

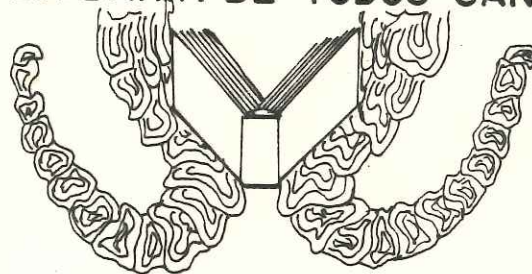
**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE
BAJA CALIFORNIA**

Escuela Superior de Ciencias Marinas

BIBLIOTECA U. CS. MARINAS



**OBTENCION DE LOS PERIODOS DE RESONANCIA
DE LA BAHIA DE TODOS SANTOS**



T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

OCEANOLOGO

PRESENTA

NOEMI YOLANDA RIVERA FERNANDEZ

ENSENADA, B. C.

JULIO 1981

007717

BIBLIOTECA U. CS. MARINAS

DEDICATORIAS

A MIS PADRES

A MIS HERMANOS

A MIS AMIGOS

Gloria y Mario

A MI AMIGO

Rogelio Casas

BIBLIOTECA U. CS. MARINAS

AGRADECIMIENTOS

Mi reconocimiento al M. C. Hugo G. Peña Pereyra, Director de Tesis, por su gran interés y disposición para la realización de esta tesis.

Al Oc. René de la Paz Vela por su ayuda al inicio del trabajo.

Al M. C. Salvador F. Farreras Sanz le doy las gracias por sus útiles sugerencias.

Al Centro de Cálculo Electrónico de CICESE por las facilidades otorgadas.

A quienes me brindaron su apoyo e interés.

RESUMEN

En este trabajo se obtienen los modos de oscilación de la Bahía de Todos Santos (Ensenada, B. C.) excitados por el tsunami del 22 de Mayo de 1960. Para el Análisis Espectral de la serie de datos, obtenida del registro mareográfico, se usa el Método de Máxima Entropía determinándose los siguientes períodos: 45.53 min, 26.79 min y 13.11 min. Se compara el espectro del registro del tsunami de 1960 obtenido en el presente trabajo con los espectros de los registros de los tsunamis de 1957, 1960, 1964, 1968 y 1975, mostrados por Sánchez Dévora (1980).

Se aplica el modelo de Dorrestein (1961) para calcular teóricamente los modos de oscilación de la bahía requiriéndose, para ello, de la profundidad promedio en la boca y de la longitud de la cuenca.

Se comparan los modos de oscilación observados en los datos originales con los modos de oscilación calculados, aplicando el modelo, y se encuentra que el modelo es adecuado a la bahía ya que proporciona razonablemente los modos de oscilación.

INDICE

	Página
I. INTRODUCCION	1
1.1 Objetivos	3
1.2 Revisión de literatura	4
1.3 Descripción de la zona de estudio	6
II. MATERIALES Y METODOS	9
2.1 Datos Utilizados	9
2.2 Descripción del modelo de Dorrestein (1961)	11
2.3 Descripción del Método de Análisis Espectral de Máxima Entropía	17
III. RESULTADOS	28
3.1 Aplicación del modelo de Dorrestein (1961)	28
3.2 Análisis de los datos	28
IV. DISCUSION	35
V. CONCLUSIONES	41
VI. BIBLIOGRAFIA	43

I. INTRODUCCION

Los puertos y bahías con comunicación al mar se encuentran expuestos a perturbaciones producidas por ondas incidentes las cuales pueden llegar a producir amplificaciones en el nivel medio del mar ocasionando, en muchos casos, graves daños a las embarcaciones ancladas, a las estructuras portuarias y a las poblaciones costeras. Estas ondas incidentes pueden ser ondas largas que se originan por diferentes tipos de fenómenos.

Las ondas que arriban a una cuenca son capaces de inducirla a oscilar constituyendo, de este modo, un sistema dinámico oscilante. Si uno de los períodos naturales de la cuenca coincide con el período de estas ondas ambos sistemas oscilarán en resonancia. En este caso, la amplitud de la oscilación, dentro de la cuenca, puede crecer a valores más grandes que las amplitudes de las ondas incidentes.

El origen de las ondas largas incidentes, sobre un puerto o bahía, se debe a las fluctuaciones de la presión atmosférica o a reflexiones de trenes de onda en áreas de tormenta. También pueden ser originadas por ondas de tsunami provocadas por deslizamientos de tierra o por sismos. Los deslizamientos son de carácter impulsivo (de corta duración) pero sus efectos sobre las costas pueden ser del orden de una se-

mana. Olsen et al. (1972) han mencionado que las explosiones nucleares sobre los océanos originaron tsunamis.

Los movimientos verticales en una cuenca semi-cerrada - no son muy grandes pero cuando existe una excitación, como - la de un tsunami, la amplitud de los movimientos puede au- - mentar considerablemente por lo que es importante conocer el - comportamiento dinámico de la cuenca. Para un puerto que ex- - perimente problemas causados por el efecto de oscilaciones - resonantes deben tomarse medidas correctivas con el fin de - reducir o eliminar dichas oscilaciones. Es importante que en - la construcción de un puerto su configuración geométrica se - encuentre libre de los posibles efectos de resonancia para - las condiciones de onda más frecuentes que incidan sobre él.

Las ondas de tsunami sufren disturbios, al aproximarse - a un puerto o bahía, causados por la pendiente y la platafor- - ma continental y por la geometría de la cuenca, ya que su -- profundidad es menor que la del océano adyacente, lo que le - hace perder sus rasgos originales. Las ondas de tsunami se - consideran como ondas de aguas poco profundas porque la rela- - ción entre la profundidad media del océano y su longitud de - onda es pequeña.

Con el propósito de determinar los modos de oscilación - de la Bahía de Todos Santos se aplica el modelo de Dorres- -

tein (1961) para una cuenca de geometría semi-cerrada. El mecanismo causante de la perturbación es una onda de tsunami que al llegar a la bahía provoca amplificación de las ondas en el interior. En el registro mareográfico obtenido en este caso es posible notar la presencia de oscilaciones resonantes que se produjeron al arribar el tsunami.

Todos los cuerpos de agua, ya sea el océano, o los contenidos en las plataformas continentales, bahías, puertos, etc. tienen sus modos de oscilación característicos los cuales dependen de la geometría del cuerpo de agua.

Un aspecto importante, además de la elección del modelo teórico para la explicación del fenómeno, es el procesamiento de los datos del registro mareográfico con el objeto de evidenciar la presencia de las oscilaciones resonantes. Para este propósito es utilizado el Método de Máxima Entropía (MEM) elaborado por Burg (1967, 1970) ya que éste permite alcanzar mejor resolución para una serie corta que los comúnmente usados.

1.1 Objetivos

1. Determinación de los períodos de resonancia de la Bahía de Todos Santos.

2. Aplicación de un modelo analítico a la bahía con el fin de calcular sus períodos de resonancia.
3. Comparación entre los períodos de resonancia determinados del registro y los períodos de resonancia teóricos con el objeto de inferir si el modelo es adecuado.
4. Demostrar la utilidad del Método de Máxima Entropía para series de datos cortas obtenidas de registros mareográficos.

1.2 Revisión de Literatura

Los trabajos analíticos y experimentales acerca de oscilaciones resonantes en puertos y bahías han sido numerosos; algunos de ellos tratan sobre oscilaciones en puertos de geometría simple, como circular o rectangular, o combinaciones de ellas. También se ha estudiado el problema de puertos comunicados al mar abierto.

Miles y Munk (1961) se ocupan del problema de un puerto rectangular conectado directamente al océano y encuentran -- que a menor anchura de la entrada la onda sufre mayor amplificación dentro del puerto pero no incluyen el efecto de la fricción que en el caso de una cuenca de entrada pequeña es-

predominante (LeMéhauté, 1955). Dorrestein (1961) supone que la influencia de la anchura de la cuenca en el nivel de la onda es despreciable y que las ondas se mueven normales a la línea de costa.

Ippen y Goda (1963) tratan, también, el problema de un puerto rectangular conectado al océano. Suponen que las ondas excitadoras sobre el puerto son normales a la costa y que la entrada es pequeña en relación a la longitud de onda. LeMéhauté (1960, 1961), Ippen y Raichlen (1962) y Raichlen e Ippen (1965) han estudiado cuencas de forma rectangular.

El problema de oscilaciones inducidas en cuencas de geometría complicada también se ha intentado estudiar. Los problemas para desarrollar un procedimiento de cálculos prácticos aplicable a estos procesos se complican por el hecho de que los puertos son generalmente de forma compleja y porque las ondas incidentes no son periódicas. Leendertse (1967) ha desarrollado un procedimiento numérico para determinar la respuesta de cuencas a ondas largas. Hwang y Tuck (1970) desarrollaron un método para analizar el problema de oscilaciones inducidas en un puerto de geometría arbitraria y profundidad constante.

Sánchez Dévora (1980) efectúa un estudio de tsunamis en la Costa Occidental de México, hace un Análisis Espectral de

ellos y aplica un modelo para determinar los modos de oscilación de los puertos que se encuentran en esa zona de estudio. Raichlen (1970) determinó los espectros de potencia para los tsunamis de Mayo, 1960 y Marzo, 1964 en Ensenada, B.-C. por el método de Blackman y Tukey (1958).

1.3 Descripción de la zona de estudio

La Bahía de Todos Santos se localiza en la península de Baja California (Fig. 1), sobre la costa Oeste, entre los $31^{\circ}40'$ y $31^{\circ}55'$ de latitud Norte y entre los $116^{\circ}36'$ y $116^{\circ}50'$ de longitud Oeste.

La bahía tiene dos entradas bien diferenciadas en su topografía submarina con una división constituida por dos pequeñas islas al Oeste (Fig. 2). La entrada al NW, de 12 km de ancho, tiene profundidades menores de 50 m y algunos bajos hasta de 6 m a la mitad de la sección. El fondo de la entrada SW, de 6 km de ancho, tiene pendientes pronunciadas sobre todo en las cercanías de las islas. En la bahía las isobatas superiores a los 50 m son irregulares y solo a partir de las isobatas de 15 m tienden a ser paralelas a la línea de costa especialmente en el margen Este que está constituido por playas arenosas.

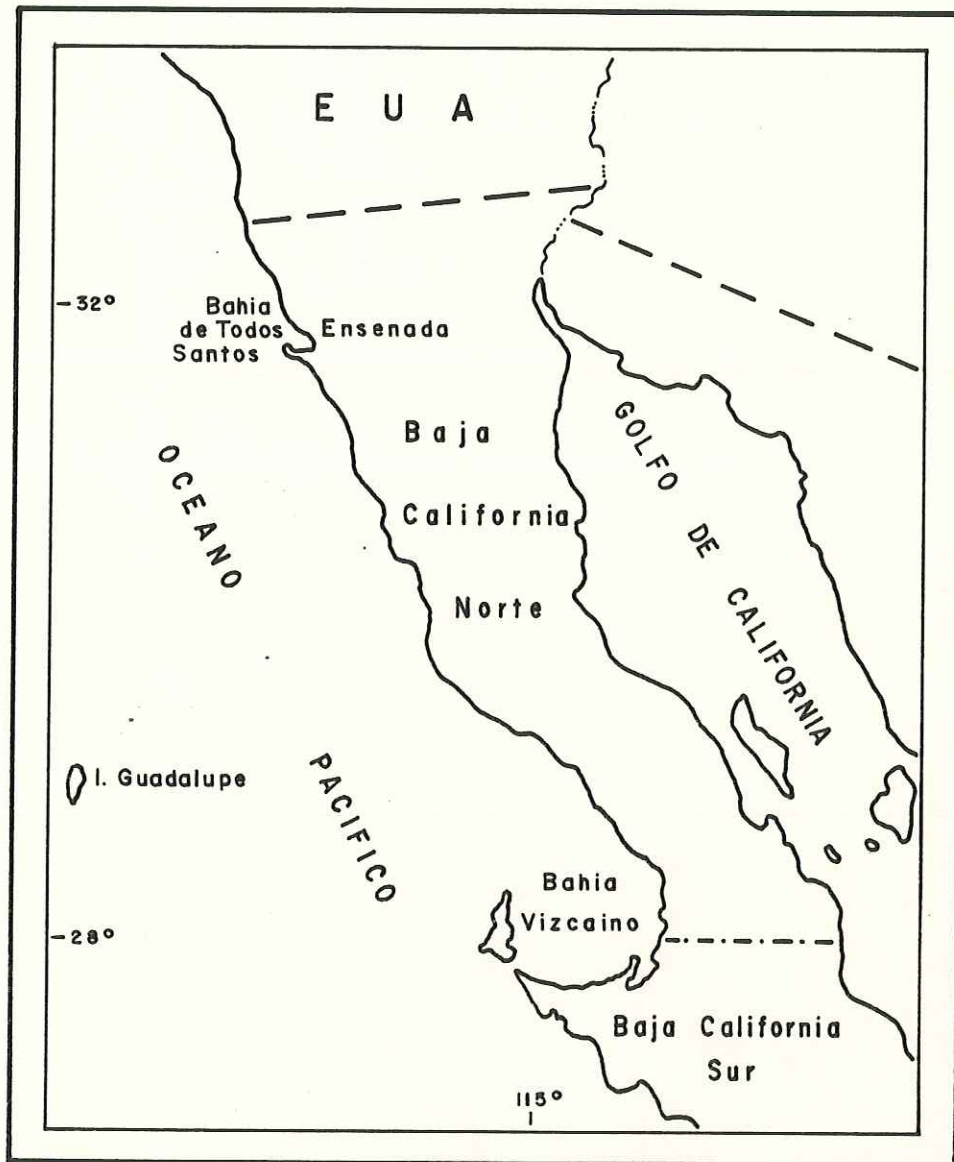


Fig.- 1. LOCALIZACION DE LA ZONA DE ESTUDIO (BAHIA DE TODOS SANTOS $31^{\circ} 40'$ A $31^{\circ} 50'$ Y $116^{\circ} 36'$ A $116^{\circ} 50'$ W) .

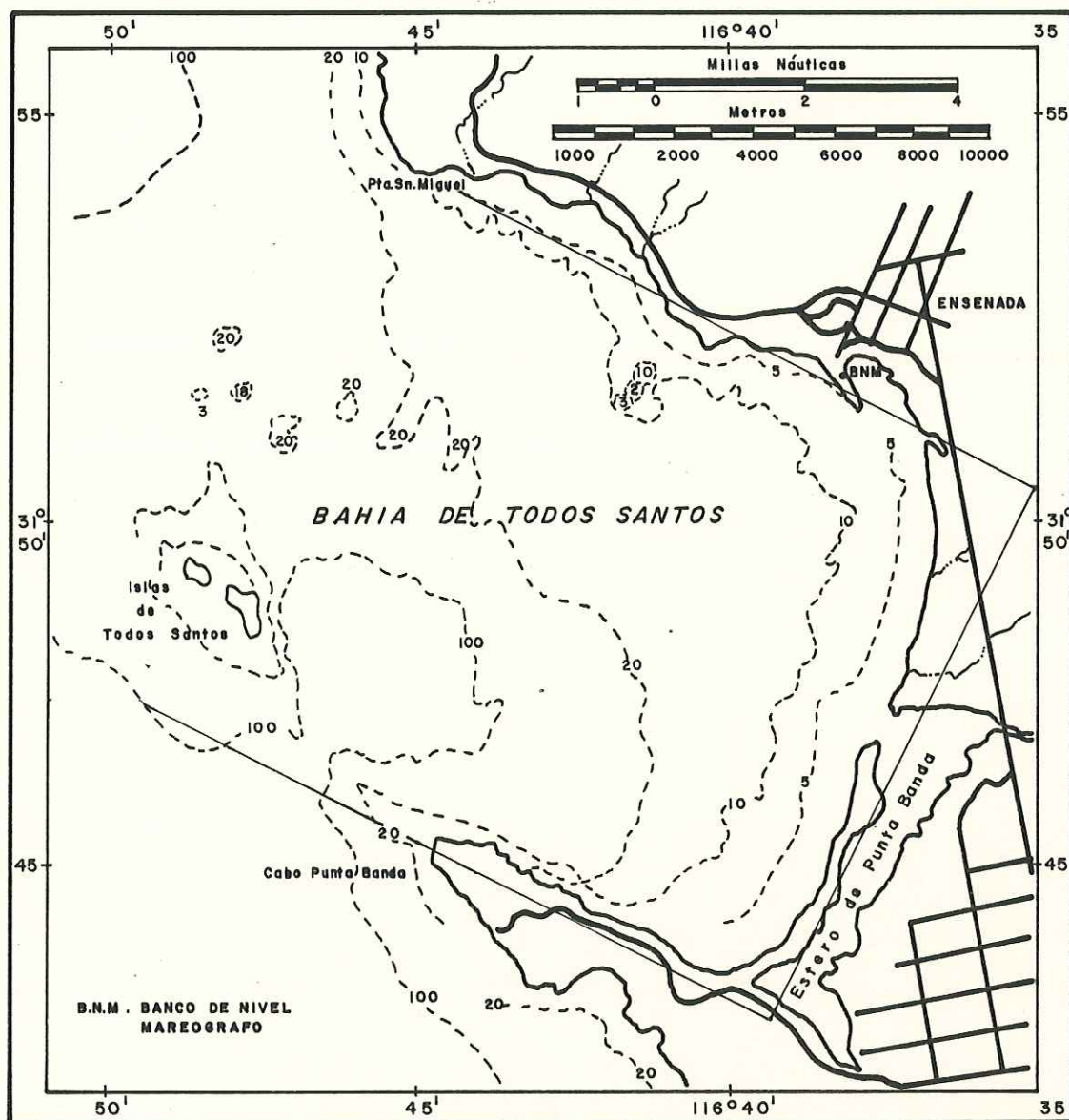


Fig.- 2. BATIMETRIA Y ESQUEMATIZACION DE LA BAHIA DE TODOS SANTOS (PROFUNDIDAD EN BRAZAS).

II. MATERIALES Y METODOS

2.1 Datos Utilizados

El registro mareográfico (Fig. 3) se obtuvo de la estación mareográfica de Ensenada controlada por el Instituto de Geofísica de la UNAM y corresponde al registro obtenido el 22 de Mayo de 1960 del tsunami generado por el terremoto ocurrido fuera de la costa de Chile (epicentro $41^{\circ}5' N$, $73.5^{\circ} W$) con un tiempo de viaje estimado de 29 hrs. 48 min (Berkman and Symons, 1961). El aparato registrador fué un mareógrafo-tipo standard. El registro obtenido fué de 41 horas digitalizándose a intervalos de 4.44 min dando un total de 545 datos.

Para el registro de ondas largas, como las de tsunami, se requieren aparatos especialmente diseñados para ese propósito al no ser detectadas sus crestas porque a menudo se ocultan bajo ondas de mayor amplitud como las de mareas. Para este trabajo se eligió el registro del tsunami de 1960 por parecer el más conveniente al presentar poco ruido en la señal.

La ubicación del mareógrafo dentro del puerto (Fig. 3) no es importante debido a que lo que interesa calcular son los períodos de resonancia de la bahía y no las fases de las ondas.

ENSENADA, B. C.
 Tsunami del 22 de Mayo de 1960
 Area de origen, Costas de Chile (38.0 N- 73.5 W)

ESCALA EN PIES

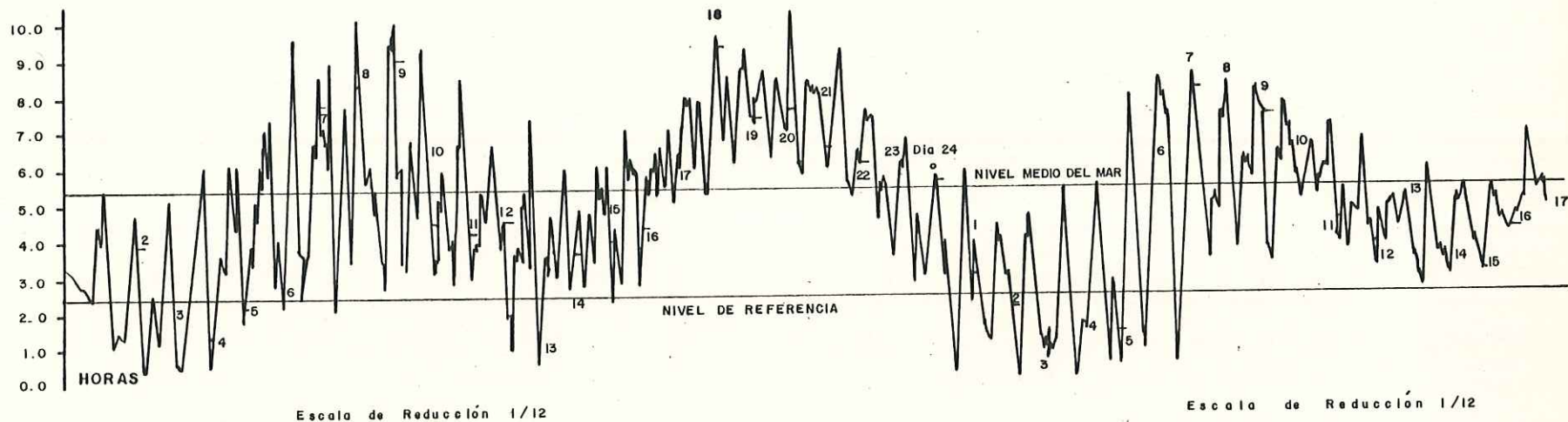


Fig. 3 : REGISTRO MAREOGRAFICO DEL TSUNAMI OCURRIDO EL 22 DE MAYO DE 1960.
 (TOMADO DEL ESTUDIO GEOGRAFICO DE LA REGION DE ENSENADA, B. C.
 DGOSM, MEXICO, 1974).

2.2 Descripción del modelo de Dorrstein (1961)

Se consideran ondas largas sinusoidales penetrando del mar hacia la bahía y que se cumple la teoría de ondas largas. Se hacen las siguientes suposiciones para la aplicación del modelo:

1. el agua es homogénea e incompresible;
2. el movimiento del agua se describe como función de una coordenada longitudinal y del tiempo;
3. las variaciones con la distancia, en sección transversal, son graduales;
4. se desprecia la componente vertical de movimiento y el gradiente de presión horizontal es independiente de la profundidad, en consecuencia la presión es hidrostática;
5. se suponen ondas de amplitud finita debido a que las variaciones de la perturbación, en el tiempo, son pequeñas en comparación a la profundidad media;
6. se supone linealidad al despreciar el término cuadrá

tico $v\partial v/\partial x$ (v es la velocidad) en la ecuación dinámica;

7. el efecto de la fricción del fondo es proporcional a la primera potencia de la velocidad del agua;
8. el movimiento del agua es armónico en el tiempo;
9. la presión atmosférica es constante sobre la superficie del agua.

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento del nivel -- del mar dentro de la bahía son: la ecuación de continuidad,

$$\frac{\partial q}{\partial x} + b\frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

y la ecuación dinámica,

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g\frac{\partial h}{\partial x} - f\omega v \quad (2)$$

donde:

$b(x)$ = anchura de la sección transversal

$d(x)$ = profundidad promedio de la sección transversal en -
la posición x

f = parámetro de fricción adimensional

g = aceleración de gravedad

$h(x,t)$ = altura de la superficie del agua sobre la posición-cero

$q(x,t)$ = descarga a través de una sección transversal

$v(x,t) = q/bd$ = velocidad longitudinal del agua

x = coordenada longitudinal positiva hacia el mar

ω = frecuencia angular del movimiento de agua

El último término de la ec. (2) representa la desaceleración debida a la fricción. Para lograr una mejor aproximación linealizada se incluye el parámetro f como un factor -- adimensional que puede ser, en general, función de la frecuencia. La ec. (2) puede escribirse:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -gbd \frac{\partial h}{\partial x} - f\omega q \quad (3)$$

Se expresa ahora:

$$\begin{aligned} h &= \text{parte real de } H(x)e^{i\omega t} \\ q &= \text{parte real de } Q(x)e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (4)$$

donde $H(x)$ y $Q(x)$ son la amplitud de h y q , y pueden ser funciones complejas de x . Con las ecs. (1) y (3) se obtienen, -- respectivamente;

$$\frac{dQ}{dx} + i\omega bH = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dH}{dx} + \frac{(1+f)Q}{gbd} = 0 \quad (6)$$

Allo largo de la cuenca interesa el comportamiento de $H(x)$ pero también se necesita $Q(x)$ en vista de las condiciones de frontera a ser impuestas. Reemplazando la ec. (6) por una ecuación en la cual Q ha sido eliminada por medio de la ec. (5) se resuelve la ec. (6) para Q , luego diferenciando con respecto a x y usando la ec. (5), se obtiene la ecuación diferencial para H :

$$\frac{d^2H}{dx^2} + \frac{1}{bd} \frac{d}{dx} (bd) \cdot \frac{dH}{dx} + \frac{\omega^2(1-if)H}{gd} = 0 \quad (7)$$

Haciendo una transformación adecuada de la variable x , la ec. (7) será expresada en forma más conveniente. Se introduce una nueva variable s permitiendo que ds/dx sea igual a la raíz cuadrada del coeficiente de H en la ec. (7). La ec. (7) puede ser transformada en:

$$\frac{d^2H}{ds^2} + \frac{1}{b\sqrt{d}} \frac{d}{ds} (b\sqrt{d}) \cdot \frac{dH}{ds} + H = 0 \quad (8)$$

mientras que la ec. (6) se convierte en:

$$Q = ib \sqrt{\frac{gd}{(1-if)}} \cdot \frac{dH}{ds} \quad (9)$$

La nueva variable s estará dada por:

$$s = \int_0^x d\xi \cdot \sqrt{\frac{1-if'}{gd}} = \sqrt{1-if'} \cdot \int_0^x d\xi \cdot k(\xi), \quad (10)$$

siendo $k(\xi) = \omega/\sqrt{gd(\xi)}$ el número de onda, donde para una - - cuenca cerrada en su extremo $x = 0$ representará la ubicación de la cabeza si el parámetro de fricción f es tomado como ce ro y s y ds/dx son reales.

En ec. (8) es una ecuación diferencial lineal de segun- do orden por lo que su solución estará dada por una superpo- sición lineal de dos funciones de s mutuamente independien- tes.

Se considera una cuenca con anchura constante y con pro- fundidad proporcional a la distancia de la cuenca. Tenemos - $b = \text{constante}$ y $d = xd_0/L$, representando $x = 0$ el extremo ce rrado de la cuenca, $x = L$ la boca que se comunica al océano y d_0 la profundidad promedio en la boca. Según la ec. (10) - la variable s para este caso estará dada por

$$s = 2k_0 \sqrt{xL(1-if')} \quad (11)$$

siendo $k_0 = \omega/\sqrt{gd_0}$.

La ecuación diferencial (8) se transforma, de acuerdo a las condiciones dadas en el problema, en

$$\frac{d^2 H}{ds^2} + \frac{1}{s} \frac{dH}{ds} + H = 0 \quad (12)$$

Una solución a esta ecuación es la función de Bessel de orden cero, la cual no diverge en el origen, mientras que la condición de frontera a satisfacerse en el extremo cerrado de la bahía es $Q(0) = 0$. La solución puede escribirse:

$$H = C_1 J_0(s) \quad (13)$$

donde C_1 es una constante y J_0 es la función de Bessel del primer tipo de orden cero.

La razón entre las amplitudes en el extremo cerrado ($s = 0$) y en la boca ($s = 2k_0 L \sqrt{1 - if}$) estará dada por:

$$R = \frac{1}{J_0(2k_0 L \sqrt{1 - if})} \quad (14)$$

Esta relación es un número complejo que señala que hay una diferencia de fase de la onda entre la boca y la cabeza de la cuenca por lo cual es posible separarla en sus partes real e imaginaria para calcular su módulo y su fase. El cuadrado del módulo de la ec. (14) expresa la función de respuesta de la bahía y sus máximos proporcionan información --

acerca de los períodos de resonancia. El módulo de R dá el factor de amplificación real de la amplitud de onda. El cuadrado del módulo de la ec. (14) se indica enseguida como:

$$|R|^2 = \frac{1}{|J_0(2koL \ 1-if)|^2} \quad (15)$$

2.3 Descripción del Método de Análisis Espectral de Máxima Entropía

Con el propósito de conocer los períodos de resonancia de la bahía de Todos Santos los datos del registro mareográfico son procesados mediante el Análisis Espectral; si las perturbaciones del fenómeno son de carácter resonante, entonces sus amplitudes serán lo suficientemente apreciables como para ser detectadas por medio de esta técnica.

Una importante limitación para la aplicación de los métodos espectrales comunes es la corta duración del registro por lo que se usa un método que parece ser más conveniente para series de datos cortas (Ulrych, 1972). El método utilizado, en este caso, es el de Máxima Entropía (MEM) desarrollado por Burg (1967).

El término Entropía es definido físicamente como una función de estado que describe cierta característica de un

sistema termodinámico o también como el grado de desorden o caos de un sistema. El concepto de Entropía, en la teoría de información, fué introducido por Shannon (1948) y relaciona la cantidad de incerteza de un sistema que transmite información. El espectro MEM de un proceso aleatorio muestrado uniformemente es aquel que resulta de maximizar la Entropía de ese proceso.

Considerando una serie M de diferentes eventos (m_1, m_2, \dots, m_M) con una probabilidad de ocurrencia dada por (p_1, p_2, \dots, p_M), respectivamente, y cuya probabilidad total es la unidad, entonces:

$$\sum_{i=1}^M p_i = 1 \quad (16)$$

El que suceda un evento raro suministra mayor información acerca de un sistema ya que si conocemos de antemano el valor particular no se ganará información útil sobre el sistema. La probabilidad de ocurrencia de un evento está relacionada a la información. Si el evento para el que se ha especificado una probabilidad no se espera se transmitirá mucha información sobre el sistema.

Se define una cantidad I que es proporcional a la información de cada evento, donde I representará la información:

$$I = k \log(1/p) \quad (17)$$

donde k es una constante de proporcionalidad, se nota que si la probabilidad de un evento es la unidad la información es cero.

$$I_{TOTAL} = \sum I_i = k \sum \log(1/p) \quad (18)$$

Observando el sistema durante un tiempo suficientemente gran de la información total, obtenida por el sistema, es:

$$I_{TOTAL} = \sum_{i=1}^M k(\log 1/p_i) p_i T \quad (19)$$

La información promedio por intervalo de tiempo se representa por H y es denominada por el término Entropía. Así, Shannon (1948):

$$H = \frac{I(TOTAL)}{T} = -k \sum_{i=1}^M p_i (\log p) \quad (20)$$

El proceso aleatorio que proporcionan Máxima Entropía - (mayor información) será la serie ruido blanco porque es totalmente aleatoria ya que no es posible preveer su comportamiento en ningún momento; a esta serie se le llama serie θ - error. Se pretende obtener, de una serie de tiempo dada, - - aquella que manifieste el mayor carácter aleatorio disponible y que sea consistente con los datos. De una serie de tiempo x_t maximizar su Entropía es igual a transformarla en ruido blanco a través de un filtro que no modifique su Entro

pía puesto que si no es así se estaría creando o destruyendo información.

La transformación de la serie original en ruido blanco produce una serie de Máxima Entropía del mismo modo que la serie original permitiendo, entonces, la obtención de la mayor cantidad de información consistente con los datos. Se requiere encontrar un filtro que "blanquee" la señal y no cambie la Entropía, en relación a los valores desconocidos de ella, para que concuerde con los valores conocidos de la señal.

El proceso de filtrado de una serie x_t se puede expresar como:

$$y_t = \sum_k a_k \cdot x_{t-k} \quad (21)$$

donde y_t son los datos de salida y los a_k son los pesos del filtro. Se puede demostrar que el cambio de Entropía que tiene lugar cuando una serie pasa a través de un filtro con una función de transferencia $H(f)$ es:

$$H = \int_{-f_n}^{f_n} \log |H(f)|^2 df \quad (22)$$

siendo $H(f) = \sum a_k e^{-j2\pi k \Delta t}$.

Haciendo $H = 0$, en la operación de filtrado, tomando logaritmos en ambos miembros e integrando se obtiene:

$$\int_{-f_n}^{f_n} \log(P_{ent})df + \int_{-f_n}^{f_n} \log|H(f)|^2 df = \int_{-f_n}^{f_n} \log(P_{sal})df \quad (23)$$

se observa que el primer término es la Entropía de la serie original, el segundo es el cambio de Entropía producido por el filtro y el segundo miembro es la Entropía de la serie de salida. pero como $\Delta H = 0$, de acuerdo al filtro a construirse, la Entropía de la serie original es máxima e igual a la de salida.

El siguiente problema es la construcción del filtro y una manera de hacerlo es maximizando la integral. Otra forma de conseguirlo es usando el concepto de filtro de Wiener. Se escoge una salida ya seleccionada que será un valor predicho de la serie de datos de entrada. Si los datos de entrada son hasta x_t , los de salida serán $z_t = x_{t+1}$ y entonces y_t será una predicción de la serie en el instante $t+1$, que se expresa como $y_t = x_{t+1}$. Si se necesita que la diferencia entre los dos valores sea la mínima posible, durante todo el registro, quedará:

$$I = \sum_t (\hat{x}_{t+1} - x_{t+1})^2 \quad (24)$$

lo que implica que la predicción será lo más próxima al va--

lor x_{t+1} , entonces por la ec. (21):

$$I = \sum_t \left(\sum_k a_k x_{t-k} - x_{t+1} \right)^2 \quad (25)$$

Haciendo $\partial I / \partial a_j = 0$, teniendo en cuenta que $\phi(p) = \sum_p x_\tau x_{\tau+p}$ es la autocorrelación, derivando la ec. (25) y haciendo $t = \tau + j$, se obtiene:

$$\sum_k a_k (j-k) = \phi(j+1) \text{ para } j = 0, 1, \dots, M \quad (26)$$

Si se cumple la propiedad de que $\phi(s) = \phi(-s)$ la ec. (26) puede expresarse en la forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \phi(0) & \phi(1) & \dots & \phi(M) \\ \phi(1) & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \phi(M) & & & \phi(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi(1) \\ \phi(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi(M+1) \end{bmatrix} \quad (27)$$

que es una matriz de orden $M+1$. Este sistema de ecuaciones puede transformarse, añadiendo y sustrayendo un coeficiente de correlación a cada ecuación, desapareciendo el lado derecho de la ecuación. Aumentando el orden de la matriz a $M+2$ y multiplicando por -1 , quedará:

$$\begin{bmatrix} \phi(0) & \phi(1) & \dots & \phi(M+1) \\ \phi(1) & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \phi(M+1) & & & \phi(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -a_0 \\ -a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ -a_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Se define ahora una serie de operadores de filtro por un vector columna:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 \\ \Gamma_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Gamma_{M+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -a_0 \\ -a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_M \end{bmatrix} \quad (28)$$

Para obtener los coeficientes del filtro y el factor P_{N+1} debe solucionarse la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \phi(0) & \phi(1) & \dots & \phi(N) \\ \phi(1) & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \phi(N) & \phi(N-1) & & \phi(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \Gamma_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Gamma_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{N+1} \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

la cual es la ecuación de Burg (1967) para el filtro de predicción de error, de orden $N+1$, a una distancia de una uni--

dad de tiempo. Como la onda de energía consiste de n términos y la correlación cruzada contiene únicamente términos no cero, esto implica que el operador de predicción acorta la onda de salida a un pulso en el cual P_{N+1} es el error cuadrado medio o la energía de salida.

Γ puede ser considerada una serie de pesos del filtro de predicción que cuando son convolucionados con los datos de entrada generará una serie ruido blanco. Al filtro formado por los elementos $(-\Gamma_2, -\Gamma_3, \dots, -\Gamma_{N+1})$ se le llama filtro de predicción de orden N y de distancia unitaria. Conociendo el filtro de predicción de error o el filtro de predicción es posible conocer el desconocido. El filtro de predicción es aquel que aplicado a la serie de entrada predice sus valores futuros y que aplicado a la serie la transforma en una serie error de Máxima Entropía.

El espectro de energía de entrada fué diseñado por Burg como la estimación de la energía de Máxima Entropía $P(f)$:

$$P(f) = \frac{P_{N+1}/f_n}{\left| 1 + \sum_{n=1}^N \Gamma_{N+1} e^{-j2\pi n f \Delta t} \right|^2} \quad (31)$$

donde $f_n = 1/2\Delta t$ es la frecuencia de Nyquist que especifica el ancho de banda para un intervalo de muestreo Δt .

Para calcular $P(f)$ se resuelve la ecuación matricial --
 (30) para obtener los valores P_{N+1} y los elementos del fil--
 tro de predicción de error.

El error final de la predicción (FPE) se define como la predicción del error cuadrado medio, según Akaike (1969 a, b, 1970), y se expresa a continuación como:

$$FPE_M = \frac{N + M + 1}{N - M - 1} P_M \quad (32)$$

La predicción de error de la potencia P_M es calculada --
 por la ec. (32) para valores sucesivamente más altos de m --
 hasta que se obtenga un mínimo para $m = M$. Esto proporciona --
 una estimación del error cuadrado medio en la predicción o --
 de la varianza de la predicción. Según Ulrych y Bishop --
 (1975) se requiere el cociente de $M = N/2$ cuando se presenten --
 líneas espectrales agudas.

Es muy importante que el número de términos en el fil--
 tro de predicción de error no exceda del criterio de Akaike --
 porque pueden ocurrir problemas en la frecuencia y presentar --
 se picos falsos al aumentar demasiado la resolución. El va--
 lor mínimo del FPE dá una estimación de la mejor determina--
 ción cuadrada media entre la alta resolución y la varianza --
 del error.

En la Fig. 4 se muestra la manera como se obtuvo el número de elementos de filtro, de acuerdo al criterio de Akaike, para el cálculo del espectro de energía de los datos del registro mareográfico del tsunami de 1960. Según el mínimo valor del FPE el número de elementos de filtros fué de 25.

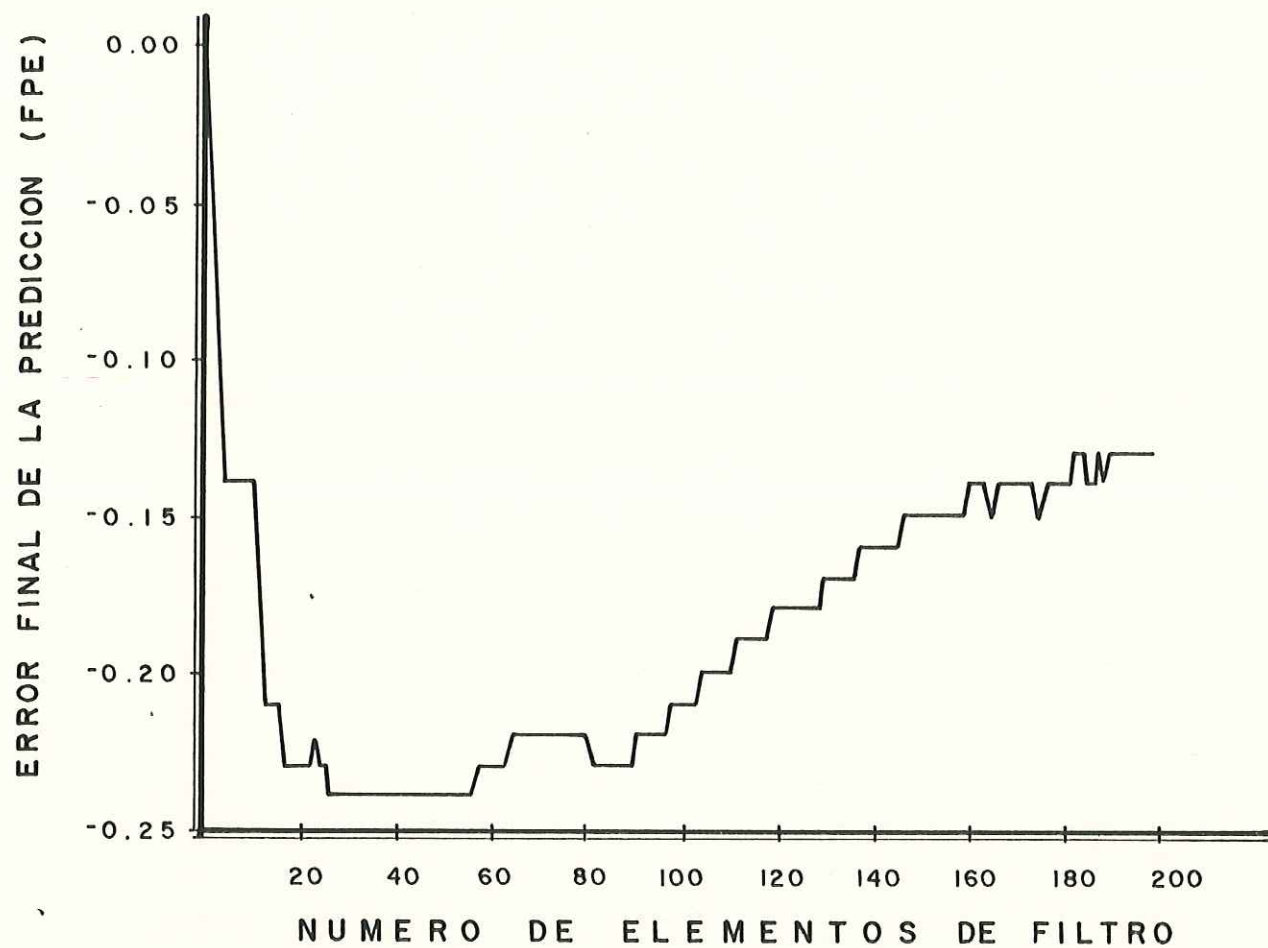


Fig.- 4 OBTENCION DEL NUMERO DE ELEMENTOS DE FILTRO DE ACUERDO AL CRITERIO DE AKAIKE .

III. RESULTADOS

3.1 Aplicación del modelo de Dorrestein (1961)

Tomando la ec. (15), solución de la ec. (12), considerando una bahía rectangular de ancho constante (Fig. 2); introduciendo los valores de los parámetros requeridos para el modelo: longitud de la bahía $L = 15$ km y profundidad media $d_0 = 70$ m, en la boca de la bahía, se obtienen los períodos de resonancia de la bahía. Los valores de longitud y profundidad media en la boca de la bahía se obtienen de la Fig. 2. Para la obtención de la profundidad d_0 se efectúa un promedio pesado de las profundidades en la boca de la bahía.

La Fig. 5 muestra la función de respuesta de la bahía, en la frecuencia, usando los valores de $f = 0.18$ y 0.36 para el parámetro de fricción. En la Tabla No. 1 se dan los períodos de resonancia de la bahía determinados teóricamente con los diferentes valores de fricción.

3.2 Análisis de los datos

Los datos obtenidos a través de la digitalización del registro mareográfico del tsunami fueron filtrados con el fin de extraerles las componentes de baja frecuencia, como la marea, por medio del filtro diferencia:

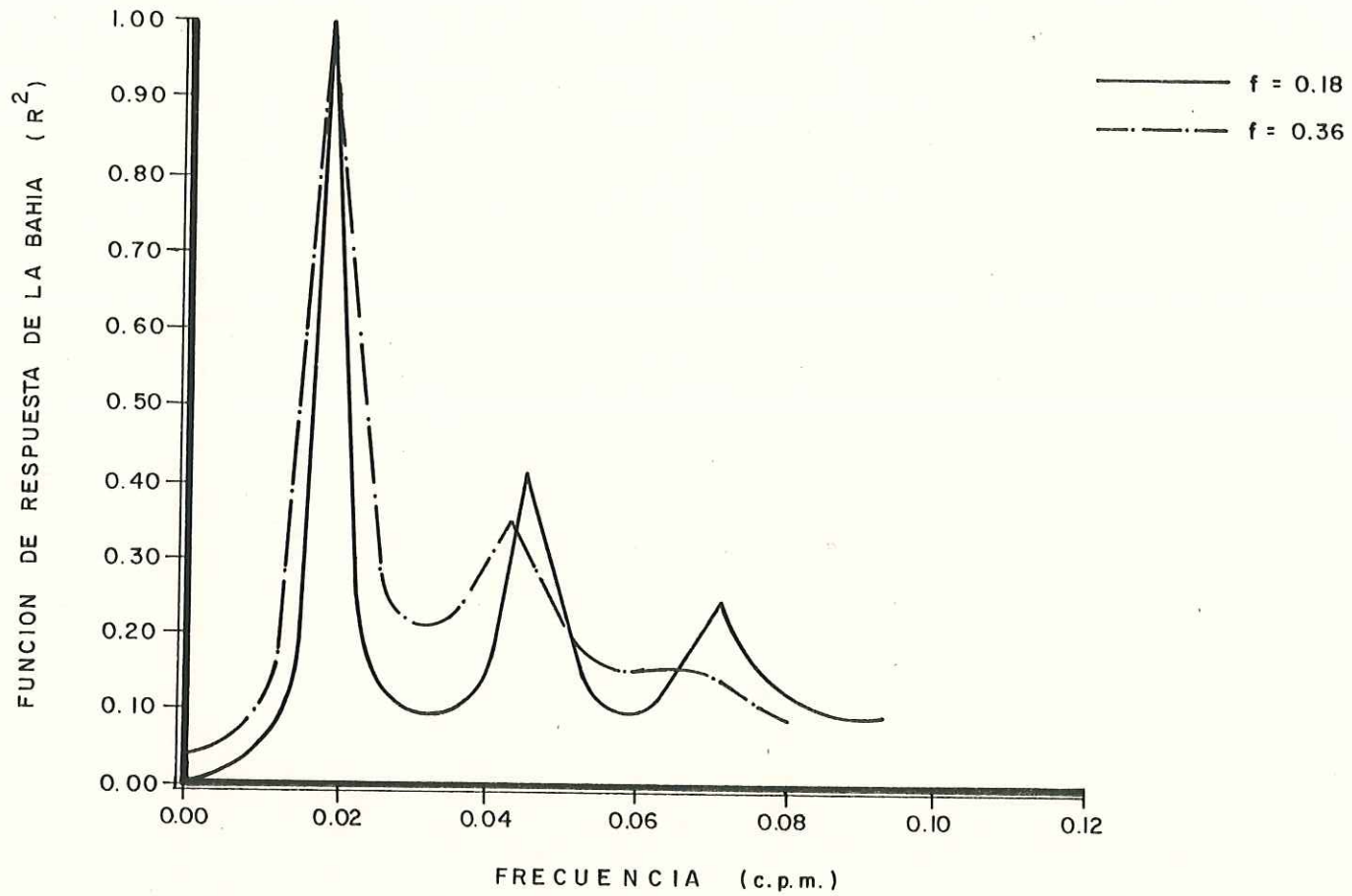


Fig. 5 :- FUNCION DE RESPUESTA DE LA BAHIA EN LA FRECUENCIA CON DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO DE FRICCION.

T A B L A N º 1

PERIODOS ARMONICOS DE RESONANCIA CALCULADOS
A PARTIR DEL MODELO de Dorrestein CON DOS-
DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO DE - -
FRICCION .

PERIODOS ARMONICOS DE RESONANCIA	f = 0.18	f = 0.36
1°	52.35 min.	51.54 min.
2°	21.78 min.	22.88 min.
3°	14.06 min.	15.45 min.

$$z_t = (x_t - x_{t-1}) \quad (33)$$

cuyo módulo al cuadrado es proporcional al $\text{Sen}^2 \pi f$. Este filtro atenúa las bajas frecuencias ya que no se presentan en la salida del filtro. Después del filtrado se calculó el espectro de energía de la serie de salida del filtro por medio del Método de Máxima Entropía introduciéndose como dato de entrada, también, el número de elementos seleccionado de acuerdo al criterio de Akaike (Fig. 4); que fué de 25 elementos de filtro. El espectro obtenido, que proporciona los períodos de resonancia de la bahía, se muestra en la Fig. 6 y en la Tabla No. 2 se enlistan los períodos observados y los teóricos.

El espectro (Fig. 6) presenta dos picos (ver notación) aunque teóricamente aparecen tres picos (Fig. 5 con $f = 0.18$) y por esta razón la serie de datos originales se filtra numéricamente, por segunda vez, con un pasa-altos convolucionando los pesos del filtro con la serie. La función de respuesta del filtro se muestra en la Fig. 7. Este filtro hace que los dos picos presentes, anteriormente, se anulen por lo que al calcular el espectro se detecta el tercer pico. Al efectuar el cálculo espectral se utilizan, al igual que en el anterior, 25 elementos de filtro.

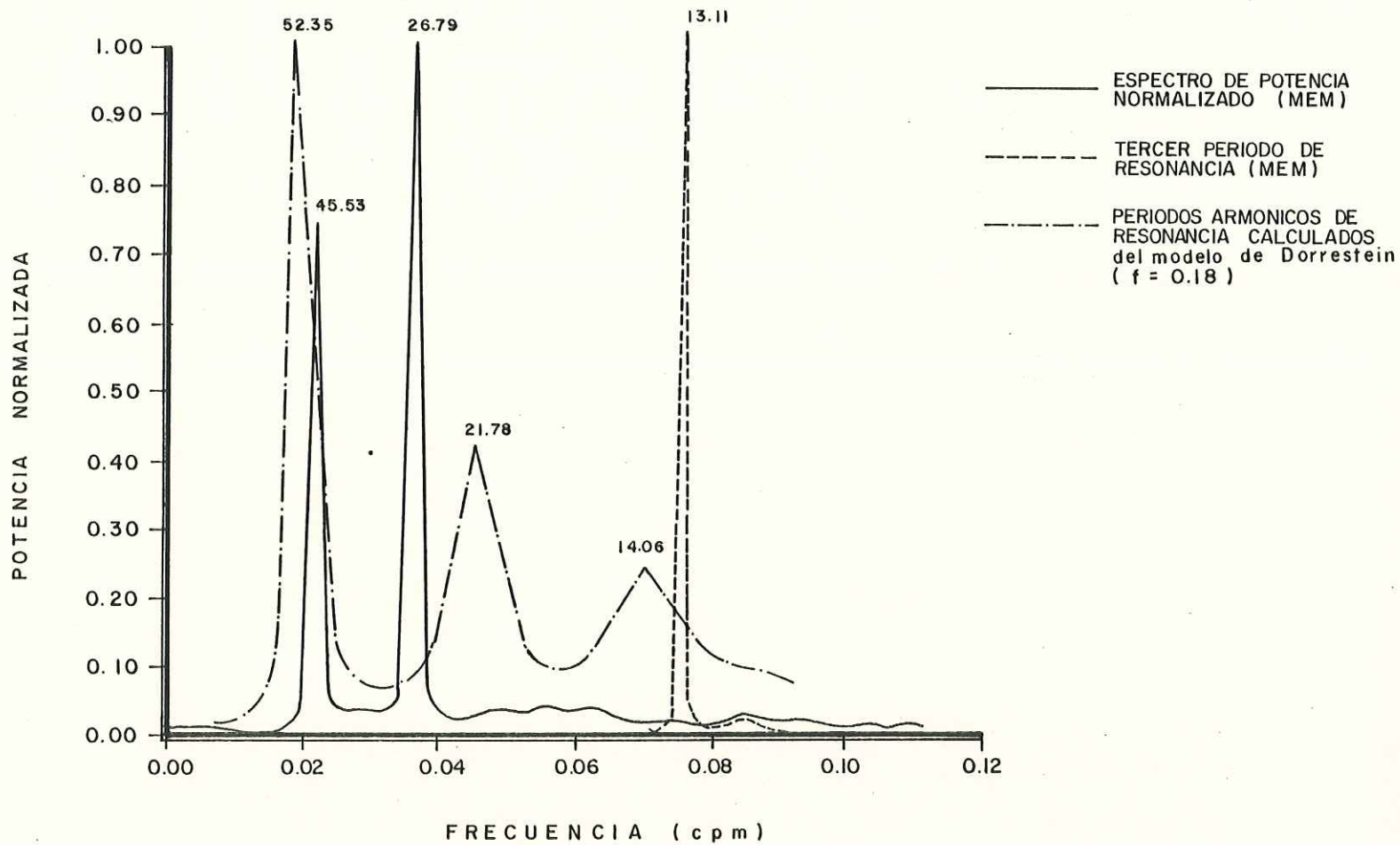


Fig. 6 : COMPARACION ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS DEL REGISTRO MAREOGRAFICO Y LOS CALCULADOS TEORICAMENTE .

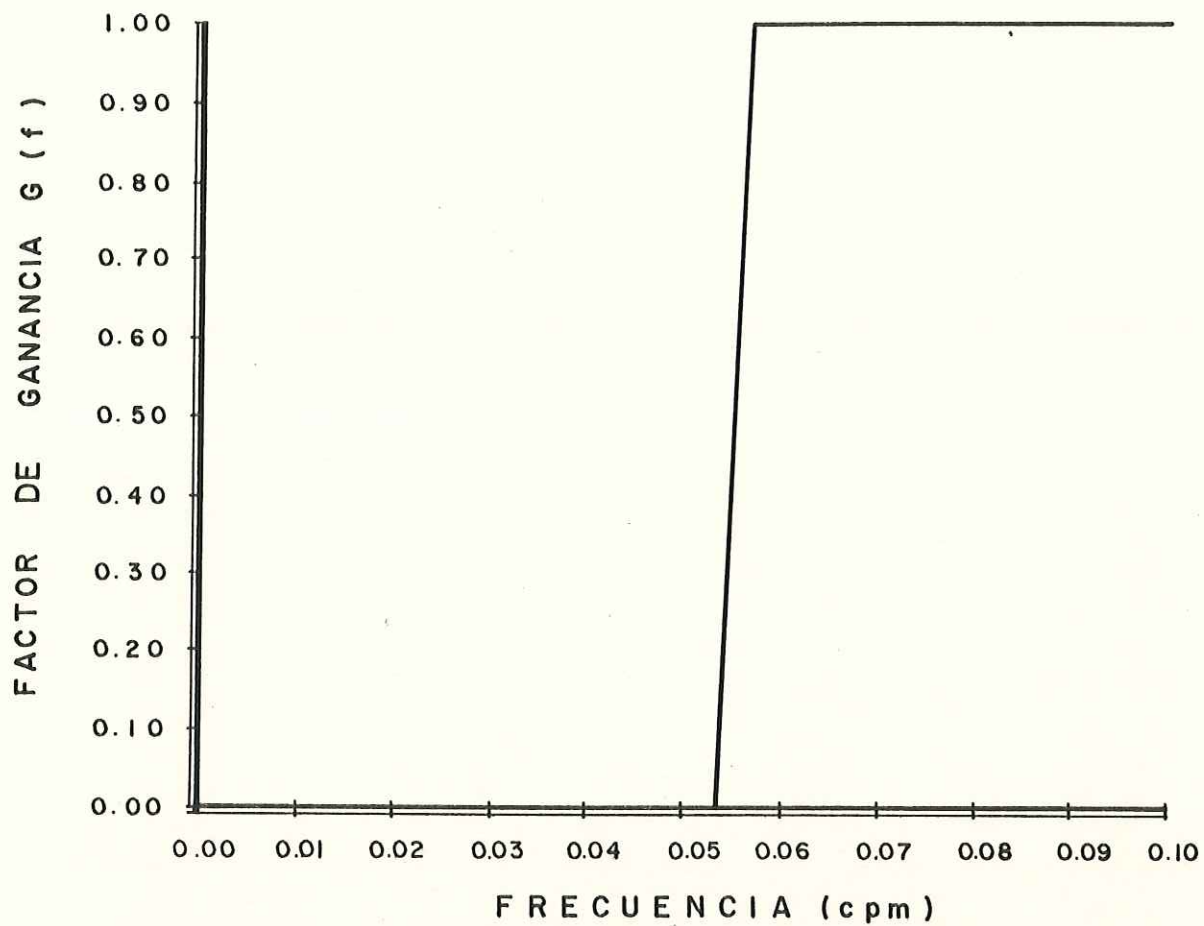


Fig.- 7- FUNCION DE TRANSFERENCIA DEL FILTRO

IV. DISCUSION

Al efectuar una comparación con el efecto del factor de fricción en los períodos de resonancia de la bahía se observa, de acuerdo a la Fig. 5, que al aumentar el valor del parámetro de fricción el primer período experimenta una ligera disminución (ver Tabla No. 1), que el segundo y el tercer período disminuyen en amplitud, tendiendo el tercero a desaparecer. Se nota, en los dos últimos picos, un ensanchamiento y que los períodos de ambos aumentan, en relación a los observados, debido a que se desvían hacia las bajas frecuencias. Se ha escogido un valor del parámetro de fricción $f = 0.18$ porque es con este valor que se obtienen los tres modos de oscilación presentes en los datos observados, que se mencionan enseguida.

En la Fig. 6 se muestran los períodos de oscilación observados en la Bahía de Todos Santos. El primer período teórico muestra una desviación hacia las bajas frecuencias y un aumento en el período (ver Tabla No. 2). El segundo período se mueve a las altas frecuencias disminuyendo, así, en relación al período observado. El tercer período, también se mueve a las bajas frecuencias, del mismo modo que el primero, aumentando el período. Por inspección de la Tabla No. 2 se encuentra que el primero y el tercer período de resonancia teóricos son mayores que los períodos observados.

T A B L A N º 2

PERIODOS ARMONICOS DE RESONANCIA DETERMINADOS DEL REGISTRO MAREOGRAFICO Y DEL MODELO de Dorrestein .

PERIODOS ARMONICOS DE RESONANCIA	PERIODOS OBSERVADOS (MEM)	PERIODOS CALCULADOS (MODELO)
1°	4 5 . 5 3 min.	5 2 . 3 5 min.
2°	2 6 . 7 9 min.	2 1 . 7 8 min.
3°	1 3 . 1 1 min.	1 4 . 0 6 min.

Si no existe algún proceso disipativo las amplitudes -- del nivel del mar aumentan ilimitadamente y por esto es que en el modelo teórico se ha incluido un término de fricción.- Dadas las condiciones del modelo que considera una cuenca de anchura constante, una profundidad promedio en la boca y que las ondas inciden normalmente a la línea de costa, es posible decir que el modelo describe adecuadamente las condiciones resonantes de la bahía ya que nos dá buenos resultados acerca de los modos de oscilación de la bahía.

La comparación de la energía del espectro resultante y del modelo carece de realidad física porque el Método de Máxima Entropía posee características no lineales intrínsecas que impiden realizar una evaluación aceptable de la energía. Es este el inconveniente que surge al requerir resultados con alto poder resolutivo en la frecuencia tratándose de se ries de datos muy cortas y no estacionarias como es el caso del registro de tsunami analizado.

Enseguida se discuten los resultados de los espectros, obtenidos por Sánchez Dévora (1980), para los registros de los tsunamis de 1957, 1960, 1964, 1968 y 1975 registrados en Ensenada, B. C. Al llevar a cabo una comparación del espectro del tsunami de 1960, obtenido en el presente trabajo, con el de Sánchez Dévora se detecta la existencia de los tres picos (Figs. 6 y 9), aunque no aplica ningún criterio -

cuantitativo para determinar el número de elementos de filtro conveniente. Apoya la existencia de sus picos en el espectro FFT (Figs. 8 a 12). Introduce 75 y 100 elementos de filtro para el cálculo del espectro MEM de sus datos y aumenta la resolución pero inestabiliza la estimación. El aumento de la resolución conduce a que aparezcan picos falsos y a que se dificulte decidir cuando se trata de picos reales en el espectro y cuando causados por ruido.

Realizando una comparación del espectro del tsunami de 1960, de este trabajo, con los espectros de los tsunamis de 1957, 1960, 1964, 1968 y 1975, de Sánchez Dévora (1980) se nota la presencia de los primeros dos picos entre las frecuencias de 0.02 y 0.04 cpm, aproximadamente, en los espectros de 1957, 1964 y 1968 (Figs. 8, 10 y 11) pero el tercer pico parece más difícil de observar debido a la presencia de muchos picos que provocan confusión. En el espectro del tsunami de 1975 se observa que no hubo excitación de los primeros dos modos de oscilación (Fig. 6) y que el tercer pico es el que podría hacerse evidente.

En la Tabla No. 3 se muestran los períodos de resonancia obtenidos por Sánchez Dévora comparándose con los de este estudio. Se nota claramente que en el primer modo sus resultados, para cada tsunami, son mejores y son muy apfroxima-

dos a los del modelo (ver Tabla No. 2). El primer período de terminado en este trabajo se haya más alejado de los valores obtenidos por Sánchez Dévora de lo que se encuentra el segundo período. En la tabla no aparecen valores para los primeros picos, para el tsunami de 1975, porque el tsunami no excitó los modos de oscilación aunque aparece el tercer pico - (Fig. 12). Con el fin de lograr una determinación más confiable del tercer pico es necesario efectuar un filtrado que -- anule los primeros dos picos como el llevado a cabo aquí.

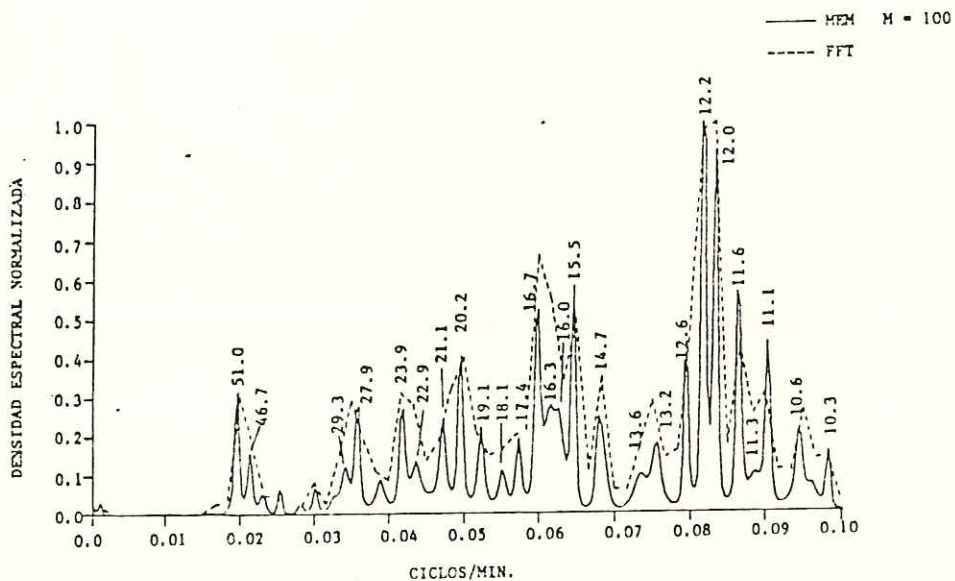


Fig. 8 Espectros de potencia normalizados (MEM y FFT) del tsunami de Marzo 1957 en Ensenada, B. C. (Sánchez Dévora, 1980).

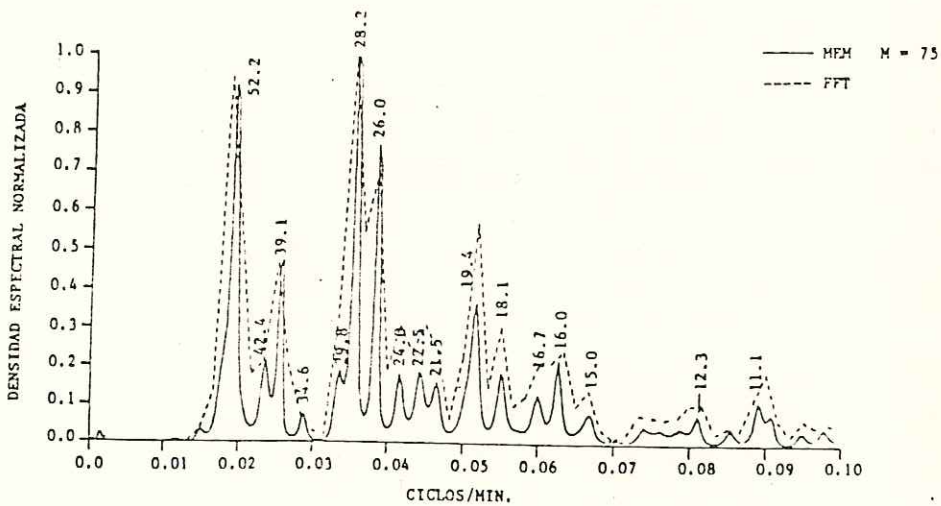


Fig. 9 Espectros de potencia normalizados (MEM y FFT) del tsunami de Mayo 1960 en Ensenada, B. C. (Sánchez Dévora, 1980)

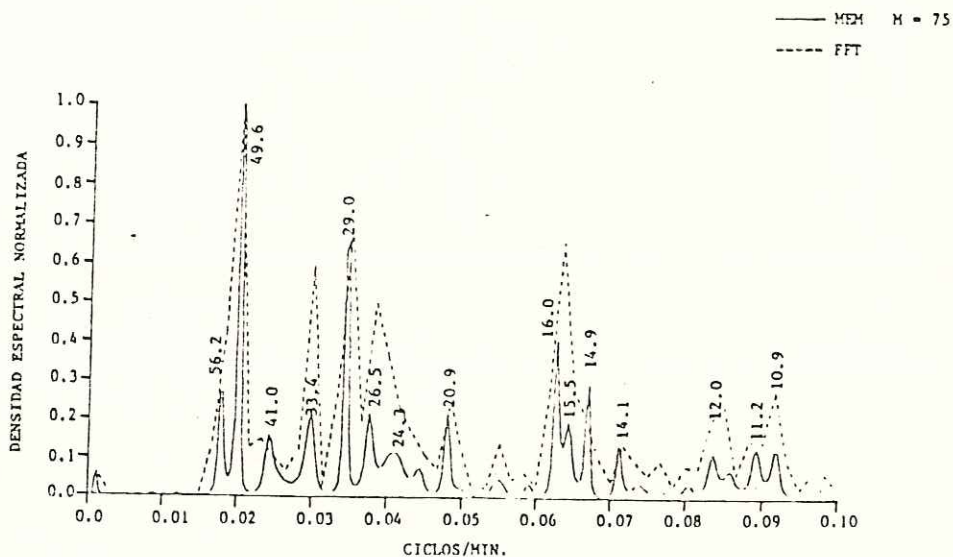


Fig. 10 Espectros de potencia normalizados (MEM y FFT) del tsunami de Marzo de 1964 en Ensenada, B. C. (Sánchez Dévora, 1980)

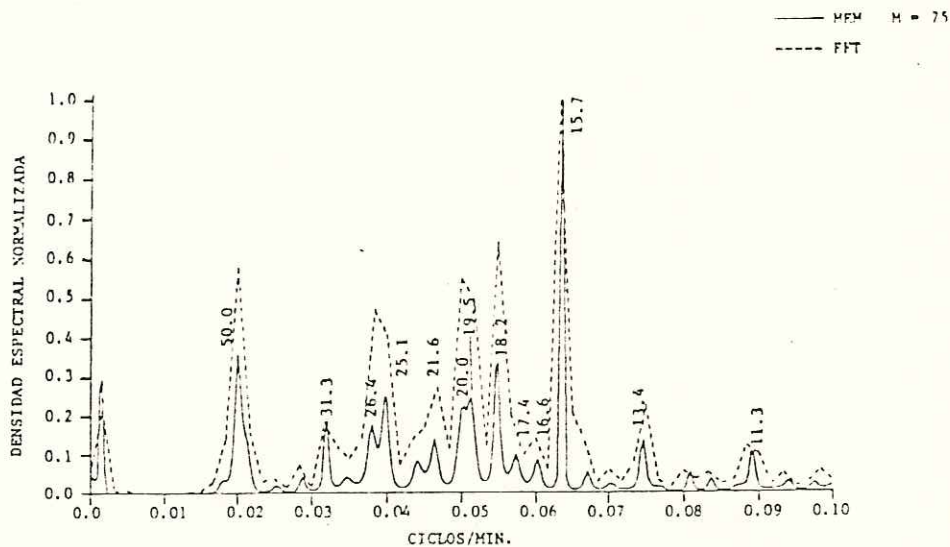


Fig. 11 Espectros de potencia normalizados (MEM y FFT) del tsunami de Mayo de 1968 en Ensenada, B. C. (Sánchez Dévora, 1980).

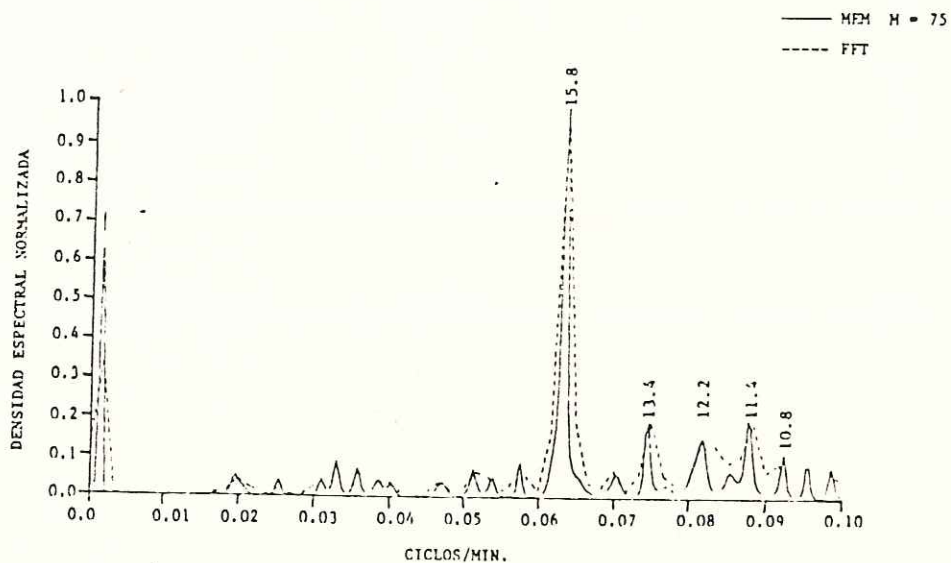


Fig. 12 Espectros de potencia normalizados (MEM y FFT) del tsunami de Noviembre 1975 en Ensenada, B. C. (Sánchez Dévora, 1980).

TABLA # 3

COMPARACION ENTRE LOS PERIODOS DE RESONANCIA OBTENIDOS EN ESTE TRABAJO Y POR SANCHEZ DEVORA (1980).

PERIODOS DE RESONANCIA	1960	1957	1960 1964 1968 1975 (Según Sánchez Devora, 1980)			
			1960	1964	1968	1975
1 °	45.53	51.0	52.2	56.2	50.0	—
2 °	26.79	27.9	26.0	26.5	26.4	—

V. CONCLUSIONES

La Bahía de Todos Santos es una zona expuesta a ondas sísmicas por lo cual es importante tener un conocimiento acerca de su conducta dinámica, y este trabajo es un intento por conseguirlo. Es importante llevar a cabo estudios más completos en este aspecto, para la bahía, ya que esto nos permitiría tomar medidas preventivas con el objeto de evitar problemas causados por oscilaciones resonantes que provocarían daños en el puerto y en la población. Para lograr este objetivo será necesario efectuar una evaluación de los modos de oscilación de la bahía con un modelo que represente de manera más real las características morfológicas de la bahía.

Es importante desarrollar posteriores estudios, similares a éste, que incluyan tsunamis ocurridos en distintas localidades geográficas, dado que la bahía, por tener una configuración geométrica invariable responderá de igual forma a cada uno de ellos; aunque deberá comprobarse.

Para inferir como va a afectar a la bahía un tsunami generado en alguna zona en particular deberán estudiarse sus espectros y si los espectros de diferentes tsunamis, según haya sido el lugar del cual se originó el tsunami, varían puede decirse que la bahía discrimina entre tsunamis aunque-

no necesariamente la distribución espectral de energía de ca
da tsunami.

El modelo analítico aplicado a la bahía es útil, aunque restringido a una cuenca de forma rectangular, porque proporciona información adecuada acerca de los períodos de resonancia de la bahía. En lo referente a la utilidad práctica del Método de Máxima Entropía, para el análisis espectral de series de datos cortas, el método es valioso ya que la perturbación originada por un tsunami en el nivel medio del mar es de corta duración.

VI. BIBLIOGRAFIA

- Akaike, H. (1969a), Fitting autoregressive models for prediction. Ann. Inst. Statisc. Math. 21, 243-247.
- Akaike, H. (1969b), Power spectrum stimation through autoregressive model fitting. Ann. Ints. Statisc. Math. 21, - 407-419.
- Akaike, H. (1970), Statistical predictor identification, - - Ann. Statisc. Math. 22, 203-217.
- Berkman, S. C. and Symons, J. M. (1961), The tsunami of May, 22, 1960 as recorded at tide stations, U. S. Coast and- Geodetic Survey, Washington, D. C.
- Blackman, R. and Tukey, J. (1958), The measurement of power spectra from the point of view of the communications, - Engineer Bell System Technical Journal, 37(185).
- Burg, J. P. (1967), Maximum Entropy spectral analysis, Paper presented at the 37th. Annual Int. SEG Meeting, Oklahoma, Oct. 31, 1967. Preprint - Texas Instrument, Dallas.
- Burg, J. P. (1970), New concepts in power spectra stimation:

Paper presented at 40th Annual International SEG Meeting, New Orleans, Louisiana, November 11, 1970.

Dorrestein, R. (1961), Amplifications of long waves in bays, Eng. Prog. Univ. of Florida, 15(12), December.

Hwang, L. S. and Tuck, E. O. (1970), On the oscillations of harbors of arbitrary shape, J. Fluid Mechanics. 42, 447-464.

Ippen, A. and Goda, Y. (1963), Wave induced oscillations in harbors: The solution for a rectangular harbor connected to the open-sea, M.I.T. Hydrodynamics Lab., Rep. No. 59, July.

Ippen, A. and Raichlen, F. (1962), Wave induced oscillations in harbors: The problem of coupling highly reflective basins, M.I.T. Hydrodynamics Lab., Rep. No. 49, May.

Leendertse, Jan J. (1967), Aspects of a computational model for long period water-wave propagation, Rand Co. Rep. No. RM-5294-PR;

LeMéhauté, B. (1955), Two-dimensional seiche in a basin subjected to incident waves, Proc. Fifth Conf. Coastal Eng. Berkeley, Calif.: The Engineering Foundation Council on

Wave Research, pp. 119-150.

LeMéhauté, B. (1960), Periodical gravity wave on a discontinuity, J. Hydraulics Div., ASCE, Nov., pp. 11-41.

LeMéhauté, B. (1961), Theory of wave agitation in a harbor, J. Hydraulics Div., ASCE, March, pp. 31-50.

Miles, J. and Munk, W. (1961), Harbor paradox, J. of Waterways and Harbor Div., ASCE, Nov. pp. 111-130.

Olsen, K. H., Stewart, J. N., McNeil, J. E. and Vitousek, M. M. J., (1972), Long-period water-wave measurements for the Milrow and Cannikin nuclear explosion, Bull. Seism. Soc. Amer. 61(1559).

Raichlen, E. and Ippen, A. (1965), Wave induced oscillations in harbors, J. Hydr. Div., ASCE, March.

Sánchez Dévora, A. (1980), Tsunamis en la Costa Occidental de México, Tesis de Maestría, CICESE, 199 pp.

Shannon, C. (1948), A mathematical theory of communications, Bell System Tech. J., 27, 379-423.

Ulrych, T. J. (1972), Maximum Entropy power spectrum of truncated

cated sinusoids, J. Geophys. Res. 77, 1396-1400.

Ulrych, T. and Bishop, T. (1975), Maximum Entropy spectral - analysis and autoregressive decomposition, Rev. Geophysics and Space Physics, 13, 183-200.