



Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de ingeniería



Ingeniero en electrónica

Tesis
Música generada por caos

Que con el objetivo de cubrir parcialmente los requisitos para obtener el grado de Ingeniero en electrónica presenta:
Luis Alberto Luna Espinosa

Ensenada, Baja California, Agosto 2010

Agradecimientos

A Dios, por haberme permitido terminar este proyecto y darme la capacidad para seguir adelante en los momentos difíciles. Gracias por mostrarme el camino.

Al Dr. César Cruz Hernández por haberme instruido adecuadamente tanto en el proyecto como personalmente. Siempre le agradeceré sus comentarios de ánimo y sus valiosos consejos.

A la Dra. Rosa Martha López Gutiérrez, por entusiasmo y apoyo a lo largo de este proyecto.

Al Dr. Efrén Guerrero García, por haberme orientado en diversos aspectos de forma tan atenta.

Al M. en C. Hazael Serrano Guerrero, por su apoyo y comentarios oportunos.

A mi pareja -Miriam Calderón-, que me ha amado y apoyado a pesar de todo. Gracias por no permitirme desistir.

A mis padres, -José Luna y Teresa Espinosa- por haberme formado como una persona con valores y por los sacrificios que han hecho para poder darme esta educación tan preciada.

A Ángel Martínez Martínez, que como compañero de carrera y tesis nos apoyamos moralmente.

Al personal docente de la Universidad Autónoma de Baja California, por todas las enseñanzas no solo teóricas y prácticas que he recibido por parte de ellos. Gracias por haber creído en mí y por ayudarme en mi formación tanto personal como profesional.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo económico dado recibidos para la realización de esta tesis, a través del proyecto de investigación ciencia básica con Referencia P50051-Y.

A mis demás familiares y amigos, por haber compartido todo tipo de momentos en mi vida.

A todos ustedes, gracias.

Contenido

Agradecimientos	3
Lista de figuras	5
Lista de tablas	6
I Introducción	7
I.1 Antecedentes	7
I.2 Definiciones generales	8
I.3 Objetivos y alcances de la tesis	10
I.4 Organización de la tesis	10
II Música	11
II.1 Definiciones dentro de la música	11
III Fractales	16
III.1 Definiciones y clasificación de fractales	16
III.2 Cálculo de dimensión fractal	20
III.3 Arte fractal	24
III.3.1 Pintura y diseño gráfico	25
III.3.2 Música fractal y estudios previos	31
IV Caos	32
IV.1 Sistema de Lorenz	32
IV.2 Circuito de Chua	34
V Programa implementado	37
V.1 Música generada por división de amplitud (BMC)	38
V.1.1 Manual de usuario	43
VI Resultados	48
VI.1 Sistema de Lorenz	51
VI.2 Circuito de Chua	59
VII Conclusiones	67
VII.1 Sobre resultados obtenidos	67
VII.2 Trabajo futuro	68
Literatura citada	69

Lista de figuras.

Figura	Página
1. Notas naturales sobre el pentagrama	12
2. Notación de las teclas de un piano y la separación existente entre las notas naturales	12
3. Pentagrama donde se observan dos compases de cuatro cuartos de tiempos	14
4. Representación de las notas y silencios según su duración en tiempos o pulsos	14
5. Gráfica de partitura y su representación discreta	15
6. Dimensiones espaciales y temporales enteras comúnmente usadas	17
7. Triángulo de Sierpinski	18
8. Romanesco en el cual se aprecia autosimilitud entre sus partes	18
9. Representación del conjunto de Mandelbrot	19
10. Triángulo de Sierpinski ilustrando el método de box-counting (conteo de cajas)	21
11. Gráfica log-log para estimar la dimensión fractal del triangulo de Sierpinski	22
12. Método del compás aplicado a una isla irregular	23
13. La gran ola de Kanagawa. (Katsushika Hokusai)	25
14. Las cataratas de Kirifuri. (Katsushika Hokusai)	26
15. Evolución de la línea recta hasta ser un cuadrado. (Jackson Pollock)	26
16. Número 3 (Jackson Pollock)	27
17. Número 5 (Jackson Pollock)	27
18. Número 6 (Jackson Pollock)	27
19. Kleiner en kleiner, grabado en madera, 1956 (Maurits Cornelis Escher)	28
20. Cirkkellimiet III, xilografía, 1959 (Maurits Cornelis Escher)	28
21. Cirkkellimiet IV, xilografía, 1960 (Maurits Cornelis Escher)	28
22. Slangen, grabado en madera, 1969 (Maurits Cornelis Escher)	29
23. Obra: Encore Autor: Paul DeCelle	30
24. Obra: Fingers holding secrets Autor: Joe Zazulak	30
25. Obra: Indra Family Autor: Jos Leys	31
26. Gráfica de respuesta en tiempo y fase del sistema de Lorenz	34
27. Circuito de Chua	35
28. Equivalencia del diodo de Chua	35
29. Gráfica de respuesta en tiempo y fase del circuito de Chua	36

30. Gráfica del código de musificación básica	37
31. Efectos de los parámetros musicales en la pieza a generar	46
32. Prueba realizada con el sistema de Lorenz con 50 notas	52
33. Partitura generada a partir del sistema de Lorenz	52
34. Prueba realizada con el sistema de Lorenz con 100 notas	53
35. Prueba realizada con el sistema de Lorenz con 150 notas	53
36. Prueba realizada con el sistema de Lorenz, intervalo de notas de La2 a Mi3	55
37. Prueba realizada con el sistema de Lorenz, intervalo de notas de Do3 a Si3	55
38. Prueba realizada con el sistema de Lorenz, intervalo de notas de Do2 a Si4	56
39. Prueba realizada con el sistema de Lorenz con condiciones iniciales [-5 -2 15]	57
40. Prueba realizada con el sistema de Lorenz con condiciones iniciales [-5.1 -2.1 15.1]	58
41. Prueba realizada con el sistema de Lorenz con condiciones iniciales [-4.9 -1.9 14.9]	58
42. Prueba realizada con el circuito de Chua con 50 notas	60
43. Partitura generada a partir del circuito de Chua	61
44. Prueba realizada con el circuito de Chua con 100 notas	61
45. Prueba realizada con el circuito de Chua con 150 notas	61
46. Prueba realizada con el circuito de Chua, intervalo de notas de La2 a Mi3	63
47. Prueba realizada con el circuito de Chua, intervalo de notas de Do3 a Si3	63
48. Prueba realizada con el circuito de Chua, intervalo de notas de Do2 a Si4	64
49. Prueba realizada con el circuito de Chua con condiciones iniciales [1 0.2 0]	65
50. Prueba realizada con el circuito de Chua con condiciones iniciales [1.1 0.3 0.1]	66
51. Prueba realizada con el circuito de Chua con condiciones iniciales [0.9 0.1 -0.1]	66

Lista de tablas

Tabla	Página
1. Conversión de amplitud a sistema Franco-belga y sistema de notación inglesa	50
2. Numero de notas a utilizar durante las pruebas	51
3. Rango de notas a utilizar durante la generación de piezas musicales de muestra	55
4. Condiciones iniciales a utilizar en las pruebas sobre el sistema de Lorenz	57
5. Condiciones iniciales a utilizar en las pruebas sobre el circuito de Chua	65

Capítulo I

Introducción

I.1 Antecedentes

A lo largo de la historia uno de los grandes cometidos de la humanidad ha sido el poder determinar de manera exacta los fenómenos físicos que nos envuelven, con la finalidad de poder predecir el futuro y saber lo ocurrido en el pasado, generando así modelos matemáticos que permitan explicar el comportamiento de algún fenómeno físico. Es dentro del estudio de estos fenómenos que se han propuesto modelos matemáticos de todo tipo, imperando por un largo tiempo los modelos lineales, hasta que los modelos no lineales permitieron un nuevo modo de observar por ejemplo, la dinámica del universo. Algunos de estos modelos presentaron comportamientos altamente “aleatorios”, o bien, eran muy sensibles a variaciones en sus parámetros y/o condiciones iniciales, permitiendo un tiempo de predicción relativamente corto, y dando una explicación del por qué era imposible construir un modelo que se ajustara a la perfección a algunos fenómenos. A dicho comportamiento generado por estos modelos altamente variables o aleatorios se le llamó **caótico**, a partir del cual, se han generado una serie de aplicaciones en muchos campos científicos, como en medicina, biología, ingeniería, economía y recientemente en cuestiones artísticas como imágenes y música, tal es el caso de la presente tesis, la cual, *pretende utilizar la dinámica de un sistema caótico para generar piezas musicales con patrones fractales utilizando las notas muestreadas de un piano*, por lo cual, será necesaria una introducción a los términos *música, caos y fractal*, dado que el presente trabajo de tesis se enfocará en estos tres aspectos.

Cabe mencionar que el estudio de los fractales ha tenido un gran auge hoy en día y se han realizado numerosos trabajos al respecto, como es el caso de M. Bigerelle [4] en cuyo trabajo se expone como se ha utilizado el análisis de la dimensión fractal para discriminar los diversos géneros musicales realizando un análisis en el dominio del tiempo, o bien el trabajo de Melkon Tatlier y Rana Suvak [25], en el cual, se hace un análisis de diversos

bailes latinos con el cual pretenden ejemplificar la complejidad de los mismos utilizando el método de conteo de cajas (Box-counting), y a la vez proponen utilizar algunas curvas fractales como la curva de Koch para crear unas variantes de baile.

También se han realizado trabajos sobre el comportamiento del oscilador de Chua y como generar música a partir de él, tales son los casos de E. Bilotta, R. Campolo, P. Pantano y F. Stranges [26] y Eleonora Bilotta, Stefania Gervasi y Pietro Pantano [18].

También existen algunos software desarrollados a partir de este tipo de trabajos tales como MusiNum [27], que es un software que genera secuencias musicales a partir de patrones numéricos fractales o Gingerbread [28] que es un software, el cual, genera secuencias musicales a partir del conjunto de Mandelbrot, entre otros.

I.2 Definiciones generales

La **música**, como palabra, proviene del griego: μουσική [τέχνη] - mousikē [téchnē], que se traduce como "el arte de las musas" y según la definición tradicional del término, el arte de organizar sensible y lógicamente una combinación coherente de sonidos y silencios utilizando los principios fundamentales de la melodía, la armonía y el ritmo [1]. A lo largo del presente trabajo se intentará producir una serie de notas a partir de una señal caótica que cumpla con esta definición.

Para **Caos** no hay una definición universalmente aceptada, pero hay tres ingredientes en los que todos los científicos están de acuerdo:

- 1.- Las trayectorias van a un punto fijo, órbita periódica u órbita cuasiperiódica cuando el tiempo tiende a infinito y se encuentran acotadas, es decir, confinadas dentro de un espacio finito.
- 2.- El sistema no contiene parámetros ni entradas al azar. El comportamiento irregular surge de la no linealidad. Por eso se define como determinista.

3.- Las trayectorias que comienzan demasiado cerca, con el tiempo se separan exponencialmente (sensibilidad a condiciones iniciales).

Estas tres condiciones son las que de momento definen el comportamiento caótico y han permitido encasillarle o clasificarlo hasta hoy en día.

La palabra “**fractal**” proviene del latín *fractus*, que significa “fragmentado”, “fracturado” o simplemente “roto” o “quebrado”, muy apropiado para objetos cuya dimensión es fraccionaria cuyo término fue acuñado por Benoît Mandelbrot en 1977 aparecido en su libro *The Fractal Geometry of Nature* [2], pero esto no nos da una definición en concreto y se debe a que en la actualidad resulta difícil dar una definición absoluta, no obstante se pueden definir algunas propiedades que presentan [3], como se enumera a continuación:

- 1.- Un fractal es un objeto semigeométrico cuya estructura básica, fragmentada o irregular, se repite a diferentes escalas. Es auto similar (exacta, aproximada o estadística).
- 2.- Es demasiado irregular para ser descrito en términos geométricos tradicionales.
- 3.- Posee detalle a cualquier escala de observación.
- 4.- Se define mediante un simple algoritmo recursivo.

Después de conocer las diferentes definiciones, ahora se puede esperar que la música fractal generada a partir de caos sea, pues, una serie de notas que tengan una auto similitud al ser observados los diversos compases que esta forme, procedentes de una señal generada a partir de algún modelo matemático no lineal.

Este tipo de música ha sido motivo de diversos trabajos de investigación, que han ido desde investigaciones para clasificar la música fractal basándose en su frecuencia, sin éxito aparentemente, hasta realizar estudios de fractalidad de diversos géneros musicales [4]. Algunos otros trabajos se han dedicado a estudiar la fractalidad de la música existente de donde se observa que algunas composiciones de música clásica, de Beethoven, Mozart, Bach, por dar algunos ejemplos, muestran altos patrones fractales, pudiendo ser estos claves en su incomparable éxito al agradar al oído humano.

I.3 Objetivos y alcances de la tesis

Dado que el estudio del caos ha mostrado tener un gran impacto dentro de muchas áreas del conocimiento humano y entre ellas la música, el presente trabajo de tesis tiene como objetivo general el siguiente:

Diseñar e implementar un software en Matlab para la generación de música de índole fractal a partir de sistemas caóticos.

También, se pretende alcanzar los siguientes objetivos particulares:

- Generar caos en simulaciones numéricas utilizando los modelos matemáticos de Lorenz y Chua.
- Generar música de índole fractal por discretización en amplitud de una señal caótica (Basic musification code).

I.4 Organización de la tesis

En la presente tesis se comentan durante el capítulo 1 una breve introducción conteniendo dentro de ella antecedentes y definiciones básicas para adentrarse en lo que será el trabajo de tesis. En el capítulo 2 se aborda más específicamente el tema de la música, dando definiciones más específicas y propias de ese arte. En el capítulo 3 se aborda de igual manera que el anterior el tema de los fractales proporcionando definiciones, criterios de fractalidad y algunos de los mismos, mientras que en el capítulo 4 se presentan los sistemas caóticos, en particular el sistema de Lorenz y el circuito de Chua, para después continuar con el programa implementado y una descripción del mismo en el capítulo 5. En los capítulos 6 y 7 se muestran para finalizar resultados obtenidos y conclusiones a partir de los mismos, respectivamente. Y por ultimo tenemos el apartado de la literatura citada en este trabajo.

Capítulo II

Música

La **música** se define según la Real Academia de la Lengua Española como: “Arte de combinar los sonidos de la voz humana o de los instrumentos, o de unos y otros a la vez, de suerte que produzcan deleite, conmoviendo la sensibilidad, ya sea alegre o tristemente” [19]. Esta definición nos permite adentrarnos un poco más en lo que es este capítulo.

II.1 Definiciones dentro de la música

Para comprender mejor y mantenerse en contexto a lo largo del presente trabajo, se presentarán conceptos que son necesarios para la comprensión de los siguientes temas, tales conceptos son relacionados con la música.

Notas musicales [5]

Las notas musicales son 12, de las cuales, 7 son naturales y 5 son alteradas. Las **notas naturales** son: **Do, Re, Mi, Fa, Sol, La** y **Si** (colocadas de la más grave a la más aguda) y forman la escala de Do Mayor. Este es el nombre genérico de las notas, no obstante, existen notaciones que tienen como finalidad discernir una nota de otra de determinada escala, tales como el sistema franco-belga y el sistema de notación musical inglesa. El sistema franco-belga utiliza la misma notación de **Do, Re, Mi, Fa, Sol, La** y **Si**, solo que dependiendo de la escala a la que se refiera se le asigna un subíndice, pudiendo ser este desde -2 hasta 7, siendo **Do₃** el **Do** central del piano. Por otra parte, el sistema de notación musical inglesa hace un cambio renombrando las notas de la siguiente forma, **Do** a **C**, **Re** a **D**, **Mi** a **E**, **Fa** a **F**, **Sol** a **G**, **La** a **A**, **Si** a **B**, y agregando un número dependiendo de la escala a la que se refiere, siendo **C4** el **Do** central del piano. A todas estas notas naturales se les puede identificar como las teclas blancas en cualquier teclado o piano [30].

Esta escala es repetitiva de modo que cuando termina un Si, la siguiente tecla blanca será un Do de mayor agudeza y después de él. El resto de las notas naturales, formando una nueva escala más aguda a la anterior y así sucesivamente, tal como se observa en la figura 1.



Figura 1. Notas naturales sobre el pentagrama.

El hecho de que el nombre se repita se debe a que físicamente la onda sonora generada por un Do y el siguiente, hay una proporción del doble de la frecuencia de la onda, efecto que se percibe audiblemente como un tono similar pero de mayor agudeza.

Ahora bien, a la distancia que existe entre dos notas se le conoce como *tono* (T) o *semitono* (S), esto dependiendo de su ubicación física en el piano, tal y como ilustra la figura 2.

Las notas alteradas (teclas negras) se encuentran entre las notas naturales excepto entre Fa/Mi y Si/Do, de modo que entre ellas hay un semitono, mientras que entre las demás notas naturales existe un tono.

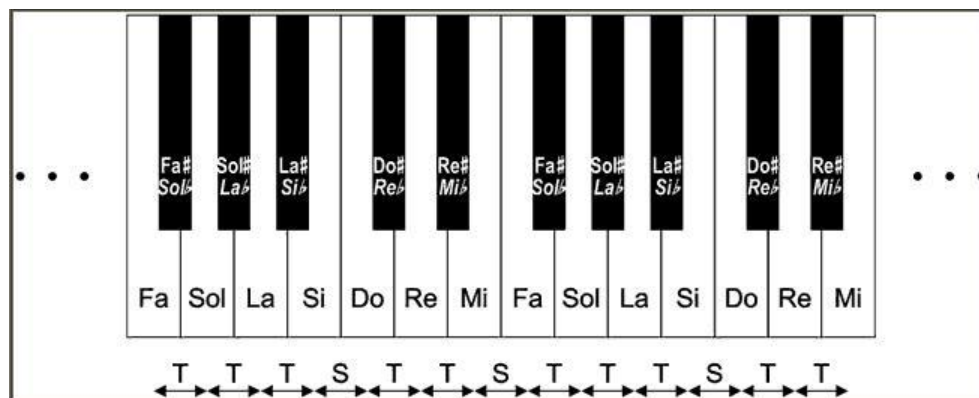


Figura 2. Notación de las teclas de un piano y la separación existente entre las notas naturales [5].

De los semitonos no es necesaria más explicación ya que el presente trabajo no los contempla, ya que solo se utilizarán los tonos naturales para la generación de música como posteriormente se explicará.

El siguiente término a mencionar es el de *intervalo*, el cual, se refiere al número de notas naturales existentes entre una y otra independientemente de si son tonos o semitonos. Usualmente se utiliza un número que indica el número de notas naturales que hay desde la nota inicial a la nota final, contándose ambas, y a menos que se indique lo contrario, se entenderá que el intervalo es ascendente, es decir que la primer nota será más grave y por consiguiente, la segunda más aguda. Dentro del presente trabajo se utilizará esta notación ascendente.

Por ejemplo: de “Re” a “La” hay un intervalo de 5^a (Re-Mi-Fa-Sol-La), debido a que hay 5 notas naturales en sentido ascendente.

Los acordes son conjuntos de 3 o más notas que suenan simultáneamente. De acordes no será una explicación más detallada, ya que no se contemplan tales dentro del presente trabajo, no así podría ser una de las mejoras de futuras versiones del proyecto.

El **compás** es la entidad métrica musical compuesta por varias unidades de tiempo. Se presenta por medio de barras verticales llamadas barras de compás, perpendiculares al pentagrama. En una composición las notas o silencios dentro de estas líneas componen un compás. Estos se clasifican según la cantidad de tiempos que estos comprendan, los hay binarios, ternarios y cuaternarios (2, 3 y 4 tiempos, respectivamente). En la figura 3 observamos un pentagrama que muestra dos compases de cuatro cuartos, ocupados por silencios de redonda.



Figura 3. Pentagrama donde se observan dos compases de cuatro cuartos de tiempos.

La duración en tiempo (tiempos o pulsos) de las notas se define mediante diversos símbolos ya establecidos y dependen de la velocidad de la melodía. Estos diversos símbolos se encuentran sobre el pentagrama, de modo que es fácil identificar la nota por su posición y la duración de la misma por el tipo de símbolo. En la figura 4 se muestran los símbolos utilizados para la correcta escritura de las notas y silencios según su duración.

	<u>Figuras</u>	<u>Silencios</u>
REDONDA: Duración 4 pulsos		
BLANCA: Duración 2 pulsos		
NEGRA: Duración 1 pulso		
CORCHEA: Duración 1/2 pulso		
SEMI-CORCHEA: Duración 1/4 pulso		
FUSA: Duración 1/8 pulso		
SEMI-FUSA: Duración 1/16 pulso		

Figura 4. Representación de las notas y silencios según su duración en tiempos o pulsos [20].

En el presente trabajo no se tratarán este tipo de notaciones, ya que la duración de las notas será constante a lo largo de la música generada y el estudio de fractalidad se basará sobre las notas en sí, y no así es su duración, por consiguiente todas las notas serán tratadas como “negras” (de duración 1 pulso).

Teniendo una vez definidos los términos en los cuales se desempeña la música se puede establecer para este proyecto, que se tiene un vector de tiempo sobre el cual, se efectúan los cambios de notas, dichas notas serán naturales, no pudiendo haber notas alteradas y además tendrán un tiempo constante en cada secuencia generada por el programa.

Entonces podemos ver ésta como una señal discreta tanto en amplitud como en tiempo, donde la amplitud será tratada como el tipo de nota y el tiempo será medido en compases, tal y como muestra la figura 5.

Notas fundamentales

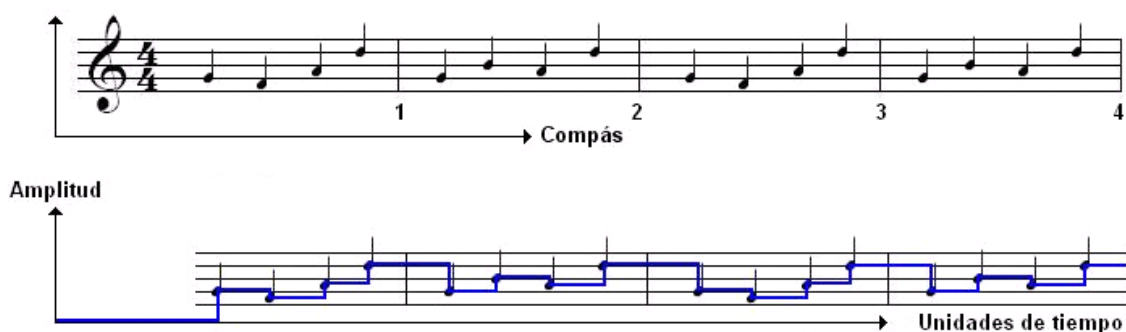


Figura 5. Arriba se muestra la partitura generada, mientras que abajo la señal discreta de los tonos generados.

Una **Partitura** es un texto que indica, mediante un lenguaje propio, cómo debe ser interpretada una composición musical. Una partitura contiene por lo general las indicaciones de un único instrumento, representando la obra completa cuando ésta posee un único instrumento, o una parte de ella cuando la obra se completa con otros instrumentos y sus correspondientes partituras. En el caso de este trabajo, se generaría una pieza única musical para piano con su respectiva representación gráfica de las notas, con la cual, sería fácil elaborar la propia partitura.

Capítulo III

Fractales

III.1 Definiciones y clasificación de fractales

Como se había mencionado, un fractal es un conjunto matemático que puede gozar de autosimilitud a cualquier escala, su dimensión no es entera y se genera a partir de un algoritmo recursivo.

Esta definición está dada en términos que es necesario explicar con más detalle, tales como recursividad, dimensión y autosimilitud, para lo cual se dará una breve explicación de los mismos.

La **dimensión** (del latín *dimensio*, "medida") es, esencialmente, el número de grados de libertad para realizar un movimiento en el espacio. Comúnmente, las dimensiones de un objeto son las medidas que definen su forma y tamaño [6]. En la figura 6 se muestra una representación de las dimensiones comunes espaciales (primeras tres) y temporales (cuarta). A estas también se les conoce como alto, ancho y profundo (dimensiones espaciales), además del tiempo (dimensión temporal). Las dimensiones como entes matemáticos son ilimitadas, mientras que para nuestro universo se utilizan cuatro o al menos es lo que nuestra percepción de hoy en día nos permite percibir.

Ahora bien, una definición de **dimensión fractal** sólo se puede dar en términos de geometría fractal y ésta se refiere a un indicador estadístico, de que tan eficientemente llena un espacio un determinado fractal conforme se sigue su patrón de reproducción.

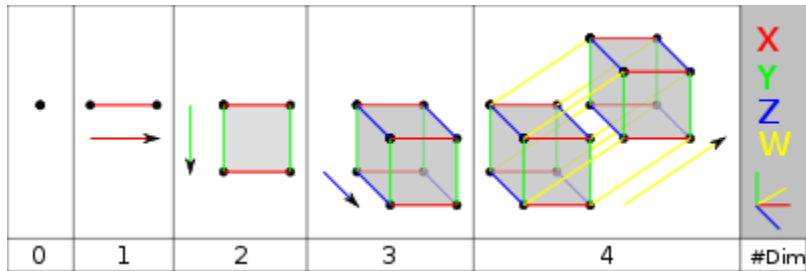


Figura 6. Dimensiones espaciales y temporales enteras comúnmente usadas [6].

La **recursividad** se refiere a que éstos se generan a partir de repetir un patrón (en caso de la naturaleza) o un algoritmo bien definido (casos matemáticos), el cual, debe repetirse para lograr la fractalidad. En el caso de la naturaleza, ésta tiene su patrón de crecimiento contenido en el código genético y a su vez es alterada por agentes externos o su interacción con el medio ambiente, con la finalidad de adecuarse lo mejor posible a su entorno, es quizás una de las razones por las cuales ésta presenta una autosimilitud estadística.

En cuanto a **autosimilitud**, ésta se refiere a que la figura o conjunto fractal es formado por una sucesión de elementos o partes similares al todo que lo conforma y esta puede presentarse de forma perfecta o estadística, siendo la autosimilitud perfecta aparentemente exclusiva de casos matemáticos y la autosimilitud estadística para eventos en la naturaleza generalmente. Un ejemplo de autosimilitud perfecta es presentada por el triángulo de Sierpinski que se observa en la figura 7, tenemos un triángulo equilátero, el cual, será nuestro punto de partida, o bien, el “todo” ($n=0$). El proceso se inicia cuando se agrega un orificio en forma de triángulo equilátero con sus vértices tocando el centro de cada uno de los lados del triángulo inmediatamente más grande. Como resultado de este procedimiento obtenemos tres triángulos equiláteros idénticos al original en una escala más pequeña, pero de forma exactamente igual al que le precede. Al seguir iterando se obtienen divisiones que resultan en perfectas replicas del triángulo original solo que a otra escala.

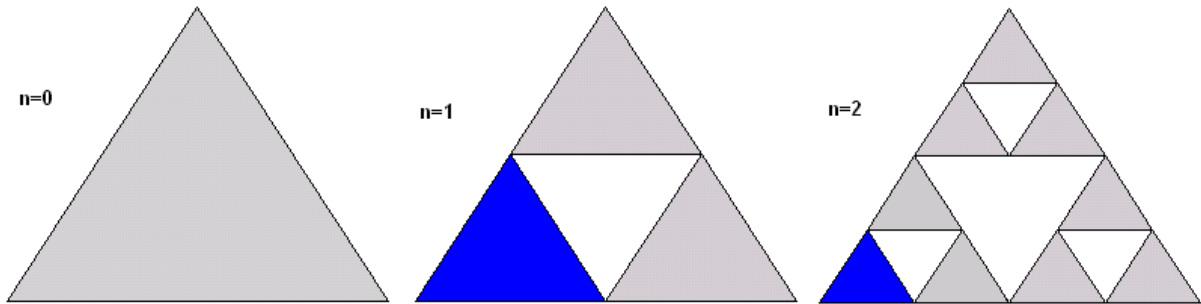


Figura 7. Triángulo de Sierpinski, donde se aprecia que el triángulo negro generado al iterar, produce una figura exactamente igual a la que le precede.

La autosimilitud estadística es más conocida al pertenecer al mundo natural, aunque también existen casos matemáticos en los que se presenta este tipo de autosimilitud. En los casos naturales tenemos a las raíces de los árboles, ríos, montañas, pero existen casos que permiten mejor apreciación de este tipo de estructuras, como por ejemplo un romanesco, que es un híbrido entre brócoli y coliflor, ver la figura 8.



Figura. 8 Romanesco en el cual se aprecia autosimilitud entre sus partes.

Este es un ejemplo de autosimilitud estadística, ya que no es exactamente igual en un sentido meramente estricto, pero es perfectamente apreciable el hecho de que una división de la estructura genera una porción de gran semejanza a la que le dio origen.

Un modelo matemático que presenta autosimilitud estadística es el de Mandelbrot que es generado en el plano complejo al hacer notar con una gama de colores la velocidad de divergencia de una secuencia y se define de la siguiente forma:

Sea c un número complejo cualquiera. A partir de c , se construye una sucesión de números por inducción:

$$\begin{cases} z_0 = 0 & \text{(Término inicial)} \\ z_{n+1} = z_n^2 + c & \text{(Relación de inducción)} \end{cases}$$

Si esta sucesión numérica queda acotada, entonces se dice que c pertenece al conjunto de Mandelbrot y si no, queda excluido del mismo. Por ejemplo, si $c = 1$ obtenemos la sucesión $0, 1, 2, 5, 26, \dots$ que diverge. Como no está acotada, 1 no es un elemento del conjunto de Mandelbrot. En cambio, si $c = -1$ obtenemos la sucesión $0, -1, 0, -1, \dots$ que es acotada y por tanto, -1 pertenece al conjunto de Mandelbrot.

A menudo se representa el conjunto mediante el algoritmo de tiempo de escape. En ese caso, los colores de los puntos que no pertenecen al conjunto indican la velocidad con la que diverge (tiende al infinito, en módulo) la sucesión correspondiente a dicho punto [16], tal y como muestra la figura 9.

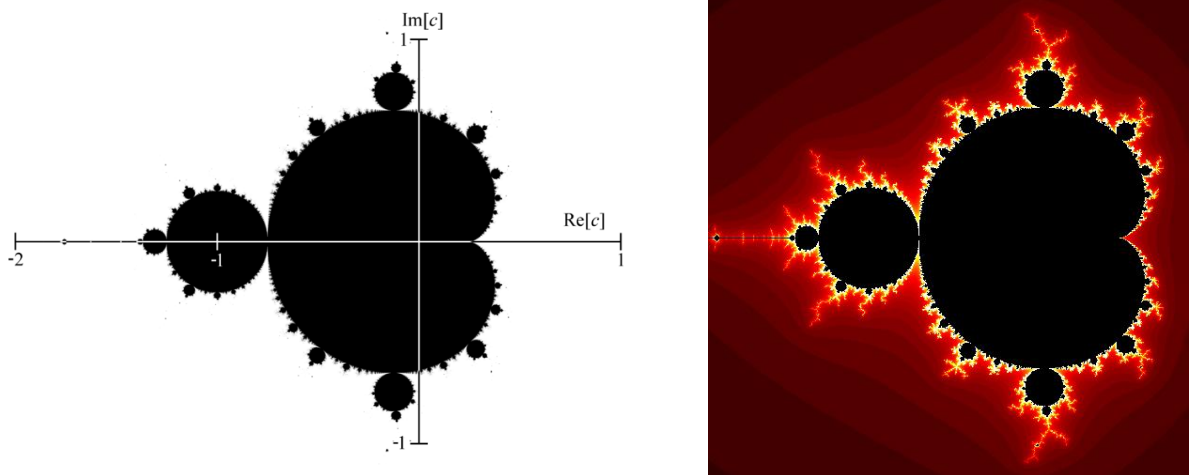


Figura 9. Representación del conjunto de Mandelbrot mediante el algoritmo de tiempo de escape. A la izquierda representado en el plano complejo, mientras que a la derecha en una gama de colores según la velocidad de divergencia de cada punto [16].

En cuanto a la clasificación de fractales no hay una definida formalmente, pero a lo largo de este trabajo se va a hablar de fractales estadísticos o exactos.

Cabe mencionar que el estudio de los fractales ha permitido el avance en diversas ramas de la ciencia a partir de los cuales, se han generado una serie de aplicaciones en muchos campos científicos, tales como la medicina, biología, ingeniería, economía y recientemente en cuestiones artísticas como la música y la pintura.

III.2 Cálculo de la dimensión fractal

Como se ha mencionado, la **dimensión fractal** es un indicador de qué tan eficientemente un fractal llena un espacio determinado conforme se sigue su patrón de reproducción. Este indicador se ha podido establecer mediante diferentes métodos y su utilización depende de la naturaleza del fractal.

Estos métodos pueden ser analíticos, para los fractales que han sido descritos por una función o algoritmo matemático, pero para aquellos que no lo son, tales como los presentes en la naturaleza se han tenido que inventar herramientas válidas para este tipo de análisis. Uno de los más sencillos, tanto por su practicidad y por su buena aproximación ha sido el “box-counting” (conteo de cajas), a la par con el método del compás.

El fundamento de este tipo de cálculos esta fuera de contexto del presente trabajo, de modo que solo se explicará su funcionamiento por medio de ejemplos, para posteriormente aplicarlo al estudio en cuestión de este trabajo de tesis, que es el de música fractal.

Box-counting (*Conteo de cajas*) [7]

Este método se basa en la propiedad de infinito detalle de los fractales, es decir, de su autosimilitud a diferente escala cuando se utiliza un instrumento de medición que va aumentando su precisión. En este caso, el instrumento de medición es un cuadrado de lado x .

Como ejemplo, se expone el triángulo de Sierpinski (figura 10), el cual, va a ser colocado sobre una maya de cuadrados de lado x , al contar el número de cuadros por los que pasa

este fractal (n), tenemos una aproximación de la longitud de la curva de $n \cdot x$, la cual, será más precisa conforme la longitud de $x \rightarrow 0$. En términos prácticos no tiene sentido $x \rightarrow 0$ y lo que se hace es calcular N_x para valores pequeños de x , siendo el término “pequeño” variable según el contexto [8].

Los datos obtenidos se representan en un sistema de ejes, ordenadas igual a $-\log x$ y abscisa igual al $\log N_x$. Se ajusta una regresión lineal, que debería tener un coeficiente de correlación alto si los valores usados son adecuados, y se obtiene D_b (Dimensión de box-counting) a partir de la pendiente de la curva ajustada [9].

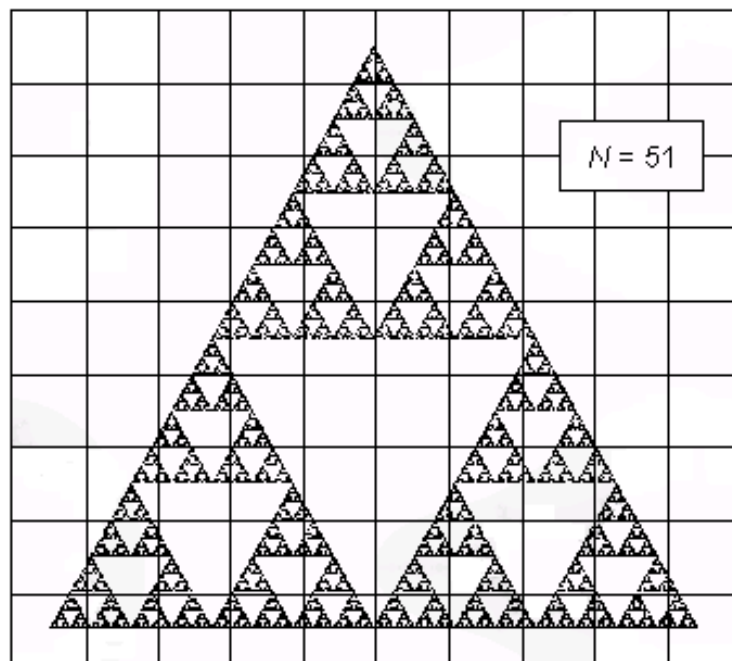


Figura 10. Triángulo de Sierpinski utilizado para ilustrar el método de box-counting (conteo de cajas) [8].

En este caso se tiene una maya de $10 \cdot 9 = 90$ cuadros (de lado x), de los cuales 51 están en contacto con la curva fractal y 39 se encuentran vacías. El proceso se repite numerosas veces disminuyendo el tamaño de x y con ello obtendremos una variación del número de cajas que están en contacto con la curva fractal. Dicha relación será la que se deberá graficar en el sistema de ejes, ordenadas igual a $-\log x$ y abscisa igual al $\log N_x$.

Del presente ejemplo se obtiene una gráfica (figura 11), la cual, es una recta de pendiente positiva que se ajusta a una función de la forma,

$$\ln(N_x) = D \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right) + c$$

De donde despejamos N_x ,

$$N_x = C \cdot x^{-D}$$

Lo cual nos indica una ley potencial que nos permite conocer el valor de D (la dimensión),

$$D = \frac{\ln(C) - \ln(N_x)}{\ln\left(\frac{1}{x}\right)}$$

Que es aproximadamente 1.593...

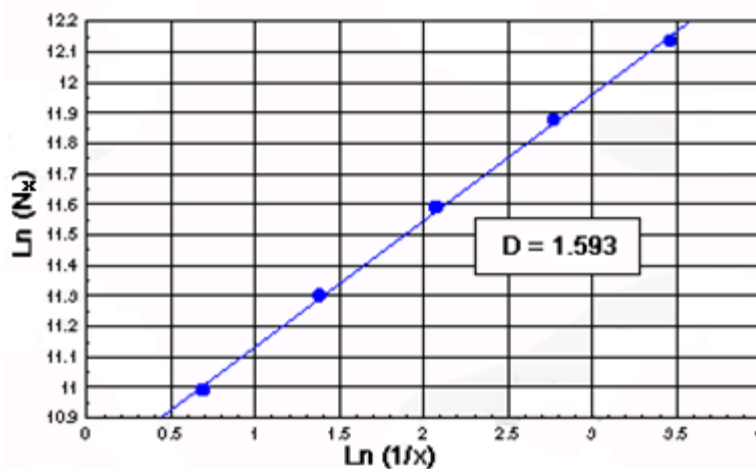


Figura 11 Gráfica log-log para estimar la dimensión fractal del triángulo de Sierpinski [8].

En trabajos anteriores se ha llegado a resultados mediante métodos analíticos de $D = 1.5849$ lo cual, nos indica que este método presenta una buena aproximación considerando además su practicidad.

El método de box-counting es sin duda el más extendido en la literatura científica. Puede aplicarse con más o menos éxito a cualquier distribución de puntos, curvas, superficies, volúmenes. En la práctica, y resumiendo, se utiliza una rejilla de celdas de lado x cubriendo el objeto a explorar. Se contabilizan las celdas N_x ocupadas por la imagen y se repite la operación para otro tamaño de celda de lado x . El ajuste a la ley de potencias,

$$N_x = C \cdot x^{-D}$$

nos determina la dimensión fractal D de nuestro objeto. Evidentemente, si la relación no ajusta a una ley de potencias, nuestro objeto no es auto similar.

El método del compás

El método del compás (*Compass ó ruler method*) es al igual utilizado como el box-counting, teniendo este como preferencia dimensión fractal de perímetros. Este fue el método empleado por Mandelbrot para estimar la longitud de la costa de Gran Bretaña, donde se hizo notar que dicha longitud dependía de la escala que se utilizara para realizar la medición.

El método del compás tiene el mismo fundamento que el método de box-counting y el procedimiento es aparentemente el mismo, con la clara diferencia de que uno utiliza líneas rectas y el otro una maya de cuadrados, pero la forma de obtener la dimensión fractal es prácticamente la misma.

A continuación se muestra un ejemplo en el cual se utiliza el método del compás para calcular la dimensión de una figura irregular.

Se supone una isla de forma irregular como la que se muestra en la figura 12. En el caso (a) se ha medido la longitud de la costa utilizando una medida delta (factor de escala) inferior al caso (b). La longitud estimada depende obviamente de delta.

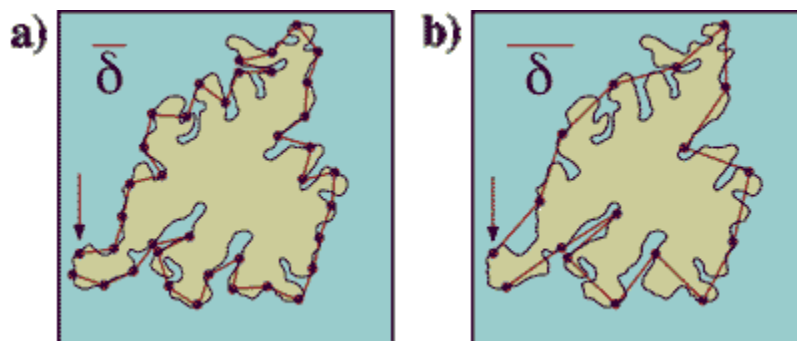


Figura 12. Método del compás aplicado a una isla irregular [8].

Valores de delta inferiores darán longitudes mayores. La medida obtenida será el producto del número de N pasos de tamaño delta necesarios para cubrir la costa,

$$L(d) = N \cdot d$$

Para estimar la dimensión fractal D determinamos la ley de potencias,

$$L(d) = C \cdot d^{1-D}$$

ajustando de nuevo una recta en el diagrama log-log de L versus d obtenemos la pendiente 1-D para determinar la dimensión fractal [8].

III.3 Arte fractal

El arte fractal, al parecer se ha desarrollado como un arte subconsciente, en el cual, el artista precisaba de este tipo de estructuras para lograr la belleza en sus obras, así es como vemos diversos arreglos que sugieren estructuras fractales en las composiciones musicales, pinturas, monumentos y demás. Este arte se ha vuelto muy popular en todo tipo de ramas, siendo tanto un ingrediente como la estructura básica dentro de la composición del artista, proveyendo de diversas propiedades a la obra en cuestión. Dicho arte, especialmente el de imágenes, se ha visto beneficiado increíblemente gracias a las computadoras, que realizan todo el trabajo en la creación de los mismos, siendo meramente el usuario el que juzga la calidad de la imagen generada.

En este apartado se mostrarán algunos de los trabajos realizados antes del conocimiento de la geometría fractal y algunos posteriores por cuestiones de comparación y apreciación del mismo.

III.3.1 Pinturas y dibujos

En este apartado se pretende mostrar las obras de algunos artistas reconocidos por sus increíbles trabajos, sin que los mismos tuviesen conocimiento formal de la geometría que se estaba utilizando, no obstante hacían uso de ella por cuestiones de percepción de estética de los mismos.

Katsushika Hokusai (nacido y muerto en Edo, actual Tokio, octubre de 1760 - 10 de mayo de 1849) fue un pintor y grabador japonés del período Edo, fue uno de los principales artistas de la escuela Ukiyo-e, "pinturas del mundo flotante".

En estas imágenes se puede apreciar que Hokusai gustaba de repetir patrones para dar el tan distintivo detalle que da a sus obras su toque en particular, que en el caso de “*La gran ola de Kanagawa*” (figura 13) se observa que la ola que pintó está formada por pequeñas olas, o bien en “*Las cataratas de Kirifuri*” (figura 14) se observa que el trayecto del agua se divide para ramificarse, dando ese toque de realismo y sencillez a la vez.



Figura 13. *La gran ola de Kanagawa* [21].

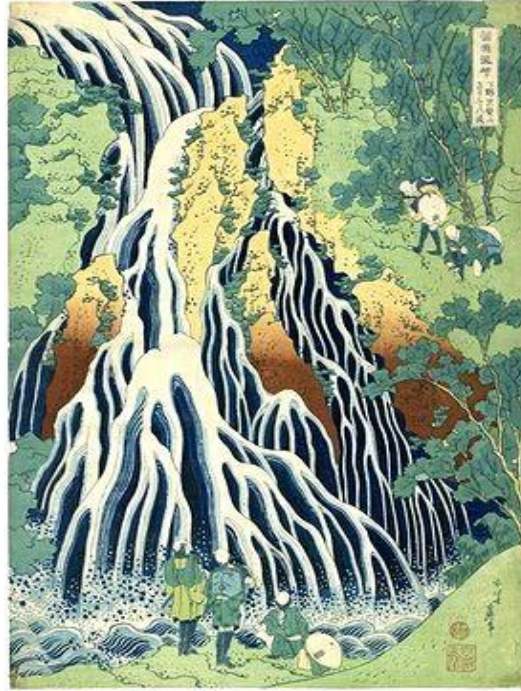


Figura 14. *Las cataratas de Kirifuri* [21].

Jackson Pollock (28 de enero de 1912 - 11 de agosto de 1956) fue un influyente artista estadounidense y un referente en el movimiento del expresionismo abstracto. Considerado uno de los pintores más importantes de los Estados Unidos en el siglo XX. Algunas de sus obras han sido estudiadas y se ha encontrado que estas presentan patrones fractales. El tipo de arte de Pollock podría no ser apreciado como fractal a simple vista, al ser algo “abstracto” y es por eso que se expone la figura 15, donde se puede observar la evolución de una línea recta (dimensión 1) a un cuadrado relleno (dimensión 2) pasando por el tipo de pinturas de Pollock (dimensiones fractales 1.1, 1.6 y 1.9) [22].

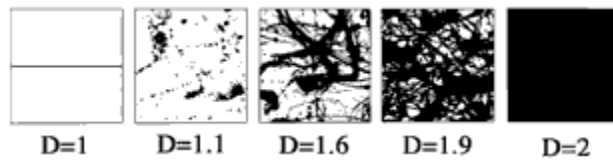


Figura 15. Evolución de la línea recta (dimensión 1) hasta ser un cuadrado (dimensión 2) [22].

A continuación se muestran algunas de las obras de Pollock, tituladas “*número 3*”, “*número 5*” y “*número 6*”, mostradas en las figuras 16, 17 y 18, respectivamente.



Figuras 16, 17 y 18. *Número 3*, *número 5* y *número 6* [23].

Maurits Cornelis Escher, más conocido como M. C. Escher (Leeuwarden, Países Bajos, 17 de junio de 1898 - Hilversum, Países Bajos, 27 de marzo de 1972), artista holandés, conocido por sus grabados en madera, xilografías y litografías que tratan sobre figuras imposibles, teselaciones y mundos imaginarios. Su obra experimenta con diversos métodos de representar (en dibujos de 2 ó 3 dimensiones) espacios paradójicos que desafían a los modos habituales de representación.

“*Kleiner en kleiner*” (Mas y mas pequeño en la figura 19), se puede ver cómo un motivo con forma de lagarto es sometido a un proceso de reducción hasta hacerse infinitamente pequeño en el centro de la imagen. Escher grabó, con ayuda de una lupa, lagartos de medio milímetro de longitud. El giro hacia la captura total del infinito se produce con su serie de límites circulares (“*Cirkkellimiet III*” y “*Cirkkellimiet IV*” figuras 20 y 21, respectivamente), donde lo infinitamente pequeño se sitúa en el borde de un círculo, como en el modelo de Poincaré. Otra variante se puede observar en “*Slangen*” (Serpientes) en la figura 22, donde los anillos que componen la imagen son infinitamente pequeños tanto en el centro como en el borde [11].



Figura 19. *Kleiner en kleiner*, grabado en madera, 1956 [24].



Figuras 20 y 21. *Cirkellimiet III*, xilografía, 1959 (Izquierda).
Cirkellimiet IV, xilografía, 1960 (Derecha) [24].



Figura 22. *Slangen*, grabado en madera, 1969 [24].

Estas son algunas de las obras reconocidas que se ha comprobado que tienen un patrón fractal estadístico y no es para nada lo único existente en cuanto a arte visual, pero sí unos de los trabajos anteriores al descubrimiento de esta nueva geometría y que a su vez han inmortalizado a estos artistas por su hipnótico trabajo. Cabe mencionar que hoy en día el uso de computadoras ha facilitado en gran medida la creación tanto de imágenes como de software generador de fractales y éstas abundan en la red, siendo un tema bastante conocido dentro de la comunidad que utiliza la red, tanto científica como aficionada. A continuación se muestran algunos de los ganadores de un concurso de fractales llevado a cabo en el año 2006, durante el Congreso Internacional de Matemáticas (International Congress of Mathematicians (ICM)), el cual, fue realizado en Madrid, España, con la finalidad de ejemplificar lo anterior [12] (figuras 23, 24 y 25).

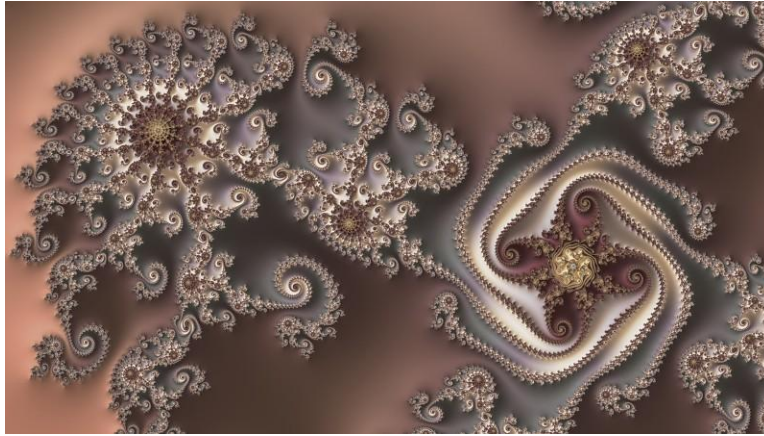


Figura 23. Obra: *Encore* Autor: Paul DeCelle [12].



Figura 24. Obra: *Fingers holding secrets* Autor: Joe Zazulak [12].

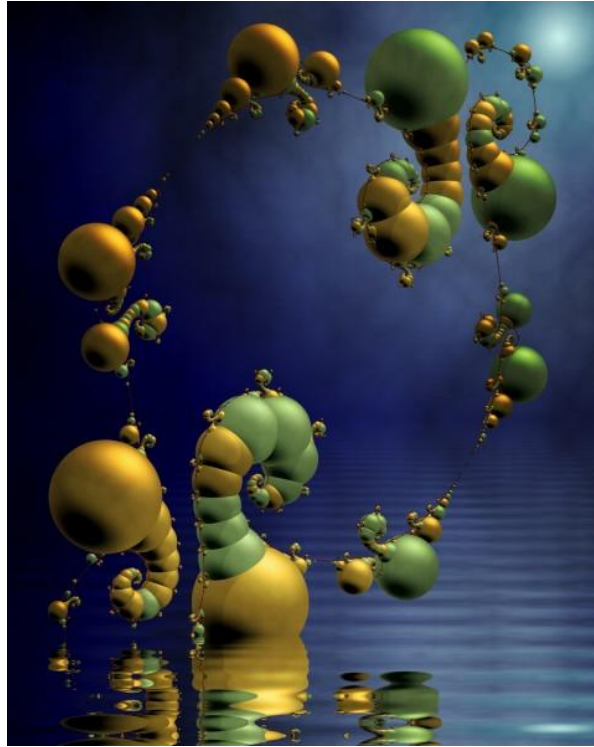


Figura 25. Obra: *Indra Family* Autor: Jos Leys [12].

III.3.2 Música fractal y estudios previos

Cuando se habla de fractales, es bastante común evocar imágenes de increíble detalle y color, y quizás tenga que ver con que esta definición se ha generado en un ambiente meramente matemático, el cual, exporta muy comúnmente sus resultados a gráficos para facilitar el entendimiento del estudio en cuestión, pero estos entes no solo se restringen a imágenes o dibujos, sino que también se han observado en todo tipo de artes, siendo comprobables más fácilmente en algunos tipos que en otros. En algunos textos se podrá hablar tanto de arquitectura como de poesía fractal [29], entre otras, pero no se ha encontrado definiciones o criterios para poder sustentar la fractalidad de este tipo de arte, no siendo así el caso de la música fractal que ha sido objeto de diversos estudios, a tal grado de que se han desarrollado diversos programas de computadora para generar música fractal basados en alguna estructura determinada.

Como ya se ha mencionado, algunos estudios realizados a diversas piezas de grandes compositores han mostrado cierto grado de auto semejanza [13] como por ejemplo la coral al final de *Kunst der Fuge* de Johann Sebastian Bach [14]. Algunos estudios se han orientado a realizar analogías entre fractales existentes y alguna parte de alguna obra existente con la finalidad de encontrar alguna semejanza o algún patrón, como tal es el caso del conjunto de Cantor y la primera de Ecossaisen de Beethoven [15] o bien el triángulo de Sierpinski y el tercer movimiento de la sonata para piano número 15, opus 28, también de Beethoven.

Capítulo IV

Caos

El estudio del caos ha sido de gran interés para el hombre ya que le ha dado una nueva herramienta y forma de ver el comportamiento de algunos fenómenos que antes se trataban de ignorar o eludir porque resultaba extremadamente complicado tratarlo y en ocasiones imposible, ya que se consideraban sistemas aleatorios y esto era un comportamiento no deseado, hasta ese entonces. Hoy en día, existen áreas del conocimiento humano que exigen una dinámica de este tipo para determinadas aplicaciones, incluso existen modelos que presentan esta dinámica y permiten obtener información o generar información a partir del mismo. A continuación se tratarán brevemente los modelos dinámicos que generan caos, que se utilizarán en este trabajo de tesis.

IV.1 Sistema de Lorenz

El sistema de Lorenz es un sistema muy conocido por lo que no se abundará mucho al respecto, solo se presentarán las ecuaciones características del mismo ecuaciones (1) y unas

gráficas que muestren su comportamiento. Este sistema fue creado con propósitos de pronósticos climatológicos por E. Lorenz en 1963.

El sistema cuenta con tres variables de estado (X, Y y Z) y tres parámetros constantes (σ , r y b) de los cuales r es el parámetro que puede propiciar que el sistema presente una dinámica caótica.

$$\begin{aligned}\frac{dX}{d\tau} &= -\sigma X + \sigma Y, \\ \frac{dY}{d\tau} &= -XZ + rX - Y, \\ \frac{dZ}{d\tau} &= XY - bZ\end{aligned}\tag{1}$$

Donde usualmente: $\sigma = 10$, $b = 8/3$ y r es el parámetro que propicia la dinámica caótica para valores superiores a 23.

A continuación se muestra en la figura 26 la respuesta en tiempo y fase del sistema de Lorenz realizada en una simulación numérica de Matlab con la finalidad de ilustrar el comportamiento que tiene este sistema. Para elaborar la simulación numérica que da origen a la gráfica presentada se utilizaron los siguientes parámetros $\sigma = 10$, $b = 8/3$ y $r = 30$, y con condiciones iniciales de $X = -8$, $Y = -8$ y $Z = 24$.

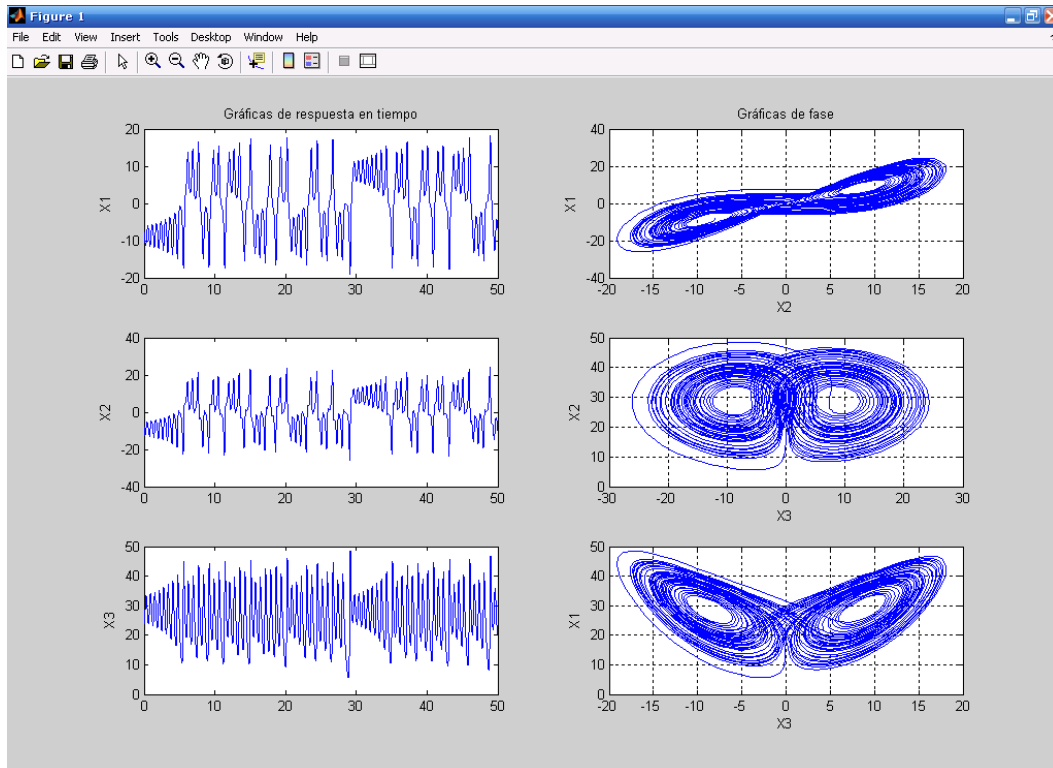


Figura 26. Gráfica de respuesta en tiempo (derecha) y fase (izquierda) del sistema de Lorenz. Parámetros $\sigma = 10$, $b = 8/3$ y $r = 30$
 Condiciones iniciales de $X = -8$, $Y = -8$ y $Z = 24$.

IV.2 Circuito de Chua

El circuito de Chua es un circuito electrónico autónomo de fácil construcción que presenta una dinámica caótica y se considera que es el primer circuito reportado en presentar este tipo de dinámica. Este circuito se compone de un oscilador amortiguado compuesto por un capacitor, un inductor y algunas resistencias, además de un elemento no lineal denominado *diodo de Chua* (figura 27), el cual está implementado con dos amplificadores operacionales como equivalentes (figura 28).

Las ecuaciones que rigen a este sistema se obtienen de aplicar las leyes de Kirchhoff al circuito ecuaciones (2) quedando como sigue [17],

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{dV_1}{dt} &= \frac{V_2 - V_1}{R} - f(V_1), \\
 C_2 \frac{dV_2}{dt} &= \frac{V_1 - V_2}{R} + I, \\
 L \frac{dI}{dt} &= -V_2,
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

donde: V_1 , V_2 son los voltajes en los capacitores C_1 y C_2 , respectivamente, I es la corriente a través del inductor L , mientras que $f(V_1)$ está representada en las ecuaciones (3).

$$f(V_1) = m_b V_1 + \frac{1}{2} (m_a - m_b) (|V_1 + B| - |V_1 - B|)
 \tag{3}$$

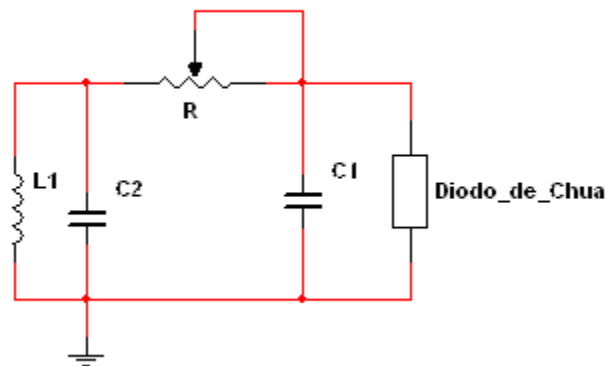


Figura 27. Circuito de Chua.

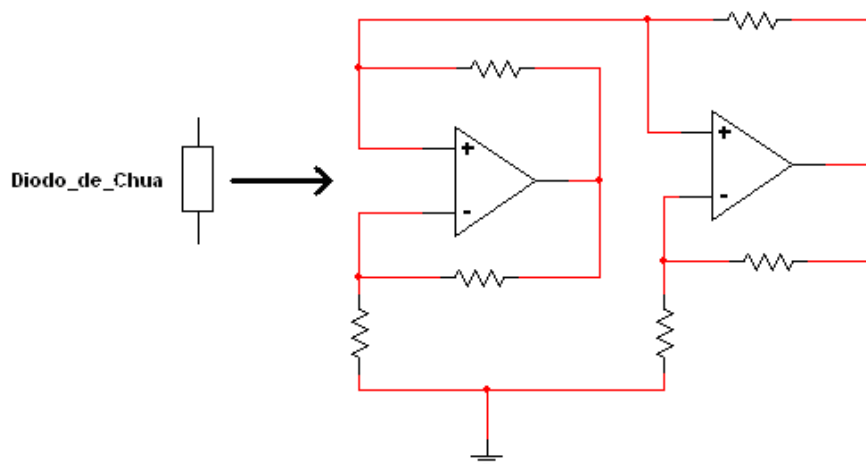


Figura 28. Equivalencia del *diodo de Chua*.

A partir de las ecuaciones simplificadas de este circuito se puede llegar a las ecuaciones (4), con las cuales, se han realizado simulaciones numéricas en Matlab para obtener las gráficas en tiempo y fase que se muestran en la figura 29, esto con la finalidad de ilustrar la dinámica de este sistema.

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= \alpha(y - x - f(x)), \\ \frac{dY}{dt} &= x - y - z, \\ \frac{dZ}{dt} &= -\beta y,\end{aligned}\tag{4}$$

donde la ecuación no lineal es

$$f(x) = bx + \frac{1}{2}(a - b)(|x + 1| - |x - 1|)$$

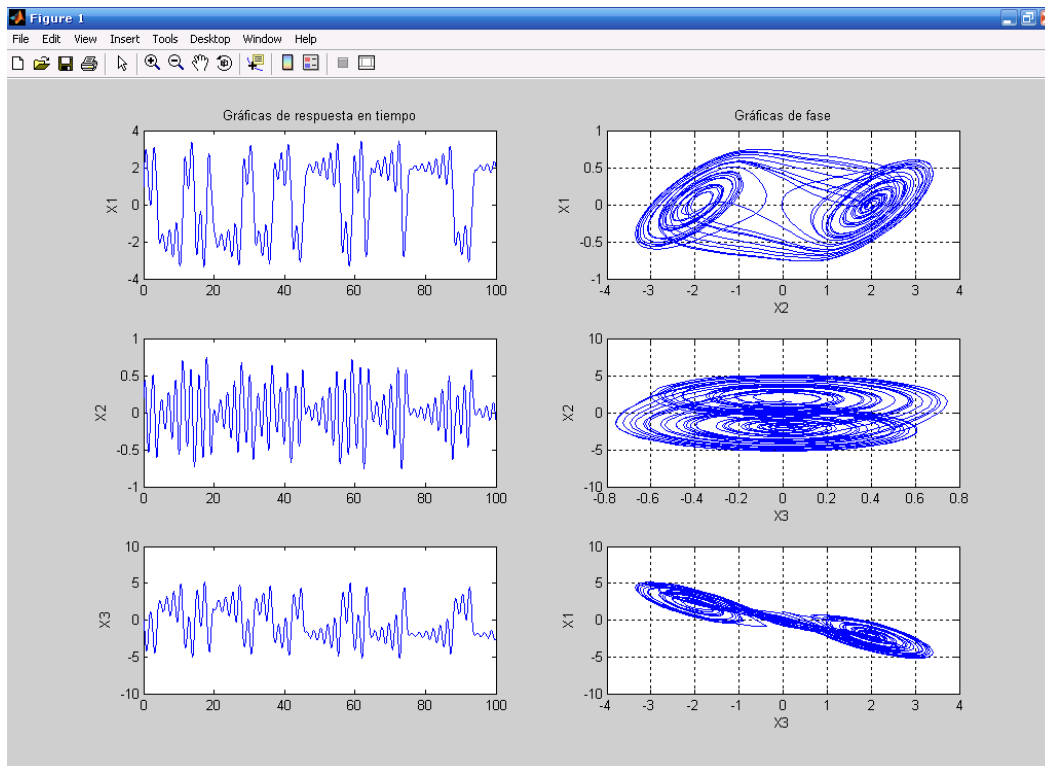


Figura 29. Gráfica de respuesta en tiempo (derecha) y fase (izquierda) del circuito de Chua.
 Parámetros: $\alpha = 10$, $\beta = 15$, $a = -1.3$, $b = -0.7$
 Condiciones iniciales $X = 1$, $Y = 0.2$, $Z = 0$.

Capítulo V

Programa implementado para generar música fractal

En este apartado se comentará el objetivo de la tesis que es la creación de un programa capaz de generar música de índole fractal, para lo cual, se utilizará como base el código de musificación básica (Basic Musification Code), según la IJBC (International Journal Bifurcation and Chaos) [18]. Este código tiene como propósito extraer el comportamiento caótico de las señales mediante una discretización en amplitud de la señal caótica creando rangos para los cuales les serán asignados una determinada nota musical, a su vez, la señal es muestreada en tiempo y esto hace que los tonos generados no necesariamente sean tonos consecutivos tal como se ilustrará en la figura 30. En el presente proyecto de tesis se pretende que el programa sea de código abierto, permitiendo así al usuario tener control sobre todos los parámetros posibles que le permitan crear toda una variedad patrones musicales. Los parámetros se comentarán a lo largo del manual de usuario y van desde el tipo de sistema dinámico (Lorenz, Chua), cantidad de notas, duración de la música, entre otros.

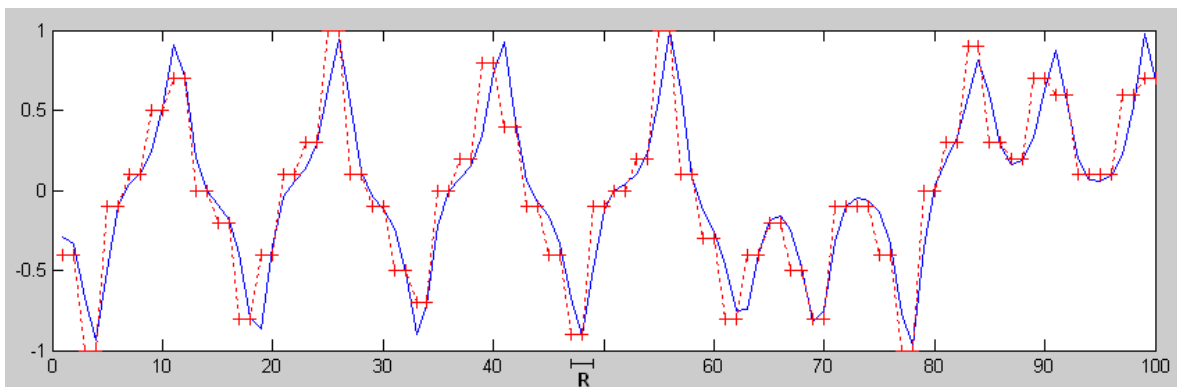


Figura 30. Gráfica del código de musificación básica.

La muestra es tomada de la señal caótica en un intervalo R y acorde a su amplitud se le asigna una nota. La señal caótica es mostrada en color azul, mientras que la representación de la música en color rojo.

V.1 Música generada por división de amplitud (Basic musification code)

A continuación se presenta el programa, el cual, está compuesto del *programa principal*, la *función de los sistemas dinámicos* y el archivo de *datos de las notas*. Cada uno de los programas con sus respectivos comentarios, mismos que se describen a continuación para una mejor comprensión de los mismos.

Programa principal

El programa principal se ha dividido en diversas etapas que son: inicio, variables de control, parámetros musicales, datos del piano, solución de la ecuación diferencial, normalización de la señal caótica, cálculo de parámetros musicales, ciclo generador de la música y grafica, y generación de la música.

A continuación se explicarán las funciones que se realizan en cada una de las etapas:

Inicio: Se borra la pantalla y todo tipo de variables, para evitar interferencia de variables declaradas con anterioridad.

Variables de control: Esta es la etapa, al igual que en '*Parámetros musicales*', es donde el usuario tiene una mayor interacción con el programa. En esta, se puede definir el modelo a utilizar, la longitud de la variable resuelta y el muestreo de la misma (debe recordarse que esta es una solución numérica, no analítica), al igual que la variable de estado a utilizar para generar la música (ver manual de usuario).

Parámetros musicales: Estos se refieren a los parámetros que pueden referirse al ámbito musical, tales como las notas a elegir para generar la música, duración de las mismas, etc (ver manual de usuario).

Datos del piano: En esta se cargan los datos muestreados de las notas del piano para su utilización.

Solución de la ecuación diferencial: En esta parte se resuelve la ecuación diferencial que se haya elegido para generar la música utilizando la función `ode45` del Matlab. Además, se pueden ajustar las condiciones iniciales del sistema (ver manual de usuario).

Normalización de la señal caótica: En esta parte la señal caótica es normalizada para ser tratada dentro de los valores de -1 a 1, esto con la finalidad de la discretización en amplitud sea equidistante, además de facilitar el tratamiento de la señal.

Cálculo de los parámetros musicales: En esta parte, se realizan los cálculos en base de los parámetros deseados del usuario para la generación de la música.

Ciclo generador de la música y gráfica: En esta parte se realiza la discretización tanto de tiempo como en amplitud, para asignar las notas a las correspondientes amplitudes, además de que se elabora la gráfica que representa a la secuencia de notas. Además, se verifica la correcta utilización de los parámetros *DivF* y *Frac* para poder llevar a cabo la operación del programa.

Generación de la música: Es una sola instrucción que convierte una secuencia numérica en un archivo de audio .WAV, el cual es nuestra secuencia de notas generadas.


```

% NOTA IMPORTANTE: La multiplicación entre Frac y DivF debe
% ser forzosamente un múltiplo de 2,3,3,5,5,7,7 de lo
% contrario el programa no podrá realizar el proceso.

%o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-
o-
        % Datos del piano

load('datospiano') %Carga los datos que generan los sonidos del piano:
36 Notas.

%o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-
o-
        %Solución de la ecuación diferencial

lng1=linspace(0,lng,(lng* muestreo )); % Genera un vector de tiempo.
options=[];
[T,X] = ode45(@funcionesx,lng1,[CI],options,xfun);
%Resuelve la ecuación diferencial con las especificaciones indicadas en
%las variables de control.

%o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-
o-
        % Para normalizar la señal caótica.

minx=abs(min(X(:,U)));
maxx=abs(max(X(:,U)));
if minx>maxx
    xwav=X(:,U)/minx;
else
    xwav=X(:,U)/maxx;
end

%o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-
o-
        % Cálculo de parámetros para el arreglo musical.

FSXX=FS/Frac;
e=length(X(:,U));
nn=fix(e/Numnotas);
num=2/(1+Notaa-Notab);

%o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-
o-
        % Ciclo generador de la función a convertir en
música.
        % Y gráfica musical.

if mod(22050,(Frac*DivF))~=0
    error('ErrorTests:convertTest', ...
        'La multiplicación de Frac y DivF no es un submúltiplo aceptable.
\n Ver manual de uso para mayor información.')
else
    for h=1:Numnotas
        for c=1:Notaa-Notab+1

```


Archivo de datos de las notas

Este archivo no es más que las notas musicales en su forma de señales muestreadas, de modo que solo está compuesto por treinta y seis pares de secuencias numéricas, que conforman las treinta y seis notas musicales disponibles para la formación de secuencias musicales.

Dichas notas fueron muestreadas a una frecuencia de 22050 Hz con 16 bits de resolución durante un segundo.

V.2.1 Manual de usuario

El usuario es libre de modificar el programa a su gusto y conveniencia debido a que no se extiende restricción alguna sobre este trabajo, pero se recomienda que solo sean modificadas las variables de control y los parámetros musicales dentro del programa principal, debido a que el programa está estructurado de forma que todos los parámetros de interés para generar diversas piezas musicales están dentro de estos dos apartados. Dentro de las funciones de los sistemas dinámicos el usuario es libre de modificar los parámetros de los sistemas también, por si se desea algún comportamiento en particular, aunque para esto es recomendable tener un respaldo de los valores usuales para que los sistemas generen caos.

Variables de control:

xfun.- Variable de control que define el sistema dinámico a utilizar. Puede tomar el valor de 1 y 2, siendo 1 el sistema de Lorenz y 2 el circuito de Chua.

lng.- Variable de control: que indica la longitud en tiempo de la variable de estado resuelta.

Muestreo.- Variable de control que indica el número de muestras que habrá entre una y otra unidad de tiempo de la variable resuelta, esto da una mayor resolución o nitidez de la

variable resuelta. Se recomienda que sea un valor de 10 o superior, debido a que un valor menor puede submuestrear la señal de modo que se pierda información de la misma.

u.- Variable de control que nos indica cual estado del sistema dinámico elegido se estará utilizando durante el proceso de creación de la música. En el caso de Lorenz y Chua puede tomar valores de 1, 2 y 3.

CI.- Variable de control que nos permite cambiar las condiciones iniciales del sistema, abriendo la posibilidad de generar una infinidad de piezas musicales en base a un sistema determinado.

```
                                % Variables de control.

xfun=1;           % Selecciona el modelo que se utilizará: 1 Lorenz, 2 Chua.
lng=30;           % Indica la longitud en tiempo de la variable de estado
resuelta.
muestreo=10;     % Indica el número de muestras que habrá entre un punto y
otro de
                    % la solución de la variable de estado.
U=1;             % Variable de estado a seleccionar para generar la música.
                    % (Para Lorenz y Chua: 1,2,3).
CI=[-5 -2 15];  % Condiciones iniciales, para tener una variedad mas
amplia
                    % de piezas musicales a generar.
                    % Nota: este tiene que ser un vector de tres
elementos dadas
                    % las tres variables de estado de ambos sistemas.
```

Parámetros musicales:

Numnotas.- Parámetro musical que indica el número de notas de las cuales se compondrá la música generada. Puede tomar cualquier valor inferior al número de elementos en el vector de la solución de la variable de estado resuelta y debe considerarse que de este valor depende directamente la duración de la pieza musical a generar, al igual que la duración del proceso de creación de la pieza (ver nota 1).

Notaa.- Parámetro musical que indica la nota más baja utilizada para generar la música. Puede tomar valores desde 1 hasta 35, teniendo que ser forzosamente menor al utilizado para *notab* (ver nota 2).

Notab.- Parámetro musical que indica la nota más alta utilizada para generar la música. Puede tomar valores desde 2 hasta 35, teniendo que ser forzosamente mayor al utilizado para *notaa* (ver nota 2).

Frac.- Parámetro musical que indica el factor por el cual se dividirá la duración de la nota. Ejemplo si $Frac = x$, entonces la duración de la nota es $1/x$ segundos (ver nota 3).

DivF.- Parámetro musical que indica el factor por el cual se dividirá la frecuencia de muestreo de las notas. Esto ayuda a que el procesamiento del programa sea más rápido sacrificando algo de nitidez en las notas generadas (ver nota 4).

Nota 1: Debe notarse que este parámetro funciona como frecuencia de muestreo para la variable de estado resuelta, ya el número de elementos del vector de la solución es dividido entre este valor para obtener cada cuando se realiza el muestreo y así determinar la nota correspondiente. Para mayor información véanse los resultados en el capítulo VI, primer conjunto de resultados.

Nota 2: La resta entre estos valores da como resultado el número de rangos que tendrán que definirse para discretizar la señal en amplitud. Para mayor información véanse los resultados en el capítulo VI, segundo conjunto de resultados.

Nota 3: Dado que las notas han sido obtenidas mediante un muestreo de 22050 Hz no es posible acceder a valores del vector de datos provocados por divisiones que no son submúltiplos de 22050, por esto se expone que en la nota aclaratoria de éste parámetro que solo se utilicen los valores múltiplos de: 2, 3, 3, 5, 5, 7, 7, ya que $2*3*3*5*5*7*7 = 22050$, de no ser así se intentaría acceder a localidades inexistentes del vector de datos de las notas, lo cual provocaría una falla en el programa.

Nota 4: Al igual que el parámetro *Frac* este es un divisor que afecta el vector de datos de las notas muestreadas y de igual forma este no puede tomar valores que puedan en un momento dado pretender acceder a localidades inexistentes del vector de datos.

Al utilizarse ambos parámetros debe tomarse en cuenta que la multiplicación de ambos parámetros sea un submúltiplo exacto de 22050 por las razones antes mencionadas.

A continuación se expone un ejemplo (figura 30) de los resultados obtenidos al utilizar determinados parámetros contenidos en esta sección del programa.

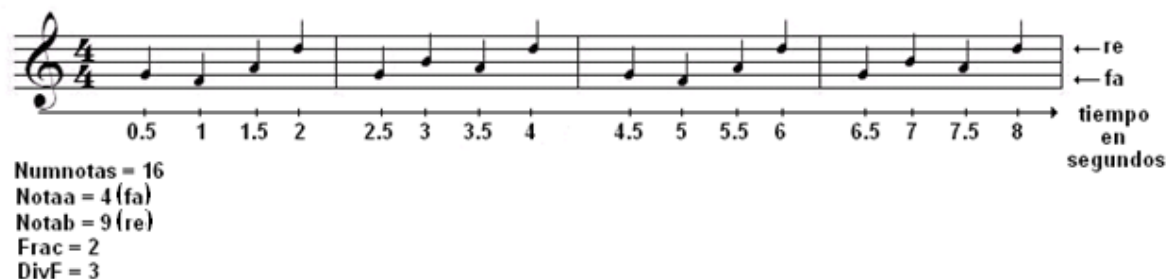


Figura 31. Efectos de los parámetros musicales en la pieza a generar.

Como se aprecia esta es una secuencia de 16 notas (*Numnotas*) acotada por las notas Fa y Re (*Notaa* y *Notab*) cuya duración de cada nota es de medio segundo (*Frac*).

En este caso no es posible apreciar los efectos de *DivF* debido a que este no afecta directamente a la composición tal cual, sino a la calidad de sonido de la misma, recordemos que la nitidez de las notas es afectada por este parámetro y en ese sentido escapa a todo gráfico siendo solo apreciable su efecto con el oído.

`% Parámetros musicales.`

`Numnotas=150; % Número de notas; El número de notas deseadas y la duración
 % de las notas (Frac), nos dirán la duración de la música a
 % generar.`

`Notab=1; % Nota más baja asignada al valor de la función más bajo.
 Notaa=21; % Nota más alta asignada al valor de la función más alto.
 % Aclaración, 'Notab' no debe ser mayor a 'Notaa'.`

```

        % 'Notaa' puede tomar un valor máximo de 36 y 'Notab' un
mínimo de 1.
        % La nota Do central(C4 notación inglesa) es la: 8.

Frac=5;      % Fracción de la duración de la nota; si 2, entonces la nota
durará      % 1/2 segundo; si 3, entonces la nota durará 1/3 segundo.

DivF=5;     % Factor para reducir la frecuencia de muestreo. Ayuda a
hacer el    % programa más rápido sacrificando un poco de nitidez del
           % audio generado.
           % Buena calidad de 1 y 2.
           % Calidad media 3 y 5.
           % Modo de prueba: 6,7,9,10,14,15,18
           % (Multiplos de 2,3,3,5,5,7,7)

           % NOTA IMPORTANTE: La multiplicación entre Frac y DivF debe
           % ser forzosamente un multiplo de 2,3,3,5,5,7,7 de lo
           % contrario el programa no podrá realizar el proceso.

```

Solución de la ecuación diferencial:

Ode45.- Esta instrucción es la encargada de resolver la ecuación diferencial de los sistemas caóticos hasta ahora implementados.

CI.- Este parámetro es el encargado de definir las condiciones iniciales del sistema, y dado que ambos sistemas (Chua y Lorenz) cuentan con tres variables de estado, es necesario que este parámetro sea un vector de tres elementos. Como es bien sabido de los sistemas caóticos, estas condiciones iniciales son las que propician que este tipo de sistemas puedan presentar una dinámica completamente distinta con tan solo alterar un poco dichos valores, por lo que será este un parámetro de suma importancia para el usuario que desee generar diversas piezas a partir de un sistema dado.

```

%Solución de la ecuación diferencial

```

```

lng1=linspace(0,lng,(lng* muestreo )); % Genera un vector de tiempo.
options=[];
[T,X] = ode45(@funcionesx,lng1,[CI],options,xfun);
%Resuelve la ecuación diferencial con las especificaciones indicadas en
%las variables de control.

```

Capítulo VI

Resultados

Dada la naturaleza de este proyecto de tesis los resultados que se pretenden mostrar son de carácter ilustrativo en cuanto a los alcances del programa en su versión actual. Se pretenden mostrar una serie de ejemplos y comentarlos, observar la semejanza existente entre uno y otro, al igual que sus diferencias. Quizá en un trabajo posterior se pueda hablar sobre las tendencias que puedan generar la variación de uno u otro parámetro en específico, que por razones de tiempo no fue posible incluir dentro de la presente tesis.

Para el análisis de los resultados obtenidos se ha decidido establecer como fijos algunos parámetros dentro de las variables de control y parámetros musicales, con la finalidad de solo mapear algunas variables y así poder establecer alguna conclusión sobre los resultados obtenidos ante la variación de los mismos, por lo cual, se han definido tres conjuntos de resultados, los cuales serán tratados en ambos sistemas disponibles, Lorenz y Chua.

El primer conjunto de resultados pretende ilustrar el comportamiento generado por el parámetro Numnotas que es el encargado de establecer el número de notas por las cuales será compuesta la pieza generada.

El segundo conjunto de resultados será definido por la variable Notaa y Notab que son las encargadas de establecer las notas que serán utilizadas durante la generación de la pieza musical.

Y posteriormente las condiciones iniciales del sistema que son las que diversifican el tipo de respuesta del sistema.

Para los tres conjuntos los resultados se presentarán de la siguiente forma:

1. Se definirá el sistema con el cual se trabajará.
2. Se definirán los parámetros fijos.
3. Se definirán y justificarán los parámetros que serán mapeados.
4. Se presentarán los resultados y sus comentarios.

Para la interpretación de los resultados, también, se ha adjuntado una tabla de conversión de amplitud a notas en el sistema franco-belga y el sistema de notación musical inglesa, esto con la finalidad de que puedan ser generadas las partituras a partir de la gráfica que describe la pieza musical (ver tabla 1).

Obsérvese la partitura de ejemplo que da de muestra para la primera pieza musical generada de Lorenz y de Chua (50 notas), en las figuras 33 y 43.

Amplitud	Sistema franco-belga	Sistema de notación musical inglesa
1	Do2	C3
2	Re2	D3
3	Mi2	E3
4	Fa2	F3
5	Sol2	G3
6	La2	A3
7	Si2	B3
8	Do3	C4
9	Re3	D4
10	Mi3	E4
11	Fa3	F4
12	Sol3	G4
13	La3	A4
14	Si3	B4
15	Do4	C5
16	Re4	D5
17	Mi4	E5
18	Fa4	F5
19	Sol4	G5
20	La4	A5
21	Si4	B5
22	Do5	C6
23	Re5	D6
24	Mi5	E6
25	Fa5	F6
26	Sol5	G6
27	La5	A6
28	Si5	B6
29	Do6	C7
30	Re6	D7
31	Mi6	E7
32	Fa6	F7
33	Sol6	G7
34	La6	A7
35	Si6	B7
36	Do7	C8

Tabla 1. Conversión de amplitud a sistema Franco-belga y sistema de notación inglesa.

VI.1 Sistema de Lorenz

Sistema de Lorenz (xfun = 1)

Variables de control

Longitud de la respuesta en tiempo: 30 (lng = 30)

Muestreo entre unidad de tiempo: 10 (muestreo = 10)

Variable de estado: 1 (U = 1)

Condiciones iniciales: [-5 -2 15] (CI = [-5 -2 15])

Parámetros musicales

Nota más alta: Mi2 (Notaa = 3)

Nota más baja: La3 (Notab = 13)

Duración de las notas: 0.2 segundos (Frac = 5)

Frecuencia de muestreo para generar el audio: 4410 Hz (DivF = 5)

Parámetro a estudiar

El análisis se hará sobre el número de notas que se utilizarán para generar la pieza musical. Se ha contemplado este parámetro puesto que de éste depende la cantidad de muestras que se tomarán de la respuesta, siendo el equivalente a una especie de factor de muestreo de la respuesta en tiempo.

Las cantidades de notas a utilizar se muestran en la tabla 2.

	Primer prueba	Segunda prueba	Tercer prueba
Numero de notas	50	100	150

Tabla 2. Número de notas a utilizar durante las pruebas.

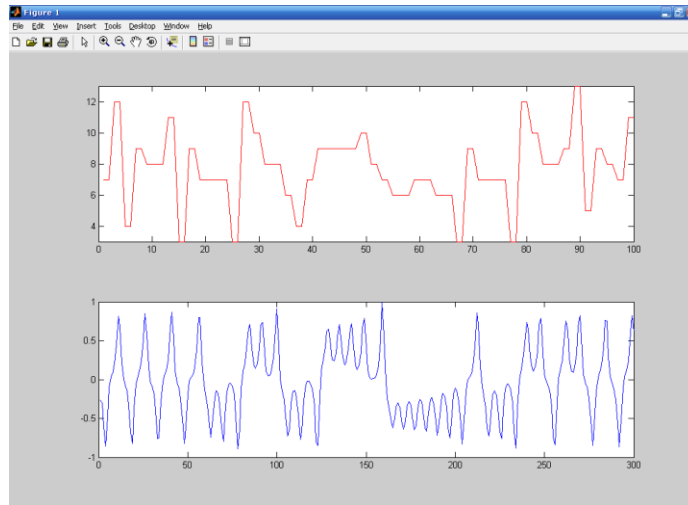


Figura 32. Prueba realizada con el sistema de Lorenz utilizando parámetros constantes y 50 notas. En la gráfica se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

A continuación se muestra la partitura generada (figura 33) a partir de la prueba realizada del sistema de Lorenz usando 50 notas, esto con la finalidad de ejemplificar la posibilidad de convertir la secuencia numérica a una partitura utilizando la tabla 1.

Nota: La secuencia numérica se encuentra inmersa en la variable graf, para realizar la conversión de la misma a una partitura se debe considerar que cada dos valores del vector corresponden a una misma nota, es decir que si la nota es tocada una sola vez encontraremos el valor de la nota dos veces en el vector de la variable graf consecutivamente.



Figura 33. Partitura generada a partir del sistema de Lorenz utilizando parámetros constantes y 50 notas.

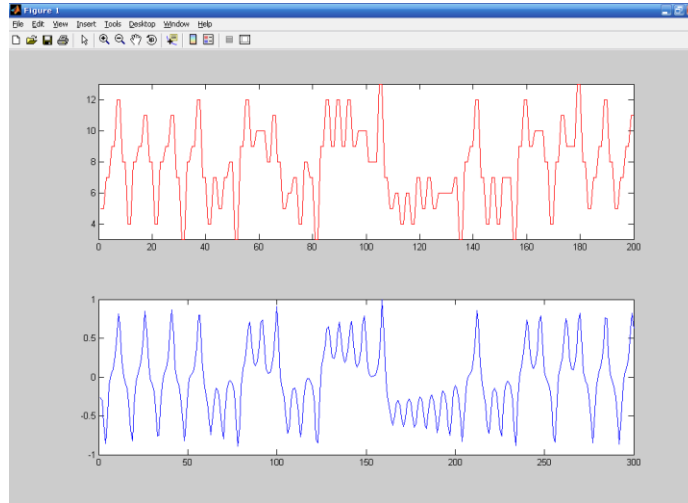


Figura 34. Prueba realizada con el sistema de Lorenz utilizando parámetros constantes y 100 notas. En la gráfica se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

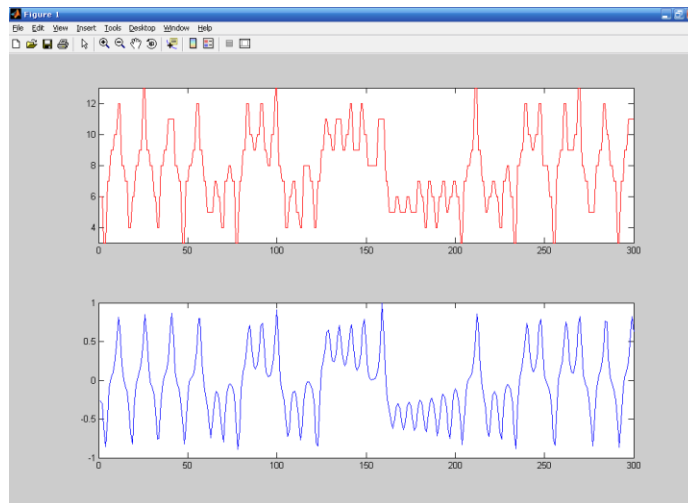


Figura 35. Prueba realizada con el sistema de Lorenz utilizando parámetros constantes y 150 notas. En la gráfica se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

Observaciones: Como se había comentado con anterioridad, el parámetro del número de notas funciona como una especie de factor de muestreo, ya que al mantener el número de elementos del vector de solución constante y aumentar el número de notas resulta necesario incrementar la tasa de muestreo sobre el vector de solución, y por consecuencia se tiene un mejor seguimiento de la señal caótica, tal y como se puede apreciar de las imágenes de la figura 32, de la primera se observa un submuestreo, mientras que de la última se puede apreciar que la secuencia musical se asemeja mucho a la señal caótica de origen. De esto se puede inferir, que un número de notas igual a el número de elementos del vector solución da como consecuencia la representación exacta de la señal caótica origen por parte de la secuencia musical.

Sistema de Lorenz ($x_{fun} = 1$)

Variables de control

Longitud de la respuesta en tiempo: 30 ($lng = 30$)

Muestreo entre unidad de tiempo: 10 ($muestreo = 10$)

Variable de estado: 1 ($U = 1$)

Condiciones iniciales: [-5 -2 15] ($CI = [-5 -2 15]$)

Parámetros musicales

Número de notas: 150 ($Numnotas = 150$)

Duración de las notas: 0.2 segundos ($Frac = 5$)

Frecuencia de muestreo para generar el audio: 4410 Hz ($DivF = 5$)

Parámetro a estudiar

El análisis se hará sobre el rango de notas (Tabla 3) que se utilizarán para generar la pieza musical. Se ha contemplado este parámetro puesto que de éste depende el rango de notas a utilizar, siendo este un equivalente a un factor de muestreo en amplitud de la respuesta. A su vez se utilizará un valor elevado de número de notas (*Numnotas*) debido a que se ha visto que con este parámetro permite seguir la forma de la curva de la respuesta en tiempo.

Intervalo	5 ^a	7 ^a	22 ^a
Nota más baja	La2 (Notab = 6)	Do3 (Notab = 8)	Do2 (Notab = 1)
Nota más alta	Mi3 (Notaa = 10)	Si3 (Notaa = 14)	Si4 (Notaa = 21)

Tabla 3. Intervalos a utilizar durante la generación de piezas musicales de muestra.

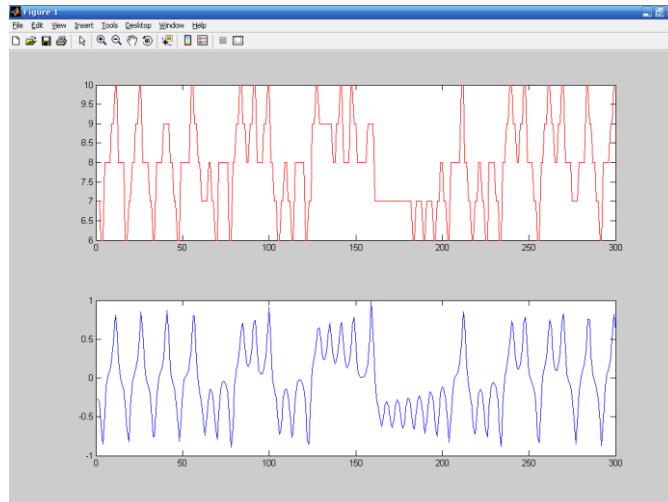


Figura 36. Prueba realizada con el sistema de Lorenz utilizando parámetros constantes y una variación de notas de La2 a Mi3. En la gráfica se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

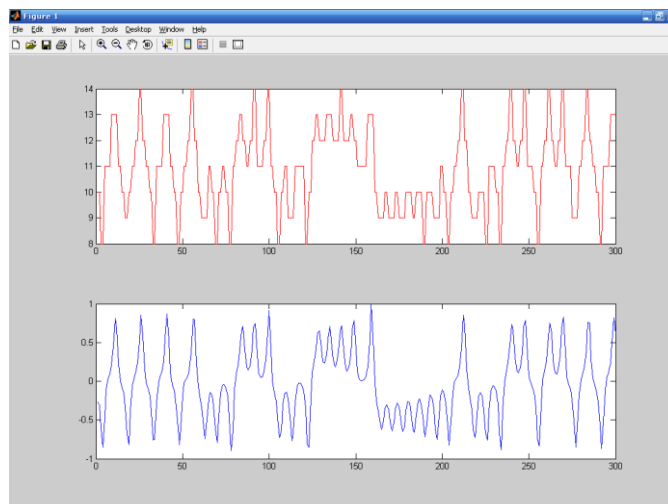


Figura 37. Prueba realizada con el sistema de Lorenz utilizando parámetros constantes y una variación de notas de Do3 a Si3. En la gráfica se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

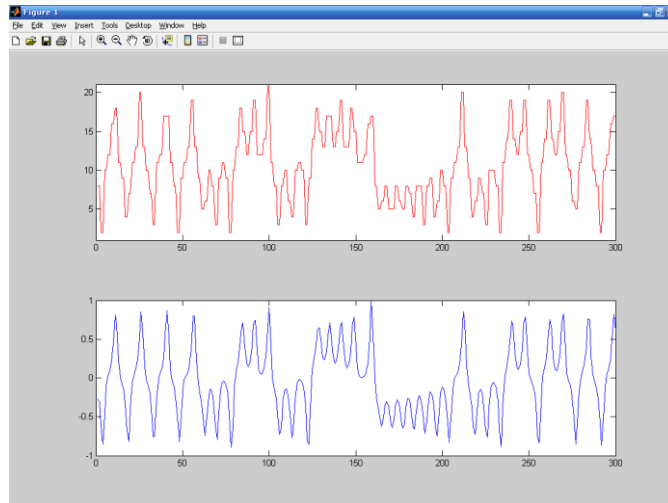


Figura 38. Prueba realizada con el sistema de Lorenz utilizando parámetros constantes y una variación de notas de Do2 a Si3. En la gráfica se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

Observaciones: De los resultados obtenidos se observa como al aumentar el número de notas la secuencia generada puede aproximarse más a la curva generada por la señal caótica de origen. Nótese que la primer grafica hay una sección en la que la señal caótica de origen permanece dentro de un rango de valores para los cuales la secuencia musical asigna una misma nota, perdiendo así similitud con respecto a la señal de caótica.

Sistema de Lorenz (xfun = 1)

Variables de control

Longitud de la respuesta en tiempo: 30 (lng = 30)

Muestreo entre unidad de tiempo: 10 (muestreo = 10)

Variable de estado: 1 (U = 1)

Parámetros musicales

Número de notas: 150 (Numnotas = 150)

Nota más baja: Do3 (Notab = 8)

Nota más alta: Si3 (Notaa = 14)

Duración de las notas: 0.2 segundos (Frac = 5)

Frecuencia de muestreo para generar el audio: 4410 Hz (DivF = 5)

Parámetro a estudiar

Ahora se pasará a analizar las variantes que provoca el variar las condiciones iniciales del sistema, que como ya se ha explicado con anterioridad son las que diversifican el tipo de respuesta que tiene el sistema y con ello, permiten generar un sin fin de piezas musicales.

Las condiciones iniciales a utilizar durante estas pruebas se ilustran en la tabla 4.

Condiciones iniciales	Primer prueba	Segunda prueba	Tercer prueba
X_1	-5	-5.1	-4.9
X_2	-2	-2.1	-1.9
X_3	15	15.1	14.9

Tabla 4. Condiciones iniciales a utilizar en las pruebas con el sistema de Lorenz.

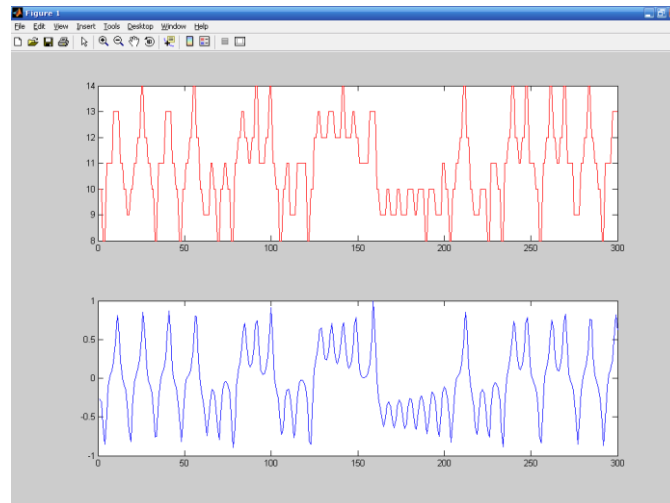


Figura 39. Prueba realizada con el sistema de Lorenz parámetros constantes y condiciones iniciales [-5 -2 15]. En cada una de las gráficas se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

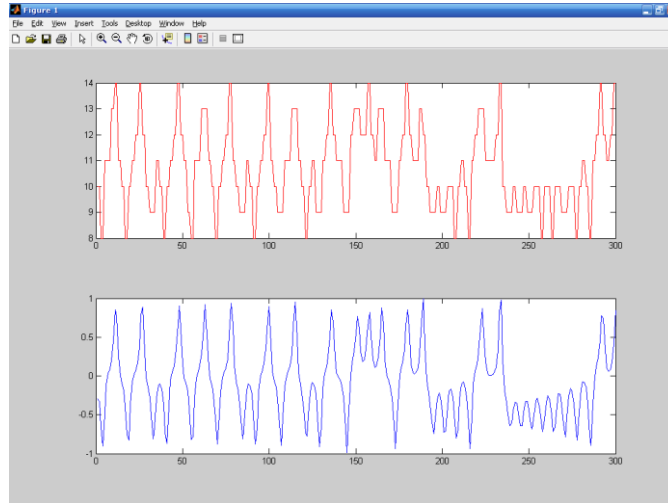


Figura 40. Prueba realizada con el sistema de Lorenz parámetros constantes y condiciones iniciales $[-5.1 \ -2.1 \ 15.1]$. En cada una de las gráficas se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

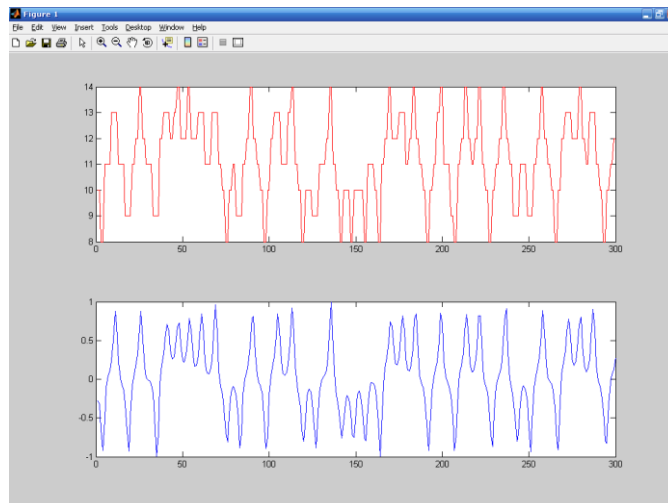


Figura 41. Prueba realizada con el sistema de Lorenz parámetros constantes y condiciones iniciales $[-4.9 \ -1.9 \ 14.9]$. En cada una de las gráficas se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

Observaciones: De estos resultados se concluye una de las propiedades y/o características de los sistemas caóticos y esto es su altísima sensibilidad a las condiciones iniciales del sistema, lo cual, nos permite en un futuro dado si así se desea, poder generar una infinidad de piezas musicales. Nótese que este no es el único parámetro que permite una variación en las piezas musicales generadas, ya que este parámetro solo da la forma de la señal caótica de origen, no así la frecuencia de muestreo o rangos de discretización de amplitud para la generación de la secuencia musical.

VI.2 Circuito de Chua

Circuito de Chua (xfun = 2)

Variables de control

Longitud de la respuesta en tiempo: 60 (lng = 60)

Muestreo entre unidad de tiempo: 10 (muestreo = 10)

Variable de estado: 1 (U = 1)

Condiciones iniciales: [1 0.2 0] (CI = [1 0.2 0])

Parámetros musicales

Nota más alta: Mi2 (Notaa = 3)

Nota más baja: La3 (Notab = 13)

Duración de las notas: 0.2 segundos (Frac = 5)

Frecuencia de muestreo para generar el audio: 4410 Hz (DivF = 5)

Parámetro a estudiar

El análisis se hará sobre el número de notas que se utilizarán para generar la pieza musical. Se ha contemplado este parámetro puesto que de éste depende la cantidad de muestras que se tomarán de la respuesta, siendo el equivalente a una especie de factor de muestreo de la respuesta en tiempo. Las cantidades de notas a utilizar se muestran en la tabla 2.

Nótese que las condiciones de las pruebas son en su mayoría iguales que al sistema de Lorenz, a diferencia que por la velocidad del circuito de Chua que es más lenta, se ha recurrido a aumentar la longitud de la respuesta de 30 a 60 unidades de tiempo, además de que se han cambiado las condiciones iniciales.

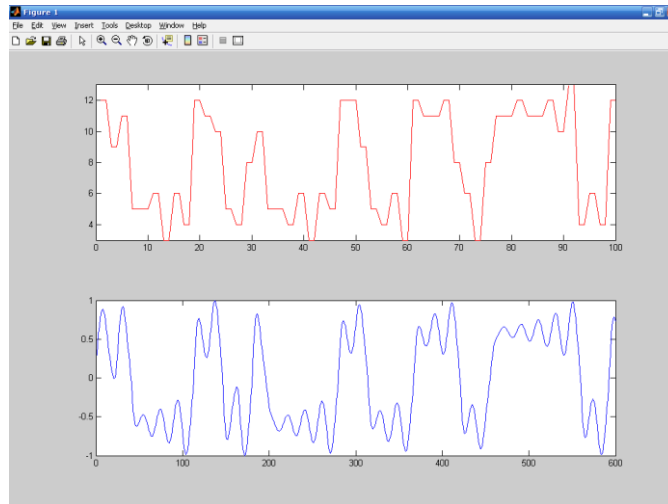


Figura 42. Prueba realizada con el circuito de Chua utilizando parámetros constantes y 50 notas. En la gráfica se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

A continuación se muestra la partitura generada (figura 43) a partir de la prueba realizada del circuito de Chua usando 50 notas, esto con la finalidad de ejemplificar la posibilidad de convertir la secuencia numérica a una partitura utilizando la tabla 1.

Nota: La secuencia numérica se encuentra inmersa en la variable *graf*, para realizar la conversión de la misma a una partitura se debe considerar que cada dos valores del vector corresponden a una misma nota, es decir que si la nota es tocada una sola vez encontraremos el valor de la nota dos veces en el vector de la variable *graf* consecutivamente.

Observaciones: Para este sistema se tuvieron que modificar tanto la duración de la respuesta de 30 a 60 unidades de tiempo como las condiciones iniciales del sistema, esto con la finalidad de obtener un patrón, en el cual, sobresalgan las características del caos, ya que bajo las mismas condiciones que el sistema de Lorenz no se presentaban tales.

Circuito de Chua (xfun = 2)

Variables de control

Longitud de la respuesta en tiempo: 60 (Ing = 60)

Muestreo entre unidad de tiempo: 10 (muestreo = 10)

Variable de estado: 1 (U = 1)

Condiciones iniciales: [1 0.2 0] (CI = [1 0.2 0])

Parámetros musicales

Número de notas: 150 (Numnotas = 150)

Duración de las notas: 0.2 segundos (Frac = 5)

Frecuencia de muestreo para generar el audio: 4410 Hz (DivF = 5)

Parámetro a estudiar

El análisis se hará sobre el rango de notas (Tabla 3) que se utilizarán para generar la pieza musical. Se ha contemplado este parámetro puesto que de éste depende el rango de notas a utilizar, siendo este un equivalente a un factor de muestreo en amplitud de la respuesta. A su vez se utilizará un valor elevado de número de notas (*Numnotas*) debido a que se ha visto que con este parámetro permite seguir la forma de la curva de la respuesta en tiempo.

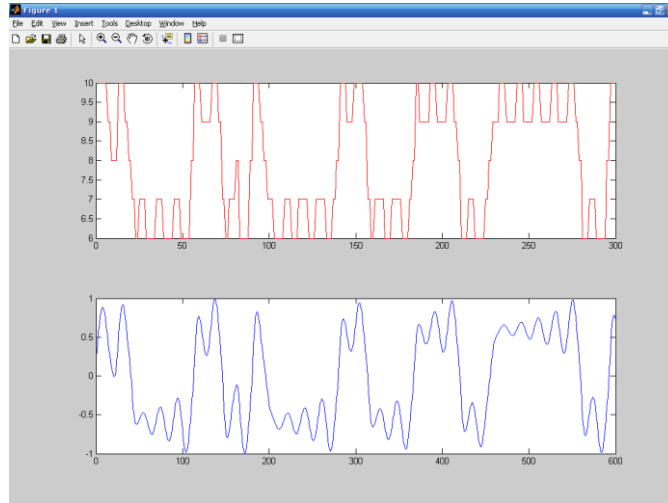


Figura 46. Prueba realizada con el circuito de Chua utilizando parámetros constantes y una variación de notas de La2 a Mi3. En la gráfica se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

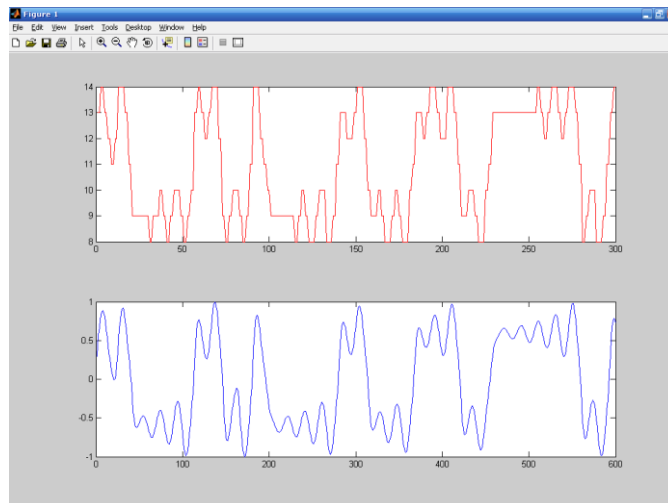


Figura 47. Prueba realizada con el circuito de Chua utilizando parámetros constantes y una variación de notas de Do3 a Si3. En la gráfica se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

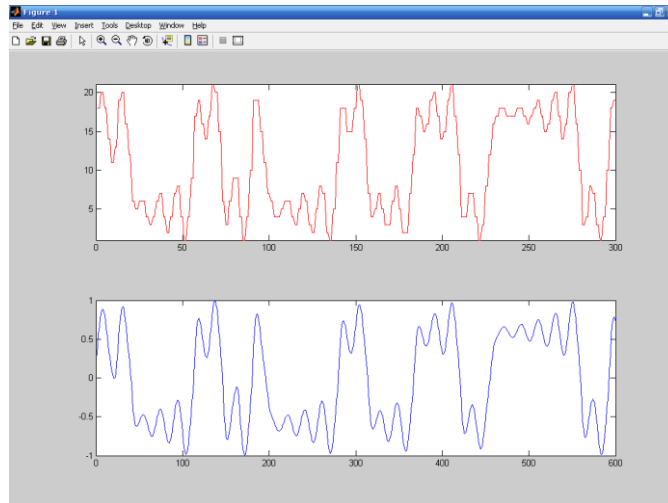


Figura 48. Prueba realizada con el circuito de Chua utilizando parámetros constantes y una variación de notas de Do2 a Si4. En la gráfica se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

Observaciones: En este caso ocurre que en la segunda prueba realizada, es decir, al utilizar una octava una sección de la señal caótica queda dentro de una sección de amplitud, para lo cual se le asigna una misma nota, cayendo así en un submuestreo, situación que no se presenta al utilizar 3 octavas.

Circuito de Chua ($x_{fun} = 2$)

Variables de control

Longitud de la respuesta en tiempo: 60 ($l_{ng} = 60$)

Muestreo entre unidad de tiempo: 10 ($m_{uestreo} = 10$)

Variable de estado: 1 ($U = 1$)

Parámetros musicales

Número de notas: 150 ($N_{umnotas} = 150$)

Nota más baja: Mi ($N_{otab} = 8$)

Nota más alta: La ($N_{otaa} = 14$)

Duración de las notas: 0.2 segundos ($F_{rac} = 5$)

Frecuencia de muestreo para generar el audio: 4410 Hz ($D_{ivF} = 5$)

Parámetro a estudiar

Ahora se pasará a analizar las variantes que provoca el variar las condiciones iniciales del sistema, que como ya se ha explicado con anterioridad son las que diversifican el tipo de respuesta que tiene el sistema y con ello, permiten generar un sin fin de piezas musicales.

Las condiciones iniciales a utilizar durante estas pruebas se ilustran en la tabla 5.

Condiciones iniciales	Primer prueba	Segunda prueba	Tercer prueba
X_1	1	0.9	1.1
X_2	0.2	0.1	0.3
X_3	0	-0.1	0.1

Tabla 5. Condiciones iniciales a utilizar en las pruebas sobre el circuito de Chua.

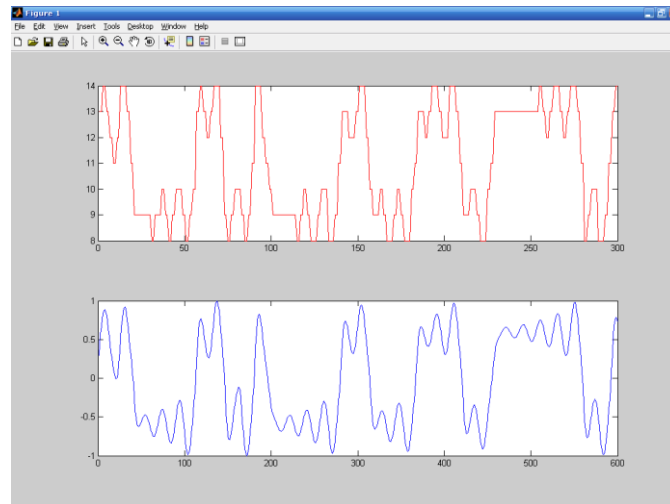


Figura 49. Prueba realizada con el circuito de Chua parámetros constantes y condiciones iniciales [1 0.2 0]. En cada una de las gráficas se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

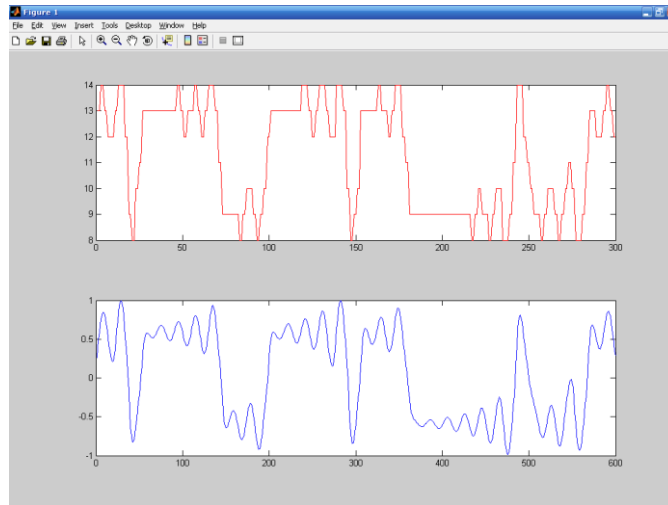


Figura 50. Prueba realizada con el circuito de Chua parámetros constantes y condiciones iniciales [1.1 0.3 0.1]. En cada una de las gráficas se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

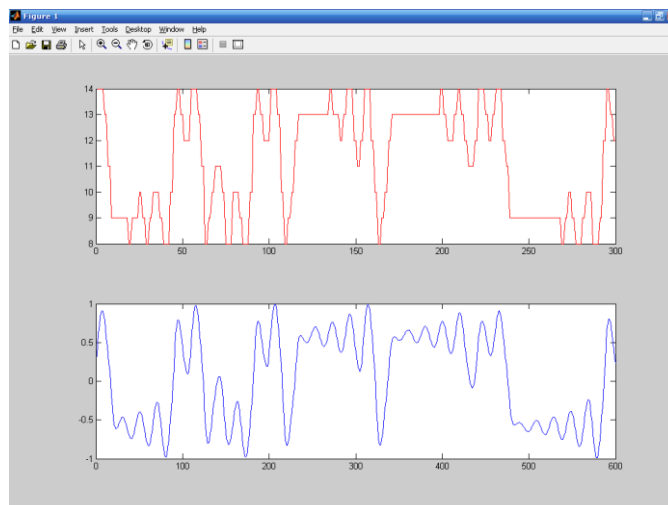


Figura 51. Prueba realizada con el circuito de Chua parámetros constantes y condiciones iniciales [0.9 0.1 -0.1]. En cada una de las gráficas se muestra arriba la secuencia musical generada, mientras que abajo la señal caótica de origen.

Observaciones: El circuito de Chua ha mostrado tener cambios en amplitud relativamente más lentos que el sistema de Lorenz y debido a ello la secuencia musical se encuentra oscilando entre las notas extremas, al igual que presenta algunas oscilaciones de baja amplitud, lo cual provoca que se asigne una misma nota consecutivamente, dicha cuestión se puede solucionar aumentando el rango de notas a utilizar (*Notaa* y *Notab*).

Capítulo VII

Conclusiones

A pesar de que en la antigüedad se creía que el arte y la ciencia eran cuestiones distintas e incluso se llegó a pensar que podían ser opuestas, la historia ha mostrado que estas llevan una relación bastante íntima, misma que sus grandes expositores se han encargado de establecer y sus seguidores de descubrir. La música y las matemáticas siempre han mostrado haber tenido una relación para llevar a cabo una armonía, pero no se había podido incluir el aspecto natural de las cosas a estos más que por medio de los sentimientos humanos hacia las cosas mismas. Esta nueva rama de las ciencias, es decir, el estudio de los fractales, ha podido abrir o introducir un nuevo aspecto de la naturaleza a la ciencia y a todos sus beneficiarios.

VII.1 Conclusiones sobre los resultados obtenidos

La propuesta del programa en un inicio consistía meramente en un programa, el cual, pudiera extraer el patrón caótico de la respuesta de algún sistema dinámico en particular, pero tras investigar se encontraron diversos software con dichas capacidades, por lo cual, se optó por uno, el cual, tuviese el código abierto de modo que el usuario pudiese modificar todo tipo de parámetros con la finalidad de que este generase sus propias secuencias.

Los resultados obtenidos durante este trabajo de tesis son meramente ilustrativos, ya que el objetivo de la tesis es la creación del programa con las capacidades ya descritas y no la obtención de datos estadísticos. Se ha trabajado y utilizado el programa en la creación de piezas musicales basándose en el método del código de musificación básica (Basic Musification Code) mostrando que no solo este es capaz de generar piezas musicales, sino que también permite elaborar un sin fin de piezas musicales tomando en cuenta las propiedades del caos y su sensibilidad a condiciones iniciales y además de que este

programa es modificable en los parámetros de construcción del sistema, muestreo de la señal caótica de origen, rangos de notas a utilizar y demás que ya se han expuesto, situación que no se presenta en algunos otros software desarrollados.

VII.2 Trabajo futuro

El programa en su versión final se encuentra funcional y en código abierto, cuenta con cinco variables de control (modelo a utilizar, variable de estado a utilizar, longitud de la respuesta, muestreo por unidad de tiempo y condiciones iniciales) y cuatro parámetros musicales (Número de notas, dos variables para definir el rango de notas, duración de las notas y frecuencia de muestreo para generar el audio).

Para el trabajo a futuro se ha contemplado:

- La implementación de otros sistemas dinámicos, como el modelo del circuito de Chua de múltiples enrollamientos, por dar un ejemplo.
- Se ha contemplado la posibilidad de utilizar otros instrumentos para ser asignados a las otras variables de estado.
- Sobre poner diversas piezas musicales.
- La realización de un cálculo de índice de fractalidad, esto con la finalidad de poder establecer estadísticas alrededor de algún parámetro en particular.
- La creación de un programa ejecutable.

Literatura citada

- [1] <http://es.wikipedia.org/wiki/Musica>
- [2] Benoît Mandelbrot, *La Geometría Fractal de la Naturaleza*, Tusquets, 1977
- [3] Falconer, Kenneth (2003). *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley & Sons, Ltd., pp. XXV.
- [4] M. Bigerelle y A. Iost. Fractal dimension and classification of music, *Chaos, Solutions and Fractals* 11 (2000) 2179±2192.
- [5] <http://www.ruedaarmonica.com/5.php>
- [6] <http://es.wikipedia.org/wiki/Dimension>
- [7] Vicente Solé, Ricard y Cuebas Manrubia, Susanna Orden y caos en sistemas complejos. Fundamentos 2001
- [8] <http://www.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo8/1.html>
- [9] Martín, M. A. 1993. Estructuras fractales. Labor. 279 p.
- [10] H. J. Hernández Palma. Measurement in aerial photographs using fractals *Revista de Ciencias Forestales – Quebracho N° 7 – Junio 1999*
- [11] <http://www.arrakis.es/~sysifus/escher.html>
- [12] <http://www.fractalartcontests.com/2006/winners.php>
- [13] Perez Ortiz Juan Antonio. Musica fractal: el sonido del caos. Mayo 2000. 47p. (<http://www.dlsi.ua.es/~japerez/pub/pdf/mfsc2000.pdf>)
- [14] Gerald Bennett. Chaos, self-similarity, musical phrase and form 1996 (<http://www.gdbennett.net/texts/Chaos.pdf>)
- [15] Larry Salomon, The fractal nature of music 2002 (<http://solomonsmusic.net/fracmus.htm>)
- [16] http://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto_de_Mandelbrot
- [17] T. Matsumoto. A Chaotic Attractor from Chua's Circuit. *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol. CAS-31, NO.12, December 1984
- [18] Eleonora Bilotta, Stefania Gervasi, Pietro Pantano. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 15, No. 2 (2005) 253–382
- [19] <http://buscon.rae.es/draeI/>
- [20] http://estudiandopiano.nireblog.com/cat/teoria-musical/pag_5/
- [21] <http://www.temakel.com/pinthokusai.htm>
- [22] <http://discovermagazine.com/2001/nov/featpollock>
- [23] <http://www.fantastic-fractals.com/Jackson-Pollock-Fractals.html>
- [24] <http://www.arrakis.es/~sysifus/escher.html>
- [25] Melkon Tatlier Rana Suvak How fractal is dancing? *Chaos, Solitons and Fractals* 36 (2008) 1019–1027
- [26] E. Bilotta, R. Campolo, P. Pantano, and F. Stranges. Sound Synthesis and Chaotic Behaviour in Chua's Oscillator
- [27] <http://reglos.de/musinum/>
- [28] <http://www.omegaville.com/gingerbread/>
- [29] <http://www.realidadliteral.net/poesia-visual-textos.htm#fractal>
- [30] http://es.wikipedia.org/wiki/Frecuencias_de_afinaci%C3%B3n_del_piano