
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

FACULTAD DE CIENCIAS MARINAS
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES OCEANOLÓGICAS



**“ANÁLISIS DE ONDAS INTERNAS SOLITARIAS
USANDO IMÁGENES DE RADAR DE
APERTURA SINTÉTICA DEL GOLFO DE
TEHUANTEPEC.”**

TESIS

Que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias en Oceanografía Costera

Presenta:

Bernardo Esquivel Traba

Ensenada, Baja California, México, Febrero de 2008

“ANÁLISIS DE ONDAS INTERNAS SOLITARIAS USANDO IMÁGENES DE RADAR DE APERTURA SINTÉTICA DEL GOLFO DE TEHUANTEPEC.”

RESUMEN

En imágenes de satélite de radar de apertura sintética (SAR y ASAR, por sus siglas en inglés) del Golfo de Tehuantepec (GT), frecuentemente se observan señales de ondas internas solitarias (OIS), la mayoría se encuentra sobre la plataforma continental propagándose hacia la costa en distintas direcciones. Se observan en trenes de dos o más paquetes de ondas viajando principalmente hacia el N-NE con las crestas paralelas a los contornos de la batimetría y en menor proporción hacia el NO-N. Se forman a partir de las mareas internas de gran amplitud, las cuales resultan de la interacción entre la marea barotrópica y la topografía escarpada del quiebre de la plataforma. En el presente trabajo se analizaron imágenes SAR, disponibles para demostrar que el GT es una región de gran actividad de OIS. Calculando la intensidad del forzamiento de cuerpo barotrópico de la marea en la región e identificando las trayectorias de propagación (rayos) de energía de la marea interna. Identificamos los sitios de generación de los trenes de ondas, a lo largo del quiebre continental que separa a la plataforma continental de la trinchera Mesoamericana (la más profunda del Pacífico este). Estos sitios se encuentran asociados a cañones submarinos sobre los cuales la marea barotrópica es forzada a fluir. En cada sitio de generación, donde el forzamiento barotrópico es alto, los rayos de la marea interna que emanan de una topografía crítica, donde la pendiente del rayo es igual a la pendiente de la topografía, avanzan hacia la superficie y cruzan la termoclina cerca de los primeros paquetes de OIS de los trenes de ondas observados en las imágenes. Entonces estos rayos producirán, por procesos no lineales, las OIS a través del mismo mecanismo de “generación local” usado para explicar la ocurrencia de OIS en otras partes del mundo. Las imágenes SAR también fueron utilizadas para obtener información relacionada con la amplitud de la onda al frente del paquete de OIS y la velocidad de fase, a partir de mediciones hechas en las imágenes y la aplicación de la ecuación KDV.

“ANALYSIS OF INTERNAL SOLITARY WAVES USING SYNTHETIC APERTURE RADAR IMAGERY OF THE GULF OF TEHUANTEPEC.”

ABSTRACT

In satellite imagery of Gulf of Tehuantepec (GT) internal solitary waves signals are seen frequently. Most of them are observed on the continental shelf, towards the coast in different directions. They are observed in trains of two or more packages of waves, mainly traveling towards the N-NE, with their crests parallels to the bathymetry contours and in smaller proportion towards the NO_N direction. These are formed from large-amplitude internal tides which result from the interaction of the barotropic tide with the steep shelf-break topography. In the present work, we investigate available satellite imagery (SAR and ASAR data) to reveal that Gulf of Tehuantepec is region which has a high level of ISW activity. By calculating the strength of the barotropic tidal forcing in the region, and identifying the likely propagation pathways (rays) of internal tidal energy, we identify the generation sites for these wave-trains along de shelf-break associated to submarine canyons, over which the barotropic tides are forced to flow. For each generation site, internal tidal rays emanating from “critical” topography (where the ray slope is equal to the topographic slope) in regions of strong barotropic forcing, rise to the surface (for one site after a reflection from the sea-floor) and pass through the thermocline close to the earliest occurrences of the ISWs in the respective wave trains. These rays would then produce, through nonlinear processes, the ISWs through the same “local generation” mechanism that has been used to explain the occurrence of the ISWs in other parts on the world. We also utilized the SAR imagery to obtain information related to the amplitude and the velocity of phase of the leader wave of the IWS package, from measurements obtained from images and the application of the KDV equation.

FACULTAD DE CIENCIAS MARINAS
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES OCEANOLOGICAS
POSGRADO EN OCEANOGRAFÍA COSTERA

**“ANÁLISIS DE ONDAS INTERNAS SOLITARIAS
USANDO IMÁGENES DE RADAR DE APERTURA
SINTÉTICA DEL GOLFO DE TEHUANTEPEC.”**

T E S I S
QUE PARA CUBRIR PARCIALMENTE LOS REQUISITOS NECESARIOS
PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS

PRESENTA:

BERNARDO ESQUIVEL TRAVA

Aprobada por:



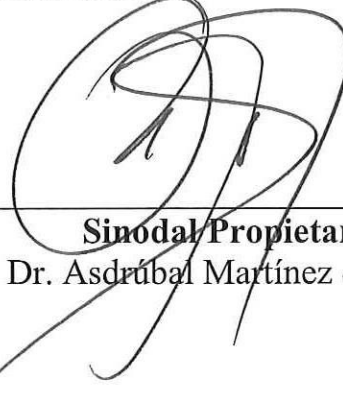
Presidente del Jurado

Dr. Rafael Hernández Walls



Sinodal Propietario

Dr. José Antonio Martínez
Alcalá



Sinodal Propietario

Dr. Asdrúbal Martínez de León

DEDICATORIA

Socorro, amiga del alma y amor de mi vida.

*"Lo que sabemos es una gota de agua,
lo que ignoramos es el océano."*

Isaac Newton

*"Los conceptos y principios fundamentales de la ciencia,
son invenciones libres del espíritu humano."*

Albert Einstein

AGRADECIMIENTOS

A mis padres por nunca dejar de confiar en mí y por su apoyo incondicional a las decisiones que he tomado.

A los integrantes de mi comité de tesis:

Dr. Rafael Hernández Walls por la dirección de esta tesis y darme la confianza y oportunidad (y paciencia) de trabajar con él.

Dr. Antonio Martínez por sus excelentes clases y su apoyo en la realización de este trabajo.

Dr. José Da Silva por su invaluable cooperación en la realización de esta tesis e invitarme a realizar una estancia de investigación en el *Instituto de Oceanografía de la Faculdade de Lisboa*, donde realicé parte importante del trabajo de esta tesis.

Dr. Asdrúbal Martínez por sus comentarios y correcciones.

Al Dr. Francisco Ocampo por facilitar las imágenes de satélite, motivo de la realización de este trabajo.

A la UABC y Facultad de Ciencias Marinas por el apoyo económico, material y académico que me brindaron durante la maestría.

Al CONACyT por la beca patrocinio #188763.

A Socorro por ser parte medular de la vida de esta maestría y estar conmigo en las buenas y en las no tan buenas.

Y por supuesto a toda la bandita que sabe a quién me refiero, gracias muchas gracias... sí sí ustedes quien más.

PREFACIO

El formato elegido para la elaboración de esta tesis consiste en dos capítulos centrales (Cap. 2 y Cap. 3 de la tesis) escritos a manera de artículo (I y II respectivamente). Cada uno aborda un tema relacionado con las ondas internas y su observación remota. Los antecede una introducción general (Cap. 1) donde se pretende familiarizar al lector con los términos utilizados para describir a las ondas internas y con los aspectos relacionados con su aparición en las imágenes de satélite utilizadas y como es esto posible. Además se hace una descripción del área de estudio y se mencionan los estudios realizados anteriormente en esta área. Al final se incluye un sumario (Cap. 3) donde se puntualizan los resultados logrados en cada artículo.

Artículo I

Autores: Bernardo Esquivel Traba, José Carlos Pinto Bastos Teixeira da Silva y Rafael Hernández Walls

Título: GENERACIÓN DE ONDAS INTERNAS SOLITARIAS EN EL GOLFO DE TEHUANTEPEC.

Artículo II

Autores: Bernardo Esquivel Traba, Rafael Hernández Walls

Título: ESTIMACIÓN DE PARAMETROS CARACTERISTICOS DE ONDAS INTERNAS SOLITARIAS EN EL GOLFO DE TEHUANTEPEC.

Tabla de contenido

1.	INTRODUCCIÓN GENERAL.....	1
1.1.	Solitones en el océano.....	3
1.2.	Generación de Ondas Internas	5
1.3.	Solitones en Imágenes SAR.....	7
1.4.	Área de Estudio.....	11
1.5.	Antecedentes	13
1.6.	Objetivos.....	14
2.	GENERACIÓN DE ONDAS INTERNAS SOLITARIAS EN EL GOLFO DE TEHUANTEPEC	15
2.1.	Introducción	15
2.2.	Observaciones en imágenes SAR	18
2.3.	Forzamiento Barotrópico	24
2.4.	Regiones de generación de Ondas Internas	30
2.5.	Discusión y Conclusiones.....	34
3.	ESTIMACIÓN DE PARAMETROS CARACTERISTICOS DE ONDAS INTERNAS SOLITARIAS EN EL GOLFO DE TEHUANTEPEC	38
3.1.	Introducción	38
3.2.	Ecuaciones KDV.....	40
3.2.1.	Ecuación KDV combinada	44
3.3.	Estimación de los parámetros característicos	46
3.4.	Discusión y Conclusiones.....	51
4.	SUMARIO.....	53
5.	TRABAJOS CITADOS	55

Lista de Tablas

Tabla I Inventario Imágenes SAR y ASAR del Golfo de Tehuantepec.	19
Tabla II Parámetros ambientales de la ecuación KDV (coeficiente no lineal α , coeficiente dispersivo γ y velocidad de fase c), velocidad no lineal C y desplazamiento vertical η_0 , para el primer solitón del paquete más desarrollado que se observa en las figura 23 y figura 24.....	51

Lista de Figuras

Figura 1 Esquematización de los procesos asociados con el paso de una onda interna lineal. Deformación de la termoclina (línea continua ancha), movimiento orbital de las partículas (líneas punteadas), líneas de corriente del campo de velocidad (líneas continuas delgadas), vectores de velocidad de las corrientes superficiales (flechas parte superior de la imagen) y variación de la rugosidad de la superficie (línea ondulada en parte superior); modificada de (Alpers, 1985).	2
Figura 2 Representación de un tren de solitones: el paquete de solitones consiste de “n” solitones ordenados de acuerdo a sus amplitudes ($A_m = [(n-m)/n-1]^2$) con la más grande propagándose en el frente del paquete, debido a que a mayor amplitud mayor su velocidad de fase. El número “n” se determina por el número de ceros de la solución a la ecuación de Schrödinger (Osborne, A.R. & T.L. Burch, 1980).....	4
Figura 3 Esquema que muestra el comportamiento de los rayos de energía de la marea interna, dependiendo de valor crítico α/γ . a) Si $\alpha/\gamma < 1$ la energía de la marea interna se propaga en dirección hacia costa y oscila entre el fondo y la base de la capa de mezcla. b) $\alpha/\gamma > 1$ la energía es reflejada en dirección al océano profundo. c) Cuando $\alpha/\gamma = 1$ la energía es aprisionada a lo largo del rayo de energía, posibilitando la generación de turbulencia y consecuentes procesos de mezcla junto al fondo. Adaptado de (Cacchione, D.A. & Pratson, L.F., 2004).	6
Figura 4 Esquema de solitones generados por la marea en la plataforma continental. $V_{max}T$ es la longitud de onda de la marea interna; C_0 es la distancia entre los centroides de los paquetes; L es la longitud del paquete; C_r es la longitud de las crestas; λ_0 es la longitud de onda de la onda interna mas chica del paquete y 2η es el factor de amplitud.	7
Figura 5 Muestra la forma de la piconclina. (a), el patrón de rugosidad de la superficie del mar (b) y la intensidad de la imagen SAR (c) asociados con el paquete de ondas internas solitarias, que consiste en solitones de depresión	

	de amplitud decreciente. Modificada de (Brandt, P., Romeiser R. & Rubino A. , 1999). The tropical and subtropical ocean viewed by ERS SAR, Prof. W. Alpers, UH).....	9
Figura 6	Imagen SAR del Golfo de Tehuantepec, se observa una señal de OIM viajando hacia el Noreste; se ve claramente como a una banda brillante le precede una oscura.....	9
Figura 7	Esquema representativo de la transición de los solitones de depresión a solitones de elevación (tomado de (Liu, A.K., Chang, Y.S., Hsu, M.K. & Liang, N.K., 1998).....	10
Figura 8	Ubicación geográfica del Golfo de Tehuantepec. La batimetría indica la profundidad en metros.	12
Figura 9	Mapa tridimensional del Golfo de Tehuantepec. Batimetría obtenida de los datos de ETOPO2.	12
Figura 10	Mapa que muestra la localización de todos los solitones encontrados en este estudio, en las 5 imágenes ERS-SAR de 1992 y 1993 y en las 14 imágenes ASAR de 2004 y 2005. (Ver Tabla I).....	20
Figura 11	Muestra las mareas para los meses de las imágenes que presentaron señales de solitones. Los puntos negros representa la fecha de cada pase (mareas obtenidas del programa MAR del CICESE).....	21
Figura 12	Imagen ASAR IMS del 2 de Marzo 2005 (orbita: 15711) que muestra varios sistemas de trenes de OIS. Centro de la imagen: 15.86 N, -94.85 E. Imagen y distancias obtenidas con el programa SARTool de la compañía Boost Technologies.	22
Figura 13	a) Extracto de resolución completa de la imagen de la figura 12. b) Muestra el recuadro en rojo de la figura 13a después de aplicarle el filtro Radon-Wavelet 1D (Esquivel et al.). c) Perfil del transecto, marcado en rojo, que muestra la intensidad (σ) de la modulación del radar a través de las OIS.	23
Figura 14	Perfil de la frecuencia Brünt-Väisälä obtenida de los datos oceanográficos del crucero Tehmal I-2004. Cada perfil representa el promedio para las siguientes regiones; <i>somera</i> corresponde a la región de la plataforma continental; <i>profunda</i> corresponde a la región mar adentro; <i>quiebre</i> corresponde a la región del talud continental y <i>oeste</i> corresponde a la región Noroeste del Golfo de Tehuantepec enfrente de Punta Cometa, Oaxaca(ver Figura 8).....	26
Figura 15	Mapa que muestra las elipses, en color rojo, de las corrientes de marea semidiurna en la malla de $\frac{1}{2}^\circ$ elegida para los días antes mencionados.	27
Figura 16	Mapa del forzamiento barotrópico de la marea barotrópica para la región de estudio (colores de azul a rojo). Los contornos representan la topografía del fondo en m. Las bandas de color azul representan las crestas de los paquetes de OIS encontrados en las imágenes y en color rojo las elipses de	

	marea para el periodo antes mencionado. Las curvas de color negro encierran las regiones que presentaron mayor forzamiento.	29
Figura 17	Esquematación de los rayos de propagación de la marea interna, emitido a partir de un punto de generación, también llamado punto crítico, localizado en la batimetría. Adaptado de New (comunicación personal).	31
Figura 18	Mapa que muestra las trayectorias elegidas para obtener los perfiles de propagación de los rayos de energía (flechas de color negro y números romanos); los cuadros de color rojo representan los puntos críticos donde el rayo es propagado hacia la plataforma; los cuadros de color blanco indican el lugar donde el rayo que emerge intercepta la picnoclina (40 m de profundidad aproximadamente); las líneas de color azul indican la localización de los paquetes de OIS observados en las imágenes. Las curvas punteadas encierran las regiones obtenidas de la figura 16 y los contornos indican la profundidad en m.	33
Figura 19	Muestra las secciones transversales de los rayos definidos en la figura anterior. Cada grafica corresponde a la solución de cada rayo (según el numero romano) definidos en la figura anterior; los cuadros de color rojo representan los puntos críticos donde el rayo es propagado hacia la plataforma (rayos tangenciales a la pendiente de color azul); los cuadros de color blanco indican el lugar donde cada rayo intercepta la picnoclina (40 m de profundidad.); los rayos de color rojo representan la reflexión de la energía en puntos supercríticos.	34
Figura 20	Solitones internos en un fluido de dos capas con profundidad finita Las líneas punteadas representan isolíneas de la velocidad de las partículas. Las flechas indican la magnitud y dirección de movimiento de las partículas (Osborne, A.R. & T.L. Burch, 1980).	39
Figura 21	Perfil clásico de la solución KDV $\text{sech}^2(x)$ de un solitón interno de depresión en dos tiempos diferentes, para un océano de dos capas. Visto en un sistema coordinado moviéndose con una velocidad lineal c_0 de una onda larga (Apel, 2003).	43
Figura 22	Diferentes soluciones de la ecuación cúbica KDV-combinada; los números de cada amplitud corresponden al parámetro libre v , que cuantifica el grado de no linealidad. La curva punteada es el clásico solitón KDV (Apel, 2003).	45
Figura 23	Imagen ERS-SAR del Golfo de Tehuantepec del 30 de Octubre de 1993, donde se observa un sistema de dos paquetes de OIS de donde se obtuvo la distancia entre los dos (flecha negra) para obtiene la velocidad de fase. Las líneas rojas indican los contornos batimétricos (ETOPO2). Abajo a la derecha se observa la localización geográfica de la imagen.	47
Figura 24	<i>a)</i> Extracto con resolución completa de la imagen anterior, <i>b)</i> sección de la imagen <i>a)</i> filtrada por el método Radon-Wavelet1D (Esquivel-Trava,	

2004) para obtener una mejor visualización de las OIS. **c)** Perfil del transecto, marcado en azul, que muestra la intensidad (σ) de la modulación del radar a través de las OIS. 48

Figura 25 Perfil de la frecuencia Brünt-Väisälä para el Golfo de Tehuantepec, obtenido del atlas de Levitus (Levitus, S. & T.P.Boyer, 1994)..... 49

Figura 26 a) Perfil del transecto, marcado en azul (Figura 24c), que muestra la intensidad (σ) de la modulación del radar a través de las OIS. **b)** Forma y amplitud KDV para el primer solitón de a). **c)** Velocidad de la corriente superficial (azul) asociada al primer solitón y velocidad interna (negro). 50

1. INTRODUCCIÓN GENERAL

Las ondas internas (OI) se propagan en el interior del océano y solo pueden existir cuando el cuerpo de agua se encuentra estratificado. Normalmente la diferencia de densidades se debe a gradientes marcados en la temperatura del agua, pero también puede ser provocada por gradientes de salinidad. La fuerza restauradora de las OI es la gravedad, que aunada a la fuerza de flotabilidad produce que sus amplitudes sean más grandes, comparadas con las amplitudes que pueden tener las ondas de superficie. La fuerza resultante del balance entre la fuerza de gravedad y la de flotabilidad se le llama gravedad reducida y se define como: $g' \equiv g \Delta\rho'/\rho$, donde g' es la gravedad reducida, g es la gravedad, $\Delta\rho'$ es una anomalía de densidad y ρ la densidad de referencia. Por ejemplo, la gravedad reducida en la superficie del mar se considera igual a la gravedad (9.81 m/s^2), ya que la densidad del aire es menor que la densidad del agua de mar y puede ser despreciada, por otro lado suponiendo una pycnoclina, en un océano muy profundo, que se encuentra a 100 m de profundidad con cambio de temperatura de $10 \text{ }^\circ\text{C}$, la gravedad reducida que actúa ahí sería de 0.245 m/s^2 aproximadamente.

Las OI en el océano tienen longitudes de onda típicas, que van de centenas de metros a decenas de kilómetros y períodos que van de decenas de minutos a días. Su amplitud a menudo excede los 50 m. Asociado con la propagación de las ondas internas las partículas presentan movimientos orbitales (Figura 1). El radio máximo de este movimiento circular se encuentra en la profundidad de la pycnoclina (ó termoclina) y va disminuyendo hacia la superficie y hacia el fondo (Alpers, W., Mitnik, L., Hock, L & Chen K S., 2002). Las OI tienen un efecto imperceptible en la elevación de la superficie del mar, pero ocasionan variaciones en las corrientes superficiales. Corrientes que varían en magnitud y dirección ocasionando flujos convergentes y divergentes, que pueden modular (modulación

hidrodinámica) la rugosidad de la superficie del mar (Hughes, 1978; Alpers, 1985), como se muestra en la figura 1.

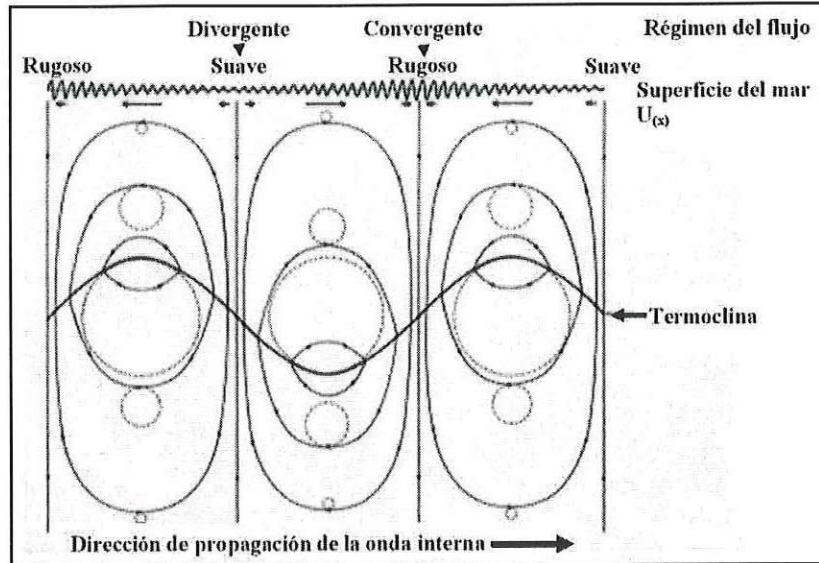


Figura 1 Esquemización de los procesos asociados con el paso de una onda interna lineal. Deformación de la termoclina (línea continua ancha), movimiento orbital de las partículas (líneas punteadas), líneas de corriente del campo de velocidad (líneas continuas delgadas), vectores de velocidad de las corrientes superficiales (flechas parte superior de la imagen) y variación de la rugosidad de la superficie (línea ondulada en parte superior); modificada de (Alpers, 1985).

Uno de los tipos de OI oceánicas más observadas por radares de apertura sintética (SAR, por sus siglas en inglés), son las *ondas solitarias* ó *solitones*. Las ondas solitarias son una clase de ondas no sinusoidales, no lineal, más o menos aislada y de forma compleja, que ocurren con frecuencia en la naturaleza. Estas ondas mantienen su coherencia, y por lo tanto visibilidad, con la hidrodinámica no lineal (Apel, 2003). La teoría del solitón fue desarrollada por Korteweg y De Vries en 1897 (ecuaciones KDV), y a partir de su publicación cientos de artículos, que tratan con este tema, han sido publicados. El término *onda solitaria* es una contradicción en sí, porque una onda es usualmente considerada como un movimiento ó fuerza

oscilatoria periódica. Sin embargo, esta terminología es comúnmente utilizada en la literatura científica junto con el, no tan conocido, término *solitón*.

1.1. SOLITONES EN EL OCÉANO

Usualmente las OI se producen por las corrientes de marea que fluyen perpendiculares a los contornos de la batimetría local (Apel, 2003). Tales procesos son estadísticamente reproducibles, dada la misma temporada, la misma fase de la marea y la batimetría. Los grupos de ondas se generan aproximadamente cada 12 horas durante la fase de marea viva. En mareas muertas a menudo están ausentes en las imágenes. Las variaciones estacionales e interanuales en la densidad y corrientes de macro escala juegan también un papel importante (Filonov A. E. & Trasviña A., 2000), ya que pueden modificar las características de las OI así como su dirección de propagación. Las OI generadas por la marea, por lo general, son altamente no lineales y a menudo ocurren en aguas costeras estratificadas. Ocurren en paquetes que contienen de unas cuantas a pocas docenas de ondas, dependiendo de la edad y la distancia al sitio de generación.

Teóricamente estas ondas son descritas en términos de solitones internos, por lo que un paquete de ondas consiste en varios solitones. La teoría del solitón aplicada a la descripción de la generación y propagación de las ondas internas de marea (OIM) predice que: si la profundidad de la capa de agua de arriba es mucho más chica que la profundidad de la capa de abajo, entonces la OIM generada debe ser una onda de depresión. Esto significa que el solitón está asociado a una depresión de la pycnoclina, como se muestra en la figura 2. Estas ondas mantienen su forma y velocidad después de chocar una con otra. Son de amplitud finita y resultan del balance exacto entre el cambio no lineal de la forma de la onda y la tendencia hacia la dispersión de la onda en las ecuaciones KDV, las cuales se explicarán más adelante.

Un paquete de ondas dado presenta varias características dominantes. Las oscilaciones individuales son no sinusoidales con desplazamiento de la piconoclina predominantemente hacia abajo; las amplitudes están ordenadas con la mayor en el frente del paquete y la más pequeña al final; las longitudes de onda y las longitudes a lo largo de la cresta también están ordenadas, con las ondas más largas otra vez al frente del grupo; el número de oscilaciones individuales dentro del paquete aumenta conforme su edad aumenta, con una nueva oscilación agregada por período de Brunt-Väisälä o de flotabilidad (Apel, J. R. & D. M. Farmer, 2000). Período que describe la oscilación de una parcela de agua a partir de su profundidad de equilibrio y es proporcional a la raíz cuadrada del cambio de la densidad con la profundidad. Se utiliza como un parámetro para expresar la estratificación en un líquido. La amplitud máxima de las oscilaciones delanteras está relacionada con la magnitud del desplazamiento de la piconoclina durante el reflujó de la fase de la marea.

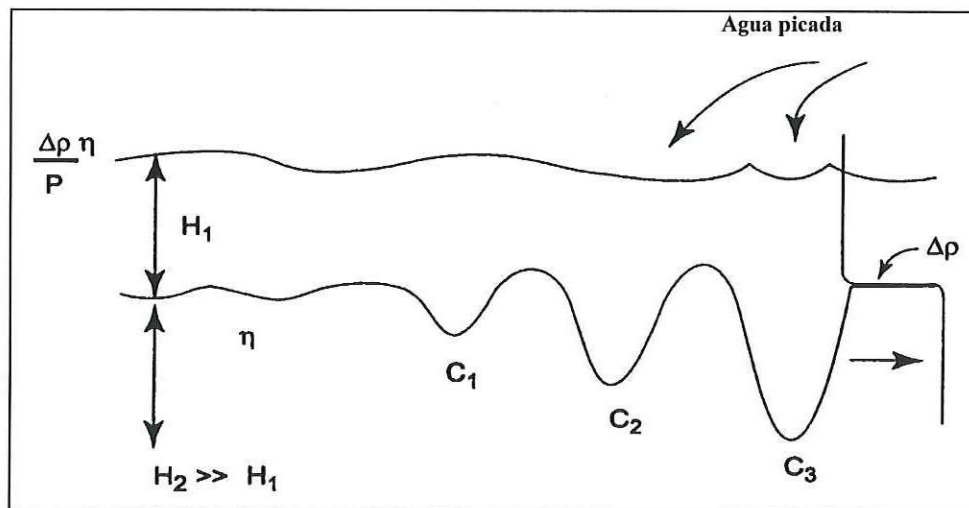


Figura 2 Representación de un tren de solitones: el paquete de solitones consiste de "n" solitones ordenados de acuerdo a sus amplitudes ($A_m = [(n-m)/n-1]^2$) con la más grande propagándose en el frente del paquete, debido a que a mayor amplitud mayor su velocidad de fase. El número "n" se determina por el número de ceros de la solución a la ecuación de Schrödinger (Osborne, A.R. & T.L. Burch, 1980).

1.2. GENERACIÓN DE ONDAS INTERNAS

La generación y transformación de la marea interna es uno de los procesos más impresionantes que ocurren en la plataforma continental, cuya investigación no solo tiene un valor práctico y económico, sino además científico. Las mareas internas se manifiestan en oscilaciones de las corrientes, en la temperatura, salinidad, velocidad del sonido y otras características fisicoquímicas; presentan grandes amplitudes y afectan en la dinámica de toda la masa de agua de la plataforma continental (Filonov, A. E., Monzón, C. O. & Tereshchenko, I. E. , 1996).

Los procesos implicados en la generación de OIM en el océano y la importancia relativa de estos procesos, siguen siendo, después de décadas de investigación, un tema abierto a la discusión. Ya que en la actualidad no es posible cuantificar con exactitud sus fuentes de generación.

La generación de la marea interna se realiza principalmente en el talud continental adyacente a la plataforma y en lugares donde existan cambios abruptos en la topografía del fondo. Esta generación varía significativamente de lugar en lugar, en función de la pendiente del fondo α y de la estratificación en la densidad del agua, la cual determina la inclinación, γ , de la trayectoria de propagación de la energía de la marea interna. La energía de la marea barotrópica se transforma más efectivamente en baroclínica cuando $\alpha/\gamma \approx 1$, que se considera un valor crítico ó declive crítico. Con valores por encima del crítico, la energía de la marea interna se refleja con dirección hacia mar abierto (Figura 3), y por debajo del valor crítico se propaga con dirección hacia la plataforma continental (Graig, 1987). En su avance hacia la costa, debido a su gran amplitud y pendiente, la marea interna se vuelve rápidamente no lineal, lo que la hace inestable y en algunos casos se desintegra en grupos de ondas más cortas con menores amplitudes, las cuales, por último, disipan completamente su energía en la costa

(Sandström, H. & Elliott, J.A., 1984). De esta forma, la energía de la marea interna creada por la marea barotrópica, es transferida hacia la plataforma continental.

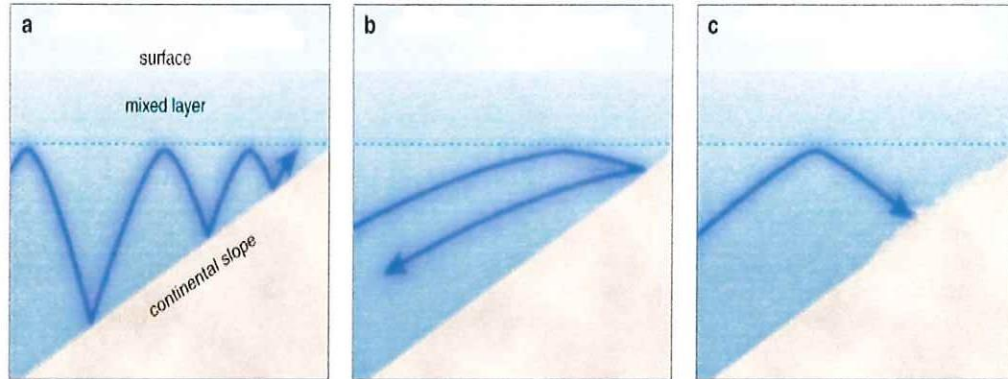


Figura 3 Esquema que muestra el comportamiento de los rayos de energía de la marea interna, dependiendo de valor crítico α/γ . a) Si $\alpha/\gamma < 1$ la energía de la marea interna se propaga en dirección hacia costa y oscila entre el fondo y la base de la capa de mezcla. b) $\alpha/\gamma > 1$ la energía es reflejada en dirección al océano profundo. c) Cuando $\alpha/\gamma = 1$ la energía es aprisionada a lo largo del rayo de energía, posibilitando la generación de turbulencia y consecuentes procesos de mezcla junto al fondo. Adaptado de (Cacchione, D.A. & Pratson, L.F., 2004).

En la figura 4 se observa una ejemplificación de dos paquetes individuales de OIM, el del extremo derecho acaba de ser generado por la marea interna en el quiebre de la plataforma continental en las últimas horas y el del extremo izquierdo, que es cerca de 12 horas más viejo y se encuentra a cierta distancia de su punto de formación, fue generado en la marea semidiurna anterior y posteriormente se propagó hacia arriba en la plataforma continental. También se muestran en la figura 4 la sección vertical del desplazamiento y el plano horizontal de las crestas.

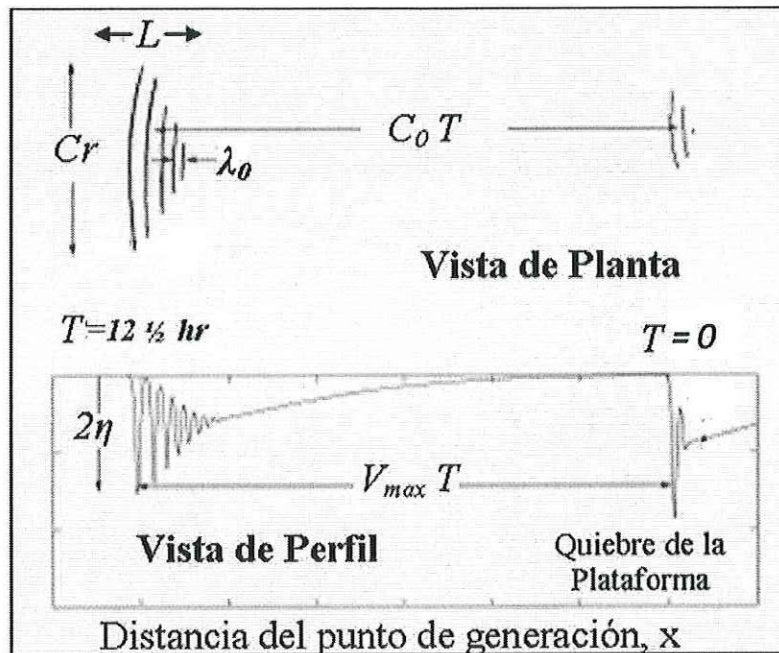


Figura 4 Esquema de solitones generados por la marea en la plataforma continental. $V_{max}T$ es la longitud de onda de la marea interna; C_0 es la distancia entre los centroides de los paquetes; L es la longitud del paquete; C_r es la longitud de las crestas; λ_0 es la longitud de onda de la onda interna mas chica del paquete y 2η es el factor de amplitud.

1.3. SOLITONES EN IMÁGENES SAR

Es bien conocido que el radar de apertura sintética (SAR, por sus siglas en ingles) a bordo de satélites, es un instrumento poderoso para observar las OIM, gracias a su alta sensibilidad a la rugosidad de la superficie del mar (Fu, L.-L. & B, Holt., 1982; Da Silva, J.C., D.R.G. Jeans, I.S. Robinson & T.J Sherwin, 1997), por su capacidad de detectar fenómenos en el océano en cualquier clima, sea de día ó de noche, y a la alta resolución que proveen. La detección de OIM por SAR es un proceso difícil de explicar, debido a que los mecanismos de obtención de la imagen son complejos y a que las características espacio temporales de las ondas capilares en el mar (rugosidad) presentan una distribución aleatoria.

Las manifestaciones de las OIM en las imágenes SAR se pueden resumir en las siguientes características: a) Se propagan en paquetes separados donde cada uno es generado por el ciclo de marea semidiurna. b) La separación entre paquetes puede extenderse de 10 km a 90 km. c) Cada paquete contiene de 3 a 12 ondas individuales con longitudes de onda que varían de 100 m a más de 20 km. d) A lo largo de las crestas su longitud puede variar de 10 km a más de 100 km y su forma suele ser curvilínea. f) Las ondas más grandes, en amplitud, longitud de onda y distancia a lo largo de la cresta, se encuentran al frente del paquete de ondas y van disminuyendo hacia atrás.

El frente de un solitón asociado a una depresión de la termoclina, siempre está asociado a una región de corrientes superficiales que convergen y la pendiente posterior a una región divergente. Esto hace que la amplitud de las ondas Bragg, aumente al frente del solitón y disminuya en la parte posterior (Figura 5). De acuerdo con la teoría del esparcimiento Bragg, la sección transversal del radar normalizada (NRCS, por sus siglas en inglés) es proporcional a la amplitud al cuadrado de la onda Bragg (Valenzuela, 1978). Esta es la razón por la cual en las imágenes SAR la sección frontal del solitón se vea como una banda brillante y la sección de atrás como una banda oscura (Figura 5 y Figura 6). Estas huellas de OIM, en las imágenes SAR, pueden diferir de este esquema cuando estén presentes películas superficiales (capas muy delgadas de aceites, biológicos o contaminantes, que recubren la superficie) ó que las velocidades del viento sean muy bajas (Alpers, 1985).

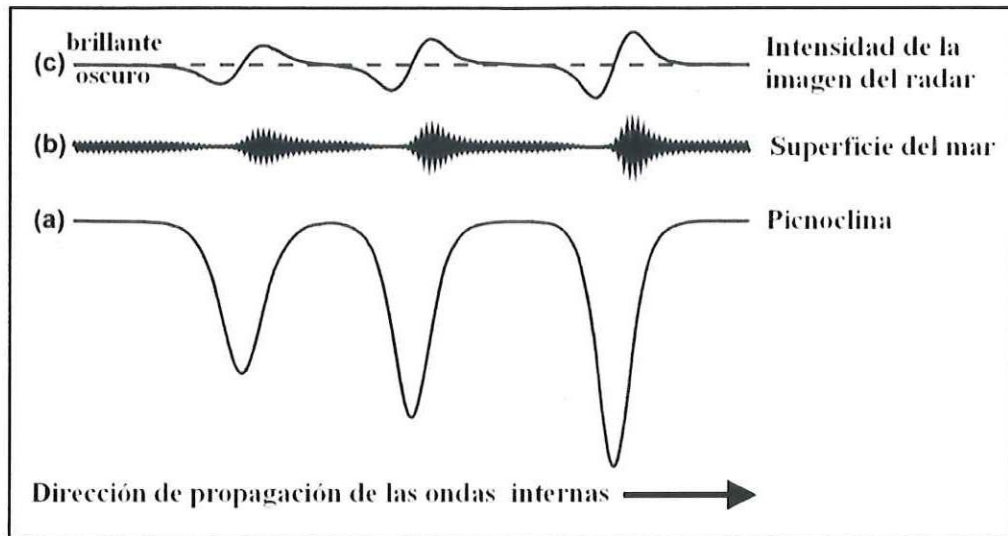


Figura 5 Muestra la forma de la piconclina. (a), el patrón de rugosidad de la superficie del mar (b) y la intensidad de la imagen SAR (c) asociados con el paquete de ondas internas solitarias, que consiste en solitones de depresión de amplitud decreciente. Modificada de (Brandt, P., Romeiser R. & Rubino A. , 1999). The tropical and subtropical ocean viewed by ERS SAR, Prof. W. Alpers, UH)

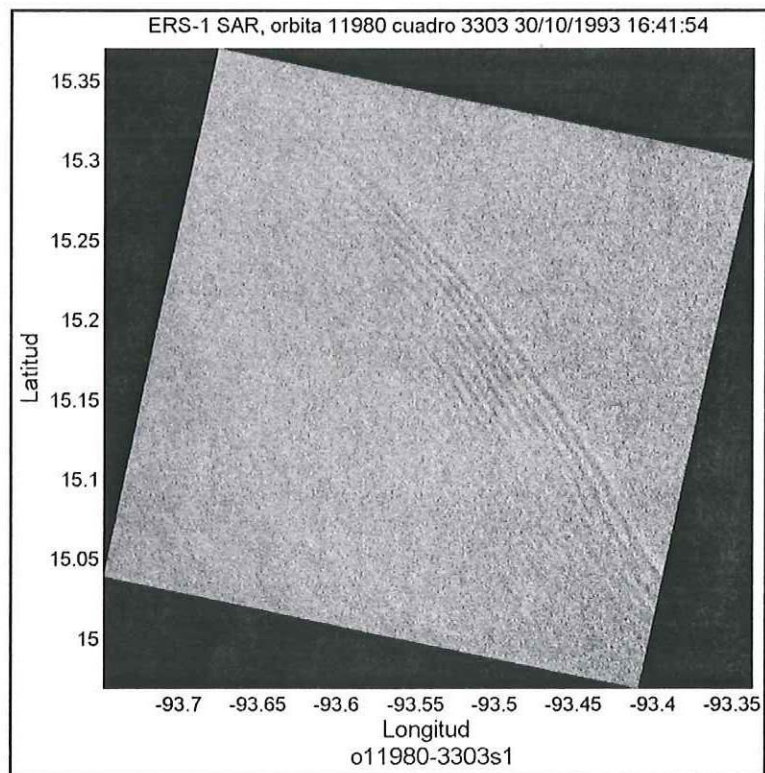


Figura 6 Imagen SAR del Golfo de Tehuantepec, se observa una señal de OIM viajando hacia el Noreste; se ve claramente como a una banda brillante le precede una oscura.

Las secuencias de bandas claras y oscuras, correspondientes a solitones de depresión, se observan en regiones donde la profundidad de la termoclina es menor que el grosor de la capa de abajo. Sin embargo, en aguas poco profundas (Figura 7), donde la capa inferior es menor que la capa superficial, se altera la polarización de los solitones, transformándose en solitones de elevación, cambiando el orden en que aparecen las bandas (banda oscura/clara) pero manteniendo su dirección de propagación (Zhao, Z., V. Klemas, Q. Zheng, & X.-H. Yan, 2003).



Figura 7 Esquema representativo de la transición de los solitones de depresión a solitones de elevación (tomado de (Liu, A.K., Chang, Y.S., Hsu, M.K. & Liang, N.K., 1998).

Da Silva, et al, (1998) encontraron que en algunas ocasiones las huellas de OIM, en las imágenes SAR, consistían solo en bandas brillantes cuando la velocidad del viento estaba por debajo del umbral para la generación de ondas Bragg y en bandas oscuras cuando películas superficiales estaban presentes (*film modulation*).

La aplicación de las imágenes SAR en la caracterización de las ondas internas junto con la modelación numérica y analítica puede ser usada en estudios operacionales tales como; caracterizar zonas de riesgo para operaciones lejos de la costa, predecir mareas internas y tener una mayor resolución en estudios in-situ.

1.4. ÁREA DE ESTUDIO

El Golfo de Tehuantepec (GT) se localiza entre los 12° y 16° 50' de latitud norte y entre los 92° y 97° de longitud oeste, en las costas del sur de Oaxaca y Chiapas (Figura 8). Es considerado como una de las tres zonas centroamericanas del Pacífico Tropical Oriental con altos niveles de productividad primaria, derivado del desarrollo invernal de surgencias costeras y fuerte mezcla vertical por viento perpendicular a la costa, proceso que provee nutrientes a la capa superficial. Estos eventos de vientos fuertes perpendiculares a la costa, provenientes de tierra llamados vientos tehuanos, tienen grandes implicaciones en la producción primaria de la región.

El GT se caracteriza por su plataforma continental ancha (100 km en promedio). La plataforma está separada por la trinchera Mesoamericana, la más profunda en el Pacífico Noreste (4.5 – 5 km), con una pendiente continental escarpada de 8 a 10° (Filonov A. E. & Trasviña A., 2000).

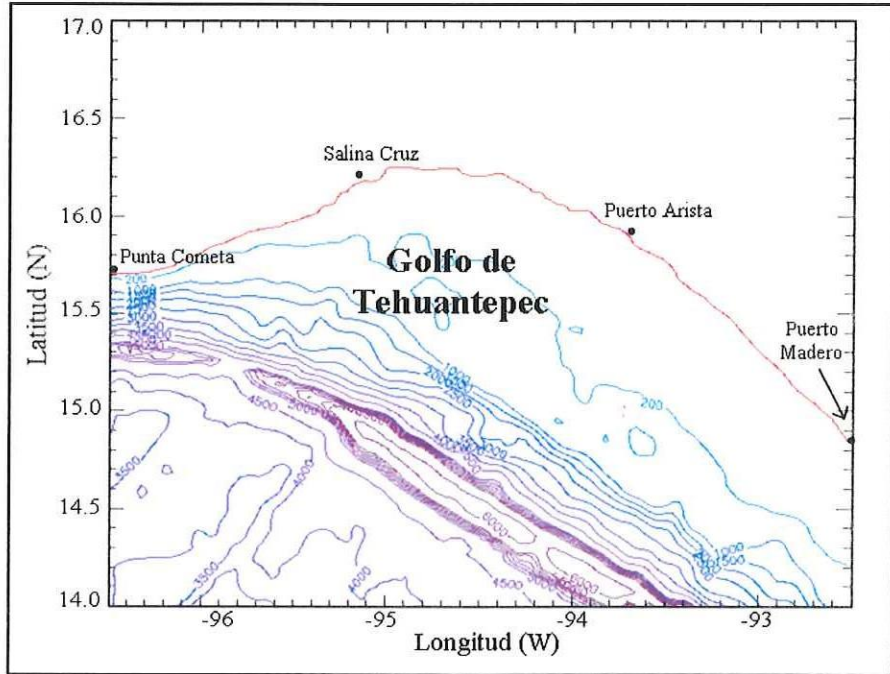


Figura 8 Ubicación geográfica del Golfo de Tehuantepec. La batimetría indica la profundidad en metros.

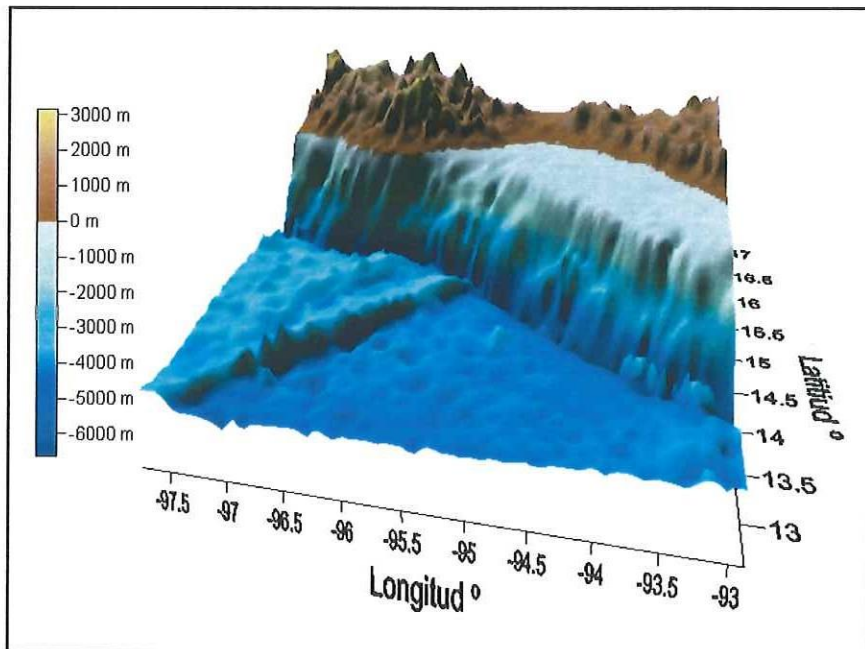


Figura 9 Mapa tridimensional del Golfo de Tehuantepec. Batimetría obtenida de los datos de ETOPO2.

1.5. ANTECEDENTES

Existen pocos estudios de ondas internas en el Golfo de Tehuantepec, Filonov, A. E., Monzón, C. O. y Tereshchenko, I. E. (1996) son los investigadores que más han abordado el tema de las ondas internas en el GT; llevaron a cabo un experimento con el objetivo de registrar la variabilidad de las variables físicas y químicas debido al paso de ondas internas. Concluyen que la forma de la termoclina puede ser un factor importante para determinar el comportamiento de estos grupos de ondas sobre la plataforma y en mar profundo. Encuentran que el paso de estas ondas produce una mezcla vertical de las propiedades físico-químicas. “Un solo grupo de ondas puede ser importante ocasionalmente, pero el efecto combinado de varios grupos de ondas producen una mezcla significativa en el océano superior.” También mencionan que trabajos teóricos y observacionales muestran que existe una interacción intensa entre el flujo medio y grupos cortos de ondas internas, que se propagan hacia la plataforma. “Cuando la marea interna se mueve del borde de la plataforma continental hacia la costa su velocidad de grupo disminuye y para preservar el flujo de energía horizontal, la densidad de energía y la amplitud de la onda aumentan produciendo una deformación no-lineal y su desintegración en grupos más cortos de ondas. Dentro de estas ondas las corrientes orbitales pueden alcanzar velocidades del orden de 10 m/s que se acercan a la magnitud de su velocidad de fase. Al mismo tiempo estas ondas cortas tienen la misma amplitud que tenía la marea interna original y por lo tanto llegan a ser muy escarpadas.” Durante el periodo de observación de su experimento (14 a 15 de febrero de 1996) en un área de 2 a 4 km² detectaron grupos de ondas totalmente independientes uno del otro (en estructura y amplitudes), lo cual solo puede ser posible por las desviaciones y reflexiones causadas por la interacción con el flujo y con la forma irregular de la picnoclina (Filonov A. E. & Trasviña A., 2000).

1.6. OBJETIVOS

- Determinar las zonas de generación de los trenes de solitones observados en las imágenes SAR del Golfo de Tehuantepec, mediante la aplicación de un modelo de forzamiento de cuerpo barotrópico de la marea.
- Obtener las características principales de las Ondas Internas Solitarias, a partir de combinar los datos obtenidos de las señales observadas en imágenes SAR del Golfo de Tehuantepec y las ecuaciones KDV.

2. GENERACIÓN DE ONDAS INTERNAS SOLITARIAS EN EL GOLFO DE TEHUANTEPEC

2.1. INTRODUCCIÓN

La presencia de ondas internas solitarias (OIS) en el Golfo de Tehuantepec (GT) es evidente, tanto en imágenes de satélite (radar y visible) como en mediciones *in-situ* (Filonov A. E. & Trasviña A., 2000). Su origen es atribuido al efecto de la marea sobre el quiebre de la plataforma continental, como se ha demostrado en otros lugares del mundo (Baines, 1982; Fu, L.-L. & B, Holt., 1982; Graig, 1987; New, A.L. & Pingree, R.D., 1990; Filonov, A. E., Monzón, C. O. & Tereshchenko, I. E. , 1996; Gerkema, 2001), pero no hay trabajos que aborden este tema para el GT. Es fácil pensar que en el GT la marea también sea la fuerza generadora de OIS; su ancha plataforma continental (100 km en promedio) separada de la trinchera Mesoamericana (la más profunda del Pacífico Este) por un quiebre continental escarpado, sugiere la existencia de declives críticos. Donde el rayo de energía de la marea interna puede ser propagado hacia la plataforma continental y posteriormente cruzar la picnoclina y generar ó transformarse en paquetes OIS de gran amplitud que se propagan a través de la picnoclina.

Actualmente existen diversos modelos de generación de ondas internas que tienen como base la interacción de las mareas semidiurna con la topografía del fondo del océano, particularmente en la vertiente y el borde de la plataforma continental (Rattray, 1960; Cox, C.S. & H. Sandstrom, 1962; Rattray, M., Jr., Dworski, J.G. & P.E Kovala, 1969; Prinsenber, S. J., W. L. Wilmot & M. Rattray, Jr., 1974). Algunos de los modelos más recientes utilizan estratificación de densidad continua en toda la columna de agua. Sin embargo, la mayoría de estos modelos utiliza topografía lineal. Baines (1982) basa el desarrollo de su modelo en la

teoría de los rayos de propagación de energía de la marea interna, que puede ser aplicado a diversos tipos de topografía del fondo del océano, tanto lineales como irregulares, presentando un grado más elevado de complejidad. Esta teoría de los rayos de propagación de energía también puede ser utilizada con perfiles de estratificación reales.

New (1988) con base en la teoría de Baines sobre la propagación de la energía de la marea interna, empleó un modelo bidimensional que predice su propagación en trayectoria de rayos, con pendiente:

$$\alpha = \pm \sqrt{\frac{\omega^2 - f^2}{N^2 - \omega^2}} \quad (2.1)$$

Donde α es la pendiente, ω es la frecuencia de la marea semidiurna (M_2), f es el parámetro de Coriolis y N la frecuencia de Brünt-Väisälä. Estos rayos son emanados de la parte superior del quiebre de la plataforma donde la pendiente del fondo sea igual a la pendiente del rayo (declive crítico). New, A.L. y Pingree, R.D. (1990) confirmaron que las OIS se pueden generar con la transferencia de energía de la marea interna a la termoclina estacional, en los sitios de intersección entre las dos (sitios de generación de OIS). A este proceso se le llama “*Beam Scattering*”, y fue sugerido como el responsable de la “generación local” de trenes de ondas internas solitarias en la del Golfo de Vizcaya.

Azevedo, A., et al. (2002) mejoraron el modelo desarrollado por New en 1988, pudiendo ser adaptado a cualquier tipo de topografía (lineal o compleja) y desarrollaron un método de análisis y de interpretación de los sitios de generación de ondas internas solitarias para el sur del golfo de Vizcaya. El cual consiste en la determinación de declives críticos posibles, capaces de generar rayos de propagación de energía de la marea interna y así detectar las

regiones de generación de las OIS, resultantes de la intersección de los rayos característicos de la marea interna con la pinoquina estacional. Este trabajo presentó, sin embargo, algunas limitaciones que consistieron en el hecho de que las regiones de generación potencial de la marea interna (las zonas con declives críticos), no fueron cuantificadas por ningún parámetro (forzamiento), que permitiera evaluar qué lugares son más probables para su generación. Este método solo calculaba los declives críticos y las zonas de generación de paquetes de ondas internas de marea, a lo largo de un perfil, sin tener en consideración el régimen de las corrientes de marea barotrópica de la región de estudio. Azevedo, et al. (2006) complementaron el estudio con la determinación cuantitativa del forzamiento de cuerpo barotrópico de la marea semidiurna (M_2) sobre la batimetría, responsable de la generación de las mareas internas. El desarrollo del modelo del forzamiento barotrópico ayudó a consolidar el método de análisis y de interpretación existente.

El presente trabajo tiene como objetivo principal la adaptación de un método de análisis e interpretación (Azevedo, A., da Silva, J.C.B. & New, A.L., 2006) para encontrar los posibles sitios de generación de OIS observados en imágenes de radar SAR y ASAR del Golfo de Tehuantepec, facilitadas por la Agencia Espacial Europea (ESA, por sus siglas en inglés), a través del proyecto Oceanografía por Satélite del CICESE.

La metodología para este estudio consta de tres etapas: primero se analizarán las imágenes SAR disponibles de la región (Figura 8), para describir en detalle los patrones espaciales de OIS. Después se evaluará la fuerza de cuerpo barotrópico de la marea, propuesto por Baines (1982) para localizar las regiones de mayor forzamiento para la generación de la marea interna. Este procedimiento ha demostrado ser válido en otras áreas por otros investigadores, (Sherwin, T.J., Vlasenko, V.I., Stashchuk, N., Jeans, D.R.G. & Jones, B., 2002; Merrifield,

M.A. & Holloway, P.E., 2002; Niwa, Y. & Hibiya, T., 2004; Azevedo, A., da Silva, J.C.B. & New, A.L., 2006). Más adelante, en las zonas de máximo forzamiento, tomando en consideración la dirección de las corrientes de la marea, así como la dirección de los trenes de solitones observados en las imágenes SAR, se hace un análisis sobre cuales regiones de la topografía son críticas o supercríticas y el probable resultado de rayos de propagación de energía de la marea interna hacia la plataforma. De esta forma es posible detectar con mayor exactitud los lugares más probables de generación de las mareas internas más intensas, responsables de la generación de OIS.

2.2. OBSERVACIONES EN IMÁGENES SAR

Se revisaron un total de 56 imágenes SAR de las cuales solo 19 (señaladas en la Tabla I) presentaron señales de OIS. Existen muchas razones para que no aparezcan señales de OIS en las imágenes. No solo las condiciones del viento deben de ser convenientes para que el radar pueda detectar los efectos superficiales de las OIS. Otros estudios (New, A.L., Da Silva, J.C.B., 2002) indican que las OIS y las mareas internas son grandes solo unos días antes y después de la marea viva. Por lo tanto, es posible que en días con mareas muertas las OIS y mareas internas no puedan ser detectadas en imágenes.

De las 19 imágenes que presentaron señales de OIS, 5 imágenes ERS-SAR corresponden a 5 pases u orbitas diferentes, que son del 27 de Marzo de 1992 (orbita: 3649), 30 de Marzo de 1992 (orbita: 3692), 13 de Octubre de 1992 (orbita: 6512), 30 de Octubre de 1993 (orbita: 11980) y 12 imágenes ASAR que corresponden a 10 pases, que son del 10 de Febrero 2004 (orbita: 10179), 11 de Febrero 2004 (orbita: 10200), 21 de Febrero 2004 (orbita: 10343), 23 de Febrero 2004 (orbita: 10365), 24 de Febrero 2004 (orbita: 10386), 29 de Febrero 2004 (orbita: 10451), 26 de Febrero 2005 (orbita: 15647), 27 de Febrero 2005 (orbita: 15668), 2 de Marzo

2005 (órbita: 15711) y del 18 de Marzo 2005 (órbita: 15940), dando un total de 17 pases (Tabla I).

La figura 10 presenta la ubicación de las OIS encontradas en los 14 pases (antes mencionados) en relación con la batimetría del área de estudio. Se observa que existe un nivel alto de actividad organizada de OIS. La mayoría de las imágenes son de finales de invierno, cuando la pycnoclina está más desarrollada, en condiciones normales de clima, es decir sin la presencia de los vientos tehuanos. Las ondas internas solitarias necesitan una estratificación marcada para poder desarrollarse (Gerkema, 2001). Sin embargo en las pocas imágenes del mes de Octubre también se observan señales de OIS. Por otro lado las fechas de las imágenes corresponden a días cercanos a la marea viva, donde se espera que las amplitudes de las OIS sean grandes y puedan ser observadas por el radar SAR (Figura 11).

Tabla I Inventario Imágenes SAR y ASAR del Golfo de Tehuantepec.

No.	Producto	Misión	Órbita	Pista	Cuadro	Fecha	HH:MM:SS
1	SAR	ERS-1	3649	83	3285	27/03/1992	16:44:13
2	SAR	ERS-1	3649	83	3303	27/03/1992	16:44:28
3	SAR	ERS-1	3692	83	3303	30/03/1992	16:44:27
4	SAR	ERS-1	6512	355	3285	13/10/1992	16:47:30
5	SAR	ERS-1	11980	312	3303	30/10/1993	16:41:54
6	ASA_WS	Envisat	10179	105	-	10/02/2004	04:24:57
7	ASA_WS	Envisat	10179	105	-	10/02/2004	04:25:57
8	ASA_WS	Envisat	10200	126	-	11/02/2004	16:19:47
9	ASA_WS	Envisat	10343	269	-	21/02/2004	16:05:13
10	ASA_WS	Envisat	10365	291	-	23/02/2004	04:17:19
11	ASA_WS	Envisat	10386	312	-	24/02/2004	16:10:57
12	ASA_WS	Envisat	10451	377	-	29/02/2004	04:28:49
13	ASA_IM	Envisat	15647	52	-	26/02/2005	04:20:10
14	ASA_IM	Envisat	15647	52	-	26/02/2005	04:20:25
15	ASA_WS	Envisat	15668	83	-	27/02/2005	16:14:02
16	ASA_IM	Envisat	15711	126	-	02/03/2005	16:20:14
17	ASA_IM	Envisat	15711	126	-	02/03/2005	16:20:30
18	ASA_IM	Envisat	15940	355	-	18/03/2005	16:17:21
19	ASA_IM	Envisat	15940	355	-	18/03/2005	16:17:36

En la figura 10 observamos que la mayoría de los solitones se encuentran sobre y a lo largo de la plataforma continental, los cuales, debido a su curvatura (cóncava), van viajando hacia la costa en distintas direcciones. La mayoría viaja hacia el N-NE, con las crestas paralelas al quiebre de la plataforma. También en menor cantidad se observan trenes de solitones viajando hacia el NO y en un número muy reducido hacia el E.

En algunas imágenes se pueden observar varios paquetes de OIS que se propagan con la misma trayectoria, lo que sugiere que son generados en el mismo sitio en distintos ciclos de la marea semidiurna, están separados de 30 a 50 km uno de otro, distancia comparable con la longitud de onda de la marea interna en muchas partes del mundo (para el GT no existen trabajos que hayan registrado la longitud de onda de la marea interna), lo que significa que la marea interna y las OIS viajan aproximadamente a 1 m/s.

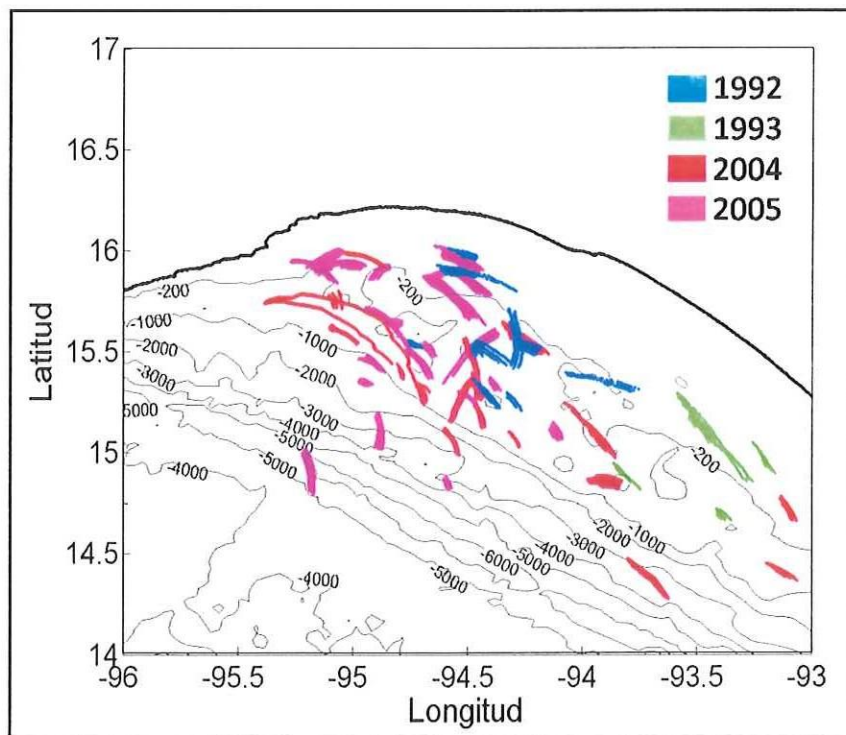


Figura 10 Mapa que muestra la localización de todos los solitones encontrados en este estudio, en las 5 imágenes ERS-SAR de 1992 y 1993 y en las 14 imágenes ASAR de 2004 y 2005. (Ver tabla i)

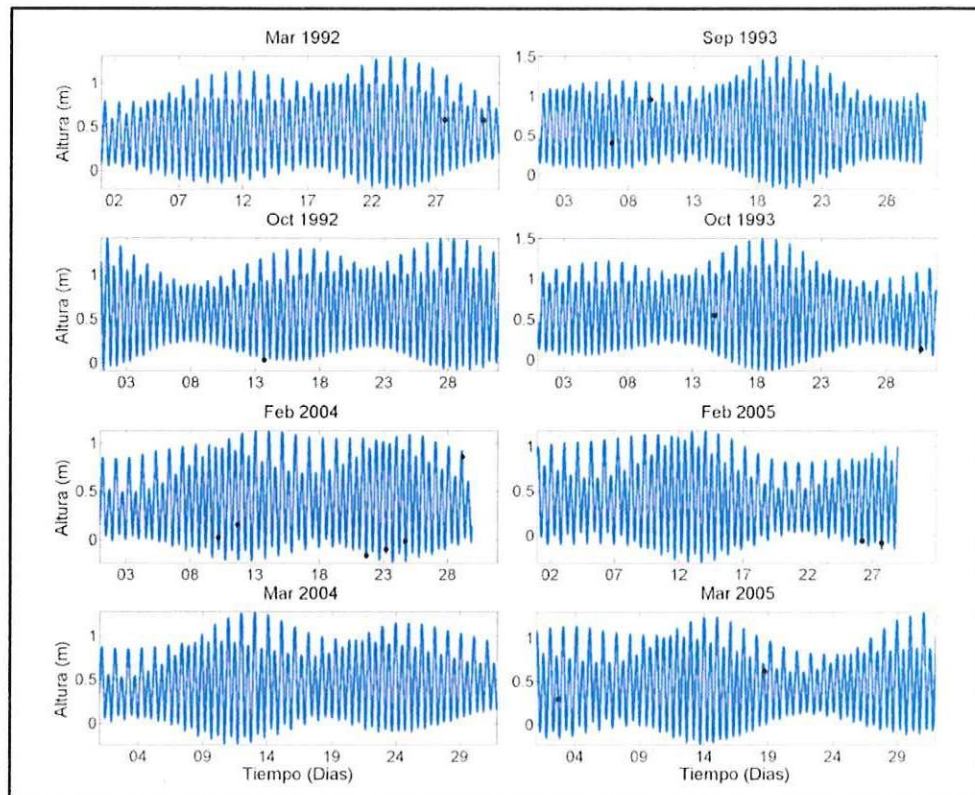


Figura 11 Muestra las mareas para los meses de las imágenes que presentaron señales de solitones. Los puntos negros representa la fecha de cada pase (mareas obtenidas del programa MAR del CICESE).

En la figura 12 se muestra una imagen del 2 de Marzo 2005 (órbita: 15711) a las 16:20:14 GMT donde podemos observar por lo menos dos sistemas con varios paquetes de OIS: un sistema consiste en tres paquetes que viajan hacia el NE, la distancia entre el último (generado) y el segundo es de 34 km con una dirección de 53° (azimut), pero la distancia entre el segundo y el primero es mucho menor (17 Km, 27°) lo que nos indica que las OIS disminuyen su velocidad de fase y se refractan conforme se propagan en aguas más someras; el segundo sistema consiste en dos trenes que viajan hacia el NO con una distancia de 43 km entre uno y otro.

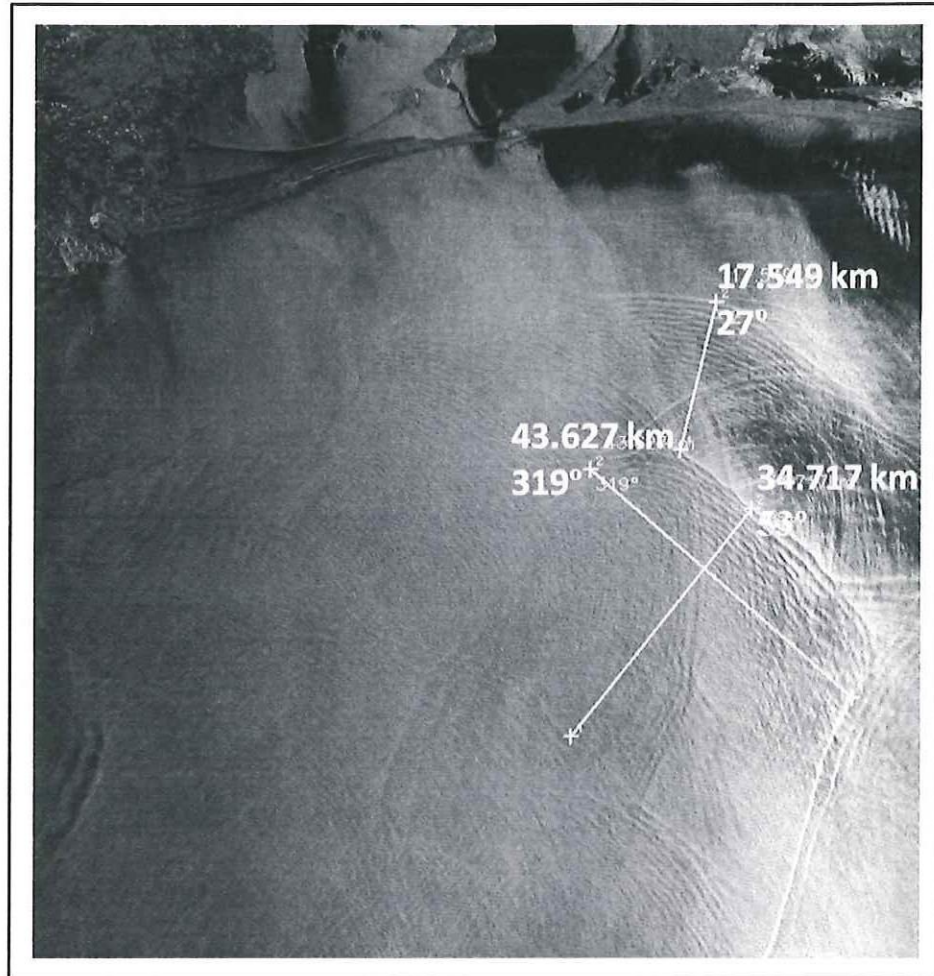


Figura 12 Imagen ASAR IMS del 2 de Marzo 2005 (orbita: 15711) que muestra varios sistemas de trenes de OIS. Centro de la imagen: 15.86 N, -94.85 E. Imagen y distancias obtenidas con el programa SARTool de la compañía Boost Technologies.

Para confirmar le dirección de las OIS, la figura 13a es un extracto de la imagen SAR anterior. El centro de la imagen esta a los 15.93° N y 94.54 O. La figura 13b muestra el recuadro de la figura 13a después de aplicarle el filtro Radon-Wavelet 1D (Esquivel-Trava, 2004) para eliminar el ruido speckle. La figura 13c muestra la intensidad de la modulación del radar a través de las OIS, en el transecto marcado con rojo en la figura 13b. La dirección de propagación de estas OIS se asume que es perpendicular a la orientación de las crestas de las ondas y su longitud de onda disminuye del frente hacia el final del paquete, de acuerdo con la

teoría no lineal (Thompson, D.R. & R.F. Gasparovic, 1986). De la figura 13 podemos decir que el borde delantero del paquete esta hacia el NE y por lo tanto el paquete viaja en esa dirección. También se observa en la figura 13a que la señal del radar es del tipo “doble” (Da Silva J.C., et al., 2000), donde cada onda consiste en una banda brillante viendo hacia el NE seguida de una banda oscura viendo hacia el SO (o sea, una variación positiva, del retroesparcimiento, seguida de una negativa).

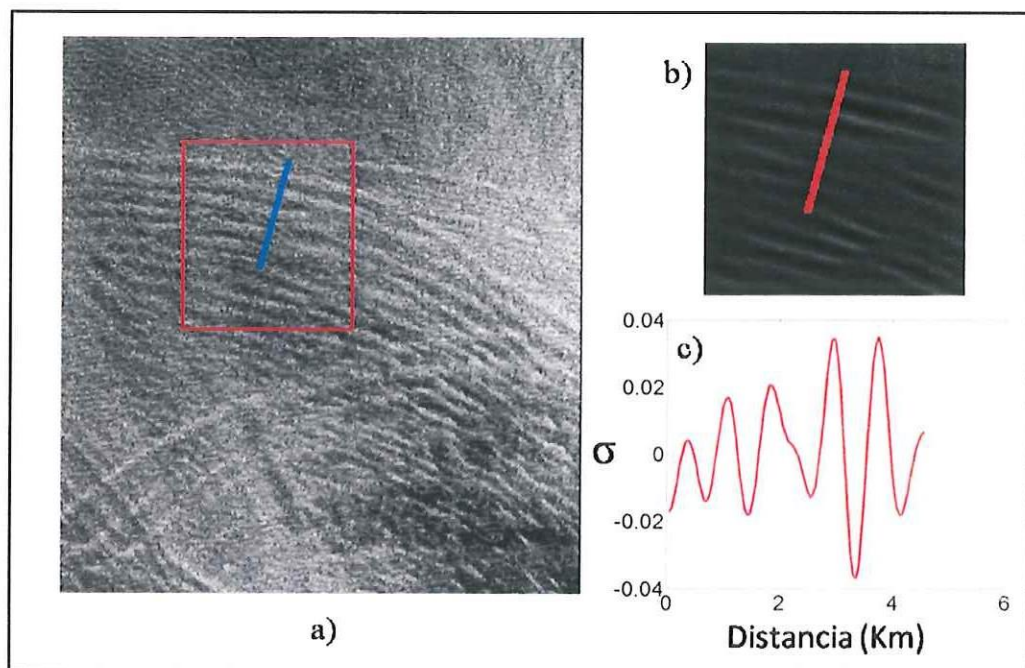


Figura 13 a) Extracto de resolución completa de la imagen de la figura 12. b) Muestra el recuadro en rojo de la figura 13a después de aplicarle el filtro Radon-Wavelet 1D (Esquivel et al.). c) Perfil del transecto, marcado en rojo, que muestra la intensidad (σ) de la modulación del radar a través de las OIS.

Asumiendo que la OIS son ondas de depresión de la termoclina, como en la caso de ondas propagándose en una termoclina somera comparada con la profundidad total del cuerpo de agua, y que están bien desarrolladas, la dirección de propagación se puede confirmar si consideramos la teoría de modulación hidrodinámica (Alpers, 1985). La cual sugiere que las

bandas brillantes deben de aparecer adelante (en la dirección de propagación de la onda) de las bandas oscuras (Liu, A.K., Chang, Y.S., Hsu, M.K. & Liang, N.K., 1998), particularmente en la primera onda del paquete, el cual es generalmente fácil de identificar en las imágenes.

2.3. FORZAMIENTO BAROTRÓPICO

Para determinar los sitios probables de generación de la marea interna, se calcula la fuerza de cuerpo barotrópico, F , definida por (Baines, 1982), para la región de estudio. En las ecuaciones de movimiento linealizadas, este término representa el forzamiento de la marea barotrópica, en la generación de mareas internas, debida al flujo sobre la topografía.

Baines derivó las ecuaciones de movimiento linealizadas que gobiernan la generación de la marea interna, asumiendo un fluido estratificado, no viscoso y en rotación. Separando las ecuaciones en las componentes barotrópica (correspondiente a un océano no estratificado) y la baroclínica (correspondiente a la onda interna), se puede mostrar que la última es conducida por la fuerza de cuerpo barotrópica, F , la cual es dada por el siguiente balance:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + f \hat{z} \times u_i + \frac{1}{\bar{\rho}_0} \nabla p_i + \frac{\tilde{\rho} g \hat{z}}{\bar{\rho}_0} = F = -\frac{g \rho_1}{\bar{\rho}_0} \hat{z} \quad (2.2)$$

Donde el lado derecho de esta ecuación representa el forzamiento de cuerpo F que lleva el movimiento de las OI; u_i son los componentes de la velocidad del fluido para el movimiento de la onda interna; $\bar{\rho}_0$ es el promedio de $\rho_0(z)$, que es el perfil de densidad promedio en un equilibrio estático; ρ_1 es la perturbación de la densidad causada por el movimiento barotrópico en relación al campo de densidad promedio $\rho_0(z)$ en equilibrio estático; $\tilde{\rho}$ es la perturbación de la densidad de la onda interna (la perturbación total de la densidad es $\rho = \rho_1 + \tilde{\rho}$); p_i es la perturbación de la presión de la onda interna; t es el tiempo; f es el parámetro de Coriolis; g es

la aceleración debida a la gravedad y \hat{z} el vector unitario en la dirección vertical hacia arriba. Por continuidad, puede ser escrita también por:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -w_1 \frac{d\rho_0}{dz} \quad (2.3)$$

Que muestra que la componente vertical del flujo barotrópico w_1 (que es resulta del flujo de la marea barotrópica sobre una topografía inclinada del fondo) que causara una perturbación del campo de densidad ρ_1 (desplazando verticalmente el campo de densidad promedio). Considerando la marea barotrópica como hidrostática (estrictmente hablando esto solo es valido si la marea baroclínica también es hidrostática; ver Garrett y Gerkema, 2007 para una explicacion mas exacta de esta asunción) y w_1 puede ser expresada en términos de un vector de flujo de masa (volumen).

$$Q = (Q_x, Q_y) = (u_1 h, v_1 h) \quad (2.4)$$

Tal que

$$w_1 = \frac{z}{h^2} \left(Q_x \frac{\partial h}{\partial x} + Q_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) e^{-i\omega t} \quad (2.5)$$

Donde u_1 y v_1 son las componentes zonales y meridionales de la velocidad barotrópica respectivamente, h es la profundidad del océano e i es la unidad imaginaria. La fuerza de cuerpo F puede entonces ser integrada analíticamente proporcionando el vector de flujo de masa Q . Por lo tanto, el forzamiento de la marea pude ser encontrado como:

$$F = zN^2(z) \int Q dt \nabla \left(\frac{1}{h} \right) \quad (2.6)$$

Este es el forzamiento de marea barotrópico externo, el termino del lado derecho de la Ecuación 2.2, que determina los movimientos internos de la marea conducidos por una corriente barotrópica oscilante (con frecuencia ω) que se mueve hacia adelante y hacia atrás sobre las características topográficas del fondo.

Para el análisis, de las componentes del vector de la velocidad barotrópica se obtienen del modelo de marea $\frac{1}{2}^\circ$ OTIS (Egbert, G. & Erofeeva, S., 2002), usando un programa interactivo en Matlab (Dushaw, 2000). Para esta parte utilizaremos las imágenes disponibles para el 2004 que es el único año del cual tenemos datos *in-situ* de temperatura y salinidad (crucero Tehmal I-2004), necesarios para obtener perfiles de densidad y frecuencia Brünt-Väisälä (Figura 14) como entrada para el modelo. Las imágenes son del 10, 11, 21, 23, 24 y 29 de Febrero de 2004.

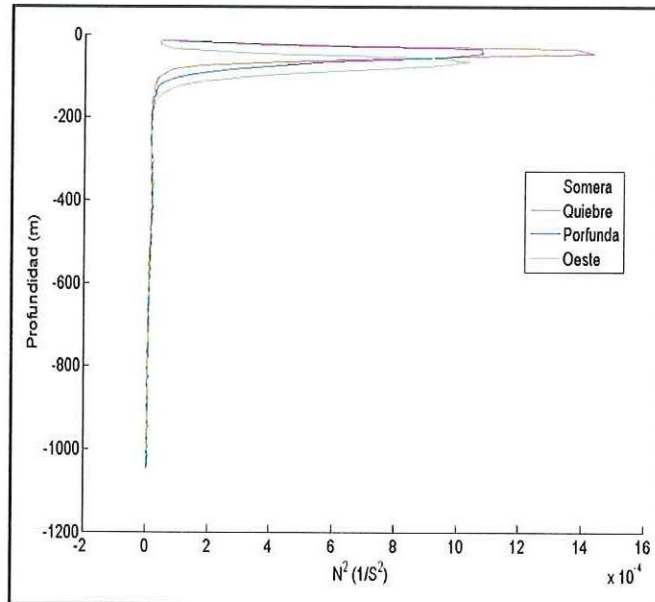


Figura 14 Perfil de la frecuencia Brünt-Väisälä obtenida de los datos oceanográficos del crucero Tehmal I-2004. Cada perfil representa el promedio para las siguientes regiones; *somera* corresponde a la región de la plataforma continental; *profunda* corresponde a la región mar adentro; *quiebre* corresponde a la región del talud continental y *oeste* corresponde a la región Noroeste del Golfo de Tehuantepec enfrente de Punta Cometa, Oaxaca(ver Figura 8).

El modelo incluye la constituyente M_2 de la marea barotrópica, ya que es la más importante para determinar las condiciones de la marea semidiurna en la región en cuestión (el análisis armónico de datos oceanográficos obtenidos, con perfiladores acústicos doppler marca Nortek de 1 MHz de frecuencia, en invierno del 2004 y 2005 en tres sitios del GT, muestran que la componente semidiurna de la marea es la que presenta amplitudes significativamente mayores a las demás). La figura 15 muestra las elipses de las corrientes de marea semidiurna en la malla de $\frac{1}{2}^\circ$ elegida para los días antes mencionados.

Las corrientes de marea alcanzan su flujo máximo (a lo largo del eje mayor) en dos direcciones predominantemente: 1) Hacia el SE en regiones profundas del talud continental, fluyendo paralelas a la batimetría. 2) Hacia el NE sobre el quiebre de la plataforma y la plataforma continental, fluyendo casi perpendicular a la batimetría. Lo que implica que sea más probable que en esta zona, se encuentren los procesos de generación de mareas y ondas internas.

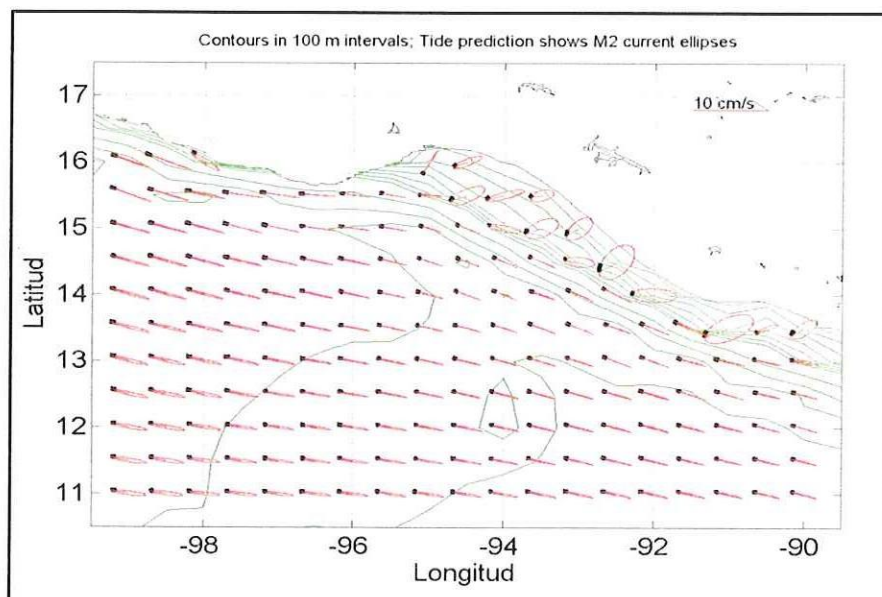


Figura 15 Mapa que muestra las elipses, en color rojo, de las corrientes de marea semidiurna en la malla de $\frac{1}{2}^\circ$ elegida para los días antes mencionados.

Calculando la fuerza de cuerpo barotrópico de la marea, podemos investigar más a fondo las regiones con mayor probabilidad de generación de la marea interna. Primero se calcula el flujo de masa barotrópico (Q_x and Q_y), para el periodo antes mencionado en la malla $\frac{1}{2}^\circ$ del modelo de marea. Las elipses de marea se derivaron de un ajuste por mínimos cuadrados de los datos del modelo, para cada punto de la malla. Esto fue necesario debido a que las salidas del modelo, en general, no formaban elipses completamente cerradas. Posteriormente las elipses de marea fueron interpoladas, con un esquema bilineal, en una malla más fina ($2'$) de la topografía global de Smith y Sandwell (1997). La estratificación (N) se obtuvo del promedio de los datos de CTD del crucero Tehmal I-2004 de las estaciones que se encontraban a lo largo del talud continental y se asumió constante para toda el área de estudio. La fecha de estos datos no corresponden con las fecha de las imágenes, por lo que el perfil de densidad lo estamos considerando representativo de condiciones normales. Con esto podemos derivar F de la ecuación 2.6 para la malla más fina. La figura 16 muestra la distribución de F máxima integrada en la profundidad (usada exitosamente por otros autores, mencionados anteriormente, en la identificación de regiones probables de generación de la marea interna). Para este análisis no fué considerada la distribución por fase del forzamiento o las mareas internas, por lo que solo se muestra el valor máximo absoluto del ciclo de marea. En color azul se muestran las crestas de los paquetes de OIS encontrados en las imágenes y en color rojo las elipses de marea para el periodo antes mencionado.

La elección de las regiones de generación de la marea interna fué condicionada por los siguientes factores: *a*) las regiones donde el forzamiento es más elevado (ya que el modelo es relativamente sensible a variaciones en la pendiente, se pueden identificar lugares donde la influencia de la topografía del fondo con la marea barotrópica se acentúa más, haciendo que el

forzamiento aumente en regiones donde la pendiente este más pronunciada); *b)* la dirección de propagación y localización de los paquetes de OIS observados en las imágenes de satélite. En la figura 16 se observan al menos 5 regiones, que se localizan a lo largo del quiebre de la plataforma, entre los 500 y 2500 m de profundidad.

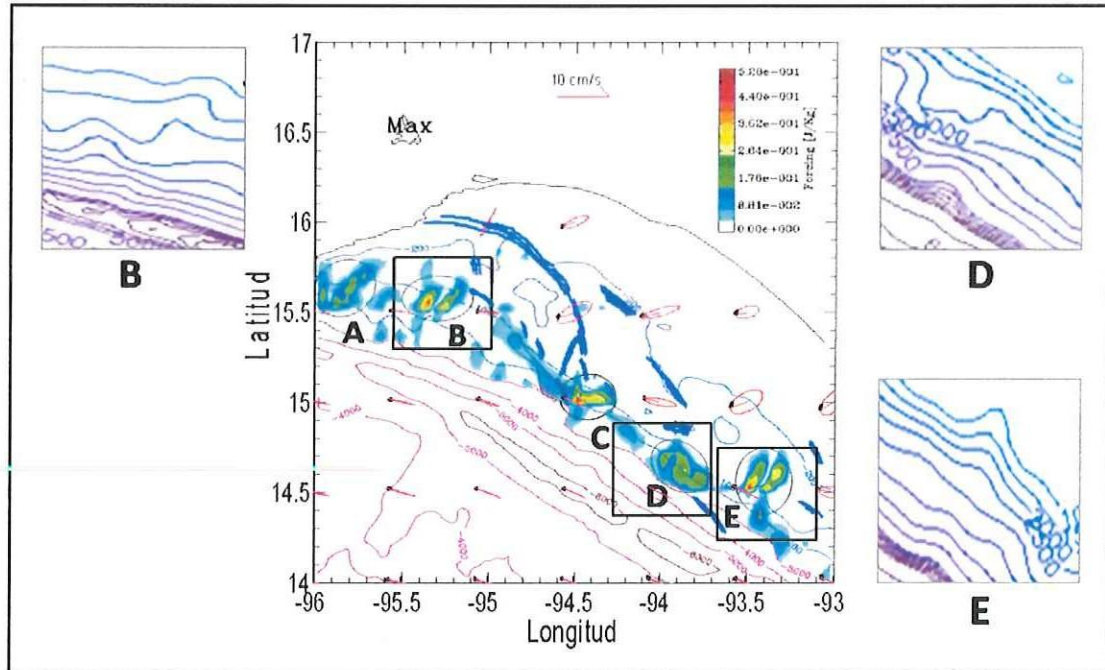


Figura 16 Mapa del forzamiento barotrópico de la marea barotrópica para la región de estudio (colores de azul a rojo). Los contornos representan la topografía del fondo en m. Las bandas de color azul representan las crestas de los paquetes de OIS encontrados en las imágenes y en color rojo las elipses de marea para el periodo antes mencionado. Las curvas de color negro encierran las regiones que presentaron mayor forzamiento.

Las tres más evidentes (B, C y E) presentan valores máximos de forzamiento (≈ 0.5 J/kg), además se encuentran en zonas asociadas a cañones submarinos, donde es muy probable la presencia de declives críticos. Las otras dos regiones (A y D) presentan valores más bajos de forzamiento (≈ 0.3 J/kg) pero como también se encuentran sobre el quiebre de la plataforma, se consideraron como posibles regiones de generación de mareas internas, ya que ahí también

el flujo de la marea barotrópica cruza con mayor intensidad los contornos de la batimetría. También se observa que la mayoría de los paquetes de OIS (líneas azules, obtenidas de las imágenes de satélite) se propagan hacia NE y su trayectoria pasa por las regiones de máximo forzamiento. La trayectoria se infiere de la curvatura concéntrica característica de los paquetes, que nos ayuda a definir la dirección de propagación de las OIS. Con base en lo anterior consideramos que estas son las principales regiones donde la generación de la marea interna, debido a que la interacción de la marea barotrópica con la topografía del fondo, es lo suficientemente grande y capaz de propagar su energía hacia la plataforma continental y eventualmente transferir parte de su energía a la piconclina (perturbándola). Entonces, las OIS son generadas a través del proceso conocido como “beam scattering”, previamente discutido.

2.4. REGIONES DE GENERACIÓN DE ONDAS INTERNAS

En orden de poder determinar la posible generación de OIS, se utilizó un modelo escrito en IDL (Azevedo, A., da Silva, J.C.B. & New, A.L, 2002) que calcula los declives críticos, las trayectorias de los rayos de energía de la marea interna y las intersecciones correspondientes con la piconclina estacional. El modelo calcula tres soluciones posibles de los rayos de propagación (Figura 17): dos de ellas se propagan hacia el océano, uno hacia el fondo (rayo n° 1) el cual representa la reflexión de la energía de la marea interna y el otro hacia la superficie (rayo n° 2) el cual es una solución matemática que no se presenta en la realidad; por último el tercer rayo, generado en el bordo de la plataforma continental y propagándose hacia la superficie y hacia la plataforma continental (rayo n° 3 de la figura 17). El rayo 3 es el más importante para este estudio, ya que es el que viaja hacia la costa (al igual que la mayoría de las OIS observadas en las imágenes) que eventualmente cruzara la piconclina generando las OIS.

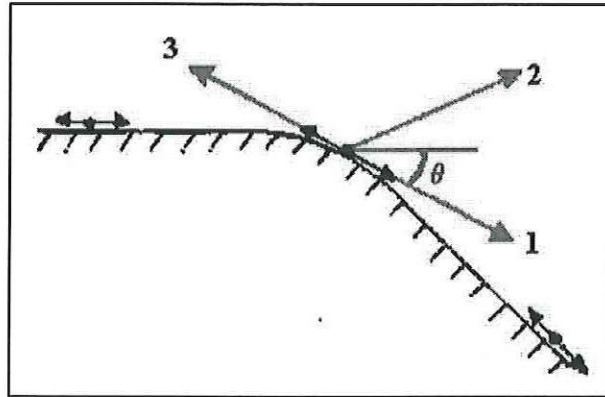


Figura 17 Esquematación de los rayos de propagación de la marea interna, emitido a partir de un punto de generación, también llamado punto crítico, localizado en la batimetría. Adaptado de New (comunicación personal).

La región más probable para la generación de las OI es el quiebre de la plataforma, por su pendiente escarpada y porque la mayoría de los trenes de OIS encontradas en la imágenes, se propagan hacia el N-NE en dirección a la costa. Para investigar esto con mayor detalle, determinamos la trayectoria de los rayos de energía de la marea interna (definida en la ecuación 2.1), que son emanados de regiones que presentan topografía crítica, cercanas a las zonas donde el forzamiento barotrópico es mayor. Y de esta forma poder localizar en donde estos rayos, al emerger, intersecan la piconocline estacional (alrededor de los 40 m para las imágenes del 2004). Se espera que los rayos empiecen a influenciar la piconocline cuando están algo más profundos de 40 m, y que los paquetes de OIS puedan tomar algún tiempo en evolucionar a partir de las mareas internas que los forman. New y Da Silva (2002) encontraron que los paquetes de OIS llegan a estar bien desarrollados dondequiera entre las posiciones emergentes de los rayos y hasta 20 ó 30 kilómetros más lejos (en la dirección de propagación de los rayos). Por lo tanto, para probar la hipótesis de que las regiones de máximo forzamiento influyen en la generación de los distintos grupos de OIS observados, se definieron las trayectorias de los rayos, según la dirección de propagación inicial de la OIS, que pasan por

las regiones de mayor forzamiento. La energía que se propaga a lo largo de estos rayos, tiene que emerger en posiciones cercanas a los paquetes de OIS que se observan en las imágenes. Como se mencionó anteriormente solo se consideran los rayos que son inicialmente tangenciales a las regiones críticas de la pendiente continental, ya que los rayos que son inicialmente normales no tienen significado físico y no deben ocurrir en la naturaleza.

En la figura 18 se muestra la dirección de los rayos definidos según la orientación de los paquetes de OIS, que pasan por las regiones con mayor forzamiento. Las secciones transversales correspondientes a las trayectorias de los rayos se muestran en la figura 19. Se puede observar que una sección grande de la pendiente continental es crítica (cuadros de color rojo entre los 400 y 2300 m de profundidad) y que coinciden con las regiones de máximo forzamiento de la figura 16. Por lo tanto se espera que estas regiones de la pendiente, den lugar a una gran generación de energía de la marea interna y que la mayoría de los rayos que emanen de estas regiones viajen en direcciones similares. Esta energía al propagarse hacia la superficie cruza la pincoclina (cuadros de color blanco en la figura 18 y figura 19) entre 20 y 30 km de distancia, antes de los paquetes (marcados en negro) más desarrollados de OIS.

En las secciones transversales I, II, III y IV de la figura 19 también podemos observar que existe reflexión de los rayos de energía de la marea interna (rayos de color rojo). Son rayos que se propagan inicialmente hacia el fondo (rayo 1 de la figura 17) a partir de los puntos críticos y son reflejados en el fondo para volver a la superficie, aproximadamente a 60 km del punto crítico. Esta reflexión de la marea interna puede explicar la presencia de los paquetes más pequeños de OIS que viajan en otras direcciones y se encuentran en lugares diferentes a los esperados (muy cerca del quiebre de la plataforma). También, conjeturamos que los paquetes pequeños de OIS, que se encuentran antes de los cuadros blancos y cercanos a las

regiones con mayor forzamiento barotrópico (Figura 18), pueden ser formados cerca del quiebre de la plataforma debido a la ruptura de la marea interna en la interface (Baines, 1982).

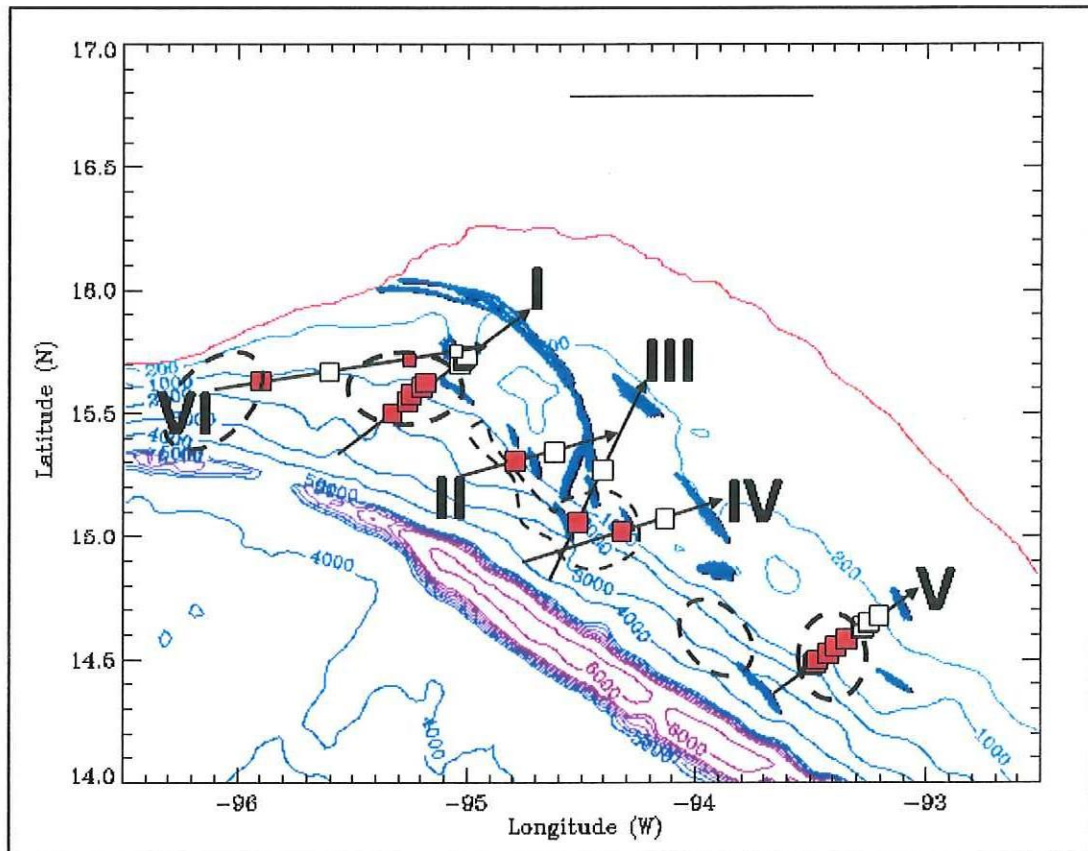


Figura 18 Mapa que muestra las trayectorias elegidas para obtener los perfiles de propagación de los rayos de energía (flechas de color negro y números romanos); los cuadros de color rojo representan los puntos críticos donde el rayo es propagado hacia la plataforma; los cuadros de color blanco indican el lugar donde el rayo que emerge intercepta la picnoclina (40 m de profundidad aproximadamente); las líneas de color azul indican la localización de los paquetes de OIS observados en las imágenes. Las curvas punteadas encierran las regiones obtenidas de la figura 16 y los contornos indican la profundidad en m.

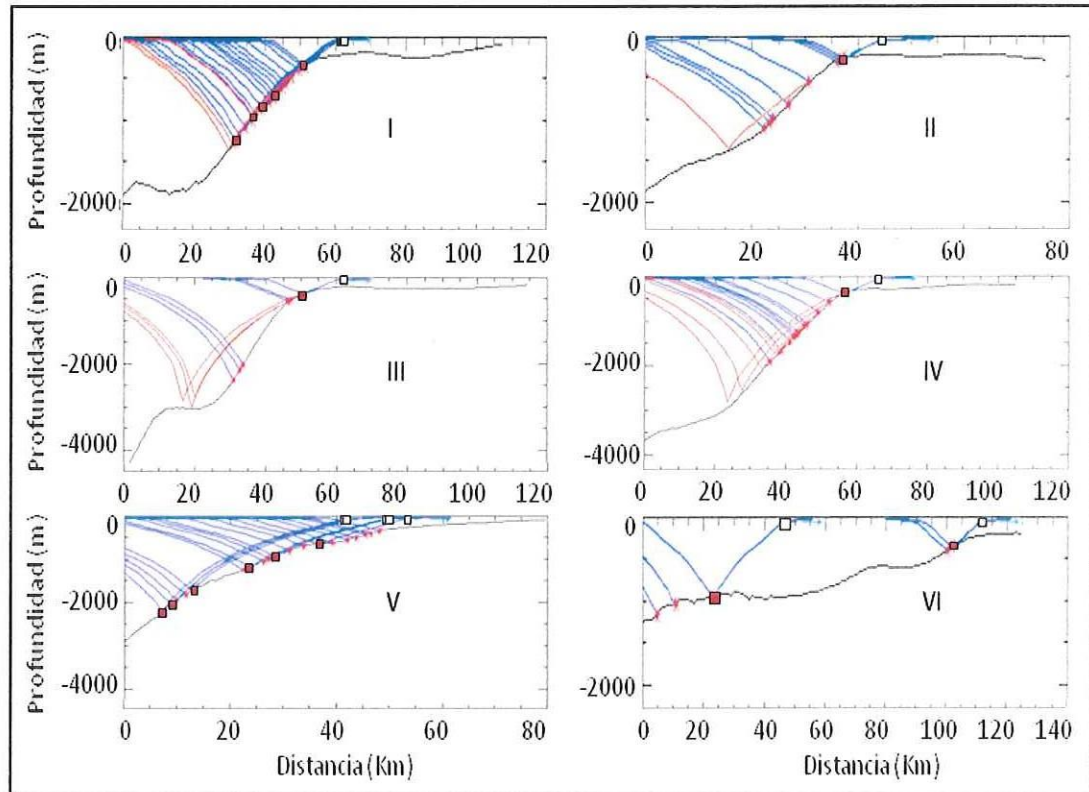


Figura 19 Muestra las secciones transversales de los rayos definidos en la figura anterior. Cada grafica corresponde a la solución de cada rayo (según el numero romano) definidos en la figura anterior; los cuadros de color rojo representan los puntos críticos donde el rayo es propagado hacia la plataforma (rayos tangenciales a la pendiente de color azul); los cuadros de color blanco indican el lugar donde cada rayo intercepta la piconclina (40 m de profundidad.); los rayos de color rojo representan la reflexión de la energía en puntos supercríticos.

2.5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este capítulo investigamos imágenes ERS SAR y ENVISAT ASAR, que teníamos disponibles para el Golfo de Tehuantepec, donde se observa la presencia de paquetes de OIS que se propagan hacia la costa, en su mayoría hacia el noreste, paralelas al quiebre de la plataforma. Estos paquetes de ondas presentan longitudes de onda, distancia a lo largo de la cresta y velocidades de fase similares a las registradas en otras regiones del mundo. Por lo

tanto identificamos al quiebre de la plataforma como una región con mucha actividad de ondas internas.

Para identificar las regiones probables de generación, computamos la fuerza de cuerpo barotrópico de la marea integrada en la profundidad, (Baines, 1982; categorizan la fuerza de interacción de la marea barotrópica con la topografía del fondo para la generación de la marea interna), y las trayectorias probables de los rayos de propagación de la energía de la marea interna, inicialmente tangenciales a la topografía crítica. La utilización de la fuerza de cuerpo barotrópico de Baines no es nueva, pero se ha aplicado con éxito para estudiar la generación de marea interna en otras áreas (Merrifield, M.A. & Holloway, P.E., 2002).

Se encontró que el forzamiento barotrópico fue alto en tres regiones (B, C y E), señaladas en figuras anteriores, del quiebre de la plataforma que presentan cañones submarinos (Figura 16) y otras dos (A y D) con menor forzamiento, pero que también se encuentran en el quiebre de la plataforma. Las cinco regiones están localizadas a lo largo del quiebre de la plataforma de noroeste a sureste respectivamente, entre los 500 y los 3000 metros de profundidad. La mayor parte de los paquetes encontrados pasan por la región B y C. Los rayos generados de las distintas regiones, emanan de la topografía crítica entre los 400 y 2300 m de profundidad y al emerger cruzan la pycnoclina estacional (alrededor de los 40 m de profundidad) de 20 a 30 km antes de los paquetes más desarrollados; es ahí donde las OIS se generan, localmente, debido a efectos no lineales. Esto ha sido llamado "generación local" por (New, A.L. & Pingree, R.D., 1990) y posteriormente por (Gerkema, 2001).

En la figura 12 mostramos que los paquete de OIS se refractan mientras avanzan hacia la costa, a regiones más someras, lo que debe ser tomado en cuenta al momento de decidir la

dirección de propagación inicial del rayo de energía. El cambio en dirección de propagación de la OIS también puede ser ocasionado por alguna corriente de mayor escala; es sabido que el Golfo de Tehuantepec es una región muy activa, donde la presencia de los vientos tehuanos y la variaciones estacionales é interanuales en la densidad y corrientes de macro escala, juegan un papel muy importante en la dinámica del lugar (Filonov A. E. & Trasviña A., 2000) y pueden intervenir tanto en el proceso de generación como en la propagación del los paquetes de OIS.

Para poder entender en su totalidad los procesos de generación y propagación de las OIS en el Golfo de Tehuantepec, es necesario contar con una base de datos estacionales de variables físicas y con el mayor número de imágenes SAR que correspondan a las fechas en que se realizaron las mediciones. También es necesario aplicar modelos tridimensionales de circulación oceánica para obtener el campo global de las OIS y poder compararlo con las señales de OIS que se observan en las imágenes.

Ahora se piensa que las ondas internas pueden tener una mayor contribución en el proceso de mezcla en los océanos del mundo y juega un papel importante en las surgencias de masas de agua profunda. Además, se ha demostrado que las OIS afectan significativamente el crecimiento del fitoplancton en las capas superficiales del océano (Holligan, P. M., Pingree, R. D. & Mardell G. T, 1985), por la mezcla que generan y por el transporte de material biológico (Garrett, 2003). Las ondas internas también afectan la propagación de sonido en el océano. Por todos estos aspectos la identificación de sitios de generación de ondas internas es de gran importancia.

En el presente capítulo identificamos que el quiebre de la plataforma en el Golfo de Tehuantepec presenta por lo menos cuatro sitios de gran actividad de ondas internas (Figura 16). Donde los paquetes de OIS son generados por la propagación de la energía de la marea interna que emerge del fondo, a través del mecanismo de “generación local” y se propagan hacia la costa, hacia el NE principalmente.

Los productos SAR con datos del océano tienen un alcance global y proporcionan un recurso sin precedentes para el estudio de ondas internas de periodo corto. La combinación de imágenes SAR con los métodos utilizados en este trabajo (la fuerza de cuerpo barotrópico de Baines (1982) y la examinación de las trayectoria de los rayos de la marea interna), proporcionan un marco para la identificación de otras regiones del país con gran actividad de OIS. De esta forma estas regiones pueden entonces utilizarse para validar y verificar modelos (regional o globalmente) de la marea interna. Incluso si no se tienen mediciones *in-situ*, con las imágenes SAR y utilizando los métodos aplicados en este trabajo, pueden proveer información útil para estudios posteriores, en la planeación del trabajo de campo, revelando las localizaciones más probables de las ondas internas y de sus sitios de generación.

3. ESTIMACIÓN DE PARAMETROS CARACTERISTICOS DE ONDAS INTERNAS SOLITARIAS EN EL GOLFO DE TEHUANTEPEC

3.1. INTRODUCCIÓN

Las ondas internas solitarias generadas por la dispersión no lineal de las mareas internas son una característica común de los océanos estratificados. La mayoría de las observaciones muestran que ocurren particularmente cercanas a regiones con grandes cambios en la batimetría, como los son los quiebres de la plataforma continental, montes submarinos, etc., donde el flujo de la marea fuerza la pycnoclina, la cual empieza a oscilar con frecuencias de la marea.

Si la marea interna es suficientemente grande los efectos no lineales y dispersivos se vuelven importantes y la marea interna puede transformarse en un paquete de ondas internas de gran amplitud y de mayor frecuencia (Apel, 2003). Estas ondas no lineales se observan frecuentemente de datos *in-situ*, como desplazamientos de la termoclina y como pulsos en las corrientes. Como consecuencia de estos pulsos en las corrientes se pueden observar estas ondas en las imágenes SAR, por la sensibilidad del radar a las modulaciones de las ondas capilares en la superficie del mar (Figura 20).

En las imágenes SAR, que presentan señales de paquetes de ondas internas, se puede observar que tiene una forma de separación radial y con distancias entre paquetes comparables con la longitud de onda de la marea interna (Hajji, H., Bonicel, D., Ramamonjariisoa, A., Joelson, M., Deveaux, M., Garello, R. & Chapron, B., 1998).

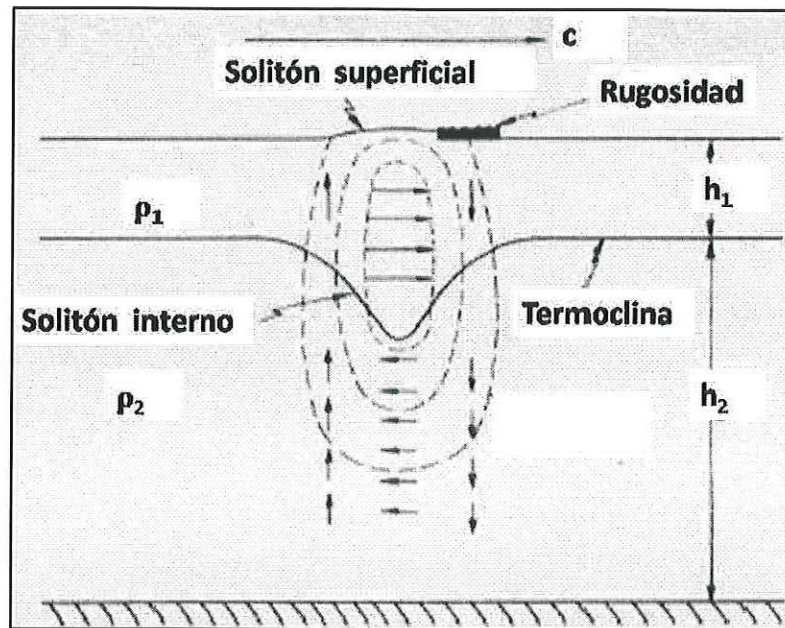


Figura 20 Solitones internos en un fluido de dos capas con profundidad finita. Las líneas punteadas representan isóneas de la velocidad de las partículas. Las flechas indican la magnitud y dirección de movimiento de las partículas (Osborne, A.R. & T.L. Burch, 1980).

Existen varios estudios sobre las ecuaciones KDV aplicadas a las ondas internas solitarias y a su aplicación a partir de información obtenida de las imágenes SAR. Hajji, H. et al. (1999) utilizaron imágenes SAR y modelos hidrodinámicos para probar la posibilidad de hacer predicciones de las características principales, tales como: longitud de onda característica, amplitud, velocidad de fase y corrientes asociadas, aplicando modelos en términos de las ecuaciones KDV de primer orden. Con la limitación de asumir ondas de pequeña amplitud y longitudes de onda largas en aguas someras, pero permitiendo hacer interpretaciones rápidas en las imágenes SAR. Kern, S. et al. (2002) también utilizan la ecuación KDV, para un océano de dos capas, para describir una onda interna solitaria, que es válida mientras la profundidad total del agua es significativamente más grande que dos veces la distancia de la cresta-al valle de la onda.

3.2. ECUACIONES KDV

El estudio científico de las ondas solitarias inicio en 1834 cuando un ingeniero civil, John Scott Russell, observó la propagación de un disturbio de la superficie del agua, en forma de una elevación solitaria, a través del canal de Edimburgo. La explicación teórica de este fenómeno la presentaron Kortewg y De Vries en 1897 a través de un modelo unidimensional no lineal cuya solución fue bautizada como la ecuación KDV. Esta ecuación se basa en el principio de la conservación de la amplitud y de la forma de una onda solitaria, como resultado del balance exacto entre la inclinación no-lineal de la onda y de su tendencia a dispersarse. En este sentido, la ecuación diferencial que gobierna a una onda solitaria tiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c_0 \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \gamma \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right) = 0 \quad (3.1)$$

Donde $\eta(x, t)$ corresponde al desplazamiento de una superficie isopícnica con respecto a su nivel de equilibrio (amplitud de onda); α , γ y c son los coeficientes ambientales y describen, respectivamente, las no-linealidades, la dispersión y la velocidad de fase de ondas de longitud de onda larga:

$$c_0 = \sqrt{gH}, \quad \alpha = \frac{3c_0}{2H}, \quad \gamma = c \frac{H^2}{6} \quad (3.2)$$

Donde H es la profundidad y g la aceleración gravitacional. En el caso de aguas someras, la solución analítica corresponde a un perfil de una secante hiperbólica cuadrática (solución KDV), de la forma:

$$\eta(x, t) = A \operatorname{sech}^2 \left(\frac{x - Ct}{\lambda} \right) \quad (3.3)$$

El término A corresponde a la amplitud de la onda interna solitaria, $\lambda = 4\sqrt{H^3/3A}$ es la longitud de onda característica y $C = c(1 + A/2H)$ es la velocidad de fase no lineal en función de la ecuación lineal de la velocidad de fase c . Como se puede observar C es función de la amplitud de la onda solitaria.

Las ondas internas formadas en la interface de dos fluidos son gobernadas por ecuaciones semejantes, a excepción de que $\eta(x, t)$ corresponde al desplazamiento de la frontera entre ellos. A continuación se presenta la solución analítica de la ecuación KDV para un modelo de 2 capas, siguiendo una formulación presentada por (Apel, 2003). La solución de la ecuación que gobierna la propagación de una onda solitaria a través de una picnoclina formada en una región cercana a la superficie del mar (Figura 21), es la siguiente:

$$\eta(x, t) = 2\eta_0 \operatorname{sech}^2\left(\frac{x-Ct}{\lambda}\right) \quad \text{Donde } \eta_0 = \frac{A}{2} \quad (3.4)$$

Los parámetros ambientales son:

$$c_0 \cong \sqrt{g \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}} \quad \text{Donde } \Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 \quad (3.5)$$

Donde ρ es la densidad de referencia.

$$\alpha = \frac{3}{2} \left(\frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} \right) \quad (3.6)$$

$$\gamma = \frac{h_1 h_2}{6} \quad (3.7)$$

Que representan respectivamente los coeficientes que describen el medio en que se propagan las ondas de longitud de onda larga (Velocidad de fase lineal, c , Coeficiente de no linealidad,

α y Coeficiente dispersivo, γ) la amplitud de la onda (A), y la diferencia de densidades entre las dos capas ($\Delta\rho$).

La velocidad de fase no lineal (C) y la longitud de onda característica (λ) pueden ser obtenidas por:

$$C = c_0 \left(1 + \frac{2}{3} \alpha \eta_0 \right) \quad (3.8)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{6\gamma}{\alpha\eta_0}} \quad (3.9)$$

Para ondas de amplitud de moderada a grande esta relación en general cumple satisfactoriamente, aunque a veces solo es aproximadamente correcta (Apel, J.R., J.R. Holbrook, J. Tsai, & A.K. Liu, 1985; Kropfli, 1999), presumiblemente a causa de efectos no lineales de orden mas alto. Sin embargo relaciona la longitud característica λ , la cua es a menudo directamente observable en las imágenes SAR o en datos *in-situ*, con el desplazamiento vertical, η_0 , que no lo es. Por lo que, para este estudio, despejamos η_0 de la ecuación 3.9 para calcularla a partir de λ que obtenemos del perfil de la señal de la OIS en las imágenes. Concluyéndose que la forma de la onda interna y su velocidad de fase, en una solución KDV, es función solo de la amplitud y de los parámetros ambientales (Apel, 2003). Es importante señalar que estas ecuaciones son validas únicamente para predecir el primer solitón del paquete, porque como podemos observar en la ecuación 3.9 η_0 y λ son inversamente proporcionales, por lo que menor λ mayor η_0 , cosa que no ocurre en la realidad. Nótese que para las ecuaciones 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 y 3.8; que si $h_1 > h_2$, entonces $\alpha < 0$, resultando un desplazamiento hacia abajo de la picnoclina para la que $\eta < 0$. Esta es la

situación más usual en el océano (Figura 21). Cuando $h_1 = h_2$ el coeficiente no lineal (α) se anula y se tendría que usar una ecuación KDV de orden superior. Cuando la capa inferior se reduce al punto de que $h_1 < h_2$, el signo del desplazamiento se invierte y los solitones se convierten en elevaciones de la termoclina. Existen evidencias en observaciones remotas de que esto ocurre en aguas someras (Liu, A.K., Chang, Y.S., Hsu, M.K. & Liang, N.K., 1998).

Las corrientes internas pueden obtenerse por la aproximación de la ecuación de continuidad:

$$V_{int} = \frac{-C\eta}{h_1\eta} \quad (3.10)$$

Y la velocidad de la corriente superficial en la horizontal, asociada al pase del solitón, por:

$$V_{sup} = -C \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (3.11)$$

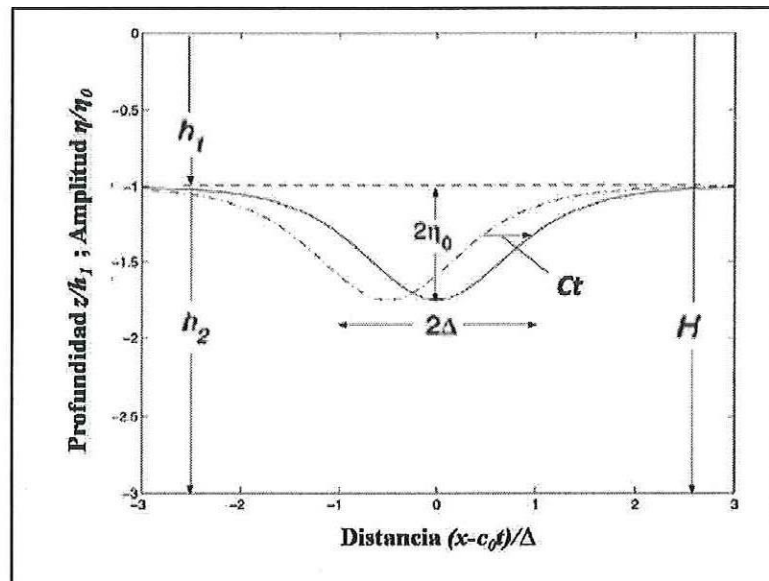


Figura 21 Perfil clásico de la solución KDV $\text{sech}^2(x)$ de un solitón interno de depresión en dos tiempos diferentes, para un océano de dos capas. Visto en un sistema coordinado moviéndose con una velocidad lineal c_0 de una onda larga (Apel, 2003).

Desde el trabajo original de Korteweg y De Vries se han derivado nuevas ecuaciones de ondas solitarias y se han encontrado nuevas soluciones; una de especial interés es la ecuación KDV cubica; también llamada *ecuación KDV-combinada*, que para el caso de ondas internas oceánicas es más o menos satisfactoria.

3.2.1. Ecuación KDV combinada

Cuando la amplitud de la onda excede la profundidad de la capa superior, es necesaria una expresión de mayor orden, la cual se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c_0 \left[(1 + \alpha \eta + \alpha_3 \eta^2) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \gamma \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (3.12)$$

Donde α_3 corresponde al término cubico (siempre negativo), que para un modelo de dos capas se define como:

$$\alpha_3 = \frac{3}{h_1^2 h_2^2} \left[\frac{7}{8} (h_2 - h_1)^2 - \left(\frac{h_2^3 + h_1^3}{h_1 + h_2} \right) \right] \quad (3.13)$$

Los coeficientes ambientales c , α y γ son los mismos a los determinados para la ecuación 3.4. En este caso la ecuación KDV-combinada es totalmente integrable, resultando la solución analítica siguiente:

$$\eta(x, t) = -\frac{\alpha v}{\alpha_3} \frac{1}{2} \left[\tanh \left(\frac{x - c_3 t}{\lambda_3} + \delta \right) - \tanh \left(\frac{x - c_3 t}{\lambda_3} - \delta \right) \right] \quad (3.14)$$

$$\text{Donde } \delta(v) = \frac{1}{4} \ln \left(\frac{1+v}{1-v} \right)$$

La variable ν es un parámetro libre que significa el grado de no linealidad y varía entre 0 y 1.

La velocidad no lineal C_3 y la longitud característica λ_3 están dados por:

$$\lambda_3 = \sqrt{\frac{-24\alpha_3\gamma}{\alpha^2\nu^2}} \quad (3.15)$$

$$C_3 = c_0 - \frac{\alpha^2\nu^2}{6\alpha_3} \quad (3.16)$$

La solución KDV-combinada tiene una amplitud máxima definida por:

$$\eta_0 = \frac{\alpha}{\alpha_3} \tanh(\delta) \quad (3.17)$$

Que está limitado por α/α_3 ; En la figura 22 se muestra la forma de la onda de la ecuación KDV-combinada por un numero de valores de ν (Apel, 2003).

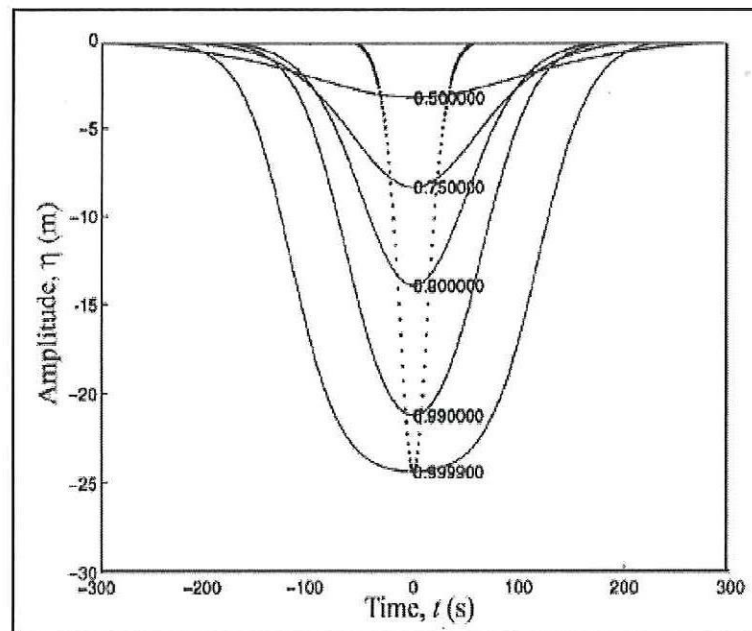


Figura 22 Diferentes soluciones de la ecuación cúbica KDV-combinada; los números de cada amplitud corresponden al parámetro libre ν , que cuantifica el grado de no linealidad. La curva punteada es el clásico solitón KDV (Apel, 2003).

3.3. ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS

De las 19 imágenes que presentaron señales de OIS; cómo se explica en el capítulo anterior, se seleccionaron aquellas que presentaban sistemas de dos o más paquetes de OIS, es decir paquetes que llevan la misma trayectoria, separados por distancias similares a la longitud de onda de la marea interna, suponiendo que fueron generadas en el mismo sitio por ciclos subsecuentes de la marea semidiurna. Las imágenes seleccionados son; del 30 de Octubre de 1993 (órbita: 11980); 23 de Febrero 2004 (órbita: 10365), 24 de Febrero 2004 (órbita: 10343) y 2 de Marzo 2005 (órbita: 15711) (Tabla I).

La imagen ERS1-SAR adquirida el 30 de Octubre de 1993 a las 16:48 corresponde a un área de generación de ondas internas del Golfo de Tehuantepec (Figura 23). Ahí se observan dos paquetes de OIS que llevan la misma trayectoria; el más cercano a la costa está bien desarrollado mientras que el más lejano a la costa apenas se está formando. Se encuentran a 47 km de distancia uno del otro, asumiendo que son generadas en cada ciclo de la marea semidiurna (12.42 hrs.), nos da una velocidad de fase $c_0 = 1.05 \text{ m/s}$.

La figura 24a es un extracto con resolución completa de la imagen SAR anterior. La figura 24b muestra el recuadro de la figura 24a después de aplicarle el filtro Radon-Wavelet 1D (Esquivel-Trava, 2004) para eliminar el ruido speckle. La figura 24c muestra la intensidad de la modulación del radar a través del paquete de OIS, en el transecto marcado con azul en la figura 24b. La dirección de propagación de estas OIS se asume que es perpendicular a la orientación de las crestas de las ondas y su longitud de onda y amplitud disminuyen del frente hacia el final del paquete, de acuerdo con la teoría no lineal (Thompson, D.R. & R.F. Gasparovic, 1986). De la figura 24 podemos decir que el borde delantero del paquete esta hacia el NE y por lo tanto el paquete viaja en esa dirección. También se observa en la figura

24c que la señal del radar es del tipo “doble” (J.C. da Silva, S.A. Ermakov & I.S. Robinson, 2000), donde cada onda consiste en una banda brillante hacia el NE seguida de una banda oscura hacia el SO (o sea, una variación positiva, del retroesparcimiento, seguida de una negativa).

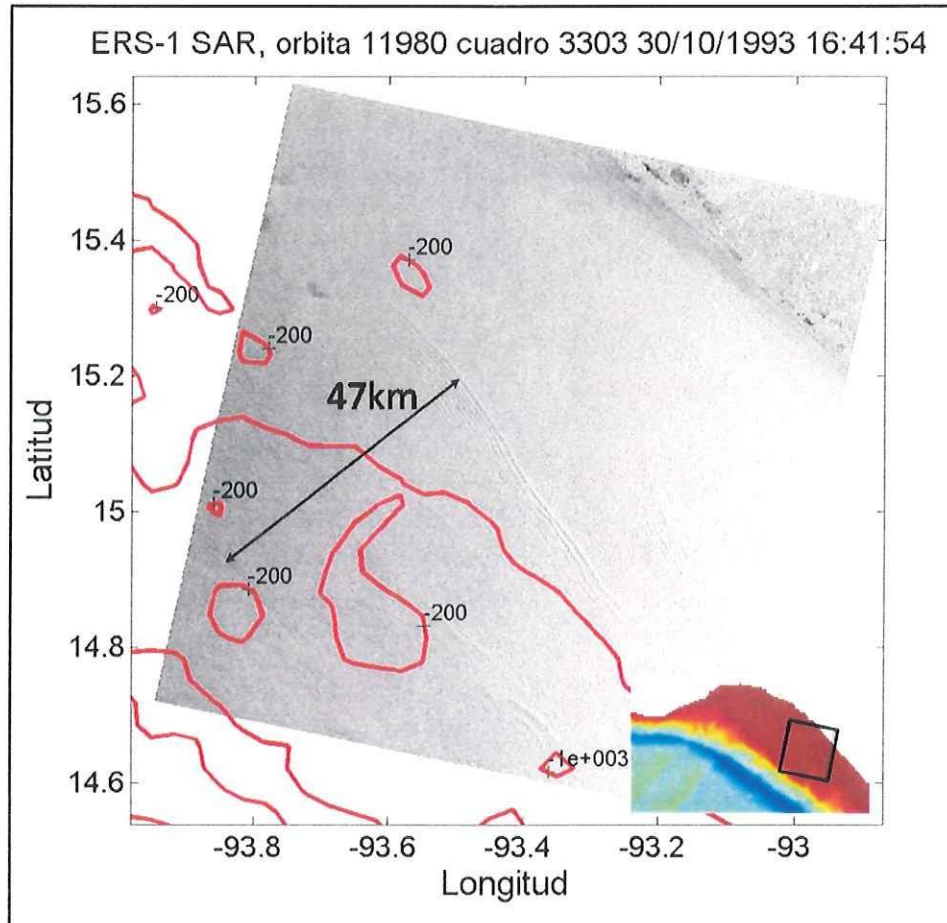


Figura 23 Imagen ERS-SAR del Golfo de Tehuantepec del 30 de Octubre de 1993, donde se observa un sistema de dos paquetes de OIS de donde se obtuvo la distancia entre los dos (flecha negra) para obtener la velocidad de fase. Las líneas rojas indican los contornos batimétricos (ETOPO2). Abajo a la derecha se observa la localización geográfica de la imagen.

Asumiendo que la OIS son ondas de depresión, como en el caso de ondas propagándose en una termoclina somera comparada con la profundidad total del cuerpo de agua, y que están

bien desarrolladas, la dirección de propagación se puede confirmar si consideramos la teoría de modulación hidrodinámica (Alpers, 1985). La cual sugiere que las bandas brillantes deben de aparecer adelante (en la dirección de propagación de la onda) de las bandas oscuras (Liu, A.K., Chang, Y.S., Hsu, M.K. & Liang, N.K., 1998), particularmente en la primera onda del paquete, el cual es generalmente fácil de identificar en las imágenes.

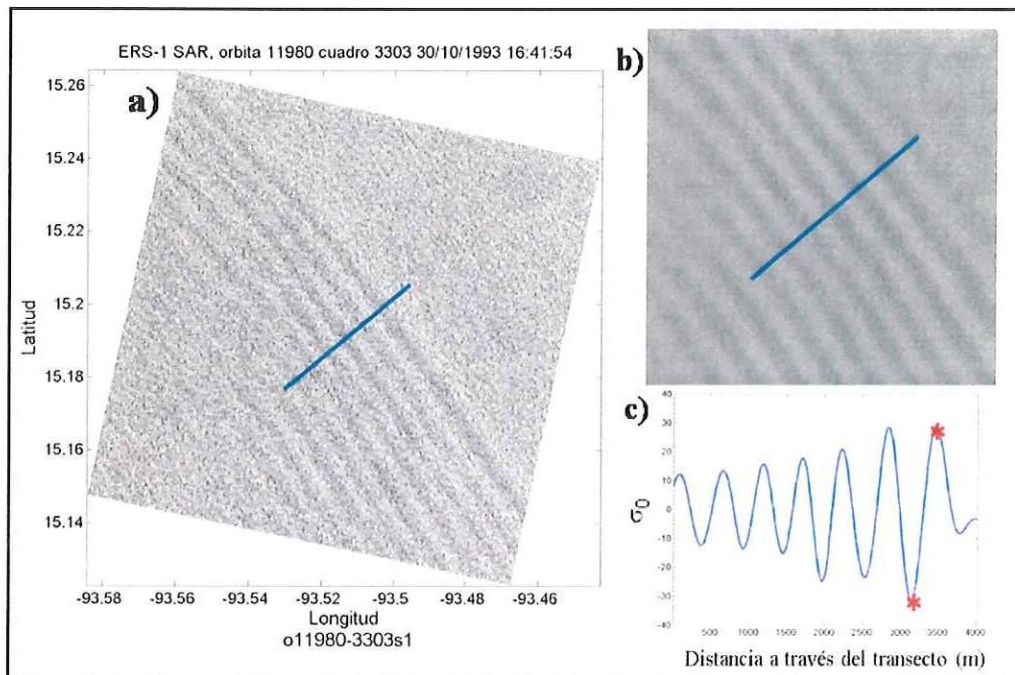


Figura 24 *a)* Extracto con resolución completa de la imagen anterior, *b)* sección de la imagen *a)* filtrada por el método Radon-Wavelet1D (Esquivel-Trava, 2004) para obtener una mejor visualización de las OIS. *c)* Perfil del transecto, marcado en azul, que muestra la intensidad (σ^0) de la modulación del radar a través de las OIS.

Una vez identificado el primer solitón del paquete obtenemos su longitud característica, midiendo la distancia de la cresta al valle de la onda (asteriscos de color rojo en la figura 24c), resultando una longitud de $\lambda = 315$ m.

Para obtener el espesor de las capas de agua, primero se calculó la frecuencia Brünt-Väisälä (Figura 25) a partir de perfiles de densidad, temperatura y salinidad, obtenidos del Atlas de

Levitus (Levitus, S. & T.P.Boyer, 1994), en el punto más cercano a la localización de la imagen SAR. La precisión, de 1 a 2 km, de la localización geográfica en las imágenes ERS-SAR, permite calcular la profundidad donde se encuentra el paquete entre los 170 a 200 metros de profundidad (H) (Figura 23, batimetría ETOPO2); la máxima frecuencia se encuentra a los 76 metros de profundidad, que es la profundidad de la piconclina y el espesor de la primera capa (h_1) por lo tanto el espesor de la segunda capa (h_2) varia de 94 a 124 metros dependiendo de la profundidad que se utilice. Las densidades promedio para cada capa son: $\rho_1 = 1022.6 \text{ kg m}^{-3}$ y $\rho_2 = 1024.6 \text{ kg m}^{-3}$. Los parámetros ambientales definidos en las ecuaciones 3.5, 3.6 y 3.7 para las dos posibles profundidades se muestran en la Tabla II.

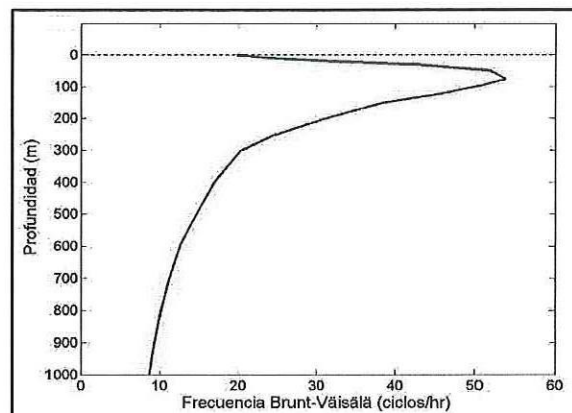


Figura 25 Perfil de la frecuencia Brunt-Väisälä para el Golfo de Tehuantepec, obtenido del atlas de Levitus (Levitus, S. & T.P.Boyer, 1994).

En la misma tabla se muestran la velocidad no lineal C y el desplazamiento vertical η_0 (Ecuaciones 3.8 y 3.9). Finalmente evaluando la solución KDV para un océano de dos capas (Ecuación 3.4) obtenemos la amplitud asociada al primer soliton del paquete de OIS (Figura 26b). Asumiendo una profundidad de 200 m obtenemos una amplitud máxima de 22.46m y para una profundidad de 170 obtenemos una amplitud máxima de 30.82 m, alrededor de 7 m mayor a la amplitud obtenida para los 200 m de profundidad.

La figura 26c muestra la velocidad de las corrientes internas (negro) y la velocidad superficial en la horizontal (azul) expresadas en las ecuaciones 3.10 y 3.11 respectivamente. Se puede observar que la máxima velocidad superficial está asociada a la máxima amplitud del soliton y que la corriente interna es positiva (hacia la superficie) antes de la máxima amplitud y negativa (hacia al fondo) después de la máxima amplitud, lo que concuerda con los esquemas de la figura 1 y la figura 20.

Las velocidades de fase obtenidas de la ecuación 3.5 se aproximan a la velocidad de fase obtenida de la imagen (distancia entre los paquetes de OIS entre el periodo de la marea semidiurna), lo que indica que este método puede utilizarse para estimar la posición del solitón en el tiempo.

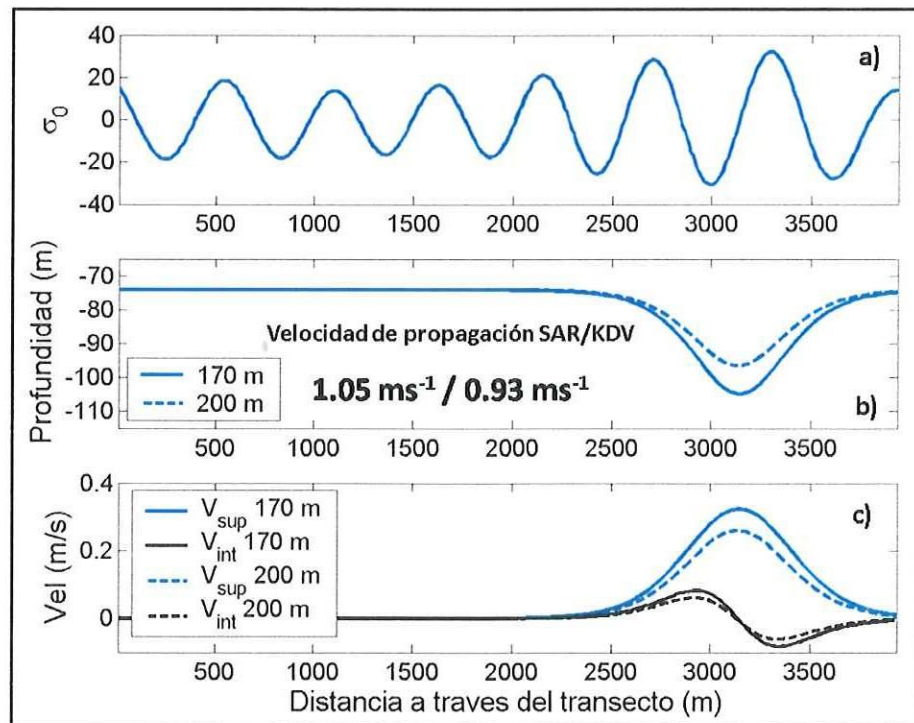


Figura 26 a) Perfil del transecto, marcado en azul (Figura 24c), que muestra la intensidad (σ) de la modulación del radar a través de las OIS. b) Forma y amplitud KDV para el primer solitón de a). c) Velocidad de la corriente superficial (azul) asociada al primer solitón y velocidad interna (negro).

Tabla II Parámetros ambientales de la ecuación KDV (coeficiente no lineal α , coeficiente dispersivo γ y velocidad de fase c), velocidad no lineal C y desplazamiento vertical η_0 , para el primer solitón del paquete más desarrollado que se observa en las figura 23 y figura 24.

<i>Profundidad (m)</i>	<i>$c_0 (ms^{-1})$</i>	<i>$\alpha (m^{-1})$</i>	<i>$\gamma (m^2)$</i>	<i>$C (ms^{-1})$</i>	<i>$\eta_0 (m)$</i>
170	0.8799	-0.0046	1184	1.1001	-15.4124
200	0.9293	-0.0084	1554	1.1158	-11.2328

3.4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El método utilizado para obtener los parámetros característicos de las OIS usando imágenes SAR proporciona una estimación (coherente con estimaciones realizadas en otras regiones del mundo) de la amplitud y velocidad de fase a partir de las escalas de longitud perpendiculares al frente de paquete de OIS. Sin embargo, en la práctica el método es sensible a los siguientes factores:

- El conocimiento preciso de la profundidad de la región en cuestión, ya que el parámetro ambiental γ depende de la profundidad, lo que es de particular importancia en las regiones del quiebre de la plataforma.
- La medición de la distancia de la cresta al valle de la señal de las OIS, debido a que, la amplitud del solitón es inversamente proporcional al cuadrado de λ , por lo que pequeñas variaciones en la medición llevan a grandes cambios en la estimación de la amplitud.

La velocidad de fase es menos dependiente a los factores anteriores, ya que el parámetro α , está relacionado con la estratificación. En consecuencia el método puede ser utilizado para predecir la posición de la onda y estimar la magnitud de su amplitud.

Se debe de tomar en cuenta que el tipo de señal de ondas internas (bandas oscura seguida de una brillante) no siempre ocurre, especialmente en presencia de películas superficiales de aceites naturales (Ermakov S.A., Salashin S. G., & Panchenko A. R., 1992). Este tipo de señales (de un solo signo) producidas por otras circunstancias (Da Silva, J.C.B., Ermakov, S.A., Robinson, I.S., Jeans, D.R.G. & Kijashko, S.V., 1998) deberán ser tratadas diferente para poder predecir sus parámetros característicos.

Otro punto de interés es que la solución KDV del solitón describe una onda con amplitud de 30 m en una pycnoclina que se encuentra alrededor de los 70 m. Pero no existen datos que corroboren esta información para el área de estudio, por lo que es necesario contar con datos *in-situ* que muestren la presencia de estas ondas a lo largo de la columna de agua (una cadena de termógrafos en distintas profundidades) y poder comparar amplitudes y ver si estas ecuaciones de primer orden son suficientes ó es necesario incluir términos de mayor orden a la solución, para tener una estimación más certera.

4. SUMARIO

En este trabajo se realizó un estudio sobre las ondas internas solitarias (OIS) que se observan en imágenes SAR y ASAR de los satélites ERS-1, ERS-2 y ENVISAT del Golfo de Tehuantepec (GT) facilitadas por la Agencia Espacial Europea (ESA por sus siglas en inglés) a través del proyecto Oceanografía por Satélite a cargo del Dr. Francisco Javier Ocampo del Centro de Investigación Científica y de Estudios Superiores de Ensenada (CICESE).

El motivo del trabajo surge a partir de mi trabajo de tesis de licenciatura, en el cual desarrollamos un método para filtrar el ruido speckle, presente en todas las imágenes SAR, utilizando en forma conjunta, las transformadas Radon y Wavelet unidimensional (RWID) con el objetivo de mejorar la visualización, inicialmente del oleaje, pero al ver que en las imágenes del GT se observaban con frecuencia la presencia de OIS, con una amplia distribución y en diferentes direcciones, decidimos aplicarles el filtro RWID, resultando que el método funcionaba mejor para las OIS que para el oleaje. Por lo que decidimos continuar el estudio de las OIS utilizando el filtro RWID como una herramienta.

Los objetivos del trabajo fueron: 1) comprobar que los flujos de la marea son uno de los mecanismos de generación de OIS en el GT y; 2) estimar sus parámetros característicos utilizando las ecuaciones KDV para un océano de dos capas. Esto a partir de las imágenes y datos *in-situ* disponibles para la región. Con el conocimiento de que no contábamos con todo los datos oceanográficos para las fechas de las imágenes, pero con la idea de aprovechar las imágenes y lo que se tiene, con el fin de tratar de aportar información nueva sobre este fenómeno, que ayude a planear futuras mediciones que corroboren los resultados aquí obtenidos.

Encontramos, por medio de un modelo que calcula el forzamiento barotrópico de la marea (Baines, 1982) y por un modelo analítico que calcula los rayos de propagación de energía de la marea interna (Azevedo, A., da Silva, J.C.B. & New, A.L., 2006), que el quiebre de la plataforma es una de las responsables de la generación de mareas internas, existiendo regiones asociadas a cañones submarinos principalmente (Figura 16), que presentan mayor forzamiento. También encontramos la existencia de puntos críticos (Figura 18 y Figura 19), donde la energía de la marea interna se propaga hacia la costa, la cual en su ascenso a la superficie cruza la piconclina transfiriéndole energía y poniéndola a oscilar, generando así los paquetes de OIS, que observamos en las imágenes, por medio de los efectos no lineales asociados a su propagación. También encontramos que en los puntos críticos existen rayos de energía que se reflejan hacia mar abierto y hacia al fondo y que eventualmente emergen hacia la superficie, los cuales probablemente puedan también generar OIS y puedan explicar los paquetes de OIS, observados en las imágenes, que van viajando en otras direcciones.

En cuanto a la estimación de los parámetros característicos de las OIS encontramos que la ecuación KDV de primer orden para un océano de dos capas, arroja resultados coherentes (Figura 26) sobre la amplitud, velocidad de fase y no lineal del primer solitón del paquete. También sugerimos que es necesario realizar un estudio que comprenda la obtención de datos *in-situ* y la adquisición de imágenes para la fecha del muestreo para calibrar los métodos utilizados en este trabajo, con el propósito de que en el futuro sea posible hacer predicciones certeras a partir únicamente de las imágenes SAR.

5. TRABAJOS CITADOS

- Alpers, W. & Hennings, I. (1984). A theory of the imaging mechanism of underwater bottom topography by real and synthetic aperture radar. *J. Geophys. Res.* , 89, 10529-10546.
- Alpers, W. (1985). Theory of radar imaging of internal waves. *Nature* , 314, 245-247.
- Alpers, W., Mitnik, L., Hock, L & Chen K S. (2002). The Tropical and Subtropical Ocean viewed by ERS-SAR. <http://www.ifm.uni-hamburg.de/ers-sar/index.html>.
- Apel, J. R. (2003). A New Analytical Model for Internal Soliton in the Ocean. *J. Phys. Oceanogr.* , 33, 2247-269.
- Apel, J. R. & D. M. Farmer. (2000). Nonlinear Solitary Internal Waves. *Global Ocean Associates (GOA) Report 2000-2*.
- Apel, J.R., J.R. Holbrook, J. Tsai, & A.K. Liu. (1985). The Sulu Sea internal soliton experiment. *Journal Physical Oceanography* , 15 (12), 1625-1651.
- Azevedo, A., da Silva, J.C.B. & New, A.L. (2002). Possible generation sites of internal solitary waves observed by ERS SAR in the central region of the Bay of Biscay. *Proceedings of 2002 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), Canada.* , 24-28.
- Azevedo, A., da Silva, J.C.B. & New, A.L. (2006). On the generation and propagation of internal solitary waves in the southern Bay of Biscay. *Deep-Sea Research I* , 53, , 927-941.
- Baines, P. G. (1982). On internal tide generation models. *Deep Sea Res. Part A* , 29, 307-338.
- Brandt, P., Romeiser R. & Rubino A. . (1999). On the determination of characteristics of the interior ocean dynamics from radar signatures of internal solitary waves. *J. Geophys. Res.* , 104, 30039-30045.
- Cacchione, D.A. & Pratson, L.F. (2004). Internal tides and the continental slope. *American Scientist* , 92(2), 130-137.
- Cox, C.S. & H. Sandstrom. (1962). Coupling of internal and surface waves in water of variable depth. *J. Oceanog. Soc. Japan, 20th. Ann.* , 499-513.
- Da Silva, J.C., D.R.G. Jeans, I.S. Robinson & T.J Sherwin. (1997). The application of near real time ERS-1 SAR data for predicting the location of Internal Waves at Sea. *Int. J. Remote Sens* , vol. 18,no. 16, 3507-3517.
- Da Silva, J.C.B., Ermakov, S.A., Robinson, I.S., Jeans, D.R.G. & Kijashko, S.V. (1998). Role of surface films in ERS SAR signatures of internal waves on the shelf. 1. Short-period internal waves. *J. Geophys. Res.* , 8009-8031.
- Dushaw, B. (2000, Agosto 30). *Ocean Tide Model GUI in MATLAB*. Retrieved from <http://staff.washington.edu/dushaw/>.

- Egbert, G. & Erofeeva, S. (2002). Efficient inverse modeling of barotropic ocean tides. *Journal of Oceanic and Atmospheric Technology*, 19, 183-204.
- Ermakov S.A., Salashin S. G., & Panchenko A. R. (1992). Film slicks on the sea surface and some mechanisms of their formation. *Dyn. Atm Oceans*, 16, 279-304.
- Esquivel-Trava, B. (2004). *Análisis de una Imagen SAR aplicando la Transformada Radon y Wavelet para mejorar la visualización de Ondas Superficiales en el Océano*. Ensenada, Baja California.: Tesis de Licenciatura de la UABC.
- Filonov A. E. & Trasviña A. (2000). Internal Waves on the Continental Shelf of the Gulf of Tehuantepec, Mexico. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 531-548.
- Filonov, A. E., Monzón, C. O. & Tereshchenko, I. E. . (1996). On the conditions of internal wave generation along the west coast of Mexico. *Ciencias Marinas*, 23, 255-272.
- Fu, L.-L. & Holt, B. (1982). Seasat views ocean and sea ice with synthetic aperture radar. . *Jet Propulsion Laboratory, Pasadena California*, Publ. 81-120.
- Garrett, C. & Gerkema, T. (2007). On the body-force term in internal-tide generation. *Journal of Physical Oceanography*, 37 (8), 2172-2175.
- Garrett, C. (2003). Internal Tides and Ocean Mixing. *SCIENCE*, VOL 301.
- Gerkema, T. (2001). Internal and interfacial tides: beam scattering and local generation of solitary waves. *Journal of Marine Research*, 59, 227-255.
- Graig, P. (1987). Solution for internal tidal generation over coastal topography. *J. Mar. Res.*, 45(1), 83-105.
- Hajji, H., Bonicel, D., Ramamonjiarisoa, A., Joelson, M., Deveaux, M., Garello, R. & Chapron, B. (1998). Internal waves, topography and Ocean fronts and eddies observed with ERS synthetic Aperture Radar. *Proc., Oceans'98*, 898-903.
- Hajji, H., Sole, S. & Ramamonjiarisoa A. (1999). Analysis and Prediction of Internal Waves Using SAR image and Non-linear Model. *SAR Workshop: CEOS Committee on Earth Observation Satellites; ESA-SP*, vol. 450, p.513.
- Holliday, D., St-Cyr, G. & Woods, N.E. (1986). A radar ocean imaging model for small to moderate incidence angles. . *Int. J. Remote Sens.*, 7, 1809-1834.
- Holligan, P. M., Pingree, R. D. & Mardell G. T. (1985). Oceanic solitons, nutrient pulses and phytoplankton growth. *Nature*, 314, 348 - 350 .
- Hughes, B. (1978). The effect of internal waves on surface wind waves. Theoretical análisis. *J. Geophys. Res.*, 83, 455-465.
- J.C. da Silva, S.A. Ermakov & I.S. Robinson. (2000). Satellite Radar Observations Of Oceanic Internal Waves. *Marie Curie Fellowships Annals, Vol.* .
- Kern, S. & Romeiser R. (2002). Oceanic internal wave analyses from SAR Imagery. *MARS AIS - Marine SAR Analyses and Interpretation System*, <http://marsais.ucc.ie>.

- Kropfli, R. (1999). Relationships between strong internal waves in the coastal zone and their radar and radiometric signatures. *Journal Geophysical Research* , 104 (C2), 3133-3148.
- Levitus, S. & T.P.Boyer. (1994). World Ocean Atlas 1994. *NOAA* .
- Liu, A.K., Chang, Y.S., Hsu, M.K. & Liang, N.K. (1998). Evolution of non-linear internal waves in the East and South China Seas. *Journal of Geophysical Research* , 103, 7995-8008.
- Lyzenga, D. (1998). Effects of intermediate-scale waves on radar signatures of ocean fronts and internal waves. *J. Geophys. Res* , 103, 18759-18768.
- Lyzenga, D.R. & Bennett, J.R. (1988). Full-spectrum modeling of synthetic aperture radar internal wave signatures. *J. Geophys. Res.* , 93, 12345-12354 .
- Merrifield, M.A. & Holloway, P.E. (2002). Model estimates of M2 internal tide energetics at the Hawaiian Ridge. *Journal of Geophysical Research* , 107, No. C8, 3179.
- New, A. (1988). Internal tidal mixing in the Bay of Biscay. *Deep-Sea Research* , 35, 691-709.
- New, A.L. & Pingree, R.D. (1990). Large-amplitude internal soliton packets in the central Bay of Biscay. . *Deep-Sea Research* , 37, 513-524.
- New, A.L., Da Silva, J.C.B. (2002). Remote-sensing evidence for the local generation of internal soliton packets in the central Bay of Biscay. *Deep-Sea Research I* , 49, 915-934.
- Niwa, Y. & Hibiya, T. (2004). Three-dimensional numerical simulation of M2 internal tides in the East China Sea. . *Journal of Geophysical Research* , 109, C04027.
- Osborne, A.R. & T.L. Burch. (1980). Internal solitons in the Andaman Sea. *Science* , 208 (4443), 451-460.
- Prinsenber, S. J., W. L. Wilmot & M. Rattray, Jr. (1974). Generation and dissipation of coastal internal tides. *Deep-Sea Res.* , 21, 263-28.
- Rattray, M. J. (1960). On the coastal generation of internal tides. . *Tellus* , 12, 54-62.
- Rattray, M., Jr., Dworski, J.G. & P.E Kovala. (1969). Generation of long internal waves at the continental slope. *Deep-Sea Research* , 16, 179-195.
- Romeiser, R. & Alpers, W. (1997). An improved composite surface model for the radar backscattering cross section of the ocean surface. 2. Model response to surface roughness variations and the radar imaging of underwater bottom topography. *J. Geophys. Res.* , 102, 25251-25267.
- Sandström, H. & Elliott, J.A. (1984). An internal tide and solitons on the Scotian Shelf: A nutrient pump at work. *J.Geophys. Res.* , 89(C4): 6415-6426.
- Sherwin, T.J., Vlasenko, V.I., Stashchuk, N., Jeans, D.R.G. & Jones, B. (2002). Along-slope generation as an explanation for some unusually large internal tides. . *Deep-Sea Research I* , 49, 1787-1799.

- Shuchman, R.A., Lyzenga, D.R. & Meadows, G.A. . (1985): Synthetic aperture radar imaging of ocean-bottom topography via tidal-current interactions: Theory and observations. *Int. J. Remote Sens.* , 6, 1179-1200.
- Smith, W.H.F., Sandwell, D.T. (1997). Global seafloor topography from satellite altimetry and ship depth soundings. *Science* , 277, 1956-1962.
- Thompson, D.R. & Gasparovic, R.F. (1986). Intensity modulation in SAR images of internal waves. . *Nature* , 320, 345-348 .
- Thompson, D.R. & R.F. Gasparovic. (1986). Intensity modulation in SAR images of internal waves. *Nature* , 320, 345-348.
- Valenzuela, G. (1978). Theories for the interaction of electromagnetic and oceanic waves - a review. *Boundary-Layer Meteor.* , 13, 61-85.
- Zhao, Z., V. Klemas, Q. Zheng, & X.-H. Yan. (2003). Satellite observation of internal solitary waves converting polarity. *Geophys. Res. Lett.* , 30(19).