

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

TESIS DE MAESTRÍA

**Desarrollo de un Sistema Automático para la
Estimación de Presiones Plantares mediante
Inferencia Estadística**

Autor:

Dayanna Ortiz Villaseñor

Director de Tesis:

Dr. Julio Cesar Rodríguez
Quiñonez

Co-Director de Tesis:

Dra. Wendy Flores
Fuentes

*Una tesis presentada en cumplimiento de los requisitos
para el grado de Maestría en Ingeniería.*

en la

Facultad de Ingeniería
Campus Mexicali

26 de mayo de 2023



Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ingeniería
Mexicali

Declaración de Autoría

Yo, Dayanna Ortiz Villaseñor, declaro que esta tesis titulada, “Desarrollo de un Sistema Automático para la Estimación de Presiones Plantares mediante Inferencia Estadística” y el trabajo presentado en ella es de mi autoría. Confirmo que este trabajo ha sido elaborado por mí y se expresa en mis propias palabras. Cualquier uso que se haga en él de las obras de otros autores en cualquier forma (por ejemplo, ideas, ecuaciones, figuras, texto, tablas, programas) se reconoce adecuadamente al momento de su uso. Se incluye una lista de las referencias empleadas.

Firma:

Fecha:

“En cuestiones de ciencia, la autoridad de miles no vale más que el humilde razonamiento de un único individuo”

Galileo Galilei

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

Resumen

Facultad de Ingeniería

Campus Mexicali

Maestría en Ingeniería.

Desarrollo de un Sistema Automático para la Estimación de Presiones Plantares mediante Inferencia Estadística

por Dayanna Ortiz Villaseñor

Las deformidades de los pies son uno de los principales motivos de consulta en las clínicas de podología y ortopedia. Dado que las deformidades son factores subyacentes para un aumento en la presión plantar, contar con un sistema de medición de presión plantar es indispensable para conocer la distribución de las fuerzas en la planta del pie. Esto permite conocer los puntos más críticos y emitir una valoración de la planta según las condiciones patológicas. El presente trabajo de tesis tiene como objetivo aplicar un método de interpolación a un sistema de instrumentación a partir de una plantilla compuesta por celdas de carga, el cual permite conocer las presiones plantares en zonas con ausencia de dichas celdas. Se analizaron diferentes métodos de interpolación como el método de Interpolación por Distancia Inversa Ponderada (IDW), el método de Interpolación por Distancia Inversa Ponderada Ajustada (AIDW) y la Interpolación Spline Bicúbica (ISB) con el objetivo de obtener la estimación de presiones plantares en función de valores de presiones plantares conocidos. Finalmente, el método de AIDW es el método de estadística inferencial aplicado para predecir la distribución de presiones plantares a partir de pesos proporcionados por las celdas de carga en un sistema de instrumentación. Por lo tanto, el análisis de resultados en términos de presiones plantares, representa una herramienta de evaluación y seguimiento a patologías relacionadas a las concentraciones de presiones plantares.

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología (CONAHCYT), por el apoyo económico otorgado resultando fundamental para el desarrollo de esta investigación.

A la Universidad Autónoma de Baja California, por conceder el acceso a los equipos y recursos necesarios para realizar mis estudios de manera eficiente y efectiva.

A la Facultad de Ingeniería de la UABC Campus Mexicali, por permitirme avanzar en esta investigación de manera significativa y obtener resultados valiosos que de otra manera hubieran sido imposibles.

A mi director de tesis, el Dr. Julio César Rodríguez Quiñonez, por su valioso apoyo y orientación en la realización de esta investigación, por la retroalimentación a mis ideas, la ayuda proporcionada para identificar la metodología adecuada y por su gran paciencia y dedicación.

A mi Co-directora de tesis, la Dra. Wendy Flores Fuentes, por su valiosa retroalimentación en cada uno de los avances de tesis y por su comprensión a los diversos obstáculos presentados desde el inicio de mi preparación.

A mi comité de tesis, el Dr. Oleg Sergiyenko, el Dr. Daniel Hernández Balbuena y el Dr. Moises Jesus Castro Toscano, por sus observaciones, revisiones y sugerencias significativas en cada uno de los avances de tesis, en beneficio de un mejor desarrollo de la metodología.

A mis compañeros de Posgrado, por su gran paciencia y serenidad al asesorarme en temas difíciles para el desarrollo de esta investigación, por su amistad y orientación hacia las mejores estrategias para adecuarme a una forma de trabajo eficiente.

A mi familia, por su apoyo incondicional a lo largo de mi carrera académica, permitiéndome dedicar tiempo y energía a esta investigación. Por su paciencia y comprensión durante los momentos en los que mi tiempo se vio limitado debido al compromiso del estudio. Por su amor y su cuidado. Muchas gracias.

A mis amigos, por su apoyo emocional constante y amistad durante todo este proceso. Por ayudarme a mantener la calma durante las largas noches de escritura,

por creer en mis capacidades, y por decirme siempre las palabras correctas en los momentos en los que más las necesitaba.

A una persona especial, por apreciar en mí la aptitud para desarrollar investigación y por motivarme a ingresar a un Posgrado. Por su disposición para escucharme en momentos de estrés y por siempre confiar y reconocer el potencial cuando dudé de mí. Muchas gracias.

Índice General

Declaración de Autoría	I
Resumen	III
Agradecimientos	IV
Índice General	VI
Índice de Figuras	VIII
Índice de Tablas	XI
Abreviaturas, siglas y acrónimos	XII
Símbolos	XIII
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Planteamiento del Problema	3
1.3. Justificación y Uso de los Resultados	4
1.4. Objetivos de la Investigación	5
1.4.1. Objetivo General	5
1.4.2. Objetivos Específicos	5
1.5. Hipótesis	5
2. Marco Teórico	6
2.1. Interpolación	6
2.1.1. Definición	6
2.2. Métodos de Interpolación	7
2.2.1. Interpolación Lineal	7
2.2.2. Interpolación Polinomial	8
2.2.3. Interpolación Spline	10
2.2.4. Interpolación por Distancia Inversa Ponderada	14

2.2.5.	Interpolación por Distancia Inversa Ponderada Ajustada . . .	15
2.3.	Sistema de Instrumentación	18
2.3.1.	Celdas de Carga	18
2.3.2.	Protocolo de comunicación	19
2.3.2.1.	Modbus	19
2.3.2.2.	Arduino® Nano	20
2.3.2.3.	ESP8266©	21
3.	Procedimiento de Investigación	23
3.1.	Programación Visual para el Algoritmo AIDW	23
3.1.1.	Declaración de Pesos de Muestra C_i	23
3.1.2.	Cálculo de Ángulo α entre dos Pesos de Muestra C_i	26
3.1.3.	Cálculo de Coeficiente Ajustado k_i	32
3.1.4.	Interpolación para Pesos C_9, C_{10}, C_{11}	38
3.2.	Plantilla de Sensores	42
3.2.1.	Hardware	44
3.2.2.	Calibración de Celdas de Carga	45
3.2.3.	Programación de Arduino® Nano	46
3.2.4.	Programación de ESP8266©	47
4.	Análisis de Resultados	51
4.0.1.	Análisis de Interpolaciones de Pesos C_9, C_{10} y C_{11}	51
4.0.2.	Comparación entre algoritmos AIDW e Interpolación Spline Bicúbica	54
4.0.3.	Error Cuadrático y Raíz del Error Cuadrático Medio para C_9, C_{10} y C_{11}	61
5.	Conclusión	66
	Referencias	69

Índice de Figuras

2.1.	Representación gráfica de la interpolación lineal. Las áreas sombreadas indican los triángulos utilizados para derivar la fórmula de interpolación lineal.	7
2.2.	Cuadrados unitarios con sus nudos conocidos en una cuadrícula regular, aplicables a la interpolación spline bicúbica 2D.	12
2.3.	Ángulo α entre dos puntos de muestra y el punto interpolado. Z_1 y Z_2 representan los puntos de muestra cercanos al punto de predicción Z_p . El lado a es la distancia desde el primer punto más cercano (Z_1 a Z_p , el lado b es la distancia entre los dos puntos de muestra (Z_1 y Z_2), y el lado c es la distancia desde el segundo punto más cercano Z_2 a Z_p	15
2.4.	Distribución de puntos de muestra en IDW a), y distribución de puntos de muestra en AIWD b), donde se observa la prioridad de puntos más cercanos (pares de puntos en color azul y color morado) sobre los puntos más lejanos (color rosa).	17
3.1.	Plano XY para los pesos de muestra (color azul) y los puntos de interpolación (color verde).	24
3.2.	Inicialización.	25
3.3.	Panel frontal para el análisis puntual de cargas plantares.	25
3.4.	Lectura de pesos a partir de la llamada hacia el programa principal.	26
3.5.	Planos XY para los puntos de interpolación en el origen y los cuatro pesos de muestra más cercanos a cada uno de ellos. a) Plano XY para C_9 . b) Plano XY para C_{10} . c) Plano XY para C_{11}	26
3.6.	Triángulos formados por los cuatro pesos más cercanos al punto de interpolación C_9 . Ángulo de influencia α formado entre C_1, C_2 y C_9 en a). C_2, C_3 y C_9 en b). C_3, C_8 y C_9 en c).	27
3.7.	Triángulos formados por los cuatro pesos más cercanos al punto de interpolación C_{10} . Ángulo de influencia α formado entre C_3, C_4 y C_{10} en a). C_4, C_6 y C_{10} en b). C_6, C_7 y C_{10} en c).	28
3.8.	Triángulos formados por los cuatro pesos más cercanos al punto de interpolación C_{11} . Ángulo de influencia α formado entre C_5, C_6 y C_{11} en a). C_6, C_7 y C_{11} en b). C_4, C_7 y C_{11} en c).	28
3.9.	Método principal para el algoritmo AIDW.	29
3.10.	SubVI para la adquisición de los pares de puntos que contengan el ángulo de influencia α menores a 90°	30
3.11.	SubVI para el cálculo del ángulo α	31

3.12. SubVI para la adquisición de α menor al ángulo de influencia.	32
3.13. Triángulo formado por C_9 y sus pesos más cercanos C_1 y C_2 a). Triángulo formado por C_9, C_2 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)	33
3.14. Triángulo formado por C_9 y sus pesos más cercanos C_2 y C_3 a). Triángulo formado por C_9, C_2 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)	33
3.15. Triángulo formado por C_9 y sus pesos más cercanos C_3 y C_8 a). Triángulo formado por C_9, C_8 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)	34
3.16. Triángulo formado por C_{10} y sus pesos más cercanos C_3 y C_4 a). Triángulo formado por C_{10}, C_3 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)	34
3.17. Triángulo formado por C_{10} y sus pesos más cercanos C_4 y C_6 a). Triángulo formado por C_{10}, C_6 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)	35
3.18. Triángulo formado por C_{10} y sus pesos más cercanos C_6 y C_7 a). Triángulo formado por C_{10}, C_7 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)	35
3.19. Triángulo formado por C_{11} y sus pesos más cercanos C_5 y C_6 a). Triángulo formado por C_{11}, C_6 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)	36
3.20. Triángulo formado por C_{11} y sus pesos más cercanos C_6 y C_7 a). Triángulo formado por C_{11}, C_6 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)	36
3.21. Triángulo formado por C_{11} y sus pesos más cercanos C_4 y C_7 a). Triángulo formado por C_{11}, C_4 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)	36
3.22. SubVI para el cálculo de las bisectrices.	37
3.23. SubVI para la búsqueda de datos repetidos (primera parte).	38
3.24. SubVI para la búsqueda de datos repetidos (segunda parte).	38
3.25. Guardar datos de mediciones e interpolaciones.	39
3.26. Guardar datos en archivo delimitado por comas.	39
3.27. Salir del programa.	40
3.28. Panel frontal para las mediciones $C_1 - C_8$ e interpolaciones $C_9 - C_{11}$ de presiones plantares.	41
3.29. Plantilla compuesta por celdas de carga $C_1 - C_8$ y puntos de inter- polación $C_9 - C_{11}$	43
3.30. Sistema de instrumentación para la plantilla.	44
4.1. Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 1.	56
4.2. Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 2.	56
4.3. Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 3.	57
4.4. Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 4.	57
4.5. Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 5.	58

4.6. Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 6.	58
4.7. Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 7.	59
4.8. Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 8.	59
4.9. Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 9.	60
4.10. Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 10.	60

Índice de Tablas

3.1. Distribución de celdas de carga en plantilla de sensores.	44
4.1. Sujetos de estudio.	51
4.2. Distribución de presiones plantares (sujetos 1-6). P.P.M: Presiones Plantares Medidas, P.P.I: Presiones Plantares Interpoladas.	53
4.3. Distribución de presiones plantares (sujetos 7-10). P.P.M: Presiones Plantares Medidas, P.P.I: Presiones Plantares Interpoladas.	54
4.4. Análisis comparativo de la precisión de la interpolación AIDW e ISB mediante valores de EC para pesos C_9 , C_{10} y C_{11} en sujetos 1-2.	61
4.5. Análisis comparativo de la precisión de la interpolación AIDW e ISB mediante valores de EC para pesos C_9 , C_{10} y C_{11} en sujetos 3-4.	62
4.6. Análisis comparativo de la precisión de la interpolación AIDW e ISB mediante valores de EC para pesos C_9 , C_{10} y C_{11} en sujetos 5-6.	63
4.7. Análisis comparativo de la precisión de la interpolación AIDW e ISB mediante valores de EC para pesos C_9 , C_{10} y C_{11} en sujetos 7-8.	63
4.8. Análisis comparativo de la precisión de la interpolación AIDW e ISB mediante valores de EC para pesos C_9 , C_{10} y C_{11} en sujetos 9-10.	64
4.9. Valores RMSE para pesos interpolados C_9 , C_{10} y C_{11}	65

Abreviaturas, siglas y acrónimos

IDW	I nverse D istance W eighted
AIDW	A ddjusted I nverse D istance W eighted
OLE	O bject L inking and E MBEDDING
RMSE	R oot M ean S quare E rror
P.P.M	P resiones P lantares M edidas
P.P.I	P resiones P lantares I nterpoladas
ISB	I nterpolación S pline B icúbica
BACnet	B uilding A utomation C ontrol networks
Modbus	M odular D igital C ommunication S ystem for P rocess C ontrol
SMNP	S imple N etwork M anagement P rotocol
SPI	S erial P eripheral I nterface
I2C	I nter- I ntegrated C ircuit
UART	U niversal A synchronous R eceiver T ransmitter
USB	U niversal S erial B us

Símbolos

<i>Símbolo</i>	<i>Nombre</i>
α	Ángulo de influencia entre dos pesos y el punto a interpolar
C_1	Peso de muestra por celda de carga asignado a la Carga 1
C_2	Peso de muestra por celda de carga asignado a la Carga 2
C_3	Peso de muestra por celda de carga asignado a la Carga 3
C_4	Peso de muestra por celda de carga asignado a la Carga 4
C_5	Peso de muestra por celda de carga asignado a la Carga 5
C_6	Peso de muestra por celda de carga asignado a la Carga 6
C_7	Peso de muestra por celda de carga asignado a la Carga 7
C_8	Peso de muestra por celda de carga asignado a la Carga 8
C_9	Peso de interpolación por el algoritmo AIDW asignado a la Carga 9
C_{10}	Peso de interpolación por el algoritmo AIDW asignado a la Carga 10
C_{11}	Peso de interpolación por el algoritmo AIDW asignado a la Carga 11
x_1	Coordenada en el eje x del punto de interpolación
x_2	coordenada en el eje x del peso de muestra más cercano
y_1	Coordenada en el eje y del punto de interpolación
y_2	Coordenada en el eje y del peso de muestra más cercano
$d_E(P, Q)$	Distancia euclidiana entre el punto a interpolar y el peso de muestra
a	Distancia del peso de muestra más lejano al punto de predicción
b	Distancia entre dos pesos de muestra
c	Distancia del peso de muestra más cercano al punto de predicción
k_i	Coefficiente ajustado
B_c	Bisectriz que divide al ángulo α

s	Semiperímetro
θ	Ángulo de intersección entre el peso de muestra y el punto a interpolar
C_f	Factor de conversión para calibración de celdas de carga
V	Unidad de medida en volts para lectura de la celdas de carga
W	Peso conocido
A/D	Analógico-Digital
n	Cantidad de datos totales para pesos de interpolación C_9 , C_{10} y C_{11}
x_i	Peso interpolado por AIDW
\bar{x}	Peso interpolado por ISB
$RMSE$	Raíz del error cuadrático medio

Mamá, esta tesis es para ti. Aunque ya no estás aquí para verme graduarme, sé que me acompañas en espíritu. Nunca olvido todo el amor y el apoyo que me has dado a lo largo de mi vida, y sé que estarías muy orgullosa de mí por alcanzar mis sueños. Tu legado vivirá a través de mí y de todo lo que he logrado; es por ello que honro tu memoria en este logro tan importante de mi vida.

Con amor y gratitud, Dayanna.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

El método de interpolación utiliza valores de datos conocidos para estimar valores de datos desconocidos a través un razonamiento lógico comprobable en práctica con experimentos. Dicho método es ampliamente utilizado para resolver distintos problemas de investigación en los campos de la ciencia y la ingeniería tales como: estimación de transferencia de calor, reconstrucción tridimensional de superficies, procesamiento digital de imágenes, contaminación ambiental, cartografía de precipitaciones, identificación de patrones en señales biomédicas, entre otros. Del mismo modo, existen distintas técnicas de interpolación con sus propias ventajas y desventajas que dependen en gran medida de la naturaleza y características del conjunto de datos. Es decir, un método de interpolación puede tener un buen desempeño frente a un conjunto de datos determinado, sin embargo, puede no ser el más adecuado para un conjunto de datos diferente.

Los métodos de interpolación han sido ampliamente utilizados en el campo de la ingeniería biomédica, coadyuvando a la implementación de algoritmos para la extracción de señales biomédicas y biomecánicas, las cuales requieren someterse a un procesamiento para la sustracción de las características más relevantes de dichas señales que, más adelante, son utilizadas para la predicción de nuevas señales para su posterior aplicación. Por consiguiente, la extracción de características de señales biomecánicas y su procesamiento conforma el punto de referencia para la

elaboración de diagnósticos clínicos, contribuyendo al progreso de los servicios de salud.

Por consiguiente, el estudio biomecánico del movimiento humano requiere de una integración estricta entre datos experimentales y modelos para describir patrones de movimiento [Winter \[2009\]](#), [Nigg \[2007\]](#), cuyos datos recopilados incluyen la medición de posiciones en un espacio tridimensional. Sin embargo, cuando existen parámetros físicos que no pueden medirse directamente, es necesario recurrir a métodos de estadística inferencial para la predicción sobre cuáles podrían ser los parámetros de la población a estimar, a partir de los datos de la población conocidos. Por ejemplo, la interpolación polinomial es una técnica de interpolación en el cual, dado cierto número de puntos obtenidos a partir de un experimento, se genera un polinomio que pase por todos los puntos. La aplicación de este método ha ido incrementando en el desarrollo de estudios biomecánicos, incluyendo investigaciones sobre la ergonomía en la interacción hombre-máquina [Crenna and Rossi \[2019\]](#), [Crenna et al. \[2021\]](#). Por otro lado, la interpolación Spline realiza una estimación de valores usando una función matemática que disminuye la curvatura de la superficie, resultando en una superficie suave que pasa por los puntos de entrada. Es por ello, que la interpolación Spline supone una mejora de la interpolación polinomial, debido a que utiliza polinomios de bajo grado, evitando oscilaciones redundantes en aquellas ocasiones donde se generen polinomios de grado elevado [Chica Jiménez \[2018\]](#). Finalmente, la interpolación por Distancia Inversa Ponderada (IDW) es una de las técnicas de interpolación geoestadística y matemática más utilizadas, aplicado predecir los parámetros objetivo en el campo de la ciencia hidrológica [Rostami et al. \[2019\]](#), [Yang et al. \[2020\]](#). Sin embargo, este método de interpolación ha sido implementado en años recientes en el campo de la bioingeniería utilizando el mismo principio geoestadístico, por ejemplo, en la evaluación del riesgo para la salud del nitrato en los recursos de agua potable, así como la evaluación de la incertidumbre del nitrato y la probabilidad de ocurrencia de contaminación mediante la técnica de simulación [Shalyari et al. \[2019\]](#). No obstante, la aplicación de este tipo de interpolación continúa en expansión hacia otros campos científicos como la biomecánica y la ingeniería biomédica.

1.2. Planteamiento del Problema

A lo largo de la historia, el ser humano ha tenido que someterse a diversas variaciones de presiones plantares ante las imperfecciones de las superficies al andar. Es por ello que se generan diversas reacciones en el pie, la acción de los pies en conjunto permite adaptarse a las irregularidades del terreno gracias a la acción de la bóveda plantar; el esfuerzo al que se someten los pies implica el aumento de un apoyo inadecuado que genera una ruptura de la mecánica del pie. Por consiguiente, se producen afecciones puntuales a los puntos de apoyo y un mal funcionamiento de aquellos, ocasionando la deformación de los ejes del pie y mal apoyo en la base de sustentación, que a su vez originan algunas condiciones como fascitis plantar, esguinces, contracturas musculares, entre otros. Las alteraciones en la bóveda plantar pueden provocar dolor y dificultad durante la bipedestación y la marcha, afectando la calidad de vida de los pacientes. Si bien en la actualidad se han desarrollado nuevas tecnologías para la medición de la presión plantar, como los podómetros y las plantillas que han ido superando a métodos tradicionales como el podobarógrafo, en muchos casos no es posible determinar la distribución completa de las presiones plantares, tanto en su estado estático como en su estado dinámico. El hecho de contar con información insuficiente con respecto a la distribución completa de las presiones plantares, dificulta la posibilidad de proporcionar un diagnóstico y un tratamiento oportunos para las alteraciones en la planta del pie en cuestión. Es necesaria la implementación de una técnica de ingeniería que permita conocer la distribución de las presiones plantares a lo largo de la planta del pie, la cual además permita determinar las zonas plantares donde se registra mayor presión a partir de dicha distribución.

El análisis de un mapa de distribuciones de carga permitirá conocer las zonas donde se ejerce mayor presión en la superficie plantar, que coadyuva al especialista a realizar el diagnóstico con mayor precisión de padecimientos como pie plano, pie cavo, pie varo, entre otros. Así ante lo expuesto, en la presente investigación se pretende dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cuál método de estadística inferencial aplicado a las mediciones obtenidas mediante un sistema automático de sensores de presión en la planta del pie, obtiene un mapa preciso de su distribución en personas con alteraciones de la bóveda plantar?

1.3. Justificación y Uso de los Resultados

La aplicación de un método de interpolación, a partir de valores de presiones plantares conocidos como datos de entrada, para estimar valores de presiones plantares en ausencia de celdas de carga sobre una plantilla instrumentada es necesaria, porque proporciona una forma válida de analizar la distribución de las presiones plantares de manera que se pueden conocer las zonas donde se registra mayor presión. Por esta razón, el desarrollo de esta investigación beneficiará a los médicos ortopedistas y podólogos al adoptar tecnologías que ofrezcan información completa y precisa sobre las distribuciones de carga a lo largo de la planta del pie. De igual importancia, se verá favorecido todo individuo que sufra de alteraciones de la bóveda plantar, independientemente de su edad y su sexo al recibir un tratamiento individualizado según la alteración detectada. Contar con un sistema basado en estadística inferencial mediante un sistema automático de celdas de carga, contribuirá al análisis de un mapa completo de distribución de cargas y a determinar aquellas zonas con mayores cantidades de presión que pueden dar lugar a lesiones. Al mismo tiempo, ofrece una nueva técnica que hace posible obtener información adicional en función de un mapa completo de distribuciones de carga, a partir de las señales que el sistema automático proporciona. Los motivos que llevan a desarrollar un mapa de distribución de cargas a partir de un método de interpolación, se centran en que, cuando se tiene un sistema de análisis de las presiones plantares con numerosas celdas de carga, aumenta el costo de implementación de dicho sistema al imposibilitar el registro de todas las cargas por el tamaño de las celdas de carga con relación al espacio insuficiente de la plantilla.

Por lo tanto, la medición de la presión plantar resulta útil para el diagnóstico de afecciones del pie tales como: metatarsalgia, fascitis plantar, deformidades del pie, entre otros. Aplicar los métodos de interpolación implica generar un modelo de predicción preciso de distribución de cargas asociado a los valores de presiones plantares ya conocidos. Al obtener un mapa de distribución de cargas se pueden conocer las zonas de la planta del pie donde se registra mayor presión en análisis estático. El propósito principal es aplicar métodos de interpolación que permitan obtener conclusiones útiles para hacer deducciones sobre la totalidad de las cargas en la distribución, basándose en la información numérica de la muestra, es decir, en las presiones plantares medidas a partir de una cantidad finita de celdas de carga.

1.4. Objetivos de la Investigación

1.4.1. Objetivo General

Desarrollar un sistema que permita obtener un mapa completo de la distribución de cargas plantares estáticas medidas a partir de una cantidad finita de celdas de carga.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Desarrollar un sistema de instrumentación con celdas de carga colocados en una plantilla sobre la superficie plantar.
- Experimentar métodos de interpolación para el desarrollo de un mapa de distribución de presiones plantares.
- Analizar la experimentación para establecer la distribución de cargas plantares.
- Comparar los resultados ofrecidos por cada método de interpolación para seleccionar el que presente resultados más cercanos a la realidad.
- Implementar el método de estadística inferencial y el arreglo de sensores en el sistema de instrumentación y definición de conclusiones.

1.5. Hipótesis

El método de interpolación AIDW permite estimar un mapa completo de la distribución de cargas plantares a partir de un número finito de celdas de carga.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Interpolación

2.1.1. Definición

La interpolación consiste en la estimación de valores a partir de datos conocidos y considerados como puntuales, los cuales se consideran como resultados de un experimento y pueden tener algún tipo de error [Vázquez Martínez et al. \[2009\]](#). Los datos pueden provenir de una función que se desea aproximar, de manera que los datos conocidos sean suficientemente representativos para los valores que se van a estimar; mientras tanto, también pueden ser datos numéricos sin que sean necesariamente generados por una función. La justificación es explicada por el siguiente teorema:

Sea $f \in C[a, b]$, dado $\varepsilon > 0$, existe un polinomio $P(x)$, tal que:

$$\forall x \in [a, b], |f(x) - P(x)| < \varepsilon .$$

Es por ello que: dada una función $f \in$ continua en un intervalo cerrado, puede aproximarse a través de un polinomio en cada punto del intervalo con un error menor que $\varepsilon > 0$. El inconveniente es que el polinomio de dicho teorema no es sencillo de construir, no obstante el interés de utilizar polinomios está en la facilidad de ser integrados, derivados o de hacer otros cálculos con ellos [Vázquez Martínez et al. \[2009\]](#).

2.2. Métodos de Interpolación

2.2.1. Interpolación Lineal

La interpolación lineal es la forma más simple para la estimación de un valor mediante la conexión de dos puntos por una línea recta, cuya Ecuación 2.1 se expresa como:

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) \quad (2.1)$$

donde $f_1(x)$ designa a un polinomio de interpolación de primer orden, el término $[f(x_1) - f(x_0)]/(x_1 - x_0)$ es una aproximación en diferencias divididas finitas de la primera derivada, cuya representación gráfica se muestra en la Figura 2.1.

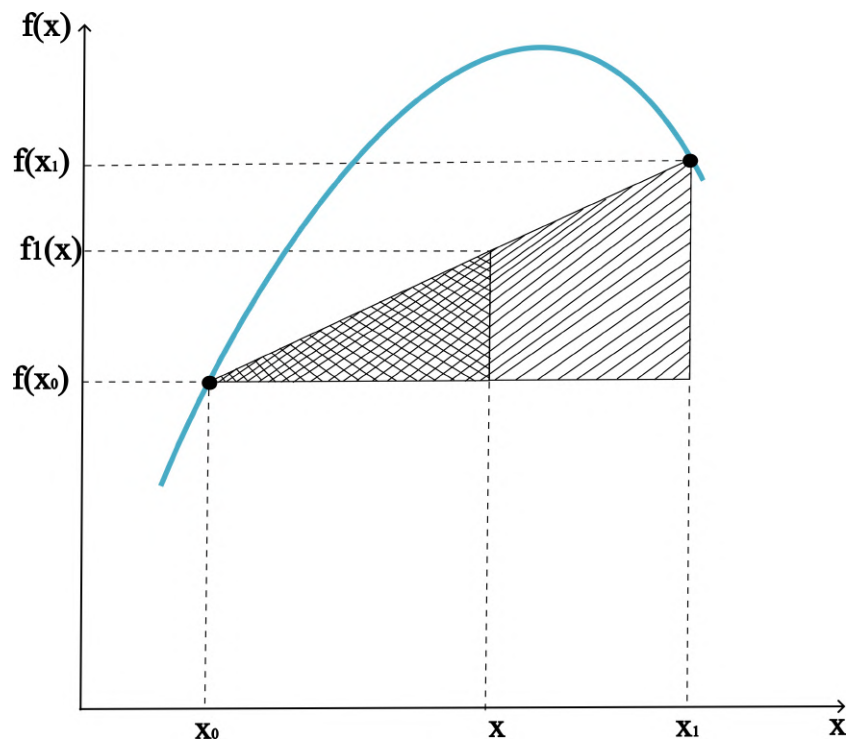


FIGURA 2.1: Representación gráfica de la interpolación lineal. Las áreas sombreadas indican los triángulos utilizados para derivar la fórmula de interpolación lineal.

Por regla general, cuanto menor sea el intervalo entre los puntos de datos, mejor será la aproximación. Esto se debe a que, como el intervalo disminuye, una función continua se aproximará mejor mediante una línea recta [Chapra et al. \[2011\]](#). El proceso de interpolación lineal involucra los siguientes pasos:

- Determinar los dos puntos de datos conocidos. Se necesitan dos puntos de datos conocidos $(x_0, f(x_0))$ y $(x_1, f(x_1))$ que sean adyacentes al valor que desea estimar.
- Calcular la pendiente de la línea que conecta los dos puntos de datos: La pendiente de la línea se calcula mediante $[f(x_1) - f(x_0)] / (x_1 - x_0)$.
- Calcular el valor de la variable desconocida. El valor de la variable desconocida y se estima por medio de $f_1(x) = f(x_0) + [f(x_1) - f(x_0)] / (x_1 - x_0) * (x - x_0)$.

Donde x es el valor de la variable independiente que corresponde al valor estimado de la variable dependiente y . Finalmente, este proceso de interpolación asume que la relación entre las variables independientes y dependientes es lineal entre los dos puntos de datos conocidos. Se debe tener cuidado al momento de hacer extrapolaciones fuera del rango de los puntos de datos conocidos, ya que la estimación puede volverse menos precisa a medida que esta se aleja de los puntos de datos conocidos.

2.2.2. Interpolación Polinomial

Se dispone de varios métodos de Interpolación Polinomial que permiten calcular la aproximación de una función por un polinomio de grado m . La idea general detrás del uso de la Interpolación Polinomial es que cada intervalo entre puntos de datos representa el gráfico con una función simple que se obtiene conectando datos con líneas, donde la función puede ser lineal, cuadrática o cúbica según los datos [Lotrecchiano et al. \[2023\]](#).

El Método de las Diferencias Divididas, también llamado Interpolación de Newton, estructura el cálculo del polinomio interpolador de manera que se obtienen polinomios de mayor grado a partir de otros conocidos [Vázquez Martínez et al. \[2009\]](#). Se trata de un método recursivo que consiste en calcular las diferencias divididas de los puntos de datos. Las diferencias divididas son las diferencias de los valores de función en dos puntos de datos adyacentes divididas por la diferencia de sus valores x correspondientes. Por ejemplo, la primera diferencia dividida es $(f(x_1) - f(x_0)) / (x_1 - x_0)$, donde $f(x)$ es la función que se quiere interpolar. Un polinomio de orden n se expresa según la Ecuación 2.2 como:

$$f_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + \dots + b_n(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{n-1}) \quad (2.2)$$

De manera similar a la Interpolación Lineal, los puntos de datos se pueden usar para evaluar los coeficientes $b_0, b_1 \dots b_n$ [Chapra et al. \[2011\]](#). Para un polinomio de orden n se requieren $n + 1$ puntos de datos: $[x_0, f(x_0)], [x_1, f(x_1)], \dots, [x_n, f(x_n)]$. Utilizando estos puntos de datos se calculan los coeficientes mediante las Ecuaciones agrupadas en [2.3](#):

$$\text{Coeficientes} = \begin{cases} b_0 = f(x_0) \\ b_1 = f[x_1, x_0] \\ b_2 = f[x_2, x_1, x_0] \\ b_n = f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0] \end{cases} \quad (2.3)$$

Donde las evaluaciones de funciones en [2.3](#) son diferencias divididas finitas. Por ejemplo, la primera diferencia dividida finita se representa generalmente como en la Ecuación [2.4](#):

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j} \quad (2.4)$$

La segunda diferencia dividida finita, que representa la diferencia de dos primeras diferencias divididas, se expresa generalmente como en la Ecuación [2.5](#):

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_i - x_k} \quad (2.5)$$

Como conclusión, la n -ésima diferencia dividida finita se describe según la Ecuación [2.6](#) como:

$$f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0] = \frac{f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1] - f[x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_0]}{x_n - x_0} \quad (2.6)$$

Finalmente, el Método de las Diferencias Divididas es utilizado para estimar el valor de la función en cualquier punto dentro del rango de los puntos de datos dados. Sin embargo, es importante tener en cuenta que la precisión de la interpolación puede verse limitada por la distribución de los puntos de datos y el grado

del polinomio de interpolación. Si bien este método de interpolación produce aproximaciones suaves que pasan por todos los puntos de datos dados, puede producir oscilaciones en la aproximación, especialmente cerca de los bordes del rango de datos, resultando problemático en algunas aplicaciones llegando a ser computacionalmente costoso para grandes conjuntos de datos, ya que requiere el cálculo de diferencias de orden superior.

2.2.3. Interpolación Spline

La Interpolación Spline minimiza la curvatura general de la superficie a aproximar, dando como resultado una superficie suave que pasa exactamente por los puntos deseados. La función Spline se forma por varios polinomios de bajo grado, cada uno delimitado sobre un subintervalo que se unen entre sí cumpliendo a ciertas condiciones de continuidad [Chica Jiménez \[2018\]](#). En otras palabras, la Interpolación Spline crea una curva suave que pasa por un conjunto de datos proporcionados, implicando la construcción de una función matemática llamada Spline, que conecta los puntos de manera que minimiza la cantidad de curvatura en la curva resultante.

La idea básica de la Interpolación Spline consiste en la división de puntos en subconjuntos más pequeños y ajustar una función matemática polinómica a cada subconjunto. Las funciones polinómicas por partes resultantes se combinan para formar la función Spline, que proporciona una curva continua y suave que se aproxima los datos originales. El grado de los polinomios de interpolación locales y la cantidad de intervalos utilizados para dividir el conjunto de datos pueden variar según la aplicación y el nivel de precisión deseado [Chapra et al. \[2011\]](#). Las funciones Spline de primer orden para un grupo de puntos de datos ordenados se pueden definir como un conjunto de funciones lineales como se expresa en [2.7](#):

$$Funciones = \begin{cases} f(x) = f(x_0) + m_0(x - x_0) & x_0 \leq X \leq x_1 \\ f(x) = f(x_1) + m_1(x - x_1) & x_1 \leq X \leq x_2 \\ f(x) = f(x_{n-1}) + m_{n-1}(x - (x_{n-1})) & x_{n-1} \leq X \leq x_n \end{cases} \quad (2.7)$$

Donde m_i es la pendiente de la recta que une los puntos en la Ecuación [2.8](#):

$$m_i = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \quad (2.8)$$

Estas ecuaciones se pueden usar para evaluar la función en cualquier punto entre x_0 y x_n ubicando primero el intervalo dentro del cual se encuentra el punto [Cheney and Kincaid \[2012\]](#). Después se usa la ecuación apropiada para determinar el valor de la función dentro del intervalo, haciendo a la Interpolación Spline de primer grado idéntico a la Interpolación Lineal.

Otra forma de Interpolación Spline es la Interpolación Spline Cúbica, que consiste en construir una función definida por partes que consta de un conjunto de polinomios cúbicos, donde cada polinomio se define en un subintervalo de los puntos dados. La función resultante es uniforme, continua y tiene derivadas primera y segunda continuas. Para construir la función Spline Cúbica, primero se divide el intervalo de los puntos dados en subintervalos, y cada subintervalo contiene al menos dos puntos consecutivos como se expresa en la Ecuación 2.9:

$$S(x) = a + b(x - x_i) + c(x - x_i)^2 + d(x - x_i)^3 \quad (2.9)$$

Donde x_i es el extremo izquierdo del subintervalo y x es el punto en el que quiere evaluar el polinomio. Los coeficientes a, b, c y d son incógnitas que se deben determinar [Chapra et al. \[2011\]](#). Para determinar los coeficientes, se requiere que los valores de la función y las primera y segunda derivadas coincidan en los extremos de cada subintervalo. Esto da como resultado un sistema de ecuaciones lineales que pueden resolverse para encontrar los coeficientes. Una vez que se han determinado los coeficientes para cada subintervalo, se juntan los polinomios cúbicos para obtener la función Spline Cúbica.

Finalmente, se presenta una extensión de la Interpolación Spline Cúbica: la Interpolación Spline Bicúbica, cuya idea básica es construir una función definida por partes que consta de un conjunto de polinomios bicúbicos, donde cada polinomio se define en una subregión rectangular de la cuadrícula [Vasil'ev and Yuferev \[1978\]](#). Funciona dividiendo los datos en una cuadrícula de celdas más pequeñas y, para cada celda, ajustando un polinomio cúbico a los puntos de datos dentro de la celda. Por ejemplo, la Interpolación Bicúbica es una interpolación cúbica en dos dimensiones, la cual consiste en piezas polinómicas de tercer orden en cuadrados

de cuadrícula [Kouibia and Pasadas \[2004\]](#). Teniendo en cuenta un conjunto de datos de cuatro unidades en una cuadrícula como se muestra en la [Figura 2.2](#).

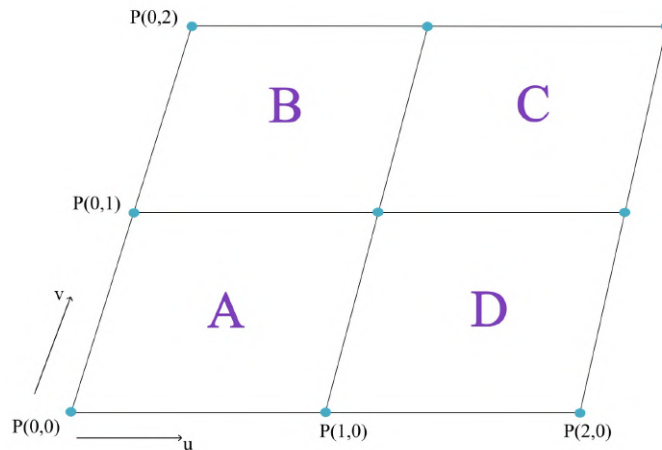


FIGURA 2.2: Cuadrados unitarios con sus nudos conocidos en una cuadrícula regular, aplicables a la interpolación spline bicúbica 2D.

La Interpolación Spline Bicúbica asigna un polinomio 2D de tercer orden a cada unidad de la forma siguiente en la [Ecuación 2.10](#):

$$f(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} u^i v^j \quad (2.10)$$

En otras palabras, la Interpolación Spline Bicúbica funciona dividiendo los datos en una cuadrícula de celdas más pequeñas y, para cada celda, se ajusta un polinomio cúbico a los puntos de datos dentro de la celda. Esto da un conjunto de 16 coeficientes desconocidos a_{ij} y cuatro nudos conocidos (cuatro ecuaciones) en cada unidad [Amiri-Simkooei et al. \[2018\]](#). Para un problema de interpolación pura, el número de ecuaciones conocidas debe ser igual al número de coeficientes dentro de cada superficie. Por lo tanto, debe suponerse que se conocen tanto la primera derivada como la segunda derivada de los cuatro vértices de la superficie, tomando como referencia el cuadrado unitario A de la [Figura 2.2](#). Se asume que los valores de la función f , las primeras derivadas f_u , f_v y las derivadas cruzadas f_{uv} son conocidas en los nudos de las esquinas $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$ y $(1,1)$ del cuadrado unitario A de la [Figura 2.2](#). Como resultado, se deben cumplir en total 16 ecuaciones para estimar los coeficientes desconocidos de cada polinomio [Amiri-Simkooei et al. \[2018\]](#), donde se encuentran cuatro valores de función en los nudos de las esquinas expresados en [2.11](#):

$$Esquinas = \begin{cases} f(0, 0) = a_{00} \\ f(1, 0) = a_{00} + a_{10} + a_{20} + a_{30} \\ f(0, 1) = a_{00} + a_{01} + a_{02} + a_{03} \\ f(1, 1) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} \end{cases} \quad (2.11)$$

De manera similar, los ocho vectores tangentes, las primeras derivadas, en los nudos de las esquinas (dos en cada punto en las direcciones u y v) se expresan en 2.12 como:

$$Tangentes = \begin{cases} f_u(0, 0) = a_{10} \\ f_u(1, 0) = a_{10} + 2a_{20} + 3a_{30} \\ f_u(0, 1) = a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} \\ f_u(1, 1) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^3 ia_{ij} \\ f_v(0, 0) = a_{01} \\ f_v(1, 0) = a_{01} + a_{11} + a_{21} + a_{31} \\ f_v(0, 1) = a_{01} + 2a_{02} + 3a_{03} \\ f_v(1, 1) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=1}^3 ja_{ij} \end{cases} \quad (2.12)$$

Existen también cuatro derivadas cruzadas, en los puntos de las esquinas en 2.13:

$$Derivadas = \begin{cases} f_{uv}(0, 0) = a_{11} \\ f_{uv}(1, 0) = a_{11} + 2a_{21} + 3a_{31} \\ f_{uv}(0, 1) = a_{11} + 2a_{12} + 3a_{13} \\ f_{uv}(1, 1) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 ij a_{ij} \end{cases} \quad (2.13)$$

que en total proporcionan la información mínima necesaria para obtener de forma única los 16 coeficientes desconocidos a_{ij} , $i, j = 0, 1, 2, 3$ Amiri-Simkooei et al. [2018]. Expresando las ecuaciones anteriores en forma matricial, $y = Ax$, donde A es la matriz de 16×16 , e y es el vector de observación, se obtiene el vector desconocido $x = A^{-1}y$. Este procedimiento produce un parche de superficie en el cuadrado unitario $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$ y $(1,1)$, que es continuo y tiene primera y segunda derivadas continuas Amiri-Simkooei et al. [2018].

2.2.4. Interpolación por Distancia Inversa Ponderada

El método de Interpolación por Distancia Inversa Ponderada (IDW) es un método comúnmente utilizado para estimar valores en ubicaciones no muestreadas en función de los valores en ubicaciones muestreadas cercanas. La idea básica detrás de la Interpolación IDW es asignar pesos a los puntos de muestra cercanos en función de su distancia desde la ubicación no muestreada que se desea interpolar. Cuanto más cerca esté un punto de muestra de la ubicación a estimar, mayor peso tendrá en la interpolación. En consecuencia, el valor interpolado se calcula como un promedio ponderado de los valores conocidos en los puntos de muestra cercanos, y los pesos son determinados por sus distancias. La Ecuación 2.14 para la interpolación IDW es la siguiente:

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(d_i)^p} Z_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(d_i)^p}} \quad (2.14)$$

Donde Z es el valor estimado para el punto de predicción, Z_i es el valor medido para el punto de muestra, d_i es la distancia euclidiana entre el punto de muestra y el punto de predicción, p es un parámetro de potencia y n representa el número de puntos de muestra. Un factor a considerar para el resultado de la interpolación IDW es el valor p . Cuando el valor p aumenta, la suavidad de la superficie de salida IDW aumenta.

La interpolación IDW ofrece un buen desempeño cuando los puntos de muestra se encuentran distribuidos de forma regular y conduce a resultados razonables para una amplia variedad de datos. Sin embargo, puede producir resultados distorsionados si existe una agrupación concentrada de los puntos de muestra, reduciendo así la precisión de la interpolación IDW. Si bien las suposiciones que subyacen al método IDW son simples, al momento de aplicar este método es conveniente considerar que:

- La potencia y la cantidad de puntos a interpolar son arbitrarios.
- No se realizan estimaciones de incertidumbre ni posibles errores.
- La superficie de interpolación puede resultar en picos en lugar de una superficie suavizada especialmente cuando: la cantidad de puntos de muestra es

escasa, cuando la distribución de los puntos de muestra es desigual y cuando los puntos aislados y los conglomerados tienen la misma importancia Caruso and Quarta [1998], Li et al. [2018], Lotrecchiano et al. [2023].

2.2.5. Interpolación por Distancia Inversa Ponderada Ajustada

Por otro lado, el método de Interpolación por Distancia Inversa Ponderada Ajustada (AIDW) es similar a la interpolación IDW pero corrigiendo las deficiencias de este. La principal característica de la interpolación AIDW respecto a la interpolación IDW es la adición de un coeficiente k_i para ajustar el peso de la distancia del punto de muestra. El coeficiente k_i se basa en la suposición de que el punto de muestra más cercano a la ubicación del punto de predicción, tiene una influencia de protección sobre aquellos puntos de muestra que se encuentren más lejos de la ubicación de predicción. La influencia de protección, es decir, el coeficiente k_i aparece cuando $\alpha \leq \frac{360^\circ}{n}$ y desaparece cuando $\alpha > \frac{360^\circ}{n}$, donde α es el ángulo de intersección entre dos distancias que conectan al punto de predicción y dos puntos de muestra como se muestra en la Figura 2.3, y n es el número de puntos utilizados para estimar el punto de predicción.

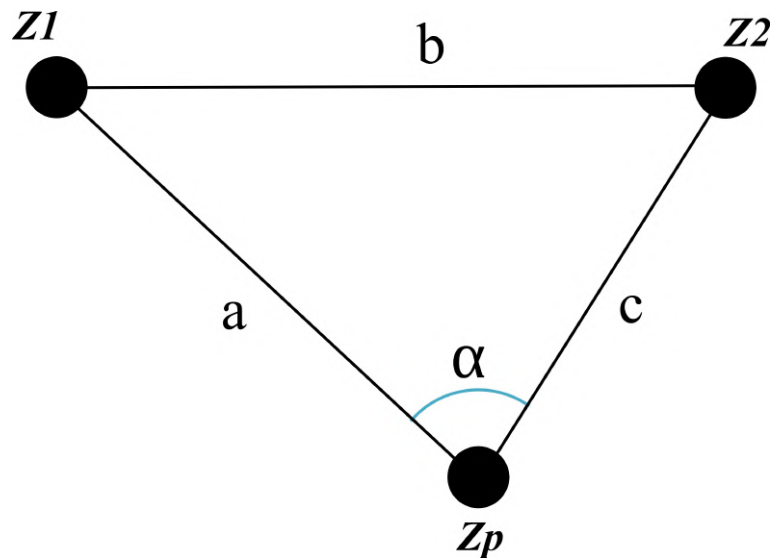


FIGURA 2.3: Ángulo α entre dos puntos de muestra y el punto interpolado. Z_1 y Z_2 representan los puntos de muestra cercanos al punto de predicción Z_p . El lado a es la distancia desde el primer punto más cercano (Z_1 a Z_p), el lado b es la distancia entre los dos puntos de muestra (Z_1 y Z_2), y el lado c es la distancia desde el segundo punto más cercano Z_2 a Z_p .

La Ecuación 2.15 para la interpolación AIDW se expresa como:

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{(d_i)^p} Z_i}{\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{(d_i)^p}} \quad (2.15)$$

Donde Z es el valor de interpolación para el punto de predicción, Z_i es el valor medido para el punto de muestra, d_i es la distancia euclidiana entre el punto de muestra y el punto de predicción, p es un parámetro de potencia y finalmente, k_i es el coeficiente de ajuste de peso de distancia que denota la influencia de protección de un punto de muestra Li et al. [2018]. El coeficiente de ajuste k_i viene dado por la Ecuación 2.16 como:

$$k_i = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ \prod_{j=1}^{j=i-1} \sin^p \theta_{ij} & i = 2, 3, 4 \dots n \end{cases} \quad (2.16)$$

Donde $\sin^p \theta_{ij}$ se utiliza para medir la influencia de protección de i punto de muestra por j punto de muestra, y θ_{ij} es el ángulo de intersección entre la bisectriz que divide el triángulo formado por: los dos puntos de muestra y el punto interpolado, y el punto de muestra más cercano al punto interpolado, como se muestra en la Figura 2.4. (b). Debido que el punto más lejano a la ubicación de predicción no tiene influencia de protección por ningún otro punto de muestra ya que $\alpha > \frac{360^\circ}{n}$, k_1 se establece como 1.

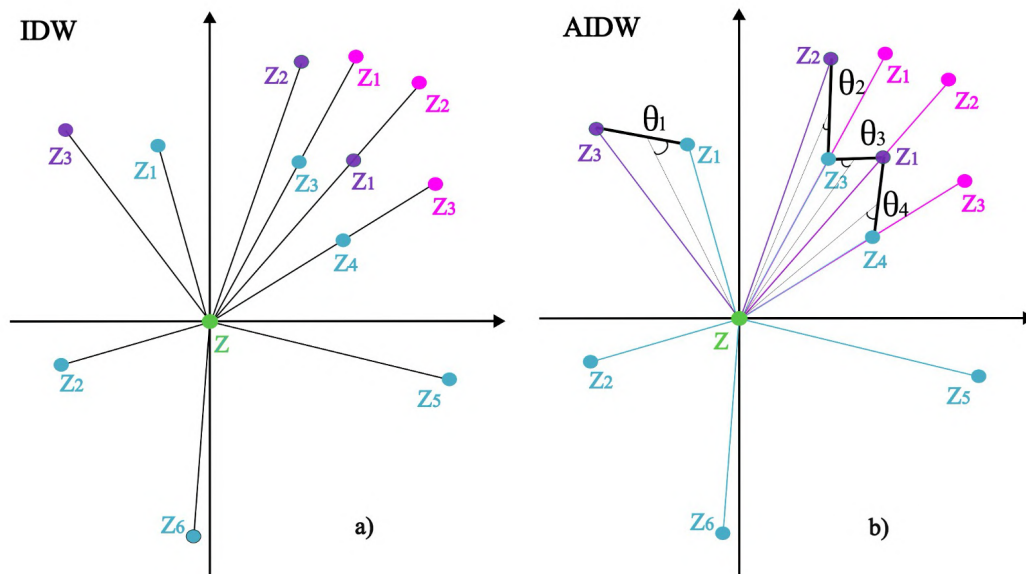


FIGURA 2.4: Distribución de puntos de muestra en IDW a), y distribución de puntos de muestra en AIDW b), donde se observa la prioridad de puntos más cercanos (pares de puntos en color azul y color morado) sobre los puntos más lejanos (color rosa).

El parámetro de potencia p (normalmente establecido entre 1 y 3) utilizado en AIDW, permite un mayor grado de control sobre el proceso de interpolación. Al ajustar el parámetro de potencia p , es posible controlar el grado de suavizado de los valores estimados y asegurarse de que los valores estimados sean consistentes con cualquier tendencia o patrón presente en los datos. Es por ello que el uso de este parámetro p en AIDW ayuda a reducir el efecto de los valores atípicos en la interpolación. Los valores atípicos son puntos de datos que son significativamente diferentes de los otros puntos de datos y pueden tener una influencia desproporcionada en la interpolación. Mediante el uso de un parámetro de potencia, AIDW reduce la influencia de los valores atípicos y produce estimaciones más precisas y confiables. Además, la interpolación AIDW puede manejar valores faltantes en los casos donde haya ausencia de datos en algunas ubicaciones, donde AIDW aún puede producir valores interpolados utilizando los datos disponibles restantes. En resumen, la interpolación AIDW es una versión más flexible que la interpolación IDW con la capacidad de producir estimaciones más precisas y confiables bajo el uso del coeficiente de ajuste k_i , particularmente en casos donde exista escasa población de datos de muestra o donde los datos de muestra se encuentren distribuidos de forma irregular.

2.3. Sistema de Instrumentación

2.3.1. Celdas de Carga

Una celda de carga es un transductor que se utiliza para convertir una medida de fuerza o peso en una señal eléctrica. Se usa comúnmente en diversas aplicaciones industriales, como sistemas de pesaje, máquinas de prueba de materiales y dispositivos de medición de fuerza. Una celda de carga generalmente consta de una carcasa de metal, galgas extensométricas y un elemento de carga. Dicho elemento es diseñado para deformarse cuando se le aplica una fuerza. Los medidores de tensión, que están unidos al elemento de carga, miden la cantidad de deformación que se produce. Por lo tanto, la señal eléctrica producida por las galgas extensométricas es proporcional a la fuerza aplicada a la celda de carga. El funcionamiento de las celdas de carga se basa según el principio de las galgas extensométricas, que son dispositivos que cambian su resistencia eléctrica cuando se estiran o comprimen [Carrero Toro et al. \[2009\]](#). Es por ello, que una celda de carga consiste en una estructura metálica que se deforma cuando se le aplica una fuerza. Como resultado, la deformación hace que las galgas extensométricas unidas a la estructura metálica cambien su resistencia, la cual puede ser medible mediante un puente de Wheatstone. En consecuencia, cuando se aplica una fuerza a la celda de carga y la estructura metálica se deforma provocando que las galgas extensométricas cambien su resistencia, el puente de Wheatstone luego mide el cambio en la resistencia y lo convierte en una señal eléctrica proporcional a la fuerza aplicada. La señal puede mostrarse en una lectura digital o transmitirse a una computadora para su posterior análisis.

Las celdas de carga Sen-10245 transducen la magnitud de peso a la magnitud de masa, y soportan mediciones desde 0 Kg hasta 50 Kg, poseen 0.03 % en porcentaje de escala completa y sensibilidad de $1.0 \pm 0.1 \frac{m_v}{v}$ [Trujillo-Hernández et al. \[2022\]](#).

Las celdas de carga son dispositivos muy sensibles que pueden medir cambios muy pequeños en la fuerza o el peso. Son ampliamente utilizados en diversas industrias, como el procesamiento de alimentos, la industria aeroespacial, la automotriz y la fabricación de equipos médicos, donde la medición precisa de la fuerza o el peso es crucial.

2.3.2. Protocolo de comunicación

2.3.2.1. Modbus

Para establecer lecturas y escrituras de datos, es necesario contar con una plataforma de comunicación. KEPServerEX[®] es una plataforma de software desarrollada por Kepware Technologies[®] que permite la comunicación entre varios dispositivos de automatización industrial y aplicaciones de software. Actúa como un puente de comunicación, lo que permite que diferentes dispositivos y sistemas de software compartan datos e interactúen entre sí. KEPServerEX[®] admite una amplia gama de protocolos de comunicación, incluidos OPC, Modbus, BACnet, SNMP y más. En particular, el protocolo de comunicación Modbus se utiliza en sistemas de automatización industrial para permitir la comunicación entre dispositivos como controladores lógicos programables (PLC), computadoras y otros dispositivos electrónicos. El protocolo de comunicación Modbus funciona utilizando una arquitectura maestro-esclavo, en la que un dispositivo (el maestro) inicia la comunicación con uno o más dispositivos (los esclavos). Por lo tanto, el maestro envía comandos o solicitudes a los esclavos, y estos responden enviando datos al maestro. La comunicación que realiza Modbus funciona de la siguiente manera:

1. El maestro inicia la comunicación enviando un mensaje a un dispositivo esclavo. El mensaje normalmente incluye la dirección del esclavo, el código de función que especifica el tipo de solicitud y cualquier dato adicional requerido para la solicitud.
2. El dispositivo esclavo recibe el mensaje y procesa la solicitud. Si la solicitud es válida, el esclavo envía un mensaje de respuesta al maestro.
3. El dispositivo maestro recibe el mensaje de respuesta y procesa los datos que contiene.
4. Si es necesario, el maestro puede enviar solicitudes adicionales al mismo o a otros dispositivos esclavos.

El protocolo de comunicación Modbus especifica un conjunto de códigos de función estándar que se utilizan para realizar tareas específicas, como leer o escribir datos, enviar mensajes de diagnóstico y recuperar información del dispositivo. Por consiguiente, los códigos de función están codificados en el mensaje enviado por el

maestro e interpretados por el dispositivo esclavo. Además, Modbus admite tanto la comunicación en serie (como RS-232 y RS-485) como la comunicación Ethernet (Modbus TCP) [Xuan and Yongzhong \[2019\]](#). El protocolo está diseñado para ser simple y fácil de implementar, lo que lo convierte en una opción popular para aplicaciones de automatización industrial, entre otras.

KEPServerEX[©] puede actuar como maestro Modbus o esclavo Modbus, según los requisitos de la aplicación. Cuando actúa como maestro Modbus, KEPServerEX[©] puede iniciar solicitudes de lectura o escritura en uno o más dispositivos esclavos Modbus, permitiéndole realizar lectura o escritura de los datos. Cuando Modbus actúa como esclavo, KEPServerEX[©] puede responder a las solicitudes de un dispositivo Modbus maestro, proporcionando los datos solicitados.

2.3.2.2. Arduino[®] Nano

El Arduino[®] Nano es una placa compacta que se basa en el chip microcontrolador ATmega328P de AVR[®]. Es una de las placas Arduino[®] más populares y está diseñada para su uso en proyectos a pequeña escala donde el espacio es limitado. La placa es compatible con el entorno de programación Arduino[®], que permite escribir, compilar y cargar código basado en lenguaje C++ en dicha placa. El código se almacena en la memoria flash del microcontrolador y después es ejecutado, interactuando con las diversas entradas y salidas de la placa, incluidos los pines digitales y analógicos, los pines PWM, entre otros. Por otro lado, el Arduino[®] Nano se conforma de varios componentes electrónicos que trabajan en conjunto para proporcionar su funcionalidad. Los componentes principales de una placa Arduino[®] Nano son:

1. Microcontrolador. Es el corazón de la placa y es responsable de ejecutar el código que se carga en dicha placa.
2. Regulador de voltaje. Como su nombre lo indica, regula el voltaje de entrada para proporcionar un voltaje estable y constante a la placa.
3. Convertidor de USB a serial. El convertidor de USB a serial permite que la placa se comunique con una computadora a través de una conexión USB.
4. Oscilador de reloj. Proporciona la señal de reloj que impulsa el microcontrolador.

5. Pines de entrada/salida. Arduino® Nano contiene una variedad de pines de entrada/salida digitales y analógicas, pines PWM y otros pines que se pueden usar para interactuar con dispositivos externos.
6. Indicadores LED. La placa también tiene varios indicadores LED que brindan información visual sobre el estado de la placa.
7. Pins de alimentación y conexión a tierra. Cuenta con pines que proporcionan alimentación y conexión a tierra a los dispositivos externos conectados a la placa.

La placa Arduino® Nano generalmente se construye sobre una pequeña placa de circuito impreso, lo que la hace compacta y fácil de usar para la creación de prototipos y el desarrollo de proyectos electrónicos.

2.3.2.3. ESP8266©

De manera similar a la placa Arduino® Nano, el ESP8266 es un microchip Wi-Fi de bajo costo y bajo consumo que integra un microcontrolador y conectividad Wi-Fi en una sola placa, lo que lo convierte en una solución ideal para aplicaciones de Internet de las Cosas (IoT). El ESP8266 es compatible con una variedad de protocolos Wi-Fi, incluidos WPA/WPA2, y se puede programar utilizando una variedad de lenguajes de programación y entornos de desarrollo, como Arduino® IDE, MicroPython™ y Lua®, entre otros.

El ESP8266 funciona integrando una unidad de microcontrolador de 32 bits con conectividad Wi-Fi en un solo chip. Esto permite que el dispositivo se conecte a una red Wi-Fi y se comunique con otros dispositivos a través de Internet. El ESP8266 incorpora un convertidor analógico a digital de 10 bits, además de admitir una variedad de protocolos de comunicación, incluidos SPI, I2C y UART. Para usar el ESP8266, los desarrolladores generalmente comienzan actualizando el chip con firmware (un software que maneja físicamente al hardware) que permite la conectividad Wi-Fi y proporciona una interfaz de programación. Esto se puede hacer usando un convertidor de USB a serial y un conjunto de herramientas de programación, como Arduino® IDE. Una vez que se instala el firmware, puede escribirse código que se ejecuta en el ESP8266 y, a su vez, se comunica con otros dispositivos a través de Internet Santos et al. [2022]. Esto podría implicar enviar y recibir datos a través de un servidor web, conectarse a un servicio en la nube o

comunicarse con otros dispositivos habilitados para Wi-Fi en la misma red. En general, el ESP8266 ofrece una plataforma flexible para crear dispositivos conectados y aplicaciones IoT. Su bajo costo, facilidad de uso y amplia gama de herramientas de desarrollo lo convierten en una opción popular asequible.

Capítulo 3

Procedimiento de Investigación

3.1. Programación Visual para el Algoritmo AIDW

La programación para el algoritmo AIDW es desarrollado en el entorno de programación gráfico LabVIEW™ en su versión 21.0 de 32 bits. Se establece la comunicación entre un programa primario que realiza las lecturas de las celdas de carga, y el programa principal compuesto por distintas etapas que se discuten a lo largo de las subsecciones de este Capítulo.

En el programa principal se implementa el algoritmo AIDW para la interpolación de los pesos C_9, C_{10} y C_{11} , los cuales son visualizados en un panel frontal para su posterior análisis y estudio.

3.1.1. Declaración de Pesos de Muestra C_i

En la Figura 3.1 se muestra una representación gráfica de los pesos de muestra $C_1 - C_8$ y los puntos de interpolación $C_9 - C_{11}$ ubicados en un plano cartesiano, según su distribución en la plantilla de sensores.

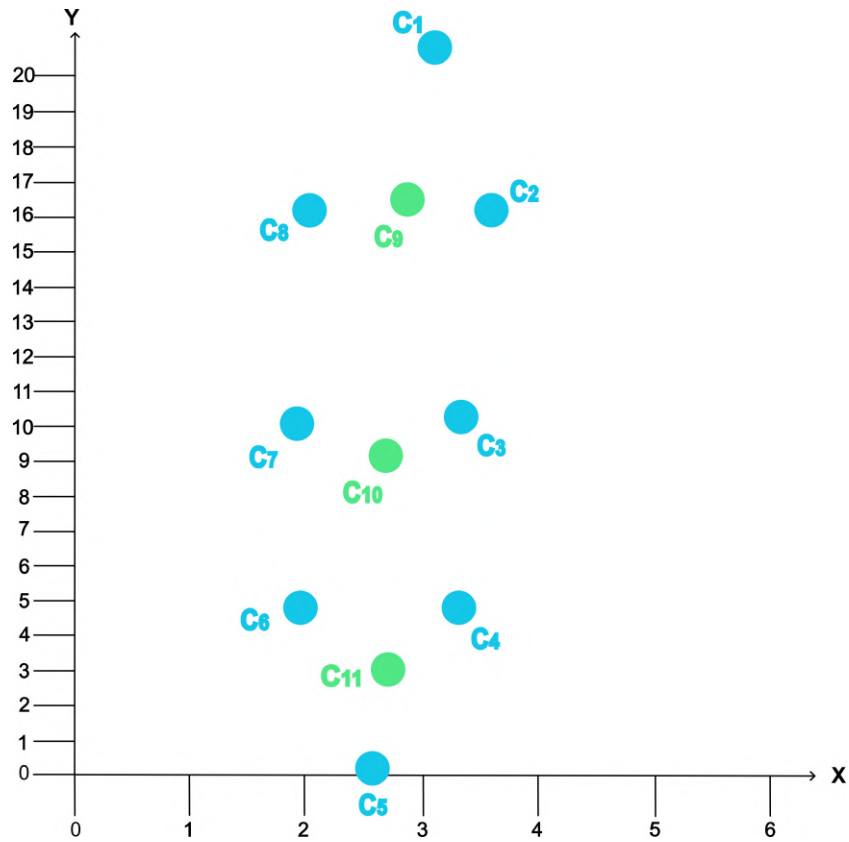


FIGURA 3.1: Plano XY para los pesos de muestra (color azul) y los puntos de interpolación (color verde).

Primeramente, se realiza la declaración de pesos C_i dentro del estado llamado *Initialize* mostrado en la Figura 3.2, a partir del programa primario de LabVIEW™ cuyo panel frontal se muestra en la Figura 3.3 para la lectura de presiones plantares, es decir, los pesos de muestra, a través de las mediciones de las celdas de carga.

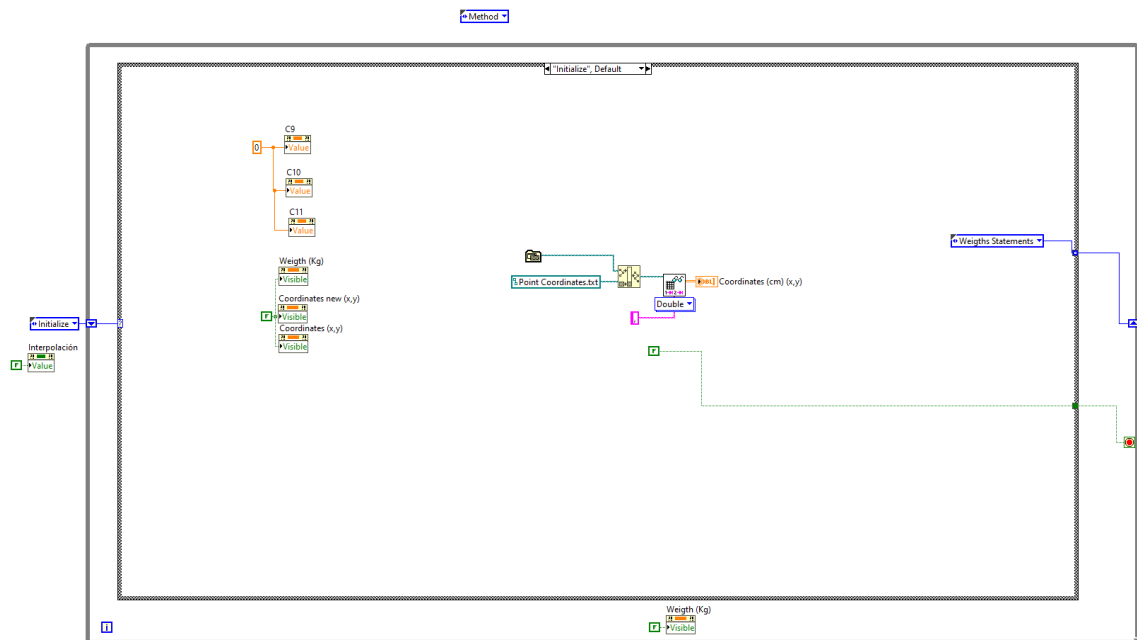


FIGURA 3.2: Inicialización.



FIGURA 3.3: Panel frontal para el análisis puntual de cargas plantares.

Después, en un archivo delimitado por comas, se declaran las coordenadas en centímetros de cada uno de los pesos. Luego, se realiza la lectura de pesos, donde a cada uno de ellos se les asigna una etiqueta única como se muestra en la Figura 3.4.

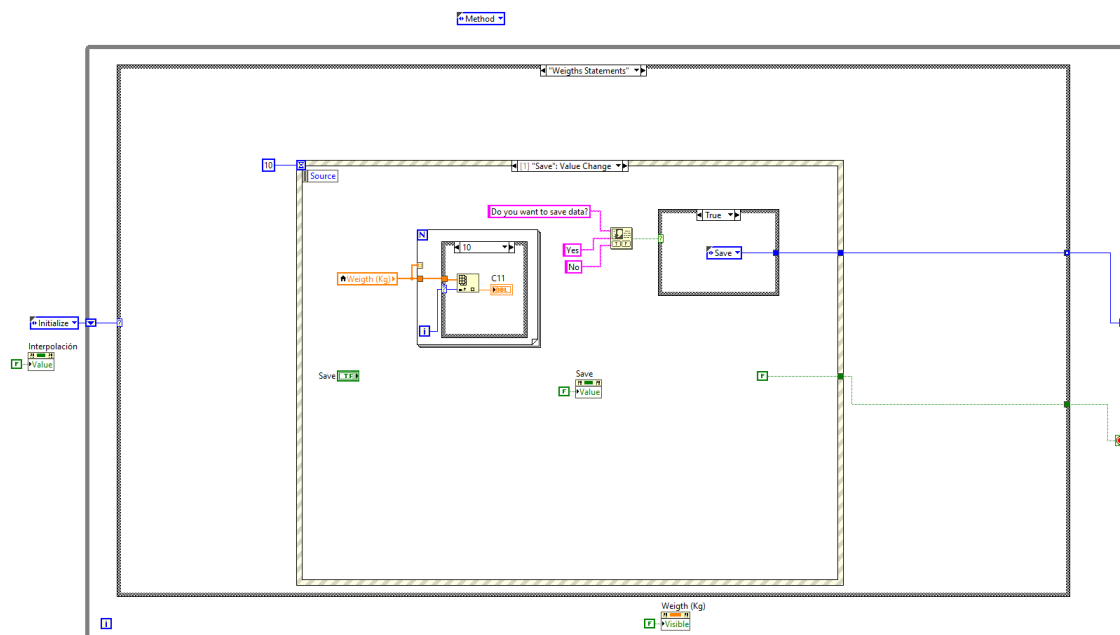


FIGURA 3.4: Lectura de pesos a partir de la llamada hacia el programa principal.

3.1.2. Cálculo de Ángulo α entre dos Pesos de Muestra C_i

En la Figura 3.5 se muestra una representación gráfica de los planos X-Y para los puntos de interpolación $C_9 - C_{11}$ en color verde y con centro en el origen para cada uno de sus planos, así como los pesos de muestra $C_1 - C_8$ circundantes a cada uno de ellos.

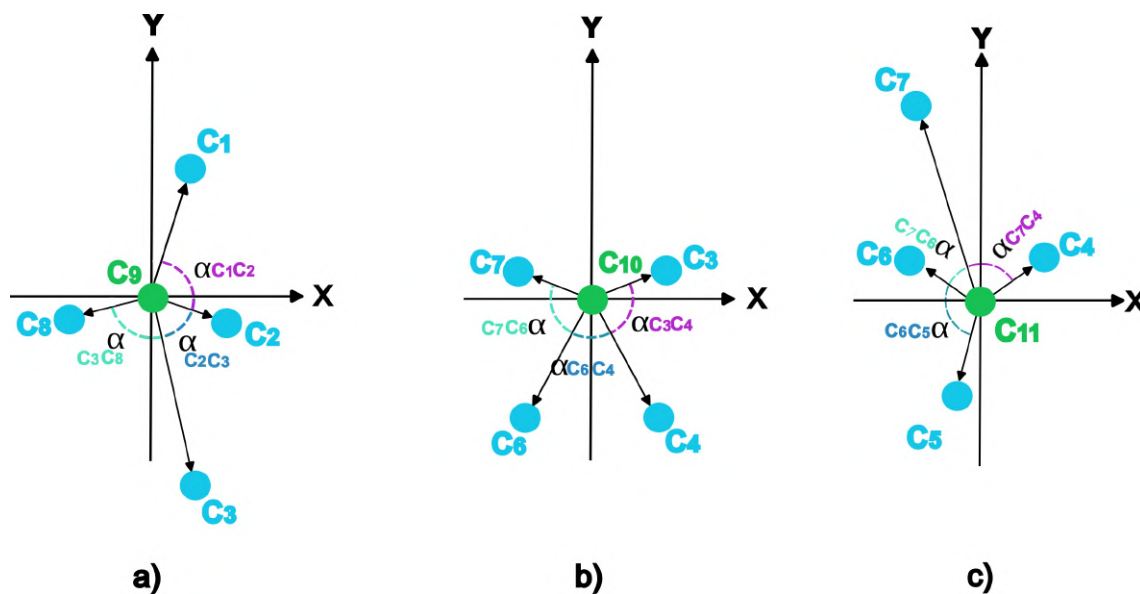


FIGURA 3.5: Planos XY para los puntos de interpolación en el origen y los cuatro pesos de muestra más cercanos a cada uno de ellos. a) Plano XY para C_9 . b) Plano XY para C_{10} . c) Plano XY para C_{11} .

Posteriormente, se calcula el ángulo α entre dos pesos de muestra para obtener el peso a interpolar. De forma preliminar, se cuentan con ocho pesos proporcionados por las mediciones en las celdas de carga en la platilla de instrumentación ($C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7$ y C_8). Por otro lado, se agregan los tres puntos de interpolación (C_9, C_{10}, C_{11}) ubicados en el antepié, el mediopié y el retropié, respectivamente. Se extraen los triángulos formados entre los pares de pesos de muestra y el punto a interpolar que contienen el ángulo de influencia α para cada uno de los pesos de interpolación, como se muestran en las representaciones gráficas de las Figuras 3.6, 3.7 y 3.8.

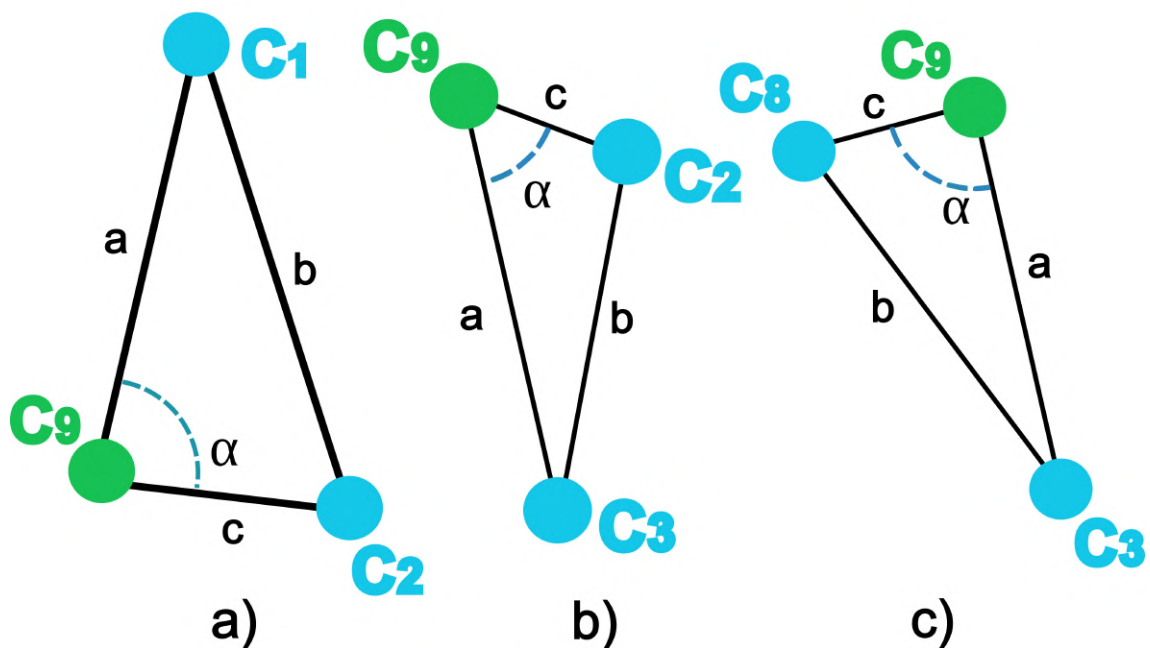


FIGURA 3.6: Triángulos formados por los cuatro pesos más cercanos al punto de interpolación C_9 . Ángulo de influencia α formado entre C_1, C_2 y C_9 en a). C_2, C_3 y C_9 en b). C_3, C_8 y C_9 en c).

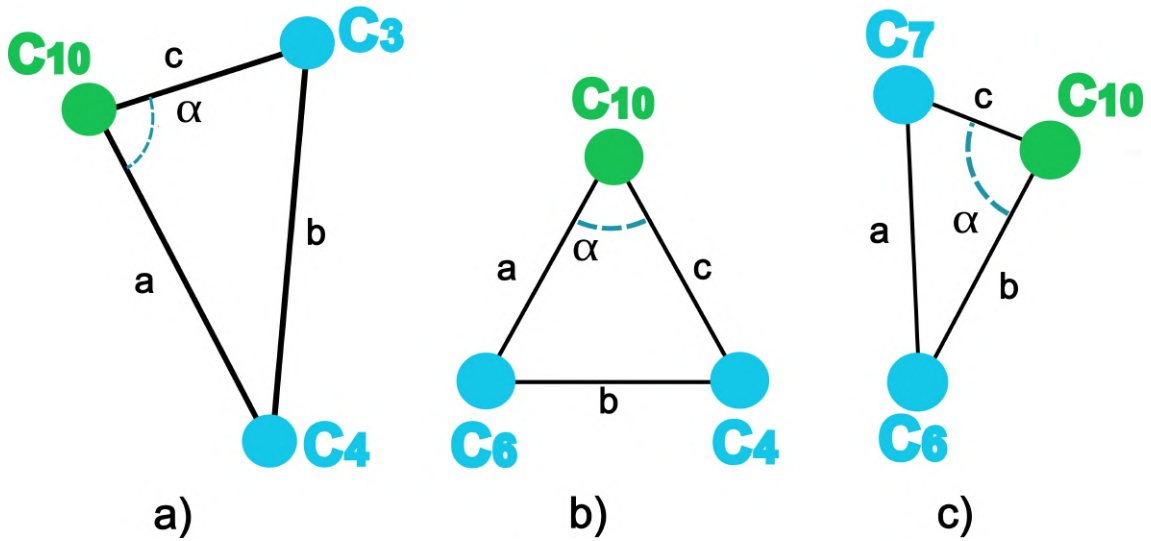


FIGURA 3.7: Triángulos formados por los cuatro pesos más cercanos al punto de interpolación C_{10} . Ángulo de influencia α formado entre C_3, C_4 y C_{10} en a). C_4, C_6 y C_{10} en b). C_6, C_7 y C_{10} en c).

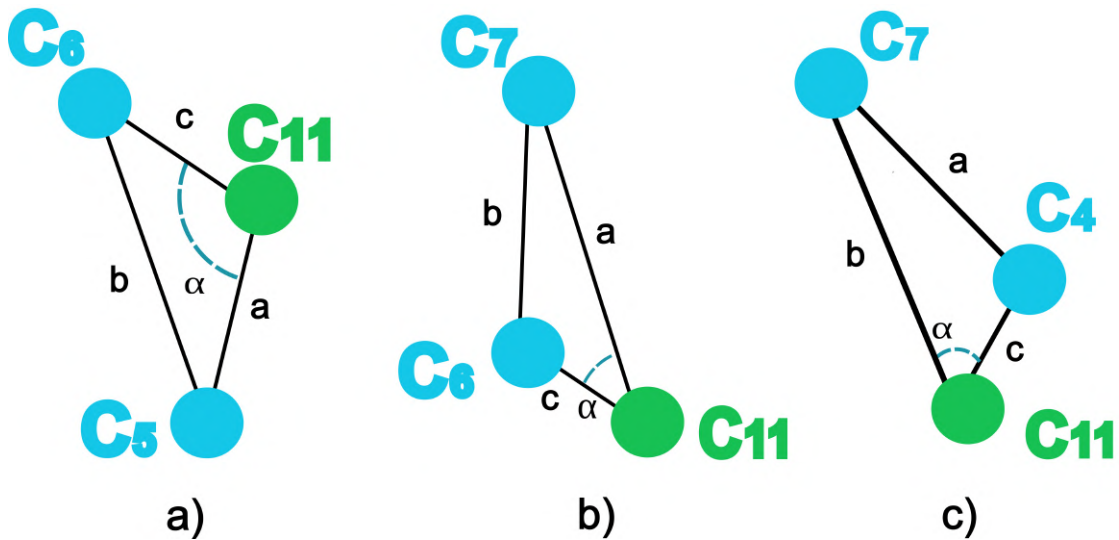


FIGURA 3.8: Triángulos formados por los cuatro pesos más cercanos al punto de interpolación C_{11} . Ángulo de influencia α formado entre C_5, C_6 y C_{11} en a). C_6, C_7 y C_{11} en b). C_4, C_7 y C_{11} en c).

Dado que las ubicaciones de los puntos a interpolar se definen en la plantilla de sensores con sus respectivas coordenadas, los cuatro pesos de muestra más cercanos a los puntos a interpolar se verifican calculando las distancias euclidianas, mediante la Ecuación 3.1.

$$d_E(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \tag{3.1}$$

donde:

- x_1 es la coordenada en el eje x del punto de interpolación, definido como cero por ubicarse en el origen.
- x_2 es la coordenada en el eje x del peso de muestra más cercano al punto de interpolación.
- y_1 es la coordenada en el eje y del punto de interpolación, definido como cero por ubicarse en el origen.
- y_2 es la coordenada en el eje y del peso de muestra más cercano al punto de interpolación.
- $d_E(P, Q)$ es la distancia euclidiana entre el punto de interpolación P y el peso de muestra Q .

Asimismo, en la Figura 3.9 se muestra el estado *Method* que contiene el programa principal para el algoritmo AIDW. Mientras que el botón de *Interpolación* se encuentre en estado FALSO, no se realiza el proceso de interpolación.

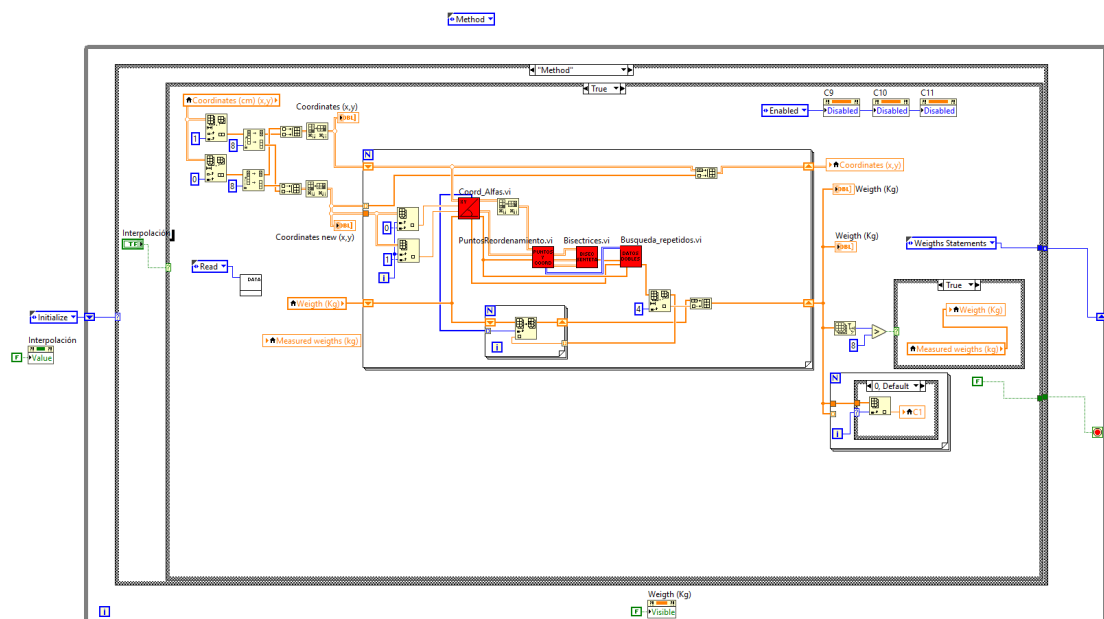


FIGURA 3.9: Método principal para el algoritmo AIDW.

En cambio, si el botón de *Interpolación* se encuentre en estado VERDADERO, se desarrolla el proceso de interpolación. Primeramente, se realiza la lectura de las coordenadas de cada peso de muestra y se particionan, es decir, se extraen los primeros ocho pares de coordenadas (X,Y), se obtienen las lecturas de los pesos de muestra y se ingresan al estado *Method*. Dichos datos ingresan al subVI *Coord*

Alpha, mostrado en la Figura 3.10, el cual calcula los ángulos α en cada par de coordenadas, sobre el peso de muestra respecto al peso a interpolar.

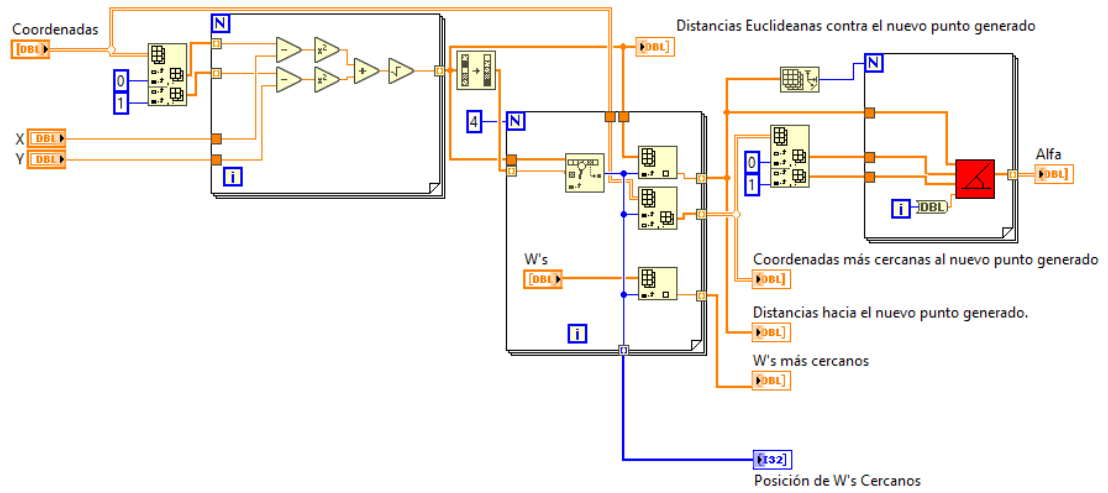
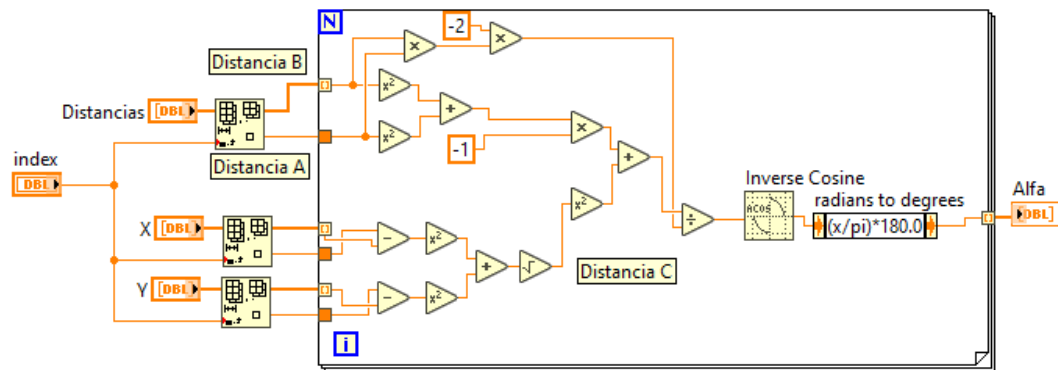


FIGURA 3.10: SubVI para la adquisición de los pares de puntos que contengan el ángulo de influencia α menores a 90° .

Dentro del subVI *Coord Alpha* se calculan las distancias euclidianas entre los peso de muestra hacia los pesos a interpolar. Una vez que se calculan dichas distancias, se ordenan de menor a mayor para después, seleccionar las cuatro distancias euclidianas más cercanas hacia el peso a interpolar. En seguida, se calculan los ángulos de influencia α formados por el par de pesos de muestra y el punto de predicción (peso a interpolar). Por lo tanto, el ángulo de influencia α a considerar es definido por la Ecuación 3.2:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ \quad (3.2)$$

Una vez que se determina que el ángulo de influencia α debe ser menor a 90° , se procede a calcular dicho ángulo entre un par de pesos de muestra y el peso a interpolar, como se muestra en la Figura 3.11.


 FIGURA 3.11: SubVI para el cálculo del ángulo α .

Debido a que entre el par de pesos de muestra y el peso a interpolar forman un triángulo, el ángulo de influencia α se calcula mediante el teorema de cosenos que se describe en la Ecuación 3.3 y en su forma despejada para el cálculo del ángulo α en la Ecuación 3.4:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\alpha \quad (3.3)$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab}\right) \quad (3.4)$$

donde:

- a es la distancia del peso de muestra más lejano al punto de predicción.
- b es la distancia entre los dos pesos de muestra.
- c es la distancia del peso de muestra más cercano al punto de predicción.
- α es el ángulo de influencia entre los dos pesos de muestra y el punto de predicción.

Adicionalmente, en el subVI *PuntosReordenamiento* mostrado en la Figura 3.12, se adquieren las coordenadas de los pesos de muestra y se obtienen los pares de dichos pesos que forman el ángulo de influencia α menor a 90° .

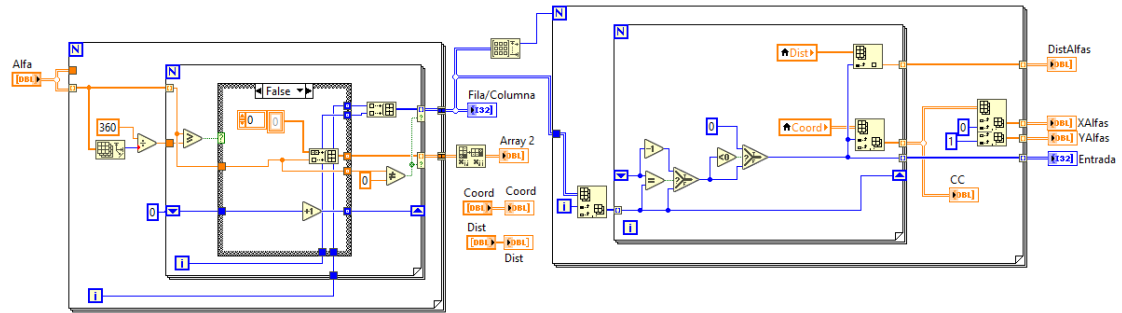


FIGURA 3.12: SubVI para la adquisición de α menor al ángulo de influencia.

Se toman los datos de los cálculos del ángulo de influencia α y se separan por columna. Luego, dicha columna es dividida entre 360 y se vuelven a particionar los datos, ahora de cada columna se realiza una lectura de cada fila de los datos y se compara si es mayor o igual a la división anterior. Si es mayor o igual, se guarda el dato. En el caso contrario, se descarta apartándolo de los demás datos y, posteriormente, el dato se compara con ser diferente de cero, de cumplirse dicha condición se guarda. Mientras se realiza la búsqueda en filas y columnas, al cumplirse la condición de mayor o igual, el dato se guarda en donde se encuentre dicho dato, su columna y su fila. Una vez que se guardan la columna y la fila de dicho dato, este se aísla tanto de la distancia calculada como de la coordenada de la cual pertenece, gracias al propio registro de la columna y la fila de cada dato que cumple con la condición. Por último, el dato es guardado en un arreglo de todas las distancias conocidas, así como las coordenadas.

3.1.3. Cálculo de Coeficiente Ajustado k_i

Una vez que se obtienen los ángulos de influencia α menores a 90° de los pares de pesos de muestra con respecto a los pesos a interpolar, se procede a calcular la bisectriz que divide el ángulo de influencia α resultante. En consecuencia, se obtiene un segundo triángulo a partir del triángulo primario originado por los dos pesos de muestra y el peso a interpolar. A su vez, en el segundo triángulo formado se calcula el ángulo θ entre el peso más cercano y el punto de predicción, donde dicho ángulo forma parte del cálculo del $\sin \theta$ para obtener el coeficiente ajustado k_i . En las Figuras 3.13, 3.14 y 3.15 se muestran representaciones gráficas de los triángulos resultantes a partir del trazado de la bisectriz dividiendo al ángulo de influencia α para el punto de interpolación C_9 y obtener el ángulo de intersección θ .

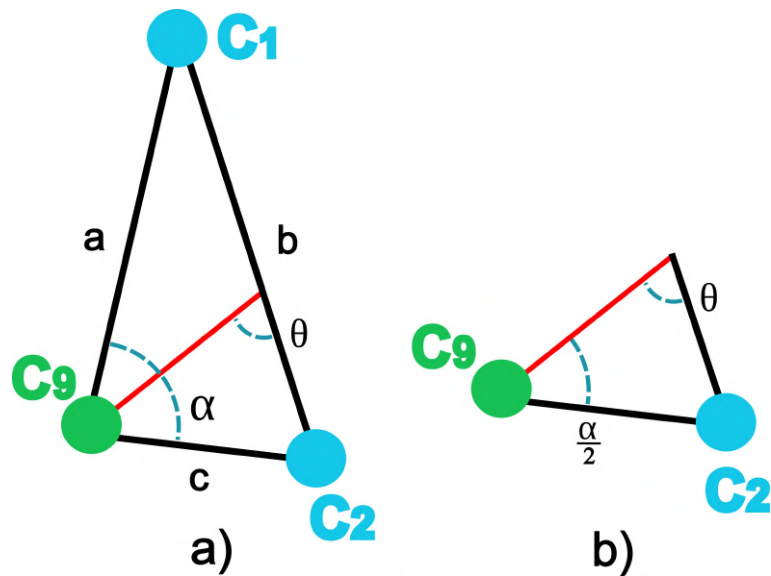


FIGURA 3.13: Triángulo formado por C_9 y sus pesos más cercanos C_1 y C_2 a). Triángulo formado por C_9 , C_2 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)

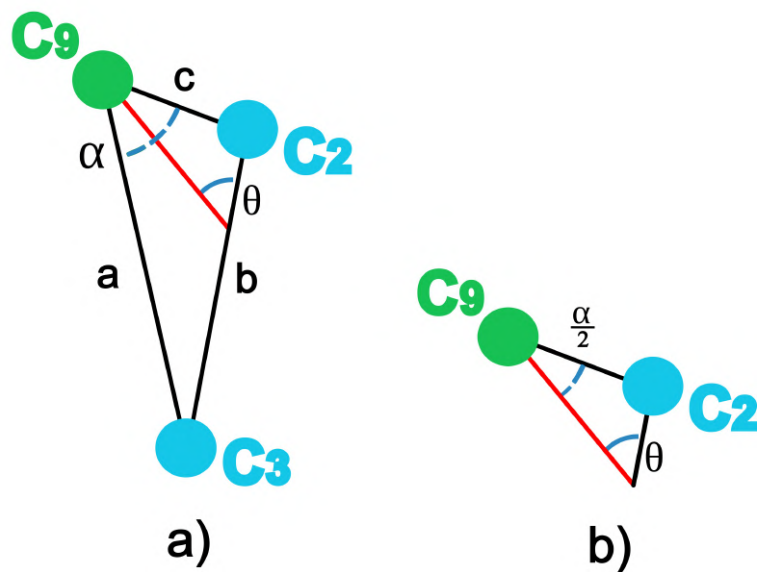


FIGURA 3.14: Triángulo formado por C_9 y sus pesos más cercanos C_2 y C_3 a). Triángulo formado por C_9 , C_2 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)

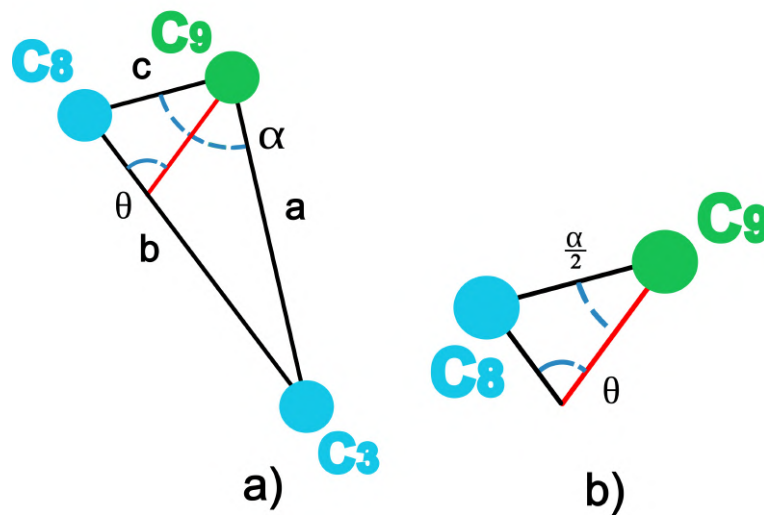


FIGURA 3.15: Triángulo formado por C_9 y sus pesos más cercanos C_3 y C_8 a). Triángulo formado por C_9 , C_8 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)

En las Figuras 3.16, 3.17 y 3.18 se muestran representaciones gráficas de los triángulos resultantes a partir del trazado de la bisectriz dividiendo al ángulo de influencia α para el punto de interpolación C_{10} .

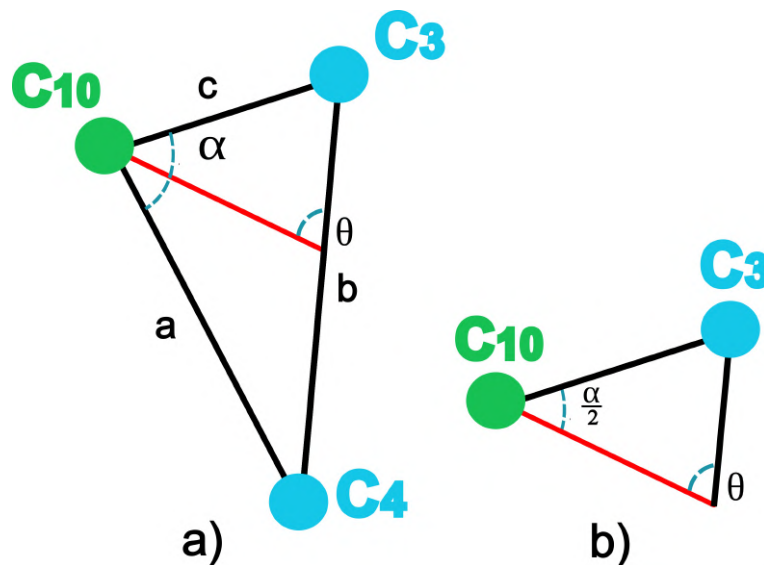


FIGURA 3.16: Triángulo formado por C_{10} y sus pesos más cercanos C_3 y C_4 a). Triángulo formado por C_{10} , C_3 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)

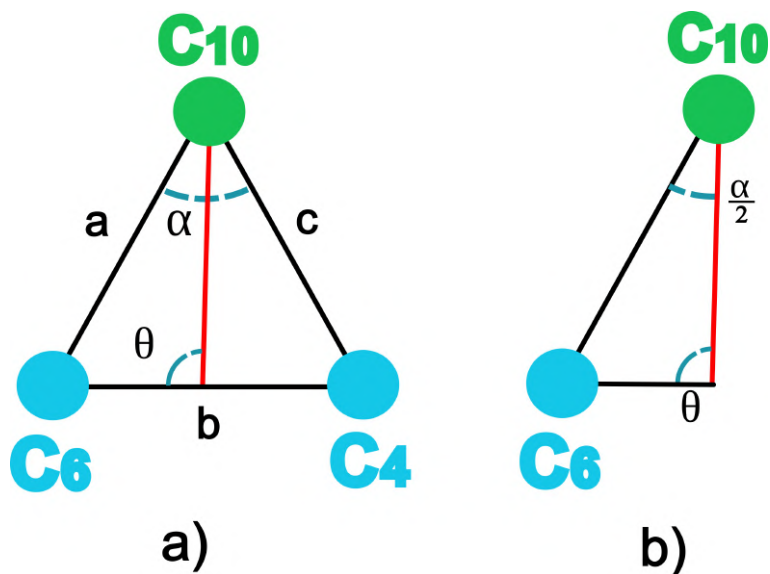


FIGURA 3.17: Triángulo formado por C_{10} y sus pesos más cercanos C_4 y C_6 a). Triángulo formado por C_{10} , C_6 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)

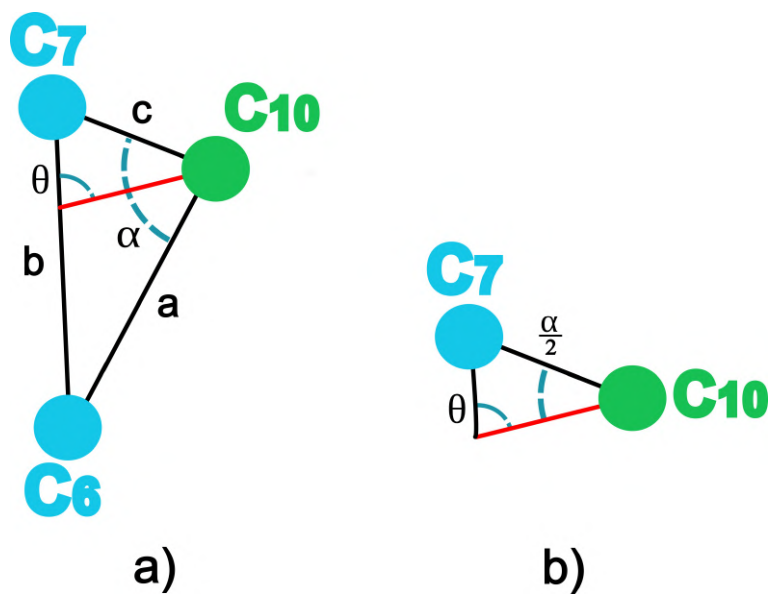


FIGURA 3.18: Triángulo formado por C_{10} y sus pesos más cercanos C_6 y C_7 a). Triángulo formado por C_{10} , C_7 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)

De la misma manera, en las Figuras 3.19, 3.20 y 3.21 se muestran representaciones gráficas de los triángulos resultantes a partir del trazado de la bisectriz dividiendo al ángulo de influencia α para el punto de interpolación C_{11} .

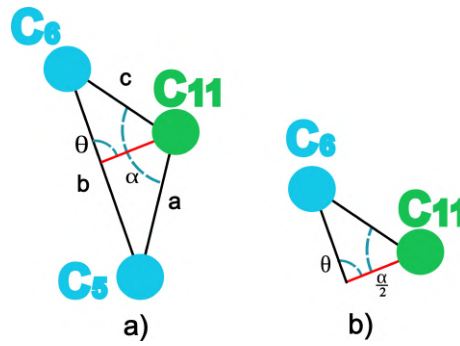


FIGURA 3.19: Triángulo formado por C_{11} y sus pesos más cercanos C_5 y C_6 a). Triángulo formado por C_{11} , C_6 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)

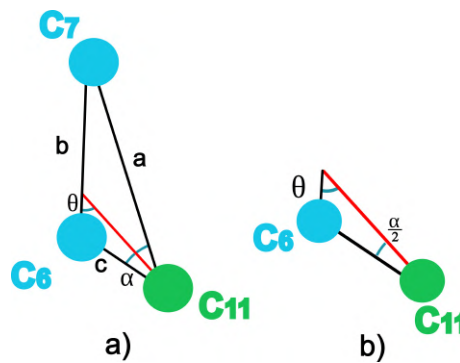


FIGURA 3.20: Triángulo formado por C_{11} y sus pesos más cercanos C_6 y C_7 a). Triángulo formado por C_{11} , C_6 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)

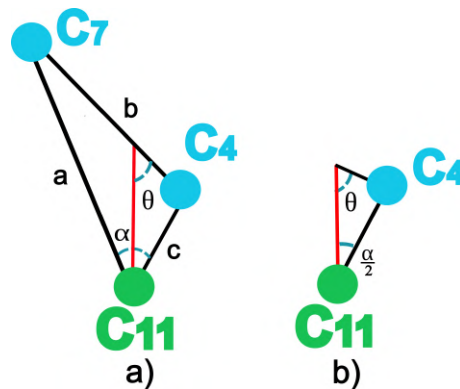


FIGURA 3.21: Triángulo formado por C_{11} y sus pesos más cercanos C_4 y C_7 a). Triángulo formado por C_{11} , C_4 como peso más cercano y la bisectriz que divide al ángulo α para el ángulo de intersección θ b)

En la Figura 3.22 se muestra el subVI para el cálculo de las bisectrices, las cuales permiten obtener el valor de θ , es decir, el ángulo formado entre el peso de muestra más cercano más cercano al peso a interpolar y la bisectriz que divide al ángulo de influencia α en dos partes iguales.

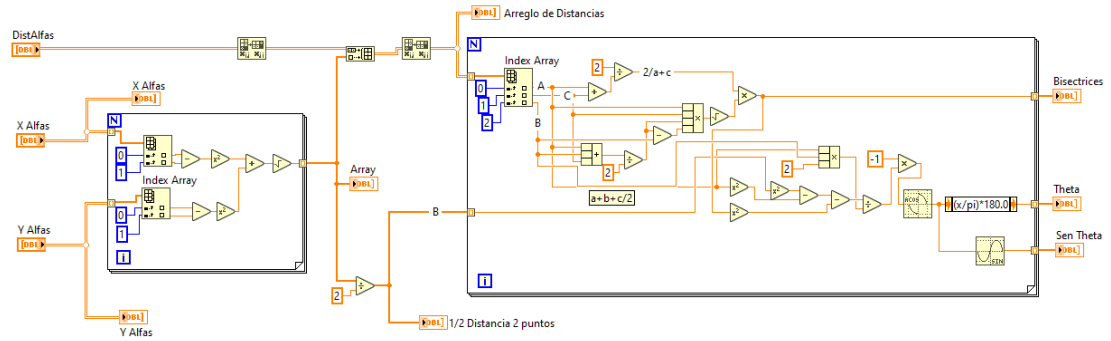


FIGURA 3.22: SubVI para el cálculo de las bisectrices.

La Ecuación 3.5 para el cálculo de la bisectriz como parte de la programación del algoritmo expresado en la Figura 3.7, se describe como:

$$B_c = \frac{2}{a + c} \sqrt{a \cdot b \cdot s(s - c)} \quad (3.5)$$

donde, por convención, se utilizan las mismas variables que en el teorema de cosenos descrito como:

- a la distancia del peso de muestra más lejano al punto de predicción.
- b la distancia entre los dos pesos de muestra.
- c la distancia del peso de muestra más cercano al punto de predicción.
- B_c la bisectriz que divide al ángulo de influencia α .
- s el semiperímetro, expresado según la Ecuación 3.6:

$$s = \frac{a + b + c}{2} \quad (3.6)$$

Además, se realiza una búsqueda de datos repetidos, el cual se divide en dos etapas. En la Figura 3.23 se muestra la primera parte de este proceso. Con los datos del \sin de θ calculados, se adquieren cada uno de estos datos y se asignan sus datos de ubicación en fila y columna para que el acceso a dichos datos sea sencillo. Si la ubicación no coincide con el dato, no se guarda y solo se asegura que el dato del \sin de θ guardado sea diferente de cero. En la Figura 3.24 se muestra la

segunda parte para la búsqueda de datos repetidos, donde se realiza una sumatoria de cada dato para obtener el nuevo peso W así como el arreglo con todos los pesos W .

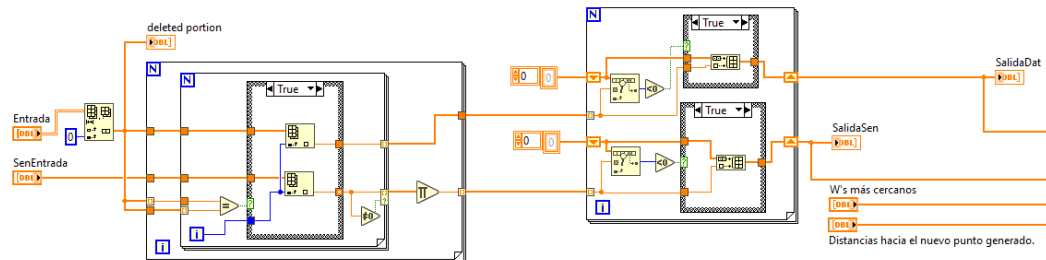


FIGURA 3.23: SubVI para la búsqueda de datos repetidos (primera parte).

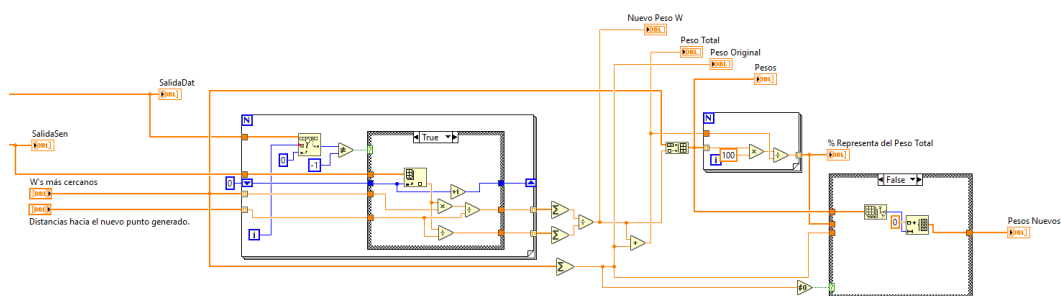


FIGURA 3.24: SubVI para la búsqueda de datos repetidos (segunda parte).

3.1.4. Interpolación para Pesos C_9, C_{10}, C_{11}

Finalmente, cuando se realizan las interpolaciones para los pesos C_9, C_{10}, C_{11} , el programa pasa al estado *Save* mostrado en la Figura 3.25.

En la Figura 3.26 se muestra el estado *Save* en el que, una vez que el botón *Save* del mismo nombre haya sido accionado en el panel frontal, tanto los datos de los pesos medidos ($C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7$ y C_8) como los pesos interpolados (C_9, C_{10}, C_{11}) se guardan en un archivo delimitado por comas, toda vez que el estado *Method* haya sido finalizado correctamente.

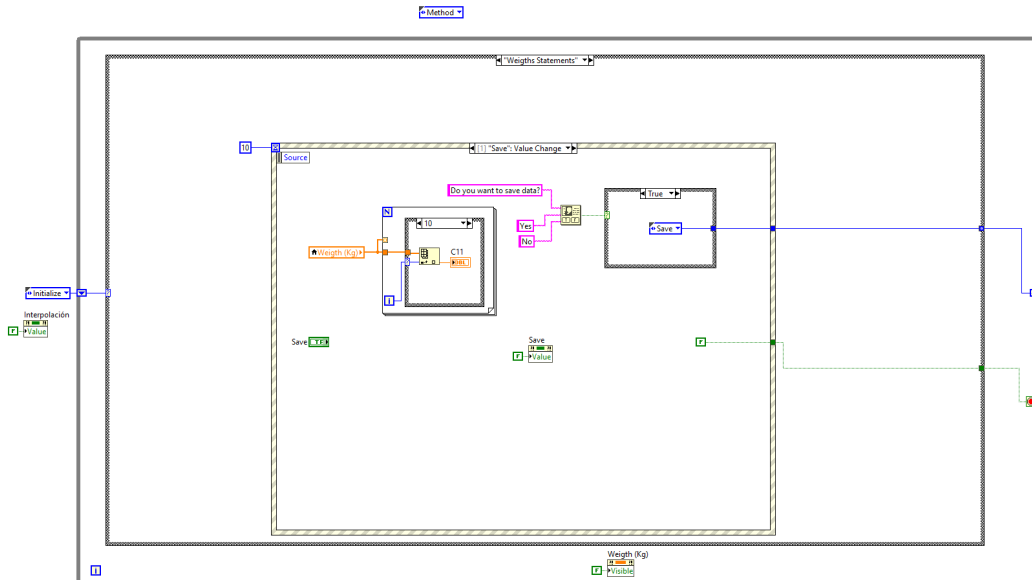


FIGURA 3.25: Guardar datos de mediciones e interpolaciones.

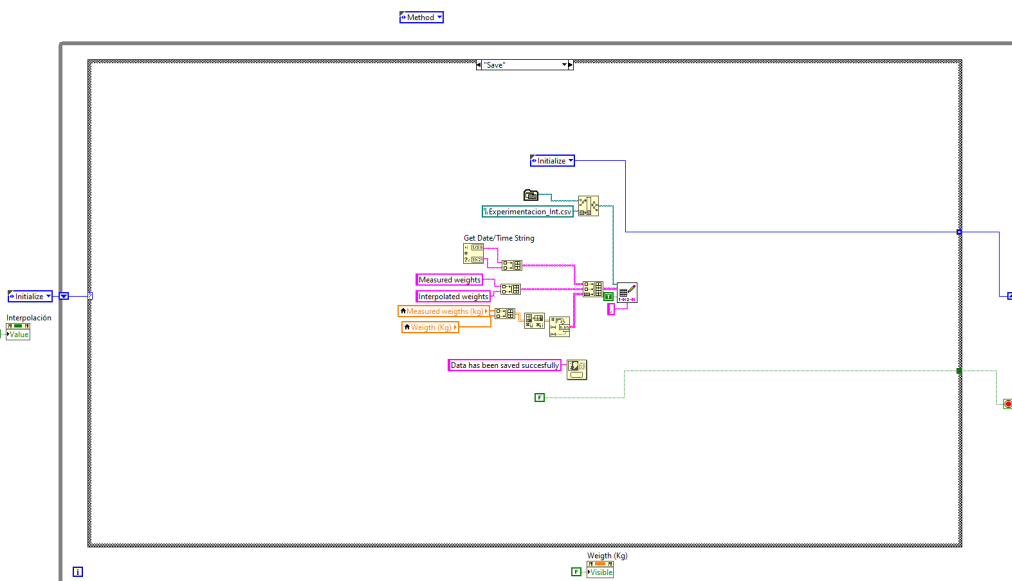


FIGURA 3.26: Guardar datos en archivo delimitado por comas.

En la Figura 3.27 se muestra el estado *Exit*, para salir del programa. Dicho estado es activado una vez que el botón *Stop* se encuentra en estado VERDADERO, finalizando de esta manera la comunicación entre el programa primario que realiza la lectura de los pesos y el programa secundario que realiza la interpolación.

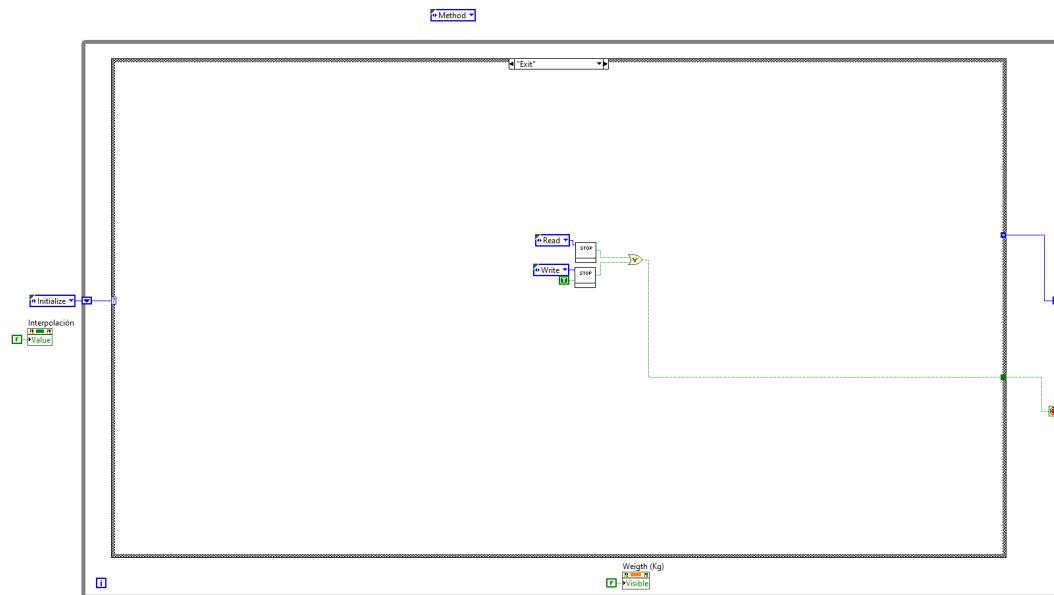


FIGURA 3.27: Salir del programa.

En la Figura 3.28 se muestra el panel frontal para la visualización de los pesos medidos, los pesos interpolados, las ubicaciones de estos en la plantilla, así como los botones de interacción para el guardado de datos y la salida del programa.

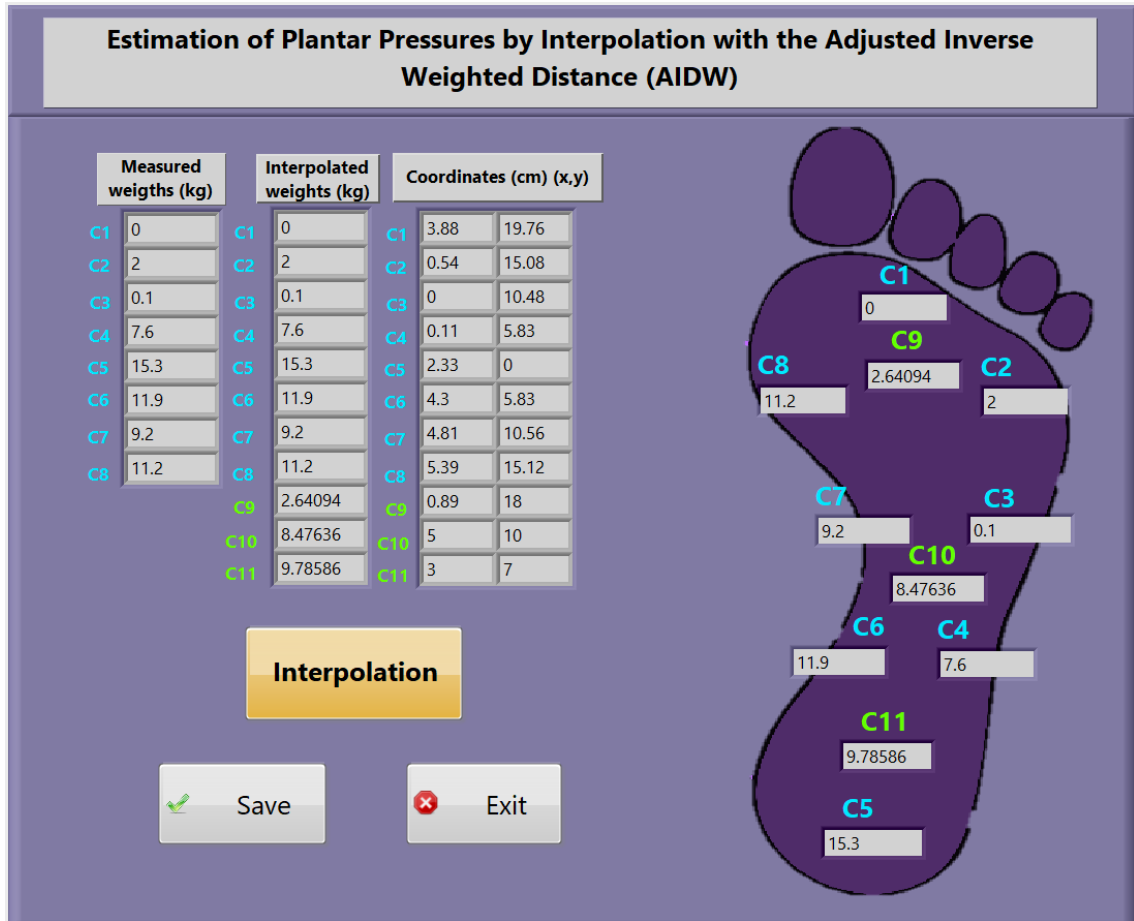


FIGURA 3.28: Panel frontal para las mediciones $C_1 - C_8$ e interpolaciones $C_9 - C_{11}$ de presiones plantares.

Finalmente, integrando la Ecuación 2.15 con la Ecuación 2.16, se generan las Ecuaciones 3.7 3.8 y 3.9 para las interpolaciones de los pesos C_9 , C_{10} y C_{11} , respectivamente.

$$C_9 = \frac{\frac{C_2 \sin \theta_{C_2 C_1}}{d_2} + \frac{C_3 \sin \theta_{C_3 C_2} \sin \theta_{C_8 C_3}}{d_3} + \frac{C_8}{d_8}}{\frac{\sin \theta_{C_2 C_1}}{d_2} + \frac{\sin \theta_{C_3 C_2} \sin \theta_{C_8 C_3}}{d_3} + \frac{1}{d_8}} \quad (3.7)$$

$$C_{10} = \frac{\frac{C_3 \sin \theta_{C_4 C_3}}{d_3} + \frac{C_6 \sin \theta_{C_6 C_4} \sin \theta_{C_7 C_6}}{d_6} + \frac{C_7}{d_7}}{\frac{\sin \theta_{C_4 C_3}}{d_3} + \frac{\sin \theta_{C_6 C_4} \sin \theta_{C_7 C_6}}{d_6} + \frac{1}{d_7}} \quad (3.8)$$

$$C_{11} = \frac{\frac{C_6 \sin \theta_{C_6 C_5}}{d_6} + \frac{C_7 \sin \theta_{C_7 C_4} \sin \theta_{C_7 C_6}}{d_7} + \frac{C_4}{d_4}}{\frac{\sin \theta_{C_6 C_5}}{d_6} + \frac{\sin \theta_{C_7 C_4} \sin \theta_{C_7 C_6}}{d_7} + \frac{1}{d_4}} \quad (3.9)$$

Se observa en cada una de ellas la inclusión del coeficiente ajustado k_i expresado como un modelo multiplicativo del $\sin \theta$ para aquellos pares de triángulos secundarios originados desde el triángulo primario que contiene el ángulo de influencia α , recordando que el θ es el ángulo de intersección formado por la línea que conecta el punto de muestra más cercano al punto de interpolación a través de la bisectriz que divide al ángulo de influencia α . Por otro lado, debido a la existencia de puntos cercanos al punto de predicción que no están siendo influenciados por ningún otro punto de muestra, el coeficiente ajustado k_i se establece en 1.

3.2. Plantilla de Sensores

El sistema de instrumentación en tiempo real es conformado a base de una plantilla, mostrada en la Figura 3.29 que dispone de ocho celdas de carga para la distribución y medición de las presiones plantares del pie derecho.

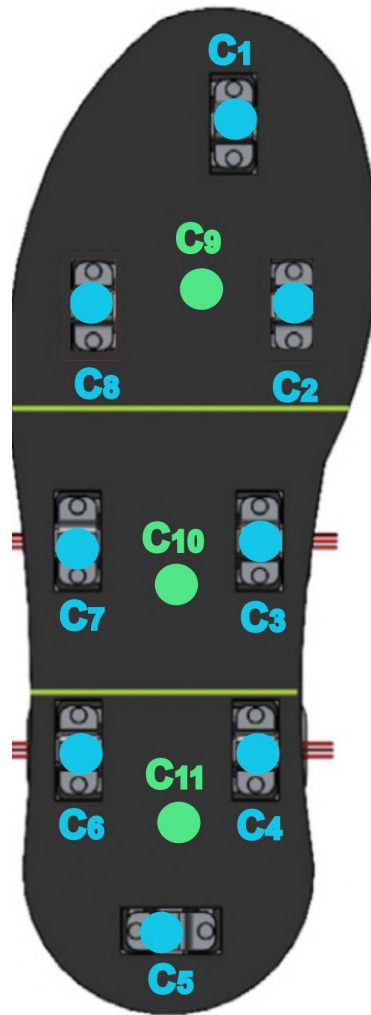


FIGURA 3.29: Plantilla compuesta por celdas de carga $C_1 - C_8$ y puntos de interpolación $C_9 - C_{11}$.

Dicha plantilla es diseñada de material PLA con dimensiones 26 cm x 9 cm x 0.8 cm. En ella, es posible realizar las mediciones a lo largo de la planta del pie con la siguiente distribución mostrada en la Tabla 3.1.

TABLA 3.1: Distribución de celdas de carga en plantilla de sensores.

Extremos del pie	Ubicación de las celdas de carga Cn
Antepie	C1 en la parte frontal del pie C2 debajo del primer metatarsiano C8 debajo del quinto metatarsiano
Mediopia	C3 en el interior del pie C7 en el exterior del pie
Retropie	C4 en el interior medial C5 en el talón. C6 en el exterior lateral

3.2.1. Hardware

En la plantilla de sensores, el hardware se compone de ocho convertidores analógico-digital HX711, los cuales son conectados a cada una de las ocho celdas de carga, con la función de convertir las señales analógicas de 0V a 5V proporcionadas por las celdas de carga, a señales digitales, siempre que se aplique presión sobre ellas, como se muestra en la Figura 3.30

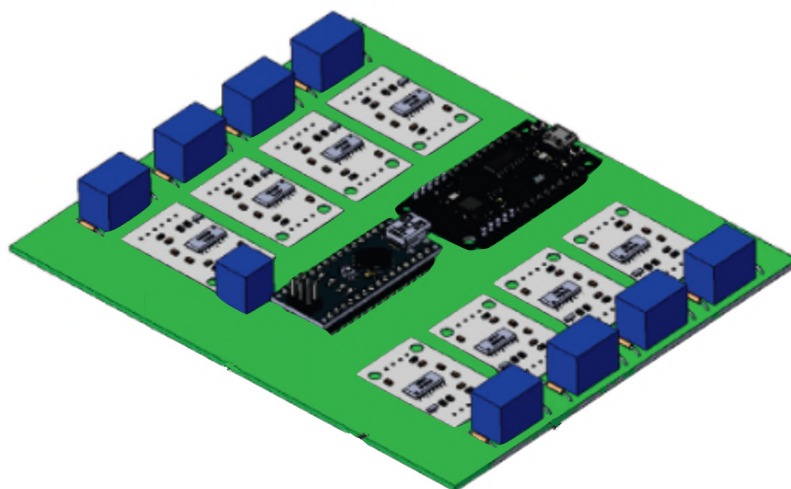


FIGURA 3.30: Sistema de instrumentación para la plantilla.

Posteriormente, se incorporan dos microcontroladores para la recepción de señales digitales y monitoreo de pesos en un software de computadora. El microcontrolador Arduino® Nano realiza la conversión de las señales digitales proporcionadas por los convertidores analógico-digital HX711 a unidades de masa en kg o de peso en Newtons. Así mismo, el microcontrolador ESP8266© recibe las señales convertidas a unidades de masa por parte de Arduino® Nano mediante el protocolo I2C donde, de manera remota envía dichas señales al software KEPServerEX©, basado en tecnología OLE y bajo la arquitectura servidor/cliente, es capaz de recibir y procesar las señales en unidades de masa para el monitoreo en tiempo real de las presiones plantares. Una vez que las señales se reciben, KEPServerEX© permite establecer la comunicación al microcontrolador ESP8266© y a su vez, al programa primario de LabVIEW™, empleando el protocolo de comunicación Modbus para la escritura de las presiones plantares cada 100 ms, permitiendo realizar las mediciones las cuales se visualizan en el panel frontal del programa primario de LabVIEW™ y en el programa principal en el que desarrolla el método de interpolación AIDW.

3.2.2. Calibración de Celdas de Carga

La calibración de las celdas de carga es necesaria para garantizar la precisión y la confiabilidad de las mediciones que se tomen de ellas. Las señales analógicas proporcionadas por las celdas de carga y posteriormente transmitidas a los convertidores analógico-digital HX711, las cuales a su vez son enviadas al microcontrolador Arduino® Nano, no están escaladas. Para escalar estas señales analógicas, se aplica la Ecuación 3.10 que se expresa como:

$$C_f = \frac{V}{W} \quad (3.10)$$

donde:

- C_f es el factor de conversión.
- V es el valor de lectura de la celda de carga.
- W es el valor del peso conocido.

Cabe señalar que cada celda de carga tiene un C_f distinto, donde su número de parte o proveedor resultan irrelevantes. Por esto mismo, es necesario ajustar el C_f para todas las celdas de carga, mediante un programa desarrollado en Arduino®[®], el cual determina el valor de V a través de la medición de un peso conocido W , donde el mismo es transducido en kg. Una vez que el valor de C_f es calculado, este se utiliza como valor constante en el programa principal para cada celda de carga, que cuantifica cada lectura en unidades de masa (kg).

3.2.3. Programación de Arduino® Nano

Las celdas de carga son conectadas en la configuración de puente de Wheatstone, enviando ocho señales analógicas a ocho convertidores digitales HX711. De manera interna, dichos convertidores reciben las lecturas de cada puente Wheatstone, convirtiendo la lectura analógica a un valor digital con sus conversores internos A/D de 24 bits. Una vez que la señal analógica es convertida a una señal digital, se envía al Arduino® Nano a través del pin DOUT como se indica en el Código 3.1.

```
1 #include "HX711.h"
2 const int DOUT = A1;
3 const int CLK = A0;
4 HX711 balanza;
5 void setup() {
6   Serial.begin(9600);
7   balanza.begin(DOUT, CLK);
8   Serial.print("Lectura del valor del ADC:t");
9   Serial.println(balanza.read());
10  Serial.println("No ponga ningun objeto sobre la balanza");
11  Serial.println("Destarando. . . ");
12  balanza.setscale(); //La escala por defecto es 1
13  balanza.tare(20); //El peso actual es considerado Tara.
14  Serial.println("Coloque un peso conocido: ");
15 }
16 void loop() {
17  Serial.print("Valor de lectura: t");
18  Serial.println(balanza.getvalue(10), 0);
19  delay(100);
20 }
```

LISTING 3.1: Código para calibración de celdas de carga

Después, el Arduino® Nano realiza la lectura de esta señal a través del pin GPIO de entrada para luego procesarla y mostrar el peso medido en cada celda de carga. Cabe señalar que, previo a mostrar el peso conocido, se debe determinar el C_f utilizando W para convertir el valor a unidades de masa en kg. Además, es importante recordar que la escala es diferente para cada celda, por lo que para cada celda se debe encontrar el C_f mediante el Código 3.1 mostrado.

3.2.4. Programación de ESP8266©

Posteriormente, se realiza otro programa para el microcontrolador ESP8266© donde la escala ya es conocida, por lo que es posible determinar el peso conocido para cada celda. En seguida, estos valores son enviados en tipo carácter a través del puerto serial hacia el ESP8266© como se muestra en el Código 3.2.

```
1 |
2 | #include "H711.h"
3 | #include <SoftwareSerial.h>
4 |
5 | //Celda de carga 1
6 | #define DOUT 3
7 | #define CLK 2
8 |
9 | #define DOUT1 5
10 | #define CLK1 4
11 |
12 | #define DOUT2 7
13 | #define CLK3 6
14 |
15 | #define DOUT3 9
16 | #define CLK3 8
17 |
18 | #define DOUT4 11
19 | #define CLK4 10
20 |
21 | #define DOUT5 A1
```

```
22 #define CLK5 A0
23
24 #define DOUT6 A5
25 #define CLK6 A4
26
27 #define DOUT7 A2
28 #define CLK7 A3
29
30 unsigned long Tiempo_Tx;
31 //SoftwareSerial mySerial = SoftwareSerial(10,11); // RX, TX
32 H711 scale (DOUT, CLK);
33 H711 scale (DOUT1, CLK1);
34 H711 scale (DOUT2, CLK2);
35 H711 scale (DOUT3, CLK3);
36 H711 scale (DOUT4, CLK4);
37 H711 scale (DOUT5, CLK5);
38 H711 scale (DOUT6, CLK6);
39 H711 scale (DOUT7, CLK7);
40
41 float calibration_factor = -48200; // -106600 worked for my
    40Kg max scale setup
42 float calibration_factor1 = -48200; // -106600 worked for my
    40Kg max scale setup
43 float calibration_factor2 = -48200; // -106600 worked for my
    40Kg max scale setup
44 float calibration_factor3 = -48200; // -106600 worked for my
    40Kg max scale setup
45 float calibration_factor4 = -48200; // -106600 worked for my
    40Kg max scale setup
46 float calibration_factor5 = -48200; // -106600 worked for my
    40Kg max scale setup
47 float calibration_factor6 = -48200; // -106600 worked for my
    40Kg max scale setup
48 float calibration_factor7 = -48200; // -106600 worked for my
    40Kg max scale setup
49
50 int a;
51 int b;
```

```
52 int c;
53 int d;
54 int e;
55 int f;
56 int g;
57 int h;
58
59 //=====
60                          SETUP
61 //=====
62
63 void setup()
64 {
65   Serial.begin(9600);
66   //mySerial.begin(115200);
67
68   scale.set_scale();
69   scale.set1_scale();
70   scale.set2_scale();
71   scale.set3_scale();
72   scale.set4_scale();
73   scale.set5_scale();
74   scale.set6_scale();
75   %scale.set7_scale();
76 }
77
78 //=====
79 //                          LOOP
80 //=====
81
82 void loop()
83 {
84   scale.set_scale(calibration_factor); //Adjust to this
      calibration factor
85   scale.set1_scale(calibration_factor1); //Adjust to this
      calibration factor
86   scale.set2_scale(calibration_factor2); //Adjust to this
      calibration factor
```

```
87 scale.set3_scale(calibration_factor3); //Adjust to this
    calibration factor
88 scale.set4_scale(calibration_factor4); //Adjust to this
    calibration factor
89 scale.set5_scale(calibration_factor5); //Adjust to this
    calibration factor
90 scale.set6_scale(calibration_factor6); //Adjust to this
    calibration factor
91 scale.set7_scale(calibration_factor7); //Adjust to this
    calibration factor
92
93 a = abs(scale.get_units()*10);
94 b = abs(scale.get_units()*10);
95 c = abs(scale.get_units()*10);
96 d = abs(scale.get_units()*10);
97 e = abs(scale.get_units()*10);
98 f = abs(scale.get_units()*10);
99 g = abs(scale.get_units()*10);
100 h = abs(scale.get_units()*10);
101
102 }
```

LISTING 3.2: Código para la recepción de datos de peso

Dichos caracteres son convertidos a números decimales en el ESP8266[©], para ser posteriormente enviados mediante conexión Modbus a uno de los registros de la computadora y ser llamados en el programa primario de LabVIEW[™] y finalmente, adquirir y visualizar los valores de las celdas de carga en kg en tiempo real.

Capítulo 4

Análisis de Resultados

4.0.1. Análisis de Interpolaciones de Pesos C_9 , C_{10} y C_{11}

Para la experimentación, se les solicita la participación de diez sujetos con diferentes tipos de pie. En la Tabla 4.1 se muestran las características físicas de los sujetos de estudio.

TABLA 4.1: Sujetos de estudio.

Sujeto	Sexo	Edad (años)	Peso (kg)
1	M	26	56
2	H	25	63
3	H	30	78
4	H	26	72
5	H	34	73
6	H	30	76
7	H	26	93
8	H	34	89
9	M	28	84
10	H	28	76

Se les pide subir a la plantilla de instrumentación, específicamente el pie derecho para tomar las mediciones de las presiones plantares. En bipedestación y equilibrio, se registran las mediciones en el programa de LabVIEW™ que realiza la interpolación AIDW. En las Tablas 4.2 y 4.3 se muestran las mediciones de presiones plantares desde C_1 hasta C_8 , así como los pesos interpolados de C_9 , C_{10} y C_{11} , para cada uno de los sujetos. Se indican con valores nulos las presiones plantares de C_9 , C_{10} y C_{11} en la columna de P.P.M (Presiones Plantares Medidas)

para evitar confusión, mientras que en la columna P.P.I se muestran los pesos interpolados indicados. Además, se observa que en la columna P.P.I (Presiones Plantares Interpoladas), los pesos medidos de C_1 hasta C_8 conservan sus valores originales, debido a que las interpolaciones que se calculan para C_9 , C_{10} y C_{11} no afectan en los valores de los pesos medidos.

TABLA 4.2: Distribución de presiones plantares (sujetos 1-6). P.P.M: Presiones Plantares Medidas, P.P.I: Presiones Plantares Interpoladas.

Sujeto 1			Sujeto 2		
Celda	P.P.M (kg)	P.P.I (kg)	Celda	P.P.M (kg)	P.P.I (kg)
C_1	1.1	1.1	C_1	2.2	2.2
C_2	2.4	2.4	C_2	4.4	4.4
C_3	0.1	0.1	C_3	0.1	0.1
C_4	6.8	6.8	C_4	7.1	7.1
C_5	10.4	10.4	C_5	13.2	13.2
C_6	3	3	C_6	2.2	2.2
C_7	1.9	1.9	C_7	2.2	2.2
C_8	0.3	0.3	C_8	2.9	2.9
C_9	No Aplica	1.33235	C_9	No Aplica	2.89121
C_{10}	No Aplica	2.77068	C_{10}	No Aplica	2.73945
C_{11}	No Aplica	5.69691	C_{11}	No Aplica	6.12617

Sujeto 3			Sujeto 4		
Celda	P.P.M (kg)	P.P.I (kg)	Celda	P.P.M (kg)	P.P.I (kg)
C_1	0	0	C_1	0	0
C_2	3.3	3.3	C_2	2	2
C_3	0	0	C_3	0.1	0.1
C_4	5	5	C_4	7.6	7.6
C_5	14.3	14.3	C_5	15.3	15.3
C_6	1.2	1.2	C_6	11.9	11.9
C_7	3.9	3.9	C_7	9.2	9.2
C_8	2.6	2.6	C_8	11.2	11.2
C_9	No Aplica	2.61164	C_9	No Aplica	5.31355
C_{10}	No Aplica	2.615	C_{10}	No Aplica	7.51893
C_{11}	No Aplica	5.32428	C_{11}	No Aplica	10.1779

Sujeto 5			Sujeto 6		
Celda	P.P.M (kg)	P.P.I (kg)	Celda	P.P.M (kg)	P.P.I (kg)
C_1	3.5	3.5	C_1	2	2
C_2	2.5	2.5	C_2	0	0
C_3	0	0	C_3	10.3	10.3
C_4	15.5	15.5	C_4	0.1	0.1
C_5	12.9	12.9	C_5	20.2	20.2
C_6	1.7	1.7	C_6	3.4	3.4
C_7	2.9	2.9	C_7	2.2	2.2
C_8	4.6	4.6	C_8	10	10
C_9	No Aplica	2.70456	C_9	No Aplica	4.9416
C_{10}	No Aplica	4.54864	C_{10}	No Aplica	3.84417
C_{11}	No Aplica	9.22118	C_{11}	No Aplica	5.57409

TABLA 4.3: Distribución de presiones plantares (sujetos 7-10). P.P.M: Presiones Plantares Medidas, P.P.I: Presiones Plantares Interpoladas.

Sujeto 7			Sujeto 8		
Celda	P.P.M (kg)	P.P.I (kg)	Celda	P.P.M (kg)	P.P.I (kg)
C_1	4.3	4.3	C_1	4.3	4.3
C_2	3.3	3.3	C_2	6.8	6.8
C_3	0	0	C_3	0.3	0.3
C_4	5.2	5.2	C_4	2.9	2.9
C_5	15.8	15.8	C_5	10.4	10.4
C_6	1.8	1.8	C_6	1.2	1.2
C_7	1.5	1.5	C_7	5.5	5.5
C_8	4.2	4.2	C_8	10	10
C_9	No Aplica	2.6979	C_9	No Aplica	6.34962
C_{10}	No Aplica	1.99853	C_{10}	No Aplica	2.78629
C_{11}	No Aplica	5.71342	C_{11}	No Aplica	3.8793

Sujeto 9			Sujeto 10		
Celda	P.P.M (kg)	P.P.I (kg)	Celda	P.P.M (kg)	P.P.I (kg)
C_1	0	0	C_1	2.9	2.9
C_2	4.5	4.5	C_2	0.7	0.7
C_3	0.8	0.8	C_3	0	0
C_4	4.6	4.6	C_4	5	5
C_5	23.6	23.6	C_5	18.8	18.8
C_6	3.1	3.1	C_6	5.4	5.4
C_7	0	0	C_7	4.2	4.2
C_8	9.1	9.1	C_8	6.7	6.7
C_9	No Aplica	4.45463	C_9	No Aplica	2.77673
C_{10}	No Aplica	1.86417	C_{10}	No Aplica	3.72762
C_{11}	No Aplica	7.31461	C_{11}	No Aplica	7.50127

Cabe señalar que en la mayoría de los sujetos (a excepción del sujeto 6), presentan valores cercanos a cero o iguales a cero para el peso medido en la celda de carga C_3 , debido a que es colocada en el área del arco plantar, por lo que existe un contacto mínimo con la plantilla de instrumentación en la respectiva zona.

4.0.2. Comparación entre algoritmos AIDW e Interpolación Spline Bicúbica

Para propósitos de análisis e interpretación de los pesos de interpolación calculados por el algoritmo AIDW, se comparan las interpolaciones de C_9 , C_{10} y C_{11} con

las interpolaciones calculadas por el algoritmo de Interpolación Spline Bicúbica (ISB), el cual es desarrollado en un programa de LabVIEW™.

Mencionado anteriormente, la ISB utiliza una función Spline para ajustar una superficie suave a un conjunto de datos en dos dimensiones. En otras palabras, la función Spline se utiliza para interpolar los valores desconocidos entre los datos conocidos, de manera que la superficie resultante sea lo más suave posible y no presente oscilaciones innecesarias. Para el programa de LabVIEW™ donde se implementa la ISB, se ingresan los pesos medidos desde C_1 hasta C_8 , en un arreglo dedicado a cada uno de los sujetos de estudio. Para el análisis de los pesos producidos por la ISB, se configura en el programa que realice cuatro interpolaciones, lo que quiere decir que se realiza un proceso de interpolación en cuatro etapas sucesivas, esto con el objetivo de producir una superficie de interpolación lo más suave posible.

En cada etapa, se toman los datos de interpolación de la etapa anterior y se utilizan como datos de entrada para una nueva interpolación. De esta manera, se obtiene una interpolación más refinada y precisa en cada etapa sucesiva. Tomando como punto de partida la ejecución de cuatro interpolaciones para el análisis de los pesos de interpolación por ISB en C_9 , C_{10} y C_{11} , se presenta un mapa de color para la representación de la superficie suavizada, en el panel frontal del programa de LabVIEW™ mostrado en la Figura 4.1

En la Figura 4.1 se muestra la gráfica de intensidad de presiones plantares que contiene el mapa de color de dichas presiones para el sujeto 1. La escala de color define la intensidad del peso registrado a lo largo de la superficie, donde el color morado representa el peso más bajo registrado, y el color rojo el peso más alto registrado. Las áreas en color negro indican pesos iguales o aproximados a cero. El eje horizontal de la gráfica de intensidad se denota como el área del retropié, mientras que el eje vertical indica las secciones del arco longitudinal. En el caso del sujeto 1, se muestra el área oscurecida en el arco longitudinal indicando la presencia de este, mientras que la mayor parte del peso se concentra en el retropié.

En la Figura 4.2 se muestra la gráfica de intensidad de presiones plantares que contiene el mapa de color de dichas presiones para el sujeto 2. De manera similar, para el caso del sujeto 2, se muestra el área oscurecida en el arco longitudinal indicando la presencia de este, mientras que la mayor parte del peso se concentra en el retropié.

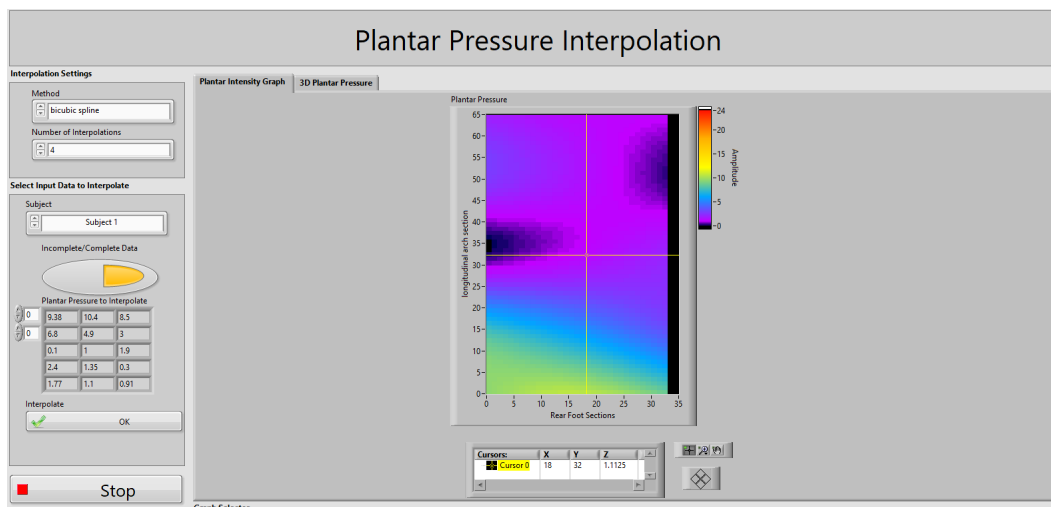


FIGURA 4.1: Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 1.

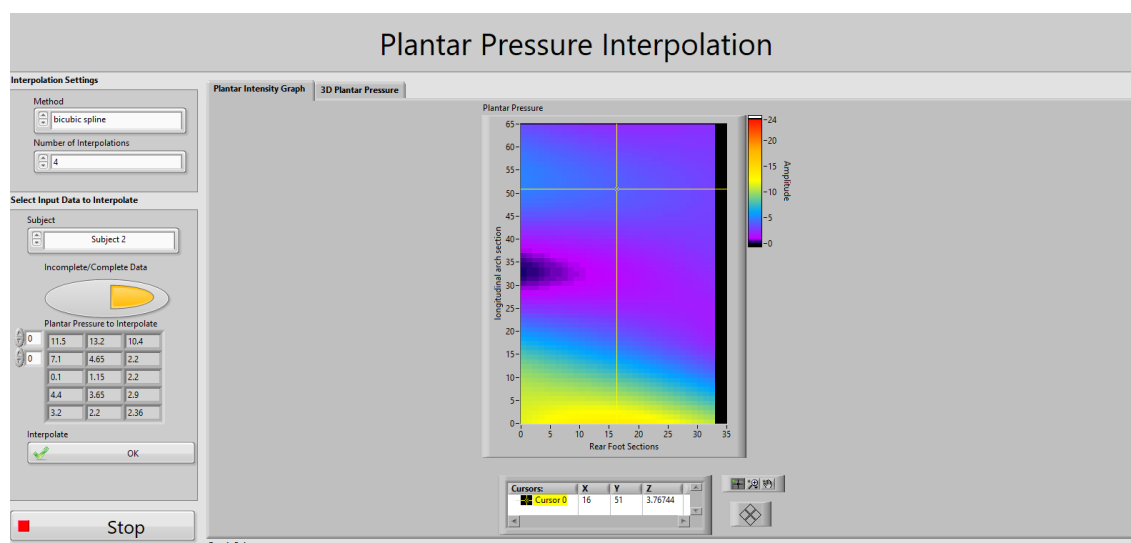


FIGURA 4.2: Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 2.

En la Figura 4.3 se muestra la gráfica de intensidad de presiones plantares que contiene el mapa de color de dichas presiones para el sujeto 3. En el caso del sujeto 3, se muestra el área oscurecida en el arco longitudinal indicando la presencia de este, además de la poca ejerción de presión en el área del antepié. Por otro lado, la mayor parte del peso se concentra en el retropié.

En la Figura 4.4 se muestra la gráfica de intensidad de presiones plantares que contiene el mapa de color de dichas presiones para el sujeto 4. Para el sujeto 4, se muestra una parte del área oscurecida en el arco longitudinal menor en comparación de los primeros tres sujetos, indicando poca presencia de este, además de gran ejerción de presión en el área del retropié y en toda la parte exterior lateral

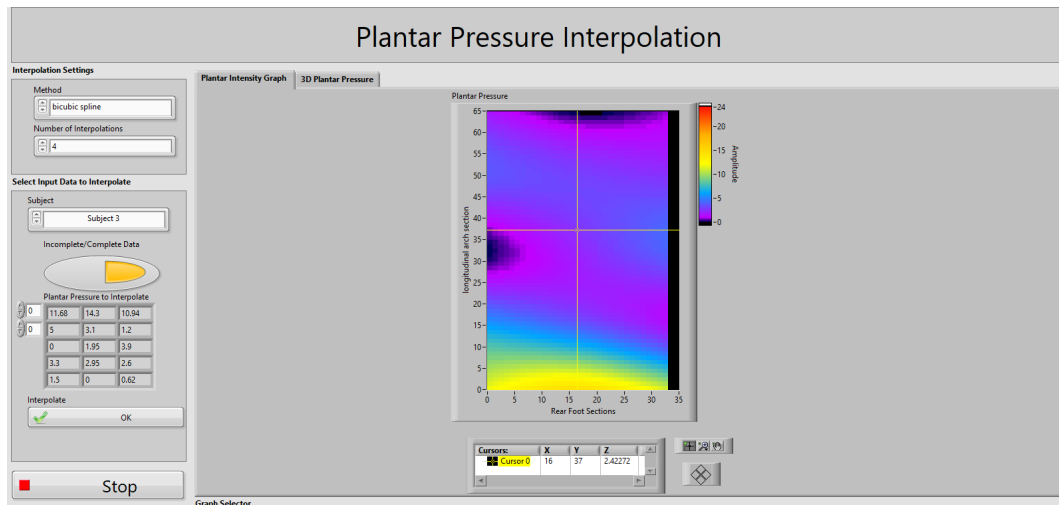


FIGURA 4.3: Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 3.

del pie. Por otro lado, se registra menor peso en el mediopié y en la parte interna del pie.

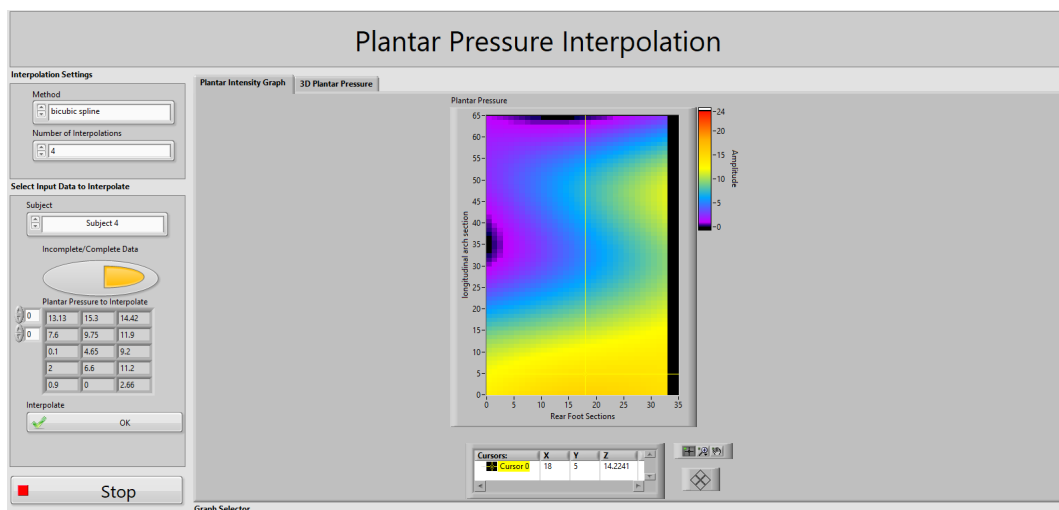


FIGURA 4.4: Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 4.

En la Figura 4.5 se muestra la gráfica de intensidad de presiones plantares que contiene el mapa de color de dichas presiones para el sujeto 5. En el caso del sujeto 5, se muestra el área oscurecida en el arco longitudinal indicando la presencia de este, además de gran ejerción de presión en el área del retropié y en el interior medial del pie. Por otro lado, la menor parte del peso se registra en el antepié y en la parte exterior lateral del pie.

En la Figura 4.6 se muestra la gráfica de intensidad de presiones plantares que contiene el mapa de color de dichas presiones para el sujeto 6. Para el caso del sujeto 6, se identifica una gran variedad de presiones plantares ejercidas a lo largo

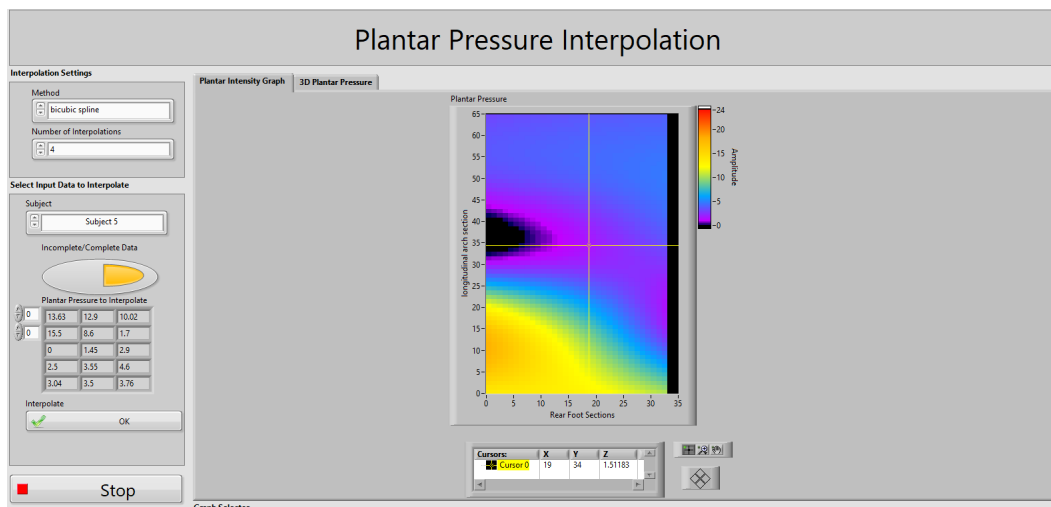


FIGURA 4.5: Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 5.

del mapa de color. Se aprecia el área oscurecida en el arco longitudinal indicando la presencia de este, además de gran ejerción de presión mayormente aplicada en el área del retropié. Por otro lado, la menor parte del peso se registra en la parte exterior lateral del pie y debajo del primer metatarsiano.

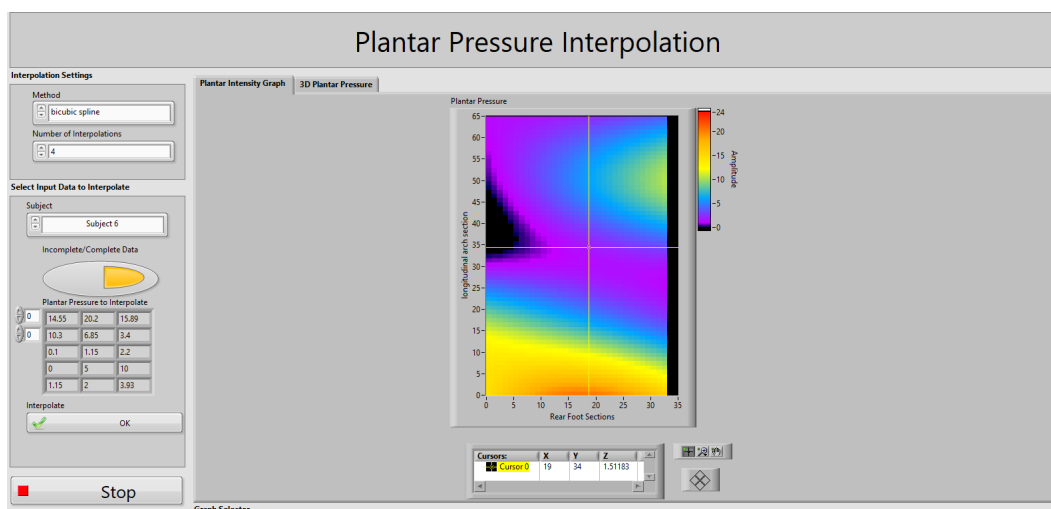


FIGURA 4.6: Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 6.

En la Figura 4.7 se muestra la gráfica de intensidad de presiones plantares que contiene el mapa de color de dichas presiones para el sujeto 7. En el caso del sujeto 7, se observa el área oscurecida y pronunciada en el arco longitudinal indicando la presencia de este y extendiéndose hacia el mediopié, además de gran ejerción de presión aplicada en el área del retropié. Por otro lado, la menor parte del peso se registra en la parte exterior lateral del pie y en el antepié.

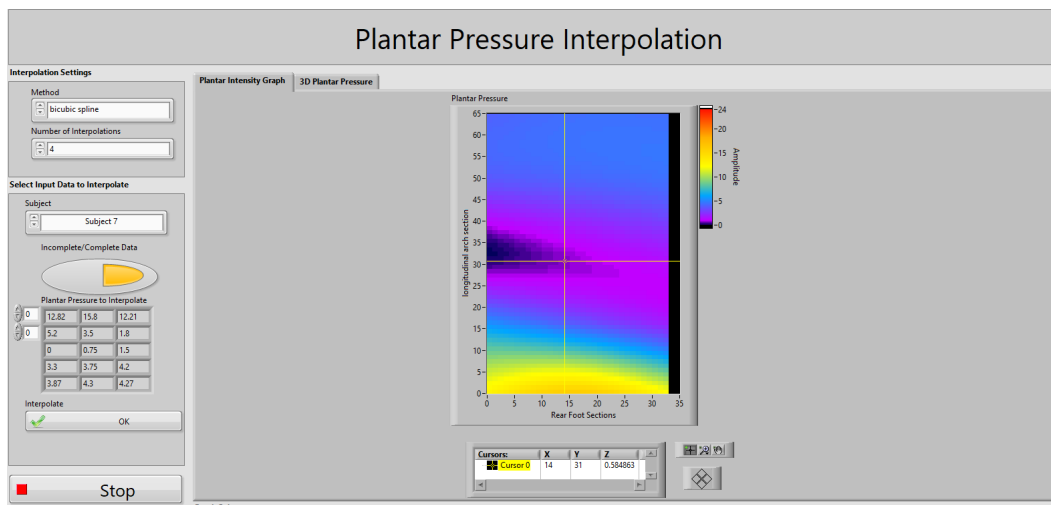


FIGURA 4.7: Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 7.

En la Figura 4.8 se muestra la gráfica de intensidad de presiones plantares que contiene el mapa de color de dichas presiones para el sujeto 8. Para el caso del sujeto 8, se observa el área oscurecida y poco pronunciada en el arco longitudinal indicando la presencia de este, además de gran ejerción de presión aplicada mayormente en el área del retropié, debajo del quinto metatarsiano y en el área del antepié. Por otro lado, la menor parte del peso se registra en el mediopié.

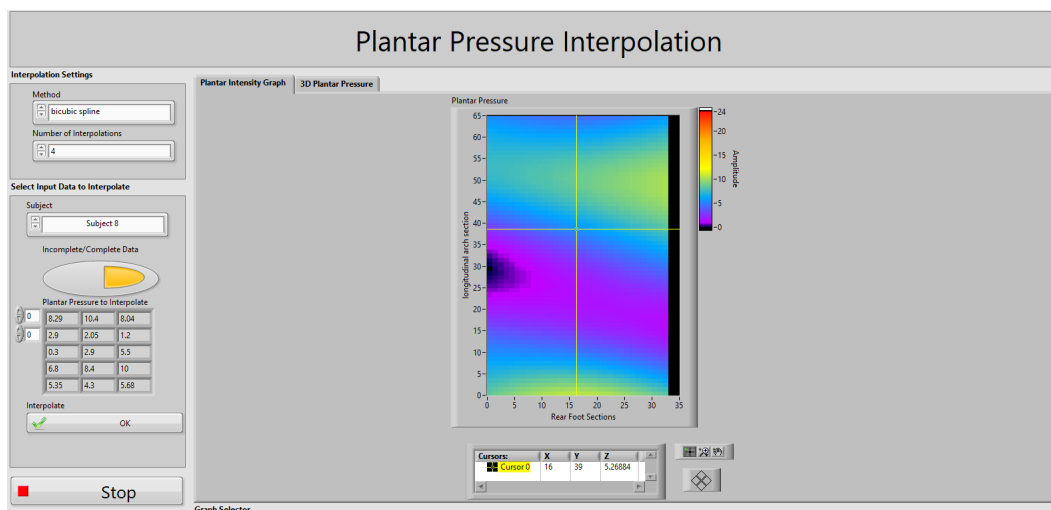


FIGURA 4.8: Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 8.

En la Figura 4.9 se muestra la gráfica de intensidad de presiones plantares que contiene el mapa de color de dichas presiones para el sujeto 9. En el caso del sujeto 9, se observa por primera vez que el área oscurecida se localiza en la parte exterior lateral del pie, sugiriendo ausencia de arco longitudinal. Además, se aprecia gran

ejercicio de presión aplicada mayormente en el área del retropié. Por otro lado, la menor parte del peso se registra en el antepié.

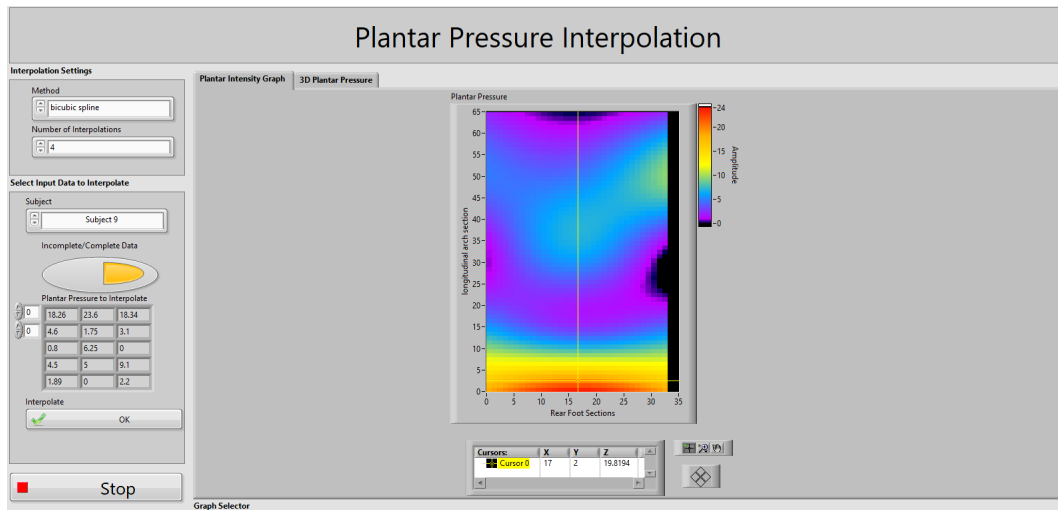


FIGURA 4.9: Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 9.

Finalmente, en la Figura 4.10 se muestra la gráfica de intensidad de presiones plantares que contiene el mapa de color de dichas presiones para el sujeto 10. Para el caso del sujeto 10, se observa el área oscurecida y poco pronunciada en el arco longitudinal indicando la presencia de este. Además, se aprecia gran ejerción de presión aplicada mayormente en el área del retropié. Por otro lado, la menor parte del peso se registra en la parte exterior lateral del pie y en el antepié.

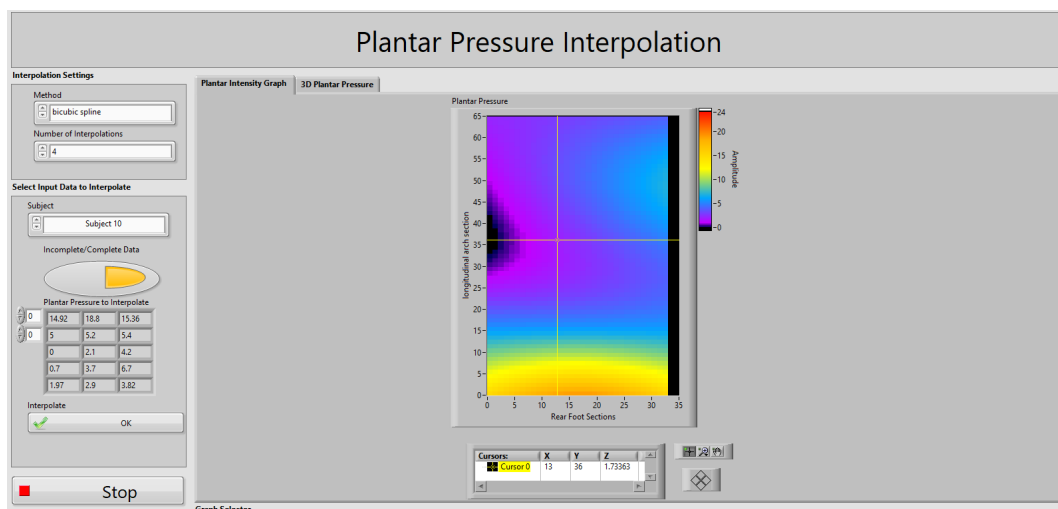


FIGURA 4.10: Panel frontal para Interpolación Spline Bicúbica en Sujeto 10.

4.0.3. Error Cuadrático y Raíz del Error Cuadrático Medio para C_9 , C_{10} y C_{11}

Calcular el error cuadrático (EC) entre dos valores de peso por dos métodos de interpolación diferentes permite comparar su precisión y determinar cuál es el método más adecuado para una determinada aplicación. Al conocer el error, es posible evaluar la calidad de la aproximación que realiza cada método en relación con el método de referencia que proporciona los valores reales o medidos. En la Ecuación 4.1 se define el cálculo del EC tal que:

$$EC = (x_i - \bar{x})^2 \quad (4.1)$$

donde:

- EC es la diferencia entre el valor medido por ISB y el valor calculado por AIDW, en kg-
- x_i es el peso interpolado por AIDW (valor calculado).
- \bar{x} es el peso interpolado por ISB (valor medido).

En la Tabla 4.4 se presenta un análisis comparativo de los valores de EC de las interpolaciones AIDW de los pesos C_9 , C_{10} y C_{11} , con respecto a las interpolaciones ISB para el Sujeto 1 y el Sujeto 2 obtenidas en el programa donde se encuentra la implementación de la misma.

TABLA 4.4: Análisis comparativo de la precisión de la interpolación AIDW e ISB mediante valores de EC para pesos C_9 , C_{10} y C_{11} en sujetos 1-2.

Sujeto 1				Sujeto 2			
Celda	AIDW	ISB	EC (kg)	Celda	AIDW	ISB	EC (kg)
C_9	1.33235	1.38625	0.00290	C_9	2.89121	2.88895	0.000005
C_{10}	2.77068	2.78464	0.00019	C_{10}	2.73945	2.75867	0.00036
C_{11}	5.69691	5.64872	0.00232	C_{11}	6.12617	6.43045	0.092586

En la columna AIDW se muestran los pesos interpolados para C_9 , C_{10} y C_{11} por el algoritmo AIDW. De la misma manera, en la columna ISB se muestran los pesos interpolados para las mismas celdas indicadas por el algoritmo ISB. Para el sujeto 1, el valor de EC más bajo indicado es el que proporcionan las interpolaciones de ambos métodos en C_{10} . No obstante, todos los valores de EC para el resto de las

interpolaciones de C_9 y C_{11} son valores muy cercanos a cero. De manera similar, en el Sujeto 2 se presenta el valor de EC más bajo indicado en C_9 para ambos métodos. Igualmente, el resto de los pesos interpolados C_{10} y C_{11} ofrecen valores de EC cercanos a cero.

En la Tabla 4.5 se presenta un análisis comparativo de los valores de EC de las interpolaciones AIDW de los pesos C_9 , C_{10} y C_{11} , con respecto a las interpolaciones ISB para el Sujeto 3 y el Sujeto 4.

TABLA 4.5: Análisis comparativo de la precisión de la interpolación AIDW e ISB mediante valores de EC para pesos C_9 , C_{10} y C_{11} en sujetos 3-4.

Sujeto 3				Sujeto 4			
Celda	AIDW	ISB	EC (kg)	Celda	AIDW	ISB	EC (kg)
C_9	2.61164	2.61791	0.00003	C_9	5.31355	5.20421	0.01195
C_{10}	2.615	2.50354	0.01242	C_{10}	7.51893	7.48652	0.00105
C_{11}	5.32428	5.36413	0.00158	C_{11}	10.1779	10.2238	0.00210

Para el Sujeto 3, el valor de EC más bajo indicado es el que proporcionan las interpolaciones de ambos métodos en C_9 . No obstante, todos los valores de EC para el resto de las interpolaciones de C_{10} y C_{11} son valores muy cercanos a cero. De manera similar, en el Sujeto 4 se presenta el valor de EC más bajo indicado en C_{10} para ambos métodos. De igual manera, el resto de los pesos interpolados C_9 y C_{11} ofrecen valores de EC cercanos a cero.

En la Tabla 4.6 se presenta un análisis comparativo de los valores de EC de las interpolaciones AIDW de los pesos C_9 , C_{10} y C_{11} , con respecto a las interpolaciones ISB para el Sujeto 5 y el Sujeto 6.

TABLA 4.6: Análisis comparativo de la precisión de la interpolación AIDW e ISB mediante valores de EC para pesos C_9 , C_{10} y C_{11} en sujetos 5-6.

Sujeto 5				Sujeto 6			
Celda	AIDW	ISB	EC (kg)	Celda	AIDW	ISB	EC (kg)
C_9	2.70456	2.75131	0.00218	C_9	4.9416	4.966	0.00059
C_{10}	4.54864	4.44407	0.01093	C_{10}	3.84417	3.71543	0.01657
C_{11}	9.22118	9.14637	0.00559	C_{11}	5.57409	6.93602	1.85485

En el caso del Sujeto 5, el valor de error más bajo indicado es el que proporcionan las interpolaciones de ambos métodos en C_9 . No obstante, todos los valores de EC para el resto de las interpolaciones de C_{10} y C_{11} son valores muy cercanos a cero. De manera similar, en el Sujeto 6 se presenta el valor de EC más bajo indicado igualmente en C_9 para ambos métodos. Sin embargo, existe una diferencia de EC significativa sobre el peso C_{11} , lo que sugiere que al menos uno de los dos métodos de interpolación no se ajusta adecuadamente a este dato en particular. Por otro lado, el valor de EC en C_{10} sigue siendo cercano a cero.

En la Tabla 4.7 se presenta un análisis comparativo de los valores de EC de las interpolaciones AIDW de los pesos C_9 , C_{10} y C_{11} , con respecto a las interpolaciones ISB para el Sujeto 7 y el Sujeto 8.

TABLA 4.7: Análisis comparativo de la precisión de la interpolación AIDW e ISB mediante valores de EC para pesos C_9 , C_{10} y C_{11} en sujetos 7-8.

Sujeto 7				Sujeto 8			
Celda	AIDW	ISB	EC (kg)	Celda	AIDW	ISB	EC (kg)
C_9	2.6979	2.68758	0.00010	C_9	6.34962	6.26719	0.00679
C_{10}	1.99853	1.98706	0.00013	C_{10}	2.78629	2.49202	0.08659
C_{11}	5.71342	5.67776	0.00127	C_{11}	3.8793	3.82726	0.00270

Para el caso del Sujeto 7, el valor de EC más bajo indicado es el que proporcionan las interpolaciones de ambos métodos en C_9 . No obstante, todos los valores de EC

para el resto de las interpolaciones de C_{10} y C_{11} son valores muy cercanos a cero. De igual forma, en el Sujeto 8 se presenta el valor de EC más bajo indicado en C_{11} para ambos métodos. De igual manera, el resto de los pesos interpolados C_9 y C_{10} ofrecen valores de EC cercanos a cero.

Finalmente, en la Tabla 4.8 se presenta un análisis comparativo de los valores de EC de las interpolaciones AIDW de los pesos C_9 , C_{10} y C_{11} , con respecto a las interpolaciones ISB para el Sujeto 9 y el Sujeto 10.

TABLA 4.8: Análisis comparativo de la precisión de la interpolación AIDW e ISB mediante valores de EC para pesos C_9 , C_{10} y C_{11} en sujetos 9-10.

Sujeto 9				Sujeto 10			
Celda	AIDW	ISB	EC (kg)	Celda	AIDW	ISB	EC (kg)
C_9	4.45463	4.42518	0.00086	C_9	2.77673	2.97369	0.03879
C_{10}	1.86417	1.64246	0.00491	C_{10}	3.72762	3.71543	0.00014
C_{11}	7.31461	6.7047	0.37199	C_{11}	7.50127	7.79481	0.086165

En el caso del Sujeto 9, el valor de EC más bajo indicado es el que proporcionan las interpolaciones de ambos métodos en C_9 . No obstante, todos los valores de EC para el resto de las interpolaciones de C_{10} y C_{11} son valores muy cercanos a cero. De igual forma, en el Sujeto 10 se presenta el valor de EC más bajo indicado en C_{10} para ambos métodos. De igual manera, el resto de los pesos interpolados C_9 y C_{11} ofrecen valores de EC cercanos a cero.

Por otra parte, el valor de la raíz del error cuadrático medio (RMSE) de cualquier método de interpolación sirve para evaluar la calidad de la interpolación y comparar diferentes métodos. En otras palabras, el RMSE es una medida que determina cuánto se desvían los valores interpolados de los valores reales de los datos. Cuanto menor sea el valor RMSE, mejor será la calidad de la interpolación al tratarse de un conjunto de valores interpolados con mejor ajuste a los valores reales. Además, el RMSE resulta útil como criterio para ajustar los parámetros del método de interpolación en cuestión, ya sea para seleccionar el número óptimo de puntos de muestra más cercanos en la interpolación AIDW, o para ajustar los parámetros de suavizado en la ISB. En general, la selección de los parámetros adecuados puede mejorar la precisión y la calidad de la interpolación y, por lo tanto, reducir el valor del RMSE. En la Ecuación 4.2 se define el RMSE como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4.2)$$

donde:

- n es la cantidad de datos totales para pesos de interpolación C_9 , C_{10} y C_{11} .
- x_i es el peso interpolado por AIDW (valor calculado).
- \bar{x} es el peso interpolado por ISB (valor medido).
- $RMSE$ es la raíz del error cuadrático medio en kg.

En la Tabla 4.9 se presenta el análisis de valores RMSE para cada una de los pesos de interpolación C_9 , C_{10} y C_{11} por el método AIDW.

TABLA 4.9: Valores RMSE para pesos interpolados C_9 , C_{10} y C_{11} .

Peso de interpolación AIDW	RMSE (kg)
C_9	0.080154563
C_{10}	0.133258102
C_{11}	0.492055792

Capítulo 5

Conclusión

En el marco de esta investigación, se ha desarrollado un sistema de instrumentación que permite obtener la distribución de cargas plantares a partir de un número limitado de celdas de carga

El sistema de instrumentación fue desarrollado con base en celdas de carga colocadas en una plantilla para la medición y registro de presiones plantares del pie derecho. La ubicación de las celdas de carga se basa en la siguiente distribución: Para el antepié se localizan C_1 en la parte frontal del pie, C_2 debajo del primer metatarsiano y C_8 debajo del quinto metatarsiano. En el caso del mediopié, se localizan C_3 en el interior del pie y C_7 en el exterior del pie. Para el retropié se localizan C_4 en el interior medial, C_5 en el talón y C_6 en el exterior lateral. Seguidamente, el hardware es integrado por ocho convertidores analógico-digital HX711 para cada celda de carga, con la finalidad de convertir las señales analógicas proporcionadas por las celdas de carga, expresadas en V, a señales digitales una vez que se aplica presión sobre ellas. En conjunto, dos microcontroladores se incorporan para la recepción de dichas señales; el microcontrolador Arduino® Nano es el responsable de realizar la conversión de las señales digitales entregadas por los convertidores analógico-digital, a unidades de peso en kg, pasando por un proceso de calibración para cada celda de carga. En seguida, el microcontrolador ESP8266© recibe las señales convertidas a unidades de peso mediante el protocolo de comunicación I2C para el posterior monitoreo en tiempo real. Luego, se establece la comunicación entre el ESP8266© y el programa primario de LabVIEW™ mediante el protocolo de comunicación Modbus para la escritura de las presiones plantares en tiempo real. Además, se crea la comunicación entre el programa primario de LabVIEW™

y el programa principal de LabVIEW™ que contiene el desarrollo del método de interpolación.

El método de interpolación implementado en el sistema de instrumentación es la interpolación AIDW. Este método de interpolación se basa en la interpolación IDW agregando un coeficiente ajustado k_i que determina la influencia de un punto de muestra cercano al punto de predicción, ajustando el peso de la distancia de dicho punto de muestra. Por otra parte, el ángulo de influencia α es el ángulo de intersección entre dos distancias que conectan al punto de predicción y dos puntos de muestra, por lo que dicho parámetro representa una parte fundamental para determinar la adición del coeficiente ajustado k_i o no en la ecuación resultante para el punto de predicción. Por lo tanto, el método de interpolación AIDW es implementado en el sistema de instrumentación para la predicción de tres nuevos valores de presiones plantares (puntos de interpolación) denominados C_9, C_{10} y C_{11} . La interpolación AIDW toma como puntos de muestra los cuatro pesos más cercanos a cada uno de los puntos de interpolación antes mencionados. Se determina el ángulo de influencia α entre dos pesos de muestra y el punto de interpolación y, de ser menor a $\frac{360}{n}$ donde n es la cantidad de puntos, se calcula el ángulo θ que proviene de un segundo triángulo generado por el trazo de la bisectriz que divide al ángulo de influencia α . Por lo tanto, el ángulo θ conforma el ángulo de intersección entre el punto de interpolación, el peso más cercano a él y la bisectriz. Finalmente, calculando el sin de θ en los triángulos resultantes, se integra este parámetro conocido como el coeficiente ajustado k_i , logrando así obtener las ecuaciones de interpolación para los pesos C_9, C_{10} y C_{11} .

Se solicitó la participación de diez sujetos para la experimentación en la plantilla de instrumentación. Se realizaron mediciones utilizando celdas de carga $C_1 - C_8$ tanto en el pie derecho como en bipedestación y se realizaron las interpolaciones $C_9 - C_{11}$. Una vez registradas tanto las mediciones como las interpolaciones, se implementaron en un programa adicional en LabVIEW™ el método de interpolación ISB para efectos de análisis y comparación. La ISB utiliza una función Spline para ajustar una superficie suave a un conjunto de datos en dos dimensiones. Dentro del programa de LabVIEW™ donde se implementó la ISB, se ingresaron los pesos medidos desde C_1 hasta C_8 , en un arreglo dedicado a cada uno de los sujetos de estudio. Se configuró en el programa la ejecución de cuatro interpolaciones con el objetivo de producir una superficie de interpolación lo más suave posible. A partir de dicha configuración, se visualizó la ISB en gráficas de intensidad que contienen

los mapas de color para la distribución de presiones plantares para cada sujeto de estudio. Se obtienen los valores de pesos de C_9, C_{10} y C_{11} para cada sujeto calculados por ISB.

Finalmente se realizó un análisis y comparación de valores de ECM y de valores RMSE para los puntos de interpolación por AIDW y por ISB en C_9, C_{10} y C_{11} para cada uno de los sujetos. En general, se observó que, tanto para todos los valores de ECM como los valores RMSE para todos los puntos de interpolación C_9, C_{10} y C_{11} para todos los sujetos, la mayoría proporcionaron valores muy cercanos a cero, lo que indica que, cuanto menor sean, mejor será la calidad de la interpolación que se propone, además de que los valores de interpolación por AIDW se ajustan a las interpolaciones calculadas por ISB. Se deduce así que el método AIDW es consistente con la interpolación ISB, con valores de RMSE de 0.080154563, 0.133258102 y 0.492055792 para las celdas C_9, C_{10} y C_{11} respectivamente. Para trabajo futuro se planea implementar la interpolación AIDW en un mapa de distribución de cargas para poder realizar una comparación con ISB. En conclusión, es importante evaluar cuidadosamente las necesidades de cada aplicación y los datos específicos antes de elegir un método de interpolación.

Referencias

- Amiri-Simkooei, A., Hosseini-Asl, M., and Safari, A. (2018). Least squares 2d bi-cubic spline approximation: Theory and applications. *Measurement*, 127:366–378.
- Carrero Toro, W. A., Cedeño, J. A., Cerrolaza, M., Navarro, T., et al. (2009). Diseño y fabricación de una celda de carga para mediciones fisiológicas en distracción alveolar. *Acta Odontológica Venezolana*, 47(4):56–68.
- Caruso, C. and Quarta, F. (1998). Interpolation methods comparison. *Computers & Mathematics with Applications*, 35(12):109–126.
- Chapra, S. C., Canale, R. P., et al. (2011). *Numerical methods for engineers*, volume 1221. Mcgraw-hill New York.
- Cheney, E. W. and Kincaid, D. R. (2012). *Numerical mathematics and computing*. Cengage Learning.
- Chica Jiménez, J. A. (2018). Interpolación spline y aplicación a las curvas de nivel.
- Crenna, F. and Rossi, G. B. (2019). Squat biomechanics in weightlifting: Foot attitude effects. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 1379, page 012028. IOP Publishing.
- Crenna, F., Rossi, G. B., and Berardengo, M. (2021). Filtering biomechanical signals in movement analysis. *Sensors*, 21(13):4580.
- Kouibia, A. and Pasadas, M. (2004). Approximation of surfaces by fairness bicubic splines. *Advances in Computational Mathematics*, 20:87–103.
- Li, Z., Wang, K., Ma, H., and Wu, Y. (2018). An adjusted inverse distance weighted spatial interpolation method. In *2018 3rd International Conference on Communications, Information Management and Network Security (CIMNS 2018)*, pages 128–132. Atlantis Press.

- Lotrecchiano, N., Barletta, D., Poletto, M., and Sofia, D. (2023). Comparison of spatial interpolation techniques for innovative air quality monitoring systems. *Results in Engineering*, 17:100937.
- Nigg, B. M. (2007). *Biomechanics of the musculo-skeletal system*. John Wiley & Sons Incorporated.
- Rostami, A. A., Isazadeh, M., Shahabi, M., and Nozari, H. (2019). Evaluation of geostatistical techniques and their hybrid in modelling of groundwater quality index in the marand plain in iran. *Environmental Science and Pollution Research*, 26:34993–35009.
- Santos, L., Costa, T., Caldeira, J. M., and Soares, V. N. (2022). Performance assessment of esp8266 wireless mesh networks. *Information*, 13(5):210.
- Shalyari, N., Alinejad, A., Hashemi, A. H. G., RadFard, M., and Dehghani, M. (2019). Health risk assessment of nitrate in groundwater resources of iranshahr using monte carlo simulation and geographic information system (gis). *MethodsX*, 6:1812–1821.
- Trujillo-Hernández, G., Rodríguez-Quiñonez, J. C., Flores-Fuentes, W., Sergiyenko, O., Ontiveros-Reyes, E., Real-Moreno, O., Hernández-Balbuena, D., Murrieta-Rico, F. N., and Rascón, R. (2022). Development of an integrated podometry system for mechanical load measurement and visual inspection. *Measurement*, 203:111866.
- Vasil'ev, M. G. and Yuferev, V. S. (1978). Bicubic spline-interpolation in polar coordinates. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 18(6):243–246.
- Vázquez Martínez, L. et al. (2009). *Métodos numéricos para la Física y la Ingeniería*. Number QA402. M47 2009.
- Winter, D. A. (2009). *Biomechanics and motor control of human movement*. John Wiley & Sons.
- Xuan, L. and Yongzhong, L. (2019). Research and implementation of modbus tcp security enhancement protocol. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 1213, page 052058. IOP Publishing.

Yang, W., Zhao, Y., Wang, D., Wu, H., Lin, A., and He, L. (2020). Using principal components analysis and idw interpolation to determine spatial and temporal changes of surface water quality of xin'anjiang river in huangshan, china. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17(8).