

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA  
ESCUELA DE INGENIERIA



CONSTRUCCION Y SIMULACION DEL CIRCUITO DE CHUA

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO EN ELECTRONICA

PRESENTA :

FRANCISCO JAVIER NERI FONCECA

ENSENADA BAJA CALIFORNIA, ABRIL DE 1996

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA  
ESCUELA DE INGENIERIA

" CONSTRUCCION Y SIMULACION DEL CIRCUITO DE CHUA "

TESIS PROFESIONAL

QUE PRESENTA :

FRANCISCO JAVIER NERI FONCECA

APROBADO POR :



M.C. JUAN IVAN NIETO HIPOLITO



M.I. ARTURO ARVIZU MONDRAGON



LIC. PEDRO MATA GONZALEZ



ING. JUAN DE DIOS SANCHEZ LOPEZ



JOSE ANTONIO MICHEL MACARTY

## DEDICATORIA :

A mi familia : Teresa, Alfredo, Maria Elena, Marisela y Lilia ; que me apoyaron durante toda la carrera de manera incondicional, gracias .

### A MIS PADRES

Que me han sabido guiar y aconsejar, de los cuales reconozco su experiencia vivida que me han podido transmitir y que recibo como una herencia incorruptible.

### A MIS MAESTROS

Que al cumplir con su trabajo me impartieron los conocimientos mínimos para enfrentar la vida profesional.

### EN GENERAL

A todos lo que influyeron en mi carrera de manera directa o indirecta , a mis compañeros de clase, amigos , vecinos; con los que pude compartir vivencias y opiniones.

## AGRADECIMIENTOS

A mi asesor de tesis M.C. Juan Iván Nieto Hipólito por su apoyo incondicional y dedicación.

A los maestros: Pedro Mata, Horacio Martínez, Israel Gradilla , que me apoyaron con consejos y asesoría en la escritura de la tesis.

En especial al maestro M.I. Arturo Arvizú Mondragón por su apoyo en cuanto a la simulación en SPICE .

A estudiantes de CICESE Enrique Castañeda, Ricardo Alvarez , que me proporcionaron valiosa información técnica .

A todos los sinodales por dedicar tiempo en la revisión de la tesis.

A la Universidad Autónoma de Baja California por el apoyo técnico proporcionado durante la tesis, y por mi formación como profesionista; gracias .

# CONSTRUCCION Y SIMULACION DEL CIRCUITO DE CHUA

## CONTENIDO

	PAGINA
I.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
I.2 OBJETIVO	1
I.3 METODOLOGIA	2
II CONCEPTOS GENERALES DEL CAOS	
II.1 INTODUCCION	3
II.2 LOS CIRCUITOS ELECTRICOS Y EL COMPORTAMIENTO CAOTICO	8
II.3 EL COMPORTAMIENTO REGULAR E IREGULAR Y EL CAOS	9
II.4 LA FAMILIA DE CIRCUITOS DE CHUA	13
III ANALISIS E IMPLEMENTACION DEL CIRCUITO DE CHUA	
III.1 INTRODUCCION	16
III.2 DE LA SIMULACION A LA EXPERIMENTACION	18
III.3 PASIVIDAD EVENTUAL	20
III.5 DISEÑO DE UN CONVERTIDOR DE RESISTENCIA NEGATIVA	21
III.6 AMPLIFICADORES OPERACIONALES	22
III.7 CONVERTIDOR DE RESISTENCIA NEGATIVA USANDO AMP. OP.	25
III.8 REALIZACION DEL RESISTOR NO-LINEAL ( DIODO CHUA)	26
III.9 PROCEDIMIENTO DE DISEÑO DE UN RESISTOR NO-LINEAL	28
III.10 PASOS DE DISEÑO DE UN RESISTOR NO-LINEAL	29
III.11 IMPLEMENTACION PRACTICA DEL CIRCUITO DE CHUA	29
III.12 VERIFICACION EXPERIMENTAL DEL DIODO CHUA	31

<b>IV SIMULACION DEL CIRCUITO DE CHUA EN COMPUTADORA</b>	<b>PAGINA</b>
IV.1 SIMULACION EN SPICE Y ABC	32
IV.2 SIMULACION DE LA CARACTERISTICA DEL DIODO CHUA	44
<b>V RESULTADOS EXPERIMENTALES Y CONCLUSIONES</b>	
V.1 RESULTADOS EXPERIMENTALES	45
V.2 CONCLUSIONES	50
V.3 RECOMENDACIONES	52
APENDICE A	53
APENDICE B	55
APENDICE C	61
GLOSARIO DE TERMINOS	64
BIBLIOGRAFIA	

# **CONSTRUCCION Y SIMULACION DEL CIRCUITO DE CHUA**

## **I.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

El presente tema de tesis, ha generado numerosas investigaciones y se han obtenido grandes avances, debido a que el ser humano en su constante afán por entender la naturaleza que lo rodea, se dedica a estudiar los fenómenos naturales y sus posibles maneras de explicarlos.

A través de la historia, la ciencia ha logrado explicar algunos fenómenos y descubrir otros más, de tal manera que se va logrando una comprensión más profunda de los fenómenos naturales .

La ciencia avanza y la ingeniería aplica los avances, actualmente el conocimiento sobre el caos se aplica a las comunicaciones, el control y diseño de circuitos. El circuito de Chua es el circuito más sencillo de los circuitos que presentan comportamiento caótico en cuanto a dispositivos empleados y ecuaciones que lo representen se refiere , por lo que un buen entendimiento del circuito de Chua , asegura un buen entendimiento del comportamiento caótico en los circuitos eléctricos .

El enfoque actual de la ingeniería es hacia los sistemas lineales [5] en su mayor parte; pero el comportamiento de muchos sistemas es usualmente no-lineal en parte de su intervalo de funcionamiento.

Debido a que las herramientas matemáticas necesarias para explicar el comportamiento de los sistemas no-lineales está en proceso de investigación y desarrollo; la elaboración de un trabajo sobre el circuito de Chua ayudará a ampliar la visión de los ingenieros sobre el comportamiento de los sistemas eléctricos .

## **I.2 OBJETIVO**

Presentar un estudio que sirva de referencia complementaria a ingenieros en electrónica interesados en el tema de los sistemas no-lineales, así como un enfoque práctico del diseño, implementación y caracterización de uno de los circuitos de la familia de circuitos de Chua y su simulación en computadora .

### **I.3 METODOLOGIA**

La parte principal del capítulo I es el planteamiento del problema desde el punto de vista de la ingeniería, el tema del caos es interesante y muy amplio, el aspecto matemático puede ser muy complejo .

En el capítulo II se presenta una breve exposición general del concepto de caos , tratando de enfocarlo hacia los sistemas eléctricos, posteriormente se hace notar la diferencia entre el ruido electrónico y el comportamiento caótico, también se describe la diferencia entre el comportamiento natural y el comportamiento caótico en los sistema eléctricos.

Después de conocer el concepto del caos de manera general , en el capítulo III se presenta el circuito de Chua, que es un circuito electrónico que presenta comportamiento caótico. Este circuito tiene la ventaja de ser facil de construir y con componentes comerciales, enfatizando los pasos necesarios para la implementación práctica del circuito .

Finalmente en el capítulo IV se presentan gráficas de simulación del circuito de Chua usando el simulador de computadora SPICE y el programa de simulación ABC .

En el capítulo V se presentan los resultados experimentales en fotografía, con los cuales se verifican los resultados de la simulación y la referencia de la bibliografía .

También se presentan las conclusiones del trabajo y propuestas .

## II CONCEPTOS GENERALES DEL CAOS

### II.1 INTRODUCCION

La palabra caos tiene su origen en el verbo Griego que significa " abrir abruptamente " y que fué usado comunmente para referirse al vacío primitivo del universo, antes de que las cosas llegaran a ser; en términos generales la palabra se asocia al desorden total de algún suceso.

En las ciencias físicas , un ejemplo visual de un movimiento considerado caótico es la turbulencia que se produce en el agua de mar al pasar un barco, un caso menos visual es la turbulencia de aire que genera el movimiento de un automóvil o un avión ; para más ejemplos acerca de fenómenos caóticos dirijase a la referencia [1] .

Siendo la Dinámica la rama más antigua de la Física , según la Ley de Newton se dice que: " dadas las fuerzas entre partículas, sus posiciones iniciales y velocidades , se puede predecir el movimiento y la historia de un sistema para siempre " ; pero el arribo de computadoras cada vez más poderosas no reafirma la predictibilidad infinita de la dinámica de un sistema . Ahora se conoce que el comportamiento de algunos sistemas dinámicos simples no puede ser predicho más allá del futuro inmediato , asignandoles el nombre de *Sistemas Caóticos* .

El hecho de no poder predecir el comportamiento de un sistema, no significa que no haya leyes que gobiernen al sistema, si no que aún no se conocen tales leyes, y la ciencia investiga para tratar de encontrarlas. El concepto no-científico de la palabra caos es muy antigua y se asocia con la pérdida de control de la naturaleza sobre ciertos eventos o de la sociedad en circunstancias tales como: terremoto, incendios, explosiones volcánicas, inundaciones y guerra.

En las ciencias físicas la palabra caos se asocia con el fenómeno de turbulencia de los fluidos . Se ha constatado que la Dinámica del Caos es inherente (se presenta) en todos los fenómenos físicos con representación matemática no-lineal .

Debemos distinguir entre los sistemas aleatorios y los sistemas caóticos , los primeros se refieren a sistemas en los cuales no conocemos todas las variables de entrada o solo conocemos algunos datos estadísticos de las variables.

El término caótico está reservado para sistemas determinísticos, para los cuales no hay entradas aleatorias o impredecibles de las variables de entrada al sistema.

En la literatura actual, el término " Caótico " se le asigna a aquella clase de sistemas físicos o matemáticos cuya dinámica de movimiento es determinística y su historia de movimiento tiene una dependencia sensible a las condiciones iniciales .

Las características generales de un sistema caótico [1] son :

- a).- La generación de un espectro de frecuencias continuo bajo una sola entrada de frecuencia.
- b).- La pérdida de información acerca de las condiciones iniciales .
- c).- El incremento de la incertidumbre .

### Dinámica Fractal

Aunque se tiene una pérdida de predicción en los sistemas caóticos, existe para los sistemas *dissipativos* una estructura oculta en la dinámica caótica, la cual no es aparente bajo el análisis de la dinámica convencional, esto es, la salida respecto al tiempo o desde el espectro de frecuencia, por lo que se debe buscar en el espacio de fase ( posición respecto de velocidad [1] , en un sistema físico y con corriente respecto al voltajes en el caso de un sistema eléctrico). Entonces se encontrará que los movimientos caóticos exhiben una propiedad geométrica llamada *estructura fractal*, los fractales son estructuras geométricas que se repiten en muchas escalas de amplificación [1] .

En la Ingeniería Eléctrica siempre han sabido acerca del comportamiento caótico, pero lo conocían como **ruido o turbulencia** , se les consideraba como factores de seguridad alrededor de los cuales se elaboraba el diseño de un circuito ; debido a la aleatoriedad aparente y desconocida que existe en cada dispositivo electrónico fuera de sus regiones lineales, de tal manera que el comportamiento caótico no es algo nuevo en la Ingeniería Eléctrica; lo que es nuevo es que tal comportamiento se presenta aún en sistemas determinísticos no-lineales de bajo orden los cuales son más fáciles de analizar .

La ciencia pretende aplicar los conocimientos obtenidos en los sistemas de bajo orden , a sistemas de orden más alto con la esperanza de resolver problemas no resueltos tales como : la dinámica de terremotos, oscilaciones cardíacas, turbulencia de fluidos [1] .

Algunos de los conceptos más recientes para estudiar el caos en los sistemas, son las *Dimensiones Fractales y Exponente de Lyapunov*.

La fuente de caos en los sistemas electrónicos son debidas a la no-linealidad de :  
diodos , transistores, y en general a la no-linealidad de cualquier dispositivo.

Hasta recientemente [2] , se ha cuestionado la validez de los siguientes estatutos :

**oscilación = periódico y ruido = no-determinístico**

Ahora puede dudarse que ambos estatutos sean verdaderos , porque se tiene evidencia proveniente de circuitos electrónicos extremadamente sencillos, en los cuales se ha observado el fenómeno caótico.

La evidencia circunstancial muestra que :

**No hay razón por la que una oscilación deba ser considerada siempre periódica ,  
y que el ruido puede generarlos un circuito determinístico .**

De la experiencia con estos circuitos se sabe que :

*Hay sistemas determinísticos de bajo-orden los cuales son "impredecibles " en el sentido de que para un cambio extremadamente pequeño en las condiciones iniciales de las ecuaciones que representan al sistema , producen una salida totalmente diferente a la producida para una condición inicial anterior.*

La palabra caos ha sido evitada porque no ha habido una definición aceptada unánimemente, pero se admite como " caótico " a aquel circuito que presenta oscilación no periódica en su salida [2] .

En el modelo matemático de un sistema, se consideran variables de ruido todas las variables que se ignoran para hacer más sencillo el análisis del sistema, la mayoría de las variables de ruido solo pueden ser incluidas en el análisis considerandolas como perturbaciones estadísticas en la dinámica del sistema .

El ruido en un dispositivo depende de las interacciones entre la energía y la materia [3], por eso su cuantificación es difícil en la medición. En el medio ambiente existe ruido eléctrico generado por otros sistemas , el cual puede introducirse en el sistema sujeto a mediciones .

El ruido se concibe como una perturbación eléctrica, y puede estar compuesto por señales determinísticas procedentes de fuentes indeseables y de fluctuaciones aleatorias (estocásticas) procedentes de fenómenos físicos.

Algunos tipos de ruido aleatorio son : térmico, de granalla y de fluctuación ; entre otros [3] .

El ruido se genera desde dos partes, del interior del sistema ( Endógeno o Fundamental ), y desde fuentes exteriores ( Exógeno o Interferencia ), el ruido endógeno es de tipo estocástico e inevitable en su naturaleza [3].

Los dos factores naturales que imponen un límite inferior al ruido endógeno son :

- a) .- Las fluctuaciones térmicas, desaparecen a una temperatura de cero absoluto.
- b).- Fenómenos tales como carga, energía y luz ; los cuales están cuantizados , y no cambian suavemente .

Hay tres tipos de ruido endógeno que en general se asocian con dispositivos de estado sólido; transistores, diodos y circuitos integrados, los cuales son :

- a) .-Ruido térmico .

Aumenta con la temperatura, la resistencia y el ancho de banda de frecuencia, es independiente de la frecuencia , lo cual implica que se presenta en todas las frecuencias.

- b).-Ruido de Granalla .

Se debe a portadores de carga a través de las uniones en los dispositivos de estado sólido, es independiente de la frecuencia y puede reducirse limitando la corriente a través del dispositivo.

- c).-Ruido de Fluctuación .

No está bien definido su origen pero aumenta cuando disminuye la frecuencia .

Se ha mencionado sobre las clases de ruido, porque la representación en el tiempo del ruido de un sistema es muy parecido a la representación en el tiempo del comportamiento caótico de un sistema vea la figura 1.1 (a); mientras que el ruido puede depender de los dispositivos usados en el sistema o del ruido generado por otros sistemas, el comportamiento caótico

depende de la topología del sistema y de las no-linealidades de sus dispositivos [6] [7] .

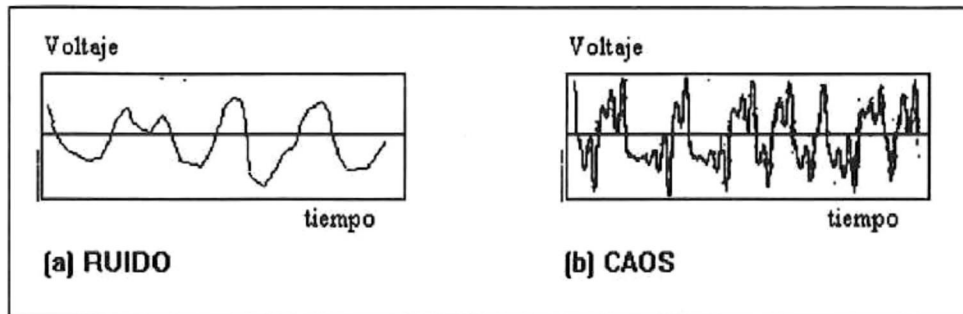


Figura 1.1

### EL CIRCUITO DE CHUA

Para tener una comprensión más amplia del comportamiento caótico los investigadores se dieron a la tarea de desarrollar un circuito electrónico que presentara comportamiento caótico, fue así como finalmente el investigador Leon O. Chua desarrolla el circuito llamado **Circuito de Chua** . Se dio cuenta que el caos podría ser producido en un circuito lineal por-ramos el cual debía poseer al menos dos puntos de equilibrio inestables [7], con esto en mente identificó sistemáticamente aquellos sistemas de tercer orden lineales por-ramos que tuvieran solo una resistencia no-lineal controlada por voltaje, y que pudieran producir caos [6] .

El circuito puede representar un sistema físico, solo contiene un elemento no-lineal que es un resistor negativo con dos puntos de quiebre , capacitores e inductores .

## II. 2 LOS CIRCUITOS ELECTRICOS Y EL COMPORTAMIENTO CAOTICO

Para el ingeniero electrónico actual, el marco de referencia común para analizar circuitos eléctricos es la Teoría de Circuitos Lineal y los circuitos no-lineales son generalmente evadidos al tratar de aproximarlos a un circuito lineal ( linealizar ), la herramienta natural para estudiar los sistemas no-lineales son las series de expansión ( Fourier, Taylor) para la desviación del comportamiento lineal .

Evadir las no-linealidades en el modelo de un circuito se justifica plenamente en circuitos con no-linealidades débiles, pero tal modelo no es capaz describir la influencia de fuertes no-linealidades, más aún es imposible definir la línea divisoria entre linealidades fuertes y débiles con tan solo mirar a las características de los elementos del circuito, porque también es importante la interacción entre los diferentes elementos y las ecuaciones de estado [5] que lo describen .

Se le llama **Comportamiento Caótico** [5] al tipo de comportamiento en el cual los elementos no-lineales de un circuito eléctrico tienen características perfectamente regulares, pero provocan un comportamiento completamente irregular, aún en circuitos sencillos.

Tomando en cuenta que los comportamientos caóticos observados en experimentos de laboratorio podrían ser causados por ruido incontrolable, y que las simulaciones por computadora pueden ser distorsionadas por errores de redondeo acumulados, y que además un modelo matemático puede fallar al reproducir el comportamiento de un circuito físico; para asegurar que un circuito presenta comportamiento caótico, se debe comprobar rigurosamente con las siguientes condiciones [ 5 ] :

- a) Experimentos de laboratorio
- b) Simulaciones por computadora
- c) Pruebas matemáticas

Las condiciones *generales* para que un circuito autónomo pueda generar caos [6] son :

- a).- tener al menos un elemento no lineal.
- b).- tener al menos un resistor activo
- c).- tener al menos tres elementos almacenadores de energía ( capacitor, inductor ) .

En ausencia de un entendimiento profundo del origen del caos, es necesario concentrarse en los circuitos que presentan comportamiento caótico, están excluidos rigurosamente por el teorema de Poincaré-Bendixon [5] los sistemas que se describen por dos ecuaciones diferenciales de primer orden, ya que convergen ya sea a un punto o a una curva cerrada.

### II. 3 EL COMPORTAMIENTO REGULAR E IRREGULAR Y EL CAOS

Al observar la evolución en el tiempo de los voltajes y las corrientes en un circuito, usualmente distinguimos entre el comportamiento transitorio, el cual desaparece después de un tiempo determinado y el comportamiento permanente; que es conocido como *comportamiento asintótico del circuito*. Cuando se tiene un comportamiento asintótico *irregular* se dice que se tiene un *Comportamiento Caótico del circuito*, cabe mencionar que hay ejemplos de sistemas dinámicos que convergen a un punto de equilibrio después de un largo periodo de tiempo, los cuales tienen aspecto muy *irregular* y que en simulaciones por computadora y en experimentos de laboratorio podrían ser interpretados como permanentemente caóticos ; por lo que solo faltaría un análisis matemático riguroso para comprobar que el comportamiento irregular del circuito es un comportamiento caótico.

Para definir qué es un comportamiento asintótico *regular o irregular* , se considera un circuito lineal excitado por una fuente de voltaje senoidal, cada voltaje y corriente del circuito están en función del tiempo y son una suma de términos generados por las cargas iniciales y flujos de los capacitores e inductores ; y un término generado por la fuente senoidal dependiente del tiempo . Las frecuencias naturales del circuito determinan el comportamiento cualitativo de los voltajes y las corrientes, si la ubicación de las raíces de la ecuación característica del circuito están en la parte izquierda del plano complejo-S, entonces la forma del voltaje decae de manera exponencial negativa [14], y por lo tanto constituye la parte transitoria de la evolución en el tiempo; finalmente la salida senoidal constituye el comportamiento asintótico ( permanente ) , y es causado por la fuente de voltaje senoidal lo anterior se muestra en la figura 2.1

En lugar de estudiar las formas de onda , es decir las corrientes y voltajes ; se prefiere el plano de las orbitas de **espacio-estado**, el cual se construye con las coordenadas de el valor de los voltajes y las corrientes, en un plano de corriente contra voltaje.

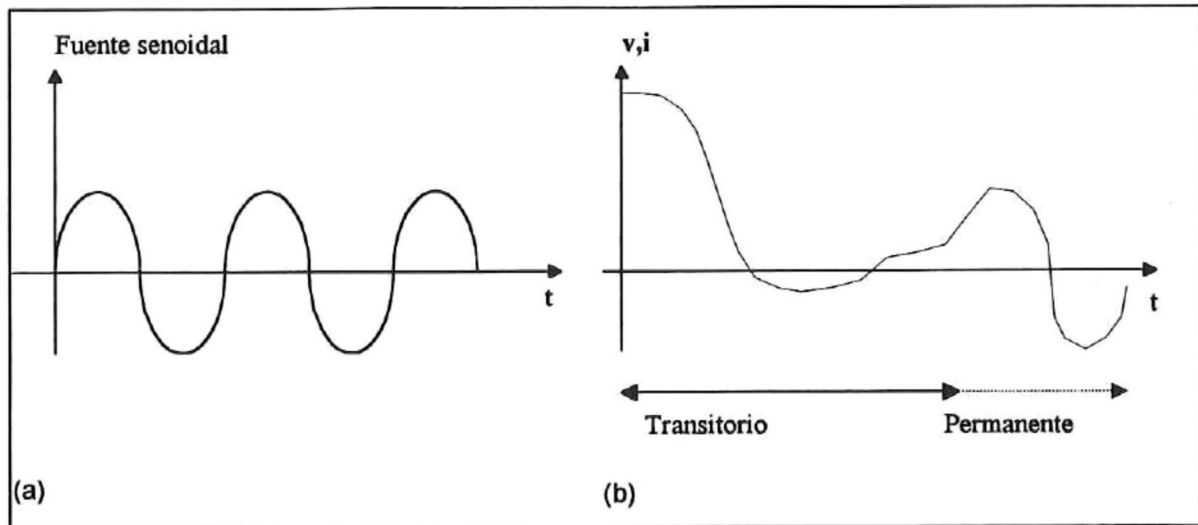


Figura 2.1 Forma de onda de un circuito lineal al cual se le aplica una fuente senoidal

La evolución en el tiempo de un circuito es representada, para cada *estado inicial*, por una curva única en el espacio-estado, conocida como *órbita*, la dirección del incremento del tiempo se indica con *flechas*. En la figura 2.2 se presenta una órbita correspondiente a un circuito lineal con capacitores, inductores, resistores y una fuente de voltaje senoidal.

La órbita final es una elipse, y corresponde al estado estable del circuito. Debe aclararse que para un punto de inicio diferente (otro valor inicial de voltajes y corrientes en los capacitores e inductores) la órbita debe converger a la misma elipse.

La *convergencia* de todas las formas de onda a un estado senoidal estable único, para todos los posibles estados iniciales es el comportamiento asintótico regular que se puede esperar de un circuito con una fuente senoidal; en la gráfica del tiempo. Cuando las raíces del sistema se encuentran en el lado izquierdo del plano complejo- $S$ , todas las soluciones en el espacio-estado, divergen al infinito [5].

También se tienen los casos cuando las frecuencias naturales están en los ejes imaginarios del plano complejo  $S$ , fuera de lo anterior no pueden ocurrir otros comportamientos asintóticos en los circuitos lineales (solo tienen elementos lineales)

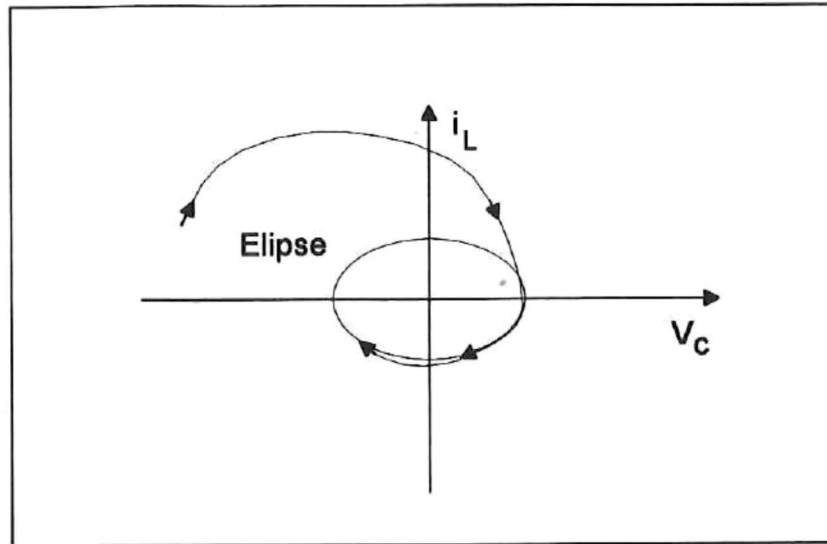


Figura 2.2 Órbita de Espacio-Estado de un circuito lineal con una fuente senoidal

La situación cambia radicalmente cuando se incluyen elementos no-lineales en el sistema, en éste caso se tendrán los comportamientos *regulares* además de otros comportamientos . El comportamiento *regular* significa la convergencia de cada voltaje y corriente hacia una función periodica en el tiempo, la cual tiene el mismo período que la fuente de voltaje es independiente de los estados iniciales ( voltajes y corrientes iniciales en capacitores e inductores ) . Al tener elementos no-lineales las formas de onda no parecerán senoidales , y las órbitas de espacio-estado tampoco parecerán de forma elíptica y tendrán una forma más complicada, su frecuencia puede ser la misma que la frecuencia de la fuente , o múltiplos de la misma ( subarmónicas ); los voltajes y corrientes convergen a una de las evoluciones periódicas en el tiempo , las cuales *dependen del estado inicial* ( condiciones iniciales ) . Las evoluciones en el tiempo periodicas inestables son alcanzadas asintóticamente solo para estados iniciales excepcionales , para cualquier otro estado inicial , aún aquellos muy cercanos a los estados iniciales excepcionales, convergerán a estados periódicos inestables diferentes .

Debido a la dependencia del sistema a las condiciones iniciales , las evoluciones de tiempo periodicas inestables , dificilmente pueden ser observadas directamente en experimentos de laboratorio, y en simulación de computadora tienen que usarse algoritmos especiales para poder observarlos .

En la figura 2.3 se muestran dos órbitas en el espacio-estado, de un circuito no-lineal con tres estados permanentes periódicos ( estable, inestable,estable )

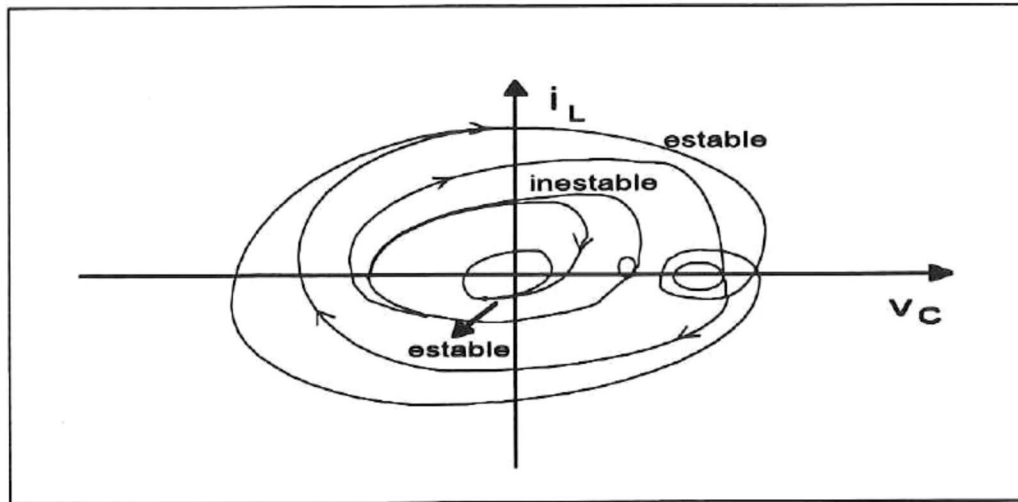


Figura 2.3 Dos órbitas en espacio-estado de un circuito lineal con tres estados periódicos permanentes

En resumen se tiene un **comportamiento caótico** cuando todas las evoluciones ( órbitas ) son inestables , aunque la diferencia de valor en las condiciones iniciales del sistema sea pequeña .

## II. 4 LA FAMILIA DE CIRCUITOS DE CHUA [8]

El circuito de Chua es el circuito *autónomo* más simple, que puede llegar a ser caótico, es el ejemplo más conocido de un sistema físico para el cual se ha demostrado que presenta comportamiento caótico .

Se dice que un circuito es autónomo si contiene únicamente elementos invariantes en el tiempo y fuentes de CD. Se han reportado muchos otros circuitos autónomos recientemente, pero son más complicados que el circuito de Chua porque contienen capacitores o inductores *no-lineales*, dispositivos *multi-terminales* (transistores, transistores de unijuntura y amplificadores operacionales), más de un elemento no-lineal o elementos con parámetros negativos (  $-R$  ,  $-L$  ,  $-C$  ).

En la referencia [8] se muestra que es posible generar sistemáticamente un *número infinito* de circuitos caóticos de diferente *topología* los cuales son equivalentes topológicamente al circuito de Chua, en el sentido de que tiene comportamientos *cualitativamente idénticos* . Más precisamente, se dice que dos circuitos son equivalentes sí y solo sí tienen retrato de fase iguales. Un retrato de fase es como se muestra en la figura 2.4, donde las variables de un circuito se dibujan sobre un cubo tridimensional .

Aunque esta infinidad de circuitos equivalentes tienen diferentes ecuaciones de estado , todos ellos tienen tres puntos de equilibrio los cuales están colocados simétricamente con respecto al origen .

Más aún , la matriz Jacobiana evaluada en los correspondientes puntos de equilibrio de estos circuitos equivalentes , tienen *Eigenvalores* (valores propios de la matriz del sistema ) idénticos .

De hecho la teoría matemática en [8] muestra que puede ser descrita una familia muy grande de circuitos por las ecuaciones de estado de la figura 2.5 .

v

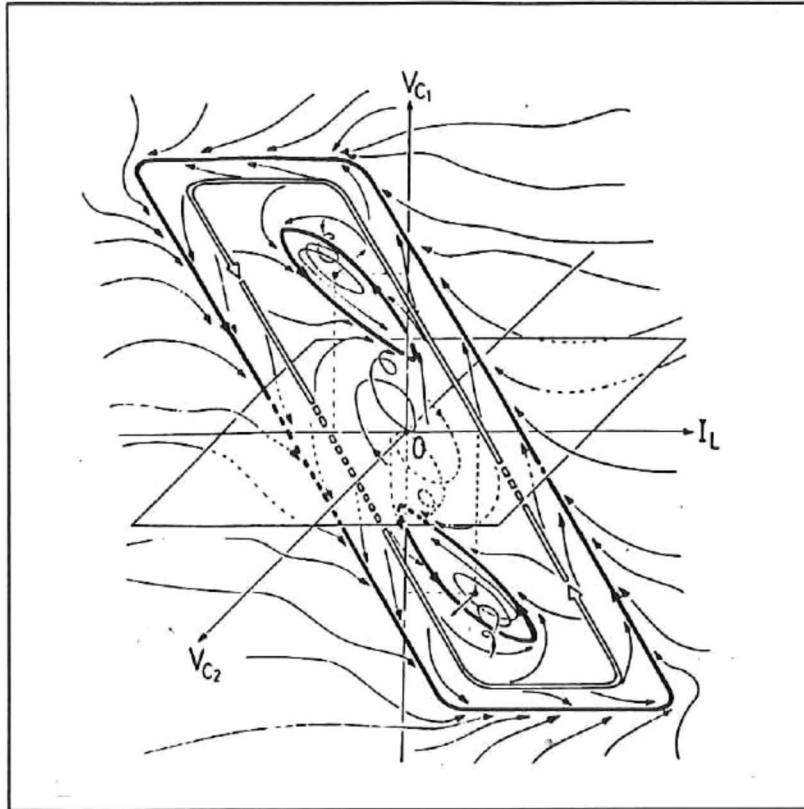


Figura 2.4 Retrato de fase cuando el circuito de Chua se encuentra en el período 1.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - [ |z+1| - |z-1| ] \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Figura 2.5 Ecuación de Forma Normal para la familia de circuitos de Chua

Los 12 coeficientes  $a_{jk}$ ,  $j, k = 1, 2, 3$ , y los  $b_j$ ,  $j = 1, 2, 3$  están especificados por fórmulas explícitas en términos de únicamente seis parámetros de eigenvalores  $\{a_0, b_0, g_0, a_1, b_1, g_1\}$ , donde  $a_0 \pm jb_0$  y  $g_0$  denotan al complejo conjugado y los eigenvalores reales, respectivamente

asociados con el punto de equilibrio en el origen, y  $a_1 \pm j b_1$  y  $g_1$  denotan los correspondientes valores de eigenvalores asociados con ya sea uno u otro de los dos puntos simétricos ( localizados con respecto al origen ). La ecuación de estado anterior es llamada la *Forma normal de la Ecuación*, ( figura 2.5 ) de ésta enorme familia de circuitos cada combinación de parámetros de eigenvalores se puede generar sistemáticamente un número infinito de ecuaciones tal que todas las ecuaciones en ésta familia tienen un comportamiento cualitativo idéntico ( se ilustra en las simulaciones en ABC, en el capítulo IV ).

En la figura 2.6 se representa una realización canónica normalizada, donde se necesita una desnormalización para transformarla hacia una **realización práctica**, N representa una resistencia lineal e invariante en el tiempo de cuatro puertos, el significado de la familia de circuitos de Chua es que los miembros de ésta amplia familia de circuitos, puede ser interpretada como *prototipos de virtualmente todos los fenómenos caóticos* reportados en la literatura hasta ahora .

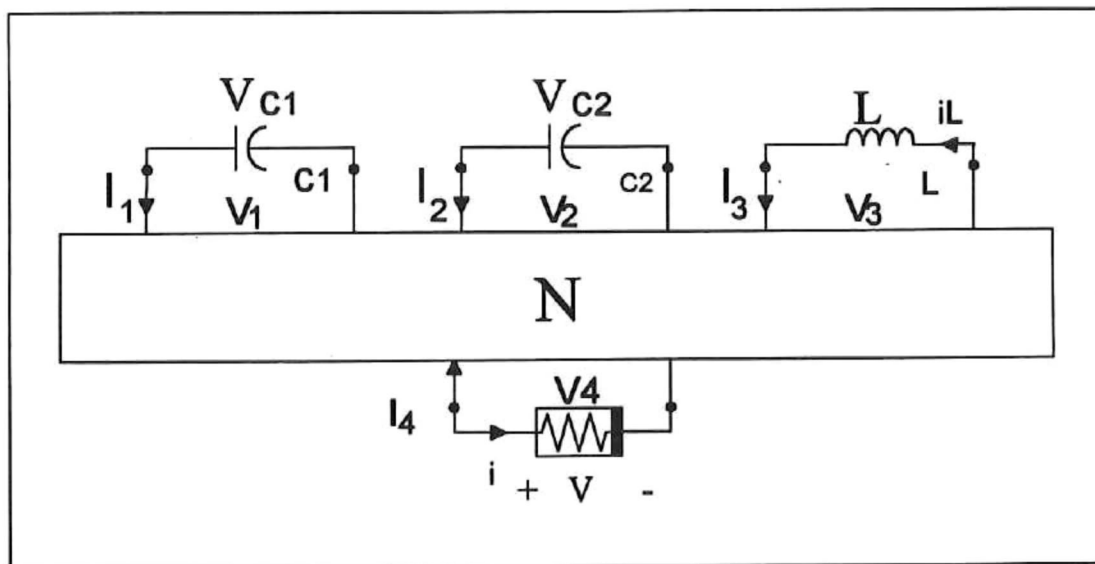


Figura 2.6 Representación de la familia de Circuitos de Chua

### III ANALISIS E IMPLEMENTACION DEL CIRCUITO DE CHUA [10]

#### III.1 INTRODUCCION

Se ha optado por la implementación propuesta por Michael Peter Kennedy en la referencia [7] y [10] debido a su amplia y clara explicación del circuito que propone, la explicación que se presenta en esta tesis se basa en el artículo del mismo autor y está enfocado a Ingenieros en Electrónica interesados en sistemas no-lineales . En éste capítulo se proveen las bases necesarias de la teoría de circuitos y el procedimiento para la comprensión de la implementación práctica del circuito de Chua .

Mientras que las ecuaciones diferenciales que describen un circuito proveen un marco conveniente para estudiar bifurcaciones y caos de manera matemática, los circuitos electrónicos tienen la ventaja de ser rápidos de armar, medir y modelar; más aún operan en tiempo real y los valores de los parámetros se ajustan rápidamente, por lo que se le da más importancia al aspecto electrónico que al aspecto matemático.

Se pretende implementar el circuito con componentes de valores estandar, se describe en detalle la metodología de diseño que se sigue en la construcción del resistor no-lineal o diodo de Chua . El diodo Chua puede tener diferentes gráficas características, como se muestra en la figura 3.2 existen al menos 6 según la referencia [11].

La figura 3.1 muestra el circuito de Chua y la característica v-i del diodo de Chua, usados en el presente trabajo de tesis, donde NR es el resistor no-lineal y L, C1, C2 son elementos lineales .

Las ecuaciones para el circuito de Chua se obtienen de aplicar las leyes de Kirchoff y las fórmulas para R, L, C ; y son como sigue :

$$C_1 \frac{dv_{c1}}{dt} = G(v_{c2} - v_{c1}) - g(v_{c1}) \quad (1.1)$$

$$C_2 \frac{dv_{c2}}{dt} = G(v_{c1} - v_{c2}) + i_L \quad (1.2)$$

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_{c2} \quad (1.3)$$

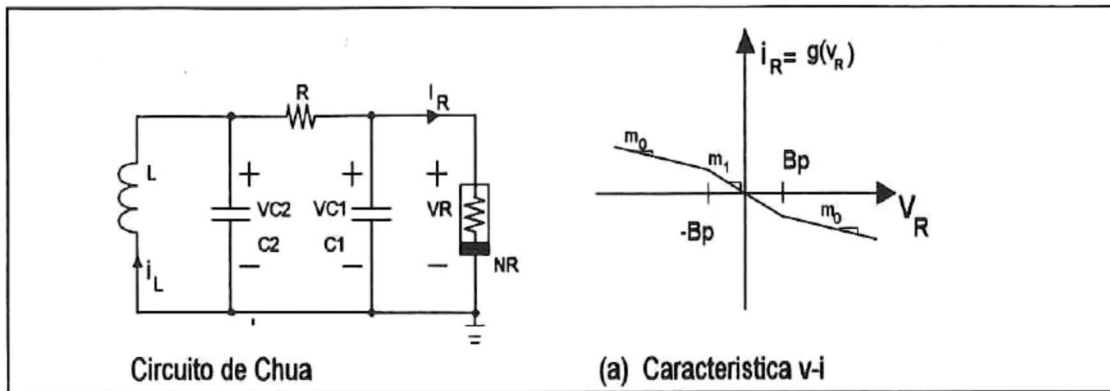


Figura 3.1 Características v-i del diodo Chua y el Circuito de Chua .

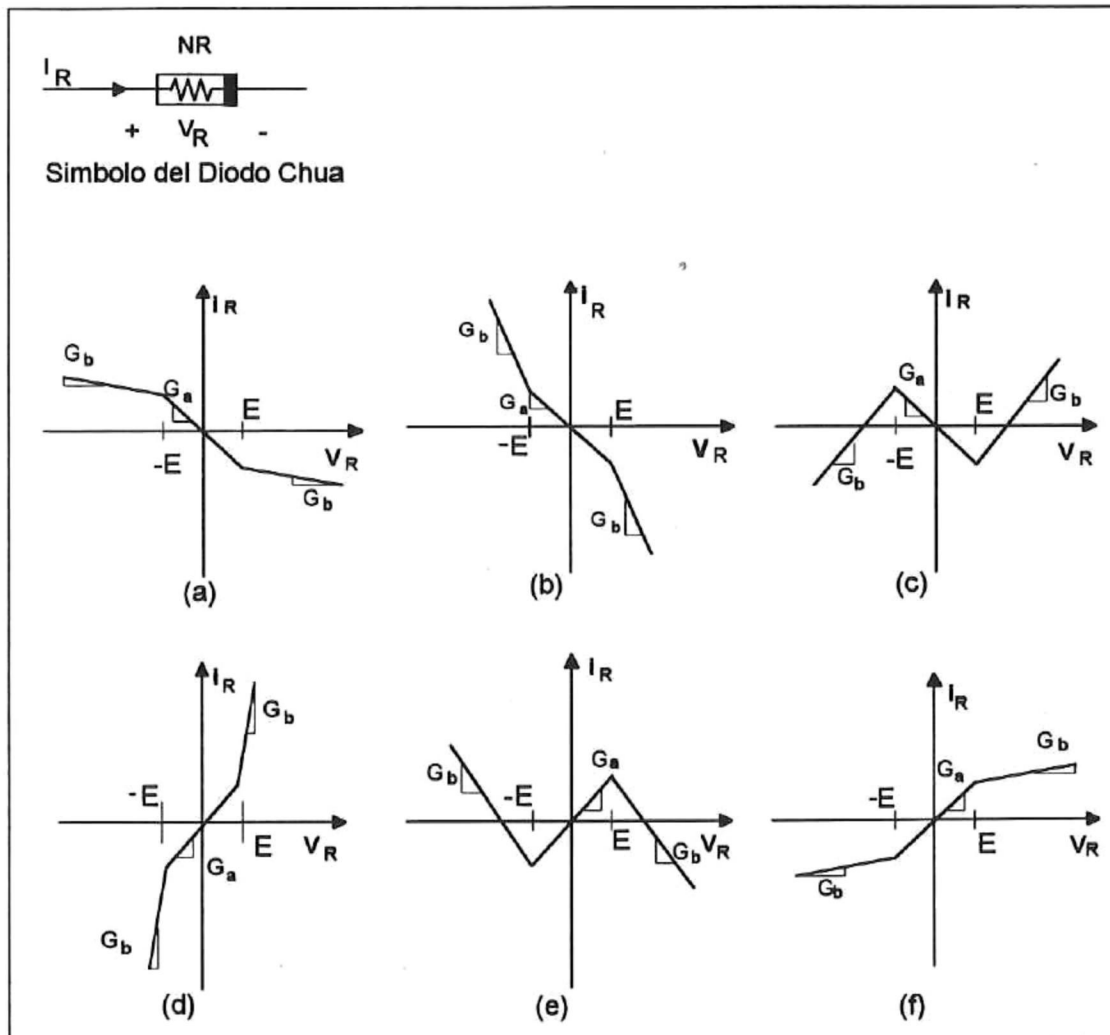


Figura 3.2 Diversas características v-i del diodo Chua

Usando la definición de valor absoluto :  $|X| = X$  si  $X \geq 0$  ;  $|X| = -X$  si  $X < 0$  y la ecuación general de la recta ( $Y_{n+1} = m (X_{n+1} - X_n) + Y_n$ ), y con  $\pm Bp$  como los puntos de quiebre , y  $m$  como la pendiente de la recta ; para la figura 3.3 .

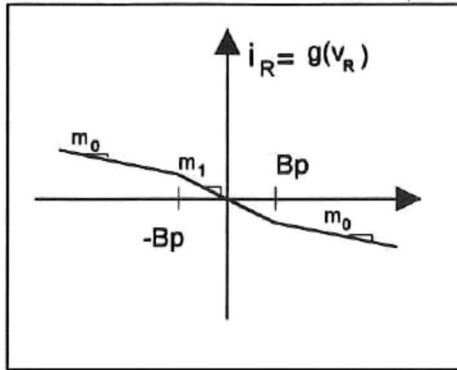


Figura 3.3 Característica lineal por tramos de tres-segmentos para el diodo Chua o resistor no-lineal NR . Las regiones externas tienen pendientes  $m_0$  ; y las regiones internas tienen pendientes  $m_1$  .

se tiene que : 
$$g(v_R) = m_0 v_R + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)[|v_R + B_p| - |v_R - B_p|] \quad (2)$$

donde  $G = 1/R$  ,  $g(v_{C1}) = g(v_R)$  es una función lineal-por tramos .

La relación gráfica de (2) se muestra en la figura 3.3 .

### III.2 De la simulación a la experimentación : escalamiento de corriente y voltaje.

El investigador Takashi Matsumoto miembro de la asociación internacional " IEEE", en la referencia [2] ha mostrado por simulación en computadora que el conjunto de ecuaciones (1), del circuito de Chua, presenta el comportamiento llamado " atractor de rolo-doble", para los siguientes valores de parámetros del circuito.

$$C_1 = 1/9 ; C_2 = 1 ; L = 1/7 ; G = 0.7 ; B_p = 1 ; m_0 = -0.5 ; m_1 = -0.8$$

Para los parámetros no se especifican las unidades, puesto que *Matsumoto* estaba simulando simplemente el conjunto de ecuaciones diferenciales de (1) .

Al rescribir las ecuaciones en el sistema de unidades SI ( Sistema Internacional de unidades ) .

Los voltajes están medidos en volts (V), corriente en Amperes (A), capacitancia en Faradios (F), inductancia en Henrios (H), resistencia en Ohms ( $\Omega$ ); el recíproco de la resistencia (G) llamada conductancia está dada en Siemens (S) .

Puesto que la corriente en mA (1/1000 de A) es más facil de realizar en circuitos electrónicos en lugar de Amperes, el primer paso es reescalar todas las corrientes por un factor de 1000 ; el efecto de reducir todas las capacitancias por un factor de 1000, es incrementar las resistencias e inductancias por un factor de 1000. Entonces se tiene  $v_{C1}$  y  $v_{C2}$  en unidades de volts e  $i_L$  en miliamperes, y los parámetros propuestos por Matsumoto llegan a ser :

$$C_1 = \frac{1}{9}mF ; C_2 = 1mF ; L = \frac{1}{7}mH ; G = 0.7mS$$

Las pendientes del resistor lineal-por tramos son  $m_0 = -0.5$  mS y  $m_1 = -0.8$  mS ; y los puntos de quiebre permanecen sin cambio en  $B_p = 1V$  .

Es más facil usar capacitancias en nF e inductancias en mH, ahora se procede a reescalar el tiempo, al reescalar el tiempo entre un factor k, debe reescalarsse la inductancia y capacitancia entre el mismo factor k , donde  $k = 2 \times 10^4$  .

Al disminuir el tiempo se decrementa  $C_1$ ,  $C_2$  y  $L$  por el mismo factor k , las resistencias no son afectadas por k (dado que  $V = RI$  y no hay variable en t ), por lo que los valores de los elementos después del reescalamiento son :

$$(C_1 = \frac{1}{9}mF) (\frac{1}{2 \times 10^4}) = 5.56 \text{ nF}$$

$$(C_2 = 1mF) (\frac{1}{2 \times 10^4}) = 50 \text{ nF}$$

$$(L = \frac{1}{7}mH) (\frac{1}{2 \times 10^4}) = 7.14 \text{ mH}$$

$$G = 0.7 \text{ mS} \quad (\text{corresponde a } R = 1428 \Omega)$$

$$m_0 = -0.5 \text{ mS} ; m_1 = -0.8 \text{ mS} \text{ y } B_p = 1V$$

Posteriormente se determinará que las pendientes  $m_0$  ,  $m_1$  y G dependen en parte de valores de resistencias por lo que no sufren cambio debido al reescalamiento en el tiempo .

### III. 3 Pasividad Eventual

Todo resistor físico es *eventualmente pasivo*, lo cual significa simplemente que para un valor suficientemente grande de voltaje a través de sus terminales, la potencia consumida ( $P = VI$ ) por un resistor real es positiva; para un valor suficientemente grande de  $|V|$  e  $|I|$ , por lo tanto la característica  $v-i$  de el resistor NR debe terminar unicamente en el primer y tercer cuadrante de el plano  $v-i$  de potencia .

De aquí que cualquier realización física de la gráfica característica especificada para el diodo de Chua, debe incluir al menos dos segmentos más a los mostrados en la figura 3.4, los cuales regresen la característica del diodo Chua al primer y tercer cuadrante, vea la figura 3.4 (a) .

En tanto que los voltajes y las corrientes están restringidos a la región de resistencia negativa de la gráfica característica, los segmentos externos no afectarán el comportamiento del circuito.

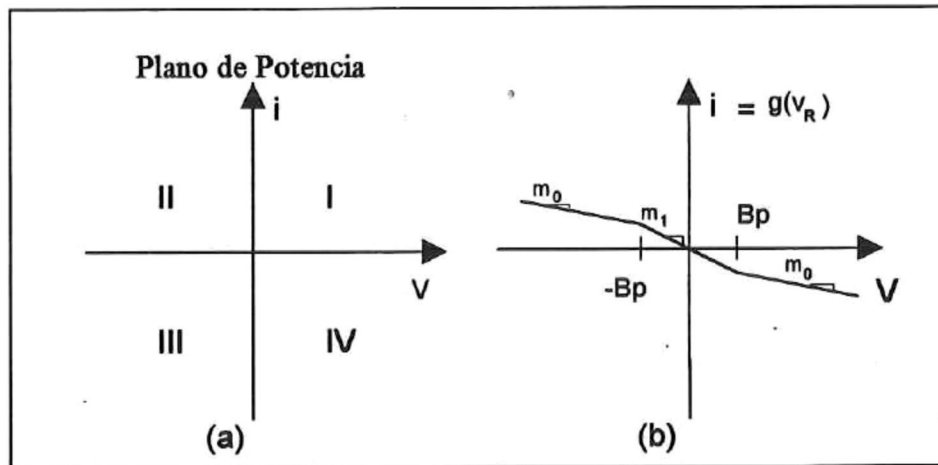


Figura 3.4. (a) Plano de potencia (b) Resistor no-lineal NR

### III . 4 Fuente de Voltaje Controlada -por Voltaje ( VCVS siglas en Inglés ).

Un VCVS es un elemento de circuito ideal el cual tiene dos terminales de entrada y dos terminales de salida ( vea la figura 3.5 ) .

Está caracterizado por dos propiedades :

a).- ninguna corriente entrando o saliendo de sus terminales de entrada.

b).- El voltaje de salida  $v_o$  el cual aparece a través de las terminales de salida es función de la diferencia de voltaje  $v_d$  entre las terminales de entrada.

La relación funcional no-trivial más simple entre los voltajes de salida y entrada de un VCVS ocurre cuando  $v_o$  depende linealmente de  $v_d$ ,  $v_o = Av_d$  como se muestra en la figura 3.5 (b).

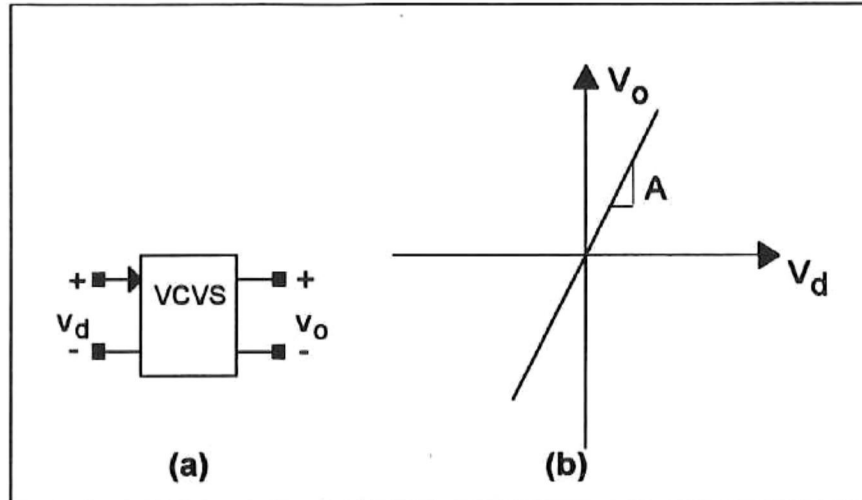


Figura 3.5 (a) Fuente de Voltaje Controlada por Voltaje,  $i_d = 0$  y  $v_d = f(v_d)$   
 (b) Característica de transferencia de voltaje de un VCVS.

### III. 5 Diseño de un Convertidor de Resistencia Negativa

Un Convertidor de Resistencia Negativa ( NCR siglas en Inglés ) se puede implementar al conectar tres resistores lineales positivos a una fuente de voltaje controlada por voltaje (VCVS), éste arreglo se implementa rápidamente usando un amplificador operacional .

Como se mencionó anteriormente, un NCR puede implementarse al conectar tres resistencias lineales positivas alrededor de un VCVS, con una función de transferencia de voltaje lineal dada por :  $v_o = Av_d$  como se muestra en la figura 3.6 (a) .

Cuando A es suficientemente grande , el VCVS tiene la siguiente relación v-i ( la cual se desarrolla en el apéndice A ).

$$i = -\left[ \frac{R_2}{R_1 R_3} \right] v \quad \text{al seleccionar } R_2 = R_1, \text{ se obtiene } i = -\frac{v}{R_3}$$

Entonces desde las terminales del elemento  $N_R$ , se ve una resistencia de  $G = \frac{i}{v} = -R_3$

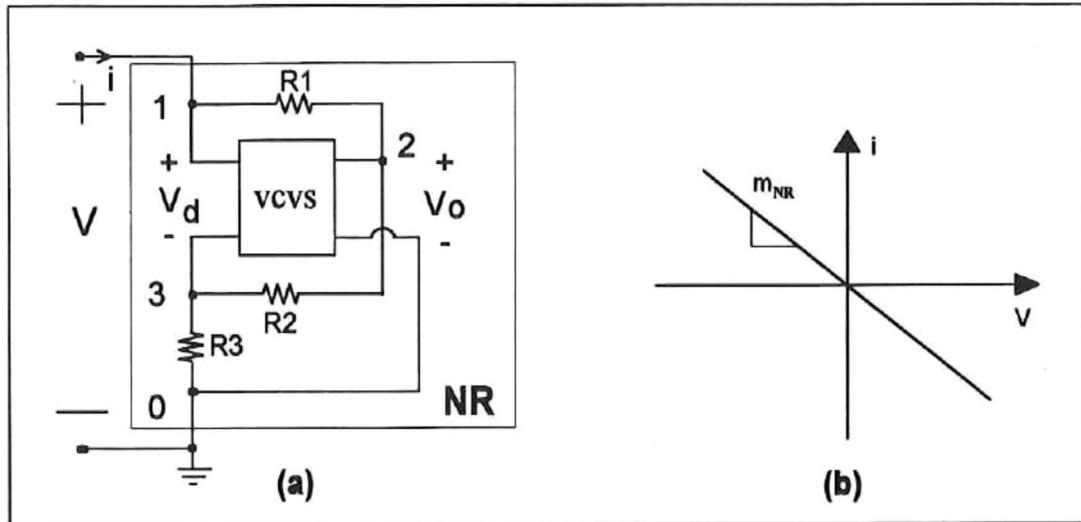


Figura 3.6 (a) Convertidor de Resistencia Negativa usando un VCVS .

(b) Caraterística v-i de un convertidor de Resistencia Negativa usando un VCVS.

### III . 6 Amplificadores Operacionales ( amp-op ) .

Un amp-op. provee una aproximación al mundo real para una VCVS según el circuito de la figura 3.7 (a), un VCVS consiste de un amp-op. asociado a las fuentes de alimentación  $V^+$  y  $V^-$  ; un voltaje aplicado entre las terminales de entrada no-inversora (+) e inversora (-), produce una diferencia de voltaje entre la terminal de salida y la terminal de referencia ( usualmente el punto común de las fuentes de alimentación ). Para cuestión de análisis se establece que  $i_d = 0$ , aunque en la práctica se drena una corriente pequeña que depende de la tecnología usada en el amp.op. Cuando el voltaje de entrada diferencial  $v_d$  de un amp-op es suficientemente grande en magnitud y negativo, la salida es aproximadamente constante e igual a  $-E_{sat}^-$  ; la cual es llamada *región de saturación negativa*.

Cuando la entrada es pequeña en magnitud la salida varia casi linealmente con la entrada ; la cual se llama *región lineal* . Cuando el voltaje de entrada es grande y positivo la salida toma el valor máximo de  $E_{sat}^+$  ; ésta es llamada la *región de saturación positiva* .

Debe notarse que la gráfica de transferencia del amp-op en la figura 3.7 (b), está recorrida del origen debido a un voltaje de desbalance  $v_{os}$  el cual es típicamente de unos cuantos mV y que también se desprecia en la práctica.

La función de transferencia de voltaje para dc de un amp-op. se aproxima de manera cercana a la característica de tres-segmentos lineal -por tramos, como se muestra en la figura 3.7 (b) .

Debido a que un amp-op. real contiene compensación y capacitancias parásitas; un modelo completo del dispositivo debe incluir elementos dinámicos, para un análisis más sencillo se asume que el amp-op. se comporta puramente resistivo a la frecuencia de interés del circuito de Chua . Con un escalamiento apropiado del tiempo; queda rechazado todo efecto dependiente de la frecuencia en el amp-op . y se considera como puramente resistivo.

También se asume que la impedancia de salida del amp-op. es suficientemente pequeña tal que puede ser ignorada.

Con todas las consideraciones anteriores la salida de amp-op. aparece como un VCVS ideal y su entrada parece como un circuito abierto, finalmente se puede modelar el VCVS con un amp-op. donde  $i_d=0$  y  $v_d = f(v_d)$  .

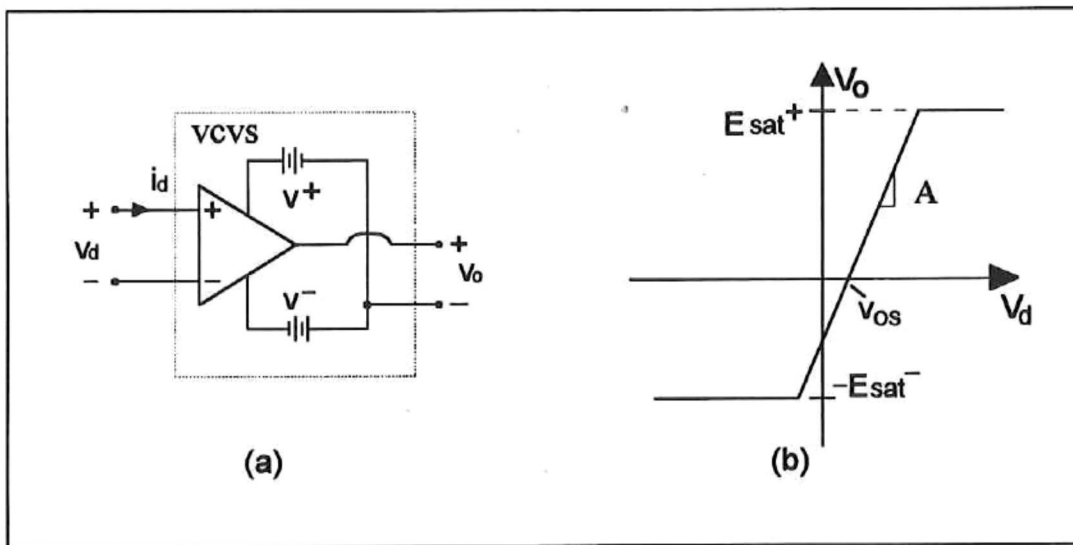


Figura 3.7 (a) Amplificador operacional con sus fuentes de alimentación asociadas.  
(b) Característica de transferencia de voltaje del amplificador operacional .

La ventaja de un modelo lineal por tramos es que se puede determinar el comportamiento de un circuito que contiene amp-op. y otros componentes, al analizar cada región lineal de operación : saturación negativa, lineal, saturación positiva ; por separado .

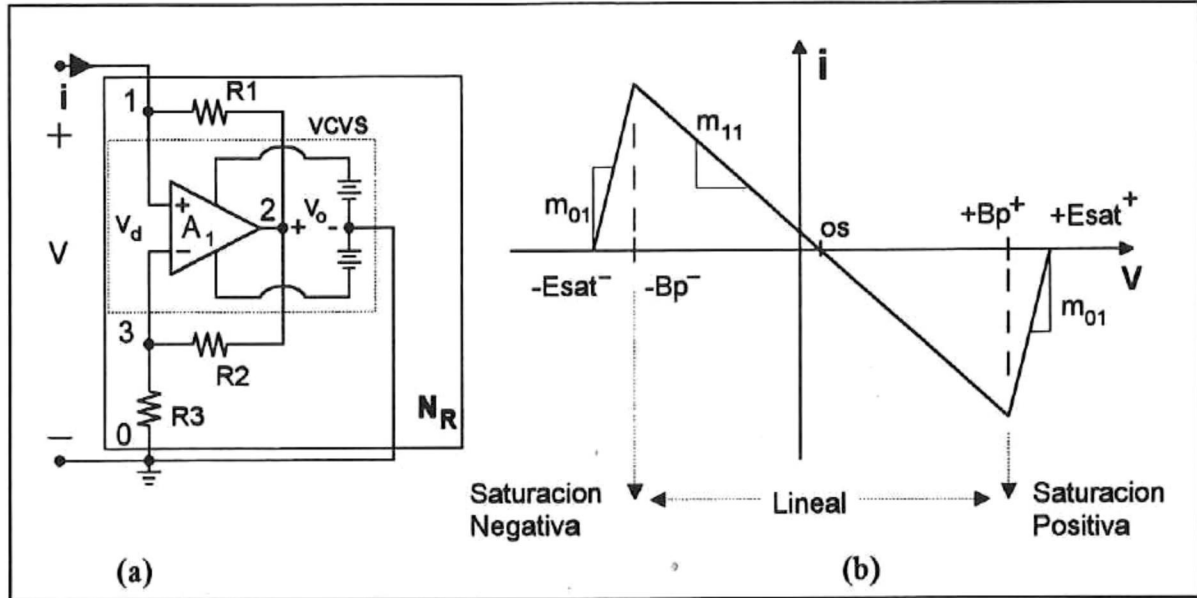


Figura 3.8 (a) NCR (b) Característica v-i de un NCR asumiendo la característica de transferencia de voltaje lineal-por tramos en tres-segmentos de la figura 3.7 (b) .

Para la figura 3.8 (b) se obtienen las fórmulas siguientes aplicando la ecuación general de la recta . Para detalles en la obtención de las fórmulas referase al apéndice B .

$$m_{01} = \frac{1}{R_1} , m_{11} = \left[ \frac{(1-A)R_2 + R_3}{R_1[R_2 + (1+A)R_3]} \right] \quad OS = - \left[ \frac{A(R_2 + R_3)}{(1-A)R_2 + R_3} \right] v_{OS}$$

$$B_p^+ = \left[ \frac{R_2 + (1+A)R_3}{A(R_2 + R_3)} \right] E_{sat}^+ + v_{OS} \quad -B_p^- = \left[ \frac{R_2 + (1+A)R_3}{A(R_2 + R_3)} \right] E_{sat}^- + v_{OS}$$

Cuando el voltaje de desbalance  $v_{OS}$  se considera cero, y dado que la ganancia  $A$  es normalmente muy grande y seleccionando  $R_2 = R_3$  , las fórmulas anteriores quedan como sigue :

$$m_{01} = \frac{1}{R_1}, \quad m_{11} \approx -\left[\frac{R_2}{R_1 R_3}\right], \quad B_p^+ \approx \left[\frac{R_3}{R_2 + R_3}\right] E_{sat}^+,$$

$$-B_p^- \approx \left[\frac{R_3}{R_2 + R_3}\right] E_{sat}^-, \quad OS = 0.$$

### III . 7 Convertidor de Resistencia Negativa usando amp-op. ( NRC-siglas en Inglés )

Es posible construir un NCR usando un amp-op. como se muestra en la figura 3.8 (a) con la característica de operación lineal por tramos de tres segmentos que se muestra en la figura 3.8 (b) , al asumir que el valor de  $A$  es muy grande ; la porción central tiene entonces una pendiente aproximada de:

$$m_{11} \approx -\frac{R_2}{R_1 R_3}.$$

Y las regiones exteriores ( correspondientes a las saturaciones del amp-op ) tienen pendientes de  $m_{01} = \frac{1}{R_1}$  , además con  $R_2 = R_1$  resulta que  $m_{11} = -\frac{1}{R_3}$  . Siendo  $v_{OS}$  normalmente pequeño , es posible establecer que los niveles de saturación del amp-op., son iguales en magnitud y que  $v_{OS}$  es cero ; de tal manera que :

$$E_{sat}^+ = E_{sat}, \text{ y } -E_{sat}^- = -E_{sat} \text{ y los puntos de quiebre ocurren a}$$

$$\pm \frac{R_3}{R_2 + R_3} E_{sat} . \text{ como se muestra en el apéndice B .}$$

El NRC viene a ser el bloque principal en la construcción de la resistencia no lineal en el circuito de Chua , pero aunque con un NRC se tiene resistencia negativa , aún no se tienen los puntos de quiebre internos (Bp) de la figura 3.3, por lo que se procede a conectar dos NRC en paralelo como se muestra en la figura 3.9 .

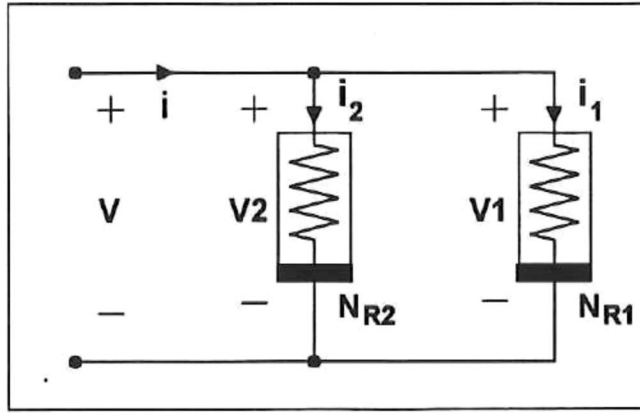


Figura 3.9. Conexión en paralelo de dos NRC donde se cumple que si :  $i_1 = f_1(v_1)$  e  $i_2 = f_2(v_2)$  entonces ;  $i = i_1 + i_2$  , dado que  $v = v_1 = v_2$  por las leyes de Kirchoff .

Para dos NRC conectados en paralelo como se muestra en la figura 3.9, la corriente total  $i$  que fluye hacia el par de NRC está dada por :  $i = f_1(v) + f_2(v)$  ; y se define  $g(v)$  como :  $g(v) = f_1(v) + f_2(v)$  .

Finalmente tenemos que  $i = g(v)$  y que el paralelo de dos ( o más ) NRC es otro NRC equivalente pero con diferente característica  $v-i$  . La forma de  $g(v)$  se puede determinar graficamente por la relación  $i = i_1 + i_2$  , que significa que la corriente resultante es la suma de las corrientes que se derivan, para cada valor de  $v$  ; ésto se ilustra en la figura 3.10 (c).

El proceso gráfico se simplifica debido a que las funciones definidas en general para  $f_1(v)$  y  $f_2(v)$  son lineales por tramos y se puede obtener la ecuación de la recta para cada tramo lineal.

### III . 8 Realización del Resistor no-lineal para el circuito de Chua, usando dos NRC .

La figura 3.11 muestra una implementación del circuito de Chua con amp-op.

La característica  $v-i$  es producida por dos NRC (  $N_{R1}$  y  $N_{R2}$  ) en paralelo .  $N_{R1}$  tiene la característica lineal-por tramos de tres-segmentos, con pendientes  $m_{01}$  ,  $m_{11}$  y puntos de quiebre  $\pm B_{P1}$  ( vea la figura 3.10(b) ) .

De manera similar  $N_{R2}$  tiene pendientes  $m_{02}$  ,  $m_{12}$  y puntos de quiebre  $\pm B_{P2}$  ( vea la figura 3.10 (a) ) .

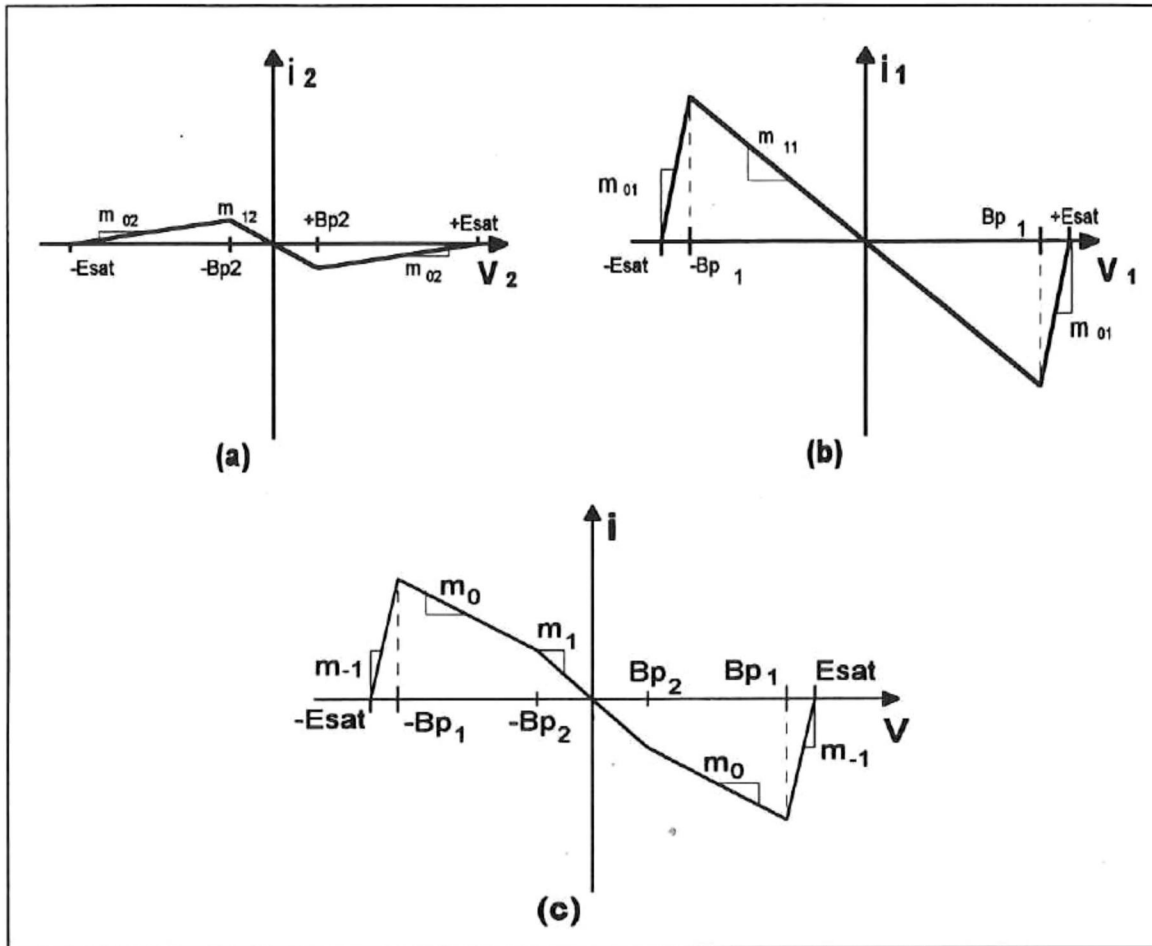


Figura 3.10 . Combinación gráfica de dos VCVS .

- (a) Característica v-i de NR2 . (b) Característica v-i de NR1  
 (c) Característica v-i de NR2 y NR1 en paralelo .

En la figura 3.10 (c) se muestra la combinación de las características de cinco-segmentos , con pendientes  $m_{-1}$ ,  $m_0$ ,  $m_1$  y los puntos de quiebre  $\pm B_{P1}$  y  $\pm B_{P2}$  .

Del análisis para  $N_{R1}$  al especificar  $R_2 = R_1$ , permite tener la pendientes  $m_{01} = \frac{1}{R_1}$  ,  $m_{11} = -\frac{1}{R_3}$

y puntos de quiebre  $\pm B_{P1} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} E_{sat}$  , de manera similar para  $N_{R2}$  con  $R_4 = R_5$  se tiene

que :  $m_{02} = \frac{1}{R_4}$  ,  $m_{12} = -\frac{1}{R_6}$  y puntos de quiebre  $\pm B_{P2} = \frac{R_6}{R_5 + R_6} E_{sat}$  .

A partir de las consideraciones sobre la gráfica de cinco segmentos ( figura 3.10 (c) )

se tiene que :  $m_{01} + m_{02} = m_0$  y  $m_{11} + m_{12} = m_1$

con esto en mente se puede pensar en una estrategia para determinar los valores apropiados de las resistencias  $R_1$  a  $R_6$  . Partiendo de  $m_0$  ,  $m_1$  , y  $B_{P2}$  , las fórmulas usadas en el procedimiento se desarrollan en el apéndice B .

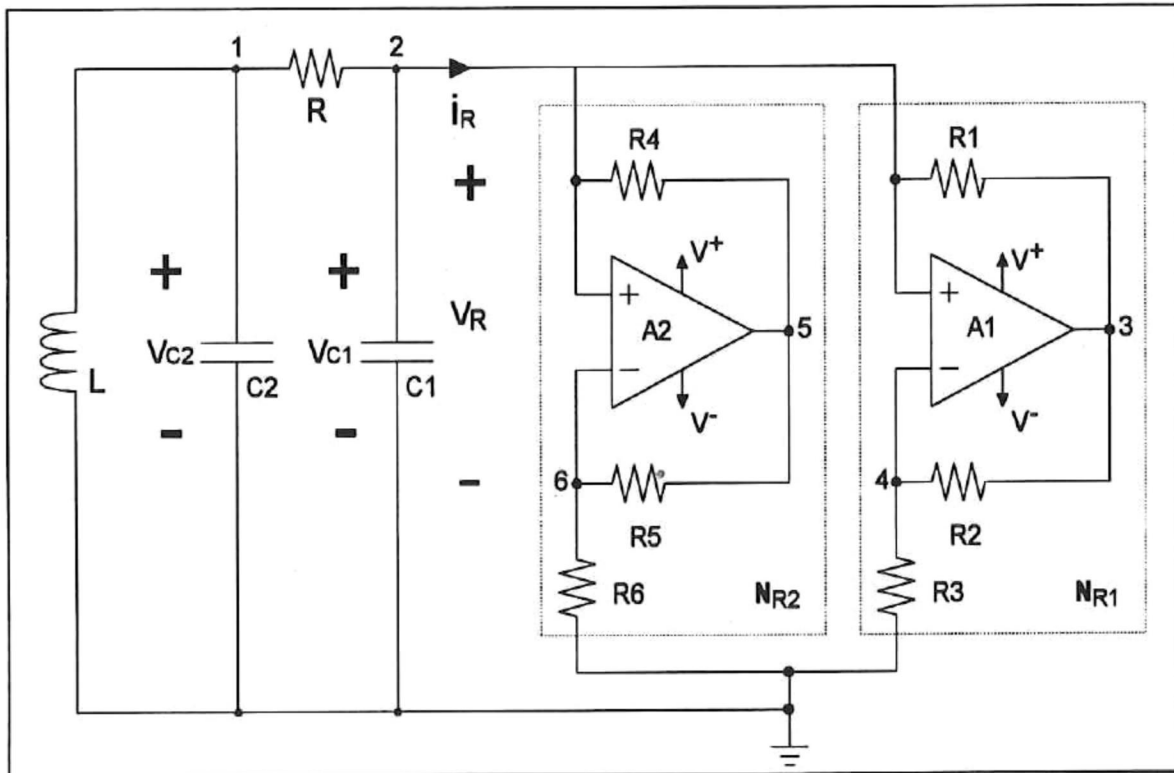


Figura 3.11 Realización del circuito de Chua usando dos amp-op. y seis resistores lineales para implementar NR

### III.9 Procedimiento de Diseño de un NR

Los voltajes de saturación del amp-op. ( $+E_{sat}$  ,  $-E_{sat}$  ) están determinados por el valor de las fuentes de energía ( baterías ) y la estructura interna de los amp-op. , éste valor no se puede saber con exactitud hasta que es medido. La forma de la característica v-i deseada determina el valor de  $m_0$  ,  $m_1$  y  $B_{P2}$  . Se tiene libertad para escoger  $B_{P1}$  o  $m_1$  porque solo son necesarios para cumplir con la *pasividad eventual*, y nó afectan el comportamiento caótico del circuito de Chua . Para detalles acerca de la obtención de las fórmulas para R3, R4, R5, y  $B_{P1}$  refierase a los apéndices B,C .

### III.10 Pasos de Diseño de un NR

a).- Se escoge  $R_1$  de un valor suficientemente grande, tal que no cargará el amp-op. (  $330\Omega$  ).

Se calcula  $B_{P1} = \frac{1}{1 - m_1 R_1} E_{sat}$ . se recomienda que  $B_{P1}$  sea menor que  $+E_{sat}$  para que no afecte el comportamiento del circuito y la *espiral de Chua* permanezca dentro de la región de resistencia-negativa de lo contrario reduzca  $R_1$  e intente otra vez.

$$\text{Además : } m_{11} = \frac{B_{P2} m_1 + (E_{sat} - B_{P2}) m_0}{E_{sat}}$$

b).- Seleccione  $R_2 = R_1$

c).- Evalúe  $R_3 = \frac{E_{sat}}{(B_{P2} - E_{sat}) m_0 - B_{P2} m_1}$

d).- Calcule  $R_4 = \frac{E_{sat}}{B_{P2} (m_0 - m_1)}$

e).- Establezca  $R_5 = R_4$ .

f).- Evalúe  $R_6 = \frac{E_{sat}}{(E_{sat} - B_{P2})(m_0 - m_1)}$

### III.11 Implementación Práctica del Circuito de Chua .

La figura 3.11 muestra una implementación práctica del circuito de Chua usando dos amp-op. AD712 con entrada J-FET , dos baterías de 9V y seis resistencias para implementar el diodo Chua. Al usar dos baterías de 9V para los amp-op. se tiene que  $V^+ = 9V$  (alimentación positiva ) y  $V^- = -9V$  (alimentación negativa) . De la medición de los niveles de saturación para las salidas del AD712,  $E_{sat} \approx 8.3V$  .

Los valores de las características no-lineales del diodo Chua necesarias, están definidas por :

$$m_0 = -0.409 \text{ mS}, \quad m_1 = -0.756 \text{ mS} \text{ y } B_{P2} = 1.08V.$$

Estas pendientes y puntos de quiebre son ligeramente diferente de las establecidas por Takashi Matsumoto porque se desea usar unicamente componentes de valor estandar ; por lo que siguiendo los pasos a -f del procedimiento de diseño anterior , se obtiene una lista completa del valor de las resistencias para el circuito de Chua .

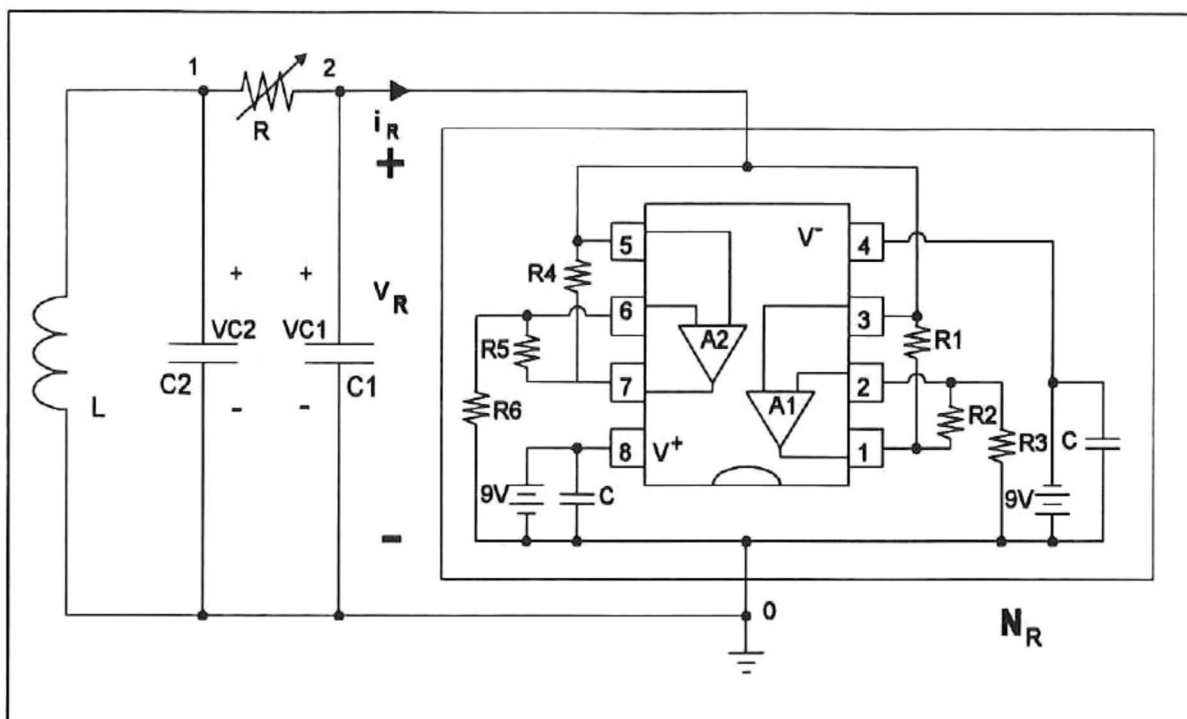


Figura 3.12 . Realización práctica del circuito de Chua , usando un circuito integrado con dos amp-op .

#### Lista de Componentes

Elemento	Descripción	Valor	Tolerancia $\pm$
A <sub>1</sub>	Amp-op . ( 1/2 AD712 o equivalente )		
R <sub>1</sub>	1/4 W Resistor	220 $\Omega$	5%
R <sub>2</sub>	1/4 W Resistor	220 $\Omega$	5%
R <sub>3</sub>	1/4 W Resistor	2.2 K $\Omega$	5%
A <sub>2</sub>	Amp-op. ( 1/2 AD712 o equivalente )		
R <sub>4</sub>	1/4 W Resistor	22 K $\Omega$	5%
R <sub>5</sub>	1/4 W Resistor	22 K $\Omega$	5%
R <sub>6</sub>	1/4 W Resistor	3.3 K $\Omega$	5%
C <sub>1</sub>	Capacitor	10 nF	5 %
R	Potenciómetro	2 K $\Omega$	
C <sub>2</sub>	Capacitor	100 nF	5 %
L	Inductor ( TOKO tipo 10RB o equivalente )	18 mH	10%

Además de los componentes en la lista, se recomienda colocar un capacitor de *bloqueo* ( C ), de al menos  $0.1\mu\text{F}$  como se muestra en la figura 3.12, tan cerca como sea posible al amp-op. con el propósito de mantener las fuentes de alimentación en estado estable ( ruido mínimo ).

### III .12 Verificación Experimental de la característica v - i del diodo Chua

La característica del resistor no-lineal de  $N_R$  , puede ser medida por separado por medio del circuito mostrado en la figura 3.13.

El resistor  $R_S$ , se conoce como resistor sensor-de corriente , se usa para medir la corriente  $i_R$  de manera indirecta, ésta es la corriente que fluye a través del resistor negativo  $N_R$  cuando se le aplica un voltaje  $v_R$  . Una selección apropiada de  $R_S$  es  $100\Omega$  .

La corriente  $i_R$  fluye a través de  $R_S$  y provoca un voltaje  $v_{iR} = -100 i_R$  .

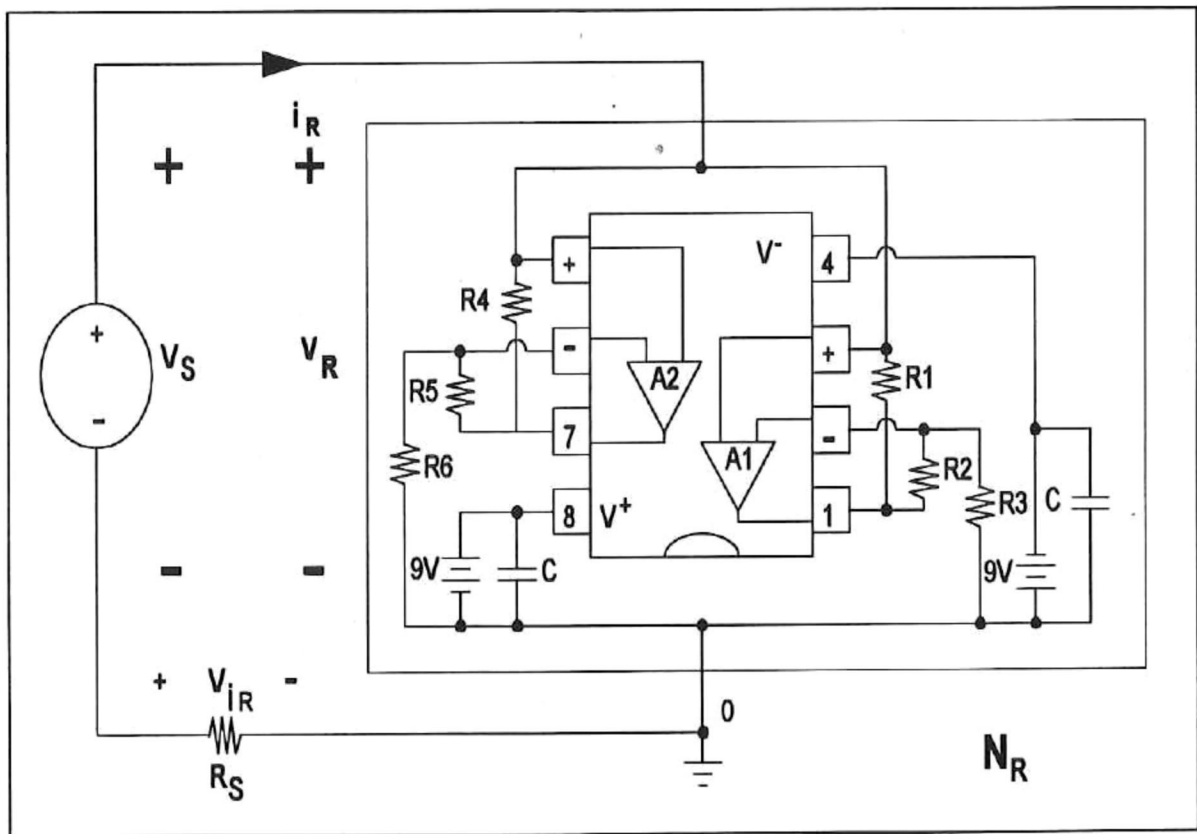


Figura 3.13 La característica v-i del resistor negativo puede ser medida al aplicar una forma de onda de voltaje triangular  $v_S$  , con cero desbalance de dc y amplitud de 15V pico-a-pico, con frecuencia de 30Hz .

## IV SIMULACION DEL CIRCUITO DE CHUA EN COMPUTADORA .

### IV.1 Simulación en SPICE y ABC .

Como se mencionó en el capítulo 2 , la simulación de un circuito eléctrico en computadora es una de las condiciones para verificar el comportamiento caótico de un circuito, para constatar que el circuito de Chua presenta comportamiento caótico se llevó a cabo la simulación del circuito en el simulador para computadora SPICE versión 1.60 para WINDOWS/4WG de INTUSOFT (c) 1986-1993 .

También existe el programa ABC ( Aventura en Bifurcaciones y Caos) diseñado especialmente para el circuito de Chua y el cual se puede obtener desde la red de INTERNET en la dirección: *mpk@midir.ucd.ie* ; es un programa amigable y compatible con las PC de IBM , y funciona desde el sistema operativo DOS. En este capítulo se incluyen algunas gráficas realizadas en el programa ABC .

La figura 4.1 es el diagrama esquemático usado para simular el circuito de Chua en el SPICE.

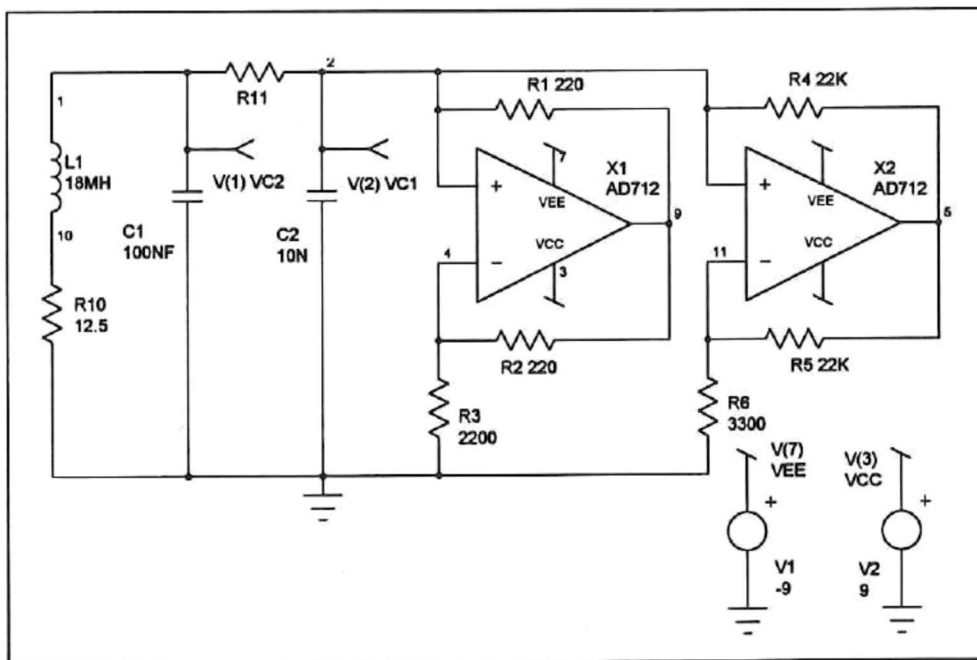


Figura 4.1 Diagrama esquemático del Circuito de Chua en SPICE .

A continuación se presenta el modelo para el amplificador operacional AD712 en el SPICE, con el cual se realizaron las simulaciones, el cual es diferente al usado en la referencia [7] el modelo del operacional puede variar para diferentes versiones de SPICE; y se encuentra en la biblioteca de SPICE *AD.LIB*.

```
.SUBCKT AD712 1 2 99 50 30
*
* INPUT STAGE
*
R3 5 50 6.631
R4 6 50 6.631
CIN 1 2 5.5E-12
I1 99 4 100E-3
IOS 1 2 2.5E-12
EOS 60 1 POLY(1) 17 24 100E-6 1
EN 7 60 42 0 1
GN1 0 1 45 0 1E-6
GN2 0 2 48 0 1E-6
J1 5 2 4 JX
J2 6 7 4 JX
*
EREF 98 0 24 0 1
*
* VOLTAGE NOISE GENERATOR
*
VN1 41 0 DC 2
DN1 41 42 DEN
DN2 42 43 DEN
VN2 0 43 DC 2
*
* CURRENT NOISE GENERATOR
*
VN3 44 0 DC 2
DN3 44 45 DIN
DN4 45 46 DIN
VN4 0 46 DC 2
*
* CURRENT NOISE GENERATOR
*
VN5 47 0 DC 2
DN5 47 48 DIN
DN6 48 49 DIN
```

VN6 0 49 DC 2

\*

\* SECOND STAGE & POLE AT 12 HZ

\*

R5 9 98 2.65E6

C3 9 98 5.00E-9

G1 98 9 5 6 1.51E-1

V2 99 8 1.3

V3 10 50 1.9

D1 9 8 DX

D2 10 9 DX

\*

\* COMMON-MODE GAIN NETWORK WITH ZERO AT 300 HZ

\*

R11 16 17 1E6

C8 16 17 5.318E-10

R12 17 98 1

E3 16 98 POLY(2) 1 98 2 98 0 9.975 9.975

\*

\* POLE AT 15 MHZ

\*

R13 18 98 1E3

C9 18 98 10.61E-12

G5 98 18 9 24 1E-3

\*

\* OUTPUT STAGE

\*

R14 24 99 500E3

R15 24 50 500E3

CF 24 0 1E-6

ISY 99 50 -95E-3

R16 29 99 110

R17 29 50 110

L1 29 30 1E-8

G6 27 50 18 29 9.09E-3

G7 28 50 29 18 9.09E-3

G8 29 99 99 18 9.09E-3

G9 50 29 18 50 9.09E-3

V4 25 29 0.675

V5 29 26 0.675

D3 18 25 DX

D4 26 18 DX

D5 99 27 DX

D6 99 28 DX

D7 50 27 DY

```

D8 50 28 DY
F1 29 0 V4 1
F2 0 29 V5 1
*
* MODELS USED
*
.MODEL JX PJF(BETA=1.14E-1 VTO=-2.000 IS=20E-12 RD=0
+ RS=0 CGD=1E-12 CGS=1E-12)
.MODEL DX D(IS=1E-15 RS=0 CJO=1E-12)
.MODEL DY D(IS=1E-15 BV=50 RS=10 CJO=1E-12)
.MODEL DEN D(IS=1E-12 RS=30909 KF=2.651E-15 AF=1)
.MODEL DIN D(IS=1E-12 RS=12090 KF=0 AF=1)
.ENDS *SPICE_NET

```

Las condiciones iniciales y valores [7] correspondientes a cada componente usadas en la simulación son como se muestra enseguida :

```

C1 100NF          IC=220.014MV
C2 10N            IC=-2.286V
L1 18MH           IC=1.810MA

```

Las gráficas características que se pueden obtener de la simulación del circuito de Chua, se obtienen al variar el valor de R o C1 [7] del circuito. Dado que los capacitores variables son más difíciles de implementar, se prefiere el uso de un potenciómetro de precisión para variar el valor de R. Las gráficas características y sus valores en Siemens y Ohms [12], se presentan en la tabla 4.1 ; y son las siguientes :

Punto de Equilibrio	1960Ω ; 510μS
Periodo 1	1886Ω ; 530μS
Periodo 2	1862Ω ; 537μS
Periodo 3	1843Ω ; 542μS
Periodo 4	1855Ω ; 539μS
Espiral Chua 1	1848Ω ; 541μS
Espiral Chua 2	1818Ω ; 550μS
Rollo Doble	1769Ω ; 565μS
Ciclo límite	1420Ω ; 704μS

Tabla 4.1

Debe notarse de la tabla 4.1 que los valores de R tienen valores relativamente cercanos. Los valores fueron tomados de ABC.DOC [12] y pueden ser diferentes a los obtenidos experimentalmente, en cualquier caso son los valores de referencia a usar durante la simulación en SPICE .

En la figura 4.2 se muestra para VC1 : en la parte superior la forma de onda en el tiempo, el espectro de frecuencia en la parte inferior y el cuadro de fase ( VC1 vs VC2 ) en la parte central ; la simulación es para  $R = 1886 \Omega$  .

En la figura 4.2 puede notarse la dificultad para definir si la señal es periódica , el espectro en potencia nos indica que la señal es periódica ( notese el pico de potencia ) ; y el cuadro de fase sirve de patron gráfico de referencia .

*Nota 1*

El simulador usado se indica en las gráficas usando { }

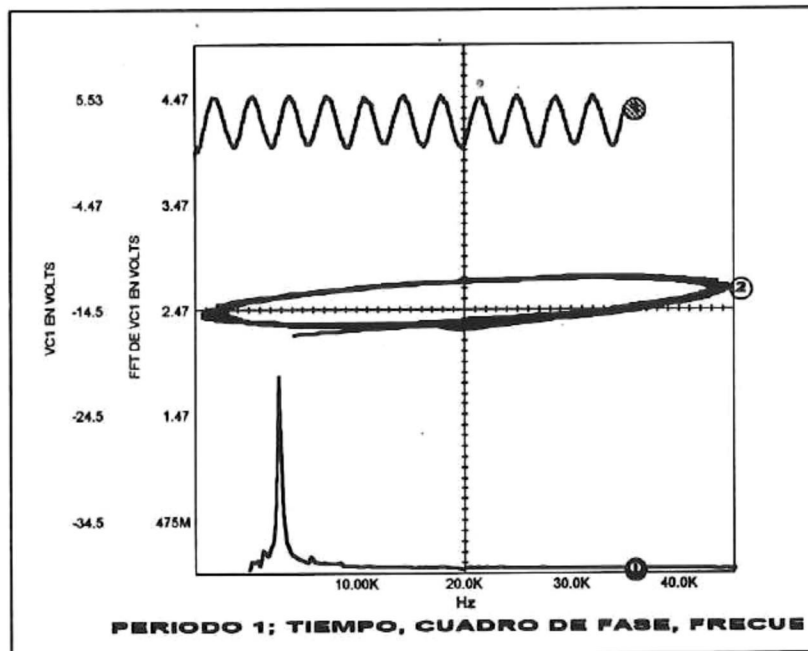


Figura 4.2 { SPICE }

En las figuras siguientes se muestran las gráficas en Tiempo y Cuadro de Fase ( VC2 vs VC1) para los tipos definidos en la tabla 4.1, con los valores de R indicados

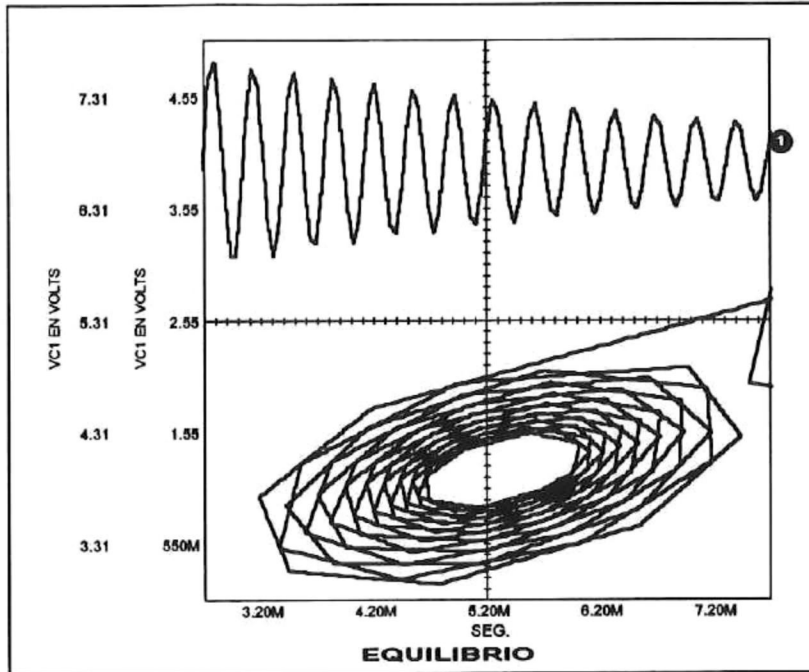


Figura 4.3 {SPICE}

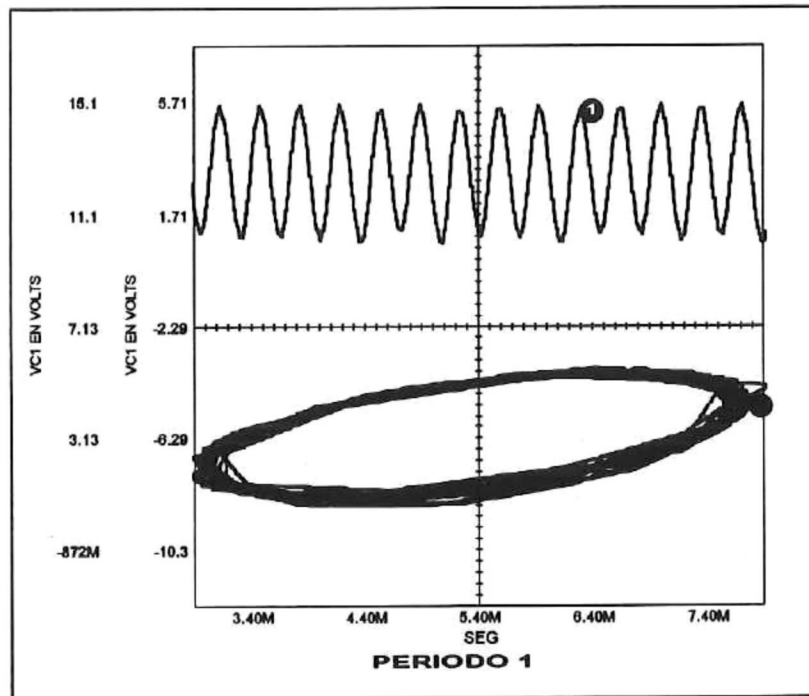


Figura 4.4 {SPICE}

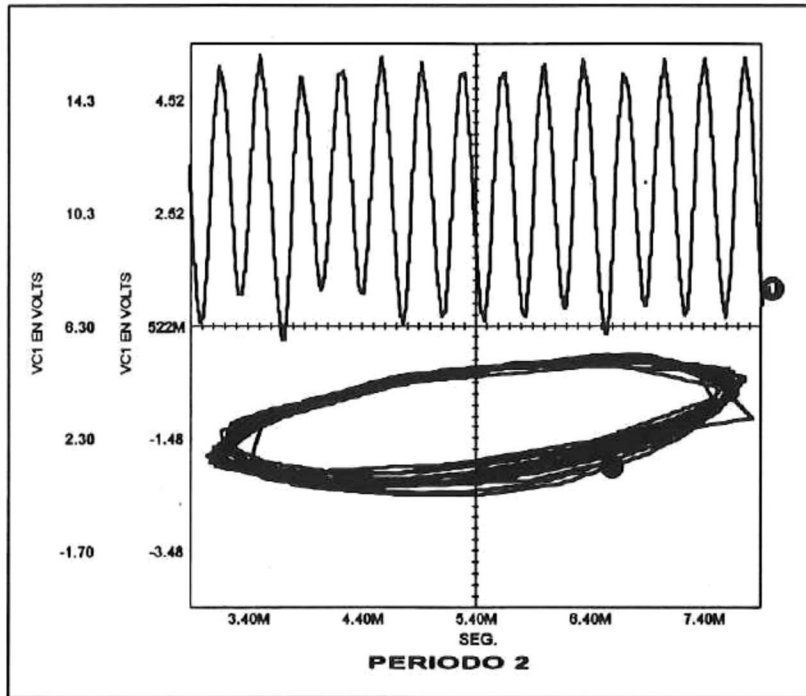


Figura 4.5 {SPICE}

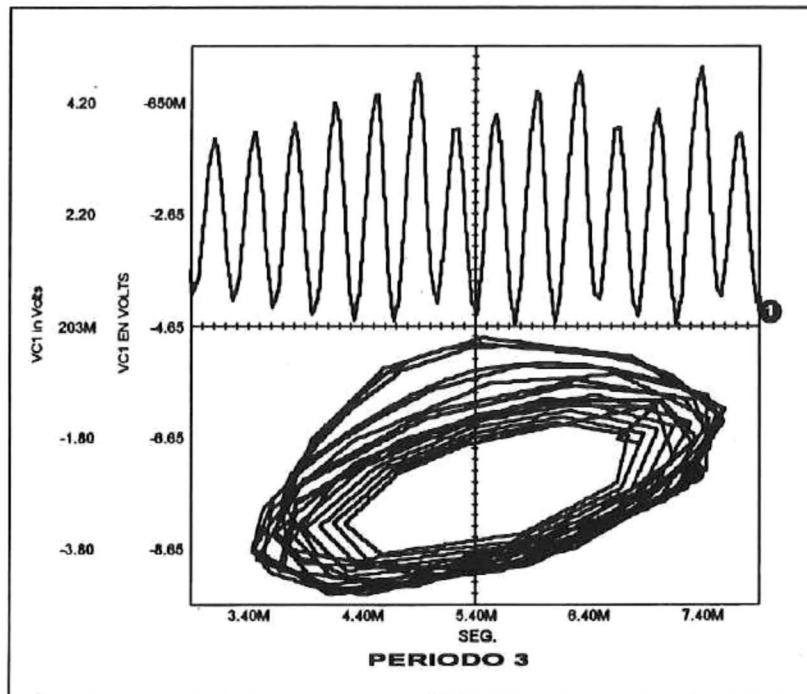


Figura 4.6 {SPICE}

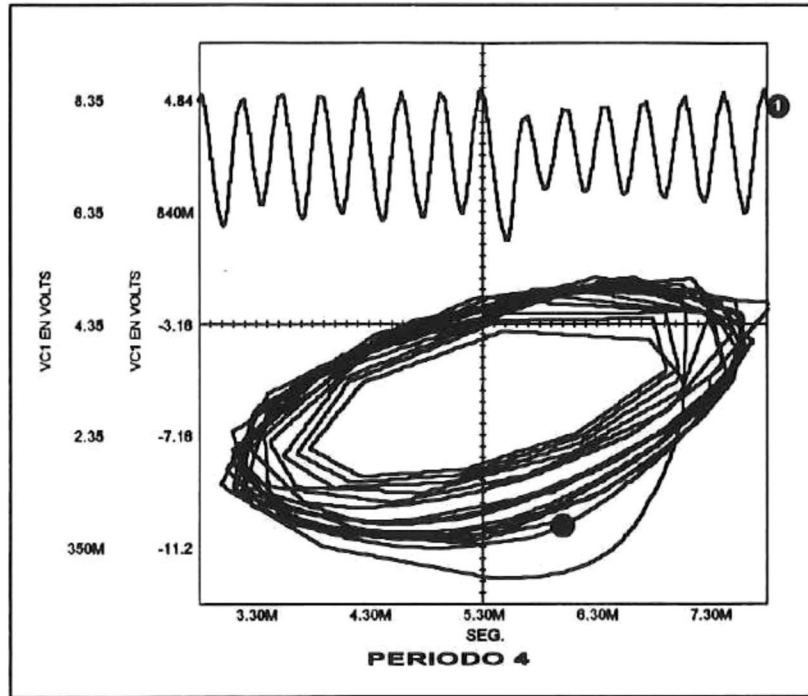


Figura 4.7 { SPICE }

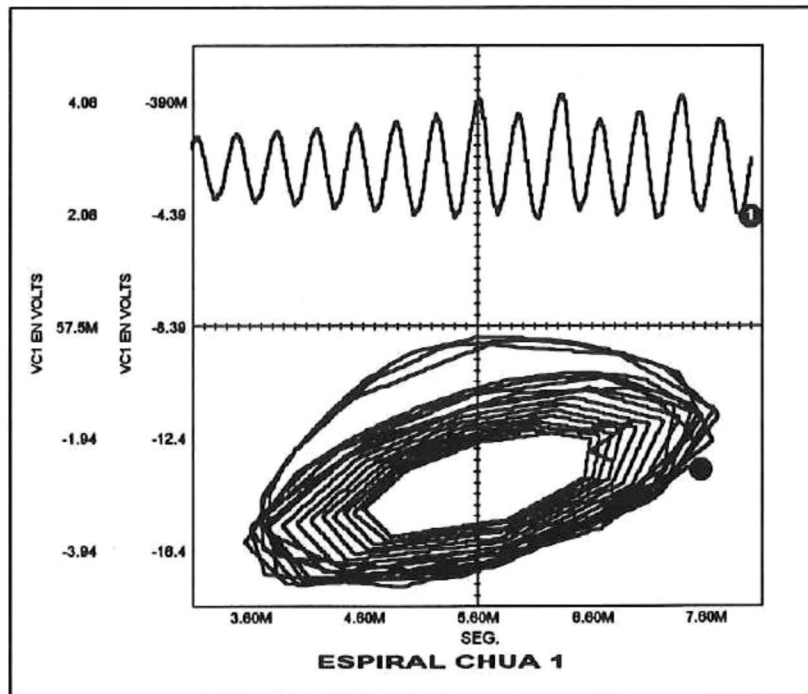


Figura 4.8 { SPICE }

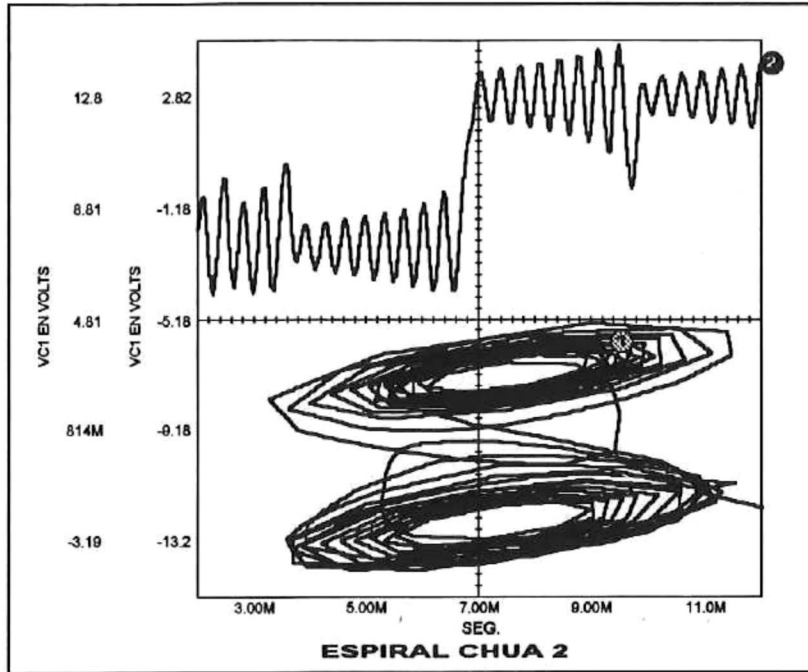


Figura 4.9 {SPICE}

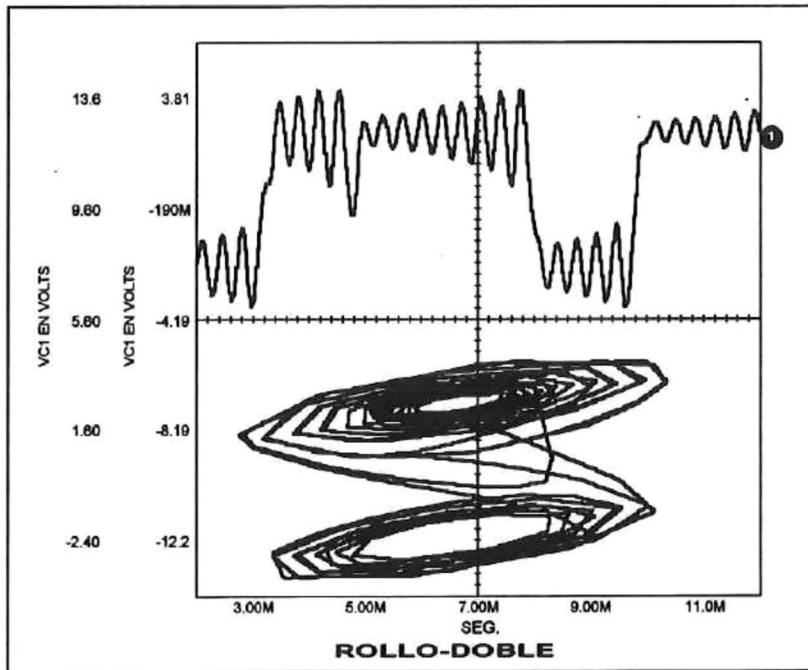


Figura 4.10 {SPICE}

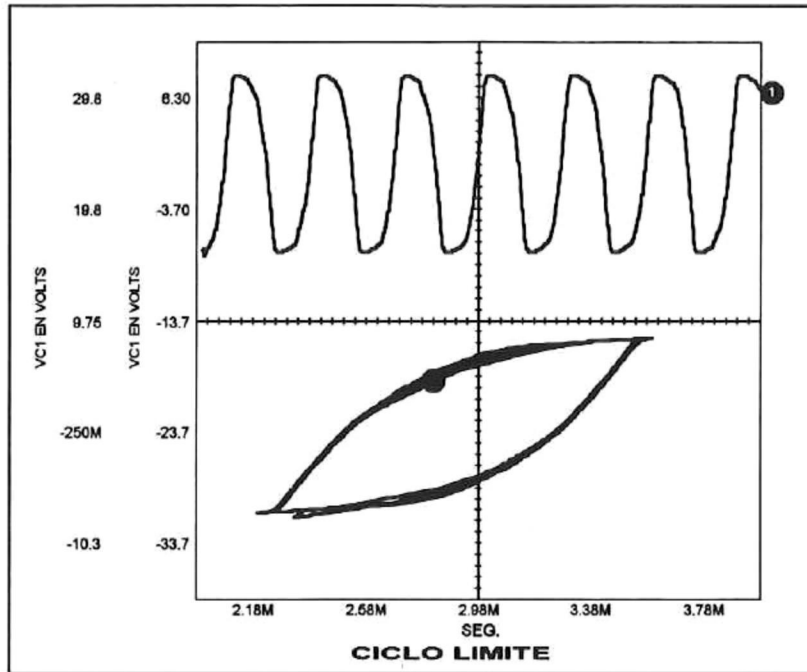


Figura 4.11 {SPICE}

De las figuras 4.3 a 4.7 se dice que el circuito presenta *bifurcaciones*, y de la figura 4.8 a la figura 4.10 se dice que presenta *caos* [7].

En la figura 4.12 se presenta el comportamiento de Período 1 para ilustrar las bifurcaciones y en la figura 4.13 se presenta el Rollo-Doble para ilustrar el caos, ambas usando el programa ABC; en ambas gráficas existen tres planos inclinados, de arriba hacia abajo: D1, D0, D-1 [7].

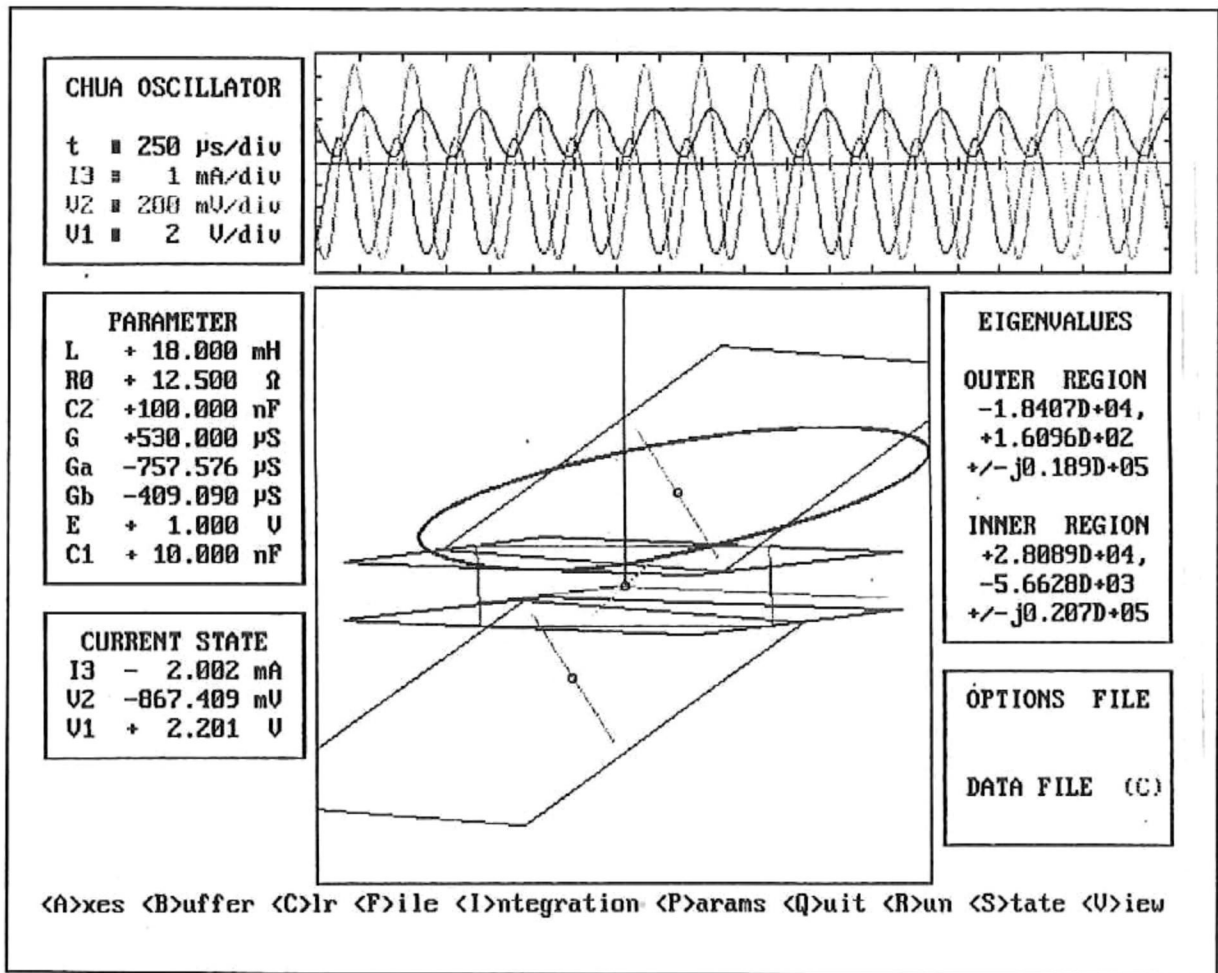


Figura 4.12 Período 1 {ABC}

El Rollo-doble de la figura 4.13, se caracteriza porque las trayectorias pasan del plano  $D_1$  al plano  $D-1$  de manera *caótica*, y su forma de onda es más fácil de reconocer comparado con la del período 1 de la figura 4.12.

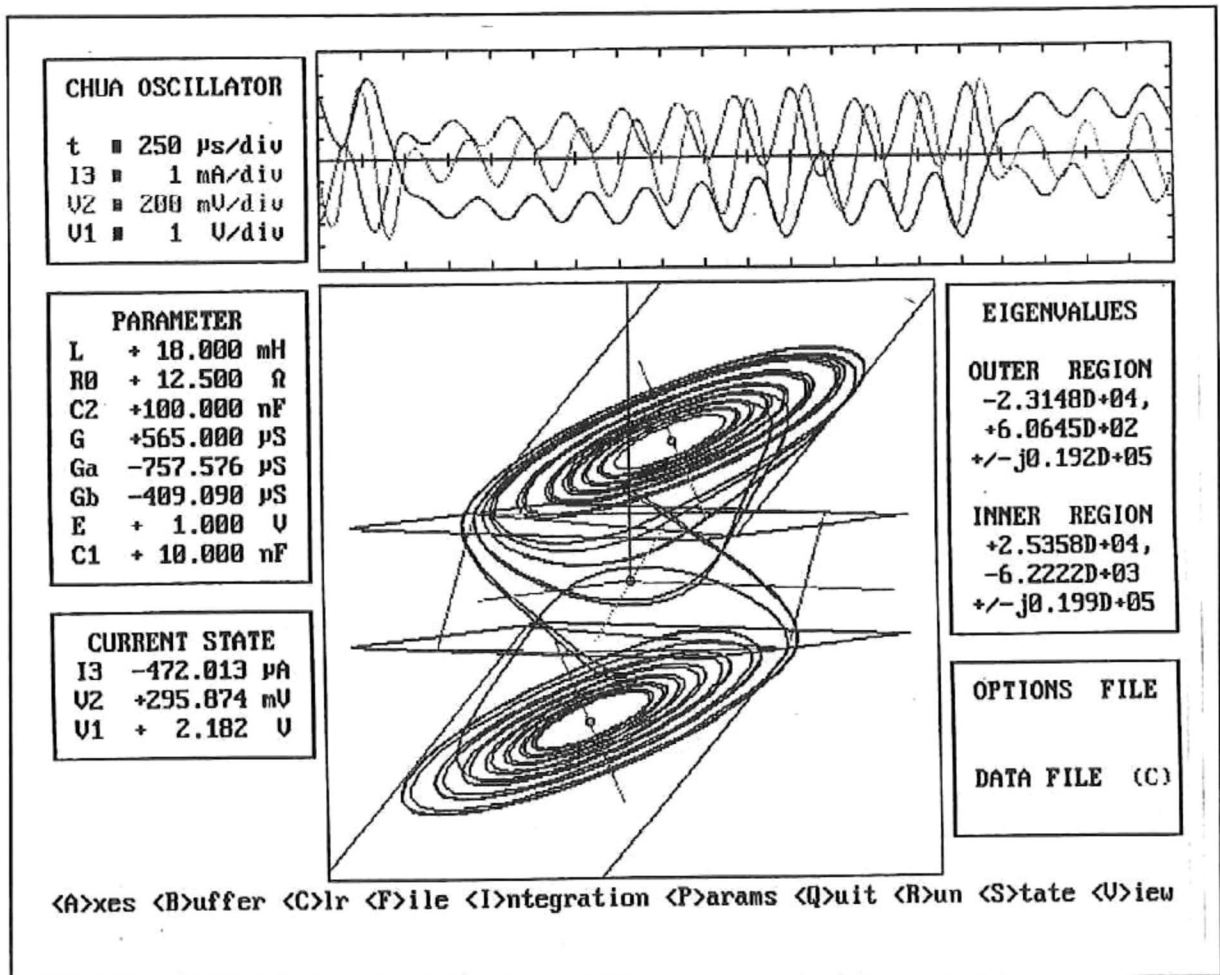


Figura 4.13 Rollo- Doble {ABC} .

#### IV.2 Simulación de la característica del diodo Chua .

Para asegurarse que el diodo Chua funciona adecuadamente , en el capítulo 3 en la figura 3.13 se presenta el esquemático de la realización práctica para evaluar el diodo Chua. El esquemático usado para simular en SPICE se muestra en la figura 4.14 y la simulación en SPICE se muestra en la figura 4.15 .

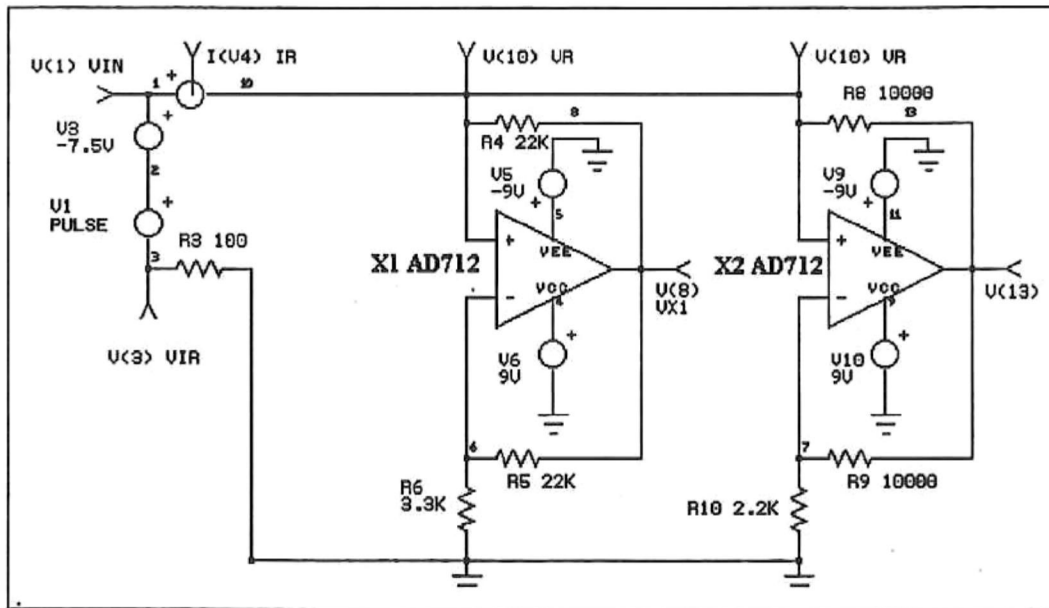


Figura 4.14 Esquemático para evaluar el diodo Chua

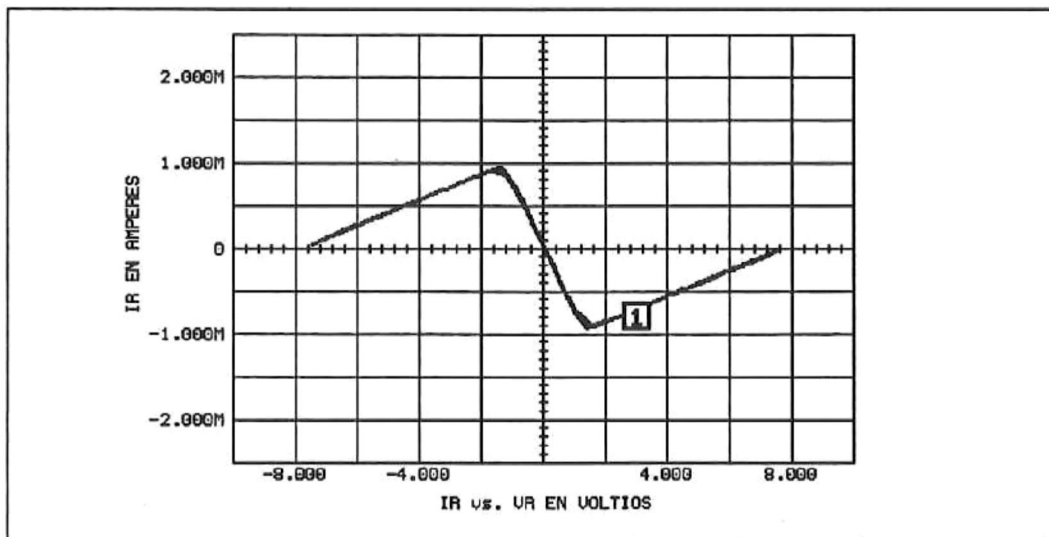


Figura 4.15 Característica del diodo Chua .

## V RESULTADOS EXPERIMENTALES Y CONCLUSIONES

### V.1 Resultados Experimentales

La implementación del circuito de Chua propuesto ( figura 4.1) permitió obtener los de la simulación en SPICE y el programa ABC. A continuación se muestran fotografías del comportamiento generado por el circuito en el orden de la simulación y de la tabla 4.1 del capítulo anterior donde el diagrama del experimento es como se muestra en la figura 4.1 .

Las fotografías siguientes son de VC1 (eje Y ) contra VC2 ( eje X ) en todos los casos a excepción de la última donde la señal está invertida en el eje Y debido a la medición respecto de la obtenida por simulación, pero los valores de voltaje coinciden con los valores de la simulación.

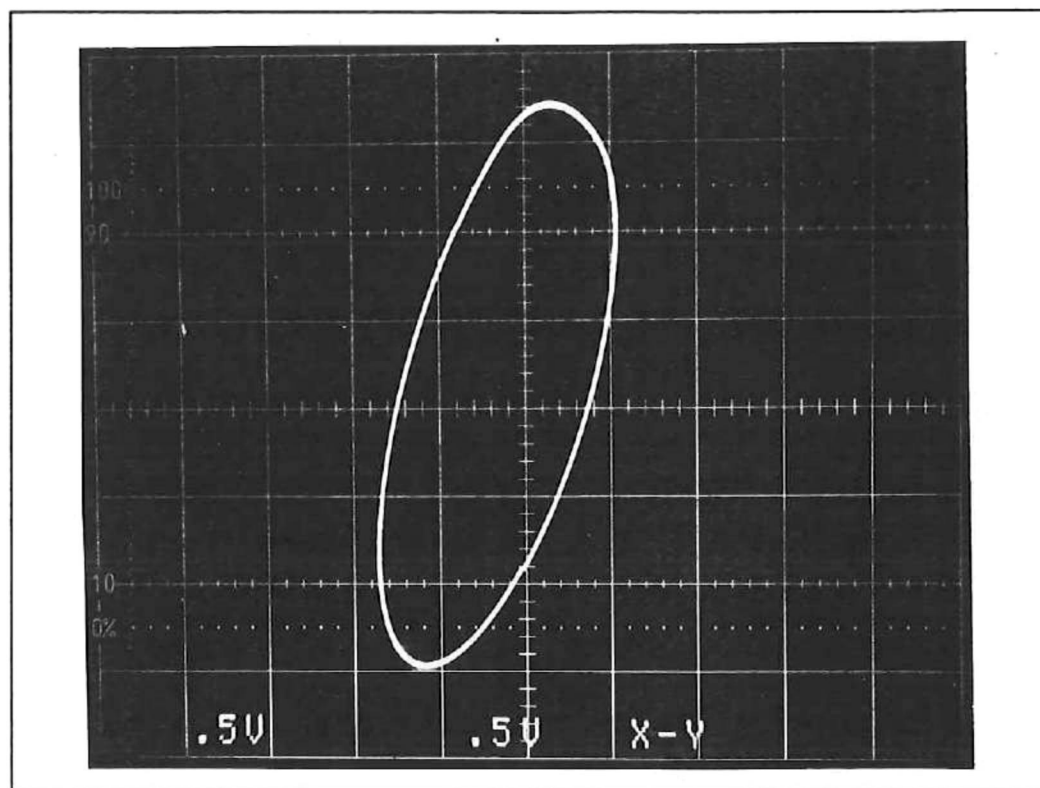


Figura 5.1 Equilibrio .

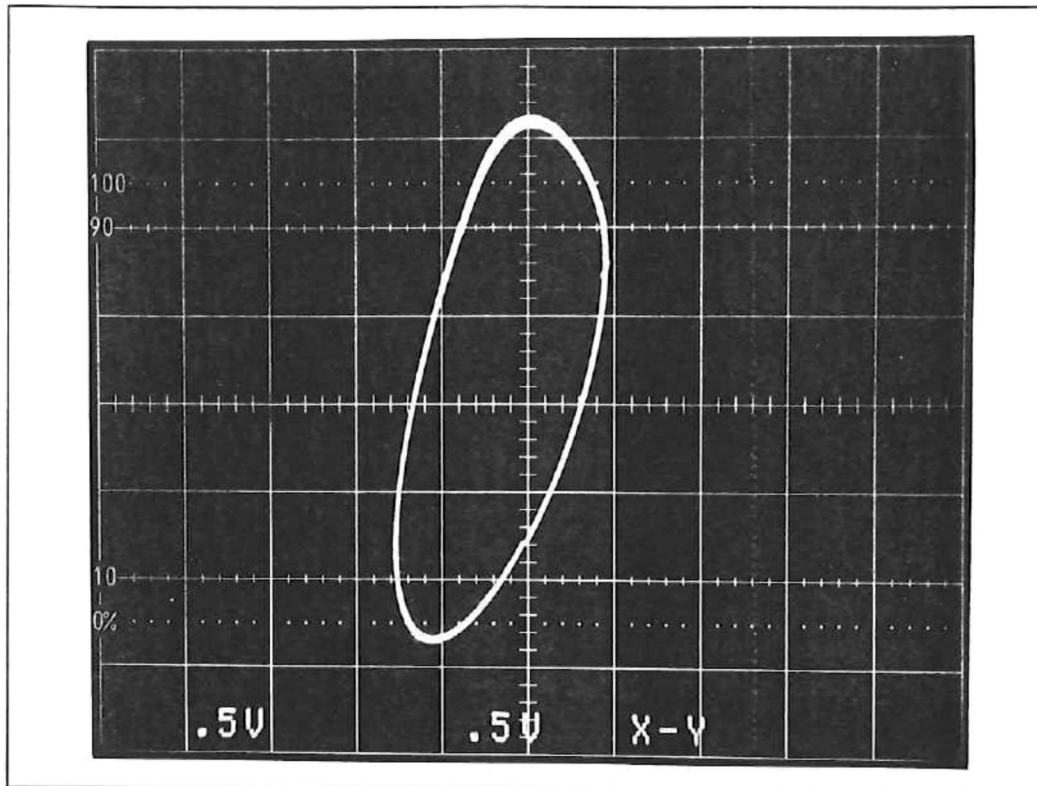


Figura 5.2. Período 1.

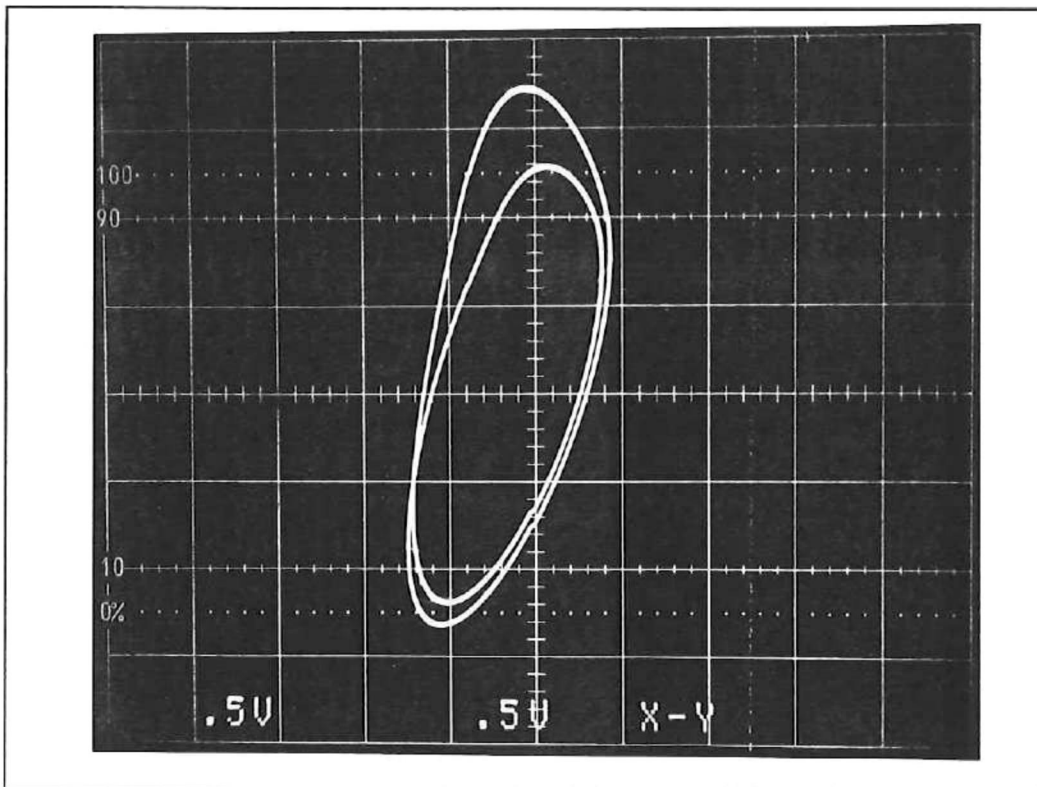


Figura 5.3 Período 2.

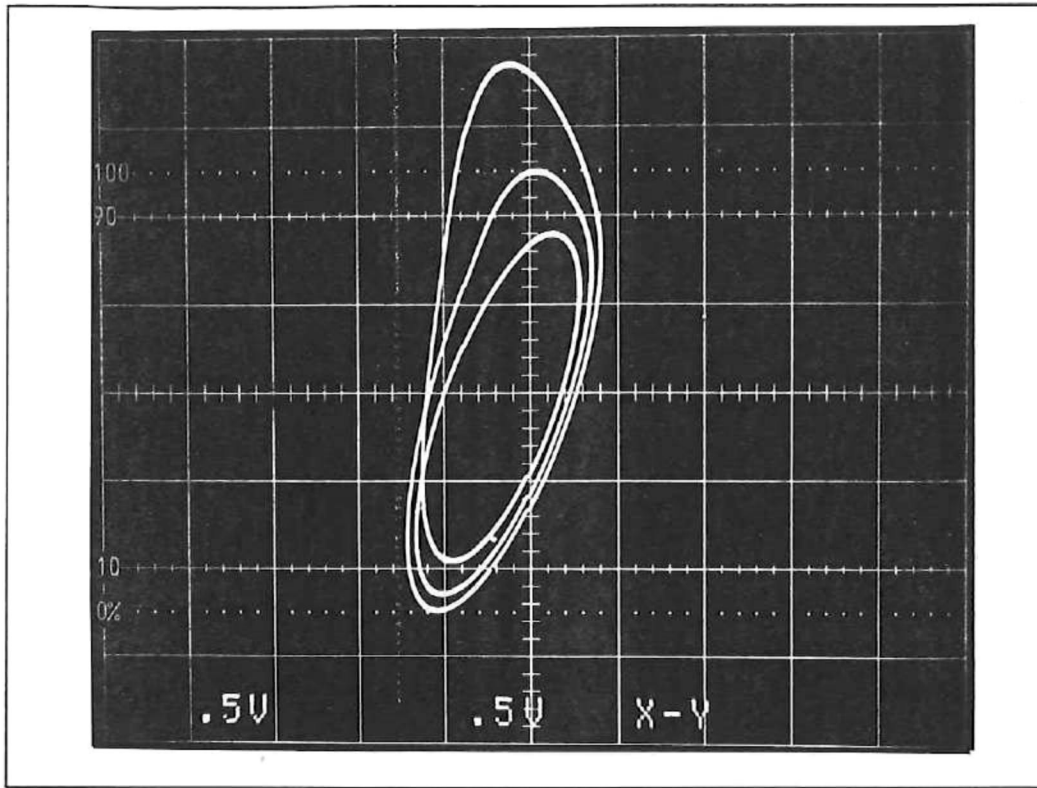


Figura 5.4 Período 3.

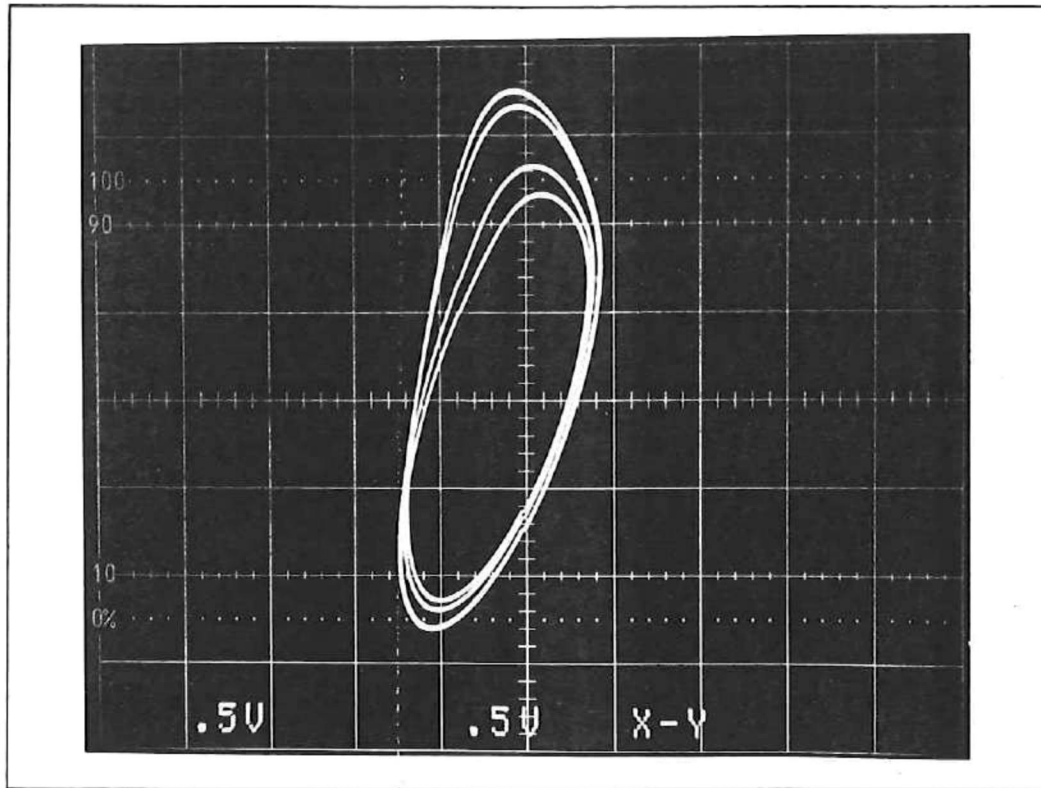


Figura 5.5 Período 4

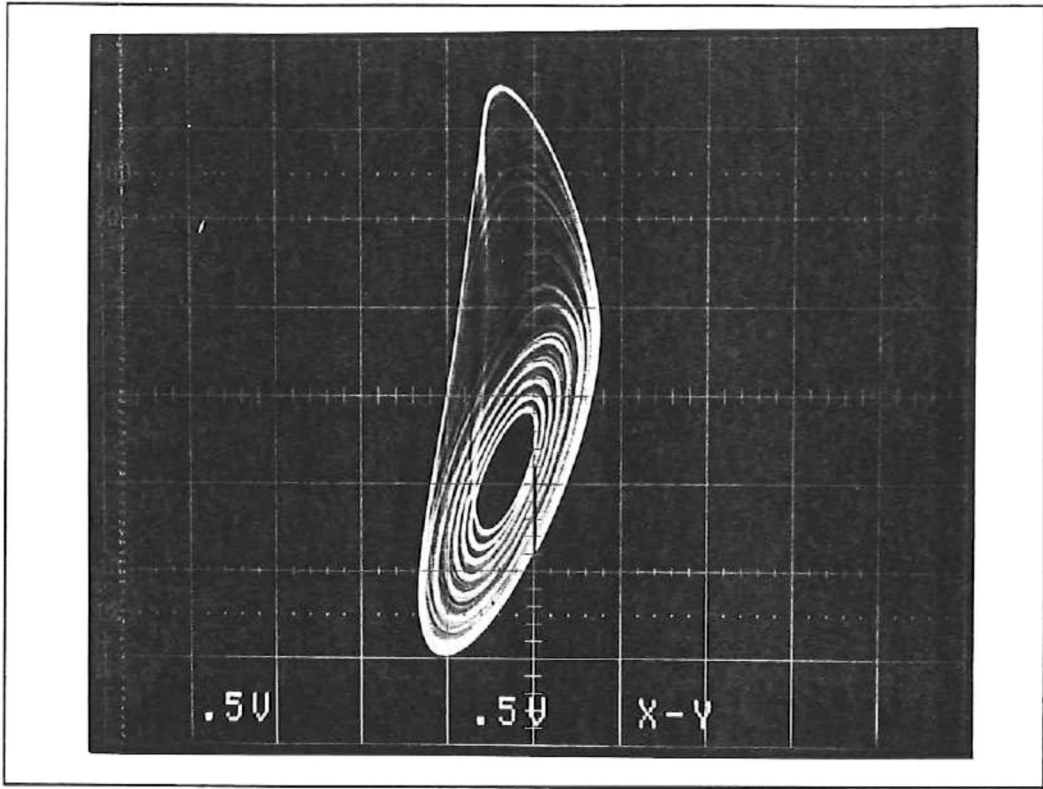


Figura 5.6 Espiral Chua 1.

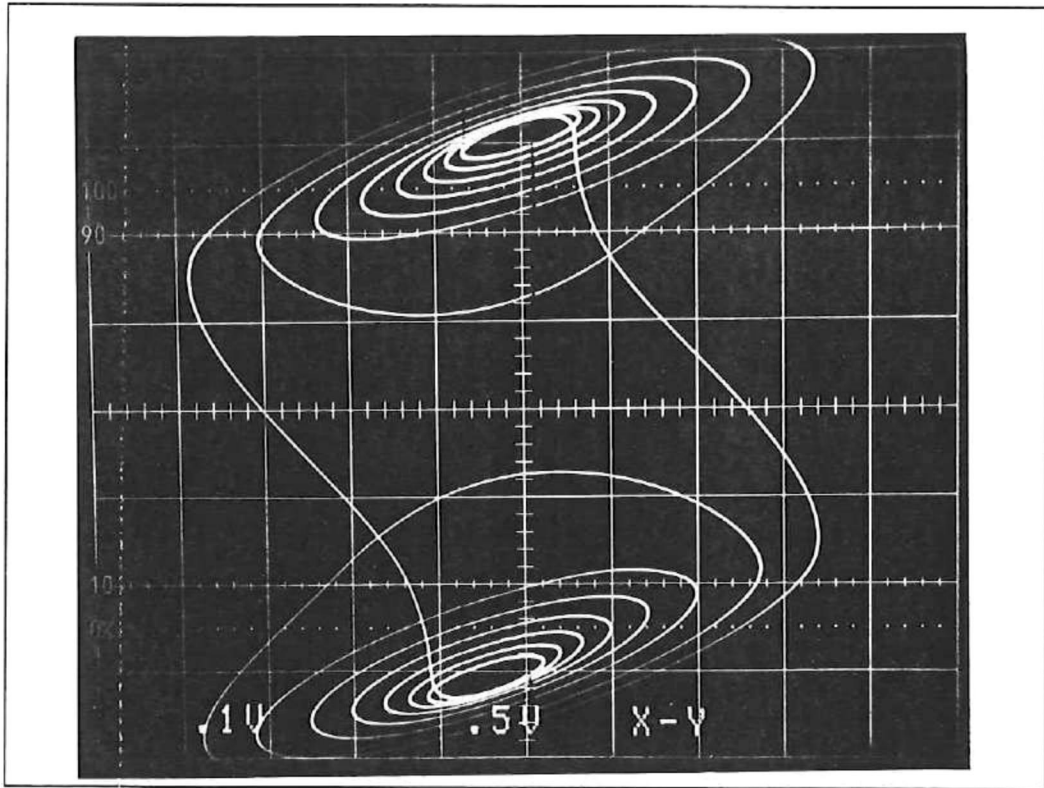


Figura 5.7 Rollo- Doble.

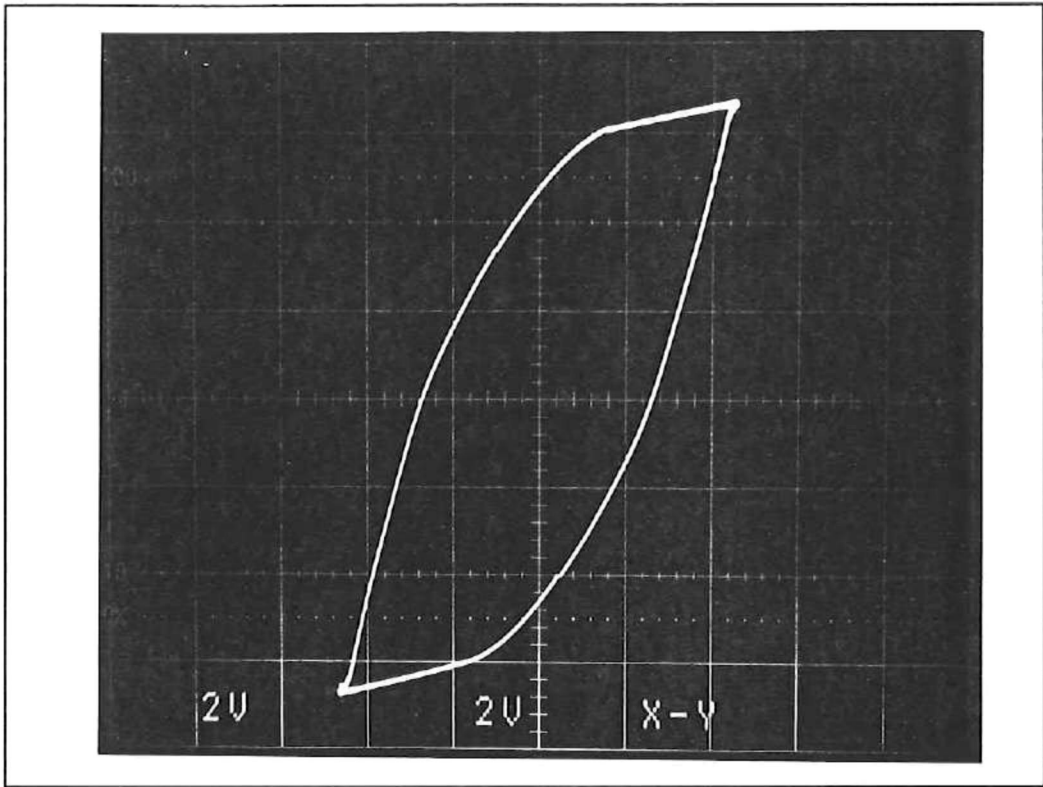


Figura 5.8 Ciclo Límite .

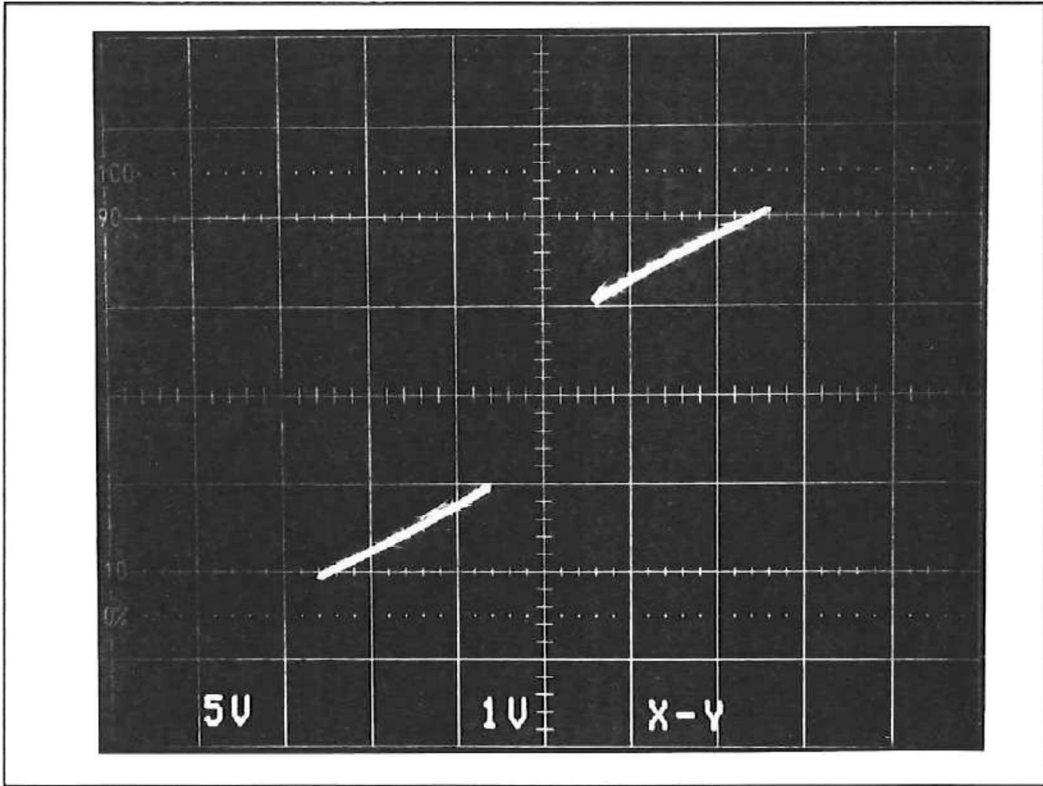


Figura 5.9 Característica del Diodo Chua .

## Tabla de resultados experimentales

Punto de Equilibrio	----- ; -----
Período 1	1714 $\Omega$ ; 583 $\mu$ S
Período 2	1693 $\Omega$ ; 590 $\mu$ S
Período 3	1669 $\Omega$ ; 599 $\mu$ S
Período 4	1688 $\Omega$ ; 592 $\mu$ S
Espiral Chua 1	1679 $\Omega$ ; 595 $\mu$ S
Espiral Chua 2	1630 $\Omega$ ; 613 $\mu$ S
Rollo Doble	(1626-1515) $\Omega$ ; (615-660) $\mu$ S
Ciclo límite	(1318-1021) $\Omega$ ; (758-979) $\mu$ S

Tabla 5.1

## V.2 CONCLUSIONES

1.- Como se muestra en el capítulo 2 la representación matricial del circuito de Chua puede normalizarse, y los parámetros del circuito pueden modificarse para que modele el comportamiento de otros circuitos diferentes al de Chua; de tal manera que el circuito de Chua llega a ser un circuito CANONICO para todos los circuitos que puedan generar bifurcaciones y caos .

2.- La clasificación de la familia de circuitos de Chua está definida y hay información suficiente en las publicaciones científicas.

3.- La implementación del circuito de Chua es físicamente realizable con el amp-op. AD712 y dentro de la tolerancia propuesta . Los resultados de la tabla 5.1 en el valor de R difieren de los de la tabla 4.1 debido a que los valores de la tabla 4.1 son los valores teóricos y los valores

medidos dependen tanto de la tolerancia de los componentes como de la construcción del amplificador operacional usado . La resistencia interna de la bobina ( 22.5 Ohm medido , 12.5 Ohm teórico ) usada afecta el valor de R para el cual se presentan de manera práctica los comportamientos en la tabla 4.1.

4.- En la simulación se asignan condiciones iniciales al sistema para capacitores e inductores a fin de que las rutinas del simulador funcionen , pero en la práctica las condiciones iniciales no pueden ser medidas aunque se sabe que todo componente físico ( capacitor, bobina ) por el hecho de tener temperatura ambiente debe tener cierta carga, por lo que no podemos esperar que los resultados de la simulación correspondan de manera exacta a los resultados experimentales, debe considerarse por lo tanto a la simulación como un resultado de referencia para la implementación práctica .

5.-Fue posible realizar la simulación en SPICE usando al operacional AD712 para la versión de SPICE que se indica obteniéndose resultados parecidos a los de la referencia bibliográfica. Aunque la implementación del circuito de Chua es una realización "robusta" una de las condiciones para modelar un VCVS es corriente de entrada cero hacia el operacional, verificando las características del AD712 tiene una corriente de entrada de 50 nA máximo, que es 10 veces menor que la correspondiente al amp. op. LM741N.

La realización física del circuito de Chua es factible con cualquier amp. op. diferente del AD712 siempre y cuando la corriente de entrada al amp.op. sea del orden de nA, lo cual se tiene para los amp. op. con entrada J-FET.

6.- Las fotografías que se presentan en los resultados son para valores de R donde el comportamiento del circuito es más estable en el sentido de que las trayectorias se mantienen, pero se mueven tan rápidamente que no es posible graficarlas en un osciloscopio digital de poca memoria, por lo que para estudiar éste circuito es necesario un osciloscopio digital como el Hitachi VC- 6025 que se usa en la referencia [7] .

7.- El objetivo de la tesis se cumplió satisfactoriamente.

### V.3 RECOMENDACIONES

1.- Como una de las aplicaciones de los sistemas caóticos son las transmisiones *ocultas* (en todo el espectro de frecuencia), se recomienda hacer trabajos de estudio en sistemas de transmisión que usen la señal generada por el circuito de Chua, como portadora de transmisión.

2.- Incluir el presente trabajo de tesis como una referencia al curso de Control II, en el que se abarcan temas sobre Sistema No-Lineales.

3.- Realizar la implementación del circuito de Chua usando una característica  $v-i$  del diodo Chua diferente, a la usada en este trabajo de tesis. Refierase a [12] para las diferentes características  $v-i$ , y a la referencia [13] para la implementación de una característica diferente.

**Apéndice A**

**Convertidor de Resistencia Negativa (NCR) usando un VCVS según la referencia [10]**

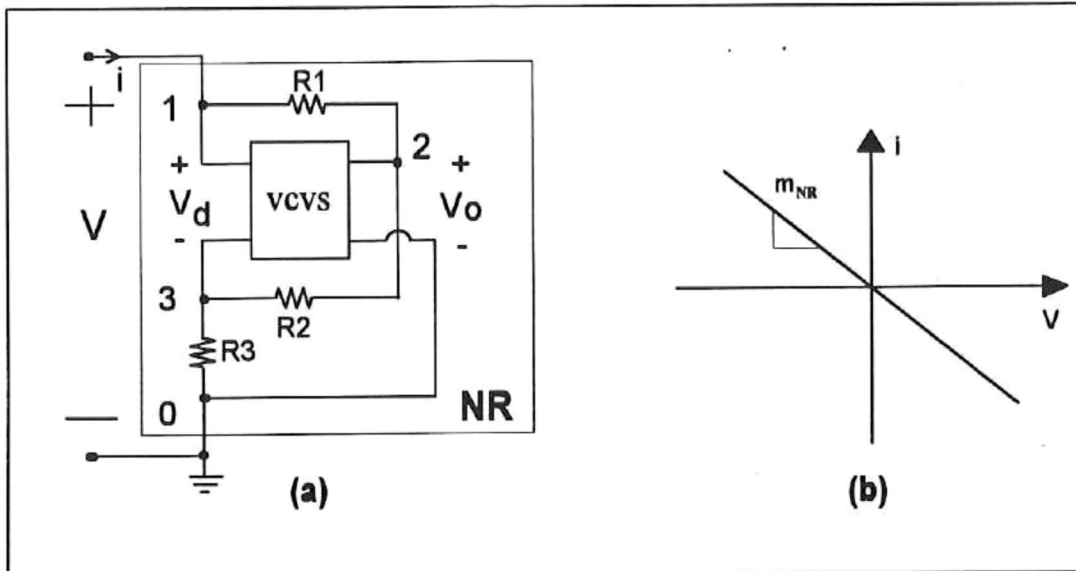


Figura A-1 (a) Convertidor de Resistencia Negativa usando un VCVS .

(b) Caraterística v-i de un convertidor de Resistencia Negativa usando un VCVS.

De la figura anterior , la Ley de Corrientes de Kirchoff ( LCK ) para el nodo 1 resulta en :

$$i = \frac{(v - v_0)}{R_1} \quad (A1)$$

La Ley de Voltajes de Kirchoff ( LVK ) para la malla que pasa por los nodos 1-3-0-1 resulta en:

$$v = v_d + \left[ \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right] v_0 \quad (A2)$$

De la figura (b), la función de transferencia de voltaje para el VCVS es :

$$v_0 = Av_d \quad (A3)$$

Por lo tanto de (A3) en (A2)

$$v = \left[ \frac{R_2 + (1+A)R_3}{A(R_2 + R_3)} \right] v_0 \quad (\text{A4})$$

Despejando  $v_0$  de (A4):

$$v_0 = \left[ \frac{A(R_2 + R_3)}{R_2 + (1+A)R_3} \right] v \quad (\text{A5})$$

Sustituyendo  $v_0$  de (A5) en la ecuación (A1)

$$i = \left[ \frac{(1-A)R_2 + R_3}{R_1[R_2 + (1+A)R_3]} \right] v \quad (\text{A6})$$

Para un valor de A suficientemente grande, (A6) se reduce a :

$$i \approx - \left[ \frac{R_2}{R_1 R_3} \right] v \quad (\text{A7})$$

Más aún al escoger  $R_1 = R_2$  se tiene que :

$$i \approx - \left[ \frac{1}{R_3} \right] v \quad (\text{A8})$$

El resultado gráfico  $v-i$  de (A8) se presenta en la gráfica (b) superior derecha .  
donde  $m_{NR} = - 1/R_3$  .

## Apéndice B

### Convertidor de Resistencia Negativa basado en un Amplificador Operacional .

Según la referencia [10] .

El amp-op . es modelado como un VCVS con una característica de transferencia de voltaje, de tres-segmentos lineales -por tramos; como se muestra en la figura siguiente .

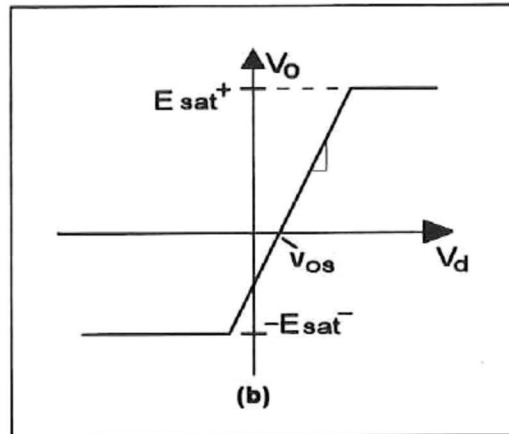


Figura B.1

El modelo toma en cuenta un voltaje de desbalance  $v_{OS}$  diferente de cero , ganancia finita de  $A$  en la región lineal, y niveles de saturación ( posiblemente diferentes )  $-Esat^-$  y  $Esat^+$

Al aplicar la ecuación general de la recta (  $Y_{n+1} = m ( X_{n+1} - X_n ) + Y_n$  ), para la figura anterior se obtiene lo siguiente :

$$\text{SATURACION NEGATIVA} \quad (a) \ v_o = -Esat^- \quad (b) \ v_d \leq \frac{-Esat^-}{A} + v_{OS} \quad (B1)$$

$$\text{LINEAL} \quad (a) \ v_o = A(v_d - v_{OS}) \quad (b) \ -\frac{Esat^-}{A} + v_{OS} \leq v_d \leq \frac{Esat^+}{A} + v_{OS} \quad (B2)$$

$$\text{SATURACION POSITIVA} \quad (a) \ v_o = Esat^+ \quad (b) \ v_d \geq \frac{Esat^+}{A} + v_{OS} \quad (B3)$$

A continuación se presenta el análisis para NR1 , partiendo de la figura B.2.

El siguiente análisis es válido para cualquier NR en general .

Para la terminal no-inversora del amp-op. en el nodo 1 se tiene que la LCK es:

$$i = \frac{(v - v_0)}{R_1} \quad (B4)$$

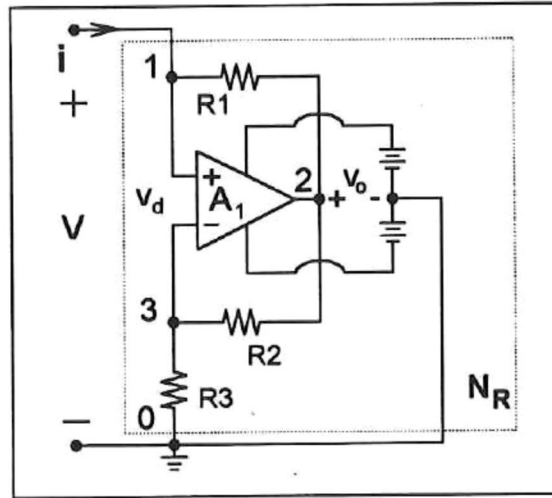


Figura B.2

La Ley de Voltaje de Kirchoff ( LVK ) para la malla 1-3-0-1 en la figura anterior es :

$$v = v_d + \frac{R_3}{R_2 + R_3} v_0 \quad (B5)$$

Al considerar las tres regiones lineales de la característica de transferencia , por separado.

### Amplificador Operacional en saturación positiva

De (B1) se tiene que en saturación positiva :

$$v_0 = -Esat^- \quad (B6)$$

y al sustituir para  $v_0$  en la ecuación (B4) se tiene

$$i = \frac{v}{R_1} - \frac{Esat^+}{R_1} \quad (B7)$$

De (B1) el amp-op. está en saturación positiva para :

$$v_d \geq \frac{Esat^+}{A} + v_{os} \quad (B8)$$

que se conoce como la *ecuación de validación* para la región positiva .

Al sustituir (B6) y (B7) en (B8) se tiene que :

$$v \geq \left[ \frac{Esat^+}{A} + v_{os} \right] + \frac{R_3}{R_2 + R_3} Esat^+ \quad (B9)$$

$$v \geq \left[ \frac{R_2 + (1+A)R_3}{A(R_2 + R_3)} \right] Esat^+ + v_{os} \quad (B10)$$

Lo anterior corresponde a la parte derecha de la figura B.3 , los puntos de quiebre están

definidos por :

$$Bp^+ = \left[ \frac{R_2 + (1+A)R_3}{A(R_2 + R_3)} \right] Esat^+ + v_{os} : \quad (B11)$$

y de (B7) la pendiente está definida por

$$m_{01} = \frac{1}{R_1} \quad (B12)$$

Para un valor de A grande, se tiene que :

$$Bp^+ \approx \left[ \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right] Esat^+ + v_{os} \quad (B13)$$

### **Amplificador Operacional en la región de saturación negativa**

Respecto al análisis anterior solo se cambia  $v_o = Esat^+$  por  $v_o = -Esat^-$

la pendiente  $m_{01} = \frac{1}{R_1}$  se mantiene , y la *ecuación de validación* resulta ser, tal como en el

límite superior de la región de sat. positiva

$$-Bp^- = - \left[ \frac{R_2 + (1+A)R_3}{A(R_2 + R_3)} \right] Esat^- + v_{os} \quad (B14)$$

### **Amplificador Operacional en la región lineal**

En la región lineal , de (B2)

$$v_o = A(v_d - v_{os}) \quad (B15)$$

sustituyendo para  $v_o$  en la ecuación (B4)

$$i = \frac{v}{R_1} - \frac{A(v_d - v_{os})}{R_1} \quad (B16)$$

Al sustituir  $V_o$  de (B15) en (B5) y desarrollando ;

$$v = v_d + \frac{R_3}{R_2 + R_3} v_o \quad (\text{B17})$$

$$v = v_d + \frac{R_3}{R_2 + R_3} A(v_d - v_{os}) \quad (\text{B18})$$

$$v = \left[ \frac{R_2 + (1+A)R_3}{R_2 + R_3} \right] v_d - \frac{AR_3}{R_2 + R_3} v_{os} \quad (\text{B19})$$

Al reescribir  $v_d$  de (B19) en términos de  $v$  se tiene :

$$v_d = \left[ \frac{R_2 + R_3}{R_2 + (1+A)R_3} \right] v + \left[ \frac{AR_3}{R_2 + (1+A)R_3} \right] v_{os} \quad (\text{B20})$$

al despejar de (B20) 
$$v_d - v_{os} = \left[ \frac{R_2 + R_3}{R_2 + (1+A)R_3} \right] (v - v_{os}) \quad (\text{B21})$$

Sustituyendo para  $(v_d - v_{os})$  en de (B16) en la ecuación (B16) se tiene :

$$i = \left[ \frac{(1-A)R_2 + R_3}{R_1 [R_2 + (1+A)R_3]} \right] v + \left[ \frac{A(R_2 + R_3)}{R_1 [R_2 + (1+A)R_3]} \right] v_{os} \quad (\text{B22})$$

Para un valor de  $A$  grande ,

$$i \approx - \left[ \frac{R_2}{R_1 R_3} \right] v + \left[ \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_3} \right] v_{os} \quad (\text{B23})$$

De (B2) el amp-op. está en la región lineal cuando :

$$-\frac{Esat^-}{A} + v_{os} \leq v_d \leq \frac{Esat^+}{A} + v_{os} \quad (\text{B24})$$

De manera equivalente , sustituyendo  $v_d$  de (B24) en (B20) y desarrollando la desigualdad :

$$-\frac{Esat^-}{A} + v_{os} \leq v_d = \left[ \frac{R_2 + R_3}{R_2 + (1+A)R_3} \right] v + \left[ \frac{AR_3}{R_2 + (1+A)R_3} \right] v_{os} \leq \frac{Esat^+}{A} + v_{os} \quad (B25)$$

Por lo tanto al acomodar la desigualdad (B25) para  $v$  se tiene que el amp-op. está en la region lineal para :

$$-\left[ \frac{R_2 + (1+A)R_3}{A(R_2 + R_3)} \right] Esat^- + v_{os} \leq v \leq \left[ \frac{R_2 + (1+A)R_3}{A(R_2 + R_3)} \right] Esat^+ + v_{os} \quad (B26)$$

Para un valor de A ( ganancia del operacional ) grande , lo anterior se reduce a :

$$-\left[ \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right] Esat^- + v_{os} \leq v \leq \left[ \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right] Esat^+ + v_{os} \quad (B27)$$

Los intervalos y pendientes obtenidos, se refieren a la figura B.3.

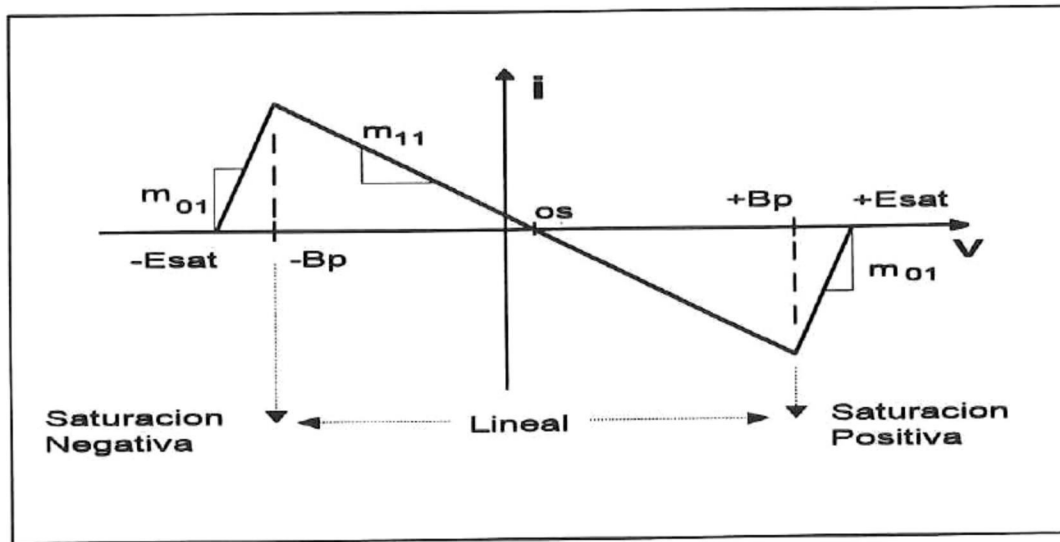


Figura B.3

$$m_{11} = \left[ \frac{(1-A)R_2 + R_3}{R_1 [R_2 + (1+A)R_3]} \right] \quad (B28) \quad OS = -\left[ \frac{A(R_2 + R_3)}{(1-A)R_2 + R_3} \right] v_{os} \quad (B29)$$

Para un valor de A grande ,

$$m \approx -\left[\frac{R}{R R}\right] \quad (\text{B30}) \quad OS \approx -\left[\frac{R + R}{R}\right]v \quad (\text{B31})$$

Considerando  $R_1 = R_2$  y  $v_{OS} = 0$  se tiene la aproximación .

$$m \approx \frac{1}{R} \quad (\text{B32}) \quad OS = 0 \quad (\text{B33})$$

y de (B12) para la región de saturación positiva  $m \approx \frac{1}{R}$

El análisis anterior se desarrolló para NR1, pero es válido para cualquier NR cambiando unicamente los subindices de las resistencias y de las pendientes .

Entonces se tiene la siguiente sustitución para NR2 partiendo de las fórmulas para NR1 .

$$R_1 \rightarrow R_4 , \quad R_2 \rightarrow R_5 , \quad R_3 \rightarrow R_6 \quad (\text{B34})$$

$$m_{11} \rightarrow m_{12} , \quad m_{01} \rightarrow m_{02} \quad (\text{B35})$$

Tomando en cuenta (B12) , (B13) , (B33) y la consideración en (B34) , (B35) .

$$m \approx \frac{1}{R} \rightarrow m \approx \frac{1}{R} \quad (\text{B36})$$

$$m \approx \frac{1}{R} \rightarrow m \approx \frac{1}{R} \quad (\text{B37})$$

$$Bp^+ \frac{R_3}{R_2 R_3} Esat^+ v \rightarrow Bp^+ \frac{R_6}{R_5 R_6} Esat^+ v \quad (\text{B38})$$

## Apéndice C

### Conexión Paralela de dos Convertidores de Resistencia Negativa

según la referencia [10] .

Se conectan dos Resistores de Resistencia Negativa ( NCR -siglas en Inglés ) NR1 y NR2 como se muestra en la figura C.1 siguiente :

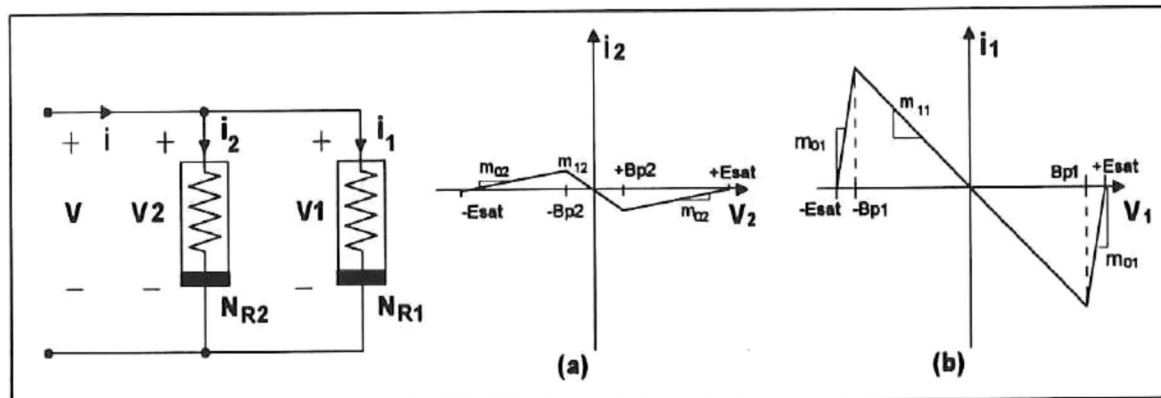


Figura C.1

El paralelo de NR1 y NR2 tiene la gráfica característica lineal por tramos , que se muestra en C.1 (a), (b) correspondientes ; con pendientes  $m_{01}$  y  $m_{11}$  y puntos de quiebre  $\pm Bp$  para el caso de NR1, similarmente para NR2 las pendientes son  $m_{02}$  y  $m_{12}$  y puntos de quiebre  $\pm Bp_2$  ; el resultado final del paralelo de NR1 con NR2 de manera gráfica es una característica de cinco-segmentos lineal-por tramos como se muestra en la figura C.2, donde las pendientes son  $m_{-1}$   $m_0$  y  $m_1$  y dos pares de puntos de quiebre en  $\pm Bp_1$  y  $\pm Bp_2$  .

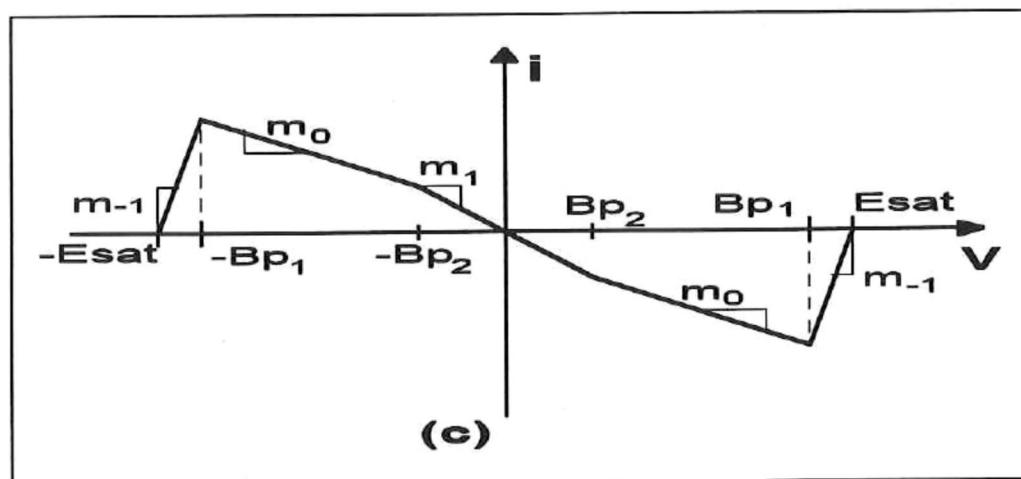


Figura C.3

De las ecuaciones de la recta para la característica v-i de NR2 en la figura C.1 (a) se tiene:

$$-Bp_2 m_{12} = (Esat - Bp_2) m_{02} \quad (C1)$$

entonces despejando de (C1)

$$Esat m_{02} = Bp_2 (m_{12} - m_{02}) \quad (C2)$$

Del sistema de ecuaciones de las figuras C.1 (a),(b) y C.3 en la página anterior :

$$m_1 = m_{11} + m_{12} \quad (C3)$$

$$m_0 = m_{11} + m_{02} \quad (C4)$$

de donde haciendo la resta de ambas ecuaciones :

$$m_{02} - m_{12} = m_0 - m_1 \quad (C5)$$

despejando  $m_{02}$  de (C1)

$$m_{02} = \frac{Bp_2}{Esat} (m_0 - m_1) \quad (C6)$$

sustituyendo (C5) en (C6) y despejando para  $m_{12}$

$$m_{12} = \frac{Bp_2 - Esat}{Bp_2} m_{02} \quad (C7)$$

$$m_{12} = \frac{Bp_2 - Esat}{Esat} (m_0 - m_1) \quad (C8)$$

Al despejar de (C3)

$$m_{11} = m_1 - m_{12} \quad (C9)$$

y sustituyendo (C8) en (C9)

$$m_{11} = \frac{Bp_2 m_1 + (Esat - Bp_2) m_0}{Esat} \quad (C10)$$

De las ecuaciones de la recta para la gráfica característica v-i de la figura C.1 (b) para NR1 .

$$-Bp_1 m_{11} = (Esat - Bp_1) m_{01} \quad (C11)$$

entonces despejando de (C11)  $m_{01} = \frac{Bp_1}{Bp_1 - Esat} m_{11}$  (C12)

### Procedimiento de Diseño

Al igualar (B31) y (C10) , considerando  $A \gg 0$  .

$$m_{11} \approx -\frac{1}{R_3} = \frac{Bp_2 m_1 + (Esat^+ - Bp_2) m_0}{Esat^+} \quad (C13)$$

y despejando para  $R_3$  se tiene  $R_3 = \frac{Esat^+}{(Bp_2 - Esat^+) m_0 - Bp_2 m_1}$  (C14)

Al igualar (B36) con (C6) y despejar para  $R_4$  se tiene

$$R_4 = \frac{Esat^+}{Bp_2 (m_0 - m_1)} \quad (C15)$$

Al igualar (B37) con (C8) y despejar para  $R_6$  se tiene

$$R_6 = \frac{Esat^+}{(Esat^+ - Bp_2) (m_0 - m_1)} \quad (C16)$$

Al igualar (C12) con (B12)

$$m_{01} = \frac{1}{R_1} = m_{01} = \frac{Bp_1}{Bp_1 - Esat} m_{11} \quad (C17)$$

y desarrollando para  $Bp_1$  se obtiene :

$$Bp_1 = \frac{Esat}{(1 - m_{11} R_1)} \quad (C18)$$

## GLOSARIO DE TERMINOS

**Atractor.**- es el conjunto invariante de puntos en el espacio de fase al cual todas las órbitas cercanas entre ellas convergen o son atraídas .

**Bifurcación.**- la palabra significa división en dos, un cambio; en los sistemas dinámicos se refiere a los cambios de las trayectorias en el espacio de fase al variar los parámetros del circuito ( R o C en el circuito de Chua ) .

**Caos .**- de manera conceptual caos es el comportamiento de sistemas determinísticos con elementos no lineales, los cuales presentan una sensible dependencia sobre las condiciones iniciales de las ecuaciones del sistema.

**Circuito lineal.**- es aquel que se compone únicamente de fuentes independientes o dependientes linealmente y elementos lineales ; tal que cumple el Teorema de Superposición.

**Elemento lineal.**- es aquel cuya relación básica se representa con una recta que pasa por el origen ( ej.  $v = Ri$ ,  $q = Cv$  ) .

**Fractal .**- es la representación gráfica de una estructura geométrica , la cual aparece a muchas escalas después de varias ampliaciones.

## BIBLIOGRAFIA

[1].- Francis C. Moon

Chaotic and Fractal Dynamics

An Introduction for Applied Scientists and Engineers

Ed. Wiley & Sons , 1992 .

[2].- Takashi Matsumoto , Fellow IEEE , invited paper

Chaos in Electronic Circuits

Proceedings of the IEEE, vol. 75, No. 8, August 1987, pp. 1033- 1045 .

[3].- Diefender , A. James

Guia de Instrumentación Electrónica

Ed. Interamericana, Cap. 13, 1973 .

- [4].- Krauss Herbert L.  
Estado Sólido en Ingeniería de Radiocomunicaciones  
Editorial LIMUSA , 1984.
- [5].- Martin J. Hasler , Member IEEE .  
Electrical Circuits with Chaotic Behavior  
Proceedings of the IEEE vol. 75 , #8, August 1987 pag. 1009-1011 .
- [6].- Michael Peter Kennedy  
Three Steps to Chaos - Part 1 : Evolution  
IEEE Transactions on Circuits and Systems--Fundamental Theory and Applications  
Vol. 40, No. 10 , October 1993, pp. 640-665.
- [7].- Michael Peter Kennedy  
Three Steps to Chaos - Part 2 : A Chua's Circuit Primer  
IEEE Transactions on Circuits and Systems--Fundamental Theory and Applications  
Vol. 40, #10 , October 1993, pp. 657-674 .
- [8].- Shuxian Wu  
Chua's Circuit Family  
Proceedings of the IEEE  
vol. 75, No. 8, August 1987, pp. 1022- 1031.
- [9].- Louis Leithold  
Cálculo con Geometría Analítica  
Ed. Harla, 1973.
- [10].- Michael Peter Kennedy  
Robust Op. Amp. Implementation of Chua's Circuit  
IRELAND , INTERNET mpk@midir.ucd.ie
- [11].- Leonid P. Shil'nikow  
Chua's Circuit : Rigorous Results and Future Problems  
International Journal of Bifurcation and Chaos ,  
vol. 4, No. 3, 1994 , pp. 489-504 .  
Worl Scientific Publishing Company .

- [12].- Michael Peter Kennedy  
ABC ( Adventures in Bifurcation and Chaos)  
IRELAND, INTERNET mpk@modir.ucd.ie
- [13].- A Universal Circuit for Studing and Generating Chaos -- Part I : Routes to Chaos .  
Leon O. Chua, Chain Wah Wu  
IEEE Transactions on Circuits and Systems -- I: Fundamental Theory and Applications  
Vol. 40, No. 10, October 1993, pp. 732-736 .
- [14].- Análisis de Redes  
M.E. Van Valkenburg  
Ed. LIMUSA 1990, pp.78,79.
- [15].- Science and the Future  
Enciclopedia Britannica 1990, pp. 63,72 .