7 | 4 | 0 | 45 | 35 | 20 | 0 | 20 | 100 |
| 6 | 6 | 4 | 5 | 5 | 30 | 20 | 25 | 25 | 20 | 100 |
| 7 | 3 | 11 | 6 | 0 | 15 | 55 | 30 | 0 | 20 | 100 |
| 8 | 8 | 6 | 6 | 0 | 40 | 30 | 30 | 0 | 20 | 100 |
| 9 | 10 | 2 | 0 | 8 | 50 | 10 | 0 | 40 | 20 | 100 |
| 10 | 11 | 0 | 0 | 9 | 55 | 0 | 0 | 45 | 20 | 100 |
| 11 | 4 | 0 | 7 | 9 | 20 | 0 | 35 | 45 | 20 | 100 |
| 12 | 13 | 7 | 0 | 0 | 65 | 35 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 13 | 3 | 17 | 0 | 0 | 15 | 85 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 14 | 15 | 5 | 0 | 0 | 75 | 25 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 15 | 16 | 2 | 2 | 0 | 80 | 10 | 10 | 0 | 20 | 100 |
| 16 | 15 | 5 | 0 | 0 | 75 | 25 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 17 | 16 | 4 | 0 | 0 | 80 | 20 | 0 | 0 | 20 | 100 |
| 18 | 10 | 5 | 4 | 1 | 50 | 25 | 20 | 5 | 20 | 100 |

Grafica 4.19



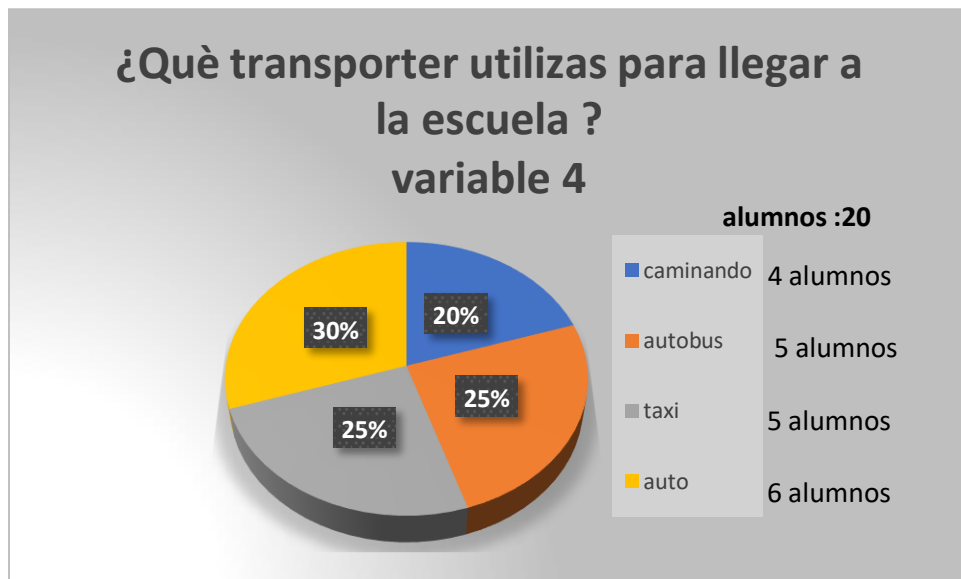
Grafica 4.20



Grafica 4.21



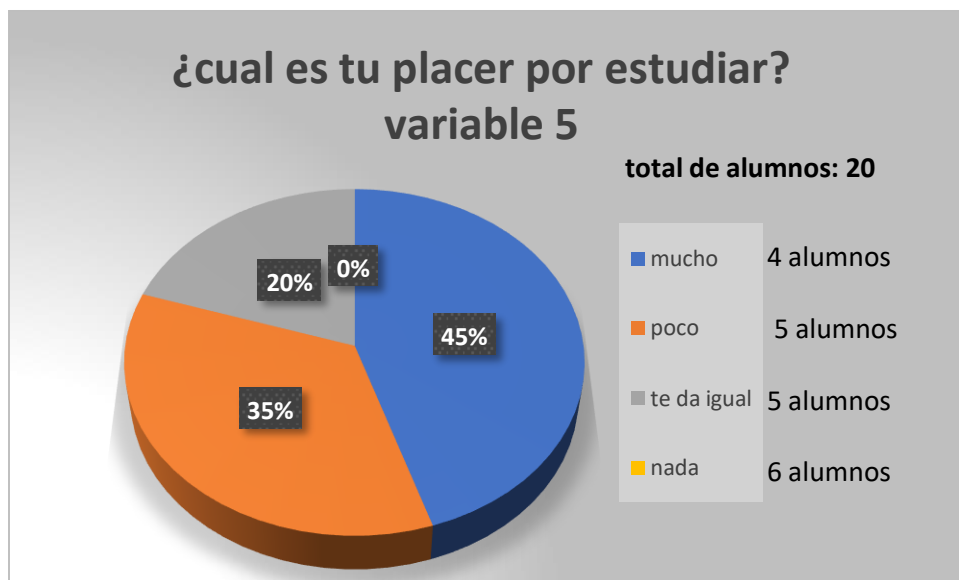
Grafica 4.22



Grafica 4.23



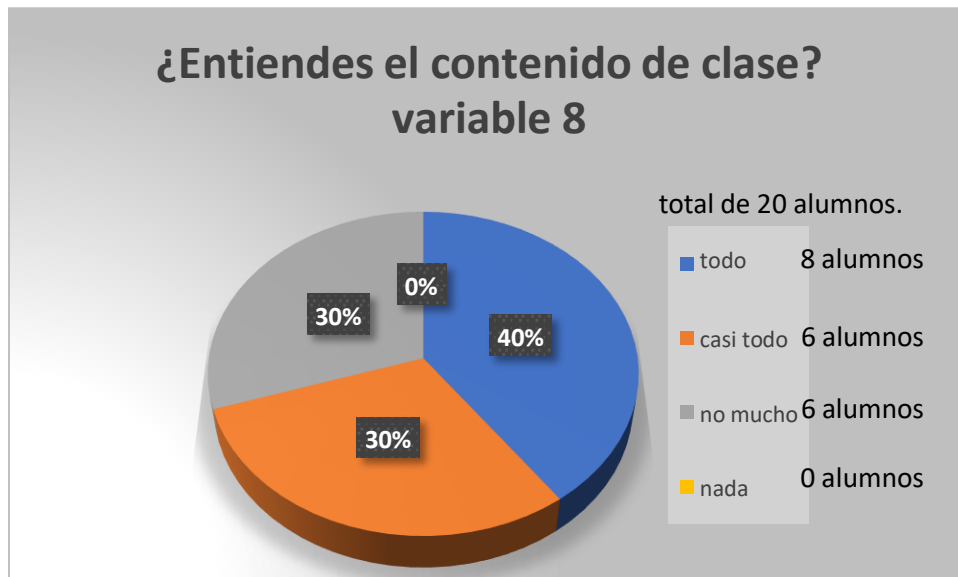
Grafica 4.24



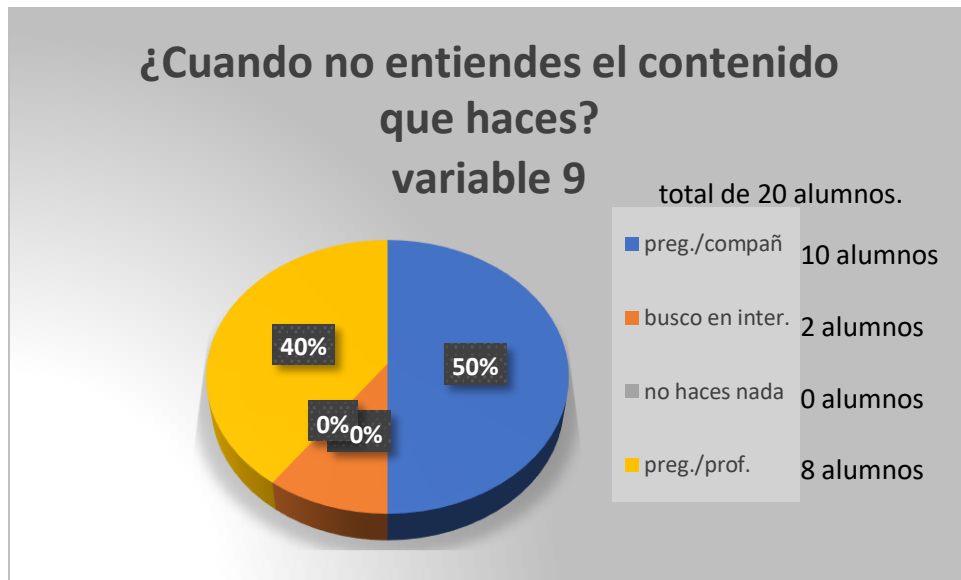
Grafica 4.25



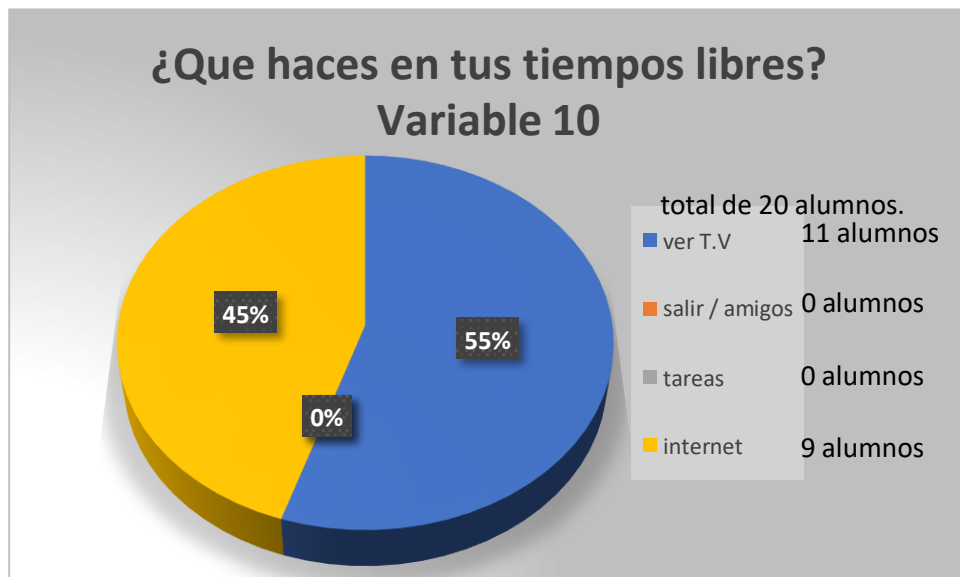
Grafica 4.26



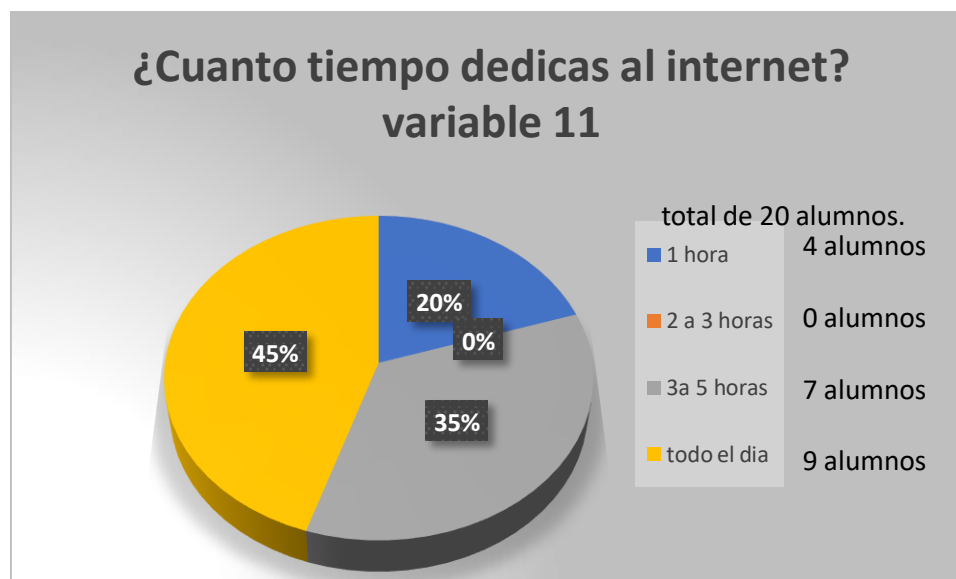
Grafica 4.27



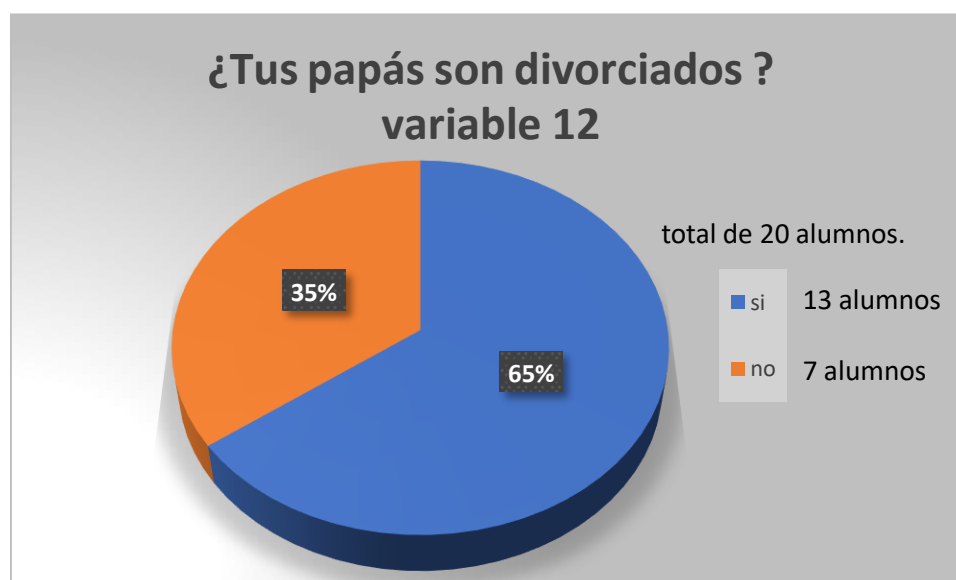
Grafica 4.28



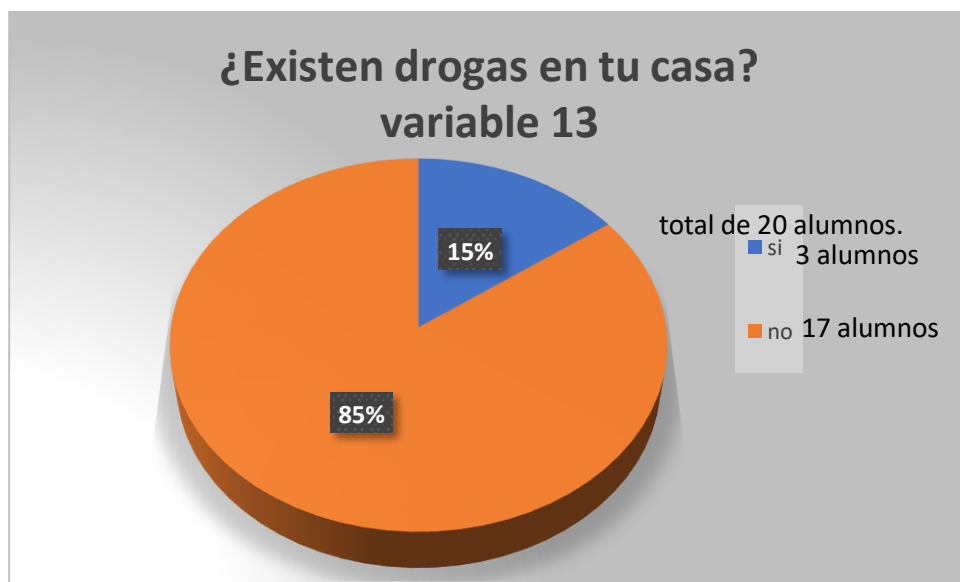
Grafica 4.29



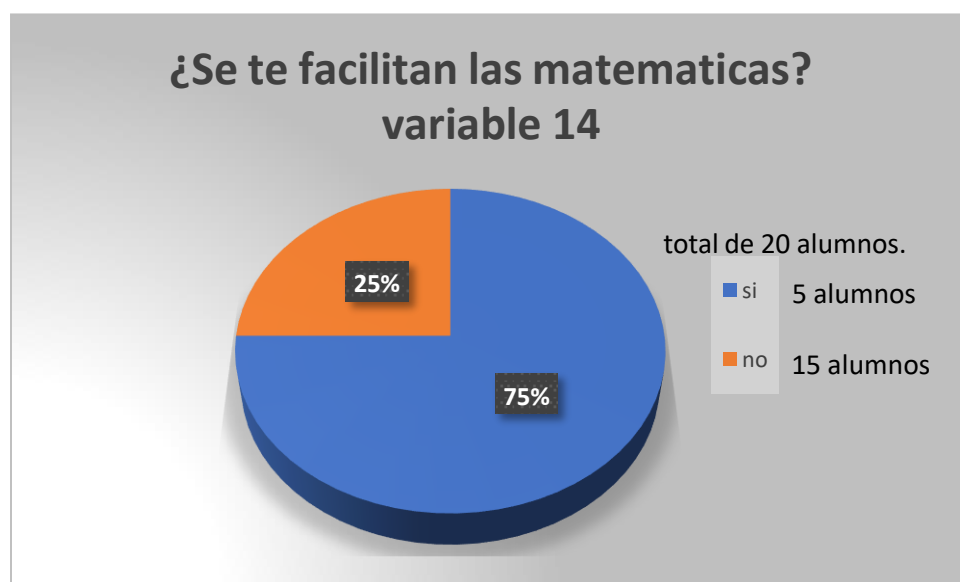
Grafica 4.30



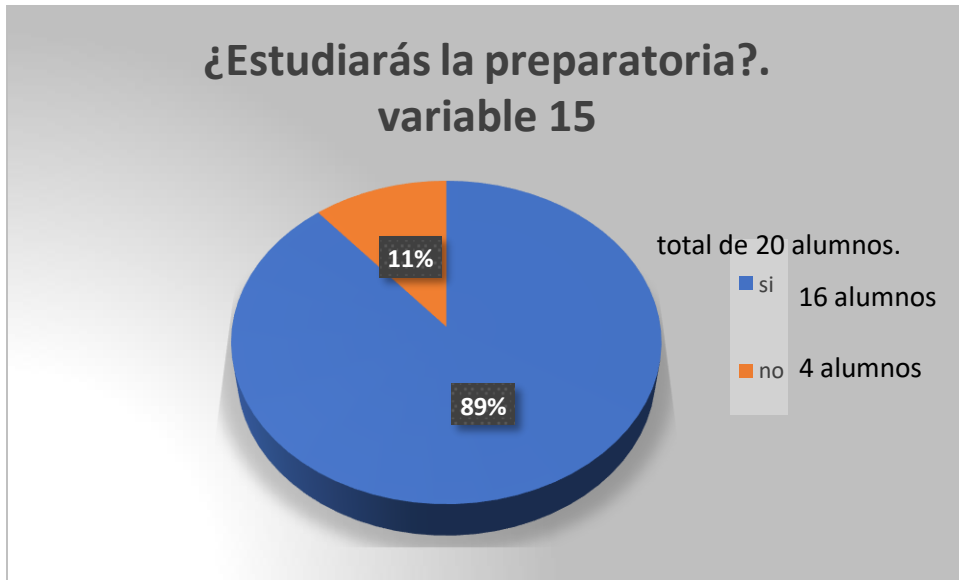
Grafica 4.31



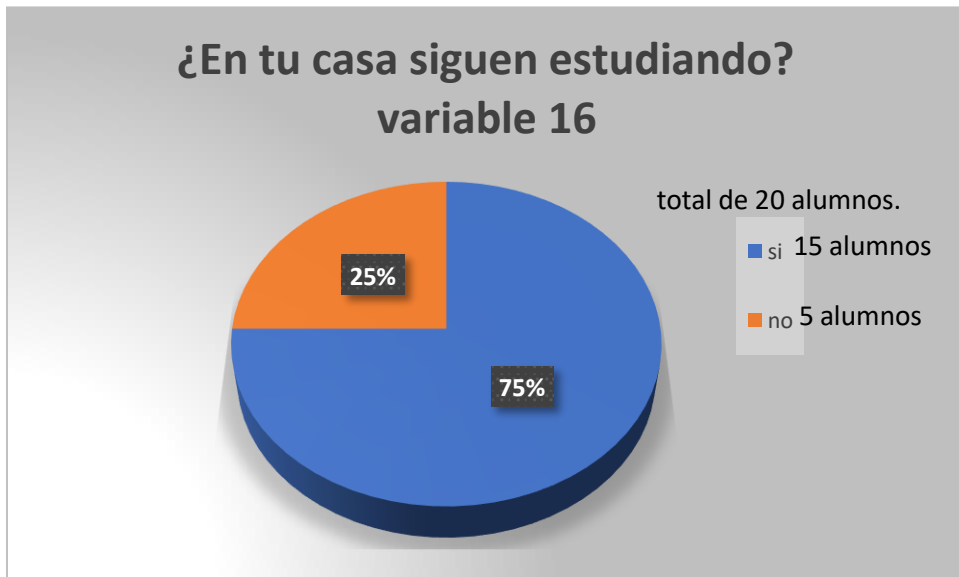
Grafica 4.32



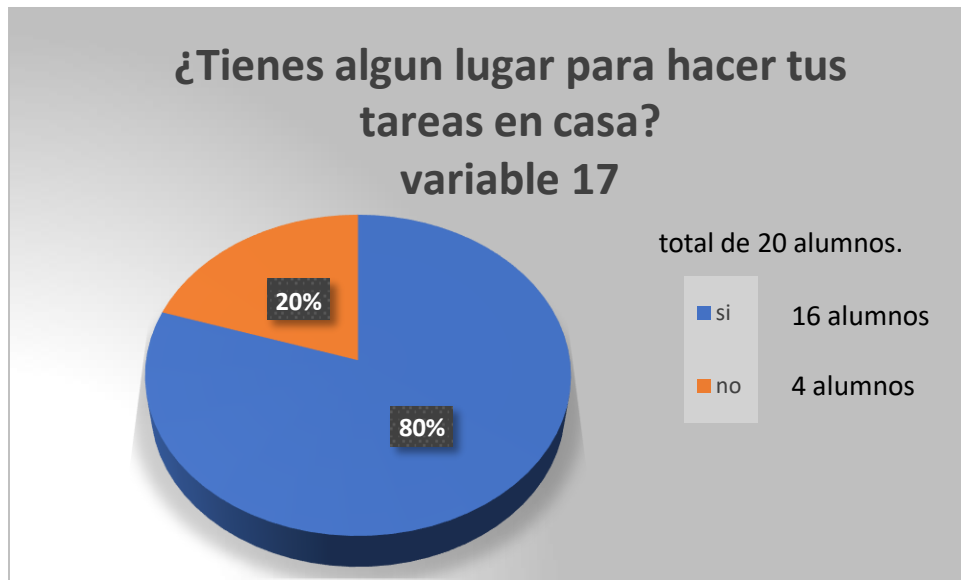
Grafica 4.33



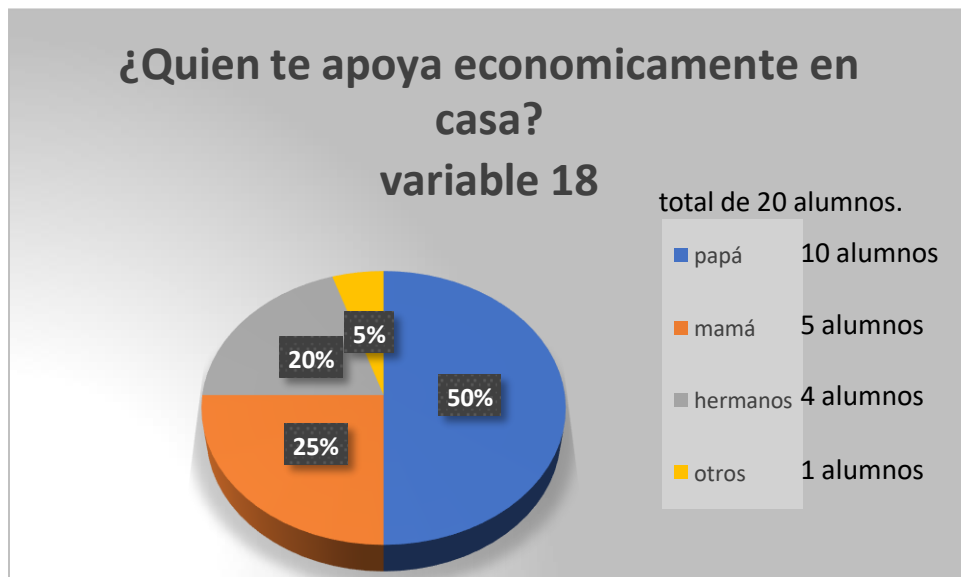
Grafica 4.34



Grafica 4.35



Grafica 4.36



4.2 Análisis de resultados del examen diagnóstico.

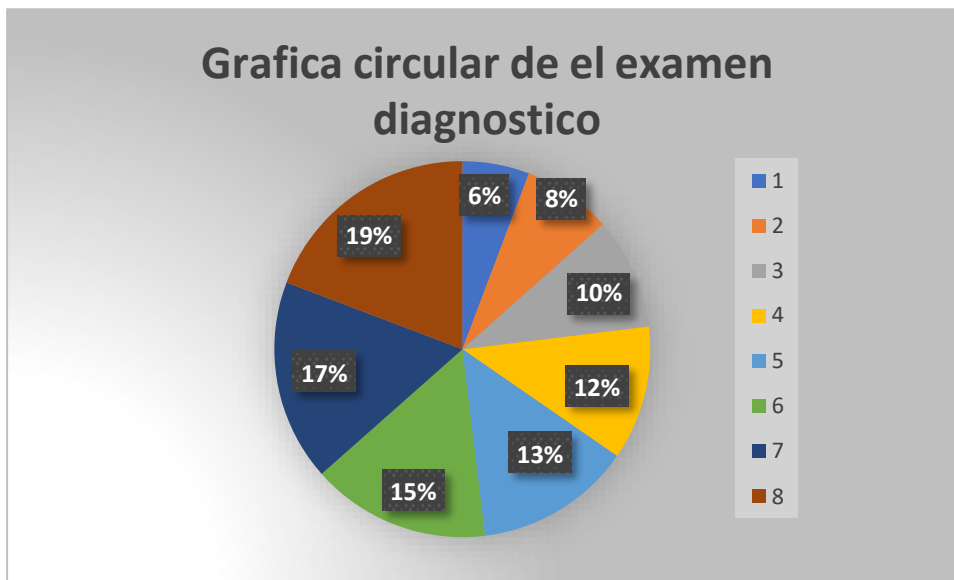
Se aplicó un examen diagnóstico al grupo de investigación para conocer los saberes previos de los alumnos y determinar la importancia de una buena planeación didáctica. Este instrumento en su totalidad está constituido por 13 reactivos, los cuales permitieron conocer los conocimientos previos de los alumnos y realizar adecuaciones a los instrumentos correspondientes a las necesidades del grupo.

Tabla 4.3 distribución de frecuencias del examen diagnóstico del grupo de investigación.

| M.C | F | F.R | F.A | F.R.A | %F.R | %F.R.A |
|-----|----|------|-----|-------|------|--------|
| 3 | 3 | 0.15 | 3 | 0.15 | 15 | 15 |
| 4 | 2 | 0.1 | 5 | 0.25 | 10 | 25 |
| 5 | 4 | 0.2 | 9 | 0.45 | 20 | 45 |
| 6 | 2 | 0.1 | 11 | 0.55 | 10 | 55 |
| 7 | 2 | 0.1 | 13 | 0.65 | 10 | 65 |
| 8 | 3 | 0.15 | 16 | 0.8 | 15 | 80 |
| 9 | 2 | 0.1 | 18 | 0.9 | 10 | 90 |
| 10 | 2 | 0.1 | 20 | 1 | 10 | 100 |
| | 20 | | | | | |

De un total de 20 alumnos el 45% tiene un índice de reprobación y por otro lado el 55% de los alumnos cuenta con una calificación aprobatoria, se busca con el instrumento número tres bajar el índice de reprobación del grupo de investigación, en el tema funciones trigonométricas en alumnos de tercer grado de secundaria.

Grafica 4.37 grafica del examen diagnóstico del grupo de investigación



4.3 varianza y desviación estándar del examen diagnostico (G. Investigación)

Distribución de frecuencias respecto al examen diagnóstico del grupo de investigación con una muestra de 20 alumnos.

Tabla 4.4 tabla de varianza y desviación estándar de el examen diagnostico (G. INVESTIGACION)

| Xi | F | xi.F | (xi- \bar{x}) ² | (xi- \bar{x}) ² F |
|----|---|----------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 3 | 3 | 9 | 10.5625 | 31.6875 |
| 4 | 2 | 8 | 5.0625 | 10.125 |
| 5 | 4 | 20 | 1.5625 | 6.25 |
| 6 | 2 | 12 | 0.0625 | 0.125 |
| 7 | 2 | 14 | 0.5625 | 1.125 |
| 8 | 3 | 24 | 3.0625 | 9.1875 |
| 9 | 2 | 18 | 7.5625 | 15.125 |
| 10 | 2 | 20 | 14.0625 | 28.125 |
| | | $\Sigma = 125$ | | $\Sigma = 101.75$ |

La media aritmética de las calificaciones del examen diagnóstico es:

$$x_1 = \frac{\sum x_i F}{n} = \frac{125}{20} = 6.25 \text{ Media aritmética}$$

La desviación estándar de esta muestra investigada es:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 F}{n-1} = \frac{101.75}{19} = 5.35 \text{ Varianza}$$

$$\delta_x = \sqrt{5.35} = 2.314 \text{ Desviación estándar}$$

Como podemos observar el promedio general en los conocimientos previos del grupo de investigación es malo esto nos dice que una planeación de acuerdo lo que manda el plan y programa tiende a una deficiencia en la materia de matemáticas.

Tabla 4.5 distribución de frecuencias del examen diagnóstico (G. CONTROL)

| M.C | F | F.R | F.A | F.R.A | %F.R | %F.R.A |
|-----|----|------|-----|-------|------|--------|
| 2 | 1 | 0.05 | 1 | 0.05 | 5 | 5 |
| 3 | 1 | 0.05 | 1 | 0.05 | 5 | 5 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0.05 | 0 | 5 |
| 5 | 2 | 0.1 | 3 | 0.15 | 10 | 15 |
| 6 | 3 | 0.15 | 6 | 0.3 | 15 | 30 |
| 7 | 2 | 0.1 | 8 | 0.4 | 10 | 40 |
| 8 | 2 | 0.1 | 10 | 0.5 | 10 | 50 |
| 9 | 5 | 0.25 | 15 | 0.75 | 25 | 75 |
| 10 | 4 | 0.2 | 19 | 0.95 | 20 | 95 |
| | 20 | | | | | |
| | | | | | | |

De un total de 20 alumnos el 15% tiene un índice de reprobación y por otro lado el 20% de los alumnos cuenta con una calificación aprobatoria, se busca con el instrumento número tres bajar el índice de reprobación del grupo de investigación, en el tema funciones trigonométricas en alumnos de tercer grado de secundaria.

Grafica 4.38



Tabla 4.6 Desviación estándar y media aritmética respecto al examen diagnóstico del grupo control.

| Xi | F | xi.F | (xi- \bar{x}) ² | (xi- \bar{x}) ² f |
|----|---------------|----------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 3 | 4 | 12 | 8.1225 | 32.49 |
| 4 | 3 | 12 | 3.4225 | 10.2675 |
| 5 | 4 | 20 | 0.7225 | 2.89 |
| 6 | 2 | 12 | 0.0225 | 0.045 |
| 7 | 1 | 7 | 1.3225 | 1.3225 |
| 8 | 2 | 16 | 4.6225 | 9.245 |
| 9 | 2 | 18 | 9.9225 | 19.845 |
| 10 | 2 | 20 | 17.2225 | 34.445 |
| | $\Sigma = 20$ | $\Sigma = 117$ | $\Sigma = 45.38$ | $\Sigma = 110.55$ |

La media aritmética de las calificaciones del examen diagnóstico es:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum xiF}{n} = \frac{117}{20} = 5.85 \text{ Media aritmética}$$

La desviación estándar de esta muestra investigada es:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (xi-\bar{x})^2 F}{n-1} = \frac{110.55}{19} = 5.818 \text{ Varianza}$$

$$\delta_x = \sqrt{5.818} = 2.412 \text{ Desviación estándar}$$

La desviación estándar nos muestra una dispersión grande respecto a la media aritmética, se considera que el grupo control está disperso respecto al tema de funciones trigonométricas.

4.4 análisis de resultados del examen final. (grupo de investigación)

| M.C | F | F.R | F.A | F.R.A | %F.R | %F.R.A |
|-----|---------------|--------------|---------------|-------|----------------|--------|
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0.05 | 1 | 0.05 | 5 | 5 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0.05 | 0 | 5 |
| 6 | 2 | 0.1 | 3 | 0.15 | 10 | 15 |
| 7 | 3 | 0.15 | 6 | 0.3 | 15 | 30 |
| 8 | 5 | 0.25 | 11 | 0.55 | 25 | 55 |
| 9 | 3 | 0.15 | 14 | 0.7 | 15 | 70 |
| 10 | 6 | 0.3 | 20 | 1 | 30 | 100 |
| | $\Sigma = 20$ | $\Sigma = 1$ | $\Sigma = 56$ | | $\Sigma = 100$ | |

De acuerdo con la tabla anterior nos muestra mejoramiento en los alumnos al tener un 30% de índice de aprobación respecto al examen diagnostico mejorando un 15% más de lo anterior.

Tabla 4.7 Desviación estándar y media aritmética del examen final del grupo de investigación.

| X_i | F | $x_i.F$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})^2 f$ |
|-------|----|---------|---------------------|-----------------------|
| 3 | 0 | 0 | 27.04 | 0 |
| 4 | 1 | 4 | 17.64 | 17.64 |
| 5 | 0 | 0 | 10.24 | 0 |
| 6 | 2 | 12 | 4.84 | 9.68 |
| 7 | 3 | 21 | 1.44 | 4.32 |
| 8 | 5 | 40 | 0.04 | 0.2 |
| 9 | 3 | 27 | 0.64 | 1.92 |
| 10 | 6 | 60 | 3.24 | 19.44 |
| | 20 | 164 | 38.08 | 53.2 |

La media aritmética de las calificaciones del examen final es:

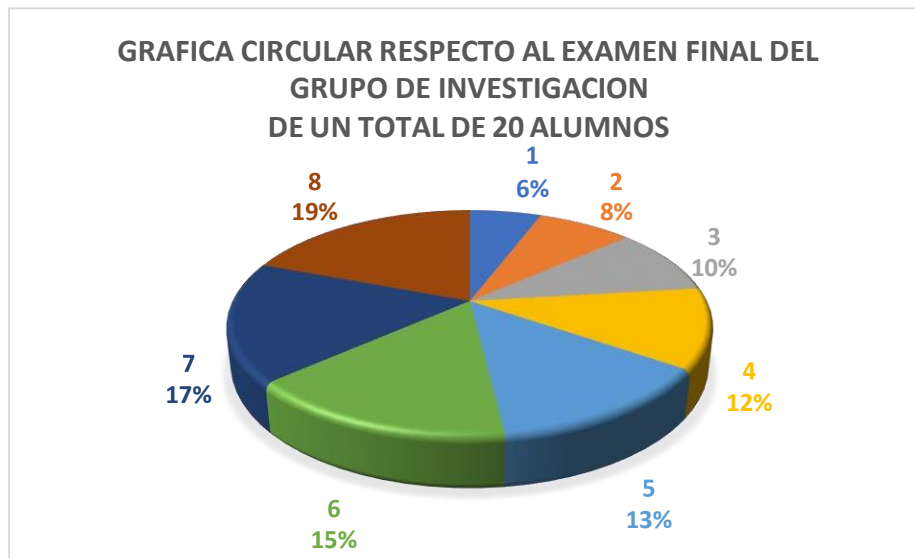
$$x_1 = \frac{\sum xiF}{n} = \frac{164}{20} = 8.2 \text{ Media aritmética}$$

La desviación estándar de esta muestra investigada es:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (xi - \bar{x})^2 F}{n-1} = \frac{53.2}{19} = 2.8 \text{ Varianza}$$

$$\delta_x = \sqrt{2.8} = 1.67 \text{ Desviación estándar}$$

Grafica 4.39



De un registro de 20 alumnos 6 de ellos tiene una calificación de 10 que corresponde al 15% del total de los alumnos investigados.

Según la gráfica 4.4 las secciones más pequeñas corresponden a una calificación de 4 con 1 alumno y 6 con 2 alumnos.

De esta manera se obtiene la calificación más alta con un valor de 10 representando al 15% de los 20 alumnos investigados. Esto nos muestra un avance significativo en la materia de matemáticas respecto al tema de funciones trigonométricas por el círculo unitario

Tabla 4.7 análisis de resultados del examen final. (grupo control)

| M.C | F | F.R | F.A | F.R.A | %F.R | %F.R.A |
|-----|----|------|-----|-------|------|--------|
| 2 | 1 | 0.05 | 1 | 0.05 | 5 | 5 |
| 3 | 1 | 0.05 | 1 | 0.05 | 5 | 5 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0.05 | 0 | 5 |
| 5 | 2 | 0.1 | 3 | 0.15 | 10 | 15 |
| 6 | 3 | 0.15 | 6 | 0.3 | 15 | 30 |
| 7 | 2 | 0.1 | 8 | 0.4 | 10 | 40 |
| 8 | 2 | 0.1 | 10 | 0.5 | 10 | 50 |
| 9 | 5 | 0.25 | 15 | 0.75 | 25 | 75 |
| 10 | 4 | 0.2 | 19 | 0.95 | 20 | 95 |
| | 20 | | | | | |
| | | | | | | |

Respecto al examen final en el grupo control también obtenemos un mejoramiento, pero no tan significativo ya que los alumnos del grupo control no utilizaron la tecnología en su aprendizaje

Tabla 4.8 varianza y desviación estándar del examen final (G. CONTROL)



| Xi | F | xi.F | $(xi-\bar{x})^2$ | $(xi-\bar{x})^2f$ |
|----|----|------|------------------|-------------------|
| 2 | 1 | 2 | 28.09 | 28.09 |
| 3 | 1 | 3 | 18.49 | 18.49 |
| 4 | 0 | 0 | 10.89 | 0 |
| 5 | 2 | 10 | 5.29 | 10.58 |
| 6 | 3 | 18 | 1.69 | 5.07 |
| 7 | 2 | 14 | 0.09 | 0.18 |
| 8 | 2 | 16 | 0.49 | 0.98 |
| 9 | 5 | 45 | 2.89 | 14.45 |
| 10 | 4 | 40 | 7.29 | 29.16 |
| | 20 | 146 | 47.12 | 78.91 |

Grafica 4.40

La media aritmética de las calificaciones del examen final del grupo control es:

$$x_1 = \frac{\sum xiF}{n} = \frac{146}{20} = 7.3 \text{ Media aritmética}$$

La desviación estándar de esta muestra investigada es:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum(xi-\bar{x})^2F}{n-1} = \frac{78.91}{19} = 4.15 \text{ Varianza}$$

$$\delta_x = \sqrt{4.15} = 2.0379 \text{ Desviación estándar}$$

Esto nos muestra que al igual que el grupo de investigación se obtuvo un avance significativo del grupo control obteniendo un avance de 1.5 de calificación general del grupo.

| Grupo de investigación | Grupo control |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Examen diagnostico | Examen diagnostico |
| $\bar{x} = 6.25$ $\delta_x = 2.3$ | $\bar{x} = 5.85$ $\delta_x = 2.4$ |
| Examen final | Examen final |
| $\bar{x} = 8.2$ $\delta_x = 1.6$ | $\bar{x} = 7.3$ $\delta_x = 2.03$ |

4.5 Prueba de hipótesis

Planteamiento de la hipótesis nula

| | |
|----------------|---|
| Hipótesis nula | No existe diferencia en el aprendizaje significativo de las funciones trigonométricas entre aquellos grupos que utilizan Geogebra y los que no lo utilizan. |
| Hipótesis | El uso de Geogebra causa un mejor índice de aprovechamiento en las funciones trigonométricas en el círculo unitario para alumnos de tercer grado de secundaria. |

La hipótesis nula afirma que no existe diferencia en el aprendizaje significativo de las funciones trigonométricas en el círculo unitario por medio de Geogebra en aquellas donde se utiliza una planeación didáctica correcta y donde no se hace. Empleando el método de causal comparativo con una estrategia didáctica para la enseñanza de trigonometría.

Es decir: $\mu_1 = \mu_2$

Por otra parte, en la hipótesis de investigación indica que el aprendizaje significativo donde se emplea Geogebra es mejor que el de la población donde no se utiliza, es decir

$$\mu_1 > \mu_2$$

Para comprobar que la hipótesis de investigación planteada es confiable se debe rechazar la hipótesis nula, para ello seguimos el siguiente procedimiento.

Presentación de los datos del grupo de investigación y grupo control de el examen final.

Tabla 4.9 resultados de la prueba de hipótesis tomados del examen final

| Grupo de investigación | Grupo control |
|------------------------|---------------------|
| $x_1 = 8.2$ | $x_2 = 7.3$ |
| $\delta x_1 = 1.67$ | $\delta x_2 = 2.03$ |

Eligiendo un nivel de significancia de 20% de error y un 80% de credibilidad.

Primeramente, se calcula el error estándar para la media, que representa una estimación de la desviación estándar de la población.

Error estándar del grupo investigación

grupo control

$$\sigma_{x1} = \frac{s_{x1}}{\sqrt{n-1}}$$

$$\sigma_{x1} = \frac{s_{x1}}{\sqrt{n-1}}$$

$$\sigma_{x1} = \frac{1.67}{\sqrt{20-1}}$$

$$\sigma_{x1} = \frac{2.03}{\sqrt{20-1}}$$

$$\sigma_{x1} = \frac{1.67}{\sqrt{19}}$$

$$\sigma_{x1} = \frac{2.03}{\sqrt{19}}$$

$$\sigma_{x1} = \frac{1.67}{4.36}$$

$$\sigma_{x1} = \frac{2.03}{4.36}$$

$$\sigma_{x1} = .38$$

$$\sigma_{x1} = .47$$

Se encuentra el error estándar de la diferencia de medias aritméticas a través de la siguiente formula:

$$\sigma_{x1-\sigma_{x2}} = \sqrt{(\sigma_{x1})^2 + (\sigma_{x2})^2}$$

$$\sigma_{x1-\sigma_{x2}} = \sqrt{(.38)^2 + (.47)^2}$$

$$\sigma_{x1-\sigma_{x2}} = \sqrt{.1444 + .2209}$$

$$\sigma_{x1-\sigma_{x2}} = \sqrt{.3653}$$

$$\sigma_{x1-\sigma_{x2}} = .6044$$

Se debe encontrar el valor Z con la siguiente formula:

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sigma}$$

$$Z = \frac{(8.2 - 7.3)}{.6044}$$

$$Z = \frac{(0.9)}{.6044}$$

$$Z = 1.48$$

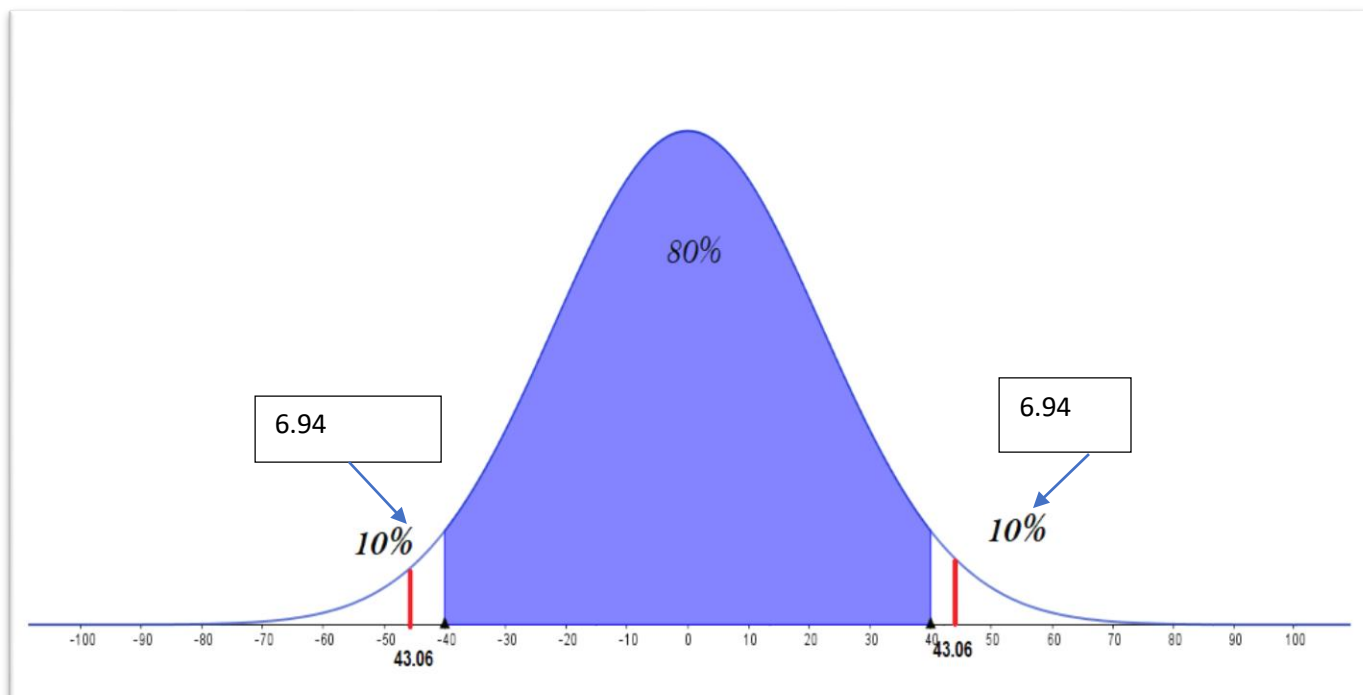
Se busca el valor "z" en la tabla de distribución normal y se obtiene el porcentaje representativo para la campana de Gauss.

| z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|-----|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0 | 00.00 | 00.40 | 00.80 | 01.20 | 01.60 | 01.99 | 02.39 | 02.79 | 03.19 | 03.59 |
| 0.1 | 03.98 | 04.38 | 04.78 | 05.17 | 05.57 | 05.96 | 06.36 | 06.75 | 07.14 | 07.53 |
| 0.2 | 07.93 | 08.32 | 08.71 | 09.10 | 09.48 | 09.87 | 10.26 | 10.64 | 11.03 | 11.41 |
| 0.3 | 11.79 | 12.17 | 12.55 | 12.93 | 13.31 | 13.68 | 14.06 | 14.43 | 14.80 | 15.17 |
| 0.4 | 15.54 | 15.91 | 16.28 | 16.64 | 17.00 | 17.36 | 17.72 | 18.08 | 18.44 | 18.79 |
| 0.5 | 19.15 | 19.50 | 19.85 | 20.19 | 20.54 | 20.88 | 21.23 | 21.57 | 21.90 | 22.24 |
| 0.6 | 22.57 | 22.91 | 23.24 | 23.57 | 23.89 | 24.22 | 24.54 | 24.86 | 25.17 | 25.49 |
| 0.7 | 25.80 | 26.11 | 26.42 | 26.73 | 27.04 | 27.34 | 27.64 | 27.94 | 28.23 | 28.52 |
| 0.8 | 28.81 | 29.10 | 29.39 | 29.67 | 29.95 | 30.23 | 30.51 | 30.78 | 31.06 | 31.33 |
| 0.9 | 31.59 | 31.86 | 32.12 | 32.38 | 32.64 | 32.90 | 33.15 | 33.40 | 33.65 | 33.89 |
| 1.0 | 34.13 | 34.38 | 34.61 | 34.85 | 35.08 | 35.31 | 35.54 | 35.77 | 35.99 | 36.21 |
| 1.1 | 36.43 | 36.65 | 36.86 | 37.08 | 37.29 | 37.49 | 37.70 | 37.90 | 38.10 | 38.30 |
| 1.2 | 38.49 | 38.69 | 38.88 | 39.07 | 39.25 | 39.44 | 39.62 | 39.80 | 39.97 | 40.15 |
| 1.3 | 40.32 | 40.49 | 40.66 | 40.82 | 40.99 | 41.15 | 41.31 | 41.47 | 41.62 | 41.77 |
| 1.4 | 41.92 | 42.07 | 42.22 | 42.36 | 42.51 | 42.65 | 42.79 | 42.92 | 43.06 | 43.19 |
| 1.5 | 43.32 | 43.45 | 43.57 | 43.70 | 43.83 | 43.94 | 44.06 | 44.18 | 44.29 | 44.41 |
| 1.6 | 44.52 | 44.63 | 44.74 | 44.84 | 44.95 | 45.05 | 45.15 | 45.25 | 45.35 | 45.45 |
| 1.7 | 45.54 | 45.64 | 45.73 | 45.82 | 45.91 | 45.99 | 46.08 | 46.16 | 46.25 | 46.33 |
| 1.8 | 46.41 | 46.49 | 46.56 | 46.64 | 46.71 | 46.78 | 46.86 | 46.93 | 46.99 | 47.06 |
| 1.9 | 47.13 | 47.19 | 47.26 | 47.32 | 47.38 | 47.44 | 47.50 | 47.56 | 47.61 | 47.67 |
| 2.0 | 47.72 | 47.78 | 47.83 | 47.88 | 47.93 | 47.98 | 48.03 | 48.08 | 48.12 | 48.17 |
| 2.1 | 48.21 | 48.26 | 48.30 | 48.34 | 48.38 | 48.42 | 48.46 | 48.50 | 48.54 | 48.57 |
| 2.2 | 48.61 | 48.64 | 48.68 | 48.71 | 48.75 | 48.78 | 48.81 | 48.84 | 48.87 | 48.90 |
| 2.3 | 48.93 | 48.96 | 48.98 | 49.01 | 49.04 | 49.06 | 49.09 | 49.11 | 49.13 | 49.16 |
| 2.4 | 49.18 | 49.20 | 49.22 | 49.25 | 49.27 | 49.29 | 49.31 | 49.32 | 49.34 | 49.36 |
| 2.5 | 49.38 | 49.40 | 49.41 | 49.43 | 49.45 | 49.46 | 49.48 | 49.49 | 49.51 | 49.52 |
| 2.6 | 49.53 | 49.55 | 49.56 | 49.57 | 49.59 | 49.60 | 49.61 | 49.62 | 49.63 | 49.64 |
| 2.7 | 49.65 | 49.66 | 49.67 | 49.68 | 49.69 | 49.70 | 49.71 | 49.72 | 49.73 | 49.74 |
| 2.8 | 49.74 | 49.75 | 49.76 | 49.77 | 49.77 | 49.78 | 49.79 | 49.79 | 49.80 | 49.81 |
| 2.9 | 49.81 | 49.82 | 49.82 | 49.83 | 49.84 | 49.84 | 49.85 | 49.85 | 49.86 | 49.86 |
| 3.0 | 49.87 | | | | | | | | | |
| 4.0 | 49.997 | | | | | | | | | |

Área total: 43.06x 2 = 86.12

100 - 86.12 = 13.88

grafica 4.41



Esto significa que el 86.12% de la diferencia de medidas tiene el valor de 1.48, es decir tiene menos del 20% de la diferencia de medias es un error de muestreo por lo tanto se tiene el 80% de credibilidad.

Como el porcentaje obtenido de la distribución "z" es de 13.88% siendo menor que el nivel de confianza del 20% se rechaza la hipótesis nula y por lo tanto se acepta la hipótesis de investigación. Demostrando así que la hipótesis de investigación tiene un 20% de probabilidad de ser un error de muestreo y un 80% de probabilidad de que sea verdad.

Esto nos muestra claramente que la implementación de estrategias didácticas y uso de la tecnología causan un aprendizaje significativo en funciones trigonométricas por el círculo unitario por medio de Geogebra para alumnos de tercer grado de secundaria.

Capítulo V

Discusión

5.1 Conclusiones.

Durante este trabajo de investigación se tuvo la posibilidad de implementar estrategias didácticas para ayudar a un mejor aprendizaje significativo para la enseñanza de matemáticas en el tema de funciones trigonométricas.

El test psicosocial sirvió para identificar los factores que intervinieron como un 55% de papas divorciados, un 65% de alumnos los cuales nadie les ayuda en casa con sus tareas y lidiar con mucho desinterés por la escuela.

Durante el examen diagnostico se obtuvo una deficiencia en la materia de matemáticas teniendo un promedio general de 6.25.

Por otra parte, la aplicación de las estrategias didácticas se observó una mejoría significativa ya que los alumnos desarrollaron un interés por las clases interactivas y con uso de la tecnología se les facilito el aprendizaje captando la atención total de los alumnos.

Al finalizar con todas las estrategias y el examen final se obtuvo un mejoramiento de 1.95 obteniendo de calificación un 8.2, lo que nos indica un avance significativo en el aprendizaje del estudiante.

Al término de la investigación, se concluyó que existe un 20% de probabilidad de ser un error de muestreo dejando el 80% de que sea una hipótesis de investigación verdadera. El uso de Geogebra causa un mejor índice de aprovechamiento en las funciones trigonométricas en el círculo unitario para alumnos de tercer grado de secundaria.

5.2 Recomendaciones.

Se les recomienda a los futuros docentes que implementen estrategias didácticas con uso de la tecnología en sus educandos.

- Planear sus actividades en las necesidades de los alumnos con base a los saberes previos.
- Basarse por medio del test psicosocial y el examen diagnóstico en las debilidades de los alumnos.
- Implementar actividades lúdicas y de aprendizaje significativo a los alumnos en matemáticas.
- Permitir que los alumnos contesten los trabajos en el pizarrón y lo expongan con sus compañeros
- Aplicar un examen diagnóstico antes de planear estrategias didácticas, esto para conocer a los alumnos que se tienen y que aprendizaje previo tienen.
- Aumentar el número de estudiantes en la investigación, con el fin de acercarse más al resultado poblacional.
- Abrir un extenso panorama en funciones trigonométricas haciendo énfasis en solución de problemas.
- Marcar los tiempos de clase para aprovechar al máximo los temas
- Tomar en cuenta que las instalaciones cuenten con un apropiado equipo de cómputo.
- Determinar actividades donde los alumnos aprovechen y utilicen al máximo el equipo de cómputo
- En la estrategia número 4 se recomienda tener estudiado el tema del triángulo de Pitágoras para poder adentrarse al tema de funciones.
- En la estrategia 6 actividad 1 tratar de ejemplificar más a fondo los valores de las funciones trigonométricas para ángulos notables.
- En el capítulo II se recomienda que la investigación sea más uso de libros de textos que libros electrónicos en internet.
- En el capítulo I nos muestra la justificación y propósito se debe de hablar más a fondo de la prueba enlace y planea obteniendo valores más exactos.

BIBLIOGRAFÍA

Piaget, J. (1969): *Psicología y Pedagogía*. Arie. Barcelona. 438.

Araya, R. G. (2007). *Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas*. Mexico: Grupo Editorial Iberoamérica.

BELL, E. (2012). *Historia de las matemáticas*. Mexico: FONDO DE CULTURA ECONOMICA.

Euler, L. (1707-1783).

GABRIEL, S. S. (2009). *USO DE LA TEGNOLOGIA EN EL AULA DE MATEMATICAS*. España y Portugal: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Hernandez, M. (2011). *Aprendizaje y desarrollo en la adolescencia*. Guadalajara Mexico.

hiparco. (190 a. C.-c. 120 a. C.).

Modelo educativo. (2016). *RIEB*. MEXICO D.F.

Moños, L. G. (2013). *Uso de la tecnología en la trigonometría*. Mexico d.f.

publica, s. d. (2011). *plan y programas 2011*. Mexico D.F.

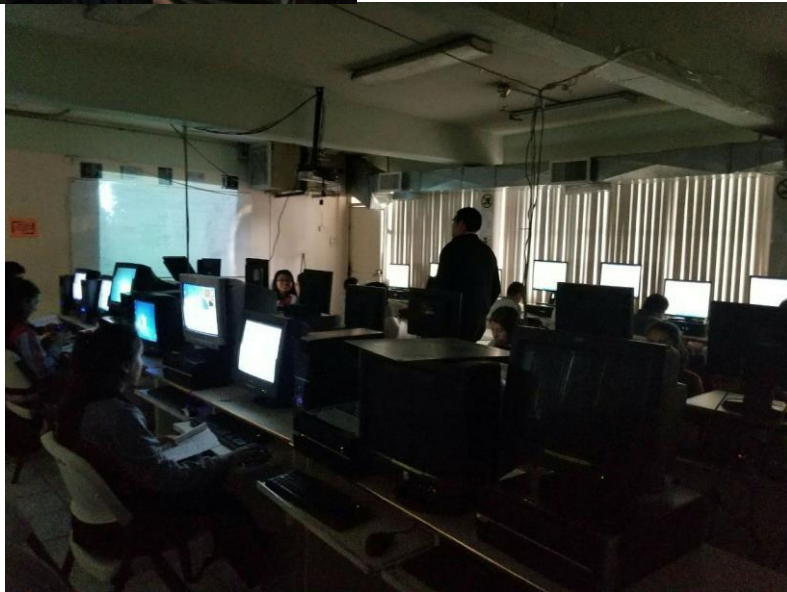
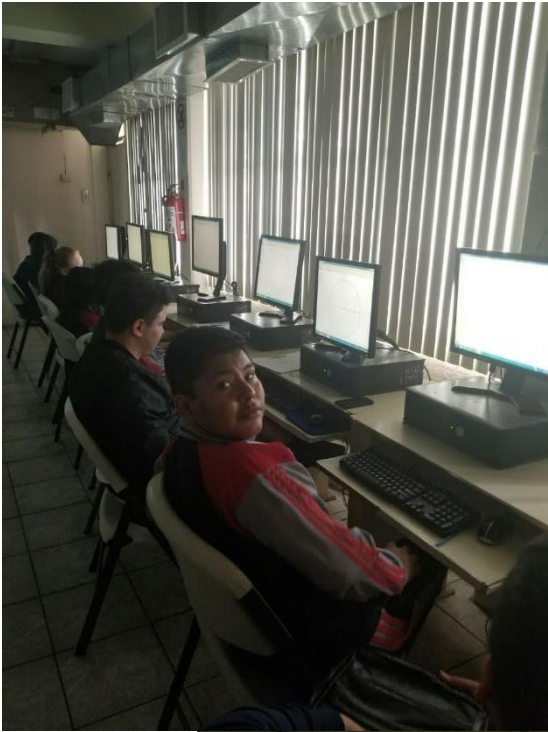
RUIZ, A. (1990). *HISTORIA Y FILOSOFIA DE LAS MATEMATICAS*. COSTA RICA: UCR.

Sanchez, J. G. (2010). *Tecnología y actitudes hacia las matemáticas*.

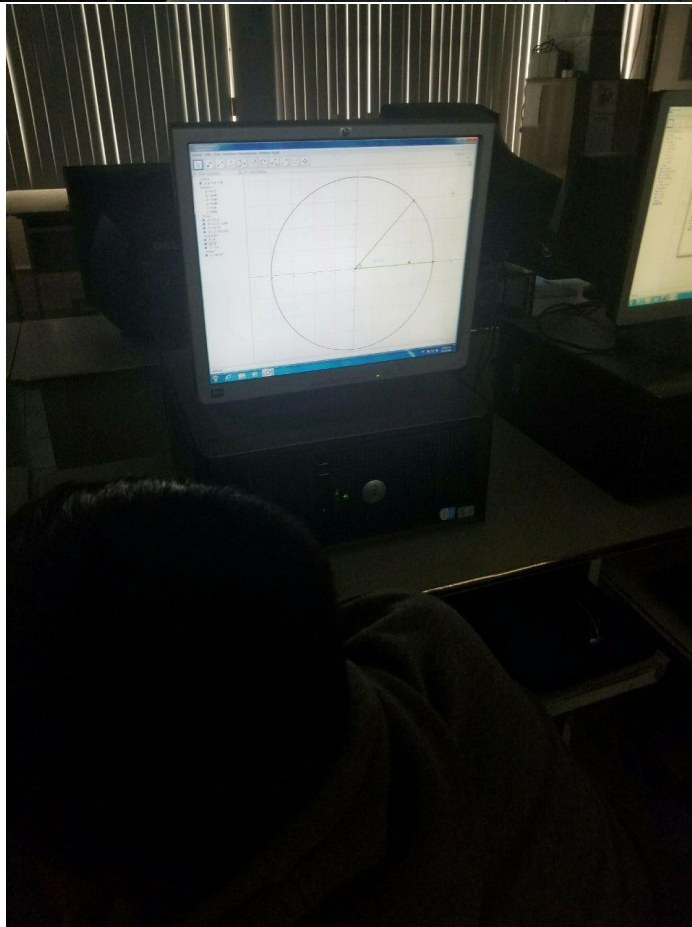
SERRANO, J. E. (2003). *LA TRANSICION ADOLESCENTE Y EDUCACION*. Mexico.

Tinoco, I. V. (2006). *plan de estudios 2006*. Mexico D.F.: Coordinador editorial, Esteban Manteca.

Anexos







Instrumento # I
Test psicosocial para el sujeto de estudio.

Instrucciones: subraya la respuesta correcta

- 1- A que sexo perteneces:
 - c) Hombre
 - d) Mujer

- 2- ¿Qué edad tienes?:
 - e) 12
 - f) 13
 - g) 14
 - h) 15

- 3- En casa ¿Quién te ayuda con tus tareas?
 - e) Mamá
 - f) Papá
 - g) Otros adultos
 - h) Nadie

- 4- ¿qué medio de transporte utilizas para irte a la escuela?
 - e) Caminando
 - f) Autobús
 - g) Taxi
 - h) Auto

- 5- ¿Cuál es tu placer por estudiar?
 - e) Te gusta mucho
 - f) Te gusta poco
 - g) Te da igual
 - h) No te gusta

- 6- ¿Qué materia te agrada más?
- e) Matemáticas
 - f) Español
 - g) Historia
 - h) Ciencias
- 7- A la semana ¿cuántas tareas deja tu maestro de matemáticas?
- e) 1 o 2
 - f) 3 o 4
 - g) 5 o 6
 - h) Ninguna
- 8- De los temas de matemáticas. ¿entiendes el contenido?
- e) Todo
 - f) Casi todo
 - g) No mucho
 - h) Nada
- 9- ¿Qué sucede cuando no entiendes lo que explica tu maestro?
- e) Le pregunto a un compañero
 - f) Lo buscas por otras fuentes como internet, libros, etc.
 - g) Te quedas sin hacer nada
 - h) Le preguntas a tu maestro de nuevo
- 10- ¿Qué actividades realizas en tus tiempos libres?
- e) Ver televisión
 - f) Salir a pasear con amigos
 - g) Realizar actividades de la escuela
 - h) Consultar redes sociales
- 11- ¿Cuánto tiempo le dedicas a las redes sociales?
- e) 1 hora
 - f) 2 a 3 horas
 - g) 3 a 5 horas
 - h) Todo el día

12- Tus papas son divorciados

- c) Si
- d) No

13- ¿Tienes algún tipo de drogadicción en tu casa o familia?

- c) Si
- d) No

14- Se te facilita la clase de matemáticas

- c) Si
- d) No

15- ¿pretendes seguir estudiando después de secundaria?

- d) Si
- e) No
- f) No se

16- ¿En tu casa alguien sigue estudiando?

- c) Si
- d) No

17- Cuentas con cuarto propio o algún lugar para hacer tareas

- c) Si
- d) No

18- Cuentas con alguien que te da un apoyo económico

- e) Papá
- f) Mamá
- g) Hermanos
- h) Tíos

Instrumento # II
Evaluación diagnóstica para el sujeto de estudio

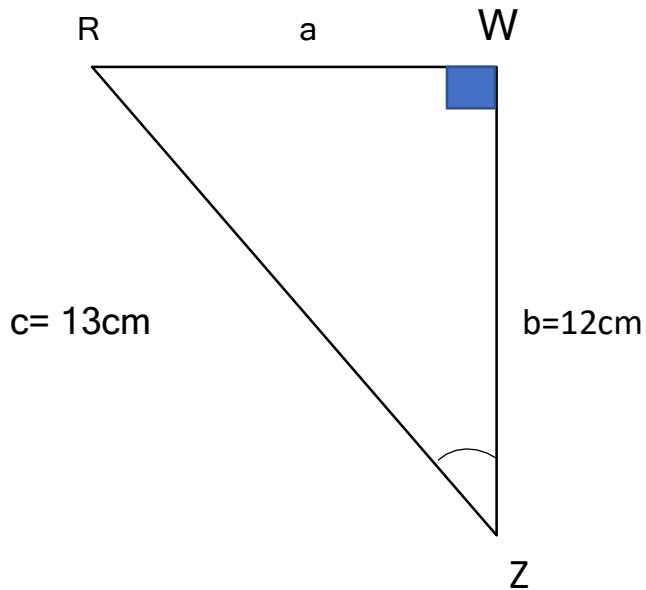
Nombre: _____

grado y grupo: _____

Responde correctamente lo que se te pide tratando de contestar cada una de las preguntas.

3- Define las funciones seno, coseno y tangente.

4- Encuentra los valores de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente del ángulo \hat{Z} del siguiente triángulo rectángulo.



Sen Z =

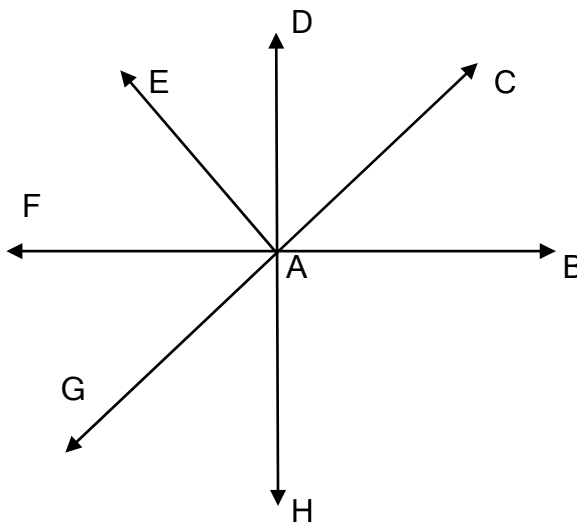
COS Z =

Tang z =

Evaluación final

7. Define con tus propias palabras que es un ángulo.

Observa el siguiente dibujo y contesta lo que se te pide



Escribe un ángulo obtuso

Escribe un ángulo agudo

Escribe un ángulo llano

Escribe un ángulo recto

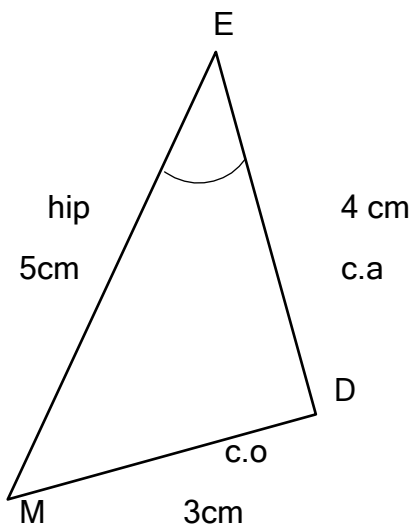
8. Define que es hipotenusa y los dos catetos con lo aprendido en clase.:

HIPOTENUSA:

CATETO OPUESTO:

CATETO ADYACENTE:

9. Encuentra las 6 funciones trigonométricas para el ángulo marcado de la siguiente figura.





INSTRUMENTO #3

PARA EL SUJETO DE ESTUDIO

**CUADERNILLO DE ESTRATEGIAS
DIDÁCTICAS**

Estrategia #1

Definición y clasificación de ángulos

Objetivo: que el alumno aprenda los elementos de un ángulo y su notación, con el fin que sepa definirlos y clasificarlos.

Competencias a desarrollar:

- construye e interpreta modelos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométrico y variaciones para la comprensión y análisis de situaciones reales hipotéticas o formales.
- Formula e interpreta problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Resolver problemas de manera autónoma
- Comunicar información matemática
- Validar procedimientos y resultados
- Manejar técnicas eficientemente

Actividad #1

Procedimiento: poner atención a lo que el maestro explique, cuando él termine con tus propias palabras escribe la definición de ángulos.

Angulo:

Actividad #2 observa la exposición sobre la clasificación de ángulos y dibuja cada uno de ellos escribiendo sus principales características:

ÁNGULO AGUDO

ÁNGULO RECTO

ÁNGULO OBTUSO

ÁNGULO LLANO

ÁNGULO CONVEXO

ÁNGULO CÓNCAVO

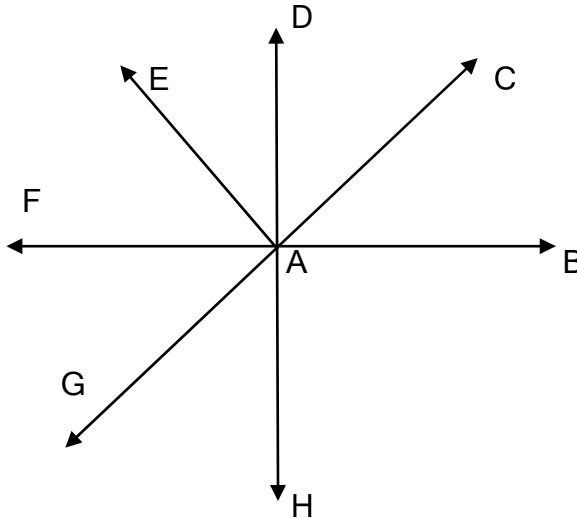
ÁNGULO NULO

ÁNGULO PERIGONAL

EVALUACION

DESCUBRE SI APRENDISTE

1.- Observa el siguiente dibujo y contesta lo que se te pide



Escribe un ángulo obtuso

Escribe un ángulo agudo

Escribe un ángulo convexo

Escribe un ángulo llano

Escribe un ángulo recto

Escribe un ángulo perigonal

Estrategia #2

Unidades de medición de ángulos sexagesimal

Objetivo: que los alumnos realicen efectivamente las operaciones de ángulos en sistema sexagesimal.

Competencias a desarrollar:

- Desarrollar y proponer soluciones a partir de métodos establecidos
- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos para el manejo de medidas angulares reales hipotéticas o formales.

Actividad#1

Recordemos que el sistema sexagesimal es la medición de un ángulo expresado en grados, minutos y segundos, este método nos da mayor exactitud al momento de la medición.



1.- Realiza la siguiente conversión de ángulos en su forma sexagesimal a la forma decimal.

$$36^{\circ} 20' 40'' =$$

$$49^{\circ} 65' 45'' =$$

$$18^{\circ} 53' 45'' =$$

$$68^{\circ} 56' 35'' =$$

$$18^{\circ} 36' 12'' =$$

$$45^{\circ} 62' 42'' =$$

2.- poner mucha atención a la suma y resta de ángulos en el sistema sexagesimal. Posterior a la explicación deberás realizar las siguientes operaciones.

$$\begin{array}{r} 27^{\circ} 12' 52'' \\ + 134^{\circ} 33' 58'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15^{\circ} 27' 40'' \\ + 19^{\circ} 40' 60'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46^{\circ} 41' 34'' \\ + 43^{\circ} 18' 26'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46^{\circ} 25' 36'' \\ - 24^{\circ} 39' 47'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52^{\circ} 15' 22'' \\ - 22^{\circ} 30' 45'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33^{\circ} 00' 22'' \\ - 28^{\circ} 16' 35'' \\ \hline \end{array}$$

Actividad #2

Conversión de sistema sexagesimal a grados

Pasos para elaborar la conversión:

- 1- Se convierte los segundos a minutos utilizando una regla de tres
- 2- Se convierten los minutos a grados utilizando una regla de tres. Se considera todas las fracciones posibles según el resultado o se redondea según sea el caso

Ejemplo #1

Convertir $13^{\circ} 25' 32''$ a grados

$$1' = 60''$$

$$X = 32'' \quad x = (1) (32) / 60 \quad x = 0.5333' \text{ (minutos)}$$

Convertir 25.533'

$$1^{\circ} = 60'$$

$$X = 25.533' \quad x = (1) (25.533) / 60 \quad x = .4255^{\circ}$$

Nota: se agregan los minutos que ya se tienen (25')

Nota: se agregan a los grados que ya se tienen (13°)

$$13^{\circ} 25' 32'' = 13.425^{\circ}$$

Evaluemos lo aprendido en clase. Recordemos lo siguiente



Resolveremos las siguientes conversiones (con todos los pasos)

$37^{\circ} 27' 36''$

$48^{\circ} 15' 28''$

$42^{\circ} 25' 16''$

$53^{\circ} 15' 24''$

$60^{\circ} 30' 25''$

$16^{\circ} 29' 30''$

Estrategia #3

Sistema circular

Objetivo: que los alumnos puedan identificar por medio del sistema circular la medición de radianes

Competencias a desarrollar:

- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.

Poner mucha atención a lo que el maestro explique, deberás abrir la aplicación Geogebra.

Este sistema se utiliza como unidad de medición un ángulo central llamado radian cuya definición es la siguiente.

PASOS:

- 1- Traza una circunferencia con centro en el origen de radio = 4 unidades, seleccionando la ventanilla 6(circunferencia centro radio).
- 2- Dibujar un punto cualquiera sobre la circunferencia seleccionando la ventanilla 2 punto en objeto.
- 3- Trazar el segmento desde el centro de la circunferencia hacia el punto anterior (A) seleccionando la ventanilla 3 (segmento).
- 4- Se marca el punto de intercepción entre la circunferencia y el semi eje X positivo, seleccionando la ventanilla 2(intercepción).
- 5- Se mide el ángulo central seleccionando la ventanilla 8(ángulo). Se selecciona el punto C, A y B.
- 6- Se mide el arco comprendido ente los lados del ángulo central, seleccionando la ventanilla 6 (arco de la circunferencia)
- 7- Se cambia el color del arco seleccionando propiedades.
- 8- Cambia la etiqueta por el nombre que corresponde. Seleccionando botón derecho, renombrar y escribir la palabra arco.
- 9- Selecciona la vista grafica la palabra arco con botón izquierdo y deberás arrastrar a una parte de la pantalla, se hará lo mismo con la palabra radio.
- 10- Se mueve el punto B hasta que la medida del arco sea igual al radio de la circunferencia.

Radian

Es un ángulo que tiene su vértice en el centro de la circunferencia cuyo arco comprendido entre sus dos lados es igual al radio de circunferencia.

$$1 \text{ radian} = 57.3$$

Esto significa que un radian es un ángulo central cuya magnitud es aproximadamente 57.3° .

Si dividimos 180° entre 57.3 tenemos como resultado el valor de π , se puede definir como el número de veces que cabe un radian en 180 por lo tanto podemos establecer las siguientes equivalencias.

$$\pi \text{ radian} = 180^\circ \quad 2\pi \text{ radianes} = 360^\circ$$

$$1 \text{ rad} = 180/\pi \quad 1^\circ = \pi/180 \text{ rad}$$

actividad#1

conversión de unidades del sistema circular

$$1^\circ = \pi/180 \text{ rad}$$

Convertir 120° a radianes

$$1^\circ = \pi/180 \text{ rad}$$

$$120 = x \quad x = \left(\frac{120}{1}\right)\left(\frac{\pi}{180}\right) \quad x = \frac{120\pi}{180} = 6/9 = 2/3\pi$$

$$120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

Ejercicios.....

Convertir los siguientes ángulos a radianes

11- 45°

12- 135°

13- 150°

14-210°

- 15-240°
- 16-270°
- 17-300°
- 18-330°

Considerando lo aprendido con Geogebra deberás de responder la siguiente actividad de cierre de clase.

1. ¿cuánto mide el ángulo central que se obtuvo?
2. ¿al ángulo central formado se le llama radian define con tus propias palabras que es un radian?
3. ¿cantas veces cabe un radian que obtuviste (ángulo central) en 180°?
4. ¿Cómo se le llama al valor obtenido en la pregunta anterior?
5. Según lo anterior completa la siguiente equivalencia
180° = _____ radianes
360° = _____ radianes
6. Según tu respuesta anterior podemos establecer la siguiente equivalencia

$$1^\circ = \text{---} \text{ radianes.}$$

$$1 \text{ radian} = \text{---} \text{ grados.}$$

Estrategia#4

Definición de las funciones trigonométricas

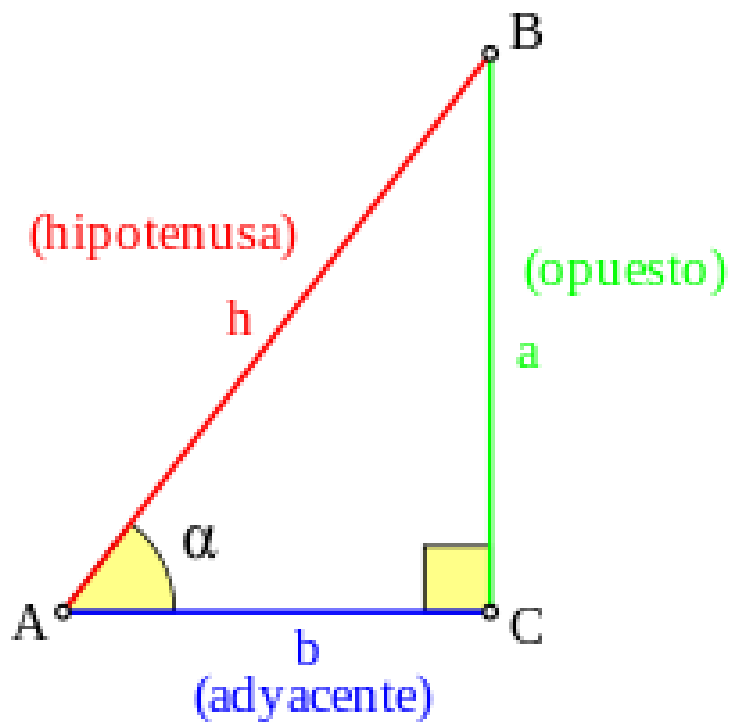
Objetivo: que los alumnos realicen efectivamente las operaciones de las funciones al igual que comprendan el contenido de manera correcta de forma autónoma y con ayuda de la tecnología.

Competencias:

- Aplica el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en la resolución de problemas.
- Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.

Actividad #1

Definición: las funciones trigonométricas son aquellas que nos describen la relación entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo, estas relaciones tienen que ver con 3 conceptos básicos.



Según lo indicado por el maestro contesta con tus propias palabras o lo que pudiste rescatar de las indicaciones lo siguiente.

Define que es:

HIPOTENUSA:

CATETO OPUESTO:

CATETO ADYACENTE:

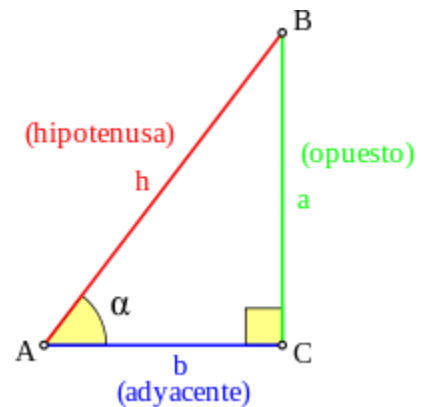
Actividad #2

Funciones

Función seno: es la razón de comparación del cateto opuesto a la hipotenusa según el ángulo marcado.

$$\text{Seno } \hat{A} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{Seno } \hat{A} = \frac{a}{h}$$



Función coseno: es la razón de comparación del cateto adyacente al ángulo agudo hacia la hipotenusa su ecuación es

$$\text{Coseno } \hat{A} = \frac{\textit{cateto adyacente}}{\textit{hipotenusa}}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{b}{h}$$

Función tangente: es la razón de comparación del cateto opuesto al cateto adyacente del ángulo agudo marcado.

$$\text{Tangente } \hat{A} = \frac{a}{b}$$

$$\text{tang } \hat{A} = \frac{\textit{cateto opuesto}}{\textit{cateto adyacente}}$$

Función cotangente: es la inversa de la función tangente es decir la función cotangente es la razón de comparación del cateto adyacente con la del opuesto.

$$\text{cotg } \hat{A} = \frac{\textit{cateto adyacente}}{\textit{cateto opuesto}}$$

$$\text{cotg } \hat{A} = \frac{b}{a}$$

función secante: es la inversa de coseno es decir es la razón de comparación de la hipotenusa al cateto adyacente.

$$\text{Secante } \hat{A} = \frac{\textit{hipotenusa}}{\textit{cateto adyacente}}$$

$$\text{Sec } \hat{A} = \frac{h}{b}$$

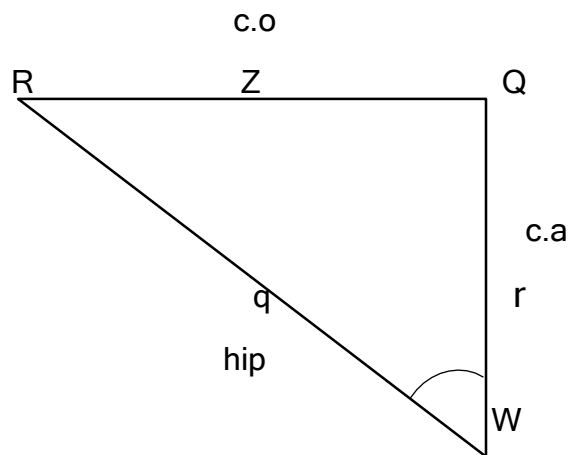
Función cosecante: es la inversa de la función seno es decir es la razón de comparación de la hipotenusa al cateto opuesto.

$$\text{Cosecante } \hat{A} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto puesto}}$$

$$\text{Csc } \hat{A} = \frac{h}{a}$$

Actividad #3

Considerando el siguiente triangulo encuentra las 6 funciones trigonométricas del ángulo seleccionado (w)



Seno w =

Coseno w =

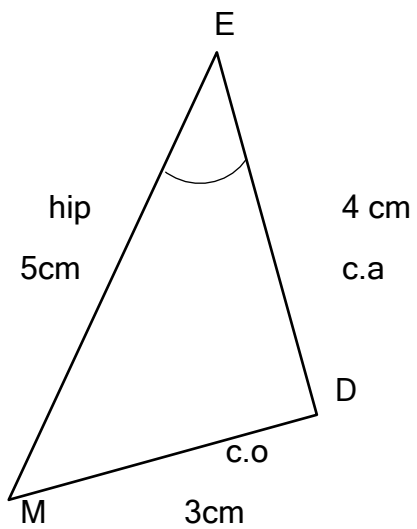
Tangente w =

Cotangente w =

Secante w =

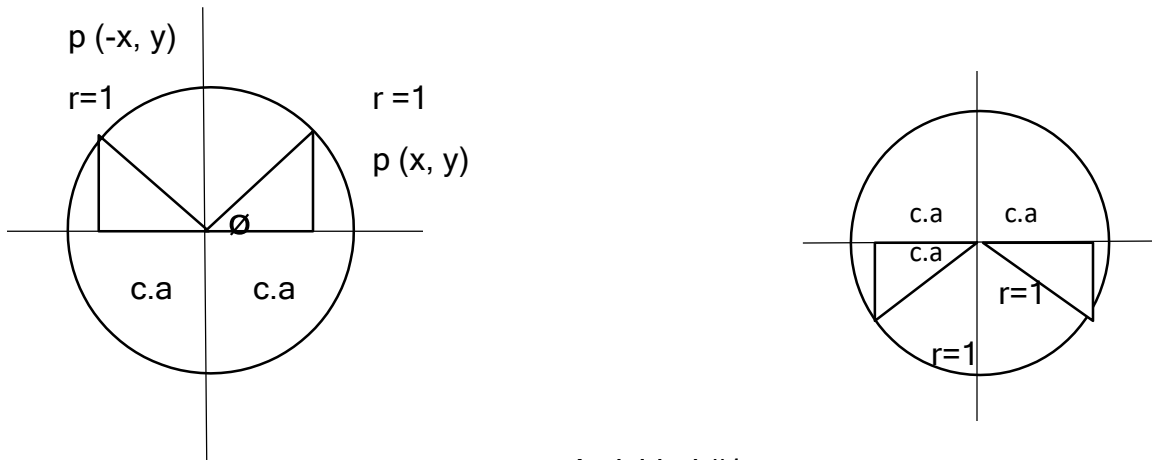
Cosecante w =

2. Encuentra las 6 funciones trigonométricas para el ángulo marcado de la siguiente figura.



Estrategia #5

Signos de las funciones trigonométricas en un círculo unitario



Actividad #1

| Funciones | I | II | III | IV |
|------------------|---|----|-----|----|
| sen \emptyset | + | | | |
| cos \emptyset | | | | |
| tang \emptyset | | | | |
| ctg \emptyset | | | | |
| sec \emptyset | | | | |
| csc \emptyset | | | | |

Ejercicios: con ayuda de tu maestro elabora las funciones trigonométricas para los 4 cuadrantes y resuelve el cuadro que se encuentra arriba

| Cuadrante I | Cuadrante II | Cuadrante III | Cuadrante IV |
|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| sin \emptyset $\frac{+}{+} = +$ | sin \emptyset $\frac{+}{-} =$ | sin \emptyset $\frac{-}{-} =$ | sin \emptyset $\frac{-}{+} =$ |
| cos \emptyset $\frac{-}{-} =$ | cos \emptyset $\frac{-}{+} =$ | cos \emptyset $\frac{+}{-} =$ | cos \emptyset $\frac{+}{+} =$ |
| tang \emptyset $\frac{-}{-} =$ | tang \emptyset $\frac{+}{+} =$ | tang \emptyset $\frac{-}{-} =$ | tang \emptyset $\frac{+}{+} =$ |
| ctg $\frac{-}{-} =$ | ctg $\frac{+}{+} =$ | ctg $\frac{-}{-} =$ | ctg $\frac{+}{+} =$ |
| sec \emptyset $\frac{-}{-} =$ | sec \emptyset $\frac{-}{+} =$ | sec \emptyset $\frac{+}{-} =$ | sec \emptyset $\frac{+}{+} =$ |
| csc \emptyset $\frac{-}{-} =$ | csc \emptyset $\frac{+}{+} =$ | csc \emptyset $\frac{-}{-} =$ | csc \emptyset $\frac{+}{+} =$ |

estrategia#6

valores de las funciones trigonométricas para ángulos notables

ángulos (0° , $\pi/2$, π , $3\pi/2$, 2π)

Debes de poner mucha atención a las indicaciones de tu maestro puesto que se utilizará Geogebra para encontrar las funciones trigonométricas de los ángulos ya mencionado.

En tu computadora deberás de abrir Geogebra y seguir las siguientes indicaciones

1. Se abre Geogebra y se centran los ejes
2. Trazar una circunferencia (centro radio) seleccionando la ventanilla 6, hacer clic en el origen y teclear el radio seleccionado
3. Trazar un punto sobre la circunferencia seleccionando punto en el objeto que se encuentra en la segunda ventanilla y haciendo clic sobre la figura.
4. Marcar el punto de intersección en la segunda ventanilla. seleccionando la circunferencia y el semi eje x positivo.
5. Trazar el segmento \overline{AB} seleccionando la segunda ventanilla
6. Medir el ángulo $\hat{A}B$ seleccionando ángulo en la ventanilla 8 haciendo clic en el mismo orden ya antes mencionado
7. Trazar una recta perpendicular al eje x que pase por el punto B y marcar el punto de intersección entre la recta y el eje x
 - a) seleccionaremos en la ventanilla 4 perpendicular
 - b) hacer clic sobre el eje x y después sobre el punto B
 - c) seleccionamos intersección de la segunda ventanilla y hacemos clic en el punto donde cruzan la perpendicular y el eje x
8. ocultamos la recta perpendicular y trazamos el segmento \overline{AB} y el segmento correspondiente, cambiamos el color correspondiente
9. en la ventanilla entrada que se encuentra abajo tecleamos las 6 funciones para que nos de los valores.

Actividad #1

manipulación geométrica y cálculo de las funciones trigonométricas.

utilizando el círculo unitario construido anteriormente encuentra el valor de las siguientes tablas trigonométricas.

| | | | | | |
|------------|----|-----|------|------|------|
| Grado | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| Radian | | | | | |
| Seno | | | | | |
| Coseno | | | | | |
| Tangente | | | | | |
| Cotangente | | | | | |
| Secante | | | | | |
| cosecante | | | | | |

| | | | | |
|------------|-----|------|------|------|
| Grado | 30° | 150° | 210° | 330° |
| Radian | | | | |
| Seno | | | | |
| Coseno | | | | |
| Tangente | | | | |
| Cotangente | | | | |
| Secante | | | | |
| cosecante | | | | |

| | | | | |
|------------|-----|------|------|------|
| Grado | 45° | 135° | 225° | 315° |
| Radian | | | | |
| Seno | | | | |
| Coseno | | | | |
| Tangente | | | | |
| Cotangente | | | | |
| Secante | | | | |
| cosecante | | | | |

| | | | | |
|------------|-----|------|------|------|
| Grado | 60° | 120° | 240° | 300° |
| Radian | | | | |
| Seno | | | | |
| Coseno | | | | |
| Tangente | | | | |
| Cotangente | | | | |
| Secante | | | | |
| cosecante | | | | |

Estrategia #7

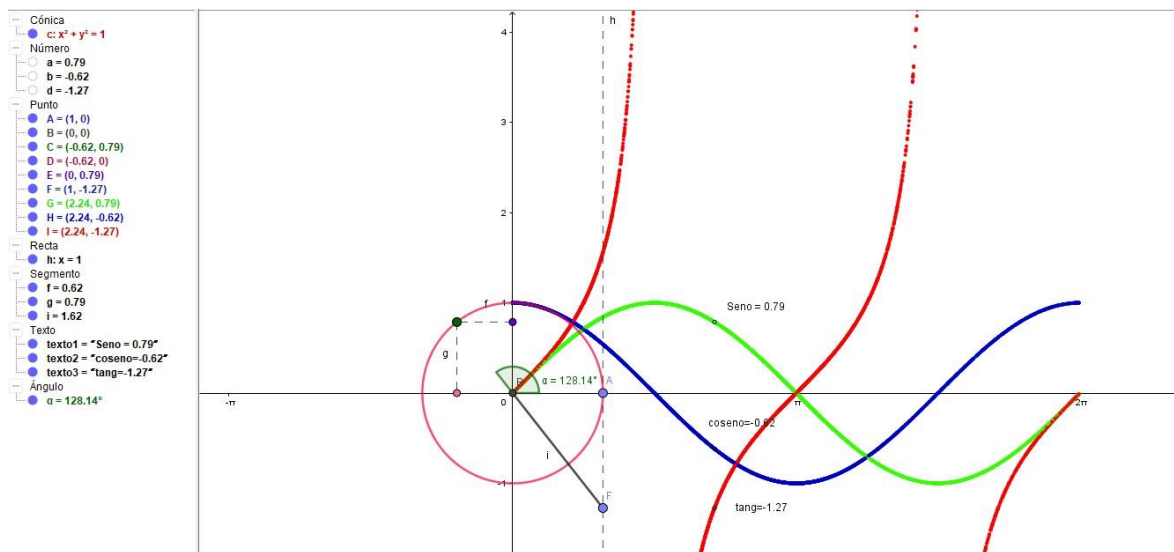
Grafica de las funciones trigonométricas

Con ayuda de Geogebra se analizará el comportamiento de las funciones como lo es seno, coseno y tangente. A continuación, deberás abrir Geogebra.

1. Configurar los ejes X y Y, (Propiedades) dándole una distancia de 1 para ambos ejes.
2. Dibujamos un punto con coordenadas (1,0) posterior a esto trazamos una circunferencia del centro hasta el punto (1,0). Cambiar color de la circunferencia y quitar etiqueta
3. Ubicamos un punto en la circunferencia de preferencia en el cuadrante I (cambiar color y quitar etiqueta)
4. Para la proyección en X, nos dirigimos a entrada y pondremos lo siguiente $(x(C,0))$ por ordenado de la proyección en x. (cambiar color y quitar etiqueta)
5. Proyección en eje Y nos dirigimos a entrada y pondremos lo siguiente $(0,y(C))$ por ordenado de la proyección en y. I (cambiar color y quitar etiqueta)
6. Calculamos los valores de los puntos. Nos dirigimos a entrada $+y(C)$. Se formará el número a y en x es $+x(C)$
7. Trazamos un ángulo des del punto inicial hacia al que trazamos en la circunferencia que

8. Trazamos segmentos desde el punto en la circunferencia a cada proyección (cambiamos el estilo)
9. Dibujamos una recta perpendicular al eje x con coordenadas (1,0)
10. Ponemos en la recta perpendicular un punto, definimos las coordenadas del punto las cuales son, $(1, \tan(\alpha))$ y trazamos un segmento desde el centro hacia el punto de la tangente.
11. Ubicamos un punto a un costado nos servirá para graficar el seno. Y en propiedades cambiamos el valor $(\alpha, \sin(\alpha))$, cambiamos de color y desactivamos la etiqueta, también se reducirá el tamaño del punto.
12. Posteríos para coseno y tangente se debe hacer el mismo procedimiento ya antes mencionado en el punto 11, nada más lo que cambiará será el color y los datos como $(\alpha, \cos(\alpha))$ y $(\alpha, \tan(\alpha))$, en los puntos se debe activar rastro.
13. Agregaremos valores a los puntos en la opción entrada poniendo lo siguiente: $\tan(\alpha)$
14. Ahora agregaremos textos. En la ventanilla 10 utilizaremos la opción texto y colocaremos lo siguiente: seno= y seleccionamos en objeto la letra "a" minúscula y en propiedades seleccionamos posición y en punto de origen seleccionamos la letra "G" en cosenos es igual nada más que la letra que cambia es la "b" en punto de origen será "H" en tangente seleccionaremos la letra "h" es la que nos aparece en el recuadro que dice número, y en posición seleccionamos la letra "l"

Te deberá quedar una en Geogebra algo similar a la siguiente imagen



Estrategia #8

Solución de triángulos rectángulos

Resolver un triángulo rectángulo significa calcular el valor de todos sus elementos es decir sus ángulos y sus 3 lados

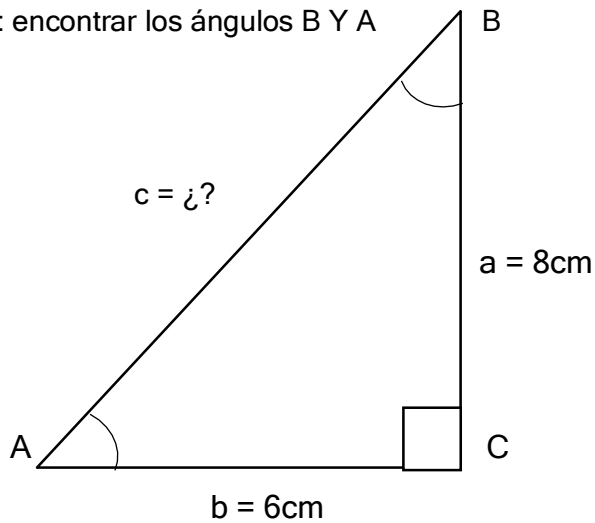
¿Cómo saber si un triángulo rectángulo tiene solución?

- Se deben conocer 2 de sus lados.
- Se conoce n lado y uno de sus ángulos agudos

Un triángulo no tiene solución si se desconocen los 3 lados del triángulo.

Debes de poner mucha atención a lo que docente explicará en el próximo ejemplo.

Ejemplo: encontrar los ángulos B Y A



Información

$$a = 10\text{cm}$$

$$C = 90^\circ$$

$$b = 6\text{cm}$$

$$\text{tangente } A = \frac{c.o}{c.a} = \frac{8}{6} = 1.33$$

encontramos su inversa para que nos del

ángulo.

$$\text{tang}^{-1}(1.3333) = 53.13$$

$$A = 53.13$$

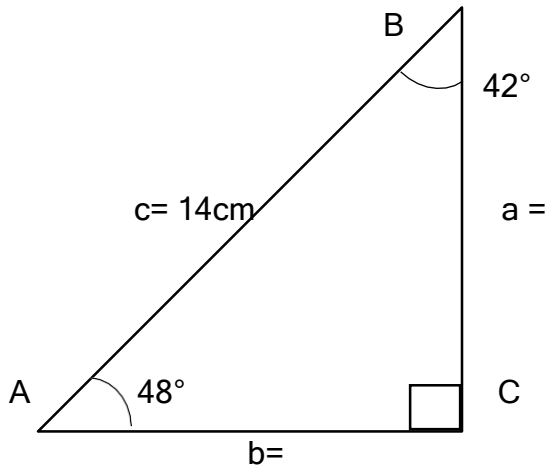
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\hat{B} = 180 - 90 - 53.12$$

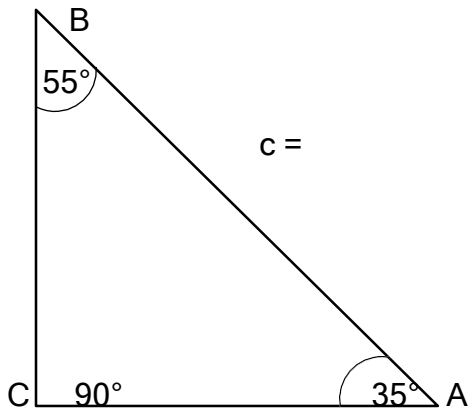
$$\hat{B} = 36.86$$

Actividad #1

Con base a lo aprendido en el ejemplo anterior resolverás los siguientes ejercicios.



$$\text{Seno B} = \frac{c.o}{hip}$$



$$\text{tang B} = \frac{c.o}{c.a}$$

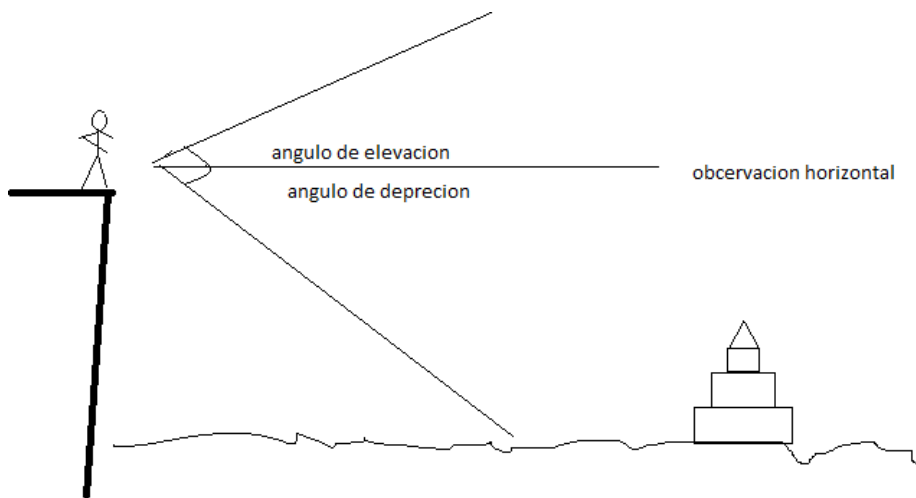
Estrategia #9

Conceptos básicos para la solución de problemas

Las razones trigonométricas se emplean en la resolución de problemas que impliquen triángulos rectángulos, esto es, en el cálculo de uno o más de sus lados o ángulos con un mínimo de datos.

Para aplicar estas razones es necesario conocer el valor número de sus elementos

- Un ángulo agudo o uno de sus lados para encontrar valor desconocido de otro de ellos.



Ángulo de elevación:

Es aquel que se forma por encima de la horizontal del nivel visual del observador.

Ángulo de depresión:

Es aquel que se forma por debajo de la horizontal del nivel visual del observador.

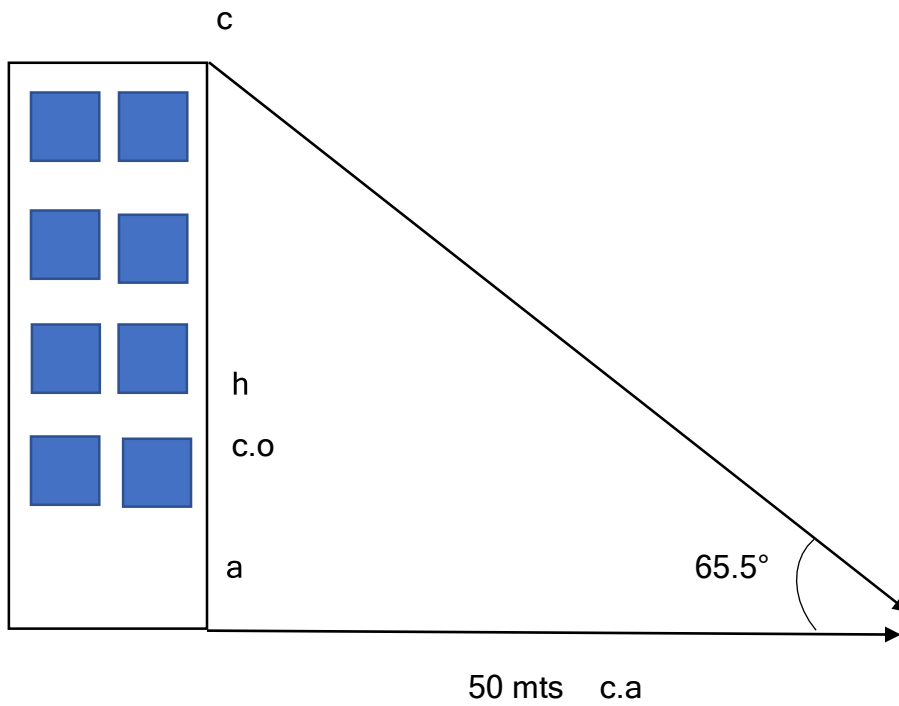
A continuación, se darán ejemplos de resolución de problemas

En el siguiente apartado deberás de resolver los siguientes ejercicios de resolución de problemas con base a las funciones trigonométricas.

Ejemplo#1

Un grupo de personas desean calcular la altura de un edificio utilizando un fluxómetro y un teodolito como se muestra en la figura. La distancia desde la base del edificio hasta donde está parado el observador es de 50 mts, la medida por el fluxómetro y el ángulo de elevación es de 65.5°

¿Cuál es la altura del edificio?



$$\text{Tang } 65.5^\circ = \frac{c.o}{c.a} = \frac{h}{50}$$

$$(\text{tang } 65.5) (50) = h$$

$$h = 109.71\text{m}$$

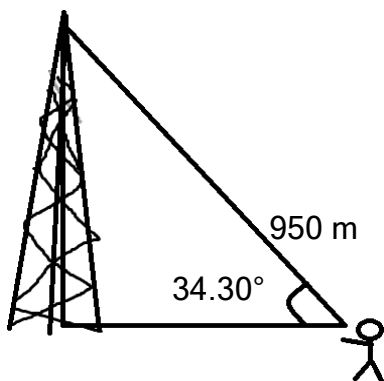
Solución: la altura del edificio es de 109.71

Ejemplo#2

Desde una ubicación se observa el punto más alto de una torre con un ángulo de elevación de 34.30° , si la distancia en la línea recta desde el punto de observación hasta el punto más alto de la torre es de 950m.

Calcular:

- La altura de la torre
- A que distancia de la base de la torre se encuentra el observador
- ¿Cuál es el ángulo entre la línea visual y la torre?



$$\text{Sen } 34^\circ 30' = \frac{\text{c.o}}{\text{hip}} = \frac{h}{950} \quad (\text{seno } 34.5) (950) = h$$

Se convierten los minutos a grados

$$1^\circ = 60'$$

$$x = 30' \quad x = (30)(1)/60 = 30/60 = 0.5$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(950)^2 = (538.08)^2 + b^2$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

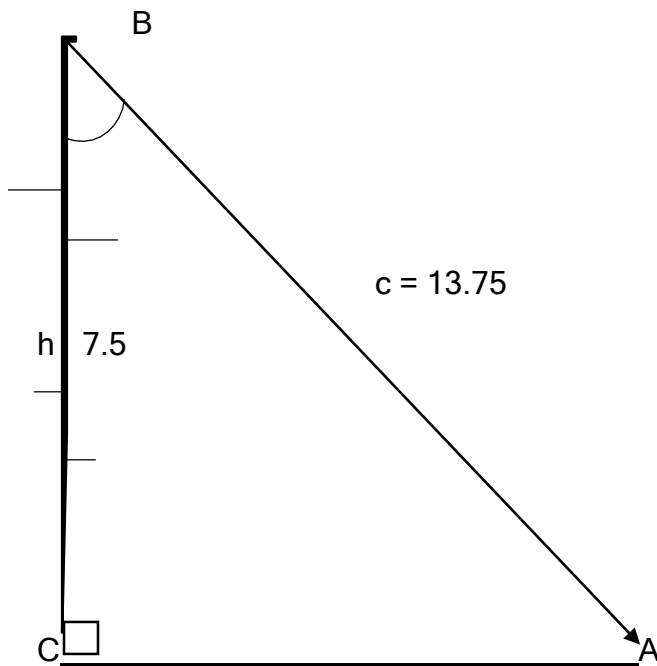
$$902500 - 289536.46 = b^2$$

$$612964 = b^2 \text{ sacamos raíz } b = 782.92\text{m}$$

Actividad #1

Realiza los siguientes ejercicios basándote con lo aprendido en la clase anterior

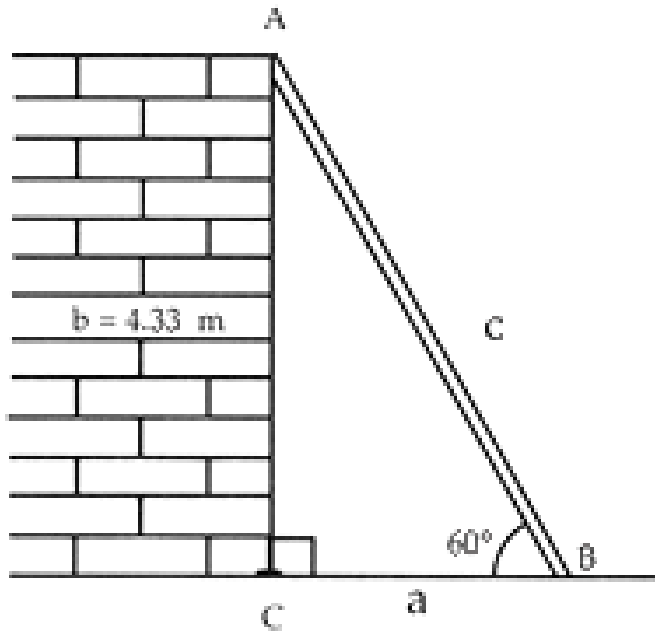
Obtener el ángulo que forma un poste que mide 7.5m de altura con un cable que tira de él que va desde la punta hasta el piso el cual tiene un u largo de 13.75m



$$\cos \hat{B} = \frac{c.A}{HIP}$$

ACTIVIDAD #2

Obtener la longitud de una escalera recargada en una pared de 4.33 m de altura que forma un ángulo de 60° con respecto al piso.



$\widehat{\text{sen}}B=$

Instrumento # IV EXAMEN FINAL

Nombre: _____

grado y grupo: _____

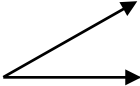
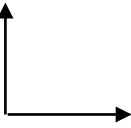
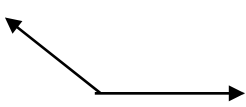
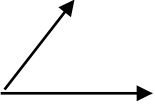



Responde correctamente lo que se te pide tratando de contestar cada una de las preguntas.

5. Con tus propias palabras escribe la definición de ángulos.

Ángulo:

6. Observa las características de cada uno de los ángulos y coloca el nombre correcto en cada uno de ellos

| | | | |
|---------|-----------|--------|------|
| Convexo | cóncavo | llano | |
| | Recto | obtuso | nulo |
| | Perigonal | agudo | |

| | | | |
|--------|---|--------|---|
| Ángulo |  | Ángulo |  |
| Ángulo |  | Ángulo |  |
| Ángulo |  | Ángulo |  |
| Ángulo | 0° | Ángulo |  |

7. Realiza las siguientes sumas y restas de los ángulos

$$\begin{array}{r} 46^{\circ} \ 41' \ 34'' \\ + 43^{\circ} \ 18' \ 26'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46^{\circ} \ 25' \ 36'' \\ + 24^{\circ} \ 39' \ 47'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53^{\circ} \ 40' \ 83'' \\ - 52^{\circ} \ 30' \ 45'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45^{\circ} \ 25' \ 55'' \\ - 28^{\circ} \ 16' \ 35'' \\ \hline \end{array}$$

8. Convertir los siguientes ángulos a radianes

19- 45°

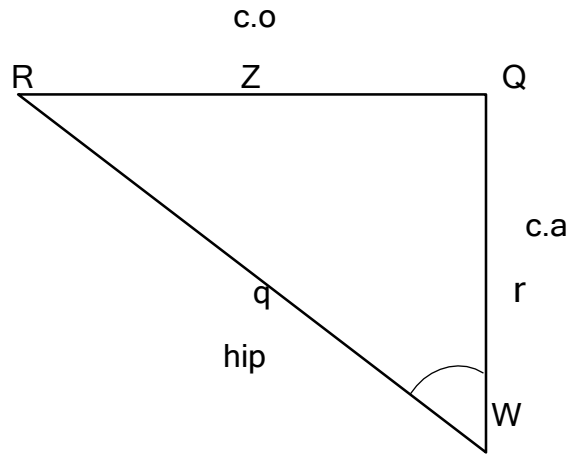
20- 135°

21- 150°

22- 210°

23- 240°

5. Considerando el siguiente triangulo encuentra las 6 funciones trigonométricas del ángulo seleccionado (w)



Seno w =

Coseno w =

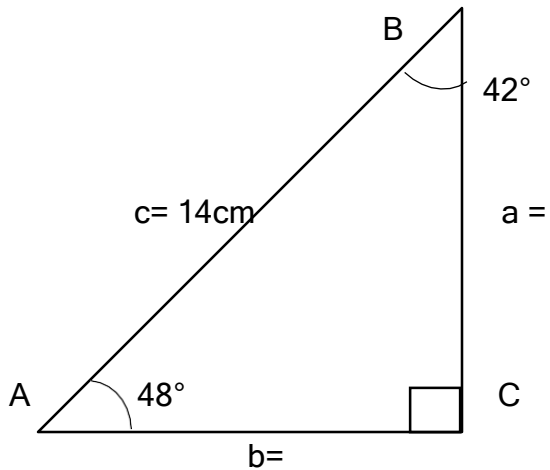
Tangente w =

Cotangente w =

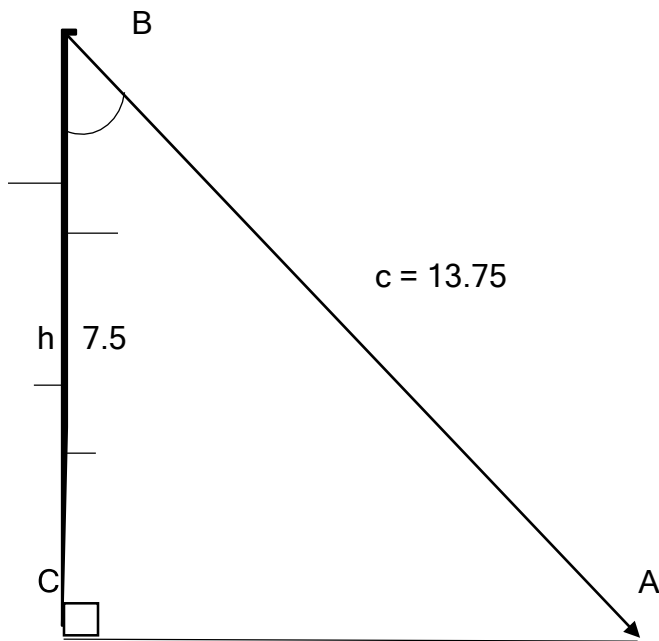
Secante w =

Cosecante w =

9. Encuentra las 6 funciones trigonometría



10. Obtener el ángulo que forma un poste que mide 7.5m de altura con un cable que tira de él que va desde la punta hasta el piso el cual tiene un largo de 13.75m



$$\cos \hat{B} = \frac{c.A}{HIP}$$