

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA  
CARRERA DE FISICA



**REFRACTOMETRIA DE ANGULO CRITICO:  
ANALISIS TEORICO DE LA EXACTITUD**

TESIS  
QUE PARA OBTENER EL  
TITULO DE  
FISICO  
PRESENTA

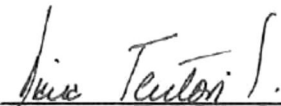
**CARLOS LOPEZ FAMOZO**

**REFRACTOMETRIA DE ANGULO CRITICO:  
ANALISIS TEORICO DE LA EXACTITUD**

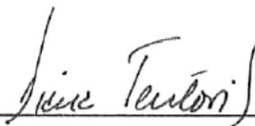
TESIS  
QUE PRESENTA:

**CARLOS LOPEZ FAMOZO**

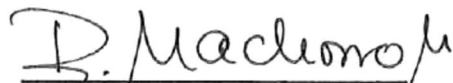
APROBADO POR



Director Del Jurado.



Asesor De Tesis  
Dr. DIANA TENTORI S.



Sinodal Propetario  
Dr. ROBERTO MACHORRO M.



Sinodal Propetario  
M.C DAVID SALAZAR

Sinodal Suplente  
M.C JESUS LERMA

Sinodal Suplente  
M.C JUAN TAPIA

*UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA*  
*ESCUELA SUPERIOR DE CIENCIAS*  
*CARRERA DE FISICA*

**REFRACTOMETRIA DE ANGULO CRITICO :  
ANALISIS TEORICO DE LA EXACTITUD**

*EXAMEN PROFESIONAL*

*QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL TITULO DE:*

***FISICO***

*PRESENTA:*

***CARLOS LOPEZ FAMOZO***

## AGRADECIMIENTOS

Primeramente agradezco a Dios por haberme permitido seguir con vida y estar al lado de mis seres queridos.

A mis padres por haberme dado la oportunidad de terminar mi carrera y darme la educación que hoy tengo:

José López Hernández  
Guadalupe Famoso de López

También a mi esposa y mis hijos por tener la paciencia y darme el tiempo para terminar mi tesis.

Elda Marisa Guerrero Martínez  
Carlos Enrique López Guerrero  
Karla Ivette Valle Guerrero

De la misma manera a mis amigos por haberme dado el apoyo y estímulo para terminar nuevamente este trabajo

Marcia Padilla  
Guillermo Díaz  
Claudia Merloc  
Ma. Concepción Mendoza D.

Y por último a Salvador Castañeda A. por darme el tiempo necesario dentro de mis horas de trabajo para finalizar mi tesis.

## **RECONOCIMIENTOS**

Agradezco a la Dra. Diana Tentori S. El apoyo que me brindo para poder realizar este trabajo de Tesis.

De igual manera al: Dr. Roberto Machorro ., M.C David Salazar M., M.C. Jesús Lerma y M.C. Juan Tapia quienes amablemente aceptaron ser Sinodales.

# CONTENIDO

<b>1. REFRACTOMETRIA DE ANGULO CRITICO: ANALISIS DE LA EXACTITUD.....</b>	<b>1</b>
1.1 Índice de refracción.....	1
1.2 Refractometría de ángulo crítico.....	1
1.3 Evaluación de las técnicas refractométricas del ángulo crítico.....	1
1.4 Metodología.....	2
<b>2. MEDIDA DIRECTA DEL INDICE DE REFRACCION POR EL METODO DE REFLEXION INTERNA TOTAL.....</b>	<b>4</b>
2.1 Introducción.....	4
2.2 Principio de funcionamiento.....	4
2.3 Contribución al error en la determinación del índice de refracción debida a la exactitud del goniómetro.....	10
2.4 Exactitud de medida del índice de refracción en función del instrumento de medida.....	10
2.4.1 Goniómetro Moller-Wedel.....	11
2.4.2 Goniómetro Klinger.....	15
2.4.3 Goniómetro Ealing.....	19
2.5 Contribución al error debido a la falta de planicidad en las superficies de la muestra.....	23
2.6 Evaluación de la contribución al error debido a las tolerancias de fabricación de la muestra.....	25
2.7 Error en la medida directa del índice de refracción usando reflexión interna total.....	30
2.7.1 Goniómetro Moller-Wedel.....	30
2.7.2 Goniómetro Klinger.....	30
2.7.3 Goniómetro Ealing.....	31
<b>3. MEDIDA DIRECTA DEL INDICE DE REFRACCION POR EL METODO DE REFLEXION- INTERNA TOTAL.....</b>	<b>39</b>
3.1 Introducción.....	39
3.2 Principio de funcionamiento.....	39
3.3 Contribución al error en la determinación del índice de refracción debida a la contribución del índice de refracción del prisma de referencia.....	42
3.4 Contribución al error en la determinación del índice de refracción debida a la medida del ángulo del vértice del prisma de referencia.....	49
3.4.1 Error debido a la exactitud del goniómetro.....	49
3.4.1.1 Goniómetro Moller-Wedel.....	49
3.4.1.2 Goniómetro Klinger.....	52
3.4.1.3 Goniómetro Ealing.....	52

3.4.2 Error en <b>A</b> debido a la falta de planicidad del prisma de referencia.....	52
3.4.2.1 Prisma de referencia pulido a $\lambda/20$ .....	52
3.4.2.2 Prisma de referencia pulido a $\lambda/10$ .....	59
3.4.2.3 Prisma de referencia pulido a $2\lambda$ .....	59
3.5 Contribución al error en la determinación del índice de refracción debida a la medida del- ángulo de emergencia, asociado al rayo que experimenta reflexión interna total.....	59
3.5.1 Error debido a la exactitud del goniómetro.....	64
3.5.1.1 Goniómetro Moller-Wedel.....	64
3.5.1.2 Goniómetro Klinger.....	64
3.5.1.3 Goniómetro Ealing.....	69
3.5.2 Error en $\theta$ debido a la falta de planicidad del prisma de referencia.....	69
3.5.2.1 Prisma de referencia pulido a $\lambda/20$ .....	69
3.5.2.2 Prisma de referencia pulido a $\lambda/10$ .....	69
3.5.2.3 Prisma de referencia pulido a $2\lambda$ .....	78
3.6 Sistemas de trabajo eficiente.....	78
3.7 Evaluación del error total para los sistemas de trabajo seleccionados.....	78
3.7.1 Exactitud en la medida del índice de refracción por R.I.T. usando un sistema gonio- métrico Moller-Wedel.....	82
3.7.2 Exactitud en la medida del índice de refracción por R.I.T. usando un sistema gonio- métrico Klinger.....	82
3.7.3 Exactitud en la medida del índice de refracción por R.I.T. usando un sistema gonio- métrico Ealing.....	82
<b>4. CONCLUSIONES.....</b>	<b>87</b>
<b>Apéndice 1:</b> Programa para calcular los errores debido a: el instrumento, la falta de planici- dad de la muestra y el error total en la evaluación directa del índice de refrac- ción de una muestra en forma de prisma.....	<b>88</b>
<b>Apéndice 2:</b> Programa para calcular los errores debido a: el instrumento, la falta de planici- dad de la muestra, a la medida del ángulo de emergencia y error en la calibra- ción del índice de refracción del prisma de referencia para muestras líquidas.....	<b>89</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>90</b>

## CONTENIDO DE TABLAS

<b>Tabla 1:</b> Exactitud de los sistemas goniométricos usados.....	10
<b>Tabla 2:</b> Tolerancias de planicidad usadas para el pulido de una muestra.....	25
<b>Tabla 3:</b> Precisión de medida para el índice de refracción de vidrio óptico y vidrio aftálmico.....	41
<b>Tabla 4:</b> Valores máximos para la contribución de error asociado a la determinación del índice de refracción de una muestra líquida.....	79

## CONTENIDO DE FIGURAS

**Fig. 1:** Modelo para explicar el principio del funcionamiento de la refractometría ángulo crítico.....5

**Fig. 2:** Modelo para medir el ángulo del vértice del prisma A, mediante los ángulos  $\phi_1$  y  $\phi_2$  correspondientes a las normales que se forman en las superficies del prisma.....7

**Fig. 3:** Modelo para medir el ángulo de emergencia, mediante la normal a la superficie y la dirección del rayo emergente asociado al ángulo crítico.....9

Contribución al error en la determinación del índice de refracción debida a la exactitud de medida para:

**Fig. 5:** El vértice del prisma.....12

**Fig. 6:** El ángulo de emergencia.....13

**Fig. 7:** El instrumento de medida(Moler-Wdel).....14

Contribución al error en la determinación del índice de refracción debida a la exactitud de medida para:

**Fig. 8:** El vértice del prisma.....16

**Fig. 9:** El ángulo de emergencia.....17

**Fig.10:** El instrumento de medida(Klinger).....18

Contribución al error en la determinación del índice de refracción debida a la exactitud de medida para:

**Fig. 11:** El vértice del prisma.....20

**Fig. 12:** El ángulo de emergencia.....21

**Fig. 13:** El instrumento de medida(Ealing).....22

**Fig. 14:** Modelo para explicar la falta de planicidad en las caras del prisma.....24

Contribución al error en la determinación del índice de refracción debida a la falta de planicidad de la muestra para los parámetros:

**Fig. 15:** La tolerancia de planicidad es de  $\lambda/20$ .....27

**Fig. 16:** La tolerancia de planicidad es de  $\lambda/10$ .....28

**Fig. 17:** La tolerancia de planicidad es de  $2\lambda$ .....27

Error total en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida y la falta de planicidad de la muestra.

**Fig. 18:** La exactitud del instrumento es de  $\pm 1$ seg de arco y la muestra pulida a  $\lambda/20$  .....32

**Fig. 19:** La exactitud del instrumento es de  $\pm 1$ seg de arco y la muestra pulida a  $\lambda/10$  .....33

**Fig. 20:** La exactitud del instrumento es de  $\pm 1$ seg de arco y la muestra pulida a  $2\lambda$ .....34

**Fig. 21:** La exactitud del instrumento es de  $\pm 30$ seg de arco y la muestra pulida a  $\lambda/2$  .....35

**Fig. 22:** La exactitud del instrumento es de  $\pm 30$ seg de arco y la muestra pulida a  $\lambda/10$  .....36

**Fig. 23:** La exactitud del instrumento es de  $\pm 30$ seg de arco y la muestra pulida a  $2\lambda$ .....37

**Fig. 24:** La exactitud del instrumento es de  $\pm 20$ min de arco y la muestra pulida a  $2\lambda$ .....38

**Fig. 25:** Modelo para explicar el principio del funcionamiento de la medida del índice de refracción de una muestra líquida.

Contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la calibración del índice de refracción del prisma de referencia, los parámetros usados son:

**Fig. 26:** Medida de calibración de  $1.0 \times 10^{-5}$  y el índice de referencia del prisma de  $N=1.9$

.....	43
<b>Fig. 27:</b> Medida de calibración de $3.0 \times 10^{-5}$ y el índice de referencia del prisma de $N=1.9$	44
<b>Fig. 28:</b> Medida de calibración de $1.0 \times 10^{-3}$ y el índice de referencia del prisma de $N=1.9$	45
<b>Fig. 29:</b> Medida de calibración de $1.0 \times 10^{-5}$ y el índice de referencia del prisma de $N=1.5$	46
<b>Fig. 30:</b> Medida de calibración de $3.0 \times 10^{-5}$ y el índice de referencia del prisma de $N=1.5$	47
<b>Fig. 31:</b> Medida de calibración de $1.0 \times 10^{-3}$ y el índice de referencia del prisma de $N=1.5$	48
Contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la exactitud de medida del vértice del prisma de referencia.	
<b>Fig. 32:</b> La exactitud del instrumento es $\pm 1$ seg de arco y el índice de refracción, $N=1.9$	50
<b>Fig. 33:</b> La exactitud del instrumento es $\pm 1$ seg de arco y el índice de refracción, $N=1.5$	51
<b>Fig. 34:</b> La exactitud del instrumento es $\pm 30$ seg de arco y el índice de refracción, $N=1.9$	53
<b>Fig. 35:</b> La exactitud del instrumento es $\pm 30$ seg de arco y el índice de refracción, $N=1.5$	54
<b>Fig. 36:</b> La exactitud del instrumento es $\pm 20$ min de arco y el índice de refracción, $N=1.9$	55
<b>Fig. 37:</b> La exactitud del instrumento es $\pm 20$ min de arco y el índice de refracción, $N=1.5$	56

Contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia y está asociado a la medida del ángulo del vértice del prisma de referencia.

**Fig. 38:** La tolerancia de planicidad es  $\lambda/20$  y el índice de refracción,  $N=1.9$ .....57

**Fig. 39:** La tolerancia de planicidad es  $\lambda/20$  y el índice de refracción,  $N=1.5$ .....58

**Fig. 40:** La tolerancia de planicidad es  $\lambda/10$  y el índice de refracción,  $N=1.9$ .....60

**Fig. 41:** La tolerancia de planicidad es  $\lambda/10$  y el índice de refracción,  $N=1.5$ .....61

**Fig. 42:** La tolerancia de planicidad es  $2\lambda$  y el índice de refracción,  $N=1.9$ .....62

**Fig. 43:** La tolerancia de planicidad es  $2\lambda$  y el índice de refracción,  $N=1.5$ .....63

Contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la medida del ángulo de emergencia.

**Fig. 44:** La exactitud del instrumento es  $\pm 1$ seg de arco y el índice de refracción,  $N=1.9$  .....65

**Fig. 45:** La exactitud del instrumento es  $\pm 1$ seg de arco y el índice de refracción,  $N=1.5$  .....66

**Fig. 46:** La exactitud del instrumento es  $\pm 30$ seg de arco y el índice de refracción,  $N=1.9$  .....67

**Fig. 47:** La exactitud del instrumento es  $\pm 30$ seg de arco y el índice de refracción,  $N=1.5$  .....68

**Fig. 48:** La exactitud del instrumento es  $\pm 20$ min de arco y el índice de refracción,  $N=1.9$  .....70

**Fig. 49:** La exactitud del instrumento es  $\pm 20$ min de arco y el índice de refracción,  $N=1.5$  .....71

Contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia y está asociado al ángulo de emergencia.

**Fig. 50:** La tolerancia de planicidad es  $\lambda/20$  y el índice de refracción,  $N=1.9$ .....72

**Fig. 51:** La tolerancia de planicidad es  $\lambda/20$  y el índice de refracción,  $N=1.5$ .....73

**Fig. 52:** La tolerancia de planicidad es  $\lambda/10$  y el índice de refracción,  $N=1.9$ .....74

**Fig. 53:** La tolerancia de planicidad es  $\lambda/10$  y el índice de refracción,  $N=1.5$ .....75

**Fig. 54:** La tolerancia de planicidad es  $2\lambda$  y el índice de refracción,  $N=1.9$ .....76

**Fig. 55:** La tolerancia de planicidad es  $2\lambda$  y el índice de refracción,  $N=1.5$ .....77

Error total en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida al instrumento de medida, a la exactitud del ángulo del vértice del prisma, a la exactitud del ángulo de emergencia y la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia.

**Fig. 56:** Para los parámetros ( $\delta N=1.0 \times 10^{-5}$ ,  $\delta \varphi_A=4.85 \times 10^{-6}$ ,  $\delta \varphi_\theta=4.85 \times 10^{-6}$ , planicidad de  $\lambda/20$  y para  $N=1.9$ ).....80

**Fig. 57:** Para los parámetros ( $\delta N=1.0 \times 10^{-5}$ ,  $\delta \varphi_A=4.85 \times 10^{-6}$ ,  $\delta \varphi_\theta=4.85 \times 10^{-6}$ , planicidad de  $\lambda/20$  y para  $N=1.5$ ).....81

**Fig. 58:** Para los parámetros ( $\delta N=3.0 \times 10^{-5}$ ,  $\delta \varphi_A=4.85 \times 10^{-6}$ ,  $\delta \varphi_\theta=1.45 \times 10^{-4}$ , planicidad de  $\lambda/10$  y para  $N=1.9$ ).....83

**Fig. 59:** Para los parámetros ( $\delta N=3.0 \times 10^{-5}$ ,  $\delta \varphi_A=4.85 \times 10^{-6}$ ,  $\delta \varphi_\theta=1.45 \times 10^{-4}$ , planicidad de  $\lambda/10$  y para  $N=1.5$ ).....84

**Fig. 60:** Para los parámetros ( $\delta N=1.0 \times 10^{-3}$ ,  $\delta \varphi_A=1.45 \times 10^{-4}$ ,  $\delta \varphi_\theta=5.82 \times 10^{-3}$ , planicidad de  $2\lambda$  y para  $N=1.9$ ).....85

**Fig. 61:** Para los parámetros ( $\delta N=1.0 \times 10^{-3}$ ,  $\delta \varphi_A=1.45 \times 10^{-4}$ ,  $\delta \varphi_\theta=5.82 \times 10^{-3}$ , planicidad de  $2\lambda$  y para  $N=1.5$ ).....86

## RESUMEN

La técnica de **ángulo crítico** ha sido propuesta por algunos autores para medir el **índice de refracción** de muestras sólidas y líquidas sin una alta homogeneidad, un estudio teórico realizado en **CICESE** de los parámetros de medida involucrados, mostró que la exactitud de medida de esta técnica podría ser comparable a la de la refractometría de **desviación mínima**. Con el fin de verificar estos resultados se desarrolló un modelo geométrico de medición y la evaluación cuantitativa de la exactitud que es posible alcanzar con cada una de ellas.

Ademas para llevar a cabo este trabajo:

- ☛ Se propuso modelos teóricos de cada uno de los sistemas.
- ☛ Su usó un modelo lineal para aproximar el comportamiento de la variación de cada uno de los parámetros alrededor de los valores ideales, fijos. De esta forma se hizo un cálculo automático, la precisión de medida requerida para parámetro involucrado, especialmente para los ángulos del prisma y de propagación de la luz que experimenta reflexión interna total.
- ☛ Se propuso un modelo teórico que permitió determinar la influencia de las tolerancias de fabricación de los sistemas usados, ya sea como muestras o como referencias del índice de refracción. Mediante cálculo automático será posible evaluar las tolerancias requeridas.

## CAPITULO 1.

### 1. REFRACTOMETRIA DE ANGULO CRITICO: ANALISIS TEORICO DE LA EXACTITUD.

#### 1.1 INDICE DE REFRACCION.

La velocidad de propagación de la luz en un medio isotrópico, homogéneo, es menor que la velocidad de la luz en el vacío. La razón entre las dos velocidades es una propiedad específica del medio y se conoce como **índice de refracción**. El **índice de refracción** de un material depende de la temperatura a la que éste se encuentre, de la presión a la cual esté sometido, y de la longitud de onda de la luz.

A la variación del **índice de refracción** con la longitud de onda de la luz, se le denomina **dispersión**. En la práctica, el **índice de refracción** de un material se mide usando como referencia el **índice de refracción** del aire. Bajo condiciones normales de laboratorio (temperatura estable entre 20° y 35° C, 1 atm. de presión y entre 30% y 35% de humedad relativa), el **índice de refracción** del aire coincide con el valor del **índice de refracción** del vacío hasta la sexta cifra decimal (Werner, A.J.;1968).

#### 1.2 REFRACTOMETRIA DEL ANGULO CRITICO.

Los sistemas refractométricos más usados para medir el **índice de refracción** de materiales homogéneos e isotrópicos, son los basados en la condición de **ángulo crítico**. Esto se debe a:

- su facilidad de manejo,
- a que pueden usarse muestras sólidas tridimensionales o en forma de películas delgadas, y muestras líquidas, las cuales pueden ser coloreadas o incluso opacas;
- a que las muestras sólidas sólo requieren de la preparación de una superficie, y
- a su exactitud

La refractometría de **ángulo crítico** trabaja siempre teniendo como uno de los medios de referencia al aire, bajo condiciones "*normales*" de laboratorio.

Los sistemas más usados son los conocidos como refractómetro de Abbe, refractómetro de Pulfrich y refractómetro de inmersión o de goteo. Las diferencias básicas entre estos sistemas corresponden a la geometría de observación la cual puede contribuir a incrementar el error en la medida. Todos estos sistemas permiten la medida indirecta del **índice de refracción** de la muestra, la cual se encuentra en contacto con un prisma de referencia.

#### 1.3 EVALUACION DE LAS TECNICAS REFRACTOMETRICAS DE ANGULO CRITICO.

No obstante que es de esperar que los fabricantes de refractómetros hayan realizado este tipo de estudios, el creciente número de materiales que se manejan para aplicaciones ópticas (vidrio de alto índice de refracción de índice de gradiente, polímeros fotoconductores, polímeros termoplásticos, electrodos transparentes, guías de onda, etc.) y el amplio intervalo de valores que se presentan para el índice de refracción, hacen necesario el conocimiento de la exactitud de medida que es posible obtener para un parámetro tan importante.

La evaluación cuantitativa de como estos parámetros influyen en la exactitud de medida de estas técnicas de medición del **índice de refracción**, es un trabajo que no se ha reportado y que debido a lo extendido de su uso, es importante conocer. El **índice de refracción**, es uno de los parámetros ópticos que es necesario medir con suficiente exactitud para trabajar adecuadamente con cualquier tipo de materiales o elementos ópticos, ya que sus funciones dependen en gran medida de su valor.

Un aspecto que no se ha discutido con suficiente detalle es la posibilidad de medir de manera directa el **índice de refracción** de muestras en forma de prisma, usando refractometría de **ángulo crítico**. Este análisis se presenta en el Capítulo II de este trabajo y se compara con el reportado recientemente para la refractometría de **desviación mínima** (D. Tentori y J.R. Lerma, 1990). Los resultados son comparables, y no justifican la práctica común de usar sólo a la refractometría de **desviación mínima** como técnica primaria de medida práctica.

En el Capítulo III se presenta el análisis teórico de las técnicas de **ángulo crítico** como técnica secundaria de medida. Cabe mencionar que los trabajos en los que se analiza la exactitud de medida de la refractometría de **ángulo crítico**, reportados en la literatura, incluyen tan sólo análisis de variaciones alrededor de un sólo punto de medida (H.W. Straat y J.W. Forrest, 1939; Alan J. Werner, 1968), o bien en la mayoría de los casos, reportan la reproducibilidad experimental de las mediciones realizadas; lo cual de ninguna manera permite evaluar la exactitud con la que se está midiendo.

#### 1.4 METODOLOGIA.

En este trabajo se considera que en la refractometría de **ángulo crítico**, la exactitud alcanzable depende de:

- la exactitud en la medida de los ángulos del prisma y el ángulo de salida del haz.
- de las tolerancias de fabricación de las superficies del prisma de referencia y
- de la exactitud en la calibración del **índice de refracción** usado como referencia.

Bajo estas condiciones, se estudia a la refractometría de **ángulo crítico** como técnica directa e indirecta de medida del **índice de refracción**. Para alcanzar este fin, primeramente se proponen modelos teóricos de cada uno de los sistemas. Posteriormente se usa un modelo lineal para aproximar el comportamiento de la variación de cada uno de los parámetros alrededor de los valores ideales, fijos. De esta forma se puede conocer usando cálculo automático, la precisión de medida requerida para cada parámetro involucrado, especialmente para los ángulos del prisma y el ángulo de emergencia de la luz que experimenta **reflexión interna total**.

Se propone un modelo teórico que permite determinar la influencia de las tolerancias de fabricación de los prismas usados, ya sea como muestras o como referencias del **índice de refracción**. Mediante cálculo automático se evalúan las tolerancias requeridas.

Los resultados teóricos obtenidos permiten:

- 1) Determinar la exactitud de medida de la refractometría de **ángulo crítico** como técnica directa de medida, y compararla con la de **desviación mínima**.
- 2) Determinar la exactitud de medida de la refractometría de **ángulo crítico** como técnica indirecta de medida del **índice de refracción**, respecto a la precisión del instrumento utilizado para medir ángulos.
- 3) Determinar la influencia que tienen las tolerancias de fabricación del prisma de referencia en la exactitud de medida de los refractómetros usados para muestras líquidas.

Estos resultados servirán de base para llevar a cabo en CICESE un análisis más completo, de carácter teórico-experimental, sobre la exactitud de medida de las técnicas refractométricas basadas en la **reflexión interna total**.

## CAPITULO 2.

### 2. MEDIDA DIRECTA DEL INDICE DE REFRACCION POR EL METODO DE REFLEXION INTERNA TOTAL.

#### 2.1 INTRODUCCION

En este capítulo se determina la exactitud de medida de la refractometría de **ángulo crítico** como técnica directa de medida. Los resultados obtenidos se comparan con los reportados para la refractometría de desviación mínima (Tentori y Lerma, 1990).

Para analizar la exactitud límite de esta técnica se propone un modelo matemático de la misma. Los valores se asignan considerando: condiciones prácticas de trabajo, la exactitud de medida de tres sistemas goniométricos comerciales y se utilizan las tolerancias más usadas en la fabricación de componentes ópticos, para definir la planicidad de la muestra en forma de prisma.

El modelo matemático se elabora a partir del principio de funcionamiento de esta técnica (A.F Wagner 1945), usando trazo de rayos. Se establecen los parámetros que introducen errores de medición y se calcula su contribución usando una aproximación lineal para describir la propagación de error (W. C. Michels, et al 1969).

Se distinguen dos tipos de errores: los debidos a la exactitud del instrumento usado para medir ángulos y los producidos por las tolerancias de fabricación de la muestra (planicidad de las caras de trabajo del prisma).

#### 2.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

El trazo de rayos que se utiliza para modelar el paso de la luz a través de la muestra en forma de prisma se muestra en la Fig. (1). El rayo trazado corresponde al rayo que experimenta reflexión interna total, es decir, el rayo que incide al ángulo crítico,  $i_c$ , para el cual se satisface la relación

$$N \text{sen}(i_c) = N_1 \quad (1)$$

donde  $N$  es el **índice de refracción** del prisma y  $N_1$ , el **índice de refracción** del medio que se encuentra en contacto con el prisma en la cara **ab**. La fuente de luz extendida, según algunos autores (A, F.Wagner, 1945) ilumina el prisma a través de la cara **bc**. Considerando un rayo que se propaga sobre uno de los **planos principales** del prisma; i.e, sobre un plano que contiene a las normales a las superficies **ab** y **ac**, se tiene que dado que las normales forman un ángulo  $A$  igual al ángulo del vértice del prisma,

$$i_c + \beta = A \quad (2)$$

Aplicando la ley de Snell en la superficie **ac**:

$$N \text{sen}(\beta) = \text{sen}(\theta) \quad (3)$$

de donde:

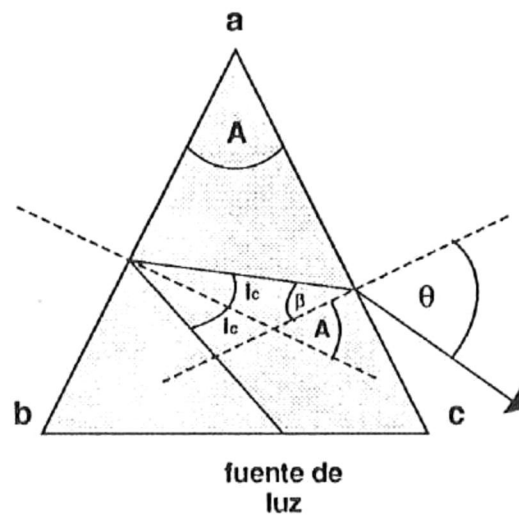


Fig. 1)\_ El rayo trazado viaja sobre uno de los planos principales del prisma e incide al ángulo crítico en la cara  $ab$  del prisma. Los ángulos  $\theta$  y  $A$  se usan para determinar el valor del índice de refracción de la muestra.

$$1 = N \operatorname{sen}(A - \beta) \quad (4)$$

considerando que el medio es aire, tenemos  $N_1 = 1.0$ . Por tanto se tiene que:

$$N^2 = \operatorname{sen}^2(\theta) + \left[ \frac{1 + \operatorname{sen}(\theta)\cos(A)}{\operatorname{sen}(A)} \right]^2 \quad (5)$$

Esta ecuación es la que se usa para determinar el valor del **índice de refracción** del prisma a partir de los valores de  $\theta$  y  $A$ . Para calcular la exactitud de medida se hace una evaluación del error propagado usando una aproximación lineal de esta ecuación (W. C. Michels, 1968);

$$\partial N = \left| \frac{\partial N}{\partial \theta} \right| \partial \theta + \left| \frac{\partial N}{\partial A} \right| \partial A \quad (6)$$

Derivando parcialmente la ecuación (5) con respecto a  $\theta$  obtenemos el coeficiente del primer término:

$$\left| \frac{\partial N}{\partial \theta} \right| = \left| \frac{\operatorname{sen}(\theta) + \cos(A)}{N \operatorname{sen}^2 A} \cos(\theta) \right| = K_1 \quad (7)$$

Derivando parcialmente la ecuación (5) con respecto a  $A$  obtenemos el coeficiente del segundo término:

$$\left| \frac{\partial N}{\partial A} \right| = \left| \sqrt{1 - \frac{1}{N^2}} \left[ \frac{1 + \operatorname{sen}(\theta)\cos(A)}{\operatorname{sen}^2 A} \right] \right| = K_2 \quad (8)$$

En la evaluación automática de estas ecuaciones se expresa el ángulo  $\theta$  en función del **índice de refracción** de la muestra y el ángulo del vértice del prisma,  $A$ :

$$\theta = \operatorname{arcsen} \left[ \sqrt{N^2 - 1} \operatorname{sen}(A) - \cos(A) \right] \quad (9)$$

Esto permite trabajar con el valor esperado para el **índice de refracción** del prisma y obtener conclusiones más adecuadas a nuestros objetivos. La relación se obtiene a partir de las ecuaciones (1), (2) y (3).

Para determinar el **índice de refracción** a partir de la ecuación (5), es necesario medir el ángulo del vértice del prisma,  $A$  y el ángulo de salida  $\theta$  correspondiente al rayo que se refleja al ángulo crítico en la superficie **ab**. A continuación se describe el proceso de medida definiendo el error asociado a cada una de ellas.

Para medir el ángulo del vértice es necesario localizar la posición de las normales a las superficies **ab** y **ac**, como se muestra en el modelo de la Fig. (2). A partir de las posiciones angulares  $\phi_1$  y  $\phi_2$ , el ángulo  $A$  está dado por:

$$A = \pi + \phi_1 - \phi_2 \quad (10)$$

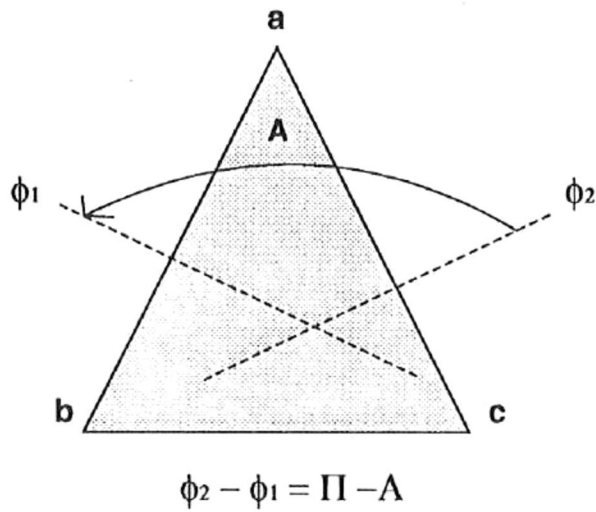


Fig. 2)\_ El ángulo del vértice del prisma se mide por autocolimación. Los ángulos  $\phi_1$  y  $\phi_2$  corresponden a las normales a las superficies **ab** y **ac**, respectivamente.

Si la exactitud con que se puede medir cada ángulo es de  $\pm\delta\phi$ , el error en la medida del ángulo del vértice es:

$$\partial A = \pm 2\delta\phi \quad (11)$$

Para medir el ángulo  $\theta$ , es necesario localizar también dos posiciones angulares: la de la normal a la superficie y la de luz emergente del prisma. De la Fig. (3).

$$\theta = \phi_4 - \phi_3 \quad (12)$$

Considerando de nuevo que se usa el mismo instrumento para medir los ángulos y que su exactitud es la misma para cualquier ángulo, se tiene que el error en la determinación de  $\theta$  es:

$$\partial\theta = \pm 2\delta\phi \quad (13)$$

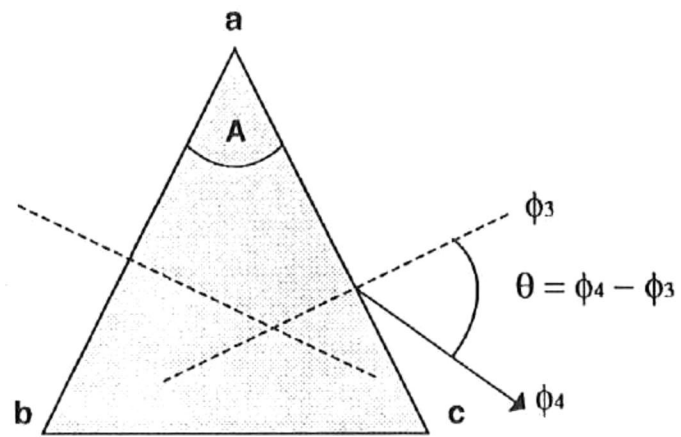


Fig. 3)\_ Para medir el ángulo de emergencia  $\theta$ , es necesario localizar la normal a la superficie **ac** y la dirección del rayo emergente asociado al ángulo crítico **i** c.

### 2.3 CONTRIBUCION AL ERROR EN LA DETERMINACION DEL INDICE DE REFRACCION DEBIDA A LA EXACTITUD DEL GONIOMETRO.

Utilizando la ecuación (5) es posible calcular el valor del **índice de refracción** a partir de los ángulos  $\theta$  y  $A$ . Los errores asociados a la medición de dichos ángulos determinan la exactitud de medida de la técnica, la cual depende del instrumento usado. Para considerar este error, se usa una aproximación lineal para describir su comportamiento (W.C. Michels, M. Corell, A.L. Patterson, 1968). El error en la medida del **índice de refracción** debido a la posición del instrumento utilizado para medir los ángulos está dado por la ecuación (6). De la ecuación (5), se tiene que

$$\frac{\partial N}{\partial \theta} = K_1 2\delta\phi \quad (14)$$

y que

$$\frac{\partial N}{\partial A} = K_2 2\delta\phi \quad (15)$$

Los valores  $\partial A$  y  $\partial \theta$  están dados por las ecuaciones (7) y (8); donde  $\delta\phi$  es la exactitud de medida del goniómetro (ver tabla 1).

### 2.4 EXACTITUD DE MEDIDA DEL INDICE DE REFRACCION EN FUNCION DEL INSTRUMENTO DE MEDIDA.

Los instrumentos comerciales cuya exactitud se usa como referencia, se listan en la Tabla 1.

TABLA 1. Exactitud de los sistemas goniométricos usados.

INSTRUMENTO	EXACTITUD
Goniómetro Moller-Wedel.	$\pm 1 \text{seg} = \pm 4.85 \times 10^{-6} \text{rad}$
Goniómetro Klinger.	$\pm 30 \text{seg} = \pm 1.45 \times 10^{-4} \text{rad}$
Goniómetro Ealing.	$\pm 20 \text{min} = \pm 5.82 \times 10^{-3} \text{rad}$

Las ecuaciones (14) y (15) se calcularon para valores del **índice refracción** de  $N= 1.3, 1.5, 1.7, 1.9, 2.1$  y  $2.3$ ; y para ángulos del prisma entre  $20^\circ$  y  $100^\circ$ , usando el programa del Apéndice (1). Los resultados obtenidos se dan a continuación.

#### 2.4.1 GONIOMETRO MOLLER-WEDEL.

Los resultados obtenidos en esta sección para los coeficientes  $K_1$  y  $K_2$ , se calcularon considerando una exactitud de  $\pm 1 \text{seg}$  (goniómetro Moller-Wedel). El error debido a la falta de exactitud en la medida del ángulo  $A$  se muestra en la gráfica de la Fig. (5). La contribución al error debida al ángulo  $\theta$  se da en la Fig. (6).

Puede observarse que el error debido a ambas mediciones es comparable, para cada valor del índice de refracción de la muestra. Por lo tanto es deseable medir ambos parámetros con la misma precisión.

Para índices de refracción altos  $N > 1.7$  la contribución al error debido a la medición del ángulo del vértice del prisma,  $A$ , es superior, al error asociado a la medida de precisión para vidrio óptico (Catálogo Schott), de  $\pm 1 \times 10^{-5}$ . Esto indica que para índices de refracción altos se requerirá un goniómetro con una mejor exactitud de medida para poder medir a  $\pm 1 \times 10^{-5}$  (medida de precisión).

De la Fig. (7) puede observarse que considerando sólo la propagación de error debida a la exactitud del goniómetro, es posible medir a  $\pm 1 \times 10^{-5}$ , índices de refracción menores de 1.6. Cabe mencionar que usando la técnica de desviación mínima la contribución al error debida a la exactitud del goniómetro es comparable (Tentori y Lerma, 1990), siendo inferior a  $\pm 1 \times 10^{-5}$  sólo para índices de refracción menores de 1.5.

En lo que se refiere a la medida estándar  $\pm 3 \times 10^{-5}$ , la exactitud de medida del goniómetro Moller-Wedel permite alcanzar esta precisión para cualquier valor del índice de refracción, inferior a 2.3.

Es conveniente notar que el valor del ángulo del vértice del prisma para el cual se obtiene de la mayor exactitud, depende del valor del índice de refracción de la muestra. En general deben usarse ángulos grandes,  $A > 50$ , estando la cota superior más cercana a los  $50^\circ$  conforme el valor del índice de refracción  $N$  de la muestra se incrementa. Para valores altos de  $N$  se presenta reflexión interna total en la cara de salida del prisma, con lo cual no se tiene un rayo emergente.

Otra característica importante que puede observarse en las curvas de la Fig. (7), es su pendiente. Una variación pequeña en el valor del ángulo del vértice,  $A$ , hace que no exista un rayo emergente o bien que el error de medida se incremente en forma considerable. Esto decreta la exactitud de la técnica. Cabe hacer notar que en la refractometría de desviación mínima la pendiente de las curvas de error es pequeña ( $\approx 0$ ) y varía más lentamente.

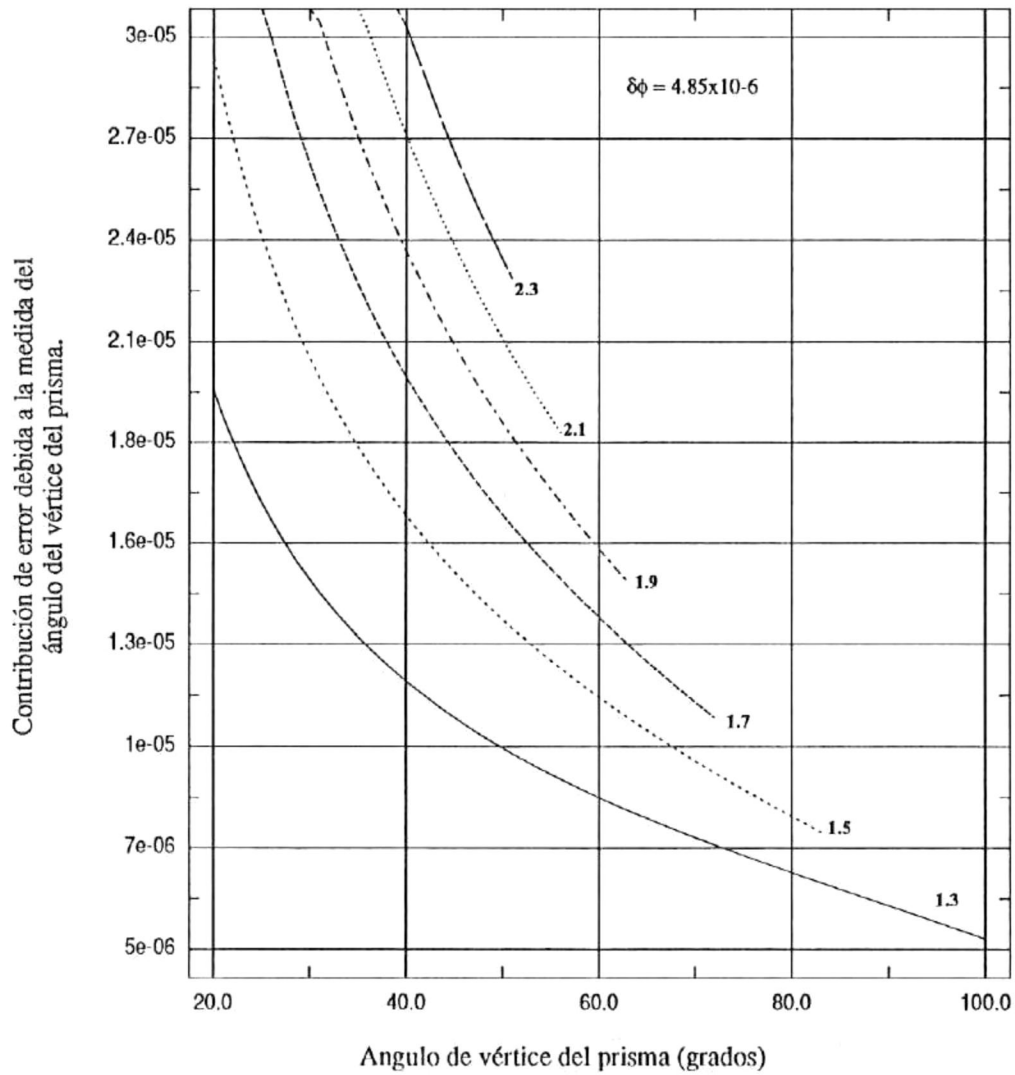


Fig. 5) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud de medida del vértice del prisma.  
La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = 4.85 \times 10^{-6}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

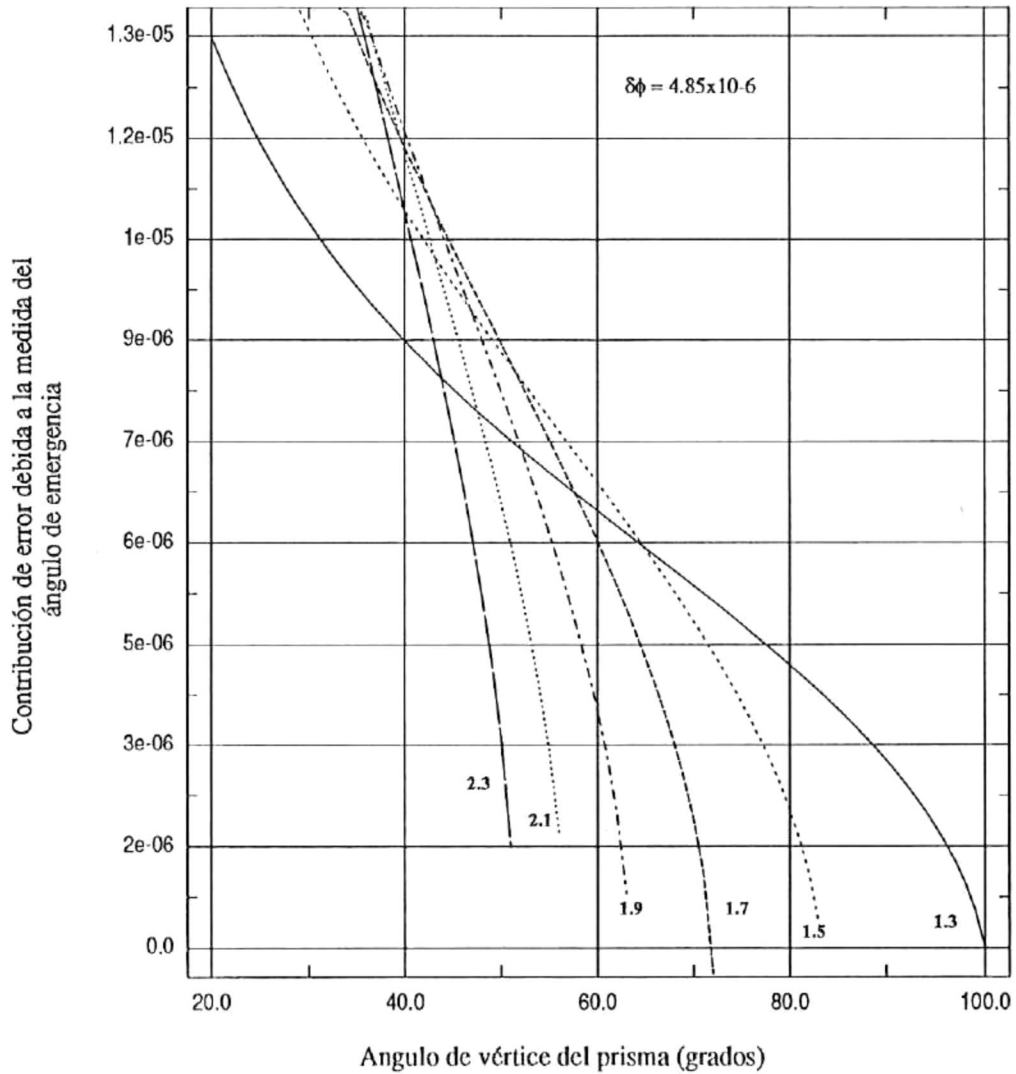


Fig. 6) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, debida a la medida del ángulo de emergencia. La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = 4.85 \times 10^{-6}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

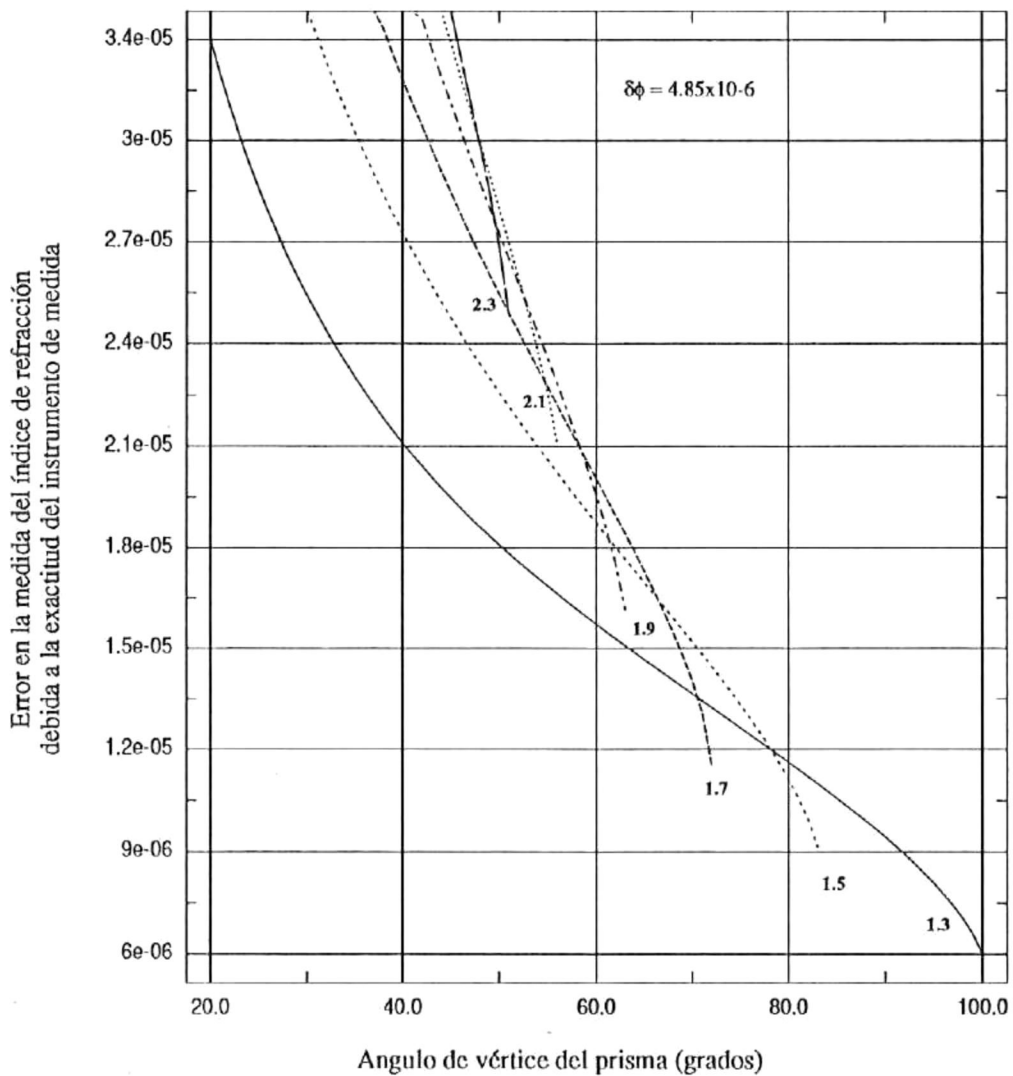


Fig. 7) En esta gráfica se muestran los valores para el error en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida.  
 La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = 4.85 \times 10^{-6}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

#### 2.4.2 GONIOMETRO KLINGER.

En esta sección se dan los resultados obtenidos al evaluar la exactitud límite de medida en el **índice de refracción**, debida a la exactitud de un goniómetro que utiliza una montura rotatoria **Klinger**.

Usando la ecuación (14), se calculó la contribución al error dada por la exactitud con que se mide el ángulo del vértice del prisma,  $A$ . Los resultados obtenidos para **índices de refracción** entre 1.3 y 2.3, ángulo  $A$  entre  $20^\circ$  y  $100^\circ$  y un goniómetro con una exactitud de  $\pm 30 \text{seg}$  de arco, se muestran en la Fig. (8).

La contribución al error asociado a la medición del ángulo de emergencia ecuación (15), para valores de  $A$  y  $N$  en el mismo intervalo, se calcularon para el goniómetro **Klinger** y se muestran en la Fig. (9).

De las Figs. (8) y (9) es posible observar que de nuevo ambos errores son comparables, por lo que no es posible despreciar la contribución de uno de ellos respecto al otro, si se utiliza el mismo goniómetro para medir los ángulos  $A$  y  $\theta$ .

El error total en la evaluación del **índice de refracción** de la muestra, debido a la exactitud de este goniómetro se muestra en la Fig. (10), para diferentes valores del ángulo del vértice del prisma  $A$ . Cada curva corresponde al igual que en los casos anteriores, a un **índice de refracción** distinto de la muestra.

Con este instrumento el intervalo de exactitud varía en un orden de magnitud, quedando entre  $\pm 1 \times 10^{-4}$  para **índices de refracción** inferiores a 1.5 y  $\pm 6 \times 10^{-4}$  para  $N=2.3$ .

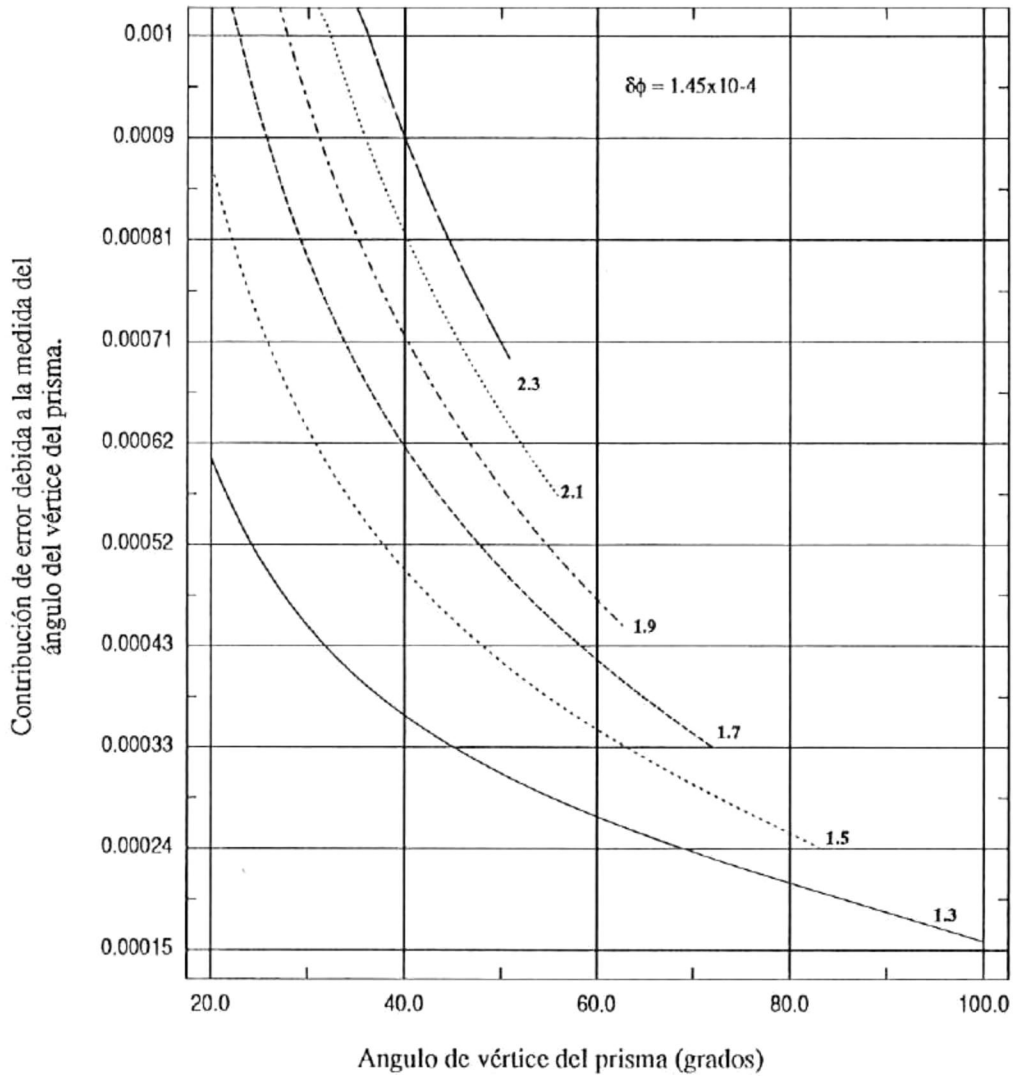


Fig. 8) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud de medida del vértice del prisma.

La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = 1.45 \times 10^{-4}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

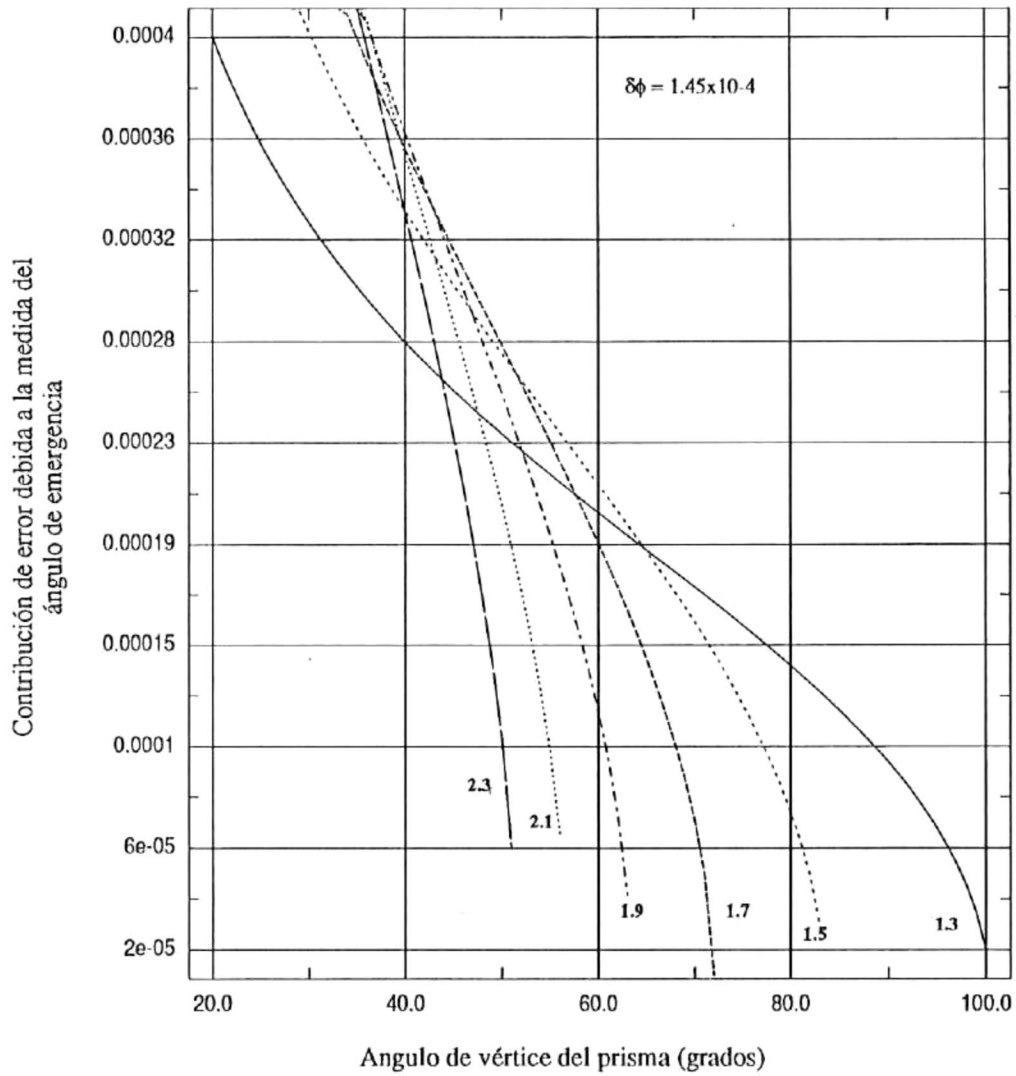


Fig. 9) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, debida a la medida del ángulo de emergencia. La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = 1.45 \times 10^{-4}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

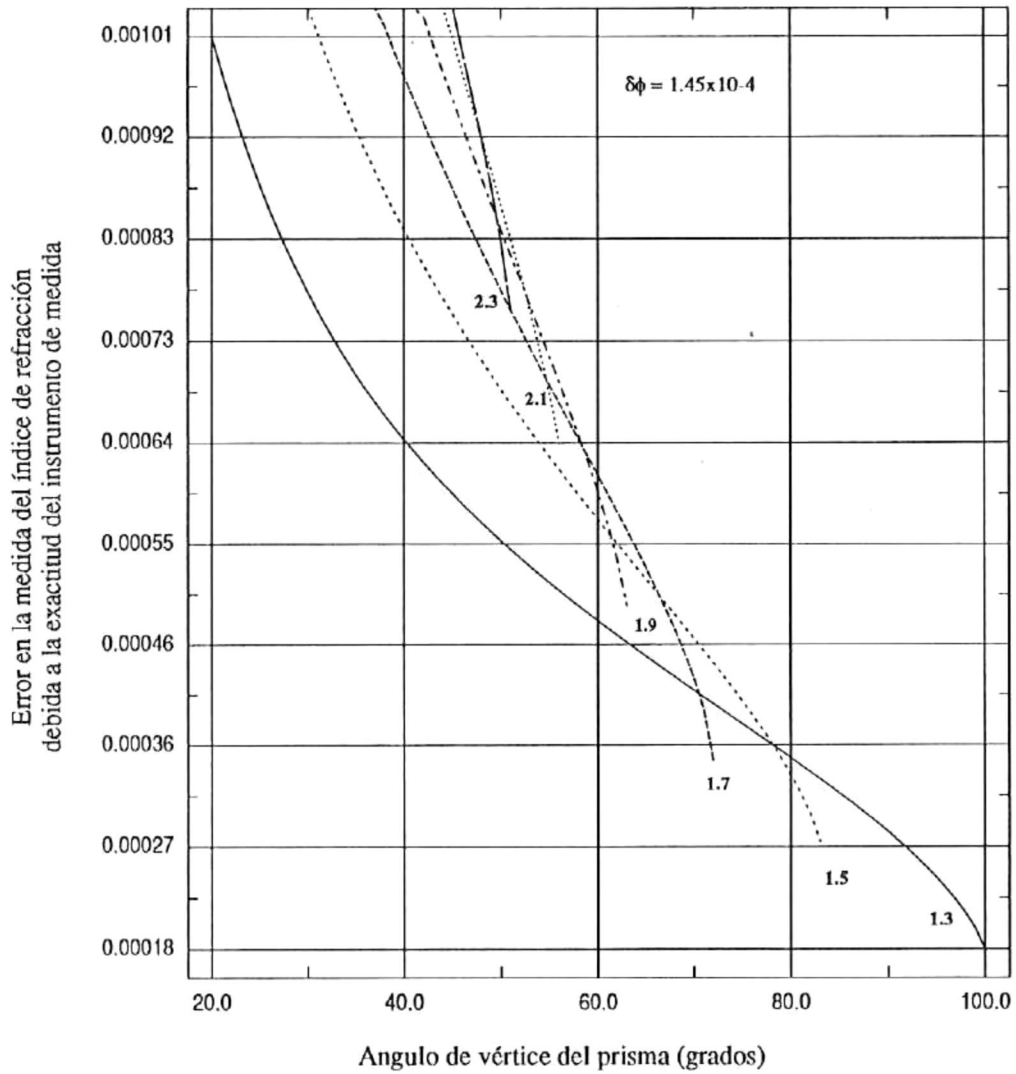


Fig. 10) En esta gráfica se muestran los valores para el error en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida.

La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = 1.45 \times 10^{-4}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

### 2.4.3 GONIOMETRO EALING.

El goniómetro Ealing es un instrumento diseñado para aplicarse en actividades docentes. La exactitud de medida obtenida experimentalmente es de  $\pm 20min$  de arco. Considerando este valor para la exactitud en la medida de los ángulos  $A$  y  $\theta$  se obtuvieron las gráficas de las Figs. (11) y (12), para la propagación de error en la determinación del índice de refracción de la muestra.

El error total en la medida de  $N$ , asociado en la exactitud del goniómetro, queda en este caso entre  $\pm 1 \times 10^{-3}$  para  $N=1.3$  y  $\pm 3 \times 10^{-2}$  para  $N=2.3$ , como se muestra en la Fig. (13). Este valor supone el uso de la muestra homogénea e isotrópica.

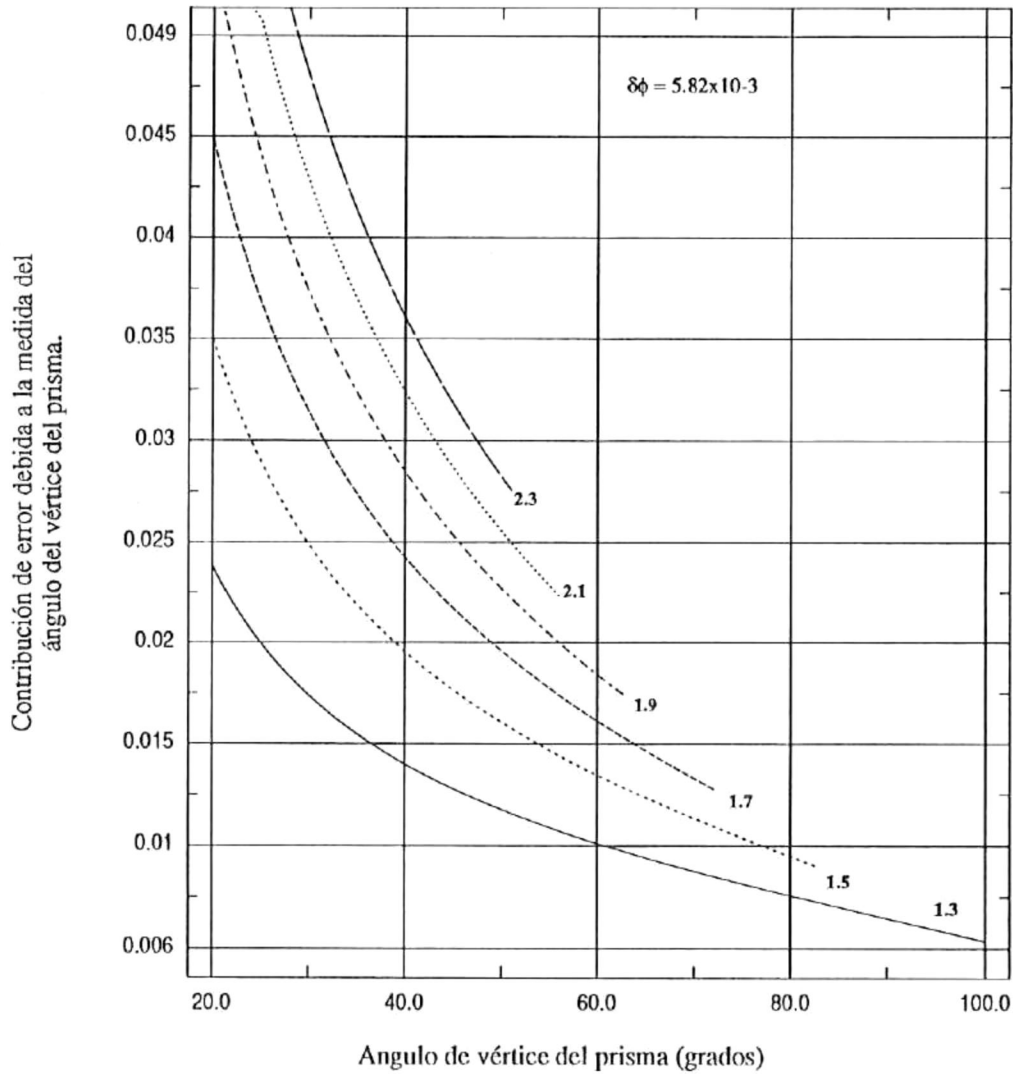


Fig. 11) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud de medida del vértice del prisma.  
 La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = 5.82 \times 10^{-3}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

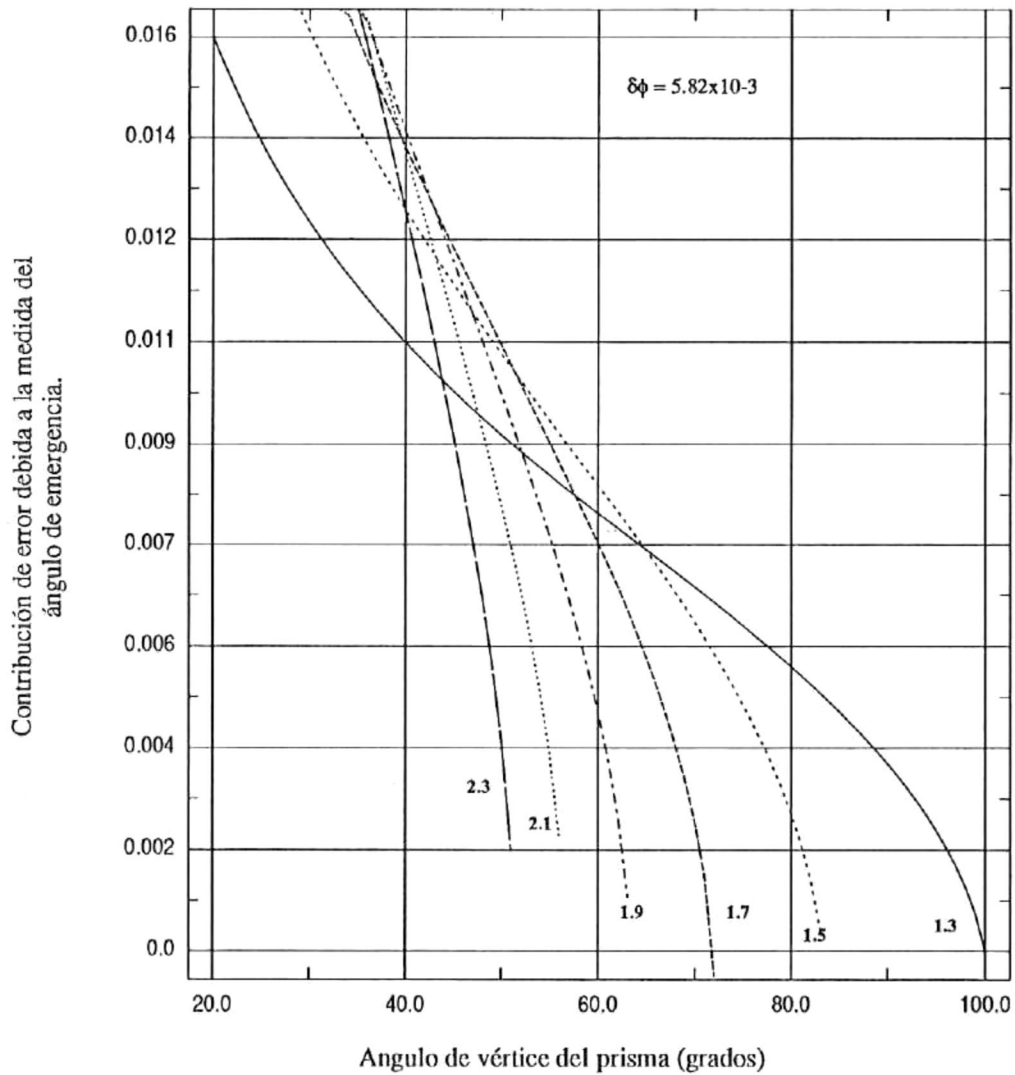


Fig. 12) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, debida a la medida del ángulo de emergencia. La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = 5.82 \times 10^{-3}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

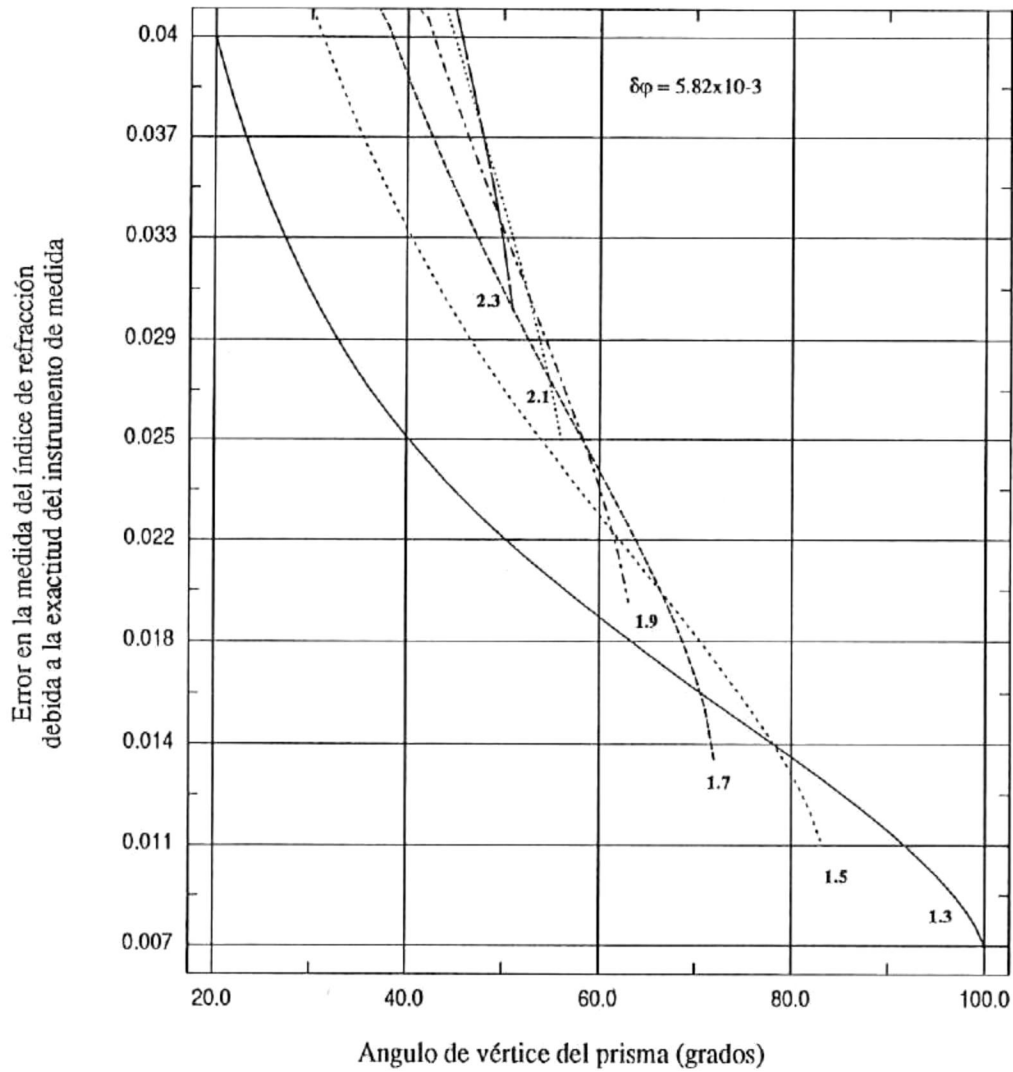


Fig. 13) En esta gráfica se muestran los valores para el error en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida.

La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = 5.82 \times 10^{-3}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

## 2.5 CONTRIBUCION AL ERROR DEBIDO A LA FALTA DE PLANICIDAD EN LAS SUPERFICIES DE LA MUESTRA.

El modelo que se utiliza para medir la falta de planicidad en la superficie de trabajo de la muestra se da en la Fig. (14). En la primer superficie el ángulo al cual se presenta la reflexión interna total es siempre el mismo, independientemente de los cambios de pendiente. El rayo que satisface la condición de **reflexión interna total**, llega a la superficie de salida formando un ángulo de incidencia  $\beta$  que satisface la ecuación (1)

$$\beta = A - i_c \quad (16)$$

debido a la falta de planicidad  $A$  varía. Si  $\partial A_p$  representa el valor del cambio en la pendiente en cada cara, entonces se tiene que:

$$\beta = A \pm \partial A_p - i_c \quad (17)$$

Si además se toma en cuenta la contribución de la falta de planicidad en la refracción de la segunda cara del prisma, el ángulo  $\theta$  va a estar dado por la ecuación (3):

$$\theta = \arcsen \left[ N \sen(\beta) \right] \quad (18)$$

Para considerar la contribución a la falta de planicidad en las dos superficies se usa la ecuación (9). Diferenciándola se obtiene el cambio en  $\theta$ , asociado a cambios en  $A$ , ocasionados por la falta de planicidad. Si las pendientes varían, tenemos que en la primer cara, este cambio en la pendiente tiene un valor de  $\pm \partial A_p$  y en la segunda cara si la tolerancia para la planicidad es la misma, es también  $\pm \partial A_p$ , por lo que obtenemos:

$$\partial \theta_p = \left| \frac{\sqrt{N^2 - 1} \cos(A) + \sen(A)}{\cos(\theta)} 2\partial A_p \right| = K_3 \partial A_p \quad (19)$$

Entonces debido a la falta de planicidad se tiene una dispersión en los valores de  $A$ ,  $\Delta A_p$  dada por:

$$\Delta A_p = \pm 2\partial A_p \quad (20)$$

Los valores de  $\partial A_p$  para las tolerancias de pulido más usadas se dan en la Tabla 2.

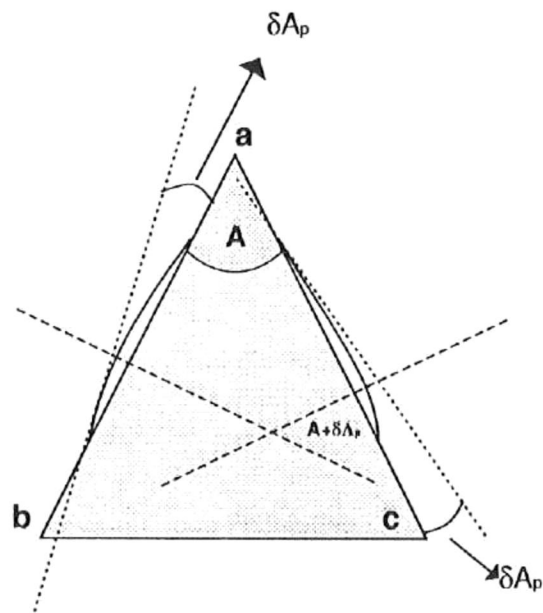


Fig. 14)\_ La falta de planicidad en las caras de trabajo de la muestra hace que el ángulo del vértice tenga valores diferentes para diferentes zonas del prisma.

TABLA 2. Variación de la pendiente de una superficie debido a la falta de planicidad.

TOLERANCIA DE PLANICIDAD	$\partial A_p$
$\frac{\lambda}{20}$	$2.00 \times 10^{-7}$ Rad
$\frac{\lambda}{10}$	$3.00 \times 10^{-6}$ Rad
$2\lambda$	$1.45 \times 10^{-4}$ Rad

## 2.6 EVALUACION DE LA CONTRIBUCION AL ERROR DEBIDO A LAS TOLERANCIAS DE FABRICACION DE LA MUESTRA.

El error total en la medida del **índice de refracción** está dado por:

$$\partial N = K_1(\partial\theta_I + \partial\theta_p) + K_2(\partial A_I + \partial A_p) \quad (21)$$

donde  $\partial\theta_I$  es el error en la medida del ángulo  $\theta$ , debido a la exactitud del instrumento con que se miden los ángulos y  $\partial A_I$  es el error en la medida del ángulo  $A$ , debido también a la exactitud del goniómetro.

Para calcular  $\partial\theta_I$  y  $\partial A_I$  se mide el ángulo  $\theta$  que se localiza en la posición de las normales  $\phi_1$  y el ángulo de salida de la luz  $\phi_2$ . El valor de  $\theta$  se obtiene usando la ecuación:

$$\theta = \left| \phi_2 - \phi_1 \right| \quad (22)$$

donde el error está dado por:

$$\partial\theta_I = \delta\phi_2 + \delta\phi_1 \quad (23)$$

En esta ecuación,  $\delta\phi_2$  y  $\delta\phi_1$  son los errores en la medida de los ángulos  $\phi_1$  y  $\phi_2$ , respectivamente. Si se considera que el goniómetro usado mide con la misma exactitud cualquier ángulo,  $\delta\phi_2 = \delta\phi_1 = \delta\phi$  se tiene que:

$$\partial\theta_I = 2\delta\phi \quad (24)$$

Para medir el ángulo  $A$ , se localizan las dos normales a las superficies del prisma  $\phi_3$  y  $\phi_4$ . El ángulo  $A$  está dado por:

$$A = \pi - \left| \phi_3 - \phi_4 \right| \quad (25)$$

por lo que el valor del error propagado es:

$$\partial A_I = \delta \phi_3 + \delta \phi_4 \quad (26)$$

Considerando que estos ángulos se miden con el mismo instrumento,

$$\delta \phi_3 = \delta \phi_4 = \delta \phi \quad (27)$$

por lo tanto tenemos que:

$$\partial A_I = 2\delta \phi \quad (28)$$

Sustituyendo en la ecuación (21), las ecuaciones (24) y (28) tenemos que:

$$\partial N = K_1(2\delta \phi + K_3 \partial A_p) + K_2(2\delta \phi + 2\partial A_p) \quad (29)$$

Con el fin de seleccionar adecuadamente la planicidad requerida por las muestras al usar cada goniómetro, se calculó la contribución de error en la medida del **índice de refracción** debido a la tolerancias de  $\lambda/20$ ,  $\lambda/10$  y  $2\lambda$ . Para ello se usó la relación:

$$\partial N = (K_1 K_3 + 2K_2) \partial A_p \quad (30)$$

que es la parte correspondiente a la contribución de la planicidad, de la ecuación (29). Los resultados obtenidos se muestran en las gráficas de las Figs. (15), (16) y (17). Puede observarse de la Fig. (15), que los valores son inferiores para  $N < 2.3$ , por lo tanto la influencia de la planicidad es despreciable para una muestra pulida a  $\lambda/20$  al usar cualquiera de los goniómetros propuestos.

Para un goniómetro **Moller-Wedel** es interesante verificar esta afirmación y observar el cambio en el error propagado al usar una muestra pulida a  $\lambda/10$ .

Los resultados que consideran el error en la propagación del **índice de refracción** al usar una muestra pulida a  $\lambda/10$ , se muestran la Fig. (16). Los valores son comparables a la medida estándar  $\pm 3 \times 10^{-5}$  para valores altos del **índice de refracción** ( $N \approx 2.3$ ) y a la medida de precisión  $\pm 1 \times 10^{-5}$  para  $N \leq 1.5$ .

En el caso de un goniómetro **Klinger** debe esperarse que el error propagado debido a la falta de planicidad para una muestra pulida a  $\lambda/10$ , sea despreciable, mientras que una muestra pulida a  $2\lambda$  debe alterar la exactitud de medida dada por el instrumento.

Para un goniómetro **Ealing** (exactitud de medida 20 min de arco) el error debido a una tolerancia de  $2\lambda$  en la planicidad de la muestra debe ser despreciable (ver tabla 2).

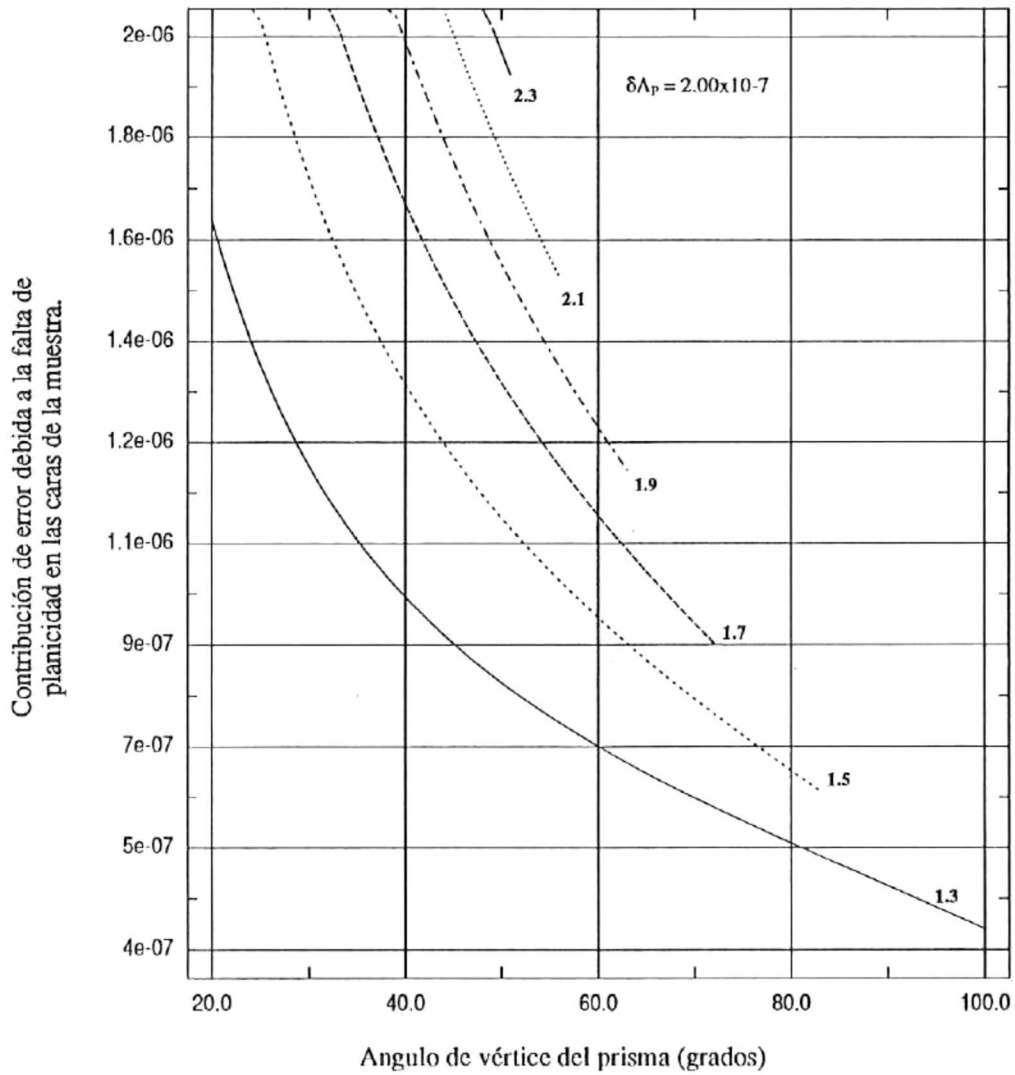


Fig. 15) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, debida a la falta de planicidad de la muestra.

La tolerancia en la planicidad es  $\lambda/20$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

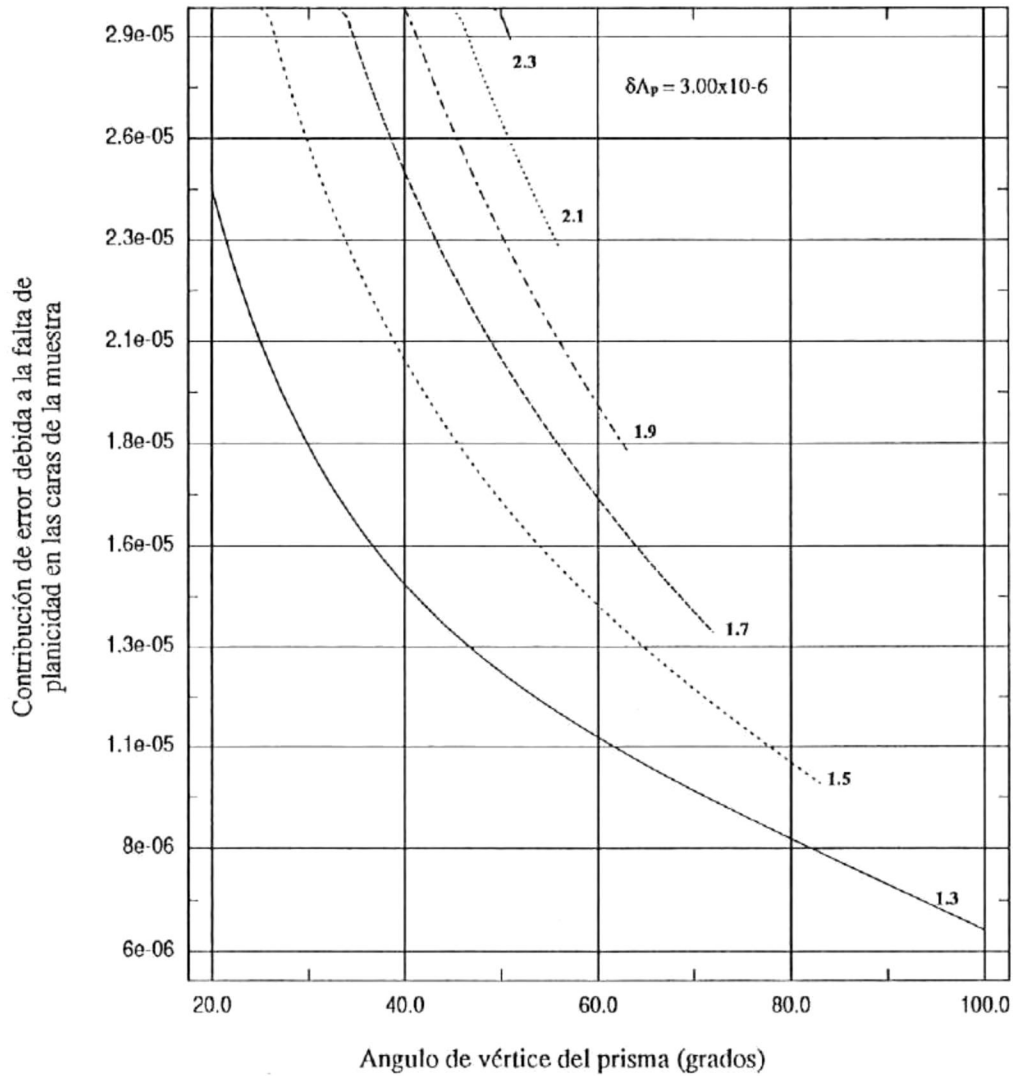


Fig. 16) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, debida a la falta de planicidad de la muestra.

La tolerancia en la planicidad es  $\lambda/10$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

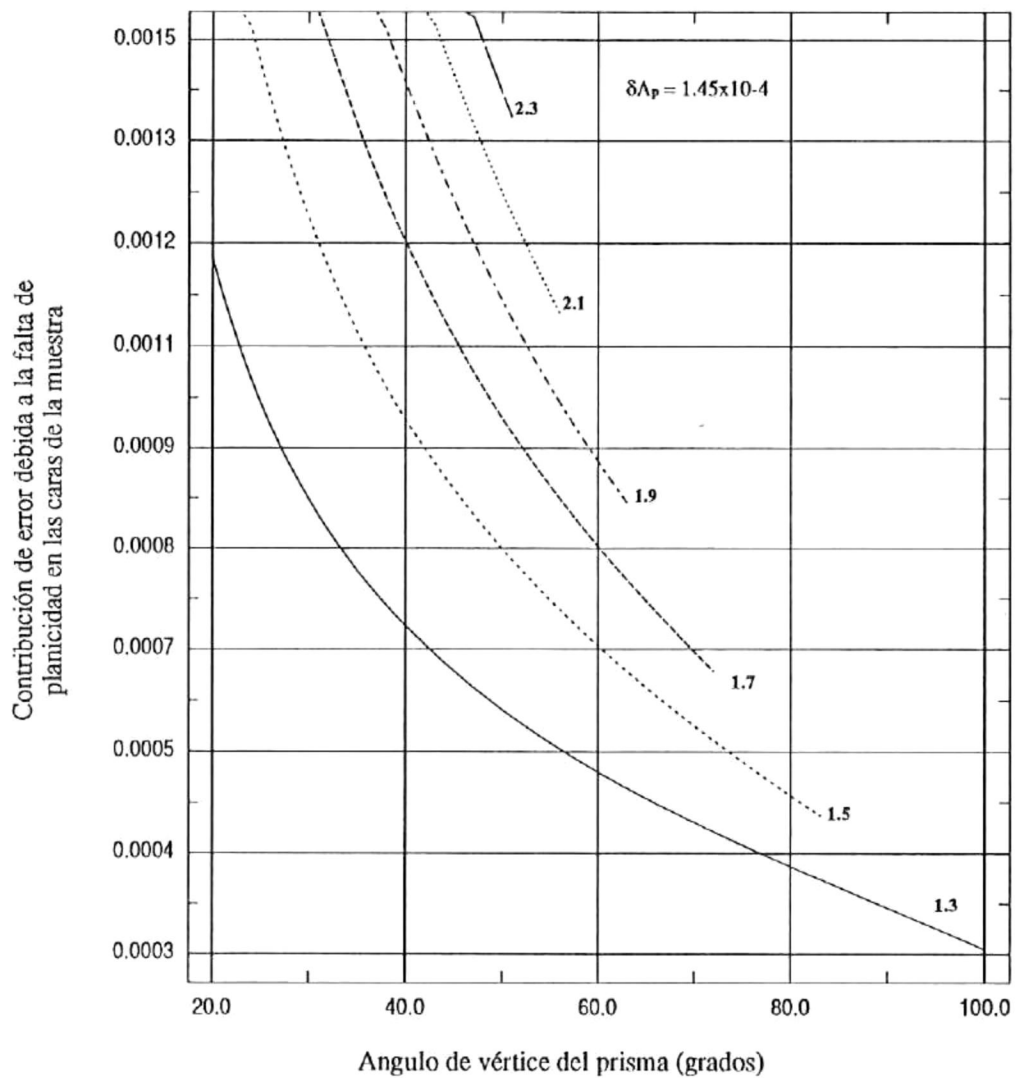


Fig. 17) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, debida a la falta de planicidad de la muestra.

La tolerancia en la planicidad es  $2\lambda$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

## 2.7 ERROR EN LA MEDIDA DIRECTA DEL INDICE DE REFRACCION USANDO REFLEXION INTERNA TOTAL.

La ecuación (29) representa el error en la determinación del índice de refracción de la muestra debido tanto a la exactitud de la técnica de medida, como a las tolerancias de fabricación de la muestra.

A continuación se calcula su valor para cada uno de los tipos de goniómetro seleccionados y para diferentes tolerancias en la planicidad de las caras de trabajo de la muestra:  $\lambda/20$ ,  $\lambda/10$  y  $2\lambda$ ; donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz usada para evaluar la planicidad de la superficie.

### 2.7.1 GONIOMETRO MOLLER-WEDEL.

Este instrumento mide ángulos con una exactitud de  $\pm 1 \text{seg}$  de arco, por lo que sustituyendo  $\partial\phi = \pm 4.85 \times 10^{-6}$  rad, se obtienen para una muestra pulida a  $\lambda/20$ , los resultados de la Fig. (18). Puede observarse que usando esta técnica es posible medir el índice de refracción, de muestras de vidrio óptico a  $\pm 1 \times 10^{-5}$  (medida de precisión) para  $N < 1.6$ .

Desde el punto de vista teórico esta técnica supera en exactitud a la de desviación mínima, ya que la contribución de la falta de planicidad produce un incremento mayor en el error total, para la técnica de desviación mínima (Tentori y Lerma, 1990). Aunque la pendiente de la curva es tan grande que en la práctica puede resultar mejor que la técnica de desviación mínima debido a la forma tan lenta en que varían sus curvas de error.

Cuando la muestra se pule a  $\lambda/10$  (Fig. 19), sólo es posible medir a  $\pm 3 \times 10^{-5}$ , medida estándar, para  $N \leq 1.7$ .

Si la muestra se pule a  $2\lambda$  (Fig. 20), la contribución de error debido a la falta de planicidad domina, siendo despreciable la contribución debido a la exactitud del instrumento de medida. El índice de refracción de la muestra sólo puede determinarse a la tercera cifra decimal ( $\pm 1 \times 10^{-5}$ ).

### 2.7.2 GONIOMETRO KLINGER.

El error total debido tanto a la contribución de la exactitud del goniómetro ( $\pm 30 \text{seg}$ ) como a la falta de planicidad en las superficies de trabajo del prisma, se muestra en la Fig. (21) para una muestra pulida a  $\lambda/20$  y en la Fig. (22) para una muestra pulida a  $\lambda/10$ . Las curvas obtenidas para las muestras pulidas a  $\lambda/10$  siguen de manera muy cercana a las reportadas para la exactitud del goniómetro. El error introducido por el pulido de la muestra es despreciable.

Cuando la muestra se pule a  $2\lambda$  en cada cara, la contribución de la planicidad se incrementa (Fig. 23), dominando sobre la contribución al error de medida del goniómetro. Para índices de refracción inferiores a 1.5 el incremento es aún mayor que para valores altos. En este intervalo el error es cinco veces mayor.

Al usar un goniómetro con una precisión de  $\pm 30 \text{seg}$  de arco, una muestra pulida a  $2\lambda$  introduce error considerable en la medida.

### 2.7.3 GONIOMETRO EALING.

En este caso se calcula sólo la contribución de la falta de planicidad debida a una muestra pulida a  $2\lambda$ , al usar un goniómetro Ealing ( $\pm 20min$ ). Los resultados obtenidos se muestran en la Fig. (24), la cual no representa una diferencia apreciable respecto a la Fig. (13).

**Los resultados obtenidos indican que el pulido de la muestra puede tener una tolerancia menos restringida, que  $2\lambda$ , en este caso.**

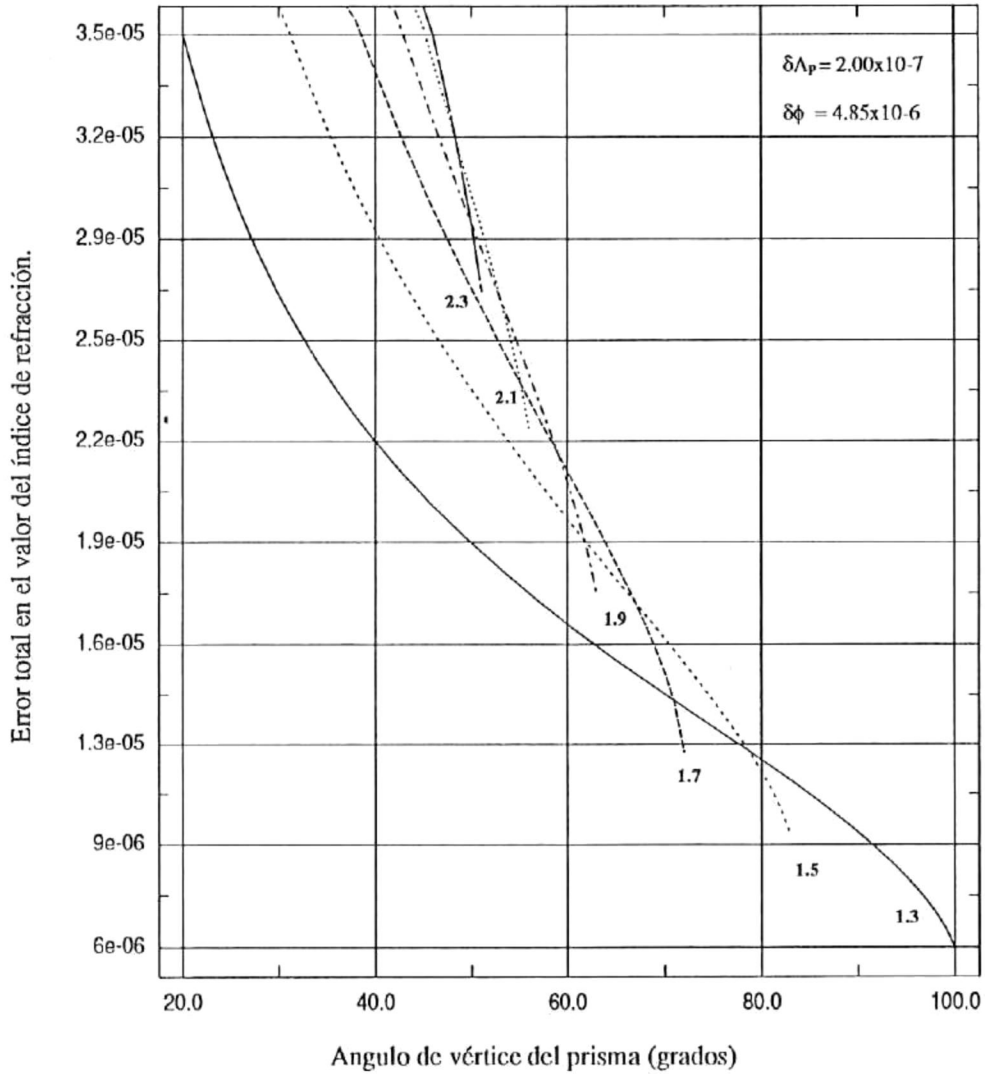


Fig. 18) Error total en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida y la falta de planicidad de la muestra.

La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = +1\text{seg}$  de arco y la muestra está pulida a  $\lambda/20$ .

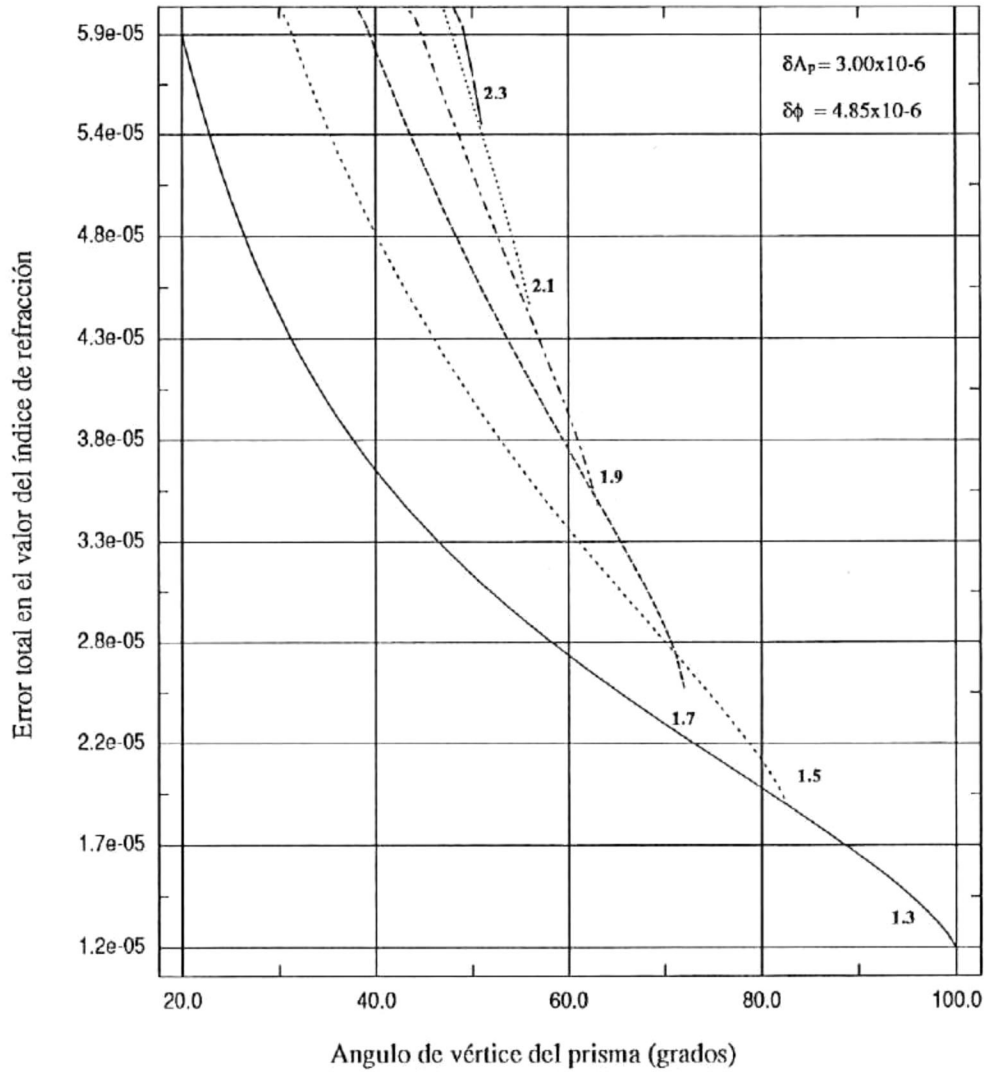


Fig. 19) Error total en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida y la falta de planicidad de la muestra.

La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = +1$ seg de arco y la muestra está pulida a  $\lambda/10$ .

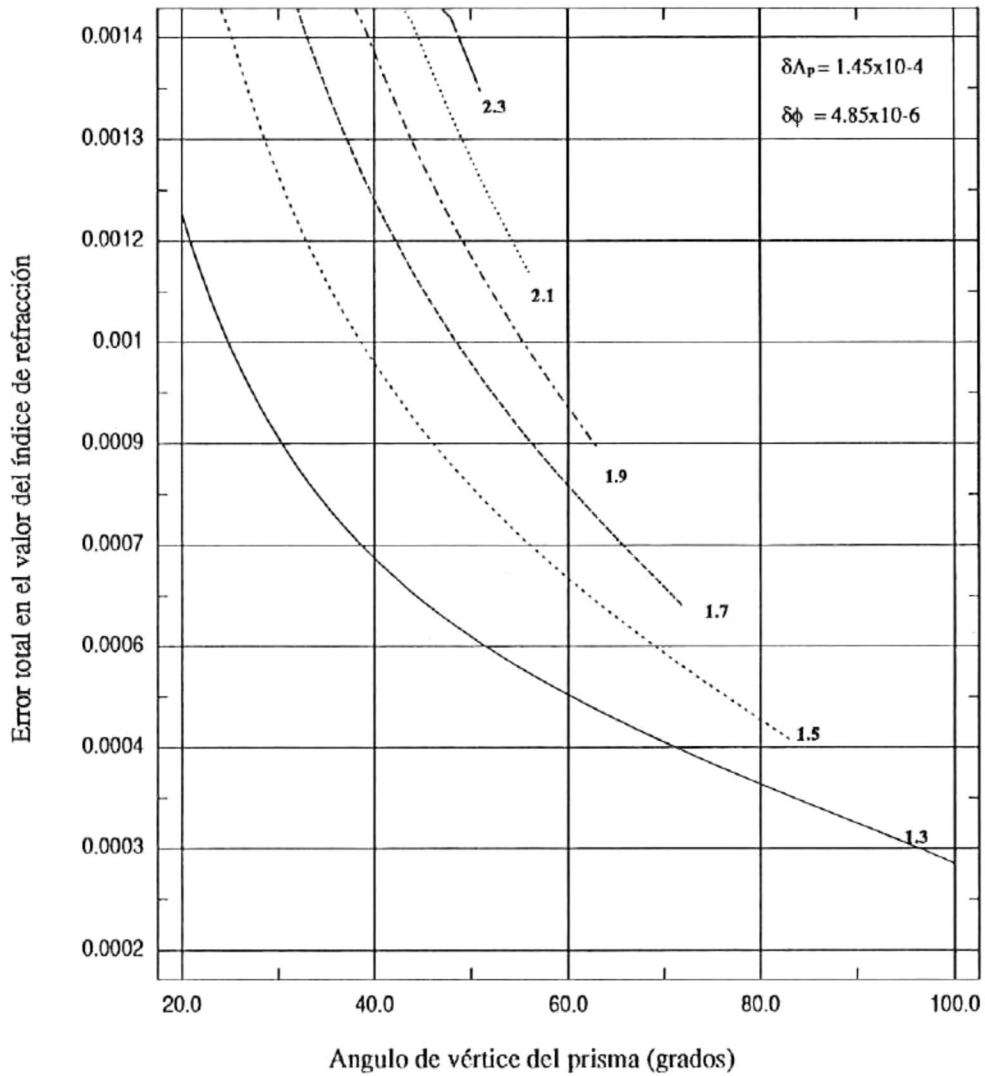


Fig. 20) Error total en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida y la falta de planicidad de la muestra.  
 La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = +1$ seg de arco y la muestra está pulida a  $2\lambda$ .

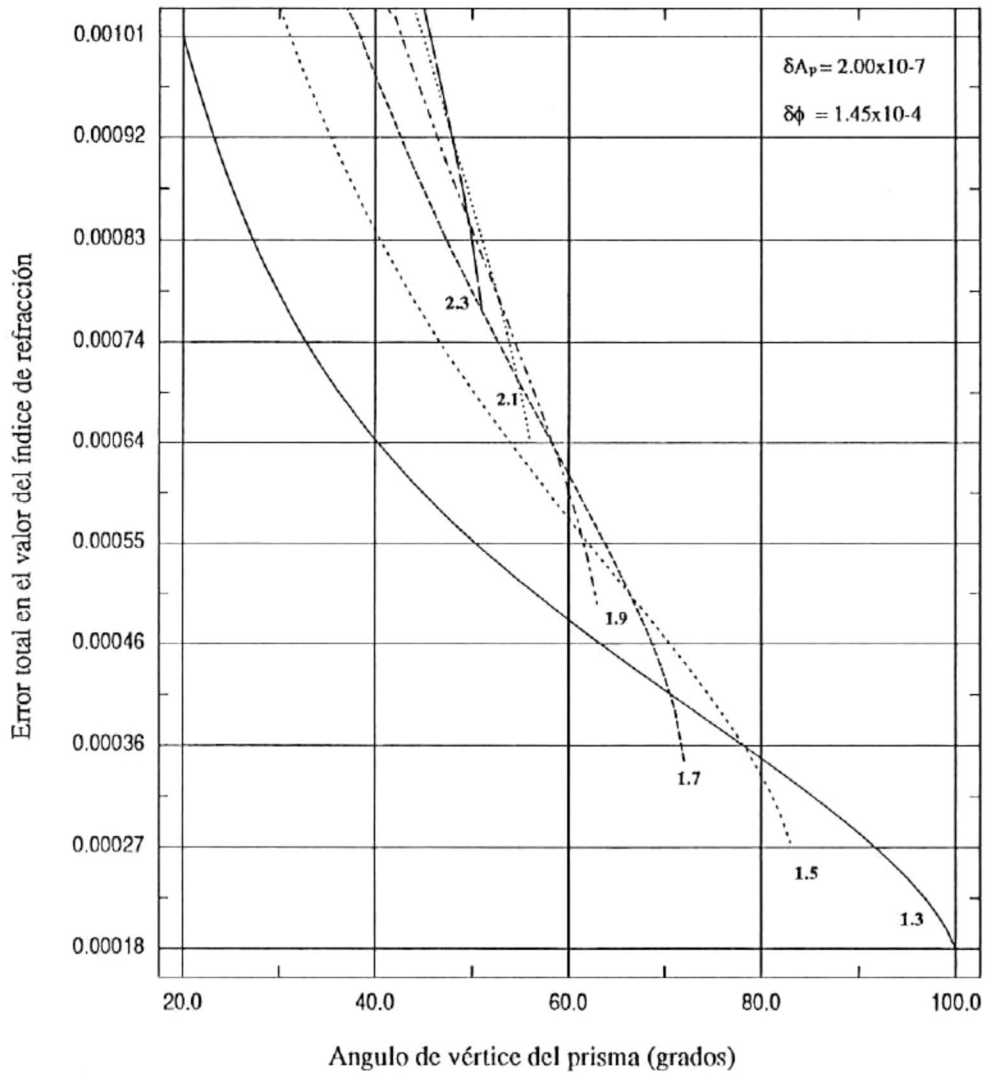


Fig. 21) Error total en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida y la falta de planicidad de la muestra.  
 La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = +30\text{seg}$  de arco y la muestra está pulida a  $\lambda/20$ .

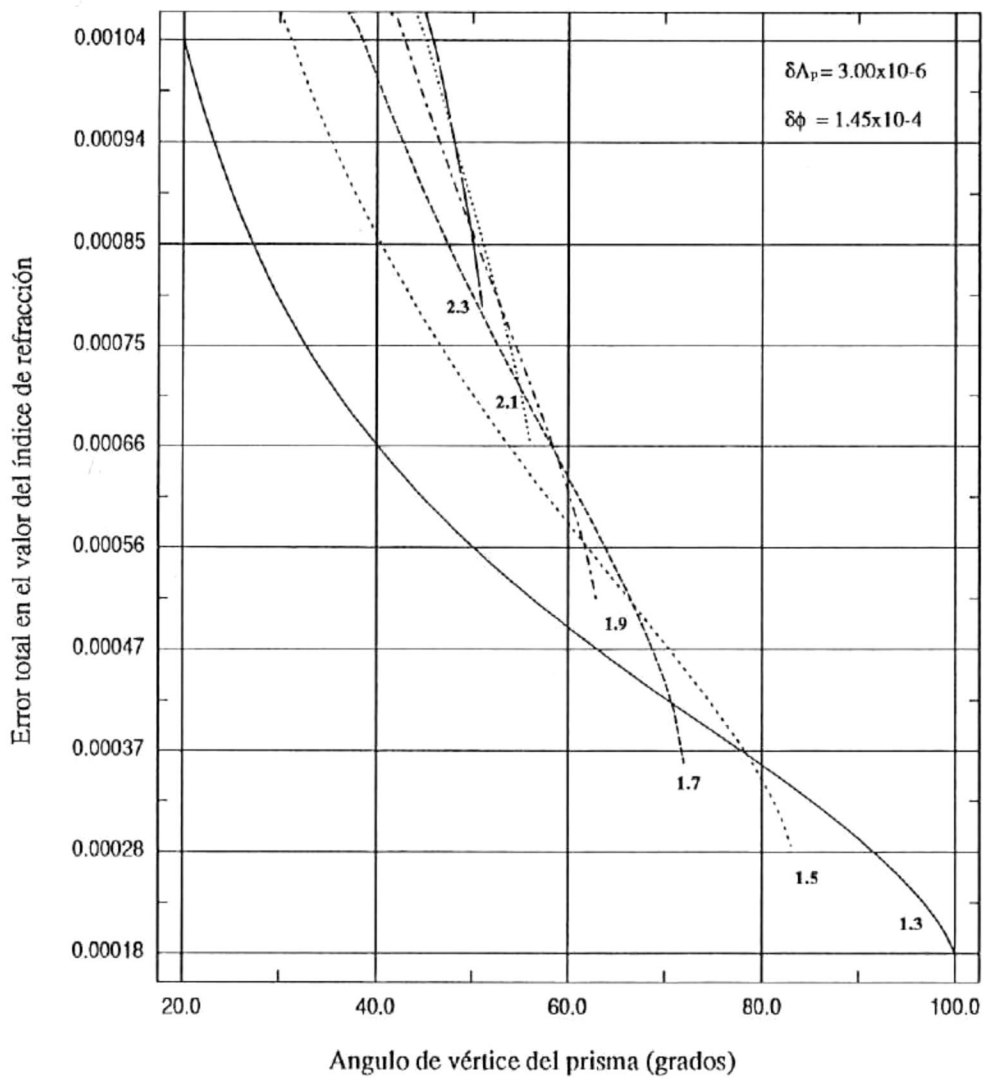


Fig. 22) Error total en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida y la falta de planicidad de la muestra.  
 La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = +30\text{seg}$  de arco y la muestra está pulida a  $\lambda/10$ .

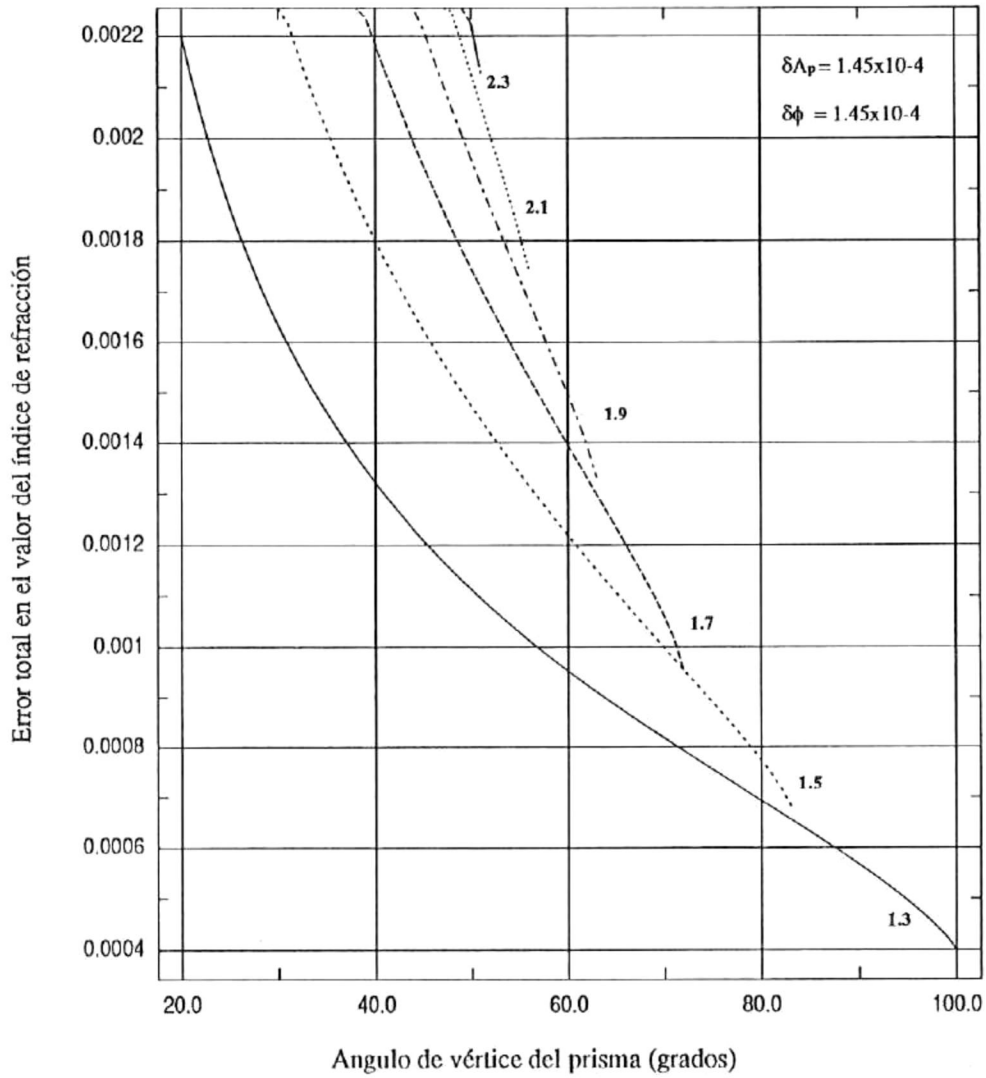


Fig. 23) Error total en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida y la falta de planicidad de la muestra.  
La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = +30\text{seg}$  de arco y la muestra está pulida a  $2\lambda$ .

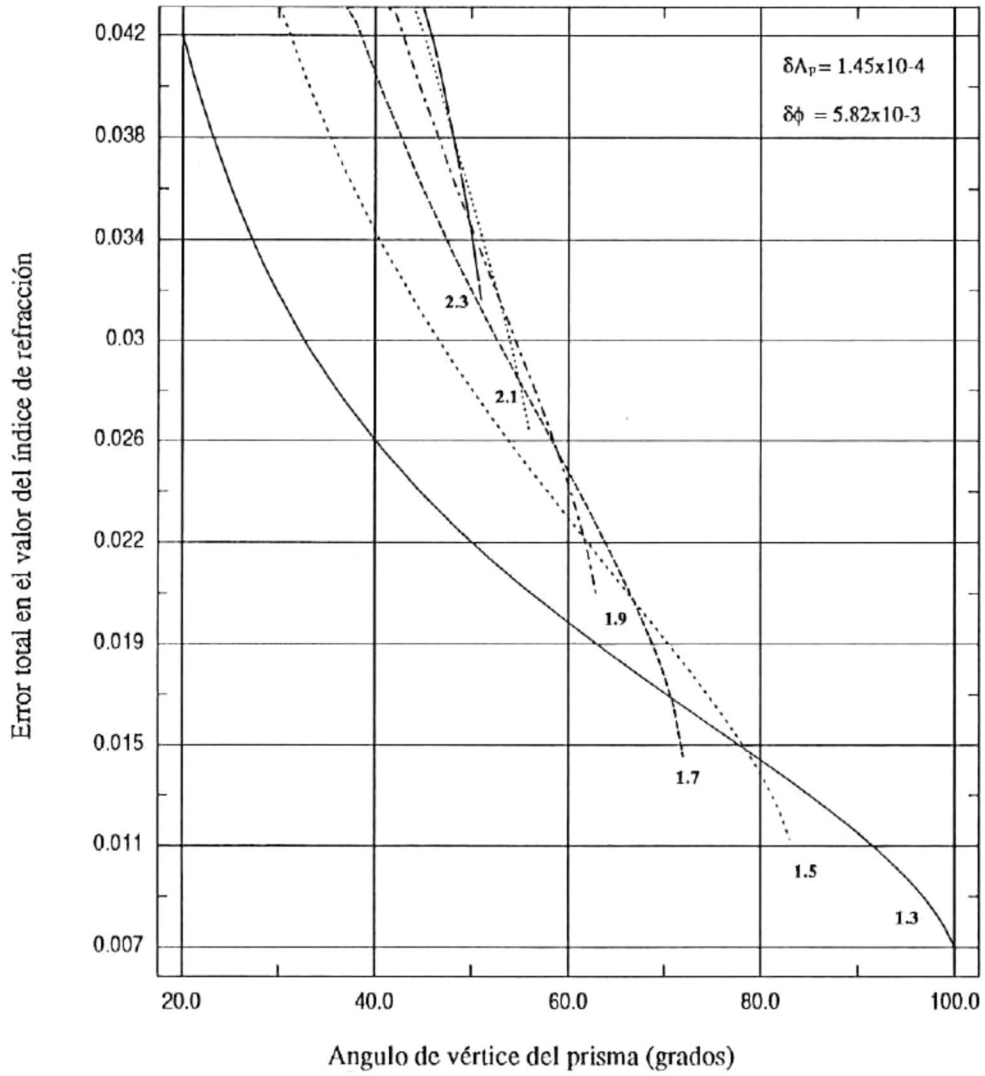


Fig. 24) Error total en la determinación del índice de refracción, debida a la exactitud del instrumento de medida y la falta de planicidad de la muestra.  
 La exactitud del instrumento es  $\delta\phi = +20\text{min}$  de arco y la muestra está pulida a  $2\lambda$ .

## CAPITULO 3

### 3. MEDIDA INDIRECTA DEL INDICE DE REFRACCION POR EL METODO DE REFLEXION INTERNA TOTAL.

#### 3.1 INTRODUCCION.

En este capítulo se calcula la exactitud de medida de la refractometría del **ángulo crítico** como técnica indirecta de medida. Como referencia se utiliza un prisma de **índice de refracción** y **ángulo del vértice** conocido.

La exactitud que es posible alcanzar con esta técnica se determina en base a un modelo matemático de la misma. Los valores se asignan considerando: condiciones prácticas de trabajo, la exactitud de medida de sistemas goniométricos comerciales, las tolerancias de fabricación del prisma de referencia y la exactitud de medida usada para vidrio óptico.

El modelo matemático se elabora a partir del principio de funcionamiento de esta técnica usando trazo de rayos. Los parámetros que introducen errores en este caso son: el **ángulo de emergencia** asociado al **ángulo crítico**, las tolerancias de fabricación del prisma de referencia y el **índice de refracción** del prisma de referencia. Los resultados siguientes se calcularon para valores del **índice de refracción** de  $N=1.3, 1.5, 1.7$  y  $1.9$  y para **ángulos del prisma de referencia** entre  $20^\circ$  y  $\approx 100^\circ$ ; usando el programa del Apéndice (2). Cada uno de ellos se discute en forma independiente.

#### 3.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

En este caso sobre el prisma de referencia se coloca la muestra cuyo **índice de refracción** se desea conocer, Fig. (25). El rayo para el cual se presenta el fenómeno de **reflexión interna total** en la cara **ab** del prisma de referencia, después de reflejarse, incide en la cara **ac** del formando un **ángulo  $\beta$**  con respecto a la normal (Ec. 2).

Entonces el **índice de refracción** de la muestra,  $N_1$ , queda expresado en términos del **índice de refracción** del prisma de referencia,  $N$ , el **ángulo del vértice del prisma de referencia**,  $A$ , y el **ángulo de emergencia**,  $\theta$ , como:

$$N_1 = \text{sen}(A)\sqrt{N^2 - \text{sen}^2\theta} - \text{cos}(A)\text{sen}(\theta) \quad (31)$$

Esta es la ecuación a partir de la cual se determina el valor del **índice de refracción** de la muestra. La contribución de error dada para cada uno de los parámetros que se debe medir se calcula considerando que el cambio en  $N_1$  puede conocerse usando una aproximación lineal de esta ecuación.

Al calcular el error en  $N_1$  debido a cada parámetro es necesario asignar valores al **ángulo del vértice del prisma de referencia**,  $A$ , a su **índice de refracción**,  $N$ , y al **ángulo de emergencia**,  $\theta$ . Para darle mayor sentido a estos cálculos, en vez de trabajar directamente con el **ángulo  $\theta$** , se supone un valor para el **índice de refracción**  $N_1$  de la muestra. Esto hace necesario expresar al **ángulo  $\theta$**  en términos de  $N_1$ ,  $N$  y  $A$ , para lo cual se usa la relación

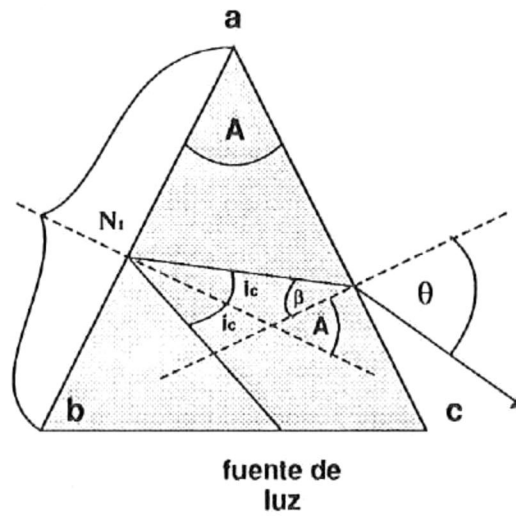


Fig. 25)\_ Trazo de rayos usado para determinar la relación matemática que asocia al ángulo de emergencia  $\theta$ , con el ángulo crítico  $i_c$  y el ángulo del vértice del prisma de referencia  $A$ .

$$\text{sen}(\theta) = \text{sen}(A)\sqrt{N^2 - N_1^2} - N_1\cos(A) \quad (32)$$

obtenida de las ecuaciones (2) y (3).

Ya que el **índice de refracción** de la muestra,  $N_1$ , se determina a partir de  $N$ ,  $\theta$ , y  $A$ ,

$$N_1 = N_1(N, A, \theta) \quad (33)$$

por lo que el error en la medición de estos parámetros se traduce en un error de medida de  $N_1$  dado por:

$$\delta N_1 = \left| \frac{\partial N_1}{\partial N} \right| \delta N + \left| \frac{\partial N_1}{\partial A} \right| \delta A + \left| \frac{\partial N_1}{\partial \theta} \right| \delta \theta \quad (34)$$

El límite de error en la medida del **índice de refracción** del prisma de referencia  $\delta N$  está dado por la técnica usada. La técnica directa de medida utilizada para este fin es la refractometría de desviación mínima. La tolerancia de medida para vidrios ópticos comerciales se da en tabla 3.

TABLA 3. Precisión de medida para el **índice de refracción** de vidrio óptico y vidrio oftálmico.

TIPO DE MEDIDA	$\delta N$
Estándar	$\pm 3.0 \times 10^{-5}$
Precisión	$\pm 1.0 \times 10^{-5}$
Vidrio oftálmico	$\pm 1.0 \times 10^{-3}$

Para la medida del ángulo del vértice del prisma de referencia, el límite de error depende de la exactitud del goniómetro usado y de la tolerancia en la planicidad de las superficies de trabajo del prisma, de acuerdo a la relación:

$$\delta A = \Delta A_p + 2\delta\phi \quad (35)$$

donde  $\Delta A_p$  es la contribución debida a la falta de planicidad, dada por la ecuación (20). La exactitud del goniómetro,  $\delta\phi$ , se da para algunos sistemas goniométricos comerciales en la tabla 1.

En lo que se refiere al ángulo de emergencia,  $\theta$ , el error en su medida se ve también influenciado por la exactitud del goniómetro usado, y la tolerancia de fabricación en la planicidad de las caras del prisma de referencia.

$$\delta\theta = 2\phi + \left| \frac{\partial\theta}{\partial A} \right| \Delta A_p \quad (36)$$

De la ecuación (32),

$$\left| \frac{\partial\theta}{\partial A} \right| = \sqrt{N^2 - N_1^2} \cos(A) + N_1 \operatorname{sen}(A) \quad (37)$$

El cambio en el valor del ángulo del vértice debido a la falta de planicidad,  $\Delta A_p$ , está dado por la ecuación (20). Sus valores para diferentes tolerancias de planicidad se calculan a partir de la tabla 2.

### 3.3 CONTRIBUCION AL ERROR EN LA DETERMINACION DEL INDICE DE REFRACCION DEBIDA A LA CONTRIBUCION DEL INDICE DE REFRACCION DEL PRISMA DE REFERENCIA.

Para calcular la contribución de error producida por la tolerancia de medida usada para el índice de refracción del prisma de referencia, se usa la siguiente ecuación:

$$\delta N_1(N) = \left| \frac{N \operatorname{sen}(A)}{\sqrt{N^2 - \operatorname{sen}^2\theta}} \right| \delta N \quad (38)$$

obtenida a partir de la ecuación (31). Se dan valores para A comprendidos entre  $20^\circ$  y  $80^\circ$ , el índice de refracción del prisma de referencia se toma como  $N = 1.9$ . En las gráficas de la Fig. (26) N, varía toma los valores 1.3, 1.5, 1.7 y 1.9, y  $\delta N = \pm 1 \times 10^{-5}$ . En la Fig. (27) las curvas corresponden a los mismos valores de A,  $N_1$  y N, pero  $\delta N = \pm 3 \times 10^{-5}$ . Para la Fig. (28) las curvas corresponden a los mismos valores de A,  $N_1$ , y N, para  $\delta N = \pm 1 \times 10^{-3}$ .

Puede observarse que el error debido a la tolerancia en la calibración del índice de refracción de referencia es menor para ángulos del vértice del prisma pequeños.

En este caso el error propagado se reduce: su valor es ligeramente inferior al error dado por la tolerancia de calibración, por lo que para un índice de refracción medido a  $\pm 1 \times 10^{-5}$ , el error es menor que este valor. En base a los resultados de las Figs. (27) y (28), se tiene que los valores deseables para el ángulo A, son inferiores a los  $50^\circ$ .

Aunque se presenta una reducción en el valor del error propagado, ésta no es suficiente para llegar al valor de  $\pm 1 \times 10^{-5}$ , cuando el error en la calibración es de  $\pm 3 \times 10^{-5}$  Fig. (27). Para vidrio oftálmico esta contribución de error es menor de  $\pm 1 \times 10^{-3}$ , Fig. (28).

En las Fig. (29), (30) y (31) se muestran los resultados obtenidos cuando el prisma de referencia tiene un índice de refracción menor,  $N = 1.5$ . Ya que en este caso sólo pueden medirse muestras con un índice de refracción menor de 1.5,  $N_1 = 1.3, 1.5$ . Los valores de la Fig. (29) corresponden a  $\delta N = \pm 1 \times 10^{-5}$ , los de la Fig. (30) a  $\delta N = \pm 3 \times 10^{-5}$  y los de la Fig. (31) a  $\delta N = \pm 1 \times 10^{-3}$ .

En este caso la contribución de error obtenida en las Figs. (29), (30) y (31), tiene valores mayores para el mismo ángulo del prisma, que los calculados para las Figs. (26), (27) y (28). Por lo tanto, en lo que a la contribución de error de este parámetro se refiere, resulta más conveniente tener un prisma de referencia con un índice de refracción lo más alto posible; y trabajar con prismas de referencia con un ángulo del vértice pequeño.

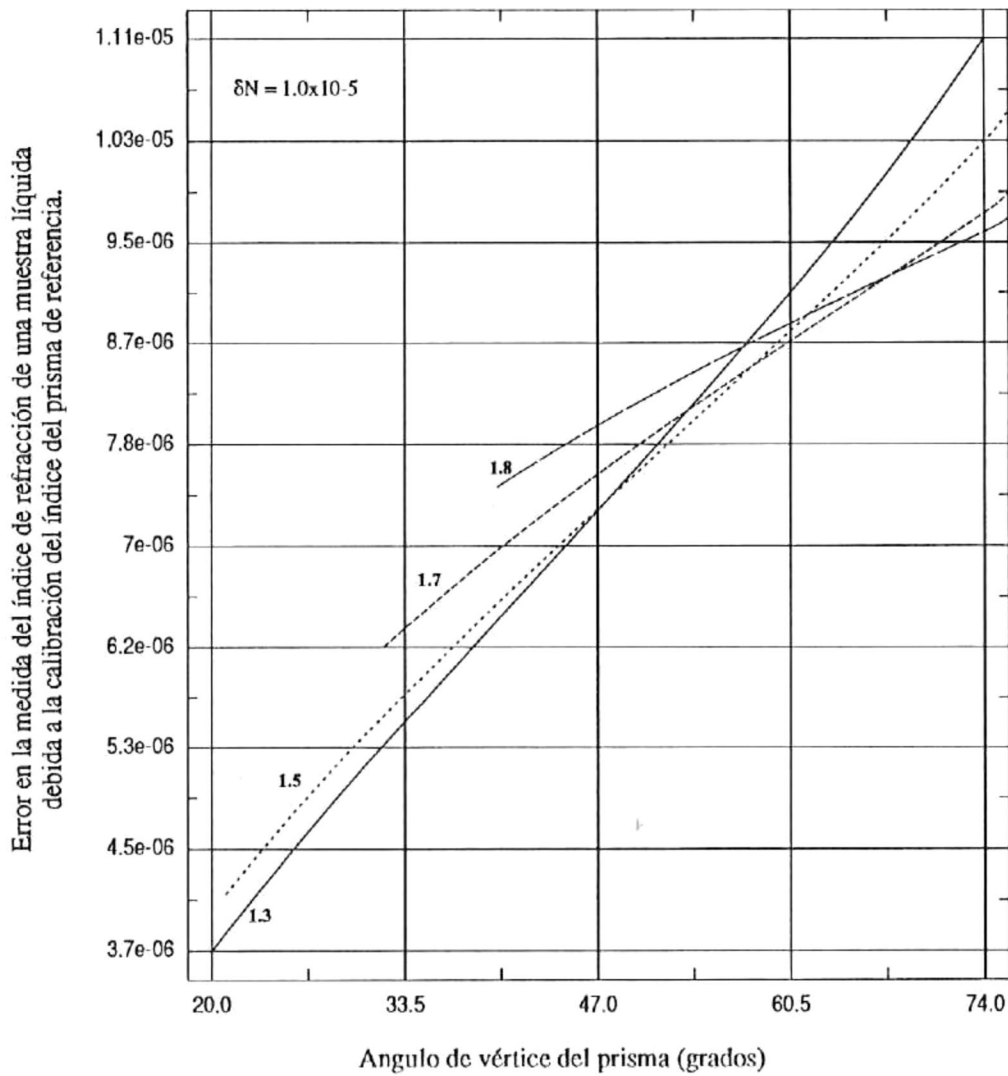


Fig. 26) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la calibración del índice de refracción del prisma de referencia,  $N=1.9$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción del prisma de referencia a la medida de calibración de  $\delta N=1.0 \times 10^{-5}$ .

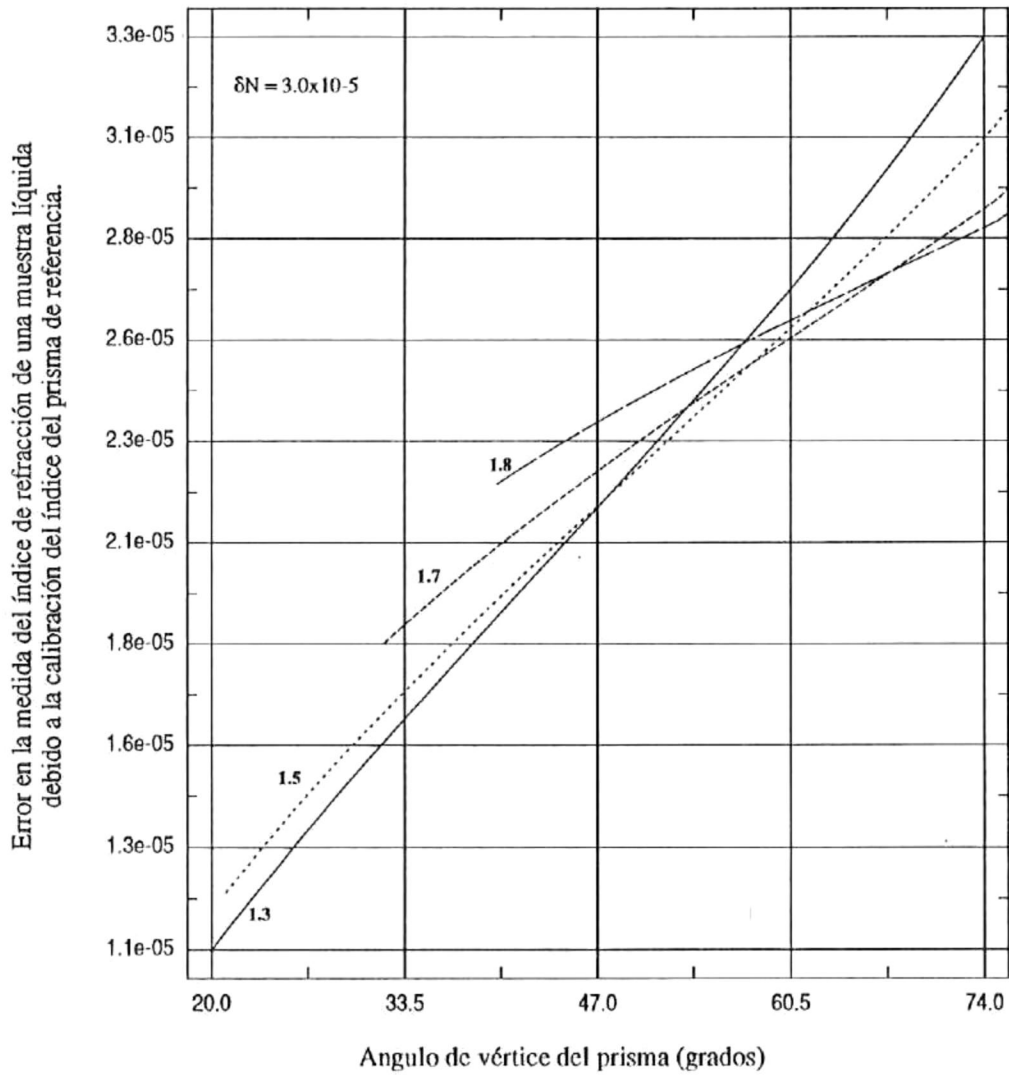


Fig. 27) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la calibración del índice de refracción del prisma de referencia,  $N=1.9$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción del prisma de referencia a la medida de calibración de  $\delta N=3.0 \times 10^{-5}$ .

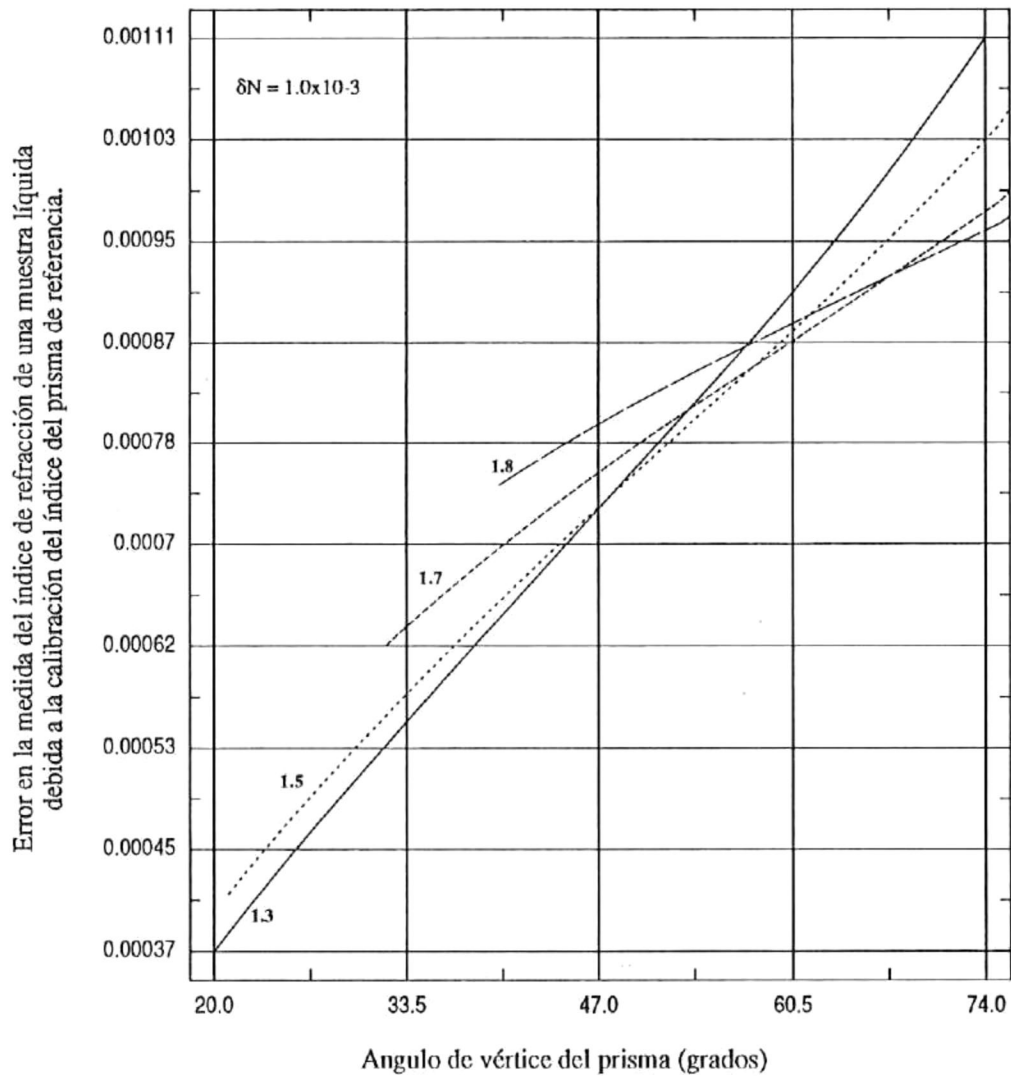


Fig. 28) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la calibración del índice de refracción del prisma de referencia,  $N=1.9$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción del prisma de referencia a la medida de calibración de  $\delta N=1.0 \times 10^{-3}$ .

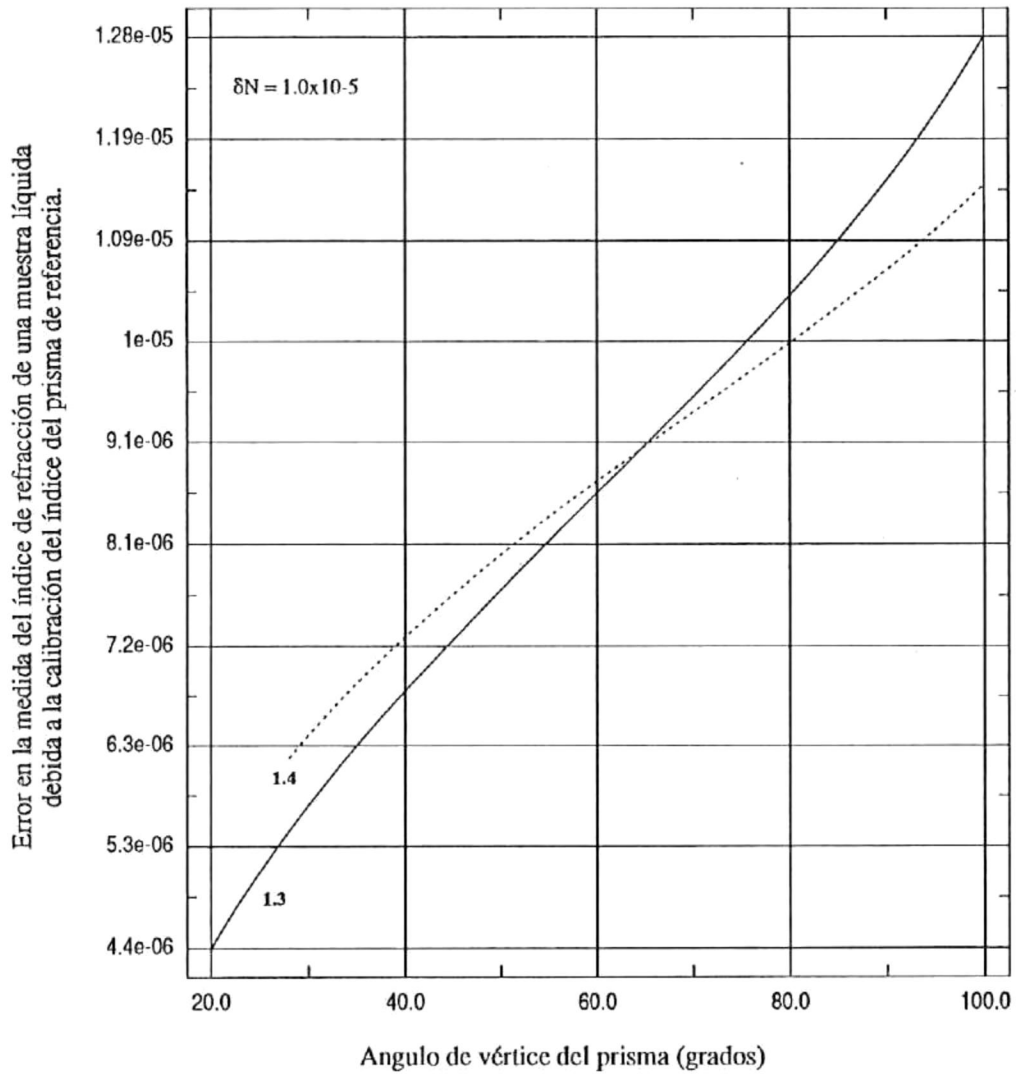


Fig. 29) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la calibración del índice de refracción del prisma de referencia,  $N=1.5$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción del prisma de referencia a la medida de calibración de  $\delta N=1.0 \times 10^{-5}$ .

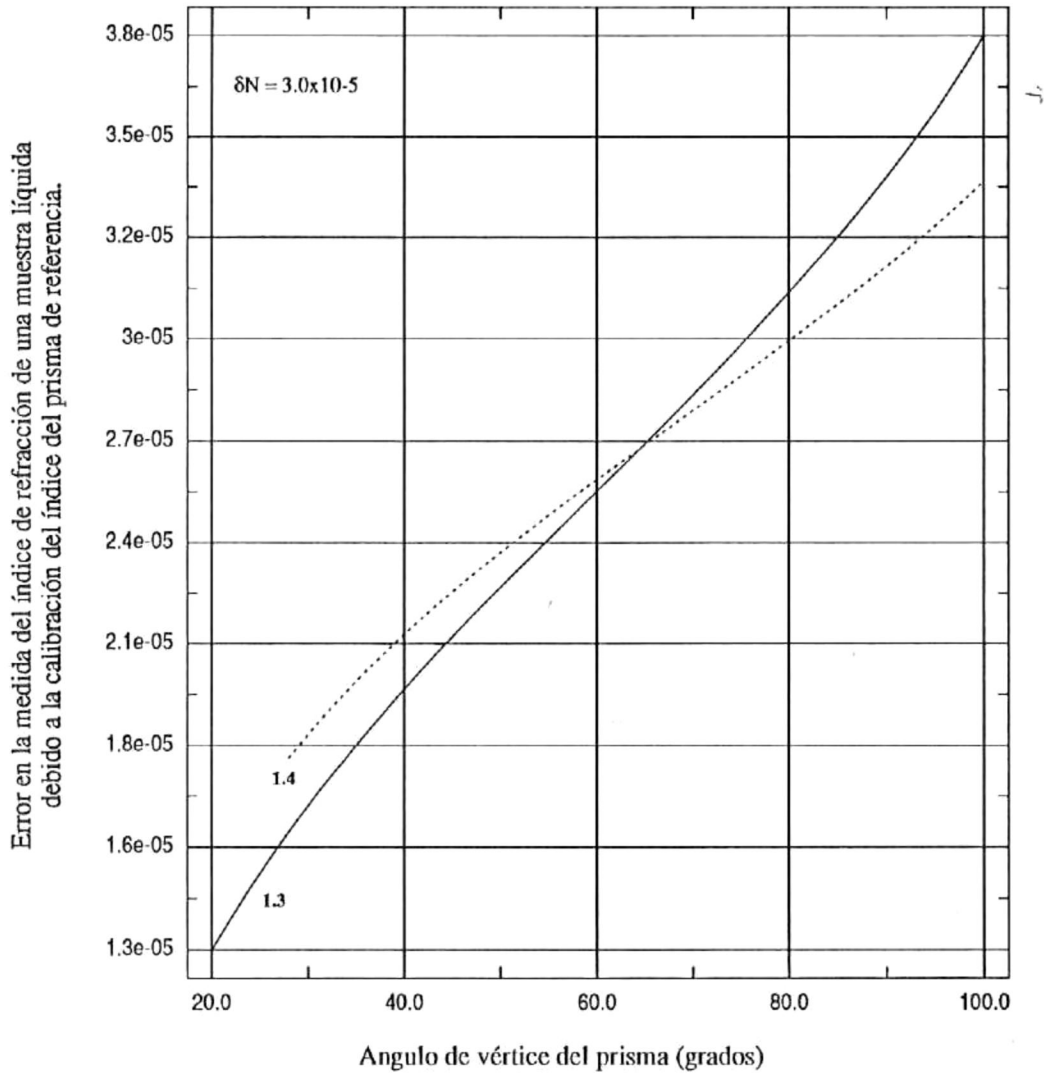


Fig. 30) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la calibración del índice de refracción del prisma de referencia,  $N=1.5$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción del prisma de referencia a la medida de calibración de  $\delta N=3.0 \times 10^{-5}$ .

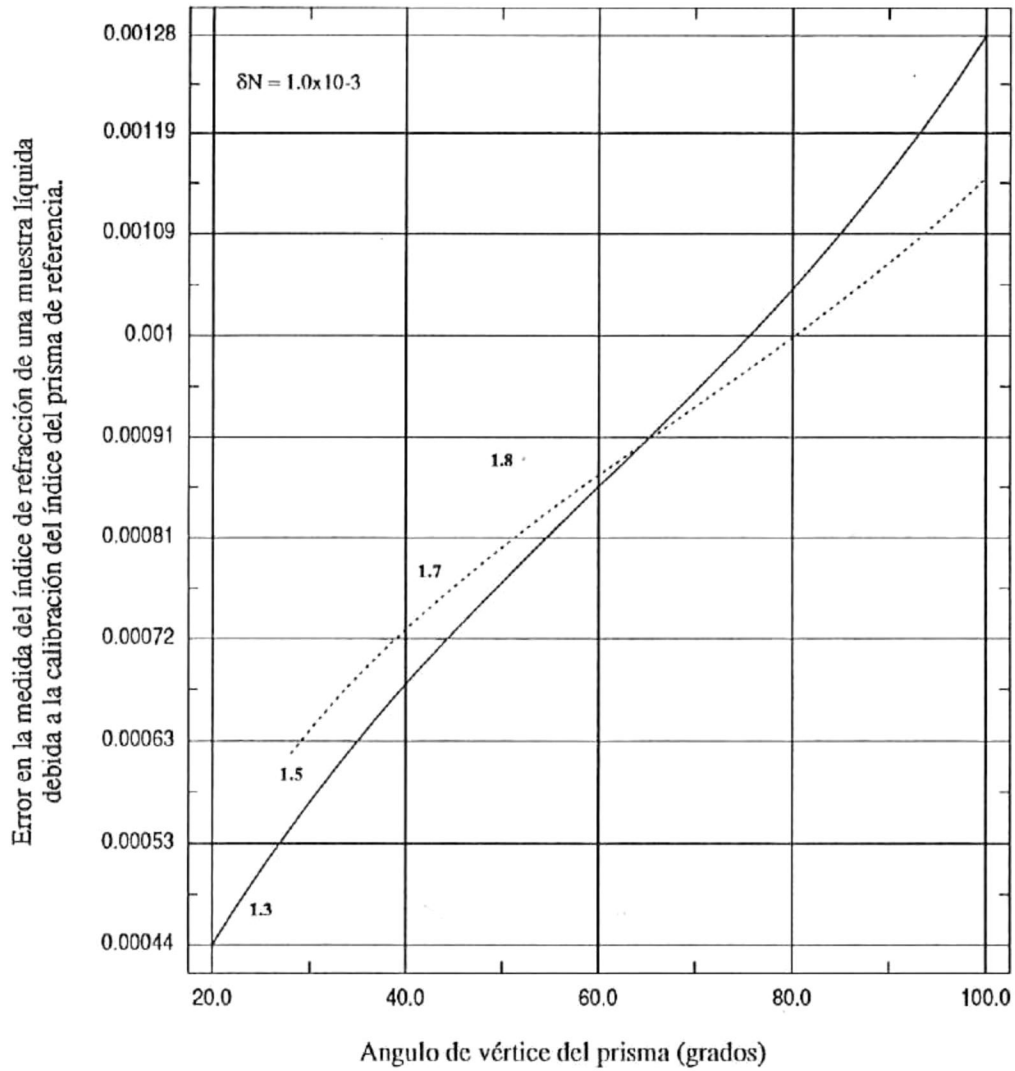


Fig. 31) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la calibración del índice de refracción del prisma de referencia,  $N=1.5$ .

Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción del prisma de referencia a la medida de calibración de  $\delta N=1.0 \times 10^{-3}$ .

### 3.4 CONTRIBUCION AL ERROR EN LA DETERMINACION DEL INDICE DE REFRACCION DEBIDA A LA MEDIDA DEL ANGULO DEL VERTICE DEL PRISMA DE REFERENCIA.

Para calcular esta contribución de error, se usa la relación:

$$\delta N_1(A) = \left| \frac{\partial N_1}{\partial A} \right| (\Delta A_p + 2\delta\phi) \quad (39)$$

obtenida de las ecuaciones (34) y (35). En esta ecuación los valores para  $\Delta A_p$  se obtienen de la ecuación (20) y la tabla 2. La exactitud del goniómetro  $\delta\phi$  se da en la tabla 1. La forma explícita del término en valor absoluto, se determina de la ecuación (31):

$$\left| \frac{\partial N_1}{\partial A} \right| = \left| \cos(a)\sqrt{N^2 - \text{sen}^2\theta} + \text{sen}(A)\text{sen}(\theta) \right| \quad (40)$$

En este caso se tienen dos contribuciones que se analizan por separado, la debida a la precisión del goniómetro y la debida a la falta de planicidad de las caras del prisma. A partir de los resultados obtenidos, se calcula el error combinado de ambos parámetros en los casos que se considera de interés.

#### 3.4.1 ERROR DEBIDO A LA EXACTITUD DEL GONIOMETRO.

Se consideran de nuevo los tres sistemas goniométricos listados en la tabla 1.

##### 3.4.1.1 GONIOMETRO MOLLER-WEDEL.

Los resultados para el goniómetro Moller-Wedel para  $N_1 = 1.9$  se dan en la Fig. (32). Al usar un prisma de referencia con un índice de refracción  $N_1 = 1.5$ , las curvas de error que se tienen se muestran en la Fig. (33).

De los resultados que se muestran en las Figs. (32) y (33), se tiene que el error debido a la exactitud del goniómetro domina cuando se usan prismas de referencia con un índice de refracción altos ( $N=1.9$ ). Cuando el índice de refracción del prisma decrece, ( $N=1.5$ ), el error que domina es el debido a la tolerancia en la calibración del índice de refracción.

Por otra parte se tiene como resultado que no es posible medir a  $\pm 1 \times 10^{-5}$  usando esta técnica. Sin embargo, si se miden los ángulos con una exactitud de  $\pm 1 \text{seg}$  de arco y el índice de refracción de referencia a  $\pm 1 \times 10^{-5}$ , el error propagado debido a ambos factores es menor de  $\pm 2 \times 10^{-5}$ ; por lo que ya sea usando un prisma de referencia con  $N=1.9$  o con  $N=1.5$ , es posible realizar medidas estándar del índice de refracción de la muestra en contacto con el prisma de referencia.

El ángulo del vértice del prisma debe ser menor de  $40^\circ$ . Mientras más pequeño sea el valor de  $A$ , menor es la contribución de error. La cota inferior está limitada por la geometría del prisma y su índice de refracción; ya que para ángulos del vértice pequeños en prismas de alto índice de refracción, se presenta también la reflexión interna total en la cara de salida. Esto no es deseable ya que la dirección,  $\theta$ , de este rayo emergente respecto a la normal de la cara de salida es uno de los parámetros que es necesario medir para determinar el índice de refracción de la muestra.

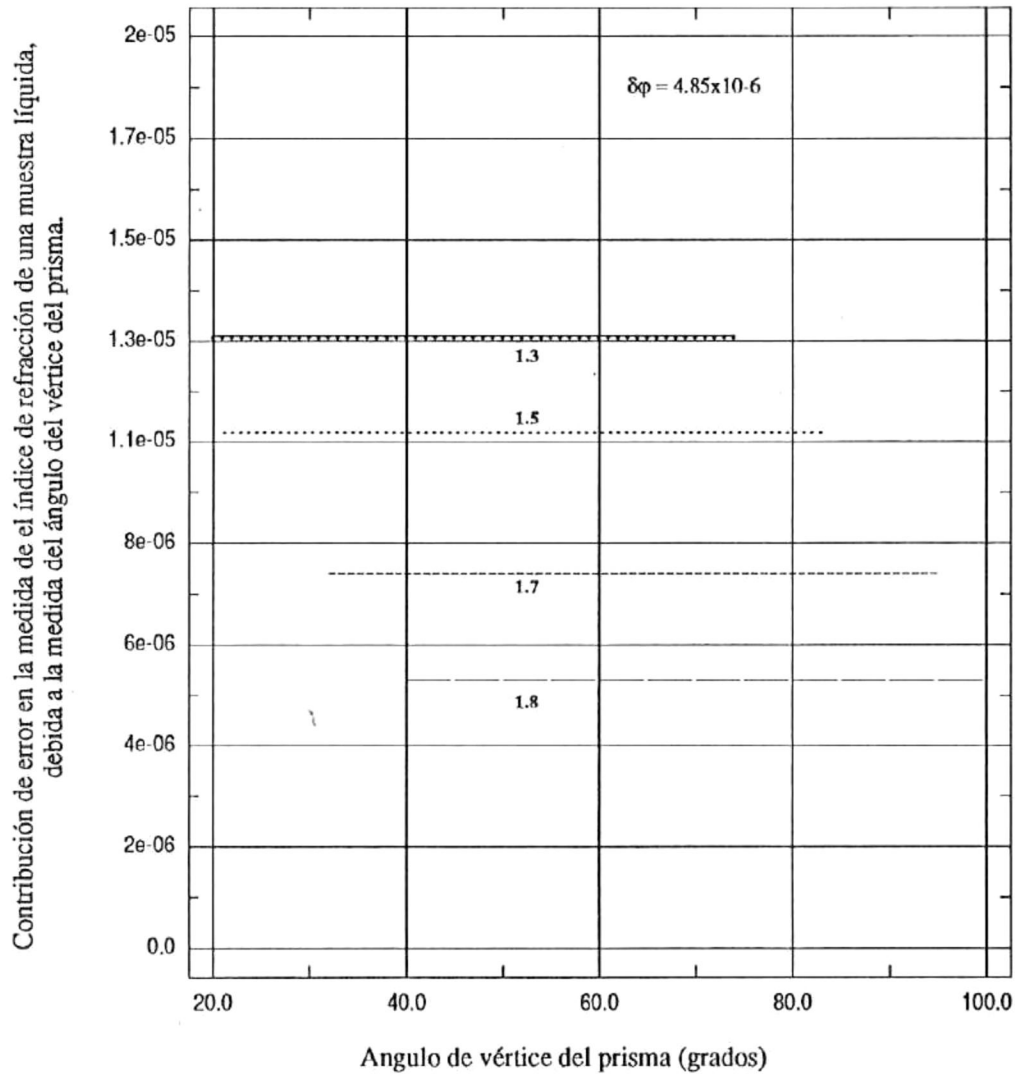


Fig. 32) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la exactitud de medida del vértice del prisma,  $N=1.9$ . La exactitud del instrumento es  $\phi = 4.85 \times 10^{-6}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

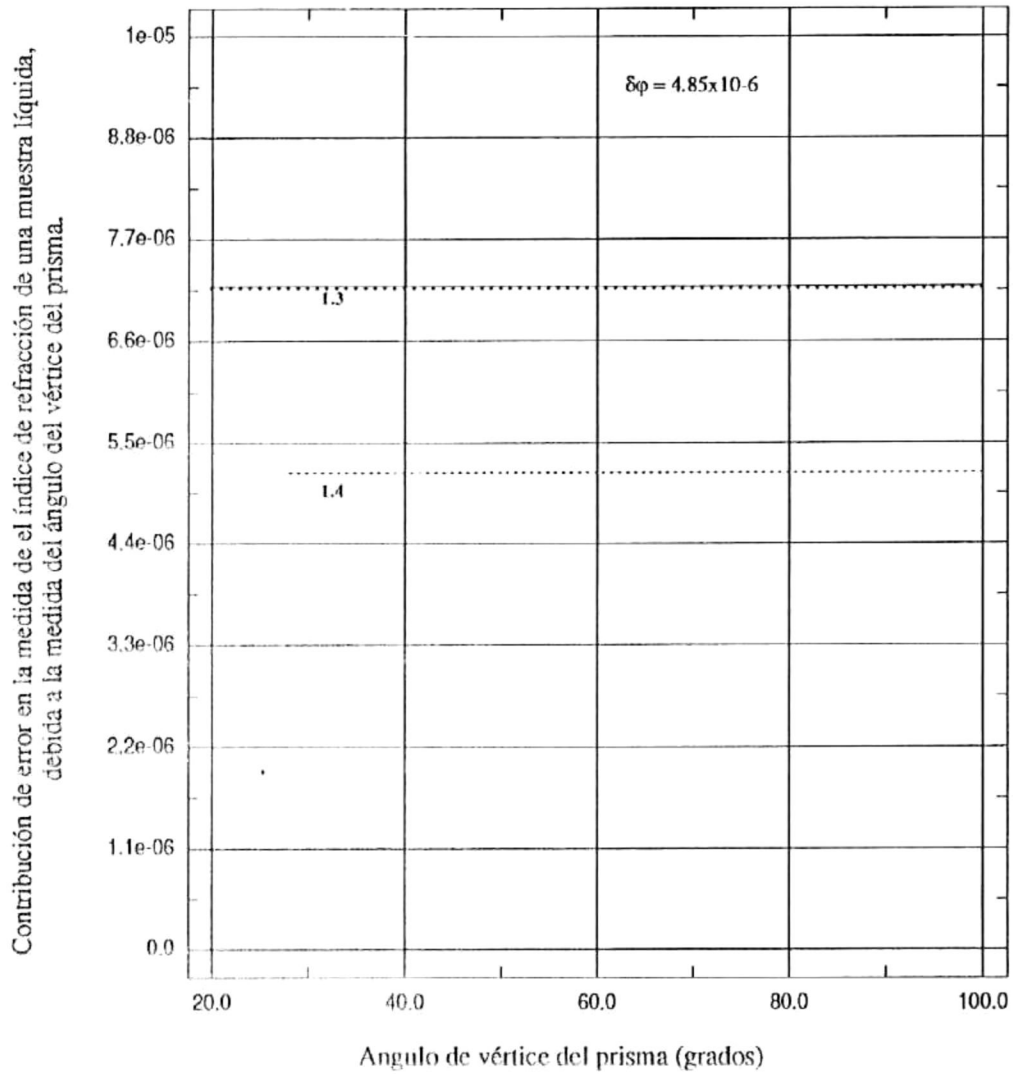


Fig. 33) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la exactitud de medida del vértice del prisma,  $N=1.5$ .

La exactitud del instrumento es  $\phi = 4.85 \times 10^{-6}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

### 3.4.1.2 GONIOMETRO KLINGER.

Para el goniómetro **Klinger** las curvas que se obtienen corresponden a las Fig. (34) y (35) para  $N = 1.9$  y  $N = 1.5$ , respectivamente.

Al medir con un goniómetro con una exactitud de  $\pm 30 \text{seg}$  de arco el error debido al instrumento, limita la medida en la cuarta cifra decimal; para un prisma de referencia con un **índice de refracción** alto la exactitud de la medida varía desde  $\pm 2 \times 10^{-4}$  para una muestra con un **índice de refracción**  $N_1 \approx 1.9$  a  $\pm 4 \times 10^{-4}$  para una muestra con un **índice de refracción**  $N_1 = 1.3$ .

Para un prisma de referencia con un **índice de refracción**  $N=1.5$ , la exactitud de la medida mejora ligeramente. Para una muestra con  $N_1 = 1.3$ , el error es de  $\pm 1.5 \times 10^{-4}$  y para una muestra con  $N_1 \approx 1.5$ , el error es de  $\pm 2.2 \times 10^{-4}$ .

### 3.4.1.3 GONIOMETRO EALING.

En forma análoga, para el goniómetro **Ealing**, se obtienen las curvas de la Fig. (36) para un prisma con  $N = 1.9$  y de la Fig. (37) para  $N = 1.5$ .

Puede observarse que en este caso el error de medida llega a la segunda cifra decimal. Para un prisma de referencia con  $N=1.9$ , el error de medida va de  $\pm 1.6 \times 10^{-2}$  para  $N_1 = 1.3$  a  $\pm 0.7 \times 10^{-2}$  para  $N_1 \approx 1.9$ .

Cabe mencionar que el error debido al uso de una fuente de luz blanca es del orden de  $\pm 4 \times 10^{-2}$  (por **dispersión**). Por lo tanto para trabajar con una fuente de luz blanca, un goniómetro como éste, con una exactitud de  $\pm 20 \text{min}$  de arco resulta adecuado.

## 3.4.2 ERROR EN A DEBIDO A LA FALTA DE PLANICIDAD DEL PRISMA DE REFERENCIA.

Para este análisis se usan los valores para las tolerancias de planicidad dados en la tabla 2. Los resultados obtenidos se dan a continuación.

### 3.4.2.1 PRISMA DE REFERENCIA PULIDO A $\frac{\lambda}{20}$ .

La contribución al error en la calibración del ángulo  $A$  del prisma se calcula para  $N = 1.9$  en la Fig. (38) y para  $N = 1.5$  en la Fig. (39). En ambos casos se considera un prisma pulido a  $\lambda/20$ ; i.e. el cambio en la pendiente es de  $\partial A_p = \pm 2.0 \times 10^{-7}$ .

En ambos casos, el error debido a la tolerancia de pulido es inferior a  $\pm 6 \times 10^{-7}$ ; por lo que es despreciable, comparado con las contribuciones debidas a la exactitud del goniómetro para cualquiera de los sistemas considerados. En las Figs. (32) a la (37), puede observarse que la contribución debida al goniómetro es superior a  $\pm 5 \times 10^{-6}$ , en los casos considerados. Llegando a tomar valores hasta de  $\pm 1.6 \times 10^{-2}$  Fig. (36).

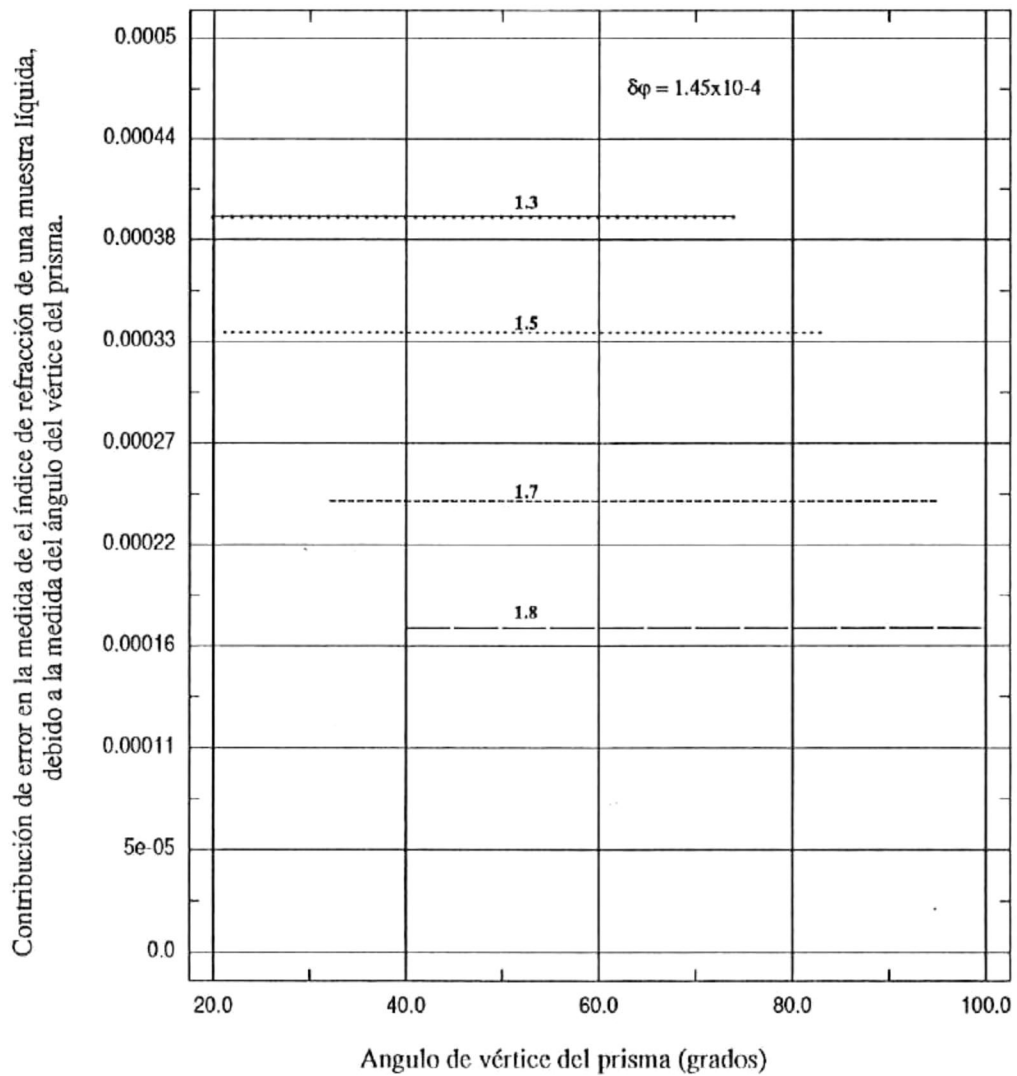


Fig. 34) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la exactitud de medida del vértice del prisma,  $N=1.9$ . La exactitud del instrumento es  $\varphi = 1.45 \times 10^{-4}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

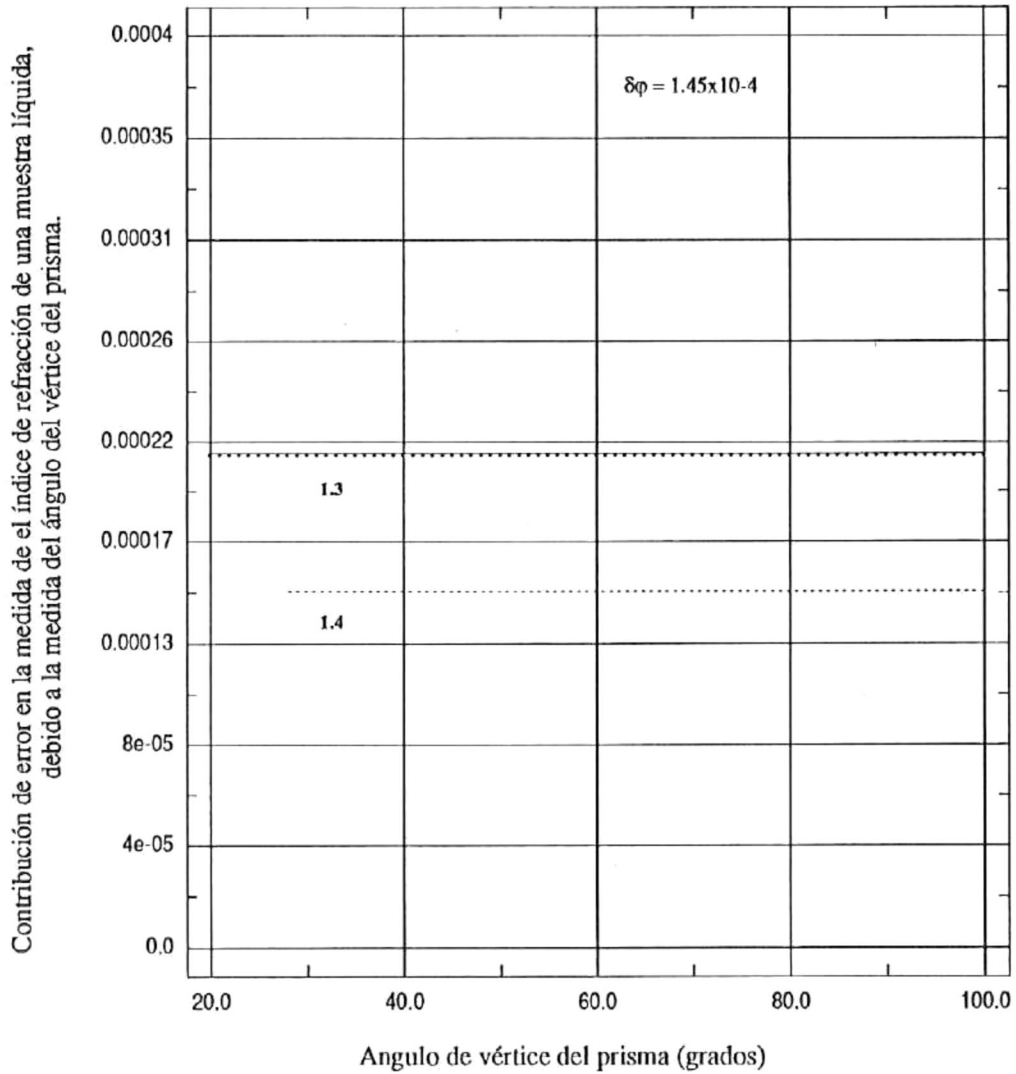


Fig. 35) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la exactitud de medida del vértice del prisma,  $N=1.5$ .  
 La exactitud del instrumento es  $\phi = 1.45 \times 10^{-4}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

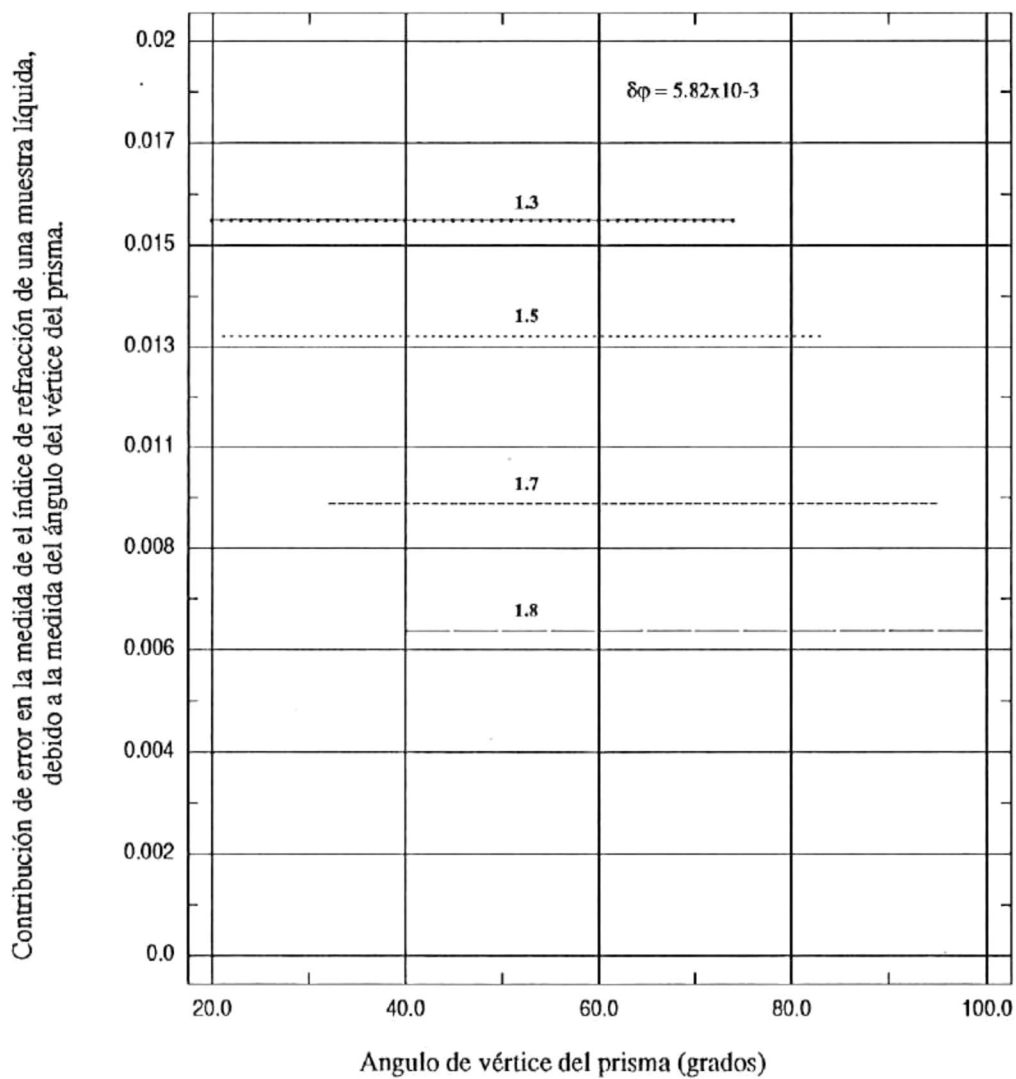


Fig. 36) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debido a la exactitud de medida del vértice del prisma,  $N=1.9$ .

La exactitud del instrumento es  $\varphi = 5.82 \times 10^{-3}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

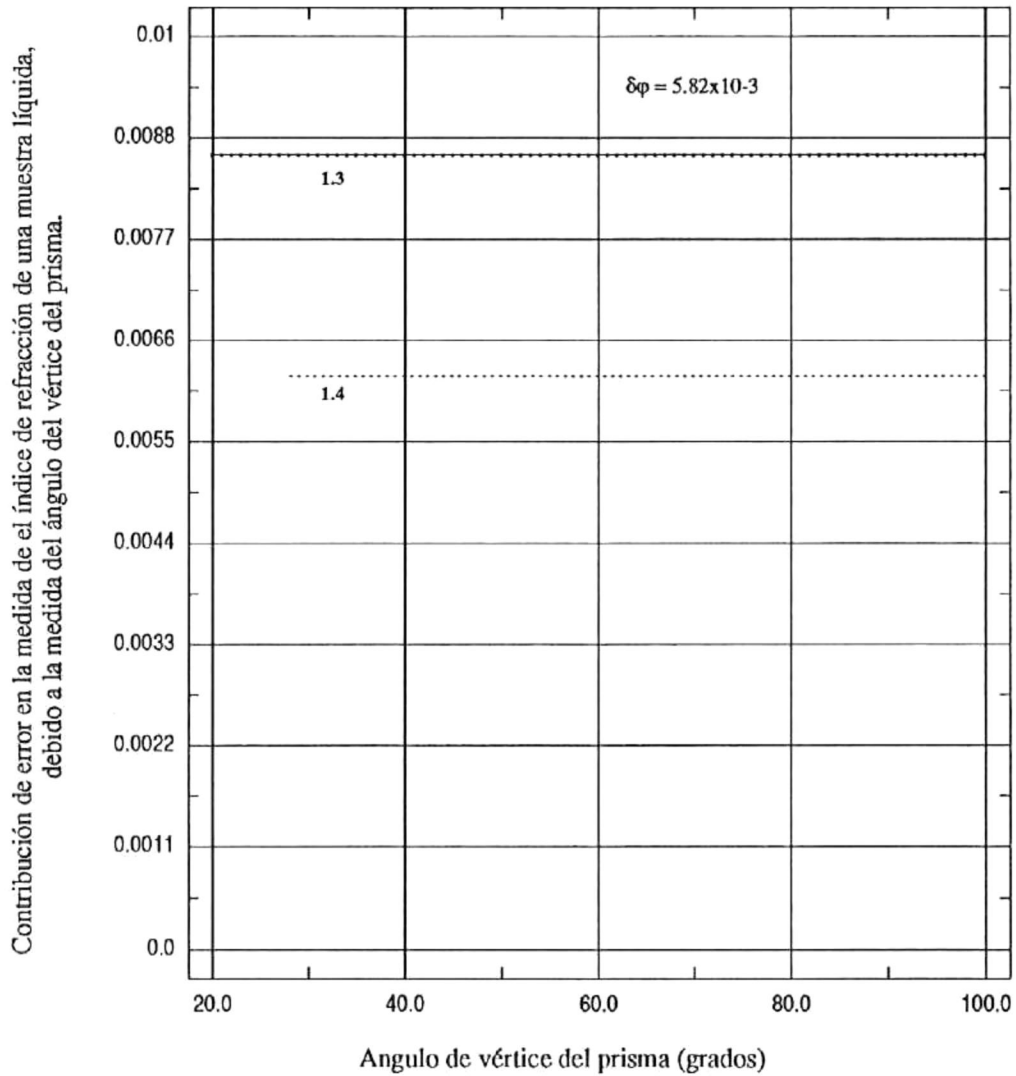


Fig. 37) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debido a la exactitud de medida del vértice del prisma,  $N=1.5$ .

La exactitud del instrumento es  $\varphi = 5.82 \times 10^{-3}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

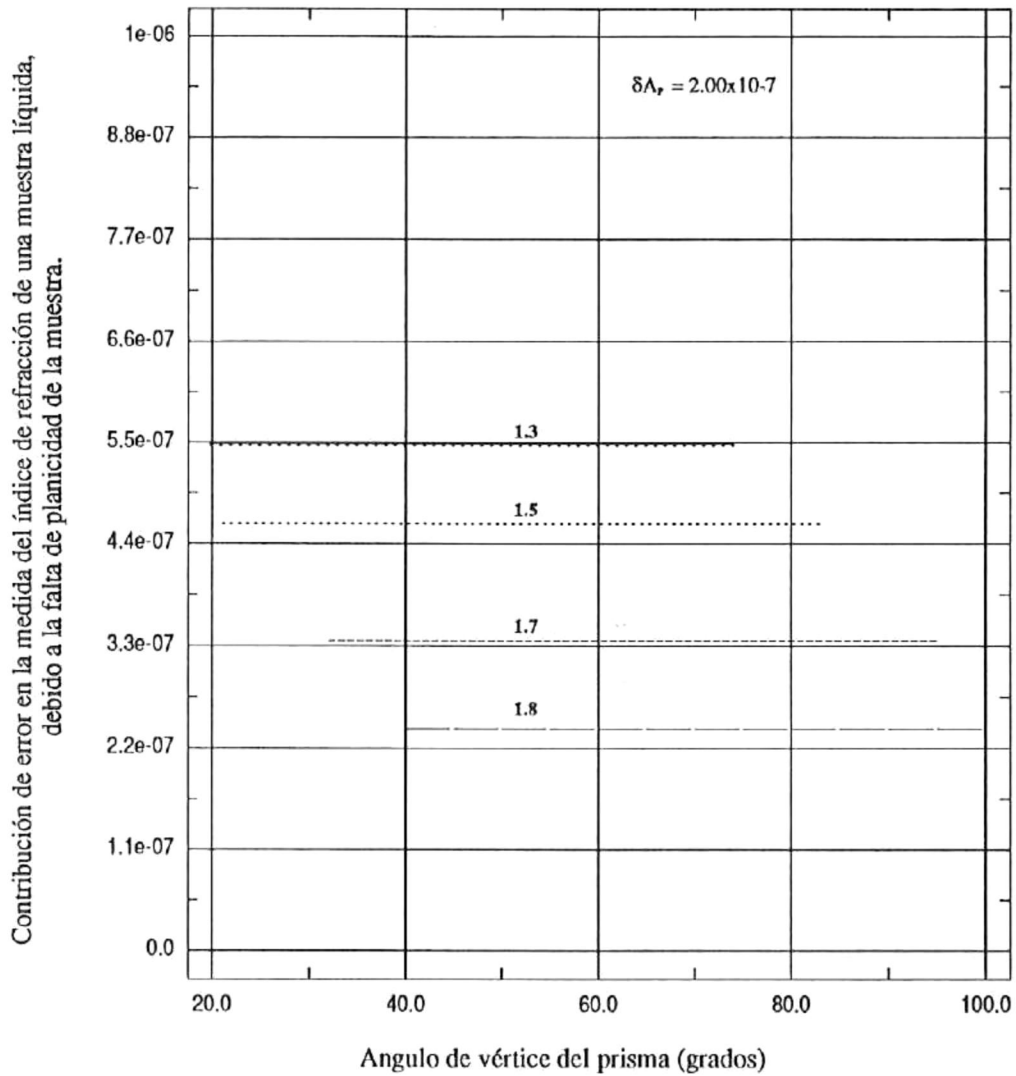


Fig. 38) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo del vértice del prisma A;  $N=1.9$ . La tolerancia de fabricación es  $\lambda/20$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

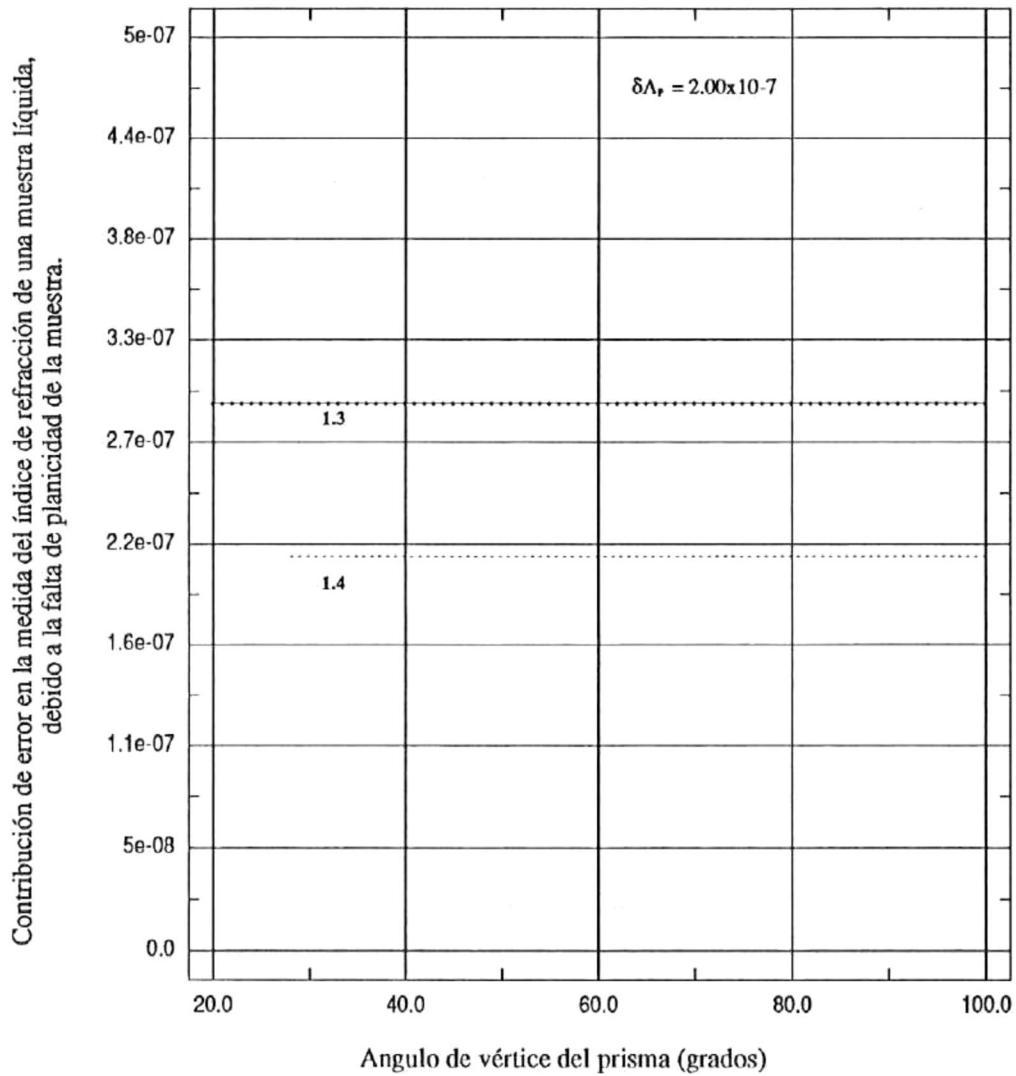


Fig. 39) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo del vértice del prisma A;  $N=1.5$ . La tolerancia de fabricación es  $\lambda/20$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

### 3.4.2.2 PRISMA DE REFERENCIA PULIDO A $\frac{\lambda}{10}$ .

La contribución de error debida a la calibración del ángulo A del prisma de referencia, producida por una tolerancia en la planicidad de  $\lambda/10$  ( $\partial A_p = \pm 3.0 \times 10^{-6}$ ), se calculó para un prisma con  $N = 1.9$  en la Fig. (40) y para un prisma con  $N = 1.5$  en la Fig. (41).

Una muestra pulida a  $\lambda/10$  introduce errores de medición menores de  $8 \times 10^{-6}$ . Los valores resultan comparables al error de medida obtenido al usar un goniómetro **Moller-Wedel**, Figs (32) y (33), por lo que para usar este instrumento con un prisma de referencia de bajo índice de refracción es recomendable trabajar con un prisma con sus caras pulidas a  $\lambda/20$ .

Las muestras pulidas a  $\lambda/10$  introducen errores despreciables comparados con el error de medida dado por el goniómetro para los sistemas **Klinger** e **Ealing** ver Figs. (34) a la (37).

### 3.4.2.3 PRISMA DE REFERENCIA PULIDO A $2\lambda$ .

La contribución de error debida a la calibración del ángulo A, producida por una tolerancia de pulido en las caras del prisma de  $2\lambda$ ; i.e. asociada a un cambio en la pendiente de sus caras  $\partial A_p = \pm 1.45 \times 10^{-4}$ , se calculó para  $N = 1.9$  y  $N = 1.5$ .

Los resultados obtenidos para un prisma de referencia con índice de refracción de 1.9 se dan en la Fig. (42). Los resultados correspondientes a  $N = 1.5$  se dan en la Fig. (43).

En ambos casos los resultados son similares. La contribución de error se da en la cuarta cifra decimal y es menor de  $\pm 4 \times 10^{-4}$ . Esto indica que un prisma con esta tolerancia de pulido contribuye a la medida con un error parecido al dado por un goniómetro **Klinger** usado para medir el ángulo A.

Por lo tanto para el sistema **Klinger** es recomendable usar una muestra pulida a  $\lambda/10$ , quedando la tolerancia de pulido de  $2\lambda$  para el sistema **Ealing**.

## 3.5 CONTRIBUCION AL ERROR EN LA DETERMINACION DEL INDICE DE REFRACCION DEBIDA A LA MEDIDA DEL ANGULO DE EMERGENCIA, ASOCIADO AL RAYO QUE EXPERIMENTA REFLEXION INTERNA TOTAL.

Para calcular esta contribución de error, se usa la ecuación:

$$\delta N_1(\theta) = \left| \frac{\partial N_1}{\partial \theta} \right| \left[ \left| \frac{\partial \theta}{\partial A} \right| \Delta A_p + 2\delta\phi \right] \quad (41)$$

obtenida de las ecuaciones (34) y (36). La forma explícita del término  $\left| \frac{\partial \theta}{\partial A} \right|$  se da en la ecuación (37). El coeficiente del término entre paréntesis se obtiene de la ecuación (31).

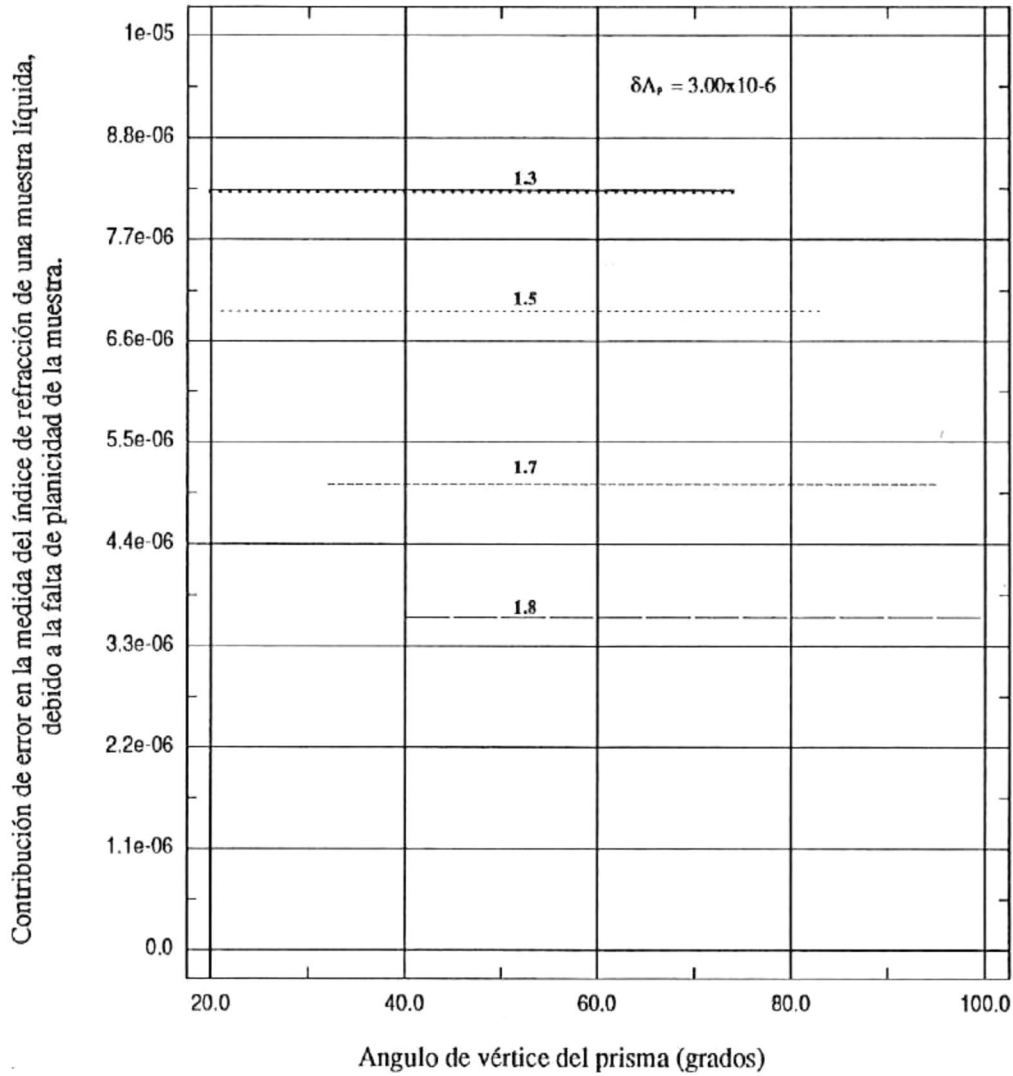


Fig. 40) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo del vértice del prisma A;  $N=1.9$ .

La tolerancia de fabricación es  $\lambda/10$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

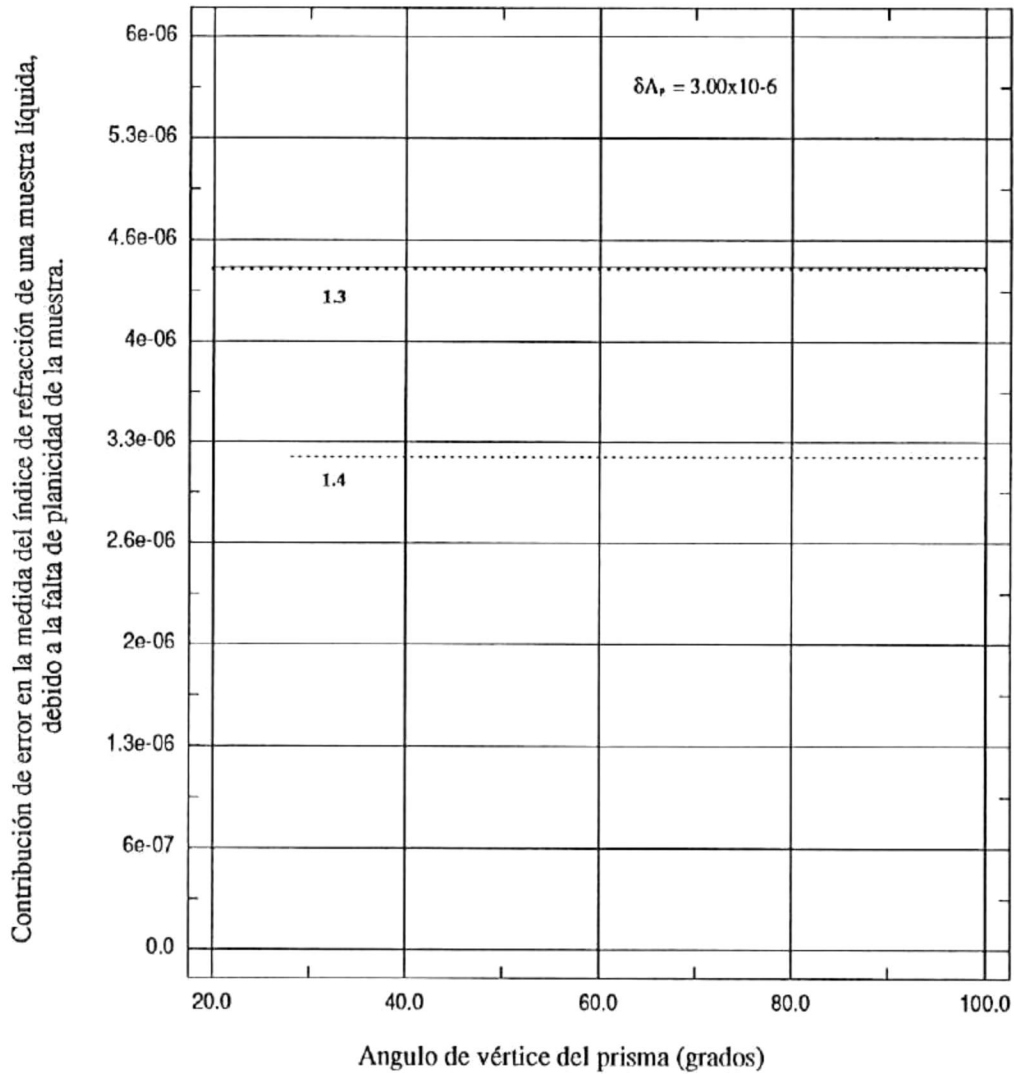


Fig. 41) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo del vértice del prisma A;  $N=1.5$ . La tolerancia de fabricación es  $\lambda/10$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

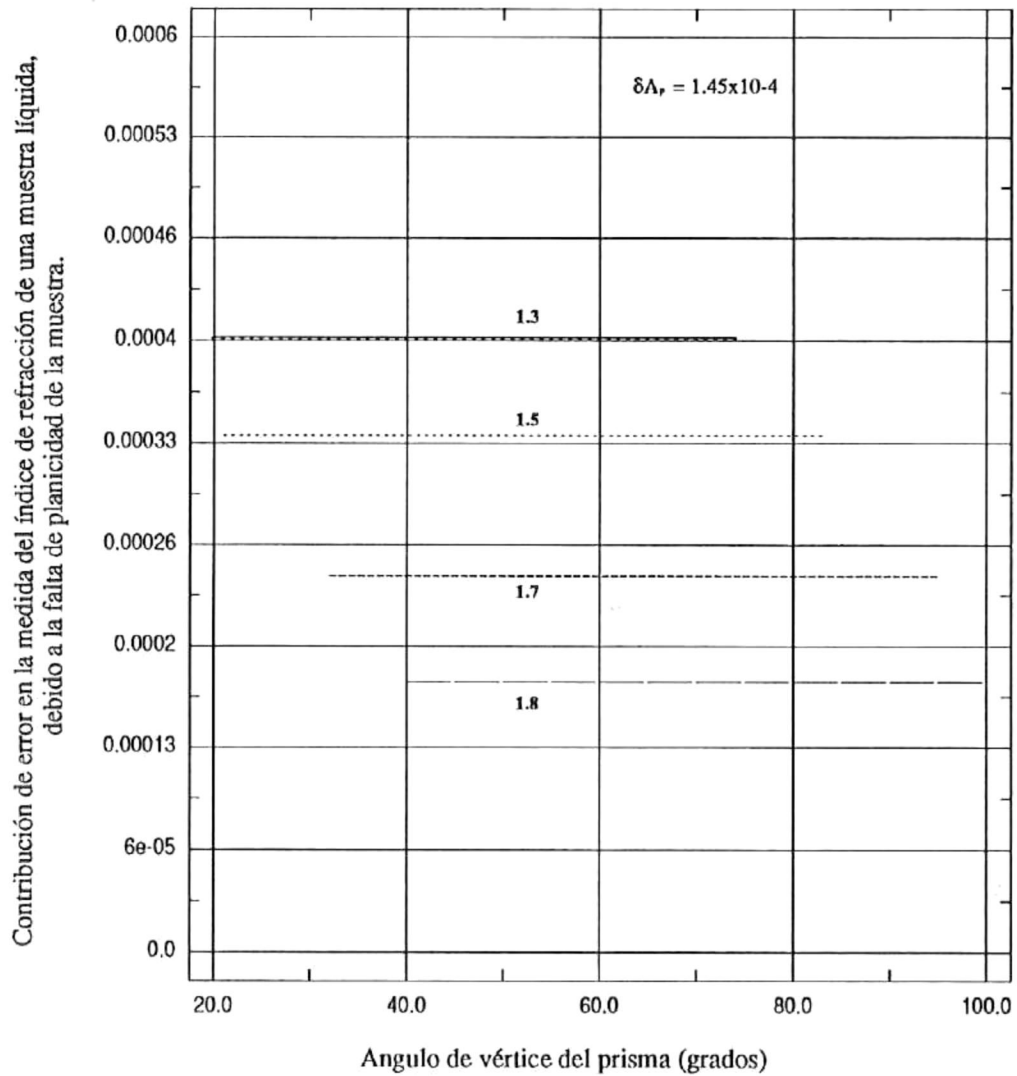


Fig. 42) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo del vértice del prisma A;  $N=1.9$ . La tolerancia de fabricación es  $2\lambda$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

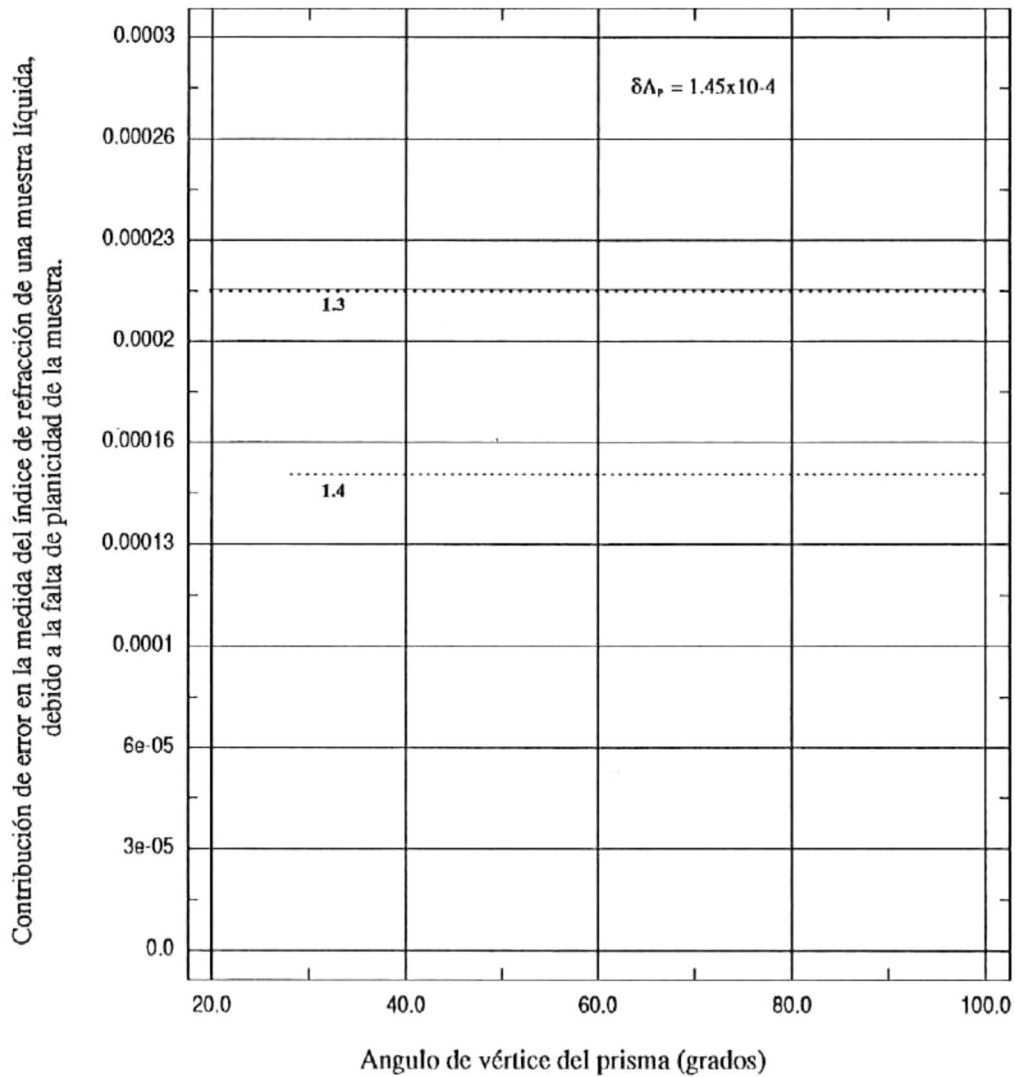


Fig. 43) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debido a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo del vértice del prisma A;  $N=1.5$ . La tolerancia de fabricación es  $2\lambda$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

$$\left| \frac{\partial N_1}{\partial \theta} \right| = \left| \frac{\text{sen}(A)\text{sen}(2\theta)}{2\sqrt{N^2 - \text{sen}^2\theta}} + \cos(A)\cos(\theta) \right| \quad (42)$$

El cambio en el valor del ángulo del vértice del prisma de referencia debido a la falta de planicidad,  $\Delta A_p$ , se calcula usando la ecuación (20) y los valores de la tabla 2. La exactitud del goniómetro  $\delta\phi$ , se da en la tabla 1.

Para medir el ángulo de emergencia,  $\theta$ , del rayo que incide al **ángulo crítico** en la cara **ab** del prisma, se tienen dos fuentes de error. Una de ellas es la exactitud del goniómetro usado. La otra es la falta de planicidad en las caras del prisma de referencia. Ambas contribuciones se estudian por separado.

### 3.5.1 ERROR DEBIDO A LA EXACTITUD DEL GONIOMETRO.

#### 3.5.1.1 GONIOMETRO MOLLER-WEDEL.

Las curvas de error asociadas al uso de este sistema goniométrico, para la medida del ángulo  $\theta$ , se muestran en las Fig. (44) y (45). En ambos casos se consideran **índices de refracción** de la muestra menores o iguales al del prisma de referencia;  $A$  varía entre  $20^\circ$  y  $75^\circ$ . En la Fig. (44),  $N = 1.9$ ; mientras que en la Fig. (45),  $N_1 = 1.5$ .

Al medir el ángulo de emergencia,  $\theta$ , respecto a la normal a la superficie de salida de prisma, usando un goniómetro **Moller-Wedel**; se tiene una contribución de error menor de  $\pm 7 \times 10^{-6}$  para un prisma con  $N=1.9$ .

Si se usa un prisma de referencia con un **índice de refracción** menor este error disminuye ligeramente. Para un prisma de referencia con  $N=1.5$ , el error es menor de  $\pm 5 \times 10^{-6}$ .

Esta contribución es sólo ligeramente menor que la debida a la exactitud de medida del ángulo del vértice del prisma, por lo que no puede despreciarse.

Esta contribución al error toma valores entre  $1.6 \times 10^{-6}$  y  $7 \times 10^{-6}$ . Los valores menores se obtienen para ángulos del vértice del prisma pequeños; su valor depende del **índice de refracción** del prisma de referencia y del **índice de refracción** de la muestra. Puede notarse que al sumar este error con el debido a la medida del ángulo del vértice del prisma Figs. (32) y (33), el error es superior en algunos casos al valor de  $\pm 1 \times 10^{-5}$ , que corresponde a la medida de precisión usada para vidrio óptico.

#### 3.5.1.2 GONIOMETRO KLINGER.

La contribución de error al medir el ángulo usando el sistema **Klinger**, se muestra en las Figs. (46) y (47). Se usan de nuevo dos valores para el **índice de refracción** del prisma de referencia,  $N = 1.9$  y  $N = 1.5$ ; Figs. (46) y (47), respectivamente.

En general puede decirse que al usar un goniómetro **Klinger**, la contribución de error debida a la medida del ángulo de emergencia,  $\theta$ , es menor de  $\pm 2 \times 10^{-4}$ . Al comparar este valor con los obtenidos en las gráficas de las Figs. (34) y (35), puede observarse que de nuevo ambos errores son comparables, dominando ligeramente, el debido a la medida del ángulo del prisma.

Sin embargo si el ángulo se mide con un sistema más exacto, como el **Moller-Wedel**, la contribución dominante es la de la medida del ángulo de emergencia. El error debido a la medida del ángulo del vértice del

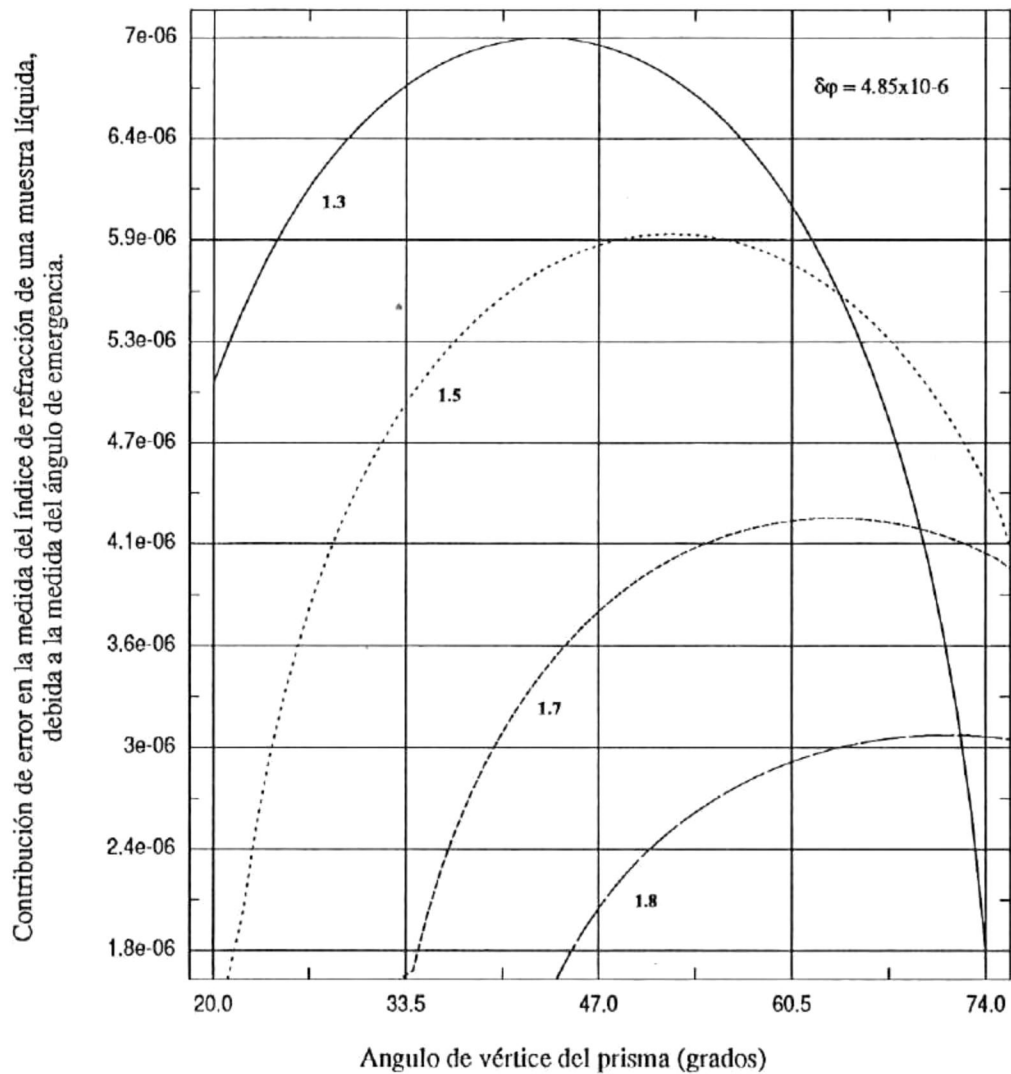


Fig. 44) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la medida del ángulo de emergencia. Este error es producido por la exactitud de goniómetro. El prisma de referencia tiene un índice de refracción  $N=1.9$ . La exactitud del instrumento es  $\varphi = 4.85 \times 10^{-6}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

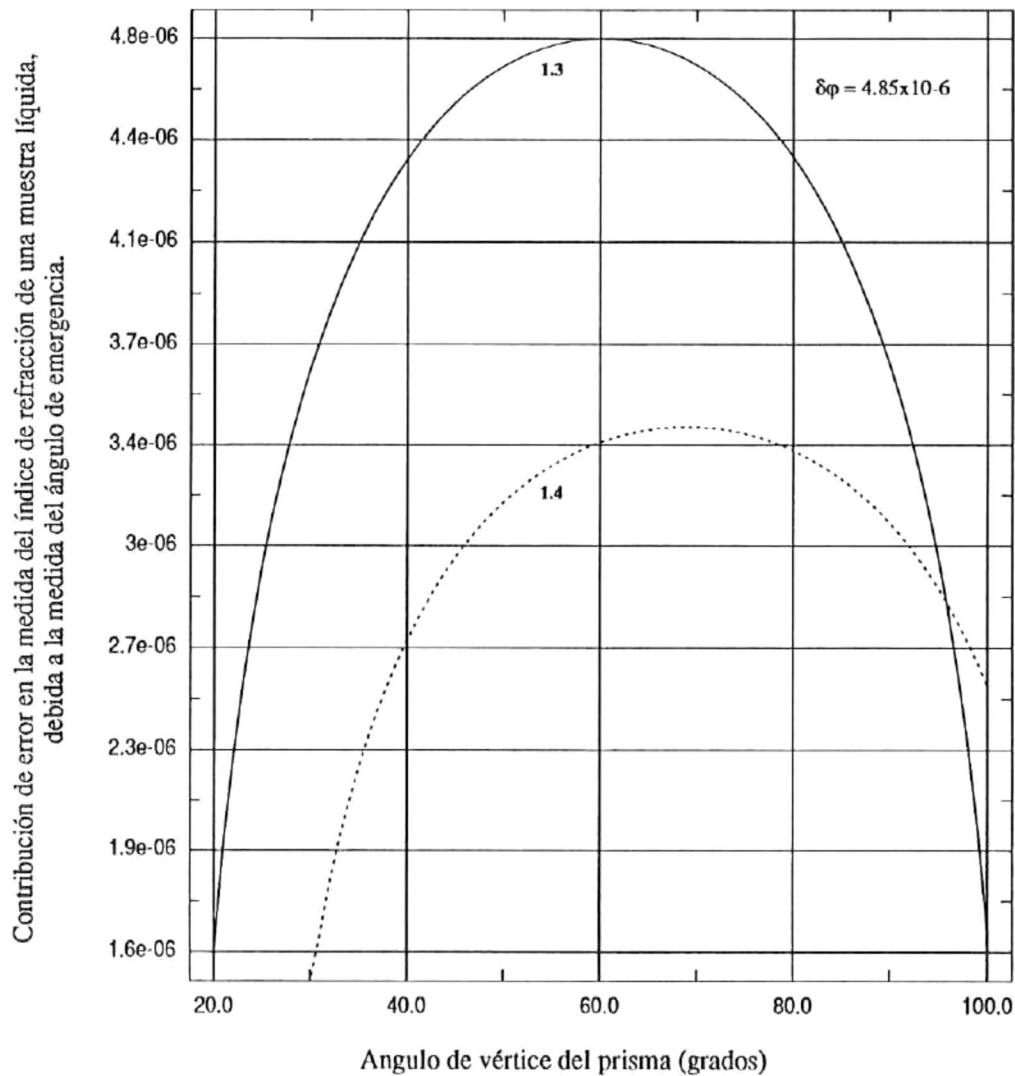


Fig. 45) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la medida del ángulo de emergencia. Este error es producido por la exactitud de goniómetro. El prisma de referencia tiene un índice de refracción  $N=1.5$ . La exactitud del instrumento es  $\varphi = 4.85 \times 10^{-6}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

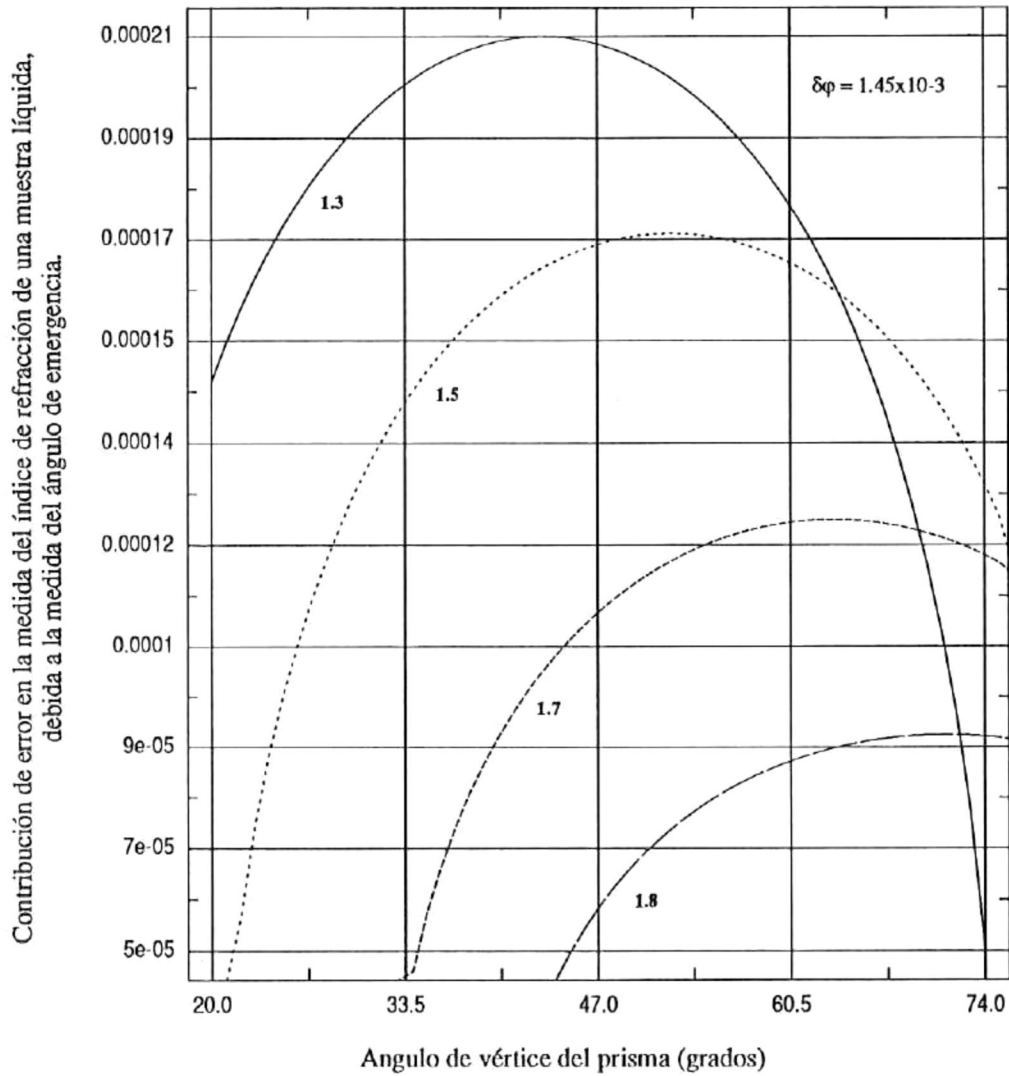


Fig. 46) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la medida del ángulo de emergencia. Este error es producido por la exactitud de goniómetro. El prisma de referencia tiene un índice de refracción  $N=1.9$ . La exactitud del instrumento es  $\phi = 1.45 \times 10^{-4}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

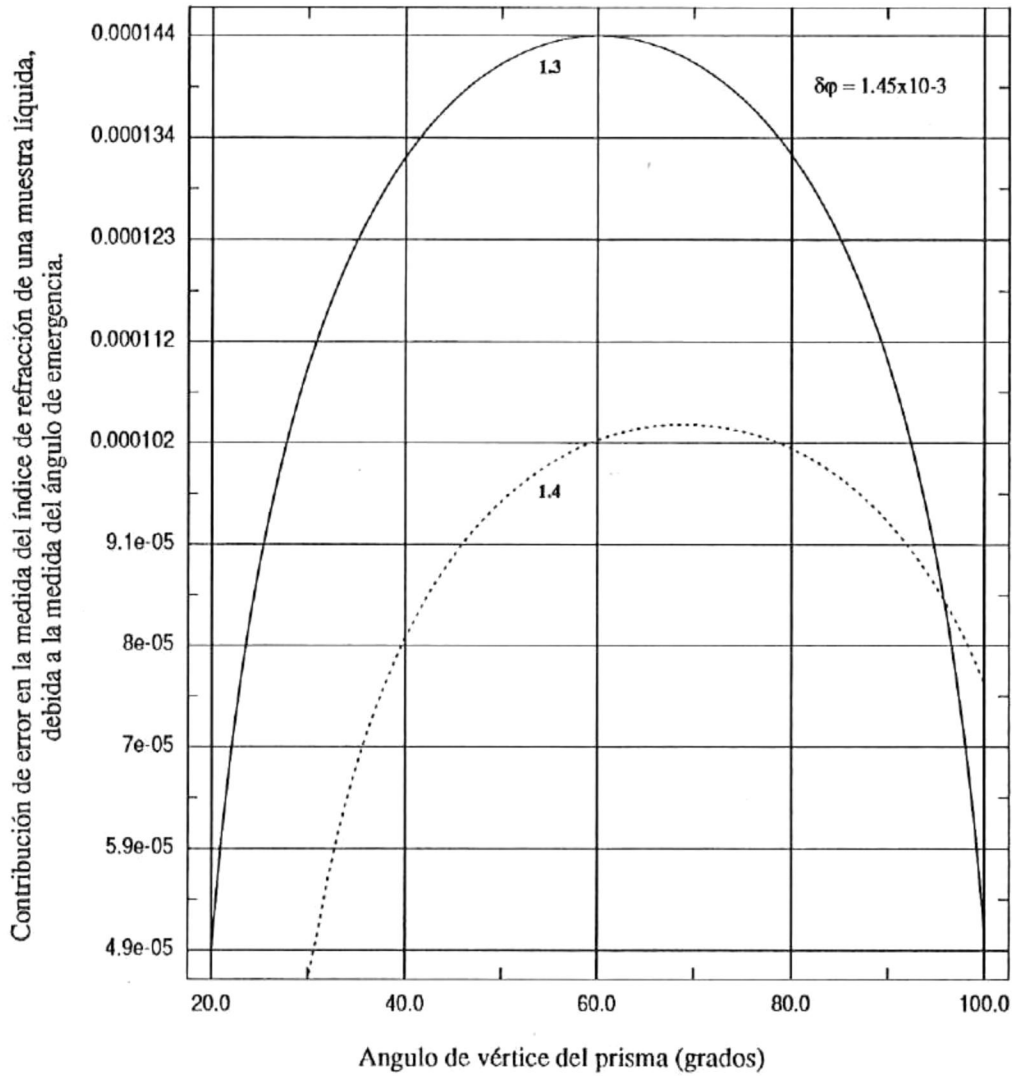


Fig. 47) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debida a la medida del ángulo de emergencia. Este error es producido por la exactitud de goniómetro. El prisma de referencia tiene un índice de refracción  $N=1.5$ . La exactitud del instrumento es  $\phi = 1.45 \times 10^{-4}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

prisma contribuye con un error menor de  $\pm 1.5 \times 10^{-5}$ , Figs. (32) y (33), por lo que en este caso será despreciable.

En este caso los errores están entre  $5 \times 10^{-5}$  y  $2 \times 10^{-5}$ . No obstante que rebasan el intervalo de error usado para vidrio óptico, para muestras líquidas los valores son aceptables. El **índice de refracción** de los líquidos depende fuertemente de la temperatura; varía en la tercera o cuarta cifra decimal para un cambio de temperatura de  $1^\circ \text{C}$ . Esta contribución es ligeramente inferior a la que se tiene al usar un goniómetro con una exactitud de  $\pm 30 \text{seg}$  de arco en la medida del vértice del prisma de referencia (Figs. (34) y (35)).

### 3.5.1.3 GONIOMETRO EALING.

Las curvas de error obtenidas considerando que la medida del ángulo de emergencia  $\theta$  se realiza usando un goniómetro Ealing se muestran en las Figs. (48) y (49). La Fig. (48) corresponde a  $N = 1.9$  y la Fig. (49) corresponde a  $N = 1.5$ .

Los errores obtenidos están en la tercer cifra decimal, siendo menores de  $\pm 9 \times 10^{-3}$ . En este caso un prisma de referencia calibrado con la exactitud del sistema Klinger,  $\pm 30 \text{seg}$  de arco, o con una mayor exactitud daría una contribución al error despreciable.

Las contribuciones de error calculadas están entre  $2 \times 10^{-3}$  y  $8.5 \times 10^{-3}$ , por lo que son menores a las debidas a la medida del ángulo del prisma al usar el mismo tipo de goniómetro (exactitud de  $\pm 20 \text{min}$  de arco), Figs. (36) y (37). Este intervalo de error se traslapa con el asociado a la variación del **índice de refracción** con la temperatura.

## 3.5.2 ERROR EN $\theta$ DEBIDO A LA FALTA DE PLANICIDAD DEL PRISMA DE REFERENCIA

### 3.5.2.1 PRISMA DE REFERENCIA PULIDO A $\frac{\lambda}{20}$ .

La contribución al error en la medida del ángulo, debida a la falta de planicidad del prisma de referencia, se calcula para  $N=1.9$  en la Fig. (50) y para  $N=1.5$  en la Fig. (51). En ambos casos se considera un prisma pulido a  $\lambda/20$ ; i.e., el cambio en la pendiente es de  $\partial A_p = \pm 2 \times 10^{-7}$ .

Los errores obtenidos son menores de  $\pm 1 \times 10^{-6}$ , por lo que esta contribución de error es despreciable.

### 3.5.2.2 PRISMA DE REFERENCIA PULIDO A $\frac{\lambda}{10}$ .

La contribución al error en la medida del ángulo  $\theta$ , debida a la falta de planicidad del prisma de referencia, se calcula para  $N = 1.9$  en la Fig. (52) y para  $N = 1.5$  en la Fig. (53). En ambos casos se considera un prisma pulido a  $\lambda/10$ ; i.e. el cambio en la pendiente es de  $\partial A_p = \pm 3 \times 10^{-6}$ .

Los errores obtenidos son comparables a los debidos a la medida del ángulo del vértice,  $A$ , al usar un goniómetro Moller-Wedel y un prisma de referencia con  $N=1.5$ ; por lo que no es recomendable usar una muestra pulida con esta tolerancia, al trabajar con este tipo de goniómetro. Para los otros sistemas este error es despreciable.

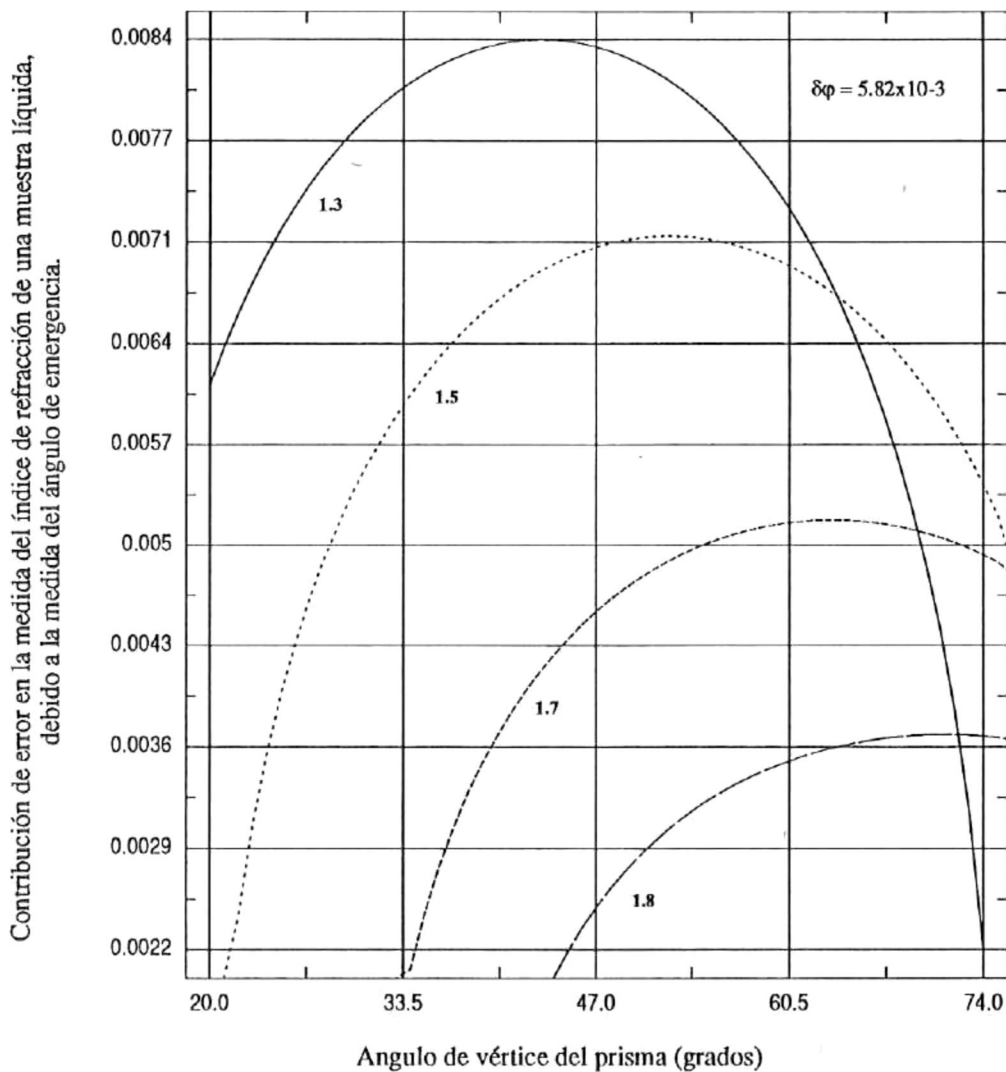


Fig. 48) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debido a la medida del ángulo de emergencia. Este error es producido por la exactitud de goniómetro. El prisma de referencia tiene un índice de refracción  $N=1.9$ . La exactitud del instrumento es  $\varphi = 5.82 \times 10^{-3}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

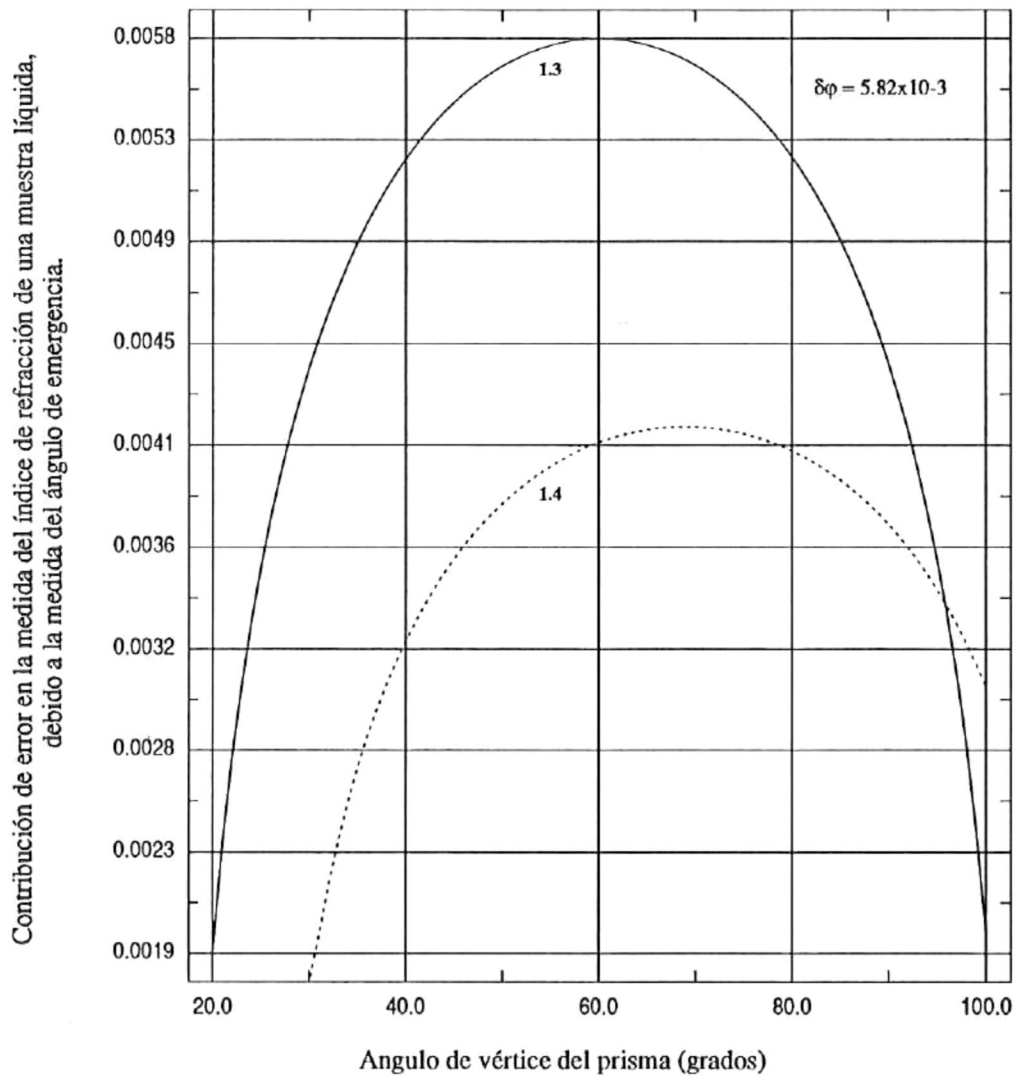


Fig. 49) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción de una muestra líquida, debido a la medida del ángulo de emergencia. Este error es producido por la exactitud de goniómetro. El prisma de referencia tiene un índice de refracción  $N=1.5$ . La exactitud del instrumento es  $\phi = 5.82 \times 10^{-3}$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

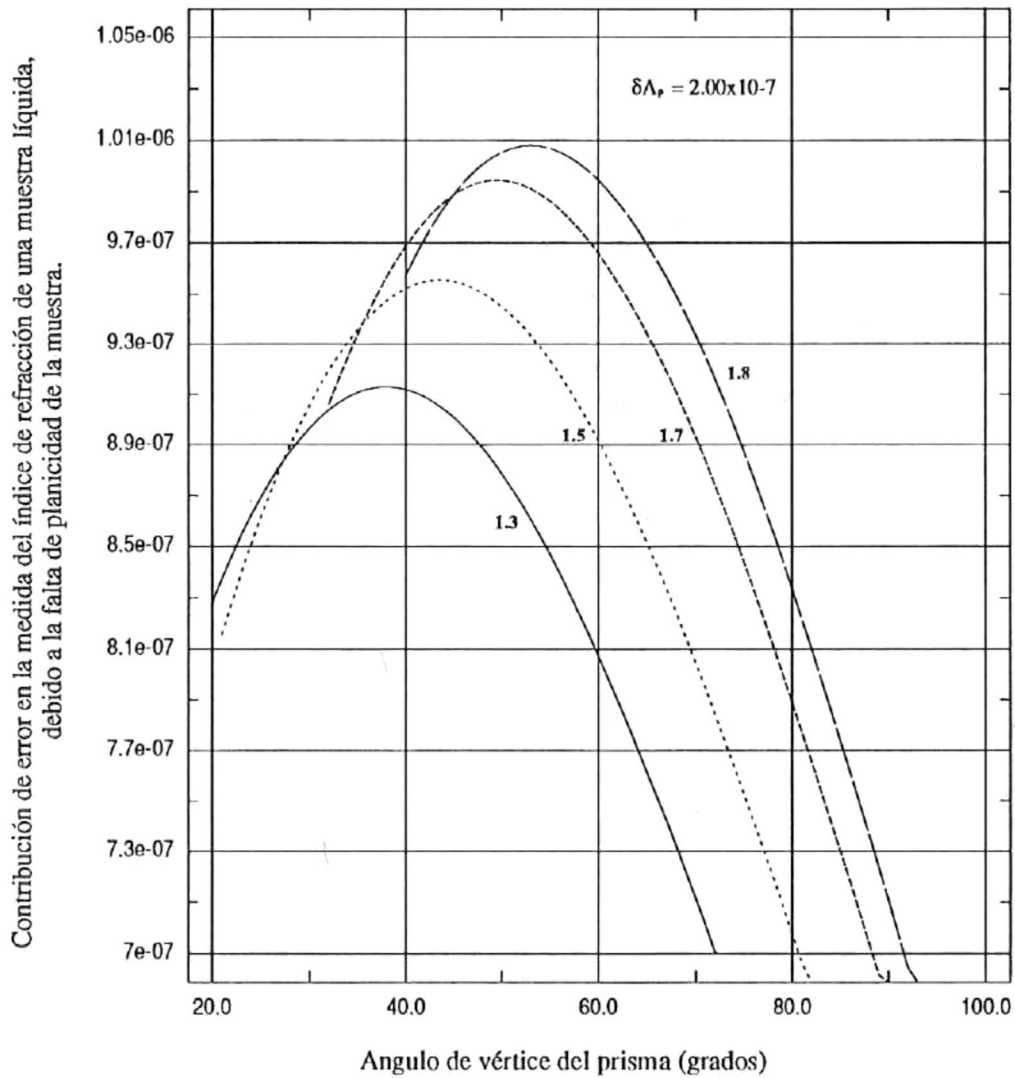


Fig. 50) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo de emergencia,  $\theta$ , ( $N=1.9$ ). La tolerancia de fabricación es  $\lambda/20$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

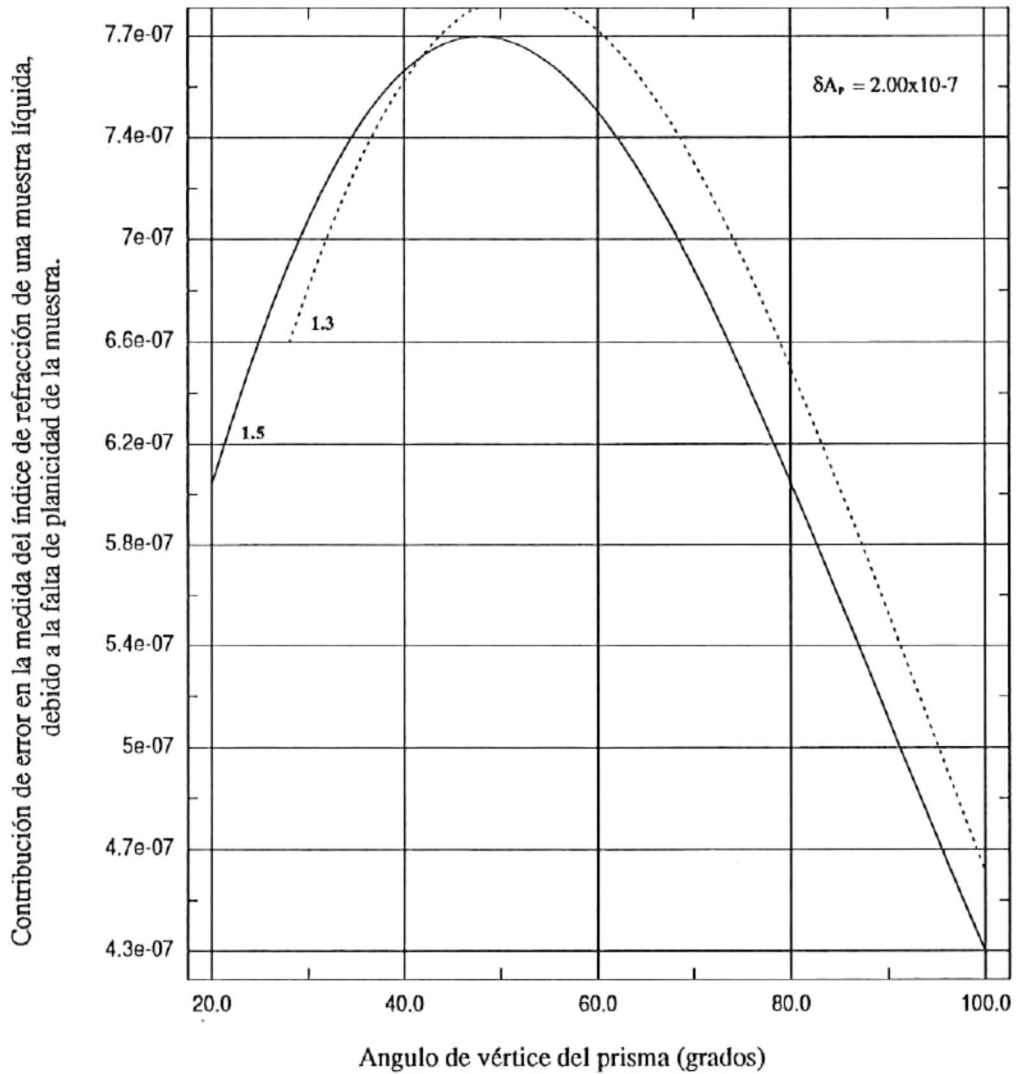


Fig. 51) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo de emergencia,  $\theta$ , ( $N=1.5$ ). La tolerancia de fabricación es  $\lambda/20$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

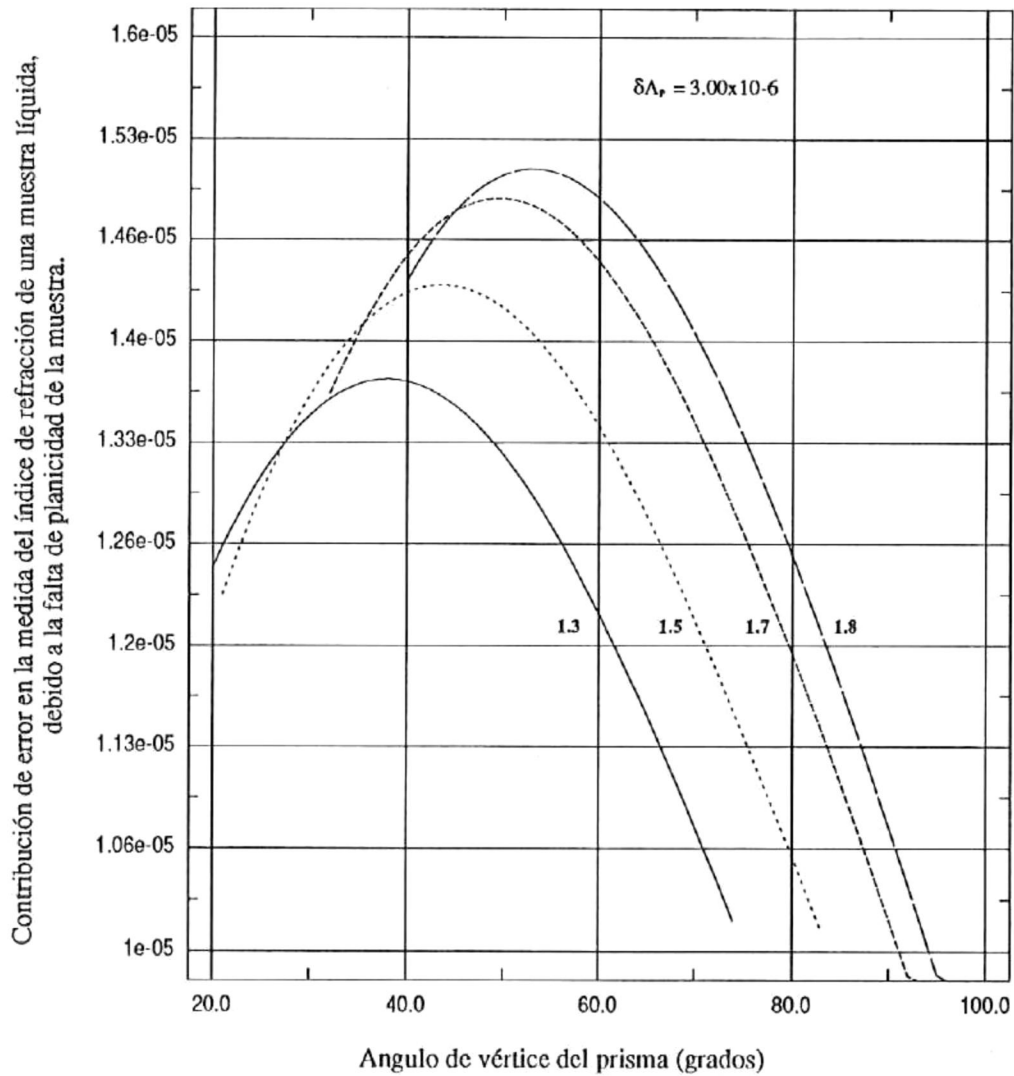


Fig. 52) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo de emergencia,  $\theta$ . ( $N=1.9$ ). La tolerancia de fabricación es  $\lambda/10$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

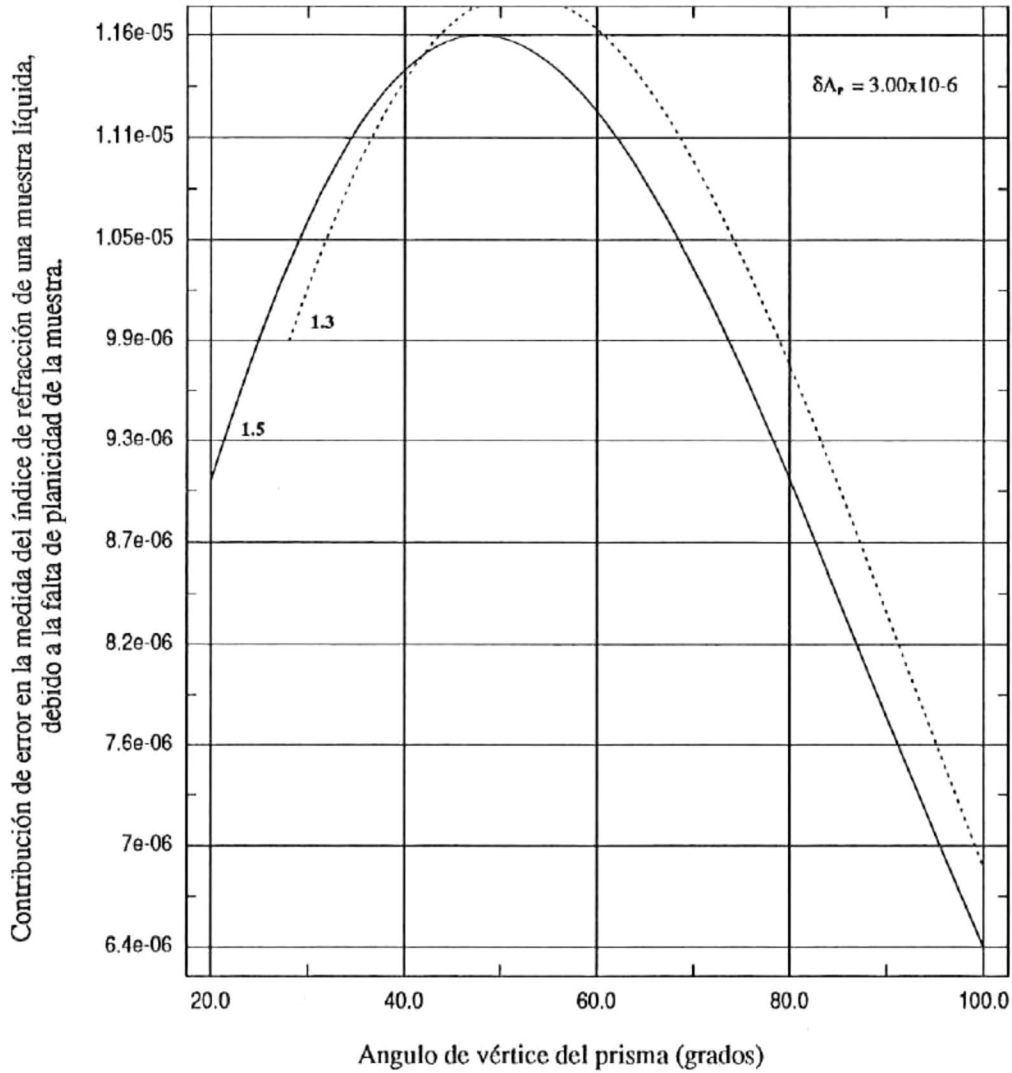


Fig. 53) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo de emergencia,  $\theta$ , ( $N=1.5$ ). La tolerancia de fabricación es  $\lambda/10$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

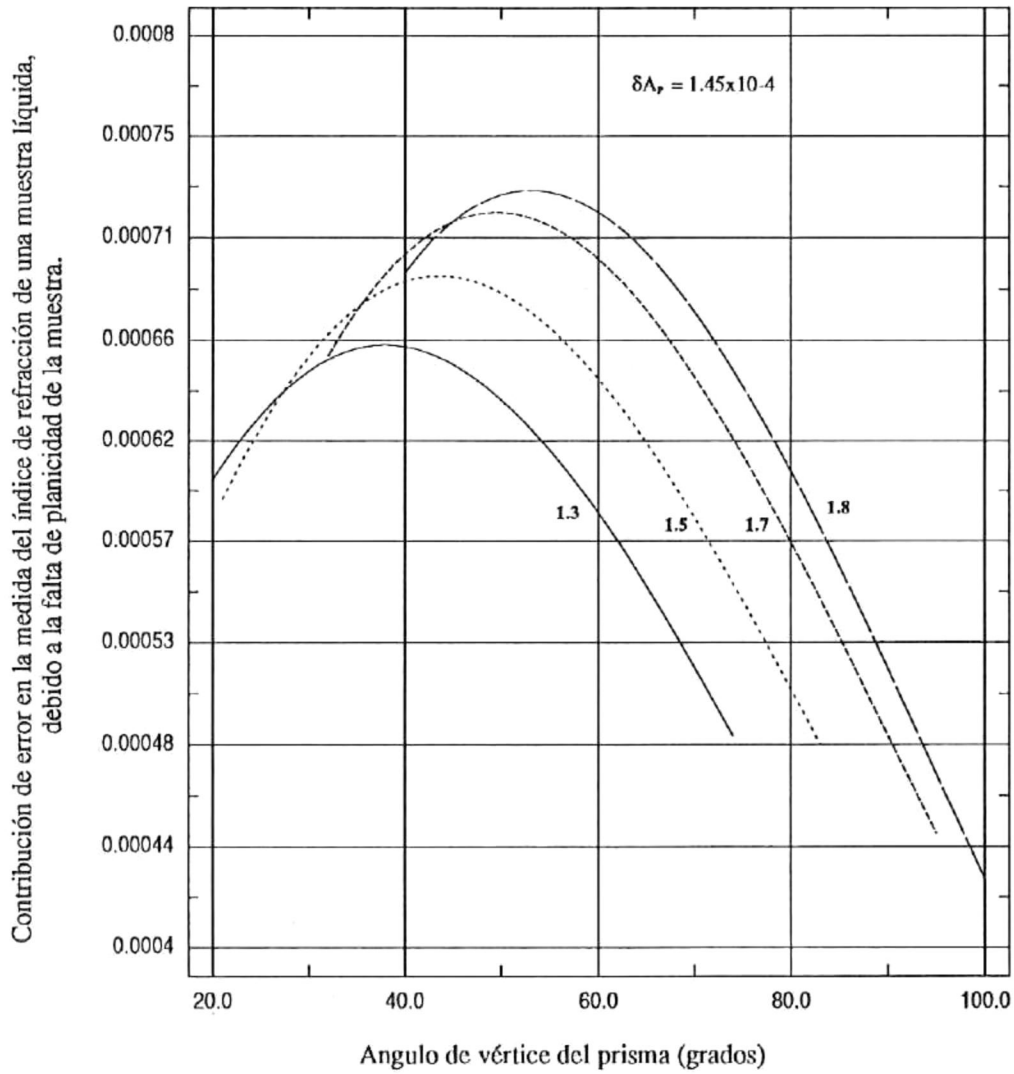


Fig. 54) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo de emergencia,  $\theta$ . ( $N=1.9$ ). La tolerancia de fabricación es  $2\lambda$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

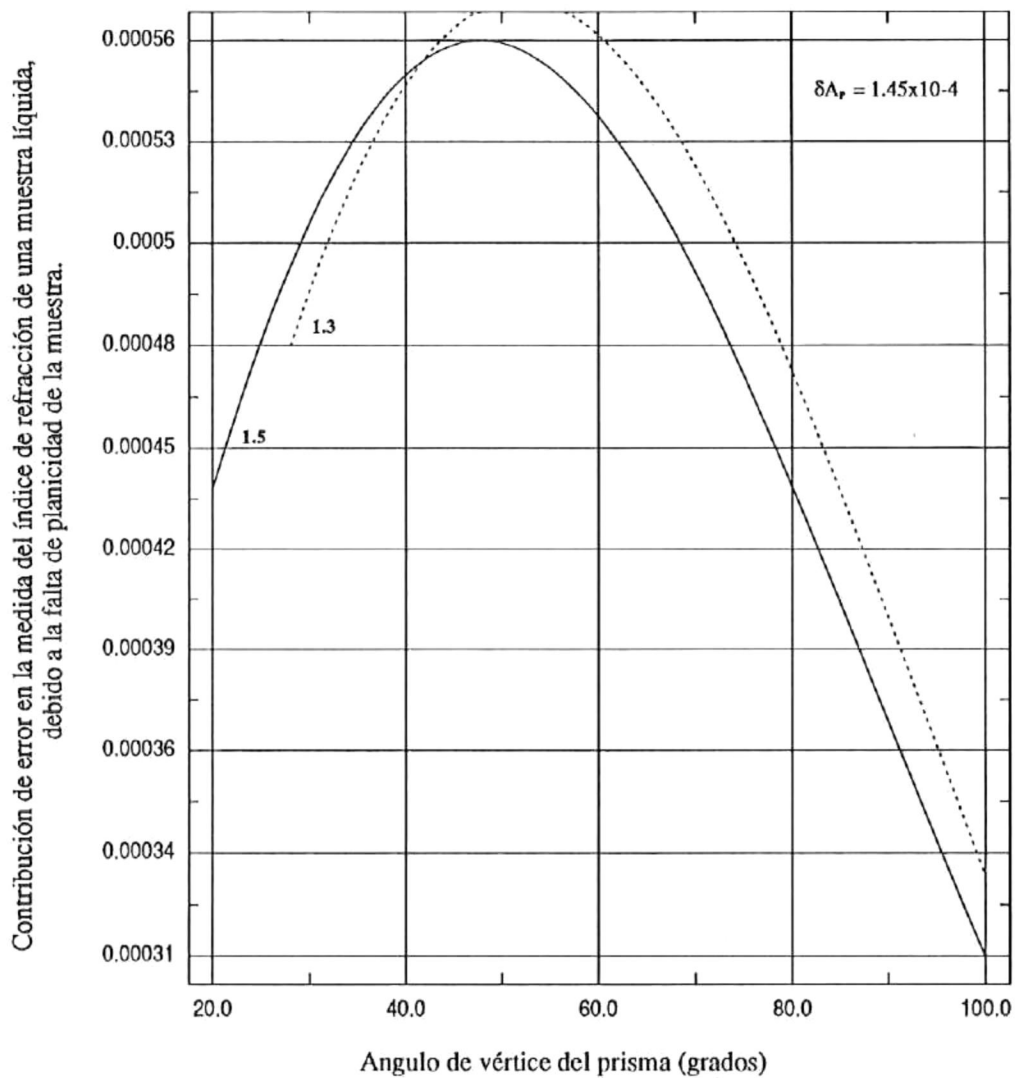


Fig. 55) En esta gráfica se muestra la contribución al error en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida, debida a la falta de planicidad de las caras del prisma de referencia. Este error está asociado a la medida del ángulo de emergencia,  $\theta$ , ( $N=1.5$ ). La tolerancia de fabricación es  $2\lambda$ . Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción, el cual se da en cada caso.

### 3.5.2.3 PRISMA DE REFERENCIA PULIDO A $2\lambda$ .

La contribución al error en la medida del ángulo  $\theta$ , debida a la falta de planicidad del prisma de referencia, se calcula para  $N = 1.9$  en la Fig. (54) y para  $N = 1.5$  en la Fig. (55). En ambos casos se considera un prisma pulido a  $2\lambda$ ; i.e. el cambio en la pendiente es de  $\partial A_p = \pm 1.45 \times 10^{-4}$ .

Los valores obtenidos para la contribución de error caen en la cuarta cifra decimal. Esta tolerancia de pulido es despreciable sólo para el goniómetro Ealing.

### 3.6. SISTEMAS DE TRABAJO EFICIENTES.

A partir de los resultados obtenidos en este capítulo, se tiene que los valores máximos para cada una de las contribuciones de error analizadas (tabla 4), permiten definir las condiciones de trabajo más adecuadas para cada tipo de goniómetro.

### 3.7. EVALUACION DEL ERROR TOTAL PARA LOS SISTEMAS DE TRABAJO SELECCIONADOS.

En la Tabla 4 se han enmarcado de la misma manera las contribuciones de error que conducen a sistemas más eficientes de medida para cada tipo de goniómetro.

En todos los casos el error asociado a la medida del ángulo del vértice del prisma es el error que domina. Dado que la calibración del prisma no se repite con cada medida del **índice de refracción** de una muestra, **para tener un sistema de bajo costo y alta exactitud**, este ángulo debe medirse en un instrumento más exacto que el integrado en el refractómetro. Es decir, **A, debe medirse con mayor exactitud que  $\theta$ .**

Otro parámetro importante es el pulido del prisma, una menor tolerancia en la planicidad de sus caras, implica un mayor costo de fabricación.

Los sistemas que se proponen son los siguientes:

El goniómetro **Moller-Wedel** debe usarse para muestras de alto **índice de refracción** con un prisma de referencia con  $N=1.9$ , calibrado a  $\pm 1 \times 10^{-5}$  y pulido a  $\lambda/10$ .

Para muestras de **índice de refracción bajo**, resulta más exacto usar un prisma de referencia de menor **índice de refracción**. Si  $N=1.5$ , el prisma debe pulirse a  $\lambda/20$  y su tolerancia de calibración en el índice debe ser de  $\pm 1 \times 10^{-5}$ .

El goniómetro **Klinger** es conveniente usarlo con un prisma de referencia cuyo **índice de refracción** se conozca a  $\pm 3 \times 10^{-5}$  y con una tolerancia en la planicidad de sus caras de  $\lambda/10$ , tanto para  $N=1.9$ , como para  $N=1.5$ .

El goniómetro **Ealing** puede usarse con un prisma cuyo ángulo **A** se conozca a  $\pm 30$  seg de arco, pulido a  $2\lambda$ . El vidrio usado para el prisma de referencia puede ser vidrio oftálmico, sin que esto decremente seriamente la exactitud de la medida.

TABLA 4. Valores máximos para las contribuciones de error asociadas a la determinación del índice de refracción de una muestra líquida.

PARAMETRO DE ERROR	CONTRIBUCION DE ERROR			
Exactitud de calibración del índice de refracción del prisma de referencia.	N=1.9		N=1.5	
	1x10 <sup>-5</sup>		1.3x10 <sup>-5</sup>	
	3x10 <sup>-5</sup>		3.5x10 <sup>-5</sup>	
+1x10 <sup>-3</sup>	2x10 <sup>-3</sup>		1.3x10 <sup>-3</sup>	
	CONTRIBUCION DEBIDA A LA MEDIDA DE A		CONTRIBUCION DEBIDA A LA MEDIDA DE θ	
Exactitud del goniómetro	N=1.9	N=1.5	N=1.9	N=1.5
+1seg de arco	1.3x10 <sup>-5</sup>	7x10 <sup>-6</sup>	7x10 <sup>-6</sup>	4.8x10 <sup>-6</sup>
+30seg de arco	3.8x10 <sup>-4</sup>	2.2x10 <sup>-4</sup>	2x10 <sup>-4</sup>	1.4x10 <sup>-4</sup>
+20min de arco	1.6x10 <sup>-2</sup>	8.8x10 <sup>-3</sup>	8.4x10 <sup>-3</sup>	5.8x10 <sup>-3</sup>
Planicidad del prisma de referencia.				
λ/20	5.5x10 <sup>-7</sup>	3x10 <sup>-7</sup>	1x10 <sup>-6</sup>	8x10 <sup>-7</sup>
λ/10	8x10 <sup>-6</sup>	4.5x10 <sup>-6</sup>	1.5x10 <sup>-5</sup>	1.2x10 <sup>-5</sup>
2λ	4x10 <sup>-3</sup>	2.2x10 <sup>-4</sup>	7.5x10 <sup>-4</sup>	6x10 <sup>-4</sup>

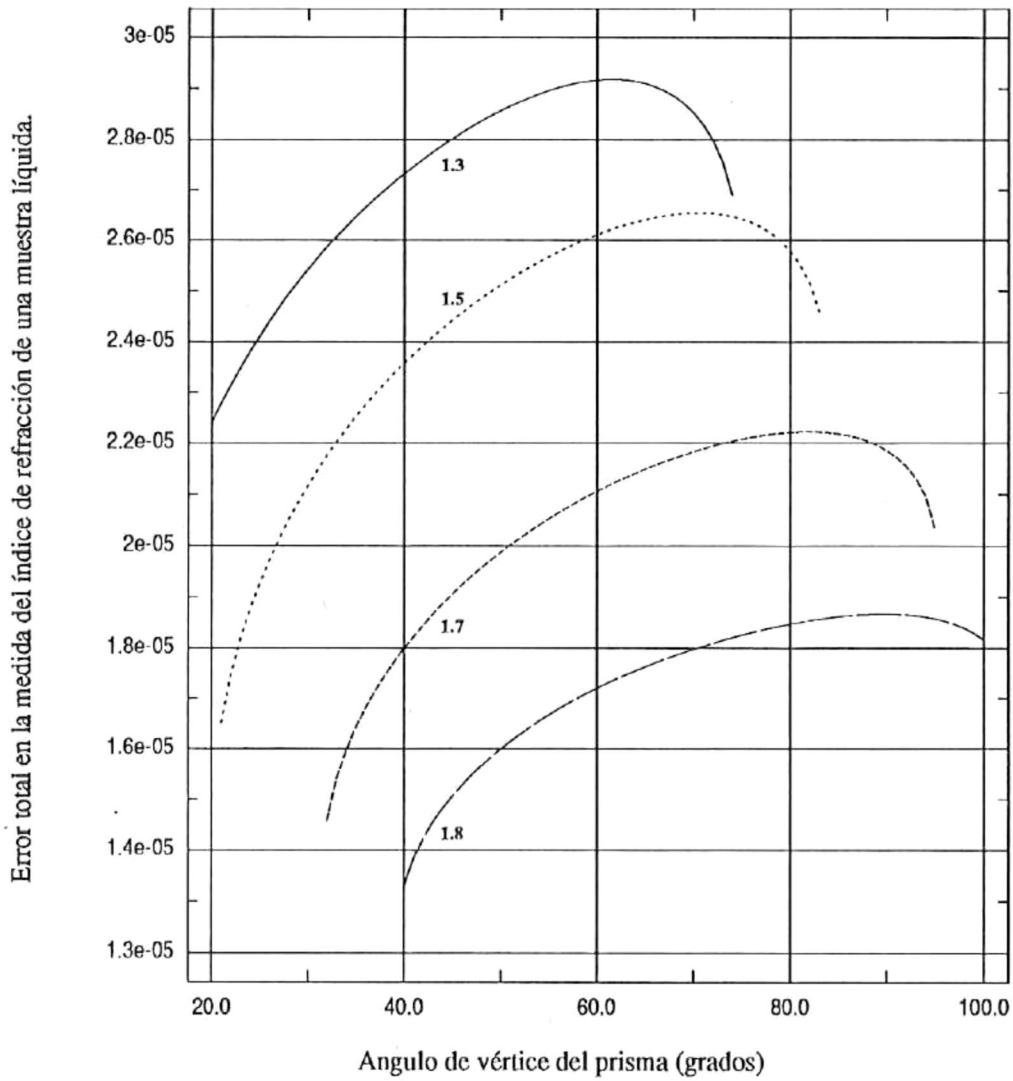


Fig. 56) En esta gráfica se muestra el error total en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida. Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción,  $N=1.9$  y parámetros:

(  $\delta N=1.0 \times 10^{-5}$ ,  $\delta \varphi_{\lambda} = 4.85 \times 10^{-6}$ ,  $\delta \varphi_{\theta} = 4.85 \times 10^{-6}$ , planicidad =  $\lambda/20$  ).

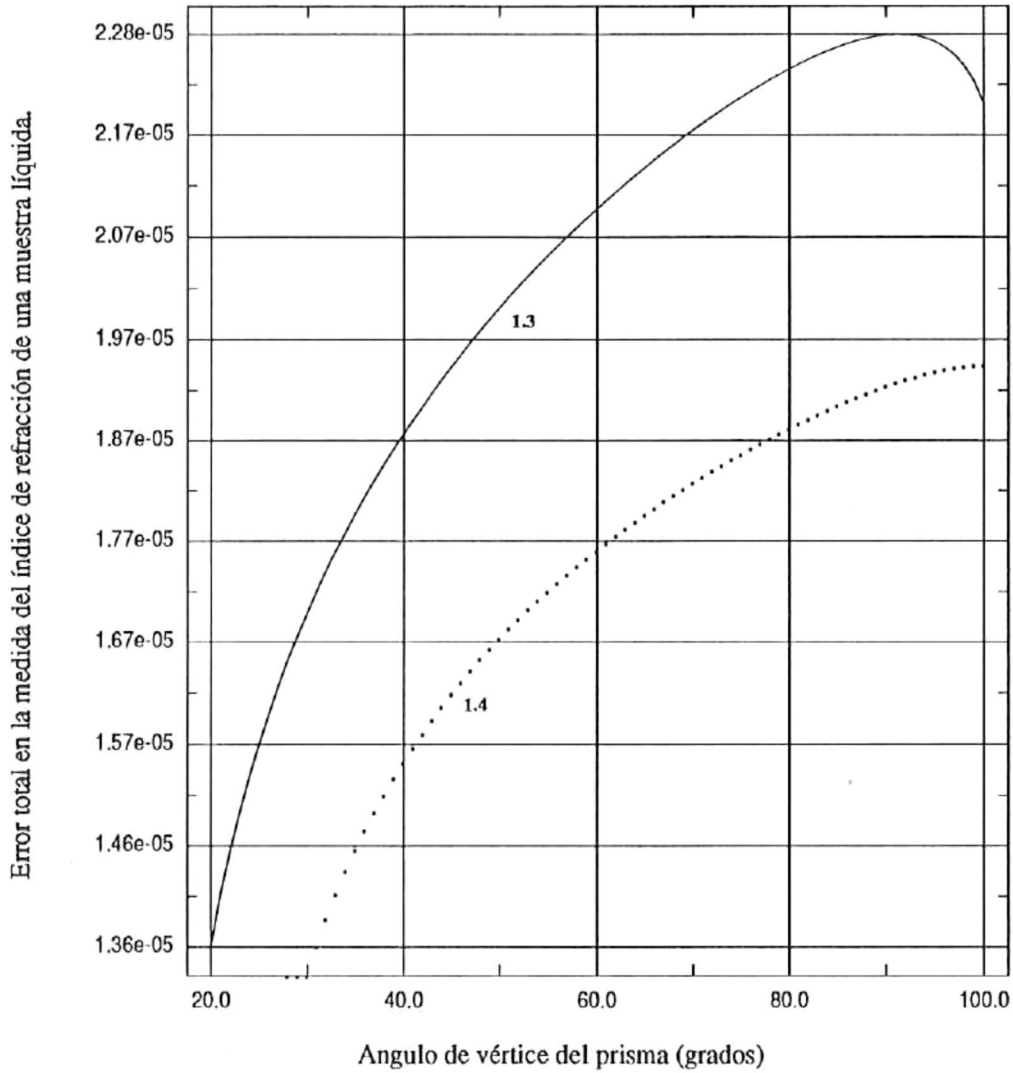


Fig. 57) En esta gráfica se muestra el error total en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida. Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción,  $N=1.5$  y parámetros:

(  $\delta N=1.0 \times 10^{-5}$ ,  $\delta \varphi_A = 4.85 \times 10^{-6}$ ,  $\delta \varphi_\theta = 4.85 \times 10^{-6}$ , planicidad =  $\lambda/20$  ).

### 3.7.1. EXACTITUD EN LA MEDIDA DEL INDICE DE REFRACCION POR R.I.T USANDO UN SISTEMA GONIOMETRICO MOLLER-WEDEL.

En las Figs. (56) y (57), se muestra el error total en la medida del **índice de refracción** de una muestra líquida bajo las siguientes condiciones de trabajo:

- La exactitud del goniómetro usado para medir  $A$  y  $\theta$  es de  $\pm 1 \text{seg}$  de arco.
- La exactitud en la medida del **índice de refracción** del prisma de referencia es de  $\pm 1 \times 10^{-5}$
- La planicidad de las caras del prisma de referencia es de  $\lambda/10$  para  $N=1.9$  y de  $\lambda/20$  para  $N=1.5$ .

Puede observarse que usando un prisma de referencia de **índice de refracción** alto ( $N=1.9$ ) y un sistema goniométrico con una exactitud de  $\pm 1 \text{seg}$  de arco, la exactitud de medida es en todos los casos superior a  $\pm 1 \times 10^{-5}$  (medida de precisión para vidrio óptico), e inferior a  $\pm 3 \times 10^{-5}$  (medida estándar).

### 3.7.2. EXACTITUD EN LA MEDIDA DEL INDICE DE REFRACCION POR R.I.T USANDO UN SISTEMA GONIOMETRICO KLINGER.

En las Figs. (58) y (59), se muestra el error total en la medida del **índice de refracción** de una muestra líquida bajo las siguientes condiciones de trabajo:

- La exactitud del goniómetro usado para medir  $A$  es de  $\pm 1 \text{seg}$  de arco.
- La exactitud del goniómetro usado para medir  $\theta$  es de  $\pm 30 \text{seg}$  de arco.
- La exactitud en la medida del **índice de refracción** del prisma de referencia es de  $\pm 3 \times 10^{-5}$
- La planicidad de las caras del prisma de referencia es de  $\lambda/10$  para  $N=1.9$  y para  $N=1.5$ .

En este caso al usar un prisma con  $N=1.9$  la exactitud de medida está entre  $\pm 2.5 \times 10^{-4}$  y  $\pm 1 \times 10^{-4}$ , los valores más altos para el error corresponden a muestras de bajo **índice de refracción**. Al usar un prisma con **índice de refracción** bajo, el error es ligeramente menor ( $\approx 30\%$ ).

### 3.7.3. EXACTITUD EN LA MEDIDA DEL INDICE DE REFRACCION POR R.I.T USANDO UN SISTEMA GONIOMETRICO EALING.

En las Figs. (60) y (61), se muestra el error total en la medida del **índice de refracción** de una muestra líquida bajo las siguientes condiciones de trabajo:

- La exactitud del goniómetro usado para medir  $A$  es de  $\pm 30 \text{seg}$  de arco.
- La exactitud del goniómetro usado para medir  $\theta$  es de  $\pm 20 \text{min}$  de arco.
- La exactitud en la medida del **índice de refracción** del prisma de referencia es de  $\pm 1 \times 10^{-3}$
- La planicidad de las caras del prisma de referencia es de  $2\lambda$  para  $N=1.9$  y para  $N=1.5$ .

En este caso la medida tiene una exactitud de  $\approx \pm 1 \times 10^{-2}$ .

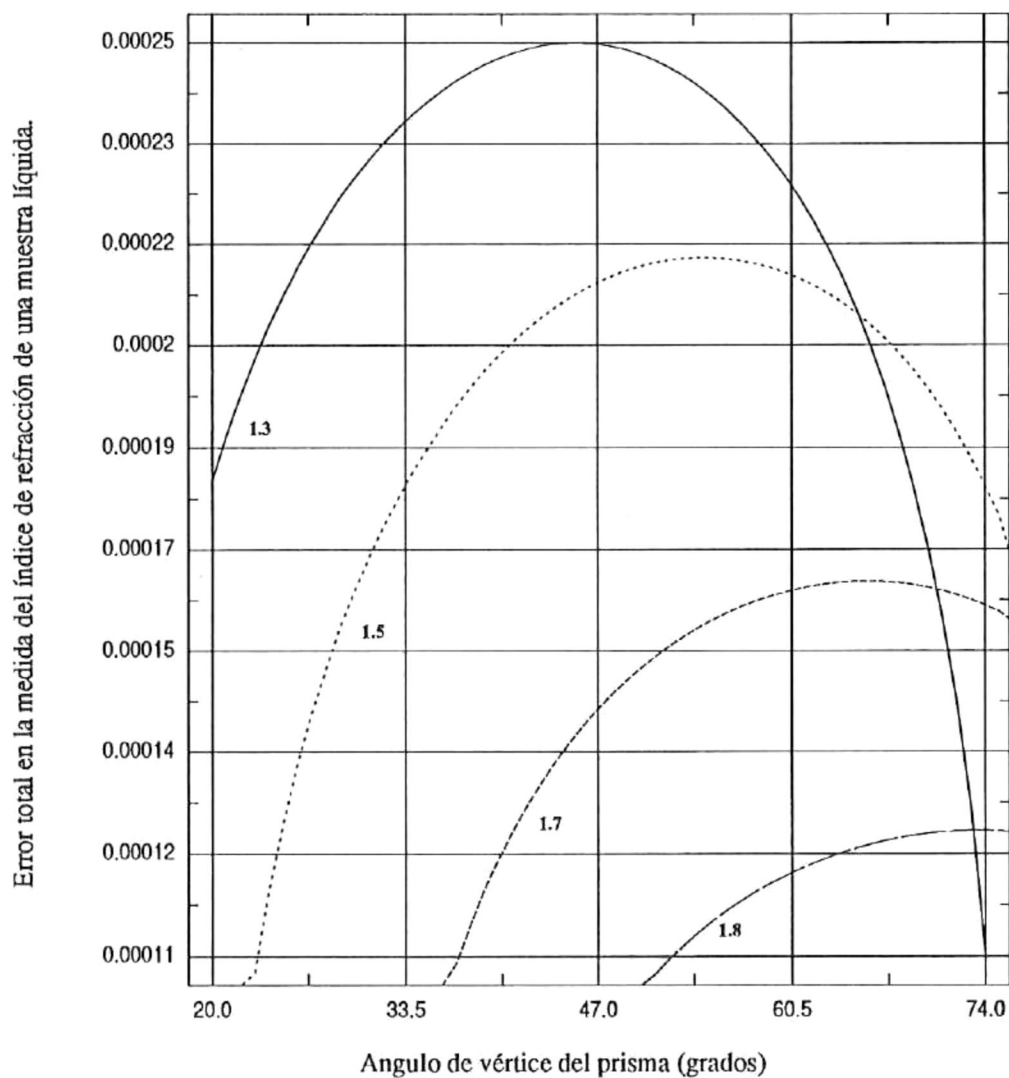


Fig. 58) En esta gráfica se muestra el error total en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida. Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción,  $N=1.9$  y parámetros:

(  $\delta N=3.0 \times 10^{-5}$ ,  $\delta \varphi_{\lambda} = 4.85 \times 10^{-6}$ ,  $\delta \varphi_{\theta} = 1.45 \times 10^{-4}$ , planicidad =  $\lambda/10$  ).

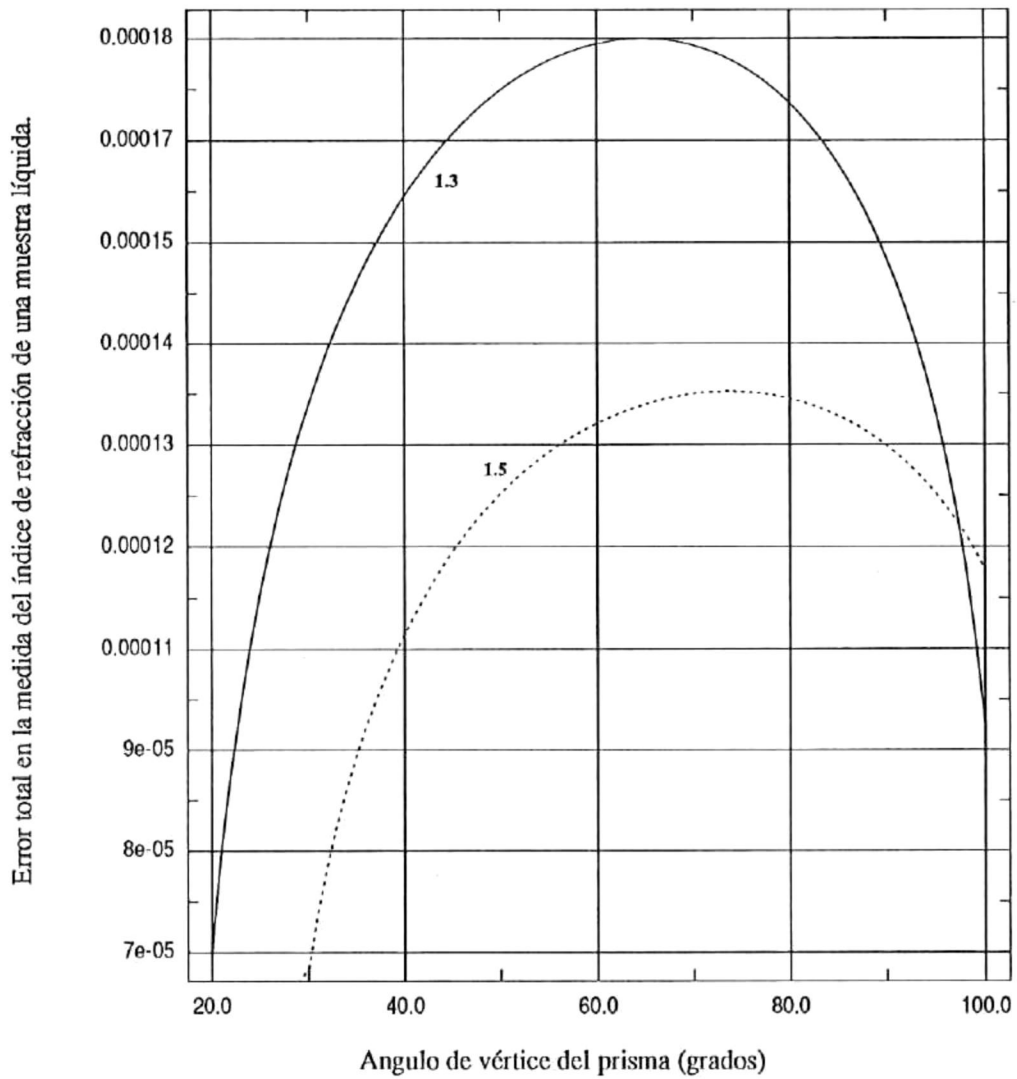


Fig. 59) En esta gráfica se muestra el error total en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida. Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción,  $N=1.5$  y parámetros:

(  $\delta N=3.0 \times 10^{-5}$ ,  $\delta \varphi_{\lambda} = 4.85 \times 10^{-6}$ ,  $\delta \varphi_{\theta} = 1.45 \times 10^{-4}$ , planicidad =  $\lambda/10$  ).

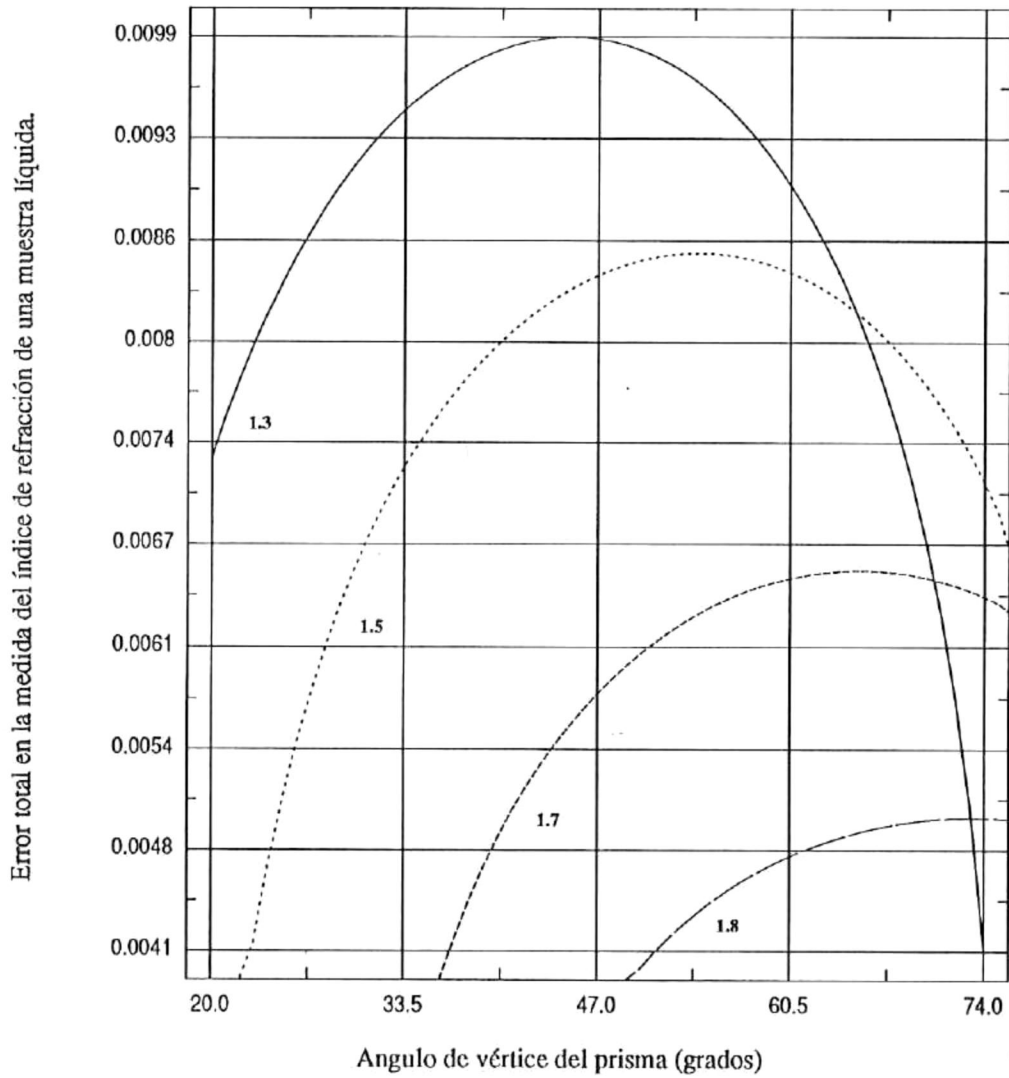


Fig. 60) En esta gráfica se muestra el error total en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida. Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción,  $N=1.9$  y parámetros:

(  $\delta N=1.0 \times 10^{-3}$ ,  $\delta \phi_{\lambda} = 1.45 \times 10^{-4}$ ,  $\delta \phi_{\theta} = 5.82 \times 10^{-3}$ , planicidad =  $2\lambda$  ).

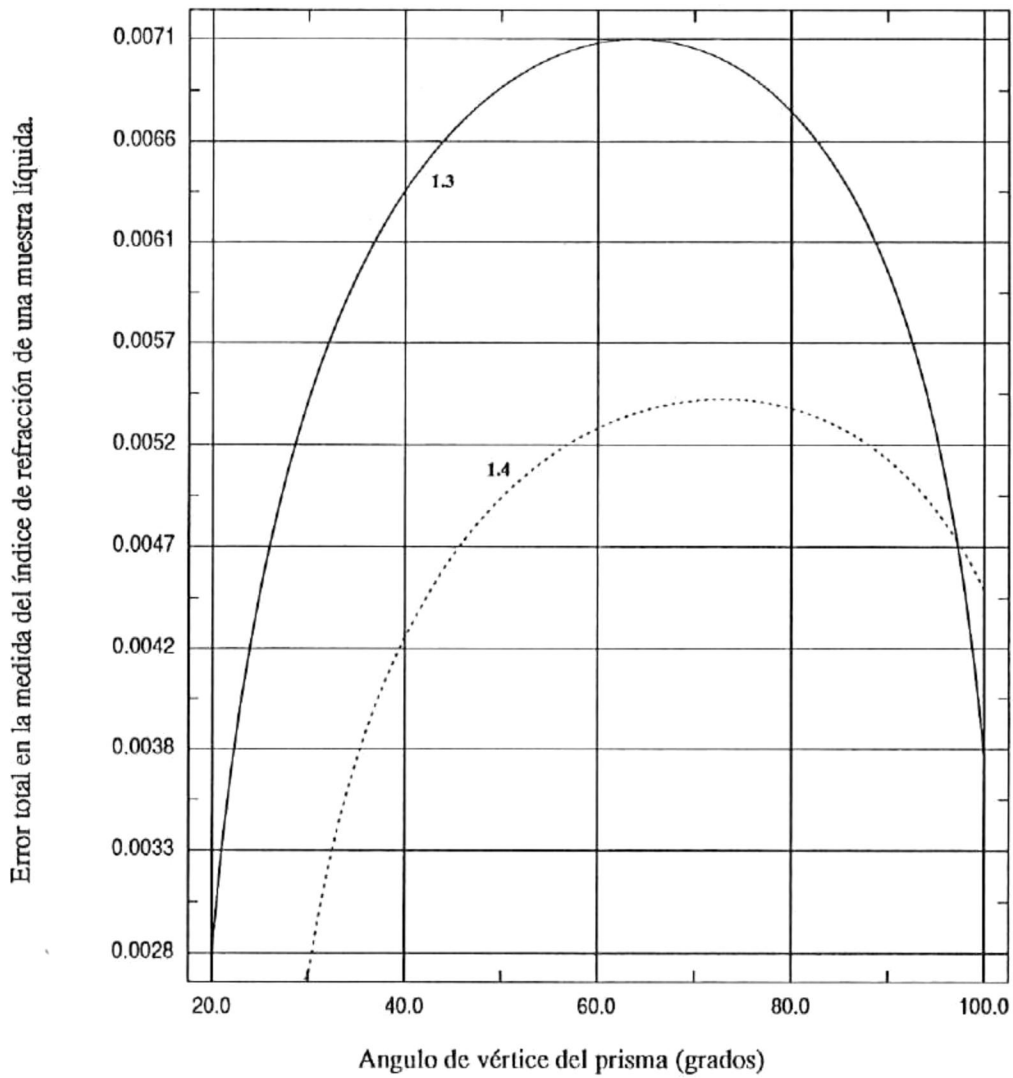


Fig. 61) En esta gráfica se muestra el error total en la determinación del índice de refracción, de una muestra líquida. Cada curva corresponde a un valor diferente del índice de refracción,  $N=1.5$  y parámetros:

(  $\delta N=1.0 \times 10^{-3}$ ,  $\delta \varphi_{\lambda} = 1.45 \times 10^{-4}$ ,  $\delta \varphi_{\theta} = 5.82 \times 10^{-3}$ , planicidad =  $2\lambda$  ).

## CAPITULO 4

### 4. CONCLUSIONES.

De acuerdo al análisis teórico realizado la técnica refractométrica de **ángulo crítico** estudiada permite medir en forma directa el **índice de refracción** de una muestra en forma de prisma con una exactitud comparable a la obtenida con la refractometría de **desviación mínima**. Al igual que la técnica de **desviación mínima**, requiere una muestra pulida a  $\lambda/20$  y de un goniómetro con una exactitud mejor que  $\pm 1\text{seg}$  de arco, para poder medir a las tolerancias requeridas para el vidrio óptico.

Estos resultados no justifican la práctica común de usar sólo a la refractometría de **desviación mínima** como técnica directa de medida. Posiblemente la justificación sea de orden práctico.

Al usar la refractometría de **ángulo crítico** para medir en forma indirecta el **índice de refracción** de una muestra líquida, las tolerancias requeridas en la planicidad de las caras del prisma de referencia son menos estrictas. El prisma puede pulirse a  $\lambda/10$ .

En este caso el error que domina es debido a la medida de ángulo del vértice del prisma. Ya que este valor se calibra con el instrumento, es recomendable medir con una exactitud mayor que la usada para medir el ángulo de emergencia  $\theta$ .

Con respecto al valor del **índice de refracción** del prisma de referencia, es conveniente recordar que esta técnica sólo permite evaluar muestras con un **índice de refracción** menor que el usado como referencia. Desde este punto de vista resulta más conveniente el contar con un prisma de **índice de refracción** alto. Sin embargo es conveniente notar este tipo de goniómetro tiene una exactitud inferior hasta en un 30% al usarse con muestras de **índice de refracción** bajo. Este cambio puede resultar significativo al medir cambios pequeños en el **índice de refracción** de una muestra.

Al usar un goniómetro con una exactitud de  $\pm 1\text{seg}$  de arco en el refractómetro, el valor medido tiene un error inferior a  $\pm 3 \times 10^{-5}$  (medida estándar para vidrio óptico).

Cuando el goniómetro que se integra al refractómetro tiene una exactitud de  $\pm 30\text{seg}$  de arco, el sistema mide a  $\pm 3 \times 10^{-4}$ . Esta exactitud de medida excede los errores introducidos por cambios en la temperatura para muestras líquidas.

Si el refractómetro tiene un goniómetro con una exactitud de  $\pm 20\text{min}$  de arco, el límite de medida del instrumento es de  $\pm 1 \times 10^{-2}$ . Esta exactitud de medida resulta pobre aún para vidrio oftálmico.

Estos resultados son válidos también para muestras en forma de películas delgadas depositadas sobre el prisma de referencia. Para estos dos tipos de muestras sólidas estos resultados son válidos si:

- La superficie de la muestra se pone en contacto con el prisma de referencia usando un líquido de acoplamiento con el mismo **índice de refracción** del prisma de referencia.
- La tolerancia en el **índice de refracción** debe ser menor o igual a la usada para determinar el valor del **índice de refracción** del prisma de referencia.
- La superficie de la muestra tiene la misma tolerancia de pulido del prisma de referencia.

```

#include <stdio.h>
#include <math.h>

main(argc,argv)
  int argc;
  char **argv;
  {
  FILE *out1,*out2,*out3,*out4,*out5;
  float theta,thetas;
  float dA,dN,n1,n2,n3,n4,n5,x1,x2,A,AG;
  float deltaN,deltaA,deltaP,deltaS,deltaT,deltaC;
  static float N[6]={1.3,1.5,1.7,1.9,2.1,2.3};
  static float F[3]={4.85e-6,1.45e-4,5.82e-3};
  static float P[3]={2.00e-7,3.00e-6,1.45e-4};

  static char filea[6][20]={"dela1","dela2","dela3","dela4","dela5","dela6"};
  static char filen[6][20]={"deln1","deln2","deln3","deln4","deln5","deln6"};
  static char files[6][20]={"dels1","dels2","dels3","dels4","dels5","dels6"};
  static char filep[6][20]={"delp1","delp2","delp3","delp4","delp5","delp6"};
  static char filel[6][20]={"delt1","delt2","delt3","delt4","delt5","delt6"};
  static int k,i,m;

  m=atoi(argv[argc-1]);
  k=atoi(argv[argc-2]);
  for(i=0;i<6;i++)
  {
  x1=N[i]*N[i]-1;
  x2=1-(1/(N[i]*N[i]));
  out1=fopen(filea[i],"w");
  out2=fopen(filen[i],"w");
  out3=fopen(files[i],"w");
  out4=fopen(filep[i],"w");
  out5=fopen(filel[i],"w");
  for(AG=20.0;AG<=100;AG++)
  {
  A=AG*M_PI/180.0;
  theta=sqrt(x1)*sin(A)-cos(A);
  if(theta>=1.0)break;
  theta=asin(theta);

  /* ERROR DEBIDO AL ANGULO DE PRISMA ECUACION ... (8) ... */
  dA=fabs(sqrt(x2)*((1.0+sin(theta)*cos(A))/(sin(A)*sin(A))));
  deltaA=fabs(sqrt(x2)*((1.0+sin(theta)*cos(A))/(sin(A)*sin(A)))*2.0*F[k];
  fprintf(out1,"%e %e\n",AG,deltaA);

  /* ERROR DEBIDO AL ANGULO THETA ECUACION ... (7) ... */
  dN=fabs((sin(theta)+cos(A))/(N[i]*sin(A)*sin(A))*cos(theta));
  deltaN=fabs((sin(theta)+cos(A))/(N[i]*sin(A)*sin(A))*cos(theta))*2.0*F[k];
  fprintf(out2,"%e %e\n",AG,deltaN);

  /* ERROR DEBIDO AL INSTRUMENTO DE MEDIDA ECUACION ... (8)+(9) ... */
  deltaS=(deltaA+deltaN);
  fprintf(out3,"%e %e\n",AG,deltaS);

  deltaC=fabs(((sqrt(x1)*cos(A)+sin(A))/cos(theta))); /* ECUACION .... (19) .... */

  /* ERROR DEBIDO A LA FALTA DE PLANICIDAD ECUACION ... (30) ... */
  deltaP=(dA+(dN*deltaC))*2.0*P[m];
  fprintf(out4,"%e %e\n",AG,deltaP);

  /* ERROR TOTAL DEL INSTRUMENTO ECUACION ... (8)+(21)+(30) ... */
  deltaT=deltaS+deltaP;
  fprintf(out5,"%e %e\n",AG,deltaT);
  }
  fclose(out1); fclose(out2);
  fclose(out3); fclose(out4);
  fclose(out5);
  }
}

```

## APENDICE 1

PROGRAMA PARA CALCULAR LOS ERRORES DEBIDOS A: EL INSTRUMENTO, LA FALTA DE PLANICIDAD DE LA MUESTRA Y EL ERROR TOTAL EN LA EVALUACION DIRECTA DEL INDICE DE REFRACCION DE UNA MUESTRA EN FORMA DE PRISMA.

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
```

```
main(argc,argv)
int argc;
char **argv;
```

```
{
FILE *out1,*out2,*out3,*out4,*out5,*out6;

static int B,res,J,i;

static float M,x1,x2,A,AG;
static float theta,k4,K4,K5,K6,K7,K8,K9;
static float N[4]={1.3,1.5,1.7,1.8};
static float F[3]={4.85e-6,1.45e-4,5.82e-3}; /* lseg, 30seg, 20min */
static float P[3]={2.00e-7,3.00e-6,1.45e-4}; /* 1/20, 1/10, 2lambda*/
static float D[3]={1.00e-5,3.00e-5,1.00e-3}; /* Precision */

static char cp[50];
static char file4[4][20]= {"dela1","dela2","dela3","dela4"};
static char file5[4][20]= {"delb1","delb2","delb3","delb4"};
static char file6[4][20]= {"delc1","delc2","delc3","delc4"};
static char file7[4][20]= {"deld1","deld2","deld3","deld4"};
static char file8[4][20]= {"delf1","delf2","delf3","delf4"};
static char file9[4][20]= {"delg1","delg2","delg3","delg4"};
B=0;
M=1.9;
j=atoi(argv[argc-1]);
for(i=0;i<4;i++)
{
out1=fopen(file4[i],"w");
out2=fopen(file5[i],"w");
out3=fopen(file6[i],"w");
out4=fopen(file7[i],"w");
out5=fopen(file8[i],"w");
out6=fopen(file9[i],"w");
for(AG=20.0;AG<=100;AG++)
{
A=AG*M*PI/180.0;
x1=(M*M)-(N[i]*N[i]);
theta=sin(A)*sqrt(x1)-(N[i]*cos(A));
if(theta >= 1.0 || theta < (-1.0)){B=1; goto bri;}
theta=asin(theta);

x2=M*M-(sin(theta)*sin(theta));
/*ERROR DE UNA MUESTRA LIQUIDA DEBIDO A LA EXACTITUD DEL GONIOMETRO ECUACION... (40)...*/
K4=fabs(cos(A)*sqrt(x2)+sin(A)*sin(theta))*2.0*F[j];
fprintf(out1,"%e %e\n",AG,K4);
if(j>0)j=j-1;
k4=fabs(cos(A)*sqrt(x2)+sin(A)*sin(theta))*2.0*F[j];

/*ERROR DE UNA MUESTRA LIQUIDA DEBIDO A LA MEDIDA DEL ANGULO DE EMERGENCIA */
/* Y LA CONTRIBUCION DEL GONIOMETRO ECUACION... (42)...*/
K5=fabs((sin(A)*sin(2*theta))/(2*sqrt(x2))+cos(A)*cos(theta))*2.0*F[j];
fprintf(out2,"%e %e\n",AG,K5);

/*ERROR DE UNA MUESTRA LIQUIDA DEBIDO A LA CALIBRACION DEL INDICE DEL PRISMA DE REFERENCIA ECUACION... (38)...*/
K6=fabs((M*sin(A))/sqrt(x2))*D[j];
fprintf(out3,"%e %e\n",AG,K6);

/*ERROR DE UNA MUESTRA LIQUIDA DEBIDO A LA FALTA DE PLANICIDAD ECUACION... (40)...*/
K7=fabs(cos(A)*sqrt(x2)+sin(A)*sin(theta))*2.0*P[j];
fprintf(out4,"%e %e\n",AG,K7);

/*ERROR DE UNA MUESTRA LIQUIDA DEBIDO A LA MEDIDA DEL ANGULO DE REFERENCIA */
/* CONTRIBUCION DEBIDO A LA FALTA DE PLANICIDAD ECUACION... (37)...*/
K8=fabs(cos(A)*sqrt(x2)+N[i]*sin(A))*2.0*P[j];
fprintf(out5,"%e %e\n",AG,K8);

/* ERROR TOTAL DE UNA MUESTRA LIQUIDA ECUACION... (38+40p+40f+42+((42/2*f)*37))...*/
K9=fabs(K6+k4+k7+k5+((K5/2.0*F[j])*K8));
fprintf(out6,"%e %e\n",AG,K9);
bri: if(B){printf("");B=0;}
}
fclose(out1); fclose(out2); fclose(out3);
fclose(out4); fclose(out5); fclose(out6);
}
}
```

## APENDICE 2

PROGRAMA PARA CALCULAR LOS ERRORES DEBIDOS A: EL INSTRUMENTO, LA FALTA DE PLANICIDAD DE LA MUESTRA, A LA MEDIDA DEL ANGULO DE EMERGENCIA Y EL ERROR EN LA CALIBRACION DEL INDICE DE REFRACCION DEL PRISMA DE REFERENCIA PARA MUESTRAS LIQUIDAS.

## BIBLIOGRAFIA.

G.E. Fishter. "Refractometry", en el libro "Applied Optics and Optical Engineering, Vol IV", ed. Rudolf Kingslake (Academic Press, 1967) Cap. X, 363-382.

H.W. Straat, J. W. Forest, "The accuracy requirements in fifth place refractometry", J. Opt. Soc. Am. 29, 240-247 (1939).

Diana Tentori, Jesus R. Lerma. "Refractometry by minimum deviation: accuracy analysis", Opt. Eng. 29 160-168 (1990)

Alan J. Warner. "Methods in high precision refractometry of optical glasses", Appl. Opt. 7, 837-843 (1968).