

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA



FACULTAD DE CIENCIAS MARINAS



**“EVALUACIÓN DE LA IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS TÉRMINOS DE
LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO USANDO INFORMACIÓN DE RADARES
HF PARA LA REGIÓN FRONTERIZA EEUU- MÉXICO”**

TESIS

que para obtener el título de:

OCEANÓLOGO

Presenta:

Evaristo Rojas Mayoral

Ensenada, B.C., México

Junio del 2005

RESUMEN

Se evaluó la importancia relativa de los términos de las ecuaciones de movimiento usando información de radares HF para la región fronteriza EEUU-México. A partir de las ecuaciones de movimiento y la ecuación de continuidad se obtuvo un conjunto de ecuaciones que describen el movimiento horizontal promediado del fondo a la superficie en términos de las velocidades horizontales. A este conjunto de ecuaciones continuas se les discretizó, mediante el uso de diferencias finitas y el método del trapecio para integrar. Las ecuaciones, en su forma discreta, se evaluaron con una base de datos de la serie de tiempo de velocidades superficiales para la región fronteriza EEUU-México, medidas por un sistema de radares HF. Se usó un algoritmo computacional que calcula la contribución relativa de cada término de las ecuaciones. El sistema de radares HF combinado con el método propuesto probó ser útil para estudiar la contribución de los términos de las ecuaciones de movimiento en las corrientes superficiales de regiones extensas y clasificar el área en zonas según los balances físicos dominantes usando mediciones eulerianas. El análisis realizado muestra que, en la región estudiada, la zona cercana a la costa está influenciada por los términos del balance geostrófico (47%), mientras que a la zona lejana a la costa la describen los términos del balance inercial (46%).

“EVALUACIÓN DE LA IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS TÉRMINOS DE
LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO USANDO INFORMACIÓN DE RADARES
HF PARA LA REGIÓN FRONTERIZA EEUU-MÉXICO”

TESIS
QUE PRESENTA:
EVARISTO ROJAS MAYORAL

Aprobada por:



Presidente del Jurado
Dr. Rafael Hernández Walls



Sinodal Propietario
Dr. Reginaldo Durazo Arvizu



Sinodal Propietario
Dr. José Antonio Martínez Alcalá

*Afuera del mar y sobre él puede
reinar la injusticia del tirano... En sus
profundidades, solo el orden natural,
donde no caben dictadores...*

Julio Verne

pa'l Nepo

AGRADECIMIENTOS

A mi director, Dr. Rafael Hernández Walls, y sinodales Dr. Reginaldo Durazo Arvizu y Dr. José Antonio Martínez Alcalá, por su dirección y asesoría.

Al proyecto “Corrientes y Oleaje en el Golfo de Tehuantepec (COGOTE)” (CONACyT-DAIC U40822-F), por el apoyo económico brindado.

Al M.C. Manuel Moreno Mercado, por sus consejos como profesor y amigo.

A la M.C. Dora Waumann Rojas, por enseñarme a ser Oceanólogo.

Al Dr. Rafael Hernández Walls, por ser mi mentor a lo largo de la carrera.

Gracias.

ÍNDICE

1. Introducción	1
1.1. Área de estudio.....	1
1.2. Radars	5
1.3. Ecuaciones.....	9
2. Objetivo.....	17
3. Metodología	18
3.1. Diferencias Finitas	18
3.2. Método de integración usado	21
3.3. Ecuaciones discretas.....	21
3.4. Promedio por componentes.....	22
3.5. Contribución absoluta	22
3.6. Contribución relativa.....	23
3.7. Números adimensionales	23
4. Resultados	24
4.1. Precisión.....	24
4.2. Promedio por componentes.....	25
4.3. Contribución absoluta	45
4.4. Contribución relativa.....	55

4.5. Números Adimensionales	65
5. Discusión.....	68
6. Conclusión	73
6.1. Particular	73
6.2. General	73
7. Literatura Citada.....	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Área de estudio con la localización de los radares HF.	2
Figura 2. Espectro típico del eco de un radar HF, se muestra el corrimiento Doppler de los picos respecto a la posición teórica de los picos Bragg.	8
Figura 3. Componentes radiales de la velocidad superficial medidas por un radar HF.	8
Figura 4. Número de muestreos en cada posición y localización de los radares HF.	24
Figura 5. Error de medición promedio en cada posición y localización de los radares HF.	24
Figura 6. Promedio de la componente zonal del término del cambio local.	25
Figura 7. Promedio de la componente meridional del término del cambio local.	26
Figura 8. Promedio de la componente zonal del término del cambio advectivo.	27
Figura 9. Promedio de la componente meridional del término del cambio advectivo.	28
Figura 10. Promedio de la componente zonal del término de Coriolis.	29
Figura 11. Promedio de la componente meridional del término de Coriolis.	30
Figura 12. Promedio de la componente zonal del término de viscosidad.	31
Figura 13. Promedio de la componente meridional del término de viscosidad.	32
Figura 14. Promedio de la componente zonal del término de gradiente de presión.	33
Figura 15. Promedio de la componente meridional del término de gradiente de presión.	34
Figura 16. Promedio de la suma de los términos zonales del cambio local y de Coriolis.	35

Figura 17. Promedio de la suma de los términos meridionales del cambio local y de Coriolis.....	36
Figura 18. Promedio de la suma de los términos zonales de Coriolis y de gradiente de presión.....	37
Figura 19. Promedio de la suma de los términos meridionales de Coriolis y de gradiente de presión.....	38
Figura 20. Promedio de la suma de los términos zonales del cambio local y de gradiente de presión.....	39
Figura 21. Promedio de la suma de los términos meridionales del cambio local y de gradiente de presión.....	40
Figura 22. Promedio de la suma de los términos zonales del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión.....	41
Figura 23. Promedio de la suma de los términos meridionales del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión.....	42
Figura 24. Promedio de la suma de todos los términos zonales.....	43
Figura 25. Promedio de la suma de todos los términos meridionales.....	44
Figura 26. Promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio local.....	45
Figura 27. Promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio advectivo.....	46
Figura 28. Promedio de la contribución absoluta de los términos de Coriolis.....	47
Figura 29. Promedio de la contribución absoluta de los términos de viscosidad.....	48
Figura 30. Promedio de la contribución absoluta de los términos del gradiente de presión.....	49

Figura 31. Promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio local y de Coriolis.....	50
Figura 32. Promedio de la contribución absoluta de los términos de Coriolis y de gradiente de presión.	51
Figura 33. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local y de gradiente de presión.	52
Figura 34. Promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión.....	53
Figura 35. Promedio de la contribución absoluta de todos los términos.	54
Figura 36. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local.....	55
Figura 37. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio advectivo.	56
Figura 38. Promedio de la contribución relativa de los términos de Coriolis.....	57
Figura 39. Promedio de la contribución relativa de los términos de viscosidad.....	58
Figura 40. Promedio de la contribución relativa de los términos de gradiente de presión.....	59
Figura 41. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local y de Coriolis.....	60
Figura 42. Promedio de la contribución relativa de los términos de Coriolis y de gradiente de presión.	61
Figura 43. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local y de gradiente de presión.	62
Figura 44. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión.....	63

Figura 45. Promedio de la contribución relativa de todos los términos.....	64
Figura 46. Promedio del número de Reynolds.....	65
Figura 47. Promedio del número de Rossby.....	66
Figura 48. Promedio del número de Ekman.....	67

1. Introducción

Las costas pueden ser consideradas como un recurso por la importancia económica de las actividades que en ellas se desarrollan. Para su explotación óptima es necesario estudiar la dinámica costera, es decir, la relación entre las fuerzas que producen el movimiento y la descripción del movimiento mismo en las aguas costeras. En el presente trabajo se propone el uso de radares de alta frecuencia para la descripción de la dinámica superficial. El método propuesto es aplicado a los datos obtenidos por un sistema de radar HF en la costa de la región fronteriza EEUU-México, donde, entre otras cosas, se desarrollan actividades de navegación, pesqueras, turísticas, industriales, comerciales, residenciales y recreativas. La localización geopolítica de la región, sus características ecológicas y el incremento del riesgo de sufrir una contingencia ambiental son algunas razones por las que resulta importante su estudio.

La introducción se divide en tres secciones, donde se describe la región estudiada, se explica el funcionamiento de los radares de alta frecuencia y se muestran las ecuaciones utilizadas.

1.1. Área de estudio

El área de estudio se encuentra dentro de la región conocida oceanográficamente como *Southern California Bight*, entre las latitudes $32^{\circ} 7' 51''$ y $32^{\circ} 46' 46''$ norte y las longitudes $116^{\circ} 57' 59''$ y $117^{\circ} 36' 52''$ oeste. En el área se encuentran las Islas Coronado a unos 10 km al oeste de la ciudad de Tijuana. La línea de costa es recta y orientada a 153° de azimut. La configuración batimétrica del área sobre la plataforma

presenta una pendiente suave con una profundidad promedio cercana a los 25 m y lejos de la costa la profundidad máxima es mayor que 1000 m. Los vientos predominantes son del noroeste (Hernández-Walls, 1986) con rapidez promedio de $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Gaul y Stewar, 1960) y máximos de $11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Lentz, 1984) durante primavera y verano favoreciendo a las surgencias que generalmente comienzan en marzo y continúan mas o menos ininterrumpidamente hasta Julio (Sverdrup y Fleming, 1941). La región es afectada por la Corriente de California.

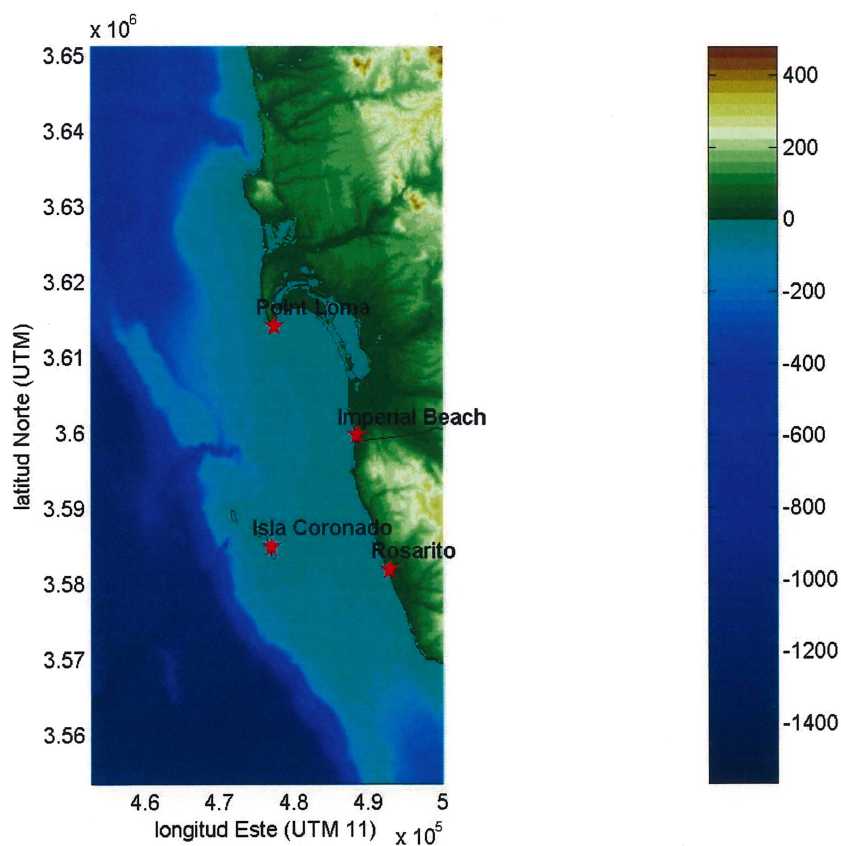


Figura 1. Área de estudio con la localización de los radares HF.

En el pacífico Norte, el continente americano bloquea completamente el transporte de deriva de los vientos del oeste, conocido como Corriente del Pacífico Norte, una porción de la cual gira hacia el norte para alimentar la Corriente de Alaska y el resto se dirige hacia el sur como Corriente de California (CC). La CC es un flujo con una componente prevaleciente hacia el ecuador entre las latitudes 48° y 23° norte a lo largo de la costa occidental de América, donde la masa de agua subártica converge con la masa de agua ecuatorial. El límite exterior de la CC está representado por la frontera entre la masa de agua subártica y la masa de agua subtropical y se localiza aproximadamente a 700 km fuera de la costa (Sverdrup *et al*, 1942). Esta corriente es somera (0-100 m) y tiene un flujo promedio superficial de 25 cm s^{-1} y fluye sobre una franja paralela a la costa de unos 200-400 km de ancho (Lynn y Simpson, 1987). Durante toda la época de surgencias, fluye, cerca de la costa a profundidades bajo los 200 m, una corriente subsuperficial que contiene considerables cantidades de agua ecuatorial (Sverdrup y Fleming, 1941). La CC exhibe una variación estacional con flujos persistentes (Sverdrup y Fleming, 1941; Winant y Bratkovich, 1981). En invierno el flujo es hacia el sur: en Playas de Tijuana, Hernández-Walls (1986) observó un flujo con desplazamiento neto hacia el sur, paralelo a las isóbatas, con una rapidez promedio de 22 cm s^{-1} medido en marzo de 1985; Godínez-Sandoval (1986) midió a 3 km de la costa de Rosarito velocidades promedio de 25 cm s^{-1} hacia el sur en marzo; Sierra-Carrascal (2003) encontró, para esta región, que el flujo promedio de las corrientes superficiales, medidas con un sistema de radares HF, durante enero y febrero del 2003 tuvo una orientación predominante hacia el sur; en esta época la temperatura superficial es

cercana a los 13° C y la columna es homogénea ya que la diferencia entre el fondo a 60 m y la superficie es de 2.3° C (Winant y Bratkovich, 1981). En verano el flujo es hacia el norte: en julio de 1985, Godínez-Sandoval (1986) encontró velocidades en promedio de 15 cm⁻¹ hacia el norte; la temperatura superficial en verano es aproximada a los 20° C y los perfiles de temperatura muestran tres capas (Winant y Bratkovich, 1981). La estructura de la densidad es casi paralela a la de la temperatura, con las isopícnas ascendiendo hacia la costa, siendo la temperatura el factor predominante en las fluctuaciones de densidad. Normalmente, las isopícnas someras forman una capa frontal inclinada hacia la superficie y las subsuperficiales se inclinan hacia abajo a medida que se acercan a la costa (Gómez-Valdés, 1980). La distribución de la densidad en las capas someras, con las isopícnas elevándose hacia la costa, indica un flujo geostrófico superficial hacia el ecuador; la distribución de densidad en las capas subsuperficiales, con las isopícnas hundiéndose hacia la costa, es una estructura típica de densidad asociada con una corriente subsuperficial hacia el polo. Las isolíneas de oxígeno disuelto y fosfatos ascienden hacia la costa, donde son encontrados los valores superficiales más altos de fosfatos y los mínimos valores superficiales de oxígeno disuelto (Wooster y Reid, 1963). Lejos de la costa la variación estacional del contenido de oxígeno disuelto en la superficie generalmente ocurre en respuesta al cambio estacional en temperatura; valores bajos en temperatura se correlacionan con valores altos en oxígeno disuelto. Durante todo el año los valores de oxígeno disuelto son más bajos cerca de la costa. Los valores bajos en la superficie se asocian a surgencias y los que ocurren a niveles

subsuperficiales se relacionan con la intrusión de las aguas de la contracorriente subsuperficial (Gómez-Valdés, 1980)

Las corrientes superficiales, además de repercutir en el éxito o fracaso en el asentamiento y reclutamiento de larvas de organismos, también son capaces de transportar materiales en suspensión como contaminantes tóxicos tanto para el hombre como para organismos marinos (Godínez-Sandoval, 1986; Sierra-Carrascal, 2003). En particular, la región estudiada presenta problemas ambientales asociados a descargas urbanas que llegan al océano desde efluentes en South Bay y Point Loma en California, y aportes de la ciudad de Tijuana a través de su planta de tratamiento en San Antonio de los Buenos, así como por el Río Tijuana (Sañudo-Wilhelmy y Suárez, 1984; Segovia-Savala, et al., 1995).

1.2. Radares

El sistema de radares de alta frecuencia (HF) es capaz de medir corrientes oceánicas superficiales en la región costera. Las mediciones proporcionan mapas sinópticos de corrientes de varios cientos de kilómetros cuadrados de la superficie oceánica.

Durante más de 30 años se han utilizado sistemas de radares HF para medir corrientes costeras y otras variables en áreas extensas (Teague *et al.*, 1997). Como ejemplos en la última década se pueden citar los trabajos realizados en Florida, donde se observaron remolinos de mesoescala (Haus *et al.*, 1997), patrones de transporte de larvas (Graber y Limouzy-Paris, 1997) y corrientes superficiales asociadas a ondas internas

(Shay, 1997); en Carolina del Norte, las corrientes asociadas a una onda Kelvin, en Virginia el efecto de la plataforma en las corrientes (Haus et al., 1997); en Baja California (Sierra-Carrascal, 2003), California (Paduan y Cook, 1997), y Francia (Prandle, 1997) se observó el efecto del viento en las corrientes y en Oregon flujos paralelos a la costa a media plataforma (Kosro et al., 1997).

Crombie (1955) descubrió que existen señales de radar que son dispersadas por las ondas superficiales del océano, un medio eléctricamente conductivo. El océano es una superficie rugosa con ondas que poseen muchos períodos. Cuando la señal del radar con longitud de onda λ , llega a las olas que están entre 3 y 50 metros de largo, se refleja en distintas direcciones. Solo aquellas señales que se dirigen hacia, o en contra de la estación transmisora, son detectadas. Las señales reflejadas por el oleaje que son del orden de $\frac{1}{2}$ de la longitud de onda generan resonancia con las ondas electromagnéticas emitidas por el radar. A este principio se le conoce como Mecanismo de reflexión Bragg. Un pico de alta energía es detectado en el espectro Doppler de la señal. El corrimiento Doppler en el pico de la señal reflejada se utiliza para obtener una medida de la intensidad de la corriente en la dirección del radar.

El análisis espectral de la señal reflejada muestra dos picos dominantes en el espectro de frecuencia. Estos picos, cuya posición es predecible, están asociados con las velocidades de fase de las olas del océano que son responsables del reflejo de la señal. Estas ondas de gravedad superficiales viajan en aguas profundas a una velocidad de fase

constante, C , determinada por su longitud de onda, como $C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$, donde g es la

constante gravitacional y L es la longitud de onda. Si $L=\lambda/2$, el valor de C se conoce de antemano y la posición de los picos es predecible, de tal forma que la frecuencia Doppler, f_d , registrado por el radar está dado por (Neal, 1992):

$$\pm f_d = \frac{2C}{\lambda} = \frac{2\sqrt{gL}/2\pi}{\lambda} = \sqrt{\frac{g}{\lambda\pi}}$$

En condiciones normales, sin embargo, se detectan ligeros cambios en la posición de los picos espectrales que son atribuidos a las corrientes superficiales que afectan el campo de oleaje (Crombie, 1972). El cambio de la frecuencia Doppler incluye la velocidad teórica de la velocidad de la onda más la influencia de la corriente subyacente del océano en la velocidad de la onda en una trayectoria radial (alejándose o cercándose hacia el radar). Estos pequeños desplazamientos son usados para medir la velocidad radial de la corriente superficial (Figura 2). El corrimiento de la frecuencia Doppler Δf ocasionado por la corriente está dado por:

$$\Delta f = \frac{2V_{cr}}{\lambda}$$

donde V_{cr} es la velocidad en la dirección radial de la corriente (Neal, 1992). Sin embargo, el cambio observado de la frecuencia Doppler no es exactamente equivalente con la velocidad teórica de la onda.

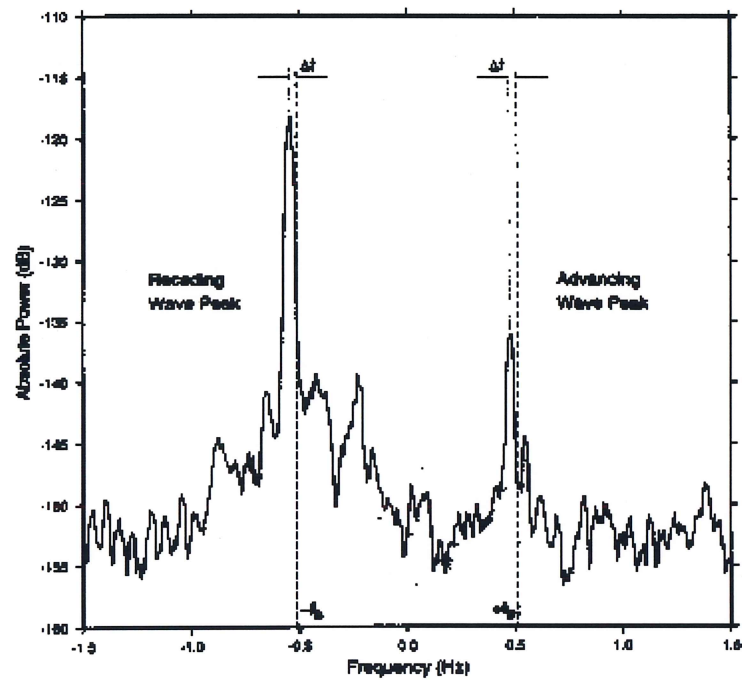


Figura 2. Espectro típico del eco de un radar HF, se muestra el corrimiento Doppler de los picos respecto a la posición teórica de los picos Bragg.

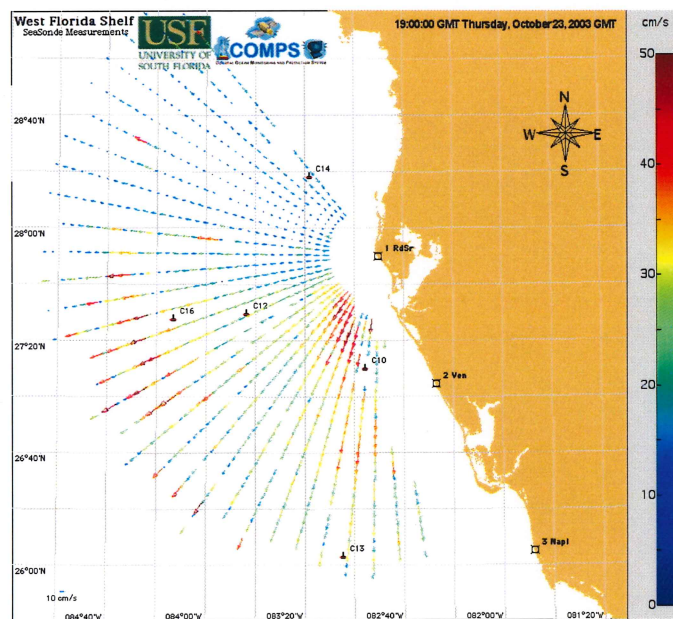


Figura 3. Componentes radiales de la velocidad superficial medidas por un radar HF.

Es importante considerar los siguientes puntos acerca de las corrientes medidas con radar HF: Una sola estación de radar es capaz de detectar sólo la componente del flujo que viaja hacia o en contra del sitio (componente radial, como se muestra en la Figura 3); La profundidad efectiva de la medición depende de la profundidad de influencia de las ondas Bragg y es del orden de 1 m; Para tener buenas estimaciones de la corriente se requiere el reflejo de cientos de olas, y con ello promediar los espectros de retorno; La precisión está limitada por la frecuencia de resolución del espectro Doppler y es comúnmente de 0.02 a 0.05 m s^{-1} ; La exactitud esta controlada por numerosos factores, tales como ruidos de la señal, errores puntuales y la geometría de las componentes radiales (Paduan y Graber, 1997). El error típico de los datos de corriente es de unos 0.05 a 0.07 m s^{-1} . La presencia de barcos, oleaje rompiendo (turbulencia), tormentas, etcétera, ocasiona que la señal se encuentre contaminada, lo que incrementa el error en los datos (Sierra-Carrascal, 2003).

En este estudio se usó la información del sistema de radares localizados en las localidades denominadas como Point Loma, Imperial Beach, Islas Coronado y Rosarito (Figura 1).

1.3. Ecuaciones

La formulación de los varios conjuntos de ecuaciones hidrodinámicas usadas en oceanografía para explicar las características de la circulación en el océano se realiza a partir de muy variados conceptos físicos. En el siguiente desarrollo matemático se usan

métodos propuestos por diferentes autores (Gill, 1982; Kundu, 1990; Pond y Pickard, 1978).

La ecuación de movimiento es la expresión de la segunda ley de movimiento de Newton para un elemento de volumen material, es decir, que la tasa de cambio de momentum del elemento es igual a la fuerza neta actuando sobre el elemento. Para las escalas aquí consideradas las fuerzas principales son las de presión $-\rho^{-1}\bar{\nabla}p$ y las de gravedad $-\bar{\nabla}\bar{\Phi}_v$, que deben ser igual a la tasa de cambio $D\bar{u}_f/Dt$ de momentum por unidad de masa de un elemento de volumen material. En otras palabras, la ecuación es

$$\frac{D\bar{u}_f}{Dt} = -\rho^{-1}\bar{\nabla}p - \bar{\nabla}\bar{\Phi}_v \quad (1)$$

El subíndice f se usa para denotar el hecho de que la velocidad \bar{u}_f es medida en un sistema de referencia fijo y el subíndice r se refiere a mediciones en un sistema de referencia en rotación. Sea $\bar{\Omega}$ la velocidad angular del sistema en rotación. Entonces un punto con posición fija \bar{x}_r en el sistema en rotación tiene velocidad $\bar{\Omega} \times \bar{x}_r$. Cuando el punto \bar{x}_r se mueve relativo al sistema en rotación, su velocidad relativa al sistema fijo está dada por

$$\frac{d\bar{x}_f}{dt} = \frac{d\bar{x}_r}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{x}_r \quad (2)$$

La repetición de esta operación da la aceleración

$$\frac{d^2 \bar{x}_f}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\bar{x}_r}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{x}_r \right) + \bar{\Omega} \times \left(\frac{d\bar{x}_r}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{x}_r \right), \text{ es decir,}$$

$$\frac{d^2 \bar{x}_f}{dt^2} = \frac{d^2 \bar{x}_r}{dt^2} + 2\bar{\Omega} \times \frac{d\bar{x}_r}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{x}_r) \quad (3)$$

Además de la aceleración medida relativa a un sistema en rotación, hay otras dos contribuciones a la aceleración relativa a un sistema fijo. Una dada por el segundo término del lado derecho de (3) llamado la *aceleración de Coriolis*. El último término puede escribirse como el gradiente de un escalar

$$\bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{x}_r) = -\bar{\nabla} \left(\frac{1}{2} \Omega^2 x_r^2 \right),$$

por lo que (3) puede escribirse

$$\frac{du_f}{dt} = \frac{du_r}{dt} + 2\bar{\Omega} \times u_r - \bar{\nabla} \left(\frac{1}{2} \Omega^2 x_r^2 \right) \quad (4)$$

Cuando el punto \bar{x}_r es la posición de un elemento de volumen material, la

derivada $\frac{d}{dt}$ es igual que $\frac{D}{Dt}$, así (1) se convierte en

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} + 2\bar{\Omega} \times \bar{u} = -\rho^{-1} \bar{\nabla} p - \bar{\nabla} \bar{\Phi} \quad (5)$$

donde el subíndice r es implícito de aquí en adelante. $\bar{\Phi}$ es el geopotencial definido por

$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_v - \frac{1}{2} \Omega^2 x_r^2 \quad (6)$$

es decir, es la suma del potencial gravitacional $\bar{\Phi}_v$ y el potencial centrífugo $-\frac{1}{2}\Omega^2 x_r^2$.

Multiplicando (5) por ρ y usando la identidad $\rho \frac{D\gamma}{Dt} = \frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho\gamma\bar{u})$, donde γ es cualquier variable, para cada componente obtenemos una forma alternativa para la ecuación de movimiento, es decir

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho u \bar{u}) + 2\Omega_y \rho w - 2\Omega_z \rho v = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho v \bar{u}) + 2\Omega_z \rho u - 2\Omega_x \rho w = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho w \bar{u}) + 2\Omega_x \rho v - 2\Omega_y \rho u = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \quad (9)$$

El eje z apunta hacia arriba, es decir, en dirección de

$$\bar{g} = \bar{\nabla} \bar{\Phi} \quad (10)$$

donde $-\bar{g}$ es la aceleración debido a la gravedad de magnitud g . La velocidad angular $\bar{\Omega}$ ha sido escrita en términos de sus componentes $(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$.

En las escalas en las que la viscosidad es importante se pueden ignorar los cambios en la viscosidad y los efectos de la compresibilidad, entonces el efecto en el momentum es el mismo que el proceso de difusión y se pueden tomar en cuenta añadiendo flujos difusivos a (7), (8) y (9), es decir,

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho u \bar{u} - \mu \bar{\nabla} u) + 2\Omega_y \rho w - 2\Omega_z \rho v = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (11)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho v \bar{u} - \mu \bar{\nabla} v) + 2\Omega_z \rho u - 2\Omega_x \rho w = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (12)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho w \bar{u} - \mu \bar{\nabla} w) + 2\Omega_x \rho v - 2\Omega_y \rho u = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \quad (13)$$

donde μ es la viscosidad del fluido. El valor de μ depende del estado del fluido, pero en la mayoría de los casos las variaciones son suficientemente lentas para tomar μ como constante. Entonces la forma modificada de (5) es

$$\frac{Du}{Dt} + 2\Omega_y w - 2\Omega_z v = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \quad (14)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + 2\Omega_z u - 2\Omega_x w = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \quad (15)$$

$$\frac{Dw}{Dt} + 2\Omega_x v - 2\Omega_y u = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w - g \quad (16)$$

donde

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (17)$$

es la viscosidad turbulenta (con valores del orden de $10^{-3} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$). Por definición

$$\nabla^2 \gamma \equiv \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial z^2}, \text{ y también } \frac{D\gamma}{Dt} \equiv \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \bar{u} \cdot \bar{\nabla} \gamma, \text{ donde } \gamma \text{ es cualquier variable,}$$

por lo que podemos escribir (14), (15) y (16) de la forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + 2\Omega_y w - 2\Omega_z v = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (18)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + 2\Omega_z u - 2\Omega_x w = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial y} + v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (19)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + 2\Omega_x v - 2\Omega_y u = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial z} + v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - g \quad (20)$$

En un sistema cartesiano local tenemos que $\Omega_x = 0$, $\Omega_y = \Omega \cos \varphi$,
 $\Omega_z = \Omega \sin \varphi$, donde φ es la latitud y Ω la magnitud de $\bar{\Omega}$, por lo tanto

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + 2\Omega w \cos \varphi - 2\Omega v \sin \varphi = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (21)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + 2\Omega u \sin \varphi = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial y} + v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (22)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} - 2\Omega u \cos \varphi = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial z} + v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - g \quad (23)$$

aplicando estas ecuaciones en aguas someras $|w| \ll \sqrt{u^2 + v^2}$ y asumiendo homogeneidad en el perfil vertical de las velocidades horizontales, tenemos para las componentes horizontales

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (24)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (25)$$

donde $f \equiv 2\Omega \sin \varphi$ es el parámetro de Coriolis. Estas ecuaciones de movimiento horizontal pueden ser interpretadas en términos del balance de momentum (por unidad de volumen) para un elemento de volumen fijo. Considerando la presión atmosférica constante en el espacio, el término de gradiente de presión está en función de la presión hidrostática $p = \rho g(H + \eta - z)$ donde H es la profundidad y η la superficie, es decir, (24) y (25) quedan

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (26)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (27)$$

Ahora considérese la ecuación de continuidad $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$. Integrando

verticalmente a través de la columna de agua del fondo $z = -H$ hasta la superficie $z = \eta$, y notando que u y v son independientes de la profundidad, se tiene

$$(H + \eta) \frac{\partial u}{\partial x} + (H + \eta) \frac{\partial v}{\partial y} + w(\eta) - w(-H) = 0 \quad (28)$$

donde $w(\eta)$ es la velocidad vertical en la superficie y $w(-H) = 0$ es la velocidad vertical en el fondo. La velocidad superficial está dada por

$$w(\eta) = \frac{D\eta}{Dt} = \frac{\partial\eta}{\partial t} + u \frac{\partial\eta}{\partial x} + v \frac{\partial\eta}{\partial y} \quad (29)$$

Entonces la ecuación de continuidad (28) se convierte

$$(H + \eta) \frac{\partial u}{\partial x} + (H + \eta) \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial\eta}{\partial t} + u \frac{\partial\eta}{\partial x} + v \frac{\partial\eta}{\partial y} = 0 \quad (30)$$

Lo que para fondo plano se puede escribir como

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [u(H + \eta)] + \frac{\partial}{\partial y} [v(H + \eta)] = 0 \quad (31)$$

Para pequeñas perturbaciones donde $\eta \ll H$ el término de divergencia en (31)

se simplifica a $H \bar{\nabla}_h \cdot \bar{u}_h$, es decir

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (32)$$

integrando respecto al tiempo

$$\eta = -H \int \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dt \quad (33)$$

sustituyendo (33) en (26) y (27)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = gH \frac{\partial}{\partial x} \int \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dt + v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (34)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = gH \frac{\partial}{\partial y} \int \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dt + v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (35)$$

En estas ecuaciones de movimiento los términos de gradiente de presión están en función de las velocidades horizontales y la profundidad del fondo.

Al evaluar cada término de las ecuaciones de movimiento con observaciones en diferentes lugares se puede dividir el área de estudio en zonas que difieren en la contribución relativa de cada término y así determinar cuáles son los balances físicos predominantes en cada sección.

A manera de antecedentes, relacionado con estudios donde se han calculado la importancia relativa de los términos involucrados en las ecuaciones de movimiento, tenemos a los siguientes: Lentz (1984) al estudiar los movimientos subinerciales (de periodos mayores que 36 horas), en la plataforma continental del sur de California, usó un balance entre las aceleraciones paralelas a la costa, gradiente de presión, el esfuerzo del viento y esfuerzo del fondo. Valle-LeVinson (1985) propone, para el Golfo de Tehuantepec, un balance entre el gradiente de presión, Coriolis, el esfuerzo del viento y el esfuerzo del fondo. Hernández-Walls (1986) utiliza un modelo analítico en Playas de Tijuana que representa la solución del balance entre el gradiente de presión, los esfuerzos viscosos y la fuerza de Coriolis.

2. Objetivo

Evaluar los términos de las ecuaciones del movimiento y su importancia relativa en la costa de la región fronteriza EEUU-México, a partir de la información de un sistema de radares HF.

3. Metodología

A partir de las ecuaciones de movimiento y la ecuación de continuidad se obtuvo un conjunto de ecuaciones que describen el movimiento horizontal promediado del fondo a la superficie en términos de las velocidades horizontales. A este conjunto de ecuaciones continuas se les discretizará, mediante el uso de diferencias finitas y el método del trapecio para integrar. Las ecuaciones, en su forma discreta, se evaluaron con una base de datos de la serie de tiempo de velocidades superficiales medidas por el sistema de radares HF. A continuación se describirá la manera en que se discretizaron las ecuaciones de movimiento.

3.1. Diferencias Finitas

Consideremos una secuencia de números de la forma $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots, y_N$. Al esquema de diferencias finitas $y_{n+1} - y_{n-1}$ lo llamamos diferencias centradas y lo denotamos por $\Delta y_n = y_{n+1} - y_{n-1}$ (36). Al operador de diferencias centradas lo podemos definir en el espacio continuo como $\Delta y(x) = y(x+h) - y(x-h)$ (37) $h \in \mathbf{R}$ donde h representa una separación o desplazamiento espacial. Al comparar (36) y (37): $y(x) = y_n$ (38), $y(x+h) = y_{n+1}$ (39), $y(x-h) = y_{n-1}$ (40) $\ni x = nh, n \in \mathbf{Z}$. Entonces n indica la posición sobre la cual la función continua se muestrea para generar la secuencia $\dots, y_{-2}, y_{-1}, y_0, y_1, y_2, \dots$ y h indica el intervalo de muestreo.

La expansión de Taylor en series de potencias de $y(x+h)$ alrededor del punto x es

$$y(x+h) = y(x) + h \frac{d}{dx} y(x) + \frac{h^2}{2!} \frac{d^2}{dx^2} y(x) + \frac{h^3}{3!} \frac{d^3}{dx^3} y(x) + \dots \quad (41)$$

La expansión de Taylor en series de potencias de $y(x-h)$ alrededor del punto x es:

$$y(x-h) = y(x) - h \frac{d}{dx} y(x) + \frac{h^2}{2!} \frac{d^2}{dx^2} y(x) - \frac{h^3}{3!} \frac{d^3}{dx^3} y(x) + \dots \quad (42)$$

Al restar (42) de (41):

$$y(x+h) - y(x-h) = 2h \frac{d}{dx} y(x) + 2 \frac{h^3}{3!} \frac{d^3}{dx^3} y(x) + 2 \frac{h^5}{5!} \frac{d^5}{dx^5} y(x) + \dots$$

Utilizando las ecuaciones (38), (39) y (40):

$$y_{n+1} - y_{n-1} = 2h \frac{d}{dx} y(x) + 2 \frac{h^3}{3!} \frac{d^3}{dx^3} y(x) + 2 \frac{h^5}{5!} \frac{d^5}{dx^5} y(x) + \dots$$

despejando:

$$\frac{d}{dx} y(x) = \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h} - h^2 \left[\frac{1}{3!} \frac{d^3}{dx^3} y(x) + \frac{h^2}{5!} \frac{d^5}{dx^5} y(x) + \dots \right]$$

o bien

$$\frac{d}{dx} y(x) = \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h} + O(h^2)$$

donde la función $O(h^2)$ es el error del orden de h^2

conforme $h \rightarrow 0$:

$$\frac{d}{dx} y(x) \approx \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h} \quad (43)$$

Al sumar las ecuaciones (41) y (42):

$$y(x+h) + y(x-h) = 2y(x) + 2 \frac{h^2}{2!} \frac{d^2}{dx^2} y(x) + 2 \frac{h^4}{4!} \frac{d^4}{dx^4} y(x) + \dots$$

Utilizando las ecuaciones (38), (39) y (40):

$$y_{n+1} + y_{n-1} = 2y_n + 2 \frac{h^2}{2!} \frac{d^2}{dx^2} y(x) + 2 \frac{h^4}{4!} \frac{d^4}{dx^4} y(x) + \dots$$

despejando:

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) = \frac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} - 2h^2 \left[\frac{1}{4!} \frac{d^4}{dx^4} y(x) + \frac{h^2}{6!} \frac{d^6}{dx^6} y(x) + \dots \right]$$

o bien

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) = \frac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} + O(h^2)$$

donde la función $O(h^2)$ es el error del orden de h^2

conforme $h \rightarrow 0$:

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) \approx \frac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} \quad (44)$$

Con esto obtenemos un esquema de diferencias finitas centradas de segundo orden (Solorza-Calderón, 1999). Se prefirió el esquema centrado sobre los atrasados y adelantados porque el orden del error es menor.

3.2. Método de integración usado

Dado que se usa un esquema de diferencias finitas centradas, se optó por usar la integral hacia adelante promediada con la integral hacia atrás calculadas con el método del trapecio.

$$\int_{x-\frac{1}{2}h}^{x+\frac{1}{2}h} y(x) dx \approx \frac{h}{4} (y_{n-1} + 2y_n + y_{n+1}) \quad (45)$$

3.3. Ecuaciones discretas

Para un sistema discreto partiendo de (34) y (35) usando (43), (44) y (45) se obtiene:

$$\frac{u_{j,k}^{n+1} - u_{j,k}^{n-1}}{2\Delta t} + u_{j,k}^n \frac{u_{j+1,k}^n - u_{j-1,k}^n}{2\Delta x} + v_{j,k}^n \frac{u_{j,k+1}^n - u_{j,k-1}^n}{2\Delta y} - f v_{j,k}^n = \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right]_{j,k}^n + \nu \frac{u_{j+1,k}^n - 2u_{j,k}^n + u_{j-1,k}^n}{\Delta x^2} + \nu \frac{u_{j,k+1}^n - 2u_{j,k}^n + u_{j,k-1}^n}{\Delta y^2} \quad (46)$$

$$\frac{v_{j,k}^{n+1} - v_{j,k}^{n-1}}{2\Delta t} + u_{j,k}^n \frac{v_{j+1,k}^n - v_{j-1,k}^n}{2\Delta x} + v_{j,k}^n \frac{v_{j,k+1}^n - v_{j,k-1}^n}{2\Delta y} + f u_{j,k}^n = \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \right]_{j,k}^n + \nu \frac{v_{j+1,k}^n - 2v_{j,k}^n + v_{j-1,k}^n}{\Delta x^2} + \nu \frac{v_{j,k+1}^n - 2v_{j,k}^n + v_{j,k-1}^n}{\Delta y^2} \quad (47)$$

donde

$$\left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right]_{j,k}^n = gH \frac{1}{8\Delta x} \left(\left[\frac{u_{j+1,k}^{n-1} - u_{j-1,k}^{n-1}}{2\Delta x} + \frac{v_{j,k+1}^{n-1} - v_{j,k-1}^{n-1}}{2\Delta y} + 2 \frac{u_{j+1,k}^n - u_{j-1,k}^n}{2\Delta x} + 2 \frac{v_{j,k+1}^n - v_{j,k-1}^n}{2\Delta y} + \frac{u_{j+1,k}^{n+1} - u_{j-1,k}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{v_{j,k+1}^{n+1} - v_{j,k-1}^{n+1}}{2\Delta y} \right]_{j+1,k}^n - \left[\frac{u_{j+1,k}^{n-1} - u_{j-1,k}^{n-1}}{2\Delta x} + \frac{v_{j,k+1}^{n-1} - v_{j,k-1}^{n-1}}{2\Delta y} + 2 \frac{u_{j+1,k}^n - u_{j-1,k}^n}{2\Delta x} + 2 \frac{v_{j,k+1}^n - v_{j,k-1}^n}{2\Delta y} + \frac{u_{j+1,k}^{n+1} - u_{j-1,k}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{v_{j,k+1}^{n+1} - v_{j,k-1}^{n+1}}{2\Delta y} \right]_{j-1,k}^n \right) \quad (48)$$

$$\left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \right]_{j,k}^n = gH \frac{1}{8\Delta y} \left(\left[\frac{u_{j+1,k}^{n-1} - u_{j-1,k}^{n-1}}{2\Delta x} + \frac{v_{j,k+1}^{n-1} - v_{j,k-1}^{n-1}}{2\Delta y} + 2 \frac{u_{j+1,k}^n - u_{j-1,k}^n}{2\Delta x} + 2 \frac{v_{j,k+1}^n - v_{j,k-1}^n}{2\Delta y} + \frac{u_{j+1,k}^{n+1} - u_{j-1,k}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{v_{j,k+1}^{n+1} - v_{j,k-1}^{n+1}}{2\Delta y} \right]_{j,k+1}^n - \left[\frac{u_{j+1,k}^{n-1} - u_{j-1,k}^{n-1}}{2\Delta x} + \frac{v_{j,k+1}^{n-1} - v_{j,k-1}^{n-1}}{2\Delta y} + 2 \frac{u_{j+1,k}^n - u_{j-1,k}^n}{2\Delta x} + 2 \frac{v_{j,k+1}^n - v_{j,k-1}^n}{2\Delta y} + \frac{u_{j+1,k}^{n+1} - u_{j-1,k}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{v_{j,k+1}^{n+1} - v_{j,k-1}^{n+1}}{2\Delta y} \right]_{j,k-1}^n \right) \quad (49)$$

Para que la igualdad se cumpla se debe compensar las diferencias introduciendo los términos F_x y F_y que representan las fuerzas por unidad de masa no consideradas en las ecuaciones. En lo sucesivo se referirá a F_x y F_y como *otras fuerzas*.

3.4. Promedio por componentes

Los promedios por componente son la suma de los términos evaluados en cada instante entre la cantidad de datos, por ejemplo, el promedio del término del cambio local es para la componente zonal es:

$$\overline{\frac{\partial u}{\partial t}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\partial u}{\partial t}$$

3.5. Contribución absoluta

Se consideró que la contribución absoluta de cada término es igual que la magnitud de su forma vectorial, por ejemplo, la contribución absoluta de los términos del cambio local es:

$$\left| \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial t} \right| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2}$$

3.6. Contribución relativa

La contribución relativa de términos es igual que la razón de la contribución absoluta de cada término entre la suma de las contribuciones absolutas de todos los términos y otras fuerzas, por ejemplo, la contribución relativa de los términos del cambio local es:

$$relativa \left(\frac{\partial \bar{u}_h}{\partial t} \right) = \frac{\left| \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial t} \right|}{\left| \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial t} \right| + \left| \bar{u}_h \cdot \bar{\nabla}_h u, \bar{u}_h \cdot \bar{\nabla}_h v \right| + |f[-v, u]| + |gH \bar{\nabla}_h \int \bar{\nabla}_h \cdot \bar{u}_h dt| + |\nu \nabla_h^2 \bar{u}_h| + |\bar{F}|}$$

3.7. Números adimensionales

Los números adimensionales de Reynolds (razón de términos del cambio advectivo entre viscosidad), Rossby (razón de términos del cambio advectivo entre términos de Coriolis) y Ekman (razón de términos de viscosidad entre términos de Coriolis) se calcularon a partir de la contribución absoluta de los términos, por ejemplo, el número de Reynolds es:

$$Re = \frac{\left| \left[\bar{u}_h \cdot \bar{\nabla}_h u, \bar{u}_h \cdot \bar{\nabla}_h v \right] \right|}{|\nu \nabla_h^2 \bar{u}_h|}$$

4. Resultados

4.1. Precisión

La cantidad de datos y su precisión es mayor dentro del polígono descrito por los radares.

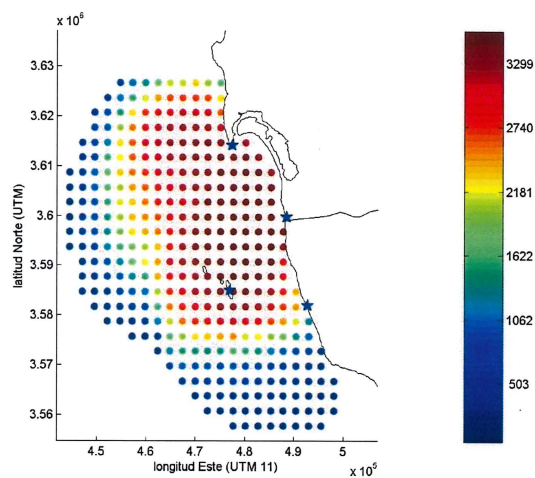


Figura 4. Número de muestreos en cada posición y localización de los radares HF.

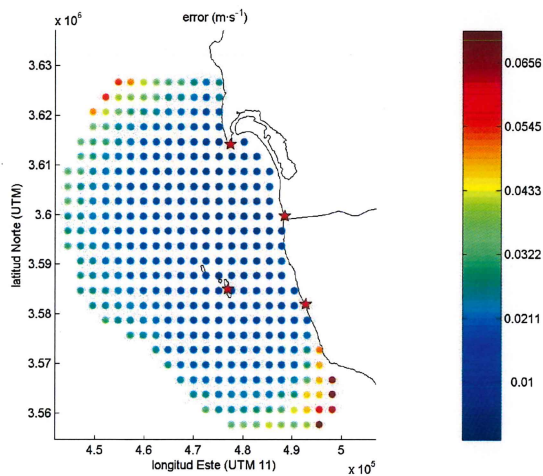


Figura 5. Error de medición promedio en cada posición y localización de los radares HF.

4.2. Promedio por componentes

4.2.1. Cambio local

El promedio de la componente zonal del término del cambio local e casi cero en toda el área.

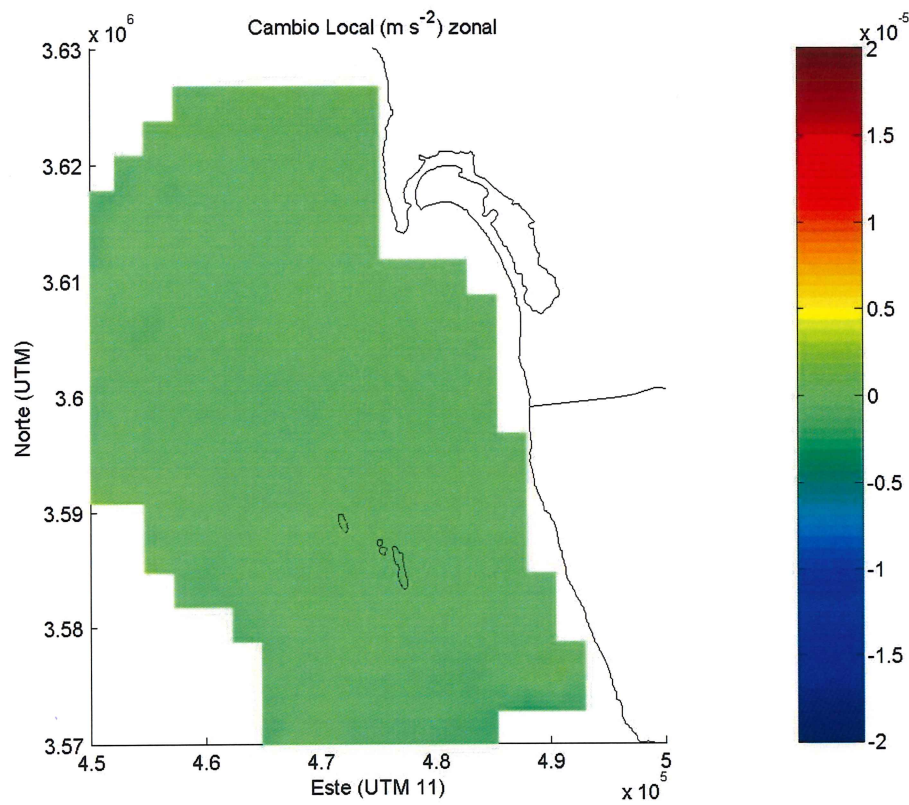


Figura 6. Promedio de la componente zonal del término del cambio local.

El promedio de la componente meridional del término del cambio local es casi cero en toda el área.

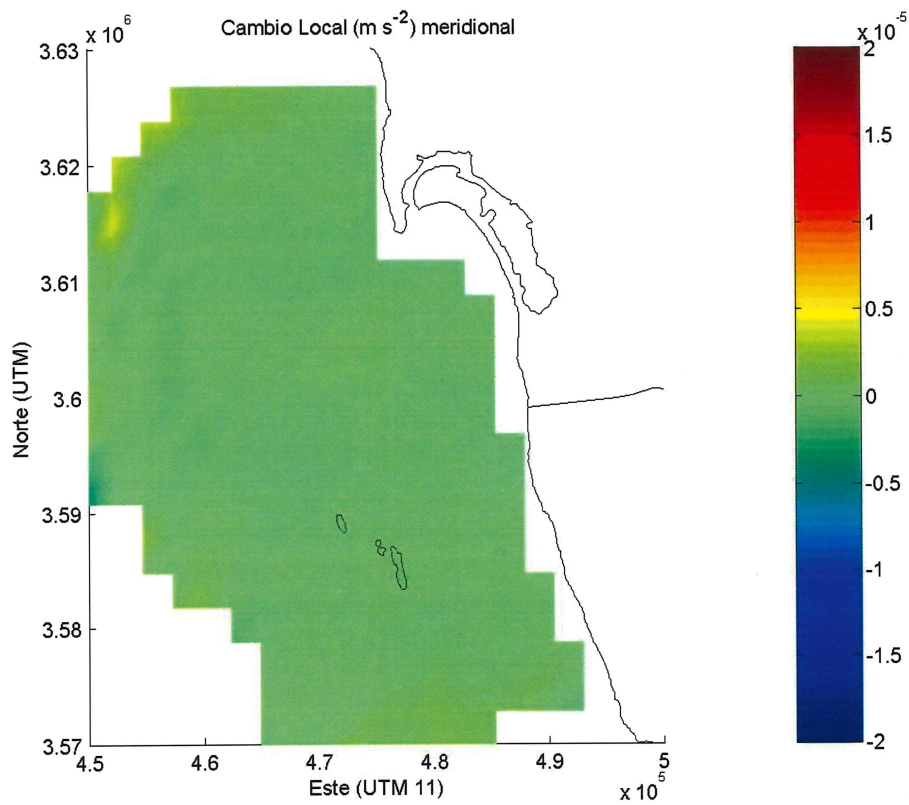


Figura 7. Promedio de la componente meridional del término del cambio local.

4.2.2. Cambio advectivo

El promedio de la componente zonal del término del cambio advectivo es mayor en el noroeste y menor en el noreste.

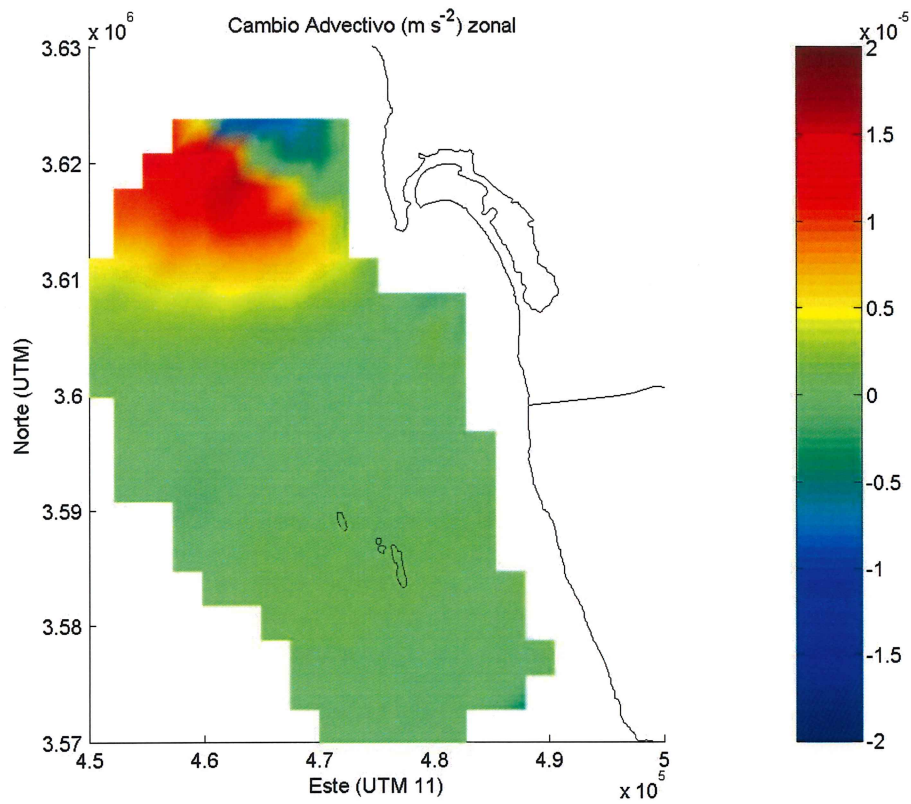


Figura 8. Promedio de la componente zonal del término del cambio advectivo.

El promedio de la componente meridional del término del cambio advectivo es mayor en el noroeste y menor en el noreste.

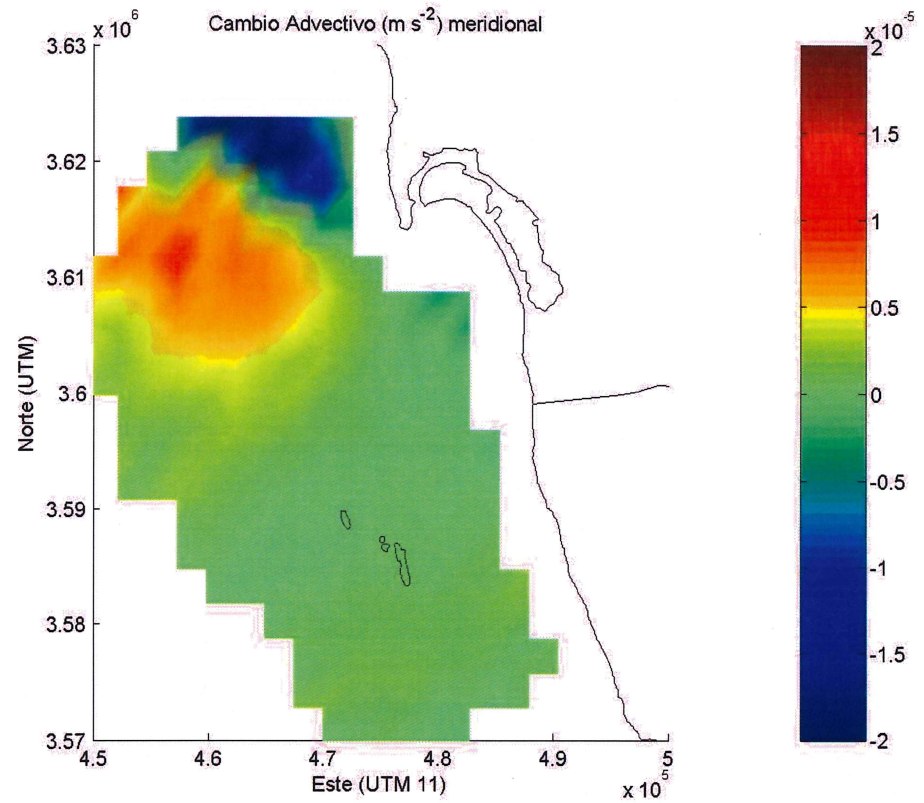


Figura 9. Promedio de la componente meridional del término del cambio advectivo.

4.2.3. Términos de Coriolis

El promedio de la componente zonal del término de Coriolis es mayor en el noroeste.

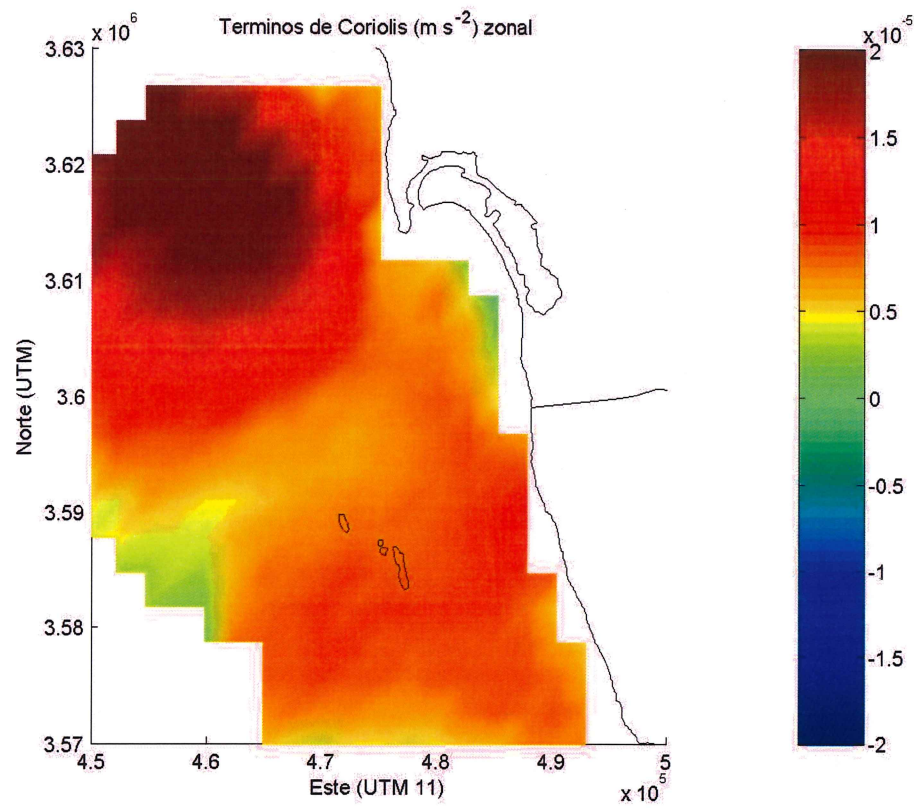


Figura 10. Promedio de la componente zonal del término de Coriolis.

El promedio de la componente meridional del término de Coriolis es menor en el noroeste.

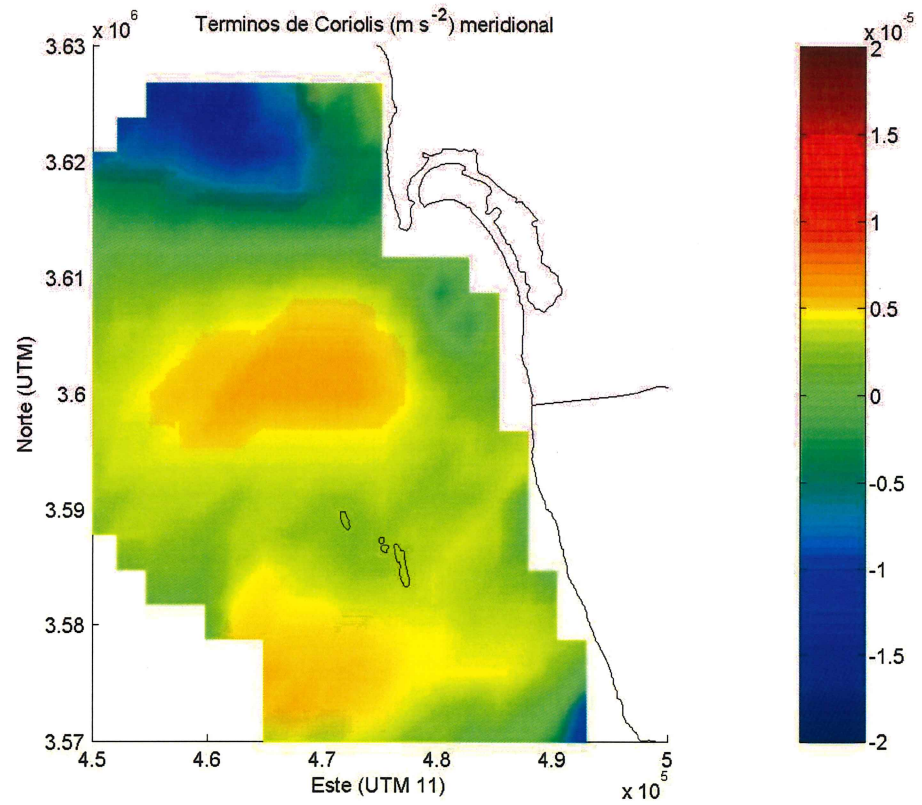


Figura 11. Promedio de la componente meridional del término de Coriolis.

4.2.4. Viscosidad

El promedio de la componente zonal del término de viscosidad es casi cero en toda el área.

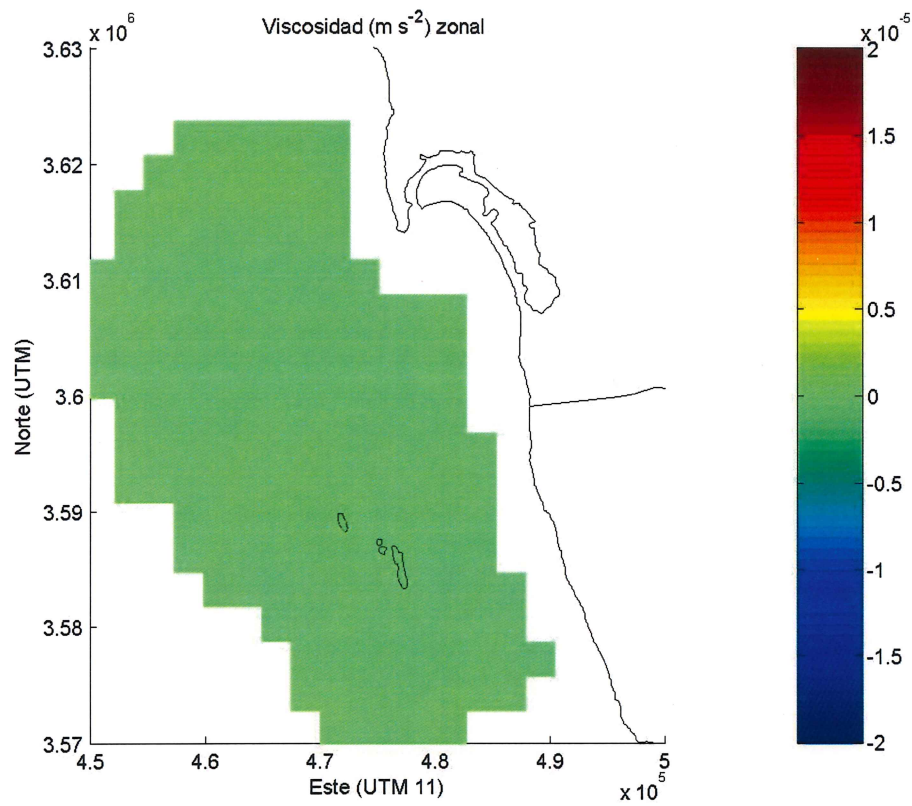


Figura 12. Promedio de la componente zonal del término de viscosidad.

El promedio de la componente meridional del término de viscosidad es casi cero en toda el área.

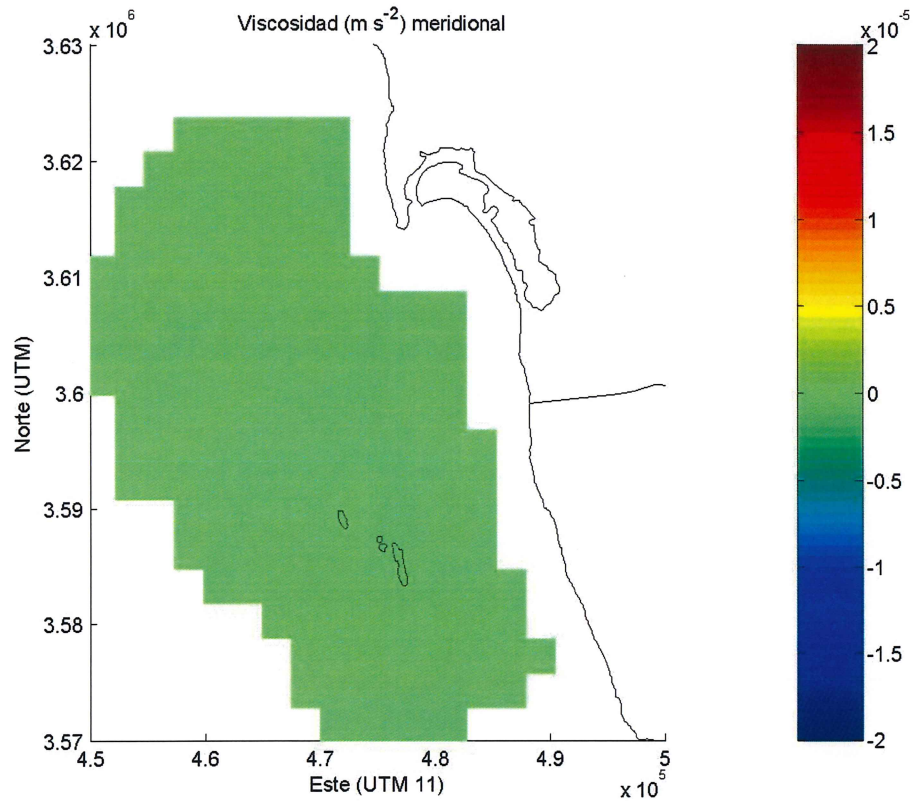


Figura 13. Promedio de la componente meridional del término de viscosidad.

4.2.5. Gradiente de presión

El promedio de la componente zonal del término de gradiente de presión es menor en el norte.

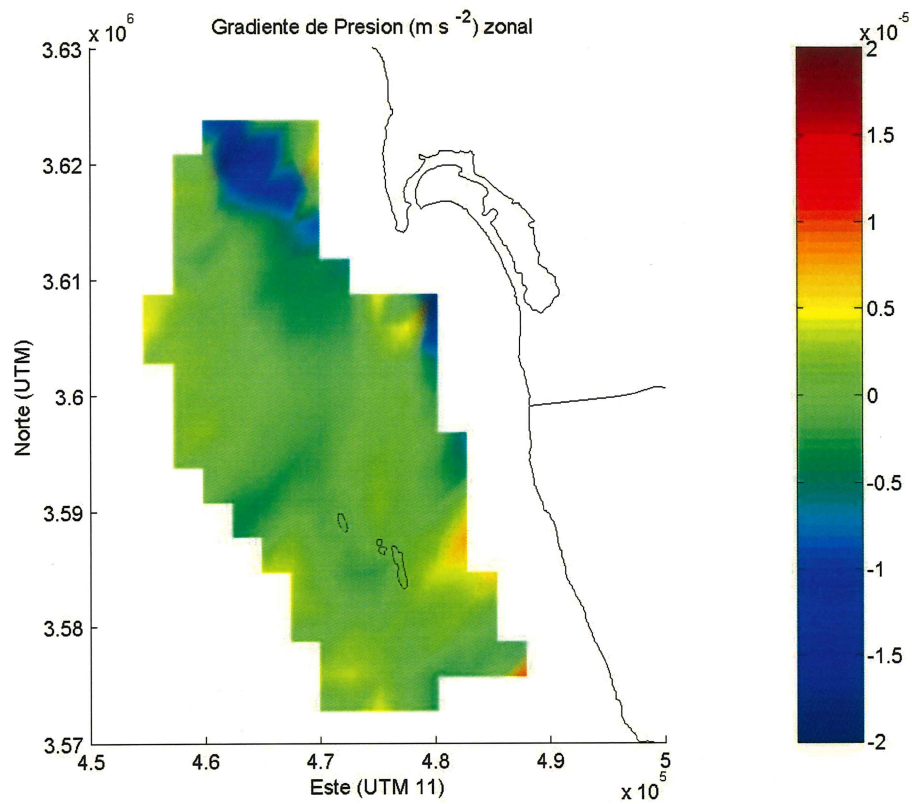


Figura 14. Promedio de la componente zonal del término de gradiente de presión.

El promedio de la componente meridional del término de gradiente de presión es menor en el norte.

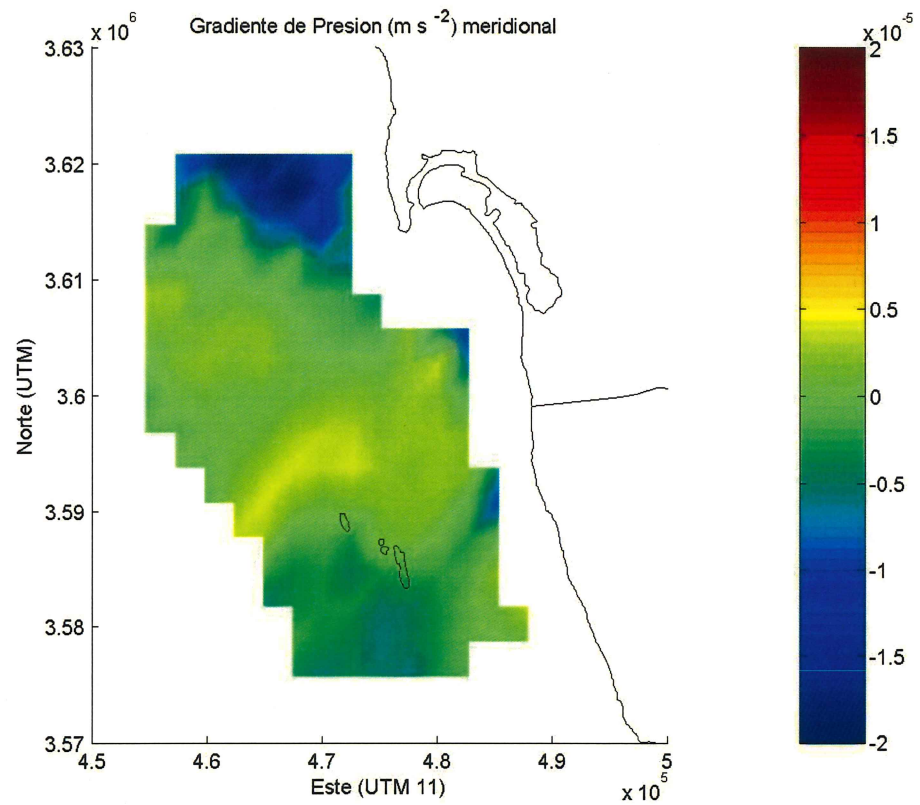


Figura 15. Promedio de la componente meridional del término de gradiente de presión.

4.2.6. Cambio local y términos de Coriolis

El promedio de la suma de los términos zonales del balance inercial es mayor en el noroeste.

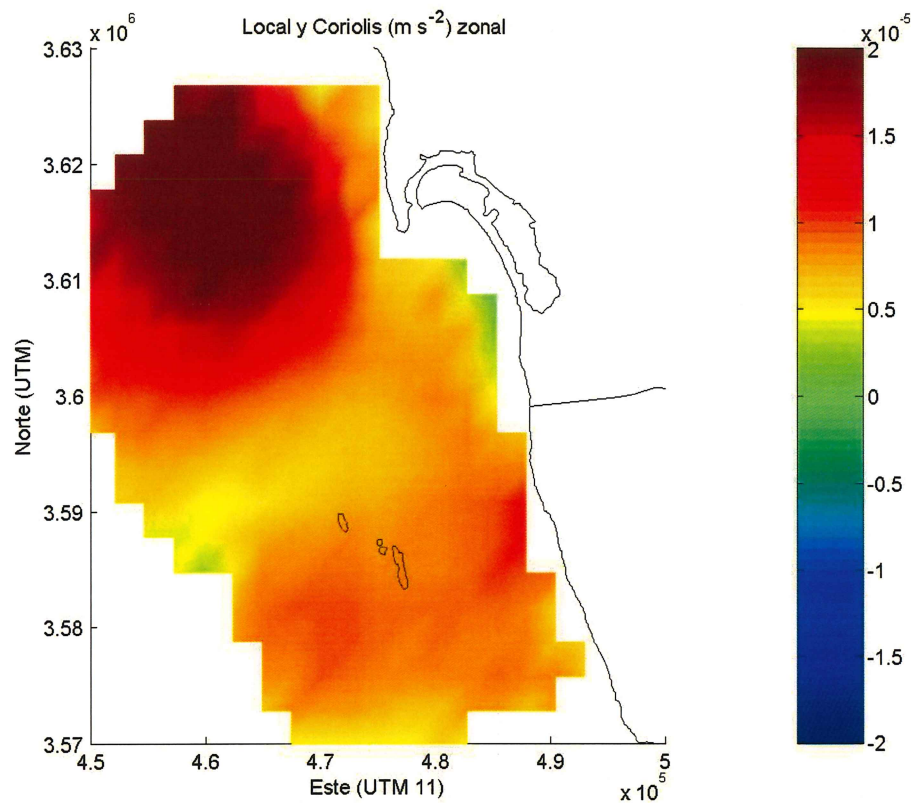


Figura 16. Promedio de la suma de los términos zonales del cambio local y de Coriolis.

El promedio de la suma de los términos meridionales del balance inercial es menor en el norte.

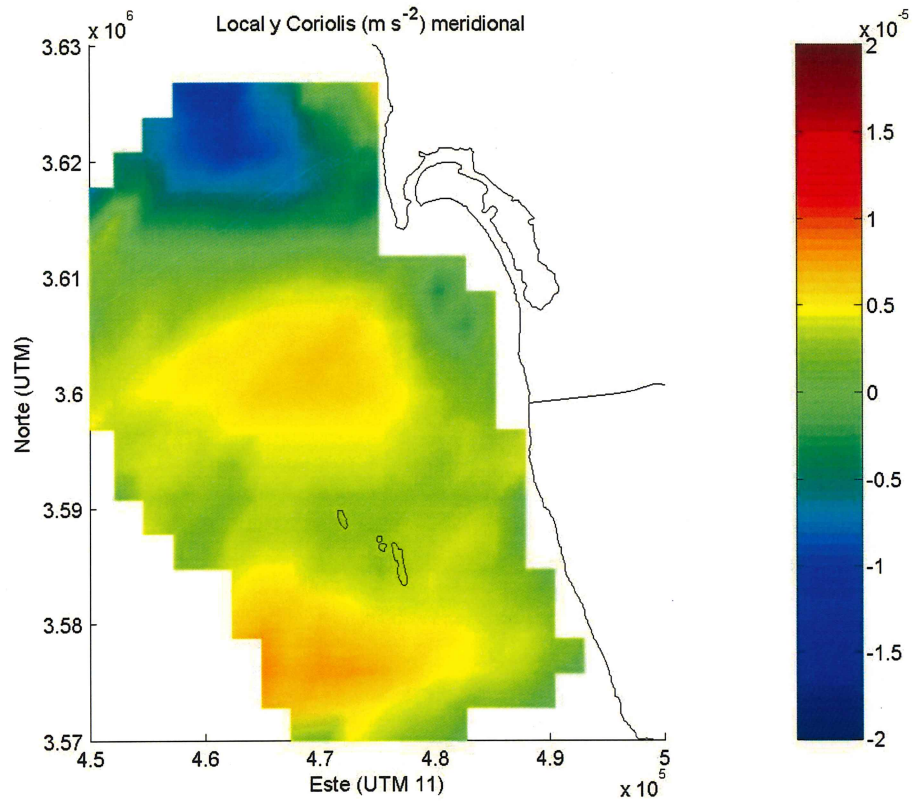


Figura 17. Promedio de la suma de los términos meridionales del cambio local y de Coriolis.

4.2.7. Términos de Coriolis y gradiente de presión

El promedio de la suma de los términos zonales del balance geostrófico es mayor en el noroeste.

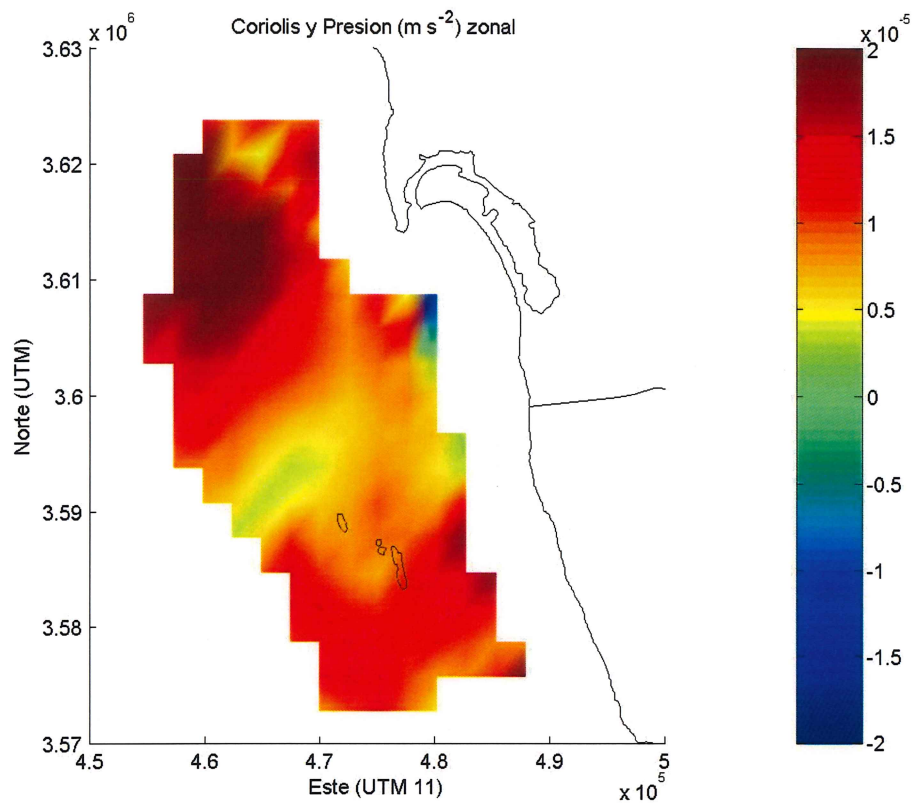


Figura 18. Promedio de la suma de los términos zonales de Coriolis y de gradiente de presión.

El promedio de la suma de los términos meridionales del balance geostrófico es menor en el noroeste.

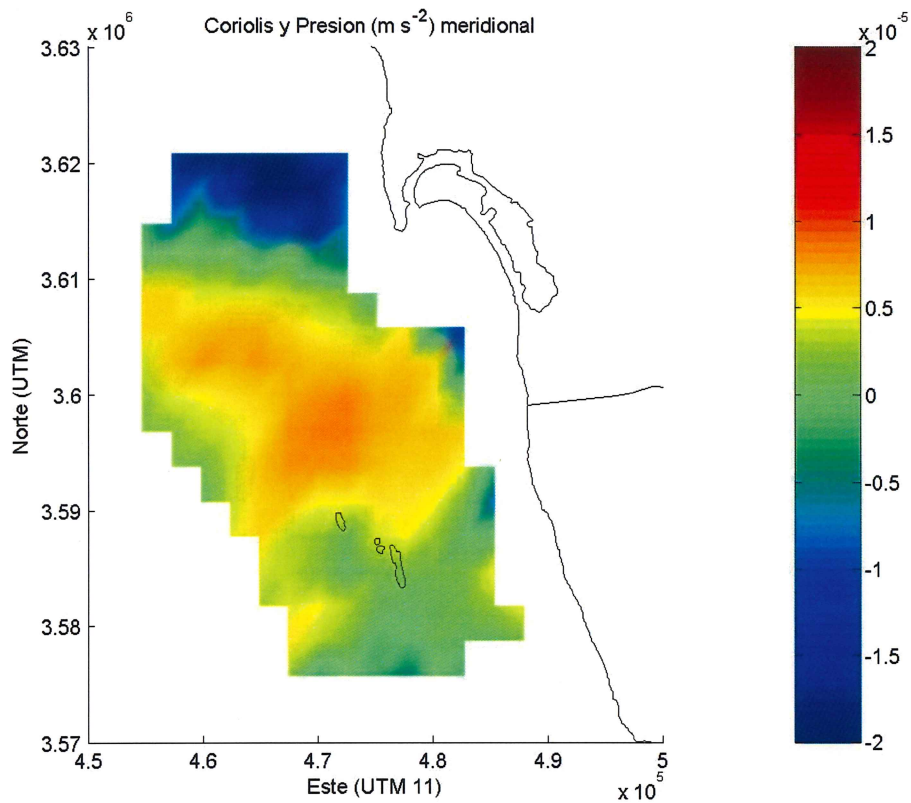


Figura 19. Promedio de la suma de los términos meridionales de Coriolis y de gradiente de presión.

4.2.8. Cambio local y gradiente de presión

El promedio de la suma de los términos zonales del cambio local y de gradiente de presión es cercano a cero en toda la zona.

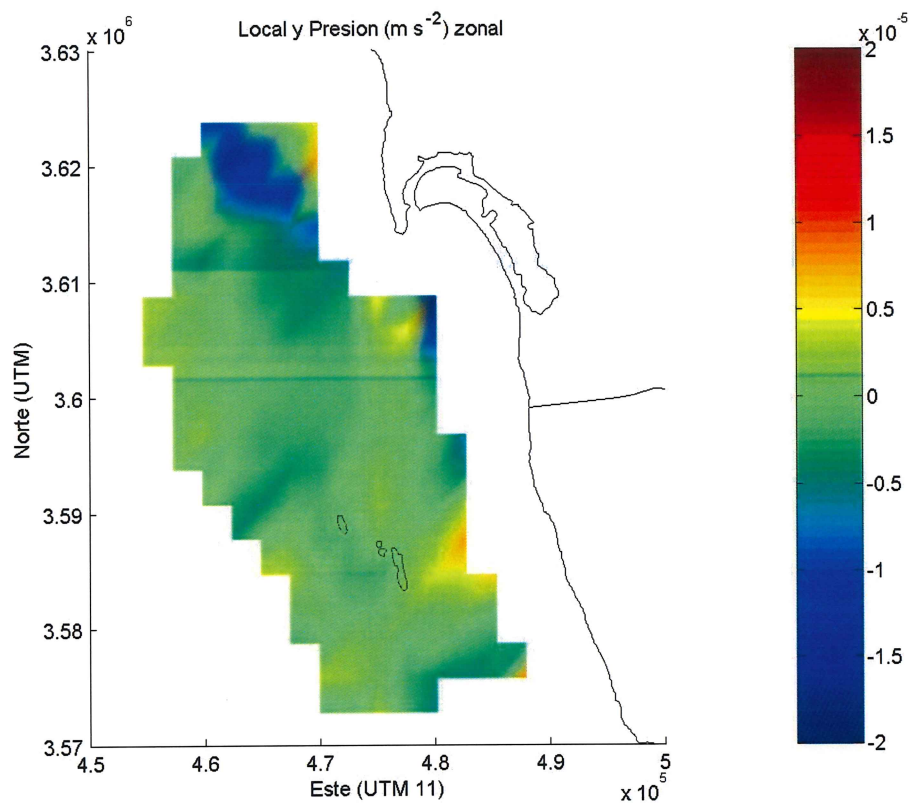


Figura 20. Promedio de la suma de los términos zonales del cambio local y de gradiente de presión.

El promedio de la suma de los términos meridionales del cambio local y de gradiente de presión es cercano a cero en toda la zona.

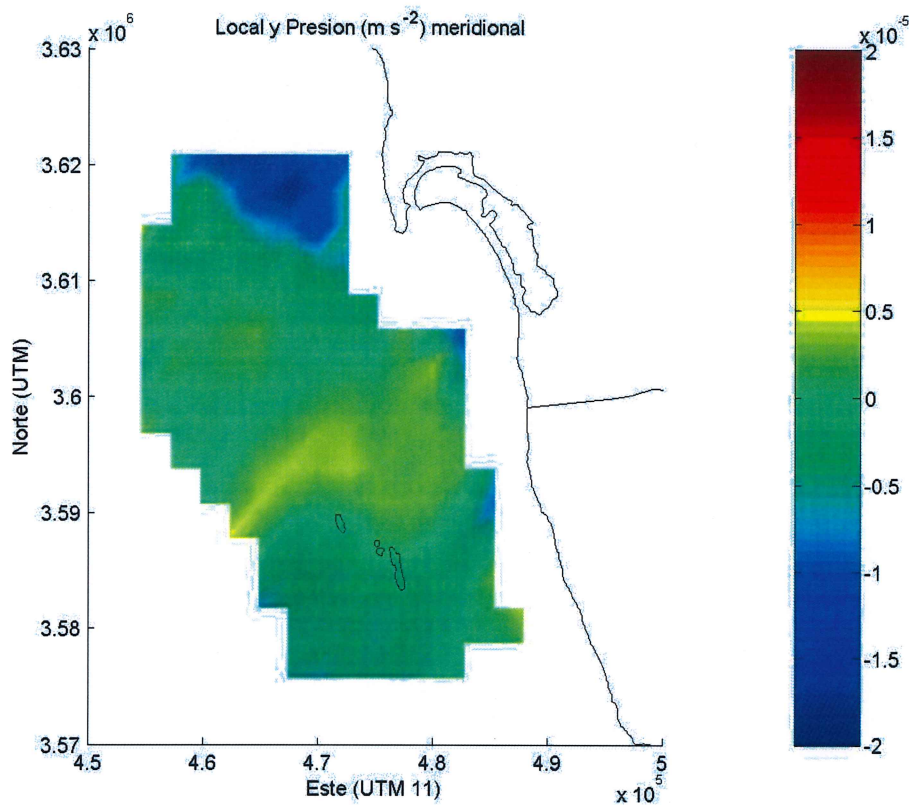


Figura 21. Promedio de la suma de los términos meridionales del cambio local y de gradiente de presión.

4.2.9. Términos principales

El promedio de la suma de los términos zonales del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión es mayor en el noroeste.

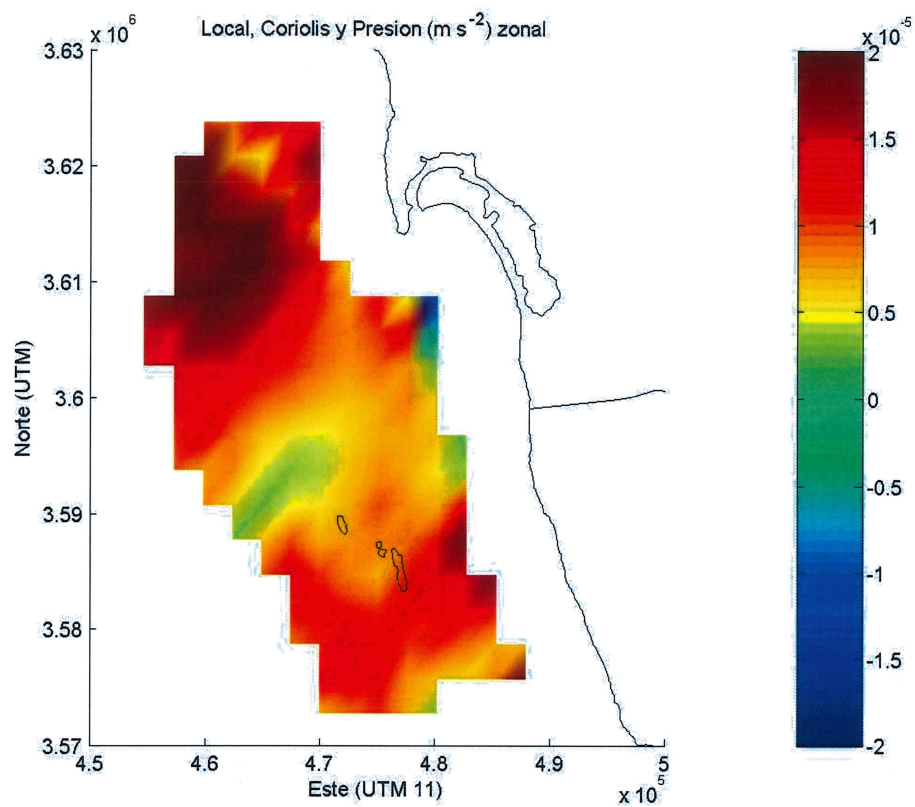


Figura 22. Promedio de la suma de los términos zonales del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión.

El promedio de la suma de los términos meridionales del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión es menor en el noroeste.

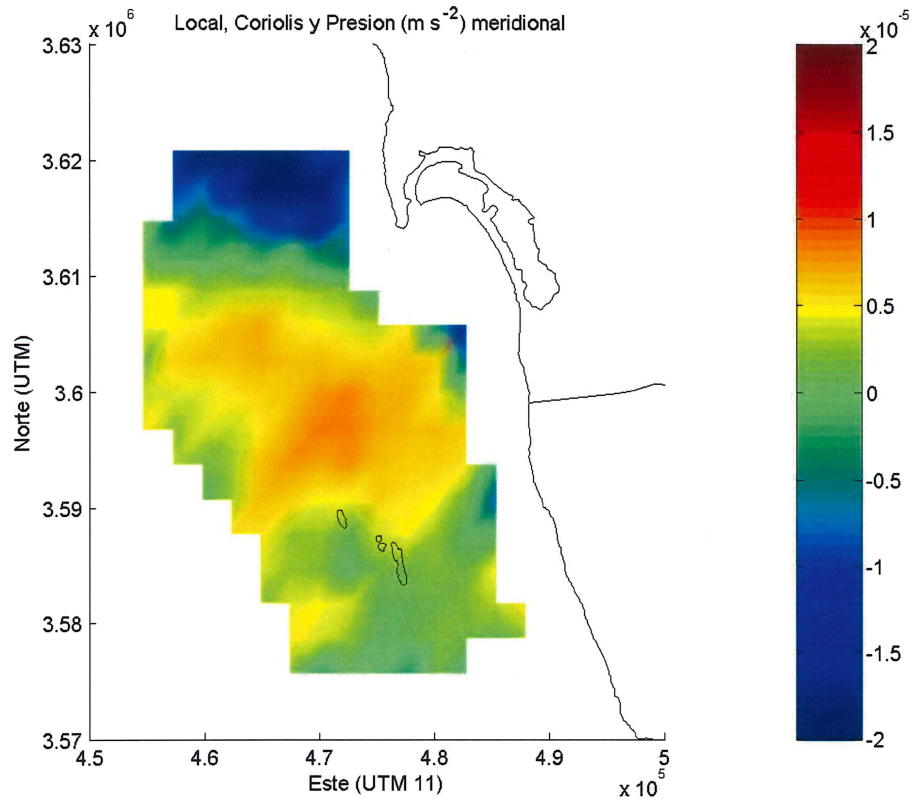


Figura 23. Promedio de la suma de los términos meridionales del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión.

4.2.10. Todos los términos

El promedio de la suma de todos los términos zonales es mayor en el noroeste.

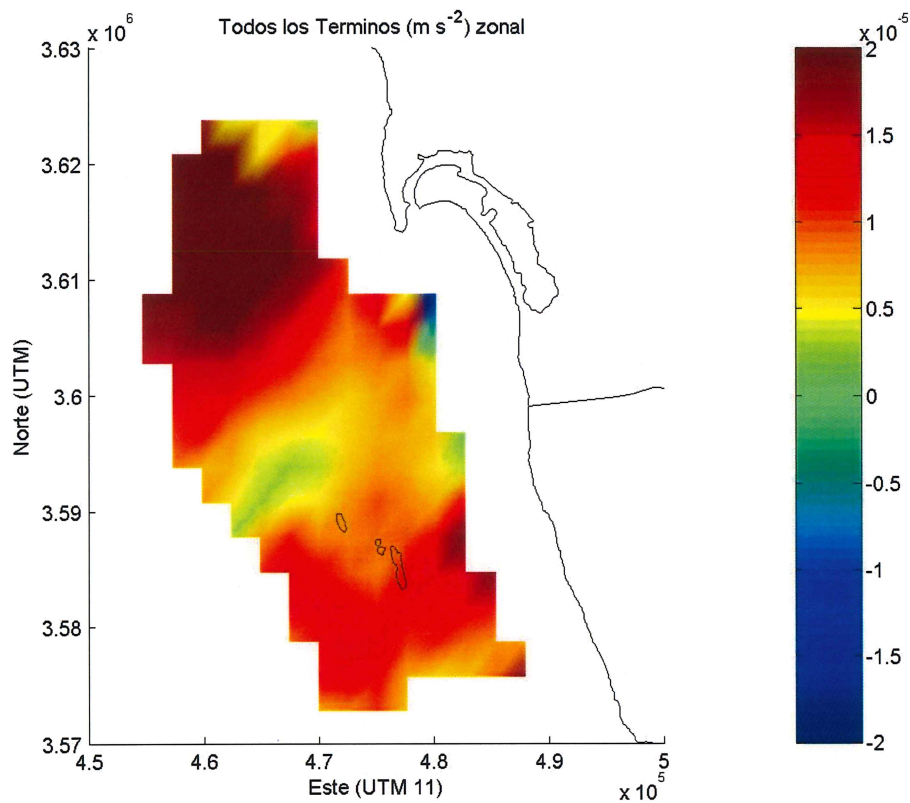


Figura 24. Promedio de la suma de todos los términos zonales.

El promedio de la suma de todos los términos meridionales es mayor en el oeste y menor en el noreste.

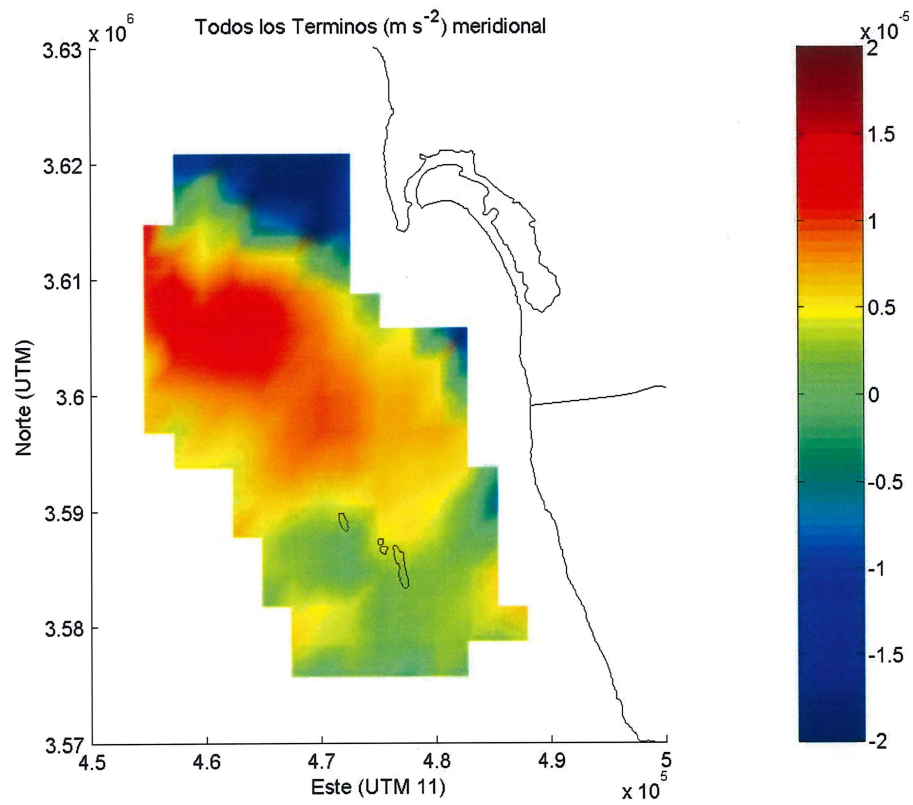


Figura 25. Promedio de la suma de todos los términos meridionales.

4.3. Contribución absoluta

4.3.1. Cambio local

El promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio local es mayor en norte.

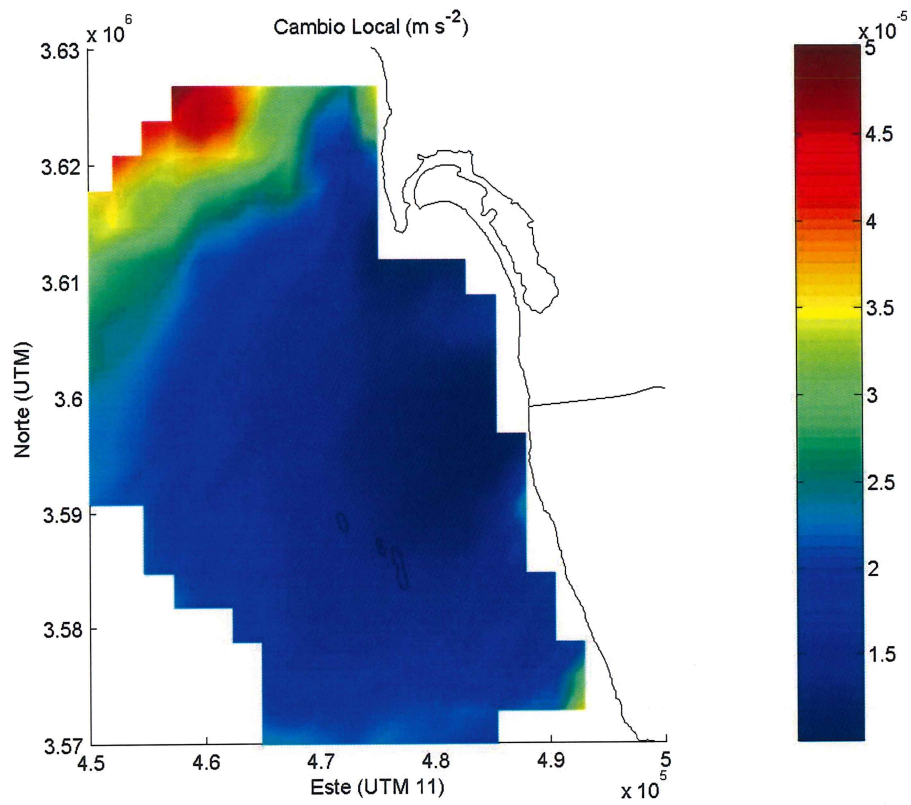


Figura 26. Promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio local.

4.3.2. Cambio advectivo

El promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio advectivo es mayor en norte.

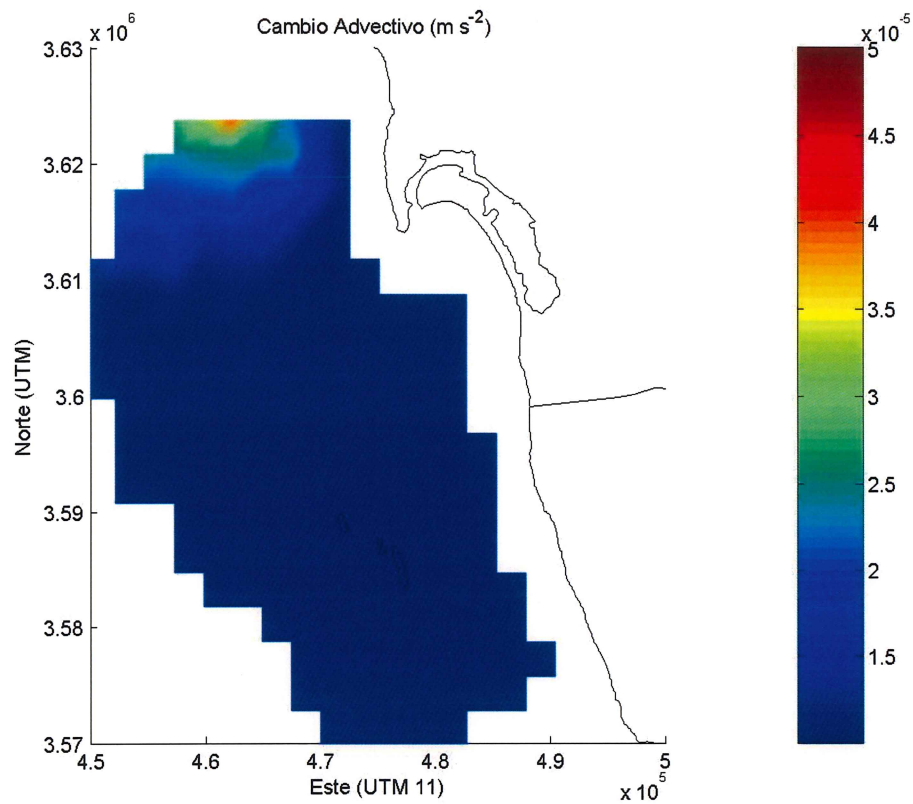


Figura 27. Promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio advectivo.

4.3.3. Términos de Coriolis

El promedio de la contribución absoluta de los términos de Coriolis es mayor en noroeste.

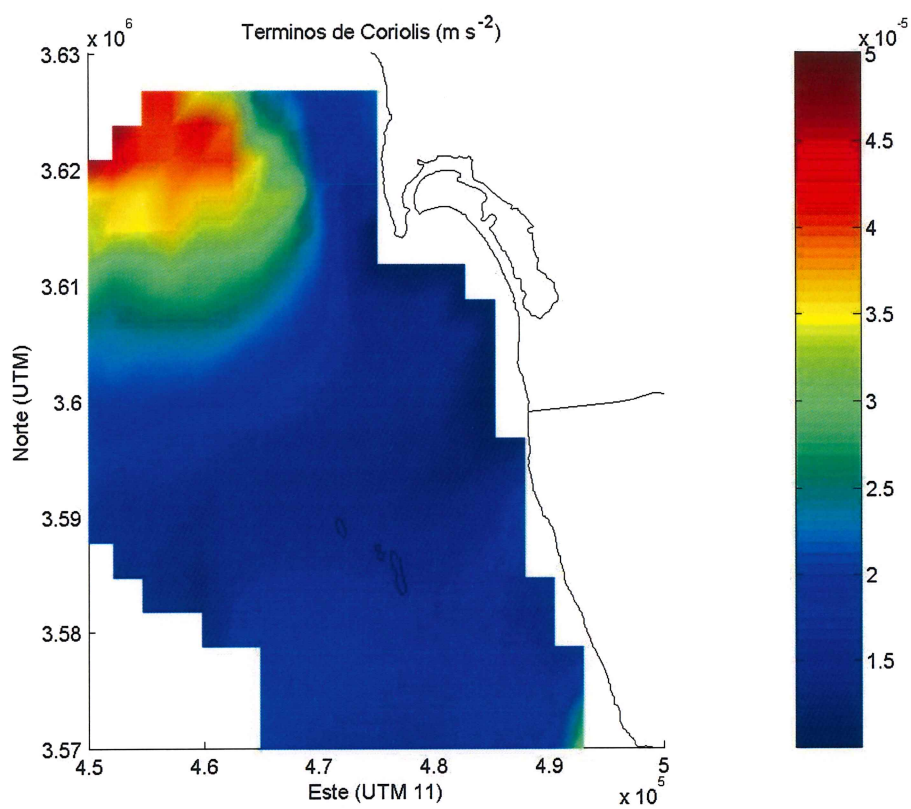


Figura 28. Promedio de la contribución absoluta de los términos de Coriolis.

4.3.4. Viscosidad

El promedio de la contribución absoluta de los términos de viscosidad es casi cero en toda la zona.

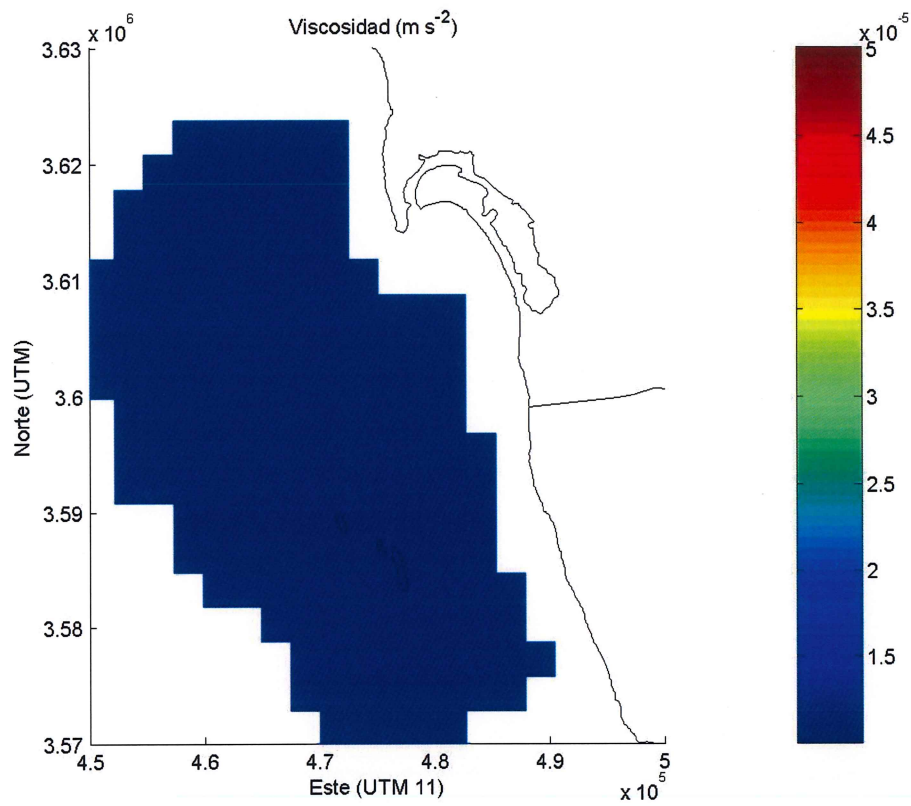


Figura 29. Promedio de la contribución absoluta de los términos de viscosidad.

4.3.5. Gradiente de presión

El promedio de la contribución absoluta de los términos de gradiente de presión es mayor en norte.

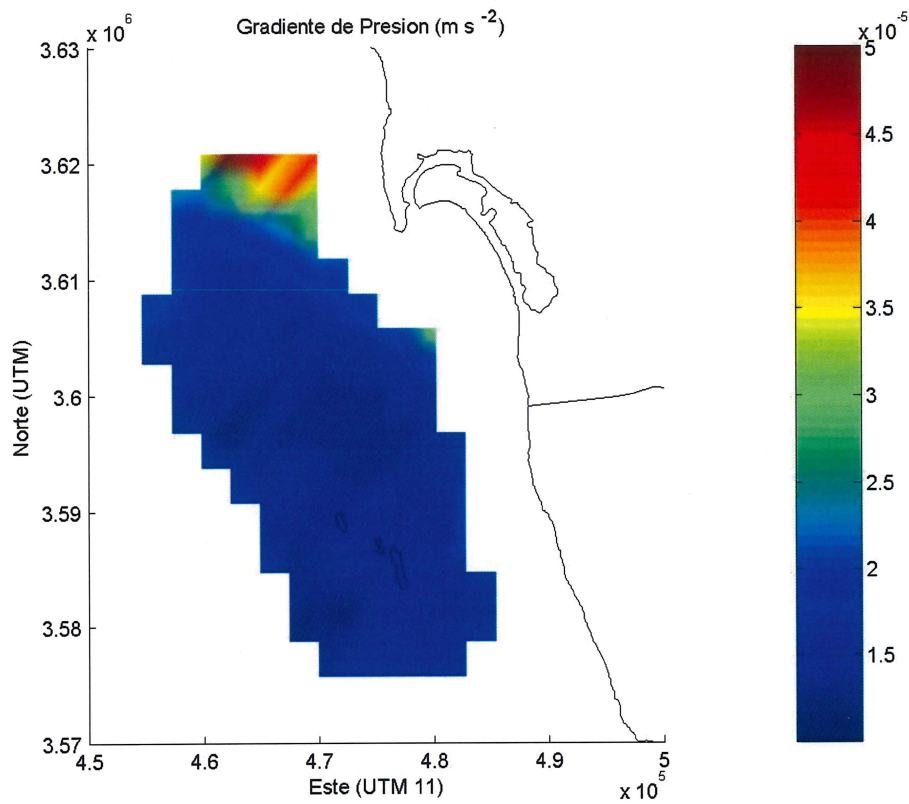


Figura 30. Promedio de la contribución absoluta de los términos del gradiente de presión.

4.3.6. Cambio local y términos de Coriolis

El promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio local y de Coriolis es mayor en noroeste.

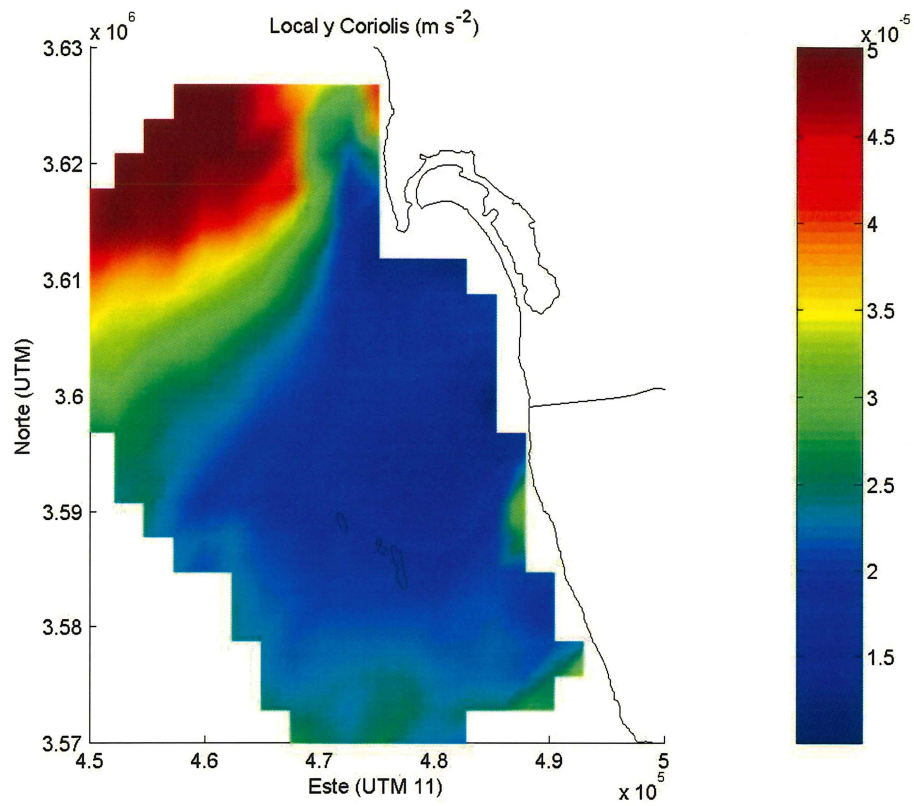


Figura 31. Promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio local y de Coriolis.

4.3.7. Términos de Coriolis y gradiente de presión

El promedio de la contribución absoluta de los términos de Coriolis y de gradiente de presión es mayor en norte.

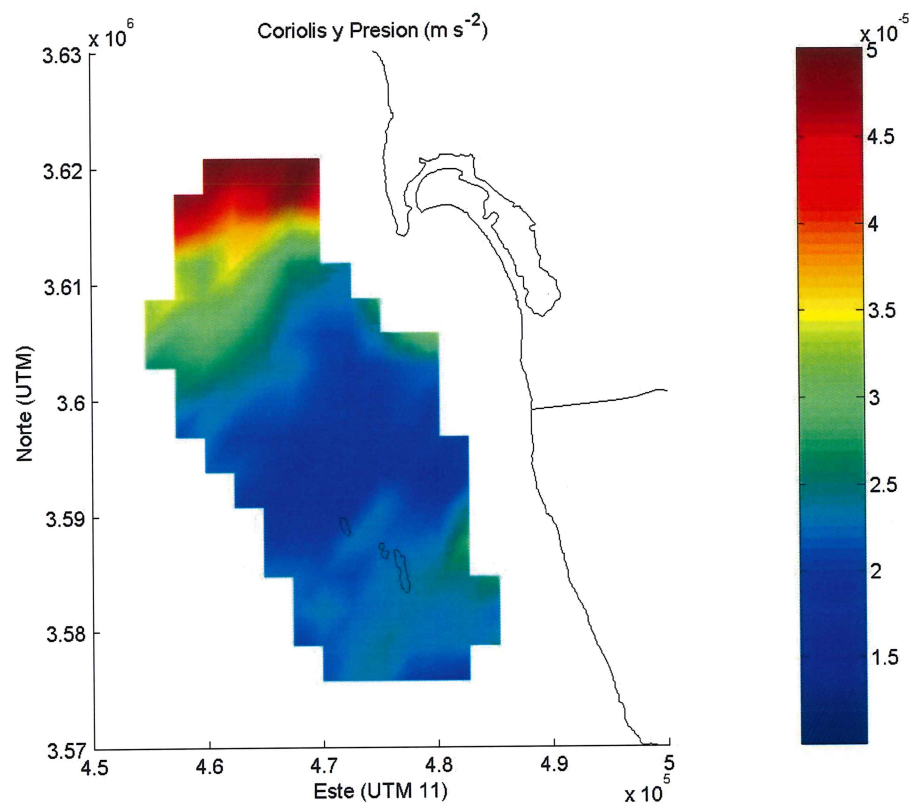


Figura 32. Promedio de la contribución absoluta de los términos de Coriolis y de gradiente de presión.

4.3.8. Cambio local y gradiente de presión

El promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio local y de gradiente de presión es mayor en norte.

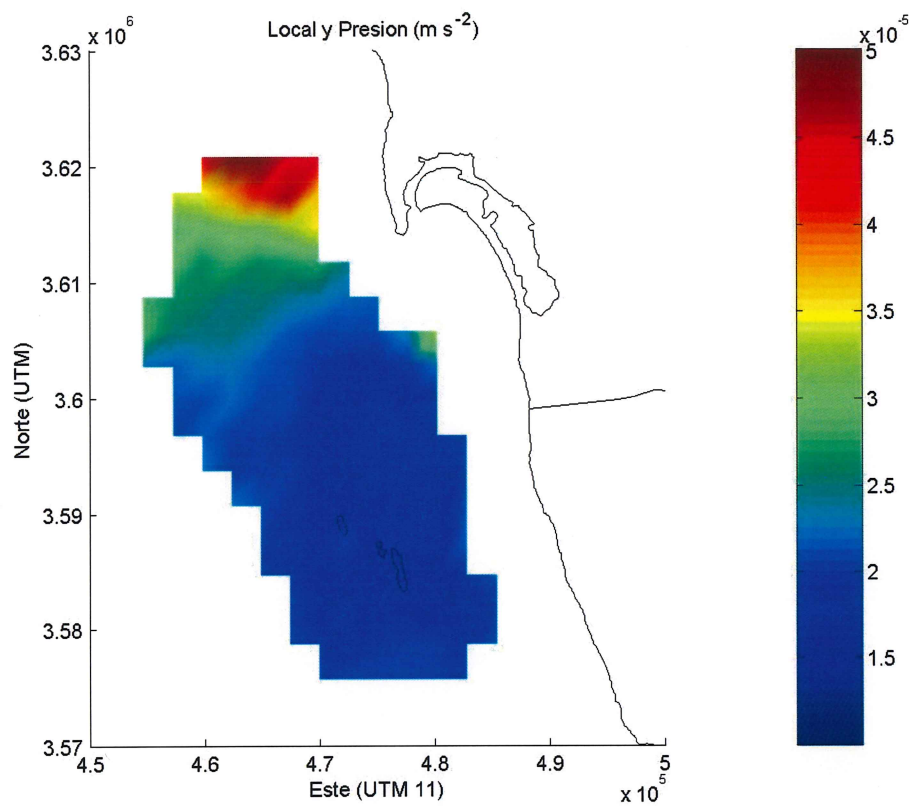


Figura 33. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local y de gradiente de presión.

4.3.9. Términos principales

El promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión es mayor en norte.

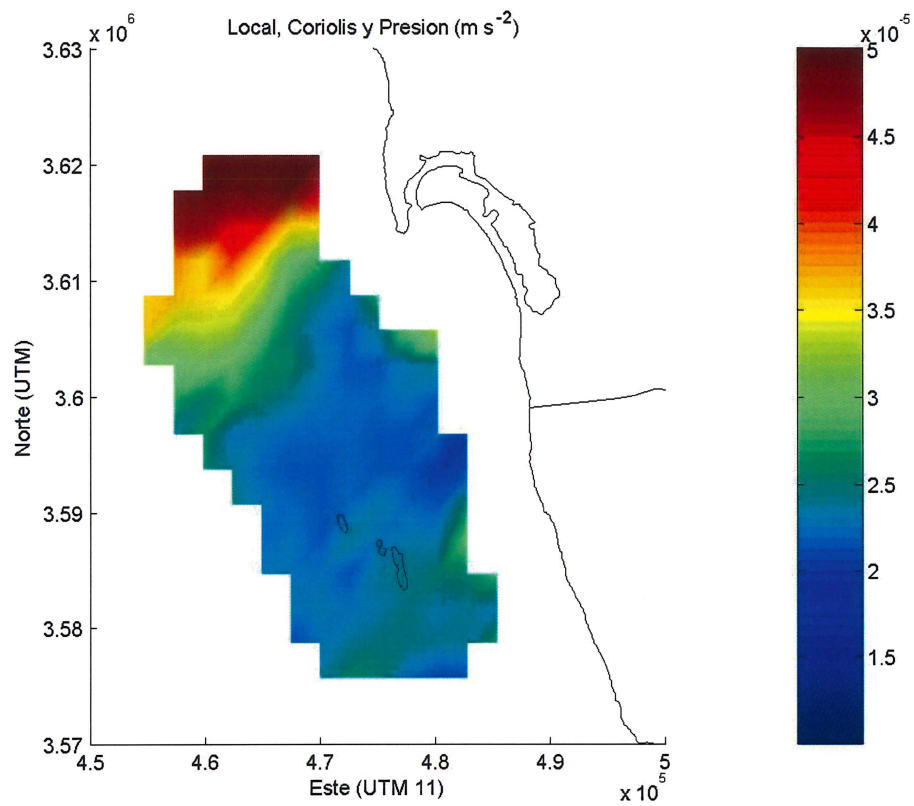


Figura 34. Promedio de la contribución absoluta de los términos del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión.

4.3.10. Todos los términos

El promedio de la contribución absoluta de todos los términos es mayor en norte.

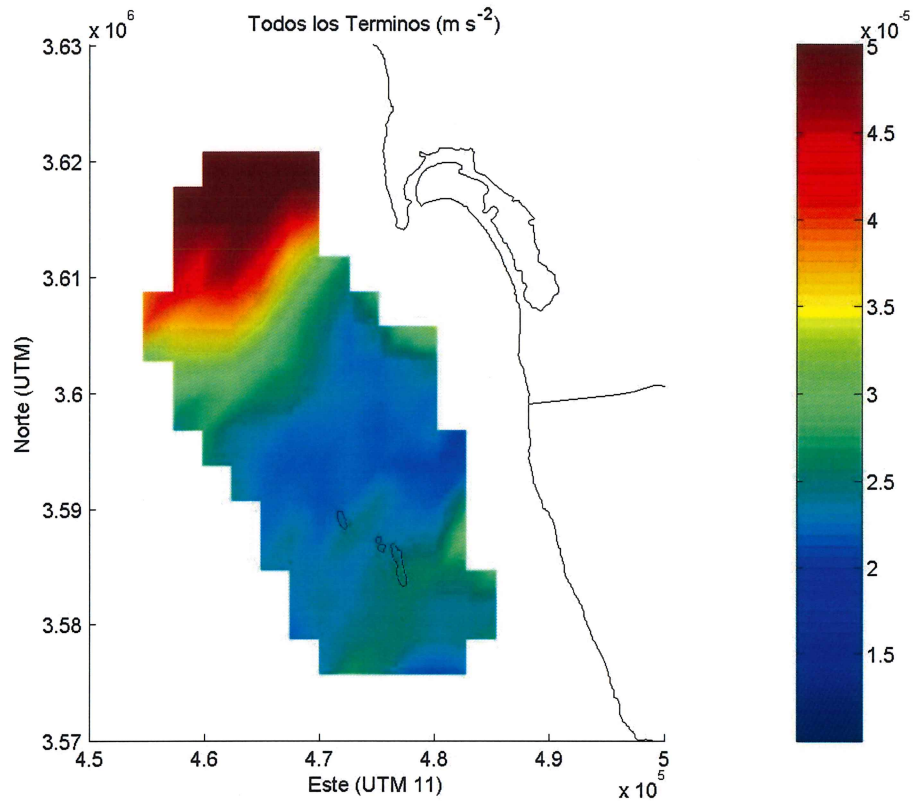


Figura 35. Promedio de la contribución absoluta de todos los términos.

4.4. Contribución relativa

4.4.1. Cambio local

El promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local es mayor en el centro y lejos de la costa.

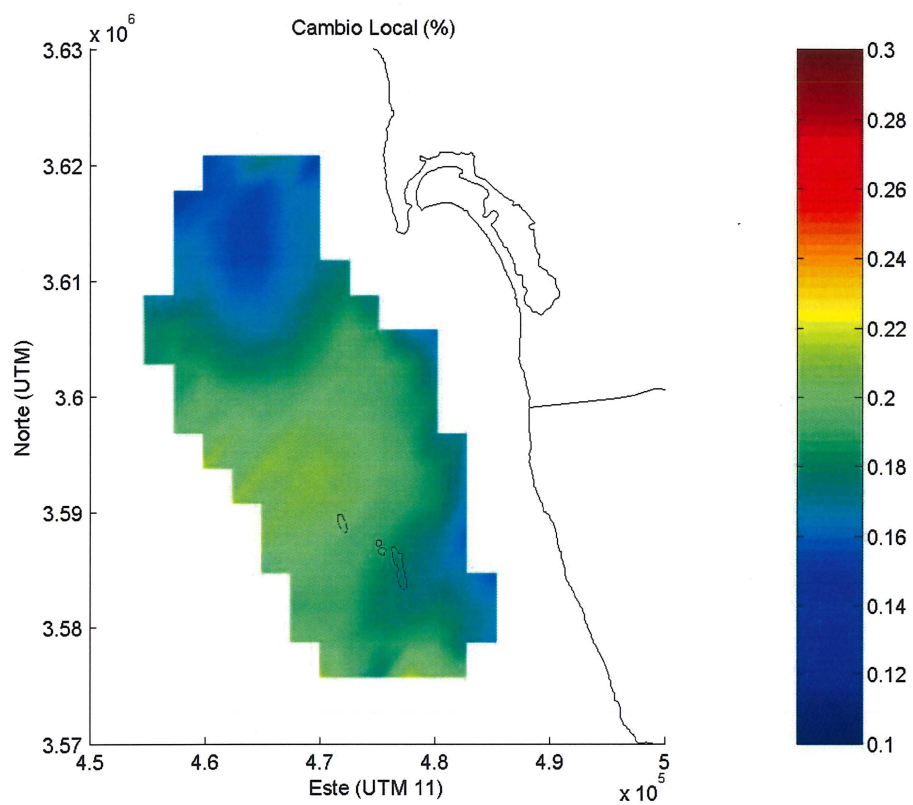


Figura 36. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local.

4.4.2. Cambio advectivo

El promedio de la contribución relativa de los términos del cambio advectivo es casi nula en toda la zona.

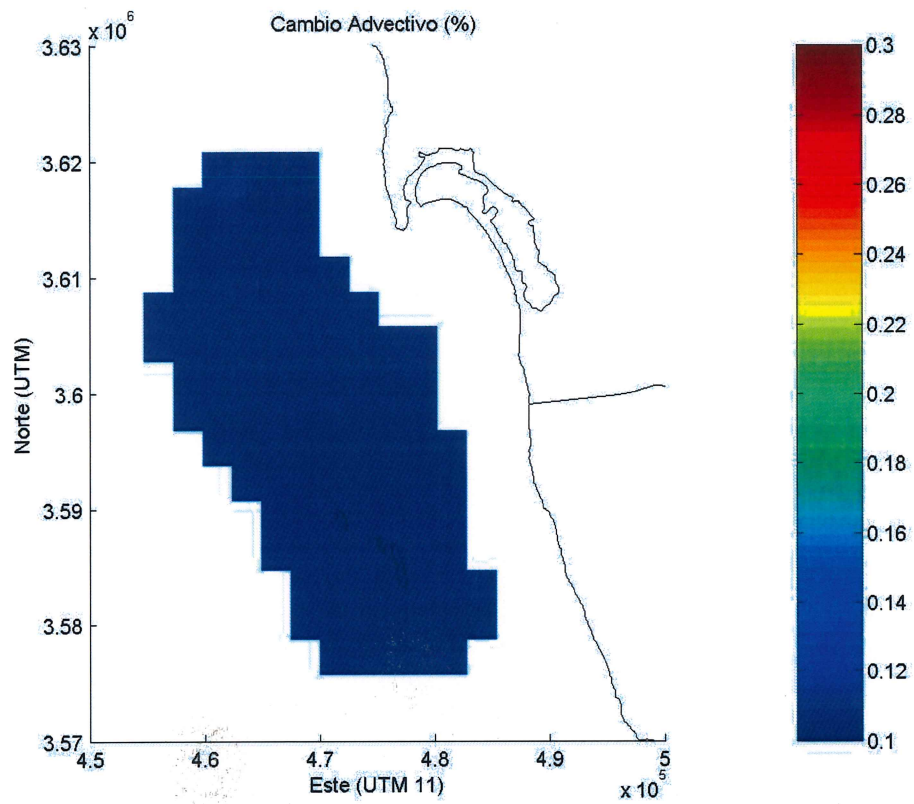


Figura 37. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio advectivo.

4.4.3. Términos de Coriolis

El promedio de la contribución relativa de los términos de Coriolis es mayor lejos de la costa.

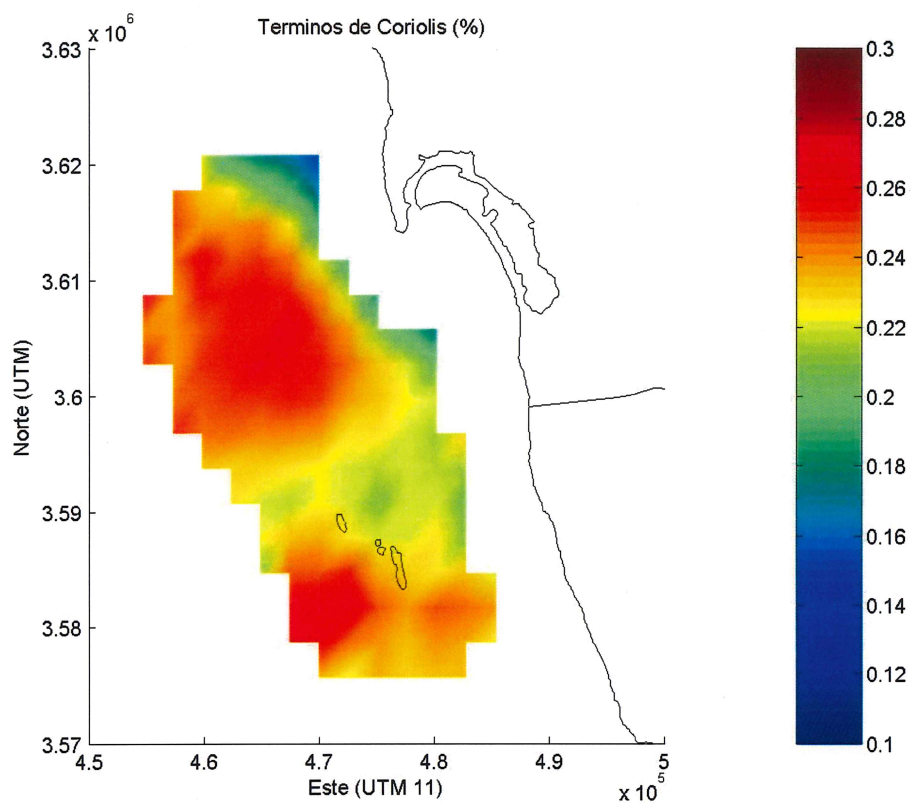


Figura 38. Promedio de la contribución relativa de los términos de Coriolis.

4.4.4. Viscosidad

El promedio de la contribución relativa de los términos de viscosidad es casi nula en toda la zona.

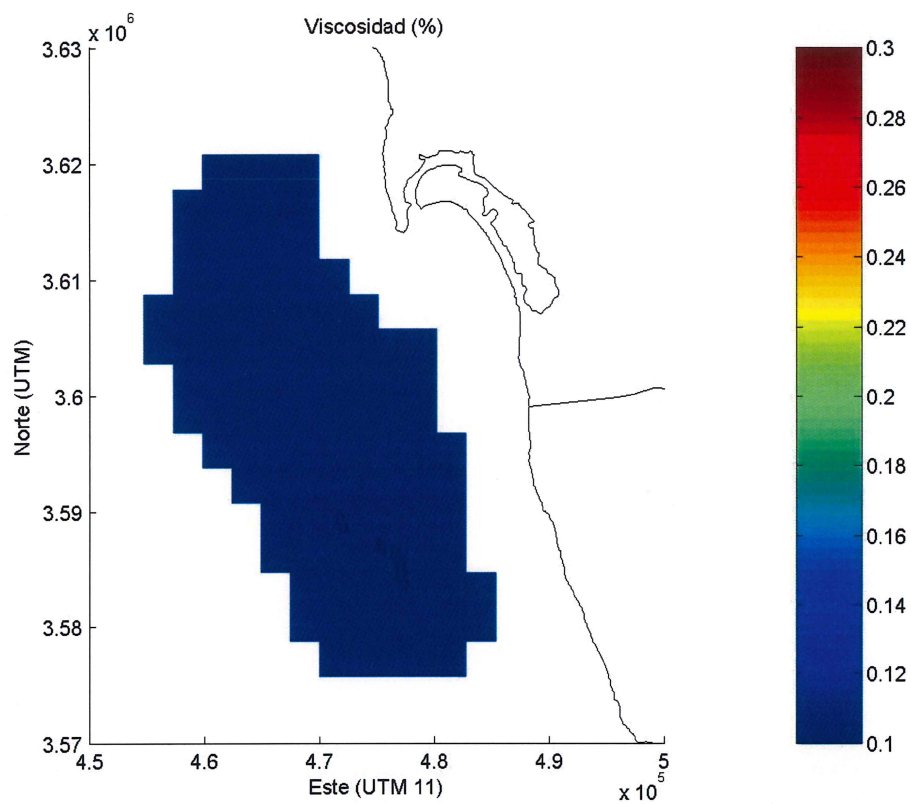


Figura 39. Promedio de la contribución relativa de los términos de viscosidad.

4.4.5. Gradiente de presión

El promedio de la contribución relativa de los términos de gradiente de presión es mayor cerca de la costa.

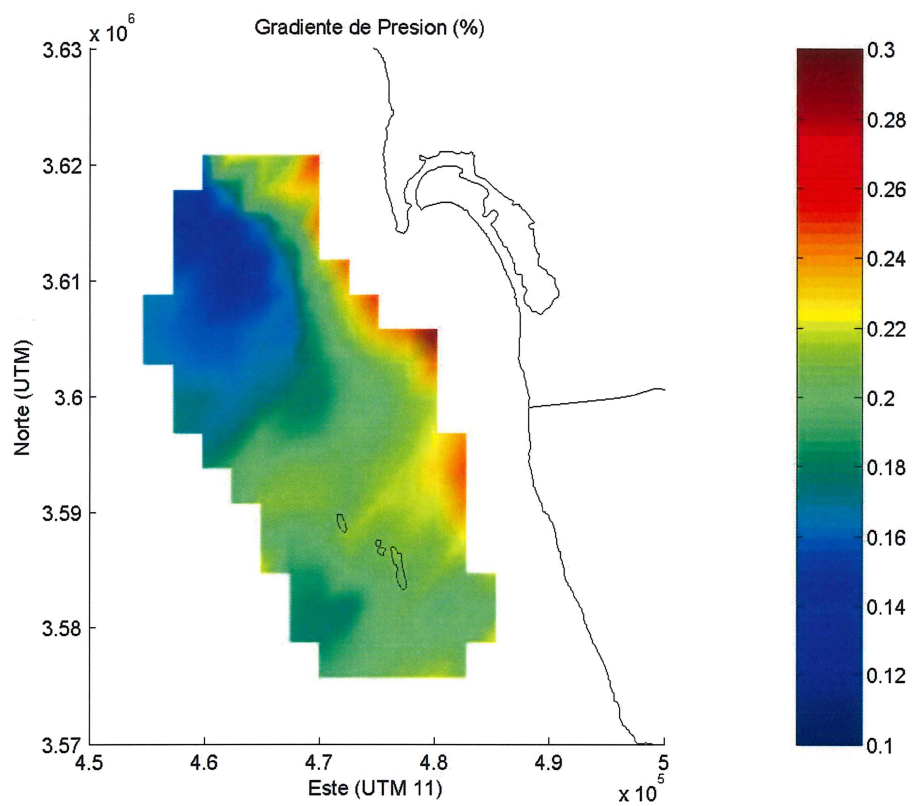


Figura 40. Promedio de la contribución relativa de los términos de gradiente de presión.

4.4.6. Cambio local y términos de Coriolis

El promedio de la contribución relativa de los términos del balance inercial es mayor lejos de la costa.

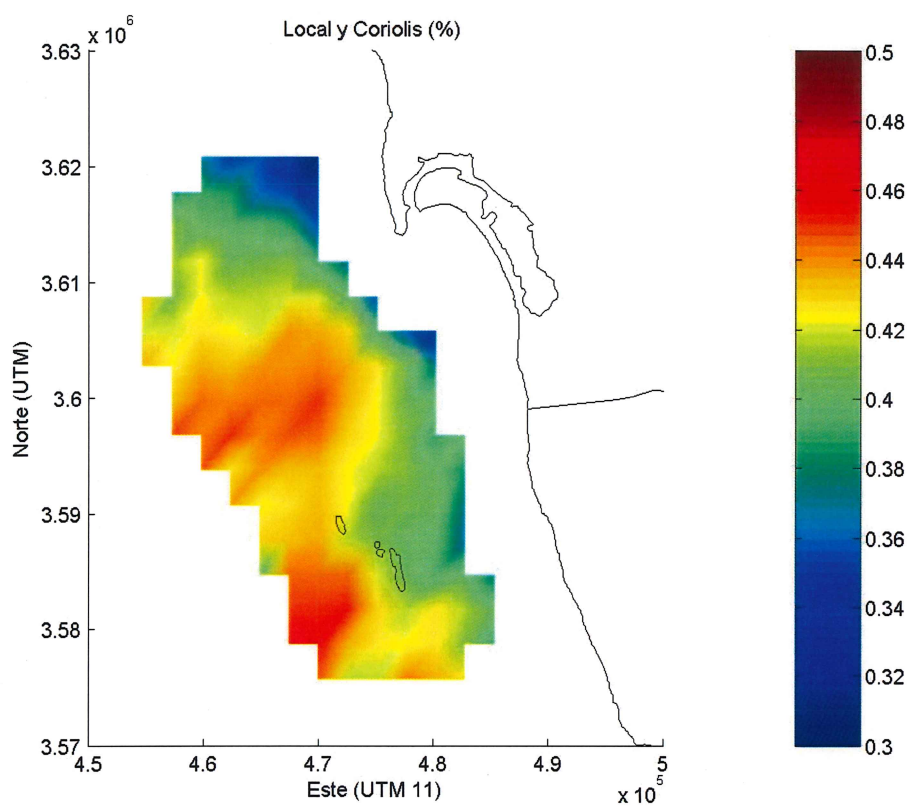


Figura 41. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local y de Coriolis.

4.4.7. Términos de Coriolis y gradiente de presión

El promedio de la contribución relativa de los términos del balance geostrófico es mayor cerca de la costa.

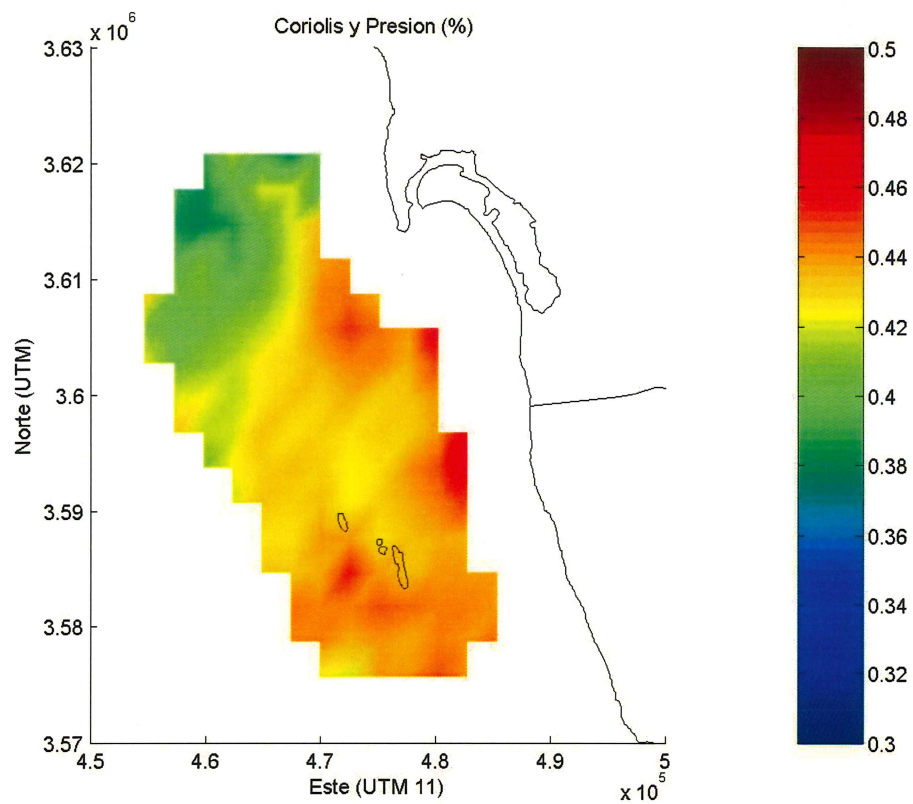


Figura 42. Promedio de la contribución relativa de los términos de Coriolis y de gradiente de presión.

4.4.8. Cambio local y gradiente de presión

El promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local y de gradiente de presión es menor en el noroeste y mayor en el centro.

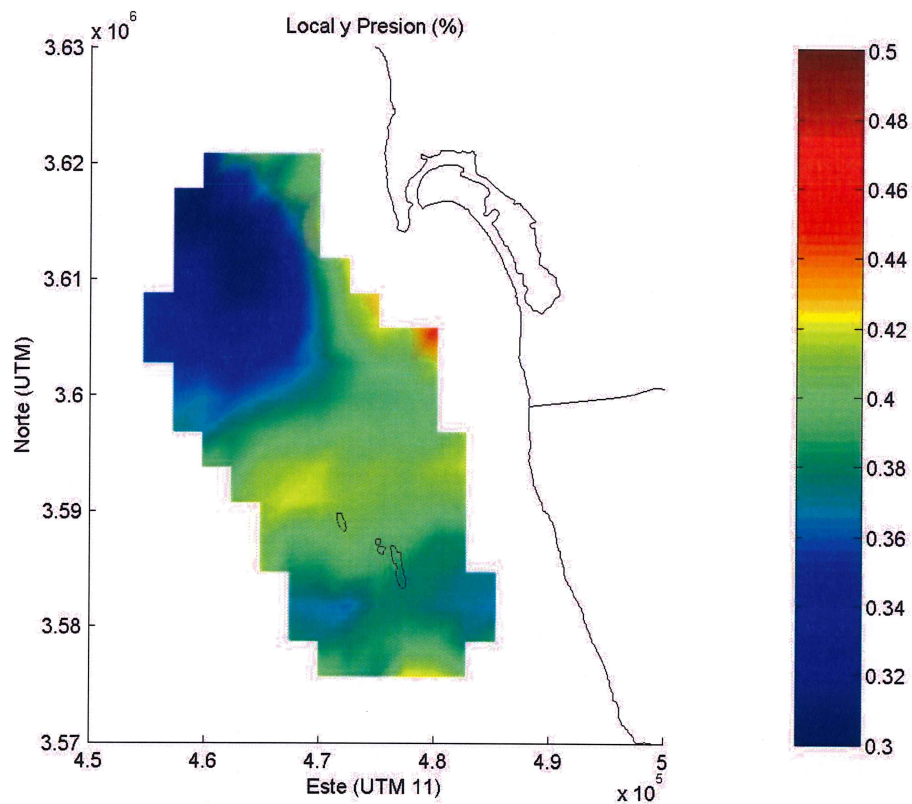


Figura 43. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local y de gradiente de presión.

4.4.9. Términos principales

El promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión es menor en el noroeste y mayor en el centro.

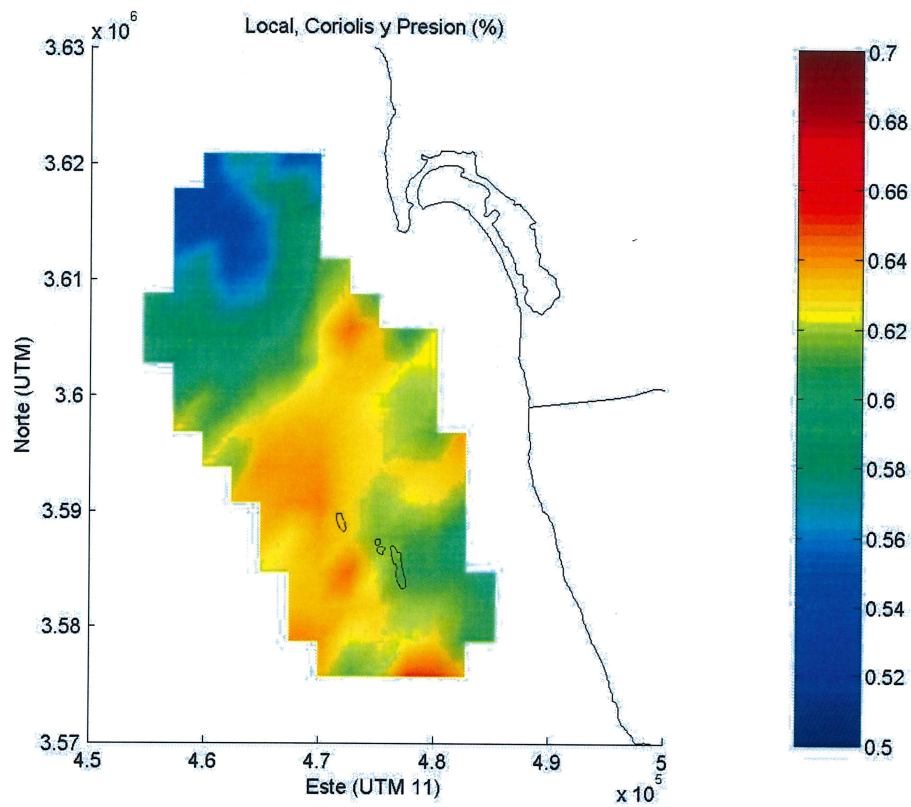


Figura 44. Promedio de la contribución relativa de los términos del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión.

4.4.10. Todos los términos

El promedio de la contribución relativa de todos los términos es homogéneo en toda la zona.

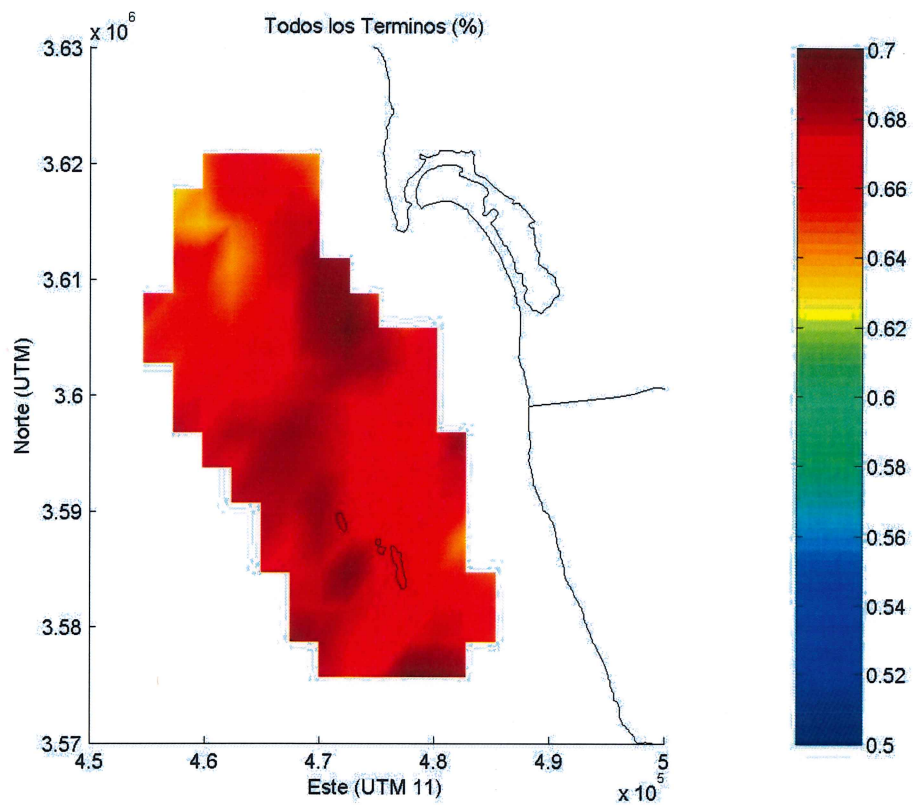


Figura 45. Promedio de la contribución relativa de todos los términos.

4.5. Números Adimensionales

4.5.1. Reynolds

El promedio del numero de Reynolds es mayor en el noroeste.

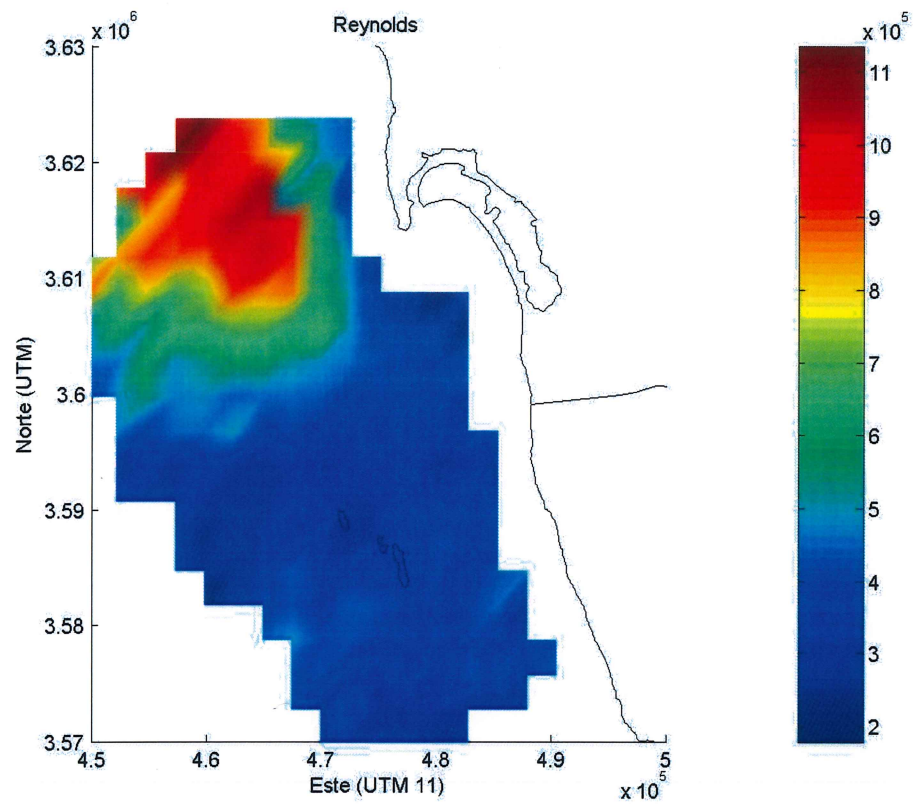


Figura 46. Promedio del número de Reynolds.

4.5.2. Rossby

El promedio del numero de Rossby es mayor en el norte.

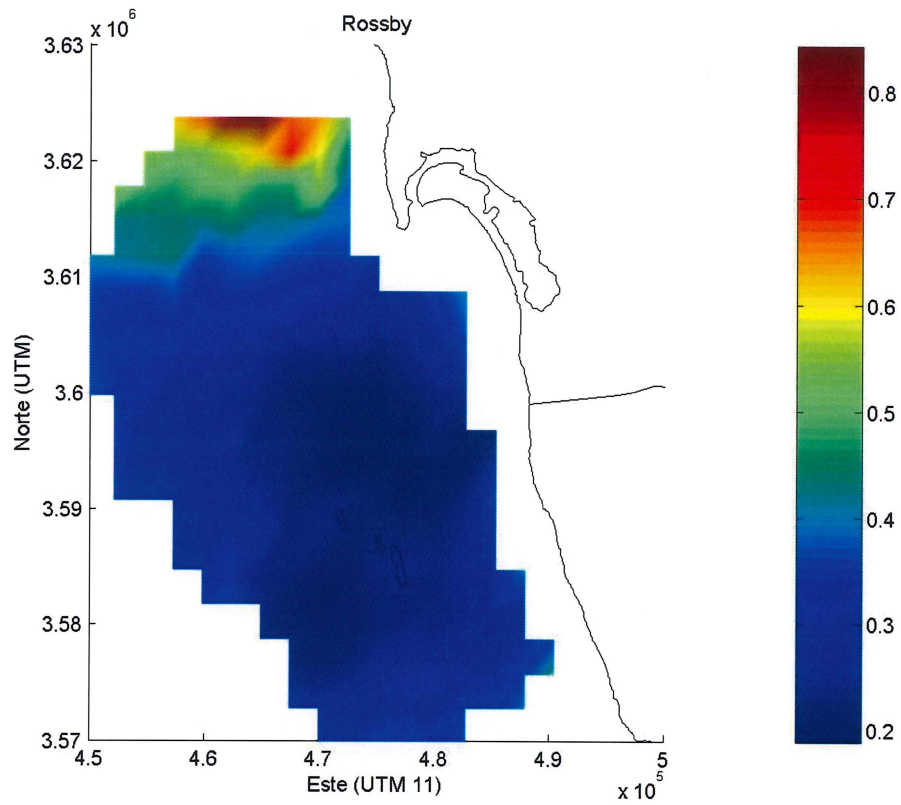


Figura 47. Promedio del número de Rossby.

4.5.3. Ekman

El promedio del numero de Ekman es menor en el centro.

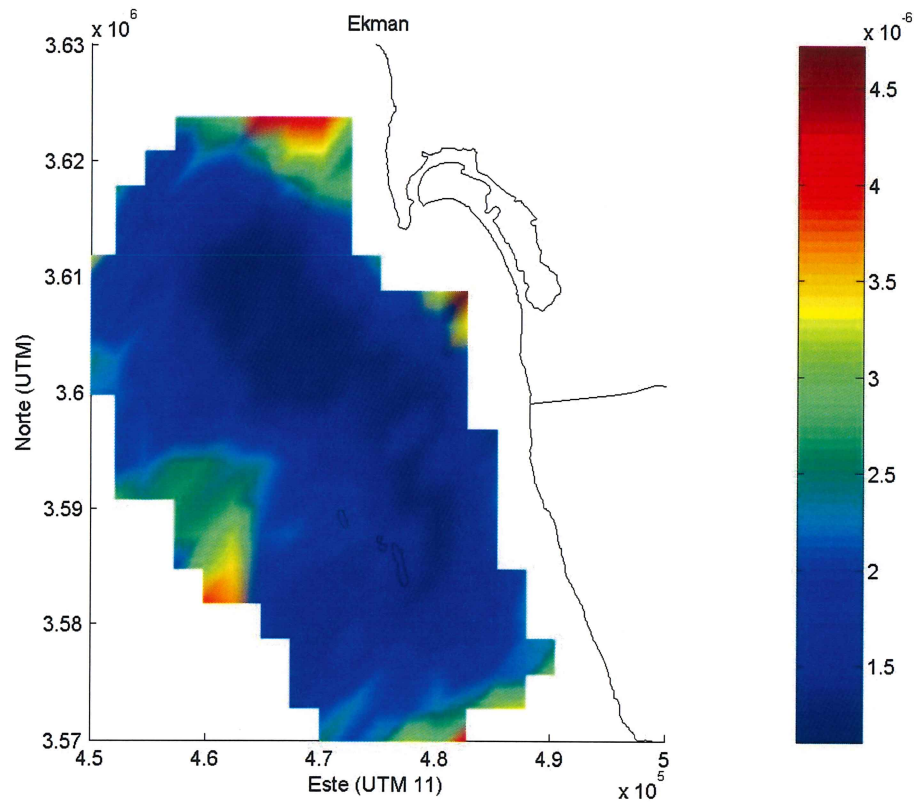


Figura 48. Promedio del número de Ekman.

5. Discusión

El formular un problema físico correctamente a menudo representa la mayor parte de su solución. Para resolver un problema hay muchos posibles planteamientos, por lo cual debe utilizarse el criterio y la experiencia para simplificar las matemáticas y la física involucradas, así como para preservar las características que corresponden a la realidad. En el presente estudio se hicieron las suposiciones necesarias, siempre que se consideraron válidas, para encontrar la mejor manera de cumplir los objetivos.

El promedio del cambio local, por ser cercano a cero, muestra que la serie de tiempo contiene los periodos principales del cambio en la velocidad a lo largo del tiempo, en ambas componentes (Figura 6 y Figura 7). La contribución relativa de los términos del cambio local se incrementa al alejarse de la costa (Figura 36), lo que nos dice que las aguas profundas tardan más en alcanzar el estado estacionario, tal como lo establece Lentz (1984). La contribución absoluta resultó mayor en el norte (Figura 26), es decir, en promedio la magnitud de la velocidad es mayor en esa zona. Esto se observa en la visualización del campo direccional del flujo.

Lo anterior lo corrobora la contribución absoluta de los términos del cambio advectivo (Figura 27), que indica que la velocidad cambia al acercarse al norte. El promedio de los términos advectivos de cada componente (Figura 8 y Figura 9) muestran que, este cambio en la velocidad es un incremento en el valor absoluto de la rapidez de cada componente y que el centro de este rasgo está dentro del área de estudio. A pesar de que la contribución relativa indica que importancia de este cambio de la

velocidad respecto a la posición es casi nula (Figura 37), los números adimensionales de Reynolds (Figura 46) y Rossby (Figura 47) ponen en evidencia su importancia.

Los términos de Coriolis se calcularon asumiendo f constante, es decir $f_0 = 2\Omega \sin \varphi_0$ donde φ_0 es la latitud central de la región estudiada. Se trabajó en plano- f porque la variación de la latitud en las escalas del estudio no representa cambios significativos en el parámetro de Coriolis. Los promedios de cada componente de los términos de Coriolis (Figura 10 y Figura 11) indican que en el norte el flujo presenta las velocidades de mayor magnitud predominando la dirección hacia el suroeste, mientras que en el centro y sur, el flujo es paralelo a la costa hacia el sur. Dado que las contribuciones relativas, tanto los términos del cambio local como los de Coriolis (Figura 38) presentaron valores máximos lejos de la costa, ahí la contribución relativa de los términos del balance inercial resultó dominante (Figura 41), tal como se esperaba por la visualización de los datos. En la visualización de puntos de fluido se observó que los puntos a la deriva simulados lejos de la costa describían espirales, mientras que cerca de la costa describían líneas paralelas a la costa. En ambas componentes, el término de Coriolis es el que más aporta al balance inercial, esto se observa al comparar las Figura 10 y Figura 11 con las Figura 16 y Figura 17 respectivamente.

La contribución de los términos viscosos (Figura 39) es casi nula, como se esperaba por ser un flujo turbulento. En toda la región estudiada el flujo resultó turbulento, porque presentó un número de Reynolds mayor que 1000, sin embargo la distribución no fue homogénea, ya que el norte resultó más turbulento que el resto de la

región (Figura 46). El número de Ekman también sugiere la poca importancia de los términos viscosos (Figura 48).

La contribución de los términos del gradiente de presión resultó mayor cerca de la costa (Figura 40), contrario a lo descrito por Lentz (1984). Para un área de estudio que incluye la región aquí estudiada, Lentz encontró que cerca de la costa el balance lo rige la deriva por viento, mientras que lejos de la costa el balance lo domina el gradiente de presión. Es posible que la discrepancia sea producto de la diferencia de los métodos usados. Lentz evaluó el balance de momentum paralelo a la costa de los movimientos subinerciales (periodos mayores que 36 horas), en escalas espaciales mayores que las usadas el presente trabajo en un orden de magnitud, considerando cuatro términos en la ecuación de movimiento: cambio local, gradiente de presión, esfuerzo del viento y esfuerzo del fondo. La discrepancia en este resultado podría estar asociada a que el balance de movimientos subinerciales sea diferente al balance que también incluye movimientos de periodos tan pequeños como los medidos en el presente trabajo, ya que la serie de tiempo obtenida con los radares HF tiene un intervalo de tiempo de una hora y no se aplicó filtró alguno. Aunque ambos estudios incluyen el término de gradiente de presión, en el presente fue calculado a partir de las velocidades horizontales superficiales usando la ecuación de continuidad, mientras que en aquel estudio, se midieron las elevaciones de la superficie del mar y la presión atmosférica, lo que constituye una diferencia sustancial que podría explicar la discrepancia en los resultados.

Las dimensiones de la región estudiada permiten suponer la presión atmosférica constante, por lo que el gradiente de presión es función de la presión hidrostática, la cuál

es función de las elevaciones de la superficie. Las elevaciones de la superficie se calcularon en función de las velocidades horizontales superficiales asumiendo que eran constantes en la vertical y de la profundidad del fondo (ecuación 33), lo que implicó suponer fondo plano. A pesar de que la profundidad promedio es cercana a los 500 metros y la moda a los 20 metros, se escogió una profundidad arbitraria constante de 324 metros con lo que se obtuvieron elevaciones de la superficie razonables que equiparan la contribución del término del gradiente de presión con la del resto de los términos.

Se deben explorar otros métodos para estimar los gradientes de presión. Podría ser a partir de mediciones directas con un arreglo de por lo menos tres sensores de presión o mareógrafos, con lo que se obtendría un gradiente de presión unidireccional (un plano inclinado). Otra opción es el uso de métodos indirectos mediante información de sensores remotos, por ejemplo con altímetros montados en satélites. También se podrían calcular considerando que la onda de marea determina la superficie. Si la definición de los sensores de presión atmosférica lo permitiera, se debería de calcular el nivel del mar ajustado, que es la suma de la presión atmosférica mas la presión hidrostática.

En la componente meridional de los términos del balance geostrófico es más significativo el aporte del término del gradiente de presión que en la componente zonal, como se observa al comparar las Figura 10 y Figura 11 con las Figura 18 y Figura 19 respectivamente. Se encontró que los términos del balance geostrófico son más importantes cerca de la costa (Figura 42). El promedio de los términos del cambio local mas los de gradiente de presión, señala la posibilidad a que estén en equilibrio en ambas

componentes (Figura 20 y Figura 21), pero aunque se cumpliera el balance, la Figura 43 muestra que no es el balance principal.

Dadas las diferencias entre este estudio y el realizado por Lentz (1984) se podrían considerar complementarios y suponer que la zona cercana a la costa se rige por la deriva por viento, una zona intermedia por el balance geostrófico y la zona lejana a la costa por el balance inercial. Esta aseveración debe tomarse con las reservas que implica la incompatibilidad de los métodos usados. En este sentido es deseable incluir en el método aquí propuesto el cálculo de la contribución de los esfuerzos del viento y del fondo, ya que su contribución se incluyó en la de otros términos. Los esfuerzos del viento se podrían calcular con los datos de una estación meteorológica en la región estudiada o datos de sensores remotos satelitales, suponer la rapidez del viento constante en toda la región, encontrar la dirección para cada punto con el sistema de radares HF como lo proponen Fernández *et al.* (1997) y usar la ley de arrastre cuadrática utilizada por Large y Pond (1981).

Aunque la contribución relativa de la suma de los términos del cambio local, de Coriolis y de gradiente de presión explican más de la mitad de la dinámica costera (Figura 44), el hecho de que en ambas componentes el promedio de la suma todos los términos considerados en las ecuaciones de movimiento aquí propuestas resultó diferente que cero en casi toda la región estudiada (Figura 24 y Figura 25), debe impulsarnos a calcular los términos no estimados en el presente trabajo para determinar qué fuerzas en el norte contribuyen con más de la tercera parte a la dinámica costera (Figura 45).

6. Conclusión

6.1. Particular

El análisis realizado usando datos de un sistema de radar HF muestra que, en la región estudiada, la zona cercana a la costa está influenciada por los términos del balance geostrófico (47%), mientras que a la zona lejana a la costa la describen los términos del balance inercial (46%).

6.2. General

El sistema de radares HF combinado con el método propuesto probó ser útil para estudiar la contribución de los términos de las ecuaciones de movimiento en las corrientes superficiales de regiones extensas y clasificar el área en zonas según los balances físicos dominantes usando mediciones eulerianas.

7. Literatura Citada

- Crombie, D. (1955) Doppler spectrum of sea echo at 13.56 Mc s^{-1} , *Nature*, 175:681-682.
- Crombie, D. (1972) Resonan backscatter from sea and its application to physical oceanography. *IEEE International Conference Proceedings on Engineering in the Ocean Environment*. New York. 174-179.
- Fernández, D. M., H. C. Graber, J. D. Paduan y D. E. Barrick (1997) Mapping wind direction whit HF radar. *Oceanography* 10(2):93-95.
- Gaul, R. y B. Stewar (1960) Nearshore ocean current off San Diego California. *J. Geophys. Res.* 65(5):1543-1556.
- Gill, A. E. (1982) *Atmosphere-Ocean dynamics*. Academic Press. San Diego CA. 662 pp.
- Godínez-Sandoval, V. M. (1986) *Dispersión frente a la costa de Rosarito, B. C. Tesis de Licenciatura*. UABC-ESCM. México. 69 pp.
- Gómez-Valdés, J. (1980) *Variación estacional en el Sistema de la Corriente de California frente a Ensenada, B. C. Tesis de Maestría*. CICESE. México. 165 pp.
- Graber, H. C. y C. B. Limouzy-Paris (1997) Transport patterns of tropical reef fish larvae by spin-off eddies. *Oceanography* 10(2):68-71.
- Haus, B., H. Graber y L. Shay (1997) Synoptic Measurement of Dynamic Oceanic Features. *Oceanography* 10(2):45-48.

- Hernández-Walls, R. (1986) *Circulación Inducida por el Viento en la Zona Costera*. Tesis de Licenciatura. UABC-ESCM. México. 73 pp.
- Kosro, M., J. Barth y P. Strub (1997) The Coastal Jet: Observations of Surface Currents Over the Oregon Continental Shelf From HF Radar. *Oceanography* 10(2):53-56.
- Kundu, P. K. (1990) *Fluid mechanics*. Academic Press. San Diego CA. 638 pp.
- Large, W. G. y S. Pond (1981) Open ocean momentum flux measurements in moderate to strong winds. *J. of Phys. Oceanogr.* 11:324-336
- Lentz, S. J. (1984) *Subinertial motions on the southern california continental shelf*. Tesis de Doctorado. University of California. San Diego, CA. 145 pp.
- Lynn, R. J. Y J. J. Simpson (1987) The California Current System: The seasonal variability of its physical characteristics. *J. Geophys. Res.* 92:12947-12966.
- Neal, T. C. (1992) *Analysis of Monterey Bay CODAR-derived surface currents*. Tesis de Maestría, Naval Postgraduate School. Monterey, CA. 96 pp.
- Paduan, J. y M. Cook. (1997) Mapping Surface Currents in Monterey Bay whit CODAR-Type HF Radar. *Oceanography* 10(2):49-52.
- Paduan, J. y H. Graber. (1997) Introduction to high-frequency radar: reality and myth. *Oceanography* 10(2):36-39.
- Pond, S. y G. Pickard. (1978) *Introductory Dynamic Oceanography*. Pergamon Press. Oxford, RU. 241 pp.

- Prandle, D. (1997) Tidal and Wind-Driven Currents From OSCR. *Oceanography* 10(2):57-59.
- Shay, L. (1997) Internal Wave-Driven Surface Currents From HF Radar. *Oceanography* 10(2):60-63.
- Sañudo-Wilhelmy, S. A. y C. E. Suárez (1984) Variación temporal de la carga orgánica en las aguas residuales de la ciudad de Tijuana, Baja California, México. *Ciencias Marinas*, 10:107-118.
- Segovia-Savala, J. A., F. Delgadillo-Hinojosa, M. V. Orozco-Borbón, A. Muñoz-Barbosa, y S. R. Canino-Herrera (1995) Distribución de DBO y bacterias en la costa fronteriza México-EUA. *Ciencias Marinas*, 21:415-426.
- Sierra-Carrascal, E. (2003) Influencia de las brisas en las corrientes superficiales a lo largo de la zona costera oceánica entre Rosarito, B. C., México y Punta Loma, California, EUA. Tesis de Licenciatura. UABC-FCM. México. 66 pp.
- Solorza-Calderón, S. (1999) Diferencias finitas exactas: Un estudio pedagógico. Tesis de Maestría. CICESE. México. 72 pp.
- Svedrup, H. U. y R. H. Fleming (1941) The water off the coast of Southern California, March to July 1937. *Scripps Inst. Ocean. Bull.* (4):261-378.
- Svedrup, H. U., M. W. Johnson y R. H. Fleming (1942) *The Oceans*. Prentice-Hall. 1087 pp.

- Teague C., J. Vesecky y D. Fernandez. (1997) HF Radar Instruments, Past to Present. *Oceanography* 10(2):40-44.
- Valle-LeVinnson, A. (1985) Corrientes Costeras frente a Salina Cruz, Oax. Tesis de Licenciatura. UABC-ESCM. México. 58. pp.
- Winant, C. y A. Bratkovich (1981) Temperature and currents on the Southern California shelf: A description of the variability. *J. of Phys. Oceanogr.* 11:71-86.
- Wooster, W. S. y J. L. Reid (1963) Eastern boundary currents. *The Sea*. M. N. Hill, Ed. Interscience. 253-280.