

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E INGENIERÍA**



**MEDICIÓN DE CAMBIO DE FRECUENCIA POR  
COINCIDENCIA DE PULSOS**

**TESIS**

que para cubrir parcialmente los  
requisitos para obtener el grado de  
DOCTOR EN CIENCIAS presenta:

**DANIEL AVALOS GONZÁLEZ**

Director de tesis  
**DR. DANIEL HERNÁNDEZ**  
**BALBUENA**

Codirector de tesis  
**DR. OLEG SERGIYENKO**

MEXICALI, BAJA CALIFORNIA, DICIEMBRE, 2019



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA, MEXICALI**  
**Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingeniería**

**ACTA DE REVISIÓN DE TESIS**

TESIS DE GRADO

**MÉTODO TEÓRICO DE MEDICIÓN DE CAMBIO DE  
FRECUENCIA POR COINCIDENCIA DE PULSOS**

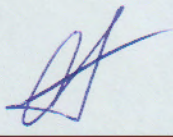
PRESENTADA POR

**DANIEL AVALOS GONZÁLEZ**

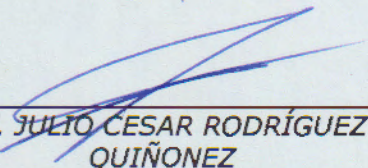
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

  
\_\_\_\_\_  
DR. DANIEL HÉRNANDEZ BALBUENA

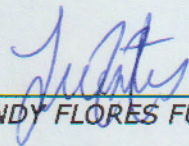
Director del Comité

  
\_\_\_\_\_  
DR. OLEG SERGIYENKO

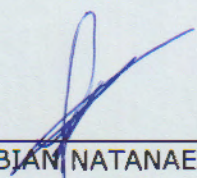
Codirector del Comité

  
\_\_\_\_\_  
DR. JULIO CESAR RODRÍGUEZ  
QUIÑONEZ

Miembro del Comité

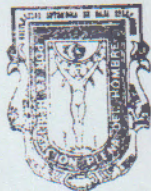
  
\_\_\_\_\_  
DRA. WENDY FLORES FUENTES

Miembro del Comité

  
\_\_\_\_\_  
DR. FABIAN NATANAEL MURRIETA  
RICO

Miembro del Comité

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE BAJA CALIFORNIA



FACULTAD DE  
INGENIERÍA

  
\_\_\_\_\_  
DR. GUILLERMO GALAVIZ YÁÑEZ

Coordinador de Investigación y  
Posgrado  
Facultad de Ingeniería

31 de Octubre de 2019

**RESUMEN de la tesis Daniel Avalos González, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de DOCTOR EN CIENCIAS, EN EL ÁREA DE ELÉCTRICA. Mexicali, Baja California, México. 2019.**

**MÉTODO TEÓRICO DE MEDICIÓN DE CAMBIO DE FRECUENCIA  
POR COINCIDENCIA DE PULSOS**

**Resumen aprobado por:**

---

**Dr. Daniel Hernández Balbuena**  
**Director de Tesis**

---

**Dr. Oleg Sergiyenko**  
**Codirector de Tesis**

- Se presenta un método de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos para tiempos de medición restringidos, basado en un criterio geométrico original y sus respectivas restricciones.
- Se presenta un método de detección de cambio de frecuencia basado en el criterio geométrico anterior.
- Se muestra la forma en que influye el ancho de pulso de las señales involucradas en el método de coincidencia de pulsos y se proponen valores estándar para los criterios presentados.
- Se muestra el efecto que tiene la fase de las señales al momento de iniciar la medición de frecuencia, así como situaciones de riesgo a evitar.
- Se muestra la forma en que influye el máximo común divisor de la representación entera de los periodos de la señal de referencia y la señal de prueba; a través de la teoría de números y el algoritmo de Euclides.
- Se presentan tres ecuaciones que indican la cantidad de pulsos que se espera dentro del tiempo de medición.

**Abstract of the thesis of Daniel Avalos González, as partial requirement for obtaining the degree of DOCTOR IN SCIENCES, ELECTRICAL AREA. Mexicali, Baja California, México. 2019.**

**THEORIC METHOD OF FREQUENCY SHIFT MEASUREMENT BY PULSE COINCIDENCE**

**Summary approved by:**

---

**Dr. Daniel Hernández Balbuena**  
**Thesis Director**

---

**Dr. Oleg Sergiyenko**  
**Thesis Co director**

- A method for fast frequency measurement by pulse coincidence principle based on a geometric point of view is presented; as well as its restrictions.
- A frequency shift detection method based on the previous geometric principle is presented.
- The influence of the pulse width of the signals is shown, and standard values are presented.
- Hazard situations to avoid due to the initial phase are presented.
- The influence of the greatest common divisor of the integer representation of the periods of the signals, based in the number theory and the Euclides' algorithm is shown.
- Three equations describing the quantity of pulses in the measurement time are shown.

## **DEDICATORIA**

A la familia que formé, mi esposa Jessica Yanira Guzmán Ponce; por su afecto y apoyo. A mis hijos Eimy Vianney y Eren Daniel, quienes me motivan a seguir adelante.

A la familia de donde vengo, mis padres, mis hermanos y mis abuelos. Principales autores de mi formación personal.

A mis amigos.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi Director de tesis Dr. Daniel Hernández Balbuena y mi Codirector de tesis Dr. Oleg Sergiyenko. Por su infinita paciencia y comprensión hacia mi persona en esta etapa de mi desarrollo académico. Agradezco su valioso tiempo y conocimientos compartidos.

A los miembros de mi comité, Dr. Julio Cesar Rodríguez Quiñonez, Dra. Wendy Flores Fuentes y Dr. Fabian Natanael Murrieta Rico. Por sus valiosas contribuciones a la mejora de este trabajo.

A la Universidad Autónoma de Baja California, por facilitar sus instalaciones y el equipo necesario para realizar este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. Por facilitar los recursos que me permitieron desarrollar este trabajo.

# ÍNDICE

	<b>Pag.</b>
Objetivos	15
Hipótesis	16
Capitulo 1. Instrumentos de medición	17
1.1 Introducción	17
1.2 Sensores de salida en frecuencia y sensores de salida en voltaje	19
1.3 Sensores de salida en frecuencia y sus aplicaciones	21
1.4 Sensores con dominio en frecuencia en sistemas de navegación inercial	25
1.5 Tiempo y frecuencia	31
1.6 Estándares de frecuencia	34
1.7 Conclusiones del capítulo	38
Capitulo 2. Métodos de medición	39
2.1 Conteo convencional	40
2.2 Conteo recíproco	41
2.3 Contador recíproco por interpolación	43
2.4 Estampado continuo de tiempo	44
2.5 Método de Vernier para mediciones de intervalos cortos de tiempo	44
2.6 Método de coincidencia de pulsos	45
2.7 Otros métodos publicados	50
2.8 Método de Varianza de Allan	50
2.9 Conclusiones del capítulo	51
Capitulo 3. Criterio de fin de medición propuesto para el método de coincidencia de pulsos	52
3.1 Propuesta teórica para medición de frecuencia por el método de coincidencia de pulsos	52
3.2 Efecto del ancho de pulso de las señales $S_x$ y $S_o$	54
3.3 Cantidad de coincidencias en una medición	55
3.4 Simetría en la señal de coincidencias	57
3.5 Condiciones para que no exista coincidencia	58

	<b>Pag.</b>
3.6 Relación entre el método de coincidencia de pulsos y el algoritmo de Euclides	59
3.7 Criterio de fin de medición propuesto	62
3.8 Experimentos computacionales aplicando el criterio de fin de medición de frecuencia propuesto	64
3.9 Conclusiones del capítulo	72
Capítulo 4. Criterio de detección de cambio de frecuencia para el método de coincidencia de pulsos	73
4.1 Información entre coincidencias	73
4.2 Criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto	75
4.3 Experimentos computacionales aplicando el criterio de detección de cambio de frecuencia	79
4.4 Prototipo para el conteo de pulsos basado en el método de coincidencia de pulsos	85
4.5 Conclusiones del capítulo	88
Capítulo 5. Resultados de los criterios propuestos	89
5.1 Experimentos de conteo manual de pulsos	89
5.2 Experimentos con circuito experimental de conteo de pulsos	104
5.3 Conclusiones del capítulo	109
Conclusiones	110
Trabajos futuros	115
Referencias	116
Anexos	123

## ÍNDICE DE FIGURAS

	<b>Pag.</b>
Figura 1.1. Modelo básico de un instrumento.	18
Figura 1.1. Sistema de control por retroalimentación.	19
Figura 1.2. Sensor de temperatura CBE 3F.	22
Figura 1.3. Sensor de presión del fabricante Seamap.	22
Figura 1.5. Sensor de presión D8M-R1.	23
Figura 1.6. Relación Frecuencia de salida contra iluminación del sensor S9705.	23
Figura 1.7. Sensor de la intensidad de luz S9705.	24
Figura 1.8. Sensor de nivel ultrasónico EchoPod DX10.	25
Figura 1.9. Sensor de nivel de combustible DUT-E.	26
Figura 1.10. Acelerómetro básico.	26
Figura 1.11. Acelerómetro pendular.	27
Figura 1.12. Acelerómetro tipo MEMS.	27
Figura 1.13. Imagen por microscopio electrónico de escaneo de un acelerómetro con dos resonadores (A y B).	28
Figura 1.14. Acelerómetro de cuarzo.	29
Figura 1.15. Giroscopio de masa giratoria básico.	29
Figura 1.16. Efecto Sagnac.	30
Figura 1.17. Giroscopio de resonancia.	31
Figura 1.18. Cristales de cuarzo usados en circuitos eléctricos.	33
Figura 1.19. Oscilador de rubidio.	34
Figura 1.20. Oscilador de cesio.	35
Figura 1.21. Máser de hidrogeno.	36
Figura 1.22. Circuito básico de un oscilador de cuarzo.	37
Figura 1.23. Relación entre incertidumbre y estabilidad de frecuencia.	37
Figura 2.1. Definición de frecuencia media.	40
Figura 2.2. Resolución de un contador convencional, adecuada solo para altas frecuencias.	41
Figura 2.3. Diagrama a bloques de un sistema por conteo reciproca.	42

Figura 2.4. La resolución relativa es independiente de la frecuencia de entrada en un contador recíproco de frecuencia.	42
Figura 2.5. Diagrama a bloques para un contador recíproco de frecuencia por interpolación.	43
Figura 2.6. Principio básico de un interpolador análogo para conversión tiempo a voltaje.	44
Figura 2.7. Diagrama funcional del método de Vernier.	45
Figura 2.8. Representación gráfica del método de coincidencia de pulsos para medición de frecuencia.	46
Figura 2.9. Discriminadores de coincidencias.	47
Figura 2.10. Acelerómetros RBA-500.	48
Figura 2.11. Diagrama a bloques de circuito medidor de frecuencia.	47
Figura 2.12. Relación del ancho de pulso con $T_x$ y $T_o$ .	49
Figura 3.1. Representación gráfica del método de coincidencia de pulsos.	53
Figura 3.2. Simulación del método de coincidencia de pulsos con $\varphi = 2 \times 10^{-6}$ segundos.	54
Figura 3.3. Cantidad de coincidencias que existirán en una medición en términos del $MCD(TO, TX)$ .	56
Figura 3.4. Simulación donde $\tau < MCD(TO, TX)$ .	57
Figura 3.5. Situación con $\tau < MCD(TO, TX)$ .	58
Figura 3.6. Simulación donde $\tau > MCD(TO, TX)$ .	59
Figura 3.7. Simulación donde $\varphi$ no afecta la existencia de coincidencias.	60
Figura 3.8. Simulación donde $\varphi$ afecta la existencia de coincidencias.	61
Figura 3.9. Ejemplo de comportamiento de los convergentes $\frac{P_k}{Q_k}$ alrededor de $\frac{T_x}{T_o}$ .	61
Figura 3.10. Simulación con $MCD(TO, TX)$ par.	62
Figura 3.11. Representación gráfica del criterio de fin de medición propuesto.	64
Figura 3.12. Ejemplo 1 de aplicación del criterio de fin de medición de frecuencia propuesto.	65
Figura 3.13. Ejemplo 2 de aplicación del criterio de fin de medición de frecuencia propuesto.	67

Figura 3.14. Ejemplo 3 de aplicación del criterio de fin de medición de frecuencia propuesto.	69
Figura 3.15. Ejemplo 4 de aplicación del criterio de fin de medición de frecuencia propuesto.	70
Figura 3.16. Ejemplo 5 de aplicación del criterio de fin de medición de frecuencia propuesto.	72
Figura 4.1. Cambio de frecuencia en el método de coincidencia de pulsos.	73
Figura 4.2. Cambio de frecuencia con señales generadas en el método de coincidencia de pulsos.	74
Figura 4.3. Cambios tipo a y tipo c en la señal de coincidencias.	76
Figura 4.4. Cambios tipo a y tipo b en la señal de coincidencias.	77
Figura 4.5. Diagrama de flujo básico, aplicando los criterios de fin de medición de frecuencia y detección de cambio de frecuencia propuestos.	78
Figura 4.6. Ejemplo 1 de aplicación del criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto.	81
Figura 4.7. Ejemplo 2 de aplicación del criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto.	83
Figura 4.8. Ejemplo 3 de aplicación del criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto.	84
Figura 4.9. Ejemplo 4 de aplicación del criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto.	85
Figura 4.10. Diagrama a bloques del prototipo de medición de frecuencia.	87
Figura 4.11. Circuito prototipo para conteo de pulsos basado en el método de coincidencia de pulsos.	88
Figura 5.4. Experimento de coincidencia de pulsos con $T_o=17ms$ , $T_x=27ms$ , $\tau=1ms$ , $\phi=0ms$ .	89
Figura 5.5. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con $T_o=17ms$ , $T_x=27ms$ , $\tau=1ms$ , $\phi=0ms$ .	90
Figura 5.6. Experimento de coincidencia de pulsos con $T_o=17ms$ , $T_x=27ms$ , $\tau=2ms$ , $\phi=0ms$ .	91

Figura 5.7. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con $T_o=17\text{ms}$ , $T_x=27\text{ms}$ , $\tau=2\text{ms}$ . $\varphi=0\text{ms}$ .	92
Figura 5.8. Experimento de coincidencia de pulsos con $T_o=17\text{ms}$ , $T_x=27\text{ms}$ , $\tau=6\text{ms}$ $\varphi=0\text{ms}$ .	94
Figura 5.9. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con $T_o=17\text{ms}$ , $T_x=27\text{ms}$ , $\tau=6\text{ms}$ . $\varphi=0\text{ms}$ .	95
Figura 5.10. Experimento de coincidencia de pulsos con $T_o=17\text{ms}$ , $T_x=27\text{ms}$ , $\tau=1\text{ms}$ $\varphi=8\text{ms}$ .	97
Figura 5.11. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con $T_o=17\text{ms}$ , $T_x=27\text{ms}$ , $\tau=1\text{ms}$ . $\varphi=8\text{ms}$ .	98
Figura 5.12. Experimento de coincidencia de pulsos con $T_o=17\text{ms}$ , $T_x=27\text{ms}$ , $\tau=3\text{ms}$ $\varphi=8\text{ms}$ .	99
Figura 5.13. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con $T_o=17\text{ms}$ , $T_x=27\text{ms}$ , $\tau=3\text{ms}$ . $\varphi=8\text{ms}$ .	100
Figura 5.14. Experimento de coincidencia de pulsos con $T_o=17\text{ms}$ , $T_x=27\text{ms}$ , $\tau=6\text{ms}$ $\varphi=8\text{ms}$ .	101
Figura 5.15. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con $T_o=17\text{ms}$ , $T_x=27\text{ms}$ , $\tau=6\text{ms}$ . $\varphi=8\text{ms}$ .	103
Figura 5.16. Circuito experimental de conteo de pulsos en funcionamiento.	104

## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Pag.</b>
Tabla 1.1. Parámetros y señales.	18
Tabla 1.2. Relación de frecuencia contra humedad relativa del sensor HTF 3100.	24
Tabla 3.1. Valores representativos de 20 simulaciones.	55
Tabla 3.2. Ejemplo 1, valores extraídos para aplicación de criterio de fin de medición de frecuencia.	65
Tabla 3.3. Ejemplo 2, valores extraídos para aplicación de criterio de fin de medición de frecuencia.	66
Tabla 3.4. Ejemplo 3, valores extraídos para aplicación de criterio de fin de medición de frecuencia.	68
Tabla 3.5. Ejemplo 4, valores extraídos para aplicación de criterio de fin de medición de frecuencia.	70
Tabla 3.6. Ejemplo 5, valores extraídos para aplicación de criterio de fin de medición de frecuencia.	71
Tabla 4.1. Información extraída de Figura 4.1.	75
Tabla 4.2. Información extraída de Figura 4.3.	76
Tabla 4.3. Información extraída de Figura 4.4.	77
Tabla 4.4. Ejemplo 1, pares $P_i$ , $Q_i$ para aplicación de criterio de detección de cambio de frecuencia.	80
Tabla 4.5. Ejemplo 2, pares $P_i$ , $Q_i$ para aplicación de criterio de detección de cambio de frecuencia.	82
Tabla 4.6. Ejemplo 3, pares $P_i$ , $Q_i$ para aplicación de criterio de detección de cambio de frecuencia.	84
Tabla 4.7. Ejemplo 4, pares $P_i$ , $Q_i$ para aplicación de criterio de detección de cambio de frecuencia.	86
Tabla 5.3. Datos extraídos de Figura 5.1.	90
Tabla 5.4. Datos extraídos de Figura 5.2.	91
Tabla 5.5. Datos extraídos de Figura 5.3.	92
Tabla 5.6. Datos extraídos de Figura 5.4.	93
Tabla 5.7. Datos extraídos de Figura 5.5.	94
Tabla 5.8. Datos extraídos de Figura 5.6.	96

	<b>Pag.</b>
Tabla 5.9. Datos extraídos de la Figura 5.7.	96
Tabla 5.10. Datos extraídos de la Figura 5.8.	98
Tabla 5.11. Datos extraídos de la Figura 5.9.	100
Tabla 5.12. Datos extraídos de la Figura 5.10.	101
Tabla 5.13. Datos extraídos de la Figura 5.11.	102
Tabla 5.14. Datos extraídos de la Figura 5.12.	103
Tabla 5.15. Datos obtenidos con circuito experimental. $T_o=10\mu s$ , $T_x=17\mu s$ y $\tau=4\mu s$ .	105
Tabla 5.16. Datos obtenidos con circuito experimental. $T_o=10000ns$ , $T_x=200ns$ y $\tau=100ns$ .	106
Tabla 5.17. Datos obtenidos con circuito experimental. $T_o=10\mu s$ , $T_x=11\mu s$ y $\tau=4\mu s$ .	107

## OBJETIVO

Desarrollar el método de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos para tiempos de medición restringidos, con el fin de estimar el cambio en frecuencia de señales utilizando el criterio geométrico original ofrecido. Para lograr este objetivo general, se definieron los siguientes **objetivos específicos**:

- a) Investigar la forma en que influye del ancho de pulso de las señales involucradas (señal de referencia y señal de prueba) a través de experimentos computacionales, en el método de medición de frecuencia.
- b) Investigar la forma en que influye la fase inicial de las señales involucradas (señal de referencia y señal de prueba) a través de experimentos computacionales, en el método de medición de frecuencia.
- c) Investigar cómo influyen las señales de referencia y de prueba, en la formación de la señal de coincidencias.
- d) Optimizar el circuito eléctrico del medidor de la frecuencia, para ampliar rangos de pruebas experimentales con el fin de averiguar tiempos de respuesta y funcionamiento robusto del método ofrecido bajo las condiciones externas variables.
- e) Establecer la metodología original para el circuito-medidor cual permite acondicionar las señales de entrada de tal manera que evita ingreso de situaciones no deseadas previamente detectadas.
- f) Realizar una investigación teórica que permita establecer condiciones para aplicar un estimador de medición del método de coincidencia de pulsos modificado, con base en la teoría de números o cualquiera aplicable a número enteros.
- g) Desarrollar una metodología de medición de frecuencia con base al estimador propuesto.
- h) Realizar una investigación teórica que permita establecer condiciones para la detección de cambio de frecuencia por coincidencia de pulsos.
- i) Desarrollar una metodología de medición de cambio de frecuencia por coincidencia de pulsos con base al estimador propuesto.
- j) Comparar los resultados obtenidos en los experimentos computacionales con resultados prácticos.

## HIPÓTESIS

Dado un conjunto de pares de datos  $N_0(i)$  y  $N_x(i)$  con  $i = 1, \dots, k$ , obtenidos para cada  $i$ -ésima coincidencia entre un par de tren de pulso de frecuencia distinta, existe un algoritmo matemático que permite mejorar la precisión de la medición de frecuencia por este método y la detección de su cambio en el tiempo. Tal algoritmo se basa en las fracciones continuadas definidas en la teoría de números u otra aplicable a números enteros.

## CAPITULO 1. INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

### 1.1 Introducción

Al abordar problemas referentes a mediciones, suele ser de utilidad el tener un modelo conceptual del proceso de medición. En términos abstractos, un instrumento (sensor/transductor) es un dispositivo que transforma una variable física de interés en un parámetro (información) almacenable. Para que la medición conserve un significado consistente y claro, es común el emplear un sistema estandarizado de *unidades* mediante el cual, se pueden comparar las mediciones de varios instrumentos [1, Sección I].

La Figura 1 presenta un modelo básico generalizado de un instrumento. El objeto a medir se encuentra a la izquierda de la figura y su parámetro físico de interés está representado con una **X**. Cabe señalar que no es estrictamente necesario medir directamente el parámetro de interés; en su lugar, se puede medir otro parámetro que esté relacionado con el de nuestro interés. El elemento clave en el modelo mostrado en la Figura 1.1 es el sensor, el cual tiene la función de convertir la variable física de entrada en una señal a la salida [1, Sección I].

Las señales tienen la propiedad de poder ser manipuladas por algún sistema, como un circuito eléctrico o mecánico. Debido a esta propiedad, la señal puede ser transmitida a un puerto de salida o a un dispositivo de almacenamiento que se encuentre en un lugar distinto al sensor. En circuitos eléctricos, es común usar el voltaje como señal. En sistemas mecánicos, desplazamientos o fuerzas son las señales comúnmente empleadas. En la Tabla 1.1 se muestran otros ejemplos de tipos de señales [1, Sección I].

La señal de salida proveniente del sensor, puede ser mostrada, almacenada o usada como una señal de entrada para un segundo dispositivo o sistema. En un instrumento básico, la señal es transmitida a una pantalla o dispositivo de almacenamiento donde la medición puede ser leída por alguna persona. La salida observada es la medición **M** [1, Sección I].

Una forma de clasificar los instrumentos de medición, es según la aplicación que se les otorga. En base a esto, se pueden distinguir tres categorías [2, capítulo 1.2]:

1. Monitoreo de procesos y operaciones.
2. Control de procesos y operaciones.
3. Análisis experimental.

Ciertas aplicaciones para los instrumentos de medición se pueden definir como monitoreo. Termómetros, barómetros y anemómetros son usados por el servicio meteorológico. Estos sensores simplemente indican las condiciones del ambiente, y sus lecturas no son usadas

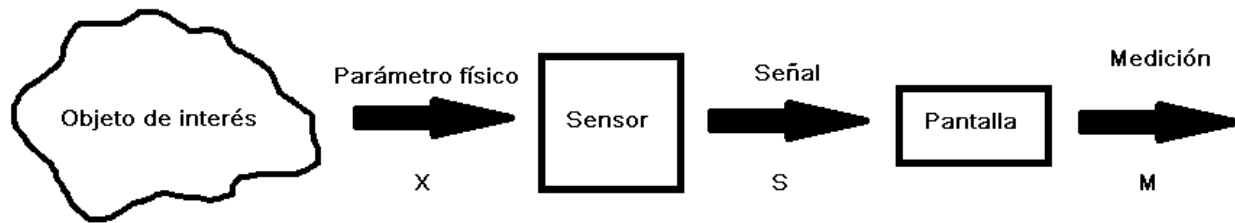


Figura 1.1. Modelo básico de un instrumento.

para efectos de control. De manera similar, los medidores del agua, gas y electricidad en el hogar guardan un registro de cantidades usadas para calcular el costo [2, capítulo 1.2].

La segunda aplicación para los instrumentos de medición, es de suma importancia, ya que es un componente de un sistema automatizado de control. En la Figura 2 se muestra un diagrama a bloques de dicho sistema. Para poder controlar cualquier variable en un esquema del tipo retroalimentación, primero es necesario medir esta variable; por lo tanto, los sistemas de control deben incorporar al menos un instrumento de medición. Ejemplos de estas aplicaciones se pueden encontrar en sistemas de control de misiles y aviones, en los que el sistema de control puede requerir de información proveniente de varios instrumentos de medición; como acelerómetros, altímetros, giroscopios, etcétera [2, capítulo 1.3].

En general, cuando se va a solucionar un problema en ingeniería, existen dos métodos: teórico y experimental. La mayoría de los problemas requiere la aplicación de ambos métodos. El porcentaje de aplicación de cada método depende de la naturaleza del problema. Problemas que radican en las fronteras del conocimiento usualmente requieren de un muy extenso estudio experimental, debido a que la teoría adecuada aún no está

Tabla 1.1. Parámetros y señales.

Parámetros físicos comunes	Señales típicas de uso
Fuerza	Voltaje
Longitud	Desplazamiento
Temperatura	Corriente
Aceleración	Fuerza
Velocidad	Presión
Presión	Luz

disponible. Características destacables del método teórico son: que los resultados que se obtienen suelen ser de uso general; también pueden dar lugar a problemas matemáticos complejos, por lo que será necesario simplificar o asumir algunas situaciones. Por otro lado no se generan retardos, debido a que en este método no se instrumenta para recolectar información. En contraste, el método experimental a menudo ofrece resultados que aplican específicamente al sistema probado. No se asumen situaciones, ya que al realizar pruebas se revela el comportamiento del sistema; por lo que se requiere del sistema en sí, o un modelo a escala del mismo. También se requerirá de tiempo considerable para diseño, construcción y depuración. Finalmente, se requieren mediciones precisas para obtener un panorama real [2, capítulo 1.2].

## 1.2 Sensores de salida en frecuencia y sensores de salida en voltaje

Como se mencionó anteriormente, según la señal que se obtiene a la salida; los sensores y transductores se pueden clasificar en sensores con salida en voltaje, salida en frecuencia, salida en corriente, etc. A pesar de que los sensores con salida en frecuencia (sensores en el dominio de la frecuencia) ya tienen décadas en existencia, en un principio los únicos métodos para medir frecuencia eran analógicos; por lo tanto, los beneficios de este tipo de sensores no se obtenían [3]. Esta situación empezó a cambiar desde el surgimiento de contadores de frecuencia digitales; de los cuales, la primera patente se publicó en 1947 [4].

El pasar de los convencionales sensores analógicos (voltaje y corriente) a sensores en el dominio de la frecuencia/tiempo (frecuencia, periodo, ciclo de trabajo, intervalos de tiempo,

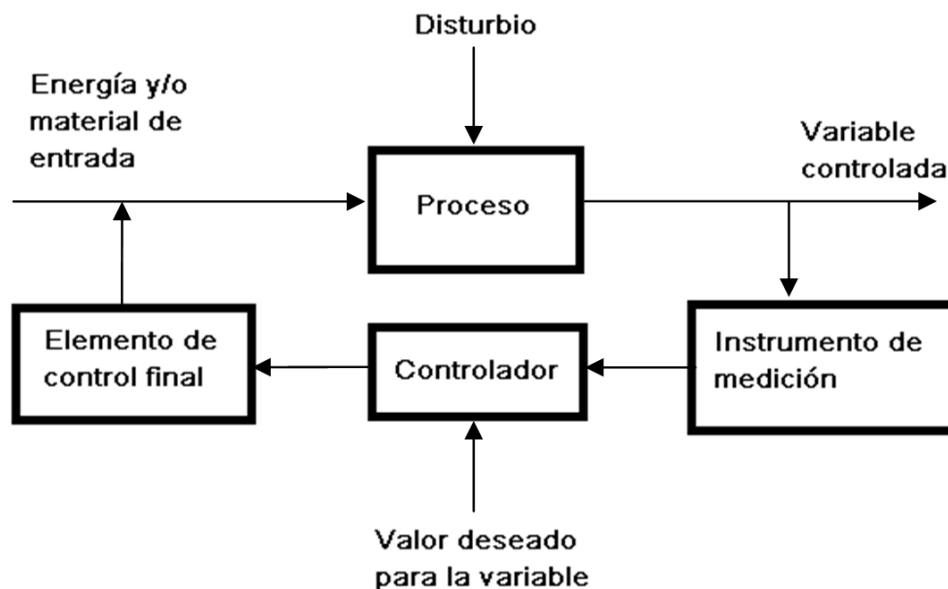


Figura 1.2. Sistema de control por retroalimentación.

cambio de fase, etc.) ofrece beneficios propios de las propiedades de la frecuencia como portadora de información. Los beneficios más significativos se muestran a continuación [4]:

- Alta inmunidad al ruido. Esta propiedad es inherente a la modulación en frecuencia. Una señal en frecuencia puede ser transmitida por líneas de comunicación por distancias mayores que si se tratara de señales análogas o digitales, y solo se requieren de líneas de dos cables. Una señal transmitida en frecuencia tiene equivalencia con una señal digital en serie; lo cual, le otorga las ventajas de los sistemas digitales sin la necesidad de sincronización. Señales en frecuencia son ideales en ambientes donde abunda el ruido eléctrico; mientras que, las señales de voltaje son vulnerables a fuentes de ruido.
- Desde el punto de vista de la potencia, la sección entre un sensor y el subsecuente amplificador es la parte más vulnerable. En esa sección la señal se transmite con un nivel de potencia muy bajo y no se puede compensar la más mínima pérdida de potencia. La estabilidad de la frecuencia generada es determinada por la potencia de oscilación del circuito de retroalimentación, y se puede incrementar diseñando un oscilador con un factor de calidad mayor. Para señales análogas, la salida de bajo nivel de un sensor, debe ser amplificada a un nivel que permita su uso; y después convertido a un parámetro no relacionado con la amplitud, para obtener una señal robusta.
- Si la información se encuentra en la frecuencia, el rango dinámico no se limita al voltaje de suministro ni el ruido eléctrico.
- Una señal de referencia en frecuencia puede ser más estable que una señal de referencia en voltaje; por ejemplo, en un oscilador de cristal.
- Fuerzas electromotrices parasitarias, resistencias transitorias e interferencia de canales de comunicación usados en sensores análogos generan errores. Estos errores se pueden reducir usando señales diferenciales pero a menudo se requieren circuitos complejos. Señales moduladas en frecuencia son insensibles a los factores mencionados. Multiplexores para sensores en frecuencia y transductores son sencillos y no contribuyen con errores significativos.

- Una señal en frecuencia puede ser procesada por micro-controladores sin necesidad de un circuito de interface. Un contador de pulsos es un integrador ideal que puede trabajar por tiempo ilimitado.

Usar la frecuencia como parámetro de salida de un sensor es una alternativa altamente útil en comparación a las convencionales señales análogas; y la disminución en componentes requeridos ofrece una disminución en el costo de estos sistemas [4].

### **1.3 Sensores de salida en frecuencia y sus aplicaciones**

Considerando los beneficios mencionados que tienen a favor los sensores con salida en frecuencia/periodo, estos han ganado popularidad a través de los años; por lo que los fabricantes han incrementado su oferta en diversas aplicaciones [4]. A continuación se muestran diversos sensores con salida en frecuencia y sus aplicaciones.

El fabricante Maxim Integrated ofrece el integrado MAX6577 el cual, en su salida genera una onda cuadrada cuya frecuencia es proporcional a la temperatura ambiente en grados Kelvin. Maneja una precisión de  $\pm 0.08^{\circ}\text{C}$  a  $+25^{\circ}\text{C}$ , no requiere componentes externos. Opera con un voltaje de alimentación de 2.7V a 5.5V, requiere de una corriente de  $140\mu\text{A}$ , el rango de temperaturas de operación es de  $-40^{\circ}\text{C}$  a  $125^{\circ}\text{C}$ . Las aplicaciones que incluyen este integrado son: monitorear la temperatura de baterías, celulares, discos duros, equipo médico, equipo de redes y telecomunicaciones [5].

Sea-Bird Scientific desarrolló el sensor de temperatura CBE 3F (Figura 3), el cual tiene aplicaciones de carácter industrial, para sistemas oceanográficos así como de carácter ambiental. Cuenta con un tiempo de respuesta de aproximadamente 0.07 segundos, precisión inicial de  $0.001^{\circ}\text{C}$  y una estabilidad típica de  $0.002^{\circ}\text{C/año}$ . El rango e temperatura de operación es de  $-5$  a  $+35^{\circ}\text{C}$  y los valores de salida en frecuencia van de 2 a 6 kHz. Su salida tiene forma de onda cuadrada de  $\pm 0.5\text{V}$  [6].

El sensor de temperatura DRP-8540 desarrollado por Omega opera con un voltaje de alimentación de 15 a 26V a 37mA. Tiene una salida en frecuencia de 100Hz a  $-100^{\circ}\text{C}$  y 5100Hz a  $+400^{\circ}\text{C}$ , con una resolución de  $0.1^{\circ}\text{C}$ , precisión de  $0.5^{\circ}\text{C}$  y un tiempo de respuesta típico de 0.1 segundos [7].

DruckIncorporated ofrece el dispositivo RPT 410F, un sensor de presión barométrica. Sus aplicaciones abarcan la industria aeronáutica incluyendo calibradores portátiles, con un voltaje de suministro de 9.5 a 24V, consumo de corriente menor a 8mA y control externo de encendido y apagado. Posee estabilidad de 0.1 mbars, sus rangos de operación van de 600 a 1100 mbars correspondientes a una frecuencia de salida de 600 a 1100 Hz. Este sensor



Figura 1.3. Sensor de temperatura CBE 3F.

tarda un segundo en inicializarse, su tiempo de respuesta es de 300 ms con resolución de 0.01 mbars [8].

Seamap ofrece una familia de transductores de alta presión como el de la Figura 4 con un rango de operación de 15 a 3000 psi, correspondientes a una salida en frecuencia de 6015 a 9000Hz (1Hz/psi) con una precisión menor a  $\pm 1.5$  psi. Su voltaje de operación es de 24V y consumen 30mA. Estos sensores se diseñaron para funcionar de manera confiable en entorno marino. [9].

El fabricante Omron ofrece un sensor de presión de estado sólido, modelo D8M-R1 (Figura 5). Su rango de operación va de 0 a 196.13 Pascales, con un rango de frecuencia de salida de 80 a 300kHz, un voltaje de alimentación de 4.2 a 5.5V y consumo de corriente máximo de 10mA. Sus aplicaciones son: detección de entrada de gas y aire para controles de quemadores en calentadores de agua, hornos y otros dispositivos de gas, así como medidores de uso de gas [10].

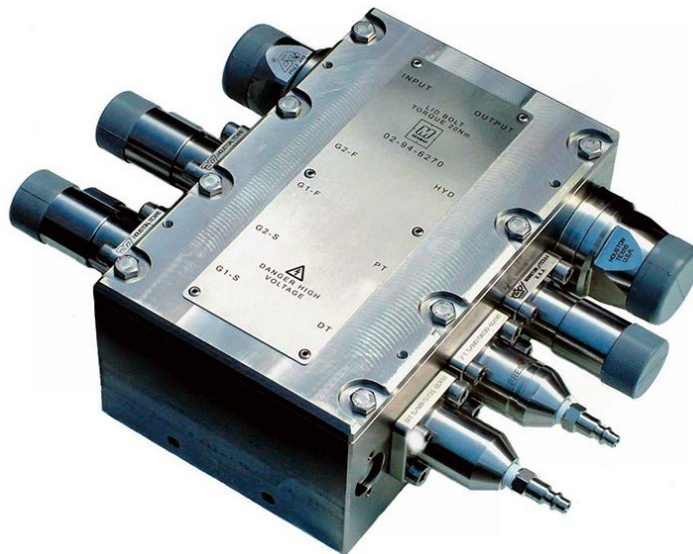


Figura 1.4. Sensor de presión del fabricante Seamap.



Figura 1.5. Sensor de presión D8M-R1.

El S9705 es un circuito integrado que convierte la intensidad de luz en frecuencia desarrollado por Hamamatsu. Su salida consiste en una onda cuadrada con frecuencia directamente proporcional a la intensidad de luz que incide en el fotodiodo que tiene integrado, la relación de frecuencia contra iluminación como lo muestra la Figura 6. Requiere un voltaje de alimentación máximo de 5.5V, consume 3mA máximo, tiempo de respuesta de 0.1 segundos; sus aplicaciones incluyen ajuste de iluminación de fondo para pantallas de cristal liquido. La Figura 7 ilustra este integrado [11].

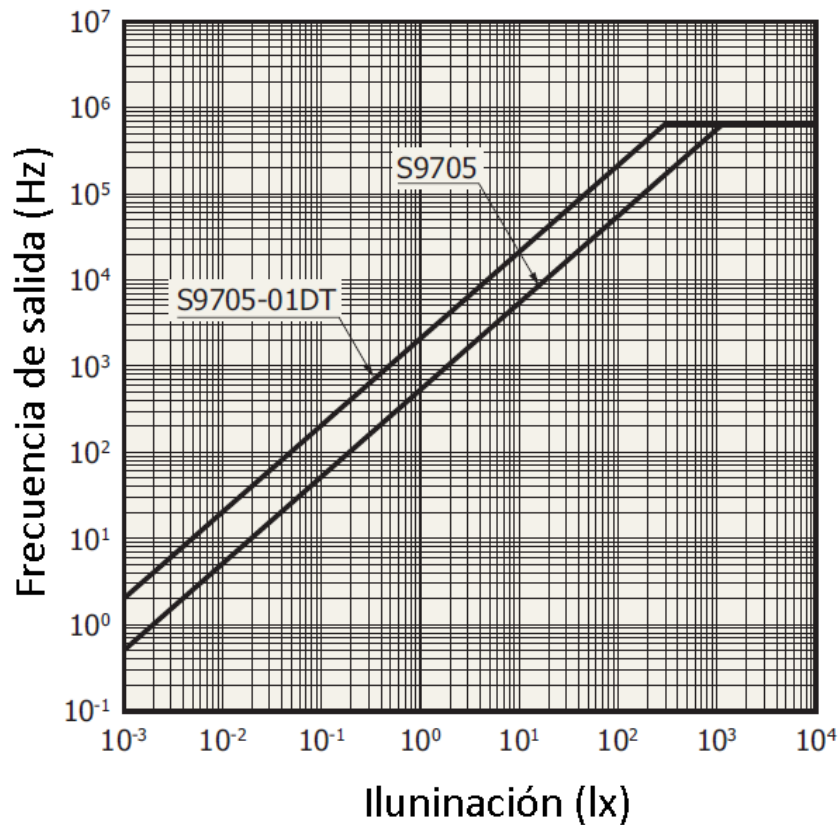


Figura 1.6. Relación Frecuencia de salida contra iluminación del sensor S9705.

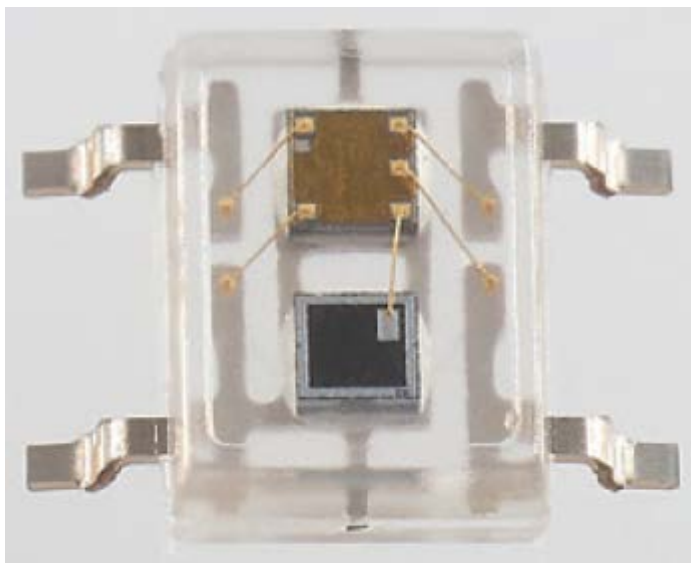


Figura 1.7. Sensor de la intensidad de luz S9705.

Humirel ofrece el sensor de humedad con salida en frecuencia HTF 3100, cuya relación frecuencia contra humedad relativa se ilustra en la Tabla 1.2. Funciona con un voltaje de alimentación de 5 a 16V, consume 0.1 mA máximo y un tiempo de respuesta de 10 segundos [13].

El fabricante Flowline tiene disponible el sensor de nivel ultrasónico EchoPod DX10 de propósito general, el cual realiza mediciones de manera continua hasta una distancia de 1.25 metros, con un rango de frecuencia de salida que van de los 976 a los 2000 Hz. Tiene una precisión de 3mm, resolución de 0.5mm, requiere de una fuente de alimentación de 12 a 24v con un consumo de 0.5W. Este sensor se ilustra en la Figura 8 [12].

El sensor DUT-E de Technoton se diseñó para medir niveles de combustible y otros líquidos no conductivos en vehículos y tanques estacionarios (Figura 9). Las aplicaciones de este sensor incluyen el monitoreo del llenado de tanque de gasolina con la intención de buscar fugas, robo o monitorear consumo de combustible. El rango de frecuencias de salida para este sensor van de los 500 a los 1500 Hz [14].

Tabla 1.2. Relación de frecuencia contra humedad relativa del sensor HTF 3100.

<b>RH (%)</b>	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>	<b>35</b>	<b>40</b>	<b>45</b>	<b>50</b>
<b>Fout (Hz)</b>			7145	7085	7030	6970	6910	6845	6785	6725	6660
<b>RH (%)</b>	<b>55</b>	<b>60</b>	<b>65</b>	<b>70</b>	<b>75</b>	<b>80</b>	<b>85</b>	<b>90</b>	<b>95</b>	<b>100</b>	
<b>Fout (Hz)</b>	6600	6535	6470	6410	6340	6275	6210	6145	6075		



Figura 1.8. Sensor de nivel ultrasónico EchoPod DX10.

#### 1.4 Sensores con dominio en frecuencia en sistemas de navegación inercial

Los sistemas de navegación inercial (INS, por sus siglas en inglés) han tenido progresos durante este último siglo desde dispositivos electromecánicos que guiaban cohetes hasta los dispositivos de estado sólido que se encuentran actualmente en vehículos. La necesidad de tener alta precisión en rangos que incluyen miles de kilómetros usando sistemas de navegación autónoma en los programas de misiles balísticos en la década de los 60's, fueron el principal motivo de este progreso tan significativo [15,16]. Aplicaciones actuales para INS incluyen el sector automovilístico, aeroespacial, militar, drones, etcétera [17-20].

Sensores inerciales abarcan acelerómetros y giroscopios. Un acelerómetro mide a fuerza ejercida a través de un eje, y un giroscopio mide la velocidad angular con respecto a un eje; ambos sin una referencia externa. De manera general, cualquier dispositivo que mida velocidad o aceleración usando una referencia externa, no se considera un sensor inercial. Una unidad de medición inercial (IMU, por sus siglas en inglés) consiste en un conjunto de acelerómetros y giroscopios, típicamente tres de cada uno, para realizar mediciones tridimensionales de aceleración y velocidad angular [21].

Esta sección se enfocará en el principio de funcionamiento básico de los INS, con un enfoque en la tecnología de sistemas micro-electro-mecánicos (MEMS por sus siglas en inglés) debido a sus ventajas en tamaño, peso, costo y aplicaciones tanto militares [22], en vehículos



Figura 1.9. Sensor de nivel de combustible DUT-E.

aéreos no tripulados (UAV, por sus siglas en inglés), en agricultura [23-37], telecomunicaciones, etcétera [38,39].

Existen muchas variantes en lo que se refiere a acelerómetros, pero en su mayoría consisten en un haz pendular o vibrante. Estas tecnologías comparten el mismo principio básico de funcionamiento; un sistema masa-resorte como el de la Figura 10: una masa de prueba aislada cuyo movimiento está limitado a un eje con respecto a la carcasa que lo encierra por medio de resortes que restringen el movimiento en cualquier otro eje. Si se aplica una fuerza a lo largo del eje sensible, la masa de prueba se desplazará con respecto a la carcasa. Ese desplazamiento se puede medir de diferentes maneras y se puede usar como representación de la fuerza de aceleración aplicada a la carcasa [21].

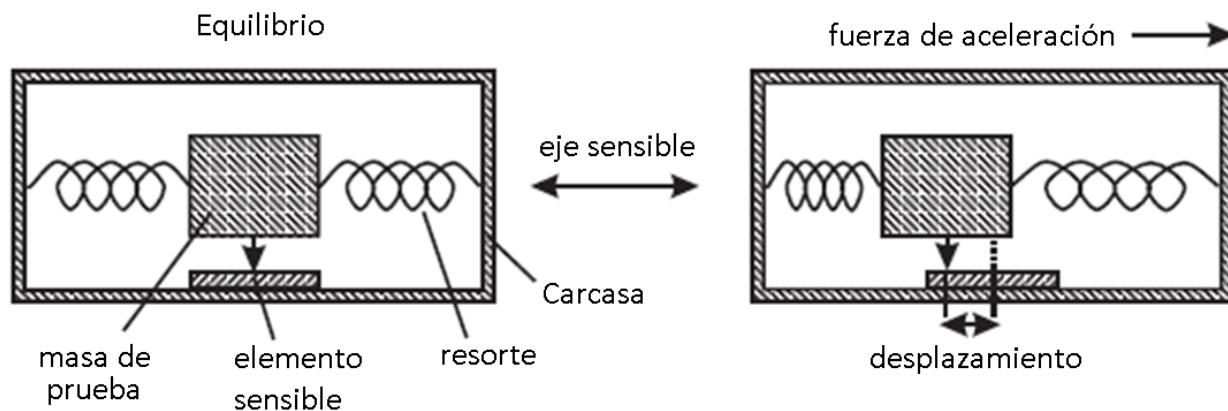


Figura 1.10. Acelerómetro básico.

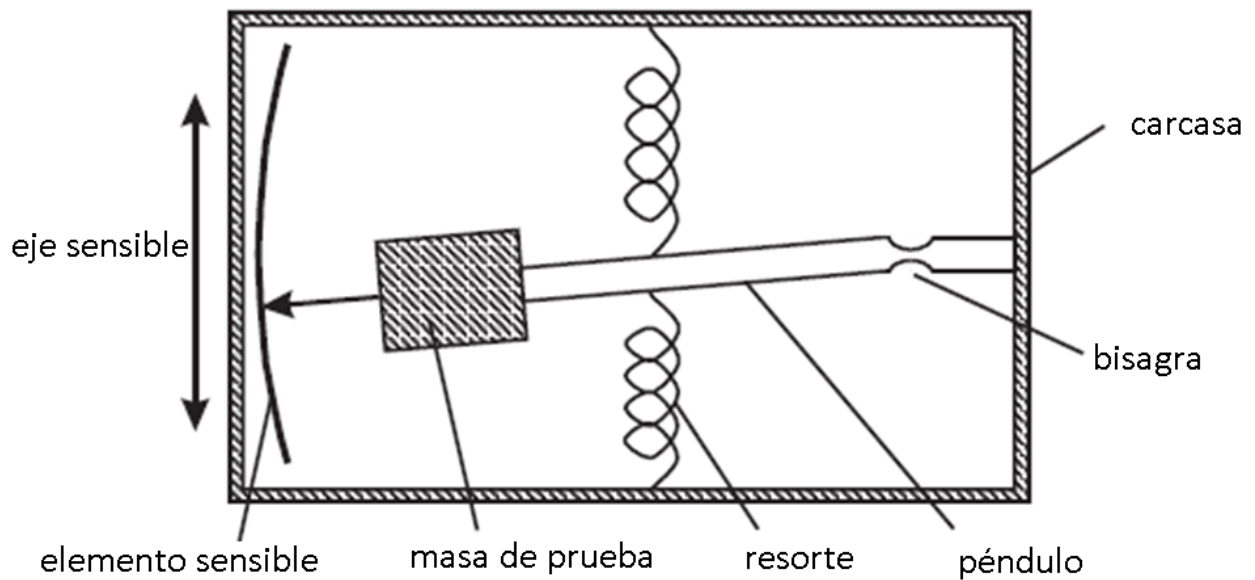


Figura 1.11. Acelerómetro pendular.

Los acelerómetros que usan tecnología MEMS pueden tener cuarzo o silicio como haz vibrante; en los cuales su señal de salida está en el dominio de la frecuencia [40].

La Figura 11 muestra un acelerómetro pendular, el cual consiste en una masa de prueba unida a una carcasa por medio de un péndulo, manteniéndose en una posición fija por

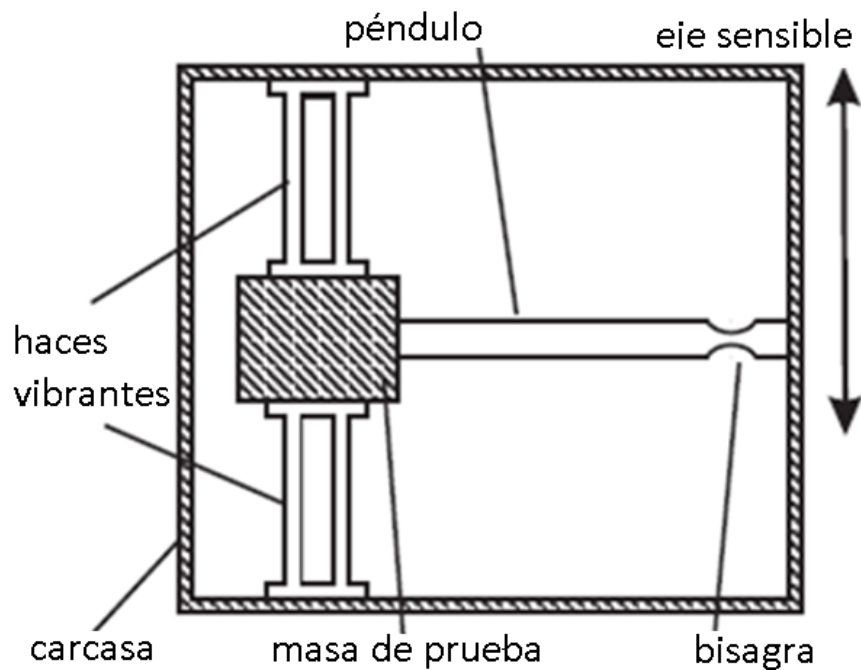


Figura 1.12. Acelerómetro tipo MEMS.

medio de resortes. Una variante del acelerómetro pendular es el acelerómetro de haz vibrante (VBA, por sus siglas en inglés); en lugar de resortes, un conjunto de haces vibrantes soportan a la masa de prueba a través del eje sensible como se muestra en la Figura 12. Los haces cuentan con su frecuencia de resonancia, al aplicar una fuerza a través del eje sensible, provocará que la masa comprima a uno de los haces y estire el otro; el haz que se comprime disminuirá su frecuencia mientras y el haz que está siendo estirado aumentará su frecuencia. La fuerza aplicada se puede determinar midiendo estas frecuencias [21].

Los acelerómetros de resonancia MEMS pueden usar cuarzo o silicio como haz vibrante; en estos casos, la salida se encuentra en el dominio de la frecuencia [40]. En el 2014 se publicó un acelerómetro micro resonante de silicio (Figura 13) con una sensibilidad de 14 Hz/g, una frecuencia de resonancia alrededor de los 2.5 kHz y un voltaje de alimentación de 2.5V [41]. Además, en 2015 se publicó un método para construir un micro-acelerómetro de cuarzo (Figura 14), con una sensibilidad de 9.55 Hz/g y una frecuencia de resonancia de 76.9 kHz [42].

En los últimos años, tres tecnologías lograron avances de grado militar en lo que se refiere a de sensores inerciales del tipo giroscopios. Estas tecnologías son: anillo láser, fibra óptica y MEMS [40]. Anteriormente la definición de giroscopio se limitaba a aquellos dispositivos

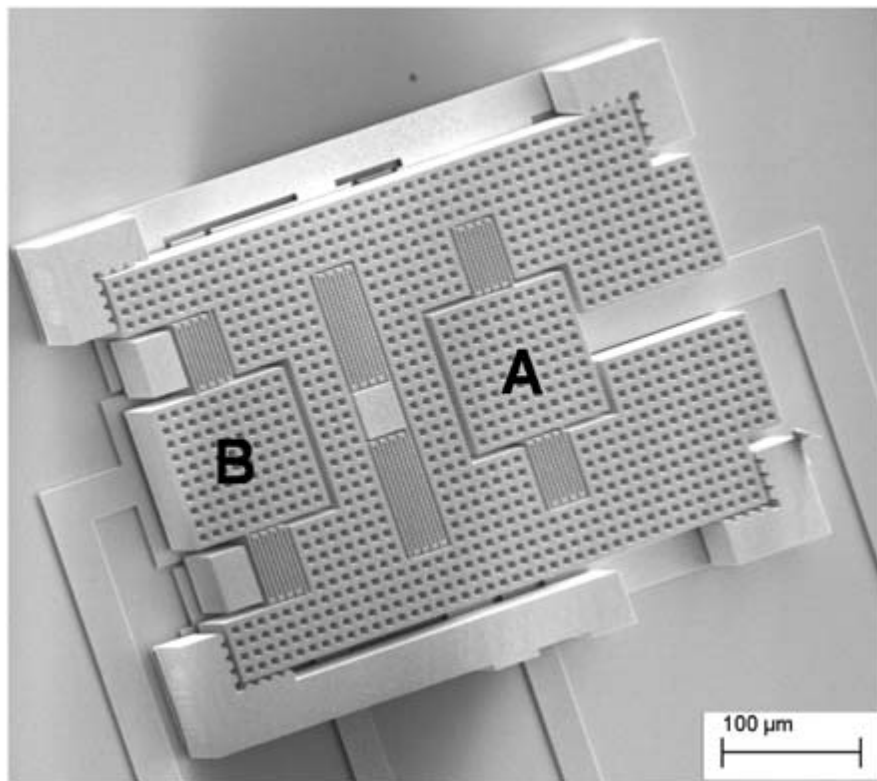


Figura 1.13. Imagen por microscopio electrónico de escaneo de un acelerómetro con dos resonadores (A y B).

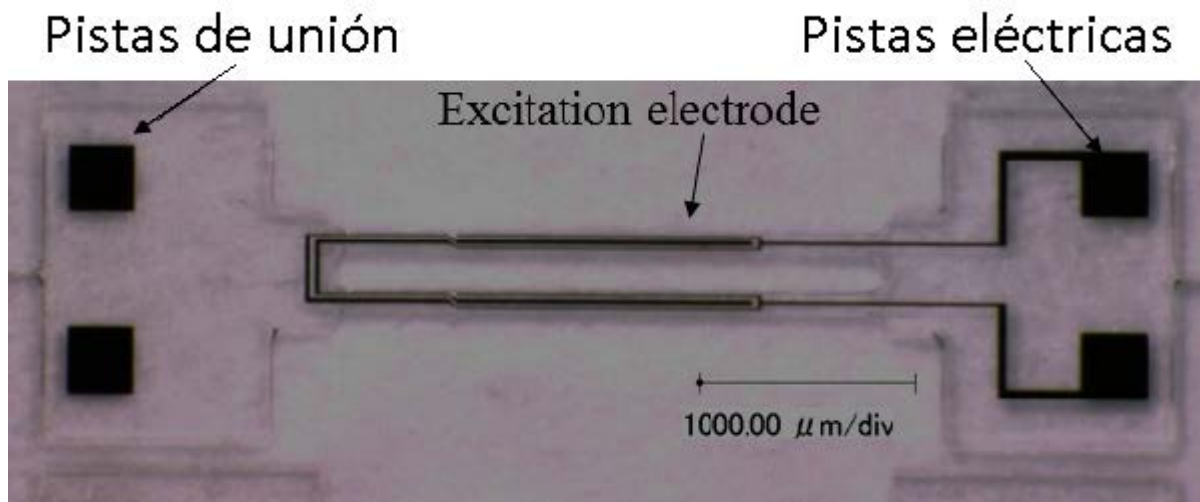


Figura 1.14. Acelerómetro de cuarzo.

que cuentan con una masa giratoria; en la actualidad incluye a todo sensor de velocidad angular, siempre que no requiera una referencia externa [21].

Un giroscopio de masa giratoria (como su nombre lo sugiere) tiene una masa que se encuentra girando con respecto a un eje cuya referencia en una carcasa; el giro constante mantiene a la masa en una posición determinada. Si se aplica una fuerza de torque al eje ortogonal al cual se encuentra girando la masa, se generará un momento angular en el eje ortogonal a los dos primeros ejes (de giro y de torque); un elemento sensible detectará ese momento, y un conjunto de resortes regresará a la masa giratoria a su posición original cuando el torque deje de aplicarse. La Figura 15 ilustra un giroscopio de masa giratoria básico [21].

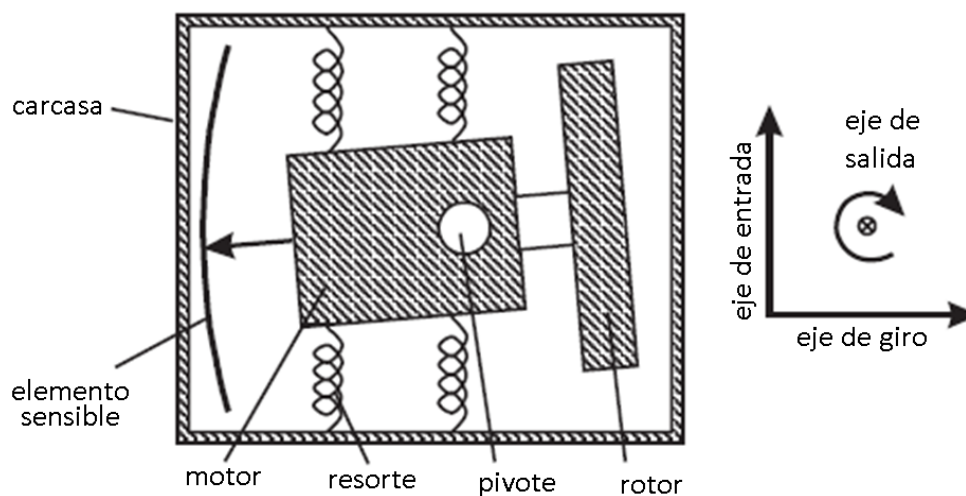


Figura 1.15. Giroscopio de masa giratoria básico.

Los giroscopios de anillo laser aprovechan el efecto Sagnac: La luz viaja a través de una guía de onda cerrada hecha de espejos o una fibra óptica a velocidad constante. Cuando se aplica una fuerza de torque a lo largo del eje ortogonal al del plano formado por la guía de onda, y ese torque gira la guía de onda en la misma dirección que en la que viaja la luz, la longitud de la guía de onda sufrirá un incremento desde el punto de vista de la luz. Si la fuerza de torque se aplica en dirección opuesta a la que viaja la luz, la longitud de la guía de onda sufrirá un decremento desde el punto de vista de la luz. Desde un punto de vista externo la longitud de la guía de onda no sufrirá cambio alguno; sin embargo, en la primera situación la luz aparentará una disminución en su velocidad, mientras que en la segunda situación, la luz aparentemente incrementará su velocidad. Medir ese cambio aparente en la velocidad de la luz arrojará el momento angular. La Figura 16 ilustra este efecto [6]. Es importante resaltar que en los casos mencionados, la luz no sufre cambio de velocidad alguno; es un efecto causado por la rotación que se realiza a la guía de onda mientras la luz la atraviesa.

Un giroscopio vibratorio opera detectando la aceleración de coriolis de un elemento vibratorio cuando el giroscopio está girando. El elemento vibratorio oscila en el centro de un marco a una frecuencia angular fija; cuando se aplica una fuerza de torque en el plano ortogonal al del plano de vibración, un movimiento armónico se generará en el eje ortogonal al de los dos primeros ejes (aceleración de coriolis). Estos giroscopios aprovechan la tecnología MEMS debido a su bajo costo [21].

En el 2012 se desarrolló un giroscopio de resonancia [43], el cual transmite la fuerza de coriolis a dos resonadores con la finalidad de generar una salida diferencial (Figura 17). La masa de prueba tiene una frecuencia de resonancia de 30 Hz y la frecuencia de los resonadores es de 1 kHz.

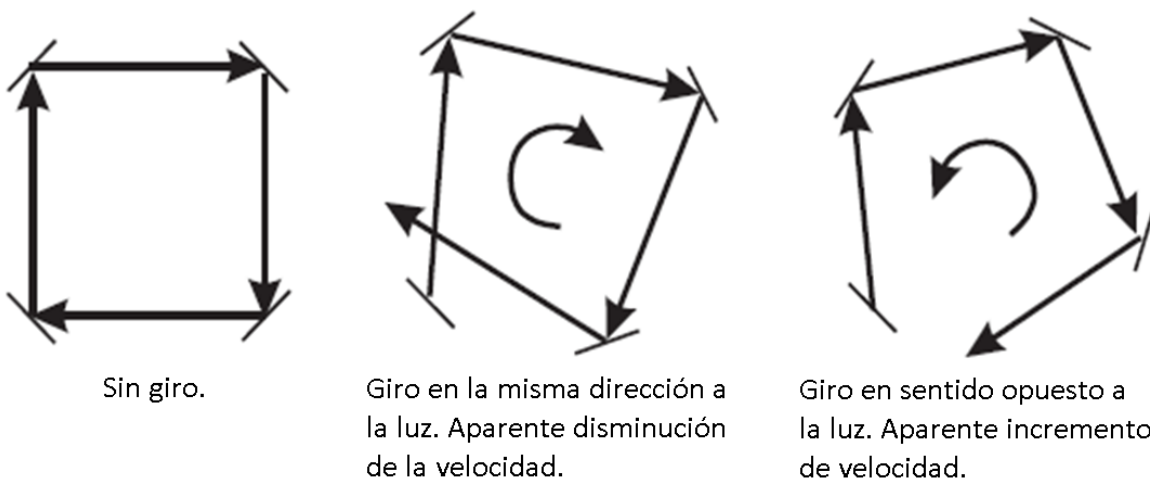


Figura 1.16. Efecto Sagnac.

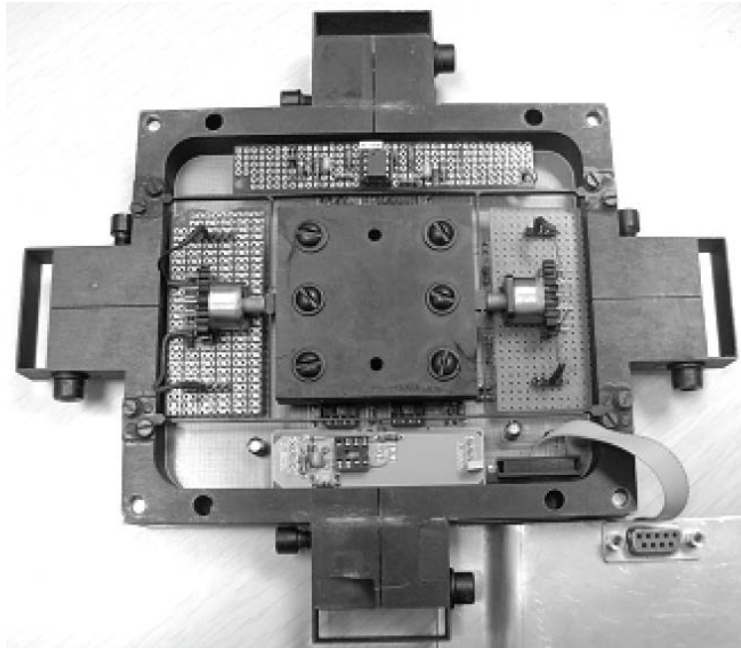


Figura 1.17. Giroscopio de resonancia.

### 1.5 Tiempo y frecuencia

La medición de tiempo se puede dividir en dos categorías generales. La primera categoría es la fecha, la cual contiene una específica expresión que incluye año, mes, día, hora, minuto, segundo, etc., hasta la unidad más pequeña que se desee medir. El segundo tipo de medición (y el más usado en metrología) es la medición de intervalos de tiempo. La medición de un intervalo de tiempo se refiere a medir el intervalo entre dos eventos. Intervalo de tiempo es uno de los cuatro estándares básicos de medición (los otros son longitud, masa y temperatura). De los cuatro estándares básicos, el intervalo de tiempo puede ser medido con la mayor resolución y con la menor incertidumbre [1].

Cronometrar involucra a ambos tipos de medición. Primero se debe encontrar un evento periódico que se repita a una velocidad constante. Por ejemplo, el péndulo en un reloj suele “columpiarse” de un lado a otro a una velocidad de una vez por segundo. Con esta información, podemos establecer el segundo como nuestra unidad de intervalo de tiempo, y desarrollar un sistema de cronometraje o escala de tiempo. Una escala de tiempo es una forma no-ambigua de ordenar eventos. Se crea midiendo una pequeña unidad de tiempo (como el segundo) y contar la cantidad de segundos transcurridos para establecer intervalos de tiempo más largos, como los minutos, horas, días. El dispositivo que realiza el conteo se llama reloj [1].

Todos los relojes comparten algunas características. Cada reloj cuenta con un dispositivo que produce un evento periódico. Este dispositivo se llama resonador. En el caso de un reloj

de péndulo, el péndulo es el resonador. Por supuesto, el resonador necesita una fuente de energía para poder funcionar. Al juntar la fuente de energía y el resonador se forma un oscilador. Otra parte del reloj cuenta cada “columpiada” del oscilador y las convierte en unidades de tiempo como horas, minutos, segundos, o unidades más pequeñas como milisegundos (ms), microsegundos ( $\mu$ s), y nanosegundos (ns). Finalmente, otra parte del reloj muestra o guarda los resultados [1 sección 3, 44 pag. 33].

A través de la historia los diseñadores de relojes han buscado fuentes de frecuencia más estables para usar como resonadores. En 3500 A.C. se medía el tiempo observando el movimiento de la sombra de un objeto a lo largo del día. En este caso la frecuencia de resonancia es el aparente movimiento del sol. Después, relojes de agua, relojes de arena, así como velas calibradas permitieron dividir el día en unidades más pequeñas de tiempo. A principios del siglo XIV, se fabricaron los primeros relojes mecánicos. Los primeros modelos tenían una incertidumbre de aproximadamente 15 minutos/día. Un gran avance ocurrió en 1656, cuando el científico Christian Huygens fabricó el primer reloj de péndulo, el cual poseía una incertidumbre menor a un minuto/día y posteriormente se redujo a 10 segundos/día. El límite en el desempeño práctico de los relojes mecánicos se alcanzó en 1921, cuando W.H. Shortt diseñó un reloj con dos péndulos. El reloj de Shortt tenía una incertidumbre de unos cuantos segundos por año y se utilizó como referencia en laboratorios [1,45,46].

En 1927, Joseph W. Horton y Warren A. Morrison construyeron el primer reloj basado en un oscilador de cristal de cuarzo (Figura 18). En la década de 1940 los relojes de cuarzo habían reemplazado a los relojes de péndulo de Shortt como estándar principal en laboratorios. Los relojes de cuarzo funcionan gracias a la propiedad piezoeléctrica de los cristales de cuarzo. Cuando se le aplica una corriente eléctrica a un cristal de cuarzo, este resuena a una frecuencia constante. Sin engranes ni escapes que perturben su frecuencia de resonancia, los relojes de cuarzo pueden sobrepasar fácilmente a los relojes de péndulo. Con incertidumbre de  $\pm 100 \mu$ s/día, los osciladores de cuarzo se usan extensamente en relojes de pulsera, de pared, de escritorio y se han estudiado en los últimos años para una gran variedad de aplicaciones [1,46-71].

La frecuencia de resonancia del cuarzo depende de una vibración mecánica la cual está en función del tamaño y la forma del cristal. No es posible tener dos cristales exactamente iguales, o que produzcan exactamente la misma frecuencia. Los osciladores de cuarzo son sensibles a parámetros ambientales como la temperatura, humedad, presión, y vibraciones [72]. Estos inconvenientes hacen que estos cristales sean inadecuados para varias aplicaciones, lo que condujo a desarrollar osciladores atómicos [1].

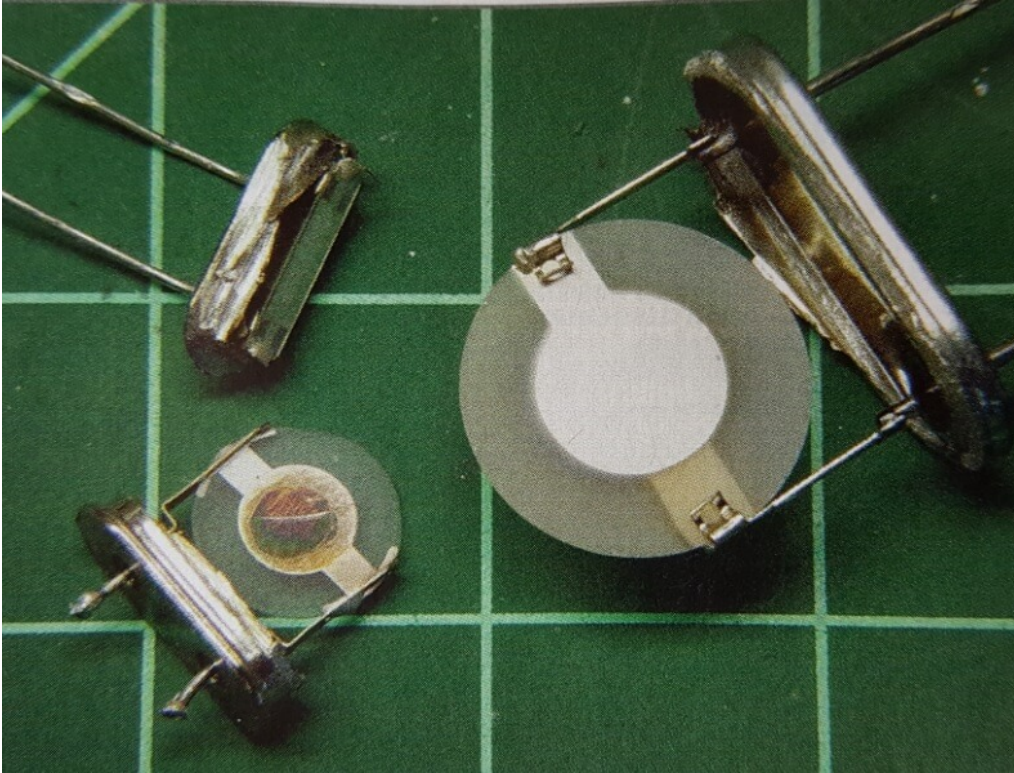


Figura 1.18. Cristales de cuarzo usados en circuitos eléctricos.

Los osciladores atómicos se basan en los niveles de energía de los átomos y moléculas. Las leyes de la mecánica cuántica dictan que los niveles de energía de un sistema cerrado como lo es el átomo, se presentarán en valores discretos. Un campo electromagnético puede elevar el nivel de energía de un átomo. O un átomo puede pasar a un nivel de energía más bajo emitiendo energía electromagnética. La frecuencia de resonancia ( $f$ ) de un oscilador atómico es la diferencia de dos niveles de energía entre la constante de Planck. En esencia, el átomo sirve como péndulo cuyas oscilaciones se cuentan para medir el paso del tiempo [47].

Existen tres tipos de osciladores atómicos. El de menor costo y más común es el oscilador de rubidio (Figura 19), con una frecuencia de resonancia de 6.835Ghz, y son aptos para aplicaciones que requieren osciladores pequeños y de alto desempeño con un tiempo de inicialización corto. La incertidumbre de un oscilador de rubidio oscila de  $\pm 5 \times 10^{-10}$  a  $\pm 5 \times 10^{-12}$ [1].

El segundo tipo de oscilador atómico es el de haz de cesio (Figura 20), el cual sirve como la principal referencia para servicios de temporización. La frecuencia de resonancia del cesio (9.1926 Ghz) se usa para definir el segundo en el sistema internacional de medidas. La incertidumbre de estos osciladores es de  $\pm 5 \times 10^{-12}$ [1].



Figura 1.19. Oscilador de rubidio.

El tercer tipo de oscilador atómico es el máser de hidrogeno (Figura 21), basado en la frecuencia de resonancia de 1.42Ghz del átomo de hidrogeno. A pesar de que el desempeño de un máser de hidrogeno es superior al de cesio en varios aspectos, no son muy usados debido a su costo tan elevado. Se construyen muy pocos y la mayoría pertenecen a laboratorios de estándares nacionales. El precio de un máser de hidrogeno supera los \$200,000 dls [46,47,73].

### 1.6 Estándares de frecuencia

Los estándares tienen un dispositivo interno que produce un evento repetitivo, periódico. Como se mencionó anteriormente, este dispositivo recibe el nombre de resonador, y junto con una fuente de energía se llama oscilador. Existen dos tipos principales de osciladores usados como estándares de frecuencia: Osciladores de cuarzo y osciladores atómicos [1].

Los osciladores de cuarzo aparecieron en la década de 1920 y rápidamente reemplazaron a los dispositivos de péndulo como estándares de laboratorio para tiempo y frecuencia. En la actualidad se fabrican más de  $10^9$  osciladores de cuarzo anualmente para diversas aplicaciones que requieren bajos costos de producción [1].



Figura 1.20. Oscilador de cesio.

El cristal de cuarzo en un oscilador puede ser natural o sintético, pero todos los dispositivos modernos usan cuarzo sintético. El cristal funciona como un resonador mecánico que genera un voltaje que oscila debido a su efecto piezo-eléctrico. Este efecto causa que el cristal se expanda o contraiga en función del voltaje aplicado. La frecuencia de resonancia de cristal depende de sus dimensiones físicas y del tipo de cristal. La frecuencia de salida de un oscilador de cristal puede ser la frecuencia de resonancia fundamental, o un múltiplo de esa frecuencia. La Figura 22 muestra un diagrama simplificado de los elementos básicos de un oscilador. El amplificador provee la energía necesaria para mantener la oscilación. La frecuencia de resonancia de los osciladores de cristal varía dependiendo de parámetros ambientales. Existen muchos diseños de osciladores de cristal que procuran reducir los efectos ambientales. El oscilador de cristal OCXO (por sus siglas en inglés) encierra el cristal en una cámara con temperatura controlada llamada horno. Cuando se energiza el OCXO, entra en un periodo de calentamiento hasta que la temperatura del cristal y del horno se estabilizan. Durante este tiempo el desempeño del oscilador varía constantemente hasta que se alcanza la temperatura de operación. La temperatura del horno permanece constante incluso si la temperatura del exterior varía.



Figura 1.21. Maser de hidrogeno.

Una solución alternativa al problema de la temperatura es el oscilador TXCO (por sus siglas en ingles). En un TXCO la señal de salida de un termistor genera un voltaje que corrige a la frecuencia de resonancia debido a la temperatura. Este método no es tan bueno como el anterior, pero es menos costoso [1].

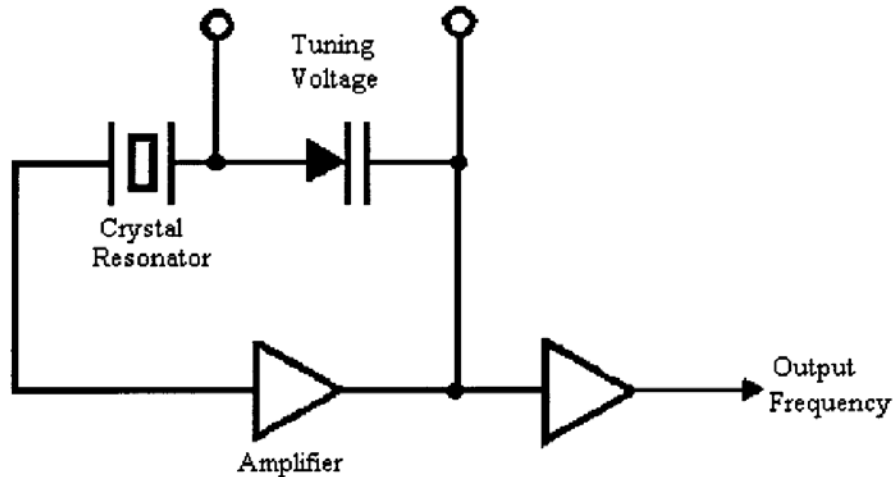


Figura 1.22. Circuito básico de un oscilador de cuarzo.

Todos los osciladores de cuarzo son susceptibles al envejecimiento, el cual se define como “un cambio sistemático en frecuencia a través del tiempo debido a cambios internos en el oscilador”. El envejecimiento usualmente tiene un efecto lineal en la frecuencia de resonancia. De manera ilustrativa en la Figura 23 se muestra la relación de incertidumbre y estabilidad [1].

Los osciladores atómicos son estándares intrínsecos, ya que su frecuencia se deriva inherentemente de un fenómeno natural. Los tres tipos de osciladores atómicos que se mencionaron anteriormente contienen un oscilador de cuarzo en su interior cuya frecuencia de resonancia está definida por el átomo de interés. El ajustar la frecuencia de resonancia de esta forma es muy conveniente, ya que la mayoría de los factores que afectan el desempeño de los osciladores a largo plazo desaparecen porque la frecuencia de resonancia atómica es mucho menos sensible a las condiciones ambientales. Como resultado, la estabilidad a largo plazo e incertidumbre de un oscilador atómico es mucho mejor que en un oscilador de cuarzo, aunque la estabilidad a corto plazo permanece igual [1].

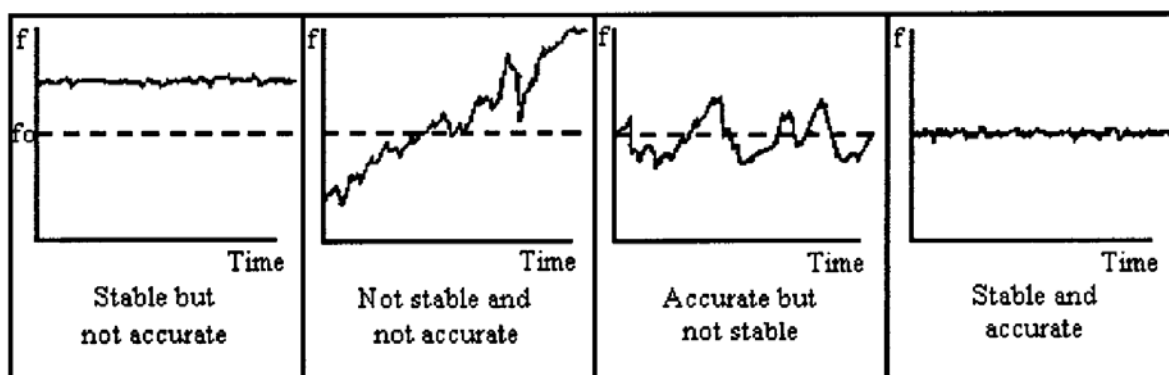


Figura 1.23. Relación entre incertidumbre y estabilidad de frecuencia.

## 1.7 Conclusiones del capítulo

La gran mayoría de los dispositivos que existen lleva incorporado algún tipo de sensor o maneja puertos para conectar algún tipo de sensor. Los sensores cuantifican una variable física del mundo real y la representan en un formato manipulable; en los últimos años se han visto las ventajas de manejar señales en el dominio de la frecuencia para representar información proveniente de un sensor. A raíz de esto, cada vez más fabricantes se suman al diseño de dispositivos con un amplio rango de aplicaciones cuya información se entrega en el dominio de la frecuencia; aplicaciones tales como la militar, un INS en avión, o un dron, implican una necesidad de leer de manera rápida y precisa el parámetro del sensor para tomar una decisión oportuna y acertada en base a esa información. Aquí radica la importancia de tener a disposición métodos de medición de frecuencia eficaces.

Con base en el análisis realizado en este capítulo, se presenta el objetivo principal de este trabajo de tesis. Considerando los beneficios que ofrece el trabajar con señales de frecuencia, así como la creciente oferta que se ha dado en los últimos años de sensores en el dominio de la frecuencia para diversas ramas de la industria moderna, son indicadores de que este tipo de sensores continuarán en desarrollo para ser usados con un grado de confianza mayor en mediciones que involucren magnitudes físicas tales como presión, fuerza, torque, temperatura, flujo, humedad, etc. Por lo anterior se concluye que es importante el desarrollar un método teórico de detección rápida de cambio de frecuencia con incertidumbre mínima.

Con base en el análisis realizado sobre el diseño y construcción de osciladores usados como estándar, se concluye que todo estándar posee cierto grado de inestabilidad y su correcto funcionamiento es altamente dependiente de factores externos, por lo que es necesario añadir elementos o módulos que reduzcan esos efectos externos. Aunado a esto, los estándares que logran los más altos desempeños en consecuencia sufren un aumento considerable en su costo, lo que los hace menos viables para uso industrial a gran escala.

La meta de esta tesis consiste en el desarrollo de un método teórico que sea confiable sin la necesidad de aplicar un estándar de alto costo, que por su naturaleza no sufra influencia de inestabilidades como jitter, y que se ejecute en la menor cantidad de tiempo posible con el fin de reducir la imprecisión causada por factores que influyen a largo plazo.

## Capítulo 2. Métodos de medición

Los osciladores juegan un papel fundamental en muchas áreas de la ciencia y la tecnología. La diversidad en su uso va desde experimentos para probar la relatividad general hasta la sincronización de sistemas de comunicación o redes de distribución de energía eléctrica. La señal oscilante proporcionada por estos dispositivos se utiliza como la base de tiempo en diversos instrumentos, es decir, se emplean como las señales de referencia para el desempeño de todas sus funciones con respecto al tiempo y frecuencia [74].

Una señal senoidal ideal con amplitud máxima  $A$ , frecuencia  $f$  y tiempo  $t$  se expresa de la forma  $U(t) = A \cdot \text{Sen}(2\pi ft)$ , su frecuencia tiene un comportamiento constante con respecto al tiempo,  $f = f_0 = \text{constante}$ . Esto significa que la fase de la señal se incrementa en forma lineal con respecto al tiempo [74].

La frecuencia media de una señal continua periódica durante un determinado tiempo de medición se ilustra en la Figura 1, y se define como [74]:

$$f(\text{Hz}) = \frac{\text{número de ciclos completos}}{\text{tiempo de medición}} \quad (2.1)$$

Incluso si asumimos que se trata de una señal ideal, en la realidad, esta señal puede ser susceptible a ruido e interferencia, lo que puede implicar una variación en periodos individuales de la señal. El concepto de frecuencia media involucra números enteros de los ciclos completos contados de una señal, al menos un ciclo. No es posible definir la frecuencia de una señal midiendo la fracción de un ciclo [74].

En la realidad, incluso las señales con frecuencia definida constante no tienen un valor estable (de frecuencia), ni siquiera los osciladores de reloj atómicos usados como referencia en el CENAM en México o el NIST en USA. Se pueden presentar situaciones que involucren señales moduladas, señales con saltos en frecuencia, señales con barrido en frecuencia, entre otras cosas [74].

El concepto de frecuencia media implica un conteo de ciclos completos de la señal, al menos un ciclo. No es posible definir la frecuencia de una señal a partir de la medición de una fracción de su ciclo. Además, en las señales afectadas por ruido existen mediciones no deseadas, señales de salto de frecuencia, señales de ráfaga etc. Entonces en general,  $f$  en este tipo de señales tiene un comportamiento que está en función de tiempo [74].

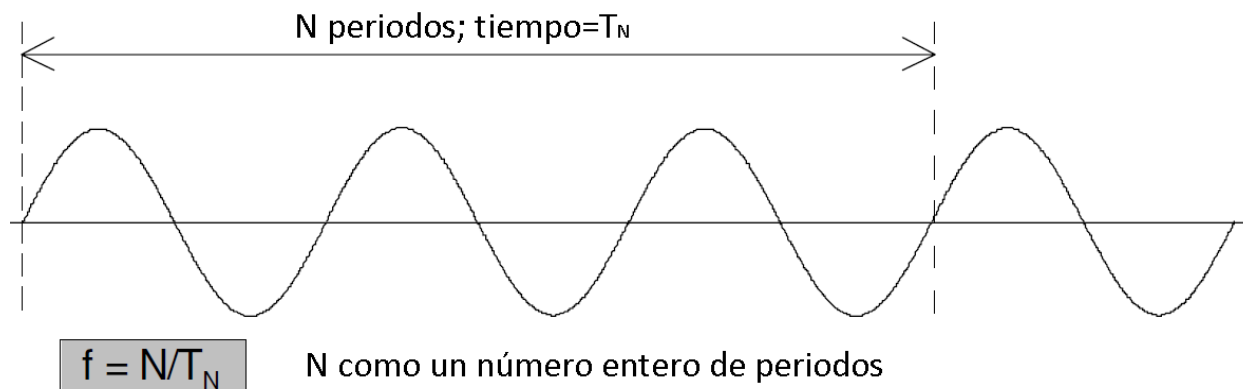


Figura 2.1. Definición de frecuencia media.

El concepto de frecuencia media podría carecer de relevancia para algunos tipos de señales; por ejemplo, la frecuencia promedio en 80 canales de WLAN usando FHSS. En cambio, para el reto de realizar un seguimiento cercano y representar la frecuencia actual medida con respecto al tiempo  $f(t)$  en la distribución estadística de los canales de WLAN, se requiere mediciones muy rápidas y de alta resolución, las cuales pueden ser realizadas en muy pocos dispositivos de medición de frecuencias en la actualidad [74].

Uno de los métodos para medir una cantidad desconocida es el expresarlo en términos de un estándar de calidad cuya precisión es conocida; por lo tanto, la precisión de la medición estará en función (entre otras cosas) de la precisión del estándar. En la actualidad, existen estándares altamente estables que permiten realizar mediciones de tiempo y frecuencia de alta precisión. Esto es favorable para cualquier aplicación, ya que cualquier parámetro que se necesite medir, puede expresarse como una proporción de tiempo (frecuencia) para su medición en términos de un estándar [2]

## 2.1 Conteo convencional

Para medir frecuencia de señales se han desarrollado muchos métodos, el método básico es contar el número de ciclos completos de una señal en un intervalo de tiempo, por convención 1 segundo exacto. El tiempo de medición se obtiene de un oscilador de cristal de alta estabilidad como referencia (Usualmente de 10 Mhz). Si el tiempo de compuerta no está sincronizado con la señal de entrada, la incertidumbre de medición es de más o menos un conteo (error de  $\pm 1$  conteo), lo cual significa que la resolución de la medición es de 1 Hz durante un tiempo de compuerta de 1 segundo, para todas las posibles frecuencias de la señal de entrada. Para aumentar la resolución es necesario utilizar un tiempo de compuerta mayor. Un tiempo de compuerta de 10 segundos incrementa la resolución en un factor de 10, es decir, 0.1 Hz y aumenta en un dígito significativo en la medición; lo cual se ilustra en la Figura 2, esto

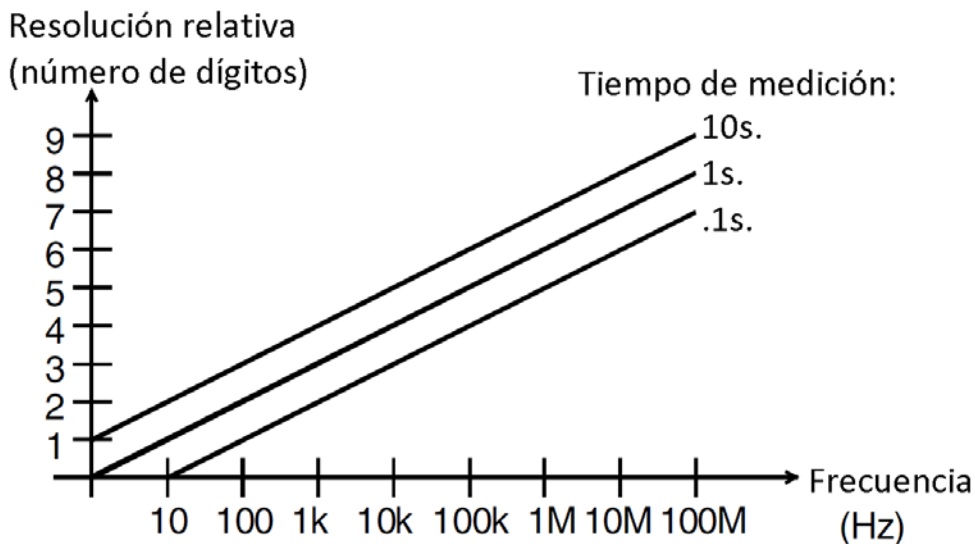


Figura 2.2. Resolución de un contador convencional, adecuada solo para altas frecuencias.

es una desventaja del método. Este método fue ampliamente utilizado hasta la década de los 70s[74].

## 2.2 Conteo recíproco

A principio de los 80s, se empezó a utilizar el conteo recíproco en instrumentos que utilizan micro-computadoras. La señal de entrada controla el intervalo de medición por promedio de ciclos contados. Se cuentan  $N$  periodos de la señal durante el tiempo de medición  $MT$ . Se calcula la duración promedio de los ciclos  $\bar{T} = MT/N$  y su recíproco, la frecuencia media  $\bar{f} = 1/\bar{T}$ . A diferencia de los contadores de frecuencia convencionales, el intervalo de medición no está estrictamente definido. El tiempo de medición deseado se establece en un micro-controlador, pero el tiempo de medición real  $MT$  se sincroniza con la señal de entrada. La medición contiene un número de ciclos completos de la señal de entrada. Esto evita el error de  $\pm 1$  ciclo. Ahora el error se trunca en el tiempo de conteo, es decir,  $\pm 1$  pulso de reloj [74].

La Figura 3 muestra el diagrama a bloques de un sistema de conteo recíproco de primera generación. Contiene dos contadores con registro. Uno de ellos cuenta el número de ciclos de entrada y el otro cuenta los pulsos de reloj para medir el tiempo. Dos compuertas controlan de manera simultánea los contadores [74].

Para obtener la frecuencia media, se realiza la siguiente división:

$$frecuencia = \frac{\text{ciclos de entrada contados}}{(\text{pulsos de reloj contados}) \times t_c} = \frac{N}{MT} \quad (2.2)$$

Donde  $t_c$  es la duración de un ciclo de reloj.

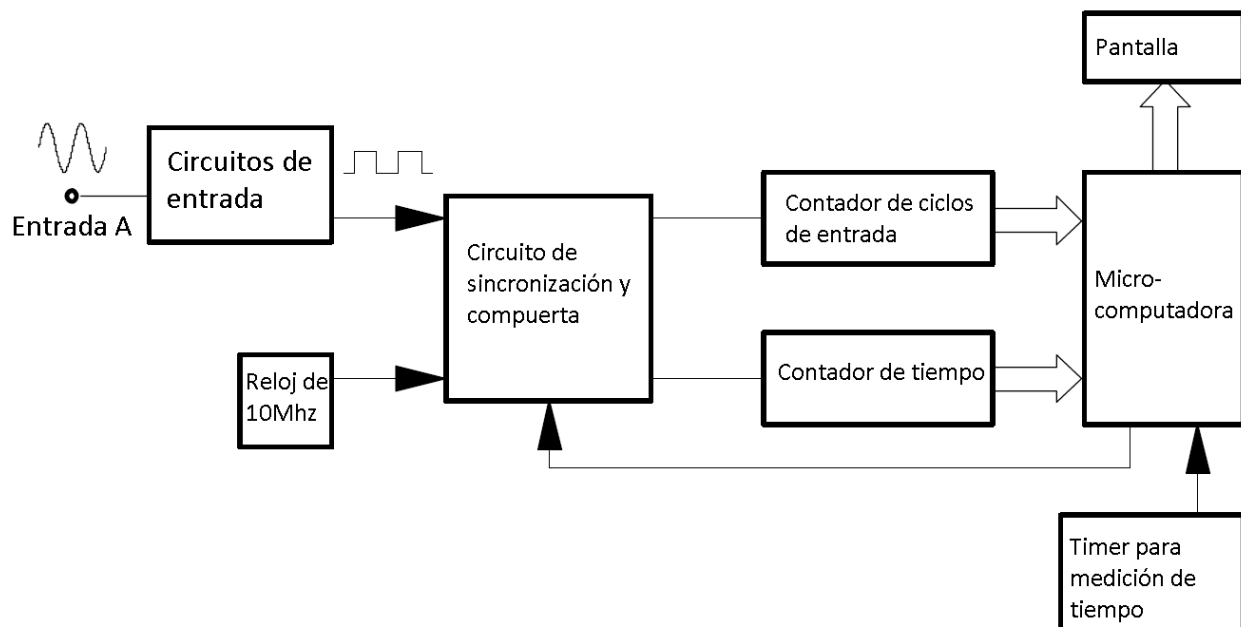


Figura 2.3. Diagrama a bloques de un sistema por conteo recíproca.

La Figura 4 muestra de manera gráfica la resolución relativa de un contador recíproco de frecuencia. La resolución relativa del resultado calculado es  $resolución = \pm t_c / MT$  normalmente es  $\pm 100 \text{ ns} / MT$  [74]. Para obtener una resolución mayor. Se puede incrementar la frecuencia de reloj. Por ejemplo, un reloj de referencia de 100 Mhz entregaría una resolución relativa de  $\pm 10 \text{ ns} / MT$ ; por lo tanto, se mostraría un dígito mas en comparación al estándar de

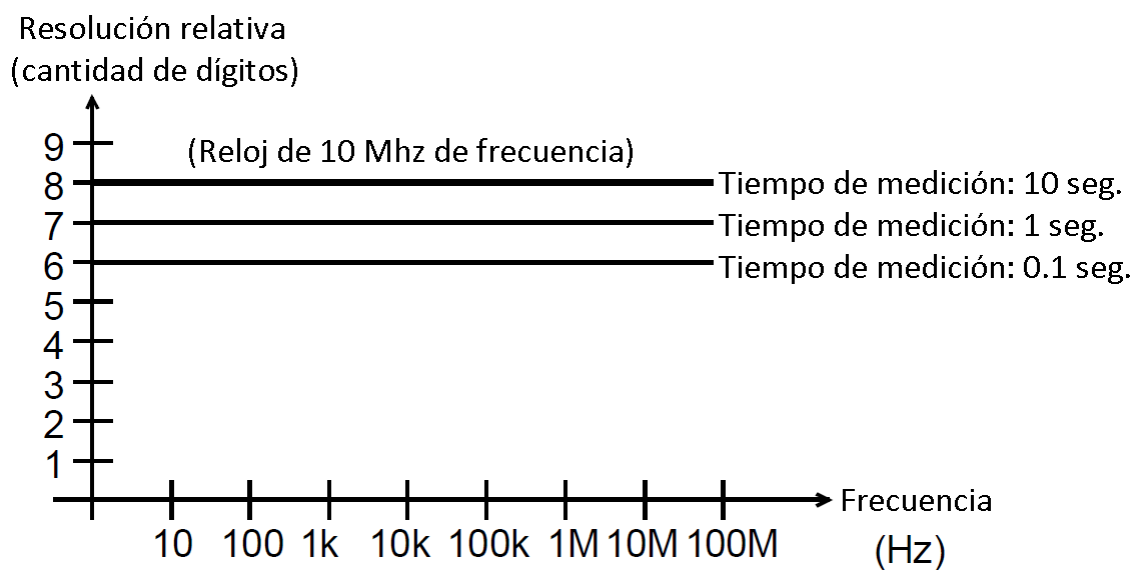


Figura 2.4. La resolución relativa es independiente de la frecuencia de entrada en un contador recíproco de frecuencia.

referencia de 10 Mhz [74].

### 2.3 Contador recíproco por interpolación

En la década de los 90s, surgen los contadores de tercera generación, en los cuales se mejora la resolución por la medición de la interpolación análoga de la fracción del pulso de reloj. Además de contar los flancos de los pulsos de reloj para determinar el tiempo de inicio y fin, también se registra la fracción del pulso de reloj al inicio y al final de la medición. El número de ciclos contados se realiza de la misma forma que con los contadores de segunda generación, pero la precisión del tiempo correspondiente (MT) se mejora significativamente. La resolución interpolada es menor a 1% de un ciclo de reloj. MT se calcula como  $T_N + T_1 - T_2$ , donde  $T_N$  es el tiempo contado de manera digital (número de ciclos de reloj),  $T_1$  es la fracción del pulso de reloj interpolado al inicio de la medición y  $T_2$  es el pulso de reloj fraccional al final de la medición [74].

La Figura 5 muestra el diagrama a bloques de contador por interpolación. Este contador cuenta con dos interpoladores, uno para el inicio de medición y otro para el momento en que termina la medición. La Figura 6 ilustra el principio de funcionamiento del interpolador para obtener la fracción de tiempo entre el inicio de la medición y los pulsos de reloj, además del fin de la medición y los pulsos de reloj restantes [74].

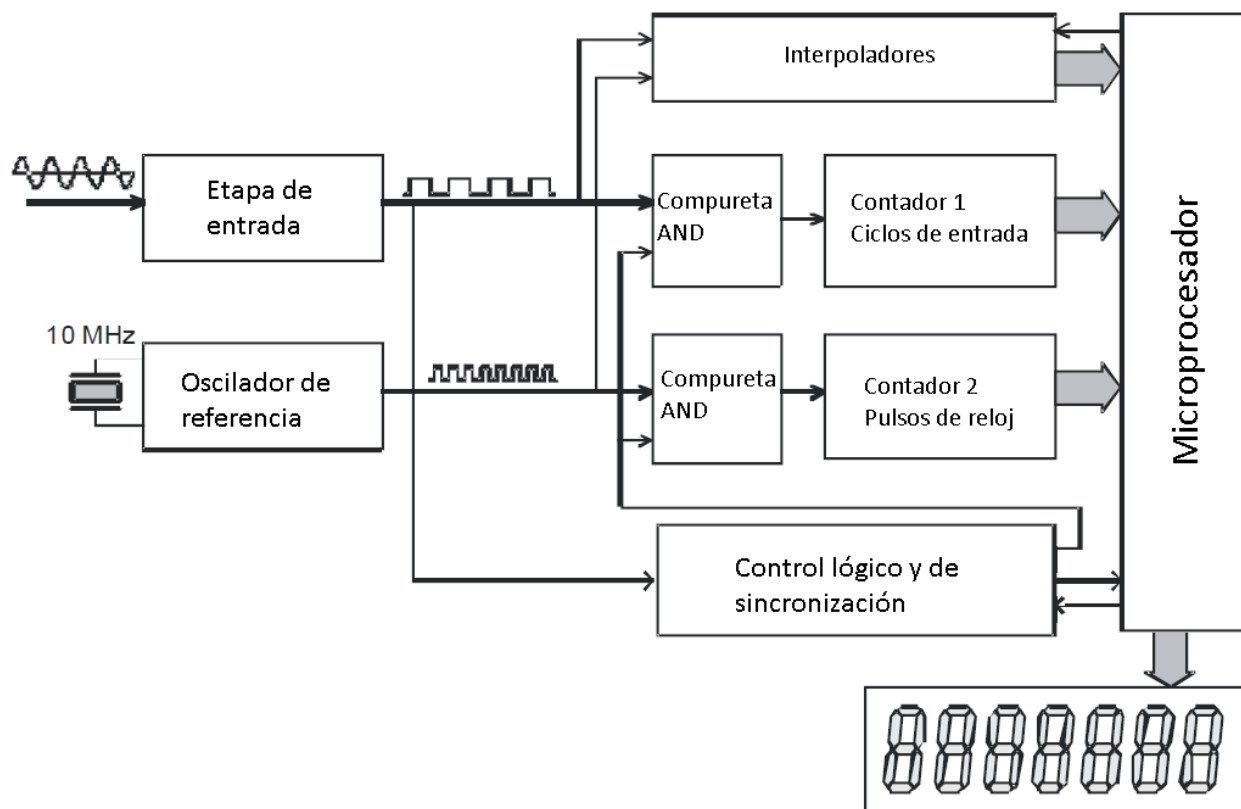


Figura 2.5. Diagrama a bloques para un contador recíproco de frecuencia por interpolación.

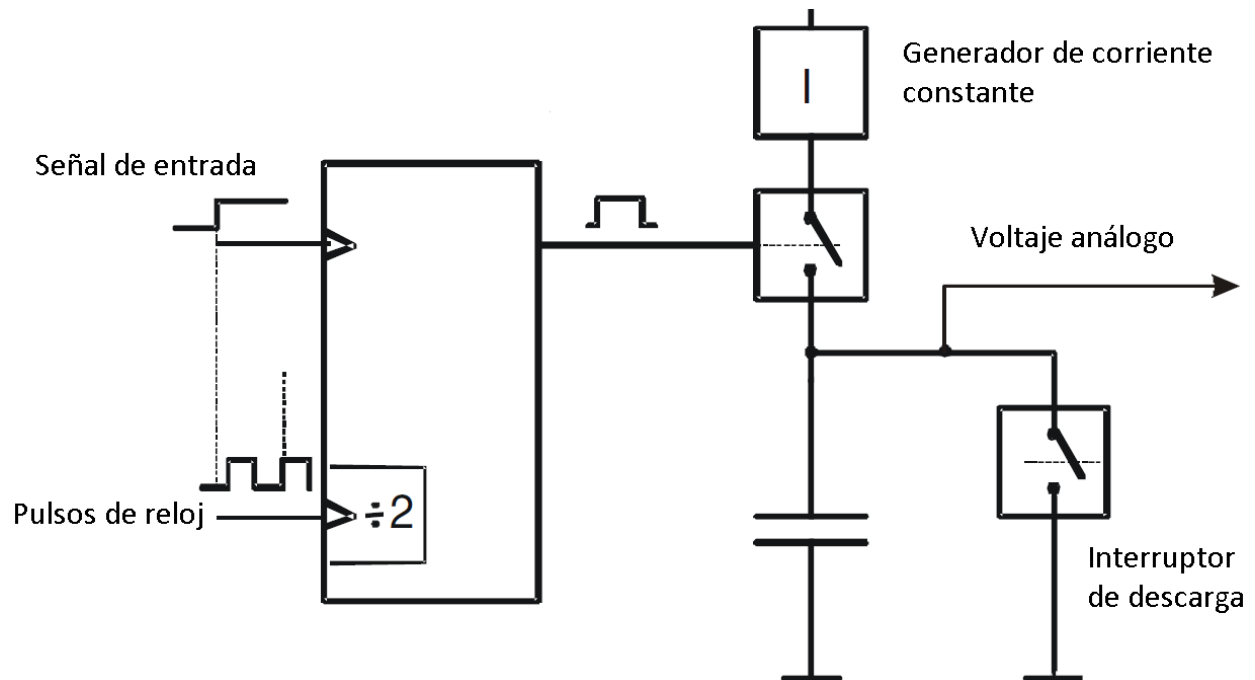


Figura 2.6. Principio básico de un interpolador analógico para conversión tiempo a voltaje.

## 2.4 Estampado continuo de tiempo

En el estampado continuo de tiempo, los pulsos de la señal de referencia y la desconocida son contados de manera continua, sin que exista un proceso de reinicio. A intervalos regulares, el contenido momentáneo de los registros del conteo de eventos y el registro de conteo de tiempo es transferido a la memoria. El proceso de lectura del contenido de los registros es sincronizado siempre con el tren de pulso desconocido, por lo tanto este es el evento estampado en el tiempo [74].

En una medición de frecuencia con este método, en cada segundo existen cientos o miles de datos, lo que permite aplicarles una regresión lineal usando un ajuste a una recta por mínimos cuadrados. Esto requiere de procesamiento posterior de los cientos o miles de datos almacenados en memoria lo que implica una reducción en la velocidad de medición, aunque la obtención de los datos sea rápida, esta es principal desventaja del método [74].

## 2.5 Método de Vernier para mediciones de intervalos cortos de tiempo

El diagrama funcional para la medición de tiempo usando el método de Vernier se muestra en la Figura 2.7. Inicialmente, el flip flop FF entra en modo set y los flip flops FF1 y FF2 se encuentran en modo reset, y ambos contadores (el principal y el de Vernier) se inicializan en cero. En el tiempo  $t_A$ , el FF1 entra en modo set, por lo que la compuerta A1 se habilita. El contador principal empieza a contar los pulsos del oscilador principal. De forma similar, en un

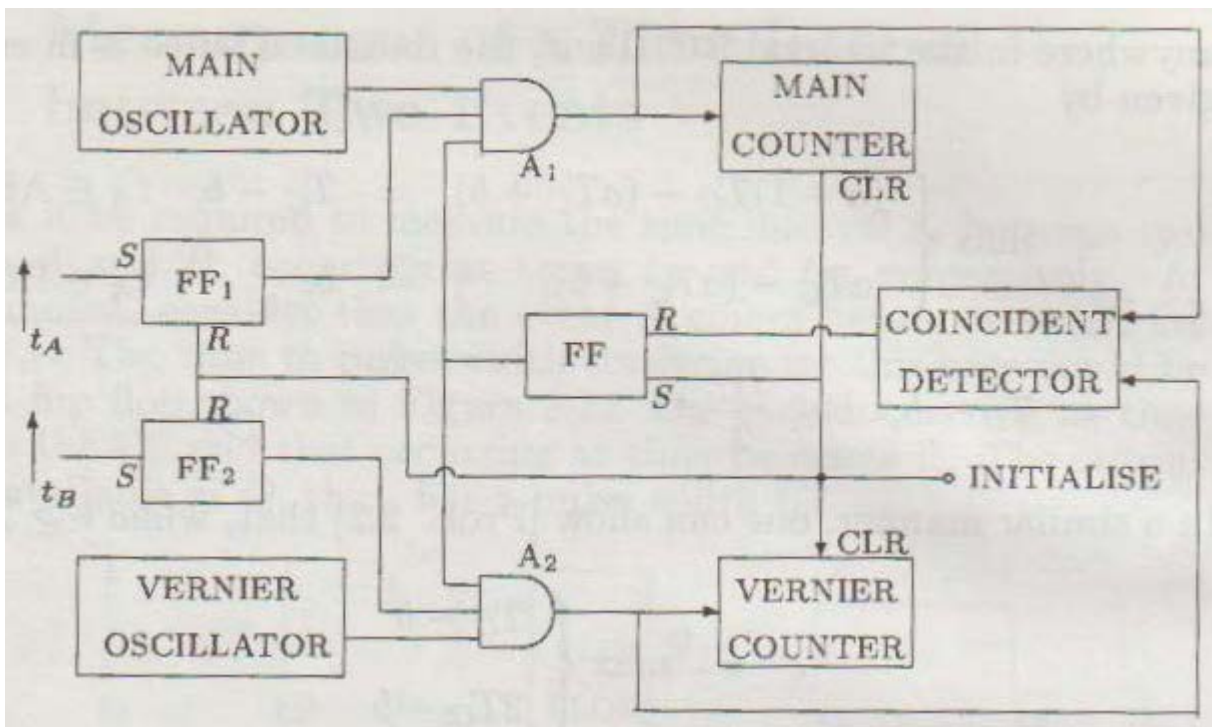


Figura 2.7. Diagrama funcional del método de Vernier.

tiempo  $t_B$ , el contador de Vernier empieza a contar los pulsos del oscilador de Vernier. Cuando se presenta una coincidencia entre los pulsos del oscilador principal y el oscilador de Vernier, el detector de coincidencias le manda un pulso de reset a FF; lo cual, inhabilita las compuertas  $A_1$  y  $A_2$  ocasionando que los contadores dejen de contar. Considerando el periodo  $T_m$  del oscilador principal, el periodo  $T_v$  del oscilador de Vernier, el número de periodos  $N_m$  del contador principal y el número de periodos  $N_v$  del contador de Vernier; el tiempo  $t_x$  entre los eventos  $t_A$  y  $t_B$  se calcula con la siguiente ecuación[75]:

$$t_x = N_m T_m - N_v T_v \quad (2.3)$$

Una desventaja de este método radica en el tiempo de medición adicional al tiempo que dura el evento de interés.

## 2.6 Método de coincidencia de pulsos

En 1975, se presentó el método de medición de frecuencia basado en el principio de coincidencia de pulsos entre dos flujos independientes de pulsos periódicos regulares. En la Figura 2.8, se muestra el principio de medición del método; en el cual se comparan los intervalos de tiempo  $N_o T_o$  y  $N_x T_x$ , donde  $T_o$  y  $T_x$  son los periodos de una señal de referencia  $S_o$  y de una señal de frecuencia desconocida  $S_x$  respectivamente,  $N_o$  y  $N_x$  corresponden a la cantidad de periodos completos contados de la señal de referencia y la señal de frecuencia

desconocida respectivamente. En la Figura 2.8 se puede observar, que después de la comparación de los dos flujos regulares realizada mediante la operación lógica AND, se generan una sucesión de pulsos de coincidencia [76-79].

Al comparar el tiempo entre dos coincidencias consecutivas con el número de periodos que transcurren de ambas señales se puede reducir el error a la duración del ancho de los pulsos [3]

$$N_o T_o = N_x T_x \pm 2\tau, \quad (2.4)$$

con  $\pm 2\tau$  como la incertidumbre característica del método. La frecuencia medida con este método se puede expresar mediante [76,77]

$$f_x \cong \frac{N_x}{N_o} f_o, \quad (2.5)$$

donde  $f_x$  es la frecuencia a medir y  $f_o$  es la frecuencia de la señal de referencia.

Para cada par de coincidencias, se puede calcular un valor de frecuencia mediante (2.4), tomando como señal de inicio de la medición al primer pulso de coincidencia y como señal de fin medición al segundo pulso de coincidencia. La razón de los valores  $N_x$  y  $N_o$ , obtenidos al contar los pulsos de las señales I y II que existen entre los dos pulsos de coincidencia, representa una de las convergentes calculables con el método o aproximación por fracciones continuadas del número real  $f_x/f_o$ , pero no necesariamente la óptima. La exactitud de la medición directa de frecuencia bajo éste principio está limitada por el valor del ancho de los

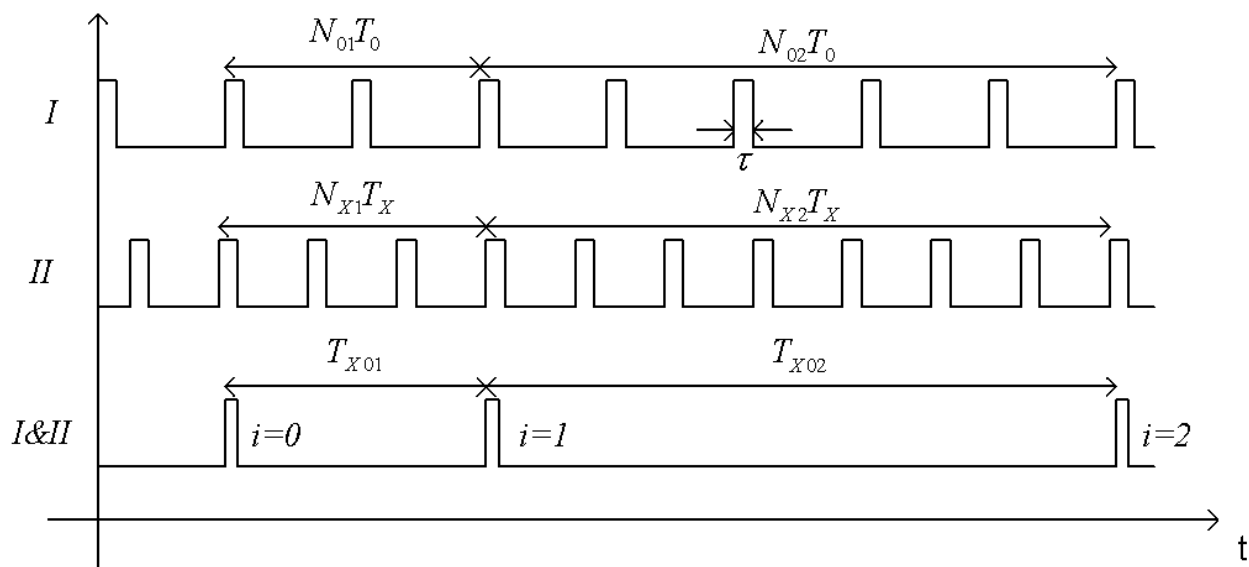


Figura 2.8. Representación gráfica del método de coincidencia de pulsos para medición de frecuencia.

pulsos de las señales I y II en la Figura 2.8 como se observa en (2.3). En este método se presenta una expresión para estimar la abundancia de los pulsos de coincidencia esperados [79]:

$$(\tau_o + \tau_x) \gg |T_o - T_x|, \quad (2.6)$$

donde  $\tau_o$  es el ancho de pulso de la señal de referencia y  $\tau_x$  es el ancho de pulso de la señal a medir. De cumplirse esta condición, se espera una cantidad considerable de pulsos de coincidencia y se espera que se agrupen en paquetes [80]. Para este método se han propuesto circuitos denominados discriminadores de coincidencias; unos de ellos se especializa en filtrar las coincidencias en las que  $S_o$  está atrasada con respecto a  $S_x$  (Figura 2.9a), mientras que el circuito de la Figura 2.9b se enfoca en filtrar las coincidencias en las que la señal  $S_x$  está atrasada con respecto a  $S_o$ . El arreglo de compuertas de la Figura 2.9c es el que ofrece mayor discriminación que los dos anteriores, mientras que el discriminador más simple es el de la Figura 2.9d [80, Anexo b].

En el 2009 fue propuesto un criterio para fin de medición para el método de coincidencia de pulsos, que consiste en continuar con el conteo de los pulsos hasta que  $N_x$  tenga la forma  $T_o \cdot 10^r$  con  $r$  entero; al cumplirse esta condición,  $N_o$  tendrá la forma  $T_x \cdot 10^r$ . Este criterio permite disminuir el error estableciendo una condición para elegir los pulsos de coincidencia

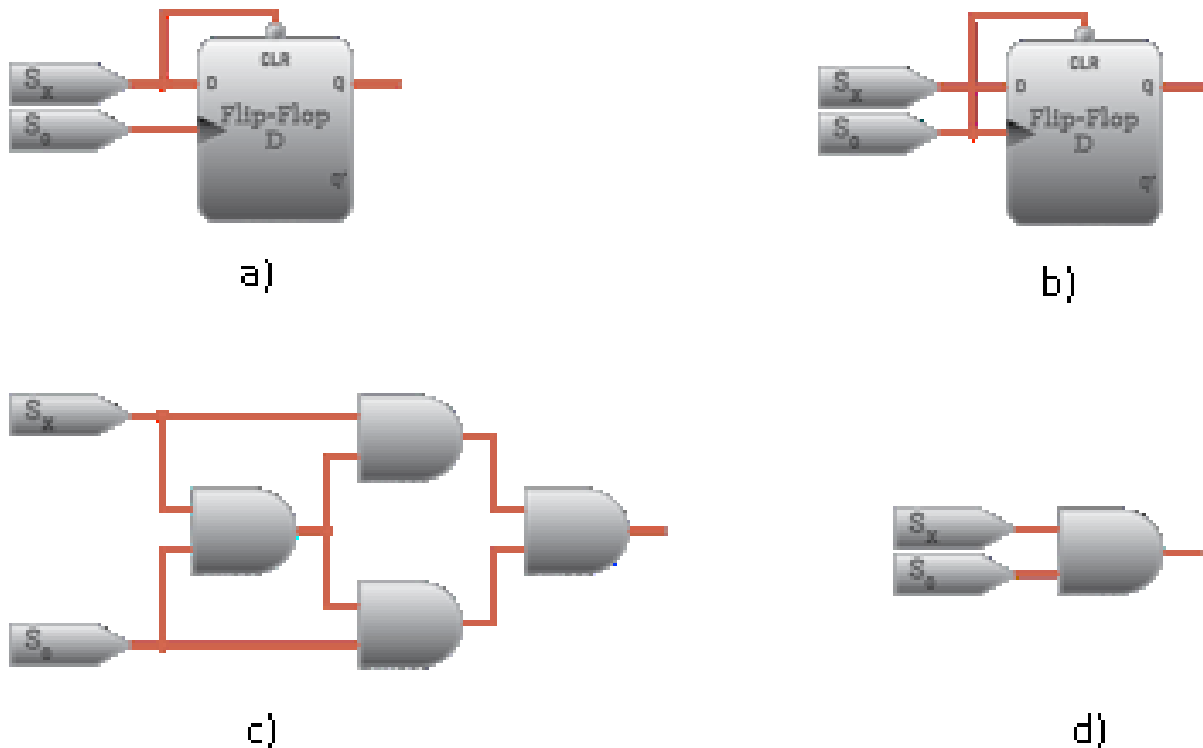


Figura 2.9. Discriminadores de coincidencias.

que arrojarán los mejores resultados [81].

En el 2014 se publicó el uso del método de coincidencia de pulsos en acelerómetros en el dominio de la frecuencia usados en sistemas de navegación inercial (INS por sus siglas en ingles); la ventaja resaltable es que este método cubre la necesidad de medir la frecuencia que proviene del sensor en tiempos cortos en comparación con otros métodos. Como referencia se usa el acelerómetro RBA-500 de Honeywell (Figura 2.10) que tiene una frecuencia central de 35 KHz [82].



Figura 2.10. Acelerómetros RBA-500.

En el 2015 se comprueba la efectividad del método de coincidencia de pulsos para medir la estabilidad de osciladores de referencia usados en sistemas de navegación autónomos (ANS por sus siglas en ingles). Se resalta la importancia que tiene el que los osciladores de referencia se encuentren en óptimas condiciones, se propone una metodología para medir y corregir el valor de la frecuencia estándar usada en ANS. Se reporta que el método propuesto es invariante al jitter y tiene la capacidad de detectar drift de forma sencilla y rápida; además, se realiza un análisis de error en donde se demuestra la confiabilidad que tiene este método. El diagrama a bloques que explica el funcionamiento del circuito que lleva a cabo el método propuesto se muestra en la Figura 2.11 [83].

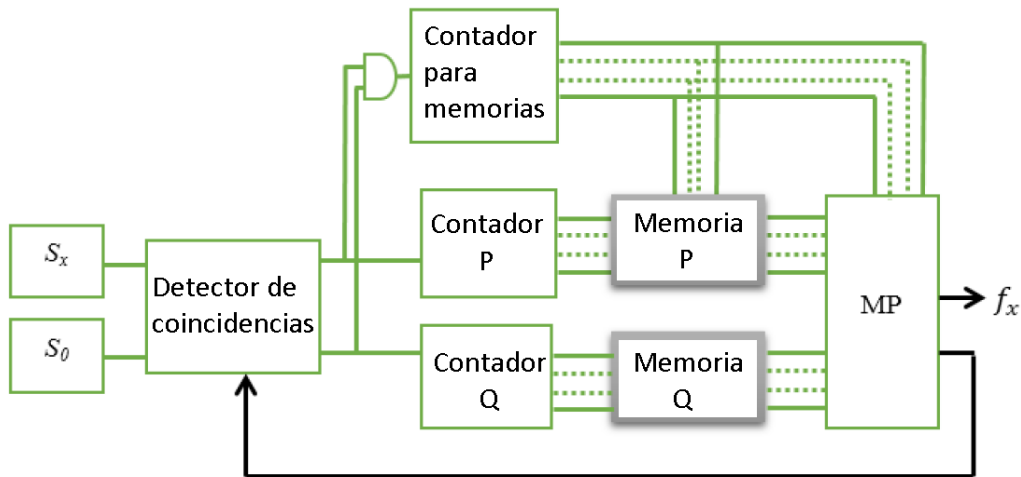


Figura 2.11. Diagrama a bloques de circuito medidor de frecuencia.

En el 2015 se usa el método de coincidencia de pulsos para la medición de cambio de frecuencia ( $\Delta f$ ), en sensores con dominio en frecuencia (FDS por sus siglas en inglés); en el cual, se propone medir la frecuencia inicial ( $f_s$ ), posteriormente medir la frecuencia final ( $f_p$ ) (en ambas ocasiones usando el método en cuestión) y calcular el cambio con la expresión [84]:

$$\Delta f = f_s - f_p, \quad (2.7)$$

Se realizan diversas pruebas variando los parámetros para validar la efectividad del método propuesto en cuanto a tiempos de medición y error de medición.

Posteriormente se propone manipular el ancho de pulso para conservar las coincidencias que aportan los mejores resultados en la medición de frecuencia por coincidencia de pulsos, se realizan pruebas para demostrar la reducción del error en sistemas de navegación inercial y se resalta la importancia de disminuir el tiempo de medición en estos sistemas debido a sus aplicaciones [85]. Además, se propone que el ancho de pulso sea de un decimo del periodo de la señal de referencia, y se ilustra cómo afecta el ancho de pulso a la cantidad de coincidencias generadas con la Figura 2.12; en la parte superior se aprecia que los anchos de pulsos de mayor valor (pulsos en amarillo y naranja) generarán más coincidencias (pulsos en azul), en comparación con los pulsos que se muestran en la parte inferior de la figura [86].

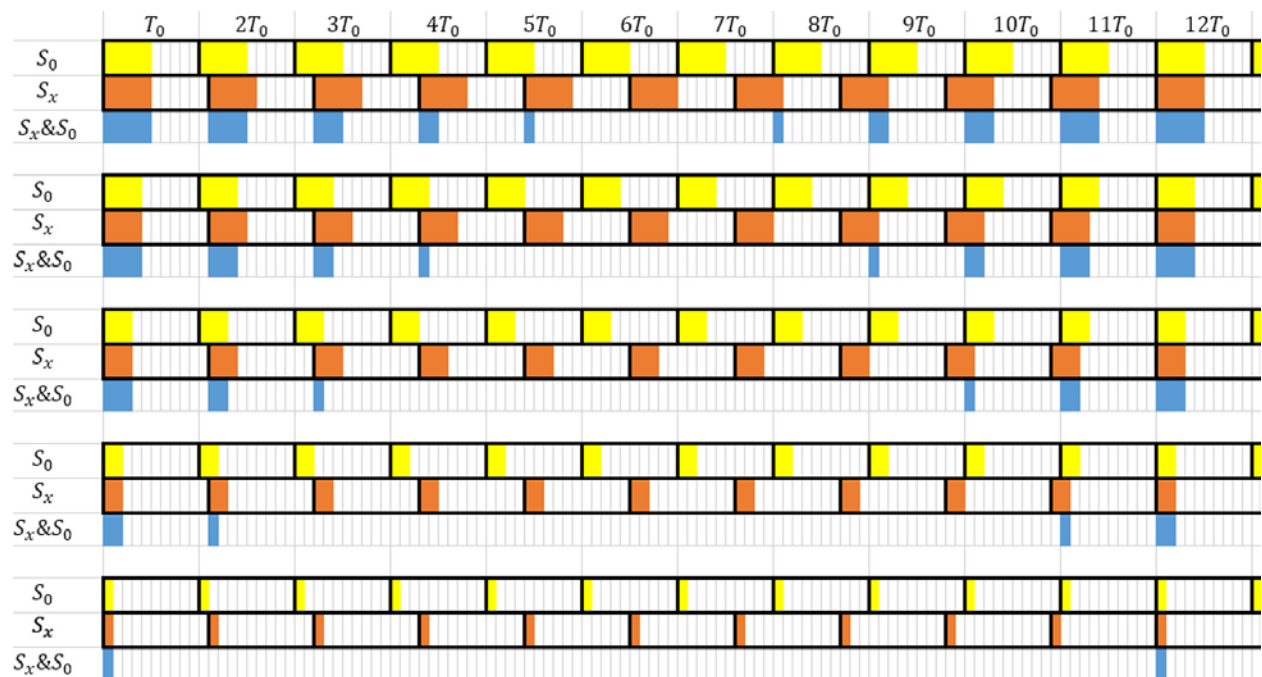


Figura 2.12. Relación del ancho de pulso con  $T_x$  y  $T_o$ .

## 2.7 Otros métodos publicados

En el 2010 se publicó un método de estimación de frecuencia instantáneo para señales sinusoidales [87]. Este método requiere cuatro muestras equitativamente espaciadas y muestra resultados confiables incluso si la señal a medir tiene un offset en corriente directa. Requiere una frecuencia de muestreo cuatro veces mayor a la frecuencia de la señal a medir. Como se mencionó, este método se limita a señales sinusoidales, por lo que queda en desventaja frente a métodos que se pueden aplicar con distintas formas de onda.

En el 2011 se presentó un algoritmo para medición de frecuencia de señales de potencia [88]. Este método se basa en la transformada discreta de Fourier interpolada, lo cual conlleva a un procesamiento con cierto grado de complejidad, por lo que requiere circuitos especializados; además, su aplicación se limita a frecuencias en el Orden de las decenas de Hz.

En el 2012 se presentó un método para estimar la variación en frecuencia de una señal sinusoidal con aplicación para sistemas eléctricos de potencia monofásica [89]. Este método se basa en 3 muestras equitativamente distanciadas. A diferencia del método anterior, bajo este método la señal no debe llevar offset.

## 2.8 Método de Varianza de Allan

El diferencial de frecuencia de un dispositivo bajo prueba se mide como la evolución del diferencial de tiempo entre ese dispositivo y un dispositivo estándar de referencia durante un intervalo de tiempo. Los primeros equipos que median estos diferenciales de tiempo tenían la limitante de no poder trabajar de manera continua, Allan realizó un estudio para estimar la varianza clásica como una función de la media de tiempo  $\tau$  de las muestras que se incluyeron en la varianza  $N$ , el tiempo muerto promedios de frecuencias  $T-\tau$ , donde  $T$  es el tiempo entre el inicio de una medición hasta el inicio de la siguiente medición, y la dependencia de la varianza en el ancho de banda del equipo de medición  $f_h$ . Se desarrolló un conjunto de modelos que permiten la caracterización de diferentes tipos de inestabilidades observadas en la información obtenida de relojes. Estos modelos probaron ser de gran utilidad al incluir el ruido de los sistemas de medición, fluctuaciones en frecuencia de relojes, e influencias ambientales [90].

Si la frecuencia de un reloj es  $\nu(t)$ , y su frecuencia nominal es  $\nu_o$ , entonces la desviación en frecuencia normalizada a-dimensional es  $y(t)=[\nu(t)-\nu_o]/\nu_o$ . La desviación en tiempo de un reloj  $x(t)$  se obtiene al integrar  $y(t)$ . La densidad espectral en el dominio de la frecuencia de las fluctuaciones de tiempo y frecuencia son  $S_x(f)$  y  $S_y(f)$  respectivamente. Las densidades espectrales para osciladores y relojes se representan como una potencia de la frecuencia de Fourier,  $S_y(f) \sim f^{-\alpha}$  y  $S_x(f) \sim f^{-\beta}$ , donde los exponentes son de tipo entero cercanos a cero, y  $\alpha=\beta+2$ , debido a que la frecuencia es la evolución del diferencial de tiempo sobre un tiempo medio. Los modelos estadísticos de relojes, sus sistemas de medición, y sus sistemas de distribución generalmente pueden ser modelados con valores enteros de alfa de -2 a +2. Para la mayoría de los osciladores y relojes, el valor de  $\alpha$  en el modelo de ruido se vuelve más negativo

cuando se incrementa el tiempo promedio. Esto indica que la dependencia de la densidad de potencia espectral en la frecuencia de Fourier diverge a bajas frecuencias de Fourier. Al estudiar la divergencia de la varianza clásica, Allan descubrió que esta es dependiente tanto de el número de datos así como del tipo de ruido. Se concluyó que la varianza clásica no era útil para caracterizar relojes atómicos, debido a que se necesitan modelos para otros tipos de ruido además del ruido blanco [90].

La varianza de dos muestras, típicamente llamada varianza de Allan (AVAR), se define de la siguiente forma [90]:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\Delta y)^2 \rangle = \frac{1}{2\tau^2} \langle (\Delta^2 x)^2 \rangle \quad (2.8)$$

Donde los corchetes indican la media sobre el conjunto de observaciones, y el “2” del denominador normaliza para igualar a la varianza clásica para el caso del ruido blanco. Allan demostró que esta varianza tiene un buen comportamiento y converge para todos los procesos de densidad espectral de interés para modelar relojes y sistemas de medición [90].

## 2.9 Conclusiones del capítulo

Se ha visto un incremento en la oferta que existe en lo que se refiere a los sensores en el dominio de la frecuencia con una variedad de aplicaciones que van en incremento. A raíz de esto, durante las últimas décadas se han desarrollado diversos métodos para medir la frecuencia de una señal ofreciendo soluciones a la necesidad de una medición confiable y precisa. Como se ha visto, algunos métodos se enfocan en aplicaciones limitadas a señales de potencia, otros métodos se enfocan en señales con una forma de onda específica, otros a reducir tiempos de medición, mientras que otros métodos priorizan el simplificar el procesamiento necesario de la información obtenida; lo anterior sin mencionar el costo del equipo que implementa el método en cuestión. Como objetivo de este trabajo de tesis es el ofrecer un solo método que combine las ventajas antes mencionadas sin limitarse a un tipo de señal o a un rango de frecuencias, con la finalidad de que sea aplicable a la mayoría de las necesidades con finalidad industrial o de investigación, de preferencia con la propiedad fundamental de no perder generalidad del método en casos de diferentes aplicaciones.

### Capítulo 3. Criterio de fin de medición propuesto para el método de coincidencia de pulsos

#### 3.1. Propuesta teórica para medición de frecuencia por el método de coincidencia de pulsos

En este capítulo se describe el efecto que tiene el ancho de pulso de las señales involucradas en el proceso de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos. Con base a los resultados obtenidos de distintas simulaciones.

Posteriormente, se describe la relación que tiene el método de medición por coincidencia de pulsos con el algoritmo de Euclides. Finalmente y con base en los análisis anteriores, se presenta un nuevo criterio de fin de medición y las respectivas limitantes para su aplicación. Para este capítulo se considerarán los siguientes elementos:

- Una señal de pulsos rectangulares  $S_o$ , con periodo  $T_o$ , ancho de pulso  $\tau_o$  y frecuencia  $f_o$ , parámetros hipotéticamente conocidos.
- Una señal teóricamente desconocida  $S_x$  de pulsos rectangulares, con periodo  $T_x$ , ancho de pulso  $\tau_x$  y frecuencia  $f_x$ .
- $MCD(T_o, T_x)$  como el máximo común divisor de  $T_o$  y  $T_x$ .
- $\left\lceil \frac{\tau}{MCD(T_o, T_x)} \right\rceil$  representará el redondeo al entero inmediato superior de  $\frac{\tau}{MCD(T_o, T_x)}$ .

Para trabajo orientado a la medición de frecuencia de osciladores altamente estables, se considera que  $T_o$  se puede representar como  $T_o = T_o \times 10^{-r}$  segundos dando  $T_o$  es una constante entera. Esta suposición se extiende también a los valores de  $\tau_o$ ,  $T_x$  y  $\tau_x$ . Los cuales se expresan por:

$$\begin{aligned}\tau_o &= \tau_o \times 10^{-r} \text{ segundos,} \\ T_x &= T_o \times 10^{-r} \text{ segundos,} \\ \tau_x &= \tau_o \times 10^{-r} \text{ segundos.}\end{aligned}$$

Como se menciona en [81], el método de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos consiste en contar el número de periodos completos de dos trenes de pulsos, tomando como referencia un primer momento en el que se presentan simultáneamente los semiciclos positivos de ambas señales (coincidencia), y registrar el conteo para cada señal en cada coincidencia subsecuente. Se asume a  $S_o$  como la señal de referencia, de manera que el valor de su periodo  $T_o$  sea utilizado para calcular el periodo  $T_x$  y la frecuencia asociada  $f_x$  de la señal  $S_x$ . En este método, la relación que existe entre los periodos de las señales  $S_o$  y  $S_x$  es determinada a través de:

$$N_o(i)T_o = N_x(i)T_x + e(i), \quad (1)$$

donde  $N_o(i)$  y  $N_x(i)$  son el número de periodos completos para una  $i$ -ésima coincidencia entre  $S_o$  y  $S_x$  respectivamente desde una inicial de referencia para el conteo. Un criterio propuesto para terminar la medición establece que en una  $m$ -ésima coincidencia,  $N_x(m)$  tendrá la forma

$T_o \times 10^5$ ; en cuyo caso,  $N_o(m)$  tendrá la forma  $T_x \times 10^5$ . De la ecuación (1) el periodo de la señal  $S_x$  se reescribe como [44, p. 91]:

$$T_x = \frac{N_o(m)T_o + e(i)}{N_x(m)}. \quad (2)$$

A manera de ejemplo, en la Figura 3.1 se muestra una simulación de dos señales  $S_x$  y  $S_o$  (en azul y negro, respectivamente), y un tercer tren de pulsos en rojo ( $S_x \& S_o$ ) que corresponde a las coincidencias generadas entre las señales  $S_x$  y  $S_o$ . Considerando el primer pulso de  $S_x \& S_o$  como coincidencia de referencia (señalado con la flecha con rayas horizontales de la izquierda), el criterio de fin de medición se cumple en el pulso rojo que se encuentra en  $11 \times 10^{-5}$  segundos (señalado con la flecha con rayas horizontales de la derecha). En este caso, considerar la coincidencia de referencia como coincidencia ideal, debido a que los pulsos de las señales  $S_x$  y  $S_o$  se encuentran totalmente alineados, lo que produce un pulso de coincidencia con el mayor ancho posible.

Para iniciar el análisis del método de coincidencia de pulsos, se desarrollaron una serie de experimentos computacionales en los que la coincidencia de referencia fue generada por pulsos provenientes de las señales  $S_x$  y  $S_o$  con un desfase  $\varphi$  diferente de cero. Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 3.2; en el cual, se utilizó un valor de  $\varphi = 2 \times 10^{-6}$  seg. Al analizar las simulaciones se observó que, el desplazar  $S_x$  hacia la derecha (con respecto a la señal  $S_o$ ) implica el desplazamiento de los pulsos de coincidencia a la izquierda; de manera similar, desplazar  $S_x$  hacia la izquierda (con respecto a la señal  $S_o$ ) implica el desplazamiento de los pulsos de coincidencia a la derecha. Lo anterior se cumple siempre que  $T_x > T_o$ , de lo contrario el desplazamiento será en sentido contrario.

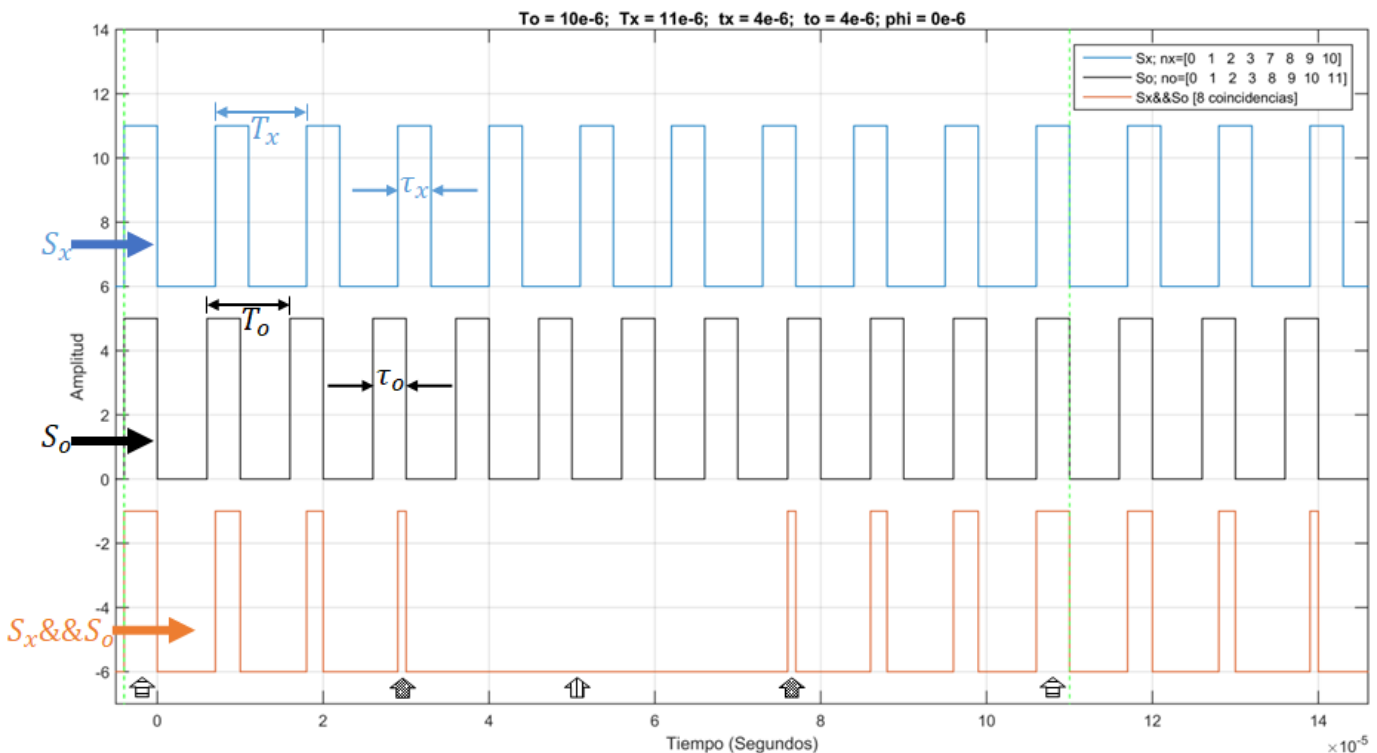


Figura 3.1. Representación gráfica del método de coincidencia de pulsos.

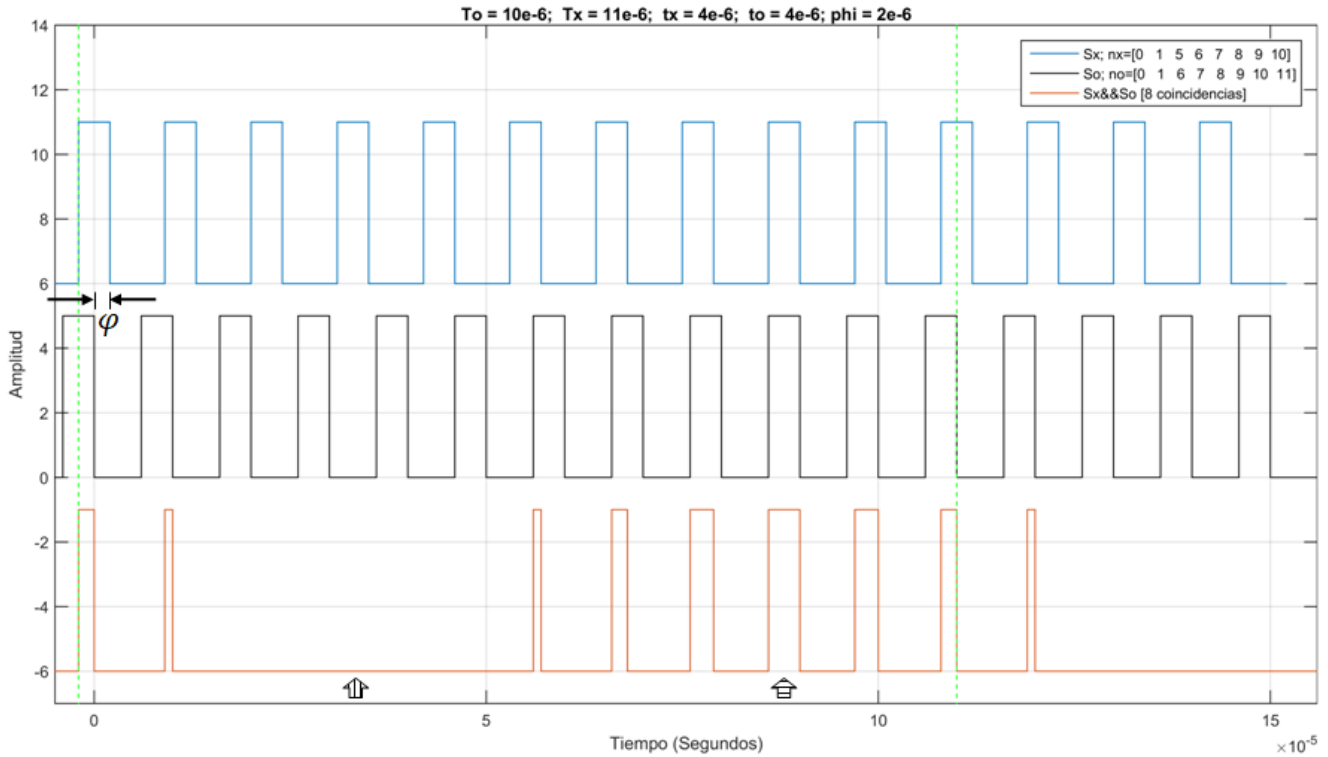


Figura 3.2. Simulación del método de coincidencia de pulsos con  $\varphi = 2 \times 10^{-6}$  segundos.

### 3.2. Efecto del ancho de pulso de las señales $S_x$ y $S_o$

Como se mencionó anteriormente, pueden existir dos tipos de coincidencias; aquellas en las que los semiciclos positivos de las señales  $S_x$  y  $S_o$  se encuentran totalmente alineados (coincidencia ideal), y aquellas en las que los semiciclos positivos de las señales  $S_x$  y  $S_o$  se encuentran parcialmente alineados (coincidencia parcial). En las Figuras 3.1 y 3.2, las coincidencias hipotéticamente ideales se indican con  $\hat{=}$ , los pulsos de coincidencias que no están marcadas son parciales.

En la medición por coincidencia de pulsos, se ha encontrado que el ancho de pulso de las señales  $S_x$  y  $S_o$  ( $\tau$ ) está asociado a la cantidad de coincidencias que se presentarán en una medición. Existe un valor de  $\tau$  mínimo; a partir de cual, aparecerán coincidencias parciales en una medición dada, más adelante se presenta deducción con base a simulaciones de dicho valor. Por otro lado, la presencia de coincidencias hipotéticamente ideales no está condicionada al ancho de pulso de  $S_x$  y  $S_o$ .

Considerando el criterio de fin de medición antes mencionado, es deseable iniciar la medición con una coincidencia ideal como referencia, de manera que  $N_o(m)$  se encontrará en otra coincidencia ideal. Bajo este criterio, es deseable discriminar las coincidencias parciales para conservar solo las coincidencias hipotéticamente ideales, a partir de las cuales se obtendrán los mejores resultados [86].

El efecto del ancho de pulso de las señales  $S_x$  y  $S_o$  se puede definir de la siguiente manera: la cantidad de coincidencias parciales guardará una proporción directa con  $\tau$ , pero las coincidencias hipotéticamente ideales permanecen invariantes a este parámetro.

### 3.3. Cantidad de coincidencias en una medición

En [86] se establece  $2(k - 1)$  como una ecuación para determinar el número de coincidencias parciales que se encontrarán en una medición por el método de coincidencia de pulsos, donde  $k$  forma parte de un criterio para proponer un valor de  $\tau$  en función de  $T_o$ . Considerando que el análisis anterior se propuso con casos particulares ( $T_x = T_o + \frac{T_o}{10}$ ) y los posibles valores de  $\tau$  fueron muy limitados, en este capítulo se muestran los resultados de analizar un número considerable de simulaciones con distintos valores de  $\tau$ ,  $T_o$  y  $T_x$ , donde cada simulación inicia en una coincidencia ideal y termina en un tiempo  $N_o(m)T_o$ . La Tabla 3.1 muestra valores usados para 20 de las 4050 simulaciones realizadas.

Tabla 3.1. Valores representativos de 20 simulaciones.

$T_x$	$T_o$	$\tau$	MCD	NCT
114	100	25	2	51
117	100	49.9	1	100
118	100	29	2	59
120	100	10.1	20	21
121	100	14	1	28
122	100	17	2	35
123	100	6.9	1	14
124	100	21	4	45
125	100	18	25	26
126	100	45.9	2	91
127	100	16	1	32
128	100	40	4	77
129	100	12	1	24
130	100	25	10	51
131	100	14.1	1	30
132	100	20.9	4	45
135	100	48	5	96
138	100	16.1	2	35
139	100	44	1	88

Al observar los resultados de las simulaciones, se encontró un patrón que relaciona al MCD(TO,TX), a  $\tau$ , y al número de coincidencias que se presentaron; se observó que el MCD(TO,TX) establece intervalos para  $\tau$  y para el número de coincidencias totales (NCT) que se presentaron (ideales y parciales). Después de estudiar los valores usados para las simulaciones y los resultados obtenidos, se formuló una ecuación que expresa el NCT en términos de  $\tau$  y de

$MCD(TO, TX)$ . Al incluir la coincidencia de referencia, la Figura 3.3 refleja el resultado del análisis, y la ecuación es:

$$NCT = MCD(TO, TX) \left( 2 \left\lceil \frac{\tau}{MCD} \right\rceil - 1 \right) + 1. \quad (3)$$

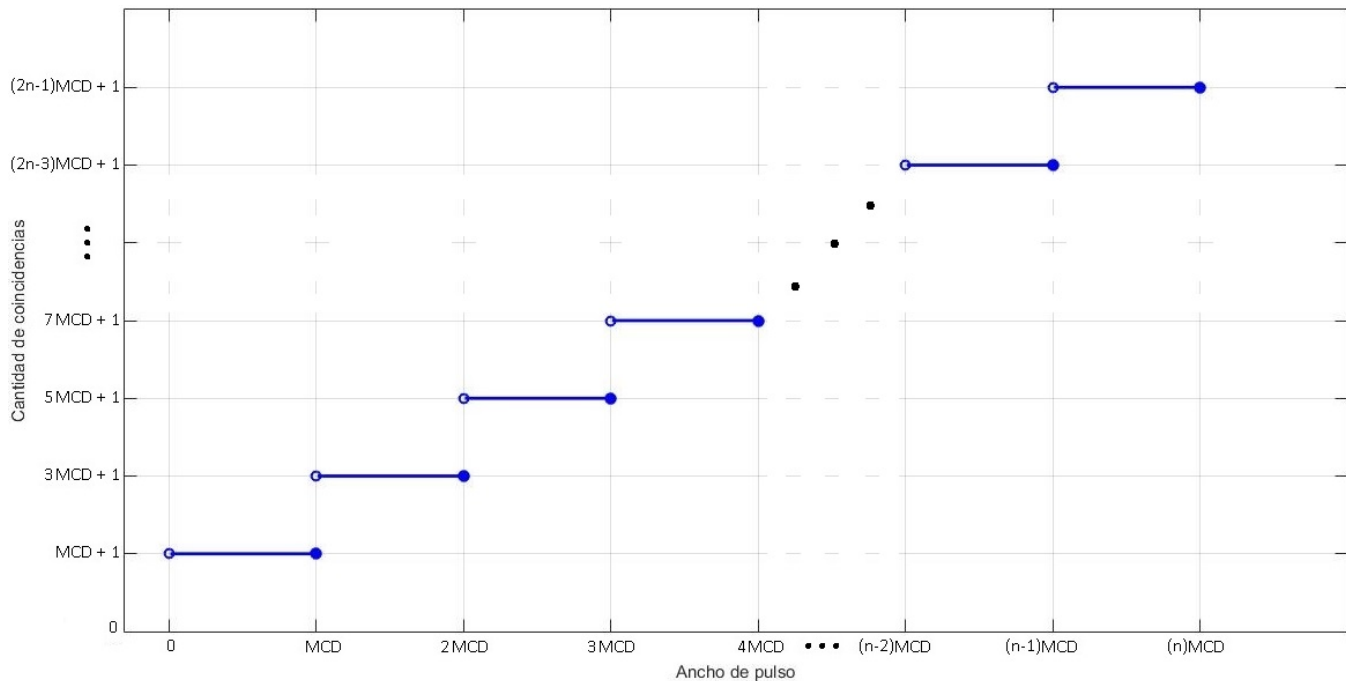


Figura 3.3. Cantidad de coincidencias que existirán en una medición en términos del  $MCD(TO, TX)$ .

Además, el número de coincidencias hipotéticamente ideales ( $NCI$ ) que se van a presentar en la medición (considerando la misma referencia, el mismo criterio de fin de medición e incluyendo la coincidencia de referencia) también se puede expresar en términos del  $MCD(TO, TX)$  de la siguiente forma:

$$NCI = MCD(TO, TX) + 1. \quad (4)$$

Con las ecuaciones (3) y (4), se puede determinar el número de coincidencias parciales ( $NCP$ ) de la siguiente manera:

$$NCP = NCT - NCI = MCD(TO, TX) \left( 2 \left\lceil \frac{\tau}{MCD} \right\rceil - 2 \right). \quad (5)$$

De la ecuación (5), se observa que para evitar que aparezcan coincidencias parciales, es necesario que  $\tau \leq MCD(TO, TX)$ . La Figura 3.4 muestra un ejemplo donde solo aparecen coincidencias hipotéticamente ideales, ya que  $\tau = 0.9$  y  $MCD(TO, TX) = 1$ . La Figura 3.5 muestra un ejemplo donde aparecen coincidencias hipotéticamente ideales y parciales, ya que  $\tau = 4$  y  $MCD(TO, TX) = 1$ . Visto desde un punto de vista geométrico y considerando que el método cuenta periodos completos de las señales, es válido considerar a  $T_x$  como el mínimo

incremento en el eje del tiempo para la señal  $S_x$ , y a  $T_o$  como el mínimo incremento en el eje del tiempo para la señal  $S_o$ . Cuando  $T_x$  se presenta  $A$  veces (empezando de la coincidencia de referencia), le va a corresponder  $B$  incrementos de  $T_o$ ; a la diferencia entre estas distancias se le llamará  $\Delta_{Aox} = AT_o - BT_x$ . En las Figuras 3.4 y 3.5 se aprecia que los pulsos de coincidencia existirán solo cuando  $|\Delta_{Aox}| < \tau$ ; además, los pulsos de coincidencia ( $\tau_c$ ) pueden tener diferente anchos cuando  $\tau > MCD(TO, TX)$ , y estos valores se pueden determinar con la expresión:

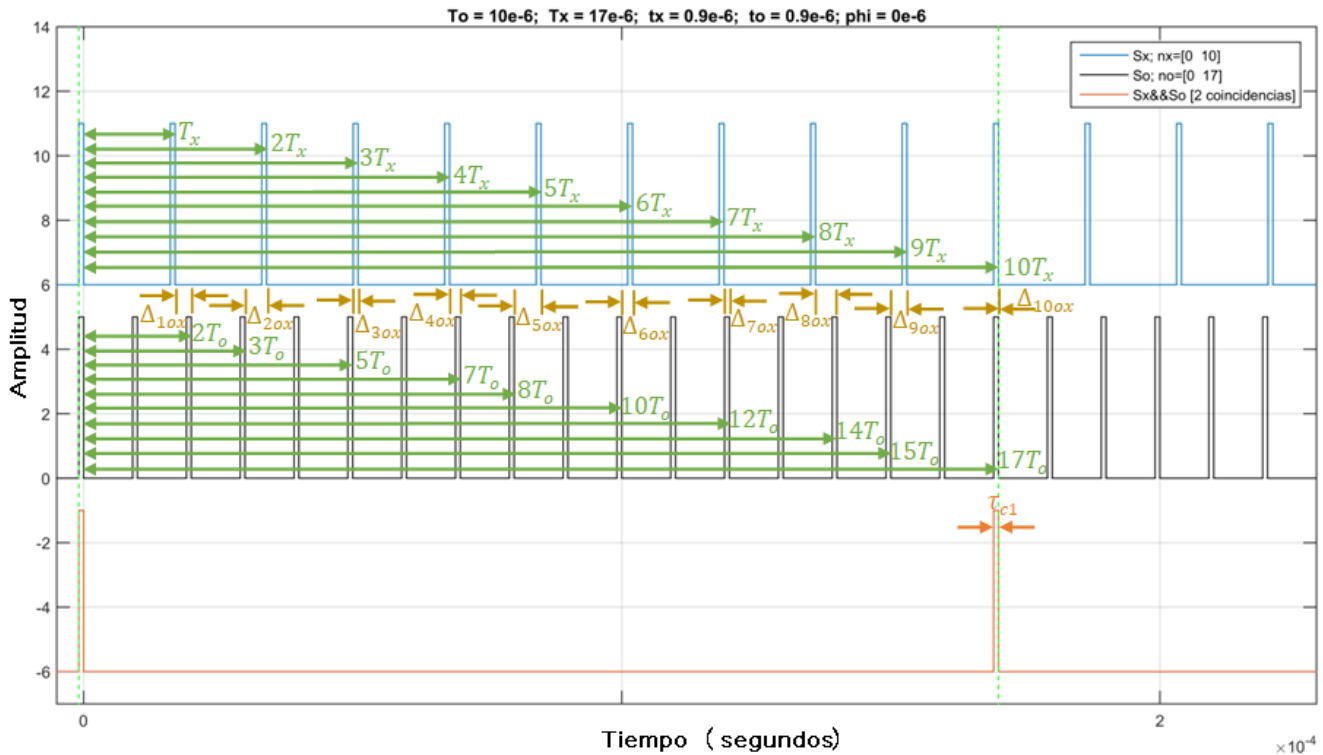


Figura 3.4. Simulación donde  $\tau < MCD(TO, TX)$ .

$\tau_c(i) = \tau - |\Delta_{Aox}|$ . Es muy importante tener en cuenta que esta última expresión solo es válida cuando  $0 \leq |\Delta_{Aox}| < \tau$ , esto debido a que  $\tau_c(i)$  no puede tener valores negativos. De este último análisis se pueden teóricamente extrapolar tres situaciones:

- No se presentará coincidencia cuando  $\tau \leq |\Delta_{Aox}|$ .
- Coincidencias parciales se presentarán cuando  $0 < |\Delta_{Aox}| < \tau$ .
- Se presentarán coincidencias hipotéticamente ideales cuando  $\Delta_{Aox} = 0$ .

### 3.4. Simetría en la señal de coincidencias

Se ha confirmado por simulación que cuando  $\left\lfloor \frac{\tau_o}{MCD(TO, TX)} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{\tau_x}{MCD(TO, TX)} \right\rfloor$  y existen pulsos de coincidencia, estos pulsos forman una agrupación, a la que nos referiremos como paquetes; además, la señal de coincidencias mostrara un patrón de simetría independientemente del valor de  $\varphi$ . La periodicidad de este fenómeno permite ubicar dos ejes de simetría; un eje se puede ubicar en cada coincidencia ideal (a la mitad de un paquete), y el segundo eje se puede encontrar

en el punto medio entre dos coincidencias hipotéticamente ideales (entre dos paquetes). En las Figuras 3.1, 3.2 y 3.5 se ubican estos ejes con flechas  $\Leftarrow$  y  $\Rightarrow$  respectivamente. La Figura 3.6 es un ejemplo para ilustrar que cuando  $\tau_o \neq \tau_x$  a un punto donde  $\left\lfloor \frac{\tau_o}{MCD(TO, TX)} \right\rfloor \neq \left\lfloor \frac{\tau_x}{MCD(TO, TX)} \right\rfloor$ , los ejes de simetría en los puntos mencionados ya no se presentan; esto considerando que se pierde el concepto de coincidencia ideal, debido a que el ancho de pulso (máximo) de la señal de coincidencias será igual (idealmente) al ancho de pulso mínimo de las señales originales. Finalmente cabe resaltar, que el único parámetro que cambia entre las Figuras 3.5 y 3.6 es el valor de  $\tau_x$ ; y se observa que los pulsos que corresponden a las coincidencias hipotéticamente ideales, prevalecen a pesar de este cambio a diferencia de las coincidencias parciales.

### 3.5. Condiciones para que no exista coincidencia

Se ha encontrado por simulación, que existen condiciones bajo las cuales no se generarán coincidencias. La Figura 3.7, es un ejemplo para ilustrar que mientras  $\tau > \varphi$  existirán coincidencias. En la Figura 3.8 se observa que si  $MCD(TO, TX) > 1$  y  $\tau < 1$ , existe una región para  $\varphi$  donde no se generarán coincidencias expresado como:

$$\tau < \varphi < \theta. \quad (6)$$

Donde  $\theta$  es un valor a partir del cual, se generarán pulsos de coincidencia. Este valor es dependiente de las señales  $S_x$  y  $S_o$ .

Retomando el punto de vista geométrico,  $\varphi$  se puede interpretar como el primer  $\Delta_{Aox}$  ( $\Delta_{0ox}$  en las Figuras 3.7 y 3.8), y su valor afectará a los  $\Delta_{Aox}$ . Esto puede dar lugar a una situación en la cual  $|\Delta_{Aox}| > \tau$  en todos los pasos de ambas señales (incluyendo  $\Delta_{0ox}$ ), lo que se traduce en una situación en la que no existen coincidencias.

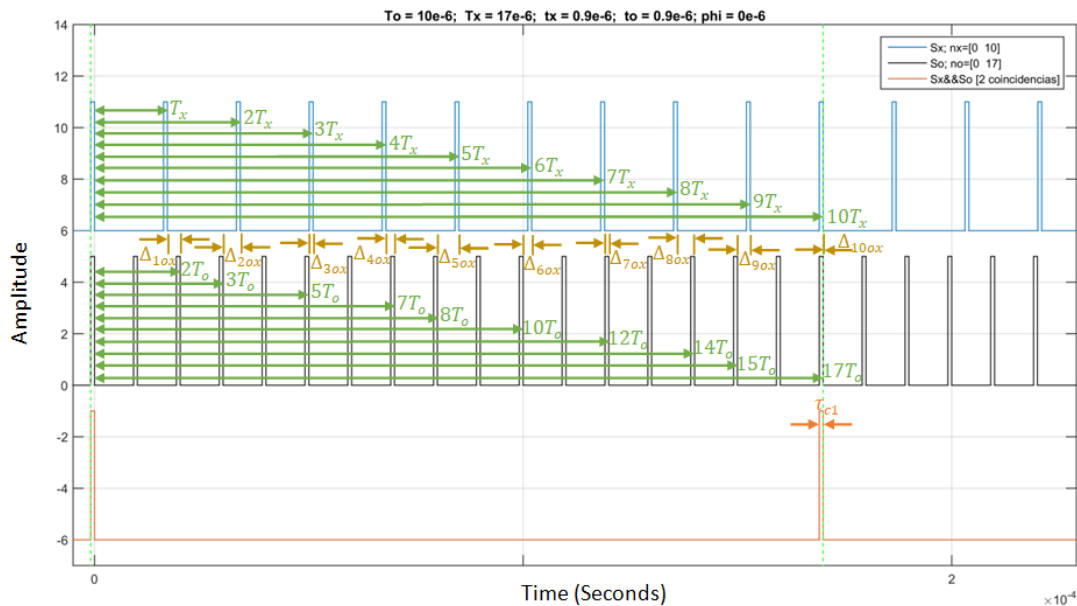


Figura 3.5. Situación con  $\tau < MCD(TO, TX)$ .

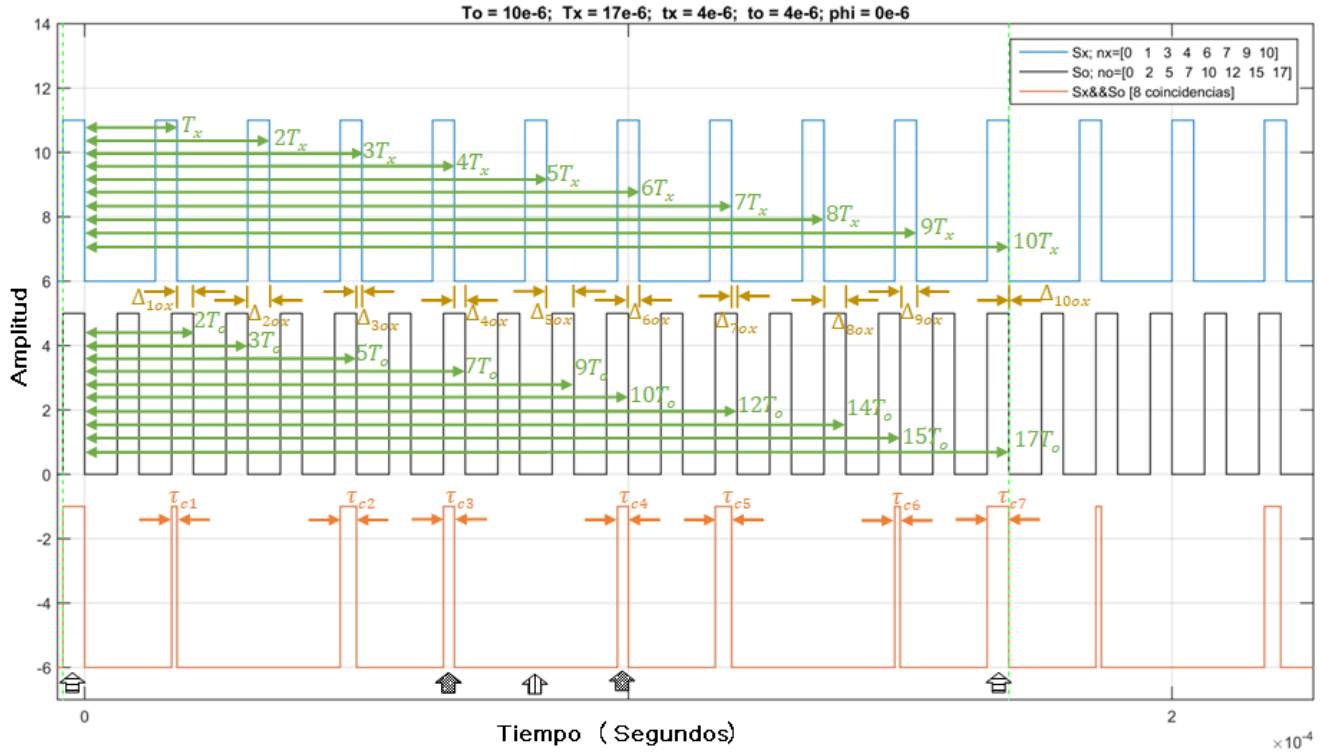


Figura 3.6. Simulación donde  $\tau > MCD(TO, TX)$ .

### 3.6. Relación entre el método de coincidencia de pulsos y el algoritmo de Euclides

La teoría de números establece que a dos cantidades (por ejemplo: 10, 27) se les puede aplicar el algoritmo de Euclides:

$$\begin{aligned} 27 &= 2 * 10 + 7 \\ 10 &= 1 * 7 + 3 \\ 7 &= 2 * 3 + 1 \\ 3 &= 3 * 1 + 0 \end{aligned}$$

para obtener los elementos de la fracción continuada:

$$\frac{T_x}{T_o} = \{a_0; a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \frac{1}{a_4 + \dots}}}} \quad (7)$$

$$\frac{27}{10} = \{2; 1, 2, 3\} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}} \quad (8)$$

a partir de estos elementos, es posible obtener los convergentes  $P_n$  y  $Q_n$  con las ecuaciones:

$$\begin{aligned} P_0 &= a_0 \\ Q_0 &= 1 \\ P_1 &= a_1 P_0 + 1 \\ Q_1 &= a_1 \\ P_k &= a_k P_{k-1} + P_{k-2}, \text{ para } k > 1 \end{aligned}$$

$$Q_k = a_k Q_{k-1} + Q_{k-2}, \text{ para } k > 1,$$

para el ejemplo propuesto, los convergentes son:

$$\begin{array}{lll} a_0 = 2 & P_0 = a_0 = 2 & Q_0 = 1 \\ a_1 = 1 & P_1 = a_1 P_0 + 1 = P_0 + 1 = 3 & Q_1 = a_1 = 1 \\ a_2 = 2 & P_2 = a_2 P_1 + P_0 = 2P_1 + P_0 = 8 & Q_2 = a_2 Q_1 + Q_0 = 2Q_1 + Q_0 = 3 \\ a_3 = 3 & P_3 = a_3 P_2 + P_1 = 3P_2 + P_1 = 27 & Q_3 = a_3 Q_2 + Q_1 = 3Q_2 + Q_1 = 10 \end{array}$$

Con  $n$  elementos de la fracción continuada, es posible obtener  $n$  pares de convergentes; además, el último par de convergentes  $P_m, Q_m$  de la fracción continuada corresponde al par  $\frac{T_x}{MCD(T_0, T_x)}, \frac{T_0}{MCD(T_0, T_x)}$ . Al graficar  $\frac{P_k}{Q_k}$  en la Figura 3.9, se muestra que el primer par de convergentes en la forma  $\frac{P_0}{Q_0}$  se ubicarán a la izquierda de  $\frac{T_x}{T_0}$ , y cada nuevo par de convergentes se encontrará más cerca de  $\frac{T_x}{T_0}$  por el lado opuesto que el par anterior.

Al realizar una simulación con los valores propuestos  $T_0 = 10$  y  $T_x = 27$ , con  $\tau = 4$ , se obtuvieron los siguientes pares de datos  $N_o, N_x$ ; y se observó que cada par  $N_o, N_x$  obtenido en la simulación, se puede expresar en términos de algún par de convergentes  $P_n, Q_n$  ó como una combinación lineal de convergentes como se muestra a continuación:

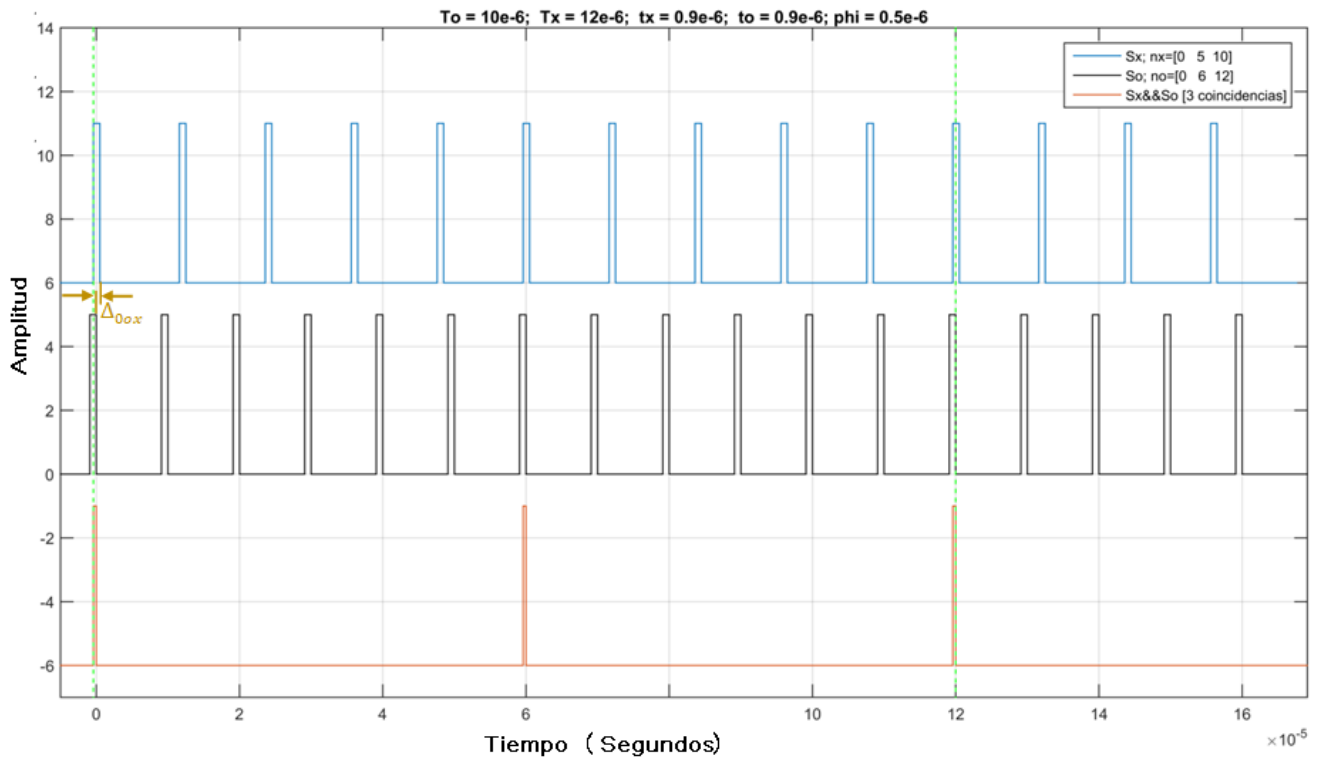


Figura 3.7. Simulación donde  $\phi$  no afecta la existencia de coincidencias.

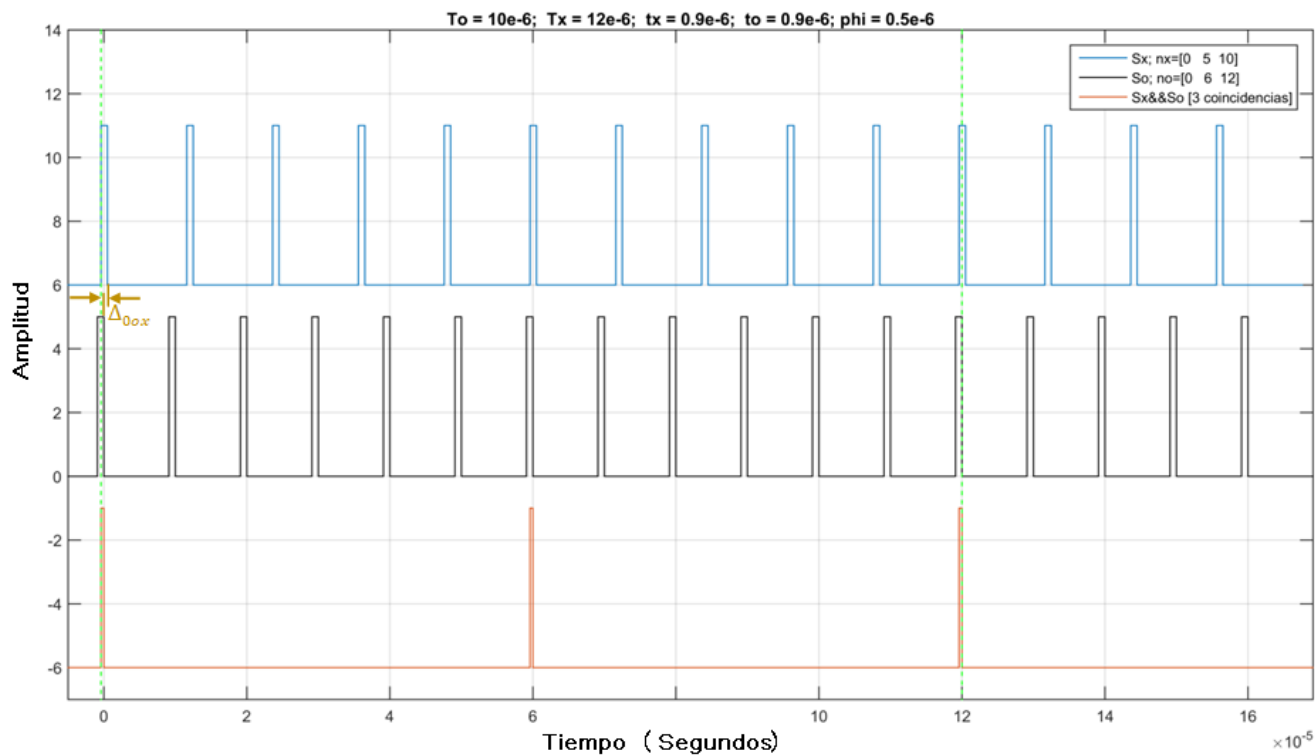


Figura 3.8. Simulación donde  $\phi$  afecta la existencia de coincidencias.

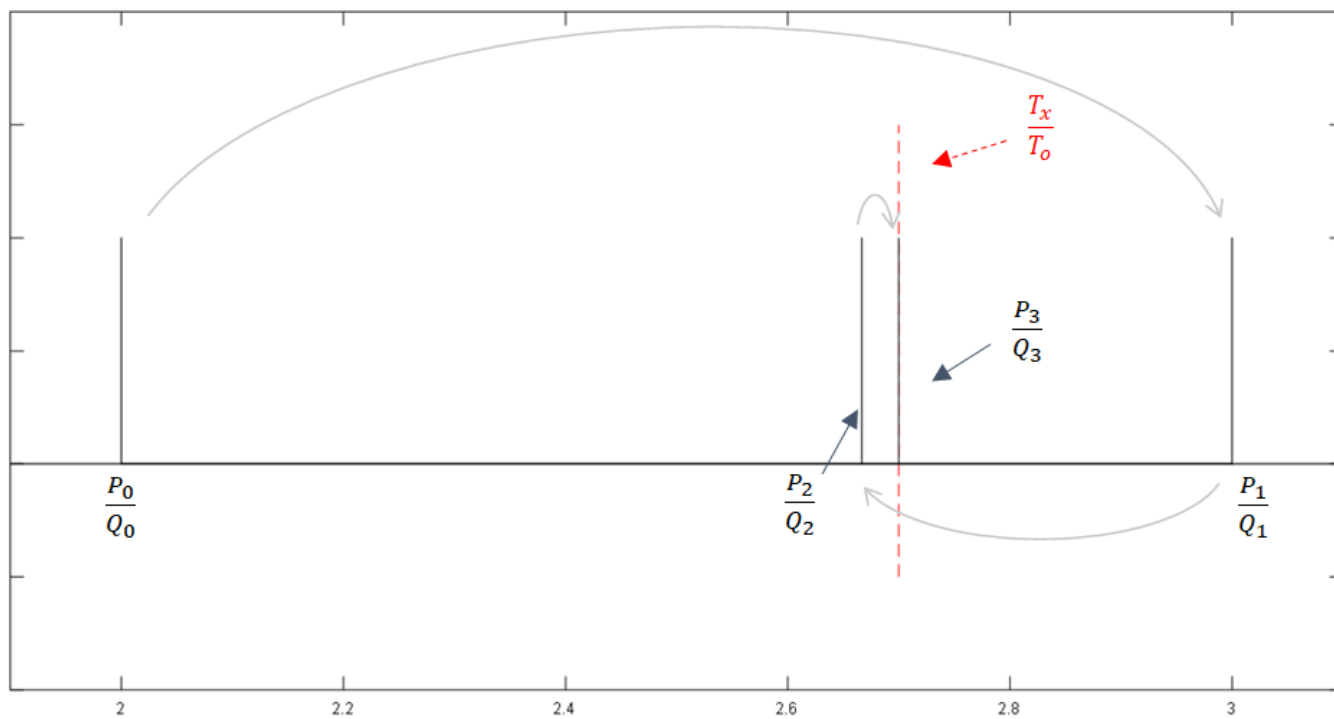


Figura 3.9. Ejemplo de comportamiento de los convergentes  $\frac{P_k}{Q_k}$  alrededor de  $\frac{T_x}{T_o}$ .

$No(0)=0$	$Nx(0)=0$	→	Coincidencia de referencia
$No(1)=3$	$Nx(1)=1$	→	$P_1$ $Q_1$
$No(2)=8$	$Nx(2)=3$	→	$P_2$ $Q_2$
$No(3)=11$	$Nx(3)=4$	→	$P_2 + P_1$ $Q_2 + Q_1$
$No(4)=16$	$Nx(4)=6$	→	$2P_2$ $2Q_2$
$No(5)=19$	$Nx(5)=7$	→	$2P_2 + P_1$ $2Q_2 + Q_1$
$No(6)=24$	$Nx(6)=9$	→	$3P_2$ $3Q_2$
$No(7)=27$	$Nx(7)=10$	→	$3P_2 + P_1$ $3Q_2 + Q_1$ ← Criterio para fin de medición

Con este ejemplo se demuestra que se puede usar la teoría de números para representar cada par de datos  $N_o, N_x$  obtenido del método de coincidencia de pulsos como pares de convergentes o como una combinación lineal de ellos como la medianta de convergentes.

### 3.7. Criterio de fin de medición propuesto

En las Figuras 3.1 y 3.5 se observa que a la mitad del tiempo de medición, no se presenta coincidencia; esto es debido a que el  $MCD(TO, TX)$  para los valores utilizados es impar. Cuando el  $MCD(TO, TX)$  sea par, se presentará una coincidencia ideal en la mitad del tiempo del proceso de medición (considerando  $\varphi = 0$ ). Lo anterior se ejemplifica en la Figura 3.10, donde  $MCD(TO, TX) = 2$ .

Considerando la  $i$ -ésima coincidencia como la que se encuentra justo antes de la mitad del tiempo de medición (indicada con la flecha ☞ de la izquierda en las figuras 3.1, 3.5 y 3.10) se generan los pares de datos  $N_o(i), N_x(i)$  y  $N_o(j), N_x(j)$  con  $j = i + 1$  cuando  $MCD(TO, TX)$  es impar, y  $j = i + 2$  cuando  $MCD(TO, TX)$  es par (flecha ☞ de la derecha en las figuras 3.1, 3.5 y 3.10). Se puede observar que:

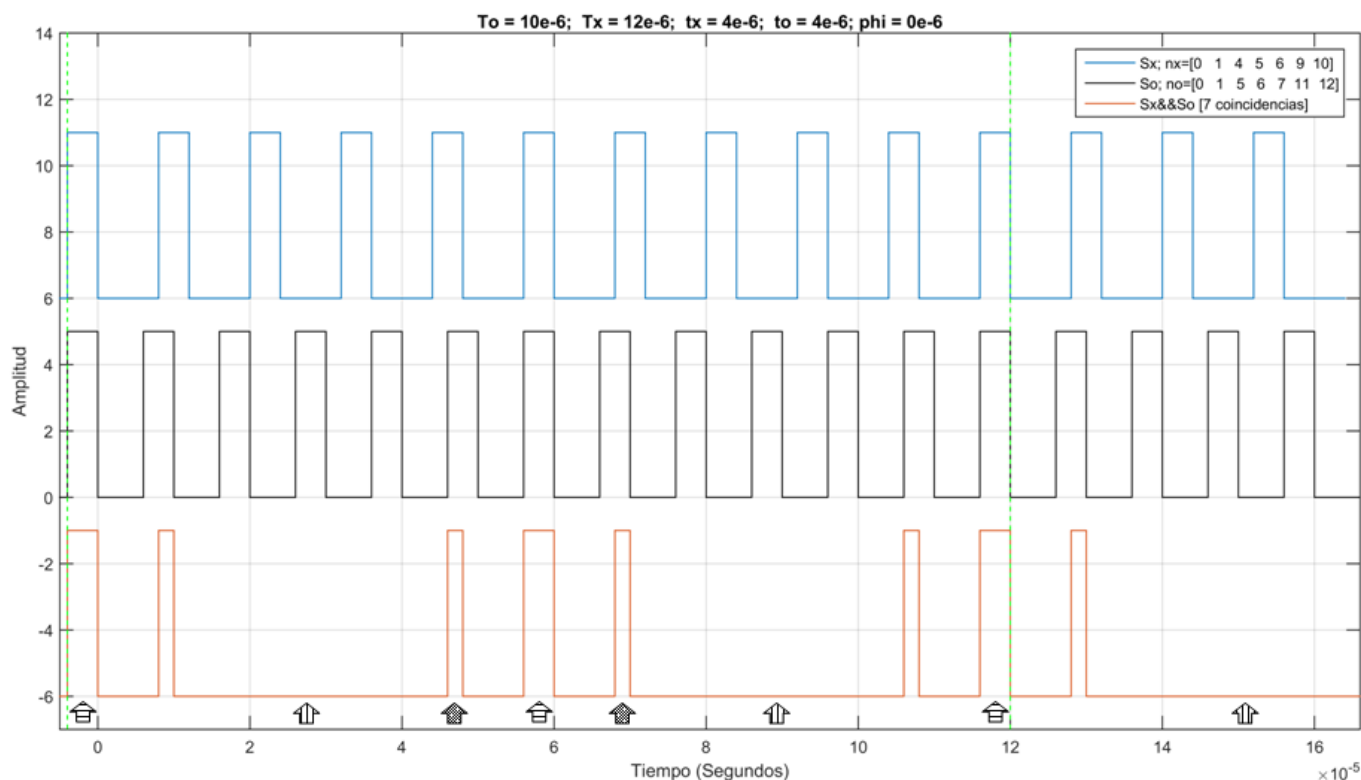


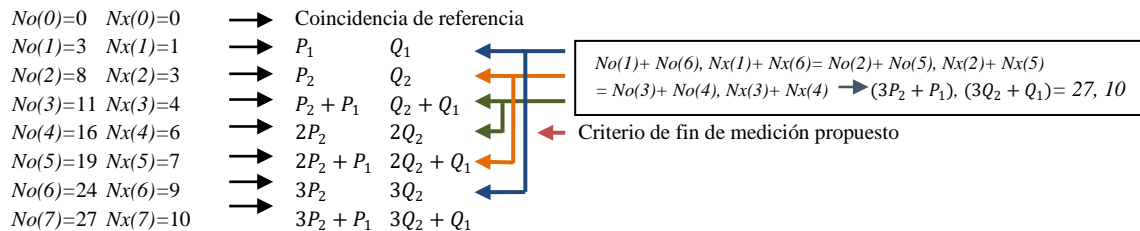
Figura 3.10. Simulación con  $MCD(TO, TX)$  par.

$$N_x(i) + N_x(j) = T_o \times 10^S, \quad (9)$$

$$N_o(i) + N_o(j) = T_x \times 10^S, \quad (10)$$

de esta forma, es posible obtener la forma de la señal  $S_x$  propuesta en el criterio anterior en un tiempo menor y conservando el nivel de precisión indicado en [44, p. 91].

Considerando una vez más el ejemplo que se desarrolló para el algoritmo de Euclides, es posible respaldar esta propuesta con los convergentes  $P_n, Q_n$  al sumar los pares de datos convenientemente como se muestra en el siguiente cuadro:



La Figura 3.11 servirá de apoyo para demostrar de manera gráfica el criterio de fin de medición propuesto. Las primeras dos flechas naranjas (las más cortas) representan el tiempo necesario desde la coincidencia de referencia hasta la coincidencia  $i$ -ésima y  $j$ -ésima; y al sumar estos tiempos, el resultado es el tiempo entre la coincidencia de referencia y la  $m$ -ésima coincidencia. Al sumar los pulsos almacenados en  $N_x(i)$  y  $N_x(j)$  el resultado corresponde al número de pulsos que se espera en la coincidencia  $N_x(m)$ . De manera similar, al sumar los pulsos almacenados en  $N_o(i)$  y  $N_o(j)$  el resultado corresponde al número de pulsos que se espera en la coincidencia  $N_o(m)$ . Como se observó en el algoritmo de Euclides, para obtener el periodo  $T_x$  en función de la medianta de convergentes, se reescribiría la ecuación (2) como:

$$T_x = \frac{N_o(i) + N_o(j)}{N_x(i) + N_x(j)} T_o. \quad (11)$$

Es importante considerar las condiciones que permiten el criterio propuesto.  $\tau$  debe ser tan grande como sea posible para dar lugar a la existencia de coincidencias parciales en la medición, pero considerando la limitante:  $\tau < \frac{T_o}{2}$  [86] (asumiendo  $T_o < T_x$ ); además, es necesario que  $\left[ \frac{\tau_o}{MCD(T_o, T_x)} \right] = \left[ \frac{\tau_x}{MCD(T_o, T_x)} \right]$ , ya que esta condición permite que la señal de coincidencia guarde la simetría que se observó. Finalmente, es necesario que la coincidencia de referencia se encuentre en el centro de un paquete de coincidencias.

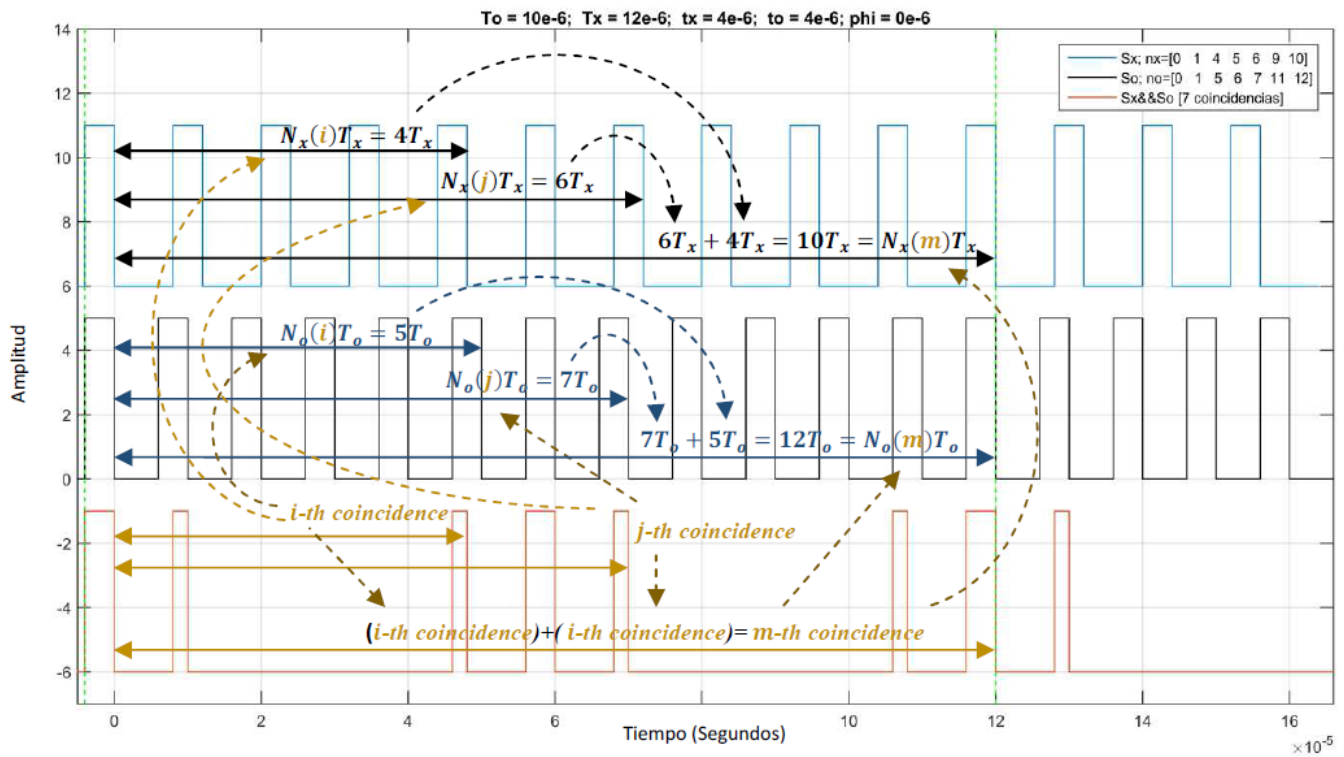


Figura 3.11. Representación gráfica del criterio de fin de medición propuesto.

### 3.8. Experimentos computacionales aplicando el criterio de fin de medición de frecuencia propuesto

La Figura 3.12 corresponde a una simulación realizada con  $T_o=0.01$  segundos,  $T_x=0.018$  segundos,  $\tau_o=\tau_x=0.004$  segundos; por lo tanto,  $T_o=10$ ,  $T_x=18$ ,  $\tau=4$ .

Con los valores mencionados es posible calcular que:

$$MCD(TO, TX) = 2,$$

$$\left\lceil \frac{\tau}{MCD(TO, TX)} \right\rceil = 2; \text{ por lo tanto:}$$

$$NCI = 3,$$

$$NCT = MCD(TO, TX) \left( 2 \left\lceil \frac{\tau}{MCD(TO, TX)} \right\rceil - 1 \right) + 1 = 2(2(2) - 1) + 1 = 7,$$

$$NCP = NCT - NCI = 4.$$

Al contar los pulsos de las señales  $S_o$  y  $S_x$  (tomando en cuenta que los pulsos correspondientes a la coincidencia de referencia son los pulsos cero puesto que son el origen) y registrar en cada pulso de coincidencia se genera la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Ejemplo 1, valores extraídos para aplicación de criterio de fin de medición de frecuencia.

$i$	$N_x(i)$	$N_o(i)$
1 (referencia)	0	0
2	1	2
3	4	7
4	5	9
5	6	11
6	9	16
7	10	18

La  $m$ -ésima coincidencia es la 7 ya que  $N_o(m) = T_x = 18$ . Como se propone en el apartado 3.7 la coincidencia  $i$ -ésima es la número 3. La  $j$ -ésima coincidencia es la número 5, debido a que el  $MCD(TO, TX)$  es par. Con esta última información se tiene que:

$$N_x(3) + N_x(5) = N_x(7) = 4 + 6 = T_o = 10,$$

$$N_o(3) + N_o(5) = N_o(7) = 7 + 11 = T_x = 18.$$

Por medio de (11) se obtiene el periodo  $T_x$  a partir del cual se puede calcular la frecuencia asociada a la señal  $S_x$ . En este ejemplo a partir de la coincidencia 5 se tienen todos los elementos para calcular la información de la coincidencia 7.

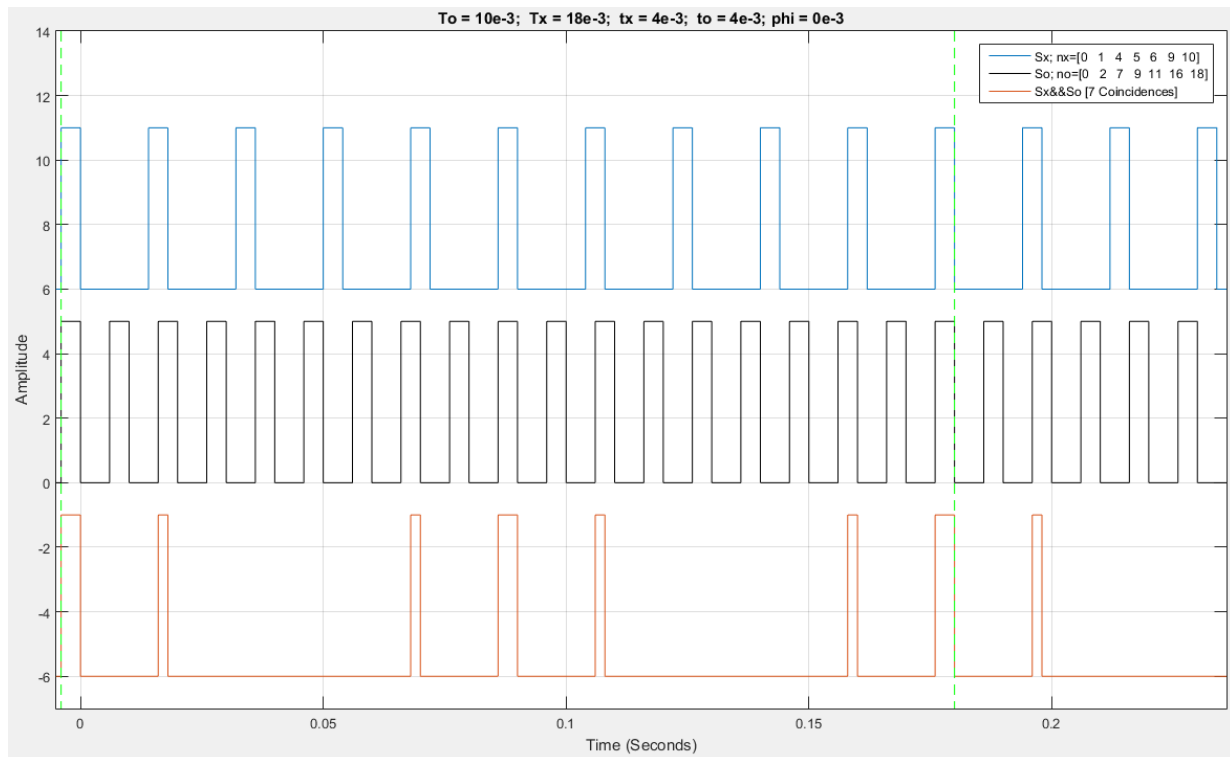


Figura 3.12. Ejemplo 1 de aplicación del criterio de fin de medición de frecuencia propuesto.

La Figura 3.13 corresponde a una simulación realizada con  $T_o=0.01$  segundos,  $T_x=0.021$  segundos,  $\tau_o=\tau_x=0.004$  segundos; por lo tanto,  $T_o=10$ ,  $T_x=21$ ,  $\tau=4$ .

Con los valores mencionados es posible calcular que:

$$MCD(TO, TX) = 1,$$

$$\left\lceil \frac{\tau}{MCD(TO, TX)} \right\rceil = 4; \text{ por lo tanto:}$$

$$NCI = 2,$$

$$NCT = MCD(TO, TX) \left( 2 \left\lceil \frac{\tau}{MCD(TO, TX)} \right\rceil - 1 \right) + 1 = 1(2(4) - 1) + 1 = 8,$$

$$NCP = NCT - NCI = 6.$$

Al contar los pulsos de las señales  $S_o$  y  $S_x$  (tomando en cuenta que los pulsos correspondientes a la coincidencia de referencia son los pulsos cero puesto que son el origen) y registrar en cada pulso de coincidencia se genera la Tabla 3.3.

La  $m$ -ésima coincidencia es la 8 ya que  $N_o(m) = T_x = 21$ . Como se propone en el apartado 3.7 la coincidencia  $i$ -ésima es la número 4. La  $j$ -ésima coincidencia es la número 5, debido a que el  $MCD(TO, TX)$  es impar. Con esta última información se tiene que:

$$N_x(4) + N_x(5) = N_x(10) = 3 + 7 = T_o = 10,$$

$$N_o(4) + N_o(5) = N_o(10) = 6 + 15 = T_x = 21.$$

Por medio de (11) se obtiene el periodo  $T_x$  a partir del cual se puede calcular la frecuencia asociada a la señal  $S_x$ . Al igual que en el ejemplo anterior, a partir de la coincidencia 5 se pueden calcular los datos que se esperan en la  $m$ -ésima coincidencia, que en este caso es la 8.

Tabla 3.3. Ejemplo 2, valores extraídos para aplicación de criterio de fin de medición de frecuencia.

$i$	$N_x(i)$	$N_o(i)$
1 (referencia)	0	0
2	1	2
3	2	4
4	3	6
5	7	15
6	8	17
7	9	19
8	10	21

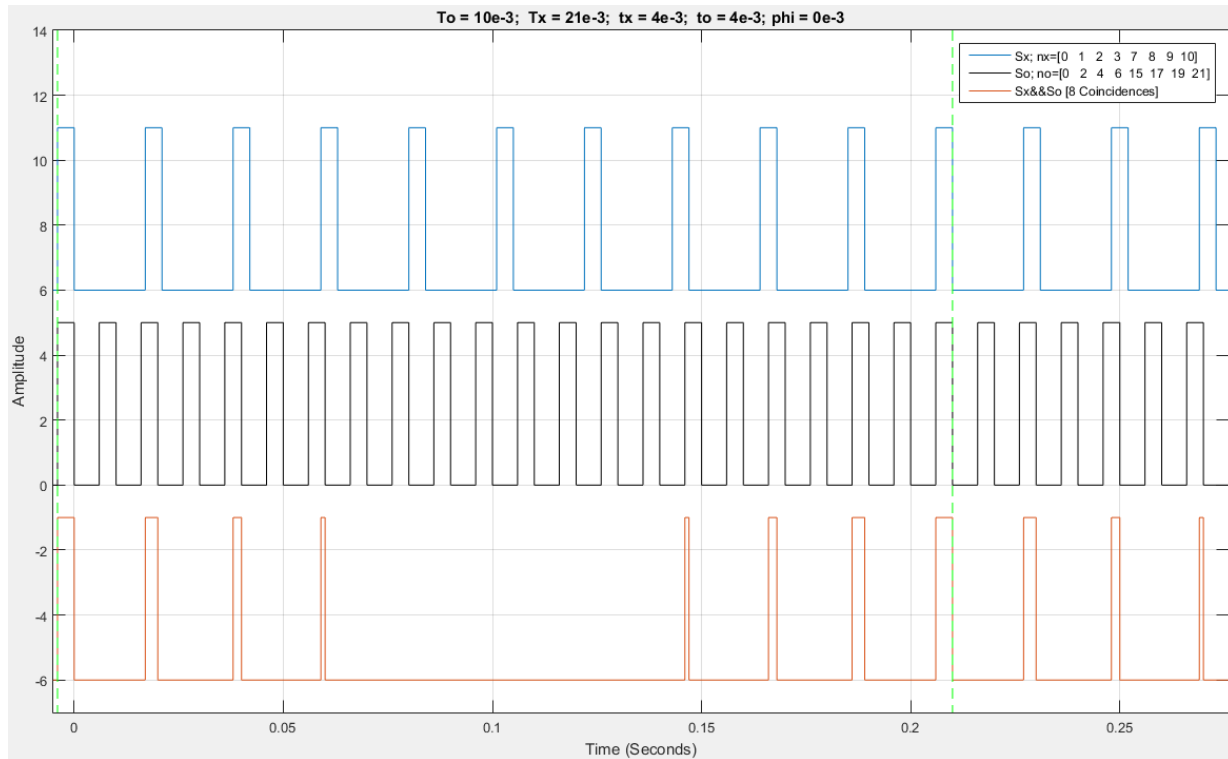


Figura 3.13. Ejemplo 2 de aplicación del criterio de fin de medición de frecuencia propuesto.

La Figura 3.14 corresponde a una simulación realizada con  $T_o=0.05$  segundos,  $T_x=0.095$  segundos,  $\tau_o=\tau_x=0.02$  segundos; por lo tanto,  $T_o=50$ ,  $T_x=95$ ,  $\tau=20$ .

Con los valores mencionados es posible calcular que:

$$MCD(TO, TX) = 5,$$

$$\left\lceil \frac{\tau}{MCD(TO, TX)} \right\rceil = 4; \text{ por lo tanto:}$$

$$NCI = 6,$$

$$NCT = MCD(TO, TX) \left( 2 \left\lceil \frac{\tau}{MCD(TO, TX)} \right\rceil - 1 \right) + 1 = 5(2(4) - 1) + 1 = 36,$$

$$NCP = NCT - NCI = 30.$$

Al contar los pulsos de las señales  $S_o$  y  $S_x$  (tomando en cuenta que los pulsos correspondientes a la coincidencia de referencia son los pulsos cero puesto que son el origen) y registrar en cada pulso de coincidencia se genera la Tabla 3.4.

La  $m$ -ésima coincidencia es la 36 ya que  $N_o(m) = T_x = 95$ . Como se propone en el apartado 3.7 la coincidencia  $i$ -ésima es el número 18. La  $j$ -ésima coincidencia es el número 19, debido a que el  $MCD(TO, TX)$  es impar.

Con esta última información se tiene que:

$$N_x(18) + N_x(19) = N_x(36) = 23 + 27 = T_o = 50,$$

$$N_o(18) + N_o(19) = N_o(36) = 44 + 51 = T_x = 95.$$

Por medio de (11) se obtiene el periodo  $T_x$  a partir del cual se puede calcular la frecuencia asociada a la señal  $S_x$ . En este ejemplo a partir de la coincidencia 19 se puede calcular la frecuencia de la señal  $S_x$ .

*Tabla 3.4. Ejemplo 3, valores extraídos para aplicación de criterio de fin de medición de frecuencia.*

$i$	$N_x(i)$	$N_o(i)$
1 (referencia)	0	0
2	1	2
3	2	4
4	3	6
5	7	13
6	8	15
7	9	17
8	10	19
9	11	21
10	12	23
11	13	25
12	17	32
13	18	34
14	19	36
15	20	38
16	21	40
17	22	42
18	23	44
19	27	51
20	28	53
21	29	55
22	30	57
23	31	59
24	32	61
25	33	63
26	37	70
27	38	72
28	39	74
29	40	76
30	41	78
31	42	80
32	43	82
33	47	89
34	48	91
35	49	93
36	50	95

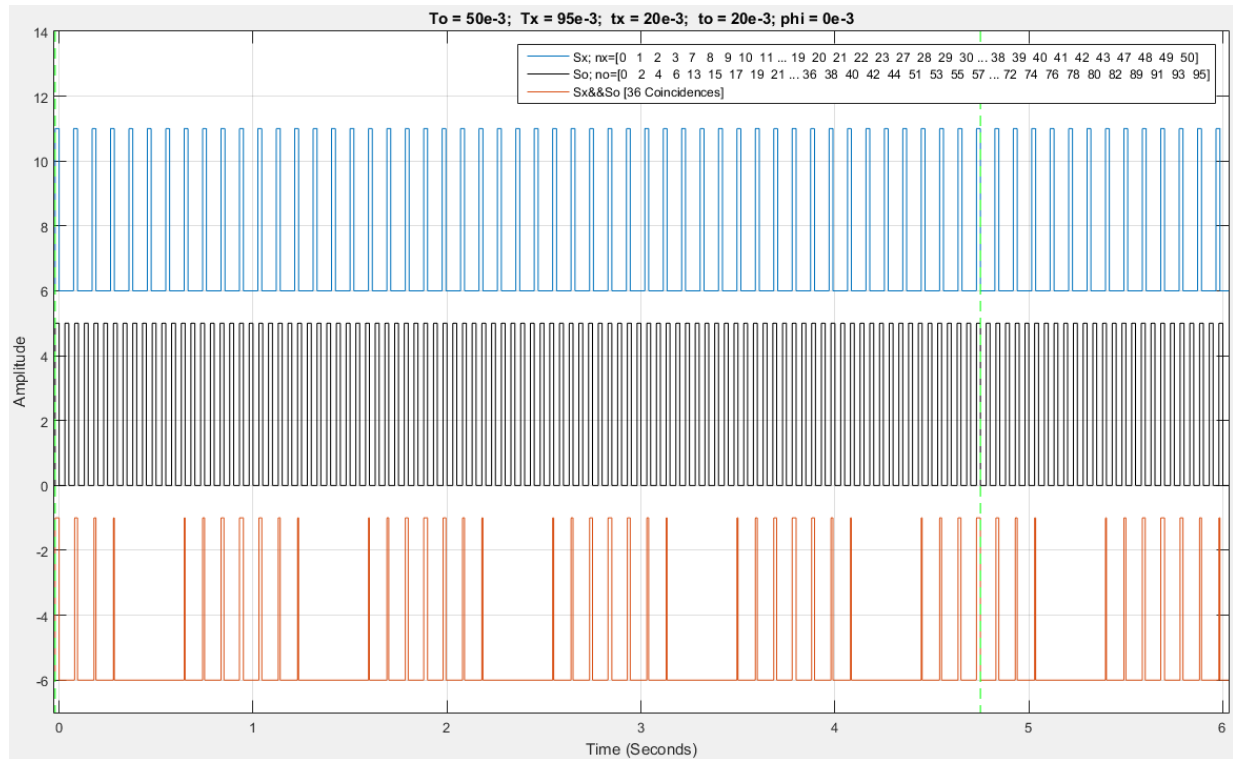


Figura 3.14. Ejemplo 3 de aplicación del criterio de fin de medición de frecuencia propuesto.

La Figura 3.15 corresponde a una simulación realizada con  $T_o=0.03$  segundos,  $T_x=0.095$  segundos,  $\tau_o=\tau_x=0.01$  segundos; por lo tanto,  $T_o=30$ ,  $T_x=95$ ,  $\tau=10$ .

Con los valores mencionados es posible calcular que el  $MCD(TO, TX)=5$ ,  $\left\lceil \frac{\tau}{MCD(TO, TX)} \right\rceil = 2$ ; por lo tanto:

$$NCI = 6,$$

$$NCT = MCD(TO, TX) \left( 2 \left\lceil \frac{\tau}{MCD(TO, TX)} \right\rceil - 1 \right) + 1 = 5(2(2) - 1) + 1 = 16,$$

$$NCP = NCT - NCI = 10.$$

Al contar los pulsos de las señales  $S_o$  y  $S_x$  (tomando en cuenta que los pulsos correspondientes a la coincidencia de referencia son los pulsos cero puesto que son el origen) y registrar en cada pulso de coincidencia se genera la Tabla 3.5.

La  $m$ -ésima coincidencia es la 16 ya que  $N_o(16) = T_x = 95$ . Como se propone en el apartado 3.7 la coincidencia  $i$ -ésima es la número 8. La  $j$ -ésima coincidencia es la número 9, debido a que el  $MCD(TO, TX)$  es impar. Con esta última información se tiene que:

$$N_x(8) + N_x(9) = N_x(16) = 13 + 17 = T_o = 30,$$

$$N_o(8) + N_o(9) = N_o(16) = 41 + 54 = T_x = 95.$$

Tabla 3.5. Ejemplo 4, valores extraídos para aplicación de criterio de fin de medición de frecuencia.

$i$	$N_x(i)$	$N_o(i)$
1 (referencia)	0	0
2	1	3
3	5	16
4	6	19
5	7	22
6	11	35
7	12	38
8	13	41
9	17	54
10	18	57
11	19	60
12	23	73
13	24	76
14	25	79
15	29	92
16	30	95

Por medio de (11) se obtiene el periodo  $T_x$  a partir del cual se puede calcular la frecuencia asociada a la señal  $S_x$ . En este ejemplo a partir de la coincidencia 9 se tienen todos los elementos

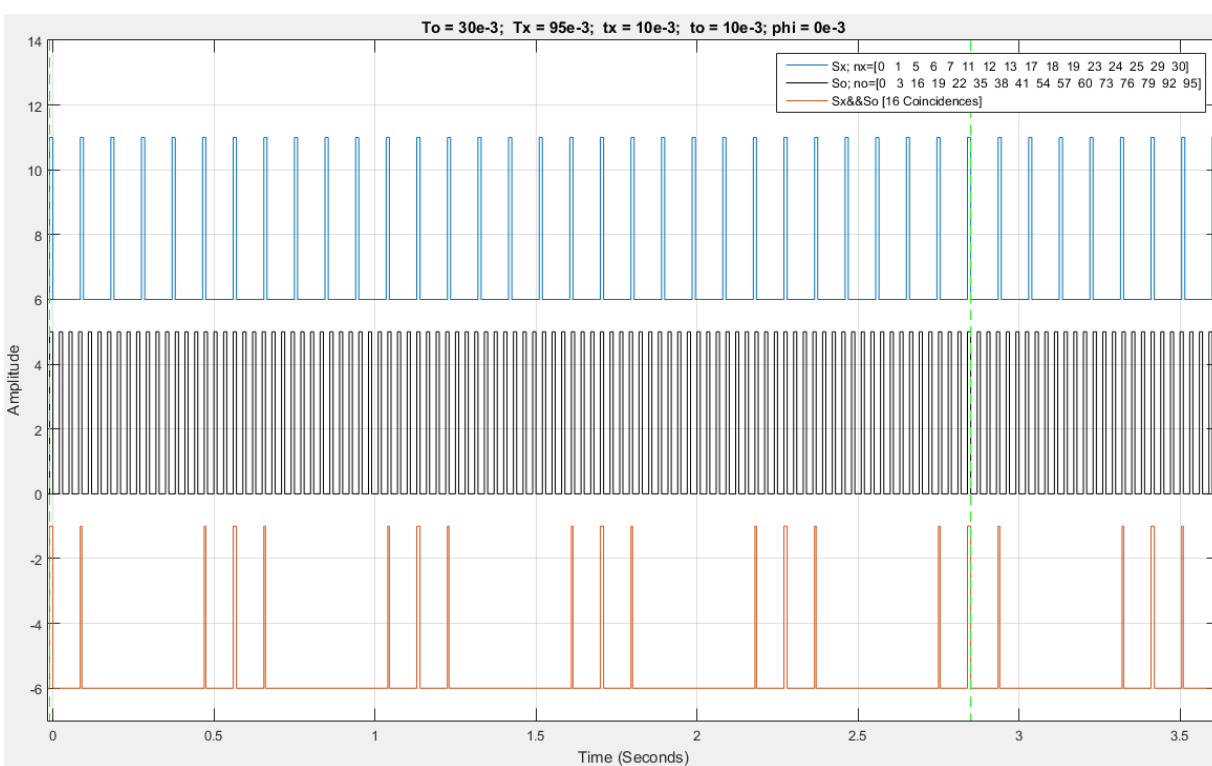


Figura 3.15. Ejemplo 4 de aplicación del criterio de fin de medición de frecuencia propuesto.

para calcular la información de la coincidencia 16.

El último ejemplo para la aplicación de el criterio propuesto de fin de medición se ilustra en la Figura 3.16, y corresponde a una simulación realizada con  $T_o=0.015$  segundos,  $T_x=0.044$  segundos,  $\tau_o=\tau_x=0.005$  segundos; por lo tanto,  $T_o=15$ ,  $T_x=44$ ,  $\tau=5$ .

Con los valores mencionados es posible calcular que:

$$MCD(TO, TX) = 1,$$

$$\left\lceil \frac{\tau}{MCD(TO, TX)} \right\rceil = 5; \text{ por lo tanto:}$$

$$NCI = 2,$$

$$NCT = MCD(TO, TX) \left( 2 \left\lceil \frac{\tau}{MCD(TO, TX)} \right\rceil - 1 \right) + 1 = 1(2(5) - 1) + 1 = 10,$$

$$NCP = NCT - NCI = 8.$$

Al contar los pulsos de las señales  $S_o$  y  $S_x$  (tomando en cuenta que los pulsos correspondientes a la coincidencia de referencia son los pulsos cero puesto que son el origen) y registrar en cada pulso de coincidencia se genera la Tabla 3.6.

La  $m$ -ésima coincidencia es la 10 ya que  $N_o(10) = T_x = 44$ . Como se propone en el apartado 3.7 la coincidencia  $i$ -ésima es la número 5. La  $j$ -ésima coincidencia es la número 6, debido a que el  $MCD(TO, TX)$  es impar. Con esta última información se tiene que:

$$N_x(5) + N_x(6) = N_x(10) = 4 + 11 = T_o = 15,$$

$$N_o(5) + N_o(6) = N_o(10) = 12 + 32 = T_x = 44.$$

Por medio de (11) se obtiene el periodo  $T_x$  a partir del cual se puede calcular la frecuencia asociada a la señal  $S_x$ . En este ejemplo a partir de la coincidencia 6 se tienen todos los elementos para calcular la información de la coincidencia 10.

Tabla 3.6. Ejemplo 5, valores extraídos para aplicación de criterio de fin de medición de frecuencia.

$i$	$N_x(i)$	$N_o(i)$
1 (referencia)	0	0
2	1	3
3	2	6
4	3	9
5	4	12
6	11	32
7	12	35
8	13	38
9	14	41
10	15	44

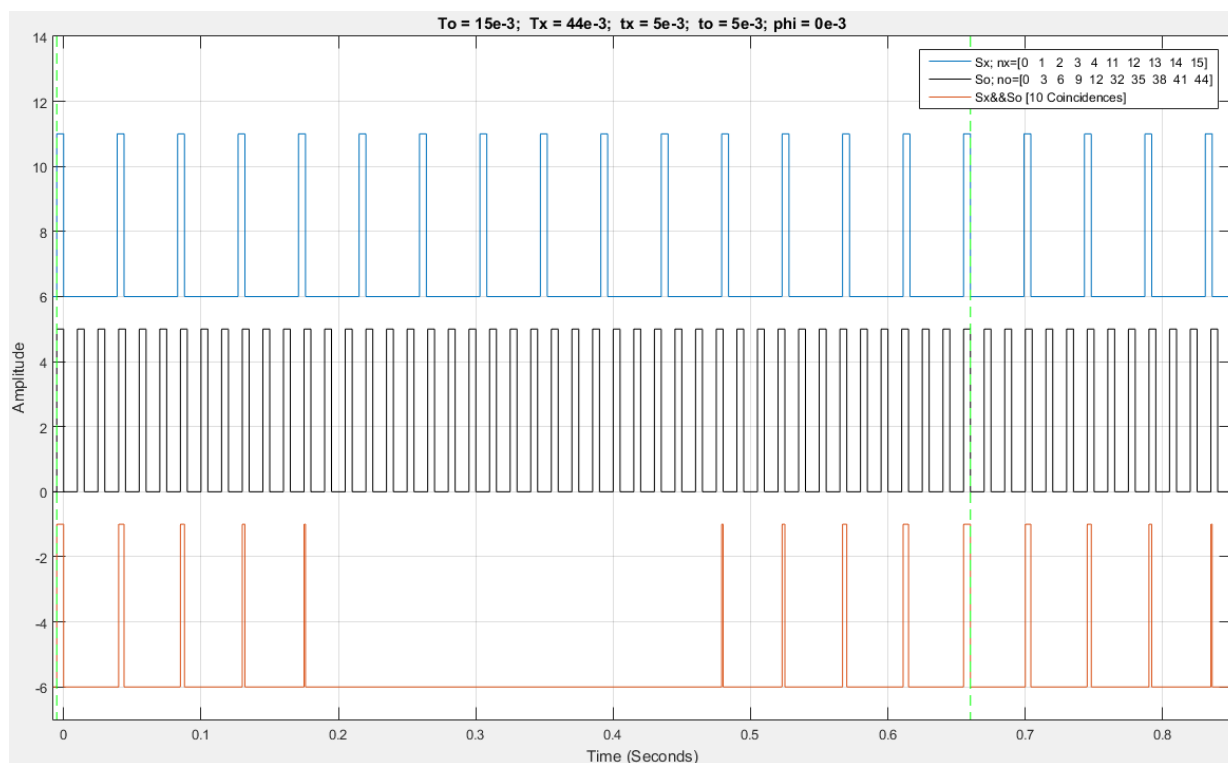


Figura 3.16. Ejemplo 5 de aplicación del criterio de fin de medición de frecuencia propuesto.

### 3.9. Conclusiones del capítulo

Con la finalidad de formular un criterio teórico de fin de medición de frecuencia que conserve las ventajas de otros métodos existentes, y añadiendo la disminución del tiempo de medición necesario; se analizó el método de coincidencia de pulsos en el dominio del tiempo, desde un punto de vista geométrico. Se analizó el efecto del ancho de pulso de las señales involucradas, la relación de los periodos de las señales; y se encontraron condiciones específicas que permitirán la formación de agrupaciones de coincidencias llamadas paquetes de coincidencias. Estas condiciones se expresaron en forma de ecuaciones. Además, se encontraron condiciones bajo las cuales se presentarán dos pulsos de coincidencias que al sumar sus valores representativos, arrojará, como resultado el valor esperado en un criterio ya establecido, pero en un tiempo menor.

Tal como se propuso, este criterio tiene la ventaja de no requerir equipo especializado, por lo que disminuye el costo de los materiales necesarios para implementarlo y permite terminar la medición en tiempo menor al de métodos ya existentes. Por lo anterior, este criterio es aplicable a cualquier sector, ya sea industrial, aeronáutica, militar etc.

## Capítulo 4. Criterio de detección de cambio de frecuencia para el método de coincidencia de pulsos

El análisis que se presentó en el capítulo anterior fue considerando la frecuencia a medir como constante. En esta sección se considerará que en algún momento del experimento la frecuencia de la señal  $S_x$  cambia, lo que implica un cambio en su periodo; el estudiar este fenómeno, permitirá proponer un criterio para la detección de cambio de frecuencia. Para desarrollar este análisis, además de los términos introducidos al principio de este capítulo, considerar que la señal  $S_x$  tiene un periodo  $T_{xs}$ , y después de un tiempo cambia a un periodo  $T_{xf}$ .

### 4.1. Información entre coincidencias

Como se mencionó anteriormente, en el método de coincidencia de pulsos, una señal desconocida  $S_x$  y una señal de referencia  $S_o$  se hacen pasar a través de un detector de coincidencias; lo que genera una nueva señal  $S_x \& S_o$ . Cuidando las condiciones que se establecieron en la sección anterior, la señal  $S_x \& S_o$  contará con coincidencias hipotéticamente ideales y parciales (y sus anchos de pulso, serán diferentes), y estos pulsos formarán paquetes de coincidencias. Como se aprecia en la Figura 4.1, esta formación de paquetes se debe a que el tiempo entre dos pulsos continuos  $Tc_i$  no es constante.

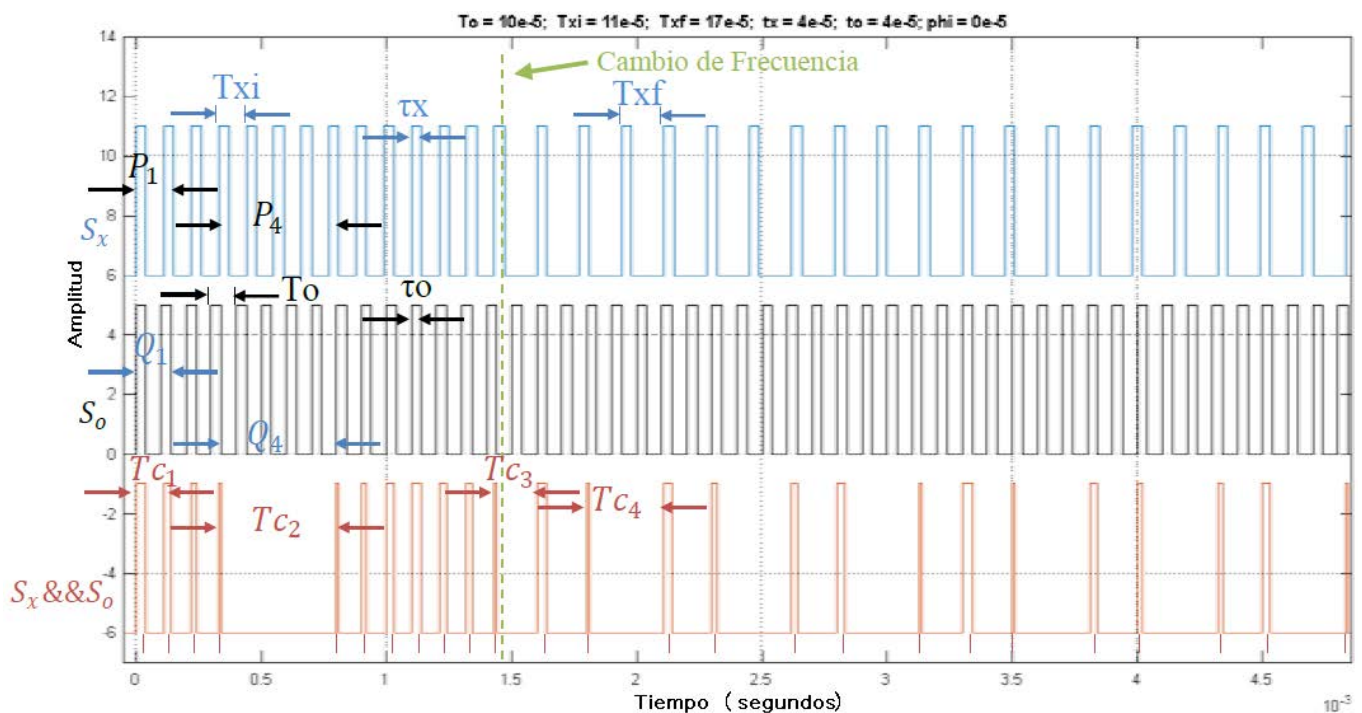


Figura 4.1. Cambio de frecuencia en el método de coincidencia de pulsos.

Como se observó anteriormente, si las señales involucradas en el proceso de medición son constantes, estables y se cuidan las condiciones antes mencionadas; se espera un patrón constante en la estructura de la señal de coincidencias. Un cambio en la frecuencia de la señal  $S_x$  implica un cambio en el periodo asociado, lo que llevará a un cambio en la estructura de la señal de coincidencias como lo muestra la Figura 4.1. Este fenómeno se verificó de manera experimental con señales generadas, esto se muestra en la Figura 4.2; la flecha amarilla muestra el momento en el que la primera señal cambia su frecuencia, la segunda señal mantiene frecuencia constante, y la tercer señal que surge de las coincidencias de pulsos de las dos anteriores, cambia su estructura de paquetes en el mismo momento cuando la primer señal cambia su frecuencia. De lo anterior, se puede concluir que es posible detectar un cambio en la señal  $S_x$  monitoreando la estructura (forma de paquetes) de la señal de coincidencias.

Es necesario conocer la estructura inicial de la señal de coincidencias para detectar un cambio en la misma, lo cual es posible con los pares de datos  $N_x(i)$ ,  $N_o(i)$ . Estos pares de datos, indican la cantidad de periodos enteros (de las señales  $S_x$  y  $S_o$  respectivamente) que han pasado desde la coincidencia de referencia hasta la  $i$ -ésima coincidencia. Con esta información se pueden obtener convergentes  $P_i$ ,  $Q_i$  asociados a la cantidad de periodos completos que han pasado entre dos coincidencias consecutivas de la siguiente forma para una  $i$ -ésima coincidencia:

$$P_i = Nx(i) - Nx(i - 1), \quad (4.1)$$

$$Q_i = No(i) - No(i - 1). \quad (4.2)$$

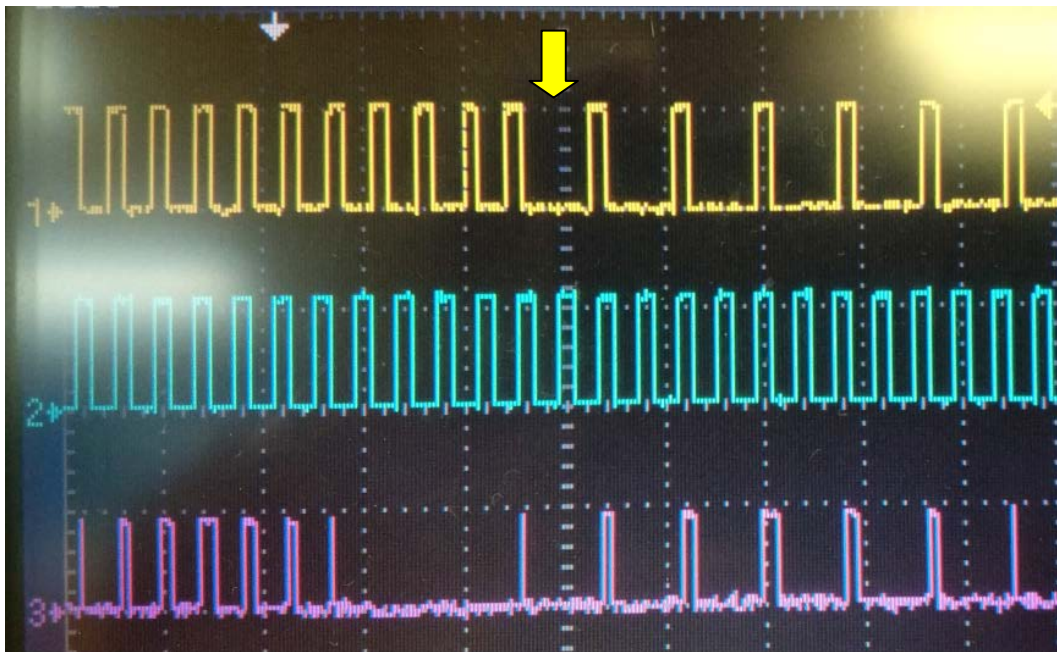


Figura 4.2. Cambio de frecuencia con señales generadas en el método de coincidencia de pulsos.

La información obtenida de la simulación realizada en la Figura 4.1 se muestra en la Tabla 4.1. En la coincidencia número 11 se aprecia que se generan nuevos pares  $P_i, Q_i$ , esto ocurrió justo en la primera coincidencia después del cambio de frecuencia. También se observa (para frecuencia constante) que un único par de convergentes se presenta entre coincidencias consecutivas que se encuentran en un paquete; mientras que un segundo par de convergentes aparece entre pulsos consecutivos que pertenecen a diferentes paquetes. Cuando cambia la frecuencia, se presenta un nuevo conjunto de convergentes.

Como se observó con el ejemplo anterior, es posible caracterizar la señal de coincidencias registrando los pares  $P_i, Q_i$  en orden de aparición hasta que la frecuencia inicial ha sido medida. Una vez medida la frecuencia inicial, se habrán obtenido los pares de convergentes necesarios para conocer la señal de coincidencias. A partir de este punto, el procedimiento consiste en comparar los nuevos pares de convergentes que surgen con los convergentes registrados. Al detectar un cambio en los convergentes recibidos con respecto a los esperados, el siguiente paso consiste en desencadenar un segundo proceso de medición de frecuencia.

#### 4.2. Criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto

Como se mencionó anteriormente, un par de convergentes va a dar uno de los siguientes dos datos: el tiempo entre dos pulsos de coincidencia consecutivas en un mismo paquete, o el tiempo entre dos paquetes de coincidencias. Considerando esto último, se distinguen tres parámetros independientes que pueden cambiar en la señal de coincidencias:

Tabla 4.1. Información extraída de Figura 4.1.

Numero de coincidencia ( $i$ )	Cantidad de periodos $S_x$ ( $Nx_i$ )	Cantidad de periodos $S_o$ ( $No_i$ )	$P_i$	$Q_i$	$\#Tc_i$
0 (Reference)	0	0	-	-	-
1	1	1	1	1	1
2	2	2	1	1	1
3	3	3	1	1	1
4	7	8	4	5	2
5	8	9	1	1	1
6	9	10	1	1	1
7	10	11	1	1	1
8	11	12	1	1	1
9	12	13	1	1	1
10	13	14	1	1	1
11	14	16	1	2	3
12	15	18	1	2	3
13	17	20	2	3	4
14	18	21	1	2	3
15	20	23	2	3	4
16	21	24	1	2	3
17	23	26	2	3	4
18	24	27	1	2	3
19	25	28	1	2	3
20	27	30	2	3	4
21	28	31	1	2	3
22	30	33	2	3	4
23	31	34	1	2	3
24	33	36	2	3	4

- El tiempo entre el fin de un paquete de coincidencias y el inicio del siguiente paquete.
- El tiempo entre dos pulsos de coincidencia en un mismo paquete de coincidencias.
- El número de elementos (pulsos de coincidencia) cambia (conservando los mismos convergentes).

Un cambio en la señal de coincidencias se manifestará en un cambio de estos tres parámetros o en combinaciones de estos. La Figura 4.3 muestra un caso en el cual el cambio de frecuencia se manifiesta como un cambio en la distancia entre paquetes de coincidencias y el número de elementos de cada paquete. Los datos se muestran en la Tabla 4.2.

La Figura 4.4 muestra un caso en el cual el cambio de frecuencia se manifiesta como un cambio en la distancia entre paquetes y entre pulsos dentro de un mismo paquete, mientras que el número de elementos de cada paquete permanece igual. La información de esta simulación se muestra en la Tabla 4.3.

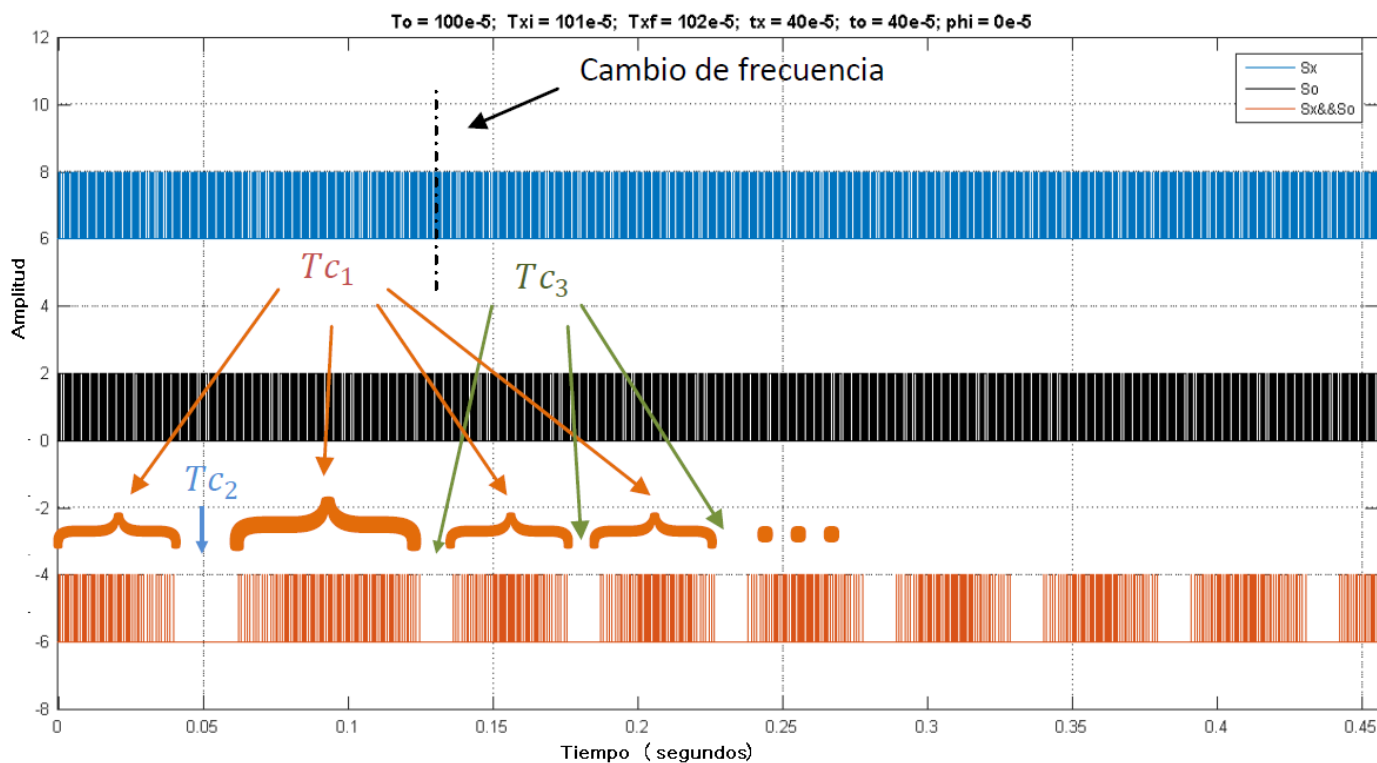


Figura 4.3. Cambios tipo a y tipo c en la señal de coincidencias.

Tabla 4.2. Información extraída de Figura 4.3.

$P_i$	$Q_i$	$\#Tc_i$	Repeticiones
1	1	1	348
22	23	2	1
11	12	3	7

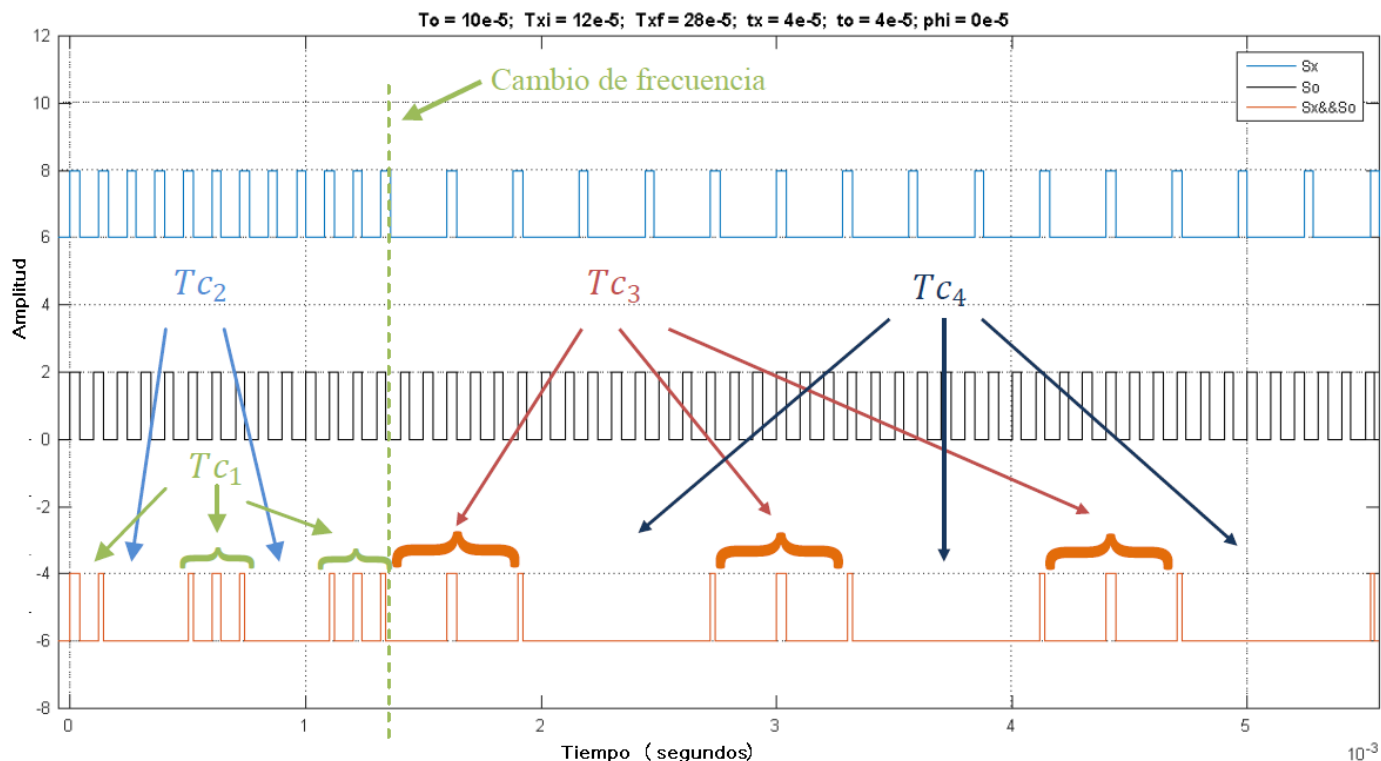


Figura 4.4. Cambios tipo a y tipo b en la señal de coincidencias.

Tabla 4.3. Información extraída de Figura 4.4.

$P_i$	$Q_i$	$\#Tc_i$	Repeticiones
1	1	1	5
3	4	2	2
1	3	3	6
3	8	4	3

El diagrama de flujo de la Figura 4.5 ilustra de manera básica el funcionamiento de un circuito que aplica el criterio de fin de medición y el criterio de detección de cambio de frecuencia. La primera parte (lado izquierdo) desarrolla los procesos necesarios para obtener los elementos que permitas calcular la frecuencia de una señal bajo prueba. Mientras que la segunda parte (lado derecho) se dedica a monitorear los valores de las coincidencias emergentes para detectar si cambian los convergentes en comparación de los que se guardaron en la primera etapa. A continuación de describe mas a detalle cada etapa del proceso.

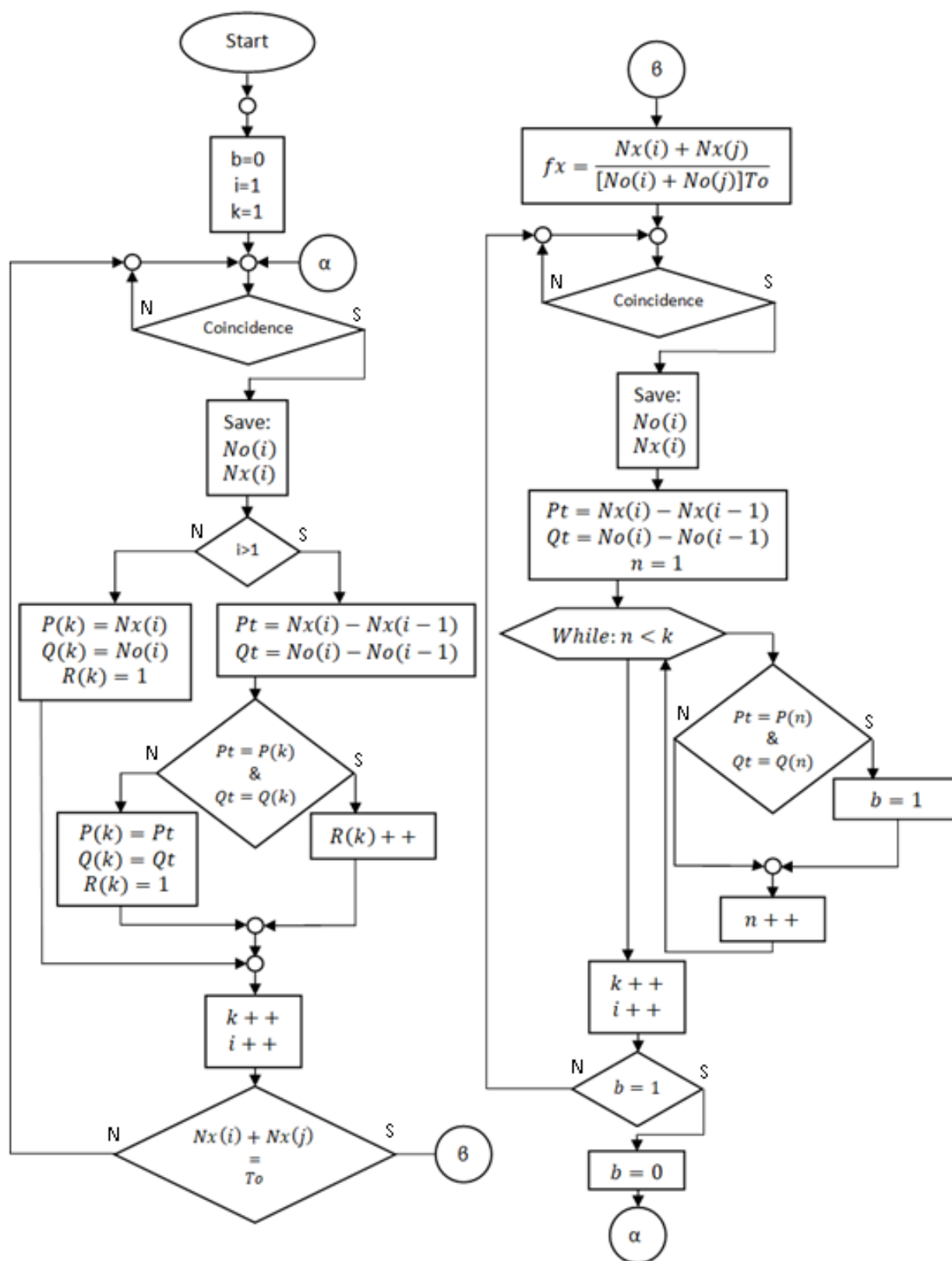


Figura 4.5. Diagrama de flujo básico, aplicando los criterios de fin de medición de frecuencia y detección de cambio de frecuencia propuestos.

Primero se inicializan variables cuyo valor servirá para detectar si se cumple alguna condición, después el sistema se queda a la espera de una coincidencia de pulsos. Al detectar una coincidencia, los valores que arrojan los contadores (que están contando los pulsos de la señal de referencia y la señal bajo prueba) se almacenan. Si la coincidencia que se detectó es la primera del proceso, los valores obtenidos de los contadores también se almacenarán como convergentes. Para obtener los convergentes a partir de la segunda coincidencia, al último valor almacenado de los contadores se le resta el valor anterior; después se compara el nuevo par de convergentes con el anterior, si son diferentes se guardan, de lo contrario se registra la cantidad de veces que se ha encontrado ese par de convergentes. Después de actualizar variables (que permitirán almacenar correctamente la siguiente coincidencia y el siguiente par de convergentes), se verifica si se cumple el criterio de fin de medición propuesto, si aun no se cumple, el sistema vuelve a esperar la siguiente coincidencia; si se cumple el criterio, calcula la frecuencia de la señal bajo prueba. A partir de aquí, el sistema se dedica a comparar los convergentes que se presenten con los que se guardaron en la etapa de cálculo de frecuencia. Ahora el sistema se queda en espera de la siguiente coincidencia, cuando se presenta se guardan los valores de los contadores para obtener sus convergentes. Después entra en un ciclo, donde compara cada par de convergentes guardados de la primera etapa con el par obtenido de la última coincidencia. Si el par de convergentes obtenido es igual a uno ya existente, se concluye que no ha cambiado la frecuencia y el sistema se queda en espera de la siguiente coincidencia para obtener el siguiente par de convergentes. Si el par de convergentes es diferente a todos los pares de convergentes almacenados, se concluye que la frecuencia de la señal bajo prueba sufrió un cambio y el sistema regresa a la primera etapa para calcular la nueva frecuencia de la señal.

### **4.3. Experimentos computacionales aplicando el criterio de detección de cambio de frecuencia**

En este apartado se muestran algunos ejemplos que permiten ilustrar con más detalle el criterio de detección de cambio de frecuencia.

La Figura 4.6 muestra una simulación con  $T_o=0.01$  segundos,  $T_{xi}=0.011$  segundos,  $\tau_o=\tau_x=0.004$  segundos y en cierto momento el periodo de la señal  $S_x$  cambia a  $T_{xf}=0.012$  segundos; por lo tanto,  $T_o=10$ ,  $T_{xi}=11$ ,  $T_{xf}=12$ ,  $\tau=4$ . La Tabla 4.4 muestra los pares  $P_i, Q_i$  obtenidos de la simulación.

El cambio de frecuencia está indicado con la línea verde en la Figura 4.6, los convergentes se muestra en la Tabla 4.4; entre las coincidencias 18 y 19, y se observa un cambio tipo a (distancia entre paquetes). También se aprecia un cambio tipo c (cantidad de pulsos en un paquete).

Tabla 4.4. Ejemplo 1, pares  $P_i, Q_i$  para aplicación de criterio de detección de cambio de frecuencia.

$i$	$P_i$	$Q_i$
1	1	1
2	1	1
3	1	1
4	4	5
5	1	1
6	1	1
7	1	1
8	1	1
9	1	1
10	1	1
11	4	5
12	1	1
13	1	1
14	1	1
15	1	1
16	1	1
17	1	1
18	3	4
19	1	1
20	1	1
21	3	4
22	1	1
23	1	1
24	3	4
25	1	1
26	1	1
27	3	4
28	1	1
29	1	1
30	1	1

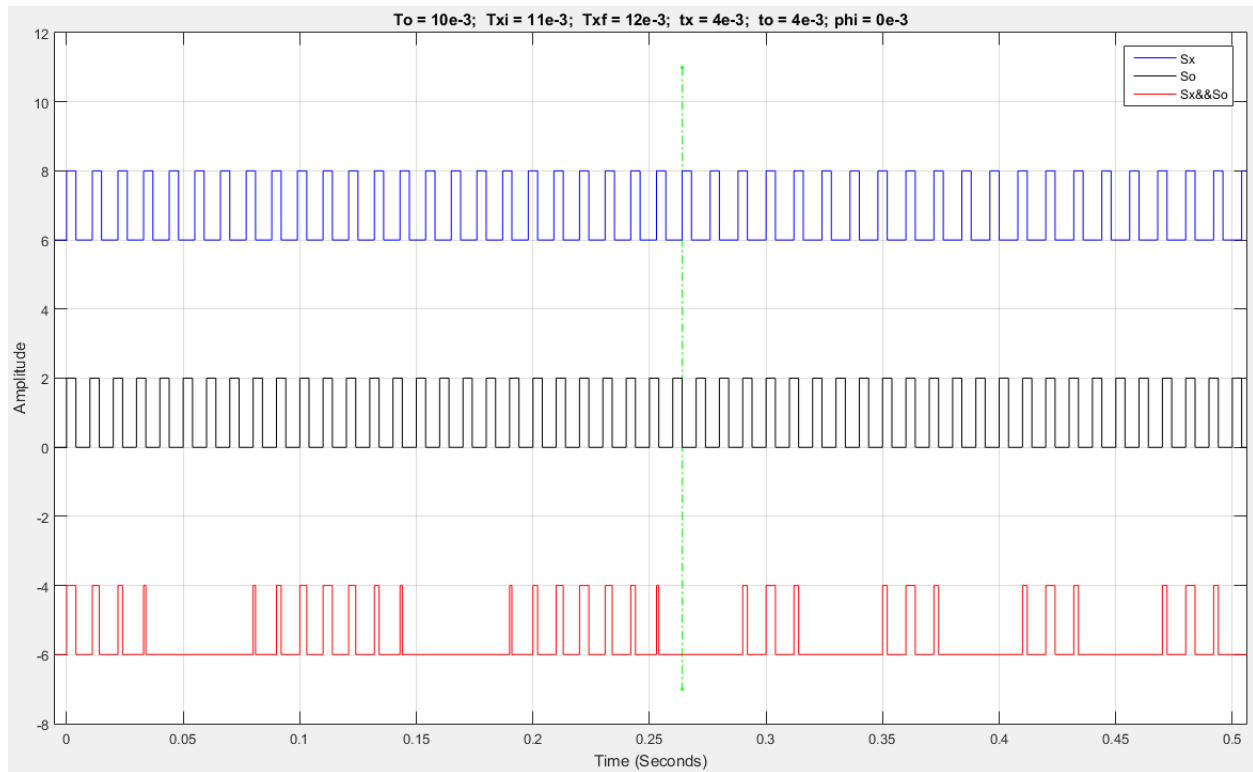


Figura 4.6. Ejemplo 1 de aplicación del criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto.

En la Figura 4.7 se muestra una simulación con  $T_o=0.01$  segundos,  $T_{xi}=0.021$  segundos,  $\tau_o=\tau_x=0.004$  segundos y en cierto momento el periodo de la señal  $S_x$  cambia a  $T_{xf}=0.042$  segundos; por lo tanto,  $T_o=10$ ,  $T_{xi}=21$ ,  $T_{xf}=42$ ,  $\tau=4$ . La Tabla 4.5 muestra los pares  $P_i, Q_i$  obtenidos de la simulación.

Entre la coincidencia 18 y 19 se aprecia la línea que indica el cambio de frecuencia y en la Tabla 4.5 se observa el par 3,11; el cual, se considera un transitorio debido a que no se vuelve a presentar. Este ejemplo muestra los tres tipos de cambio: cambio en la distancia entre paquetes, cambio en la distancia entre pulsos de coincidencia en un mismo paquete, y cambio en la cantidad de pulsos de coincidencia en un mismo paquete.

Tabla 4.5. Ejemplo 2, pares  $P_i, Q_i$  para aplicación de criterio de detección de cambio de frecuencia.

$i$	$P_i$	$Q_i$
1	1	2
2	1	2
3	1	2
4	4	9
5	1	2
6	1	2
7	1	2
8	1	2
9	1	2
10	1	2
11	4	9
12	1	2
13	1	2
14	1	2
15	1	2
16	1	2
17	1	2
18	3	11
19	1	4
20	1	4
21	3	13
22	1	4
23	1	4

En la Figura 4.8 se muestra una simulación con  $T_o=0.012$  segundos,  $T_{xi}=0.015$  segundos,  $\tau_o=\tau_x=0.005$  segundos y en cierto momento el periodo de la señal  $S_x$  cambia a  $T_{xf}=0.014$  segundos; por lo tanto,  $T_o=12, T_{xi}=15, T_{xf}=14, \tau=5$ . La Tabla 4.6 muestra los pares  $P_i, Q_i$  obtenidos de la simulación.

Entre la coincidencia 20 y 21 se aprecia la línea que indica el cambio de frecuencia y en la Tabla 4.6 se observa que antes de la coincidencia 21 los pares de convergentes 1,1 y 2,3 se presentan en una relación 2 a 1. Después de la coincidencia 24, los convergentes aparecen en una relación de 4 a 1. Este ejemplo muestra que el cambio de frecuencia se refleja en la cantidad de pulsos de coincidencia en un mismo paquete.

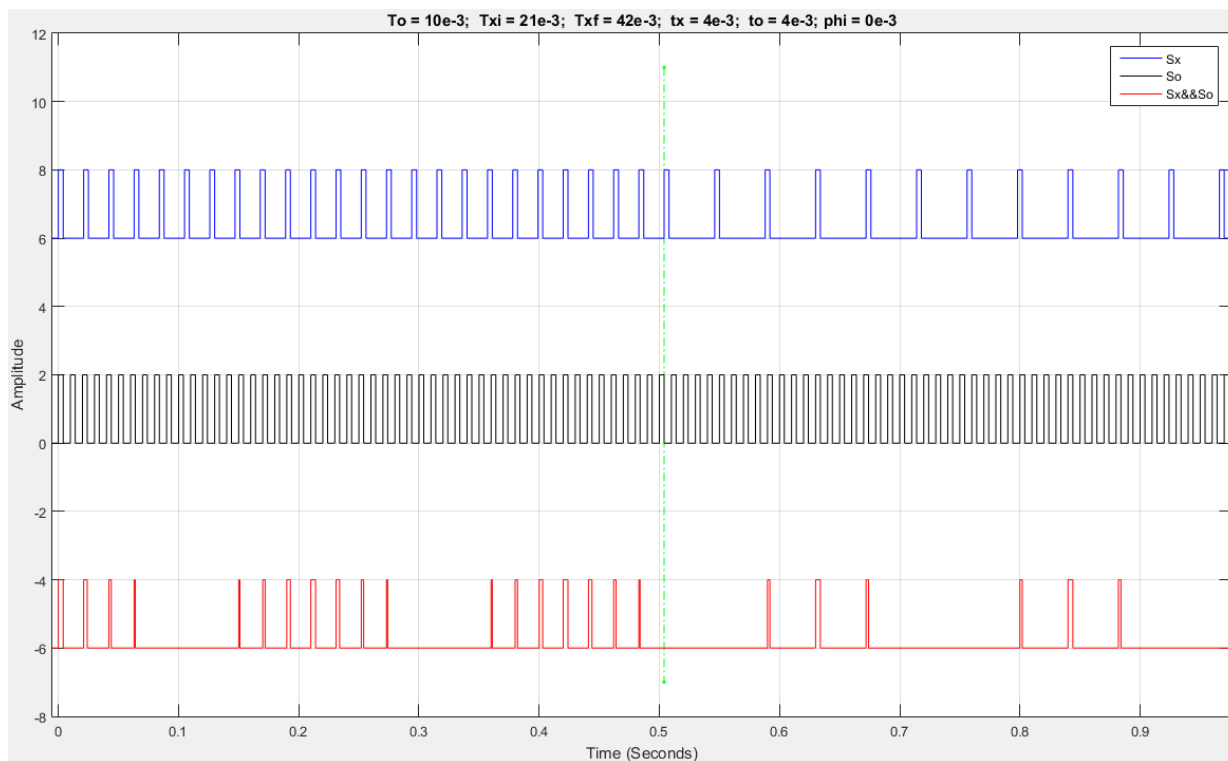


Figura 4.7. Ejemplo 2 de aplicación del criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto.

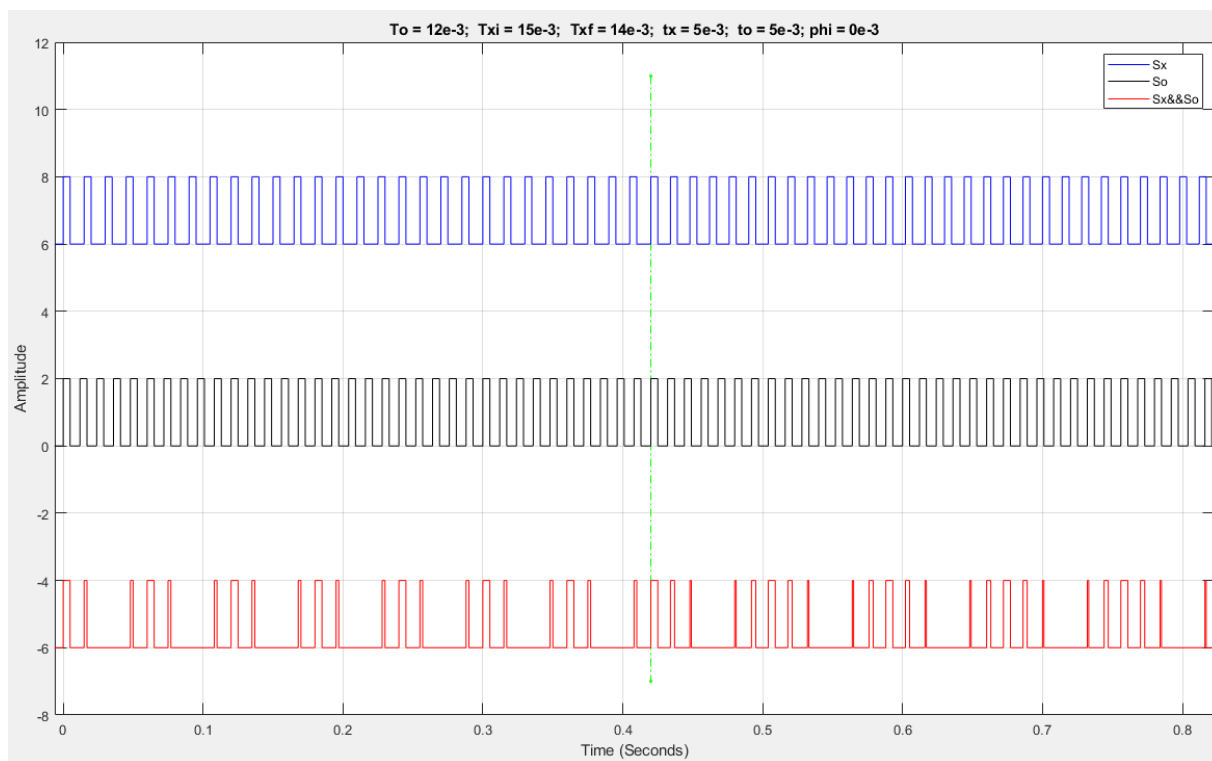


Figura 4.8. Ejemplo 3 de aplicación del criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto.

Tabla 4.6. Ejemplo 3, pares  $P_i, Q_i$  para aplicación de criterio de detección de cambio de frecuencia.

$i$	$P_i$	$Q_i$
1	1	1
2	2	3
3	1	1
4	1	1
5	2	3
6	1	1
7	1	1
8	2	3
9	1	1
10	1	1
11	2	3
12	1	1
13	1	1
14	2	3
15	1	1
16	1	1
17	2	3
18	1	1
19	1	1
20	2	3
21	1	1
22	1	1
23	1	1
24	2	3
25	1	1
26	1	1
27	1	1
28	1	1
29	2	3
30	1	1
31	1	1
32	1	1
33	1	1
34	2	3
35	1	1
36	1	1
37	1	1
38	1	1
39	2	3
40	1	1
41	1	1
42	1	1
43	1	1
44	2	3
45	1	1

En la Figura 4.9 se muestra una simulación con  $T_o=0.015$  segundos,  $T_{xi}=0.018$  segundos,  $\tau_o=\tau_x=0.005$  segundos y en cierto momento el periodo de la señal  $S_x$  cambia a  $T_{xf}=0.027$  segundos; por lo tanto,  $T_o=15$ ,  $T_{xi}=18$ ,  $T_{xf}=27$ ,  $\tau=5$ . La Tabla 4.7 muestra los pares  $P_i, Q_i$  obtenidos de la simulación.

Entre la coincidencia 21 y 22 se aprecia la línea que indica el cambio de frecuencia y en la Tabla 4.7 se observa el par 1,2 en la coincidencia 21. Este par de convergentes no se presentó antes del cambio de frecuencia. Este ejemplo muestra dos tipos de cambio: cambio en el tiempo entre paquetes de coincidencia, cambio en el tiempo entre pulsos de coincidencia en un mismo paquete de coincidencias.

#### 4.4. Prototipo para el conteo de pulsos basado en el método de coincidencia de pulsos

Se construyó un circuito cuya función es el contar los pulsos de dos señales entrantes y guardar estos conteos en cada coincidencia. La Figura 4.10 muestra el funcionamiento a bloques del mismo.

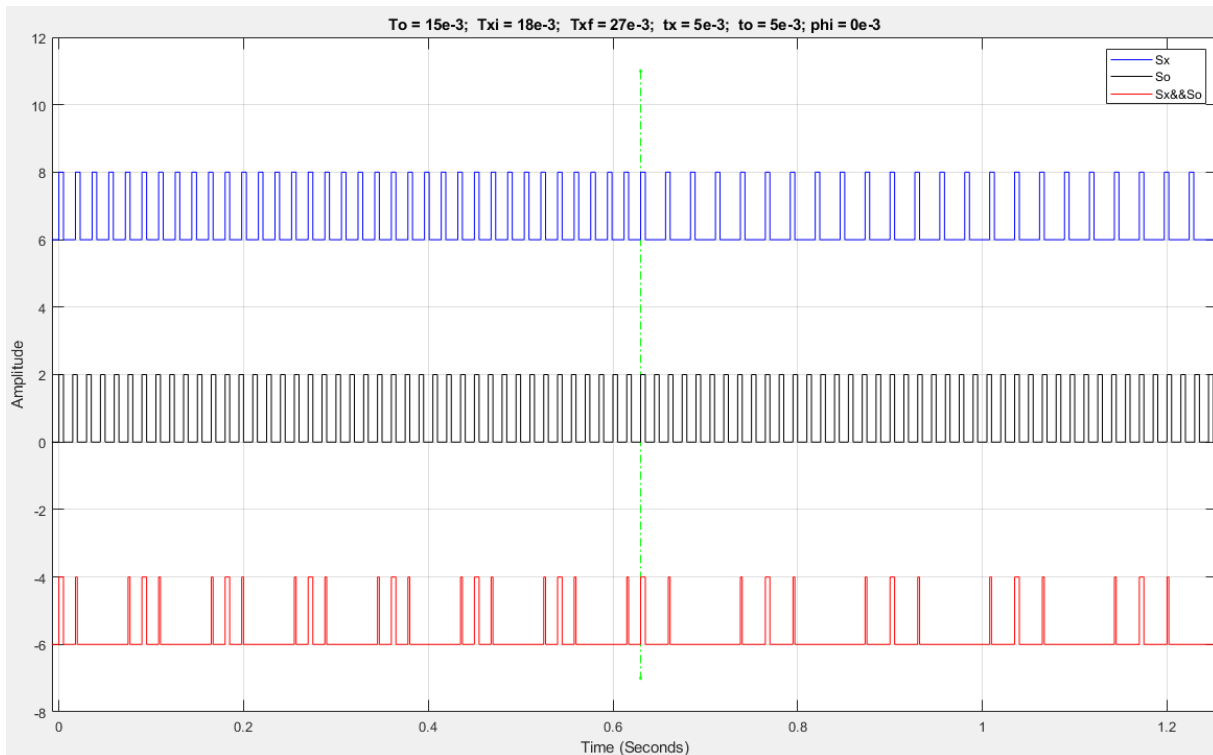


Figura 4.9. Ejemplo 4 de aplicación del criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto.

Tabla 4.7. Ejemplo 4, pares  $P_i, Q_i$  para aplicación de criterio de detección de cambio de frecuencia.

$i$	$P_i$	$Q_i$
1	1	1
2	3	4
3	1	1
4	1	1
5	3	4
6	1	1
7	1	1
8	3	4
9	1	1
10	1	1
11	3	4
12	1	1
13	1	1
14	3	4
15	1	1
16	1	1
17	3	4
18	1	1
19	1	1
20	3	4
21	1	1
22	1	2
23	3	5
24	1	2
25	1	2
26	3	5
27	1	2
28	1	2
29	3	5
30	1	2
31	1	2
32	3	5
33	1	2
34	1	2

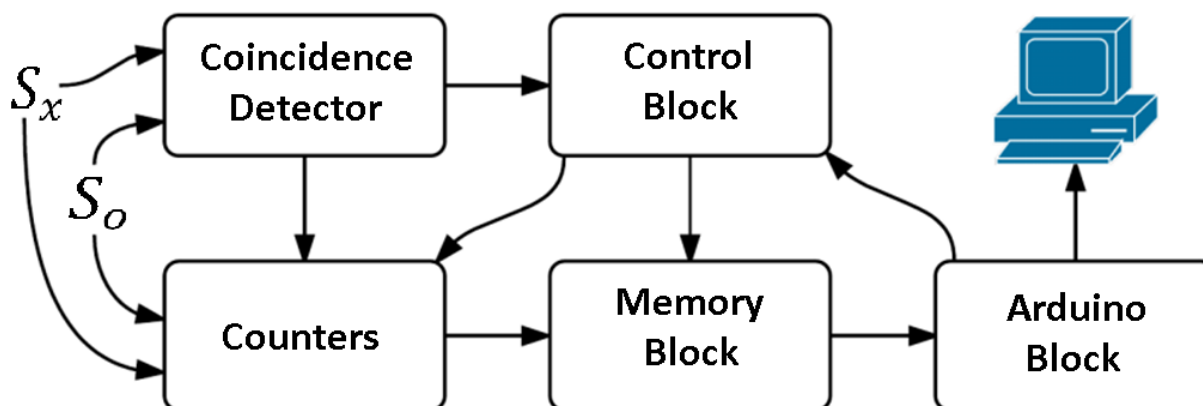
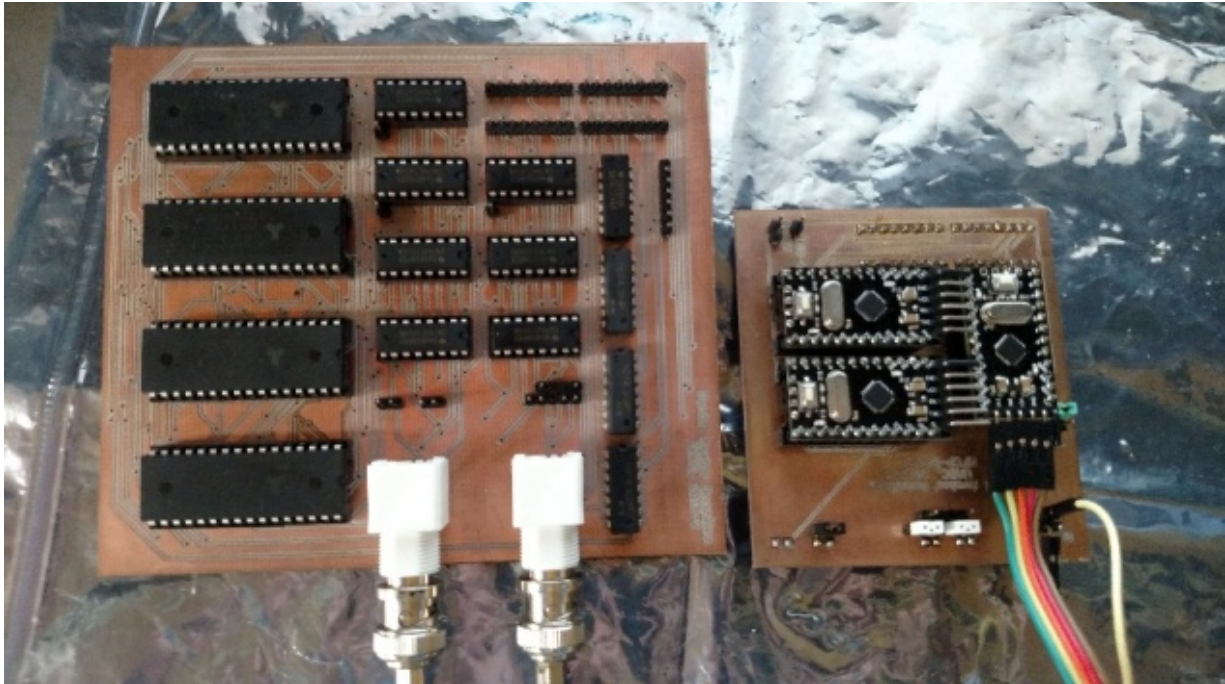


Figura 4.10. Diagrama a bloques del prototipo de medición de frecuencia.

El detector de coincidencias consiste en una compuerta AND cuyas entradas son las señales  $S_o$  y  $S_x$ , y su salida corresponde a la señal de coincidencias. El bloque de contadores consiste en siete circuitos integrados 74HC590, los cuales son contadores de 8 bits con registro. Tres de estos contadores se dedican a definir las direcciones del bloque de memorias; de los cuatro contadores restantes, dos de ellos se encargan de contar los pulsos de la señal  $S_o$  y los dos últimos se encargan de contar los pulsos de la señal  $S_x$ . Para evitar problemas por retardos, los contadores reciben directamente las señales para el conteo de sus pulsos; es decir, sin un circuito como intermediario. Si la medición no ha iniciado, los contadores permanecerán deshabilitados. El bloque de memorias consiste en cuatro memorias AS6C4008 de 512k x 8 bits. Dos de estas memorias se dedican a almacenar la información correspondiente a la señal  $S_o$ , y las dos memorias restantes se dedican a almacenar la información que corresponde a la señal  $S_x$ . El bloque de control consiste en un arreglo de compuertas lógicas y un Flip-Flop tipo D. Cuando el sistema se pone en marcha, el bloque de control espera a recibir la primera coincidencia del bloque de coincidencias para habilitar los contadores; después de un segundo, se deshabilitan los contadores. Para cada coincidencia detectada (excepto la primera), el bloque de control manda una señal de guardado a la memorias; después de esto, el bloque de control le envía una señal a los contadores encargados de manejar las direcciones para que las memorias estén listas para almacenar la información de la siguiente coincidencia. La Figura 4.11 muestra el circuito. El circuito cuenta con tres micro-controladores tipo Arduino pro mini. Con una de las salidas del primer Arduino se controla el tiempo de medición, mientras su salida permanezca en estado alto, se lleva a cabo el proceso de conteo y almacenamiento. Cuando termina este proceso, el segundo Arduino obtiene la información almacenada en las memorias que corresponde a la señal  $S_o$ ; mientras que el tercer Arduino obtiene la información almacenada en las memorias que corresponde a la señal  $S_x$ . Esta información pasa al primer Arduino por protocolo I<sup>2</sup>C, y este la envía a una PC por un puerto serie para su almacenamiento permanente.



*Figura 4.11. Circuito prototipo para conteo de pulsos basado en el método de coincidencia de pulsos.*

#### **4.5. Conclusiones del capítulo**

El análisis por medio de cual se concretó el criterio de fin de medición propuesto, a su vez fue de utilidad para desarrollar el criterio que permite detectar el cambio en frecuencia de una señal bajo prueba principalmente por medio de la relación que tiene el método de coincidencia de pulsos con la teoría de números y las fracciones continuadas.

Considerando que los experimentos computacionales desarrollados simulan experimentos reales bajo condiciones controladas, mientras las dos señales involucradas en el proceso de medición permanezcan con frecuencia fija (señal de referencia y señal bajo prueba), se obtendrá un conjunto finito de pares de convergentes que formarán un patrón periódico de repetición. El monitorear en tiempo real los pares de convergentes buscando algún cambio es lo que permite detectar un cambio en la frecuencia de la señal bajo prueba con un retraso típicamente equivalente al tiempo que le tome a un microprocesador el realizar las comparaciones con los pares de convergentes almacenados.

El criterio de detección de cambio de frecuencia se presenta con la finalidad de ofrecer una solución a la necesidad que se puede tener en algunas aplicaciones, donde este cambio de frecuencia refleja algún parámetro cuyo cambio se debe conocer lo antes posible para tomar acciones oportunamente; como lo puede ser un sistema de navegación inercial cuyas aplicaciones pueden ir desde lo comercial hasta lo militar.

## Capítulo 5. Resultados de los criterios propuestos

En el presente capítulo se observarán las condiciones necesarias para llevar a cabo tanto los criterios propuestos, utilizando señales reales y comparándolas con señales simuladas. La señal de referencia y la señal de prueba pasarán por una compuerta lógica AND para generar la señal de coincidencias.

### 5.1 Experimentos de conteo manual de pulsos

A continuación se presentan situaciones donde la frecuencia de ambas señales (referencia y señal de prueba) permanecen constantes, mientras que se modifica el ancho de pulso. El periodo de la señal de referencia se fijó a 17ms, en periodo de la señal de prueba se fijó a 27ms y una fase inicial de 0ms. Iniciando con un ancho de pulso de 1ms (el cual corresponde a un ciclo de trabajo menor al 10%), la Figura 5.1 muestra la señal de prueba en amarillo, la señal de referencia en azul y la señal de coincidencias. Enumerando cada pulso de la señal de coincidencias, el pulso número cero (el pulso que indica el inicio del proceso de medición) será considerado de referencia; a partir de cual, se empezarán a contar los pulsos de las primeras dos señales. Lo anterior se muestra en la Tabla 5.1.

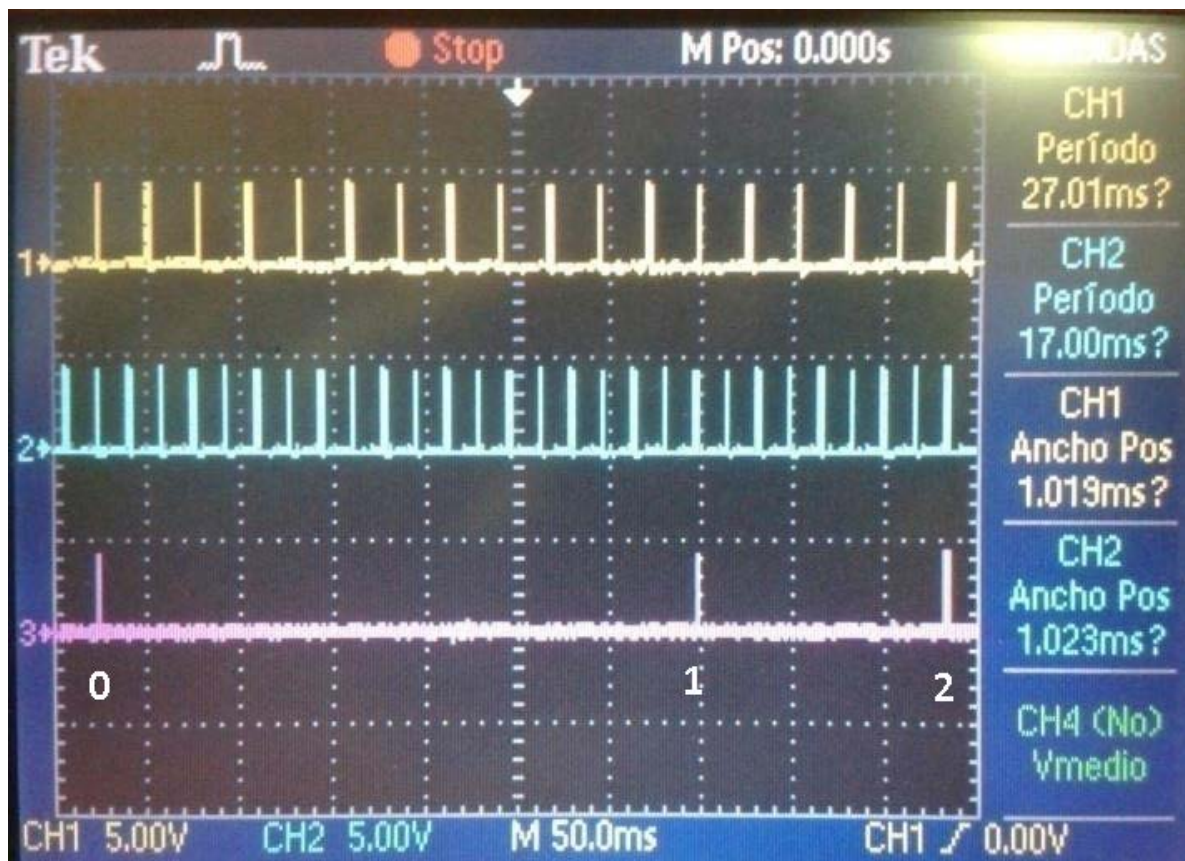


Figura 5.1. Experimento de coincidencia de pulsos con  $T_o=17\text{ms}$ ,  $T_x=27\text{ms}$ ,  $\tau=1\text{ms}$   $\phi=0\text{ms}$ .

Tabla 5.1. Datos extraídos de Figura 5.1.

# de coincidencia	Nx	No
0	0	0
1	12	19
2	17	27

En la última coincidencia registrada en la Tabla 5.1 se aprecia como aparecen las representaciones enteras de los periodos de las primeras dos señales; es decir, los 27 pulsos contados de la señal de prueba hasta la segunda coincidencia están asociados al periodo de la señal de referencia, y los 17 pulsos contados de la señal de referencia hasta la segunda coincidencia están asociados al periodo de la señal de prueba.

En la Figura 5.2 se observa un experimento simulado conservando los valores del experimento anterior. En la Tabla 5.2 se muestra la información extraída de los pulsos de coincidencia de este experimento.

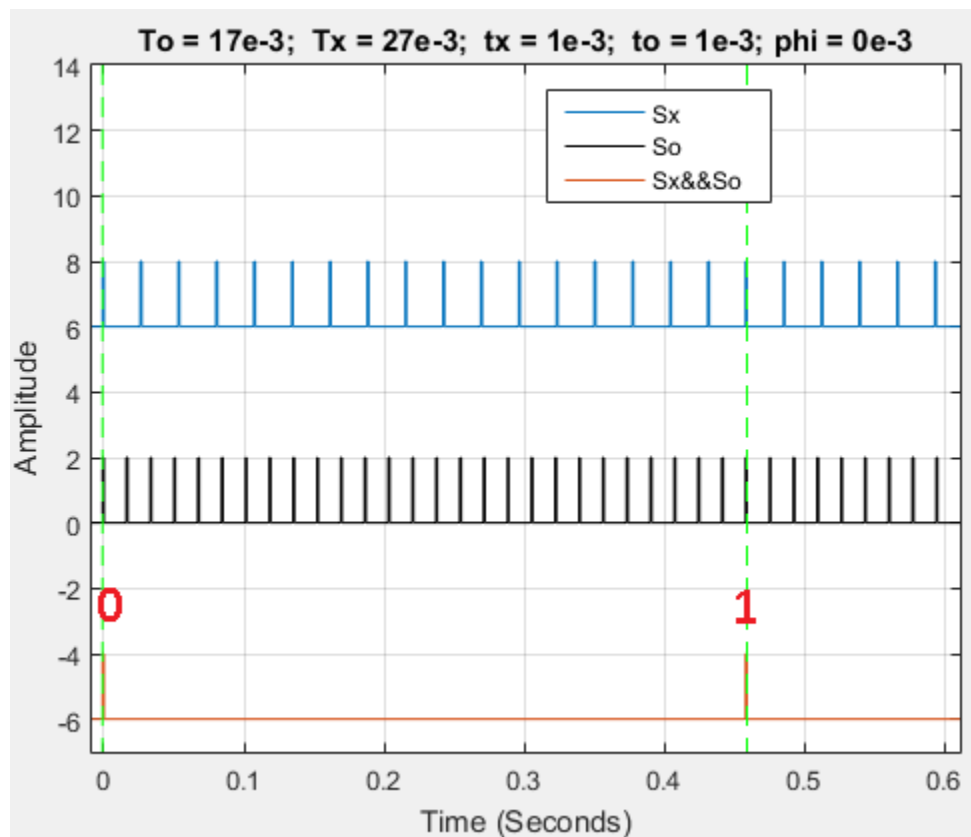
Figura 5.2. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con  $T_o=17ms$ ,  $T_x=27ms$ ,  $\tau_x=1ms$ ,  $\phi=0ms$ .

Tabla 5.2. Datos extraídos de Figura 5.2.

# de coincidencia	Nx	No
0	0	0
1	17	27

Como se puede observar, la información obtenida en la coincidencia 1 del experimento simulado corresponde a la información obtenida en la coincidencia 2 del experimento con señales reales.

En el siguiente experimento, se aumentó el ancho de pulso a 2ms (que corresponde a un ciclo de trabajo de 11.7% aproximadamente para la señal de referencia), conservando los demás parámetros. En la Figura 5.3 se observa que aparecen más pulsos en comparación al experimento con señales reales anterior. De manera similar, la información de interés para el método de coincidencia de pulsos se refleja en la Tabla 5.3.

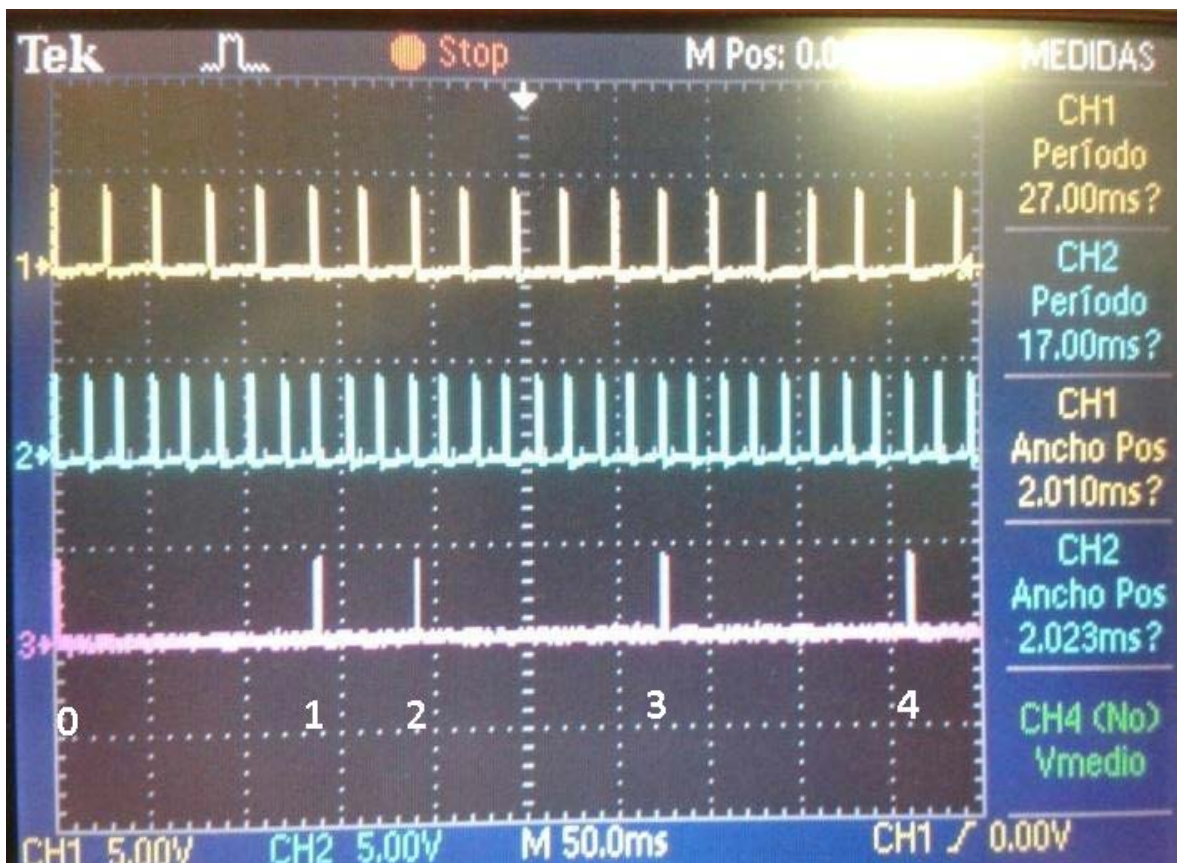
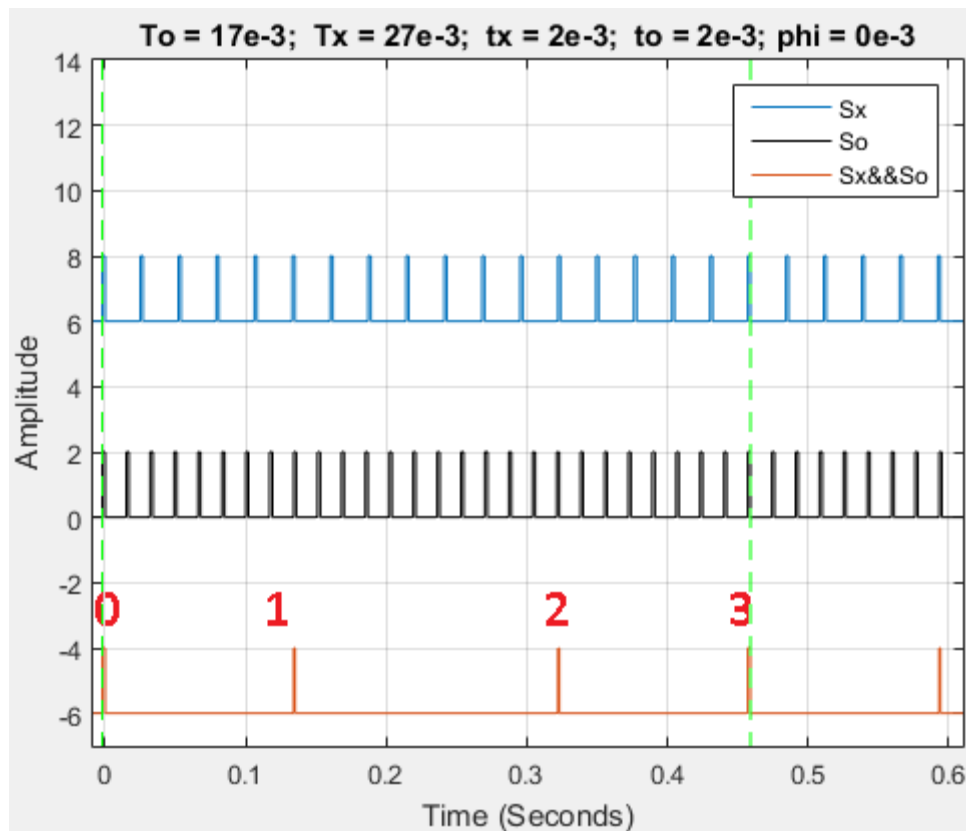


Tabla 5.3. Datos extraídos de Figura 5.3.

# de coincidencia	Nx	No
0	0	0
1	5	8
2	7	11
3	12	19
4	17	27

La Figura 5.4 ilustra un experimento computacional conservando los valores del experimento anterior. En la Tabla 5.4 se muestra la información de interés de este experimento.

Con los últimos parámetros usados, se observa el fenómeno en el cual se basa el criterio de fin de medición propuesto. En el experimento con señales reales, al sumar los pulsos contados de la señal de prueba en la coincidencia 1 con los pulsos contados en la coincidencia 3, se obtiene el número de pulsos contado en la coincidencia 4, el cual corresponde al valor asociado al periodo de la señal de referencia. Lo anterior indica que al sumar los pulsos registrados de la señal de coincidencias en las mismas coincidencias

Figura 5.4. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con  $T_o=17\text{ms}$ ,  $T_x=27\text{ms}$ ,  $\tau=2\text{ms}$ .  $\phi=0\text{ms}$ .

(coincidencia 1 y coincidencia 3) se obtendrá el número de coincidencias registrado en la coincidencia 4, que corresponde al valor asociado al periodo de la señal de prueba; en otras palabras, es posible conocer el par de datos necesarios para calcular la frecuencia de una señal, en un tiempo menor con la suma o medianta de valores obtenidos en etapas tempranas del proceso de medición.

De la misma forma como en el experimento con señales reales, se aprecia a aparición de más pulsos de coincidencia, cuya información relevante se muestra en la Tabla 5.4. Al sumar los pulsos contados de la señal de prueba en la coincidencia 1 con los pulsos contados en la coincidencia 2, se obtiene el número de pulsos contado en la coincidencia 3, el cual corresponde al valor asociado al periodo de la señal de referencia. Lo anterior indica que al sumar los pulsos registrados de la señal de coincidencias en las mismas coincidencias (coincidencia 1 y coincidencia 2) se obtendrá el número de pulsos registrado en la coincidencia 3, que corresponde al valor asociado al periodo de la señal de prueba.

Ahora se muestra un experimento con valores de frecuencia como los usados anteriormente, pero con un ancho de pulso de 6ms, el cual corresponde a un ciclo de trabajo del 35.29% para la señal de referencia. En la Figura 5.5 se muestra que se obtuvieron 13 coincidencias, y la información que se puede obtener de estas coincidencias se muestra en la Tabla 5.5.

Al sumar el número de pulsos registrado en las coincidencias 4 y 6 de la señal de prueba, se vuelve a obtener el valor buscado como señal de que al sumar los pulsos de esas mismas coincidencias, pero de la señal de referencia, se obtendrá el valor buscado que servirá para calcular la frecuencia de la señal de prueba. Esto mismo pasa al realizar las sumadas anteriores, pero usando las coincidencias 3 y 8, y si se suman los pulsos de las coincidencias 1 y 10.

Este último experimento se repitió de manera computacional y se ilustra en la Figura 5.6; además, los datos relevantes se muestran en la Tabla 5.6.

**Tabla 5.4. Datos extraídos de Figura 5.4.**

# de coincidencia	Nx	No
0	0	0
1	5	8
2	12	19
3	17	27

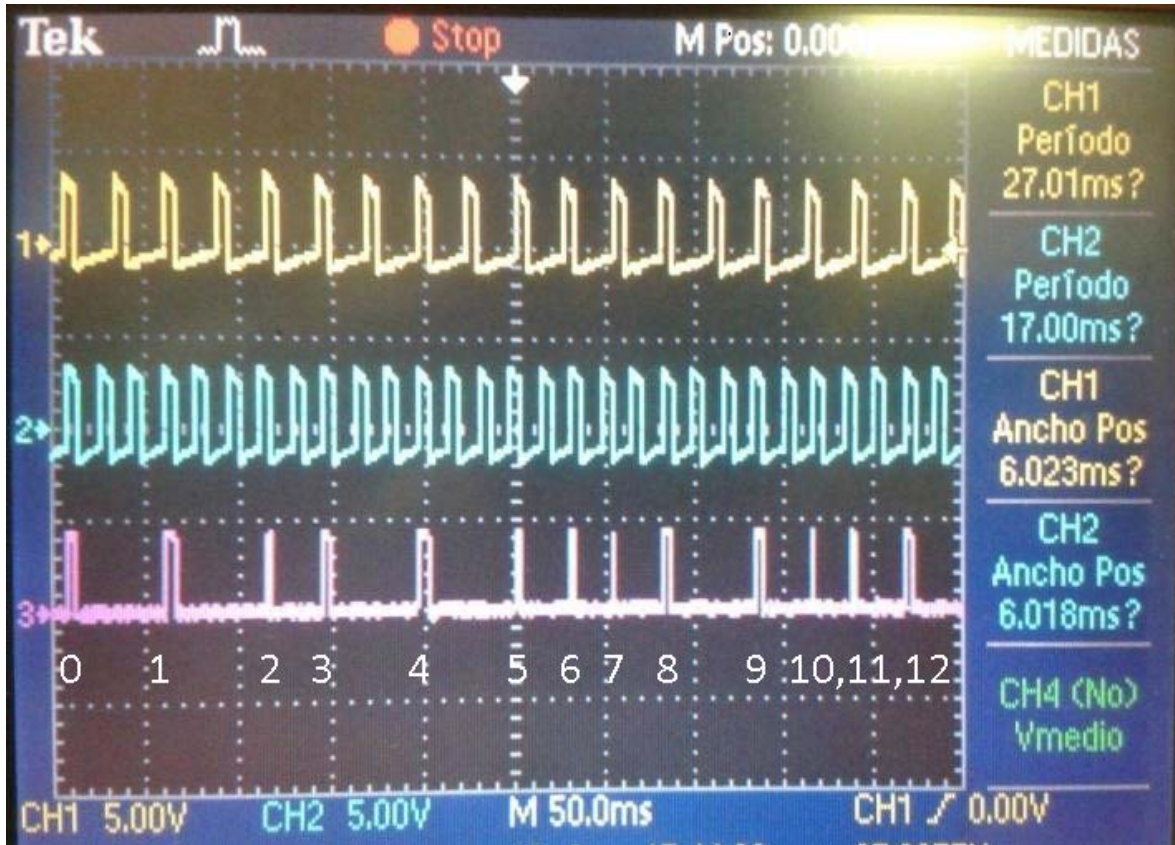


Figura 5.5. Experimento de coincidencia de pulsos con  $T_o=17\text{ms}$ ,  $T_x=27\text{ms}$ ,  $\tau=6\text{ms}$   $\phi=0\text{ms}$ .

Tabla 5.5. Datos extraídos de Figura 5.5.

# de coincidencia	$N_x$	No
0	0	0
1	2	3
2	4	6
3	5	8
4	7	11
5	9	14
6	10	16
7	11	17
8	12	19
9	14	22
10	15	24
11	16	25
12	17	27

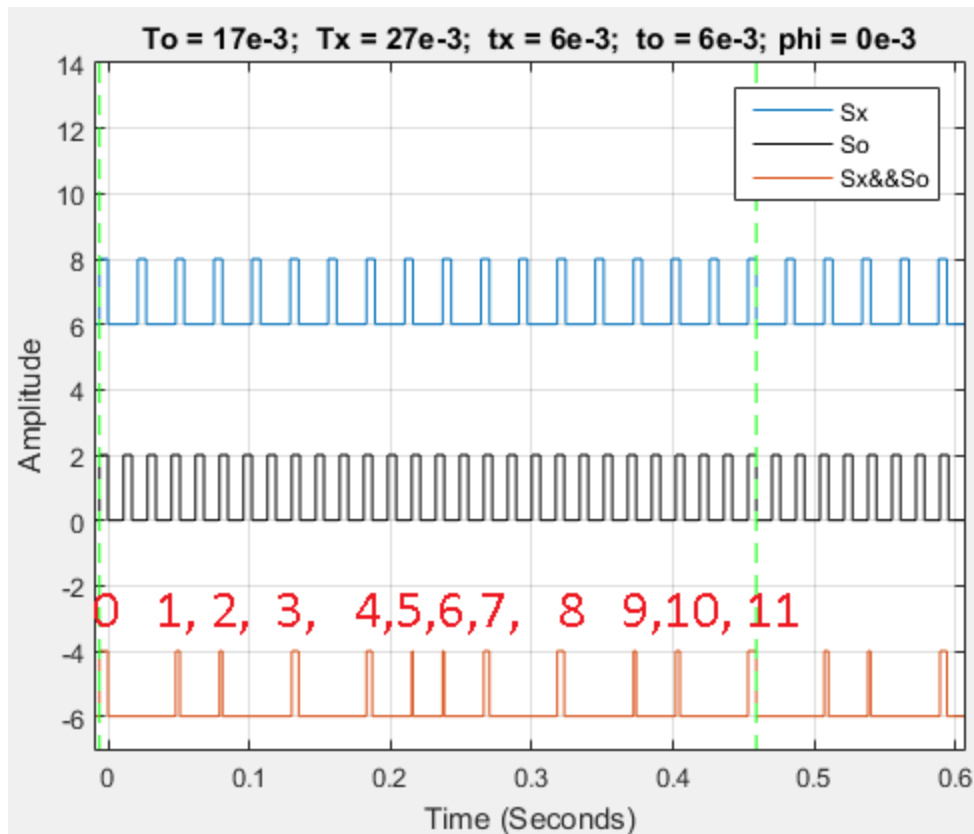


Figura 5.6. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con  $T_o=17ms$ ,  $T_x=27ms$ ,  $\tau_x=6ms$ .  $\phi=0ms$ .

Se puede apreciar que al incrementar el ancho de pulso aparecen pulsos de coincidencia que no existían en los casos anteriores. El último par de datos registrado en la Tabla 5.6 corresponde a los valores con los cuales se obtendrán los mejores resultados. Al sumar los pulsos registrados de  $N_x$  para las coincidencias 5 y 6 se obtiene el valor de  $N_x$  registrado en la última coincidencia. A su vez, sumando los pulsos registrados de  $N_o$  para las coincidencias 5 y 6 se obtiene el valor de  $N_o$  registrado en la última coincidencia. Este procedimiento se puede volver a realizar con los siguientes pares de coincidencias: 4 y 7, 3 y 8, 2 y 9, 1 y 10. Sin embargo, el par de coincidencias 5 y 6 representa antes que los demás pares; por lo tanto, es el mejor par de los antes mencionados.

Los experimentos presentados en esta sección se desarrollaron con la finalidad de demostrar con señales reales la ventaja que puede ofrecer el uso de las coincidencias parciales que surgen al incrementar el ancho de pulso de las señales involucradas en el proceso de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos. La simetría en la señal de coincidencias que se busca obtener con las condiciones descritas anteriormente, y el manejar ciclos de trabajo alrededor del 40% (siempre menores al 50%) favorecen la aparición de dos pulsos de coincidencia que pueden llevar al cálculo de los valores del pulso de coincidencia que ofrece los mejores resultados, pero en menor tiempo.

Tabla 5.6. Datos extraídos de Figura 5.6.

# de coincidencia	Nx	No
0	0	0
1	2	3
2	3	5
3	5	8
4	7	11
5	8	13
6	9	14
7	10	16
8	12	19
9	14	22
10	15	24
11	17	27

A continuación se presentan algunos experimentos donde se propuso un valor de  $\phi$  diferente de cero, con la finalidad de demostrar que existen situaciones en las cuales siguen existiendo pulsos de coincidencias. Para los siguientes experimentos con señales reales, se utilizó el mismo dispositivo para generar las señales, para tener la certeza de obtener el desfase deseado. Cabe resaltar que debido a la naturaleza del experimento y al equipo disponible, este desfase será mejor apreciado en los experimentos computacionales que en los experimentos con señales reales.

El siguiente experimento se realizó con un periodo para señal de referencia de 17ms, la señal de prueba tiene un periodo de 27ms, ancho de pulso de 1ms y una fase inicial de 8ms. La Tabla 5.7 muestra la información obtenida de la Figura 5.7; la cual refleja el experimento mencionado. De nuevo, por la naturaleza del experimento es difícil reflejar claramente la fase implementada en el osciloscopio.

Tabla 5.7. Datos extraídos de la Figura 5.7.

# de coincidencia	Nx	No
0	0	0
1	12	19
2	17	27



Figura 5.7. Experimento de coincidencia de pulsos con  $T_0=17\text{ms}$ ,  $T_x=27\text{ms}$ ,  $\tau=1\text{ms}$   $\phi=8\text{ms}$ .

Los valores del experimento mostrado en la Figura 5.7 se usaron para el experimento computacional que se refleja en la Figura 5.8. La línea intermitente verde de la izquierda muestra el lugar donde se esperarían la coincidencia de referencia, si el experimento se realizara con una fase inicial igual a cero; pero se aprecia que esta coincidencia aparece a los 162 ms. A su vez, la coincidencia que arroja los valores deseados aparece con un retraso. La Tabla 5.8 muestra que a pesar del desplazamiento de los pulsos de coincidencia, al contar los pulsos de las señales de referencia y prueba a partir de la primera coincidencia; el par de valores obtenido en los ejercicios anteriores se presenta de nuevo, tanto en el experimento con señales reales como en el experimento computacional.

El siguiente par de experimentos se realizaron conservando los valores anteriores, con excepción del ancho de pulso el cual se estableció a 3ms, que corresponde a un ciclo de trabajo del 17.64% para la señal de referencia. La Figura 5.9 muestra el experimento computacional, en la cual se aprecia el incremento de la cantidad de pulsos de coincidencia. Se realizó el conteo de los pulsos de las primeras dos señales tomando como referencia el primer pulso de coincidencia que se ve en la Figura. Esta información se muestra en la Tabla 5.9.

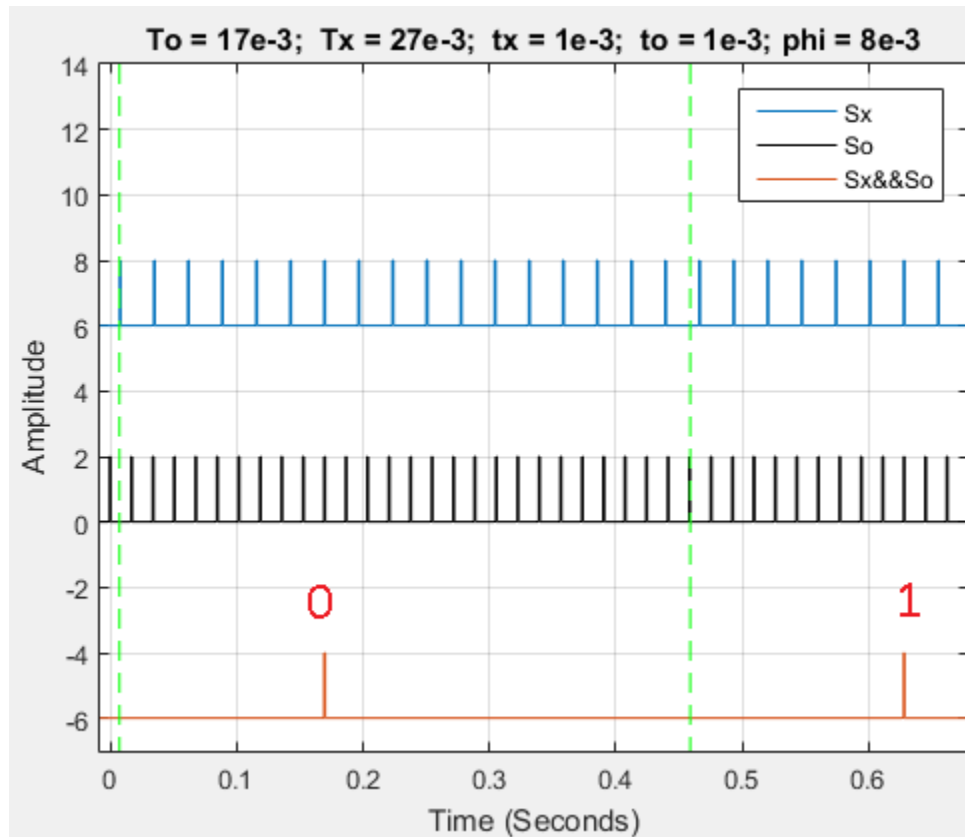


Figura 5.8. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con  $T_o=17\text{ms}$ ,  $T_x=27\text{ms}$ ,  $\tau=1\text{ms}$ .  $\phi=8\text{ms}$ .

Al observar la información de la Tabla 5.9, se aprecia que a pesar de la fase inicial, se presentan pares de coincidencias que al sumarlas como se ha sugerido en los experimentos anteriores, darán como resultado los valores deseados para calcular el periodo de la señal de prueba; y con ello, calcular su frecuencia. En este experimento los pares de coincidencias son el 3 con el 4, y el 2 con el 5. A pesar de que ambos pares llevarán al mismo resultado, el par de coincidencias 3, 4 se obtiene en un tiempo menor al par de coincidencias 2, 5. De lo anterior se puede concluir que el par 3, 4 es mejor.

Tabla 5.8. Datos extraídos de la Figura 5.8.

# de coincidencia	Nx	No
0	0	0
1	17	27

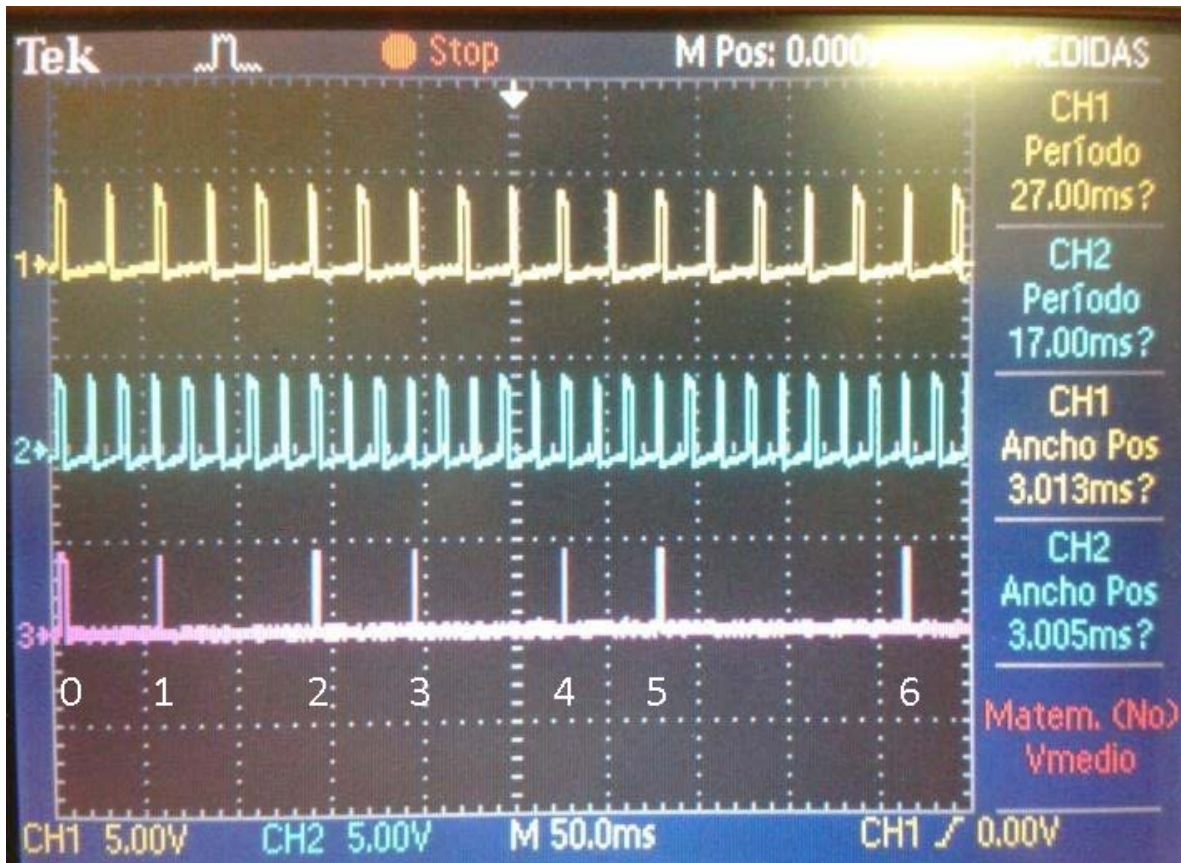


Figura 5.9. Experimento de coincidencia de pulsos con  $T_o=17\text{ms}$ ,  $T_x=27\text{ms}$ ,  $\tau=3\text{ms}$   $\phi=8\text{ms}$ .

Después se presenta la contraparte computacional de este experimento. En este punto vale la pena resaltar que en los experimentos con señales reales, el proceso se detiene en un momento aleatorio para tomar captura a la pantalla del osciloscopio y realizar el conteo de forma manual. Incluso bajo esta circunstancia, se presentaron dos pares de coincidencias (3,4 y 2,5 en la Tabla 5.9) que llevan al resultado deseado. Con la combinación de fase inicial y ancho de pulso, en el experimento computacional se generó solo un par de coincidencias (1, 3 en la Tabla 5.10) que lleva al resultado deseado. Esto último se atribuye al hecho de el objetivo del experimento no estaba enfocado a buscar la coincidencia de referencia optima, sino el ilustrar como se desplazan los pulsos de coincidencia en función de la fase inicial.

En la Figura 5.10 se aprecia que la primera coincidencia aparece antes en comparación del experimento que corresponde a la Figura 5.8 a pesar de tener la misma fase inicial; esto se debe a la diferencia en el ancho de pulso en ambos experimentos.

Tabla 5.9. Datos extraídos de la Figura 5.9.

# de coincidencia	Nx	No
0	0	0
1	2	3
2	5	8
3	7	11
4	10	16
5	12	19
6	17	27

El último par de experimentos de este tipo se presenta continuación, con un periodo para señal de referencia de 17ms, la señal de prueba tiene un periodo de 27ms, ancho de pulso de 6ms y una fase inicial de 8ms. El experimento con señales reales se ilustra en la Figura 5.11. Después se realizó el conteo manual de los pulsos, tomando la primer coincidencia que se ve en la Figura 5.11 como la de referencia; esta información se muestra en la Tabla 5.11.

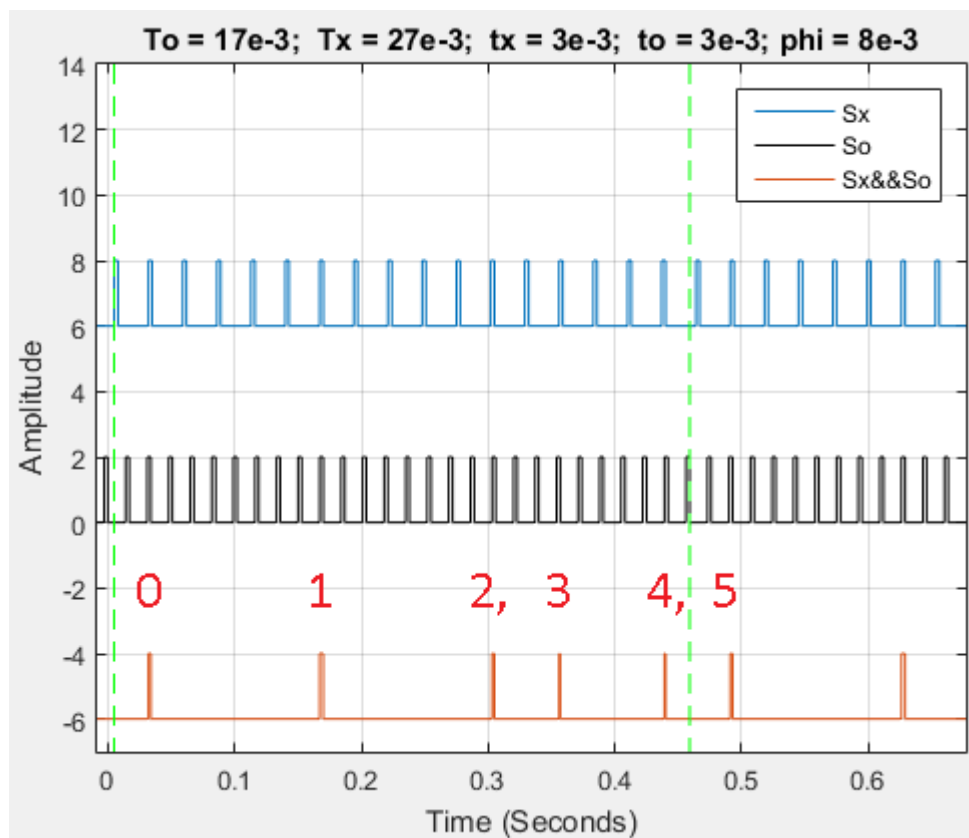
Figura 5.10. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con  $T_o=17\text{ms}$ ,  $T_x=27\text{ms}$ ,  $\tau=3\text{ms}$ .  $\phi=8\text{ms}$ .

Tabla 5.10. Datos extraídos de la Figura 5.10.

# de coincidencia	Nx	No
0	0	0
1	5	8
2	10	16
3	12	19
4	15	24
5	17	27

De este experimento se aprecia que la cantidad de pulsos de coincidencia se incrementó gracias al ancho de pulso; además, los datos que se obtienen de los mismos demuestran que es posible implementar el método propuesto para calcular la frecuencia de la señal de prueba sumando pares de coincidencias como se ha realizado en los ejemplos anteriores (pares de coincidencias 5 y 7, 4 y 8, 3 y 10, 2 y 11 de la Tabla 5.11). Además el usar ciclos de trabajo cercanos al 40% permite que surjan los mejores datos, ya que nos permitirán calcular el mismo resultado en un tiempo menor.

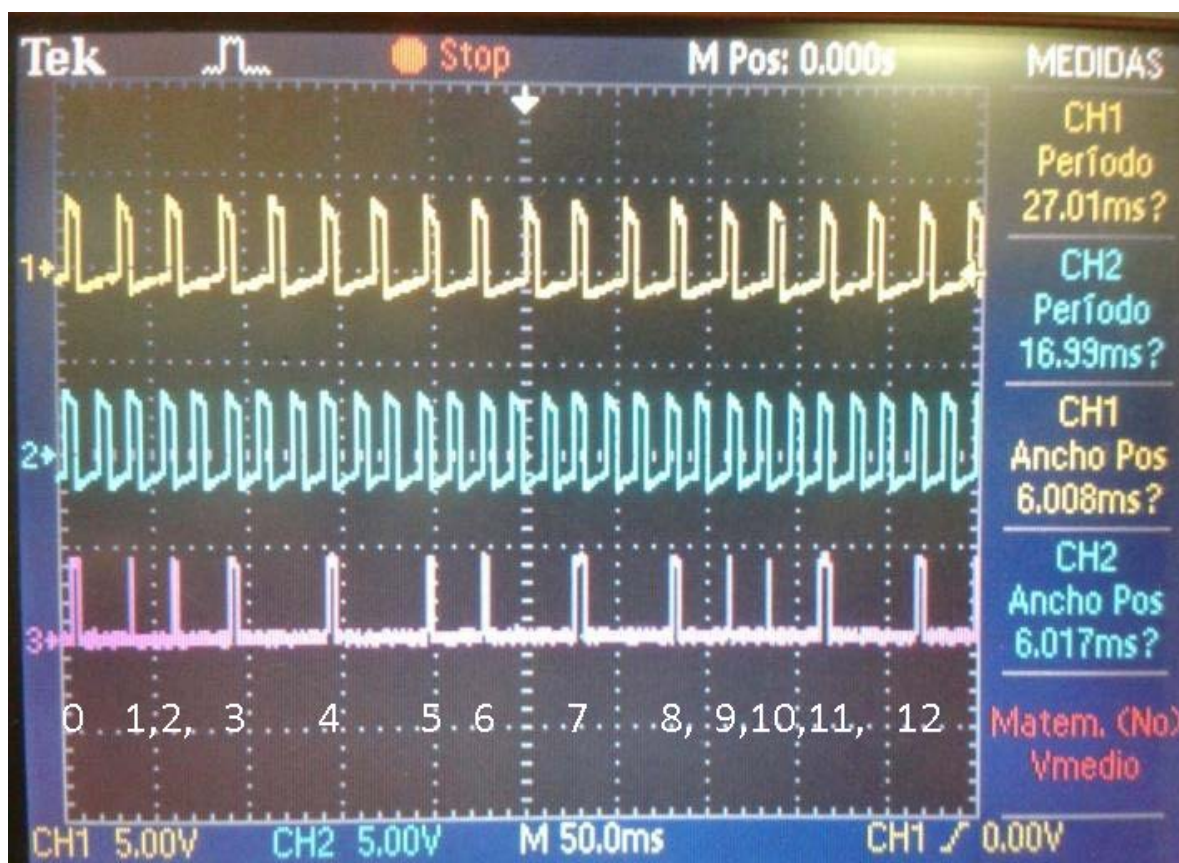
Figura 5.11. Experimento de coincidencia de pulsos con  $T_o=17\text{ms}$ ,  $T_x=27\text{ms}$ ,  $\tau=6\text{ms}$   $\phi=8\text{ms}$ .

Tabla 5.11. Datos extraídos de la Figura 5.11.

# de coincidencia	Nx	No
0	0	0
1	1	2
2	2	3
3	3	5
4	5	8
5	7	11
6	8	13
7	10	16
8	12	19
9	13	21
10	14	22
11	15	24
12	17	27

Para finalizar esta ronda de experimentos, se muestra en la Figura 5.12 la contraparte computacional del último experimento, el cual muestra resultados similares; es decir, se presentan 4 pares de coincidencias que arrojan los resultados deseados (pares de coincidencias: 4 y 6, 3 y 7, 2 y 9, 1 y 10 de la Tabla 5.12).

Los parámetros utilizados en este último par de experimentos permiten una razonable semejanza entre los resultados obtenidos; de nuevo, esto demuestra la ventaja de usar los ciclos de trabajo sugeridos para el criterio propuesto, ya que al existir el mayor número de pulsos de coincidencia, será más fácil encontrar dos pares que cumplan con las condiciones requeridas en el menor tiempo posible.

Anteriormente se mencionó que un requisito para garantizar la efectividad del método, es el iniciar la medición con una coincidencia de referencia que se encuentre en el centro de un paquete de pulsos de coincidencia. Y aquí se demostró con ejemplos usando señales reales que manejar una fase inicial diferente a cero implica desplazar los pulsos de coincidencias. Al unir estas dos ideas se puede concluir que de ser posible manipular en la práctica la fase inicial será posible “colocar” el pulso de coincidencia de referencia deseado justo al principio del proceso de medición, disminuyendo el tiempo de espera del pulso de referencia. Esto optimizaría en la práctica los métodos propuestos en este documento, tanto el de medición de frecuencia como el de medición de cambio de frecuencia.

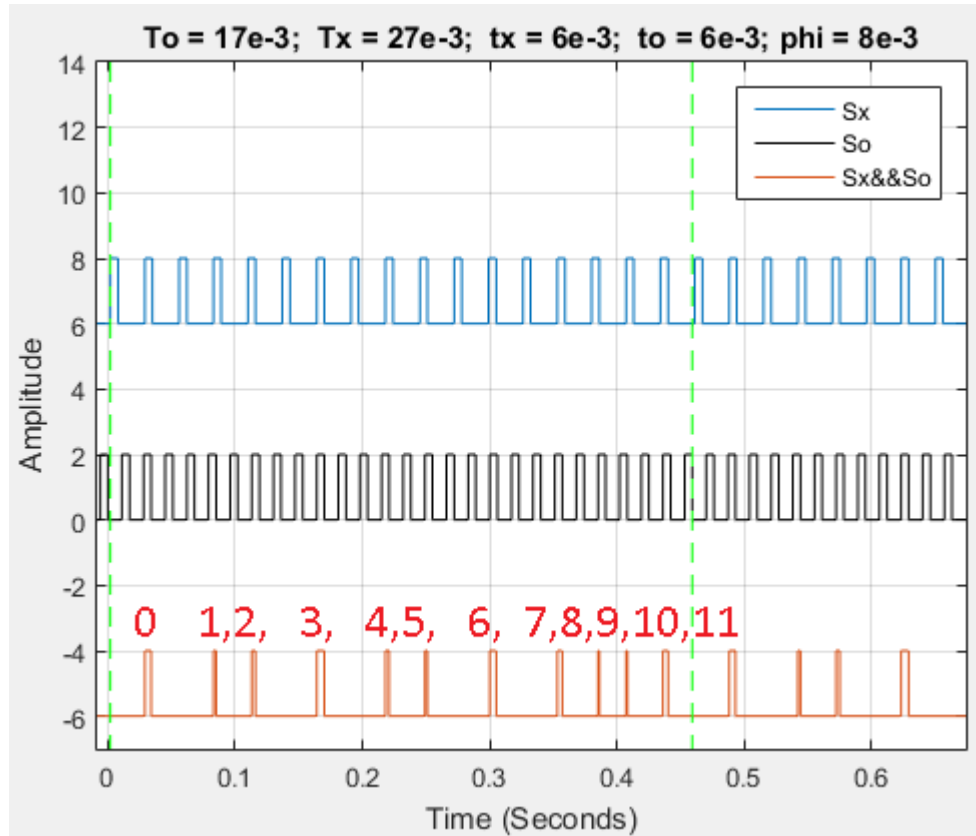


Figura 5.12. Experimento computacional de coincidencia de pulsos con  $T_o=17\text{ms}$ ,  $T_x=27\text{ms}$ ,  $\tau_x=6\text{ms}$ .  $\phi=8\text{ms}$ .

Tabla 5.12. Datos extraídos de la Figura 5.12.

# de coincidencia	$N_x$	$N_o$
0	0	0
1	2	3
2	3	5
3	5	8
4	7	11
5	8	13
6	10	16
7	12	19
8	13	21
9	14	22
10	15	24
11	17	27

## 5.2 Experimentos con circuito experimental de conteo de pulsos

En una etapa posterior, se utilizó el circuito experimental de conteo de pulsos para diversas rondas de experimentos. La Figura 5.13 muestra el circuito conectado a un generador de funciones para simular las señales de referencia y de prueba, además de la computadora a la cual se enviaron los datos obtenidos para almacenamiento definitivo. La finalidad de implementar un solo generador de funciones de dos canales, es el poder controlar la condición de fase inicial. El canal 1 representa la señal de referencia, mientras que el canal 2 representa la señal de prueba.

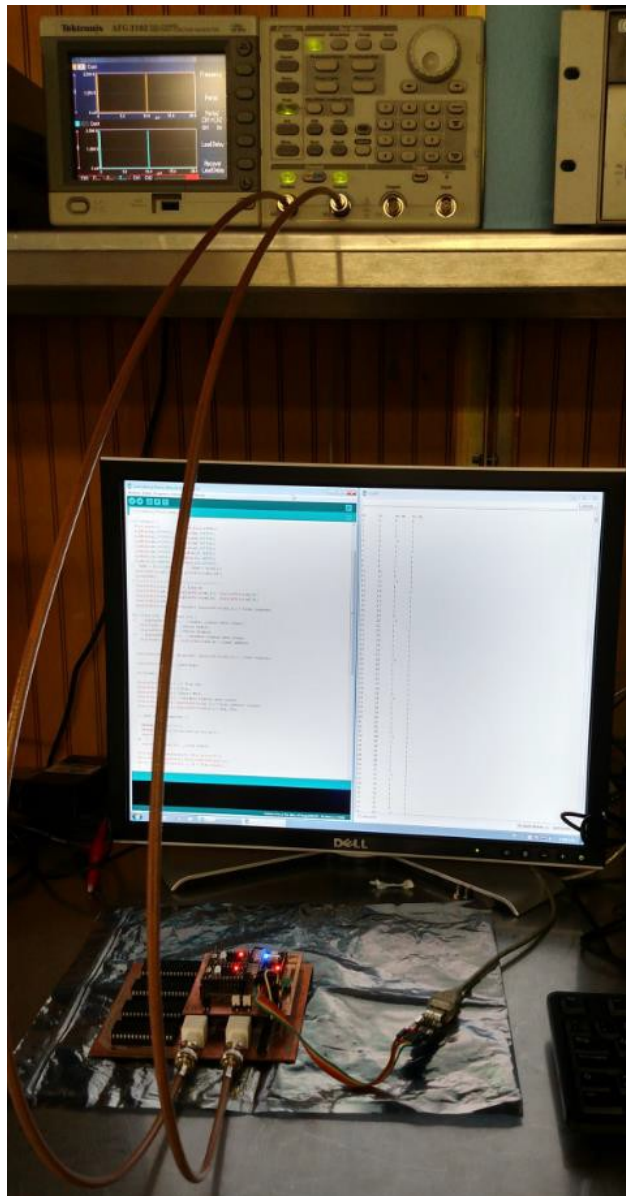


Figura 5.13. Circuito experimental de conteo de pulsos en funcionamiento.

A continuación se presentarán algunos experimentos representativos para demostrar los resultados obtenidos con el circuito experimental. En la Tabla 5.13 se muestra un conjunto de datos extraídos de un experimento donde el periodo de la señal de referencia es de  $10\mu\text{s}$ , el periodo de la señal de prueba es  $17\mu\text{s}$  y ancho de pulso igual a  $4\mu\text{s}$ .

Como se puede observar de la Tabla 5.13, los valores registrados en la coincidencia 8 tienen la forma buscada; a su vez, al sumar oportunamente los valores de las coincidencias 3 y 5, se obtiene el mismo par buscado (Para la columna  $N_x$ :  $4 + 6 = 10$ , que corresponde a la forma  $T_o * 10^r$ . Para la columna  $N_o$ :  $7 + 10 = 17$ , que corresponde a la forma  $T_x * 10^r$ ). Lo mismo ocurre con los pares de coincidencias: 38 y 42, 37 y 43, 398 y 402, 397 y 403.

**Tabla 5.13. Datos obtenidos con circuito experimental.  $T_o=10\mu\text{s}$ ,  $T_x=17\mu\text{s}$  y  $\tau=4\mu\text{s}$ .**

# de coincidencia	No	$N_x$	$N_o(i)-N_o(i-1)$	$N_x(i)-N_x(i-1)$
0	0	0	0	0
1	2	1	2	1
2	5	3	3	2
3	7	4	2	1
4	9	5	2	1
5	10	6	1	1
6	12	7	2	1
7	14	8	2	1
8	17	10	3	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
35	79	44	6	1
36	77	45	-2	1
37	78	46	1	1
38	80	47	2	1
39	82	48	2	1
40	85	50	3	2
41	87	51	2	1
42	90	53	3	2
43	92	54	2	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
397	843	496	1	1
398	845	497	2	1
399	847	498	2	1
400	850	500	3	2
401	852	501	2	1
402	855	503	3	2
403	857	504	2	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

En la Tabla 5.15 se muestran algunos de los datos obtenidos durante uno de los experimentos realizados con periodo de la señal de referencia de 10000ns, periodo de la señal de prueba de 200ns y ancho de pulso igual a 100ns.

Si el objetivo es obtener los valores de la coincidencia 2, bastaría con tomar los valores de la coincidencia 1 y multiplicarlos por una constante (en este caso, se multiplicarían por 2). Esto se debe a que para los valores implementados de  $T_o$  y  $T_x$ , uno es múltiple del otro y no es aplicable en otra situación.

Si el objetivo son los datos de la coincidencia número 20, es posible calcularlos sumando los pares de coincidencias: 12 y 8, 13 y 7, 14 y 6, 15 y 5, 16 y 4, 18 y 2. No fue posible usar las coincidencias 3 ni 11 debido a que son datos erróneos obtenidos durante el experimento. El experimento se realiza de forma que el conteo siempre sea ascendente, por lo tanto, un valor pasado no debe ser mayor o igual a un valor futuro como es el caso de las coincidencias mencionadas. Esta situación se presenta de manera similar en el experimento anterior.

**Tabla 5.14. Datos obtenidos con circuito experimental.  $T_o=10000ns$ ,  $T_x=200ns$  y  $\tau=100ns$ .**

# de coincidencia	No	Nx	No(i)-No(i-1)	Nx(i)-Nx(i-1)
0	0	0	0	0
1	1	50	1	50
2	2	100	1	50
3	7	150	5	50
4	4	200	-3	50
5	5	250	1	50
6	6	300	1	50
7	7	350	1	50
8	8	400	1	50
9	9	450	1	50
10	10	500	1	50
11	15	550	5	50
12	12	600	-3	50
13	13	650	1	50
14	14	700	1	50
15	15	750	1	50
16	16	800	1	50
17	17	850	1	50
18	18	900	1	50
19	23	950	5	50
20	20	1000	-3	50
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Como último ejemplo, se muestran datos representativos de un experimento en la Tabla 5.15. Para este experimento se propusieron los siguientes valores: Periodo de la señal de referencia de  $10\mu\text{s}$ , periodo de la señal de prueba de  $11\mu\text{s}$  y ancho de pulso igual a  $4\mu\text{s}$ .

La coincidencia número 81 tiene el par de valores deseados; sin embargo, al sumar el par de coincidencias 40 y 42, dará el par deseado. La coincidencia 81 se presenta en un tiempo de  $1.1\text{ms}$ , mientras que la coincidencia 42 se presenta en un tiempo de  $0.56\text{ms}$ .

El último par de columnas de la derecha, corresponden a la cantidad de coincidencias que se cuentan entre dos coincidencias sucesivas. Salvo los errores de conteo/registro, se demuestra que los resultados obtenidos respaldan los principios en los que se basa el criterio de detección de cambio de frecuencia propuesto. Es decir, estos datos se presentan en una cantidad finita de pares para una frecuencia constante; por lo tanto, cuando se observe un cambio en los pares mencionados y ese cambio permanece, se traduce en un cambio de frecuencia de al menos una de las señales involucradas en el experimento; si se cuenta con la certeza de que la señal de referencia permanece estable, la conclusión lógica sería que la señal de prueba cambió.

**Tabla 5.15. Datos obtenidos con circuito experimental.  $T_0=10\mu\text{s}$ ,  $T_x=11\mu\text{s}$  y  $\tau=4\mu\text{s}$ .**

# de coincidencia	No	Nx	No(i)-No(i-1)	Nx(i)-Nx(i-1)
34	45	41	1	1
35	49	44	4	3
36	51	45	2	1
37	51	46	0	1
38	52	47	1	1
39	53	48	1	1
40	54	49	1	1
41	55	50	1	1
42	56	51	1	1
43	60	54	4	3
44	61	55	1	1
45	62	56	1	1
46	63	57	1	1
47	64	58	1	1
48	65	59	1	1
49	66	60	1	1
50	67	61	1	1
51	71	64	4	3
52	73	65	2	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
81	110	100	1	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Un circuito que aplique los criterios presentados, debe contar con los siguientes elementos:

- Un detector de coincidencia de pulsos (compuerta lógica AND) cuyas entradas correspondan a la señal de referencia y señal de prueba. Cuando se obtenga un pulso a la salida, significa que al menos una parte de los pulsos de ambas señales se presentaron en un mismo tiempo.
- Un contador dedicado a registrar de manera continua la cantidad de pulsos que se surjan de la señal de referencia a partir de una señal de inicio.
- Un contador dedicado a registrar de manera continua la cantidad de pulsos que se surjan de la señal de prueba a partir de una señal de inicio.
- Un microprocesador que a partir de una coincidencia indicada por el detector de coincidencias, envíe una señal a los contadores para que inicien el registro de los pulsos de la señal correspondiente. Para cada pulso de coincidencia, obtener el conteo de los pulsos y guardarlos. A partir de la segunda coincidencia, el último par de valores obtenidos sumarlo con el par anterior (para el caso de MCD impar). A partir de la tercer coincidencia, el último par de valores obtenidos sumarlo con el par anterior de anterior (para el caso de MCD par). En el instante en el que una de las dos sumas que corresponden a los pulsos de la señal de prueba den como resultado la forma de la señal de referencia; el valor resultante de sumar los pulsos de la señal de referencia se usará en la ecuación (2), el valor calculado podrá ser mostrado en una pantalla al usuario y/o enviado a otro circuito que ejecute alguna acción en función del valor obtenido. De manera paralela al proceso anterior, para cada par de valores obtenidos en cada coincidencia, el microprocesador le restará el valor anterior; el par resultante (diferencial) lo almacenará si es un par no registrado anteriormente. En el momento en que el microprocesador ya calculó la frecuencia inicial, cada nuevo par diferencial obtenido será comparado con los pares registrados; el validar que el nuevo par calculado corresponde a uno existente, sería motivo para concluir que no se ha presentado cambio de frecuencia; si se presentan un nuevos pares diferenciales y los registrados dejan de aparecer, se concluye que cambió la frecuencia de la señal de prueba e inicia la etapa anterior para calcular la nueva frecuencia.

### **5.3 Conclusiones del capítulo**

En esta sección se demostró que los resultados obtenidos en la práctica, con señales reales son fieles a los resultados obtenidos con experimentos computacionales si se conservan las condiciones establecidas para los criterios propuestos, esto considerando que el equipo utilizado para los experimentos con señales reales no se encontraba en condiciones óptimas en cuanto a mantenimiento y calibración.

## CONCLUSIONES

Durante del desarrollo de esta tesis fue propuesto el método de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos en las condiciones de tiempo de medición restringidos por necesidades prácticas de aplicación, y con el criterio geométrico original ofrecido para fin de estimar el cambio en frecuencia de señales. Fueron logrados los siguientes resultados:

- a) Se investigó la forma en que influye el ancho de pulso de la señal de referencia y la señal bajo prueba en el método de coincidencia de pulsos. Al usar pulsos delgados ( $\tau \leq 10\%$  de ciclo de trabajo de la señal con mayor frecuencia) se reducirá al mínimo la cantidad de pulsos de la señal de coincidencias, estos pulsos se denominan coincidencias ideales/perfectas; debido a que son los que ofrecen los mejores resultados al calcular la frecuencia de la señal de prueba. Por otro lado, el aumentar el ancho de pulso provocará la aparición de pulsos adicionales en la señal de coincidencias, denominados coincidencias parciales; los cuales, por si solos ofrecen resultados de menor precisión. Si la señal de referencia y la señal bajo prueba manejan pulsos con un ciclo de trabajo entre el 40% y el 45% se formarán agrupaciones simétricas de pulsos en la señal de coincidencias, denominados paquetes de coincidencias; si las primeras señales manejan ciclos de trabajo diferentes, los paquetes de coincidencias serán asimétricos. Eso nos permite como primera parte proponer la metodología nueva original de funcionamiento de circuito.
- b) Se investigó la forma en que influye la fase inicial entre la señal de referencia y la señal de prueba a través de experimentos computacionales. Se encontró que el manipular este parámetro provocará un desplazamiento en los pulsos de coincidencias. También se

encontró una situación no deseable, debido a que bajo ciertas circunstancias no se generarán pulsos de coincidencias; esto sucede cuando el periodo de una de las señales es múltiplo del periodo de la otra señal y la fase inicial provoca un desplazamiento de una de las señales, y ese desplazamiento es mayor al ancho de pulso de la otra señal. Con estos descubrimientos se concluye que la fase inicial debe ser cero idealmente, o menor que el ancho de pulso, para evitar caer en situación de riesgo, que nos permite como segunda parte proponer la metodología nueva original de funcionamiento de circuito.

- c) Se investigó cómo influyen las señales de referencia y de prueba, en la formación de la señal de coincidencias. Por medio de la teoría de números y las fracciones continuadas se encontró que el máximo común divisor de los periodos de la señal de referencia y la señal de prueba establece cuanto tiene que crecer el ancho de pulso para que aparezcan más pulsos en la señal de coincidencias; además de la cantidad de coincidencias, tanto parciales como ideales, que nos permite como tercera parte proponer la metodología nueva original de funcionamiento de circuito.
- d) Se formularon por primera vez tres ecuaciones, considerando el tiempo de medición del método convencional, la primera ecuación revela la cantidad de coincidencias en la medición, la segunda ecuación muestra la cantidad de coincidencias ideales, y la tercera ecuación muestra la cantidad de coincidencias parciales.
- e) Se realizó una investigación teórica a partir de la cual se establecieron condiciones para aplicar un estimador de medición del método de coincidencia de pulsos. La teoría de números y las fracciones continuadas expresan por medio de sus convergentes, la cantidad de periodos completos que se esperan entre dos coincidencias, tanto para la señal de referencia como para la señal de prueba. La primera condición consiste en que

los pulsos de la señal de referencia y la señal de prueba, deben de tener un ciclo de trabajo entre el 40% y el 45%. La segunda y última condición consiste en empezar la medición con una coincidencia ideal como referencia. La primera condición provocará que se genere la mayor cantidad de pulsos de coincidencias formando paquetes de coincidencia simétricos. La segunda coincidencia provocará que la señal de coincidencias se presente de forma simétrica si se observa desde que inicia la medición hasta el fin de medición que marca el método convencional. Una vez aplicadas estas condiciones, el método propuesto consiste en calcular la frecuencia de la señal de prueba usando la mediana del par de valores que arrojan la coincidencia que se encuentra justo antes de la mitad del tiempo de medición convencional y el par de valores de la coincidencia que se encuentra justo después de la mitad del tiempo de medición. Este estimador surgió del análisis que se realizó a las tres señales en el dominio del tiempo, desde una perspectiva geométrica; el cual demuestra que al sumar dos pares de datos que provienen de dos coincidencias parciales cuidadosamente seleccionadas, resultara en el par de valores que arrojará una coincidencia ideal en un tiempo posterior.

- f) Se desarrolló una metodología de medición de frecuencia con base al estimador propuesto. Usando ciclo de trabajo entre el 40% y el 45% para los pulsos de las señales, esta metodología consiste en Iniciar la medición en un pulso de coincidencia ideal, contando los pulsos (que representan la cantidad de periodos completos transcurridos) de la señal de referencia y la señal de prueba de manera independiente. Guardando el par de valores siempre que se registra una coincidencia, pero conservando solo los últimos tres pares de datos. A partir de la segunda coincidencia, sumar el último par obtenido con el anterior; de manera paralela, a partir de la tercera coincidencia, sumar el último par obtenido con el antepenúltimo. En ambos casos, buscar que la cantidad de pulsos

resultante de la señal de prueba tenga la forma del periodo de la señal de referencia; los dos pares que cumplan con esta condición, son los que se usaran en la medianta y al encontrarlos se puede detener el proceso de medición de frecuencia. Se ha demostrado la reducción en el tiempo de medición en hasta el 42% en comparación de su predecesor, pero conservando las demás características. Una característica intrínseca de este método consiste en que a mayor frecuencia, menor será el tiempo necesario de medición; debido a que a mayor frecuencia, se obtendrán los paquetes de coincidencia en un tiempo menor.

- g) Se realizó una investigación teórica que permitió establecer condiciones para la detección de cambio de frecuencia por coincidencia de pulsos. Se encontró una condición, pulsos con un ciclo de trabajo entre el 40% y el 45%; es decir, la condición de ancho de pulso del estimador de medición de frecuencia propuesto. Se encontró que aparecerán los mismos convergentes y en una sucesión periódica siempre que la frecuencia de las señales sea constante; si cambia la frecuencia de la señal de prueba, cambiarán los convergentes y/o su sucesión. La condición de ancho de pulso provocará que los convergentes surjan tan rápido como sea posible, esto permitirá detectar rápidamente un cambio en la señal de prueba observando un cambio en los convergentes.
- h) Se desarrolló una metodología de medición de cambio de frecuencia por coincidencia de pulsos basado en el estimador de detección de cambio de frecuencia y el estimador de medición de frecuencia propuestos. La metodología consiste en medir la frecuencia inicial de la señal de prueba, mientras que de manera paralela se caracteriza la señal de coincidencias a través de sus convergentes; es decir, al obtener un par de datos de una coincidencia, restarle el par anterior para obtener el convergente y guardarlo si es uno

nuevo, si no es nuevo y se presentó en la coincidencia anterior, registrar cuantas veces se ha repetido. Al terminar de medir la frecuencia inicial de la señal de prueba, resta el seguir obteniendo convergentes solo para compararlos con los que se guardaron en la etapa anterior. En el momento en que se presente un convergente diferente, o un mismo convergente se presente una cantidad diferente de veces seguidas; será momento de regresar a la primera etapa para volver a medir la frecuencia de la señal. Este método permite detectar el cambio de frecuencia de una señal a partir de la primera coincidencia que se registra después del cambio.

- i) Se compararon los resultados obtenidos en los experimentos computacionales con resultados prácticos. Para esta etapa se diseñó y construyó un sistema de conteo de pulsos basado en el método de coincidencia de pulsos. Se validó con señales generadas que la teoría que se desarrolló en base a los experimentos computacionales es aplicable en la realidad. Se demostró que al aplicar el criterio de ancho de pulso se presentan paquetes de coincidencias, y surgen dos pares de datos que por sí solos no ofrecen un cálculo preciso en la medición de frecuencia, pero al sumarlos equivalen al par se encontró en un tiempo posterior que si ofrece un cálculo preciso. Esto ocurrió incluso sin aplicar el criterio de iniciar en una coincidencia ideal. También se demostró que los convergentes aparecerán formando una sucesión periódica a frecuencia constante con el criterio de ancho de pulso, a diferentes valores de frecuencia se presentaron distintos convergentes. Finalmente se describió el funcionamiento que deberá seguir un dispositivo que lleve a cabo los estimadores propuestos en este documento para medición de frecuencia y detección de cambio de frecuencia.

## **TRABAJOS FUTUROS**

- Mejorar el prototipo del circuito de conteo de pulsos.
- Proponer mejoras en el método de coincidencia de pulsos a través de la manipulación de la fase inicial de las señales.
- Formular un método que facilite iniciar el proceso de medición en el momento óptimo.
- Investigar en busca de un algoritmo que permita disminuir más el tiempo de medición.

## REFERENCIAS

- [1] John G. Webster, *The Measurement Instrumentation and Sensors Handbook*, 1999, CRC Press LLC, Boca Raton, Florida.
- [2] E. O. Doebelin, *Measurement Systems*, 4th ed., New York: McGraw-Hill, 1990.
- [3] Kirianaki N. V., Yurish S. Y., Shpak N. O., Deynega V. P., *Data acquisition and signal processing for smart sensors*, John Wiley & Sons, UK, 2002.
- [4] Sergey Y. Yurish, *Sensors and Transducers: Frequency output versus voltage output*, *Sensors & transducers magazine (S&T e-Digest)*, Vol. 49, Issue 11, November 2004, pp.302-305.
- [5] <https://www.maximintegrated.com/en/products/sensors/MAX6577.html>
- [6] <https://www.seabird.com/asset-get.download.jsa?code=251170>
- [7] <https://www.omega.com/manuals/manualpdf/M3210.pdf>
- [8] [www.veronics.com/products/pressure\\_transducers-sensors/rpt410.pdf](http://www.veronics.com/products/pressure_transducers-sensors/rpt410.pdf)
- [9] [www.seamap.com/pdf/Seamap\\_Transducers.pdf](http://www.seamap.com/pdf/Seamap_Transducers.pdf)
- [10] [www.omronfs.omron.com/en\\_US/ecb/products/pdf/D25D8M1102.pdf](http://www.omronfs.omron.com/en_US/ecb/products/pdf/D25D8M1102.pdf)
- [11] [https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s9705\\_series\\_kpic1059e.pdf](https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s9705_series_kpic1059e.pdf)
- [12] <https://www.flowline.com/product/echopod-dx10-ultrasonic-liquid-level-transmitter/>
- [13] <https://www.tedss.com/DataSheets/2099/2099003841.pdf>
- [14] [https://dithabeng.co.za/wp-content/uploads/2016/.../dut\\_e\\_fuel\\_level\\_sensor\\_eng.pdf](https://dithabeng.co.za/wp-content/uploads/2016/.../dut_e_fuel_level_sensor_eng.pdf)
- [15] D. Avalos-Gonzalez, D. Hernandez-Balbuena, V. Tyrsa, V. Kartashov, M. Kolendovska, S. Sheiko, O. Sergiyenko, V. Melnyk, F.N. Murrieta-Rico, "Application of Fast Frequency Shift Measurement Method for INS in Navigation of Drones", *IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 3159-3164, 2018.
- [16] George T. Schmidt, "INS/GPS Technology Trends" *Advances in Navigation Sensors and Integration Technology*, NATO RTO Lecture Series-232, London, U.K., October 2003, paper 1.
- [17] Jussi Collin, G. Lachapelle, JaniKäppi, *MEMS-IMU for Personal Positioning in a Vehicle – A Gyro-Free Approach*, *GPS 2002 Conference (Session C3a)*, Portland, OR, 24-27 September, U.S. Institute of Navigation.
- [18] Robert Osiander, M. Ann Garrison Darrin, John Champion, *MEMS and microstructures in aerospace applications*, CRC Press; 1 edition, October 6, 2005.
- [19] J. Richard Fountain, "Silicon IMU for Missile and Munitions Applications" *Advances in Navigation Sensors and Integration Technology*, NATO RTO Lecture Series-232, London, U.K., October 2003, paper 10.

- [20] Murrieta-Rico, F.N., Hernandez-Balbuena, D., Rodriguez-Quinoñez, J.C., Petranovskii, V., Raymond-Herrera, O., Gurko, A.G., Mercorelli, P., (...), Tyrsa, V., "Resolution improvement of accelerometers measurement for drones in agricultural applications", (2016) IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference), art. no. 7793466, pp. 1037-1042. ISBN: 978-150903474-1
- [21] Paul D. Groves. Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated Navigation Systems. ArtechHouse; 2 edition. April 1, 2013.
- [22] GaëtanMenozzi, Eric Pleska, "MEMS in FRANCE. An Overview of Trends and Products for Aeronautic & Defense Applications" Advances in Navigation Sensors and Integration Technology, NATO RTO Lecture Series-232, London, U.K., October 2003, paper 9.
- [23] Noboru Kawamura & Kiyoshi Namikawa(2012)Robots in agriculture,Advanced Robotics,3:4,311-320,DOI: 10.1163/156855389X00253
- [24] Jack Hollingum, (1999) "Robots in agriculture", Industrial Robot: An International Journal, Vol. 26 Issue: 6, pp.438-446.
- [25] A. Barrientos, J. Colorado, J. del Cerro, A. Martinez, C. Rossi, D. Sanz, J. Valente, Aerial remote sensing in agriculture: A practical approach to area coverage and path planning for fleets of mini aerial robots. Wiley, Journal of Field Robotics, Volume28, Issue5, 2011, pp. 667-689.
- [26] Chen, J., Dawson, D., Salah, M., & Burg, T. (2006, June). Multiple UAV navigation with finite sensing zone. Paperpresented at the American Control Conference, 2006, Minneapolis, MN.
- [27] S. Harwin, A. Lucieer, "Assessing the accuracy of georeferenced point clouds produced via multi-view stereopsis from unmanned aerial vehicle (UAV) green field imagery. RemoteSensing", vol. 4, pp. 1573-1599, 2012.
- [28] K.W. Chiang, M.L. Tsai, C.H. Chu, "The development of an UAV borne direct georeferenced photogrammetric platform for ground control point free applications. Sensors", vol. 12, pp. 9161-9180, 2012.
- [29] J.I. Córcoles, J.F. Ortega, D. Hernández, M.A. Moreno, "Use of digital photography from unmanned aerial vehicles for estimation of leaf area index in onion (*Allium cepa* L.)", European Journal of Agronomy, vol. 45, pp. 96-104, 2013.
- [30] A.B. Achasov, A.O. Akshova, G.V. Titenko, O. Yu. Seliverstov, A.A. Sedov, "On the use of UAV to evaluate the state of crops", The Bulletin of the KNU of the name VN Karazin series "Ecology", no. 13, pp. 13-18, 2015.
- [31] V.P. Lysenko, O. Opryshko, D.S. Komarchuk, N.A. Pasichnik, "Usage of UAV for remote sensing of crops during crop programming", Scientific Bulletin of NUBiP of Ukraine, no. 256, pp. 146-150, 2016.

- [32] A.A. Ardentov, I. Yu Beschastnyi, A.P. Mastakkov, A. Yu, Popov Yu, L. Sachkov, Y.F. Sachkova, "Algorithms for calculating the position and orientation of the UAV", Program systems: theory and applications: electron. ScientificJourn, vol. 3, no. 3, pp. 23-39, 2012.
- [33] Biasio De, M. Arnold, R. Leitner, "UAV based Multi-spectral Imaging System for Environmental Monitoring", Proceedings of The International Society for Optical Engineering, pp. 503-507, 2011.
- [34] JinmikaWijitdechakul, Shiori Sasaki, Yasushi Kiyoki, ChawanKoopipat, "UAV-based multispectral aerial image retrieval using spectral feature and semantic computing", Knowledge Creation and Intelligent Computing (IES-KCIC) 2017 International Electronics Symposium on, pp. 101-107, 2017.
- [35] M. Khan, "Low power greenhouse gas sensors for UAVs", Remote Sensing, vol. 4, pp. 1355-1368, 2012.
- [36] Shabnam Jabari, FatemehFathollahi, Aditya Roshan, Yun Zhang, "Improving UAV imaging quality by optical sensor fusion: an initial study", International Journal of Remote Sensing, vol. 38, pp. 4931, 2017, ISSN 0143-1161.
- [37] Roberto Henriques, Fernando Baca, Victor Lobo, "UAV Path Planning Based on Event Density Detection", Advanced Geographic Information Systems & Web Services 2009. GEOWS '09. International Conference on, pp. 112-116, 2009.
- [38] Pidchenko,S., Taranchuk, A., Yanenko, A. "The efficiency of combining the stabilization and measurement functions of a quartz multi-frequency oscillation system", 2nd International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics, UkrMiCo 2017 - Proceedings3 November 2017, Article number 8095370.
- [39] Pidchenko, S., Taranchuk,A., Spivak, A. "Parametric synthesis of piezoresonance oscillation systems in multi-frequency excitation mode of quartz resonator", 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering, TCSET 2018 - ProceedingsVolume 2018-April, 10 April 2018, Pages 1223-1227.
- [40] Barbour, N. M., "Inertial Navigation Sensors," Advances in Navigation Sensors and Integration Technology, NATO RTO Lecture Series-232, London, U.K., October 2003, paper 2.
- [41] Alessandro Caspani, Claudia Comi, Alberto Corigliano, Giacomo Langfelder, Valentina Zega, Sarah Zerbini, "A differential resonant micro accelerometer for out-of-plane measurements", ScienceDirect, Procedia Engineering 87 (2014) 640-643.
- [42] Jinxing Liang, Liyuan Zhang, Ling Wang, Yuan Dong and Toshitsugu Ueda. "Flip Chip Bonding of a Quartz MEMS-Based Vibrating Beam Accelerometer" Sensors 2015, 15, 22049–22059.

- [43] Fan Shang-Chun, Li Yan, Guo Zhan-She, Li Jing, Zhuang Hai-Han, "Dynamic characteristics of resonant gyroscopes study based on the Mathieu equation approximate solution", *Chin. Phys. B* Vol. 21, No. 5 (2012).
- [44] Daniel Hernández Balbuena, *Método de Medición de Frecuencia usando Coincidencia de Pulsos y Aproximaciones Racionales*, UABC, Feb 2010. PhD thesis, 153p.
- [45] J. Jespersen and J. Fitz-Randolph, *From sundials to atomic clocks: understanding time and frequency*, Nat. Bur. of Stan. Monograph 155, 1977
- [46] C. Hackman and D. B. Sullivan, Resource letter: TFM-1: time and frequency measurement, *Am. J. Phys.*, 63(4), 306-317, 1995.
- [47] W. M. Itano and N. F. Ramsey, Accurate measurement of time, *Sci. Am.*, 269(1), 56-65, 1993.
- [48] W. A. Marrison, The evolution of the quartz crystal clock, *Bell Systems Tech. J.*, 27(3), 510-588, 1948.
- [49] E. S. Song, S. Kang, H. Kim, Y. K. Kiln, J. E. An, C. W. Baek, "Wafer-Level Fabrication of a Fused-Quartz Double-Ended Tuning Fork Resonator Oscillator Using Quartz-on-Quartz Direct Bonding", *IEEE Electron Device Letters*, vol. 34, no. 5, pp. 692-694, mai 2013.
- [50] E. Kamiyama, T. Itoh, Y. Murakami, Y. Ueoka, T. Uno, "Effect of electric twins on acoustic waves in a quartz resonator", *Frequency Control Symposium and PDA Exhibition 2001. Proceedings of the 2001 IEEE International*, pp. 564-570, 2001.
- [51] E. Kamiyama, T. Itoh, Y. Murakami, Y. Ueoka, "Observations of vibration shape of AT-cut quartz resonator including electric twins", *Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 1, pp. 329-332, 2001.
- [52] K. Eda et al., "One-Chip Quartz Crystal Oscillator Using a Direct-Bonding Technique of Quartz Crystal onto Silicon", in *Proc. IEEE Intl. Ultrason. Symp.*, Cannes, France, October 31-November 3, 1994, pp. 1045-1049.
- [53] R. L. Kubena et al., "MEMS-based Quartz Oscillators and Filters for On-chip Integration", in *Proc. IEEE Freq. Contr. Symp.*, Vancouver, Canada, August 29-31, 2005, pp. 122-127.
- [54] A. Arnau, J. V. Garca, Y. Jimenez, V. Ferrari, and M. Ferrari, "Improved electronic interfaces for AT-cut quartz crystal microbalance sensors under variable damping and parallel capacitance conditions." *Review of scientific instruments*, vol. 79, pp. 075 110-1-12, 2008.
- [55] K. K. Kanazawa and J. G. Gordon, "Frequency of a quartz microbalance in contact with liquid," *Analytical Chemistry*, vol. 57, pp. 1770-1771, 1985.

- [56] S. J. Martin, V. E. Granstaff, and G. C. Frye, "Characterization of a quartz crystal microbalance with simultaneous mass and liquid loading," *Analytical Chemistry*, vol. 69, pp. 2272-2281, 1991.
- [57] M. Ferrari, V. Ferrari, and K. K. Kanazawa, "Dual-harmonic oscillator for quartz crystal resonator sensors," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 145-146, pp. 131-138, 2008.
- [58] J. K. Sell, A. O. Niedermayer, and B. Jakoby, "Simultaneous measurement of density and viscosity in gases with a quartz tuning fork resonator by tracking of the series resonance frequency," in *Proc. Eurosensors XXV*, Athens, 2011.
- [59] Antwi Nimo, Dario Grgic, Tolgay Ungan, and Leonhard M. Reindl, "A new family of passive wireless RF harvesters based on R-C-Quartz oscillators," in *Microwave Conference (EuMC), 2013 43rd European*, Nürnberg, 2013, pp. 511-514.
- [60] STATEK Corporation, "The Quartz Crystal Model and its Frequencies." STATEK Corporation, 2006.
- [61] Antwi Nimo, Dario Grgic, Tolgay Ungan, and Leonhard M. Reindl, "A new family of passive wireless RF harvesters based on R-C-Quartz oscillators," in *Microwave Conference (EuMC), 2013 43rd European*, Nürnberg, 2013, pp. 511-514.
- [62] F.G.Tinta, A.S.Matistic, and G.A.Lagasse, "The Direct Temperature Control of Quartz Crystals in Evacuated Enclosures", *Proc. of the 24th Annual Symposium on Frequency Control*, USA, 1991, pp. 447-451.
- [63] Ya.L.Vorokhovsky and B.G. Drakhlis. "High-stability Quartz Oscillators on Internally Heated Quartz Resonators with AT and SC Cuts", *Proc. of the 45th Annual Symposium on Frequency Control*, USA, 1991, pp.447-451.
- [64] I. Abramzon, A.Dikidzhi, "Improvement of Characteristics of Quartz Resonator-Thermostats with Direct Heating Piezoelement", *Proc. of 1992 IEEE Frequency Control Symposium*, pp.499-504.
- [65] I. Abramzon, R.Boroditsky, V.Tapkov, "Short-Term Stability of Miniature Double Oven Crystal Oscillators Using Conventional and DHR Technology", *proc. of 2003 IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with 17th European Frequency and Time Forum*, pp.458-463.
- [66] R. L. Kubena, et al., "Next generation quartz oscillators and filters for VHF-UHF systems", *Proc. 2006 IEEE International Microwave Symposium*, San Francisco, Ca., June 11-16, 2006.
- [67] D. J. Kirby et al., "Optimizing UHF quartz MEMS resonators for high thermal stability", *2013 IEEE International Frequency Control Symposium*, July 22–26, 2013.
- [68] M. S. Patel, Y. K. Yong, M. Tanaka, T. Imai, "Drive level dependency in quartz resonators", *Proc. 2005 IEEE International Frequency Control Symposium*, Vancouver, BC, Canada, Aug. 29-31, 2005.

- [69] H. P. Moyer, et al., "Nonlinear behavior of an UHF quartz resonator in an oscillating system", Proc. 2012 IEEE International Frequency Control Symposium, Baltimore, MD., May 21-14, 2012.
- [70] J. R. Vig, "Quartz crystal resonators and oscillators - a tutorial", rev. 8.5.3.6, resonator self-temperature sensing, p. 2-18, Jan. 2007.
- [71] J. R. Vig, "Quartz crystal resonators and oscillators for frequency control and timing applications — a tutorial", rev. 8.5.4.4, April 2012.
- [72] F. L. Walls and J. Gagnepain, Environmental sensitivities of quartz oscillators, IEEE Trans.Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control, 39, 241-249, 1992.
- [73] L. Lewis, An introduction to frequency standards, Proc. IEEE, 79(7), 927-935, 1991.
- [74] S. Johansson, "New frequency counting principle improves resolution," in Proc. IEEE Int. Freq. Contr. Symp. Expo., 2005, pp. 628–635.
- [75] T.S. Rathore, Digital measurement techniques, Alpha Science International Ltd., 2003.
- [76] V. E. Tyrsa. "Error reduction in conversion of quantities to digitalized time intervals". Measurement Techniques. Springer, New York.Vol.18. No. 3. 1975. 357-360.
- [77] V. E. Tyrsa and V. V. Dyunyashev."Accuracy of frequency measurement base on the pulse coincidence principle".MeasurementTechniques. Springer, New York. Vol. 24. No. 4. 1981. 308-312.
- [78] D. Avalos-Gonzalez, O. Sergiyenko, D. Hernandez Balbuena, V. Tyrsa, V. Kartashov, M. Rivas Lopez, N. Murrieta-Rico, "Constraints definition and application optimization based on geometric analysis of the frequency measurement method by pulse coincidence", Measurement, vol. 126, pp. 184-193, October 2018.
- [79] V. E. Tyrsa and A. D. Zenya, "Analysis of errors in frequency comparison by the pulse coincidence method". Izmer. Tekh., No. 7, 49 (1983).
- [80] César Joel Fregoso Hernández. Medición de diferencia de fase entre señales pulsadas utilizando aproximaciones racionales. UABC. Agosto 2011. tesis, 122p.
- [81] Daniel Hernández Balbuena, Oleg Sergiyenko, Vera Tyrsa, Larysa Burtseva, Moisés Rivas López. "Signal frequency measurement by rational approximations". Elsevier, Measurement, Volume 42, Issue 1, January 2009, Pages 136-144.
- [82] Fabian N Murrieta-Rico, Daniel Hernandez-Balbuena, Vitalii Petranovskii, Juan Ivan Nieto Hipolito, Alexey Pestryakov, Oleg Sergiyenko, Mayra Molina, and Vyra Tyrsa. Acceleration measurement improvement by application of novel frequency measurement technique for FDS based INS. In Industrial Electronics (ISIE), 2014 IEEE 23rd International Symposium on, pages 1920–1925. IEEE, 2014.
- [83] Fabian N. Murrieta-Rico ; Daniel Hernandez-Balbuena ; Julio C. Rodriguez-Quiñonez, Vitalii Petranovskii ... Instability measurement in time-frequency references used on autonomous navigation systems, pages 956-961. IEEE 2015.

- [84] F. N. Murrieta-Rico, A. Tchernuykh, V. Petranovskii, O. Raymond-Herrera, O. Sergiyenko, W. Flores-Fuentes, J. C. Rodriguez-Quiñones, D. Hernandez-Balbuena, J. I. Nieto Hipolito, V. Tyrsa, and V. M. Kartashov. Rational approximations principle for frequency shifts measurement in frequency domain sensors. In *Industrial Electronics Society (IECON), 41th Annual Conference of the IEEE*, pages 226–231, 2015.
- [85] Murrieta-Rico, F.N., Hernandez-Balbuena, D., Rodriguez-Quinoñez, J.C., Mercorelli, P., Petranovskii, V., Raymond-Herrera, O., Mercorelli, J., (...), Hernández, W., “High resolution measurement of physical variables change for INS”, (2016) *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, art. no. 7745012, pp. 912-917.
- [86] Fabian N. Murrieta-Rico, et al. Pulse width influence in fast frequency measurements using rational approximations, *Measurement* 86 (2016) 67–78.
- [87] D.N. Vizireanu, A simple and precise real-time four point single sinusoid signals instantaneous frequency estimation method for portable DSP based instrumentation, *Measurement* 44 (2011) 500–502.
- [88] P. Mostarac, R. Malaric, H. Hegedus, Adaptive Chirp Transform for frequency measurement, *Measurement* 45 (2012) 268–275.
- [89] D.N. Vizireanu, A fast, simple and accurate time-varying frequency estimation method for single-phase electric power systems, *Measurement* 45 (2012) 1331–1333.
- [90] David W. Allan, Judah Levine, “A Historical Perspective on the Development of the Allan Variances and Their Strengths and Weaknesses,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 63, Issue 4, pp. 513 - 519 2016.

## **Anexos**

## Anexo A. Rutina de simulación de señales representativas del método de coincidencia de pulsos, frecuencia constante.

En este apartado se muestra la función que se desarrolló en el entorno de programación de Matlab. Se desarrolló con la finalidad de realizar los experimentos computacionales que corresponden a la etapa en la cual se consideraba que la frecuencia de las señales permanece constante durante todo el proceso. Esta función genera una gráfica donde se aprecian 3 señales cuadradas; la primera representa la señal bajo prueba  $S_x$ , la segunda representa la señal de referencia  $S_o$  y la tercera representa la señal de coincidencias.

```
function [mcd,nct,ncc] = Sim4CP2017(Tx,To,tx,to,px,r,pt,save)
if px == 0; phi = '0.0';
else      phi = num2str(px);
end

%% Obtener no, To, nx, Tx Para Pulsos cuadrados

% To Periodos completos de Tx
vx1 = px-Tx:Tx:ceil(To*(1+(1/4)))*Tx+px;
% Indices para no(i)
inol = round(vx1./To);
% Tx Periodos completos de To
vol = 0:To:To*inol(end);
% Obtener restos (d1=nxTx-noTo)
d1 = vx1-To*inol;
% Encontrar restos menores a to
nxt1 = find(d1<0);
if isempty(nxt1)==0
    nxt2=find(abs(d1(nxt1))<to); %%
    if isempty(nxt2)==0
        nxto = nxt1(nxt2);
    else
        nxto = [];
    end
else
    nxto = [];
end
% Encontrar restos menores a tx
nxt1 = find(d1>=0);
if isempty(nxt1)==0
    nxt2=find(abs(d1(nxt1))<tx); %%
    if isempty(nxt2)==0
        nctx = nxt1(nxt2);
    else
        nctx = [];
    end
else
    nctx = [];
end
vnx1 = sort([nxto,nctx]);
```

```

% Obtener no(i)
vno1 = ino1(vnx1);
%disp(vnx1);
vnx1 = vnx1-2; % <-- Mira aqui si no se ven bien las coincidencias!!!!
% Ajuste por desplazamiento phi
if isempty(vnx1)==0 && vnx1(1)*Tx+px<-to; vnx1(1) = []; vno1(1) = []; end

%% Generar vectores para plot

% Generar coincidencia de referencia
%xxref = [px-tx;px-tx];
%xoref = [-to;-to];
yref = [0;5;5;0];

% Generar eje de tiempo de Tx para plot
Tx1p = sort(repmat([vx1';vx1'-tx],2,1));
%Tx1p = sort([xxref;repmat([vx1';vx1'-tx],2,1)]);
% Generar amplitud cuadrada de Tx para plot
Fx1p = repmat(yref,length(vx1),1);

% Generar eje de tiempo de To para plot
To1p = sort(repmat([vo1';vo1'-to],2,1));
%To1p = sort([xoref;repmat([vo1';vo1'-to],2,1)]);
% Generar amplitud cuadrada de To para plot
Fo1p = repmat(yref,length(vo1),1);

% Generar eje de tiempo de Tc para plot
Tc1p = [max((vnx1'*Tx)+px-tx,(vno1'*To)-to);min(vnx1'*Tx+px,vno1'*To)];
Tc1p = sort(repmat(Tc1p,2,1));
% Generar amplitud cuadrada de Tc para plot
Fc1p = repmat(yref,length(vno1),1);
if isempty(vnx1) == 0
    vno1 = vno1 - vno1(1);
    vnx1 = vnx1 - vnx1(1);
end

% Ver solo coincidencias dentro del tiempo ToTx
if length(vno1)>1
    P2 = find(vno1 == Tx);
    vno2 = vno1(1:P2);
    vnx2 = vnx1(1:P2);
    if length(vnx2)>1
        Tc2p = [max((vnx2(1)*Tx)+px-tx,(vno2(1)*To)-
to),min(vnx2(end)*Tx+px,vno2(end)*To)];
    else
        Tc2p = [];
    end
else
    vno2 = [];
    vnx2 = [];
    Tc2p = [];
end

%% Plot Tx, To, Tx&&To
if pt == 1;
figure()

```

```

if save==1; set(gcf,'Visible','off'); end % No mostrar plot
%set(gcf, 'Units', 'normalized', 'Position', [0,0,1,1]);%%%%%%%%%%
% Plot Tx
plot([-Tx;Txlp;Txlp(end)+Tx-tx]*10^(-r),[0;Fxl;0]+6), hold on
% Plot To
plot([-To;Tolp;Tolp(end)+To-to]*10^(-r),[0;Fol;0],'k'), hold on
% Plot Coincidencias
plot([-To;Tclp;Tolp(end)+To-to]*10^(-r),[0;Fcl;0]-6), grid on
% Plot de primer coincidencia y fin de medici'on
if length(vnx2)>1
    plot([Tc2p(1),Tc2p(1)]*10^(-r),[14,-7],'--g'), hold on
    plot([Tc2p(2),Tc2p(2)]*10^(-r),[14,-7],'--g'), hold on
end
% Limites para mostrar
axis([-To/2]*10^(-r) (vol(end)+To-to)*10^(-r) -7 14])
% Datos de las coincidencias
if length(vno2)>34
    lgnx = ['Sx; nx=[',num2str(vnx2(1:9)),' ... '...
        ,num2str(vnx2(floor(end/2)-4:ceil(end/2)+4))...
        , ' ... ',num2str(vnx2(end-9:end)),' '];
    lgno = ['So; no=[',num2str(vno2(1:9)),' ... '...
        ,num2str(vno2(floor(end/2)-4:ceil(end/2)+4))...
        , ' ... ',num2str(vno2(end-9:end)),' '];
else
    lgnx = ['Sx; nx=[',num2str(vnx2),' '];
    lgno = ['So; no=[',num2str(vno2),' '];
end

legend(lgnx,lgno,['Sx&&So [',num2str(length(vno2)),' Coincidences'])
% Datos de las seales
title(['To = ',num2str(To),'e-',num2str(r),'; Tx = '...
    ,num2str(Tx),'e-',num2str(r),'; tx = ',num2str(tx),'e-',num2str(r)...
    ,'; to = ',num2str(to),'e-',num2str(r),'; phi = ',num2str(px),'e-
    ',num2str(r)])
% Eje Y
ylabel('Amplitude')
% Eje X
xlabel('Time (Seconds)')

%% Establecer parametros para guardar plot (Ya no le muevas aqu!)
if save==1
% set(gcf, 'Units', 'normalized', 'Position', [0,0,1,1]);
% myStyle = hgexport('factorystyle');
myStyle.Resolution = 400;
% fjpg = [cd,'\Sim2CP2017\'','To = ',num2str(To),'e-'...
% ,num2str(r),' - Tx = ',num2str(Tx),'e-'...
% ,num2str(r),' - t = ',num2str(to),'e-',num2str(r),'.png'];
fjpg = [cd,'\Sim4CP2017\'','To = ',num2str(To),'e-',num2str(r)...
    , ' - Tx = ',num2str(Tx),'e-',num2str(r)...
    , ' - tx = ',num2str(tx),'e-',num2str(r)...
    , ' - to = ',num2str(to),'e-',num2str(r)...
    , ' - phi = ',num2str(phi),'e-',num2str(r),'.png'];
hgexport(gcf,fjpg,myStyle,'Format','png')
close all
end
end
%% Generar datos relacionados con las fracciones continuadas

```

```

err = To*vno2'-Tx*vnx2';
% Aplicar algoritmo de Euler
[a,pn,qn,v] = confrac(Tx,To);
% Numero de elementos de la fraccion continuada
i = (0:length(a)-1)';
% Máximo común divisor de Tx & To
mcd = v(end,end-1);
% Tiempo entre dos coincidencias ideales
if length(vno1)>1
    Tci = Tx*To/mcd;
else
    Tci = NaN;
end

%if tx~=to
    ncc = mcd*(ceil(to/mcd)+ceil(tx/mcd)-1)+1;
%else
%    ncc = mcd*(2*ceil(to/mcd)-1)+1;
%end
Tmn = vno2.*To;
cpm = length(find(err==0));
nct = length(vno2);

%% Generar archivo de datos -txt...
SS = '_';
fname = [cd,'\Sim4CP2017\','To = ',num2str(To),'e-',num2str(r)...
        , ' - Tx = ',num2str(Tx),'e-',num2str(r)...
        , ' - tx = ',num2str(tx),'e-',num2str(r)...
        , ' - to = ',num2str(to),'e-',num2str(r)...
        , ' - phi = ',phi,'e-',num2str(r),'.txt'];
fileID = fopen(fname,'wt');
% Parametros de la señal
fprintf(fileID,' MCD --> Maximo común divisor\n');
fprintf(fileID,' Ncp --> Numero de coincidencias perfectas bajo el criterio
nx(i) = To*10^r\n');
fprintf(fileID,' Nct --> Numero de coincidencias totales bajo el criterio
nx(i) = To*10^r\n');
fprintf(fileID,' Ncc --> Numero de coincidencias calculado - Ncc =
mcd*[2*ceil(t/mcd)-1]+1\n');
fprintf(fileID,' Tmin --> Tiempo necesario para que se cumpla el criterio
nx(i) = To*10^r [nx(i)Tx = no(i)To]\n');
fprintf(fileID,' err --> Error para la coincidencia dada - err = nxTx-
noTo\n');
fprintf(fileID,[repmat(SS,1,68),'\n\n']);
fprintf(fileID,'Tx\tTo\ttx\tto\tphi\tMCD\tNcp\tNct\tNcc\tTmin(seg.)\n');
fprintf(fileID,['%g\t%g\t%g\t%g\t%g\t%1.f\t%1.f\t%1.f\t%1.f\t%1.fe-
',num2str(r),'\n']...
        ,Tx,To,tx,to,px,mcd,cpm,nct,ncc,Tci*mcd);
fprintf(fileID,[repmat(SS,1,68),'\n\n']);
% Algoritmo de Euclides
fprintf(fileID,'Algoritmo de Euclides:\n');
ne=size(v);
for nt = 1:ne(1)
    fprintf(fileID,'%1.d\tt=\t%1.f\t*\t%1.f\t+\t%1.f\n',v(nt,:));
end
fprintf(fileID,[repmat(SS,1,68),'\n\n']);

```

```

% Convergentes
fprintf(fileID, 'Convergentes:\nk\ta(k)\tP(k)\tQ(k)\n');
for nt = 1:ne(1)
    fprintf(fileID, '%1.f\t%1.f\t%1.f\t%1.f\n', i(nt), a(nt), pn(nt), qn(nt));
end
fprintf(fileID, [repmat(SS,1,68), '\n\n']);
% Coincidencias...
fprintf(fileID...
    , 'i\tno(i)\tnx(i)\terr(i)\tTmed(seg.)\n');
%for nt = 1:length(vno1)
%fprintf(fileID, ['%1.f\t%1.f\t%1.f\t%1.fe-%1.f\t%1.fe-', num2str(r), '\n']...
%     , nt, vno1(nt), vnx1(nt), err(nt), Tmn(nt));
%end

for nt = 1:length(vno2)
fprintf(fileID, ['%1.f\t%1.f\t%1.f\t%1.fe-%1.f\t%1.fe-', num2str(r), '\n']...
    , nt, vno2(nt), vnx2(nt), err(nt), r, Tmn(nt));
end
if ncc~=length(vno2); disp('no igual'); end
fclose(fileID);

```

## Anexo B. Rutina de simulación de señales representativas del método de coincidencia de pulsos, frecuencia variable.

En este apartado se muestra la función que se desarrolló en el entorno de programación de Matlab. Se desarrolló con la finalidad de realizar los experimentos computacionales que corresponden a la etapa en la cual se consideraba que la señal de prueba cambia en frecuencia. Esta función genera una gráfica donde se aprecian 3 señales cuadradas; la primera representa la señal bajo prueba  $S_x$ , la segunda representa la señal de referencia  $S_o$  y la tercera representa la señal de coincidencias.

```
function [enx,eno,CP] = SimCPFV20171(Tx,Tx2,To,tx,to,px,r,pt,save)
if px == 0; phi = '0.0';
else      phi = num2str(px);
end

%% Obtener no, To, nx, Tx Para Pulsos cuadrados

% To/2 Periodos completos de Tx
tf1 = 24/16 ; %8/4; %
vxi = px-Tx:Tx:ceil(To*(tf1))*Tx+px;
vxf =
ceil(To*(tf1))*Tx+px+Tx2:Tx2:(ceil(To*(10/4))*Tx+px)+Tx2+ceil(To*(8/4))*Tx+p
x;
vx1 = [vxi,vxf];
% Indices para no(i)
inol = round(vx1./To);
% Tx Periodos completos de To
vol = 0:To:To*inol(end);
FrSf = (ceil(To*(tf1))*Tx+px)*10^(-r); %% Señalar el cambio de frecuencia.
%% Obtener restos (d1=nxTx-noTo)
d1 = vx1-To*inol;
% Encontrar restos menores a to y tx
nxt1 = find(abs(d1)<to);
%size(nxt1)%-----#####
if isempty(nxt1)==0
    nxt2 = find(d1(nxt1)<0);
    Tct1 = [vx1(nxt1(nxt2)),To*inol(nxt1(nxt2))-to];
    nxt3 = find(d1(nxt1)>=0);
    Tct2 = [vx1(nxt1(nxt3))-tx,To*inol(nxt1(nxt3))];
    Tc1p = [Tct1,Tct2];
end
%size(Tc1p)%-----#####

%% Exportar coincidencias y senal de Coincidencia ideal
enx = nxt1-2;
enx(1) = [];
enx = enx';
eno = inol(nxt1);
eno(1) = [];
eno = eno';
```

```

% if enx(1)>0 && eno(1)>0
%     enx = [0;enx];
%     eno = [0;eno];
% end

% Detector de coincidencias ideales
CP = zeros(length(nxt1),1);
Do = find(dl(nxt1)==0);
CP(Do) = 1;
CP(1) = [];

%% Generar vectores para plot

% Generar coincidencia de referencia
yref = [0;2;2;0];

% Generar eje de tiempo de Tx para plot
Txlp = sort(repmat([vx1';vx1'-tx],2,1));

% Generar amplitud cuadrada de Tx para plot
Fxlp = repmat(yref,length(vx1),1);

% Generar eje de tiempo de To para plot
Tolp = sort(repmat([vol';vol'-to],2,1));

% Generar amplitud cuadrada de To para plot
Folp = repmat(yref,length(vol),1);

% Generar eje de tiempo de Tc para plot
Tclp = sort(repmat(Tclp,1,2));
% Generar amplitud cuadrada de Tc para plot
Fclp = repmat(yref,length(nxt1),1);

%% Plot Tx, To, Tx&&To
if pt == 1;
figure(1)
if save==1; set(gcf,'Visible','off'); end % No mostrar plot
%set(gcf, 'Units', 'normalized', 'Position', [0,0,1,1]); %%
% Plot Tx
plot(0,0,'b'), hold on
plot(0,0,'k'), hold on
plot(0,0,'r'), hold on
plot([FrSf;FrSf],[11;-7],'.-.g'), hold on
% Plot Linea de cambio de frecuencia
plot(([-Txlp(1)-Tx;Txlp;Txlp(end)+Tx-tx]+tx)*10^(-r),[0;Fxlp;0]+6,'b'), hold
on
% Plot To
plot(([-To;Tolp;Tolp(end)+To-to]+to)*10^(-r),[0;Folp;0],'k'), hold on
% Plot Coincidencias
plot(([-To,Tclp,Tolp(end)+To-to]+to)*10^(-r),[0;Fclp;0]-6,'r'), grid on
% Plot de primer coincidencia y fin de medici'on
% Limites para mostrar
axis([-To/2]*10^(-r) (vol(end)+To-to)*10^(-r) -8 12]) %%
legend('Sx','So','Sx&&So')

```

```

% Datos de las señales
title(['To = ',num2str(To),'e-',num2str(r),'; Txi = '...
      ,num2str(Tx),'e-',num2str(r),'; Txf = '...
      ,num2str(Tx2),'e-',num2str(r),'; tx = ',num2str(tx),'e-',num2str(r)...
      ,'; to = ',num2str(to),'e-',num2str(r),'; phi = ',num2str(px),'e-
      ',num2str(r)])
% Eje Y
ylabel('Amplitude')
% Eje X
xlabel('Time (Seconds)')

%% Establecer parametros para guardar plot (Ya no le muevas aquí!)
if save==1
%   set(gcf, 'Units', 'normalized', 'Position', [0,0,1,1]);
%   myStyle = hgexport('factorystyle');
myStyle.Resolution = 400;
%   fjpg = [cd,'\Sim2CP2017\', 'To = ',num2str(To),'e-'...
%         ,num2str(r),' - Tx = ',num2str(Tx),'e-'...
%         ,num2str(r),' - t = ',num2str(to),'e-',num2str(r),'.png'];
fjpg = [cd,'\Sim4CP2017\', 'To = ',num2str(To),'e-',num2str(r)...
      , ' - Tx = ',num2str(Tx),'e-',num2str(r)...
      , ' - tx = ',num2str(tx),'e-',num2str(r)...
      , ' - to = ',num2str(to),'e-',num2str(r)...
      , ' - phi = ',phi,'e-',num2str(r),'.png'];
hgexport(gcf,fjpg,myStyle,'Format','png')
close all
end
end
%%

```

## Anexo C. Rutina para circuito experimental de conteo de pulsos, basado en el método de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos. Micro-controlador principal.

La rutina que se muestra a continuación se desarrolló en el entorno de programación para micro-controladores compatibles con Arduino. El micro-controlador cargado con este código, mandará un pulso de un segundo de duración por el pin A5 dirigido a un modulo de control (explicación mas detallada en capitulo 3). Posteriormente usando protocolo I<sup>2</sup>C le solicitará a dos micro-controladores secundarios que le entreguen la información binaria que tienen registrada para mandarla a través del puerto USB a una computadora para su almacenamiento. Para indicar que se terminó el proceso, el micro-controlador principal deja encendido el LED que tiene conectado en el pin 13.

```
#include <Wire.h>
const int a0 = 2; const int a1 = 3; const int a2 = 4; const int a3 = 5; const int a4 = 6; const int
a5 = 7; const int a6 = 8; const int a7 = 9; const int a8 =10;
long cntx = 0; long c1 = 0; long c2 = 0; long c3 = 0; long
cx = 0;
long co = 0; long mx = 0; long mo = 0; long bantst = 0;
int tm = 1000;
long ndata = 8192;
void setup() {
  Wire.begin(); Serial.begin(9600); pinMode(a0,OUTPUT); pinMode(a1,OUTPUT);
  pinMode(a2,OUTPUT); pinMode(a3,OUTPUT); pinMode(a4,OUTPUT);
  pinMode(a5,OUTPUT); pinMode(a6,OUTPUT); pinMode(a7,OUTPUT);
  pinMode(a8,OUTPUT); pinMode(9,INPUT); pinMode(10,INPUT); pinMode(11,INPUT);
  pinMode(12,INPUT); pinMode(13,OUTPUT);
  // DDRD = B11111100; DDRB = B100111;
  digitalWrite(a7,LOW); digitalWrite(a8,LOW); delay(500);
  //////////////////////////////////////// digitalWrite(13,HIGH); // flag on
  digitalWrite(a0,0); digitalWrite(a1,1); digitalWrite(a2,0); digitalWrite(a3,1); digitalWrite(a4,0);
  digitalWrite(a5,0); digitalWrite(a6,1);
  digitalWrite(a3,0); delay(20); digitalWrite(a3,1);// clear counters.
  for (long i=0; i <= ndata; i++){
    // digitalWrite(a4,0); //enable counter data output. digitalWrite(a0,1); //write enable.
    digitalWrite(a0,0); //write disable.
    // digitalWrite(a4,1); //disable counter data output.
    digitalWrite(a2,1); digitalWrite(a2,0); //next address.
  }
  digitalWrite(a3,0); delay(20); digitalWrite(a3,1);// clear counters.
  digitalWrite(a5,1); //pre-start. delay(tm);

  digitalWrite(13,0); // Flag off. digitalWrite(a5,0); //stop. digitalWrite(a6,0);
  //Reset FF-D.
  digitalWrite(a4,1); //disable counter data output. digitalWrite(a3,0); digitalWrite(a3,1);//clear address
  counter. digitalWrite(a2,1); digitalWrite(a2,0);// Reg. Fix.
  // Leer de las memorias //
  Serial.println("t"); Serial.println("nx\tno\tnx-an\tno-an"); cntx=0;
```

```

do {
  digitalWrite(a1,0); //read enable.
  Wire.beginTransmission(2); Wire.write("D"); Wire.endTransmission(); Wire.requestFrom(2,1); while
  (Wire.available()) { c1 = Wire.read();
  }
  Wire.beginTransmission(2); Wire.write("B"); Wire.endTransmission(); Wire.requestFrom(2,1); while
  (Wire.available()) { c2 = Wire.read();
  } c2=c2&B11111; c2=c2<<8;
  cx=c2+c1;
  Serial.print(cx); Serial.print('\t'); Wire.beginTransmission(3); Wire.write("D");
  Wire.endTransmission(); Wire.requestFrom(3,1); while (Wire.available()) { c1 = Wire.read();
  }
  Wire.beginTransmission(3); Wire.write("B"); Wire.endTransmission(); Wire.requestFrom(3,1); while
  (Wire.available()) { c2 = Wire.read();
  } c2=c2&B11111; c2=c2<<8;
  co=c2+c1;
  Serial.print(co); Serial.print('\t'); Serial.print(cx-mx); Serial.print('\t'); Serial.print(co-mo);
  Serial.println('\t'); mx=cx;
  mo=co;
  digitalWrite(a1,1); //read unable.
  //delay(500);
  digitalWrite(a4,0); //enable counter data output. digitalWrite(a0,1); //write enable.
  digitalWrite(a0,0); //write disable. digitalWrite(a4,1); //disable counter data output.
  digitalWrite(a2,1); digitalWrite(a2,0); //next address. bantst++;
  // } while (bantst>=cntx); if(cx==0&&co==0){cntx++;}
  } while (cntx<=3&&bantst<ndata);
  Serial.println("\t");
}
void loop() { digitalWrite(13,HIGH); }

```

## **Anexo D. Rutina para circuito experimental de conteo de pulsos, basado en el método de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos. Micro-controladores secundarios.**

La rutina que se muestra a continuación se desarrolló en el entorno de programación para micro-controladores compatibles con Arduino. El micro-controlador cargado con este código, mandará leerá la información que tiene en sus puertos de entrada y las enviará bajo protocolo I<sup>2</sup>C a demanda.

```
// Si ban = D, I2C --> D0-D7;
// Si ban = B, I2C --> D8-D12,A0,A1,A2;
#include <Wire.h>
int a0 = 0; int a1 = 0; int a2 = 0; char ban; int data;

void setup() { Wire.begin(3); DDRD = B00000000; DDRB
= B000000; Wire.onReceive(receiveEvent);
Wire.onRequest(requestEvent);
}
void loop() {
if (ban == 'D'){data = PIND;}
// if (ban == 'B'){ if(analogRead(0)<512){a0 = 0;}else{a0 = 1;}
// if(analogRead(1)<512){a1 = 0;}else{a1 = 1;}
// data = a2<<7+a1<<6+a0<<5+PINB; }
if (ban == 'B'){data = PINB;}
}
void receiveEvent(int howMany) {
while (0 < Wire.available()) { ban = Wire.read(); }
}
void requestEvent() {Wire.write(data);}
```

**Anexo E. Publicación: Medición de frecuencia por coincidencia de pulsos y aproximaciones racionales con aplicación en micro balanzas basadas en FDS de zeolita recubierta.**

2do congreso iberoamericano de instrumentación y ciencias aplicadas SOMI XXXI, en Guatemala, Guatemala, en el mes de octubre del año 2016.



## Medición de frecuencia por coincidencia de pulso y aproximaciones racionales con aplicación en micro balanzas basadas en FDS de zeolita recubierta

**Daniel Avalos González, Patricia L. A. Rosas Méndez, Daniel Hernández Balbuena, José Manuel Ramírez Zarate**

Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de Baja California.  
Mexicali, B. C., México.

daniel.avalos@uabc.edu.mx; prosas@uabc.edu.mx; dhernan@uabc.edu.mx; jramirez7@uabc.edu.mx

**Oleg Sergiyenko**

Instituto de Ingeniería. Universidad Autónoma de Baja California  
Mexicali, B. C., México.  
srgnk@uabc.edu.mx

**Fabián N. Murrieta Rico**

Universidad Nacional Autónoma de México,  
Ensenada, Baja California., México.  
fabian.murrieta@uabc.edu.mx

### RESUMEN

Las microbalanzas de cuarzo son dispositivos ultra sensibles que utilizan la resonancia mecánica de estructuras monocristalinas de cuarzo para medir cambios de masa [1]. La respuesta eléctrica natural del dispositivo cambia cuando su elemento piezoeléctrico es expuesto a cambios de presión en su superficie, actuando como un sensor en el dominio de la frecuencia (FDS por sus siglas en inglés). Si dicho elemento es recubierto con zeolita, la naturaleza nanométrica y las formas específicas de sus poros permite la absorción selectiva de moléculas de un compuesto específico [1]. Haciendo que los cambios de frecuencia de la señal de salida sean proporcionales al número de moléculas absorbidas del compuesto. Para la estimación estos cambios de frecuencia se requieren métodos que permitan medir frecuencia con suficiente resolución. El método de coincidencia de pulsos ha sido propuesto para esta tarea [2].

Se presentan los avances en la aplicación del método de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos en la detección de cambios de frecuencia con aplicación en microbalanzas de cuarzo.

Se presenta un algoritmo novedoso con base en herramientas de la teoría de números, para la selección de la aproximación racional óptima para la frecuencia de la señal de salida del FDS, con base en la estimación de las convergentes de las fracciones continuadas de los pares de conteos obtenidos del registro continuo de eventos en el método de coincidencia de pulsos.

Se describe la implementación de un dispositivo y un arreglo experimental para el registro continuo de conteos, conforme al método de coincidencia de pulsos. Se presentan resultados experimentales y de simulación.

**Palabras clave:** Medición de frecuencia, Coincidencia de pulsos, Aproximaciones racionales, Convergentes.

### 1 PLANTEAMIENTO TEÓRICO

En el método de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos, dos trenes de pulsos de frecuencia distinta son aplicados a una compuerta lógica *AND*. Cuando dos estados lógico *ALTO* se presentan simultáneamente a las entradas de la compuerta, un estado lógico *ALTO* se presenta en la salida de la misma, definiendo una coincidencia de pulsos. La frecuencia  $f_0$  de uno de los trenes de pulso es definido como la frecuencia de referencia y la frecuencia  $f_x$  la frecuencia bajo medición.



Para cada coincidencia de pulsos a partir de una definida como la coincidencia de referencia para conteo, se pueden obtener continuamente pares de números enteros  $(n_0(i), n_X(i))$  que representan respectivamente, el número de periodos completos ( $T_0$ ) del tren de pulsos con frecuencia  $f_0$  y el número de periodos completos ( $T_X$ ) del tren de pulsos con frecuencia  $f_X$ . Donde  $i=1, \dots, m$ , es el número de coincidencia registrada a partir de la coincidencia inicial y  $m$  es el número máximo de coincidencias obtenida en el tiempo de medición establecido (ver figura 1).

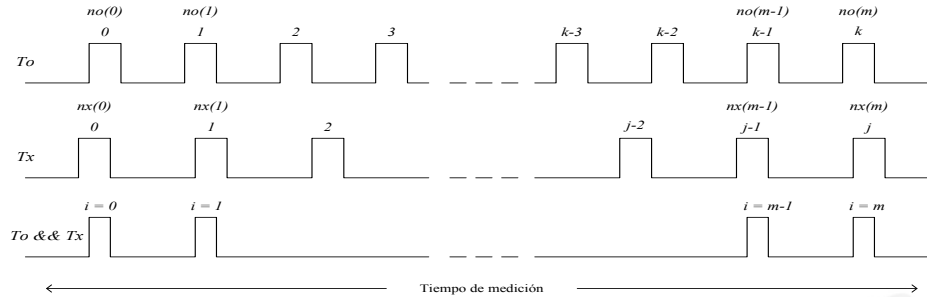


Figura 1. Gráfica de coincidencia de pulsos.

Para cada coincidencia, se cumple que la relación de intervalos de tiempo  $n_0(i)T_0$  y  $n_X(i)T_X$  por

$$n_0(i)T_0 = n_X(i)T_X + \varepsilon(i) \tag{1}$$

donde  $\varepsilon(i)$  es la  $i$ -ésima diferencia entre estos intervalos de tiempo. De donde, el  $i$ -ésimo periodo medido de la señal desconocida es

$$T_{Xm}(i) = \frac{n_0(i)}{n_X(i)} T_0 \tag{2}$$

y su frecuencia media es el inverso de esta cantidad [1]. En (2) se observa la dependencia del resultado de la medición, con el cociente de números enteros  $n_0(i)$  y  $n_X(i)$ .

De (1) y (2) se tiene

$$\frac{n_0(i)}{n_X(i)} = \frac{T_X}{T_0} + \frac{\varepsilon(i)}{n_X(i)T_0} \tag{3}$$

Esta cantidad es el periodo medido  $T_{Xm}(i)$  normalizado a  $T_0$ . Reescribiendo (3) se obtiene

$$\frac{n_0(i)}{n_X(i)} = \frac{T_X + \gamma(i)}{T_0}, \tag{4}$$

donde

$$\gamma(i) = \varepsilon(i)/n_X(i). \tag{5}$$

Para un tiempo de medición dado,  $\gamma(i)$  tiende alternadamente a cero cuando  $n_X(i)$  crece, debido a que  $-2\tau \leq \varepsilon(i) \leq 2\tau$  con  $\tau$  el ancho de los pulsos en cada señal. (ver figura 2).

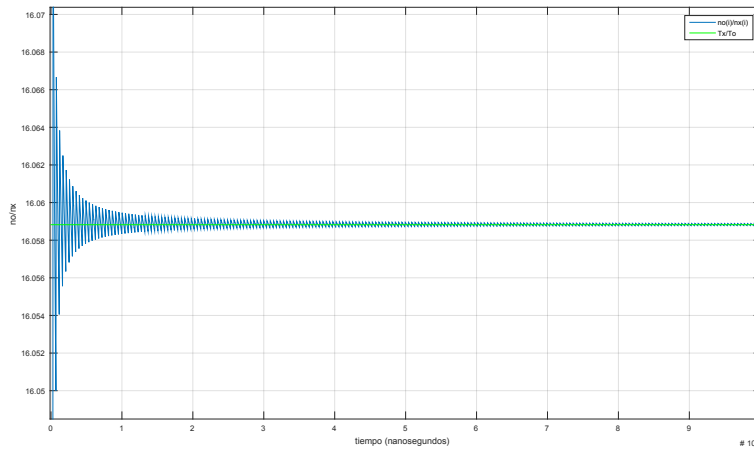


Figura 2. Ejemplo del comportamiento de  $n_0/n_x$

Lo que implica que  $n_0(i)/n_x(i)$  tiende a  $T_x/T_0$ .

## 2 Aproximaciones racionales en el método de coincidencia de pulsos.

En la literatura especializada, se ha presentado la relación existente entre el proceso de comparación de dos trenes de pulsos usando una compuerta AND y las fracciones continuadas usadas en la teoría de números [Vaughan Clarkson][Daniel Hernandez].

Considerando sin pérdida de generalidad que  $T_x, T_0 \in R$ , la expansión en fracciones continuadas simples de  $T_x/T_0$  es única e infinita y se puede escribir como

$$\frac{T_x}{T_0} = [a_0; a_1, \dots, a_{k-1}, a_k, a_{k+1}, \dots, a_{n-1}, a_n, x]. \quad (6)$$

lo que equivale a

$$\frac{T_x}{T_0} = \frac{xP_n + P_{n-1}}{xQ_n + Q_{n-1}} \quad (7)$$

con  $a_0 \in Z, a_1, a_2, a_1, \dots \in Z^+$  y  $x \in R$ , Mientras que la expansión en fracciones continuadas simples de  $n_0(i)/n_x(i)$  es finita dado que  $n_0(i)$  y  $n_x(i)$  son número enteros para todo  $i$ .

De las ecuaciones (4) y (5) se observa que, para valores suficientemente grandes de  $n_x(i)$ , la expansión en fracciones continuadas de  $n_0(i)/n_x(i)$  tiende a la expansión de  $T_x/T_0$  (Sin necesariamente ser iguales en un momento). Dicho de otra forma, para valores suficientemente grandes de  $n_x(i)$  los términos iniciales de la expansión en fracciones continuadas simples de  $T_x/T_0$ , pertenecen a la expansión en fracciones continuadas simples de  $n_0(i)/n_x(i)$ . Es decir,

$$\frac{n_0(i)}{n_x(i)} = [a_0; a_1, \dots, a_{k-1}, a_k, a'_{k+1}, \dots] \quad (8)$$



Tabla 1. Ejemplo de expansión en fracciones continuadas para  $n_0(i)/n_x(i)$

$i$	$n_0(i)$	$n_x(i)$	$a(1)$	$a(2)$	$a(3)$	$a(4)$	$a(5)$	$a(6)$	$a(7)$	$a(8)$	$a(9)$	$a(10)$	$a(11)$	$a(12)$
5486	99839	73220	1	2	1	3	93	2	11	3				
5487	99854	73231	1	2	1	3	93	2	35					
5488	99869	73242	1	2	1	3	93	1	1	35				
5489	99884	73253	1	2	1	3	93	1	1	11	3			
5490	99899	73264	1	2	1	3	93	1	1	6	1	1	2	
5491	99944	73297	1	2	1	3	93	1	1	2	1	2	1	2

Una condición ideal para calcular el periodo  $T_x$  con  $\varepsilon(i) = 0$ , es iniciar la medición utilizando como referencia una coincidencia perfecta, y terminar la medición después de registrar la siguiente coincidencia perfecta. El tiempo entre estos eventos se establece como

$$t_{mi} = \frac{T_0 T_x}{mcd} \tag{9}$$

donde  $mcd$  es el máximo común divisor de  $T_0$  y  $T_x$ . Cuando se cumple esta condición, el conjunto  $(n_0(m), n_x(m))$  corresponde al último valor de las convergentes  $(P_n, Q_n)$  de  $T_x/T_0$ ; además, las coincidencias se presentan de forma simétrica con respecto a  $t_{mi}/2$ . Esta simetría permite sumar dos valores de  $n_x(i)$  de manera que

$$n_x(i) + n_x(i + j) = n_x(m) \tag{10}$$

de manera que

$$n_0(i) + n_0(i + j) = n_0(m) \tag{11}$$

con  $0 \leq i+j \leq m$ . Lo que permite disminuir el tiempo de medición a  $T_0 n_0(i+j)$ .

Considere el siguiente ejemplo, se simulan dos señales  $f_x$  y  $f_0$  con periodos  $T_x = 9\mu s$ . y  $T_0 = 7\mu s$ . respectivamente; ambos con un ancho de pulso  $\tau = 4\mu s$ . y una señal de coincidencia (figura 3, izquierda). Usando los pulsos de coincidencia  $i = 3$ ,  $i + j = 4$  y  $m = 7$  para sustituir en (10) se obtiene  $n_x(3) + n_x(4) = n_x(7)$ , lo que resulta en  $4 + 5 = 9 = P_n$ . De manera similar se sustituye en (11),  $n_0(3) + n_0(4) = n_0(7)$ , lo que resulta en  $3 + 4 = 7 = Q_n$ . El tiempo de medición necesario cambió de  $t_{mi} = 63\mu s$ . a  $n_0(4)T_0 = 5 \cdot 7\mu s = 35\mu s$ .

De manera experimental (figura 3, derecha), se graficaron 3 señales: una señal con periodo  $T_0 = 7\mu s$ . ancho de pulso  $\tau = 3\mu s$ . obtenida de un generador Tektronix, modelo AFG3102; una señal con periodo  $T_x = 9\mu s$ . ancho de pulso  $\tau = 3\mu s$ . obtenida de un generador Tektronix, modelo AFG3021B; una señal de coincidencia producida con una compuerta AND. Si se considera la primera señal de coincidencia como referencia ( $i = 0$ ), en  $i = 6$  se tiene  $(n_x(m), n_0(m)) = (P_n, Q_n)$ . con  $i = 2$  y  $j = 1$ , se obtiene  $n_0(2) + n_0(3) = n_0(6) = 9$  y  $n_x(2) + n_x(3) = n_x(6) = 7$ . El tiempo de medición necesario cambio de  $t_{mi} = 63\mu s$ . a  $n_0(3)T_0 = 5 \cdot 7\mu s = 35\mu s$ .

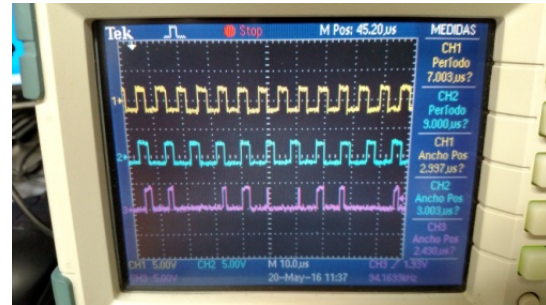
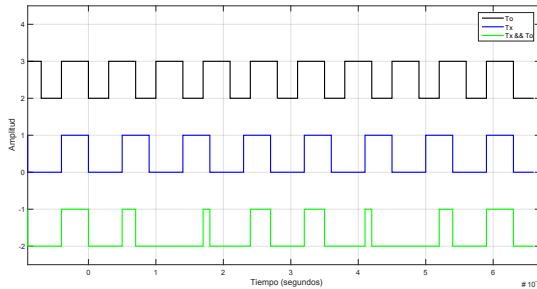


Figura 3. Simulación de señales  $T_0$ ,  $T_x$  y  $T_0 \& T_x$  (izquierda). Señales generadas de  $T_0$ ,  $T_x$  y  $T_0 \& T_x$  (derecha)

### 3 Sistema de medición de frecuencia por coincidencia de pulsos

Se construyó un sistema para la medición de frecuencia utilizando coincidencia de pulsos. La figura 4 se utilizará como referencia para describir el funcionamiento del sistema.

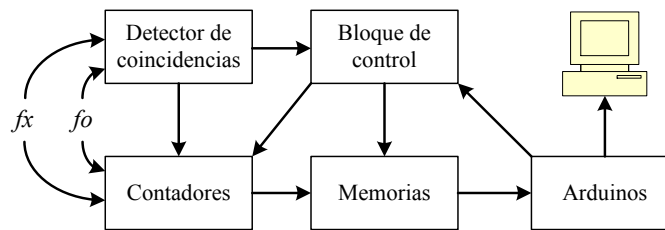


Figura 4. Diagrama a bloques del sistema de medición de frecuencia.

El detector de coincidencias consiste en una compuerta AND cuyas entradas son las señales  $f_x$  y  $f_0$ . Si se genera una señal de coincidencia, es enviada al bloque de control.

El bloque de contadores consiste en siete contadores 74HC590 de 8 bits con registro; de los cuales, tres contadores están dedicados a gestionar la dirección en el modulo de memorias, dos contadores están dedicados a registrar el número de periodos de la señal  $f_x$  y dos contadores están dedicados a registrar el número de periodos de la señal  $f_0$ .

El bloque de memorias consiste en cuatro memorias ram AS6C4008 de 512k x 8 bits. Dos de estas memorias están dedicadas al almacenamiento del número de periodos de la señal  $f_x$  y dos están dedicadas al almacenamiento del número de periodos de la señal  $f_0$ .

El bloque de control consiste en un arreglo de compuertas lógicas y un flip-flop tipo D. Este bloque habilita los contadores de los periodos  $T_x$  y  $T_0$  cuando se presenta la primera coincidencia durante el tiempo de medición y los deshabilita cuando termina la medición. Cuando se detecta una coincidencia, se registran los conteos de los periodos  $T_x$  y  $T_0$ , se guardan en las memorias, y se prepara la siguiente dirección de las memorias. La figura 5, muestra el sistema de medición propuesto.

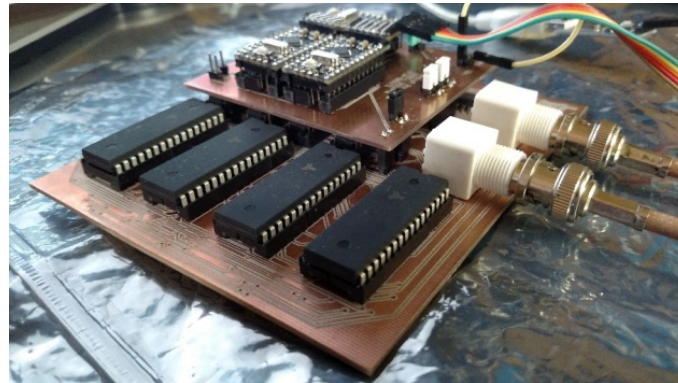


Figura 5. Circuito para medición de frecuencia por coincidencia de pulsos.

En este sistema se utilizan tres microcontroladores tipo arduino pro mini (16Mhz). El primer arduino le indica al módulo de control cuando inicia la medición y cuando termina, además se encarga de recorrer cada dirección de las memorias para que la información almacenada en ellas se encuentre disponible para lectura. El segundo arduino toma los conteos almacenados de la señal  $f_x$  en las memorias para enviársela al primer arduino. El tercer arduino toma los conteos almacenados de la señal  $f_0$  en las memorias para enviársela al primer arduino. Esta comunicación entre arduinos se realiza mediante protocolo I<sup>2</sup>C. Finalmente, el primer arduino transfiere los pares de datos  $n_0(i)$ ,  $n_x(i)$  a la computadora.

Se utilizaron dos generadores Tektronix, modelos AFG3102 y AFG3021B para generar diversos valores de  $f_0$  y  $f_x$ . En la tabla 2 se muestran de manera general un conjunto de  $m$  pares de datos  $n_0(i)$ ,  $n_x(i)$ ; a partir de los cuales, se calculó el conjunto de  $m$  pares de datos  $\Delta n_0(i)$ ,  $\Delta n_x(i)$ . El conjunto de datos  $\Delta n_0(i)$ ,  $\Delta n_x(i)$  indican la cantidad de periodos completos que se presentan entre cada coincidencia.

Tabla 2. Obtención de los pares  $\Delta n_0, \Delta n_x$  a partir de los pares  $n_0, n_x$ .

$i$	$n_0(i)$	$n_x(i)$	$\Delta n_0(i)$	$\Delta n_x(i)$
0	0	0	0	0
1	$n_0(1)$	$n_x(1)$	$n_0(1)$	$n_x(1)$
2	$n_0(2)$	$n_x(2)$	$n_0(2) - n_0(1)$	$n_x(2) - n_x(1)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$m-1$	$n_0(m-1)$	$n_x(m-1)$	$n_0(m-1) - n_0(m-2)$	$n_x(m-1) - n_x(m-2)$
$m$	$n_0(m)$	$n_x(m)$	$n_0(m) - n_0(m-1)$	$n_x(m) - n_x(m-1)$

Se implementó el circuito diseñado con una señal de periodo  $T_x=35.1\mu s$ . y una señal con periodo  $T_0=10\mu s$ . para obtener los pares de datos  $(n_0(i), n_x(i))$ , y sus respectivos pares  $(\Delta n_0(i), \Delta n_x(i))$ . La tabla 3 muestra algunos valores obtenidos. Para este primer caso,  $t_{mi}= 3.51ms$ . y el ultimo valor de las convergentes es  $P_n=351$  y  $Q_n=100$ ; estos valores se encuentran en  $i = 8$ . Se puede observar que  $(n_0(4)+ n_0(5), n_x(4)+ n_x(5)) = (P_n, Q_n)$ ; esta consideración permite disminuir el tiempo de medición a 1.79ms.



Tabla 3. Subconjunto de datos obtenidos con el circuito de medición de frecuencia.

$i$	$n_0(i)$	$n_x(i)$	$\Delta n_0(i)$	$\Delta n_x(i)$
0	0	0	0	0
1	7	2	7	2
2	14	4	7	2
3	21	6	7	2
4	172	49	151	43
5	179	51	7	2
6	186	53	7	2
7	193	55	7	2
8	351	100	158	45
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
558	24412	6955	7	2
559	24570	7000	158	45
560	24577	7002	7	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2126	99877	28455	7	2
2127	99884	28457	7	2
2128	99891	28459	7	2

4 CONCLUSIONES

Utilizando simulaciones y de manera experimental, se demostró de manera sencilla que es posible disminuir el tiempo de medición utilizando el método de coincidencia de pulsos, ya que al encontrar una suma tal que  $n_x(i) + n_x(i+j) = Q_n$  se obtendrá su respectivo par  $n_0(i) + n_0(i+j) = P_n$ ; los cuales corresponden a la mejor convergente de  $T_x/T_0$ , lo que permite disminuir el tiempo de medición. En trabajos posteriores, se investigara si existen casos en los que no se pueda implementar este procedimiento; además, se investigaran otros métodos de obtener los mejores convergentes para  $T_x/T_0$  en tiempos reducidos.

REFERENCIAS

[1] Fabian N. Murrieta-Ricoet *al.* Mathematical Modelling of molecular adsorption in zeolite coated frequency domain sensors. 8th Vienna International Conference on Mathematical Modelling – MATHMOD 2015. IFAC-PapersOnLine. Volume 48, Issue 1, 2015, Pages 41-46.  
 [2] D. Hernández-Balbuena *et al.* Signal frequency measurement by rational approximations. Measurement, 42 (2009), pp. 136–144.

**Anexo F. Publicación: Constraints definition and application optimization based on geometric analysis of the frequency measurement method by pulse coincidence.**

Measurement: Journal of the International Measurement Confederation, 126, pp. 184-193



## Constraints definition and application optimization based on geometric analysis of the frequency measurement method by pulse coincidence



Daniel Avalos-Gonzalez<sup>a,\*</sup>, Oleg Sergiyenko<sup>b</sup>, Daniel Hernandez-Balbuena<sup>a</sup>, Vera Tyrsa<sup>a</sup>, Vladimir Kartashov<sup>c</sup>, Moises Rivas-Lopez<sup>b</sup>, Julio Rodriguez-Quiñonez<sup>a</sup>, Wendy Flores-Fuentes<sup>a</sup>, Fabian N. Murrieta-Rico<sup>d</sup>

<sup>a</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali, Baja California, Mexico

<sup>b</sup> Instituto de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali, Baja California, Mexico

<sup>c</sup> Department of Radio Electronic Systems, Kharkov National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine

<sup>d</sup> Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, Universidad Autónoma de Baja California, Ensenada, Baja California, Mexico

### ARTICLE INFO

#### Keywords:

Frequency measurement  
Theory of numbers  
Pulses coincidence  
Mediants

### ABSTRACT

In this paper a new and more efficient algorithm for frequency measurement using pulse coincidence is introduced. This novel approach reduces 42% the measurement time while the same accuracy is maintained. The simplicity of the algorithm proposed in this work is compared with other similar methods that are related with analog to digital converters and the discrete Fourier transform. Geometric analysis was performed to the signals involved in the frequency measurement process in order to obtain mathematical parameters for the correct implementation of this new method. Simulated signals and generated signals from a homemade system were used to validate this method's scope.

### 1. Introduction

The problem of adequate frequency estimation during the reasonable time is traditionally of paramount importance in many branches of electronic industry. Due to its high relevance in versatile practical applications, many research groups dedicate their papers to this topic. Vizireanu introduced an algorithm for instantaneous frequency estimation based on four equally spaced samples and an analog to digital converter (ADC) with accurate results [1]; although, this method is sensitive to variation in the sample rate, depends on dedicated architectures for efficiency, and also the samples must be taken faster than a quarter of the signal. Unlike the method presented in this paper, which is asynchronous and the algorithm needed its simple enough to be handled by a low profile microcontroller. A simple frequency estimation method is also presented by Vizireanu in [2], but even if it uses just three samples of a signal and the method is fast, its implementation is focused on the standards of electric power systems, leaving behind a wide range of frequencies and applications.

Mostarac, Malaric and Hegedus introduced a new algorithm for instantaneous frequency measurement achieving satisfactory results performing two tasks; one of them measure the signal by continuously

monitoring it, and the second task evaluates the information [3]. Despite the results obtained, this method relies in ADC and a heavier information process than the one presented in this paper.

In the past decades the discrete Fourier transform (DFT) was used to estimate the frequency of a signal in a variety of papers such as [4–11]. While they were focusing in the signal noise ratio (SNR), each new paper introduced a new improvement: some of them contribute in terms of the accuracy, the algorithm's complexity, or the number of samples needed. In 2016 Jinzhi, Qing and Wei used as starting point some of the previous mentioned papers to introduce in [12] an algorithm of interpolation in order to improve performance; although, the results presented are in terms of probability. The present paper offers a geometric and numerical analysis, the complexity of the algorithm in [12] is bigger than the one in this paper. The main objective of the present work is the optimization of the mediant fractions approximation method based on systematized analysis of all possible geometric constraints, which can limit or decrease its potential efficiency.

### 2. Problem definition

This paper describes the method of frequency measurement by pulse

\* Corresponding author.

E-mail addresses: [davalos@uabc.edu.mx](mailto:davalos@uabc.edu.mx) (D. Avalos-Gonzalez), [srgnk@uabc.edu.mx](mailto:srgnk@uabc.edu.mx) (O. Sergiyenko), [dhernan@uabc.edu.mx](mailto:dhernan@uabc.edu.mx) (D. Hernandez-Balbuena), [vtyrsa@uabc.edu.mx](mailto:vtyrsa@uabc.edu.mx) (V. Tyrsa), [volodymyr.kartashov@nure.ua](mailto:volodymyr.kartashov@nure.ua) (V. Kartashov), [mrivas@uabc.edu.mx](mailto:mrivas@uabc.edu.mx) (M. Rivas-Lopez), [julio.rodriguez81@uabc.edu.mx](mailto:julio.rodriguez81@uabc.edu.mx) (J. Rodriguez-Quiñonez), [flores.wendy@uabc.edu.mx](mailto:flores.wendy@uabc.edu.mx) (W. Flores-Fuentes), [fabian.murrieta@uabc.edu.mx](mailto:fabian.murrieta@uabc.edu.mx) (F.N. Murrieta-Rico).

<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.05.025>

Received 7 August 2017; Received in revised form 27 January 2018; Accepted 4 May 2018  
Available online 26 May 2018

0263-2241/ © 2018 Elsevier Ltd. All rights reserved.

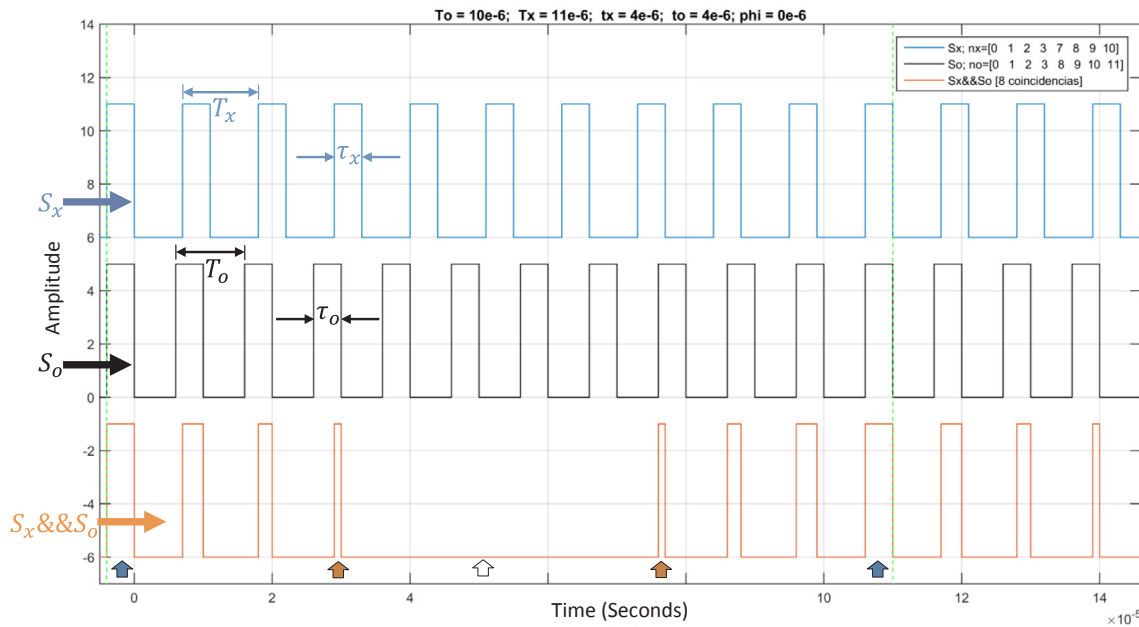


Fig. 1. Graphic representation of the pulse coincidence method.

coincidence. Based on simulations, the effect of the pulse width of the signals involved in the measurement process is described. Later, the way in which the pulse coincidence method is related to Euclid’s algorithm is described. Partially, some aspects of the theory of frequency measurement based on the coincidences of pulses of two independent trains were introduced in our previous publications [13–16]. However in [13–16] never was observed the detailed geometric analysis, neither specific natural constraints of method availability. The present work is based on versatile simulations to identify the specific conditions and constraints of our method applicability. Finally, and based on the analysis above, a new criterion to finish the measurement is introduced as well as its limitations. For this paper consider:

- A known signal  $S_o$ , with period  $T_o$ , pulse width  $\tau_o$  and frequency  $f_o$  (see Fig. 1).
- $T_o$  as an integer of  $T_x$ ; ergo,  $T_o = T_x \times 10^{-r}$  s. ( $r = 3$  for milliseconds,  $r = 6$  for microseconds, and so on).
- $\tau_o$  (not necessarily an integer) will have the same ratio with  $\tau_x$ , as  $T_o$  has with  $T_x$ ; ergo,  $\tau_o = \tau_x \times 10^r$  s.
- A theoretically unknown signal  $S_x$ , with period  $T_x$ , pulse width  $\tau_x$  and frequency  $f_x$ .
- $T_x$  as an integer of  $T_o$ ; ergo,  $T_x = T_o \times 10^{-r}$  s.
- $\tau_x$  (not necessarily an integer) will have the same ratio with  $\tau_o$ , as  $T_x$  has with  $T_o$ ; ergo,  $\tau_x = \tau_o \times 10^r$  s.
- $\tau$  will involve both  $\tau_o$  and  $\tau_x$ ; in this case, consider  $\tau_o = \tau_x$ .
- $GCD$  as the greatest common divisor of  $T_o$  and  $T_x$ .
- $\frac{\tau}{GCD}$  as the least integer greater than or equal to  $\frac{\tau}{GCD}$ .
- $\varphi$  as the initial phase (reference coincidence) between  $S_o$  and  $S_x$  (see Fig. 2).

As mentioned in [13], the method of frequency measurement by pulse coincidence consists of counting the number of complete periods of two signals, using as reference a moment in which simultaneously the positive semi-cycles of both signals are present (coincidence), and save the count for each signal in every coincidence.  $S_o$  will be a reference signal, and its respective period  $T_o$  will be used to find the period  $T_x$  and the frequency  $f_x$  of the signal  $S_x$ . In this method, the relationship between the periods of the signals  $S_o$  and  $S_x$  is given by:

$$N_o(i)T_o = N_x(i)T_x, \tag{1}$$

where  $N_o(i)$  and  $N_x(i)$  are the number of complete periods for an  $i$ -th coincidence of  $T_o$  and  $T_x$  respectively. A condition given in [14, p. 91] to finish the measurement process, is when  $N_x(m)$  has the form  $T_o \times 10^s$ ; when this happen,  $N_o(m)$  will have the form  $T_x \times 10^s$ , and Eq. (1) is rewritten as:

$$T_x = \frac{N_o(m)T_o}{N_x(m)} = \frac{(T_o \times 10^s)T_o}{T_o \times 10^s} \tag{2}$$

As an example, Fig. 1 shows a simulation of two signals  $S_x$  and  $S_o$  (in blue and black, respectively), and a third signal in red ( $S_x \&\&S_o$ ) corresponding to the coincidences given by the signals  $S_x$  and  $S_o$ . Consider the first pulse of  $S_x \&\&S_o$  as reference coincidence, the condition to finish the measurement is reached in the red pulse in  $11 \times 10^{-5}$  s. In this simulation, the first falling edge of  $S_x$  and  $S_o$  are aligned.

It is important to realize from (2) and the example in Fig. 1, that  $N_x(m)$  is a dimensionless value and  $r \neq s$ ; in Fig. 1,  $r = 6$  (from  $T_o = 10$  and  $T_x = T_o \times 10^{-6}sec.$ ),  $s = 0$  (from the 8th coincidence,  $N_x(8) = T_o \times 10^0$ ). The previous explanation means that  $r$  must be taken from the reference (known) signal, along with  $T_x$  from (2) in order to calculate the period  $T_x = T_x \times 10^{-r}$  s. associated with  $S_x$ .

After simulations performed with a difference of time  $\varphi > 0$  seconds between the first falling edge of  $S_x$  and the first falling edge of  $S_o$ , for example in Fig. 2, with  $\varphi = 2 \times 10^{-6}$  s. Analysis of simulations shows that displacement of  $S_x$  to the right causes that pulses of coincidences are displaced to the left as long as  $T_x > T_o$ .

From this first analysis, we can conclude that a modification of  $\varphi$  can be useful if we need to displace the coincidence pulses.

### 3. Effect of pulse widths in signals $s_x$ and $s_o$

In a measurement, two types of coincidences can exist; those where the pulses of the signals  $S_x$  and  $S_o$  are fully aligned/overlapped (ideal coincidence), and those where pulses of the signals  $S_x$  and  $S_o$  are partially aligned/overlapped (partial coincidence). In Figs. 1 and 2, ideal coincidences are indicated with  $\blacktriangledown$ , the remaining coincidences are partial.

In the measurement by pulse coincidence method, it has been found that  $\tau$  is associated with the number of coincidences given in a measurement. There’s a minimum value for  $\tau$ ; from which partial coincidences will appear in a measurement. On other hand, the presence

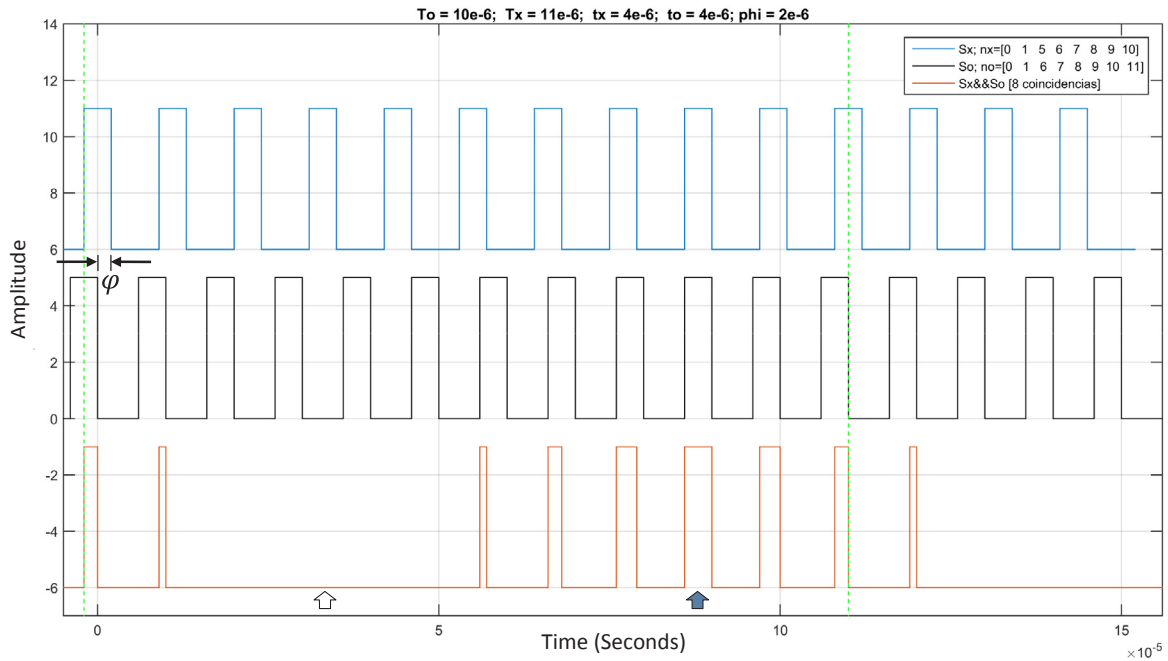


Fig. 2. Simulation of the pulse coincidence method with  $\varphi = 2 \times 10^{-6}$  s.

and certain position of ideal coincidences is not conditioned by the pulse width of  $S_x$  and  $S_o$ .

Considering the mentioned condition to finish the measurement process, it is desirable to start the measurement with an ideal coincidence as a reference, in which case  $N_o(m)$  will come from another ideal coincidence. Under this condition, it is desirable to work only with ideal coincidences, because they provide the best results [15].

The effect of signals  $S_o$  &  $S_x$  pulse width can be defined as: the quantity of partial coincidences is in direct proportion with  $\tau$ , but the truly positions of ideal coincidences is strongly invariant to this parameter.

#### 4. Quantity of coincidences in one measurement

In [15],  $2(k-1)$  is established as an equation to define the number of partial coincidences given in a measurement, where is part of a criterion for proposing a value of  $\tau$  as a function of  $T_o$ . Considering that the above was proposed for particular cases ( $T_x = T_o + \frac{T_o}{10}$ ) and the possible values of  $\tau$  were very limited, this document shows the results of analyzing simulations with different values of  $\tau$ ,  $T_o$  and  $T_x$ , where each simulation starts in an ideal coincidence and ends in a time  $N_o(m)T_o$  [14, p. 91]. Table 1 shows the data from 20 of the 4050 simulations performed for this analysis.

It has been found that the  $GCD$  establishes intervals for  $\tau$  and for the number of total coincidences ( $NTC$ ) given (ideal and partial); ergo,  $NTC$  can be expressed in terms of  $\tau$  and  $GCD$  with Fig. 3 and with the following equation:

$$NTC = GCD \left( 2 \left\lceil \frac{\tau}{GCD} \right\rceil - 1 \right) + 1, \tag{3}$$

also, the number of ideal coincidences ( $NIC$ ) to be presented in the measurement (considering both the same reference, and condition to end the measurement; and including the reference coincidence) can also be expressed in terms of the  $GCD$  as follows:

$$NIC = GCD + 1. \tag{4}$$

As mentioned before, Eq. (4) shows that the amount of ideal coincidences are not conditioned by  $\tau$ , but only by  $GCD$ . With Eqs. (3) and (4), the number of partial coincidences ( $NPC$ ) can be determined as

Table 1  
Integer representation of the data from 20 simulations.

$T_x$	$T_o$	$\tau$	$GCD$	$NCT$
114	100	25	2	51
117	100	49.9	1	100
118	100	29	2	59
120	100	10.1	20	21
121	100	14	1	28
122	100	17	2	35
123	100	6.9	1	14
124	100	21	4	45
125	100	18	25	26
126	100	45.9	2	91
127	100	16	1	32
128	100	40	4	77
129	100	12	1	24
130	100	25	10	51
131	100	14.1	1	30
132	100	20.9	4	45
135	100	48	5	96
138	100	16.1	2	35
139	100	44	1	88

follows:

$$NPC = NTC - NIC = GCD \left( 2 \left\lceil \frac{\tau}{GCD} \right\rceil - 2 \right). \tag{5}$$

From Eq. (5), it is observed that in order to avoid partial coincidences in a measurement, the condition  $\tau \leq GCD$  is needed. Fig. 4 shows an example where only ideal coincidences will appear, in which  $\tau = 0.9$  and  $GCD = 1$ . Fig. 5 shows an example where ideal coincidences and partial coincidences will appear, in which  $\tau = 4$  and  $GCD = 1$ . In a geometric point of view, since this method counts entire periods, consider  $T_x$  as the minimum step in the time axis for  $S_x$ , and  $T_o$  as the minimum step in the time axis for  $S_o$ . From (1) at any  $A$  steps of  $T_x$  (starting from the reference coincidence) will correspond the closest  $B$  steps of  $T_o$ ; the difference between these distances will be  $\Delta_{Aox} = AT_o - BT_x$ . It is noticeable from Figs. 4 and 5, that a coincidence will exist only when  $|\Delta_{Aox}| < \tau$ ; besides, the coincidence pulse ( $\tau_c$ ) is expected to appear in a variety of values if  $\tau > GCD$ , and these values can be determined with the expression  $\tau_c(i) = \tau - |\Delta_{Aox}|$ . Please be aware

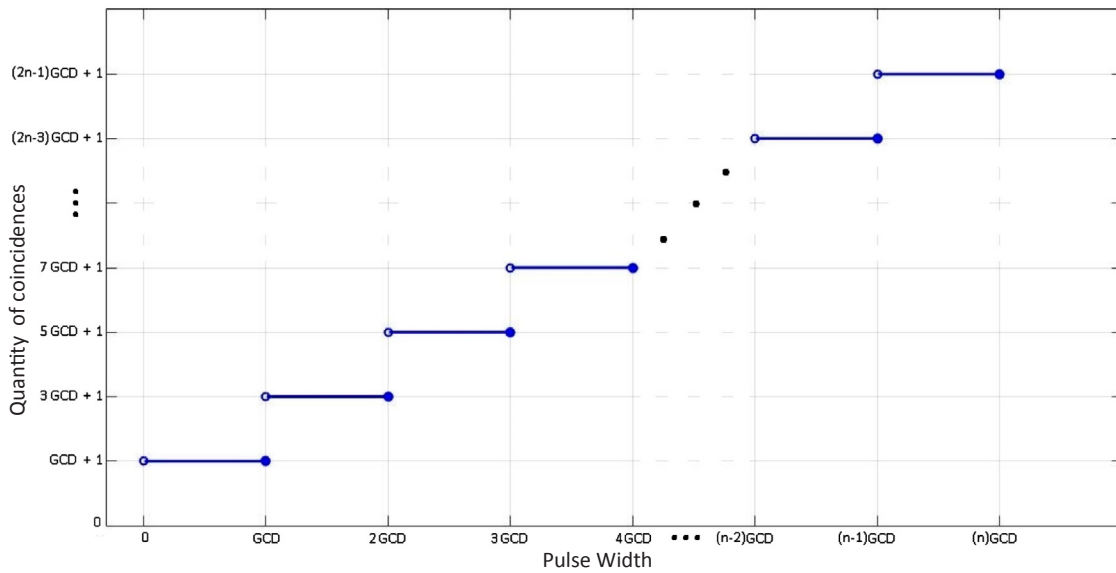


Fig. 3. Quantity of coincidences in a measurement in terms of GCD.

that the equation for  $\tau_c(i)$  is valid only for  $0 \leq |\Delta_{Aox}| < \tau$ , since  $\tau_c(i)$  cannot have negative values. Three things can be extrapolated from this geometric analysis:  $\tau \leq |\Delta_{Aox}|$  will lead to a lack of coincidence, a partial coincidence will occur when  $0 < |\Delta_{Aox}| < \tau$ , and  $\Delta_{Aox} = 0$  is inherent to an ideal coincidence.

In this analysis we can determine that the GCD establishes the steps in  $\tau$  and the steps in the number of coincidences, which makes it crucial in this method. In other words, the variations of GCD, according to the conclusions obtained throughout the present research, gives the key tool to control the procedure of fast frequency measurement.

### 5. The coincidence pulses symmetry

It has been found by simulation that when  $\frac{\tau_o}{GCD} = \frac{\tau_x}{GCD}$  and there are pulse coincidences in a measurement, these pulses will be presented in groups, which will be referred as packets, and the structure of this packets shows evident symmetry.

The existence of the symmetry in the coincidence packets are not conditioned to  $\varphi$ . The presence of these packets let us locate two symmetry axis, one at the midpoint of each packet (an ideal coincidence), and other axis just between two packets (halfway between two ideal coincidences). As an illustrative example, in Figs. 1, 2 and 5; these axis are indicated with  $\hat{\cup}$  and  $\hat{\cup}$ .

Fig. 6 shows the effect of  $\tau_o \neq \tau_x$  at a point where  $\frac{\tau_o}{GCD} \neq \frac{\tau_x}{GCD}$ ; in this case, the axis mentioned before no longer exist; but it is important to note, that the position of the ideal coincidences is the same on time axis for both Figs. 5 and 6. This confirms the circumstance that the position of perfect coincidence is also invariant to pulse width. However, in practice unstable  $\tau$  can affect the quality of method application.

### 6. The conditions of coincidence absence

While performing the current research, we found a condition on which there will be no coincidences. Fig. 7, shows that while  $\tau > \varphi$

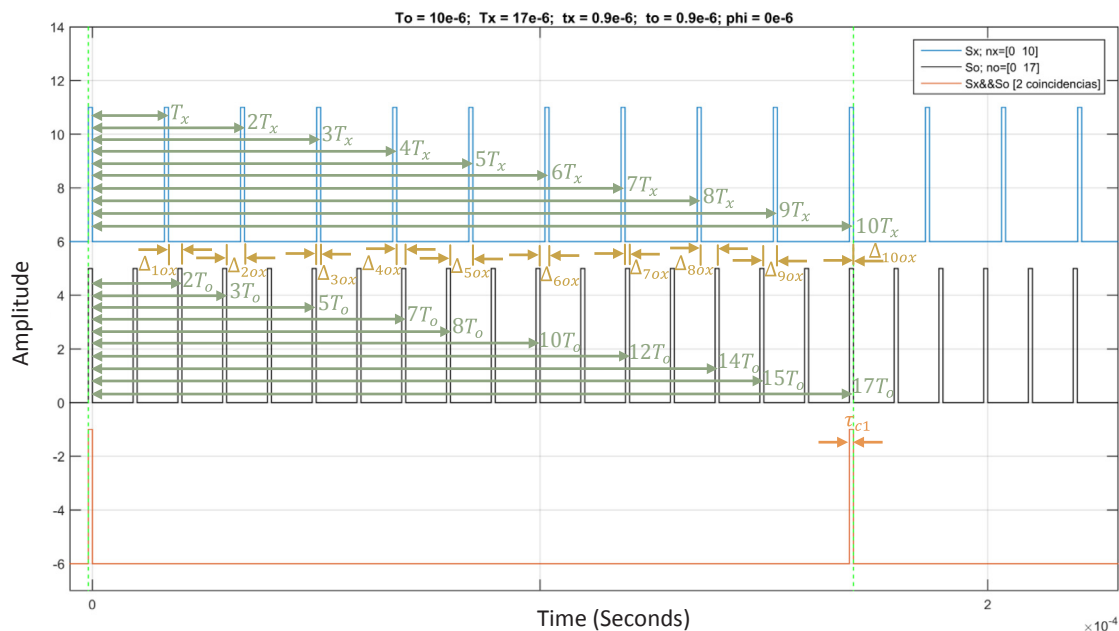


Fig. 4. Simulation with  $\tau < GCD$ .

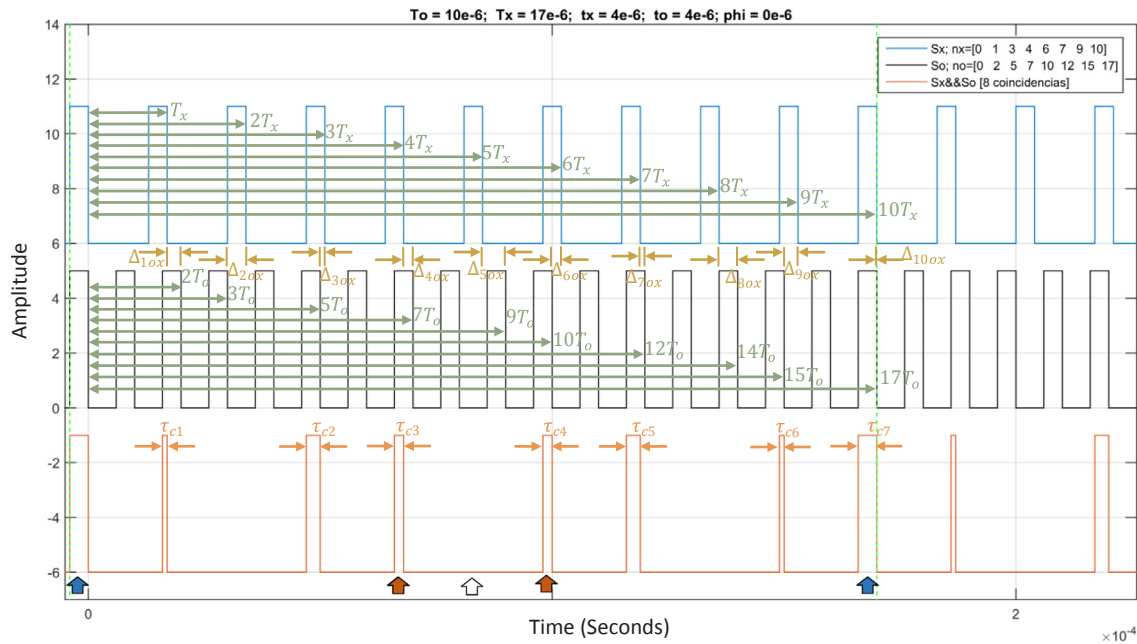


Fig. 5. Simulation with  $\tau > GCD$ .

there will be coincidences, but Fig. 8 shows that if  $GCD > 1$  and  $\tau < 1$ , there are values for  $\varphi$  that will cause the lack of coincidences. This can be expressed as:

$$\tau < \varphi < \theta. \tag{6}$$

Recalling the geometric analysis done in Section 4,  $\varphi$  can be seen as the first  $\Delta_{Aox}$  ( $\Delta_{0ox}$  in Figs. 7 and 8), and its value impacts the remaining  $\Delta_{Aox}$  since every new  $\Delta_{Aox}$  depends on its signals' last "step". The conditions established in the last paragraph gives a situation in which  $|\Delta_{Aox}| > \tau$  for every step on both signals (including  $\Delta_{0ox}$ ), and it is equivalent to a lack of coincidences. If  $\varphi$  continues increasing, will reach a value that will cause some other  $|\Delta_{Aox}| < \tau$ ; therefore, coincidences will appear again. That phase is  $\theta$ .

This situation shows the risk of using thin pulse width, since in practice it is not evident if the  $GCD$  of the signals will be more or equal

to 1; while it is useful to reduce the number of coincidences, it could lead to a lack of coincidences.

### 7. Relation between pulses coincidence method and Euclid's algorithm

For two quantities (for example: 10, 27), the number theory establishes [17, p. 10] that you can apply to them the Euclid's algorithm as follows:

Which gives the elements of the continued fraction:

$$\frac{T_x}{T_o} = \{a_0; a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \frac{1}{a_4 + \dots}}}} \tag{7}$$

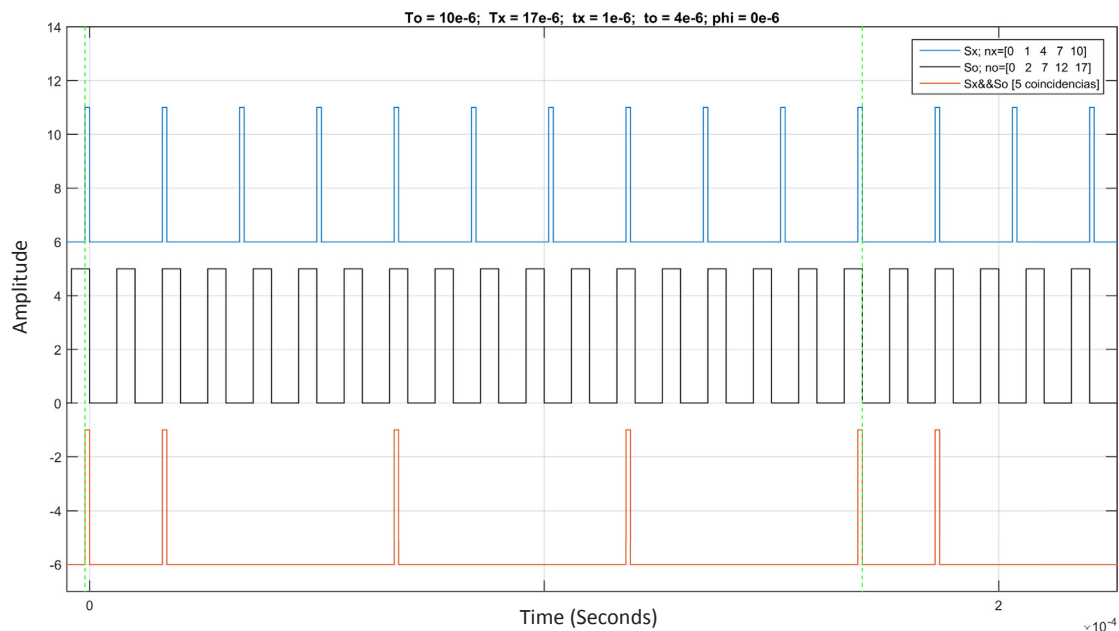


Fig. 6. Simulation with  $\tau_o \neq \tau_x$ .

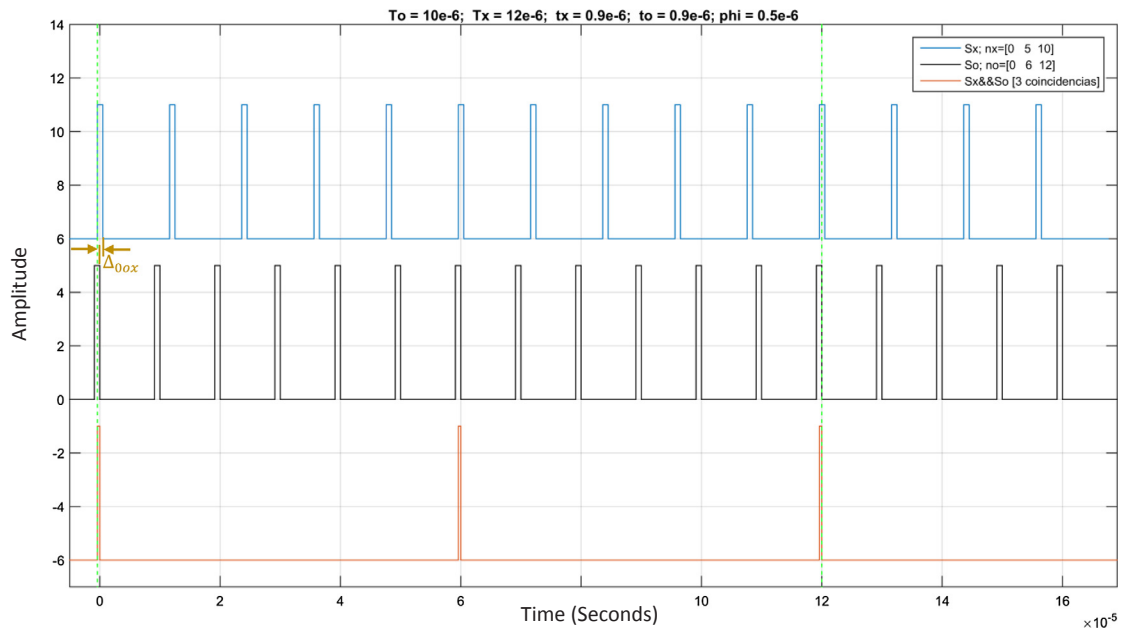


Fig. 7. Simulation where  $\varphi$  allows the existence of coincidences.

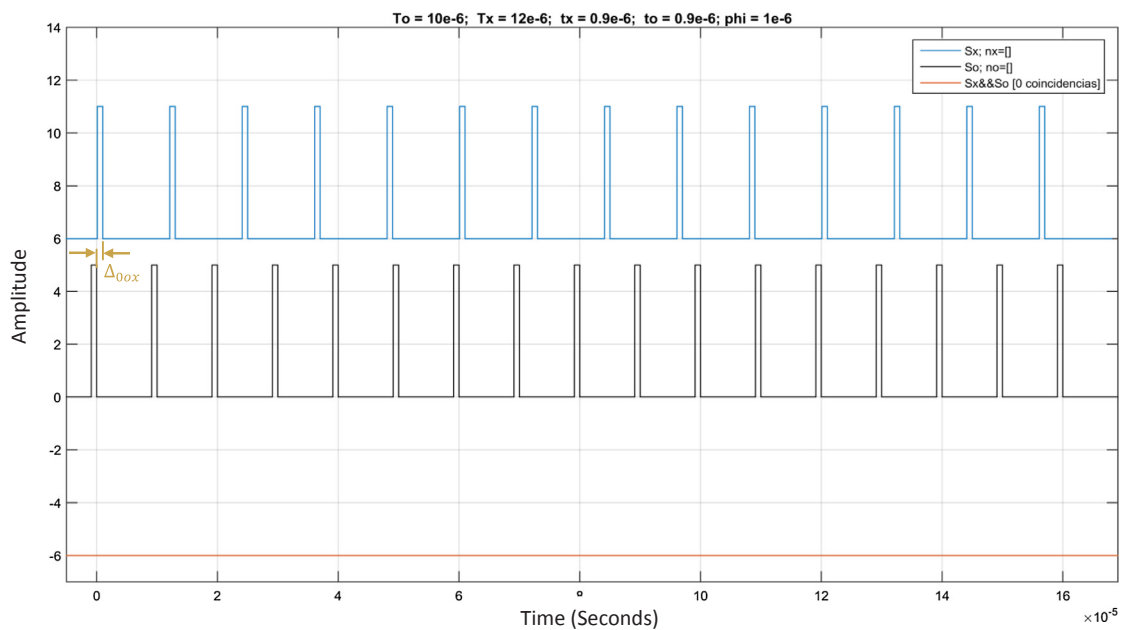


Fig. 8. Simulation where  $\varphi$  doesn't allow the existence of coincidences.

$$\begin{aligned} 27 &= 2 * 10 + 7 \\ 10 &= 1 * 7 + 3 \\ 7 &= 2 * 3 + 1 \\ 3 &= 3 * 1 + 0 \end{aligned}$$

$$\frac{27}{10} = \{2;1,2,3\} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}} \tag{8}$$

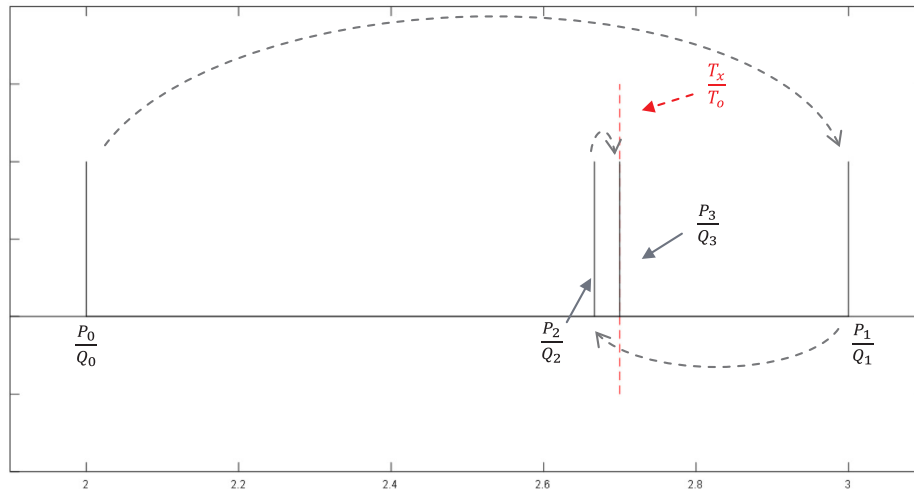
With these elements, the convergents  $P_n$  and  $Q_n$  can be calculated as follows [18, p. 4]:

$$\begin{aligned} P_0 &= a_0 \\ Q_0 &= 1 \\ P_1 &= a_1 P_0 + 1 \\ Q_1 &= a_1 \\ P_k &= a_k P_{k-1} + P_{k-2}, \text{ for } k > 1 \\ Q_k &= a_k Q_{k-1} + Q_{k-2}, \text{ for } k > 1, \end{aligned}$$

In the previous example, the convergents are:

$$\begin{aligned} a_0 &= 2 & P_0 &= a_0 = 2 & Q_0 &= 1 \\ a_1 &= 1 & P_1 &= a_1 P_0 + 1 = P_0 + 1 = 3 & Q_1 &= a_1 = 1 \\ a_2 &= 2 & P_2 &= a_2 P_1 + P_0 = 2P_1 + P_0 = 8 & Q_2 &= a_2 Q_1 + Q_0 \\ & & & & &= 2Q_1 + Q_0 = 3 \\ a_3 &= 3 & P_3 &= a_3 P_2 + P_1 = 3P_2 + P_1 = 27 & Q_3 &= a_3 Q_2 + Q_1 \\ & & & & &= 3Q_2 + Q_1 = 10 \end{aligned}$$

If a continued fraction has  $n$  elements,  $n$  pairs of convergents can be obtained; besides, if you use the Euclid's algorithm on  $T_0$  and  $T_x$ , the last pair of convergents  $P_m, Q_m$  of the continued fraction will be equal to the



**Fig. 9.** Behavior of  $\frac{P_k}{Q_k}$  around  $\frac{T_x}{T_0}$

$No(0)=0$	$Nx(0)=0$	→	Reference coincidence
$No(1)=3$	$Nx(1)=1$	→	$P_1$ $Q_1$
$No(2)=8$	$Nx(2)=3$	→	$P_2$ $Q_2$
$No(3)=11$	$Nx(3)=4$	→	$P_2 + P_1$ $Q_2 + Q_1$
$No(4)=16$	$Nx(4)=6$	→	$2P_2$ $2Q_2$
$No(5)=19$	$Nx(5)=7$	→	$2P_2 + P_1$ $2Q_2 + Q_1$
$No(6)=24$	$Nx(6)=9$	→	$3P_2$ $3Q_2$
$No(7)=27$	$Nx(7)=10$	→	$3P_2 + P_1$ $3Q_2 + Q_1$ ← Criterion to finish the measurement

pair  $\frac{T_x}{GCD}, \frac{T_0}{GCD}$ . The graph of  $P_k, Q_k$  in Fig. 9, shows that the first pair of convergents in the format  $\frac{P_k}{Q_k}$  will always be at the left side of  $\frac{T_x}{T_0}$ , and every subsequent pair in the same format will be on the opposite side of the previous one (it means, odd pairs will be on the left side of  $\frac{T_x}{T_0}$ , and even pairs will be on the right side); also, every new pair will be closer to  $\frac{T_x}{T_0}$  than the one before.

As an example, a simulation was performed with the proposed values  $T_0 = 10$  and  $T_x = 27$ , with  $\tau = 4$ , from which the pairs of data  $N_o, N_x$  shown below were obtained; and as you can see, every pair  $N_o, N_x$  can be represented in terms of some pair  $P_n, Q_n$  or as a lineal combination of convergents as you can see below:

As you can see from this point, we can use the number theory to represent every pair of data  $N_o, N_x$  obtained in the frequency measurement process as a pair of convergents or a linear combination of some of them as a mediant of convergents.

### 8. Proposed criterion for measurement stop

In Figs. 1 and 5 there is no match at the time of half the measurement time; this is due to the fact that the  $GCD$  is odd for the values used according to (4). When  $GCD$  is even, there will be an ideal coincidence at half the measurement time (when  $\varphi = 0$ ). An example for  $GCD$  even is shown in Fig. 10, where  $GCD = 2$ .

Consider the  $i$ -th coincidence as the one just before half measurement time (marked with the left arrow ↖ in Figs. 1, 5 and 10), and consider the pairs of data  $N_o(i), N_x(i)$  and  $N_o(j), N_x(j)$  with  $j = i + 1$  when the  $GCD$  is odd and  $j = i + 2$  when the  $GCD$  is even (right ↗ arrow in Figs. 1, 5 and 10). As you can see:

$$N_x(i) + N_x(j) = N_x(m) = T_0 \times 10^6,$$

$$N_o(i) + N_o(j) = N_o(m) = T_x \times 10^6,$$

Under this criterion, it is possible to calculate the parameters of the signal  $S_x$  with the same precision in 42% less of the time needed with the criterion mentioned in [14, p. 91].

Getting back with Euclid’s algorithm, it is possible to back up this criterion with the convergents  $P_n, Q_n$  adding them up conveniently as shown below:

In Fig. 11 we can observe that if the orange arrows show the “distance” from the reference to the  $i$ -th and  $j$ -th coincidences, together they complete the “distance” from the reference to the coincidence needed to finish the measurement in [14, p. 91]. In a parallel way,  $N_x(i)$  can be added with  $N_x(j)$  in order to obtain  $N_x(m)$ ; finally,  $N_o(i)$  can be added to  $N_o(j)$  in order to obtain  $N_o(m)$ . Under this circumstances, the pairs  $N_o(i), N_x(i)$  and  $N_o(j), N_x(j)$  are used as the mediant of fractions to calculate the unknown period  $T_x$ .

It is important to consider the conditions that allow the proposed criterion in this paper. For this new criterion,  $\tau$  must be as wide as possible in order to obtain as much partial coincidences as possible, but considering the limitation  $\tau < \frac{T_0}{2}$  [15] (assuming  $T_0 < T_x$ ); also, it is necessary to keep  $\frac{\tau_0}{GCD} = \frac{\tau_x}{GCD}$ , since this condition will allow symmetric packets. Finally, the reference coincidence must be located at the center of a coincidence packet.

### 9. Frequency measurement system based on pulse coincidence principle

We designed a system to measure the frequency of a signal by pulse coincidence as a prototype. Fig. 12 will be used as reference to describe how the system works.

The coincidence detector consist of an AND gate whose inputs are the  $S_o$  and  $S_x$  signals. Every time a coincidence signal is generated, it is sent to the control module.

The counter module consist of seven 74HC590 (8 bits) counters with register; from which, three counters are dedicated to manage the addresses of the memory module, two counters ( $S_x$  counter) are dedicated to count (and register) the quantity of periods of the signal  $S_x$ , and two counters ( $S_o$  counter) are dedicated to count (and register) the quantity of periods of the signal  $S_o$ . In order to avoid any delay, the counter  $S_x$  directly receives the signal  $S_x$  and the counter  $S_o$  directly receives the signal  $S_o$  as well. By default, the counters  $S_x$  and  $S_o$  are disabled.

The memory module consists of four AS6C4008 (512k × 8 bits) memories. Two of these memories are dedicated to store the information registered in the  $S_x$  counters, and the other two memories are dedicated to store the information registered in the  $S_o$  counters.

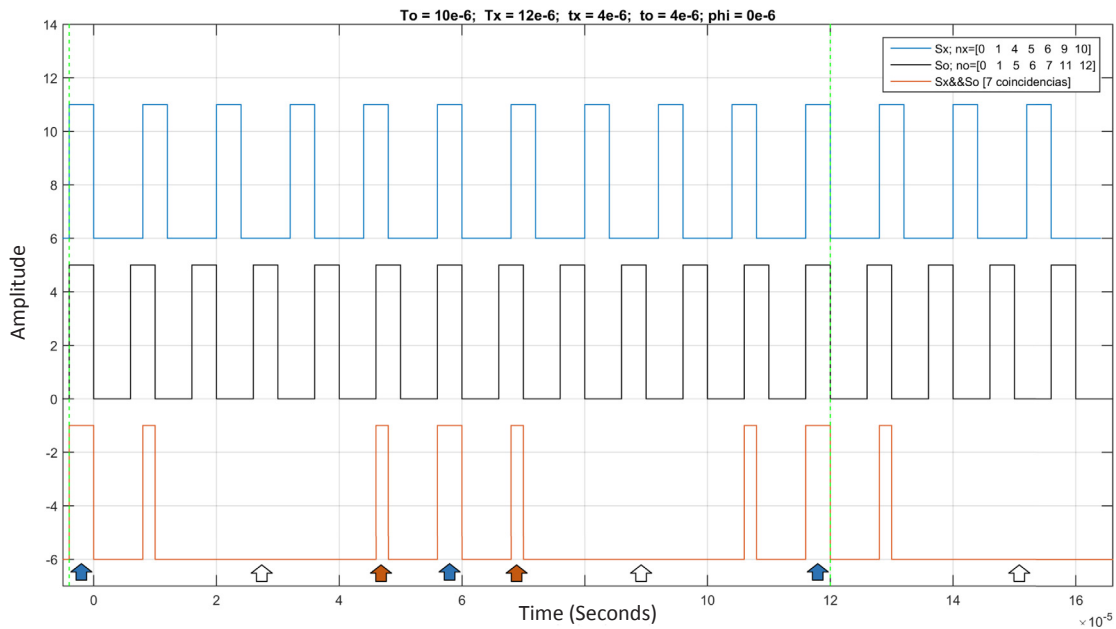


Fig. 10. Simulation with even

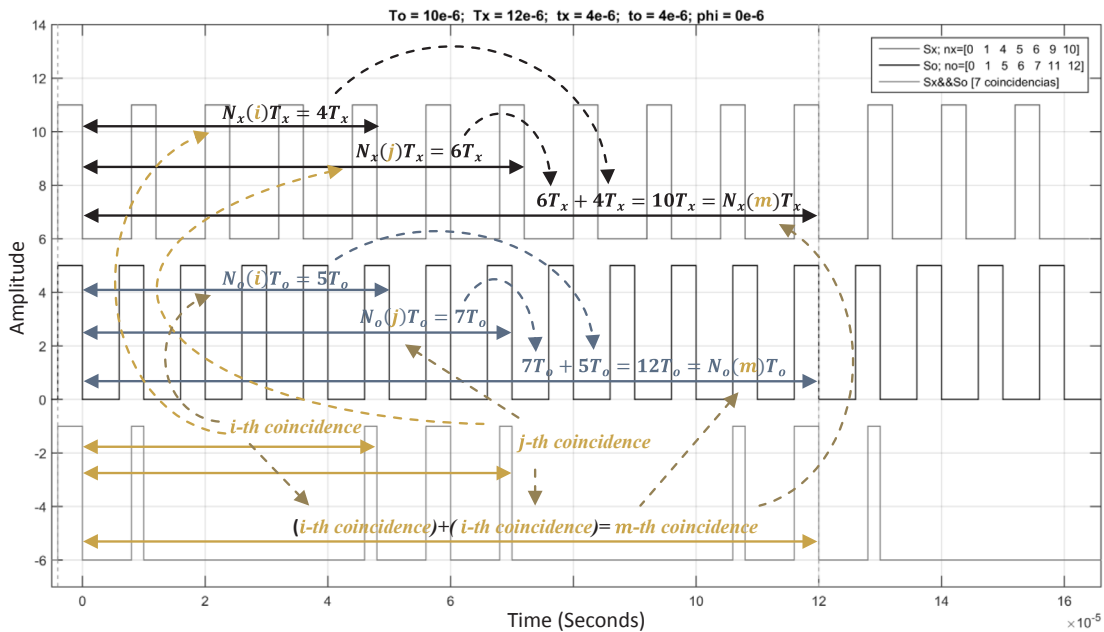
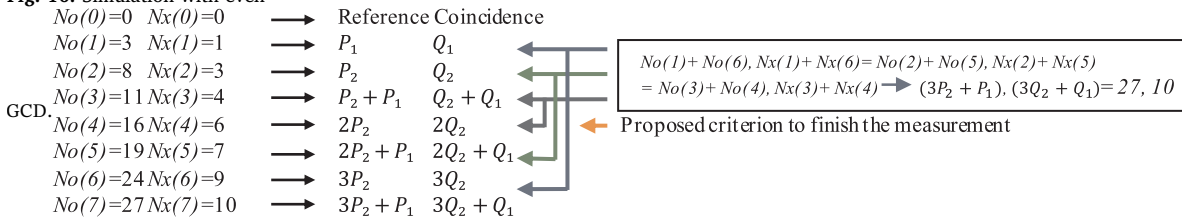


Fig. 11. Proposed criterion.

The control module consists in an array of logic gates and a D type flip-flop. When the system starts, the control module waits for the first coincidence to enable  $S_x$  and  $S_o$  counters; and after one second, it disables the counters again. In every detected coincidence, the counting of  $S_x$  and  $S_o$  are registered and then stored in the memories; after that, the control module prepare the next address in the memories for the next coincidence. Fig. 13 shows the circuit.

This system uses three arduino pro mini microcontrollers. The first arduino sets the start and finish measurement time to the control module; after the measurement process, the second arduino sends the data stored of  $S_x$  in the memories to the first arduino, and the third arduino sends the data stored of  $S_o$  in the memories to the first arduino as well. This process is made with protocol I<sup>2</sup>C. Once the first arduino gets the pair of data, it sends it to a computer.

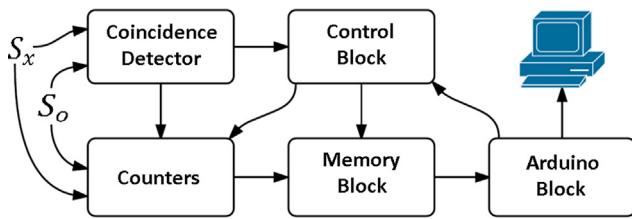


Fig. 12. Block diagram of the frequency measurement system.

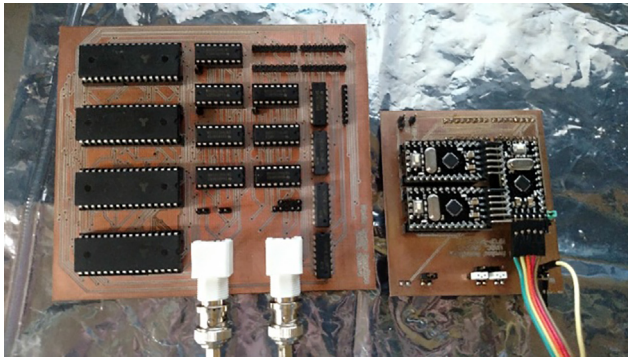


Fig. 13. Frequency measurement by pulse coincidence system.



Fig. 14. Example of coincidence packets.

### 10. Generated signals and experimental workout

The simulated figures were reproduced in order to visualize the previously simulated cases with two Agilent signal generators and the coincidence signal was generated using the coincidence detector in the frequency measurement system constructed. Fig. 14 shows the signals generated with the values used in Figs. 1 and 2, and the same formation of packets are noticeable.

Fig. 15 shows the signals generated with the values proposed in Figs. 4 and 5 which verifies the relation between  $\tau$  and  $GCD$  in the quantity of coincidences.

Fig. 16 shows the lack of coincidence pulses in the symmetry axis established before using the values from Fig. 6.

In Fig. 17 you can see with real signals how a combination of  $\phi$  and  $\tau$  can lead to a lack of coincidence pulses. The values used were from Figs. 7 and 8.

Fig. 18 uses the values in Fig. 10 to show with real signals the appearance of the ideal coincidence at the middle point of the measurement time established in [14, p. 91].

### 11. Conclusions

In this paper we proposed a new criterion to finish the process of frequency measurement by pulse coincidence using a geometric point of view. The pulse width is an important parameter as established in Sections 3-6, since it sets the number of partial coincidences which appears in packets. It is important to highlight that the amount of ideal coincidences in the measurement process is not conditioned by  $\tau$ , but only by  $GCD$ .

In Section 7, we use the number theory to represent the coincidence

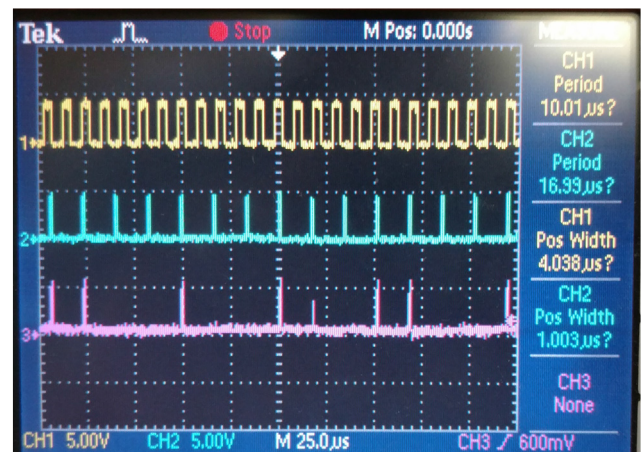


Fig. 16. Lack of coincidence pulse on the symmetry axis.

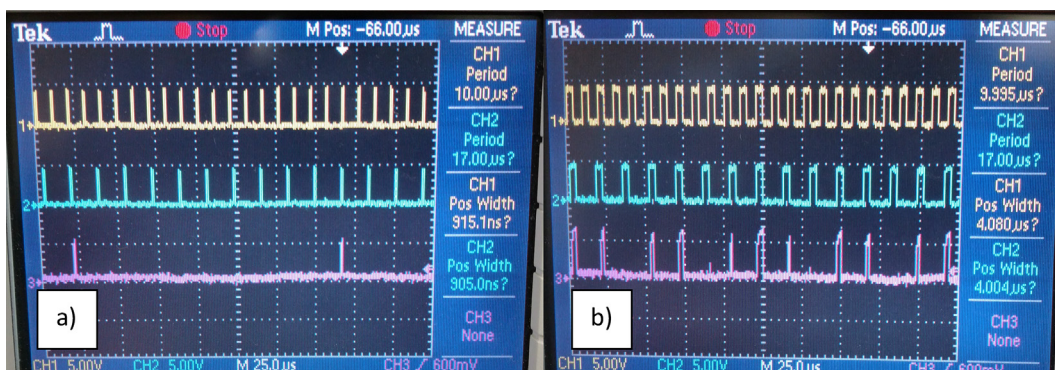


Fig. 15. (a) Generated signals with  $\tau < GCD$ . (b) Generated signals with  $\tau > GCD$ .

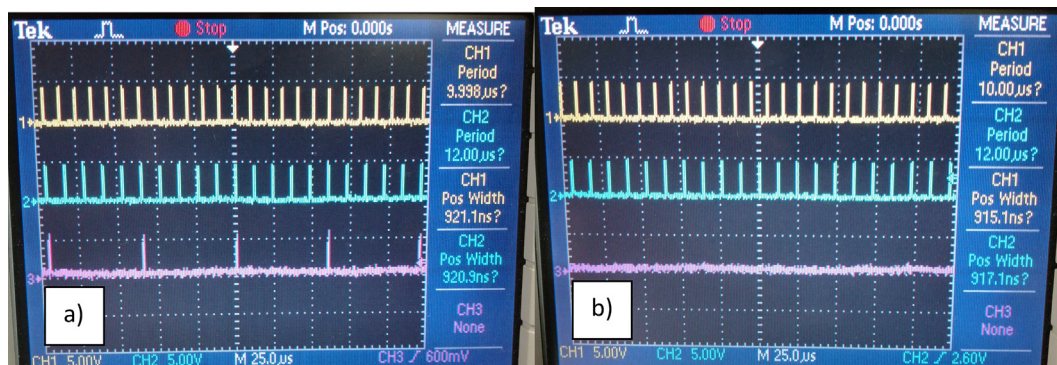


Fig. 17. (a) Generated signals with  $\tau > \varphi$ . (b) Generated signals with  $\tau < \varphi$ .

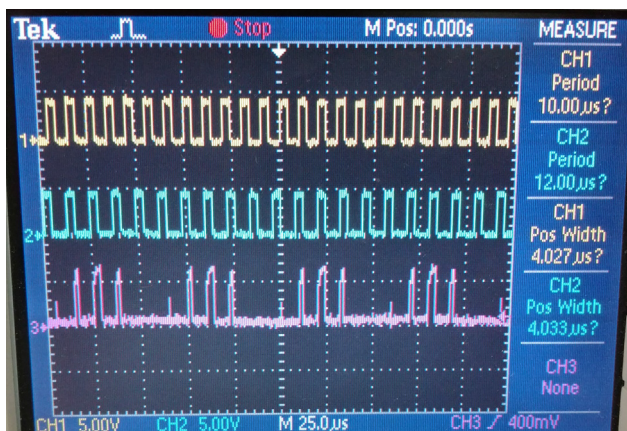


Fig. 18. Presence of an ideal coincidence when the GCD is even.

packets as convergents to the period  $T_x$  of the unknown signal  $S_x$ ; which backs up the geometric analysis performed in Section 8. In this section we establish the requirements to reduce the measurement time in [14, p. 91] from  $12 \times 10^{-5}$  s to  $7 \times 10^{-5}$  s (according to Fig. 11), which is 42% faster and keeping the same accuracy. In Section 9 we introduced an experimental system build with low profile components, and the data obtained from it confirms the previous analysis; which means, that this method has the advantage of not require specialized equipment unlike the methods mentioned in Section 1.

All here considered concepts are strictly theoretical. It means that not all theoretically achieved results are easy to meet in practice. For example, the established issue that the decreasing of the width  $\tau$  decreases the quantity of pulses in the coincidence packet (CP) is not so simple to use in practice due to natural phenomena of timing jitter in pulse trains, widely considered in [16]. The search of the symmetric properties in the CP gives positive results, realizable in practical electronic device.

#### Acknowledgment

We want to extend our gratitude to the Universidad Autónoma de Baja California, Facultad de Ingeniería and the CONACYT for providing

the resources that made this research possible.

#### References

- [1] D.N. Vizireanu, A simple and precise real-time four point single sinusoid signals instantaneous frequency estimation method for portable DSP based instrumentation, *Measurement* 44 (2011) 500–502.
- [2] D.N. Vizireanu, A fast, simple and accurate time-varying frequency estimation method for single-phase electric power systems, *Measurement* 45 (2012) 1331–1333.
- [3] P. Mostarac, R. Malaric, H. Hegedus, Adaptive Chirp Transform for frequency measurement, *Measurement* 45 (2012) 268–275.
- [4] C. Candan, A method for fine resolution frequency estimation from three DFT samples, *IEEE Signal Process. Lett.* 18 (6) (2011) 351–354.
- [5] E. Aboutarios, B. Mulgrew, Iterative frequency estimation by interpolation on Fourier coefficients, *IEEE Trans. Signal Process.* 53 (4) (2005) 1237–1242.
- [6] M.D. Macleod, Fast nearly ML estimation of the parameters of real or complex single tones or resolved multiple tones, *IEEE Trans. Signal Process.* 46 (1) (1998) 141–148.
- [7] E. Jacobsen, P. Kootsookos, Fast, accurate frequency estimators, *IEEE Signal Process. Mag.* 24 (2007) 123–125.
- [8] T. Tarasiuk, Algorithm and device for estimation of components above the harmonic frequency range up to 9 kHz, *Measurement* 4 (1) (2011) 219–229.
- [9] D.C. Rife, R.R. Boorstyn, Single-tone parameter estimation from discrete-time observations, *IEEE Trans. Inf. Theory* 20 (5) (1974) 591–598.
- [10] B.G. Quinn, Estimating frequency by interpolation using Fourier coefficients, *IEEE Trans. Signal Process.* 42 (5) (1994) 1265–1268.
- [11] S. Li, H. Wan, Y. Huang, W. Huo, An Improved Frequency Estimator for Single Sinusoid Signal, *Int. Conf. on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*, 2007, pp. 1216–1219.
- [12] X. Jinzhi, S. Qing, C. Wei, A Novel Single Tone Frequency Estimation by Interpolation Using DFT Samples with Zero-padding, *IEEE Signal Processing (ICSP) 13th Int. Conf.*, 2016, pp. 277–281.
- [13] D. Hernandez Balbuena, O. Sergiyenko, V. Tyrssa, L. Burtseva, M. Rivas Lopez, Signal frequency measurement by rational approximations, *Measurement* 42 (2009) 136–144.
- [14] Daniel Hernández Balbuena, Método de Medición de Frecuencia usando Coincidencia de Pulsos y Aproximaciones Racionales, UABC, Feb 2010. PhD thesis, 153p.
- [15] Fabian N. Murrieta-Rico, O. Sergiyenko, V. Petranovskii, D. Hernandez-Balbuena, L. Lindner, V. Tyrssa, M. Rivas-Lopez, J. Nieto-Hipolito, V. Karthashov, Pulse width influence in fast frequency measurements using rational approximations, *Measurement* 86 (2016) 67–78.
- [16] O. Sergiyenko, D. Hernandez Balbuena, V. Tyrssa, P.L.A. Rosas Mendez, M. Rivas Lopez, W. Hernandez, M. Podrygalo, A. Gurko, Analysis of jitter influence in fast frequency measurements, *Measurement* 44 (7) (2011) 1229–1242.
- [17] Carl D. Olds, Continued Fractions, *Mathematical Association of America*, August 1992, pp. 170.
- [18] A. Ya. Khinchin, Continued Fractions, *Dover Publications*, first ed., May 14 1997, p. 112.

**Anexo G. Publicación: Application of fast frequency shift measurement method for INS in navigation of drones**

Proceedings: IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 8591377, pp. 3159-3164

# *Application of fast frequency shift measurement method for INS in navigation of drones*

Daniel Avalos-Gonzalez, Daniel Hernandez-Balbuena,  
Vera Tyrsa

Facultad de Ingeniería  
Universidad Autónoma de Baja California  
Mexicali, Baja California  
{davalos, dhernan, vtyrsa}@uabc.edu.mx

Oleg Sergiyenko  
Instituto de Ingeniería  
Universidad Autónoma de Baja California  
Mexicali, Baja California  
srgnk@uabc.edu.mx

Fabian N. Murrieta-Rico  
Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño  
Universidad Autónoma de Baja California  
Ensenada, Baja California  
fabian.murrieta@uabc.edu.mx

Vladimir Kartashov, Marina Kolendovska, Sergiy  
Sheiko

Department of Radio Electronic Systems  
Kharkov National University of Radio Electronics  
Kharkiv, Ukraine  
{volodymyr.kartashov, marina.kolendovska,  
sheiko}@nure.ua

Viktor Melnyk  
Kharkiv Petro Vasylenko National Technical  
University of Agriculture  
Kharkiv, Ukraine  
victor\_melnik@ukr.net

**Abstract**—Inertial navigation systems (INS) provide information about position and acceleration of a unmanned aerial vehicle (UAV) or airplanes. There are many types of INS, but most of them share the same principle of operation. We provide in this paper basic information in regard of accelerometers and gyroscopes; then, we demonstrate the effectiveness of our method based on computational experiments to measure the information from the INS. Finally we introduce a method for frequency shift detection and measurement based on pulse coincidence.

**Keywords**—Frequency measurement, INS, Drone, FDS

## I. INTRODUCTION

Inertial Navigation Systems (INS) have progressed during the last century from the electromechanical devices that guided the early V-2 rockets to the current solid-state devices that we can find in many modern vehicles. The need for high accuracy at ranges of thousands of kilometers using autonomous navigation systems during the ballistic missile programs of the 1960s was the motive of this significant progress [1]. Today's applications for INS include automotive, aerospace, missile, munitions, drones, and so on [2-5].

Inertial sensors involve accelerometers and gyroscopes (Gyros). An accelerometer measures force along an axis and a gyroscope measures angular rate about an axis, both without

an external reference. To be more specific, devices that measure the velocity, acceleration, or angular rate of a body using an external reference are not considered inertial sensors. An inertial measurement unit (IMU) uses some accelerometers and gyros, typically three of each, to produce a three-dimensional measurement of acceleration and angular rate. An IMU is the sensor for an inertial navigation system, which produces an independent three-dimensional navigation solution [6].

Previous publications from our research group, highlight the importance of getting a fast and accurate reading from the INS [5,7]; although, these publications didn't provide basic principles about INS operation. This paper will focus on basic principles of accelerometers and gyroscopes, as well as a method for detecting a change in the sensors output in order to read a new value in regards of a change in angular rate or a force applied. Micro-Electro-Mechanical-Systems (MEMS) is the technology focused in this paper, due to its advantages in size, weight cost and applications such as military [8] as well as in unmanned aerial vehicles (UAV) with potential agricultural applications developed in the last years [9-23]. Besides, the method presented in this document has relevance in regards of piezo-resonance devices (PRD) quartz resonators (QR) due to their applications in telecommunications [24,25].

## II. INS

### A. Accelerometers

There are plenty of variations regarding accelerometers, but most are either pendulous or vibrating beams. These technologies share the same basic principle, a spring-mass system such as the one shown in Fig. 1: a proof mass inside a case, whose movement is limited to a single axis with respect to the case due to springs restraining the movement along any other axis. If a force is applied along the sensitive axis, the proof mass will be displaced with respect to the case, for that pendulous accelerometer. Displacement can be measured in a variety of ways and be used as a representation of the acceleration force applied to the case [6].

Fig. 2 shows a pendulous accelerometer, which is a proof mass attached to the case via a pendulous arm and a hinge, also a pair of springs attaching the proof mass to the case along the sensitive axis [6].

A variation of the pendulous accelerometer is the vibrating-beam accelerometer (VBA); instead of springs, vibrating beams support the proof mass along the sensitive axis as Fig. 3 shows. The beams vibrate at a certain frequency by default (resonant frequency). A force applied along the sensitive axis, will cause the proof mass to compress a beam, and stretch the other beam; the compressed beam will decrease its resonant frequency while the stretched beam will increase its resonant frequency. The force along the sensitive axis can be determined by measuring these frequencies [6].

MEMS resonant accelerometers can use quartz or silicon as a vibrating beam; in which the output is frequency domain [26]. In 2014 a silicon resonant micro accelerometer was introduced, with a sensitivity of 14 Hz/g and a resonant frequency around 2.5 kHz at 2.5 V [27]. In 2015 method to assemble a quartz micro-accelerator is introduced, with a sensitivity of 9.55 Hz/g with a resonant frequency of 76.9 kHz [28].

### B. Gyroscopes

In the last years, three inertial sensing technologies around Gyros have enabled advances in military grade. These are the Ring Laser Gyro, Fiber Optic Gyros, and MEMS [26]. The definition of a gyroscope was restricted only to the ones with a spinning mass, but now includes all angular rate sensors as long as they do not require an external reference [6].

A spinning-mass gyroscope (as the name says) uses a spinning mass rotating along an axis with respect to a case in

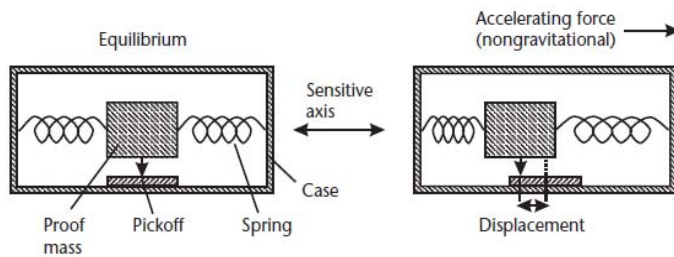


Fig. 1. Basic accelerometer.

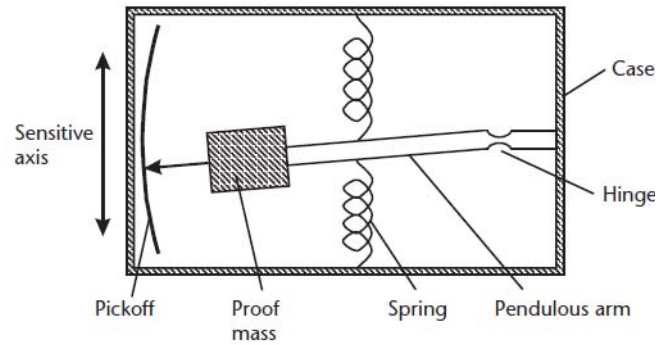


Fig. 2. Pendulous accelerometer.

which is mounted; the constant rotation keeps the mass in a fixed position. If a torque is applied along an axis orthogonal to the mass' spinning axis, a proportional angular momentum will be created along an axis orthogonal to the previous two axis; a pick off will measure the momentum, and a set of springs will return the spinning mass to its original position when the torque is no longer applied. Fig. 4 shows a basic spinning-mass gyroscope [6].

Ring laser gyros and fiber optic gyros work with the Sagnac effect: Light travels in a closed-loop waveguide made of mirrors or an optical fiber at constant speed. If a torque is applied along an axis orthogonal to the plane described by the waveguide, and that torque rotates the waveguide in the same direction as the light does, the path length will increase from the perspective of the light. If the torque is applied in opposite direction, the path length will decrease. From an external point of view, the path length does not change; in the first case the speed of light appears to decrease, and the speed of light appears to increase in the second case. Measuring the apparent change in the speed of light will give the angular momentum. Fig. 5 shows this effect [6]. It is important to highlight that the speed of light does not really change; it's an effect due to the rotation of the waveguide while the light travels it.

A vibratory gyroscope operates by detecting Coriolis acceleration of a vibrating element when the gyroscope is rotating. The vibrating element oscillates at the center of a frame at certain angular frequency, when a torque is applied in a plane orthogonal to the driven vibration, a harmonic motion along the axis orthogonal to the previous axis will be

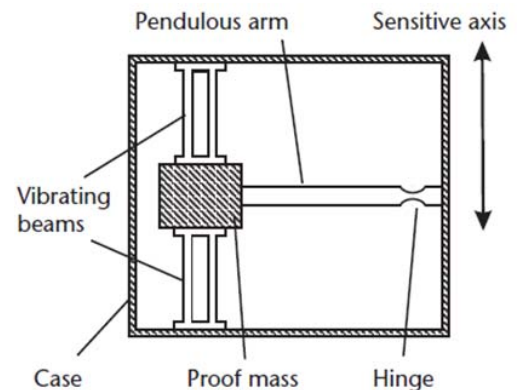


Fig. 3. Vibrating beam accelerometer.

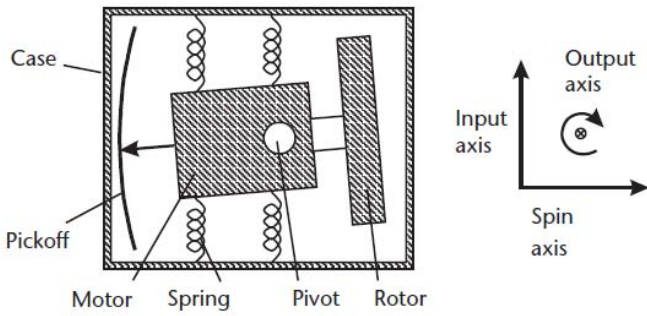


Fig. 4. Spinning-mass gyroscope.

generated (Coriolis acceleration). Vibratory gyroscopes take advantage of the MEMS technology, due to their low cost [6]. In 2012 a resonant gyroscope is introduced [29]; this gyro transmits the Coriolis force into two double ended tuning fork (DETF) resonators to produce a differential output, the proof mass has a resonant frequency of 30 Hz and the resonant frequency of the DETF is 1 kHz. So, for the solution of practical application task in agricultural drone navigation we need the fast and accurate method for frequency measurement, in order to detect and estimate in a shortest possible time the desired values converted into mentioned frequency by INS during the process of UAV functioning.

### III. METHOD FOR FREQUENCY SHIFT DETECTION

#### A. Fast Frequency Measurement by Pulse Coincidence Method

As mentioned above, a fast measurement on the output signal of the INS output is important in a decision making process such as the velocity or direction of an airplane. In [30] our research team introduced a fast frequency measurement method with the same accuracy from [31], and reducing the measurement time by 42%.

Frequency measurement using pulse coincidence is done by comparing two signals, a reference signal  $S_o$  with known period  $T_o$ , and a signal to measure  $S_x$  with unknown period  $T_x$ ; both signals will have a pulse width  $\tau$ . A third signal ( $S_x \& S_o$ ) is generated by comparing the two previous signals (Fig. 6). Using wide values of  $\tau$  will generate arranges of coincidence pulses, (that we'll call packets) in  $S_x \& S_o$ ; the measurement process starts in the center of a coincidence packet and finishes in the center of another coincidence packet. When the measurement process starts, the pulses of  $S_o$  and  $S_x$  start being counted and the values will be stored in

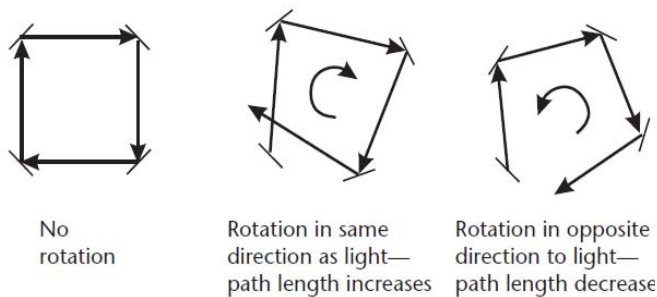


Fig. 5. Sagnac effect.

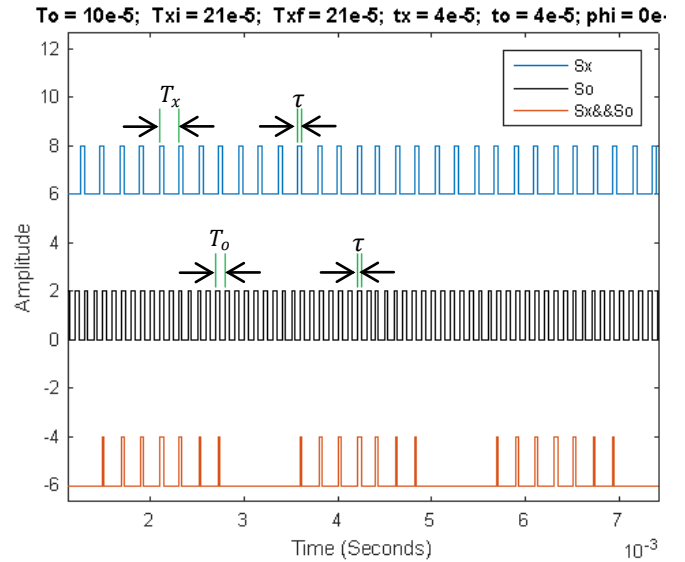


Fig. 6. Pulse coincidence method.

every coincidence pulse; the number of pulses in  $S_o$  and  $S_x$  is denoted by  $N_o(m)$  and  $N_x(m)$  respectively where  $m$  is the number of coincidence. The unknown signal can be calculated by [30-32]:

$$T_x = \frac{N_o(m)T_o}{N_x(m)} \quad (1)$$

The method developed by our research group relies in coincidence packets and their symmetry. If a coincidence pulse width is (ideally)  $\tau$ , that coincidence is called ideal coincidence; otherwise, is a partial coincidence. When  $S_x \& S_o$  consist of both, ideal and partial coincidences; they appear in groups, called coincidence packets. When  $S_x \& S_o$  consist only of ideal coincidences, there are no coincidence packets, only isolated coincidences. Small values of  $\tau$  ( $\tau \leq 10\%$  of duty cycle of  $S_o$ ) will favor the existence of ideal coincidences as shown in Fig. 7. Whereas higher values of  $\tau$  ( $40\% \leq \tau \leq 45\%$  of duty cycle of  $S_o$ ) will favor the existence

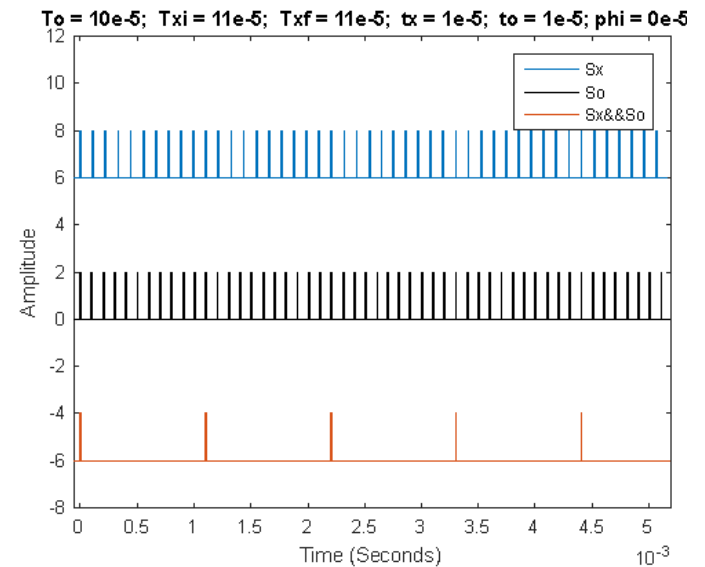


Fig. 7. Ideal coincidences in the pulse coincidence method.

of both partial coincidences and ideal coincidences. One situation that can lead to have only ideal coincidences regardless of  $\tau$ , is when  $T_x$  and  $T_o$  have a common divider greater than one [30].

The symmetry of the coincidence packets will also be affected by  $\tau$  as follows: If the pulse width of  $S_x$  is different from the pulse width of  $S_o$ , coincidence packets will lack of symmetry (Fig. 8); if the pulse width of  $S_x$  is equal to the pulse width of  $S_o$ , coincidence packets will have symmetry. Tolerances regarding this issue are strongly related with the greatest common divisor (GCD) between  $T_x$  and  $T_o$  [30].

While higher values of  $\tau$  will favor the appearance of partial coincidences, the GCD also establishes the number of coincidences in a packet. The equation for the number of partial coincidences (NPC) is expressed as [30]:

$$NPC = GCD \left( 2 \left\lceil \frac{\tau}{GCD} \right\rceil - 2 \right), \quad (2)$$

Where  $\left\lceil \frac{\tau}{GCD} \right\rceil$  is the least integer greater than or equal to  $\frac{\tau}{GCD}$ . The number of ideal coincidences (NIC) is expressed as [31]:

$$NIC = GCD + 1. \quad (3)$$

It is noticeable from (3) that the number on ideal coincidences in a measurement time given by [31] not depends on  $\tau$  but it depends of GCD; whereas partial coincidences depend on both  $\tau$  and GCD.

This method also describes a condition in which  $S_x \& S_o$  will have no pulses. If the GCD of  $T_x$  and  $T_o$  is bigger than one,  $\tau \leq 10\%$  of duty cycle of  $S_o$ , and the distance between the pulses of  $T_x$  and  $T_o$  is bigger than  $\tau$ , then  $S_x \& S_o$  will lack of coincidence pulses as shown in Fig. 9 [30].

With the integer representation of  $T_x$  and  $T_o$ , the number of periods counted for  $T_x$  and  $T_o$  between two coincidences can be calculated using the elements of the continued fractions

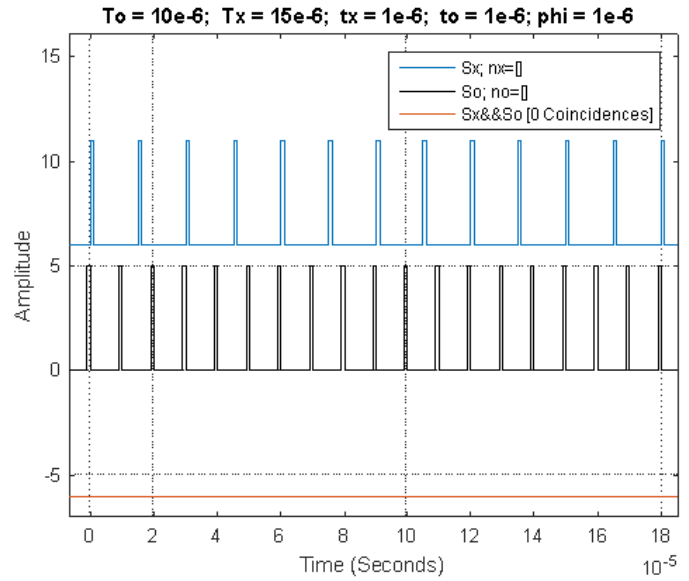


Fig. 9. Example for lack of coincidences.

described in the number theory as follows [30]:

$$\frac{T_x}{T_o} = \{a_0; a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \frac{1}{\dots}}}} \quad (4)$$

The elements of the continued fraction ( $a_n$ ) can be used to obtain the convergents  $P_n$  and  $Q_n$  with next equations:

$$P_0 = a_0. \quad (5)$$

$$Q_0 = 1. \quad (6)$$

$$P_1 = a_1 P_0 + 1. \quad (7)$$

$$Q_1 = a_1. \quad (8)$$

$$P_k = a_k P_{k-1} + P_{k-2}, \text{ for } k > 1. \quad (9)$$

$$Q_k = a_k Q_{k-1} + Q_{k-2}, \text{ for } k > 1. \quad (10)$$

If the fraction  $\frac{T_x}{T_o}$  is rational, it will be represented with a finite number of elements  $a_n$ , and a finite number of convergents  $P_n, Q_n$ . These convergents will be used in the next section. But as broadly known from the theory of measurement the probability that approximation of measurand will be rational tends to zero.

The criterion proposed for our research group to finish the frequency measurement process in [31] is when  $N_x(m)$  has the form of an integer representation of  $T_o$ ; because  $N_o(m)$  has the form of an integer representation of  $T_x$ . In the new criterion proposed, a pair of data  $N_o(i), N_x(i)$  (located right before half the measurement time of [31]) and a second pair of data  $N_o(j), N_x(j)$  (located right after half the measurement time of [31]) are added up as follows [30]:

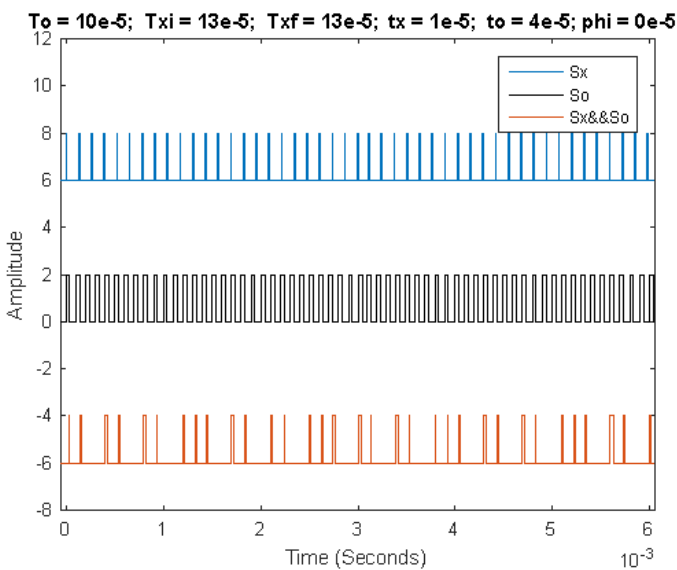


Fig. 8. Nonsymmetric packets in the pulse coincidence method.

$$N_x(i) + N_x(j) = N_x(m) \quad (11)$$

$$N_o(i) + N_o(j) = N_o(m) \quad (12)$$

Fig. 10 shows a comparison in the measurement time needed in [30] and [31]. The measurement time for our last method in this example is 1.08 milliseconds, and the time needed for the previous method in this example is 1.8 milliseconds.

### B. Frequency Shift Measurement

A key element in measuring a frequency shift, is to be able of detecting as soon as possible a change in the signal, corresponding to application to INS sensor of desired physical magnitude. Measuring constant frequency using the pulse coincidence method is done by counting the number of pulses of  $S_o$  and  $S_x$ ; and the method presented in [30] is possible due to the fact that the structure of  $S_x \& S_o$  will not change as long as  $S_o$  or  $S_x$  not change. On the other side, if one of the signals changes, a change in the structure of  $S_x \& S_o$  will be observed; this effect is illustrated in Fig. 11.

The method proposed to spot the frequency shift, consist in registering the number of pulses of  $S_x$  and  $S_o$  between two consecutive coincidences, denoted by  $P_n$  and  $Q_n$  respectively; while measuring the starting frequency. As long as the frequency stays the same, there will be a repetitive set of pairs  $P_n, Q_n$ . When the starting frequency is measured, all the pairs  $P_n, Q_n$  will be known for that frequency; every new pair  $P_n, Q_n$  will be compared with the set registered. If a new pair appears, it will indicate a frequency shift; if that is the case, a new measurement process can be triggered with the next center of the coincidence packet.

Fig. 12 shows an output simulation of the accelerometer in [27]; the left side simulates the non-stimulated output, and the right side shows the effect of a frequency shift due to a force applied to the accelerometer. For the starting frequency, there is just one pair of  $P_n, Q_n$  and the frequency shift leads to the

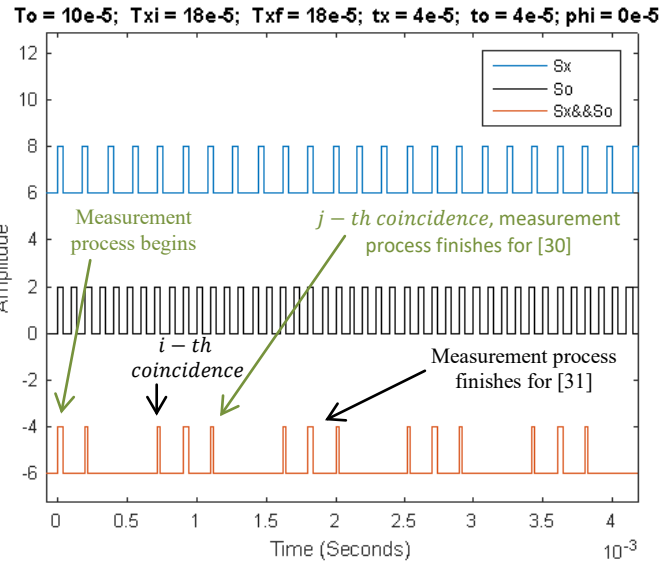


Fig. 10. Frequency shift in the pulse coincidence method.

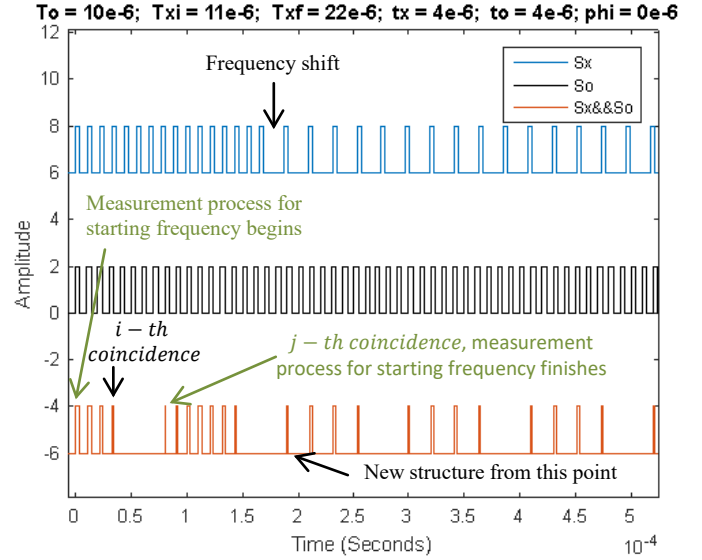


Fig. 11. Frequency shift in the pulse coincidence method.

appearance of packets. The whole process takes less than 15 milliseconds.

## IV. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

In this document our team work demonstrated the effectiveness of the pulse coincidence method to detect and measure frequency shift in short periods of time; although, this is a work in progress, therefore future work has to be done in regards of effects from the real world such as transitory effects or jitter.

As shown in the present paper, our method is able to detect the exact moment when the value of the bearing frequency in the INS was changed. This moment is exact, and caused by natural physical state of sensitive element. Moreover, immediately after this moment detection, the processor can implies our original method [31] for new frequency measurement, which is the more precise method nowadays.

In the considered application of agricultural drone

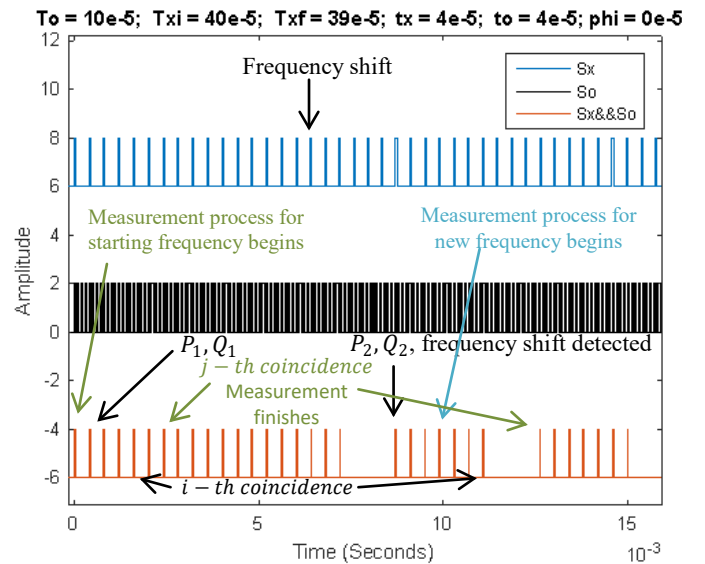


Fig. 12. Output simulation from accelerometer.

navigation it means that the INS combined with our original method and device can more quickly and precisely update its self-positioning data, hence to perform the more safe navigation.

#### ACKNOWLEDGMENT

We want to extend our gratitude to the Universidad Autónoma de Baja California, Facultad de Ingeniería and the CONACYT for providing the facilities and resources that made this research possible.

#### REFERENCES

- [1] George T. Schmidt, "INS/GPS Technology Trends" Advances in Navigation Sensors and Integration Technology, NATO RTO Lecture Series-232, London, U.K., October 2003, paper 1.
- [2] Jussi Collin, G. Lachapelle, Jani Käppi, MEMS-IMU for Personal Positioning in a Vehicle – A Gyro-Free Approach, GPS 2002 Conference (Session C3a), Portland, OR, 24-27 September, U.S. Institute of Navigation.
- [3] Robert Osiander, M. Ann Garrison Darrin, John Champion, MEMS and microstructures in aerospace applications, CRC Press; 1 edition, October 6, 2005.
- [4] J. Richard Fountain, "Silicon IMU for Missile and Munitions Applications" Advances in Navigation Sensors and Integration Technology, NATO RTO Lecture Series-232, London, U.K., October 2003, paper 10.
- [5] Murrieta-Rico, F.N., Hernandez-Balbuena, D., Rodriguez-Quinoñez, J.C., Petranovskii, V., Raymond-Herrera, O., Gurko, A.G., Mercorelli, P., (...), Tyrsa, V., "Resolution improvement of accelerometers measurement for drones in agricultural applications", (2016) IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference), art. no. 7793466, pp. 1037-1042. ISBN: 978-150903474-1
- [6] Paul D. Groves. Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated Navigation Systems. Artech House; 2 edition. April 1, 2013.
- [7] Murrieta-Rico, F.N., Hernandez-Balbuena, D., Rodriguez-Quinoñez, J.C., Mercorelli, P., Petranovskii, V., Raymond-Herrera, O., Mercorelli, J., (...), Hernández, W., "High resolution measurement of physical variables change for INS", (2016) IEEE International Symposium on Industrial Electronics, art. no. 7745012, pp. 912-917.
- [8] Gaëtan Menozzi, Eric Pleska, "MEMS in FRANCE. An Overview of Trends and Products for Aeronautic & Defense Applications" Advances in Navigation Sensors and Integration Technology, NATO RTO Lecture Series-232, London, U.K., October 2003, paper 9.
- [9] Noboru Kawamura & Kiyoshi Namikawa (2012) Robots in agriculture, Advanced Robotics, 3:4, 311-320, DOI: 10.1163/15685389X00253
- [10] Jack Hollingum, (1999) "Robots in agriculture", Industrial Robot: An International Journal, Vol. 26 Issue: 6, pp.438-446.
- [11] A. Barrientos, J. Colorado, J. del Cerro, A. Martinez, C. Rossi, D. Sanz, J. Valente, Aerial remote sensing in agriculture: A practical approach to area coverage and path planning for fleets of mini aerial robots. Wiley, Journal of Field Robotics, Volume28, Issue5, 2011, pp. 667-689.
- [12] Chen, J., Dawson, D., Salah, M., & Burg, T. (2006, June). Multiple UAV navigation with finite sensing zone. Paper presented at the American Control Conference, 2006, Minneapolis, MN.
- [13] S. Harwin, A. Lucieer, "Assessing the accuracy of georeferenced point clouds produced via multi-view stereopsis from unmanned aerial vehicle (UAV) green field imagery. Remote Sensing", vol. 4, pp. 1573-1599, 2012.
- [14] K.W. Chiang, M.L. Tsai, C.H. Chu, "The development of an UAV borne direct georeferenced photogrammetric platform for ground control point free applications. Sensors", vol. 12, pp. 9161-9180, 2012.
- [15] J.I. Córcoles, J.F. Ortega, D. Hernández, M.A. Moreno, "Use of digital photography from unmanned aerial vehicles for estimation of leaf area index in onion (*Allium cepa* L.)", European Journal of Agronomy, vol. 45, pp. 96-104, 2013.
- [16] A.B. Achasov, A.O. Akshova, G.V. Titenko, O. Yu. Seliverstov, A.A. Sedov, "On the use of UAV to evaluate the state of crops", The Bulletin of the KNU of the name VN Karazin series "Ecology", no. 13, pp. 13-18, 2015.
- [17] V.P. Lysenko, O. Opryshko, D.S. Komarchuk, N.A. Pasichnik, "Usage of UAV for remote sensing of crops during crop programming", Scientific Bulletin of NUBiP of Ukraine, no. 256, pp. 146-150, 2016.
- [18] A.A. Ardentov, I. Yu Beschastnyi, A.P. Mastakkov, A. Yu, Popov Yu, L. Sachkov, Y.F. Sachkova, "Algorithms for calculating the position and orientation of the UAV", Program systems: theory and applications: electron. Scientific Journ, vol. 3, no. 3, pp. 23-39, 2012.
- [19] Biasio De, M. Arnold, R. Leitner, "UAV based Multi-spectral Imaging System for Environmental Monitoring", Proceedings of The International Society for Optical Engineering, pp. 503-507, 2011.
- [20] Jinmika Wijitdechakul, Shiori Sasaki, Yasushi Kiyoki, Chawan Koopipat, "UAV-based multispectral aerial image retrieval using spectral feature and semantic computing", Knowledge Creation and Intelligent Computing (IES-KCIC) 2017 International Electronics Symposium on, pp. 101-107, 2017.
- [21] M. Khan, "Low power greenhouse gas sensors for UAVs", Remote Sensing, vol. 4, pp. 1355-1368, 2012.
- [22] Shabnam Jabari, Fatemeh Fathollahi, Aditya Roshan, Yun Zhang, "Improving UAV imaging quality by optical sensor fusion: an initial study", International Journal of Remote Sensing, vol. 38, pp. 4931, 2017, ISSN 0143-1161.
- [23] Roberto Henriques, Fernando Bacao, Victor Lobo, "UAV Path Planning Based on Event Density Detection", Advanced Geographic Information Systems & Web Services 2009. GEOWS '09. International Conference on, pp. 112-116, 2009.
- [24] Pidchenko, S., Taranchuk, A., Yanenko, A. "The efficiency of combining the stabilization and measurement functions of a quartz multi-frequency oscillation system", 2nd International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics, UkrMiCo 2017 - Proceedings3 November 2017, Article number 8095370.
- [25] Pidchenko, S., Taranchuk, A., Spivak, A. "Parametric synthesis of piezoresonance oscillation systems in multi-frequency excitation mode of quartz resonator", 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering, TCSET 2018 - Proceedings Volume 2018-April, 10 April 2018, Pages 1223-1227.
- [26] Barbour, N. M., "Inertial Navigation Sensors," Advances in Navigation Sensors and Integration Technology, NATO RTO Lecture Series-232, London, U.K., October 2003, paper 2.
- [27] Alessandro Caspani, Claudia Comi, Alberto Corigliano, Giacomo Langfelder, Valentina Zega, Sarah Zerbini, "A differential resonant micro accelerometer for out-of-plane measurements", ScienceDirect, Procedia Engineering 87 (2014) 640-643.
- [28] Jinxing Liang, Liyuan Zhang, Ling Wang, Yuan Dong and Toshitsugu Ueda. "Flip Chip Bonding of a Quartz MEMS-Based Vibrating Beam Accelerometer" Sensors 2015, 15, 22049–22059.
- [29] Fan Shang-Chun, Li Yan, Guo Zhan-She, Li Jing, Zhuang Hai-Han, "Dynamic characteristics of resonant gyroscopes study based on the Mathieu equation approximate solution", Chin. Phys. B Vol. 21, No. 5 (2012).
- [30] D. Avalos-Gonzalez, O. Sergiyenko, D. Hernandez Balbuena, V. Tyrsa, V. Kartashov, M. Rivas Lopez, (...), N. Murrieta-Rico, "Constraints definition and application optimization based on geometric analysis of the frequency measurement method by pulse coincidence", Measurement, Volume 126, October 2018, pages 184-193, DOI: 10.1016/j.measurement.2018.05.025 (in press).
- [31] D. Hernandez Balbuena, O. Sergiyenko, V. Tyrsa, L. Burtseva, and M. Rivas Lopez. Signal frequency measurement by rational approximations. Measurement, 42(1):136–144, 2009.
- [32] O. Sergiyenko, D. Hernandez Balbuena, V. Tyrsa, P.L.A. Rosas Mendez, M. Rivas Lopez, W. Hernandez, M. Podrygalo, A. Gurko, "Analysis of jitter influence in fast frequency measurements", Measurement 44 (7) (2011) 1229–1242.