

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ÁREA DE POSGRADO
MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E INGENIERÍA



**ANÁLISIS Y MODELACIÓN DE FLUJOS MONOFÁSICOS
TURBULENTOS EN CAMBIOS DE DIRECCIÓN,
AMPLIACIÓN Y REDUCCIÓN DEL DIÁMETRO**

TESIS

que presenta para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS

Presenta:

JOSÉ JUAN VILLEGAS LEÓN

Director de Tesis:

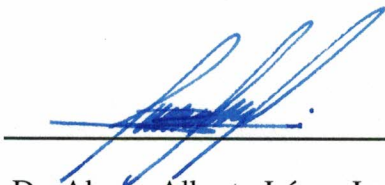
DR. ALVARO ALBERTO LÓPEZ LAMBRAÑO

Mexicali, Baja California, junio del 2018.

RESUMEN de la Tesis de **José Juan Villegas León**, presentada como requisito parcial para obtener el grado de **DOCTOR EN CIENCIAS** del programa de Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingeniería de la UABC. Mexicali, B. C. México, junio del 2018.

ANÁLISIS Y MODELACIÓN DE FLUJOS MONOFÁSICOS TURBULENTOS EN CAMBIOS DE DIRECCIÓN, AMPLIACIÓN Y REDUCCIÓN DEL DIÁMETRO

Resumen aprobado por:



Dr. Alvaro Alberto López Lambraño
Director de tesis

En el trabajo de tesis se presenta un análisis y modelación de las pérdidas de energía que experimentan los flujos monofásicos turbulentos, cuando se mueven a través de los dispositivos de cambios de dirección, ampliación y reducción del diámetro. Primeramente, se expone una amplia revisión de literatura sobre investigaciones experimentales y metodologías reportadas para estimar el coeficiente de pérdidas en codos y curvas de forma simple e instalados en serie (formas Z, U, L y S), permitiendo comparar los alcances de las metodologías, así como el comportamiento del coeficiente de pérdidas ante los parámetros que lo rigen. De la misma forma, se presentan revisiones de la literatura con la misma finalidad, para los dispositivos de ampliación y reducción del diámetro. A partir de una selección de dichas metodologías, se obtienen modelos matemáticos que generan un valor promedio del coeficiente de pérdidas para la condición brusca y gradual de los tres dispositivos estudiados. Estos modelos facilitan la obtención de dicho coeficiente, permitiendo ahorrar tiempo en el diseño y revisión del comportamiento hidráulico de los conductos forzados. Por lo tanto, se exhorta a implementar los modelos matemáticos en algoritmos de cálculo avanzados, para el análisis y modelación de las pérdidas de energía. También, se utilizó la Dinámica de Fluidos Computacional para la modelación de las pérdidas de energía en los dispositivos en mención, facultando obtener y analizar su comportamiento en el plano bidimensional y tridimensional. Finalmente, se podrían obtener modelos matemáticos que estimen el valor del coeficiente de pérdidas, considerando el número de Reynolds, además de los parámetros geométricos que lo rigen.

Palabras clave: Modelación hidráulica, pérdida de energía, coeficiente de pérdidas, accesorios, flujo monofásico turbulento

ABSTRACT of the thesis of **José Juan Villegas León**, presented as a partial requirement to obtain the degree of **DOCTOR IN SCIENCE** in the Doctoral Program of UABC, Mexicali, B. C. Mexico, June of 2018.

**ANALYSIS AND MODELING OF TURBULENT SINGLE-PHASE FLOWS IN
DIRECTION CHANGES, EXPANSION AND REDUCTION OF THE DIAMETER**

Abstract approved by:



Dr. Alvaro Alberto López Lambrano
Director de tesis

The thesis work presents an analysis and modeling of the energy losses experienced by the turbulent single-phase flows, when they move through the devices of direction changes, expansion and reduction of the diameter. Firstly, an extensive review of the literature on experimental research and methodologies reported to estimate the coefficient of losses in elbows and bends of simple form and installed in series (shape Z, U, L and S) is presented, allowing to compare the scopes of the methodologies, as well as the behavior of the coefficient of losses against the parameters that govern it. In the same way, revisions of the literature with the same purpose are presented, for the expansion and diameter reduction devices. From a selection of said methodologies, mathematical models are obtained that generate an average value of the loss coefficient for the sudden and gradual condition of the three studied fittings. These models facilitate the obtaining of this coefficient, allowing to save time in the design and revision of the hydraulic behavior of the forced ducts. Therefore, it is encouraged to implement mathematical models in advanced calculation algorithms, for the analysis and modeling of energy losses. Also, Computational Fluid Dynamics was used for the modeling of the energy losses in the mentioned fittings, enabling to obtain and analyze their behavior in the two-dimensional and three-dimensional plane. Finally, mathematical models could be obtained that estimate the value of the loss coefficient, considering the Reynolds number, in addition to the geometric parameters that govern it.

Keywords: Hydraulic modeling, loss of energy, loss coefficient, fittings, turbulent single-phase flow

Dedicatoria

A mis padres,

Juan Esteban Villegas Yocupicio
y
Trinidad León Armenta

Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento:

A la UABC, por permitirme ser parte de ella y desarrollarme bajo sus aulas con el apoyo de sus profesores y administrativos. A la Facultad de Ingeniería, por aceptarme como estudiante y facilitarme los medios para culminar el Doctorado. A la Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, por brindarme apoyo y estadía para el desarrollo de múltiples actividades durante el posgrado. A CONACYT, por su programa de becas, que sustentó económicamente el trayecto de mi posgrado y fue sumamente esencial para alcanzar este logro.

Al Dr. Álvaro Alberto López Lambraño, por creer en mí y apoyarme ampliamente como director de Tesis y en todos los proyectos del posgrado y profesionales. Gracias por sus consejos, conocimientos brindados, su tiempo y paciencia, han sido fundamental en todo el trayecto.

A mis Sinodales, Dr. Jorge Octavio Mata Ramírez, Dra. Dora Luz Flores Gutiérrez, Dr. Alejandro Mungaray Moctezuma, y Dr. Teobaldis Mercado Fernández. Por ser parte de mi comité de Tesis, por su tiempo y recomendaciones en el desarrollo de la Tesis.

A mis compañeros(as) de posgrado Luisa Elvira M. A., Juan Francisco D. G., Juan Pablo M. B., Daniela V. A. y Ena Del Carmen G. B., y Darío A. P.; por su amistad, conocimientos brindados y todo su apoyo en la realización de esta investigación y de diversos proyectos del posgrado

A mi esposa, Fabiola Oyuki, por todo su amor, paciencia y soporte. A mis amados hijos, José Juan, Angel y Paulette, que han sido el motor que me impulsa e impulsará siempre. A toda mi familia y amigos, gracias por sus consejos, amistad y aliento.

A mis Padres, Juan Esteban Villegas Yocupicio y Trinidad León Armenta, por su invaluable apoyo y por estar conmigo en todo momento. Les agradezco infinitamente, los amo.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Justificación	1
1.2. Planteamiento del problema	2
1.3. Hipótesis	2
1.4. Objetivos de investigación	3
1.4.1. Objetivo General	3
1.4.2. Objetivos específicos	3
2. Revisión de pérdidas en cambios de dirección	4
2.1. Introducción	4
2.1.1. Nomenclatura	6
2.2. Naturaleza y evaluación de las pérdidas de energía	9
2.3. Estimación del coeficiente de pérdidas	12
2.3.1. Curvas de tuberías	12
2.3.2. Codos	32
2.4. Conclusiones	43
3. Modelos matemáticos: reducción de diámetro	45
3.1. Introducción	45
3.1.1. Nomenclatura	47
3.2. Estimación de pérdidas de energía	50
3.3. Estimación del coeficiente ξ	51
3.4. Casos de aplicación para la evaluación y comparación de pérdidas de energía	55
3.4.1. Ampliación brusca de diámetro	55
3.4.2. Ampliación gradual del diámetro	56
3.5. Conclusiones	58
4. Modelos matemáticos: cambios de dirección	60
4.1. Introducción	60
4.1.1. Nomenclatura	61
4.2. Teoría	63

4.2.1.	Estimación de las pérdidas de energía	63
4.2.2.	Estimación del coeficiente de ξ	63
4.3.	Estimación y análisis del coeficiente ξ	64
4.3.1.	Cambio de dirección brusco	65
4.3.2.	Cambio de dirección gradual	65
4.4.	Conclusiones	70
5.	Modelos matemáticos: ampliación de diámetro	71
5.1.	Introducción	71
5.1.1.	Nomenclatura	73
5.2.	Pérdidas de energía en ampliaciones	75
5.3.	Datos experimentales del coeficiente de pérdidas	79
5.4.	Estimación y discusión del coeficiente ξ	81
5.4.1.	Ampliación brusca del diámetro	82
5.4.2.	Ampliación gradual del diámetro	84
5.4.3.	Aplicación de las expresiones analíticas (Comparación con investigación de laboratorio)	87
5.5.	Conclusiones	94
6.	Modelación hidráulica utilizando EPANET II	96
6.1.	Introducción	96
6.2.	Métodos y materiales	98
6.2.1.	Metodología	100
6.3.	Resultados y discusiones	102
6.4.	Conclusiones y recomendaciones	104
7.	Conclusiones	107

Índice de figuras

1.	Comportamiento del flujo circulante en: a) Cambio de dirección brusco. b) Cambio de dirección gradual. θ es el ángulo de deflexión de la curva; D es el diámetro del conducto; V es la velocidad media del flujo; r es el radio de curvatura respecto al eje del dispositivo; r_i es el radio de curvatura interno; r_o es el radio de curvatura externo del dispositivo; L_u y L_d son las longitudes de las tuberías aguas arriba y aguas abajo del cambio de dirección, respectivamente.	10
2.	Esquema de los casos de estudio en estructuras con dispositivos de cambio en serie: a) forma-Z, b) forma-U, c) forma-L y d) forma-S.	12
3.	Esquema representativo de los parámetros que gobiernan la obtención del coeficiente ξ y comportamiento del flujo circulante en: a) Reducción brusca del diámetro. b) Reducción gradual del diámetro. Fuente: Elaboración propia, 2015.	46
4.	Valores estimados del coeficiente ξ de dispositivos de reducción del diámetro, utilizando los métodos de la literatura indicada en reducciones bruscas de acuerdo a la relación del área menor respecto a la mayor (A_2/A_1).	47
5.	Valores estimados del coeficiente ξ de dispositivos de reducción del diámetro, utilizando los métodos de la literatura indicada en reducciones graduales cuando el ángulo de convergencia es de 120° y se tiene una variación en la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor (D/d). Fuente: Elaboración propia, 2015.	48
6.	Curvas del coeficiente ξ para una reducción brusca del diámetro, de acuerdo a la variación de la relación del área menor respecto a la mayor (A_2/A_1). La curva de ξ_{RB} es la representativa de los valores promedio. Fuente: Elaboración propia	52
7.	Curva de ajuste a los valores del coeficiente ξ_{RB} , de acuerdo a la variación de la relación del área menor respecto a la mayor (A_2/A_1). Fuente: Elaboración propia, 2015.	53
8.	Curva de ajuste a los valores del coeficiente ξ_{RB} , de acuerdo a la variación de la relación del área menor respecto a la mayor (A_2/A_1). Fuente: Elaboración propia, 2015.	54

9.	Curva de ajuste a los valores del coeficiente ξ_{RB} , de acuerdo a la variación de la relación del área menor respecto a la mayor (A_2/A_1). Fuente: Elaboración propia, 2015.	55
10.	Comportamiento de las pérdidas de energía que generan dispositivos de reducción brusca del diámetro, estimadas bajo los lineamientos de la literatura que se indican y mediante la ecuación (49) propuesta en el presente trabajo, cuando el flujo desarrolla una velocidad promedio aguas abajo del dispositivo de 2,5 m/s. Fuente: Elaboración propia, 2015. . .	56
11.	Comportamiento de las pérdidas de energía que generan dispositivos de reducción brusca del diámetro, estimadas bajo los lineamientos de la literatura que se indican y mediante la ecuación (49) propuesta en el presente trabajo, cuando el flujo desarrolla una velocidad promedio aguas abajo del dispositivo de 2,5 m/s. Fuente: Elaboración propia, 2015. . .	57
12.	Comportamiento de las pérdidas de energía que generan dispositivos de reducción gradual del diámetro, estimadas bajo los lineamientos de la literatura que se indican y mediante la ecuación 53 propuesta en el presente trabajo, cuando el flujo desarrolla una velocidad promedio aguas abajo del dispositivo de 1,5 m/s. Fuente: Elaboración propia, 2015. . .	58
13.	Comportamiento de las pérdidas de energía que generan dispositivos de reducción gradual del diámetro, estimadas bajo los lineamientos de la literatura que se indican y mediante la ecuación 53 propuesta en el presente trabajo, cuando el flujo desarrolla una velocidad promedio aguas abajo del dispositivo de 2,5 m/s. Fuente: Elaboración propia, 2015. . .	59
14.	Comportamiento del flujo circulante en: a) Cambio de dirección brusco. b) Cambio de dirección gradual. θ es el ángulo de deflexión de la curva, r es el radio de curvatura y D es el diámetro del conducto.	61
15.	Curvas del coeficiente ξ en un cambio de dirección brusco conforme al ángulo de deflexión. La curva $\xi - CB$ representa los valores promedio propuestos.	66
16.	Curva de ajuste del coeficiente ξ_{CB} , conforme a la variación del ángulo de deflexión de la curva.	66
17.	Comportamiento del coeficiente de pérdidas promedio para el cambio dirección gradual, conforme la varía la relación r/D y el ángulo de deflexión de la curva. Las curvas $\xi - CG1$, $\xi - CG2$, $\xi - CG3$, $\xi - CG4$, $\xi - CG5$ y $\xi - CG6$, corresponden a la relación $r/D = 1,0, 1,5, 2,0, 4,0, 6,0$ y $10,0$, respectivamente.	67
18.	Curva de ajuste para estimar el coeficiente ξ_{CG1} , en función de la magnitud del ángulo de deflexión de la curva.	68
19.	Curva de ajuste para los valores del coeficiente a de la ecuación 58, conforme a la relación entre el radio de curvatura y el diámetro del conducto.	69

20.	Esquema representativo de los parámetros que gobiernan la obtención del coeficiente ξ y el comportamiento del flujo circulante en: a) Ampliación brusca del diámetro, b) Ampliación gradual del diámetro. V_1 y V_2 son las velocidades promedio, D_1 y D_2 son los diámetros del conducto menor y mayor, respectivamente; θ es el ángulo de la ampliación del diámetro.	72
21.	Valores estimados del coeficiente ξ de dispositivos de ampliación del diámetro, utilizando los métodos de la literatura indicada en ampliaciones bruscas de acuerdo a la relación del área menor respecto a la mayor (A_1/A_2).	82
22.	Valores estimados del coeficiente ξ de dispositivos de ampliación del diámetro, utilizando los métodos de la literatura indicada en ampliaciones graduales cuando el ángulo de ampliación (θ) es de 30° y se tiene una variación en la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor del dispositivo (D_2/D_1).	83
23.	Curvas del coeficiente ξ para una ampliación brusca del diámetro, de acuerdo a la variación de la relación A_1/A_2 . La curva de ξ_{AB} es la representativa de los valores promedio (ξ_{AB}).	84
24.	Curva de ajuste a los valores del coeficiente ξ_{AB} , de acuerdo a la variación de la relación A_1/A_2	85
25.	Curvas de valores promedio del coeficiente ξ_{AG} para diferentes valores del ángulo θ , en función a la relación de diámetros D_2/D_1	86
26.	Curvas de valores promedio del coeficiente ξ_{AG} para diferentes valores del ángulo θ , en función a la relación de diámetros D_2/D_1	86
27.	Curvas de valores promedio del coeficiente ξ_{AG} para diferentes valores del ángulo θ , en función a la relación de diámetros D_2/D_1	89
28.	Comportamiento de las pérdidas ocasionadas por la ampliación brusca del diámetro evaluadas a partir de los métodos e indicaciones expuestas en el caso 2, de acuerdo a la variación de la relación de áreas para un caudal de $0,182 \text{ lt/s}$	90
29.	Comportamiento de las pérdidas generadas por la ampliación gradual del diámetro estimadas a partir de los métodos y lineamientos indicados en el caso 3, conforme variación del caudal circulante.	92
30.	Comportamiento de las pérdidas generadas por la ampliación gradual del diámetro obtenidas contemplando los métodos y lineamientos expuestos en el caso 4, en función de la relación de diámetros.	93
31.	Caso de estudio: Modelo ARMFELD F1-21. Fuente: Elaboración propia.	97
32.	Esquema representativo del equipo ARMFELD F1-21, con la asignación de nodos utilizados para la simulación. Fuente: Elaboración propia a partir de [1].	101
33.	Esquema realizado en EPANET de la red en estudio. Fuente: Elaboración propia realizada en EPANET.	104

34.	Caudales observados a la salida del modelo ARMFIELD F1-21 y simulados con EPANET en el nodo 39. Fuente: Elaboración propia realizada en EPANET.	105
35.	Pérdidas de energía observadas y simuladas entre nodos 16-22 (sección 1), 22-25 (sección 2), 25-26 (sección 3), 26-29 (sección 4) y 29-32 (sección 5), para las 4:00, 8:00 y 13:00 horas del periodo extendido de 24 horas. Fuente: Elaboración propia a partir de resultados.	105

Índice de tablas

1.	Valores de los coeficientes de la ecuación (84)	83
2.	Valores de los coeficientes de la ecuaciones (86) y (87)	87
3.	Valores de caudales y pérdidas de energía obtenidas a partir de mediciones en el modelo ARMFIELD F1-21	103

Capítulo 1

Introducción

Los flujos monofásicos turbulentos de líquidos y gases, se utilizan en múltiples aplicaciones de la ingeniería para cubrir las necesidades del ser humano. Estos flujos se conducen a través de sistemas de distribución, donde comúnmente se utilizan dispositivos de cambios de dirección, ampliación y reducción del diámetro para ajustar los conductos a las necesidades de los proyectos, los cuales ocasionan pérdidas de energía en el flujo que son fundamentales evaluarlas, ya que repercuten principalmente en la selección de la tubería y su diámetro, así como en la capacidad del equipo de bombeo. Por tal relevancia, en esta investigación se realiza un análisis y modelación de las pérdidas de energía que se producen, cuando un fluido monofásico turbulento pasa por dichos dispositivos. El presente documento está estructurado de la siguiente forma. En las partes restantes del presente Capítulo se expone la justificación, el problema, la hipótesis y los objetivos de la investigación. En el Capítulo 2 se muestra una revisión de literatura sobre las metodologías que permiten estimar las pérdidas de energía en dispositivos de cambios de dirección del flujo. Los Capítulos 3, 4 y 5, se concentran en ecuaciones para estimar el coeficiente de pérdidas en dispositivos de reducción del diámetro, cambios de dirección del flujo y de ampliación del diámetro, respectivamente. El Capítulo 6 consiste en la modelación de las pérdidas de energía en los dispositivos bajo estudio. Finalmente, en el Capítulo 7 se presentan las conclusiones generales de la investigación.

1.1. Justificación

La importancia de la presente investigación radica en que, el uso de flujos monofásicos turbulentos de una gama de fluidos, son fundamentales en diversas aplicaciones de la ingeniería, como lo son los sistemas de calefacción y refrigeración, procesos de plantas industriales, producción de petróleo, gases y gasolinas, generación de energía, en diversos sistemas de abastecimiento de agua, entre otros [2, 3]. La distribución de estos flujos se realiza mediante sistemas de conducción, donde se utilizan los dispositivos de cambios de dirección, ampliación y reducción del diámetro para adaptar los conductos

a las exigencias de los proyectos, ocasionando pérdidas de energía en el flujo que son esenciales estimarlas, ya que inciden sustancialmente en la selección de la tubería y su diámetro, así como del equipo de bombeo [4, 5].

En la literatura se han reportado valiosas investigaciones y metodologías para estimar las pérdidas de energía que producen los dispositivos de cambios de dirección, ampliación y reducción del diámetro, las cuales se basan en obtener el coeficiente de pérdidas de cada dispositivo; sin embargo, mediante el uso de un método y otro se obtienen coeficientes de pérdidas distintos [6, 7, 8, 9], que pueden repercutir en subestimar o sobre estimar las pérdidas de energía que originan estos dispositivos.

1.2. Planteamiento del problema

En diversas aplicaciones de la ingeniería se presenta la necesidad de evaluar las pérdidas de energía producidas por los dispositivos de cambios de dirección, ampliación y reducción del diámetro, que conforman los sistemas de conducción de flujos monofásicos turbulentos. Esta evaluación se concentra en la obtención del coeficiente de pérdidas de cada dispositivo, la cual se realiza mediante datos de investigaciones y metodologías reportadas en la literatura, que proporcionan valores distintos de dicho coeficiente. Esto pueden implicar subestimar o sobre estimar las pérdidas de energía que originan estos dispositivos, y a su vez, incidir en la óptima selección de la tubería y su diámetro, así como del equipo de bombeo.

Ante la importancia en mención, la presente investigación pretende contribuir a la necesidad de estimar las pérdidas de energía en los dispositivos de cambios de dirección, ampliación y reducción del diámetro, mediante el análisis y modelación de dichas pérdidas bajo flujos monofásicos turbulentos, donde se busca obtener expresiones analíticas para estimar el coeficiente de pérdidas de los dispositivos, generando valores promedio a partir de metodologías reportadas en la literatura.

1.3. Hipótesis

El análisis y modelación de las pérdidas de energía en dispositivos de cambios de dirección, ampliación y reducción del diámetro bajo flujos monofásicos turbulentos, permiten obtener ecuaciones que generen valores promedio del coeficiente de pérdidas de dichos dispositivos, a partir de metodologías reportadas en la literatura.

1.4. Objetivos de investigación

1.4.1. Objetivo General

Analizar y modelar las pérdidas de energía que se producen cuando un fluido monofásico turbulento se mueve a través de dispositivos hidráulicos

1.4.2. Objetivos específicos

- Realizar una revisión sobre las metodologías que permiten estimar las pérdidas de energía en dispositivos de cambios de dirección del flujo.
- Obtener expresiones analíticas para estimar el coeficiente de pérdidas de energía en dispositivos de reducción del diámetro
- Obtener expresiones analíticas para determinar el coeficiente de pérdidas de energía en dispositivos de cambios de dirección
- Obtener expresiones analíticas para estimar el coeficiente de pérdidas de energía en dispositivos de ampliación del diámetro
- Modelar de pérdidas de energía en dispositivos de cambios de dirección, ampliación y reducción del diámetro, mediante la Dinámica de Fluidos Computacional

Capítulo 2

Revisión de pérdidas en cambios de dirección

Una revisión de los métodos para estimar el coeficiente de pérdidas en los dispositivos de cambio de dirección de los conductos forzados

2.1. Introducción

Un desafío que siempre ha tenido el ser humano, es el uso eficiente y seguro del recurso hídrico al menor costo posible. Para ello es indispensable explotar y controlar la energía hidráulica, es decir, la energía potencial y la energía cinética que adquiere el fluido [10, 11], estableciéndose una relación directa con la segunda ley de la termodinámica [12], donde es esencial cuantificar la energía no aprovechable (pérdida) para conocer la energía hidráulica disponible y utilizarla en los sistemas [13], tales como: las conducciones en las centrales hidroeléctricas [14], las redes de distribución de agua en poblaciones [15], los sistemas de riego [16], las líneas de conducción en plantas industriales [17], las redes de distribución en centrales geotérmicas [18], entre otras. Sin embargo, el mismo interés se tiene de conocer la energía disponible en las conducciones con fluidos distintos al agua, los cuales se utilizan en múltiples sistemas de tuberías de plantas industriales [4]. En dichos sistemas de tuberías son muy empleados los dispositivos de cambio de dirección para ajustar el sentido de conductos [19], ocasionando pérdidas de energía en el fluido que repercuten principalmente en la selección de la tubería y su diámetro, así como del equipo de bombeo [5]. Ante tal importancia, en este trabajo se presenta una compilación de metodologías de la literatura para evaluar las pérdidas de energía producidas por estos dispositivos, concentrándose en la estimación del coeficiente de pérdidas (ξ).

En los sistemas hidráulicos mencionados anteriormente, se emplean conductos o tu-

berías para transportar el fluido bajo presión que, de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica, la energía hidráulica fluye en una dirección de un punto a otro bajo el principio de irreversibilidad [12]; esto conduce a la generación de entropía, lo que significa que una parte de la energía se disipa o se transforma en energía no aprovechable [13]. Esto se debe a la presencia de fuerzas de fricción que ponen resistencia al flujo [17, 20], dando por resultado una cantidad de pérdida de energía, la cual se trata como pérdida por fricción y pérdida local [21, 15].

Acorde con la historia, se dice que el estudio teórico de la disipación de energía en la mecánica de los fluidos se basa en la primera y segunda ley de Newton impuestas desde el siglo XVII; científico que también estableció la ley de viscosidad de los fluidos, propiedad que incide directamente en la energía del flujo. Mientras tanto, en 1738 el Suizo Daniel Bernoulli contribuyó con la generalización del teorema que tiene su nombre en la obra "Hidrodinámica"; esto coincidió con la primera ley de la termodinámica, la conservación de la energía. Sin embargo, Leonhard Euler (también suizo) estudió el fluido ideal e incomprensible en el régimen permanente, lo cual está implícito en las conocidas ecuaciones de Euler del movimiento de fluidos, que proporcionaron la precisión actual al renombrado "teorema de Bernoulli o ecuación de energía" [22]

Por otra parte, se establece que el estudio experimental de las pérdidas de energía fue investigado inicialmente en 1732 por C. A. Couplet, quien realizó ensayos en Versalles-Francia con tuberías usadas de diferentes diámetros y que no rebasaron el medio metro. Posterior a ello, se realizaron diversas investigaciones con el mismo objeto, entre tales se pueden citar las hechas por Ch. Bossut en 1772, P. Dubuat en 1779, R. Woltmann en 1791, J. A. Eytelwein en 1796, entre otras; cada uno de ellos propuso formulaciones basándose en sus propias experiencias, las cuales, según ellos, determinaban las pérdidas de energía en el flujo por tuberías [23]. En ese tiempo todos asumían que el régimen del flujo correspondía al llamado régimen de circulación de agua en tuberías, hasta que, en 1839 el Irlandés Osborne Reynolds estableció que dicho régimen correspondía al "turbulento"; hecho que reiteró 44 años después, en una publicación más detallada entre los regímenes de circulación, que hasta el día de hoy se les trata como laminar y turbulento [24].

Por otro lado, los investigadores no habían tomado en consideración la textura de las paredes de los conductos, hasta después de las investigaciones realizadas por el Francés Henri Darcy en 1857, cuando estableció que el grado de su aspereza afecta la circulación del fluido; al hacer ensayos con tubos de distintos diámetros, materiales y condiciones de uso, demostró que el estado de las paredes de las tuberías, si se reflejan en los resultados de las pérdidas de energía, concluyendo que las leyes y teorías anteriores para el diseño, eran erróneas. Por su parte, el Alemán Julius Weisbach, en 1842, expuso en orden público la expresión que ha sido tan utilizada para cuantificar las pérdidas, bajo la denominación de ecuación universal para pérdidas de energía por fricción, conocida en nuestras épocas como la fórmula de Darcy-Weisbach o viceversa.

A partir de ello, con la misma finalidad se han propuesto diversas formulaciones que consideran la rugosidad interior de los conductos, destacándose entre todas dos de ellas. La primera, es la planteada en 1890 por el Francés Robert Manning con el objeto de aplicarse en el estudio del flujo en canales (ecuación de Manning), pero que también, ha sido muy utilizada en el análisis del flujo en tuberías. La segunda, es la ecuación de Hazen-Williams o viceversa, que respaldada por sus investigaciones ha sido muy popular en el continente Americano desde 1902. Posterior a todo lo abordado, se dice que surgió el análisis racional del estudio de las pérdidas de energía [25].

Actualmente, el estudio de las pérdidas de energía se divide en pérdidas por fricción y pérdidas locales [26], teniendo ambas distinto origen, pero con igual importancia. En éstas últimas se concentra la investigación y específicamente en los dispositivos de cambio de dirección en los conductos circulares que trabajan bajo régimen forzado, a los cuales en la literatura se les trata comúnmente como codos y curvas de tubería [27, 28]. Un codo es una pieza que une dos tramos de tubería o existe unión en el caso de los codos compuestos, mientras que la curva forma parte de dicha tubería sin existir unión. En efecto que dichos dispositivos son ampliamente utilizados en los sistemas hidráulicos, se han llevado a cabo diversas investigaciones sobre las pérdidas de energía que éstos generan, las cuales no han cesado en los últimos años, como se puede constatar en los trabajos de: Kalpakli, Örlü, & Alfredsson [3]; Perumal & Ganesan, [4]; Wang, Ren, Sun, Yang, & Tu, [29]; y Lourenco & Xin [30].

Las investigaciones de las pérdidas de energía en los cambios de dirección, así como en otros dispositivos, se concentran particularmente en estimar el coeficiente de pérdidas ξ , sin embargo, a pesar de numerosos esfuerzos en distintos escenarios, no se ha coincidido satisfactoriamente en los resultados de este coeficiente [7, 31, 9]. Esto conlleva a una incertidumbre en la elección de los datos y metodología a utilizar, adicionándole que generalmente los manuales y libros de textos, no indican las consideraciones adoptadas en los estudios y para qué tipos de tuberías son aplicables. Por tal relevancia, el objetivo del presente trabajo es presentar una revisión de las investigaciones y metodologías reportadas en la literatura para estimar el coeficiente de pérdidas ξ en codos y curvas de tuberías, que permita visualizar detalles importantes de los estudios y un contraste de sus características y alcances, a partir de información organizada y homogenizada.

2.1.1. Nomenclatura

C_a : Coeficiente para flujos de $Re \geq 2 \times 10^5$, que depende de r/D y ε/D

C_ε : Coeficiente de corrección por rugosidad de las paredes del dispositivo

C_{Ld} : Coeficiente de corrección por $L_d/D < 30$

C_{Re} : Coeficiente de corrección por $Re \neq 10 \times 10^5$

C_{Re1} : Coeficiente de corrección por $Re \neq 10 \times 10^5$ para $r/D \geq 1,0$ ó $\xi_1 < 0.4$

D : Diámetro interno del conducto (m)

f : Coeficiente de resistencia a la fricción que depende de D , ε , Re

f_R : Coeficiente de resistencia a la fricción en una tubería rugosa

f_L : Coeficiente de resistencia a la fricción en una tubería hidráulicamente lisa

g : Aceleración de la gravedad (m/s^2)

h_c : Pérdida debida a la alteración del flujo por el tipo de curvatura (m)

h_d : Pérdida excesiva en la longitud de la tubería aguas abajo (m)

h_f : Pérdida por fricción en la longitud de la curva (m)

h_L : Pérdida de energía hidráulica total producida por un dispositivo (m)

K : Coeficiente que depende de θ y r/D

L : Longitud de la tubería (m)

L_d : Longitud de tubería aguas abajo del cambio de dirección (m)

L_s : Longitud de separación (m)

L_u : Longitud de tubería aguas arriba del cambio de dirección (m)

r : Radio de curvatura respecto al eje del dispositivo (m)

ri : Radio de curvatura interno del dispositivo (m)

ro : Radio de curvatura externo del dispositivo (m)

r/D : Relación del radio de la curva con respecto a diámetro del conducto

Re : Número de Reynolds (adimensional)

V : Velocidad media de circulación (m/s), que en un cambio de dirección es la que se produce aguas arriba del dispositivo

$V^2/2g$: Carga por velocidad o energía cinética (m)

x : Exponente cuyo valor depende de r/D

α : Coeficiente que depende de r/D

$\delta, \delta_1, \delta_2$: Coeficientes que dependen del ángulo θ

η_1, η_2 : Coeficientes que dependen de ε/D y Re

ε : Rugosidad de la tubería (m)

λ_1, λ_2 : Coeficientes que dependen de r/D , ε/D y Re .

μ : Viscosidad dinámica del fluido (Kg/(m · s))

ρ : Densidad del fluido (Kg/m³)

θ : Ángulo de deflexión de la curva (grados)

ξ : Coeficiente de pérdidas del dispositivo

ξ_1 : Coeficiente de pérdidas obtenido del gráfico para tuberías lisas con relación $L_d/D \geq 30$

ξ_{90} : Coeficiente de pérdidas de una curva brusca de 90°

ξ_C : Coeficiente de pérdidas referente a las curvas

ξ_E : Coeficiente de pérdidas referente a los codos

ξ_G : Coeficiente de pérdidas de un cambio gradual

ξ_{GC} : Coeficiente de pérdidas de una curva gradual

ξ_S : Coeficiente de pérdidas de un cambio brusco

ξ_{SC} : Coeficiente de pérdidas de un cambio gradual

ξ_{US} : Coeficiente de pérdidas de una estructura en forma-U

ξ_{LS} : Coeficiente de pérdidas de una estructura en forma-L

ξ_{SS} : Coeficiente de pérdidas de una estructura en forma-S

ξ_{ZS} : Coeficiente de pérdidas de una estructura en forma-Z

$\xi_{L/E}$: Coeficiente de pérdidas relativo de una estructura en forma-L/codo simple 90°

$\xi_{S/E}$: Coeficiente de pérdidas relativo de una estructura en forma-S/codo simple 90°

$\xi_{U/E}$: Coeficiente de pérdidas relativo de una estructura en forma-U/codo simple 90°

$\xi_{Z/E}$: Coeficiente de pérdidas relativo de una estructura en forma-Z/codo simple 90°

Nota: Todos los coeficientes son adimensionales

2.2. Naturaleza y evaluación de las pérdidas de energía

Los dispositivos de cambios de dirección se utilizan en condición brusca y gradual (1). Cuando un fluido circula a través de un conducto recto de sección transversal constante y cruza por estos dispositivos, se producen pérdidas de energía en el entorno donde se localizan [32, 33]. Esto es en consecuencia de la modificación del sentido del flujo que altera la distribución de velocidades, originando que el fluido se separe en la parte interna de la curva y choque sobre la parte externa, lo cual repercute en vórtices y en aumento de la presión; esto conlleva que después de la curva el movimiento en el flujo ocurra en forma de espiral, hasta longitudes igual a 50 veces el diámetro de la conducción [2, 31, 34]. Sin embargo, cuando el cambio de dirección se presenta gradualmente (1a), el fenómeno de perturbación del flujo es similar al provocado en el cambio brusco (1b), pero este se produce en menor magnitud [35, 27, 34].

De acuerdo con Beij [36], Ito [31], Idel'chik [37], Yildirim & Sing [15], Sotelo [38], Acero & Rodríguez [39], USACE [40], USBR [41], entre otros, las pérdidas de locales se determinan mediante la siguiente ecuación general:

$$h_L = \xi \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

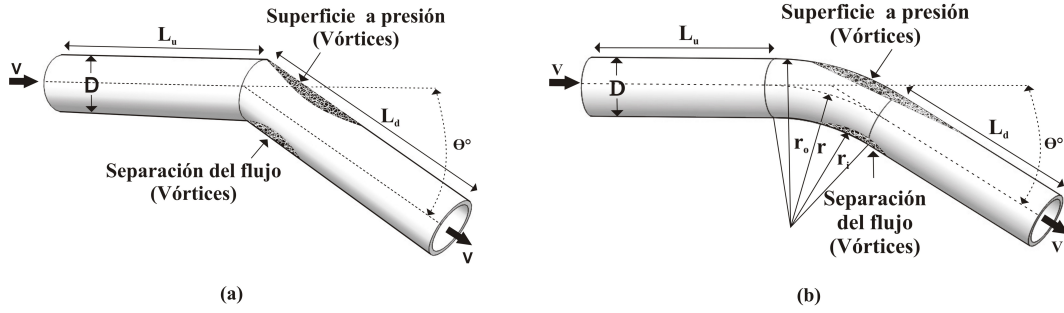


Figura 1: Comportamiento del flujo circulante en: a) Cambio de dirección brusco. b) Cambio de dirección gradual. θ es el ángulo de deflexión de la curva; D es el diámetro del conducto; V es la velocidad media del flujo; r es el radio de curvatura respecto al eje del dispositivo; r_i es el radio de curvatura interno; r_o es el radio de curvatura externo del dispositivo; L_u y L_d son las longitudes de las tuberías aguas arriba y aguas abajo del cambio de dirección, respectivamente.

dónde h_L es la pérdida de energía hidráulica total (m) producida por un dispositivo, que en este trabajo se referirán a las originadas por curvas y codos de tuberías; g es la aceleración de la gravedad (m/s^2); V es la velocidad media de circulación (m/s), que en un cambio de dirección es la que se produce aguas arriba del dispositivo; $V^2/2g$ se conoce como la carga por velocidad o energía cinética (m); y ξ es el coeficiente de pérdidas del dispositivo (adimensional), el cual es determinado experimentalmente, que referente a los codos y curvas de tuberías se denotaran como ξ_E y ξ_C , respectivamente. Para definir el valor del coeficiente de pérdidas de un cambio brusco (ξ_S), generalmente solo se requiere el ángulo de deflexión de la curva (θ), entretanto que para el coeficiente de pérdidas de un cambio gradual (ξ_G), se demanda el ángulo θ y la relación del radio de la curva con respecto a diámetro del conducto (r/D); sin embargo, en ocasiones ambos coeficientes se relacionan con el número de Reynolds (Re), el cual para conductos circulares se puede expresar como:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (2)$$

en donde Re es adimensional, ρ es la densidad del fluido kg/m^3 ; V es la velocidad media del flujo (m/s), D el diámetro del conducto (m); es la viscosidad dinámica del fluido en $kg/(m \cdot s)$.

Ahora bien, centrando la ecuación general de las pérdidas locales en los dispositivos de cambio de dirección, se dice que la pérdida de energía total (h_L) es compuesta de la siguiente forma [36, 42, 31]:

$$h_L = h_c + h_d + h_f \quad (3)$$

en la cual h_c es la pérdida debida a la alteración del flujo por el tipo de curvatura, que se obtiene de la diferencia de carga de presión del inicio y final del dispositivo; h_d es la pérdida excesiva en la longitud de la tubería aguas abajo, con respecto a la pérdida normal por fricción en el tramo recto de dicha tubería; h_f es la pérdida por fricción en la longitud de la curva, la cual puede obtenerse mediante la ecuación de Darcy-Weisbach que se escribe como sigue:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (4)$$

donde L es la longitud de la tubería (m); D es el diámetro interno del conducto (m); $V^2/2g$ es la energía cinética (m); f es un coeficiente de fricción que depende principalmente del diámetro de la conducción, de la rugosidad de la tubería (ε) y del número de Reynolds (Re), el cual puede obtenerse experimentalmente a partir de la ecuación anterior; sin embargo, este coeficiente es ampliamente estudiado y se proporciona en documentos de la temática, tales como USACE [40], CRANE CO [42], CFE [43], USBR [41] y Saldarriaga [44], entre otros.

Finalmente, cabe mencionar que con frecuencia de la pérdida total debida a los cambios de dirección (h_L), se excluye la pérdida por fricción en la longitud de la curva (h_f) para tratarse como tal junto al resto de las pérdidas en los tramos rectos de tuberías de un sistema. De esta manera, la pérdida de energía total en un cambio de dirección quedaría como:

$$h_L = h_c + h_d \quad (5)$$

Entonces, conociendo la pérdida de energía total, el coeficiente de pérdidas de un cambio de dirección esta dado por la siguiente expresión:

$$\xi = \frac{h_L}{V^2/2g} \quad (6)$$

Por lo tanto, es importante verificar si en la pérdida de energía del dispositivo, se considera o no la pérdida por fricción en el trayecto de la curva, ya que ello repercute en el valor del coeficiente de pérdidas. En el siguiente apartado se presentan resultados de investigaciones y metodologías reportadas en la literatura para estimar el coeficiente de pérdidas de curvas y codos de tuberías.

2.3. Estimación del coeficiente de pérdidas

A continuación, se expone un análisis de investigaciones y metodologías revisadas en la literatura sobre las pérdidas de energía y el coeficiente de pérdidas de los cambios de dirección, los cuales se tratan como codos y curvas de tuberías, en condiciones súbitas y graduales. A partir de ello, se consideran cinco escenarios de cambio de dirección: el caso de dispositivo simple (1) y cuatro casos de estructuras con dispositivos en serie que son separados por tramos rectos de tubería (figura 2), los cuales se clasifican como forma-Z, forma-U, forma-L y forma-S.

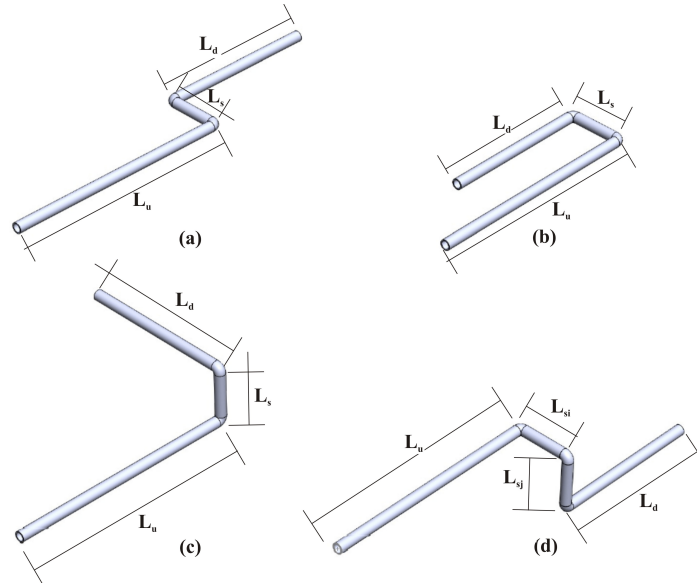


Figura 2: Esquema de los casos de estudio en estructuras con dispositivos de cambio en serie: a) forma-Z, b) forma-U, c) forma-L y d) forma-S.

2.3.1. Curvas de tuberías

Uno de los trabajos ampliamente citados es el Beij [36], quien realizó una investigación experimental de la pérdida de presión causada por curvas graduales de acero con 90° de deflexión y 10.23cm de diámetro interno (4 pulgadas); sin embargo, también se obtuvieron las pérdidas por fricción en los tramos de tuberías aguas arriba y aguas

debajo de los dispositivos, los cuales presentaron longitudes de $48.15D$ y $168.12D$, respectivamente. Para ello, se realizaron ensayos con agua en 9 curvas horizontales de radio distinto, que comprendieron un rango de 15.24 a 203.2 cm (6 a 80 pulgadas). Por medio una serie de piezómetros se evaluaron diferencias de alturas de presión en distintos puntos del sistema, tanto aguas arriba como aguas abajo del dispositivo, mientras que la carga de velocidad se estimó a partir del caudal aforado y el área de la sección transversal del conducto. Con ello se obtuvieron resultados del coeficiente ξ_{GC} para relaciones de r/D de 0.97 a 19.96 , en función del rango de $0.23 \leq Re \leq 3.4 \times 10^5$ (aproximadamente). Los valores de dicho coeficiente no presentaron una tendencia definida para valores del Re , por lo cual también se presentan valores promedio del coeficiente ξ_{GC} solo en función de r/D . En un gráfico se presentan los resultados, donde se muestra que el coeficiente disminuye de 0.37 a 0.16 y después incrementa de 0.16 a 0.41 , cuando la relación r/D incrementa de 1 a 3.5 y de 3.5 a 20 , respectivamente; por lo tanto, el valor mínimo y máximo de ξ_{GC} es 0.16 y 0.41 en $r/D = 3.5$ y 40 , respectivamente. Estos valores fueron comparados en otro gráfico ante los datos obtenidos experimentalmente por: Hofmann [45], en curvas lisas y rugosas de $D = 4.32$ cm; Davis [46], en curvas de $D = 5.08$ cm; Balch [47], en curvas de $D = 7.62$ cm; Vogel [48], en curvas de $D = 15.24, 20.32$ y 25.40 cm; y por Brightmore [49], en curvas de $D = 7.62$ y 10.16 cm. En esta comparación de resultados, los valores del coeficiente ξ_{GC} no son congruentes entre un autor y otro. No obstante, el valor máximo es de 0.58 y es dado por Balch [47] con la relación $r/D = 15$, entretanto que el valor mínimo es de 0.08 y se obtiene de Hofmann [45] en tuberías lisas, con la relación $r/D = 7$.

Con la finalidad de evaluar el comportamiento de la pérdida de energía en curvas graduales de latón fundido, Itō [31] realizó experimentos en dispositivos que presentaron aproximadamente diámetros de 3.5 cm y ángulos de deflexión de 45° , 90° y 180° . La curva de 180° es una estructura en forma-U, la cual es conformada por dos curvas en serie y continuas de 90° de deflexión, que producen una longitud $L_s = 2r$. Las curvas de 45° tuvieron valores de $r = 6.42, 11.3$ y 25.54 cm; las curvas de 90° presentaron valores de $r = 3.52, 6.38$ y 11.42 cm; y las curvas de 180° fueron con valores de $r = 6.39$ y 11.32 cm. A los dispositivos estudiados se le acoplaron tuberías de cobre aguas arriba y aguas abajo, con longitudes $L_u = 153.8D$ y $L_d > 71.6D$. Para la práctica se utilizó agua a carga constante, así como un sistema de manómetros para estimar las alturas de presión en 5 puntos aguas arriba de la curva y en 8 puntos aguas debajo de ella. En cada punto se evaluaron las alturas de presión en el lado derecho e izquierdo sobre el eje de la sección transversal, así como en la parte superior e inferior de la misma. La pérdida de energía total debida a las curvas de tuberías (h_L), fue conformada por la pérdida de energía en el trayecto de la curva (h_c) y la pérdida debida a la perturbación del flujo después de esta (h_d). Considerando lo anterior, se obtuvieron valores del coeficiente de pérdidas para un rango de $0.2 \times 10^5 \leq Re \leq 4.0 \times 10^5$, evaluando h_d en valores de $L_d = 0, 9D, 18D$ y $> 50D$; los resultados evidenciaron que el coeficiente disminuye conforme incrementa Re . A partir de ello, el autor propuso las siguientes ecuaciones para estimar el coeficiente de pérdidas:

Para $0.25Re(r/D)^{-2} < 91$

$$\xi = 0.01746Kf\theta \left(\frac{r}{D}\right) \quad (7)$$

Para $0.25Re(r/D)^{-2} > 91$

$$\xi = 0.004314K\theta R_e^{-0.17} \left(\frac{r}{D}\right)^{0.84} \quad (8)$$

donde: ξ es el coeficiente de pérdidas de una curva gradual (ξ_{GC}) y una estructura en forma-U (ξ_{US}); f es el factor de fricción para régimen turbulento, el cual se especifica en Itō [50]; K es un coeficiente adimensional que depende de θ y r/D , el cual se estima mediante un gráfico o con ecuaciones sugeridas por el autor, las cuales se pueden escribir de la siguiente forma:

Si $\theta = 45^\circ$

$$K = 1 + 5.126 \left(\frac{r}{D}\right)^{-1.47} \quad (9)$$

Si $\theta = 90^\circ$ y $2(r/D) < 19.7$

$$K = 0.95 + 4.421 \left(\frac{r}{D}\right)^{-1.96} \quad (10)$$

Si $\theta = 90^\circ$ y $2(r/D) > 19.7$

$$K = 1.0 \quad (11)$$

Si $\theta = 180^\circ$

$$K = 1 + 5.056 \left(\frac{r}{D}\right)^{-4.52} \quad (12)$$

Cabe destacar que, en White [51] se sugiere estimar el coeficiente de pérdidas de una curva de 90° mediante la ecuación para $0.25Re(r/D)^{-2} > 91$. Por otro lado, en la comparación de los resultados para las curvas de 45° , 90° y en forma-U, se manifestó

buena correlación entre los coeficientes experimentales obtenidos y los estimados con la ecuación (3), cuando $L_d > 50D$. Sin embargo, entre diversas presentaciones gráficas de los resultados se destacan los siguientes casos:

- a) Los resultados del coeficiente ξ_{GC} de las curvas de 45° , son comparados con los valores estimados mediante la ecuación (3), la ecuación de Weisbach [52] y la ecuación de Richter [53]. Los resultados de la ecuación de Weisbach [52] se apegaron a los obtenidos experimentalmente con $L_d = 18D$, entretanto que los determinados mediante la ecuación de Richter [53] se inclinaron a los investigados con $L_d = 0$.
- b) No obstante, los valores obtenidos para el coeficiente de pérdidas de las curvas de 90° , fueron comparados contra los valores calculados mediante la ecuación (3) y las ecuaciones propuestas por: Weisbach [52], Richter [53], Pigott [54] y Pigott [55]. En esta parte, los coeficientes de pérdidas estimados con la ecuación de Weisbach [52] fueron más congruentes a los examinados con $L_d > 50D$; los determinados con la ecuación de Pigott [55] resultaron mayores a todos los considerados; y los obtenidos con las ecuaciones de Richter [53] y Pigott [54], se inclinaron más a los coeficientes con bajos valores de L_d .
- c) En el caso de las curvas en forma-U se utilizó el mismo criterio de comparación que en las curvas de 45° . Aquí, los valores del coeficiente de pérdidas estimados mediante la ecuación de Weisbach [52] fueron mayores a todos los casos, mientras que los determinados mediante la ecuación de Richter [53] se sesgaron más sobre valores bajos de L_d .
- d) Por otro lado, en otro gráfico se exponen los resultados experimentales del coeficiente de pérdidas en curvas lisas con $Re = 2 \times 10^5$ y ángulos de 45° , 90° y en forma-U, en función de la relación r/D de 1 a 15; el gráfico también es indicado en White [51] para estimar el coeficiente de pérdidas en mención. Estos datos son confrontados ante los valores obtenidos mediante las ecuaciones (3), la propuesta por Hofmann [45] y la sugerida por Wasielewski [56]. Los resultados experimentales y analíticos del autor presentaron buena correlación con los obtenidos por Wasielewski [56], cuando $\theta = 45^\circ$, y también ante los resultados estimados por Hofmann [45], cuando $\theta = 90^\circ$.
- e) Por último, se exponen resultados experimentales del coeficiente de pérdidas, que fueron estudiados en 10 curvas de cobre con radio largo, ángulos de deflexión de 45° , 90° , 135° y 180° (forma-U), así como de relaciones r/D de 5.2 a 108; se destaca que previamente se han reportado en Itō [57]. Dichos resultados indicaron que, conforme incrementa la relación r/D para un mismo valor de θ , también aumenta la pérdida de energía en el trayecto de la curva y decrece la pérdida por perturbación del flujo aguas debajo de esta. En un gráfico se exponen los resultados de los coeficientes ξ_{GC} y ξ_{US} para un rango de $0.1 \times 10^5 \leq Re \leq$

3.0×10^5 , donde se muestra que dichos coeficientes se reducen conforme se eleva el valor de Re . Además, se ilustra que los valores mínimos de los coeficientes son obtenidos con $\theta = 90^\circ$ y $r/D = 7.6$; sin embargo, los valores máximos son dados con $\theta = 45^\circ$ y $r/D = 108$.

Respecto a curvas comerciales de PVC, Chen-Tzu [58] llevó a cabo un estudio experimental sobre el comportamiento del flujo y las pérdidas de energía en dispositivos con 90° de deflexión y relación $r/D = 1.59$. Los dispositivos utilizados fueron de 2 pulgadas, con diámetro interior de 5.25 cm , los cuales fueron acoplados a tuberías con las mismas características y longitudes $L_u = 100D$ y $L_d > 36D$. Las pruebas fueron realizadas en curvas de sentido horizontal y vertical, utilizando distintos flujos de agua con temperatura aproximada a 21.1°C , que produjeron números de Reynolds de 0.282 a 1.86×10^5 . Mediante un sistema de piezómetros se evaluaron las presiones a cada 90° en la circunferencia de sección transversal, permitiendo obtener las alturas de presión en el lado izquierdo y derecho del eje de la conducción y en la parte superior e inferior del mismo; dichas presiones fueron estimadas en el centro del ángulo de la curva y hasta distancias de $30D$ aguas arriba del dispositivo y $36D$ aguas abajo. Entre otros resultados, se presenta un gráfico del coeficiente de pérdidas en curvas de sentido horizontal y vertical, conforme a la variación de Re . En el gráfico se muestra que, en ambos casos, el coeficiente se reduce a medida que incrementa el valor de Re , pero con diferente comportamiento. En los rangos aproximados a $Re < 0.57 \times 10^5$ y $Re > 1.4 \times 10^5$, el coeficiente ξ_{GC} resultó ligeramente mayor en la curva vertical, mientras que, en el rango de $0.57 \times 10^5 < Re < 1.4 \times 10^5$ el coeficiente resultó levemente superior en el caso horizontal; por ende, el coeficiente ξ_{GC} resulta igual para la curva horizontal y vertical, cuando Re toma valores aproximados a 0.57×10^5 y 1.4×10^5 , presentando valores de 0.24 y 1.8 , respectivamente. Por último, los valores máximos del coeficiente en la curva horizontal y vertical fueron de 0.35 y 0.38 , entretanto que, los valores mínimos fueron de 0.16 y 0.18 , respectivamente, los cuales se presentaron en los valores mínimos y máximos de Re .

Más de una década después, Turian et al. [59] presenta una investigación sobre el coeficiente de pérdidas para algunos dispositivos y válvulas de tuberías de acero, donde se utilizaron flujos con sólidos en suspensión. Dicha investigación se dice que fue realizada previamente por Hsu [60], en la cual se obtuvieron valores del coeficiente de pérdidas para curvas súbitas y graduales de acero con diámetros de 2.54 y 5.08 cm , utilizando distintos concentrados de perlas de vidrio del 0 al 50% del peso. Las curvas súbitas fueron de 90° de deflexión, mientras que las graduales tuvieron 45 , 90 y 180° (forma-U, $L_s = 0$). Las curvas de 45° y en forma-U, presentaron un radio de curvatura de 3.81 cm para el diámetro menor y 5.72 cm en el diámetro mayor. Sin embargo, las curvas graduales de 90° fueron de 3.81 , 11.43 , 21.59 y 31.75 cm de radio para el diámetro menor, así como 5.72 , 22.86 , 43.18 y 63.50 cm de radio para el diámetro mayor. Los resultados del coeficiente de pérdidas se exponen en gráficos y tablas, de donde se resalta lo siguiente:

- a) El porcentaje de concentración de sólidos no incide significativamente en el valor del coeficiente de pérdidas en las curvas estudiadas para ambos diámetros, tendiendo a promediarse en un comportamiento asintótico.
- b) El coeficiente de pérdidas para los dispositivos con $D = 2.54 \text{ cm}$, se presentan en función del Re de 0.1 a 0.8×10^5 , donde el coeficiente de pérdidas tiende a ser asintótico a partir de $Re \geq 0.25 \times 10^5$.
- c) Los resultados del coeficiente en los dispositivos con $D = 5.08$, se indicaron en relación a Re de 0.2 a 1.7×10^5 , en los cuales se mostró que dicho coeficiente sigue un comportamiento asintótico en $Re \geq 0.4 \times 10^5$.
- d) En una tabla se presentan valores promedio del coeficiente de pérdidas para los dispositivos con diámetros de 2.54 cm y 5.08 cm , bajo flujos con $Re \geq 0.25 \times 10^5$ y $Re \geq 0.4 \times 10^5$, respectivamente. Los coeficientes de los dispositivos de menor diámetro fueron de 0.94 en curva de 45° ; 1.63 en la curva brusca de 90° ; el mínimo de 0.80 y el máximo de 1.27 en curvas graduales de 90° con $r = 21.59$ y 3.81 cm , respectivamente; y 0.90 en curvas en forma-U. No obstante, dichos coeficientes en los dispositivos de diámetro mayor resultaron de 0.73 en curva de 45° ; 1.91 en la curva brusca de 90° ; el mínimo de 0.60 y el máximo de 1.13 en curvas graduales de 90° con $r = 22.86$ y 43.18 cm , respectivamente; y 0.92 en curvas en forma-U.

Además de mostrar resultados experimentales, Turian et al. [59] menciona que el coeficiente de pérdidas en curvas puede obtenerse mediante las ecuaciones de Itō [50, 31] para $0.25Re(r/D)^{-2} < 91$ y $0.25Re(r/D)^{-2} > 91$ (expuestas anteriormente), y también, utilizando una tabla indicada en CRANE CO [42]. De estas dos opciones, se contrastan los resultados experimentales contra los datos indicados en CRANE CO [42], donde se encontraron diferencias notables para los dos tipos de diámetros; siempre resultaron mayores los coeficientes obtenidos en la investigación, excepto para los dispositivos en forma-U, los coeficientes resultaron menores a los dados en la literatura. En dicha comparación de los dispositivos con $D = 2.54 \text{ cm}$, las diferencias mínima y máxima de los coeficientes fueron de 0.25 en la curva en forma-U y de 0.67 en la curva de 90° con $r = 11.43 \text{ cm}$, respectivamente; entretanto, dichas diferencias en los dispositivos con $D = 5.08 \text{ cm}$ fueron de 0.03 en la curva en forma-U y de 0.77 en la curva brusca de 90° .

Por otra parte, Gontsov et al. [19] realizaron una investigación en laboratorio sobre el comportamiento del flujo y de la pérdida de energía en una curva horizontal de 90° de deflexión, utilizando flujo isotérmico de aire. El modelo de la curva se construyó a base de vidrio orgánico de 0.6 cm de espesor, con un diámetro de 20.6 cm y relación $r/D = 1$. Las tuberías de entrada y salida fueron de acero, con diámetros de 20.6 cm y relaciones $L_u/D = 35$ y $L_d/D = 25$, respectivamente. Los comportamientos de las presiones en el flujo y sobre las paredes, fueron evaluados mediante un sistema de manómetros diferenciales con alcohol, considerando valores del Re de 0.9 a 4.0×10^5 . Los resultados son indicados mediante gráficos, sin embargo, también se manifiestan cuatro ecuaciones para

obtener el coeficiente de pérdidas de una curva gradual con 90° de deflexión. La primera es una ecuación que le atribuye a A. D. Al'tshul, la cual se escribe de la forma siguiente:

$$\xi_{GC} = [0.2 + 0.001(100f)^8] \left(\frac{r}{D} \right)^{-0.5} \quad (13)$$

donde: f es el coeficiente de resistencia a la fricción (adimensional); D es el diámetro de la tubería (m); r es el radio de la curva (m). La segunda ecuación expuesta es la reportada por Itō [31], la cual fue analizada previamente para $0.25Re(r/D)^{-2} > 91$. Las dos ecuaciones restantes son obtenidas por los autores para curvas graduales y lisas, a partir de sus propias investigaciones y del análisis de los resultados reportados en Itō [31]. La tercera ecuación es recomendada para un rango de $0.2 \times 10^5 < Re < 4.0 \times 10^5$, la cual se expone a continuación:

$$\xi_{GC} = 1.45Re^{-0.15} \left(\frac{r}{D} \right)^{-0.3} \quad (14)$$

La cuarta y última ecuación, es recomendada para valores de $Re \geq 4.0 \times 10^5$, donde el coeficiente de pérdidas es independiente del régimen del flujo. Dicha ecuación se escribe como sigue:

$$\xi_{GC} = 0.21 \left(\frac{r}{D} \right)^{-0.3} \quad (15)$$

Finalmente, cabe resaltar que los valores experimentales obtenidos del coeficiente de pérdidas, presentaron buena correlación con los resultados obtenidos en Ito [31], cuando se tiene el rango de $1 \leq r/D \leq 3$.

En los párrafos restantes se presentan diversos métodos para estimar el coeficiente de pérdidas de curvas de tuberías, los cuales son sugeridos en manuales y libros de la temática, basándose en experiencias propias del autor y/o en resultados de otros investigadores, sin exponer detalles los desarrollos experimentales.

En Gibson [61], se dice que los primeros experimentos de pérdida de energía en curvas de tuberías fueron realizados por J. Weisbach [52], utilizando tuberías de acero de 3.175 *cm* de diámetro. A partir de dichos experimentos y otros más, propuso las siguientes ecuaciones para estimar el coeficiente de pérdidas de curvas bruscas y graduales, las cuales se puede escribir de la siguiente forma:

$$\xi_{SC} = 0.946 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2.05 \sin^4 \frac{\theta}{2} \quad (16)$$

$$\xi_{GC} = \left[0.000222 + 0.000276 \left(\frac{r}{D} \right)^{-3.5} \right] \theta \quad (17)$$

La primera ecuación que es para el coeficiente de curvas bruscas, también es sugerida para codos de la misma condición. Por otro lado, se presentan valores del coeficiente ξ_{GC} deducidos de resultados de Brightmore [49] para curvas de hierro fundido de 7.62 y 10.16 *cm* de diámetro, con relaciones r/D de 2 a 10 y bajo velocidades de 1.52 a 3.05 *m/s*. Dichos resultados no mostraron un comportamiento bien definido ante la variación de r/D y la velocidad del flujo, sin embargo, para los dos diámetros estudiados los valores mínimos y máximos se puede asumir que se presentan en $r/D = 10$ y 2, respectivamente. En las curvas con $D = 7.62$ *cm* el coeficiente menor y mayor fue aproximadamente de 0.22 y 0.43, mientras que en las curvas de $D = 10.16$ *cm*, resultaron de 0.23 y 0.38, respectivamente. Finalmente, también se presentan valores del coeficiente de pérdidas en curvas, estimados a partir de la investigación de Schoder [62] sobre dispositivos de hierro forjado, que presentaron un diámetro comercial de 6 pulgadas, diámetro interior estimado de 15.4 *cm* y relaciones r/D de 1.34 a 20. Los valores se expusieron en una tabla en función de la relación r/D y de tres velocidades distintas, 1.52, 3.05 y 4.88 *m/s*. En este caso el comportamiento del coeficiente resultó oscilatorio, tomando en cuenta el promedio de las velocidades, presentó el valor mínimo de 0.27 en $r/D = 5$ y 10, mientras que el valor máximo fue de 0.45 en $r/D = 1.34$.

Ahora, Daugherty & Ingersoll [63] exponen que en curvas graduales con $\theta = 90^\circ$, el coeficiente de pérdidas se obtiene mediante la ecuación de Piggot [54], la cual se escribe de la siguiente forma:

$$\xi_{GC} = 0.106 \left(\frac{r}{D} \right)^{-2.5} + 2f^{2.5} \quad (18)$$

donde f es el factor de fricción de la tubería. Debido que el valor de Re incide en el factor de fricción, implica que también influya en el valor de ξ_{GC} . Finalmente, se indica que en curvas con ángulo de deflexión diferente a 90° , el coeficiente de pérdidas es aproximadamente proporcional al valor de θ . Es decir, que en una curva de 45° y 180° , el valor de ξ_{GC} es el 50 y 200 %, respectivamente, sobre el valor obtenido con la ecuación anterior.

En el manual de Idel'chick [37] se presenta amplia información sobre las pérdidas de energía en los dispositivos bajo estudio, donde se establece que la pérdida total es conformada por la pérdida local y la pérdida por fricción a lo largo de las curvas. Sobre las pérdidas por fricción, el autor proporciona una serie de ecuaciones, tablas y gráficos para obtener el coeficiente f , sin embargo, no se abundará en ello. Respecto a las pérdidas locales (ecuación 1), se presenta una gama de ecuaciones, tablas y gráficos, que son obtenidos a partir de resultados experimentales de diversos autores. Acorde a dicha información se clasificaron los casos siguientes para curvas simples y curvas en serie:

- a) Si las curvas son simples, graduales y con superficies lisas ($\varepsilon \approx 0$), que cumplen con los rangos de $0 < \theta \leq 180^\circ$ y $r/D \geq 0.5$, donde se presentan flujos con $Re \geq 2 \times 10^5$, el coeficiente de pérdidas se obtiene bajo la ecuación de Abramovich [64]:

$$\xi_{GC} = \delta \alpha \quad (19)$$

en la cual δ y α son coeficientes que dependen del ángulo θ y de la relación r/D , respectivamente, los cuales se estiman de gráficos y tablas establecidas por Nekrasov [65], a partir de las investigaciones de Idel'chick [66], Evdomikov [67] y propias. Ahí el coeficiente δ incrementa 0 a 1.4, cuando θ aumenta de 0 a 180° , mientras que α decrece de 1.18 a 0.17, cuando r/D incrementa de 0.5 a 1.5, respectivamente. Sin embargo, también se establecen las siguientes ecuaciones para estimar los coeficientes δ y α :

Si $\theta \leq 70^\circ$,

$$\delta = 0.9 \sin \theta \quad (20)$$

Si $\theta = 90^\circ$,

$$\delta = 1.0 \quad (21)$$

Si $\theta \geq 100^\circ$,

$$\delta = 0.7 + 0.0039\theta \quad (22)$$

Si $0.5 \leq r/D \leq 1.0$,

$$\alpha = 0.21 \left(\frac{r}{D} \right)^{-2.5} \quad (23)$$

Si $r/D > 1.0$,

$$\alpha = 0.21 \left(\frac{r}{D} \right)^{-0.5} \quad (24)$$

- b) Cuando las curvas son simples, graduales, de superficies rugosas ($\varepsilon > 0$) y con radio de curvatura corto, que cumplen con los rangos de $0 < \theta \leq 180^\circ$ y $0.5 < r/D \leq 1.5$, para conducir flujos con $Re \geq 0.03 \times 10^5$, el coeficiente de pérdidas lo determina la siguiente ecuación:

$$\xi_{GC} = \delta \alpha \lambda_1 \lambda_2 \quad (25)$$

donde los coeficientes δ y α se determinan conforme a lo indicado en a); λ_1 y λ_2 son coeficientes que se estiman mediante tablas en función de Re , r/D y ε/D . λ_1 y λ_2 pueden incrementar de $45f$ a 1.0 y 1.0 a 2.0, respectivamente, a medida que también aumentan el valor de los parámetros que los rigen.

- c) Si las curvas son simples, graduales, de superficies rugosas ($\varepsilon > 0$) y con radio de curvatura largo, que cumplen con los rangos de $0 < \theta \leq 180^\circ$ y $1.5 < r/D \leq 50$, donde se presentan flujos con $Re \geq 0.03 \times 10^5$, el coeficiente de pérdidas también se determina mediante la ecuación anterior, pero ahora el autor proporciona nuevas tablas y gráficos para estimar los coeficientes δ , α , λ_1 y λ_2 . Ahí el coeficiente δ puede incrementar de 0 a 1.4, cuando θ aumenta de 0 a 180° , mientras que α decrece de 0.21 a 0.30, cuando r/D incrementa de 1 a 50, respectivamente. Sin embargo, los coeficientes λ_1 y λ_2 incrementan de $64f$ a 1.0 y 1.0 a 2.0, respectivamente, a medida que también aumenta el valor de Re y ε/D .
- d) En el caso de curvas simples, graduales, con superficies lisas ($\varepsilon \approx 0$) y radio de curvatura largo, que cumplen con los rangos de $0 < \theta \leq 90^\circ$ y $r/D \gg 1.5$, para conducir flujos con $50 < Re < 0.2 \times 10^5$, el coeficiente de pérdidas local incluye

el coeficiente de resistencia a la fricción total de la curva, por lo cual no debe evaluarse por separado. En este caso, el coeficiente ξ_{GC} debe estimarse bajo la ecuación de Aronov [68], que es basada en los resultados de Adler [69], White [70] y propios; dicha ecuación se escribe de la siguiente manera:

$$\xi_{GC} = 0.0175f \left(\frac{r}{D} \right) \theta \quad (26)$$

donde f se obtiene a través de tablas y gráficos en función de r/D y Re . En dichos datos el valor del coeficiente de fricción disminuye a medida que incrementan sus parámetros gobernantes. El valor máximo de f es de 0.34, cuando $r/D = 3.1$ y $Re = 400$, mientras que su valor mínimo es de 0.029, cuando $r/D = 100$ y $Re = 0.2 \times 10^5$. Por otro lado, también se proporcionan tres ecuaciones para estimar el coeficiente de fricción, las cuales fueron obtenidas por Aronov [68], a partir de los resultados de las investigaciones antes mencionadas, que al sustituirlas en la ecuación anterior se produce lo siguiente:

Si $50 < Re(D/2r)^{0.5} \leq 600$,

$$\xi_{GC} = 0.31\theta R_e^{-0.65} \left(\frac{r}{D} \right)^{0.825} \quad (27)$$

Si $600 < Re(D/2r)^{0.5} \leq 1400$,

$$\xi_{GC} = 0.1557\theta R_e^{-0.55} \left(\frac{r}{D} \right)^{0.775} \quad (28)$$

Si $1400 < Re(D/2r)^{0.5} \leq 5000$,

$$\xi_{GC} = 0.0723\theta R_e^{-0.45} \left(\frac{r}{D} \right)^{0.725} \quad (29)$$

- e) Por otra parte, se presenta un gráfico para estimar el coeficiente de pérdidas en curvas simples de condición brusca y con 90° de deflexión, el cual es aplicable tanto para curvas con $r_i = 0$ y $r_o \geq 0$, como en curvas con $r_i \geq 0$ y $r_o = 0$. En el caso que $r_o = 0$, el coeficiente ξ_{SC} resulta mayor que cuando $r_i = 0$. Los valores mínimos y máximos aproximados que dicho coeficiente puede tomar con

$r_o = 0$, son de 1.1 y 1.38, cuando r_i/D vale 1.1 y 2.1, respectivamente; mientras que con $r_i = 0$ puede tomar los valores de 0.18 y 1.1, cuando r_o/D vale 1.2 y 0, respectivamente.

- f) Cuando se tiene una curva o codo simple, de condición brusca ($r/D = 0$), con superficies lisas ($\varepsilon \approx 0$) y un ángulo de deflexión comprendido en el rango de $0 < \theta \leq 180^\circ$, que conduce flujos con $Re \geq 0.4 \times 10^5$, el coeficiente de pérdidas debe determinarse mediante la ecuación de Abramovich [64], la cual se escribe como sigue:

$$\xi_{SC} = \delta_1 \delta_2 \quad (30)$$

donde δ_1 y δ_2 son coeficientes que dependen del ángulo θ . El coeficiente δ_1 se obtiene de tablas y gráficos con datos de Richter [53], Richter [71] and Schubart [72], donde el valor de dicho coeficiente decrece de 3.0 a 1.2, cuando el ángulo θ incrementa de 10 a 90° , respectivamente, mientras que para valores de $90 < \theta \leq 180^\circ$, el valor δ_1 se mantiene constante en 1.2. Sin embargo, el valor de δ_2 se obtiene de tablas y gráficos con datos de Weisbach [52] o bien, mediante una ecuación propuesta por este autor, que al sustituirla en la ecuación anterior, ésta adopta la siguiente estructura:

$$\xi_{SC} = \delta_1 \left(0.95 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2.05 \sin^4 \frac{\theta}{2} \right) \quad (31)$$

- g) Si la curva o codo son simples, de condición brusca ($r/D = 0$), con superficies rugosas ($\varepsilon > 0$) y un ángulo de deflexión comprendido en el rango $0 < \theta \leq 180^\circ$, que conduce flujos con $Re \geq 300$, el coeficiente de pérdidas debe determinarse mediante la siguiente ecuación:

$$\xi_{SC} = \delta_1 \delta_2 \eta_1 \eta_2 \quad (32)$$

en la cual δ_1 y δ_2 se determinan conforme a lo indicado en f); η_1 y η_2 son coeficientes que se determinan en tablas en función del valor de ε/D y Re . El coeficiente η_1 puede incrementar de $45f$ a 1.0, cuando aumenta el valor de Re , mientras que η_2 puede incrementar de 1.0 a 1.5, cuando incrementan los valores de ε/D y Re .

- h) Si se presentan dos curvas en serie de condición gradual, con superficies lisas ($\varepsilon \approx 0$) y $r/D \geq 0.5$, formando una estructura en forma de L, U o Z, para conducir flujos con $Re \geq 2 \times 10^5$, el coeficiente de pérdidas se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\xi_{GC} = K \left[\delta \alpha + \left(0.2 \frac{L_s - 2r}{D} + 0.0007 \frac{r}{D} \theta \right) \right] \quad (33)$$

donde los coeficientes δ y α se determinan conforme a lo indicado en a) K es un coeficiente que depende de la relación $(L_s - 2r)/D$, el cual se estima mediante tablas obtenidas a partir de los resultados de Haase [73]. En el caso de las formas en L y Z, el coeficiente K disminuye de 2.5 a 2.0 y 3.0 a 2.0, respectivamente, cuando la relación $(L_s - 2r)/D$ aumenta de 0 a ≥ 1.0 . Sin embargo, en el caso de la forma en U dicho coeficiente incrementa de 1.4 a 2.0, cuando la relación $(L_s - 2r)/D$ aumenta de 0 a ≥ 1.0 .

- i) Por último, cuando se presentan dos curvas en serie de condición gradual, con superficies rugosas ($\varepsilon > 0$) y $r/D \geq 0.5$, formando una estructura en forma de L, U o Z, para conducir flujos con $Re \geq 0.03 \times 10^5$, el coeficiente de pérdidas se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\xi_{GC} = K \left[\delta \alpha \lambda_1 \lambda_2 + \left(0.2 \frac{L_s - 2r}{D} + 0.0007 \frac{r}{D} \theta \right) \right] \quad (34)$$

en la cual los coeficientes δ , α , λ_1 y λ_2 , se obtienen conforme a lo indicado en la parte b) y c) para relaciones $0.5 < r/D \leq 1.5$ y $1.5 < r/D \leq 50$, respectivamente; y el coeficiente K se estima de acuerdo a lo establecido en el apartado h).

Por otro lado, King, Wisler, & Woodburn [74] recomiendan valores tabulados para estimar el coeficiente de pérdidas de una curva gradual con $\theta = 90^\circ$ y $1 \leq r/D \leq 20$, los cuales son obtenidos de los resultados de Beij [36]; dichos resultados se exponen de forma gráfica en Brater, King, Lindell, & Wei [75], y también se indica que en flujo turbulento el valor de Re no incide significativamente sobre el coeficiente ξ_{GC} . En dichos datos el valor de ξ_{GC} disminuye de 0.35 a 0.16, cuando r/D aumenta de 1 a 4, mientras que después incrementa de 0.16 a 0.42, cuando r/D toma valores de 4 a 20, respectivamente. Esto indica que el valor mínimo de $\xi_{GC} = 0.16$ es originado en $r/D = 4$, mientras que el valor máximo de 0.42 es presentado en $r/D = 20$. Por último, se establece de forma muy general que, en curvas graduales con $\theta = 45$ y 180° , el

valor del coeficiente de pérdidas se puede determinar mediante el 50 % y el 125 %, respectivamente, de los valores recomendados para el coeficiente de una curva con $\theta = 90^\circ$.

El manual de USACE [40] presenta lo establecido por Anderson [76] para estimar el coeficiente de pérdidas en curvas graduales y bruscas, donde se enmarca lo siguiente:

- a) Respecto a dispositivos graduales, se argumenta que Hoffman [45] y Wasielewski [56] establecieron que el coeficiente de pérdidas es independiente del valor de Re , cuando éste excede de 2×10^5 . Bajo este contexto se recomienda un gráfico con resultados de Wasielewski [56], para estimar el coeficiente ξ_{GC} con superficies lisas y $Re = 2.25 \times 10^5$, en función de la relación r/D de 1 a 10 y valores del ángulo θ de 0 a 90° ; este gráfico también es sugerido por Sotelo [38]. Ahí, en forma general, el coeficiente incrementa a medida que aumenta el valor de θ , pero disminuye conforme incrementa la relación r/D . Sin embargo, el coeficiente incrementa constantemente y toma el mismo valor en cualquier relación r/D para los ángulos θ de 0 a 25° , mientras que si r/D toma valores de 4, 6 y 10, el coeficiente decrece a partir de $\theta = 65^\circ$, 70° y 50° , respectivamente. También se ilustra que valor máximo de $\xi_{GC} = 0.20$ y se produce en $r/D = 1$ y $\theta = 70^\circ$, mientras que el valor mínimo es cero para cualquier valor de r/D , cuando $\theta = 0^\circ$.
- b) Además, en el mismo gráfico se presentan curvas de ajuste sobre los resultados de Wasielewski [56], las cuales recomienda USACE [40] para obtener el valor de ξ_{GC} en función de los rangos $1.5 \leq r/D \leq 10$ y $0 < \theta \leq 90^\circ$. Conforme a este criterio, el valor del coeficiente no presenta fluctuaciones y aumenta a medida que incrementa el valor θ , mientras que disminuye al aumentar la relación r/D . También, los valores mínimos es cero cuando $\theta = 0^\circ$, entretanto que el máximo es de 0.16 cuando $r/D = 1.5$ y $\theta = 90^\circ$.
- c) Por último, si los dispositivos son bruscos, USACE [40] y también Sotelo [38], recomiendan un gráfico con resultados de Kirchbach [77] y Schubart [72] para estimar el coeficiente de pérdidas, en función de los rangos $0.2 \leq Re \leq 2.5 \times 10^5$ y $0 \leq \theta \leq 90^\circ$. En dicho gráfico el coeficiente incrementa a medida que aumenta el ángulo θ , mientras que disminuye cuando aumenta Re . Los valores mínimos y máximos de ξ_{SC} coinciden en $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 90^\circ$, respectivamente, para cualquier valor de r/D ; los valores mínimos son cero, entretanto que los máximos resultan de 1.12.

Otro documento que se cita en la literatura para determinar el coeficiente de pérdidas en curvas de tuberías es el manual de CRANE CO [42], donde se recomiendan los valores de Pigott [54] para obtener el coeficiente de pérdidas en curvas graduales de tuberías de acero, con $\theta = 90^\circ$, diámetros aproximados de 2.0 a 25.4 cm y relaciones $r/D = 1, 2$ y 3. Dichos datos revelan que el coeficiente disminuye en relación al incremento del diámetro, tomando valores aproximados de 3.8 a 1.8, de 3.3 a 1.1 y de

3.5 a 1.25, cuando r/D vale 1, 2 y 3, respectivamente, lo cual indica que los valores máximos se obtienen con $r/D = 1$, mientras que los mínimos con $r/D = 2$. Además, también se exponen los resultados de Beij [36] sobre el coeficiente ξ_{GC} , los cuales fueron discutidos en USACE [40]. Sin embargo, si las curvas de 90° son de acero y bridadas o con extremos para soldar, se recomienda una tabla para estimar el coeficiente ξ_{GC} , en función de la relación r/D de 1 hasta 20. En dicha tabla el coeficiente decrece de $20f$ a $12f$ e incrementa hasta $50f$, cuando r/D toma valores de 1, 2-3 y 20, respectivamente, presentándose los valores mínimos en r/D de 2 a 3. También, se especifica que para una curva gradual con 180° de deflexión (forma-U, $L_s = 0$), el coeficiente de pérdidas es $50f$. Por último, se recomienda una tabla con resultados de Kirchbach [77], para estimar el coeficiente de pérdidas en curvas bruscas de tubería de acero con ángulos θ de 0 a 90° , donde el valor del coeficiente incrementa de $2f$ a $60f$, respectivamente.

Por otra parte, en Simon [78] se sugiere una ecuación para estimar el coeficiente de pérdidas de curvas graduales, la cual se puede escribir de la siguiente forma:

$$\xi_{GC} = \left[0.00969 + 0.01218 \left(\frac{r}{D} \right)^{-3.5} \right] \theta^{0.5} \quad (35)$$

donde θ es el ángulo de la curva en grados; r/D es la relación del radio de curvatura y el diámetro del dispositivo. Por otro lado, si la curva se produce bruscamente, se indica que el coeficiente de pérdidas se obtiene en función del ángulo de deflexión, utilizando la siguiente expresión:

$$\xi_{SC} = 67.6 \times 10^{-6} (\theta)^{2.17} \quad (36)$$

donde el ángulo θ debe ser en grados. Esta ecuación también se recomienda para estimar el coeficiente de pérdidas en codos bruscos.

En SARH [79] se sugiere una tabla para estimar el coeficiente de pérdidas de curvas graduales con 90° de deflexión, donde el valor de ξ_{GC} se rige por la relación r/D en el rango de 1 a 10. En dicha tabla el coeficiente decrece de 0.52 a 0.18, cuando la relación r/D aumenta de 1 a 6, mientras que después incrementa de 0.18 a 0.20 conforme r/D crece de 6 a 10. Sin embargo, si la curva es distinta de $\theta = 90^\circ$, el valor del coeficiente obtenido será proporcional a un factor, el cual se estima de una segunda tabla en función del ángulo θ ; dicho factor incrementa de 0.20 a 1.30 acorde al aumento de θ desde 10 a 180° , respectivamente. Por último, se dice ordinariamente que, si la curva es de condición brusca el coeficiente de pérdidas puede tomar valores de 0.7 a 1.0, según la

magnitud de θ .

Por otro lado, Pashkov y Dolqachev [80] exponen que en curvas graduales con diámetro $\leq 3.0\text{cm}$, el coeficiente de pérdidas puede obtenerse de una tabla solo en función del ángulo θ , donde el valor de ξ_{GC} incrementa de 0.20 a 1.10, a medida que θ aumenta de 30 a 90°. Sin embargo, si la curva es brusca, el coeficiente se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\xi_{SC} = \xi_{90}(1 - \cos \theta) \quad (37)$$

donde θ es el ángulo de deflexión de la curva; ξ_{90} es el coeficiente de pérdidas de una curva brusca de 90°, el cual se estima de una tabla en función del diámetro interno del dispositivo, donde este coeficiente decrece de 1.70 a 0.83 acorde al incremento del diámetro de 2.0 a 4.9 cm, respectivamente.

En el diseño de presas pequeñas, USBR [41] recomienda el gráfico discutido anteriormente en Beij [36], para determinar el coeficiente de pérdidas de una curva gradual de 90° de deflexión. No obstante, en dicho gráfico este autor incluye una curva de ajuste, para obtener el coeficiente acorde a la relación r/D . Ahí el coeficiente disminuye de 0.25 a 0.07 cuando r/D incrementa de 1 a 4, luego se mantiene constante en 0.07 cuando r/D va de 4 a 10. Por otro lado, si la curva presenta un ángulo θ diferente a 90°, se corrige el valor obtenido de ξ_{GC} , en proporción a un factor que se obtiene de un gráfico en función del ángulo θ . Dicho factor incrementa de 0 hasta 1.12, cuando θ aumenta de 0 a 120°, respectivamente.

De acuerdo con Trueba [81], el coeficiente de pérdidas de una curva brusca se obtienen mediante a siguiente ecuación:

$$\xi_{SC} = 0.25 \left(\frac{\theta}{90} \right)^{0.5} \quad (38)$$

donde el ángulo θ debe ser de 0 a 90°.

Acorde a Miller [82], el coeficiente de pérdidas de curvas graduales que presenten superficies lisas, relaciones $L_d/D \geq 30$ y valores de $Re = 10 \times 10^5$, se debe obtener de un gráfico en función de los rangos de $0.5 \leq r/D \leq 10$ y $10 \leq \theta \leq 180^\circ$; dicho gráfico también es sugerido en CFE [43] y Hager [35]. Ahí se exponen diversas curvas con valores del coeficiente ξ_{GC} , donde toma un mínimo valor de 0.02 y un máximo de 1.0. También se muestra que para cualquier valor del ángulo θ , el coeficiente decrece a

medida que incrementa la relación r/D , originándose los valores mínimos con r/D entre 1.0 y 3.0; a partir de ahí, el coeficiente ξ_{GC} incrementa conforme también aumenta r/D , pero no logra alcanzar valores como cuando $r/D < 1.0$, donde se obtienen los valores máximos para cualquier valor de θ . No obstante, al no cumplirse con paredes lisas o los valores mencionados para L_d/D y Re , en Miller [82] y CFE [43] se establece que el coeficiente de pérdidas obtenido del gráfico mencionado, debe corregirse de la siguiente forma:

$$\xi_{GC} = \xi_1 C_{Re} C_{Ld} C_\varepsilon \quad (39)$$

donde ξ_1 es el coeficiente de pérdidas obtenido del gráfico para tuberías lisas con relación $L_d/D \geq 30$ y en valores de $Re = 10 \times 10^5$; C_{Re} , C_{Ld} y C_ε son coeficientes de corrección por $Re \neq 10 \times 10^5$, $L_d/D < 30$ y rugosidad en las paredes del dispositivo, respectivamente. En el caso del coeficiente C_{Re} , cuando $r/D \geq 1.0$ o $\xi_1 < 0.4$, este coeficiente se obtiene de un gráfico en función de $r/D \geq 1$ y $0.1 \leq Re \leq 100 \times 10^5$, donde el valor de dicho coeficiente decrece a medida que incrementan los parámetros que lo rigen. Sin embargo, cuando $r/D < 1.0$ el coeficiente C_{Re} debe determinarse mediante la siguiente ecuación:

$$C_{Re} = \frac{\xi_1}{\xi_1 - 0.2C_{Re1} + 0.2} \quad (40)$$

donde C_{Re1} es el coeficiente de corrección por $Re \neq 10 \times 10^5$ para $r/D \geq 1.0$ o $\xi_1 < 0.4$ (discutido previamente). Por otro lado, el coeficiente C_{Ld} se determina de un gráfico en función del coeficiente ξ_1 y la relación L_d/D , donde sus valores máximos se presentan en $L_d/D = 0$, mientras que sus valores mínimos se producen en L_d/D de 1 a 4. Por último, si $r/D \geq 1.0$ y $Re \leq 10 \times 10^5$, el coeficiente C_ε se determina como sigue:

$$C_\varepsilon = \frac{f_R}{f_L} \quad (41)$$

donde f_R y f_L los coeficientes de resistencia a la fricción en la tubería rugosa y en una tubería hidráulicamente lisa, respectivamente. Sin embargo, si $r/D \geq 1.0$ y $Re > 10 \times 10^5$, el coeficiente C_ε se obtiene con la ecuación anterior, pero obteniendo los coeficientes f_R y f_L con $Re = 10 \times 10^5$.

Finalmente, si las curvas son de condición brusca, Miller [82] y CFE [43] indican que el coeficiente de pérdidas se determine de la misma forma que para la condición gradual. Para ello, se recomienda un gráfico para estimar el coeficiente ξ_{SC} en función de $5 \leq \theta \leq 120^\circ$, el cual aplica en tuberías lisas con relación $L_d/D \geq 30$ y en valores de $Re = 10 \times 10^5$; en caso contrario, el coeficiente debe corregirse de la misma forma a la condición gradual. En dicho gráfico el coeficiente incrementa conforme aumenta el valor de θ , desde 0.02 a 1.5 en $\theta = 5$ y 120° , respectivamente.

Basándose en Franzini & Finnemore [83], se presenta un gráfico para estimar el coeficiente de pérdidas en curvas graduales con 90° de deflexión, donde dicho coeficiente se rige por la relación r/D y la relación de la rugosidad con respecto al diámetro (ε/D); cabe destacar que estos resultados no incluyen la pérdida por fricción en la curva. En este gráfico se muestra que el coeficiente ξ_{GC} incrementa a medida que aumenta la relación ε/D para cualquier valor de r/D . No obstante, para cada relación ε/D el coeficiente decrece e incrementa, cuando r/D toma valores de 1 a 7 y de 7 a 10, respectivamente, presentándose los valores mínimos en $r/D = 7$ y los máximos en $r/D = 1$. Por lo tanto, el valor mínimo es de 0.08 en $\varepsilon/D = 0$ y el máximo de 0.90 en $\varepsilon/D = 0.01$. Por último, se recomienda de forma general que para curvas con ángulos θ de 22.5 y 45° , el coeficiente de pérdidas es aproximadamente el 40 y 80 % del valor estimado para una curva con $\theta = 90^\circ$.

Mays [84] recomienda una tabla para estimar el coeficiente de pérdidas en curvas graduales con superficies lisas y ángulos de deflexión de 45 y 90° , en función de la relación r/D . En las curvas de 45° el coeficiente decrece de 0.10 a 0.09, cuando r/D aumenta de 1 a 2, luego incrementa de 0.09 a 1.20 a medida que r/D crece de 2 a 6. Sin embargo, En las curvas de 90° el coeficiente decrece 0.35 a 0.16 y luego incrementa de 0.16 a 0.21, cuando r/D aumenta de 1 a 4 y de 4 a 6, respectivamente. Por último, se indica que en el caso de curvas bruscas de 90° , el coeficiente de pérdidas puede tomar un valor de 1.10, lo cual es bastante general.

Por su parte Albers [85] propone un gráfico para estimar el coeficiente de pérdidas en curvas de tuberías con 90° de deflexión, el cual también es aplicable para codos. El comportamiento de dicho coeficiente es decreciente conforme incrementa el valor de r/D , alcanzando un valor máximo y mínimo de 1.0 y 0.0, cuando r/D se aproxima a 0 y 8, respectivamente. Por otro lado, se indica que, al presentarse un cambio de dirección con ángulo de 45 , 135 y 180° , el valor obtenido del coeficiente de pérdidas en el gráfico mencionado para un rango $0 < r/D \leq 8$, es proporcional a 0.5, 1.5 y 2.0, respectivamente.

Hager [35], además de proponer el gráfico de Miller [82] para $Re = 10 \times 10^5$, también se sugiere otro gráfico para estimar el coeficiente de pérdidas de una curva gradual con $Re \geq 10 \times 10^5$, el cual también es sugerido en Itō [31] y Blevins [86]. En este gráfico se concentran curvas para valores de $\theta = 45$, 90 y 180° , donde se puede obtener el valor

del coeficiente ξ_{GC} en función del rango de $0.5 \leq r/D \leq 10$. Aunque dicho gráfico está representado de forma diferente, el comportamiento de dicho coeficiente es similar al mencionado en Miller [82]. Los valores mínimos de ξ_{GC} para $\theta = 45, 90$ y 180° , son aproximados a 0.09, 0.14 y 0.18, cuando $r/D = 1.5, 2.5$ y 2.0 , respectivamente; mientras que los valores máximos se aproximan a 0.25, 0.6 y 0.6, cuando $r/D = 0.5, 0.65$ y 0.75 , respectivamente. Por otro lado, si $Re < 10 \times 10^5$, el coeficiente de pérdida obtenido en el gráfico mencionado, debe multiplicarse por $(10 \times 10^5 / Re)^{1/6}$.

A partir de Kast et al. [27], se recomienda un gráfico elaborado con resultados experimentales, para estimar el coeficiente de pérdidas de curvas graduales con superficies lisas o rugosas, que conducen flujos con $Re \geq 1 \times 10^5$ y cumplen con los rangos de $1 \leq r/D \leq 10$ y $15 \leq \theta \leq 180^\circ$. En dicho gráfico se muestra que el coeficiente ξ_{GC} para curvas lisas, incrementa conforme también aumenta el valor del ángulo θ , mientras que respecto al valor de r/D presenta comportamientos distintos. Por ejemplo, cuando el ángulo θ es de 15 y 30° , el coeficiente ξ_{GC} se mantiene constante cerca de 0.03 y 0.06, respectivamente, para cualquier valor de r/D . Sin embargo, cuando $\theta = 45^\circ$ dicho coeficiente decrece a medida que incrementa r/D , tomando un valores máximos y mínimos aproximados a 0.14 y 0.07 para $r/D = 1$ y 10 , respectivamente. No obstante, si $\theta = 90^\circ$ el coeficiente de pérdidas presenta un valor máximo aproximado a 0.22 en $r/D = 1$, de donde decrece hasta un valor mínimo cercano a 0.09 en $r/D = 6.5$, luego vuelve a incrementar hasta cerca de 0.11 en el máximo valor de r/D . Ahora, si $\theta = 180^\circ$ el coeficiente decrece de 0.32 a 0.13, luego incrementa a 0.15 y decrece nuevamente hasta el valor mínimo de 0.11, para finalmente incrementar hasta 0.15; dichos valores se presentan cuando r/D vale 1, 2.8, 4, 6.5 y 10, respectivamente. Por último, se muestra que para curvas rugosas con ángulo $\theta = 90^\circ$, el comportamiento del coeficiente ξ_{GC} es similar, pero con mayor magnitud al de las curvas lisas con el mismo ángulo θ . Dicho coeficiente decrece desde el valor máximo de 0.50 hasta el valor mínimo de 0.18, de donde incrementa hasta 0.20; esto ocurre cuando r/D toma valores de 1, 6.5 y 10, respectivamente. Por otro lado, también se expone otro gráfico para obtener el coeficiente de pérdidas en curvas de 90° con rangos de $2.26 \leq r/D \leq 11.71$ y $20 \leq Re \leq 2 \times 10^5$. En éste se muestra que dicho coeficiente decrece a medida que incrementa el valor de Re para cualquier relación r/D , presentando el valor máximo y mínimo cercano a 100 y 0.14, cuando $Re = 20$ y 2×10^5 , respectivamente. Sin embargo, en un rango aproximado a $250 \leq Re \leq 900$, el valor de ξ_{GC} se mantiene constante cerca de 2.0. Finalmente, se sugiere información en tablas del coeficiente de pérdidas para curvas o codos estándar en condición brusca y con ángulo θ de 90° , tanto de conexiones atornilladas, como elaborados de hierro fundido. Para los dispositivos de conexiones atornilladas con $r_i = 0$ y $r_o \geq 0$, como en curvas con $r_i \geq 0$ y $r_o = 0$, se recomienda una tabla para diámetros internos de 1.4 a 4.9 cm, donde el dispositivo decrece de 1.2 a 0.51, desde el diámetro mínimo al máximo, respectivamente. Ahora, si las curvas brutas son de hierro fundido, se recomiendan los datos de Herning [87] para diámetros internos de 5 a 50 cm, donde el coeficiente incrementa de 1.3 a 2.2, conforme incrementa el diámetro del valor mínimo hasta el máximo mencionado, respectivamente.

Menon & Menon [88] presentan una tabla para estimar el coeficiente de pérdidas de curvas bruscas estándar, en función de $0 < \theta \leq 90^\circ$ y del diámetro comercial de 1.27 a 60.96 *cm* (0.5 a 24 pulgadas), sin tomar en cuenta el valor de *Re*. En dicha tabla se indica que el valor del coeficiente ξ_{SC} incrementa conforme aumenta el ángulo θ , mientras que decrece cuando incrementa el valor del diámetro. Por lo tanto, el valor mínimo del coeficiente ξ_{SC} es de 0.02, cuando $\theta \approx 0^\circ$ y $D = 60.96$ *cm*, mientras que el máximo es de 1.62, cuando $\theta = 90^\circ$ y $D = 1.27$ *cm*.

En el documento de Mataix [89], se recomiendan valores tabulados del coeficiente de pérdidas, que son aplicables en curvas y codos graduales con 90° de deflexión. El valor del coeficiente es menor a medida que incrementa la relación r/D ; el valor máximo del coeficiente es de 0.80 cuando $r/D \approx 0$, entretanto que, el valor mínimo es de 0.16 con $r/D = 1.0$.

Respecto a Munson, Okiishi, Huebsch & Rothmayer [90], se establece que el coeficiente de pérdidas de una curva o codo con 90° de deflexión, puede estimarse mediante un gráfico en función de las relaciones ε/D y r/D , con rangos de 0 a 0.01 y 1 a 10, respectivamente. En este gráfico, se revela que para cualquier valor de ε/D , el coeficiente decrece desde $r/D = 1$ a $r/D = 7$, donde se alcanza los valores mínimos, luego incrementa hasta $r/D = 10$ sin superar los valores máximos que se presentan en $r/D = 1$. Por lo tanto, en este caso el valor mínimo del coeficiente ξ_{GC} es aproximadamente 0.06, cuando $\varepsilon/D \approx 0$ y $r/D = 7$, mientras que el valor máximo es de 0.95 en $\varepsilon/D = 0.01$ y $r/D = 1$.

Acorde a Sotelo [38], se establece que el coeficiente de pérdidas de una curva gradual con superficies rugosas, sea determinado mediante la siguiente ecuación:

$$\xi_{GC} = C_a \frac{\theta}{90} \quad (42)$$

donde θ es el ángulo de deflexión de 0 a 90° ; C_a es un coeficiente que se estima de un gráfico con resultados de Hofmann [45] para flujos de $Re \geq 2 \times 10^5$, donde está en función de las relaciones r/D y ε/D , de 1 a 10 y 0 a 0.002, respectivamente. En este gráfico el coeficiente C_a crece a medida que incrementa la relación ε/D para cualquier valor de r/D ; sin embargo, en todas las relaciones ε/D dicho coeficiente disminuye y luego aumenta, en el momento que r/D incrementa de 1 a 7 y de 7 a 10, respectivamente. Por lo tanto, el valor mínimo de C_a se produce en $r/D = 7$ y $\varepsilon/D \approx 0$, entretanto que el máximo en $r/D = 1$ y $\varepsilon/D = 0.002$.

En Gülich [91] se sugiere una ecuación para calcular el coeficiente de pérdidas en

cambio de dirección brusco, la cual se muestra a continuación:

$$\xi_{SC} = 1.2 \left(\frac{\theta}{90} \right)^2 \quad (43)$$

donde el ángulo θ puede tomar valores de 0 a 90°. Por otro lado, también se sugiere una ecuación para estimar el coeficiente de pérdidas en cambios de dirección graduales, la cual se escribe de la siguiente manera:

$$\xi_{GC} = 0.23C_\varepsilon \left(\frac{r}{D} \right)^{-x} \left(\frac{\theta}{90} \right)^{0.5} \quad (44)$$

en la cual C_ε es un coeficiente de rugosidad que en superficies lisas es igual a la unidad, mientras que en superficies rugosas con $\varepsilon/D > 0.001$ y $Re > 0.4 \times 10^5$, dicho coeficiente es igual a 2; x es un exponente cuyo valor es de 2.5 y 0.5, cuando $0.5 \leq r/D \leq 1.0$ y $r/D > 1.0$, respectivamente.

2.3.2. Codos

En Weske [92] se presenta una investigación de laboratorio sobre la pérdida de energía en 3 codos graduales de 90° de deflexión, con radios de curvatura de 11.43, 22.86 y 60.96 *cm*. Para dicho estudio se utilizó el flujo de aire en conductos de acero galvanizado de 15.24 *cm* de diámetro, donde las diferencias de alturas de presión fueron estimadas a partir de un sistema de manómetros con tubos de Pitot. Se dice que las tuberías usadas para la entrada y salida del flujo, presentaron longitudes de $30D$ y $10D$, respectivamente. En un gráfico se presentan los resultados del coeficiente ξ_{GC} para las relaciones r/D de 0.75, 1.5 y 4.0, conforme varía el número de Reynolds en un rango $2 \times 10^5 \leq Re \leq 8 \times 10^5$. Ahí se ilustra cuando el coeficiente de pérdidas disminuye a medida que incrementa el valor de r/D y que, además aumenta conforme decrece el valor de Re . Sin embargo, también se presentan otros gráficos del coeficiente de pérdidas en función de los valores mencionados de r/D y Re , pero para 3 arreglos conformados mediante codos en formas de S, U y Z, donde se originaron los coeficientes ξ_{SS} , ξ_{US} y ξ_{ZS} , respectivamente. Se encontró que los valores mayores y menores del coeficiente de pérdidas los producen las formas en Z y U, respectivamente, así como también, que dicho coeficiente disminuye a medida que aumenta la relación r/D para los tres tipos de forma.

En el apartado anterior, se expuso que Itō [31] realizó experimentos de la pérdida de energía en curvas graduales, sin embargo, también desarrollaron experimentos en dos codos roscados con diámetro comercial de 1.2 pulgadas. Un dispositivo fue de 4.22

cm de diámetro interno, ángulo de deflexión de 45° y radio de curvatura de 5.04 cm . Mientras el otro, presentó un diámetro interior de 4.54 cm , un ángulo de deflexión de 90° y un radio de curvatura de 2.84 cm . Bajo las mismas consideraciones experimentales enunciadas para las curvas, se estimaron las alturas de presión en 5 puntos aguas arriba de los codos y en 8 puntos aguas debajo de ellos. La pérdida de energía total debida a los codos (h_L), fue conformada por la pérdida de energía en el cruce por el dispositivo (h_c) y la pérdida debida a la perturbación del flujo después de este (h_d). En un gráfico se exponen los valores obtenidos del coeficiente ξ_{GC} para un rango de $0.3 \times 10^5 \leq Re \leq 4.0 \times 10^5$. Los resultados son comparados con los valores de dicho coeficiente para curvas de tuberías, que fueron estimados mediante la ecuación (3) y las ecuaciones propuestas por: Richter [53], Weisbach [52], Pigott [54, 55]. Además de ello, como las tuberías de aguas arriba y aguas abajo enroscan por dentro de los codos, también se compararon ante los valores obtenidos mediante la ecuación (3), pero corregidos por ampliación y reducción del diámetro, tal como ocurre en la realidad. Estos valores resultaron más apegados a los datos experimentales, considerando la pérdida de energía por perturbación del flujo con $L_d > 50D$. Finalmente, cabe destacar que los valores obtenidos para el coeficiente de pérdidas en codos, manifestaron estar alrededor del doble de los valores obtenidos para el coeficiente de curvas de tuberías.

Coffield, Brooks, & Hammond [93] hicieron pruebas experimentales para estudiar el comportamiento de la pérdida de energía en tres codos fabricados de acrílico con relación $\varepsilon/D = 4.2 \times 10^{-6}$, a los cuales se le acoplaron tuberías de cobre de 7.62 cm de diámetro (3 pulgadas). Un codo fue de 45° de deflexión y relación $r/D = 1.2$, mientras que los dos codos restantes fueron de 90° de deflexión con relaciones r/D de 1.2 y 1.5. Los ensayos se realizaron con flujo de agua bajo valores de Re moderadamente altos, presiones menores a 690 kPa y temperaturas menores a 48.9°C . Utilizando un sistema de manómetros se evaluaron las presiones alrededor de los codos, así como hasta distancias aproximadas a $20D$ aguas arriba y $32D$ aguas abajo. El fenómeno del comportamiento del flujo se visualizó mediante la inyección de gas y colorante, permitiendo apreciar el desarrollo de la turbulencia, así como el desprendimiento del flujo en la parte interna de la curva, lo cual no sucedió en su parte externa. Mediante tres gráficos se resumen los resultados obtenidos en la investigación. En un gráfico se presenta la variación de pérdida de presión en el sistema, alcanzando cerca de 0.5 en la parte externa de la curva y cerca de -1.6 en su parte interna. Otro gráfico ilustra mediante curvas el comportamiento del coeficiente ξ_{GC} de los tres codos estudiados, para un rango de $1.0 \times 10^5 \leq Re \leq 25 \times 10^5$. Ahí se expone que para cualquier valor de Re , los valores mínimos del coeficiente se obtienen con el codo de 45° . Sin embargo, los valores máximos se obtienen con el codo de 90° y $r/D = 1.2$, excepto cuando $Re = 1.0 \times 10^5$ los dos codos de 90° proporcionan el mismo valor de ξ_{GC} . A partir de estos resultados los autores proponen las siguientes ecuaciones para obtener el coeficiente de pérdidas:

Codo con $\theta = 45^\circ$ y $r/D = 1.2$

$$\xi_{GE} = 6.32R_e^{-0.278} \quad (45)$$

Codo con $\theta = 90^\circ$ y $r/D = 1.2$

$$\xi_{GE} = 1.49R_e^{-0.145} \quad (46)$$

Codo con $\theta = 90^\circ$ y $r/D = 1.5$

$$\xi_{GE} = 5.10R_e^{-0.252} \quad (47)$$

Finalmente, en el gráfico restante se comparan los resultados obtenidos del coeficiente de pérdidas para el codo con $\theta = 90^\circ$ y $r/D = 1.2$, contra los valores propuestos por Miller [82], Idel'chik [94], ESDU [95], Pigott [55], CRANE CO [96] e Itō [31]. Principalmente, se puede destacar que los autores mencionados proporcionan valores del coeficiente ξ_{GC} para un rango $0.5 \times 10^5 \leq Re \leq 500 \times 10^5$, el cual es un rango más amplio que el considerado en la investigación bajo discusión. Al comparar los datos sobre los obtenidos por Coffield et al. [93], para cualquier Re se obtienen valores mayores del coeficiente mediante CRANE CO [96] y más altos aún con Pigott [55], mientras que utilizando los datos propuestos por Itō [31] se obtienen valores menores. Por otro lado, contrastando los datos de esta investigación contra los datos de Miller [82], Idel'chik [94] y ESDU [95], mediante estos tres autores se obtienen valores menores del coeficiente para $Re < 6 \times 10^5$, mientras que si $Re > 6 \times 10^5$ se obtiene valores mayores. Sin embargo, estos tres autores reportan un valor del coeficiente similar al obtenido en la investigación (cerca de 0.22), cuando Re es aproximadamente 6×10^5 .

Por otro lado, Coffield, McKeown & Hammond [97] realizaron pruebas de laboratorio para estimar las pérdidas de energía en dos codos de acero con diámetro comercial de 2 pulgadas, diámetro interno de 4.3 *cm*, rugosidad relativa (ε/D) de 2.32×10^{-4} , ángulo de deflexión de 90° y relación $r/D = 1.2$. En un gráfico se presentan los resultados obtenidos del coeficiente de pérdidas para cada uno de los codos, donde son comparados contra los resultados obtenidos en Coffield et al. [93] para un codo de acrílico con la misma geometría; este gráfico también es expuesto en White [51]. Los valores obtenidos para el coeficiente ξ_{GC} de los codos de acero, proporcionaron buena correlación ($\pm 10\%$) ante los valores obtenidos para el codo de plástico. Además de las pérdidas individuales de cada codo, fueron estudiadas las pérdidas originadas en su colocación en serie con tres ángulos relativos distintos entre ellos. Dichos ángulos fueron de 0 , 90 y 180° , formando una estructura en forma de Z, L y U, respectivamente. En cada arreglo se evaluaron 7 separaciones distintas entre los codos, las cuales consistieron desde $4D$

hasta $30D$, donde la mínima separación se produjo cuando las dos piezas quedaron unidas. Utilizando un sistema de manómetros se midieron las alturas de presión antes del primer codo y después del segundo, así como hasta longitudes de $7D$ aguas arriba del sistema y $37D$ aguas abajo del mismo. Mediante tablas y gráficos se presentan los resultados del coeficiente de pérdidas de cada forma en L, U y Z, divididos sobre el coeficiente de pérdidas para codo simple, originándose las relaciones de coeficientes $R_{L/E}$, $R_{U/E}$ y $R_{Z/E}$, respectivamente. Los datos fueron estimados en un rango aproximado de $2.21 \times 10^5 \leq Re \leq 10.82 \times 10^5$ para los tres tipos de formas y las separaciones entre codos mencionadas. Sin embargo, también se obtuvo un valor promedio de las relaciones $R_{L/E}$, $R_{U/E}$ y $R_{Z/E}$ para cada separación entre codos, a partir de los valores obtenidos para los distintos Re . En los tres tipos de formas dichos valores promedio aumentaron en proporción a la separación entre codos. Cuando la separación es mínima los valores promedio de $R_{L/E}$, $R_{U/E}$ y $R_{Z/E}$, fueron de 0.727, 0.721 y 0.699, pero cuando la separación es máxima los valores fueron de 1.146, 1.138 y 1.135, respectivamente. Estos resultados también indicaron que en el orden $R_{Z/E}$, $R_{L/E}$, y $R_{U/E}$, disminuye el valor promedio de la relación de los coeficientes para una misma separación entre codos.

Un año después, Coffield, Hammond, Koczko, McKeown & Zirpoli [98] estudiaron experimentalmente la pérdida de energía en un codo de diámetro comercial de 6 pulgadas, diámetro interno de 13.18 cm, ángulo de deflexión de 90° y radio de curvatura corto ($r = 15.82$ cm). Dicho codo fue elaborado de acero al carbono, al cual se acoplaron tuberías del mismo material con longitudes aproximadas a $21D$ aguas arriba y $46D$ aguas abajo. Las pérdidas de energía fueron analizadas en superficies lisas y rugosas con rugosidades relativas de 9.1×10^{-6} y 1.0×10^{-4} , respectivamente, mediante la variación del flujo y la temperatura del agua para obtener distintas velocidades y altos números de Reynolds. A través un sistema de manómetros se evaluó las alturas de presión en el lado interno y externo de la curva del dispositivo, así como en distintos puntos sobre el eje de las tuberías, hasta longitudes de $14D$ aguas arriba y $45D$ aguas abajo. En varios gráficos se presenta el comportamiento de las presiones obtenidas para superficies lisas en un rango de $10 \times 10^5 \leq Re \leq 360 \times 10^5$, así como para superficies rugosas en un rango de $10 \times 10^5 \leq Re \leq 370 \times 10^5$. En dichos gráficos se ilustra el típico comportamiento de la pérdida de energía en el codo y las tuberías, así como el aumento y disminución de la presión en el lado externo e interno de la curva, respectivamente. Por otro lado, también se exponen mediante gráficos los resultados del coeficiente de pérdidas para el codo con superficie lisa y rugosa, ambos en un rango comprendido de $5 \times 10^5 \leq Re \leq 400 \times 10^5$. En ellos se presentan tres curvas de valores del coeficiente de pérdidas: a) considerando solo la pérdida en energía en el trayecto de la curva, b) tomando en cuenta la pérdida de energía de la curva, más la pérdida por fricción en su trayecto, y c) las consideraciones del caso anterior, más el 20 y 30 % de incertidumbre para superficies lisas y rugosas, respectivamente. Finalmente, los resultados mencionados son comparados con valores típicos de diseño, que han sido propuestos por Pigott [55]. Considerando la incertidumbre en el caso del codo liso, los valores típicos de diseño resultaron mayores que los obtenidos en el estudio para cualquier valor de Re ; cuando

$Re > 100 \times 10^5$, la diferencia del coeficiente de pérdidas es más del doble. En el caso del codo rugoso, si considera el porcentaje de incertidumbre se obtiene un valor del coeficiente similar al típico de diseño, que es cerca de 0.207 cuando $Re = 11 \times 10^5$. Sin embargo, cuando $Re < 11 \times 10^5$ se obtienen valores del coeficiente mayores a los típicos de diseño; mientras que cuando $Re > 11 \times 10^5$ los valores típicos de diseño son mayores.

En otra investigación, Coffield, Hammond & McKeown [99] estudiaron la pérdida de energía producida por dos codos de tuberías instalados en serie con ángulo relativo de 90° , que conformaron una estructura en forma de L. Estos codos fueron de acero al carbono con cédula 160, diámetro comercial de 6 pulgadas, superficie lisa ($\varepsilon/D = 9.1 \times 10^{-6}$), diámetro interno de 13.18 cm y radio de curvatura corto (15.82 cm), a los cuales se le acoplaron tuberías del mismo material con longitudes aproximadas a $21D$ aguas arriba del primer codo y $46D$ aguas abajo del segundo. Dichas pruebas fueron realizadas con flujos de agua a distintas temperaturas para propiciar distintas velocidades y altos números de Reynolds, permitiendo evaluar el efecto de cuatro separaciones distintas entre los codos, que originaron longitudes $L_s = 3.16D$, $6.16D$, $13.66D$ y $16.66D$. Para ello se obtuvieron las alturas de presión en el lado interno y externo de la curva de ambos dispositivos, así como en distintos puntos sobre el eje de las tuberías, hasta longitudes de $14D$ aguas arriba del primer dispositivo y $45D$ aguas debajo del segundo. Mediante gráficos se exponen los resultados del coeficiente ξ_{LS} para las cuatro separaciones entre codos mencionadas, en función del número de Reynolds de 6 a 370×10^5 . En ellos se puede ver lo siguiente: a) bajo las cuatro longitudes L_s , el valor de dicho coeficiente decrece conforme aumenta Re hasta un valor aproximado a 140×10^5 . A partir de este valor de Re , si $L_s = 3.16D$ y $6.16D$, el coeficiente ξ_{LS} aumenta a medida que incrementa Re hasta 370×10^5 ; mientras que si $L_s = 13.66D$ y $16.66D$, el coeficiente de pérdidas toma un valor constante cerca de 0.072, conforme incrementa Re hasta 370×10^5 . b) cuando $L_s = 6.16D$ se obtienen los valores menores del coeficiente ξ_{LS} para cualquier valor de Re en el rango estudiado. c) Para el rango de $6 \times 10^5 \leq Re \leq 140 \times 10^5$, el coeficiente de pérdidas incrementa de acuerdo al siguiente orden de L_s : $6.16D$, $3.16D$, $13.66D$ y $16.66D$. d) Al comparar los resultados obtenidos del coeficiente ξ_{LS} en las cuatro longitudes L_s , contra los valores típicos de diseño sugeridos en Pigott [55] sobre el mismo arreglo de codos, los valores utilizados en el diseño manifestaron ser bastante conservadores para cualquier valor de Re , resultando más del doble en el rango de $100 \times 10^5 \leq Re \leq 370 \times 10^5$. En un último gráfico se presentan valores estimados de la relación del coeficiente de pérdidas para la estructura en forma de L, dividido por coeficiente de pérdidas de un codo simple con 90° de deflexión ($R_{L/E}$), los cuales fueron estimados en un rango de $7 \times 10^5 \leq Re \leq 360 \times 10^5$, en función a la relación $R_{L/E}$. En dicho gráfico se ilustra que en todo el rango de Re el valor de $R_{L/E} = 1.0$ para $L_s/D = 16.66$. También se muestra que cuando $Re \leq 10 \times 10^5$, la relación de coeficientes presenta un comportamiento similar en forma decreciente a medida que disminuye la relación L_s/D , resultando un valor de $R_{L/E}$ cerca de 0.84 para $L_s/D = 3.16$. Además, si $Re > 10 \times 10^5$ el comportamiento de la relación de coeficientes es decreciente en el rango de $16.16 \geq L_s/D \geq 6.16$, mientras que si $L_s/D < 6.16$ el proceder

de dicha relación es de forma ascendente, resultando valores de $R_{L/E}$ aproximados a 0.87 y 1.045 para números de Reynolds de 50×10^5 y 360×10^5 , respectivamente, cuando $L_s/D = 3.16$. Por último, en este gráfico también se presentan valores de $R_{L/E}$, considerando los resultados de Miller [82] y Coffield et al. [97] para valores promedio del coeficiente ξ_{LS} en un rango de $0.3 \times 10^5 \leq Re \leq 10 \times 10^5$ y $2 \times 10^5 \leq Re \leq 10 \times 10^5$, respectivamente. Dichos resultados muestran un comportamiento ascendente conforme incrementa la relación L_s/D en un rango de 4 a 16, presentando valores de $R_{L/E}$ cerca de 0.72 y 0.75 para Miller [82] y Coffield et al. [97], respectivamente, cuando $L_s/D = 4$. Sin embargo, si $L_s/D = 16$ los valores de la relación de coeficientes resultan aproximados a 0.97 y 0.96, produciéndose ahora el valor mayor con Miller [82] y el valor menor mediante Coffield et al. [97]. Esto indica que el comportamiento de los resultados de ambos autores se cruza y proporcionan el mismo valor de $R_{L/E}$, lo cual sucede en $L_s/D = 8$ y la relación de los coeficientes es aproximadamente 0.81.

En Sigg & Coffield [100] se propone una metodología para estimar las pérdidas de energía en un sistema de tuberías con tres codos en serie, que originan una estructura parecida a la forma en S. Esta metodología consiste en asignarle a cada codo el valor del coeficiente de pérdidas a partir de los datos sugeridos en Coffield et al. [98]. Un segundo paso es aplicar tres factores, sobre el radio de curvatura basado en las indicaciones de Pigott [54, 55], referente al ángulo de deflexión conforme a los datos reportados en Miller [82], y respecto a la longitud de separación entre codos de acuerdo con lo establecido en Coffield et al. [99]. Por último, se adiciona un 20 % de la pérdida de energía resultante como incertidumbre. Dicho método fue evaluado bajo pruebas experimentales, utilizando tuberías y dispositivos con diámetro comercial de 8 pulgadas, los cuales se fabricaron de acero al carbono con $\varepsilon = 7.98 \times 10^{-4}$. Los codos estudiados presentaron en promedio un diámetro interno de 17.02 cm, relación $\varepsilon/D = 4.7 \times 10^{-6}$, un radio de curvatura largo de $1.79D$ (estimado) y ángulos de deflexión de 90, 60 y 90° en el sentido del flujo. Las tuberías acopladas a estos codos fueron de 17.78 cm de diámetro interno, proporcionando longitudes de $23D$ y $21D$ en la tubería aguas arriba del primer codo y en la tubería aguas debajo del último codo, respectivamente. Los dos primeros codos fueron instalados sin separación, produciendo una longitud L_{s1} aproximada a $3.43D$, mientras que la separación entre el segundo y el tercer codo originaron una longitud L_{s2} cercana a $47.63D$. Las pruebas se realizaron utilizando un enderezador de flujo a $23D$ aguas arriba del primer codo para garantizar un flujo uniforme, donde se suministraron distintos flujos de agua con temperaturas de 49 a 310 °C para producir altos números de Reynolds. A través de un sistema de manómetros de obtuvieron las alturas de presión en el lado interno y externo de la curva de cada codo, así como hasta longitudes de $3.43D$ y $20D$, aguas arriba del primer codo y aguas abajo del último, respectivamente. Cabe señalar que como el diámetro interno de las tuberías fue mayor que el diámetro de los dispositivos, en el análisis de la pérdida de energía en el sistema se consideraron las pérdidas originadas por la reducción y la ampliación del diámetro en la entrada y salida de cada codo, respectivamente, las cuales fueron evaluadas por formulaciones sugeridas en CRANE CO [96]. Considerando todo lo anterior, los autores exponen en

gráficos los resultados del coeficiente de pérdidas de la forma en S (ξ_{SS}), en función del rango de $23 \times 10^5 \leq Re \leq 343 \times 10^5$. En un gráfico se comparan los resultados obtenidos con la metodología propuesta contra los resultados estimados mediante la información indicada en Coffield et al. [98, 99]. Ambos resultados presentaron tendencias similares, pero con magnitudes distintas; los valores obtenidos con Coffield et al. [98, 99] siempre fueron mayores que aplicando la metodología propuesta, resultando casi el doble para un rango aproximado de $200 \times 10^5 \leq Re \leq 343 \times 10^5$. Además, también se ilustra que en el rango de $48 \times 10^5 \leq Re \leq 343 \times 10^5$, si se aplica un -20% de incertidumbre a los resultados obtenidos con Coffield [98, 99], se obtiene un coeficiente de pérdidas mayor que, considerando un $+25\%$ de incertidumbre sobre los resultados obtenidos mediante la metodología propuesta; ello indica que el coeficiente de pérdidas es bastante sobre estimado bajo los lineamientos de la literatura. Por último, en el otro gráfico se muestra que retirando el enderezador del flujo antes de la tubería en forma de S, el comportamiento del coeficiente de pérdidas no cambia significativamente, bajo los lineamientos de la metodología propuesta.

Por otro lado, Ding, Carlson, Ellis, & Mohseni [101] investigaron en laboratorio las pérdidas de energía en codos largos con 90° de deflexión, utilizando dispositivos de acero forjado de 4 fabricantes distintos. Los codos estudiados fueron en los diámetros comerciales de 6, 8 y 10 pulgadas, los cuales presentaron un diámetro interior aproximado de 15.34, 20.20 y 25.15 *cm*, así como valores del radio de curvatura de 14.40, 19.22 y 24.58 *cm*, respectivamente. En las pruebas se utilizó agua captada de río, que a una temperatura de 22 $^\circ C$ tuvo una viscosidad cinemática de $1.197 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Las tuberías acopladas aguas arriba y aguas abajo del dispositivo, tuvieron longitudes mínimas a $10D$ y $20D$, respectivamente. Mediante un manómetro fueron estimadas las alturas de presión antes y después de los dispositivos, a distancias de $1.5D$ y $20D$, respectivamente. En una tabla se presentan resultados promedio del coeficiente de pérdidas para los tres diámetros estudiados, conforme a las velocidades desarrolladas antes del dispositivo de 1.22, 2.44 y 3.66 *m/s*; estos valores resultaron cercanos a un rango comparativo del coeficiente de pérdidas, que fue obtenido de los trabajos de CRANE CO [102], Hydraulic Institute [103], Freeman [104] y ASHRAE [105]. Por otro lado, los resultados del coeficiente de pérdidas también son presentados en un gráfico en función a la variación de las velocidades promedio, donde se encontró que el coeficiente ξ_{GC} disminuye a medida que incrementa la velocidad del flujo y que aumenta conforme decrece el diámetro del dispositivo. Además, en otro gráfico se presentan valores de coeficiente ξ_{GC} para los 3 diámetros estudiados, los cuales fueron estimados para velocidades cerca de 1.83 y 2.13 *m/s*. Dichos valores son comparados con los reportados por Rahmeyer [106, 107] y ASHRAE [108], resultando los primeros ligeramente mayores a los obtenidos en este estudio, mientras que los segundos fueron los menores para los tres diámetros. Finalmente, mediante gráficos se contrastan los resultados obtenidos del coeficiente de pérdidas para los codos estudiados de los cuatro fabricantes, considerando los diámetros de 6, 8 y 10 pulgadas, en función de los rangos aproximados a $0.6 \times 10^5 \leq Re \leq 6 \times 10^5$, $0.9 \times 10^5 \leq Re \leq 7 \times 10^5$ y $1.1 \times 10^5 \leq Re \leq 8 \times 10^5$, respectivamente. En general dichos

resultados se comportaron congruentes entre los cuatro fabricantes, presentándose las mayores divergencias en los valores del coeficiente ξ_{GC} para los codos de 8 pulgadas de diámetro.

Dos años más tarde, Ulusarslan [109] realizó un estudio experimental sobre las pérdidas de energía en codos de PVC de 4 pulgadas con 45 y 90° de deflexión, presentando un diámetro interior de 10 *cm* y relación $r/D = 0.5$. Para cada ángulo de deflexión mencionado se estudiaron 3 codos con la misma geometría, los cuales fueron separados mediante tuberías del mismo material con longitudes de $20D$. Esta investigación tuvo por objetivo principal utilizar flujos de cápsulas esféricas de baja densidad transportadas mediante agua, sin embargo, también se obtuvieron las pérdidas de energía solo mediante flujos de agua y son las que interesan en este caso. Dichos flujos de agua fueron suministrados a distintas velocidades y con temperaturas aproximadas a $20 \pm 2^\circ C$, produciendo números de Reynolds en el rango $0.2 \times 10^5 < Re < 1 \times 10^5$. Una vez estando el flujo constante, se obtuvieron las alturas de presión antes del primer codo y después del último, a distancias de $10.25D$ y $9.85D$, respectivamente. A partir del total de la pérdida de energía estimada en el sistema, se estimaron las pérdidas producidas por los codos, restando las pérdidas por fricción en las tuberías. Basándose en estos resultados se obtuvieron valores del coeficiente de pérdidas para el codo de 45 y 90°, los cuales son presentados en gráficos en función de la velocidad media del flujo en el rango $0.2 < V < 1.0$ *m/s*. En dichos gráficos se muestra que, para una misma velocidad, el valor del coeficiente ξ_{GC} del codo de 90° es aproximadamente, el triple del coeficiente ξ_{GC} del codo de 45°. En ambos casos el coeficiente de pérdidas incrementa ligeramente a medida que también aumenta la velocidad del flujo. En el caso del codo de 45°, el coeficiente ξ_{GC} incremento de aproximadamente 0.33 a 0.38, mientras que para el codo de 90°, dicho coeficiente aumento cerca de 1.23 a 1.28. Por último, es importante mencionar que estos resultados también son expuestos en el trabajo de Ulusarslan [110].

Por otra parte, en resto de esta sección se presentan diversas metodologías para estimar el coeficiente de pérdidas de codos de tuberías, las cuales son sugeridas en manuales y libros de la temática, basándose en experiencias propias del autor y/o en resultados de otros investigadores.

En Gibson [61] se exponen resultados de Schoder, Daley, Bain & Davis [111], para el coeficiente de pérdidas en codos de distintos materiales y diámetros. Bain realizó experimentos con codos viejos y nuevos de hierro fundido y hierro galvanizado, utilizando diámetros de 1.9 y 2.54 *cm* con velocidades de 0.61 a 3.05 *m/s*. Dichos resultados mostraron que el valor de ξ_{GC} decrece al aumentar la velocidad del fluido, pero que también aumenta su valor para los dispositivos viejos. El valor máximo del coeficiente fue de 1.02 y se obtuvo en la tubería vieja de hierro fundido con $V = 1.52$ *m/s*, mientras que el valor mínimo fue de 0.5 y se obtuvo en la tubería nueva de hierro galvanizado con $V = 3.05$ *m/s*. Las investigaciones de Davis fueron hechas en codos de hierro y hierro fundido de 5.08 *cm*, bajo las mismas velocidades empleadas por Bain. En el codo de

hierro el coeficiente ξ_{GC} decrece conforme el incremento de la velocidad, mientras en el hierro fundido el valor máximo se obtuvo en la velocidad media del rango. El valor máximo de ξ_{GC} en el codo de hierro fue de 0.74 con $V = 0.61 \text{ m/s}$, mientras que en el de hierro fundido fue de 1.34 con $V = 1.52 \text{ m/s}$. Por otro lado, Daley hizo estudios en codos de hierro fundido de 7.62 y 10.16 cm , bajo velocidades de 0.30 a 7.62 m/s . Los resultados indicaron que el coeficiente de pérdidas resultó más elevado en el diámetro mayor para cada velocidad, y además que su valor disminuye cuando incrementa la velocidad del flujo. El valor máximo del coeficiente ξ_{GC} fue de 0.69 y se produjo con $V = 0.3 \text{ m/s}$ en el conducto de 10.16 cm , mientras que el valor mínimo fue de 0.53 y se originó con $V = 7.62 \text{ m/s}$ en el conducto de 7.62 cm . Por último, Schoder trabajó con codos de hierro fundido de 15.24 cm de diámetro, mediante velocidades de 0.91 a 4.88 m/s . Sus resultados mostraron que el coeficiente disminuye de 0.55 a 0.48, a medida que incrementa la velocidad de 0.91 a 3.05 m/s , mientras que el coeficiente se mantiene constante para velocidades de 3.05 a 4.88 m/s .

Acorde a Daugherty & Ingersoll [63], se dice que los codos de tuberías con 90° de deflexión, pueden presentarse de radio corto y radio largo, con relaciones r/D de 0.58 y 1.78, respectivamente. En dichos dispositivos puede estimarse el coeficiente de pérdidas mediante la ecuación de Piggot [54], indicada anteriormente en el apartado para curvas de tuberías. Por otro lado, si el codo es 45° y 180° , el coeficiente ξ_{GC} es cercano al 60 y 140 %, respectivamente, del coeficiente obtenido para un codo de 90° .

En Idel'chick [37] se presenta una tabla de Vuskovich [112] para estimar el coeficiente de pérdidas en codos y curvas estándar de acero o hierro fundido, con diámetros de internos de 1.27, 2.54, 3.81 y 5.08 cm , que pueden tener ángulos de deflexión de 30° a 180° y relaciones ε/D de 0.005 a 0.02. En dicha tabla, los valores del coeficiente ξ_{GC} incrementan a medida que aumenta el valor de θ y ε/D , así como cuando disminuye el valor de D y r/D . El valor mínimo del coeficiente resultó de 0.19 en el dispositivo estándar de 30° de deflexión, 5.08 cm de diámetro y relación $\varepsilon/D = 0.005$. No obstante, el valor máximo fue de 2.19 en el dispositivo de 90° de deflexión, con radio de curvatura corto, 1.27 cm de diámetro y relación $\varepsilon/D = 0.02$.

El manual de CRANE CO [42] recomienda valores para el coeficiente de pérdida en codos, que también son recomendados para curvas de tuberías, los cuales se han discutido apartado anterior. Sin embargo, además de ello, se proponen generales del coeficiente de pérdidas en codos estándar de tuberías de acero con 45° , 90° y 180° , que toman valores de $16f$, $30f$ y $50f$, respectivamente.

Basándose en Bertín [113], se expone una tabla para estimar el coeficiente de pérdidas en codos de 45° , 90° y 180° grados de deflexión, la cual es extraída de White [114] y que también es reportada en White [51]. Dicha tabla es referida a dispositivos roscados y bridados con diámetros internos aproximados de 0.92 a 10.22 cm y 2.66 a 48.90 cm , respectivamente, en los cuales el coeficiente ξ_{GC} decrece a medida que incrementa su

diámetro. En los codos de 45° estándar con rosca, el coeficiente decrece de 0.39 a 0.29, mientras que en los codos de 45° con radio largo y bridados, dicho coeficiente disminuye de 0.21 a 0.14. Sin embargo, en los codos de 90° estándar con rosca y bridados, el valor de ξ_{GC} se reduce de 2.0 a 0.64 y 0.5 a 0.21, respectivamente; entretanto que en los codos de 90° con radio largo de rosca y bridados, el valor de ξ_{GC} se reduce de 1.0 a 0.23 y 0.4 a 0.10, respectivamente. Por último, en los codos de 180° estándar con rosca dicho coeficiente disminuye de 2.0 a 0.64, mientras que en los codos de 180° con radio largo y bridados, el valor de ξ_{GC} se decrece de 0.40 a 0.10.

A partir de Shames [115], se sugieren valores tabulados para estimar el coeficiente de pérdidas en codos roscados y bridados de acero, los cuales son adaptados a partir de datos indicados en CRANE CO (1979). Sobre codos roscados estándar con ángulos de 45° y 90° , sugiere valores del coeficiente de pérdidas para diámetros internos de 0.92 a 50.02 *cm*. Los valores de dicho coeficiente con $\theta = 90^\circ$ son casi el doble de los valores que en $\theta = 45^\circ$; no obstante, para ambos valores de θ el coeficiente decrece a medida que incrementa el diámetro. Por lo tanto, los valores mínimos y máximos del coeficiente son de 0.36 y 0.80 con $\theta = 90^\circ$, mientras que con $\theta = 45^\circ$ resultan de 0.19 y 0.43, respectivamente. Por otro lado, el coeficiente de pérdidas para codos bridados con ángulos $\theta = 90^\circ$, está en función de la relación r/D y del diámetro interno de la tubería. Dicho coeficiente disminuye en relación al incremento del diámetro de la tubería, mientras disminuye y luego aumenta respecto al incremento de la relación r/D . Entonces para cualquier diámetro, los valores mínimos se obtienen en $r/D = 3$, entretanto que los máximos se presentan en $r/D = 20$.

Por otro lado, Saldarriaga [116] presenta valores tabulados del coeficiente de pérdidas en codos graduales, donde se indica que para codos estándar de 45° dicho coeficiente vale de 0.4 a 0.42, mientras que si el codo es de 180° su valor es de 2.2. Respecto a codos de 90° con radio de curvatura corto ($r/D = \pm 1$), mediano ($1 < r/D < 1.5$) y largo ($r/D = \pm 1.5$), el coeficiente ξ_{GC} toma valores de 0.9, de 0.80 a 0.75 y de 0.6, respectivamente. Sin embargo, también se exponen valores más específicos para codos de 90° , en función de los rangos $1.27 \text{ cm} \leq D_n \leq 60.96 \text{ cm}$ y $1 \leq r/D \leq 20$; el coeficiente decrece a medida que incrementa el valor de D_n para cualquier valor de r/D , mientras que en cualquier valor de D_n el coeficiente toma los valores mínimos en $r/D = 3$ y los valores máximos en $r/D = 20$.

Potter & Wiggert (2002) recomiendan una tabla para estimar el coeficiente de pérdidas en codos de 45° , 90° y 180° de deflexión, en acoplamientos roscados y bridados con diámetros de 2.5 a 10 *cm* y 5 a 20 *cm*, respectivamente. Para cualquier ángulo θ y condiciones de acoplamiento, el valor del coeficiente ξ_{GC} disminuye conforme incrementa su diámetro del mínimo al máximo. Los coeficientes ξ_{GC} presentados en codos de 45° son únicamente para condición roscada y su valor disminuye de 0.32 a 0.29. Sobre los codos de 90° , se tratan las condiciones estándar y de radio de curvatura largo. En los codos de 90° estándar y roscados, el valor de ξ_{GC} decrece de 1.5 a 0.64, mientras que,

en los codos estándar y bridados el coeficiente disminuye de 0.39 a 0.26. No obstante, en los codos de 90° de radio largo y roscados, el valor de ξ_{GC} desciende de 0.72 a 0.23, entretanto que en los codos de radio largo y bridados el coeficiente se reduce de 0.30 a 0.15. Por último, en los codos de 180° estándar y roscados, el valor de ξ_{GC} decrece de 1.5 a 0.64, mientras que, en los codos estándar y bridados el coeficiente disminuye de 0.35 a 0.25.

En Kast et al. [27] se propone un gráfico para estimar el coeficiente de pérdidas en codos bruscos con superficies lisas y rugosas, en función del ángulo θ de 0 a 120° . El comportamiento del coeficiente es similar para ambos tipos de superficies, pero con diferente magnitud. En superficies lisas el valor de ξ_{SE} incrementa desde 0 hasta 2.0, conforme al aumento del ángulo de deflexión de 0 a 118° . Por otro lado, en codos con superficies rugosas el coeficiente crece desde 0 hasta 2.0, cuando el valor del ángulo θ va de 0 a 113° . Por lo tanto, los valores máximos y mínimos coinciden en ambos tipos de superficies, pero en superficies rugosas el valor máximo (2.0) se presenta con un ángulo θ menor.

Finalmente, en Sotelo [38] se presenta una serie de gráficos para estimar el coeficiente de pérdidas en codos de extremos roscados y bridados con 45° , 90° y 180° de deflexión, donde se encuentra en función del diámetro nominal del dispositivo. En dichos gráficos se expone que, para todos los dispositivos en mención, el coeficiente ξ_{GC} disminuye conforme aumenta el valor de su diámetro. En los codos de 45° roscados estándar, el coeficiente ξ_{GC} decrece de 0.4 a 0.26 para los diámetros de 0.8 a 15 cm, mientras que en el codo de 45° con bridas y de radio largo, dicho coeficiente se reduce de 0.22 a 0.15 en los diámetros de 2 a 60 cm. Para los codos de 90° roscados estándar y con radio largo, el coeficiente ξ_{GC} disminuye de 2.8 a 0.6 y 1.2 a 0.2, cuando el diámetro incrementa de 0.8 a 12.5 cm y 1.7 a 12.5 cm, respectivamente. Sin embargo, si el codo es de 90° bridado estándar y con radio largo, dicho coeficiente decrece de 0.45 a 0.2 y 0.4 a 0.1, cuando el diámetro incrementa de 2.0 a 60.0 cm y 2.5 a 46.0 cm, respectivamente. Sobre los codos de 180° roscados estándar, el coeficiente ξ_{GC} decae de 3.0 a 0.6 para los diámetros de 0.8 a 12.5 cm, entretanto que, en los codos de 180° bridados estándar y de radio largo, dicho coeficiente se declina de 0.47 a 0.18 y 0.47 a 0.1, cuando el diámetro se eleva de 2.0 a 60.0 cm y 2.0 a 53.0 cm, respectivamente. Por otra parte, se sugiere el gráfico con resultados de Kirchbach [77] y Schubart [72] para estimar el coeficiente de pérdidas en codos bruscos, el cual fue discutido sobre curvas bruscas en USACE [40]. Además, se recomienda una tabla de valores estándar para el coeficiente de pérdidas en codos bruscos con ángulos de deflexión de 5 a 90° , de superficies lisas y rugosas ($\varepsilon/D = 0.0022$), y bajo flujos de $Re = 2.25 \times 10^5$. Dichos valores muestran que el coeficiente incrementa en relación al aumento del ángulo θ y también de la superficie lisa a rugosa. En los codos de superficie lisa el coeficiente ξ_{GC} se eleva de 0.016 a 1.129, mientras que en los dispositivos de superficie rugosa se amplía de 0.024 a 1.265, cuando el ángulo θ incrementa de 5 a 90° , respectivamente. Finalmente, cabe enfatizar que la tabla en mención, también es reportada por USACE [40], a partir de Anderson [76].

2.4. Conclusiones

- Se realizó una revisión de literatura sobre investigaciones experimentales y metodologías reportadas, que permiten estimar el coeficiente de pérdidas en codos y curvas de tuberías con condiciones buscas y graduales, los cuales pueden presentarse de forma simple e instalados en serie, para conformar estructuras con formas tipo Z, U, L y S. A partir de ello, se presentó información organizada y homogenizada, que facilita comparar los alcances de las metodologías, así como el comportamiento del coeficiente de pérdidas ante los parámetros lo rigen.
- Mediante las investigaciones y las metodologías analizadas de la literatura se obtienen valores distintos del coeficiente de pérdidas en los dispositivos estudiados, lo cual puede deberse a diferencias adoptadas en los experimentos, tales como: el material de fabricación del dispositivo, la altura de rugosidad de las paredes interiores, el diámetro, el radio de curvatura, los ángulos de deflexión, la temperatura y velocidades del flujo, el tipo de fluido utilizado, tipos de conexión, la precisión de los dispositivos de medición y las longitudes de las tuberías aguas arriba y aguas abajo de los dispositivos. Sin embargo, todas estas características permiten una elección más acorde a un caso particular, de la metodología o los valores a utilizar en la estimación del coeficiente de pérdidas.
- Los coeficientes de pérdidas reportados en codos y curvas de tuberías, puede incluir o no, la pérdida por fricción sobre la longitud de la curva (h_f), repercutiendo en el valor del coeficiente y aún más, cuando los dispositivos son de radio de curvatura largo. Además de ello, también influye en el coeficiente la distancia considerada aguas abajo del dispositivo para la evaluación de la pérdida por perturbación del flujo (h_d), la cual se ha demostrado que puede llegar hasta $50D$.
- En las investigaciones se manifestó que el coeficiente de pérdidas tiene dependencia sobre el ángulo θ , la relación r/D , el valor de Re y la relación ε/D . No obstante, a menudo en las metodologías de la literatura, el coeficiente solo se expone en función de θ y r/D , pero el parámetro más excluido es la rugosidad de la superficie o la relación ε/D . En general, el coeficiente de pérdidas presentó incremento conforme al aumento de θ y ε/D , pero una disminución en relación al crecimiento de Re . En los dispositivos de condición gradual, el coeficiente aumentó a medida que decreció la relación r/D , mientras que, en las cuatro formas con codos en serie, el coeficiente creció conforme al incremento de la longitud de separación entre los dispositivos (L_s).
- Algunas metodologías son recomendadas para estimar el coeficiente de pérdidas, tanto en codos como en curvas de tuberías, lo cual resulta conservador en el caso

de las curvas, ya que los codos proporcionan un coeficiente de pérdidas mayor para las mismas características.

- Los dispositivos más estudiados y de los cuales se presenta más información del coeficiente de pérdidas, son los cambios de dirección con 45, 90 y 180° de deflexión. Sin embargo, el más investigado de ellos por su frecuente uso, es el dispositivo con ángulo $\theta = 90^\circ$, sobre el cual, algunos autores infieren el coeficiente de pérdidas para los cambios de dirección de 45 y 180°. Referente al material del dispositivo, los cambios de dirección con más investigaciones son los de acero, mientras los menos analizados son los modernos (plástico, moldeados y forjados), que tienden proporcionar menores valores del coeficiente de pérdidas.
- Finalmente, se concluye que la información de los trabajos de Itō [50, 31] , es la más sugerida en la literatura para estimar el coeficiente de pérdidas en los dispositivos graduales, entretanto que, en los dispositivos bruscos se recomiendan con más frecuencia los datos del trabajo de Kirchbach [77]. Sin embargo, donde que proporciona amplia información sobre el coeficiente de pérdidas de todos los dispositivos estudiados con respecto a sus parámetros dependientes, es en el manual de resistencia de Idel'chick [37].

Capítulo 3

Modelos matemáticos: reducción de diámetro

Expresiones analíticas del coeficiente de pérdidas de energía en dispositivos de reducción del diámetro bajo régimen forzado

3.1. Introducción

La importancia de estimar las pérdidas de energía en dispositivos de reducción del diámetro está dada por su utilización en sistemas a presión o en régimen forzado, tales como: líneas de conducción en plantas industriales [17], redes internas de distribución en centrales geotérmicas [18], conductos de centrales hidroeléctricas [14], redes de distribución de agua a poblaciones [15], sistemas de riego [16], entre otros. La magnitud de las pérdidas depende sustancialmente de resultados experimentales del coeficiente de pérdidas ξ y que, en la literatura son muy discrepantes entre lo especificado por una investigación u otra [6, 117].

Las pérdidas de energía en los dispositivos de reducción del diámetro ocurren cuando el fluido circula por un conducto de diámetro constante y la sección transversal decrece de forma repentina o gradual. En la figura 31(a) se expone el caso de una reducción brusca, condición que provoca un aumento repentino de la velocidad de circulación, así como también genera turbulencia antes de la reducción. Al iniciar el conducto de área menor se presenta una vena contracta y el flujo alcanza la mayor velocidad. Este fenómeno también ocasiona vórtices aguas abajo del dispositivo y cuando el flujo se estabiliza inician las pérdidas por fricción en el conducto [118, 117]. En la figura 31(b) se ilustra el caso de una reducción gradual, en dicha condición se presenta una transición suave de un diámetro mayor hacia uno menor; el fluido es encauzado suavemente hacia un área menor y permite que la velocidad de este incremente a medida que decrece el área transversal [83, 117].

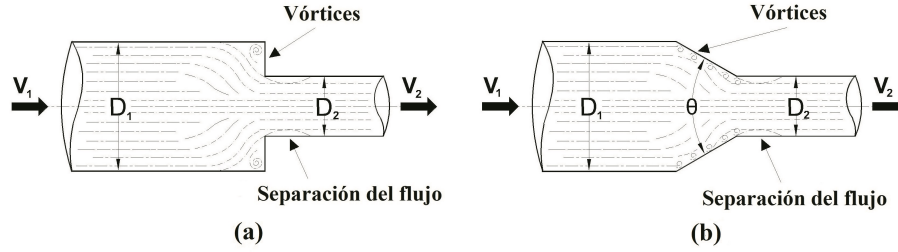


Figura 3: Esquema representativo de los parámetros que gobiernan la obtención del coeficiente ξ y comportamiento del flujo circulante en: a) Reducción brusca del diámetro. b) Reducción gradual del diámetro. Fuente: Elaboración propia, 2015.

La constante investigación sobre las pérdidas de energía que ocurren en estos dispositivos valida su importancia. Bindign, Phillips & Phillips [119] realizaron un estudio numérico para estimar la pérdida de energía a través de contracciones, expansiones y combinaciones de éstas, utilizando un fluido Oldroyd-B (densidad del fluido más disolvente de 1400 kg/m^3 , viscosidad total de $10 \text{ Pa} \cdot \text{s}$). Ellos tuvieron interés particular en el efecto de la relación del disolvente al parámetro de viscosidad total sobre el perfil del gradiente de presión y sobre las longitudes de desarrollo de entrada y salida; se presentan resultados para ciertos aspectos relacionados con la cinemática del flujo, con el fin de ilustrar la relación entre el campo de presión y el campo de flujo resultante. En Fester et al [8] se investigó con fluidos no newtonianos las pérdidas de energía en contracciones súbitas, utilizando relaciones de diámetros de 0,22, 0,50 y 0,85, y números de Reynolds de 0,01 a 100 000, bajo la finalidad de corroborar y ampliar los datos existentes; se presentan un conjunto de resultados experimentales y un modelo numérico validado.

De igual forma, Rend, Sparrow, Bettenhausen & Abraham [120] hicieron un estudio numérico para determinar la pérdida de energía que se genera en una ampliación gradual utilizada en un sistema de tuberías; se dedujo que la caída de presión incrementa monótonicamente al aumentar el ángulo de dilatación y que en general la caída de presión para un ángulo de dilatación dado, decrece con el aumento del número de Reynolds y tiende a estabilizarse conforme éste más aumenta. Bae & Kim [118] investigaron numéricamente con el software Fluent 2.0 de Dinámica Computacional de Fluidos sobre las pérdidas que se producen en una expansión súbita-axisimétrica con chafán, cuando circula por ésta flujo turbulento; se proponen nuevas correlaciones del coeficiente de pérdidas para las condiciones de número de Reynolds de 30 000, ángulo de expansión del chafán hasta 45° y relaciones de área mayor-área menor del chafán de 2 a 6.

Aunque existen investigaciones valiosas en la literatura, no se ha establecido un valor estándar del coeficiente ξ para utilizar en dispositivos de reducción brusca o gradual

del diámetro. Al emplear un método u otro se obtienen valores distintos del coeficiente (ver figuras 4 y 5). Además, su determinación se rige mediante la utilización de gráficos y tablas.

Ante esta necesidad, en el presente trabajo se obtienen expresiones analíticas que permiten estimar un valor promedio del coeficiente ξ para los dispositivos en estudio, partiendo de metodologías ampliamente utilizadas. Se obtuvieron curvas de valores promedios para ξ en cada caso estudiado utilizando modelos de regresiones lineales múltiples, que permiten estimar el coeficiente de pérdida ξ sin necesidad de manipular tablas y gráficos.

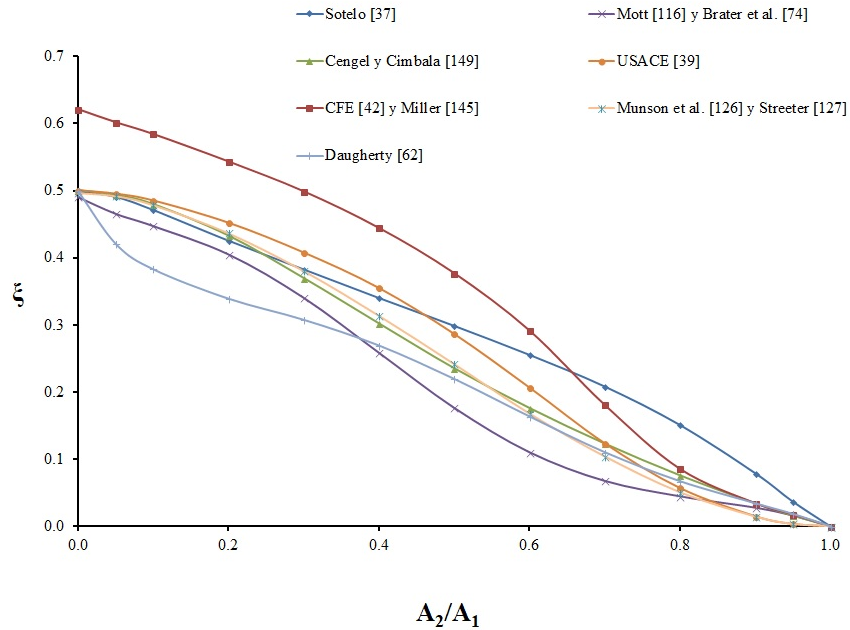


Figura 4: Valores estimados del coeficiente ξ de dispositivos de reducción del diámetro, utilizando los métodos de la literatura indicada en reducciones bruscas de acuerdo a la relación del área menor respecto a la mayor (A_2/A_1).

3.1.1. Nomenclatura

a, b, c : Coeficientes que dependen del ángulo de reducción (θ)

A_1 : Área mayor del dispositivo (m^2)

A_2 : Área menor del dispositivo (m^2)

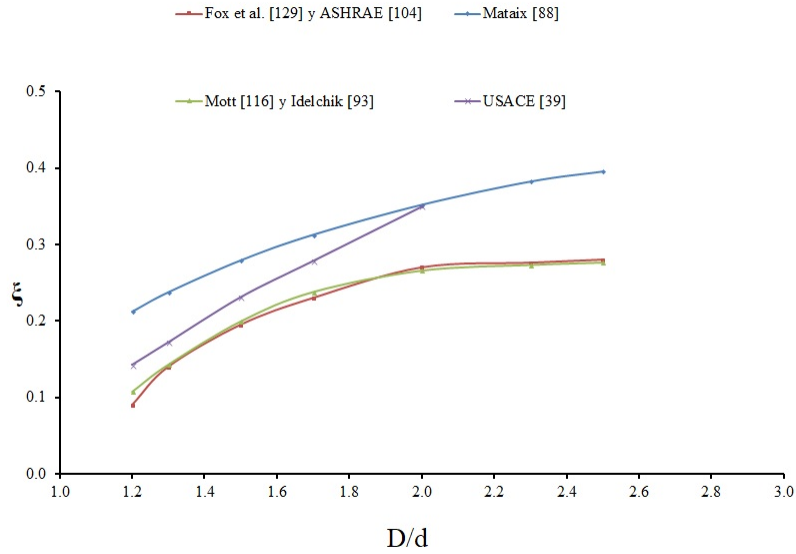


Figura 5: Valores estimados del coeficiente ξ de dispositivos de reducción del diámetro, utilizando los métodos de la literatura indicada en reducciones graduales cuando el ángulo de convergencia es de 120° y se tiene una variación en la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor (D/d). Fuente: Elaboración propia, 2015.

A_2/A_1 : Relación área menor con respecto al área mayor del dispositivo

d : Diámetro menor del dispositivo (m)

D : Diámetro mayor del dispositivo (m)

d/D : Relación diámetro menor con respecto al diámetro mayor del dispositivo

D/d : Relación diámetro mayor con respecto al diámetro menor del dispositivo

g : Aceleración de la gravedad (m/s^2)

h_L : Pérdida de energía (m)

V : Velocidad media de circulación en el conducto de diámetro menor del dispositivo (m/s)

θ : Ángulo de reducción (grados)

ξ : Coeficiente de pérdidas del dispositivo

ξ_{RB} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción brusca del diámetro

ξ_{RG} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro

ξ_{RG1} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro, con $1 \leq D/d \leq 3$ y $\theta = 10^\circ$

ξ_{RG2} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro, con $1 \leq D/d \leq 3$ y $\theta = 20^\circ$

ξ_{RG3} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro, con $1 \leq D/d \leq 3$ y $\theta = 30^\circ$

ξ_{RG4} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro, con $1 \leq D/d \leq 3$ y $\theta = 40^\circ$

ξ_{RG5} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro, con $1 \leq D/d \leq 3$ y $\theta = 60^\circ$

ξ_{RG6} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro, con $1 \leq D/d \leq 3$ y $\theta = 80^\circ$

ξ_{RG7} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro, con $1 \leq D/d \leq 3$ y $\theta = 90^\circ$

ξ_{RG8} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro, con $1 \leq D/d \leq 3$ y $\theta = 120^\circ$

ξ_{RG9} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro, con $1 \leq D/d \leq 3$ y $\theta = 150^\circ$

ξ_{RG10} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de reducción gradual del diámetro, con $1 \leq D/d \leq 3$ y $\theta = 180^\circ$

Nota: Todos los coeficientes son adimensionales

3.2. Estimación de pérdidas de energía

De acuerdo a la literatura especializada en el tema como Bariviera, Frizzzone & Rettore [32]; Sabersky, Acosta & Hauptmann [121]; Sotelo [38]; Streeter, Wylie & Bedford [122]; USACE [40]; USBR [123]; Yildirim & Singh [15]; entre otros, el estudio de las pérdidas de energía en la reducción del diámetro se clasifica en: reducción brusca y reducción gradual. Ellos también exponen que las pérdidas de energía locales se determinan mediante la siguiente expresión:

$$h_L = \xi \frac{v^2}{2g} \quad (48)$$

donde: h_L es la pérdida de carga (m); V es la velocidad media de circulación en el conducto de diámetro reducido (m/s); g es la aceleración de la gravedad (m/s^2); ξ es un coeficiente de pérdidas del dispositivo (adimensional), que se obtiene mediante tablas o gráficos provenientes de resultados experimentales y que a menudo se conjugan con ecuaciones empíricas. Estas informaciones se encuentran en libros, manuales o documentos referentes al tema y su valor es dependiente de parámetros geométricos y físicos del dispositivo y en ocasiones del número de Reynolds [124].

Sobre la estimación del coeficiente ξ para la reducción brusca del diámetro, en la literatura se tiene lo siguiente: en Sotelo [38] y USACE [40] se establece que el coeficiente ξ se estima mediante un gráfico con resultados de Weisbach, el cual se rige por la relación del diámetro menor con respecto al diámetro mayor (d/D). Acorde a CFE [125] y Miller [82], se sugiere que el coeficiente de pérdidas de este dispositivo se estime a través de un gráfico, donde está supeditado por la relación del área menor con respecto al área mayor (A_2/A_1). Según Cengel & Cimbala [126] el coeficiente ξ para una reducción brusca se determina mediante un gráfico, en el cual se rige por la relación del diámetro menor con respecto al diámetro mayor (d/D). En Brater, King, Lindell & Wei [75] y Mott [117] se coincide en que el valor del factor ξ sea estimado de valores tabulados, donde es definido en función de la velocidad del conducto reducido (V_2) y de la relación del diámetro menor con respecto al mayor (d/D). Acorde con Munson, Young & Okiishi [127] y Streeter [128], el coeficiente de pérdidas se obtiene con el uso de un gráfico, donde está gobernado por la relación del área menor con respecto a la mayor (A_2/A_1). Por último, en Daugherty & Me [63] se expone que el coeficiente de pérdidas se determina con el uso de valores tabulados, donde se encuentra en función de la relación del diámetro menor con respecto al diámetro del conducto mayor (d/D).

Si se produce una reducción gradual del diámetro, acorde con Mataix [129], el coeficiente ξ de este dispositivo se determina con la utilización de un gráfico, donde está en función del ángulo de reducción (θ) y de la relación del diámetro mayor con respecto

al diámetro menor (D/d). En Fox, Pritchard & McDonald [130] y en ASHRAE [131] se expone que el coeficiente de esta reducción se obtiene de valores tabulados, donde se encuentra en función del ángulo de reducción (θ) y de la relación del área menor con respecto a la mayor (A_2/A_1). Basándose en Mott [117] y Idelchik [37], dos gráficos abarcan el caso para estimar el coeficiente de pérdidas, donde depende del ángulo de reducción (θ) y de la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor (D/d). Por último, en USACE [40] se sugiere el empleo de un gráfico con resultados de Levin para obtener el valor del coeficiente ξ , conociendo el valor de la relación del diámetro mayor con respecto al menor (D/d) y del ángulo de reducción (θ).

3.3. Estimación del coeficiente ξ

Para la estimación del coeficiente de pérdidas en la reducción brusca, se seleccionaron los métodos que se establecen en Sotelo [38]; Mott [117]; Cengel & Cimbala [126]; USACE [40]; CFE [125]; Munson et al. [127]; Streeter [128]; Brater et al. [75]; Daugherty & Me [63], en los cuales se utilizan tablas y gráficos para obtener el coeficiente, en función de la relación del área menor con respecto a la mayor (A_2/A_1). Mediante cada método se obtuvieron valores del coeficiente ξ para una relación de áreas (A_2/A_1) de 0 a 1, luego se estimaron valores promedio que se denotan por ξ_{RB} . En la figura 6 se exhiben estos resultados, en los cuales se observa la variabilidad del coeficiente ξ entre un método y otro para una misma relación de áreas. Al utilizar los valores de ξ_{RB} , se trabajó con regresión lineal múltiple, donde se seleccionó la curva de ajuste que se presenta en la figura 7 y su ecuación es la propuesta para estimar el coeficiente de este dispositivo, la cual se escribe de la forma siguiente:

$$\xi_{RB} = 0,50926435 - 0,28767429 \left(\frac{A_2}{A_1} \right) - 1,4840581 \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^{2.5} + 1,2643591 \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^3$$

donde: ξ_{RB} es el coeficiente promedio de pérdidas para una reducción brusca del diámetro; (A_2/A_1) es la relación del área menor con respecto a la mayor. Esta ecuación es válida para $0 \leq (A_2/A_1) < 1$.

Por otra parte, para estimar el coeficiente de pérdidas en dispositivos de reducción gradual, se analizaron los métodos expuestos en Mott [117]; USACE [40]; Fox et al. [130]; Mataix [129]; ASHRAE [131]; Idelchik [37]; con los que se procedió de forma similar a la reducción brusca. Para obtener la expresión que estima el valor de ξ_{RG} se realizaron 10 clasificaciones. En primer lugar, se determinaron valores promedio denotados como ξ_{RG1} , donde la relación del diámetro mayor con respecto al menor (D/d) toma valores de 1 a 3 y se presenta un ángulo de reducción (θ) de 10° . De la misma manera, se determinaron valores promedio del coeficiente de pérdidas cuando se tiene

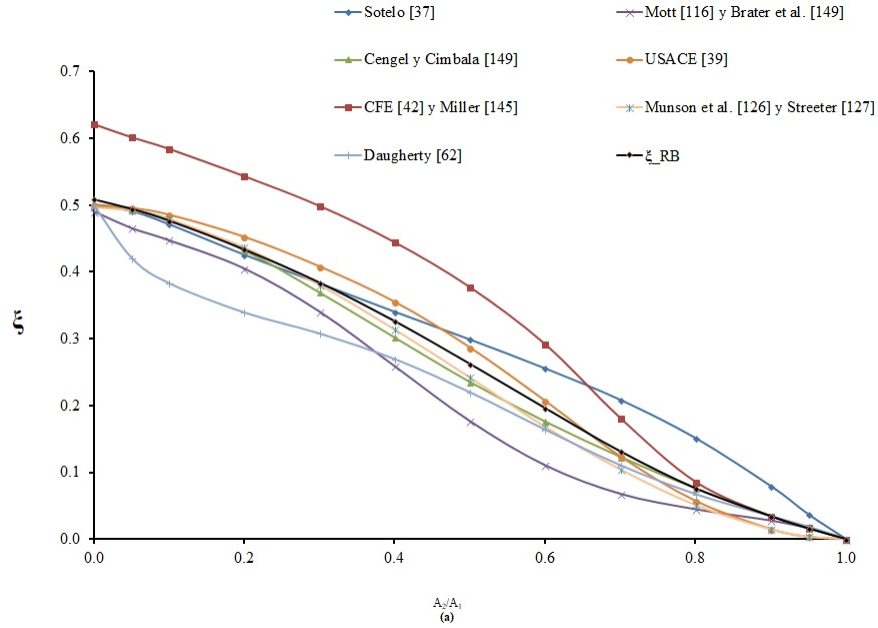


Figura 6: Curvas del coeficiente ξ para una reducción brusca del diámetro, de acuerdo a la variación de la relación del área menor respecto a la mayor (A_2/A_1). La curva de ξ_{RB} es la representativa de los valores promedio. Fuente: Elaboración propia

un ángulo θ de 20, 30, 40, 60, 80, 90, 120, 150 y 180°, los cuales se denotan como ξ_{RG2} , ξ_{RG3} , ξ_{RG4} , ξ_{RG5} , ξ_{RG6} , ξ_{RG7} , ξ_{RG8} , ξ_{RG9} y ξ_{RG10} , respectivamente, como se ilustra en la figura 8; además se emplearon modelos de regresiones lineales múltiples para obtener una curva de ajuste y su respectiva ecuación para las clasificaciones de ξ_{RG} establecidas anteriormente; en la figura 9 se muestra el modelo obtenido para ξ_{RG1} y su respectiva ecuación. La expresión general de ξ_{RG} para cualquier clasificación está dada de la siguiente manera:

$$\xi_{RG} = a + b(D/d)^{0.5} + \frac{c[\ln(D/d)]}{(D/d)^2} \quad (49)$$

donde: ξ_{RG} es el coeficiente de pérdidas de una reducción gradual del diámetro; D/d es el valor de la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor del dispositivo; a , b , c son coeficientes que dependen del *ángulo de la reducción* (θ). Debido a que los coeficientes a , b y c varían de acuerdo a la magnitud de θ , se obtuvo una curva de ajuste para los valores de cada uno de ellos. La ecuación de la curva ajustada a los valores del coeficiente a , se escribe en la ecuación (50); se obtuvieron de forma similar las ecuaciones (51) y (52) para estimar el coeficiente b y c , respectivamente.

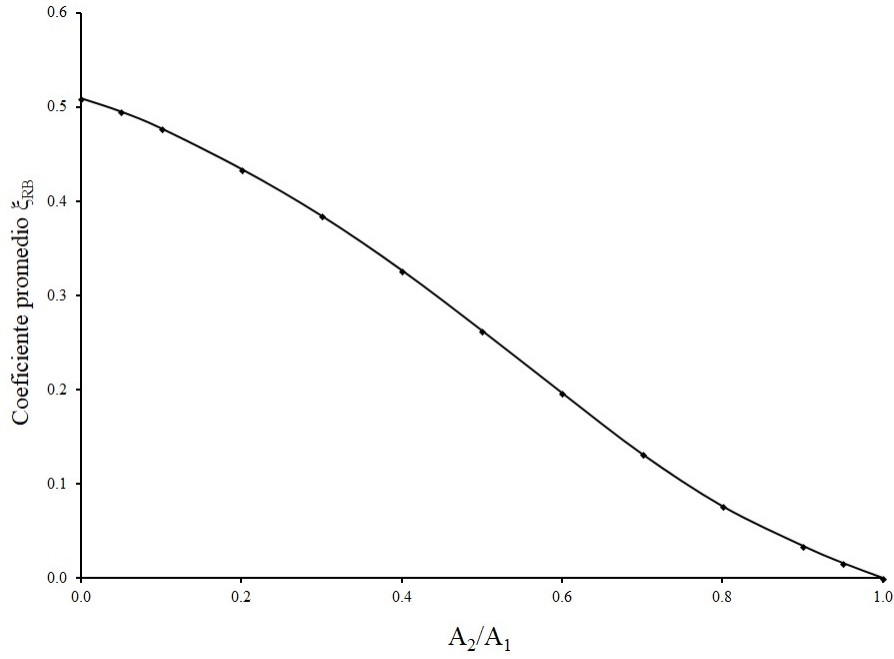


Figura 7: Curva de ajuste a los valores del coeficiente ξ_{RB} , de acuerdo a la variación de la relación del área menor respecto a la mayor (A_2/A_1). Fuente: Elaboración propia, 2015.

$$a = -0,046121351 - 0,000029224\theta^2 + 8,9116x10^{-10}\theta^4 - 1,1811x^{-10}\theta^6 \quad (50)$$

$$b = 0,046264338 + 0,000029251\theta^2 - 9,2469x10^{-10}\theta^4 + 1,2761x^{-10}\theta^6 \quad (51)$$

$$c = 0,1503115 + 0,000064686\theta^2 - 7,7480x10^{-10}\theta^4 - 7,2780x^{-10}\theta^6 \quad (52)$$

donde: a , b y c son los coeficientes de la ecuación (50); θ es el ángulo de la reducción (grados).

Al sustituir las ecuaciones de cada coeficiente en la ecuación (49), esta queda de la siguiente manera:

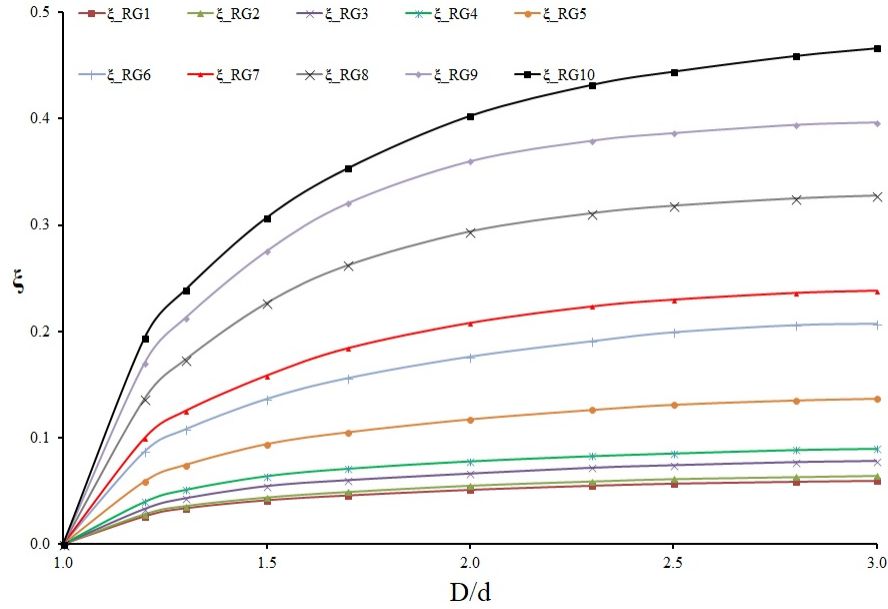


Figura 8: Curva de ajuste a los valores del coeficiente ξ_{RB} , de acuerdo a la variación de la relación del área menor respecto a la mayor (A_2/A_1). Fuente: Elaboración propia, 2015.

$$\begin{aligned} \xi_{RG} = & (-0,046121351 - 0,000029224\theta^2 + 8,9116 \times 10^{-10}\theta^4 - 1,1811 \times 10^{-14}\theta^6) + \\ & (0,046264338 + 0,000029251\theta^2 - 9,2469 \times 10^{-10}\theta^4 + 1,2761 \times 10^{-14}\theta^6) \left(\frac{D}{d}\right)^{0,5} + \\ & (0,1503115 + 0,000064686\theta^2 - 7,7480 \times 10^{-10}\theta^4 - 7,2780 \times 10^{-15}\theta^6) \frac{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}{\left(\frac{D}{d}\right)^2} \end{aligned} \quad (53)$$

donde: ξ_{RG} es el coeficiente de pérdidas de una reducción gradual del diámetro; θ es el ángulo de reducción del dispositivo (en grados); D/d es la relación del diámetro mayor con respecto al menor. La ecuación anterior es válida para $1 < D/d \leq 3$ y $10 \leq \theta \leq 180^\circ$.

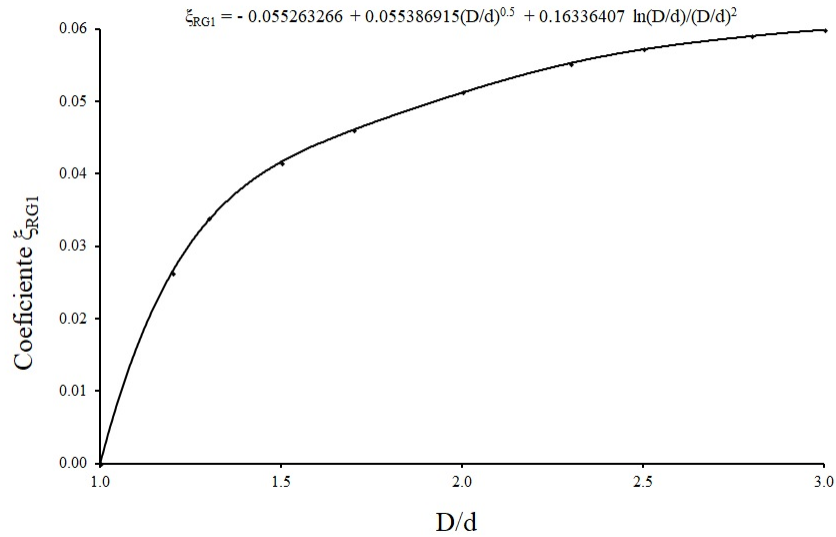


Figura 9: Curva de ajuste a los valores del coeficiente ξ_{RB} , de acuerdo a la variación de la relación del área menor respecto a la mayor (A_2/A_1). Fuente: Elaboración propia, 2015.

3.4. Casos de aplicación para la evaluación y comparación de pérdidas de energía

3.4.1. Ampliación brusca de diámetro

Caso 1: Se considera que un flujo circulante adquiere una velocidad promedio de $1,5 \text{ m/s}$ aguas abajo de dispositivos de reducción brusca, que en conjunto presentan relaciones de áreas (A_2/A_1) de 0,1 a 0,9 en incrementos de 0,1. Al emplear los métodos analizados para este accesorio y la ecuación propuesta en esta investigación, se determinan las pérdidas de energía mediante la aplicación de la ecuación 48 y las cantidades resultantes se exponen en la figura 10.

Caso 2: Si se asumen las mismas condiciones que en el caso anterior, excepto que la velocidad media de circulación ahora se presenta en $2,5 \text{ m/s}$, se determinan las pérdidas de energía en el dispositivo y los resultados se ilustran en la figura 11.

En las figuras 10 y 11 se puede apreciar el aumento de la pérdida de energía al decrecer la relación de áreas (A_2/A_1), debido a que la obstrucción del flujo aumenta al decrecer esta relación. También se puede constatar la variabilidad de las pérdidas de energía que se obtienen utilizando un método u otro, para una misma relación de

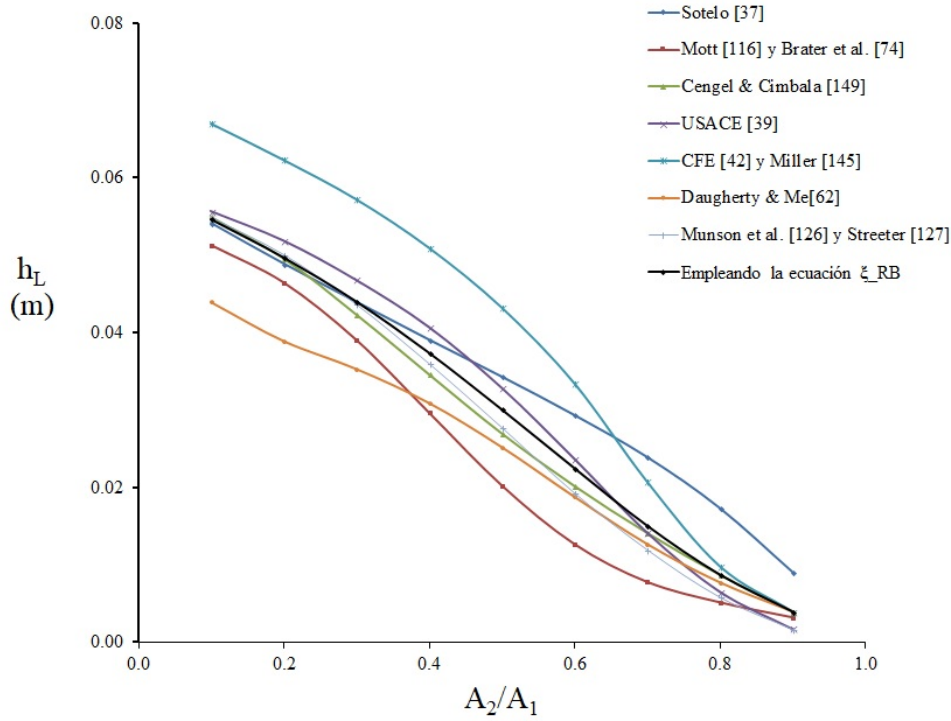


Figura 10: Comportamiento de las pérdidas de energía que generan dispositivos de reducción brusca del diámetro, estimadas bajo los lineamientos de la literatura que se indican y mediante la ecuación (49) propuesta en el presente trabajo, cuando el flujo desarrolla una velocidad promedio aguas abajo del dispositivo de 2,5 m/s. Fuente: Elaboración propia, 2015.

áreas y velocidad de circulación del flujo. Sin embargo, se ilustra claramente que las pérdidas de energía obtenidas mediante la ecuación 49, tienen una tendencia a la media. Por otro lado, podemos distinguir los métodos que estiman los valores mayores y menores de pérdidas de energía. Las mayores pérdidas se obtienen utilizando el método de CFE [125] y Miller [82] cuando $0,1 \leq A_2/A_1 \leq 0,6$. Si $0,7 \leq A_2/A_1 \leq 0,9$, entonces las mayores pérdidas resultan con el método de Sotelo [38]. Finalmente, las menores pérdidas de energía se obtienen utilizando el método de Daugherty & Me [63] cuando $0,1 \leq A_2/A_1 \leq 0,3$; si $0,4 \leq A_2/A_1 \leq 0,8$, entonces las menores pérdidas se estiman con el método de Mott [117] y Brater et al. [75].

3.4.2. Ampliación gradual del diámetro

Caso 1: Flujo con una velocidad promedio de 1,5 m/s inmediatamente aguas abajo de dispositivos de reducción gradual, que presentan un ángulo de reducción (θ) de 90° y en conjunto, relaciones de diámetro (D/d) de 1,2, 1,3, 1,5, 1,7, 2,0 y 2,3. Se determinan

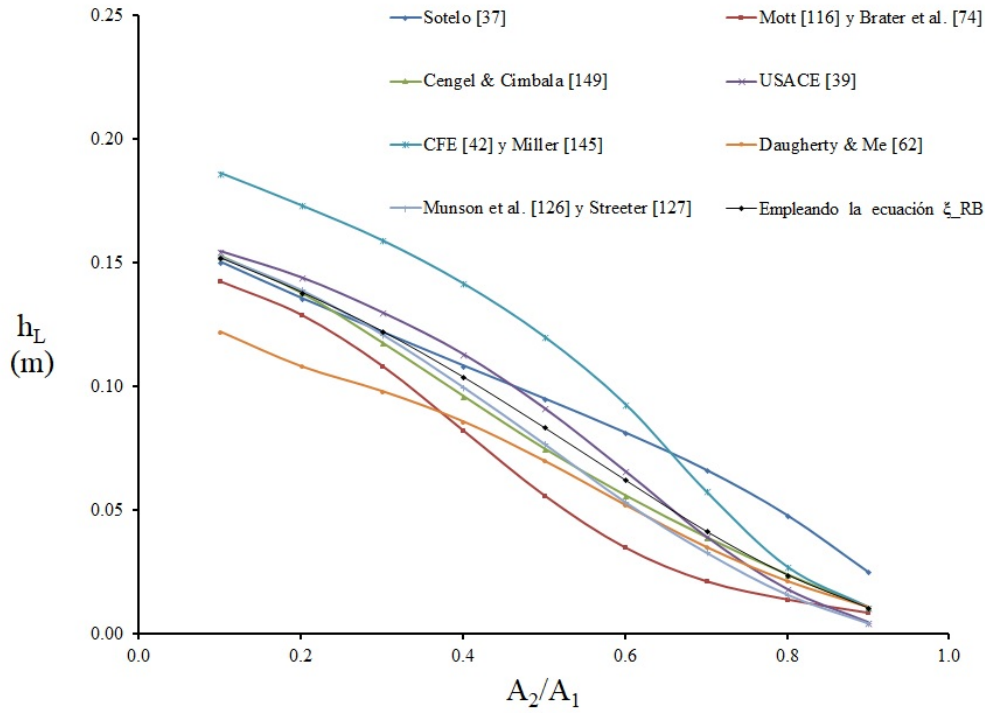


Figura 11: Comportamiento de las pérdidas de energía que generan dispositivos de reducción brusca del diámetro, estimadas bajo los lineamientos de la literatura que se indican y mediante la ecuación (49) propuesta en el presente trabajo, cuando el flujo desarrolla una velocidad promedio aguas abajo del dispositivo de 2,5 m/s. Fuente: Elaboración propia, 2015.

las pérdidas de energía en los dispositivos y las magnitudes se ilustran en la figura 12.

Caso 2: Bajo las mismas condiciones del caso anterior, excepto que el flujo aumenta su velocidad media a 2,5 m/s, se determinan las pérdidas de energía en los dispositivos de reducción gradual y los resultados se exponen en la figura 13.

En las figuras 12 y 13, podemos visualizar la discrepancia entre las pérdidas de energía que se obtienen con distintos métodos sugeridos en la literatura, mientras que con la ecuación 53, se estiman valores intermedios a los rangos entre valores máximos y mínimos. También se observa que las mayores pérdidas de energía se obtienen utilizando el método de Mataix [129], para cualquier valor de D/d . Por último, se ilustra que las menores pérdidas de energía se estiman empleando el método de Fox et al. [130] y ASHRAE [131] para cualquier valor de D/d , excepto cuando $D/d = 2$.

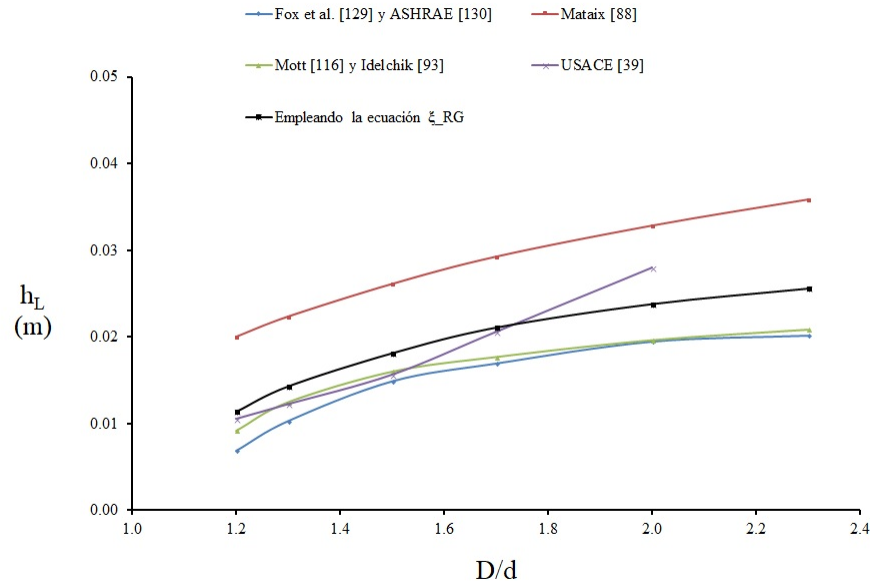


Figura 12: Comportamiento de las pérdidas de energía que generan dispositivos de reducción gradual del diámetro, estimadas bajo los lineamientos de la literatura que se indican y mediante la ecuación 53 propuesta en el presente trabajo, cuando el flujo desarrolla una velocidad promedio aguas abajo del dispositivo de $1,5 \text{ m/s}$. Fuente: Elaboración propia, 2015.

3.5. Conclusiones

Los métodos utilizados tradicionalmente para la estimación del coeficiente ξ en los dispositivos estudiados proporcionan entre sí valores diferentes del coeficiente y además requieren la utilización de tablas y gráficos. A partir de los valores de ξ reportados en dichas metodologías, se obtuvieron expresiones analíticas que permiten estimar los valores promedio del coeficiente ξ para reducciones bruscas y graduales. Para la condición de reducción brusca únicamente se requiere el valor de la relación del área menor con respecto al área mayor (A_2/A_1) y, para la condición de reducción gradual se requiere el valor del ángulo de la reducción (θ) y la relación del diámetro mayor con respecto al menor (D/d). En los casos de aplicación para evaluar y comparar las pérdidas de energía se demostró la facilidad para obtener el coeficiente ξ utilizando las expresiones propuestas. Con esto se evidencia la utilidad y practicidad de dichas ecuaciones para usarlas en el diseño y la comprobación del comportamiento hidráulico de los conductos forzados, evitando la manipulación de tablas y gráficos como comúnmente se hace. Por lo tanto, se exhorta a ser programadas en algoritmos de cómputo que involucren el análisis y la modelación de las pérdidas de energía en distintos sistemas hidráulicos, tales como: obras de toma, líneas de aducción y conducción, redes de distribución de agua potable, sistemas de irrigación, conductos o redes en plantas geotérmicas, entre

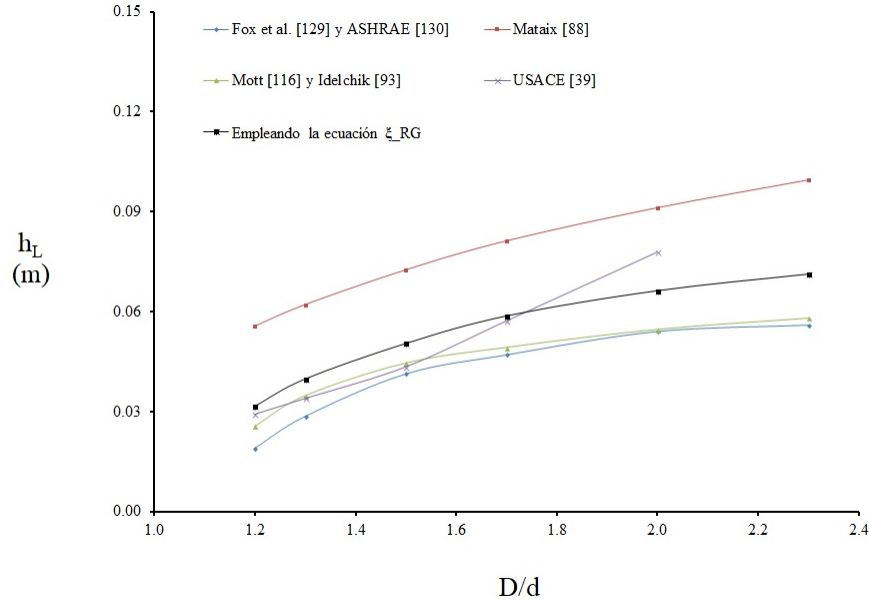


Figura 13: Comportamiento de las pérdidas de energía que generan dispositivos de reducción gradual del diámetro, estimadas bajo los lineamientos de la literatura que se indican y mediante la ecuación 53 propuesta en el presente trabajo, cuando el flujo desarrolla una velocidad promedio aguas abajo del dispositivo de $2,5 \text{ m/s}$. Fuente: Elaboración propia, 2015.

otras, para facilitar el trabajo del usuario en el proceso de entrada de datos al sistema. Finalmente, la presente investigación se podría complementar obteniendo expresiones analíticas que estimen el valor del coeficiente de pérdidas ξ , tomando en consideración el número de Reynolds, además de los parámetros geométricos.

Capítulo 4

Modelos matemáticos: cambios de dirección

Ecuaciones para determinar las pérdidas de energía en cambio de dirección brusco y gradual

4.1. Introducción

La pérdida de energía hidráulica es fundamental cuantificarla, dado que es necesario conocer la cantidad de energía hidráulica disponible para utilizarla en un sistema como: las líneas de conducción en plantas industriales [132], redes internas de distribución en centrales geotérmicas [133], ductos en centrales hidroeléctricas [14], redes de distribución de agua para poblaciones [15], sistemas de riego por goteo [16], y muchos más que pueden citarse.

El estudio de las pérdidas de energía se divide en: pérdidas por fricción y pérdidas locales, teniendo ambas distinto origen [26], y en estas últimas se concentra el presente trabajo. Las pérdidas locales ocurren cuando un fluido circula por un conducto de diámetro constante y repentinamente, cambia de dirección o existe una expansión, reducción, bifurcación u obstrucción (dispositivo). Esto generalmente ocurre en el entorno del elemento que lo causa y su magnitud, origen y cuantificación depende de las características específicas del dispositivo [134, 135]. Sin embargo, la presente investigación se concentra solo en el estudio de las pérdidas de energía causadas por un cambio en la dirección de los conductos circulares (curvas), siendo estos dispositivos frecuentemente utilizados en la construcción de conducciones forzadas.

Un cambio de dirección puede ocurrir en condiciones bruscas o graduales. En un cambio de dirección brusco, la dirección del flujo se modifica abruptamente, provocando un desprendimiento o separación del fluido en la parte interna de la curva, así como un aumento de presión en la parte externa, que es causado por la intensidad del impacto

(figura 14a). Esto es lo que hace que, después de la curva, el movimiento del flujo se produzca en forma de espiral hasta longitudes aproximadas a 50 veces el diámetro de la conducción [136, 137]. Sin embargo, cuando el cambio de dirección se realiza en forma gradual (figura 14b), el fenómeno de la alteración del fluido es similar al de cambio brusco, pero ocurre en menor magnitud, conforme a la suavidad con que se produce la curva [137].

Investigaciones recientes llevadas a cabo por: Csizmadia & Hös [138]; Gasljevic & Matthys [139]; Hellström et al. [136]; Ji, Zhang, Jiang & Yan [140]; Noorani, El Khoury & Schlatter [141]; Shi, Chen, Wang & Chen [142]; Ulusarslan [110]; entre otros, soportan la importancia de estudiar el fenómeno de las pérdidas de energía y su cuantificación en un cambio de dirección. A pesar que se han reportado diversos resultados analíticos y experimentales para obtener el de coeficiente ξ para este dispositivo, no se ha establecido un valor generalizado para utilizarlo en caso específico de condiciones geométricas y físicas. Ante dicha circunstancia, en la presente investigación se obtienen expresiones analíticas para determinar el coeficiente ξ de un cambio de dirección brusco y gradual, proporcionando un valor promedio a partir de resultados experimentales.

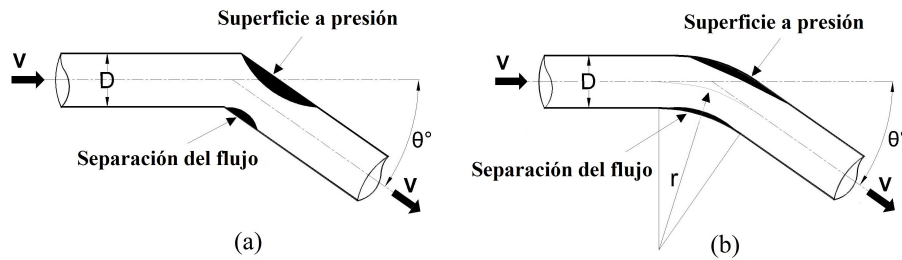


Figura 14: Comportamiento del flujo circular en: a) Cambio de dirección brusco. b) Cambio de dirección gradual. θ es el ángulo de deflexión de la curva, r es el radio de curvatura y D es el diámetro del conducto.

4.1.1. Nomenclatura

a, b, c : Coeficientes que varían de acuerdo a la relación de r/D para $5^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

C_c : Coeficiente para las curvas que presentan un diámetro constante y para $Re > 2.2 \times 10^5$

D : Diámetro interno del conducto (m)

g : Aceleración de la gravedad (m/s^2)

h_L : Pérdida de energía hidráulica (m)

r : Radio de curvatura del dispositivo (m)

r/D : Relación del radio de curvatura con el diámetro del dispositivo

Re : Número de Reynolds (adimensional)

V : Velocidad media de circulación en el dispositivo (m/s)

ε : Rugosidad del conducto (m)

ε/D : Relación entre la rugosidad y el diámetro interno del conducto

θ : Ángulo de deflexión y ángulo interior de la curva (grados)

ν : Viscosidad cinemática del fluido (m/s²)

ξ : Coeficiente de pérdidas del dispositivo

ξ_{CB} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de cambio de dirección brusco

ξ_{CG} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de cambio de dirección gradual

ξ_{CG1} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de cambio de dirección gradual, con $5 \leq \theta^\circ \leq 90$ y $r/D = 1$

ξ_{CG2} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de cambio de dirección gradual, con $5 \leq \theta^\circ \leq 90$ y $r/D = 1.5$

ξ_{CG3} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de cambio de dirección gradual, con $5 \leq \theta^\circ \leq 90$ y $r/D = 2$

ξ_{CG4} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de cambio de dirección gradual, con $5 \leq \theta^\circ \leq 90$ y $r/D = 4$

ξ_{CG5} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de cambio de dirección gradual, con $5 \leq \theta^\circ \leq 90$ y $r/D = 6$

ξ_{CG6} : Coeficiente de pérdidas promedio para dispositivos de cambio de dirección gradual, con $5 \leq \theta^\circ \leq 90$ y $r/D = 10$

Nota: Todos los coeficientes son adimensionales

4.2. Teoría

4.2.1. Estimación de las pérdidas de energía

En la literatura [39, 134, 137, 143, 40, 144, 15], se establece que las pérdidas de energía locales se determinan de la siguiente manera:

$$h_L = \xi \frac{V^2}{2g} \quad (54)$$

Donde: h_L es la pérdida de energía hidráulica (m); g es la aceleración de la gravedad (m/s^2); V es la velocidad media de flujo (m/s), que en un cambio de dirección es la originada aguas arriba del accesorio; ξ es el coeficiente de pérdidas en el accesorio (adimensional), el cual se obtiene empleando tablas o gráficos de resultados experimentales y que a menudo se combinan con ecuaciones empíricas; el valor de dicho coeficiente es regido por parámetros geométricos y físicos del dispositivo, así como en ocasiones del número Reynolds [124], el cual se calcula de la siguiente manera:

$$Re = \frac{DV}{\nu} \quad (55)$$

donde: Re es el número de Reynolds (adimensional); D es el diámetro del conducto (m); V es la velocidad media de flujo (m/s); ν es la viscosidad cinemática del fluido (m^2/s).

4.2.2. Estimación del coeficiente de ξ

Cambio de dirección brusco

En Sotelo [137] y USACE [40], se ha coincidido y también recomendado el uso de un método gráfico para estimar el coeficiente ξ , con los resultados de laboratorio de Kirchbach y Schubart. Dicho gráfico presenta tres curvas para 3 valores distintos de Re (20 000, 60 000, y 2 500 00), las cuales se relacionan con el ángulo de deflexión (θ) para obtener el coeficiente de correspondiente. Por otro lado, en CFE [145]) y Miller [146], el coeficiente de pérdidas ξ se obtiene de un gráfico para $Re = 1\,000\,000$, donde su valor está sujeto al ángulo de deflexión.

Cambio de dirección gradual

En USACE [40], se dice que el coeficiente de pérdida puede ser estimado de un gráfico con resultados de Wasieliewski, donde depende del ángulo θ y de la relación del radio de curvatura con el diámetro del dispositivo (r/D). Por otro lado, USBR [144] sugiere un gráfico para obtener el valor del coeficiente experimental de un cambio gradual con $\theta = 90^\circ$, donde está en función de r/D . Dicho gráfico contiene curvas propuestas por distintos investigadores y una curva de ajuste propuesta por el autor, la cual es la considerada para el presente trabajo. Además, se incluye otro gráfico, donde se obtiene un factor de corrección para un cambio de dirección con ángulos de deflexión diferentes de 90° . Entonces el valor del coeficiente ξ , será proporcional al coeficiente resultante de la curva con un ángulo de 90° y al factor de corrección. No obstante, Sotelo [137] establece que el coeficiente ξ se puede determinar de la siguiente manera:

$$\xi = C_c \frac{\theta^\circ}{90^\circ} \quad (56)$$

donde: ξ es el coeficiente experimental; θ es el ángulo interior de la curvatura, y C_c es un coeficiente para las curvas que presentan un diámetro constante y para el número de Reynolds $> 2, 2 \times 10^5$. Para obtener el valor de C_c se recomienda un gráfico con resultados de Hoffman, donde se rige por la relación del radio de curvatura y el diámetro del conducto, y al mismo tiempo, depende de la relación entre la rugosidad y el diámetro del conducto (ε/D). Con la finalidad que el coeficiente de pérdidas este regido por los mismos parámetros, esta investigación se contempla la curva media de ε/D . Ahora, si se considera lo dispuesto en CFE [145] y Miller [146], el coeficiente experimental se obtiene de un gráfico para flujos normalizados con $Re = 10^6$. En este gráfico, el coeficiente se rige por el ángulo de deflexión y la relación r/D . Dichos autores sugieren tres gráficos más, donde se obtienen coeficientes de corrección por números de Reynolds distintos a 10^6 , por distintas la longitud después de la curva, y por rugosidad interior del conducto. Sin embargo, en esta investigación no se consideran dichas correcciones para mantener la uniformidad en los parámetros con respecto a los otros autores. Finalmente, conforme a SARH [79], el coeficiente ξ en un cambio de dirección con 90° de deflexión, puede ser estimado de valores tabulados en función de la relación r/D . Sin embargo, si la deflexión es distinta a 90° , el coeficiente obtenido debe ser proporcional a un factor η , el cual se determina de una segunda tabulación de acuerdo a la magnitud del ángulo θ .

4.3. Estimación y análisis del coeficiente ξ

A partir de lo reportado en la bibliografía, el estudio de las pérdidas de energía en los dispositivos de cambios de dirección se divide en condiciones bruscas y condiciones

graduales. Basándose en este criterio, en la presente investigación se establecen los siguientes casos de estudio:

4.3.1. Cambio de dirección brusco

Para estimar el coeficiente ξ en condiciones repentinas, se seleccionaron los métodos sugeridos por CFE [145], Miller [146], Sotelo [137], USACE [40], los cuales emplean gráficos con curvas de ajuste para estimar el coeficiente de pérdidas en función del ángulo de deflexión (θ). Usando estos gráficos, se obtuvieron coordenadas de puntos sobre las curvas que establecen el comportamiento del coeficiente ξ ; posteriormente, esta información fue homogeneizada de tal manera que, para cada método, se obtuvieron valores del coeficiente ξ para valores del ángulo θ de 0 a 90°, en incrementos de 5°. Basándose en los datos obtenidos y utilizando el proceso descrito anteriormente, se estimaron los valores promedio del coeficiente de pérdidas, los cuales se denotan como ξ_{CB} y se proponen en esta investigación para obtener las pérdidas de energía mediante la ecuación (57). En la figura 15 se muestra el comportamiento de los valores del coeficiente ξ obtenidos mediante las metodologías mencionadas de la literatura, así como los valores del coeficiente de pérdidas promedio (ξ_{CB}), que se determinaron a partir de dichas metodologías. Además, en esta gráfica se ilustra que el coeficiente ξ en función de θ y R_e presenta tendencias distintas, mientras que el coeficiente ξ_{CB} que depende solo del ángulo θ , muestra afinidad al promedio de los datos.

Utilizando los valores del coeficiente ξ_{CB} se trabajó con regresión lineal múltiple, donde se obtuvo la curva de ajuste ilustrada en la figura 16. La ecuación de dicha curva es la propuesta para estimar el coeficiente de un dispositivo de cambio de dirección brusco (ξ_{CB}), con una confianza de 99,9 %.

$$\xi_{CB} = \frac{0.0031960558 + 0.0030444516(\theta)}{1 - 0.014390831(\theta) + 0.00006719314(\theta)^2} \quad (57)$$

donde: ξ_{CB} es el coeficiente propuesto para un cambio de dirección brusco; θ es el ángulo de deflexión de la curva (grados). Para aplicar esta ecuación basta con conocer el ángulo de deflexión en un rango de $0 < \theta \leq 90^\circ$, para garantizar el nivel de confianza previamente expuesto.

4.3.2. Cambio de dirección gradual

Para estimar el coeficiente ξ en condiciones graduales, se utilizaron los métodos propuestos en CFE [145], Miller [146], SARH [79], Sotelo [137], USACE [40] y USBR [144];

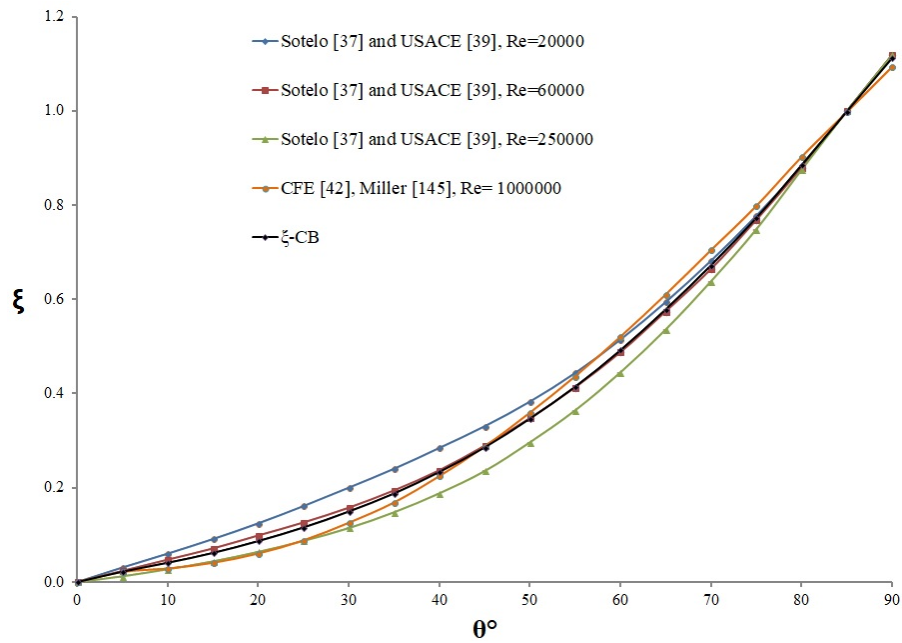


Figura 15: Curvas del coeficiente ξ en un cambio de dirección brusco conforme al ángulo de deflexión. La curva $\xi - CB$ representa los valores promedio propuestos.

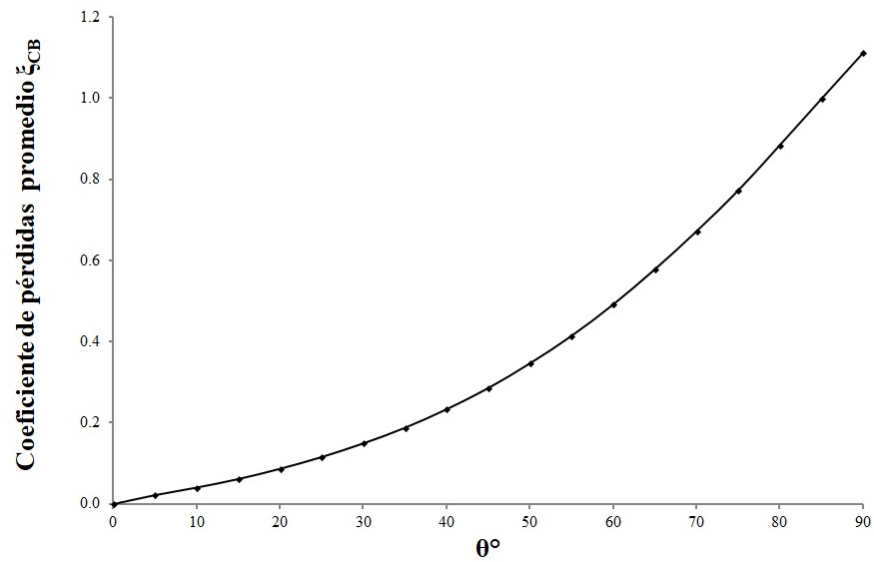


Figura 16: Curva de ajuste del coeficiente ξ_{CB} , conforme a la variación del ángulo de deflexión de la curva.

estos métodos involucraban gráficos, tablas y ecuaciones para definir dicho coeficiente.

Los valores del coeficiente de pérdidas se obtuvieron por cada método, teniendo en cuenta una relación r/D de 1, 0, así como valores del ángulo de deflexión de 0 a 90° en incrementos de 5°. De la misma forma se estimaron valores del coeficiente ξ para las relaciones de $r/D = 1, 5, 2, 0, 4, 0, 6, 0$ y 10, 0. Una vez obtenidos estos resultados, se determinaron los valores promedio del coeficiente de pérdidas para cada incremento de θ de 5° en la relación $r/D = 1$, los cuales se denotan como ξ_{CG1} . Este promedio también se determinó para los casos en que r/D toma valores de 1, 5, 2, 0, 4, 0, 6, 0 y 10, 0; estos valores promedio se denotan como ξ_{CG2} , ξ_{CG3} , ξ_{CG4} , ξ_{CG5} y ξ_{CG6} , respectivamente. En la figura 17 se muestra la tendencia de los valores de las 6 clasificaciones del coeficiente ξ_{CG} , con respecto a la variación del ángulo de deflexión de la curva.

Una vez que se obtuvieron todos los valores promedio, se utilizaron en regresiones lineales múltiples, donde se seleccionó una curva de ajuste para las 6 clasificaciones de ξ_{CG} ; un ejemplo de ello es la curva de ajuste a los valores de ξ_{CG1} (figura 18), la cual presentó una confiabilidad del 99,9 %. Esto dió lugar a la misma curva de ajuste para las otras 5 clasificaciones, pero con un ajuste diferente en cada uno de ellos.

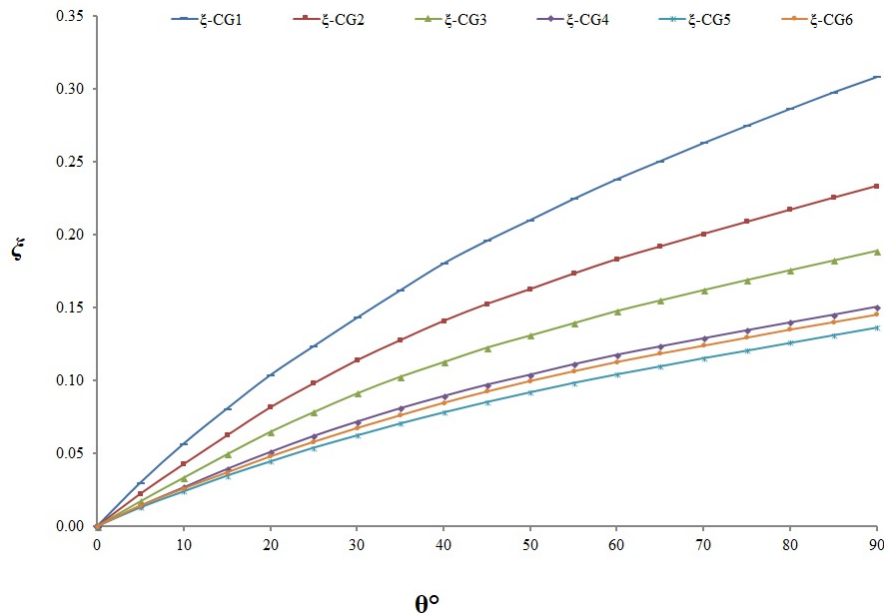


Figura 17: Comportamiento del coeficiente de pérdidas promedio para el cambio dirección gradual, conforme la varía la relación r/D y el ángulo de deflexión de la curva. Las curvas $\xi - CG1$, $\xi - CG2$, $\xi - CG3$, $\xi - CG4$, $\xi - CG5$ y $\xi - CG6$, corresponden a la relación $r/D = 1, 0, 1, 5, 2, 0, 4, 0, 6, 0$ y 10, 0, respectivamente.

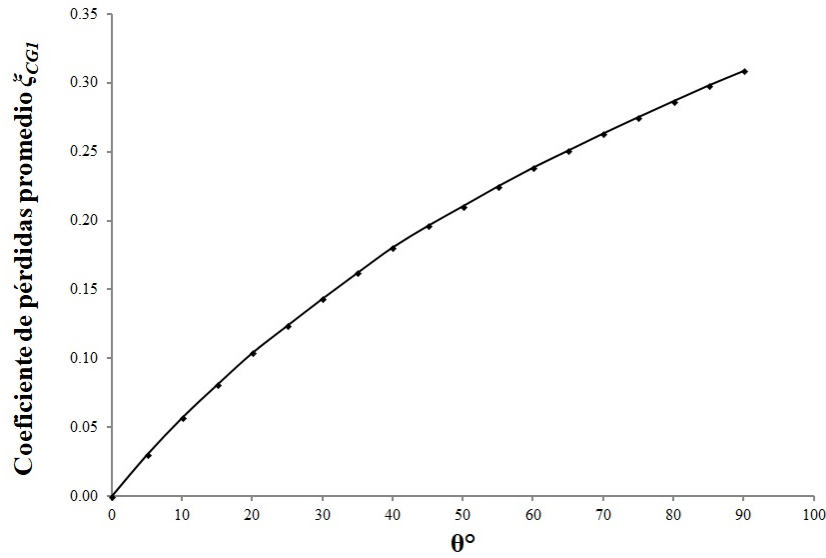


Figura 18: Curva de ajuste para estimar el coeficiente ξ_{CG1} , en función de la magnitud del ángulo de deflexión de la curva.

En general, la ecuación de la curva de ajuste para las 6 clasificaciones de ξ_{CG} , puede ser representada como:

$$\xi_{CG} = \frac{(a + c\theta)}{(1 + b\theta)} = \frac{a}{(1 + b\theta)} + \frac{c\theta}{(1 + b\theta)} \quad (58)$$

donde: ξ_{CG} es el coeficiente de las pérdidas en cambios de dirección gradual con una determinada relación r/D ; a , b , y c son coeficientes que varían de acuerdo a r/D ; θ es el valor del ángulo de deflexión en grados. Dado que los valores de los coeficientes a , b y c varían en cada clasificación del coeficiente ξ_{CG} , se definió una curva de ajuste para cada uno de estos coeficientes, en función de la relación r/D . En la figura 19 se muestra la curva de ajuste a los valores del coeficiente a y la ecuación (59) define su valor con una confianza del 99,9 %. Las ecuaciones para los coeficientes b y c son presentadas en las ecuaciones (60) y (61), respectivamente.

$$a = -0,0573379 + 0,00496834(r/D) - 0,00001716(r/D)^3 + \frac{0,07867083}{(r/D)^{0.5}} - \frac{0,066727}{e^{(r/D)}} \quad (59)$$

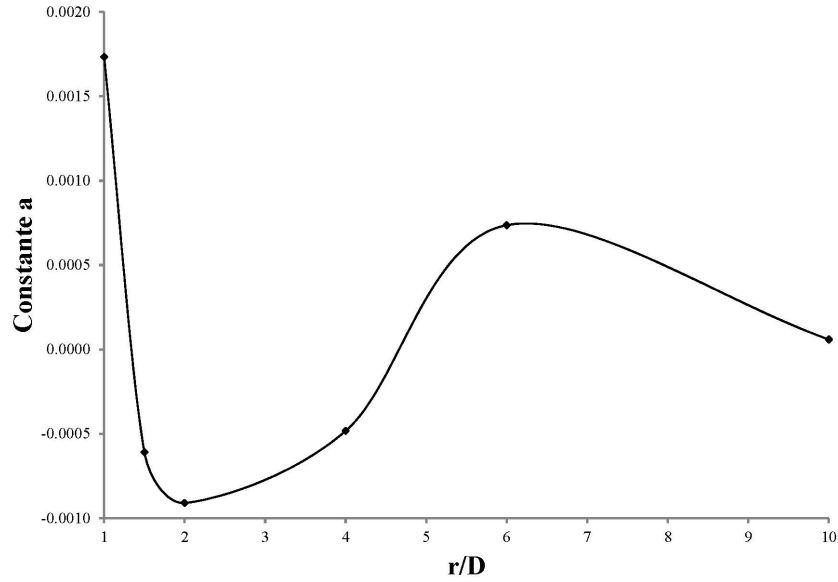


Figura 19: Curva de ajuste para los valores del coeficiente a de la ecuación 58, conforme a la relación entre el radio de curvatura y el diámetro del conducto.

$$b = 0,20495202 + 0,05446522(r/D) - 0,08723377(r/D)^{0,5} \ln(r/D) - \frac{0,45002930 \ln(r/D)}{(r/D)} - \frac{0,25130468}{(r/D)^2} \quad (60)$$

$$c = -0,01383436 - 0.01385106(r/D) + 0.00051449(r/D)^2 + 0.04504019 \ln(r/D) + \frac{0,08991395}{e^{(r/D)}} \quad (61)$$

donde: a , b , y c son los coeficientes de la ecuación (58) y r/D es la relación entre el radio de curvatura y el diámetro del conducto.

Considerando las ecuaciones obtenidas para los coeficientes a , b , y c , la ecuación (58) adopta la siguiente estructura:

$$\begin{aligned}
\xi_{CG} = & \frac{\left[-0,0573379 + 0,00496834(r/D) - 0,00001716(r/D)^3 + \frac{0,07867083}{(r/D)^{0,5}} - \frac{0,066727}{e^{(r/D)}} \right]}{\left\{ 1 + \left[0,20495202 + 0,05446522(r/D) - 0,08723377(r/D)^{0,5} \ln(r/D) - \frac{0,45002930 \ln(r/D)}{(r/D)} - \frac{0,25130468}{(r/D)^2} \right] (\theta) \right\}} \\
& + \frac{\left[-0,01383436 - 0,01385106(r/D) + 0,00051449(r/D)^2 + 0,04504019 \ln(r/D) + \frac{0,08991395}{e^{(r/D)}} \right] (\theta)}{\left\{ 1 + \left[0,20495202 + 0,05446522(r/D) - 0,08723377(r/D)^{0,5} \ln(r/D) - \frac{0,45002930 \ln(r/D)}{(r/D)} - \frac{0,25130468}{(r/D)^2} \right] (\theta) \right\}}
\end{aligned} \tag{62}$$

donde: ξ_{CG} es el coeficiente de pérdidas en un cambio de dirección gradual; r/D es la relación entre el radio de curvatura y el diámetro del conducto; θ es el ángulo de deflexión de la curva (grados). Esta ecuación debe usarse bajo los siguientes rangos $1 \leq r/D \leq 10$ y $5^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, para garantizar resultados con una determinación de 0,99 sobre los valores promedio. Aplicando las ecuaciones (57) y (62) se obtienen los coeficientes ξ_{AB} y ξ_{AG} , respectivamente, mismos que al sustituirlos en la ecuación (54) producen las pérdidas de energía en un cambio de dirección brusco y gradual, respectivamente, sin necesidad de utilizar tablas y gráficos.

4.4. Conclusiones

Conforme a una revisión bibliografía, se encontraron distintos métodos para determinar el coeficiente de pérdidas ξ de cada accesorio estudiado. Después de analizar dichos métodos, se determinó que se obtienen diferentes valores del coeficiente ξ mediante un método u otro; por lo tanto, no hay valores estándar registrados para utilizarlos en un caso específico de los dispositivos. Sin embargo, las ecuaciones propuestas (57) y (62), generan un valor promedio del coeficiente ξ respecto a los métodos analizados, con una determinación de 0,99 y no requieren ningún manejo de documentos para determinar coeficientes de pérdidas de forma segura y práctica. Las expresiones analíticas implementadas en esta investigación pueden aplicarse conjuntamente con la ecuación (54) para obtener pérdidas de energía en los accesorios estudiados y ahorrar tiempo en el diseño y revisión del comportamiento hidráulico de los conductos forzados. Asimismo, las ecuaciones pueden ser implementadas en algoritmos de cálculo avanzados, permitiendo el análisis y modelación de las pérdidas de energía en diferentes escenarios.

Capítulo 5

Modelos matemáticos: ampliación de diámetro

Expresiones analíticas del coeficiente de pérdida ξ para la ampliación brusca y gradual del diámetro

5.1. Introducción

En el aprovechamiento y manejo de la energía hidráulica, es decir, la energía potencial y energía cinética que adquiere el fluido [10, 11], es vital cuantificar la energía que se disipa o se transforma en energía no aprovechable [12], a la cual se le denomina pérdida de energía o pérdida de carga [13]. Ante esta circunstancia, en trabajos previos Villegas-León et al. [147, 148] realizan un aporte al tema, presentando expresiones analíticas del coeficiente de pérdidas de energía (ξ) en dispositivos de reducción brusca y gradual del diámetro y en dispositivos de cambio de dirección brusco y gradual, respectivamente. Dichas expresiones son propuestas a partir de resultados experimentales reportados en la literatura, facilitando la estimación de las pérdidas de energía que ocurren en estos dispositivos. Ahora y de forma análoga, en la presente investigación se proponen nuevas expresiones analíticas, con la diferencia fundamental que, estiman el coeficiente de pérdidas en dispositivos de ampliación brusca y gradual del diámetro.

En los proyectos hidráulicos es muy habitual la utilización de dispositivos de ampliación del diámetro para la construcción de las conducciones que operan a presión o bajo régimen forzado [120, 124]. Entre las diferentes aplicaciones se pueden citar: líneas de conducción en plantas industriales [17], redes internas de distribución en centrales geotérmicas [18], conductos de centrales hidroeléctricas [14], redes de distribución de agua a poblaciones [15] y sistemas de irrigación [16], entre otras. Esta explotación soporta la importancia de la presente investigación, la cual reside en agilizar la estimación del coeficiente de pérdidas de energía (ξ) en dispositivos de ampliación del diámetro.

Los dispositivos de ampliación del diámetro provocan pérdidas de energía hidráulica al igual que cualquier otro dispositivo que perturbe u obstruya el flujo, a las cuales se les denomina (entre otros) pérdidas locales [33]. El estudio de las pérdidas de energía en los dispositivos bajo estudio se divide en ampliación brusca y ampliación gradual (figura 20a). Cuando el fluido circula por una ampliación brusca, repentinamente se incrementa su diámetro y la velocidad de circulación disminuye drásticamente al distribuirse el flujo en un conducto de mayor área, dando lugar a la formación de vórtices aguas abajo de la ampliación, los cuales son más severos en las esquinas del conducto ampliado [149]. En contraste, en una ampliación gradual el fluido es encausado suavemente hacia un área mayor, disminuyendo gradualmente la velocidad del flujo y produciendo menor cantidad de vórtices, lo cual repercute en una menor pérdida de energía que en una condición brusca [150].

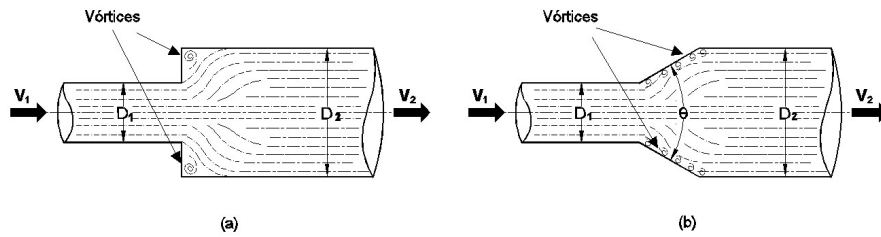


Figura 20: Esquema representativo de los parámetros que gobiernan la obtención del coeficiente ξ y el comportamiento del flujo circulante en: a) Ampliación brusca del diámetro, b) Ampliación gradual del diámetro. V_1 y V_2 son las velocidades promedio, D_1 y D_2 son los diámetros del conducto menor y mayor, respectivamente; θ es el ángulo de la ampliación del diámetro.

La continua investigación de las pérdidas de energía que provocan los dispositivos de ampliación del diámetro, indica el interés que persiste sobre estas transiciones de las conducciones hidráulicas. En Rend et al. [120] se realizó un estudio matemático para determinar la pérdida de presión (pérdida de energía) que ocurre en un modelo físico de una ampliación gradual de tubería, considerando las siguientes condiciones: flujos aguas arriba del dispositivo con números de Reynolds de 500 a 50 000, relaciones de diámetro mayor-menor de 2 a 4, y ángulos de ampliación de 2 a 30°. Se encontró que las pérdidas de presión incrementan uniformemente al aumentar el ángulo de ampliación; además que en forma general para un ángulo de ampliación dado, los valores de pérdida de presión decrecen al aumentar el número de Reynolds, los cuales tienden a nivelarse horizontalmente conforme aumenta más el número de Reynolds. Bae y Kim [124] investigaron numéricamente con el software Fluent 2,0 de Dinámica de Fluidos Computacional, sobre las pérdidas que se producen en una expansión súbita-axisimétrica con chafalán, cuando circula por ésta flujo turbulento; se proponen nuevas correlaciones del coeficiente de pérdidas para las condiciones de número de Reynolds de 30 000, ángulo de expansión del chafalán hasta 45° y relaciones de área mayor-área menor del chafalán

de 2,0 a 6,0.

Por otro lado, Pinho et al.[149] investigaron sobre la pérdida de presión en flujo laminar no newtoniano a través de una ampliación súbita-aximétrica, con una relación de diámetros de 1,0 a 2,6, la cual se remite al estudio del coeficiente de pérdidas de energía; encontraron que para bajos números de Reynolds, el coeficiente de pérdidas incrementa por más del 100 % cuando el índice de potencia de la ley de potencia de viscosidad (η) varía entre 1,0 y 0,2; mientras que para altos números de Reynolds, el coeficiente de pérdidas decrece por más del 50 %. Aunque este trabajo se enfoca en flujo laminar, la importancia sobre el tema en tratamiento radica en el esfuerzo por evaluar el comportamiento del coeficiente de pérdidas de energía en una ampliación súbita bajo diferentes relaciones de diámetros. Binding et al. [151] realizaron un estudio numérico para estimar la pérdida de energía a través de contracciones, expansiones y combinaciones de éstas, utilizando un fluido Oldroyd-B (densidad del fluido más disolvente de $1400\text{kg}/\text{m}^3$, viscosidad total de $10\text{Pa}\Delta s$). Ellos tuvieron interés particular en el efecto de la relación del disolvente al parámetro de viscosidad total sobre el perfil del gradiente de presión y sobre las longitudes de desarrollo de entrada y salida; se presentan resultados para ciertos aspectos relacionados con la cinemática del flujo, con el fin de ilustrar la relación entre el campo de presión y el campo de flujo resultante.

No obstante que en la literatura se encuentran investigaciones significativas, no se ha establecido un valor común o estándar del coeficiente ξ para emplear en dispositivos de ampliación brusca y gradual del diámetro. Utilizando una metodología u otra se obtienen valores distintos de dicho coeficiente, lo cual es una elección incierta para un principiante en la temática, donde se pueden obtener valores sobreestimados o subestimados del coeficiente ξ . Además, las metodologías que se emplean tradicionalmente exigen explorar y analizar gráficos y tablas con resultados experimentales, incrementando la labor del proceso de diseño y comprobación hidráulica de los sistemas.

Frente a esta eventualidad, en la investigación actual se obtienen formulaciones matemáticas que permiten determinar un valor promedio del coeficiente ξ para los dispositivos bajo tratamiento, partiendo de metodologías ampliamente utilizadas. Se obtuvieron curvas de valores promedio para el coeficiente de pérdidas en cada caso estudiado utilizando modelos de regresiones lineales múltiples, que permiten calcular el valor del coeficiente de pérdida ξ sin necesidad de examinar tablas y gráficos.

5.1.1. Nomenclatura

A continuación se exponen los símbolos empleados en el presente artículo, indicando sus respectivas unidades:

A_1 : área del conducto menor en un dispositivo de ampliación del diámetro (m^2);

- A_2 : área del conducto mayor en un dispositivo de ampliación del diámetro (m^2);
 a, b, c, d, e : coeficientes de la ecuación (84);
 C_a : factor de una ampliación gradual del diámetro (adimensional), que depende de θ y D_2/D_1 ;
 D_1 : diámetro del conducto menor en un dispositivo de ampliación del diámetro (m);
 D_2 : diámetro del conducto mayor en un dispositivo de ampliación del diámetro (m);
 f : coeficiente de una ampliación gradual del diámetro (adimensional), que depende de θ ;
 g : aceleración de la gravedad (m/s^2);
 h_L : pérdidas de energía locales (m);
 h_{AB} : pérdida de energía por ampliación brusca del diámetro (m);
 h_{AG} : pérdida de energía por ampliación gradual del diámetro (m);
 ξ : coeficiente de pérdidas de energía en dispositivos de ampliación del diámetro (adimensional);
 ξ_{AB} : coeficiente de pérdidas de energía propuesto para ampliación brusca del diámetro (adimensional);
 ξ_{AG} : coeficiente de pérdidas de energía propuesto para ampliación gradual del diámetro (adimensional);
 $\xi_{AG1}, \xi_{AG2}, \xi_{AG3}, \xi_{AG4}, \xi_{AG5}, \xi_{AG6}, \xi_{AG7}, \xi_{AG8}$: coeficientes promedio de pérdidas de energía para ampliación gradual, cuando θ es de 5, 10, 20, 30, 40, 60, 80 y 90^{circ} , respectivamente;
 ξ_{ab} : coeficiente de pérdidas de energía para la ampliación brusca del diámetro (adimensional), estimado a partir de los resultados de laboratorio;
 ξ_{ag} : coeficiente de pérdidas de energía para la ampliación gradual del diámetro (adimensional), estimado a partir de los resultados de laboratorio;
 ξ_{pab} : coeficiente de pérdidas promedio estimado a partir de los valores de ξ_{ab} (adimensional);
 ξ_{pag} : coeficiente de pérdidas promedio estimado a partir de los valores de ξ_{ag} (adimensional);
 K_2 : factor de una ampliación gradual del diámetro (adimensional), el cual depende de θ ;
 m : factor de una ampliación gradual del diámetro (adimensional), que depende de θ ;
 N : longitud del cono de transición de la ampliación gradual (m);
 n : índice de potencia de la ley de potencia de viscosidad (%);
 Q : caudal circulante (lt/s);
 Re : número de Reynolds (adimensional);
 Re_1 : número de Reynolds en el conducto de sección menor de la ampliación del diámetro (adimensional);
 R_1 : radio del conducto menor de la ampliación gradual (m);
 r_2 : coeficiente de determinación;
 V_1 : velocidad promedio del flujo en el conducto menor de una ampliación del diámetro (m/s);

V_2 : velocidad promedio del flujo en el conducto mayor de una ampliación del diámetro (m/s);

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$: coeficientes de la ecuación (85) que dependen del ángulo θ ;

$\beta_n, a_n, b_n, c_n, d_n, e_n$: coeficientes de la ecuación (86) que varían conforme al valor de subíndice n ;

θ : ángulo de la ampliación gradual del diámetro (grados);

5.2. Pérdidas de energía en ampliaciones

Basándose en la literatura especializada en el tema como Yildirim y Singh [15]; USACE [40]; Streeter et al. [152]; Sabersky et al. [121]; Bariviera et al. [32]; Mott [117]; USBR [41]; entre otros, el estudio de las pérdidas de energía en dispositivos de ampliación del diámetro se clasifica en: ampliación brusca y ampliación gradual. Ellos también exponen que de forma general las pérdidas de energía locales se determinan mediante la ecuación (63), la cual se escribe de la manera siguiente:

$$h_L = \xi \frac{V_1^2}{2g} \quad (63)$$

donde: h_L es la pérdida de carga (m); V_1 es la velocidad media del flujo (m/s), que para dispositivos de ampliación del diámetro se debe considerar la circulante en el conducto de menor diámetro (m/s); g es la aceleración de la gravedad (m/s^2); ξ es el *coeficiente de pérdidas* del dispositivo (adimensional), que se obtiene mediante tablas y gráficos provenientes de resultados experimentales y que a menudo se conjugan con ecuaciones empíricas; estas informaciones se encuentran en libros, manuales o documentos referentes al tema, donde su valor es dependiente de parámetros geométricos del dispositivo [124].

Por otro lado, también se han propuesto formulaciones analíticas fundadas en el análisis unidimensional del fenómeno que se desarrolla en cada dispositivo. Para el caso de la ampliación brusca se cita a continuación el teorema de Borda-Carnot. En la figura 20(a) se presenta el esquema de una ampliación brusca del diámetro, donde se ilustra que el sentido del flujo es horizontal de izquierda a derecha, de una sección menor (1) a una sección mayor (2). Acorde con Azevedo [153]; Chadwick and Morfett [154] y Fernandez [155], al aplicar el teorema de Bernoulli entre las dos secciones, se tiene que

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L \quad (64)$$

donde: P_1 , V_1 y Z_1 , son la presión, velocidad media y altura de referencia al eje en el conducto menor, respectivamente; P_2 , V_2 y Z_2 , son la presión, velocidad media y altura de referencia al eje en el conducto ampliado, respectivamente; γ es el peso específico del fluido; g es la fuerza de gravedad; h_L es la pérdida de energía entre la sección (1) y (2). Como $Z_1 = Z_2$ la pérdida de energía resulta

$$h_L = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} + \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} \right) \quad (65)$$

Ahora, si se aplica el teorema de cantidad de movimiento en dirección del flujo, la sumatoria de las fuerzas aplicadas al volumen de control debe ser igual al cambio de la cantidad de movimiento, entonces se tiene que

$$\sum F_x = \frac{Q\gamma}{g}(V_2 - V_1) \quad (66)$$

De la sección (1) a la sección (2) la velocidad disminuye y por lo tanto la presión aumenta, sin embargo, en la parte inicial de la ampliación se forma una zona de turbulencia y remolinos que absorben la energía (pérdida). Esto origina que el flujo circulante no llene totalmente dicha sección y se produzca la misma velocidad y presión que en la sección (1), lo cual se ha demostrado experimentalmente [155]. De esta manera, la sumatoria de las fuerzas aplicadas al volumen de control resulta

$$\sum F_x = P_1 A_1 + P_1 (A_2 - A_1) - P_2 A_2 \quad (67)$$

O también,

$$\sum F_x = A_2 (P_1 - P_2) \quad (68)$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación (66), se tiene

$$A_2 (P_1 - P_2) = \frac{Q\gamma}{g}(V_2 - V_1) \quad (69)$$

Considerando que $Q = V_2 A_2$, la ecuación anterior resulta

$$A_2(P_1 - P_2) = \frac{V_2 A_A \gamma}{g} (V_2 - V_1) \quad (70)$$

O también,

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{V_2}{g} (V_2 - V_1) \quad (71)$$

Si se multiplica y divide por 2 el término de la derecha de la ecuación (71) y se sustituye en la diferencia de cargas de presión de la ecuación (65), la pérdida de energía que dada por

$$h_L = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} + \frac{2V_2(V_2 - V_1)}{2g} \quad (72)$$

O también,

$$h_L = \frac{V_1^2 - 2V_1V_2 + V_2^2}{2g} \quad (73)$$

Y finalmente la pérdida de energía en una ampliación brusca se obtiene por

$$h_L = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (74)$$

La ecuación (74) es reconocida en el área como el teorema de Borda-Carnot, que establece que en una ampliación brusca de sección se genera una pérdida de energía medida por altura cinética, correspondiente a la pérdida de velocidad del flujo. Si se expresa dicha ecuación en función de las propiedades geométricas y de la velocidad en el conducto menor, aplicando la ecuación de continuidad se tiene que

$$h_L = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad (75)$$

Al comparar la ecuación (75) con la ecuación general (63), se obtiene la siguiente relación para el coeficiente de pérdidas de la ampliación brusca

$$\xi = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad (76)$$

Por otra parte, tomando el caso de la ampliación gradual del diámetro (figura 22), Franzini y Finnemore [83]; Larock et al. [156]; Mays [84]; y Potter y Wiggert [157], establecen que de acuerdo al teorema de Borda-Carnot en la pérdida de energía de estos dispositivos se integra una pérdida debida a la fricción del flujo con las paredes de la longitud del cono de la ampliación. Por lo tanto, la pérdida de energía total se resume en la siguiente expresión

$$h_L = f \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad (77)$$

donde f es un factor que depende del ángulo de la ampliación θ . Si esta ecuación se asocia con la ecuación general (63), se obtiene la siguiente relación para el coeficiente de pérdidas de la ampliación gradual

$$\xi = f \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad (78)$$

Entonces, de acuerdo al teorema de Borda-Carnot el coeficiente de pérdidas para una ampliación brusca y gradual del diámetro, se estima utilizando la ecuación (76) y (78), respectivamente.

Sin embargo, al realizar una revisión crítica de las consideraciones adoptadas en la formulación del teorema de Borda-Carnot, se obtienen las siguientes observaciones [158] a) se contempla el desarrollo de flujo uniforme en ambos lados de la ampliación, el cual no lo es para una distancia considerable aguas abajo de la expansión; b) para el caso de la ampliación brusca no se toma en cuenta la fuerza tangencial debida al esfuerzo

cortante límite, despreciándose la rugosidad de las paredes del dispositivo y por consiguiente la resistencia al flujo; c) al efectuar el análisis unidimensional de la energía y cantidad de movimiento del flujo, no se considera que aguas abajo de la ampliación la distribución de velocidades no es uniforme; d) por lo tanto, no hay un fundamento físico para admitir que la pérdida de energía total en estos dispositivos pueda ser separada en componentes independientes, incurriendo solo en resultados aproximados que podrían estar lejos de los valores reales. Ante esta circunstancia, se han realizado diversos estudios experimentales para evaluar el coeficiente de pérdidas ξ de los dispositivos bajo estudio, los cuales se han reportado en documentos de la literatura como los que se citan en la siguiente sección.

5.3. Datos experimentales del coeficiente de pérdidas

Se realizó una revisión de literatura, donde se seleccionaron las metodologías que se emplean tradicionalmente para obtener el coeficiente de pérdidas de la ampliación brusca y gradual del diámetro, las cuales exigen la utilización de gráficos y tablas con resultados experimentales.

Conforme a la literatura, la estimación del coeficiente ξ para la ampliación brusca del diámetro se puede efectuar de la forma siguiente: USACE [40]; CFE [43] y Miller [82]; Fox et al. [130]; así como Munson et al. [127] y Streeter [128] establecen que el coeficiente de pérdidas se determine por medio de un gráfico, donde está en función de la relación del área del conducto menor con respecto al área del conducto mayor (A_1/A_2). En Brater et al. [75] y Trueba [81] se considera la ecuación 17) de Archer [159] para calcular las pérdidas de energía originadas por este tipo de accesorio, la cual tiene la particularidad de estar en función de la velocidad de flujo en ambos diámetros, como se expone a continuación:

$$h_{AB} = \frac{(V_1 - V_2)^{1.919}}{2g} \quad (79)$$

donde: h_{AB} es la pérdida de energía por ampliación brusca del diámetro (m); V_1 es la velocidad media en el conducto menor (m/s); V_2 es la velocidad media en el conducto mayor (m/s). A partir de esta expresión Brater et al. [75] y Trueba [81] presentan una tabla con varios valores del coeficiente ξ para utilizar en la ecuación (63), en función de la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor (D_2/D_1) y de la velocidad media en el conducto de menor diámetro.

Por otra parte, para estimar el coeficiente ξ de una ampliación gradual del diámetro, en CFE [43] y Miller [82] se dice que el coeficiente es estimado mediante un gráfico, en el cual está gobernado por la relación del área del conducto menor con respecto al área del conducto mayor (A_1/A_2) y por la relación de la longitud del cono de transición con respecto al radio del conducto menor (N/R_1). Basándose en USACE [40], el valor de ξ se determina de un gráfico, donde se encuentra regido por la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor (D_2/D_1) y por el ángulo de ampliación (θ). De acuerdo con Streeter et al. [152] y Sotelo [160], se dice que el coeficiente de pérdidas de este tipo de ampliación se determina mediante la ecuación (80), que escribe como sigue:

$$\xi = C_a \left(\frac{A_1}{A_2} - 1 \right)^2 \quad (80)$$

donde: ξ es el coeficiente de pérdidas del accesorio (adimensional); A_2 es el área del conducto mayor (m^2); A_1 es el área del conducto menor (m^2); C_a es un factor del accesorio (sin dimensiones) que se estima mediante un gráfico, donde está regido por el ángulo de ampliación (θ) y por la relación del diámetro mayor con respecto al menor (D_2/D_1). En Mataix [89] se expone que el coeficiente de pérdidas se obtiene con ecuación (81), la cual se presenta a continuación:

$$\xi = m \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2 \quad (81)$$

donde: ξ es el coeficiente de pérdidas (adimensional); D_1 es el diámetro menor (m); D_2 es el diámetro del conducto mayor (m); m es un factor del accesorio (sin dimensiones) que se estima de una tabulación, donde depende del ángulo de la ampliación (θ). Acorde con White [51] el coeficiente de pérdidas se estima empleando un gráfico con curvas de ajuste que resultan del método de Gibson [161], donde está gobernado por el ángulo ampliación (θ) y por la relación del diámetro menor con respecto al diámetro mayor (D_1/D_2). Brater et al. [75], Trueba [81], así como King y Brater [118] recomiendan tabulaciones con valores similares del coeficiente de pérdidas K , que son resultados de las pérdidas de energía computadas con la ecuación (20) de Parker [162], la cual se escribe como sigue:

$$h_{AG} = f \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \quad (82)$$

donde: h_{AG} es la pérdida de energía por ampliación gradual del diámetro (m); f es un coeficiente empírico que se estima de valores tabulados, donde depende del ángulo de ampliación. Por último, en acuerdo con Sabersky et al. [121] el coeficiente ξ se estima utilizando la ecuación (21), que se denota como sigue:

$$\xi = K_2 \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad (83)$$

donde: ξ es el coeficiente de pérdidas (adimensional); K_2 es un factor sin dimensiones que se determina con el uso de un gráfico de Henry [163], en el cual es dependiente del ángulo de ampliación.

En la figura 21 se ilustran valores de ξ para la ampliación brusca que surgen de emplear los métodos de USACE [40]; CFE [43]; Miller [82]; Fox et al. [130]; Munson et al. [127]; Streeter [128]; Brater et al. [75]; Trueba [81] y Archer [159]. Por otra parte, en la figura 22 se presentan valores del coeficiente ξ para dispositivos de ampliación gradual que son obtenidos mediante los métodos de USACE [40]; Streeter et al. [152]; Sabersky et al. [121]; CFE [43]; Miller [82]; Brater et al. [75]; Trueba [81]; Sotelo [160]; Mataix [89]; White [51]; y King y Brater [118]. En dichas figuras se puede corroborar que empleando un método u otro se obtienen valores distintos del coeficiente de pérdidas, los cuales son más erráticos en la condición gradual, donde se observa una mayor discrepancia en los valores de ξ dados para una misma relación de D_2/D_1 . En la figura 21, la máxima diferencia es de 5,6 % partiendo de la relación $A_1/A_2 = 0,05$; dicha diferencia se produce del valor de ξ estimado con CFE [43] y Miller [82], con respecto al determinado por medio de Fox et al. [130]; Munson et al. [127] y Streeter [128]. En comparación, en la figura 22 la máxima diferencia es de 38,3 % cuando $D_2/D_1 = 10$, la cual se origina entre el valor de ξ obtenido por medio de Mataix [89] y el estimado mediante Brater et al. [75]; Trueba [81] y King y Brater [118].

5.4. Estimación y discusión del coeficiente ξ

Para seleccionar el modelo correspondiente a la expresión analítica que permite estimar el valor del coeficiente de pérdidas en los dispositivos en estudio, se consideró aquel modelo de ajuste que presentara un coeficiente de determinación aproximado a la unidad y que a su vez, tuviera la mayor simplicidad o menor orden posible, permitiendo así obtener el valor del coeficiente de pérdidas con la mayor facilidad y confiabilidad posible. Para ello se empleó la eliminación del ensayo y error, mediante la automatización de distintos métodos de regresión lineal [164, 165], lo cual facilitó la tarea de obtener polinomios fraccionarios con alto coeficiente de determinación y más sencillos

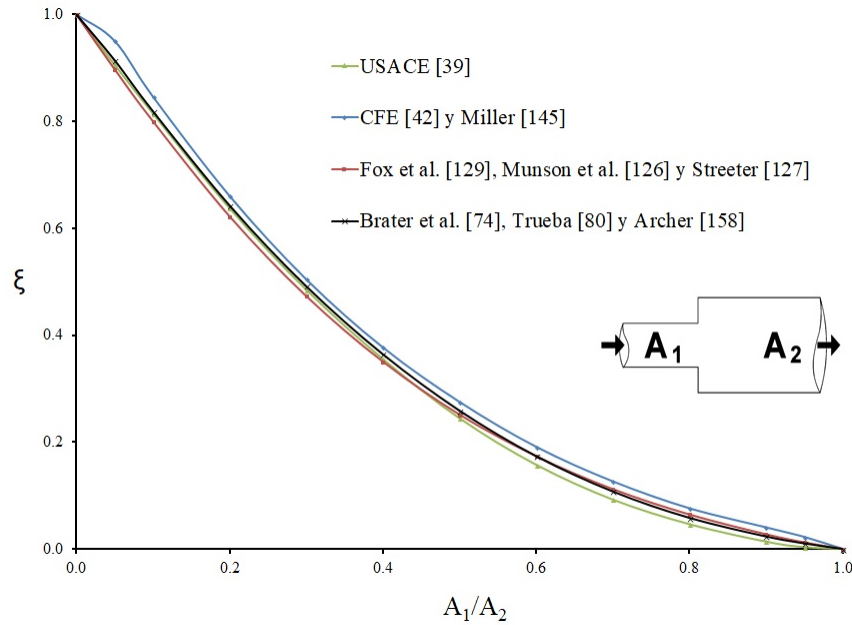


Figura 21: Valores estimados del coeficiente ξ de dispositivos de ampliación del diámetro, utilizando los métodos de la literatura indicada en ampliaciones bruscas de acuerdo a la relación del área menor respecto a la mayor (A_1/A_2).

que los resultantes de la regresión polinomial convencional [166, 167].

5.4.1. Ampliación brusca del diámetro

Para la estimación del coeficiente de pérdidas en la ampliación brusca, se seleccionaron los métodos que se establecen en USACE [40]; CFE [43]; Miller [82]; Fox et al. [130]; Munson et al. [127]; Streeter [128]; Brater et al. [75]; Trueba [81] y Archer [159]; en los cuales se utilizan tablas y gráficos que en ocasiones se conjugan con ecuaciones para obtener el coeficiente, en función de la relación de áreas o de diámetros del dispositivo. Mediante cada método se obtuvieron valores del coeficiente ξ para una relación de áreas A_1/A_2 de 0 a 1, luego se estimaron valores promedio que se denotan por ξ_{AB} . En la figura 23 se exhiben estos resultados, en los cuales se observa la variabilidad del coeficiente ξ entre un método y otro para una misma relación de áreas, así como el comportamiento de los valores promedio. La máxima diferencia sobre los valores de ξ_{AB} es de 3,8 % cuando se tiene una relación $A_1/A_2 = 0,05$; dicha diferencia se obtiene al comparar con los valores de ξ estimados mediante CFE [43] y Miller [82]. Al utilizar los valores de ξ_{AB} , se trabajó con regresión lineal múltiple, donde se seleccionó la curva de ajuste que se presenta en la figura 24, y su ecuación es la propuesta para estimar el coeficiente de pérdidas de este dispositivo, la cual se escribe de la forma siguiente:

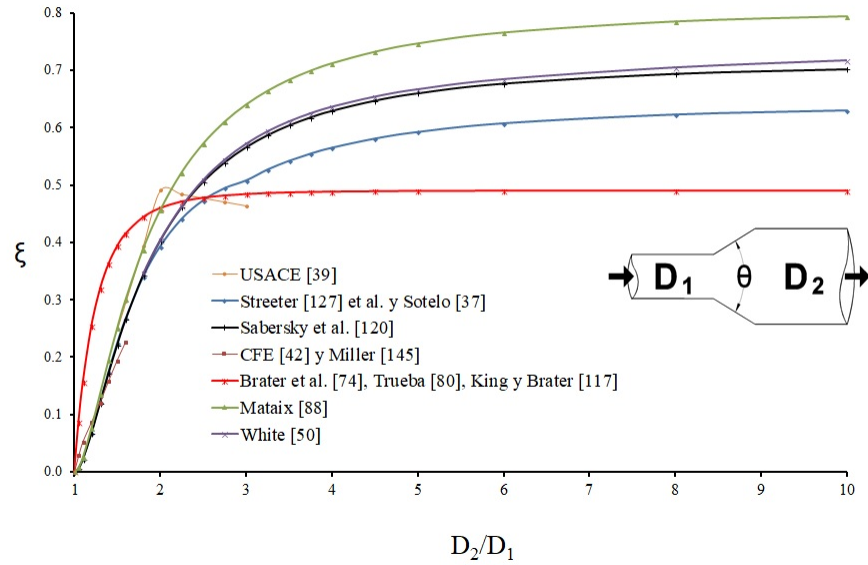


Figura 22: Valores estimados del coeficiente ξ de dispositivos de ampliación del diámetro, utilizando los métodos de la literatura indicada en ampliaciones graduales cuando el ángulo de ampliación (θ) es de 30° y se tiene una variación en la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor del dispositivo (D_2/D_1).

$$\xi_{AB} = a + b \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^{0.5} + c \left(\frac{A_1}{A_2} \right) + d \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 + e \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^3 \quad (84)$$

donde: ξ_{AB} es el coeficiente promedio de pérdidas para una ampliación brusca del diámetro; a , b , c , d y e , son coeficientes cuyos valores se presentan en la tabla 1; A_1/A_2 es la relación del área del conducto menor con respecto al área del conducto mayor. A partir de la figura 24 la ecuación (84) es válida para el rango de valores de $0 < A_1/A_2 < 1$ para obtener un coeficiente de determinación (r^2) de 0,999 sobre los valores promedio.

Tabla 1: Valores de los coeficientes de la ecuación (84)

a	b	c	d	e
0,99906174	0,13856654	-2,4035102	1,6373483	-0,37144824

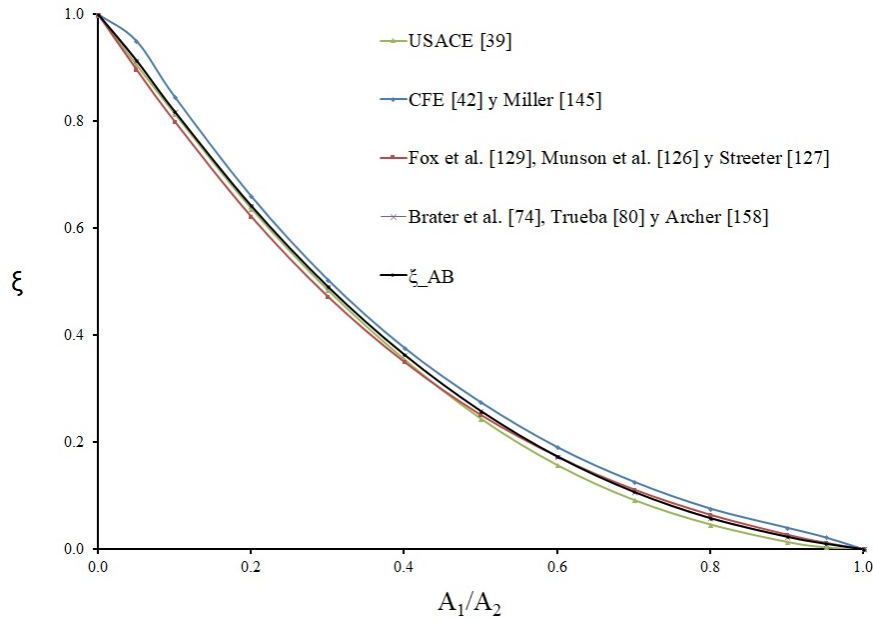


Figura 23: Curvas del coeficiente ξ para una ampliación brusca del diámetro, de acuerdo a la variación de la relación A_1/A_2 . La curva de ξ_{AB} es la representativa de los valores promedio (ξ_{AB}).

5.4.2. Ampliación gradual del diámetro

En el caso de éstos dispositivos de ampliación gradual del diámetro, para estimar el coeficiente de pérdidas se analizaron los métodos expuestos en USACE [40]; Streeter et al. [152]; Sabersky et al. [121]; CFE [43]; Miller [82]; Brater et al. [75]; Trueba [81]; Sotelo [160]; Mataix [89]; White [51]; King y Brater [118]; con los que se procedió de forma similar a los dispositivos de ampliación brusca.

Para obtener la expresión que estima el valor del coeficiente de pérdidas (ξ_{AG}) se realizaron 8 clasificaciones del mismo. En primer lugar, se determinaron valores promedio denotados como ξ_{AG1} , donde la relación de diámetros D_2/D_1 toma valores de 1 a 10 y se presenta un ángulo θ de 5^{circ} . Con análogo proceder para la misma relación de diámetros se determinaron valores promedio del coeficiente de pérdidas, cuando se tiene un ángulo θ de 10, 20, 30, 40, 60, 80 y 90^{circ} , los cuales se denotan como ξ_{AG2} , ξ_{AG3} , ξ_{AG4} , ξ_{AG5} , ξ_{AG6} , ξ_{AG7} y ξ_{AG8} , respectivamente. En la figura 25 se ilustra el comportamiento de los valores resultantes para las 8 clasificaciones de ξ_{AG} , donde cabe destacar que la máxima diferencia es de 79 % cuando la relación $D_2/D_1 = 10$, la cual se obtiene entre el valor de ξ_{AG1} ($\theta = 5^\circ$) y el valor de ξ_{AG7} ($\theta = 80^\circ$). Posteriormente, se emplearon modelos de regresiones lineales múltiples para obtener una curva de ajuste y su respectiva ecuación para las clasificaciones de ξ_{AG} establecidas anteriormente; en la figura 26 se muestra el modelo obtenido para ξ_{AG1} y su respectiva ecuación.

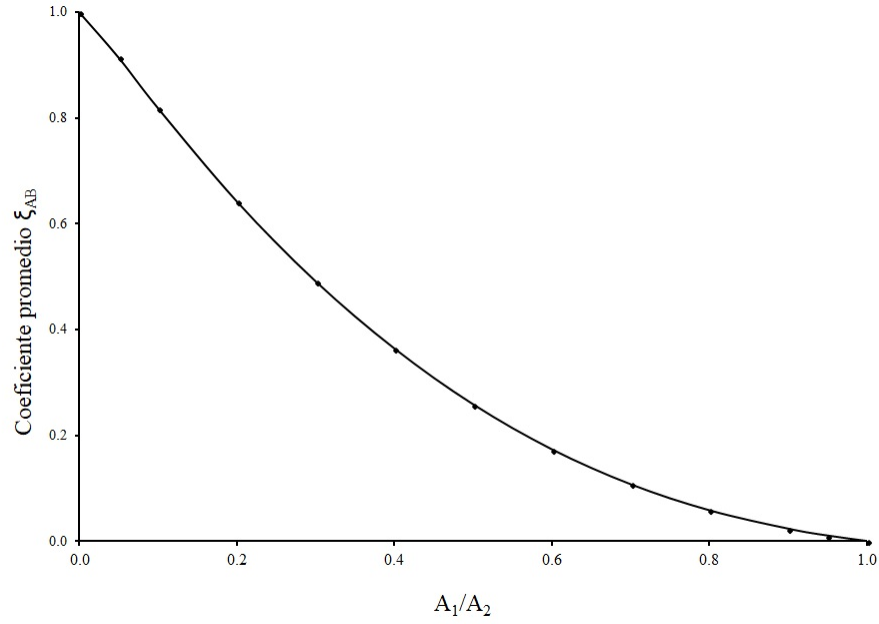


Figura 24: Curva de ajuste a los valores del coeficiente ξ_{AB} , de acuerdo a la variación de la relación A_1/A_2 .

La ecuación (85), es la expresión general para cualquier clasificación del coeficiente ξ_{AG} , la cual está dada de la siguiente manera:

$$\xi_{AG} = \beta_1 + \frac{\beta_2}{(D_2/D_1)} + \frac{\beta_3}{(D_2/D_1)^2} + \frac{\beta_4}{(D_2/D_1)^3} \quad (85)$$

donde: ξ_{AG} es el coeficiente de pérdidas de una ampliación gradual del diámetro; D_2/D_1 es el valor de la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor del dispositivo; $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ son coeficientes que dependen del valor del ángulo θ , es decir, de cada clasificación del coeficiente ξ_{AG} .

Debido a que los coeficientes $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ y β_4 varían de acuerdo a la magnitud del ángulo θ , se obtuvo una curva de ajuste para los valores de cada uno de ellos. La ecuación (86) es el modelo general de la curva de ajuste a los valores de dichos coeficientes.

$$\beta_n = a_n + b_n\theta^{0.5} + c_n\theta + d_n\theta^2 + e_n\theta^{2.5} \quad (86)$$

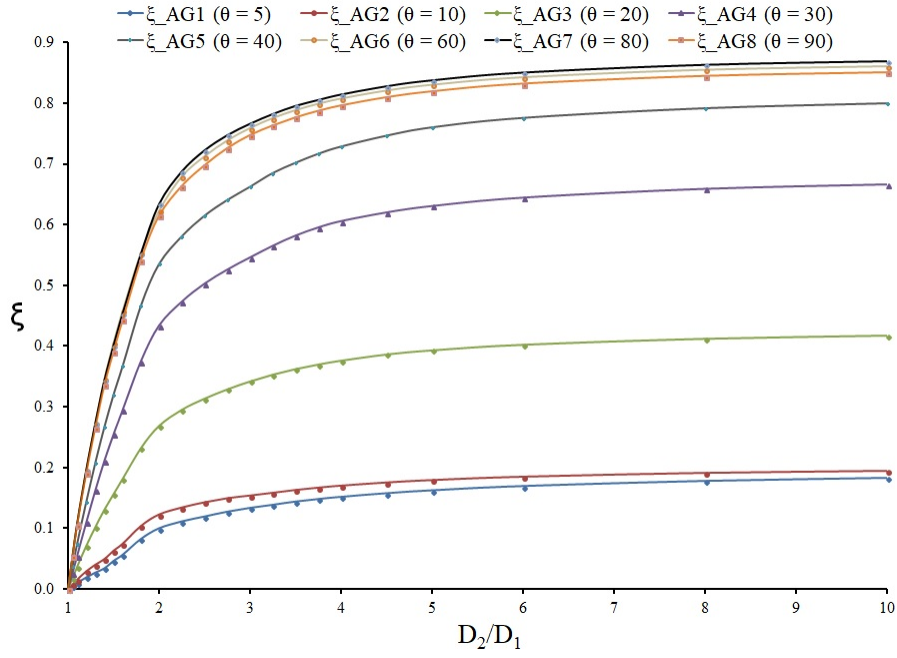


Figura 25: Curvas de valores promedio del coeficiente ξ_{AG} para diferentes valores del ángulo θ , en función a la relación de diámetros D_2/D_1 .

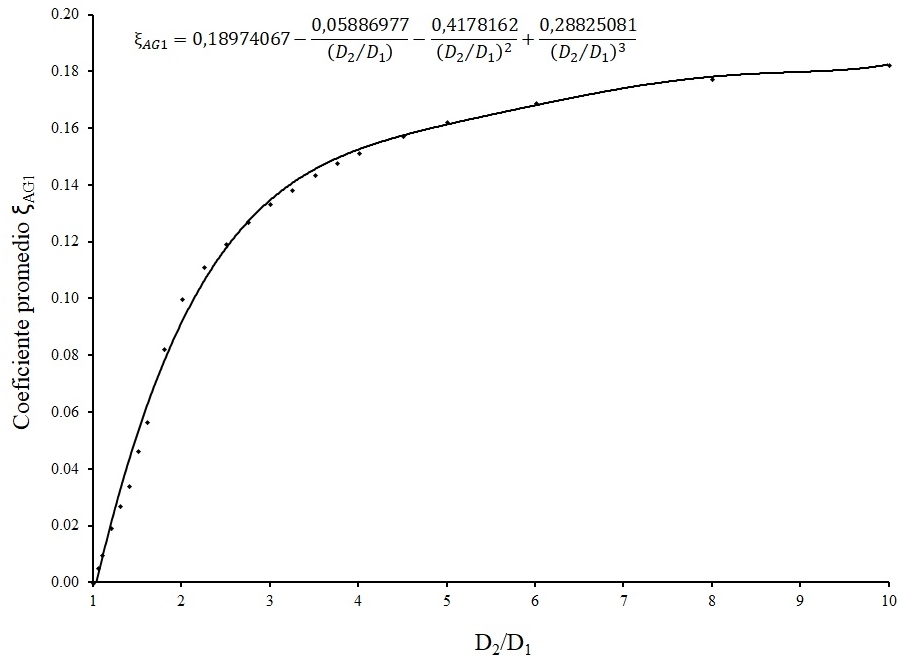


Figura 26: Curvas de valores promedio del coeficiente ξ_{AG} para diferentes valores del ángulo θ , en función a la relación de diámetros D_2/D_1 .

donde: $\beta_1, a_n, b_n, c_n, d_n, e_n$ son coeficientes cuyos valores se exponen en la tabla 2, conforme a la variación de n_1^4 . Al considerar la ecuación (86), la ecuación (85) adopta la siguiente estructura:

$$\xi_{AG} = a_1 + b_1\theta^{0.5} + c_1\theta + d_1\theta^2 + e_1\theta^{2.5} + \frac{a_2 + b_2\theta^{0.5} + c_2\theta + d_2\theta^2 + e_2\theta^{2.5}}{(D_2/D_1)} + \frac{a_3 + b_3\theta^{0.5} + c_3\theta + d_3\theta^2 + e_3\theta^{2.5}}{(D_2/D_1)^2} + \frac{a_4 + b_4\theta^{0.5} + c_4\theta + d_4\theta^2 + e_4\theta^{2.5}}{(D_2/D_1)^3} \quad (87)$$

Tabla 2: Valores de los coeficientes de la ecuaciones (86) y (87)

n	β_n	a_n	b_n	c_n	d_n	e_n
1	β_1	1,31221530	-0,94719809	0,21212720	-0,00304461	0,00018315
2	β_2	-0,92042755	0,64549086	-0,12629261	0,00233113	-0,00015997
3	β_3	-1,91863640	1,39516460	-0,34315859	0,00466959	-0,00026776
4	β_4	1,51712240	-1,08444060	0,25534820	-0,00392553	0,00024268

5.4.3. Aplicación de las expresiones analíticas (Comparación con investigación de laboratorio)

En esta sección se presentan los casos 1, 2, 3 y 4, con la finalidad de ilustrar la utilidad y practicidad de las ecuaciones (84) y (87) en la estimación de valores del coeficiente ξ , los cuales son remplazados en la ecuación (63) para obtener las pérdidas de energía en los dispositivos bajo estudio. Dichas pérdidas son comparadas con las investigadas en laboratorio mediante el modelo Gunt Hamburg HM112 [168] y el modelo Armfield F1-21 [169], así como también, ante las pérdidas estimadas a partir de valores del coeficiente ξ reportados en catálogos técnicos de fabricantes [53], en análisis numéricos [120] y en las metodologías experimentales siguientes: USACE [40]; Streeter et al. [152]; Sabersky et al. [121]; CFE [43]; Miller [82]; Fox et al. [130]; Munson et al. [127]; Streeter [128]; Archer [159]; Brater et al. [75]; Trueba [81]; Sotelo [160]; Mataix [89]; White [51]; King y Brater [118].

En la investigación realizada con el modelo Gunt Hamburg HM-112 [168] se evaluaron las pérdidas de energía en una ampliación brusca con diámetros $D_1 = 17\text{mm}$ y $D_2 = 28,6\text{ mm}$, utilizando tubería de PVC con altura de rugosidad $\epsilon = 0,001\text{ mm}$. Las tuberías de entrada y salida del flujo, presentaron longitudes de $28D_1$ y $31D_2$, respectivamente. Las pruebas se llevaron a cabo mediante flujos de agua con carga constante y temperaturas entre 35 y 40°C , que generaron números de Reynolds en el conducto

D_1 en un rango de $0,58 \times 10^4 < R_{e1} < 5,4 \times 10^4$. Para cada ensayo se obtuvieron las alturas de presión aguas arriba y aguas abajo del dispositivo, a distancias aproximadas de $3D_1$ y $4D_2$, respectivamente. Con ello se estimaron las pérdidas de energía del dispositivo, aplicando la ecuación (65) y restando la pérdida por fricción en las tuberías de longitudes $3D_1$ y $4D_2$, las cuales también se evaluaron en laboratorio. A partir de la información obtenida en esta investigación se realizan comparaciones en los dos casos siguientes:

Caso 1: Para la prueba de laboratorio realizada en el modelo hidráulico Gunt Hamburg HM-112 [168], se suministraron 16 caudales que comprendían un rango de $0,056 \leq Q \leq 0,472$ lt/s, de acuerdo a las especificaciones técnicas del modelo; a partir de estos se estimaron las pérdidas de energía en una ampliación brusca del diámetro, tomando como relación de áreas $A_1/A_2 = 0,35$. Considerando dichos caudales y la relación de áreas, también se evaluaron las pérdidas de energía a partir de los valores del coeficiente ξ estimados mediante la ecuación (84), catálogos técnicos, y metodologías de la literatura. En la figura 27 se expone un contraste de los resultados de pérdidas de energía obtenidas conforme a la variación de los caudales.

Caso 2. En este caso, se trabajó con un caudal de 0,182 lt/s en el modelo Gunt Hamburg HM-112 [168], produciendo una velocidad media del flujo de 0,80 m/s en el conducto menor (D_1) de ampliación brusca de la tubería. Tomando en consideración dicha velocidad y asumiendo que en el dispositivo en estudio se producen relaciones de áreas en un rango de $0,1 \leq A_1/A_2 \leq 0,9$, se obtuvieron pérdidas de energía a partir de valores del coeficiente ξ estimados mediante la ecuación (84), catálogos técnicos y las metodologías de la literatura mencionadas anteriormente. En la figura 28 se presenta una comparación de los resultados obtenidos de pérdidas de energía en función de la relación de áreas.

En la figura 27 se puede notar la variabilidad de las pérdidas de energía conforme se incrementa el caudal circulante para una misma relación de áreas, aplicando los métodos indicados para obtener el coeficiente ξ . También, permite apreciar la baja discrepancia de las pérdidas de energía obtenidas mediante un método u otro, en relación a las estimadas a partir de los valores del coeficiente ξ del fabricante [53]; sin embargo, la diferencia será más evidente en proporción a la cantidad de los dispositivos instalados en un sistema hidráulico. Cabe destacar que las pérdidas de energía estimadas a partir de los valores del coeficiente ξ calculados con la ecuación (84), tienden al promedio de las pérdidas máximas y mínimas obtenidas mediante las metodologías experimentales que dieron origen a dicha ecuación, previniendo sobrestimar o subestimar las pérdidas de energía. Además, se muestra que las mayores pérdidas de energía se obtuvieron en la investigación de laboratorio cuando $Q \leq 0.139$ lt/s, y a partir de los valores del coeficiente ξ estimados con el método de CFE [43] y Miller [82], cuando $Q > 0.139$ lt/s. Mientras que las menores pérdidas resultaron a partir de los valores del coeficiente ξ estimados con el método de USACE [40] y también, mediante la investigación con

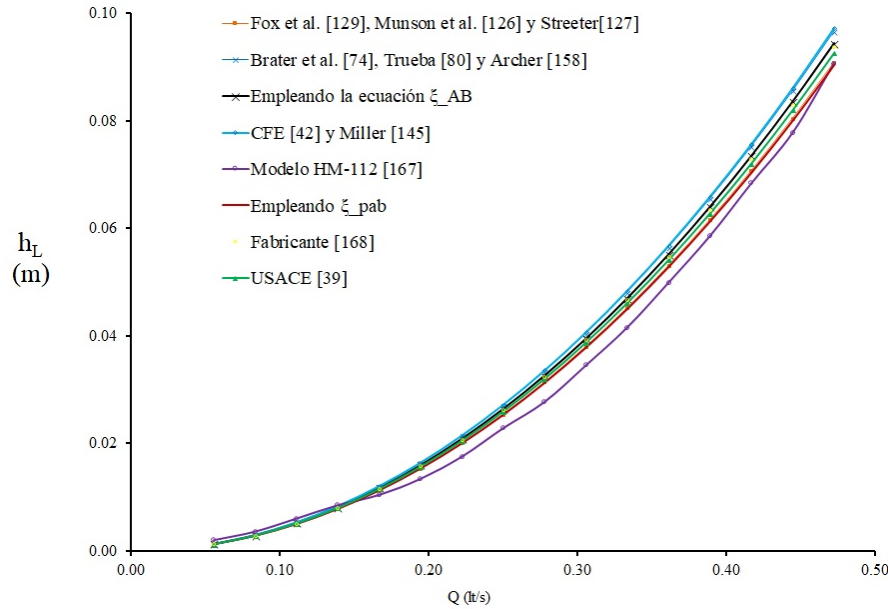


Figura 27: Curvas de valores promedio del coeficiente ξ_{AG} para diferentes valores del ángulo θ , en función a la relación de diámetros D_2/D_1 .

el modelo Gunt Hamburg HM-112 [168], cuando $Q \leq 0.139$ lt/s y $Q > 0.139$ lt/s, respectivamente. Por otro lado, se puede ver que las pérdidas investigadas en laboratorio mantienen un comportamiento similar, a las pérdidas obtenidas con valores de K estimados mediante la ecuación (84), con métodos de la literatura y en catálogos de fabricantes.

No obstante, utilizando la ecuación (84) se obtuvo buena aproximación con las pérdidas de energía investigadas en laboratorio, resultando una máxima diferencia entre estas, de 6, 8 % para un caudal de 0,444 lt/s. Dicha desigualdad, así como la ligera discordancia en el comportamiento de las pérdidas de energía conforme a la variación del caudal, puede deberse a que en las pruebas de laboratorio se presentaron variaciones de temperatura y velocidad del flujo, incurriendo en cambios de la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas del fluido (R_e); parámetro físico que no es considerado para estimar el coeficiente de pérdidas en los métodos de la literatura y catálogos de fabricantes. Entonces, acorde a los resultados de laboratorio se puede inferir que, el coeficiente de pérdidas de la ampliación brusca evoluciona conforme al número de Reynolds. Ahora, esto se puede ratificar excluyendo dicha relación con el valor de R_e , mediante un coeficiente de pérdidas de promedio ponderado sobre el número de Reynolds (ξ_{pab}). Finalmente, la curva roja representa el comportamiento de las pérdidas de energía obtenidas con el coeficiente ξ_{pab} , el cual exhibe un proceder análogo a las demás curvas, excluyendo las pérdidas obtenidas con el modelo Gunt Hamburg HM-112

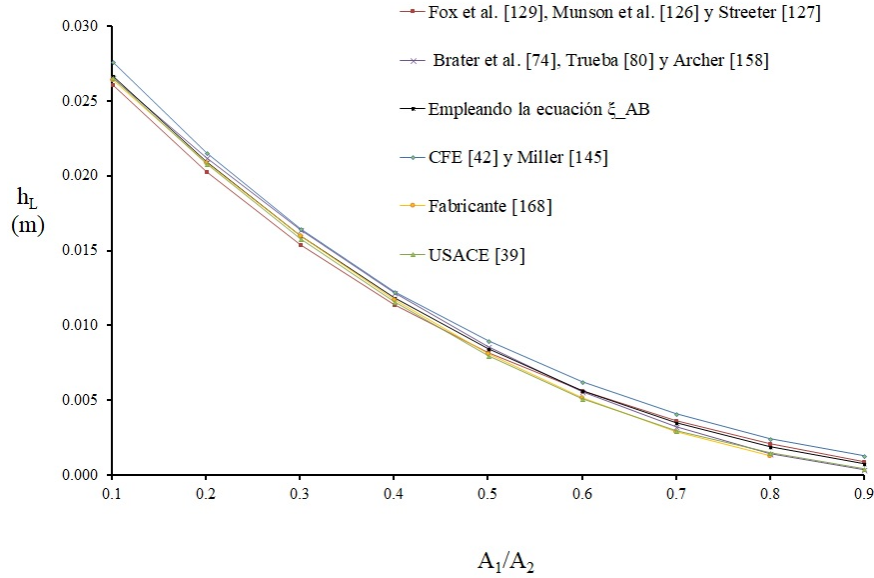


Figura 28: Comportamiento de las pérdidas ocasionadas por la ampliación brusca del diámetro evaluadas a partir de los métodos e indicaciones expuestas en el caso 2, de acuerdo a la variación de la relación de áreas para un caudal de 0,182 lt/s.

[168]. Con ello, la diferencia sobre las pérdidas estimadas a partir de los valores del coeficiente ξ calculados con la ecuación (84), se redujo a 4.1 % para el caudal de 0,444 lt/s.

El efecto de la relación de áreas (A_1/A_2) en las pérdidas de energía por ampliación brusca se ilustra en la figura 28, donde se puede notar que las pérdidas aumentan al decrecer dicha relación, debido a que se incrementa la perturbación del flujo por el encausamiento del flujo a un ensanchamiento cada vez más drástico. Además, permite apreciar la baja discrepancia de las pérdidas de energía obtenidas mediante un método u otro; sin embargo, la desigualdad será más clara en proporción al número de dispositivos que contenga un sistema hidráulico. También, se ilustra claramente que las pérdidas de energía estimadas utilizando los valores del coeficiente ξ obtenidos con la ecuación (84), sostienen una tendencia a la media dentro de las que resultan con las metodologías experimentales que le dieron origen, descartando así, obtener valores sobreestimados o subestimados de las pérdidas de energía. Por otro lado, se pueden distinguir los métodos que estiman los valores mayores y menores de pérdidas de energía. Las mayores pérdidas se obtienen utilizando el método de CFE [43] y Miller [82] para cualquier relación de áreas, mientras que las menores pérdidas se estimaron con el método de Fox et al. [130], Munson et al. [127] y Streeter [128], cuando la relación de áreas está en el rango de $0,1 \leq A_1/A_2 \leq 0,4$; pero si la relación de áreas vale $0,4 < A_1/A_2 \leq 0,9$, entonces las menores pérdidas se estiman con el método de USACE [40]. Finalmente, cabe destacar

que la máxima diferencia sobre las pérdidas energía estimadas a partir de los valores del coeficiente ξ calculados mediante la ecuación (22), se produjo respecto a las pérdidas obtenidas con CFE [43] y Miller [82], resultando del 3,9 % cuando la relación de áreas $A_1/A_2 = 0,1$.

Por otra parte, las pérdidas de energía que produce una ampliación gradual fueron investigadas mediante el modelo Armfield F1-21 [168], utilizando un dispositivo con ángulo de ampliación de 14° y diámetros $D_1 = 15$ mm y $D_2 = 31,75$ mm. Dicho dispositivo, así como las tuberías utilizadas fueron de PVC con altura de rugosidad $\epsilon = 0,001$ mm. La tubería de aguas arriba del dispositivo presentó una longitud de $22D_1$, mientras que la tubería de aguas abajo tuvo una longitud de $5D_2$. Las pruebas se llevaron a cabo mediante flujos de agua con carga constante y temperaturas entre 19 y 20° C, produciendo números de Reynolds en el conducto D_1 en un rango de $0,79 \times 10^4 \leq R_{e1} \leq 3,16 \times 10^4$. Para cada ensayo se estimaron las alturas de presión al inicio y al final del dispositivo, permitiendo obtener las pérdidas de energía mediante la ecuación (3). A partir de la información obtenida en esta investigación se realizan comparaciones en los dos casos siguientes:

Caso 3: Se realizaron pruebas de laboratorio con el modelo Armfield F1-21 [168], donde se suministraron 8 caudales con un rango de $0,095 \leq Q \leq 0,377$ lt/s, obteniendo pérdidas de energía en una ampliación gradual de la tubería con relación de diámetros $D_2/D_1 = 2,1$ y ángulo de ampliación de 14° . Considerando dichos caudales y las características geométricas del dispositivo, también se determinaron las pérdidas de energía a partir de los valores del coeficiente ξ estimados mediante la ecuación (87), catálogos técnicos, estudios numéricos y metodologías de la literatura. En la figura 29 se expone un contraste de los resultados de pérdidas de energía obtenidas, conforme a la variación de los caudales suministrados.

Caso 4. En este caso, se abasteció un caudal de $0,363$ lt/s en el modelo Armfield F1-21 [168], mediante el cual se produjo una velocidad media del flujo de $2,05$ m/s, dentro del conducto menor (D_1) de la ampliación gradual de la tubería. Tomando dicha velocidad y asumiendo que en la ampliación de 14° se presentan relaciones de diámetros en un rango de $1,1 \leq D_2/D_1 \leq 8,0$, se obtuvieron pérdidas de energía a partir de valores del coeficiente ξ estimados mediante la ecuación (87), catálogos técnicos, estudios numéricos y metodologías de la literatura. En la figura 30 se presenta una comparación de los resultados obtenidos de pérdidas de energía en función de la relación de diámetros.

En la figura 29 se puede apreciar la variabilidad de las pérdidas de energía acorde al cambio del caudal circulante, las cuales son obtenidas a partir de valores del coeficiente ξ estimados mediante los métodos indicados; dichas pérdidas son más erráticas que las evaluadas para la ampliación brusca (figura 27), presentando mayor diferencia entre sí a medida que aumenta el caudal, debido a que es proporcional a la carga de velocidad en la ecuación (63), donde el valor del coeficiente ξ es constante. También, permite

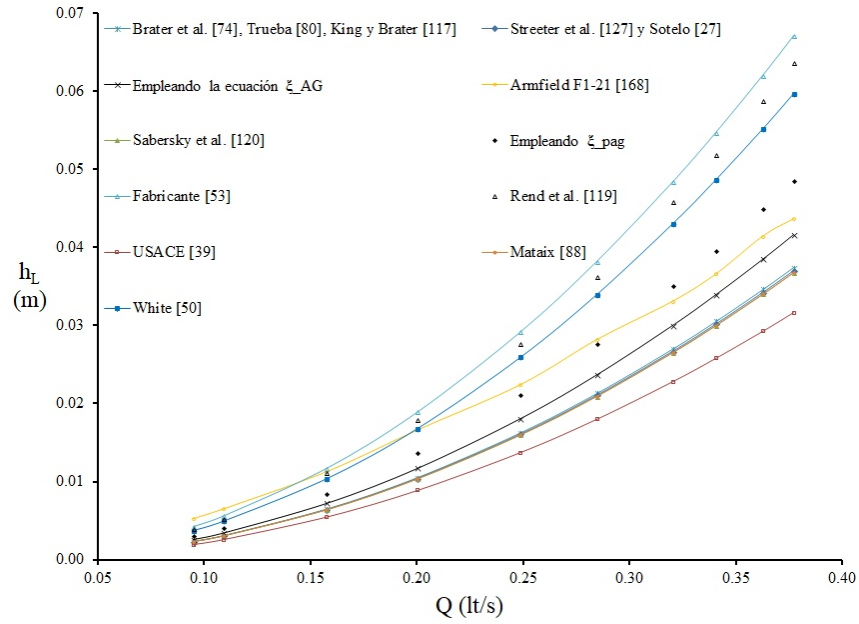


Figura 29: Comportamiento de las pérdidas generadas por la ampliación gradual del diámetro estimadas a partir de los métodos y lineamientos indicados en el caso 3, conforme variación del caudal circulante.

notar la similitud de las pérdidas estimadas a partir de los valores de ξ obtenidos con los métodos de Streeter et al. [152]; Sabersky et al. [121]; Brater et al. [75]; Trueba [81]; Sotelo [160]; Mataix [89]; King y Brater [118]. Además, se muestra claramente que las pérdidas obtenidas a partir de los valores del coeficiente ξ calculados con la ecuación (87), presentan afinidad al promedio de las pérdidas máximas y mínimas estimadas mediante las metodologías experimentales que le dieron origen a dicha ecuación; con ello se evita obtener valores sobreestimados o subestimados de las pérdidas por ampliación gradual. Por otro lado, se observa que las mayores pérdidas de energía se obtuvieron con el modelo Armfield F1-21 [169] y a partir de los valores de ξ dados por el fabricante [53], cuando $Q < 0,158$ lt/s y $Q \geq 0,158$ lt/s, respectivamente. Asimismo, se visualiza que para cualquier caudal las menores pérdidas de energía resultan cuando se usa el método el USACE [40] para obtener el valor del coeficiente ξ . Cabe destacar que las pérdidas investigadas en el laboratorio tienden al promedio de todos los valores de pérdidas exhibidos para un $Q \geq 0,25$ lt/s, donde se inclinan hacia las pérdidas obtenidas a partir de los valores de ξ estimados con la ecuación (87), presentando una diferencia mínima de 4,5 % para un caudal de 0,377 lt/s. Sin embargo, para un $Q < 0,25$ lt/s las pérdidas obtenidas en el laboratorio son más congruentes con las pérdidas evaluadas a partir de los valores de ξ estimados con Rend et al. [120], White [51] y catálogos de fabricantes [53]. Esta variación de magnitud y tendencia de las pérdidas de energía investigadas con el modelo Armfield F1-21 [169], puede ser también originada por los cambios efectuados en los ensayos de la temperatura y velocidad del flujo, incidiendo en

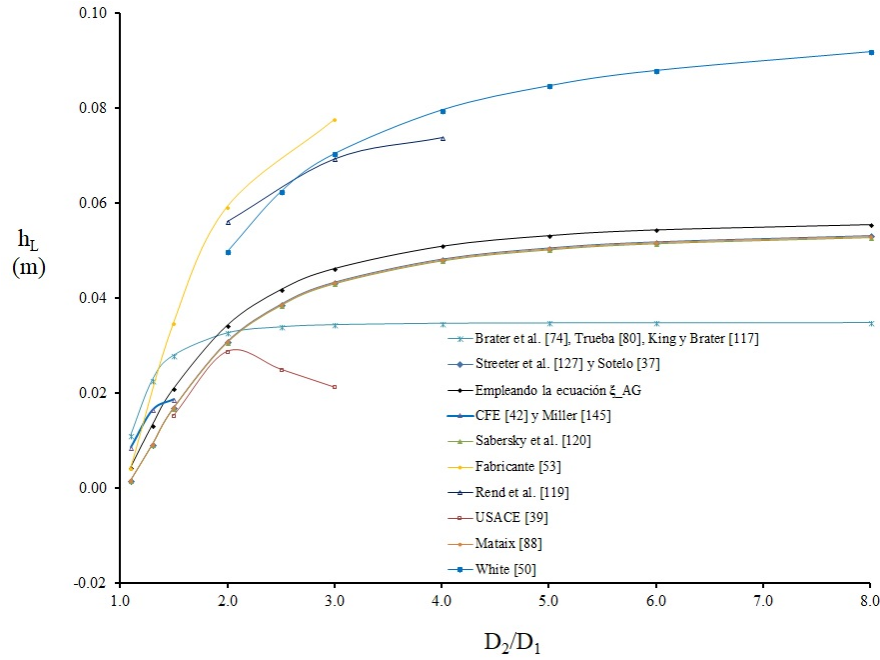


Figura 30: Comportamiento de las pérdidas generadas por la ampliación gradual del diámetro obtenidas contemplando los métodos y lineamientos expuestos en el caso 4, en función de la relación de diámetros.

el valor de R_e . Al igual que el dispositivo de condición brusca, mediante los resultados de laboratorio se encontró que el coeficiente de pérdidas de la ampliación gradual varía conforme el valor de R_e , el cual no es considerado para estimar el coeficiente de pérdidas en los métodos de la literatura y catálogos de fabricantes. Esto se puede corroborar eliminando la dependencia sobre el valor de R_e , mediante un coeficiente de pérdidas de promedio ponderado sobre el número de Reynolds (ξ_{pag}). En la figura bajo análisis, se ilustra claramente que la curva descrita por las pérdidas obtenidas con el coeficiente ξ_{pag} , persigue un comportamiento análogo al resto de las curvas, tendiendo al promedio de todos los valores de pérdidas expuestos. También, puede verse que para valores de $Q \leq 0,20$ lt/s se obtienen valores de pérdidas cercanos a las estimadas a partir de los valores del coeficiente ξ calculados con la ecuación (84), mientras que para valores de $Q > 0,20$ lt/s la diferencia aumenta hasta 14,2 % con el caudal máximo utilizado.

Por último, en la figura 30 se puede notar el comportamiento de las pérdidas de energía en función a la variación de la relación de diámetros, las cuales fueron estimadas a partir de los valores del coeficiente ξ obtenidos mediante los métodos indicados; sin embargo, en general dichas pérdidas muestran más afinidad cuando la relación $D_2/D_1 \leq 1,5$; solo los valores de pérdidas de energía que presentan semejanza para cualquier relación de diámetros, son los estimados contemplando los métodos de Streeter et al. [152]; Sabersky et al. [121]; Sotelo [160]; Mataix [89]. También, permite apreciar que los valores mayores de pérdidas de energía se obtuvieron a partir de los valores del

coeficiente ξ dados por el fabricante [169] para un rango de la relación de diámetros de $1,5 \leq D_2/D_1 \leq 3,0$. También, permite apreciar que los valores mayores de pérdidas de energía se obtuvieron a partir de los valores del coeficiente ξ dados por el fabricante [169] para un rango de la relación de diámetros de $1,5 \leq D_2/D_1 \leq 3,0$; y también con el método de White [51] cuando la relación $D_2/D_1 > 3,0$. Así mismo, se visualiza que las menores pérdidas de energía resultaron cuando se estimó el coeficiente de pérdidas con USACE [40] para una relación de diámetros $D_2/D_1 \leq 3,0$; y utilizando el método de Brater et al. [75]; Trueba [81]; King y Brater [118], cuando la relación $D_2/D_1 > 3,0$. Finalmente, se observa que a medida que incrementa la relación D_2/D_1 , también aumenta el rango entre las pérdidas máximas y mínimas evaluadas. Sin embargo, cabe señalar que las pérdidas obtenidas a partir de los valores del coeficiente ξ estimados con la ecuación (87), tienden al promedio de todas las pérdidas mostradas. La máxima diferencia se presentó para una relación $D_2/D_1 = 8,0$, la cual resultó de 39,5 % ante las pérdidas estimadas considerando el método White [51].

5.5. Conclusiones

Mediante la revisión de literatura se encontró que las metodologías empleadas habitualmente para estimar el valor del coeficiente ξ en los dispositivos estudiados, exigen la utilización de gráficos y tablas, proporcionando entre sí valores diferentes del coeficiente de pérdidas. Empleando una metodología u otra, los valores del coeficiente ξ resultaron más desiguales en la ampliación gradual, mostrando más afinidad para la ampliación brusca.

A partir de los valores del coeficiente ξ explícitos en las metodologías analizadas, se obtuvieron expresiones analíticas que permiten estimar valores promedio del coeficiente de pérdidas para ampliaciones bruscas y graduales del diámetro, con una confiabilidad (r^2) de 0,999 y 0,997, respectivamente. Estas expresiones resultan de gran apoyo para un principiante en la temática al cubrir la incógnita de cuál metodología emplear entre todas ellas, contemplando sus resultados dentro el valor promedio que proporcionan las expresiones (84) y (87).

La expresión propuesta para la ampliación brusca solo se requiere el valor de la relación de áreas A_1/A_2 , tanto que la expresión propuesta para la ampliación gradual requiere solo el valor del ángulo de la ampliación y el de la relación del diámetros D_2/D_1 . Con ello, en los casos de estudio dichas expresiones manifestaron ser útiles y prácticas para obtener el coeficiente ξ de los dispositivos, en comparación con las metodologías tradicionales. Esto certifica el beneficio y sencillez de dichas ecuaciones para usarlas en el diseño y comprobación del comportamiento hidráulico de los conductos forzados, evitando la manipulación de tablas y gráficos.

En los casos de aplicación se demostró que utilizando las ecuaciones propuestas (84) y (87) en conjunto con la ecuación (63), se obtienen pérdidas de energía con tendencia a la media sobre las estimadas con las metodologías tradicionales y catálogos técnicos de fabricantes, reduciendo así, el riesgo de sobreestimar o subestimar las pérdidas de energía en estos dispositivos. Además, también se probó mediante un modelo de laboratorio que en los sistemas hidráulicos con longitudes cortas de tuberías entre un accesorio y otro, los dispositivos de ampliación del diámetro no producen las cantidades de pérdidas de energía que se marcan los métodos de la literatura y catálogos de fabricantes.

Ante todo lo anterior, se exhorta que las ecuaciones (84) y (87) sean empleadas para su finalidad en cualquier escenario que cumpla con su rango de validez, así como ser programadas en algoritmos computacionales que impliquen el análisis y modelación de las pérdidas de energía en distintos sistemas hidráulicos, tales como: obras de toma, líneas de aducción y conducción, redes de distribución de agua potable, sistemas de irrigación, centrales hidroeléctricas, conductos o redes en plantas geotérmicas, entre otras; simplificando la tarea para la obtención de las pérdidas de energía en dichos sistemas.

Finalmente, el vigente trabajo podría ser perfeccionado alcanzando expresiones analíticas que estimen el valor del coeficiente de pérdidas ξ , tomando en cuenta el número de Reynolds, además de los parámetros geométricos de los dispositivos.

Capítulo 6

Modelación hidráulica utilizando EPANET II

Modelación hidráulica utilizando EPANET II: caso de estudio modelo ARMFIELD F1-21

6.1. Introducción

La importancia de simular en un software el comportamiento hidráulico de un modelo físico, radica en representar con él lo más fiel posible todas las condiciones que ocurren en la realidad, para utilizarlo en la predicción de acontecimientos de interés sin necesidad de realizar mediciones físicas [170, 171].

El caso de estudio es el modelo ARMFIELD F1-21 (figura 1), el cual es un equipo hidráulico de laboratorio que sirve para realizar mediciones de flujo utilizando un tubo Venturi, un rotámetro y una placa de orificio, lo que da lugar a 3 resultados que permiten ser comparados entre sí y ante el caudal aforado en la salida del sistema. Para ello también cuenta con un sistema de piezómetros que sirven para medir las presiones diferenciales entre 8 puntos del sistema, permitiendo estimar las pérdidas de presión o de energía en los tramos comprendidos entre esos puntos, incluyendo las pérdidas que producen los 3 dispositivos de medición antes mencionados [1].

Los valores de caudales y presiones que se obtienen mediante el modelo ARMFIELD F1-21 son constantes en el tiempo, mientras no se modifique el caudal de entrada. Por ello es necesario utilizar un software de modelación para simular el comportamiento dinámico de estos parámetros, que es tal como ocurre realmente en los sistemas hidráulicos presurizados [172]. Mediante el uso de EPANET II se puede lograr este estudio, porque es un software diseñado para simular en un periodo extendido el comportamiento hidráulico de sistemas de distribución que operan bajo presión, y además tiene la particularidad de estar en línea sin costo alguno para el uso público y educa-



Figura 31: Caso de estudio: Modelo ARMFIELD F1-21. Fuente: Elaboración propia.

cional [171, 172]. Información más detallada sobre el funcionamiento y los alcances de este software pueden consultarse en [172, 173].

El software EPANET se ha utilizado para modelación en diversos trabajos de investigación, entre los cuales se analizó un sistema de distribución de agua en zona rural [171], se realizó una optimización de la infraestructura y el régimen de explotación de una red de regadíos [173], se modeló la deficiencia de presión en redes de distribución de agua [174], se hizo la modelación y calibración de una red de distribución de agua [175], se trabajó en evaluar el desempeño técnico de redes de distribución de agua [176], se estimó la eficiencia para bombas de velocidad variable y se comparó con valores experimentales [?], se realizó la simulación de métodos de control para bombas centrífugas operando bajo demanda variable [?], entre otros.

Esta investigación tiene por objetivo realizar la simulación con EPANET II del modelo físico ARMFIELD F1-21 en un periodo extendido, con la finalidad de obtener un modelo de predicción para los parámetros hidráulicos que actúan este modelo físico, sin

necesidad de realizar mediciones. Para ello se realizó trabajo de laboratorio donde se obtuvieron los factores geométricos e hidráulicos que conforman el sistema bajo estudio, los cuales se fueron utilizados para hacer la representación del sistema en el software. La simulación se llevó a cabo exitosamente, se presenta una comparación de resultados y ante ello, se concluye que el modelo computacional obtenido es confiable.

6.2. Métodos y materiales

EPANET II requiere como datos de entrada los factores geométricos e hidráulicos que conforman el sistema a simular [172, 173]. En este caso algunos parámetros fueron medidos en el modelo ARMFELD F1-21 y otros estimados acorde a sus características, excepto el coeficiente de pérdidas ξ de los dispositivos que lo conforman, los cuales fueron determinados mediante las siguientes ecuaciones propuestas en ésta investigación:

- Dispositivos de cambio de dirección brusco.

$$\xi_{CB} = \frac{0.0031960558 + 0.0030444516(\theta)}{1 - 0.01439831(\theta) + 0.0000671934(\theta)^2} \quad (88)$$

donde: ξ_{CB} es el coeficiente de pérdidas de un cambio de dirección brusco; θ es el ángulo de deflexión (en grados). Esta ecuación es válida si $0 < \theta \leq 90$.

- Dispositivos de cambio de dirección gradual.

$$\xi_{CG} = \frac{\left[-0,0573379 + 0,00496834(r/D) - 0,00001716(r/D)^3 + \frac{0,07867083}{(r/D)^{0,5}} - \frac{0,066727}{e^{(r/D)}} \right]}{\left\{ 1 + \left[0,20495202 + 0,05446522(r/D) - 0,08723377(r/D)^{0,5} \ln(r/D) - \frac{0,45002930 \ln(r/D)}{(r/D)} - \frac{0,25130468}{(r/D)^2} \right] (\theta) \right\}} \quad (89)$$

donde: ξ_{CG} es el coeficiente de pérdidas de un cambio de dirección gradual; r/D es la relación del radio de curvatura con respecto al diámetro del conducto; θ es el ángulo de la deflexión (en grados). Esta ecuación es válida para $1 \leq r/D \leq 10$ y $5 < \theta \leq 90$.

- Dispositivos de ampliación brusca de diámetro.

$$\xi_{AB} = 0.99906174 - 2.4035102\left(\frac{A_1}{A_2}\right) + 1.6373483\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - \\ (0.37144824\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3 + 0.13856654\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{0.5}) \quad (90)$$

donde: ξ_{AB} es el coeficiente de pérdidas de una ampliación brusca; A_1/A_2 es la relación del área menor con respecto al área ampliada. Esta ecuación es válida si $0 < A_1/A_2 \leq 1$.

- Dispositivos de ampliación gradual del diámetro.

$$\xi_{AG} = a_1 + b_1\theta^{0.5} + c_1\theta + d_1\theta^2 + e_1\theta^{2.5} + \frac{a_2 + b_2\theta^{0.5} + c_2\theta + d_2\theta^2 + e_2\theta^{2.5}}{(D_2/D_1)} + \\ \frac{a_3 + b_3\theta^{0.5} + c_3\theta + d_3\theta^2 + e_3\theta^{2.5}}{(D_2/D_1)^2} + \frac{a_4 + b_4\theta^{0.5} + c_4\theta + d_4\theta^2 + e_4\theta^{2.5}}{(D_2/D_1)^3} \quad (91)$$

donde: ξ_{AG} es el coeficiente de pérdidas de una ampliación gradual; θ es el ángulo de ampliación (en grados); d_2/d_1 es la relación del diámetro mayor con respecto al menor. Esta ecuación es válida para $1 \leq d_2/d_1 \leq 10$ y $5 \leq \theta \leq 90$.

- Dispositivos de reducción brusca del diámetro.

$$\xi_{RB} = 0.50926435 - 0.28767429\left(\frac{A_2}{A_1}\right) - 1.4840581\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^{2.5} + \\ 1.2643591\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^3 \quad (92)$$

donde: ξ_{RB} es el coeficiente de pérdidas de una reducción brusca del diámetro; A_2/A_1 es la relación del área menor con respecto a la mayor. La ecuación es válida si $0 \leq A_2/A_1 \leq 1$.

- Dispositivos de reducción gradual del diámetro.

$$\begin{aligned} \xi_{RG} = & (-0,046121351 - 0,000029224\theta^2 + 8,9116 \times 10^{-10}\theta^4 - 1,1811 \times 10^{-14}\theta^6) + \\ & (0,046264338 + 0,000029251\theta^2 - 9,2469 \times 10^{-10}\theta^4 + 1,2761 \times 10^{-14}\theta^6) \left(\frac{D}{d}\right)^{0,5} + \\ & (0,1503115 + 0,000064686\theta^2 - 7,7480 \times 10^{-10}\theta^4 - 7,2780 \times 10^{-15}\theta^6) \frac{\ln(\frac{D}{d})}{(\frac{D}{d})^2} (93) \end{aligned}$$

donde: ξ_{RG} es el coeficiente de pérdidas de la reducción gradual del diámetro; θ es el ángulo de la reducción (en grados); D/d es la relación del diámetro mayor con respecto al menor. La ecuación es válida si cumple con los siguientes intervalos: $1 \leq D/d \leq 3$ y $10 \leq \theta \leq 180$.

Por otro lado, en la figura 32 se representa gráficamente el modelo ARMFIELD F1-21, donde las salidas de los piezómetros y las ubicaciones de dispositivos se indican mediante nudos. El aparato contiene un total de 8 piezómetros que proporcionan la presión en el nodo 16, 19, 22, 25, 26, 29, 31 y 32. Los dispositivos para medición del caudal son el tubo Venturi, el rotámetro y la placa de orificio, los cuales están entre los nodos 17-21, 25-26 y 29-31, respectivamente.

El modelo ARMFIELD F1-21 funciona en conjunto con el banco hidráulico ARMFIELD F1-10, el cual está dotado entre otros, de una bomba y una válvula de regulación que sirven para impulsar el fluido y controlar el flujo, respectivamente [1]. Disponer de la curva característica de la bomba y de una curva de demanda variable es fundamental para realizar la simulación en EPANET II para un periodo extendido.

6.2.1. Metodología

Para el alcance del objetivo de esta investigación se realizaron las siguientes actividades:

1. Primeramente al equipo ARMFIELD F1-21 se le colocó un manómetro tipo Bourdon para medir la presión en la entrada al sistema (nodo 13 de la figura 32). Después se procedió a tomar medidas de diámetros y longitudes de las tuberías.
2. Para un mejor control de los datos se asignaron nodos en puntos estratégicos del sistema conformado por los equipos ARMFIELD F1-10 y F1-21. En la figura 32 solo se presentó el sistema bajo estudio.
3. Utilizando el banco hidráulico ARMFIELD F1-10, se abasteció el sistema de 22 caudales distintos, para los cuales se tomaron las lecturas en el manómetro y en los piezómetros, y además se determinó el caudal circulante por medio de aforo.

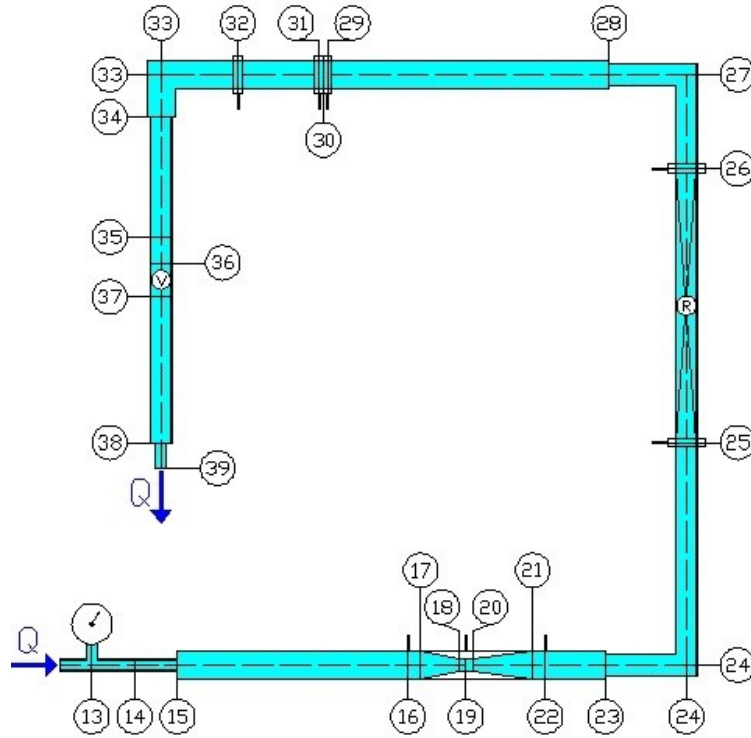


Figura 32: Esquema representativo del equipo ARMFIELD F1-21, con la asignación de nodos utilizados para la simulación. Fuente: Elaboración propia a partir de [1].

4. Para cada uno de los caudales se determinaron las pérdidas de energía por rozamiento y por dispositivos. En las primeras se utilizó la expresión de Darcy-Wesibach que se escribe como sigue:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (94)$$

donde h_f es la pérdida de energía por fricción (m); L es la longitud de la tubería (m); D es el diámetro interno del conducto (m); $V^2/2g$ es la energía cinética (m); f es un coeficiente de fricción para el tipo de material de las tuberías, que para pvc es aproximadamente 0.0025 [172].

En las segundas se empleó la ecuación general para las pérdidas de energía por dispositivos la cuesta definida por:

$$h_L = \xi \frac{v^2}{2g} \quad (95)$$

dónde h_L es la pérdida de energía hidráulica (m) producida por el dispositivo; g es la aceleración de la gravedad (m/s^2); V es la velocidad media de circulación (m/s), que en el cambio de dirección y en la ampliación del diámetro es la que se produce aguas arriba del dispositivo, mientras que en la reducción del diámetro es la que se origina aguas abajo; $V^2/2g$ se conoce como la carga por velocidad o energía cinética (m); y ξ es el coeficiente de pérdidas del dispositivo (adimensional), el cual se determina según el caso, mediante las primeras 6 ecuaciones propuestas.

5. Se inició el trabajo en el software, construyendo el esquema representativo del sistema conformado por los dos equipos ARMFIELD.
6. Después se procedió a insertar en EPANET II los diámetros, las longitudes y rugosidades de las tuberías, el diámetro y el coeficiente de pérdidas de los dispositivos, así como las cotas de cada nodo. Mediante ello se realizaron simulaciones estáticas utilizando cada uno de los 22 caudales medidos como consumo a la salida del sistema (nodo 39 de la figura 32), con la finalidad de obtener para cada ensayo el coeficiente de pérdidas de la válvula de regulación del equipo ARMFIELD F1-10.
7. Empleando los 22 caudales aforados se propuso una curva de demanda variable para un intervalo horario en un periodo de 24 horas. También se obtuvo una curva de pérdidas de energía para la válvula de regulación, considerando el mismo intervalo, periodo y la variación de la demanda. Las pérdidas se obtuvieron de forma similar que en los dispositivos, pero utilizando el coeficiente de pérdidas encontrado con la simulación estática.
8. Enseguida se introdujo al software la curva característica de la bomba, la curva de demanda variable y la curva de pérdidas de energía de la válvula de regulación. Con ello se procedió a realizar la simulación dinámica en EPANET II del comportamiento hidráulico del sistema para un periodo extendido de 24 horas.
9. Finalmente, mediante la simulación se obtuvieron valores de los caudales y de las presiones en el modelo ARMFIELD F1-21, los cuales son comparados con los medidos físicamente en el laboratorio.

6.3. Resultados y discusiones

En la tabla 3 se ilustran los caudales aforados utilizando el modelo de estudio, los caudales estimados con los 3 dispositivos de medición y también, las pérdidas que estos dispositivos generan de acuerdo a las presiones obtenidas en los piezómetros. Los resultados indican que el tubo Venturi es más preciso para la medición de caudales, debido a que los valores obtenidos mediante este dispositivo se apegan más a los medidos en el aforo; sin embargo, los caudales medidos con el rotámetro son los más desfasados de los caudales aforados, lo cual lo cataloga como el menos preciso para la medición. Por otro lado, comparando los valores de las pérdidas de energía estimadas en los 3 dispositivos,

el rotámetro es el que generó más pérdidas en todos los ensayos. Entre los valores de las pérdidas de energía estimadas para el tubo Venturi y para la placa de orificio, el primer dispositivo produce mayores pérdidas si el caudal circulante es igual o menor a 9.46 lt/min , mientras que si el caudal es mayor las pérdidas de energía son más intensas con el segundo dispositivo.

Tabla 3: Valores de caudales y pérdidas de energía obtenidas a partir de mediciones en el modelo ARMFELD F1-21

2*No. de ensayo	2*Caudal aforado (lt/min)	Tubo Venturi		Rotámetro		Placa de orificio	
		Caudal (lt/min)	Pérdidas de energía (m)	Caudal (lt/min)	Pérdidas de energía (m)	Caudal (lt/min)	Pérdida de energía (m)
(l)3-8							
(r)1-2 1	2.59	2.59	0.4	2	5.15	2.56	0.1
2	3.52	3.51	0.6	3	5	3.84	0.3
3	4.65	4.73	0.85	4	5.05	4.79	0.4
4	5.69	5.79	0.9	5	5.15	6.01	0.75
5	6.55	6.6	1.2	6	5.3	6.53	0.85
6	7.59	7.77	1.5	7	5.25	8	1.25
7	8.39	8.33	1.6	8	5.5	8.96	1.55
8	9.03	9.1	1.9	8.5	5.6	9.58	1.8
9	9.46	9.46	2	9	5.6	9.41	1.9
10	10.42	10.36	2.1	10	5.7	10.71	2.2
11	11.19	11.19	2.4	11	5.8	11.74	2.8
12	12.02	12.06	2.9	12	6	12.28	3.1
13	13.08	13.12	3.2	13	6.2	13.31	4.1
14	14	14.03	3.6	14	6.4	14.26	4.3
15	14.93	14.96	3.7	15	6.5	15.04	4.8
16	16.17	16.04	4.1	16	6.7	16.1	5.5
17	17.08	17.12	4.6	17	7	17.23	6.35
18	18.25	18.2	4.9	18	7.2	18.47	7.3
19	19.22	19.33	5.1	19	7.5	19.76	8.4
20	20.43	20.56	5.6	20	7.8	20.88	9.4
21	21.76	21.73	5.9	21	8	22.11	10.5
22	22.62	22.93	6.1	22	8.3	23.4	11.7

Por otra parte, en la figura 33 se presenta el esquema del sistema construido en EPANET, en el cual del nodo 13 al 39 se representa el caso de estudio y del nodo 13 al 40 el equipo ARMFELD F1-10. Los nodos 16, 19, 22, 25, 26, 29, 31 y 32, corresponden a los 8 piezómetros. La bomba se indica entre los nodos 1 y 40, y la válvula de regulación entre los nodos 3 y 4. El rotámetro se encuentra representado por la válvula de regulación comprendida entre el nodo 25 y 26, debido a que se consideró que este dispositivo produce pérdidas de energía por obstrucción. El coeficiente de pérdidas del rotámetro se estimó a partir de las presiones estimadas en los piezómetros que lo delimitan.

La figura 34 muestra el comportamiento de los valores de caudales aforados en la salida del modelo ARMFELD F1-21 (observados), en comparación con los valores de caudales obtenidos en EPANET II para el nodo 39 (simulación). Se puede apreciar claramente que los valores de caudales observados y simulados coinciden ampliamente en todos los intervalos del periodo de 24 horas, lo cual indica que el modelo dinámico

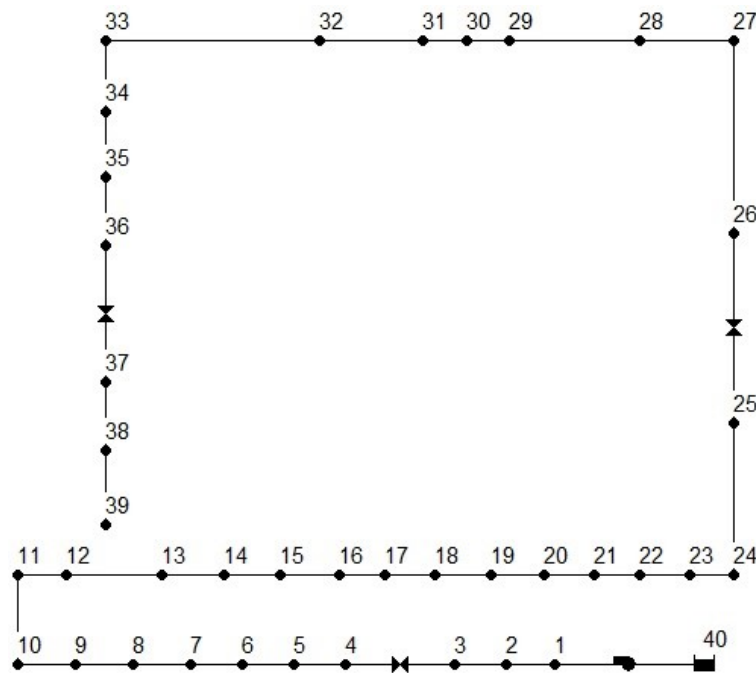


Figura 33: Esquema realizado en EPANET de la red en estudio. Fuente: Elaboración propia realizada en EPANET.

representa fielmente el comportamiento de los caudales en el modelo físico.

En la figura 35 se expone la comparación de los valores de pérdidas de energía estimadas de forma analítica a partir de las lecturas en los piezómetros (observadas), en relación con los valores de pérdidas de energía obtenidas mediante la simulación con EPANET, para las 4, 8 y 13 horas del periodo extendido de 24 horas. Finalmente se puede observar que los valores de pérdidas de energía reales y simuladas son más coincidentes en la sección 1 y 3 para las 3 horas en cuestión, mientras que la diferencia es mayor en la sección 2, 4 y 5. Aunque se presenta una discrepancia entre los valores de pérdidas de energía, obsérvese que las cantidades son en centímetros.

6.4. Conclusiones y recomendaciones

Utilizando EPANET II se realizó exitosamente la modelación del comportamiento dinámico de los caudales y de las presiones medidas físicamente en el modelo ARM-FIELD F1-21, lo cual indica que todos los parámetros asignados como entrada fueron correctos. Los caudales medidos en el laboratorio se representaron fielmente con el modelo de simulación, mientras que, los valores de pérdidas de energía no coincidieron, pero si resultaron muy similares. Esto pudo ser causa de la diferencia de precisión entre

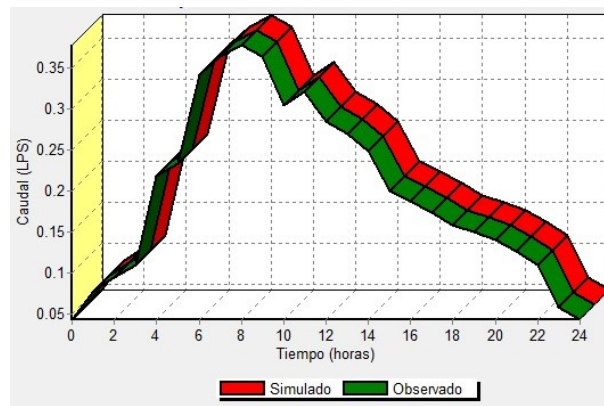


Figura 34: Caudales observados a la salida del modelo ARMFIELD F1-21 y simulados con EPANET en el nodo 39. Fuente: Elaboración propia realizada en EPANET.

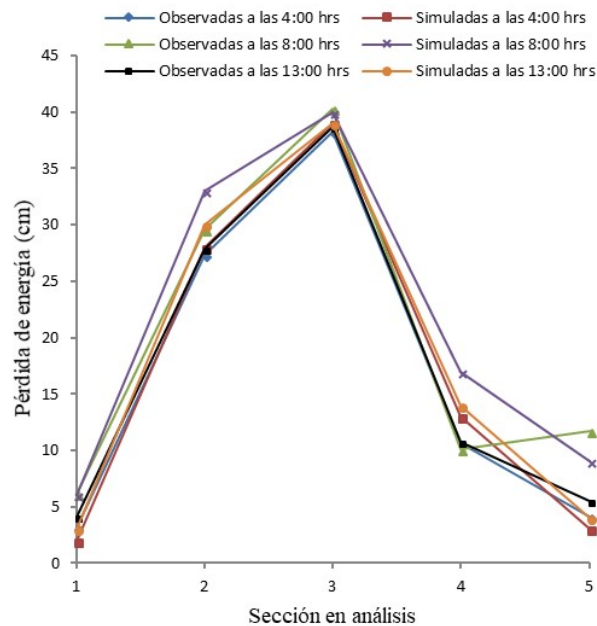


Figura 35: Pérdidas de energía observadas y simuladas entre nodos 16-22 (sección 1), 22-25 (sección 2), 25-26 (sección 3), 26-29 (sección 4) y 29-32 (sección 5), para las 4:00, 8:00 y 13:00 horas del periodo extendido de 24 horas. Fuente: Elaboración propia a partir de resultados.

los valores de presión que proporciona el software y los obtenidos físicamente, los cuales fueron a la centésima y a la milésima parte, respectivamente. Por lo tanto, este caso de estudio permite facultar el uso de las ecuaciones propuestas para obtener los coeficientes de pérdidas en los dispositivos de cambios de dirección, ampliación y reducción del diámetro, de forma rápida, segura y práctica. De esta manera se concluye que el modelo de simulación puede ser utilizado confiablemente para predecir el comportamiento de

caudales y presiones en el sistema estudiado. Finalmente, si aún se requiere un modelo de simulación más preciso, se recomienda realizar una nueva calibración del mismo para disminuir las pequeñas diferencias que se presentaron entre los valores de pérdidas de energía.

Capítulo 7

Conclusiones

Se ha realizado un análisis y modelación de las pérdidas de energía que experimentan los flujos monofásicos turbulentos al cruzar por dispositivos de cambios de dirección, ampliación y reducción del diámetro. Esto ha permitido presentar una amplia revisión de literatura sobre investigaciones experimentales y metodologías reportadas para estimar el coeficiente de pérdidas en codos y curvas de forma simple e instalados en serie (formas Z, U, L y S), donde se expone información organizada y homogenizada, que facilita comparar los alcances de las metodologías, así como el comportamiento del coeficiente de pérdidas ante los parámetros lo rigen. A demás, también se ha expuesto revisiones de la literatura con la misma finalidad, para los dispositivos de ampliación y reducción del diámetro. Sin embargo, se han obtenido modelos matemáticos para los tres dispositivos estudiados, cuando estos se presentan de forma brusca y gradual, los cuales proporcionan un valor promedio del coeficiente de pérdidas a partir de metodologías reportadas para este fin. Con ello, se suprime la manipulación de gráficos y tablas, facilitando la obtención de dicho coeficiente en forma rápida, segura y práctica que, a su vez, propician ahorrar tiempo en el diseño y revisión del comportamiento hidráulico de los conductos forzados. La ventaja de utilizar de estas ecuaciones, simplificó el trabajo de la modelación y calibración realizada en EPANET para el comportamiento hidráulico del aparato ARMFELD F1-21. Por lo tanto, se exhorta a implementar los modelos matemáticos en algoritmos de cálculo avanzados, para el análisis y modelación de las pérdidas de energía en diferentes escenarios. Finalmente, como trabajo futuro se podrían obtener expresiones analíticas que estimen el valor del coeficiente de pérdidas, considerando el número de Reynolds, además de los parámetros geométricos que lo rigen.

Bibliografia

- [1] ARMFIELD. *Flow Meter Demonstration F1-21*. Armfield Inc., 5 edition, 2012.
- [2] Rana Roy Chowdhury, Suranjan Biswas, Md Mahbubul Alam, and A K M Sadrul Islam. Turbulent flow analysis on bend and downstream of the bend for different curvature ratio. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1754, pages 1–6. American Institute of Physics, 2016.
- [3] Athanasia Kalpakli, Ramis Örlü, and P. Henrik Alfredsson. Turbulent Flows in Curved Pipes: Recent Advances in Experiments and Simulations. *Applied Mechanics Reviews*, 68(050802):1–25, 2016.
- [4] Kumar Perumal and Rajamohan Ganesan. CFD modeling for the estimation of pressure loss coefficients of pipe fittings: An undergraduate project. *Computer Applications in Engineering Education*, 24(2):180–185, 2016.
- [5] D.H. Yoo and Vijay P. Singh. Explicit design of commercial pipes with secondary losses. *Journal of Hydro-environment Research*, 4(1):37–45, apr 2010.
- [6] P.R. Bullen, D.J. Cheeseman, L.a. Hussain, and A.E. Ruffell. The determination of pipe contraction pressure loss coefficients for incompressible turbulent-flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 8(2):111–118, 1987.
- [7] P Dutta and N Nandi. Study on Pressure Drop Characteristics of Single Phase Turbulent Flow in Pipe Bend for High Reynolds Number. *ARP Journal of Engineering and Applied Sciences*, 10(5):2221–2226, 2015.
- [8] Veruscha Fester, Baudouin Mbiya, and Paul Slatter. Energy losses of non-Newtonian fluids in sudden pipe contractions. *Chemical Engineering Journal*, 145:57–63, 2008.
- [9] B Kilkovsky, Z Jegla, and P Stehlik. Comparison of Different Methods for Pressure Drop Calculation in 90 ° and 180 ° Elbows. *CHEMICAL ENGINEERING TRANSACTIONS*, 25(1):243–248, 2011.
- [10] Bilal Abdullah Nasir. Design considerations of micro-hydro-electric power plant. *Energy Procedia*, 50:19–29, 2014.

- [11] M. Yuce and A Muratoglu. Hydrokinetic energy conversion systems: A technology status review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 43:72–82, 2015.
- [12] Heinz Herwig and Tammo Wenterodt. Second law analysis of momentum and heat transfer in unit operations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54:1323–1330, 2011.
- [13] Bastian Schmandt, Vasudevan Iyer, and Heinz Herwig. Determination of head change coefficients for dividing and combining junctions: A method based on the second law of thermodynamics. *Chemical Engineering Science*, 111:191–202, may 2014.
- [14] A H Elbatran, O B Yaakob, Yasser M Ahmed, and H M Shabara. Operation, performance and economic analysis of low head micro-hydropower turbines for rural and remote areas: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 43:40–50, 2015.
- [15] Gürol Yildirim and Vijay P. Singh. A MathCAD procedure for commercial pipeline hydraulic design considering local energy losses. *Advances in Engineering Software*, 41:489–496, 2010.
- [16] J. Sesma, J.M. Molina-Martínez, F. Cavas-Martínez, and D.G. Fernández-Pacheco. A mobile application to calculate optimum drip irrigation laterals. *Agricultural Water Management*, 151:13–18, 2015.
- [17] Alejandro Isaías Anaya-Durand, Guillermo Israel Cauich-Segovia, Oliver Funabazama-Bárcenas, and Víctor Alfonso Gracia-Medrano-Bravo. Evaluación de ecuaciones de factor de fricción explícito para tuberías. *Educación Química*, 25(2):128–134, 2014.
- [18] Francesco Di Maria. Design and off design pipe network geothermal power plant analysis with power pipe simulator. *Energy Conversion and Management*, 41(12):1223–1235, 2000.
- [19] N. G. Gontsov, O. A. Marinova, and A. V. Tananaev. Turbulent flow around a bend in a circular pipe. *Hydrotechnical Construction*, 18(12):596–602, dec 1984.
- [20] Carlos Fuentes. Longitud de mezcla hiperbólica, perfil de las velocidades y ley de resistencia al flujo. *Tecnología y Ciencias del Agua*, II(1):19–31, 2011.
- [21] Šulc Jan, Ferkl Lukáš, Cigler Jiří, and Záparka Jiří. Model-based airflow controller design for fire ventilation in road tunnels. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 60:121–134, 2016.
- [22] Félix Riaño. El nacimiento de la Hidrodinámica Teórica. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, XXXV(2):66–78, 2014.

- [23] Diosdado Pérez. Evolucion histórica de las fórmulas para expresar las pérdidas de carga en tuberías. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, XXII(2):3–7, 2001.
- [24] Osborne Reynolds. Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 174:935–982, 1883.
- [25] Diosdado Pérez. Evolución histórica de las fórmulas para expresar las pérdidas de carga en tuberías . Segunda parte : Desde los trabajos de Darcy hasta los de Stanton. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, XXIII(3):3–8, 2002.
- [26] Shi He Liu, Jiao Xue, and Min Fan. The calculation of mechanical energy loss for incompressible steady pipe flow of homogeneous fluid. *Journal of Hydrodynamics*, 25(6):912–918, 2013.
- [27] Werner Kast, Edward S Gaddis, Karl-Ernst Wirth, and Johann Stichlmair. L1 Pressure Drop in Single Phase Flow. In e. V. VDI, editor, *VDI Heat Atlas*, chapter Part L, pages 1053–1116. Springer Berlín Heidelberg, Berlin, Heidelberg, second edition, 2010.
- [28] Vladimir Zmrhal and Jan Schwarzer. Numerical Simulation of Local Loss Coefficients of Ventilation Duct Fittings. In *Eleventh International IBPSA Conference July 27-30, 2009*, pages 1761–1766, 2009.
- [29] Shiming Wang, Cheng Ren, Yangfei Sun, Xingtuan Yang, and Jiyuan Tu. A Study on the instantaneous turbulent flow field in a 90-degree elbow pipe with circular section. *Science and Technology of Nuclear Installations*, 2016(5265748):1–8, 2016.
- [30] Alexandre Lourenco and Guan Xin. *Design and Development of an Experimental Apparatus for the Study of Minor Loss of the Mini-Scale Fittings*. Engineering, University of Macau, 2017.
- [31] H. Itō. Pressure Losses in Smooth Pipe Bends. *Journal of Basic Engineering*, 82(1):131–140, 1960.
- [32] D. Bariviera, J. A. Frizzzone, and O. Rettore. Dimensional analysis approach to estimate local head losses in microirrigation connectors. *Irrigation Science*, 32:169–179, dec 2014.
- [33] O A Fuentes and I L Rosales. Estimación de pérdidas locales de energía en tomas domiciliarias de agua potable. *Ingeniería Hidráulica en México*, XIX(1):65–73, 2004.

- [34] J J Villegas-León, A A López-Lambrano, J G Morales-Nava, M Pliego-Díaz, C Fuentes, and A López-Ramos. Equations to Determine Energy Losses in Sudden and Gradual Change of Direction. *Recent Advances in Fluid Dynamics with Environmental Applications*, 4:465–475, 2016.
- [35] Willi H Hager. *Waste Water Hydraulics, Theory and Practice*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Heidelberg, Germany, 2nd edition, 2010.
- [36] K. H. Beij. Pressure losses for fluid flow in 90 ° pipe bends. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 21(1):1–18, 1938.
- [37] I E Idel’chik. Handbook of hydraulic resistance, coefficients of local resistance and of friction. 1966.
- [38] Gilberto A Sotelo. *HIDRÁULICA GENERAL*, volume 1. LIMUSA, México, 1ra edition, 2013.
- [39] María Fernanda Acero and Daniel Rodríguez. Determinacion Experimental del Coeficiente de Pérdidas Menores km en Accesorios para Agua Potable de PVC, may 2008.
- [40] United States. Army. Corps of Engineers USACE. *Engineering and Design: Hydraulic Design of Reservoir Outlet Works*. Washington, DC, electronic edition, 1980.
- [41] United States Bureau of Reclamation USBR. *Diseño de Presas Pequeñas*. Continental S.A., México, 13a edition, 1985.
- [42] CRANE CO. *Flow of fluids throuh valves, fittings and pipe*. CRANE COMPANY, New York, USA, 1982.
- [43] Comisión Federal de Electricidad CFE. *Manual de diseño de obras civiles, Hidrotecnia: Hidráulica, A.2.3 Conducciones a presión*. CFE, Instituto de Investigaciones Eléctricas, México, 1983.
- [44] Saldarriaga(2016).
- [45] A Hoffman. Der Verlust in 90° Rohrkrümmern mit gleichbleibendem Kreisquerschnitt. *Mitteilungen des Hydraulischen Instituts der Technischen Hochschule München*, 3:45–67, 1929.
- [46] G J Davis. Investigation of Hydraulic Curve Resistance. *Bulletin of the University of Wisconsin*, 403(6):115, 1911.
- [47] L R Balch. Investigation of Hydraulic Curve Resistance, Experiments with Three-Inch Pipe. *Bulletin of the University of Wisconsin*, 403(7):253, 1913.
- [48] H D Vogel. Head Losses in Various Types of Pipe Bends. HS, jul 1933.

- [49] A W BRIGHTMORE. LOSS OF PRESSURE IN WATER FLOWING THROUGH STRAIGHT AND CURVED PIPES. *Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 169(1907):315–336, 1907.
- [50] H. Itō. Friction Factors for Turbulent Flow in Curved Pipes. *TRANS . ASME , Series D , JOURNAL OF BASIC ENGINEERING*, 81:123–134, 1959.
- [51] F M White. *Mecánica de Fluidos*. McGraw-Hill, Madrid, España, 6a edition, 2008.
- [52] J Weisbach. *Experimentelle Hydraulik*. 1855.
- [53] H. Richter. Der Druckabfall in gekrümmten glatten Rohrleitungen. *Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, VDI*, 338, 1930.
- [54] R J S Pigott. Pressure Losses in Tubing, Pipe, and Fittings. *TRANS ASME*, 72:679–688, 1950.
- [55] R J S Pigott. Losses in Pipe and Fittings. *TRANS ASME ASME*, 79:1767–1783, 1957.
- [56] R Wasielewski. Verluste in glatten Rohrkrümmern mit kreisrundem Querschnitt bei weniger als 90° Ablenkung. *Mitteilungen des Hydraulischen Instituts der Technischen Hochschule München*, 5:53–57, 1932.
- [57] H. Itō. On the Pressure Losses for Turbulent Flow in Smooth Pipe Bends. Technical report, Tohoku University, 1956.
- [58] Y Chen-Tzu. *Loss of pressure in water flowing through 90° pipe bend*. Master, Kansas State University, 1969.
- [59] R M Turian, F L Hsu, and M S Selim. Friction Losses for Flow of Slurries in Pipeline Bends, Fittings, and Valves. *Particulate Science and Technology*, 1(4):365–392, 1983.
- [60] Feng-Lung Hsu. *Flow of Fine Particle Suspensions in Bends, Fittings and Valves*. Master, Texas Tech University, 1981.
- [61] A. H. Gibson. *Hydraulics and Its Applications*. D. Van Nostrand Company, New York, USA, 4th edition, 1930.
- [62] Schoder. -. *TRANS American Society Civil Engineers*, 34:416–445, 1908.
- [63] R L Daugherty and A C Ingersoll. *Fluid Mechanics, With Engineering Applications*. McGraw-Hil, New York, USA, 6th edition, 1954.
- [64] G N Abramovich. Aerodinamika mestnykh soprotivlenii (Aerodynamics of Local Resistances). *Sbornik po promyshlennoi aerodinamike, Trudy*, 211, 1935.

- [65] B B Nekrasov. *Gidravlika (Hydraulics)*. VVA, 1954.
- [66] I E Idel'chik. K voprosu o vliyanií chisla Re i sherokhovatosti na soprotivlenie izognutykh kanalov (The Influence of the Reynolds Number and the Roughness on the Resistance of Bent Channels), 1953.
- [67] I F Evdomikov. Opyty po otsasyvaniyu pogranichnogo sloya v aerodinamicheskikh trubakh bol'shikh skorostei (Experiments on the Suction of the Boundary Layer in High-Velocity Wind Tunnels). *Trudy TsAGI*, 506, 1940.
- [68] I Z Aronov. *Teploobmen i gidravlichesкое soprotivlenie v izognutykh trubakh (Heat Exchange and Hydraulic Resistance in Bent Pipes)*. Doctorate's thesis, Kievskii politekhnicheskii institut, 1950.
- [69] M Adler. Strömung in gekrümmten Röhren. *Z. angew. Math. Mech.*, 14, 1934.
- [70] C. M. White. Streamline Flow through Curved Pipes. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 123(792):645–663, 1929.
- [71] G Richter. *Gidravlika truboprovodov (Hydraulics of Pipelines)*, 1936.
- [72] Schubart. Der Verlust in Kniestücken bei glatter und rauher Wandung (The loss in elbows with smooth and rough wall, in German). *Mitteilungen des Hydraulischen Inst. der Technischen Hochschule*, 3, 1929.
- [73] D Haase. Allgemeine Wärmetechnik. Nos(11-12), 1953.
- [74] H W King, C O Wisler, and J G Woodburn. *Hidráulica*, 1980.
- [75] E F Brater, H W King, J E Lindell, and C Y Wei. *Handbook of Hydraulics*. McGraw-Hill Professional, New York, USA, 7th edition, 1996.
- [76] A G Anderson. Fluid Flow Diversion: A Summary and Bibliography of Literature. aug 1947.
- [77] Kirchbach. Der Energieverlust in Kniestücken (The energy loss in elbows, in German). *Mitteilungen des Hydraulischen Instituts der Technischen Hochschule*, 3, 1929.
- [78] A L Simon. *Hidráulica Práctica*. Limusa, México, DF, 1ra edition, 1986.
- [79] Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos SARH. *Obras de Toma para Presas de Almacenamiento*. Dirección General de Obras Hidráulicas y de Ingeniería Agrícola para el Desarrollo Rural, México, DF, 1984.
- [80] N N Pashkov and F M Dolqachev. *Hidráulica y Máquinas hidráulicas*. Mir Moscú, Moscú, 1985.

- [81] C S Trueba. *Hidráulica*. Continental S.A., México, 23a edition, 1986.
- [82] D. S. Miller. *Internal Flow Systems*. BHRA, Cranfield-Bedford, UK, 2nd edition, 1990.
- [83] J B Franzini and E J Finnemore. *Mecánica de fluidos con aplicaciones en ingeniería*. MCGRAW-HILL / INTERAMERICANA DE ESPAÑA, Madrid, España, 9th edition, 1999.
- [84] L W Mays. *Water Resources Engineering*. John Wiley & Sons, Inc., New York, USA, 1a edition, 2001.
- [85] P Albers. *Motion Control in Offshore and Dredging*. Springer Netherlands, 2010.
- [86] R D Blevins. *Applied fluid dynamics handbook*, 1984.
- [87] F Herning. *Stoffströme in Rohrleitungen*. VDI, Düsseldorf, 4t edition, 1966.
- [88] E Shashi Menon and Pramila S Menon. Pressure Loss through Piping Systems. In E Shashi Menon and Pramila S Menon, editors, *Working Guide to Pumps and Pumping Stations*, chapter 4, pages 69–111. Gulf Professional Publishing, Boston, 2010.
- [89] C Mataix. *Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*. México, 2nd edition, 2010.
- [90] Bruce R. Munson, Theodore H. Okiishi, Wade W. Huebsch, and Alric P. Rothmayer. *Fundamentals of Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, 7th edition, 2013.
- [91] Johann Friedrich Gülich. Fluid dynamic principles. In *Centrifugal Pumps*, chapter 1, pages 1–41. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 3rd edition, 2014.
- [92] John R. Weske. PRESSURE LOSS IN DUCTS WITH COMPOUND ELBOWS. Technical report, National Advisory Committee for Aeronautics, WASHINGTON, D. C., 1943.
- [93] R D Coffield, P S Brooks, and R B Hammond. Piping elbow irrecoverable pressure loss coefficients for moderately high Reynolds numbers. In *ASME/JSME annual summer meeting of the Fluids Engineering conference, Hilton Head, South Carolina, August 13-18*, pages 19–24, Hilton Head, SC, US, 1995.
- [94] I E Idel’chik. *Handbook of Hydraulic Resistance*. Hemisphere, 2nd edition, 1986.
- [95] Engineering Sciences Data Unit ESDU. Fluid Mechanics, Internal Flow: Bends, Branches and Junctions. Technical report, 1990.

- [96] CRANE CO. *Flow of fluids through valves, fittings, and pipe*. Technical paper. CRANE COMPANY, Chicago, US, 1988.
- [97] R. D. Coffield, P. T. McKeown, and R. B. Hammond. Irrecoverable pressure loss coefficients for two elbows in series with various orientation angles and separation distances. In *ASME Fluids Engineering Division summer meeting, Vancouver, Canada, June 22-26, 1997*, page 19, Vancouver, Canada, 1997.
- [98] R D Coffield, R B Hammond, J P Koczko, P T McKeown, and P J Zirpoli. Irrecoverable pressure loss coefficients for a short radius of curvature piping elbow at high Reynolds numbers. In *ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, Washington, D. C., June 21-25, 1998*, WASHINGTON, D. C., 1998.
- [99] R D Coffield, R B Hammond, and P T McKeown. Irrecoverable Pressure loss Coefficients for two out of plane piping elbows at high reynolds number. In *ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, San Francisco, California, July 18-23, 1999*, San Francisco, California, 1999.
- [100] K C Sigg and R D Coffield. Qualification of a method to calculate the irrecoverable pressure loss in high Reynolds number piping systems, 2003.
- [101] Chengwei (Alex) Ding, Luke Carlson, Christopher Ellis, and Omid Mohseni. Pressure Loss Coefficients of 6, 8 and 10-inch Steel Pipe Fittings. Technical Report 461, St. Anthony Falls Laboratory, University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota, 2005.
- [102] CRANE CO. *Crane valves and fittings*. CRANE COMPANY, Chicago, Illinois, 1952.
- [103] Institute Hydraulic. *Hydraulic Institute Engineering Data Book*. Hydraulic Institute, Cleveland, Ohio, 1st edition, 1979.
- [104] J R Freeman. *Experiments upon the flow of water in pipe and pipe fittings*. ASME, New York, US, 1941.
- [105] American Society of Heating Refrigerating ASHRAE and Air-Conditioning Engineers. *1997 ASHRAE Handbook Fundamentals*. ASHRAE, Atlanta, GA, inch-pound edition, 1997.
- [106] W J Rahmeyer. Pressure loss coefficients of threaded and forged weld pipe fittings for ells, reducing ells and pipe reducers. *ASHRAE Transaction Research*, 105(2):334–354, 1999.
- [107] W J Rahmeyer. Pressure loss coefficients of pipe fittings for threaded and forged weld pipe tees. *ASHRAE Transactions* 105(2):355–385. *ASHRAE Transaction Research*, 105(2):355–385, 1999.

- [108] American Society of Heating Refrigerating ASHRAE and Air-Conditioning Engineers. *2001 ASHRAE Handbook Fundamentals*. ASHRAE, Atlanta, GA, inch-pound edition, 2001.
- [109] Deniz Ulusarslan. Determination of the loss coefficient of elbows in the flow of low-density spherical capsule train. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 32:415–422, 2007.
- [110] D. Ulusarslan. Effect of Diameter Ratio on Loss Coefficient of Elbows in the Flow of Low-Density Spherical Capsule Trains. *Particulate Science and Technology*, 28:348–359, 2010.
- [111] E W Schoder, D H Daley, P Bain, and G J Davis. .. *The Cornell Civil Engineer*, 20(3), 1911.
- [112] G. Vuskovic. Der Strömungswiderstand von Formstücken für Gasrohrleitungen (Fittings). *Mitteilungen des Hydraulischen Instituts der Technischen Hochschule, München*, 9:1939, 1939.
- [113] J J Bertín. *Mecánica de Fluidos para Ingenieros*. Prentice-Hall Hispanoamericana, México, 1986.
- [114] F M White. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill book company, New York, US, 1979.
- [115] I H Shames. *Mecánica de fluidos*. Mc Graw-Hill Book Interamericana, Bogotá, Colombia, 3rd edition, 1995.
- [116] J G Saldarriaga. *Hidráulica de Tuberías*. McGRAW-HILL Interamericana, Bogotá, Colombia, 1998.
- [117] Mott RL. *Mecánica de Fluidos*. México, 1a edition, 2006.
- [118] Brater EF King WH. *Manual de Hidráulica*. DF, México, uteha. edition, 1981.
- [119] D.M. Binding, P.M. Phillips, and T.N. Phillips. Contraction/expansion flows: The pressure drop and related issues. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 137:31–38, aug 2006.
- [120] R. R. Rend, E. M. Sparrow, D. W. Bettenhausen, and J. P. Abraham. Parasitic pressure losses in diffusers and in their downstream piping systems for fluid flow and heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 61:56–61, 2013.
- [121] Hauptmann EG Sabersky RH, Acosta AJ. *Fluid Flow, a first course in fluid mechanics*. USA, 1a edition, 1999.
- [122] V. L. Streeter, E. B. Wylie, and K. B Bedford. *Mecánica de fluidos*. Bogotá, Colombia, mc graw-hi edition, 2000.

- [123] United States Bureau of Reclamation (USBR). *Diseño de Presas Pequeñas*. México, compañía e edition, 1985.
- [124] Youngmin Bae and Young In Kim. Prediction of local loss coefficient for turbulent flow in axisymmetric sudden expansions with a chamfer: Effect of Reynolds number. *Annals of Nuclear Energy*, 73:33–38, 2014.
- [125] Comisión Federal de Electricidad (CFE). *Manual de Obras Civiles: Tomo 2.3 Conducciones a Presión*. CFE, México, cfe edition, 1983.
- [126] Yunus a. Cengel and John M Cimbala. *Mecánica de Fluidos: Fundamentos y Aplicaciones*, volume Primera Ed. Mcgraw-hil edition, 2001.
- [127] B R Munson, D F Young, and T H Okiishi. *Fundamentals of Fluid Mechanics*. New York, USA, 1a edition, 1998.
- [128] V. L. Streeter. *Handbook of Fluid Dynamics*. New York, USA, mcgraw-hil edition, 1961.
- [129] C Mataix. *Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*. México, 2nd edition, 2010.
- [130] Mcdonald AT Fox RW, Pritchard PJ. *Introduction To Fluid Mechanics*. USA, 1a edition, 2006.
- [131] Refrigerating American Society of Heating and Air-Conditioning Engineers (ASHRAE). *Handbook-Fundamentals*. Georgia, american s edition, 1981.
- [132] Alejandro Isaías Anaya-Durand, Guillermo Israel Cauich-Segovia, Oliver Funabazama-Bárcenas, and Víctor Alfonso Gracia-Medrano-Bravo. Evaluación de ecuaciones de factor de fricción explícito para tuberías. *Educación química*, 25(2):128–134, 2014.
- [133] Francesco Di Maria. Design and off design pipe network geothermal power plant analysis with power pipe simulator. *Energy conversion and management*, 41(12):1223–1235, 2000.
- [134] Danieli Bariviera Zitterell, Jose Antonio Frizzzone, and Osvaldo Rettore Neto. Dimensional analysis approach to estimate local head losses in microirrigation connectors. *Irrigation science*, 32(3):169–179, 2014.
- [135] Óscar Arturo Fuentes Mariles and Ismene Libertad Rosales Plascencia. Estimación de pérdidas locales de energía en tomas domiciliarias de agua potable. *Ingeniería hidráulica en México*, 19(1):65–74, 2004.
- [136] Leo H O Hellström, Metodi B Zlatinov, Guangjun Cao, and Alexander J Smits. Turbulent pipe flow downstream of a 90o bend. *Journal of Fluid Mechanics*, 735(R7):1–12, oct 2013.

- [137] Gilberto Sotelo Ávila. *Hidráulica general*, volume 1. Limusa, 2013.
- [138] Péter Csizmadia and Csaba Hos. CFD-based estimation and experiments on the loss coefficient for Bingham and power-law fluids through diffusers and elbows. *Computers and Fluids*, 99:116–123, 2014.
- [139] K. Gasljevic and E. F. Matthys. Friction and heat transfer in drag-reducing surfactant solution flow through curved pipes and elbows. *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, 28:641–650, 2009.
- [140] Changzhi Ji, Xin Zhang, Min Jiang, and Peng Yan. Numerical simulation of influence of 90°-bend pipeline geometric shape on local loss coefficient, 2010.
- [141] A Noorani, G K El Khoury, and P Schlatter. Evolution of turbulence characteristics from straight to curved pipes. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 41:16–26, 2013.
- [142] Hongrui Shi, Gang Chen, Yong Wang, and Xu Chen. Ratcheting behavior of pressurized elbow pipe with local wall thinning. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 102-103:14–23, 2013.
- [143] Victor L Streeter, E Benjamin Wylie, Keith W Bedford, Juan G Saldarriaga, et al. *Mecánica de fluidos*. McGraw-Hill, 9 edition, 2000.
- [144] United States Department of the Interior Bureau of Reclamation. *Diseño de presas pequeñas*, 13 edition, 1985.
- [145] CFE. *Manual de diseño de obras civiles: hidrotécnica*, 1983. tomo 2.3: Conducciones a presión.
- [146] Donald S Miller. Internal flow systems. Technical report, 1978.
- [147] José Juan Villegas-León, Alvaro Alberto López-Lambrano, José Gustavo Morales-Nava, Máximo Pliego-Díaz, Carlos Fuentes, and Alvaro Alberto López-Ramos. Expresiones analíticas del coeficiente de pérdidas de energía en dispositivos de reducción del diámetro bajo régimen forzado. *Revista de Ingeniería*, 0(43):24–31, 2015.
- [148] JJ Villegas-León, AA López-Lambrano, Morales-Nava, M Pliego-Díaz, C Fuentes, and A López-Ramos. Equations to Determine Energy Losses in Sudden and Gradual Change of Direction. *Recent Advances in Fluid Dynamics with Environmental Applications*, 4:465–475, 2016.
- [149] F. T. Pinho, P. J. Oliveira, and J. P. Miranda. Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24:747–761, 2003.

- [150] Cimbala JM Cengel YA. *Mecánica de fluidos, Fundamentos y Aplicaciones*. DF, México, 1a edition, 2006.
- [151] D.M. Binding, P.M. Phillips, and T.N. Phillips. Contraction/expansion flows: The pressure drop and related issues. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 137:31–38, aug 2006.
- [152] Bedford K B Streeter V L, Wylie E B. *Mecánica de fluidos*. 9a edition, 2000.
- [153] Acosta G Azevedo JM. *Manual de Hidráulica*. DF, México, 6a edition, 1976.
- [154] Morfett J. Chadwick A. *Hydraulics in Civil and Environmental Engineering*. New York, USA, 3a edition, 1998.
- [155] B. Fernández. *Introducción a la Mecánica de fluidos*. DF, México, 2a edition, 1999.
- [156] Watters GZ Larock BE, Jeppson RW. *Hydraulics of Pipeline Systems*. Florida, USA, 2000.
- [157] M C Potter and D C Wiggert. *Mecánica de fluidos*. TOMSON, México, 3a edition, 2002.
- [158] Carl E. Kindsavter. Energy losses, associated with abrupt enlargements in pipes; with special reference to the influence of boundary roughness. *Geological Survey, River Hydraulics*, 1369-B:53–75, 1961.
- [159] W. H. Archer. Loss of Head Due to Enlargements in Pipes. *Transactions ASCE*, 76:999–1026, 1913.
- [160] G. Sotelo Davila. *Hidráulica General*. 1a edition, 2013.
- [161] A. H. Gibson. On the Flow of Water through Pipes and Passages Having Converging or Diverging Boundaries. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 83:366–378, 1910.
- [162] P.M. Parker. *The control of water*. London, UK, routledge & kegan paul edition, 1925.
- [163] John R Henry. Design of Power-plant Installations Pressure-Loss Characteristics of Duct Components. *NACA Advance Restricted Report*, NACA ARR-L:50, 1944.
- [164] Mohammad Hassan Mallah, Habibollah Soorchi, and Tahereh Faghieh Jooybari. Development of empirical equation for analcime in the treatment of nuclear waste. *Annals of Nuclear Energy*, 47:140–145, 2012.
- [165] Systat Software Inc. Archer WH, 2017.

- [166] Altman DG Royston P. Regression Using Fractional Polynomials of Continuous Covariates : Parsimonious Parametric Modelling. *Royal Statiscal Society(applied Statistics)*, 43(3):429–467, 1994.
- [167] Michael David Regier and R. David Parker. Smoothing using fractional polynomials: An alternative to polynomials and splines in applied research. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 7(4):275–283, 2015.
- [168] Armfield. Complete Fluid Mechanics Laboratory– F1. Technical Report 2, 2011.
- [169] Vinidex Pty Ltd. Vinidex Pty Ltd., 2017.
- [170] Jorge Alfonso Ordás. Experiencia en la Ciudad de La Habana para la simulación de redes hidráulicas con entregas a depósitos. *Ingenieria Hidráulica*, XXIII(3):54–59, 2002.
- [171] G. V. Ramana, Ch V.S.S. Sudheer, and B. Rajasekhar. Network analysis of water distribution system in rural areas using EPANET. *Procedia Engineering*, 119(1):496–505, 2015.
- [172] L. A. Rossman. *EPANET 2. Manual de usuario*. 2006.
- [173] María del Mar García. *Modelación y simulación de redes hidráulicas a presión mediante herramientas informáticas*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Cartagena, 2006.
- [174] M. A. H. A. Sayyed, R. Gupta, and T. T. Tanyimboh. Modelling pressure deficient water distribution networks in EPANET. *Procedia Engineering*, 89:626–631, 2014.
- [175] Z. Alves, J. Muranho, T. Albuquerque, and A. Ferreira. Water distribution network’s modeling and calibration. A case study based on scarce inventory data. *Procedia Engineering*, 70:31–40, 2014.
- [176] J. Muranho, A. Ferreira, J. Sousa, A. Gomes, and A.