

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO**

DOCTORADO EN CIENCIAS E INGENIERIA



**"CORRELACIÓN INVARIANTE NO LINEAL MEDIANTE LA
UTILIZACIÓN DE FIRMAS VECTORIALES APLICADA A LA
IDENTIFICACIÓN DE OBJETOS MICROSCÓPICOS Y
MACROSCÓPICOS"**

TESIS

**para cubrir parcialmente los requisitos para obtener el grado de DOCTOR
EN CIENCIAS presenta:**

CLAUDIA FIMBRES CASTRO

**DIRECTOR DE TESIS:
JOSUÉ ÁLVAREZ BORREGO**

Ensenada, B. C.

Enero 2014

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO

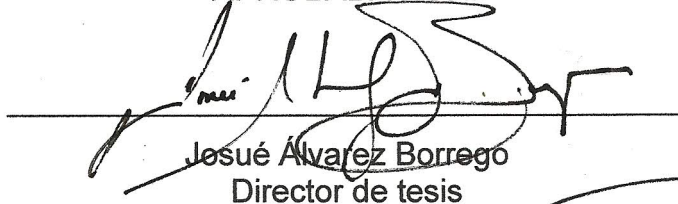
**CORRELACIÓN INVARIANTE NO LINEAL MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE FIRMAS
VECTORIALES APLICADA A LA IDENTIFICACIÓN DE OBJETOS
MICROSCÓPICOS Y MACROSCÓPICOS**

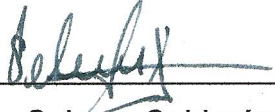
TESIS

QUE PRESENTA PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS

CLAUDIA FIMBRES CASTRO

APROBADA POR:


Josué Álvarez Borrego
Director de tesis


Dra. Selene Solorza Calderón
Miembro del Comité


Dr. Juan Crisóstomo Tapia Mercado
Miembro del Comité


Dr. Juan Iván Hipólito Nieto
Miembro del Comité


Dr. Mario Alonso Bueno Ibarra
Miembro del Comité

Ensenada, Baja California, México, Enero 2014

RESUMEN de la tesis de Claudia Fimbres Castro, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de DOCTOR EN CIENCIAS. Ensenada, Baja California, México. Enero 2014.

CORRELACIÓN INVARIANTE NO LINEAL MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE FIRMAS VECTORIALES APLICADA A LA IDENTIFICACIÓN DE OBJETOS MICROSCÓPICOS Y MACROSCÓPICOS

Resumen aprobado por:



Dr. Josué Álvarez Borrego
Director de Tesis

Actualmente el reconocimiento de patrones o imágenes ha tenido gran demanda en diversos campos de la sociedad, desde pequeñas empresas hasta instituciones gubernamentales. De esta manera, siempre se ha buscado la forma de optimizar tanto los procesos de cómputo como la calidad de identificación.

Como una nueva contribución frente a esta problemática, la presente investigación está dedicada al desarrollo de un sistema digital no lineal invariante a posición, rotación, escala, iluminación y ruido, utilizando firmas vectoriales e índices espectrales que sirvan como instrumento para el reconocimiento eficiente de objetos microscópicos y macroscópicos. Adicionalmente se propuso una metodología alternativa de reconocimiento por medio de firmas de vectores identidad.

En esta investigación es utilizada la correlación no lineal como herramienta de comparación entre las firmas. Las firmas vectoriales son calculadas por medio de algunas transformaciones matemáticas como la transformada de escala y de Fourier.

En ésta tesis se analizaron diferentes tipos de imágenes como diatomeas, radiolarios, copépodos, peces. Cada imagen es representada por dos firmas vectoriales las cuales son comparadas utilizando la correlación no lineal. Los resultados son mostrados en un plano de correlación de salida el cual muestra qué imágenes son iguales a la imagen objetivo. Como resultado se obtuvo un reconocimiento de organismos con un nivel de confianza de al menos 95.4% en todos los casos probando de esta manera la invariancia a posición, rotación y escala del sistema.

Asimismo, se realizaron experimentos para encontrar la tolerancia al ruido del sistema. El coeficiente de discriminación fue utilizado como métrica en la evaluación del desempeño del sistema que se encuentra en presencia de ruido. De esta manera, se comprobó que el sistema tiene la habilidad de reconocer el organismo aún con una densidad alrededor de 0.65 de ruido sal y pimienta y con una varianza de aproximadamente 1.26 de ruido aditivo gaussiano con media cero.

Por otra parte, se trabajó con imágenes que se encontraban en presencia de iluminación no homogénea las cuales fueron expuestas a nueve diferentes tipos de iluminación no homogénea. Los resultados mostraron que el sistema es capaz de reconocer el organismo con un nivel de confianza de al menos 95.4% en todos los casos aun con estas variaciones en la iluminación de la imagen.

Adicionalmente, tres nuevas técnicas de reconocimiento son presentadas en esta investigación por medio de índices espectrales, índices de firmas vectoriales y firmas de vectores identidad. Cada una de estas técnicas son utilizadas para reconocer objetos de una manera mucho más simple, además de tener un bajo coste computacional.

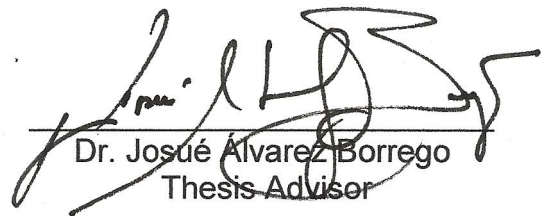
Los índices espectrales son presentados para la identificación de organismos en un mismo plano. Esta metodología fue probada con imágenes en escala de grises dando como resultado una identificación de cada uno de los organismos con un nivel de confianza superior al 95.4% en todos los casos.

Por último, las firmas de vectores identidad son obtenidas con la intención de reducir drásticamente los tiempos de cómputo además de lograr un reconocimiento eficiente independientemente del método de comparación que se utilice y de la calidad de las imágenes. Esta metodología fue evaluada con imágenes reales de baja calidad, con imágenes reales de buena calidad y con imágenes en presencia de ruido aditivo gaussiano y sal y pimienta. El sistema pudo reconocer a los organismos con un nivel de confianza superior al 95.4%.

ABSTRACT of the thesis, presented by Claudia Fimbres Castro, in order to obtain the DOCTOR IN SCIENCE degree. Ensenada, Baja California, México. January 2014.

**NONLINEAR CORRELATION BY USING VECTORIAL SIGNATURES
APPLIED TO THE IDENTIFICATION OF MICROSCOPIC AND
MACROSCOPIC OBJECTS**

Approved by:



Dr. Josué Álvarez Borrego
Thesis Advisor

At this time the pattern recognition or image recognition has been in high demand in various fields of society, since small business to government agencies. So, the best way in this field is to improve the computational processes and the quality of identification.

As a new contribution to solving this issue, this research is dedicated to the development of a nonlinear digital system which is invariant to position, rotation, scale, illumination and some kind of noise, using vectorial signatures and spectral index used as a tool for recognition of microscopic and macroscopic objects. In addition, an

alternative approach to recognize objects by signatures using identity vector signatures was proposed.

This research uses a nonlinear correlation as a tool for comparison among vectorial signatures. Vectorial signatures are calculated by mathematical transformations such as scale transform and Fourier transform.

In this thesis different types of images such as diatoms, radiolarians, copepods, fish were analyzed. Each image is represented by two vectorial signatures which are compared using nonlinear correlation. The results are shown in the output correlation plane where the images similar to the target have similar coordinates. The results obtained in organisms recognition with a confidence level of at least 95.4 % in all cases.

Also, numerical experiments were realized to find the noise tolerance of the system. The discrimination coefficient was used as a metric in evaluating the performance of the system in the presence of some kind of noise. So, it was found that the system has the ability to recognize the organisms even with a density around 0.65 of salt and pepper noise and around 1.26 variance of Gaussian noise.

However, more numerical experiments were realized with images contaminated with nine different non homogenous illumination. The results showed that the system is able to recognize the microscopic organism with a confidence level of at least 95.4 % in all cases, even with these variations of illumination.

Three more new recognition techniques are presented in this research through spectral index, spectral index signatures and identity vector signatures. Each of these techniques are used to recognize objects in a much simpler way, besides having a low computational cost.

The spectral index are presented for the identification of organisms in the same plane. This methodology was tested with grayscale images resulting in identification of each one with a higher confidence level of 95.4 % in all cases.

Last, the identity vector signatures are obtained with the intention of drastically to minimize computational cost in addition to achieving an efficient recognition regardless of the method of comparison used and the quality of the images. This methodology was evaluated with real images of low quality, real good quality images and with images contaminated with additive gaussian noise and salt and pepper. The system could recognize the microscopic organisms with a higher confidence level of 95.4 %

DEDICATORIA

A mi hijo Angel por ser la luz de mi vida,
mi más grande inspiración en este
camino y el motor que me aliento a
seguir siempre adelante.

A mi familia por su apoyo en momentos
difíciles así como por siempre alentarme
a seguir avanzando.

A mis amigas por ser siempre un gran
apoyo en mi vida y hacerme siempre
sonreír.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco principalmente a Dios por darme la vida y ser el apoyo más grande en mi vida y mi camino a seguir.

A mi hijo Angel por su alegría, por su amor que fue indispensable en este proceso para mí y por ser mi motor principal. Así como a mi familia le agradezco su tiempo, su apoyo, sus consejos y su aliento en este proceso. A mis hermanas por alentarme a seguir adelante y por siempre estar ahí para mí.

Al Dr. Josué Álvarez Borrego, director de tesis por su conocimiento y dedicación en este trabajo.

A los miembros del comité de tesis: Dra. Selene Solorza Calderón, Dr. Juan Iván Hipólito Nieto, Dr. Juan Crisóstomo Tapia Mercada, Dr. Mario Alonso Bueno Ibarra por el tiempo que dedicaron a mi trabajo, por sus consejos y sugerencias, y por estar siempre dispuestos a resolver cualquier duda en este proceso.

A la facultad de ingeniería, arquitectura y diseño por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios en esta institución.

A CONACyT por el apoyo económico recibido en el transcurso de mis estudios. Asimismo agradezco al proyecto de Ciencia Básica financiado por el CONACyT: “Correlación invariante a posición, rotación, escala, ruido e iluminación para identificación de organismos y estructuras microscópicos y macroscópicos “número 102007 a cargo del Dr. Josué Álvarez Borrego. También agradezco al proyecto CONACyT: “Investigaciones oceanográficas del sistema frontal de Baja California”, SEP-2008-103898, Ciencia Básica, PI: E.B. número 169174 a cargo de la Dra. Selene Solorza.

ÍNDICE

	<i>Página</i>
RESUMEN EN ESPAÑOL	I
RESUMEN EN INGLÉS	IV
DEDICATORIAS	VII
AGRADECIMIENTOS	VIII
ÍNDICE	IX
LISTA DE FIGURAS	XI
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Justificación	10
1.2 Planteamiento del problema	11
1.3 Objetivos	15
CAPÍTULO 2. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS.....	17
2.1 Transformada de Fourier	17
2.2 Transformada de Mellin	22
2.3 Transformada de Fourier-Mellin	25
2.4 Transformada de Escala	27
2.5 Correlación	30
2.6 Convolución	32
CAPÍTULO 3. FACTORES QUE AFECTAN A LA IMAGEN.....	34
3.1 Imagen	34
3.2 Modelo de imagen	37
3.3 Ruido	40
3.4 Iluminación	42
3.5 Filtros	43
3.6 Métricas de desempeño	47

CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA.....	50
4.1 Firmas vectoriales	50
4.2 Índices espectrales	54
4.3 Índices de firmas vectoriales	61
4.4 Firmas de vectores identidad	63
 CAPÍTULO 5. EVALUACIÓN Y DESEMPEÑO DEL SISTEMA.....	 72
5.1 Firmas vectoriales	72
5.2 Índices espectrales	96
5.3 Índices de firmas vectoriales	99
5.4 Firmas de vectores identidad	100
 CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES.....	 116
BIBLIOGRAFÍA.....	119

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
1.1	Esquema de reconocimiento de patrones.	13
3.1	Imágenes con distinta resolución espacial.	35
3.2	Imágenes con distinta nitidez.	35
3.3	Imágenes con diferente rango dinámico.	37
3.4	Imagen bajo el modelo aditivo.	38
3.5	Imagen bajo el modelo multiplicativo.	39
3.6	Imagen bajo el modelo aditivo disjunto.	39
3.7	Visualización de la imagen sin y con ruido.	40
3.8	Gráfica de la función de densidad de probabilidad Gaussiana $p(z)$.	41
3.9	Función de densidad de probabilidad del ruido (bipolar) impulsivo.	42
3.10	Geometría del modelo de reflectancia (Díaz Ramírez y Kober, 2009).	43
3.11	Pasos básicos para el filtrado en el dominio de frecuencias.	44
3.12	Diagrama de las operaciones necesarias para llevar cabo una correlación no lineal.	47
4.1	Procedimiento para la obtención de firmas vectoriales.	52
4.2	Ejemplo del procedimiento para obtener firmas vectoriales.	57
4.3	Correlación no lineal mediante el uso de firmas vectoriales.	58
4.4	Procedimiento para obtener $Index_1$.	59
4.5	Procedimiento para obtener $Index_2$.	59
4.6	Variaciones de <i>Volumen</i> cuando existen cambios de rotación y escala.	60

4.7	Comportamiento $Index_1$ de cuando la imagen presenta cambios de rotación y escala.	60
4.8	Sistema digital de reconocimiento mediante la utilización de índices espectrales $Index_1$ e $Index_2$.	63
4.9	Procedimiento para obtenerlos índices de firmas vectoriales $Index_R$ e $Index_S$.	64
4.10	Sistema digital de reconocimiento mediante la utilización de índices espectrales $Index_R$ e $Index_S$.	65
4.11	Procedimiento para obtener I_S .	66
4.12	Ejemplo del procedimiento para obtener el vector identidad.	68
4.13	Ejemplo del procedimiento mostrado en la Figura 4.11, para dos diferentes organismos.	69
4.14	Ejemplo de la firma de vector identidad cuando el mismo objeto es rotado y escalado de 1 grado a 180 grados y escalado de 80% a 125%.	69
4.15	Procedimiento general de correlación no lineal de I_S .	71
5.1	Imágenes utilizadas en el sistema.	74
5.2	Especies de diatomeas con cambios en rotación y escala.	75
5.3	Plano de correlación tomando <i>Actinoptychus bipunctatus</i> como imagen objetivo.	76
5.4	Plano de correlación tomando <i>Nitzschia paerenhoildii</i> como imagen objetivo.	77
5.5	Desempeño del sistema en presencia de ruido sal y pimienta.	78
5.6	Desempeño del sistema en presencia de ruido sal y pimienta.	79
5.7	Desempeño del sistema en presencia de ruido aditivo gaussiano.	81
5.8	Desempeño del sistema en presencia de ruido aditivo gaussiano.	81

5.9	Desempeño del sistema en presencia de ruido aditivo gaussiano con una variancia constante-0.1 además de ruido sal y pimienta.	82
5.10	Desempeño del sistema en presencia de ruido aditivo gaussiano con una variancia constante-0.1 además de ruido sal y pimienta.	82
5.11	Imágenes de copépodos utilizadas en el sistema.	83
5.12	Ejemplo de las 30 variaciones de un organismo de la misma especie y sexo.	84
5.13	Procedimiento para obtener la firma vectorial promedio.	85
5.14	Sistema digital mediante la utilización de firmas vectoriales promedio.	86
5.15	Comportamiento del sistema con variaciones de la constante de no linealidad k .	87
5.16	Plano de correlación cuando tomamos el copépodo <i>Centropages furcatus</i> hembra para construir la firma promedio.	88
5.17	Plano de correlación cuando tomamos el copépodo <i>Centropages furcatus</i> macho para construir la firma promedio.	88
5.18	Plano de correlación cuando tomamos el copépodo <i>Calanus pacificus</i> macho para construir la firma promedio.	89
5.19	Nivel de confiabilidad del sistema utilizando firmas promedio.	89
5.20	Imágenes utilizadas en el sistema.	91
5.21	Diferentes modos de iluminación no homogénea utilizadas en el sistema.	92
5.22	Ejemplo de las variaciones de iluminación no homogénea.	92
5.23	Ejemplo del mismo procedimiento de obtención de firmas vectoriales para el mismo organismo pero cuando la imagen presenta iluminación no homogénea.	93

5.24	Tabla de comparación cuando la imagen objetivo presenta variaciones de iluminación no homogénea.	94
5.25	Plano de correlación cuando la imagen presenta iluminación no homogénea tomando la diatomea <i>Actinocyclus ingens</i> como imagen objetivo.	95
5.26	Plano e correlación cuando la imagen presenta iluminación no homogénea tomando la diatomea <i>Aspeltia nodulifera</i> como imagen objetivo.	95
5.27	Plano de identificación mediante la utilización de índices espectrales.	97
5.28	Sistema digital utilizando $Index_1$ e $Index_2$.	97
5.29	Plano de identificación de copépodos utilizando $Index_1$ e $Index_2$.	98
5.30	Tabla de nivel de confiabilidad en el reconocimiento de copépodos.	99
5.31	Plano de identificación utilizando <i>Índices de firmas vectoriales</i> .	100
5.32	Radiolarios utilizado en el sistema digital (barra = 100 μ).	103
5.33	Especies de radiolarias con cambios en rotación y escala.	104
5.34	Plano de correlación no lineal de I_s donde <i>Zygocircus productos capulosus</i> (I) es tomada como imagen objetivo.	106
5.35	Plano de correlación no lineal de I_s donde <i>Plectopyramis dodecomma</i> (J) es tomada como imagen objetivo.	106
5.36	Comportamiento estadístico de las distancias Euclidiana utilizando <i>Zygocircus productos capulosus</i> (I) como imagen objetivo.	107
5.37	Comportamiento estadístico de las distancias Euclidiana utilizando <i>Plectopyramis dodecomma</i> (J) como imagen objetivo.	107
5.38	Desempeño del sistema en presencia de ruido gaussiano.	108

5.39	Desempeño del sistema en presencia de ruido sal y pimienta.	109
5.40	Desempeño del sistema en presencia de ruido sal y pimienta además de ruido gaussiano.	109
5.41	26 especies diferentes de plancton utilizadas en el sistema digital.	112
5.42	Plano de correlación no lineal de I_s donde <i>Pyrophacus steinii</i> (C) es tomada como imagen objetivo.	113
5.43	Plano de correlación no lineal de I_s donde <i>Ornithocercus magnificus</i> (I) es tomada como imagen objetivo.	113
5.44	Plano de correlación no lineal de I_s donde <i>Protoperidinium longipes</i> (E) es tomada como imagen objetivo.	114
5.45	Comportamiento estadístico de las distancias Euclidiana utilizando <i>Heterodinium</i> (W) como imagen objetivo.	114
5.46	Comportamiento estadístico de las distancias Euclidiana utilizando <i>Diplopsalopsis orbicularis</i> (Q) como imagen objetivo.	115

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se presentan los antecedentes principales en el ámbito de procesamiento digital de imágenes así como los objetivos principales del presente trabajo.

Desde que nacemos desarrollamos nuestra percepción visual al detectar formas, personas, objetos, colores, etc., que con el tiempo vamos perfeccionando para identificar, diferenciar, contar y clasificar objetos o patrones. El ojo es denominado a menudo el órgano de la visión, sin embargo, el órgano que efectúa el proceso de la visión es el cerebro; la función del ojo es traducir las vibraciones electromagnéticas de la luz en un determinado tipo de impulsos nerviosos que se transmiten al cerebro a través del nervio óptico.

Los ojos son órganos complejos que se desarrollan básicamente como ventanas laterales del cerebro. Cada ojo presenta una capa de receptores, un sistema de lentes para enfocar la imagen sobre estos receptores y un conjunto de terminaciones nerviosas encargadas de transmitir los potenciales de acción hacia el cerebro. Los ojos son capaces de adaptarse a niveles altos y bajos de intensidad luminosa. Los nervios ópticos de ambos ojos se entrecruzan antes de entrar en el encéfalo, formando el quiasma óptico. Luego se prolongan por las vías visuales hacia la zona media del cerebro. Finalmente estos impulsos alcanzan los

centros visuales de los lóbulos occipitales. Cuando los impulsos nerviosos llegan a los lóbulos occipitales del cerebro, la información debe ser procesada. El cerebro procesa la información visual de forma particular, los diferentes aspectos de una imagen son decodificados por diferentes partes del mismo. La forma de un objeto es procesada por una vía, mientras el color y el movimiento lo son por otras vías diferentes(Kaufman y Alm, 2004; Tortora y Derrickson, 2011).

Los procesos que nos permiten reconocer patrones complejos son todavía un misterio en muchos de sus aspectos. Las investigaciones acerca de cómo tienen lugar estas operaciones en nuestro cerebro y sistema nervioso todavía no han conducido a ningún modelo definitivo.

Para los sistemas computacionales, los procesos de reconocimiento de imágenes se refieren a procesar imágenes digitales por medio de una computadora digital. Una imagen digital está compuesta por un número finito de elementos, cada uno de ellos tiene un valor y posición. Uno de los intereses principales en el área de procesamiento de imágenes se centra en los procedimientos para extraer información de la imagen de manera apropiada que permita lograr su interpretación. Esta información, pocas veces, tiene algo en común con los rasgos visuales que los seres humanos emplean para comprender el contenido de una imagen. Algunos de esos problemas típicos de la percepción automatizada son: ensamblado e inspección de productos industriales, tratamiento automático de huellas digitales, procesamiento automático de imágenes aéreas y de satélites para la predicción del tiempo y la evolución de cultivos, identificación de personas, reconocimientos militares, detección de tumores, control de robots móviles por medios visuales, entre otros.

Una de las técnicas de procesamiento digital de imágenes se emplean actualmente para resolver problemas en diversas áreas, tales como: medicina, geografía, arqueología, física, biología, astronomía, industria, etc. Asimismo, estas

áreas requieren métodos capaces de realzar la información de las imágenes para su interpretación y análisis humano.

El objetivo principal de la visión por computadora es precisamente tratar de comprender y aproximar las complejas tareas realizadas por el cerebro, a través de una gran cantidad de operaciones simultáneas o en paralelo a grandes velocidades (en comparación a cualquier computadora moderna) en aplicaciones reales. Cuando se habla de aplicaciones reales, se hace referencia a imágenes tomadas en escenarios reales con los problemas que éstos conllevan, tales como cambios de intensidad luminosa, brillos, oscurecimientos inesperados, polvo, variación de escala, rotación del objeto a identificar, traslaciones, traslapes, vistas parciales, etc. Problemas que se han intentado solucionar de diversas maneras, pero que siguen siendo problemas abiertos ya que no hay soluciones generales para éstos.

Cuando tenemos una imagen dada, el objetivo es obtener una posible interpretación para lo cual se requiere identificar o reconocer correctamente los objetos que la forman. Para poder realizar este proceso de interpretación de la imagen, generalmente se tiene un conocimiento de los objetos buscados; esto es, el reconocimiento se realiza a través de un conjunto de características del objeto, conocidas de antemano, que lo describen de manera que no sea posible confundirlo con los demás objetos de un universo dado.

En el procesamiento de imágenes la teoría de Fourier se consideró tan importante desde de sus inicios, que Lord Kelvin dijo de ella: "El teorema de Fourier no solamente es uno de los resultados más hermosos del análisis moderno, sino que además se puede decir que proporciona una herramienta indispensable en el tratamiento de casi todos los enigmas de la física moderna" (Castro Chadid y Pérez Alcázar, 2007).

Los principios del procesamiento óptico de imágenes están bien establecidos desde el siglo pasado, cuando se desarrolló la teoría de la difracción de la luz. Sin embargo, su aplicación práctica data apenas del principio de la década de los sesenta, cuando se comenzó a disponer del rayo láser. El procesamiento óptico se basa en el hecho de que la imagen de difracción de Fraunhofer de una transparencia colocada en el plano focal frontal de una lente es una distribución luminosa que representa la distribución de las frecuencias de Fourier que componen la imagen, a la que se le llama técnicamente transformada de Fourier.

La principal ventaja de este método de reconocimiento, es la velocidad a la que se realizan las operaciones (velocidad luz), sin importar la cantidad de datos de entrada, lo cual es una grandísima ventaja si se requiere que el proceso entero funcione en tiempo real. Sus principales desventajas son la complejidad del arreglo, costo elevado y su inestabilidad, es decir, es muy sensible a ruido ambiental.

Al igual que en el caso del procesamiento óptico, los principios fundamentales del procesamiento digital de imágenes están establecidos hace muchos años, pero no se llevaban a cabo debido a la falta de computadoras. Con la aparición de las computadoras de alta capacidad y memoria, era natural que se comenzara a desarrollar este campo. Uno de los primeros lugares donde se empezó a realizar el procesamiento digital fue en el Jet Propulsion Laboratory, en 1959, con el propósito de mejorar las imágenes enviadas por los cohetes. Los resultados obtenidos en un tiempo relativamente corto fueron tan impresionantes que muy pronto se extendieron las aplicaciones del método a otros campos. La visión por computadora es algo análogo al procesado óptico, ya que las operaciones realizadas sobre las imágenes, simplemente son simulaciones digitales de su equivalente óptico.

En 1964 con la aparición del filtro espacial complejo u holográfico del tipo de Vander Lugt, también llamado filtro acoplado clásico, se despertó un gran interés por desarrollar nuevos filtros cada vez más eficientes, logrando con ello avances sustanciales en el campo de reconocimiento de patrones ópticos y en los métodos de correlación. Al principio, los esfuerzos por lograr la realización de un dispositivo óptico para la identificación y conteo de objetos no fueron satisfactorios debido a que se utilizaba la correlación óptica convencional, la cual tiene el inconveniente de ser muy sensible a pequeños cambios de escala y orientación de los objetos.

A mediados de la década de los 70's se introdujo la transformada de Mellin la cual tiene la propiedad de ser invariante a los cambios de escala (Casasent y Psaltis, 1976). Los resultados de esas investigaciones confirmaron que es posible correlacionar ópticamente dos funciones u objetos que difieran en escala y rotación. En esa misma época, se realizaron estudios (Schwartz, 1980) donde se mostró que el sistema visual sensorial tiene la capacidad y habilidad de reconocer formas de los objetos independientemente de los cambios de orientación y tamaño, de manera similar a como se hace la correlación óptica fundamentada en métodos matemáticos analíticos. La imagen de la retina de la escena visual, es mapeada sobre la corteza visual del cerebro y descrita por una transformación geométrica del espacio de coordenadas cartesianas al espacio de coordenadas polares con escalamiento logarítmico.

De esta forma, dichos estudios (Schwartz, 1980) sentaron las bases para el posterior campo de estudio y desarrollo de nuevos sistemas de reconocimiento de patrones. Asimismo, éste progreso en el área de reconocimiento de patrones va de la mano con los avances en la tecnología de hardware, los cuales hacen posible construir circuitos y microprocesadores capaces de procesar información cada vez más rápidos, y agregando el desarrollo apropiado de algoritmos se hace posible el procesamiento de señales y de imágenes digitales en tiempo real.

Los métodos basados en correlación son una de las técnicas más utilizadas en una gran variedad de áreas como la robótica, visión e inteligencia artificial. Entre algunas de las ventajas que presentan estos métodos se puede mencionar las siguientes: tienen fundamento matemático robusto, puede implementarse de manera óptica y/o digital, son invariantes a desplazamientos y no requieren segmentación. Sin embargo, dichos sistemas son muy sensibles a degradaciones que modifican los niveles de intensidad de la imagen y a distorsiones geométricas presentes en el objeto. De esta manera, el diseño de filtros de correlación representa un gran reto puesto que son muchos los factores que afectan directa o indirectamente a la imagen.

El procedimiento convencional para diseñar filtros de correlación es optimizando diferentes métricas de desempeño (Kumar y Hassebrook, 1990). Un problema abierto en el diseño de estos filtros, ha sido el lograr que su salida sea invariante a diferentes distorsiones de la imagen de entrada como rotaciones y cambios de escala de los objetos, ruido del sensor, presencia de un fondo no-estacionario, iluminación no homogénea de la escena, entre otras.

El reconocimiento de patrones es parte importante de la habilidad del hombre para entender y controlar el entorno que lo rodea (Javidi y Horner, 1994) y por esta razón, las imágenes representan un medio de información indispensable, pues a través de ellas se realizan tareas básicas como lo son: la clasificación, detección y localización de objetos. Estas tareas propias del reconocimiento de patrones u objetos son básicas en un sin número de áreas como: astronomía, medicina, robótica, geofísica, defensa militar, ciencias naturales, inteligencia artificial, entre otras.

Asimismo, el reconocimiento de patrones por correlación es un subconjunto del reconocimiento de patrones estadístico y se basa en seleccionar o crear una señal

de referencia para determinar qué tanto se le parece el objeto a examinar (Vijaya Kumar et al., 2005).

En estos casos, los filtros de correlación clásicos tienen un desempeño pobre, y aunque han sido propuestas diversas soluciones (Javidi y Horner, 1994; Kumar et al., 2005), no funcionan correctamente cuando la escena de entrada presenta una combinación simultanea de estas distorsiones (Ramos-Michel y Kober, 2007). Además, el desempeño de los filtros de correlación puede mejorarse en gran medida utilizando un enfoque adaptativo en su diseño (Gonzalez-Fraga et al., 2006).

En este enfoque, es de gran interés diseñar un filtro óptimo con respecto a un conjunto de patrones fijos, en vez de diseñar un filtro con un desempeño promedio sobre un ensamble de imágenes (filtros clásicos). De este modo, si se desea reconocer un objeto que a su vez aparece distorsionado geométricamente (rotado, escalado, desplazado, etc.) es evidente que esta tarea de reconocimiento puede volverse imposible de realizar en la mayoría de las ocasiones, no solo para el humano, sino para cualquier otro sistema que deba realizarla.

Como bien lo señala Navarro et al. (2004), se requieren técnicas que traten de manera robusta el reconocimiento de patrones sobre imágenes doblemente degradadas, es decir, borrosas y con ruido. Por otro lado, aunque son muchos los trabajos que tratan el aspecto de distorsiones geométricas del objetivo, estos solamente consideran la presencia de ruido.

Por otra parte, es importante mencionar el gran avance en el estudio y desarrollo de sistemas de correlación invariante usando filtros lineales. Sin embargo, los filtros no-lineales son introducidos para realizar la correlación digital invariante la cual nos da información de la similitud entre diferentes objetos, así como tienen muchas ventajas en comparación con los filtros clásicos, con los filtros solo de fase, y otros filtros lineales, debido a que tienen una gran capacidad para

discriminar objetos, así como el valor máximo del pico de correlación es localizado asertivamente, y el plano de salida es menos ruidoso.

De esta manera, diferentes contribuciones han sido propuestas para la composición de filtros que sean utilizados en sistemas invariantes a distorsiones en el área del reconocimiento de patrones y análisis de imágenes. Asimismo, el interés en desarrollar y utilizar nuevos sistemas ópticos, óptico-digitales y digitales automáticos para el reconocimiento de organismos, independientemente de su tamaño, rotación y posición dentro de una imagen, permiten el estudio, análisis e identificación de especies del plancton en el área de ecología y biología marina (Pech y Álvarez-Borrego, 1998; Castro-Longoria, et al, 2001; Álvarez-Borrego y Castro-Longoria, 2003; Castro-Longoria et al., 2003; V. Kober et al, 2007; Guerrero-Moreno y Álvarez-Borrego, 2009; Lerma-Aragón y Álvarez-Borrego, 2009; Solorza y Álvarez-Borrego, 2010, Álvarez-Borrego y Solorza, 2010; Álvarez-Borrego et al., 2013); en el área médica contribuyen en la detección de la bacteria responsable de la enfermedad del cólera (*Vibrio cholerae* 01) y en la detección de la bacteria de la tuberculosis (Mouriño, 1999; Álvarez-Borrego, et al., 2002; Forero-Vargas, et al., 2001, 2002; Gabriel, et al., 2003).

Por otro lado, en el área de producción de alimentos y acuícola contribuyen en la reducción de la mortandad de camarones cultivados por la rápida detección de cuerpos de inclusión de virus en imágenes de tejido de camarón (IHHN, HPV, Taura y Mancha Blanca por mencionar algunos tipos de virus), así como el estudio e identificación de parásitos en peces (Trichodinias) que afectan la producción de Tilapia (Álvarez-Borrego & Chávez-Sánchez, 2001; Rodríguez-Santiago, 2002; Bueno-Ibarra et al, 2010); en el área de acuicultura y genética contribuyen en el estudio cuantitativo de cromosomas de abulón rojo, azul y amarillo (Gallardo, et al.,2004; Gallardo, et al., 2005a; Gallardo, et al.,2005b, Gallardo, et al.,2005c; Gallardo, et al.,2005d ;Gallardo, et al.,2007).

En el área de ingeniería industrial, se ha utilizado para inspeccionar la calidad de los circuitos impresos en la verificación del cumplimiento o no cumplimiento de los estándares de calidad de los ensambladores (Flores Nuñez, et al., 2008; Guerrero-Moreno & Álvarez Borrego, 2009).

Sin embargo, pocos trabajos se han realizado ya sea en el área microscópica o macroscópica que se enfoquen en la eficiencia de ejecución de los algoritmos como parámetro de calidad del mismo con respecto al aumento de resolución de las imágenes que se procesan y a la utilización de color. Por otro lado, los dispositivos de adquisición de imágenes tales como cámaras digitales, scanners, etc., presentan propiedades de operación superiores proporcionando imágenes en el orden de mega-píxeles, lo que hace indudable la importancia del diseño de algoritmos mucho más eficientes en el procesamiento de dichas imágenes.

El hecho de que algunas especies se puedan confundir con otras, nos muestra que la correcta identificación de un organismo es de suma importancia, pero ésta puede tardar mucho tiempo, por lo que el desarrollo de nuevas técnicas de identificación de especies puede ser muy útil para el taxónomo (Zavala-Hamz y Álvarez-Borrego, 1997, Castro-Longoria et al., 2001, Álvarez-Borrego y Castro-Longoria, 2003, Guerrero-Moreno y Álvarez-Borrego, 2009, Solorza y Álvarez-Borrego, 2010, Álvarez-Borrego y Solorza, 2010; Álvarez-Borrego et al., 2013).

Este trabajo se enfoca en el diseño de un filtro no lineal de correlación mediante la utilización de firmas vectoriales e índices espectrales, como método de reconocimiento de objetos, y se considera este algoritmo invariante a posición, rotación y escala, así como el reconocimiento o identificación de objetos idénticos pero en ambientes con fondos de contrastes no homogéneos, los cuales pueden tener condiciones de diferentes tipos de iluminación (iluminación no uniforme) y en presencia de ruido.

Actualmente la ciencia busca el desarrollo de algoritmos robustos los cuales sean capaces de tomar en cuenta el conjunto de características del objeto, muchas de las cuales incluso no puedan detectarse por el ojo humano. De esta manera, surge la motivación de realizar este trabajo con el objetivo de reconocer un objeto degradado y distorsionado, con variancias en desplazamiento, rotación y escala, el cual pueda presentar iluminación no homogénea y ruido, a través de un sistema digital no lineal con firmas vectoriales e índices espectrales.

1.1 Justificación

En México como en otras partes del mundo existe una búsqueda constante de avance tanto tecnológico como científico el cual permita simplificar los procesos en diferentes áreas. Asimismo, existe un factor adicional de gran importancia que tomar en cuenta como lo es la reducción del tiempo y costo.

Por otro lado, se requiere realizar estudios mediante el análisis de partículas microscópicas y macroscópicas que ayuden en el proceso de análisis e identificación rápida de éstas por medio de métodos automatizados y tecnologías de cómputo. De esta manera, se hace evidente la importancia de la sistematización de estos procesos debido a la gran cantidad de partículas que deben de ser analizadas, además las tareas de captura y análisis de muestras es una tarea por demás laboriosa y extenuante para los expertos encargados de realizar los estudios, asimismo, cabe mencionar que el personal encargado de estas tareas pasa mucho tiempo en la identificación de algún organismo u objeto, teniendo como consecuencia que el personal ocupe mucho tiempo en el reconocimiento de dichos objetos.

Por otra parte, si hablamos de objetos microscópicos, el problema se hace más evidente pues el analizar estos objetos tiene como consecuencia cansancio natural visual por la observación que dura a veces muchas horas, si a lo anterior le agregáramos que el sistema visual humano tiene una disminución de las capacidades al paso del tiempo en la discriminación de partículas y de visualizar

diferencias de tonalidades de color cuando se está realizando una observación directa al microscopio, además este efecto genera problemas de homogeneidad en el proceso de análisis, ya que dos sistemas visuales humanos no captan de igual forma la luz multiespectral.

La solución del problema de ninguna manera es trivial, debido a la problemática que implica las múltiples distorsiones que puede tener una imagen, tal como las diferencias en escala, rotación, el ruido generado por imágenes con una exposición de baja calidad, las múltiples posiciones en las que puede encontrarse el objeto, (se tendrían que generar algoritmos invariantes a rotación, escala, posición, ruido, iluminación, etc.), lo que refleja que existe una gran complejidad. Sin embargo, la necesidad de automatización de los procesos es un hecho evidentemente necesario para poder hacer frente a la gran demanda que existe en la actualidad de realizar análisis rápidos y de calidad en los resultados.

Dentro de la problemática expuesta nos encontraremos con un sinnúmero de partículas microscópicas y macroscópicas que se deben procesar, analizar e identificar, las cuales tienen a su vez una variedad de formas, tamaños y estructuras que nos pueden permitir que haya alguna discriminación entre ellas y facilitar su análisis, sin embargo hay otras especies que presentan características similares por lo que la discriminación se torna compleja.

1.2 Planteamiento del problema

Actualmente el reconocimiento de patrones o imágenes ha tenido gran demanda en diversos campos de la sociedad, desde pequeñas empresas hasta instituciones gubernamentales; esto no es nuevo ya que la tecnología de reconocimiento de huella digital (identificación biométrica), el reconocimiento de rostros, entre otros, usan esta tecnología. Desafortunadamente su reconocimiento se basa en hardware más que en software y por lo tanto el costo de su desarrollo es más alto.

El concepto de utilizar computadoras digitales para procesar imágenes tiene aproximadamente un poco más de tres décadas, por lo que el procesamiento digital de imágenes ha emergido como disciplina por si misma fundamentada en la formulación de una solida base matemática. De esta manera, ha surgido una industria completa que involucra el desarrollo de sistemas, periféricos y software basado en computadoras que están especialmente diseñados para acceder, procesar y desplegar información contenida en imágenes. Por lo tanto, todo este soporte ha traído como consecuencia una rápida expansión y evolución de esta disciplina.

Asimismo, ya adentrada la era digital es importante mencionar que existe una gran cantidad de documentos referentes al procesado de imágenes, donde el uso de elementos ópticos no ha sido erradicado, pero tal vez sí sustituido por herramientas de esta generación, todo con la finalidad de hacer más rápido y preciso el trabajo de un investigador. Asimismo existen diferentes alternativas para desarrollar un sistema de reconocimiento de patrones como muestra la Figura 1.1 (Díaz Ramírez, 2009).

De este modo, existen diferentes caminos en la identificación de objetos, tal es el caso de la identificación de parásitos en el pez Botete (Fájer y Álvarez Borrego, 2002), donde usando correlación invariante digital logran identificar los parásitos, ahorrando tiempo de observación y aumentando un nivel de confiabilidad; por otro lado, Rodríguez (2003) identifica una especie de parásitos de peces llamado Tricodina. Como este, hay muchos artículos y libros por citar algunos, por ejemplo en el análisis de imágenes de cromosomas en abulón (Gallardo Escalante et al., 2004) donde se muestra los beneficios en tiempo y calidad en la identificación, mostrando los antecedentes previos que se han desarrollado, permitiendo fundamentar la importancia de sistemas automatizados de reconocimiento de patrones o imágenes que ayuden a una rápida y eficiente identificación de organismos.

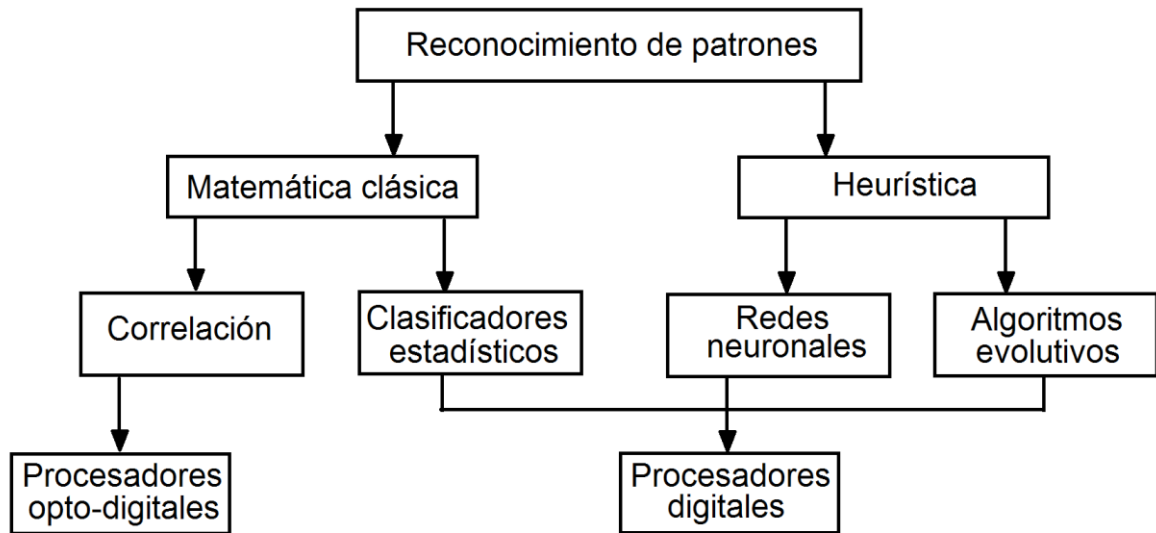


Figura 1.1. Esquema de reconocimiento de patrones.

De esta manera, siempre se ha buscado la forma de optimizar tanto los procesos de computo como la calidad de identificación, tal es el caso de la identificación de la bacteria del cólera en “Identificación de *Vibrio Cholera* 01 mediante correlación invariante”, donde el objetivo fue evaluar la efectividad de sistemas de correlación con imágenes de color para el reconocimiento de la bacteria, y también desarrollar filtros invariantes comparando los filtros clásicos con los filtros sólo de fase (Álvarez Borrego, et al., 2000, 2002). La tuberculosis ha sido también parte de este avance en identificación, en “Técnicas automáticas de identificación de la bacteria de la tuberculosis” (Forero et al, 2001 y Forero et al., 2002), donde presenta una nueva forma de detectar la bacteria basados en su contorno y fluorescencia, eliminando así la identificación errónea de algunos otros objetos, redujo el tiempo de procesado al reducir las partículas de los candidatos a buscar.

El aumento de la calidad de dispositivos computacionales tanto en almacenamiento como en velocidad, y la necesidad de la identificación oportuna

de organismos, han permitido este tipo de investigaciones y la búsqueda constante de desarrollo de nuevos sistemas de identificación que sean más eficientes en todos los sentidos.

Como por ejemplo, Pech-Pacheco (1998) en “Analizador automatizado de partículas biogénicas” donde realizó identificación de especies de dinoflagelados de una manera híbrida (óptico-digital) automatizada; más tarde Bueno Ibarra (2005) mejora esta técnica notablemente en “Desarrollo de una tecnología sistematizada para la adquisición y análisis de partículas biogénicas”, ahorrando tiempo de ejecución, procesos computacionales, espacio de almacenamiento y sobre todo la obtención de imágenes para su análisis de una manera automática.

Es notable el avance en el campo, no solo en la búsqueda de la automatización sino también en el desarrollo de nuevos filtros para la identificación mucho más rápida y precisa de objetos que presenten múltiples distorsiones. Asimismo, existe una división importante dentro de las diferentes clases de filtros, como son los filtros lineales y no lineales; cada uno tiene sus ventajas y desventajas dependiendo de su aplicación, en este trabajo nos enfocaremos en los filtros no lineales ya que la calidad de identificación es mucho mayor.

De este modo, el desarrollo de nuevas herramientas y nuevos filtros obliga a los investigadores a conocer los medios de una manera más específica, a adentrarse más en la tecnología (González y Woods, 2008); desafortunadamente esto no siempre pasa y el investigador prefiere seguir con las herramientas comunes de identificación. En base a esto es predecible decir que la falta de uso de los filtros de reconocimiento en los últimos años se ve reflejada debido a la escases de herramientas que hagan uso de ellos de manera sencilla (Álvarez Borrego et al., 2008).

En esta investigación se proponen nuevos filtros de correlación no lineal con firmas vectoriales para llevar a cabo el reconocimiento confiable de objetos

distorsionados y degradados además de una nueva metodología de identificación por medio de índices espectrales los cuales identifican varios objetos al mismo tiempo en un mismo plano. Estos filtros pretenden tomar en cuenta información importante sobre el objeto a ser reconocido, el ruido de fondo, las degradaciones de la escena de entrada y el objetivo y, el ruido aditivo.

Asimismo, a través de simulaciones por computadora, el desempeño de los filtros obtenidos se evaluará en términos de capacidad de discriminación y otras métricas de desempeño, además de la identificación de errores de localización. También se proponen nuevos filtros compuestos para realizar el reconocimiento confiable de un objetivo geométricamente distorsionado y contenido en escenas borrosas, ruidosas y con varianzas en iluminación no homogénea. La información correspondiente a los objetos a reconocerse, los falsos objetos, el fondo disjunto, el ruido aditivo y, las degradaciones que se esperan en el objetivo y en las escenas de entrada se utiliza en un algoritmo de entrenamiento iterativo para diseñar un filtro compuesto de correlación con un valor definido de capacidad de discriminación.

En resumen, en esta tesis se pretende utilizar las ventajas de los filtros no lineales en el desarrollo de un sistema digital el cual sea invariante a posición, rotación, escala, iluminación y ruido, utilizando firmas vectoriales e índices espectrales que sirvan como instrumento para el reconocimiento eficiente de objetos microscópicos y macroscópicos.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Desarrollar un sistema digital de correlación invariante no lineal mediante la utilización de firmas vectoriales e índices espectrales para el reconocimiento de

objetos con distorsiones geométricas, inmersos en ruido y en presencia de iluminación no homogénea.

1.3.2 Objetivos específicos

- Obtener el valor óptimo para el factor de no linealidad k para el filtro no lineal (Ley-K) utilizado en el sistema digital de correlación mediante un experimento numérico.
- Desarrollar e implementar un nuevo algoritmo de correlación invariante no lineal utilizando firmas vectoriales para el reconocimiento de objetos utilizando un filtro de raíz y obteniendo la respuesta de salida en un plano bidimensional de vectores de correlación en coordenadas de escala y rotación.
- Estudiar el desempeño de este sistema en presencia de diferentes tipos de ruido (ruido aditivo gaussiano, sal y pimienta además de una combinación de ruidos).
- Obtención de una nueva metodología de correlación mediante el uso de índices espectrales a partir del espectro invariante y de firmas vectoriales invariantes.
- Estudiar el desempeño de los sistemas de correlación invariante obtenidos cuando las imágenes de prueba contengan Iluminación no homogénea.
- Realizar filtros promedio para nuestro sistema digital invariante.

Capítulo 2

Fundamentos matemáticos

En este capítulo se presentan las herramientas matemáticas utilizadas en este trabajo, las cuales sirven como fundamento esencial en el procesamiento digital de imágenes, así como soporte teórico en el trabajo realizado.

2.1 Transformada de Fourier

Existen muchos tipos de problemas difíciles de solucionar o al menos aparentemente más complicados algebraicamente en su representación original. Una función g definida por la ecuación (2.1) (en donde la variable α puede ser real o compleja) es llamada transformada integral de la función f .

Un gran número de funciones muy importantes en una variedad de áreas pueden expresarse como integrales de la forma

$$g(\alpha) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)K(\alpha, x)dx, \quad (2.1)$$

donde $g(\alpha)$ es la integral del producto de la función $f(x)$ con el kernel $K(\alpha, x)$ (Arfken, 1981) y α es cualquier variable. La única diferencia entre las transformadas es su kernel $K(\alpha, x)$.

La transformada de Fourier de una función continua $f(x)$ de una sola variable, está definida como

$$\mathfrak{F}\{f(x)\} = F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j2\pi ux} dx, \quad (2.2)$$

donde $\mathfrak{F}$ representa la transformada de Fourier de la función $f(x)$ y $j = \sqrt{-1}$.

Por lo tanto, la transformada inversa de Fourier de $F(u)$ está dada por

$$\mathfrak{F}^{-1}\{F(u)\} = f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u)e^{j2\pi ux} du, \quad (2.3)$$

donde el símbolo $\mathfrak{F}^{-1}$ representa la transformada inversa de Fourier de la función $F(u)$ la cual resulta en la función original $f(x)$.

Para la función discreta $f(x)$, $x = 0, 1, \dots, M-1$, la transformada discreta de Fourier está dada por

$$\mathfrak{F}\{f(x)\} = F(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x)e^{-j2\pi \frac{ux}{M}}, \quad (2.4)$$

para $u = 0, 1, 2, 3, \dots, M-1$.

En el caso de funciones discretas se denota la transformada inversa discreta de Fourier de la siguiente manera

$$\mathfrak{F}^{-1}\{F(u)\} = f(x) = \sum_{u=0}^{M-1} F(u)e^{j2\pi \frac{ux}{M}}, \quad (2.5)$$

siendo $x = 0, 1, 2, 3, \dots, M-1$.

La transformada de Fourier de una función continua $f(x, y)$ de dos variables continuas x y y , denotada por $F(u, v)$ está definida por la ecuación (2.6) y su inversa por la ecuación (2.7)

$$\mathfrak{F}\{f(x, y)\} = F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy, \quad (2.6)$$

$$\mathfrak{F}^{-1}\{F(u, v)\} = f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv. \quad (2.7)$$

A estas ecuaciones se les conoce como par de transformadas de Fourier. Sin embargo, es importante mencionar que para ciertas funciones, desde el punto de vista matemático, estas integrales no existen, es decir, se debe de tomar en cuenta algunas condiciones importantes:

1. $f(x, y)$ debe ser absolutamente integrable sobre el plano

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |f(x, y)| dx dy < \infty.$$

2. $f(x, y)$ debe tener sólo un número finito de discontinuidades y un número finito de máximos y mínimos en cualquier dominio finito.
3. $f(x, y)$ no debe tener discontinuidades infinitas.

Si definimos una función bidimensional $f(x, y)$, su transformada de Fourier está dada por

$$\mathfrak{F}\{f(x, y)\} = F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}, \quad (2.8)$$

para valores de $u = 0, 1, 2, 3, \dots, M-1$ y $v = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1$. De manera similar, si tenemos $F(u, v)$, podemos obtener la función original $f(x, y)$ a través de la transformada discreta inversa de Fourier, dada por

$$\mathfrak{F}^{-1}\{F(u, v)\} = f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}, \quad (2.9)$$

para valores de $x = 0, 1, 2, 3, \dots, M-1$ y $y = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1$.

Las ecuaciones (2.8) y (2.9) son el par transformado discreto de Fourier. Como se puede ver, son muy similares a las ecuaciones (2.6) y (2.7), con la diferencia que

las integrales han sido reemplazadas por sumatorias y la aparición del múltiplo $1/MN$.

2.1.1 Propiedades de la transformada de Fourier

Algunas propiedades de la transformada de Fourier que son de gran importancia en este trabajo están representadas con los siguientes teoremas.

Teorema de linealidad o de la suma.

$$\mathfrak{F}[ag(x, y) + bh(x, y)] = a\mathfrak{F}[g(x, y)] + b\mathfrak{F}[h(x, y)],$$

donde a y $b \in \mathbb{R}$; es decir, la transformada de la suma de dos funciones es simplemente la suma de sus transformadas individuales.

Teorema de escalamiento o similitud.

$$\text{Si } \mathfrak{F}[g(x, y)] = G(u, v), \text{ entonces } \mathfrak{F}[g(ax, by)] = \frac{1}{|ab|} G\left(\frac{u}{a}, \frac{v}{b}\right),$$

en otras palabras, una expansión en el dominio espacial (x, y) resulta en una contracción en el dominio de frecuencias (u, v) y viceversa, además un cambio de amplitud en todo el espectro, por este motivo la transformada de Fourier no es adecuada para intentar realizar invariancia a escala.

Teorema de desplazamiento.

$$\mathfrak{F}[f(x, y)] = F(u, v), \text{ entonces } \mathfrak{F}[f(x-a, y-b)] = F(u, v)e^{-j2\pi(au+bv)},$$

donde a y $b \in \mathbb{R}$. Dicho de otro modo, una traslación de la función en el dominio espacial introduce un corrimiento en la fase en el dominio de frecuencias.

Demostración: Tomando la transformada de Fourier de $f(x-a, y-b)$, tenemos

$$\mathfrak{F}[f(x-a, y-b)] = \int_{-\alpha}^{\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha} f(x-a, y-b) e^{-j2\pi(xu+yv)} dx dy,$$

si definimos

$$x' = x - a,$$

$$y' = y - b,$$

$$\mathfrak{F}[f(x', y')] = \int_{-\alpha}^{\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha} f(x', y') e^{-j2\pi[u(x'+a)+v(y'+b)]} dx' dy',$$

$$\mathfrak{F}[f(x-a, y-b)] = F(u, v) e^{-j2\pi(ua+vb)}.$$

Si una función es trasladada en una dirección (a, b) la amplitud de la transformada de Fourier no cambia; por lo tanto es de esperarse que el cambio esté confinado a la fase de la transformada de Fourier, es decir, una traslación en el espacio produce cambios en la fase de su transformada de Fourier. De esta manera, si le aplicamos el módulo a la transformada entonces eliminamos el factor de fase y entonces *obtenemos la invariancia a traslación o posición*. Cuando la función $f(x, y)$ rota a un cierto ángulo θ , $|F(u, v)|$ rota al mismo ángulo y un cambio de escala ρ en $f(x, y)$ amplifica $|F(u, v)|$ por $|\rho|^{-1}$.

Teorema de convolución.

Si $\mathfrak{F}[g(x, y)] = G(u, v)$ y $\mathfrak{F}[h(x, y)] = H(u, v)$, entonces

$$\mathfrak{F}\left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi, \eta) h(x-\xi, y-\eta) d\xi d\eta\right] = G(u, v) H(u, v),$$

la convolución de dos funciones en el dominio espacial equivale a multiplicar sus transformadas individuales. La multiplicación es usualmente una operación mucho más simple y se visualiza de una manera más sencilla.

Teorema de autocorrelación.

Si $\mathfrak{F}[g(x, y)] = G(u, v)$, entonces

$$\mathfrak{F}\left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi, \eta) g^*(\xi-x, \eta-y) d\xi d\eta\right] = |G(u, v)|^2,$$

donde g^* representa el conjugado complejo.

Similarmente,

$$\Im \left[|g(\xi, \eta)|^2 \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(\xi, \eta) G^*(\xi + u, \eta + v) d\xi d\eta.$$

Este teorema puede considerarse como un caso especial de convolución.

2.2 Transformada de Mellin

Sea $f(x)$ una función definida en el intervalo $0 < x < 1$. La transformación de Mellin (denotada por M) es la operación del mapa de f en la función F definida en el plano complejo por la relación

$$M\{f(x)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx, \quad (2.10)$$

donde la variable compleja $s = -jc + \beta$ con el parámetro fijo $\beta \in \Re$ y la variable independiente $c \in \Re$. Ésta familia de transformadas es llamada la transformada β -Mellin (De Sena y Rocchesso, 2007). La parte real de la variable compleja s está parametrizada, para el caso $\beta = 1/2$ tenemos la transformada de escala. Es posible usar otros valores para β ; cuando $\beta = 0$ tenemos la transformada invariante compresión/expansión, y de $\beta = -1$ se obtiene la transformada invariante a la forma. Por lo tanto, la transformada de escala es una restricción de la transformada de Mellin en la línea vertical $s = -jc + 1/2$.

Asimismo, su transformada inversa está dada por

$$M^{-1}\{F(s)\} = f(x) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\beta - \infty j}^{\beta + \infty j} F(s) x^{-s} ds, \quad (2.11)$$

donde M^{-1} representa la transformada inversa de Mellin de la función $F(s)$.

2.2.1 Invariancia a escala

Más adelante se mencionan las propiedades más significativas de la transformada de Mellin. Sin embargo, la propiedad más útil de la transformada de Mellin es la invariancia a escala en el dominio del tiempo el cual produce sólo un cambio en la fase en el dominio de Fourier. Dicha propiedad se demuestra, primeramente definiendo una función $f(x)$ de la siguiente manera

$$M\{f(x)\} = F_x(s) = \int_0^{\infty} x^{s-1} f(x) dx,$$

donde $s \in \mathbb{C}$, sobre el eje imaginario $s = j\omega$, en este caso

$$M\{f(x)\} = F_x(\omega) = \int_0^{\infty} x^{j\omega-1} f(x) dx. \quad (2.12)$$

Esto es similar a la relación entre la transformada de Fourier y la transformada de Laplace. De esta manera, la transformada de Mellin de una función escalada $f(\alpha x)$ donde α , es el factor de escala, puede ser expresada como

$$M\{f(\alpha x)\} = F_{\alpha x}(\omega) = \int_0^{\infty} x^{j\omega-1} f(\alpha x) dx. \quad (2.13)$$

Al sustituir $\eta = \alpha x$, la transformada de Mellin de una señal escalada puede ser re-expresada como,

$$F_{\alpha x}(\omega) = \int_0^{\infty} \left(\frac{\eta}{\alpha}\right)^{j\omega-1} f(\eta) \frac{d\eta}{\alpha}, \quad (2.14)$$

ahora agrupando tenemos

$$F_{\alpha x}(\omega) = \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{j\omega-1} \frac{1}{\alpha} \eta^{j\omega-1} f(\eta) d\eta, \quad (2.15)$$

simplificando

$$F_{\alpha x}(\omega) = \alpha^{-j\omega} \int_0^{\infty} \eta^{j\omega-1} f(\eta) d\eta, \quad (2.16)$$

reduciendo factores obtenemos

$$F_{\alpha x}(\omega) = \alpha^{-j\omega} F_x(\omega). \quad (2.17)$$

Ahora haciendo uso de las propiedades de logaritmos,

$$F_{\alpha x}(\omega) = e^{-j\omega \ln \alpha} F_x(\omega). \quad (2.18)$$

Esto significa que cambios de escala se manifiestan en términos sólo de fase en el dominio de Mellin. Por lo tanto, el módulo de la transformada de Mellin es invariante a cambios de escala,

$$|F_{\alpha x}(\omega)| = |F_x(\omega)|. \quad (2.19)$$

En otras palabras, los módulos de las transformadas de Mellin de dos funciones que difieren en tamaño, son iguales.

2.2.2 Relación con la transformada de Laplace

Si definimos $t = e^{-x}$, $dt = -e^{-x} dx$, entonces la transformada de Mellin estaría dada de la siguiente manera

$$M\{f(t)\} = F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(e^{-x}) e^{-sx} dx = L\left\{f(e^{-x})\right\}. \quad (2.20)$$

De manera simbólica podemos escribirlo como

$$M\{f(t)\} = L\left\{f(e^{-x})\right\}. \quad (2.21)$$

2.2.3 Relación con la transformada de Fourier

Para obtener la relación entre la transformada de Mellin y la de Fourier, escribimos $s = a + 2\pi j\beta$ en la ecuación (2.20), esto es

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(e^{-x}) e^{-ax} e^{-j2\pi\beta x} dx. \quad (2.22)$$

En notación compacta la ecuación (2.22) se escribe como

$$M\{f(t); a + j2\pi\beta\} = \mathfrak{I}\{f(e^{-x})e^{-ax}; \beta\}, \quad (2.23)$$

donde

$$\mathfrak{I}\{f(x); \beta\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j2\pi\beta x} dx. \quad (2.24)$$

Una de las propiedades más importantes para este trabajo de la transformada de Mellin es la propiedad de escala, donde

1. Propiedad de Escala

$$M\{f(at); s\} = \int_0^{\infty} f(at) t^{s-1} dt = a^{-s} \int_0^{\infty} f(x) x^{s-1} dx = a^{-s} F(s).$$

2.3 Transformada de Fourier-Mellin

La transformada de Fourier-Mellin se refiere principalmente al estudio de la similitud ante transformaciones (producto directo de la rotación y los cambios de la escala). La transformada de Mellin en dos dimensiones de una función $f(x, y)$ a lo largo del eje imaginario, se define por (Casasent y Psaltis, 1976^a)

$$M(ju, jv) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(x, y) x^{-ju-1} y^{-jv-1} dx dy. \quad (2.25)$$

Siendo sencilla la generalización a dos variables sólo consideramos el caso unidimensional

$$M(jw) = \int_0^{\infty} f(x) x^{-jw-1} dx. \quad (2.26)$$

Ahora realizaremos la operación de transformada de Mellin vía la transformada de Fourier para obtener la invariancia a escala y a desplazamiento. Esto es posible debido a que cualquier transformada integral que cumpla con la condición de linealidad, puede expresarse en términos generales como la ecuación (2.1) (Arfken, 1981). Para la transformada de Mellin tendremos

$$g(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) x^{\alpha-1} dx, \quad (2.27)$$

donde $x^{\alpha-1}$ es el núcleo de la transformación. Se puede entonces, pasar de la transformada integral de Mellin a la transformación de Fourier, haciendo un cambio de variable de la forma $x = e^q$ en la ecuación (2.26). Entonces tenemos

$$M(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} f(e^q) e^{-jwq} dq. \quad (2.28)$$

La transformada de Mellin de la función $f(x)$ queda escrita ahora como la transformada de Fourier de la función $f(e^q)$. De esta forma tenemos la capacidad de realizar la operación de transformada de Mellin vía la transformada de Fourier, sin embargo cabe hacer notar que

$$|M[f(x)]| \neq |M[f(x-x_0)]|, \quad (2.29)$$

por lo que, para realizar la transformación invariante a cambios de escala y corrimiento de la función de entrada, es necesario realizar primeramente la transformada de Mellin de la función de entrada y después obtener la transformada de Fourier, es decir, $\mathfrak{F}\{M[f(x)]\}$.

2.4 Transformada de escala

Como se mencionó anteriormente la transformada de escala es un caso especial de la transformada de Mellin, donde ésta última está definida por la ecuación (2.10). La transformada de escala desarrollada por Cohen (1993) es una restricción de la transformada de Fourier-Mellin (Casasent y Psaltis, 1976). La propiedad principal de la transformada de escala es la invariancia a escala. Si nosotros llamamos a c la variable de escalamiento, entonces, la transformada de escala y su inversa está dada por (Coronel-Beltrán y Álvarez-Borrego, 2010)

$$D(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \frac{e^{-jc \ln(x)}}{\sqrt{x}} dx, \quad (2.29)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} D(c) \frac{e^{jc \ln(x)}}{\sqrt{x}} dc, \quad x \geq 0. \quad (2.30)$$

2.4.1 Relación con la transformada de Fourier

La ecuación (2.29) puede ser escrita como

$$D(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} f(x) x^{-jc-1/2} dx, \quad (2.31)$$

la cual es la transformada de Mellin con el argumento complejo. Debido a que estamos trabajando con la transformada de Mellin del argumento complejo, existe una relación directa con la transformada de Fourier. En particular, si se define una señal como

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} f[\ln(x)], \quad (2.32)$$

entonces sustituyendo en la ecuación (2.31) tenemos

$$D(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} f(\ln(x)) x^{-jc-1/2} dx, \quad (2.33)$$

utilizando las propiedades de los exponentes, escribimos la ecuación (2.33) como

$$D(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} f(\ln(x)) x^{-jc} x^{-1/2} dx, \quad (2.34)$$

ahora simplificando obtenemos

$$D(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} f(\ln(x)) x^{-jc} \frac{dx}{x}. \quad (2.35)$$

Ahora si realizamos un cambio de variable

$$u = \ln(x),$$

$$du = \frac{dx}{x},$$

$$x = e^u,$$

los limites de integración son de $-\infty$ a ∞ , entonces la ecuación (2.35) se reescribe como

$$D(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{-jcu} du. \quad (2.36)$$

Esto representa $D(c) = F(c)$.

En dos dimensiones podemos escribir la transformada de Escala y su inversa como

$$D(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(x, y) \frac{e^{(-jc_x \ln x - jc_y \ln y)}}{\sqrt{xy}} dx dy, \quad (2.37)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} D(c_x, c_y) \frac{e^{(jc_x \ln x + jc_y \ln y)}}{\sqrt{xy}} dc_x dc_y. \quad (2.38)$$

Una realización práctica de la transformada de Mellin está dada por un mapeo logarítmico de la función de entrada seguida por la transformada de Fourier. De esta relación se puede ver la escala semejante a las muestras uniformemente

distribuida de x con una función logarítmica. Una transformada de escala directa no separable $D(c_r, c_\theta)$ es utilizada en este proceso, debido a su invariancia a cambios de rotación y tamaño y está dada por

$$D(c_r, c_\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} f(r, \theta) r^{-jc_r - 1/2} e^{-j\theta c_\theta} dr d\theta, \quad (2.39)$$

y tomando el logaritmo de la coordenada radial $\lambda = \ln r$ la cual es expresada como (Coronel-Beltrán y Álvarez-Borrego, 2010)

$$D(c_\lambda, c_\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} e^{\lambda/2} f(\lambda, \theta) e^{-j(\lambda c_\lambda + \theta c_\theta)} d\lambda d\theta. \quad (2.40)$$

2.4.2 Relación con la transformada de Mellin

La función de escala de la función $g(x, y) = \frac{f(x, y)}{\sqrt{xy}}$ puede ser escrita como

$$S(u_x, v_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} g(x, y) \frac{e^{(-ju_x \ln x - jv_y \ln y)}}{\sqrt{xy}} dx dy, \quad (2.41)$$

$$S(u_x, v_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(x, y) \frac{e^{(-ju_x \ln x - jv_y \ln y)}}{xy} dx dy, \quad (2.42)$$

y realizando un cambio de variable $x = e^p$; $y = e^q$, obtenemos:

$$S(u_x, v_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(e^p, e^q) \frac{e^{(-ju_x p - jv_y q)}}{e^{p+q}} e^{p+q} dp dq, \quad (2.43)$$

$$S(u_x, v_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(e^p, e^q) e^{(-ju_x p - jv_y q)} dp dq, \quad (2.44)$$

$$S(u_x, v_y) = \Im \left[f(e^p, e^q) \right]. \quad (2.45)$$

Entonces, la relación entre las transformadas de escala y de Mellin en dos dimensiones, en uno como en otro sentido son (Cuesta Merino, 1999):

$$\text{Transformada de escala} \left[\frac{f(x, y)}{\sqrt{xy}} \right] \equiv \text{Transformada de Mellin} [f(x, y)],$$

$$\text{Transformada de escala} [f(x, y)] \equiv \text{Transformada de Mellin} [\sqrt{xy} f(x, y)].$$

En otras palabras, podemos calcular la transformada de Escala vía la transformada de Mellin y viceversa.

2.5 Correlación

2.5.1 Teorema de correlación

Para comparar dos funciones diferentes, las cuales se denotan como $f(x, y)$ y $g(x, y)$, se define la función de correlación como

$$C_{fg}(x, y) = f(x, y) \otimes g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') g(x' - x, y' - y) dx' dy'. \quad (2.46)$$

Y la función de autocorrelación se define como

$$C_{ff}(x, y) = f(x, y) \otimes f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') f(x' - x, y' - y) dx' dy', \quad (2.47)$$

donde $\otimes$ denota correlación y también es utilizado en la función de autocorrelación. Asimismo, x y y representan el corrimiento y x' y y' las variables mudas en la integración.

Cuando las funciones son complejas es necesario usar el conjugado complejo de una de las funciones:

$$C_{fg}(x, y) = f(x, y) \otimes g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') g^*(x' - x, y' - y) dx' dy', \quad (2.48)$$

y la autocorrelacion compleja como

$$C_{ff}(x, y) = f(x, y) \otimes f^*(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') f^*(x' - x, y' - y) dx' dy', \quad (2.49)$$

donde * indica el conjugado complejo de la función.

2.5.2 Correlación discreta

Hemos hablado de la correlación de funciones continuas, sin embargo es importante definir la correlación de dos funciones discretas la cual está dada por

$$f(x, y) \otimes g(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N f(m, n) g(x + m, y + n). \quad (2.50)$$

Podemos escribir dicha expresión como:

$$f(x, y) \otimes g(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) G^*(u, v), \quad (2.51)$$

donde el símbolo $\Leftrightarrow$ indica que la expresión del lado derecho es obtenida tomando la transformada de Fourier de la expresión en la izquierda, mientras que la expresión de la izquierda es obtenida tomando la transformada inversa de Fourier de la expresión en la derecha. Dicho de otra manera,

$$\mathfrak{F}\{f(x, y) \otimes g(x, y)\} = F(u, v) G^*(u, v), \quad (2.52)$$

$$\mathfrak{F}\{f(x, y) g^*(x, y)\} = F(u, v) \otimes G(u, v). \quad (2.53)$$

Por lo tanto, la correlación se puede calcular de la siguiente manera

$$f(x, y) \otimes g(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}\{F(u, v) G^*(u, v)\}. \quad (2.54)$$

2.5.3 Correlación entre variables

La correlación es un método ampliamente utilizado para calcular la relación que existe entre dos variables aleatorias. Se dice que dos variables tienen un alto valor de correlación cuando los valores de una de ellas varían sistemáticamente con respecto a los valores de la otra, es decir, si tenemos dos variables A y B,

existe correlación si al aumentar los valores de A lo hacen también los de B y viceversa. La correlación entre dos variables no implica, por si misma, ninguna relación de causalidad.

De acuerdo con el teorema de correlacion, descrito por la ecuacion (2.52), la correlacion entre dos variables se puede calcular tanto en el dominio espacial, como en el dominio de frecuencias como indica la ecuacion (2.54).

Sea $\{f(x, y), x=1, 2, \dots, N, y=1, 2, \dots, M\}$ una imagen a reconocer (objetivo) y $\{g(x, y), x=1, 2, \dots, N, y=1, 2, \dots, M\}$ una escena de prueba. Sean (x, y) las coordenadas de cada pixel y $W = M \times N$ es el tamaño de cada imagen. La correlación lineal $C(x, y)$ entre el objetivo y la escena de prueba puede calcularse espacialmente por

$$C_{fg}(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(x, y)g(x + x', y + y'). \quad (2.55)$$

2.6 Convolución

La convolución es similar a la correlación excepto que en la convolución una de las funciones es desplazada e invertida. Para la convolución tenemos

$$h(x, y) = f(x, y) \odot g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y')g(x - x', y - y')dx'dy', \quad (2.56)$$

donde $\odot$ significa convolución.

2.6.1 Relación entre convolución y correlación

Para las funciones complejas $f(x, y)$ y $g(x, y)$, la relación entre convolución y correlación está dada de la siguiente manera

$$f(x, y) \otimes g^*(x, y) = f(x, y) \odot g^*(-x, -y). \quad (2.57)$$

Asimismo,

$$f(x, y) \otimes g^*(x, y) \neq g^*(x, y) \cdot \otimes f(x, y), \quad (2.58)$$

dicho de otra manera, la correlación no es conmutativa.

Capítulo 3

Factores que afectan la imagen

Cuando trabajamos con imágenes reales es importante mencionar el hecho de que cuando la imagen real es plasmada en una imagen digital, existen factores externos que modifican los valores reales, los cuales afectan directamente los valores originales de la imagen real dando como resultado una imagen modificada. En este capítulo se presentan algunos de los factores que afectan a la imagen, así como los diferentes modelos, filtros y métricas que sirven como herramientas para el reconocimiento de objetos.

3.1 Imagen

Podemos definir una imagen como una representación visual que manifiesta la apariencia visual de un objeto real o imaginario. La calidad de la imagen digital depende fundamentalmente de diferentes variables. A continuación se mencionan algunas de estas variables:

- La resolución espacial, tamaño del pixel o potencia resolutive, la cual define la capacidad de la cámara para capturar los detalles finos del modelo original. Cuanto más definidos sean los detalles visibles, mayor es la resolución. Un ejemplo se muestra en la Figura 3.1.

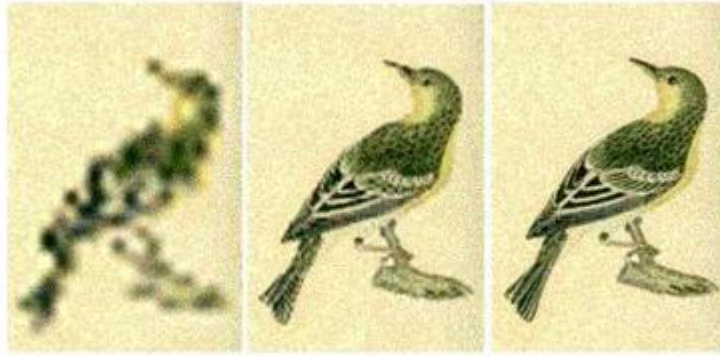


Figura 3.1. Imágenes con distinta resolución espacial.

Depende de la potencia resolutive del objetivo, del número de celdas fotosensibles existentes en el CCD¹ y de la distancia desde el centro de una celda hasta el centro de la siguiente. La resolución espacial es fundamental en la fase de muestreo de la captura.

- La resolución de luminosidad, profundidad de color o nitidez está relacionada con el número de dígitos binarios asociados a cada celda, es decir, a la cantidad de información sobre la luz y el color recibidos que puede procesar cada fotosensor. La resolución de luminosidad es determinante en la fase de cuantización de la captura. En la Figura 3.2. podemos apreciar una misma imagen con distinta resolución de luminosidad.



Figura 3.2. Imágenes con distinta nitidez.

¹ CCD: Charge-Coupled Device. El CCD es el sensor con diminutas células fotoeléctricas que registran la imagen, la cual es procesada por la cámara y registrada en la tarjeta de memoria.

Cuando una cámara digital muestrea la imagen fotográfica la divide en píxeles, cuyo tamaño va a depender del número de células fotosensibles existentes en el CCD. Un CCD con pocas células fotosensibles muestreará a baja resolución, con lo que los píxeles se apreciarán a simple vista, fenómeno conocido con el nombre de pixelización. Por el contrario, un CCD con muchas células fotosensibles muestreará con una elevada resolución espacial, obteniéndose una imagen digital de gran calidad.

- El rango dinámico establece la capacidad de la cámara para diferenciar entre niveles extremos de luz, por lo que si éste es excesivamente bajo las sombras perderán detalle, mientras que las zonas saturadas quedarán descoloridas (Figura 3.3.).
- La interpolación producida cuando se originan vacíos de información en la captura, puede producir iridiscencias² no deseadas. Las cámaras digitales de bajo coste que utilizan un CCD con pocos elementos fotosensores incrementan aún más el número de píxeles capturados por la interpolación adicional.
- La compresión de las imágenes capturadas habitual en cámaras portátiles, puede basarse en algoritmos con pérdidas, que eliminan variaciones cromáticas secundarias de un píxel al siguiente, con lo que el detalle de la imagen se reduce, perdiendo calidad. Adicionalmente, se pueden producir errores debidos a una mala interpretación de la información de la imagen durante el proceso de compresión.

Además de estos factores, existen otros factores que también afectan la imagen, como el enfoque, abertura del diafragma, ajuste de la exposición, el ruido, etc.

²Fenómeno óptico caracterizado como la propiedad de ciertas superficies en las cuales el tono de la luz varía de acuerdo al ángulo desde el que se observa la superficie.

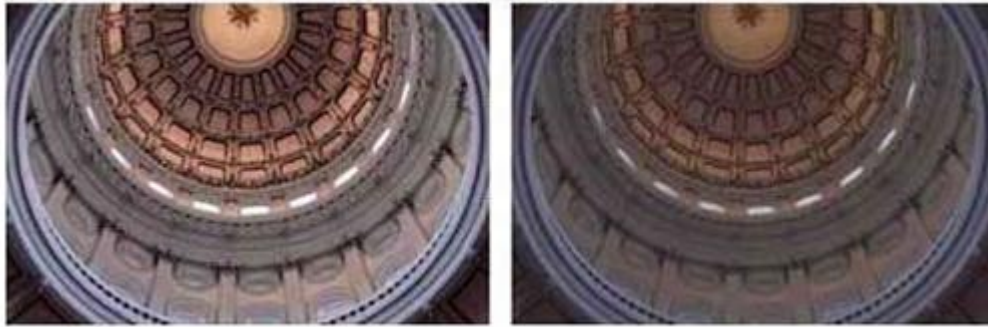


Figura 3.3. Imágenes con diferente rango dinámico.

3.2 Modelo de imagen

Un modelo de imagen es una descripción matemática de un proceso que afecta el valor final de los píxeles en una imagen digital. Estos procesos pueden incluir efectos tales como: ruido de los dispositivos de captura de imagen y/o aproximación del valor de los píxeles, iluminación, lente, etc. Generalmente un modelo puede contener sólo las variables principales del sistema y aún tener buenos resultados. Para un exitoso procesamiento de imagen, el modelado de todos los pasos, desde adquisición de la imagen hasta la imagen final es muy importante. Sin embargo, en muchos casos el historial de adquisición de imagen no se conoce por completo o en su totalidad y el sistema de identificación debe ser lo suficientemente robusto para lograr identificar el objeto independientemente de las variaciones que pueda presentar la imagen.

Las características de la fuente de luz y superficies del objeto afectarán en gran medida el cómo estén distribuidos los valores de píxeles, tanto espacial como espectralmente. En el reconocimiento de patrones mediante filtros de correlación los modelos de imagen más importantes son, el modelo aditivo, disjunto y multiplicativo (Javidi y Horner, 1994).

3.2.1 Modelo aditivo

Este modelo principalmente es utilizado para describir la captura de señales con sensores electrónicos, como la toma de una imagen con una cámara digital (CCD). Al capturar una imagen cualquiera $f(x, y)$, con un CCD, la intensidad reflejada de la escena incide sobre éste, ocasionando un flujo aleatorio de electrones en cada píxel, cuyo valor esperado corresponde a la intensidad de la luz proveniente del mismo punto de la escena. Debido a que el número de electrones es aleatorio, la imagen capturada siempre tendrá algo de ruido; en otras palabras, se genera una imagen de la escena con ruido aditivo (Figura 3.4.). La expresión matemática de este modelo puede escribirse como

$$f_a(x, y) = f(x - x_0, y - y_0) + n_a(x, y), \quad (3.1)$$

donde $f(x - x_0, y - y_0)$ es la imagen del objeto sin ruido en las coordenadas (x_0, y_0) y $n_a(x, y)$ es el ruido introducido por el sensor, cuya distribución puede ser aproximadamente normal.

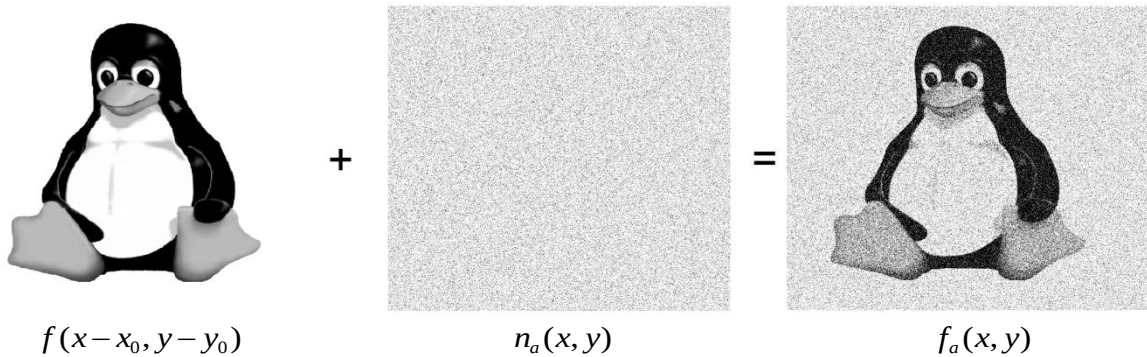


Figura 3.4. Imagen bajo el modelo aditivo.

3.2.1 Modelo multiplicativo

El modelo multiplicativo se utiliza principalmente para representar algunas distorsiones de imagen que afectan directamente los valores de los píxeles. Por ejemplo, la iluminación. Este modelo puede describirse como:

$$f_m(x, y) = f(x - x_0, y - y_0)n_m(x, y). \quad (3.2)$$

Aquí, $n_m(x, y)$ denota el ruido multiplicativo (Figura 3.5).

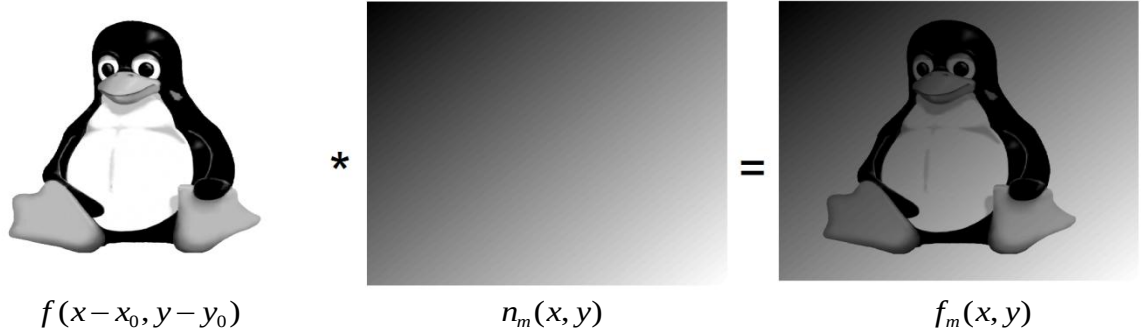


Figura 3.5. Imagen bajo el modelo multiplicativo.

3.2.3. Modelo Disjunto

El modelo disjunto describe más adecuadamente las imágenes capturadas del mundo real (Figura 3.6.). En otras palabras, consideremos el caso donde una cámara registra la imagen de un objeto de interés, en condiciones arbitrarias. La imagen resultante estará formada por la imagen del objeto más la porción del fondo en el que el objeto está incrustado. Este modelo puede describirse de la siguiente manera:

$$f_d(x, y) = f(x - x_0, y - y_0) + w(x - x_0, y - y_0)b(x, y) \quad (3.3)$$

donde $b(x, y)$ es la imagen de fondo y $w(x - x_0, y - y_0)$ es una función binaria definida como

$$w(x - x_0, y - y_0) = \begin{cases} 0, & \text{dentro del área de } f(x, y) \\ 1, & \text{de otra manera.} \end{cases} \quad (3.4)$$

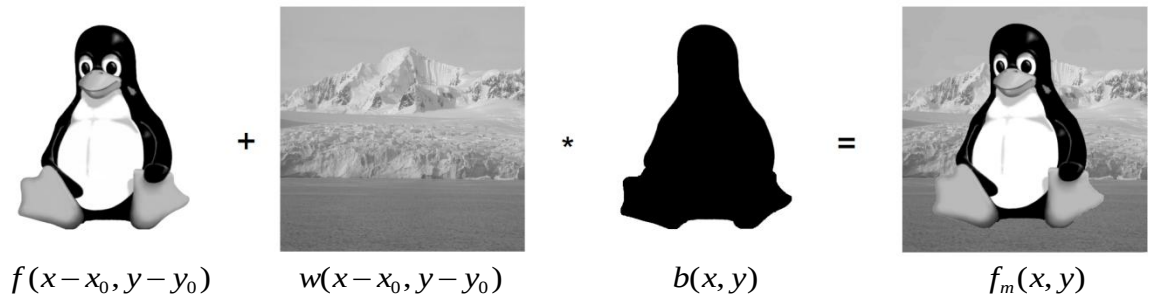


Figura 3.6. Imagen bajo el modelo aditivo disjunto.

3.3 Ruido

El ruido son pequeñas variaciones aleatorias en la luminosidad del color captadas por los fotosensores del CCD, que degradan la calidad de la imagen capturada. La cantidad de ruido captada va a depender de la relación entre señal y ruido de los fotosensores (cuanto más baja sea, más ruido captarán y peor será la calidad de la imagen resultante). En la Figura 3.7 se muestra un ejemplo.



Figura 3.7. Visualización de la imagen sin y con ruido.

El ruido es un fenómeno perturbativo no deseado de una señal deseada, que es capaz de alterar y producir cambios, distorsiones e interferir en el verdadero significado de una señal de comunicación humana o electrónica, o bloquearla totalmente. Cuando hablamos de procesamiento de imágenes, el ruido puede considerarse como una degradación o información indeseable que aparece durante el proceso de registro de una imagen. En otras palabras, podemos decir que son datos o información sin ningún significado que pueden alterar el análisis y evaluación de datos.

3.3.1 Funciones de densidad de probabilidad de ruido gaussiano

La función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria gaussiana Z , está dada por

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad (3.5)$$

donde z es la variable aleatoria y representa el nivel de gris, μ es la media del valor promedio de z , σ es la desviación estándar y σ^2 es la variancia de z . La gráfica de esta función se muestra en la Figura 3.8., donde para el intervalo $(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$ se tiene el 68.2% de su valor y 95.4% para el intervalo $(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$.

3.3.2 Funciones de densidad de probabilidad de ruido sal y pimienta

La función de densidad de probabilidad del ruido (bipolar) impulsivo está dada por

$$p(z) = \begin{cases} P_a, & \text{para } z = a \\ P_b, & \text{para } z = b \\ 0, & \text{para cualquier otro valor de } z. \end{cases} \quad (3.6)$$

Si $b > a$, la intensidad b aparecerá como un punto blanco en la imagen y a aparecerá como un punto negro. Si cualquiera, P_a o P_b , es cero, el ruido impulsivo recibe el nombre de unipolar. La gráfica de esta función se muestra en la Figura 3.9.

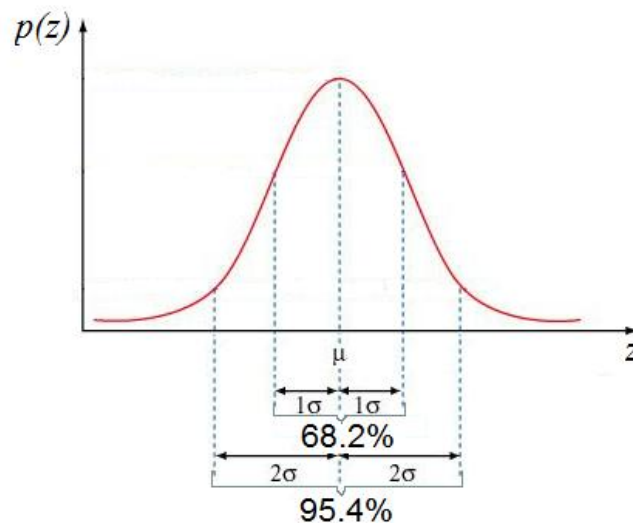


Figura 3.8. Gráfica de la función de densidad de probabilidad Gaussiana $p(z)$.

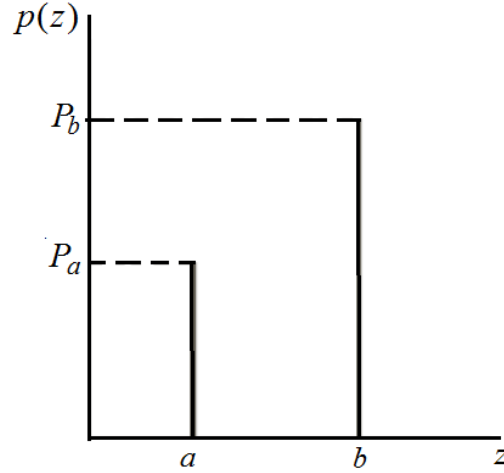


Figura 3.9. Función de densidad de probabilidad del ruido (bipolar) impulsivo.

3.4 Iluminación

Los modelos de reflectancia describen la relación que existe entre la dirección de la fuente de iluminación con la forma de la superficie. Las superficies pueden clasificarse como Lambertianas, especulares o híbridas (combinación de ambas) (Horn,1986). Las superficies Lambertianas reflejan la luz en todas las direcciones con amplitudes iguales. El modelo Lambertiano está dado a continuación (Figura 3.10.) (Zheng y Chellappa,1991):

$$I_L(p, q) = \rho \cos \theta_i = \rho \frac{\cos \gamma - p \cos \tau \sin \gamma - q \sin \tau \sin \gamma}{(1 + p^2 + q^2)^{1/2}}, \quad (3.7)$$

donde ρ es el “albedo” de la superficie, y $\theta_i = [N \cdot S]$ es el ángulo de incidencia, es decir el ángulo entre el vector normal y la superficie $N = (-p, -q, 1) / (1 + p^2 + q^2)^{1/2}$ y el vector en la dirección de la fuente de iluminación $S = (\cos \tau \sin \gamma, \sin \tau \sin \gamma, \cos \gamma)$. Aquí, $(p = \partial z / \partial x, q = \partial z / \partial y)$ son las derivadas parciales de la altura z , τ es el ángulo de inclinación (ángulo entre S y el plano $x-z$) y γ es el ángulo de elevación (ángulo entre S y el eje z positivo).

Las superficies especulares reflejan la luz tal como un espejo. En este caso, la reflexión está formada por el pico especular (cuando los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales) y el lóbulo especular, el cual se expande alrededor de la dirección de la reflexión especular. Las superficies híbridas, pueden verse como una combinación de componentes de reflexión Lambertianos y especulares. Por ejemplo, $I_H = k_1 I_L + k_2 I_S$, donde I_L e I_S son las componentes Lambertianas y especulares, respectivamente, y $k_1 + k_2 = 1$.

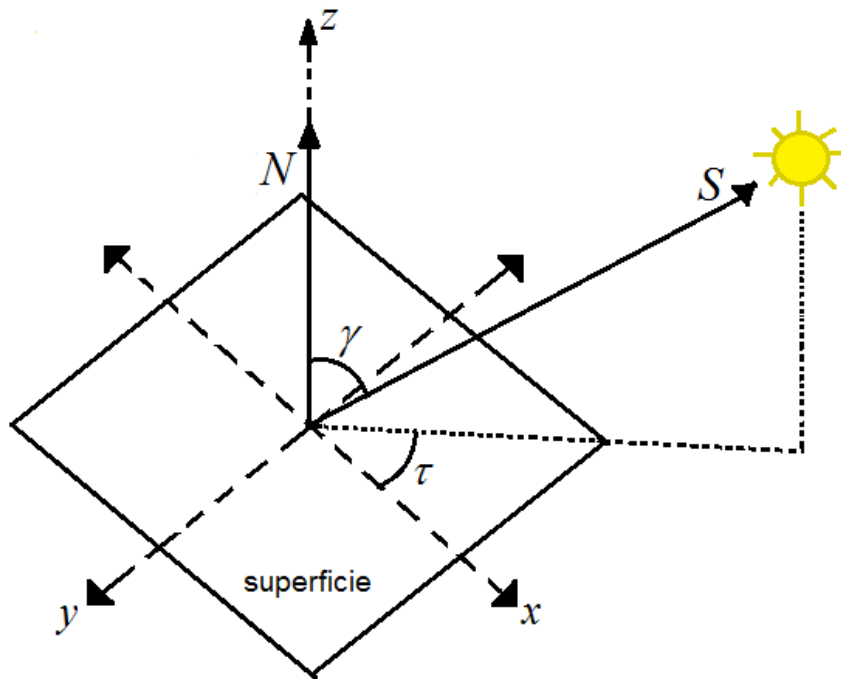


Figura 3.10. Geometría del modelo de reflectancia (Díaz Ramírez y Kober, 2009).

3.5 Filtros

Si hablamos de filtros específicamente de imágenes, nos referimos a un campo sumamente amplio, con aplicaciones en infinidad de áreas, por ejemplo: la localización e identificación de patrones, localización de bordes, compresión, restauración, identificación de objetos u organismos, mejoramiento de la calidad y visualización de imágenes, entre otras. En esta sección nos concentraremos en lo relacionado con los principales filtros de correlación como herramienta en el

reconocimiento y localización de objetos dentro de una imagen o escena de prueba.

En la Figura 3.11, podemos ver un diagrama general de los pasos básicos para el filtrado en el dominio de frecuencias. El producto de $H(u,v)F(u,v)$ es simplemente una multiplicación de matrices.

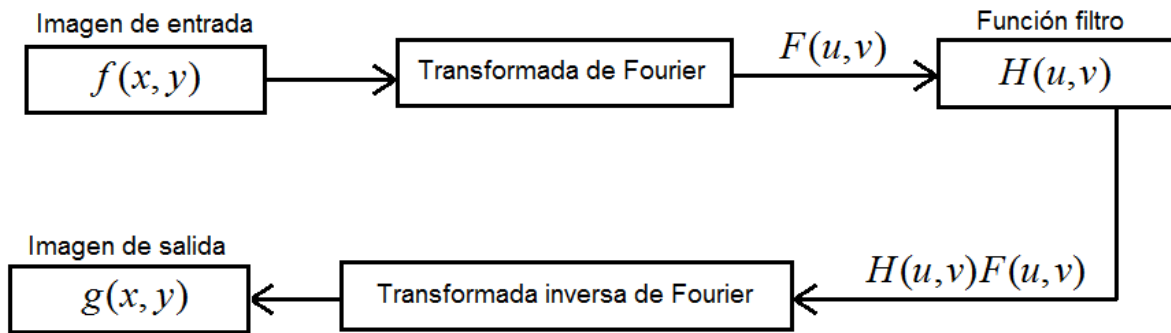


Figura 3.11. Pasos básicos para el filtrado en el dominio de frecuencias.

Los filtros que a continuación se describen son derivados del filtro clásico de acoplamiento, introducido por Vander Lugt (1964) y cada uno optimiza algún criterio de calidad como eficiencia de luz, relación señal a ruido, la relación pico a energía de correlación, etc.

3.5.1 Filtro clásico acoplado³

En 1964 Vander Lugt diseñó un filtro en el plano de frecuencias que abriría campo a una serie de filtros espaciales de acoplamiento muy populares para el reconocimiento de patrones en el área de óptica. Este filtro, conocido también como filtro complejo u holográfico, fue propuesto como una función compleja de la forma:

$$H_{CMF}(u, v) = |H(u, v)|e^{j\phi(u, v)}, \quad (3.8)$$

³ CMF: Classical Matched Filter.

donde (u, v) son las variables de frecuencia, $|H(u, v)|$ es la respuesta de amplitud o módulo de la transformada de Fourier del objeto y $\phi(u, v)$ es la fase de la transformada de Fourier del objeto.

Algunas de las limitaciones de este filtro clásico son, un pico de correlación amplio y sensibilidad a distorsiones, y debido a las consideraciones tomadas en su diseño, presenta un funcionamiento inadecuado para las imágenes que contienen el objetivo espacialmente separado del fondo (Javidi y Horner, 1994). Este filtro está ligado a la maximización de la razón señal-ruido (definida en la sección 3.6.1) (Vijaya Kumar y Hassebrook, 1990).

3.5.2 Filtro sólo de fase⁴

Este filtro se expresa como (Horner y Gianino, 1984):

$$H_{POF}(u, v) = e^{j\phi(u, v)}, \quad (3.9)$$

donde la respuesta en amplitud en este filtro sólo de fase es 1. Con este filtro POF se obtienen picos de correlación más estrechos, es decir este filtro es más selectivo que el CMF. Asimismo, este tipo de filtro es conocido por maximizar la eficiencia de la luz en un sistema óptico, una de sus desventajas radica en la poca capacidad de discriminación cuando un objeto de bajo contraste se encuentra en una escena con un fondo complicado (Javidi, 1989).

3.5.3 Filtro inverso⁵

El filtro inverso minimiza el criterio de energía del pico de correlación que es una medida de angostura del pico (definida en la sección 3.6.2). Este filtro produce, en el plano de correlación, un pico más estrecho que los filtros anteriores cuando la imagen de referencia y la imagen de entrada son iguales. Sin embargo, la principal desventaja de este tipo de filtros es que produce un alto nivel de ruido de fondo en el plano de salida.

$$H_{IF}(u, v) = |H(u, v)|^{-1} e^{j\phi(u, v)}, \quad (3.10)$$

⁴ POF: Phase Only Filter.

⁵ IF: Inverse Filter.

3.5.4 Filtro no lineal (ley k)

Para definir un filtro no lineal es sumamente importante mencionar que un filtro no lineal es aquel cuya salida es una función no lineal de la entrada. De esta manera, podemos definir un filtro no lineal (ley k) dada por (Vijaya Kumar y Hassebrook, 1990)

$$H_{NLF}(u, v) = |H(u, v)|^k e^{j\phi(u, v)}, \quad (3.11)$$

donde, k es el factor de no linealidad que toma valores $0 < k < 1$. Al variar los valores de k en este intervalo, podemos manipular las capacidades discriminantes del procesador no lineal y determinar el valor óptimo k de los filtros no lineales. Para valores de k distintos a este intervalo, tenemos los filtros; $k=1$ (filtro acoplado clásico), $k=0$ (filtro sólo de fase) y $k=-1$ (filtro inverso).

Una de las razones principales para elegir los filtros no lineales en vez de elegir un filtro lineal, es básicamente que estos últimos pueden ser muy sensibles a pequeños cambios de la señal de entrada. Por otra parte, los filtros no lineales tienen una gran capacidad para discriminar objetos, el pico máximo de correlación es localizado asertivamente, además de ser más delgado, con pequeños lóbulos laterales (valores que se encuentran fuera del área del objeto) y el plano de salida es menos ruidoso.

Valores intermedios de k permiten variar las características del procesador, tales como la capacidad de discriminación o su variancia a iluminación. En la Figura 3.12, se muestran las operaciones necesarias para obtener el plano de correlación en un sistema de reconocimiento de patrones no lineal.

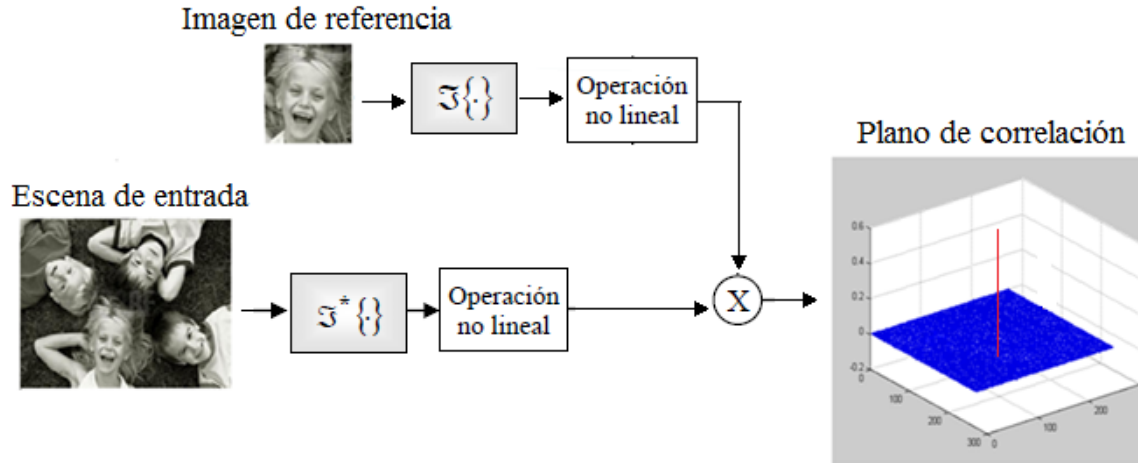


Figura 3.12. Diagrama de las operaciones necesarias para llevar a cabo una correlación no lineal.

3.6 Métricas de desempeño

Las medidas de desempeño de un sistema nos permiten evaluar qué tan eficiente es un filtro en el reconocimiento de patrones. En la actualidad, existen una gran cantidad de métricas para medir el desempeño de los filtros de correlación (Vijaya Kumar y Hassebrook, 1990). De las métricas más utilizadas podemos mencionar las siguientes: la capacidad de discriminación (*DC*), la relación energía del pico de correlación (*PCE*), la relación señal a ruido (*SNR*), entre otras.

3.6.1 Relación señal a ruido⁶

Esta relación es una medida de la sensibilidad del filtro a la tolerancia al ruido. Dicha relación nos permite conocer el ruido presente en el pico de correlación y está definida como (Vijaya Kumar y Hassebrook, 1990)

$$SNR = \frac{|E\{C(x, y)\}|^2}{\text{var}\{C(x, y)\}}, \quad (3.12)$$

⁶ Signal Noise Ratio.

donde el numerador representa la intensidad del valor esperado del pico de correlación generado por el objeto deseado, y el denominador es la variancia del pico de correlación ocasionado por el ruido.

3.6.2 Energía pico de correlación⁷

Esta métrica está ampliamente relacionada con la energía en el origen, la cual es obtenida del plano de correlación, así como la energía total que existe en el plano de correlación. Está definida como (Javidi y Horner,1994)

$$PCE = \frac{|E\{c(0,0)\}|^2}{E\{|c(x,y)|^2\}}, \quad (3.13)$$

donde el numerador denota el valor esperado de la intensidad del pico de correlación y el denominador denota el valor esperado de la energía promedio en el plano de correlación.

3.6.3 Capacidad de discriminación⁸

La capacidad de discriminación es una versión modificada de la razón de discriminación (Vijaya y Hassebrook, 1990) la cual evalúa la habilidad de un filtro para detectar un objeto deseado y rechazar cualquier otro objeto, por ejemplo, el fondo. Está definida como

$$DC = 1 - \frac{|C_b(0,0)|^2}{|C_t(0,0)|^2}, \quad (3.14)$$

donde $|C_b(0,0)|^2$ es el valor de intensidad máxima en el plano de correlación sobre el área del fondo y $|C_t(0,0)|^2$ es el valor de intensidad máxima en el plano de correlación sobre el área del objeto deseado. El área del fondo corresponde al complemento del área del objeto deseado. El valor máximo de esta medida es la

⁷ Peak to Correlation Energy.

⁸ Discrimination Capability.

unidad mientras que valores negativos indican que el objeto no puede ser reconocido por el filtro.

Capítulo 4

Metodología

En este capítulo se describe el sistema digital invariante a posición, rotación y escala desarrollado para este trabajo. Asimismo, se explican las 4 diferentes metodologías de reconocimiento, tales como, firmas vectoriales, índices espectrales, índices de firmas vectoriales y firmas de vectores identidad.

4.1 Firmas vectoriales

Lerma-Aragón y Álvarez-Borrego (2009) desarrollaron una metodología para reconocer objetos mediante el uso de firmas vectoriales, ellos utilizaron la métrica de distancias Euclidianas para el reconocimiento de objetos. En contraste con Lerma-Aragón y Álvarez-Borrego (Lerma-Aragón y Álvarez-Borrego, 2009) en este trabajo se utiliza un procesador no lineal para obtener la correlación entre la imagen a reconocer y la imagen problema.

En este trabajo definiremos a la firma vectorial como el vector invariante que representa a la imagen la cual es obtenida por medio de transformaciones matemáticas aplicadas a la imagen además de proveer una reducción significativa de información procesada y por ende una reducción del coste computacional.

4.1.1 Procedimiento

En la Figura 4.1 se muestra el procedimiento utilizado para la obtención de firmas vectoriales utilizadas en este trabajo. Primero que nada se define la imagen de entrada (imagen a reconocer o imagen problema) como una función bidimensional $f(x,y)$ donde x y y son coordenadas espaciales en el plano cartesiano.

Paso 1. En el paso 1 el módulo de la transformada de Fourier de la función $f(x,y)$ es obtenido y denotado por $|F(u,v)|$. En este paso obtenemos la invariancia a posición como se mostró en el teorema de desplazamiento explicado en la sección 2.1.1.

Si una función es trasladada en una dirección (a,b) la amplitud de la transformada de Fourier no cambia; por lo tanto, es de esperarse que el cambio esté confinado a la fase de la transformada de Fourier, es decir, una traslación en el espacio produce cambios en la fase de su transformada de Fourier.

Paso 2. En este paso, un filtro parabólico es aplicado a la función para atenuar las bajas frecuencias y realzar las altas frecuencias en proporción de u^2, v^2 (Pech-Pacheco et al, 2003) donde $\overline{W}=(u,v)$ es la frecuencia angular. Aquí se compensa la característica del decaimiento del módulo en las altas frecuencias mediante la aplicación del filtro parabólico. Esto da como resultado una mejora del módulo en las altas frecuencias las cuales representan a los detalles finos de la imagen.

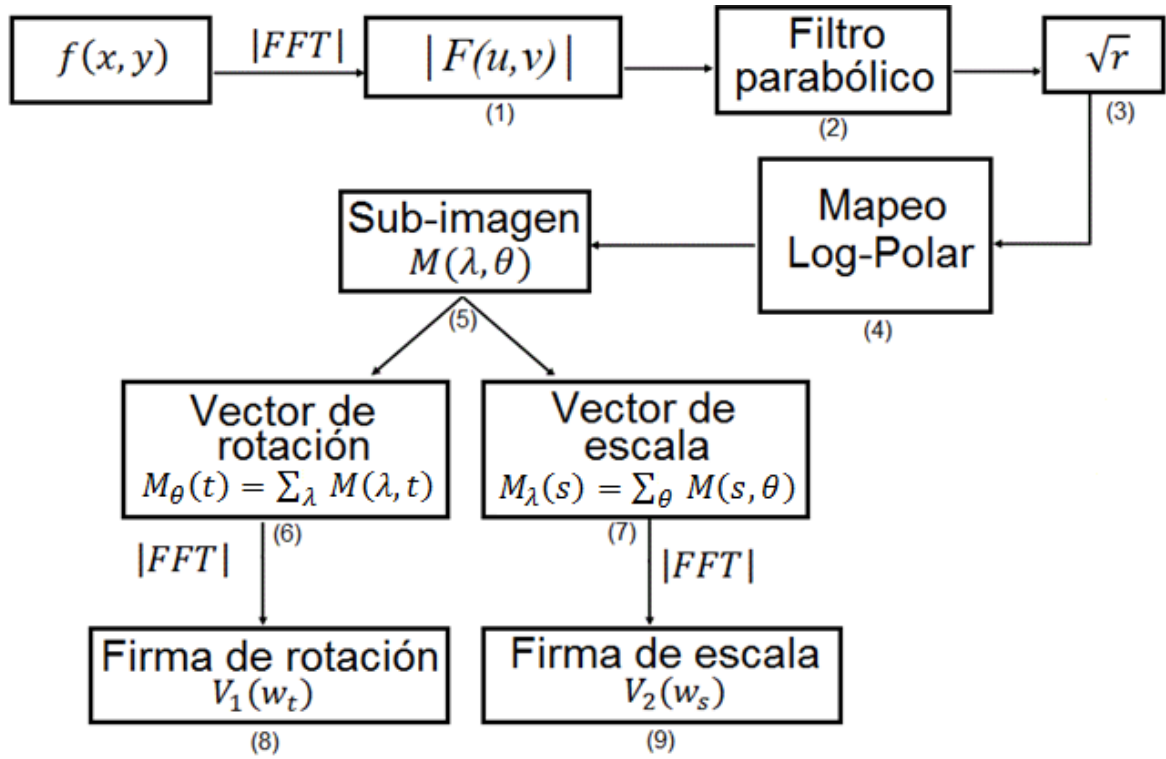


Figura 4.1. Procedimiento para la obtención de firmas vectoriales.

Paso 3. En el siguiente paso (3), el factor de escala $\sqrt{r}$ es aplicado al resultado del paso 2 (r es la frecuencia radial espacial), que es lo que diferencia la transformada de escala de la de Mellin (explicada en la sección 2.4.2). De ésta manera, en este paso introducimos el factor $\sqrt{r}$, como paso indispensable para obtener la transformada de escala. El efecto de ese factor en el módulo de la FFT es sólo radial.

Paso 4. El resultado de este paso es un mapeo de las coordenadas cartesianas a coordenadas log-polares, en este momento se obtiene la invariancia a rotación. Para lograr este resultado es importante remarcar que el efecto de cambio en la rotación y escala puede ser separada por la transformación polar de $|F(u, v)|$ de coordenadas (u, v) a coordenadas (r, θ) . Porque $\theta = \tan^{-1}(u, v)$ y $r = \sqrt{u^2 + v^2}$, un cambio de escala ρ de $|F(u, v)|$, y la coordenada r se

convierte en $r' = \rho r$ sin afectar las coordenadas θ . Entonces, un cambio de escala de una función de entrada bidimensional es un cambio en una sola dimensión (coordenada r) en la función $F(r, \theta)$.

En este mismo paso, se hace un cambio de variable con respecto a r , $F(e^\lambda, \theta)$ donde $\lambda = \ln(r)$. En esta transformación obtenemos un problema de fuga de información, y para resolverlo aplicamos una interpolación bilineal (Cuesta-Merino, 1999).

Paso 5. Una sub-imagen es denotada por $M(\lambda, \theta)$ elegida del resultado del paso 4 la cual contiene la información más significativa de la imagen. Asimismo, se realiza una interpolación bilineal para devolver la sub-imagen a su tamaño original.

Pasos 6 y 7. De la sub-imagen $M(\lambda, \theta)$ se obtienen dos vectores unidimensionales calculando los marginales de acuerdo a los ejes (λ, θ) (paso 6 y 7) conforme a las siguientes ecuaciones

$$M_\theta(t) = \sum_{\lambda} M(\lambda, t), \quad \text{vector de rotación} \quad (4.1)$$

$$M_\lambda(s) = \sum_{\theta} M(s, \theta). \quad \text{vector de escala} \quad (4.2)$$

Al obtener los dos vectores unidimensionales reducimos drásticamente la información, sin embargo cuando el objeto es rotado o presenta algún cambio en escala los vectores se ven afectados. Para poder obtener la invariancia a rotación y escala es necesario realizar los pasos 8 y 9.

Pasos 8 y 9. En los siguientes pasos (8 y 9), el módulo de la transformada de Fourier es calculado para obtener las firmas vectoriales de escala y rotación las cuales se muestran en las ecuaciones

$$V_1(W_t) = |F[M_\theta(t)]|, \quad \text{firma de rotación} \quad (4.3)$$

$$V_2(W_s) = |F[M_\lambda(s)]|. \quad \text{firma de escala} \quad (4.4)$$

En la Figura 4.2, podemos ver un ejemplo del procedimiento para obtener las firmas vectoriales.

4.1.2 Correlación no lineal de firmas vectoriales

Este sistema digital invariante está basado en la correlación no lineal (ley k) de firmas vectoriales definido en la sección 3.5.4. Cuando tenemos las firmas de escala y rotación (obtenidas con el procedimiento de la Figura 4.1), entonces el filtro no lineal (ley k) definido en la ecuación (3.11) es aplicado a ambas firmas (de la imagen a reconocer y de la imagen problema) como se muestra en la Figura 4.3 (paso 3 y 4). De esta manera, al realizar la correlación entre firmas obtenemos un valor de correlación para cada firma (rotación y escala) los cuales son graficados en el plano de salida como se plasma en la Figura 4.3. El valor de correlación representa el grado de similitud entre la imagen objetivo y la imagen problema, donde 1 en ambos ejes refleja que ambas imágenes son iguales y valores lejanos a 1 manifiesta diferencias significativas entre ambas imágenes.

4.2 Índices espectrales

Llamamos índice espectral a un valor obtenido a través de procedimientos matemáticos definidos los cuales representan a una imagen denotada por una función bidimensional $f(x, y)$.

4.2.1 Procedimiento para la obtención de índices espectrales

En esta metodología utilizamos dos índices espectrales denotados por $Index_1$ e $Index_2$. Los procedimientos para obtener $Index_1$ e $Index_2$ se muestran en las Figuras 4.4 y 4.5.

La Figura 4.4, muestra el procedimiento para obtener el $Index_1$. Primero que nada tenemos $f(x,y)$ la imagen objetivo, donde los valores en $f(x,y)$ representan los niveles de grises. De esta manera, si cada valor de esta función (sin tomar en cuenta el fondo) se suma, un valor representativo para esta imagen es calculado, en este momento, la invariancia a rotación es obtenido debido a que aún si el objeto se encuentra rotado, este valor es conservado. En este paso (1) esta suma es denotada como *Volumen* y es calculado como

$$Volume = \sum_x^n \sum_y^m f(x,y). \quad (4.7)$$

Sin embargo, si la imagen $f(x,y)$ tiene cambios de escala, el valor del *Volumen* no se conserva debido a que si la escala se incrementa, este valor incrementa también. Del mismo modo, si la escala decrementa, el valor de *Volumen* también lo hará. La Figura 4.6, muestra el comportamiento de *Volumen* cuando existen variaciones en escala y rotación. Como podemos observar, los valores de *Volumen* cuando se presentan cambios del ángulo de rotación del objeto son iguales debido a que la información es prácticamente la misma (pueden ocurrir variaciones mínimas debido al efecto diente de sierra que existe cuando una imagen es rotada), en cambio en las variaciones de escala podemos observar que los valores de *Volumen* incrementan o decrecen conforme el porcentaje de escala varía.

Con la intención de resolver este problema, decimos que $f(x,y)$ tiene determinado número de pixeles que denotaremos como *Area* (paso 2); este valor se comporta del mismo modo que *Volumen* debido a que si la imagen presenta cambios en rotación el valor de *Area* será el mismo, pero si la imagen presenta cambios de escala, el valor de *Area* incrementa o decrece según la variación del porcentaje de escala. *Area* es calculado según la siguiente ecuación

$$Area = \sum_x^n \sum_y^m 1. \quad (4.8)$$

Para obtener la invariancia a escala dividiremos *Volumen* entre *Area* considerando que si *Volumen* incrementa también incrementará el valor de *Area* y viceversa. Por consiguiente, el valor que resulte de esta operación se conservará. Consecuentemente, el valor de $Index_1$ es obtenido (paso 3) según la siguiente ecuación

$$Index_1 = \text{Volumen} / \text{Area} \quad (4.9)$$

En teoría los valores de $Index_1$ aun con estas variaciones son los mismos, sin embargo, debido al efecto diente de sierra y a la fuga de información existen variaciones que se ven reflejadas directamente en los valores de $Index_1$. En la Figura 4.7, se muestra el comportamiento de $Index_1$ cuando la imagen presenta variaciones de rotación y escala.

Adicionalmente, $Index_2$ es calculado como complemento en la identificación para obtener un reconocimiento más eficiente sobre todo en el caso de organismos u objetos similares. En la Figura 4.5 se muestra el procedimiento para obtener $Index_2$. Los pasos del 1 al 5 fueron explicados en la sección 4.1.1. En el paso 6 obtenemos $Index_2$ con la siguiente ecuación

$$Index_2 = \sum_{c_\lambda} \sum_{c_\theta} |D(c_\lambda, c_\theta)| \quad (4.10)$$

donde $|D(c_\lambda, c_\theta)|$ representa el módulo de la transformada de escala. Entonces, se realiza un sumatoria de cada valor que pertenece a $|D(c_\lambda, c_\theta)|$ y el valor obtenido lo denotamos como $Index_2$ el cual es invariante a posición, rotación y escala.

En teoría, el valor de $Index_2$ debe ser casi constante, pero debido a la fuga de información y al efecto diente de sierra puede existir una pequeña variación en los valores. Cada imagen tiene su valor particular de $Index_1$ e $Index_2$.

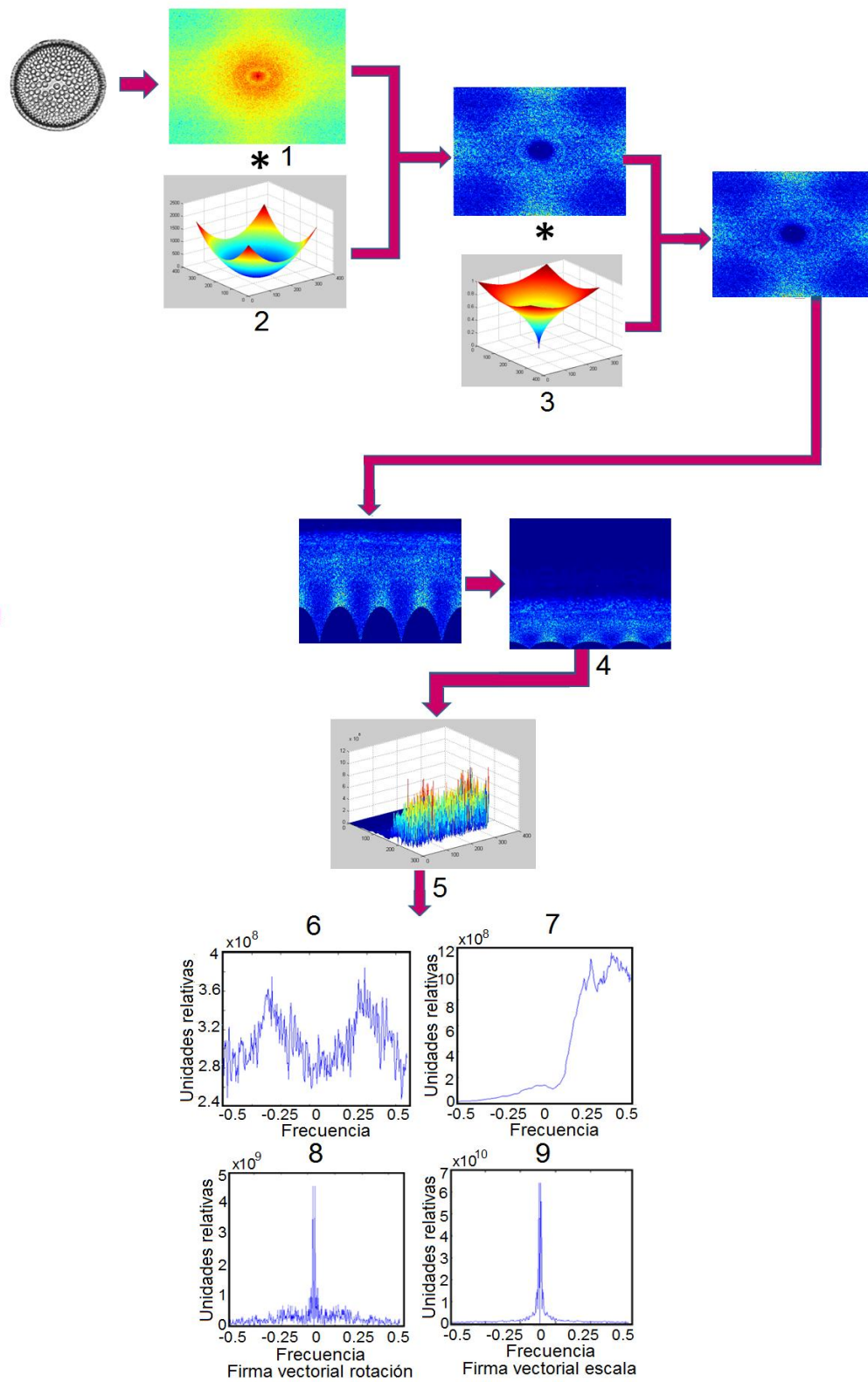


Figura 4.2. Ejemplo del procedimiento para obtener firmas vectoriales.

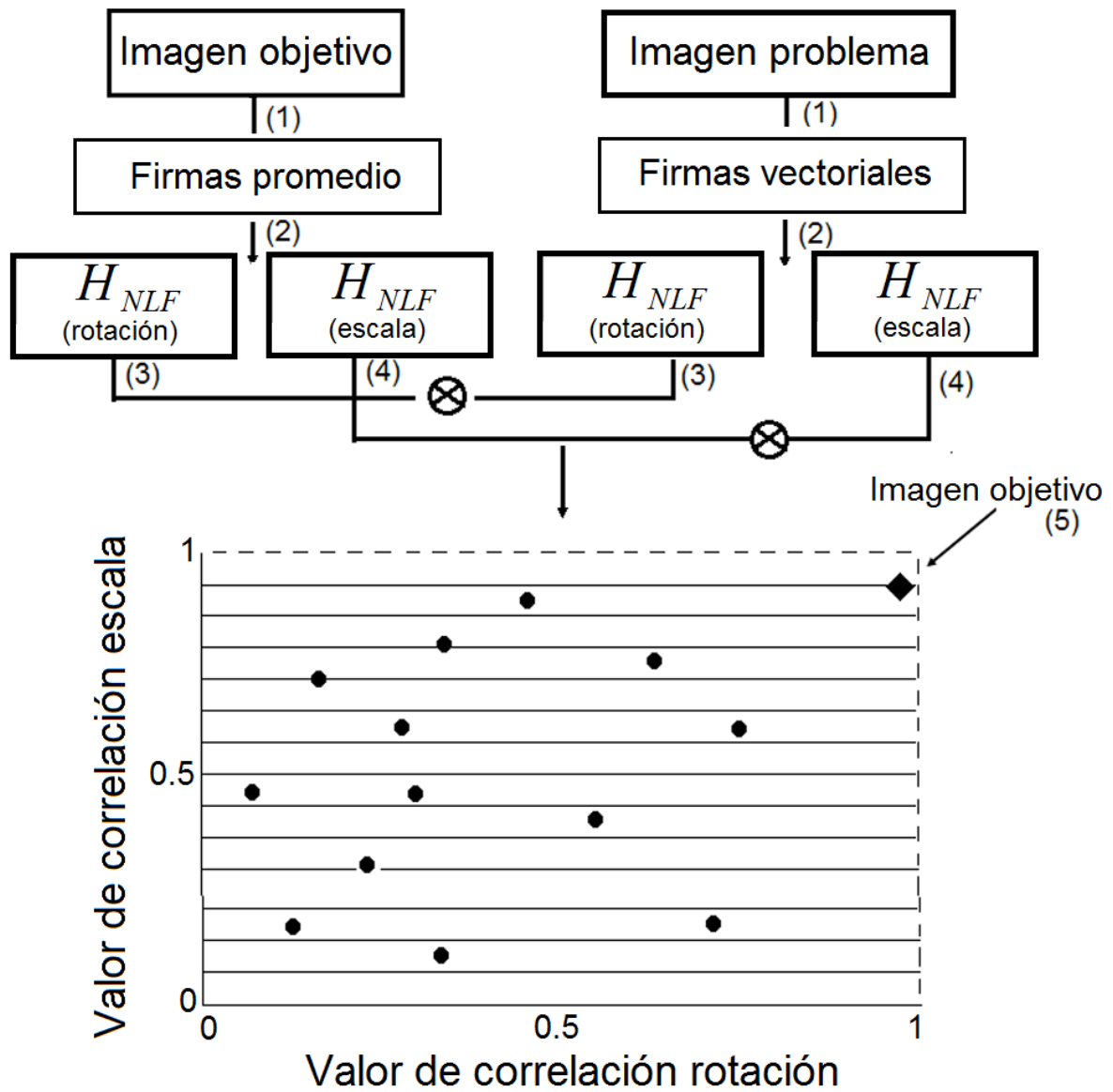


Figura 4.3. Correlación no lineal mediante el uso de firmas vectoriales.

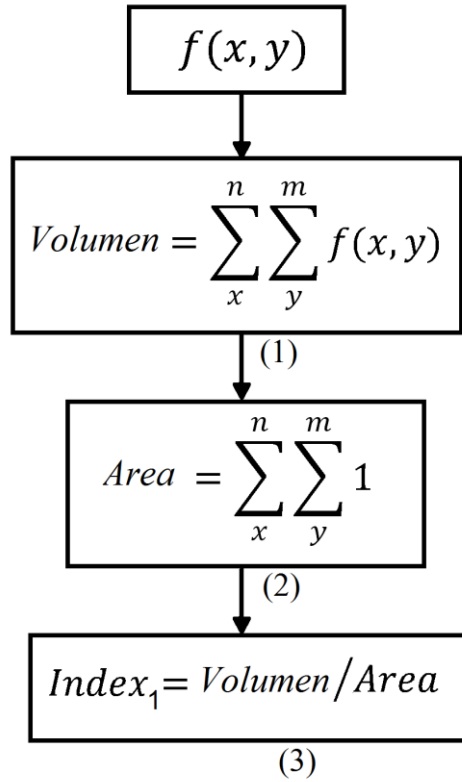


Figura 4.4. Procedimiento para obtener $Index_1$.

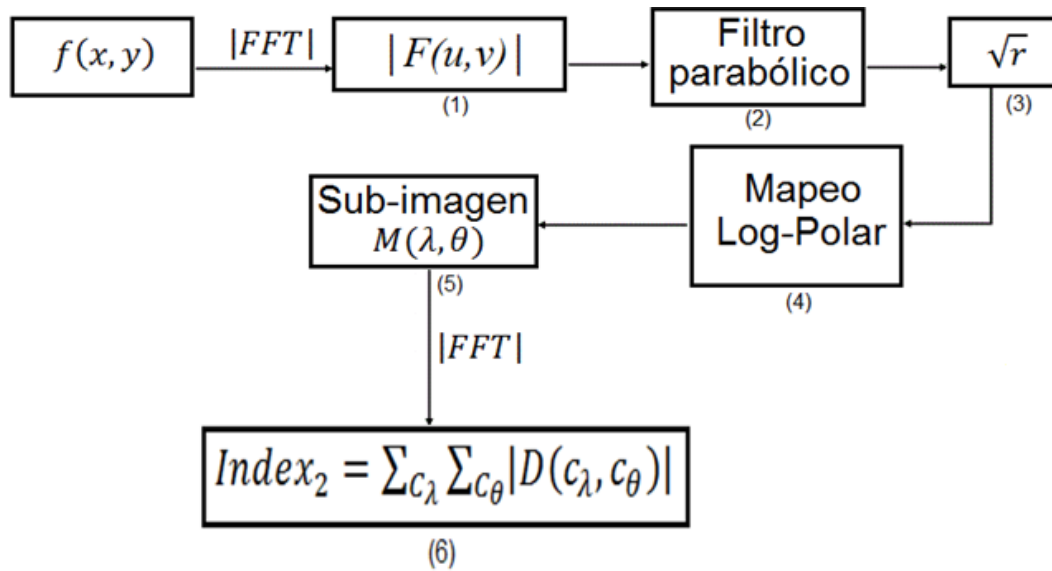


Figura 4.5. Procedimiento para obtener $Index_2$.

Rotación 0°	Rotación 30°	Rotación 60°	Rotación 120°	Rotación 150°	Rotación 180°
					
<i>Volume</i> =101,510,935	<i>Volume</i> =101,510,935	<i>Volume</i> =101,510,935	<i>Volume</i> =101,510,935	<i>Volume</i> =101,510,935	<i>Volume</i> =101,510,935
Escala 70%	Escala 80%	Escala 90%	Escala 110%	Escala 120%	Escala 130%
					
<i>Volume</i> =50,200,468	<i>Volume</i> =65,543,324	<i>Volume</i> =82,927,568	<i>Volume</i> =123,503,350	<i>Volume</i> =147,138,677	<i>Volume</i> =172,800,719

Figura 4.6. Variaciones de *Volumen* cuando existen cambios de rotación y escala.

Rotación 0°	Rotación 30°	Rotación 60°	Rotación 120°	Rotación 150°	Rotación 180°
					
<i>Index</i> ₁ = 91.001	<i>Index</i> ₁ = 91.001	<i>Index</i> ₁ = 91.001	<i>Index</i> ₁ = 91.001	<i>Index</i> ₁ = 91.001	<i>Index</i> ₁ = 91.001
Escala 70%	Escala 80%	Escala 90%	Escala 110%	Escala 120%	Escala 130%
					
<i>Index</i> ₁ = 91.52	<i>Index</i> ₁ = 91.5016	<i>Index</i> ₁ = 91.4879	<i>Index</i> ₁ = 91.3051	<i>Index</i> ₁ = 91.3692	<i>Index</i> ₁ = 91.4108

Figura 4.7. Comportamiento *Index*₁ de cuando la imagen presenta cambios de rotación y escala.

4.2.1 Identificación de objetos por medio de índices espectrales

En la Figura 4.8, se muestra el sistema digital de forma general donde tanto la imagen objetivo como la imagen problema atraviesan por los procedimientos explicados en las Figuras 4.4 y 4.5, para obtener $Index_1$ e $Index_2$.

Un punto importante que podemos notar en dicho procedimiento, es el hecho de que en esta metodología no existe ningún tipo de comparación entre los diferentes índices para la identificación, sino simplemente, cada imagen que participe en el sistema tendrá su particular valor de $Index_1$ e $Index_2$, y estos valores se imprimirán en el plano sin necesidad de comparar unos con otros. Dicho de otra forma, cada objeto tendrá su área en el plano la cual será delimitada por los valores de dichos índices, además de obtener una identificación de diferentes objetos en un mismo plano y reduciendo drásticamente el tiempo de cómputo.

4.3 Índices de firmas vectoriales

Los índices de firmas vectoriales son valores que representan a cada firma vectorial.

4.3.1 Procedimiento para la obtención de índices de firmas vectoriales

La Figura 4.9, muestra el procedimiento para obtener los índices de firmas vectoriales, los pasos del 1 al 9 fueron explicados en la sección 4.1.1. De esta manera, cuando las firmas vectoriales han sido obtenidas (paso 8 y 9), una sumatoria de cada valor que pertenece a la firma de rotación y a la firma de escala es realizada conforme las siguientes ecuaciones (paso 10 y 11)

$$Sum_t = \sum_t V_1(W_t), \quad (4.11)$$

$$Sum_s = \sum_s V_2(W_s). \quad (4.12)$$

Los índices de firmas vectoriales son definidos de la siguiente manera (paso 12 y 13)

$$Index_R = Sum_t \cdot A, \quad (4.13)$$

$$Index_S = Sum_s \cdot A, \quad (4.14)$$

donde A es obtenida con la siguiente ecuación

$$A = Index_1 \cdot Index_2. \quad (4.15)$$

A representa las características principales de la imagen original obtenidas a partir de una serie de transformaciones matemáticas. Asimismo, los índices de firmas vectoriales nos proporcionan información que puede ser usada en la identificación de la imagen problema y nos ayuda a crear una diferencia significativa entre los valores de Sum_t y Sum_s para una identificación más eficiente entre objetos similares.

4.3.2 Identificación de objetos por medio de índices de firmas vectoriales

El procedimiento general de identificación utilizando índices de firmas vectoriales se muestra en la Figura 4.10. Del mismo modo que la metodología anterior, podemos notar el hecho de que en esta técnica no existe ningún tipo de comparación entre los diferentes índices para la identificación, sino simplemente, cada imagen que participe en el sistema tendrá su valor particular de $Index_R$ e $Index_S$ y estos valores se imprimirán en el plano sin necesidad de comparar unos con otros, de esta manera cada objeto tendrá su área en el plano y los diferentes objetos serán identificados en un mismo plano y al mismo tiempo.

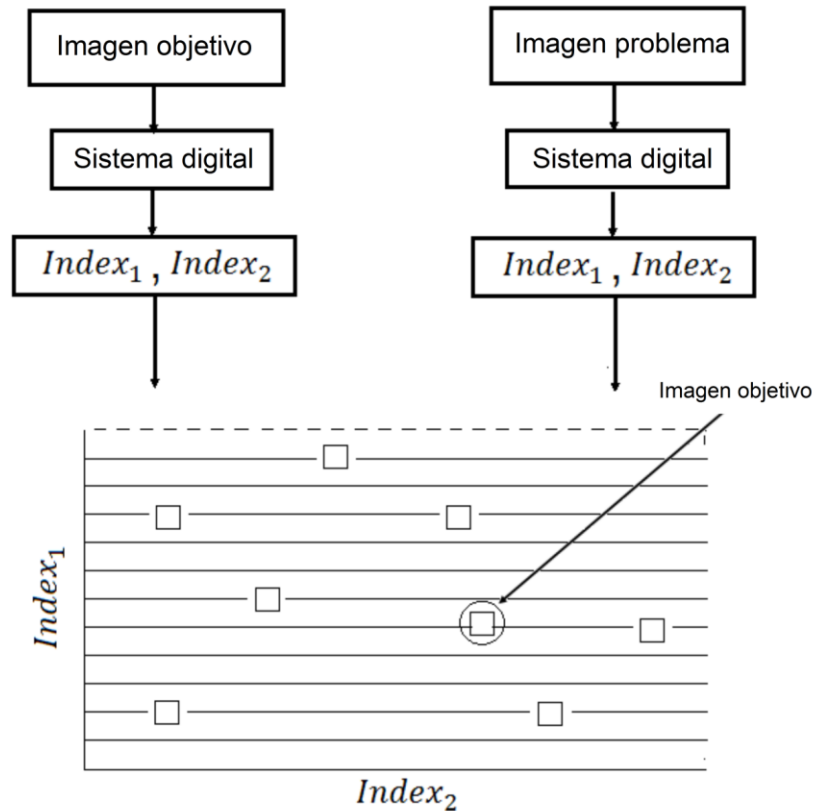


Figura 4.8. Sistema digital de reconocimiento mediante la utilización de índices espectrales $Index_1$ e $Index_2$.

4.4 Firmas de vectores identidad

Las firmas de vectores identidad son vectores invariantes a posición, rotación y escala, los cuales representan a la imagen para ser utilizados para identificar objetos de una manera mucho más simple y con un bajo coste computacional.

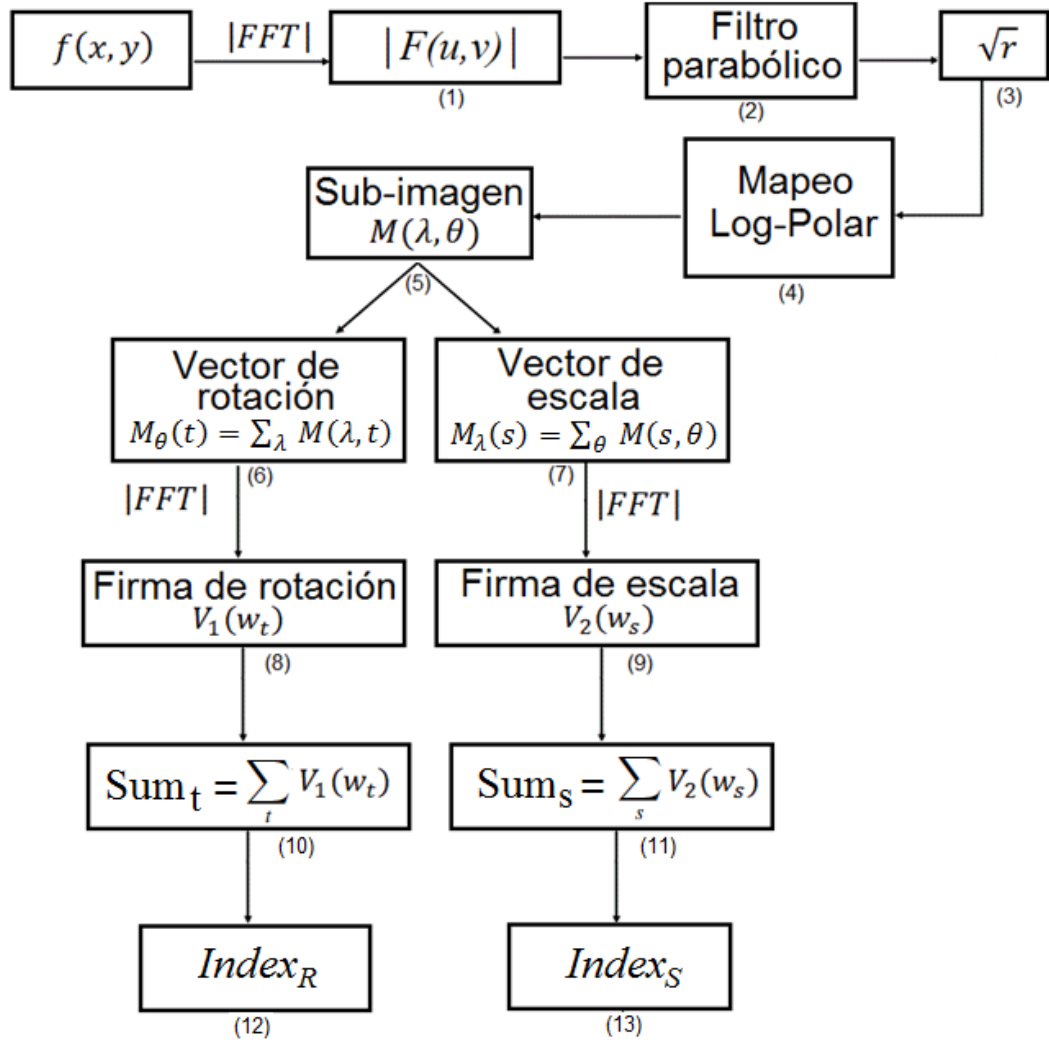


Figura 4.9. Procedimiento para obtener los índices de firmas vectoriales $Index_R$ e $Index_S$.

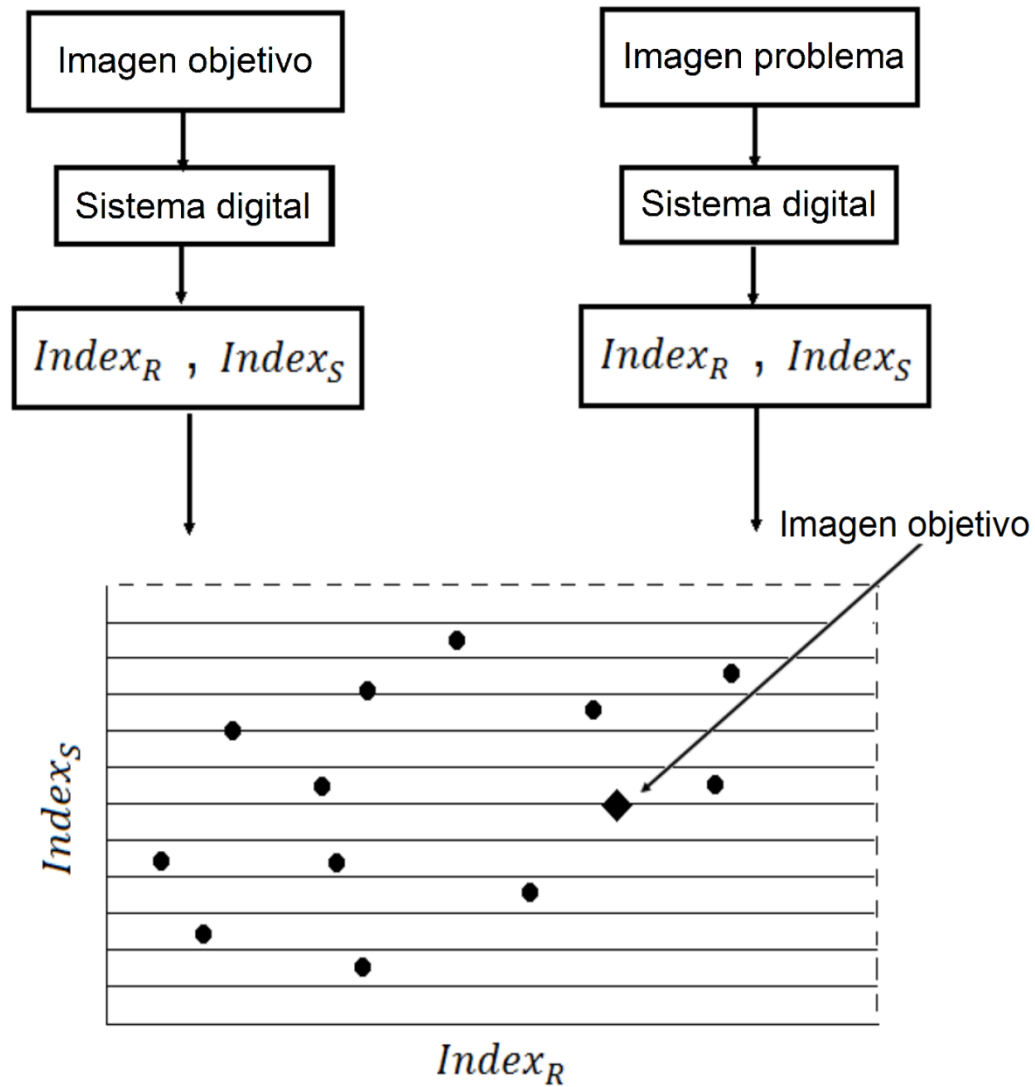


Figura 4.10. Sistema digital de reconocimiento mediante la utilización de índices espectrales $Index_R$ e $Index_S$.

4.4.1 Procedimiento para la obtención de firmas de vectores identidad

El procedimiento para obtener el vector identidad y su respectiva firma se muestra en la Figura 4.11. Primero, la imagen es denotada por la función bidimensional $f(x,y)$ donde x y y son coordenadas espaciales en el plano cartesiano. En el paso 1, un vector de 256 elementos es creado y denotado por $h(m)$, el cual representa los valores en escala de grises de la imagen con un

rango de valores desde 0 a 255 (histograma, sin tomar en cuenta el fondo); donde 0 representa el color negro (asignado a $h(1)$) y 255 representa el color blanco (asignado a $h(256)$). En otras palabras, en cada posición m del vector $h(m)$ se asignará el número de pixeles de valor $m-1$ (en escala de grises) en la función $f(x,y)$.

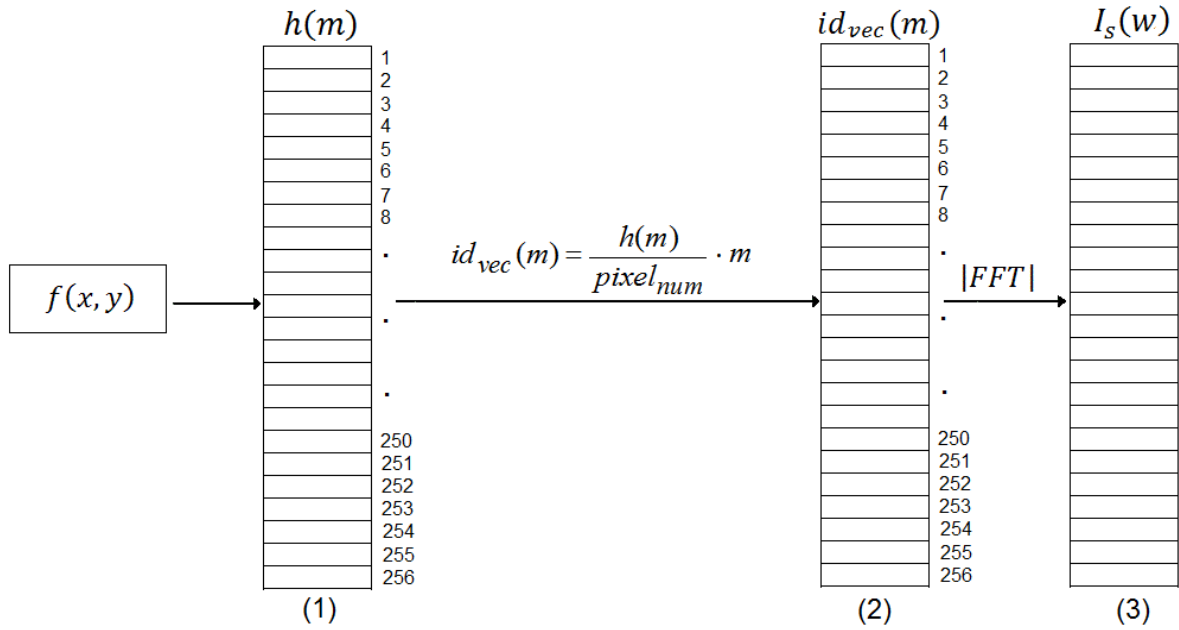


Figura 4.11. Procedimiento para obtener I_s .

Asimismo, cuando el vector $h(m)$ es creado, la invariancia a rotación es obtenida; esto sucede debido a que aun si el objeto dentro de la imagen es rotado el vector $h(m)$ será el mismo. Sin embargo, cuando el objeto presenta cambios de escala, el vector $h(m)$ se ve afectado, es decir, si la escala aumenta, los valores del vector $h(m)$ también se incrementan. Del mismo modo, cuando la escala es más pequeña los valores del vector $h(m)$ decrecen también.

Con la intención de resolver este problema con la escala el vector identidad id_{vec} es calculado con la siguiente ecuación

$$id_{vec}(m) = \frac{h(m)}{pixel_{num}} \cdot m , \quad (4.16)$$

donde $pixel_{num}$ es obtenido de la siguiente manera

$$pixel_{num} = \sum_m^{256} h(m) , \quad (4.17)$$

de esta manera, independientemente de si la escala se incrementa o decrece, la información obtenida de la razón de $h(m)/pixel_{num}$ será la misma, manteniendo constante (teóricamente) esta razón. Adicionalmente, esta razón es multiplicada por el valor de m con la intención de crear una diferencia significativa entre dos id_{vec} similares. El resultado de la ecuación (4.16) se muestra en el paso 2.

La Figura 4.12, muestra un ejemplo del procedimiento para obtener el id_{vec} del mismo organismo con variaciones en rotación y escala. Cada organismo tiene su respectivo id_{vec} el cual en teoría debe ser el mismo aun si el objeto es rotado o escalado (como muestra la Figura 4.12). Sin embargo, en algunos casos nos encontramos con fuga de información, además del efecto diente de sierra que puede producirse debido a la rotación de la imagen.

Por último, en el paso 3, se obtiene la firma de vector identidad denotada por I_s la cual se obtiene de la siguiente manera

$$I_s(w) = \left| \Im \{ id_{vec}(m) \} \right| , \quad (4.18)$$

Cada organismo, tiene su propia I_s como se muestra en el ejemplo de la Figura 4.13. Asimismo, la Figura 4.14, proporciona una visualización de la firma para el mismo organismo con variaciones de rotación y escala, como existen variaciones en la firma, esto puede ocurrir debido a factores arriba mencionados.

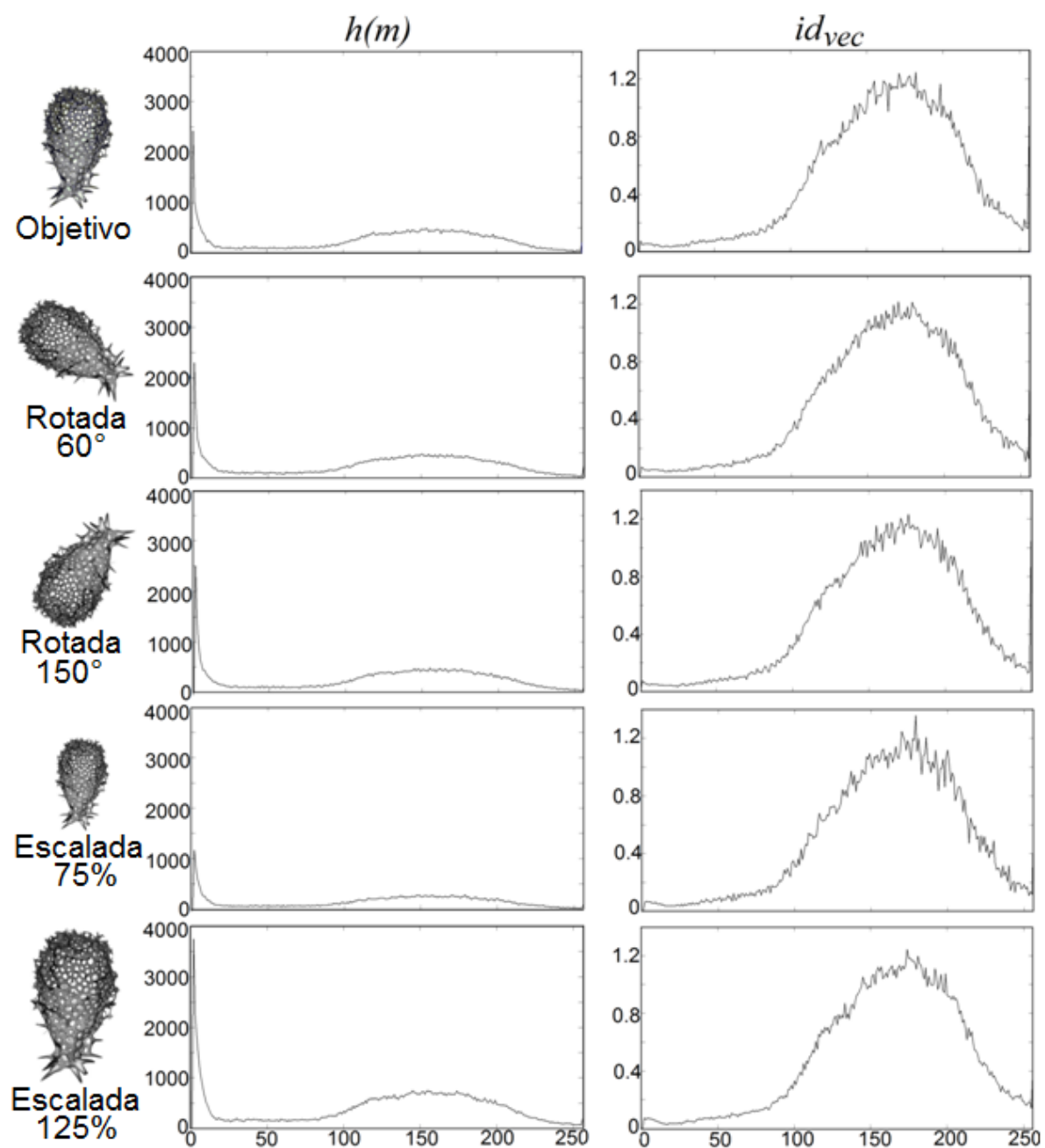


Figura 4.12. Ejemplo del procedimiento para obtener el vector identidad.

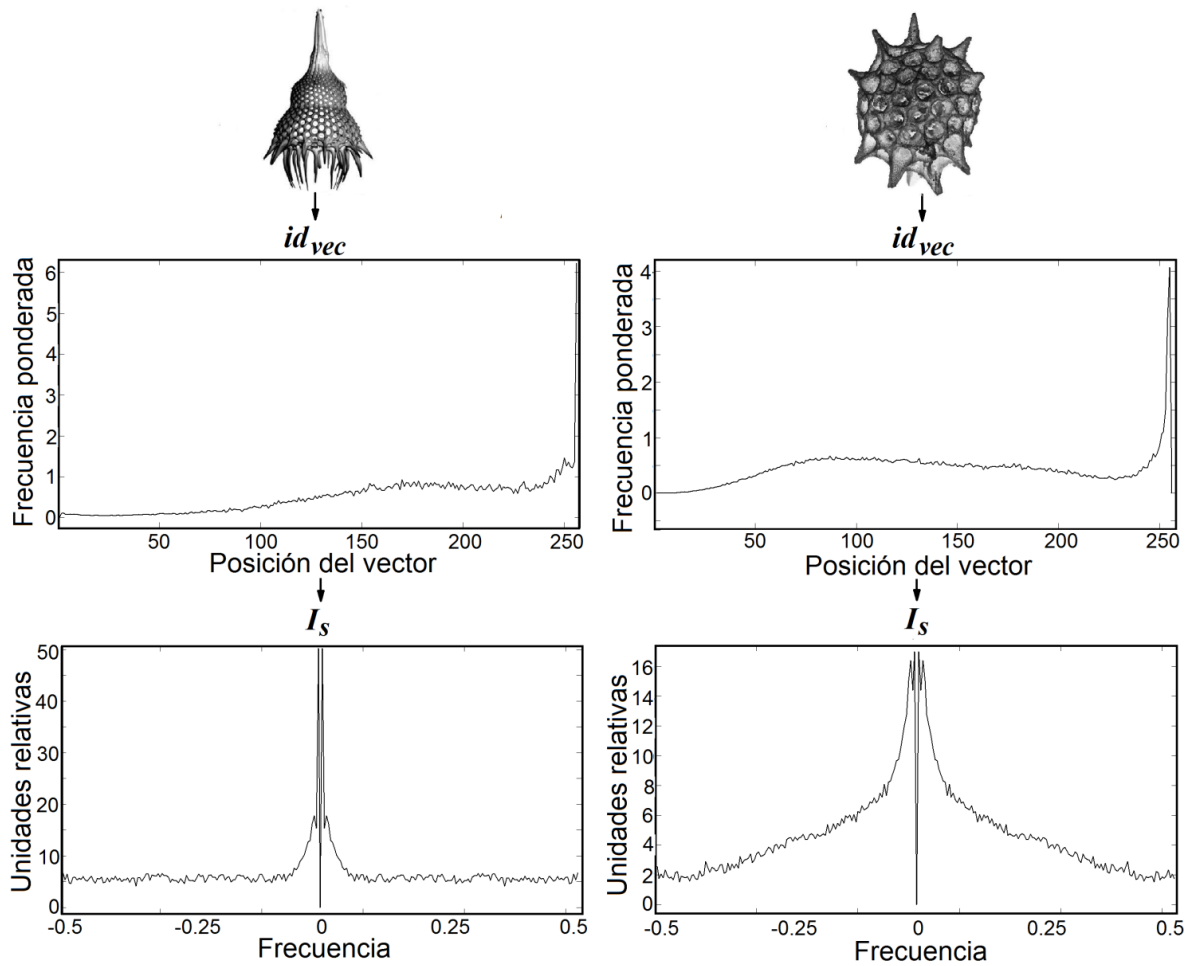


Figura 4.13. Ejemplo del procedimiento mostrado en la Figura 4.11, para dos diferentes organismos.

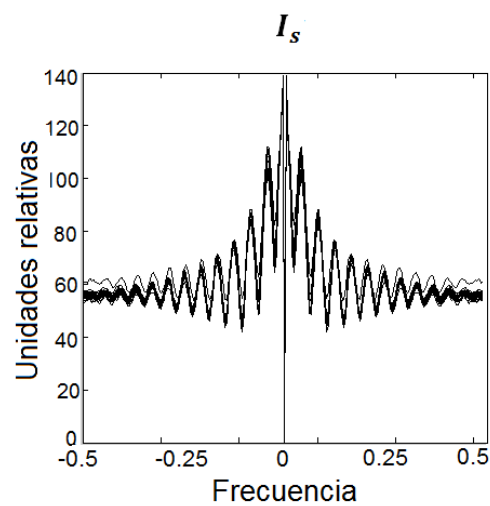


Figura 4.14. Ejemplo de la firma de vector identidad cuando el mismo objeto es rotado y escalado de 1 grado a 180 grados y escalado de 80% a 125%.

4.4.2 Correlación no lineal de I_s^t e I_s^p

La Figura 4.15, muestra el procedimiento para identificar la imagen objetivo. Primero que nada, es necesario obtener la firma del vector identidad de la imagen objetivo la cual es denotada como I_s^t ; asimismo, se obtiene la firma del vector identidad de la imagen problema I_s^p (imagen que puede o no ser la imagen objetivo) las cuales atraviesan el mismo procedimiento (Figura 4.11) .

Entonces, cuando I_s^t e I_s^p se obtienen, estas firmas son comparadas utilizando la correlación no lineal (ley K). Cuando una imagen es igual a la imagen objetivo, el valor de correlación es 1 o cercano a 1. De otra manera, si la imagen es diferente a la imagen objetivo, el valor de correlación se encuentra lejos del 1.

4.4.3 Identificación del objetivo utilizando distancia Euclidiana

Cuando la firma de la imagen objetivo I_s^t y la firma de la imagen problema I_s^p han sido obtenidas, la similitud entre ambas firmas es calculada usando la métrica de distancias Euclidiana (d_E) de la siguiente manera

$$d_E = \sqrt{\sum_{w=1}^{256} (I_s^t(w) - I_s^p(w))^2} . \quad (4.19)$$

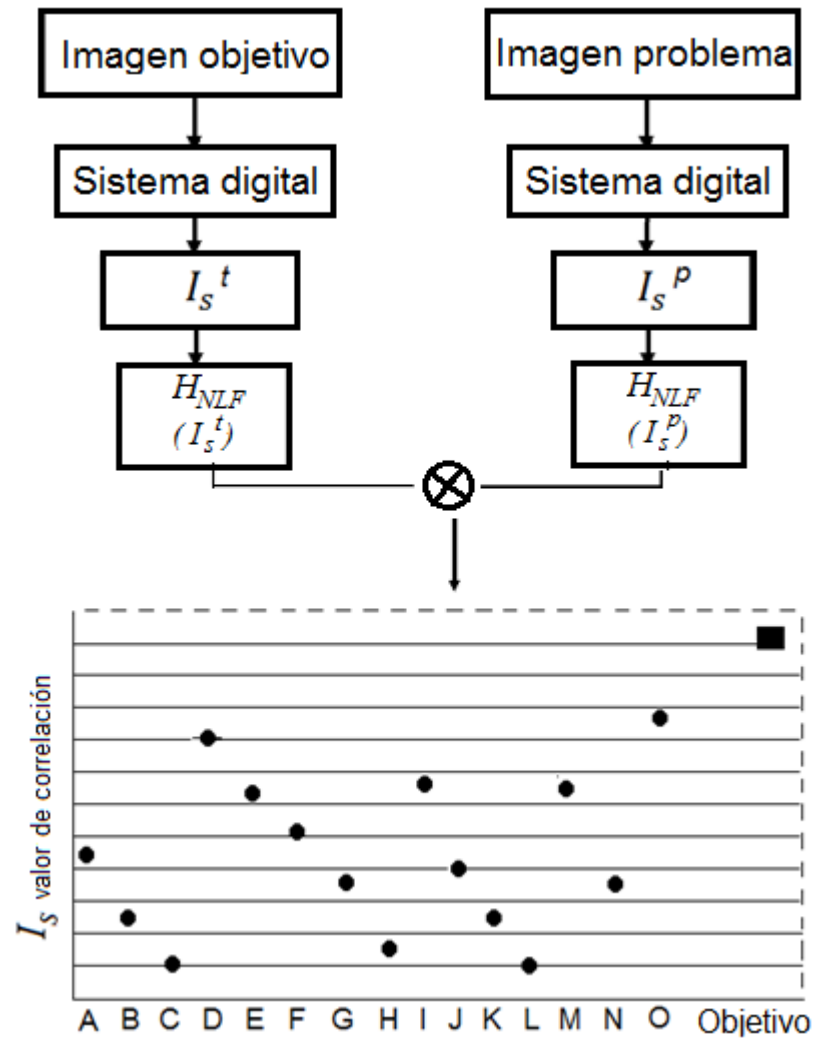


Figura 4.15. Procedimiento general de correlación no lineal de I_S .

Capítulo 5

Evaluación y desempeño del sistema digital

En este capítulo se ponen a prueba los diferentes sistemas digitales propuestos. Asimismo, se muestra como se desenvuelven los sistemas con diferentes tipos de imágenes además de variaciones que afecten directamente a la imagen.

5.1 Firmas vectoriales

5.1.1 Pruebas del sistema en imágenes en escala de grises

Para poder realizar una evaluación del sistema digital, se utilizaron 21 diferentes diatomeas (Figura 5.1). Las muestras de las diatomeas son de la Cuenca de San Lázaro en Baja California Sur, México. La cuenca tiene una profundidad de aproximadamente 540 m. Éstas muestras fueron tomadas en 1996 en un barco oceanográfico llamado EL PUMA (Esparza-Álvarez, 1999).

Las diatomeas son organismos fotosintéticos los cuales viven generalmente en agua dulce o marina, constituyen una parte muy importante del fitoplancton. Recientemente, investigaciones han mostrado que las diatomeas pueden ser utilizadas para estudiar la calidad del agua tanto del presente como del pasado, es decir, las diatomeas en el primer centímetro representan las condiciones actuales

del agua, mientras las diatomeas encontradas en el sedimento del fondo representan la calidad del agua del pasado.

Las diatomeas son unas de las fuentes básicas para la formación de materia orgánica en el océano y participan activamente en la sedimentación, no sólo durante los últimos períodos de tiempo, sino a través de un pasado remoto. La presencia de válvulas de diatomeas en paleoambientes marinos se ha utilizado para el estudio de los cambios climáticos, así como procesos geomorfológicos (Hajós, 1976; Koizumi y Tanimura, 1985).

La identificación de fósiles de diatomeas requiere el análisis de un gran número de válvulas por muestra. Generalmente, para obtener abundancias relativas e índices de diversidad, los recuentos de diatomeas deben de ir desde 400 hasta 10^7 estructuras por gramo (Esparza-Álvarez, 1995). Por lo tanto, el análisis de estas muestras requiere invertir mucho tiempo y experiencia y, por otro lado, las muestras analizadas frecuentemente contienen material con grado de fragmentación diferente y esto puede conducir a confusión y pérdida de información. De esta manera, el desarrollo de claves taxonómicas para facilitar la laboriosa tarea de identificación podría ser muy útil.

Cada imagen utilizada en el sistema tiene la característica de ser imagen de 320x320 pixeles, fondo blanco y en escala de grises. Las imágenes fueron rotadas 180 grados en incrementos de 1 grado y escaladas de 75% a 125% en incrementos de 1%.

Se obtuvo un banco de imágenes de 4851 imágenes (180 rotaciones + 51 escalas = 231 variaciones para cada una de las 21 diatomeas dando como resultado un banco de imágenes de 4851 imágenes). La Figura 5.2. muestra algunas diatomeas y cómo se ven con los respectivos cambios de rotación y escala.

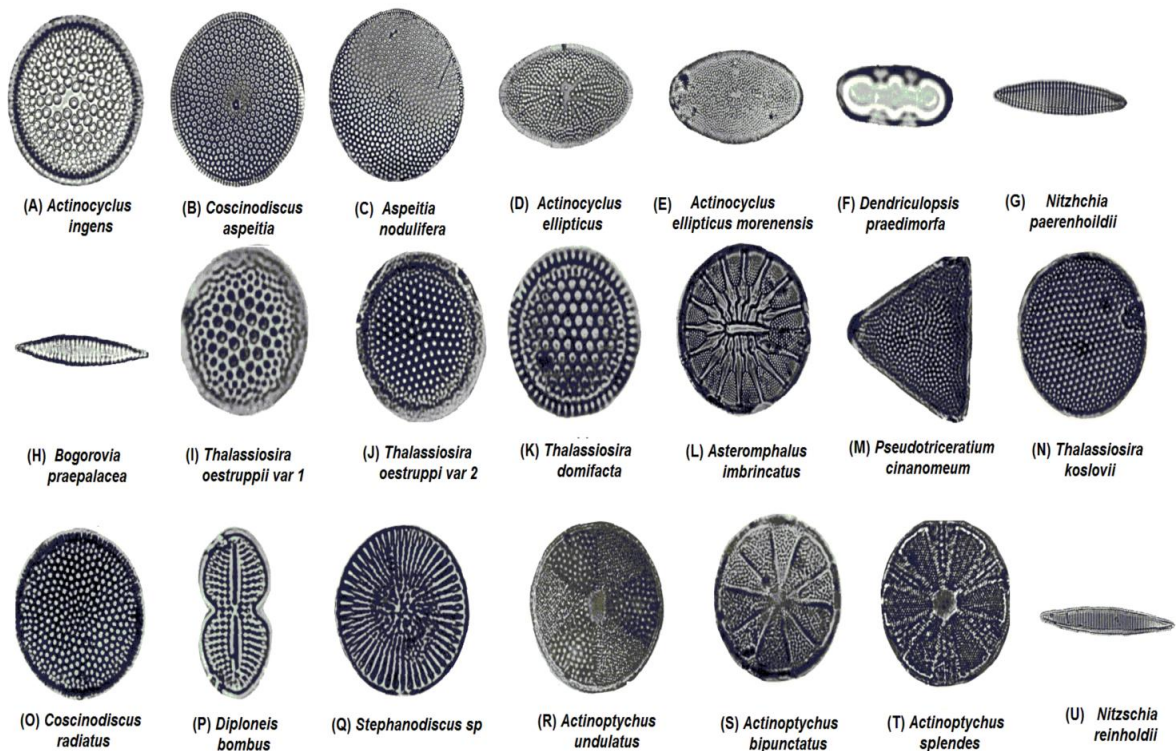


Figura 5.1. Imágenes utilizadas en el sistema.

Las firmas vectoriales son obtenidas con el procedimiento explicado detalladamente en la sección 4.1.1, el cual utiliza la información más relevante y reduce una función bidimensional a dos vectores diseñados para ser invariantes a cambios de posición, rotación y escala.

Con la intención de confirmar si esta metodología tiene un buen desempeño reconociendo imágenes, la diatomea *Actinoptychus bipunctatus* fue seleccionada como imagen de referencia. Esta imagen fue comparada con cada una de las 21 diatomeas rotadas y escaladas (como se mencionó anteriormente). En otras palabras, la imagen de referencia se comparó con el banco de imágenes (4851) el cual incluía a la imagen de referencia rotada y escalada.

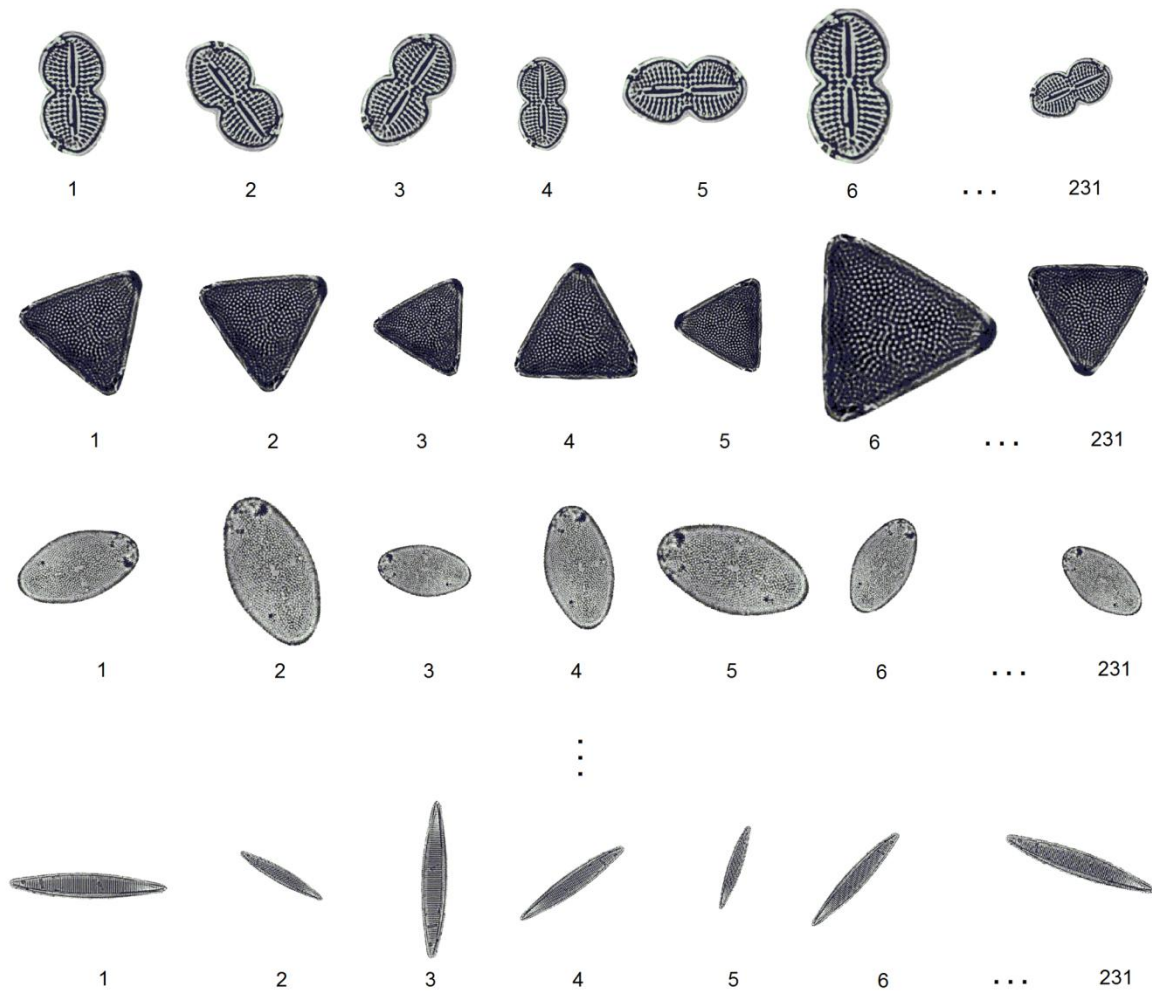


Figura 5.2. Especies de diatomeas con cambios en rotación y escala.

La Figura 5.3 muestra este resultado. Como se puede observar, existe una muy buena separación de los valores de correlación de la imagen de referencia y sus variaciones con respecto a las otras diatomeas. La estadística para conocer el área bajo la curva de una distribución de datos fue aplicada utilizando valores promedio, $\pm 1SE$ (errores estándar) y $\pm 2SE$ (representando 68.2% y 95.4% de área bajo la curva respectivamente). De esta forma, se tiene conocimiento del área de confianza en el cual están los datos. Para realizar las gráficas se normalizaron los valores tomando en cuenta los valores máximos de correlación en ambos ejes. Este algoritmo tiene un nivel de confianza de al menos 95.4% para este caso.

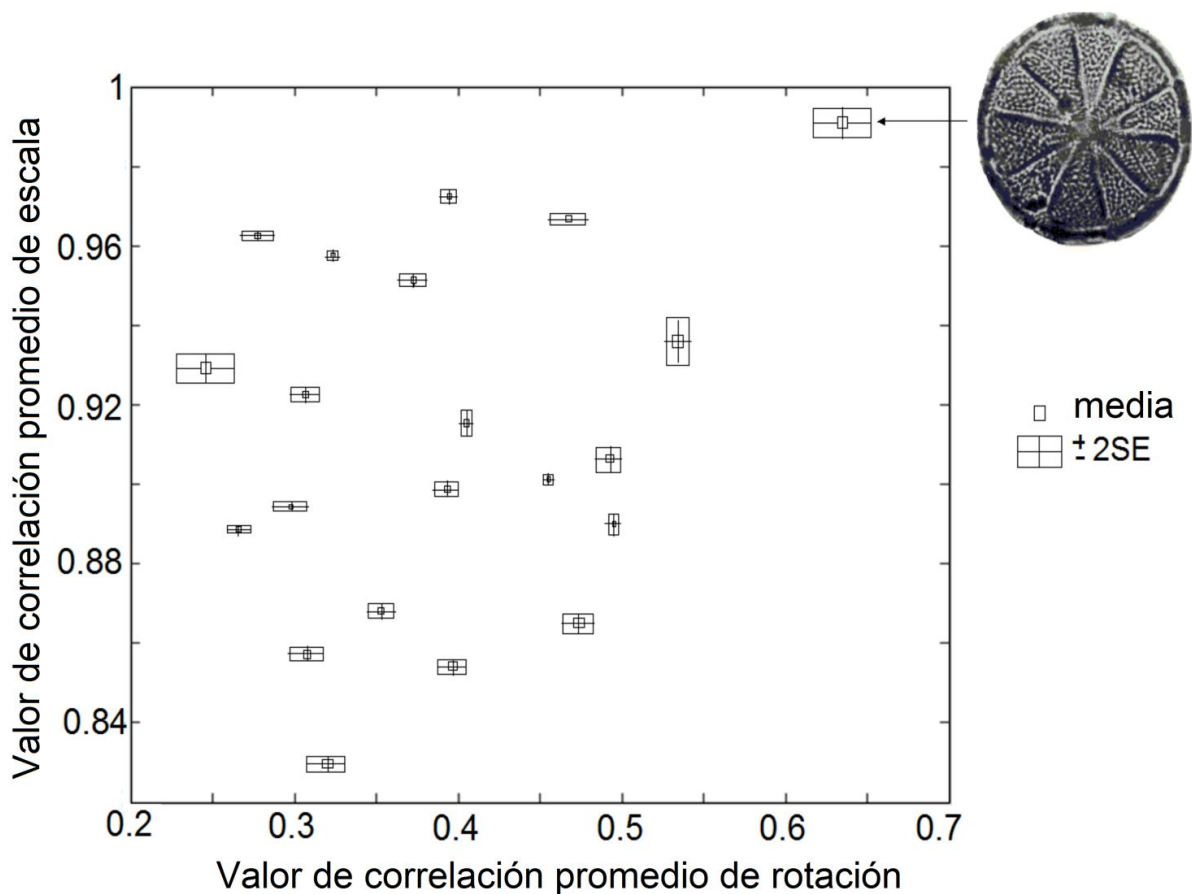


Figura 5.3. Plano de correlación tomando *Actinopterychus bipunctatus* como imagen objetivo.

Del mismo modo, la diatomea *Nitzschia paerenhoildii* fue seleccionada como imagen objetivo. Esta diatomea fue comparada con las 21 diferentes especies de diatomeas (rotadas y escaladas) y el resultado de esta comparación se muestra en la Figura 5.4. La estadística para conocer el área bajo la curva de una distribución de datos fue aplicada utilizando valores promedio, $\pm 1SE$ y $\pm 2SE$.

Asimismo, cada diatomea fue seleccionada con la intención de verificar los resultados para cada una de ellas. En todos los casos, se obtuvo un nivel de confianza de al menos 95.4% aun si el organismo se encontraba rotado o

escalado. Las firmas vectoriales son capaces de distinguir las diatomeas (en este caso) del resto de las diatomeas, la metodología es lo suficientemente robusta para reconocer el objetivo y separarlo del resto de los diferentes organismos.

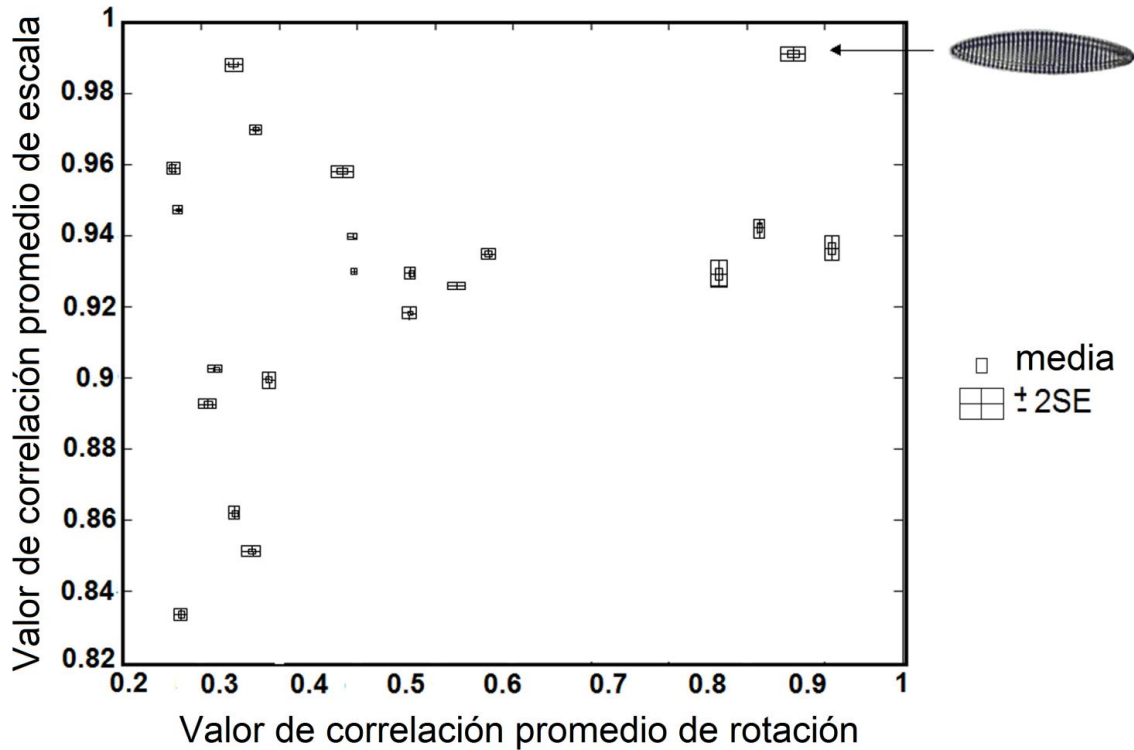


Figura 5.4. Plano de correlación tomando *Nitzschia paerenhoildii* como imagen objetivo.

5.1.2 Pruebas del sistema en presencia de ruido

Con la intención de evaluar la habilidad de la metodología de firmas vectoriales de distinguir la diatomea en presencia de ruido, dos tipos de ruidos fueron agregados a la imagen: ruido sal y pimienta y ruido aditivo gaussiano. Para evaluar dicha habilidad se utilizó la media del coeficiente de discriminación (*DC*) (descrita en la sección 3.6.3) para las firmas de rotación y escala con un límite superior e inferior los cuales representan el intervalo de confianza del 95%.

Para esta prueba se utilizaron 36 muestras en cada cálculo. En la ecuación (3.14), la DC se encuentra por encima del 0 sólo si el pico de correlación del objeto a reconocer es mayor que el pico de correlación que el ruido.

La DC promedio para la firma de rotación y escala (respectivamente) cuando el ruido sal y pimienta es agregado a la imagen se muestra en las Figuras 5.5. y 5.6. La variabilidad de la densidad se muestra en el eje x. Como puede observarse, el sistema es capaz de reconocer el organismo hasta con una densidad de ruido de alrededor 0.42 en el caso de la firma de rotación y 0.65 en el caso de la firma de escala; es decir, el sistema tiene la habilidad de reconocer el organismo hasta estos límites.

Las Figuras 5.7 y 5.8 muestran la DC promedio para la firma de rotación y escala (respectivamente) cuando el ruido gaussiano es agregado. El organismo puede ser identificado con una variancia alrededor de 1.02 en el caso de la firma de rotación y 1.26 en el caso de la escala.

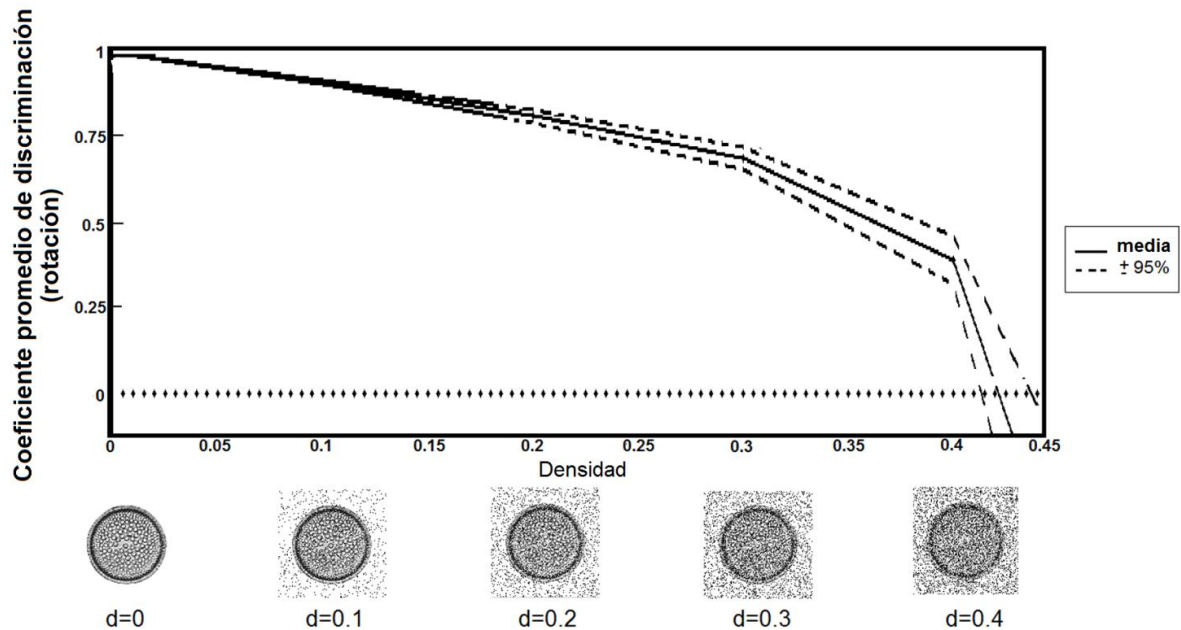


Figura 5.5. Desempeño del sistema en presencia de ruido sal y pimienta.

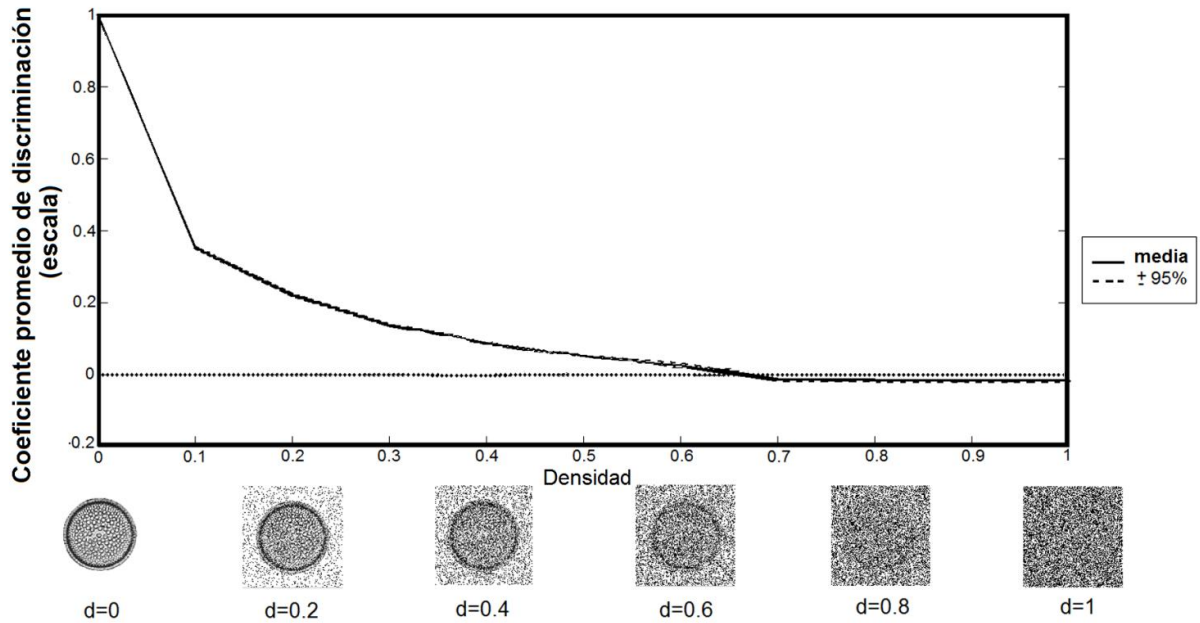


Figura 5.6. Desempeño del sistema en presencia de ruido sal y pimienta.

Las Figuras 5.9 y 5.10 muestran la *DC* promedio cuando ruido constante (gaussiano) con variancia=0.1 y ruido sal y pimienta es agregado a la imagen. La variación del ruido sal y pimienta se muestra en las Figuras (eje x). En el caso de la firma vectorial de rotación el sistema tiene la habilidad de reconocer el organismo con una densidad alrededor de 0.31 con una variancia constante de 0.1; en el caso de la firma vectorial de escala el sistema tiene la habilidad de identificar el organismo con una densidad alrededor de 0.55 con una variancia constante de 0.1.

5.1.3 Pruebas del sistema utilizando firmas vectoriales promedio

Para poder realizar una evaluación del sistema digital mediante la utilización de firmas vectoriales promedio se utilizaron imágenes de copépodos. Los copépodos, son el mayor grupo de pequeños crustáceos, ya que incluyen unas 8500 especies, son generalmente planctónicas representando un eslabón de gran importancia en las cadenas tróficas marinas, ya que se alimentan de fitoplancton y son la base de la alimentación de muchos peces; han sido bastante

estudiados como reguladores de las poblaciones de fitoplancton al representar el principal constituyente del zooplancton marino.

Para este estudio se eligieron diferentes especies de copépodos, 30 ejemplares hembras y 30 machos de cada una de las 7 especies de copépodos (mostrados en la Figura 5.11) formando así una base de datos de 420 imágenes. Las imágenes son en escala de grises de 246x246 píxeles

Cada una de los 14 organismos utilizados en estas pruebas, tienen 30 variaciones (de posición, ángulo, forma) como se muestra la Figura 5.12. De esta manera, cuando trabajamos con imágenes reales podemos pensar que, al momento de tomar las fotografías, cada ejemplar presenta una visualización diferente al otro aunque pertenezcan a la misma especie y género lo cual complica el análisis. Por tal motivo se tomó varias imágenes como referencia utilizando las principales características de dicho copépodo.

De esta manera, con las firmas vectoriales de rotación y escala de cada uno de ellos obtenemos las firmas vectoriales promedio, las cuales son el valor de la sumatoria de las firmas de n copépodos diferentes divididas entre n , obteniéndose con ello su promedio, que es ahora la firma vectorial de referencia. El procedimiento se muestra en la Figura 5.13.

Asimismo, cuando tenemos las firmas promedio de rotación y escala (obtenidas como muestra la Figura 5.13), entonces el filtro no lineal definido en la ecuación (3.11) es aplicado tanto a las firmas promedio como a las firmas de la imagen problema (Figura 5.14).

Por otra parte, se realizaron pruebas en el sistema para elegir qué valor de k era el óptimo, los resultados de dichas pruebas se muestran en la Figura 5.15. De esta manera se utilizó $k=0.4$.

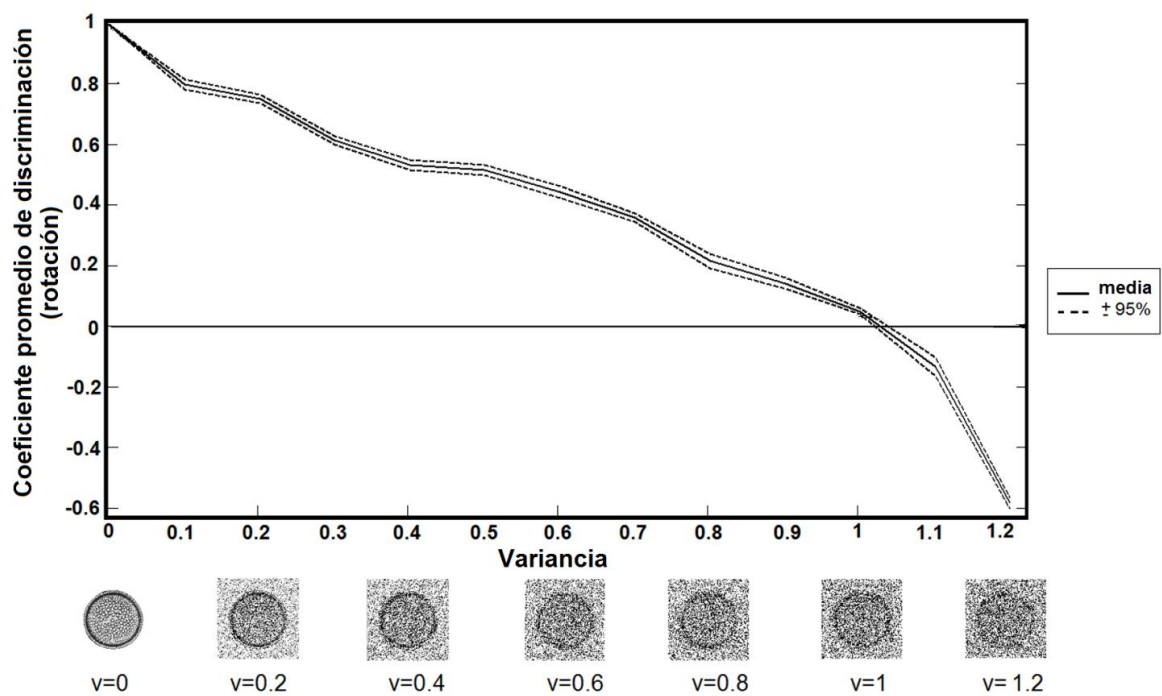


Figura 5.7. Desempeño del sistema en presencia de ruido aditivo gaussiano.

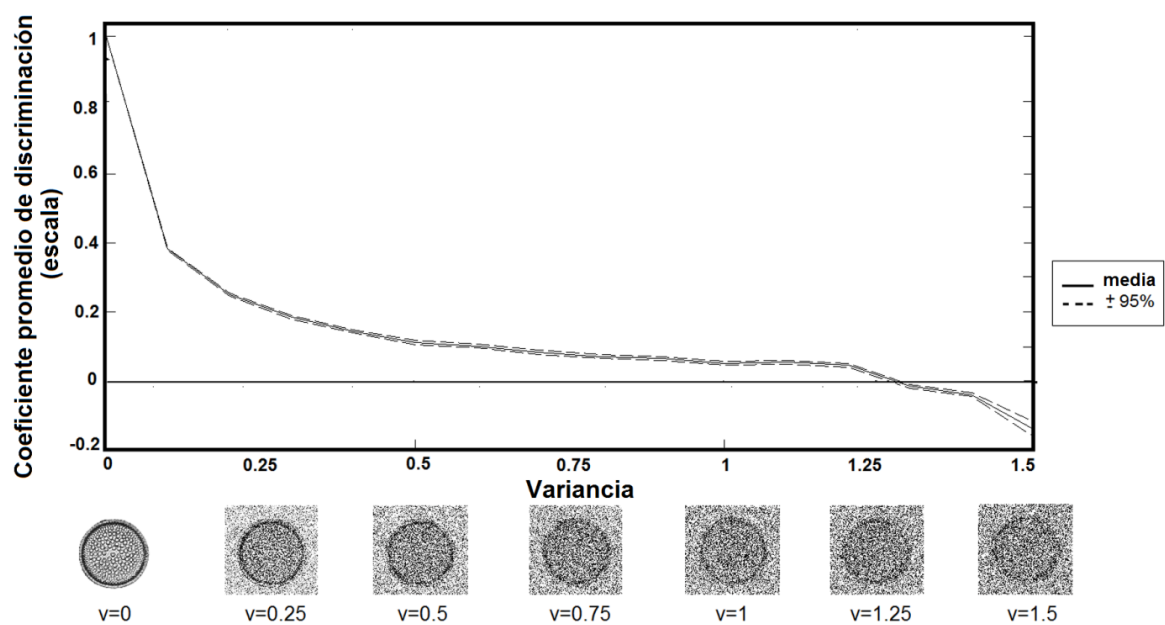


Figura 5.8. Desempeño del sistema en presencia de ruido aditivo gaussiano.

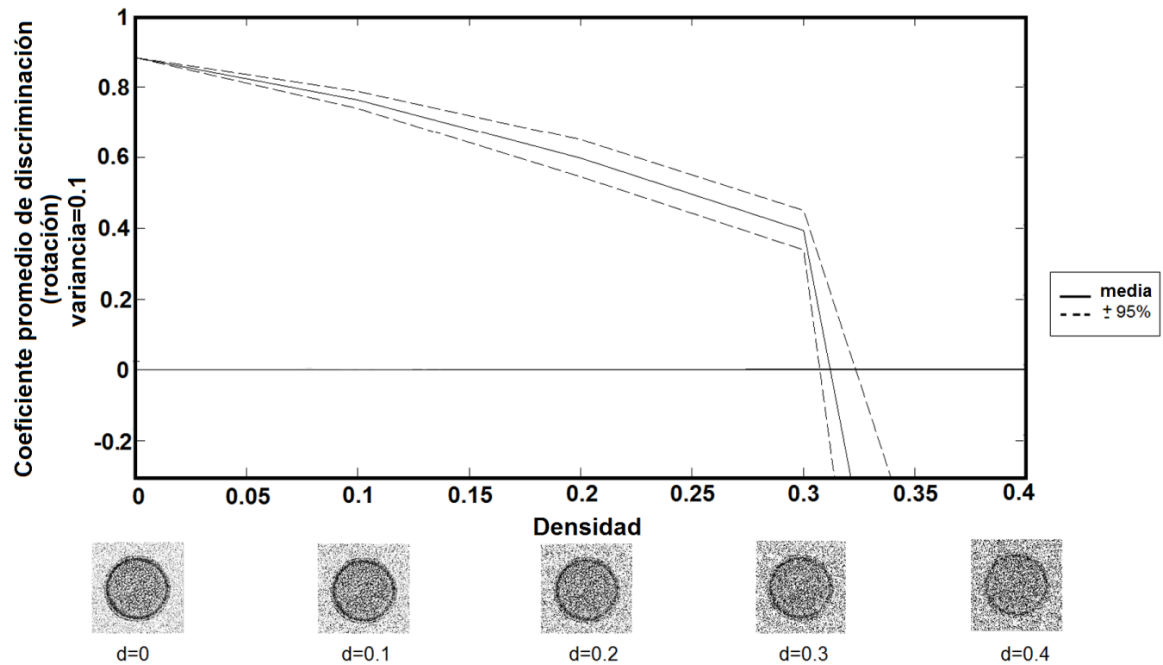


Figura 5.9. Desempeño del sistema en presencia de ruido aditivo gaussiano con una variancia constante-0.1 además de ruido sal y pimienta.

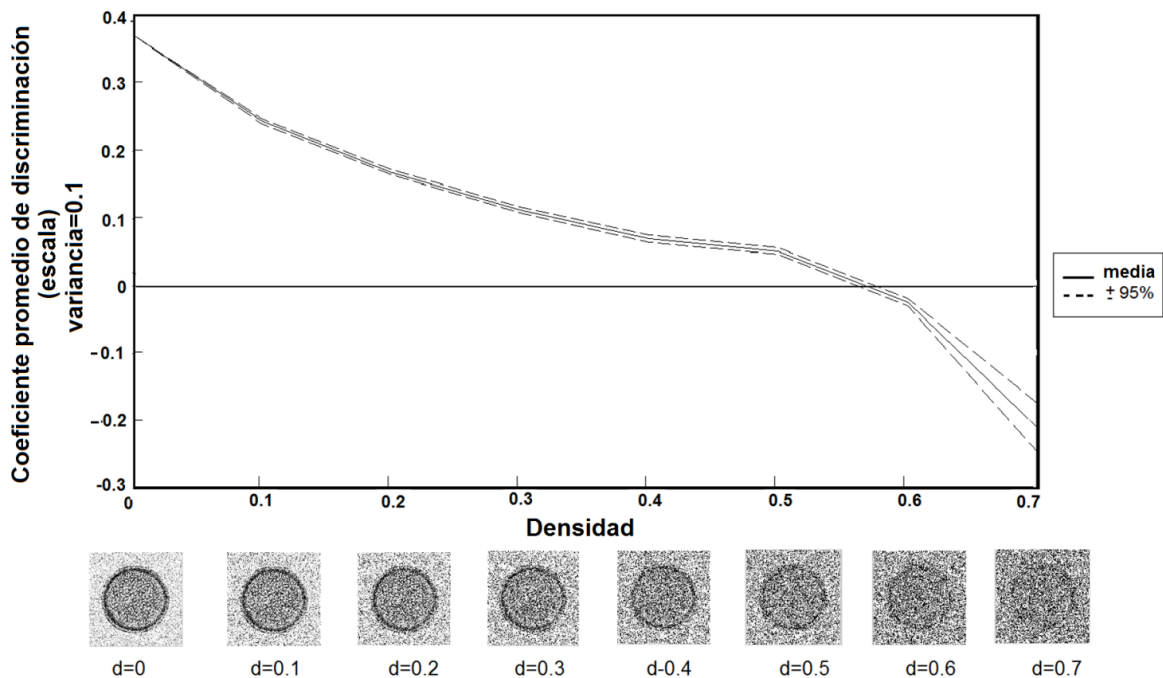


Figura 5.10. Desempeño del sistema en presencia de ruido aditivo gaussiano con una variancia constante-0.1 además de ruido sal y pimienta.

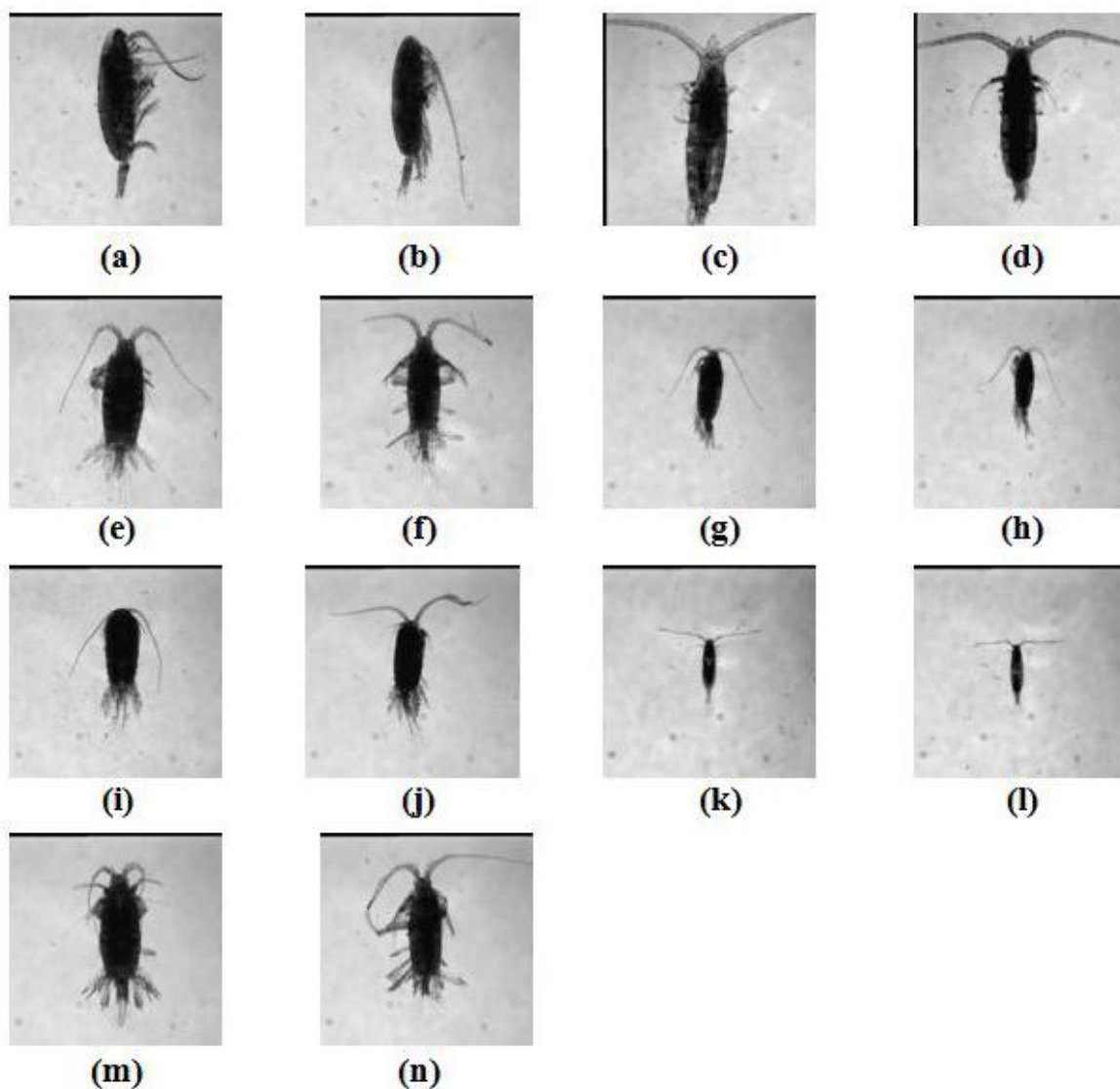


Figura 5.11. Imágenes de copépodos utilizadas en el sistema. a) *Calanus pacificus* hembra. b) *C. pacificus* macho. c) *Rhincalanus nasutus* hembra. d) *R. nasutus* macho. e) *Centropages furcatus* hembra. f) *C. furcatus* macho. g) *Pleuromamma gracilis* hembra. h) *P. gracilis* macho. i) *Temora discaudata* hembra. j) *T. discaudata* macho. k) *Acartia tonsa* hembra. l) *A. tonsa* macho. m) *Centropages hamatus* hembra. n) *C. hamatus* macho.

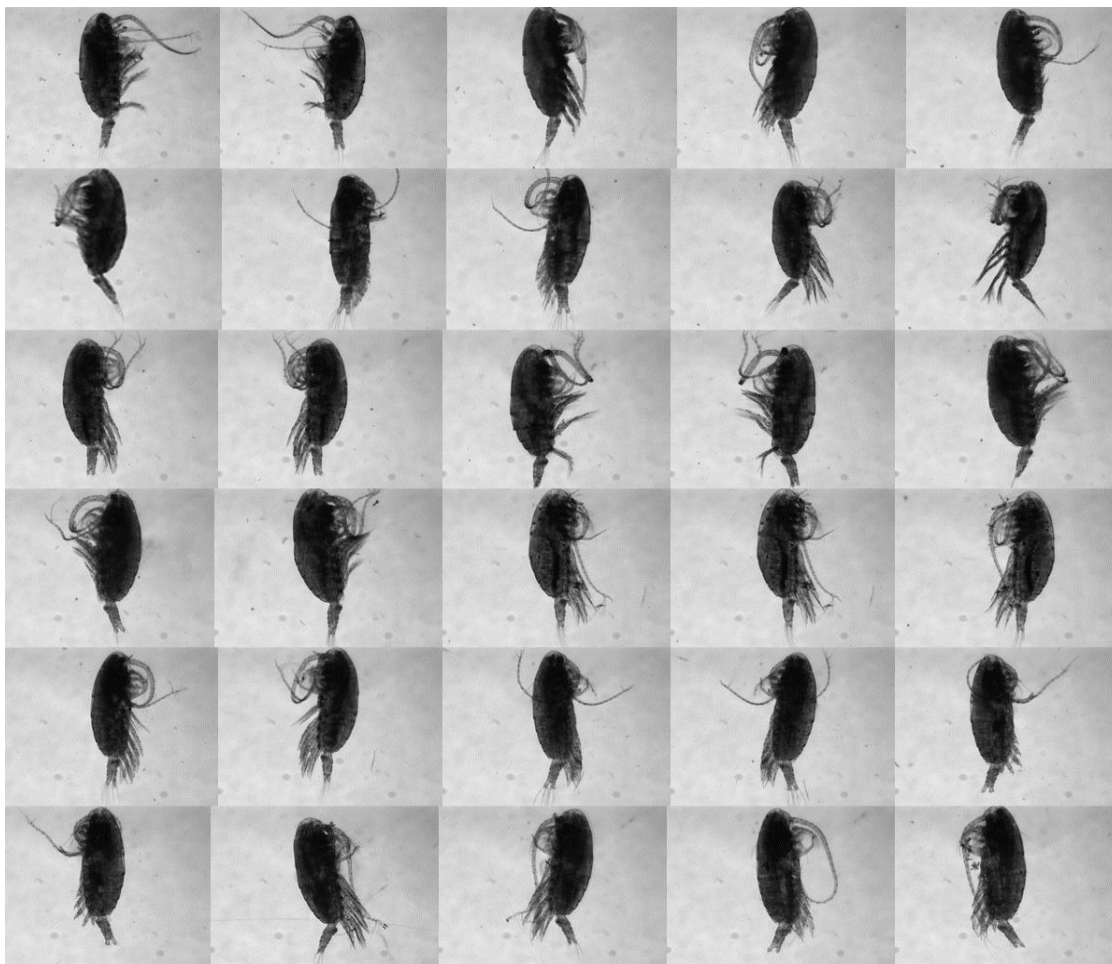


Figura 5.12. Ejemplo de las 30 variaciones de un organismo de la misma especie y sexo.

Se seleccionó el copépodo *Centropages furcatus* hembra para construir la firma promedio, para esto se seleccionaron 10 imágenes (del banco de imágenes de dicha especie y sexo) y se obtuvieron las firmas promedio de rotación y escala. De esta manera, las firmas promedio fueron comparadas con el banco de imágenes como lo muestra la Figura 5.16. La estadística fue aplicada y el valor promedio $\pm 2SE$ fue calculado. Este algoritmo tiene un nivel de confianza de al menos 95.4% para este caso.

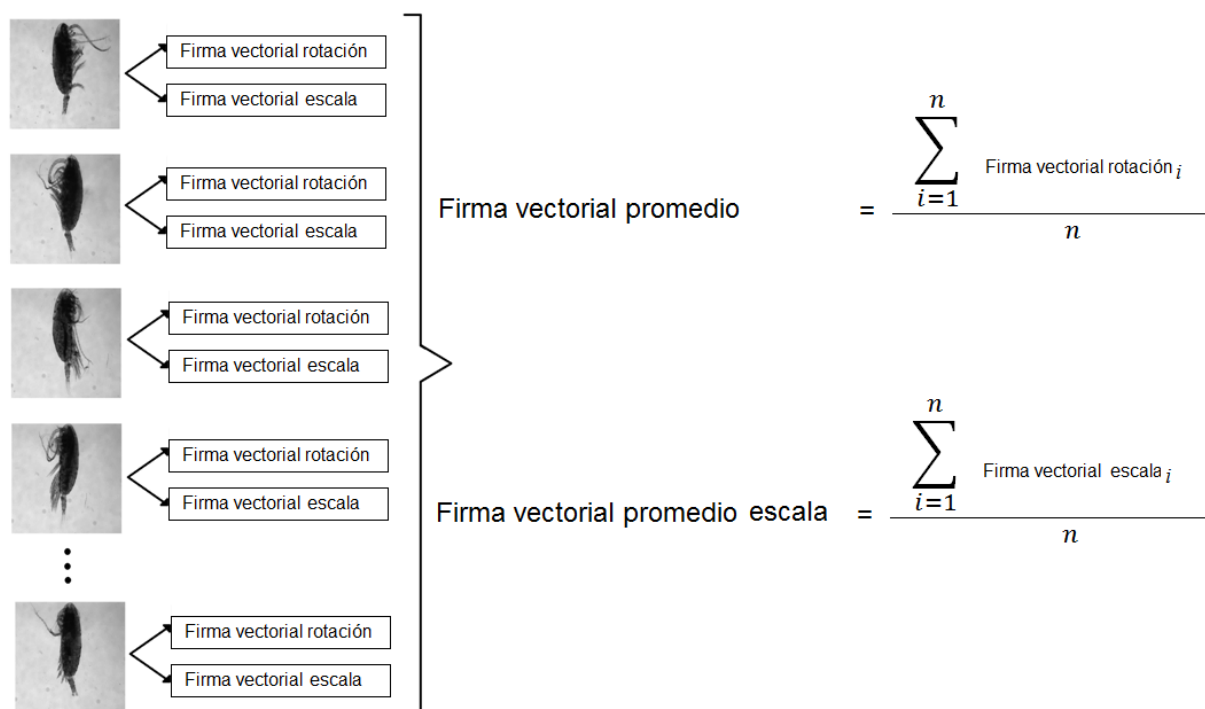


Figura 5.13. Procedimiento para obtener la firma vectorial promedio.

Se seleccionó el copépodo *Centropages furcatus* macho para construir la firma promedio, para esto se seleccionaron 10 imágenes (del banco de imágenes de dicha especie y sexo) y se obtuvieron las firmas promedio de rotación y escala. La estadística fue aplicada y el valor promedio $\pm 2SE$ fue calculado (Figura 5.17).

Asimismo, la Figura 5.18 muestra otro ejemplo cuando el copépodo *Calanus pacificus* macho es seleccionado para construir la firma promedio, se seleccionaron 10 imágenes (del banco de imágenes de dicha especie y sexo) y se obtuvieron las firmas promedio de rotación y escala. La estadística fue aplicada y el valor promedio $\pm 2SE$ fue calculado. Como podemos ver existe un traslape de dicho copépodo con el copépodo *Calanus pacificus* hembra, lo que nos muestra que dicho organismo puede ser identificado del resto de los organismos, sin embargo a nivel sexo se logra un nivel de confianza de 75.9%.

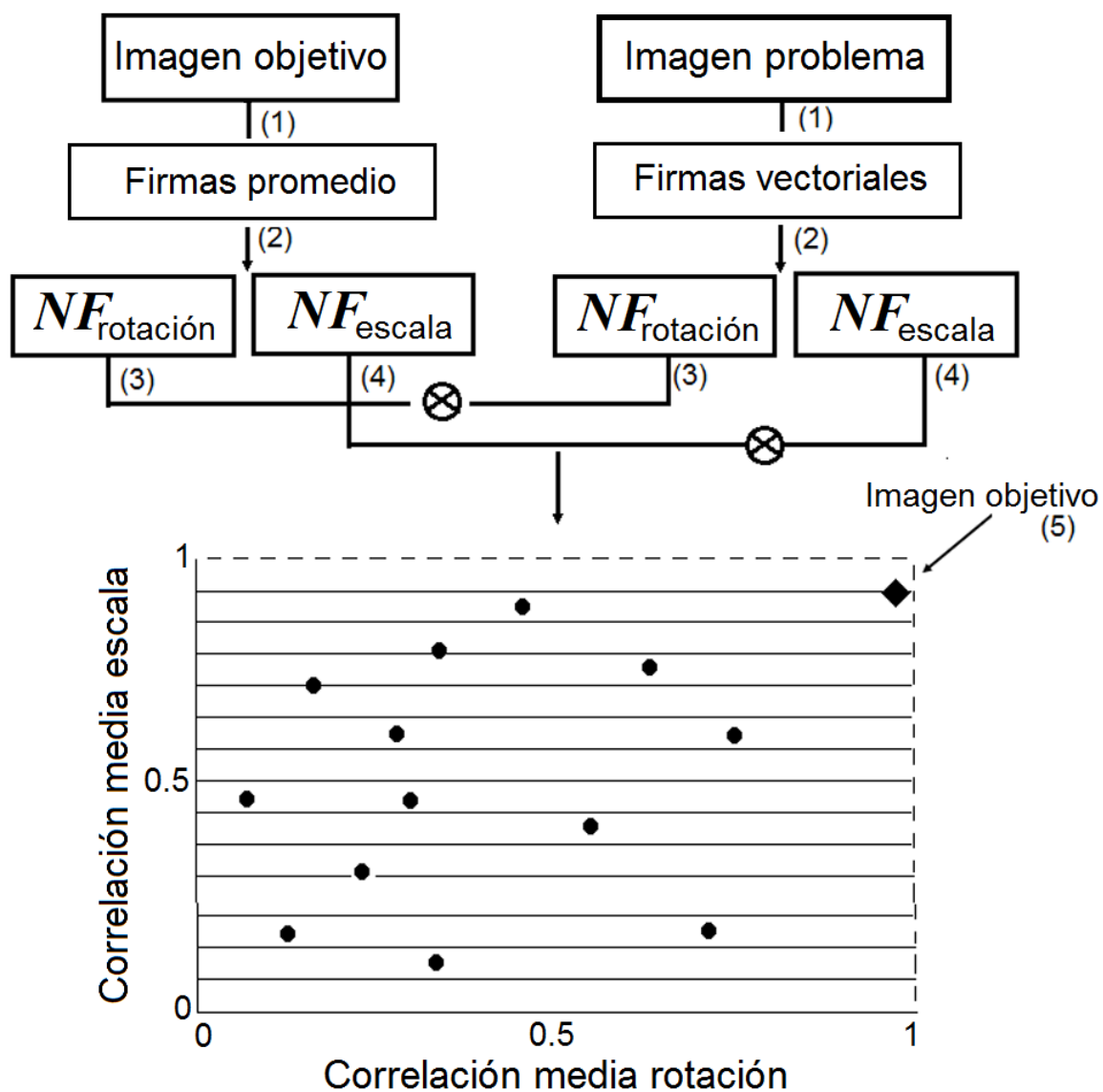
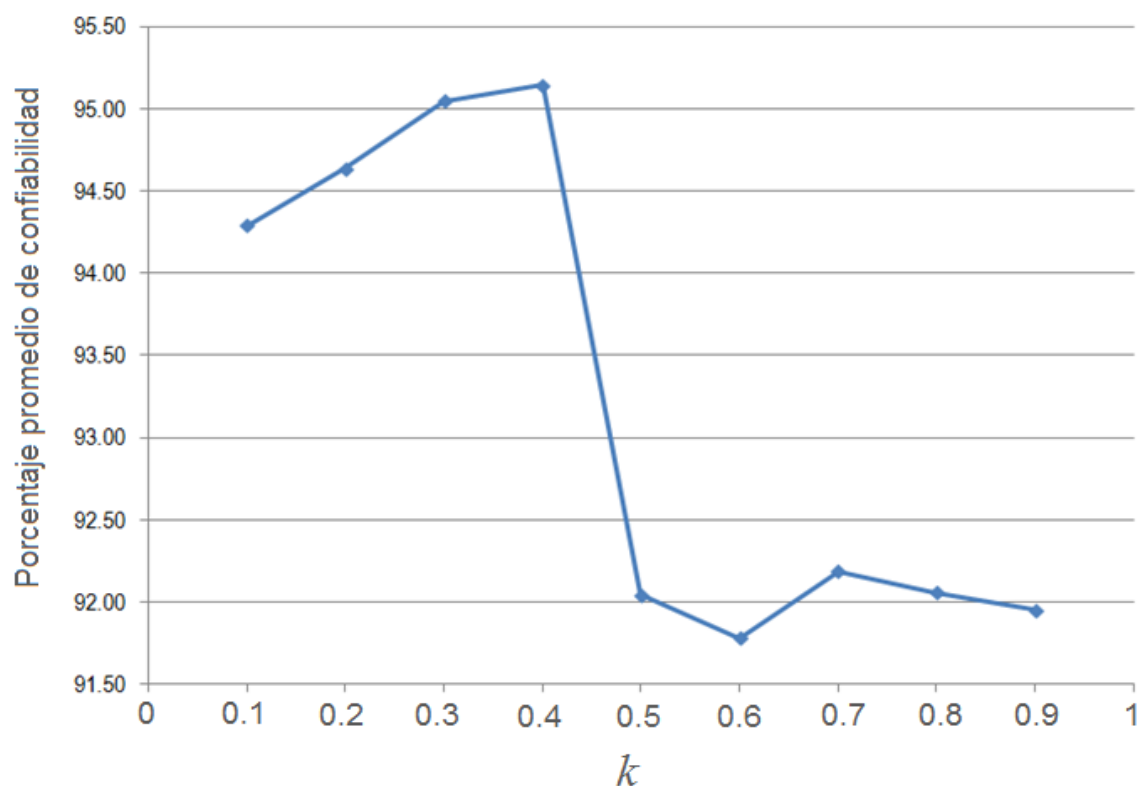


Figura 5.14. Sistema digital mediante la utilización de firmas vectoriales promedio.



k=0.1	k=0.2	k=0.3	k=0.4	k=0.5	k=0.6	k=0.7	k=0.8	k=0.9
94.29	94.63	95.05	95.14	92.04	91.78	92.19	92.06	91.95

Figura 5.15. Comportamiento del sistema con variaciones de la constante de no linealidad k .

En la Figura 5.19, se muestra la tabla de nivel de confianza del sistema, de todos los copépodos que participaron en dicha prueba, menos del 3% de los casos presentan un nivel de confianza menor al 95.4% y el 97% presentan un nivel de confianza de al menos 95.4%.

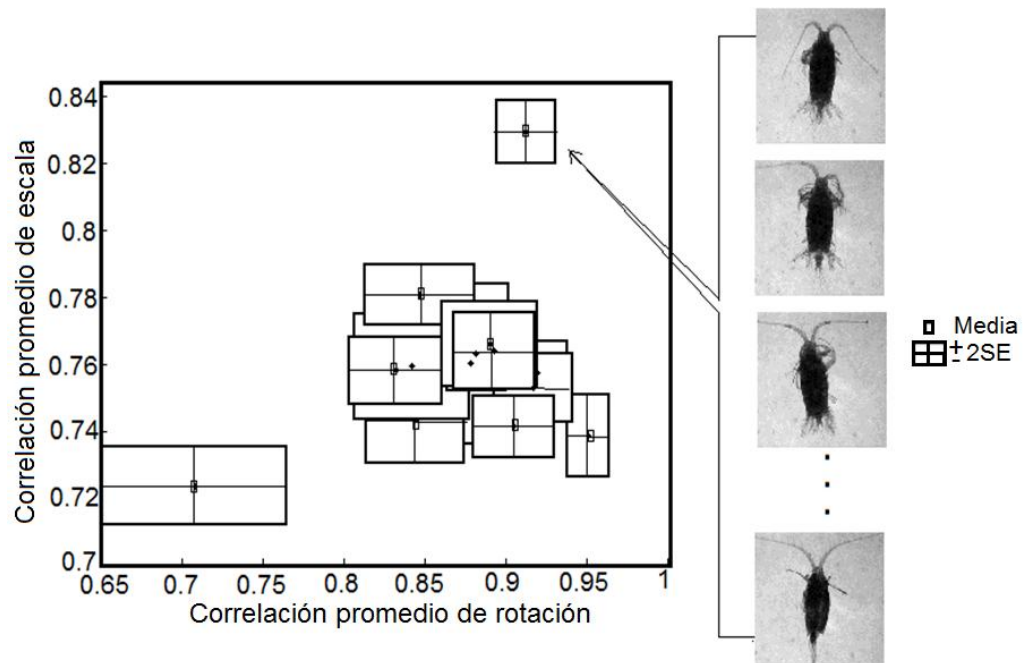


Figura 5.16. Plano de correlación cuando tomamos el copépodo *Centropages furcatus* hembra para construir la firma promedio.

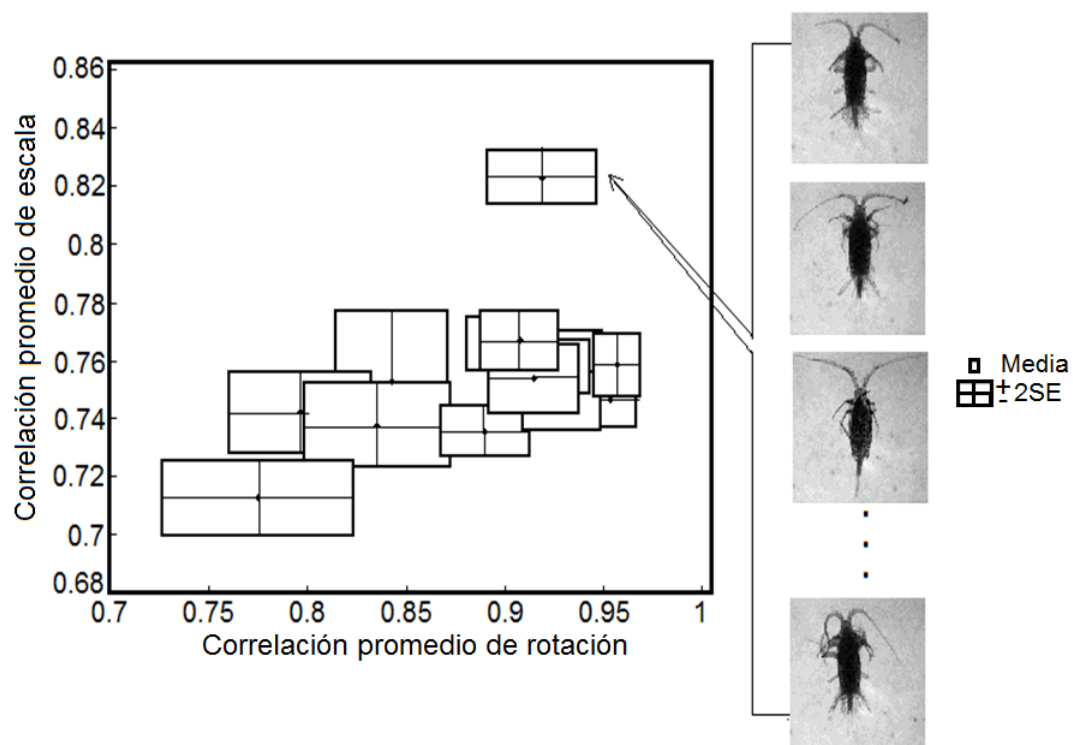


Figura 5.17. Plano de correlación cuando tomamos el copépodo *Centropages furcatus* macho para construir la firma promedio.

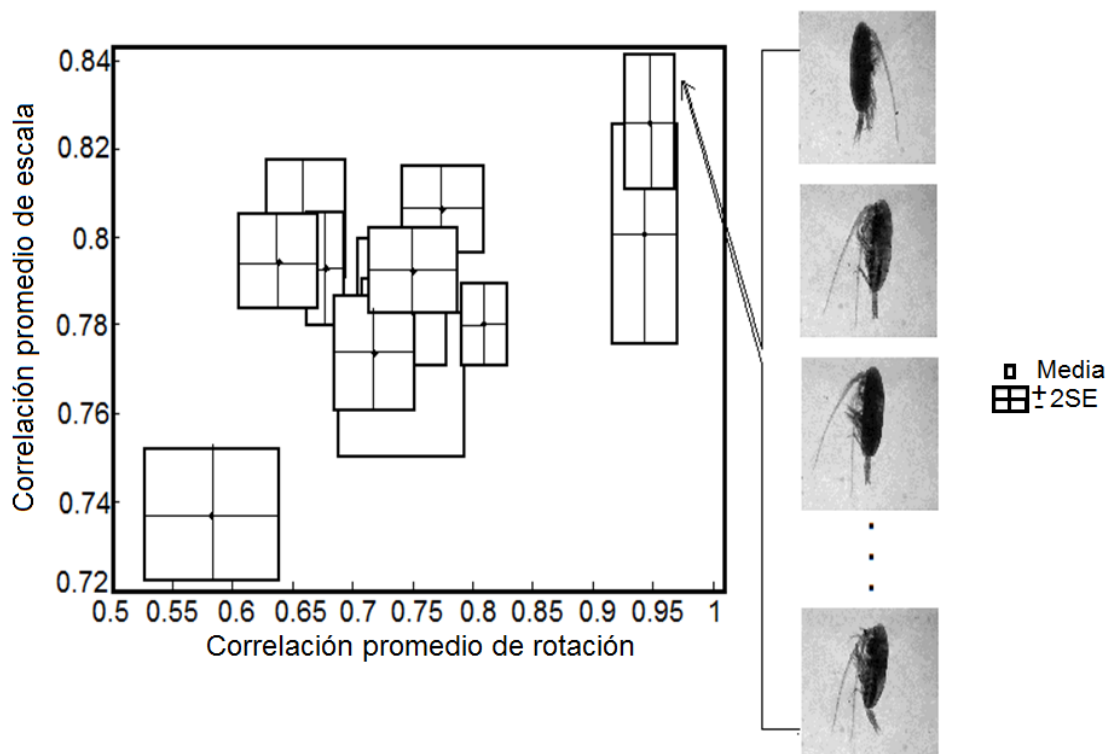


Figura 5.18. Plano de correlación cuando tomamos el copépodo *Calanus pacificus* macho para construir la firma promedio.

Imagen objetivo	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
A		95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4
B	75.9		95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4
C	95.4	95.4		95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4
D	95.4	95.4	95.4		95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4
E	95.4	95.4	95.4	95.4		95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4
F	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4		95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4
G	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4		95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4
H	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4		95.4	95.4	91.28	95.4	95.4	95.4
I	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4		95.4	95.4	95.4	95.4	95.4
J	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	81		89.4	92.7	95.4	95.4
K	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4		95.4	95.4	95.4
L	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4		95.4	95.4
M	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4		95.4
N	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	95.4	

Figura 5.19. Nivel de confiabilidad del sistema utilizando firmas promedio.

5.1.4 Pruebas del sistema en imágenes con iluminación no homogénea

En este trabajo, utilizamos las firmas vectoriales como herramienta de identificación cuando la imagen tiene iluminación no homogénea. El sistema fue evaluado con 10 diferentes especies de diatomeas.

Las imágenes de diatomeas utilizadas en estas pruebas se muestran en la Figura 5.20. Las imágenes fueron rotadas de 0 a 180 grados y escaladas de 75% a 125% dando un total de 231 variaciones por cada organismo. Asimismo, cada una de esas 231 variaciones de cada organismo cuenta con 8 diferentes variaciones de iluminación no homogénea mas tomando en cuenta las imágenes limpias, nos dan un total de 9 variaciones, dando como resultado un total de 2079 imágenes por cada organismo ($231 * 9$ variaciones). De esta manera, obtenemos un banco de imágenes de 20,790 imágenes ($2079 * 10$ diferentes diatomeas). El procedimiento para obtener las firmas vectoriales fue explicado en la sección 4.1.

Las 8 diferentes variaciones de iluminación no homogénea están dadas por las funciones que son mostradas en la Figura 5.21. Asimismo, la Figura 5.22 muestra un ejemplo donde la imagen de la diatomea *Actinocyclus ingens* es afectada por las 9 variaciones (8 variaciones de iluminación no homogénea mas la imagen limpia).

Cuando tenemos las firmas en escala y rotación (obtenidas como muestra la Figura 4.1), entonces el filtro no lineal definido en la ecuación (3.11) es aplicado tanto a la imagen a reconocer como a la imagen problema (Figura 4.3).

La Figura 5.23, muestra un ejemplo donde se toma la diatomea *Actinocyclus ingens* como imagen objetivo tanto limpia como con cada una de las variaciones de iluminación no homogénea y fue comparada con las 231 variaciones de rotación y escala (explicada anteriormente) en cada una de sus modalidades de variación. Como lo muestra la Figura 5.24 la imagen limpia (sin variaciones de iluminación) soporta de mejor manera las diferentes variaciones de iluminación.

De esta manera, para probar este sistema con las diferentes especies tomamos la imagen limpia como imagen objetivo.

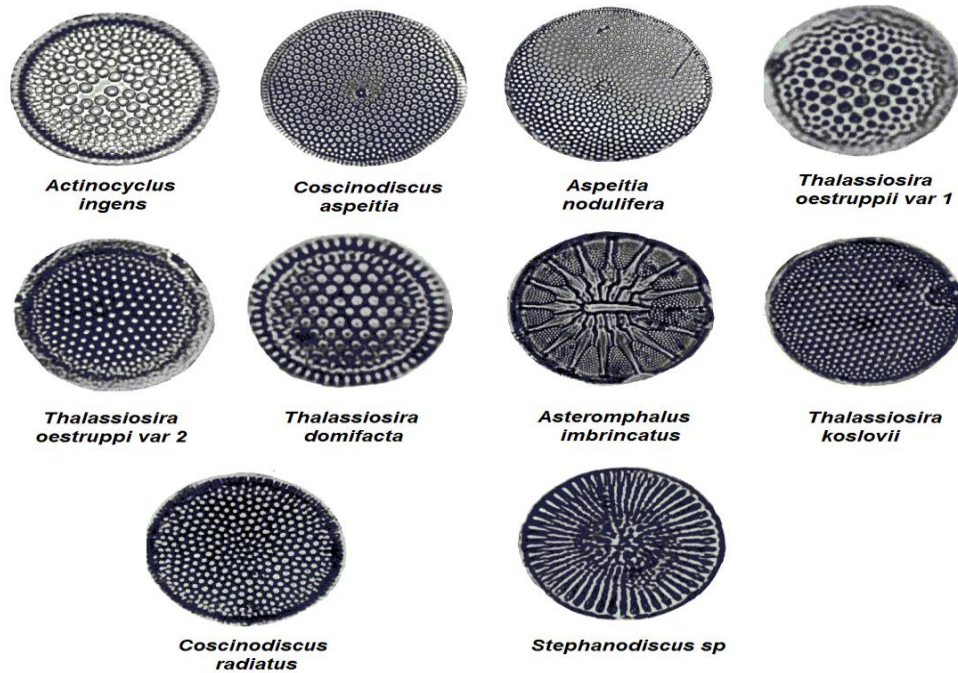


Figura 5.20. Imágenes utilizadas en el sistema.

Con la intención de evaluar el desempeño del sistema cuando las imágenes presentan iluminación no homogénea la diatomea *Actinocyclus ingens* fue seleccionada y tomada como imagen objetivo. Esta imagen fue comparada con el banco de imágenes (20,790). La Figura 5.25 muestra este resultado. Como se puede observar, existe una muy buena separación de los valores de correlación de la imagen objetivo con respecto a las otras diatomeas. La estadística fue aplicada y el valor promedio $\pm 2SE$ fue calculado. Este algoritmo tiene un nivel de confianza de al menos 95.4% para este caso.

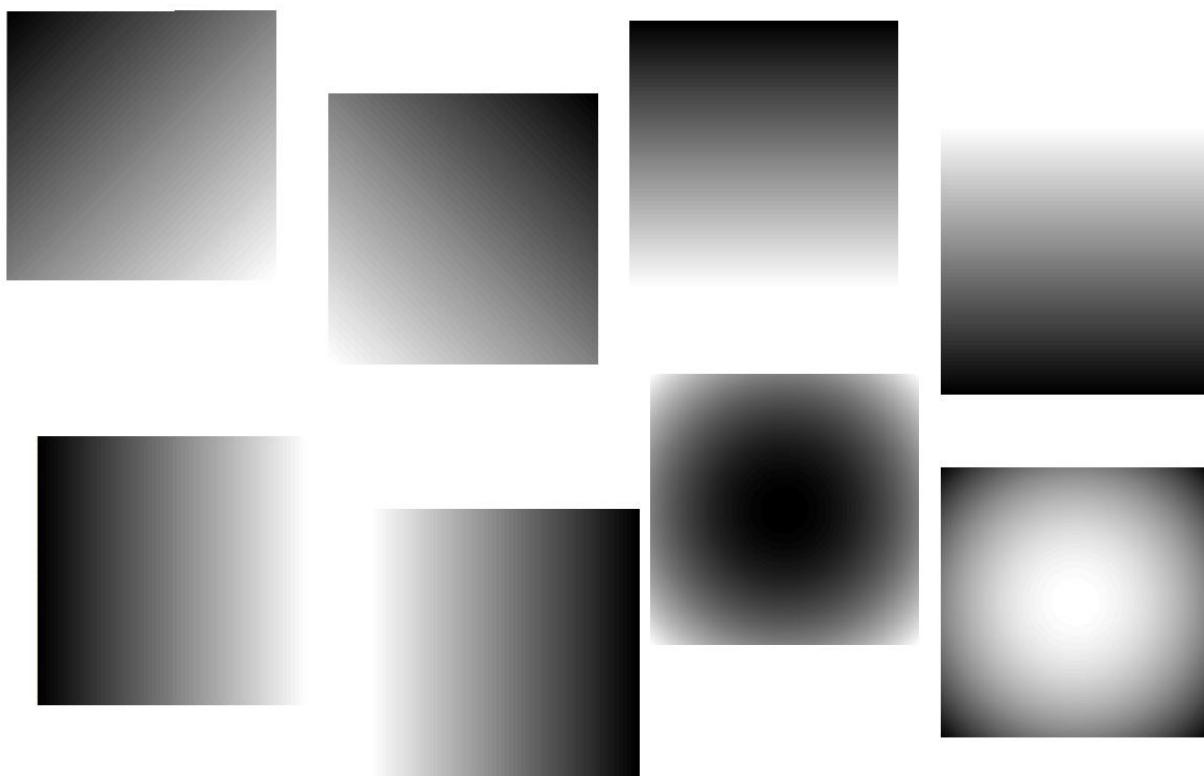


Figura 5.21. Diferentes modos de iluminación no homogénea utilizadas en el sistema.

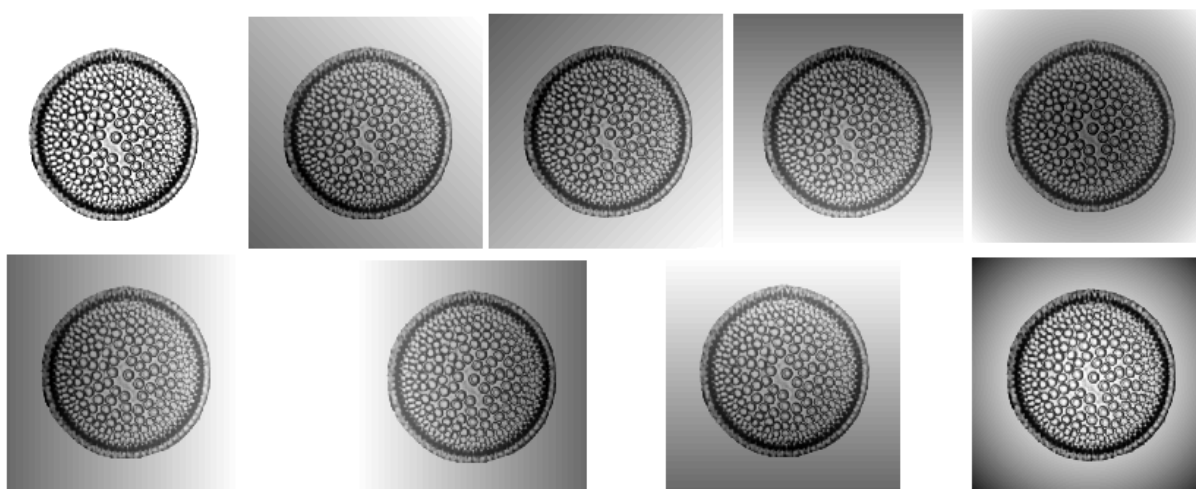


Figura 5.22. Ejemplo de las variaciones de iluminación no homogénea.

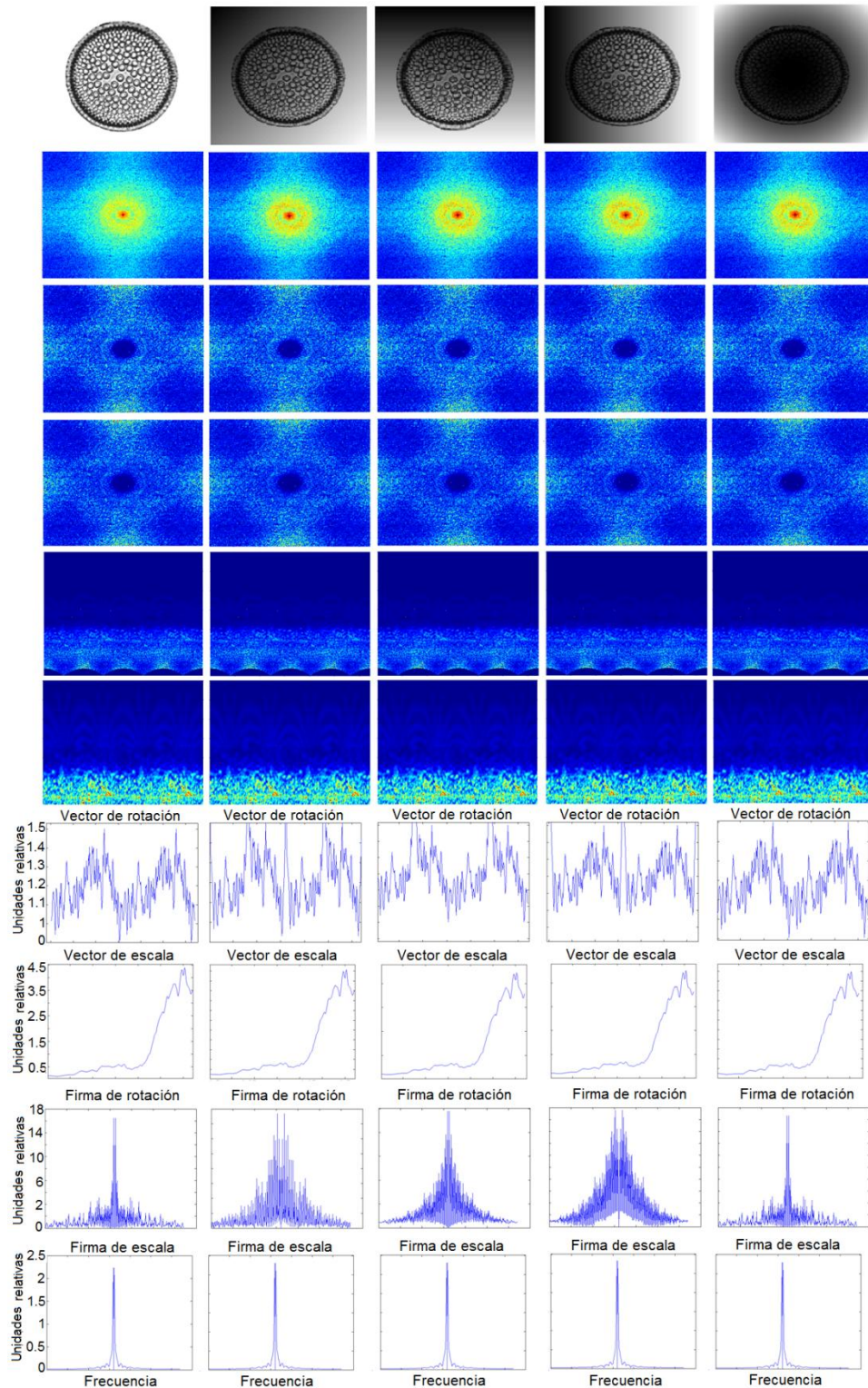


Figura 5.23. Ejemplo del mismo procedimiento de obtención de firmas vectoriales para el mismo organismo pero cuando la imagen presenta iluminación no homogénea.

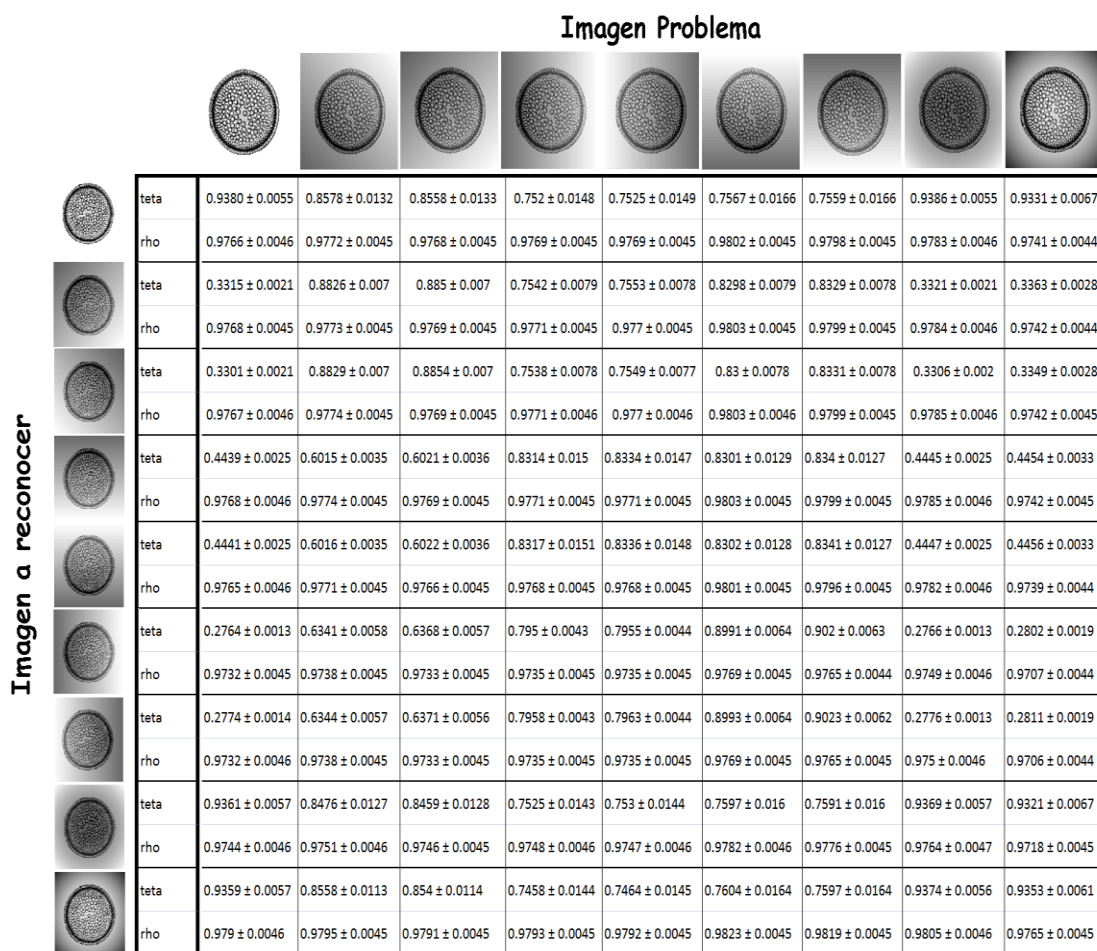


Figura 5.24. Tabla de comparación cuando la imagen objetivo presenta variaciones de iluminación no homogénea.

Del mismo modo, la diatomea *Aspeltia nodulifera* fue seleccionada como imagen objetivo. Esta diatomea fue comparada con el banco de imágenes y el resultado de esta comparación se muestra en la Figura 5.26. La estadística fue aplicada y el valor promedio $\pm 2SE$ fue calculado. Este algoritmo tiene un nivel de confianza de al menos 95.4%.

El sistema se aplicó al reconocimiento de diatomeas las cuales se encontraban en presencia de iluminación no homogénea. Los resultados obtenidos mostraron que el sistema es capaz de reconocer el organismo con un nivel de confianza de al menos 95.4% en todos los casos.

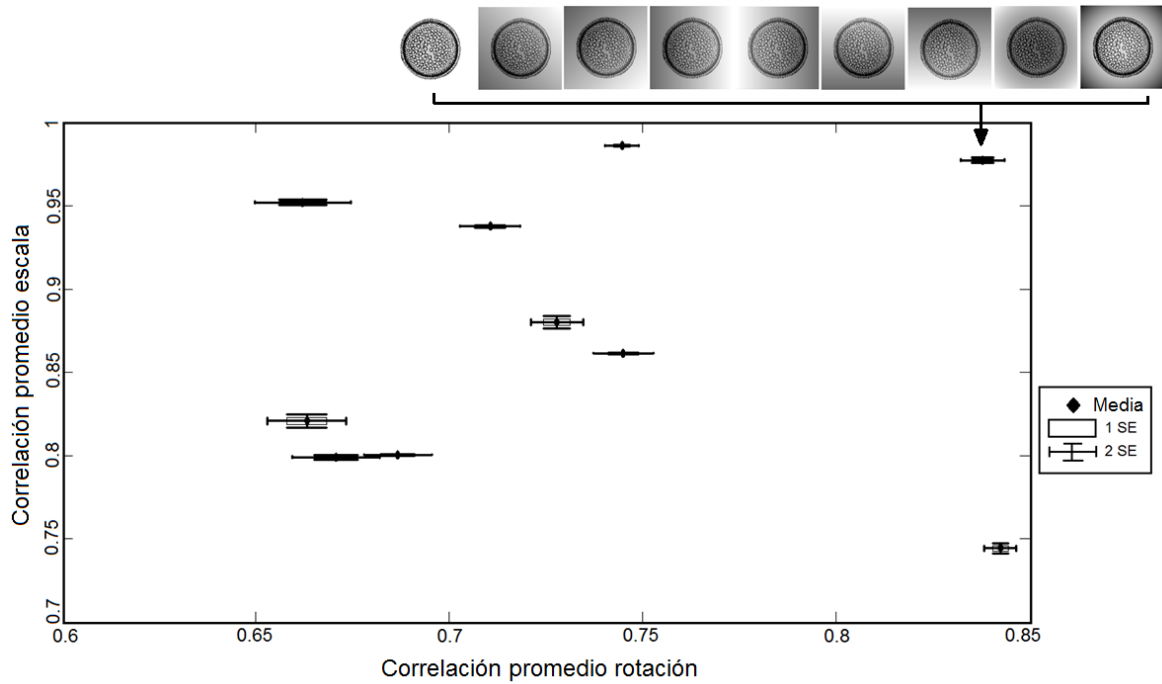


Figura 5.25. Plano de correlación cuando la imagen presenta iluminación no homogénea tomando la diatomea *Actinocyclus ingens* como imagen objetivo.

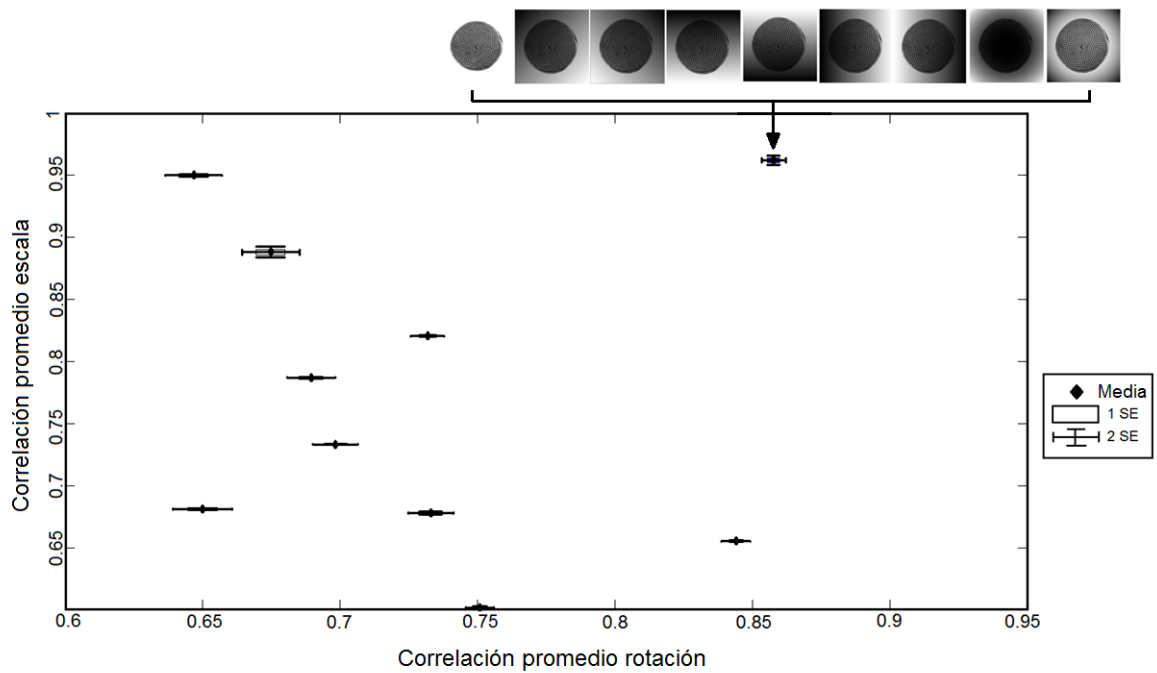


Figura 5.26. Plano de correlación cuando la imagen presenta iluminación no homogénea tomando la diatomea *Aspeltia nodulifera* como imagen objetivo.

5.2 Índices espectrales

5.2.1 Pruebas del sistema en imágenes en escala de grises

Para poder realizar una evaluación del sistema digital, se utilizaron 21 diferentes diatomeas (Figura 5.1). Las características de dichas imágenes fueron mencionadas en la sección 5.1.1.

El procedimiento para obtener los índices espectrales ($Index_1$ e $Index_2$) fueron explicados en la sección 4.2.1. En el caso de los índices espectrales, cada imagen atraviesa el procedimiento mostrado en las Figuras 4.2.1.1 y 4.2.1.2. La Figura 5.27 muestra un ejemplo del plano de identificación donde se identifica a las diatomeas *Dendriculopsis praedimorfa*, *Bogorovia praepalacea*, *Aspeitia nodulifera* and *Actinoptychus splendens* las cuales son identificadas al 100% sin ningún tipo de traslape.

Asimismo, los resultados obtenidos seleccionando cada una de las diatomeas como imagen objetivo, mostraron una clara identificación con un nivel de confianza mayor de 95.4% en todos los casos, además de un bajo coste computacional. En contraste con la primera metodología mencionada en la sección 5.1, esta metodología muestra en un solo cálculo los resultados de las 21 diferentes imágenes clasificadas en un solo plano de identificación.

5.2.2 Pruebas del sistema en imágenes con organismos con diferente ángulo de visualización

Para evaluar esta metodología con organismos que tuvieran diferente ángulo de enfoque, se utilizaron las imágenes mostradas en la Figura 5.11. Las características de estas imágenes fueron descritas en la sección 5.1.3.

Cada imagen de copépodo tiene su respectivo $Index_1$ e $Index_2$. Los valores obtenidos de dichos índices son graficados en el plano de identificación como se

muestra en la Figura 5.28. De esta manera, se obtuvieron $Index_1$ e $Index_2$ de cada una de las 4851 imágenes (del banco de imágenes).

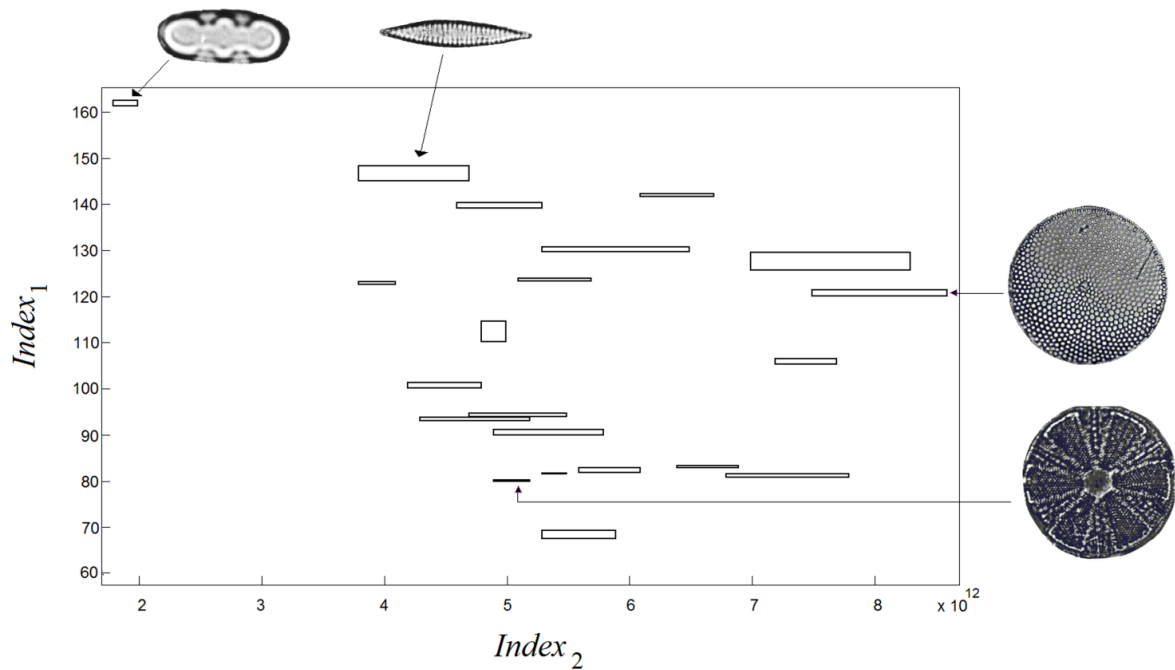


Figura 5.27. Plano de identificación mediante la utilización de índices espectrales.

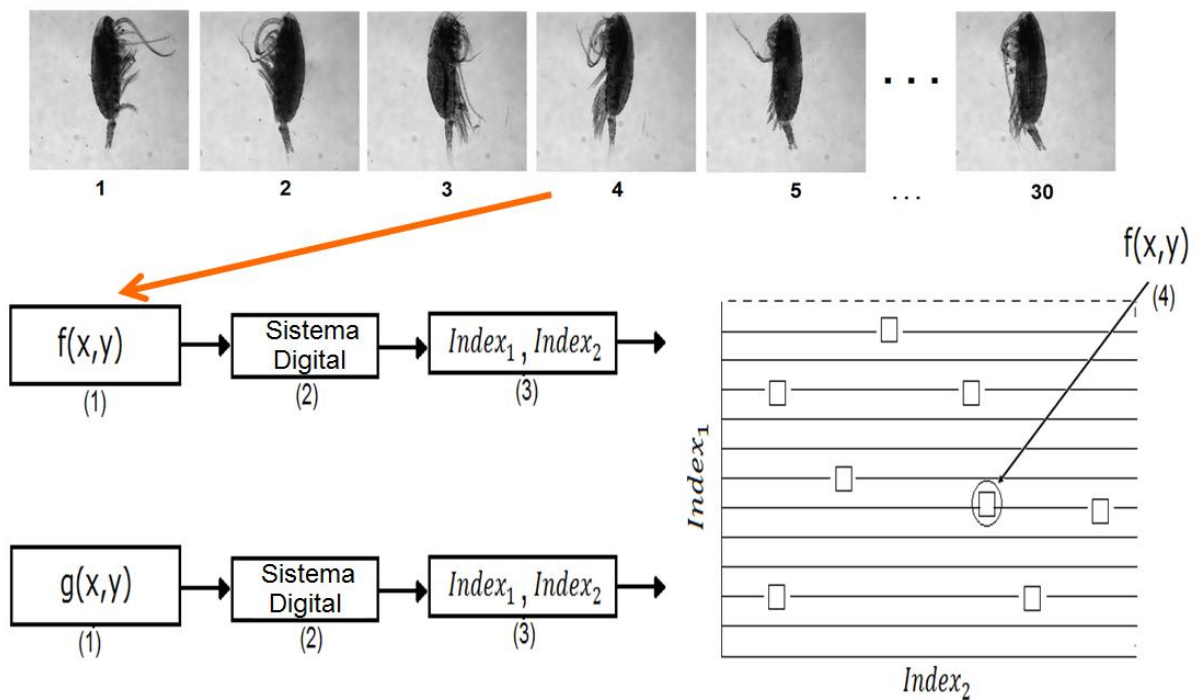


Figura 5.28. Sistema digital utilizando $Index_1$ e $Index_2$.

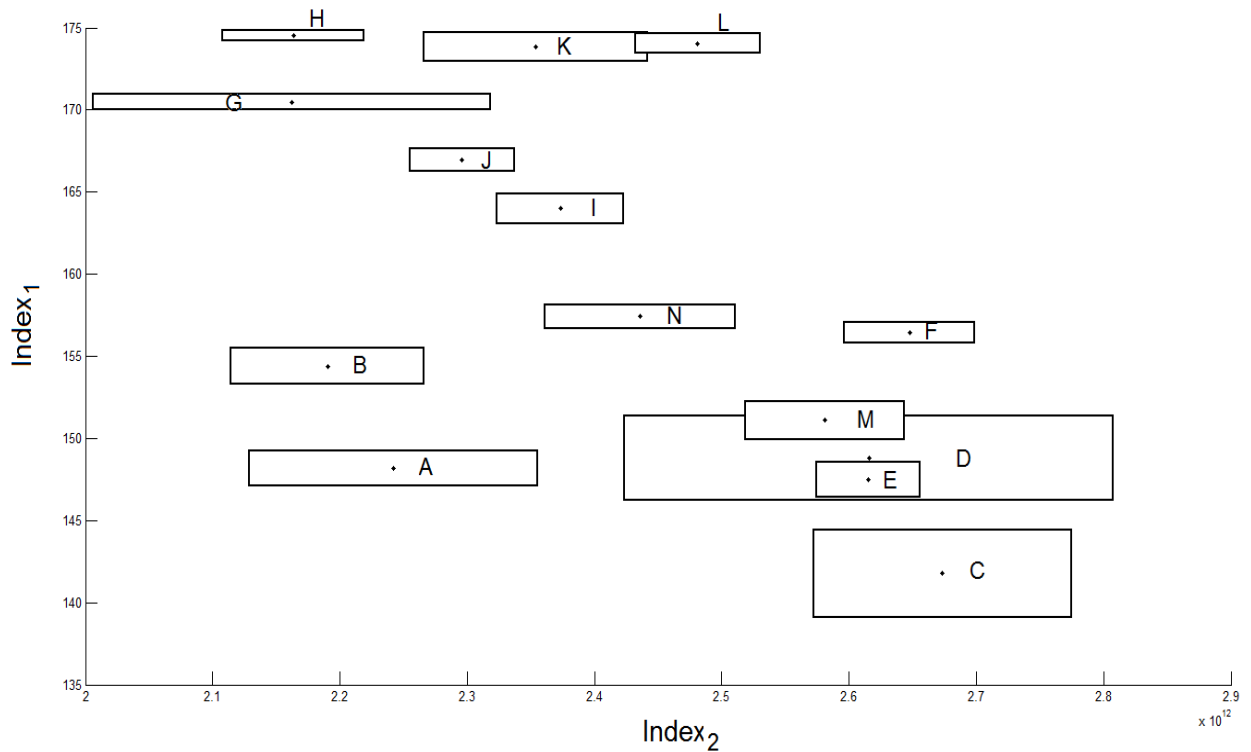


Figura 5.29. Plano de identificación de copépodos utilizando $Index_1$ e $Index_2$.

La gráfica de identificación de los copépodos se muestra en la Figura 5.29. Como podemos observar, existen algunos copépodos que tiene los índices muy similares y por tal motivo, existe traslape entre ellos. Asimismo, en la Figura 5.30 se muestra la tabla de nivel de confiabilidad resultante de dicho filtro. El porcentaje promedio de confianza es de 99.5%. Aproximadamente el 4% de los resultados tienen un nivel de confianza menor de 95.4%, este porcentaje se ve afectado más drásticamente por la variación de los ángulos en los cuales se encuentran los organismos.

FILTRO	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
A		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
B	100		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
C	100	100		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
D	100	100	100		87.26	100	100	100	100	100	100	100	87.54	100
E	100	100	100	87.26		100	100	100	100	100	100	100	100	100
F	100	100	100	95.4	95.4		100	100	100	100	100	100	100	100
G	100	100	100	100	100	100		100	100	100	100	100	100	100
H	100	100	100	100	100	100	100		100	100	100	100	100	100
I	100	100	100	100	100	100	100	100		100	100	100	100	100
J	100	100	100	100	100	100	100	100	100		100	100	100	100
K	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100		92.65	100	100
L	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	92.65		100	100
M	100	100	100	87.54	100	100	100	100	100	100	100	100		100
N	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	

Figura 5.30. Tabla de nivel de confiabilidad en el reconocimiento de copépodos.

5.3 Índices de firmas vectoriales

5.3.1 Pruebas del sistema en imágenes en escala de grises

Para poder realizar una evaluación del sistema digital, se utilizaron 21 diferentes diatomeas (Figura 5.1). Las características de dichas imágenes fueron mencionadas en la sección 5.1.1.

El procedimiento para obtener los índices de firmas vectoriales ($Index_R$ e $Index_S$) fueron explicados en la sección 4.3.1. En el caso de los índices de firmas vectoriales, cada imagen atraviesa el procedimiento mostrado en la Figura 4.9. Asimismo, el procedimiento general se muestra en la Figura 4.10.

La Figura 5.3 muestra un ejemplo del plano de identificación donde *Coscinodiscus radiates*, *Pseudotriceratium cinanomeum* y *Dendriculopsis praedimorfa* son identificados claramente sin ningún tipo de traslape.

Los índices de firmas vectoriales son utilizados como herramienta de identificación. Los resultados mostraron resultados similares que los *índices espectrales*, sin embargo, el 99% de los casos presentaron al menos 95.4% de nivel de confianza y el 1% tuvieron un nivel de confianza menor.

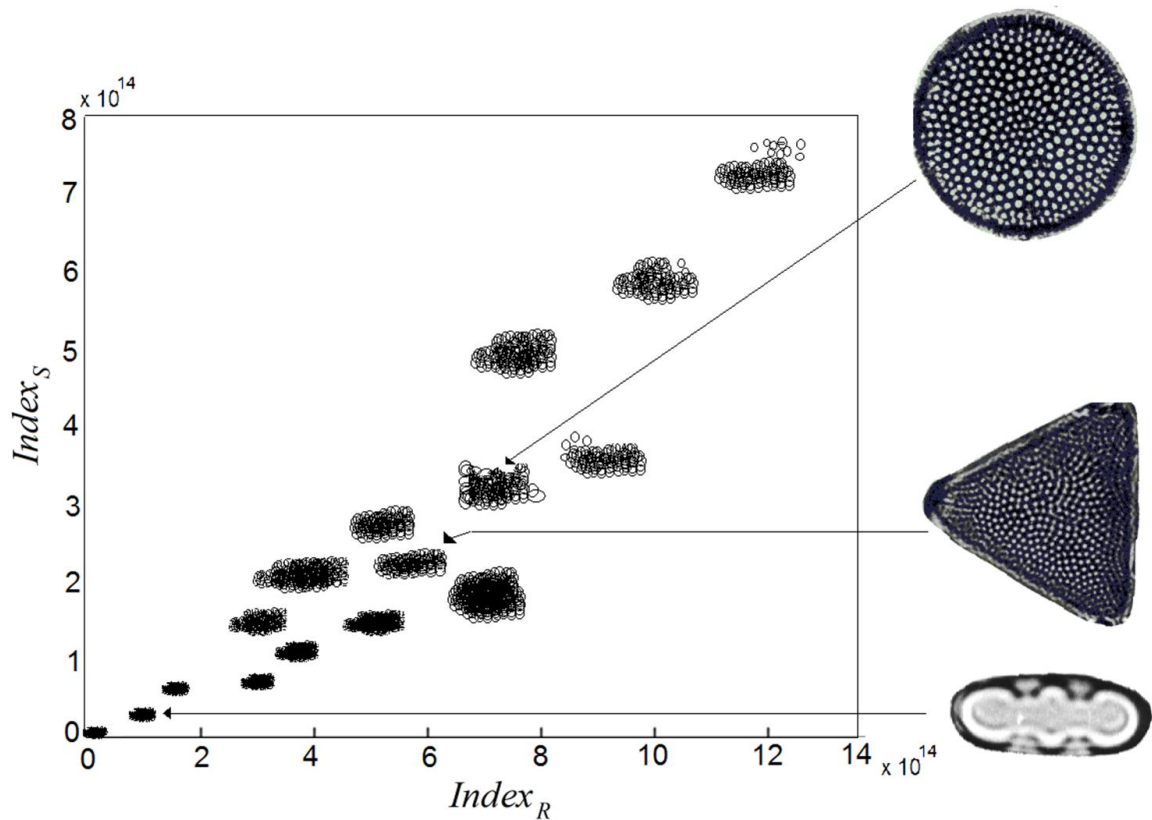


Figura 5.31. Plano de identificación utilizando *Índices de firmas vectoriales*. Asimismo, del mismo modo que la metodología anterior de *índices espectrales* los resultados de las 21 diferentes imágenes son clasificadas en un solo plano de identificación.

5.4 Firmas de vectores identidad

5.4.1 Pruebas del sistema en imágenes en escala de grises de baja calidad

Para poder realizar una evaluación del sistema digital, se utilizaron imágenes de prueba de 20 diferentes especies de radiolarios (Figura 5.32). Las imágenes fueron obtenidas de un sitio de internet llamado radiolaria.org, el cual es una base de datos en línea el cual contiene información acerca de radiolarios fósiles y recientes, con imágenes, descripciones, referencias de investigadores y taxónomos dedicados al estudio de radiolarios.

Las imágenes seleccionadas son de formato JPEG, el cual es comúnmente utilizado de compresión con pérdida para fotografía digital (imagen), lo cual significa que cuando la imagen se descomprime o se muestra pierde información relevante de la imagen que tenía antes de la compresión. Se seleccionó este formato debido a la importancia de probar el sistema con imágenes de baja calidad porque si aun con estos tipos de imagen el sistema trabaja eficientemente reconociendo objetos, obviamente también lo hará con imágenes de buena calidad.

Cada imagen utilizada en el sistema digital fue de 600 x 600 pixeles en escala de grises. Las imágenes fueron rotadas 180 grados en incrementos de 1 grado y escaladas de 80% a 125% en incrementos de 1%. Un banco de imágenes de 4520 fue obtenido (180 rotaciones + 46 escalas = 226 variaciones para cada uno de los 20 radiolarios). La Figura 5.33., muestra algunos radiolarios y como lucen con los respectivos cambios en rotación y escala.

Los radiolarios son protozoos holoplanctónicos ampliamente distribuidos en los océanos. Se producen a lo largo de la columna de agua cerca de la superficie de cientos de metros de profundidad. Al igual que con muchos organismos planctónicos, su abundancia en una región geográfica está relacionada con la calidad de la masa de agua, incluyendo variables como la temperatura, la salinidad, la productividad y los nutrientes disponibles

Los radiolarios se caracterizan por la presencia de extensiones protoplasmáticas o pseudópodos de tipo axopodios; pero la presencia de una concha o esqueleto de configuración radial silíceas es el atributo principal para identificar las especies, sobre todo sedimentario o fosilizado (Campbell, 1954; Kudo, 1969). Ellos influyen significativamente en el ciclo de sílice oceánicas y sus esqueletos contribuidos a los sedimentos oceánicos y las rocas sedimentarias silíceas desde, al menos el Ordovícico (Grunau, 1965; Daneliant, 1999).

En la actualidad, los radiolarios tanto fósiles como recientes, han alcanzado una gran importancia como indicadores hidrológicos, paleoecológicos, paleo-climáticos y estratigráfico (Nigrini, 1968; Lisitzin, 1975; Casey, 1977; Molina-Cruz, 1977; Kling, 1978; Boltovskoy, 1981, 1987, 1989, 1991, 1994; Boltovskoy & Riedel, 1987; Boltovskoy *et al.*, 1993). Las últimas décadas han visto un aumento significativo en el valor práctico de radiolarios de bioestratigrafía y palaeocenográfico para todos los períodos a partir del Cámbrico (Vishnevskaya & Kostyuchenko, 2000 ; De Wever *et al.*, 2001).

Las similitudes en las estructuras esqueléticas entre especies alejadas y los cambios en estas estructuras durante la vida útil de un solo individuo, lleva a la conclusión de que se necesita un nuevo sistema taxonómico. De esta forma, la correcta identificación de un organismo puede tardar mucho tiempo y esfuerzo, el desarrollo de nuevas técnicas para la identificación de especies puede ser muy útil para los taxónomos.

Las firmas de vectores identidad son obtenidas con un procedimiento (explicado detalladamente en la sección 4.4.1) que utiliza la información más importante y la reduce a un vector invariante a cambios de posición, rotación y escala.

Asimismo, las firmas de vectores identidad son capaces de distinguir un radiolario (en este caso) del resto de los radiolarios, la metodología es lo suficientemente robusta para reconocer el objetivo y separarlo del resto de los diferentes organismos.

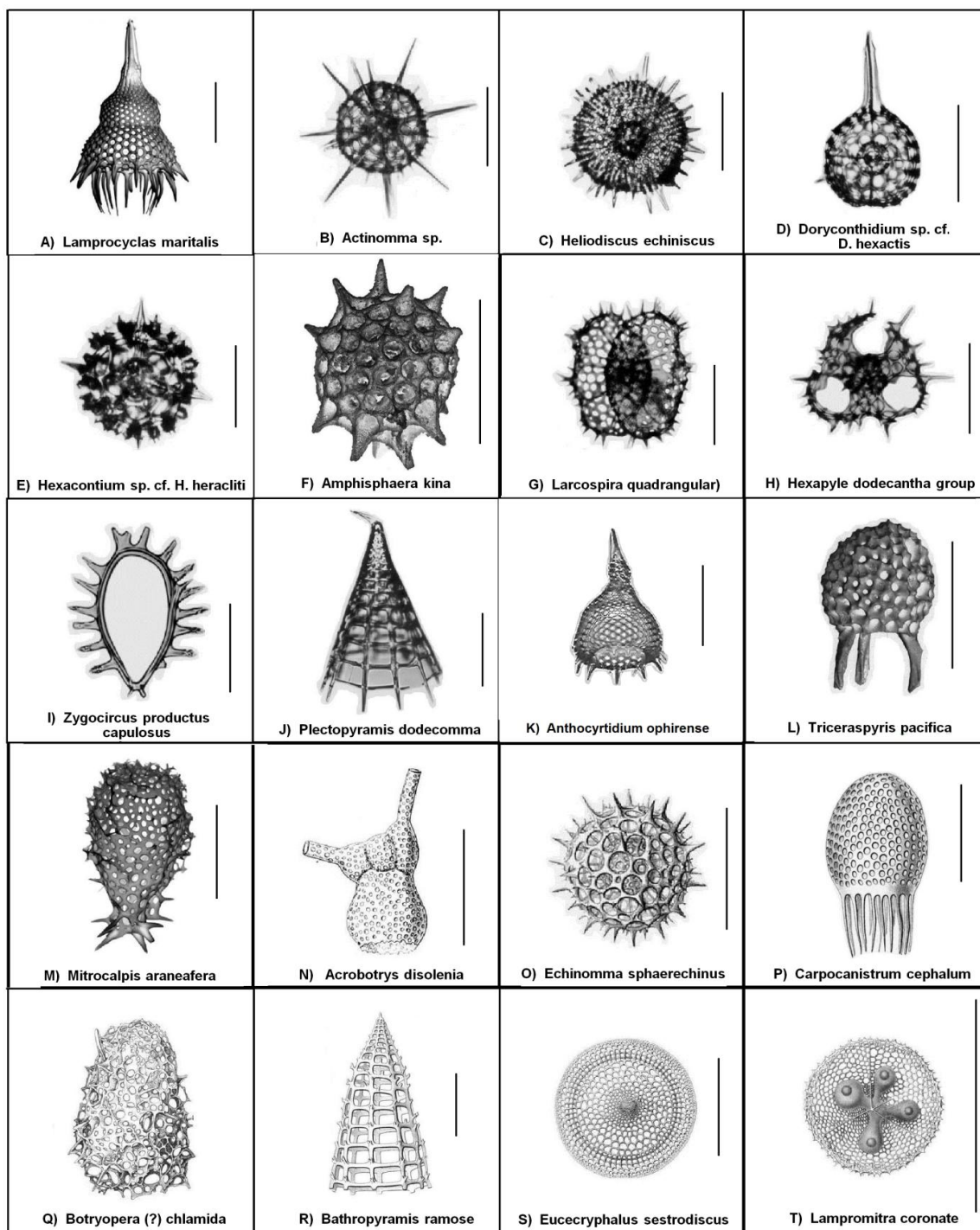


Figura 5.32. Radiolarios utilizado en el sistema digital (barra = 100μ).

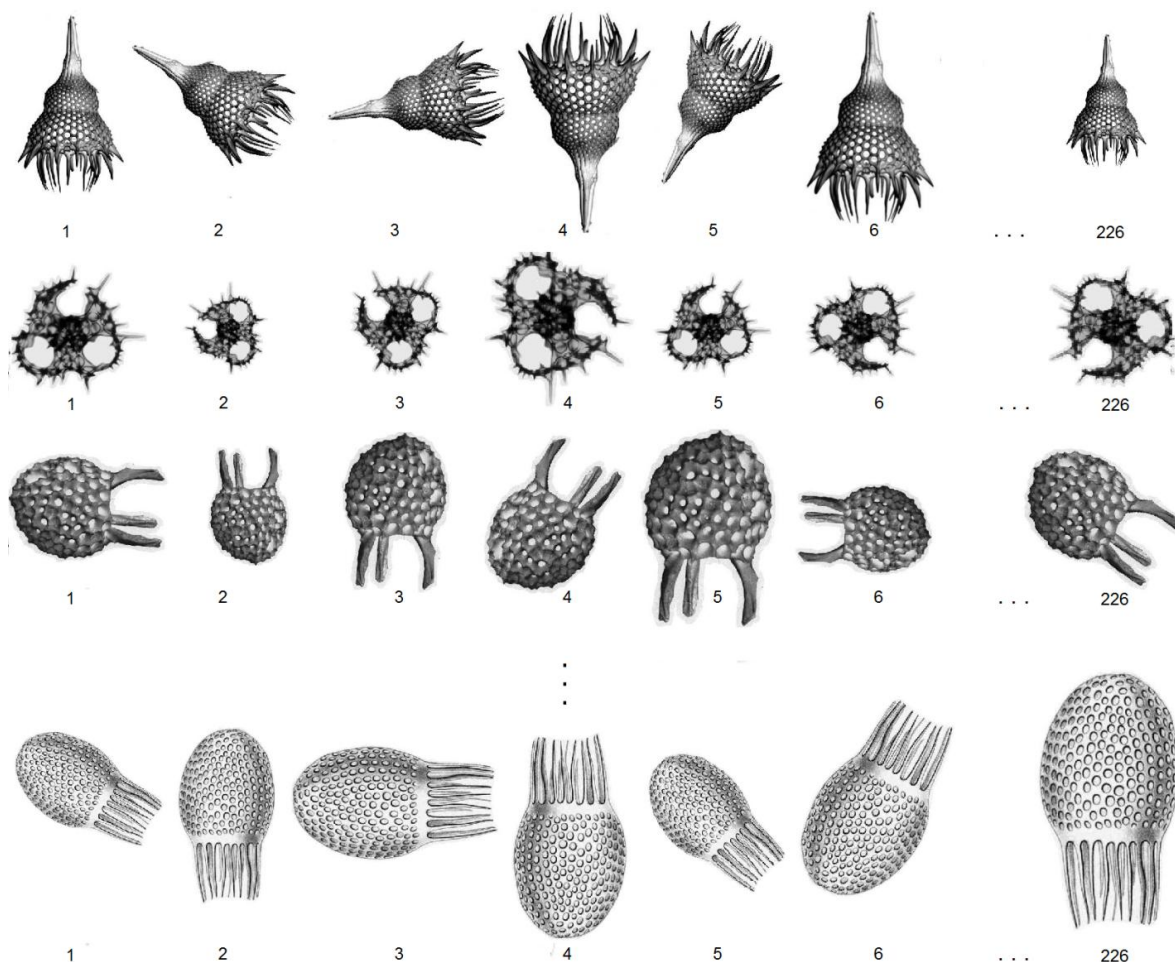


Figura 5.33. Especies de radiolarias con cambios en rotación y escala.

Con la intención de confirmar si esta metodología tiene un buen desempeño reconociendo la imagen objetivo, la Figura 5.34, muestra un ejemplo de esta metodología utilizando la correlación no lineal como método de comparación entre firmas. El radiolario *Zygocircus productos capulosus* (I) fue seleccionado como imagen objetivo; se compare con cada una de las 20 imágenes de las diferentes especies de radiolarias rotados y escalados (4520 imágenes). La Figura 5.34, muestra una identificación muy clara del objetivo sin ningún tipo de traslape así como una separación significativa entre la imagen objetivo y las demás. La estadística fue aplicada y el valor promedio $\pm 2SE$ fue calculado. Este algoritmo tiene un nivel de confianza de al menos 95.4% para este caso.

Asimismo, *Plectopyramis dodecomma* (J) fue seleccionado como imagen a reconocer y fue comparado con el banco de imágenes (Figura 5.35). La imagen objetivo puede ser reconocida con un nivel de confianza por encima del 95.4%. Del mismo modo, cada una de las 20 diferentes especies de radiolarios fueron seleccionadas como imagen objetivo y comparadas con el banco de imágenes con la intención de verificar los resultados en cada uno de los casos. Los resultados en todos los casos fueron similares a esos casos mostrados en las Figuras 5.34 y 5.35, es decir, en todos los casos se presentó un nivel de confianza de al menos 95.4% (los resultados no son mostrados). En términos de coste computacional, esta nueva metodología toma aproximadamente 0.02 s por imagen.

Con el propósito de confirmar que esta metodología funciona eficientemente, la estadística de distancias Euclidiana fue utilizada como método alternativo de comparación. De esta manera, el radiolario *Zygocircus productos capulosus* (I) fue seleccionado como imagen objetivo y fue comparado con cada una de las imágenes del banco de imágenes (Figura 5.36). Del mismo modo, *Plectopyramis dodecomma* (J) fue seleccionado como imagen objetivo y los resultados obtenidos se muestran en la Figura 5.37.

Asimismo, como muestran las Figuras 5.36 y 5.37, la imagen objetivo pudo ser reconocida en ambos casos sin ningún tipo de traslape con un nivel de confianza mayor a 95.4%. De esta manera, cada una de las 20 imágenes fueron tomadas como imagen objetivo y fueron comparadas utilizando la estadística de distancias Euclidianas, los resultados obtenidos tienen al menos 95.4% de nivel de confianza para todos los casos (los resultados no son mostrados).

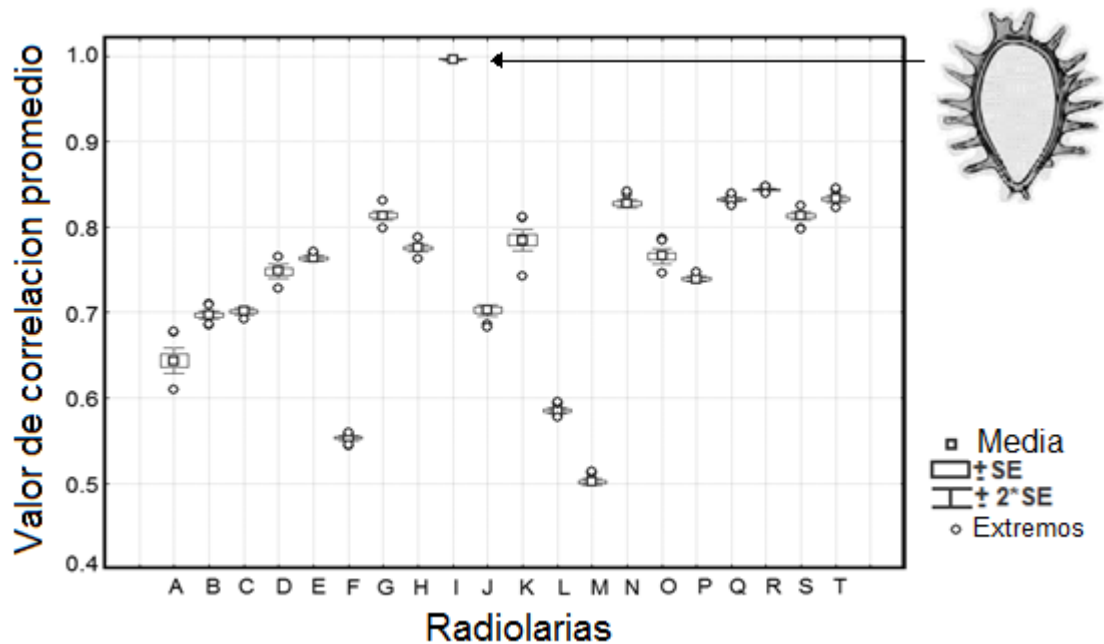


Figura 5.34. Plano de correlación no lineal de I_s donde *Zygodiscus productus capulosus* (I) es tomada como imagen objetivo.

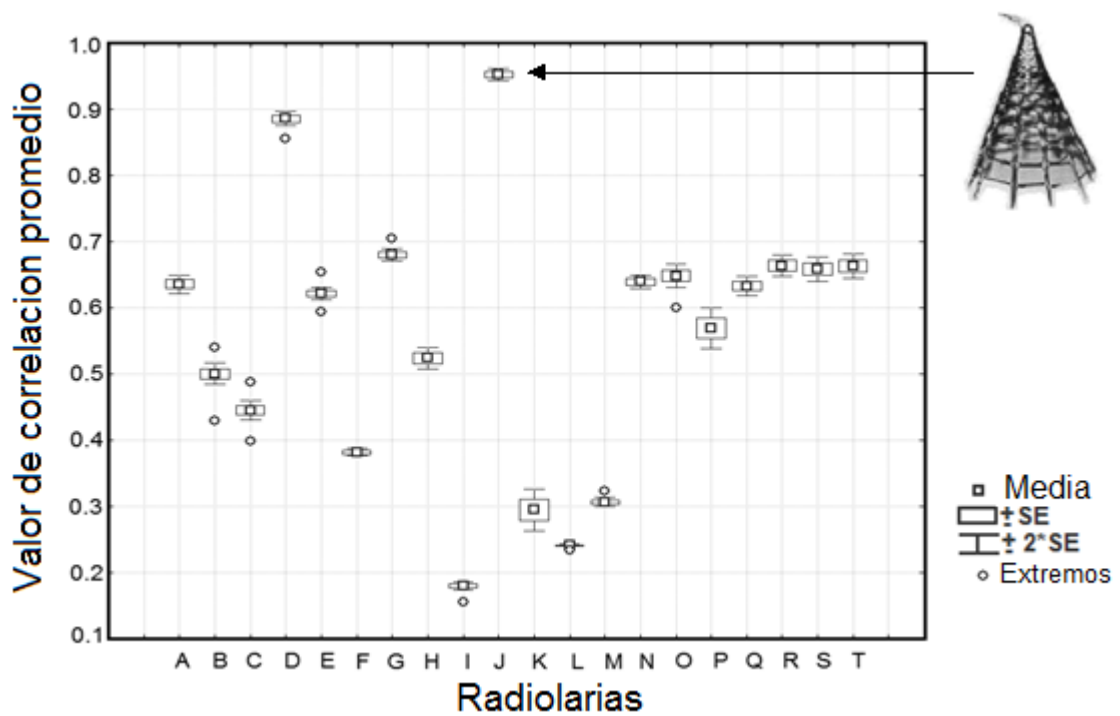


Figura 5.35. Plano de correlación no lineal de I_s donde *Plectopyramis dodecomma* (J) es tomada como imagen objetivo.

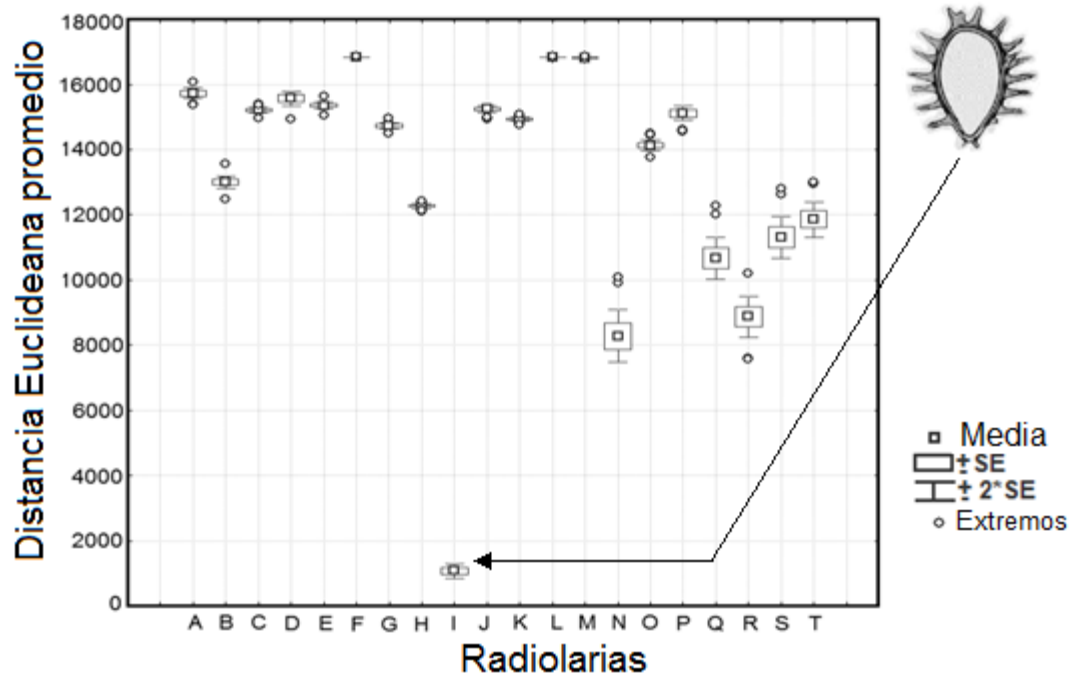


Figura 5.36. Comportamiento estadístico de las distancias Euclidianas utilizando *Zygocircus productus capulosus* (I) como imagen objetivo.

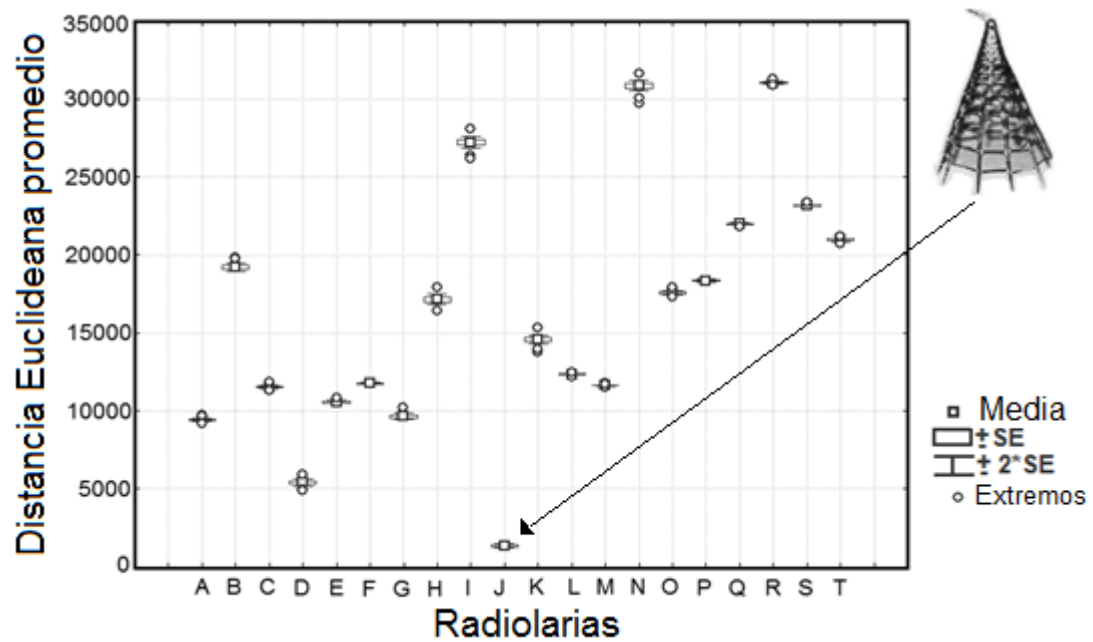
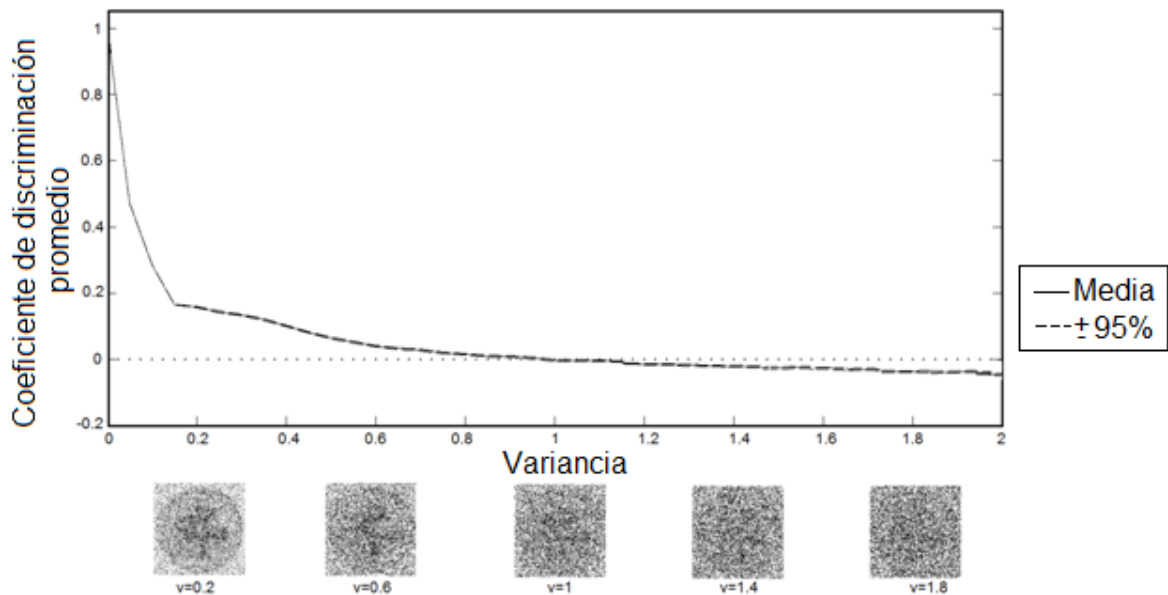


Figura 5.37. Comportamiento estadístico de las distancias Euclidianas utilizando *Plectopyramis dodecomma* (J) como imagen objetivo.

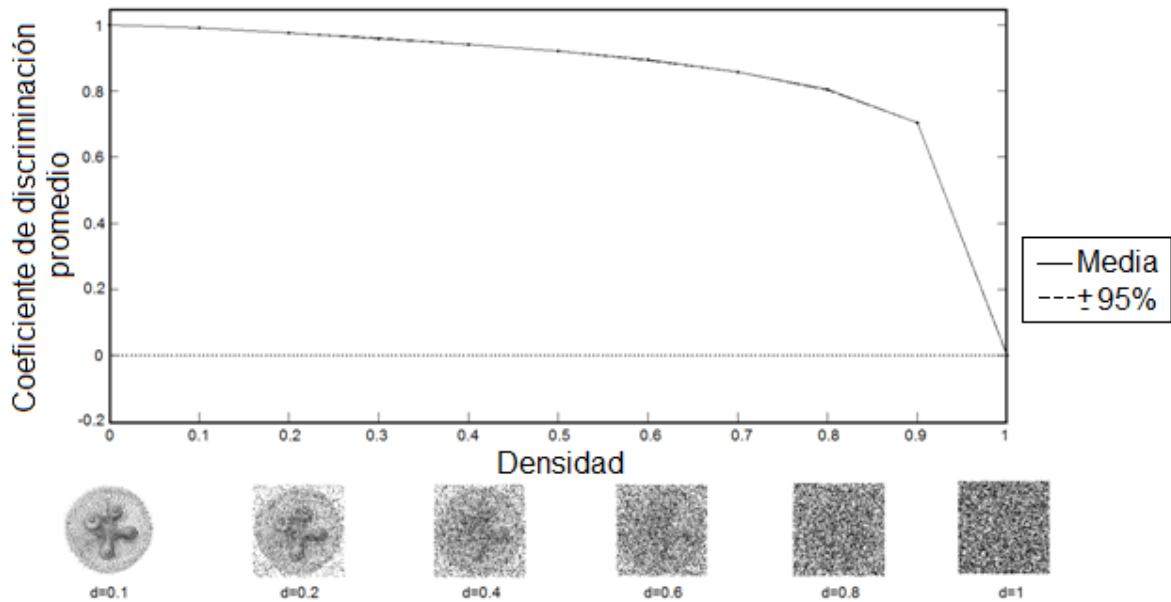
5.4.2 Pruebas del sistema en imágenes en presencia de ruido

Con la intención de evaluar la habilidad de la metodología de firmas de vectores identidad de distinguir los radiolarios en presencia de ruido, dos tipos de ruidos fueron agregados a la imagen: ruido sal y pimienta y ruido aditivo gaussiano. Para evaluar dicha habilidad se utilizó la media del coeficiente de discriminación (DC) (descrita en la sección 3.6.3.) para la firma de vector identidad con un límite alto y bajo los cuales representan el 95% de nivel de confianza.

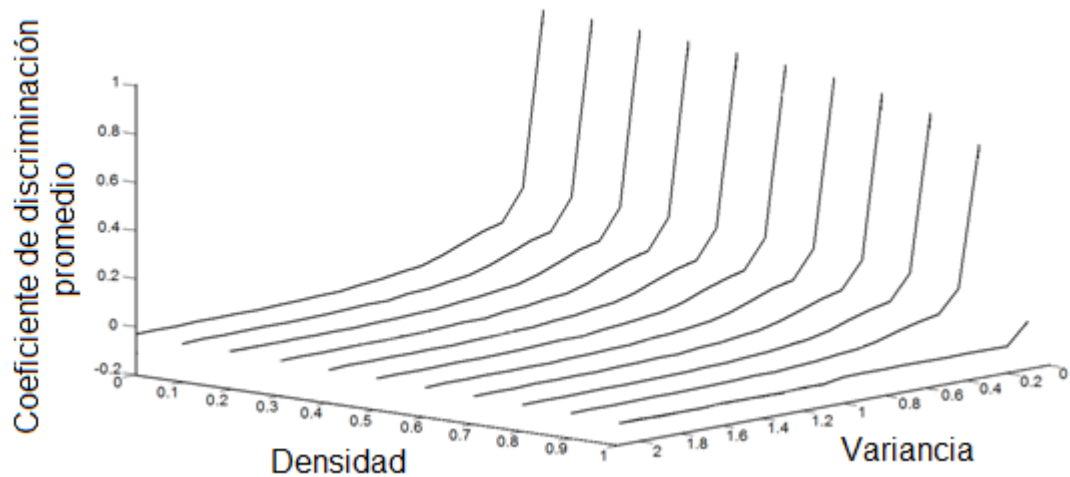
Las Figuras 5.38 y 5.39, muestran el DC promedio para I_s con un límite superior e inferior indicando un nivel de confianza de 95%. 36 muestras fueron utilizadas en cada cálculo. El ruido agregado tiene media cero y una varianza o densidad como se muestra en la gráfica (eje x).



. **Figura 5.38.** Desempeño del sistema en presencia de ruido gaussiano.



. **Figura 5.39.** Desempeño del sistema en presencia de ruido sal y pimienta.



. **Figura 5.40.** Desempeño del sistema en presencia de ruido sal y pimienta además de ruido gaussiano.

La DC promedio cuando el ruido gaussiano es agregado es mostrada en la Figura 5.38. La variabilidad de la varianza es mostrada en el eje x. Este sistema es capaz de reconocer el objeto con una varianza de alrededor 0.85, es decir, el sistema tiene la habilidad de reconocer el organismo hasta estas limitantes. La Figura 5.39

muestra la *DC* promedio cuando el ruido sal y pimienta es agregado a la imagen. El objeto puede ser reconocido con una densidad alrededor de 0.98.

La Figura 5.40 muestra la *DC* promedio cuando una combinación de ruido sal y pimienta y aditivo gaussiano son añadidos a la imagen, donde las variaciones de densidad se muestran en el eje *x* y las variaciones de varianza se muestran en el eje *y*. El sistema tiene la habilidad de reconocer el objeto de acuerdo a la densidad del ruido sal y pimienta además de la varianza del ruido aditivo gaussiano, es decir, dependiendo de estos valores será el valor máximo de cada tipo de ruido que soporte el sistema reconociendo objetos. Por ejemplo, cuando la varianza del ruido gaussiano es alrededor de 0.7 el sistema soporta una densidad de 0.1 de ruido sal y pimienta. Por otra parte, si la varianza de ruido gaussiano es de alrededor de 0.3 el sistema soporta una densidad alrededor de 0.9 de ruido sal y pimienta.

5.4.3 Pruebas del sistema en imágenes en reales de plancton

Con la intención de evaluar el desempeño de la metodología con imágenes reales, 26 imágenes de prueba de diferentes especies de fitoplancton fueron utilizadas (Figura 5.41). Las imágenes fueron tomadas en la boca del Golfo de California.

Cada imagen utilizada es de 1800 x 1800 pixeles en escala de grises. Las imágenes fueron rotadas 180 grados en incrementos 1 grado y escaladas de 80% a 125% en incrementos de 1%. Un banco de imágenes de 5876 datos fue obtenido (180 rotaciones + 46 escalas = 226 variaciones para cada uno de las 26 imágenes de fitoplancton resultando 5876).

La Figura 5.42 muestra un ejemplo de esta nueva metodología utilizando la correlación no lineal como método de comparación entre las firmas, donde *Pyrophacus steinii* (C) es seleccionada como imagen objetivo y es comparada con cada una de las 26 diferentes especies de plancton rotadas y escaladas (5876 imágenes). En esta figura (Figura 5.42) podemos ver una clara identificación de la

imagen objetivo sin ningún tipo de traslape con respecto a los otros organismos. La estadística fue aplicada y se calculó el valor de la media $\pm 2SE$. Este algoritmo tiene un nivel de confianza de al menos 95.4% para este caso.

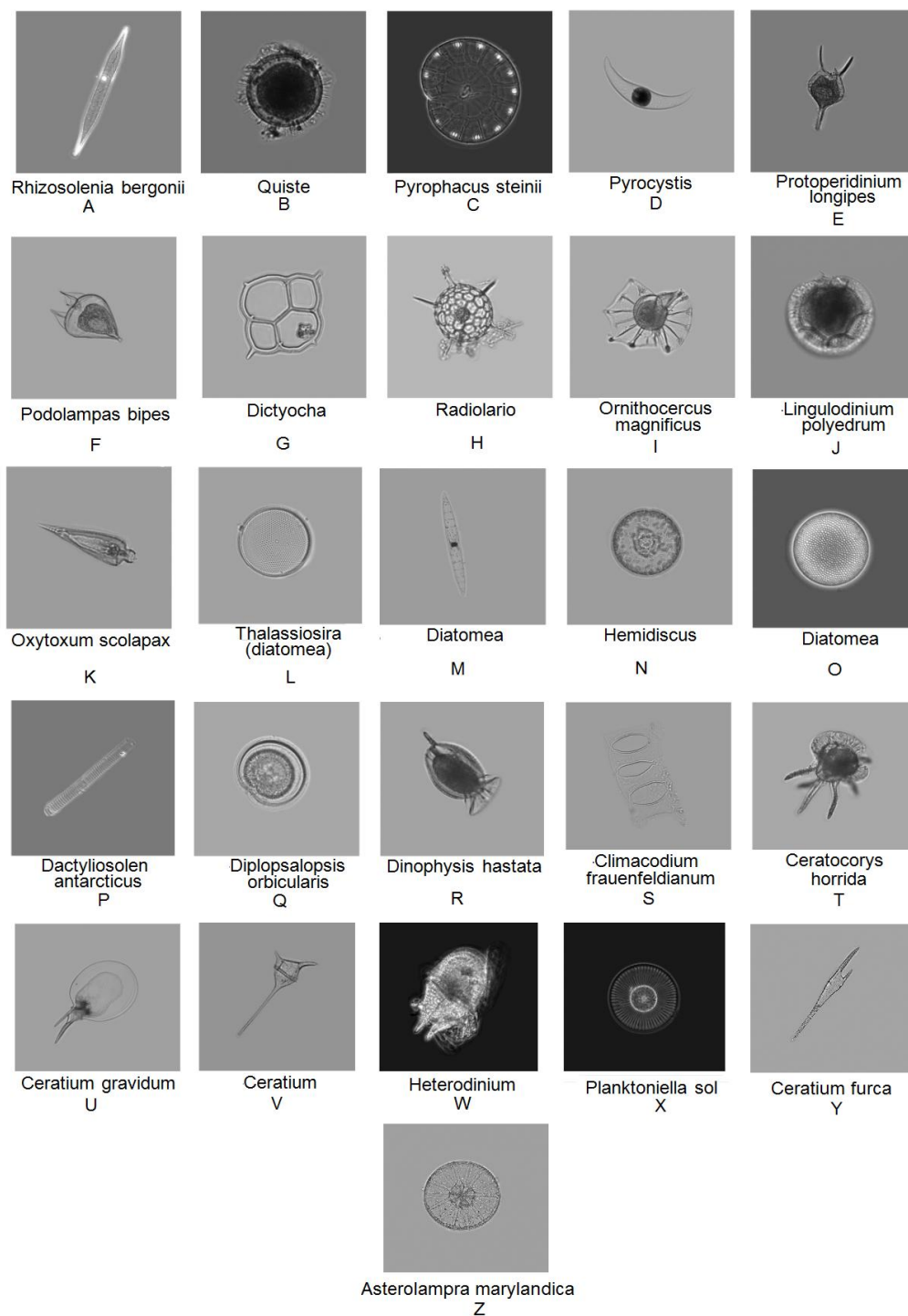
Asimismo, *Ornithocercus magnificus* (I) fue tomado como imagen objetivo y fue comparada con el banco de imágenes (Figura 5.43) La imagen puede ser reconocida con un nivel de confianza por encima de 95.4% en este caso. De la misma manera, la Figura 5.44 muestra el plano de correlación de salida cuando *Protoperidinium longipes* (E) es seleccionado como imagen objetivo y es comparado con el banco de imágenes, el objetivo puede reconocerse con un nivel de confianza de al menos 95.4%.

Similarmente, las 26 especies del plancton fueron seleccionadas como imagen objetivo y fueron comparadas con el banco de imágenes con la intención de verificar los resultados en cada uno de los casos. Los resultados en todos los casos fueron muy similares a esos mostrados en las Figuras 5.42, 5.43, y 5.44, es decir, en todos los casos el nivel de confianza fue de al menos 95.4% (los resultados no son mostrados).

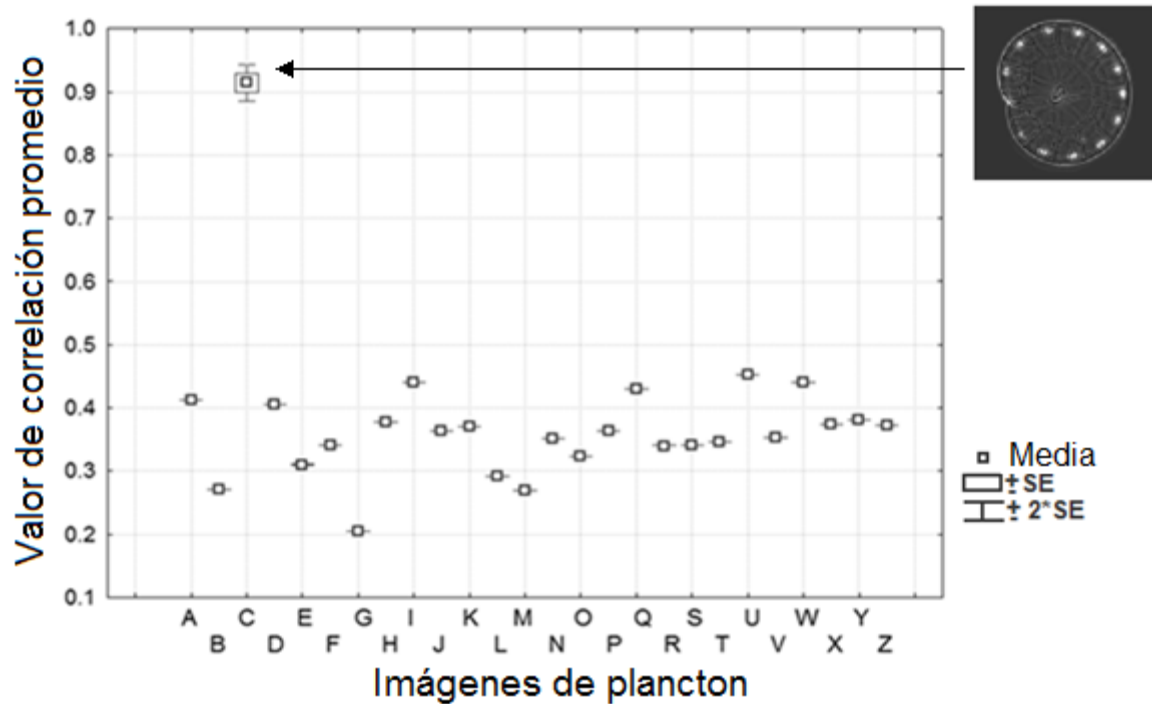
La estadística de distancias Euclidiana fue utilizada como método alternativo de comparación de firmas con las imágenes reales. De esta manera, *Heterodinium* sp (W) fue seleccionada como imagen objetivo y fue comparada con cada una de las imágenes pertenecientes al banco de imágenes (Figura 5.45). Asimismo, *Diplopsalopsis orbicularis* (Q) fue seleccionado como imagen objetivo los resultados obtenidos son mostrados en la Figura 5.46.

Como muestran las figuras (Figuras 5.45 y 5.46) la imagen objetivo puede ser reconocida en ambos casos sin ningún tipo de traslape con un nivel de confianza mayor de 95.4%. De esta manera, cada una de las 26 imágenes fueron tomadas como imagen objetivo y comparadas utilizando la estadística de distancias

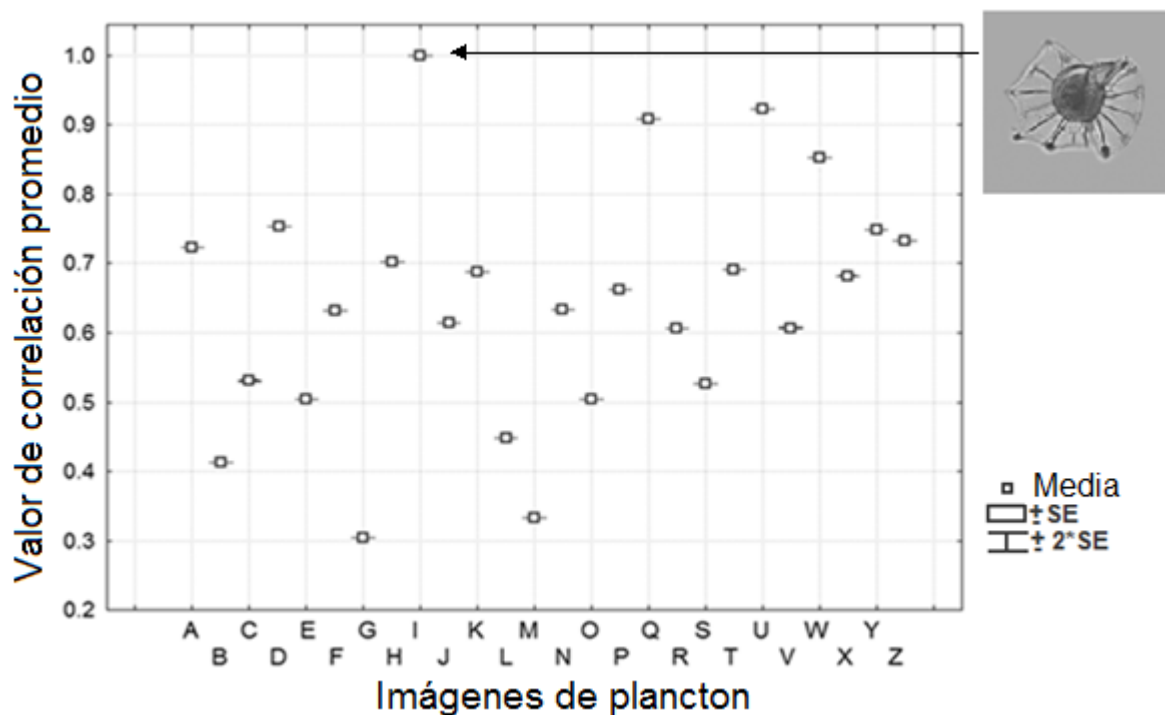
Euclidiana, los resultados obtenidos tienen en todos los casos un nivel de confianza de al menos 95.4% (los resultados no se muestran).



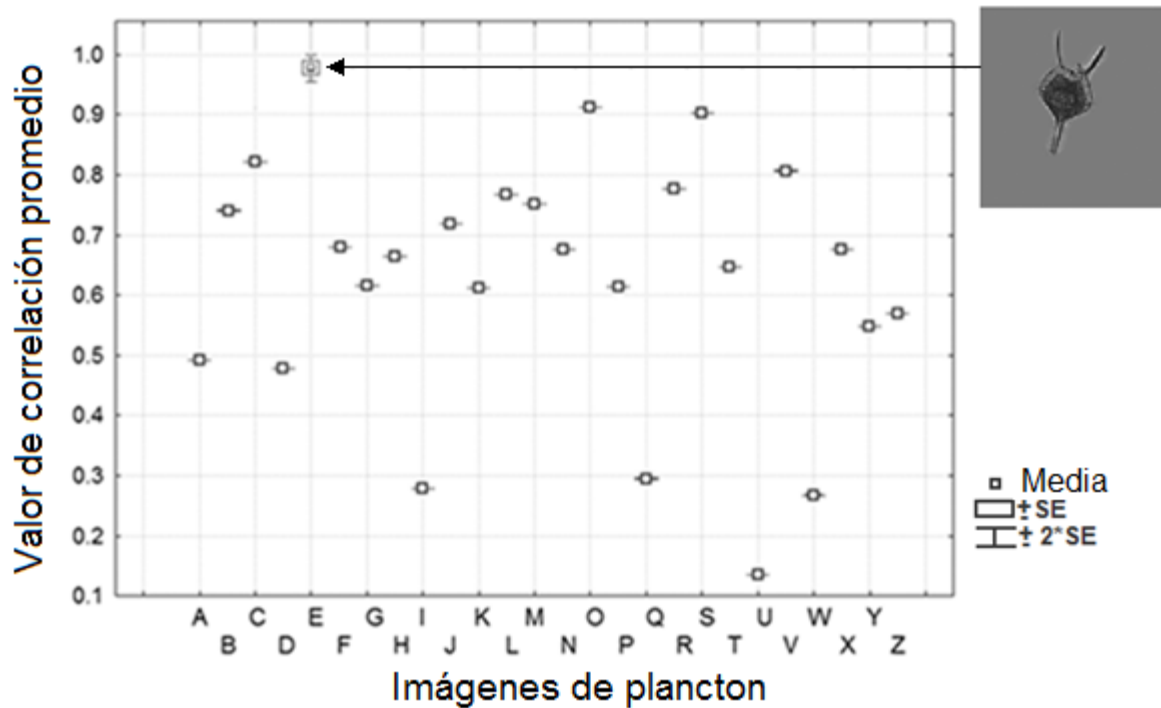
. **Figura 5.41.** 26 especies diferentes de plancton utilizadas en el sistema digital.



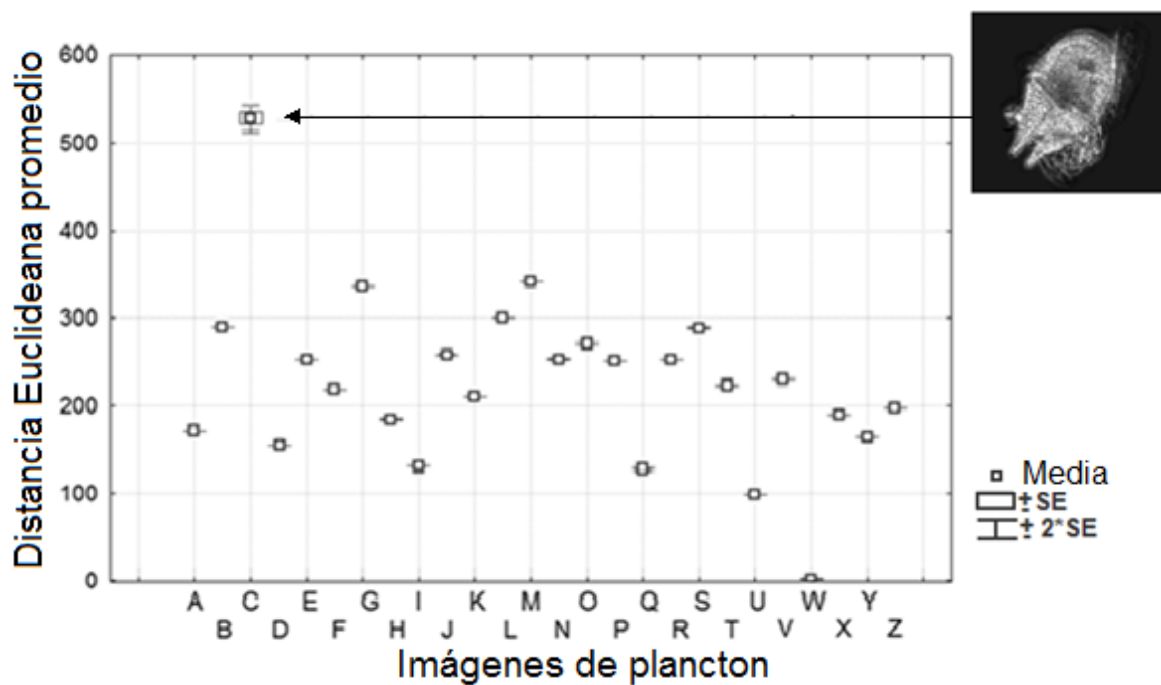
. **Figura 5.42.** Plano de correlación no lineal de I_s donde *Pyrophacus steinii* (C) es tomada como imagen objetivo.



. **Figura 5.43.** Plano de correlación no lineal de I_s donde *Ornithocercus magnificus* (I) es tomada como imagen objetivo.



. **Figura 5.44.** Plano de correlación no lineal de I_s donde *Protoperidinium longipes* (E) es tomada como imagen objetivo.



. **Figura 5.45.** Comportamiento estadístico de las distancias Euclidiana utilizando *Heterodinium* (W) como imagen objetivo.

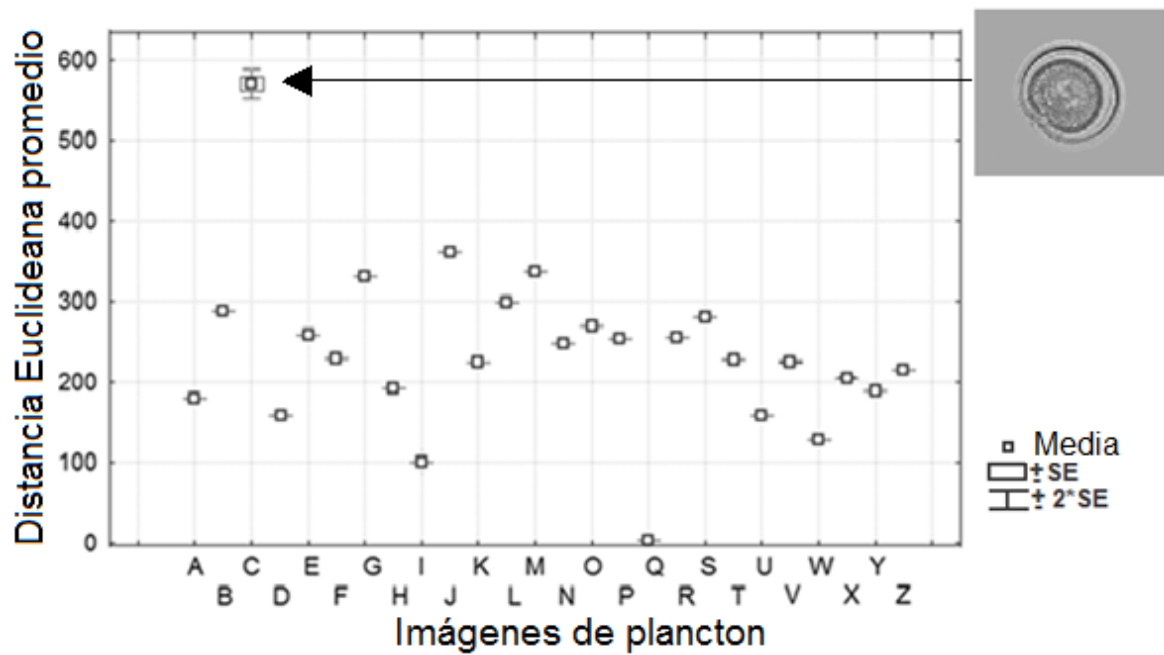


Figura 5.46. Comportamiento estadístico de las distancias Euclidianas utilizando *Diplopsalopsis orbicularis* (Q) como imagen objetivo.

Capítulo 6

Conclusiones

El sistema propuesto en este trabajo abarcó dos metodologías principales de reconocimiento de imágenes: correlación no lineal utilizando firmas vectoriales e índices espectrales. Adicionalmente se propuso una metodología alternativa de reconocimiento por medio de firmas de vectores identidad.

La correlación no lineal mediante el uso de firmas vectoriales se probó con imágenes en escala de grises rotadas y escaladas dando como resultado un reconocimiento de organismos con un nivel de confianza de al menos 95.4% en todos los casos probando de esta manera la invariancia a posición, rotación y escala del sistema. Asimismo, con la intención de evaluar dicha metodología con imágenes en presencia de ruido se le agregó ruido a las imágenes, la medida del coeficiente de discriminación fue utilizada para evaluar la habilidad del sistema de reconocer objetos en presencia de ruido. De esta manera, se comprobó que el sistema tiene la habilidad de reconocer el organismo aún con una densidad alrededor de 0.65 de ruido sal y pimienta y con una varianza de aproximadamente 1.26 de ruido aditivo gaussiano con media cero. Del mismo modo, el sistema tiene la habilidad de reconocer el organismo con una densidad alrededor de 0.55 de ruido sal y pimienta con una varianza constante de 0.1 de ruido gaussiano.

Por otra parte, se trabajó con la misma metodología pero ahora utilizando firmas vectoriales promedio con imágenes reales en escala de grises de copépodos con variaciones en la posición y ángulo del organismo dando como resultado que el 97% de los casos presentaron un reconocimiento con un nivel de confianza de 95.4% y solo un 3% de los casos presentaron un nivel de confianza menor a 95.4%.

Con la intención de ver el comportamiento del sistema cuando la imagen tiene iluminación no homogénea el sistema fue evaluado con imágenes en escala de grises que presentaban iluminación no homogénea. Los resultados mostraron que el sistema es capaz de reconocer el organismo con un nivel de confianza de al menos 95.4% en todos los casos aun con estas variaciones en la iluminación de la imagen.

Los índices espectrales fueron presentados para la identificación de organismos en un mismo plano sin necesidad de algún método de comparación lo que da como resultado un tiempo de cómputo mucho menor en comparación con la primera metodología propuesta. La metodología mediante el uso de índices espectrales fue probada con imágenes en escala de grises la cual dio como resultado una identificación de cada uno de los organismos con un nivel de confianza superior al 95.4% en todos los casos.

Asimismo, los índices espectrales fueron utilizados como herramienta de identificación con imágenes reales en escala de grises de copépodos con variaciones en la posición y ángulo del organismo dando como resultado que aproximadamente el 96% de los casos pueden identificarse con un nivel de confianza superior al 95.4%. De esta manera, aproximadamente el 4% de los casos tienen un nivel de confianza menor de 95.4%, este porcentaje es obtenido debido a la variación de los ángulos en los cuales se encuentran los organismos.

Por otra parte, las firmas de vectores identidad son obtenidas con la intención de reducir drásticamente los tiempos de cómputo además de lograr un reconocimiento eficiente independientemente del método de comparación que se utilice y de la calidad de las imágenes. Dicho de otra manera, esta metodología se probó con imágenes reales de baja calidad con variaciones de posición, rotación y escala dando como resultado un identificación con un nivel de confianza de al menos 95.4% utilizando la correlación no lineal como método de comparación entre firmas. Asimismo, se utilizaron las mismas imágenes pero ahora utilizando la estadística de distancias Euclidianas dando como resultado un nivel de confianza de 95.4% para todos los casos.

Por otro lado, dicha metodología se probó con imágenes en presencia de ruido aditivo gaussiano y sal y pimienta. La medida del coeficiente de discriminación fue utilizada para evaluar la habilidad del sistema de identificar al organismo en presencia de ruido. El sistema fue capaz de reconocer el organismo con una variancia de hasta 0.85 de ruido aditivo gaussiano y con una densidad alrededor de 0.98. Asimismo, el sistema fue evaluado con una combinación de ruidos, es decir, se le agregó ruido aditivo gaussiano y ruido sal y pimienta de manera que fuera incrementando los valores de cada respectivo ruido. De esta manera, cuando se presenta una variancia de ruido gaussiano alrededor de 0.7 el sistema soporta una densidad de 0.1 de ruido sal y pimienta. Por otra parte, si la variancia de ruido gaussiano cae alrededor de 0.3 el sistema soporta una densidad alrededor de 0.9 de ruido sal y pimienta.

Por último, esta metodología fue evaluada con imágenes reales en escala de grises dando como resultado un reconocimiento de cada uno de los organismos con un nivel de confianza de al menos 95.4% utilizando la correlación no lineal como método de comparación entre firmas identidad. Del mismo modo, el sistema logró una identificación de todos los organismos con un nivel de confianza mayor a 95.4% utilizando la estadística de distancias Euclidianas como método de comparación.

BIBLIOGRAFÍA

- ÁLVAREZ-BORREGO, J. & CASTRO-LONGORIA, E. 2003. *Discrimination between Acartia (Copepoda: Calanoida) species using their diffraction pattern in a position, rotation invariant digital correlation*. Journal of Plankton Research 25(2): 229-233.
- ÁLVAREZ-BORREGO, J. & FÁJER-ÁVILA, E.J. 2006. *Identification of Platyhelminth parasites of the Wild Bullseye Pufferfish (Sphoeroides annulatus) using an invariant digital color correlation*. Revista de Biología Marina y Oceanografía 41(1): 129-139.
- ÁLVAREZ-BORREGO, J., MOURIÑO-PÉREZ, R.R., PÉREZ, J.G. & PECH-PACHECO, J.L. 2002. *Invariant recognition of polychromatic images of Vibrio cholerae 01*. Optical Engineering 41(4): 827-833.
- A.V. Lugt, "Signal detection by complex spatial filtering," *IEEE Trans. Inf. Theory*. 10(2), 139-145 (1964).
- A. De Sena and D. Rocchesso, "A fast Mellin and Scale transform" *EURASIP. J. Adv. Signal Process.* 9, 2007-89170, (2007).
- A. L. Dimitri, M. A. Marwan, M. B. Blaschko, M. C. Benfield, E. G. Learned-Miller, "Combining local and global image features for object class recognition", in *IEEE CVPR Workshop on Learning in Computer Vision and Pattern Recognition*, 47-55 (2005).
- BAY, H., ESS, A., TUYTELAARS, T. & VAN GOOL, L. 2008. Speed-Up robust features (SURF). ScienceDirect, Computer Vision and Image Understanding 110:346-359.
- BEAUGRAND, G. 2005. Monitoring pelagic ecosystems using plankton indicators. ICES Journal of Marine Science, 62(3): 333-338.

- BOLTOVSKOY, D. 1981. Radiolaria. In: Boltovskoy D (ed.), Atlas del zooplancton del Atlántico sudoccidental y métodos de trabajo con el zooplancton marino. Instituto Nacional de Investigación y Desarrollo Pesquero. Mar del Plata, Argentina, pp. 261-316.
- BOLTOVSKOY, D. 1987. Sedimentary record of radiolarian biogeography in the equatorial to Antarctic western Pacific Ocean. *Micropaleontology* 33(3): 267-281.
- BOLTOVSKOY, D. 1989. Radiolarian record of the last 40,000 years in the western equatorial Pacific. *Oceanologica Acta* 12: 79-86.
- BOLTOVSKOY, D. 1991. Holocene-upper Pleistocene radiolarian biogeography and paleoecology of the equatorial Pacific. *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology* 86: 227-241.
- BOLTOVSKOY, D. 1994. The sedimentary record of pelagic biogeography. *Progress in Oceanography* 34: 135-160.
- BOLTOVSKOY, D., ALDER, V. & ABELMANN, A. 1993. Annual flux of Radiolaria and other shelled plankters in the eastern equatorial Atlantic at 853 m: seasonal variations and polycystine species-specific responses. *Deep-Sea Research* 40(9): 1863-1895.
- BOLTOVSKOY, D. & RIEDEL, W. 1987. Polycystine Radiolaria of the California current region: seasonal and geographic patterns. *Marine Micropaleontology* 12: 65-104.
- BUENO-IBARRA, A., CHÁVEZ-SÁNCHEZ, M.C. & ÁLVAREZ-BORREGO, J. 2010. *Nonlinear law spectral technique to analyze white spot syndrome virus infection*. *Biosciences world* 30-33.
- CACHON, J. & CACHON, M. 1968. Rapports du squelette et du système axopodial chez les Nassellaires. *Comptes Rendus. Academie de Sciences*. 267: 1602-1604.

- CACHON, J. & CACHON, M. 1982. Actinopods. In: Parker S. (ed.), *Synopsis and Classification of Living Organisms*. MacGraw Hill, pp. 553.
- CACHON, J. & CACHON, M. 1985. *Cytology of Polycystina Ehrenberg*. Academy of Sciences Leningrad.
- CAMPBELL, A. 1954. Subclass Radiolaria. In: Moore RC (ed.), *Treatise of Invertebrate Paleontology*. Geological Society of America and Kansas Univ. Press, Lawrence, Kansas, pp. D.11-D.163.
- CASASENT, D., IYER, A. & RAVICHANDRAN, G. 1991. Circular-harmonic function, minimum average correlation energy filters. *Applied Optics* 30: 5169-5175.
- CASEY, R. 1977. The ecology and distribution of Recent Radiolaria. In: Ramsay ATS (ed.), *Oceanic micropaleontology*. Academic Press, London, vol. 1, pp. 809-841.
- CORONEL-BELTRÁN, A. & ÁLVAREZ-BORREGO, J. 2008. Nonlinear filter for pattern recognition using the scale transform. *Proc SPIE*. 7073: 70732H.
- CORONEL-BELTRÁN, A. & ÁLVAREZ-BORREGO, J. 2010. Comparative analysis between different font types and styles letters using a nonlinear invariant digital correlation. *Journal of Modern Optics* 57(1): 58-64.
- C. S. Davis, S. M. Gallager, M. S. Berman, L. R. Haury, J. R. Strickler, "The video plankton recorder (VPR): design and initial results. *Archiv für Hydrobiologie Beiheft Ergebnisse der Limnologie*, 36: 67-81 (1992).
- DANELIANT, T. 1999. Taxonomic study of Ordovician (Llanvirn-Caradoc) Radiolaria from the Southern Uplands (Scotland, UK). *Geodiversitas* 21: 625– 635.

- DAVIS, C.S., GALLAGER, S.M., BERMA, M.S., HAURY, L.R. & STRICKLER, J.R. The video plankton recorder (VPR): design and initial results. *Archiv für Hydrobiologie Beiheft Ergebnisse der Limnologie* 36:67-81 (1992).
- DE WEVER, P., DUMITRICA, P., CAULET, J.P., NIGRINI, C. & CARIDROIT, M. 2001. Radiolarians in the Sedimentary Record. Gordon & Breach, London.
- DÍAZ-RAMÍREZ, V.H., KOBER, V. & ÁLVAREZ-BORREGO, J. 2006. Recognition with and Adaptive Joint Transform Correlator. *Applied Optics* 45: 5929–5941.
- DIMITRI, A.L., MARWAN, M.A., BLASCHKO, M.B., BENFIELD, M.C. & LEARNED-MILLER, E.G. 2005. Combining local and global image features for object class recognition. *Proceedings of IEEE Workshop on Learning in Computer Vision and Pattern Recognition (in conjunction with CVPR)*, San Diego, California.
- FIMBRES-CASTRO, C., ÁLVAREZ-BORREGO, J. & BUENO-IBARRA, A. 2012. Invariant nonlinear correlation and spectral index for diatoms recognition. *Optical Engineering* 51(4), 047201. 2012.
- GALLEGO, I., DAVIDSONB, T.A., JEPPESEN, E., PÉREZ-MARTÍNEZ, C., SÁNCHEZ-CASTILLO, P., JUAN, M., FUENTES-RODRÍGUEZ, F., LEÓN, D., PEÑALVER, P., TOJAG, J. & CASASA, J.J. 2012. Taxonomic or ecological approaches: Searching for phytoplankton surrogates in the determination of richness and assemblage composition in ponds. In: *Ecological indicators*. Vol. 18, pp. 575-585.
- GONZÁLEZ-FRAGA, J.A., KOBER, V. & ÁLVAREZ-BORREGO, J. 2006. Adaptive synthetic discriminant function filters for pattern recognition. *Optical Engineering* 45: 057005.
- GRUNAU, H.R. 1965. Radiolarian cherts and associated rocks in space and time. *Eclogae Geologicae Helvetiae* 58:157–208.

- GUERRERO-MORENO, R.E. & ÁLVAREZ-BORREGO, J. 2009. Nonlinear composite filter performance. *Optical Engineering* 48: 067201.
- HERNÁNDEZ, S., GALLARDO-ESCÁRATE, C., ÁLVAREZ-BORREGO, J., GONZÁLEZ, M.T. & HAYE, A. 2010. *A multidisciplinary approach to identify pelagic shark fins by molecular, morphometric and digital correlation data*. *Hidrobiológica* 20(1): 71-80.
- HOLLANDE, A. & CACHON-ENJUMET, M. 1960. Cytologie, evolution et systematique des Sphaeroides (Radiolaires). *Archives du muséum d'histoire naturelle. Paris*, 7: 1-134.
- HORNER, J.L. & GIANINO, P.D. 1984. Phase-only matched filtering. *Applied Optics* 23(6): 812–816.
- JAVIDI, B. 1990. Comparison of nonlinear joint transform correlator and nonlinear matched filter based correlator. *Optics Communication* 75(1): 8–13.
- R.E. Guerrero-Moreno and J. Álvarez-Borrego, “Nonlinear composite filter performance,” *Opt. Eng.* 48(6), 067201-11 (2009).
- J.A. González-Fraga, V. Kober and J. Álvarez-Borrego, “Adaptive synthetic discriminant function filters for pattern recognition,” *Opt. Eng.* 45(5), 057005-10 (2006).
- V.H. Díaz-Ramírez, V. Kober and J. Álvarez-Borrego, “Pattern Recognition with and Adaptive Joint Transform Correlator,” *Appl. Opt.* 45(23), 5929–5941 (2006).
- D. Casasent, A. Iyer and G. Ravichandran, “Circular-harmonic function, minimum average correlation energy filters,” *Appl. Opt.* 30(35), 5169-5175 (1991).
- B.V.K. Vijaya-Kumar, “Multiple circular-harmonic-function correlation filter providing specified response to in-plane rotation,” *Appl. Opt.* 35(11), 1871-1878 (1996).
- V.A. Zavala-Hamz and J. Álvarez-Borrego, “Circular harmonic filters for the recognition of marine microorganisms,” *Opt. Eng.* 36(2), 484-489 (1997).

- J.A. González-Fraga, V. Kober and J. Álvarez-Borrego, “Adaptive SDF filters for pattern recognition,” *Opt. Eng.* 45(5), 057005-10 (2006).
- S. Solorza and J. Álvarez-Borrego, “Digital system of invariant correlation to position and rotation,” *Opt. Commun.* 283(19), 3613-3630 (2010).
- J. Lerma-Aragón and J. Álvarez-Borrego, “Vectorial signatures for invariant recognition of position, rotation and scale pattern recognition,” *JMO.* 56(14), 1598-1606 (2009).
- S.S. Dixit, J.P. Smol, D.F. Charles, R.M. Hughes, “Assessing Water Quality Changes in the Lakes of the Northeastern United States using Sediment Diatoms,” *Can.J.Fish.Aquat.Sci.* 56, 131-152 (1999).
- M. Hajós, “Upper Eocene and lower Oligocene diatomaceae, archaemonadaceae and silicoflagellates in southwestern pacific sediments,” *DSSP.* 5(35), 817-883 (1976).
- I. Koizumi, Y. Tanimura, “Neogene diatom biostratigraphy of the middle latitude western North Pacific,” *Deep Sea Drilling Project Leg 86.* In, Heath, G.R. Burckle, L. H. eds, Initial Report DSDP. 86, 269-300 (1985). U.S. Govt. Print Office Washington, D.C.
- M.A. Esparza-Álvarez, “Paleología de sedimentos diatomáceos de la formación Tortugas en el área de Bahía Asunción, Baja California Sur, México,” *Tesis Licenciatura.* Facultad de Ciencias Marinas, Ensenada, B.C. 89 (1995).
- D. G. Lowe, “Object recognition from local scale-invariant features”, *Proceedings of the International Conference on Computer Vision*, 1150-1157 (1999).
- Y. Ke, and R. Sukthankar, “PCA-SIFT a more distinctive representation for local image descriptors, in: *IEEE CVPR Computer Society Conference* (2), 506-513 (2004).
- H. Bay, A. Ess, T. Tuytelaars, L. Van Gool, “Speed-Up robust features (SURF)”, *ScienceDirect, Computer Vision and Image Understanding*, 110: 346-359 (2008).

- L.Cohen, "The scale representation," *IEEE Trans. Signal Proc.* 41(12), 3275–3291 (1993).
- D. Casasent and D. Psaltis, "Position, rotation, and scale invariant optical correlation," *Appl. Opt.* 15(7), 1795–1799 (1976).
- J. Pech-Pacheco, J. Álvarez-Borrego, G. Cristobal, M. Keil, "Automatic object identification irrespective of geometric changes," *Opt. Eng.* 42(2), 551–559 (2003).
- G. Cristóbal and L. Cohen, "Image filtering and denoising through the scale transform," *IEEE SP on the International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, 617–620 (1998).
- M.A. Esparza-Álvarez, "Variabilidad de la comunidad de diatomeas en los sedimentos de la Cuenca de San Lázaro, Baja California Sur, México," *Tesis de maestría*. Cicese, Ensenada, B.C. México. pag. 113 (1999).
- KE, Y. & SUKTHANKAR, R. 2004. PCA-SIFT a more distinctive representation for local image descriptors, in: CVR, 2:506-513.
- KLING, S. 1978. Radiolaria. In: Haq BU, Boersma A(eds.), Introduction to marine micropaleontology. Amsterdam, Elsevier, pp. 203-244.
- KUDO, R. 1969. Protozoología. CECSA, México, 483-485 pp.
- LERMA-ARAGÓN, J. & ÁLVAREZ-BORREGO, J. 2009. *Vectorial signatures for invariant recognition of position, rotation and scale pattern recognition*. Journal of Modern Optics 56: 1598-1606.
- LISITZIN, A. 1975. Distribution of siliceous microfossils in suspension and in bottom sediments. In: Funnel BM, Riedel WR (eds.), The Micropaleontology of Oceans. Cambridge Univ. Press, Cambridge, pp. 173-195.

- LOWE, D.G. 1999. Object recognition from local scale-invariant features. Proceedings of the International Conference on Computer Vision, Corfu.
- LUGT, A.V. 1964. Signal detection by complex spatial filtering. IEEE Transactions on Information Theory 4(10): 139–145.
- MOLINA-CRUZ, A. 1977. Radiolarian assemblages and their relations to the oceanography of the subtropical Southeastern Pacific. Marine Micropaleontology 21(4): 315-352.
- MOURIÑO-PÉREZ, R.R., ÁLVAREZ-BORREGO, J. & GALLARDO-ESCÁRATE, C. 2006. *Identification of Platyhelminth parasites of the Wild Bullseye Pufferfish (Sphoeroides annulatus) using an invariant digital color correlation*. Revista de Biología Marina y Oceanografía 41(1): 77-86.
- NIGRINI, C. 1968. Radiolaria from eastern tropical Pacific sediments. Micropaleontology. 14:51-63.
- Paul L. Kaufman, Albert Alm. “Adler fisiología del ojo: aplicación clínica “, 2004.
- PAERL, H.W., VALDES-WEAVER, L.M., JOYNER, A.R. & WINKELMANN, V. 2007. Phytoplankton indicators of ecological change in the eutrophying Pamlico sound system, North Carolina. In: Ecological Society of America (ed.), Ecological Applications. Vol .17, pp. S88-S101.
- PETRUSHEVSKAYA, M.G., CACHON, J. & CACHON, M. 1976. Comparative morphological study of Radiolaria: Foundations of a new taxonomy. Journal of Zoology 55: 485-496.
- SOLORZA, S. & ÁLVAREZ-BORREGO, J. 2009. *System of digital invariant correlation to rotation applied to identify car models* Digital Scientifica and Technological Journal, e-Gnosis . ISSN 1665-5745.

- SOLORZA, S. & ÁLVAREZ-BORREGO, J. 2010. *Digital system of invariant correlation to position and rotation*. Optics Communication 283(19): 3613-3630.
- VIJAYA-KUMAR, B.V.K. & HASSEBROOK, L. 1990. Performance measures for correlation filters. Applied Optics 29: 2997–3006.
- VIJAYA-KUMAR, B.V.K. & TECK-KHIM, NG. 1996. Multiple circular-harmonic-function correlation filter providing specified response to in-plane rotation. Applied Optics 35: 1871-1878.
- VISHNEVSKAYA, V.S. & KOSTYUCHENKO, A.S. 2000. The evolution of radiolarian biodiversity. Journal Paleontologitscheskii 34: 124–130.
- ZAVALA-HAMZ, V.A. & ÁLVAREZ-BORREGO, J. 1997. Circular harmonic filters for the recognition of marine microorganisms. Applied Optics 36(2): 484-489.