



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS MARINAS

••DESARROLLO DE UN MODELO DE CIRCULACION ECUATORIAL••

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
O C E A N O L O G O
PRESENTA
JOSE ANTONIO MARTINEZ ALCALA

ENSENADA, BAJA CALIFORNIA, SEPTIEMBRE DE 1987.

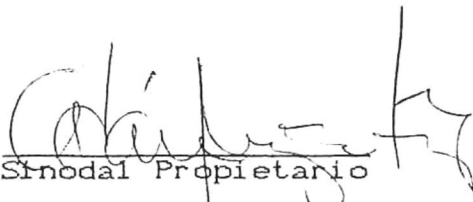
‘‘DESARROLLO DE UN MODELO DE CIRCULACION ECUATORIAL’’

TESIS
QUE PRESENTA
JOSE ANTONIO MARTINEZ ALCALA

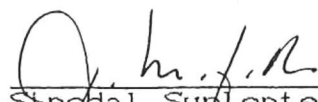
Aprobada por



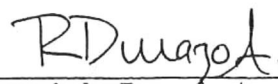
Presidente del Jurado
Pedro Ripa




Sinodal Propietario
M.C. Adán Mejía Trejo



Sinodal Suplente
M.C. Manuel Figueroa



Sinodal Propietario
Oc. Reginaldo Durazo



Sinodal Suplente
Oc. Oscar Delgado

A Carmela mi madre

A la memoria de mi Padre

A Jesús, Carmen, Francisco, Pilar

y

sus respectiva(o)s esposa(o)s e hija(o)s

A Angélica

À Pedro

AGRADECIMIENTOS

Existe una larga serie de personas que, de una manera u otra, tuve la suerte de contar con su apoyo. En primer lugar esta mi madre y mis hermanos, los cuales me han apoyado siempre, mostrando amor y amistad, así como también el Tio Beto que siempre se ha portado a todo dar. Después tuve la suerte de encontrar a Angélica mi compañera, quien siempre dá amor y con quién comparto desde hace rato mi vida, Luego aparece Pedro, el cual me há dado amistad mas un chorro de cosas más, y con el que resultó un verdadero placer trabajar. A Guido, Manuel, Adán, Sergio, Ana, Luis, Pepe en quienes he encontrado siempre una fuerte amistad y desinteresado apoyo. A Miguel Angel, quien a través de sus cursos (8) siempre nos dió lo mejor de él. El centro de cálculo del CICESE quien facilitó el uso del equipo de cómputo. Oscar y Reginaldo quienes se prestaron amablemente para la revisión de este trabajo. A José Maria Robles y Patricia Ramoneti que me apoyaron para la obtención de becas durante la realización de este trabajo, así como para la iniciación de mis estudios de maestría.

A todos gracias.

CONTENIDO

Resumen.....	I
Lista de figuras.....	II
1 - Introducción.....	1
2 - Ondas ecuatoriales.....	3
2.1 Ondas de Kelvin.....	4
2.2 Ondas de Rossby.....	7
3 - Modelo numérico.....	9
4 - Resultados.....	13
4.1 Ondas de Kelvin.....	14
4.2 Ondas de Rossby.....	29
5 - Conclusiones.....	40
6 - Bibliografía.....	42

RESUMEN

Se usa un modelo numérico alineal y bidimensional para estudiar la propagación e interacción de ondas ecuatoriales tipo Kelvin o Rossby. Las ecuaciones son las de "aguas someras" alineales, sin viscosidad y en el plano beta ecuatorial. Son resueltas usando diferencias finitas centradas en un esquema del tipo "C"; la integración en tiempo es realizada usando el algoritmo de "salto de rana".

El modelo tiene fronteras rígidas en dos paralelos alejados y equidistantes del ecuador, mientras que en la dirección zonal es periódico. Cumple satisfactoriamente con las leyes de conservación de masa, energía, momentum y pseudomomentum zonal y de vorticidad promedio.

Los efectos alineales en la propagación de ondas de Kelvin provocan una autoadvección, que en el caso de la aproximación "unidimensional" implica la existencia de un tiempo límite, en el que la pendiente se vuelve infinita, y después del cual el modelo carece de sentido. Para el modelo bidimensional, este tiempo límite es sobrepasado, formándose un frente tanto en los campos de velocidad como de presión; este proceso es más rápido e intenso en el caso de una onda de depresión que el de elevación.

Para las ondas de Rossby de elevación, los efectos alineales reducen los de dispersión, pudiendo equilibrarse ambos fenómenos dando lugar a la existencia de solitones, los cuales se propagan sin cambiar prácticamente de forma. Se estudia la velocidad de propagación de estas señales comparándolas con las predichas por la teoría alineal unidimensional.

FIGURAS

- Fig. 1: Evolución de la elevación sobre el ecuador para una onda de Kelvin alineal. Para tiempos superiores al límite, la función es trivaluada, por lo que la aproximación unidimensional deja de ser válida.
- Fig. 2: Comparación de los tiempos de integración de un modelo unidimensional mediante el método espectral con transformada rápida de Fourier y el de diferencias finitas, en función del número de puntos.
- Fig. 3: Campo de elevación inicial para una onda de Kelvin con estructura sinusoidal (a), secante hiperbólica cuadrada con amplitud positiva (b) o negativa (c). La línea de puntos representa al ecuador.
- Fig. 4: Evolución del campo de elevación para una condición inicial tipo Kelvin sinusoidal con una amplitud de 9.2 cm. La abscisa es $x-ct$, por lo que una onda lineal aparecería inmóvil. El tiempo límite para la solución de la aproximación unidimensional es de 50 d.
- Fig. 5: Elevación sobre el ecuador para el caso de la fig. 4. Las diferentes curvas corresponden a 21 tiempos entre 0 y 87 d, y han sido desplazadas verticalmente para facilitar la apreciación. Las escalas vertical y horizontal son 10:1 y $1:2\pi \times 10^7$ respectivamente.
- Fig. 6: Idem fig. 5, pero a una distancia del ecuador igual a un radio de deformación (512 km).
- Fig. 7: Similar a la fig. 4 para una condición inicial tipo secante hiperbólica cuadrada con una amplitud de 28 cm (elevación). El tiempo límite es de 14 d.
- Fig. 8: Idem fig. 7 para amplitudes de -28 cm (depresión).
- Fig. 9: Campos de velocidad y elevación para el caso de la fig. 7 en $t = 14$ d. Los intervalos de contorno están indicados entre paréntesis. El patrón de velocidad meridional generado por la alinealidad, es muy similar al de una onda de Rossby.
- Fig. 10: Idem fig. 9, pero para una amplitud de -28 cm (depresión).
- Fig. 11: Campos iniciales de velocidad y elevación para una onda de Rossby, con estructura zonal tipo secante hiperbólica cuadrada. La amplitud es la predicha por la aproximación unidimensional para la formación de un solitón.

- Fig. 12: Evolución del campo de elevación para la condición inicial de la fig. 11 y sin efectos alineales. Se nota claramente la emisión de pequeñas ondas que viajan un poco más lento que la onda principal (efecto de dispersión).
- Fig. 13: Evolución del campo de elevación para la condición inicial de la fig. 11, pero con una amplitud tres veces mayor y con los términos alineales incluidos. Nótese que la onda viaja más rápido que lo predicho por la teoría lineal (la abscisa es $x-ct$).
- Fig. 14: Perfiles de elevación sobre el ecuador cada 5 d para el caso de la fig. 13. En $t = 15$ y 20 d, se aprecia una onda de Kelvin (generada por los efectos alineales) a la izquierda de la figura, que se propaga hacia la derecha.
- Fig. 15: Similar a la fig. 11, con los términos alineales: éstos están en balance con los dispersivos y la onda viaja prácticamente sin cambiar su forma (solitón).
- Fig. 16: Perfiles de elevación sobre el ecuador para el caso de la fig. 15. La onda viaja más rápido que lo predicho por la teoría lineal. Es notable la ausencia de dispersión.
- Fig. 17: Similar a la fig. 13, con amplitud 3.55 veces más pequeña que la crítica. La dispersión no es balanceada, y por lo tanto se desprenden ondas pequeñas de la principal.
- Fig. 18: Perfiles de elevación sobre el ecuador para el caso de la fig. 17.
- Fig. 19: Similar a la fig. 13 para una amplitud opuesta de la crítica (depresión en vez de elevación). Los efectos alineales y dispersivos se suman generando más ondas pequeñas que en el caso lineal.

1. INTRODUCCION

La región ecuatorial sirve como guía de ondas, es decir, existen señales que se propagan a lo largo del ecuador (en un sentido o en el otro) con amplitud despreciable a cierta distancia de éste. Matsuno (1966) predijo la existencia de estas ondas, a partir de las ecuaciones de aguas someras linearizadas, obteniendo soluciones tipo ondas inercio-gravitatorias y de Rossby. Moore y Philander (1977) presentan un resumen adecuado de la teoría de ondas ecuatoriales lineales en el océano, además de estudiar su reflexión en costas zonales. Wunsch y Gill (1976), Ripa y Hayes (1981), y otros, confirman la existencia de estas ondas en base a observaciones. McCreary (1976) y O'Brien (1983) en base a modelos numéricos lineales, realizan estudios de los efectos del viento en la zona ecuatorial, encontrando que la formación de ondas de Kelvin y Rossby es frecuente. Boyd (1980a y b) y Ripa (1982, 1983a y b) estudian los efectos alineales en la propagación de ondas de Kelvin y de Rosby desarrollando para ello una teoría analítica cuasilineal, a la que nos referiremos más adelante como "aproximación unidimensional". Estos trabajos son generalizados para el caso de un océano continuamente estratificado por Ripa (1984) y Marshall y Boyd (1987). Kindle (1981) confirma la formación de solitones en un modelo numérico bidimensional y Greatbatch (1985) con un modelo similar estudia la formación de frentes en ondas de

Kelvin, así como la de solitones.

Algunos de los modelos numéricos utilizados en México fueron desarrollados en el extranjero, donde se dispone de medios muy diferentes, por lo que su implementación resulta poco eficiente, además de complicada, debido a diferencias en el tipo de computadoras. Uno de los objetivos de este trabajo consiste en el desarrollo de un modelo de circulación ecuatorial adecuado a las capacidades locales, para lo cual se van desarrollando modelos cada vez más completos. Además, se pretende estudiar los efectos alineales en la propagación de ondas de Kelvin y de Rossby, más allá de la aproximación unidimensional.

En la sección 2 se presenta un breve resumen de la teoría de ondas ecuatoriales en las ecuaciones de aguas someras. En la siguiente, se describe el modelo numérico desarrollado. Posteriormente se presentan los resultados obtenidos con el modelo (sección 4), y se establecen las conclusiones del trabajo (sección 5).

2. ONDAS ECUATORIALES

Las ecuaciones utilizadas son las de un modelo bidimensional, alineal, de una sola capa activa y en el plano β ecuatorial (ver por ejemplo, Ripa 1982). Estas (llamadas "ecuaciones de aguas someras", EAS) son las de momento horizontal y la de conservación de masa:

$$u_t + uu_x + vu_y - fv + p_x = 0, \quad (1.a)$$

$$v_t + uv_x + vv_y + fu + p_y = 0, \quad (1.b)$$

$$p_t + (p + \alpha^2)(u_x + v_y) = 0, \quad (1.c)$$

donde el subíndice indica derivación parcial y $[u, v, p]$ son los campos de velocidad zonal (al este), meridional (al norte) y de presión, respectivamente. Estos son función de las coordenadas zonal y meridional (x, y) y del tiempo t . La elevación de la superficie es igual a p/g , donde $g (= 9.8 \text{ ms}^{-2})$ es la gravedad.

La región ecuatorial es aproximada como un plano, en el cual el parámetro de Coriolis, f , varía proporcionalmente con la latitud: $f = \beta y$, donde $\beta = 2.289 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Finalmente, α es un parámetro relacionado con la estructura vertical del modelo, cuyo valor para el océano es del orden de 3 m/s.

Las ecuaciones (1) constituyen un sistema hiperbólico, por lo que sus soluciones son tipo ondas. Las atrapadas en el ecuador, decaen en amplitud conforme la distancia al ecuador aumenta, llegando a ser despreciable a una

distancia igual al "radio de deformación"

$$R = \sqrt{2\alpha/\beta}. \quad (2)$$

Para $\alpha = 3 \text{ m/s}$ es $R = 511 \text{ km}$. Ya que necesitamos trabajar en un dominio finito, colocaremos "paredes auxiliares" paralelas al ecuador y a una distancia muy superior a R . Concretamente hacemos $v(x, \pm D, t) = 0$, donde $D = 2000 \text{ km}$ para los resultados presentados aquí. En la otra dirección imponemos condiciones de contorno periódicas, ya que de haber una costa oriental se generaría una señal a lo largo de ésta, que luego pasaría a las paredes auxiliares (Moore y Philander, 1977); requerimos entonces que

$$\xi(x + L, y, t) \equiv \xi(x, y, t)$$

donde $\xi = u, v$ ó p , siendo $L = 10,000 \text{ km}$ en las aplicaciones aquí presentadas.

En este trabajo nos concretaremos al estudio de ondas de Kelvin y Rossby. A continuación haremos una descripción de ellas.

2.1. Ondas de Kelvin.

Una onda de Kelvin ecuatorial tiene una estructura del tipo

$$u = A(x, t) \exp(-\frac{1}{2}\beta y^2 / \alpha) \quad (3.a)$$

$$v \equiv 0 \quad (3.b)$$

$$p = \alpha u \quad (3.c)$$

La teoría lineal predice

$$A(x, t) = A(x-ct, 0) \quad (4.a)$$

donde $c \equiv \alpha$. (4.b)

Efectos alineales débiles son tenidos en cuenta por la aproximación unidimensional (Boyd 1980a, Ripa 1982) que predice el mismo tipo de estructura, y una ecuación de evolución de la forma

$$A_t + [c + \sqrt{(3/2)} A] A_x = 0 \quad (5)$$

cuya solución (Whitham 1974) es, en forma paramétrica

$$\begin{aligned} A &= A(x', 0) \\ x &= x' + [c + \sqrt{(3/2)} A(x', 0)] t \end{aligned} \quad (6)$$

Mientras que en teoría lineal la celeridad de la onda de Kelvin es c , en la aproximación unidimensional es remplazada por la expresión $c + \sqrt{(3/2)}A$, lo cual combina los efectos de la profundidad de la columna de agua y de la autoadvección. Así la celeridad será mayor en una cresta que en un valle (ver fig. 1). Este efecto produce que la pendiente de la onda aumente, pudiendo llegar a ser infinita, en un tiempo llamado límite, t_1 . La solución es inválida para $t > t_1$, pues representa una función trivaluada para tanto elevación como velocidad zonal. El tiempo límite es

$$t_1 = -\sqrt{(2/3)} \{ \min A_x(x, 0) \}^{-1} \quad (7)$$

(Ripa, 1982). Por ejemplo, si $A(x, 0) = A_0 \sin(2\pi x/B)$, entonces

$$t_1 = B/\sqrt{6}\pi A_0$$

y para una estructura tipo secante hiperbólica $A(x, 0) = A_0 \operatorname{sech}^2(x/B)$

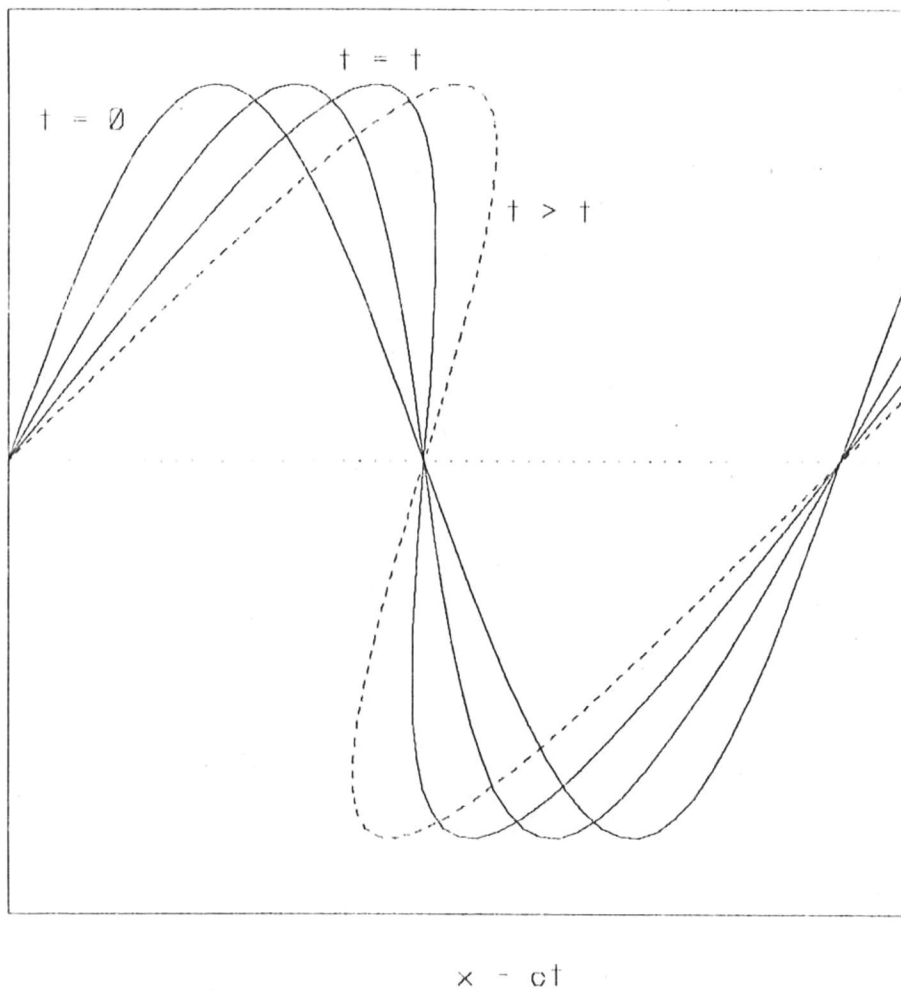


Fig. 1: Evolución de la elevación sobre el ecuador para una onda de Kelvin alineal. Para tiempos superiores al límite, la función es trivaluada, por lo que la aproximación unidimensional deja de ser válida.

$$t_1 = 3B/2\sqrt{2}A_0$$

donde B y A_0 son las escalas de longitud zonal y de velocidad sobre el ecuador.

En base a la existencia de un tiempo límite, Boyd (1980a) concluye que "la vida" de una onda de Kelvin llega a su fin al romper ésta en $t = t_1$. Ripa (1982), en cambio afirma que este tiempo límite es una limitación de la teoría aproximada y conjetura la formación de frentes en $t = t_1$, así como la generación de ondas de gravedad de similar celeridad o bien de Rossby (dependiendo si la escala es pequeña o grande respecto a R).

2.2. Ondas de Rossby.

Los campos de velocidad y elevación para una onda de Rossby larga, son de la forma

$$u = -3 A(x,t) (1 - 2\theta/3)\exp(-\theta) \quad (8.a)$$

$$v = -(16/3) A_x(x,t) \exp(-\theta) \quad (8.b)$$

$$p = \alpha A(x,t) (1 + 2\theta)\exp(-\theta) \quad (8.c)$$

donde $\theta = -\beta y^2/2\alpha$.

La teoría lineal predice

$$A(x,t) = A(x-ct,0) \quad (9.a)$$

donde $c = -\alpha/3$. (9.b)

Para el caso débilmente no lineal, Boyd (1980.b) y Ripa (1983) encuentran, usando distintos métodos, que la ecuación que gobierna la propagación de una onda de Rossby es

$$A_t + [c + \mu A]A_x + \delta A_{xxx} = 0 \quad (9)$$

con $\mu = \sqrt{2/3}(271/30)$ y $\delta = 8\alpha/27\beta$. Esta ecuación es la de Korteweg de Vries, la cual ha sido aplicada en muchos campos de la física (física de plasmas, óptica, partículas elementales, geofísica, etc.). En ella aparece un término dispersivo, δA_{xxx} , además del alineal, μAA_x ; esto impide la existencia de un tiempo límite, a diferencia del caso de la onda de Kelvin. La ecuación de Korteweg de Vries tiene soluciones muy peculiares, conocidas como solitones, para las cuales el término dispersivo es balanceado por el alineal, dando lugar a una onda que se propaga sin cambiar forma. Kindle (1981) comprueba la existencia de éstos resolviendo las ecuaciones de aguas someras con un modelo numérico bidimensional como el aquí utilizado. Greatbatch (1985) también los estudia, con un modelo similar, así como la formación de frentes en ondas de Kelvin.

3. MODELO NUMERICO

En algunos modelos nuéricos llamados espectrales, se aprovechan las propiedades de la transformada de Fourier para calcular en forma más sencilla y precisa las derivadas espaciales. Mientras que en diferencias finitas, la derivada de una función F en x_0 se aproxima con

$$F'(x_0) \approx \frac{1}{2\delta x} [F(x_0 + \delta x) - F(x_0 - \delta x)],$$

al usar la transformada de Fourier se aprovecha la propiedad de que si $\mathcal{F}(k)$ es una función cuya transformada es $F(x)$ (ó dicho de otra forma, $\mathcal{F}(k)$ es la antitransformada de $F(x)$), entonces se cumple que la transformada de $F'(x)$ es $ik\mathcal{F}(k)$. En otras palabras, en el espacio de Fourier la derivación corresponde a multiplicar la antitransformada por una constante. Este hecho aunado a la ventaja en la exactitud (Haidvogel, Robinson y Schulman, 1980) hacen atractivo el uso de modelos espectrales. Con el fin de conocer esta técnica, y de ser posible aprovechar sus ventajas, se desarrollaron dos modelos unidimensionales de aguas someras, uno utilizando diferencias finitas y el otro usando la transformada rápida de Fourier. Aunque ambos tenían un funcionamiento adecuado (de acuerdo a la teoría de Boyd 1980.a y Ripa 1982), el tiempo que tomaba la integración del modelo espectral resulta superior respecto al de diferencias finitas (ver fig. 2) por lo que se lo desechó. Esto es debido a que el cálculo de la transformada rápida de Fourier resulta poco eficiente en la computadora

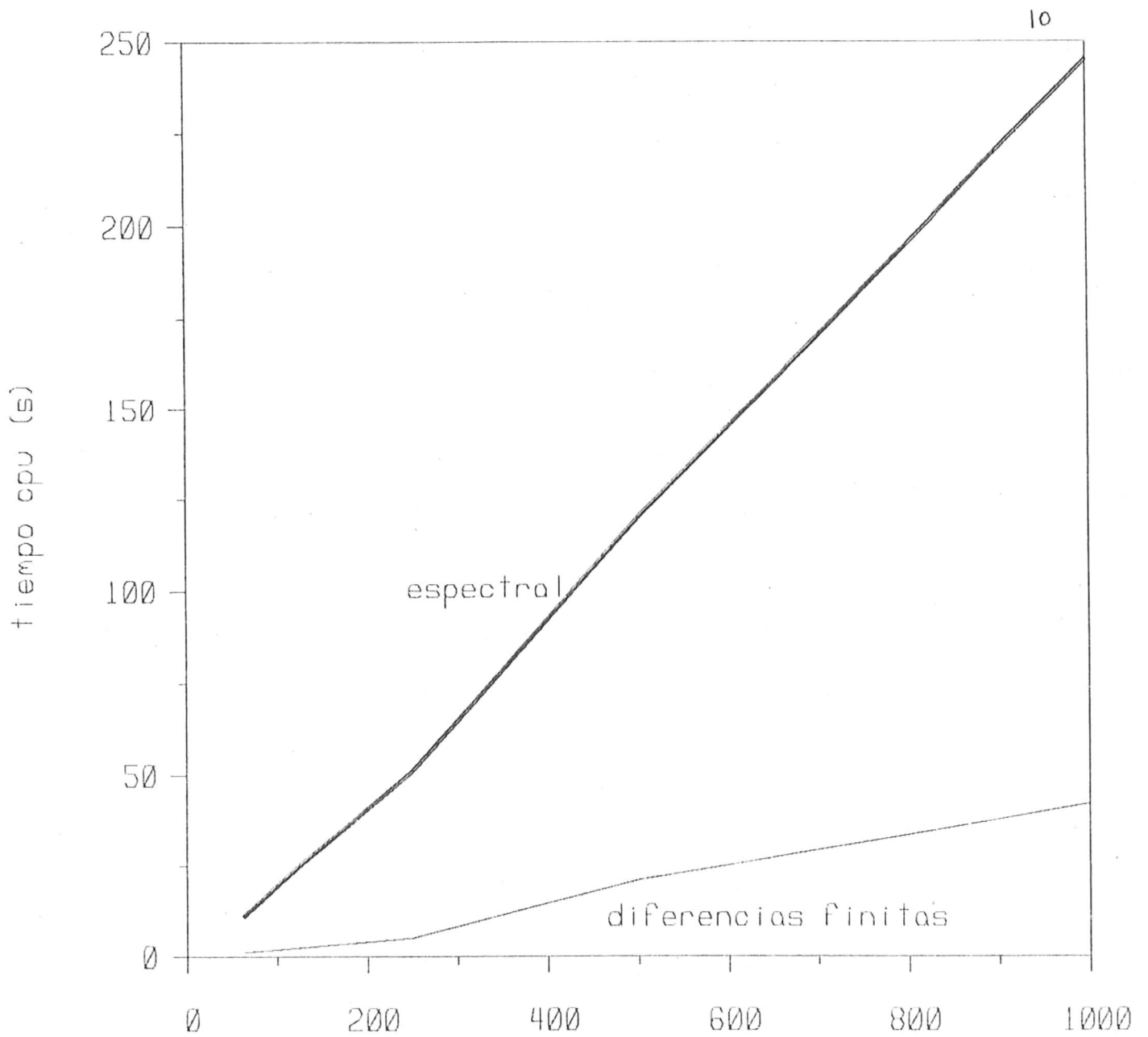


Fig. 2: Comparación de los tiempos de integración de un modelo unidimensional mediante el método espectral con transformada rápida de Fourier y el de diferencias finitas, en función del número de puntos.

PRIME del CICESE.

Por lo tanto se decidió desarrollar un modelo numérico bidimensional, donde se integran las ecuaciones de aguas someras por diferencias finitas sobre una malla del tipo "C". La cuenca tiene una extensión de 10,000 km y 4,000 km en la dirección zonal y meridional respectivamente. Típicamente se usan 150x30 puntos en (x,y) lo que significa $\delta x = 66$ km y $\delta y = 130$ km. Se avanza en tiempo con un incremento de 5,000 s. Este paso temporal satisface el criterio de Courant-Friedrich-Levy, dice que la distancia que recorre una onda en cada paso de tiempo no debe exceder a δx ($c\delta t/\delta x < 1$). Se hicieron numerosas pruebas variando el número de puntos así como el incremento en tiempo, con el fin de determinar los parámetros óptimos del modelo. La integración en tiempo se realiza con el esquema conocido como "salto de rana", combinado con el método de Euler, inicialmente y cada cierto número de pasos, con el fin de eliminar el modo computacional (O'Brien, 1986).

El modelo es periódico en la dirección zonal, lo cual significa que las ondas estudiadas viajan a lo largo de una banda sinfín. Esto implica tener cierto cuidado al analizar los datos, ya que si se producen ondas secundarias (por dispersión), para tiempos muy grandes se pueden falsear los resultados al superponerse con la onda principal cuando ésta los alcance. Las condiciones de frontera meridionales, son las correspondientes a paredes rígidas paralelas al

ecuador, 2000 km hacia cada lado de éste.

Las EAS satisfacen varias leyes de conservación, como son las de masa, energía, momentum y pseudomomentum zonales, así como la de vorticidad potencial. Estas leyes se cumplen excelentemente, lo que constituye una condición necesaria, pero no suficiente, de que el modelo funciona correctamente.

4. RESULTADOS

La condición inicial en todos los casos fue una onda de Kelvin (ec. 3) o de Rossby (ec. 8) con una estructura zonal sinusoidal, $A(x,0) = A_0 \text{sen}(2\pi x/B)$, o tipo secante hiperbólica cuadrada, $A(x,0) = A_0 \text{sech}^2(x/B)$. Se eligieron diversos casos para B y A_0 ; esta última varió tanto en magnitud como en signo. En todas las gráficas de contornos, ya sean de velocidad o elevación, la abscisa es $x-ct$, por lo que una onda que se propague con la celeridad c aparecerá inmóvil.

4.1.- Ondas de Kelvin

Para el estudio de la propagación de ondas de Kelvin se analizaron cinco casos; el primero corresponde a una estructura zonal tipo sinusoidal, mientras que los demás casos tienen una estructura tipo secante hiperbólica cuadrada (ver fig. 3 a y b). En la tabla 1 se indica la escala zonal, B , la amplitud adimensional $\epsilon (= A_0/\alpha)$, y el correspondiente tiempo límite (ver fig. 7 y 8).

La teoría unidimensional (Boyd, 1980 y Ripa, 1982) predice un tiempo límite $t_1 = 50$ d para los parámetros del caso 1. Según esta aproximación, en $t = t_1$ el campo de presión tiene una pendiente infinita a lo largo de un frente perpendicular al ecuador; los resultados de esta teoría son inválidos para $t > t_1$. En la figura 4 se muestran los campos de presión calculados por el modelo

	CASO	ϵ	α (m/s)	L (km)	TIPO	t_c (días)
1	alineal	-0.1	3.0	10000	seno	50
2	alineal	0.3	3.0	1000	sech ²	14
3	alineal	-0.3	3.0	1000	sech ²	14
4	alineal	0.1	3.0	1000	sech ²	41
5	alineal	-0.1	3.0	1000	sech ²	41

Tabla 1

	CASO	ϵ	α (m/s)	L (km)	TIPO
1	lineal	0.07	2.8	1000	sech ²
2	alineal	0.20	2.8	1000	sech ²
3	alineal	0.07	2.8	1000	sech ²
4	alineal	0.02	2.8	1000	sech ²
5	alineal	-0.07	2.8	1000	sech ²

Tabla 2

K E L V I N

LONGITUD

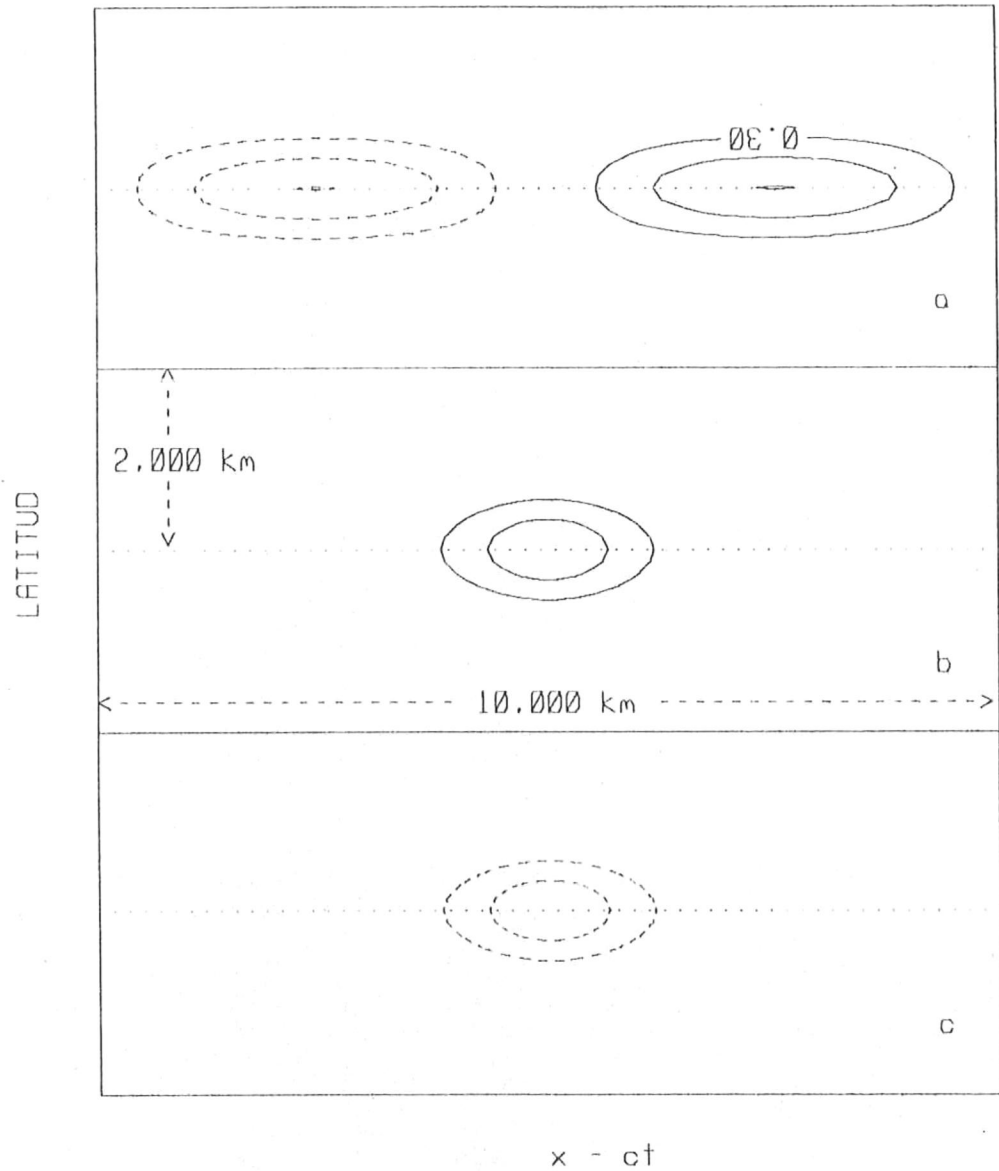


Fig. 3: Campo de elevación inicial para una onda de Kelvin con estructura sinusoidal (a), secante hiperbólica cuadrada con amplitud positiva (b) o negativa (c). La línea de puntos representa al ecuador.

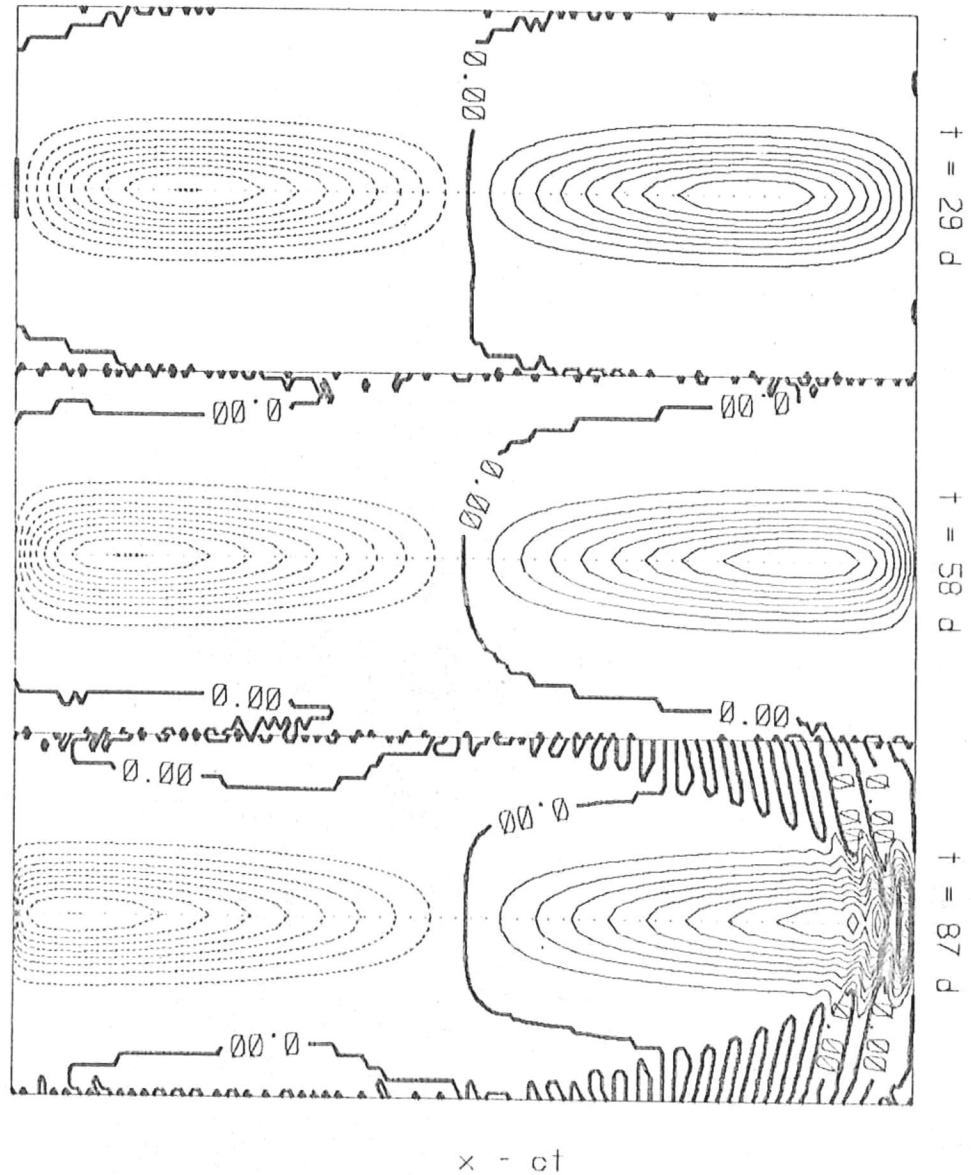


Fig. 4: Evolución del campo de elevación para una condición inicial tipo Kelvin sinusoidal con una amplitud de 9.2 cm. La abscisa es $x-ct$, por lo que una onda lineal aparecería inmóvil. El tiempo límite para la solución de la aproximación unidimensional es de 50 d.

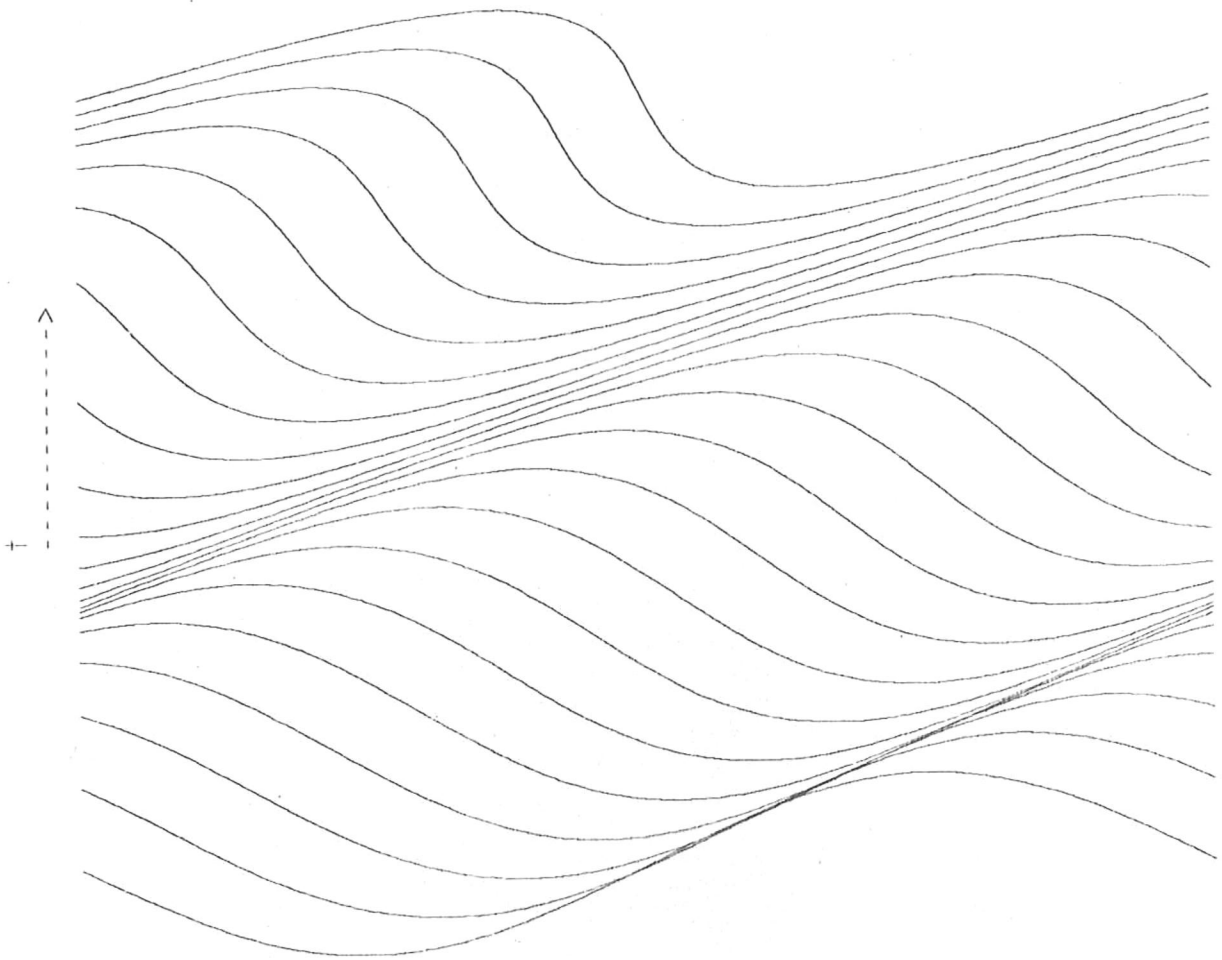


Fig. 5: Elevación sobre el ecuador para el caso de la fig. 4. Las diferentes curvas corresponden a 21 tiempos entre 0 y 87 d, y han sido desplazadas verticalmente para facilitar la apreciación. Las escalas vertical y horizontal son 10:1 y $1:2\pi \times 10^7$ respectivamente.

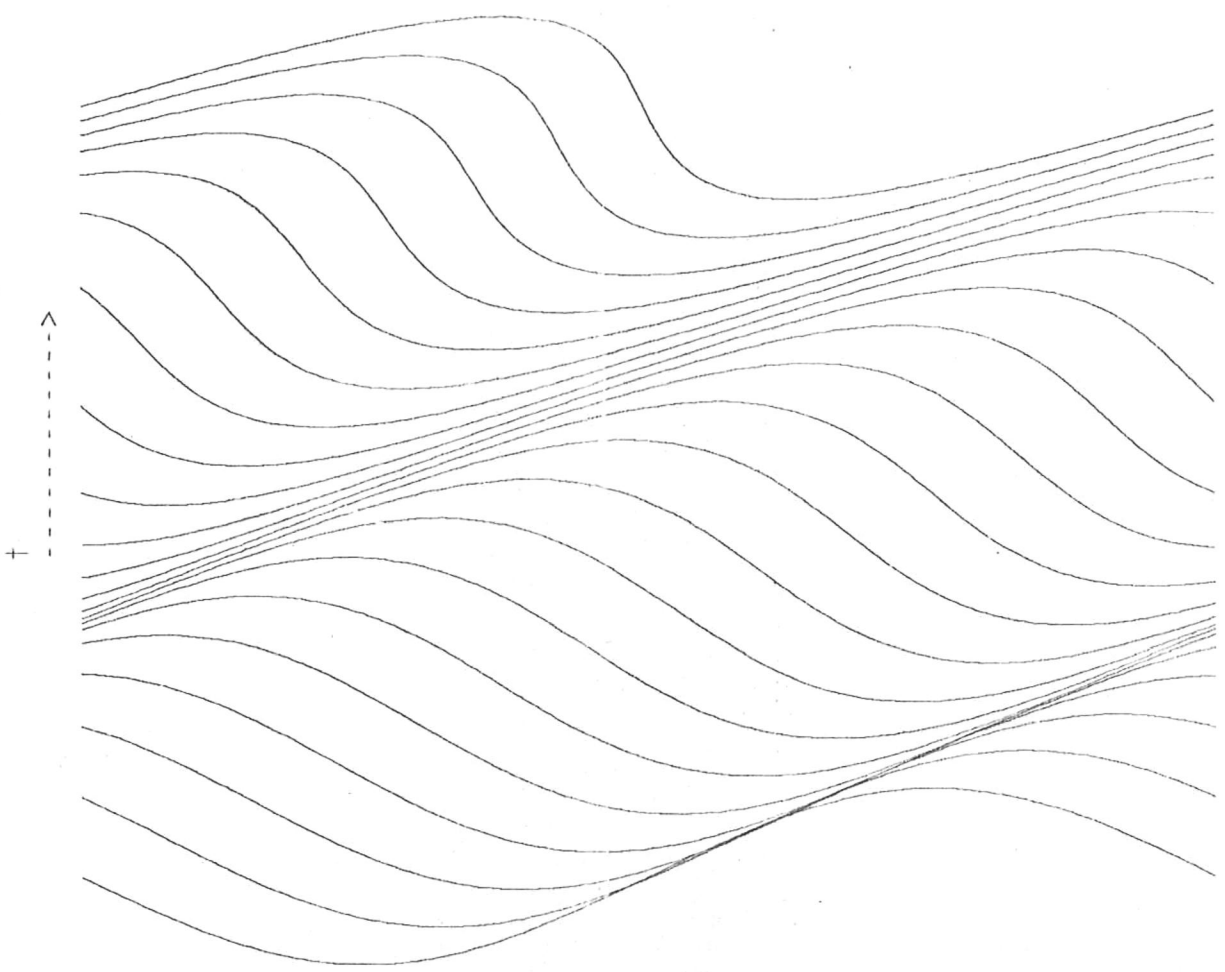


Fig. 6: Idem fig. 5, pero a una distancia del ecuador igual a un radio de deformación (512 km).

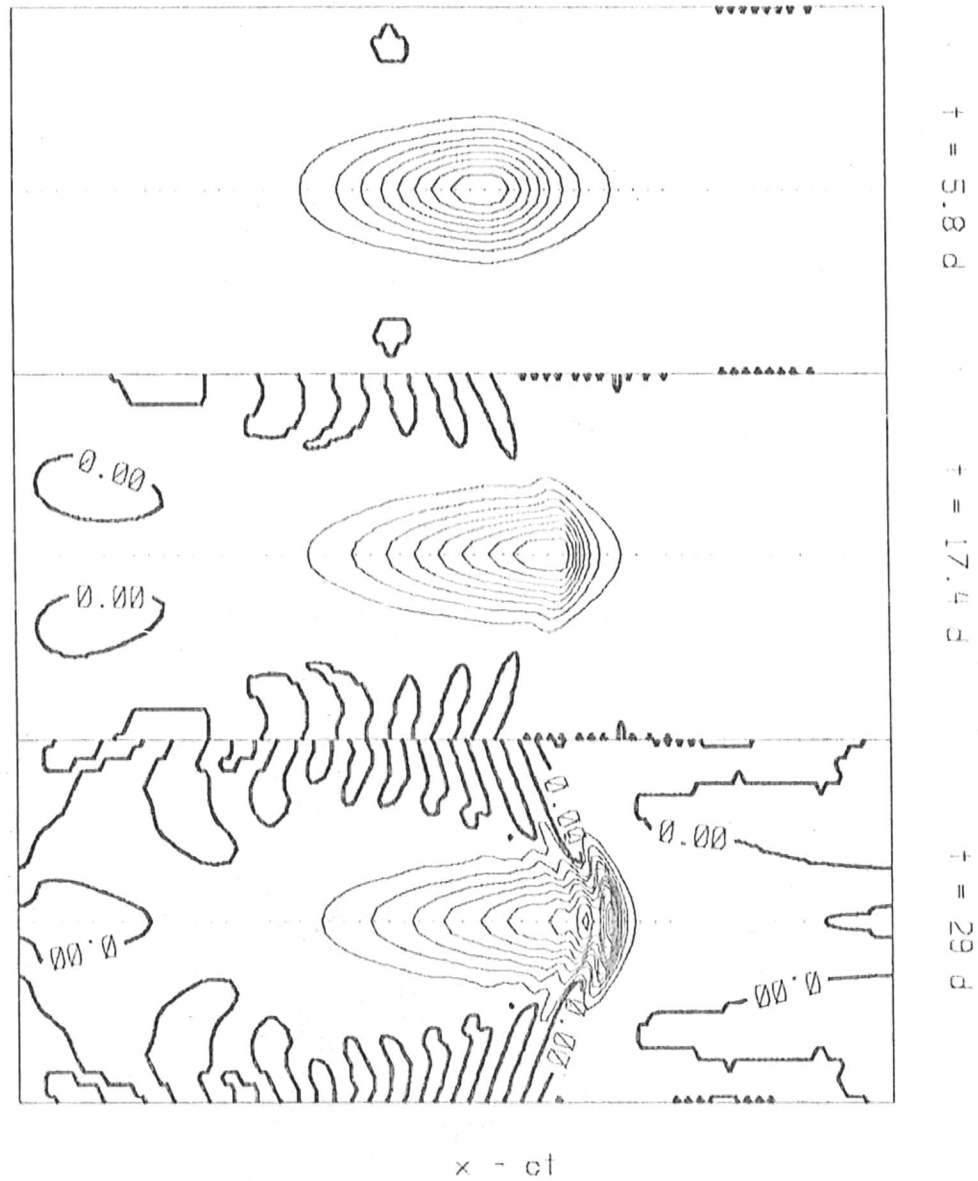


Fig. 7: Similar a la fig. 4 para una condición inicial tipo secante hiperbólica cuadrada con una amplitud de 28 cm (elevación). El tiempo límite es de 14 d.

KELVIN

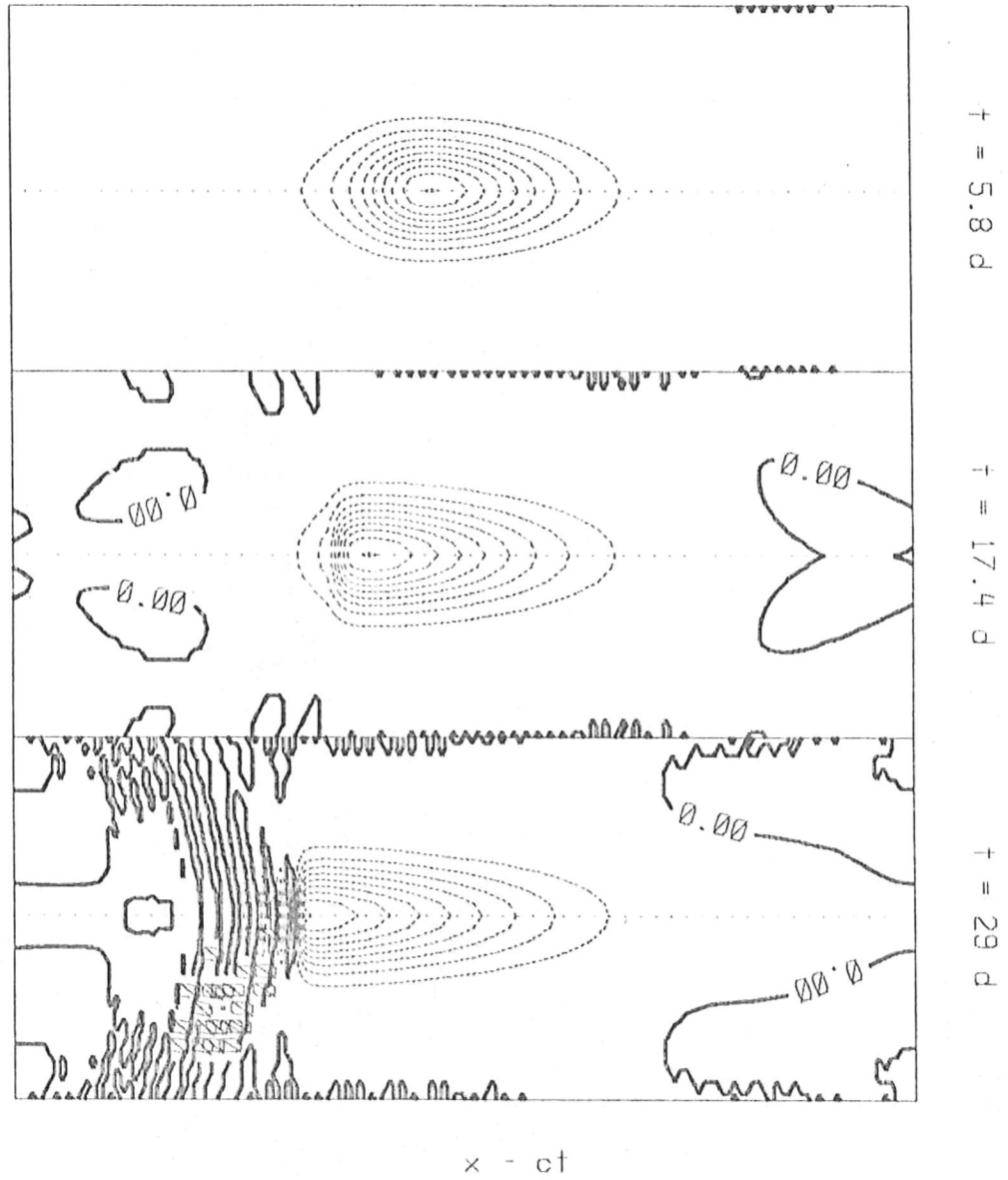


Fig. 8: Idem fig. 7 para amplitudes de -28 cm (depresión).

bidimensional para $t = 29 \text{ d}$ ($t < t_1$), $t = 58 \text{ d}$ ($t > t_1$) y para $t = 87 \text{ d}$ ($t > t_1$). La figura 5 muestra una secuencia del perfil de elevaciones a lo largo del ecuador para tiempos desde $t = 0$ hasta $t = 115 \text{ d}$ para el caso 1. La figura 6 es similar a la 5, pero corresponde a un paralelo separado del ecuador por una distancia igual a un radio de deformación. Tanto en la figura 4 como en la 5 se observa que la evolución de una elevación y una depresión son diferentes: la última mantiene prácticamente la forma que adquiere al establecerse el frente, mientras la primera continúa cambiando.

Los casos 2 y 3, que corresponden a una onda de Kelvin cuya estructura zonal es secante hiperbólica cuadrada se muestran en las figuras 7 y 8. Es importante notar que para una depresión (fig. 8.b) se forma un frente más rápido que para una elevación (7.b), y además, al sobrepasar el tiempo límite, la onda de elevación pierde su estructura, generando ondas pequeñas, mientras que la de depresión conserva su forma.

El efecto alineal en la propagación de ondas de Kelvin es debido a la autoadvección y a la dependencia local de la velocidad de fase con la profundidad. En la figura 4 se observa claramente este efecto alineal, ya que en donde existe mayor profundidad (elevación) es apreciable una mayor celeridad que en el punto de inflexión, y éste a su vez se desplaza más rápido que el valle. Al alcanzar la

K E L V I N

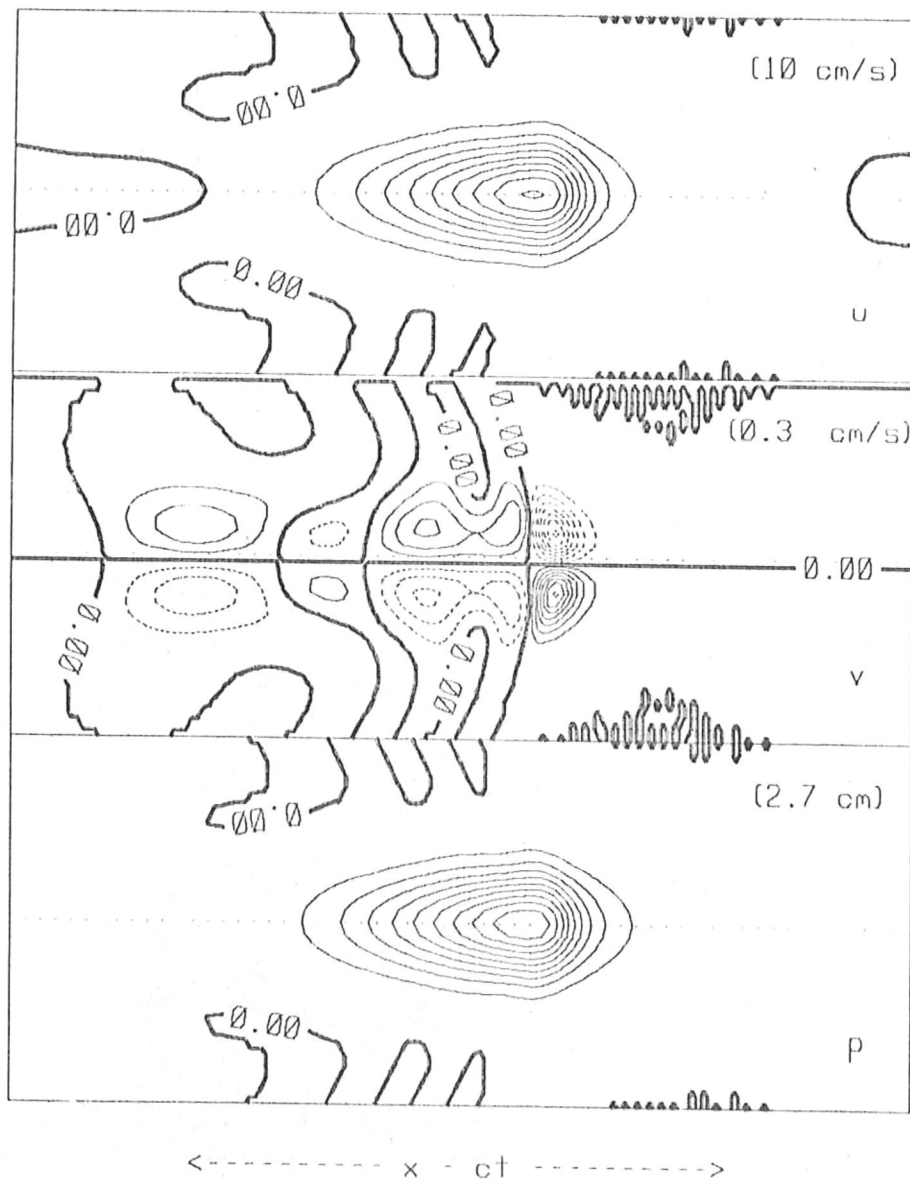


Fig. 9: Campos de velocidad y elevación para el caso de la fig. 7 en $t = 14 \text{ d}$. Los intervalos de contorno están indicados entre paréntesis. El patrón de velocidad meridional generado por la alinealidad, es muy similar al de una onda de Rossby.

K E L V I N

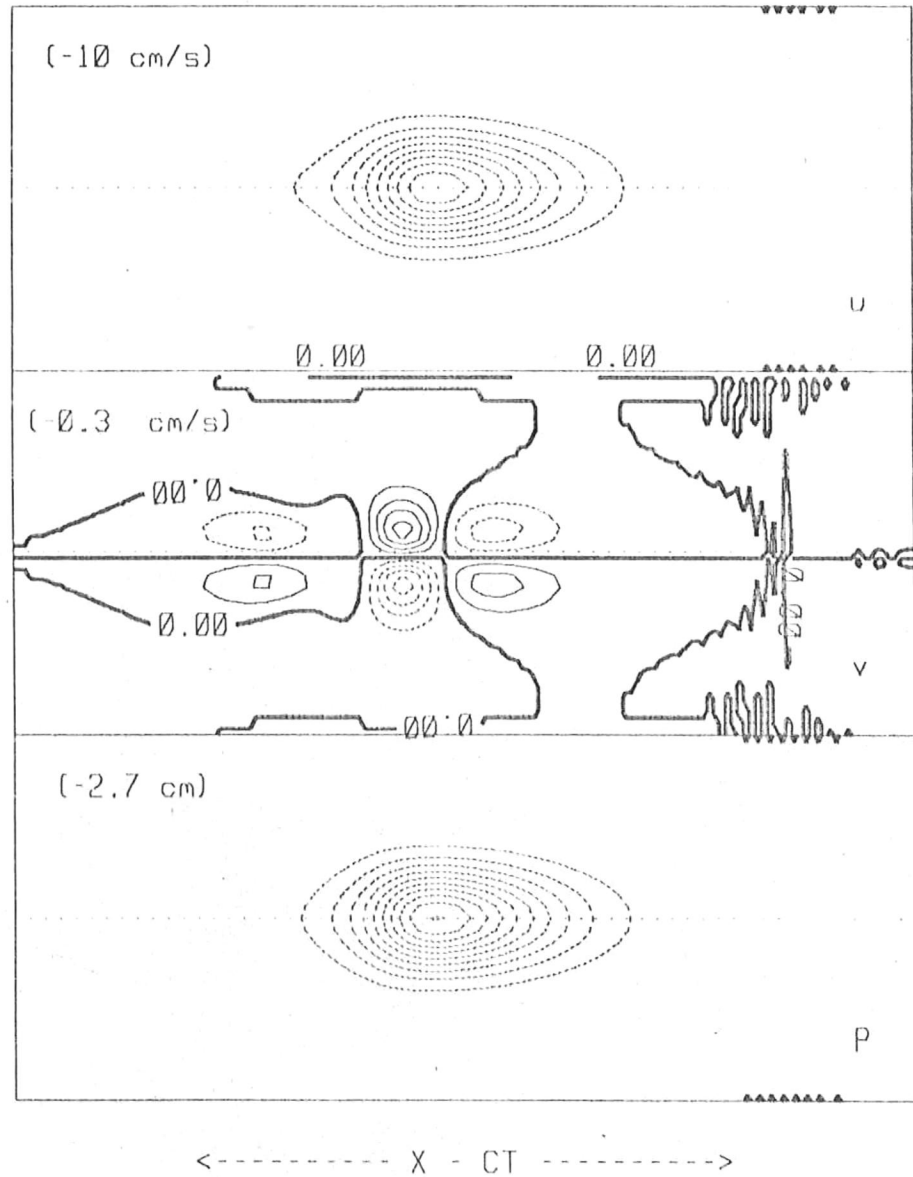


Fig. 10: Idem fig. 9, pero para una amplitud de -28 cm (depresión).

cresta al punto de inflexión, y éste al valle, se forma un frente. La evolución de la onda con el tiempo se puede observar en la figura 5, que corresponde a perfiles de elevación a lo largo del ecuador; es apreciable el aumento de la pendiente en la dirección de propagación para la elevación, y en la dirección contraria para la depresión.

Las ondas de depresión (fig. 8) tienden a formar frentes más intensos y más rápidamente, y luego conservan mejor su estructura que las de elevación (fig. 7) las cuales pierden su forma original. Estas diferencias no son predichas por la teoría unidimensional de Boyd (1980.b) y Ripa (1982), la que de hecho es inválida para $t > 30$ días.

En las figuras 9 y 10 se aprecia claramente un patrón de velocidad meridional similar al de una onda de Rossby de amplitud negativa; éste es un efecto claramente alineal: para una onda de Kelvin la velocidad meridional es idénticamente nula. Tanto la onda de elevación como la de depresión generan el mismo patrón de velocidad meridional, que es antisimétrico con respecto al ecuador, en la dirección meridional, y con respecto al máximo (o mínimo) de elevación, en la dirección zonal. En el caso de la onda de elevación, aparentemente se existen además otras ondas, quizás de gravedad (Ripa, 1984), las cuales no quedan atrapadas en el ecuador, sino que se observa una señal muy pequeña en las fronteras norte y sur (fig. 10), misma que no existiría si el modelo fuera más ancho. Si esta señal

ROSSBY

$t = 0$

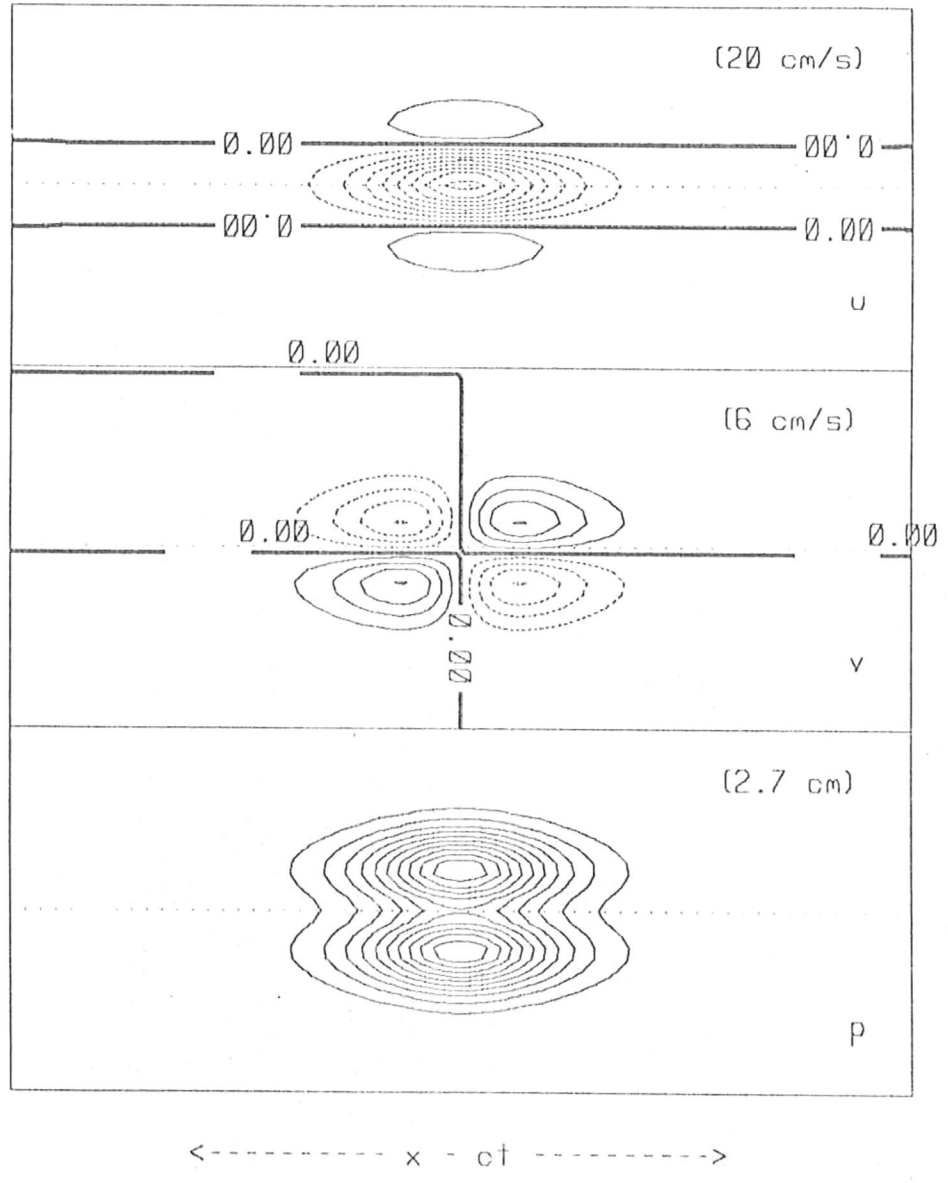


Fig. 11: Campos iniciales de velocidad y elevación para una onda de Rossby, con estructura zonal tipo secante hiperbólica cuadrada. La amplitud es la predicha por la aproximación unidimensional para la formación de un solitón.

R O S S B Y

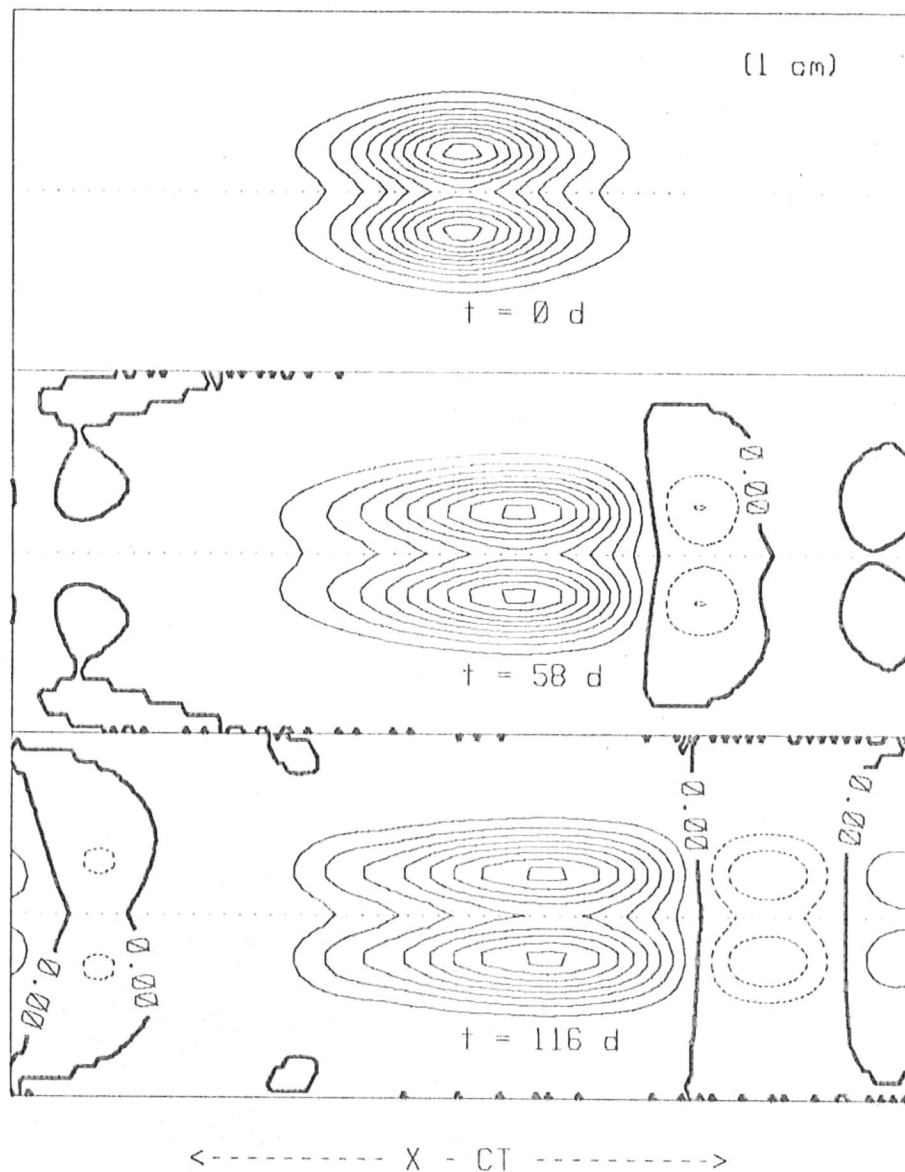


Fig. 12: Evolución del campo de elevación para la condición inicial de la fig. 11 y sin efectos alineales. Se nota claramente la emisión de pequeñas ondas que viajan un poco más lento que la onda principal (efecto de dispersión).

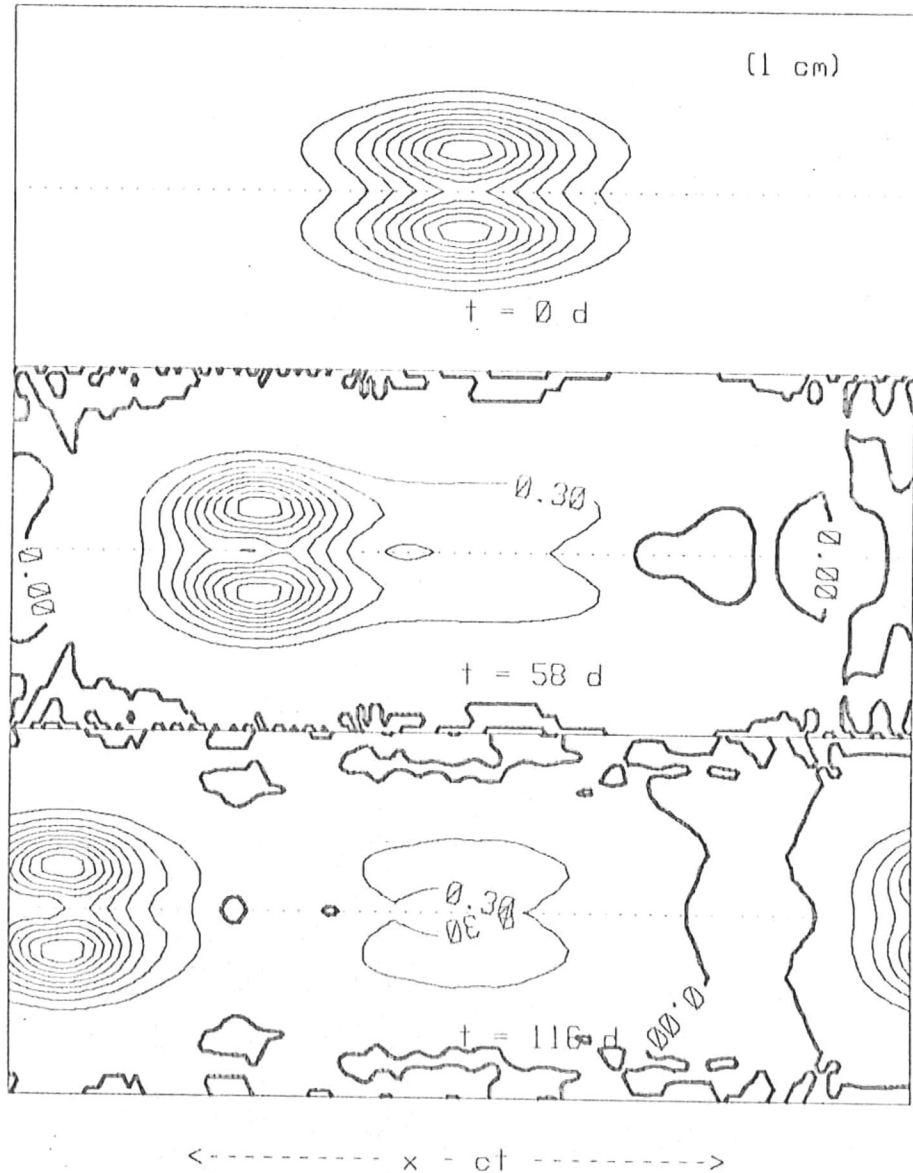


Fig. 13: Evolución del campo de elevación para la condición inicial de la fig. 11, pero con una amplitud tres veces mayor y con los términos alineales incluidos. Nótese que la onda viaja más rápido que lo predicho por la teoría lineal (la abscisa es $x-ct$).

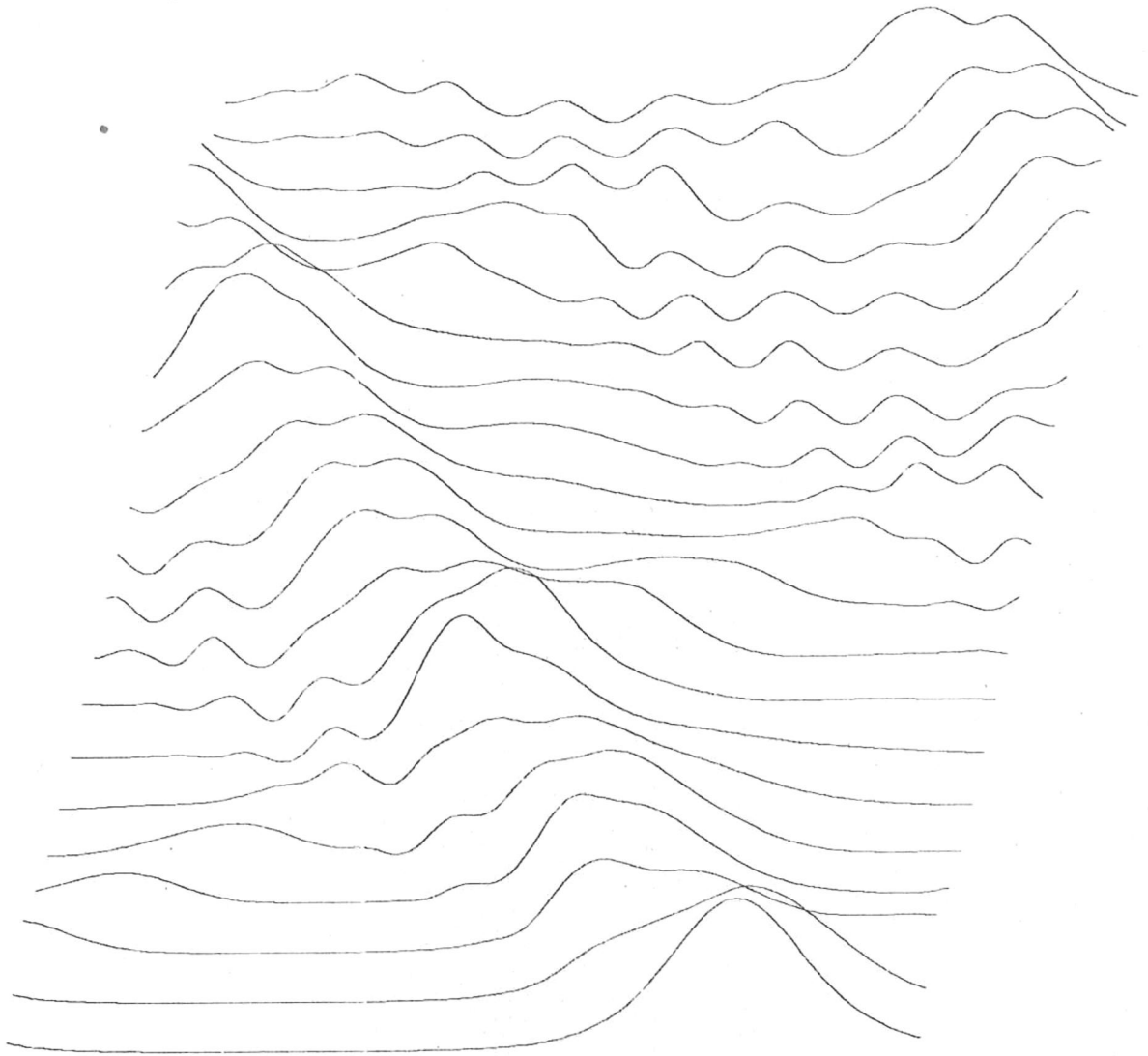


Fig. 14: Perfiles de elevación sobre el ecuador cada 5 d para el caso de la fig. 13. En $t = 15$ y 20 d, se aprecia una onda de Kelvin (generada por los efectos alineales) a la izquierda de la figura, que se propaga hacia la derecha.

adquiere una amplitud considerable, esto indica el término de la validez del modelo.

La onda de Kelvin libera energía hacia otros modos (de Rossby o de gravedad), lo cual es un efecto puramente alineal. Este mecanismo al parecer es más eficiente para una onda de depresión que para una de elevación, la cual parece verse afectada por la interacción con las ondas generadas, las cuales alteran su forma. Debido a que el orden de magnitud de la velocidad meridional generada es el mismo que el de una onda de Rossby de amplitud 4 o 5 veces menor (en presión) a la de Kelvin que la originó, la estructura de elevación y velocidad zonal de la onda de Rossby generada queda fácilmente enmascarada por la de Kelvin.

4.2.- Ondas de Rossby

El estudio de la propagación de ondas de Rossby se realizó con 5 simulaciones, como se muestra en la tabla 2. Todos los casos tienen una estructura zonal tipo secante hiperbólica cuadrada y la misma longitud zonal. En la figura 11 se muestran los campos típicos de una onda de Rossby, donde en cada caso el valor de las isolineas es diferente y depende del valor de A_0 .

En la figura 12 se muestran los resultados para el caso 1 (lineal), en la que se puede apreciar el desprendimiento de pequeñas ondas hacia la derecha, fenómeno que se conoce

R O S S B Y

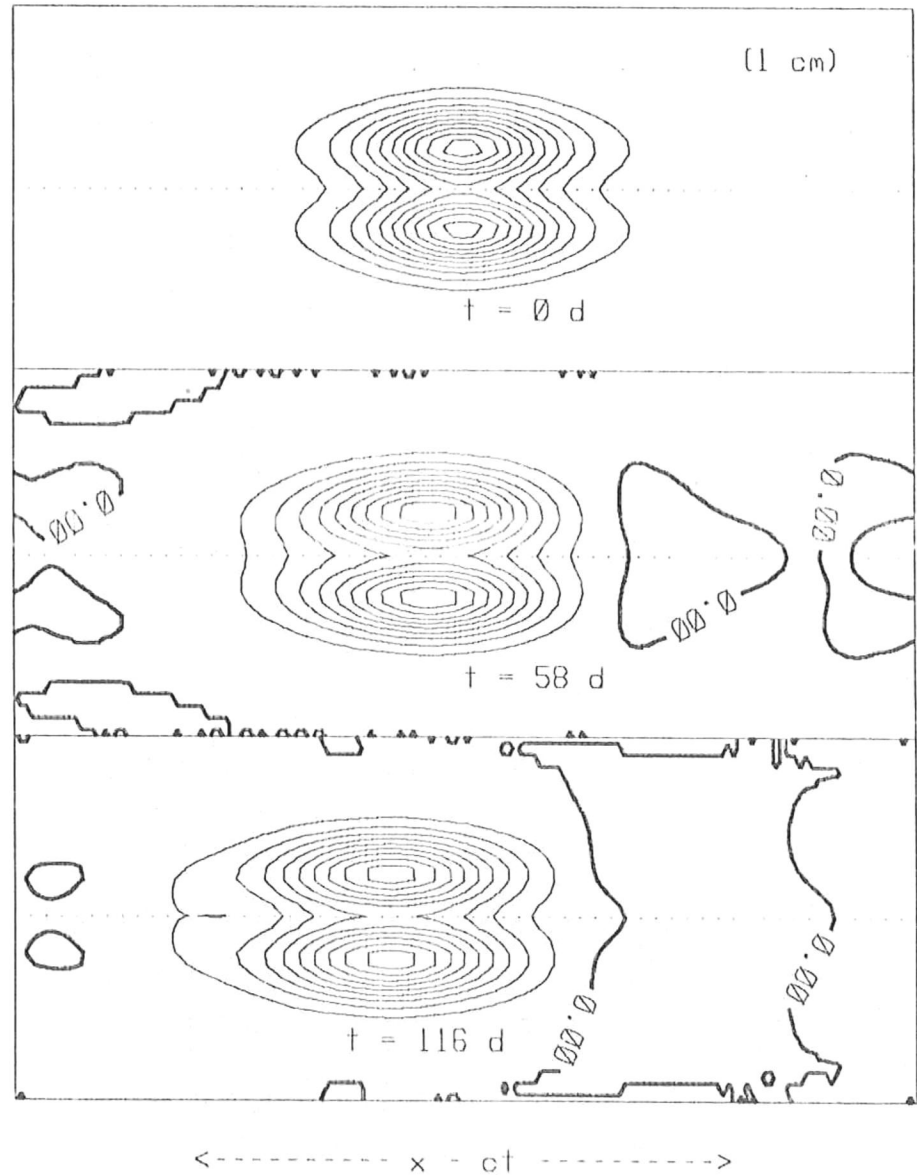


Fig. 15: Similar a la fig. 11, con los términos alineales: éstos están en balance con los dispersivos y la onda viaja prácticamente sin cambiar su forma (solitón).

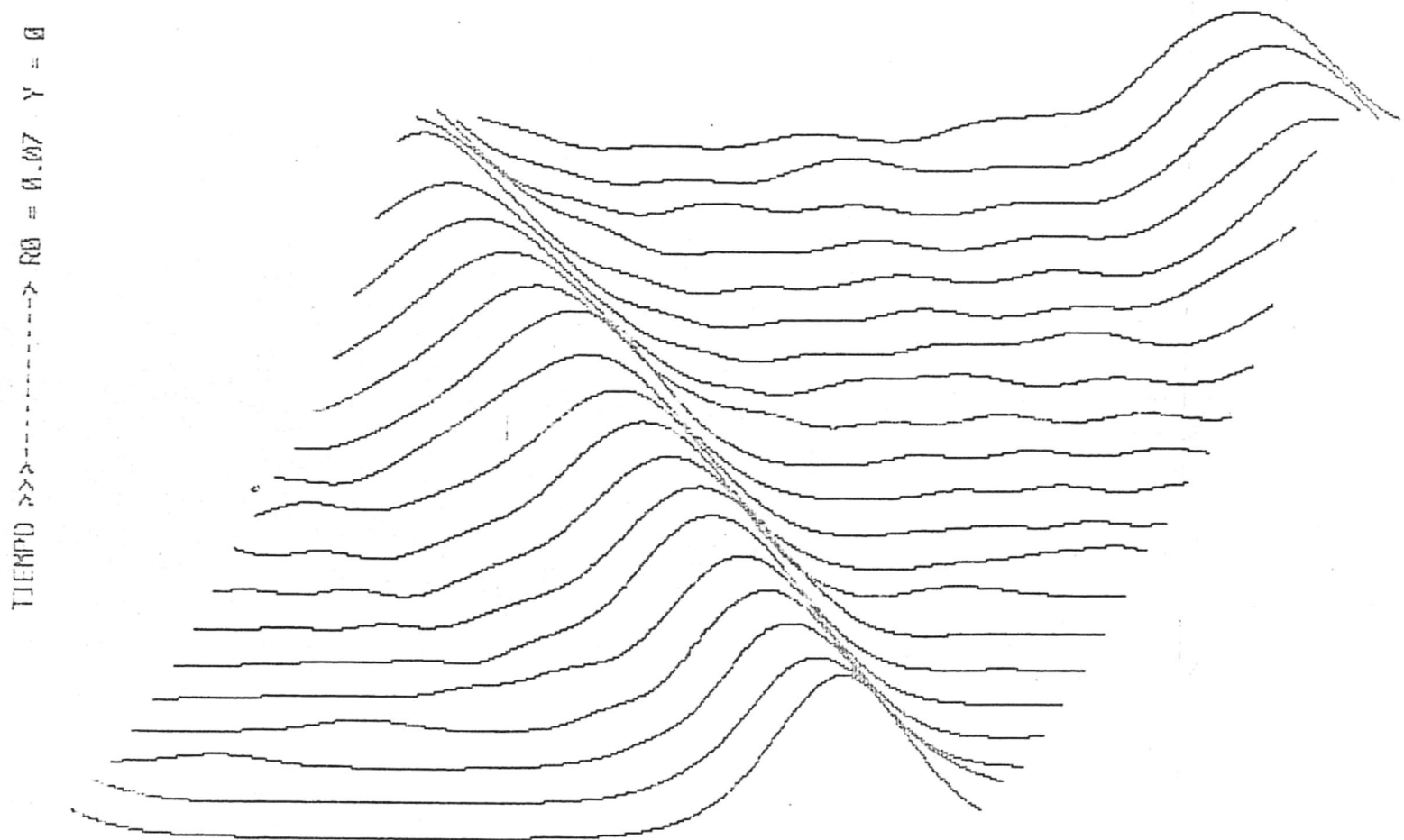


Fig. 16: Perfiles de elevación sobre el ecuador para el caso de la fig. 15. La onda viaja más rápido que lo predicho por la teoría lineal. Es notable la ausencia de dispersión.

ROSSBY

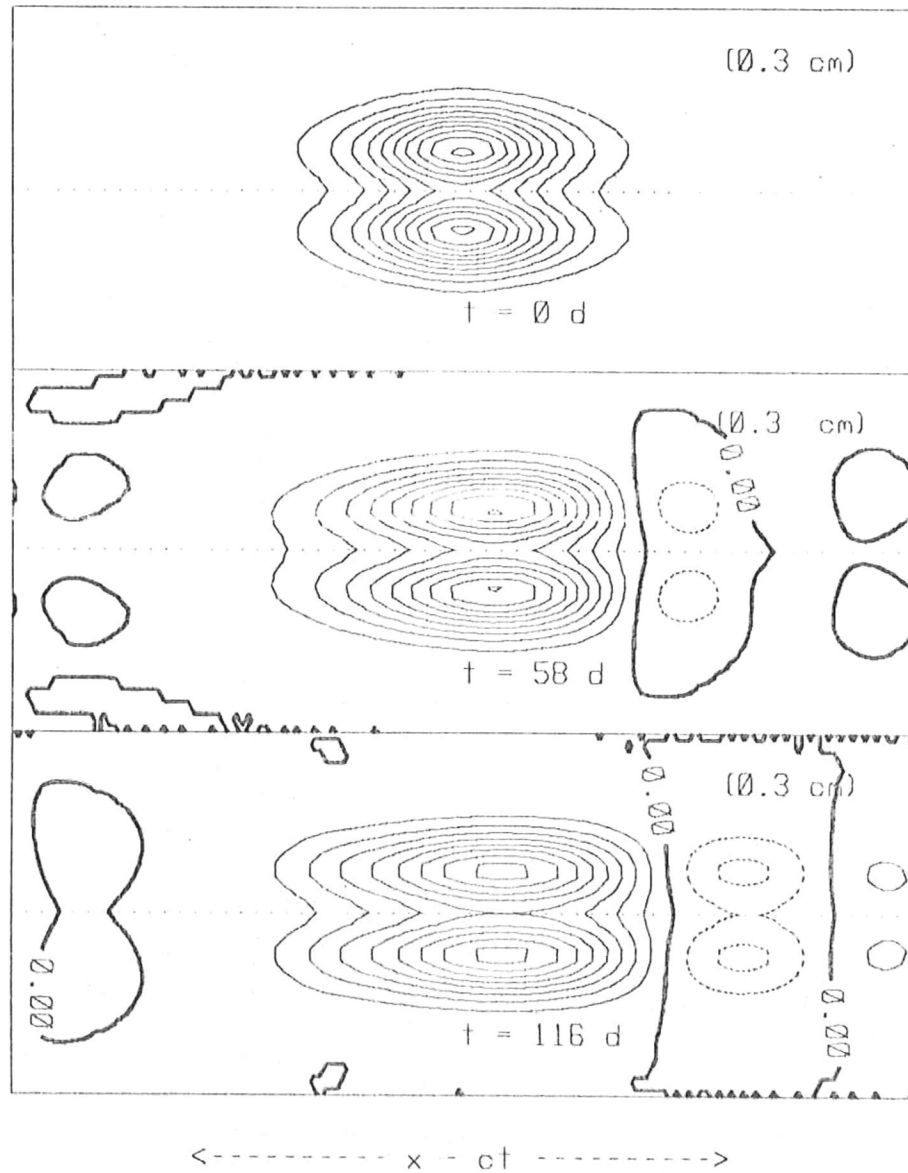


Fig. 17: Similar a la fig. 13, con amplitud 3.55 veces más pequeña que la crítica. La dispersión no es balanceada, y por lo tanto se desprenden ondas pequeñas de la principal.

TIEMPO >>> $R_0 = 0.02$ $Y = 0$

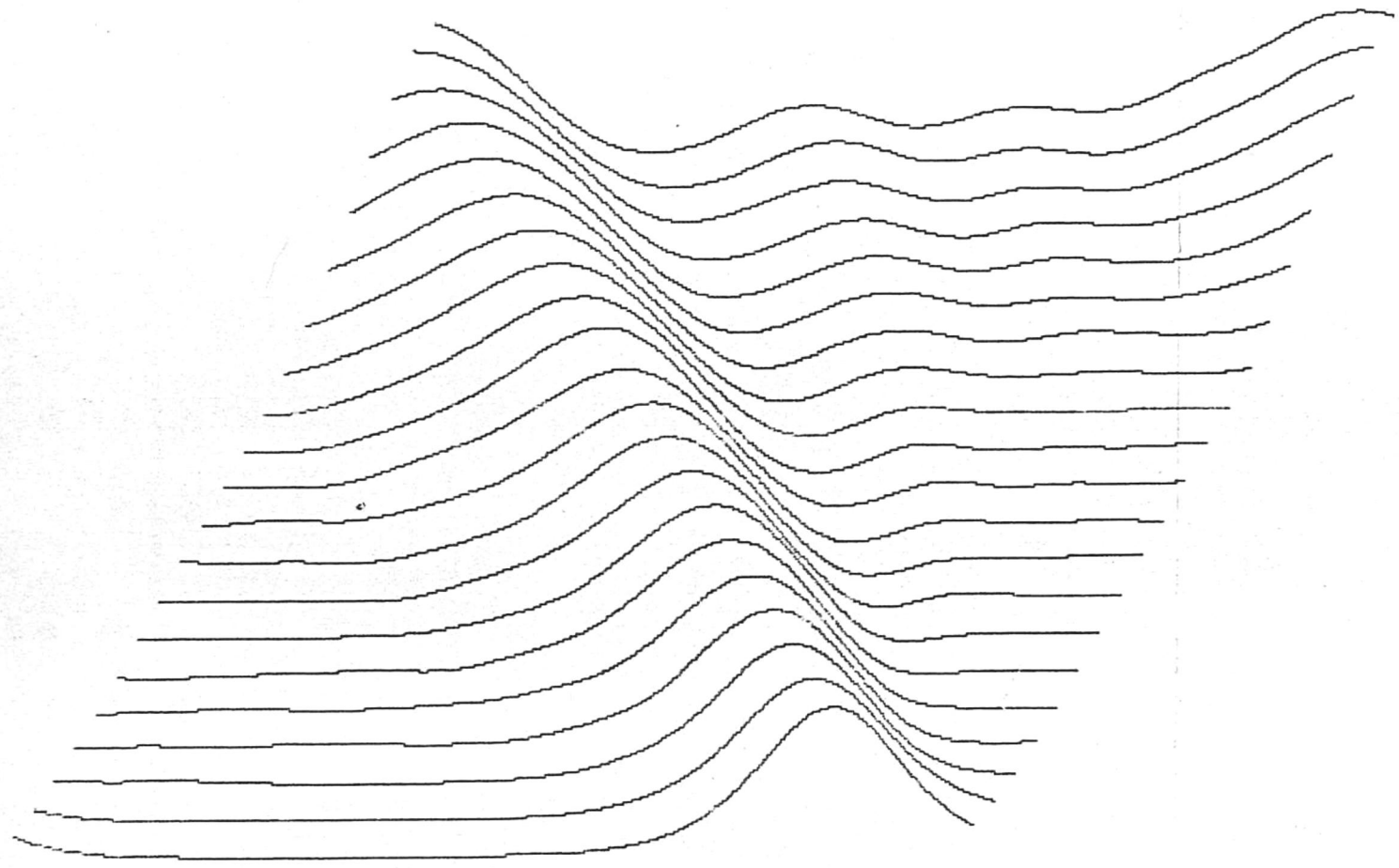


Fig. 18: Perfiles de elevación sobre el ecuador para el caso de la fig. 17.

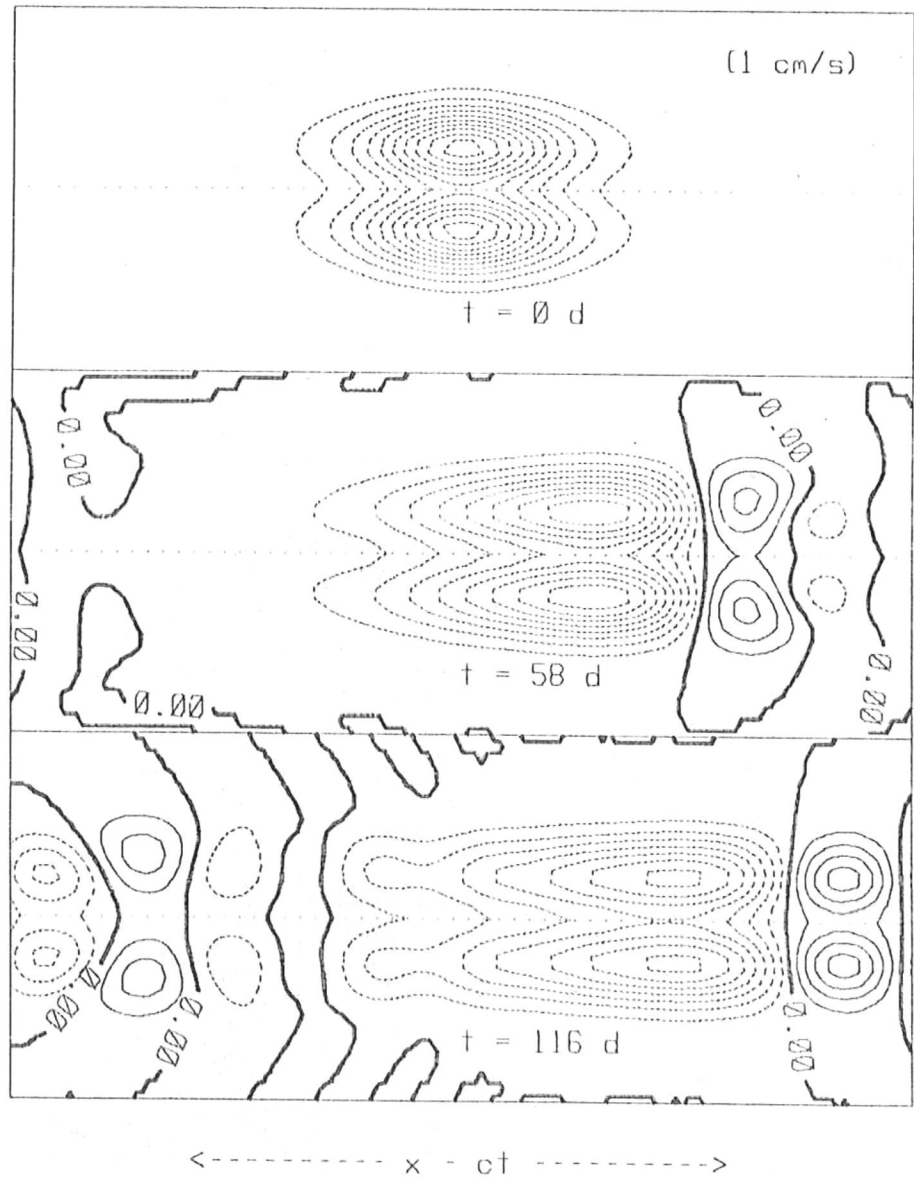


Fig. 19: Similar a la fig. 13 para una amplitud opuesta de la crítica (depresión en vez de elevación). Los efectos alineales y dispersivos se suman generando más ondas pequeñas que en el caso lineal.

como dispersión. El eje horizontal es $x-ct$ donde c es la celeridad lineal de las ondas largas, es decir, el sistema se va moviendo a una velocidad c , de tal forma que una onda que viaje con esta velocidad aparecerá inmóvil (como es en este caso para la señal principal). El caso 2 (fig. 13) es alineal con una amplitud mayor a la correcta para formar un solitón, por lo que la alinealidad domina a la dispersión, dando lugar al desprendimiento de ondas tanto en la dirección de propagación como en dirección contraria, efecto que se puede apreciar mejor en la fig. 14, donde se grafican perfiles de elevación sobre el ecuador para tiempos desde 0 hasta 115 d. En esta figura la abscisa es x (no $x-ct$ como en la fig. 13). Para este caso la celeridad es mucho mayor que la lineal, lo cual se puede observar en la fig. 13, en la que la onda se encuentra más hacia la izquierda conforme pasa el tiempo.

Si la amplitud es la correcta (caso 3) la dispersión es balanceada por los términos alineales, dando lugar a un solitón que se propaga prácticamente sin cambiar su forma, tal como se observa en la fig. 15. En este caso la celeridad es un 10% mayor que la lineal. En la fig. 16 se muestran los perfiles de elevación sobre el ecuador a diferentes tiempos; nuevamente se aprecia la ausencia de dispersión (comparar con la fig. 12).

La fig. 17 corresponde a el caso 4, el cual es alineal y con una amplitud menor que la correcta: se observa

claramente la dispersión, en forma de emisión de pequeñas ondas que viajan más lentas que la onda principal, a diferencia del caso 2, donde la emisión es a ambos lados del pulso. En esta misma figura, donde la resolución es mayor, se puede apreciar que las ondas emitidas son oscilantes y tienen estructura igual a la de una onda de Rossby. La fig. 18 muestra los perfiles de elevación sobre el ecuador; la dispersión es menos notoria.

También puede ocurrir que la alinealidad y la dispersión sumen sus efectos, como sucede en el caso 5 (ver fig. 19) en el que la amplitud es negativa (depresión). En este caso para el que no es posible la formación de un solitón, la formación de ondas pequeñas es muy intensa. La celeridad de la onda es 30% menor que en el caso lineal, lo cual se puede ver en esta figura para $t = 115$ d, donde la onda se encuentra a la derecha de su posición original (recordando que la abscisa es $x-ct$).

La propagación de ondas de Rossby se ve afectada por la dispersión y por efectos alineales. Si eliminamos artificialmente a estos últimos (caso 1, lineal) los efectos de dispersión no son balanceados, formándose un tren de ondas, de acuerdo con la aproximación unidimensional (Boyd 1980.b y Ripa 1982).

La dispersión produce en la onda un efecto similar al de una onda alineal, donde la pendiente aumenta en la dirección de propagación para una cresta y en la contraria

para un valle, sólo que la dispersión siempre actúa en dirección contraria a la de propagación. La dispersión no puede llegar a producir un rompimiento en la onda, ya que la energía es liberada hacia otras longitudes de onda, por lo que la amplitud decrece continuamente. Por otro lado, si las alinealidades están presentes puede ocurrir que dominen sobre la dispersión (caso 2, fig. 13 y 14), o bien que sean tan pequeñas que la dispersión sea dominante (caso 4, fig 17 y 18) o que ambas se sumen aumentando los efectos dispersivos (caso 5, fig 19).

La existencia de un solitón ocurre cuando el término dispersivo es exactamente balanceado por el alineal; en la ecuación o de Korteweg de Vries (ecuación 9) para ondas de Rossby de la teoría unidimensional de Ripa (1983 II) un solitón ocurrirá si

$$A_0 = 12\delta/\mu B^2. \quad (10)$$

Un solitón (fig. 15 y 16) viaja sin cambiar prácticamente su forma, sin dispersión. Si la amplitud es mayor la dispersión ocurrirá, desprendiendo ondas cortas en la dirección de propagación, y ondas de Kelvin en dirección opuesta (ver fig. 14 y 16) tal como lo predice Ripa (1983a y b). La amplitud de las ondas de Kelvin generadas es muy pequeña, por lo que únicamente son observables cuando la amplitud de la onda de Rossby es grande, como en los casos 2 y 3. Es también notorio en la fig. 13 que la celeridad de la onda de Rossby es mayor que el valor lineal. En general

se observa que la celeridad es función de la amplitud (teniendo una celeridad para las escalas grandes de aproximadamente $-(2A_0 + \alpha)/3$). En el caso en que la dispersión domina a la alinealidad, desprendiendo ondas más lentas que la principal, este efecto es más débil que para el caso lineal. En esta onda (caso 4) la celeridad es prácticamente la lineal, ya que conforme $A_0 \rightarrow 0$ en (9), el término alineal (AA_x) decrece en forma más rápida (cuadrática) que los demás términos (lineal). Entonces el comportamiento de la onda se aproximará más al lineal conforme A_0 decrece. El último caso estudiado corresponde a una onda de Rossby de amplitud negativa (depresión), en la cual los efectos alineales se suman a los dispersivos, dando por resultado una fuerte generación de ondas pequeñas, como se nota claramente en la fig. 19. Una onda de depresión no tiene un estado frontera (Boyd, 1980), por lo que la ocurrencia de un solitón es imposible, ya que la condición (10) nunca se cumple para $A_0 < 0$.

En los casos alineales, aunque la condición (10) no se cumpla, se pueden formar solitones, pero sólo en aquellas ondas que tengan una amplitud positiva. Para amplitudes positivas, la misma onda podrá convertirse en un solitón únicamente si la amplitud es mayor que la correcta (Whitham, 1974), porque la onda pierde energía vía dispersión, y esto hace que su amplitud y escala zonal disminuyan hasta que se cumpla la condición (10). En cambio

si la amplitud es menor que la correcta, conforme pasa el tiempo la amplitud decae lentamente pero la escala zonal aumenta (ver fig. 17) por lo que la condición (10) no se cumple nunca.

5. CONCLUSIONES

La aproximación unidimensional desarrollada por Boyd (1980b) y Ripa (1982) resulta parcialmente válida en el caso bidimensional. La onda de Kelvin supera el tiempo límite establecido por esta teoría, formando un frente, al tiempo que excita modos de Rossby, y quizá de gravedad de acuerdo con Ripa (1982, 1984). Existe una marcada diferencia entre la evolución de una onda de elevación del de una de depresión, lo cual no es predicho con la teoría aproximada unidimensional.

En este trabajo se encontró que la onda de depresión forma un frente más rápido e intenso que una de elevación, y una vez formado éste, la onda de elevación cambia muy poco su forma, mientras que la elevación la sigue cambiando.

La presencia de fronteras rígidas meridionales, colocadas por necesidad pero carentes de significado físico, posibilita la formación de ondas espúreas, que luego de un tiempo grande, pueden superponerse con la onda de Kelvin.

La evolución de una onda de Rossby corresponde satisfactoriamente a la predicha por la aproximación unidimensional (Boyd 1980b y Ripa 1983b). La amplitud inicial de una onda de Rossby determina su velocidad así como su evolución posterior, ya que esta puede convertirse en un solitón para una cierta amplitud determinada; para

amplitudes menores o negativas hay una generación apreciable de ondas pequeñas que quitan energía a la señal.

BIBLIOGRAFIA

- Boyd, J.P., 1980a. Equatorial Solitary Waves. Part I: Rossby Solitons. J. Phys. Ocean. 10: 1699-1717.
- Boyd, J.P., 1980b. The Nonlinear Equatorial Kelvin Wave. J. Phys. Ocean., 10: 1-11.
- Haidvogel, D.B., A.R. Robinson and E.E. Schulman, 1980. The accuracy, efficiency and stability of three numerical models with application to open ocean problems. J. Comp. Phys., enviado.
- Kindle, J.C., 1981. On Equatorial Rossby Solitons. En Recent Progress in Equatorial Oceanography, pp. 353-362., Nova University/N.Y.I.T. Press.
- Marshall, H.G., and J.P. Boyd, 1987. Solitons in a Continuously Stratified Equatorial Ocean. J. Phys. Ocean. 17: 1016-1031.
- Matsuno, T., 1966. Quasi-Geostrophic Motions in the Equatorial Area. J. Meteor. Soc. Japan, 48: 25-43.
- McCreary, J.P., 1976. Eastern Tropical Ocean Response to Changing Wind Systems: with Application to El Niño. J. Phys. Ocean., 6: 632-645.
- Moore, D.W., and S.G.H. Philander, 1977. Modelling of the tropical oceanic circulation. En The Sea, 6: 319-361, John Wiley, New York.
- O'Brien, J.J., 1986. Time integration Schemes. En Advanced Physical Oceanographic Numerical Modelling. pp. 155-164, D. Reidel P. C.
- Ripa, P., 1982. Nonlinear wave-wave interactions in a one layer reduced gravity model on the equatorial beta plane, J. Phys. Ocean., 12: 97-111.
- , 1983a. Weak Interactions of Equatorial Waves in a One Layer Model. Part I: General Properties. J. Phys. Ocean., 13: 1208-1226.
- , 1983b: Weak Interactions of Equatorial Waves in a One Layer Model. Part II: Applications. J. Phys. Ocean., 13: 1227-1240.

- , 1984. Nonlinear effects in the propagation of Kelvin pulses across the Pacific Ocean. In Advances in Nonlinear Waves, Volume II, L. Debnath (Ed.). Pitman Publishing Inc., pp. 43-56.
- Ripa, F., and S.P. Hayes., 1981. Evidence for Equatorial Trapped Waves at the Galápagos Islands. J. Geophys. Res., 86C: 6509-6516.
- Whitham, G.B., 1974. Linear and Nonlinear Waves. John Wiley. 635 pp.
- Wunsch, C., and A.E. Gill, 1976. Observations of Equatorial trapped waves in Pacific Sea Level Variations. Deep Sea Res., 23: 371-390.