

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E
INGENIERÍA (MyDCI)



**“Desarrollo de una Técnica de Calibración para un
Analizador de Redes Hexaportal”**

T E S I S

**que presenta para obtener el grado de Doctor en Ciencias en
Ingeniería Electrónica**

CARLOS ALBERTO BONILLA BARRAGÁN

DIRECTOR DE TESIS:

DR. ALEJANDRO DUEÑAS JIMENÉZ

CODIRECTOR DE TESIS:

DR. ANGEL GABRIEL ANDRADE REÁTIGA

Mexicali, B. C.

Enero 2013

TESIS DEFENDIDA POR
CARLOS ALBERTO BONILLA BARRAGÁN
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

DR. ALEJANDRO DUEÑAS JIMÉNEZ
Director del comité

DR. ÁNGEL GABRIEL ANDRADE REÁTIGA
Codirector del comité

DRA. MARÍA DEL CARMEN MAYA SÁNCHEZ
Miembro del comité

DR. DANIEL HERNÁNDEZ BALBUENA
Miembro del comité

DR. MARCO FÉLIX LOZANO
Coordinador de Posgrado e Investigación

Enero 2013

RESUMEN de la Tesis de **CARLOS ALBERTO BONILLA BARRAGÁN**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de **DOCTOR EN CIENCIAS**. Mexicali, Baja California, México. Enero de 2013.

**“DESARROLLO DE UNA TÉCNICA DE CALIBRACIÓN PARA UN
ANALIZADOR DE REDES HEXAPORTAL”**

Esta tesis inicia con una descripción breve de los analizadores de redes heterodino y hexaportal. Luego, se describen con detalle las partes componentes de un analizador de redes hexaportal y se presentan tres estructuras hexaportales diferentes. Enseguida, se presentan varias estructuras separadoras de señal que pueden ser utilizadas para la constitución de un hexapuerto. Posteriormente, se plantea el modelo matemático de una técnica de calibración para analizadores de redes hexaportales. Más adelante, se simulan electromagnéticamente las tres etapas de la geometría de un circuito abierto para incluirlo como uno de los estándares de calibración. Después, se realiza un análisis matemático de cuatro estructuras hexaportales, y con base en los criterios de Engen y Bilik, se eligen las dos que mejor los cumplen. A continuación, se incluye el estándar en circuito abierto (ya validado mediante la simulación electromagnética) en la técnica de calibración que se va a utilizar. La técnica de calibración original fue propuesta por Yeo y modificada por primera vez por Bonilla y Dueñas. Seguidamente, se calculan los valores ideales para los radios y los parámetros de calibración en los cuatro planos A_k , obtenidos al aplicar la técnica de calibración en las dos estructuras hexaportales. Ya con estos valores disponibles, se elige una estructura compatible con la técnica de calibración y se realiza la síntesis de ésta en línea de cinta. Finalmente, se presenta un estudio de la variación de las áreas de incertidumbre, que se generó por la medición de cinco DBP diferentes, la modificación en la longitud de los radios de los círculos y la posición angular de los centros de estos últimos.

Palabras clave: Analizadores de redes hexaportales, modelo matemático para una técnica de calibración, hexapuertos, simulación electromagnética en dos y tres dimensiones, estándares en circuito abierto y síntesis de circuitos en línea de cinta.

Resumen aprobado por:

Dr. Alejandro Dueñas Jiménez
Director de tesis

Dr. Ángel Gabriel Andrade Reátiga
Codirector de tesis

ABSTRACT of the thesis, presented by **CARLOS ALBERTO BONILLA BARRAGÁN**, as partial requirement in order to obtain the **DOCTOR IN SCIENCES DEGREE**. Mexicali, Baja California, México. Enero de 2013.

**“DESARROLLO DE UNA TÉCNICA DE CALIBRACIÓN PARA UN
ANALIZADOR DE REDES HEXAPORTAL”**

This thesis begins with a brief description of heterodyne and six-port network analyzers. Then, the network analyzer components are described in detail and three different six-port structures are presented. Next, several signal separation structures, which can be used to construct a six-port, are presented. Later, the mathematical model for a network analyzer calibration technique, is stated. Afterward, the electromagnetic simulation of the three stage geometry of an open circuit, which shall be included as one of the calibration standards, will be performed. After that, a mathematical analysis of four six-port structures is carried out, in order to choose the better ones fulfilling the Engen-Bilik criteria. Later on, the open circuit standard (already validated by means of an electromagnetic simulation) to be used in the calibration technique, is included. The calibration technique was originally proposed by Yeo and modified by Bonilla and Dueñas by the first time. Subsequently, the ideal values for the radii and the calibration parameters on the four A_k planes, which are obtained by applying the calibration technique to both six-port structures, are calculated. Once these values are available, a six-port structure compatible with the calibration technique is chosen and synthesized on stripline technology. Finally, a study of the uncertainty areas variation, generated by the measure of five different DUT's, the modification of length of the circle radii and the angular position of the circle centers, is performed.

Keywords: Six-port network analyzers, mathematical model for a calibration technique, six-ports, two-dimensional and three dimensional electromagnetic simulations, open circuit standards and stripline circuit synthesis.

Approved by:

Dr. Alejandro Dueñas Jiménez
Thesis Advisor

Dr. Ángel Gabriel Andrade Reátiga
Thesis CoAdvisor

DEDICATORIA

Dedicada a mi Esposa, Lic. Denisse Araceli García Reynoso, por su amor, paciencia, comprensión y apoyo. A mi Padre Jesús Ma. Bonilla Sierra (donde quiera que esté), con todo mi amor, al igual que a mi madre Yolanda Barragán Robles, a Esperanza y Bertha Ofelia Bonilla Sierra, nunca les podré pagar todo su amor su apoyo permanente e incondicional.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a:

Mi Esposa.

A mis padres.

A mis tías.

A mis hermanos.

A todos mis familiares y amigos.

A todos los que directa e indirectamente colaboraron para que lograra llevar a cabo este trabajo.

Muy en especial al Dr. Alejandro Dueñas Jiménez, por su guía y gran apoyo, los cuales me permitieron mejorar significativamente la calidad de este trabajo.

Al Dr. Ángel Gabriel Andrade Reátiga por todo su apoyo.

A los demás miembros de mi comité de tesis

Dra. María del Carmen Maya Sánchez

Dr. Daniel Hernández Balbuena

A la UABC sede Mexicali, mi nueva alma mater, por habernos permitido realizar los estudios doctorales.

Y al CONACYT por el apoyo económico sin el cual no hubiera podido llevar a cabo esta empresa.

ÍNDICE

	<u>Página</u>
1. Introducción	1
1.1 Preliminares.	1
1.2 Fundamentos.	4
1.3 Objetivos del trabajo.	11
1.3.1 Objetivo general.	11
1.3.2 Objetivos particulares.	11
1.4 Metodología a emplear.	12
1.5 Estructura del trabajo.	13
2. Estructura del analizador de redes hexaportal	17
2.1 El generador de señal.	20
2.2 La red separadora de señal.	20
2.2.1 La red hexaportal de Engen.	22
2.2.2 La red hexaportal de Li.	23
2.2.3 La red hexaportal de El-Deeb.	23
2.3 Los diodos detectores de potencia	24
2.4 Los programas de control del equipo y de adquisición y procesamiento de datos.	26
2.5 La técnica de calibración	27
2.5.1 La técnica de calibración "thru-reflect-line" (TRL).	28
2.5.2 La técnica de calibración "short-open-load-thru" (SOLT).	28
2.5.3 La técnica de calibración de un circuito corto corregido propuesta por Engen.	29
2.5.4 La técnica de cuatro estándares propuesta por Yeo.	29
2.5.5 Una nueva técnica de calibración.	30
3. Componentes de una red hexaportal	31
3.1 Componentes típicos de algunas estructuras hexaportales.	32
3.1.1 Acopladores direccionales.	32
3.1.1.1 Acoplador direccional de 6dB.	35
3.1.1.2 Acoplador direccional de 3dB (equipotencial) en cuadratura.	35
3.1.1.3 Acoplador direccional antisimétrico, de 3dB (equipotencial) con diferencias de fase de 0° o de 180°.	36
3.1.2 Cambiadores de fase	37
3.2 Simulación de un nuevo acoplador direccional.	37
3.2.1 Breve descripción del BLC y del código FDTD.	37
3.2.2 Resultados de la simulación.	41
3.2.3 Conclusiones de la sección.	44

	<u>Página</u>
4. Desarrollo matemático de una técnica de calibración	46
4.1 Modelo matemático.	47
4.1.1 Teoría de la reflectometría y transferometría con hexapuertos.	48
4.1.2 Expectativas de la propuesta.	53
4.1.3 Conclusiones de la sección.	54
4.2 Estándares de calibración.	55
4.2.1 Circuito corto.	55
4.2.2 Carga acoplada.	55
4.2.3 Circuito abierto.	56
4.3 Simulación de una línea con terminación reactiva como un estándar de calibración en circuito abierto.	56
4.3.1 El estándar de calibración coaxial reactivo.	58
4.3.2 Capacitancia e inductancia del circuito equivalente concentrado.	60
4.3.3 Simulación con FDTD.	62
4.3.4 Análisis del circuito de microcinta.	62
4.3.5 Medición.	63
4.3.6 Conclusiones de la sección.	64
4.4 Simulación de un nuevo estándar en circuito abierto para calibración.	65
4.4.1 Simulación de las etapas previas.	67
4.4.2 La simulación del nuevo estándar.	71
4.4.3 Conclusiones de la sección.	74
5. Estudio de estructuras hexaportales	76
5.1 Criterios para el diseño de un hexapuerto, propuestos por Engen y ampliados por Bilik.	76
5.2 Análisis matricial y estudio de algunas estructuras.	89
5.2.1 Análisis individual de los cuatripuertos de la estructura hexaportal general.	91
5.2.2 Análisis de la estructura hexaportal definida como la primera propuesta de Engen.	113
5.2.2.1 Análisis matricial total de los cuatripuertos que componen la estructura hexaportal definida como la primera propuesta de Engen.	114
5.2.2.2 Obtención de las constantes de calibración de la estructura hexaportal definida como la primera propuesta de Engen.	122
5.2.2.3 Ubicación gráfica de los centros q en el plano Γ_{DBP} de la estructura hexaportal definida como la primera propuesta de Engen.	127

5.2.3	Análisis de la estructura hexaportal definida como la segunda propuesta de Engen.	128
5.2.3.1	Análisis matricial total de los cuatripuertos que componen la estructura hexaportal definida como la segunda propuesta de Engen.	128
5.2.3.2	Obtención de las constantes de calibración de la estructura hexaportal definida como la segunda propuesta de Engen.	135
5.2.3.3	Ubicación gráfica de los centros q en el plano Γ_{DBP} de la estructura hexaportal definida como la segunda propuesta de Engen.	141
5.2.4	Análisis de la estructura hexaportal definida como la tercera propuesta de Engen.	142
5.2.4.1	Análisis matricial total de los cuatripuertos que componen la estructura hexaportal definida como la tercera propuesta de Engen.	142
5.2.4.2	Obtención de las constantes de calibración de la estructura hexaportal definida como la tercera propuesta de Engen.	149
5.2.4.3	Ubicación gráfica de los centros q en el plano Γ_{DBP} de la estructura hexaportal definida como la tercera propuesta de Engen.	155
5.2.5	Análisis de la estructura hexaportal de la propuesta de Li.	156
5.2.5.1	Análisis matricial total de los cuatripuertos que componen la estructura hexaportal de la propuesta de Li	156
5.2.5.2	Obtención de las constantes de calibración de la estructura hexaportal de la propuesta de Li.	165
5.2.5.3	Ubicación gráfica de los centros q en el plano Γ_{DBP} de la estructura hexaportal de la propuesta de Li	170
5.3	Elección de una estructura hexaportal para un ancho de banda amplio.	171
6.	Análisis matemático de la aplicabilidad de una técnica de calibración para reflectómetros hexaportales modificada con la incorporación de un estándar en circuito abierto	172
6.1	Introducción.	173
6.2	Descripción de los procedimientos de medición y de obtención de los parámetros de calibración.	173
6.3	Incorporación del estándar de calibración en circuito abierto a la primera modificación de la técnica de calibración.	181
6.4	Valores ideales de las lecturas de potencia, radios y parámetros A_k y B_k obtenidos mediante la segunda modificación de la técnica de calibración para dos estructuras hexaportales diferentes.	184

6.4.1	Valores ideales de las lecturas de potencia, radios y parámetros A_k y B_k obtenidos mediante la segunda modificación de la técnica de calibración para la estructura hexaportal de Engen.	184
6.4.2	Valores ideales de las lecturas de potencia, radios y parámetros A_k y B_k obtenidos mediante la segunda modificación de la técnica de calibración para la estructura hexaportal de Li.	205
6.5	Selección de un reflectómetro hexaportal compatible con la segunda modificación de la técnica de calibración de Yeo.	224
7.	Diseño de la estructura hexaportal seleccionada	225
7.1	Diseño del acoplador de 3dB en cuadratura.	228
7.2	Diseño del acoplador de 6dB en cuadratura.	236
7.3	Diseño del acoplador de 3dB en fase.	239
7.4	Incorporación de los acopladores de señal Q1, Q2, Q3, 6dB y H en la estructura hexaportal de Engen (primera propuesta).	245
8.	Análisis de resultados y conclusiones	251
8.1	Análisis de resultados.	251
8.2	Aportaciones.	253
8.3	Perspectivas.	255
8.4	Recomendaciones.	255
	Bibliografía	257
A.	El desarrollo matemático de la reflectometría hexaportal	264
A.1	Ecuaciones del reflectómetro.	264
A.2	Relaciones funcionales entre P y Γ para la síntesis.	269
A.3	Relaciones funcionales entre P y Γ para la calibración con tres parámetros intermedios.	271
B.	Análisis gráfico de las áreas de incertidumbre generadas por variaciones en las longitudes de los radios y en las posiciones angulares de los centros de círculos que se ubican en el plano complejo	275
B.1	Gráficas de las áreas de incertidumbre para un circuito abierto.	275
B.2	Gráficas de las áreas de incertidumbre para una carga acoplada.	280
B.3	Gráficas de las áreas de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria.	284
B.4	Gráficas de las áreas de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria.	288
B.5	Gráficas de las áreas de incertidumbre para un circuito corto.	292
B.6	Comparación de las áreas de incertidumbre.	296

	<u>Página</u>
C. Publicaciones internacionales	301
C.1 Planteamiento del Modelo Matemático de una Técnica de Calibración para un Analizador de Redes Hexaportal.	302
C.2 FDTD Simulation of a Coaxial Reactive Calibration Standard.	308
C.3 FDTD Simulation of a Novel Branch Line Coupler Via a Non-Commercial Software.	312
C.4 Proposal of a slotted circular waveguide as an open-circuited standard for calibration of L-band network analyzers.	316

Índice de figuras

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
1.1. Diagrama a cuadros de la estructura básica de un reflectómetro hexaportal.	6
1.2. Fotografía del reflectómetro hexaportal del laboratorio de microondas del Departamento de Electrónica de la Universidad de Guadalajara.	6
1.3. Diagrama a cuadros de la estructura básica de un Analizador de Redes de un sólo Reflectómetro.	7
1.4. Diagrama a bloques de un analizador de redes hexaportal.	7
2.1. Diagrama a bloques de un analizador de redes hexaportal.	18
2.2. Diagrama a bloques de la red hexaportal propuesta por Engen.	22
2.3. Diagrama a bloques de la red hexaportal propuesta por Li.	22
2.4. Diagrama a bloques de la red hexaportal propuesta por El-Deeb.	24
2.5. Fotografía de un diodo Boonton 51033 (6E)®.	25
2.6. Fotografía de un diodo HP 8474C®.	25
3.1. Acoplador direccional.	32
3.2. Acoplador direccional “rat-race”.	34
3.3. Acoplador direccional de 3dB (equipotencial) en cuadratura.	36
3.4. Acoplador direccional “rat-race”.	37
3.5. Acoplador direccional de dos secciones presentado por Jing.	39
3.6. Magnitud de los parámetros S de un acoplador de líneas ramales compacto, obtenidos mediante simulación con el programa Ansoft HFSS® [Jing, 2009].	42
3.7. Respuestas del BLC obtenidas mediante el método FDTD. (a) Campo potencial simulado con 5600 pasos de tiempo. (b) Magnitud de S_{21} . (c) Ángulo de S_{21} .	42
3.8. Respuestas del BLC obtenidas mediante el método FDTD. (a) Campo potencial simulado con 5600 pasos de tiempo. (b) Magnitud de S_{31} . (c) Ángulo de S_{31} .	43
3.9. (a) Respuesta del BLC obtenida mediante el método FDTD. (b) Respuesta del BLC obtenida mediante el método MoM.	44
4.1. Diagrama de un analizador de redes hexaportal.	47
4.2. Una línea coaxial cargada capacitivamente.	58
4.3. La capacitancia dependiente de la frecuencia para la geometría de la Fig. 4.2 obtenida de la ecuación (4.19) trazo azul y obtenida de la ecuación (4.20) trazo negro, en comparación con lo medido en el estándar MM8048B1®, trazo rojo.	60
4.4. La impedancia característica del circuito equivalente de microcinta.	61
4.5. Respuestas en coeficiente de reflexión del estándar en circuito abierto propuesto. Simulación compensada (trazo verde), simulación directa (trazo azul), análisis del circuito equivalente de microcinta (trazo negro) y medición del estándar MM8048B1® (trazo rojo).	63

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
4.6. Dimensiones de la línea coaxial de 3.5 mm cargada capacitivamente y que emula al estándar MM8048B1®.	68
4.7. La línea coaxial de 3.5 mm terminada en circuito abierto, que emula el comportamiento del estándar en circuito abierto MM8048B1®. Sus resultados analítico (trazo magenta) y de la simulación con FDTD en 3D (trazo azul) ambos, del coeficiente de reflexión a la entrada.	68
4.8. Dimensiones de la línea coaxial de 7 mm terminada en una guía de onda circular, HP8542A®.	69
4.9. La línea coaxial de 7 mm conectada con una guía circular HP8542A® terminada en circuito abierto, su resultado analítico (trazo magenta) y el resultado de la simulación con FDTD 3D (trazo azul).	70
4.10. Dimensiones de la línea coaxial de 3.5 mm, terminada en una guía de onda circular ranurada que se termina en circuito abierto.	71
4.11. La línea coaxial de 3.5 mm conectada a una guía de onda circular ranurada terminada en circuito abierto. Resultado analítico obtenido por el método variacional (línea continua y cuadrados azul), resultado de la simulación MoM estática (línea discontinua y cruces en negro) y el resultado de la simulación con FDTD 3D (línea magenta).	74
5.1. Situación crítica, todos los centros q sobre una misma línea.	78
5.2. Área de incertidumbre que se genera debido a una disposición desfavorable de los centros q o a una localización desafortunada del Γ_{DBP} . Esta área en apariencia pequeña, es en realidad enorme porque es muy sensible a las variaciones en los radios que se deben al ruido (error).	79
5.3. Búsqueda de la distancia mínima y máxima desde el centro q' (magnitud 0.5) a siete valores de Γ_{DBP} pasivos.	81
5.4. Búsqueda de la distancia mínima y máxima desde el centro q'' (magnitud 1.5) a siete valores de Γ_{DBP} pasivos.	81
5.5. Áreas de incertidumbre para cinco DBPs pasivos. Circuito abierto (A), carga acoplada (B), reactancia inductiva unitaria (C), reactancia capacitiva unitaria (D) y circuito corto (E). Los perímetros de color verde corresponden a una separación angular de $\pm 30^\circ$, los de color azul de $\pm 60^\circ$, los de color rojo de $\pm 90^\circ$ y los de color morado de $\pm 120^\circ$, entre los centros q con magnitud de 1.5.	85
5.6. Distancias mínimas y máximas desde los centros Q' (con magnitud 1.5 y separación angular de 120°) a cinco cargas pasivas.	86
5.7. Distancias mínimas y máximas desde los centros Q'' (con magnitud 2.0 y separación angular de 120°) a cinco cargas pasivas.	87
5.8. Estructura Hexaportal General.	89
5.9. Estructura hexaportal original sugerida por Engen (primer propuesta).	114
5.10. Relaciones entre las señales incidentes y reflejadas de los cuatripuertos de la primer propuesta de Engen.	118

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
5.11. Relaciones finales correspondientes a una señal incidente b en el DBP y a su coeficiente de reflexión (Γ_{DBP}), para la primera propuesta de Engen.	121
5.12. Distribución grafica de los centros q para la estructura original (primera propuesta, Fig. 5.9) de Engen.	127
5.13. Estructura hexaportal diseñada con acopadores direccionales 3dB en cuadratura, segunda propuesta de Engen.	129
5.14. Relaciones entre las señales incidentes y reflejadas de los cuatripuertos de la segunda propuesta de Engen.	133
5.15. Relaciones finales correspondientes a una señal incidente b en el DBP y a su coeficiente de reflexión (Γ_{DBP}), para la segunda propuesta de Engen.	136
5.16. Distribución grafica de los centros q para la estructura de la segunda propuesta de Engen, Fig. 5.13.	142
5.17. Estructura hexaportal diseñada con acopadores direccionales 3dB en cuadratura, tercera propuesta de Engen.	143
5.18. Relaciones entre las señales incidentes y reflejadas de los cuatripuertos de la tercera propuesta de Engen.	147
5.19. Relaciones finales correspondientes a una señal incidente b en el DBP y a su coeficiente de reflexión (Γ_{DBP}), para la tercera propuesta de Engen.	150
5.20. Distribución grafica de los centros q para la estructura de la tercera propuesta de Engen, Fig. 5.17.	155
5.21. Diagrama a bloques de la red hexaportal propuesta por Li.	157
5.22. Relaciones entre las señales incidentes y reflejadas de los cuatripuertos de la estructura hexaportal propuesta por Li.	161
5.23. Relaciones finales correspondientes a una señal incidente b en el DBP y a su coeficiente de reflexión (Γ_{DBP}), para la propuesta de Li.	164
5.24. Distribución grafica de los centros q para la estructura propuesta por Li, Fig. 5.21.	170
6.1. Centros y radios de las circunferencias, para una estructura hexaportal dada, que determinan en un punto el Γ_{DBP} (caso ideal) en el plano complejo Γ .	176
6.2. Triángulo de error (plano Γ) dentro del cual se encuentra el valor de Γ_{DBP} .	177
6.3. Centros y radios de las circunferencias (para tres circuitos cortos desplazados) en el plano complejo correspondiente a un diodo cualquiera, en donde se determina el parámetro de calibración A_k .	179
6.4. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente a un diodo detector cualquiera, en donde se ubica el parámetro de calibración A_k .	182

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
6.5. Reordenación de los centros de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente a un diodo cualquiera, en donde se ubica el parámetro de calibración A_k .	183
6.6. Distribución de los centros y radios de las circunferencias, para la estructura hexaportal de la primera propuesta de Engen, que ubican en un punto único el Γ_{DBP} en el plano complejo Γ (caso ideal).	185
6.7. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_3 .	199
6.8. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_4 .	200
6.9. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_5 .	201
6.10. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_6 .	202
6.11. Distribución de los centros y radios de las circunferencias, para la estructura hexaportal propuesta por Li, que ubican en un punto único el Γ_{DBP} en el plano complejo Γ (caso ideal).	206
6.12. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_4 .	219
6.13. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_5 .	220
6.14. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_6 .	221
7.1. Estructura hexaportal de Engen (primera propuesta).	225
7.2. Estructura de tres capas empleada en el diseño de acopladores direccionales.	227
7.3. Acoplador de 3dB obtenido al interconectar dos acopladores de 8.34dB en cascada.	228
7.4. Las dos configuraciones del arreglo en triplaca para las secciones de acoplamiento. (a) Sección con acoplamiento máximo, “Broadside Coupled Stripline” (BCS). (b) Sección con acoplamiento pequeño, placas con desplazamiento horizontal, “Offset Coupled Stripline” (OCS).	230

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
7.5. Acoplador de 8.34dB con siete secciones.	231
7.6. Acoplador de 3dB compuesto por dos de 8.34dB con siete secciones en tándem.	232
7.7. Acoplador de 3dB en cuadratura compuesto por dos acopladores de 8.34dB con siete secciones en tándem para una frecuencia central de 3 GHz (a tamaño real).	235
7.8. Acoplador de 3dB de la figura 7.7, separado (a tamaño real). (a) Trazos cara superior. (b) Trazos cara inferior.	235
7.9. Acoplador de 6dB con tres secciones.	237
7.10. Acoplador de 6dB.	237
7.11. Acoplador de 6dB en cuadratura con tres secciones para una frecuencia central de 3 GHz. (a) Figura a tamaño real. (b) Dimensiones en mm. (c) (En rojo) Trazos de la cara superior y (En azul) trazos de la cara inferior.	238
7.12. Acoplador de 3dB en fase	240
7.13. Longitud (mm) de las secciones del acoplador de 3dB en fase, diseñado a la frecuencia central de 3 GHz (a tamaño real).	244
7.14. Dimensiones (mm) del acoplador de 3dB en fase.	244
7.15. Estructura hexaportal completa (ambas caras), basada en la configuración de la primera propuesta de Engen, para un ancho de banda de 3.5 GHz (de 1.25 a 4.75 GHz).	247
7.16. Cara superior de la estructura hexaportal de la Fig. 7.15.	248
7.17. Cara inferior de la estructura hexaportal de la Fig. 7.15.	249
7.18. Estructura hexaportal completa, incluyendo los diodos, la carga de 50 Ω , el generador y el DBP.	250
A.1. Diagrama a bloques de una red hexaportal arbitraria.	264
A.2. Circunferencias en el plano complejo Γ_2 para una estructura hexaportal.	271
A.3. Circunferencias en el plano complejo A_k .	274
B.1. Área de incertidumbre para un circuito abierto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 30^\circ$.	276
B.2. Área de incertidumbre para un circuito abierto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 60^\circ$.	277
B.3. Área de incertidumbre para un circuito abierto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 90^\circ$.	278
B.4. Área de incertidumbre para un circuito abierto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 120^\circ$.	279
B.5. Área de incertidumbre para una carga acoplada considerando una separación angular ente los centros de $\pm 30^\circ$.	280
B.6. Área de incertidumbre para una carga acoplada considerando una separación angular ente los centros de $\pm 60^\circ$.	281
B.7. Área de incertidumbre para una carga acoplada considerando una separación angular ente los centros de $\pm 90^\circ$.	282

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
B.8. Área de incertidumbre para una carga acoplada considerando una separación angular entre los centros de $\pm 120^\circ$.	283
B.9. Área de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria considerando una separación angular entre los centros de $\pm 30^\circ$.	284
B.10. Área de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria considerando una separación angular entre los centros de $\pm 60^\circ$.	285
B.11. Área de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria considerando una separación angular entre los centros de $\pm 90^\circ$.	286
B.12. Área de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria considerando una separación angular entre los centros de $\pm 120^\circ$.	287
B.13. Área de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria considerando una separación angular entre los centros de $\pm 30^\circ$.	288
B.14. Área de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria considerando una separación angular entre los centros de $\pm 60^\circ$.	289
B.15. Área de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria considerando una separación angular entre los centros de $\pm 90^\circ$.	290
B.16. Área de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria considerando una separación angular entre los centros de $\pm 120^\circ$.	291
B.17. Área de incertidumbre para un circuito corto considerando una separación angular entre los centros de $\pm 30^\circ$.	292
B.18. Área de incertidumbre para un circuito corto considerando una separación angular entre los centros de $\pm 60^\circ$.	293
B.19. Área de incertidumbre para un circuito corto considerando una separación angular entre los centros de $\pm 90^\circ$.	294
B.20. Área de incertidumbre para un circuito corto considerando una separación angular entre los centros de $\pm 120^\circ$.	295
B.21. Áreas de incertidumbre para un circuito abierto debidas a separaciones angulares entre los centros de $\pm 30^\circ$ (verde), $\pm 60^\circ$ (azul marino), $\pm 90^\circ$ (marrón) y $\pm 120^\circ$ (morado).	296
B.22. Áreas de incertidumbre para una carga acoplada debidas a separaciones angulares entre los centros de $\pm 30^\circ$ (verde), $\pm 60^\circ$ (azul marino), $\pm 90^\circ$ (marrón) y $\pm 120^\circ$ (morado).	297
B.23. Áreas de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria debidas a separaciones angulares entre los centros de $\pm 30^\circ$ (verde), $\pm 60^\circ$ (azul marino), $\pm 90^\circ$ (marrón) y $\pm 120^\circ$ (morado).	298
B.24. Áreas de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria debidas a separaciones angulares entre los centros de $\pm 30^\circ$ (verde), $\pm 60^\circ$ (azul marino), $\pm 90^\circ$ (marrón) y $\pm 120^\circ$ (morado).	299
B.25. Áreas de incertidumbre para un circuito corto debidas a separaciones angulares entre los centros de $\pm 30^\circ$ (verde), $\pm 60^\circ$ (azul marino), $\pm 90^\circ$ (marrón) y $\pm 120^\circ$ (morado).	300

Índice de tablas

<u>Tabla</u>	<u>Página</u>
2.1. Características principales del diodo Boonton 51033 (6E)®.	25
2.2. Características principales del diodo HP 8474C®.	26
4.1. Los coeficientes para calcular la capacitancia equivalente del MM8048B1®.	59
6.1. Valores del hexapuerto de Engen para la medición.	203
6.2. Valores del hexapuerto de Engen para la calibración.	204
6.3. Valores del hexapuerto de Li para la medición.	222
6.4. Valores del hexapuerto de Li para la calibración.	223
7.1. Impedancias pares, normalizadas zoe y sin normalizar Zoe , para un acoplador de 8.34dB de siete secciones, con una impedancia de normalización de 50 Ω.	229
7.2. Coeficientes de acoplamiento para un acoplador de 8.34dB de siete secciones.	231
7.3. Ancho (w) de la sección central, para máximo acoplamiento (BCS), calculado mediante el empleo de las ecuaciones de Bahl.	233
7.4. Anchos w , w_o y w_c de las secciones restantes, para acoplamiento pequeño (OCS), calculados mediante el empleo de las ecuaciones de Shelton.	234
7.5. Impedancias pares, normalizadas zoe y sin normalizar Zoe , para un acoplador de 6dB de tres secciones, con una impedancia de normalización de 50 Ω.	236
7.6. Coeficientes de acoplamiento para un acoplador de 6dB de tres secciones.	237
7.7. Ancho (w) de la sección central, para máximo acoplamiento (BCS), calculado mediante el empleo de las ecuaciones de Bahl.	237
7.8. Anchos w , w_o y w_c de las secciones restantes, para bajo acoplamiento (OCS), calculados mediante el empleo de las ecuaciones de Shelton.	238
7.9. Valores de las impedancias características normalizadas (z_1 , z_2 , z_3 y z_4) y sin normalizar (Z_1 , Z_2 , Z_3 y Z_4) de las cuatro secciones de un acoplador Wilkinson sintetizado para un ancho de banda de 4:1, obtenidos mediante el empleo de las tablas de Young.	241
7.10. Valores de las resistencias en paralelo que lleva cada una de las uniones entre dos secciones. Calculados mediante empleo de las ecuaciones de Cohn.	242
7.11. Valores de los anchos de las líneas de cada sección. Calculados mediante programas para “striplines” asimétricas.	243

Capítulo 1

Introducción

1.1 Preliminares

Aunque las señales electromagnéticas son señales de cuatro dimensiones, tres espaciales y una temporal y su comportamiento se rige por las ecuaciones de Maxwell, bajo ciertas condiciones su representación matemática se puede simplificar. Estas condiciones se deben cumplir simultáneamente y se basan en la comparación de relaciones numéricas de parámetros que pertenecen, bien al dominio del tiempo o bien al dominio del espacio. Además, dichas condiciones se basan en criterios que establecen (de manera independiente) cuándo un elemento de circuitos (pasivo o activo, discreto o integrado, o inclusive una interconexión eléctrica) debe ser considerado como concentrado, o cuándo debe ser considerado como distribuido, ya que la tecnología actual permite niveles de integración nanométricos. Las comparaciones deben realizarse siempre en ambos dominios ya que puede darse el caso en que un elemento sea concentrado en un dominio y distribuido en el otro, debido a que una señal con información debe necesariamente estar compuesta por diferentes componentes, desde una constante (corriente directa) hasta armónicas de alta frecuencia y por tanto ser concentrado en el espacio y distribuido en el tiempo, como suele suceder con las interconexiones de alta velocidad.

La simplificación matemática permite representar las señales electromagnéticas en dos dimensiones, una espacial y una temporal, en lugar de cuatro (las tres espaciales y la

temporal). Pero si además las señales son armónicas en el tiempo, éstas se pueden representar mediante fasores, lo que las simplificaría a una forma de señal con sólo una dimensión longitudinal quedando implícita la dimensión temporal.

Así pues, para poder determinar si un elemento de un circuito en particular es concentrado o es distribuido, se requiere hacer una comparación tanto en el dominio del espacio como en el del tiempo [Inan, 1999]. En el dominio del espacio se comparan la longitud física mayor que el elemento tiene, en alguna de sus tres dimensiones, con la longitud de onda a la frecuencia de operación. Así, desde el punto de vista del espacio, un elemento de circuito se considera concentrado si la longitud de éste es menor a 0.01 de la longitud de onda de la componente de mayor frecuencia de la señal (λ_s). Mientras que en el dominio del tiempo se comparan, el tiempo de viaje de la señal (t_v), bien con el tiempo de elevación (t_e) o caída (t_c) de ella misma, o con su período (T). El tiempo de elevación es el tiempo que la señal emplea para pasar del 10% al 90% de su valor máximo. Y el tiempo de caída es el tiempo que la señal emplearía para pasar del 90% al 10% de su valor máximo sin importar si $t_e = t_c$. Así, desde el punto de vista del tiempo, un elemento de circuitos se considera concentrado cuando la relación $t_e/t_v > 6$ ó la relación $t_c/t_v > 6$ si $t_e \neq t_c$, o bien cuando $t_v < 0.01T$. Este último criterio se utiliza para evaluar interconexiones de alta velocidad, donde se emplean señales digitales a frecuencias de GHz.

Por lo tanto, cuando no hay una variación perceptible de los valores de voltaje o corriente de una señal, entre la entrada y la salida de una línea de transmisión, apareciendo ésta "simultáneamente" en ambos extremos [Chua, 1978] o cuando la señal que viaja a través de los elementos de un circuito (como las resistencias, las bobinas, los capacitores, los integrados, etc.) es afectada de manera focalizada en alguna de sus características electromagnéticas, entonces, dicha señal distingue a tales elementos como concentrados.

Cuando las componentes frecuenciales de una señal son altas (como en la región de las microondas: 300 MHz a 300 GHz) y su longitud de onda se puede equiparar con las dimensiones de algún elemento del circuito en el que operan, entonces, ya no es posible

utilizar la simplificación y es necesario considerar a la señal como de cuatro dimensiones, esto es; que tiene variación con el tiempo y las tres variables espaciales y que se propaga como ondas de campo eléctrico o magnético) y que por tanto modifica sus parámetros con el tiempo y la distancia en cualquiera de las direcciones, i. e., como una onda que viaja. Esta consideración se toma ya que la señal cambia sus valores (voltaje o corriente) de manera significativa a lo largo de unos pocos centímetros de una línea de transmisión y a que el efecto debido a un elemento circuital se presenta repartido a lo largo de su geometría, debiendo considerarse como un elemento distribuido.

La generalidad de las transmisiones de información alámbricas del siglo XIX y principios del siglo XX, cumplieron en su tiempo con los requisitos para realizar la simplificación matemática. Sin embargo, después de la segunda guerra mundial se inicia una demanda creciente de servicios de comunicaciones, tanto alámbricos como inalámbricos, en entornos de aplicación tan diversos como lo militar, lo académico, la salud, el comercio y los negocios, entre otros. Esto provocó una saturación en la región de las bajas frecuencias, obligando a utilizar frecuencias de operación cada vez mayores, principalmente en la región de las microondas, lo cual aunado con la incorporación de señales digitales, cuyas armónicas rondan los GHz, hizo, en la mayoría de los casos, inviable tal simplificación.

Con esta perspectiva, actualmente la prestación de servicios de comunicación y procesamiento de señales a frecuencias de microondas, conlleva una mayor complejidad, ya que para realizar el análisis y el diseño de los dispositivos electrónicos que se requieren para prestar tales servicios, es necesario contar no sólo con herramientas de simulación electromagnética, sino también con un laboratorio altamente equipado. Un equipo indispensable en un laboratorio con estas características es el analizador de redes de altas frecuencias. El analizador de redes es un instrumento que permite llevar cabo la caracterización de elementos y circuitos por medio de la medición de la magnitud y fase de las señales que los alimentan. Actualmente existen dos tipos de analizadores de redes en el mercado, el heterodino, que es el más antiguo y más caro, y el analizador hexaportal, que se utiliza principalmente, para propósitos de metrología, enseñanza e investigación.

1.2 Fundamentos

A diferencia de los circuitos en ondas métricas (abajo de 300 MHz) representados por funciones temporales (o su transformación a frecuenciales), los circuitos en ondas centimétricas (arriba de 300 MHz) requieren de un modelado matemático que involucra tanto a la variable temporal como a la espacial, y de técnicas de medición que consideran a esta última.

De esta manera, en los circuitos de ondas centimétricas el modelado matemático se da a través de los llamados parámetros S , que representan la reflexión y la transmisión de ondas viajeras de corriente, voltaje o potencia.

El instrumento que mide la magnitud y fase de estas ondas y de su relación con la onda incidente proporcionada por un generador, es el analizador de redes.

Históricamente, los primeros analizadores de redes disponibles en el mercado, median la magnitud y fase de estas ondas, realizando una conversión de frecuencia de las ondas centimétricas a ondas en el intervalo de los kilohertz o a unos cuantos megahertz, debido a que la fase no puede ser medida con certidumbre arriba de 300 MHz. La circuitería para lograr esta heterodinación eleva el costo del equipo a niveles inaccesibles para instituciones de educación superior con escasos recursos económicos.

Afortunadamente, existe un concepto alternativo basado en una idea simple cuyo origen fue la Europa Oriental antes de la segunda guerra mundial. Este concepto fue retomado y mejorado en Norteamérica y otros países de Europa a partir de los años 70's del siglo pasado [Engen, 1972; Hoer, 1972; Cronson, 1977; Engen, 1977a; 1977b; Engen, 1978; Riblet, 1981; Dobrowolski, 1982; El-Deeb, 1983; Hansson, 1983]. A diferencia de los analizadores de redes heterodinos, un analizador hexaportal obtiene la magnitud y la fase de los parámetros S de reflexión y de transmisión, midiendo la magnitud de manera directa y la fase como una cantidad derivada de varias mediciones de magnitud en diferentes planos de referencia.

En la Fig. 1.1 se puede observar el diagrama de un reflectómetro hexaportal y en la Fig. 1.2 la fotografía de un reflectómetro hexaportal que se diseñó y construyó para operar en región de la banda L (1300 a 1540 MHz).

Los instrumentos de medición integrados con base en este concepto, miden la fase de manera indirecta a partir de múltiples mediciones de magnitud. Un instrumento práctico de este tipo, para aplicaciones de investigación y docencia en posgrado, se puede integrar utilizando uno o dos reflectómetros hexaportales y uno o varios conmutadores.

Dado que ya se realizó el estudio teórico-conceptual [Dueñas, 1995] que fundamenta a un reflectómetro hexaportal, y puesto que ya se integró y calibró un reflectómetro de este tipo para la banda L, es posible pasar a la fundamentación teórica y a la implementación física de un analizador de redes para la misma banda, haciendo uso de un conmutador de alta velocidad.

Para lograr esto es necesario extender el modelo de error y calibración, así como algunas partes de la circuitería de las estructuras separadoras de señal del reflectómetro hexaportal. Un analizador de redes hexaportal puede estar compuesto por una estructura de seis puertos [Bialkowski, 1986], formando un analizador semi-automático (ver Fig. 1.3), o por dos hexapuertos para el caso de un analizador automático (ver en Fig. 1.4).

El concepto hexaportal presenta ventajas sobre el concepto heterodino, en el sentido de que el primero no requiere convertir una señal de frecuencia alta a una señal intermedia baja para medir su fase, pues solamente necesita obtener un conjunto de lecturas de potencia de la señal a la frecuencia de operación. Con este conjunto de mediciones de potencia, las técnicas hexaportales permiten realizar mediciones muy precisas en el intervalo de las microondas. Además, su exactitud ha demostrado ser igual o superior a su contraparte heterodino [Dueñas, 1998].

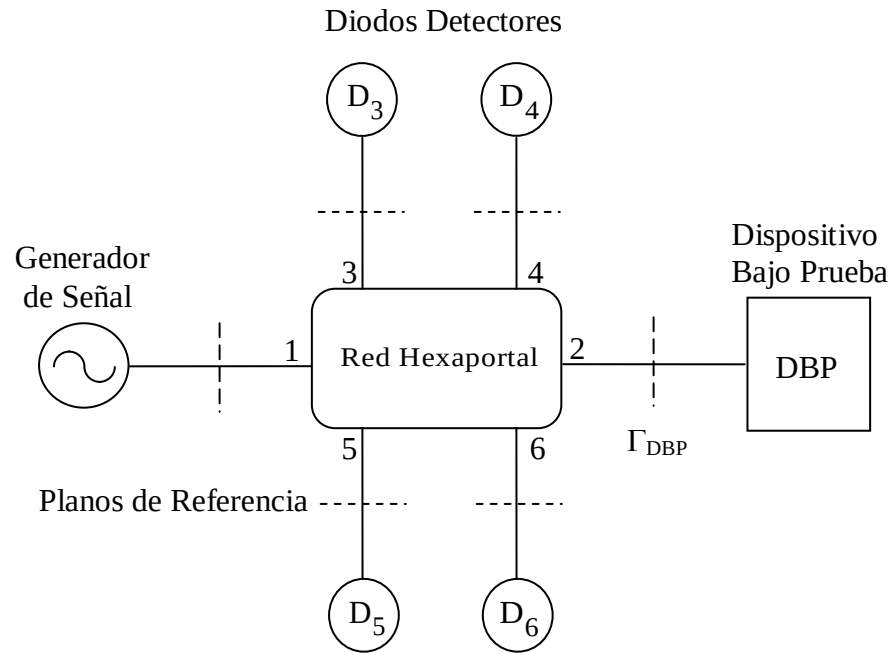


Figura 1.1. Diagrama a cuadros de la estructura básica de un reflectómetro hexaportal.



Figura 1.2. Fotografía del reflectómetro hexaportal del laboratorio de microondas del Departamento de Electrónica de la Universidad de Guadalajara.

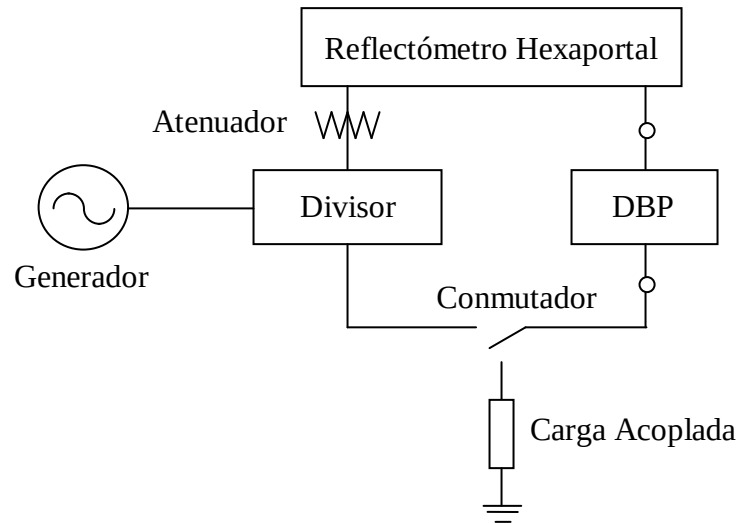


Figura 1.3. Diagrama a cuadros de la estructura básica de un Analizador de Redes de un sólo Reflectómetro.

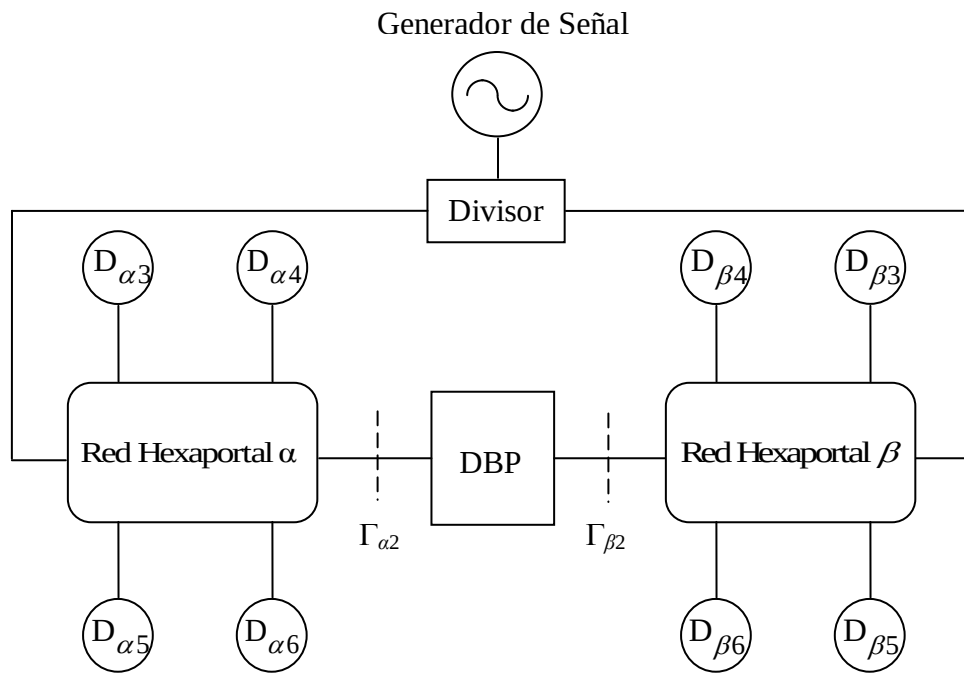


Figura 1.4. Diagrama a bloques de un analizador de redes hexaportal.

Las estructuras hexaportales varían en su diseño y construcción en función del ancho de banda y de la frecuencia de operación. Las estructuras hexaportales para realizar mediciones en anchos de banda angostos, requieren de pocas estructuras separadoras de señal, son más fáciles de diseñar y construir, presentan pérdidas por inserción bajas y mantienen más estables sus características de operación ofreciendo mayor exactitud en las caracterizaciones. Sin embargo, al operar en un intervalo de frecuencias reducido resultan poco útiles.

Por otro lado, las estructuras diseñadas para realizar mediciones en anchos de banda amplios se pueden emplear para medir circuitos que operan a frecuencias muy diferentes y para distintas aplicaciones. Sin embargo, las estructuras requieren un mayor número de componentes, generando un incremento en las pérdidas por inserción y demandando diseños y realizaciones físicas más complejas.

Para que un analizador de redes sea operativo, además de su estructuración física, requiere de una técnica de calibración. Las técnicas de calibración en microondas demandan varios estándares simples o arreglos de los mismos para cubrir anchos de banda amplios. La aplicación de una técnica de calibración (dentro de un intervalo de frecuencias dado) lleva a la obtención de los parámetros de calibración que son intrínsecos a las estructuras hexaportales. Los valores de estos parámetros de calibración, se requieren para llevar a cabo el proceso matemático mediante el cual se obtienen el coeficiente de reflexión en el dispositivo bajo prueba (DBP) Γ_{DBP} . Este proceso permite minimizar una función de error (previamente definida) que considera los efectos de las imperfecciones físicas de las estructuras, obteniéndose así valores de Γ_{DBP} más cercanos a la realidad. Cada estructura hexaportal se define con once constantes de calibración que se obtienen frecuencia por frecuencia para el intervalo de operación.

En un analizador de redes hexaportal, las estructuras separadoras de señal se caracterizan por separado empleando la misma técnica. Por lo general, las ecuaciones que se usan para la calibración relacionan de manera directa, las lecturas de potencia en los diodos detectores (sensores de potencia) con las constantes de calibración y el coeficiente

de reflexión Γ_{DBP} del DBP conectado en el puerto de medición. De esta manera, si se conocen los valores de las constantes de calibración y se conecta un DBP cuyo coeficiente de reflexión se desconoce, entonces, a partir de las lecturas de potencia generadas por el DBP se puede obtener el valor de Γ_{DBP} mediante un proceso matemático en el que se resuelve un sistema de ecuaciones no lineales. De manera inversa, si se conocen los coeficientes de reflexión de los estándares de calibración y las lecturas de potencia generadas por éstos, entonces se pueden obtener las constantes de calibración mediante un procedimiento similar [Bonilla, 2005].

Una técnica de calibración se caracteriza por el número y tipo de estándares que emplea, el origen y la manera en que se determinan los parámetros de calibración, la forma en que se define su función de error, las técnicas empleadas para minimizar ésta y los métodos aplicados para la resolución del sistema de ecuaciones final [Dueñas, 2007]. Por ejemplo, existen técnicas de cuatro, cinco o seis estándares, hay técnicas que buscan los once parámetros mediante un proceso matricial iterativo, otras técnicas buscan inicialmente sólo algunos parámetros y posteriormente definen los restantes con base en éstos, etc.

Los parámetros más importantes para definir la calidad con la que un instrumento mide, son la precisión y la exactitud.

La precisión de un instrumento se define como la capacidad que tiene dicho instrumento para proporcionar el mismo resultado en mediciones diferentes realizadas en las mismas condiciones.

La exactitud de un instrumento se define como la capacidad que tiene dicho instrumento para medir un valor cercano al valor real. La exactitud depende directamente de la calibración del instrumento y de la calidad de sus detectores. En la literatura se definen tres tipos de estándares de calibración, estándares primarios, secundarios y terciarios. Para la medición de potencia, el estándar primario más común está constituido por un calorímetro y un bolómetro de los que se obtiene la potencia como una cantidad derivada de mediciones de temperatura. El estándar secundario es el bolómetro (montura bolométrica) que forma parte de la combinación calorímetro-bolómetro [Janik, 2002], y un

estándar terciario sería cualquier sensor que haya sido calibrado a partir del segundo usando un instrumento de referencia. De esta manera, los instrumentos hexaportales superan en este aspecto a los comerciales heterodinos ya que los instrumentos de referencia son aquellos en los que el usuario puede tener un control absoluto sobre la calibración y su modelo matemático.

Existen técnicas específicas para calibrar reflectómetros hexaportales [Riblet, 1982; Yeo, 1988] o para calibrar analizadores de redes hexaportales [Engen, 1979]. Con el conocimiento adquirido luego del diseño y construcción de un reflectómetro hexaportal [Dueñas, 1997; Hernández, 1998; Dueñas, 1998; Bonilla, 2005], así como con el obtenido del desarrollo e implementación de una nueva técnica de calibración para dicho reflectómetro [Bonilla, 2005; Dueñas, 2007], se puede ahora considerar viable el desarrollo de una técnica de calibración para analizadores de redes hexaportales, que se base en la del reflectómetro hexaportal, ya realizada, y que la mejore agregando un estándar en circuito abierto [Dueñas y Bonilla, et al., 2009b; Bonilla, 2010]. De esta manera, en esta tesis se evalúan algunas estructuras hexaportales típicas, para seleccionar de entre ellas la que sería la más adecuada para la futura implementación de la técnica de calibración para analizadores de redes hexaportales. La selección es necesaria, como se verá en el capítulo 7, debido a que no todas las técnicas de calibración se pueden aplicar a cualquier estructura.

En este trabajo se propone una técnica de calibración nueva, que se estructura a partir de la modificación de una técnica originalmente propuesta por Yeo en 1988 y que fue modificada por Bonilla en 2005. Esta modificación permitió obtener una mejora de un orden de magnitud en la exactitud [Dueñas, 2007] comparada con la técnica original en la que se basó. La técnica original utiliza cuatro estándares: una carga acoplada, un circuito corto en el origen, y dos circuitos cortos desplazados eléctricamente en 120° y 240° a partir del plano de medición. La diferencia entre las técnicas presentadas por Bonilla y Yeo radica principalmente en la forma en que consideran los diodos detectores al momento de minimizar la función de error. Yeo considera los diodos iguales, mientras que Bonilla considera a cada uno de ellos como independientes y con características propias diferentes

entre sí. Esta independencia en la respuesta de los diodos permite obtener mediciones con mayor exactitud.

Para la nueva técnica de calibración se propone diseñar un nuevo estándar de calibración en circuito abierto, ya que por su ubicación en la carta de Smith, se tiene la hipótesis de que mejorará la exactitud de las mediciones del analizador de redes para DBPs con valores de impedancia altos.

1.3 Objetivos del trabajo

1.3.1 Objetivo general

El objetivo general de este trabajo de tesis es diseñar una técnica de calibración para analizadores de redes hexaportales que emplee específicamente a un circuito abierto como uno de sus estándares de calibración.

1.3.2 Objetivos particulares

- 1.- Diseñar un estándar de calibración en circuito abierto tomando como referencia una línea coaxial ranurada [Dueñas, 2006].
- 2.- Reducir el error en la medición de los parámetros de dispersión del DBP mediante la elección de una estructura hexaportal con una distribución de centros q lo más cercana a la ideal y con la incorporación de un estándar de calibración en circuito abierto en una técnica de calibración previamente propuesta [Bonilla, 2005].
- 3.- Identificar una estructura hexaportal que proporcione relaciones de constantes de calibración que cumplan con los requerimientos de la técnica propuesta, ya que algunas estructuras pueden generar centros q infinitos (ver capítulo 6).

1.4 Metodología a emplear

El procedimiento a seguir para la consecución de los objetivos planteados en este trabajo se menciona a continuación:

Análisis matemático de la relación existente entre los parámetros de calibración del analizador de redes hexaportal y los parámetros de dispersión del DBP, en donde se considera a los hexapuertos como estructuras que pueden tener características diferentes aun cuando se fabriquen con el mismo criterio de diseño.

Evaluación, mediante simulación electromagnética, de un nuevo acoplador direccional que se puede emplear como componente de una estructura hexaportal de banda angosta. La simulación se realiza con el método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD, por sus siglas en inglés) en dos dimensiones (2D, por sus siglas en inglés).

Simulación (utilizando el método FDTD en 2D) de un circuito equivalente de microcinta, que representa una propuesta de una posible geometría para un estándar coaxial en circuito abierto [Dueñas y Bonilla, et al., 2009b]. La respuesta de la geometría propuesta se compara con la del estándar comercial Maury Microwave ® 8048B1.

Adecuación de un programa de FDTD en 3D para simular geometrías coaxiales con dimensiones centimétricas y que fue realizado por Méndez (2007). La adecuación se lleva a cabo con el fin de que el programa tenga la capacidad de realizar simulaciones de geometrías coaxiales con dimensiones milimétricas [Bonilla, 2010]. Los cambios se realizan en los siguientes parámetros: paso de tiempo, tamaño de la celda, duración del pulso y en la conductividad máxima de la capa perfectamente acoplada (PML, por sus siglas en inglés). La PML es una condición de frontera absorbente que se usa para lograr buenos acoplamientos entre la carga y la geometría en estudio. Esta condición de frontera absorbe las señales que salen de la geometría y evita las reflexiones de retorno hacia ella. La PML se basa en una división de la intensidad de los campos eléctricos y magnéticos y

en el uso de conductividades (eléctrica y magnética) representadas por tensores y que originan un conjunto de ecuaciones de Maxwell modificadas [Méndez, 2007].

Evaluación de algunas estructuras hexaportales para elegir aquellas que presenten un ancho de banda de operación de varios GHz y una distribución de sus centros q cercana a la ideal.

Adecuación de la técnica de calibración de Bonilla (2005) con el objeto de incluir un estándar de calibración en circuito abierto. Como se mencionó al final de la sección 1.2, la ubicación del coeficiente de reflexión de un estándar de calibración en circuito abierto, en principio mejoraría la exactitud de las mediciones del analizador de redes para DBPs con valores de impedancia altos. Para llevar a cabo la adecuación fueron necesarios algunos cambios en las longitudes de los estándares propuestos en la técnica original de Bonilla.

Aplicación de los valores teóricos de la nueva técnica de calibración en las estructuras hexaportales ya elegidas, para seleccionar entre éstas cuál sería la más apropiada para esta nueva técnica.

Finalmente, diseño de la estructura hexaportal seleccionada a partir de los requisitos de ancho de banda y de las características particulares de los componentes empleados en la tecnología planar de línea de cinta.

1.5 Estructura del trabajo

A continuación se menciona brevemente la distribución que se dará a la tesis para desarrollar los puntos indicados en la metodología:

En el capítulo 2, se presenta el diagrama a bloques de un analizador de redes hexaportal de banda ancha y se describen los componentes que lo forman (diodos detectores de potencia, estructuras hexaportales con anchos de banda amplios, etc.), se mencionan además algunas técnicas de calibración.

En el capítulo 3 se describen algunas estructuras separadoras de señal individuales con las que se puede conformar una estructura separadora de señal de seis puertos completa. Las estructuras individuales que se usan son por lo general cuatripuertos. Se describen también las características de operación y las matrices de dispersión S que representan a algunos de estos cuatripuertos. Se presentan además, los resultados de la simulación electromagnética de una estructura cuatriportal que fue propuesta por Jing en 2009 y que fue simulada usando FDTD en 2D.

El modelo matemático que relaciona los parámetros de calibración con los parámetros de dispersión del DBP [Bonilla, 2008] se presenta en el capítulo 4. En este mismo capítulo, se describen brevemente los tres estándares de calibración más empleados: la carga acoplada y los circuitos corto y abierto en el plano de medición. Se realiza además, la simulación FDTD en 2D de un circuito equivalente de microcinta que representa a una línea coaxial sin pérdidas con la misma impedancia característica (i. e. capacitancias e inductancias iguales en ambas: la línea coaxial y la línea de microcinta [Gwarek, 1988]) y simetría axial completa, terminada en circuito abierto. Las respuestas de simulación se comparan con la respuesta de medición que se obtiene del estándar comercial MM8048B1 de Maury Microwave [Dueñas y Bonilla, et al., 2009b]. Al final de este capítulo, se usa un programa de simulación con FDTD en 3D para coordenadas cilíndricas, modificado para simular geometrías milimétricas y que fue creado originalmente por Méndez en 2007 para simular geometrías centimétricas. Con este programa se realiza la simulación de la geometría de un nuevo estándar en circuito abierto que se simuló en tres etapas. En la primer etapa se simula la geometría propuesta por Dueñas en 2009b, en la segunda etapa se simula la geometría del estándar comercial en circuito abierto HP8542A[®], el cual está formado por una línea coaxial con dieléctrico de aire de 7 mm de diámetro terminada en una guía de onda circular de 33.4 mm de longitud. [Bianco, 1980], y en la tercer etapa se simula la geometría de un estándar que evolucionó a partir de las dos geometrías anteriores. En esta última etapa la simulación se realizó con tres programas diferentes: el programa de FDTD 3D modificado, y con dos programas realizados por Dueñas (2010), uno analítico, que emplea un método variacional y otro de simulación que emplea el Método de Momentos Estático (S-MoM, por sus siglas en inglés). Con la simulación se obtiene el

coeficiente de reflexión para el nuevo estándar. El estándar de la tercera etapa tiene una longitud de 5.25 mm y se compone de dos partes: la primera es una línea coaxial de 3.5 mm de diámetro que tiene la misma longitud que la primera sección de la geometría de la primera etapa, la segunda es una guía de onda circular con dos ranuras. La inclusión de las ranuras se basa en un trabajo presentado por Dueñas en 2006. La comparación gráfica de los resultados del nuevo estándar, obtenidos con los tres programas, presenta una buena concordancia dentro la región de 0 a 2 GHz (banda L) [Bonilla, 2010].

Con el fin de elegir una estructura hexaportal cercana a la ideal, en el capítulo 5, se presentan y comprueban los criterios de diseño propuestos por Engen (1977a) y las restricciones dadas por Bilik (2005). Para esto, se evalúan matricialmente varias estructuras partiendo del diseño general de Engen y se eligen las dos más adecuadas.

En el capítulo 6 se describen los procesos para la calibración de un reflectómetro hexaportal y la medición con éste. Se incorpora además, el nuevo estándar de calibración en circuito abierto, en el conjunto de los estándares. Se realizan también, los cálculos de los valores teóricos que se obtienen al emplear la nueva técnica de calibración en el hexapuerto de Engen (1977b), (ver la primer propuesta, en el capítulo 6, de las tres que presenta Engen, capítulo 5) y en el de Li (1983). Finalmente, se determina la estructura más adecuada para la nueva técnica de calibración.

El diseño de la estructura final se describe en el capítulo 7. Ahí se mencionan los materiales y componentes requeridos para su fabricación. Se presentan también, las dimensiones, posiciones y características de cada uno de los elementos que componen a los cuatripuertos que integran la red de seis puertos.

Para finalizar, en el apéndice A se detalla el desarrollo matemático de la reflectometría hexaportal, se presentan las ecuaciones de un hexapuerto cualesquiera [Dueñas, 1995] y se describen las relaciones funcionales que existen entre las señales de potencia (en los diodos detectores) y el coeficiente de reflexión del DBP, para ambas, la síntesis y la calibración de un reflectómetro. Por último, como una ampliación de lo

originalmente presentado [Dueñas, 1995], en el apéndice B, se muestra el análisis gráfico de las áreas de incertidumbre en la medición. Estas áreas se generan debido a las diferentes posiciones angulares en los centros q de una estructura hexaportal cualesquiera, y a la variación de la magnitud de los radios de los círculos en un porcentaje de $\pm 5\%$.

Capítulo 2

Estructura del analizador de redes hexaportal

En este capítulo se presentan las características principales de los componentes de un analizador de redes hexaportal. Se presenta además, una visión sucinta y global del funcionamiento del instrumento.

En los capítulos siguientes se describirán con mayor detalle las partes que componen a las estructuras hexaportales estudiadas y la técnica de calibración para la estructura seleccionada.

Un analizador de redes hexaportal es un instrumento de medición, en Radio Frecuencia (RF) y microondas, que está formado por un conjunto de dispositivos (diodos detectores de potencia), circuitos (estructuras separadoras de señal n -portales) [Engen, 1977b], equipos (generador, medidor de potencia, computadora), programas (de control, de captura, de procesamiento y de graficado) [Hernández, 1998] y técnicas de calibración [Bonilla, 2005].

En la Fig. 2.1 se presenta un diagrama general a bloques de un analizador de redes [Bonilla, 2008]. En esta figura sólo aparecen los elementos principales que lo componen: un generador de señales, un divisor, los hexapuertos y los detectores de potencia.

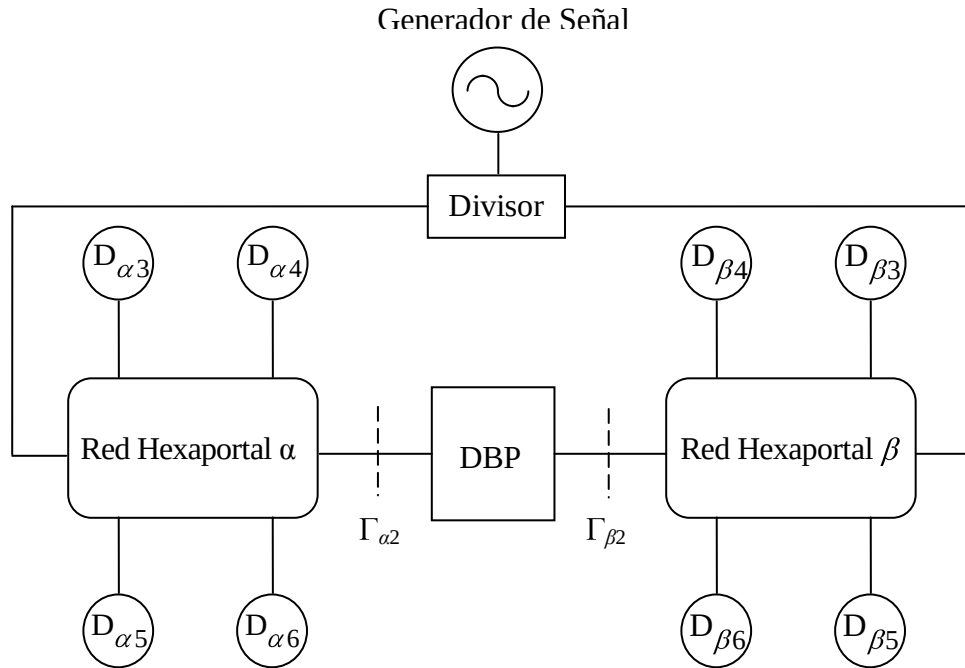


Figura 2.1. Diagrama a bloques de un analizador de redes hexaportal.

El generador proporciona la señal de prueba (usualmente una onda sinusoidal) a las frecuencias y niveles de potencia en el intervalo dinámico que los detectores y el medidor de potencia (o tarjeta de adquisición de datos) establecen. Primero, la señal de prueba se divide en dos señales en fase y con potencia igual, mediante un divisor de señal a la salida del generador. Luego, estas señales alimentan las dos redes hexaportales. Enseguida, las redes hexaportales distribuyen las señales hacia los detectores de potencia y al DBP. La fase y la amplitud que tendrá la señal a la salida de cada uno de los puertos de la red hexaportal depende de la conformación interna cada hexapuerto (como se puede ver en el capítulo 5). Las características eléctricas de las redes hexaportales varían según su configuración. Posteriormente se describen algunas de estas configuraciones.

Las señales que se obtienen de los sensores en cada una de las estructuras hexaportales se pueden considerar como relaciones funcionales entre la señal incidente y reflejada en el DBP. El desglose matemático de estas relaciones se detalla en el apéndice A de este documento. A partir de estas relaciones, es posible determinar los parámetros de

dispersión del DBP [Engen, 1977a]. Para ello, es necesario capturar y procesar los valores de voltaje que se obtienen a la salida de los detectores de potencia.

Los detectores de potencia pueden ser diodos, termistores o bolómetros. Para el desarrollo de esta tesis se supuso el uso de diodos detectores debido a que su costo es más accesible comparado con los bolómetros y termistores y a que su exactitud, en algunos casos, puede llegar a compararse con la de los anteriores. Además, porque este tipo de detectores fue empleado con éxito en un trabajo previo [Bonilla 2005]. Los diodos entregan en su salida una señal de corriente directa (CD), que es la raíz cuadrada de la potencia de la señal sensada. Estos niveles de voltaje deben ser capturados por un dispositivo de adquisición de datos y almacenados para su posterior procesamiento.

Para activar y configurar el generador de señales, así como para controlar la adquisición y el procesamiento de las lecturas de los diodos, es necesario contar con programas e interfaces de comunicación instalados en una computadora personal [Hernández, 1998]. Como ya se mencionó, los programas existentes fueron desarrollados para el control del generador y del medidor, la captura de las lecturas, el procesamiento de éstas y el graficado de los parámetros de medición. Las interfaces pueden ser: el ducto GPIB que se utiliza para controlar el generador y el medidor de potencia (si este es el caso) o el ducto que controla a la tarjeta de adquisición de datos.

Además de la realización de las tareas antes mencionadas, se requiere de la ejecución de una adecuada técnica de calibración, esencial para obtener mediciones más confiables. Con la calibración se obtienen valores de los parámetros de calibración que se acercan más a los reales (verdaderos). Estos parámetros caracterizan el funcionamiento del reflectómetro en su configuración y condiciones de uso actuales. Los valores de estos parámetros se utilizan dentro de las relaciones funcionales que vinculan las señales de los diodos con el coeficiente de reflexión del DBP. Para lograr una buena calibración es necesario contar con estándares con coeficientes de reflexión bien conocidos. Estos estándares se emplean como parte de una técnica para obtener los parámetros de calibración de las estructuras hexaportales del analizador.

Por último, los parámetros de dispersión de un DBP con características desconocidas, se obtienen mediante un proceso numérico en el que se involucran los parámetros de calibración y las lecturas de potencia generadas por dicho DBP [Dueñas, 1995].

2.1 El generador de señal

La función del generador de señal es la de proveer las señales de RF y microondas. A diferencia de los analizadores de redes heterodinos, que para su funcionamiento necesitan señales muy estables (sobre todo en frecuencia), los analizadores de redes hexaportales sólo requieren señales que se encuentren dentro del intervalo de operación de los mismos. Lo anterior se debe a que en los analizadores de redes hexaportales, las señales que se procesan, tanto para la medición como para la calibración, son relaciones de raíces cuadradas de potencia normalizadas que representan relaciones de voltaje. Las segundas relaciones se obtienen al dividir los voltajes obtenidos a la salida de los diodos. Para variaciones pequeñas (magnitud y fase) en la señal que proviene del generador las relaciones de voltaje se mantienen en el mismo valor, debido a que idealmente todos los diodos son iguales en sus características.

2.2 La red separadora de señal

La parte central de un analizador de redes hexaportal es su estructura separadora de señal. Por lo general, la estructura separadora de señal está formada por dos hexapuertos, que son iguales en sus componentes pero sólo idealmente idénticos en su funcionamiento, por ello, únicamente se presentarán algunas propuestas de arreglos de hexapuertos.

Para que un analizador de redes tenga la capacidad de caracterizar una gama amplia de dispositivos que se conciben para operar a frecuencias de microondas, como los componentes de celulares, los componentes de Sistemas de Posicionamiento Global (GPS, por sus siglas en inglés), los sistemas para acceso a internet de banda ancha vía inalámbrica

(WiFi, por sus siglas en inglés), entre otros, es necesario que los hexapuestos operen en un ancho de banda amplio (al menos de algunos GHz).

Un criterio importante para definir cuándo una estructura hexaportal ofrece una buena exactitud en los resultados que se obtienen de la medición de un DBP, es el que se basa en que la estructura tenga una buena distribución de sus centros q [Dueñas, 1995]. Una descripción detallada del proceso para obtener estos centros se presenta en el capítulo 5.

Como se podrá ver a detalle en el apéndice A, las ecuaciones en las que se incluyen los centros q describen tres círculos en el plano complejo, cuyos centros están dados por q_3 , q_5 y q_6 , y cuyos radios dependen de A , E y G que son constantes complejas, D que es una constante de proporcionalidad y, P_3 , P_4 , P_5 y P_6 que son lecturas de potencia. El valor de éstas últimas varía según el puerto de la estructura y el DBP medido.

La solución para el coeficiente de reflexión del DBP (Γ_{DBP}) se encontraría, idealmente, en un punto de cruce único de los tres círculos, sin embargo, debido mayormente a las imperfecciones en los componentes y al ruido en las lecturas de los diodos, no hay un punto de cruce único de los tres círculos, generándose así una zona formada por las secantes de los círculos. Dentro de esta zona se puede localizar una área de incertidumbre o de error en la que se encuentra el valor de Γ_{DBP} , mediante la ubicación de los cruces de las cuerdas comunes, generadas por cada par de círculos, con el círculo no involucrado en la generación de éstas. Como se verá en el capítulo 5, la ubicación de los centros dentro de una magnitud entre 1.5 y 2 y con una separación angular de $\pm 120^\circ$, es la distribución ideal, ya que ésta reduce el área de incertidumbre.

A continuación se describen las estructuras hexaportales propuestas por Engen, Li y El-Deeb que se caracterizan por operar con anchos de banda amplios.

2.2.1 La red hexaportal de Engen

Como se puede observar en la Fig. 2.2, la red hexaportal propuesta por Engen [Engen, 1977b] consiste de cinco estructuras cuatriportales, tres acopladores direccionales (híbridos de cuadratura de 3dB), un divisor de potencia en fase de 3dB y un cuatripuerto o acoplador direccional, de 6dB.

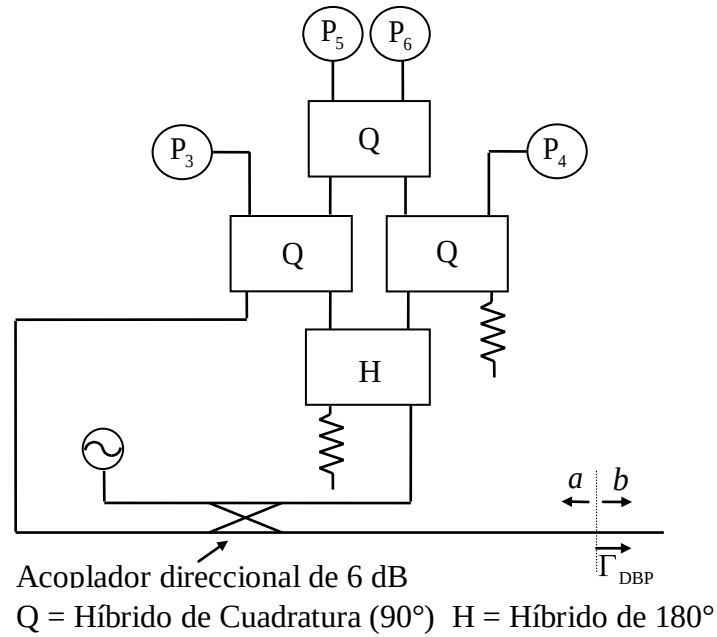


Figura 2.2. Diagrama a bloques de la red hexaportal propuesta por Engen.

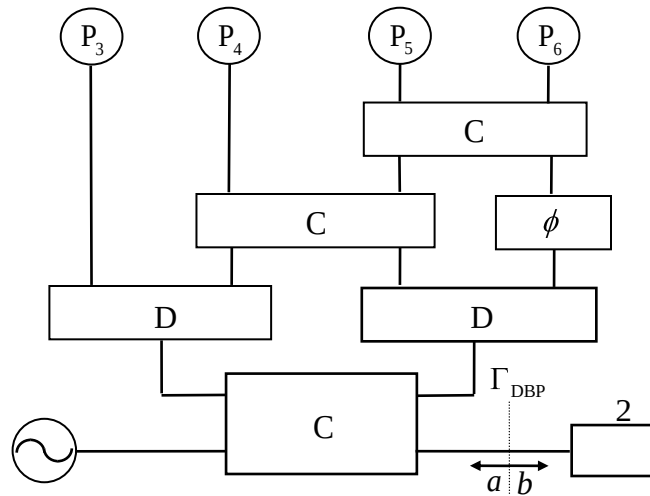


Figura 2.3. Diagrama a bloques de la red hexaportal propuesta por Li.

Esta estructura hexaportal presenta una distribución de sus centros q en el plano Γ_{DBP} que no es ideal, pero es muy cercana. La estructura puede operar en un intervalo de frecuencias amplio: de 2 a 18 GHz.

2.2.2 La red hexaportal de Li

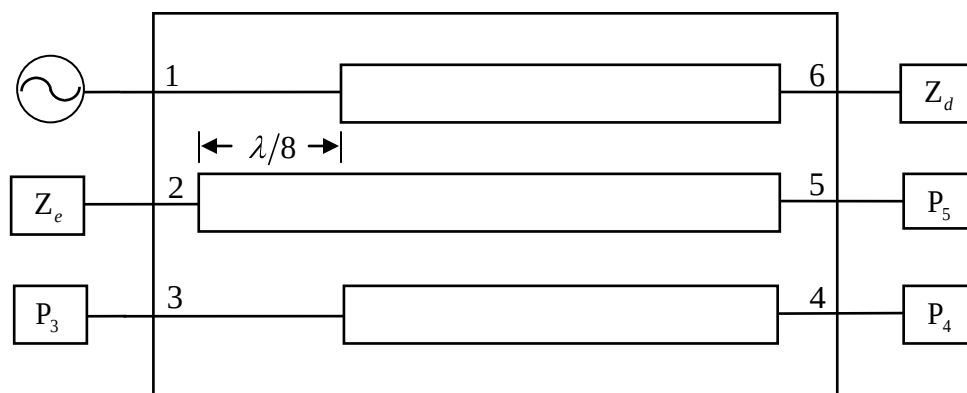
Esta geometría hexaportal (Fig. 2.3) [Li, 1983], al igual que la de Engen está formada con cinco cuatripuertos, de los cuales tres son acopladores direccionales de 3dB en cuadratura, y dos son divisores de potencia de 3dB en fase. Incluye además un bipuerto con la función de cambiador de fase. En el capítulo 5 se determina que son 90° el valor de cambio de fase que da la mejor distribución de los centros q .

Las principales características de este hexapuerto son su capacidad de ofrecer una distribución casi ideal de los centros q (para un cambio de fase de 90°) y un intervalo de frecuencias de operación de 2 a 8 GHz.

2.2.3 La red hexaportal de El-Deeb

La estructura interna de este arreglo hexaportal (ver Fig. 2.4), está constituida por tres líneas acopladas que conectan al generador de señal, los diodos detectores, una carga en circuito corto y el DBP.

A diferencia de las dos redes hexaportales que se presentaron anteriormente, la de El-Deeb (1983), emplea solamente tres detectores de potencia en lugar de cuatro, lo cual la hace menos exacta que las redes hexaportales de cuatro diodos, pues genera una zona de incertidumbre mayor [Dueñas, 1995]. Su ancho de banda se encuentra entre 0.05 a 5 GHz y no tiene una distribución ideal de los centros q .



Z_e = Circuito Corto Estándar Z_d = Impedancia Desconocida

Figura 2.4. Diagrama a bloques de la red hexaportal propuesta por El-Deeb.

De las tres estructuras anteriores, se descarta la de El-Deeb. En el capítulo 5 se evaluarán más a detalle las estructuras propuestas por Engen y Li; se consideran éstas debido a que presentan una buena distribución de sus centros q y a que su anchos de banda cubren parte de las franjas de frecuencia reservadas para uso industrial, científico y médico (2.4-2.5 GHz y 5.725-5.875 GHz, ISM, por sus siglas en inglés).

2.3 Los diodos detectores de potencia

Para medir con en el concepto hexaportal se necesita solamente conocer la magnitud de la señal en los puertos de los sensores de potencia. Debido a esto, es posible utilizar sensores menos complejos y costosos como los diodos detectores de potencia. Estos dispositivos transforman una señal de microondas a un nivel de voltaje de CD. De esta manera se facilita su almacenamiento y procesamiento, ya que sólo es necesario emplear circuitos digitales de baja frecuencia. Este nivel de voltaje varía con los niveles de potencia y frecuencia de la señal incidente en el diodo, pero su variación con la frecuencia, es menos significativa y puede compensarse con valores que provee el fabricante para cada diodo en particular.

A continuación se presentan las características eléctricas de dos diodos diferentes. El primero es el diodo Boonton 51033 (6E)[®] [Anón., 2011a] (Fig. 2.5), que se empleó en la

construcción de un reflectómetro hexaportal prototipo de banda angosta [Bonilla, 2005]. El segundo, es el diodo HP8474C[®] [Anón., 2010a] (Fig. 2.6), que cubre un ancho de banda mayor y fue considerado para emplearse en una implementación física posterior del analizador de redes hexaportal que será construido (como tema de otra tesis) con un par de estructuras como las que se diseñan en el capítulo 7. Las principales características eléctricas del diodo Boonton 51033 (6E)[®] y del diodo HP8474C[®] (Figs. 2.5 y 2.6, respectivamente), se muestran en las Tablas 2.1 y 2.2, respectivamente.

Tabla 2.1. Características principales del diodo Boonton 51033 (6E)[®].

Modelo Impedancia Conector RF	Intervalo de frecuencia	Intervalo dinámico (dBm)	ROE máximo		Corrimiento y ruido en la escala más baja		
			Frecuencia (GHz)	ROE	Corr. (típ.) 1 Hora	Ruido	
						RMS (típico)	2 σ
51033 (6E) 50 Ω N(M)	100 kHz to 18 GHz	-40 to +33	to 1 to 2 to 4 to 12.4 to 18	1.07 1.10 1.12 1.18 1.28	15 nW	6.5 nW	13 nW



Figura 2.5. Fotografía de un diodo Boonton 51033 (6E)[®].



Figura 2.6. Fotografía de un diodo HP 8474C[®].

Tabla 2.2. Características principales del diodo HP 8474C®.

Modelo	Intervalo de frecuencia (GHz)	Respuesta en frecuencia	ROE	Sensibilidad en baja potencia (mV/μW)	Salida con polaridad
HP8474C 3.5 mm (m) SMA Compatible SMC (m)	0.01-33	±0.45dB 0.01-26.5 GHz ±0.7dB 26.5-33 GHz	<1.4 0.01-26.5 GHz <2.2 26.5 – 33 GHz	>0.4	negativa

2.4 Los programas de control del equipo y de adquisición y procesamiento de datos

Los programas dedicados al manejo del analizador se pueden dividir en cuatro grupos: el de control, el de adquisición de datos, el de procesamiento y el de graficado de resultados [Hernández, 1998].

Las tareas del programa de control son: el encendido, apagado, configuración y sincronización de ambos: el generador de señal y el dispositivo de adquisición de datos.

Las tareas del programa de adquisición de datos son: la adquisición y organización de los voltajes de salida en los diodos detectores, con el formato que requiere el programa de procesamiento.

Las tareas del programa de procesamiento son: el cálculo para la calibración (a partir de las lecturas obtenidas con el programa de adquisición) y el cálculo para la medición (a partir de las lecturas obtenidas con el programa de adquisición, y de los parámetros de calibración previamente obtenidos). Para la medición, el programa de

procesamiento linealiza y resuelve un sistema de ecuaciones no lineales, para calcular los parámetros de dispersión que representan al DBP [Bonilla, 2005].

Las tareas del programa de graficado son: presentar los parámetros de dispersión en una carta de Smith o en un diagrama de Bode.

2.5 La técnica de calibración

La técnica de calibración es un procedimiento matemático que emplea estándares terciarios para obtener las potencias específicas en cada uno de los puertos en que se conectan los diodos, y a partir de éstas, generar los parámetros de calibración del analizador de redes. Cabe aclarar que la técnica requiere ir conectando manualmente (de manera sucesiva) los diferentes estándares en el puerto de medición.

Las diferencias básicas entre las distintas técnicas de calibración se encuentran en el origen y la forma en que se determinan los parámetros de calibración, en el número de estándares requerido, en la definición de la función de error, en las técnicas que se usan para obtener y minimizar a ésta y en los métodos que se emplean para resolver el sistema final de ecuaciones [Dueñas, 2007].

Algunas técnicas de calibración populares empleadas en reflectómetros y analizadores de redes hexaportales son las siguientes:

- La técnica TRL [Engen, 1979].
- La técnica SOLT [Hammond, 2000].
- La técnica que utiliza un solo circuito corto corredizo [Engen, 1978].
- La técnica de cuatro estándares [Yeo. 1988].

2.5.1 La técnica de calibración “thru-reflect-line” (TRL)

Esta técnica se utiliza para la calibración de analizadores de redes comerciales, generalmente heterodinos, aunque se creó inicialmente para instrumentos hexaportales [Engen, 1979].

La técnica, como su nombre lo indica, utiliza un estándar para conexión directa (Thru), un estándar reflectivo no ideal, con un alto coeficiente de reflexión que puede ser ligeramente menor que 1 y con un ángulo de fase alrededor a los 90° ($\lambda/4$) (Reflect), y un estándar de línea de transmisión ideal o bien definida (Line) [Hammond, 2000]. Los cambios de fase por la inserción de los estándares de conexión directa y de línea de transmisión deben ser diferentes pero sus impedancias características deben ser iguales. Esta técnica se aplica a frecuencias mayores a 1 GHz ya que sólo las características del estándar de línea de transmisión deben ser bien conocidas. En frecuencias por debajo de 1 GHz la técnica es menos precisa ya que la longitud del estándar de línea de transmisión es grande y por tanto difícil de fabricar con exactitud.

2.5.2 La técnica de calibración “short-open-load-thru” (SOLT)

Esta técnica utiliza una carga “ideal” terminada en circuito corto (Short), una carga “ideal” terminada en circuito abierto (Open), y una carga “ideal” perfectamente acoplada a la impedancia característica del sistema (usualmente de $50\ \Omega$) (Load). Cuando se emplea en estructuras coplanares la técnica requiere de un estándar adicional para conexión directa (Thru) [Hammond, 2000].

Aunque la técnica SOLT se usa típicamente para estructuras coplanares que operan por debajo de 1 GHz, la técnica se usa más a menudo para estructuras coaxiales que operan a frecuencias de hasta 26 GHz [Hammond, 2000]. Esto se debe a la naturaleza no ideal de los estándares coplanares en circuito corto y en circuito abierto, ya que a frecuencias mayores a 1 GHz se pueden observar más errores de calibración.

Una ventaja de esta técnica con respecto a otras es que no requiere de la fabricación adicional de estándares de calibración específicos para el usuario. Su única desventaja es quizá su imprecisión para medir dispositivos en configuración coplanar que operan a frecuencias por encima de 1 GHz.

2.5.3 La técnica de calibración de un circuito corto corregido propuesta por Engen

A diferencia de las técnicas antes mencionadas, la técnica del circuito corto corregido requiere sólo de éste para la calibración completa de un reflectómetro hexaportal [Engen, 1978]. Esto es posible debido a que el circuito corto corregido puede proporcionar valores de coeficiente de reflexión con magnitud unitaria y ángulos de fase diferentes, según la posición de su carga móvil.

La técnica separa el problema en dos partes distintas. En la primera, el reflectómetro se reduce a un equivalente cuatriportal que incluye un detector de relación compleja. Esto requiere la determinación de cinco de los once parámetros que describen al reflectómetro. La segunda parte consiste en determinar los seis parámetros reales (o tres complejos) que caracterizan el cuatripuerto equivalente.

Esta técnica tiene varias ventajas:

- 1) No es necesario determinar los once parámetros simultáneamente.
- 2) Ya existe un buen número de métodos de solución para la segunda parte del problema.
- 3) La técnica proporciona un enfoque conveniente para explotar su redundancia.

2.5.4 La técnica de cuatro estándares propuesta por Yeo

Como su nombre lo indica, esta técnica emplea cuatro estándares [Yeo, 1988], una carga acoplada, un circuito corto en el plano, y dos circuitos cortos eléctricamente desplazados (uno a 120 y otro a 240 grados eléctricos).

La carga acoplada se conecta en el puerto de medición, para obtener tres de las once constantes reales de calibración del reflectómetro (B_1 , B_2 y B_3). Estas constantes son las relaciones de potencia sensadas por los detectores $|B_k| = P_k/P_0$, para $k=1, 2$ y 3 . Los tres circuitos cortos se conectan también en el puerto de medición, para generar círculos con centros de magnitud unitaria y ángulos de fase iguales a la longitud eléctrica de cada circuito en corto. Las magnitudes de los radios de estos círculos dependen de las constantes B_k , y de relaciones de potencia sensadas por los detectores. Lo anterior genera una representación gráfica de cuatro planos (uno por cada detector), en los que se grafican tres círculos. Para obtener idealmente un punto de cruce único de los tres círculos los valores de los radios se modifican mediante un procedimiento matemático que emplea parámetros intermedios x_i . Este punto de cruce único en cada uno de los cuatro planos, determina el valor de los cuatro constantes complejas A_0 , A_1 , A_2 y A_3 (que constituyen ocho de los once parámetros reales, ver apéndice A con subíndices de Engen).

Esta técnica se empleó para la calibración de un reflectómetro hexaportal de banda angosta [Bonilla, 2005] con la modificación propuesta por Dueñas [Dueñas, 2007]. Las mediciones con el reflectómetro hexaportal calibrado con esta técnica modificada mostraron una excelente concordancia con aquellas que se realizaron con una analizador de redes heterodino [Dueñas, 1998].

2.5.5 Una nueva técnica de calibración

Esta nueva técnica parte de la técnica de Yeo modificada [Bonilla, 2005, Dueñas, 2007], haciendo una adecuación para incorporar un estándar adicional en circuito abierto. Con la nueva técnica se busca calibrar de manera independiente cada uno de los dos reflectómetros que constituyen un analizador de redes hexapotal dual. El desarrollo matemático de esta técnica se detalla en el capítulo 6. Ahí se menciona que una vez que se obtienen las constantes de calibración de cada uno de los reflectómetros, sus valores se aplican en las ecuaciones intrínsecas que relacionan los parámetros de dispersión del DBP y los parámetros de calibración [Bonilla, 2008].

Capítulo 3

Componentes de una red hexaportal

La función principal de una estructura separadora de señal en una red hexaportal, es la de distribuir las señales de microondas. Debido a que en la representación matemática del sistema hexaportal, cualesquiera diez de las doce variables que lo representan, se puede definir en función de las dos restantes (apéndice A), es posible y conveniente definir todas las señales en los puertos, en especial en los de detección, como relaciones lineales de las señales incidente y reflejada en el puerto del DBP [Dueñas, 1995]. Exceptuando el puerto donde se conecta el DBP, idealmente se considera que todos los demás se encuentran acoplados.

La manera en que las estructuras separadoras de señal de una red hexaportal hacen la distribución y el funcionamiento real de tales estructuras, definen los parámetros del hexapuerto, cuyos valores se obtienen durante el proceso de calibración.

Como se mencionó en el capítulo anterior, existen distintas estructuras hexaportales que pueden emplearse en la construcción de un analizador de redes. La mayoría de ellas están compuestas por estructuras separadoras de señal biportales y cuatriportales. Entre los bipuertos más utilizados se encuentran los cambiadores de fase y entre cuatripuertos, los acopladores direccionales.

3.1 Componentes típicos de algunas estructuras hexaportales

A continuación, se describen las características eléctricas de las estructuras separadoras de señal individuales que componen a las dos estructuras hexaportales que se eligieron en el capítulo 2 (la de Engen y la de Li). Éstas son compuestas por cuatripuertos que operan como acopladores direccionales (ambas redes), y un bipuerto que opera como cambiador de fase (sólo en la de Li).

3.1.1 Acopladores direccionales

Los acopladores direccionales se pueden clasificar por el nivel de la señal en sus puertos de salida con respecto al de su puerto de entrada, y por la relación de fase de la señal en dichos puertos. También, por el tipo de línea de transmisión (i.e., fabricados en guías de onda o en triplaca) y la técnica que se utiliza para su construcción (i.e., de líneas ramales o de líneas acopladas).

En la Fig. 3.1 se muestra el diagrama de un acoplador direccional de cuatro puertos o cuatriportal. La reflexión en cada puerto y la transmisión entre puertos se puede describir mediante una matriz de dispersión.

La matriz de dispersión para una red cuatriportal recíproca, acoplada en todos sus puertos se muestra en la ecuación (3.1) [Pozar, 1998].

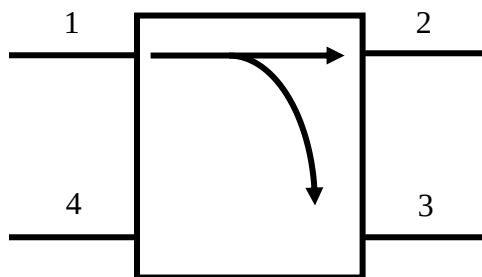


Figura 3.1. Acoplador direccional.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & 0 & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Para el caso de una red sin pérdidas, existen dos tipos de acopladores:

a) El acoplador simétrico, con diferencia de fase de 90° ($\pi/2$).

Este acoplador se puede diseñar para que el nivel de la señal de potencia en sus puertos de salida tenga valores inferiores al de su puerto de entrada, siempre y cuando cumpla con la condiciones de unitariedad y reciprocidad [Pozar, 1998]. El nivel puede ser especificado en decibels (dB) o como una relación de las magnitudes de potencia en los puertos involucrados (i. e., la potencia de salida entre la potencia de entrada). También se le llama híbrido de cuadratura porque las señales de salida en los puertos 2 y 3 tienen una diferencia de fase de 90° . Su representación matricial está dada por la ecuación (3.2)

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & j\beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & j\beta \\ j\beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & j\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

donde α y β son constantes reales.

b) El acoplador antisimétrico, con diferencias de fase de 0° o de 180° .

Este acoplador permite separar la señal de entrada en dos de salida en fase (0°) o fuera de fase (180°), o introducir dos señales de entrada y obtener dos señales de salida (la suma o la resta de la señales de entrada). Si las señales de entrada se aplican con la misma fase en los puertos 2 y 3, la señal de salida en el puerto 1 será la suma de las magnitudes de

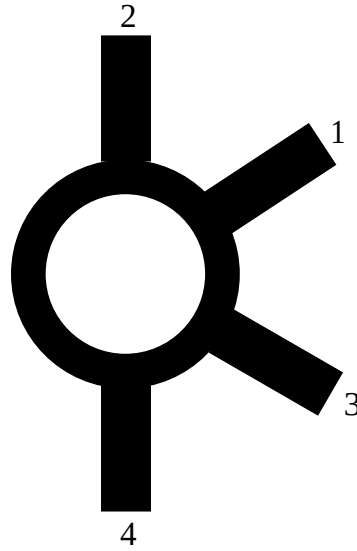


Figura 3.2. Acoplador direccional “rat-race”.

ambas con una fase dada por la longitud de la trayectoria entre los puertos 2 y 1 o 3 y 1 (que es la misma). Cuando se construye con guía de onda, a este acoplador se le conoce como “T mágica” y cuando se construye con microcinta como “carrera de rata” (rat-race, por su nombre en inglés). Sin embargo, el separador en fase que se requiere, tendrá que ser construido como un divisor Wilkinson multietapa (ver capítulo 7), para cubrir el ancho de banda de operación de las estructuras hexaportales ya que el acoplador de carrera de rata no ofrece suficiente ancho de banda. No obstante lo anterior, el análisis se realiza considerando la matriz del acoplador de carrera de rata. En la Fig. 3.2 se muestra el esquema de este tipo de acoplador.

La matriz de dispersión para este acoplador está dada por

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & -\beta \\ \beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & -\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Para el caso de las dos estructuras hexaportales consideradas para constituir el analizador de redes, los cuatripuertos empleados son de tres tipos:

- Acoplador direccional de 6dB.
- Acoplador direccional de 3dB (equipotencial) en cuadratura.
- Acoplador direccional antisimétrico, de 3dB (equipotencial) con diferencias de fase de 0° o de 180°.

El funcionamiento y la matriz de dispersión de cada uno de ellos se detallan a continuación.

3.1.1.1 Acoplador direccional de 6dB

A partir de un análisis de la estructura hexaportal propuesta por Engen en 1977 en su Fig. 2-A [Engen, 1977b] y usando la matriz de la ecuación 3.1, la matriz **S** para este acoplador se obtiene como

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

De esta matriz se puede observar que el acoplador separa la señal de potencia que llega a su puerto de entrada en dos señales. Una es una cuarta parte de la señal entrada (6 dB menor) y la otra es tres cuartas partes de la señal de entrada (1.25 dB menor).

3.1.1.2 Acoplador direccional de 3dB (equipotencial) en cuadratura

Este es un acoplador equipotencial, (ver Fig. 3.3), que separa la señal de entrada, en el puerto 1, en dos señales de magnitud igual (1/2 de la potencia de entrada), pero con una diferencia de fase de 90° ($\pi/2$) entre las señales de salida en los puertos 2 y 3.

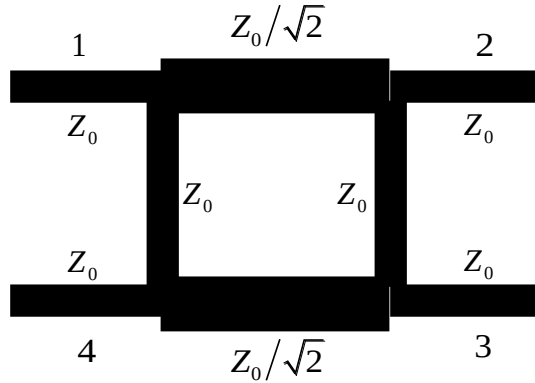


Figura 3.3. Acoplador direccional de 3dB (equipotencial) en cuadratura.

Su matriz de dispersión se presenta en la ecuación (3.5).

$$\mathbf{S} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

3.1.1.3 Acoplador direccional antisimétrico, de 3dB (equipotencial) con diferencias de fase de 0° o de 180° .

Como se mencionó en la subsección 3.1.1, para el caso de una red sin pérdidas, existen dos tipos de acopladores: el acoplador simétrico, con diferencia de fase de 90° ($\pi/2$) y el acoplador antisimétrico, con diferencias de fase de 0° o de 180° . Este último se puede usar como separador equipotencial de señal o como combinador de señal (suma o resta de las señales de entrada). En su versión como divisor equipotencial, la señal de entrada en el puerto 1, se separa en dos señales de salida con la misma fase y magnitud igual ($1/2$ de la potencia de entrada), en los puertos 2 y 3 (Fig. 3.4). Mientras que en su versión como combinador, si se introducen dos señales, una por el puerto 2 y otra por el puerto 3, se obtiene la suma vectorial de estas señales en el puerto 1 Σ , y la resta vectorial de ellas en el puerto 4 Δ . Su representación matricial está dada por la ecuación (3.6)

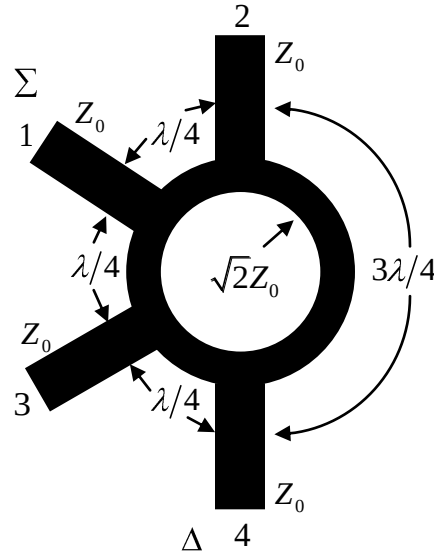


Figura 3.4. Acoplador direccional “rat-race”.

$$\mathbf{S} = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

3.1.2 Cambiadores de fase

La manera más simple de realizar un cambiador de fase es mediante una sección de línea de transmisión. El cambio de fase y su impedancia dependen de la longitud de la línea de transmisión, de las dimensiones físicas de diseño y de las propiedades de los materiales con que ésta vaya a ser construida.

3.2 Simulación de un nuevo acoplador direccional

3.2.1 Breve descripción del BLC y del código FDTD

A principios del año 2009 se presentó una nueva geometría para el acoplador direccional de líneas ramales (Branch Line Coupler; BLC, por sus siglas en inglés) con dimensiones reducidas [Jing, 2009]. Operando a las mismas frecuencias, esta nueva

estructura es aproximadamente un 28% menor en tamaño que la del diseño tradicional. Estas mejoras son posibles gracias al empleo de la técnica de cargas capacitivas, la cual reduce las longitudes y cambia las impedancias de cada rama del BLC.

A continuación se presenta la simulación de este tipo de estructura mediante la técnica FDTD en 2D [Dueñas, 2009d]. Los resultados se encuentran en [Bonilla, 2009]. La estructura que se consideró para la simulación se muestra en la Fig. 3.5. Jing comienza diseñando un BLC tradicional de dos secciones para operar en un intervalo de frecuencias que va desde 4.0 a 5.3 GHz. Luego, aplica la técnica de cargas capacitivas (ecuaciones 3.7 y 3.8) para cambiar las secciones de longitud $\lambda/4$ por líneas más cortas conectadas en paralelo a dos trozos capacitivos en circuito abierto, lo cual genera las mismas respuestas en frecuencia que el BLC tradicional.

$$Z_b = \frac{Z_0}{\sin \theta_b}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\sin^2 \theta_b}{Z_c^2} \left(Z_c^2 + 2Z_b Z_c \frac{\tan \theta_c}{\tan \theta_b} - Z_b^2 \tan^2 \theta_c \right) = 1, \quad (3.8)$$

donde Z_0 , Z_b , Z_c son las impedancias características de la línea de transmisión de longitud $\lambda/4$, de la línea de transmisión cargada capacitivamente y del trozo capacitivo en circuito abierto, respectivamente. θ_b y θ_c son las longitudes eléctricas de la línea cargada capacitivamente y del trozo capacitivo en circuito abierto, respectivamente. El proceso de diseño se completa al reemplazar cada sección de línea de $\lambda/4$ por su equivalente con una línea más corta cargada capacitivamente.

Esta estructura (Fig. 3.5) se simula mediante un programa no comercial o implementado en casa "casero" aplicando la técnica FDTD en 2D. Las líneas que conectan los puertos de salida 3 y 4 se consideraron rectas en vez de semicirculares, como lo hace Jing en su artículo original [Jing, 2009] con la intención de simplificar su codificación.

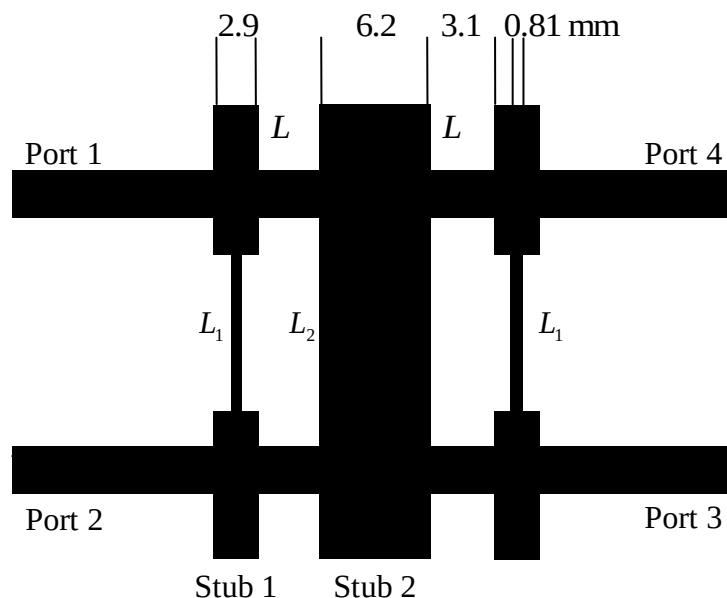


Figura 3.5. Acoplador direccional de dos secciones presentado por Jing.

Este nuevo BLC podría emplearse como componente de una estructura más compleja compuesta por varios BLCs individuales, como en el caso de una red hexaportal.

En lo que se refiere al programa de simulación utilizado (casero) se pueden destacar dos características:

El factor de alargamiento: Durante la simulación fue notorio que la velocidad de propagación fue menor que la esperada, debido a un modelado incompleto o incorrecto de los substratos de la microcinta por lo que fue necesario introducir un factor de corrección que se conoce como el factor de alargamiento [Dueñas, 2009c].

El uso de una subrutina que considere la dispersión electromagnética (variación con la frecuencia de los elementos del circuito equivalente) con el fin de determinar los valores exactos de R , L , G , y C (resistencia, inductancia, conductancia y capacitancia, respectivamente), basada en las dimensiones del espesor y la permitividad del substrato, y el ancho y el espesor de la tira metálica [Dueñas, 2009a].

De la información y ecuaciones dadas en [Jing, 2009] y [Dueñas, 2009a], se toman las siguientes consideraciones para el proceso de simulación.

El intervalo de frecuencia empleado cubre de 3.8 a 4.4 GHz. Los conectores coaxiales del tipo subminiatura versión A (SMA, por sus siglas en inglés) con dieléctrico de permitividad de 2.2 y una longitud física de 7.82 mm, se han embebido en la geometría. La línea de microcinta tiene un sustrato con un espesor de 1.0 mm y una permitividad relativa de 2.55, y una tangente de pérdidas de 0.0019. Las dimensiones del núcleo del BLC son 18.2 mm de ancho y 23.2 mm de largo, y lo que resta del ensamble son líneas de 50Ω que se usan para conectar los cuatro puertos a los conectores SMA.

La impedancia de referencia de 50Ω se usa para calcular un primer valor de la velocidad de propagación dentro de la microcinta, mediante una subrutina que no considera la dispersión. Luego, a partir de este valor se obtienen los valores del paso de tiempo y del tamaño de la celda cuadrada. En este punto, se calcula el factor de alargamiento f_l , mediante el uso de las ecuaciones siguientes [Dueñas, 2009a]

$$f_l = \frac{kv_{pm}^n}{v_{pd}^n}, \quad (3.9)$$

donde $v_{pm} = c/\sqrt{\epsilon_{eff}}$ es la velocidad de fase en la microcinta, considerada como la velocidad en las líneas de 50Ω en la entrada y en la salida del BLC. $v_{pd} = c/\sqrt{\epsilon_r}$ es la velocidad de fase en el dieléctrico, k y n son números positivos, $k = p/2$ (donde p es el número de puertos que tiene el circuito), el valor de n se elige como un número entero positivo con base en la experiencia, c es la velocidad de la luz en el vacío, ϵ_{eff} es la constante dieléctrica efectiva y ϵ_r es la permitividad relativa.

Por otra parte, los parámetros R , L , G , C y las constantes de atenuación para el conductor α_c y el dieléctrico α_d , obtenidas tomando en cuenta la dispersión, se calculan mediante una subrutina y se usan para obtener un segundo valor de la velocidad de propagación (más cercano al real pero aún sin corregir). Por último, mediante un proceso de graficado se pueden observar las respuestas del programa de simulación.

3.2.2 Resultados de la simulación

A continuación, se presentan de manera gráfica los resultados de la simulación. El programa de simulación proporciona resultados estables después de 5600 pasos de tiempo y el tiempo requerido para completar esta prueba fue menor a dos minutos. Los resultados originales presentados por Jing en 2009 (reproducidos mediante simulación con el programa Ansoft HFSS) se muestran en la Fig. 3.6, mientras que los resultados obtenidos mediante la simulación con el método FDTD se presentan en las Figs. 3.7 y 3.8.

A continuación se discuten algunos detalles se pueden observar en las graficas. Existe una variación en la magnitud de S_{21} , pero el pico de la resonancia se encuentra a la misma frecuencia (4.1 GHz) en ambas gráficas (Figs. 3.6 y 3.7(b)).

Como se puede observar de la Fig. 3.7(a), el campo potencial en el puerto 2 (el puerto aislado) es débil, en concordancia con el comportamiento esperado para un circuito de este tipo. Este aislamiento S_{21} se incrementa en 4.1 GHz, pero se reduce enormemente a otras frecuencias.

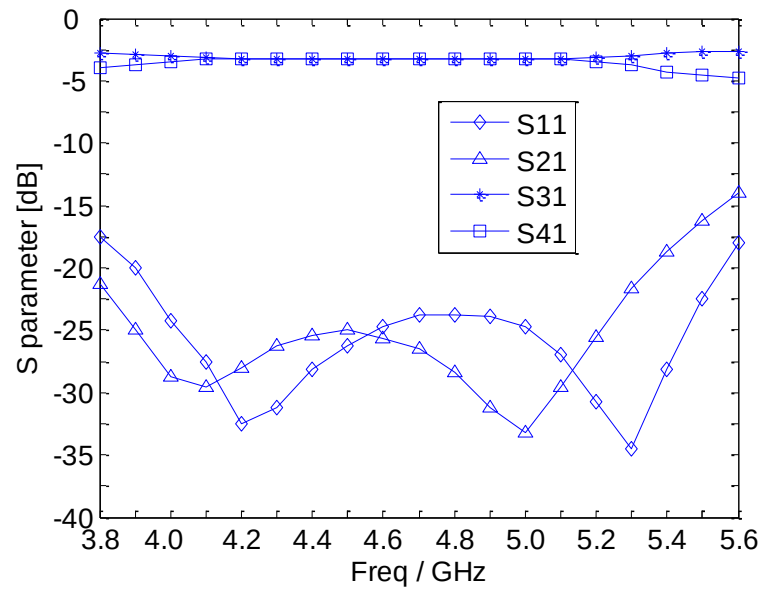


Figura 3.6. Magnitud de los parámetros S de un acoplador de líneas ramales compacto, obtenidos mediante simulación con el programa Ansoft HFSS® [Jing, 2009].

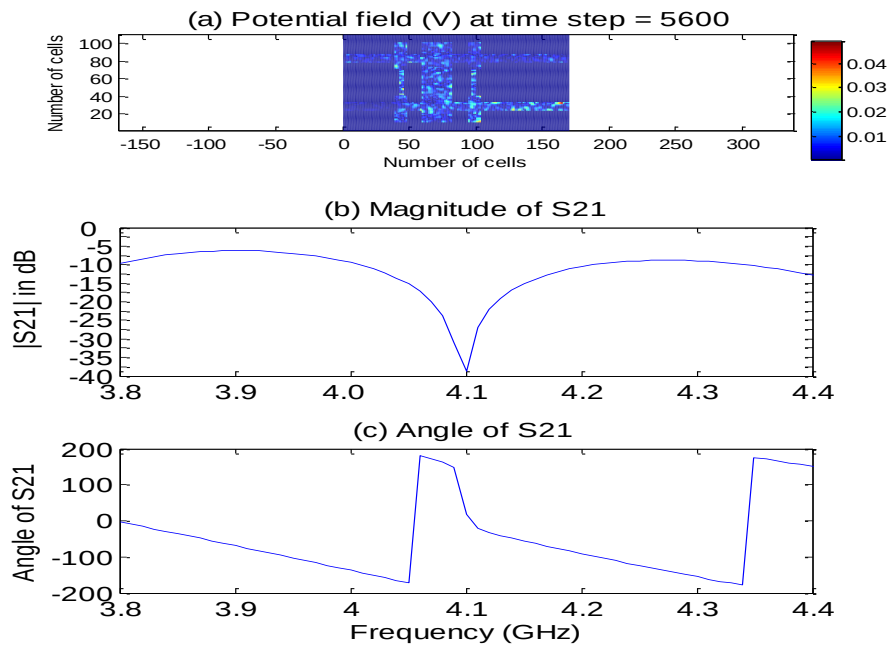


Figura 3.7. Respuestas del BLC obtenidas mediante el método FDTD. (a) Campo potencial simulado con 5600 pasos de tiempo. (b) Magnitud de S_{21} . (c) Ángulo de S_{21} .

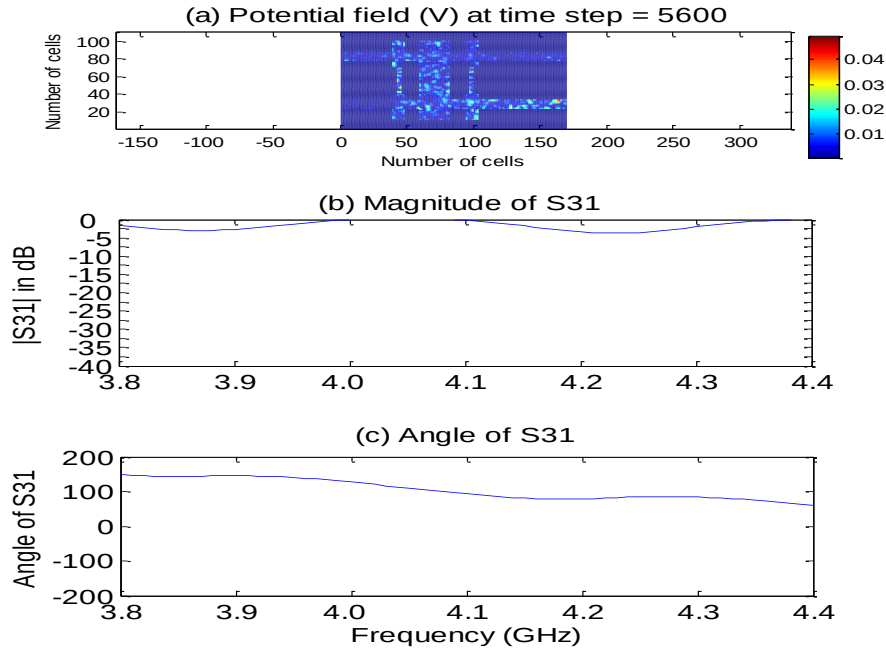


Figura 3.8. Respuestas del BLC obtenidas mediante el método FDTD. (a) Campo potencial simulado con 5600 pasos de tiempo. (b) Magnitud de S_{31} . (c) Ángulo de S_{31} .

Asimismo, como se puede observar de la Fig. 3.8(b), la magnitud de S_{31} es cercana a la que se presenta en la Fig. 3.6 (reproducida de [Jing, 2009]) para casi todas las frecuencias, excepto para los intervalos entre 4.0 y 4.1 GHz y entre 4.3 y 4.4 GHz, donde ésta diverge considerablemente.

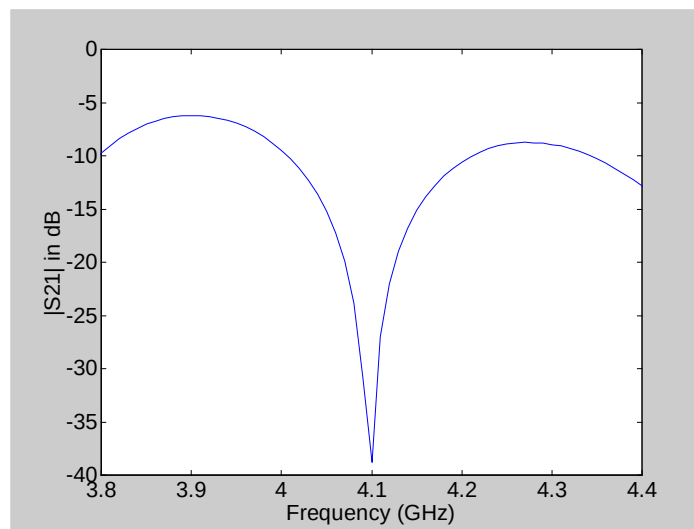
Parece que en [Jing, 2009] los valores de medición reportados, se presentaron considerando a los puertos del BLC como numerados en el sentido de las manecillas del reloj, sin embargo, aquí, los puertos para la simulación fueron numerados en sentido inverso a las manecillas del reloj. Por lo tanto, las respuestas de las Figs. 3.7 y 3.8 fueron renumeradas para que concordaran con los puertos correspondientes.

Por último, con el fin de validar los resultados obtenidos mediante la simulación con el método FDTD, a continuación se presenta una comparación entre éstos y los obtenidos cuando se utiliza una versión de prueba de un programa comercial basado en el método de momentos (MoM por sus siglas en inglés). La comparación se hace en particular sobre las magnitudes del parámetro S_{21} , el cual con la re-numeración corresponde al aislamiento.

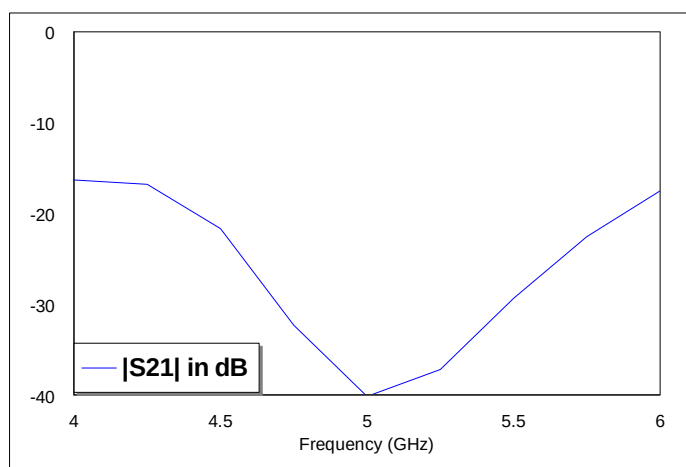
Este parámetro debe ser pequeño y por tanto conveniente para su contraste. Como se puede observar en las curvas de las Figs. 3.9(a) y 3.9(b), la frecuencia de resonancia difiere aproximadamente por 0.9 GHz pero en ambas el aislamiento es igual (-40 dB). De estas figuras se puede observar también, que el trazo de la Fig. 3.9(b) corresponde a un mayor ancho de banda que el de la Fig. 3.9(a). En ambos, el corrimiento en frecuencia y el ancho de banda mayor, pueden deberse al hecho de que en la simulación con el programa de FDTD la longitud de los conectores de salida se considera como embebida en la geometría, pero con una permitividad relativa en su dieléctrico, diferente a la del sustrato de la microcinta, mientras que en la simulación con el programa de prueba, no fue posible diferenciar la permitividad relativa en tales secciones y por tanto se usó el mismo valor de permitividad que en el resto de la estructura del BLC.

3.2.3 Conclusiones de la sección

Así, considerando los resultados aquí presentados, se puede concluir ahora que, desafortunadamente este nuevo cuatripuerto no puede emplearse para conformar la estructura hexaportal elegida, ya que ésta debe operar en un ancho de banda amplio y el que ofrecen los acopladores direccionales de este tipo no es suficiente.



(a)



(b)

Figura 3.9. (a) Respuesta del BLC obtenida mediante el método FDTD. (b) Respuesta del BLC obtenida mediante el método MoM.

Capítulo 4

Desarrollo matemático de una técnica de calibración

En este capítulo se presenta, el modelo matemático para una nueva técnica de calibración de analizadores de redes hexaportales [Bonilla, 2008]. Se describen también, aunque de manera breve, algunos de los estándares de calibración más comunes. Se realiza además, la simulación de una línea coaxial con terminación en circuito abierto, que fue modelada por un circuito equivalente de microcinta plano, utilizando el método FDTD en 2D [Dueñas y Bonilla, et al., 2009b], y que representa a un estándar reactivo. Se lleva a cabo también, la simulación en tres etapas de la geometría de un nuevo estándar en circuito abierto, utilizando FDTD en 3D [Bonilla, 2010].

Para el desarrollo del primer punto, es necesario retomar el diagrama a bloques de un analizador de redes arbitrario (Fig. 4.1), el cual muestra dos hexapuertos lineales arbitrarios (α y β) con un generador que alimenta a ambos a través de un divisor de potencia, ocho detectores de potencia ($D_{\alpha 3} - D_{\alpha 6}$ y $D_{\beta 3} - D_{\beta 6}$) y un dispositivo bajo prueba (DBP) conectado a sus puertos.

Las propiedades del generador y los diodos ya han sido descritas en el capítulo 2 y las propiedades de las estructuras hexaportales se presentarán en el capítulo 5.

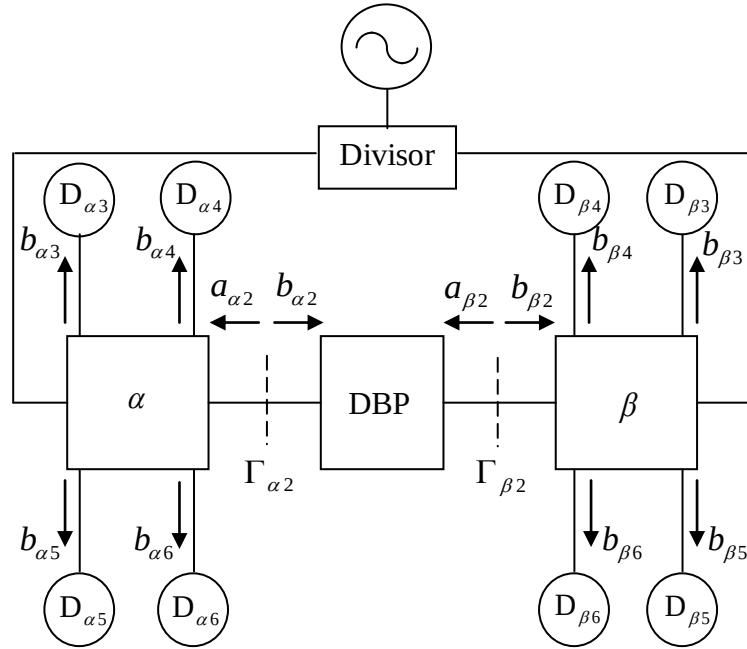


Figura 4.1. Diagrama de un analizador de redes hexaportal.

El divisor, mostrado en la Fig. 4.1, puede ser un tripuerto o preferentemente un cuatripuerto (con el objeto de evitar la inclusión de un elemento resistivo) con salidas de igual potencia e igual fase, dado que este último, sería no disipativo. Las redes hexaportales (α y β) pueden ser cualesquiera de las tres que se mencionan en el capítulo 2, esto es, la de Li, la de Engen o la de El-Deeb. Los diodos pueden ser cualquiera de los que se describen en el capítulo 2.

4.1 Modelo matemático

El modelo matemático de la nueva técnica de calibración para un analizador de redes hexaportal, se desarrolla a partir de las siguientes consideraciones. La primera es, que se supone a cada red hexaportal como una estructura con un comportamiento ligeramente diferente al de la otra, y por tanto, con parámetros de calibración diferentes, ya que aunque ambas pudieran tener la misma configuración y estar formadas por elementos del mismo tipo, éstos últimos podrían comportarse de manera diferente. Esto lleva a un modelo más complejo pero más exacto. La segunda es, que los diodos y el generador (este último a

través del divisor de la Fig. 4.1) se encuentran perfectamente acoplados con los hexapuertos. Esta es una consideración ideal, no real, que genera sólo un pequeño error debido a que todos, el generador, el divisor, los diodos, y las estructuras hexaportales se diseñan y fabrican para la misma impedancia (50Ω) pero pueden presentar una ligera diferencia. La tercera es, que se considera a cada hexapuerto como una caja negra, i. e., no importa cómo es su estructura interna.

4.1.1 Teoría de la reflectometría y transferometría con hexapuertos

Dado que las primeras ecuaciones de este desarrollo ya se muestran en el apéndice A, aquí sólo se presentan las que no están incluidas en él. Asimismo, debido a que el analizador de redes se conforma con dos estructuras hexaportales, y cada una de éstas se considerará como una entidad con características un poco diferentes, entonces, se decidió considerar un juego de ecuaciones como las (A.12–15) de dicho apéndice, para cada una de las estructuras, quedando de la siguiente manera:

$$b_{\alpha 3} = I_{\alpha 3} a_{\alpha 2} + J_{\alpha 3} b_{\alpha 2} = A_{\alpha} a_{\alpha 2} + B_{\alpha} b_{\alpha 2} = A_{\alpha} b_{\alpha 2} \left(\Gamma_{\alpha 2} + \frac{B_{\alpha}}{A_{\alpha}} \right), \quad (4.1)$$

$$b_{\alpha 4} = I_{\alpha 4} a_{\alpha 2} + J_{\alpha 4} b_{\alpha 2} = C_{\alpha} a_{\alpha 2} + D_{\alpha} b_{\alpha 2} = C_{\alpha} b_{\alpha 2} \left(\Gamma_{\alpha 2} + \frac{D_{\alpha}}{C_{\alpha}} \right), \quad (4.2)$$

$$b_{\alpha 5} = I_{\alpha 5} a_{\alpha 2} + J_{\alpha 5} b_{\alpha 2} = E_{\alpha} a_{\alpha 2} + F_{\alpha} b_{\alpha 2} = E_{\alpha} b_{\alpha 2} \left(\Gamma_{\alpha 2} + \frac{F_{\alpha}}{E_{\alpha}} \right), \quad (4.3)$$

$$b_{\alpha 6} = I_{\alpha 6} a_{\alpha 2} + J_{\alpha 6} b_{\alpha 2} = G_{\alpha} a_{\alpha 2} + H_{\alpha} b_{\alpha 2} = G_{\alpha} b_{\alpha 2} \left(\Gamma_{\alpha 2} + \frac{H_{\alpha}}{G_{\alpha}} \right), \quad (4.4)$$

$$b_{\beta 3} = I_{\beta 3} a_{\beta 2} + J_{\beta 3} b_{\beta 2} = A_{\beta} a_{\beta 2} + B_{\beta} b_{\beta 2} = A_{\beta} b_{\beta 2} \left(\Gamma_{\beta 2} + \frac{B_{\beta}}{A_{\beta}} \right), \quad (4.5)$$

$$b_{\beta 4} = I_{\beta 4} a_{\beta 2} + J_{\beta 4} b_{\beta 2} = C_{\beta} a_{\beta 2} + D_{\beta} b_{\beta 2} = C_{\beta} b_{\beta 2} \left(\Gamma_{\beta 2} + \frac{D_{\beta}}{C_{\beta}} \right), \quad (4.6)$$

$$b_{\beta 5} = I_{\beta 5} a_{\beta 2} + J_{\beta 5} b_{\beta 2} = E_{\beta} a_{\beta 2} + F_{\beta} b_{\beta 2} = E_{\beta} b_{\beta 2} \left(\Gamma_{\beta 2} + \frac{F_{\beta}}{E_{\beta}} \right), \quad (4.7)$$

$$b_{\beta 6} = I_{\beta 6} a_{\beta 2} + J_{\beta 6} b_{\beta 2} = G_{\beta} a_{\beta 2} + H_{\beta} b_{\beta 2} = G_{\beta} b_{\beta 2} \left(\Gamma_{\beta 2} + \frac{H_{\beta}}{G_{\beta}} \right), \quad (4.8)$$

donde $a_{\alpha 2}$, $b_{\alpha 2}$ y $a_{\beta 2}$, $b_{\beta 2}$ son las ondas reflejadas e incidentes en el DBP, para el reflectómetro α y β , respectivamente. $b_{\alpha 3}$, $b_{\alpha 4}$, $b_{\alpha 5}$, $b_{\alpha 6}$ y $b_{\beta 3}$, $b_{\beta 4}$, $b_{\beta 5}$, $b_{\beta 6}$ son las señales incidentes en los diodos detectores de potencia de los reflectómetros α y β , respectivamente. Asimismo, A_{α} , B_{α} , C_{α} , D_{α} , E_{α} , F_{α} , G_{α} , H_{α} y A_{β} , B_{β} , C_{β} , D_{β} , E_{β} , F_{β} , G_{β} , H_{β} son las constantes de calibración para cada uno de los reflectómetros, $\Gamma_{\alpha 2}$ y $\Gamma_{\beta 2}$ son los coeficientes de reflexión vistos por el hexapuerto α y por el hexapuerto β respectivamente, donde, $\Gamma_{\alpha 2} = \frac{a_{\alpha 2}}{b_{\alpha 2}}$, $\Gamma_{\beta 2} = \frac{a_{\beta 2}}{b_{\beta 2}}$. $\frac{B_{\alpha}}{A_{\alpha}} = -q_{\alpha 3}$, $\frac{F_{\alpha}}{E_{\alpha}} = -q_{\alpha 5}$, $\frac{H_{\alpha}}{G_{\alpha}} = -q_{\alpha 6}$ y $\frac{B_{\beta}}{A_{\beta}} = -q_{\beta 3}$, $\frac{F_{\beta}}{E_{\beta}} = -q_{\beta 5}$, $\frac{H_{\beta}}{G_{\beta}} = -q_{\beta 6}$ son los centros q de las estructuras hexaportales.

Ahora bien, los coeficientes de reflexión $\Gamma_{\alpha 2}$ y $\Gamma_{\beta 2}$ se pueden expresar en función de los parámetros de dispersión del DBP de la siguiente manera:

$$\Gamma_{\alpha 2} = \frac{a_{\alpha 2}}{b_{\alpha 2}} = S_{11} + S_{12} \frac{b_{\beta 2}}{b_{\alpha 2}}, \quad (4.9a)$$

$$\Gamma_{\beta 2} = \frac{a_{\beta 2}}{b_{\beta 2}} = S_{22} + S_{21} \frac{b_{\alpha 2}}{b_{\beta 2}}, \quad (4.9b)$$

donde

$$S_{11} = \left. \frac{a_{\alpha 2}}{b_{\alpha 2}} \right|_{b_{\beta 2}=0}, \quad (4.10a)$$

$$S_{12} = \left. \frac{a_{\alpha 2}}{b_{\beta 2}} \right|_{b_{\alpha 2}=0}, \quad (4.10b)$$

$$S_{21} = \left. \frac{a_{\beta 2}}{b_{\alpha 2}} \right|_{b_{\beta 2}=0}, \quad (4.10c)$$

$$S_{22} = \left. \frac{a_{\beta 2}}{b_{\beta 2}} \right|_{b_{\alpha 2}=0}, \quad (4.10d)$$

como se puede observar de la Fig. 4.1.

Por otro lado, generalizando de los conjuntos de las ecuaciones (4.1-4.4) y (4.5-4.8), para $k = 3, 4, 5$ y 6 se tiene que

$$b_{\alpha k} = I_{\alpha k} b_{\alpha 2} \left(\Gamma_{\alpha 2} + \frac{J_{\alpha k}}{I_{\alpha k}} \right), \quad (4.11a)$$

$$b_{\beta k} = I_{\beta k} b_{\beta 2} \left(\Gamma_{\beta 2} + \frac{J_{\beta k}}{I_{\beta k}} \right), \quad (4.11b)$$

donde, al sustituir las ecuaciones (4.9) resulta que

$$b_{\alpha k} = (I_{\alpha k} \Gamma_{\alpha 2} + J_{\alpha k}) b_{\alpha 2} = (I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\alpha 2} + I_{\alpha k} S_{12} b_{\beta 2} \quad (4.12a)$$

y

$$b_{\beta k} = (I_{\beta k} \Gamma_{\beta 2} + J_{\beta k}) b_{\beta 2} = (I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\beta 2} + I_{\beta k} S_{21} b_{\alpha 2}. \quad (4.12b)$$

Luego, de las ecuaciones (4.11a) y (4.11b), las señales incidentes $b_{\alpha 2}$ y $b_{\beta 2}$ en el DBP se pueden expresar como

$$b_{\alpha 2} = \frac{b_{\alpha k}}{I_{\alpha k} \Gamma_{\alpha 2} + J_{\alpha k}} \quad (4.13a)$$

y

$$b_{\beta 2} = \frac{b_{\beta k}}{I_{\beta k} \Gamma_{\beta 2} + J_{\beta k}}. \quad (4.13b)$$

Cada una de las ecuaciones (4.13) por separado representa cuatro ecuaciones ($k=3, 4, 5$ y 6) que se combinan para generar doce nuevas ecuaciones, seis para $\Gamma_{\alpha 2}$ y seis para $\Gamma_{\beta 2}$ que se expresan en términos del índice k y de un nuevo índice m generado por las combinaciones. La forma generalizada de los dos conjuntos de seis ecuaciones está dada por

$$\Gamma_{\alpha 2} = \frac{J_{\alpha k} b_{\alpha m} - J_{\alpha m} b_{\alpha k}}{I_{\alpha m} b_{\alpha k} - I_{\alpha k} b_{\alpha m}} \quad (4.14a)$$

y

$$\Gamma_{\beta 2} = \frac{J_{\beta k} b_{\beta m} - J_{\beta m} b_{\beta k}}{I_{\beta m} b_{\beta k} - I_{\beta k} b_{\beta m}}, \quad (4.14b)$$

para las combinaciones $k=3$ y $m=4$, $k=3$ y $m=5$, $k=3$ y $m=6$, $k=4$ y $m=5$, $k=4$ y $m=6$, $k=5$ y $m=6$.

Ahora, de la segunda igualdad en las ecuaciones (4.12a) y (4.12b), se explicitan nuevamente $b_{\alpha 2}$ y $b_{\beta 2}$ para dar

$$b_{\alpha 2} = \frac{b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta 2}}{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k})}, \quad (4.15a)$$

$$b_{\beta 2} = \frac{b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\alpha 2}}{(I_{\alpha k} S_{12})}, \quad (4.15b)$$

$$b_{\alpha 2} = \frac{b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\beta 2}}{(I_{\beta k} S_{21})}, \quad (4.15c)$$

$$b_{\beta 2} = \frac{b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha 2}}{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k})} \quad (4.15d)$$

y al igualar la ecuación (4.15a) con la ecuación (4.15c) y la ecuación (4.15b) con la ecuación (4.15d) se tiene que

$$b_{\alpha 2} = \frac{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta k}}{(I_{\alpha k} I_{\beta k} \Delta + I_{\alpha k} J_{\beta k} S_{11} + I_{\beta k} J_{\alpha k} S_{22} + J_{\alpha k} J_{\beta k})} \quad (4.16a)$$

y

$$b_{\beta 2} = \frac{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha k}}{(I_{\alpha k} I_{\beta k} \Delta + I_{\alpha k} J_{\beta k} S_{11} + I_{\beta k} J_{\alpha k} S_{22} + J_{\alpha k} J_{\beta k})}, \quad (4.16b)$$

para $k = 3, 4, 5$ y 6 y $\Delta = S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}$.

Dividiendo la ecuación (4.16b) entre la (4.16a) y viceversa, se obtienen

$$\frac{b_{\beta 2}}{b_{\alpha 2}} = \frac{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha k}}{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta k}} \quad (4.17a)$$

y

$$\frac{b_{\alpha 2}}{b_{\beta 2}} = \frac{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta k}}{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha k}}, \quad (4.17b)$$

las cuales representan dos conjuntos de cuatro ecuaciones que al ser sustituidos en la ecuación (4.9) se tienen dos nuevos conjuntos de cuatro ecuaciones en los que se encuentran de manera implícita los parámetros de dispersión, generando así un sistema de ocho ecuaciones con ocho incógnitas (las partes real e imaginaria de los cuatro parámetros S). Estos conjuntos están dados de la siguiente manera:

$$\Gamma_{\alpha 2} = S_{11} + S_{12} \frac{b_{\beta 2}}{b_{\alpha 2}} = S_{11} + S_{12} \left(\frac{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha k}}{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta k}} \right) \quad (4.18a)$$

y

$$\Gamma_{\beta 2} = S_{22} + S_{21} \frac{b_{\alpha 2}}{b_{\beta 2}} = S_{22} + S_{21} \left(\frac{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta k}}{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha k}} \right), \quad (4.18b)$$

para $k = 3, 4, 5$ y 6 .

4.1.2 Expectativas de la propuesta

De una inspección de las expresiones dadas, la ecuación (4.18) representa un sistema determinado no explícito de ecuaciones no lineales en el que los parámetros de dispersión del DBP son variables que dependen de los coeficientes de reflexión $\Gamma_{\alpha 2}$ y $\Gamma_{\beta 2}$ medidos por los reflectómetros, de $A_{\alpha} - H_{\alpha}$ y $A_{\beta} - H_{\beta}$ que son constantes complejas intrínsecas a las estructuras separadoras de señal y de $b_{\alpha i}$ y $b_{\beta i}$ ($i = 3, 4, 5$ y 6) que están asociadas con las lecturas de potencia obtenidas por los sensores. Una vez explicitado, este sistema puede ser resuelto con algún método de solución de sistemas de ecuaciones no lineales como el de la secante.

Para obtener estos valores de medición y con el objeto de validar experimentalmente la teoría que aquí se presenta, se construirá un analizador de redes

hexaportal para operar en las bandas R, S, H y C de 2 GHz a 8 GHz. Como se muestra en la Fig. 4.1, el analizador se integrará a partir de dos reflectómetros "gemelos" previamente calibrados que operarán en el mismo ancho de banda [Dueñas, 2007]. Las estructuras separadoras de señal de los reflectómetros estarán compuestas por varios divisores de potencia y acopladores direccionales simples [Li, 1983]. Los sensores de potencia serán diodos comerciales del tipo coaxial de Arseniuro de Galio (GaAs) que trabajan en un ancho de banda de 0.01 GHz a 33 GHz (Agilent 8474C). Los sensores de los instrumentos comerciales de medición se calibran típicamente con referencia a un estándar de transferencia que puede ser secundario, por ejemplo, el estándar secundario de medición de potencia es una montura bolométrica cuya eficiencia efectiva es medida por un estándar primario, en este caso, un microcalorímetro [Crowley, 2001]. Así, existen estándares primarios y secundarios de tal forma que no se puede hablar de un patrón único de referencia, sino de un procedimiento en el que se obtienen los valores de potencia como una cantidad derivada de mediciones de temperatura.

4.1.3 Conclusiones de la sección

Debido a la posibilidad de que la solución del sistema de ecuaciones no converja fácilmente aún cuando éste esté determinado, es posible que sea necesario generar más ecuaciones con el uso de más estándares de calibración. Con esto se lograría un sistema sobredeterminado de ecuaciones y al mismo tiempo se evitarían posibles ambigüedades en la solución. Así, es aún prematuro adelantar alguna conclusión respecto a la concordancia que habrá entre los resultados analíticos y los experimentales pero ya se puede predecir que ambas, la precisión y la exactitud se encontrarán dentro del orden de magnitud que ofrece cada reflectómetro independiente y que además la técnica es numéricamente eficaz. Esto se puede verificar al revisar la Fig. 4 de [Dueñas, 2007] en la que se comparan mediciones a una línea de microcinta con vuelta en ángulo recto, realizadas con un analizador de redes vectorial calibrado con la técnica *short-open-load-thru* (SOLT) y con un reflectómetro hexaportal calibrado con la técnica ahí propuesta para un reflectómetro sólo.

4.2 Estándares de calibración

Un analizador de redes es un instrumento de medición que requiere de estándares de referencia para calibrarse. Estos estándares o patrones de calibración se conectan como DBPs (cargas o terminaciones) en el instrumento y generan una señal bien conocida que regresa a éste como su entrada. Los estándares más usados son el circuito corto, la carga acoplada y el circuito abierto. A continuación se describen las características principales de cada uno de ellos.

4.2.1 Circuito corto

El circuito corto es quizá el estándar de calibración más empleado, debido a que es fácil de construir y físicamente genera un coeficiente de reflexión muy cercano al ideal ($\Gamma = -1$).

4.2.2 Carga acoplada

Este estándar se usa para obtener la respuesta de un instrumento de medición que idealmente no recibe señal reflejada del DBP. Dicha característica es inherente a la carga acoplada y permite la obtención de varios parámetros que son propios de algunas de las técnicas de calibración que se mencionaron en el capítulo 2.

Las cargas acopladas simples cuya calidad no es comparable a la de un estándar, se utilizan con frecuencia para terminar algunos puertos de las estructuras que componen al analizador de redes hexaportal. Éstas son necesarias para acoplarse a las impedancias de los puertos aislado, acoplado y directo de un acoplador direccional (ver capítulo 3) o para acoplarse a la impedancia característica del sistema de medición que debe ser igual a la de los puertos de entrada/salida de un separador de señal cualesquiera.

4.2.3 Circuito abierto

Al contrario del estándar en circuito corto, el estándar en circuito abierto no es muy popular debido a que es difícil de construir y físicamente no genera un coeficiente de reflexión muy cercano al ideal ($\Gamma = 1$).

Además, el circuito abierto simple tendría que ser una guía de onda o línea de transmisión que abruptamente se deja abierta pero ésta sería más dependiente de la frecuencia. Por lo anterior, tanto el estándar en circuito abierto como el circuito abierto simple, suelen evitarse en la mayoría de las técnicas de calibración. Sin embargo, debido a que en algunas situaciones de funcionamiento los DBPs requieren inevitablemente de terminaciones o cargas con valores de impedancia grandes, el uso de estos es aún conveniente.

4.3 Simulación de una línea con terminación reactiva como un estándar de calibración en circuito abierto

A continuación se describe la simulación de una línea de transmisión, que emula un estándar de calibración en circuito abierto, mediante un programa con FDTD en 2D. Debido a que los estándares de calibración son componentes esenciales en cualquier sistema de medición en microondas, la simulación de estructuras que pudieran emplearse como estándares permite seleccionar las mejores opciones antes de su fabricación. Existen técnicas de simulación que son más adecuadas para un tipo de estructuras en particular, sean éstas guías de onda, cables coaxiales o circuitos planos, pero en todos los casos, la elección óptima sería emplear una técnica de simulación en tres dimensiones o de onda completa. Sin embargo, no obstante lo antes mencionado, para estándares coaxiales con simetría axial completa, es posible asegurar resultados razonablemente buenos realizando una simulación simple en 2D.

El método FDTD en 2D propuesto por Gwarek (1988) es un buen candidato para llevar a cabo la simulación de un estándar de línea coaxial terminada en circuito abierto que

replica el comportamiento de un estándar comercial (Maury Microwave® 8048B1), en el intervalo de frecuencias de 0 a 3 GHz. Este método se puede implementar fácilmente para simular estándares de tipo coaxial, puesto que sólo un par de ecuaciones simples de forma cerrada se tiene que evaluar para definir la impedancia característica propia de un circuito planar equivalente (como puede ser una microcinta, una línea de cinta, una coplanar, etc.).

La impedancia característica se establece mediante la elección de un número de mallas de discretización o celdas de segmentación sobre una grafica de impedancia, generada por las dos ecuaciones de forma cerrada inductancia y capacitancia). El número de filas horizontales de mallas corresponde al número de celdas verticales que segmentan la geometría plana (Fig. 4.4). La impedancia característica varía desde el valor de la impedancia intrínseca del espacio libre (377Ω) para una celda, hasta un valor que tiende a cero para segmentaciones muy densas.

Una vez que la impedancia característica se define, una simulación electromagnética con FDTD en 2D se puede llevar a cabo siguiendo los procedimientos que se presentan en [Dueñas, 2009a]. Las actividades siguientes, se detallan en las subsecciones 4.3.3 a 4.3.5 y sus resultados se presentan en la Fig. 4.5. Primero, una terminación en circuito abierto se define de manera aproximada como 6.5 veces la impedancia característica de la microcinta con el fin de evitar la dispersión numérica (simulación directa, trazo azul). Después de esto, con el fin de compensar la desviación que se genera por la pobre aproximación de la terminación en circuito abierto, se desarrolla un estudio analítico de la línea de transmisión (análisis del circuito equivalente de microcinta, trazo negro). Enseguida, se realiza una modificación en el código para implementar un flujo corriente cero a la salida de la microcinta con el objeto de simular una mejor carga en circuito abierto (simulación compensada, trazo verde). Finalmente, se presentan la medición de un estándar comercial (medición del estándar MM8048B1®, trazo rojo) y la comparación de las respuestas.

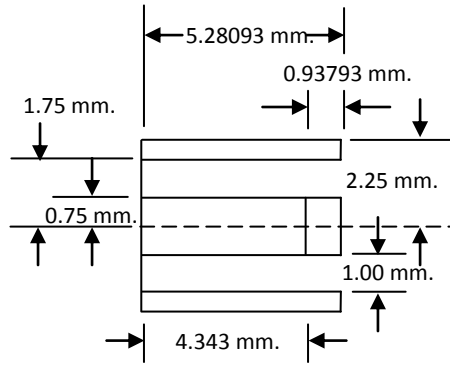


Figura 4.2. Una línea coaxial cargada capacitivamente.

4.3.1 El estándar de calibración coaxial reactivo

La mayoría de los instrumentos de medición comerciales para microondas o altas frecuencias (como los analizadores de redes, analizadores de espectro o generadores de señal) utilizan conectores tipo N, APC7, APC3.5-SMA y adaptadores para la interconexión o conversión entre ellos y para los puertos de entrada y salida en los planos de referencia.

Los conectores N son los típicos, principalmente en analizadores de redes de baja frecuencia. De esta manera, un paquete de calibración se destina específicamente a un tipo de conector en particular.

Una propuesta de una línea coaxial terminada en circuito abierto fue presentada en [Bianco, 1980] como un estándar para conectores APC7. Este estándar está formado por una línea coaxial terminada en una guía de onda circular, creada esta última por la terminación abrupta del conductor central de la línea coaxial. La discontinuidad en la transición entre la línea coaxial y la guía de onda circular se modela con una capacitancia concentrada dependiente de la frecuencia, que se aproxima por medio de una ecuación que se obtiene mediante un procedimiento de ajuste de curvas. La expresión para la aproximación es dada por

$$C(\omega) = \frac{C(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{f(\text{MHz})}{34450} \right)^2}}, \quad (4.19)$$

Tabla 4.1. Los coeficientes para calcular la capacitancia equivalente del MM8048B1®.

$C(0) = C0 = 62.54 \times 10^{-15}$
$C1 = -1284.00 \times 10^{-27}$
$C2 = 107.60 \times 10^{-36}$
$C3 = -1.886 \times 10^{-45}$

donde $C(0)$ es el valor límite de la capacitancia (frecuencia cero) para el estándar en circuito abierto APC7. Al permitir una prolongación en lugar de una truncamiento del conductor central, una línea coaxial cargada capacitivamente puede ser usada también como un estándar en circuito abierto según se muestra en la Fig. 4.2.

En esta geometría (APC3.5) el efecto de radiación en la terminación en circuito abierto puede dar lugar a pérdidas no despreciables que deben ser reducidas en cierta medida.

Con el fin de hacer algunas comparaciones, el estándar terminado en circuito abierto MM8048B1®, fue medido y analizado. La hoja de datos para este estándar proporciona los coeficientes capacitivos para calcular la capacitancia, según se muestran en la Tabla 4.1.

La capacitancia concentrada dependiente de la frecuencia para el estándar MM8048B1® se aproxima mediante una serie de potencias que emplea los cuatro coeficientes capacitivos de la Tabla 4.1, de la manera siguiente:

$$C(\omega) = C0 - C1 \cdot f + C2 \cdot f^2 - C3 \cdot f^3, \quad (4.20)$$

donde f está dada en GHz.

Como se puede ver de la Fig. 4.3 para todo el intervalo de frecuencias, el trazo azul que corresponde a la ecuación (4.19), se ha subestimado en comparación con el trazo rojo que corresponde a la medición.

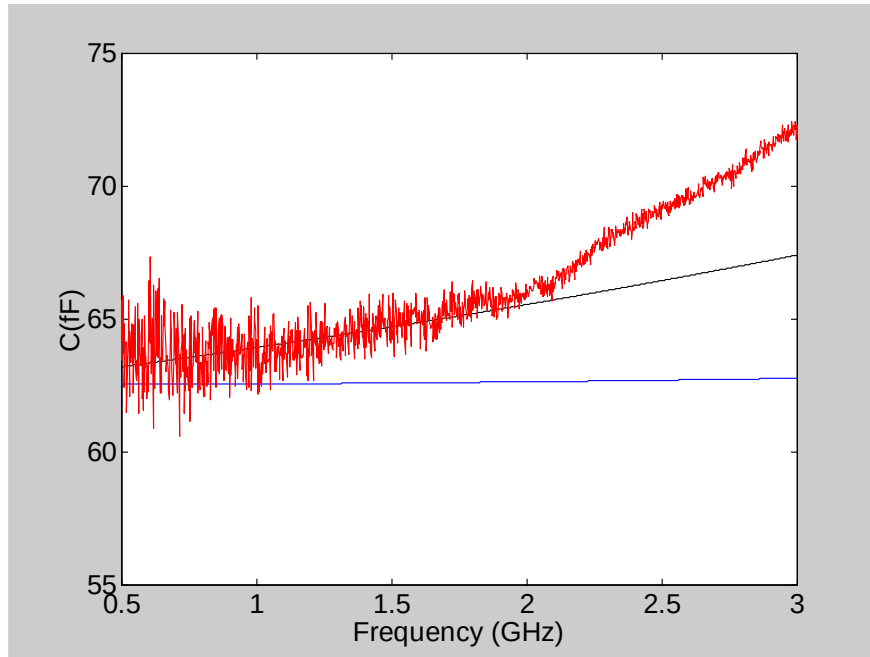


Figura 4.3. La capacitancia dependiente de la frecuencia para la geometría de la Fig. 4.2 obtenida de la ecuación (4.19) trazo azul y obtenida de la ecuación (4.20) trazo negro, en comparación con lo medido en el estándar MM8048B1[®], trazo rojo.

Asimismo, para frecuencias mayores que 2 GHz, el trazo negro que corresponde a la ecuación (4.20), diverge del rojo. De esta manera, un mejor procedimiento para ajuste de curvas debería ser implementado con el fin de encontrar una mejor aproximación a la curva de medición.

4.3.2 Capacitancia e inductancia del circuito equivalente concentrado

La impedancia característica del circuito equivalente de microcinta se define por medio de las siguientes inductancia y capacitancia concentradas indeterminadas [Gwarek, 1988]

$$L'_s(r_k) = \frac{\varepsilon a}{\ln \left(\frac{r_k + a/2}{r_k - a/2} \right)} \quad (4.21)$$

y

$$C'_s(r_k) = \frac{\mu}{a} \ln \left(\frac{r_k + a/2}{r_k - a/2} \right), \quad (4.22)$$

donde r es la coordenada radial, k es el número de filas horizontales de la malla, s se refiere a un cuadrado arbitrario para la inductancia y a un cuadrado unitario para la capacitancia, ε y μ son la permitividad y la permeabilidad del medio dieléctrico y a es el tamaño de las celdas cuadradas.

Así, para una k que varía desde 1 a 100, la impedancia característica dada por

$$Z_0 = \sqrt{L'_s / C'_s}, \quad (4.23)$$

genera la curva de la Fig. 4.4. Eligiendo k igual a 4, una Z_0 de 94.188 Ω sería la impedancia característica del circuito equivalente en microcinta.

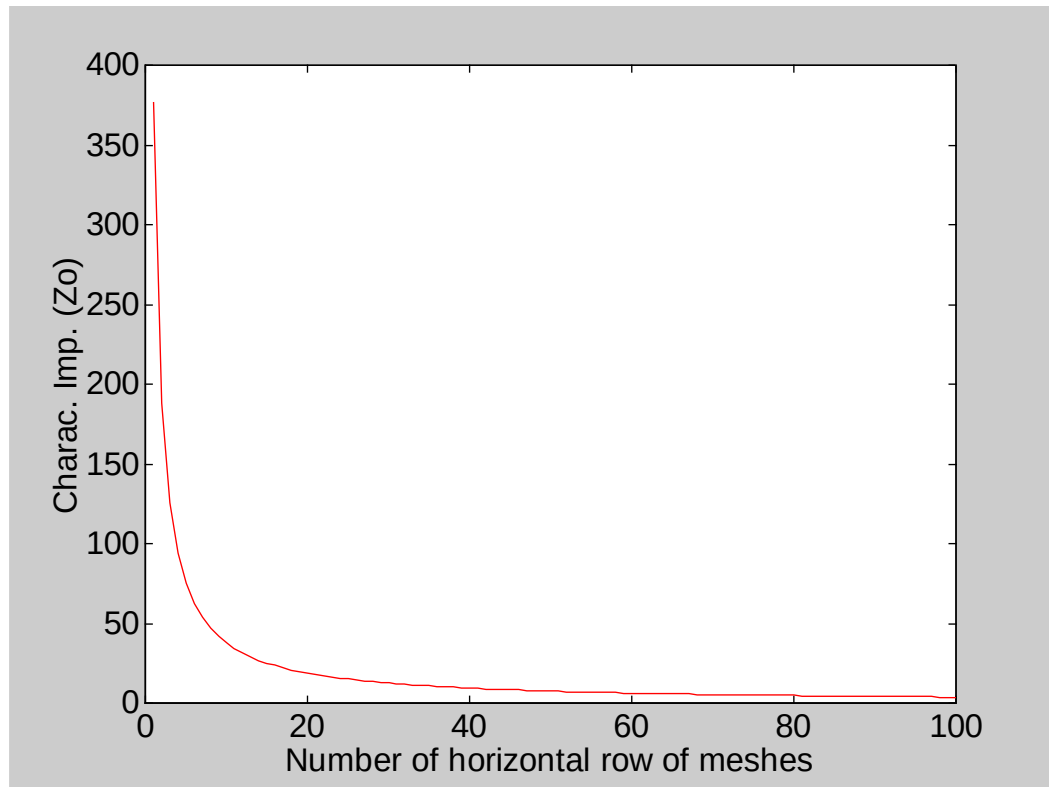


Figura 4.4. La impedancia característica del circuito equivalente de microcinta.

4.3.3 Simulación con FDTD

Ambas, las respuestas de la simulación compensada (trazo verde) y de la simulación directa, (trazo azul) se presentan en la Fig. 4.5. Sólo 2800 pasos de tiempo fueron necesarios para alcanzar el estado estable, pero se permite una corrida de 3500 pasos de tiempo con el fin de confirmar la permanencia de una respuesta invariante.

El factor de compensación para el ancho de banda completo (0 a 3 GHz), se obtuvo como un valor constante de 0.178, mediante el análisis circuital de la línea de transmisión. Este valor se le suma directamente a la magnitud del coeficiente de reflexión de la respuesta sin compensar.

4.3.4 Análisis del circuito de microcinta

Con el fin de ampliar el proceso de comparación, pero también con el objetivo de validar las respuestas de simulación, un análisis del circuito equivalente de microcinta fue llevado a cabo siguiendo el procedimiento descrito en la sección 3.5 de [Dueñas, 2009a], cuando se considera a la línea de transmisión de microcinta como no conectorizada.

Así, la impedancia de entrada se obtiene de manera simple mediante el uso de la siguiente ecuación:

$$Z_{in} = Z_{0m} \frac{Z_L + jZ_{0m} \tan(\beta_m l_m)}{Z_{0m} + jZ_L \tan(\beta_m l_m)}, \quad (4.24)$$

donde Z_{0m} es la impedancia característica de la microcinta, Z_L es la impedancia de carga y $\beta_m l_m = \theta_m$ es la longitud eléctrica de la microcinta.

La respuesta obtenida de esta expresión se dibuja con el trazo negro sobre la grafica polar de la Fig. 4.5.

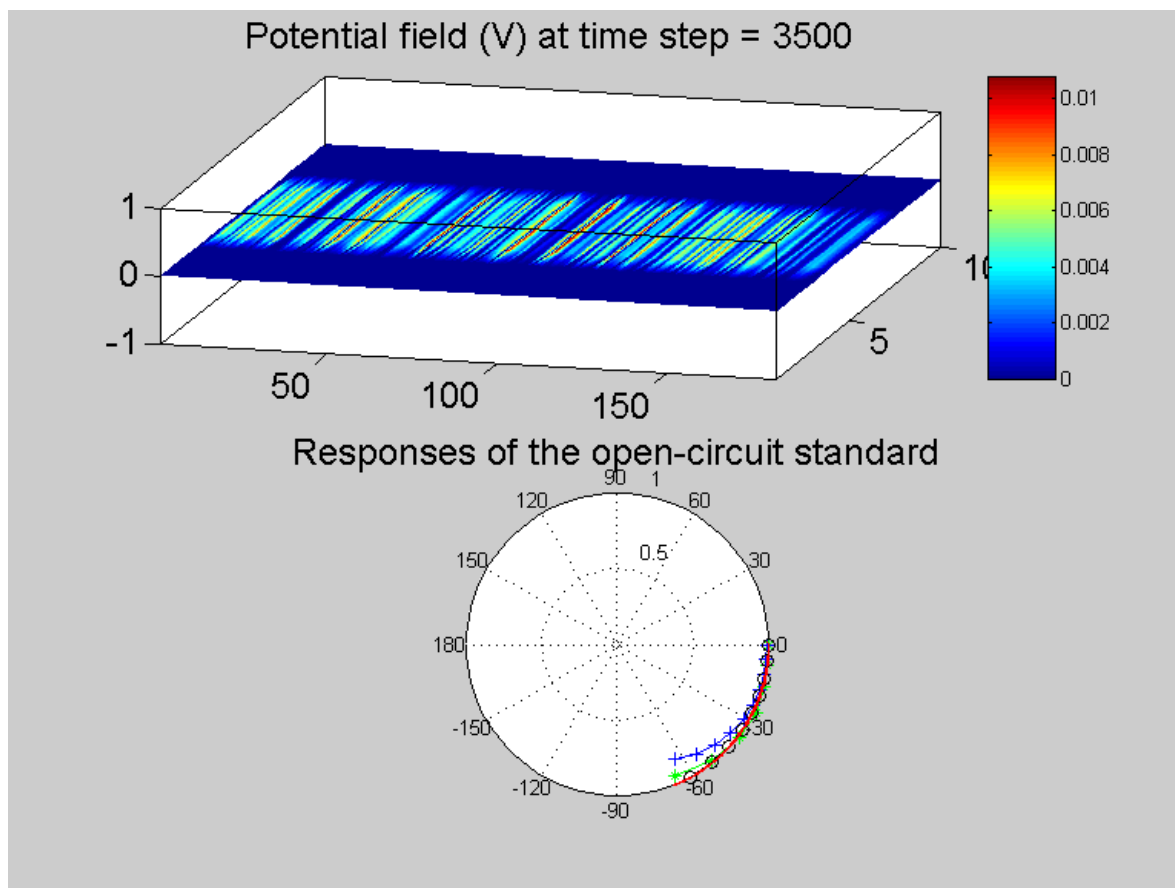


Figura 4.5. Respuestas en coeficiente de reflexión del estándar en circuito abierto propuesto. Simulación compensada (trazo verde), simulación directa (trazo azul), análisis del circuito equivalente de microcinta (trazo negro) y medición del estándar MM8048B1[®] (trazo rojo).

4.3.5 Medición

La medición se llevo a cabo usando un analizador de redes automático Agilent 8714ES[®] que se calibró utilizando la técnica open-short-load (OSL, por sus siglas en inglés y que es una simplificación de la técnica SOLT), con una calibración del usuario para 1600 puntos de frecuencia y en un puerto solamente. Las cuatro respuestas, la de la simulación directa (trazo azul), la de la simulación compensada (trazo verde), la del análisis circuital (trazo negro) y la de la medición (el trazo rojo), se muestran todas en la Fig. 4.5.

Como se puede ver de la gráfica polar, las respuestas, analítica (para el circuito equivalente de microcinta) y la de medición (estándar MM8048B1[®]) son casi idénticas, excepto por una pequeña diferencia en la fase. Asimismo, las respuestas simulada directa y simulada compensada siguen de cerca a los trazos de las dos primeras (la analítica y la de medición) hasta la parte final del ancho de banda. En esta parte, una divergencia notable se puede apreciar, sobre todo en la respuesta directa, debido a que inicia la respuesta típica de un lazo en espiral que se cierra sobre sí mismo en el sentido de las manecillas del reloj.

Este comportamiento se genera por supuesto debido las pérdidas que hay en un circuito de microcinta real y porque en cualquier caso, ni la impedancia medianamente grande, ni la corriente cero en la carga, son por si solas una representación perfecta de un circuito abierto.

A pesar de lo antes dicho, los trazos son tan similares que se convalidan a sí mismos y por lo tanto al método de simulación.

4.3.6 Conclusiones de la sección

La simulación, el análisis y la medición de un estándar en circuito abierto se llevaron a cabo con el fin de facilitar el engorroso proceso de diseño de prueba y error para la fabricación de este tipo de accesorios de microondas.

La intercomparación de los valores de las capacitancias dependientes de la frecuencia, que genera la terminación reactiva de los estándares en circuito abierto APC3.5, demostró la necesidad de mejorar el ajuste de curvas para obtener una mejor representación con ecuaciones de forma cerrada. Asimismo, se probó que la simulación electromagnética con FDTD en 2D es suficientemente buena para simular circuitos planos simple, como el circuito equivalente en microcinta que representa al estándar de línea coaxial terminado en circuito abierto. Además, un análisis simple de circuitos de microcinta en conjunto con la medición física confirman bien los resultados de la simulación.

4.4 Simulación de un nuevo estándar en circuito abierto para calibración

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al simular una estructura que parece viable para utilizarse como un estándar coaxial que se termina en circuito abierto. Este nuevo estándar está constituido por una sección de línea coaxial que se termina en una guía de onda circular con ranuras.

Para lograr que la aplicabilidad del programa de simulación con FDTD en 3D se extendiera a líneas de transmisión coaxiales cuyas dimensiones rondan los milímetros, fue necesario realizar cientos de pruebas hasta encontrar los valores más apropiados para algunos de los parámetros del programa. Estos nuevos valores permitieron obtener resultados aceptables, ya que el programa original creado por Méndez [Méndez, 2007] fue desarrollado para líneas coaxiales con dimensiones de decenas de centímetros.

Se realizaron pruebas variando los siguientes parámetros:

1. Modificación del tamaño de las celdas en las tres coordenadas circulares cilíndicas (radio, longitud y ángulo).
2. Modificación del paso de tiempo (como consecuencia de la modificación del tamaño de la celda).
3. Modificación del número de pasos de tiempo (también como consecuencia de la modificación del tamaño de la celda).
4. Modificación de la condición de frontera PML mediante la variación del número de capas y su conductividad.
5. Modificación del pulso Gaussiano (su tiempo de aplicación (t_0) y su ancho (t_0)).

Aunque la variación individual de algunos de estos parámetros no afecta significativamente los resultados de la simulación, algunos otros si influyen de manera determinante en dichos resultados.

Entre los parámetros que si tienen una influencia determinante sobre la simulación se pueden citar los siguientes:

1. El número de pasos de tiempo (npasos).
2. La conductividad máxima de las capas (condmax).
3. El tiempo durante el cual el pulso Gaussiano permanece activo en las celdas de entrada (exts).

En este programa, la fuente se considera como una fuente “dura”, o sea una fuente cuyo valor instantáneo del campo eléctrico en la señal Gaussiana se aplica en las celdas de entrada sin considerar el valor previo del campo eléctrico que éstas tenían [Méndez, 2009]. La fuente dura se aplica sólo durante el tiempo determinado por la variable exts, pues al cumplirse este tiempo, la señal Gaussiana deja de aplicarse y los campos eléctrico y magnético en las celdas de entrada se evalúan de la misma forma que en las demás celdas.

Considerando lo anterior, a continuación, se indican los valores de los parámetros del programa (o los criterios para definirlos) que generaron resultados admisibles durante la simulación de las tres estructuras del nuevo estándar. El número de capas PML se mantuvo fijo en 15 para todos los casos (como en el programa original). Los tamaños de las celdas en las tres direcciones dependen de las dimensiones físicas de la estructura a evaluar. El ancho del pulso Gaussiano (t_0) se mantuvo como en el programa original, variando según el tamaño de las celdas. Por su parte, el número de pasos tiempo (npasos) se fijó, con base en las pruebas, en 300 para ambas, la estructura que emula al estándar MM8048B1[®] y la estructura del nuevo estándar, y en 200 para la estructura de Bianco. De igual manera, con base en las pruebas, la conductividad máxima de las capas PML para cada estándar se definió como 0.0025 para la línea que emula al MM8048B1[®], 0.04 para el estándar de Bianco, y 0.01 para el nuevo estándar en circuito abierto. Por último, el pulso se aplicó en los tiempos $4.45 t_0$ para la línea que emula al MM8048B1[®], $1.2215 t_0$ para el estándar de Bianco, y $0.985 t_0$ para el nuevo estándar en circuito abierto.

Las etapas previas del nuevo estándar en circuito abierto (línea de microcinta que emula al estándar MM8048B1[®] y estructura de Bianco) han sido examinadas utilizando

métodos variacionales [Bianco, 1980, Risley, 1969, Razaz, 1979] o mediante la implementación del método FDTD en 2D para simular estructuras que tienen simetría axial completa [Dueñas y Bonilla, et al., 2009b]. Todos estos estudios han considerado la discontinuidad de la terminación en circuito abierto como una capacitancia en paralelo equivalente. Con base en trabajos previos, así como en aquellos que llevan a cabo el análisis de ranuras [Collin, 1956, Dueñas, 2006], en esta tesis se propone un nuevo estándar en circuito abierto. Para la simulación de este estándar se emplean dos programas de simulación, un con FDTD 3D y el otro con MoM estático. El primero fue originalmente creado por [Méndez, 2007] y posteriormente modificado para trabajar con geometrías circulares pequeñas, mientras que el segundo fue creado por [Dueñas, 2009a].

4.4.1 Simulación de las etapas previas

Para la simulación del nuevo estándar, es conveniente evaluar primero dos estándares (la línea de microcinta que emula al estándar MM8048B1[®] y la estructura de Bianco) cuyas estructuras son sus etapas previas.

El programa para simulación con FDTD en 3D utiliza coordenadas cilíndricas: el tamaño de la celda es de 0.125 mm en ambas, la dirección z (eje longitudinal) y la dirección r (eje radial), y considera una variación de 30° en el eje angular, para las dos primeras estructuras y una variación de 10° para la estructura propuesta. Este tamaño tan pequeño de la celda (0.125 mm), es la mejor opción para obtener una simulación eficiente sin incrementar demasiado el gasto computacional. El programa emplea un pulso Gaussiano típico como señal de excitación y quince celdas con capas PML para las condiciones de frontera absorbente (Absorbing Boundary Conditions, ABC, por sus siglas en inglés).

La primera estructura es una línea coaxial simple con dieléctrico de aire y dimensiones en sus radios interno y externo iguales a las de los conectores de 3.5 mm, y que se diseñó para emular la respuesta del estándar en circuito abierto MM8048B1[®] (de la marca Maury Microwave), en el ancho de banda de 0 a 3 GHz (Fig. 4.6). Basándose en la hoja de datos del estándar MM8048B1[®], éste se puede considerar como formado por dos

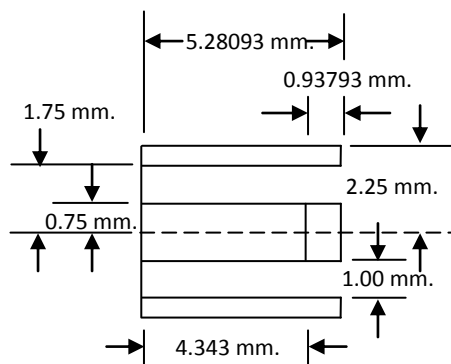


Figura 4.6. Dimensiones de la línea coaxial de 3.5 mm cargada capacitivamente y que emula al estándar MM8048B1[®].

secciones. La primera, es una línea coaxial de 4.343 mm de longitud y la segunda, es una capacitancia equivalente en paralelo, cuyo valor depende de la frecuencia. La capacitancia se puede remplazar por una segunda sección de línea coaxial con una longitud que genere el efecto de la capacitancia equivalente. En este caso, esta última sección (que resultó ser de una longitud de 0.93793 mm) es también una línea coaxial con dieléctrico de aire de 3.5 mm de diámetro terminada en circuito abierto (ver Fig. 4.6).

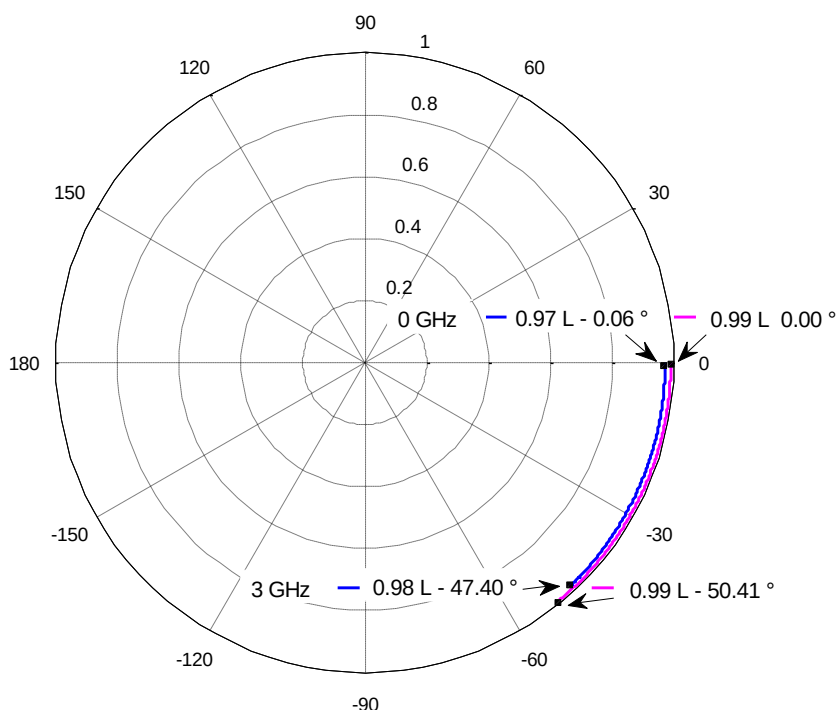


Figura 4.7. La línea coaxial de 3.5 mm terminada en circuito abierto, que emula el comportamiento del estándar en circuito abierto MM8048B1[®]. Sus resultados analítico (trazo magenta) y de la simulación con FDTD en 3D (trazo azul) ambos, del coeficiente de reflexión a la entrada.

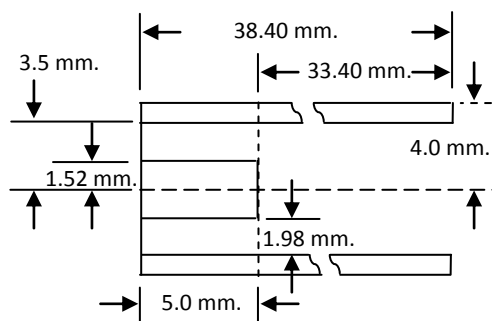


Figura 4.8. Dimensiones de la línea coaxial de 7 mm terminada en una guía de onda circular, HP8542A®.

La simulación de este estándar (MM8048B1®), utilizando FDTD en 2D, a través de su emulación con una línea coaxial de 3.5 mm cargada capacitivamente, su análisis circuital y su medición para el parámetro S_{11} , de 0 a 3 GHz [Dueñas y Bonilla, et al., 2009b], se presentaron en la sección 4.3. Aquí la geometría se retoma como una etapa previa del nuevo estándar y se simula con FDTD en 3D empleando 300 pasos de tiempo. El resultado de la simulación junto con la respuesta analítica se muestran en la Fig. 4.7.

La segunda estructura es el estándar en circuito abierto HP8542A®. Éste se compone por una línea coaxial con dieléctrico de aire de 7 mm de diámetro que se termina en una guía de onda circular de 33.4 mm de largo, como se muestra en la Fig. 4.8. La longitud de la sección coaxial se supuso de 5 mm. Esta dimensión fue estimada basándose en la longitud usual de algunos de los estándares comerciales, debido a que no se encontró información al respecto.

Se observa que este estándar tiene radios diferentes, comparado con el primer y último estándar, pero fue seleccionado por dos razones: la primera es que su geometría es el siguiente paso para la obtención de la estructura final del nuevo estándar y la segunda es que la sección de guía de onda circular ya cuenta con una formula cerrada exacta para el cálculo de su capacitancia. Este estándar fue medido y evaluado por Bianco en 1980, empleando un método variacional [Risley, 1969].

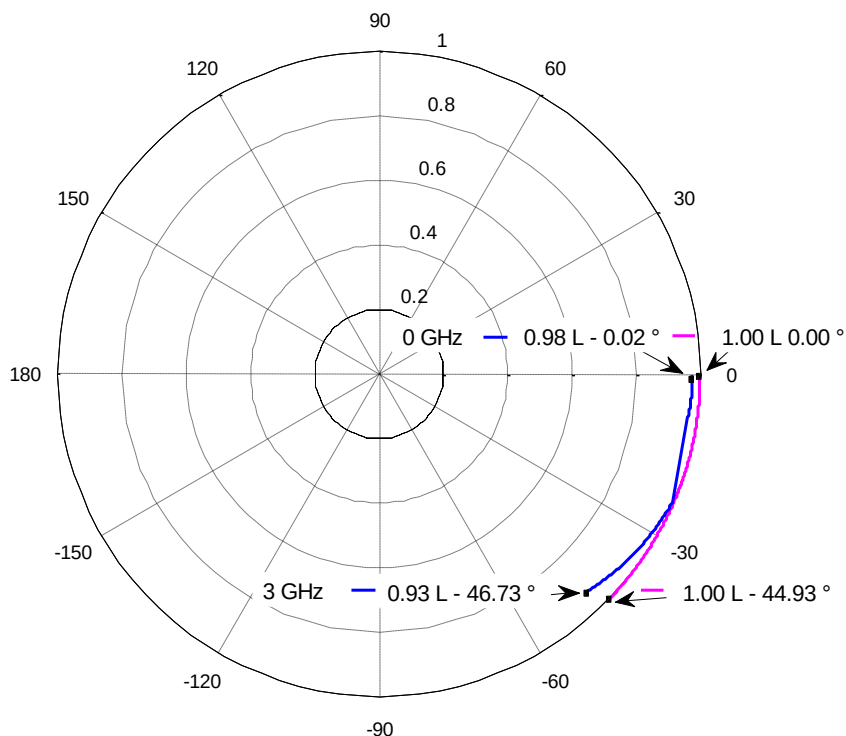


Figura 4.9. La línea coaxial de 7 mm conectada con una guía circular HP8542A[®] terminada en circuito abierto, su resultado analítico (trazo magenta) y el resultado de la simulación con FDTD 3D (trazo azul).

Bianco obtiene una ecuación simple pero exacta (ecuación 4.19), la cual proporciona el valor de la capacitancia equivalente para la guía de onda circular como una función de la frecuencia.

La curva para el parámetro S_{11} del segundo estándar se puede obtener basándose en la ecuación (4.19), que corresponde a la de la capacitancia equivalente en paralelo, y considerando su efecto al inicio de dicho estándar. Esta curva y la obtenida con la simulación con FDTD en 3D, para la que se necesitaron 200 pasos de tiempo, se presentan en la Fig. 4.9.

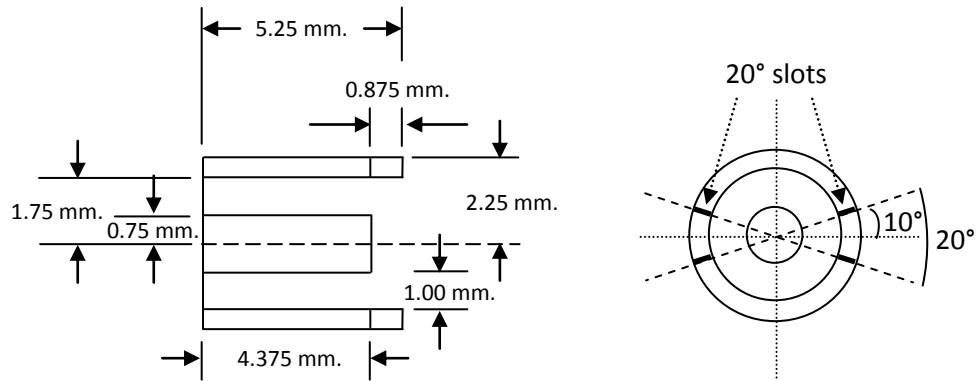


Figura 4.10. Dimensiones de la línea coaxial de 3.5 mm, terminada en una guía de onda circular ranurada que se termina en circuito abierto.

4.4.2 La simulación del nuevo estándar

Para la estructura del nuevo estándar se consideró una guía de onda circular ranurada, debido a que, a medida que las ranuras crecen, el valor de la capacitancia equivalente en paralelo decrece [Dueñas, 2006]. Como consecuencia de este crecimiento de las ranuras, hay una reducción en el ángulo del parámetro S_{11} para la misma frecuencia. Las dimensiones para este nuevo estándar propuesto son iguales a las del estándar MM8048B1[®], pero la sección de la capacitancia equivalente se cambia por una sección de guía de onda circular con ranuras.

Este nuevo estándar tiene una longitud de 5.25 mm y está formado por dos partes: la primera, es una línea coaxial con un diámetro de 3.5 mm y con una longitud igual a la de la primera sección en el primer estándar (4.343 mm). Este valor se redondeó a 4.375 mm en ambos estándares, para que coincidiera con un número entero de celdas de simulación. La segunda parte, es una guía de onda circular de 0.9126 mm con dos ranuras, que se redondeó a 0.875 mm para que coincidiera también con un número entero de celdas de simulación.

Debido a que el largo de las ranuras es del mismo valor que la longitud de la guía de onda, ésta se convierte en un par de placas semicirculares. El ángulo de cada ranura es de 20° y están separadas 180°, como se ve en la Fig. 4.10.

Los resultados de la simulación con FDTD en 3D, para la cual se requieren 300 pasos de tiempo, se comparan con los obtenidos mediante un análisis variacional [Dueñas, 2006] y con los obtenidos mediante un programa de simulación estática con el método MoM [Dueñas, 2009a].

Para analizar la estructura por medio del método variacional, es necesario separarla en dos secciones. La primera es una línea coaxial y la segunda es una guía de onda circular ranurada, que se transforma en dos placas semicirculares debido a que las ranuras la seccionan totalmente en toda su longitud. La capacitancia equivalente debida a las placas se puede calcular mediante el método variacional. Este método fue originalmente propuesto por Collin en 1956 para calcular la impedancia característica de líneas coaxiales con ranuras y fue modificado por Dueñas en 2006, para su uso en placas semicirculares. Con la modificación es posible obtener la capacitancia equivalente de placas no planas. Para calcular los valores del parámetro S_{11} se considera a la sección de línea coaxial como terminada en la capacitancia equivalente.

Otro método que se utiliza para calcular el coeficiente de reflexión de entrada en el nuevo estándar, es el método MoM estático [Dueñas, 2009a]. Este método de simulación se usa para evaluar los modos TEM de segundo orden [Collin, 1956]. Esto es posible, debido al hecho de que los campos transversales de una onda TEM son los mismos que los campos estáticos entre conductores [Pozar, 1998]. Por otra parte, debido a las ranuras y a que el conductor central de la línea coaxial ranurada se reduce hasta tener un radio infinitesimal (aunque no se elimina totalmente por razones numéricas) existe un segundo modo TEM, del que se obtiene la impedancia característica mediante expresiones variacionales [Collin, 1956]. En la simulación MoM estática la capacitancia se obtiene mediante la ecuación siguiente:

$$C = \frac{|Q_l|}{V_d}, \quad (4.25)$$

donde C es la capacitancia en F/m, Q_l es la carga por unidad de longitud y V_d es la diferencia de potencial entre las cintas, en este caso, entre las placas semicirculares. El valor de la capacitancia para las dos placas se calcula mediante la ecuación (4.26)

$$Cap = C \cdot long, \quad (4.26)$$

donde $long$ es la longitud de las placas, en este caso, de 0.875 mm. El barrido en frecuencia, que se realiza fuera del ciclo de MoM, va desde 0 a 3 GHz. La reactancia capacitiva se calcula con

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC}. \quad (4.27)$$

Si no se consideran las pérdidas en las placas, entonces, X_c , ecuación (4.27), se convierte en $Z_L = -jX_c$, la impedancia de carga para la sección de línea coaxial, y su valor se usa para calcular la impedancia de entrada, Z_{ent} , mediante

$$Z_{ent} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma l)}, \quad (4.28)$$

donde Z_0 es la impedancia característica de la línea coaxial con dieléctrico de aire y 3.5 mm de diámetro, γ es la constante de propagación y l es la longitud de la línea coaxial (4.375 mm). Los valores del parámetro S_{11} se obtienen de

$$S_{11} = \frac{Z_{ent} - Z_0}{Z_{ent} + Z_0}. \quad (4.29)$$

Finalmente, se realiza la simulación con FDTD en 3D. Los resultados se muestran en la Fig. 4.11 junto a aquellos de los otros dos métodos, para el mismo intervalo de frecuencias (0 a 3 GHz).

4.4.3 Conclusiones de la sección

Como se puede observar en la Fig. 4.11, hay una buena concordancia entre los resultados de la simulación con FDTD en 3D (línea magenta) y los resultados de los otros dos métodos, (el método variacional modificado por Dueñas en 2006, línea continua y cuadros en azul, y el método de simulación MoM estática [Dueñas, 2009a], línea discontinua y cruces en negro).

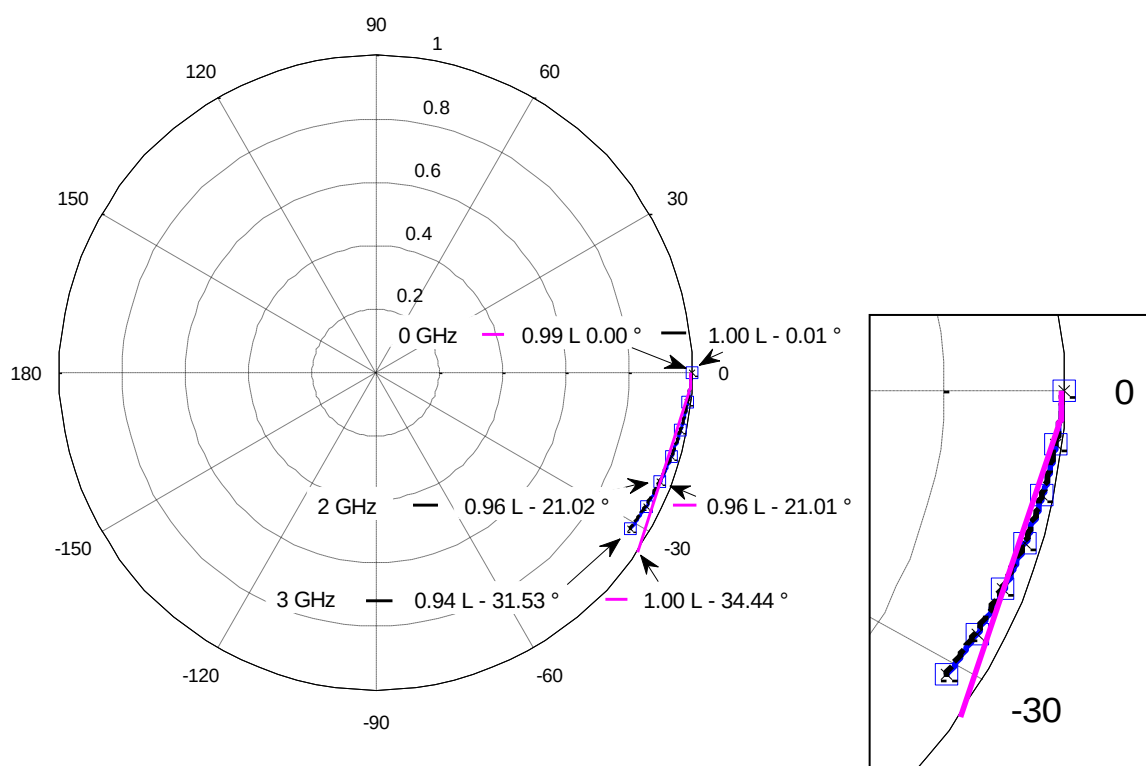


Figura 4.11. La línea coaxial de 3.5 mm conectada a una guía de onda circular ranurada terminada en circuito abierto. Resultado analítico obtenido por el método variacional (línea continua y cuadrados azul), resultado de la simulación MoM estática (línea discontinua y cruces en negro) y el resultado de la simulación con FDTD 3D (línea magenta).

De la Fig. 4.11 se puede ver que los valores del parámetro S_{11} para las frecuencias entre 0 y 2 GHz (banda L) coinciden muy bien, pero para las frecuencias de 2 a 3 GHz divergen, este efecto podría deberse a la dispersión numérica.

Sin embargo, es importante resaltar que para el mismo ancho de banda (0 a 3 GHz), la desviación de fase para el nuevo estándar es menor (de -34.44° a 3 GHz), comparada con la de los estándares previos (de -50.41° a 3 GHz para el primer estándar y de -44.93° a 3 GHz para el segundo estándar). Esto es bueno debido a que indica que para una misma frecuencia, el comportamiento de este estándar (el nuevo) es más cercano a un circuito abierto (0°). Lo cual es un buen punto de partida para mejoras tanto en la estructura del estándar como en el código de simulación.

Capítulo 5

Estudio de estructuras hexaportales

En este capítulo se presenta el análisis matemático de algunos de los arreglos hexaportales apropiados para la realización de un analizador de redes hexaportal de ancho de banda amplio.

5.1 Criterios para el diseño de un hexapuerto, propuestos por Engen y ampliados por Bilik

Como se demostrará posteriormente, los componentes empleados para la construcción de una red de seis puertos (desde bipuertos hasta hexapuertos), así como la manera en que éstos se interconectan para formar el arreglo hexaportal, definen los parámetros internos o constantes de calibración de dicha red. A partir de estas constantes, se obtienen ecuaciones que representan un sistema no lineal en tres dimensiones que se puede ser reducir a uno de dos dimensiones, mediante el diseño adecuado de la red hexaportal. En este sistema no lineal, para el caso de la medición de un DBP, se tienen tres ecuaciones que representan circunferencias y en cuya intersección, para el caso ideal, se localiza el valor del coeficiente de reflexión Γ_{DBP} . Por otra parte, para el caso de la calibración, en específico con la técnica de Yeo (1988), se obtienen cuatro planos, cada uno con tres circunferencias, en cuya intersección se encuentra una de las cuatro constantes de calibración complejas A_0 , A_1 , A_2 y A_3 (dando ocho de los once parámetros que caracterizan el hexapuerto). Los tres constantes restantes B_1 , B_2 y B_3 , se adquieren de las

tres relaciones de potencia, obtenidas de las lecturas de tres de los diodos, normalizadas a la lectura del cuarto diodo, cuando en el puerto de medición se conecta una carga acoplada.

A partir de estas constantes, se obtienen las ecuaciones conocidas como ecuaciones de trabajo (working equations, del inglés) [Bilik, 2005], que son las que relacionan la señal de potencia en los puertos de medición con el coeficiente de reflexión Γ_{DBP} y de donde se definen los centros y radios de las circunferencias. Para el caso de la medición, a estos centros, cuyos valores se mantienen fijos una vez que se define la estructura hexaportal, se les conoce como centros q . Los valores de las magnitudes y ángulos de estos centros son de suma importancia para la exactitud del instrumento de medición hexaportal, por lo que, después de varios estudios se llegaron a definir algunos criterios de diseño. Los criterios propuestos por Engen [Engen, 1977a], uno de los creadores de la reflectometría hexaportal, así como algunas consideraciones presentadas por Bilik [Bilik, 2005] se describen a continuación:

Criterios propuestos por Engen:

- 1.- Las magnitudes de los tres centros q deben ser iguales, y con valores entre 0.5 y 1.5 evitando valores cercanos a la unidad.
- 2.- La separación angular entre cada par de centros adyacentes debe ser de $\pm 120^\circ$.

Por otra parte, las recomendaciones propuestas por Bilik, algunas de las cuales coinciden con las presentadas por Dueñas en 1995 y que son una extensión de los criterios de Engen, a los que Bilik llama los Criterios para un Reflectómetro Hexaportal óptimo (SPRO por sus siglas en inglés) son:

Un SPR óptimo es aquel que es menos sensible a los errores de medición de los detectores de potencia. La interpretación gráfica de las ecuaciones de trabajo ya mencionadas, indica que esto se encuentra cercanamente ligado a las posiciones de los centros q . Bilik detecta intuitivamente los siguientes casos:

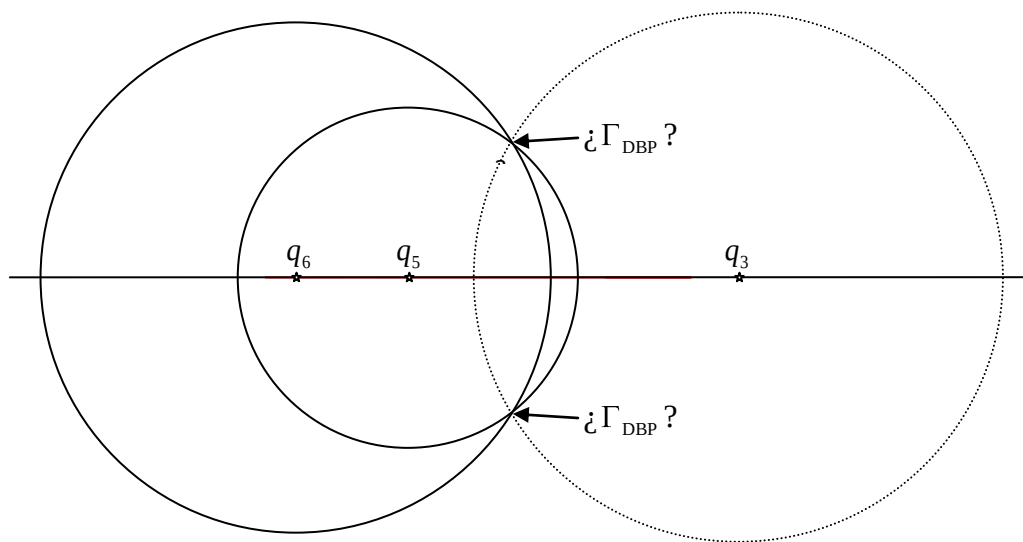


Figura 5.1. Situación crítica, todos los centros q sobre una misma línea.

El mejor caso se da cuando los centros q están acomodados simétricamente alrededor del coeficiente de reflexión que va a ser medido.

Una situación crítica ocurre cuando dos de los centros coinciden o cuando los tres centros se encuentran en una misma línea, esto resulta en dos soluciones probables e indistinguibles para el valor de Γ_{DBP} , de las que no es posible discernir cual es la verdadera, como se observa en la Fig. 5.1.

Sin embargo, como se puede deducir de la Fig. 5.1, en todos los casos, siempre existirán dos posibles valores para Γ_{DBP} , excepto en algunas situaciones especiales en las que sólo habrá un valor para Γ_{DBP} , como en aquella en la que las tres circunferencias fuesen tangentes, o sólo dos de ellas tangentes, siendo el punto de contacto de la tangencia el centro de la tercera (ésta última con radio igual a cero). Así, en los demás casos que no son situaciones especiales, el valor correcto de Γ_{DBP} no se puede identificar sin un conocimiento previo de las características del mismo, lo cual volvería innecesaria u ociosa a la medición y poco atractivo al instrumento de medición.

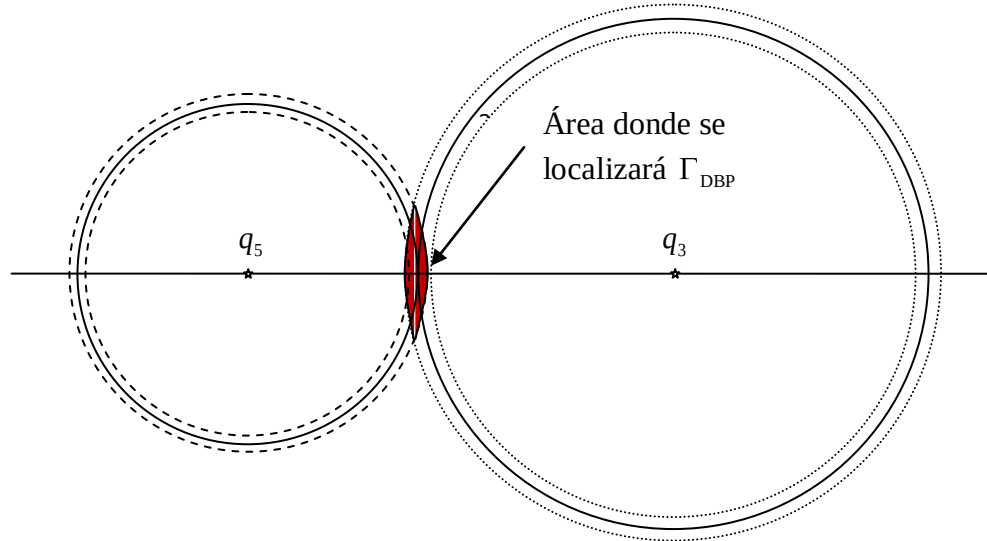


Figura 5.2. Área de incertidumbre que se genera debido a una disposición desfavorable de los centros q o a una localización desafortunada del Γ_{DBP} . Esta área en apariencia pequeña, es en realidad enorme porque es muy sensible a las variaciones en los radios que se deben al ruido (error).

Un caso mal condicionado, aunque no crítico, ocurre cuando el coeficiente de reflexión se encuentra muy cercano a uno de los centros q . Esto es porque en tal caso la potencia detectada P_i se aproxima a cero y el radio del círculo q se determina de hecho, solamente por las fluctuaciones de ruido (aquí la palabra ruido se refiere a las variaciones en el valor de los radios de los círculos q debido a errores de diferente índole como cambios indeseados en el nivel de la señal que detectan los sensores de potencia). Así, para círculos con radios más grandes y con un mismo nivel de ruido (error) existiría una afectación menor. Sin embargo, como lo demostró Engen (1977a), tampoco es recomendable tener radios con magnitudes muy grandes porque para valores de Γ_{DBP} cercanos a 0 (centro de la carta de Smith) la exactitud en la medición disminuye.

Un caso que también es desfavorable ocurre para coeficientes de reflexión que se encuentran sobre la línea que conecta a los centros de dos círculos q , cuyas circunferencias se tocan pero no se intersectan. En esta situación se genera una excesiva sensibilidad aun a pequeñas variaciones en los radios, como se muestra en la Fig. 5.2. Algunas de estas situaciones fueron estudiadas en [Dueñas, 1995], donde se comprobó que una buena distribución de los centros disminuye significativamente el área de incertidumbre en donde

se localiza el Γ_{DBP} . De esta manera, los criterios para el diseño de un reflectómetro hexaportal óptimo pueden resumirse de la siguiente manera:

- 1.- El detector de referencia deberá responder a la onda (señal) que incide sobre DBP.
- 2.- Las fases de los centros q deberán tener una diferencia de 120° entre sí.
- 3.- Las magnitudes de los centros q deberán tener un valor cercano a 2.

Los últimos dos criterios pueden también ser descritos de la siguiente manera: Los centros q deben ser los vértices de un triángulo equilátero cuyo centro se encuentre en el origen de los ejes coordenados del plano Γ_{DBP} y que toque o inscriba al círculo unitario. El diseño de un SPR se basa entonces en la determinación de los puntos q para una estructura dada y en un cumplimiento cercano, para el mejor ancho de banda posible, de los criterios ya mencionados.

Como una verificación al primer criterio propuesto por Engen, en el que recomienda magnitudes para los centros q entre 0.5 y 1.5, evitando valores de magnitud 1, a continuación se presenta una comparación entre las distancias desde dos centros q (uno localizado en $0.5 \angle 120^\circ$ (q') Fig. 5.3 y otro en $1.5 \angle 120^\circ$ (q'') Fig. 5.4) hasta los puntos donde se ubican los coeficientes de reflexión de siete DBP's pasivos diferentes.

Como se puede ver en ambas figuras (las cuales son graficas polares) las distancias desde los centros q' y q'' a los puntos g , d y b , son las distancias a las ubicaciones de los puntos que representan los coeficientes de reflexión del circuito corto (C), de la carga acoplada (Ac) y de circuito abierto (Ab), respectivamente, estándares comunes para la calibración en microondas.

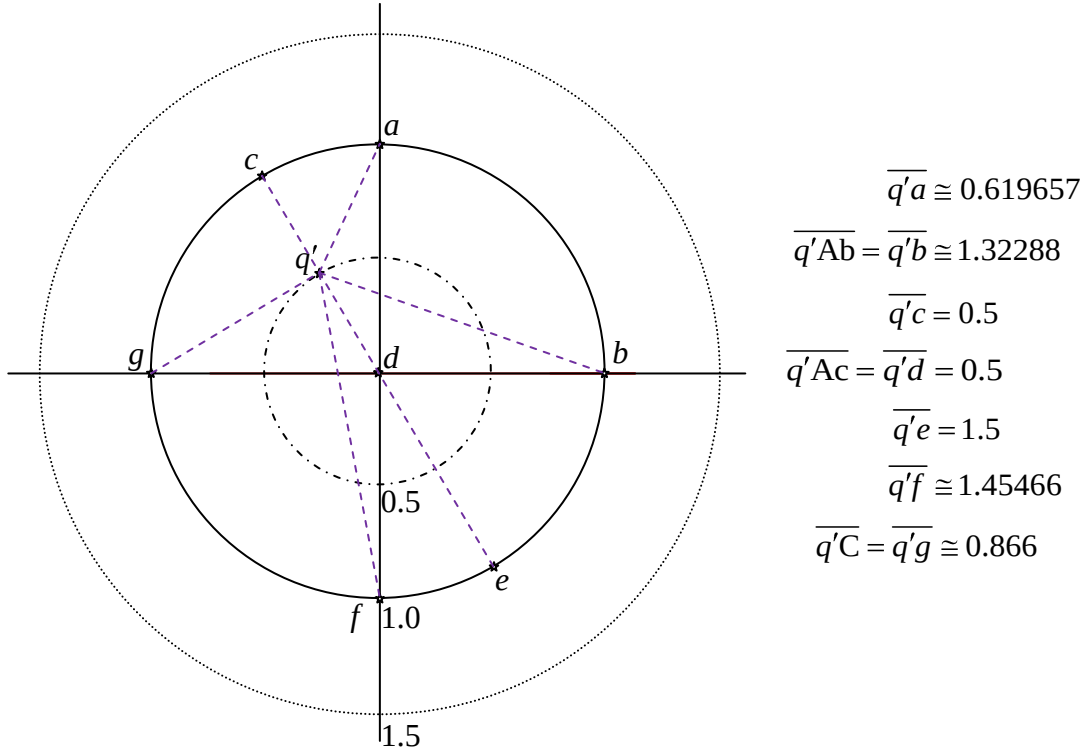


Figura 5.3. Búsqueda de la distancia mínima y máxima desde el centro q' (magnitud 0.5) a siete valores de Γ_{DBP} pasivos.

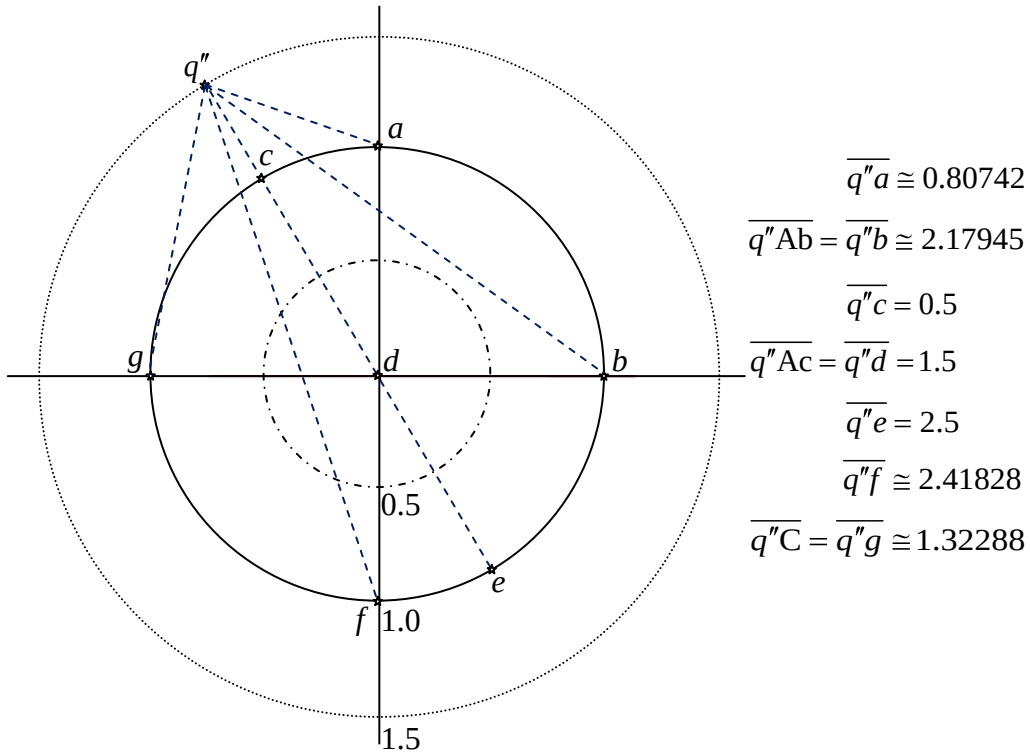


Figura 5.4. Búsqueda de la distancia mínima y máxima desde el centro q'' (magnitud 1.5) a siete valores de Γ_{DBP} pasivos.

Siguiendo un razonamiento similar y luego de llevar a cabo un sinnúmero de pruebas (aunque no exhaustivas por innecesarias), las longitudes de los radios desde los centros hasta el punto de ubicación del coeficiente de reflexión de cualquier carga pasiva son: para la Fig. 5.3 (centro q'), desde 0 hasta 1.5 (la longitud es 0 cuando el Γ_{DBP} y el centro se ubican en el mismo punto), y para la Fig. 5.4 (centro q'') desde 0.5 hasta 2.5.

De lo anterior, se puede deducir lo siguiente:

- Un centro q (q' en la Fig. 5.3) cuya magnitud sea igual o menor a 1, puede encontrarse a distancias (longitudes de los radios) muy pequeñas (y en un caso particular, igual a cero) de cualquier Γ_{DBP} pasivo. Estas longitudes pequeñas de los radios se verán más afectadas (sufrirán una variación mayor proporcionalmente hablando) por los errores en las lecturas de los diodos que las longitudes de los radios más grandes (para un nivel de error dado).
- Por otra parte, un centro q (q'' en la Fig. 5.4), cuya magnitud es mayor a la unidad (y por lo cual se ubica fuera del círculo unitario), siempre se encontrará a distancias (longitudes de los radios) mayores a cero de cualquier Γ_{DBP} pasivo.

Comparando las distancias mínimas y máximas de estos dos casos se tiene que:

- La distancia mínima desde el centro q'' (el de magnitud de 1.5), hasta el Γ_{DBP} pasivo más cercano es de 0.5 (la longitud de su radio más pequeño, ver Fig. 5.4). En este caso, ante presencia de error en la lectura (variación de la longitud del radio) que usualmente es de valor pequeño, radios con valores de longitud grandes, como los que se tienen en la Fig. 5.4, presentan una relación aceptable entre el valor ideal (la longitud del radio sin error) y el error. Por su parte, en el caso del centro q' (el de magnitud de 0.5) ver Fig. 5.3, la distancia mínima (la longitud de su radio más pequeño) es cero y por lo tanto el valor para esta relación (longitud del radio ideal entre el error del radio) sería cero.

- Para las distancias máximas, los radios miden 2.5 para q'' y 1.5 para q' lo cual ya permite, en ambos casos, que la afectación debida al error sea mucho menor.

Suponiendo que la variación de la longitud de un radio, (que se puede deber a errores causados por imperfecciones en la construcción de los componentes de la estructura hexaportal, o a redondeos numéricos, o a ruido gaussiano etc,) varía en ± 0.01 , entonces, se tendrían relaciones (entre el valor sin error y el valor del error) para las distancias mínimas de: $0.5/0.01=50$ y de $0/0.01=0$, así como de $2.5/0.01=250$ y de $1.5/0.01=150$ en las distancias máximas, para los centros de magnitudes 1.5 y 0.5, respectivamente. De lo anterior se puede concluir, que el mejor de los casos para el centro q' , tiene una relación 60% menor que para la del centro q'' .

Si se evalúan estas relaciones para los casos específicos de una carga en circuito corto, una carga acoplada y una carga en circuito abierto, resultan los siguientes valores para el centro q' : $0.866/0.01=86.6$, $0.5/0.01=50$ y $1.32288/0.01=132.288$ y los siguientes para el centro q'' : $1.32288/0.01=132.288$, $1.5/0.01=150$ y $2.17945/0.01=217.945$, en ese mismo orden. Confirmándose así, como antes, que en el mejor de los casos, la mayor afectación para el caso del centro en 1.5 es la menor del caso del centro en 0.5. Finalmente, de lo antes mencionado se colige, que las magnitudes de los centros q deben encontrarse entre 1.5 y 2.

Con respecto al primer criterio propuesto por Bilik, en el que indica que el detector de referencia sólo debe responder a la onda incidente en el DBP, se debe puntualizar aquí que para ningún dispositivo o circuito físico (real) es posible tener un aislamiento perfecto entre sus señales por lo que, en la práctica no existen separadores de señal (tripuertos, cuatripuertos, etc.) que separen sólo la señal deseada, descartando totalmente cualquier otra señal. A pesar de esto, un buen acoplador direccional podrá proveer un aislamiento suficientemente bueno como para poder considerar despreciable la señal no deseada. Lo anterior posibilita que para algunos arreglos hexaportales se pueda considerar al valor de la constante C como cero (C es una de las constantes de calibración de los dos

reflectómetros que constituyen al analizador de redes hexaportal, ver sección A.2). El considerar a la constante C igual a cero simplifica la matemática del sistema ya que reduce el problema de tres a dos dimensiones.

La justificación para definir un valor específico para la separación angular entre los centros q adyacentes es compleja y no se detalla aquí, pero en su lugar se presenta una evaluación gráfica en el apéndice B. Basándose en este apéndice se puede generar una figura (Fig. 5.5) en la que se compendian las áreas de incertidumbre para cinco DBPs pasivos. Estos DBPs son el circuito abierto (Punto A), la carga acoplada (Punto B), la carga con reactancia inductiva unitaria (Punto C), la carga con reactancia capacitiva unitaria (Punto D) y el circuito corto (Punto E). Las áreas de incertidumbre se obtienen al considerar variaciones de $\pm 5\%$ en las longitudes de los radios y separaciones angulares de $\pm 30^\circ$, $\pm 60^\circ$, $\pm 90^\circ$ y $\pm 120^\circ$ entre centros q con magnitud de 1.5.

En la Fig. 5.5, las áreas de incertidumbre para las diversas separaciones angulares se identifican mediante perímetros de diferente color: las que corresponden a una separación angular de $\pm 30^\circ$ son verdes, las de $\pm 60^\circ$, son azules, las de $\pm 90^\circ$ son rojas y por último, las de $\pm 120^\circ$ son moradas. De la Fig. 5.5, se puede ver que las mejores opciones de posicionamiento angular están entre $\pm 60^\circ$ y $\pm 120^\circ$ (que son las que generan las áreas más pequeñas).

Sin embargo, para que exista una distribución simétrica de las longitudes de los radios, (con respecto a los cinco coeficientes de reflexión pasivos), la separación angular de $\pm 60^\circ$ requeriría de seis centros (una red de nonaportal) y la separación angular de $\pm 90^\circ$ de cuatro centros (una red heptaportal).

Por lo anterior, la mejor opción, para un arreglo hexaportal, cuatro diodos detectores y tres relaciones de potencia (cuya matemática genera tres circunferencias), es una separación equidistante de $\pm 120^\circ$.

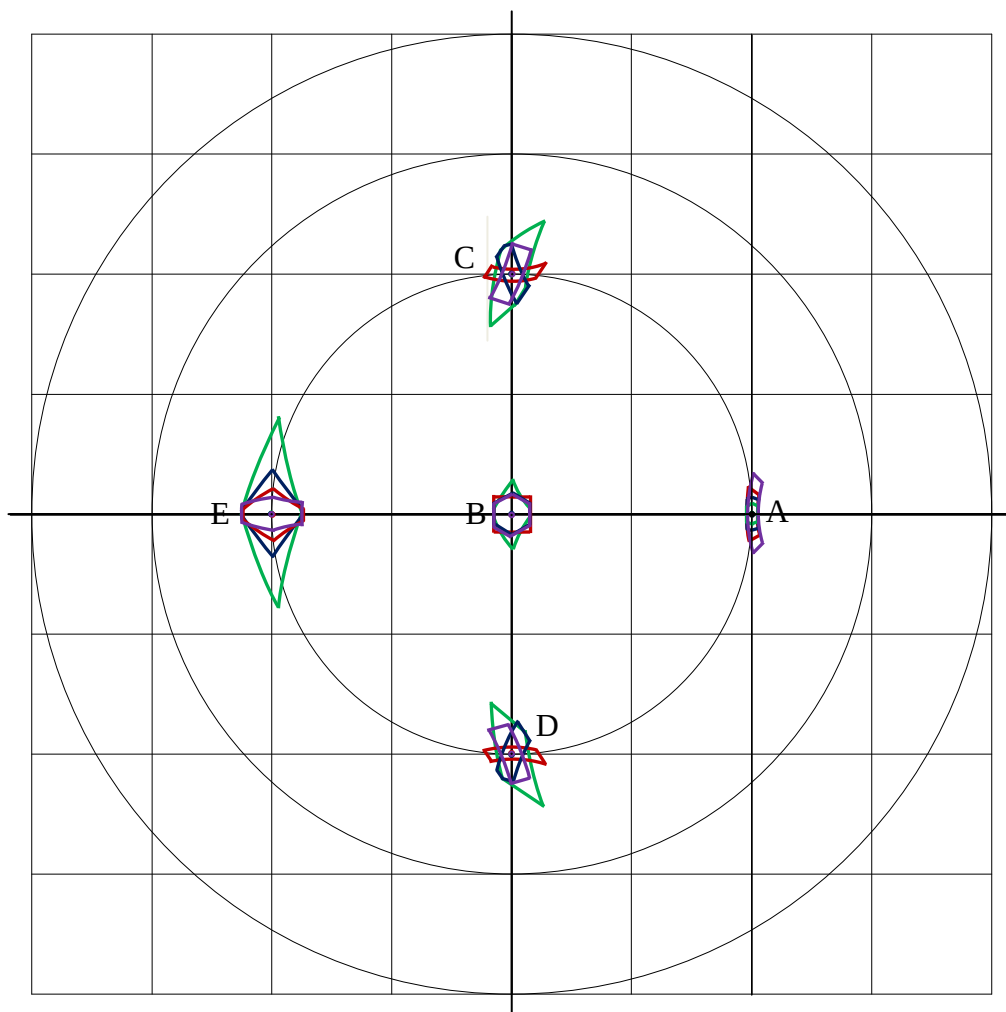


Figura 5.5. Áreas de incertidumbre para cinco DBPs pasivos. Circuito abierto (A), carga acoplada (B), reactancia inductiva unitaria (C), reactancia capacitiva unitaria (D) y circuito corto (E). Los perímetros de color verde corresponden a una separación angular de $\pm 30^\circ$, los de color azul de $\pm 60^\circ$, los de color rojo de $\pm 90^\circ$ y los de color morado de $\pm 120^\circ$, entre los centros q con magnitud de 1.5.

Más adelante se presentan las longitudes mínimas y máximas de cada uno de los radios y de la suma total de estos, para los tres centros q entre los cuales existe una separación de 120° . Considerando las recomendaciones anteriores, se evalúan estas distancias para centros con magnitud de 1.5 (Q' en la Fig. 5.6), y magnitud de 2 (Q'' en la Fig. 5.7).

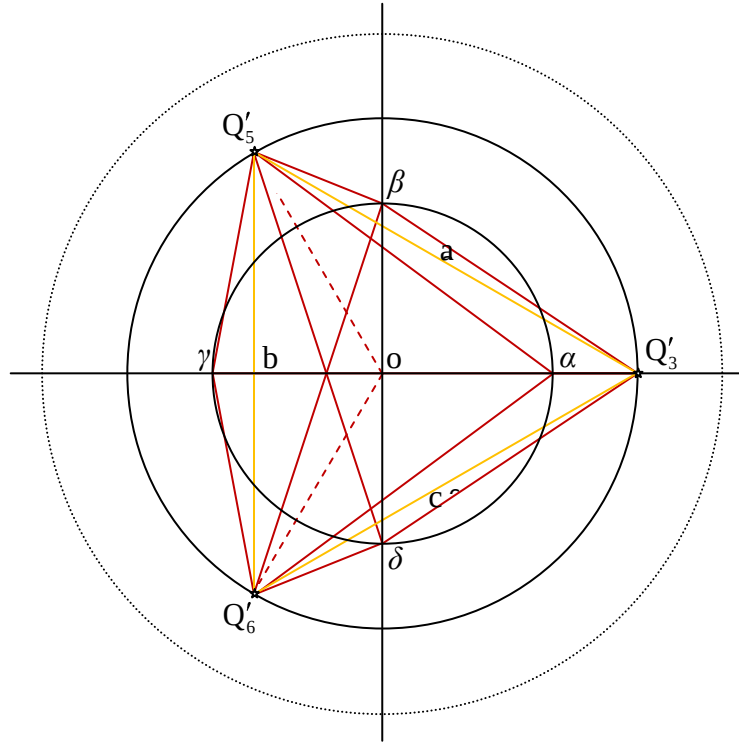


Figura 5.6. Distancias mínimas y máximas desde los centros Q' (con magnitud 1.5 y separación angular de 120°) a cinco cargas pasivas.

Para centros q con magnitud de 1.5 y separación angular de 120° (Q' en la Fig. 5.6), donde $a = b = c = \sqrt{6.75} \cong 2.598$, son las distancias entre los centros Q' . A continuación se presentan las longitudes desde cada uno de los centros a los cinco puntos de los DBPs pasivos.

$$\overline{Q'_3 o} = 1.5$$

$$\overline{Q'_3 \alpha} = 0.5$$

$$\overline{Q'_3 \beta} = \sqrt{3.25} \cong 1.8028$$

$$\overline{Q'_3 \gamma} = 2.50$$

$$\overline{Q'_3 \delta} = \sqrt{3.25} \cong 1.8028$$

$$\overline{Q'_5 o} = 1.5$$

$$\overline{Q'_5 \alpha} = \sqrt{4.75} \cong 2.17945$$

$$\overline{Q'_5 \beta} \cong 0.807418$$

$$\overline{Q'_5 \gamma} = \sqrt{1.75} \cong 1.32288$$

$$\overline{Q'_5 \delta} \cong 2.41828$$

$$\overline{Q'_6 o} = 1.5$$

$$\overline{Q'_6 \alpha} = \sqrt{4.75} \cong 2.17945$$

$$\overline{Q'_6 \beta} \cong 2.41828$$

$$\overline{Q'_6 \gamma} = \sqrt{1.75} \cong 1.32288$$

$$\overline{Q'_6 \delta} \cong 0.807418$$

La longitud de cualquiera de los radios, para cargas pasivas, varía desde 0.5 hasta 2.5. La suma de las longitudes de los tres radios, varía desde 4.50 (para un Γ_{DBP} en el centro de la gráfica polar, correspondiente a una carga acoplada) hasta $\cong 5.1457513$ (para un Γ_{DBP} en el extremo opuesto de una línea recta que inicia en cualquier centro Q' , pasa por el origen y termina en un punto sobre el círculo unitario mismo. Lo anterior se puede expresar matemáticamente como

$$0.5 \leq r \leq 2.5 \quad (5.1)$$

$$4.50 \leq \sum_{i=1}^3 r_i \leq 5.1457513 \quad (5.2)$$

Para centros q con magnitud de 2 y separación angular de 120° (Q'' en la Fig. 5.7), donde $A = B = C = \sqrt{12} \cong 3.4641$, son las distancias entre los centros Q'' .

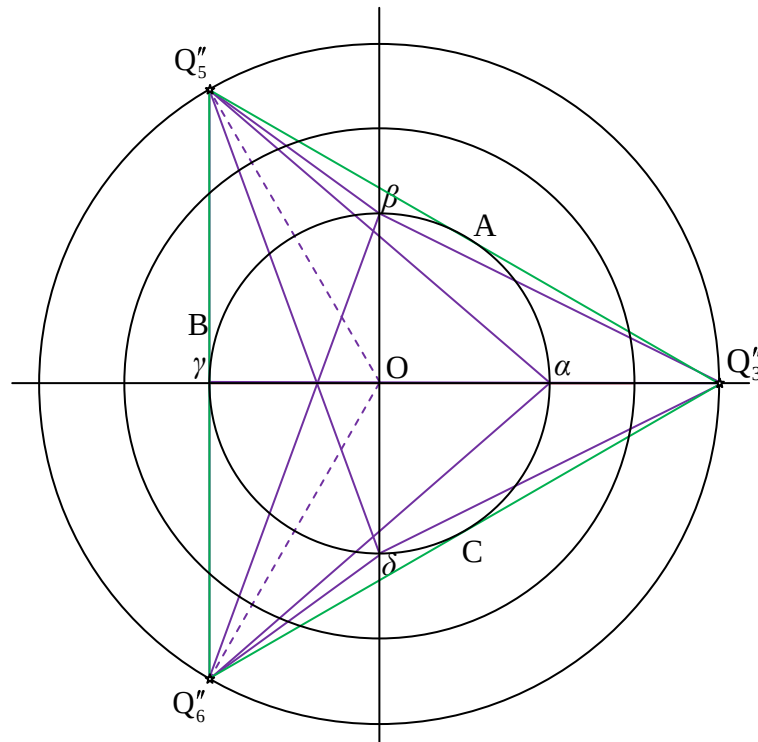


Figura 5.7. Distancias mínimas y máximas desde los centros Q'' (con magnitud 2.0 y separación angular de 120°) a cinco cargas pasivas.

A continuación se presentan las longitudes desde cada uno de los centros a los cinco puntos de los DBPs pasivos.

$\overline{Q_3''O} = 2.0$	$\overline{Q_5''O} = 2.0$	$\overline{Q_6''O} = 2.0$
$\overline{Q_3''\alpha} = 1.0$	$\overline{Q_5''\alpha} = \sqrt{7} \cong 2.64575$	$\overline{Q_6''\alpha} = \sqrt{7} \cong 2.64575$
$\overline{Q_3''\beta} = \sqrt{5} \cong 2.236068$	$\overline{Q_5''\beta} \cong 1.239313675$	$\overline{Q_6''\beta} \cong 2.9093129$
$\overline{Q_3''\gamma} = 3.0$	$\overline{Q_5''\gamma} = \sqrt{3} \cong 1.7320508$	$\overline{Q_6''\gamma} = \sqrt{3} \cong 1.7320508$
$\overline{Q_3''\delta} = \sqrt{5} \cong 2.236068$	$\overline{Q_5''\delta} \cong 2.9093129$	$\overline{Q_6''\delta} \cong 1.239313675$

La longitud de cualquiera de los radios, para cargas pasivas, varía desde 1.0 hasta 3.0. La suma de las longitudes de los tres radios, varía desde 6.0 (para un Γ_{DBP} en el centro de la gráfica polar, correspondiente a una carga acoplada) hasta $\cong 6.464101615$ (para un Γ_{DBP} en el extremo opuesto de una línea recta que inicia en cualquier centro Q'' , pasa por el origen y termina en un punto sobre el círculo unitario mismo. Lo anterior se puede expresar matemáticamente como

$$1.0 \leq r \leq 3.0 \quad (5.3)$$

$$6.0 \leq \sum_{i=1}^3 r_i \leq 6.464101615 \quad (5.4)$$

Aunque los anteriores criterios de diseño, propuestos por Engen, Bilik y Dueñas, dan una guía para obtener las mejores características de funcionamiento de un hexapuerto, el obtener arreglos hexaportales que los cumplan no siempre es posible, como se verá posteriormente, pero aún estos diseños imperfectos permiten un funcionamiento aceptable dentro de un ancho de banda amplio. El obtener una estructura de seis puertos que cumpla con todos estos criterios es relativamente fácil, pero solo se pueden lograr dentro de un ancho de banda angosto.

5.2 Análisis matricial y estudio de algunas estructuras

Existen varios tipos de estructuras hexaportales para anchos de banda amplios (varios GHz). La mayoría de éstas [Hoer, 1977, Li, 1983, Bergeault, 1990, Liu, 1995, Li, 1996, Xiao, 2003, Yang, 2007, Winter, 2008, etc.] se basan en la distribución propuesta por Engen. Por tanto, la evaluación de los cuatripuertos constitutivos de éstas estructuras se realizará tomando en cuenta los tipos de cuatripuertos, su ubicación en la estructura y las configuraciones presentadas por Engen (a menos de que se indique otra cosa). En la Fig. 5.8 se presenta una estructura hexaportal con una conformación general, que servirá de base para realizar un análisis posterior que permitirá de una manera más fácil evaluar cualquier estructura en particular.

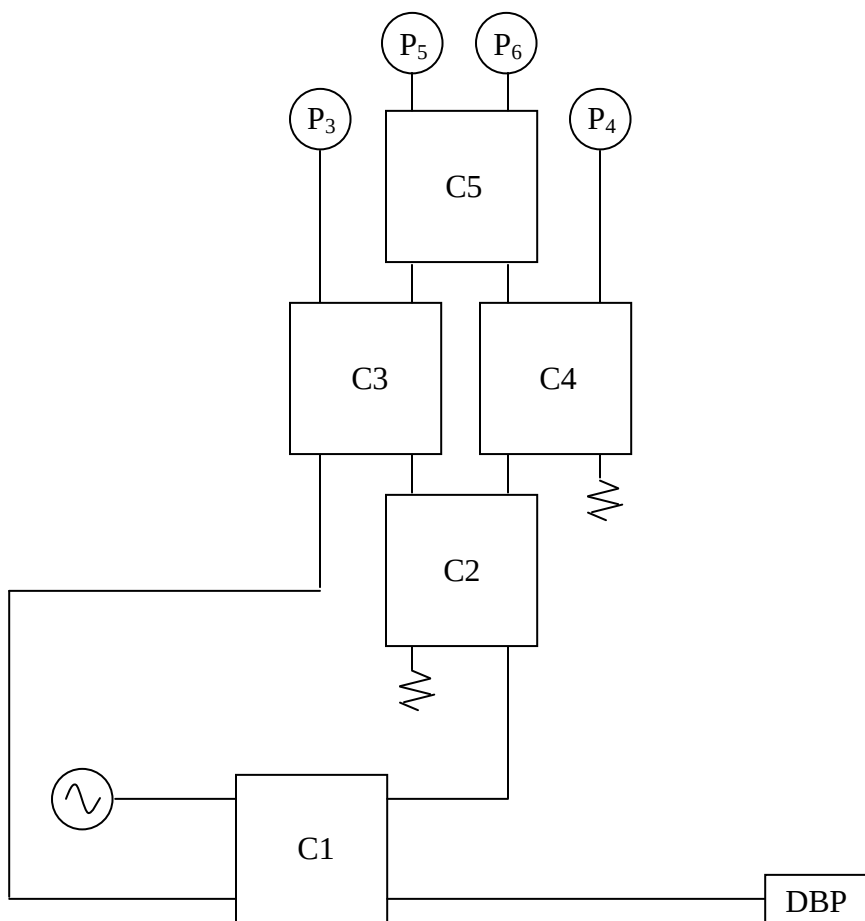
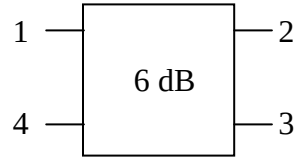
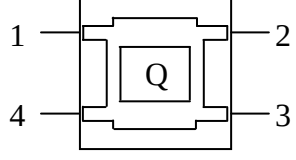


Figura 5.8. Estructura Hexaportal General.

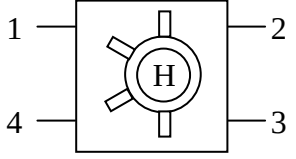
A continuación se muestran las matrices de los tres tipos de acopladores direccionales empleados en las propuestas presentadas por Engen, el acoplador direccional de 6dB, el acoplador de cuadratura (Q) y el acoplador de 180° o “de carrera de rata” (H).



$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & \beta \\ \beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & \beta & \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$



$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{j}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{j}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\frac{j}{\sqrt{2}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{j}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$



$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{j}{\sqrt{2}} & -\frac{j}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{j}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{j}{\sqrt{2}} \\ -\frac{j}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\frac{j}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{j}{\sqrt{2}} & -\frac{j}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \gamma & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \delta \\ \gamma & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \delta & \gamma & 0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

donde $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\beta = \frac{1}{2}$, $\gamma = -\frac{j}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 270^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle -90^\circ$, $\varepsilon = -\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 180^\circ$,

$\delta = \frac{j}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 90^\circ$.

Para estos tres tipos de cuatripuertos que propone Engen se puede considerar una matriz de dispersión general dada por:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

donde para un acoplador direccional de 6dB $\pi = \alpha$, $\lambda = \varsigma = \beta$, para un acoplador direccional de 3dB en cuadratura (Q) $\pi = \gamma$, $\lambda = \varsigma = \varepsilon$ y para un acoplador direccional de 3dB en 180° (H) $\pi = \varsigma = \gamma$, $\lambda = \delta$.

Con base en la representación matricial anterior, a continuación se muestran las propiedades de separación de señal de algunos de los acomodos más usuales para los cuatripuertos que conforman a las estructuras hexaportales. Los casos aquí presentados son todas las posiciones posibles para los cuatripuertos en la estructura general. Estos casos cumplirían con el funcionamiento esperado según la propuesta de Engen.

5.2.1 Análisis individual de los cuatripuertos de la estructura hexaportal general

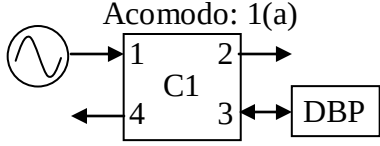
En esta subsección se realiza el análisis individual (independiente) de cada uno de los cuatripuertos que componen a la estructura hexaportal general sin considerar la interacción entre ellos. Para realizar este análisis se supone que sólo existe una señal (ya sea incidente o reflejada) en cada uno de sus puertos (excepto en los que se conectan el generador y el DBP). Esto es así, debido a que se supone que todas las conexiones entre los cuatripuertos, y entre éstos y los diodos detectores, presentan un acoplamiento perfecto. Esta consideración es válida debido a que tanto el generador, como los cuatripuertos y los diodos se fabrican para un mismo valor de impedancia característica (usualmente 50 Ohms) y sus valores de impedancia reales estarán muy cercanos entre sí generando entre éstos reflexiones que serán poco significativas y por lo tanto descartables. Sin embargo, existen dos casos especiales en que existen dos señales. Uno se presenta cuando aun a pesar de la

suposición de un acoplamiento perfecto entre el generador y el cuatripuerto, existe una señal que incide sobre el generador y que se debe a la transferencia de una parte de la señal que se refleja en el DBP. El otro caso (que es obvio), sucede cuando el DBP que se conecta al cuatripuerto no está acoplado.

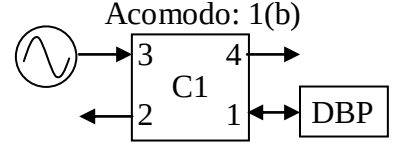
El análisis se realiza individualmente para cada uno de los cinco cuatripuertos generales (ver Fig. 5.8) de la manera siguiente:

- 1.- Primero, se analizan todos los posibles acomodos de los elementos que se conectan al cuatripuerto general que se encuentra bajo análisis (estructuras separadoras de señal n -portales, diodos detectores de potencia o el generador y el DBP), dependiendo de la ubicación de éste cuatripuerto en la estructura hexaportal general (ver Fig. 5.8).
- 2.- Luego, con base en lo anterior, se definen cuales de las señales (incidentes a y reflejadas b) deberán tener un valor de cero y cuáles no.
- 3.- Enseguida estos valores se introducen dentro de los vectores de las señales incidentes a y reflejadas b de la ecuación 5.8, obteniendo así, la matriz general para el cuatripuerto en cuestión.
- 4.- Finalmente, se particularizan los elementos de la matriz al sustituir las constantes π , ζ y λ por los valores correspondientes según el tipo de cuatripuerto deseado (6dB, Q y H). De esta manera se obtienen las ecuaciones para las señales de salida (reflejadas b) para ese tipo de cuatripuerto.

A continuación se muestran las posibilidades únicas de posicionamiento de los elementos que se mencionan en el punto 1, para el cuatripuerto C1. En este caso, se encontraron cuatro acomodos, de los cuales sólo dos generan ecuaciones diferentes:



$$a_2^{C1} = 0, \quad a_4^{C1} = 0,$$



matriz general:

$$\begin{bmatrix} b_1^{C1} \\ b_2^{C1} \\ b_3^{C1} \\ b_4^{C1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{C1} \\ 0 \\ a_3^{C1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} b_1^{C1} = \varsigma a_3^{C1} \\ b_2^{C1} = \pi a_1^{C1} \\ b_3^{C1} = \varsigma a_1^{C1} \\ b_4^{C1} = \pi a_3^{C1} \end{matrix}, \quad (5.9)$$

señales reflejadas para los tres cuatrupuertos:

6dB

Q

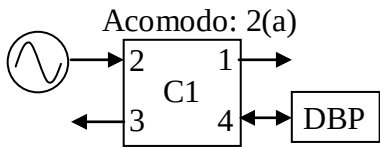
H

$$b_1^{C1} = \beta a_3^{C1} = \left(\frac{1}{2}\right) a_3^{C1} \quad b_1^{C1} = \varepsilon a_3^{C1} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C1} \quad b_1^{C1} = \gamma a_3^{C1} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C1}, \quad (5.10)$$

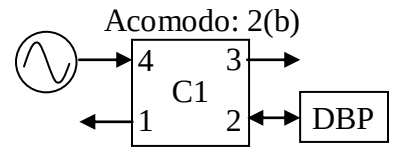
$$b_2^{C1} = \alpha a_1^{C1} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_1^{C1} \quad b_2^{C1} = \gamma a_1^{C1} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_1^{C1} \quad b_2^{C1} = \gamma a_1^{C1} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_1^{C1}, \quad (5.11)$$

$$b_3^{C1} = \beta a_1^{C1} = \left(\frac{1}{2}\right) a_1^{C1} \quad b_3^{C1} = \varepsilon a_1^{C1} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_1^{C1} \quad b_3^{C1} = \gamma a_1^{C1} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_1^{C1}, \quad (5.12)$$

$$b_4^{C1} = \alpha a_3^{C1} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_3^{C1} \quad b_4^{C1} = \gamma a_3^{C1} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C1} \quad b_4^{C1} = \gamma a_3^{C1} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C1}. \quad (5.13)$$



$$a_1^{C1} = 0, \quad a_3^{C1} = 0,$$



matriz general:

$$\begin{bmatrix} b_1^{C1} \\ b_2^{C1} \\ b_3^{C1} \\ b_4^{C1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_2^{C1} \\ 0 \\ a_4^{C1} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} b_1^{C1} = \pi a_2^{C1} \\ b_2^{C1} = \lambda a_4^{C1} \\ b_3^{C1} = \pi a_4^{C1} \\ b_4^{C1} = \lambda a_2^{C1} \end{matrix}, \quad (5.14)$$

señales reflejadas para los tres cuatripuertos:

$$\begin{array}{ccc} \text{6dB} & \text{Q} & \text{H} \\ b_1^{C1} = \alpha a_2^{C1} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_2^{C1} & b_1^{C1} = \gamma a_2^{C1} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C1} & b_1^{C1} = \gamma a_2^{C1} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C1}, \end{array} \quad (5.15)$$

$$\begin{array}{ccc} b_2^{C1} = \beta a_4^{C1} = \left(\frac{1}{2}\right) a_4^{C1} & b_2^{C1} = \varepsilon a_4^{C1} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C1} & b_2^{C1} = \delta a_4^{C1} = \left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C1}, \end{array} \quad (5.16)$$

$$\begin{array}{ccc} b_3^{C1} = \alpha a_4^{C1} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_4^{C1} & b_3^{C1} = \gamma a_4^{C1} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C1} & b_3^{C1} = \gamma a_4^{C1} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C1}, \end{array} \quad (5.17)$$

$$\begin{array}{ccc} b_4^{C1} = \beta a_2^{C1} = \left(\frac{1}{2}\right) a_2^{C1} & b_4^{C1} = \varepsilon a_2^{C1} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C1} & b_4^{C1} = \delta a_2^{C1} = \left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C1}. \end{array} \quad (5.18)$$

Señales de salida b_1^{C1} , b_2^{C1} , b_3^{C1} y b_4^{C1} en los cuatripuertos 6dB, Q y H, para todas las posibilidades de acomodo de los puertos de C1:

Acomodo: 1(a) Puerto: 1 Señal: βa_3^{C1} Puerto: 2 Señal: αa_1^{C1}

Acomodo: 1(a) Puerto: 3 Señal: βa_1^{C1} Puerto: 4 Señal: αa_3^{C1}

Acomodo: 1(b) Puerto: 1 Señal: βa_3^{C1} Puerto: 2 Señal: αa_1^{C1}

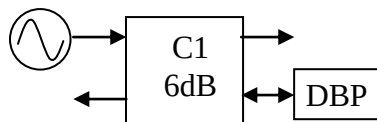
Acomodo: 1(b) Puerto: 3 Señal: βa_1^{C1} Puerto: 4 Señal: αa_3^{C1}

Acomodo: 2(a) Puerto: 1 Señal: αa_2^{C1} Puerto: 2 Señal: βa_4^{C1}

Acomodo: 2(a) Puerto: 3 Señal: αa_4^{C1} Puerto: 4 Señal: βa_2^{C1}

Acomodo: 2(b) Puerto: 1 Señal: αa_2^{C1} Puerto: 2 Señal: βa_4^{C1}

Acomodo: 2(b) Puerto: 3 Señal: αa_4^{C1} Puerto: 4 Señal: βa_2^{C1}



Acomodo: 1(a) Puerto: 1 Señal: εa_3^{C1} Puerto: 2 Señal: γa_1^{C1}

Acomodo: 1(a) Puerto: 3 Señal: εa_1^{C1} Puerto: 4 Señal: γa_3^{C1}

Acomodo: 1(b) Puerto: 1 Señal: εa_3^{C1} Puerto: 2 Señal: γa_1^{C1}

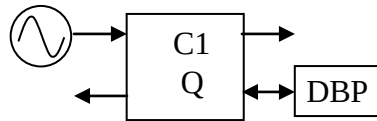
Acomodo: 1(b) Puerto: 3 Señal: εa_1^{C1} Puerto: 4 Señal: γa_3^{C1}

Acomodo: 2(a) Puerto: 1 Señal: γa_2^{C1} Puerto: 2 Señal: εa_4^{C1}

Acomodo: 2(a) Puerto: 3 Señal: γa_4^{C1} Puerto: 4 Señal: εa_2^{C1}

Acomodo: 2(b) Puerto: 1 Señal: γa_2^{C1} Puerto: 2 Señal: εa_4^{C1}

Acomodo: 2(b) Puerto: 3 Señal: γa_4^{C1} Puerto: 4 Señal: εa_2^{C1}



Acomodo: 1(a) Puerto: 1 Señal: γa_3^{C1} Puerto: 2 Señal: γa_1^{C1}

Acomodo: 1(a) Puerto: 3 Señal: γa_1^{C1} Puerto: 4 Señal: γa_3^{C1}

Acomodo: 1(b) Puerto: 1 Señal: γa_3^{C1} Puerto: 2 Señal: γa_1^{C1}

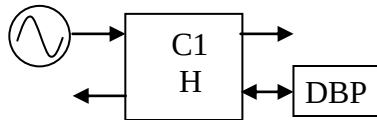
Acomodo: 1(b) Puerto: 3 Señal: γa_1^{C1} Puerto: 4 Señal: γa_3^{C1}

Acomodo: 2(a) Puerto: 1 Señal: γa_2^{C1} Puerto: 2 Señal: δa_4^{C1}

Acomodo: 2(a) Puerto: 3 Señal: γa_4^{C1} Puerto: 4 Señal: δa_2^{C1}

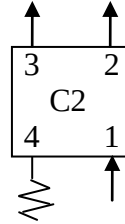
Acomodo: 2(b) Puerto: 1 Señal: γa_2^{C1} Puerto: 2 Señal: δa_4^{C1}

Acomodo: 2(b) Puerto: 3 Señal: γa_4^{C1} Puerto: 4 Señal: δa_2^{C1}



A continuación se muestran las posibilidades únicas de posicionamiento de los elementos que se mencionan en el punto 1, para el cuatripuerto C2. En este caso, se encontraron los siguientes cuatro acomodos con ecuaciones diferentes:

Acomodo: 1



$$b_1^{C2} = 0, \quad a_2^{C2} = 0, \quad a_3^{C2} = 0, \quad a_4^{C2} = 0,$$

matriz general:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{C2} \\ b_3^{C2} \\ b_4^{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{C2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} 0 &= 0 \\ b_2^{C2} &= \pi a_1^{C2} \\ b_3^{C2} &= \varsigma a_1^{C2} \\ b_4^{C2} &= 0 \end{aligned} \quad (5.19)$$

señales reflejadas para los tres cuatripuertos:

6dB

Q

H

$$0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0,$$

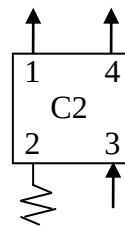
$$(5.20)$$

$$b_2^{C2} = \alpha a_1^{C2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) a_1^{C2} \quad b_2^{C2} = \gamma a_1^{C2} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C2} \quad b_2^{C2} = \gamma a_1^{C2} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C2}, \quad (5.21)$$

$$b_3^{C2} = \beta a_1^{C2} = \left(\frac{1}{2} \right) a_1^{C2} \quad b_3^{C2} = \varepsilon a_1^{C2} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C2} \quad b_3^{C2} = \gamma a_1^{C2} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C2}, \quad (5.22)$$

$$b_4^{C2} = 0 \quad b_4^{C2} = 0 \quad b_4^{C2} = 0. \quad (5.23)$$

Acomodo: 2



$$a_1^{C2} = 0, \quad a_2^{C2} = 0, \quad b_3^{C2} = 0, \quad a_4^{C2} = 0,$$

matriz general:

$$\begin{bmatrix} b_1^{C2} \\ b_2^{C2} \\ 0 \\ b_4^{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3^{C2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} b_1^{C2} = \varsigma a_3^{C2} \\ b_2^{C2} = 0 \\ 0 = 0 \\ b_4^{C2} = \pi a_3^{C2} \end{matrix}, \quad (5.24)$$

señales reflejadas para los tres cuatripuertos:

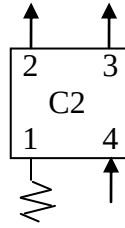
$$\begin{matrix} \text{6dB} & \text{Q} & \text{H} \\ b_1^{C2} = \beta a_3^{C2} = \left(\frac{1}{2}\right) a_3^{C2} & b_1^{C2} = \varepsilon a_3^{C2} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C2} & b_1^{C2} = \gamma a_3^{C2} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C2}, \end{matrix} \quad (5.25)$$

$$b_2^{C2} = 0 \quad b_2^{C2} = 0 \quad b_2^{C2} = 0, \quad (5.26)$$

$$0 = 0 \quad 0 = 0 \quad 0 = 0, \quad (5.27)$$

$$b_4^{C2} = \alpha a_3^{C2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_3^{C2} \quad b_4^{C2} = \gamma a_3^{C2} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C2} \quad b_4^{C2} = \gamma a_3^{C2} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C2}. \quad (5.28)$$

Acomodo: 3



$$a_1^{C2} = 0, \quad a_2^{C2} = 0, \quad a_3^{C2} = 0, \quad b_4^{C2} = 0,$$

matriz general:

$$\begin{bmatrix} b_1^{C2} \\ b_2^{C2} \\ b_3^{C2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_4^{C2} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} b_1^{C2} = 0 \\ b_2^{C2} = \lambda a_4^{C2} \\ b_3^{C2} = \pi a_4^{C2} \\ 0 = 0 \end{matrix}, \quad (5.29)$$

señales reflejadas para los tres cuatripuertos:

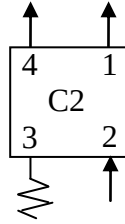
$$\begin{matrix} \text{6dB} & \text{Q} & \text{H} \\ b_1^{C2} = 0 & b_1^{C2} = 0 & b_1^{C2} = 0, \end{matrix} \quad (5.30)$$

$$b_2^{C2} = \beta a_4^{C2} = \left(\frac{1}{2}\right) a_4^{C2} \quad b_2^{C2} = \varepsilon a_4^{C2} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C2} \quad b_2^{C2} = \delta a_4^{C2} = \left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C2}, \quad (5.31)$$

$$b_3^{C2} = \alpha a_4^{C2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_4^{C2} \quad b_3^{C2} = \gamma a_4^{C2} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C2} \quad b_3^{C2} = \gamma a_4^{C2} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C2}, \quad (5.32)$$

$$0=0 \quad 0=0 \quad 0=0. \quad (5.33)$$

Acomodo: 4



$$a_1^{C2} = 0, \quad b_2^{C2} = 0, \quad a_3^{C2} = 0, \quad a_4^{C2} = 0,$$

matriz general:

$$\begin{bmatrix} b_1^{C2} \\ 0 \\ b_3^{C2} \\ b_4^{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_2^{C2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} b_1^{C2} = \pi a_2^{C2} \\ 0 = 0 \\ b_3^{C2} = 0 \\ b_4^{C2} = \lambda a_2^{C2} \end{matrix}, \quad (5.34)$$

señales reflejadas para los tres cuatripuertos:

6dB

Q

H

$$b_1^{C2} = \alpha a_2^{C2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_2^{C2} \quad b_1^{C2} = \gamma a_2^{C2} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C2} \quad b_1^{C2} = \gamma a_2^{C2} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C2}, \quad (5.35)$$

$$0=0 \quad 0=0 \quad 0=0, \quad (5.36)$$

$$b_3^{C2} = 0 \quad b_3^{C2} = 0 \quad b_3^{C2} = 0, \quad (5.37)$$

$$b_4^{C2} = \beta a_2^{C2} = \left(\frac{1}{2}\right) a_2^{C2} \quad b_4^{C2} = \varepsilon a_2^{C2} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C2} \quad b_4^{C2} = \delta a_2^{C2} = \left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C2}. \quad (5.38)$$

Señales de salida b_1^{C2} , b_2^{C2} , b_3^{C2} y b_4^{C2} en los cuatripuertos 6dB, Q y H, para todas las posibilidades de acomodo de los puertos de C2:

Acomodo: 1 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: αa_1^{C2}

Acomodo: 1 Puerto: 3 Señal: βa_1^{C2} Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2 Puerto: 1 Señal: βa_3^{C2} Puerto: 2 Señal: 0 V

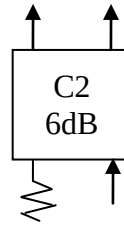
Acomodo: 2 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: αa_3^{C2}

Acomodo: 3 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: βa_4^{C2}

Acomodo: 3 Puerto: 3 Señal: αa_4^{C2} Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 4 Puerto: 1 Señal: αa_2^{C2} Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 4 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: βa_2^{C2}



Acomodo: 1 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: γa_1^{C2}

Acomodo: 1 Puerto: 3 Señal: εa_1^{C2} Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2 Puerto: 1 Señal: εa_3^{C2} Puerto: 2 Señal: 0 V

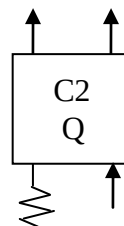
Acomodo: 2 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: γa_3^{C2}

Acomodo: 3 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: εa_4^{C2}

Acomodo: 3 Puerto: 3 Señal: γa_4^{C2} Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 4 Puerto: 1 Señal: γa_2^{C2} Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 4 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: εa_2^{C2}



Acomodo: 1 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: γa_1^{C2}

Acomodo: 1 Puerto: 3 Señal: γa_1^{C2} Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2 Puerto: 1 Señal: γa_3^{C2} Puerto: 2 Señal: 0 V

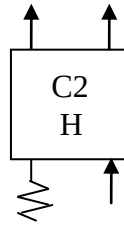
Acomodo: 2 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: γa_3^{C2}

Acomodo: 3 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: δa_4^{C2}

Acomodo: 3 Puerto: 3 Señal: γa_4^{C2} Puerto: 4 Señal: 0 V

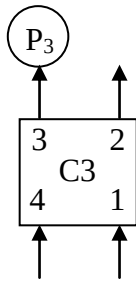
Acomodo: 4 Puerto: 1 Señal: γa_2^{C2} Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 4 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: δa_2^{C2}



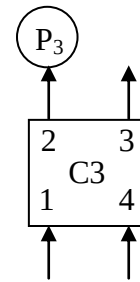
A continuación se muestran las posibilidades únicas de posicionamiento de los elementos que se mencionan en el punto 1, para el cuatripuerto C3. En este caso, se encontraron cuatro acomodos, de los cuales sólo dos generan ecuaciones diferentes:

Acomodo: 1(a)



$$b_1^{C3} = 0, \quad a_2^{C3} = 0, \quad a_3^{C3} = 0, \quad b_4^{C3} = 0,$$

Acomodo: 1(b)



matriz general:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{C3} \\ b_3^{C3} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \zeta & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \zeta & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{C3} \\ 0 \\ 0 \\ a_4^{C3} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} 0 &= 0 \\ b_2^{C3} &= \pi a_1^{C3} + \lambda a_4^{C3} \\ b_3^{C3} &= \zeta a_1^{C3} + \pi a_4^{C3} \\ 0 &= 0 \end{aligned} \quad (5.39)$$

señales reflejadas para los tres cuatripuertos:

6dB

$$0 = 0 \quad (5.40a)$$

$$b_2^{C3} = \alpha a_1^{C3} + \beta a_4^{C3} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) a_1^{C3} + \left(\frac{1}{2} \right) a_4^{C3} \quad (5.41a)$$

$$b_3^{C3} = \beta a_1^{C3} + \alpha a_4^{C3} = \left(\frac{1}{2} \right) a_1^{C3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) a_4^{C3} \quad (5.42a)$$

$$0 = 0 \quad (5.43a)$$

Q

$$0 = 0 \quad (5.40b)$$

$$b_2^{C3} = \gamma a_1^{C3} + \varepsilon a_4^{C3} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C3} + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) a_4^{C3} \quad (5.41b)$$

$$b_3^{C3} = \varepsilon a_1^{C3} + \gamma a_4^{C3} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C3} + \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_4^{C3} \quad (5.42b)$$

$$0 = 0 \quad (5.43b)$$

H

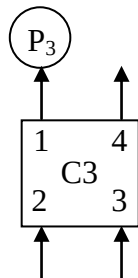
$$0 = 0 \quad (5.40c)$$

$$b_2^{C3} = \gamma a_1^{C3} + \delta a_4^{C3} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C3} + \left(\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_4^{C3} \quad (5.41c)$$

$$b_3^{C3} = \gamma a_1^{C3} + \gamma a_4^{C3} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C3} + \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_4^{C3} \quad (5.42c)$$

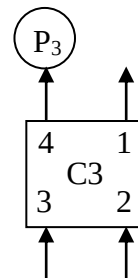
$$0 = 0 \quad (5.43c)$$

Acomodo: 2(a)



$$a_1^{C3} = 0, \quad b_2^{C3} = 0 \quad b_3^{C3} = 0, \quad a_4^{C3} = 0,$$

Acomodo: 2(b)



matriz general:

$$\begin{bmatrix} b_1^{C3} \\ 0 \\ 0 \\ b_4^{C3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_2^{C3} \\ a_3^{C3} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} b_1^{C3} = \pi a_2^{C3} + \varsigma a_3^{C3} \\ 0 = 0 \\ 0 = 0 \\ b_4^{C3} = \lambda a_2^{C3} + \pi a_3^{C3} \end{array}, \quad (5.44)$$

señales reflejadas para los tres cuatripuertos:

6dB

$$b_1^{C3} = \alpha a_2^{C3} + \beta a_3^{C3} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) a_2^{C3} + \left(\frac{1}{2} \right) a_3^{C3} \quad (5.45a)$$

$$0 = 0 \quad (5.46a)$$

$$0 = 0 \quad (5.47a)$$

$$b_4^{C3} = \beta a_2^{C3} + \alpha a_3^{C3} = \left(\frac{1}{2} \right) a_2^{C3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) a_3^{C3} \quad (5.48a)$$

Q

$$b_1^{C3} = \gamma a_2^{C3} + \varepsilon a_3^{C3} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_2^{C3} + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) a_3^{C3} \quad (5.45b)$$

$$0 = 0 \quad (5.46b)$$

$$0 = 0 \quad (5.47b)$$

$$b_4^{C3} = \varepsilon a_2^{C3} + \gamma a_3^{C3} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) a_2^{C3} + \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_3^{C3} \quad (5.48b)$$

H

$$b_1^{C3} = \gamma a_2^{C3} + \gamma a_3^{C3} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_2^{C3} + \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_3^{C3} \quad (5.45c)$$

$$0 = 0 \quad (5.46c)$$

$$0 = 0 \quad (5.47c)$$

$$b_4^{C3} = \delta a_2^{C3} + \gamma a_3^{C3} = \left(\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_2^{C3} + \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_3^{C3} \quad (5.48c)$$

Señales de salida b_1^{C3} , b_2^{C3} , b_3^{C3} y b_4^{C3} en los cuatripuertos 6dB, Q y H, para todas las posibilidades de acomodo de los puertos de C3:

Acomodo: 1(a) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\alpha a_1^{C3} + \beta a_4^{C3}$

Acomodo: 1(a) Puerto: 3 Señal: $\beta a_1^{C3} + \alpha a_4^{C3}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 1(b) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\alpha a_1^{C3} + \beta a_4^{C3}$

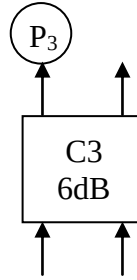
Acomodo: 1(b) Puerto: 3 Señal: $\beta a_1^{C3} + \alpha a_4^{C3}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 1 Señal: $\alpha a_2^{C3} + \beta a_3^{C3}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\beta a_2^{C3} + \alpha a_3^{C3}$

Acomodo: 2(b) Puerto: 1 Señal: $\alpha a_2^{C3} + \beta a_3^{C3}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(b) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\beta a_2^{C3} + \alpha a_3^{C3}$



Acomodo: 1(a) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\gamma a_1^{C3} + \varepsilon a_4^{C3}$

Acomodo: 1(a) Puerto: 3 Señal: $\varepsilon a_1^{C3} + \gamma a_4^{C3}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 1(b) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\gamma a_1^{C3} + \varepsilon a_4^{C3}$

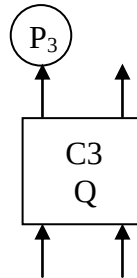
Acomodo: 1(b) Puerto: 3 Señal: $\varepsilon a_1^{C3} + \gamma a_4^{C3}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 1 Señal: $\gamma a_2^{C3} + \varepsilon a_3^{C3}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\varepsilon a_2^{C3} + \gamma a_3^{C3}$

Acomodo: 2(b) Puerto: 1 Señal: $\gamma a_2^{C3} + \varepsilon a_3^{C3}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(b) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\varepsilon a_2^{C3} + \gamma a_3^{C3}$



Acomodo: 1(a) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\gamma a_1^{C3} + \delta a_4^{C3}$

Acomodo: 1(a) Puerto: 3 Señal: $\gamma a_1^{C3} + \gamma a_4^{C3}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 1(b) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\gamma a_1^{C3} + \delta a_4^{C3}$

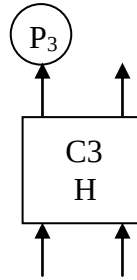
Acomodo: 1(b) Puerto: 3 Señal: $\gamma a_1^{C3} + \gamma a_4^{C3}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 1 Señal: $\gamma a_2^{C3} + \gamma a_3^{C3}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\delta a_2^{C3} + \gamma a_3^{C3}$

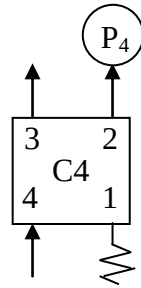
Acomodo: 2(b) Puerto: 1 Señal: $\gamma a_2^{C3} + \gamma a_3^{C3}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(b) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\delta a_2^{C3} + \gamma a_3^{C3}$



A continuación se muestran las posibilidades únicas de posicionamiento de los elementos que se mencionan en el punto 1, para el cuatripuerto C4. En este caso, se encontraron los siguientes cuatro acomodos con ecuaciones diferentes:

Acomodo: 1



$$a_1^{C4} = 0, \quad a_2^{C4} = 0, \quad a_3^{C4} = 0, \quad b_4^{C4} = 0,$$

matriz general:

$$\begin{bmatrix} b_1^{C4} \\ b_2^{C4} \\ b_3^{C4} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_4^{C4} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} b_1^{C4} &= 0 \\ b_2^{C4} &= \lambda a_4^{C4} \\ b_3^{C4} &= \pi a_4^{C4} \\ 0 &= 0 \end{aligned} \quad (5.49)$$

señales reflejadas para los tres cuatrupuertos:

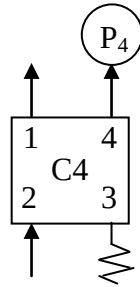
$$\begin{array}{ccc} \text{6dB} & \text{Q} & \text{H} \\ b_1^{C4} = 0 & b_1^{C4} = 0 & b_1^{C4} = 0, \end{array} \quad (5.50)$$

$$b_2^{C4} = \beta a_4^{C4} = \left(\frac{1}{2}\right) a_4^{C4} \quad b_2^{C4} = \varepsilon a_4^{C4} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C4} \quad b_2^{C4} = \delta a_4^{C4} = \left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C4}, \quad (5.51)$$

$$b_3^{C4} = \alpha a_4^{C4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_4^{C4} \quad b_3^{C4} = \gamma a_4^{C4} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C4} \quad b_3^{C4} = \gamma a_4^{C4} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C4}, \quad (5.52)$$

$$0 = 0 \quad 0 = 0 \quad 0 = 0. \quad (5.53)$$

Acomodo: 2



$$a_1^{C4} = 0, \quad b_2^{C4} = 0 \quad a_3^{C4} = 0, \quad a_4^{C4} = 0,$$

matriz general:

$$\begin{bmatrix} b_1^{C4} \\ 0 \\ b_3^{C4} \\ b_4^{C4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_2^{C4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} b_1^{C4} = \pi a_2^{C4} \\ 0 = 0 \\ b_3^{C4} = 0 \\ b_4^{C4} = \lambda a_2^{C4} \end{array}, \quad (5.54)$$

señales reflejadas para los tres cuatrupuertos:

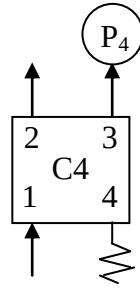
$$\begin{array}{ccc} \text{6dB} & \text{Q} & \text{H} \\ b_1^{C4} = \alpha a_2^{C4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_2^{C4} & b_1^{C4} = \gamma a_2^{C4} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C4} & b_1^{C4} = \gamma a_2^{C4} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C4}, \end{array} \quad (5.55)$$

$$0 = 0 \quad 0 = 0 \quad 0 = 0, \quad (5.56)$$

$$b_3^{C4} = 0 \quad b_3^{C4} = 0 \quad b_3^{C4} = 0, \quad (5.57)$$

$$b_4^{C4} = \beta a_2^{C4} = \left(\frac{1}{2}\right) a_2^{C4} \quad b_4^{C4} = \varepsilon a_2^{C4} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C4} \quad b_4^{C4} = \delta a_2^{C4} = \left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C4}. \quad (5.58)$$

Acomodo: 3



$$a_1^{C4} = 0, \quad a_2^{C4} = 0, \quad a_3^{C4} = 0, \quad a_4^{C4} = 0,$$

matriz general:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{C4} \\ b_3^{C4} \\ b_4^{C4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{C4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 0 = 0 \\ b_2^{C4} = \pi a_1^{C4} \\ b_3^{C4} = \varsigma a_1^{C4} \\ b_4^{C4} = 0 \end{array} \quad (5.59)$$

señales reflejadas para los tres cuatrupuertos:

6dB

Q

H

$$0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0,$$

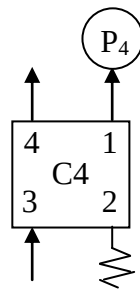
$$(5.60)$$

$$b_2^{C4} = \alpha a_1^{C4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) a_1^{C4} \quad b_2^{C4} = \gamma a_1^{C4} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C4} \quad b_2^{C4} = \gamma a_1^{C4} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C4}, \quad (5.61)$$

$$b_3^{C4} = \beta a_1^{C4} = \left(\frac{1}{2} \right) a_1^{C4} \quad b_3^{C4} = \varepsilon a_1^{C4} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C4} \quad b_3^{C4} = \gamma a_1^{C4} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C4}, \quad (5.62)$$

$$b_4^{C4} = 0 \quad b_4^{C4} = 0 \quad b_4^{C4} = 0. \quad (5.63)$$

Acomodo: 4



$$a_1^{C4} = 0, \quad a_2^{C4} = 0, \quad b_3^{C4} = 0, \quad a_4^{C4} = 0,$$

matriz general:

$$\begin{bmatrix} b_1^{C4} \\ b_2^{C4} \\ 0 \\ b_4^{C4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3^{C4} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} b_1^{C4} = \varsigma a_3^{C4} \\ b_2^{C4} = 0 \\ 0 = 0 \\ b_4^{C4} = \pi a_3^{C4} \end{array}, \quad (5.64)$$

señales reflejadas para los tres cuatripuertos:

$$\begin{array}{ccc} \text{6dB} & \text{Q} & \text{H} \\ b_1^{C4} = \beta a_3^{C4} = \left(\frac{1}{2}\right) a_3^{C4} & b_1^{C4} = \varepsilon a_3^{C4} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C4} & b_1^{C4} = \gamma a_3^{C4} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C4}, \end{array} \quad (5.65)$$

$$b_2^{C4} = 0 \quad b_2^{C4} = 0 \quad b_2^{C4} = 0, \quad (5.66)$$

$$0 = 0 \quad 0 = 0 \quad 0 = 0, \quad (5.67)$$

$$b_4^{C4} = \alpha a_3^{C4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_3^{C4} \quad b_4^{C4} = \gamma a_3^{C4} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C4} \quad b_4^{C4} = \gamma a_3^{C4} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C4}. \quad (5.68)$$

Señales de salida b_1^{C4} , b_2^{C4} , b_3^{C4} y b_4^{C4} en los cuatripuertos 6dB, Q y H, para todas las posibilidades de acomodo de los puertos de C4:

Acomodo: 1 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: βa_4^{C4}

Acomodo: 1 Puerto: 3 Señal: αa_4^{C4} Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2 Puerto: 1 Señal: αa_2^{C4} Puerto: 2 Señal: 0 V

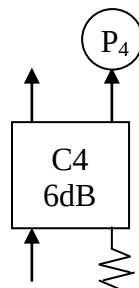
Acomodo: 2 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: βa_2^{C4}

Acomodo: 3 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: αa_1^{C4}

Acomodo: 3 Puerto: 3 Señal: βa_1^{C4} Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 4 Puerto: 1 Señal: βa_3^{C4} Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 4 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: αa_3^{C4}



Acomodo: 1 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: εa_4^{C4}

Acomodo: 1 Puerto: 3 Señal: γa_4^{C4} Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2 Puerto: 1 Señal: γa_2^{C4} Puerto: 2 Señal: 0 V

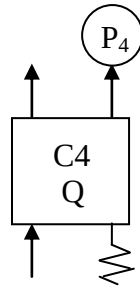
Acomodo: 2 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: εa_2^{C4}

Acomodo: 3 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: γa_1^{C4}

Acomodo: 3 Puerto: 3 Señal: εa_1^{C4} Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 4 Puerto: 1 Señal: εa_3^{C4} Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 4 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: γa_3^{C4}



Acomodo: 1 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: δa_4^{C4}

Acomodo: 1 Puerto: 3 Señal: γa_4^{C4} Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2 Puerto: 1 Señal: γa_2^{C4} Puerto: 2 Señal: 0 V

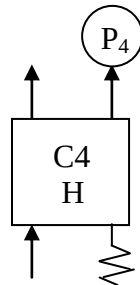
Acomodo: 2 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: δa_2^{C4}

Acomodo: 3 Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: γa_1^{C4}

Acomodo: 3 Puerto: 3 Señal: γa_1^{C4} Puerto: 4 Señal: 0 V

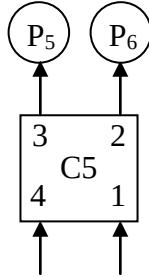
Acomodo: 4 Puerto: 1 Señal: γa_3^{C4} Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 4 Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: γa_3^{C4}



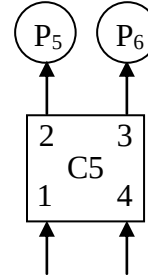
Finalmente, se muestran las posibilidades únicas de posicionamiento de los elementos que se mencionan en el punto 1, para el cuatripuerto C5. En este caso, se encontraron cuatro acomodos, de los cuales sólo dos generan ecuaciones diferentes:

Acomodo: 1(a)



$$b_1^{C5} = 0, \quad a_2^{C5} = 0, \quad a_3^{C5} = 0, \quad b_4^{C5} = 0,$$

Acomodo: 1(b)



matriz general:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{C5} \\ b_3^{C5} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{C5} \\ 0 \\ 0 \\ a_4^{C5} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 0 = 0 \\ b_2^{C5} = \pi a_1^{C5} + \lambda a_4^{C5} \\ b_3^{C5} = \varsigma a_1^{C5} + \pi a_4^{C5} \\ 0 = 0 \end{array} \quad (5.69)$$

señales reflejadas para los tres cuatripuertos:

6dB

$$0 = 0, \quad (5.70a)$$

$$b_2^{C5} = \alpha a_1^{C5} + \beta a_4^{C5} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) a_1^{C5} + \left(\frac{1}{2} \right) a_4^{C5}, \quad (5.71a)$$

$$b_3^{C5} = \beta a_1^{C5} + \alpha a_4^{C5} = \left(\frac{1}{2} \right) a_1^{C5} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) a_4^{C5}, \quad (5.72a)$$

$$0 = 0, \quad (5.73a)$$

Q

$$0 = 0, \quad (5.70b)$$

$$b_2^{C5} = \gamma a_1^{C5} + \varepsilon a_4^{C5} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C5} + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) a_4^{C5}, \quad (5.71b)$$

$$b_3^{C5} = \varepsilon a_1^{C5} + \gamma a_4^{C5} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) a_1^{C5} + \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) a_4^{C5}, \quad (5.72b)$$

$$0 = 0, \quad (5.73b)$$

H

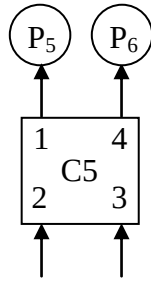
$$0=0, \quad (5.70c)$$

$$b_2^{C5} = \gamma a_1^{C5} + \delta a_4^{C5} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_1^{C5} + \left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C5}, \quad (5.71c)$$

$$b_3^{C5} = \gamma a_1^{C5} + \gamma a_4^{C5} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_1^{C5} + \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_4^{C5}, \quad (5.72c)$$

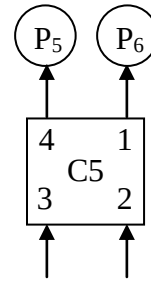
$$0=0. \quad (5.73c)$$

Acomodo: 2(a)



$$a_1^{C5} = 0, \quad b_2^{C5} = 0, \quad b_3^{C5} = 0, \quad a_4^{C5} = 0,$$

Acomodo: 2(b)



matriz general:

$$\begin{bmatrix} b_1^{C5} \\ 0 \\ 0 \\ b_4^{C5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi & \varsigma & 0 \\ \pi & 0 & 0 & \lambda \\ \varsigma & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \lambda & \pi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_2^{C5} \\ a_3^{C5} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} b_1^{C5} &= \pi a_2^{C5} + \varsigma a_3^{C5} \\ 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \\ b_4^{C5} &= \lambda a_2^{C5} + \pi a_3^{C5} \end{aligned}, \quad (5.74)$$

señales reflejadas para los tres cuatripuertos:

6dB

$$b_1^{C5} = \alpha a_2^{C5} + \beta a_3^{C5} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_2^{C5} + \left(\frac{1}{2}\right) a_3^{C5}, \quad (5.75a)$$

$$0=0, \quad (5.76a)$$

$$0=0, \quad (5.77a)$$

$$b_4^{C5} = \beta a_2^{C5} + \alpha a_3^{C5} = \left(\frac{1}{2}\right) a_2^{C5} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) a_3^{C5}, \quad (5.78a)$$

Q

$$b_1^{C5} = \gamma a_2^{C5} + \varepsilon a_3^{C5} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C5} + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C5}, \quad (5.75b)$$

$$0 = 0, \quad (5.76b)$$

$$0 = 0, \quad (5.77b)$$

$$b_4^{C5} = \varepsilon a_2^{C5} + \gamma a_3^{C5} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C5} + \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C5}, \quad (5.78b)$$

H

$$b_1^{C5} = \gamma a_2^{C5} + \gamma a_3^{C5} = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C5} + \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C5}, \quad (5.75c)$$

$$0 = 0, \quad (5.76c)$$

$$0 = 0, \quad (5.77c)$$

$$b_4^{C5} = \delta a_2^{C5} + \gamma a_3^{C5} = \left(\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_2^{C5} + \left(-\frac{j}{\sqrt{2}}\right) a_3^{C5}. \quad (5.78c)$$

Señales de salida b_1^{C5} , b_2^{C5} , b_3^{C5} y b_4^{C5} en los cuatrupuertos 6dB, Q y H, para todas las posibilidades de acomodo de los puertos de C5:

Acomodo: 1(a) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\alpha a_1^{C5} + \beta a_4^{C5}$

Acomodo: 1(a) Puerto: 3 Señal: $\beta a_1^{C5} + \alpha a_4^{C5}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 1(b) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\alpha a_1^{C5} + \beta a_4^{C5}$

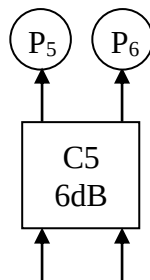
Acomodo: 1(b) Puerto: 3 Señal: $\beta a_1^{C5} + \alpha a_4^{C5}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 1 Señal: $\alpha a_2^{C5} + \beta a_3^{C5}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\beta a_2^{C5} + \alpha a_3^{C5}$

Acomodo: 2(b) Puerto: 1 Señal: $\alpha a_2^{C5} + \beta a_3^{C5}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(b) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\beta a_2^{C5} + \alpha a_3^{C5}$



Acomodo: 1(a) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\gamma a_1^{C5} + \varepsilon a_4^{C5}$

Acomodo: 1(a) Puerto: 3 Señal: $\varepsilon a_1^{C5} + \gamma a_4^{C5}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 1(b) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\gamma a_1^{C5} + \varepsilon a_4^{C5}$

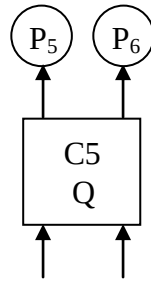
Acomodo: 1(b) Puerto: 3 Señal: $\varepsilon a_1^{C5} + \gamma a_4^{C5}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 1 Señal: $\gamma a_2^{C5} + \varepsilon a_3^{C5}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\varepsilon a_2^{C5} + \gamma a_3^{C5}$

Acomodo: 2(b) Puerto: 1 Señal: $\gamma a_2^{C5} + \varepsilon a_3^{C5}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(b) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\varepsilon a_2^{C5} + \gamma a_3^{C5}$



Acomodo: 1(a) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\gamma a_1^{C5} + \delta a_4^{C5}$

Acomodo: 1(a) Puerto: 3 Señal: $\gamma a_1^{C5} + \gamma a_4^{C5}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 1(b) Puerto: 1 Señal: 0 V Puerto: 2 Señal: $\gamma a_1^{C5} + \delta a_4^{C5}$

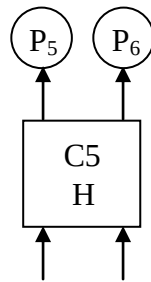
Acomodo: 1(b) Puerto: 3 Señal: $\gamma a_1^{C5} + \gamma a_4^{C5}$ Puerto: 4 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 1 Señal: $\gamma a_2^{C5} + \gamma a_3^{C5}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(a) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\delta a_2^{C5} + \gamma a_3^{C5}$

Acomodo: 2(b) Puerto: 1 Señal: $\gamma a_2^{C5} + \gamma a_3^{C5}$ Puerto: 2 Señal: 0 V

Acomodo: 2(b) Puerto: 3 Señal: 0 V Puerto: 4 Señal: $\delta a_2^{C5} + \gamma a_3^{C5}$



A continuación se analizan las tres estructuras hexaportales propuestas por Engen y la estructura hexaportal propuesta por Li.

La primer estructura que propone Engen, y que aquí se define como la estructura original o primera propuesta de Engen, está compuesta por un acoplador direccional de 6dB, un acoplador direccional de 3dB asimétrico (H) y tres acopladores direccionales de 3dB en cuadratura (Q). La segunda estructura que propone Engen, está formada por cinco acopladores direccionales de 3dB en cuadratura (Q). La tercera estructura que propone Engen es similar a la anterior, pero con dos de los puertos del cuatripuerto Q3 intercambiados.

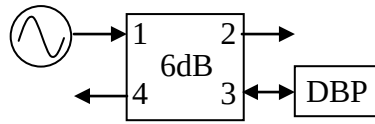
Por su parte, la estructura propuesta por Li, se compone de tres acopladores direccionales de 3dB en cuadratura (Q), dos acopladores direccionales de 3dB asimétricos (H) (divisores de potencia en fase) y un cambiador de fase o línea de retardo (ϕ).

Con la intención de facilitar el análisis de las estructuras hexaportales, los elementos que las componen se han distribuido en una configuración que resulte lógica para el lector, esto es, del generador hacia los diodos; en la que aparezca el generador en la parte superior de la figura (donde se introduce la señal que alimenta a la estructura hexaportal) y los diodos en la parte inferior de la misma (donde emergen las señales para su lectura). Además, con el fin de evitar confusiones la carga acoplada del cuatripuerto H se dibujo y representó dentro de éste por medio de un cuadrado negro en el puerto 4.

5.2.2 Análisis de la estructura hexaportal definida como la primera propuesta de Engen

En este apartado se presenta el análisis matricial total, la obtención de las constantes de calibración y la ubicación gráfica de los centros q de la estructura hexaportal en la que se basó Engen para establecer una estructura hexaportal general (primera propuesta, Fig. 5.9).

Acoplador de 6 dB



$$a_2^{6dB} = 0, \quad a_4^{6dB} = 0,$$

matriz:

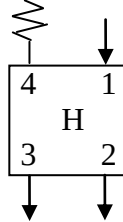
$$b_1^{6dB} = \beta a_3^{6dB} = \frac{1}{2} a_3^{6dB}, \quad (5.79)$$

$$\begin{bmatrix} b_1^{6dB} \\ b_2^{6dB} \\ b_3^{6dB} \\ b_4^{6dB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & \beta \\ \beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & \beta & \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{6dB} \\ 0 \\ a_3^{6dB} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.80)$$

$$b_3^{6dB} = \beta a_1^{6dB} = \frac{1}{2} a_1^{6dB}, \quad (5.81)$$

$$b_4^{6dB} = \alpha a_3^{6dB} = \frac{\sqrt{3}}{2} a_3^{6dB}. \quad (5.82)$$

Acoplador de 180° (H)



$$b_1^H = 0, \quad a_2^H = 0, \quad a_3^H = 0, \quad a_4^H = 0,$$

matriz:

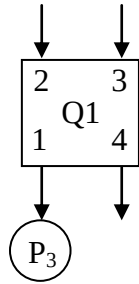
$$0 = 0, \quad (5.83)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^H \\ b_3^H \\ b_4^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \gamma & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \delta \\ \gamma & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \delta & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^H \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.84)$$

$$b_3^H = \gamma a_1^H = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^H, \quad (5.85)$$

$$b_4^H = 0. \quad (5.86)$$

Acoplador de 90° (Q1)



$$a_1^{Q1} = 0, \quad b_2^{Q1} = 0, \quad b_3^{Q1} = 0, \quad a_4^{Q1} = 0,$$

matriz:

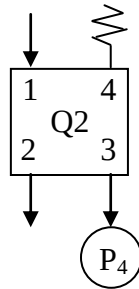
$$\begin{bmatrix} b_1^{Q1} \\ 0 \\ 0 \\ b_4^{Q1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_2^{Q1} \\ a_3^{Q1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_1^{Q1} = \gamma a_2^{Q1} + \varepsilon a_3^{Q1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_2^{Q1} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_3^{Q1}, \quad (5.87)$$

$$0 = 0, \quad (5.88)$$

$$0 = 0, \quad (5.89)$$

$$b_4^{Q1} = \varepsilon a_2^{Q1} + \gamma a_3^{Q1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_2^{Q1} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_3^{Q1}. \quad (5.90)$$

Acoplador de 90° (Q2)



$$b_1^{Q2} = 0, \quad a_2^{Q2} = 0, \quad a_3^{Q2} = 0, \quad a_4^{Q2} = 0,$$

matriz:

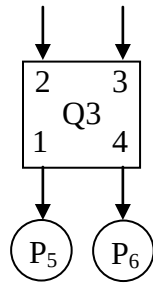
$$0 = 0, \quad (5.91)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q2} \\ b_3^{Q2} \\ b_4^{Q2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_2^{Q2} = \gamma a_1^{Q2} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q2}, \quad (5.92)$$

$$b_3^{Q2} = \varepsilon a_1^{Q2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q2}, \quad (5.93)$$

$$b_4^{Q2} = 0. \quad (5.94)$$

Acoplador de 90° (Q3)



$$a_1^{Q3} = 0, \quad b_2^{Q3} = 0, \quad b_3^{Q3} = 0, \quad a_4^{Q3} = 0,$$

matriz:

$$\begin{bmatrix} b_1^{Q3} \\ 0 \\ 0 \\ b_4^{Q3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_2^{Q3} \\ a_3^{Q3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$b_1^{Q3} = \gamma a_2^{Q3} + \varepsilon a_3^{Q3} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_2^{Q3} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_3^{Q3}, \quad (5.95)$$

$$0 = 0, \quad (5.96)$$

$$0 = 0, \quad (5.97)$$

$$b_4^{Q3} = \varepsilon a_2^{Q3} + \gamma a_3^{Q3} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_2^{Q3} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_3^{Q3}. \quad (5.98)$$

Las ecuaciones de las señales incidentes en los cuatro diodos detectores obtenidas mediante este análisis son:

$$b_{p3} = b_1^{Q1} = \gamma a_2^{Q1} + \varepsilon a_3^{Q1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_2^{Q1} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_3^{Q1}, \quad (5.99)$$

$$b_{p4} = b_3^{Q2} = \varepsilon a_1^{Q2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q2}, \quad (5.100)$$

$$b_{p5} = b_1^{Q3} = \gamma a_2^{Q3} + \varepsilon a_3^{Q3} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_2^{Q3} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_3^{Q3}, \quad (5.101)$$

$$b_{p6} = b_4^{Q3} = \varepsilon a_2^{Q3} + \gamma a_3^{Q3} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_2^{Q3} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_3^{Q3}, \quad (5.102)$$

Debido a la interconexión que existe entre los acopladores y a que éstos se consideran como perfectamente acoplados, entonces se obtienen las relaciones que se muestran en la Fig. 5.10.

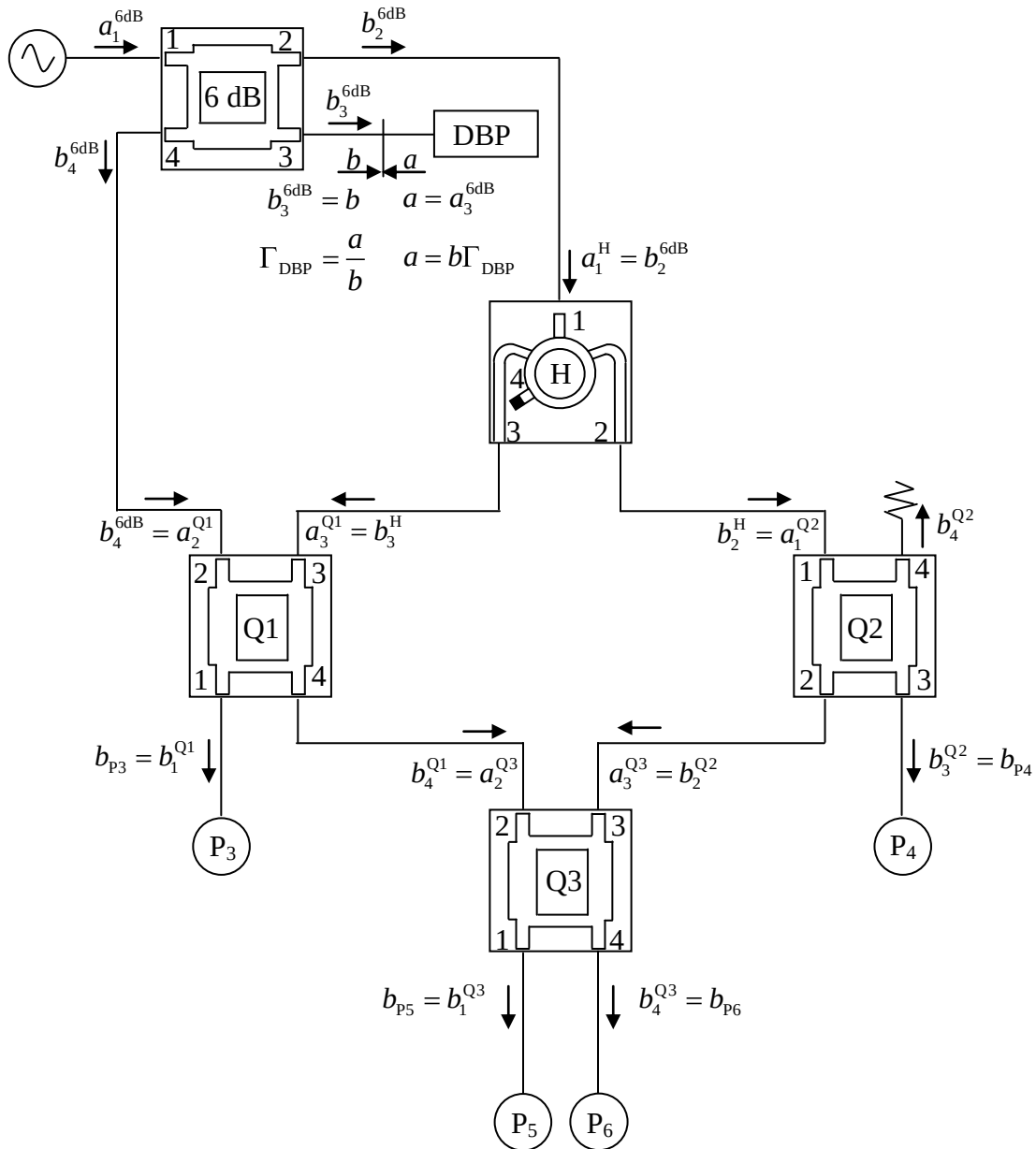


Figura 5.10. Relaciones entre las señales incidentes y reflejadas de los cuatropuertos de la primera propuesta de Engen.

De la Fig. 5.10 se pueden extraer las siguientes ecuaciones que son relevantes para el análisis, $a_1^H = b_2^{6dB}$, $a_2^{Q1} = b_4^{6dB}$, $a_3^{Q1} = b_3^H$, $a_3^{6dB} = b\Gamma_{DBP}$, $a_1^{Q2} = b_2^H$, $a_2^{Q3} = b_4^{Q1}$, $a_3^{Q3} = b_2^{Q2}$, y de éstas; las señales reflejadas desde los cuatripuertos serían:

Primer cuatripuerto (6dB)

$$b_1^{6dB} = \beta a_3^{6dB} = \beta b\Gamma_{DBP}, \quad (5.103)$$

$$b_2^{6dB} = \alpha a_1^{6dB}, \quad (5.104)$$

$$b_3^{6dB} = \beta a_1^{6dB}, \quad (5.105)$$

$$b_4^{6dB} = \alpha a_3^{6dB} = \alpha b\Gamma_{DBP}, \quad (5.106)$$

Segundo cuatripuerto (H)

$$b_2^H = \gamma a_1^H = \gamma b_2^{6dB} = \gamma \alpha a_1^{6dB} = \gamma \alpha a_1^{6dB}, \quad (5.107)$$

$$b_3^H = \gamma a_1^H = \gamma b_2^{6dB} = \gamma \alpha a_1^{6dB} = \gamma \alpha a_1^{6dB}, \quad (5.108)$$

Tercer cuatripuerto (Q1)

$$\begin{aligned} b_1^{Q1} &= \gamma a_2^{Q1} + \varepsilon a_3^{Q1} = \gamma b_4^{6dB} + \varepsilon b_3^H = \gamma \alpha a_3^{6dB} + \varepsilon \gamma a_1^H = \gamma \alpha b\Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma b_2^{6dB}, \\ &= \gamma \alpha b\Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma \alpha a_1^{6dB} = \gamma \alpha b\Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma \alpha a_1^{6dB}, \end{aligned} \quad (5.109)$$

$$\begin{aligned} b_4^{Q1} &= \varepsilon a_2^{Q1} + \gamma a_3^{Q1} = \varepsilon b_4^{6dB} + \gamma b_3^H = \varepsilon \alpha a_3^{6dB} + \gamma \gamma a_1^H = \varepsilon \alpha b\Gamma_{DBP} + \gamma^2 b_2^{6dB}, \\ &= \varepsilon \alpha b\Gamma_{DBP} + \gamma^2 \alpha a_1^{6dB} = \varepsilon \alpha b\Gamma_{DBP} + \gamma^2 \alpha a_1^{6dB}, \end{aligned} \quad (5.110)$$

Cuarto cuatripuerto (Q2)

$$b_2^{Q2} = \gamma a_1^{Q2} = \gamma b_2^H = \gamma \gamma a_1^H = \gamma^2 b_2^{6dB} = \gamma^2 \alpha a_1^{6dB} = \gamma^2 \alpha a_1^{6dB}, \quad (5.111)$$

$$b_3^{Q2} = \varepsilon a_1^{Q2} = \varepsilon b_2^H = \varepsilon \gamma a_1^H = \varepsilon \gamma b_2^{6dB} = \varepsilon \gamma \alpha a_1^{6dB} = \varepsilon \gamma \alpha a_1^{6dB}, \quad (5.112)$$

Quinto cuatripuerto (Q3)

$$\begin{aligned} b_1^{Q3} &= \gamma a_2^{Q3} + \varepsilon a_3^{Q3} = \gamma b_4^{Q1} + \varepsilon b_2^{Q2} = \gamma \varepsilon \alpha b \Gamma_{DBP} + \gamma^2 \alpha a_1^{6dB} + \varepsilon \gamma^2 \alpha a_1^{6dB} \\ &= \gamma \varepsilon \alpha b \Gamma_{DBP} + \gamma^3 \alpha a_1^{6dB} + \varepsilon \gamma^2 \alpha a_1^{6dB} = \gamma \varepsilon \alpha b \Gamma_{DBP} + \gamma + \varepsilon \gamma^2 \alpha a_1^{6dB}, \end{aligned} \quad (5.113)$$

$$\begin{aligned} b_4^{Q3} &= \varepsilon a_2^{Q3} + \gamma a_3^{Q3} = \varepsilon b_4^{Q1} + \gamma b_2^{Q2} = \varepsilon \varepsilon \alpha b \Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma^2 \alpha a_1^{6dB} + \gamma \gamma^2 \alpha a_1^{6dB} \\ &= \varepsilon^2 \alpha b \Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma^2 \alpha a_1^{6dB} + \gamma^3 \alpha a_1^{6dB} = \varepsilon^2 \alpha b \Gamma_{DBP} + \gamma + \varepsilon \gamma^2 \alpha a_1^{6dB}, \end{aligned} \quad (5.114)$$

y debido a que $b_{p3} = b_1^{Q1}$, $b_{p4} = b_3^{Q2}$, $b_{p5} = b_1^{Q3}$ y $b_{p6} = b_4^{Q3}$, las señales en los diodos detectores son

$$b_{p3} = b_1^{Q1} = \gamma \alpha b \Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma \alpha a_1^{6dB}, \quad (5.115)$$

$$b_{p4} = b_3^{Q2} = \varepsilon \gamma \alpha a_1^{6dB}, \quad (5.116)$$

$$b_{p5} = b_1^{Q3} = \gamma \varepsilon \alpha b \Gamma_{DBP} + \gamma^3 \alpha a_1^{6dB} + \varepsilon \gamma^2 \alpha a_1^{6dB}, \quad (5.117)$$

$$b_{p6} = b_4^{Q3} = \varepsilon^2 \alpha b \Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma^2 \alpha a_1^{6dB} + \gamma^3 \alpha a_1^{6dB}, \quad (5.118)$$

ya que la señal incidente que proviene del generador es $a_1^{6dB} = 2b$ (valor propuesto por Engen para que en el acoplador de 6dB se tenga una señal incidente en el DBP igual a b) y debido a la interconexión de las estructuras, entonces las ecuaciones quedan como se presentan en la Fig. 5.11.

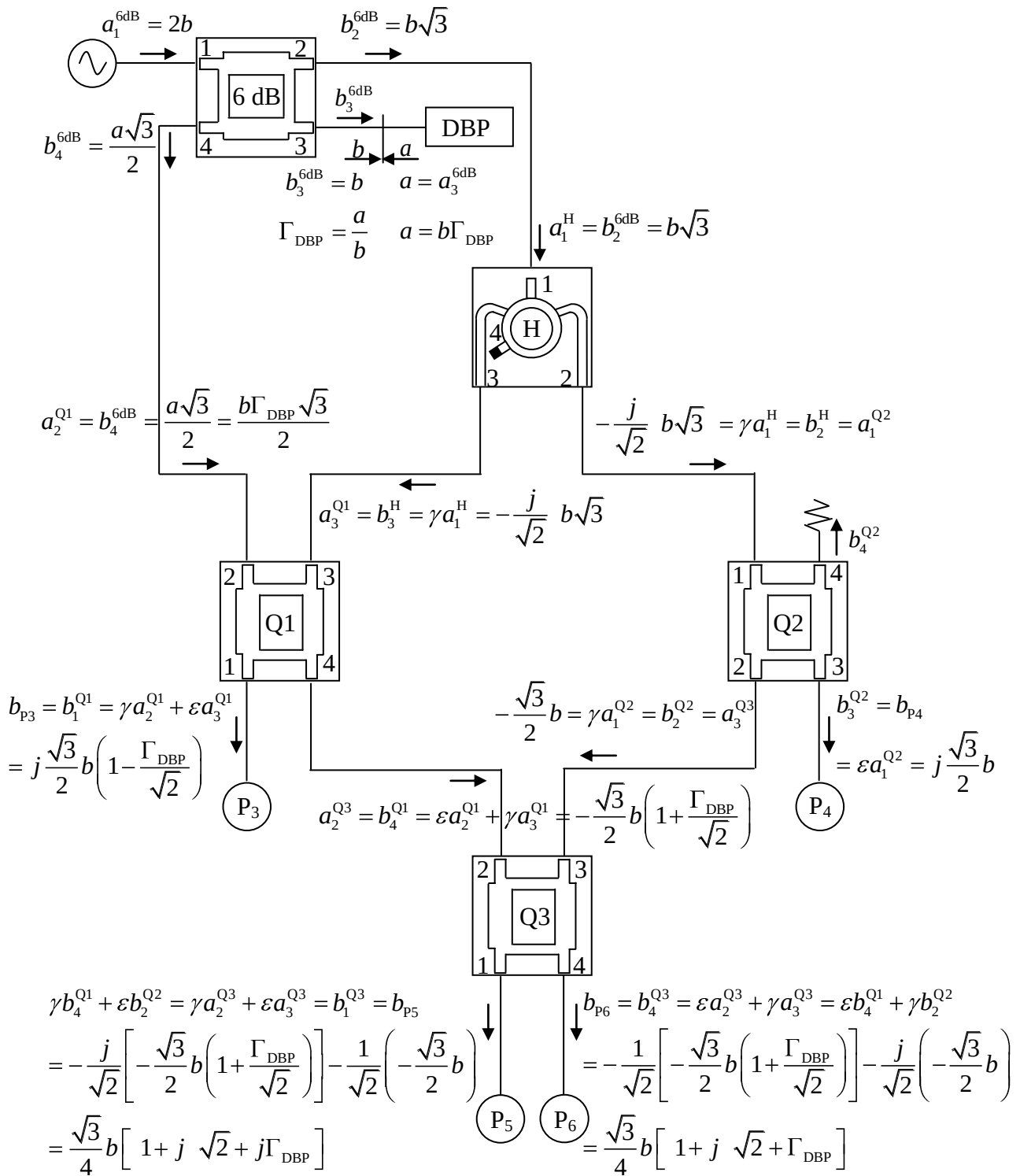


Figura 5.11. Relaciones finales correspondientes a una señal incidente b en el DBP y a su coeficiente de reflexión (Γ_{DBP}), para la primera propuesta de Engen.

5.2.2.2 Obtención de las constantes de calibración de la estructura hexaportal definida como la primera propuesta de Engen

En esta subsección se obtienen las constantes de calibración $A-H$ y los centros q_s a partir de las relaciones de las lecturas de potencia obtenidas por los diodos, y con la nomenclatura de Engen (ver apéndice A).

En el detector P_3 se tiene que

$$b_1^{Q1} = \gamma\alpha\Gamma_l b + \varepsilon\gamma\alpha a_1^{6dB} = \gamma\alpha\Gamma_l b + \varepsilon\gamma\alpha 2b = b(\gamma\alpha\Gamma_l + 2\varepsilon\gamma\alpha) = \gamma\alpha b \Gamma_l + 2\varepsilon, \quad (5.119)$$

donde $\Gamma_l = \Gamma_{DBP}$, y como

$$b_{P3} = b_1^{Q1} = \gamma\alpha b \Gamma_l + 2\varepsilon = Ab \left(\Gamma_l + \frac{B}{A} \right) = Ab \Gamma_l - q_3, \quad (5.120)$$

entonces

$$A = \gamma\alpha = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -j \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = j \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \angle 180^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \angle 180^\circ + 90^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \angle 270^\circ, \\ A = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \angle -90^\circ \quad (5.121)$$

$$\frac{B}{A} = 2\varepsilon = 2 \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2} = \sqrt{2} \angle 180^\circ, \quad (5.122)$$

$$B = 2\varepsilon A = 2\varepsilon \gamma\alpha = 2 \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{-j\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \right) = j \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle 90^\circ, \quad (5.123)$$

así, el centro q_3 está dado por

$$q_3 = -\frac{B}{A} = -2\varepsilon = -2\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = \sqrt{2}\angle 0^\circ, \quad (5.124)$$

En el detector P_4 , se tiene que

$$b_3^{Q2} = \varepsilon\gamma\alpha a_1^{6dB} = \varepsilon\gamma\alpha \ 2b = 2\varepsilon\gamma\alpha b, \quad (5.125)$$

y dado que

$$b_{p4} = b_3^{Q2} = 2\varepsilon\gamma\alpha b = Ca + Db = Cb\Gamma_l + Db, \quad (5.126)$$

por lo tanto,

$$C = 0 = 0\angle 0^\circ, \quad (5.127)$$

y

$$D = 2\varepsilon\gamma\alpha = 2\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{-j}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = j\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\angle 90^\circ. \quad (5.128)$$

De lo anterior, se obtiene el factor

$$\left|\frac{D}{A}\right| = \left|\frac{j\frac{\sqrt{3}}{2}}{-j\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}}\right| = \left|\frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{2}}}\right| = |-\sqrt{2}| = \sqrt{2}, \quad (5.129)$$

por el que se multiplica la relación $\left| \frac{b_3}{b_4} \right|$, obtenida de las lecturas de los detectores 3 y 4, para obtener el valor del radio de la circunferencia con centro q_3 y el cual queda como

$$\left| \frac{D}{A} \right| \left| \frac{b_3}{b_4} \right| = \sqrt{2} \left| \frac{b_3}{b_4} \right|. \quad (5.130)$$

En el detector P_5 se tiene que

$$b_1^{Q3} = \gamma \alpha \varepsilon b \Gamma_l + 2\gamma^3 \alpha b + 2\gamma^2 \alpha \varepsilon b, \quad (5.131)$$

y debido a que

$$b_{p5} = b_1^{Q3} = \gamma \alpha \varepsilon b \left(\Gamma_l + 2\gamma \left(\frac{\gamma}{\varepsilon} + 1 \right) \right) = Eb \left(\Gamma_l + \frac{F}{E} \right) = Eb \Gamma_l - q_5, \quad (5.132)$$

se define

$$E = \gamma \alpha \varepsilon = \left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right) = j \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}\sqrt{2}} = j \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \angle 90^\circ, \quad (5.133)$$

$$\begin{aligned} \frac{F}{E} &= 2\gamma \left(\frac{\gamma}{\varepsilon} + 1 \right) = 2 \left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right) \left[\frac{\left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right)}{\left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right)} + 1 \right] = -\frac{2j}{\sqrt{2}} \quad j+1 = \sqrt{2}j \quad -1-j = \sqrt{2} \quad 1-j \\ &= \sqrt{2} \quad \sqrt{2} \angle -45^\circ = 2 \angle -45^\circ \end{aligned} \quad (5.134)$$

$$\begin{aligned} F &= 2\gamma \left(\frac{\gamma}{\varepsilon} + 1 \right) E = 2\gamma \left(\frac{\gamma}{\varepsilon} + 1 \right) \left(j \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = j \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{4} \quad 1-j = j \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{8}} \quad 1-j = j \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} \quad 1-j \\ &= j \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} \left(\sqrt{2} \angle -45^\circ \right) j \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{4}\sqrt{2}} \angle -45^\circ = j \frac{\sqrt{3}}{2} \angle -45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle 90^\circ - 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle 45^\circ \end{aligned} \quad (5.135)$$

así el centro q_5 está dado por

$$q_5 = -\frac{F}{E} = -\left(2\gamma\left(\frac{\gamma}{\varepsilon} + 1\right)\right) = -2\left(\frac{-j}{\sqrt{2}}\right)\left[\frac{\left(\frac{-j}{\sqrt{2}}\right)}{\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)} + 1\right] = \frac{2j}{\sqrt{2}}\left[\frac{\frac{j}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} + 1\right] = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}j}{\sqrt{2}} j+1, \quad (5.136)$$

$$= \sqrt{2}j j+1 = \sqrt{2} -1 + j = \sqrt{2} \sqrt{2} \angle 135^\circ = 2 \angle 135^\circ$$

y su factor y radio como

$$\left|\frac{D}{E}\right| = \left|\frac{j\frac{\sqrt{3}}{2}}{j\frac{\sqrt{3}}{4}}\right| = \left|\frac{1}{1}\right| = |2| = 2, \quad (5.137)$$

$$\left|\frac{D}{E}\right| \left|\frac{b_5}{b_4}\right| = 2 \left|\frac{b_5}{b_4}\right|. \quad (5.138)$$

En el detector P_6 se tiene que

$$b_4^{Q3} = \varepsilon a_2^{Q3} + \gamma a_3^{Q3} = \varepsilon b_4^{Q1} + \gamma b_2^{Q2} = \varepsilon \left[\varepsilon \alpha \Gamma_l + 2\gamma^2 \alpha b \right] + \gamma \left[2\gamma^2 \alpha b \right]$$

$$= \varepsilon^2 \alpha \Gamma_l + 2\gamma^2 \varepsilon \alpha + 2\gamma^3 \alpha b = \varepsilon^2 \alpha b \left[\Gamma_l + \frac{2\gamma^2}{\varepsilon} + \frac{2\gamma^3}{\varepsilon^2} \right] = \varepsilon^2 \alpha b \left[\Gamma_l + \frac{2\gamma^2}{\varepsilon} \left(1 + \frac{\gamma}{\varepsilon}\right) \right], \quad (5.139)$$

lo que lleva a

$$b_{p_6} = b_4^{Q3} = \varepsilon^2 \alpha b \left(\Gamma_l + \frac{2\gamma^2}{\varepsilon} \left(1 + \frac{\gamma}{\varepsilon}\right) \right) = Gb \left(\Gamma_l + \frac{H}{G} \right) = Gb \Gamma_l - q_6, \quad (5.140)$$

para obtener

$$G = \varepsilon^2 \alpha = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \angle 0^\circ, \quad (5.141)$$

$$\begin{aligned} \frac{H}{G} &= \frac{2\gamma^2}{\varepsilon} \left(1 + \frac{\gamma}{\varepsilon}\right) = \frac{2\gamma^2}{\varepsilon^2} \varepsilon + \gamma = 2 \left[\frac{\left(\frac{-j}{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2} \right] \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{-j}{\sqrt{2}} \right) = -\frac{2}{\sqrt{2}} (-1-j), \quad (5.142) \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} \angle 180^\circ \sqrt{2} \angle -135^\circ = 2 \angle 180^\circ - 135^\circ = 2 \angle 45^\circ \end{aligned}$$

$$H = \frac{2\gamma^2}{\varepsilon} \left(1 + \frac{\gamma}{\varepsilon}\right) G = 2 \angle 45^\circ \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \angle 0^\circ \right) = \frac{2\sqrt{3}}{4} \angle 45^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{2 \cdot 2} \angle 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle 45^\circ, \quad (5.143)$$

así el centro q_6 está dado por

$$\begin{aligned} q_6 &= -\frac{H}{G} = -\frac{2\gamma^2}{\varepsilon} \left(1 + \frac{\gamma}{\varepsilon}\right) = -\frac{2\gamma^2}{\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon + \gamma}{\varepsilon} \right) = -2 \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \varepsilon + \gamma = -2 \left[\frac{\left(\frac{-j}{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2} \right] \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{-j}{\sqrt{2}} \right) \\ &= -2 \left(\frac{-1}{2} \right) \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{-j}{\sqrt{2}} \right) = 2 \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{-j}{\sqrt{2}} \right) = \frac{2}{\sqrt{2}} \angle 180^\circ \sqrt{2} \angle -135^\circ = 2 \angle 180^\circ - 135^\circ = 2 \angle -135^\circ \end{aligned} \quad (5.144)$$

y su factor y radio como

$$\left| \frac{D}{G} \right| = \left| \frac{j \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} \right| = \left| \frac{j}{\frac{1}{2}} \right| = |2j| = 2, \quad (5.145)$$

$$\left| \frac{D}{G} \right| \left| \frac{b_6}{b_4} \right| = 2 \left| \frac{b_6}{b_4} \right|. \quad (5.146)$$

5.2.2.3 Ubicación gráfica de los centros q en el plano Γ_{DBP} de la estructura hexaportal definida como la primera propuesta de Engen

En la Fig. 5.12 se puede observar la distribución que tienen los centros q para la estructura original (primera propuesta) de Engen. Es interesante notar que los factores para los radios corresponden a la distancia que existe desde sus respectivos centros al origen del plano Γ_{DBP} . No se indican los radios debido a que estos variarían conforme al DBP que se esté midiendo (ver apéndice B).

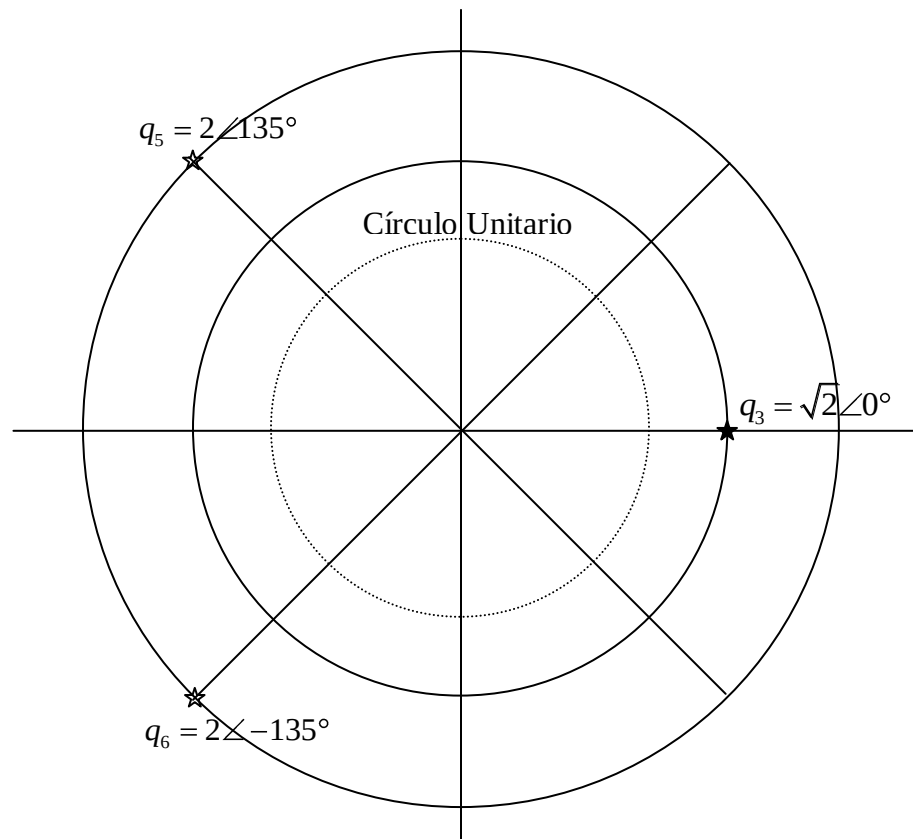


Figura 5.12. Distribución gráfica de los centros q para la estructura original (primera propuesta, Fig. 5.9) de Engen.

Enseguida se muestra un compendio de las constantes de calibración para la estructura de la Fig. 5.9.

$$A = -j \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cong 0.61237 \angle -90^\circ, \quad B = j \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.866 \angle 90^\circ, \quad C = 0,$$

$$D = j \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.866 \angle 90^\circ, \quad E = j \frac{\sqrt{3}}{4} \cong 0.433 \angle 90^\circ, \quad F = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} (1 + j) \cong 0.866 \angle 45^\circ,$$

$$G = \frac{\sqrt{3}}{4} \cong 0.433, \quad H = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} (1 + j) \cong 0.866 \angle 45^\circ.$$

Lamentablemente, este arreglo de seis puertos, no cumple con las recomendaciones del mismo Engen, pues las magnitudes de los centros q tienen valores diferentes y además su separación angular no es equidistante (i. e., 120° entre centros). Sin embargo, como el mismo Engen menciona, es la mejor aproximación que se tiene para una estructura hexaportal que sea capaz de proporcionar un ancho de banda amplio.

5.2.3 Análisis de la estructura hexaportal definida como la segunda propuesta de Engen

En este apartado se presenta el análisis matricial total, la obtención de las constantes de calibración y la ubicación gráfica de los centros q de la estructura hexaportal compuesta por acopladores de cuadratura (segunda propuesta) presentada por Engen (Fig. 5.13).

5.2.3.1 Análisis matricial total de los cuatripuertos que componen la estructura hexaportal definida como la segunda propuesta de Engen

Basándose en los análisis matriciales anteriores (ver sección 5.2.1) se realiza aquí la evaluación individual de las matrices de los cuatripuertos que componen la estructura hexaportal de la segunda propuesta de Engen.

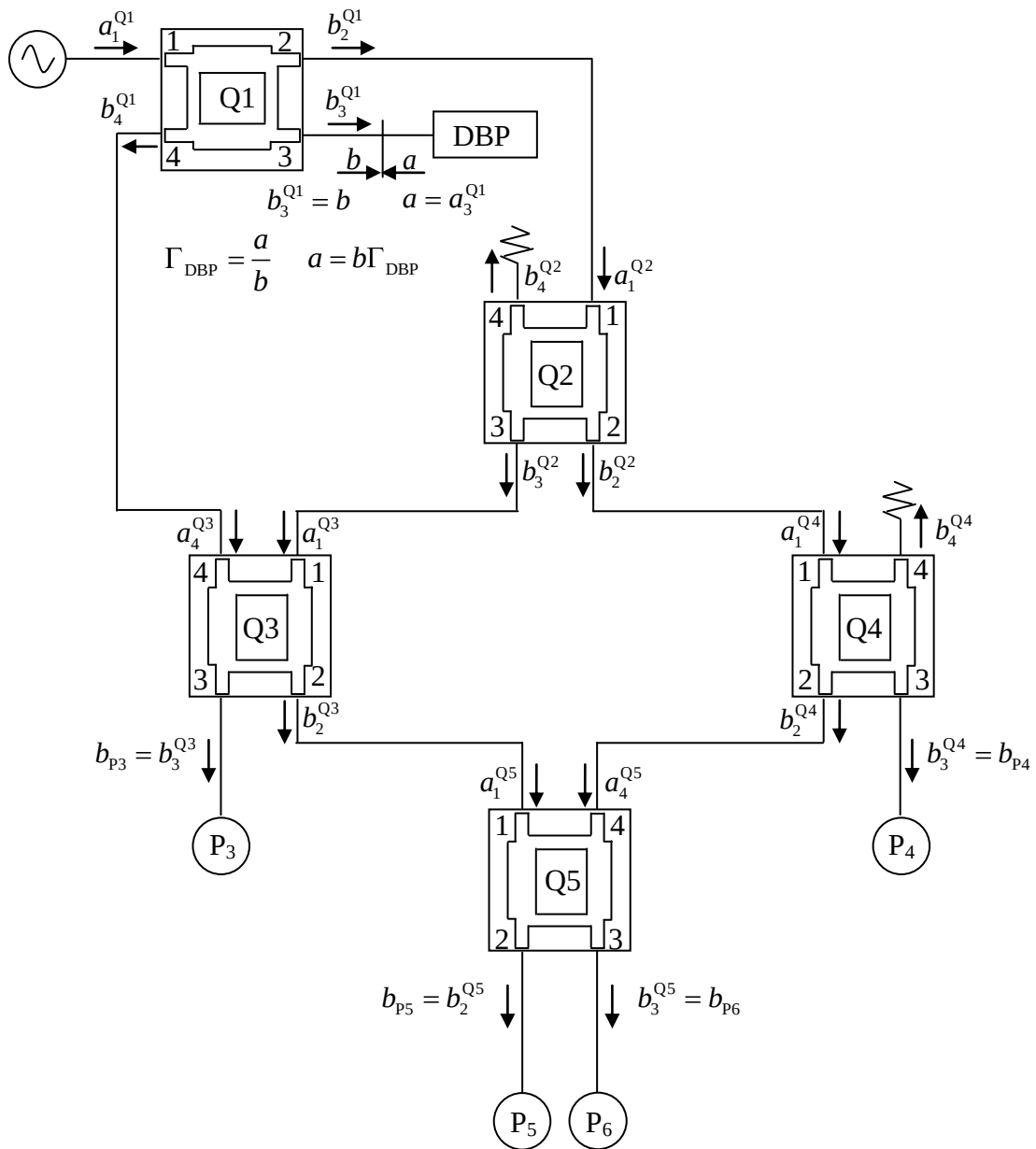


Figura 5.13. Estructura hexaportal diseñada con acopadores direccionales 3dB en cuadratura, segunda propuesta de Engen.

Acoplador de 90° (Q1)



matriz:

$$\begin{bmatrix} b_1^{Q1} \\ b_2^{Q1} \\ b_3^{Q1} \\ b_4^{Q1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q1} \\ 0 \\ a_3^{Q1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

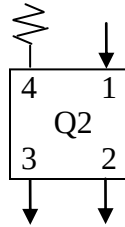
$$b_1^{Q1} = \varepsilon a_3^{Q1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_3^{Q1}, \quad (5.147)$$

$$b_2^{Q1} = \gamma a_1^{Q1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q1}, \quad (5.148)$$

$$b_3^{Q1} = \varepsilon a_1^{Q1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q1}, \quad (5.149)$$

$$b_4^{Q1} = \gamma a_3^{Q1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_3^{Q1}. \quad (5.150)$$

Acoplador de 90° (Q2)



$$b_1^{Q2} = 0, \quad a_2^{Q2} = 0, \quad a_3^{Q2} = 0, \quad a_4^{Q2} = 0,$$

matriz:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q2} \\ b_3^{Q2} \\ b_4^{Q2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

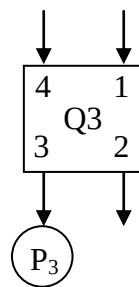
$$0 = 0, \quad (5.151)$$

$$b_2^{Q2} = \gamma a_1^{Q2} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q2}, \quad (5.152)$$

$$b_3^{Q2} = \varepsilon a_1^{Q2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q2}, \quad (5.153)$$

$$b_4^{Q2} = 0. \quad (5.154)$$

Acoplador de 90° (Q3)



$$b_1^{Q3} = 0, \quad a_2^{Q3} = 0, \quad a_3^{Q3} = 0, \quad b_4^{Q3} = 0,$$

matriz:

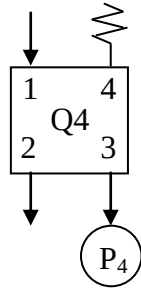
$$0=0, \quad (5.155)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q3} \\ b_3^{Q3} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q3} \\ 0 \\ 0 \\ a_4^{Q3} \end{bmatrix} \quad b_2^{Q3} = \gamma a_1^{Q3} + \varepsilon a_4^{Q3} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q3} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q3}, \quad (5.156)$$

$$b_3^{Q3} = \varepsilon a_1^{Q3} + \gamma a_4^{Q3} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q3} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_4^{Q3}, \quad (5.157)$$

$$0=0. \quad (5.158)$$

Acoplador de 90° (Q4)



$$b_1^{Q4} = 0, \quad a_2^{Q4} = 0, \quad a_3^{Q4} = 0, \quad a_4^{Q4} = 0,$$

matriz:

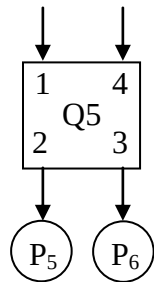
$$0=0, \quad (5.159)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q4} \\ b_3^{Q4} \\ b_4^{Q4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_2^{Q4} = \gamma a_1^{Q4} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q4}, \quad (5.160)$$

$$b_3^{Q4} = \varepsilon a_1^{Q4} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q4}, \quad (5.161)$$

$$b_4^{Q4} = 0. \quad (5.162)$$

Acoplador de 90° (Q5)



$$b_1^{Q5} = 0, \quad a_2^{Q5} = 0, \quad a_3^{Q5} = 0, \quad b_4^{Q5} = 0,$$

matriz:

$$0=0, \quad (5.163)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q5} \\ b_3^{Q5} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q5} \\ 0 \\ 0 \\ a_4^{Q5} \end{bmatrix} \quad b_2^{Q5} = \gamma a_1^{Q5} + \varepsilon a_4^{Q5} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q5} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q5}, \quad (5.164)$$

$$b_3^{Q5} = \varepsilon a_1^{Q5} + \gamma a_4^{Q5} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q5} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_4^{Q5}, \quad (5.165)$$

$$0=0. \quad (5.166)$$

Las ecuaciones de las señales incidentes en los cuatro diodos detectores obtenidas mediante este análisis son:

$$b_{p3} = b_3^{Q3} = \varepsilon a_1^{Q3} + \gamma a_4^{Q3} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q3} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_4^{Q3}, \quad (5.167)$$

$$b_{p4} = b_3^{Q4} = \varepsilon a_1^{Q4} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q4}, \quad (5.168)$$

$$b_{p5} = b_2^{Q5} = \gamma a_1^{Q5} + \varepsilon a_4^{Q5} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q5} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q5}, \quad (5.169)$$

$$b_{p6} = b_3^{Q5} = \varepsilon a_1^{Q5} + \gamma a_4^{Q5} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q5} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_4^{Q5}, \quad (5.170)$$

Debido a la interconexión que existe entre los acopladores y a que éstos se consideran como perfectamente acoplados, entonces se obtienen las relaciones que se muestran en la Fig. 5.14.

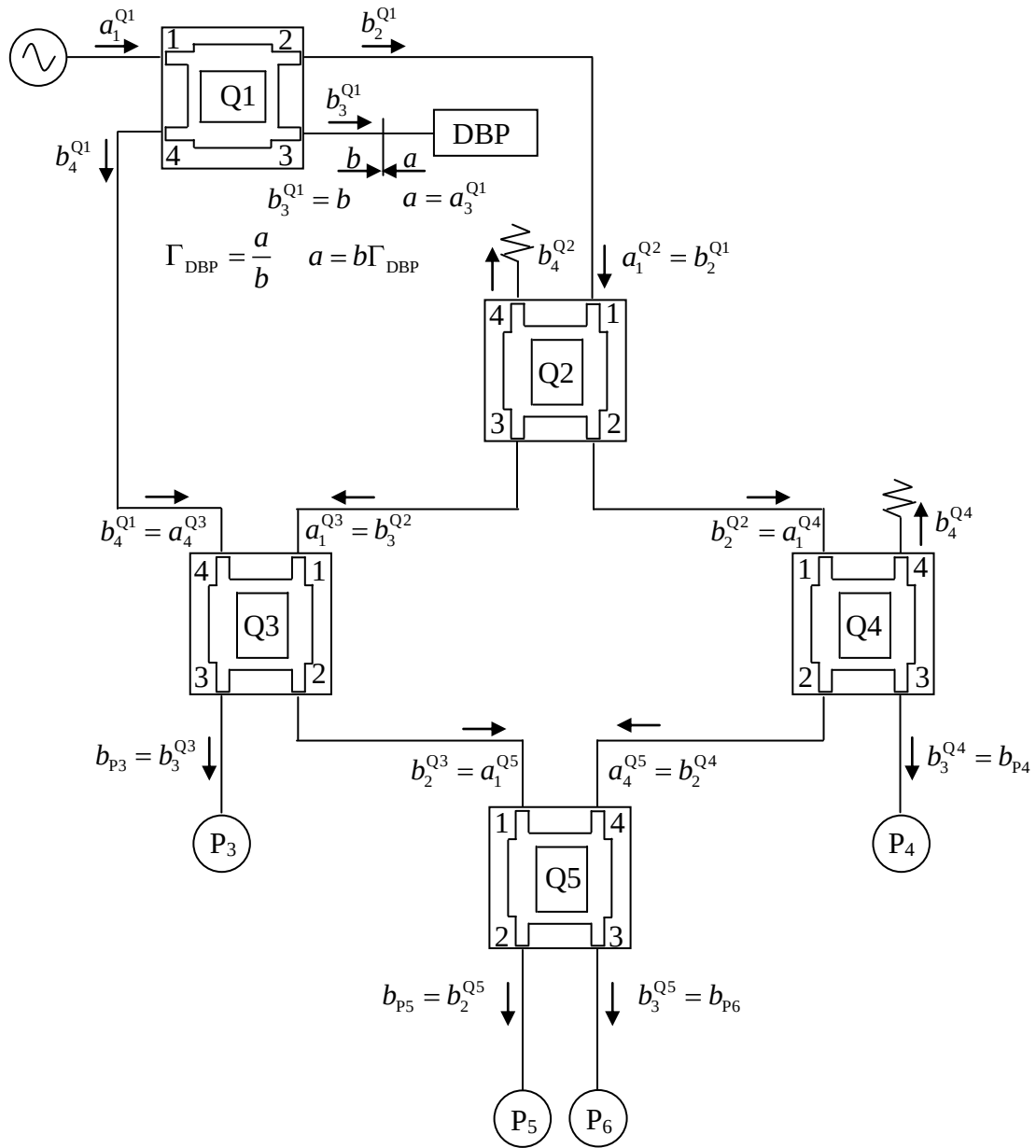


Figura 5.14. Relaciones entre las señales incidentes y reflejadas de los cuatripuertos de la segunda propuesta de Engen.

De la Fig. 5.14 se pueden extraer las siguientes ecuaciones que son relevantes para el análisis, $a_1^{Q2} = b_2^{Q1}$, $a_4^{Q3} = b_4^{Q1}$, $a_1^{Q3} = b_3^{Q2}$, $a_3^{Q1} = b\Gamma_{DBP}$, $a_1^{Q4} = b_2^{Q2}$, $a_1^{Q5} = b_2^{Q3}$, $a_3^{Q3} = b_2^{Q2}$, y de éstas; las señales reflejadas desde los cuatripuertos serían:

Primer cuatripuerto (Q1)

$$b_1^{Q1} = \varepsilon a_3^{Q1} = \varepsilon b \Gamma_{DBP}, \quad (5.171)$$

$$b_2^{Q1} = \gamma a_1^{Q1}, \quad (5.172)$$

$$b_3^{Q1} = \varepsilon a_1^{Q1}, \quad (5.173)$$

$$b_4^{Q1} = \gamma a_3^{Q1} = \gamma b \Gamma_{DBP}, \quad (5.174)$$

Segundo cuatripuerto (Q2)

$$b_2^{Q2} = \gamma a_1^{Q2} = \gamma b_2^{Q1} = \gamma \gamma a_1^{Q1} = \gamma^2 a_1^{Q1}, \quad (5.175)$$

$$b_3^{Q2} = \varepsilon a_1^{Q2} = \varepsilon b_2^{Q1} = \varepsilon \gamma a_1^{Q1} = \varepsilon \gamma a_1^{Q1}, \quad (5.176)$$

Tercer cuatripuerto (Q3)

$$b_2^{Q3} = \gamma a_1^{Q3} + \varepsilon a_4^{Q3} = \gamma b_3^{Q2} + \varepsilon b_4^{Q1} = \gamma \varepsilon \gamma a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma b \Gamma_{DBP} = \gamma^2 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma b \Gamma_{DBP}, \quad (5.177)$$

$$b_3^{Q3} = \varepsilon a_1^{Q3} + \gamma a_4^{Q3} = \varepsilon b_3^{Q2} + \gamma b_4^{Q1} = \varepsilon \varepsilon \gamma a_1^{Q1} + \gamma \gamma b \Gamma_{DBP} = \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1} + \gamma^2 b \Gamma_{DBP}, \quad (5.178)$$

Cuarto cuatripuerto (Q4)

$$b_2^{Q4} = \gamma a_1^{Q4} = \gamma b_2^{Q2} = \gamma \gamma^2 a_1^{Q1} = \gamma^3 a_1^{Q1}, \quad (5.179)$$

$$b_3^{Q4} = \varepsilon a_1^{Q4} = \varepsilon b_2^{Q2} = \varepsilon \gamma^2 a_1^{Q1} = \varepsilon \gamma^2 a_1^{Q1}, \quad (5.180)$$

Quinto cuatripuerto (Q5)

$$\begin{aligned} b_2^{Q5} &= \gamma a_1^{Q5} + \varepsilon a_4^{Q5} = \gamma b_2^{Q3} + \varepsilon b_2^{Q4} = \gamma \gamma^2 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma b \Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma^3 a_1^{Q1}, \\ &= \gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma^2 b \Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma^3 a_1^{Q1} = 2\gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \gamma^2 \varepsilon b \Gamma_{DBP} \end{aligned}, \quad (5.181)$$

$$b_3^{Q5} = \varepsilon a_1^{Q5} + \gamma a_4^{Q5} = \varepsilon b_2^{Q3} + \gamma b_2^{Q4} = \varepsilon \gamma^2 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma b \Gamma_{DBP} + \gamma \gamma^3 a_1^{Q1} \\ = \varepsilon^2 \gamma^2 a_1^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma b \Gamma_{DBP} + \gamma^4 a_1^{Q1}, \quad (5.182)$$

y debido a que $b_{p3} = b_3^{Q3}$, $b_{p4} = b_3^{Q4}$, $b_{p5} = b_2^{Q5}$ y $b_{p6} = b_3^{Q5}$, las señales en los diodos detectores son

$$b_{p3} = b_3^{Q3} = \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1} + \gamma^2 b \Gamma_{DBP}, \quad (5.183)$$

$$b_{p4} = b_3^{Q4} = \varepsilon \gamma^2 a_1^{Q1}, \quad (5.184)$$

$$b_{p5} = b_2^{Q5} = \gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma^2 b \Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma^3 a_1^{Q1} = 2\gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma^2 b \Gamma_{DBP}, \quad (5.185)$$

$$b_{p6} = b_3^{Q5} = \varepsilon^2 \gamma^2 a_1^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma b \Gamma_{DBP} + \gamma^4 a_1^{Q1}. \quad (5.186)$$

Debido al interés en tener una señal incidente en el DBP $b_3^{Q1} = b$, se considerará que la señal incidente del generador es $a_1^{Q1} = -\sqrt{2}b$. Con esta señal de entrada y debido a la interconexión de las estructuras, entonces las ecuaciones quedan como se presenta en la Fig. 5.15.

5.2.3.2 Obtención de las constantes de calibración de la estructura hexaportal definida como la segunda propuesta de Engen

En esta subsección se obtienen las constantes de calibración $A-H$ y los centros qs a partir de las relaciones de las lecturas de potencia obtenidas por los diodos, y con la nomenclatura de Engen (ver apéndice A).

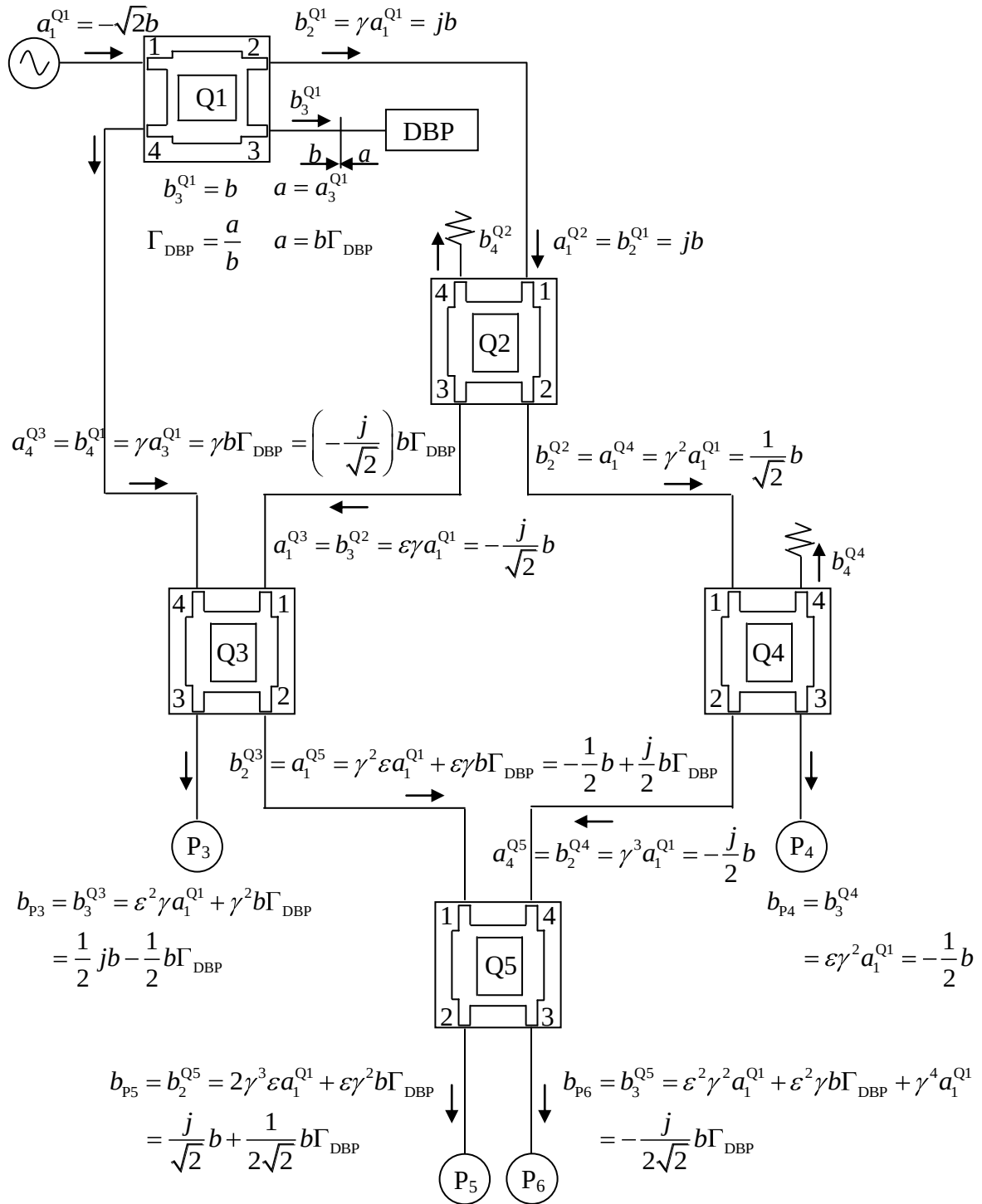


Figura 5.15. Relaciones finales correspondientes a una señal incidente b en el DBP y a su coeficiente de reflexión (Γ_{DBP}), para la segunda propuesta de Engen.

En el detector P_3 se tiene que

$$b_3^{Q3} = \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1} + \gamma^2 b \Gamma_l = \varepsilon^2 \gamma - \sqrt{2} b + \gamma^2 b \Gamma_l = b(-\varepsilon^2 \gamma \sqrt{2} + \gamma^2 \Gamma_l) = \gamma^2 b \left(\Gamma_l - \frac{\varepsilon^2 \sqrt{2}}{\gamma} \right), \quad (5.187)$$

donde $\Gamma_l = \Gamma_{DBP}$, y como

$$b_{P3} = b_3^{Q3} = \gamma^2 b \left(\Gamma_l - \frac{\varepsilon^2 \sqrt{2}}{\gamma} \right) = Ab \left(\Gamma_l + \frac{B}{A} \right) = Ab \Gamma_l - q_3, \quad (5.188)$$

entonces

$$A = \gamma^2 = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right)^2 = -\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \angle 180^\circ, \quad (5.189)$$

$$\frac{B}{A} = -\frac{\varepsilon^2 \sqrt{2}}{\gamma} = -\frac{\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \sqrt{2}}{\left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right)} = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{2}}{\frac{j}{\sqrt{2}}} = \frac{2}{2j} = 1 \angle -90^\circ, \quad (5.190)$$

$$B = -jA = -j \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{j}{2} = \frac{1}{2} \angle 90^\circ, \quad (5.191)$$

así, el centro q_3 está dado por

$$q_3 = -\frac{B}{A} = -(-j) = j = 1 \angle 90^\circ. \quad (5.192)$$

En el detector P_4 se tiene que

$$b_3^{Q4} = \varepsilon\gamma^2 a_1^{Q1} = \varepsilon\gamma^2 -\sqrt{2}b = -\sqrt{2}\varepsilon\gamma^2 b, \quad (5.193)$$

y dado que

$$b_{p4} = b_3^{Q4} = -\sqrt{2}\varepsilon\gamma^2 b = Ca + Db = Cb\Gamma_l + Db, \quad (5.194)$$

por lo tanto,

$$C = 0 = 0\angle 0^\circ, \quad (5.195)$$

y

$$D = -\sqrt{2}\varepsilon\gamma^2 = -\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{-j}{\sqrt{2}}\right)^2 = -\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\angle 180^\circ. \quad (5.196)$$

De lo anterior, se obtiene el factor

$$\left|\frac{D}{A}\right| = \left|\frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}\right| = |1| = 1, \quad (5.197)$$

por el que se multiplica la relación $\left|\frac{b_3}{b_4}\right|$, obtenida de las lecturas de los detectores 3 y 4,

para obtener el valor del radio de la circunferencia con centro q_3 y el cual queda como

$$\left|\frac{D}{A}\right|\left|\frac{b_3}{b_4}\right| = 1\left|\frac{b_3}{b_4}\right|. \quad (5.198)$$

En el detector P_5 se tiene que

$$\begin{aligned} b_2^{Q5} &= 2\gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma^2 b \Gamma_l = 2\gamma^3 \varepsilon \left(-\sqrt{2}b \right) + \varepsilon \gamma^2 b \Gamma_l = -2\sqrt{2}\gamma^3 \varepsilon b + \varepsilon \gamma^2 b \Gamma_l, \\ &= \varepsilon \gamma^2 b \left(\Gamma_l - 2\sqrt{2}\gamma \right), \end{aligned} \quad (5.199)$$

y debido a que

$$b_{p5} = b_2^{Q5} = \gamma^2 \varepsilon b \left(\Gamma_l - 2\sqrt{2}\gamma \right) = Eb \left(\Gamma_l + \frac{F}{E} \right) = Eb \left(\Gamma_l - q_5 \right), \quad (5.200)$$

se define

$$E = \gamma^2 \varepsilon = \left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right)^2 \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right) = \left(\frac{-1}{2} \right) \frac{-1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \angle 0^\circ, \quad (5.201)$$

$$\frac{F}{E} = -2\sqrt{2}\gamma = -2\sqrt{2} \left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right) = 2j = 2 \angle 90^\circ, \quad (5.202)$$

$$F = 2jE = 2j \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{j}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 90^\circ, \quad (5.203)$$

así, el centro q_5 está dado por

$$q_5 = -\frac{F}{E} = -(-2\sqrt{2}\gamma) = 2\sqrt{2} \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) = -2j = 2 \angle -90^\circ, \quad (5.204)$$

y su factor y radio como

$$\left| \frac{D}{E} \right| = \left| \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2\sqrt{2}}} \right| = \left| -\frac{2\sqrt{2}}{2} \right| = \left| -\sqrt{2} \right| = \sqrt{2}, \quad (5.205)$$

$$\left| \frac{D}{E} \right| \left| \frac{b_5}{b_4} \right| = \sqrt{2} \left| \frac{b_5}{b_4} \right|. \quad (5.206)$$

En el detector P_6 se tiene que

$$\begin{aligned} b_3^{Q5} &= \varepsilon^2 \gamma^2 a_1^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma b \Gamma_l + \gamma^4 a_1^{Q1} = \varepsilon^2 \gamma^2 (-\sqrt{2}b) + \varepsilon^2 \gamma b \Gamma_l + \gamma^4 (-\sqrt{2}b) \\ &= -\sqrt{2} \varepsilon^2 \gamma^2 b + \varepsilon^2 \gamma b \Gamma_l - \sqrt{2} \gamma^4 b = \varepsilon^2 \gamma b \left(\Gamma_l - \sqrt{2} \gamma - \frac{\sqrt{2} \gamma^3}{\varepsilon^2} \right) = \varepsilon^2 \gamma b \left(\Gamma_l - \sqrt{2} \gamma \left(1 + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.207)$$

lo que lleva a

$$b_{p6} = b_3^{Q5} = \varepsilon^2 \gamma b \left(\Gamma_l - \sqrt{2} \gamma \left(1 + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \right) \right) = Gb \left(\Gamma_l + \frac{H}{G} \right) = Gb \quad \Gamma_l - q_6, \quad (5.208)$$

para obtener

$$G = \varepsilon^2 \gamma = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right)^2 \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) = \left(\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) = -\frac{j}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \angle -90^\circ, \quad (5.209)$$

$$\frac{H}{G} = -\sqrt{2} \gamma \left(1 + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \right) = -\sqrt{2} \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) \left[1 + \frac{\left(\left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right)^2 \right)}{\left(\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \right)} \right] = -\sqrt{2} \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) \left[1 + \left(\frac{-1}{2} \right) \right], \quad (5.210)$$

$$= j \quad 1 + \quad -1 \quad = 0$$

$$H = -\sqrt{2} \gamma \left(1 + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \right) G = 0 \quad G = 0, \quad (5.211)$$

así, el centro q_6 está dado por

$$q_6 = -\frac{H}{G} = -\left(-\sqrt{2}\gamma\left(1+\frac{\gamma^2}{\varepsilon^2}\right)\right) = 0 = 0\angle 0^\circ, \quad (5.212)$$

y su factor y radio como

$$\left|\frac{D}{G}\right| = \left|\frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{j}{2\sqrt{2}}}\right| = \left|\frac{2\sqrt{2}}{2j}\right| = \left|\frac{\sqrt{2}}{j}\right| = |-j\sqrt{2}| = |\sqrt{2}\angle -90^\circ| = \sqrt{2}, \quad (5.213)$$

$$\left|\frac{D}{G}\right|\left|\frac{b_6}{b_4}\right| = \sqrt{2}\left|\frac{b_6}{b_4}\right|. \quad (5.214)$$

5.2.3.3 Ubicación gráfica de los centros q en el plano Γ_{DBP} de la estructura hexaportal definida como la segunda propuesta de Engen

En la Fig. 5.16 se puede observar la distribución que tienen los centros q para la estructura de la segunda propuesta de Engen. Esta nueva distribución no es conveniente, debido a que provoca una situación crítica (antes mencionada por Bilik) en la que los tres centros q se sitúan en una misma línea. Esta distribución presenta el problema de indeterminación entre dos valores del coeficiente de reflexión del DBP Γ_{DBP} .

Enseguida se muestra un compendio de las constantes de calibración para la estructura de la Fig. 5.13.

$$\begin{aligned} A &= -\frac{1}{2} = -0.5 = 0.5\angle 180^\circ, & B &= \frac{j}{2} = \frac{1}{2}\angle 90^\circ = 0.5\angle 90^\circ, & C &= 0, \\ D &= -\frac{1}{2} = 0.5\angle 180^\circ, & E &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \cong 0.35355\angle 0^\circ, & F &= \frac{j}{\sqrt{2}} \cong 0.7071\angle 90^\circ, \\ G &= -\frac{j}{2\sqrt{2}} \cong 0.35355\angle -90^\circ, & H &= 0 = 0\angle 0^\circ. \end{aligned}$$

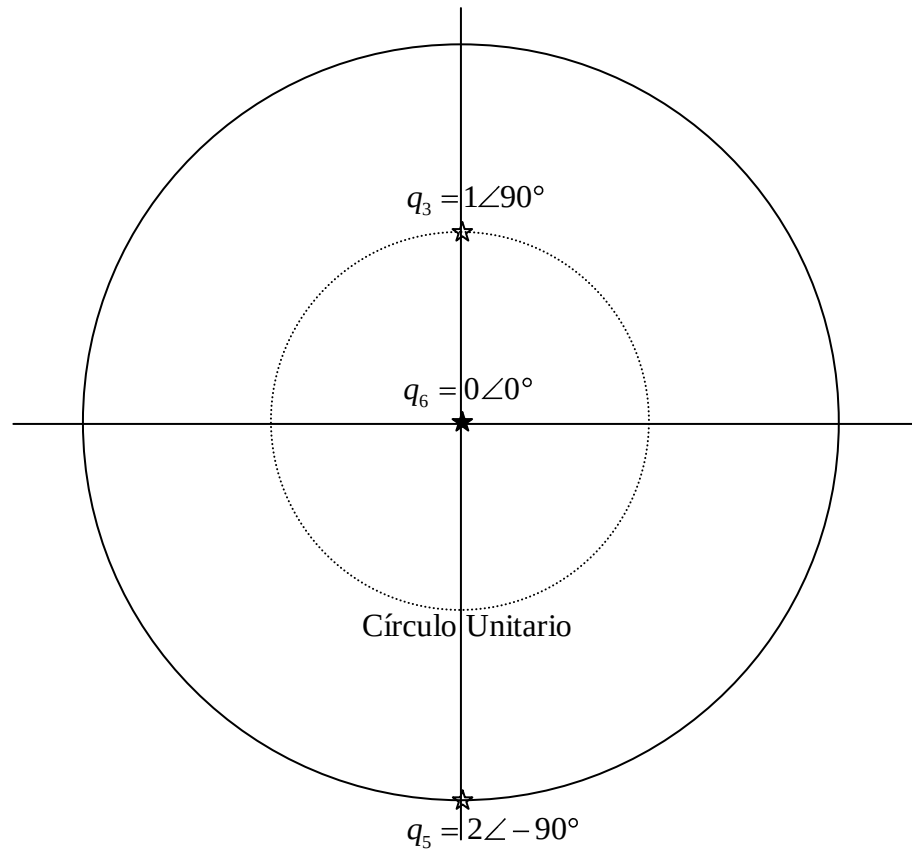


Figura 5.16. Distribución gráfica de los centros q para la estructura de la segunda propuesta de Engen, Fig. 5.13.

5.2.4 Análisis de la estructura hexaportal definida como la tercera propuesta de Engen

En este apartado se presenta el análisis matricial total, la obtención de las constantes de calibración y la ubicación gráfica de los centros q de la otra opción propuesta por Engen para la estructura hexaportal compuesta por acopladores de cuadratura (tercera propuesta, Fig. 5.17).

5.2.4.1 Análisis matricial total de los cuatripuertos que componen la estructura hexaportal definida como la tercera propuesta de Engen

Basándose en los análisis matriciales anteriores (ver sección 5.2.1) se realiza aquí la evaluación individual de las matrices de los cuatripuertos que componen la estructura hexaportal de la tercera propuesta de Engen.

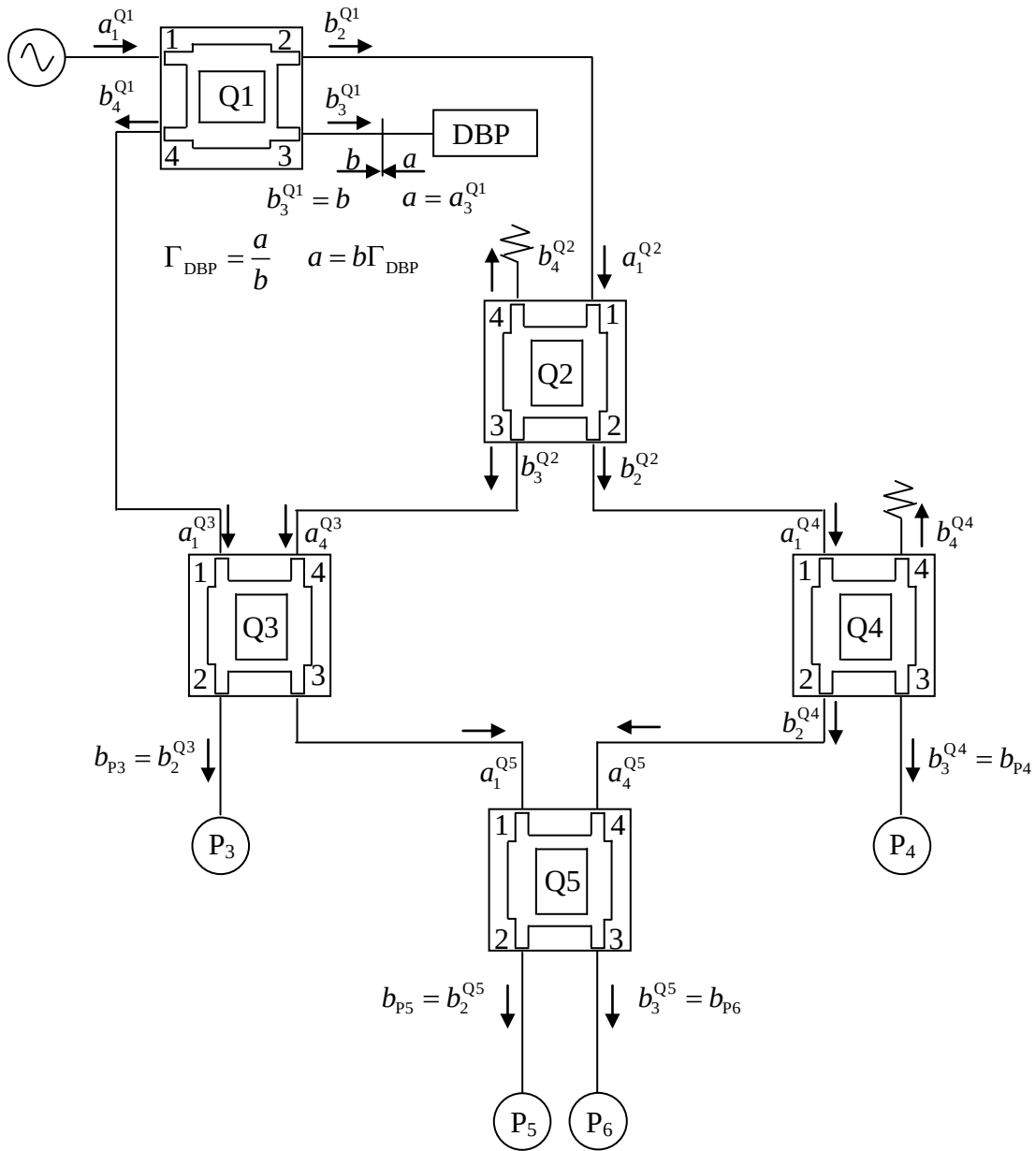


Figura 5.17. Estructura hexaportal diseñada con acopladores direccionales 3dB en cuadratura, tercera propuesta de Engen.

Acoplador de 90° (Q1)



matriz:

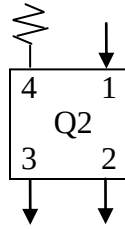
$$b_1^{Q1} = \varepsilon a_3^{Q1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_3^{Q1}, \quad (5.215)$$

$$\begin{bmatrix} b_1^{Q1} \\ b_2^{Q1} \\ b_3^{Q1} \\ b_4^{Q1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q1} \\ 0 \\ a_3^{Q1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.216)$$

$$b_3^{Q1} = \varepsilon a_1^{Q1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q1}, \quad (5.217)$$

$$b_4^{Q1} = \gamma a_3^{Q1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_3^{Q1}. \quad (5.218)$$

Acoplador de 90° (Q2)



$$b_1^{Q2} = 0, \quad a_2^{Q2} = 0, \quad a_3^{Q2} = 0, \quad a_4^{Q2} = 0,$$

matriz:

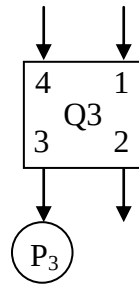
$$0 = 0, \quad (5.219)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q2} \\ b_3^{Q2} \\ b_4^{Q2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.220)$$

$$b_3^{Q2} = \varepsilon a_1^{Q2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q2}, \quad (5.221)$$

$$b_4^{Q2} = 0. \quad (5.222)$$

Acoplador de 90° (Q3)



$$b_1^{Q3} = 0, \quad a_2^{Q3} = 0, \quad a_3^{Q3} = 0, \quad b_4^{Q3} = 0,$$

matriz:

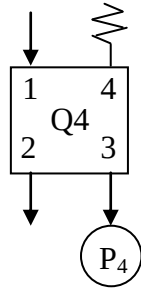
$$0=0, \quad (5.223)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q3} \\ b_3^{Q3} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q3} \\ 0 \\ 0 \\ a_4^{Q3} \end{bmatrix} \quad b_2^{Q3} = \gamma a_1^{Q3} + \varepsilon a_4^{Q3} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q3} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q3}, \quad (5.224)$$

$$b_3^{Q3} = \varepsilon a_1^{Q3} + \gamma a_4^{Q3} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q3} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_4^{Q3}, \quad (5.225)$$

$$0=0. \quad (5.226)$$

Acoplador de 90° (Q4)



$$b_1^{Q4} = 0, \quad a_2^{Q4} = 0, \quad a_3^{Q4} = 0, \quad a_4^{Q4} = 0,$$

matriz:

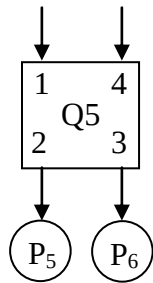
$$0=0, \quad (5.227)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q4} \\ b_3^{Q4} \\ b_4^{Q4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_2^{Q4} = \gamma a_1^{Q4} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q4}, \quad (5.228)$$

$$b_3^{Q4} = \varepsilon a_1^{Q4} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q4}, \quad (5.229)$$

$$b_4^{Q4} = 0. \quad (5.230)$$

Acoplador de 90° (Q5)



$$b_1^{Q5} = 0, \quad a_2^{Q5} = 0, \quad a_3^{Q5} = 0, \quad b_4^{Q5} = 0,$$

matriz:

$$0=0, \quad (5.231)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q5} \\ b_3^{Q5} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q5} \\ 0 \\ 0 \\ a_4^{Q5} \end{bmatrix} \quad b_2^{Q5} = \gamma a_1^{Q5} + \varepsilon a_4^{Q5} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q5} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q5}, \quad (5.232)$$

$$b_3^{Q5} = \varepsilon a_1^{Q5} + \gamma a_4^{Q5} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q5} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_4^{Q5}, \quad (5.233)$$

$$0=0. \quad (5.234)$$

Las ecuaciones de las señales incidentes en los cuatro diodos detectores obtenidas mediante este análisis son:

$$b_{p3} = b_2^{Q3} = \gamma a_1^{Q3} + \varepsilon a_4^{Q3} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q3} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q3}, \quad (5.235)$$

$$b_{p4} = b_3^{Q4} = \varepsilon a_1^{Q4} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q4}, \quad (5.236)$$

$$b_{p5} = b_2^{Q5} = \gamma a_1^{Q5} + \varepsilon a_4^{Q5} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q5} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q5}, \quad (5.237)$$

$$b_{p6} = b_3^{Q5} = \varepsilon a_1^{Q5} + \gamma a_4^{Q5} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q5} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_4^{Q5}. \quad (5.238)$$

Debido a la interconexión que existe entre los acopladores y a que éstos se consideran como perfectamente acoplados, entonces se obtienen las relaciones que se muestran en la Fig. 5.18.

De la Fig. 5.18 se pueden extraer las siguientes ecuaciones que son relevantes para el análisis, $a_1^{Q2} = b_2^{Q1}$, $a_1^{Q3} = b_4^{Q1}$, $a_4^{Q3} = b_3^{Q2}$, $a_3^{Q1} = b\Gamma_{DBP}$, $a_1^{Q4} = b_2^{Q2}$, $a_1^{Q5} = b_2^{Q3}$, $a_4^{Q5} = b_2^{Q4}$, y de éstas; las señales reflejadas desde los cuatripuertos serían:

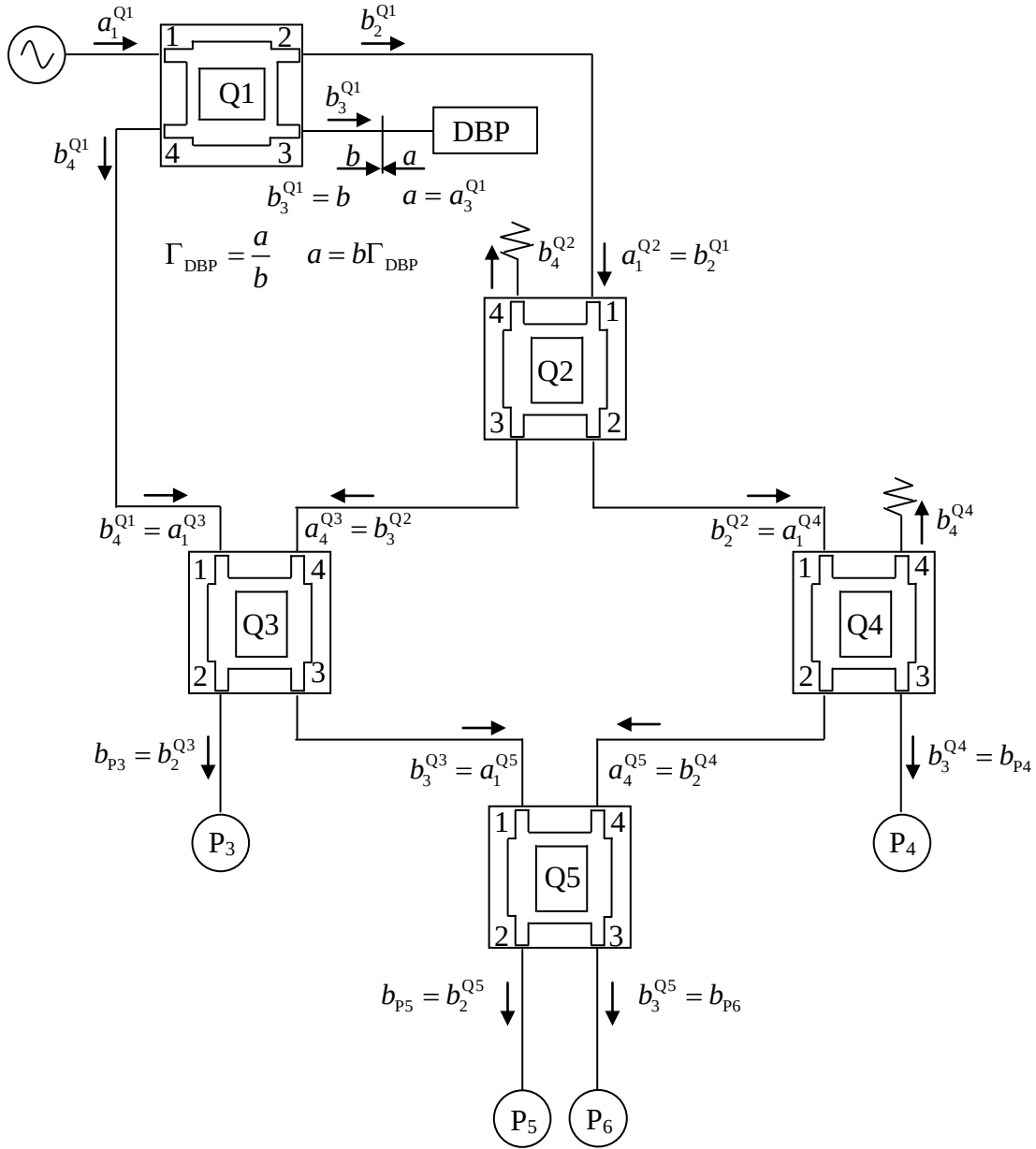


Figura 5.18. Relaciones entre las señales incidentes y reflejadas de los cuatripuertos de la tercera propuesta de Engen.

Primer cuatripuerto (Q1)

$$b_1^{Q1} = \varepsilon a_3^{Q1} = \varepsilon b \Gamma_{\text{DBP}}, \quad (5.239)$$

$$b_2^{Q1} = \gamma a_1^{Q1}, \quad (5.240)$$

$$b_3^{Q1} = \varepsilon a_1^{Q1}, \quad (5.241)$$

$$b_4^{Q1} = \gamma a_3^{Q1} = \gamma b \Gamma_{\text{DBP}}, \quad (5.242)$$

Segundo cuatripuerto (Q2)

$$b_2^{Q2} = \gamma a_1^{Q2} = \gamma b_2^{Q1} = \gamma \gamma a_1^{Q1} = \gamma^2 a_1^{Q1}, \quad (5.243)$$

$$b_3^{Q2} = \varepsilon a_1^{Q2} = \varepsilon b_2^{Q1} = \varepsilon \gamma a_1^{Q1} = \varepsilon \gamma a_1^{Q1}, \quad (5.244)$$

Tercer cuatripuerto (Q3)

$$b_2^{Q3} = \gamma a_1^{Q3} + \varepsilon a_4^{Q3} = \gamma b_4^{Q1} + \varepsilon b_3^{Q2} = \gamma \gamma b \Gamma_{DBP} + \varepsilon \varepsilon \gamma a_1^{Q1} = \gamma^2 b \Gamma_{DBP} + \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1}, \quad (5.245)$$

$$b_3^{Q3} = \varepsilon a_1^{Q3} + \gamma a_4^{Q3} = \varepsilon b_4^{Q1} + \gamma b_3^{Q2} = \varepsilon \gamma b \Gamma_{DBP} + \gamma \varepsilon \gamma a_1^{Q1} = \varepsilon \gamma b \Gamma_{DBP} + \gamma^2 \varepsilon a_1^{Q1}, \quad (5.246)$$

Cuarto cuatripuerto (Q4)

$$b_2^{Q4} = \gamma a_1^{Q4} = \gamma b_2^{Q2} = \gamma \gamma^2 a_1^{Q1} = \gamma^3 a_1^{Q1}, \quad (5.247)$$

$$b_3^{Q4} = \varepsilon a_1^{Q4} = \varepsilon b_2^{Q2} = \varepsilon \gamma^2 a_1^{Q1} = \varepsilon \gamma^2 a_1^{Q1}, \quad (5.248)$$

Quinto cuatripuerto (Q5)

$$\begin{aligned} b_2^{Q5} &= \gamma a_1^{Q5} + \varepsilon a_4^{Q5} = \gamma b_3^{Q3} + \varepsilon b_2^{Q4} = \gamma \varepsilon \gamma b \Gamma_{DBP} + \gamma^2 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma^3 a_1^{Q1} \\ &= \gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma^2 b \Gamma_{DBP} + \gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} = \varepsilon \gamma^2 b \Gamma_{DBP} + 2\gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} \end{aligned}, \quad (5.249)$$

$$\begin{aligned} b_3^{Q5} &= \varepsilon a_1^{Q5} + \gamma a_4^{Q5} = \varepsilon b_3^{Q3} + \gamma b_2^{Q4} = \varepsilon \varepsilon \gamma b \Gamma_{DBP} + \gamma^2 \varepsilon a_1^{Q1} + \gamma \gamma^3 a_1^{Q1} \\ &= \varepsilon^2 \gamma b \Gamma_{DBP} + \varepsilon^2 \gamma^2 a_1^{Q1} + \gamma^4 a_1^{Q1} \end{aligned}, \quad (5.250)$$

y debido a que $b_{p3} = b_2^{Q3}$, $b_{p4} = b_3^{Q4}$, $b_{p5} = b_2^{Q5}$ y $b_{p6} = b_3^{Q5}$, las señales en los diodos detectores son

$$b_{p3} = b_2^{Q3} = \gamma^2 b \Gamma_{DBP} + \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1}, \quad (5.251)$$

$$b_{p4} = b_3^{Q4} = \varepsilon \gamma^2 a_1^{Q1}, \quad (5.252)$$

$$b_{p5} = b_2^{Q5} = \gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma^2 b \Gamma_{DBP} + \varepsilon \gamma^3 a_1^{Q1} = 2\gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon \gamma^2 b \Gamma_{DBP}, \quad (5.253)$$

$$b_{p6} = b_3^{Q5} = \varepsilon^2 \gamma^2 a_1^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma b \Gamma_{DBP} + \gamma^4 a_1^{Q1}, \quad (5.254)$$

ya que la señal incidente que proviene del generador es $a_1^{Q1} = -\sqrt{2}b$ y debido a la interconexión de las estructuras, entonces las ecuaciones quedan como se presentan en la Fig. 5.19.

5.2.4.2 Obtención de las constantes de calibración de la estructura hexaportal definida como la tercera propuesta de Engen

En esta subsección se obtienen las constantes de calibración $A-H$ y los centros qs a partir de las relaciones de las lecturas de potencia obtenidas por los diodos, y con la nomenclatura de Engen (ver apéndice A).

En el detector P_3 se tiene que

$$b_2^{Q3} = \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1} + \gamma^2 b \Gamma_l = \varepsilon^2 \gamma (-\sqrt{2}b) + \gamma^2 b \Gamma_l = b(-\varepsilon^2 \gamma \sqrt{2} + \gamma^2 \Gamma_l) = \gamma^2 b \left(\Gamma_l - \frac{\varepsilon^2 \sqrt{2}}{\gamma} \right), \quad (5.255)$$

donde $\Gamma_l = \Gamma_{DBP}$, y como

$$b_{p3} = b_2^{Q3} = \gamma^2 b \left(\Gamma_l - \frac{\varepsilon^2 \sqrt{2}}{\gamma} \right) = Ab \left(\Gamma_l + \frac{B}{A} \right) = Ab \Gamma_l - q_3, \quad (5.256)$$

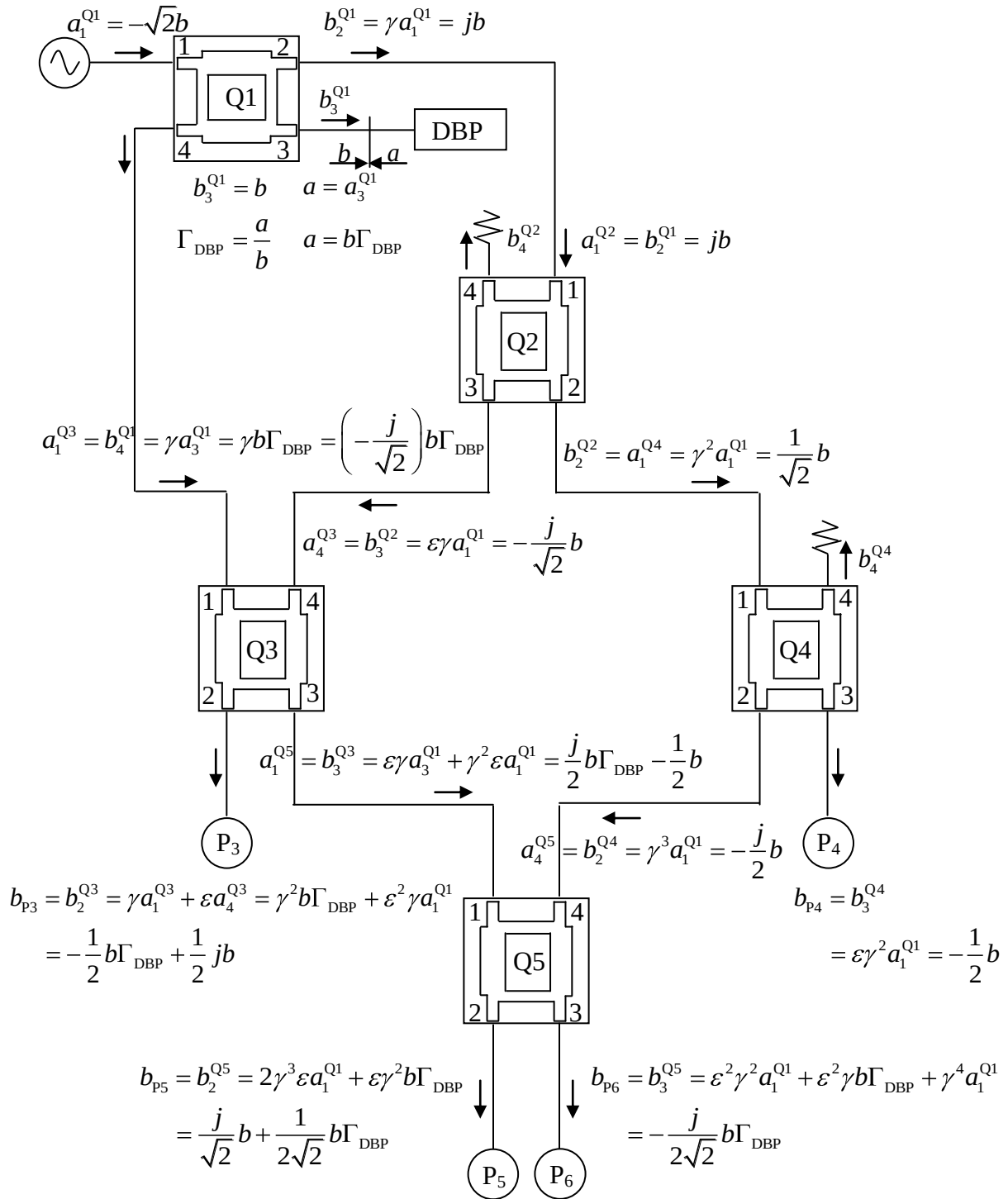


Figura 5.19. Relaciones finales correspondientes a una señal incidente b en el DBP y a su coeficiente de reflexión (Γ_{DBP}), para la tercera propuesta de Engen.

entonces

$$A = \gamma^2 = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right)^2 = -\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \angle 180^\circ, \quad (5.257)$$

$$\frac{B}{A} = -\frac{\varepsilon^2 \sqrt{2}}{\gamma} = -\frac{\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \sqrt{2}}{\left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right)} = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{2}}{\frac{j}{\sqrt{2}}} = \frac{2}{2j} = 1 \angle -90^\circ, \quad (5.258)$$

$$B = -jA = -j \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{j}{2} = \frac{1}{2} \angle 90^\circ, \quad (5.259)$$

así, el centro q_3 está dado por

$$q_3 = -\frac{B}{A} = -(-j) = j = 1 \angle 90^\circ. \quad (5.260)$$

En el detector P_4 se tiene que

$$b_3^{Q4} = \varepsilon \gamma^2 a_1^{Q1} = \varepsilon \gamma^2 (-\sqrt{2}b) = -\sqrt{2} \varepsilon \gamma^2 b, \quad (5.261)$$

y dado que

$$b_{p4} = b_3^{Q4} = -\sqrt{2} \varepsilon \gamma^2 b = Ca + Db = Cb\Gamma_l + Db, \quad (5.262)$$

por lo tanto,

$$C = 0 = 0 \angle 0^\circ, \quad (5.263)$$

y

$$D = -\sqrt{2}\varepsilon\gamma^2 = -\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{-j}{\sqrt{2}}\right)^2 = -\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \angle 180^\circ. \quad (5.264)$$

De lo anterior, se obtiene el factor

$$\left|\frac{D}{A}\right| = \left|\frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}\right| = |1| = 1, \quad (5.265)$$

por el que se multiplica la relación $\left|\frac{b_3}{b_4}\right|$, obtenida de las lecturas de los detectores 3 y 4,

para obtener el valor del radio de la circunferencia con centro q_3 y el cual queda como

$$\left|\frac{D}{A}\right|\left|\frac{b_3}{b_4}\right| = 1\left|\frac{b_3}{b_4}\right|. \quad (5.266)$$

En el detector P_5 se tiene que

$$\begin{aligned} b_2^{Q5} &= 2\gamma^3\varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon\gamma^2 b\Gamma_l = 2\gamma^3\varepsilon -\sqrt{2}b + \varepsilon\gamma^2 b\Gamma_l = -2\sqrt{2}\gamma^3\varepsilon b + \varepsilon\gamma^2 b\Gamma_l, \\ &= \varepsilon\gamma^2 b\Gamma_l - 2\sqrt{2}\gamma \end{aligned} \quad (5.267)$$

y debido a que

$$b_{p5} = b_2^{Q5} = \gamma^2\varepsilon b\Gamma_l - 2\sqrt{2}\gamma = Eb\left(\Gamma_l + \frac{F}{E}\right) = Eb\Gamma_l - q_5, \quad (5.268)$$

se define

$$E = \gamma^2 \varepsilon = \left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right)^2 \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right) = \left(\frac{-1}{2} \right) \frac{-1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \angle 0^\circ, \quad (5.269)$$

$$\frac{F}{E} = -2\sqrt{2}\gamma = -2\sqrt{2} \left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right) = 2j = 2 \angle 90^\circ, \quad (5.270)$$

$$F = 2jE = 2j \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{j}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 90^\circ, \quad (5.271)$$

así, el centro q_5 está dado por

$$q_5 = -\frac{F}{E} = -(-2\sqrt{2}\gamma) = 2\sqrt{2} \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) = -2j = 2 \angle -90^\circ, \quad (5.272)$$

y su factor y radio como

$$\left| \frac{D}{E} \right| = \left| \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2\sqrt{2}}} \right| = \left| -\frac{2\sqrt{2}}{2} \right| = |-\sqrt{2}| = \sqrt{2}, \quad (5.273)$$

$$\left| \frac{D}{E} \right| \left| \frac{b_5}{b_4} \right| = \sqrt{2} \left| \frac{b_5}{b_4} \right|. \quad (5.274)$$

En el detector P_6 se tiene que

$$\begin{aligned} b_3^{Q5} &= \varepsilon^2 \gamma^2 a_1^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma b \Gamma_l + \gamma^4 a_1^{Q1} = \varepsilon^2 \gamma^2 (-\sqrt{2}b) + \varepsilon^2 \gamma b \Gamma_l + \gamma^4 (-\sqrt{2}b) \\ &= -\sqrt{2} \varepsilon^2 \gamma^2 b + \varepsilon^2 \gamma b \Gamma_l - \sqrt{2} \gamma^4 b = \varepsilon^2 \gamma b \left(\Gamma_l - \sqrt{2} \gamma - \frac{\sqrt{2} \gamma^3}{\varepsilon^2} \right) = \varepsilon^2 \gamma b \left(\Gamma_l - \sqrt{2} \gamma \left(1 + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.275)$$

lo que lleva a

$$b_{p6} = b_3^{Q5} = \varepsilon^2 \gamma b \left(\Gamma_l - \sqrt{2} \gamma \left(1 + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \right) \right) = G b \left(\Gamma_l + \frac{H}{G} \right) = G b \Gamma_l - q_6, \quad (5.276)$$

para obtener

$$G = \varepsilon^2 \gamma = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right)^2 \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) = \left(\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) = -\frac{j}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \angle -90^\circ, \quad (5.277)$$

$$\begin{aligned} \frac{H}{G} &= -\sqrt{2} \gamma \left(1 + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \right) = -\sqrt{2} \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) \left[1 + \frac{\left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right)^2}{\left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right)^2} \right] = -\sqrt{2} \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) \left[1 + \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{1}{2}} \right] \\ &= j \quad 1 + -1 = 0 \end{aligned} \quad (5.278)$$

$$H = -\sqrt{2} \gamma \left(1 + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \right) G = 0 \quad G = 0, \quad (5.279)$$

así, el centro q_6 está dado por

$$q_6 = -\frac{H}{G} = -\left(-\sqrt{2} \gamma \left(1 + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \right) \right) = 0 = 0 \angle 0^\circ, \quad (5.280)$$

y su factor y radio como

$$\left| \frac{D}{G} \right| = \left| \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{j}{2\sqrt{2}}} \right| = \left| \frac{2\sqrt{2}}{2j} \right| = \left| \frac{\sqrt{2}}{j} \right| = |-j\sqrt{2}| = |\sqrt{2} \angle -90^\circ| = \sqrt{2}, \quad (5.281)$$

$$\left| \frac{D}{G} \right| \left| \frac{b_6}{b_4} \right| = \sqrt{2} \left| \frac{b_6}{b_4} \right|. \quad (5.282)$$

5.2.4.3 Ubicación gráfica de los centros q en el plano Γ_{DBP} de la estructura hexaportal definida como la tercera propuesta de Engen

Enseguida se muestra un compendio de las constantes de calibración para la estructura de la Fig. 5.17.

$$A = -\frac{1}{2} = -0.5 = 0.5\angle 180^\circ, \quad B = \frac{j}{2} = \frac{1}{2}\angle 90^\circ = 0.5\angle 90^\circ, \quad C = 0,$$

$$D = -\frac{1}{2} = 0.5\angle 180^\circ, \quad E = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cong 0.35355\angle 0^\circ, \quad F = \frac{j}{\sqrt{2}} \cong 0.7071\angle 90^\circ,$$

$$G = -\frac{j}{2\sqrt{2}} \cong 0.35355\angle -90^\circ, \quad H = 0 = 0\angle 0^\circ.$$

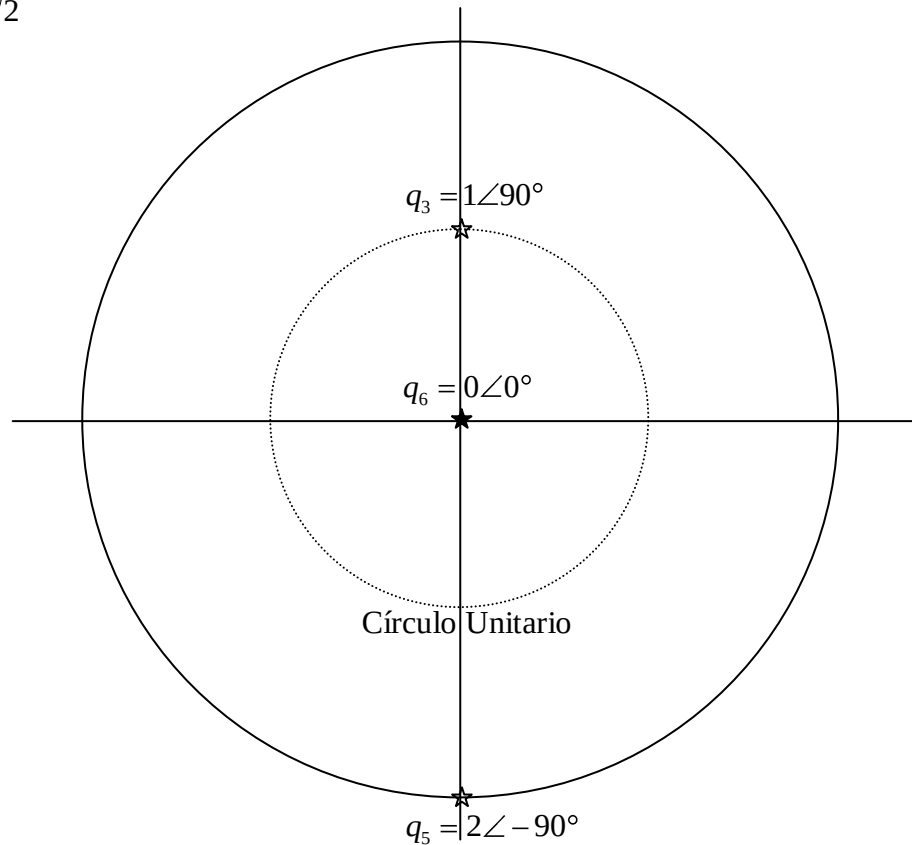


Figura 5.20. Distribución gráfica de los centros q para la estructura de la tercera propuesta de Engen, Fig. 5.17.

En la Fig. 5.20 se puede observar la distribución que tienen los centros q para la estructura de la tercera propuesta de Engen. Esta figura y las ecuaciones de esta tercera propuesta, así como la Fig. 5.16 y las ecuaciones de la segunda propuesta, dan los mismos resultados. Por lo tanto esta tercera estructura tampoco es conveniente.

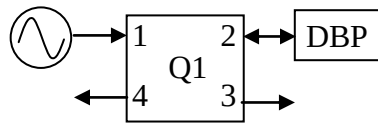
5.2.5 Análisis de la estructura hexaportal de la propuesta de Li

En este apartado se presenta el análisis matricial total, la obtención de las constantes de calibración y la ubicación gráfica de los centros q de la estructura hexaportal presentada por Li (Fig. 5.21).

5.2.5.1 Análisis matricial total de los cuatrupuertos que componen la estructura hexaportal de la propuesta de Li

El primer acoplador direccional en cuadratura (Q1) tiene el DBP conectado en el puerto 2 en vez de en el 3 y para el caso del cambiador de fase, éste es una línea de retardo. Basándose en los análisis matriciales anteriores (ver sección 5.2.1) se realiza aquí la evaluación individual de las matrices de los cuatrupuertos que componen la estructura hexaportal de la propuesta de Li.

Acoplador de 90° (Q1)



$$a_3^{Q1} = 0, \quad a_4^{Q1} = 0,$$

matriz:

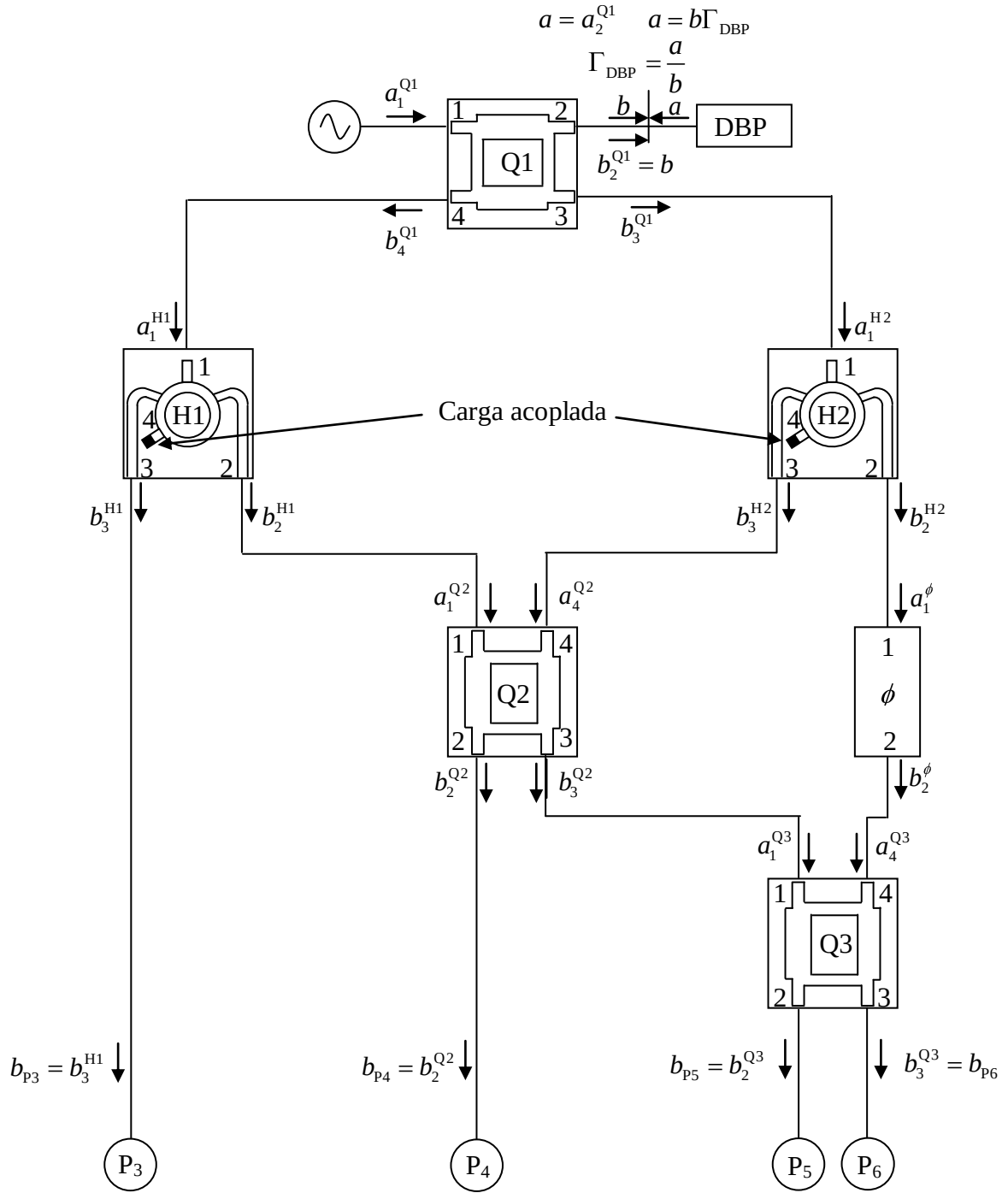
$$\begin{bmatrix} b_1^{Q1} \\ b_2^{Q1} \\ b_3^{Q1} \\ b_4^{Q1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q1} \\ a_2^{Q1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$b_1^{Q1} = \gamma a_2^{Q1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_2^{Q1}, \quad (5.283)$$

$$b_2^{Q1} = \gamma a_1^{Q1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q1}, \quad (5.284)$$

$$b_3^{Q1} = \varepsilon a_1^{Q1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q1}, \quad (5.285)$$

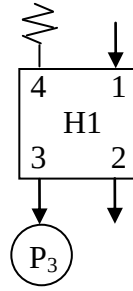
$$b_4^{Q1} = \varepsilon a_2^{Q1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_2^{Q1}. \quad (5.286)$$



Q = Acoplador Direccional en Cuadratura H = Divisor de Potencia en Fase ϕ = Defasador

Figura 5.21. Diagrama a bloques de la red hexaportal propuesta por Li.

Acoplador de 180° (H1)



$$b_1^{H1} = 0, \quad a_2^{H1} = 0, \quad a_3^{H1} = 0, \quad a_4^{H1} = 0,$$

matriz:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{H1} \\ b_3^{H1} \\ b_4^{H1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \gamma & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \delta \\ \gamma & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \delta & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{H1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

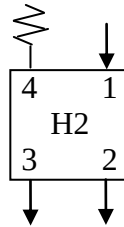
$$0 = 0, \quad (5.287)$$

$$b_2^{H1} = \gamma a_1^{H1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{H1}, \quad (5.288)$$

$$b_3^{H1} = \gamma a_1^{H1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{H1}, \quad (5.289)$$

$$b_4^{H1} = 0. \quad (5.290)$$

Acoplador de 180° (H2)



$$b_1^{H2} = 0, \quad a_2^{H2} = 0, \quad a_3^{H2} = 0, \quad a_4^{H2} = 0,$$

matriz:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{H2} \\ b_3^{H2} \\ b_4^{H2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \gamma & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \delta \\ \gamma & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \delta & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{H2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

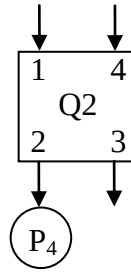
$$0 = 0, \quad (5.291)$$

$$b_2^{H2} = \gamma a_1^{H2} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{H2}, \quad (5.292)$$

$$b_3^{H2} = \gamma a_1^{H2} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{H2}, \quad (5.293)$$

$$b_4^{H2} = 0. \quad (5.294)$$

Acoplador de 90° (Q2)



$$b_1^{Q2} = 0, \quad a_2^{Q2} = 0, \quad a_3^{Q2} = 0, \quad b_4^{Q2} = 0,$$

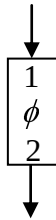
matriz:

$$0 = 0, \quad (5.295)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q2} \\ b_3^{Q2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q2} \\ 0 \\ 0 \\ a_4^{Q2} \end{bmatrix} \quad b_2^{Q2} = \gamma a_1^{Q2} + \varepsilon a_4^{Q2} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q2} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q2}, \quad (5.296)$$

$$b_3^{Q2} = \varepsilon a_1^{Q2} + \gamma a_4^{Q2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q2} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_4^{Q2}, \quad (5.297)$$

$$0 = 0. \quad (5.298)$$

Línea de retardo (cambiador de fase) (ϕ)

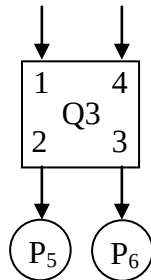
$$b_1^\phi = 0, \quad a_2^\phi = 0,$$

matriz:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mu \\ \mu & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^\phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad 0 = 0, \quad (5.299)$$

$$b_2^\phi = \mu a_1^\phi = e^{j\phi} a_1^\phi, \quad (5.300)$$

Acoplador de 90° (Q3)



$$b_1^{Q3} = 0, \quad a_2^{Q3} = 0, \quad a_3^{Q3} = 0, \quad b_4^{Q3} = 0,$$

matriz:

$$0=0, \quad (5.301)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b_2^{Q3} \\ b_3^{Q3} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & \varepsilon & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & \varepsilon & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{Q3} \\ 0 \\ 0 \\ a_4^{Q3} \end{bmatrix} \quad b_2^{Q3} = \gamma a_1^{Q3} + \varepsilon a_4^{Q3} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q3} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q3}, \quad (5.302)$$

$$b_3^{Q3} = \varepsilon a_1^{Q3} + \gamma a_4^{Q3} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q3} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_4^{Q3}, \quad (5.303)$$

$$0=0. \quad (5.304)$$

Las ecuaciones de las señales incidentes en los cuatro diodos detectores obtenidas mediante este análisis son:

$$b_{p3} = b_3^{H1} = \gamma a_1^{H1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{H1}, \quad (5.305)$$

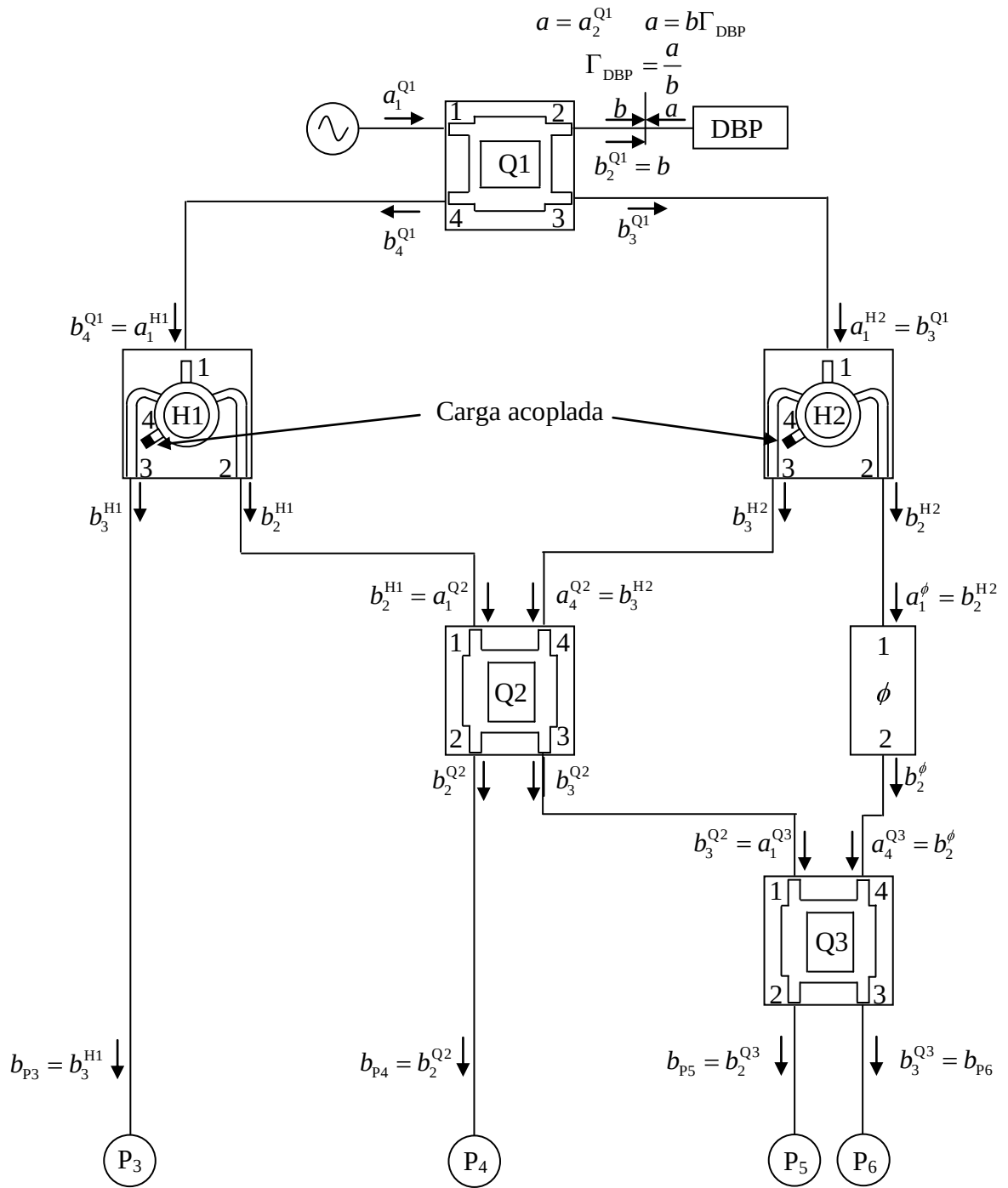
$$b_{p4} = b_2^{Q2} = \gamma a_1^{Q2} + \varepsilon a_4^{Q2} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q2} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q2}, \quad (5.306)$$

$$b_{p5} = b_2^{Q3} = \gamma a_1^{Q3} + \varepsilon a_4^{Q3} = -\frac{j}{\sqrt{2}} a_1^{Q3} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_4^{Q3}, \quad (5.307)$$

$$b_{p6} = b_3^{Q3} = \varepsilon a_1^{Q3} + \gamma a_4^{Q3} = -\frac{1}{\sqrt{2}} a_1^{Q3} - \frac{j}{\sqrt{2}} a_4^{Q3}. \quad (5.308)$$

Debido a la interconexión que existe entre los acopladores y a que éstos se consideran como perfectamente acoplados, entonces se obtienen las relaciones que se muestran en la Fig. 5.22.

De la Fig. 5.22 se pueden extraer las siguientes ecuaciones que son relevantes para el análisis, $a_2^{Q1} = b \Gamma_{DBP}$, $a_1^{H2} = b_3^{Q1}$, $a_1^{H1} = b_4^{Q1}$, $a_1^{Q2} = b_2^{H1}$, $a_4^{Q2} = b_3^{H2}$, $a_1^\phi = b_2^{H2}$, $a_1^{Q3} = b_3^{Q2}$, $a_4^{Q3} = b_2^\phi$, y de éstas; las señales reflejadas desde los cuatripuertos serían:



Q = Acoplador Direccional en Cuadratura H = Divisor de Potencia en Fase ϕ = Defasador

Figura 5.22. Relaciones entre las señales incidentes y reflejadas de los cuatripuertos de la estructura hexaportal propuesta por Li.

Primer cuatripuerto (Q1)

$$b_1^{Q1} = \gamma a_2^{Q1} = \gamma b \Gamma_{DBP}, \quad (5.309)$$

$$b_2^{Q1} = \gamma a_1^{Q1}, \quad (5.310)$$

$$b_3^{Q1} = \varepsilon a_1^{Q1}, \quad (5.311)$$

$$b_4^{Q1} = \varepsilon a_2^{Q1} = \varepsilon b \Gamma_{DBP}, \quad (5.312)$$

Segundo cuatripuerto (H1)

$$b_2^{H1} = \gamma a_1^{H1} = \gamma b_4^{Q1} = \gamma \varepsilon a_2^{Q1} = \gamma \varepsilon a_2^{Q1} = \gamma \varepsilon b \Gamma_{DBP}, \quad (5.313)$$

$$b_3^{H1} = \gamma a_1^{H1} = \gamma b_4^{Q1} = \gamma \varepsilon a_2^{Q1} = \gamma \varepsilon a_2^{Q1} = \gamma \varepsilon b \Gamma_{DBP}, \quad (5.314)$$

Tercer cuatripuerto (H2)

$$b_2^{H2} = \gamma a_1^{H2} = \gamma b_3^{Q1} = \gamma \varepsilon a_1^{Q1} = \gamma \varepsilon a_1^{Q1}, \quad (5.315)$$

$$b_3^{H2} = \gamma a_1^{H2} = \gamma b_3^{Q1} = \gamma \varepsilon a_1^{Q1} = \gamma \varepsilon a_1^{Q1}, \quad (5.316)$$

Cuarto cuatripuerto (Q2)

$$b_2^{Q2} = \gamma a_1^{Q2} + \varepsilon a_4^{Q2} = \gamma b_2^{H1} + \varepsilon b_3^{H2} = \gamma \gamma \varepsilon a_2^{Q1} + \varepsilon \gamma \varepsilon a_1^{Q1} = \gamma^2 \varepsilon a_2^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1}, \quad (5.317)$$

$$b_3^{Q2} = \varepsilon a_1^{Q2} + \gamma a_4^{Q2} = \varepsilon b_2^{H1} + \gamma b_3^{H2} = \varepsilon \gamma \varepsilon a_2^{Q1} + \gamma \gamma \varepsilon a_1^{Q1} = \varepsilon^2 \gamma a_2^{Q1} + \gamma^2 \varepsilon a_1^{Q1}, \quad (5.318)$$

El cambiador de fase (ϕ)

$$b_2^\phi = e^{j\phi} a_1^\phi = e^{j\phi} b_2^{H2} = e^{j\phi} \gamma \varepsilon a_1^{Q1}, \quad (5.319)$$

Quinto cuatripuerto (Q3)

$$\begin{aligned}
b_2^{Q3} &= \gamma a_1^{Q3} + \varepsilon a_4^{Q3} = \gamma b_3^{Q2} + \varepsilon b_2^\phi = \gamma \varepsilon a_1^{Q2} + \gamma a_4^{Q2} + \varepsilon e^{j\phi} a_1^\phi = \gamma \varepsilon b_2^{H1} + \gamma^2 b_3^{H2} + e^{j\phi} \varepsilon b_2^{H2} \\
&= \gamma \varepsilon \left(\gamma a_1^{H1} \right) \gamma^2 \left(\gamma a_1^{H2} \right) \varepsilon \left(\gamma a_1^{H2} \right) e^{j\phi} = \gamma^2 \varepsilon b_4^{Q1} + \gamma^3 b_3^{Q1} + \varepsilon \gamma b_3^{Q1} e^{j\phi} = \gamma^2 \varepsilon^2 a_2^{Q1} + \gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1} e^{j\phi} \\
b_3^{Q3} &= \varepsilon a_1^{Q3} + \gamma a_4^{Q3} = \varepsilon b_3^{Q2} + \gamma b_2^\phi = \varepsilon \varepsilon a_1^{Q2} + \gamma a_4^{Q2} + \gamma a_1^\phi e^{j\phi} = \varepsilon^2 b_2^{H1} + \varepsilon \gamma b_3^{H2} + \gamma b_2^{H2} e^{j\phi} \\
&= \varepsilon^2 \left(\gamma a_1^{H1} \right) \varepsilon \gamma \left(\gamma a_1^{H2} \right) \gamma \left(\gamma a_1^{H2} \right) e^{j\phi} = \varepsilon^2 \gamma b_4^{Q1} + \varepsilon \gamma^2 b_3^{Q1} + \gamma^2 b_3^{Q1} e^{j\phi} = \varepsilon^3 \gamma a_2^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma^2 a_1^{Q1} + \gamma^2 \varepsilon a_1^{Q1} e^{j\phi}
\end{aligned} \tag{5.320}$$

y debido a que $b_{p3} = b_3^{H1}$, $b_{p4} = b_2^{Q2}$, $b_{p5} = b_2^{Q3}$ y $b_{p6} = b_3^{Q3}$, las señales en los diodos detectores son

$$b_{p3} = b_3^{H1} = \gamma \varepsilon b \Gamma_{DBP}, \tag{5.322}$$

$$b_{p4} = b_2^{Q2} = \gamma^2 \varepsilon b \Gamma_{DBP} + \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1}, \tag{5.323}$$

$$b_{p5} = b_2^{Q3} = \gamma^2 \varepsilon^2 b \Gamma_{DBP} + \gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1} e^{j\phi}, \tag{5.324}$$

$$b_{p6} = b_3^{Q3} = \varepsilon^3 \gamma b \Gamma_{DBP} + \varepsilon^2 \gamma^2 a_1^{Q1} + \gamma^2 \varepsilon a_1^{Q1} e^{j\phi}, \tag{5.325}$$

ya que la señal incidente que proviene del generador es $a_1^{Q1} = j\sqrt{2}b$, por la intención de tener una señal incidente en el DBP $b_2^{Q1} = b$ y debido a la interconexión de las estructuras, entonces las ecuaciones quedan como se presentan en la Fig. 5.23.

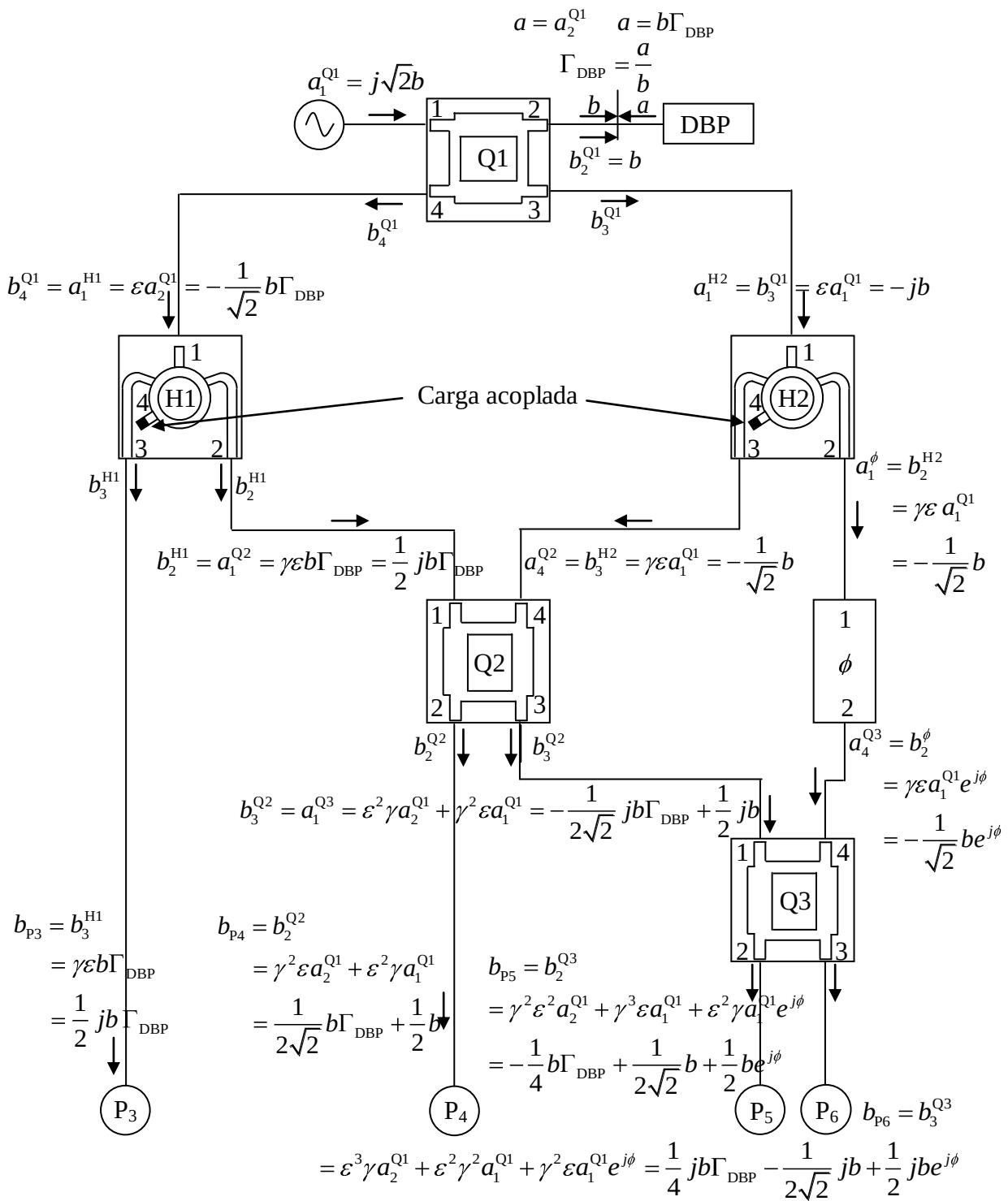


Figura 5.23. Relaciones finales correspondientes a una señal incidente b en el DBP y a su coeficiente de reflexión (Γ_{DBP}), para la propuesta de Li.

5.2.5.2 Obtención de las constantes de calibración de la estructura hexaportal de la propuesta de Li

En esta subsección se obtienen las constantes de calibración $A-H$ y los centros q_s a partir de las relaciones de las lecturas de potencia obtenidas por los diodos, y con la nomenclatura de Engen (ver apéndice A).

En el detector P_3 se tiene que

$$b_3^{H1} = \gamma \varepsilon b \Gamma_l = \frac{1}{2} j b \Gamma_l, \quad (5.326)$$

donde $\Gamma_l = \Gamma_{DBP}$, y como

$$b_{P3} = b_3^{H1} = \gamma \varepsilon b \Gamma_l = Ab \left(\Gamma_l + \frac{B}{A} \right) = Ab \Gamma_l - q_3, \quad (5.327)$$

entonces

$$A = \gamma \varepsilon = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = j \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \angle 90^\circ, \quad (5.328)$$

$$\frac{B}{A} = 0, \quad (5.329)$$

$$B = 0 A = 0, \quad (5.330)$$

así, el centro q_3 está dado por

$$q_3 = -\frac{B}{A} = -0 = 0 = 0 \angle 0^\circ. \quad (5.331)$$

En el detector P_4 se tiene que

$$b_2^{Q2} = \gamma^2 \varepsilon a_2^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1} = \frac{1}{2\sqrt{2}} b \Gamma_{\text{DBP}} + \frac{1}{2} b, \quad (5.332)$$

y dado que

$$\begin{aligned} b_{p4} = b_2^{Q2} &= \gamma^2 \varepsilon a_2^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1} = \gamma^2 \varepsilon b \Gamma_l + \varepsilon^2 \gamma j \sqrt{2} b = \gamma^2 \varepsilon b \Gamma_l + j \varepsilon^2 \gamma \sqrt{2} b \\ &= \gamma^2 \varepsilon b \left(\Gamma_l + j \frac{\varepsilon \sqrt{2}}{\gamma} \right) = C b \left(\Gamma_l + \frac{D}{C} \right) = C b \Gamma_l - q_4 \end{aligned} \quad , \quad (5.333)$$

por lo tanto,

$$C = \gamma^2 \varepsilon = \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right)^2 \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \left(-\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \angle 0^\circ, \quad (5.334)$$

y

$$\frac{D}{C} = j \frac{\varepsilon \sqrt{2}}{\gamma} = j \frac{\left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right) \sqrt{2}}{\left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right)} = \sqrt{2} = \sqrt{2} \angle 0^\circ, \quad (5.335)$$

$$D = \sqrt{2} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \angle 0^\circ. \quad (5.336)$$

así, el centro q_4 está dado por

$$q_4 = -\frac{D}{C} = -\sqrt{2} = \sqrt{2} \angle 180^\circ. \quad (5.337)$$

De lo anterior, se obtiene el factor

$$\left| \frac{D}{A} \right| = \left| \frac{\frac{1}{2}}{j \frac{1}{2}} \right| = \left| \frac{1}{j} \right| = |-j| = 1, \quad (5.338)$$

por el que se multiplica la relación $\left| \frac{b_3}{b_4} \right|$, obtenida de las lecturas de los detectores 3 y 4,

para obtener el valor del radio de la circunferencia con centro q_3 y el cual queda como

$$\left| \frac{D}{A} \right| \left| \frac{b_3}{b_4} \right| = 1 \left| \frac{b_3}{b_4} \right|. \quad (5.339)$$

En el detector P_5 se tiene que

$$\begin{aligned} b_2^{Q3} &= \gamma^2 \varepsilon^2 a_2^{Q1} + \gamma^3 \varepsilon a_1^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma a_1^{Q1} e^{j\phi} = \gamma^2 \varepsilon^2 b \Gamma_l + \gamma^3 \varepsilon j\sqrt{2}b + \varepsilon^2 \gamma j\sqrt{2}b e^{j\phi} \\ &= \gamma^2 \varepsilon^2 b \left(\Gamma_l + j\sqrt{2} \frac{\gamma}{\varepsilon} + j \frac{\sqrt{2}}{\gamma} e^{j\phi} \right) = \gamma^2 \varepsilon^2 b \left(\Gamma_l + j\sqrt{2} \left(\frac{\gamma}{\varepsilon} + \frac{1}{\gamma} e^{j\phi} \right) \right), \end{aligned} \quad (5.340)$$

y debido a que

$$b_{p5} = b_2^{Q3} = \gamma^2 \varepsilon^2 b \left(\Gamma_l + j\sqrt{2} \left(\frac{\gamma}{\varepsilon} + \frac{1}{\gamma} e^{j\phi} \right) \right) = Eb \left(\Gamma_l + \frac{F}{E} \right) = Eb \Gamma_l - q_5, \quad (5.341)$$

se define

$$E = \gamma^2 \varepsilon^2 = \left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right)^2 \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right)^2 = \left(\frac{-1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \angle 180^\circ, \quad (5.342)$$

$$\begin{aligned} \frac{F}{E} &= j\sqrt{2} \left(\frac{\gamma}{\varepsilon} + \frac{1}{\gamma} e^{j\phi} \right) = j\sqrt{2} \left(\frac{\left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right)}{\left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right)} + \frac{1}{\left(\frac{-j}{\sqrt{2}} \right)} e^{j\phi} \right) = j\sqrt{2} \left(j - \frac{\sqrt{2}}{j} e^{j\phi} \right) = -\sqrt{2} - 2e^{j\phi}, \\ &= -\sqrt{2} + 2e^{j\phi} \end{aligned} \quad (5.343)$$

$$F = -\sqrt{2} + 2e^{j\phi} \left(-\frac{1}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\sqrt{2}} + \frac{1}{2} e^{j\phi} = \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} e^{j\phi}, \quad (5.344)$$

así, el centro q_5 está dado por

$$q_5 = -\frac{F}{E} = \sqrt{2} + 2e^{j\phi}, \quad (5.345)$$

y su factor y radio como

$$\left| \frac{D}{E} \right| = \left| \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{4}} \right| = |-2| = 2, \quad (5.346)$$

$$\left| \frac{D}{E} \right| \left| \frac{b_5}{b_4} \right| = 2 \left| \frac{b_5}{b_4} \right|. \quad (5.347)$$

En el detector P_6 se tiene que

$$\begin{aligned} b_3^{Q3} &= \varepsilon^3 \gamma a_2^{Q1} + \varepsilon^2 \gamma^2 a_1^{Q1} + \gamma^2 \varepsilon a_1^{Q1} e^{j\phi} = \varepsilon^3 \gamma b \Gamma_l + \varepsilon^2 \gamma^2 j\sqrt{2}b + \gamma^2 \varepsilon j\sqrt{2}b e^{j\phi} \\ &= \varepsilon^3 \gamma b \left(\Gamma_l + j\sqrt{2} \frac{\gamma}{\varepsilon} + j\sqrt{2} \frac{\gamma}{\varepsilon^2} e^{j\phi} \right) = \varepsilon^3 \gamma b \left(\Gamma_l + j\sqrt{2} \frac{\gamma}{\varepsilon} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} e^{j\phi} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.348)$$

lo que lleva a

$$b_{p6} = b_3^{Q3} = \varepsilon^3 \gamma b \left(\Gamma_l + j\sqrt{2} \frac{\gamma}{\varepsilon} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} e^{j\phi} \right) \right) = Gb \left(\Gamma_l + \frac{H}{G} \right) = Gb \Gamma_l - q_6, \quad (5.349)$$

para obtener

$$G = \varepsilon^3 \gamma = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right)^3 \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) = \left(-\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{4} j = \frac{1}{4} \angle 90^\circ, \quad (5.350)$$

$$\begin{aligned} \frac{H}{G} &= j\sqrt{2} \frac{\gamma}{\varepsilon} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} e^{j\phi} \right) = j\sqrt{2} \frac{\left(-\frac{j}{\sqrt{2}} \right)}{\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)} \left[1 + \frac{1}{\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)} e^{j\phi} \right] = j\sqrt{2} \left(-j \right) \left(1 - \sqrt{2} e^{j\phi} \right), \quad (5.351) \\ &= -\sqrt{2} \left(1 - \sqrt{2} e^{j\phi} \right) = -\sqrt{2} + 2e^{j\phi} = -\sqrt{2} - 2e^{j\phi} \end{aligned}$$

$$H = -\sqrt{2} - 2e^{j\phi} \quad G = -\sqrt{2} - 2e^{j\phi} \left(\frac{1}{4} j \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\sqrt{2}} j + \frac{1}{2} j e^{j\phi} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} j + \frac{1}{2} j e^{j\phi}, \quad (5.352)$$

así, el centro q_6 está dado por

$$q_6 = -\frac{H}{G} = \sqrt{2} - 2e^{j\phi}, \quad (5.353)$$

y su factor y radio como

$$\left| \frac{D}{G} \right| = \left| \frac{\frac{1}{2}}{j\frac{1}{4}} \right| = \left| -\frac{j}{\frac{1}{2}} \right| = |-j2| = 2, \quad (5.354)$$

$$\left| \frac{D}{G} \right| \left| \frac{b_6}{b_4} \right| = 2 \left| \frac{b_6}{b_4} \right|. \quad (5.355)$$

Debido a que del artículo de Li (donde propone esta estructura) no se pudo obtener el valor del ángulo del cambiador de fase ϕ , se realizaron algunos cálculos variando el valor del ángulo ϕ y se evaluaron las magnitudes y posiciones angulares así obtenidas. Se encontró que un valor de $\phi = 90^\circ$ da una distribución casi ideal. Así, sustituyendo $e^{j90^\circ} = j$ en las ecuaciones de los centros se obtienen:

$$q_5 = -\frac{F}{E} = \sqrt{2} + 2j = \sqrt{6} \angle 54.7356^\circ \cong 2.45 \angle 54.74^\circ, \quad (5.356)$$

$$q_6 = -\frac{H}{G} = \sqrt{2} - 2j = \sqrt{6} \angle -54.7356^\circ \cong 2.45 \angle -54.74^\circ, \quad (5.357)$$

5.2.5.3 Ubicación gráfica de los centros q en el plano Γ_{DBP} de la estructura hexaportal de la propuesta de Li

Enseguida se muestra un compendio de las constantes de calibración para la estructura de la Fig. 5.21.

En la Fig. 5.24 se puede observar la distribución que tienen los centros q para la estructura propuesta por Li.

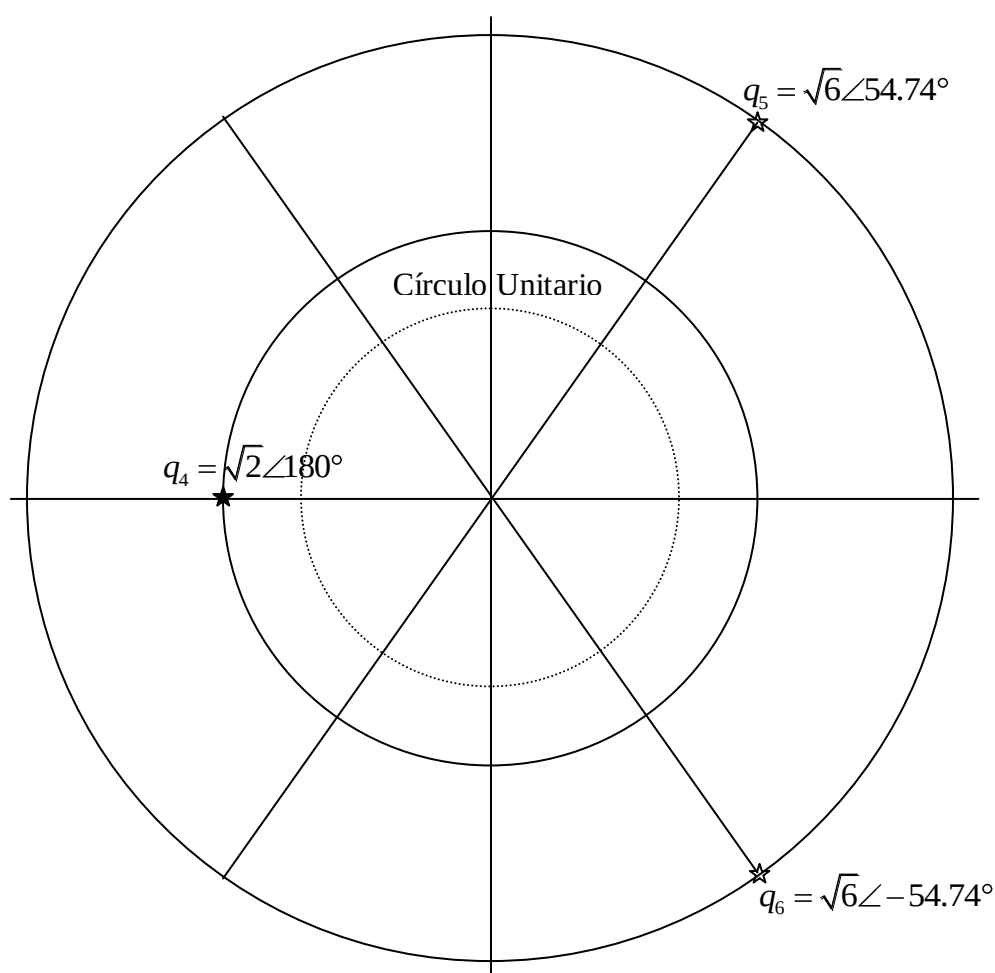


Figura 5.24. Distribución grafica de los centros q para la estructura propuesta por Li, Fig. 5.21.

$$A = \frac{1}{2}j = 0.5\angle 90^\circ, \quad B = 0,$$

$$C = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{8}}\angle 0^\circ,$$

$$D = \frac{1}{2} = 0.5\angle 0^\circ, \quad E = -\frac{1}{4} = 0.25\angle 180^\circ,$$

$$F = \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2}j = \sqrt{\frac{3}{8}}\angle 54.7356^\circ,$$

$$G = \frac{1}{4}j = 0.25\angle 90^\circ,$$

$$H = -\frac{1}{2\sqrt{2}}j - \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{3}{8}}\angle 215.2643^\circ$$

5.3 Elección de una estructura hexaportal para un ancho de banda amplio

Como se puede inferir de la sección 5.2, de las cuatro estructuras hexaportales propuestas, sólo dos se acercan a los criterios de diseño de Engen-Bilik. Éstas son la propuesta original de Engen (primera propuesta) y la propuesta por Li.

En teoría, la estructura de Engen promete un mayor ancho de banda, de 2 a 18 GHz, pero su distribución con relación a la separación angular entre sus centros q no llega a ser la mejor ya que tiene separaciones de $\pm 135^\circ$ y de 90° . Mientras que para el arreglo de Li, el intervalo teórico de frecuencia de operación es de 2 a 8 GHz, pero en contraparte se puede lograr una mejor distribución de sus centros al elegir que el cambio de fase sea de 90° . Así, la separación de los centros de la estructura serán de $\pm 125.265^\circ$ y 109.47° , esto es, más cercanos a los valores ideales.

En base a la experiencia obtenida con la construcción y puesta en marcha del reflectómetro hexaportal, se sabe que los arreglos que tienen una mejor distribución angular (lo más cercana posible a $\pm 120^\circ$), dan mejor exactitud y estabilidad en las mediciones. Además, es más difícil mantener esta distribución en estructuras con anchos de banda amplios. Considerando lo anteriormente expuesto, la mejor opción sería la estructura propuesta por Li, pero lamentablemente, como se verá en el capítulo 6, por las características de sus parámetros no es adecuada para la técnica de calibración propuesta. Así, se elige entonces, la estructura de la primera propuesta de Engen que si es compatible con la técnica de calibración y tiene una buena separación angular entre sus centros q . El diseño de esta estructura se presenta en el capítulo 7.

Capítulo 6

Análisis matemático de la aplicabilidad de una técnica de calibración para reflectómetros hexaportales modificada con la incorporación de un estándar en circuito abierto

En este capítulo se comprueba matemáticamente la aplicabilidad de una técnica de calibración para reflectómetros hexaportales, propuesta originalmente por Yeo en 1988 y que tuvo una primera modificación en 2005 [Bonilla, 2005]. Como se mencionó en la sección 1.2 del capítulo 1 esta modificación permitió obtener una mejora de un orden de magnitud en la exactitud [Dueñas, 2007] comparada con la técnica original en la que se basó. Aquí se propone una segunda modificación con la incorporación de un estándar en circuito abierto [Bonilla, 2010]. Para esta segunda modificación de la técnica, inicialmente se consideró usar los mismos estándares que en la técnica original (una carga acoplada, un circuito corto en el plano de medición con 0° de desplazamiento, un circuito corto con 120° de desplazamiento y un circuito corto con 240° de desplazamiento), aunque posteriormente los circuitos cortos desplazados se cambiaron, por otros con diferente desplazamiento angular (90° y 270°). El estándar de calibración en circuito abierto presenta un coeficiente de reflexión que puede igualarse de manera teórica con el coeficiente de reflexión de un circuito corto con un desplazamiento de 180° , cuya realización física se puede lograr mediante una línea de transmisión sin pérdidas con una longitud eléctrica de $\lambda/4$ y terminada en circuito corto.

6.1 Introducción

En las técnicas de calibración más usuales existen enfoques diferentes para determinar los once parámetros que caracterizan a un reflectómetro hexaportal. Algunas de ellas obtienen los once parámetros de manera directa, implicando un proceso matemático más complejo. Por ejemplo, al resolver un arreglo matricial de forma iterativa, partiendo de valores iniciales aproximados, con la intención de minimizar el tiempo de cómputo y optimizar la solución [Somlo, 1982]. Otras técnicas en cambio emplean parámetros intermedios [Engen, 1978, Yeo, 1988]. Estos parámetros se basan en algunas de las constantes de calibración del reflectómetro hexaportal que son fáciles de obtener, para posteriormente, con base en éstas últimas, obtener (de manera más fácil) las constantes restantes. Un ejemplo de estos parámetros intermedios, son las relaciones de las lecturas de potencia obtenidas en los diodos al conectarse una carga acoplada en el puerto de medición. La técnica que aquí se presenta emplea parámetros intermedios.

6.2 Descripción de los procedimientos de medición y de obtención de los parámetros de calibración

Primeramente, en esta sección se explican los procedimientos de medición y de calibración para la primera modificación de la técnica [Bonilla, 2005, Dueñas, 2007], con base en el desarrollo que se presenta en la sección A.3 del Apéndice A [Dueñas, 1995]. Posteriormente, en la sección 6.3, se considera la incorporación del estándar en circuito abierto en la primera modificación de la técnica.

Existe una gran similitud entre la representación geométrica de las ecuaciones empleadas para la obtención del Γ_{DBP} , como para la obtención de ocho de las once constantes de calibración (en ambos casos, el de la medición y el de la calibración, representan circunferencias en un plano complejo). Por lo cual, es conveniente (para una mejor comprensión en la obtención de estas constantes) explicar brevemente la distribución de los centros q , la determinación de los radios y la obtención de Γ_{DBP} en el plano Γ .

Como se presentó en el capítulo 5 (donde se analizaron algunas estructuras hexaportales), los tipos de componentes (cuatrupertos, bipertos, etc.) y la manera en que éstos se interconectan para formar una estructura de seis puertos, definen los valores de sus constantes de calibración. A partir de estas constantes se definen las posiciones (en el plano complejo Γ) de los centros q de tres circunferencias. Las magnitudes de los radios de estas circunferencias están en función de algunas de las constantes ($A-H$) y de las relaciones de potencia de los diodos en los puertos de medición. Lo anterior se representa en la ecuación 6.1 (generalizada de las presentadas en la sección A.2 del apéndice A).

$$|\Gamma_{\text{DBP}} - q_n|^2 = \left| \frac{D}{X} \right|^2 \left(\frac{P_3}{P_4} \right) = \left| \frac{D}{X} \right|^2 \left| \frac{b_n}{b_4} \right|^2, \quad \text{para } n=3, 5 \text{ y } 6. \quad (6.1)$$

Cada una de estas ecuaciones representa a una circunferencia. Para cada valor de n se tiene una circunferencia con centro q_n , y un factor $\left| \frac{D}{X} \right|^2 \left| \frac{b_n}{b_4} \right|^2$ (que es el cuadrado de su radio), donde X se sustituye por las constantes A , E y G para $n=3$, 5 y 6 respectivamente. Las relaciones de potencia $\left| \frac{b_n}{b_4} \right|^2$ se obtienen al normalizar las lecturas de tres de los diodos con respecto a la lectura de un cuarto. Este cuarto diodo puede ser cualquiera, pero con la condición de que sea el diodo que se ubica en el puerto de la estructura hexaportal que recibe una señal que es sólo una proporción de la señal incidente y no de la reflejada en el DBP.

Una vez que se considera una estructura en particular, los valores de sus constantes de calibración se mantienen fijos (teóricamente) para una frecuencia dada. En la práctica se ha encontrado que los cambios de temperatura hacen variar un poco estos valores. Pero para que su efecto en las mediciones sea perceptible, se requiere de cambios de temperatura mayores a $\pm 5^\circ$ con respecto a la temperatura a la que se obtuvieron las constantes de calibración ya almacenadas. Aquí se considera que la estructura se encuentra en un ambiente a temperatura controlada y por lo tanto, se suponen los valores de las constantes

como fijos. Así, los centros q se consideraran fijos. La separación angular entre estos centros se establece en $\pm 120^\circ$ (caso ideal, ver Fig. 6.1). En la práctica, éstas separaciones angulares fluctúan (al variar la frecuencia) alrededor de estos valores, pero aún en una estructura hexaportal de ancho de banda amplio éstos se mantienen dentro de un valor de tolerancia aceptable.

Para la medición de un DBP con el reflectómetro hexaportal, se supone que las constantes de calibración son conocidas. Con éstas, y con las relaciones de potencia (obtenidas de los diodos al conectar un DBP cualesquiera en el puerto de medición) se generan tres circunferencias entre las cuales existe un punto de cruce único (caso ideal), en donde se localiza el coeficiente de reflexión del DBP (Γ_{DBP}) (Fig. 6.1). En el caso ideal se considera que no existe ni ruido en el sistema ni variaciones en los valores de los componentes. En la práctica, no existe un punto de cruce único, y si seis cruces, dos entre cada dos circunferencias a la vez. De éstos cruces se pueden trazar cuerdas comunes, (si hay traslape entre las circunferencias), o ejes radicales (si las circunferencias no se tocan).

Existen dos puntos en los que se intersecta una cuerda (o eje radical) con la circunferencia que no participa en la construcción de ésta. De estos dos puntos, el punto que se encuentra más cercano con respecto al punto de cruce ideal (teórico), es el que se considera un punto vértice. Por cada circunferencia hay un punto vértice, así con estos tres vértices, se construye un triángulo que queda inscrito dentro del área de incertidumbre, formada por la región en la que se traslapan las tres circunferencias (Fig. 6.2).

A este triángulo se le considera la nueva área de incertidumbre o triángulo de error, y determina la función de error a minimizar, ya sea reduciendo su perímetro (una función lineal), o su área (una función en dos dimensiones) aquí se eligió el perímetro.

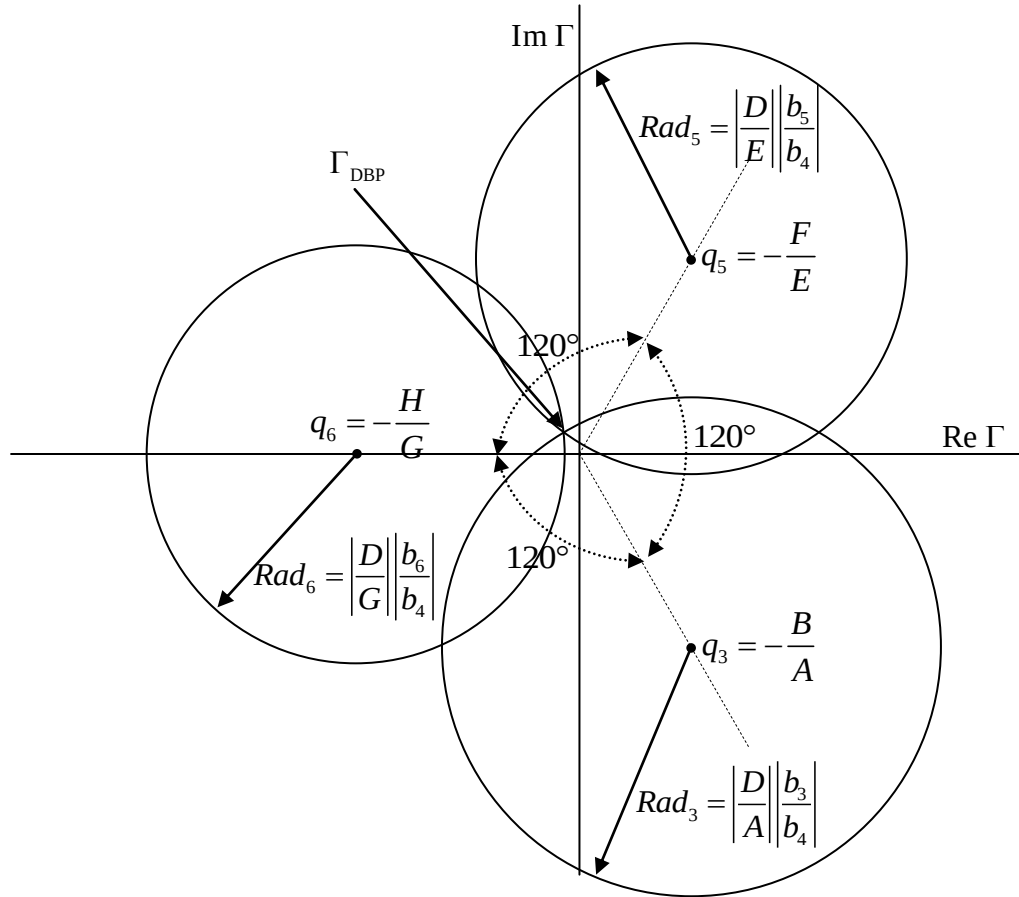


Figura 6.1. Centros y radios de las circunferencias, para una estructura hexaportal dada, que determinan en un punto el Γ_{DBP} (caso ideal) en el plano complejo Γ .

Para obtener el valor de Γ_{DBP} es necesario reducir el triángulo de error a un tamaño mínimo mediante un proceso de optimización. En un caso ideal, el triángulo se reduce a un punto, el cual es el valor de Γ_{DBP} . En la realidad siempre queda un triángulo muy pequeño. El cruce de las cuerdas comunes (que definen los vértices del triángulo) sirve para definir el valor de Γ_{DBP} (caso ideal). Para el caso real, en que no se cruzan las tres cuerdas en un mismo punto, se obtiene el valor para Γ_{DBP} , del promedio de éstos tres cruces (uno por cada dos cuerdas).

El procedimiento para la calibración de un reflectómetro hexaportal, en el que es necesario definir los valores de los once parámetros que lo caracterizan, se detalla a continuación.

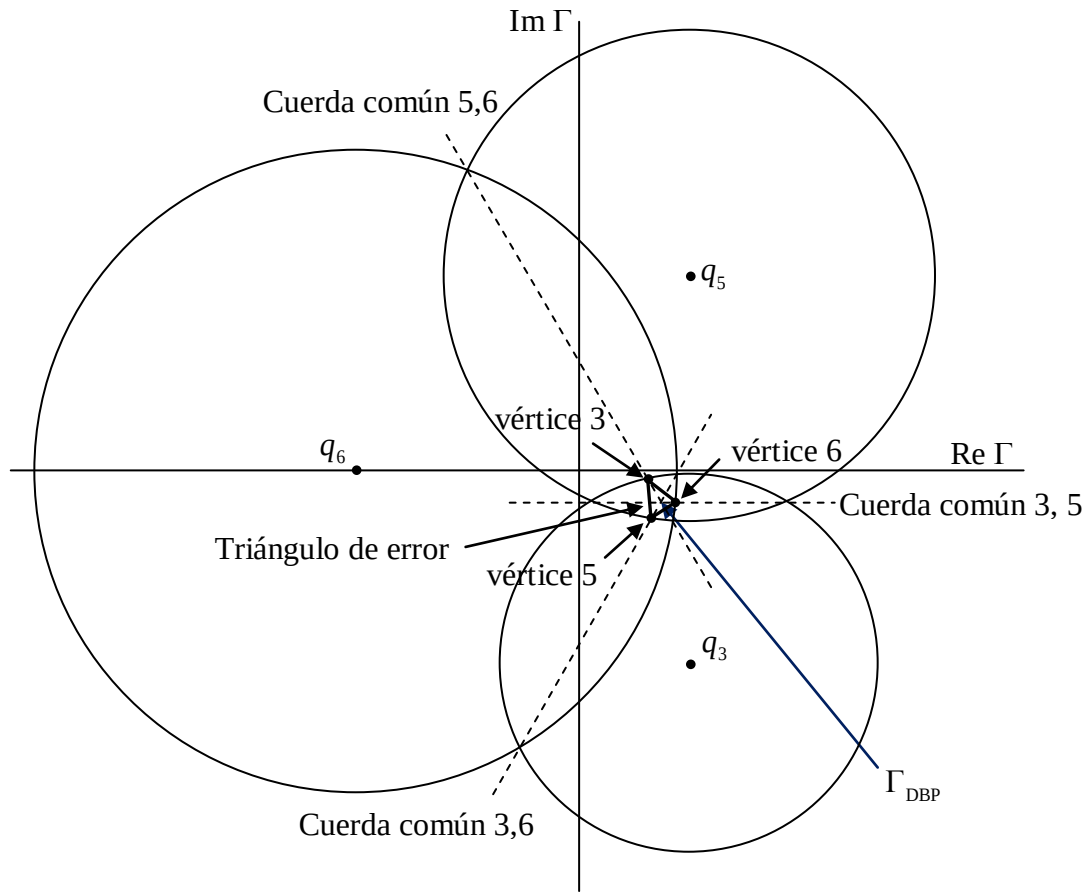


Figura 6.2. Triángulo de error (plano Γ) dentro del cual se encuentra el valor de Γ_{DBP} .

Este procedimiento que se aplica en ambas, la técnica original de Yeo o la primera técnica modificada, se puede separar en dos partes: en la primera, se obtienen los valores de tres parámetros escalares, conocidos como B_k para $k=3, 5$ y 6 , los cuales se adquieren fácilmente, pues corresponden a las tres relaciones de potencia cuando en el puerto de medición del DBP se conecta una carga acoplada. En la segunda parte: primero se almacenan las relaciones de potencia correspondientes a la conexión de diferentes DBPs en el puerto de medición (usualmente circuitos cortos desplazados). Y luego, éstas relaciones de potencia junto con los parámetros B_k se introducen en un programa que genera tres o más circunferencias (según la cantidad de estándares empleados) en cada uno de los cuatro planos (uno por cada diodo detector). Sin embargo, debido a los errores que se pueden generar durante el diseño y construcción de las estructuras separadoras de señal y la

conformación de los reflectómetros y su calibración, no existirá un cruce único de las circunferencias en cada uno de estos planos, de tal forma que se hace necesario calcular el perímetro o el área de cada uno de los triángulos de error (tres estándares reactivos) o polígonos de error (más de tres estándares reactivos), con un triángulo o polígono en cada plano. La suma de los perímetros de los cuatro triángulos (o polígonos), será la función de error que posteriormente tendrá que ser minimizada mediante un proceso de optimización.

El procedimiento para la obtención de los ocho parámetros de calibración restantes es muy parecido al que se describió para la obtención del Γ_{DBP} , con la salvedad de que en lugar de utilizar un solo plano complejo (en ese caso Γ), aquí se usan cuatro planos complejos (A_k s) (uno por cada diodo detector) y en cada uno se obtiene un parámetro complejo A_k (para $k = 3, 4, 5$ y 6). En este procedimiento, también varía la cantidad y la posición de los centros, pues estos dependen del número de estándares de calibración empleados y de sus coeficientes de reflexión. Inicialmente, se presenta la distribución de los centros debida a la propuesta inicial de Yeo y posteriormente se anexa la ubicación del centro generado por el nuevo estándar (el del circuito abierto).

De los cuatro estándares de la técnica de Yeo (la técnica original), el centro que corresponde a la carga acoplada no se muestra en los planos A_k , pero sí en cambio, los centros generados por los circuitos cortos desplazados. Aquí se utilizan tres circuitos cortos con separaciones angulares de $\pm 120^\circ$, al igual que en los centros q de una estructura hexaportal según la propuesta de Engen [Engen, 1977a], esto con la finalidad de que se reduzca el área de incertidumbre provocada por la variación en el valor de los radios debida al error. La ecuación 6.2 representa los centros y los radios en los planos A_k , que se generan debido a los estándares en circuito corto y las relaciones de potencia, respectivamente

$$|A_k - \exp(j\phi_i)| = R_{ki}x_i; \quad \text{para } k = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i = 1, 2 \text{ y } 3, \quad (6.2)$$

que al igual que en la ecuación (6.1), cada una de estas ecuaciones representa a una circunferencia, donde $\exp(j\phi_i)$ es el centro y el término $R_{ki}x_i$ es el radio. Como se puede ver, se generan doce circunferencias con sus centros y sus radios, en este caso, tres por cada plano, Fig. 6.3. Es importante resaltar que en el término $R_{ki}x_i$ (los radios), el factor x_i es un valor que Yeo [Yeo, 1988] mantenía fijo en los cuatro planos, es decir, que el valor de x_1 , por ejemplo, era igual en los cuatro planos, y así para los otros dos (x_2 y x_3), lo que significa que Yeo, consideraba que los cuatro diodos respondían de igual manera, o sea que eran idénticos.

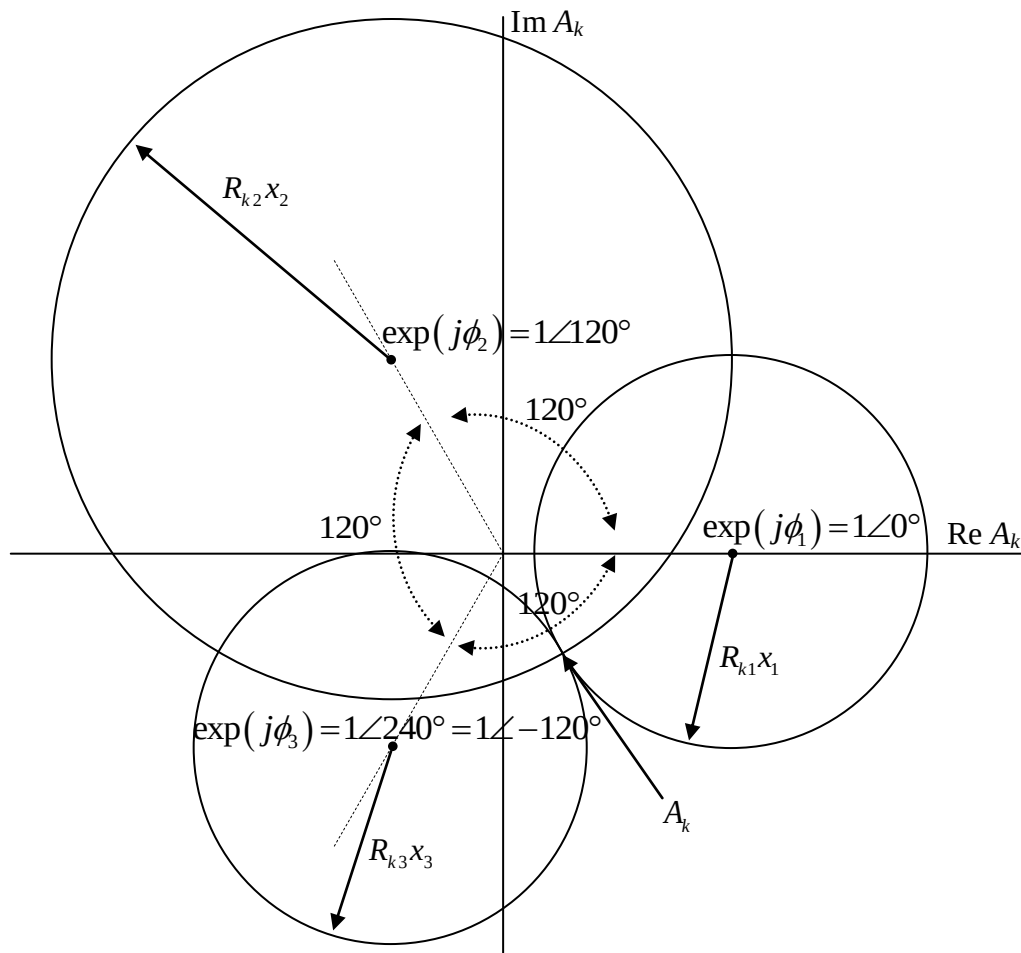


Figura 6.3. Centros y radios de las circunferencias (para tres circuitos cortos desplazados) en el plano complejo correspondiente a un diodo cualquiera, en donde se determina el parámetro de calibración A_k .

Esta restricción se eliminó en [Bonilla, 2005, Dueñas, 2007] y aunque esto incrementó a doce las variables x_i (definidas en tales publicaciones como x_{ki}), complicando la solución del modelo matemático, en contraparte mejoró la representación matemática del funcionamiento individual de los diodos y por tanto aumento la exactitud de los resultados en las mediciones. La mejora en la exactitud se comprobó al comparar las sumas de los perímetros finales (de los cuatro triángulos de error) obtenidos al usar ambas técnicas (la original de Yeo y la primera modificación), para un DBP dado. La mejora en la exactitud fue de un orden de magnitud [Dueñas, 2007].

Como ya se ha mencionado, la representación gráfica de la Fig. 6.3 (como la de la Fig. 6.1), corresponde a consideraciones ideales. En la realidad los estándares de calibración generan coeficientes de reflexión con magnitud y fase no ideales. Por lo anterior, se debe considerar que aun cuando sus valores pudieran acercarse a una situación ideal (para una frecuencia dada), el empleo de estos estándares en anchos de banda amplios representaría una variación mayor de sus fases. Esta variación incrementa el área de incertidumbre debida al ruido y por lo tanto, existe un mayor error en las mediciones. Por ello, se deben calcular combinaciones de estándares que permitan cubrir todo el ancho de banda deseado [Bonilla, 2005], para un valor de tolerancia angular específico, por ejemplo, $\pm 10^\circ$. Un caso particular es el del estándar en circuito corto a 0° , pues teóricamente éste, genera el mismo coeficiente de reflexión para toda frecuencia ya que no depende de ésta. En cambio, los otros dos circuitos cortos, por encontrarse desplazados, son sensibles a la frecuencia. El que presenta mayor variación para un ancho de banda dado es el circuito corto con desplazamiento de 240° .

Debido a las variaciones, en cada plano se presenta un triángulo de error y la suma de todos éstos se minimiza mediante la variación independiente de los radios de las circunferencias en todos los planos. Finalmente, una vez que se logra el valor mínimo posible para el perímetro total, se obtiene el valor de cada A_k en la misma forma que se mencionó anteriormente para el caso de Γ_{DBP} . Así, se obtienen las once constantes de calibración para cada frecuencia, que luego se almacenan en un archivo que cubre todo el ancho de banda en el que el reflectómetro hexaportal puede operar. Así con el uso de éstas

constantes se pueden obtener los coeficientes de reflexión de DBPs desconocidos durante el proceso de la medición.

6.3 Incorporación del estándar de calibración en circuito abierto a la primera modificación de la técnica de calibración

Ahora se introduce el nuevo estándar de calibración en circuito abierto a la técnica presentada en [Bonilla, 2005, Dueñas 2007]. Dado que la obtención de un estándar que presente una impedancia en circuito abierto, es imposible (ni siquiera una muy buena aproximación), es éste uno de los estándares más difíciles de diseñar, construir y simular. Pero afortunadamente, de manera teórica, el coeficiente de reflexión que debe presentar un circuito abierto ($1\angle 0^\circ$) es igual al que presenta una línea sin pérdidas con longitud eléctrica de $\lambda/4$ terminada en un circuito corto. De hecho, esta es la mejor manera de representar el nuevo estándar en los planos complejos A_k . Así pues, con la inclusión del circuito abierto como un cuarto circuito corto, en la ecuación A.28 del apéndice A, la expresión se reescribe como

$$\Gamma_i = \exp[j(\pi - \phi_i)]; \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \text{ y } 4, \quad (6.3)$$

donde $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_1 + \frac{2\pi}{3}$, $\phi_3 = \phi_1 - \frac{2\pi}{3}$ y $\phi_4 = \phi_1 + \pi$ son las desviaciones angulares de los coeficientes de reflexión con ángulo de 180° , 60° , -60° y 0° , que corresponden al circuito corto en 0° , en 120° , en 240° y al circuito abierto en 0° , respectivamente.

Los centros de las cuatro circunferencias que se muestran en la Fig. 6.4 se obtienen de la ecuación A.29 del apéndice A como: $\exp(j\phi_1)$, $\exp(j\phi_2)$, $\exp(j\phi_3)$ y $\exp(j\phi_4)$, en donde el circuito corto con 0° de desplazamiento se ubica en 0° , el circuito corto con desplazamiento de 120° se ubica en 120° , el circuito corto con desplazamiento de 240° se ubica en -120° y el circuito abierto se ubica en 180° .

Como se puede observar de esta figura, existen separaciones angulares no equidistantes, lo cual no representa la mejor distribución como ya se explicó en el capítulo 5. Además, debido a que los estándares en circuito corto y en circuito abierto (en el plano de medición) no se pueden desplazar, entonces, se propone cambiar los dos estándares de $\pm 120^\circ$ por dos de $\pm 90^\circ$. Esto con la finalidad de tener una distribución equidistante entre los ángulos de todos los centros como lo recomienda Hunter [Hunter,1985] para su técnica de cinco estándares (una carga acoplada y cuatro circuitos cortos desplazados). De esta manera, al reasignar la numeración de los estándares, con la finalidad de ordenarlos en sentido contrario a las manecillas del reloj, la nueva distribución de los centros queda como se muestra en la Fig. 6.5.

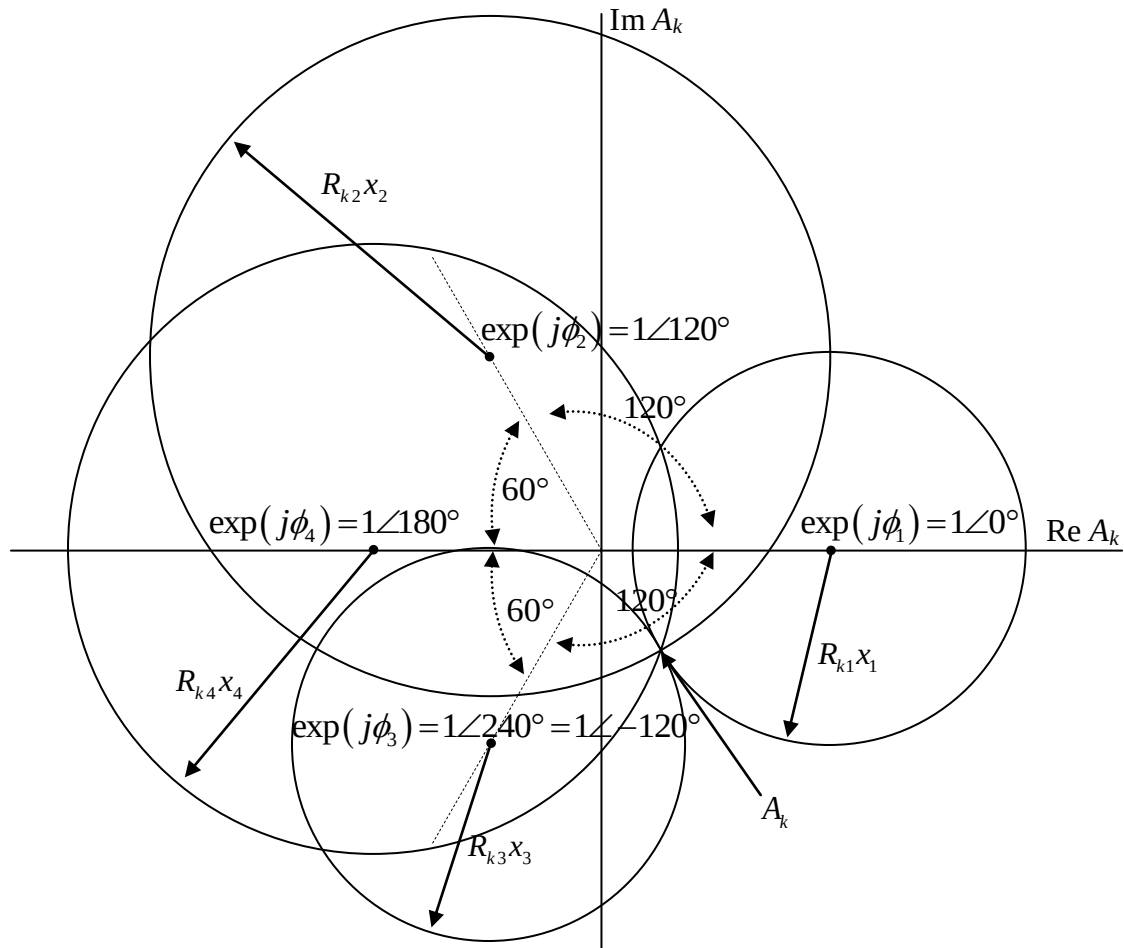


Figura 6.4. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente a un diodo detector cualquiera, en donde se ubica el parámetro de calibración A_k .

Por lo anterior, se requiere modificar el programa que realiza la definición de los polígonos de error, pues ahora, al existir un estándar extra, se tendrán más cuerdas comunes y más polígonos de error. También se requiere modificar el programa de optimización para incluir estos cambios.

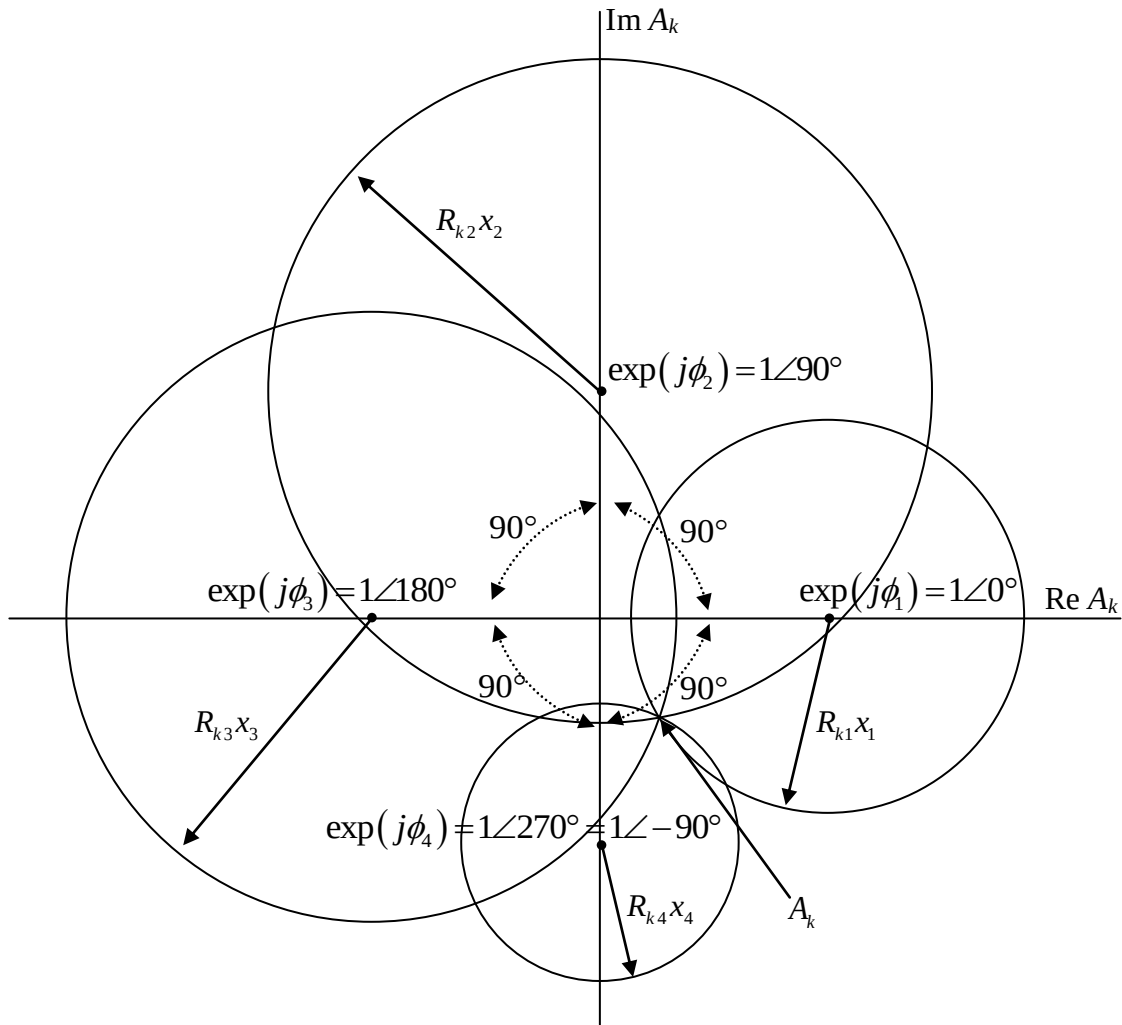


Figura 6.5. Reordenación de los centros de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente a un diodo cualquiera, en donde se ubica el parámetro de calibración A_k .

6.4 Valores ideales de las lecturas de potencia, radios y parámetros A_k y B_k obtenidos mediante la segunda modificación de la técnica de calibración para dos estructuras hexaportales diferentes

A continuación, se presentan los valores teóricos de los parámetros de dos reflectómetros hexaportales diferentes (basados en las estructuras de Engen y de Li, seleccionadas en el capítulo 5), obtenidos empleando la segunda modificación de la técnica de calibración (valores hacia los que deberían tender los parámetros de los dos reflectómetros en su realización práctica).

6.4.1 Valores ideales de las lecturas de potencia, radios y parámetros A_k y B_k obtenidos mediante la segunda modificación de la técnica de calibración para la estructura hexaportal de Engen

Los valores de las constantes de la primera propuesta de Engen (obtenidas en el capítulo 5), son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 A &= -j \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cong 0.61237 \angle -90^\circ & B &= j \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.866 \angle 90^\circ & C &= 0 \\
 D &= j \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.866 \angle 90^\circ & E &= j \frac{\sqrt{3}}{4} \cong 0.433 \angle 90^\circ & F &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}(1+j) \cong 0.866 \angle 45^\circ \\
 G &= \frac{\sqrt{3}}{4} \cong 0.433 & H &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}(1+j) \cong 0.866 \angle 45^\circ
 \end{aligned}$$

Con estos valores se calculan los centros q de la estructura y los factores que multiplican a las relaciones de las raíces cuadradas de potencia (ver apéndice A) dados como (subsección 5.2.2.2):

$$q_3 = -\frac{B}{A} = \sqrt{2} \angle 0^\circ \quad \left| \frac{D}{A} \right| = \sqrt{2} \quad \left| \frac{D}{A} \right| \left| \frac{b_3}{b_4} \right| = \sqrt{2} \left| \frac{b_3}{b_4} \right|$$

$$q_5 = -\frac{F}{E} = 2 \angle 135^\circ \quad \left| \frac{D}{E} \right| = 2 \quad \left| \frac{D}{E} \right| \left| \frac{b_5}{b_4} \right| = 2 \left| \frac{b_5}{b_4} \right|$$

$$q_6 = -\frac{H}{G} = 2 \angle -135^\circ \quad \left| \frac{D}{G} \right| = 2 \quad \left| \frac{D}{G} \right| \left| \frac{b_6}{b_4} \right| = 2 \left| \frac{b_6}{b_4} \right|.$$

En la Fig. 6.6, se muestran estos valores en el plano Γ .

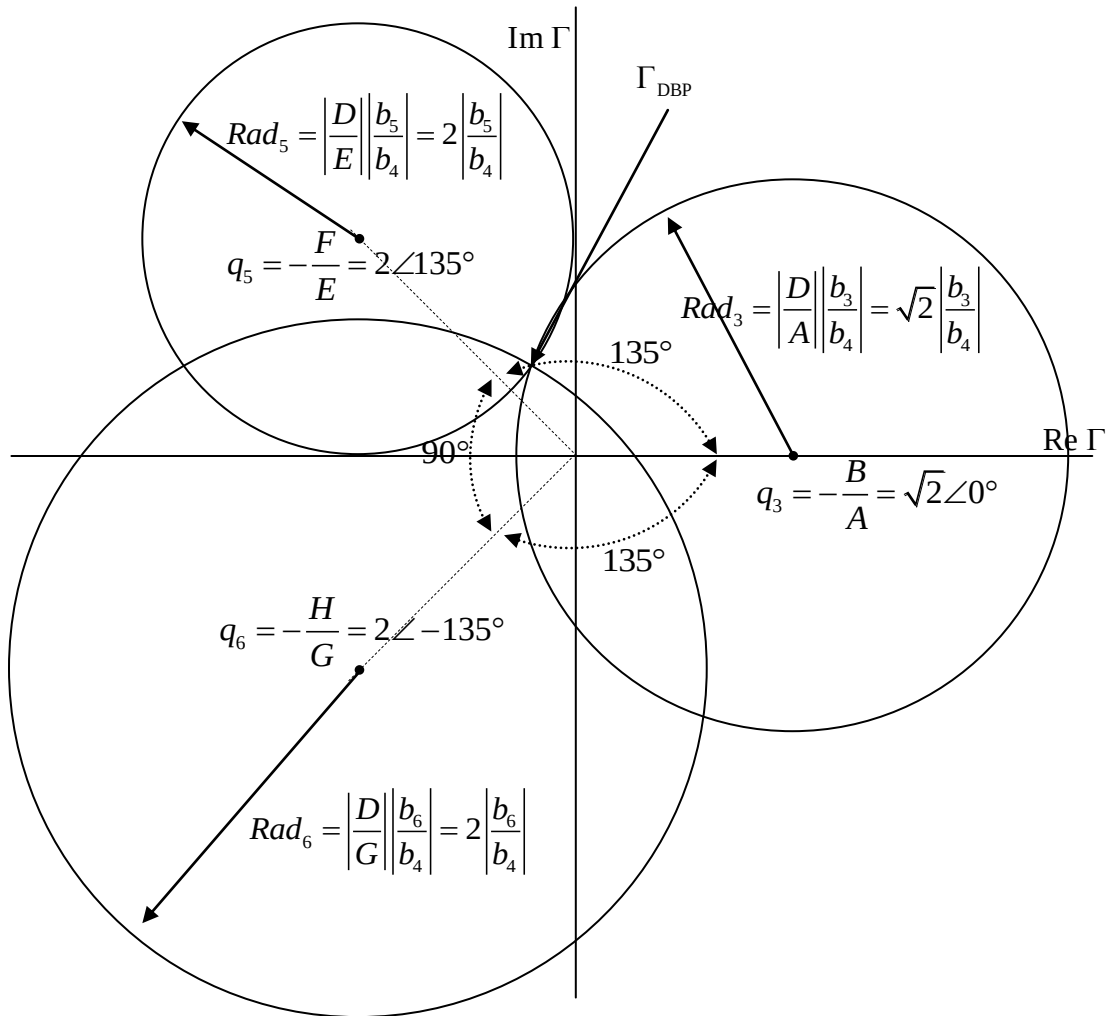


Figura 6.6. Distribución de los centros y radios de las circunferencias, para la estructura hexaportal de la primera propuesta de Engen, que ubican en un punto único el Γ_{DBP} en el plano complejo Γ (caso ideal).

Ahora bien, con las constantes $(A-H)$ y la segunda modificación de la técnica de calibración con cinco estándares, se calculan los valores para R_{ki} y x_i con los que se puede conocer el valor de los radios, a partir de la ecuación A.30 del apéndice A, dada como:

$$R_{ki} = \left| \frac{1}{|B_k|} \left(\frac{P_k}{P_4} \right)_i \right|^{\frac{1}{2}} ; \text{ para } k = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i = 1, 2 \text{ y } 3, \quad (6.4)$$

donde R_{ki} es la raíz cuadrada de la relación obtenida al dividir la lectura P_k/P_4 tomada con $\Gamma = \Gamma_i$ ($i = 0, 1, 2$ y 3) entre la lectura tomada con $\Gamma_0 = 0$. Cabe destacar que para $k = 4$ (puerto de potencia de referencia o normalización), las R_{4i} ($i = 1, 2$ y 3) se normalizan a 1. Pero antes se requiere obtener los valores de los parámetros B_k , a partir de la siguiente ecuación [Dueñas, 1995]

$$|B_k| = \left| \frac{J_k}{D} \right|^2, \quad (6.5)$$

de donde se obtienen

$$|B_3| = \left| \frac{J_3}{D} \right|^2 = \left| \frac{B}{D} \right|^2 = \left| \frac{j \frac{\sqrt{3}}{2}}{j \frac{\sqrt{3}}{2}} \right|^2 = 1, \quad (6.6)$$

$$|B_4| = \left| \frac{J_4}{D} \right|^2 = \left| \frac{D}{D} \right|^2 = \left| \frac{j \frac{\sqrt{3}}{2}}{j \frac{\sqrt{3}}{2}} \right|^2 = 1, \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned}
|B_5| &= \left| \frac{J_5}{D} \right|^2 = \left| \frac{F}{D} \right|^2 = \left| \frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}(1+j)}{j \frac{\sqrt{3}}{2}} \right|^2 = \left| \frac{2(1+j)}{\sqrt{8}j} \right|^2 = \left| -\frac{\sqrt{1}}{2}j(1+j) \right|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}}(-j+1) \right|^2, \\
&= \left| \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}\angle -45^\circ) \right|^2 = |1\angle -45^\circ|^2 = 1
\end{aligned} \tag{6.8}$$

$$\begin{aligned}
|B_6| &= \left| \frac{J_6}{D} \right|^2 = \left| \frac{H}{D} \right|^2 = \left| \frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}(1+j)}{j \frac{\sqrt{3}}{2}} \right|^2 = \left| \frac{2(1+j)}{\sqrt{8}j} \right|^2 = \left| -\frac{\sqrt{1}}{2}j(1+j) \right|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}}(-j+1) \right|^2. \\
&= \left| \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}\angle -45^\circ) \right|^2 = |1\angle -45^\circ|^2 = 1
\end{aligned} \tag{6.9}$$

Debido a que los valores de las constantes B_k son los mismos en todos los planos A_k y a que todos los radios se expresan en función de ellas, sólo se presentarán cuatro ecuaciones que representan todos los casos para los planos 3, 4, 5 y 6 y para los estándares en circuito corto a 0° , 90° , circuito abierto (180°) y circuito corto a 270° (-90°), para $i=1, 2, 3$ y 4 respectivamente:

$$R_{3i} = \left| \frac{1}{|B_3|} \left(\frac{P_3}{P_4} \right)_i \right|^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{1}{1} \right|^{\frac{1}{2}} \left| \frac{P_3}{P_4} \right|^{\frac{1}{2}}_i = 1 \left| \frac{P_3}{P_4} \right|^{\frac{1}{2}}_i = \left| \frac{b_3}{b_4} \right|^2 \Big|_i^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{b_3}{b_4} \right|_i, \tag{6.10}$$

$$R_{4i} = \left| \frac{1}{|B_4|} \left(\frac{P_4}{P_4} \right)_i \right|^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{1}{1} \right|^{\frac{1}{2}} \left| \frac{P_4}{P_4} \right|^{\frac{1}{2}}_i = 1 \left| \frac{P_4}{P_4} \right|^{\frac{1}{2}}_i = \left| \frac{b_4}{b_4} \right|^2 \Big|_i^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{b_4}{b_4} \right|_i = 1, \tag{6.11}$$

$$R_{5i} = \left| \frac{1}{|B_5|} \left(\frac{P_5}{P_4} \right)_i \right|^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{1}{1} \right|^{\frac{1}{2}} \left| \frac{P_5}{P_4} \right|^{\frac{1}{2}}_i = 1 \left| \frac{P_5}{P_4} \right|^{\frac{1}{2}}_i = \left| \frac{b_5}{b_4} \right|^2 \Big|_i^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{b_5}{b_4} \right|_i, \tag{6.12}$$

$$R_{6i} = \left| \frac{1}{|B_6|} \left(\frac{P_6}{P_4} \right)_i \right|^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{1}{1} \right|^{\frac{1}{2}} \left| \frac{P_6}{P_4} \right|^{\frac{1}{2}} = 1 \left| \frac{P_6}{P_4} \right|^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{b_6}{b_4} \right|^2 \left| \right|_i^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{b_6}{b_4} \right|_i. \quad (6.13)$$

Como se puede observar, los valores para R_{ki} son los mismos que los de las relaciones de potencia $\left| \frac{b_k}{b_4} \right|_i$, esto debido a que todas las constantes B_k son unitarias. Luego, con base en los coeficientes de reflexión de cada uno de los estándares se pueden obtener los valores de las relaciones de potencia. Para ello se retoman la ecuaciones A.29 y A.30 del apéndice A y se describen aquí de manera generalizada como

$$\bar{P}_{ki} = \left(\frac{P_k}{P_4} \right)_i^{1/2} = \left| \frac{b_k}{b_4} \right|_i = \left| \frac{I_k}{D} \right| |A_k - \exp(j\phi_i)|, \quad \text{para } k = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i = 1, 2, 3 \text{ y } 4. \quad (6.14)$$

Enseguida, se calculan la impedancia de entrada y el coeficiente de reflexión de los estándares de calibración utilizando las siguientes ecuaciones generales:

$$Z_{\text{ent}} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l}, \quad (6.15)$$

$$\Gamma = \frac{Z_{\text{ent}} - Z_0}{Z_{\text{ent}} + Z_0}. \quad (6.16)$$

Para el estándar acoplado

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \quad Z_L = Z_0 \quad Z_{\text{ent}} = Z_0 \frac{Z_0 + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_0 \tan \beta l} = Z_0, \quad \Gamma = \frac{Z_{\text{ent}} - Z_0}{Z_{\text{ent}} + Z_0} = \frac{Z_0 - Z_0}{Z_0 + Z_0} = \frac{0}{2Z_0} = 0 = 0 \angle 0^\circ.$$

Para el estándar en circuito corto sin desplazamiento (0°), donde $l=0$ y $\tan \beta l=0$

$$\left| \begin{array}{l} Z_L = 0 \quad Z_{\text{ent}} = jZ_0 \tan \beta l = 0, \quad \Gamma = \frac{Z_{\text{ent}} - Z_0}{Z_{\text{ent}} + Z_0} = \frac{0 - Z_0}{0 + Z_0} = \frac{-Z_0}{Z_0} = -1 = 1 \angle 180^\circ. \end{array} \right.$$

Para el estándar en circuito corto con desplazamiento de 90° , donde $l = \frac{\lambda}{8}$ y

$$\tan \beta l = 1$$

$$\left| \begin{array}{l} \overleftarrow{l} \rightarrow \\ \boxed{Z_L = 0} \end{array} \right. \quad Z_{\text{ent}} = jZ_0 \tan \beta l = jZ_0, \quad \Gamma = \frac{Z_{\text{ent}} - Z_0}{Z_{\text{ent}} + Z_0} = \frac{jZ_0 - Z_0}{jZ_0 + Z_0} = \frac{j-1}{j+1} = \frac{\sqrt{2} \angle 135^\circ}{\sqrt{2} \angle 45^\circ} = 1 \angle 90^\circ.$$

$$l = \frac{\lambda}{8}, \beta l = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

Para el estándar en circuito abierto (equivalente al circuito corto con desplazamiento de 180°), donde $l=0$ y $\tan \beta l=0$

$$\left| \begin{array}{l} Z_L = \infty \quad Z_{\text{ent}} = \frac{-jZ_0}{\tan \beta l} = -j\infty, \quad \Gamma = \frac{Z_{\text{ent}} - Z_0}{Z_{\text{ent}} + Z_0} = \frac{1 - \frac{Z_0}{-j\infty}}{1 + \frac{Z_0}{-j\infty}} = \frac{1}{1} = 1 = 1 \angle 0^\circ. \end{array} \right.$$

Para el estándar en circuito corto con desplazamiento de 270° (-90°), donde $l = \frac{3\lambda}{8}$

$$\text{y } \tan \beta l = -1$$

$$\left| \begin{array}{l} \overleftarrow{l} \rightarrow \\ \boxed{Z_L = 0} \end{array} \right. \quad Z_{\text{ent}} = jZ_0 \tan \beta l = -jZ_0,$$

$$l = \frac{3\lambda}{8}, \beta l = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ \quad \Gamma = \frac{Z_{\text{ent}} - Z_0}{Z_{\text{ent}} + Z_0} = \frac{-jZ_0 - Z_0}{-jZ_0 + Z_0} = \frac{-j-1}{-j+1} = \frac{\sqrt{2} \angle -135^\circ}{\sqrt{2} \angle -45^\circ} = 1 \angle -90^\circ.$$

Así, con la incorporación del estándar en circuito abierto, para la segunda modificación resulta que

$$\Gamma_i = \exp[j(\pi - \phi_i)]; \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \text{ y } 4, \quad (6.17)$$

donde $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_1 + \frac{\pi}{2}$, $\phi_3 = \phi_1 + \pi$ y $\phi_4 = \phi_1 - \frac{\pi}{2}$ son las desviaciones angulares de los centros debidas a los coeficientes de reflexión de 180° , 90° , 0° y -90° , del circuito corto en 0° , del circuito corto en 90° , del circuito abierto en 0° y del circuito corto en 270° (-90°) respectivamente, quedando los centros como:

Para el circuito corto a 0°

$$\exp[j(\phi_1)] = \exp[j(0)] = \exp[0] = 1 = 1\angle 0^\circ. \quad (6.18)$$

Para el circuito corto desplazado 90°

$$\exp[j(\phi_2)] = \exp\left[j\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] = \exp\left[j\frac{\pi}{2}\right] = j = 1\angle 90^\circ. \quad (6.19)$$

Para el circuito abierto a 0°

$$\exp[j(\phi_3)] = \exp[j(\pi)] = \exp[j\pi] = -1 = 1\angle 180^\circ. \quad (6.20)$$

Para el circuito corto desplazado en 270° (-90°)

$$\exp[j(\phi_4)] = \exp\left[j\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right] = \exp\left[-j\frac{\pi}{2}\right] = -j = 1\angle -90^\circ. \quad (6.21)$$

De esta manera, los valores de las constantes A_k (partiendo de los valores de las constantes de calibración $(A-H)$) se calculan mediante la ecuación $A_k = I_k / J_k$. Como se

puede ver de la ecuaciones (6.11) y (6.23) y se verá más adelante en las ecuaciones (6.30) a (6.33), (6.47) a (6.50) y (6.63) a (6.66), existe una situación especial para el plano A_4 , ya que su parámetro de calibración es justamente $A_4 = 0$, debido a la consideración de que $C = 0$

$$A_3 = \frac{I_3}{J_3} = \frac{A}{B} = \frac{-j \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}}{j \frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 180^\circ \cong 0.7071 \angle 180^\circ, \quad (6.22)$$

$$A_4 = \frac{I_4}{J_4} = \frac{C}{D} = \frac{0}{j \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0 = 0 \angle 0^\circ, \quad (6.23)$$

$$A_5 = \frac{I_5}{J_5} = \frac{E}{F} = \frac{j \frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}(1+j)} = \frac{\sqrt{8}j}{\sqrt{16}(1+j)} = \frac{1 \angle 90^\circ}{\sqrt{2}(\sqrt{2} \angle 45^\circ)} = \frac{1 \angle 90^\circ}{2 \angle 45^\circ} = \frac{1}{2} \angle 45^\circ = 0.5 \angle 45^\circ \quad (6.24)$$

$$A_6 = \frac{I_6}{J_6} = \frac{G}{H} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}(1+j)} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{16}(1+j)} = \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{2} \angle 45^\circ)} = \frac{1}{2 \angle 45^\circ}.$$

$$= \frac{1}{2} \angle -45^\circ = 0.5 \angle -45^\circ \quad (6.25)$$

Con estos valores ya disponibles, es ahora posible calcular las relaciones de potencia R_{ki} ideales de la siguiente manera:

Para el plano A_3

$$\begin{aligned}\bar{P}_{31} &= \left(\frac{P_3}{P_4} \right)_1^{1/2} = \left| \frac{b_3}{b_4} \right|_1 = \left| \frac{A}{D} \right| |A_3 - \exp(j\phi_1)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |A_3 - 1| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 1 \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right| \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \cong \frac{1+1.4142}{2} = \frac{2.4142}{2} = 1.20710 \quad , \quad (6.26)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{P}_{32} &= \left(\frac{P_3}{P_4} \right)_2^{1/2} = \left| \frac{b_3}{b_4} \right|_2 = \left| \frac{A}{D} \right| |A_3 - \exp(j\phi_2)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |A_3 - j| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - j \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} - j \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right| \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1+j\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{\sqrt{3} \angle 54.7356^\circ}{\sqrt{2} \angle 0^\circ} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \angle 234.7356^\circ \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \angle -125.2644^\circ \right| \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cong \frac{1.7320508}{2} = 0.8660254 \quad , \quad (6.27)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{P}_{33} &= \left(\frac{P_3}{P_4} \right)_3^{1/2} = \left| \frac{b_3}{b_4} \right|_3 = \left| \frac{A}{D} \right| |A_3 - \exp(j\phi_3)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |A_3 + 1| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 1 \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right| \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right| \cong \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{0.4142}{\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{0.4142}{\sqrt{2}} \right) = \frac{0.4142}{2} = 0.20710 \quad , \quad (6.28)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{P}_{34} &= \left(\frac{P_3}{P_4} \right)_4^{1/2} = \left| \frac{b_3}{b_4} \right|_4 = \left| \frac{A}{D} \right| |A_3 - \exp(j\phi_4)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |A_3 + j| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + j \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} + j \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right| \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1-j\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{\sqrt{3} \angle -54.7356^\circ}{\sqrt{2} \angle 0^\circ} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \angle 125.2644^\circ \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \right) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cong \frac{1.7320508}{2} = 0.8660254 \quad . \quad (6.29)\end{aligned}$$

Para el plano A_4

$$\bar{P}_{41} = \left(\frac{P_4}{P_4} \right)_1^{1/2} = \left| \frac{b_4}{b_4} \right|_1 = \left| \frac{D}{D} \right| |A_4 - \exp(j\phi_1)| = 1|A_4 - 1| = 1|(0) - 1| = 1|-1| = 1(1) = 1, \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_{42} &= \left(\frac{P_4}{P_4} \right)_2^{1/2} = \left| \frac{b_4}{b_4} \right|_2 = \left| \frac{D}{D} \right| |A_4 - \exp(j\phi_2)| = 1|A_4 - j| = 1|(0) - j| = 1|-j| = 1|1\angle -90^\circ|, \quad (6.31) \\ &= 1|1\angle 270^\circ| = 1(1) = 1 \end{aligned}$$

$$\bar{P}_{43} = \left(\frac{P_4}{P_4} \right)_3^{1/2} = \left| \frac{b_4}{b_4} \right|_3 = \left| \frac{D}{D} \right| |A_4 - \exp(j\phi_3)| = 1|A_4 + 1| = 1|(0) + 1| = 1|1| = 1(1) = 1, \quad (6.32)$$

$$\bar{P}_{44} = \left(\frac{P_4}{P_4} \right)_4^{1/2} = \left| \frac{b_4}{b_4} \right|_4 = \left| \frac{D}{D} \right| |A_4 - \exp(j\phi_4)| = 1|A_4 + j| = 1|(0) + j| = 1|j| = 1|1\angle 90^\circ| = 1(1) = 1. \quad (6.33)$$

Con estos resultados para el plano 4 se confirma que todas las relaciones de potencia para este plano dan valores unitarios porque se normalizan o dividen entre sí misma.

Para el plano A_5

$$\begin{aligned} \bar{P}_{51} &= \left(\frac{P_5}{P_4} \right)_1^{1/2} = \left| \frac{b_5}{b_4} \right|_1 = \left| \frac{E}{D} \right| |A_5 - \exp(j\phi_1)| = \frac{1}{2}|A_5 - 1| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2} \angle 45^\circ \right) - 1 \right| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) - 1 \right| \\ &= \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) - \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1 + j - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{j + 1 - \sqrt{8}}{2\sqrt{2}} \right| \cong \frac{1}{2} \left| \frac{j - 1.828427}{2\sqrt{2}} \right| \\ &= \frac{1}{2} \left| \frac{2.08402 \angle 151.32495}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{2.08402}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{2.08402}{\sqrt{32}} = 0.368406, \quad (6.34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{P}_{52} &= \left(\frac{P_5}{P_4} \right)_2^{1/2} = \left| \frac{b_5}{b_4} \right|_2 = \left| \frac{E}{D} \right| |A_5 - \exp(j\phi_2)| = \frac{1}{2} |A_5 - j| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2} \angle 45^\circ \right) - j \right| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) - j \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) - \frac{j2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1+j-j2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1+j-j\sqrt{8}}{2\sqrt{2}} \right| \cong \frac{1}{2} \left| \frac{1+j(-1.828427)}{2\sqrt{2}} \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \frac{2.08402 \angle -61.32495}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{2.08402}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{2.08402}{\sqrt{32}} = 0.368406 \quad , (6.35)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{P}_{53} &= \left(\frac{P_5}{P_4} \right)_3^{1/2} = \left| \frac{b_5}{b_4} \right|_3 = \left| \frac{E}{D} \right| |A_5 - \exp(j\phi_3)| = \frac{1}{2} |A_5 + 1| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2} \angle 45^\circ \right) + 1 \right| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + 1 \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1+j+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{j+1+\sqrt{8}}{2\sqrt{2}} \right| \cong \frac{1}{2} \left| \frac{j+3.828427}{2\sqrt{2}} \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \frac{3.9568743 \angle 14.6388}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{3.9568743}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{3.9568743}{\sqrt{32}} = 0.699483 \quad , (6.36)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{P}_{54} &= \left(\frac{P_5}{P_4} \right)_4^{1/2} = \left| \frac{b_5}{b_4} \right|_4 = \left| \frac{E}{D} \right| |A_5 - \exp(j\phi_4)| = \frac{1}{2} |A_5 + j| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2} \angle 45^\circ \right) + j \right| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + j \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + \frac{j2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1+j+j2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1+j+j\sqrt{8}}{2\sqrt{2}} \right| \cong \frac{1}{2} \left| \frac{1+j(3.828427)}{2\sqrt{2}} \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \frac{3.9568743 \angle 75.3612}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{3.9568743}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{3.9568743}{\sqrt{32}} = 0.699483 \quad . (6.37)
\end{aligned}$$

Para el plano A_6

$$\begin{aligned}
\bar{P}_{61} &= \left(\frac{P_6}{P_4} \right)_1^{1/2} = \left| \frac{b_6}{b_4} \right|_1 = \left| \frac{G}{D} \right| |A_6 - \exp(j\phi_1)| = \frac{1}{2} |A_6 - 1| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2} \angle -45^\circ \right) - 1 \right| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) - 1 \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) - \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1-j-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{-j+1-\sqrt{8}}{2\sqrt{2}} \right| \cong \frac{1}{2} \left| \frac{-j-1.828427}{2\sqrt{2}} \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \frac{2.08402 \angle -151.32495}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{2.08402}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{2.08402}{\sqrt{32}} = 0.368406 \quad , (6.38)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{P}_{62} &= \left(\frac{P_6}{P_4} \right)_2^{1/2} = \left| \frac{b_6}{b_4} \right|_2 = \left| \frac{G}{D} \right| |A_6 - \exp(j\phi_2)| = \frac{1}{2} |A_6 - j| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2} \angle -45^\circ \right) - j \right| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) - j \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) - \frac{j2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1-j-j2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1-j-j\sqrt{8}}{2\sqrt{2}} \right| \cong \frac{1}{2} \left| \frac{1-j(3.828427)}{2\sqrt{2}} \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \frac{3.9568743 \angle -75.3612}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{3.9568743}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{3.9568743}{\sqrt{32}} = 0.699483 \quad , \quad (6.39)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{P}_{63} &= \left(\frac{P_6}{P_4} \right)_3^{1/2} = \left| \frac{b_6}{b_4} \right|_3 = \left| \frac{G}{D} \right| |A_6 - \exp(j\phi_3)| = \frac{1}{2} |A_6 + 1| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2} \angle -45^\circ \right) + 1 \right| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + 1 \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1+j+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{j+1+\sqrt{8}}{2\sqrt{2}} \right| \cong \frac{1}{2} \left| \frac{j+3.828427}{2\sqrt{2}} \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \frac{3.9568743 \angle 14.6388}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{3.9568743}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{3.9568743}{\sqrt{32}} = 0.699483 \quad , \quad (6.40)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{P}_{64} &= \left(\frac{P_6}{P_4} \right)_4^{1/2} = \left| \frac{b_6}{b_4} \right|_4 = \left| \frac{G}{D} \right| |A_6 - \exp(j\phi_4)| = \frac{1}{2} |A_6 + j| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2} \angle -45^\circ \right) + j \right| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + j \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - j \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + \frac{j2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1-j+j2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{1-j+j\sqrt{8}}{2\sqrt{2}} \right| \cong \frac{1}{2} \left| \frac{1+j(1.828427)}{2\sqrt{2}} \right| \\
&= \frac{1}{2} \left| \frac{2.08402 \angle 61.32495}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{2.08402}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{2.08402}{\sqrt{32}} = 0.368406 \quad . \quad (6.41)
\end{aligned}$$

De igual manera, es ahora posible calcular los valores de las constantes x_{ki} , utilizando la expresión siguiente:

$$\frac{1}{R_{ki}} |A_k - \exp(j\phi_i)| = x_{ki}; \quad \text{para } k = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i = 1, 2, 3 \text{ y } 4, \quad (6.42)$$

donde x_{ki} son los dieciséis parámetros intermedios que se presentan a continuación

$$x_{31} = \frac{1}{R_{31}} |A_3 - \exp(j\phi_1)| = \frac{1}{1.20710} (1.70710) = 1.414215889 = \sqrt{2}, \quad (6.43)$$

$$x_{32} = \frac{1}{R_{32}} |A_3 - \exp(j\phi_2)| = \frac{1}{0.8660254} (1.224745) = 1.414213717 = \sqrt{2}, \quad (6.44)$$

$$x_{33} = \frac{1}{R_{33}} |A_3 - \exp(j\phi_3)| = \frac{1}{0.20710} (0.29289) = 1.41424432 = \sqrt{2}, \quad (6.45)$$

$$x_{34} = \frac{1}{R_{34}} |A_3 - \exp(j\phi_4)| = \frac{1}{0.8660254} (1.224745) = 1.414213717 = \sqrt{2}, \quad (6.46)$$

$$x_{41} = \frac{1}{R_{41}} |A_4 - \exp(j\phi_1)| = \frac{1}{1} (1) = 1, \quad (6.47)$$

$$x_{42} = \frac{1}{R_{42}} |A_4 - \exp(j\phi_2)| = \frac{1}{1} (1) = 1, \quad (6.48)$$

$$x_{43} = \frac{1}{R_{43}} |A_4 - \exp(j\phi_3)| = \frac{1}{1} (1) = 1, \quad (6.49)$$

$$x_{44} = \frac{1}{R_{44}} |A_4 - \exp(j\phi_4)| = \frac{1}{1} (1) = 1, \quad (6.50)$$

$$x_{51} = \frac{1}{R_{51}} |A_5 - \exp(j\phi_1)| = \frac{1}{0.368406} (0.736812) = 2, \quad (6.51)$$

$$x_{52} = \frac{1}{R_{52}} |A_5 - \exp(j\phi_2)| = \frac{1}{0.368406} (0.736812) = 2, \quad (6.52)$$

$$x_{53} = \frac{1}{R_{53}} |A_5 - \exp(j\phi_3)| = \frac{1}{0.699483} (1.398966) = 2, \quad (6.53)$$

$$x_{54} = \frac{1}{R_{54}} |A_5 - \exp(j\phi_4)| = \frac{1}{0.699483} (1.398966) = 2, \quad (6.54)$$

$$x_{61} = \frac{1}{R_{61}} |A_6 - \exp(j\phi_1)| = \frac{1}{0.368406} (0.736812) = 2, \quad (6.55)$$

$$x_{62} = \frac{1}{R_{62}} |A_6 - \exp(j\phi_2)| = \frac{1}{0.699483} (1.398966) = 2, \quad (6.56)$$

$$x_{63} = \frac{1}{R_{63}} |A_6 - \exp(j\phi_3)| = \frac{1}{0.699483} (1.398966) = 2, \quad (6.57)$$

$$x_{64} = \frac{1}{R_{64}} |A_6 - \exp(j\phi_4)| = \frac{1}{0.368406} (0.736812) = 2. \quad (6.58)$$

Por último, es ahora posible también, calcular los radios de las circunferencias, mediante la ecuación $\text{Rad}_{ki} = R_{ki} x_{ki}$

$$\text{Rad}_{31} = R_{31} x_{31} = 1.20710(\sqrt{2}) = 1.20710(1.41421356) = 1.7010, \quad (6.59)$$

$$\text{Rad}_{32} = R_{32} x_{32} = 0.8660254(\sqrt{2}) = 0.8660254(1.41421356) = 1.224745, \quad (6.60)$$

$$\text{Rad}_{33} = R_{33} x_{33} = 0.20710(\sqrt{2}) = 0.20710(1.41421356) = 0.29289, \quad (6.61)$$

$$\text{Rad}_{34} = R_{34} x_{34} = 0.8660254(\sqrt{2}) = 0.8660254(1.41421356) = 1.224745, \quad (6.62)$$

$$\text{Rad}_{41} = R_{41} x_{41} = 1(1) = 1, \quad (6.63)$$

$$\text{Rad}_{42} = R_{42}x_{42} = 1(1) = 1, \quad (6.64)$$

$$\text{Rad}_{43} = R_{43}x_{43} = 1(1) = 1, \quad (6.65)$$

$$\text{Rad}_{44} = R_{44}x_{44} = 1(1) = 1, \quad (6.66)$$

$$\text{Rad}_{51} = R_{51}x_{51} = 0.368406(2) = 0.736812, \quad (6.67)$$

$$\text{Rad}_{52} = R_{52}x_{52} = 0.368406(2) = 0.736812, \quad (6.68)$$

$$\text{Rad}_{53} = R_{53}x_{53} = 0.699483(2) = 1.398966, \quad (6.69)$$

$$\text{Rad}_{54} = R_{54}x_{54} = 0.699483(2) = 1.398966, \quad (6.70)$$

$$\text{Rad}_{61} = R_{61}x_{61} = 0.368406(2) = 0.736812, \quad (6.71)$$

$$\text{Rad}_{62} = R_{62}x_{62} = 0.699483(2) = 1.398966, \quad (6.72)$$

$$\text{Rad}_{63} = R_{63}x_{63} = 0.699483(2) = 1.398966, \quad (6.73)$$

$$\text{Rad}_{64} = R_{64}x_{64} = 0.368406(2) = 0.736812, \quad (6.74)$$

con lo cual se corrobora que $\text{Rad}_{ki} = R_{ki}x_{ki} = |A_k - \exp(j\phi_i)|$.

Las representaciones gráficas de los centros, los parámetros A_k y los radios para los cuatro planos se muestran a continuación.

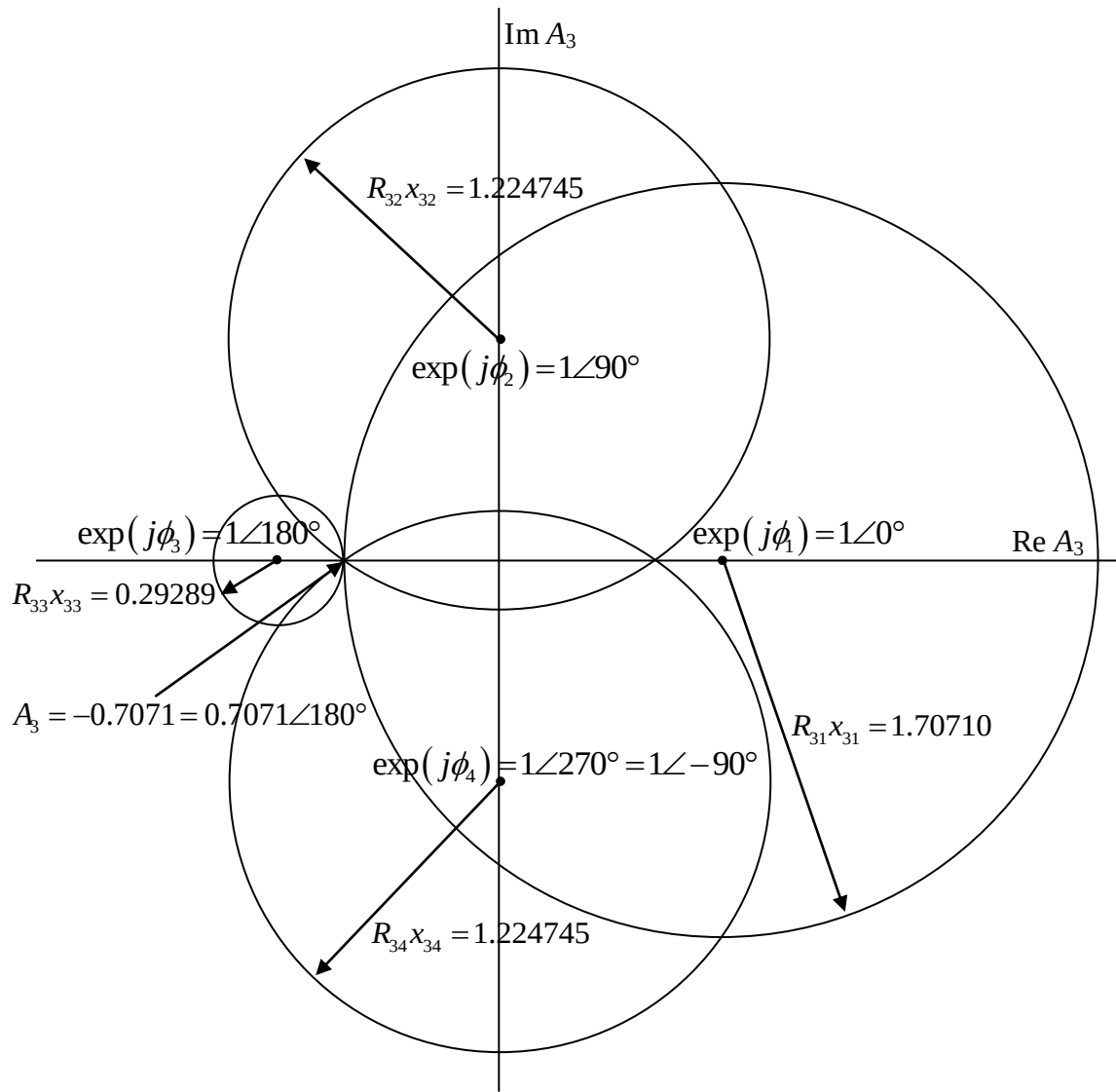


Figura 6.7. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_3 .

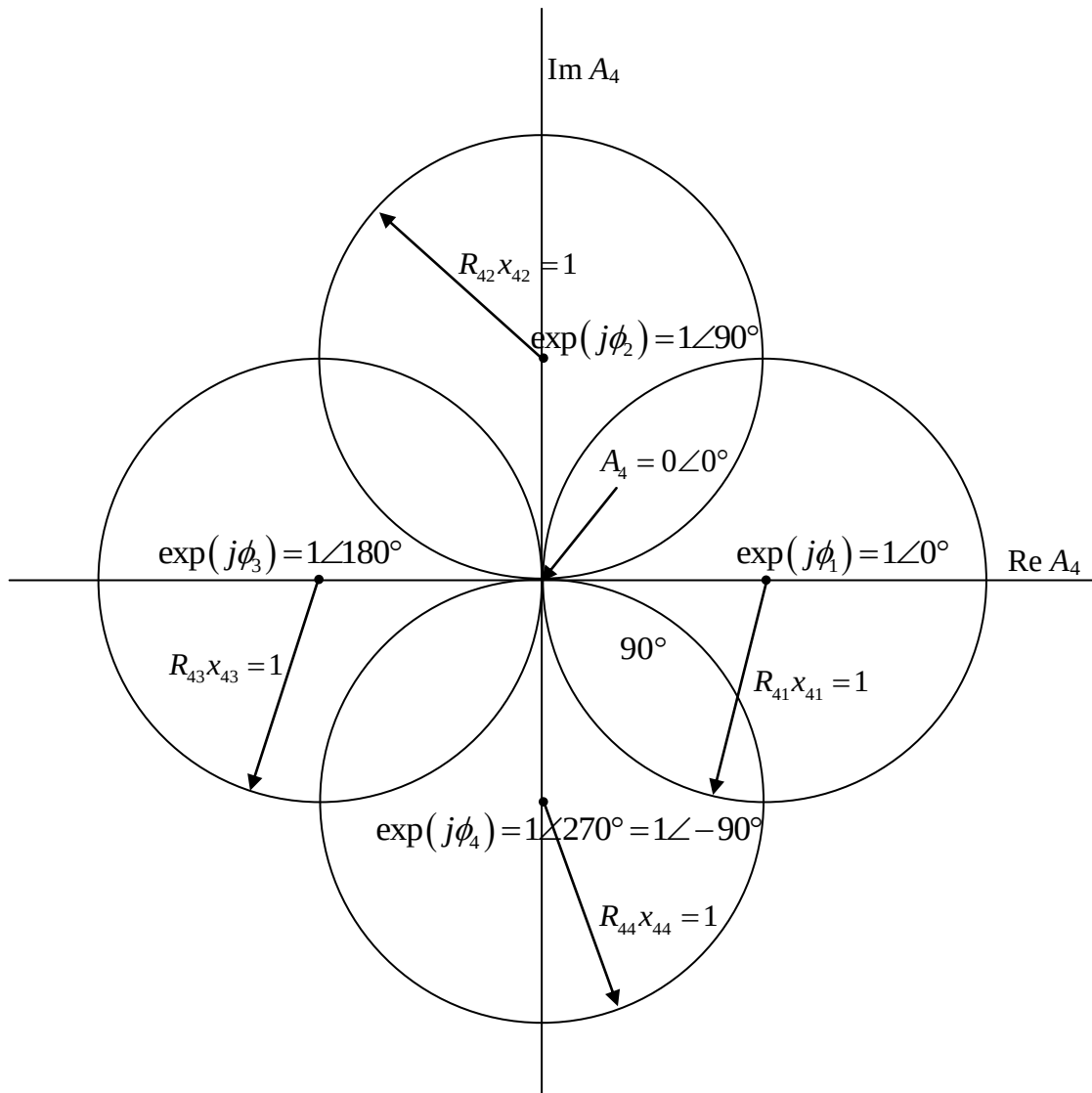


Figura 6.8. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_4 .

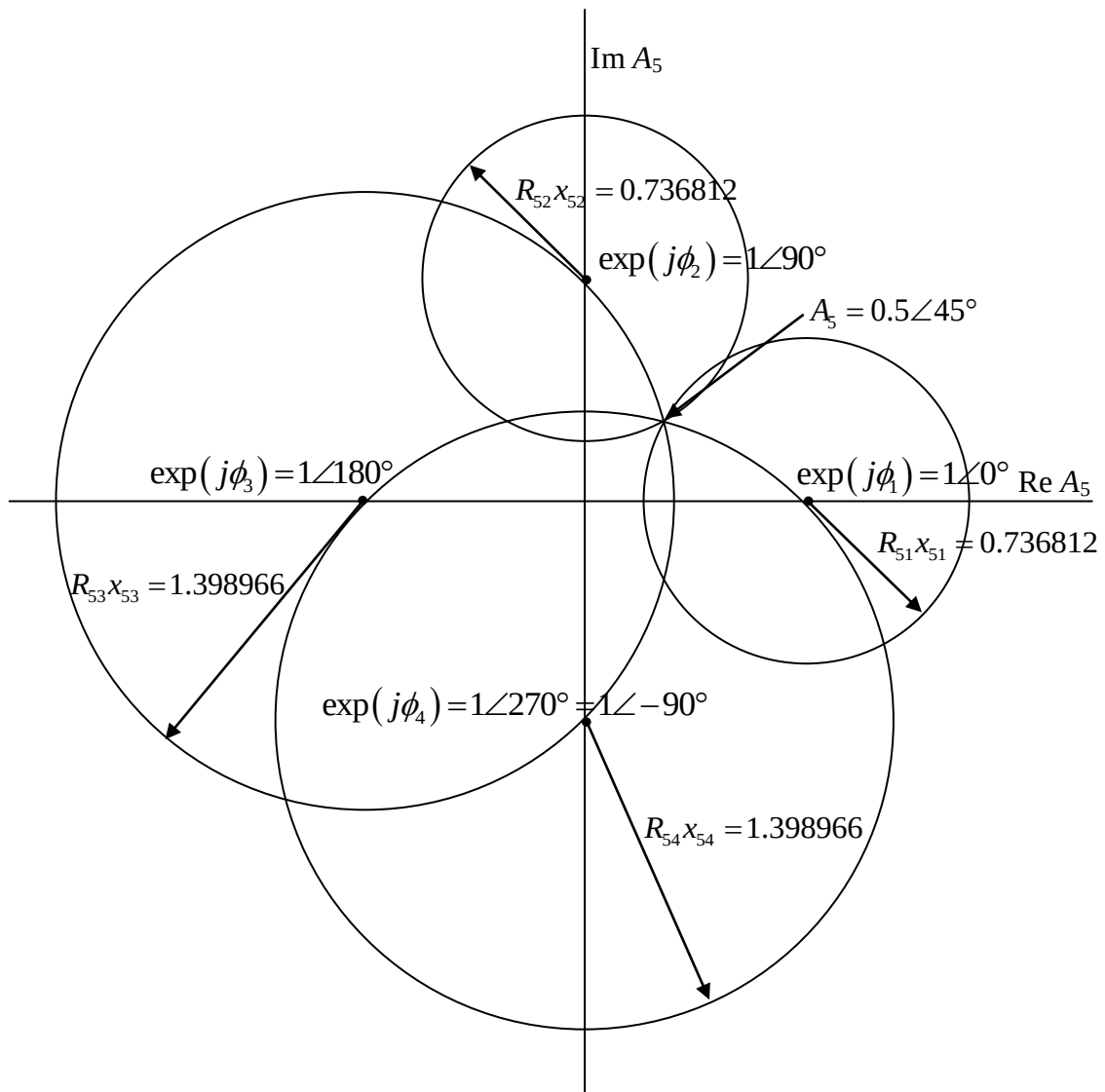


Figura 6.9. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_5 .

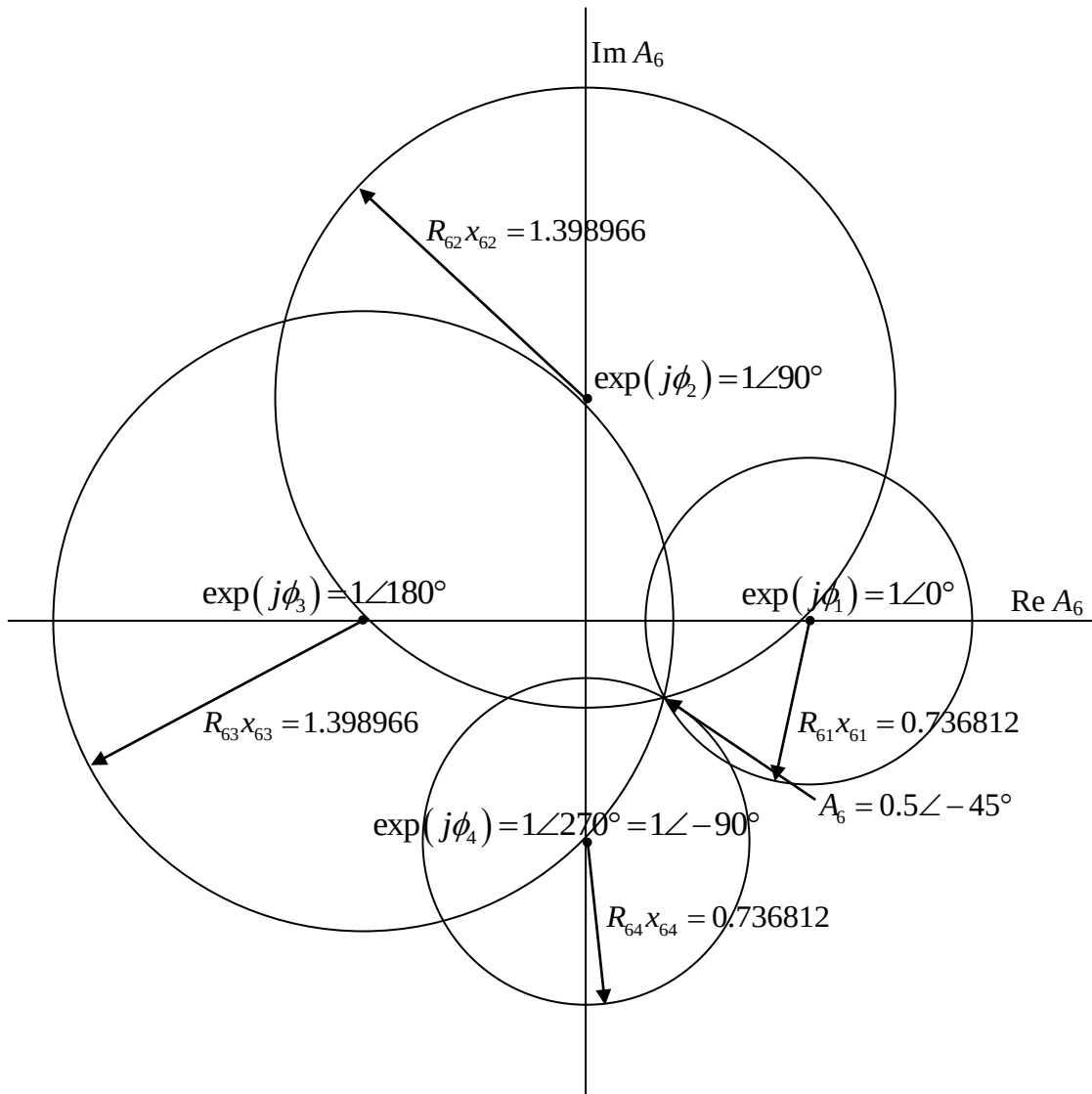


Figura 6.10. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_6 .

Compendios de todos los valores se presenta en la Tabla 6.1 para la medición y en la Tabla 6.2 para la calibración.

Tabla 6.1. Valores del hexapuerto de Engen para la medición.

Constantes de Calibración	Centros q	Factores de los Radios
$A = -j\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3}{8}} \angle -90^\circ \cong 0.61237 \angle -90^\circ$	$q_3 = -\frac{B}{A} = \sqrt{2} \angle 0^\circ$	$\left \frac{D}{A} \right = \sqrt{2}$
$B = j\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle 90^\circ \cong 0.866 \angle 90^\circ$		
$C = 0$	$q_4 = -\frac{D}{C} = -\frac{D}{0} = -\infty$	$\left \frac{D}{C} \right = \infty$
$D = j\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle 90^\circ \cong 0.866 \angle 90^\circ$		
$E = j\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \angle 90^\circ \cong 0.433 \angle 90^\circ$	$q_5 = -\frac{F}{E} = 2 \angle 135^\circ$	$\left \frac{D}{E} \right = 2$
$F = \sqrt{\frac{3}{8}}(1+j) = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle 45^\circ \cong 0.866 \angle 45^\circ$		
$G = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \angle 0^\circ \cong 0.433 \angle 0^\circ$	$q_6 = -\frac{H}{G} = 2 \angle -135^\circ$	$\left \frac{D}{G} \right = 2$
$H = \sqrt{\frac{3}{8}}(1+j) = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle 45^\circ \cong 0.866 \angle 45^\circ$		

Tabla 6.2. Valores del hexapuerto de Engen para la calibración.

Gamas y Centros	Parámetros $ B_k $	Factores de los Radios	
$\Gamma_{acoplado} = 0 \angle 0^\circ$	$ B_3 = \left \frac{B}{D} \right ^2 = 1$	$R_{ki} \quad x_{ki}$ $\text{Rad}_{ki} = R_{ki} \cdot x_{ki} = A_k - \exp(j\phi_i) $	
$\Gamma_{corto0^\circ} = 1 \angle 180^\circ$	$ B_4 = \left \frac{D}{D} \right ^2 = 1$	$R_{31} = 1.20710 \quad x_{31} = \sqrt{2}$ $\text{Rad}_{31} = 1.7010$	$R_{51} = 0.368406 \quad x_{51} = 2$ $\text{Rad}_{51} = 0.736812$
$\Gamma_{corto90^\circ} = 1 \angle 90^\circ$	$ B_5 = \left \frac{F}{D} \right ^2 = 1$	$R_{32} = 0.8660254 \quad x_{32} = \sqrt{2}$ $\text{Rad}_{32} = 1.224745$	$R_{52} = 0.368406 \quad x_{52} = 2$ $\text{Rad}_{52} = 0.736812$
$\Gamma_{abierto} = 1 \angle 0^\circ$	$ B_6 = \left \frac{H}{D} \right ^2 = 1$	$R_{33} = 0.20710 \quad x_{33} = \sqrt{2}$ $\text{Rad}_{33} = 0.29289$	$R_{53} = 0.699483 \quad x_{53} = 2$ $\text{Rad}_{53} = 1.398966$
$\Gamma_{corto270^\circ} = 1 \angle -90^\circ$	Parámetros A_k	$R_{34} = 0.8660254 \quad x_{34} = \sqrt{2}$ $\text{Rad}_{34} = 1.224745$	$R_{54} = 0.699483 \quad x_{54} = 2$ $\text{Rad}_{54} = 1.398966$
$C_{corto} = \exp[j(0)] = 1 = 1 \angle 0^\circ$	$A_3 = \frac{A}{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 180^\circ \cong 0.7071 \angle 180^\circ$	$R_{41} = 1 \quad x_{41} = 1$ $\text{Rad}_{41} = 1$	$R_{61} = 0.368406 \quad x_{61} = 2$ $\text{Rad}_{61} = 0.736812$
$C_{corto90^\circ} = \exp\left[j\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] = j = 1 \angle 90^\circ$	$A_4 = \frac{C}{D} = 0 = 0 \angle 0^\circ$	$R_{42} = 1 \quad x_{42} = 1$ $\text{Rad}_{42} = 1$	$R_{62} = 0.699483 \quad x_{62} = 2$ $\text{Rad}_{62} = 1.398966$
$C_{abierto} = \exp[j(\pi)] = -1 = 1 \angle 180^\circ$	$A_5 = \frac{E}{F} = \frac{1}{2} \angle 45^\circ = 0.5 \angle 45^\circ$	$R_{43} = 1 \quad x_{43} = 1$ $\text{Rad}_{43} = 1$	$R_{63} = 0.699483 \quad x_{63} = 2$ $\text{Rad}_{63} = 1.398966$
$C_{corto270^\circ} = \exp\left[j\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right] = -j = 1 \angle -90^\circ$	$A_6 = \frac{G}{H} = \frac{1}{2} \angle -45^\circ = 0.5 \angle -45^\circ$	$R_{44} = 1 \quad x_{44} = 1$ $\text{Rad}_{44} = 1$	$R_{64} = 0.368406 \quad x_{64} = 2$ $\text{Rad}_{64} = 0.736812$

De esta manera, finalmente, se cuenta ahora con todos los valores teóricos para esta segunda modificación de la técnica de calibración aplicada en la estructura de Engen. Como se mencionó en la subsección 2.5.5 del capítulo 2, debido a que los estándares empleados (carga acoplada, circuitos cortos y circuito abierto) “aíslan” los reflectómetros entre sí, entonces con esta técnica, cada reflectómetro se puede calibrar independientemente obteniendo las once constantes de calibración de cada uno ellos con calibraciones separadas, para luego guardarlas en un archivo único o en dos separados, para un ancho de banda dado.

6.4.2 Valores ideales de las lecturas de potencia, radios y parámetros A_k y B_k obtenidos mediante la segunda modificación de la técnica de calibración para la estructura hexaportal de Li

De manera similar, los valores de las constantes de la propuesta de Li (obtenidas en el capítulo 5), son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 A &= j\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \angle 90^\circ & B &= 0 & C &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \angle 0^\circ \\
 D &= \frac{1}{2} \angle 0^\circ & E &= -\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \angle 180^\circ & F &= \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2}j = \sqrt{\frac{3}{8}} \angle 54.7356^\circ \\
 G &= j\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \angle 90^\circ & H &= -j\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{3}{8}} \angle -144.7356^\circ
 \end{aligned}$$

Como en el caso anterior, con estos valores se calculan los centros q de la estructura y los factores que multiplican a las relaciones de las raíces cuadradas de potencia (ver apéndice A) dados como (subsección 5.2.5.2):

$$\begin{aligned}
 q_3 &= -\frac{B}{A} = 0 \angle 0^\circ & \left| \frac{D}{A} \right| &= 1 & \left| \frac{D}{A} \right| \left| \frac{b_3}{b_4} \right| &= \left| \frac{b_3}{b_4} \right| \\
 q_4 &= -\frac{D}{C} = \sqrt{2} \angle 180^\circ & \left| \frac{D}{D} \right| &= 1 & \left| \frac{D}{D} \right| \left| \frac{b_4}{b_4} \right| &= 1
 \end{aligned}$$

$$q_5 = -\frac{F}{E} = \sqrt{6} \angle 54.7356^\circ \quad \left| \frac{D}{E} \right| = 2 \quad \left| \frac{D}{E} \right| \left| \frac{b_5}{b_4} \right| = 2 \left| \frac{b_5}{b_4} \right|$$

$$q_6 = -\frac{H}{G} = \sqrt{6} \angle -54.7356^\circ \quad \left| \frac{D}{G} \right| = 2 \quad \left| \frac{D}{G} \right| \left| \frac{b_6}{b_4} \right| = 2 \left| \frac{b_6}{b_4} \right|.$$

En la Fig. 6.11, se muestran estos valores en el plano Γ .

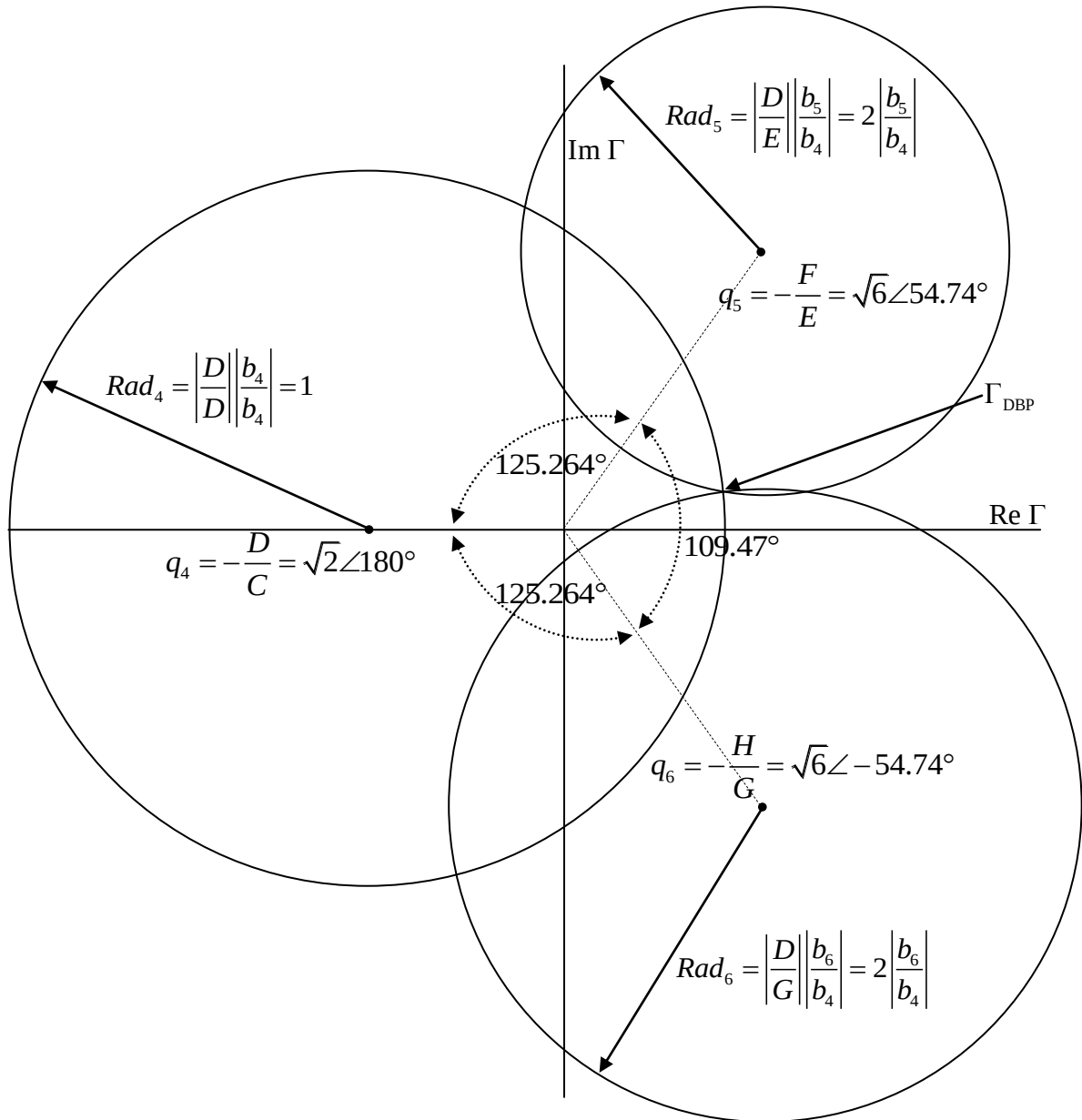


Figura 6.11. Distribución de los centros y radios de las circunferencias, para la estructura hexaportal propuesta por Li, que ubican en un punto único el Γ_{DBP} en el plano complejo Γ (caso ideal).

Debido a que la estructura propuesta por Li, presenta una diferencia importante con respecto a la generalidad de las estructuras, dado que la constante de calibración $C \neq 0$ y la constante de calibración $B = 0$, se presenta aquí un nuevo planteamiento de las ecuaciones para la calibración, basándose en la ecuación A.16 del apéndice A, pero adecuándolas a la situación en la que ahora el puerto de referencia es el número 3, resultando la siguiente

$$\bar{P}_k = \left(\frac{P_k}{P_3} \right)^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{I_k a_2 + J_k b_2}{A a_2 + B b_2} \right| = \left| \frac{I_k \Gamma_2 + J_k}{A \Gamma_2 + B} \right|; \quad \text{para } k = 3, 4, 5 \text{ y } 6, \quad (6.75)$$

donde la notación $\bar{P}_k$ se sigue refiriendo a las raíces cuadradas de potencia, pero ahora referidas al puerto 3. Estas ecuaciones se desarrollan de la manera siguiente:

$$\frac{P_k}{P_3} = \left| \frac{b_k}{b_3} \right|^2 = \left| \frac{I_k a_2 + J_k b_2}{A a_2 + B b_2} \right|^2 = \left| \frac{I_k \Gamma_2 + J_k}{A \Gamma_2 + B} \right|^2 = \left| \frac{J_k \left(\frac{I_k}{J_k} \Gamma_2 + 1 \right)}{B \left(\frac{A}{B} \Gamma_2 + 1 \right)} \right|^2 = \left| \frac{J_k}{B} \right|^2 \left| \frac{\frac{I_k}{J_k} \Gamma_2 + 1}{\frac{A}{B} \Gamma_2 + 1} \right|^2, \quad (6.76)$$

para $k = 3, 4, 5$ y 6 , donde $\left| \frac{J_k}{B} \right|^2$ es un factor constante y $\frac{I_k}{J_k}$ siguen siendo las constantes A_k .

Esta representación genera indefiniciones, ya que los factores $\left| \frac{J_k}{B} \right|^2$ y el término del denominador $\frac{A}{B}$ se vuelven infinitos, puesto que $B = 0$. Una representación, que mantiene la forma típica de la circunferencia, y elimina en su mayoría los valores infinitos es la siguiente:

$$\left| \frac{b_k}{b_3} \right|^2 \left| \frac{B}{J_k} \right|^2 = \left| \frac{\frac{I_k}{J_k} \Gamma_2 + 1}{\frac{A}{B} \Gamma_2 + 1} \right|^2, \quad \left| \frac{b_k}{b_3} \right|^2 \left| \frac{B}{J_k} \right|^2 \left| \frac{A}{B} \Gamma_2 + 1 \right|^2 = \left| \frac{I_k}{J_k} \Gamma_2 + 1 \right|^2$$

$$\left| \frac{b_k}{b_3} \right|^2 \left| \frac{B}{J_k} \right|^2 \left| \frac{A}{B} \Gamma_2 + 1 \right|^2 = \left| \frac{I_k}{J_k} \Gamma_2 + 1 \right|^2 = \left| \frac{b_k}{b_3} \right|^2 \left| \frac{1}{J_k} \right|^2 |A \Gamma_2 + B|^2 = \left| \frac{I_k}{J_k} \Gamma_2 + 1 \right|^2, \quad (6.77)$$

Así, al sustituir el valor de $B=0$ resulta que

$$\left| \frac{b_k}{b_3} \right|^2 \left| \frac{1}{J_k} \right|^2 |A \Gamma_2|^2 = \left| \frac{I_k}{J_k} \Gamma_2 + 1 \right|^2 = \left| \frac{b_k}{b_3} \right|^2 \left| \frac{1}{J_k} \right|^2 |A|^2 |\Gamma_2|^2 = \left| \frac{I_k}{J_k} \Gamma_2 + 1 \right|^2, \quad (6.78)$$

y dado que para todos los estándares de esta técnica (exceptuando la carga acoplada) se tiene un valor $|\Gamma_2|^2 = 1$, para $i=1, 2, 3$ y 4 , entonces, la ecuación (6.78) se simplifica y se generaliza para quedar de la siguiente manera:

$$\left| \frac{b_k}{b_3} \right|^2 \left| \frac{1}{J_k} \right|^2 |A|^2 = \left| \frac{I_k}{J_k} \Gamma_i + 1 \right|^2 = \left| \frac{b_k}{b_3} \right|^2 \left| \frac{A}{J_k} \right|^2 = \left| \frac{I_k}{J_k} \Gamma_i + 1 \right|^2 = \left| \frac{b_k}{b_3} \right|^2 L_k = |A_k \Gamma_i + 1|^2, \quad (6.79)$$

para $k=3, 4, 5$ y 6 e $i=1, 2, 3$ y 4 , donde $L_k = \left| \frac{A}{J_k} \right|^2$ son unas nuevas constantes, que aun cuando son similares a las B_k anteriores, no se obtienen de aplicar una carga acoplada, sino que su interpretación física es más compleja. Ahora bien, replanteando esta ecuación en la forma empleada por Yeo para la calibración, que se logra al introducir la representación de los estándares en circuito corto y en circuito abierto, ecuación (6.3), se tiene que

$$\begin{aligned}
\left| \frac{b_k}{b_3} \right|_i^2 L_k &= |A_k \Gamma_i + 1|^2 = \left| \frac{b_k}{b_3} \right|_i^2 L_k = |A_k (e^{j\pi} e^{-j\phi_i}) + 1|^2 = |-A_k e^{-j\phi_i} + 1|^2 = |-(A_k e^{-j\phi_i} - 1)|^2 \\
&= \left| -\left(\frac{A_k}{e^{j\phi_i}} - 1 \right) \right|^2 = |-1|^2 \left| \frac{A_k}{e^{j\phi_i}} - 1 \right|^2 = \left| \frac{A_k}{e^{j\phi_i}} - \frac{e^{j\phi_i}}{e^{j\phi_i}} \right|^2 = \left| \frac{1}{e^{j\phi_i}} \right|^2 |A_k - e^{j\phi_i}|^2 = |A_k - e^{j\phi_i}|^2
\end{aligned} \quad (6.80)$$

que de forma reducida, resulta

$$\left| \frac{b_k}{b_3} \right|_i^2 L_k = |A_k - e^{j\phi_i}|^2, \quad \text{para } k=3, 4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i=1, 2, 3 \text{ y } 4, \quad (6.81)$$

donde $\left| \frac{b_k}{b_3} \right|_i \sqrt{L_k}$ son los radios y $e^{j\phi_i}$ son los centros. Así, de la relación $A_k = I_k / J_k$ (ver ecuación A.27 del apéndice A) se tienen

$$A_3 = \frac{I_3}{J_3} = \frac{A}{B} = \frac{j\frac{1}{2}}{0} = \infty, \quad (6.82)$$

$$A_4 = \frac{I_4}{J_4} = \frac{C}{D} = \frac{1}{\frac{2\sqrt{2}}{1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \cong 0.7071 \angle 0^\circ, \quad (6.83)$$

$$\begin{aligned}
A_5 &= \frac{I_5}{J_5} = \frac{E}{F} \cong \frac{\frac{1}{4} \angle 180^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} \angle 54.7356} = \sqrt{\frac{8}{48}} \angle 125.2644^\circ = \frac{1}{\sqrt{6}} \angle 125.2644^\circ \cong 0.408248 \angle 125.2644^\circ \\
&= -0.23570232 + j0.333333\bar{3} \quad , \quad (6.84)
\end{aligned}$$

$$A_6 = \frac{I_6}{J_6} = \frac{G}{H} \cong \frac{\frac{1}{4} \angle 90^\circ}{\sqrt{\frac{3}{8}} \angle -54.7356^\circ} = \sqrt{\frac{8}{48}} \angle 234.7356^\circ = \frac{1}{\sqrt{6}} \angle -125.2644^\circ \quad (6.85)$$

$$\cong 0.408248 \angle -125.2644^\circ = -0.23570232 - j0.333333\bar{3}$$

y para las $L_k = \left| \frac{A}{J_k} \right|^2$ se obtienen

$$L_3 = \left| \frac{A}{J_3} \right|^2 = \left| \frac{A}{B} \right|^2 = \left| \frac{j \frac{1}{2}}{0} \right|^2 = \infty, \quad (6.86)$$

$$L_4 = \left| \frac{A}{J_4} \right|^2 = \left| \frac{A}{D} \right|^2 = \left| \frac{j \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \right|^2 = \left| \frac{\frac{1}{2} \angle 90^\circ}{\frac{1}{2} \angle 0^\circ} \right|^2 = |1 \angle 90^\circ| = 1, \quad \sqrt{L_4} = 1, \quad (6.87)$$

$$L_5 = \left| \frac{A}{J_5} \right|^2 = \left| \frac{A}{F} \right|^2 = \left| \frac{j \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{3}{8}} \angle 54.7356^\circ} \right|^2 = \left| \frac{\frac{1}{2} \angle 90^\circ}{\sqrt{\frac{3}{8}} \angle 54.7356^\circ} \right|^2 = \left| \frac{\sqrt{8}}{12} \angle 35.2644^\circ \right|^2 = \left| \frac{\sqrt{2}}{3} \angle 35.2644^\circ \right|^2$$

$$= \frac{2}{3}, \quad \sqrt{L_5} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cong 0.81649658, \quad (6.88)$$

$$L_6 = \left| \frac{A}{J_6} \right|^2 = \left| \frac{A}{H} \right|^2 = \left| \frac{j \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{3}{8}} \angle -144.7356^\circ} \right|^2 = \left| \frac{\frac{1}{2} \angle 90^\circ}{\sqrt{\frac{3}{8}} \angle -144.7356^\circ} \right|^2 = \left| \frac{\sqrt{8}}{12} \angle 234.7356^\circ \right|^2, \quad (6.89)$$

$$= \left| \frac{\sqrt{2}}{3} \angle -125.2644^\circ \right|^2 = \frac{2}{3}, \quad \sqrt{L_6} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cong 0.81649658$$

y finalmente, de la ecuación (6.81), se obtienen

$$\left| \frac{b_3}{b_3} \right|_i^2 L_3 = |A_3 - e^{j\phi_i}|^2, \quad \left| \frac{b_3}{b_3} \right|_i^2 = \frac{|A_3 - e^{j\phi_i}|^2}{L_3} = \frac{|A_3 - e^{j\phi_i}|^2}{\left| \frac{A}{J_k} \right|^2} = \left| \frac{A_3 - e^{j\phi_i}}{\frac{A}{J_k}} \right|^2 = \left| \frac{A_3}{\frac{A}{J_k}} - \frac{e^{j\phi_i}}{\frac{A}{J_k}} \right|^2.$$

y dado que $\frac{A}{J_k} = \infty$ y $A_3 = \infty$, entonces

$$\left| \frac{b_3}{b_3} \right|_i^2 = \left| \frac{A_3}{\frac{A}{J_k}} - \frac{e^{j\phi_i}}{\frac{A}{J_k}} \right|^2 = |1 - 0|^2 = 1, \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \text{ y } 4, \quad (6.90)$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_1^2 L_4 &= |A_4 - e^{j\phi_1}|^2 = \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_1^2 1 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} - (1) \right|^2 = \left| \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right|^2 \cong \left| \frac{-0.41421356}{1.41421356} \right|^2 = |-0.292893|^2 \\ &= (0.292893)^2 = 0.085786, \end{aligned} \quad (6.91)$$

$$\left| \frac{b_4}{b_3} \right|_1 = 0.292893$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_2^2 L_4 &= |A_4 - e^{j\phi_2}|^2 = \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_2^2 1 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} - (j) \right|^2 = \left| \frac{1 - j\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right|^2 = \left| \frac{\sqrt{3} \angle -54.7356^\circ}{\sqrt{2}} \right|^2 \\ &= |\sqrt{1.5} \angle -54.7356^\circ|^2 = 1.5, \end{aligned} \quad (6.92)$$

$$\left| \frac{b_4}{b_3} \right|_2 = 1.2247448$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_{\substack{2 \\ 3}}^2 L_4 = |A_4 - e^{j\phi_3}|^2 &= \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_{\substack{2 \\ 3}}^2 1 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} - (-1) \right|^2 = \left| \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right|^2 \cong \left| \frac{2.41421356}{1.41421356} \right|^2 = |1.70710678|^2 \\ &= 2.91421356, \end{aligned} \quad , \quad (6.93)$$

$$\left| \frac{b_4}{b_3} \right|_{\substack{1 \\ 1}} = 1.70710678$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_{\substack{2 \\ 4}}^2 L_4 = |A_4 - e^{j\phi_4}|^2 &= \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_{\substack{2 \\ 4}}^2 1 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} - (-j) \right|^2 = \left| \frac{1+j\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right|^2 = \left| \frac{\sqrt{3} \angle 54.7356^\circ}{\sqrt{2}} \right|^2 \\ &= \left| \sqrt{1.5} \angle 54.7356^\circ \right|^2 = 1.5, \end{aligned} \quad , \quad (6.94)$$

$$\left| \frac{b_4}{b_3} \right|_{\substack{1 \\ 4}} = 1.2247448$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_{\substack{2 \\ 1}}^2 L_5 = |A_5 - e^{j\phi}|^2 &= \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_{\substack{2 \\ 1}}^2 \left(\frac{2}{3} \right) = \left| \frac{1}{\sqrt{6}} \angle 125.2644^\circ - (1) \right|^2 \cong |0.408248 \angle 125.2644^\circ - (1)|^2 \\ &\cong |(-0.235702 + j0.333333) - 1|^2 = |-1.235702 + j0.333333|^2 \\ &= \left| \sqrt{1.63807032} \angle 164.9036^\circ \right|^2 \cong 1.63807032 \quad , \quad (6.95) \\ \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_{\substack{1 \\ 1}}^2 &\cong 2.45710, \end{aligned}$$

$$\left| \frac{b_5}{b_3} \right|_{\substack{1 \\ 1}} \cong 1.567516$$

$$\begin{aligned}
\left| \frac{b_5}{b_3} \right|_2^2 L_5 &= \left| A_5 - e^{j\phi_2} \right|^2 = \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_2^2 \left(\frac{2}{3} \right) = \left| \frac{1}{\sqrt{6}} \angle 125.2644^\circ - (j) \right|^2 \cong \left| 0.408248 \angle 125.2644^\circ - (j) \right|^2 \\
&\cong \left| (-0.235702 + j0.333333) - j \right|^2 = \left| -0.235702 - j0.666666 \right|^2 \\
&= \left| \sqrt{0.4999998} \angle -109.4712^\circ \right| = 0.5
\end{aligned} \tag{6.96}$$

$$\left| \frac{b_5}{b_3} \right|_2^2 = 0.75,$$

$$\left| \frac{b_5}{b_3} \right|_2 \cong 0.8660254$$

$$\begin{aligned}
\left| \frac{b_5}{b_3} \right|_3^2 L_5 &= \left| A_5 - e^{j\phi_3} \right|^2 = \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_3^2 \left(\frac{2}{3} \right) = \left| \frac{1}{\sqrt{6}} \angle 125.2644^\circ - (-1) \right|^2 \cong \left| 0.408248 \angle 125.2644^\circ - (-1) \right|^2 \\
&\cong \left| (-0.235702 + j0.333333) + 1 \right|^2 = \left| 0.764298 + j0.333333 \right|^2 = \left| \sqrt{0.6952623} \angle 23.5634^\circ \right|^2 \\
&\cong 0.6952623, \quad \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_3^2 \cong 1.042894,
\end{aligned} \tag{6.97}$$

$$\left| \frac{b_5}{b_3} \right|_3 \cong 1.021222$$

$$\begin{aligned}
\left| \frac{b_5}{b_3} \right|_4^2 L_5 &= \left| A_5 - e^{j\phi_4} \right|^2 = \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_4^2 \left(\frac{2}{3} \right) = \left| \frac{1}{\sqrt{6}} \angle 125.2644^\circ - (-j) \right|^2 \cong \left| 0.408248 \angle 125.2644^\circ - (-j) \right|^2 \\
&\cong \left| (-0.235702 + j0.333333) + j \right|^2 = \left| -0.235702 + j1.333333 \right|^2 = \left| \sqrt{1.8333332} \angle 100.0249^\circ \right|^2 \\
&\cong 1.8333332, \quad \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_4^2 = 2.75,
\end{aligned} \tag{6.98}$$

$$\left| \frac{b_5}{b_3} \right|_4 \cong 1.658312$$

$$\begin{aligned}
\left| \frac{b_6}{b_3} \right|_1^2 L_6 &= |A_6 - e^{j\phi_1}|^2 = \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_1^2 \left(\frac{2}{3} \right) = \left| \frac{1}{\sqrt{6}} \angle -125.2644^\circ - (1) \right|^2 \cong |0.408248 \angle -125.2644^\circ - (1)|^2 \\
&\cong |(-0.235702 - j0.333333) - 1|^2 = |-1.235702 - j0.333333|^2 \\
&= |\sqrt{1.63807032} \angle -164.9036^\circ|^2 \cong 1.63807032, \quad \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_1^2 \cong 2.45710, \quad , (6.99)
\end{aligned}$$

$$\left| \frac{b_6}{b_3} \right|_1 \cong 1.567516$$

$$\begin{aligned}
\left| \frac{b_6}{b_3} \right|_2^2 L_6 &= |A_6 - e^{j\phi_2}|^2 = \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_2^2 \left(\frac{2}{3} \right) = \left| \frac{1}{\sqrt{6}} \angle -125.2644^\circ - (j) \right|^2 \cong |0.408248 \angle -125.2644^\circ - (j)|^2 \\
&\cong |(-0.235702 - j0.333333) - j|^2 = |-0.235702 - j1.333333|^2 \\
&= |\sqrt{1.8333332} \angle -100.0249^\circ|^2 \cong 1.8333332, \quad \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_2^2 = 2.75, \quad , (6.100)
\end{aligned}$$

$$\left| \frac{b_6}{b_3} \right|_2 \cong 1.658312$$

$$\begin{aligned}
\left| \frac{b_6}{b_3} \right|_3^2 L_6 &= |A_6 - e^{j\phi_3}|^2 = \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_3^2 \left(\frac{2}{3} \right) = \left| \frac{1}{\sqrt{6}} \angle -125.2644^\circ - (-1) \right|^2 \cong |0.408248 \angle -125.2644^\circ - (-1)|^2 \\
&\cong |(-0.235702 - j0.333333) + 1|^2 = |0.764298 - j0.333333|^2 \\
&= |\sqrt{0.6952623} \angle -164.9036^\circ|^2 \cong 0.6952623, \quad \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_3^2 \cong 1.042894, \quad , (6.101)
\end{aligned}$$

$$\left| \frac{b_6}{b_3} \right|_3 \cong 1.021222$$

$$\begin{aligned}
\left| \frac{b_6}{b_3} \right|_4^2 L_6 &= \left| A_6 - e^{j\phi_4} \right|^2 = \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_4^2 \left(\frac{2}{3} \right) = \left| \frac{1}{\sqrt{6}} \angle -125.2644^\circ - (-j) \right|^2 \cong \left| 0.408248 \angle -125.2644^\circ - (-j) \right|^2 \\
&\cong \left| (-0.235702 - j0.333333) + j \right|^2 = \left| -0.235702 + j0.666666 \right|^2 = \left| \sqrt{0.4999989} \angle 109.4712^\circ \right|^2 \\
&= 0.5, \quad \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_4^2 = 0.75, \quad . \quad (6.102)
\end{aligned}$$

$$\left| \frac{b_6}{b_3} \right|_4 \cong 0.8660254$$

Ahora bien, si se quisiera calcular las R_{ki} como se hizo para el caso de $C=0$ (con el diodo de referencia 4) se tendría que

$$R_{ki} = \left| \frac{1}{|B_k|} \left(\frac{P_k}{P_3} \right)_i \right|^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{|B_k|^{\frac{1}{2}}} \left| \frac{b_k}{b_4} \right|_i, \quad \text{para } k=4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i=1, 2, 3 \text{ y } 4, \quad (6.103)$$

y dado que los valores de B_k darían infinito, entonces los valores de R_{ki} serían cero y los valores de x_{ki} , dados por

$$x_{ki} = \frac{1}{R_{ki}} \left| A_k - e^{j\phi_i} \right|^2, \quad \text{para } k=4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i=1, 2, 3 \text{ y } 4, \quad (6.104)$$

serían infinitos. Por lo tanto, debido a no existe relación directa entre los valores R_{ki} , x_{ki} y los factores $\left| \frac{b_k}{b_3} \right|$, $\left| \frac{A}{J_k} \right|$ y $|\Gamma_i|$, entonces, para calcular las circunferencias se utiliza la ecuación (6.81). Ahora bien, como los valores del producto $R_{ki}x_{ki}$ son los radios de las circunferencias en el caso de la técnica de calibración Yeo (para la estructura hexaportal de

Engen), los correspondientes para la estructura hexaportal de Li, serían $\sqrt{L_k} \left| \frac{b_k}{b_3} \right|$ según se muestra en las ecuaciones siguientes:

$$\left| A_k - e^{j\phi_i} \right|^2 = L_k \left| \frac{b_k}{b_3} \right|_i^2, \quad \text{para } k = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i = 1, 2, 3 \text{ y } 4, \quad (6.105)$$

$$\left| A_3 - e^{j\phi_i} \right|^2 = L_3 \left| \frac{b_3}{b_3} \right|_i^2 = \infty, \quad (6.106)$$

$$\left| A_4 - e^{j\phi_i} \right|^2 = L_4 \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_i^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} - e^{j\phi_i} \right|^2 = (1) \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_i^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} - e^{j\phi_i} \right|^2 = \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_i^2, \quad (6.107)$$

$$\left| A_5 - e^{j\phi_i} \right|^2 = L_5 \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_i^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{6}} \angle 125.2644^\circ - e^{j\phi_i} \right|^2 = \left(\frac{2}{3} \right) \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_i^2, \quad (6.108)$$

$$\left| A_6 - e^{j\phi_i} \right|^2 = L_6 \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_i^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{6}} \angle -125.2644^\circ - e^{j\phi_i} \right|^2 = \left(\frac{2}{3} \right) \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_i^2, \quad (6.109)$$

donde $R_{4i} x_{4i} = \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_i$, $R_{5i} x_{5i} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_i$ y $R_{6i} x_{6i} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_i$.

Así, los valores de los radios quedan dados como

$$\text{Rad}_{31} = R_{31}x_{31} = \left| \frac{A}{B} \right| \left| \frac{b_3}{b_3} \right|_1 = \sqrt{L_3} \left| \frac{b_3}{b_3} \right|_1 = (\infty)(1) = \infty, \quad (6.110)$$

$$\text{Rad}_{32} = R_{32}x_{32} = \left| \frac{A}{B} \right| \left| \frac{b_3}{b_3} \right|_2 = \sqrt{L_3} \left| \frac{b_3}{b_3} \right|_2 = (\infty)(1) = \infty, \quad (6.111)$$

$$\text{Rad}_{33} = R_{33}x_{33} = \left| \frac{A}{B} \right| \left| \frac{b_3}{b_3} \right|_3 = \sqrt{L_3} \left| \frac{b_3}{b_3} \right|_3 = (\infty)(1) = \infty, \quad (6.112)$$

$$\text{Rad}_{34} = R_{34}x_{34} = \left| \frac{A}{B} \right| \left| \frac{b_3}{b_3} \right|_4 = \sqrt{L_3} \left| \frac{b_3}{b_3} \right|_4 = (\infty)(1) = \infty, \quad (6.113)$$

$$\text{Rad}_{41} = R_{41}x_{41} = \left| \frac{A}{D} \right| \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_1 = \sqrt{L_4} \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_1 = (1)(0.292892) = 0.292892, \quad (6.114)$$

$$\text{Rad}_{42} = R_{42}x_{42} = \left| \frac{A}{D} \right| \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_2 = \sqrt{L_4} \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_2 = (1)(1.22474) = 1.22474, \quad (6.115)$$

$$\text{Rad}_{43} = R_{43}x_{43} = \left| \frac{A}{D} \right| \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_3 = \sqrt{L_4} \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_3 = (1)(1.70710) = 1.70710, \quad (6.116)$$

$$\text{Rad}_{44} = R_{44}x_{44} = \left| \frac{A}{D} \right| \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_4 = \sqrt{L_4} \left| \frac{b_4}{b_3} \right|_4 = (1)(1.22474) = 1.22474, \quad (6.117)$$

$$\text{Rad}_{51} = R_{51}x_{51} = \left| \frac{A}{F} \right| \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_1 = \sqrt{L_5} \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_1 = (0.81649658)(1.56751648) = 1.27987$$

, (6.118)

$$\text{Rad}_{52} = R_{52}x_{52} = \left| \frac{A}{F} \right| \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_2 = \sqrt{L_5} \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_2 = (0.81649658)(0.8660254) = 0.70710$$

, (6.119)

$$\text{Rad}_{53} = R_{53}x_{53} = \left| \frac{A}{F} \right| \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_3 = \sqrt{L_5} \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_3 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_3 = (0.81649658)(1.021222) = 0.83382$$

, (6.120)

$$\text{Rad}_{54} = R_{54}x_{54} = \left| \frac{A}{F} \right| \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_4 = \sqrt{L_5} \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_4 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{b_5}{b_3} \right|_4 = (0.81649658)(1.658312395) = 1.354$$

, (6.121)

$$\text{Rad}_{61} = R_{61}x_{61} = \left| \frac{A}{H} \right| \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_1 = \sqrt{L_6} \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_1 = (0.81649658)(1.56751648) = 1.27987$$

, (6.122)

$$\text{Rad}_{62} = R_{62}x_{62} = \left| \frac{A}{H} \right| \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_2 = \sqrt{L_6} \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_2 = (0.81649658)(1.658312395) = 1.354$$

, (6.123)

$$\text{Rad}_{63} = R_{63}x_{63} = \left| \frac{A}{H} \right| \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_3 = \sqrt{L_6} \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_3 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_3 = (0.81649658)(1.021222) = 0.83382$$

, (6.124)

$$\text{Rad}_{64} = R_{64}x_{64} = \left| \frac{A}{H} \right| \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_4 = \sqrt{L_6} \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_4 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{b_6}{b_3} \right|_4 = (0.81649658)(0.8660254) = 0.7071$$

. (6.125)

Las representaciones gráficas de los centros, los parámetros A_k y los radios para los tres planos se muestran a continuación. Nota: Es importante resaltar que en el caso del

plano A_3 no es posible generar una representación gráfica, pues aunque los centros $e^{j\phi_i}$ siguen estando en los mismos lugares, los radios y el punto de cruce (A_3) se vuelven infinitos.

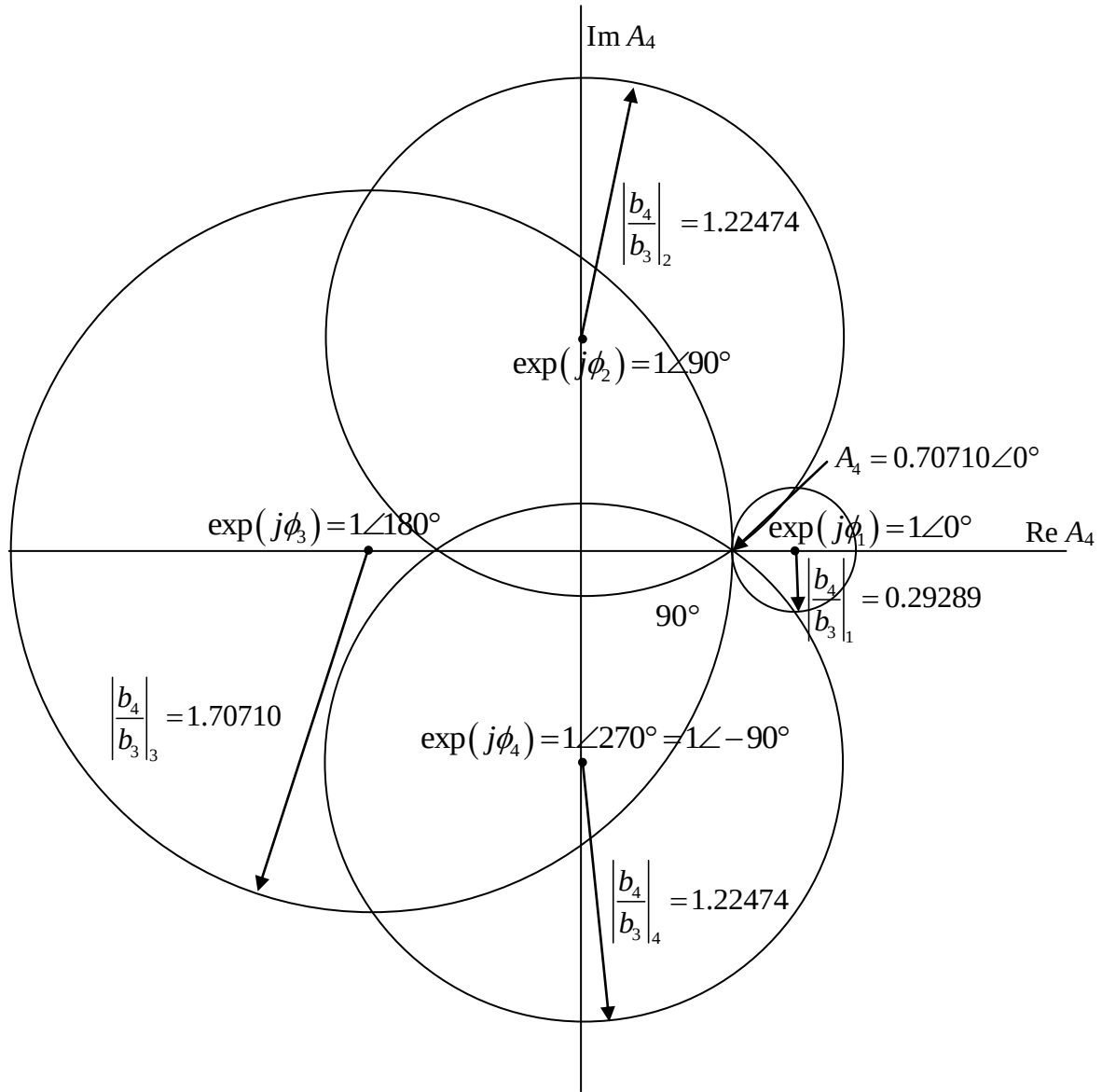


Figura 6.12. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_4 .

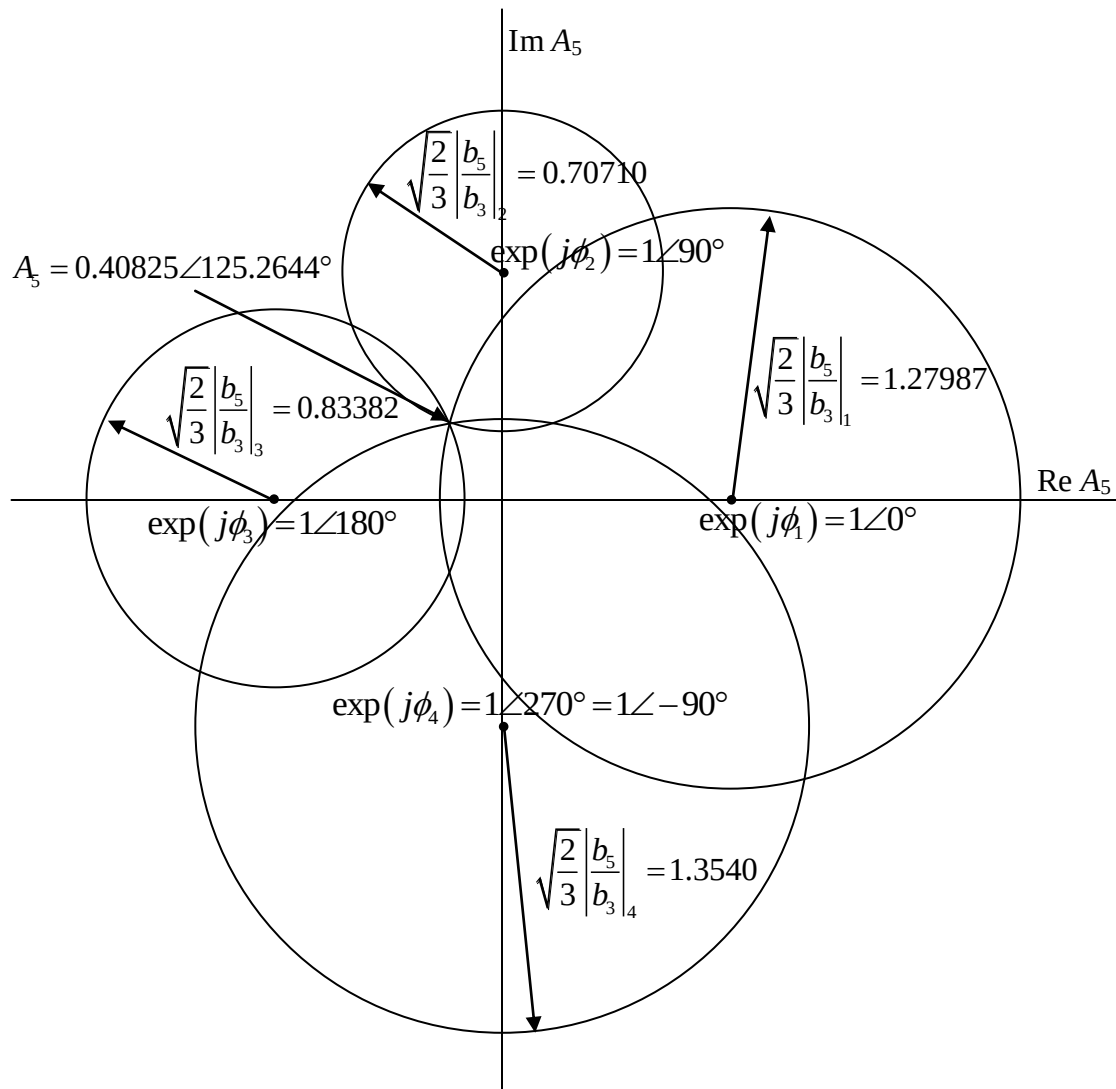


Figura 6.13. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_5 .

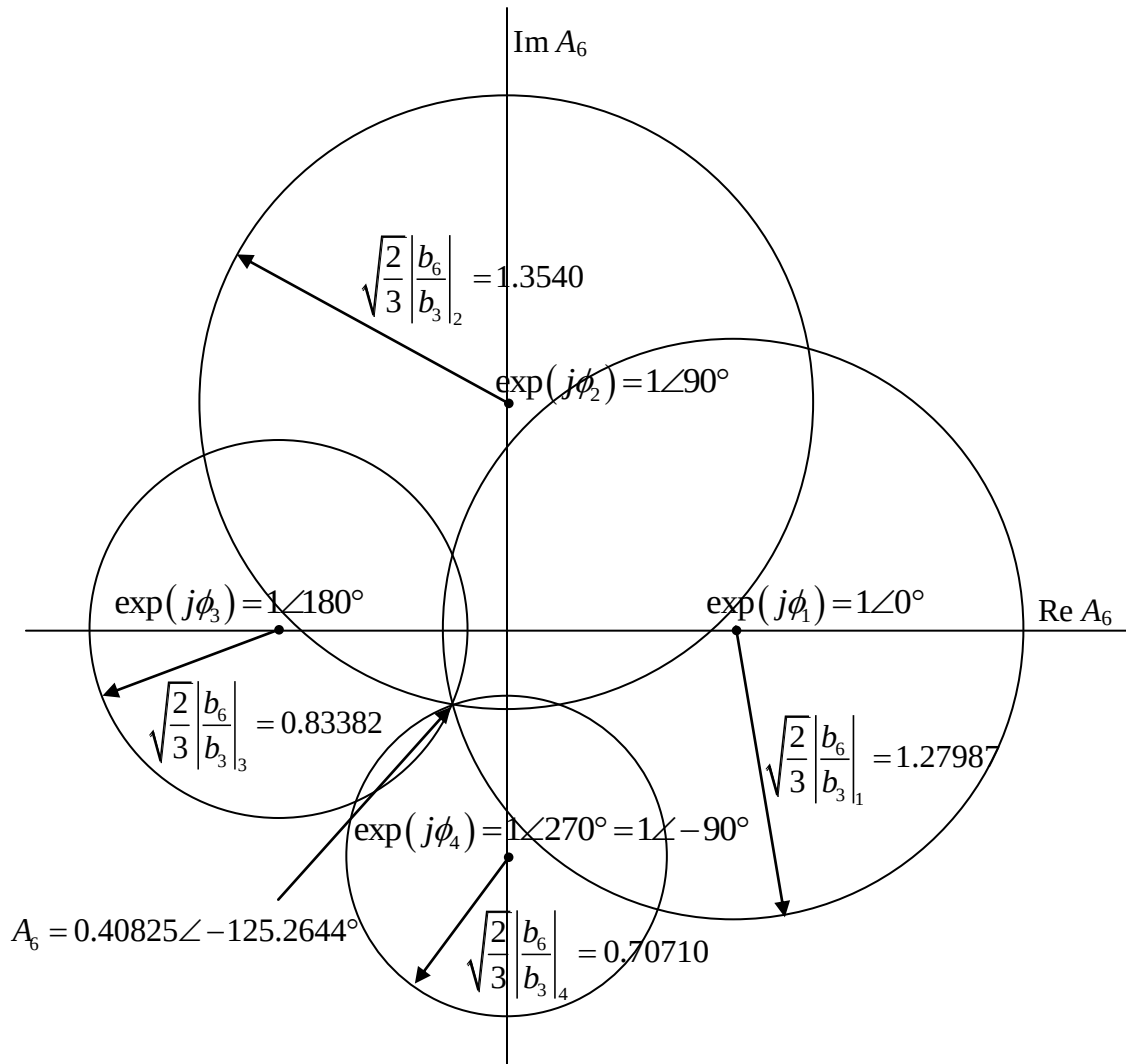


Figura 6.14. Centros y radios de las circunferencias, para tres circuitos cortos desplazados y un circuito abierto, en el plano complejo correspondiente al plano A_6 .

Compendios de todos los valores se presenta en la Tabla 6.3 para la medición y en la Tabla 6.4 para la calibración.

Tabla 6.3. Valores del hexapuerto de Li para la medición.

Constantes de Calibración	Centros q	Factores de los Radios
$A = j\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\angle 90^\circ = 0.5\angle 90^\circ$	$q_3 = -\frac{B}{A} = 0\angle 0^\circ$	$\left \frac{D}{A}\right = 1$
$B = 0$		
$C = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{8}\angle 0^\circ$	$q_4 = -\frac{D}{C} = \sqrt{2}\angle 180^\circ$	$\left \frac{D}{D}\right = 1$
$D = \frac{1}{2}\angle 0^\circ = 0.5\angle 0^\circ$		
$E = -\frac{1}{4} = \frac{1}{4}\angle 180^\circ = 0.25\angle 180^\circ$	$q_5 = -\frac{F}{E} = \sqrt{6}\angle 54.7356^\circ$	$\left \frac{D}{E}\right = 2$
$F = \frac{1}{2\sqrt{2}} + j\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{3}{8}}\angle 54.7356^\circ \cong 0.612372\angle 54.7356^\circ$		
$G = j\frac{1}{4} = \frac{1}{4}\angle 90^\circ = 0.25\angle 90^\circ$	$q_6 = -\frac{H}{G} = \sqrt{6}\angle -54.7356^\circ$	$\left \frac{D}{G}\right = 2$
$H = -j\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{3}{8}}\angle -144.7356^\circ \cong 0.612372\angle -144.7356^\circ$		

Tabla 6.4. Valores del hexapuerto de Li para la calibración.

Gamas y Centros	Parámetros $ L_k $	Factores de los Radios	
$\Gamma_{acoplado} = 0\angle 0^\circ$	$ L_3 = \left \frac{A}{B} \right ^2 = \infty$	$\sqrt{L_k} \quad b_k/b_3 $ $\text{Rad}_{ki} = \sqrt{L_k} \cdot b_k/b_3 = A_k - \exp(j\phi_i) $	
$\Gamma_{corto0^\circ} = 1\angle 180^\circ$	$ L_4 = \left \frac{A}{D} \right ^2 = 1$	$\sqrt{L_3} = \infty \quad b_3/b_{31} = 1$ $\text{Rad}_{31} = \infty$	$\sqrt{L_5} = 2/3 \quad b_5/b_{31} = 1.567516$ $\text{Rad}_{51} = 1.27987$
$\Gamma_{corto90^\circ} = 1\angle 90^\circ$	$ L_5 = \left \frac{A}{F} \right ^2 = \frac{2}{3}$	$\sqrt{L_3} = \infty \quad b_3/b_{32} = 1$ $\text{Rad}_{32} = \infty$	$\sqrt{L_5} = 2/3 \quad b_5/b_{32} = 0.866025$ $\text{Rad}_{52} = 0.70710$
$\Gamma_{abierto} = 1\angle 0^\circ$	$ L_6 = \left \frac{A}{H} \right ^2 = \frac{2}{3}$	$\sqrt{L_3} = \infty \quad b_3/b_{33} = 1$ $\text{Rad}_{33} = \infty$	$\sqrt{L_5} = 2/3 \quad b_5/b_{33} = 1.021222$ $\text{Rad}_{53} = 0.83382$
$\Gamma_{corto270^\circ} = 1\angle -90^\circ$	Parámetros A_k	$\sqrt{L_3} = \infty \quad b_3/b_{34} = 1$ $\text{Rad}_{34} = \infty$	$\sqrt{L_5} = 2/3 \quad b_5/b_{34} = 1.658312$ $\text{Rad}_{54} = 1.35400$
$C_{corto} = \exp[j(0)] = 1 = 1\angle 0^\circ$	$A_3 = \frac{A}{B} = \infty$	$\sqrt{L_4} = 1 \quad b_4/b_{31} = 0.2929$ $\text{Rad}_{41} = 0.292893$	$\sqrt{L_6} = 2/3 \quad b_6/b_{31} = 1.567516$ $\text{Rad}_{61} = 1.27987$
$C_{corto90^\circ} = \exp\left[j\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] = j = 1\angle 90^\circ$	$A_4 = \frac{C}{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \cong 0.7071\angle 0^\circ$	$\sqrt{L_4} = 1 \quad b_4/b_{32} = 1.2247$ $\text{Rad}_{42} = 1.22474$	$\sqrt{L_6} = 2/3 \quad b_6/b_{32} = 1.658312$ $\text{Rad}_{62} = 1.35400$
$C_{abierto} = \exp[j(\pi)] = -1 = 1\angle 180^\circ$	$A_5 = \frac{E}{F} = \frac{1}{\sqrt{6}} \angle 125.2644^\circ$	$\sqrt{L_4} = 1 \quad b_4/b_{33} = 1.7071$ $\text{Rad}_{43} = 1.70710$	$\sqrt{L_6} = 2/3 \quad b_6/b_{33} = 1.021222$ $\text{Rad}_{63} = 0.83382$
$C_{corto270^\circ} = \exp\left[j\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right] = -j = 1\angle -90^\circ$	$A_6 = \frac{G}{H} = \frac{1}{\sqrt{6}} \angle -125.2644^\circ$	$\sqrt{L_4} = 1 \quad b_4/b_{34} = 1.2247$ $\text{Rad}_{44} = 1.22474$	$\sqrt{L_6} = 2/3 \quad b_6/b_{34} = 0.866025$ $\text{Rad}_{64} = 0.70710$

6.5 Selección de un reflectómetro hexaportal compatible con la segunda modificación de la técnica de calibración de Yeo

Desafortunadamente, como se puede ver de los valores de los parámetros de calibración, la estructura de Li no es propicia para el empleo de la segunda modificación de la técnica de calibración de Yeo. Pues, aunque se logró reducir el número de valores en infinito, la existencia de estos valores y la no definición directa de los parámetros intermedios R_{ki} y x_{ki} no permite la utilización de los programas con los que ya se contaba [Bonilla, 2005], por lo que sería necesario desarrollar otra estrategia matemática y otros programas. De cualquier manera, los desarrollos matemáticos presentados para la estructura de Li, pueden ser útiles ya que muestran una nueva manera de abordar el problema y por tanto se pueden usar como base para el inicio de una técnica de calibración que sea más adecuada para estructuras con características similares a las de Li.

Por todo lo anteriormente expuesto, en definitiva, la primera propuesta de la estructura hexaportal de Engen, es la más conveniente para ser usada en conjunto con la segunda modificación de la técnica de calibración de Yeo.

Capítulo 7

Diseño de la estructura hexaportal seleccionada

En este capítulo se describe el diseño de la estructura hexaportal seleccionada en la sección 6.5 del capítulo 6. Ahí se encontró que la red de seis puertos adecuada para la segunda modificación de la técnica de calibración de Yeo, es la primera propuesta de Engen que se muestra a continuación.

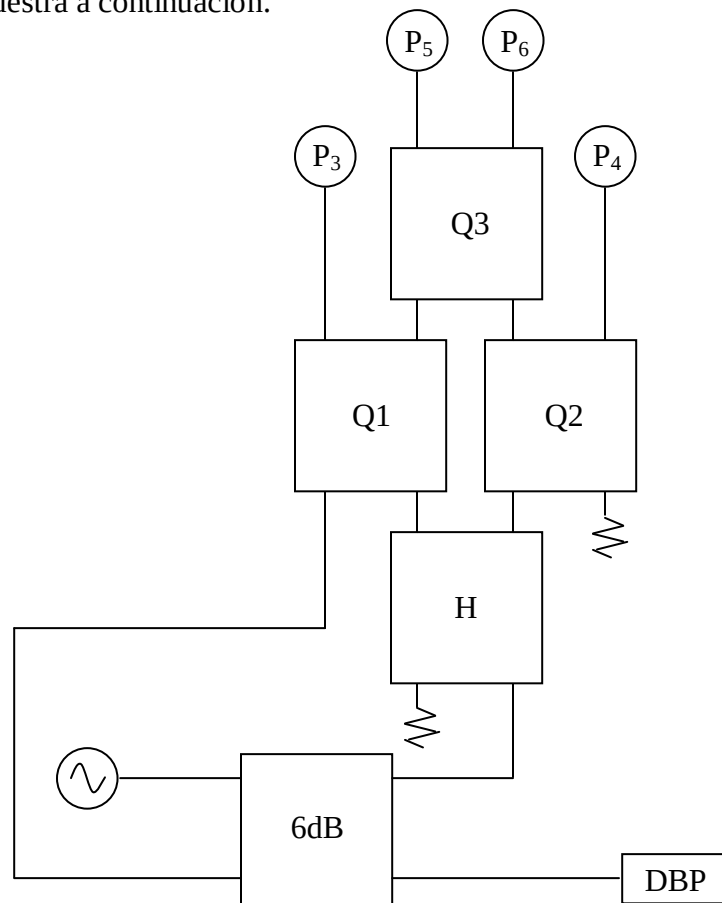


Figura 7.1. Estructura hexaportal de Engen (primera propuesta).

Como se puede ver en la Fig. 7.1, la primera propuesta de la estructura de Engen está compuesta por un acoplador direccional de 6dB, un acoplador direccional antisimétrico de 3dB o separador en fase (H) y tres acopladores direccionales de 3dB en cuadratura (Q). Aunque inicialmente, este diseño era considerado por Engen para un ancho de banda de 2 a 18 GHz, aquí se emplea para un ancho de banda menor (de 1.25 a 4.75 GHz). Los acopladores direccionales para anchos de banda amplios, ya sean para acoplamientos grandes o pequeños, no se pueden diseñar con una sola sección de acoplamiento, pero si con un arreglo de líneas acopladas compuesto por secciones con diferentes valores de acoplamiento. Estos arreglos ofrecen mayor ancho de banda a medida que se aumenta el número de secciones. Las secciones deben tener una longitud de $\lambda/4$ a la frecuencia central de diseño. Desafortunadamente, hay muy poca información sobre cómo diseñar estos cuatripuertos para acoplamientos grandes y anchos de banda mayores a una octava. Sin embargo, para obtener un circuito que opere apropiadamente con estas características, es necesario emplear un programa de simulación poderoso para realizar optimizaciones repetidas sobre un circuito inicial.

La fabricación de acopladores direccionales para anchos de banda amplios con un acoplamiento cercano o mayor a los 6dB es impráctica si se intenta realizar con tecnología de microcinta (microstrip en inglés) o en línea de cinta (stripline en inglés) y en una sola capa, pues las líneas serían tan delgadas y estarían tan juntas que se dificultaría su construcción. Para resolver lo anterior, se requiere el cruce o empalme de las líneas acopladas poniéndolas una debajo de la otra en la sección de mayor acoplamiento, por lo que la única opción sería separar las líneas acopladas en dos capas conductoras separadas por un dieléctrico.

Una alternativa conveniente para el diseño de un acoplador de 3dB en cuadratura, para un ancho de banda amplio [Shelton, 1965], sería el concebirlo a partir de dos acopladores direccionales de 8.34dB conectados en cascada. Esta técnica requiere dividir el circuito en dos capas conductoras separadas por un dieléctrico muy delgado. Además las capas conductoras deben emparejarse entre dos dieléctricos terminados en planos de tierra, como se ve en la Fig. 7.2.

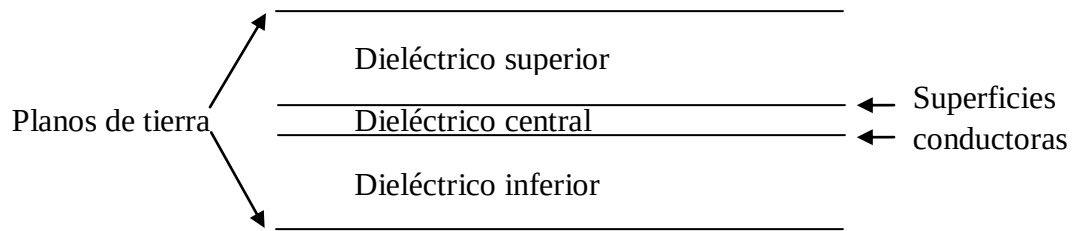


Figura 7.2. Estructura de tres capas empleada en el diseño de acopladores direccionales.

Por otra parte, para el diseño del acoplador de 6dB, se requiere también de tres capas debido a que 6 dB representan aún un coeficiente de acoplamiento grande.

Una situación diferente se presenta con el acoplador direccional de 3dB en fase, debido a que éste se puede construir con una estructura de una sola capa como un Wilkinson con varias secciones [Cohn 1968]. Los acopladores Wilkinson son dispositivos de tres y no de cuatro puertos, por lo que a diferencia del cuatripuerto original de Engen (H), no requieren de una carga de 50Ω . Sin embargo, a pesar de estas ventajas y por tratarse de acopladores del tipo Wilkinson, será necesario el uso de elementos resistivos conectados en paralelo en las uniones de cada sección. Así, aunque los acopladores Wilkinson de varias secciones se podrán construir sobre estructuras de una sola capa, cuando éstos se integren con los otros separadores de señal, que se construirán sobre estructuras multicapa, se complicará la construcción, ya que habrá necesidad de abrir ventanas de conexión en el dieléctrico superior. A continuación se describen los pasos a seguir para el diseño de los separadores de señal (Q1, Q2, Q3, 6dB y H) para conocer a priori sus dimensiones y así planear su incorporación final en la estructura hexaportal.

Es importante mencionar que aunque la idea original fue diseñar el hexapuerto para un ancho de banda de 2 a 8 GHz, las restricciones encontradas en el diseño (principalmente debidas a las dimensiones fijas de los dieléctricos), permitieron obtener sólo un ancho de banda de 3.5 GHz, esto es, de 1.25 a 4.75 GHz. Esta limitación en el ancho de banda se genera porque las estructuras con tres capas (los acopladores de 3dB en cuadratura, Q1, Q2 y Q3 y el acoplador de 6dB) deben compartir las mismas dimensiones en el espesor de sus dieléctricos y de sus láminas conductoras.

7.1 Diseño del acoplador de 3dB en cuadratura

Para el diseño de los acopladores direccionales de 3 dB en cuadratura (Q1, Q2 y Q3), se emplearon las tablas presentadas por Cristal [Cristal, 1965] y la alternativa de diseño en cascada propuesta por Shelton [Shelton, 1965]. En la alternativa de Shelton se interconectan dos acopladores direccionales de 8.34dB para en conjunto, obtener la respuesta de uno de 3dB en cuadratura. Debido a que la interconexión se debe realizar cruzando las líneas de los acopladores de 8.34 dB (Fig. 7.3), y a que para lograr un ancho en la sección central de éstos (la de máximo acoplamiento), que no sea muy delgado, entonces, la mejor opción de construcción es realizarlos en capas diferentes, que estén separadas por un dieléctrico, que en este caso si sea muy delgado. En la figura 7.3 se muestran dos acopladores de 8.34dB interconectados para formar un acoplador de 3dB. Los puertos 1 y 2 de este último se situarán en una misma capa, mientras que los puertos 3 y 4 se ubicarán en la otra.

Ahora bien, para que tanto los acopladores de 6dB como los de 3dB en cuadratura ofrezcan un ancho de banda amplio, es necesario que se construyan con varias secciones de líneas acopladas, cada una con un valor de acoplamiento específico y con una longitud de $\lambda/4$ a la frecuencia central de operación.

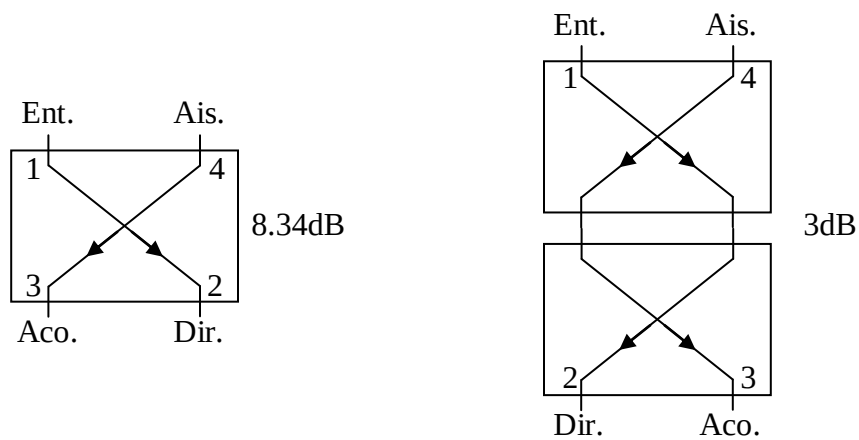


Figura 7.3. Acoplador de 3dB obtenido al interconectar dos acopladores de 8.34dB en cascada.

Para el diseño de los acopladores de 6dB y 3dB en cuadratura, es necesario resolver ecuaciones polinomiales para obtener los valores de las impedancias normalizadas en modo par (z_{oe}) e impar (z_{oo}). Con estos valores ya disponibles, es posible calcular la relación de acoplamiento ρ o el coeficiente de acoplamiento de voltaje c_v (también conocido como k_v) que deberá tener cada sección. Los valores de los coeficientes de acoplamiento variarán en función del valor del acoplamiento deseado para todo el acoplador, del ancho de banda requerido, del número de secciones necesarias y del valor en dB de la variación máxima del acoplamiento dentro del ancho de banda (el valor de rizo).

Estas ecuaciones polinomiales se vuelven más complejas a medida que se requieran más secciones. Sin embargo, no es necesario calcularlas, ya que afortunadamente Cristal presentó tablas con los valores de las impedancias pares para un gran número de combinaciones. Las tablas muestran sólo la mitad de los valores normalizados a la impedancia de diseño, ya que las estructuras son simétricas (esto es, sus valores se repiten partiendo de la sección central hacia las orillas).

Para el diseño de los acopladores de 8.34dB mediante las tablas de Cristal, se eligen los valores para uno de siete secciones con un rizo de ± 0.15 dB, correspondiente a un ancho de banda (B) de aproximadamente 6.6 veces la frecuencia inicial (f_1). Estos valores se presentan en la Tabla 7.1.

Este valor de B permite cubrir un ancho de banda de 2 a 8 GHz (si $f_1 = 1.25$ GHz), pero lamentablemente el ancho de banda final de todo el hexapuerto lo fijará el acoplador con menor ancho de banda individual, en este caso el de 6dB.

Tabla 7.1. Impedancias pares, normalizadas z_{oe} y sin normalizar Z_{oe} , para un acoplador de 8.34dB de siete secciones, con una impedancia de normalización de 50Ω .

Rizo en dB	z_{oe1}	z_{oe2}	z_{oe3}	z_{oe4}	B
± 0.15	1.02519	1.08680	1.24872	2.06076	6.6655
$Z_0 = 50 \Omega$	Z_{oe1}	Z_{oe2}	Z_{oe3}	Z_{oe4}	
	51.2595 Ω	54.34 Ω	62.436 Ω	103.038 Ω	

Las siete secciones que componen cada acoplador de 8.34dB, se sintetizan de la manera siguiente:

La sección central se sintetiza para máximo acoplamiento, éste se logra cuando los anchos de las líneas conductoras de esta sección se traslapan totalmente una arriba de la otra. A esta distribución o configuración se le llama “Broadside” (que se puede entender como a todo lo Ancho) y se presenta en la figura 7.4a.

Todas las demás secciones se sintetizan para un acoplamiento menor, que se logra con una posición en “Offset” (o Desplazada), de las líneas conductoras conocida. La cantidad que se desplazan depende del acoplamiento deseado, esto es, a mayor desplazamiento menor acoplamiento. Esta configuración se presenta en la figura 7.4b.

En las figuras 7.4, el valor de B corresponde a la separación entre los dos planos de tierra y w indica un ancho igual para las dos líneas. La distancia “ s ” denota la separación que existe entre las dos líneas (impuesta por el espesor del dieléctrico comercial que se elige) [Bahl, 1981]. En el caso específico de las líneas desplazadas, w_o (acoplamientos grandes) es la separación o desplazamiento entre las líneas y w_c (acoplamientos pequeños) es la distancia en la que se traslapan ambas [Shelton, 1966].

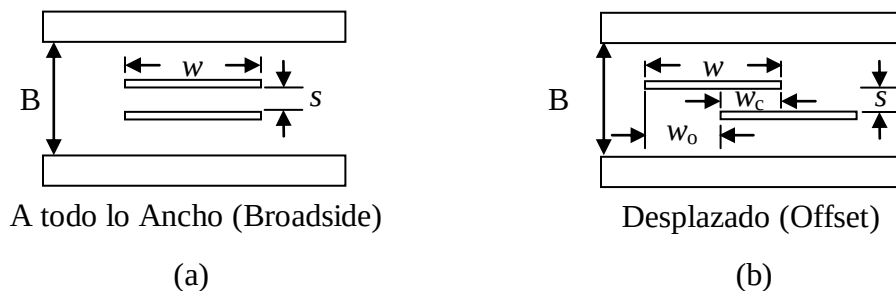


Figura 7.4. Las dos configuraciones del arreglo en triplaca para las secciones de acoplamiento. (a) Sección con acoplamiento máximo, “Broadside Coupled Stripline” (BCS). (b) Sección con acoplamiento pequeño, placas con desplazamiento horizontal, “Offset Coupled Stripline” (OCS).

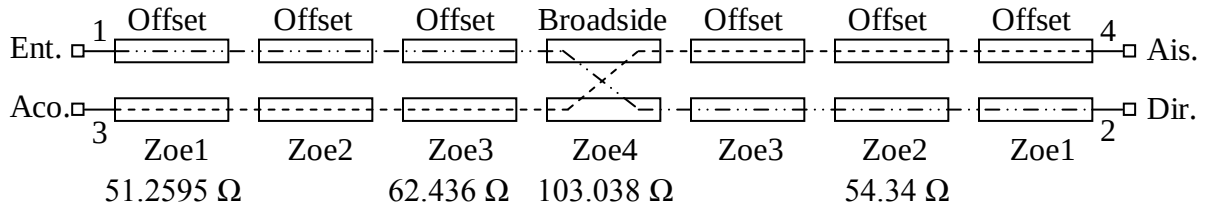


Figura 7.5. Acoplador de 8.34dB con siete secciones.

Así, las siete secciones que conforman un acoplador de 8.34dB, se sintetizan como se presenta en la Fig. 7.5.

De los valores normalizados, de la Tabla 7.1, se calculan los coeficientes de acoplamiento empleando la ecuación siguiente [Cristal, 1965]

$$c_{vn} = \frac{zoe_n^2 - 1}{zoe_n^2 + 1}, \quad (7.1)$$

donde c_{vn} , denota los coeficientes de acoplamiento de voltaje y n es el número de la sección. Así los valores de los c_{vn} se muestran en la Tabla 7.2. Estos valores de acoplamiento se introducen en un programa que aplica las ecuaciones de Bahl [Bahl, 1981], para la sección central y las ecuaciones de Shelton [Shelton, 1966] para el resto de las secciones. En estos conjuntos de ecuaciones se requiere proporcionar, además de los coeficientes de acoplamiento, las dimensiones y características físicas del material con el que se sintetizará la sección en cuestión. A continuación, se mencionan las dificultades que se tuvieron que afrontar para la elección de una combinación de espesores dieléctricos y láminas conductoras.

Tabla 7.2. Coeficientes de acoplamiento para un acoplador de 8.34dB de siete secciones.

Rizo en dB	zoe1	zoe2	zoe3	zoe4	B
± 0.15	1.02519	1.08680	1.24872	2.06076	6.6655
zoe_n^2	1.0510	1.1811	1.5593	4.24673	
c_{vn}	0.024873	0.083046	0.218537	0.61881	

Inicialmente se eligieron las dimensiones de los dieléctricos y conductores que empleó Rao [Rao, 2008] en su proceso de síntesis. Rao utilizó un programa de optimización que forzó algunas de las especificaciones para la síntesis a condiciones específicas. Sin embargo, luego de que se realizaron muchas pruebas y no se pudieron replicar los valores por él obtenidos, se optó por no forzar las especificaciones de síntesis.

Por otra parte, la elección de las dimensiones de las tres capas dependía no sólo de las necesidades de diseño del acoplador de 3dB en cuadratura, sino también de las del acoplador de 6dB, pues ambos se construirán en esas mismas capas.

Finalmente, se encontró una combinación de espesores para los dieléctricos y los conductores, que permitió que ambos acopladores se construyeran juntos, pero desafortunadamente, se tuvo que sacrificar alrededor del 40% del ancho de banda del acoplador de 6dB.

Así, puesto que el acoplador de 3dB en cuadratura se forma por dos de 8.34dB, el acoplador final quedará como se muestra en la Fig. 7.6.

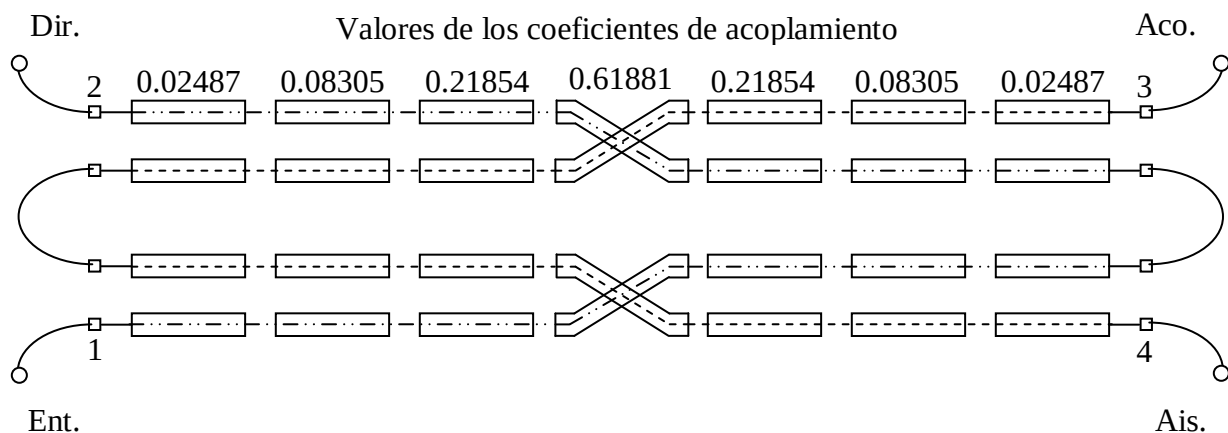


Figura 7.6. Acoplador de 3dB compuesto por dos de 8.34dB con siete secciones en tándem.

Las dimensiones y características eléctricas empleadas para la estructura tricapa, forzadas por la disponibilidad comercial de las láminas RT/Duroid 5880[®] de Rogers, se detallan a continuación: la placa central es de Duroid 5880[®] con permitividad relativa en el dieléctrico de $\epsilon_r = 2.2$, espesor de 0.010" (0.254 mm) correspondientes con el valor de s en las Figs. 7.4, y con laminas conductoras de cobre de espesor de 17 μm (0.017 mm). Las placas superior e inferior son también de Duroid 5880[®] con $\epsilon_r = 2.2$, pero con espesor de 0.031" (0.7874 mm). El espesor de las láminas conductoras de estas placas no es trascendente en la síntesis, puesto que la lámina que se ubica hacia el interior de la estructura se remueve totalmente y la exterior solamente se utiliza como plano de tierra, y por tanto, no es necesario considerar su espesor y sus características eléctricas.

Así, la distancia total entre los planos de tierra inferior y superior, denotada en las Figs. 7.4 como B , es igual a 1.8628 mm, que resulta de la suma de $0.7874 + 0.017 + 0.254 + 0.017 + 0.7874$ mm, donde 0.7874 mm es el espesor de los dieléctricos inferior y superior, 0.017 mm es el espesor de las laminas conductoras y 0.254 mm es el espesor del dieléctrico de la capa central. Con estos datos es ya posible realizar la síntesis de cada sección mediante el empleo de los programas con las ecuaciones de Bahl y Shelton (para acoplamientos pequeños). Estos resultados se muestran respectivamente en las Tablas 7.3 y 7.4. Como en las tablas anteriores, c_{vn} denota los coeficientes de acoplamiento de voltaje y n es el número de la sección, ϵ_r es la permitividad relativa de los dieléctricos (las tres capas tienen la misma) y w_c (acoplamientos pequeños) es la distancia en la que se traslapan ambas a menos que tenga un valor negativo, lo cual indicaría que no existe traslape y por tanto, sería sólo la distancia que separa una línea de la otra.

Tabla 7.3. Ancho (w) de la sección central, para máximo acoplamiento (BCS), calculado mediante el empleo de las ecuaciones de Bahl.

c_{v4}	ϵ_r	B (mm)	s (mm)	w_4 (mm)
0.61881	2.2	1.8628	0.254	1.0397

Tabla 7.4. Anchos w , w_o y w_c de las secciones restantes, para acoplamiento pequeño (OCS), calculados mediante el empleo de las ecuaciones de Shelton.

c_{vn}	ϵ_r	B (mm)	s (mm)	w_n (mm)	w_{on} (mm)	w_{cn} (mm)
$c_{v3} = \mathbf{0.218537}$	2.2	1.8628	0.254	1.3752	1.5123	- 0.1371
$c_{v2} = \mathbf{0.083046}$	2.2	1.8628	0.254	1.4897	2.1421	- 0.6524
$c_{v1} = \mathbf{0.024873}$	2.2	1.8628	0.254	1.5103	2.8680	- 1.3577

Con los valores de los anchos de las líneas para cada sección ya calculados, sólo resta calcular los valores de sus longitudes. Como todas las secciones deben de tener una longitud de $\lambda/4$ a la frecuencia central, entonces sólo se requiere definir cuál será la frecuencia central en ancho de banda de operación. Debido a que el ancho de banda final para todo el hexapuerto se obtuvo de 3.5 GHz (de 1.25 a 4.75 GHz), entonces la frecuencia central será de 3 GHz. Para esta frecuencia y considerando una permitividad relativa de $\epsilon_r = 2.2$, las longitudes (L) serán de aproximadamente 16.855 mm. Para las líneas que interconectan los dos acopladores de 8.34dB se emplearan secciones (L_i) de 5 mm de largo, como las empleadas por Rao en su síntesis. Estas secciones deben tener el mismo ancho que las secciones de los acopladores de 8.34dB a quienes interconectan, en este caso de 1.5103 mm (w_1). Todas las demás líneas empleadas para la interconexión entre los acopladores se sintetizan para tener una impedancia de 50 Ω , que corresponde con 1.32 mm de ancho (w), ver Fig. 7.7.

Una vez que se tienen las dimensiones de las secciones, se procede a conformar la estructura del acoplador de 3dB. La Fig. 7.7 presenta en tamaño real la configuración de dicho acoplador, pero sin considerar la profundidad de la capa central, es decir presentado en 2D. Las secciones de color rojo corresponden a las de la cara superior y las de color azul a las de la cara inferior en la placa central. En la misma Fig. 7.7, se indican los valores de los anchos w_n , separaciones w_{cn} y longitudes de cada una de las líneas L, con valores en mm. Debido a que las líneas se traslapan y en la sección central una de ellas cubre por completo a la otra, se consideró importante mostrar por separado las geometrías de cada uno de los planos, las cuales se muestran en las Figs. 7.8 (a) y (b).

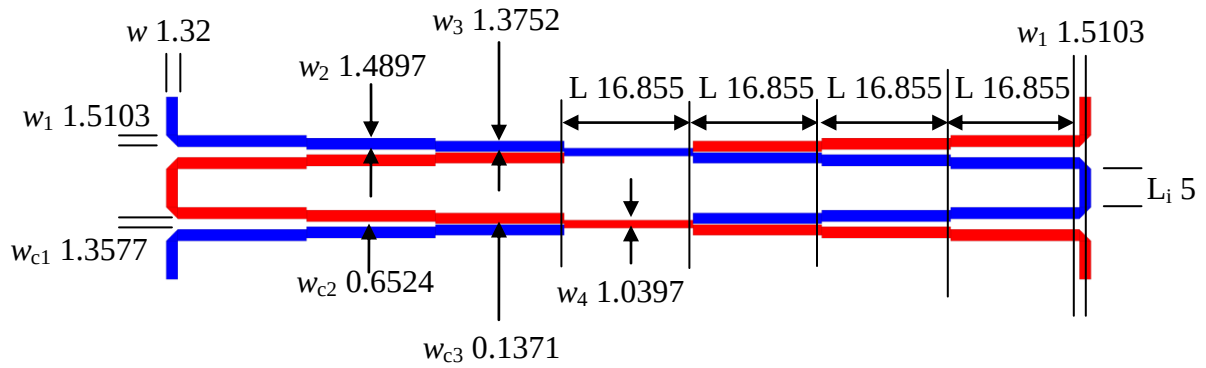
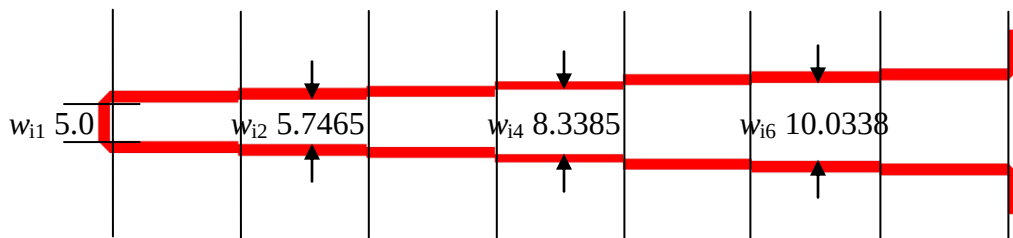
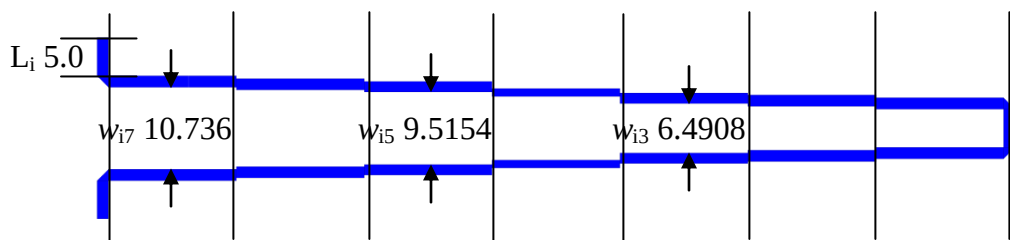


Figura 7.7. Acoplador de 3dB en cuadratura compuesto por dos acopladores de 8.34dB con siete secciones en tándem para una frecuencia central de 3 GHz (a tamaño real).



(a)



(b)

Figura 7.8. Acoplador de 3dB de la figura 7.7, separado (a tamaño real). (a) Trazos cara superior. (b) Trazos cara inferior.

7.2 Diseño del acoplador de 6dB en cuadratura

Se realiza ahora la síntesis del acoplador de 6dB, con un procedimiento similar al que se utilizó en la sección anterior para sintetizar los acopladores de 8.34dB. El acoplamiento de 6dB se puede lograr con un solo acoplador sin tener que recurrir a arreglos en tándem. Sin embargo, debido a que los acopladores de este tipo para siete secciones no se pueden realizar con las dimensiones ya establecidas para las placas dieléctricas, entonces se buscó en las tablas de Cristal una combinación de secciones/ancho de banda que pudiera realizarse con tales dimensiones. Al utilizar dichas tablas se encontró que se podía realizar un acoplador de 6dB con 3 secciones y un rizo de $\pm 0.30\text{dB}$, que proporciona un ancho de banda (B) de aproximado de 3.8 veces la frecuencia inicial (f_1). Estos valores se presentan en la Tabla 7.5. Cabe aquí mencionar que aunque el acoplador de 6dB sintetizado mediante las tablas de Cristal quedaría en cuadratura (90°), esto no es necesariamente obligatorio ya que este acoplador se utiliza sólo para distribuir la señal entre el DBP y los otros separadores de señal y el desfaseamiento de 90° se mantendría o sería el mismo en todos ellos. La sección central se sintetiza para máximo acoplamiento (BCS) y las dos secciones de los extremos (que tienen igual impedancia característica en modo par) se calculan para acoplamiento pequeño (OCS). En la Fig. 7.9 se muestra la configuración del acoplador de 6dB para tres secciones.

Enseguida, se calculan los valores de acoplamiento empleando la ecuación 7.1 y sus resultados se muestran en la Tabla 7.6 y en la Fig. 7.10.

Tabla 7.5. Impedancias pares, normalizadas **zoe** y sin normalizar **Zoe**, para un acoplador de 6dB de tres secciones, con una impedancia de normalización de $50\ \Omega$.

Rizo en dB	zoe1	zoe2	B
± 0.30	1.13625	2.18999	3.83226
$Z_0 = 50\ \Omega$	Zoe1	Zoe2	
	56.8125 Ω	109.50 Ω	

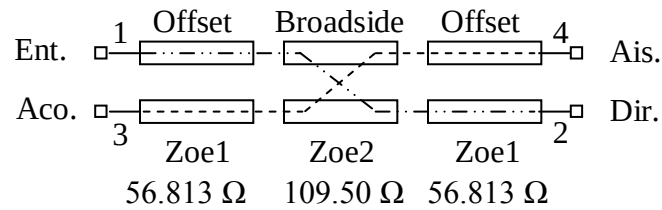


Figura 7.9. Acoplador de 6dB con tres secciones.

Tabla 7.6. Coeficientes de acoplamiento para un acoplador de 6dB de tres secciones.

Rizo en dB	zoe1	zoe2	B
± 0.30	1.13625	2.18999	3.83226
zoe^2	1.291064	4.796056	
c_{vn}	0.1270432	0.654938	

Al igual que en el caso del acoplador de 3dB y con los valores de la tabla 7.6 ya disponibles, es ahora posible realizar la síntesis del acoplador de 6dB mediante el empleo de los programas con las ecuaciones de Bahl (usando zoe2, por ser BCS) y Shelton (usando zoe1, por ser OCS). Los resultados se presentan en las Tablas 7.7 y 7.8 y su distribución o configuración en la Fig. 7.11.

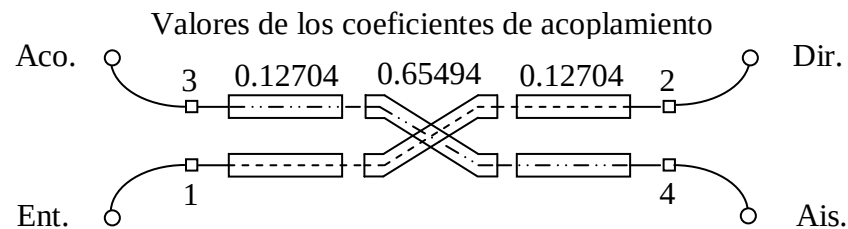


Figura 7.10. Acoplador de 6dB.

Tabla 7.7. Ancho (w) de la sección central, para máximo acoplamiento (BCS), calculado mediante el empleo de las ecuaciones de Bahl.

c_{v2}	ϵ_r	B (mm)	s (mm)	w_2 (mm)
0.65494	2.2	1.8628	0.254	0.9235

Tabla 7.8. Anchos w , w_o y w_c de las secciones restantes, para bajo acoplamiento (OCS), calculados mediante el empleo de las ecuaciones de Shelton.

c_{v1}	ϵ_r	B (mm)	s (mm)	w_1 (mm)	w_{o1} (mm)	w_{c1} (mm)
0.12704	2.2	1.8628	0.254	1.4610	1.8770	- 0.4160

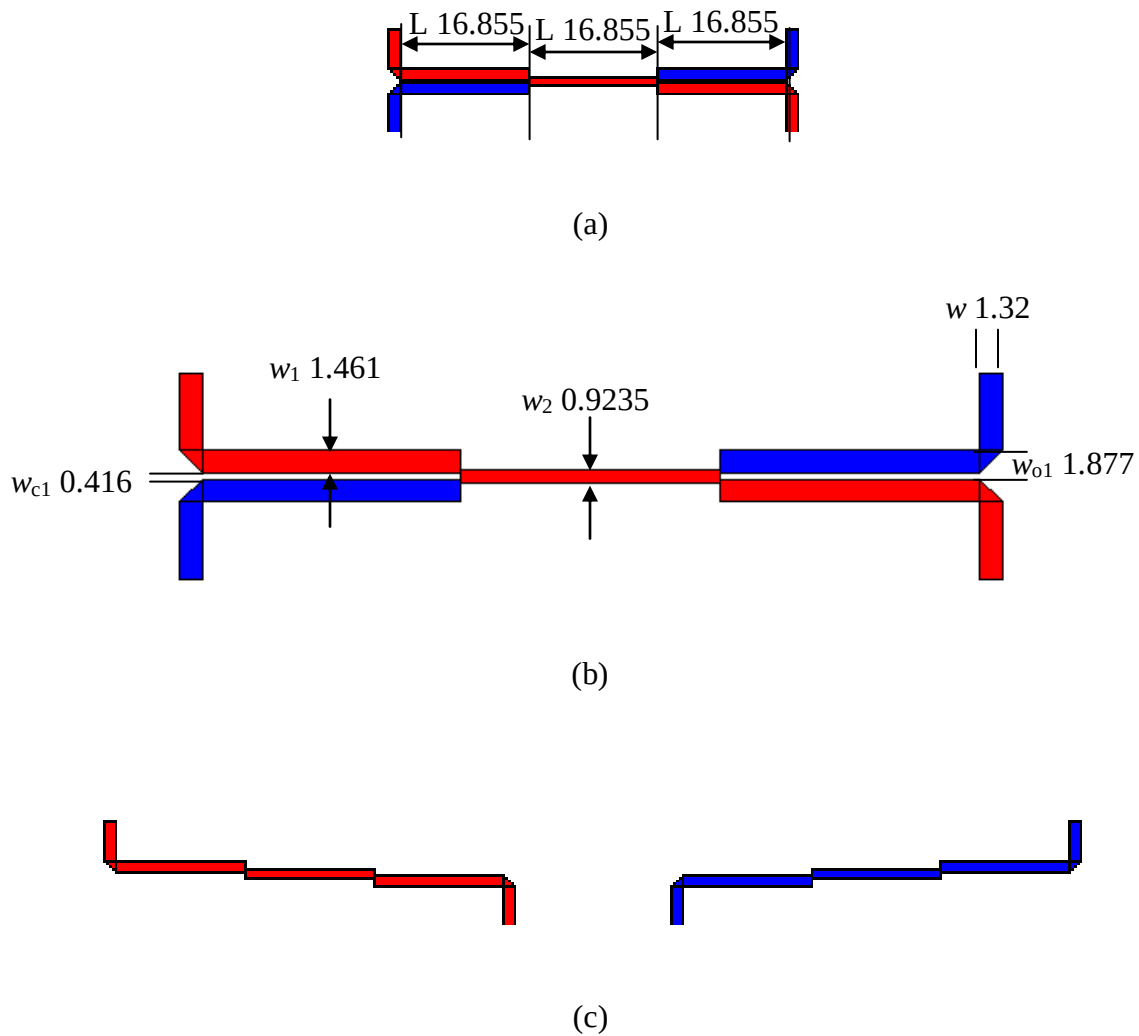


Figura 7.11. Acoplador de 6dB en cuadratura con tres secciones para una frecuencia central de 3 GHz. (a) Figura a tamaño real. (b) Dimensiones en mm. (c) (En rojo) Trazos de la cara superior y (En azul) trazos de la cara inferior.

Desafortunadamente, debido a que no fue posible encontrar valores adecuados para la impedancias pares, los anchos de banda y el valor de rizo, de acuerdo a la combinación establecida para los espesores de los dieléctricos, entonces tampoco fue posible obtener una estructura hexaportal con el ancho de banda de la idea original (2 a 8 GHz). El ancho de banda (B) de este acoplador es de aproximadamente 3.83 veces la frecuencia inicial (f_1). Así que, si la frecuencia inferior (f_1) es de 1.25 GHz, al multiplicarse por B , la frecuencia superior (f_2) resulta de aproximadamente 4.75 GHz.

7.3 Diseño del acoplador de 3dB en fase

El diseño de este acoplador que es tres puertos, es diferente al de los acopladores de las secciones 7.1 y 7.2 que son de cuatro puertos. El acoplador de 3dB en fase se diseña para construirse en un mismo plano, como un acoplador Wilkinson multisecciones. Los acopladores de varias secciones del tipo Wilkinson, están formados por pares de líneas de transmisión (de longitud de $\lambda/4$) con un valor de impedancia característica dado y con resistencias conectadas en paralelo en cada una de las uniones de sus secciones como se muestra en la Fig. 7.12. Desafortunadamente, estos elementos resistivos (aún cuando se trate de las muy delgadas resistencias discretas para montaje superficial) representan un problema para diseños en multicapa, pues los espesores de dichas resistencias impiden que el emparedado de capas cierre, dejando franjas de aire entre ellas y alterando por tanto, la respuesta final del circuito. Una posible solución es colocar ventanas pequeñas en el dieléctrico en los lugares en donde se soldarán dichas resistencias.

Para el diseño de este acoplador (al igual que en los anteriores) es necesario resolver ecuaciones polinomiales, para obtener los valores de la impedancia característica de cada sección y los valores de las resistencias de las uniones.

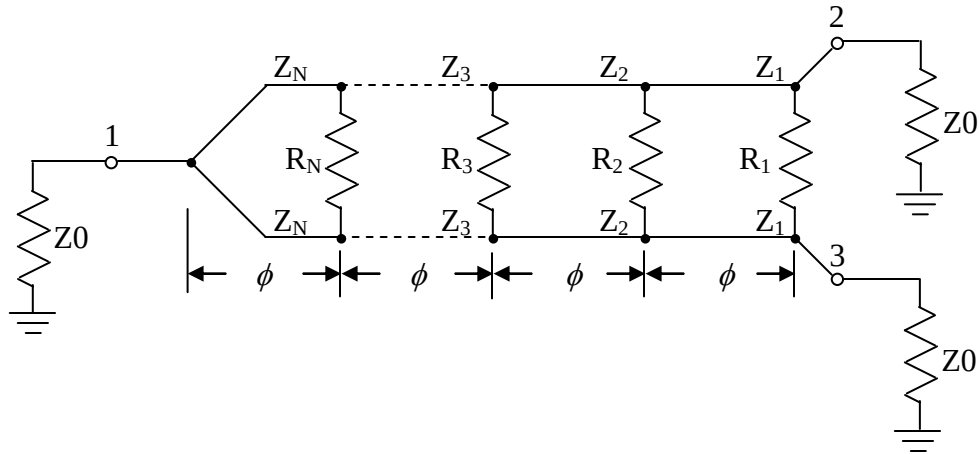


Figura 7.12. Acoplador de 3dB en fase

Afortunadamente, los valores de las impedancias características para acopladores de 2 a 4 secciones se pueden obtener de las tablas de Young [Young, 1959]. Por otro lado, los valores de las resistencias de las uniones se pueden obtener con las ecuaciones de conductancias (en función de admitancias) presentadas por Cohn [Cohn, 1968], para acopladores de hasta siete secciones y con relaciones $\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$ de hasta 10:1.

Al acoplador de 3dB en fase (al igual que los anteriores) se le puede incrementar su ancho de banda al incrementar el número de secciones que lo forman y la complejidad de los polinomios. Sin embargo, debido a que el acoplador de 6dB restringe el ancho de banda total del hexapuerto a 3.5 GHz, sólo es necesario sintetizar un acoplador de 3dB en fase para un ancho de banda $B = \left(\frac{f_2}{f_1}\right) = 4$, correspondiente con un arreglo de cuatro secciones o $N = 4$.

Por otra parte, dada la naturaleza del acoplador Wilkinson multisecciones, su análisis para modo par e impar se puede llevar a cabo como un arreglo de secciones que realizan una transformación de impedancias entre dos valores resistivos colocados en sus extremos.

Tabla 7.9. Valores de las impedancias características normalizadas (z_1, z_2, z_3 y z_4) y sin normalizar (Z_1, Z_2, Z_3 y Z_4) de las cuatro secciones de un acoplador Wilkinson sintetizado para un ancho de banda de 4:1, obtenidos mediante el empleo de las tablas de Young.

R	z_1	z_2	z_3	z_4
2	1.11571	1.29572	1.54354	1.79258
$Z_0 = 50 \Omega$	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
	55.7855	64.786	77.177	89.629

Un acoplador de 3dB en fase para anchos de banda amplios (acoplador Wilkinson multisecciones con $N = 4$) puede ser concebido como un transformador de impedancias escalonado con una relación de transformación de 2:1 ($R = 2$). De esta manera, para sintetizar el acoplador de 3dB en fase, se utiliza el circuito bisecado para el modo par propuesto por Cohn [Cohn, 1968]. Con los datos de la relación del ancho de banda (4:1) y de la relación de impedancias ($R = 2$) ya disponibles, se pueden buscar los valores de z_1 , y z_2 , en las tablas corregidas de Young [Young, 1960] y calcular los valores de z_3 , y z_4 , con las ecuaciones de él mismo, dadas en su artículo de 1959 y expresadas como

$$z_3 = \frac{R}{z_2}, \quad (7.2)$$

$$z_4 = \frac{R}{z_1}. \quad (7.3)$$

Los resultados se muestran en la Tabla 7.9. Así, una vez obtenidos los valores de las impedancias características de cada una de las secciones, éstas se convierten a admitancias y se utilizan en las ecuaciones (17), (19), (20), (21) y (22) presentadas por Cohn para calcular los valores de las conductancias en paralelo (o inversamente sus resistencias). Estas ecuaciones se reescriben a continuación.

$$T_k = \frac{4Y_{k-1}Y_k}{(Y_{k-1} + Y_k + 2G_k)^2}, \quad \text{para } k = 1 \dots N, \quad (7.4)$$

$$G_1 = 1 - Y_1, \quad (7.5)$$

$$G_k = \frac{Y_{k-1} - Y_k}{Y_{k-1} T_1 T_2 \dots T_{k-1}}, \quad \text{para } k = 2 \dots N - 1, \quad (7.6)$$

donde G_k es el valor de la conductancia de la k -ésima resistencia, Y_k es el valor de la admitancia de la k -ésima sección y T_k es el valor del coeficiente de transmisión de la k -ésima sección

$$G_N = \frac{\frac{1}{2} Y_{N^2-1}}{-2G_{N-1} + \frac{Y_{N^2-2}}{-2G_{N-2} + \frac{Y_{N^2-3}}{\ddots \frac{Y_{1^2}}{-2G_2 + \frac{Y_{1^2}}{-2G_1 + 1 + 0.7(S_{e,90^\circ} - 1)}}}}, \quad (7.7)$$

$$S_{1m} = S_{em}, \quad (7.8)$$

donde $S_{e,90^\circ}$ es el valor de la relación de onda estacionaria (VSWR, por sus siglas en inglés) para el modo par del transformador de impedancia escalonado cuando $\phi = 90^\circ$, o sea cuando la longitud de las secciones es de $\lambda/4$. Para el caso de un valor de N impar, $S_{e,90^\circ} = 1$ y para N par $S_{e,90^\circ} = S_{em}$, donde S_{em} es el valor de rizo máximo dentro del ancho de banda. Los valores de las resistencias se presentan en la Tabla 7.10.

Tabla 7.10. Valores de las resistencias en paralelo que lleva cada una de las uniones entre dos secciones. Calculados mediante empleo de las ecuaciones de Cohn.

S_{em}	z_1	z_2	z_3	z_4
1.10	1.11571	1.29572	1.54354	1.79258
	R1	R2	R3	R4
	482.1148 Ω	291.5557 Ω	172.5999 Ω	103.1716 Ω

A partir de estos valores se diseña el acoplador de 3dB en fase. Los valores de las impedancias se emplean para calcular los anchos de las líneas en cada una de las secciones. Se considera su síntesis en línea de cinta (stripline, en inglés), debido a que este acoplador estará inmerso en la estructura tricapa, esto es, embebido en el dieléctrico y entre los dos planos de tierra. Es importante tener en cuenta que debido a que esta geometría no se encuentra en el centro de la estructura, esto es, equidistante a ambos planos de tierra, sino más bien desplazada un poco hacia alguno de ellos, entonces, es necesario calcular los anchos de las líneas con programas para análisis y/o síntesis de “striplines” asimétricas. Como se podrá ver, aunque el desplazamiento vertical aparenta ser pequeño (sólo de 0.127 mm con respecto al centro) éste sí genera una diferencia apreciable entre los resultados obtenidos para “striplines” simétricas y asimétricas [Anón., 2011b, 2011c, 2011d]. Para la síntesis de los anchos w se utilizarán los siguientes valores: (espesor del conductor) $T=0.017$ mm, (distancia hacia el plano de tierra más cercano) $H1=0.7874$ mm, (distancia hacia el plano de tierra más lejano) $H2=1.0584$ mm y (permitividad relativa) $\epsilon_r = 2.2$.

Cabe mencionar que debido a que los programas disponibles en [Anón., 2011b, 2011c, 2011d], son sólo útiles para el análisis, entonces, para obtener los valores de los anchos w_n de las “striplines” correspondientes a las impedancias de la Tabla 7.10, fue necesario ir variando dichos anchos para encontrar cada valor deseado de impedancia. Estos anchos se muestran en la Tabla 7.11.

Tabla 7.11. Valores de los anchos de las líneas de cada sección. Calculados mediante programas para “striplines” asimétricas.

T (mm)	H1 (mm)	H2 (mm)	ϵ_r	$Z_n (\Omega)$	w_n (mm)
0.017	0.7874	1.0584	2.2	55.7855	1.145
0.017	0.7874	1.0584	2.2	64.786	0.910
0.017	0.7874	1.0584	2.2	77.177	0.662
0.017	0.7874	1.0584	2.2	89.629	0.479

Para los valores de resistencias dados en la tabla 7.10, se buscaron elementos resistivos del tipo de montaje superficial con dimensiones apropiadas para su integración en el acoplador. Estas dimensiones no deben ser muy pequeñas para impedir que las líneas de cada sección se acerquen mucho y así evitar acoplamientos entre ellas, pero tampoco deben ser muy grandes porque no se podría cerrar el emparedado de placas y se tendía que recurrir al uso de ventanas que podrían ser más grandes y no pequeñas, como se mencionó al inicio de esta sección.

De esta manera, se decidió que las resistencias de montaje superficial adecuadas deberían tener 2 mm de largo y 1.25 mm de ancho. Los valores comerciales que se encontraron fueron de: 102 Ω en lugar de 103.1716 Ω , 174 Ω en lugar de 172.6 Ω , 270 Ω , en lugar de 291.56 Ω y 487 Ω en lugar de 482.115 Ω . Además, para que estas se pudieran soldar de manera permanente a la placa, se destinaron áreas conductoras entre las uniones de las secciones, específicas para tal efecto. A continuación se presentan la geometría del acoplador de 3dB en fase a tamaño real (Fig. 7.13) y sus dimensiones en mm (Fig. 7.14). En teoría el ancho de banda para este acoplador tendría una relación de 4:1, por lo que si la frecuencia inferior es de 1.25 GHz, la frecuencia superior sería de 5 GHz.

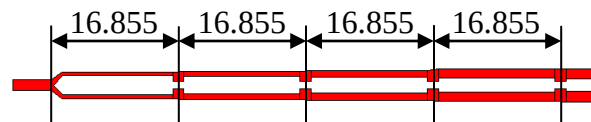


Figura 7.13. Longitud (mm) de las secciones del acoplador de 3dB en fase, diseñado a la frecuencia central de 3 GHz (a tamaño real).

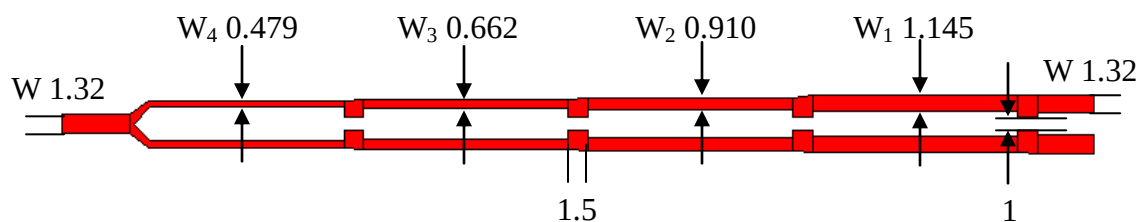


Figura 7.14. Dimensiones (mm) del acoplador de 3dB en fase.

7.4 Incorporación de los acopladores de señal Q1, Q2, Q3, 6dB y H en la estructura hexaportal de Engen (primera propuesta)

Ahora que ya se cuenta con las dimensiones de los acopladores, se procede a incorporarlos como parte de la primera propuesta de la estructura hexaportal de Engen. Debido a que los trazos geométricos de Q1, Q2, Q3 y 6dB se localizan en ambas caras y los trazos de H en sólo una de las caras de la placa de Duroid 5880[®], será inevitable realizar un interconexión entre éstas caras tratando de obtener la mejor ubicación para tales acopladores. Así, para llevar a cabo la incorporación de los acopladores, se buscó en la medida de lo posible, que los trazos de interconexión entre ellos fuesen simétricos, principalmente en las partes en que dichos trazos alimentan a circuitos con señales en fase. Estos trazos se pueden identificar en la entrada a los acopladores Q1 y Q2, que reciben la señal del acoplador H, en las entradas del acoplador Q3, que se conectan con las salidas de los acopladores Q1 y Q2, y en las salidas hacia los diodos P₃, P₄, P₅ y P₆ (Fig. 7.15).

Para lograr lo anterior y para evitar posibles acoplamientos entre las señales de los acopladores, fue necesario tomar en cuenta las dimensiones comerciales de las placas de Duroid 5880[®] y permitir espacios suficientes para las separaciones entre los acopladores (entre sí), entre los acopladores y sus conexiones y entre las conexiones y las terminales donde se instalarán los conectores.

Por otra parte, debido a que el acoplador H es el que proporciona la señal a los acopladores Q1 y Q2, y éste forzosamente se tiene que construir en un sólo plano, entonces, para su incorporación se tendrá que conectar la cara superior con la inferior. Para realizar esta conexión se eligió una de las entradas del acoplador Q3. Este problema se deberá resolver conectando la línea de la cara superior con la línea de la cara inferior, mediante un hueco pasante (en inglés thru-hole [Anón., 2010b]). La superficie total en la que se diseñó una estructura hexaportal es la mitad de una placa comercial de Duroid 5880[®] de 18" x 12" (45.72 x 30.48 cm) o sea en 9" x 12" (22.86 x 30.48 cm). Un poco más grande que una hoja tamaño carta, 8.5" x 11" (21.59 x 27.94 cm.), de esta manera, una placa de Duroid 5880[®] de 0.254 mm de espesor permite construir la parte de la circuitería de los dos hexapuertos

de un analizador de redes y dos placas de Duroid 5880[®] de 0.7874 mm de espesor, las "tapas" de los emparedados.

Las líneas que conectan con los conectores de los diodos, las que interconectan a las estructuras Q1, Q2, Q3, H y 6dB, la que conecta con el conector de la carga de 50 Ω , la que conecta con el conector del generador y la que conecta con el conector del DBP fueron diseñadas para una impedancia característica de 50 Ω y sintetizadas tomando en cuenta su asimetría con respecto a los planos de tierra. A partir de estas consideraciones, el ancho que se obtuvo para ellas fue de 1.32 mm.

En la Fig. 7.15 se muestra la estructura completa (ambas caras del hexapuerto) a un tamaño menor al real. Las líneas en color rojo indican los trazos ubicados en la cara superior y las líneas en azul los trazos de la cara inferior. En las Figs. 7.16 y 7.17 se muestran por separado las caras superior e inferior. Para el proceso de construcción, será necesario obtener la imagen en espejo de la figura de la cara inferior, para así poder lograr que empaten las geometrías. Se debe recordar que para la construcción final, se requieren dos placas de Duroid 5880[®] de las mismas dimensiones a las que se debe decapar una de sus láminas conductoras, para emparedar la circuitería por arriba y por abajo. Finalmente, en la figura 7.18, se muestra cómo se vería el hexapuerto con los diodos, la carga de 50 Ω , el generador y el DBP.

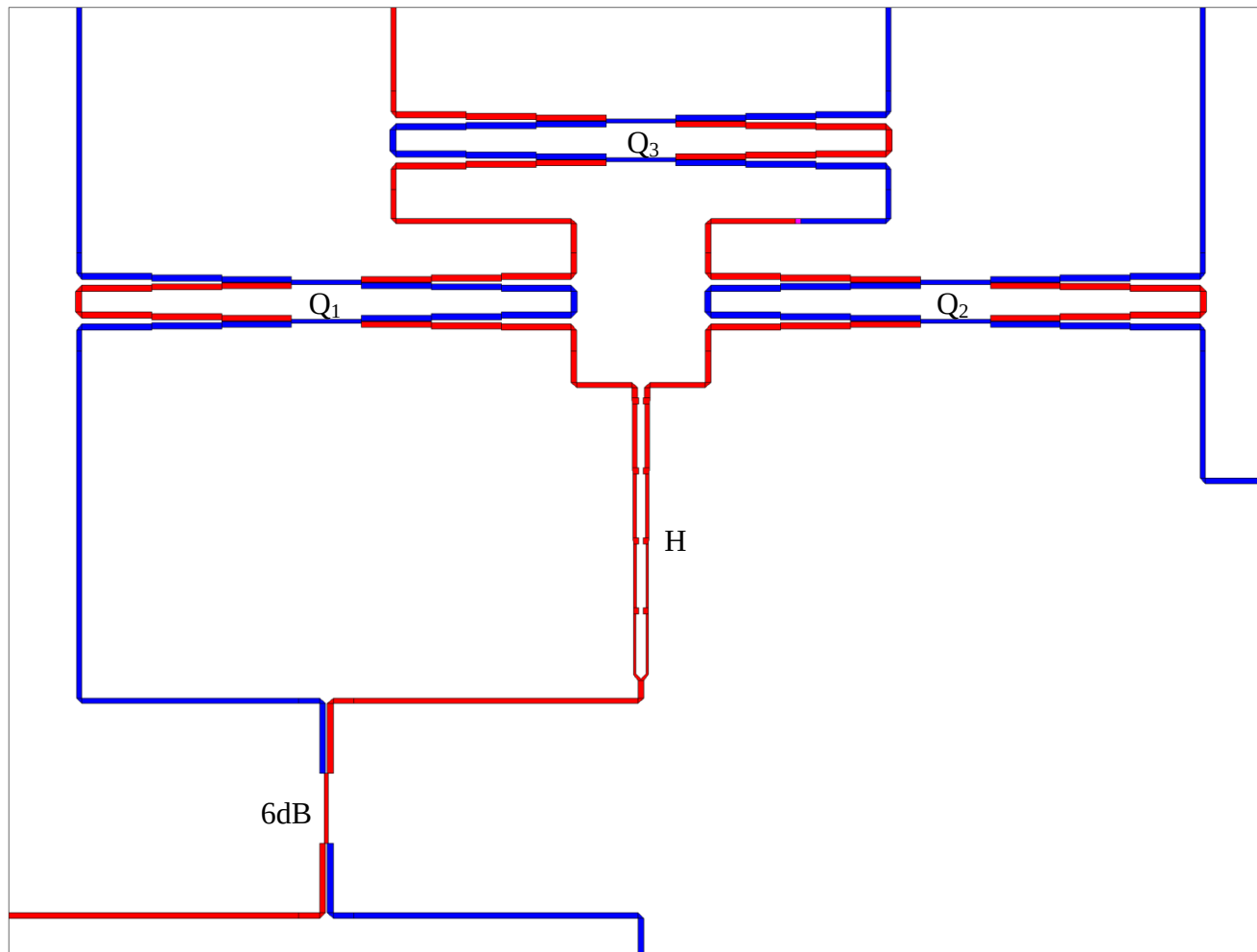


Figura 7.15. Estructura hexaportal completa (ambas caras), basada en la configuración de la primera propuesta de Engen, para un ancho de banda de 3.5 GHz (de 1.25 a 4.75 GHz).

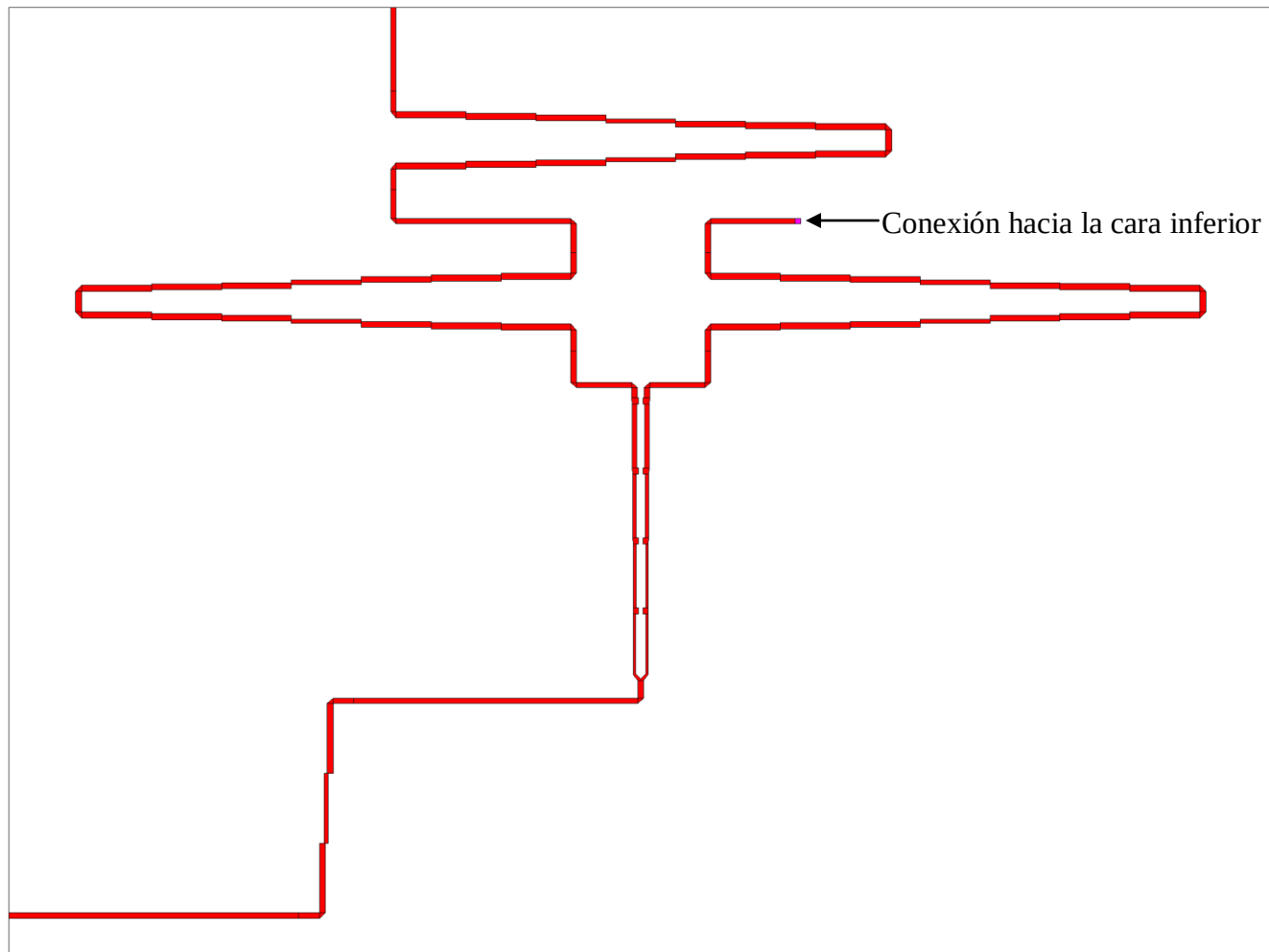


Figura 7.16. Cara superior de la estructura hexaportal de la Fig. 7.15.

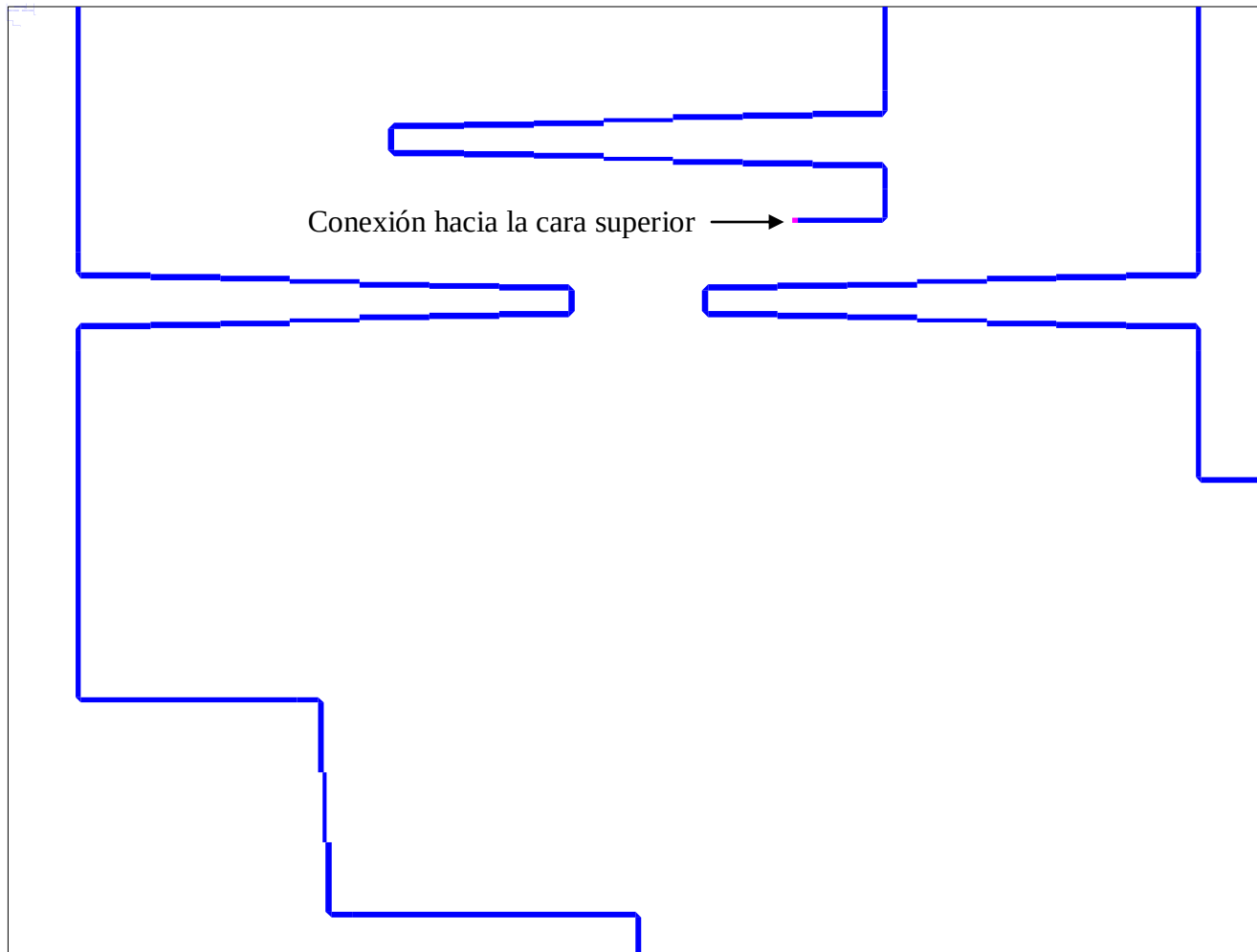


Figura 7.17. Cara inferior de la estructura hexaportal de la Fig. 7.15.

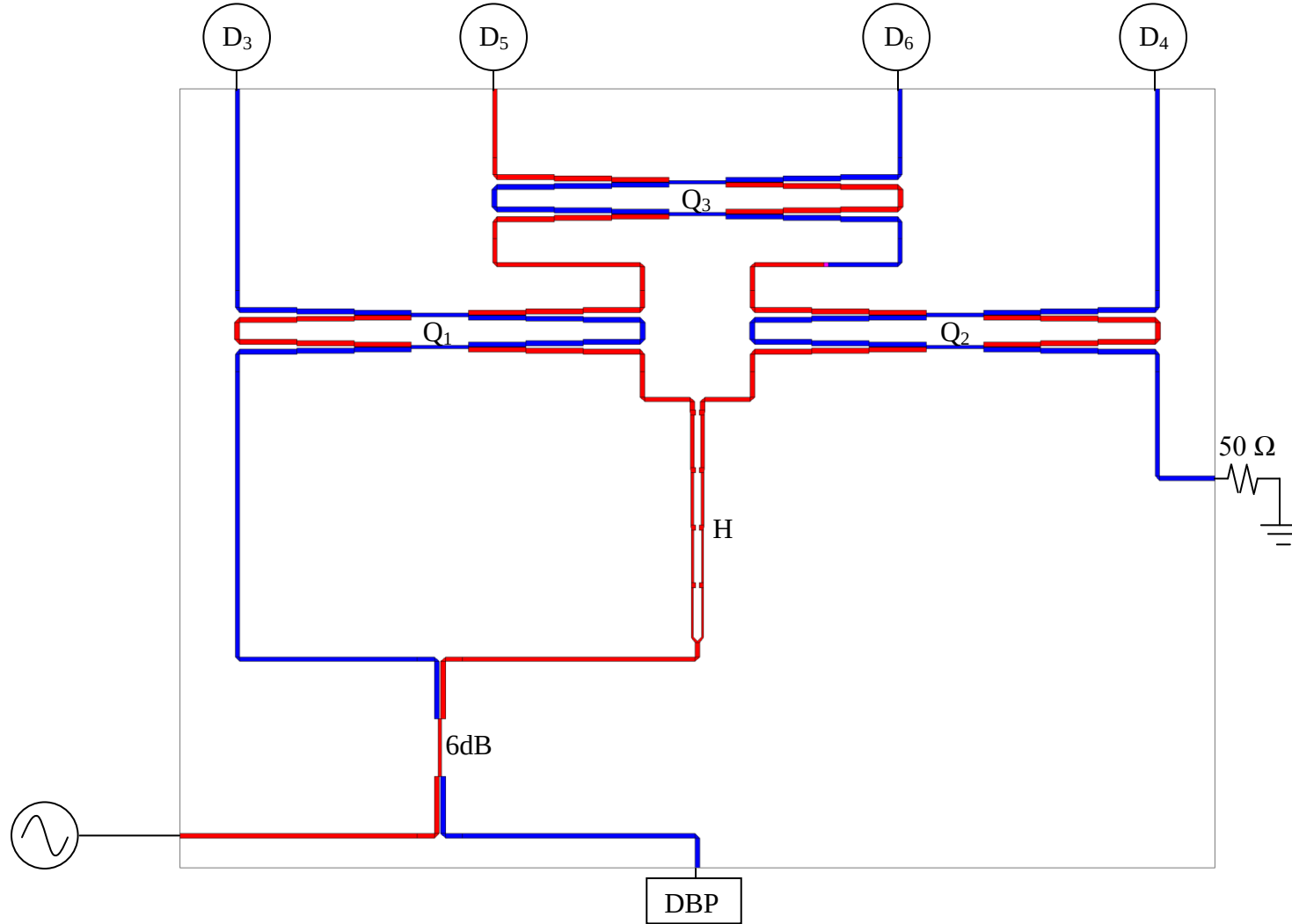


Figura 7.18. Estructura hexaportal completa, incluyendo los diodos, la carga de $50\ \Omega$, el generador y el DBP.

Capítulo 8

Análisis de resultados y conclusiones

8.1 Análisis de resultados

A lo largo de este trabajo de tesis se han realizado varias actividades, éstas y sus resultados se presentan a continuación:

Se simuló una geometría nueva de un acoplador direccional de líneas ramales [Jing, 2009], mediante la utilización de un programa de simulación con FDTD en 2D [Dueñas, 2009d]. Infortunadamente, de los resultados obtenidos, se pudo concluir que la nueva geometría no puede emplearse para conformar la estructura hexaportal elegida, ya que esta última debe operar en un ancho de banda amplio y el que ofrecen los acopladores direccionales con la geometría nueva, no es suficiente [Bonilla, 2009].

Se planteó el modelo matemático de una técnica nueva para la calibración de analizadores de redes hexaportales [Bonilla, 2008].

Se simuló un circuito equivalente de microcinta que representa una línea coaxial sin pérdidas con la misma impedancia característica (i. e. capacitancias e inductancias iguales en ambas, la línea coaxial y la línea de microcinta [Gwarek, 1988]) y simetría axial completa, terminada en circuito abierto. Las respuestas de simulación se compararon con la respuesta de medición que se obtiene del estándar comercial MM8048B1[®] de Maury

Microwave [Dueñas y Bonilla, et al., 2009b]. La simulación se llevó a cabo mediante la utilización de un programa de simulación con FDTD en 2D [Dueñas, 2009e].

Se realizó la simulación de la geometría de un nuevo estándar en circuito abierto que se simuló en tres etapas. La simulación se realizó con un programa de FDTD en 3D para coordenadas cilíndricas, modificado para simular geometrías milimétricas (modificación realizada por Bonilla en 2010) y que fue creado originalmente por Méndez en 2007 para simular geometrías centimétricas. En la primer etapa se simuló la geometría propuesta por Dueñas en 2009b, en la segunda etapa se simuló la geometría del estándar comercial en circuito abierto HP8542A[®] [Bianco, 1980], y en la tercer etapa se simuló la geometría de un estándar que evolucionó a partir de las dos geometrías anteriores. En esta última etapa la simulación se realizó con tres programas diferentes: el programa de FDTD en 3D modificado, y con dos programas realizados por Dueñas (2010), uno analítico, que emplea un método variacional y otro de simulación que emplea el Método de Momentos Estático (S-MoM, por sus siglas en inglés). La comparación gráfica de los resultados del nuevo estándar, obtenidos con los tres programas, presenta una buena concordancia dentro la región de 0 a 2 GHz (banda L) [Bonilla, 2010].

Para estudiar y comprender como debe de comportarse un estructura hexaportal ideal, se retomaron, modificaron y utilizaron algunos de los criterios de diseño recomendados por Engen [Engen, 1977a] y por Bilik [Bilik, 2005]. Para elegir las estructuras hexaportales que cumplen con dichos criterios, se analizarón matricialmente cuatro estructuras hexaportales, tres propuestas por Engen [Engen, 1977b] y una propuesta por Li [Li, 1983]. Sólo dos de éstas se acercaron a los criterios de diseño de Engen-Bilik. Éstas son la propuesta original de Engen (primera propuesta) y la propuesta de Li.

Se efectuó una comprobación matemática para demostrar que la segunda modificación de la técnica de calibración propuesta por Yeo en 1988 (ver capítulo 6) es aplicable en la primer propuesta de estructura hexaportal de Engen pero inaplicable en la estructura propuesta por Li. Asimismo, con base en las constantes $A-H$ de estas dos estructuras y a partir de los coeficientes de reflexión de los estándares de calibración, se

calcularon los valores ideales para los radios y los parámetros de calibración en los cuatro planos A_k .

Se realizó la síntesis de la estructura hexaportal de Engen (primera propuesta) para su construcción en una estructura triplaca en línea de cinta. Esta estructura hexaportal se compone de un acoplador direccional de 6dB, un acoplador direccional de 3dB en fase (diseñado con un Wilkinson de cuatro etapas) y tres acopladores direccionales de 3dB en cuadratura.

Se realizó un estudio (ver apéndice B) de las áreas de incertidumbre para cinco DBPs diferentes (circuito abierto, carga acoplada, carga con reactancia inductiva unitaria, carga con reactancia capacitiva unitaria y circuito corto). Las áreas de incertidumbre las generan las variaciones en las magnitudes de las circunferencias cuyos centros varían angularmente). Para realizar el estudio se definió una variación de $\pm 5\%$ en el valor ideal de la magnitud de los radios de las circunferencias y se establecieron variaciones angulares de los centros (todos con una magnitud fija de 1.5) que varían desde 30° a 120° con incrementos de 30° .

8.2 Aportaciones

Del análisis de los resultados se pueden resaltar las siguientes aportaciones:

- Obtención de las ecuaciones que permiten relacionar a las constantes de calibración de los reflectómetros hexaportales que conforman el analizador de redes, con los parámetros del dispositivo bajo prueba DBP [Bonilla, 2008].
- Modificación del programa de FDTD en 3D para coordenadas cilíndricas, originalmente desarrollado por Méndez [Méndez, 2007], para que pudiese emplearse en la simulación de las tres etapas de la geometría del nuevo estándar en circuito abierto.

- Propuesta de un nuevo estándar de calibración en circuito abierto para operar en la banda L [Bonilla, 2010], basándose en trabajos previos de Bianco [Bianco, 1980] y Dueñas [Dueñas, 2006, 2009a, 2009b, 2010].
- Análisis matemático de cuatro arreglos hexaportales para elegir de entre ellos a los más apropiados para la realización de un analizador de redes hexaportal con ancho de banda amplio.
- Inclusión del nuevo estándar de calibración en circuito abierto y reubicación de los circuitos cortos desplazados originales, para el desarrollo de la segunda modificación a la técnica de calibración originalmente propuesta por Yeo [Yeo, 1988]. La segunda modificación es una ampliación a una primera modificación realizada por Bonilla y Dueñas [Bonilla, 2005, Dueñas, 2007].
- Replanteamiento de las ecuaciones de la calibración propuestas inicialmente por Engen [Engen, 1977a] y Yeo [Yeo, 1988], para adecuarlas a las características de la estructura propuesta por Li [Li, 1983]. Este replanteamiento considera una inversión en las constantes de calibración de Engen (esto es; $C \neq 0$ y $B = 0$) pero también permite una reducción del sistema de ecuaciones a dos dimensiones. Con el replanteamiento se intentó además una reducción en el número de radios con valor infinito, que se generaron con las ecuaciones originales de Engen y Yeo. Desafortunadamente, aunque se logró una reducción de la cantidad de radios en infinito ésta no fue total.
- Realización de un estudio de la afectación en las áreas de incertidumbre, como consecuencia de la variación en la magnitud) de los radios que es de 1.5, y en la posición angular entre los centros.

8.3 Perspectivas

A pesar de los notables avances en los sistemas heterodinos (mejor estabilidad en los procesos de conversión de frecuencia, frecuencia de operación cada vez mayor y abaratamiento de sus precios), los sistemas hexaportales aún siguen siendo atractivos. Tal vez el mayor atractivo de estos últimos sea su carácter didáctico, ya que cuando su construcción e implementación física es llevada a cabo por el grupo mismo de investigadores y estudiantes que serán sus usuarios, este grupo debería adquirir un conocimiento pleno de su funcionamiento, su estructura y las partes que los componen. Además, los sistemas hexaportales se pueden adaptar para cumplimentar necesidades específicas de investigación.

Así, si no se consideran los salarios devengados por los investigadores y técnicos que se involucrarían en la construcción de un analizador de redes hexaportal, éste aún puede ser económicamente accesible para las instituciones de investigación y docencia que ofrecen programas de estudios con especialidad en radiofrecuencia y microondas.

Por lo antes mencionado, la reflectometría y la transferometría hexaportal continúan siendo la mejor alternativa para impulsar a grupos nuevos de investigación de las altas frecuencias. Aplicaciones válidas de tales conceptos se han dado en las siguientes áreas del conocimiento: control de calidad de alimentos [Akyel, 1990], caracterizaciones biomédicas [Broquetas, 1991, Chen, 1991, Sullivan, 1991, Hoyos, 2006], caracterización de materiales [Kraszewski, 1991, Naishadham, 1991, Dueñas, 2005, García, 2006] etc.

8.4 Recomendaciones

Con lo desarrollado a lo largo de este trabajo de tesis se han generado bases teóricas suficientes para realizar modificaciones en los programas de calibración creados originalmente para un reflectómetro hexaportal [Hernández, 1998]. Estas modificaciones deberían realizarse con el fin de que los códigos existentes pudieran ser útiles para la

calibración de un analizador de redes hexaportal que se utilizaría para la medición de DBPs específicos.

Así, dado que actualmente se cuenta con un acervo de programas propios para realizar simulación electromagnética (realizados por algunos miembros del cuerpo Académico de Radiofrecuencia y Microondas) y con una gran diversidad de programas comerciales disponibles en el mercado, entonces, se recomienda, que antes de iniciar la construcción física de las estructuras hexaportales se lleve a cabo una simulación para verificar la operatividad de las mismas, evitando así el gasto innecesario de laminas de Duroid[®].

La construcción de las redes hexaportales de ancho de banda amplio presenta cierto grado de dificultad, tanto para su diseño (el cual se podría reducir con un programa de simulación poderoso), como para su construcción, pues para anchos de banda de varios GHz, la construcción de estas estructuras requiere líneas de cinta de varias capas (stripline, del inglés), lo que hace que su manufactura se vuelva complicada, pues si no se logran las dimensiones y acomodos adecuados entre las capas, la respuesta final del instrumento se vería comprometida. Debido a esto, se recomienda el uso de fotolitografía de alta precisión para su realización física.

Por otro lado, aun cuando el medidor de potencia multicanal con el que se cuenta actualmente asegura mayor exactitud en las mediciones (debido a que para cada uno de sus canales utiliza una tarjeta de adquisición de datos), este sólo puede obtener treinta y tres lecturas por segundo. Por lo anterior, para la captura de las lecturas de potencia del analizador de redes hexaportal, se recomienda una tarjeta de adquisición de datos única ya que hoy en día este tipo de tarjetas pueden capturar hasta doscientas mil o más muestras (lecturas) por segundo.

BIBLIOGRAFÍA

Akyel C. y R. Bosisio 1990 Permittivity Measurements of Granular Food Products Suitable for Computer Simulations of Microwave Cooking Processes. IEEE Trans. on MTT-39(6): 497-500

Anón. 2010a Agilent HP8474C[®] photo <http://www.helmut-singer.de/stock/-2134568864.html> Agilent HP8474C[®] http://www.nationaltestequipment.com/docs/hp_8474b_8474c_8474e_spec.pdf

Anón. 2010b download.intel.com/education/highered/signal/ELCT762/Class23-24_Vias_Connectors_and_Packages.ppt

Anón. 2011a Boonton 51033 (6E)[®] http://boonton.com/~media/Boonton/Manuals_and_Software/PowerSensorManual.ashx Boonton 51033 (6E)[®] photo <http://cgi.ebay.ph/Boonton-51033-6E-Power-Sensor-/380236532267>

Anón. 2011b <http://www.eeweb.com/toolbox/asymmetric-stripline-impedance>

Anón. 2011c http://www.mantaro.com/resources/impedance_calculator.htm#asymmetric_stripline_impedance

Anón. 2011d <http://www.hughescircuits.com/index.php/en/support/impedance-calculator>

Bahl I. J., Bhartia P. 1981 The Design of Broadside-Coupled Stripline Circuits, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-29, no. 2, pp. 165-168, Feb.

Bergeault E., Geneves G., Huyart B., Jallet L. 1990 The Design of a Six-Port Reflectometer with Frequency-Independent Calibration Procedure, IEEE Conference on Precision Electromagnetic Measurements, 1990. CPEM'90 Digest. CH2822-5/90/0000-0398, pp. 398-399, Jun.

Bialkowski M. E. 1986 Microwave Network Analyser Incorporating a Single Six-Port Reflectometer, Kurzberichte-Letters AEÜ Band 40 Hefl 3 pp. 197-199.

Bianco B., Corana A., Gogioso L., Ridella S. 1980 Open-Circuited Coaxial Lines as Standards for Microwave Measurements, Electron. Lett., vol. 16, no. 10, pp. 373-374. May.

Bilik V. 2005 Six-port measurement technique: Principles, Impact, Applications www.s-team.sk/download/SixPortTechnique.pdf, 32 pp., Apr.

Bonilla Barragán C. A. 2005 Desarrollo de un método de calibración para un analizador de reflexión de seis puertos, 229 pp. Tesis de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de Guadalajara, Guadalajara, Jalisco, México, Septiembre 2005.

Bonilla Barragán C. A., Andrade Reátiga A. G., Dueñas Jiménez A. 2008 Planteamiento del Modelo Matemático de una Técnica de Calibración para un Analizador de Redes Hexaportal. Memoria del Simposio de Metrología del Centro Nacional de Metrología CENAM (Querétaro, Querétaro, México), Oct. 2008, pp. 1-6.

Bonilla Barragán C.A., Andrade Reátiga A.G., Dueñas Jiménez 2009 A. FDTD Simulation of a Novel Branch Line Coupler Via a Non-Commercial Software, International Symposium on Microwave and Optical Technology ISMOT, Nueva Deli India 16-19 Dic. 2009, pp22-23(Abstract) Memorias ISMOT 2009, Macmillan Publishers India Ltd Advanced Research Series, con ISBN 10: 0230-32846-6e ISBN 13: 978-0230-32846-4.

Bonilla Barragán C. A., Dueñas Jiménez A., Andrade Reátiga A. G. 2010 Proposal of a slotted circular waveguide as an open-circuited standard for calibration of L-band network analyzers, IEICE Electronics Express ELEX, vol. 7, no. 21 pp. 1646-1651, 2010.

Broquetas A., J. Romeu, J. M. Rius, A. R. Elias-Fuste, A. Cardama y L. Jofre. 1991 Cylindrical Geometry : A Further Step in Active Microwave Tomography. IEEE Trans. on MTT-39(5): 836-844.

Chen J. Y., Gandhi O. P. 1991 Currents Induced in an Anatomically Based Model of a Human for Exposure to Vertically Polarized Electromagnetic Pulses, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 39, no. 1 pp. 31-39, Jan.
Chua L. O. 1978 Introduction to Nonlinear Network Theory. Robert E. Krieger. Huntington, N.Y., p 5-7. 1978.

Cohn S. B. 1968 A Class of Broadband Three-Port TEM-Mode Hybrids, IEEE Trans. On Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-16, no. 2, pp. 110-116, Feb.

Collin R. E. 1956 The Characteristic Impedance of a Slotted Coaxial Line,IRE Trans. Microwave Theory Tech., pp. 4-8. Jan.

Cristal E. G., Young L. 1965 Theory and Tables of Optimum Symmetrical TEM-Mode Coupled-Transmission-Line Directional Couplers, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-13, no. 5, pp. 544-558, Sep.

Cronson H. M., Susman L. 1977A six-port automatic network analyzer, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-25, no. 12, pp. 1086-1091, Dec.

Crowley T. P. y F. R. 2001 A 2.4 mm coaxial power standard at NIST, British Electromagnetic Conf. Nov.

Dobrowolski J. A. 1982 Improved six-port circuit for complex reflection coefficient measurements, *Electron. Lett.*, vol.18, pp. 748-750, Aug.

Dueñas Jiménez A., Ramos Quirarte J. L., Vega Gómez G. A., Martínez Silva M. J., Bonilla Barragán C. A. 1995 Estudio teórico-conceptual del proyecto de investigación: Integración de un analizador de reflexión para la enseñanza y la investigación de la electrónica en altas frecuencias. Auspiciado por el Instituto Mexicano de Comunicaciones (IMC), actualmente Comisión Federal de Telecomunicaciones (COFETEL).

Dueñas Jiménez A. 1997 Lumped and distributed element equivalent circuits for some symmetrical multiport signal separation structures, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-45, no. 9, pp. 1537-1544, Sep.

Dueñas Jiménez A., Bonilla Barragán C. A., Hernández Tejeda S., Ibarra Villaseñor J. J. y Medina Monroy J. L. 1998 Medición del coeficiente de reflexión utilizando dos instrumentos diferentes, *Sociedad Mexicana de Instrumentación SOMI XIII Memorias del Congreso de Instrumentación*, pp. 545-549, celebrado en la ciudad de Ensenada Baja California del 6 al 8 de Octubre de 1998.

Dueñas Jiménez A., Hoyos Ramírez S., García Góngora E. 2005 Medición de permitividad en materiales isótropos usando un reflectómetro hexaportal con una sonda de línea coaxial terminada en circuito abierto, *Sociedad Mexicana de Instrumentación SOMI XX Memorias del Congreso de Instrumentación*, celebrado en la ciudad de León Guanajuato del 24 al 28 de Octubre del 2005.

Dueñas Jiménez A. 2006 Funciones de Prueba para la Simulación Electroestática de Líneas de Transmisión Abiertas de dos Conductores usando el Método de Momentos, (in Spanish) *IEEE LatinAmericaTrans.*, vol. 4, no. 6, pp. 385-391, Dic.

Dueñas Jiménez A., Bonilla Barragán C. A. 2007 On the calibration of a microwave network six-port reflection analyzer, *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, vol.IM-56, no. 5 pp. 1763-1769, Oct.

Dueñas Jiménez A. 2009a 2D-Electromagnetic Simulation of Passive Microstrip Circuits. Boca Ratón, FL: CRC Press a Taylor and Francis Company, 2009, 274 pp.

Dueñas Jiménez A., Bonilla Barragán C. A., Villegas González J. M., Andrade Reátiga A. G. 2009b FDTD Simulation of a Coaxial Reactive Calibration Standard. Encuentro Nacional de Metrología Eléctrica ENME CENAM Querétaro 18-20 Nov. 2009, disponible en http://www.cenam.mx/dme/pdf/PRE_E-Vie-8.pdf

Dueñas Jiménez A. 2009c Frequency- and Time-Domain Simulation of Microstrip Squares by Using 2-D Electromagnetic Analyses, Recent Advances in Microwave and Optical Communication Technology RAMOCT 2009, Chennai India, Dec. 21 2009 or International Journal of Microwave and Optical Technology IJMOT vol. 5, no. 1, pp. 1-6, Jan. 2010.

Dueñas Jiménez A. 2009d Comunicación Personal.

Dueñas Jiménez A. 2009e Comunicación Personal.

Dueñas Jiménez A. 2010 Comunicación Personal.

El-Deeb N. A. 1983 The calibration and performance of a microstrip six-port reflectometer, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-31, pp. 509-514, July.

Engen G. F., Hoer C. A. 1972 Application of an arbitrary 6-port junction to power-measurements problems, IEEE Trans. Instrum. and Meas., vol. IM-21, pp. 470-474, Nov.

Engen G. F. 1977a The six-port reflectometer: An alternative network analyzer, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-25, no. 12, pp. 1075-1080, Dec.

Engen G. F. 1977b An improved circuit for implementing the six-port technique of microwave measurements, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-25, no. 12, pp. 1080-1083, Dec.

Engen G. F. 1978 Calibrating the six-port reflectometer by means of sliding terminations, IEEE Trans., Microwave Theory Tech., vol. MTT-26, no. 12 pp. 951-957, Dec.

Engen G. F., Hoer C. A. 1979 "Thru-Reflect-Line": An improved technique for calibrating the dual six-port automatic network analyzer, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-27, no. 12 pp. 987-993, Dec.

García Góngora E. 2006 Medición de permitividad en Materiales Isótropos usando técnicas de Microondas, 120 pp. Tesis de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de Guadalajara, Guadalajara, Jalisco, México, Enero 2006.

Gwarek W. K. 1988 Computer-Aided Analysis of Arbitrarily Shaped Coaxial Discontinuities, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-36, no. 2, pp. 337-342. Feb.

Hammond C. L., Virga K. L. 2000 Network Analyzer Calibration Methods for High-Density Packaging, 2000 Electronic Components and Technology Conference, pp. 519-525.

Hansson E. R. B., Riblet G. P. 1983 An ideal six-port network consisting of a matched reciprocal lossless five-port and a perfect directional coupler, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-31, pp. 284-288, Mar.

Hernández Tejeda S. 1998 Diseño e implementación de una técnica de automatización para un reflectómetro hexaportal. 142 pp. Tesis de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de Guadalajara, Guadalajara, Jalisco México, 1998.

Hoer C. A. 1972 The six-port coupler: A new approach to measuring voltage, current, power, impedance and phase, IEEE Trans. Instrum. and Meas., vol. IM-21, pp. 466-470, Nov.

Hoer, C.A. 1977 A network analyzer incorporating two six-port reflectometers IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-25, no.12 pp. 1070-1074, Dec. and IEEE-MTT-S International Microwave Symposium Digest IEEE Cat#77CH1219-5MTT 47-49 June.

Hoyos Ramírez S. 2006 Caracterización de algunos Tejidos Animales usando Reflectometría de Microondas, 120 pp. Tesis de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de Guadalajara, Guadalajara, Jalisco, México, Enero 2006.

Hunter J.D. y P.I. Somlo 1985 An explicit six-port calibration method using five standards IEEE Trans. Microwave Theory Tech. , vol. MTT-33 no. 1 pp. 69-72, Jan.

Inan U. S., Inan A. S. 1999 Engineering Electromagnetics. Addison Wesley Longman Inc., Menlo Park, California, p. 5 -12. 1999.

Janik D., de Vreede J. 2002 Status of Precise RF Power Measurement, URSI, Proceedings of General Assembly, Maastricht.

Jing T., Shi X.W., Guo Y.C., Chen L., and Chen X. Q. 2009 Design of a compact branch-line coupler using capacitance loading, Microwave and Optical Tech. Lett., vol. 51, pp. 198-200, Jan.

Kraszewski A.W. 1991 Microwave Aquametry-Needs and Perspectives. IEEE Trans. on MTT, vol. 39, no. 5, pp. 828-835, May.

Li S. H., Bosisio R. G. 1983 Analysis and optimized circuit design of six-port reflectometers, (Chinese) Acta Electron. Sinica, vol. 11, Mar.

Li J., Bosisio R. G., Wu K 1996 Dual-Tone Calibration of Six-Port Junction and its Application to the Six-Port Direct Digital Millimetric Receiver, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 44, no. 1, pp. 93-99, Jan.

Liu Y. 1995 Calibrating An Industrial Microwave Six-Port Instrument Using the Artificial Neural Network Technique, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 45, no. 2, pp. 651-656, Apr.0-7803-2615-61951, pp. 224-229. and Proceedings Instrumentation and Measurement Technology Conference, 1995. IMTC/95. Integrating Intelligent Instrumentation and Control. April 24-26, 1995.

Méndez Ruíz César 2007 Aplicación del método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) para modelar líneas de transmisión circulares cilíndricas. Tesis de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de Guadalajara, Guadalajara, Jalisco México, Mayo 2007.

Méndez Ruíz C. 2009 Comunicación Personal.

Naishadham K., Kadaba P. K. 1991 Applications in Absorbers and Shielding IEEE Trans. on MTT, vol. 39, no. 7, pp. 1158-1164, July.

Pozar D. M. 1998 Microwave Engineering. John Wiley & Sons. Segunda edición. New York. 716pp.

Rao P. S. 2008 How to design a broadband stepped quadrature hybrid coupler in triplate stripline configuration <http://www.eetimes.com/design/microwave-rf-design/4019012/How-to-design-a-broadband-stepped-quadrature-hybrid-coupler-in-triplate-stripline-configuration>

Razaz M., Davies B. 1979 Capacitance of the abrupt transition from coaxial-to-circular waveguide IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-27, pp. 564-569.

Riblet G. P., Hansson E. R. B. 1981 The use of a matched symmetrical five-port junction to make six-port measurements, IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig. Los Angeles, 1981, pp. 151-153, June.

Riblet G. P., Hansson E. R. B. 1982 Aspects of the calibration of a single six-port using a load and offset reflection standards, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-30, no. 12, pp. 2120-2125, Dec.

Risley E. W. 1969 Discontinuity capacitance of a coaxial line terminated in a circular waveguide IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-17, pp. 86-92.

Shelton J. P., Van Wagoner R., Wolfe J. J. 1965 Tandem couplers and phase shifters: a new class of unlimited bandwidth components, 1964 14th Ann. Symp., USAF Antenna Research and Development Program, sponsored by Air Force Lab., Wright-Patterson AFB, Dayton, Ohio, held at Monticello, Ill., o Microwave, vol. 4, pp. 14-19, Apr.

Shelton J. P. 1966 Impedances of Offset Parallel-Coupled Strip Transmission Lines IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-14, no. 1, pp. 7-15, Jan.

Somlo, P. I., Hunter J.D. 1982 A six-port reflectometer and its complete characterization by convenient calibration procedures IEEE Trans. Microwave Theory Tech. , vol. MTT-30 no. 2 pp. 186-192, Feb.

Sullivan, D. 1991 Mathematical Methods for Treatment Planning in Deep Regional Hyperthermia. IEEE Trans. on MTT-39(5):864-872.

Winter S. M., Koelpin A., Weigel R. 2008 Six-Port Receiver Analog Front-End: Multilayer Design and System Simulation, IEEE Transactions on Circuits and Systems- II: Express Briefs, vol. 55, no. 3, pp. 254-258, Mar.

Xiao F., Ghannouchi F. M., Yakabe T. 2003 Application of a Six-Port Wave-Correlator for a Very Low Velocity Measurement Using the Doppler Effect, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 52, no. 2, pp. 297-301, Apr.

Yang J. R., Kim D. W., Hong S. 2007 A Calibration Method of a Range Finder With a Six-Port Network, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 17, no. 7, pp. 549-551, Jul.

Yeo S. P., Ang A. L. 1988 Alternative approach to the calibration of six-port reflectometers using four standards, Technical memorandum IEE Proceedings, vol.135, Pt. H, no. 5 pp. 353-355, Oct.

Young L. 1959 Tables for Cascaded Homogeneous Quarter-Wave Transformers, IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, MTT-7, pp. 233-237, Apr.

Young L 1960 "Correction/" IRE Trans. Microwave Theory and Techniques, MTT-8, pp. 243-244, March. (The "Correction" applies to N= 4).

APÉNDICE A. El desarrollo matemático de la reflectometría hexaportal

Aquí se presenta el desarrollo matemático que relaciona las señales incidentes y reflejadas en los puertos de una red hexaportal. Este se basa en un documento previamente publicado [Dueñas, 1995]. El desarrollo permite obtener las ecuaciones que relacionan la las señales incidente y reflejada (coeficiente de reflexión) en un DBP con la potencia en los puertos donde se conectan los diodos detectores de un reflectómetro hexaportal.

A.1.- Ecuaciones del reflectómetro

A continuación se explica el desarrollo matemático de la teoría de un reflectómetro hexaportal.

La Fig. A.1 muestra un hexapuerto lineal arbitrario con un generador de señales, cuatro diodos detectores de potencia y el dispositivo bajo prueba (DBP) conectados a sus puertos. Los vectores de las señales incidentes y reflejadas, así como la matriz de parámetros de dispersión (que representa a la red de seis puertos) y su relación entre ellas, se muestran en la ecuación A.1:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \mathbf{S}\mathbf{a}, \quad (\text{A.1})$$

donde a y b son las ondas incidentes a y reflejadas de la red hexaportal, respectivamente, y S son los parámetros de dispersión de la red.

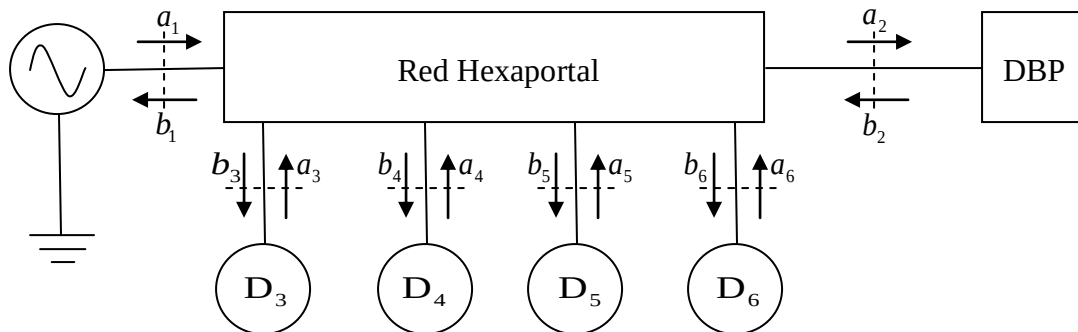


Figura A.1. Diagrama a bloques de una red hexaportal arbitraria.

Designando al coeficiente de reflexión en los detectores D_j por Γ_j se tiene que

$$\Gamma_j = \frac{a_j}{b_j}, \quad a_j = \Gamma_j b_j; \quad \text{para } j = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \quad (\text{A.2})$$

y sustituyendo esta ecuación en la ecuación (A.1) resulta que

$$b_i = \sum_{j=1}^6 S_{ij} a_j = S_{i1} a_1 + S_{i2} a_2 + \sum_{j=3}^6 S_{ij} \Gamma_j b_j; \quad \text{para } i = 1 \text{ y } 2, \quad (\text{A.3})$$

$$0 = S_{i1} a_1 + S_{i2} a_2 + \sum_{\substack{j=3 \\ i \neq j}}^6 S_{ij} \Gamma_j b_j + S_{ii} \Gamma_i - 1 b_i; \quad \text{para } i = 3, \dots, 6, \quad (\text{A.4})$$

las cuales representan un sistema de diez ecuaciones con doce variables que puede ser resuelto para cualesquiera diez variables en función de las dos restantes.

Debido a la conveniencia de formular diez de estas variables en función de las dos restantes (las que corresponden a las ondas incidente y reflejada en el puerto del DBP), las ecuaciones (A.3) y (A.4) se pueden expresar en forma matricial de la siguiente manera:

$$\mathbf{a}' = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}' = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}' = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13}\Gamma_3 & S_{14}\Gamma_4 & S_{15}\Gamma_5 & S_{16}\Gamma_6 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23}\Gamma_3 & S_{24}\Gamma_4 & S_{25}\Gamma_5 & S_{26}\Gamma_6 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33}\Gamma_3 - 1 & S_{34}\Gamma_4 & S_{35}\Gamma_5 & S_{36}\Gamma_6 \\ S_{41} & S_{42} & S_{43}\Gamma_3 & S_{44}\Gamma_4 - 1 & S_{45}\Gamma_5 & S_{46}\Gamma_6 \\ S_{51} & S_{52} & S_{53}\Gamma_3 & S_{54}\Gamma_4 & S_{55}\Gamma_5 - 1 & S_{56}\Gamma_6 \\ S_{61} & S_{62} & S_{63}\Gamma_3 & S_{64}\Gamma_4 & S_{65}\Gamma_5 & S_{66}\Gamma_6 - 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{b}' = \mathbf{S}' \mathbf{a}',$$

donde $\mathbf{S}'$ es la matriz de dispersión modificada.

Si las diez ecuaciones son independientes, la matriz $\mathbf{S}'$ es no singular (lo cual sucede en la práctica) y por tanto $\mathbf{S}'$ puede ser invertida para dar

$$\mathbf{V} = \mathbf{S}'^{-1}. \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{a}' = \mathbf{V} \mathbf{b}'$$

Desarrollando la ecuación (A.6) se tiene que

$$a_i = V_{i1} b_1 + V_{i2} b_2; \quad \text{para } i = 1 \text{ y } 2, \quad (\text{A.7})$$

$$b_i = V_{i1}b_1 + V_{i2}b_2; \quad \text{para } i = 3, 4, 5 \text{ y } 6, \quad (\text{A.8})$$

donde V_{ij} $j = 1 \text{ y } 2$ son los elementos de la matriz $\mathbf{V}$.

De la ecuación (A.7) y para $i = 2$ dado que el DBP se encuentra conectado al puerto 2 de la Fig. A.1, se tiene que

$$\begin{aligned} a_2 &= V_{21}b_1 + V_{22}b_2 \\ b_1 &= \frac{a_2 - V_{22}b_2}{V_{21}}. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Sustituyendo b_1 en las ecuaciones (A.7) y (A.8) resulta que

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{V_{11}}{V_{21}}a_2 - \frac{V_{11}V_{22}}{V_{21}}b_2 + V_{12}b_2 = \frac{V_{11}}{V_{21}}a_2 + \left(V_{12} - \frac{V_{11}V_{22}}{V_{21}}\right)b_2 \\ b_i &= \frac{V_{i1}}{V_{21}}a_2 - \frac{V_{i1}V_{22}}{V_{21}}b_2 + V_{i2}b_2 = \frac{V_{i1}}{V_{21}}a_2 + \left(V_{i2} - \frac{V_{i1}V_{22}}{V_{21}}\right)b_2; \quad \text{para } i = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \end{aligned}$$

o sea

$$a_i = \frac{V_{i1}}{V_{21}}a_2 + \left(V_{i2} - \frac{V_{i1}V_{22}}{V_{21}}\right)b_2; \quad \text{para } i = 1 \text{ y } 2, \quad (\text{A.10})$$

y

$$b_i = \frac{V_{i1}}{V_{21}}a_2 + \left(V_{i2} - \frac{V_{i1}V_{22}}{V_{21}}\right)b_2 = I_i a_2 + J_i b_2, \quad \text{para } i = 3, 4, 5 \text{ y } 6, \quad (\text{A.11})$$

donde

$$I_i = \frac{V_{i1}}{V_{21}}$$

y

$$J_i = V_{i2} - \frac{V_{22}V_{i1}}{V_{21}}; \quad \text{para } i = 3, 4, 5 \text{ y } 6.$$

Así, utilizando la nomenclatura empleada por Engen [Engen, 1977a], para un hexapuerto se tiene que

$$b_3 = \frac{V_{31}}{V_{21}} a_2 + \left(V_{32} - \frac{V_{31}V_{22}}{V_{21}} \right) b_2 = I_3 a_2 + J_3 b_2 = A a_2 + B b_2 = A b_2 \left(\Gamma_2 + \frac{B}{A} \right), \quad (\text{A.12})$$

$$b_5 = \frac{V_{51}}{V_{21}} a_2 + \left(V_{52} - \frac{V_{51}V_{22}}{V_{21}} \right) b_2 = I_5 a_2 + J_5 b_2 = E a_2 + F b_2 = E b_2 \left(\Gamma_2 + \frac{F}{E} \right), \quad (\text{A.13})$$

$$b_6 = \frac{V_{61}}{V_{21}} a_2 + \left(V_{62} - \frac{V_{61}V_{22}}{V_{21}} \right) b_2 = I_6 a_2 + J_6 b_2 = G a_2 + H b_2 = G b_2 \left(\Gamma_2 + \frac{H}{G} \right), \quad (\text{A.14})$$

$$b_4 = \frac{V_{41}}{V_{21}} a_2 + \left(V_{42} - \frac{V_{41}V_{22}}{V_{21}} \right) b_2 = I_4 a_2 + J_4 b_2 = C a_2 + D b_2 = C b_2 \left(\Gamma_2 + \frac{D}{C} \right), \quad (\text{A.15})$$

ecuaciones que representan cuatro circunferencias en un espacio de tres dimensiones, donde $\Gamma_2 = \frac{a_2}{b_2}$, $A-H$ son las constantes que relacionan las lecturas de potencia en los cuatro

diodos con las señales incidente y reflejada en el DBP, y los parámetros q , $\frac{B}{A} = -q_3$,

$\frac{D}{C} = -q_4$, $\frac{F}{E} = -q_5$, $\frac{H}{G} = -q_6$, son los centros de las circunferencias. Las constantes A, C, E y G correspondientes con los diodos 3, 4, 5 y 6, respectivamente, son los factores por los que se multiplica la onda incidente al puerto 2 (la que se refleja en el DBP). Y de igual manera, B, D, F y H son los factores por los que se multiplica la onda reflejada del puerto 2 (la incidente al DBP).

Las relaciones de las constantes $A-H$ con los elementos de la matriz solución $\mathbf{V}$ están dadas por

$$A = \frac{V_{31}}{V_{21}}, \quad B = V_{32} - \frac{V_{22}V_{31}}{V_{21}}, \quad C = \frac{V_{41}}{V_{21}}, \quad D = V_{42} - \frac{V_{22}V_{41}}{V_{21}}$$

$$E = \frac{V_{51}}{V_{21}}, \quad F = V_{52} - \frac{V_{22}V_{51}}{V_{21}}, \quad G = \frac{V_{61}}{V_{21}}, \quad H = V_{62} - \frac{V_{22}V_{61}}{V_{21}}.$$

Asimismo, las relaciones entre estos elementos y los centros q se definen por las ecuaciones siguientes:

$$\frac{B}{A} = \frac{V_{32} - \frac{V_{22}V_{31}}{V_{21}}}{\frac{V_{31}}{V_{21}}} = \frac{V_{21}V_{32} - V_{22}V_{31}}{V_{31}} = -q_3$$

$$q_3 = -\frac{B}{A} = \frac{V_{22}V_{31} - V_{21}V_{32}}{V_{31}} = V_{22} - V_{21} \frac{V_{32}}{V_{31}}$$

$$\frac{D}{C} = \frac{V_{42} - \frac{V_{22}V_{41}}{V_{21}}}{\frac{V_{41}}{V_{21}}} = \frac{V_{21}V_{42} - V_{22}V_{41}}{V_{41}} = -q_4$$

$$q_4 = -\frac{D}{C} = \frac{V_{22}V_{41} - V_{21}V_{42}}{V_{41}} = V_{22} - V_{21} \frac{V_{42}}{V_{41}}$$

$$\frac{F}{E} = \frac{V_{52} - \frac{V_{22}V_{51}}{V_{21}}}{\frac{V_{51}}{V_{21}}} = \frac{V_{21}V_{52} - V_{22}V_{51}}{V_{51}} = -q_5$$

$$q_5 = -\frac{F}{E} = \frac{V_{22}V_{51} - V_{21}V_{52}}{V_{51}} = V_{22} - V_{21} \frac{V_{52}}{V_{51}}$$

$$\frac{H}{G} = \frac{V_{62} - \frac{V_{22}V_{61}}{V_{21}}}{\frac{V_{61}}{V_{21}}} = \frac{V_{21}V_{62} - V_{22}V_{61}}{V_{61}} = -q_6$$

$$q_6 = -\frac{H}{G} = \frac{V_{22}V_{61} - V_{21}V_{62}}{V_{61}} = V_{22} - V_{21} \frac{V_{62}}{V_{61}} .$$

Para el centro q_4 existe una situación especial, pues en las siguientes secciones el valor del parámetro C se considerará igual a cero, debido a que su valor en la práctica se puede hacer muy pequeño, esta aproximación reduce la complejidad del sistema convirtiéndolo de uno de tres dimensiones a uno de dos. En esta simplificación q_4 no tiene representación geométrica, pues el valor de q_4 se vuelve infinito y no se involucra en la solución del sistema.

A continuación se presentan algunos procesos matemáticos que relacionan las lecturas de potencia en los diodos, con el coeficiente de reflexión en el DBP [Dueñas, 1995]. Se presenta también la matemática empleada por Yeo [Yeo, 1988] para la calibración con cuatro estándares y su primer modificación [Bonilla, 2005, Dueñas, 2007].

A.2.- Relaciones funcionales entre P y Γ para la síntesis

Combinando los valores absolutos de las ecuaciones (A.12 a A.15), la relación entre las diferentes lecturas de potencia y Γ_2 (Fig. A.1) se expresa mediante la transformación bilineal siguiente:

$$\bar{P}_k = \left| \frac{I_k a_2 + J_k b_2}{C a_2 + D b_2} \right| = \left| \frac{I_k \Gamma_2 + J_k}{C \Gamma_2 + D} \right|; \quad \text{para } k = 3, 5 \text{ y } 6 \quad (\text{A.16})$$

donde $\bar{P}_k = P_k / P_4^{1/2}$ es la raíz cuadrada de la potencia en los puertos 3, 5 y 6 normalizada a la potencia en el puerto 4. Donde las potencias en los puertos de los diodos son el cuadrado del valor absoluto de la señal b que sale de ese puerto.

Asimismo, de las ecuaciones (A.12-A.14), con las respuestas de potencia en los puertos 3, 5 y 6 forma el sistema de ecuaciones siguiente:

$$P_3 = |b_3|^2 = |A a_2 + B b_2|^2 = |A|^2 |b_2|^2 \left| \Gamma_2 + \frac{B}{A} \right|^2 = |A|^2 |b_2|^2 |\Gamma_2 - q_3|^2, \quad (\text{A.17})$$

$$P_5 = |b_5|^2 = |E a_2 + F b_2|^2 = |E|^2 |b_2|^2 \left| \Gamma_2 + \frac{F}{E} \right|^2 = |E|^2 |b_2|^2 |\Gamma_2 - q_5|^2, \quad (\text{A.18})$$

$$P_6 = |b_6|^2 = |G a_2 + H b_2|^2 = |G|^2 |b_2|^2 \left| \Gamma_2 + \frac{H}{G} \right|^2 = |G|^2 |b_2|^2 |\Gamma_2 - q_6|^2. \quad (\text{A.19})$$

Y de la respuesta de potencia en el puerto 4 se tiene que

$$P_4 = |b_4|^2 = |C a_2 + D b_2|^2 = |C|^2 |b_2|^2 \left| \Gamma_2 + \frac{D}{C} \right|^2 = |C|^2 |b_2|^2 |\Gamma_2 - q_4|^2. \quad (\text{A.20})$$

La solución de este sistema para Γ_2 , representa, un problema de geometría tridimensional cuyas ecuaciones (desarrolladas a partir de la ecuación A.16) son

$$\bar{P}_3 = \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{1/2} = \frac{|A a_2 + B b_2|}{|C a_2 + D b_2|} = \frac{\left| A \frac{a_2}{b_2} + B \right|}{\left| C \frac{a_2}{b_2} + D \right|} = \frac{|A| \left| \Gamma_2 + \frac{B}{A} \right|}{|C| \left| \Gamma_2 + \frac{D}{C} \right|} = \frac{|A|}{|C|} \left| \frac{\Gamma_2 - q_3}{\Gamma_2 - q_4} \right|, \quad (\text{A.21})$$

$$\bar{P}_5 = \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^{1/2} = \frac{|E a_2 + F b_2|}{|C a_2 + D b_2|} = \frac{\left| E \frac{a_2}{b_2} + F \right|}{\left| C \frac{a_2}{b_2} + D \right|} = \frac{|E| \left| \Gamma_2 + \frac{F}{E} \right|}{|C| \left| \Gamma_2 + \frac{D}{C} \right|} = \frac{|E|}{|C|} \left| \frac{\Gamma_2 - q_5}{\Gamma_2 - q_4} \right|, \quad (\text{A.22})$$

$$\bar{P}_6 = \left(\frac{P_6}{P_4} \right)^{1/2} = \frac{|Ga_2 + Hb_2|}{|Ca_2 + Db_2|} = \frac{\left| G \frac{a_2}{b_2} + H \right|}{\left| C \frac{a_2}{b_2} + D \right|} = \frac{|G|}{|C|} \left| \frac{\Gamma_2 + \frac{H}{G}}{\Gamma_2 + \frac{D}{C}} \right| = \frac{|G|}{|C|} \left| \frac{\Gamma_2 - q_6}{\Gamma_2 - q_4} \right|. \quad (\text{A.23})$$

Este problema de geometría tridimensional puede ser resuelto en forma más conveniente en dos dimensiones.

Así, si en la ecuación de la potencia en el puerto 4 (A.20) se introduce una aproximación considerando a la constante C igual a cero, ésta se puede reescribir como

$$P_4 = |b_4|^2 = |Db_2|^2 = |D|^2 |b_2|^2$$

y si luego se divide a las ecuaciones (A.17-A.19) entre ésta, se obtiene, en términos de mediciones de potencia relativa, el sistema en dos dimensiones (plano complejo) de tres ecuaciones dado por

$$\bar{P}_3 = \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{1/2} = \frac{|Aa_2 + Bb_2|}{|Db_2|} = \frac{\left| A \frac{a_2}{b_2} + B \right|}{\left| D \right|} = \frac{|A|}{|D|} \left| \frac{\Gamma_2 + \frac{B}{A}}{1} \right| = \frac{|A|}{|D|} |\Gamma_2 - q_3|$$

$$\bar{P}_5 = \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^{1/2} = \frac{|Ea_2 + Fb_2|}{|Db_2|} = \frac{\left| E \frac{a_2}{b_2} + F \right|}{\left| D \right|} = \frac{|E|}{|D|} \left| \frac{\Gamma_2 + \frac{F}{E}}{1} \right| = \frac{|E|}{|D|} |\Gamma_2 - q_5|$$

$$\bar{P}_6 = \left(\frac{P_6}{P_4} \right)^{1/2} = \frac{|Ga_2 + Hb_2|}{|Db_2|} = \frac{\left| G \frac{a_2}{b_2} + H \right|}{\left| D \right|} = \frac{|G|}{|D|} \left| \frac{\Gamma_2 + \frac{H}{G}}{1} \right| = \frac{|G|}{|D|} |\Gamma_2 - q_6|$$

de donde se obtienen

$$|\Gamma_2 - q_3|^2 = \left| \frac{D}{A} \right|^2 \left(\frac{P_3}{P_4} \right) = \left| \frac{D}{A} \right|^2 \left| \frac{b_3}{b_4} \right|^2, \quad (\text{A.24})$$

$$|\Gamma_2 - q_5|^2 = \left| \frac{D}{E} \right|^2 \left(\frac{P_5}{P_4} \right) = \left| \frac{D}{E} \right|^2 \left| \frac{b_5}{b_4} \right|^2, \quad (\text{A.25})$$

$$|\Gamma_2 - q_6|^2 = \left| \frac{D}{G} \right|^2 \left(\frac{P_6}{P_4} \right) = \left| \frac{D}{G} \right|^2 \left| \frac{b_6}{b_4} \right|^2. \quad (\text{A.26})$$

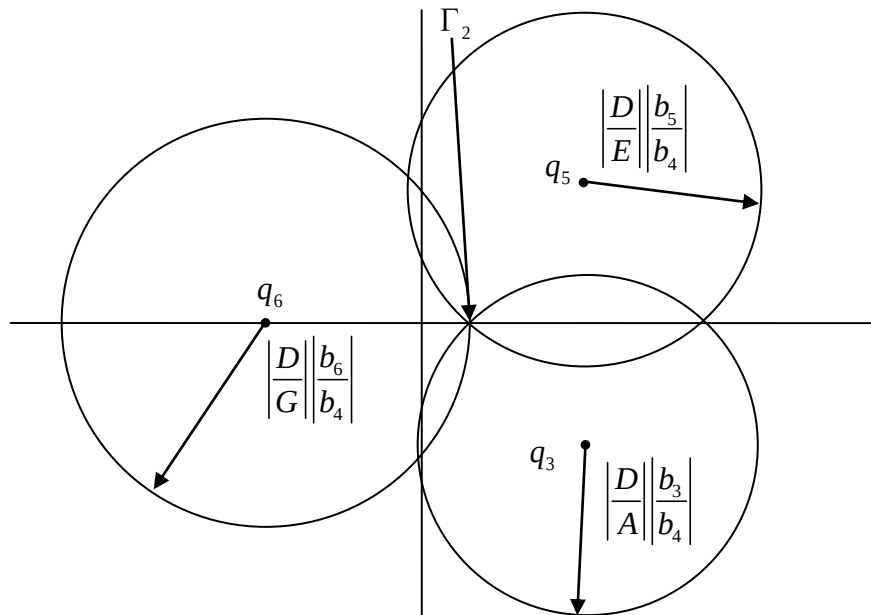


Figura A.2 Circunferencias en el plano complejo Γ_2 para una estructura hexaportal.

Cada una de estas ecuaciones representa a una circunferencia donde los q son sus centros, $\left| \frac{D}{X} \right|^2 \left| \frac{b_x}{b_4} \right|^2$, son los cuadrados de los radios y $X = A, E$ o G para $x = 3, 5$ o 6 respectivamente, como se observa en la Fig. A.2.

A.3.- Relaciones funcionales entre P y Γ para la calibración con tres parámetros intermedios

Una forma conveniente de resolver el problema de la calibración (la obtención de los once parámetros de calibración) se logra efectuando la transformación P - Γ en fracciones. Introduciendo un parámetro intermedio, la transformación se puede separar en dos partes. Este tipo de estrategia ha sido usada por varios autores, por ejemplo: Engen [Engen, 1978] emplea tres parámetros intermedios para convertir la red hexaportal, de seis a cuatro puertos. Aquí se presenta la técnica empleada por Yeo [Yeo, 1988], en la que también emplea tres parámetros intermedios que facilitan la obtención de cuatro constantes complejas (ocho reales).

Para la calibración con estos tres parámetros intermedios, se replantea la ecuación (A.16), elevando al cuadrado ambos términos, factorizando el numerador con respecto a la variable J_k y el denominador con respecto a la variable D (extrayendo a ambas como un multiplicador externo) y sustituyendo $\Gamma_i = \Gamma_2$ para $(i = 0, 1, 2 \text{ y } 3)$, correspondiente a cuatro estándares de calibración diferentes y conocidos (una carga acoplada, y tres terminaciones de reactancia variable una de ellas en circuito corto) para así obtener

$$\frac{P_k}{P_4} = |B_k| \left| \frac{A_k \Gamma_i + 1}{A_4 \Gamma_i + 1} \right|^2; \text{ para } k = 3, 5 \text{ y } 6 \quad (\text{A.27})$$

donde $A_k = I_k/J_k$, $A_4 = C/D$, $|B_k| = |J_k/D|^2$ para $k = 3, 5$ y 6 .

La obtención de los once parámetros de calibración se logra de la manera siguiente: las tres constantes escalares conocidas como B_k , $|B_3|$, $|B_5|$, $|B_6|$ son iguales a las relaciones de potencia sensadas por los detectores $\left(\frac{P_3}{P_4}, \frac{P_5}{P_4}, \frac{P_6}{P_4} \right)$ respectivamente, cuando en el puerto de medición se conecta una carga acoplada $\Gamma_0 = 0$.

Las restantes cuatro constantes de calibración complejas (ocho reales), conocidas como A_k , A_3 , A_4 , A_5 , A_6 se obtienen de la solución de un sistema no lineal de ecuaciones, que genera tres circunferencias en cuatro planos (uno por cada A_k que corresponde con cada uno de los diodos detectores). El valor A_k es el punto de cruce único de las tres circunferencias, donde el centro y el radio de cada circunferencia se relaciona con un circuito corto (en 0° , 120° y 240°). La ecuación para los coeficientes de reflexión de estos circuitos cortos se expresa como

$$\Gamma_i = \exp[j \pi - \phi_i]; \text{ para } i = 1, 2 \text{ y } 3 \quad (\text{A.28})$$

donde $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \phi_1 + \frac{2\pi}{3}$ y $\phi_3 = \phi_1 - \frac{2\pi}{3}$, son las desviaciones angulares que al restarse de 180° (π) dan los valores angulares de los coeficientes de reflexión de 180° , 60° y -60° , de los circuitos cortos en 0° , en 120° y 240° , respectivamente.

Así, substituyendo la ecuación (A.28) en la ecuación (A.27) se tiene

$$\begin{aligned} \frac{P_k}{P_4} &= |B_k| \left| \frac{A_k \Gamma_i + 1}{A_4 \Gamma_i + 1} \right|^2 = |B_k| \left| \frac{A_k \exp[j \pi - \phi_i] + 1}{A_4 \exp[j \pi - \phi_i] + 1} \right|^2 = |B_k| \left| \frac{-A_k \exp[-j \phi_i] + 1}{-A_4 \exp[-j \phi_i] + 1} \right|^2 \\ \frac{P_k}{P_4} &= |B_k| \left| \frac{\frac{-A_k}{\exp[j \phi_i]} + 1}{\frac{-A_4}{\exp[j \phi_i]} + 1} \right|^2 = |B_k| \left| \frac{\frac{-A_k}{\exp[j \phi_i]} + \frac{\exp[j \phi_i]}{\exp[j \phi_i]}}{\frac{-A_4}{\exp[j \phi_i]} + \frac{\exp[j \phi_i]}{\exp[j \phi_i]}} \right|^2 = |B_k| \left| \frac{\frac{-A_k + \exp[j \phi_i]}{\exp[j \phi_i]}}{\frac{-A_4 + \exp[j \phi_i]}{\exp[j \phi_i]}} \right|^2 \end{aligned}$$

$$\frac{P_k}{P_4} = |B_k| \left| \frac{-\left(\frac{A_k - \exp[j \phi_i]}{\exp[j \phi_i]} \right)}{-\left(\frac{A_4 - \exp[j \phi_i]}{\exp[j \phi_i]} \right)} \right|^2 = |B_k| \left| \frac{A_k - \exp[j \phi_i]}{A_4 - \exp[j \phi_i]} \right|^2$$

$$\frac{P_k}{P_4} = |B_k| \left| \frac{A_k - \exp[j \phi_i]}{A_4 - \exp[j \phi_i]} \right|^2,$$

y reagrupando se obtiene

$$\frac{1}{R_{ki}} |A_k - \exp[j \phi_i]| = x_i; \quad \text{para } k = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i = 1, 2 \text{ y } 3 \quad (\text{A.29})$$

donde x_1 , x_2 y x_3 son tres parámetros intermedios que no dependen del valor de k y donde

$$R_{ki} = \left| \frac{1}{|B_k|} \left(\frac{P_k}{P_4} \right)_i \right|^{\frac{1}{2}}; \quad \text{para } k = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i = 1, 2 \text{ y } 3 \quad (\text{A.30})$$

esto es, la raíz cuadrada de la relación obtenida al dividir la lectura P_k/P_4 tomada con $\Gamma = \Gamma_i$ $i = 1, 2$ y 3 entre la lectura tomada con $\Gamma_0 = 0$. Cabe destacar que para $k = 4$ (puerto de potencia de referencia o normalización), las R_{4i} $i = 1, 2$ y 3 se normalizan a 1.

Una vez más, la ecuación (A.29) representa un sistema en dos dimensiones de doce ecuaciones que describen cada una un círculo (que se puede interpretar mejor en la reescritura que se da enseguida en la ecuación (A.31)) en el plano complejo A_k . Recordando que para cada valor de k se asocian tres círculos (o circunferencias) cuya intersección común proporciona las constantes A_k .

$$|A_k - \exp[j \phi_i]| = R_{ki} x_i; \quad \text{para } k = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \text{ e } i = 1, 2 \text{ y } 3, \quad (\text{A.31})$$

donde $R_{ki} x_i$ son los radios de las circunferencias, $\exp[j \phi_i]$ son sus centros y A_k son las constantes de calibración por definir. En la Fig. A.3 se muestra la distribución de estas circunferencias para un plano A_k cualesquiera.

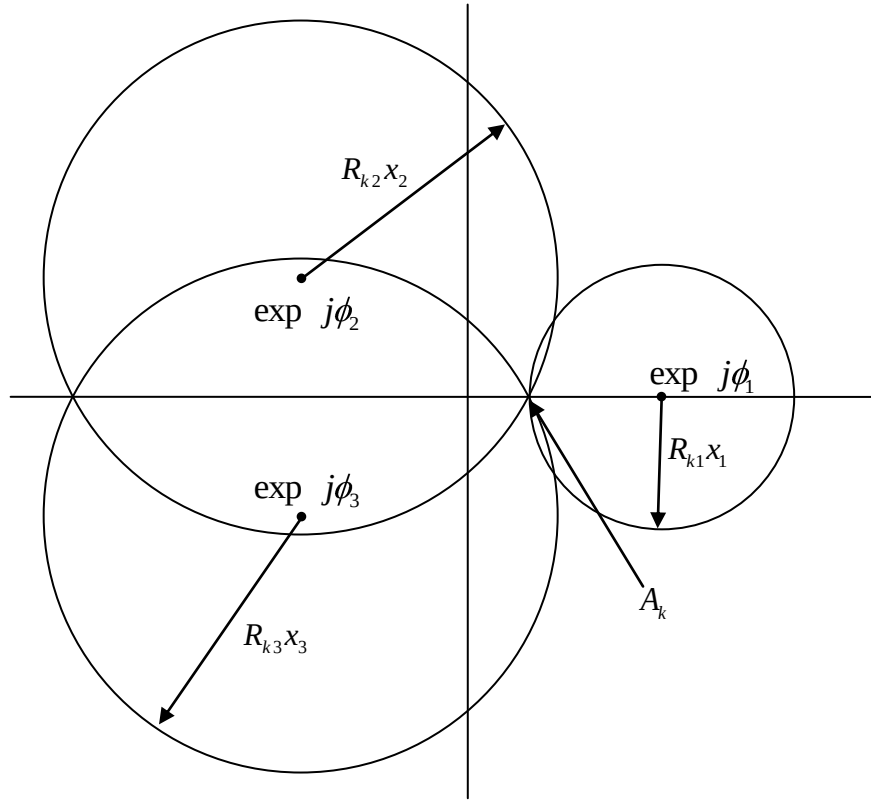


Figura A.3 Circunferencias en el plano complejo A_k .

Es muy importante tener en cuenta que aunque la ubicación de los centros es muy parecida a la que se obtiene cuando se estudia la estructura hexaportal para la medición (Fig. A.2), en dicho caso el plano complejo es Γ_{DBP} , y no A_k . Además, en ese caso se consideran como conocidos los valores de las constantes de calibración $A-H$ (que definen los parámetros de calibración A_k y $|B_k|$) y sólo se busca el coeficiente de reflexión del DBP conectado en el puerto de medición. En cambio, en relación con la Fig. A.3, lo que se conoce son los coeficientes de reflexión de los estándares (que se conectarán secuencialmente en el puerto de medición) y se busca encontrar las tres constantes escalares $|B_k|$ y las cuatro constantes complejas A_k para llevar a cabo la calibración de reflectómetro.

APÉNDICE B. Análisis gráfico de las áreas de incertidumbre generadas por variaciones en las longitudes de los radios y en las posiciones angulares de los centros de círculos que se ubican en el plano complejo. Nota: Por razones de visualización gráfica, en este apéndice no se pudieron respetar los márgenes especificados en el formato de tesis del MyDCI.

En este apéndice se estudia la variación de las áreas de incertidumbre debida a la medición de cinco DBPs o estándares de calibración diferentes (circuito abierto, carga acoplada, carga con reactancia inductiva unitaria, carga con reactancia capacitiva unitaria y circuito corto), a la variación en la longitud de los radios de los círculos (generada por imperfecciones en el diseño y la construcción de la estructura hexaportal, así como al ruido e inexactitudes numéricas) y a la posición angular de los centros (considerados aquí con un valor de magnitud igual). Este estudio es más extenso que el presentado originalmente en [Dueñas, 1995].

Cuando se realiza una medición, el área de incertidumbre generada por el cruce de circunferencias o círculos, es la región dentro de la cual se ubica el valor del coeficiente de reflexión del dispositivo bajo prueba (Γ_{DBP}) o bien el parámetro complejo correspondiente a la técnica de calibración (por ejemplo A_k para la técnica de Yeo).

Aquí se presentan las áreas de incertidumbre que se tendrían al realizar las caracterizaciones de algunos DBPs pasivos específicos, ya sean éstos para la medición o para la calibración. Aquí se considera un grupo de DBPs que se utilizan indistintamente para la medición o para la calibración. Estos DBPs son los siguientes: el circuito abierto (representado en las figuras con el Punto A), la carga acoplada (Punto B), la carga con reactancia inductiva unitaria (Punto C), la carga con reactancia capacitiva unitaria (Punto D) y por último, el circuito corto (Punto E).

Para la obtención gráfica de estas áreas de incertidumbre se consideran dos aspectos: una variación de $\pm 5\%$ en las longitudes de los radios con respecto al valor exacto establecido para cada combinación de centro y DBP y la variación de las separaciones angulares entre los centros en $\pm 30^\circ$, $\pm 60^\circ$, $\pm 90^\circ$ y $\pm 120^\circ$, en donde para todos los casos la magnitud de estos centros es de 1.5. Igualmente, para todas las figuras aquí presentadas se considera que el valor del radio del círculo unitario en la gráfica (en donde se encuentran contenidos todos los DBPs pasivos), es de 3.175 cm.

B.1.- Gráficas de las áreas de incertidumbre para un circuito abierto

A continuación, se presentan las gráficas para el caso de una carga en circuito abierto, ($1 \angle 0^\circ$), punto A en todas las figuras (Figs. B1 a B4) donde los centros se separan a diferentes valores angulares. Junto a cada figura se agrega la especificación de la separación angular, el valor del radio en centímetros y su valor con referencia al radio

unitario (ambos valores obtenidos de la gráfica). Se especifica también pero en “negritas” el valor obtenido de manera analítica por medio de la trigonometría.

Distancias de los centros al punto A ($1 \angle 0^\circ$) para una separación angular de $\pm 30^\circ$, Fig. B.1:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 1.59 \text{ cm}$	0.5008 Unidades	0.5000
Radio del círculo con centro en	$30^\circ = 2.565 \text{ cm}$	0.8079 Unidades	0.8074
Radio del círculo con centro en	$-30^\circ = 2.565 \text{ cm}$	0.8079 Unidades	0.8074.

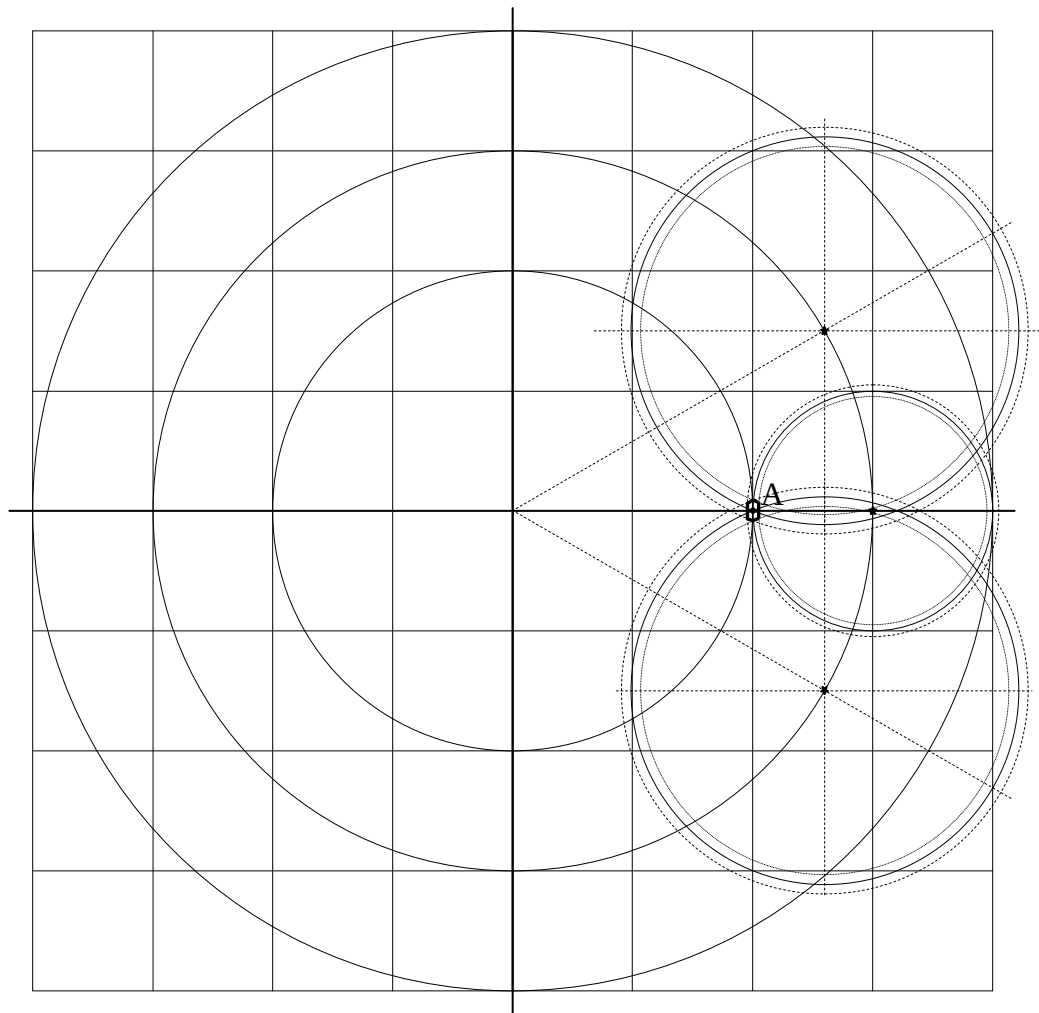


Figura B.1. Área de incertidumbre para un circuito abierto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 30^\circ$.

Distancias de los centros al punto A ($1 \angle 0^\circ$) para una separación angular de $\pm 60^\circ$,
Fig. B.2:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 1.59 \text{ cm}$	0.5008 Unidades	0.5000
Radio del círculo con centro en	$60^\circ = 4.20 \text{ cm}$	1.3228 Unidades	1.3229
Radio del círculo con centro en	$-60^\circ = 4.20 \text{ cm}$	1.3228 Unidades	1.3229

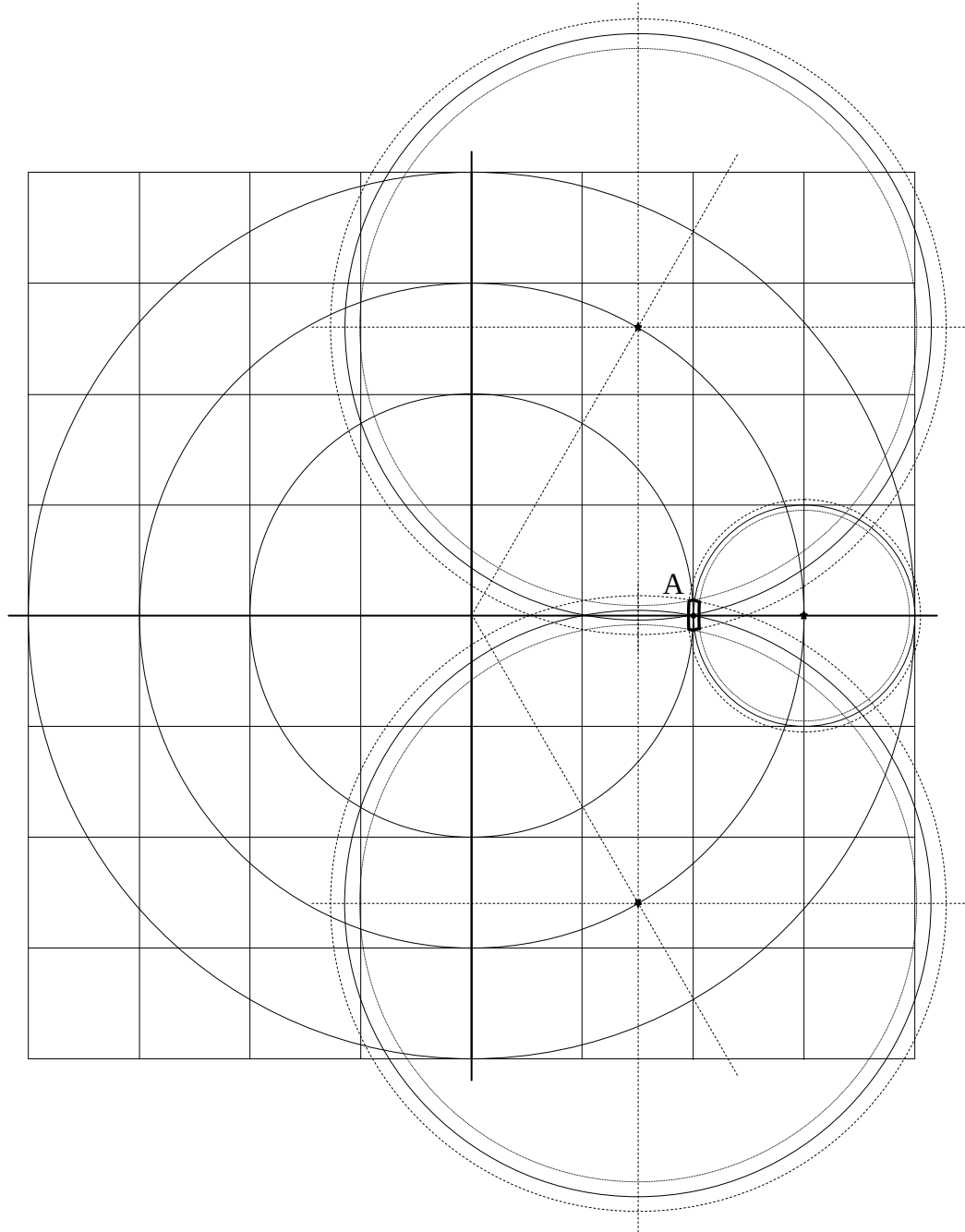


Figura B.2. Área de incertidumbre para un circuito abierto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 60^\circ$.

Distancias de los centros al punto A ($1 \angle 0^\circ$) para una separación angular de $\pm 90^\circ$,
Fig. B.3:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 1.59 \text{ cm}$	0.5008 Unidades	0.5000
Radio del círculo con centro en	$90^\circ = 5.725 \text{ cm}$	1.8031 Unidades	1.8028
Radio del círculo con centro en	$-90^\circ = 5.725 \text{ cm}$	1.8031 Unidades	1.8028.

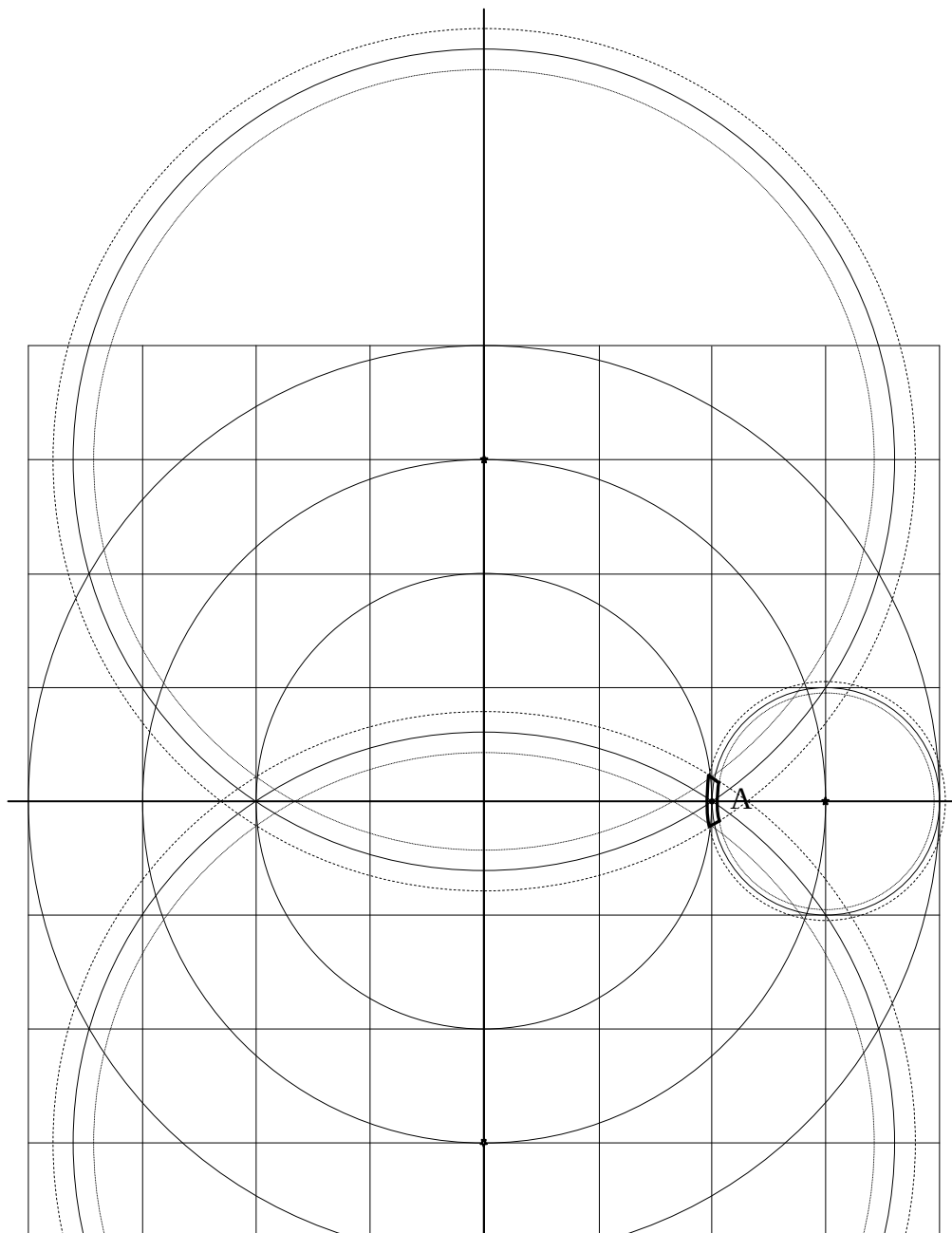


Figura B.3. Área de incertidumbre para un circuito abierto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 90^\circ$.



Distancias de los centros al punto A ($1 \angle 0^\circ$) para una separación angular de $\pm 120^\circ$, Fig. B.4:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 1.59 \text{ cm}$	0.5008 Unidades	0.5000
Radio del círculo con centro en	$120^\circ = 6.92 \text{ cm}$	2.1795 Unidades	2.1794
Radio del círculo con centro en	$-120^\circ = 6.92 \text{ cm}$	2.1795 Unidades	2.1794.

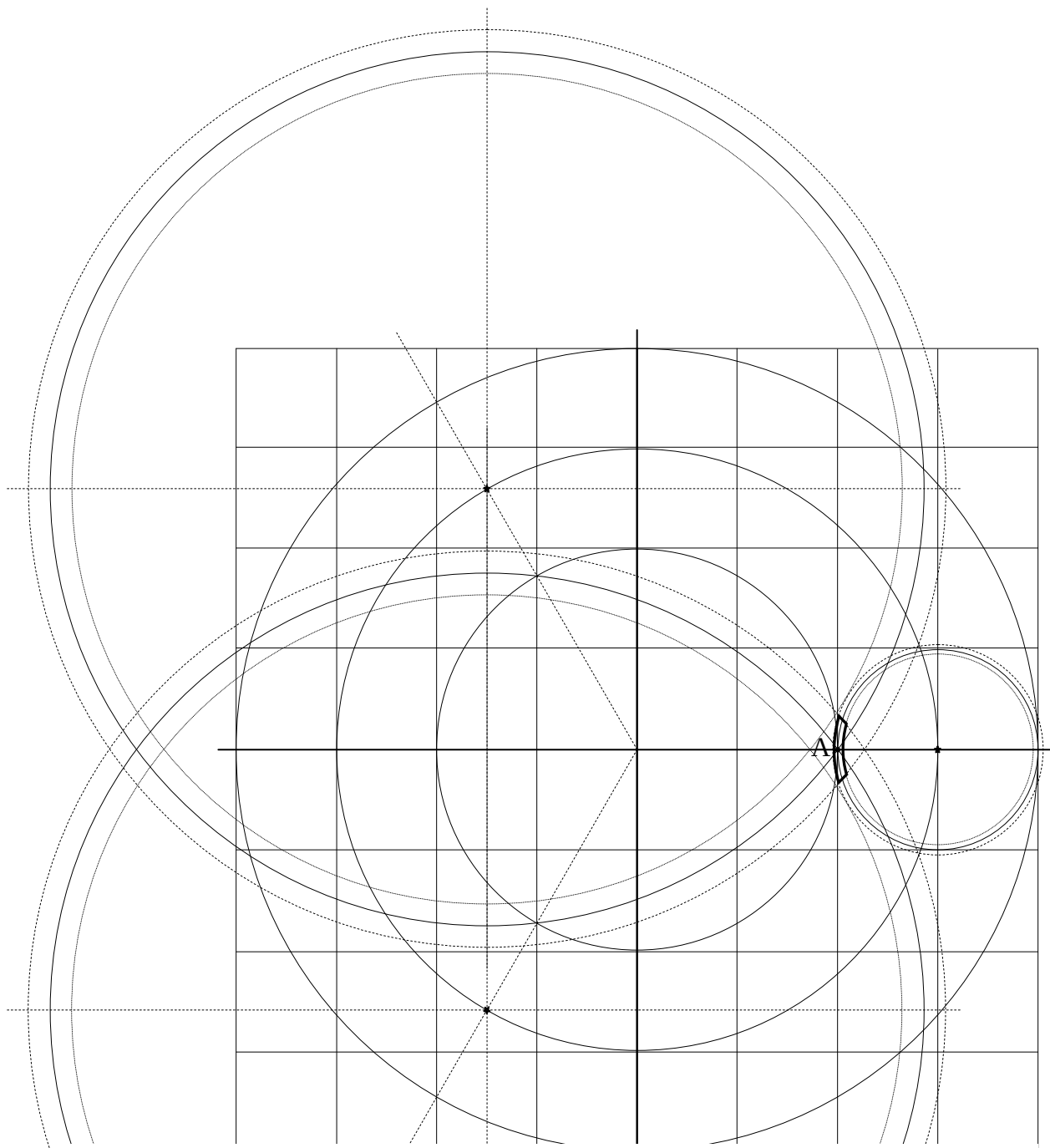


Figura B.4. Área de incertidumbre para un circuito abierto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 120^\circ$.

B.2.- Gráficas de las áreas de incertidumbre para una carga acoplada

A continuación, se presentan las gráficas para el caso de una carga acoplada, ($0 < 0^\circ$), punto B en todas las figuras (Figs. B5 a B8) donde los centros se separan a diferentes valores angulares. Junto a cada figura se agrega la especificación de la separación angular, el valor del radio en centímetros y su valor con referencia al radio unitario (ambos valores obtenidos de la gráfica). Se especifica también pero en “negritas” el valor obtenido de manera analítica por medio de la trigonometría. Distancias de los centros al punto B ($0 < 0^\circ$) para una separación angular de $\pm 30^\circ$, Fig. B.5:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 4.765 \text{ cm}$	1.5008 Unidades	1.5000
Radio del círculo con centro en	$30^\circ = 4.76 \text{ cm}$	1.4992 Unidades	1.5000
Radio del círculo con centro en	$-30^\circ = 4.76 \text{ cm}$	1.4992 Unidades	1.5000.

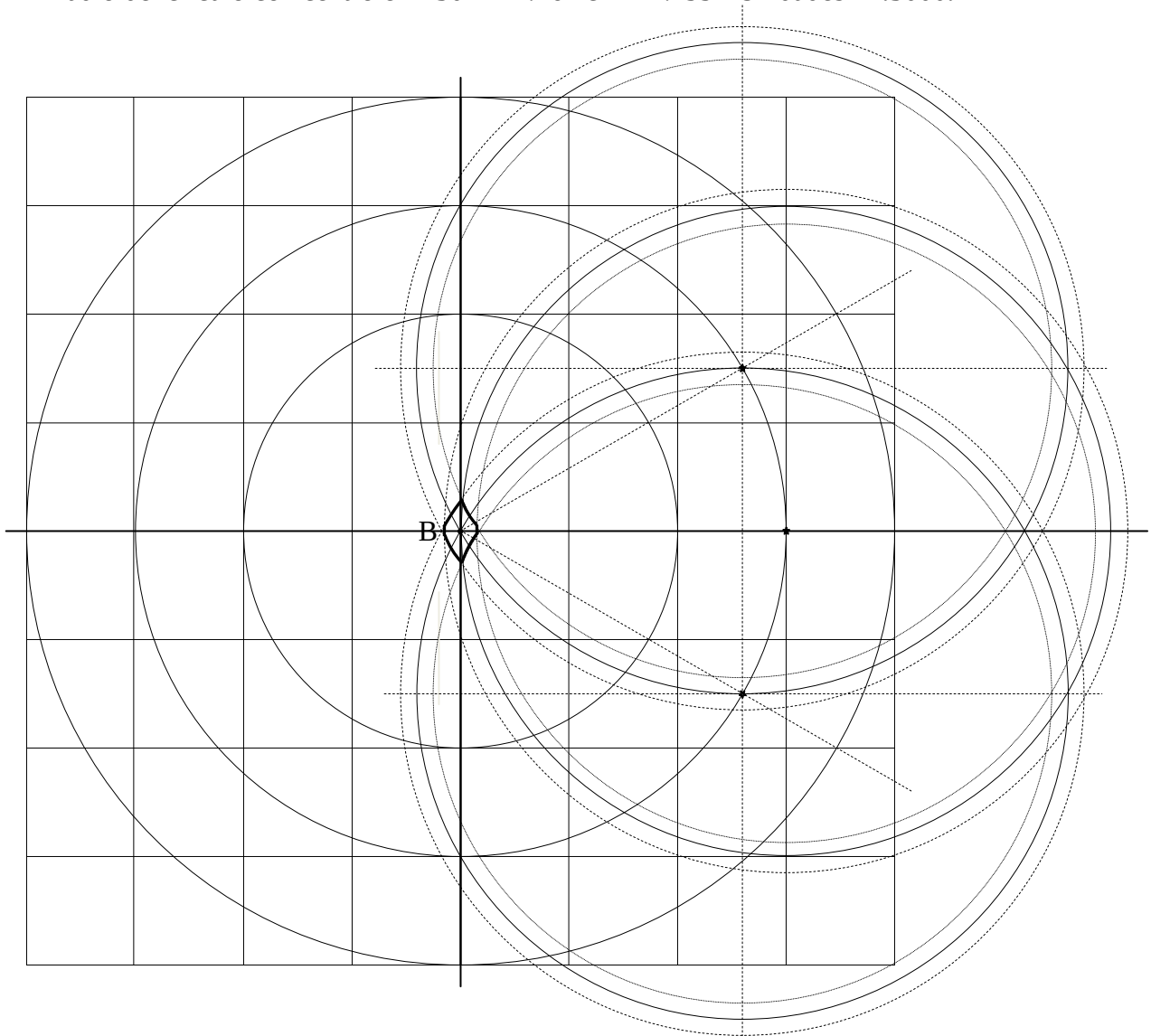


Figura B.5. Área de incertidumbre para una carga acoplada considerando una separación angular ente los centros de $\pm 30^\circ$.

Distancias de los centros al punto B ($0 \angle 0^\circ$) para una separación angular de $\pm 60^\circ$,
Fig. B.6:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 4.765 \text{ cm}$	1.5008 Unidades	1.5000
Radio del círculo con centro en	$60^\circ = 4.775 \text{ cm}$	1.5039 Unidades	1.5000
Radio del círculo con centro en	$-60^\circ = 4.775 \text{ cm}$	1.5039 Unidades	1.5000

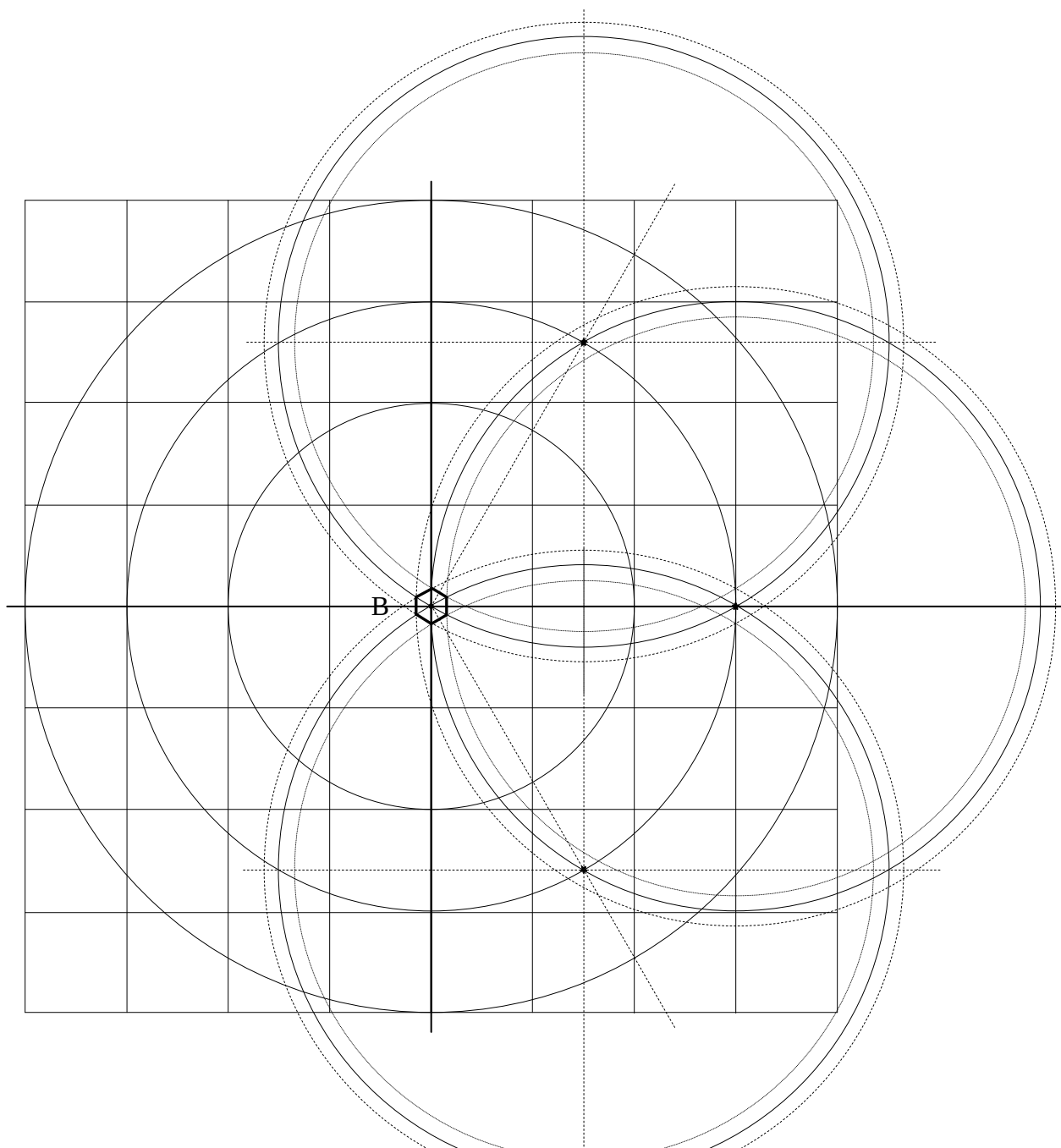


Figura B.6. Área de incertidumbre para una carga acoplada considerando una separación angular entre los centros de $\pm 60^\circ$.

Distancias de los centros al punto B ($0 \angle 0^\circ$) para una separación angular de $\pm 90^\circ$,
Fig. B.7:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 4.765 \text{ cm}$	1.5008 Unidades	1.5000
Radio del círculo con centro en	$90^\circ = 4.765 \text{ cm}$	1.5008 Unidades	1.5000
Radio del círculo con centro en	$-90^\circ = 4.765 \text{ cm}$	1.5008 Unidades	1.5000.

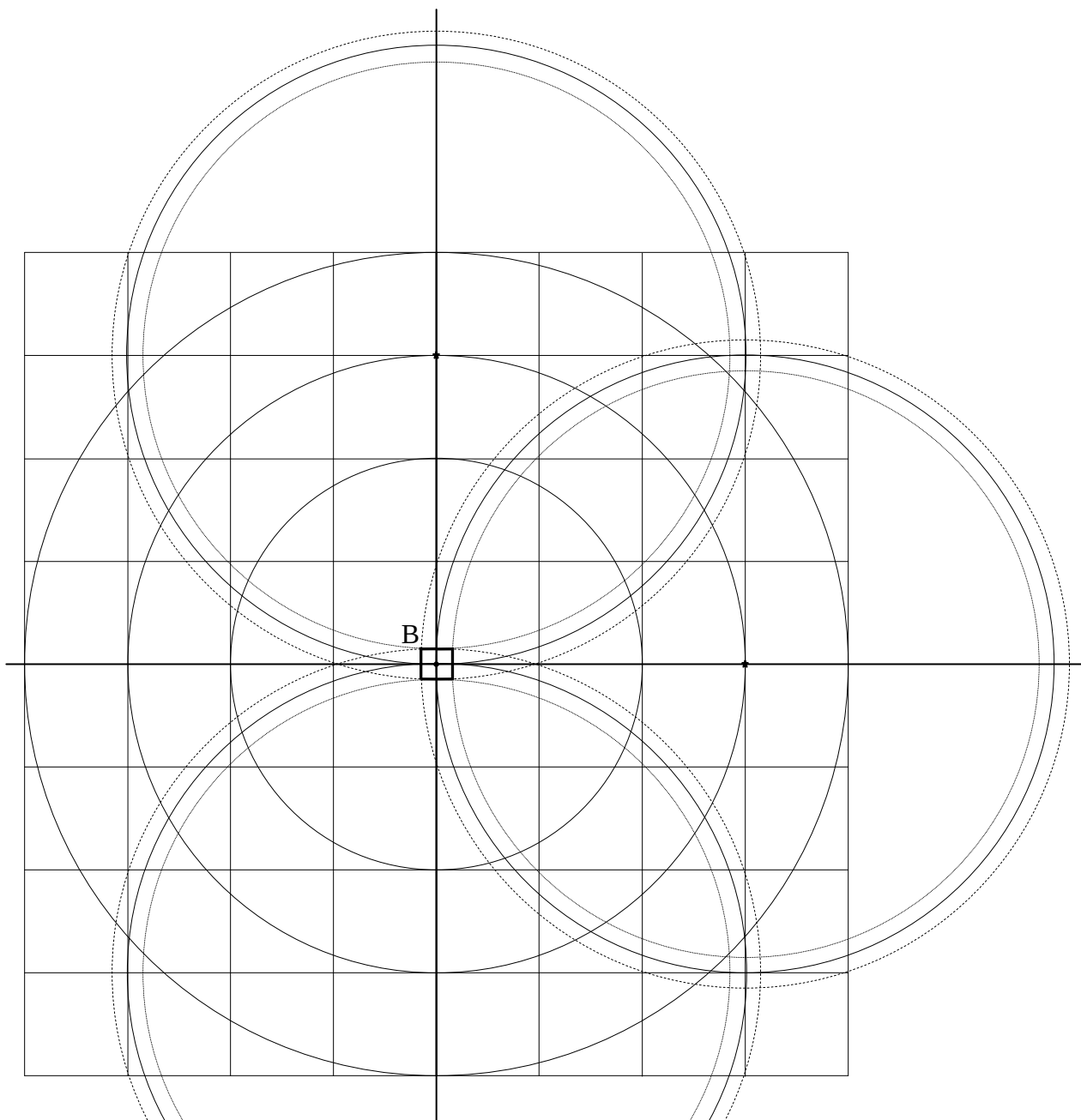


Figura B.7. Área de incertidumbre para una carga acoplada considerando una separación angular entre los centros de $\pm 90^\circ$.

Distancias de los centros al punto B ($0 \angle 0^\circ$) para una separación angular de $\pm 120^\circ$, Fig. B.8:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 4.765 \text{ cm}$	1.5008 Unidades	1.5000
Radio del círculo con centro en	$120^\circ = 4.775 \text{ cm}$	1.5039 Unidades	1.5000
Radio del círculo con centro en	$-120^\circ = 4.775 \text{ cm}$	1.5039 Unidades	1.5000.

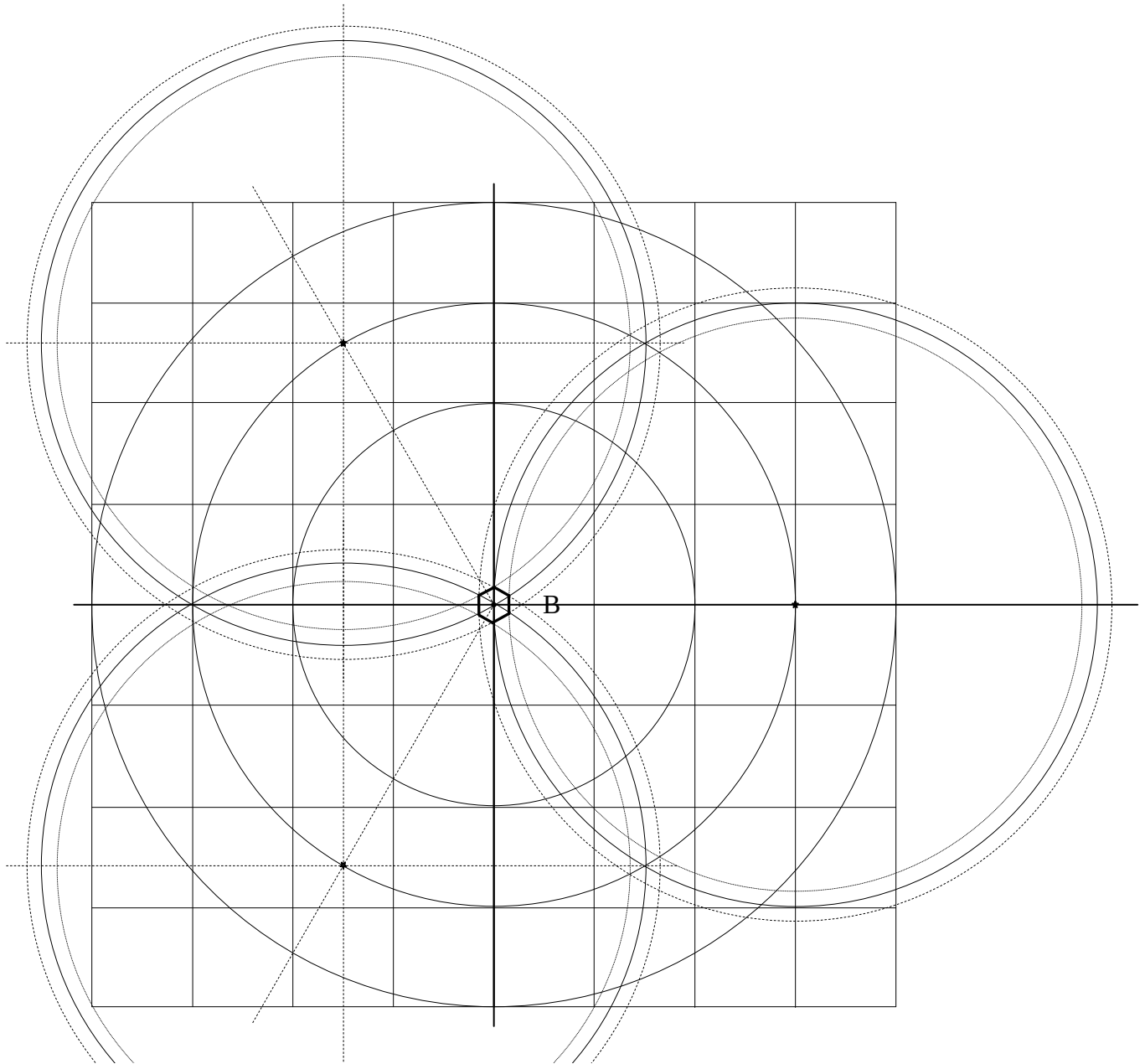


Figura B.8. Área de incertidumbre para una carga acoplada considerando una separación angular entre los centros de $\pm 120^\circ$.

B.3.- Gráficas de las áreas de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria

A continuación, se presentan las gráficas para el caso de una carga con reactancia inductiva unitaria, ($1 \angle 90^\circ$), punto C en todas las figuras (Figs. B9 a B12) donde los centros se separan a diferentes valores angulares. Junto a cada figura se agrega la especificación de la separación angular, el valor del radio en centímetros y su valor con referencia al radio unitario (ambos valores obtenidos de la gráfica). Se especifica también pero en “negritas” el valor obtenido de manera analítica por medio de la trigonometría.

Distancias de los centros al punto C ($1 \angle 90^\circ$) para una separación angular de $\pm 30^\circ$,
Fig. B.9:

Radio del círculo con centro en 0°	$= 5.725 \text{ cm}$	1.8031 Unidades	1.8028
Radio del círculo con centro en 30°	$= 4.20 \text{ cm}$	1.3228 Unidades	1.3229
Radio del círculo con centro en -30°	$= 6.925 \text{ cm}$	2.1811 Unidades	2.1794.

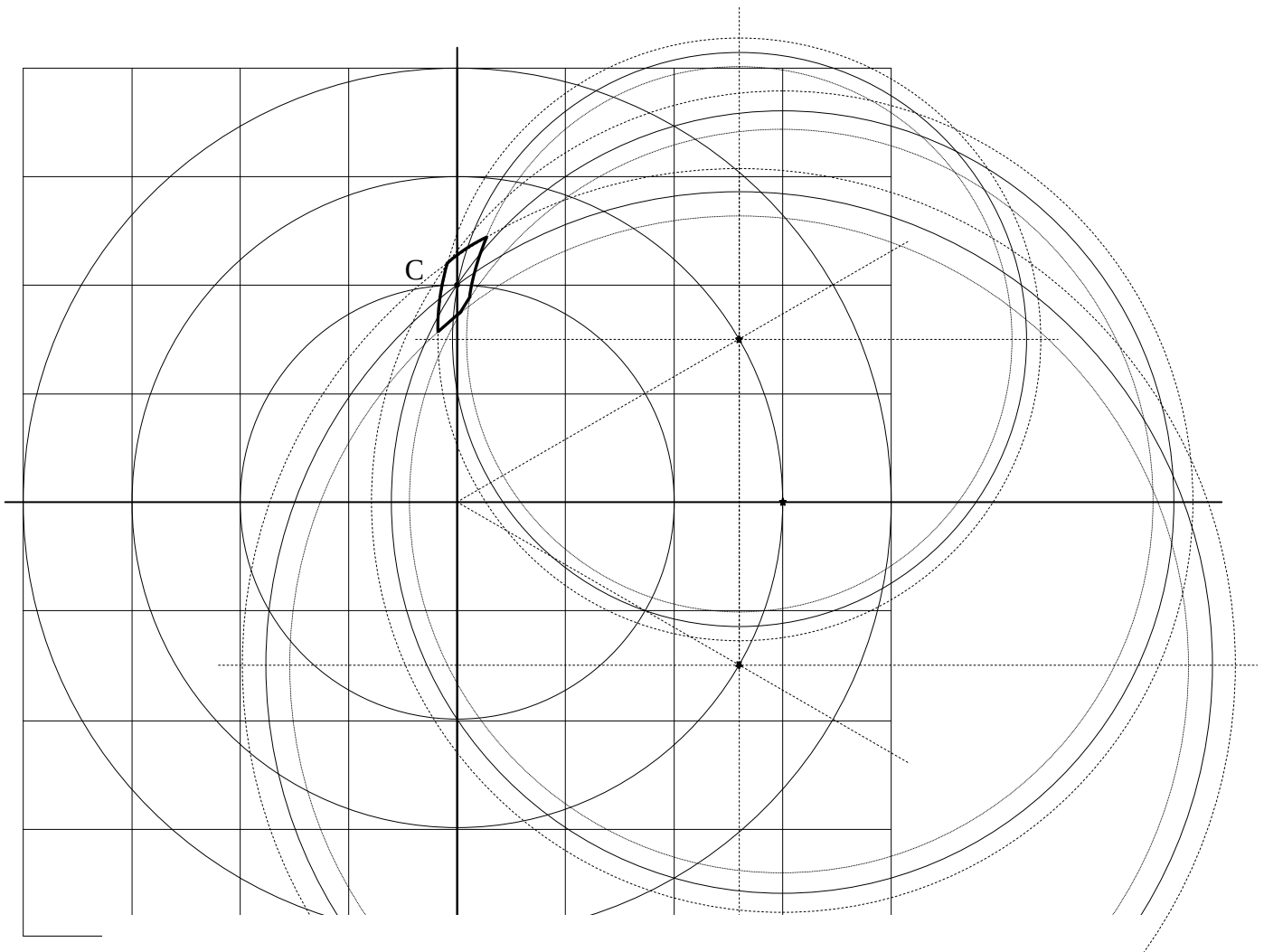


Figura B.9. Área de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria considerando una separación angular ente los centros de $\pm 30^\circ$.

Distancias de los centros al punto C ($1 \angle 90^\circ$) para una separación angular de $\pm 60^\circ$,
Fig. B.10:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 5.725 \text{ cm}$	1.8031 Unidades	1.8028
Radio del círculo con centro en	$60^\circ = 2.57 \text{ cm}$	0.8094 Unidades	0.8074
Radio del círculo con centro en	$-60^\circ = 7.69 \text{ cm}$	2.4220 Unidades	2.4183.

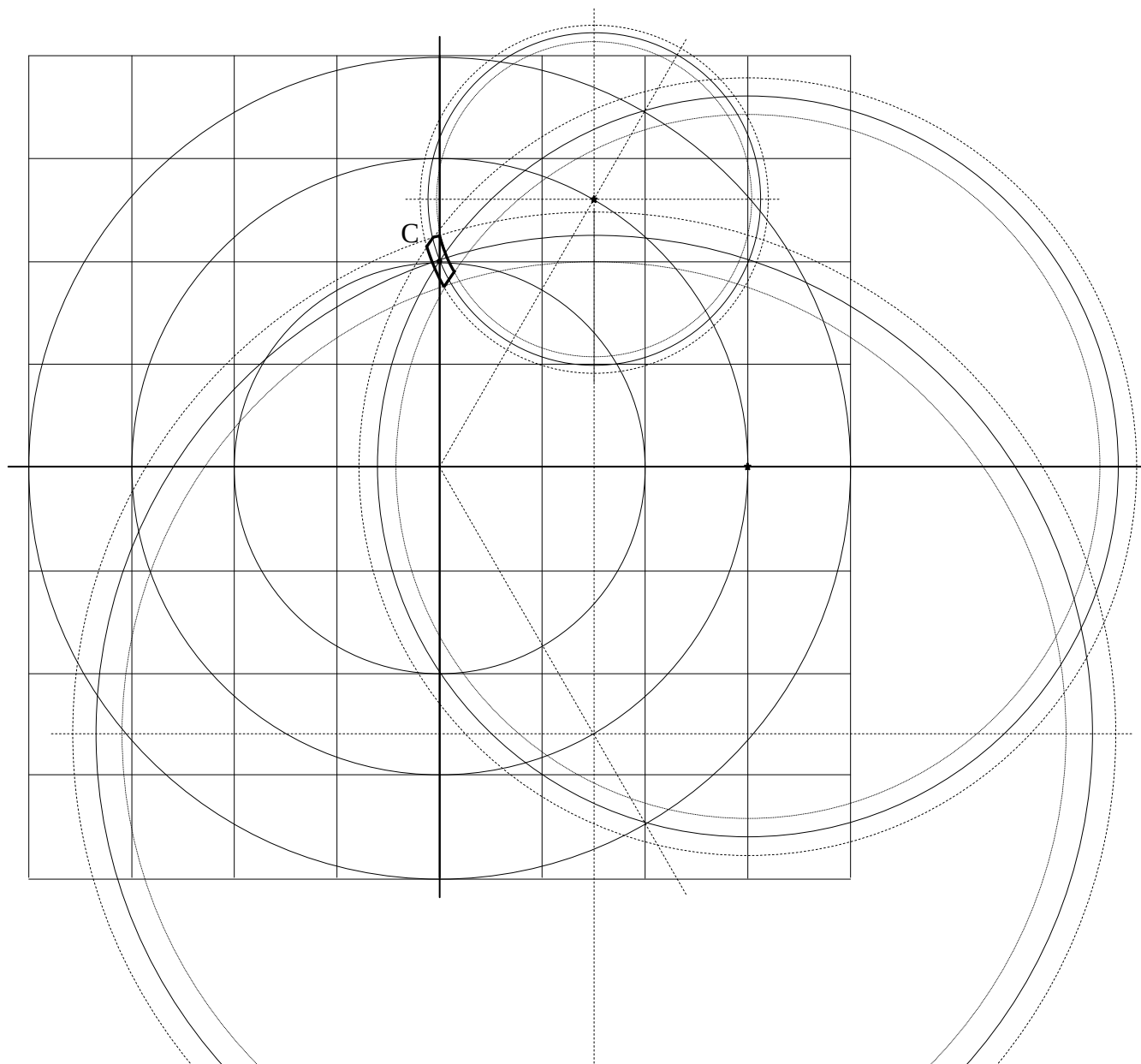


Figura B.10. Área de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria considerando una separación angular entre los centros de $\pm 60^\circ$.

Distancias de los centros al punto C ($1 \angle 90^\circ$) para una separación angular de $\pm 90^\circ$,
Fig. B.11:

Radio del círculo con centro en $0^\circ = 5.725$ cm	1.8031 Unidades	1.8028
Radio del círculo con centro en $90^\circ = 1.59$ cm	0.5008 Unidades	0.5000
Radio del círculo con centro en $-90^\circ = 7.945$ cm	2.5024 Unidades	2.5000

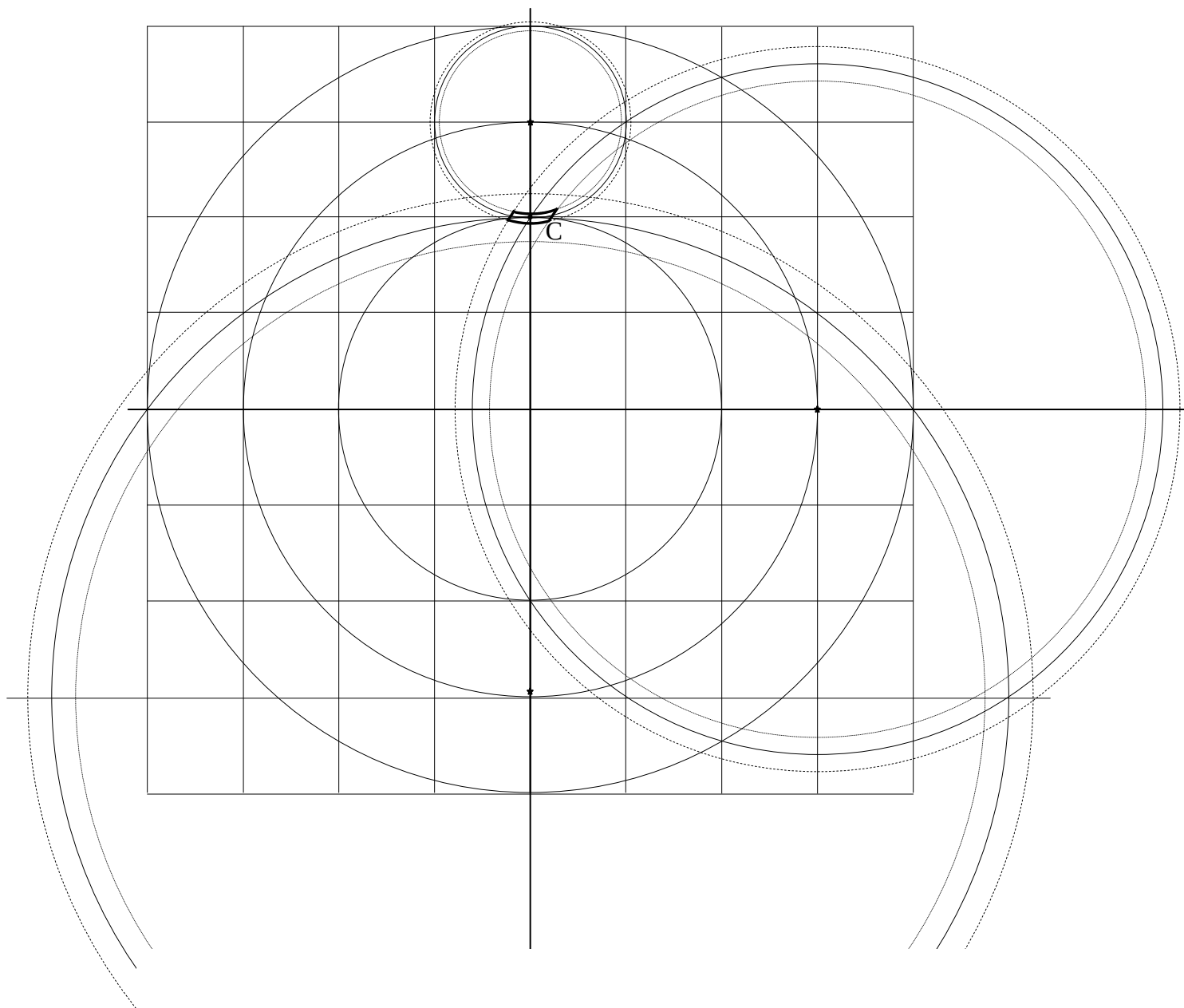


Figura B.11. Área de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria considerando una separación angular ente los centros de $\pm 90^\circ$.



Distancias de los centros al punto C ($1 \angle 90^\circ$) para una separación angular de $\pm 120^\circ$, Fig. B.12:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 5.725 \text{ cm}$	1.8031 Unidades	1.8028
Radio del círculo con centro en	$120^\circ = 2.57 \text{ cm}$	0.8094 Unidades	0.8074
Radio del círculo con centro en	$-120^\circ = 7.69 \text{ cm}$	2.4220 Unidades	2.4183.

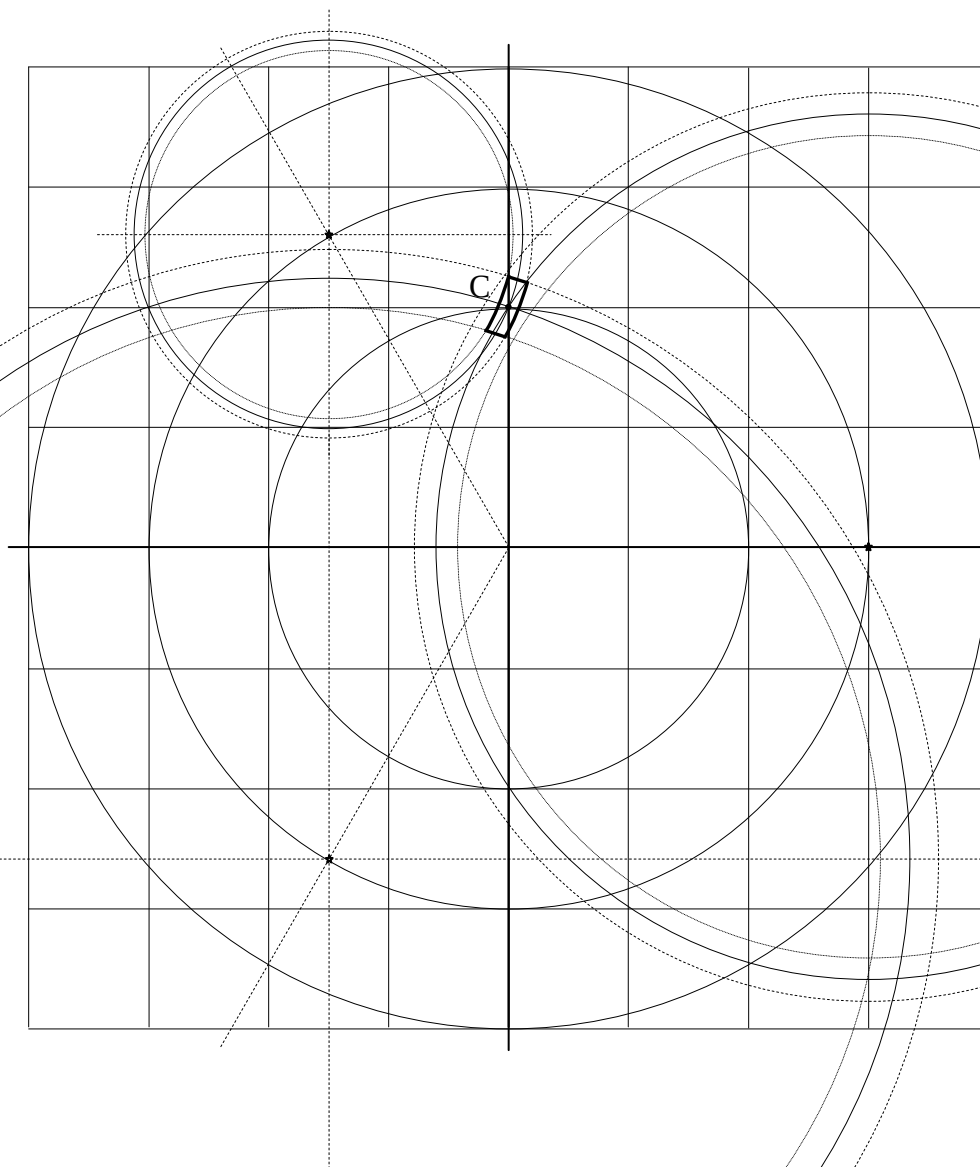


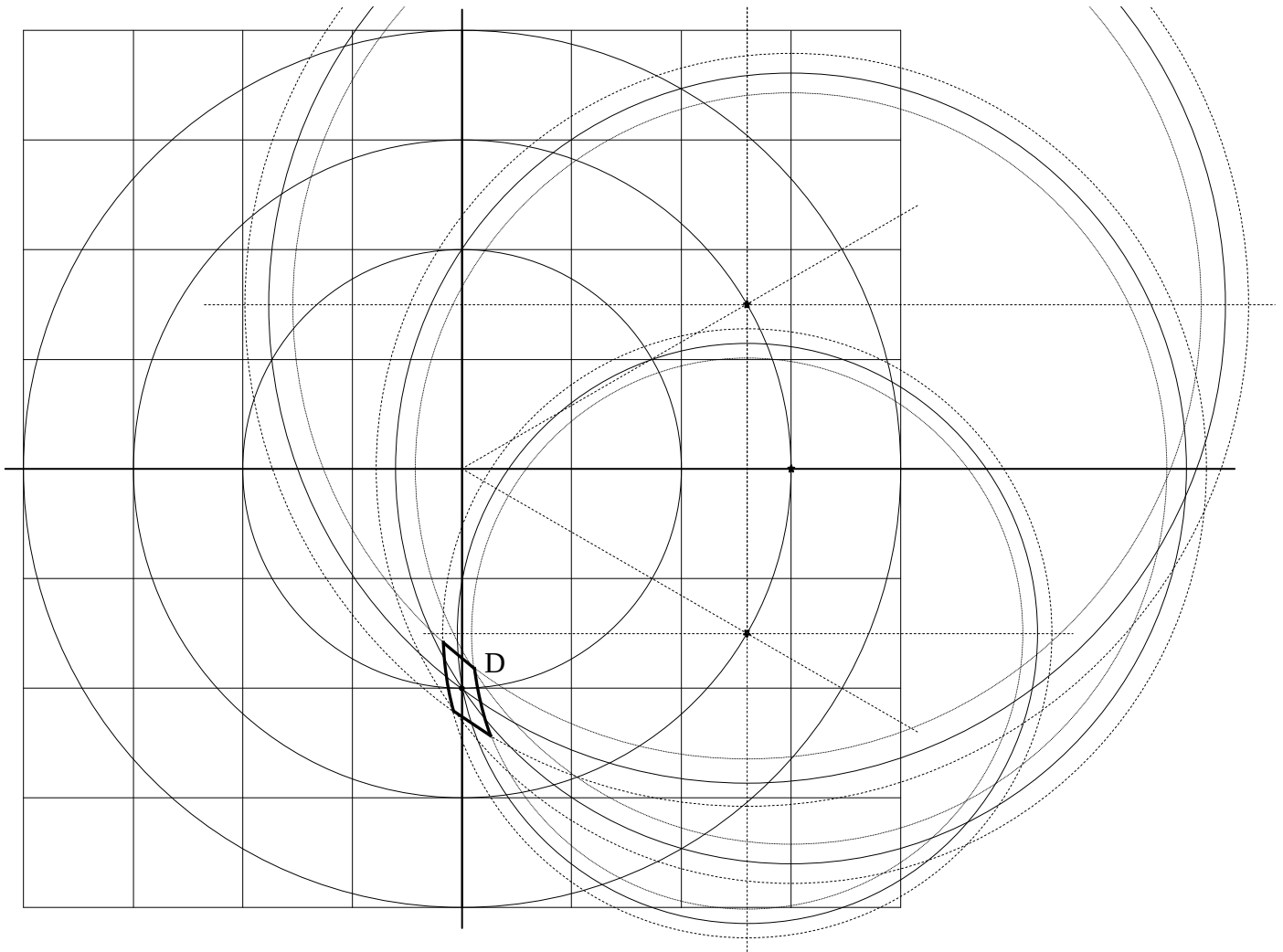
Figura B.12. Área de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria considerando una separación angular entre los centros de $\pm 120^\circ$.

B.4.- Gráficas de las áreas de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria

A continuación, se presentan las gráficas para el caso de una carga con reactancia capacitiva unitaria, ($1 \angle -90^\circ$), punto C en todas las figuras (Figs. B13 a B16) donde los centros se separan a diferentes valores angulares. Junto a cada figura se agrega la especificación de la separación angular, el valor del radio en centímetros y su valor con referencia al radio unitario (ambos valores obtenidos de la gráfica). Se especifica también pero en “negritas” el valor obtenido de manera analítica por medio de la trigonometría. Distancias de los centros al punto D ($1 \angle -90^\circ$) para una separación angular de $\pm 30^\circ$, Fig. B.13:

Radio del círculo con centro en 0°	= 5.725 cm	1.8031 Unidades	1.8028
Radio del círculo con centro en 30°	= 6.925 cm	2.1811 Unidades	2.1794
Radio del círculo con centro en -30°	= 4.20 cm	1.3228 Unidades	1.3229.

Figura B.13. Área de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria considerando una separación angular ente los centros de $\pm 30^\circ$.

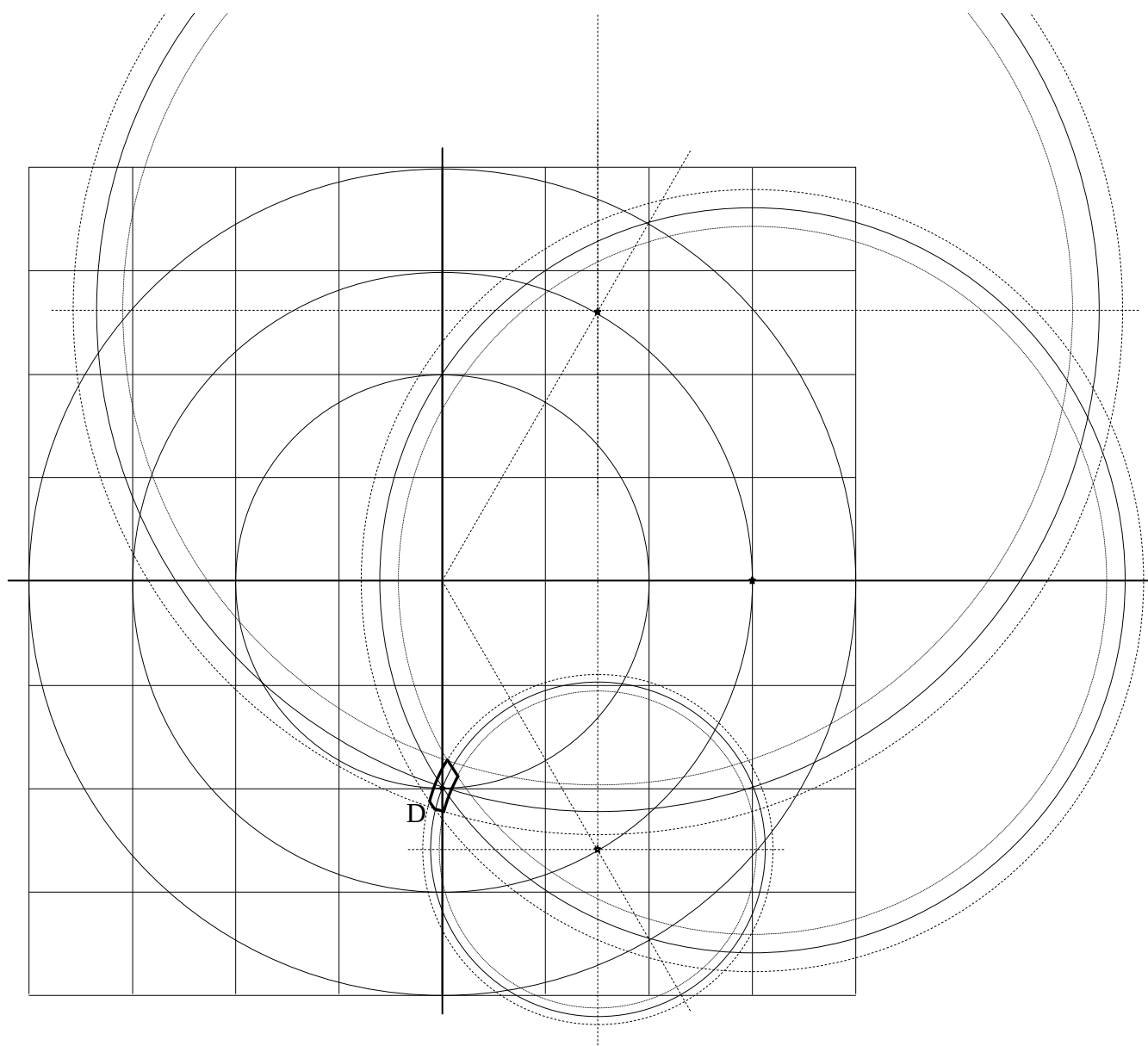


Distancias de los centros al punto D ($1 \angle -90^\circ$) para una separación angular de $\pm 60^\circ$, Fig. B.14:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 5.725 \text{ cm}$	1.8031 Unidades	1.8028
Radio del círculo con centro en	$60^\circ = 7.69 \text{ cm}$	2.4220 Unidades	2.4183
Radio del círculo con centro en	$-60^\circ = 2.57 \text{ cm}$	0.8094 Unidades	0.8074.



Figura B.14. Área de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria considerando una separación angular ente los centros de $\pm 60^\circ$.



Distancias de los centros al punto C ($1 \angle -90^\circ$) para una separación angular de $\pm 90^\circ$, Fig. B.15:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 5.725 \text{ cm}$	1.8031 Unidades	1.8028
Radio del círculo con centro en	$90^\circ = 7.945 \text{ cm}$	2.5024 Unidades	2.5000
Radio del círculo con centro en	$-90^\circ = 1.59 \text{ cm}$	0.5008 Unidades	0.5000.

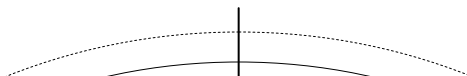
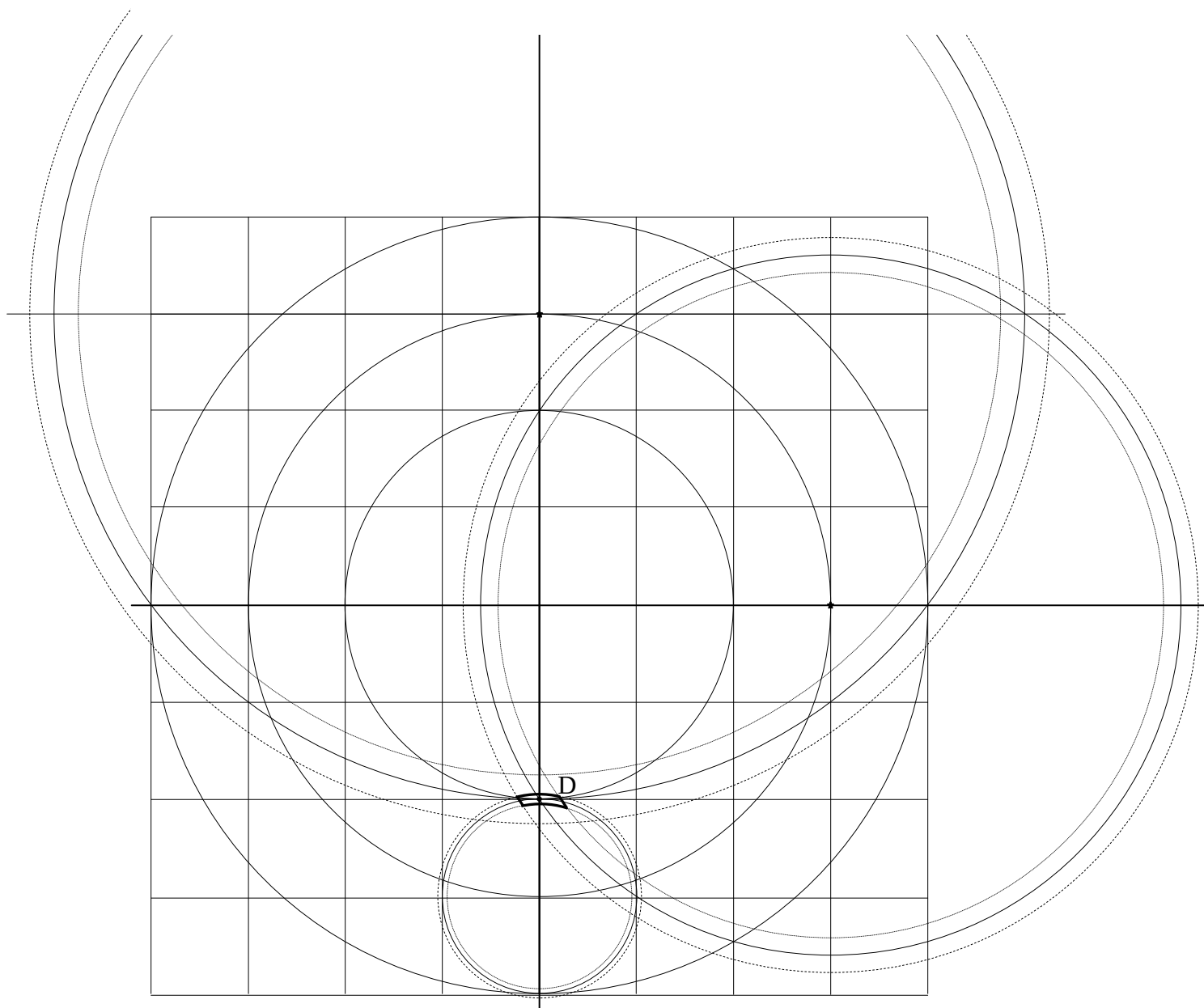


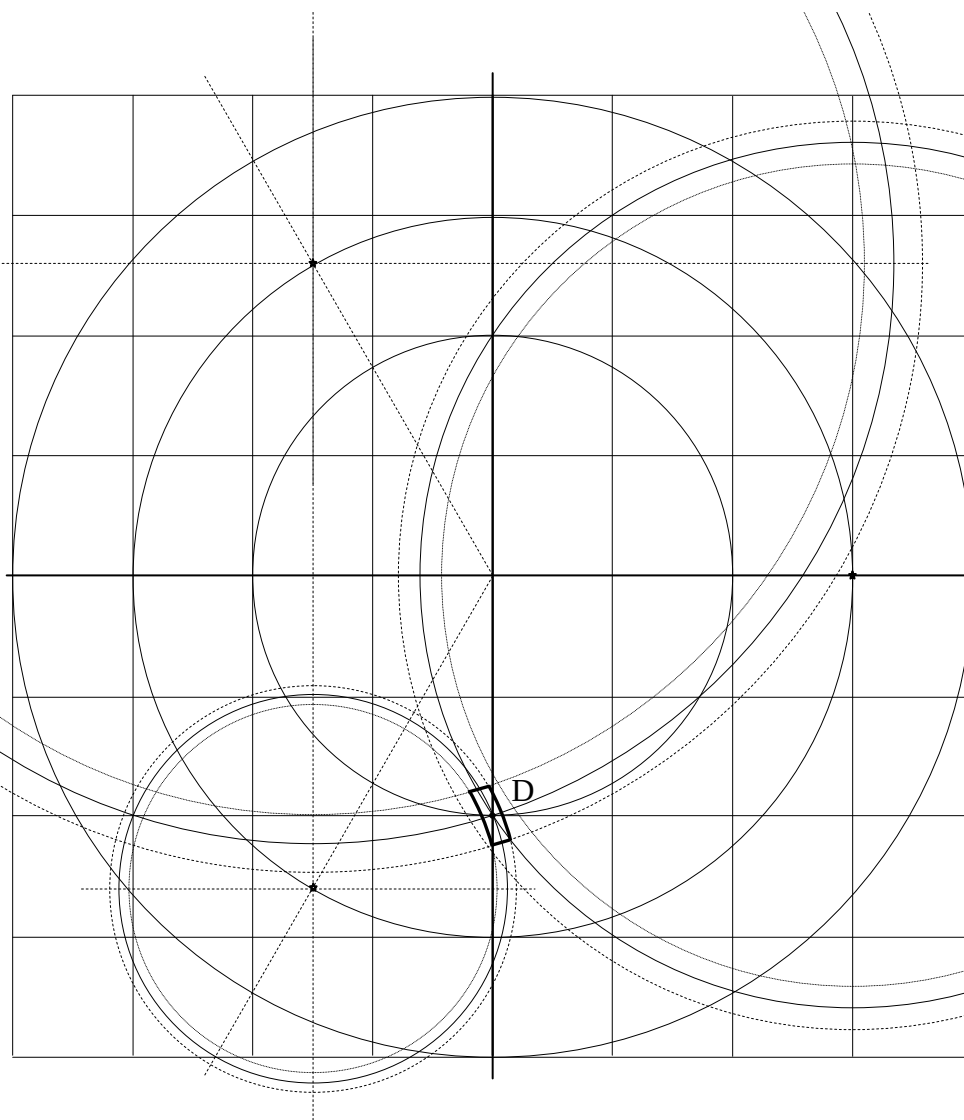
Figura B.15. Área de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria considerando una separación angular ente los centros de $\pm 90^\circ$.



Distancias de los centros al punto D ($1 \angle -90^\circ$) para una separación angular de $\pm 120^\circ$, Fig. B.16:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 5.725 \text{ cm}$	1.8031 Unidades	1.8028
Radio del círculo con centro en	$120^\circ = 7.69 \text{ cm}$	2.4220 Unidades	2.4183
Radio del círculo con centro en	$-120^\circ = 2.57 \text{ cm}$	0.8094 Unidades	0.8074.

Figura B.16. Área de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria considerando una separación angular ente los centros de $\pm 120^\circ$.

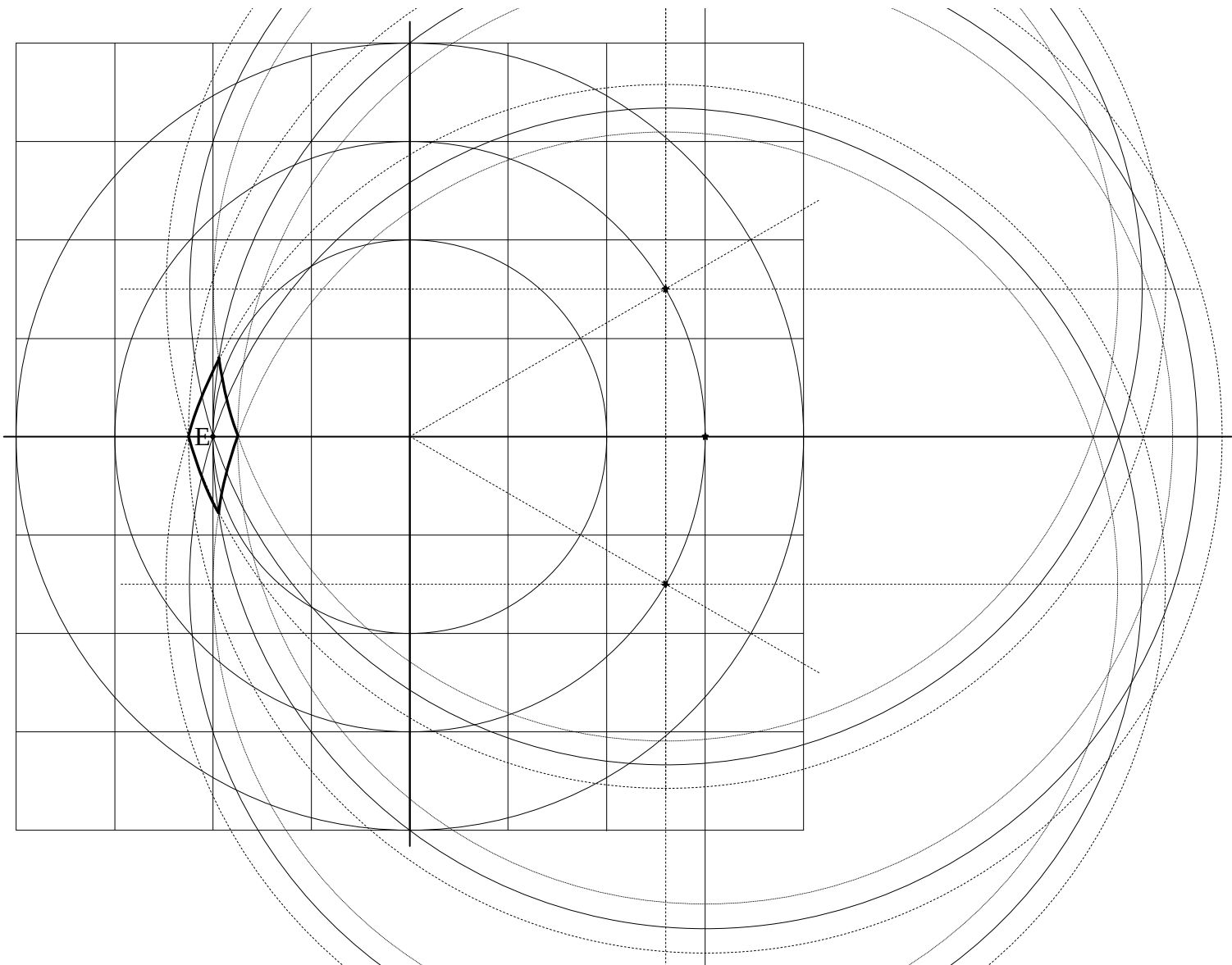


B.5.- Gráficas de las áreas de incertidumbre para un circuito corto

A continuación, se presentan las gráficas para el caso de una carga en circuito corto, ($1 \angle 180^\circ$), punto E en todas las figuras (Figs. B17 a B20) donde los centros se separan a diferentes valores angulares. Junto a cada figura se agrega la especificación de la separación angular, el valor del radio en centímetros y su valor con referencia al radio unitario (ambos valores obtenidos de la gráfica). Se especifica también pero en “negritas” el valor obtenido de manera analítica por medio de la trigonometría. Distancias de los centros al punto E ($1 \angle 180^\circ$) para una separación angular de $\pm 30^\circ$, Fig. B.17:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 7.925 \text{ cm}$	2.4961 Unidades	2.5000
Radio del círculo con centro en	$30^\circ = 7.68 \text{ cm}$	2.4189 Unidades	2.4183
Radio del círculo con centro en	$-30^\circ = 7.68 \text{ cm}$	2.4189 Unidades	2.4183.

Figura B.17. Área de incertidumbre para un circuito corto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 30^\circ$.



Distancias de los centros al punto E ($1 \angle 180^\circ$) para una separación angular de $\pm 60^\circ$, Fig. B.18:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 7.925 \text{ cm}$	2.4961 Unidades	2.5000
Radio del círculo con centro en	$60^\circ = 6.92 \text{ cm}$	2.1795 Unidades	2.1794
Radio del círculo con centro en	$-60^\circ = 6.92 \text{ cm}$	2.1795 Unidades	2.1794.

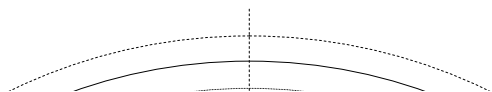
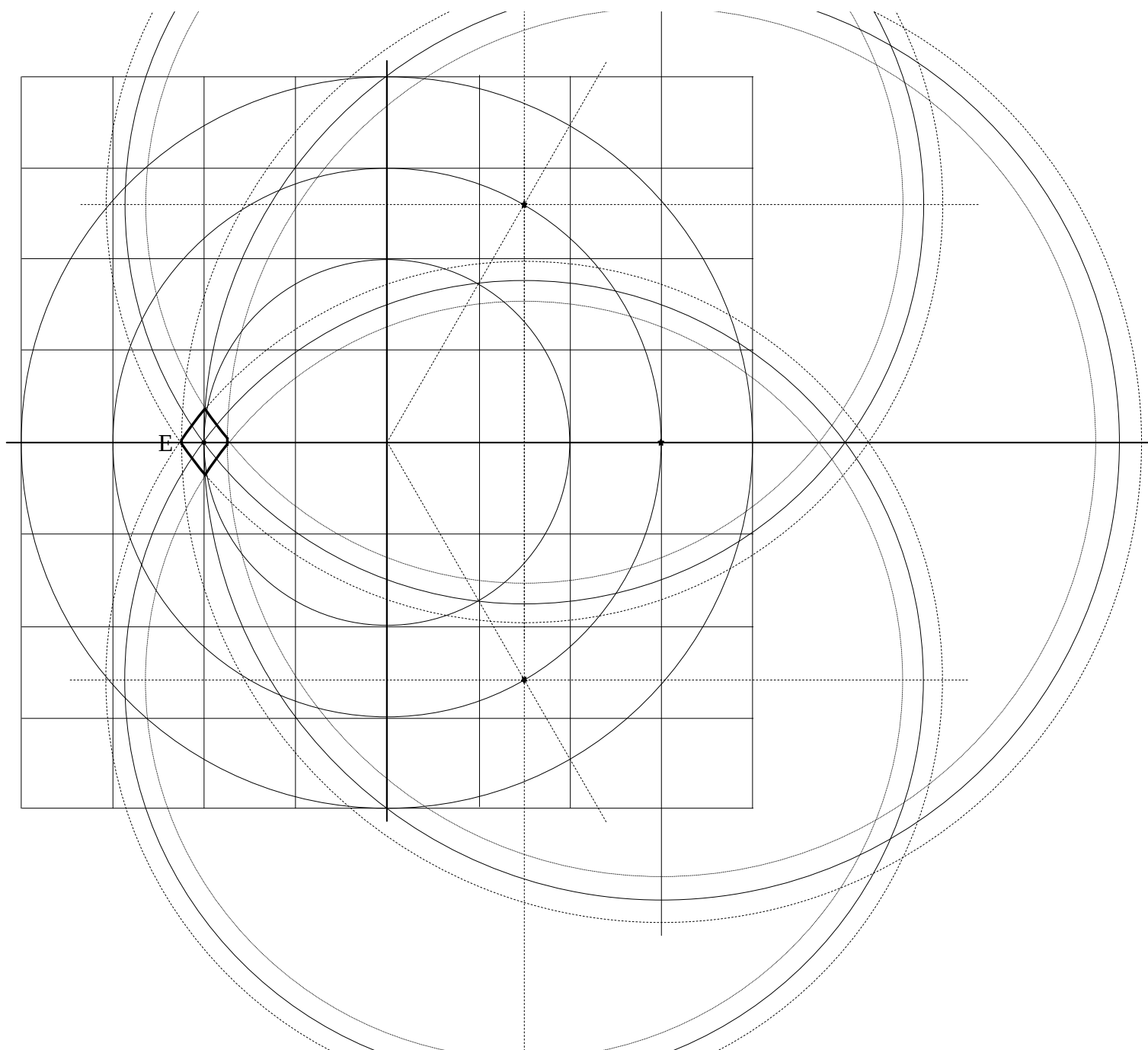


Figura B.18. Área de incertidumbre para un circuito corto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 60^\circ$.



Distancias de los centros al punto E ($1 \angle 180^\circ$) para una separación angular de $\pm 90^\circ$, Fig. B.19:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 7.925 \text{ cm}$	2.4961 Unidades	2.5000
Radio del círculo con centro en	$90^\circ = 5.725 \text{ cm}$	1.8031 Unidades	1.8028
Radio del círculo con centro en	$-90^\circ = 5.725 \text{ cm}$	1.8031 Unidades	1.8028.

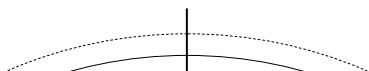
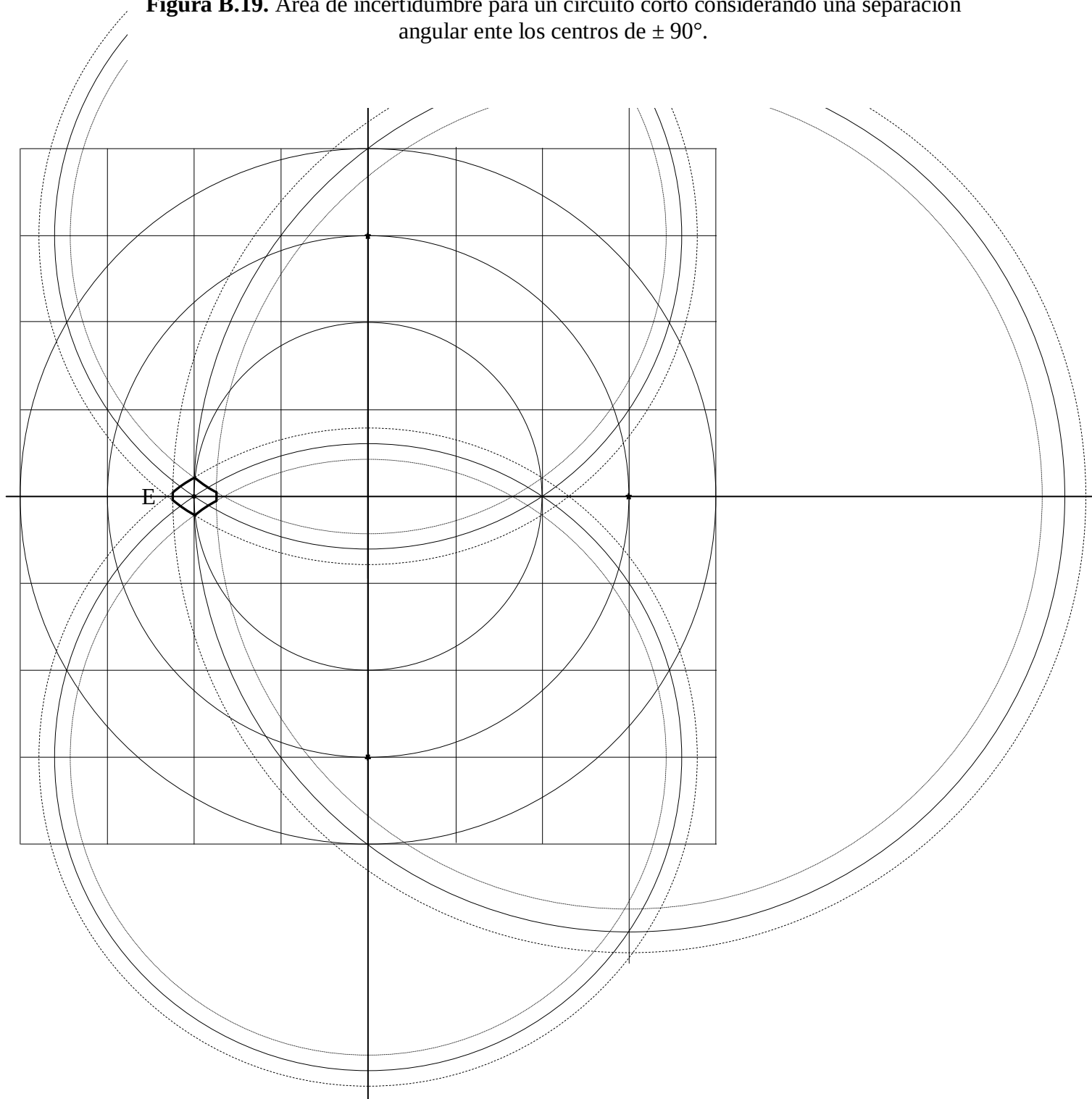


Figura B.19. Área de incertidumbre para un circuito corto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 90^\circ$.



Distancias de los centros al punto E ($1 \angle 180^\circ$) para una separación angular de $\pm 120^\circ$, Fig. B.20:

Radio del círculo con centro en	$0^\circ = 7.925 \text{ cm}$	2.4961 Unidades	2.5000
Radio del círculo con centro en	$120^\circ = 4.20 \text{ cm}$	1.3228 Unidades	1.3229
Radio del círculo con centro en	$-120^\circ = 4.20 \text{ cm}$	1.3228 Unidades	1.3229.

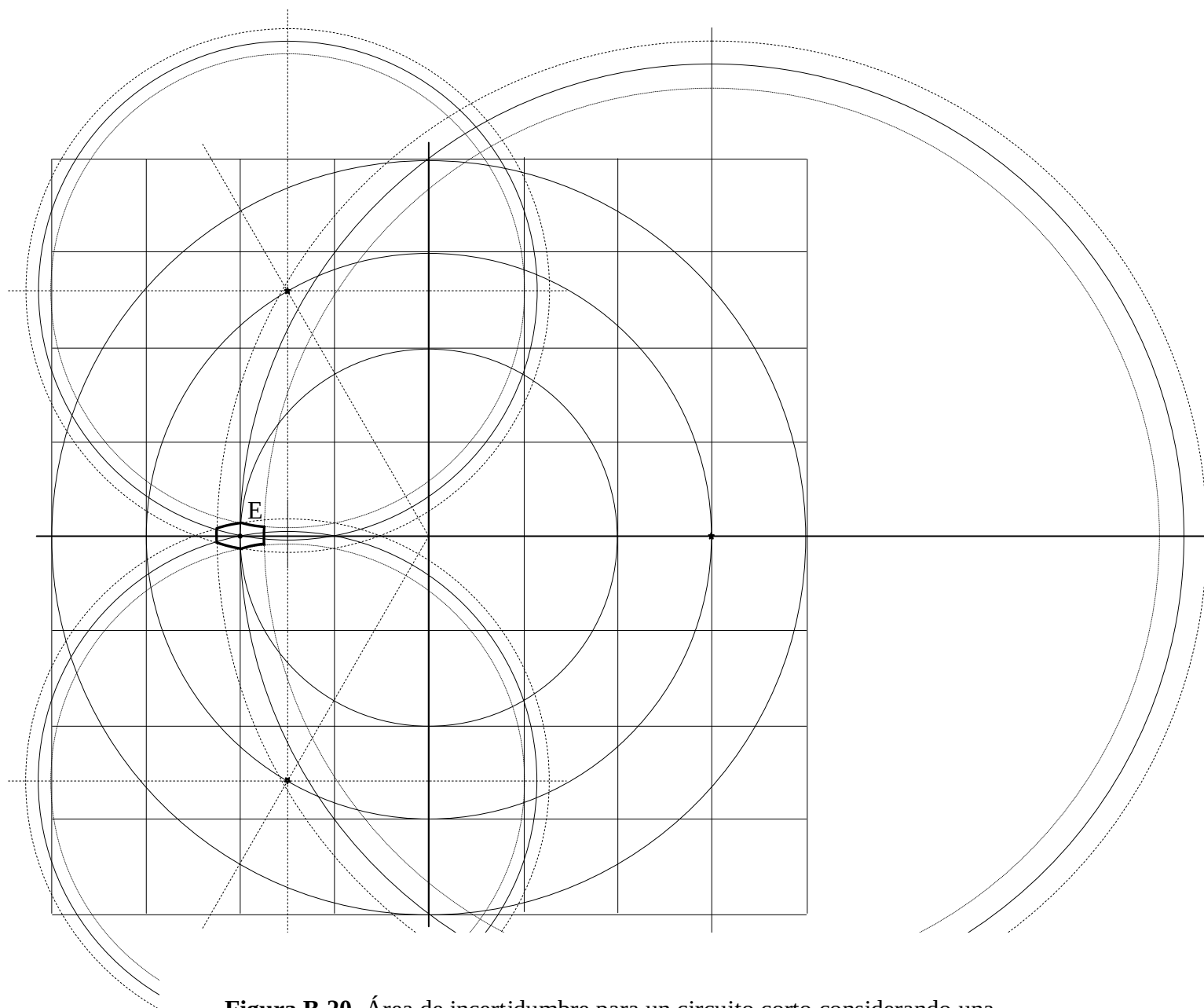


Figura B.20. Área de incertidumbre para un circuito corto considerando una separación angular ente los centros de $\pm 120^\circ$.

B.6.- Comparación de las áreas de incertidumbre

Con la intención de hacer más clara la comparación entre las áreas de incertidumbre, en las figuras siguientes se muestran estas áreas, para cada tipo de carga y para cada una de las cuatro posiciones angulares. En color verde se muestra el área correspondiente a $\pm 30^\circ$, en azul marino el área correspondiente a $\pm 60^\circ$, en marrón el área correspondiente a $\pm 90^\circ$ y por último, en morado el área correspondiente a $\pm 120^\circ$.

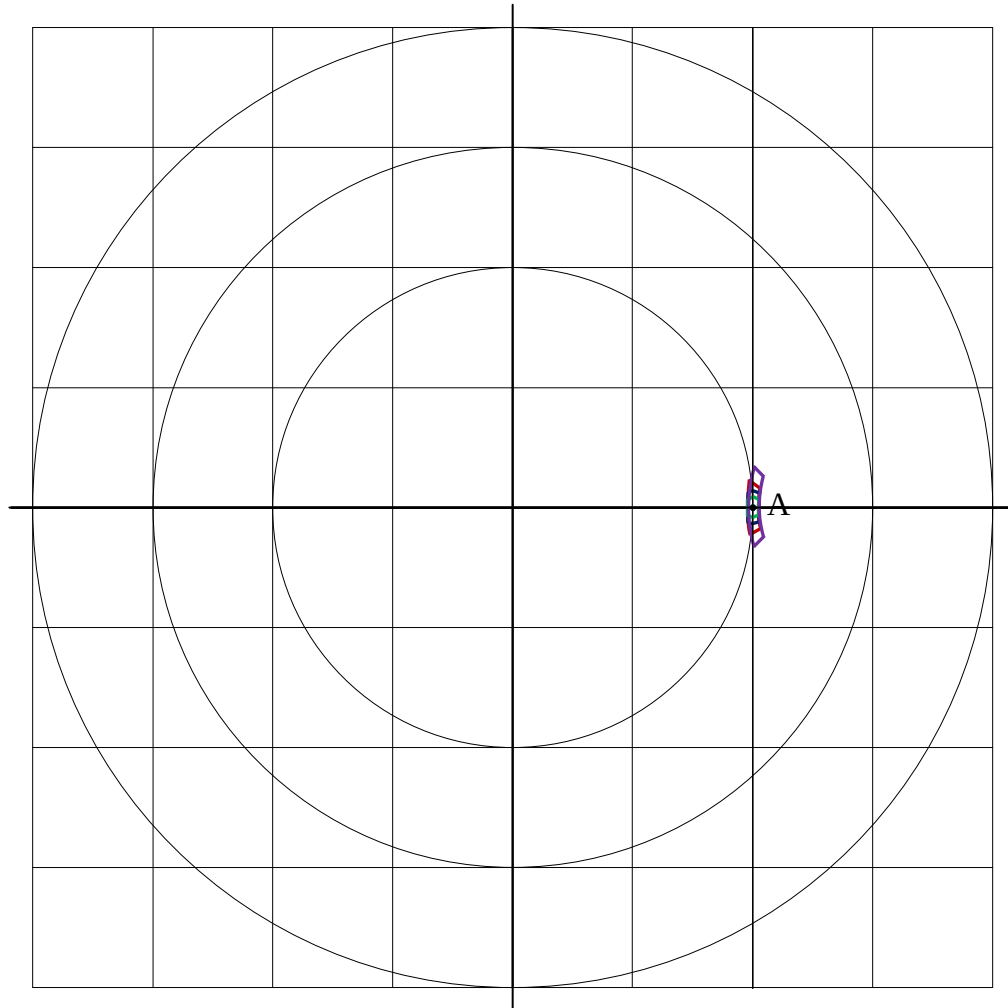


Figura B.21. Áreas de incertidumbre para un circuito abierto debidas a separaciones angulares entre los centros de $\pm 30^\circ$ (verde), $\pm 60^\circ$ (azul marino), $\pm 90^\circ$ (marrón) y $\pm 120^\circ$ (morado).

Como se puede observar de la Fig. B.21, para un circuito abierto el área aumenta a medida que crece la separación angular, por lo que la mejor opción sería la separación angular de $\pm 30^\circ$, luego la de $\pm 60^\circ$, enseguida la de $\pm 90^\circ$ y por último, la de $\pm 120^\circ$.

Como se puede observar de la Fig. B.22, para una carga acoplada, las áreas producidas por las separación de $\pm 60^\circ$ y $\pm 120^\circ$ son iguales y las mejores opciones por ser las más pequeñas, en tanto que el área producida por la separación de $\pm 90^\circ$ es sólo un poco mayor que las dos anteriores y el área más grande es la debida a la separación angular de $\pm 30^\circ$.

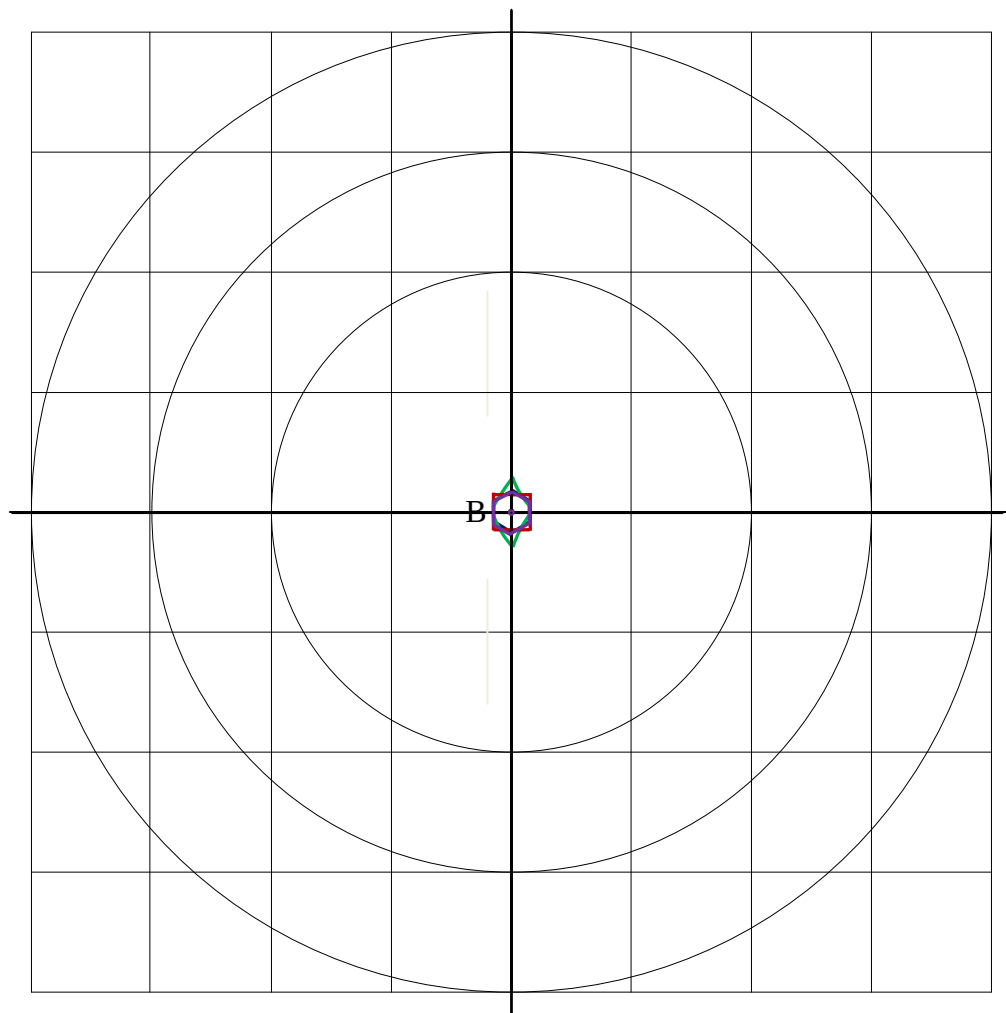


Figura B.22. Áreas de incertidumbre para una carga acoplada debidas a separaciones angulares entre los centros de $\pm 30^\circ$ (verde), $\pm 60^\circ$ (azul marino), $\pm 90^\circ$ (marrón) y $\pm 120^\circ$ (morado).

Como se puede observar de la Fig. B.23, para una carga con reactancia inductiva unitaria, las áreas producidas por las separaciones de $\pm 60^\circ$ y $\pm 120^\circ$ son iguales, en tanto que el áreas producidas por la separaciones de $\pm 90^\circ$ y $\pm 30^\circ$ son respectivamente la más pequeña y la más grande.

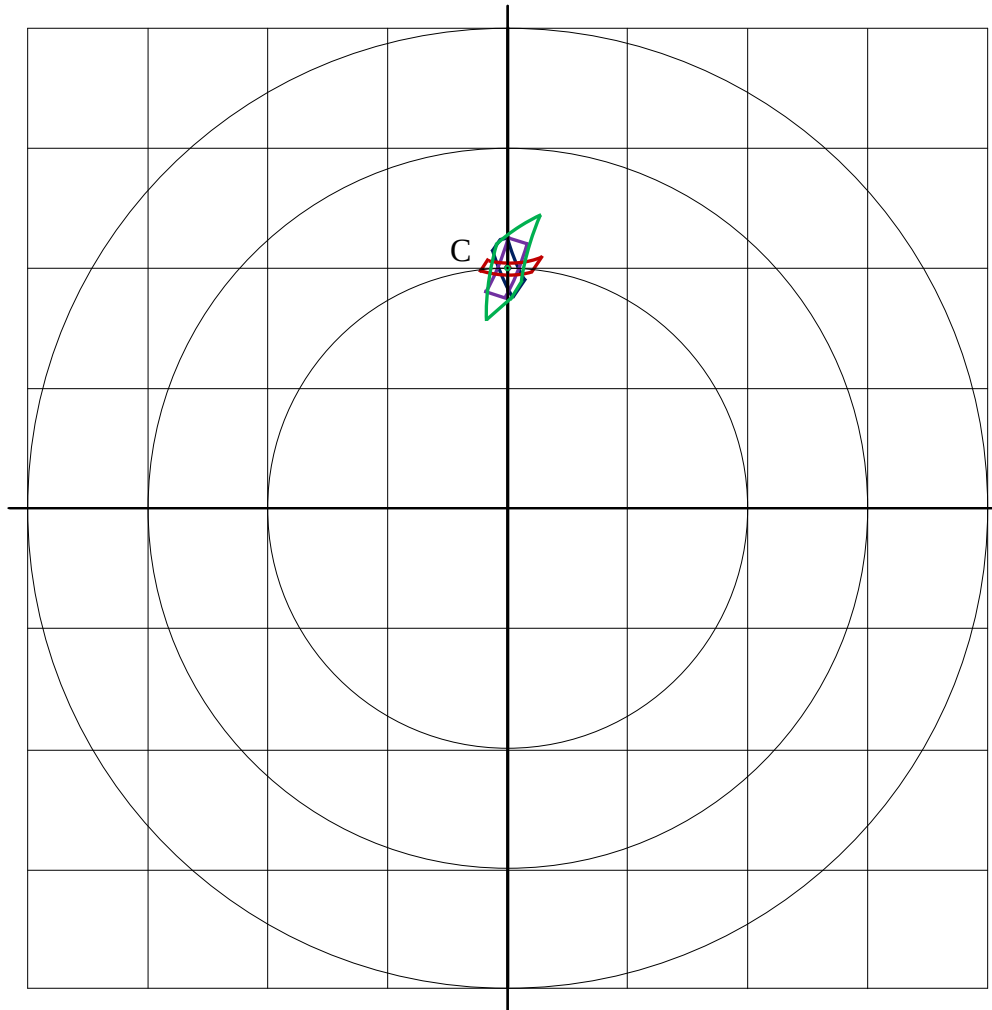


Figura B.23. Áreas de incertidumbre para una carga con reactancia inductiva unitaria debidas a separaciones angulares entre los centros de $\pm 30^\circ$ (verde), $\pm 60^\circ$ (azul marino), $\pm 90^\circ$ (marrón) y $\pm 120^\circ$ (morado).

Como se puede observar de la Fig. B.24, para una carga con reactancia capacitiva unitaria, las áreas producidas por las separaciones de $\pm 60^\circ$ y $\pm 120^\circ$ son iguales, en tanto que el áreas producidas por la separaciones de $\pm 90^\circ$ y $\pm 30^\circ$ son respectivamente la más pequeña y la más grande.

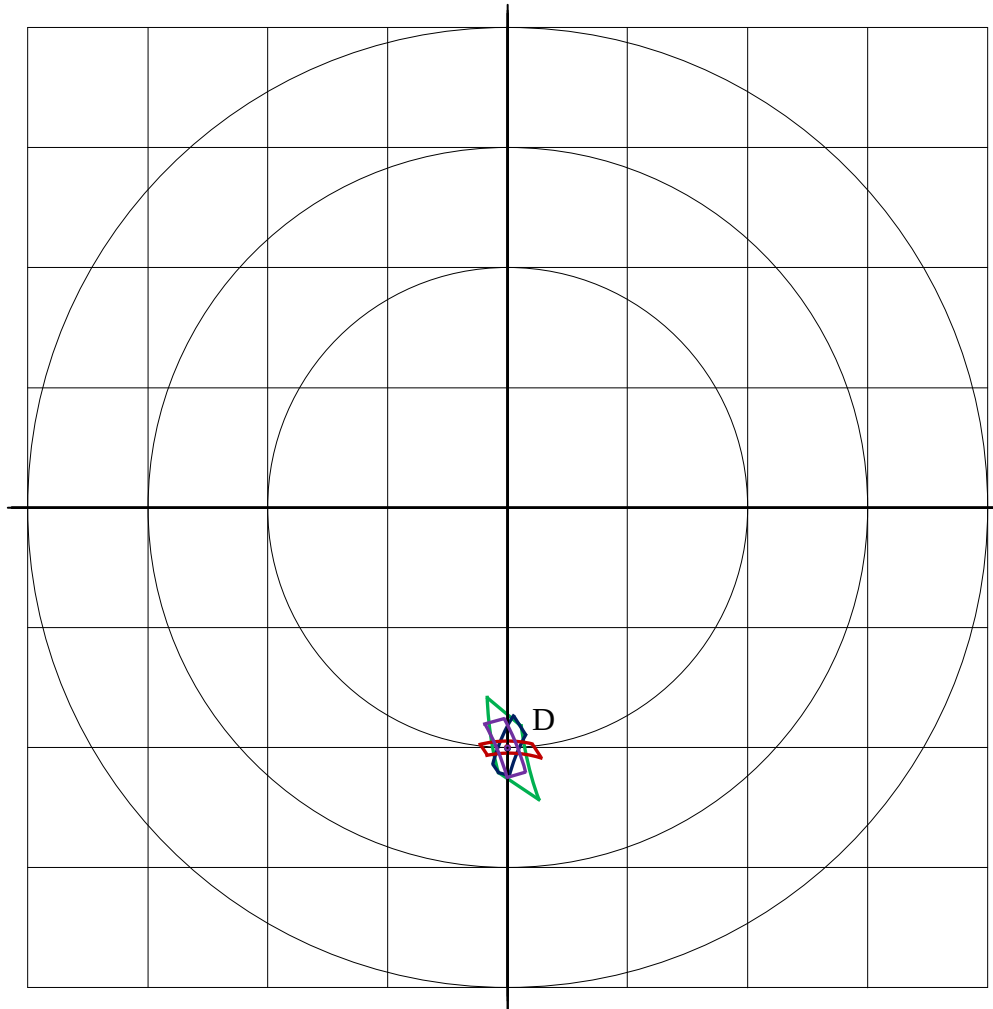


Figura B.24. Áreas de incertidumbre para una carga con reactancia capacitiva unitaria debidas a separaciones angulares entre los centros de $\pm 30^\circ$ (verde), $\pm 60^\circ$ (azul marino), $\pm 90^\circ$ (marrón) y $\pm 120^\circ$ (morado).

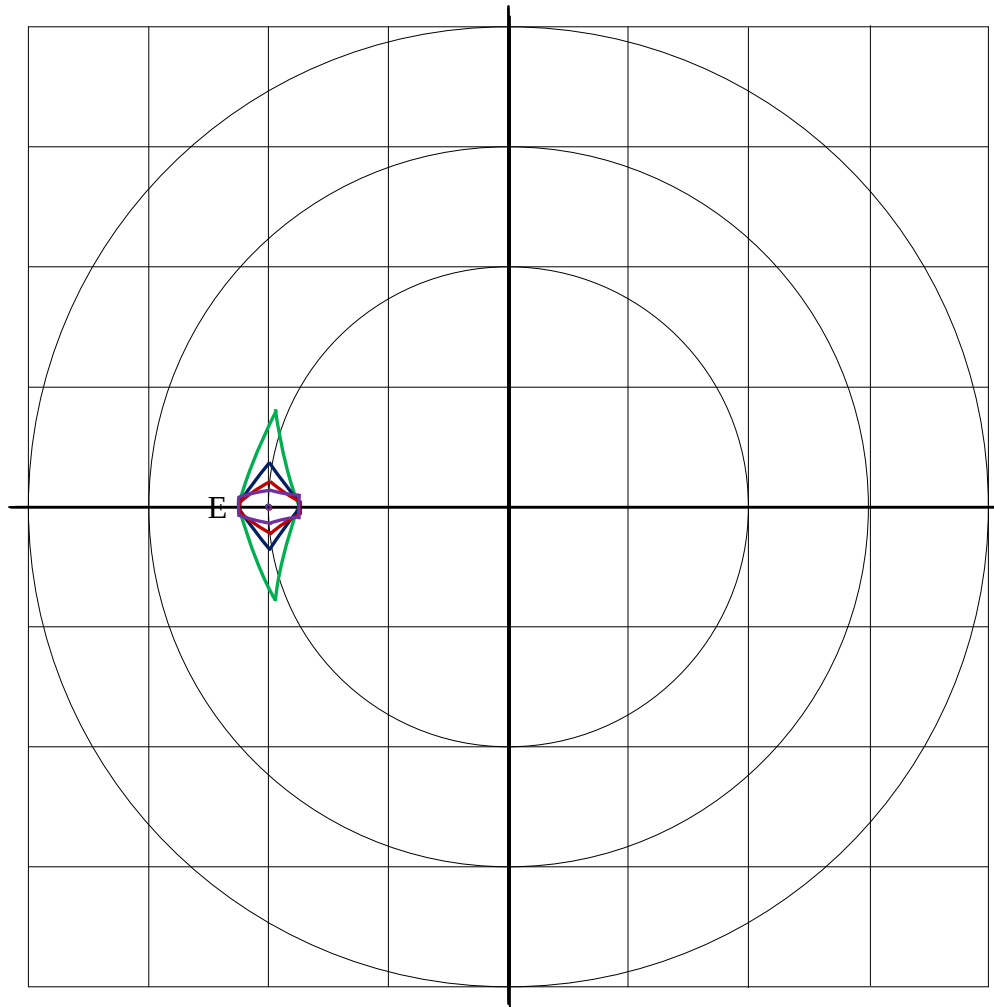


Figura B.25. Áreas de incertidumbre para un circuito corto debidas a separaciones angulares entre los centros de $\pm 30^\circ$ (verde), $\pm 60^\circ$ (azul marino), $\pm 90^\circ$ (marrón) y $\pm 120^\circ$ (morado).

Como se puede observar de la Fig. B.25, para un circuito corto el área aumenta a medida que la separación angular disminuye, por lo que la mejor opción sería la separación angular de $\pm 120^\circ$, luego la de $\pm 90^\circ$, enseguida la de $\pm 60^\circ$ y por último, la de $\pm 30^\circ$.

De las figuras B.21 a B.25, se puede ver que las mejores opciones de posicionamiento angular están entre $\pm 60^\circ$ y $\pm 120^\circ$, pero para que exista una distribución más simétrica en las longitudes de los radios, para los cinco DBPs, la separación angular de $\pm 60^\circ$ requeriría de seis centros (una red de nueve puertos) y la separación angular de $\pm 90^\circ$ necesitaría de cuatro centros (una red de siete puertos). Por lo que, definitivamente, la mejor opción para una estructura hexaportal (generadora de tres centros en la medición) es una ubicación simétrica de $\pm 120^\circ$.

APÉNDICE C. Publicaciones internacionales

1.- Planteamiento del Modelo Matemático de una Técnica de Calibración para un Analizador de Redes Hexaportal. Octubre 2008.

2.- FDTD Simulation of a Coaxial Reactive Calibration Standard. Noviembre 2009.

3.- FDTD Simulation of a Novel Branch Line Coupler Via a Non-Commercial Software. Diciembre 2009.

4.- Proposal of a slotted circular waveguide as an open-circuited standard for calibration of L-band network analyzers. Noviembre 2010.

Planteamiento del Modelo Matemático de una Técnica de Calibración para un Analizador de Redes Hexaportal

C. A. Bonilla Barragán,^a A. G. Andrade Reatiga,^b A. Dueñas Jiménez^a

^a Universidad de Guadalajara
Av. Revolución 1500, Col. Universitaria, 44840, Jalisco, México.
cbonilla_esc@yahoo.com.mx

^b Universidad Autónoma de Baja California
Blvd. Benito Juárez, S/N, Unidad Universitaria, 21280, Baja California, México.

RESUMEN

En este artículo se plantea el modelo matemático para una técnica de calibración para analizadores de redes hexaportales, constituidos por analizadores de reflexión calibrados independientemente. La hipótesis es que ambas, la precisión (repetibilidad) y la exactitud serán mejoradas y que aún cuando el número de estándares necesarios para su calibración se incrementa la técnica es aún computacionalmente eficiente.

1. INTRODUCCIÓN

En 1977 se formaliza y consolida el concepto de reflectometría hexaportal luego de que se publicaron los trabajos fundamentales de Engen [1] y Hoer [2] en los que se definieron los criterios de diseño para reflectómetros y analizadores de redes. En los años que siguieron, ambos autores presentaron varias técnicas nuevas de calibración para estos instrumentos. Una de estas técnicas conocida como *thru-reflect-line* (TRL por sus siglas en inglés) [3] es actualmente la técnica más usada para calibrar analizadores de redes comerciales. Aunque esta técnica es propia o innata a los analizadores de redes hexaportales, no necesariamente es la más adecuada para estos instrumentos, ya que un analizador de redes hexaportal está conformado por la conexión de dos reflectómetros hexaportales que tienen características propias e independientes dadas por cada uno de los elementos que los constituyen, esto es, los sensores de potencia, las estructuras separadoras de señal, etc. Con esta perspectiva, en este trabajo se propone el modelo matemático para una nueva técnica de calibración que toma en cuenta las características individuales de cada elemento a partir de una calibración independiente de cada reflectómetro [4] para luego conjuntarlas en una calibración única del analizador de redes como un todo.

2. TEORÍA DE LA REFLECTOMETRÍA Y TRANSFEROMETRÍA CON HEXAPUERTOS

La Fig.1 muestra dos hexapuertos lineales arbitrarios (α y β) con un generador que alimenta a ambos a través de un divisor de potencia, ocho

detectores de potencia y un dispositivo bajo prueba (DBP) conectados a sus puertos.

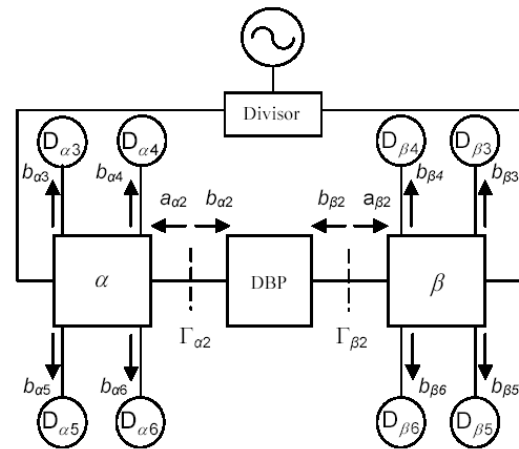


Fig. 1. Analizador de Redes Hexaportal.

Las ondas incidente y reflejada en cada puerto del hexapuerto α , designadas por $a_{\alpha i}$ y $b_{\alpha i}$ ($i = 1, \dots, 6$), respectivamente, se relacionan por:

$$\mathbf{b}_{\alpha} = \mathbf{S}_{\alpha} \mathbf{a}_{\alpha}, \quad (1a)$$

$$\mathbf{b}_{\alpha} = \begin{bmatrix} b_{\alpha 1} \\ b_{\alpha 2} \\ b_{\alpha 3} \\ b_{\alpha 4} \\ b_{\alpha 5} \\ b_{\alpha 6} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_{\alpha} = \begin{bmatrix} a_{\alpha 1} \\ a_{\alpha 2} \\ a_{\alpha 3} \\ a_{\alpha 4} \\ a_{\alpha 5} \\ a_{\alpha 6} \end{bmatrix}, \quad (1b)$$

y $\mathbf{S}_\alpha$ es la matriz de dispersión 6×6 del hexapuerto α .

Designando al coeficiente de reflexión en los detectores $D_{\alpha j}$ por $\Gamma_{\alpha j}$, se tiene que

$$\Gamma_{\alpha j} = \frac{a_{\alpha j}}{b_{\alpha j}}, \quad (2)$$

y sustituyendo la Ec. (2) en la Ec. (1.a), resulta que:

$$b_{\alpha i} = S_{\alpha i1}a_{\alpha 1} + S_{\alpha i2}a_{\alpha 2} + \sum_{j=3}^6 S_{\alpha ij}\Gamma_{\alpha j}b_{\alpha j}; \quad (3)$$

para $i = 1$ y 2 ,

y,

$$0 = S_{\alpha i1}a_{\alpha 1} + S_{\alpha i2}a_{\alpha 2} + \sum_{j=3}^6 S_{\alpha ij}\Gamma_{\alpha j}b_{\alpha j} + (S_{\alpha ii}\Gamma_{\alpha i} - 1)b_{\alpha i}; \quad (4)$$

para $i = 3, 4, 5$ y 6 ,

las cuales representan un sistema de 10 ecuaciones con 12 variables que puede ser resuelto para cualesquiera 10 variables en función de las dos restantes.

Las Ecs. (3) y (4) pueden ser expresadas en forma matricial de la siguiente manera:

$$\mathbf{b}'_\alpha = \mathbf{S}'_\alpha \mathbf{a}'_\alpha, \quad (5a)$$

$$\mathbf{b}'_\alpha = \begin{bmatrix} b_{\alpha 1} \\ b_{\alpha 2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}'_\alpha = \begin{bmatrix} a_{\alpha 1} \\ a_{\alpha 2} \\ b_{\alpha 3} \\ b_{\alpha 4} \\ b_{\alpha 5} \\ b_{\alpha 6} \end{bmatrix}, \quad (5b)$$

y $\mathbf{S}'_\alpha$ es la matriz de dispersión modificada dada por:

$$\mathbf{S}'_\alpha = \begin{bmatrix} S_{\alpha 11} & S_{\alpha 12} & S_{\alpha 13}\Gamma_3 \\ S_{\alpha 21} & S_{\alpha 22} & S_{\alpha 23}\Gamma_3 \\ S_{\alpha 31} & S_{\alpha 32} & S_{\alpha 33}\Gamma_3 - 1 \\ S_{\alpha 41} & S_{\alpha 42} & S_{\alpha 43}\Gamma_3 \\ S_{\alpha 51} & S_{\alpha 52} & S_{\alpha 53}\Gamma_3 \\ S_{\alpha 61} & S_{\alpha 62} & S_{\alpha 63}\Gamma_3 \\ S_{\alpha 14}\Gamma_4 & S_{\alpha 15}\Gamma_5 & S_{\alpha 16}\Gamma_6 \\ S_{\alpha 24}\Gamma_4 & S_{\alpha 25}\Gamma_5 & S_{\alpha 26}\Gamma_6 \\ S_{\alpha 34}\Gamma_4 & S_{\alpha 35}\Gamma_5 & S_{\alpha 36}\Gamma_6 \\ S_{\alpha 44}\Gamma_4 - 1 & S_{\alpha 45}\Gamma_5 & S_{\alpha 46}\Gamma_6 \\ S_{\alpha 54}\Gamma_4 & S_{\alpha 55}\Gamma_5 - 1 & S_{\alpha 56}\Gamma_6 \\ S_{\alpha 64}\Gamma_4 & S_{\alpha 65}\Gamma_5 & S_{\alpha 66}\Gamma_6 - 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Si las 10 ecuaciones son independientes, la matriz $\mathbf{S}'_\alpha$ es no singular (lo cual sucede en la práctica) y por tanto $\mathbf{S}'_\alpha$ puede ser invertida para dar:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}_\alpha &= (\mathbf{S}'_\alpha)^{-1} \\ \mathbf{a}'_\alpha &= \mathbf{v}_\alpha \mathbf{b}'_\alpha \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Desarrollando la Ec. (7) se tiene que:

$$a_{\alpha i} = v_{\alpha i1}b_{\alpha 1} + v_{\alpha i2}b_{\alpha 2}; \quad \text{para } i = 1 \text{ y } 2, \quad (8)$$

$$b_{\alpha i} = v_{\alpha i1}b_{\alpha 1} + v_{\alpha i2}b_{\alpha 2}; \quad \text{para } i = 3, 4, 5 \text{ y } 6 \quad (9)$$

donde $v_{\alpha ij}$ ($j = 1$ y 2) son los elementos de la matriz $\mathbf{v}_\alpha$.

De la Ec. (8), y para $i = 2$, dado que el DBP se encuentra conectado al puerto 2 del hexapuerto α de la Fig. 1, se tiene que:

$$\left. \begin{aligned} a_{\alpha 2} &= v_{\alpha 21}b_{\alpha 1} + v_{\alpha 22}b_{\alpha 2}, \\ b_{\alpha 1} &= \frac{a_{\alpha 2} - v_{\alpha 22}b_{\alpha 2}}{v_{\alpha 21}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Sustituyendo $b_{\alpha 1}$ en la Ec. (9) resulta que:

$$b_{\alpha i} = I_{\alpha i} a_{\alpha 2} + J_{\alpha i} b_{\alpha 2}; \quad \text{para } i=3, 4, 5 \text{ y } 6, \quad (11a)$$

$$I_{\alpha i} = \frac{V_{\alpha i 1}}{V_{\alpha 21}}; \quad (11b)$$

$$J_{\alpha i} = V_{\alpha i 2} - \frac{V_{\alpha 22} V_{\alpha i 1}}{V_{\alpha 21}}; \quad \text{para } i = 3, 4, 5 \text{ y } 6. \quad (11c)$$

Así, utilizando la nomenclatura empleada por Engen [1], para el hexapuerto α se tiene que:

$$\begin{aligned} b_{\alpha 3} &= I_{\alpha 3} a_{\alpha 2} + J_{\alpha 3} b_{\alpha 2} \\ &= A_{\alpha} a_{\alpha 2} + B_{\alpha} b_{\alpha 2} = A_{\alpha} b_{\alpha 2} \left(\Gamma_{\alpha 2} + \frac{B_{\alpha}}{A_{\alpha}} \right), \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{\alpha 4} &= I_{\alpha 4} a_{\alpha 2} + J_{\alpha 4} b_{\alpha 2} \\ &= C_{\alpha} a_{\alpha 2} + D_{\alpha} b_{\alpha 2} = C_{\alpha} b_{\alpha 2} \left(\Gamma_{\alpha 2} + \frac{D_{\alpha}}{C_{\alpha}} \right), \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{\alpha 5} &= I_{\alpha 5} a_{\alpha 2} + J_{\alpha 5} b_{\alpha 2} \\ &= E_{\alpha} a_{\alpha 2} + F_{\alpha} b_{\alpha 2} = E_{\alpha} b_{\alpha 2} \left(\Gamma_{\alpha 2} + \frac{F_{\alpha}}{E_{\alpha}} \right), \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{\alpha 6} &= I_{\alpha 6} a_{\alpha 2} + J_{\alpha 6} b_{\alpha 2} \\ &= G_{\alpha} a_{\alpha 2} + H_{\alpha} b_{\alpha 2} = G_{\alpha} b_{\alpha 2} \left(\Gamma_{\alpha 2} + \frac{H_{\alpha}}{G_{\alpha}} \right), \quad (15) \end{aligned}$$

$$\text{con } \Gamma_{\alpha 2} = \frac{a_{\alpha 2}}{b_{\alpha 2}}, \frac{B_{\alpha}}{A_{\alpha}} = -q_{\alpha 3}, \frac{F_{\alpha}}{E_{\alpha}} = -q_{\alpha 5} \text{ y } \frac{H_{\alpha}}{G_{\alpha}} = -q_{\alpha 6}.$$

De igual manera, para el hexapuerto β , se tiene:

$$\begin{aligned} b_{\beta 3} &= I_{\beta 3} a_{\beta 2} + J_{\beta 3} b_{\beta 2} \\ &= A_{\beta} a_{\beta 2} + B_{\beta} b_{\beta 2} = A_{\beta} b_{\beta 2} \left(\Gamma_{\beta 2} + \frac{B_{\beta}}{A_{\beta}} \right), \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{\beta 4} &= I_{\beta 4} a_{\beta 2} + J_{\beta 4} b_{\beta 2} \\ &= C_{\beta} a_{\beta 2} + D_{\beta} b_{\beta 2} = C_{\beta} b_{\beta 2} \left(\Gamma_{\beta 2} + \frac{D_{\beta}}{C_{\beta}} \right), \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{\beta 5} &= I_{\beta 5} a_{\beta 2} + J_{\beta 5} b_{\beta 2} \\ &= E_{\beta} a_{\beta 2} + F_{\beta} b_{\beta 2} = E_{\beta} b_{\beta 2} \left(\Gamma_{\beta 2} + \frac{F_{\beta}}{E_{\beta}} \right), \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{\beta 6} &= I_{\beta 6} a_{\beta 2} + J_{\beta 6} b_{\beta 2} \\ &= G_{\beta} a_{\beta 2} + H_{\beta} b_{\beta 2} = G_{\beta} b_{\beta 2} \left(\Gamma_{\beta 2} + \frac{H_{\beta}}{G_{\beta}} \right), \quad (19) \end{aligned}$$

$$\text{con } \Gamma_{\beta 2} = \frac{a_{\beta 2}}{b_{\beta 2}}, \frac{B_{\beta}}{A_{\beta}} = -q_{\beta 3}, \frac{F_{\beta}}{E_{\beta}} = -q_{\beta 5} \text{ y } \frac{H_{\beta}}{G_{\beta}} = -q_{\beta 6}.$$

Ahora bien, los coeficientes de reflexión $\Gamma_{\alpha 2}$ y $\Gamma_{\beta 2}$ se pueden expresar en función de los parámetros de dispersión del DBP de la siguiente manera:

$$\Gamma_{\alpha 2} = \frac{a_{\alpha 2}}{b_{\alpha 2}} = S_{11} + S_{12} \frac{b_{\beta 2}}{b_{\alpha 2}}, \quad (20 a)$$

$$\Gamma_{\beta 2} = \frac{a_{\beta 2}}{b_{\beta 2}} = S_{22} + S_{21} \frac{b_{\alpha 2}}{b_{\beta 2}}, \quad (20 b)$$

donde:

$$S_{11} = \left. \frac{a_{\alpha 2}}{b_{\alpha 2}} \right|_{b_{\beta 2}=0}, \quad (21a)$$

$$S_{12} = \left. \frac{a_{\alpha 2}}{b_{\beta 2}} \right|_{b_{\alpha 2}=0}, \quad (21b)$$

$$S_{21} = \left. \frac{a_{\beta 2}}{b_{\alpha 2}} \right|_{b_{\beta 2}=0}, \quad (21c)$$

$$S_{22} = \left. \frac{a_{\beta 2}}{b_{\beta 2}} \right|_{b_{\alpha 2}=0}, \quad (21 d)$$

como se puede observar de la Fig. 1.

Por otro lado, generalizando de los conjuntos de las Ecs. (12)-(15) y Ecs. (16)-(19) para $k = 3, 4, 5$ y 6 se tiene que:

$$b_{\alpha k} = I_{\alpha k} b_{\alpha 2} \left(\Gamma_{\alpha 2} + \frac{J_{\alpha k}}{I_{\alpha k}} \right), \quad (22a)$$

$$b_{\beta k} = I_{\beta k} b_{\beta 2} \left(\Gamma_{\beta 2} + \frac{J_{\beta k}}{I_{\beta k}} \right), \quad (22b)$$

de donde, al sustituir la Ec. (20) resulta que:

$$\begin{aligned} b_{\alpha k} &= (I_{\alpha k} \Gamma_{\alpha 2} + J_{\alpha k}) b_{\alpha 2} \\ &= (I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\alpha 2} + I_{\alpha k} S_{12} b_{\beta 2} \end{aligned} \quad (23a)$$

y

$$\begin{aligned} b_{\beta k} &= (I_{\beta k} \Gamma_{\beta 2} + J_{\beta k}) b_{\beta 2} \\ &= (I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\beta 2} + I_{\beta k} S_{21} b_{\alpha 2}. \end{aligned} \quad (23b)$$

Luego, de las Ecs. (22a) y (22b), las señales incidentes en el DBP $b_{\alpha 2}$ y $b_{\beta 2}$ se pueden expresar como:

$$b_{\alpha 2} = \frac{b_{\alpha k}}{I_{\alpha k} \Gamma_{\alpha 2} + J_{\alpha k}} \quad (24a)$$

y

$$b_{\beta 2} = \frac{b_{\beta k}}{I_{\beta k} \Gamma_{\beta 2} + J_{\beta k}}. \quad (24b)$$

Cada una de las Ecs. (24) por separado representa cuatro ecuaciones ($k = 3, 4, 5$ y 6) que se combinan para generar doce nuevas ecuaciones, seis para $\Gamma_{\alpha 2}$ y seis para $\Gamma_{\beta 2}$ que se expresan en términos del índice k y de un nuevo índice m generado por las combinaciones. La forma generalizada de los dos conjuntos de seis ecuaciones está dada por:

$$\Gamma_{\alpha 2} = \frac{J_{\alpha k} b_{\alpha m} - J_{\alpha m} b_{\alpha k}}{I_{\alpha m} b_{\alpha k} - I_{\alpha k} b_{\alpha m}} \quad (25a)$$

y

$$\Gamma_{\beta 2} = \frac{J_{\beta k} b_{\beta m} - J_{\beta m} b_{\beta k}}{I_{\beta m} b_{\beta k} - I_{\beta k} b_{\beta m}}, \quad (25b)$$

para las combinaciones:

$$\begin{aligned} k = 3 \text{ y } m = 4, \quad k = 3 \text{ y } m = 5, \quad k = 3 \text{ y } m = 6, \\ k = 4 \text{ y } m = 5, \quad k = 4 \text{ y } m = 6, \quad k = 5 \text{ y } m = 6. \end{aligned}$$

Ahora, de la segunda igualdad en las Ecs. (23a) y (23b), se explicitan nuevamente $b_{\alpha 2}$ y $b_{\beta 2}$ para dar:

$$b_{\alpha 2} = \frac{b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta 2}}{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k})}, \quad (26a)$$

$$b_{\beta 2} = \frac{b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\alpha 2}}{(I_{\alpha k} S_{12})}, \quad (26b)$$

$$b_{\alpha 2} = \frac{b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\beta 2}}{(I_{\beta k} S_{21})}, \quad (26c)$$

$$b_{\beta 2} = \frac{b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha 2}}{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k})} \quad (26d)$$

y de la igualación de las Ec. (26a) con la Ec. (26c) y de la Ec. (26b) con la Ec. (26d) se tiene que:

$$b_{\alpha 2} = \frac{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta k}}{(I_{\alpha k} I_{\beta k} \Delta + I_{\alpha k} J_{\beta k} S_{11} + I_{\beta k} J_{\alpha k} S_{22} + J_{\alpha k} J_{\beta k})} \quad (27a)$$

y

$$b_{\beta 2} = \frac{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha k}}{(I_{\alpha k} I_{\beta k} \Delta + I_{\alpha k} J_{\beta k} S_{11} + I_{\beta k} J_{\alpha k} S_{22} + J_{\alpha k} J_{\beta k})}, \quad (27b)$$

Para $k=2, 4, 5$ y 6 , y:

$$\Delta = S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}. \quad (28)$$

Dividiendo la Ec. (27a) entre la Ec. (27b) se obtienen:

$$\frac{b_{\beta 2}}{b_{\alpha 2}} = \frac{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha k}}{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta k}} \quad (29a)$$

y

$$\frac{b_{\alpha 2}}{b_{\beta 2}} = \frac{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta k}}{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha k}}, \quad (29b)$$

las cuales representan dos conjuntos de cuatro ecuaciones que al ser sustituidos en la Ec. (20) generan finalmente, dos nuevos conjuntos de cuatro ecuaciones en los que se encuentran de manera implícita los parámetros de dispersión, generando así un sistema de ocho ecuaciones con ocho incógnitas (las partes real e imaginaria de los cuatro parámetros S). Estos conjuntos están dados de la siguiente manera:

$$\Gamma_{\alpha 2} = S_{11} + S_{12} \frac{b_{\beta 2}}{b_{\alpha 2}}$$

$$= S_{11} + S_{12} \left(\frac{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha k}}{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta k}} \right) \quad (30a)$$

y

$$\Gamma_{\beta 2} = S_{22} + S_{21} \frac{b_{\alpha 2}}{b_{\beta 2}}$$

$$= S_{22} + S_{21} \left(\frac{(I_{\beta k} S_{22} + J_{\beta k}) b_{\alpha k} - (I_{\alpha k} S_{12}) b_{\beta k}}{(I_{\alpha k} S_{11} + J_{\alpha k}) b_{\beta k} - (I_{\beta k} S_{21}) b_{\alpha k}} \right) \quad (30b)$$

para $k = 3, 4, 5$ y 6 .

3. EXPECTATIVAS DE LA PROPUESTA

De una inspección de las expresiones dadas al final de la sección anterior, se puede observar que la Ec. (29) representa un sistema determinado no explícito de ecuaciones no lineales en el que los parámetros de dispersión del DBP son variables que dependen de los coeficientes de reflexión $\Gamma_{\alpha 2}$ y $\Gamma_{\beta 2}$ medidos por los reflectómetros, de $A_{\alpha} - H_{\alpha}$ y $A_{\beta} - H_{\beta}$ que son constantes complejas intrínsecas a las estructuras separadoras de señal y de $b_{\alpha i}$ y $b_{\beta i}$ ($i = 3, 4, 5$ y 6) que están asociadas con las lecturas de potencia obtenidas por los sensores. Una vez explicitado, este sistema puede ser resuelto con algún método de solución de sistemas de ecuaciones no lineales como el de la secante.

Para obtener estos valores de medición y con el objeto de validar experimentalmente la teoría que aquí se presenta, se construirá un analizador de redes hexaportal para operar en las bandas R, S, H y C de 2 GHz a 8 GHz. Como se muestra en la Fig. 1, el analizador se integrará a partir de dos reflectómetros "gemelos" previamente calibrados

que operarán en el mismo ancho de banda [4]. Las estructuras separadoras de señal de los reflectómetros estarán compuestas por varios divisores de potencia y acopladores direccionales simples [5]. Los sensores de potencia serán diodos comerciales del tipo coaxial de Arseniuro de Galio (GaAs) que trabajan en un ancho de banda de 0,01 GHz a 33 GHz (Agilent 8474C). Los sensores de los instrumentos comerciales de medición se calibran típicamente con referencia a un estándar de transferencia que puede ser secundario, por ejemplo, el estándar secundario de medición de potencia es una montura bolométrica cuya eficiencia efectiva es medida por un estándar primario, en este caso, un microcalorímetro [6]. Así, existen estándares primarios y secundarios de tal forma que no se puede hablar de un patrón único de referencia, sino de un procedimiento en el que se obtienen los valores de potencia como una cantidad derivada de mediciones de temperatura.

4. CONCLUSIONES

Debido a la posibilidad de que la solución del sistema de ecuaciones no converja fácilmente aún cuando éste esté determinado, es posible que sea necesario generar más ecuaciones con el uso de más estándares de calibración. Con esto se lograría un sistema sobredeterminado de ecuaciones y al mismo tiempo se evitarían posibles ambigüedades en la solución. Así, es aún prematuro adelantar alguna conclusión respecto a la concordancia que habrá entre los resultados analíticos y los experimentales pero ya se puede predecir que ambas, la precisión y la exactitud se encontrarán dentro del orden de magnitud que ofrece cada reflectómetro independiente y que además la técnica es numéricamente eficaz. Esto se puede verificar al revisar la Fig. 4 de [4] en la que se comparan mediciones a una línea de microcinta con vuelta en ángulo recto, realizadas con un analizador de redes vectorial calibrado con la técnica *short-open-load-thru* (SOLT por sus siglas en inglés), y con un reflectómetro hexaportal calibrado con la técnica ahí propuesta para un reflectómetro sólo.

REFERENCIAS

- [1] G. F. Engen, *The six-port reflectometer: An alternative network analyzer*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-25, pp. 1075-1080, Dec. 1977.
- [2] C. A. Hoer, *A network analyzer incorporating two six-port reflectometer*, IEEE Trans. Microwave

- Theory Tech., vol. MTT-25, pp. 1070-1074, Dec. 1977
- [3] G. F. Engen and C.A. Hoer, *Thru-reflect-line: An improved technique for calibrating the dual six-port automatic network analyzer*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-27, pp. 987-993, Dec. 1979
- [4] A. Dueñas Jiménez, C. A. Bonilla Barragán, *On the calibration of a microwave network six-port reflection analyzer*, IEEE Trans. Instrum., Meas., vol. IM-56, pp. 1763-1769, Oct. 2007.
- [5] S. H. Li and R. G. Bosisio, *Analysis and optimized circuit design of six-port reflectometers*, Acta Electron. Sinica, vol. 11, Mar. 1983.
- [6] T. P. Crowley and F. R. Clague, *A 2.4 mm coaxial power standard at NIST*, British Electromagnetic Conf., Nov. 2001.

FDTD SIMULATION OF A COAXIAL REACTIVE CALIBRATION STANDARD

A. Dueñas Jiménez*, C. A. Bonilla Barragán†, J. M. Villegas González‡ and A. G. Andrade Reatiga‡

* Departamento de Electrónica, Universidad de Guadalajara
Av. Revolución No. 1500, 44840 Guadalajara, Jalisco, México

Tel. y Fax.: 01 33 3619 8471, email: alejandro.duenas@red.cucei.udg.mx

‡ Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Sede Mexicali

Abstract: This paper presents a procedure to simulate an open-circuit coaxial reactive calibration standard having whole axial symmetry. The simulation is carried out on a planar microstrip equivalent circuit representing the coaxial standard. A two-dimensional (2-D) finite-difference time-domain (FDTD) method is used to reach this purpose. The lumped equivalent circuit inductance and capacitance of an undetermined planar circuit are used to define the characteristic impedance of the microstrip circuit. The open-circuit termination is first approximated by a middle-large impedance to obtain an initial uncompensated response, which will subsequently be compensated by means of a factor attained from a transmission line circuit analysis. Then, a second open-circuit approximation is reached when a zero current density and a source potential are stated at the microstrip output cells giving a more realistic straight response. Both, the direct and the compensated responses are compared to a measured response showing a good agreement among them.

1. INTRODUCTION

Calibration standards are core components of any high-frequency measurement system. Depending on whether the standards are waveguide, coaxial or planar circuits, a suitable electromagnetic simulation method must be chosen to determine their specific properties. In any case, the optimum choice should be a three-dimensional (3-D) full wave technique comprising the majority of the variables representing the standards. In spite of the aforementioned, for coaxial standards having a complete axial symmetry, reasonably good results can be assured by performing a simple 2-D simulation.

The 2-D FDTD method proposed by Gwarek [1] is a good candidate to carry out the simulation of an open-circuit coaxial standard. This method can be easily implemented for simulating coaxial type standards since only a pair of simple closed-form equations have to be evaluated in order to define a characteristic impedance proper of a planar circuit (as microstrip, stripline, coplanar, etc.). The characteristic impedance is stated by choosing a number of discretizing meshes or segmentation cells on an impedance graph generated by the two closed-form (inductance and capacitance) equations. The number of horizontal row of meshes corresponds to the number of vertical cells segmenting the planar geometry. The characteristic impedance varies from that of the intrinsic impedance in free-space (377Ω) for 1 cell, to a value tending to zero for bulky segmentations. Once

the characteristic impedance is defined, a 2-D FDTD electromagnetic simulation can be carried out by following the procedures presented in [2]. First, an open-circuit termination is roughly defined as 6.5 times the microstrip characteristic impedance in order to avoid numerical dispersion. Afterwards, a transmission-line analytical study is developed tending to compensate the deviation generated by the poor approximation of the open-circuit termination. Next, a code amend implementing a zero current flux at the microstrip output is performed aiming to simulate a better open-circuited load. Finally, the measurement of an actual standard and the comparison of the different responses are presented.

2. THE COAXIAL REACTIVE CALIBRATION STANDARD

Most of the commercial microwave or high-frequency measurement instruments (as network analyzers, spectrum analyzers or signal generators) use type N, APC7 or APC3.5 – SMA connectors and adapters for interconnecting or converting among them and for the input and output ports at the reference planes. N connectors are the typical ones, mainly in the low-frequency network analyzers. Thereby, a calibration kit is specifically intended for a particular connector type.

A proposal of an open-circuited coaxial line was presented in [3] as a standard intended for APC7 connectors.

The coaxial-line standard is terminated on a circular waveguide created by the abrupt truncation of the line's inner conductor. The discontinuity at the transition between the coaxial line and the circular waveguide is modeled by a frequency-dependent lumped capacitance approximated by means of an equation obtained from a fitting procedure. The approximation expression is given by

$$C(\omega) = \frac{C(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{f(\text{MHz})}{34450}\right)^2}} \quad (1)$$

where $C(0)$ is the capacitance limiting value (zero frequency) of the APC7 open standard. By permitting a prolongation instead of a truncation on the line's inner conductor, a capacitively loaded coaxial line can also be used like an open-circuit standard as shown in Fig. 1. In this geometry (APC3.5), the radiation effect at the open-end termination might give rise to non-negligible losses which must be reduced in some extent.

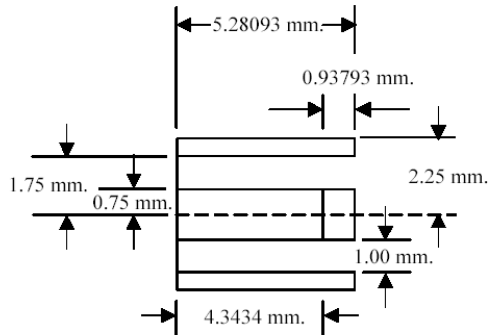


Fig. 1 A capacitively loaded coaxial line.

In order to make some comparisons, the 8048B1 open-circuit standard of Maury Microwave® was measured and analyzed. The Maury's data sheet for this standard gives the following capacitive coefficients:

$C(0) = C_0 = 62.54 \times 10^{-15}$
$C_1 = -1284.00 \times 10^{-27}$
$C_2 = 107.60 \times 10^{-36}$
$C_3 = -1.886 \times 10^{-45}$

Table 1 The capacitive coefficients of the 8048B1 open-circuit standard.

The frequency-dependent lumped capacitance for the 8048B1 standard is approximated by a power series using the four capacitive coefficients of Table 1 as follows

$$C(\omega) = C_0 - C_1 \cdot f + C_2 \cdot f^2 - C_3 \cdot f^3 \quad (2)$$

where f is given in GHz.

As can be seen from Fig. 2 for all the frequency range, the blue trace corresponding to (1), is underestimated as compared to the red trace, corresponding to the measurement. Likewise, for frequencies larger than 2 GHz, the black trace corresponding to (2) diverges from the red trace. Thereby, a better fitting procedure should be implemented in order to find a better approximation to the measurement curve.

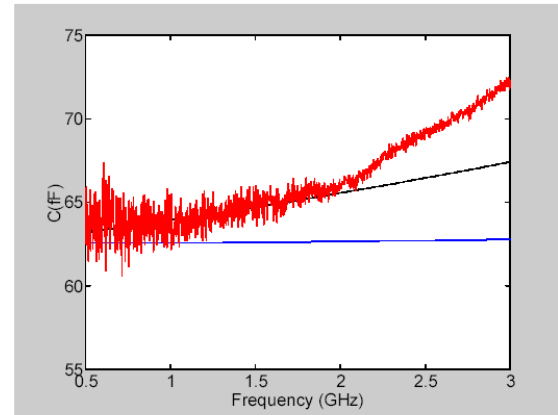


Fig. 2 The frequency-dependent capacitance of geometry of Fig.1 obtained from (1) blue trace and (2) black trace, as compared to the measured from the 8048B1 standard, red trace.

3. LUMPED EQUIVALENT CIRCUIT INDUCTANCE AND CAPACITANCE

The characteristic impedance of the microstrip equivalent circuit is defined by means of the following undetermined lumped inductance and capacitance [1]

$$L'_s(r_k) = \frac{\epsilon a}{\ln \left(\frac{r_k + a/2}{r_k - a/2} \right)}, \quad (3)$$

$$C'_s(r_k) = \frac{\mu}{a} \ln \left(\frac{r_k + a/2}{r_k - a/2} \right) \quad (4)$$

where r is the radial coordinate, k is the number of horizontal row of meshes, s refers to an arbitrary square for the inductance and a unitary square for the capacitance, ϵ and μ are the permittivity and permeability of the dielectric medium, and a is the size of the square meshes.

Thus, for a k varying from 1 to 100, the characteristic impedance given by

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'_s}{C'_s}} \quad (5)$$

generates the curve of Fig. 3. Choosing k as 4, a Z_0 of 94.188 Ω will be the characteristic impedance of the microstrip equivalent circuit.

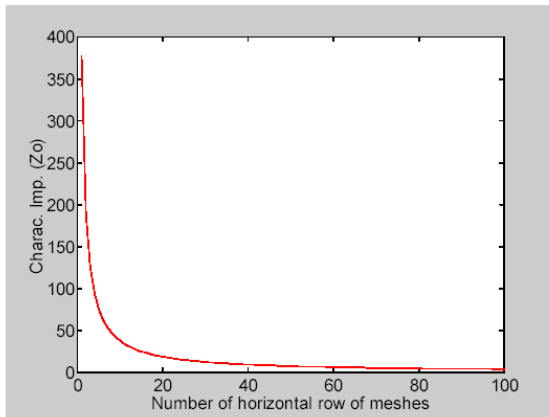


Fig. 3 The characteristic impedance of the microstrip equivalent circuit.

4. FDTD SIMULATION

Both, the responses of the compensated simulation (green trace) and the direct simulation (blue trace) are presented in Fig. 4. Only 2800 timesteps are necessary to reach the steady state but a run of 3500 timesteps is allowed with the aim of confirm the permanence of an invariable response.

The compensation factor for the entire bandwidth (0 to 3 GHz), was found as a constant value of 0.178 via the transmission line circuit analysis. This value

is directly added to reflection coefficient magnitude of the uncompensated response.

5. MICROSTRIP CIRCUIT ANALYSIS

In order to enhance the comparison process but also to validate the simulation responses, a circuit analysis of the microstrip equivalent circuit is carried out by following the procedure described in section 3.5 of [2] for a non-connectorized microstrip transmission line. Thus, the input impedance is simply obtained by using the following equation:

$$Z_{in} = Z_{0m} \frac{Z_L + jZ_{0m} \tan(\beta_m l_m)}{Z_{0m} + jZ_L \tan(\beta_m l_m)} \quad (6)$$

where Z_{0m} is the characteristic impedance of the microstrip, Z_L is the load impedance and $\beta_m l_m = \theta_m$ is the electric length of the microstrip.

The response obtained from this expression is drawn with the black trace on the polar graph of Fig. 4.

6. MEASUREMENT

The measurement was performed on one Agilent 8714ES automatic network analyzer calibrated using an open-short-load (OSL) technique with a user one-port calibration for 1600 points. The four responses, i. e., the compensated and direct simulations, the circuit analysis and the measurement (red trace), are all presented in Fig. 4.

As can be seen from the polar graph, the analytical (microstrip) and measured responses are almost identical except for a small difference on the phase. Likewise, the compensated and direct simulated responses closely follow the traces of the first two until the ending part of the bandwidth. In this part, a notable divergence is appreciated because it starts the typical response of a spiral loop closing clockwise over itself, mainly on the direct response.

This behavior is of course generated by the losses there will be in an actual microstrip circuit and because in any case neither the middle-large impedance nor the load zero current alone are a perfect representation of an open circuit.

Despite the aforesaid, the traces are so similar that they covalidate themselves and thereby the simulation method.

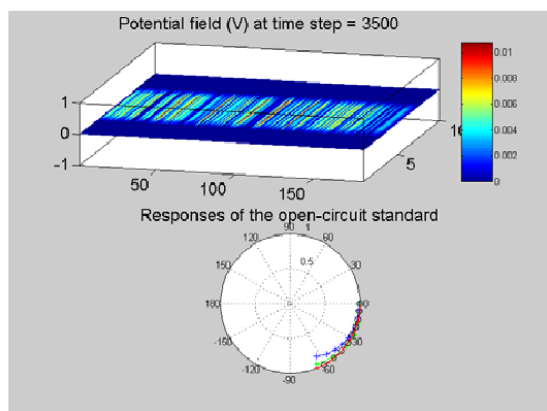


Fig. 4 Reflection coefficient responses of the proposed open-circuit standard. Compensated simulation (green trace), direct simulation (blue trace), microstrip circuit analysis (black trace), and measurement (red trace).

[3] B. Bianco, A. Corana, L. Gogioso, and S. Ridella, "Open-circuited coaxial lines as standards for microwave measurements," *Electron. Lett.*, vol. 16, no. 10, pp. 373-374, May. 1980.

7. CONCLUSION

The simulation, analysis and measurement of an open-circuit standard were performed in order to facilitate the cumbersome cut-and-try design process for fabricating this kind of microwave fixtures. The intercomparison of the frequency-dependent capacitances generated by the reactive termination of APC3.5 open-circuit standards, demonstrated the necessity of an enhanced curve fitting to obtain better modeling closed-form equations. Likewise, it was proven that a 2-D FDTD electromagnetic simulation is good enough to simulate a simple planar circuit as the microstrip equivalent representing the open-circuited coaxial line standard. In addition a simple microstrip circuit analysis in conjunction with a physical measurement confirmed well the simulation results.

REFERENCES

- [1] W. K. Gwarek, "Computer-aided analysis of arbitrarily shaped coaxial discontinuities," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-36, pp. 337-342, Feb. 1988.
- [2] A. Dueñas Jiménez, *2-D Electromagnetic Simulation of Passive Microstrip Circuits*. Boca Raton, FL: CRC Press a Taylor and Francis Company, 2008, 274 pp.

NOTE. CENAM is not responsible for the content of this document. For any question or comment, please contact the author.

FDTD Simulation of a Novel Branch Line Coupler Via a Non-Commercial Software

C. A. Bonilla Barragán^{*§}, A. G. Andrade Reátiga^{*}, A. Dueñas Jiménez[§]

^{*}Facultad de Ingeniería

Universidad Autónoma de Baja California, sede Mexicali, Baja California 21280, México.

Tel: 011-52-686-566-4270 ext. 1408; Fax: 011-52-686-566-4270 ext. 1305; E-mail: angel_andrade@uabc.mx

[§]Departamento de Electrónica

Universidad de Guadalajara, Jalisco 44430, México.

Tel: 011-52-33-1378-5900 ext. 7725; E-mail: cbonilla_esc@yahoo.com.mx, alejandro.duenas@red.cucei.udg.mx

Abstract- This paper presents the results of a simulation performed using a homemade finite difference time domain (FDTD) software, compared to those obtained by a powerful commercial one. The structure to be simulated is a novel microstrip branch-line coupler (BLC). This coupler can be used as part of the signal separation structure of the six-port network analyzer. The comparison shows that the results are good enough, but the program will require some improvements in order to be considered for simulating more complicated circuits.

Index Terms- Branch-line coupler, FDTD, lengthening factor, microstrip dispersion, simulation.

I. INTRODUCTION

Nowadays the use of advanced electromagnetic simulation programs is essential for microwave researchers. These programs reduce time consumption in the design-creation cycle and are almost unavoidable for designs which are very difficult to implement.

Commercial simulation codes are user-friendly, some of which can be operated using several methods and a wide range of geometries. Unfortunately, these programs are expensive and their internal parameters can't be modified for covering specific user requirements. Furthermore, the forms of the circuit geometries are better represented by code lines defined by the researcher. Based on well-known and well-proved methods, such as the FDTD method or the method of moments (MoM), a research group

can create a simulation code for specific simulation. The option of developing homemade simulation codes has at least two benefits: the first, the group increases its knowledge about these topics, and second, they can create a specific program for their particular needs, with the additional advantage that sometimes the program gives results which are as good as those of the commercial software.

The simulation is performed on a novel BLC proposed by Jing et al [1] whom previously simulated the circuit by means of the Ansoft HFSS[®] commercial software, based on the finite element method. Jing's results are compared to those obtained by the homemade FDTD simulation program. The code includes the "lengthening (enlargement) factor" concept assuring the convergence of the results [2].

II. BRIEF DESCRIPTION OF THE BLC AND THE FDTD CODE

This novel BLC reduces the size of the geometry approximately 28 %, compared to the original BLC operating at the same frequencies. This reduction is possible due to the use of the capacitance-loading technique [3], changing the impedance of each BLC line. Jing begins designing a traditional two-section BLC for operating at a frequency ranging from 4.0 to 5.3 GHz, then applies the capacitance-loading technique for changing $\lambda/4$ sections to shorter lines shunted by two capacitive open stubs, giving the same frequency responds as the

original one. The design equations are given as [1]

$$Z_b = \frac{Z_0}{\sin \theta_b} \quad (1)$$

$$\frac{\sin^2 \theta_b}{Z_c^2} \cdot \left(Z_c^2 + 2Z_b Z_c \frac{\tan \theta_c}{\tan \theta_b} - Z_b^2 \tan^2 \theta_c \right) = 1 \quad (2)$$

where Z_0 , Z_b and Z_c are the characteristic impedance of the $\lambda/4$ transmission line, the capacitance loading transmission line and the open circuit stub, respectively. The θ_b and θ_c are the electrical length of the capacitance loading transmission line and the open stub. The design process is finished by replacing the $\lambda/4$ lines.

This structure is simulated by a homemade FDTD program. The lines connecting the output ports (3 and 4) are taken as straight lines (Fig. 1), instead of being semicircular as in the original one, in order to simplify the coding.

This novel BLC can be used as part of a more complex structure, such as a six-port network, specifically, a wideband six-port reflectometer based on several BLC's proposed by Li [4], the nucleus of a network analyzer [5].

Concerning the homemade simulation program, two features can be highlighted.

The lengthening factor: It was realized that the propagation speed is lesser than expected because an incomplete or incorrect modeling of the microstrip substrates and hence a correction factor, known as the lengthening factor, must be included.

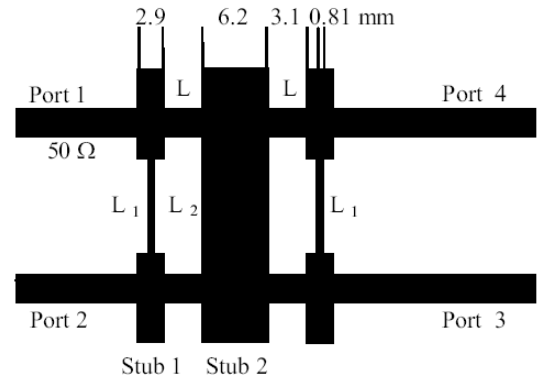


Fig. 1. Jing's compact branch-line coupler with straight lines in port 3 and 4 [1].

The use of a subroutine that considers dispersion, giving accurate values for R , L , G and C , based on the dimensions of the substrate thickness, the trace width, conductor thickness and relative permittivity of the substrate [2].

The following considerations for the simulation process are taken from the information and equations given in [1] and [2].

The program frequency interval ranges from 3.8 to 4.4 GHz, the subminiature version A (SMA) input and output female coaxial connectors, which have a relative permittivity of 2.2 and a length of 7.82 mm, are embedded. The microstrip line has a substrate thickness of 1.0 mm with a relative permittivity of 2.55 and loss tangent of 0.0019. The BLC core is 18.2 mm wide and 23.2 mm long, the rest of the assembly are the 50 Ω lines used to connect the four ports to the SMA connectors.

The 50 Ω reference impedance is used for calculating a first value of the propagation speed within the microstrip via a subroutine not considering dispersion. The values of the timestep and the square cell size are thereby obtained. At this point, the lengthening factor f_l , is calculated by using the following equations [2]

$$f_l = \frac{kv_{pm}^n}{v_{pd}^n} \quad (3)$$

where $v_{pm} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff}}}$ is the microstrip phase velocity, taken as the velocity in the 50Ω input and output lines, $v_{pd} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$ is the dielectric phase velocity, k and n are positive numbers, $k = p/2$ (where p is the number of circuit ports), n is experientially chosen as a positive entire number, c is the speed of light in free-space, ϵ_{eff} is the effective dielectric constant and ϵ_r is the relative permittivity.

On the other hand, parameters R , L , G , C and the attenuation constants for conductor α_c and dielectric α_d obtained taking into account dispersion, are calculated by a subroutine and used to compute a second value (closer to the actual but yet uncorrected) of the propagation speed. Lastly, using a graphical process, the responses of the simulation program can be observed.

III. SIMULATION RESULTS

The simulation results are graphically presented in this section. The simulation program gives a stable result after 5600 time steps and the time consumed for completing this test was less than two minutes. The original results given in [1] are presented in Fig. 2 and the results obtained via FDTD are presented in Figs. 3 and 4.

Some details can be observed in the graphs. There is a variation in magnitude of S_{21} , but the resonant peak is on the same frequency in both graphs (Fig. 2 and Fig. 3(b)). As can be seen from Fig. 3(a), the potential field at port 2 (the isolated port) is weak, in accordance with the expected behavior for a circuit of this kind. This isolation increases at

4.1 GHz, but greatly reduces at other frequencies.

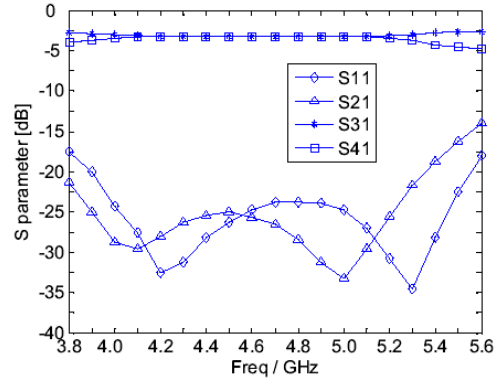


Fig.2. Simulated S -parameter magnitude of the compact branch-line coupler [1].

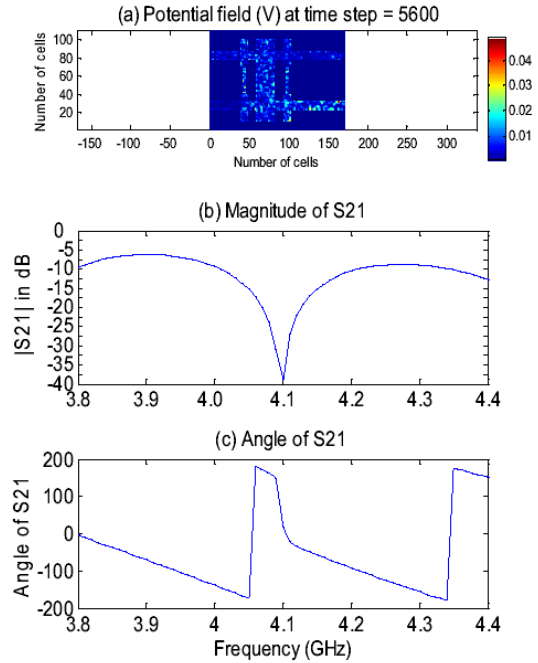


Fig.3. Responses of the BLC obtained via FDTD. (a) Simulated potential field at 5600 time steps. (b) Magnitude of S_{21} . (c) Angle of S_{21} .

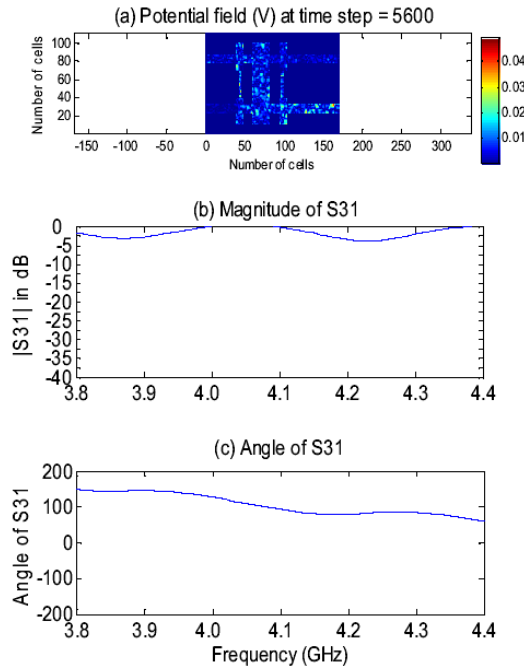


Fig.4. Responses of the BLC obtained via FDTD. (a) Simulated potential field at 5600 time steps. (b) Magnitude of S_{31} . (c) Angle of S_{31} .

As can be observed from Fig. 4(a), the magnitude of S_{31} is close to the curves presented in Fig. 2 (reproduced from [1]) for almost all frequencies, except for the intervals between 4.0 and 4.1 GHz and between 4.3 and 4.4 GHz where it diverges considerably.

Finally, it seems that in [1], the reported measurement values were presented considering the ports of the BLC numbered clockwise, however the ports for the simulation were numbered counter-clockwise. Therefore, the responses of Figs. 3 and 4 were amended to correspond to the correct ports.

IV. CONCLUSION

Based on the results obtained from the FDTD simulation, it can be concluded that the procedure to reduce the dimension of the $\lambda/4$ sections of

the traditional BLC is a reliable technique for being considered for designing the core part of more complex structures, such as a signal separation circuit to implement a six-port network analyzer. Thus, the simulation program used here gives reliable results as to avoid the costly cut-and-try process for constructing a whole measurement system such as the six-port network analyzer. This program must be however improved before attempting to simulate more complex structures, such as the six-port reflectometer proposed by Li [4].

REFERENCES

- [1] T. Jing, X.W. Shi, Y.C. Guo, L. Chen, and X. Q. Chen, "Design of a compact branch-line coupler using capacitance loading", *Microwave and Optical Tech. Lett.*, Vol. 51, pp. 198-200, Jan. 2009.
- [2] A. Dueñas Jiménez, *2-D Electromagnetic Simulation of Passive Microstrip Circuits*, Boca Raton, FL: CRC Press a Taylor and Francis Company, 2008, 274 pp.
- [3] T. Hirota, A. Minakawa, and M. Muraguchi, "Reduced-size branch-line and rat-race hybrids for uniplanar MMIC's", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 38, pp. 270-275, Mar. 1990.
- [4] S.H. Li and R.G. Bosisio, "Analysis and optimized circuit design of six-port reflectometers", *Acta Electron., Sinica*, Vol. 11, Mar. 1983.
- [5] C. A. Bonilla Barragán, A. G. Andrade Reatiga, and A. Dueñas Jiménez, "Planteamiento del modelo matemático de una técnica de calibración para un analizador de redes hexaportal", in *2008 Symposium of Metrology Dig.*, National Center of Metrology (CENAM), (Querétaro, Querétaro, México), Oct. 2008, pp. 1-6.

Proposal of a slotted circular waveguide as an open-circuited standard for calibration of L-band network analyzers

Carlos A. Bonilla Barragán^{1,2a)}, Alejandro Dueñas Jiménez²,
and Ángel G. Andrade Reátiga¹

¹ Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California Sede Mexicali
Bvd. Benito Juárez s/n, 21900 Mexicali B.C., México

² Departamento de Electrónica, Universidad de Guadalajara

Calz. Revolución No. 1500, 44840 Guadalajara, Jalisco, México

Tel. / Fax.: + (52) 33 1378 5900 ext-7726, email: cbonilla_esc@yahoo.com.mx

a) carlos.bonilla@red.cucei.udg.mx

Abstract: This paper presents a slotted circular waveguide as an open-circuited standard structure. This device as well as its previous stages are simulated with a 3D FDTD program. The dimensions are based on estimations of the MM8048B1[®] open-circuited standard. The results obtained through a variational method and a static MoM simulation, when compared with those obtained by means of 3D FDTD simulation, are found to be in good agreement, especially in the L-band.

Keywords: calibration standard, circular waveguide, FDTD simulation, network analyzer, open-circuited, slots

Classification: Microwave and millimeter wave devices, circuits, and systems

References

- [1] E. W. Risley, "Discontinuity capacitance of a coaxial of a coaxial line terminated in a circular waveguide," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 17, pp. 86–92, 1969.
- [2] M. Razaz and B. Davies, "Capacitance of the abrupt transition from coaxial-to-circular waveguide," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 27, pp. 564–569, 1979.
- [3] B. Bianco, A. Corana, L. Gogioso, and S. Ridella, "Open-Circuited Coaxial Lines as Standards for Microwave Measurements," *Electron. Lett.*, vol. 16, no. 10, pp. 373–374, May 1980.
- [4] A. D. Jiménez, C. A. B. Barragán, J. M. V. González, and A. G. A. Reátiga, "FDTD Simulation of a Coaxial Reactive Calibration Standard," Encuentro Nacional de Metrología Eléctrica ENME_2009, Nov. 2009. [Online] <http://www.cenam.mx/dme/pdf/PRE-E-Vie-8.pdf>
- [5] R. E. Collin, "The Characteristic Impedance of a Slotted Coaxial Line," *IRE Trans. Microw. Theory Tech.*, Jan. 1956.

- [6] A. D. Jiménez, “Funciones de Prueba para la Simulación Electroestática de Líneas de Transmisión Abiertas de dos Conductores usando el Método de Momentos,” *IEEE Latin America Trans.*, vol. 4, no. 6, pp. 385–391, Dec. 2006. (in Spanish)
- [7] C. M. Ruiz, personal communication.
- [8] A. D. Jiménez, *2-D Electromagnetic Simulation of Passive Microstrip Circuits*, Boca Raton, FL: CRC Press a Taylor and Francis Company, p.274, 2008.
- [9] W. K. Gwarek, “Computer-aided analysis of arbitrarily shaped coaxial discontinuities,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. MTT-36, pp. 337–342, Feb. 1988.
- [10] D. M. Pozar, *Microwave Engineering 2nd Ed.*, John Wiley & Sons, Inc., 1998.

1 Introduction

Open-circuited standards are used in several network analyzer calibration techniques. One such technique is the popular SOLT, which employs Short, Open, Load, and Thru standards. It is widely applied to calibrate Agilent® Vector Network Analyzers (VNAs). Open-circuited standards are easy to manufacture, but their analysis and simulation are more complicated, due to the impossibility of achieving a perfect infinite load and even a sufficiently good approximation.

Some papers have examined this kind of standards using variational methods [1, 2, 3] or implementing a 2D-FDTD method for structures that have complete axial symmetry [4]. All these studies have considered the discontinuity of open termination as an equivalent shunt capacitance. Based on the previous works as well as those that carried out the analysis on slots, such as [5, 6], this paper presents a new open-circuited standard. A 3D FDTD and a static MoM programs have been used for the simulation of the standard. The former was originally created by [7] and was modified for working with small circular geometries, while the latter was created by [8].

2 Simulation of the previous stages

For the simulation of the novel standard, it is convenient to evaluate two standards whose structures are their previous stages.

The 3D FDTD program uses cylindrical coordinates: the step size is 0.125 mm in z (longitudinal) and r (radial) axes, and 30° in ang (angular) axis for the first two standards, and 10° for the last one. This small cell size (i.e., 0.125 mm) is the best option for obtaining a better simulation result without increasing the computing time too much. The signal excitation is a typical Gaussian pulse, and the absorbing boundary condition (ABC) region is a fifteen-cell size perfectly matched layer (PML).

The first structure is a simple 3.5-mm air coaxial line, designed to emulate the response of the Maury Microwave MM8048B1® (open standard) for a bandwidth of 0–3 GHz. Based on the MM8048B1® data sheet, this standard

could be considered as two sections. One is a 4.343-mm long coaxial line, and the other is a shunt, frequency-dependent, equivalence capacitance. The capacitance can be replaced by a second line with a length that corresponds to the calculated capacitance. In this case, the last section is a 3.5-mm air coaxial line of 0.93793-mm length open-load terminated (see Fig. 1 a).

The analysis and the 2D FDTD simulation of the line, using the technique originally introduced by [9], and the comparisons with the measurement of the MM8048B1[®] standard, are detailed in [4] with regard to the S_{11} parameters for 0–3 GHz. Here, the 3D FDTD simulation, using 300 time steps, was carried out and contrasted with their analytical response, as shown in Fig. 1 b.

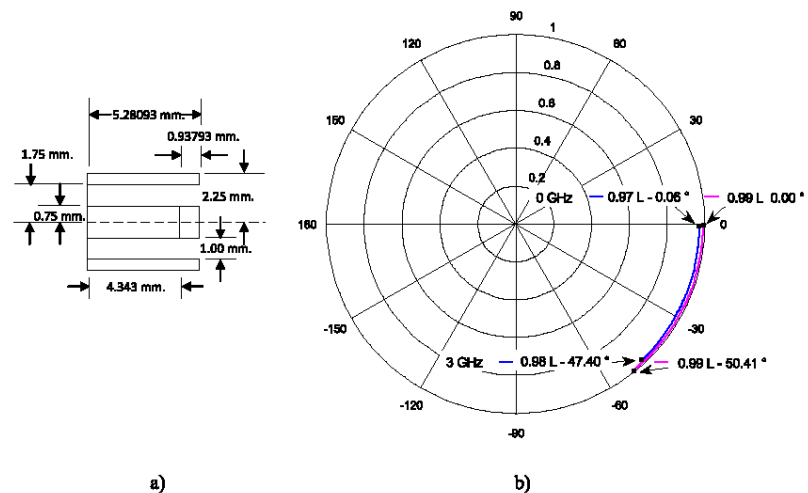


Fig. 1. The 3.5-mm coaxial line open-terminated, which emulates the MM8048B1[®] open standard behavior. a) Its dimensions and b) its analytical results (magenta line), and 3D FDTD simulation (blue line).

The second structure is the HP8542A[®] open standard. This was formed from a 7-mm air coaxial, terminated in a 33.4-mm long circular waveguide, as shown in Fig. 2 a. The length of the coaxial was considered to be 5 mm. This dimension was estimated based on the usual distance in some of the commercial standards, as there was no specific information about it.

The standard was found to have different dimensions when compared with the earlier and the subsequent structures. It was selected for two reasons: one, its geometry is the next step in obtaining the final structure of the new standard and two, it has a precise closed-form formula. This standard was measured and evaluated in [3], employing a variational method developed by [1]. Bianco achieved a simple yet highly accurate equation, Eq. (1), which could provide the value of the equivalent capacitance of the circular waveguide

as a function of the frequency

$$C = \frac{C(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{f(\text{MHz})}{34450}\right)^2}} \quad (1)$$

where C is the capacitance and $C(0)$ is the limiting capacitance value (at 0 Hz).

Based on Eq. (1) that corresponds to the shunt equivalent capacitance and considering its effect at the beginning of the standard, the S_{11} parameters can be calculated. These S_{11} parameters and those that give the 3D FDTD simulation, using 200 time steps, are presented in Fig. 2 b,

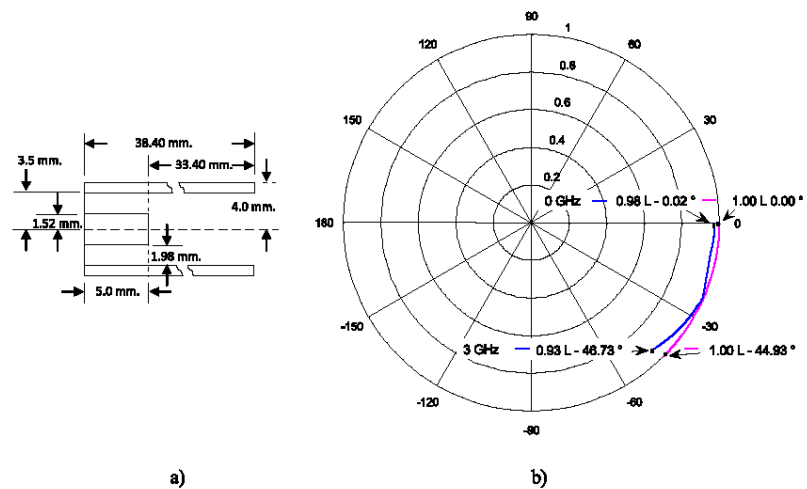


Fig. 2. The 7-mm coaxial line terminated in a circular waveguide, HP8542A[®] open standard. a) Its dimensions and b) its analytical results (magenta line), and 3D FDTD simulation (blue line).

3 The new standard simulation

The novel structure was selected using a slotted circular waveguide because the slots decrease the equivalent shunt capacitance [6], thereby reducing the deviation angle of the S_{11} parameter for a given frequency. The dimensions of the proposed standard were taken from the MM8048B1[®], but by changing the equivalent capacitance section to a circular waveguide with slots. The 5.25-mm-long device has two parts, one is a 3.5-mm coaxial line that maintains the same length of the first standard, 4.343 mm, but in both cases, to match with the simulation cell size, it was rounded to 4.375 mm, the other part, is a circular waveguide of 0.9126 mm, rounded to 0.875 mm, with two slots. As the depth of the slots is of the same value as the waveguide length, this becomes a pair of semicircular plates. The slot angle is 20° wide and 180° opposite to each other, as shown in Fig. 3a.

Two ways of comparing the values obtained by the 3D FDTD, using 300 time steps, were employed. One was the analytical way, via a variational method, and the other was via a static MoM simulation [9].

To analyze the structure by the variational method, it is necessary to separate it into two sections. The first is the coaxial line and the second is the slotted circular waveguide that transforms into two semicircular plates because the waveguide is cut totally along its length by the slots. The equivalence capacitance due to the plates can be calculated via the variational method. This method, originally proposed by [5] for calculating the characteristic impedance for the slotted coaxial lines, was modified for semicircular plates by [6], from which it was possible to obtain their equivalence capacitance, and considering the coaxial section, to calculate the S_{11} parameters.

The alternate method of checking the 3D FDTD outcomes is the static MoM. This simulation is used for evaluating the second-order TEM modes, mentioned in [5], due to the fact that the transverse fields of a TEM wave are the same as the static fields [10]. There is a second TEM mode because the central inner conductor of the slotted circular coaxial is reduced to an infinitesimally small radius, but not totally eliminated for numerical reasons. The static MoM simulation is carried out and the capacitance [8] is obtained from

$$C = \frac{|Q_l|}{Vd}, \quad (2)$$

where C is the capacitance in F/m, Q_l is the charge per unit length, and Vd is the potential difference on the strips, i.e., the semicircular plates. The capacitance value of the two semicircular plates is calculated by

$$Cap = C \cdot dist, \quad (3)$$

where $dist$ is the length of the plates, in this case, 0.875 mm. The frequency shift is made out of the MoM loop from 0 to 3 GHz. Capacitance reactance is computed from

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC}. \quad (4)$$

If loss in the plates is not considered, then X_c becomes $Z_L = -jX_c$, the load impedance, and from this, the input impedance, Z_{in} , is estimated by

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma l)}, \quad (5)$$

where Z_0 is the characteristic impedance of the 3.5-mm air coaxial line, γ is its propagation constant, and l is its 4.375 mm length. The S_{11} parameters can be obtained from

$$S_{11} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}. \quad (6)$$

Finally, the 3D FDTD simulation is performed. These outcomes are shown with those of the other two methods, for the same frequency bandwidth (0–3 GHz), in Fig. 3 b.

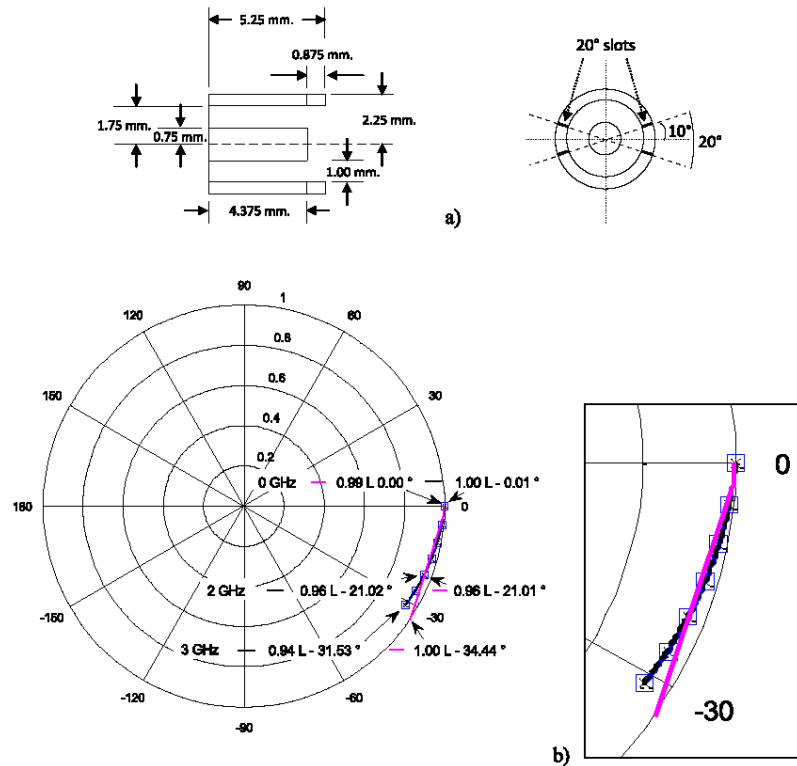


Fig. 3. The 3.5-mm coaxial line terminated in a slotted circular waveguide, open standard. a) Its dimensions and b) its variational results (squares and continuous line in blue), MoM simulation (cross and dashed line in black), and 3D FDTD simulation (magenta line).

4 Conclusion

As seen from Fig. 3 b, there is a very good agreement between the 3D FDTD simulation (the magenta line) and the other two methods, namely, the variational proposed by [6], represented by the cross and dashed black line, and the static MoM [9], corresponding to the squares and blue one. The values from 0 to 2.0 GHz, the L-band, match very well, but from 2.0 to 3.0 GHz, they diverge and this effect could be due to the numerical dispersion. However, it should be noted that for the same frequency bandwidth, from 0 to 3 GHz, the phase deviation for the new standard is less than that in the two previous structures. This is good because it indicates that for the same frequency, this standard behavior is closer to an open-circuit load (0°). As mentioned earlier, this novel standard is a good start from which posterior improvements could be made, as in the design of the FDTD code.