

# Universidad Autónoma de Baja California

Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingeniería



**Optimización de las funciones de respuesta Índice de Capacidad de Procesos (Cpk), Índice de Respuesta Dual (RD) y Razón Señal a Ruido (SN); utilizando el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea (AAEPS)**

Presenta

**Ing. Juan Carlos Castillo García**

[carlos.castillo@uabc.edu.mx](mailto:carlos.castillo@uabc.edu.mx)

Ensenada Baja California, México a 25 de Julio de 2016

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO  
UNIDAD ENSENADA

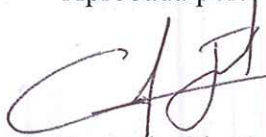
## Optimización de las funciones de respuesta Índice de Capacidad de Procesos (Cpk), Índice de Respuesta Dual (RD) y Razón Señal a Ruido (SN); utilizando el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea (AAEPS)

### TESIS

Que para obtener el grado de maestría en ingeniería presenta:

**Ing. Juan Carlos Castillo García**

Aprobada por:



Dr. Jesús Everardo Olguín Tiznado  
Director de tesis



Dra. Claudia Camargo Willson  
Miembro del comité



Dr. Juan Andrés López Barreras  
Miembro del comité

Ensenada Baja California, México. a 25 de Julio de 2016.

## Agradecimientos

A Dios, por acompañarme cada día, y darme la fortaleza y el deseo de seguir preparándome en ella.

A mis padres, Marina y Ricardo, gracias por su constante aliento, apoyo y consejos, por siempre estar allí incondicionalmente cuando los necesito.

A mi mujer, compañera y amiga, Valeria gracias por tu apoyo y amor.

A mi hija Victoria, por ser la fuente más grande de motivación y fortaleza que se pueda tener.

A mi director de tesis Dr. Jesús Everardo Olguín Tiznado, por ser un gran amigo, gracias por su tiempo, paciencia, consejos y dedicación para que esto resultara de manera exitosa.

A la Universidad Autónoma de Baja California por la oportunidad brindada para realizar este trabajo de investigación y lograr esta meta personal.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por brindarme su apoyo durante estos dos años

A los sinodales, Dra. Claudia Camargo Willson y Dr. Juan Andrés López Barreras, por sus atinadas aportaciones y por su apoyo durante mi formación dentro de este programa de maestría.

Y a todas aquellas personas que comparten conmigo este triunfo.

Gracias.

## Resumen

Hoy en día, la capacidad de permanecer en el mercado de cualquier empresa se debe, entre otras cosas, a la calidad de sus productos y de sus procesos; este trabajo de investigación está enfocado en la optimización de procesos productivos, de manera que se logre producir la menor cantidad de productos defectuosos, y por ende aumentar la calidad de los mismos.

Cada proceso productivo es único, y cada producto posee características de calidad que pueden analizarse para determinar la calidad del mismo, es por ello que para simplificar y resumir la información de la calidad de los productos, dentro de la industria se evalúan índices que permiten simplificar esta cantidad de información. En este trabajo se utilizan el índice de capacidad real de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y el índice de Razón Señal a Ruido (SNR) que son de los más utilizados en la industria para definir la capacidad de los procesos para producir dentro de los límites de especificación.

Por lo que, este trabajo de investigación tiene como objetivo el evaluar el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea (AAEPS) como un método de optimización para los procesos productivos, tal que, utilice como variables de respuesta los índices  $c_{pk}$ , RD y SNR antes mencionados.

Los algoritmos de aproximaciones estocásticas son métodos alternativos de optimización de sistemas donde la relación entre la variable de respuesta y los factores controlables de un proceso es desconocida. Una de las metas de esta investigación, es encontrar dentro de las medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  mostradas en la literatura, aquellas que mejor ayuden a optimizar las medidas de rendimiento antes mencionados ( $c_{pk}$ , RD y SNR); evaluándolos en cada iteración, a partir de modelos de regresión de segundo orden mediante un proceso iterativo de simulación experimental.

Los resultados obtenidos se llevaron a cabo a través de simulación experimental, y permitieron confirmar que el AAEPS funciona como herramienta de optimización de procesos productivos, a través de modelos duales de optimización. En esta investigación se evaluaron cinco medidas de sucesión  $a_k$  y dos  $C_k$ , donde se encontró la combinación óptima que ayuda al AAEPS a mejorar soluciones en un menor número de iteraciones.

Asi mismo, se validaron las medidas de sucesión en los modelos de segundo orden reportados por (Gedi, et. al., 2015), en donde se lograron mejores resultados a los reportados por el autor.

## Lista de acrónimos

AAEPS: Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación simultánea

$C_p$  : Índice de capacidad potencial de proceso

$c_{pk}$  : Índice de Capacidad de Real de Proceso

DHA: Ácido Docosa Hexaenoico

DMAIC: por sus siglas en inglés (Define, Measure, Analyze, Improve and Control)

DOE: Diseño de Experimentos (por sus siglas en inglés: Design Of Experiments)

DPR: Diseño de Parámetro Robusto

EPA: Ácido Eicosa Pentaenoico

LES: Límite de Especificación Superior

LEI: Límite de Especificación Inferior

RD: índice de Respuesta Dual

MPR: Metodología del Parámetro Robusto

MSR: Metodología de Superficie de Respuesta

SC-CO<sub>2</sub>: dióxido de carbono supercrítico

SNR: Razón Señal a Ruido (por sus siglas en inglés, Signal to Noise Ratio)

SS: Seis Sigma

## Lista de Tablas

|                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| TABLA 2.1 MANERAS DE ESCRIBIR LOS TRATAMIENTOS DEL DISEÑO EXPERIMENTAL                            | 22 |
| TABLA 2.2 DISEÑO FACTORIAL $3^2$ EN TRES NOTACIONES ÚTILES                                        | 23 |
| TABLA 4.3 ITERACIONES DE LA 1 A LA 100 DE LA FUNCIÓN $C_{pk}$                                     | 49 |
| TABLA 4.4 ITERACIONES DE LA 1 A LA 200 DE LA FUNCIÓN $C_{pk}$                                     | 50 |
| TABLA 4.5 ITERACIONES DE LA 1 A LA 500 DE LA FUNCIÓN $C_{pk}$                                     | 51 |
| TABLA 4.6 ITERACIONES DE LA 1 A LA 100 DE LA FUNCIÓN RD                                           | 53 |
| TABLA 4.7 ITERACIONES DE LA 1 A LA 200 DE LA FUNCIÓN RD                                           | 54 |
| TABLA 4.8 ITERACIONES DE LA 1 A LA 500 DE LA FUNCIÓN RD                                           | 54 |
| TABLA 4.9 ITERACIONES DE LA 1 A LA 100 DE LA FUNCIÓN SNR                                          | 56 |
| TABLA 4.10 ITERACIONES DE LA 1 A LA 200 DE LA FUNCIÓN SNR                                         | 57 |
| TABLA 4.11 ITERACIONES DE LA 1 A LA 500 DE LA FUNCIÓN SNR                                         | 58 |
| TABLA 4.12 ANÁLISIS ANOVA PARA LA FUNCIÓN $C_{pk}$ , EN 100, 200 Y 500 ITERACIONES.               | 59 |
| TABLA 4.13 RESULTADOS DE ANÁLISIS ANOVA PARA LA FUNCIÓN $C_{pk}$ , EN ESTRATOS DE 10 ITERACIONES. | 60 |
| TABLA 4.14 ANÁLISIS ANOVA PARA LA FUNCIÓN RD, EN 100, 200 Y 500 ITERACIONES                       | 60 |
| TABLA 4.15 RESULTADOS DE ANÁLISIS ANOVA PARA LA FUNCIÓN RD EN ESTRATOS DE 10 ITERACIONES          | 61 |
| TABLA 4.16 ANÁLISIS ANOVA PARA LA FUNCIÓN SNR EN 100, 200 Y 500 ITERACIONES                       | 62 |
| TABLA 4.17 RESULTADOS DE ANÁLISIS ANOVA PARA LA FUNCIÓN SNR EN ESTRATOS DE 10 ITERACIONES         | 62 |
| TABLA 4.18 RESULTADOS OBTENIDOS POR EL AAEPs CON LA VARIABLE DE RESPUESTA YIELD                   | 63 |
| TABLA 4.19 RESULTADOS OBTENIDOS POR EL AAEPs CON LA VARIABLE DE RESPUESTA EPA                     | 64 |
| TABLA 4.20 RESULTADOS OBTENIDOS POR EL AAEPs CON LA VARIABLE DE RESPUESTA DHA                     | 65 |

## Lista de Gráficas

|                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| GRÁFICA 4.1 COMPORTAMIENTO DEL AAEPs EN ITERACIONES DE LA 1 A LA 100 DE LA FUNCIÓN $C_{pk}$ ..... | 50 |
| GRÁFICA 4.2 COMPORTAMIENTO DEL AAEPs EN ITERACIONES DE LA 1 A LA 200 DE LA FUNCIÓN $C_{pk}$ ..... | 51 |
| GRÁFICA 4.3 COMPORTAMIENTO DEL AAEPs EN ITERACIONES DE LA 1 A LA 500 DE LA FUNCIÓN $C_{pk}$ ..... | 52 |
| GRÁFICA 4.4 COMPORTAMIENTO DEL AAEPs EN ITERACIONES DE LA 1 A LA 100 DE LA FUNCIÓN RD .....       | 53 |
| GRÁFICA 4.5 COMPORTAMIENTO DEL AAEPs EN ITERACIONES DE LA 1 A LA 200 DE LA FUNCIÓN RD .....       | 54 |
| GRÁFICA 6 COMPORTAMIENTO DEL AAEPs EN ITERACIONES DE LA 1 A LA 500 DE LA FUNCIÓN RD .....         | 55 |
| GRÁFICA 4.7 COMPORTAMIENTO DEL AAEPs EN ITERACIONES DE LA 1 A LA 100 DE LA FUNCIÓN SNR .....      | 56 |
| GRÁFICA 4.8 COMPORTAMIENTO DEL AAEPs EN ITERACIONES DE LA 1 A LA 200 DE LA FUNCIÓN SNR .....      | 57 |
| GRÁFICA 4.9 COMPORTAMIENTO DEL AAEPs EN ITERACIONES DE LA 1 A LA 500 DE LA FUNCIÓN SNR .....      | 58 |

## Índice

|                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----|
| Agradecimientos .....                                                       | i   |
| Resumen.....                                                                | ii  |
| Indice .....                                                                | iii |
| Lista de acrónimos .....                                                    | iv  |
| Lista de Tablas .....                                                       | v   |
| Lista de Gráficas .....                                                     | v   |
| Capítulo 1: Introducción.....                                               | 1   |
| 1.1 Antecedentes .....                                                      | 1   |
| 1.2 Planteamiento del problema .....                                        | 7   |
| 1.3 Preguntas de Investigación .....                                        | 9   |
| 1.4 Objetivo General .....                                                  | 9   |
| 1.4.1 Objetivos específicos.....                                            | 9   |
| 1.5 Hipótesis planteadas .....                                              | 10  |
| 1.6 Justificación .....                                                     | 10  |
| 1.7 Limitaciones y delimitaciones. ....                                     | 11  |
| 1.8 organización de tesis .....                                             | 11  |
| Capítulo 2: Marco Teórico.....                                              | 13  |
| 2.1 Metodología Seis Sigma .....                                            | 13  |
| 2.2 Diseño de Experimentos .....                                            | 14  |
| 2.2.1 Conceptos básicos de DOE .....                                        | 15  |
| 2.3 Capacidad de proceso .....                                              | 19  |
| 2.4 Procedimiento de aproximaciones estocásticas .....                      | 21  |
| 2.5 Método de Aproximaciones Estocásticas con perturbación simultanea ..... | 24  |
| 2.6 Estado del Arte .....                                                   | 26  |
| Capítulo 3: Materiales y Métodos.....                                       | 34  |
| 3.1 Materiales .....                                                        | 34  |
| 3.2 Método.....                                                             | 35  |
| Capítulo 4: Resultados y Discusión.....                                     | 43  |
| Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones .....                            | 61  |
| 5.1 Conclusiones.....                                                       | 61  |

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 5.2 Recomendaciones ..... | 65 |
| Bibliografía .....        | 66 |
| Anexo 1.....              | 78 |

## Capítulo 1: Introducción

### 1.1 Antecedentes

En la actualidad, las empresas no pueden sobrevivir por el simple hecho de producir un buen producto. Se ha demostrado que la clave para una rentabilidad exitosa de una empresa, es el conocimiento de las necesidades del cliente y el nivel de satisfacción que sus productos o servicios brindan a sus clientes. La competitividad de una empresa y la satisfacción del cliente, están determinadas por factores como la calidad del producto, su precio, la calidad del servicio y la forma de cómo medir el desempeño de la organización. Dado que, la elección de lo que una empresa mide y analiza, agrega valor y fija prioridades en la organización (Gutiérrez y de la Vara, 2004).

Los métodos de mejoramiento de calidad son una herramienta útil en la medición y análisis del desempeño de los procesos productivos, dado que continuamente se optimiza el rendimiento de los niveles operativos de toda la organización. Una de las metodologías más utilizada es la de Seis Sigma(SS), que por más de una década ha sido implementada por compañías líderes a nivel mundial, y gracias a su exitosa implementación ha generado derramas millonarias (Gutiérrez y de la Vara, 2004). (Brue, 2006) provee tres definiciones para SS, según el contexto: 1) en un nivel de calidad (Pyzdek and Keller, 2009) y (Montgomery and Woodall, 2008); 2) es una metodología para resolver problemas (Tjahjono et al., 2010; Antony and Banuelas, 2002); y 3) es una filosofía de la administración (Summers, 2010; Kwak and Anbari, 2006).

El objetivo de esta metodología es localizar y erradicar las causas raíces de las variaciones de los procesos evaluados, centrándose en los factores críticos de satisfacción del cliente. Para lograrlo SS se lleva a cabo en cinco fases que son Definir, Medir, Analizar, Mejorar y Controlar. Nombradas DMAIC por sus siglas en inglés (Define, Measure, Analyze, Improve and Control) (Boon Sin, et. al., 2015).

El presente trabajo de investigación, se enfoca en la optimización de los procesos industriales, que dentro de la metodología SS, está contemplada en la etapa de Mejorar (Improve). Para llevar a cabo esta optimización se utilizaran diferentes herramientas como el Diseño de Experimentos (DOE, por sus siglas en inglés: Design Of Experiments), la optimización dual y el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación simultánea (AAEPS). Teniendo como variables de respuesta las siguientes funciones: Capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), respuesta dual (RD) y razón señal a ruido (SNR) que son las que comúnmente son utilizadas en estos análisis (Lagunes y Sanchez, 2011).

Una de las ventajas de evaluar estas funciones es que son fáciles de estimar y la información que brindan es concreta y de gran significancia. Hablando de índices de capacidad, algunos de los índices más frecuentemente utilizados en la industria manufacturera son el índice de capacidad  $C_p$  y el índice de capacidad real  $c_{pk}$  (Ahmad 2007, Bai 2011, Kane 1986, Tang 2006, Ramakrishan 2001, Rodriguez 2002)

El índice de capacidad potencial de proceso  $C_p$  compara el ancho de las especificaciones o variación tolerada para el proceso, generalmente  $6\sigma$ , con la amplitud de la variación real del proceso como se presenta en la ecuación (1.1) (kane, 1986).

El índice  $C_p$  no considera la localización de la media del proceso con respecto a las especificaciones, para saber si el proceso se encuentra centrado se utiliza el índice real de capacidad de proceso  $C_{pk}$  que representa la correlación positiva con respecto a la aptitud o capacidad del proceso de cumplir con las especificaciones, es decir, a mayor magnitud de este índice  $C_{pk}$  mayor es el porcentaje de la producción considerada como satisfactoria (Olguín, 2014). En general si  $C_p = C_{pk}$  el proceso se encuentra centrado en el punto medio de las especificaciones. De lo contrario el proceso se encuentra descentrado. El buscar aumentar estos índices en los procesos industriales se traduce en mejorar la posibilidad de producir dentro de las especificaciones como se muestra en la ecuación (1.2).

El índice  $C_{pk}$  no siempre nos brinda una medida adecuada sobre el centrado del proceso, en ocasiones puede ocultar información importante sobre los procesos, esto debido a que este índice depende de  $\sigma$  y no del centrado del proceso. Para obtener esta información se utiliza el índice  $C_{pm}$  que se define en la ecuación (1.3)

Otro índice que se evaluara en este trabajo de investigación es el Índice de Respuesta Dual (RD), el cual consiste, básicamente, en maximizar la capacidad de los procesos productivos para producir dentro de las especificaciones a través del uso de los métodos lagrangianos para superficies de respuesta dual como se menciona en la ecuación (1.4) (Myers y Carter, 1973).

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6\sigma} \quad (1.1)$$

$$C_{pk} = MIN \left\{ \frac{LES - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LEI}{3\sigma} \right\} \quad (1.2)$$

$$C_{pm} = \frac{LES - LEI}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (1.3)$$

$$RD = \min\{(LES - \mu), (\mu - LEI)\} - 3\sigma \quad (1.4)$$

Dónde:

LES: representa el Límite de Especificación Superior

LEI: representa el Límite de Especificación Inferior

$\mu$  : representa la media aritmética del proceso.

$\sigma$  : representa la desviación en el proceso.

T: representa el valor objetivo o valor nominal del proceso (target).

El optimizar estos índices nos ayuda a reajustar las condiciones de operación del proceso, y de esta manera disminuir la variación de los mismos; de igual manera nos ayudan a robustecer los procesos. Para mejorar el índice de un proceso se requiere disponer de un método que sea útil en la determinación de nuevas condiciones de operación en las que el valor promedio y la varianza de la variable de respuesta resulten mejores con respecto a los valores observados en las anteriores condiciones de operación, puesto que esto lleva a un incremento de los valores de los índices de capacidad del proceso, lo que a su vez genera un incremento en la probabilidad de producir dentro de las especificaciones y una reducción en la generación de partes defectuosas por millón.

En el campo de la industria es frecuente hacer experimentos o pruebas con la intención de resolver un problema o comprobar una idea (conjetura, hipótesis); por ejemplo, hacer algunos cambios en los materiales, métodos o condiciones de operación de un proceso, probar varias temperaturas en una máquina hasta encontrar la que da el mejor resultado o crear un nuevo material con la intención de lograr mejoras o eliminar algún problema. El diseño estadístico de experimentos es precisamente la forma más eficaz de hacer pruebas. El diseño de experimentos consiste en determinar cuáles pruebas se deben realizar y de qué manera, para obtener datos que, al ser analizados estadísticamente, proporcionen evidencias objetivas que permitan responder las interrogantes planteadas, y

de esa manera clarificar los aspectos inciertos de un proceso, resolver un problema o lograr mejoras (Lagunes y Sanchez, 2011).

Otra herramienta utilizada para optimizar es la metodología Taguchi o Metodología del Parámetro Robusto (MPR), parte de una filosofía directamente relacionada con la satisfacción del cliente, y se enfoca tanto en el producto, como en el proceso de fabricación y consiste en reducir toda variabilidad causada por factores externos o incontrolables que afecten a los mismos (Lagunes y Sanchez, 2011). La MPR desarrollada por Taguchi en 1986, es importante para iniciativas de mejora de calidad industrial. Este enfoque se concentra en agregar calidad dentro del diseño de productos o servicios a través de la determinación de las condiciones óptimas de operación con el propósito de minimizar la variabilidad del rendimiento y la desviación del valor objetivo de interés (Olguín, 2014). Taguchi menciona que la construcción de la matriz experimental para el diseño robusto es la parte clave en la optimización de procesos y productos. Identificando los factores de ruido, externos o incontrolables así como también sus niveles se adecuan a un diseño experimental independiente al de los factores controlables, y los acomoda en forma ortogonal para formar una matriz-diseño que permite una conformación de datos perfecta para llevar a cabo el análisis (Lagunes y Sanchez, 2011). Muchos de los modelos de optimización para el Diseño de Parámetro Robusto (DPR) relevantes están basados en el método de respuestas duales propuesto por Myers y Carter (1973). En estos métodos tanto la media como la varianza del proceso analizado son modeladas por separado mediante la superficie de respuesta, luego se optimizan de manera simultánea para determinar los parámetros óptimos de operación del proceso (Olguín, 2014).

Para el análisis del diseño con arreglo interno y externo, Taguchi propone un estadístico de desempeño, al cual le llama razón señal a ruido (Signal to Noise Ratio), que se calcula en cada combinación de los factores controlables y se analiza como cualquier variable de respuesta. La combinación más robusta de los niveles de los factores controlables es aquella que maximiza el estadístico razón señal/ruido, (Lagunes y Sanchez, 2011).

De acuerdo con el tipo de característica de calidad, el estadístico razón señal a ruido se define de acuerdo al tipo de respuesta que se busca, de la siguiente manera: cuando lo nominal es lo mejor (ecuación 1.5), cuando lo menor es lo mejor (ecuación 1.6) y cuando lo mayor es lo mejor (ecuación 1.7)

$$SNR_{objetivo} = -10\text{Log}(\sigma^2) \quad (1.5)$$

$$SNR_{\min} = -10 \log \left[ \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n Y_i^2 \right) \right] \quad (1.6)$$

$$SNR_{\max} = -10 \log \left[ \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{Y_i^2} \right) \right] \quad (1.7)$$

Dónde:

$n$ : representa el número de réplicas del experimento

$Y_i^2$ : representa la variable de respuesta del experimento.

$\sigma^2$ : representa la varianza en el proceso.

Sin embargo (Amiri A. ,et. al., 2011) propone una manera alterna de medir la función SNR a partir del índice de capacidad de proceso  $c_{pk}$ , como se muestra en la ecuación (1.8)

$$SNR_{\max} = -10 \log \sum_{i=1}^m \left( \frac{1/C_{pki}^2}{n} \right) \quad (1.8)$$

Otra de las técnicas utilizadas en la optimización experimental la Metodología de Superficie de Respuesta (MSR) es la estrategia experimental de análisis que permite resolver el problema de las condiciones de operación óptimas de un proceso, es decir, aquellas que proporcionan valores óptimos de una o varias características de calidad del proceso (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

(Montgomery, 2002) define a la MSR como una colección de técnicas matemáticas y estadísticas útiles en el modelado y análisis de problemas en los que la respuesta de interés recibe la influencia de diversas variables y donde el objetivo es optimizar la respuesta. En la mayoría de los problemas de MSR, se desconoce la relación entre respuestas y factores controlables. Por ello el primer paso en esta metodología es encontrar una aproximación adecuada de la relación existente entre la respuesta y los factores controlables que se analizan, por lo general, se emplea un polinomio de primer orden en alguna región de los factores controlables. Si existe curvatura en el sistema, entonces se utiliza un polinomio de orden superior como el de segundo orden. Esto porque la MSR es un procedimiento secuencial, se puede estar en un punto de la superficie apartado del óptimo, el objetivo del modelo de primer orden es para llevar al experimentador de manera rápida y eficiente por la trayectoria del mejoramiento hasta la

vecindad del óptimo. Una vez encontrada la región del óptimo, se emplea un modelo más elaborado, como el de segundo orden, y llevarse a cabo un análisis para localizar el óptimo.

Por otro lado se han encontrado diversos métodos de optimización experimental, por mencionar algunos, existe: el Algoritmo de Búsqueda Simplex, Operación Evolutiva, Metodología de Superficie de Respuesta (Vining y Myers, 1990), (Lin y Tu, 1995), (Copeland y Nelson, 1996), (Kwang y Lin, 1998), (Park y Cho, 2003), (Shin y Cho, 2005), (Cho y Park, 2005), (Kovach y Cho, 2006) y (Lee et al., 2007), los Métodos lagrangianos para restricciones con desigualdades (Kushner y Clark, 1978), Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas (Robbins y Monro, 1951), entre otros. Estos métodos implementan una serie de pruebas en las que se inducen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso o sistema, para observar e identificar las razones de los cambios en la respuesta de salida (Olguín, 2014).

El Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea, propuesto por (Spall, 1992) es un método de optimización de sistemas estocásticos multi-variables. Solo necesita de dos observaciones para la estimación del gradiente en cada iteración (Miranda y del Castillo, 2009). Además, se demostrara que los Algoritmos de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea (AAEPS) son eficientes al trabajar con modelos de segundo orden, como el que se muestra en la ecuación (1.9):

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \tilde{\beta}_i X_i + \sum_{i=1}^k \tilde{\beta}_{ii} X_i^2 + \sum_i \sum_j \tilde{\beta}_{ij} X_i X_{j,i < j} \quad (1.9)$$

(Andradóttir, 1996) generaliza los métodos de aproximaciones estocásticas de acuerdo al siguiente procedimiento: dada una sucesión  $\{a_k\}$  de números reales, es posible generar una sucesión de vectores aleatorios  $\{x_k\}$  de la que su límite converge en forma asintótica

hacia  $x^*$ , esto satisfaciendo las siguientes condiciones  $a_k > 0$ ,  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \infty$  y  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 < \infty$

.Para garantizar su convergencia en los procedimientos de aproximaciones estocásticas del tipo Kiefer-Wolfowitz, además de la sucesión  $\{a_k\}$  también se necesita definir la sucesión decreciente de números reales no negativos  $\{c_k\}$  que junto con la sucesión

anterior satisfacen las siguientes condiciones:  $\lim_{k \rightarrow 0} c_k = 0$ ,  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k c_k = \infty$ ,  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k^2}{c_k^2} < \infty$  y

$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \infty$ . El desempeño del procedimiento de aproximaciones estocásticas depende de

la forma en que se definan  $\{a_k\}$  y  $\{c_k\}$ , por lo que, en este trabajo se realizó una estimación de al menos cinco medidas de sucesión  $\{a_k\}$  y dos para  $\{c_k\}$  encontradas en la literatura revisada, esto para definir qué medidas de  $\{a_k\}$  y  $\{c_k\}$  son las óptimas para mejorar las funciones evaluadas.

## 1.2 Planteamiento del problema

Existen varios métodos experimentales que se basan en ajustar una función cuadrática que pueda determinar las mejores condiciones de operación de un proceso productivo. En este trabajo de investigación se presenta un diseño experimental clásico para la predicción inicial de un modelo cuadrático, tanto para la media como para la varianza, con el objetivo de aplicar el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea modificado, para determinar las condiciones óptimas de operación de procesos productivos, esto a través de las funciones evaluadas, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR)

El Algoritmo modificado en esta investigación, se implementa evaluando las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR), las cuales cuantifican la capacidad o aptitud para cumplir con las especificaciones, así como para determinar las condiciones óptimas de operación de los procesos productivos. El disponer de estos indicadores permite decidir entre, seguir operando en las condiciones actuales de operación o proceder a buscar, con algún método, nuevas condiciones de operación en las que se mejore dicho índice hasta alcanzar un valor específico.

El problema planteado es que los valores de la variable de respuesta asuman que lo mayor es lo mejor, para lo cual se hace necesario conocer el valor del Límite de Especificación Inferior ( $LEI$ ) y el valor del Límite de Especificación Superior ( $LES$ ).

Suponga que  $c_{pk}$ ,  $RD$  y  $SNR$  representan al Índice de la Capacidad de Proceso, al índice de Respuesta Dual y la Razón Señal a Ruido, respectivamente de un proceso productivo en el que cada uno de sus  $d$  factores controlables, se encuentran operando en los niveles o valores (condiciones de operación) denotados por el vector  $X = (X_1, \dots, X_d) \in \mathfrak{R}^d$ . Entonces se puede asegurar que existe una relación funcional entre:

$$C_{pk} = f\{X, LEI, LES\} \quad (1.10)$$

$$RD = f\{X, LEI, LES\} \quad (1.11)$$

$$SNR = f\{X, C_{pk}\} \quad (1.12)$$

Para lograr lo anterior, son necesarios los valores esperados de  $(\mu, \sigma^2)$ , donde:  $\mu \rightarrow \Re$  y  $\sigma^2 \rightarrow \Re$  son funciones reales ( $\Re$  representa al conjunto de números reales).

En la mayoría de los casos prácticos no es posible determinar los valores de los parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$  de la variable de respuesta en las condiciones de operación ( $X$ ) (García Guerra, 2014), lo que trae como consecuencia que los valores de  $c_{pk}$ ,  $RD$  y  $SNR$  tampoco se logren especificar. Sin embargo, estos valores pueden ser estimados a través de los estadísticos  $\hat{c}_{pk}$ ,  $\widehat{RD}$  y  $\widehat{SNR}$  los cuales representan el valor de una variable aleatoria con distribución y varianza desconocida, pero condicionado a que su valor esperado sea igual a la función  $f\{X, LEI, LES\}$ , es decir:

$$C_{pk} = E(\hat{C}_{pk} | X : LEI, LES) \quad (1.13)$$

$$RD = E(\widehat{RD} | X : LEI, LES) \quad (1.14)$$

$$SNR = E(\widehat{SNR} | X : LEI, LES) \quad (1.15)$$

Lo que indica que tanto  $c_{pk}$ ,  $RD$  y  $SNR$  pueden ser expresados como los valores esperados de las variables aleatorias  $\hat{C}_{pk}$ ,  $\widehat{RD}$  y  $\widehat{SNR}$ ; dado el vector ( $X$ ), y los valores del **LES** y **LEI**. Suponga, además, que los estadísticos  $\hat{C}_{pk}$ ,  $\widehat{RD}$  y  $\widehat{SNR}$ ; pueden ser expresados mediante las ecuaciones (1.16), (1.17) y (1.18):

$$\bar{C}_{pk} = f\{X, LEI, LES\} + \varepsilon \quad (1.16)$$

$$\widehat{RD} = f\{X, LEI, LES\} + \varepsilon \quad (1.17)$$

$$\widehat{SNR} = f\{X, LEI, LES\} + \varepsilon \quad (1.18)$$

En la que  $f$  representa a una función real cuya expresión algebraica es desconocida y  $\varepsilon$  corresponde al valor de una variable aleatoria. Por lo tanto, Este trabajo plantea resolver los problemas mostrados en las ecuaciones (1.19), (1.20) y (1.21):

$$MAXIMIZAR C_{pk} = f\{X, LEI, LES\} \quad (1.19)$$

$$MAXIMIZAR RD = f\{X, LEI, LES\} \quad (1.20)$$

$$\text{MAXIMIZAR } \text{SNR} = f\{X, C_{pk}\} \quad (1.21)$$

Para determinar la solución a los problemas presentados en las ecuaciones (1.19), (1.20) y (1.21) es necesario optimizar simultáneamente los valores de la media  $\mu(X)$  y de la desviación estándar  $\sigma(X)$  de las funciones de respuesta, lo que se lleva a cabo dependiendo de lo que resulta mejor para el valor de la característica de calidad o función de respuesta que puede resultar en el caso de lo mayor es lo mejor.

### 1.3 Preguntas de Investigación

Bajo el supuesto de la existencia de la necesidad de optimizar el índice de capacidad real de proceso  $C_{pk}$ , el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR) para procesos en los que se desconozca la relación funcional entre la variable de respuesta y sus factores controlables, se plantean las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cuánto será capaz el AAEPs de mejorar las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $C_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR)?
- ¿Cuál será el comportamiento del AAEPs respecto a las condiciones iniciales de operación en las “primeras” (diez) iteraciones?
- ¿Cuáles serán las medidas de sucesión ( $a_k$  y  $C_k$ ) que maximicen las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $C_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR); con el AAEPs aplicado a los procesos de simulación experimental?
- ¿Cuántas iteraciones serán necesarias evaluar para que el AAEPs encuentre los valores aceptables de las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $C_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR).
- ¿Que diferencia significativa existe entre las distintas medidas de sucesión ( $a_k$  y  $C_k$ ) en las primeras (100, 200, 500) iteraciones del proceso reportado en el artículo (Olguín, et. al., 2011)?
- ¿Qué diferencia significativa existe entre las distintas medidas de sucesión ( $a_k$  y  $C_k$ ) estratificando en múltiplos de 10 iteraciones del proceso reportado en el artículo (Olguín, et. al., 2011)?

## 1.4 Objetivo General

Evaluar el AAEPs como herramienta para el mejoramiento continuo de las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR) bajo condiciones de optimización dual.

### 1.4.1 Objetivos específicos

- Determinar la eficiencia en la función ganancia, del valor inicial de las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR); a su valor óptimo.
- Identificar geométricamente y gráficamente el comportamiento del AAEPs sobre las funciones de respuesta evaluadas, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR).
- Determinar las medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  que permitan maximizar las funciones de respuesta evaluadas, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR).
- Determinar el número de iteraciones necesarias para valores aceptables en las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR).
- Cuantificar la diferencia significativa que exista entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  encontradas en la literatura revisada, de manera global en un proceso iterativo en las primeras (100, 200 y 500) iteraciones.
- Cuantificar la diferencia significativa que existe entre las distintas medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  estratificando en múltiplos de 10 iteraciones del proceso reportado en el artículo (Olguín, et. al., 2011)?

## 1.5 Hipótesis planteadas

- El AAEPs será capaz de maximizar las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR).
- El comportamiento de búsqueda del AAEPs nos ayudara para localizar valores máximos en las funciones de respuesta evaluadas, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR).
- De entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  encontradas en la literatura revisada, una combinación de ellas nos ayudara a maximizar las funciones de respuesta en el menor número de iteraciones.

- Existe diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  encontradas en la literatura revisada, de manera global en las primeras iteraciones (100, 200, 500)
- Existe diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  encontradas en la literatura revisada,  $c_k$  estratificando en múltiplos de 10 iteraciones del proceso reportado en el artículo (Olguín, et. al., 2011)

### 1.6 Justificación

El desarrollo de este trabajo de investigación se basa en la fusión de técnicas de optimización como el diseño de experimentos clásicos con el AAEPS, para lograr determinar las condiciones óptimas de operación que lleven a maximizar las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR). Además se definirá que medidas de sucesión son las que contribuyen a la optimización de las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR), en el menor número de iteraciones posible.

El AAEPSM es desarrollado como una herramienta económica para optimizar los procesos productivos, en relación con otras técnicas de optimización, puesto que requiere de menor cantidad de observaciones de la variable de respuesta en cada iteración; con lo que se evita el desperdicio de materiales originado por producir en condiciones de operación experimental, además se reduce el tiempo necesario para llevar a cabo la experimentación, lo que trae como consecuencia reducción de costos por concepto de implantación (Olguín, 2014).

### 1.7 Limitaciones y delimitaciones.

Los diseños clásicos que se emplean para elaborar un modelo de regresión de segundo orden son los diseños  $3^k$ , sin embargo conforme aumenta el número de factores controlables crece la cantidad de experimentos que es necesario evaluarse. Este trabajo está enfocado en estos diseños clásicos, de manera que para su validación se deberá de analizar procesos con dos o tres factores controlables como máximo.

Una de las principales delimitaciones de este trabajo es el que la validación y el análisis de los datos se realiza mediante simulación, empleando los modelos de regresión de segundo orden reportados por (Olguín, et. al., 2011), y los modelos reportados por (Gedi, et. al., 2015). Tales modelos constituyen un universo en el que los resultados obtenidos son válidos.

Así mismo, para este trabajo se consideran en la simulación valores continuos para los factores controlables, sin embargo, es común que en la realidad, los factores controlables de un proceso sean valores de naturaleza discreta.

### 1.8 organización de tesis

En el Capítulo 2, se presenta una breve revisión sobre los diferentes tópicos que pueden ser utilizados para maximizar los índices  $c_{pk}$ , RD y SNR, además de las metodologías que ayudan a resolver el problema planteado en este trabajo de investigación como es el AAEPS. En el Capítulo 3 se presentan los materiales y métodos que son usados para lograr los objetivos planteados en esta tesis. En el capítulo 4 se presenta el análisis y discusión de los resultados que se obtienen de implementar el AAEPS a través de simulación, para verificar y validar que éste logra mejorar el valor de las variables de respuesta analizadas en este trabajo de investigación. En el Capítulo 5 se presentan las conclusiones obtenidas así como las futuras líneas de investigación que se pudiesen generar a partir de este trabajo.

## Capítulo 2: Marco Teórico

### 2.1 Metodología Seis Sigma

(García y Villalobos, 2014) Explica que Seis Sigma justifica la mejora de los procesos en métodos estadísticos y en el enfoque científico para reducir el índice de defectos declarados por el cliente, identificando de manera cuantitativa las causas principales que generan las no conformidades (Linderman et. al.,2003). Seis sigma ha sido una metodología ampliamente utilizada en empresas de manufactura y actualmente en empresas de servicios, empleando herramientas estadísticas para el diagnóstico, análisis y mejora de los procesos (Aboelmaged, 2010).

Seis Sigma se define como "una estrategia de mejora continua del negocio que busca mejorar el desempeño de los procesos de una organización y reducir su variación; con ello, es posible encontrar y eliminar las causas de los errores, defectos y retrasos en los procesos del negocio. En todo momento se toma como punto de referencia a los clientes y sus necesidades. La estrategia  $6\sigma$  se apoya en una metodología fundamentada en las herramientas y el pensamiento estadístico. Asimismo, tiene tres áreas prioritarias de acción: Satisfacción del cliente, reducción del tiempo de ciclo y disminución de los defectos" (Gutiérrez, et. al., 2009).

(Lara, 2011) define que el enfoque Seis Sigma provee una metodología para analizar los procesos de la empresa, centrándose en lo que los clientes desean, eliminando tanto lo que no agrega valor como su variación. Un proceso con capacidad Seis Sigma significa que mantiene una distancia de seis veces la desviación estándar entre la media del proceso y los límites de especificación. En otras palabras, la variación del proceso se reduce de tal forma que sólo se producen 3,4 oportunidades de defecto por cada millón de unidades producidas (De Benito, 2000).

Las metodologías que tiene a su disposición esta metodología son DMAIC y DMAVC, siendo la primera utilizada en la resolución de problemas, y la segunda en el diseño de productos, servicios o procesos. En el actual proyecto se utilizó DMAIC, siglas que representan a las etapas de Definir, Medir, Analizar, Mejorar (del inglés Improve) y Controlar, que son los cinco pasos necesarios para definir y mejorar probadamente los procesos productos y servicios (Eckes, 2003).

- Definir: determina los objetivos del proyecto y entregas a los clientes (internos y externos).

- Medir: identifica una ó más características del producto o servido, mapas de proceso, evalúa los sistemas de medición y estima la capacidad.
- Analizar: se evalúan y reducen las variables con análisis gráfico y pruebas de hipótesis e identifican los factores vitales para la mejora de los procesos.
- Mejorar: descubre las relaciones entre las variables vitales, establece tolerancias de funcionamiento y valida las mediciones.
- Control: determina la capacidad para controlar los factores vitales e implementa sistemas de control de proceso.

Es importante destacar que, conceptualmente, los resultados de los proyectos Seis Sigma se obtienen por dos caminos. Por un lado, los proyectos consiguen mejorar las características del producto o servicio, permitiendo conseguir mayores ingresos y, por otro, el ahorro de costes que se deriva de la disminución de fallos o errores y de los menores tiempos de ciclo en los procesos (De Benito, 2000).

## 2.2 Diseño de Experimentos

En general, cuando se quiere mejorar un proceso existen dos maneras básicas de obtener la información necesaria para ello: una es observar o monitorear vía herramientas estadísticas, hasta obtener señales útiles que permitan mejorarlo; se dice que ésta es una estrategia pasiva. La otra manera consiste en experimentar, es decir, hacer cambios estratégicos y deliberados al proceso para provocar dichas señales útiles. El diseño de experimentos (Design Of Experiments, DOE por sus siglas en inglés) es un conjunto de técnicas activas, en el sentido de que no esperan que el proceso mande las señales útiles, sino que éste se “manipula” para que proporcione la información que se requiere para su mejoría (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

*El diseño de experimentos* es la aplicación del método científico para generar conocimiento acerca de un sistema o proceso, por medio de pruebas planeadas adecuadamente. Esta metodología se ha ido consolidando como un conjunto de técnicas estadísticas y de ingeniería, que permiten entender mejor situaciones complejas de relación causa-efecto.

El objetivo de un diseño factorial es estudiar el efecto de varios factores sobre una o varias respuestas, cuando se tiene el mismo interés sobre todos los factores. Por ejemplo, uno de los objetivos particulares más importantes que en ocasiones tiene un diseño factorial es determinar una combinación de niveles de los factores en la que el desempeño del proceso sea mejor. Los factores pueden ser de tipo cualitativo o de tipo cuantitativo. Para estudiar la manera en que influye cada factor sobre la variable de respuesta es necesario elegir al menos dos niveles de prueba para cada uno de ellos. Con el diseño factorial

completo se corren aleatoriamente todas las posibles combinaciones que pueden formarse con los niveles de los factores a investigar.

Así, la matriz de diseño o arreglo factorial es el conjunto de puntos experimentales o tratamientos que pueden formarse considerando todas las posibles combinaciones de los niveles de los factores. En general, la familia de diseños factoriales  $2^k$  consiste en k factores, todos con dos niveles de prueba; y la familia de diseños factoriales  $3^k$  consiste en k factores cada uno con tres niveles de prueba.

### 2.2.1 Conceptos básicos de DOE

**Experimento:** Un experimento es un cambio en las condiciones de operación de un sistema o proceso, que se hace con el objetivo de medir el efecto del cambio sobre una o varias propiedades del producto o resultado. Asimismo, el experimento permite aumentar el conocimiento acerca del sistema.

**Unidad experimental:** La unidad experimental es la pieza(s) o muestra(s) que se utiliza para generar un valor que sea representativo del resultado del experimento o prueba. En cada diseño de experimentos es importante definir de manera cuidadosa la unidad experimental, dado que ésta puede ser una pieza o muestra de una sustancia o un conjunto de piezas producidas, dependiendo del proceso que se estudia.

**Variables, factores y niveles:** En todo proceso intervienen distintos tipos de variables o factores como los que se muestran en la figura 2.1, donde también se aprecian algunas interrogantes al planear un experimento.

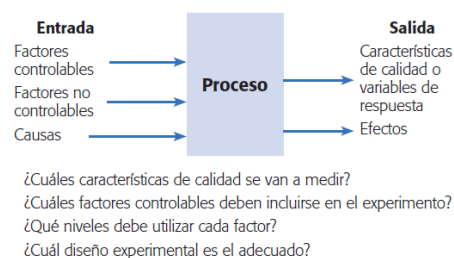


Figura 2.1 Variables de un proceso y preguntas a responder al diseñar un experimento

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

**Variable(s) de respuesta.** A través de esta(s) variable(s) se conoce el efecto o los resultados de cada prueba experimental (véase figura 2.1), por lo que pueden ser características de la calidad de un producto y/o variables que miden el desempeño de un

proceso. El objetivo de muchos estudios experimentales es encontrar la forma de mejorar la(s) variable(s) de respuesta. Por lo general, estas variables se denotan con la letra  $y$ .

**Factores controlables.** Son variables de proceso o características de los materiales experimentales que se pueden fijar en un nivel dado. Algunos de éstos son los que usualmente se controlan durante la operación normal del proceso (véase figura 2.1), y se distinguen porque, para cada uno de ellos, existe la manera o el mecanismo para cambiar o manipular su nivel de operación. Esto último es lo que hace posible que se pueda experimentar con ellos.

**Factores no controlables o de ruido.** Son variables o características de materiales y métodos que no se pueden controlar durante el experimento o la operación normal del proceso.

**Niveles y tratamientos.** Los diferentes valores que se asignan a cada factor estudiado en un diseño experimental se llaman niveles. Una combinación de niveles de todos los factores estudiados se llama tratamiento o punto de diseño.

**Error aleatorio y error experimental.** Siempre que se realiza un estudio experimental, parte de la variabilidad observada en la respuesta no se podrá explicar por los factores estudiados. Esto es, siempre habrá un remanente de variabilidad que se debe a causas comunes o aleatorias, que generan la variabilidad natural del proceso. Esta variabilidad constituye el llamado error aleatorio.

**Efecto principal y efecto de interacción.** El efecto de un factor se define como el cambio observado en la variable de respuesta debido a un cambio de nivel de tal factor. En particular, los efectos principales son los cambios en la media de la variable de respuesta que se deben a la acción individual de cada factor. En términos matemáticos, el efecto principal de un factor con dos niveles es la diferencia entre la respuesta media observada cuando tal factor estuvo en su primer nivel, y la respuesta media observada cuando el factor estuvo en su segundo nivel. Por otra parte, se dice que dos factores interactúan entre sí o tienen un efecto de interacción sobre la variable de respuesta, cuando el efecto de un factor depende del nivel en que se encuentra el otro.

Una de las familias de diseños de mayor impacto en la industria y en la investigación, son los diseños factoriales clásicos como el  $2^k$  debido a su eficacia y versatilidad. Los factoriales  $2^k$  completos son útiles principalmente cuando el número de factores a estudiar está entre dos y cinco ( $2 < k < 5$ ), rango en el cual su tamaño se encuentra entre

cuatro y 32 tratamientos; esta cantidad es manejable en muchas situaciones experimentales.

Con un diseño factorial  $2^2$  se estudia el efecto de dos factores considerando dos niveles en cada uno. Cada réplica de este diseño consiste de  $2 \times 2 = 4$  combinaciones o tratamientos que se pueden denotar de diferentes maneras, como se muestra en la tabla 1. Algunas de estas notaciones se utilizan en situaciones muy particulares; por ejemplo, la notación +1, -1 es útil a la hora de hacer los cálculos para ajustar por mínimos cuadrados un modelo de regresión a los datos; La notación de signos +, - es muy práctica para escribir las matrices de diseño; esta notación, combinada con la de Yates (véase última columna de la tabla 1) permite representar y calcular fácilmente los efectos de interés. La notación con letras A+, A- se utiliza para escribir, al final del análisis del experimento, el mejor punto o tratamiento ganador que se ha encontrado. La notación de Yates [(1), a, b, ab] tiene un significado diferente a las demás: con ella se representa el total o la suma de las observaciones en cada tratamiento, más que al tratamiento mismo. Hay que observar que la lógica de la notación de Yates es la siguiente: si una letra minúscula está presente, entonces el factor correspondiente se encuentra en su nivel alto; si está ausente, el factor está en su nivel bajo; por ejemplo, ab se refiere al tratamiento en el que los factores A y B están en su nivel alto.

Tabla 2.1 Maneras de escribir los tratamientos del diseño experimental

|               | A    | B    | A | B | A | B | Notación<br>Yates |
|---------------|------|------|---|---|---|---|-------------------|
| Tratamiento 1 | Bajo | Bajo | - | - | 0 | 0 | (1)               |
| Tratamiento 2 | Alto | Bajo | + | - | 1 | 0 | a                 |
| Tratamiento 3 | Bajo | Alto | - | + | 0 | 1 | b                 |
| Tratamiento 4 | Alto | Alto | + | + | 1 | 1 | ab                |

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

Este diseño factorial se representa de manera geométrica por los vértices del cuadrado de la figura 2.2. Cada vértice representa un punto de diseño o tratamiento. El área limitada por este cuadrado se conoce como región experimental y, en principio, las conclusiones que se obtengan del experimento sólo tienen validez sobre esta región

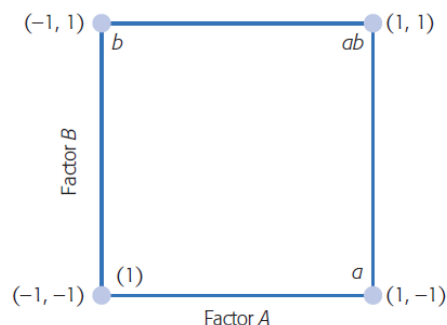


Figura 2.2 Representación geométrica del Diseño Factorial  $2^2$

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

El diseño factorial  $3^k$  considera  $k$  factores con tres niveles cada uno y tiene  $3^k$  tratamientos. La primera desventaja de los diseños  $3^k$  es que al aplicarse requieren mayor cantidad de pruebas que el diseño  $2^k$ . Por ejemplo, si se quieren estudiar cuatro factores, y se considera sólo una repetición, el diseño  $3^4$  requiere en total 81 pruebas, una para cada tratamiento; mientras que el diseño  $2^4$  sólo necesita 16 pruebas.

De esta forma, cuando se tienen muchos factores, cuatro o más, prácticamente es prohibitivo pensar en correr un diseño  $3^k$ . Sin embargo, cuando se tienen pocos factores, tres como máximo, o en el peor de los casos cuatro, hay algunas situaciones prácticas en las que el diseño  $3^k$  es una buena alternativa. El diseño factorial  $3^k$  es una de las alternativas experimentales que permite estudiar efectos de curvatura, además de efectos lineales y de interacción.

Un diseño factorial  $3^2$  consiste en  $3^2 = 9$  tratamientos diferentes, que corresponden a todas las posibles maneras en que se pueden combinar dos factores en tres niveles cada uno. Sean  $A$  y  $B$  los factores, cada uno con tres niveles, a los cuales se les suele llamar bajo, medio y alto. Los nueve tratamientos se pueden escribir de varias maneras, algunas de las cuales se muestran en la tabla 2.2.

Tabla 2.2 Diseño Factorial  $3^2$  en tres notaciones útiles

|               | A     | B    | A  | B  | A | B |
|---------------|-------|------|----|----|---|---|
| Tratamiento 1 | Bajo  | Bajo | -1 | -1 | 0 | 0 |
| Tratamiento 2 | Medio | Bajo | 0  | -1 | 1 | 0 |

|               |       |       |    |    |   |   |
|---------------|-------|-------|----|----|---|---|
| Tratamiento 3 | Alto  | Bajo  | +1 | -1 | 2 | 0 |
| Tratamiento 4 | Bajo  | Medio | -1 | 0  | 0 | 1 |
| Tratamiento 5 | Medio | Medio | 0  | 0  | 1 | 1 |
| Tratamiento 6 | Alto  | Medio | +1 | 0  | 2 | 1 |
| Tratamiento 7 | Bajo  | Alto  | -1 | +1 | 0 | 2 |
| Tratamiento 8 | Medio | Alto  | 0  | +1 | 1 | 2 |
| Tratamiento 9 | Alto  | Alto  | +1 | +1 | 2 | 2 |

Fuente: Propia

Los nueve puntos de diseño se pueden representar en forma geométrica sobre el cuadrado de la figura 2.3, que delimita la región experimental

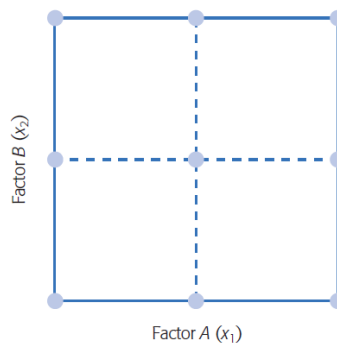


Figura 2.3 Representación gráfica en el plano del diseño  $3^2$

Fuente: (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

### 2.3 Capacidad de proceso

El análisis sobre la capacidad de los procesos para producir dentro de las especificaciones, es una herramienta útil en la implementación de un programa de mejoramiento de la calidad de los sistemas productivos, porque a partir de este análisis se pueden determinar las acciones más apropiadas para lograr dicho mejoramiento. A continuación se presentan dos propuestas de definición de este análisis.

El análisis de la capacidad del proceso es definido (Montgomery, 1991) como un estudio de ingeniería orientado a estimar la aptitud del proceso para cumplir con las especificaciones, el cual tiene las siguientes aplicaciones: predecir qué porcentaje de la producción del proceso cumple con las tolerancias o especificaciones; ayudar a los diseñadores o realizadores del producto a seleccionar o modificar un proceso; ayudar a

establecer un intervalo de muestreo; especificar los requisitos para el funcionamiento de nuevos equipos; elegir entre diferentes proveedores; planear la sucesión de los procesos de producción cuando existe un efecto interactivo de los procesos sobre las tolerancias; reducir la variabilidad en un proceso de manufactura.

(Rodríguez, 1992), asegura que no existe una definición estándar de análisis de capacidad del proceso, pero que en general se acepta que este tiene como objetivo determinar que tan bien cumplen los productos con los límites de especificación ya sea de ingeniería o del cliente, por lo que se hace necesario contar con índices que permitan cuantificar el grado de cumplimiento de dichas especificaciones

Los índices de capacidad del proceso denotados por  $C_p$  y  $c_{pk}$ , son herramientas con las que se puede cuantificar la capacidad de los procesos para producir dentro de las especificaciones. Si los procesos se encuentran controlados estadísticamente y sus variables de respuesta son variables aleatorias con distribución normal, entonces estos índices están definidos por:

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6\sigma} \quad (2.1)$$

$$C_{pk} = MIN \left\{ \frac{LES - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LEI}{3\sigma} \right\} \quad (2.2)$$

Donde LES y LEI,  $\mu$  y  $\sigma$  denotan, respectivamente, el límite superior de especificación, el límite inferior de especificación, la media y la desviación estándar de la variable de respuesta del proceso (el índice dado en la ecuación 2.2  $c_{pk}$ ) corresponde a procesos en que el valor nominal de la variable de respuesta es lo mejor, cuando lo mayor o lo menos es lo mejor se usan los índices representado en las ecuaciones (2.1) u (2.2) son llamados, respectivamente e índices de capacidad de la primera y segunda generación (Pearn et al., 1992).

Un valor que se usa para estimar el índice de la segunda generación de capacidad de los procesos productivos que están estadísticamente controlados y cuya variable de respuesta es una variable aleatoria con distribución normal, es el valor que se calcula con los datos obtenidos de una muestra aleatoria de n observaciones del valor de la variable de respuesta a través de la siguiente ecuación (2.3)

$$C_{pk} = MIN \left\{ \frac{LES - \bar{x}}{3s}, \frac{\bar{x} - LEI}{3s} \right\} \quad (2.3)$$

Donde  $\bar{x}$  y  $s$  representan, respectivamente, la media aritmética y la desviación estándar de una muestra de tamaño  $n$ , la cual es tomada de una población normal con media igual a  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ .

El valor de  $c_{pk}$  es una variable aleatoria, para la cual, bajo el supuesto de que esta se distribuye normalmente (Rodríguez, 1992) propone el intervalo del 95% de confianza para el  $c_{pk}$  dado por la ecuación (2.4):

$$C_{pk} = \left[ 1 \pm 1.96 \sqrt{\frac{1}{9nC_{pk}^2} + \frac{1}{2n-2}} \right] \quad (2.4)$$

Intervalo de confianza con el que se pueden realizar inferencias acerca del verdadero valor de  $c_{pk}$ . Es importante hacer que los procesos trabajen con los máximos índices de capacidad, dado que si valor presenta una correlación positiva con el prospecto a la aptitud de los procesos para cumplir con las especificaciones y una correlación negativa con la máxima cantidad de partes defectuosas por millón (PPM por sus siglas en ingles). Por ejemplo, si para un proceso ocurre que el valor del  $c_{pk}$  es igual a 1.0 implica que este opera con al menos un porcentaje de 99.73% dentro de las tolerancias y que se tendrán a lo más 2700 PPM; se reducen a 7 cuando la magnitud de este mismo índice es igual a 1.5 (Gutiérrez y de la Vara, 2004)

## 2.4 Procedimiento de aproximaciones estocásticas

El método de aproximaciones estocásticas presentado por (Robbins y Monro, 1951), es un método de búsqueda lineal de la raíz de la función desconocida  $f (f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R})$  que representa al valor esperado de una variable aleatoria. (Kiefer y Wolfowitz, 1952) lo modifican para que pueda ser usado en la determinación del óptimo de  $f$ . (Blum, 1954) extiende los resultados de los autores anteriores a espacios cartesianos de dimensión mayor que 1.

A partir del trabajo presentado por (Blum, 1954) se da un incremento en la cantidad de métodos de aproximaciones estocásticas (Kushner y Clark, 1978; Polyak, 1991; Maeda, 1996) pero (Andradotir, 1996), asegura que todos estos métodos son procedimientos sin un criterio teórico determinación, que son usados para determinar  $X^*$  en  $\mathfrak{R}^d$ , de tal forma que  $(X^*)=0$ , donde  $h: \mathfrak{R}^d \rightarrow \mathfrak{R}^d$  es la función que corresponde al vector gradiente de la función  $f$ , de la cual se desconoce su expresión analítica, pero es posible cuantificar su

valor para una combinación específica de valores o niveles de los factores controlables, medición que está sujeta a un error experimental, del que no se establece ningún supuesto en cuanto a su distribución de probabilidad.

(Chin, 1997) clasifica los procedimientos de aproximaciones estocásticas en dos tipos: del tipo *Robbins-Monro* y del tipo *Kiefer-Wolfowitz*. Los primeros se caracterizan por requerir observaciones directas de  $h$ , dentro de los cuales se encuentran los métodos (los métodos Robbins-Monro, pasos ascendentes, Newton-Raphson, análisis de perturbación y tasa de verosimilitud), mientras que los segundos requieren estimadores de  $h$  como lo son (Kiefer-Wolfowitz) diferencias finitas, método de perturbación simultánea. Estos últimos los considera más útiles, dado que no requieren un conocimiento profundo del sistema a optimizar. Es decir, son aplicables en situaciones en las que se desconoce la relación funcional entre la variable de respuesta y los valores controlables, situación que se presenta con mayor frecuencia en la práctica.

(Fu y Ho, 1988) y (Chin, 1997) señalan al algoritmo estocástico de perturbaciones simultáneas como el más eficiente, tanto teórica como prácticamente, dado que presenta mayor tasa de convergencia y requiere de un menor número de observaciones en cada iteración; esta última resulta de gran Interés pues de ella depende en forma directamente proporcional el costo económico y la sencillez del trabajo experimental.

(Andradóttir, 1996) generaliza los métodos de aproximaciones estocásticas de acuerdo al siguiente procedimiento: dada una sucesión  $\{a_k\}$  de números reales, es posible generar una sucesión de vectores aleatorios  $\{X_k\}$  de la que su límite converge en forma asintótica hacia  $X^*$  de acuerdo al procedimiento siguiente:

Paso 1: seleccionar  $X_1$  en  $\mathbb{R}^d$  y considerar  $K=1$ ;

Paso 2: dados  $X_1, X_2, \dots, X_k$  obtener  $Y_k$  de  $h(X_k)$ ;

Paso 3: calcular  $X_{k+1} = X_k + a_k Y_k$

Con  $a_k$  satisfaciendo las siguientes condiciones:

$$a_k > 0, \quad \sum_{k=1}^{\infty} a_k = \infty \quad y \quad \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 < \infty; \quad (2.5)$$

Paso 4: considerar  $k = k+1$  y regresar al paso dos.

Los métodos o procedimientos de aproximaciones estocásticas pueden considerarse como la versión aleatoria del método de optimización de Newton-Raphson. Es decir, el primer método es usado cuando no es posible conocer la función entre la variable de respuesta y

los factores controlables del proceso a optimizar; mientras que con el segundo método, es necesario conocer el vector gradiente de dicha función.

Para los métodos de aproximaciones estocásticas, (Chen, 1985) señala que si  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k < \infty$ , entonces este procedimiento converge rápidamente, pero el límite puede diferir de  $X^*$  si el punto inicial  $X_0$  está suficientemente lejos de  $X^*$ . Dado que si  $Y_k(X_k)$  es acotado entonces por la norma euclidiana  $\|X_{k+1} - X_k\| \ll \tilde{\omega}$  ( $\omega \in \mathbb{R}^+$ ) es también acotada, lo que el procedimiento puede no converger si el punto inicial  $X_0$  está suficientemente lejos del óptimo  $X^*$ , es decir, a una distancia mayor que  $\omega$ .

(Andradóttir, 1996) establece que los procedimientos o métodos de aproximaciones estocásticas son generalmente empleados para determinar el mínimo de la función  $f$ , para lo que precisa de un método que le permita estimar el vector gradiente  $Y_k$ . Lo anterior implica que estos procedimientos corresponden a métodos de pasos descendentes, de tal forma que si  $X_k$  es una estimación actual de la solución, entonces  $X_{k+1}$  se obtiene en la dirección descrita por  $-Y_k$ ; es decir, sobre la ruta en la que se espera que el valor de  $f$  decrezca más rápidamente.

La longitud de los pasos o distancia de separación hacia la nueva solución generada por los algoritmos de aproximaciones estocásticas está determinada por  $a_k \|Y_k\|$ , donde  $\|Y_k\|$  representa la norma euclidiana de  $Y_k$ , razón por la que la rapidez o tasa de convergencia del procedimiento depende del valor  $a_k$ . (Chung, 1954), (Stacks, 1958) y (Fabian, 1968) establecen las consideraciones sobre  $a_k$  de tal forma que  $k^{1/2}(X_k - X^*)$  converja asintóticamente hacia una variable aleatoria co , 1958) señala que se minimiza tomando  $a_k$  como el valor inverso del Jacobiano de  $h(X^*)$  multiplicado por  $1/k$ . mientras que (Delyon, 1996) establece que el valor que asume típicamente  $a_k$  es  $1/k$  o  $1/k^{2/3}$  cuando el vector gradiente es igual a la media aritmética de  $m$  estimaciones.

Para garantizar su convergencia en los procedimientos de aproximaciones estocásticas del tipo Kiefer-Wolfowitz, además de la sucesión  $\{a_k\}$ , también se necesita definir una sucesión decreciente de números reales no negativos  $\{C_k\}$  que junto con la sucesión anterior satisfacen las siguientes condiciones:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} C_k = 0; \quad \sum_{k=1}^{\infty} a_k C_k < \infty; \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k^2}{C_k^2} < \infty; \quad \text{y} \quad \sum_{k=1}^{\infty} a_k < \infty \quad (2.6)$$

Elegir las medidas de sucesión y es crítico para el desempeño de AAEPs; el desempeño del procedimiento de aproximaciones estocásticas depende de la forma en que se definan  $\{a_k\}$  y  $\{C_k\}$ . (Andradóttir, 1995) y (Spall, 1998) establecen que el valor que asume

típicamente para  $a_k = \frac{a}{K^\alpha}$ ; y para  $C_k = \frac{1}{K^\gamma}$  cuando el vector gradiente es igual a la media aritmética de m estimaciones. Donde  $a > 0$ ,  $0 < \alpha \leq 1$ ,  $\gamma > 0$ ,  $\alpha - 2\gamma > 0$ , y  $3\gamma - \frac{\alpha}{2} \geq 0$ , con lo que se garantiza el cumplimiento de las condiciones establecidas en la ecuación (2.6).

Sin embargo, (Spall, 1998) establece que estas medidas de sucesión y son parámetros propuestos, desarrollados a base de muchos casos de estudio, pero se pueden variar, dado que no hay un par de estas medidas de sucesión que sean las mejores para cualquier aplicación

## 2.5 Método de Aproximaciones Estocásticas con perturbación simultanea

(Fu y Hill, 1997) señalan que los métodos Kiefer-Wolfowitz que usan el método de perturbación simultánea, presentan las siguientes ventajas sobre los tipo Robbins- Monro:

1. Generalidad, es aplicable en cualquier sistema que pueda ser simulado.
2. Eficiencia, requiere de menos observaciones de la variable de respuesta para lograr los mismos o mejores resultados en comparación contra cualquier otro método para estimar el vector gradiente
3. Fácil de usar, es tan sencillo de aplicar como lo es el método de las diferencias finitas.

En ese mismo trabajo muestran, mediante la comparación numérica, la viabilidad de su implantación en tres diferentes sistemas de eventos de teoría de colas, en los que se manifiesta la ventaja de este método sobre el método de diferencias finitas en relación con el número requerido de observaciones de la variable de respuesta

El método de perturbación simultanea presentado por (Spall, 1992) calcula  $Y_k$  de acuerdo a los siguientes pasos.

Paso 1. Construir una sucesión de vectores  $\{\Delta_k\} \{\Delta_k \in \mathbb{R}^d\}$ , de d variables aleatorias idénticas distribuidas y mutuamente independientes  $\{\Delta_1, \dots, \Delta_d\} = \Delta_k$ , del que Sandegh y (Spall, 1998), establecen que la selección optima de la distribución de probabilidad para cada uno de sus componentes es la distribución de Bernoulli con valores simétricos con respecto al cero. Con  $|\Delta_k| < \delta$  casi donde quiera y  $E|\Delta_{ik}^{-1}| < \alpha_0$  casi donde quiera, ( $i=1, 2, \dots, d$ )  $\delta$  y  $\alpha_0$  representan números reales positivos.

Paso 2. Considere la sucesión  $\{C_k\}$  de números reales positivos, la cual puede considerarse constante e igual a uno para todo k en la evaluación de las siguientes ecuaciones:

$$Y_k^+ = f(X_k + c_k \Delta_k) + \varepsilon^+ \quad (2.7)$$

$$Y_k^- = f(X_k - c_k \Delta_k) + \varepsilon^- \quad (2.8)$$

Donde  $\varepsilon^+$   $\varepsilon^-$  representan medidas de ruido (error experimental) generados sucesivamente independientes, respectivamente, para las observaciones  $Y_k^+$  y  $Y_k^-$ . La estimación  $Y(X_k)$  del vector gradiente  $h(X_k)$  esta definida por

$$Y_k(X_k) = \begin{bmatrix} \frac{Y_k^+ - Y_k^-}{2c_k \Delta_1} \\ \vdots \\ \frac{Y_k^+ - Y_k^-}{2c_k \Delta_d} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

La convergencia con probabilidad 1 de la sucesión  $\{X_k\}$ , que es generada con el procedimiento descrito en esta sección, cuando este procedimiento usa el método de perturbación simultanea para estimar el gradiente, se basa en los siguientes supuestos:

1. Las sucesiones decrecientes de números reales  $\{a_k\}$  y  $\{c_k\}$  convergen a cero y además  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \infty$  y  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k^2}{c_k^2} < \infty$ ;

2. Para algunos valores reales positivos  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  y  $\forall k$  ocurre que  $E\left(\varepsilon_k^{(\pm)^2}\right) \leq$

$$\tilde{Y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i X_i + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_{ii} x_i^2 + \sum_i \sum_j \hat{\beta}_{ij} X_i X_j, i < j \quad (2.10)$$

El Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea (AAEPS) es un método de optimización de sistemas estocásticos multi variables. Es un algoritmo iterativo de optimización sin gradiente diseñado para problemas estocásticos. Se propuso inicialmente por (Spall 1992, 1998a, 1998b) y se aplicó con éxito en la optimización de una variedad de sistemas en los que los modelos de los sistemas precisos no están disponibles.

Este algoritmo presenta las siguientes características: es especialmente eficiente en problemas de alta dimensión, esto en términos de generar una buena solución en un reducido número de mediciones de la función objetivo. La aproximación del gradiente utiliza sólo dos valores para la función objetivo por iteración, independientemente de la dimensión del problema, con el fin de reducir en gran medida la función objetivo frecuencia de medición para la estimación del gradiente (Ding, 2015). Solo necesita de dos observaciones para la estimación del gradiente en cada iteración (Miranda y del Castillo, 2009). El algoritmo es aplicable tanto en optimización global como en optimización local.

El AAEPS se aproxima de manera eficiente el gradiente con sólo dos mediciones sucesivas de la función objetivo (independientemente del número de parámetros) y por lo tanto disminuye significativamente el tiempo de cálculo para problemas a gran escala en comparación con otros métodos tradicionales, cuyo tiempo de cálculo depende directamente del tamaño problema. Estas características hacen del AAEPS un algoritmo de solución adecuada para cualquier problema del mundo real.

## 2.6 Estado del Arte

### 2.6.1 Study on Simulation Optimization of Dynamic Traffic Signal Based on Complex Networks

En este trabajo se utiliza el AAEPS para optimizar una red de tráfico urbano, el objetivo de optimizar es para mejorar la eficiencia, y disminuir la congestión del tráfico urbano, esto se puede utilizar para optimizar el índice de rendimiento de la red, incluye viaje demora media de los vehículos, longitudes de cola, rendimientos de intersección, etc. Un modelo de simulación se presenta para simular el proceso de movimiento del tráfico. El AAEPS es utilizado para optimizar los tiempos de las señales de tráfico, y logra mejorar los esquemas temporales de los controladores de las señales de la red de tráfico. Los resultados de la simulación muestran que el AAEPS logra optimizar los tiempos de las señales de la red de tráfico, y de esta manera puede aliviar la congestión del tráfico y logra que una velocidad de tráfico más eficaz. (Li, et. Al., 2016). *Study on Simulation Optimization of Dynamic Traffic Signal Based on Complex Networks. Procedia Engineering, 137, 1-10.*

### 2.6.2 An enhanced SPSA algorithm for the calibration of Dynamic Traffic Assignment models

Este trabajo presenta un AAEPS modificado, llamado AAEPS Ponderado, el cual incorpora la información de la correlación entre tiempo y espacio en un problema de una red de tráfico, con el fin de limitar los efectos de los factores de ruido y mejorar la convergencia del problema hacia la robustez. Este algoritmo propuesto parece mejorar el algoritmo original, al ir reduciendo el ruido generado en las mediciones no correlacionadas del gradiente de aproximación especialmente para los modelos de Asignación Dinámica del Tráfico de redes a gran escala escasamente correlacionados y un gran número de intervalos de tiempo. Las comparaciones entre el algoritmo clásico y el algoritmo propuesto se han realizado a través de pruebas rigurosas, se llevaron a cabo pruebas en un caso práctico en la red de autopistas en Singapur. (Lu, L., et. al., 2015). *An enhanced*

*SPSA algorithm for the calibration of dynamic traffic assignment models. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 51, 149-166.*

### 2.6.3 Optimization Algorithm Based on SPSA in Multi-Channel Multi-radio Wireless Monitoring Network

En este trabajo de investigación el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea es utilizado para resolver un problema de telecomunicaciones, de redes de monitoreo inalámbricas. En las redes de monitoreo inalámbrico, multi-Radio inalámbrico sniffers (*rastreadores*, programas que registran paquetes de datos enviados o recibidos por la red) se distribuyen para capturar y analizar las actividades del usuario con el fin de poder monitorear la red, realizar un diagnóstico de fallo, gestión de recursos, etc. Por lo tanto, es un tema importante el poder optimizar la selección de canal para que los *rastreadores* puedan maximizar la información recogida, con el fin de maximizar la calidad de Monitoreo de la red. En este trabajo, se utiliza el AAEPs con el fin de realizar una óptima selección del canal. Durante el proceso iterativo, una perturbación aleatoria se utiliza para calcular el gradiente aproximado de la función objetivo, que puede conducir la búsqueda hacia la óptima solución. En este trabajo se presenta al algoritmo como rápido en la convergencia y baja en complejidad, y se menciona que es muy adecuado para la optimización de problemas de multi-dimensión. (Ding, S., et. Al., 2015). *Optimization Algorithm Based on SPSA in Multi-channel Multi-radio Wireless Monitoring Network. In Cyber-Enabled Distributed Computing and Knowledge Discovery (CyberC), 2015 International Conference on (pp. 517-524). IEEE.*

### 2.6.4 An Aggregate Approach for the Calibration of Time-Dependent Demand in Dynamic Traffic Assignment Models using SPSA Algorithm

En este artículo se trabaja con el AAEPs para realizar una calibración de la demanda en un problema de asignación dinámica de tráfico, este tipo de problema es considerado como un problema de optimización, y aunque el algoritmo más utilizado en la literatura para este tipo de problema es el AAEPs, es normalmente utilizado utilizando pares individuales como variables de respuesta, lo cual limita la solución de estos problemas a escalas pequeñas o de poca cantidad de variables; este trabajo presenta una modificación al agregar componentes individuales para la demanda sobre la base de un objeto de correlación que permiten analizar una mayor cantidad de variables que puede conducir a obtener resultados superiores en la calibración de la demanda. Los resultados muestran que la calibración utilizando el algoritmo AAEPs con la demanda total y el origen de la demanda total de destino puede converger a la solución óptima. (B Kostić, et. Al., 2015) *An Aggregate Approach for the Calibration of Time-Dependent Demand in Dynamic Traffic Assignment Models using SPSA Algorithm.*

### 2.6.5 Improving the Process Capability of a Boring Operation by the Application of Statistical Techniques

Los índices de capacidad de proceso, son herramientas efectivas para el continuo mejoramiento de la calidad la productividad y la toma de decisiones. Las técnicas del control Estadístico de proceso (SPC) mejoran la calidad de la producción en masa. En este trabajo un análisis de capacidad de proceso es realizado en una máquina de una empresa mediana que produce máquinas y algunas partes. Para este propósito se realizaron histogramas y se calcularon los índices de capacidad  $C_p$  y  $c_{pk}$ , se muestra que la capacidad del proceso es inadecuada y que la producción en masa es inestable. En orden de satisfacer las mediciones es necesario mejorar el nivel de calidad moviendo la media del proceso a un valor objetivo así como reduciendo la variación en el proceso.

Estudios de capacidad de proceso PCS son un procedimiento científico y sistemático que utiliza gráficos de control para detectar y eliminar la variación de causas no naturales. Esta técnica es aplicada en varias etapas del ciclo de producción como proceso, diseño de producto, manufactura, planeación de manufactura, ya que esta ayuda a determinar la habilidad del proceso de manufacturar piezas que se encuentren dentro de los límites de tolerancia y límites de ingeniería.

En este trabajo se habla de lo importante que se ha tornado el análisis de capacidad en combinación con el análisis estadístico de proceso. El SPC ayuda a determinar la habilidad de producir dentro de especificaciones y el CPI nos da información sobre los cambios y tendencias de los sistemas durante la producción. (Rajvanshi, P. K., & Belokar, D. R. 2012). *Improving the process capability of a boring operation by the application of statistical techniques. International Journal of Scientific & Engineering Research*, 3(5).

### 2.6.6 Evaluating Process Capability under Undetected Fluctuations

En los procesos de fabricación, algunas fluctuaciones inevitables del proceso pueden ser detectados cuando se aplican los gráficos de control estadísticos de procesos. Bothe proporciona una razón estadística para considerar tal cambio en la media del proceso para acomodar la cambios negativos detectados para los procesos de distribución normal la hora de evaluar la capacidad del proceso. Trabajos de investigación existentes han informado de las modificaciones de capacidad que sólo cubren ya sea sin ser detectado significa desplazamiento o cambio de varianza no detectado. En este trabajo, para evaluar el El índice de capacidad  $c_{pk}$ , se ajustaron las magnitudes de la media y el cambio varianza simultáneamente usando una fórmula modificada del índice de capacidad.

Los índices de capacidad de proceso (PCIs) han sido ampliamente aplicados para proporcionar medidas numéricas de potencial proceso y el rendimiento en alta tecnología de procesos que requieren muy baja fracción de las no conformidades. Dado que los índices de capacidad son alternativas para medir el rendimiento de fabricación y los factores clave para la evaluación de los proveedores de externalización, una evaluación precisa y rigurosa de la capacidad del proceso es muy esencial. (Tai, Y. T. 2011). *Evaluating process capability under undetected fluctuations. In Technology Management Conference (ITMC), 2011 IEEE International (pp. 484-487). IEEE*

#### 2.6.7 Approximate Confidence Interval for Generalized Taguchi Process Capability Index

La imprecisión sucede en el control de calidad como sucede en otros problemas estadísticos. En el control de calidad los límites de especificación se expresan mejor con conjuntos difusos. Los índices de capacidad generalizados  $C_p$ ,  $c_{pk}$  y Cpm pueden ser útiles y necesarios para medir la capacidad. Se propone una forma generalizada del índice de capacidad de Taguchi Cpm, para evaluar la capacidad del proceso difuso de estar cerca del valor objetivo. Se presenta un intervalo de confianza del 100 (1 –  $\gamma$ ) % aproximado del índice generalizado de capacidad Cpm usando límites de especificación difusos. En este trabajo los problemas de estimaciones puntuales y de intervalo del índice de capacidad generalizado de proceso Cpm, se consideran basados en una muestra aleatoria observada proceso difuso descontrolado. La inferencia estadística basada en aritmética difusa se usa para utilizar un 100 (1– $\gamma$ ) % intervalo de confianza del índice de capacidad de proceso generalizado. (Parchami A., et. al., 2011). *Approximate confidence interval for generalized Taguchi process capability index. In Fuzzy Systems (FUZZ), 2011 IEEE International Conference on (pp. 2968-2971). IEEE.*

#### 2.6.8 Optimization of Multiresponse Problems using Process Capability Index for Batch Manufacturing Processes

En este trabajo se propone un nuevo método experimental en respuesta múltiple para determinar los valores óptimos para factores controlables, donde las respuestas no están correlacionadas. Este método conduce a la mejora de las características de calidad dando mayor prioridad a el índice de capacidad de proceso menor (PCI). Debido a la aplicación de este estudio en un lote de fabricación y existente de algunas partes en cada tratamiento, PCI ha sido calculado para cada tratamiento para cada respuesta inicial. Entonces un índice agregado (CI) se ha calculado en base al TOPSIS en la señal calculada a ruido de PCI. Por último, el factores controlables óptimos se han determinado por la optimización de una regresión lineal instalado en el índice agregado y valores de factores controlables. El método propuesto es ilustrado por un estudio de caso real en una fábrica de moldeo de

plástico. Los resultados muestran la eficacia del método propuesto en la mejora de la característica de calidad con la  $c_{pk}$  más bajo. (Amiri A. ,et. al., 2011). *Optimization of multiresponse problems using process capability index for batch manufacturing processes. In Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2011 IEEE International Conference on (pp. 1446-1450). IEEE.*

#### 2.6.9 A Spatial Multivariate Process Capability Index

Últimamente los índices de capacidad de procesos deciden el nivel de calidad de un proceso. Basado en análisis tradicionales de capacidad de proceso resulta difícil medir esta cualidad cuando el proceso es multi variable. Basado en el análisis multi variable de Cpm presentado por Chan en 1991, este trabajo presenta un método espacial para el cálculo de capacidad de proceso. Que puede resolver casos multi variados descentrados y puede dar referencias del aseguramiento y mejoramiento del nivel de calidad de los procesos.

En general se define una variable  $X$  como una matriz de tamaño  $M \times N$  en la cual  $M$  es el número de características de calidad del proceso y  $N$  es el número de partes medidas. Se asume que las especificaciones existen para cada una de las  $M$  dimensiones. El índice multivariable se denomina MCp. La capacidad de proceso actualmente dicta la calidad del proceso, basada en el análisis de capacidad de proceso. Son fáciles y sencillos de calcular para procesos de una sola característica de calidad. Sin embargo en la mayoría de los procesos se cuida más de una característica de calidad al mismo tiempo y calcular índices por separado para cada característica nos llevaría a una medición fallida, analizar todas las características juntas con un índice de capacidad multi variable es más deseable para calcular estos índices. Este trabajo propone un método espacial para poder calcular la capacidad de un proceso, multivariable aun cuando este se encuentre descentrado. (Wang, S., & Yeh, A. B., 2010). *A spatial multivariate process capability index. In Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2010 IEEE International Conference on (pp. 1443-1445). IEEE.*

#### 2.6.10 Study on Process Capability Index Improvement Model

Este trabajo explica el desarrollo y los problemas de los índices de capacidad de proceso; para explorar los valores óptimos de los índices de capacidad de procesos, y establecer modelos de los índices de capacidad de proceso basados en la mínima pérdida de calidad. Los índices de capacidad de proceso son usados para medir el grado en el que el proceso cumple con los requerimientos. Es muy usado en la industria debido a su fácil cálculo y su claro significado. En este trabajo se combina la función de pérdida de la calidad, para evaluar desde los ángulos y dar un valor económico al índice de capacidad de proceso, y explorar el mínimo valor que toma la función de pérdida de calidad que

corresponde a que modelo de índices de capacidad de proceso. (Bai, B., et. al., 2011). *Study on process capability index improvement model. In 2011 2nd International Conference on Artificial Intelligence, Management Science and Electronic Commerce (AIMSEC).*

#### 2.6.11 Performance Analysis in Non-normal Linear Profiles Using Gamma Distribution

Generalmente, al analizar un proceso se asume que su comportamiento es bajo una distribución normal, sin embargo, en ocasiones esta suposición puede causar la interpretación errónea del comportamiento de estos procesos. Este trabajo se en el análisis de capacidad de proceso en procesos con comportamiento no normal. Usan la distribución de BURR para la estimación de los índices de capacidad. En este trabajo se propone un método basado en la distribución BURR para determinar los índices de capacidad  $C_p$  y  $c_{pk}$  de procesos cuyos comportamientos no pueden ser descritos por la distribución normal, y lo comparan con otro método anteriormente propuesto, que calcula los índices de capacidad mediante las curvas de la distribución CLEMENTS.

Y concluyen que el método que se propone proporciona una mejor estimación del índice de capacidad para procesos no normales, comparado con el método CLEMENTS. (Hosseinifard, S. Z., et. al., 2011). *Performance analysis in non-normal linear profiles using gamma distribution. In Information Technology: New Generations (ITNG), 2011 Eighth International Conference on (pp. 603-607). IEEE.*

#### 2.6.12 Gauge Measurement Errors and Multivariate Capability indices

Índices de capacidad univariados se han investigado extensivamente con o sin tener en cuenta errores en la medición; pero para el caso multivariado, el estudio de la capacidad de proceso considerando errores de medición, para la calidad de las características del producto, son comparativamente descuidados.

Dado que la corrección de los datos se basa en gran medida en la precisión del instrumento de medición, la evaluación los índices de capacidad ignorando los errores de medición no sería de confianza. En este trabajo, se considera un Índice de capacidad multivariado (MCP) mediante la adición del error de medición como una fuente de variación en los datos y el estudio estadístico de las propiedades del índice de capacidad obtenido. (Shishebori, D., & Hamadani, A. Z., 2010). *Gauge measurement errors and multivariate capability indices. In Networking and Information Technology (ICNIT), 2010 International Conference on (pp. 570-574). IEEE.*

#### 2.6.13 Improvement of economic integration of design with process capability index

El modelo de integración económica de diseño propuesto por Kim y Co propone ventajas de menos prejuicios y menor costo que los métodos tradicionales. Pero este método no se ha demostrado en la práctica como una herramienta de ingeniería para la toma de decisiones muy valiosa. Por lo que el índice de capacidad de proceso ( IPC ) se introdujo para mejorar el modelo. La metodología se ilustra con una aplicación exitosa al diseño de resina de poliamida, y estudio comparativo se realiza con software MATLAB. Los resultados muestran que el enfoque mejorado con PCI proporcionar mor flexibilidad para el diseño para fabricación. Ajuste de la robustez de tolerancia de la respuesta se puede mejorar con una cantidad significativa de los ahorros de costos totales. (He Z., et. al., 2009). *Improvement of economic integration of design with process capability index. Total Quality Management*, 20(11), 1255-1262.

#### 2.6.14 Photolithography Control in Wafer Fabrication Based on Process Capability Indices With Multiple Characteristics

La fotolitografía, típicamente contempla alrededor de un tercio del total de los costes de fabricación de obleas, es una de las operaciones más complejas y es el proceso más crítico en la fabricación de semiconductores. Los tres parámetros más importantes que determinan el rendimiento final de los dispositivos son: dimensión crítica (CD), la alineación exactitud y espesor fotorresistente (PR). El rendimiento del proceso, un criterio común utilizado en la industria de fabricación para el proceso de medición rendimiento, se puede aplicar a examinar el proceso de fotolitografía. En este trabajo, se resuelve el problema del control de la producción de fotolitografía basado en el índice de rendimiento  $c_{pk}$ . Los valores críticos requeridos para la prueba de la hipótesis, son obtenidas utilizando la simulación estándar técnica, para diversos requisitos de rendimiento de uso común. La investigación es útil para los usuarios para hacer decisiones fiables, ya sea en el rendimiento del proceso de prueba o para examinar la calidad examinando calidad de una gran cantidad de ingeniería en la fotolitografía. (Pearn W. L., et. al., 2009). *Photolithography control in wafer fabrication based on process capability indices with multiple characteristics. Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on*, 22(3), 351-356.

#### 2.6.15 On Empirical Bayes Procedures for Selecting the Best Manufacturing Process Based on Process Capability Index

Considerando K procesos de manufactura cuyos índices de capacidad de procesos son denotados por  $C_{pw}(i)$ , siempre desconocido. Dado un valor de control de  $C_{pw}(0)$ , estamos interesados en seleccionar algunos procesos de manufactura cuyos índices sean mayores a este indicador de control  $C_{pw}(0)$ . En este trabajo, bajo la referencia de Bayes,

se enfocan en los procesos de manufactura que siguen una distribución normal. Suponiendo que se tiene un nuevo producto bajo estudio, y que se tiene K números de procesos mediante los cuales se puede desarrollar este producto. En este trabajo están interesados en identificar cuál de estos procesos es el más deseable para producir el producto. Utilizan para elegir entre estos procesos el índice de capacidad de proceso propuesto por Spiring CPW que es modificación del Cpm, involucrando el  $C_p$ , Cpm, y  $c_{pk}$  como en caso especial. De esta manera se evalúa cada proceso y se propone un índice Cpw de control, que sirve para comparar si el proceso evaluado es bueno o no. Cuando se va a realizar la decisión del mejor proceso, se agrega una función de pérdida. Proponen una referencia sobre una regla de decisión basada en la decisión empírica de Bayes y esta regla resulta asintóticamente óptima. (Huang, W. T., & Lai, Y. T. 2007). *On Empirical Bayes Procedures for Selecting the Best Manufacturing Process Based on Process Capability Index. In Innovative Computing, Information and Control, 2007. ICICIC'07. Second International Conference on (pp. 244-244). IEEE.*

#### 2.6.16 Process Capability Evaluation in Skew Distributed Processes Based on SWV Method (Scaled weighted variance method)

El análisis de capacidad de producción es una importante herramienta de la administración de calidad SS. Los cálculos estándar de índices de capacidad están basados en la hipótesis de que las distribuciones de las variables de salida de los procesos siguen una distribución normal o aproximada a la normal. Existen muchos casos prácticos en los cuales las salidas no son normales. Porque la forma de sus distribuciones es desconocida, los resultados de las evaluaciones serían erróneos para evaluar el proceso. Cuando la distribución está sesgada, se utiliza el método CLEMENTS para estimar la forma de la distribución. Con una distribución que no es realmente conocida, existe una gran diferencia los resultados evaluados. Basado en el método de Scaled weighted Variance (SWV), algunas fórmulas de los índices de capacidad, que pueden ser utilizadas con una distribución sesgada, se establecen en este trabajo. Los procesos en la realidad son influenciados por muchos factores conocidos y desconocidos y sus distribuciones son sesgadas; la estimación de los índices de capacidad en estos casos indujera a cometer errores en estos procesos.

Bai y CHoi construyen un índice basado en el método de Varianzas ponderadas (WV), sin embargo Castagliola señala el método WV tiene un problema estadístico, y propone el método de la Varianza Escalar Ponderada (SWV), en este trabajo se toman los índices del método WV, se modifican y se proponen nuevos para el método SWV. (Jianfeng, Y. 2007). *Process Capability Evaluation in Skew Distributed Processes Based on SWV Method. In*

*Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2007. WiCom 2007. International Conference on (pp. 5919-5922). IEEE.*

#### 2.6.17 Process Capability for a Non-Normal Quality Characteristics Data

Los índices de capacidad de proceso son ampliamente usados en la industria hoy en día. Estas mediciones estadísticas ( $C_p$  y  $c_{pk}$ ) proveen una medición cuantitativa de la capacidad de proceso para la gente que tiene que tomar decisiones. Están basados en supuestos de normalidad, y proveen una mejor estimación de los parámetros del proceso si estos se distribuyen de manera normal. Pero esto no siempre ocurre en la práctica. En muchos casos la distribución característica de los datos del proceso no es normal. El aplicar métodos convencionales para calcular la capacidad del proceso, basado en supuestos de normalidad, arrojarán resultados erróneos que pueden conducir a tomar una decisión equivocada. En los casos en los que no se tiene información normal, la estimación de los índices de capacidad de proceso es crítico para poder hacer mejoras en el proceso este trabajo aplica un nuevo método basado en la distribución BURR para calcular los índices de capacidad de proceso y se comparan los resultados simulados con el método comúnmente usado de Clements.

Este trabajo busca tratar con datos no normales, menciona que lo más común al utilizar datos no normales es una transformación, para que una vez que los datos se conviertan en normales se puedan trabajar con métodos convencionales, habla también del método de Clements en el que se modifican las fórmulas de los índices para que se puedan utilizar con datos no normales. En este trabajo utilizan la distribución de Burr para calcular los índices de capacidad con las Ecuaciones propuestas por Clements, pero utilizan los estadísticos de Burr para encontrar los percentiles de las ecuaciones. De manera que se obtienen mejores estimaciones con este nuevo método. (Ahmad S., et. al., 2007, April). *Process capability for a non-normal quality characteristics data. In Information Technology, 2007. ITNG'07. Fourth International Conference on (pp. 420-424). IEEE.*

#### 2.6.18 Application of Non-Normal Process Capability Indices to Semiconductor Quality Control

En este trabajo se aborda la problemática de definir y de calcular estimaciones fiables de los índices de capacidad para procesos no normal (en articular del índice de capacidad real de proceso  $c_{pk}$ ). La definición y la estimación de índices de capacidad se basan por lo general, en el supuesto de que el proceso de producción bajo investigación se caracteriza por una distribución normal; sin embargo, los procesos no normales se produce con frecuencia en la práctica, como, por ejemplo, en la industria de semiconductores. (Bittanti

S., et. al. 1998). *Application of non-normal process capability indices to semiconductor quality control. Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on*, 11(2), 296-303.

## Capítulo 3: Materiales y Métodos

### 3.1 Materiales

Los materiales a utilizar en este trabajo son: computadora portátil marca ACER, modelo Aspire E1-421 con procesador AMD E-450 con 1.65 GHz, 4GB RAM.

Los software para el análisis estadístico de datos son:

- MINITAB®17, para realizar el cálculo de los modelos de segundo orden
- MATLAB® para llevar a cabo la simulación del sistema iterativo, en si del algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea
- Paquetería OFFICE® en especial hoja de cálculo Excel, para efectuar el análisis de los datos arrojados por los otros software.

### 3.2 Método

El presente trabajo de investigación se llevó a cabo en dos etapas principales: La etapa I: En la que se realizó un análisis para poder hacer una selección de medidas de sucesión óptimas ( $a_k$  y  $c_k$ ) del AAEPS que nos ayuden a optimizar las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $C_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR), esto debido a que en la literatura revisada, (Spall, 1998) establece que estas medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  son parámetros propuestos, desarrollados a base de casos de estudio, pero se pueden variar, dado que no hay un par de estas medidas de sucesión que sean las mejores para cualquier aplicación. Por otro lado, (Olguín, et. al., 2011) define que en estos algoritmos no existe un criterio en la selección de sus medidas de sucesión que garanticen la convergencia, lo cual puede llevar a que al implementarlos en la práctica diverjan, con el consecuente desperdicio de recursos. En la segunda etapa: Se realizó una validación del AAEPS como herramienta para el mejoramiento continuo de variables y funciones de respuesta, esto a partir de los estudios presentados por (Gedi, et. al. 2015).

ara la primera etapa, partimos del artículo presentado por (Olguín, et. al., 2011) titulado *Algoritmo de aproximaciones estocásticas para la optimización de procesos industriales* en el cual, mediante un diseño factorial clásico  $3^k$  se analizan los factores controlables de un proceso, para lograr minimizar la función de respuesta, en este caso el Error Cuadrático

Medio (ECM), mediante una superficie de respuesta representada por el siguiente modelo dual de segundo orden para la media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ).

$$\hat{Y}_{\mu} = 5.915 + 0.137X_1 + 1.893X_2 - 0.002X_1^2 - 0.031X_1X_2 - 0.04X_2^2 \quad (3.1)$$

$$\hat{Y}_{\sigma} = -18.585 + 0.749X_1 - 2.362X_2 - 0.002X_1^2 - 0.0115X_1X_2 + 1.065X_2^2 \quad (3.2)$$

Para nuestra investigación, tomaremos los modelos de regresión de segundo orden y evaluaremos las funciones de respuestas: índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR). La técnica es presentada en varias etapas. En sus primeras etapas se describen cuáles son las variables independientes y dependientes del proceso, se selecciona la clase del diseño experimental, se asignan y desarrollan los experimentos y se obtienen los modelos de segundo orden para la media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ); en las últimas etapas se desarrolla el algoritmo de aproximaciones estocástico con perturbación simultánea (AAEPS), que se calculó de acuerdo con los siguientes pasos, (Spall, 1998):

1. Inicialización. Seleccione el índice contador  $k=1$
2. Tome un valor supuesto del vector gradiente inicial de los valores de  $a$  y  $c$ ,
3. Definir los coeficientes de no negatividad  $A$ ,  $\alpha$  y  $g$ .

Los valores prácticamente efectivos y teóricamente válidos para  $\alpha$  y  $g$  son 0.602 y 0.101 respectivamente (los valores óptimos asintóticos de 1.0 y 1/6 pueden ser usados también (Spall 1998, Wang 2011, Olguín, et. al., 2011), Una guía útil al elegir a  $A$ , es hacerlo como si fuera mucho menor que el máximo número de iteraciones permitidas o esperadas, es por ello que se seleccionó  $A=100$ ,  $\alpha=0.16$ ,  $c=1$

4. Elegir las medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$ . (Andradóttir, 1995) y (Spall, 1998) establecen que el valor que asume típicamente para  $a_k = a/k$  y para  $c_k = c/(k+1)^g$  cuando el vector gradiente es igual a la media aritmética de  $m$  estimaciones. Sin embargo, como ya se mencionó, Spall (1998) establece que estas medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  son parámetros propuestos, desarrollados a base de casos de estudio, pero se pueden variar, dado que no hay un par de estas medidas de sucesión que sean las mejores para cualquier aplicación. En este trabajo de investigación evaluamos al menos 5 medidas de sucesión del valor de  $a_k$  que enlistaremos a continuación:

$$a. \quad a_k = \frac{a}{(A+k)^{\alpha}}, \quad (3.3)$$

$$b. \quad a_k = \frac{a}{(A+k+1)^{\alpha}}, \quad (3.4)$$

$$c. \quad a_k = \frac{a}{k}, \quad (3.5)$$

$$d. \quad a_k = \frac{a}{k^{2/3}}, \quad (3.6)$$

$$e. \quad a_k = \frac{a}{k^\alpha}, \quad (3.7)$$

Y dos medidas para  $c_k$  :

$$f. \quad C_k = \frac{c}{k^\gamma} \quad (3.8)$$

$$g. \quad C_k = \frac{c}{(1+k)^\gamma} \quad (3.9)$$

Tomadas de: (Spall, 2012), (Cipriani 2011), (Abdulsadda, 2011), (Altaf, 2011), (Wang, 2011), (Seyedpoor, 2011a), (Reardon, 2010), (McClary, 2010), (Venkatesh, 2010), (Sidorov 2009), (Bakute, 2005), (Bangerth, 2005), (Baltcheva 2003), (Spall, 1998), (Sadegh 1997), (Spall, 1997); por mencionar algunos.

En dónde:

a= Representa el valor inicial del tamaño de paso del vector gradiente

c= Representa el valor inicial del tamaño de paso en la aproximación del vector gradiente

A=Representa el Factor de Estabilidad

k= Representa al número de iteración que se evalúa.

$\alpha$ = Representa la Tasa de reducción del tamaño de paso del vector gradiente

$\gamma$  = Representa a la Tasa de reducción del tamaño de paso en la aproximación del vector gradiente (Finck 2010)

5. Elegir el vector de perturbación  $\Delta_k$ , generado por el método de Montecarlo, un vector de perturbación aleatorio p-dimensional  $\Delta_k$ , donde cada uno de los p componentes de  $\Delta_k$  son generados independientemente de una distribución de probabilidad con una media cero. Una opción para cada uno de los componentes del  $\Delta_k$  es usar una distribución Bernoulli  $\pm 1$  con probabilidad de 0.5 para cada resultado  $\pm 1$ . Nótese que variables uniformes y normales aleatorias no son permitidas para los elementos del  $\Delta_k$  por las condiciones regulares del AAEPS, (Brooks O. 2007), (Maryak and Chin 2008). En los trabajos reportados por (Olguín, et. al., 2011) en los que nos basamos para la realización de este trabajo los valores utilizados para este vector  $\Delta_k$  son:  $\Delta_k^+ = 3^\circ C$  y  $\Delta_k^- = 0.3 \text{ horas}$ .

6. A partir de los modelos de segundo orden  $y_m$  y  $y_s$  evaluaremos las funciones de respuestas: índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR) del proceso.

$$a. \quad \hat{C}_{pk} = \min \left\{ \frac{LES - y_\mu}{3y_\sigma}, \frac{y_\mu - LEI}{3y_\sigma} \right\} \quad (3.10)$$

$$b. \quad \hat{RD} = \min \{ (LES - y_\mu), (y_\mu - LEI) \} - 3y_\sigma \quad (3.11)$$

$$c. \hat{SNR}_{\max} = -10 \log \sum_{i=1}^m \left( \frac{1/C_{pki}^2}{n} \right) \quad (3.12)$$

7. Y se procede a obtener dos medidas de las funciones a maximizar basadas en la perturbación simultánea a partir del valor actual, se calcula  $C_{pk}^+(X_k^+)$ ,  $C_{pk}^-(X_k^-)$ ;  $RD^+(X_k^+)$ ,  $RD^-(X_k^-)$ ; y  $SNR^+(X_k^+)$ ,  $SNR^-(X_k^-)$  con las siguientes ecuaciones:

$$a. C_{pk}^+ = C_{pk} + C_k(\Delta_k^+); \quad C_{pk}^- = C_{pk} - C_k(\Delta_k^-) \quad (3.13)$$

$$b. RD^+ = RD + C_k(\Delta_k^+); \quad RD^- = RD - C_k(\Delta_k^-) \quad (3.14)$$

$$c. SNR^+ = SNR + C_k(\Delta_k^+); \quad SNR^- = SNR - C_k(\Delta_k^-) \quad (3.15)$$

8. Con estos valores se estiman los vectores gradiente:  $\frac{\partial \hat{C}_{pk}(X_k)}{\partial X}$ ,

$\frac{\partial \hat{RD}(X_k)}{\partial X}$  y  $\frac{\partial \hat{SNR}(X_k)}{\partial X}$  a través de las siguientes ecuaciones:

$$a. \frac{\partial \hat{C}_{pk}(X_k)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\hat{C}_{pk}^{(+)} - \hat{C}_{pk}^{(-)}}{2C_k \Delta_{k1}^{(\pm)}} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \frac{\hat{C}_{pk}^{(+)} - \hat{C}_{pk}^{(-)}}{2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)}} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$b. \frac{\partial \hat{RD}(X_k)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\hat{RD}^{(+)} - \hat{RD}^{(-)}}{2C_k \Delta_{k1}^{(\pm)}} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \frac{\hat{RD}^{(+)} - \hat{RD}^{(-)}}{2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)}} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$c. \frac{\partial \hat{SNR}(X_k)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\hat{SNR}^{(+)} - \hat{SNR}^{(-)}}{2C_k \Delta_{k1}^{(\pm)}} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \frac{\hat{SNR}^{(+)} - \hat{SNR}^{(-)}}{2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)}} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

9. Se actualiza el valor de  $X_k$  estimado a un nuevo valor  $X_{k+1}$ , esto se calcula usando las ecuaciones estándar del AAEPs como sigue:

$$X_{k+1} = X_k - a_k \varphi_k^\pm,$$

dónde:  $\varphi_k^\pm$  representa la aproximación del gradiente y se estima de la siguiente manera, para las funciones de respuesta: índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR) del proceso.

$$\varphi_k^\pm = \frac{C_{pk}^+ - C_{pk}^-}{2c_k \Delta_k^\pm} ; \quad (3.19)$$

$$\varphi_k^\pm = \frac{RD^+ - RD^-}{2c_k \Delta_k^\pm} \quad y \quad (3.20)$$

$$\varphi_k^\pm = \frac{SNR^+ - SNR^-}{2c_k \Delta_k^\pm} \quad (3.21)$$

10. Considerar a  $X_{k+1} = X_k$ , incrementar k en k+1 y regresar al paso 2.

Con el objetivo de encontrar la mejor combinación de las medidas de sucesión  $c_k$  y  $a_k$  se llevarán a cabo 500 iteraciones con cada una de las combinaciones, para posteriormente analizar los óptimos encontrados y poder elegir la pareja de estas medidas de sucesión que logren un máximo valor en las funciones de respuesta evaluadas en esta investigación.

Obteniendo estos valores óptimos se procederá a comparar los resultados encontrados con los reportados en (Olguín, et. al., 2011).

Para la segunda etapa se inició con el análisis presentado por (Gedi, et. al., 2015) en su trabajo titulado *Optimization of supercritical carbon dioxide (CO2) extraction of sardine (Sardinella lemuru Bleeker) oil using response surface methodology (RSM)*, en el cual se describe una técnica para la extracción de aceite de sardina mediante dióxido de carbono supercrítico (SC-CO2) y unos mililitros de etanol, optimizándose mediante la metodología de superficie de respuesta (RSM). En este trabajo se estudia la influencia de la presión de extracción (200–400 bars) y la temperatura (40–70 °C) sobre los rendimientos de extracción total (YIELD), y sobre las relaciones de ácido eicosapentaenoico (EPA) y ácido docosahexaenoico (DHA). En este trabajo, los resultados obtenidos con este método de extracción son comparados con los obtenidos con otros métodos de extracción como son Soxhlet y el método de Kinsella modificado (MKM).

De la misma manera que en la etapa anterior, partimos de los modelos de segundo orden generados por el diseño de experimentos utilizado por (Gedi, et. al., 2015), en este caso un Diseño Central Compuesto, para cada una de las respuestas evaluadas en este trabajo.

$$Yield = -34.08 + 0.151x_1 + 0.678x_2 - 0.000185x_1^2 - 0.00453x_2^2 - 0.000572x_1x_2 \quad (3.22)$$

$$EPA = 8.25 - 0.00346x_1 - 0.0730x_2 - 0.000009x_1^2 + 0.000187x_1x_2 \quad (3.23)$$

$$DHA = 14.8 + 0.0235x_1 + 0.101x_2 - 0.000031x_1^2 - 0.00189x_2^2 \quad (3.24)$$

Para nuestra investigación partiremos del diseño central compuesto y de los modelos reportados por Gedi(2015) para construir modelos de regresión lineal para la media y la desviación, para cada una de las respuestas evaluadas en este trabajo, como son el rendimiento (YIELD), y las relaciones de Ácido Eicosa Pentaenoico (EPA) y Ácido Docosa Hexaenoico (DHA). Utilizando el Software Minitab® se construyeron los siguientes modelos de regresión lineal de segundo orden.

$$\hat{Y}_{\mu-YIELD} = -34.26 + 0.1504X_1 + 0.6631X_2 - 0.000184X_1^2 - 0.000572X_1X_2 - 0.004413X_2^2 \quad (3.25)$$

$$\hat{Y}_{\sigma-YIELD} = -0.227 + 0.00127X_1 - 0.0125X_2 + 0.00001X_1^2 - 0.000141X_1X_2 + 0.000555X_2^2 \quad (3.26)$$

Con coeficientes de correlación  $r^2 = 97.76\%$  para el modelo de la media y  $95.45\%$  para el modelo de la desviación

$$\hat{Y}_{\mu-EPA} = 7.972 + 0.0033X_1 + 0.06349X_2 - 0.000009X_1^2 - 0.000187X_1X_2 - 0.000087X_2^2 \quad (3.27)$$

$$\hat{Y}_{\sigma-EPA} = -0.153 + 0.00105X_1 + 0.00009X_2 - 0.000001X_1^2 - 0.000007X_1X_2 + 0.000029X_2^2 \quad (3.28)$$

Con coeficientes de correlación  $r^2 = 98.77\%$  para el modelo de la media y  $42.35\%$  para el modelo de la desviación

$$\hat{Y}_{\mu-DHA} = 12.796 + 0.03005X_1 + 0.1377X_2 - 0.000029X_1^2 - 0.000137X_1X_2 - 0.001879X_2^2 \quad (3.29)$$

$$\hat{Y}_{\sigma-DHA} = -0.07 - 0.00103X_1 - 0.0106X_2 + 0.000005X_1^2 - 0.00026X_1X_2 + 0.000023X_2^2 \quad (3.30)$$

Con coeficientes de correlación  $r^2 = 99.66\%$  para el modelo de la media y  $22.2\%$  para el modelo de la desviación

Seguido a esto aplicaremos el Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultanea (AAEPS), siguiendo los siguientes pasos definidos por (Spall, 1998)

1. Inicialización. Seleccionar el índice contador  $K=1$
2. Tomar un valor supuesto del vector gradiente inicial de los valores  $a$  y  $c$ , en esta etapa de la investigación tomamos los siguientes valores  $a=0.16$  y  $c=1$ .

3. Definir los coeficientes de no negatividad  $A$ ,  $\alpha$  y  $\gamma$ . Para esta etapa de la investigación se utilizó  $A=100$ ,  $\alpha=0.602$  y  $\gamma=0.101$
4. Se utilizaron las medidas de sucesión  $a_k = \frac{a}{k}$  y  $c_k = \frac{c}{k^\gamma}$  ya definidas en la primera etapa de esta investigación.
5. Elegir el vector de perturbación  $\Delta_k$ , en nuestro caso  $\Delta_k^+ = 141.4$  bars y  $\Delta_k^- = -21.5$  °C
6. A partir de los modelos de segundo orden para la media  $y_m$  y la desviación  $y_\sigma$  evaluaremos las variables de respuestas que se reportan en el artículo, tales como sobre los rendimientos de extracción total (YIELD), y sobre las relaciones de Ácido Eicosa Pentaenoico (EPA) y Ácido Docosa Hexaenoico (DHA).
7. Y se procede a obtener dos medidas de las funciones a maximizar basadas en la perturbación simultánea a partir del valor actual, se calcula  $YIELD^+(X_k^+)$ ,  $YIELD^-(X_k^-)$ ;  $EPA^+(X_k^+)$ ,  $EPA^-(X_k^-)$ ; y  $DHA^+(X_k^+)$ ,  $DHA^-(X_k^-)$  con las siguientes ecuaciones:

$$a. \quad YIELD^+ = YIELD + C_k(\Delta_k^+); \quad YIELD^- = YIELD - C_k(\Delta_k^-) \quad (3.31)$$

$$b. \quad EPA^+ = EPA + C_k(\Delta_k^+); \quad EPA^- = EPA - C_k(\Delta_k^-) \quad (3.32)$$

$$c. \quad DHA^+ = DHA + C_k(\Delta_k^+); \quad DHA^- = DHA - C_k(\Delta_k^-) \quad (3.33)$$

8. Con estos valores se estiman los vectores gradiente:  $\frac{\partial YIELD(X_k)}{\partial X}$ ,  $\frac{\partial EPA(X_k)}{\partial X}$  y  $\frac{\partial DHA(X_k)}{\partial X}$  a través de las siguientes ecuaciones:

$$a. \quad \frac{\partial YIELD(X_k)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{YIELD_{pk}^{(+)} - YIELD_{pk}^{(-)}}{2C_k\Delta_{k1}^{(\pm)}} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \frac{YIELD_{pk}^{(+)} - YIELD_{pk}^{(-)}}{2C_k\Delta_{kd}^{(\pm)}} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$b. \frac{\partial EPA(X_k)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{EPA^{(+)} - EPA^{(-)}}{2C_k \Delta_{k1}^{(\pm)}} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \frac{EPA^{(+)} - EPA^{(-)}}{2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)}} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$c. \frac{\partial DHA(X_k)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{DHA^{(+)} - DHA^{(-)}}{2C_k \Delta_{k1}^{(\pm)}} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \frac{DHA^{(+)} - DHA^{(-)}}{2C_k \Delta_{kd}^{(\pm)}} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

9. Se actualiza el valor de  $X_k$  estimado a un nuevo valor  $X_{k+1}$ , esto se calcula usando las ecuaciones estándar del AAEPs como sigue:

$$X_{k+1} = X_k - a_k \varphi_k^{\pm},$$

Dónde:  $\varphi_k^{\pm}$  representa la aproximación del gradiente y se estima de la siguiente manera, para las variables de respuesta que se evalúan tales como los rendimientos de extracción total (YIELD), y sobre las relaciones de Ácido Eicosa Pentaenoico (EPA), y Ácido Docosa Hexaenoico (DHA).

$$\varphi_k^{\pm} = \frac{YIELD^{+} - YIELD^{-}}{2c_k \Delta_k^{\pm}} ; \quad (3.37)$$

$$\varphi_k^{\pm} = \frac{EPA^{+} - EPA^{-}}{2c_k \Delta_k^{\pm}} \quad y \quad (3.38)$$

$$\varphi_k^{\pm} = \frac{DHA^{+} - DHA^{-}}{2c_k \Delta_k^{\pm}} \quad (3.39)$$

10. Considerar a  $X_{k+1} = X_k$ , incrementar k en k+1 y regresar al paso 2.

Con el objetivo de encontrar la combinación de los niveles de los factores controlables X1(Bars) y X2 (°C) se llevarán a cabo 500 iteraciones con cada una de las variables de respuesta, tomando como valores iniciales cada uno de los puntos del Diseño Central Compuesto para el inicio del proceso iterativo. Posteriormente se analizarán los resultados obtenidos para poder compararlos con los resultados encontrados por (Gedi, et. al., 2015).

## Capítulo 4: Resultados y Discusión

A continuación se presenta el análisis y la discusión de los resultados obtenidos en este trabajo de investigación, así como la validación de las hipótesis planteadas en esta tesis mediante simulación. Hipótesis que plantean al AAEPS como una herramienta para el mejoramiento continuo de los procesos productivos.

Como se mencionó en el capítulo 3 de esta tesis esta se llevó a cabo en dos etapas principales: La etapa I: En la que se realizó un análisis para hacer una selección de medidas de sucesión optimas ( $a_k$  y  $c_k$ ) del AAEPS que nos ayuden a optimizar las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $C_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR). Y la etapa II: En la que se realizó una validación del AAEPS como herramienta para el mejoramiento continuo de variables y funciones de respuesta.

Para la primera etapa, a partir de los modelos de segundo orden presentados por (Olguín et. al., 2011), evaluamos el AAEPS con las combinaciones experimentales de las medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  encontradas con más frecuencia en la literatura. Para simplificar el análisis de las mismas se numeraron de la siguiente manera:

Para la medida de sucesión  $a_k$  tendremos:

$$1. a_k = \frac{a}{(A+k)^\alpha} \quad (4.1)$$

$$2. a_k = \frac{a}{(A+k+1)^\alpha} \quad (4.2)$$

$$3. a_k = \frac{a}{k} \quad (4.3)$$

$$4. a_k = \frac{a}{k^{2/3}} \quad (4.4)$$

$$5. a_k = \frac{a}{k^\alpha} \quad (4.5)$$

Y para la medida de sucesión  $c_k$

$$1. C_k = \frac{c}{k^\gamma} \quad (4.6)$$

$$2. C_k = \frac{c}{(1+k)^\gamma} \quad (4.7)$$

Se llevaron a cabo las diferentes combinaciones experimentales de las medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  del AAEPS las diferentes combinaciones, evaluadas a cien, doscientas y quinientas iteraciones para poder evaluar e identificar posibles comportamientos del algoritmo frente a las funciones de respuesta, índice de capacidad de proceso ( $C_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR). Cabe señalar que el análisis de cada función de respuesta se realizó por separado. Los máximos resultados obtenidos

de las evaluaciones de las distintas combinaciones de las diferentes medidas de sucesión se ordenan y se presentan a continuación en las siguientes tablas y gráficas.

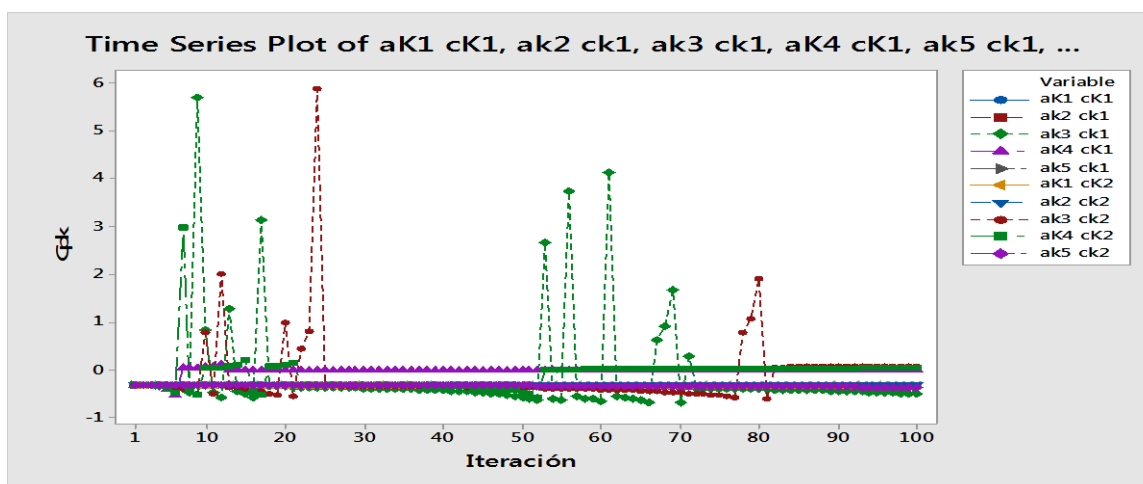
Para la función de respuesta, Índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), se obtuvieron los siguientes resultados. Primero se evaluaron las iteraciones de la 1 a la 100 y los valores máximos encontrados se muestran en la Tabla 4.3

Tabla 4.3 Iteraciones de la 1 a la 100 de la función  $c_{pk}$

| $a_k$    | $C_k$    | $X_1$ opt      | $X_2$ opt     | $C_{pk}$ opt  | Pos       |
|----------|----------|----------------|---------------|---------------|-----------|
| 1        | 1        | 64.9976        | 4.5243        | -0.3158       | 55        |
| 2        | 1        | 64.9976        | 4.5242        | -0.3158       | 55        |
| <b>3</b> | <b>1</b> | <b>62.5239</b> | <b>5.4719</b> | <b>5.6935</b> | <b>9</b>  |
| 4        | 1        | 62.5132        | 6.2598        | 0.1148        | 12        |
| 5        | 1        | 64.9977        | 4.5231        | -0.3160       | 5         |
| 1        | 2        | 64.9976        | 4.5242        | -0.3158       | 55        |
| 2        | 2        | 64.9976        | 4.5241        | -0.3158       | 55        |
| <b>3</b> | <b>2</b> | <b>62.7556</b> | <b>5.4877</b> | <b>5.8698</b> | <b>24</b> |
| <b>4</b> | <b>2</b> | <b>64.8867</b> | <b>5.6333</b> | <b>2.9784</b> | <b>7</b>  |
| 5        | 2        | 64.9973        | 4.5265        | -0.3160       | 6         |

Fuente: propia

Los comportamientos a lo largo de las cien iteraciones de cada combinación experimental de las medidas  $a_k$  y  $c_k$  se muestran en la Gráfica 4.1



Gráfica 4.1 Comportamiento del AAEPS en las primeras cien Iteraciones de la función  $c_{pk}$

Fuente: propia

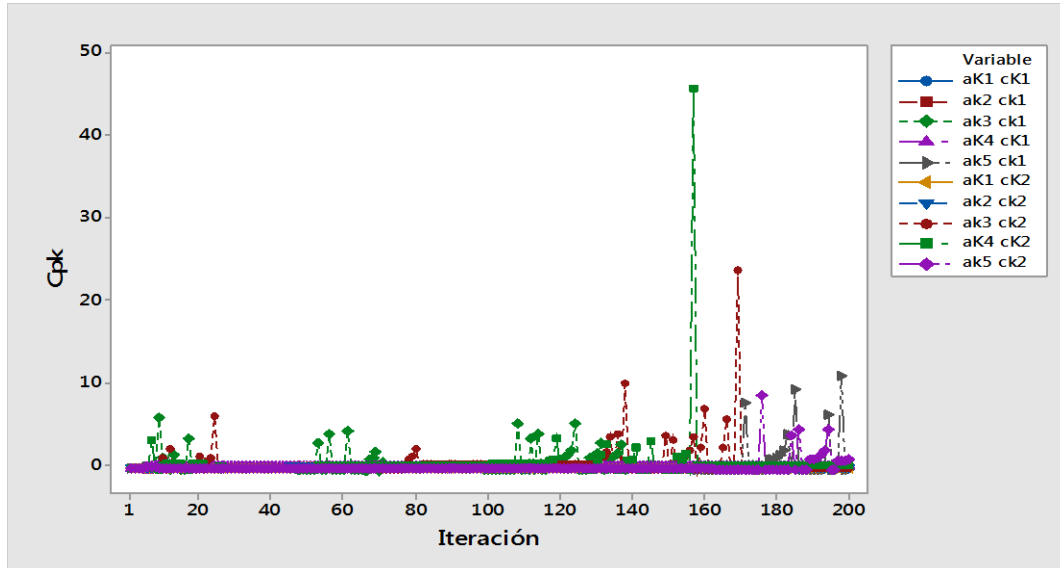
Seguido a eso se evaluaron las mismas condiciones pero hasta la iteración doscientos. Los máximos valores obtenidos se muestran en la Tabla 4.4:

Los comportamientos a lo largo de las doscientas iteraciones de cada combinación de las medidas de sucesión se muestran en la Gráfica 4.2:

Tabla 4.4 Iteraciones de la 1 a la 200 de la función  $c_{pk}$

| $a_k$    | $C_k$    | $X_1$ opt      | $X_2$ opt     | $C_{pk}$ opt   | Pos        |
|----------|----------|----------------|---------------|----------------|------------|
| 1        | 1        | 64.9976        | 4.5243        | -0.3158        | 55         |
| 2        | 1        | 64.9976        | 4.5242        | -0.3158        | 55         |
| <b>3</b> | <b>1</b> | <b>62.5239</b> | <b>5.4719</b> | <b>5.6935</b>  | <b>9</b>   |
| 4        | 1        | 62.5132        | 6.2598        | 0.1148         | 12         |
| <b>5</b> | <b>1</b> | <b>63.1585</b> | <b>5.5048</b> | <b>10.7603</b> | <b>198</b> |
| 1        | 2        | 64.9976        | 4.5242        | -0.3158        | 55         |
| 2        | 2        | 64.9976        | 4.5241        | -0.3158        | 55         |
| <b>3</b> | <b>2</b> | <b>63.1325</b> | <b>5.4952</b> | <b>23.6241</b> | <b>169</b> |
| <b>4</b> | <b>2</b> | <b>64.8867</b> | <b>5.6333</b> | <b>2.9784</b>  | <b>7</b>   |
| <b>5</b> | <b>2</b> | <b>63.1384</b> | <b>5.5075</b> | <b>8.4123</b>  | <b>176</b> |

Fuente: propia



Gráfica 4.2 Comportamiento del AAEPS en las primeras doscientas iteraciones de la función  $c_{pk}$

Fuente: propia

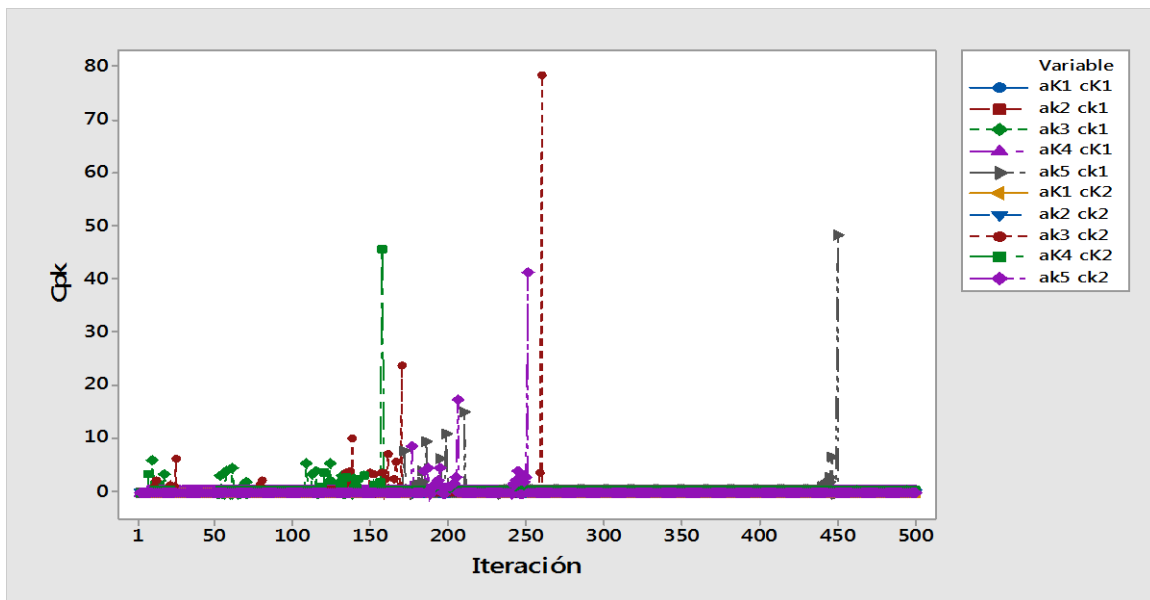
Por último se evaluaron las condiciones hasta la iteración numero quinientos. Donde los máximos valores obtenidos se muestran en la Tabla 4.5.

Y los comportamientos a lo largo de las quinientas iteraciones de cada combinación de las medidas de sucesión se muestran en la Gráfica 4.3:

Tabla 4.5 Iteraciones de la 1 a la 500 de la función  $c_{pk}$

| $a_k$    | $C_k$    | X1 opt         | X2 opt        | $c_{pk}$ opt   | Pos        |
|----------|----------|----------------|---------------|----------------|------------|
| 1        | 1        | 64.9976        | 4.5243        | -0.3158        | 55         |
| 2        | 1        | 64.9976        | 4.5242        | -0.3158        | 55         |
| <b>3</b> | <b>1</b> | <b>62.5239</b> | <b>5.4719</b> | <b>5.6935</b>  | <b>9</b>   |
| 4        | 1        | 62.5132        | 6.2598        | 0.1148         | 12         |
| <b>5</b> | <b>1</b> | <b>63.2969</b> | <b>5.5026</b> | <b>48.2164</b> | <b>449</b> |
| 1        | 2        | 64.9976        | 4.5242        | -0.3158        | 55         |
| 2        | 2        | 64.9976        | 4.5241        | -0.3158        | 55         |
| <b>3</b> | <b>2</b> | <b>63.2067</b> | <b>5.4955</b> | <b>78.3644</b> | <b>259</b> |
| <b>4</b> | <b>2</b> | <b>64.8867</b> | <b>5.6333</b> | <b>2.9784</b>  | <b>7</b>   |
| <b>5</b> | <b>2</b> | <b>63.2005</b> | <b>5.4969</b> | <b>41.2858</b> | <b>250</b> |

Fuente: propia



Gráfica 4.3 Comportamiento del AAEPS en las primeras quinientas Iteraciones de la función  $c_{pk}$

Fuente: propia

Los resultados obtenidos nos muestran que si existe una diferencia en el rendimiento del algoritmo, y esta diferencia implica las medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  que se utilice.

Tomando en cuenta que la respuesta que evaluamos y estamos intentando maximizar es el índice  $C_{pk}$ , y que un valor de 1.33 denota un proceso aceptable y valores de 2.0 un proceso de clase mundial; buscamos obtener valores superiores a ese valor. Dichos valores podemos ubicarlos en las tablas 4.3, 4.4 y 4.5 marcados en negritas, así como en los gráficos se puede notar los puntos máximos de los comportamientos que sigue la variable de respuesta  $C_{pk}$  con las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ . Donde, se encontraron los mejores resultados con las siguientes combinaciones:

- En la combinación  $a_k$  3 y  $C_k$  1, en la iteración **no. 9** se logra obtener un  $C_{pk}$  **de 5.6935**
- En la combinación  $a_k$  3 y  $C_k$  2, en la iteración **no. 24** se logra obtener un  $C_{pk}$  **de 5.8698**
- En la combinación  $a_k$  4 y  $C_k$  2, en la iteración **no. 7** se logra obtener un  $C_{pk}$  **de 2.9784**

Para la función de respuesta, Índice de respuesta dual (RD), se obtuvieron los siguientes resultados.

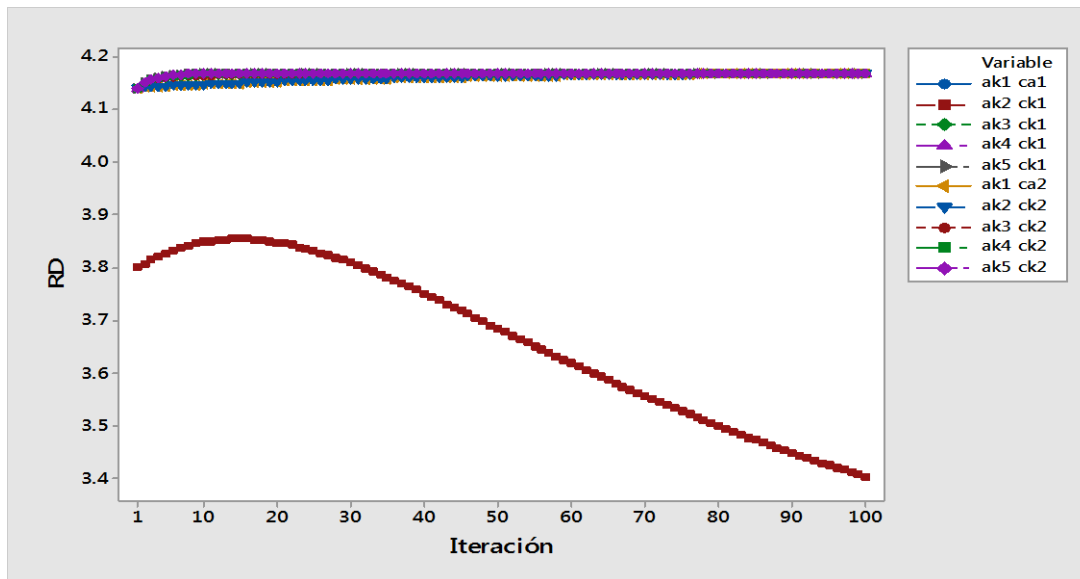
Primero se evaluaron las iteraciones de la 1 a la 100 y los valores máximos encontrados se muestran en la Tabla 4.6

Tabla 4.6 Iteraciones de la 1 a la 100 de la función RD

| $a_k$    | $C_k$    | RD max        | X1 opt         | X2 opt        | Iteración  |
|----------|----------|---------------|----------------|---------------|------------|
| 1        | 1        | 4.1670        | 64.9975        | 4.5251        | 101        |
| <b>2</b> | <b>1</b> | <b>3.8535</b> | <b>63.9867</b> | <b>4.6326</b> | <b>15</b>  |
| 3        | 1        | 4.1671        | 64.9974        | 4.5259        | 100        |
| 4        | 1        | 4.1675        | 64.9970        | 4.5298        | 78         |
| 5        | 1        | 4.1675        | 64.9970        | 4.5298        | 78         |
| 1        | 2        | 4.1675        | 64.9970        | 4.5298        | 78         |
| <b>2</b> | <b>2</b> | <b>4.1670</b> | <b>64.9975</b> | <b>4.5250</b> | <b>100</b> |
| 3        | 2        | 4.1671        | 64.9974        | 4.5259        | 100        |
| 4        | 2        | 4.1675        | 64.9970        | 4.5298        | 78         |
| 5        | 2        | 4.1676        | 64.9970        | 4.5301        | 59         |

Fuente: propia

Los comportamientos a lo largo de las cien iteraciones de cada combinación de las medidas de sucesión se muestran en la Gráfica 4.4:



Gráfica 4.4 Comportamiento del AAEPS en Iteraciones de la 1 a la 100 de la función RD

Fuente: propia

Seguido a eso se evaluaron las mismas condiciones pero hasta la iteración doscientos.

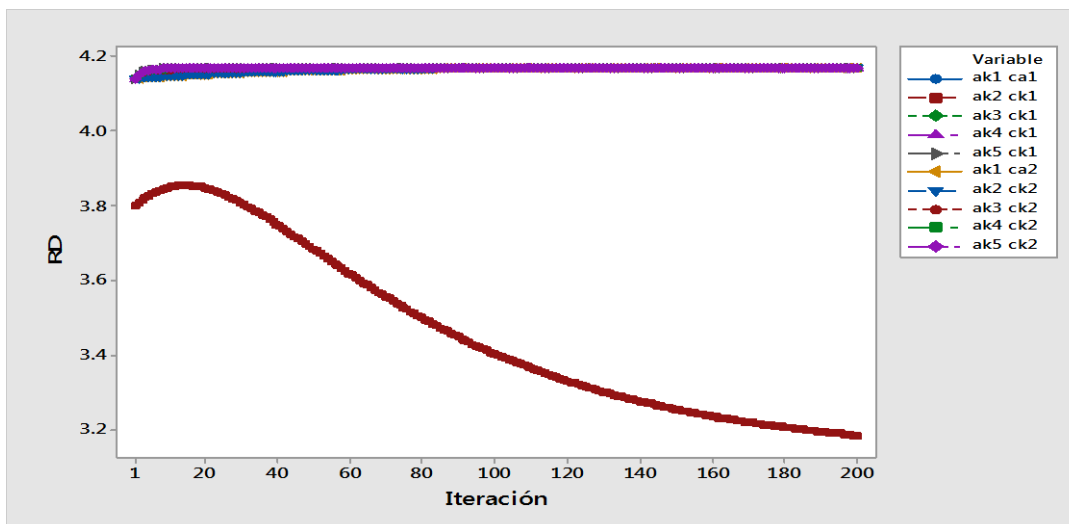
Los máximos valores obtenidos se muestran en la Tabla 4.7:

Tabla 4.7 Iteraciones de la 1 a la 200 de la función RD

| $a_k$    | $C_k$    | RD max        | X1 opt         | X2 opt        | Iteración |
|----------|----------|---------------|----------------|---------------|-----------|
| 1        | 1        | 4.1674        | 64.9972        | 4.5281        | 201       |
| <b>2</b> | <b>1</b> | <b>3.8535</b> | <b>63.9867</b> | <b>4.6326</b> | <b>15</b> |
| 3        | 1        | 4.1672        | 64.9973        | 4.5267        | 200       |
| 4        | 1        | 4.1675        | 64.9970        | 4.5298        | 78        |
| 5        | 1        | 4.1676        | 64.9970        | 4.5301        | 59        |
| 1        | 2        | 4.1674        | 64.9972        | 4.5281        | 200       |
| 2        | 2        | 4.1674        | 64.9972        | 4.5281        | 200       |
| 3        | 2        | 4.1672        | 64.9973        | 4.5267        | 200       |
| 4        | 2        | 4.1675        | 64.9970        | 4.5298        | 78        |
| 5        | 2        | 4.1676        | 64.9970        | 4.5301        | 59        |

Fuente: propia

Los comportamientos a lo largo de las doscientas iteraciones de cada combinación de las medidas de sucesión se muestran en la Gráfica 4.5:



Gráfica 4.5 Comportamiento del AAEPS en Iteraciones de la 1 a la 200 de la función RD

Fuente: propia

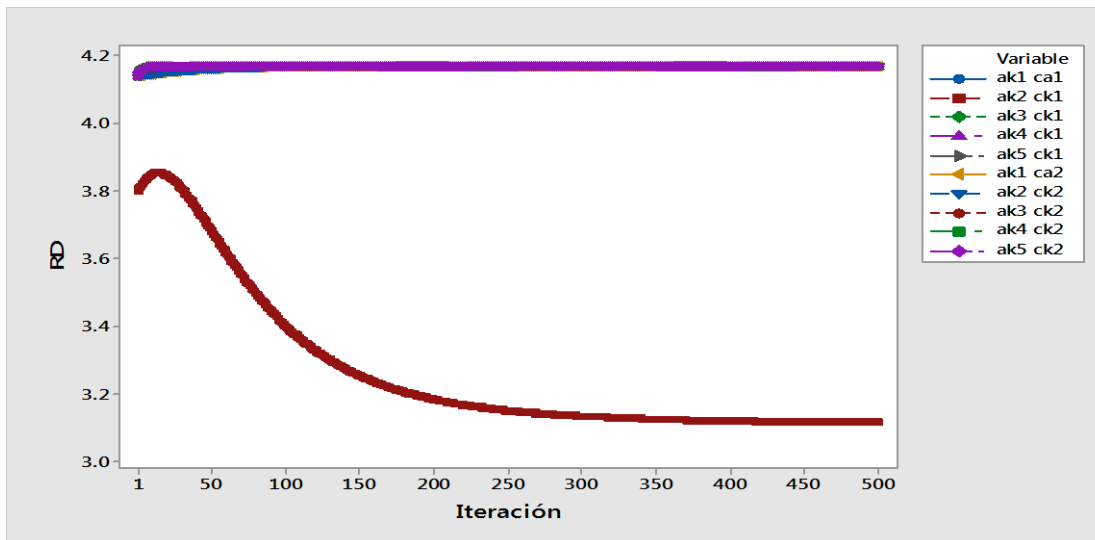
Por último se evaluaron las mismas condiciones pero ahora hasta la iteración quinientos. Los máximos valores obtenidos se muestran en la Tabla 4.8

Tabla 4.8 Iteraciones de la 1 a la 500 de la función RD

| $a_k$    | $C_k$    | RD max        | X1 opt         | X2 opt        | Iteración |
|----------|----------|---------------|----------------|---------------|-----------|
| 1        | 1        | 4.1674        | 64.9972        | 4.5284        | 297       |
| <b>2</b> | <b>1</b> | <b>3.8535</b> | <b>63.9867</b> | <b>4.6326</b> | <b>15</b> |
| 3        | 1        | 4.1673        | 64.9973        | 4.5272        | 500       |
| 4        | 1        | 4.1675        | 64.9970        | 4.5298        | 78        |
| 5        | 1        | 4.1676        | 64.9970        | 4.5301        | 59        |
| 1        | 2        | 4.1674        | 64.9972        | 4.5284        | 297       |
| 2        | 2        | 4.1674        | 64.9972        | 4.5284        | 298       |
| 3        | 2        | 4.1673        | 64.9973        | 4.5272        | 500       |
| 4        | 2        | 4.1675        | 64.9970        | 4.5298        | 78        |
| 5        | 2        | 4.1676        | 64.9970        | 4.5301        | 59        |

Fuente: propia

Y los comportamientos a lo largo de las quinientas iteraciones de cada combinación de las medidas de sucesión se muestran en la Gráfica 4.6:



Gráfica 6 Comportamiento del AAEPS en las primeras quinientas iteraciones de la función RD

Fuente: propia

Los resultados obtenidos para la función de respuesta índice de respuesta dual (RD) nos muestran que no existe una diferencia aparente en el rendimiento del algoritmo, diferencia que implique a las distintas medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  que se utilicen.

Tomando en cuenta que la respuesta que evaluamos y estamos intentando maximizar es el índice RD, y que esta función de respuesta es del tipo lo mayor es lo mejor. Los valores mayores obtenidos podemos ubicarlos en las tablas 4.6, 4.7 y 4.8, así como en los gráficos se puede notar los comportamientos que sigue la variable de respuesta RD con las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ .

Para la función de respuesta, Índice de razón señal a ruido (SNR), se obtuvieron los siguientes resultados.

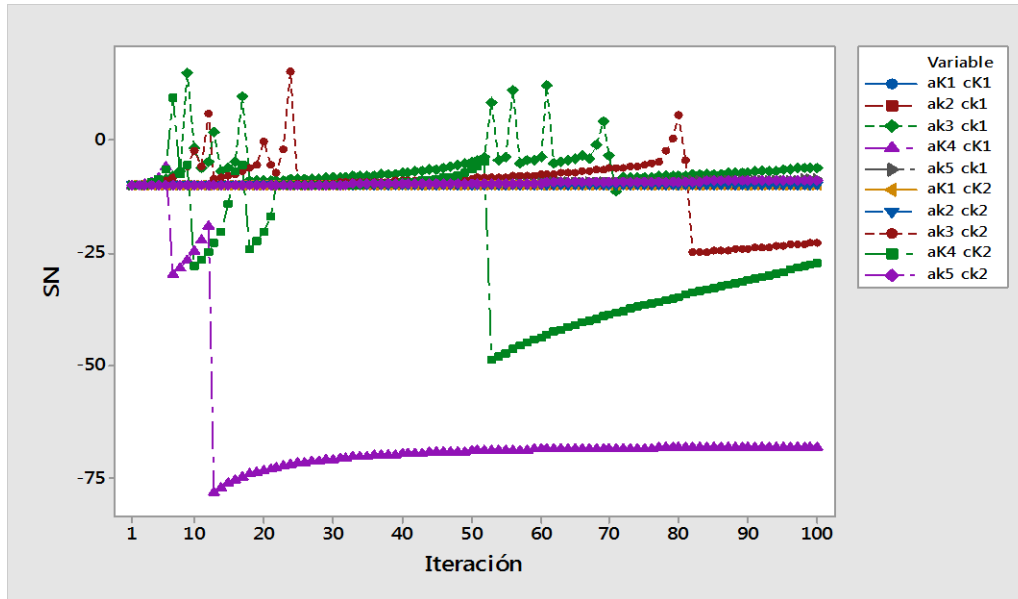
Primero se evaluaron las iteraciones de la 1 a la 100 y los valores máximos encontrados se muestran en la Tabla 4.9, los comportamientos a lo largo de las cien iteraciones de cada combinación se muestran en la Gráfica 4.7

Tabla 4.9 Iteraciones de la 1 a la 100 de la función SNR

| SNR Max  |          |                | Iteración |
|----------|----------|----------------|-----------|
| 1        | 1        | -9.8733        | 1         |
| 2        | 1        | -9.8733        | 1         |
| <b>3</b> | <b>1</b> | <b>15.1075</b> | <b>9</b>  |
| 4        | 1        | -5.6304        | 6         |
| 5        | 1        | -8.6390        | 100       |

|          |          |                |           |
|----------|----------|----------------|-----------|
| 1        | 2        | -9.8733        | 1         |
| 2        | 2        | -9.8733        | 1         |
| <b>3</b> | <b>2</b> | <b>15.3725</b> | <b>24</b> |
| 4        | 2        | 9.4796         | 7         |
| 5        | 2        | -8.7093        | 100       |

Fuente: propia



Gráfica 4.7 Comportamiento del AAEPS en las primeras cien iteraciones de la función SNR

Fuente: propia

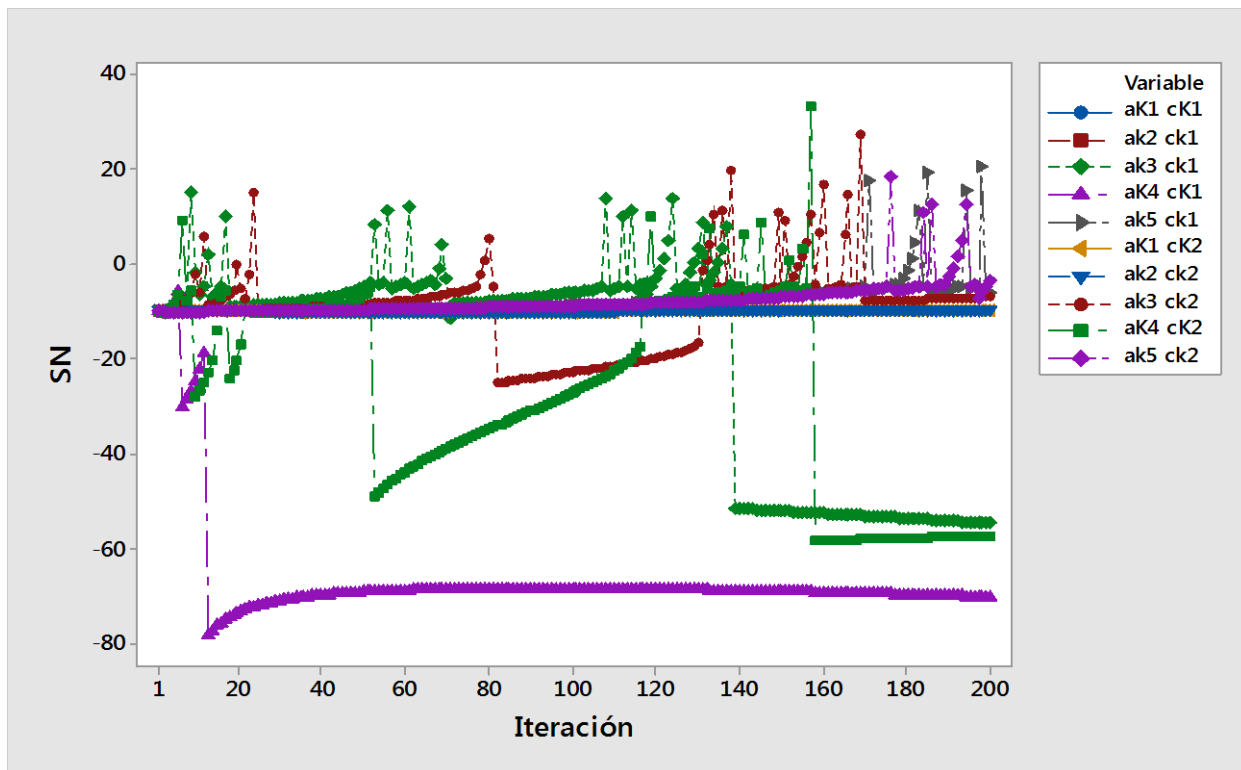
Seguido a eso se evaluaron las mismas condiciones pero hasta la iteración doscientos. Los máximos valores obtenidos se muestran en la Tabla 4.10. Los comportamientos a lo largo de las doscientas iteraciones de cada combinación de las medidas de sucesión se muestran en la Gráfica 4.8:

Tabla 4.10 Iteraciones de la 1 a la 200 de la función SNR

|   |          | SNR Max        | Iteración  |
|---|----------|----------------|------------|
| 1 | 1        | -9.7956        | 200        |
| 2 | 1        | -9.7975        | 200        |
| 3 | <b>1</b> | <b>15.1075</b> | <b>9</b>   |
| 4 | 1        | -5.6304        | 6          |
| 5 | <b>1</b> | <b>20.6365</b> | <b>198</b> |
| 1 | 2        | -9.7986        | 199        |
| 2 | 2        | -9.7987        | 200        |
| 3 | <b>2</b> | <b>27.4671</b> | <b>169</b> |

|   |   |         |     |
|---|---|---------|-----|
| 4 | 2 | 33.2026 | 157 |
| 5 | 2 | 18.4983 | 176 |

Fuente: propia



Gráfica 4.8 Comportamiento del AAEPs en iteraciones de la 1 a la 200 de la función SNR

Fuente: propia

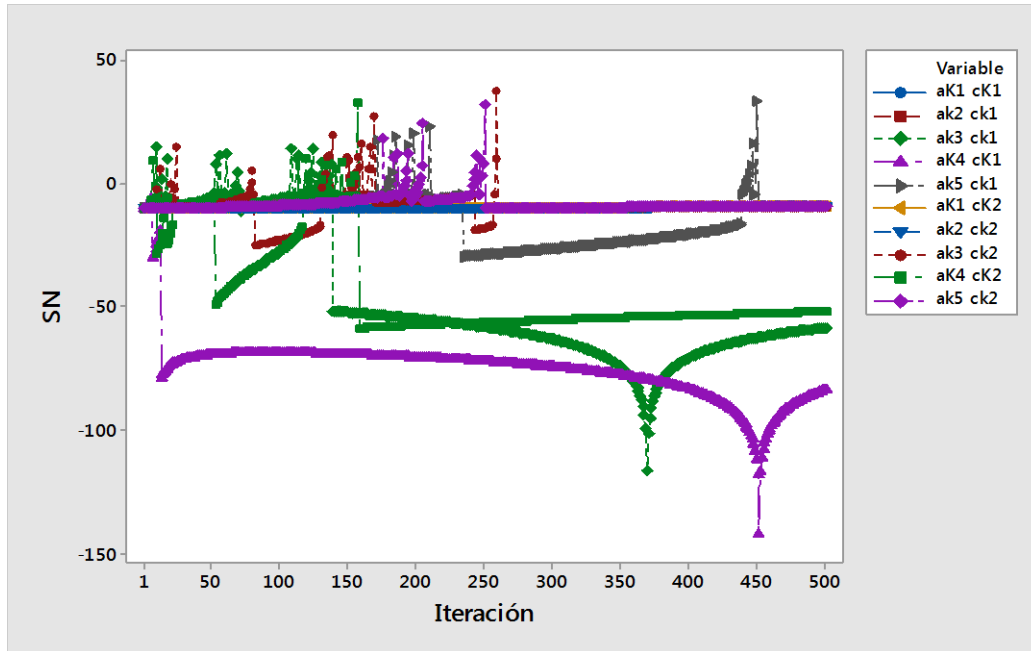
Por último se evaluaron las mismas condiciones pero ahora hasta la iteración quinientos. Los máximos valores obtenidos se muestran en la Tabla 4.11

Tabla 4.11 Iteraciones de la 1 a la 500 de la función SNR

|          |          | SNR Max        | Iteración  |
|----------|----------|----------------|------------|
| 1        | 1        | -8.9213        | 500        |
| 2        | 1        | -8.9318        | 500        |
| <b>3</b> | <b>1</b> | <b>15.1075</b> | <b>9</b>   |
| 4        | 1        | -5.6304        | 6          |
| <b>5</b> | <b>1</b> | <b>33.6639</b> | <b>449</b> |
| 1        | 2        | -8.9271        | 500        |
| 2        | 2        | -8.9375        | 500        |
| <b>3</b> | <b>2</b> | <b>37.8824</b> | <b>259</b> |
| <b>4</b> | <b>2</b> | <b>33.2026</b> | <b>157</b> |
| <b>5</b> | <b>2</b> | <b>32.316</b>  | <b>500</b> |

Fuente: propia

Y los comportamientos a lo largo de las quinientas iteraciones de cada combinación de las medidas de sucesión se muestran en la Gráfica 4.9:



Gráfica 4.9 Comportamiento del AAEPS en las primeras quinientas iteraciones de la función SNR

Fuente: propia

Los resultados obtenidos para la función de respuesta índice de razón señal a ruido (SNR) nos muestran que sí existe una diferencia significativa en el rendimiento del algoritmo, la cual depende de las medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  que se utilicen.

Por otro lado, la respuesta que evaluamos es el índice SNR, esta función de respuesta es del tipo lo mayor es lo mejor. Los valores mayores obtenidos podemos ubicarlos en las tablas 4.9, 4.10 y 4.11, así como en los gráficos se puede observar los comportamientos que sigue la variable de respuesta SNR con las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ .

Hasta ahora, solo analizando las gráficas se ha estado suponiendo si existe o no una diferencia significativa en el rendimiento del AAEPS, que implique que el utilizar cierta medida de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  ayuden a encontrar una mejor solución en una menor cantidad de iteraciones. Por ello se ha dado a la tarea de realizar análisis de varianza (ANOVA) con un nivel de 95% de confianza y un nivel de significancia de  $\alpha=0.05$ , para cada una de las variables de respuesta, con sus

diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ , los resultados de estos análisis de varianza se muestran a continuación:

Para la función de respuesta  $c_{pk}$  se analizaron los resultados obtenidos de la prueba de las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ , los datos reportados en las tablas 4.3, 4.4 y 4.5 se observa que existen ciertos valores que destacan sobre los demás, es por ello que se tomó la información de los análisis experimentales de las iteraciones de la 1 a la 100, de la 1 a la 200 y de la 1 a la 500 para realizar un análisis de varianza que nos ayudara a comprobar nuestra hipótesis referente a la diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ , para maximizar el índice de capacidad de procesos  $c_{pk}$  de los análisis ANOVAS se obtuvieron los siguientes resultados, mostrados en la tabla 4.12.

Tabla 4.12 Análisis ANOVA para la función  $c_{pk}$ , en 100, 200 y 500 iteraciones.

| Iteraciones | P-value | $c_{pk}$         |
|-------------|---------|------------------|
| 1-100       | 0.000   | No Significativo |
| 1-200       | 0.000   | No Significativo |
| 1-500       | 0.000   | No Significativo |

Fuente: propia

Los resultados de los análisis ANOVA para 100, 200 y 500 iteraciones, se obtiene que no existe una diferencia significativa entre las medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  utilizadas para maximizar el Índice de Capacidad de Proceso  $c_{pk}$ , sin embargo, analizando los gráficos 4.1, 4.2 y 4.3 se puede observar que son solo ciertos puntos los que difieren con el comportamiento de las demás observaciones. Por ello se decidió analizar las varianzas estratificando en grupos de diez iteraciones las observaciones obtenidas de las medidas de sucesión. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 13.

Tabla 4.13 Resultados de Análisis ANOVA para la función  $c_{pk}$ , en estratos de 10 iteraciones.

| Iteraciones | P-value      | $c_{pk}$             |
|-------------|--------------|----------------------|
| 1 a 10      | <b>0.452</b> | <b>Significativo</b> |
| 11 a 20     | <b>0.270</b> | <b>Significativo</b> |
| 21 a 30     | <b>0.097</b> | <b>Significativo</b> |
| 31 a 40     | 0.000        | No Significativo     |
| 41 a 50     | 0.000        | No Significativo     |
| 51 a 60     | <b>0.314</b> | <b>Significativo</b> |
| 61 a 70     | 0.014        | No Significativo     |
| 71 a 80     | 0.003        | No Significativo     |
| 81 a 90     | 0.000        | No Significativo     |

|          |       |                  |
|----------|-------|------------------|
| 91 a 100 | 0.000 | No Significativo |
|----------|-------|------------------|

Fuente: propia

Con los resultados obtenidos en estos análisis ANOVA, se puede verificar los comportamientos que se observan en la gráfica 4.1, en la que se pueden observar varios máximos locales que difieren del comportamiento de las demás observaciones. Además se puede observar que en las primeras treinta iteraciones si existe diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  que se están evaluando.

Para la función de respuesta  $RD$  se analizaron los resultados obtenidos de la prueba de las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ , de los datos reportados en las tablas 4.8, 4.9 y 4.10 se observa que existe una gran similitud entre los resultados máximos obtenidos para esta variable de respuesta, es por ello que se tomó la información de los análisis experimentales de las iteraciones de la 1 a la 100, de la 1 a la 200 y de la 1 a la 500 para realizar un análisis de varianza que nos ayudará a comprobar nuestra hipótesis referente a la diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ , de los análisis ANOVAS se obtuvieron los siguientes resultados, mostrados en la tabla 4.14.

Tabla 4.14 Análisis ANOVA para la función RD, en 100, 200 y 500 iteraciones

| Iteraciones | P-value | RD               |
|-------------|---------|------------------|
| 1-100       | 0.000   | No Significativo |
| 1-200       | 0.000   | No Significativo |
| 1-500       | 0.000   | No Significativo |

Fuente: propia

Analizando estos resultados de los análisis ANOVA para 100, 200 y 500 iteraciones, se obtiene que no existe una diferencia significativa entre las medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ , utilizadas para maximizar el Índice de Respuesta Dual (RD), de igual manera al observar las gráficas del comportamiento del AAEPs con la función de respuesta RD se puede observar que las diferentes combinaciones tienen un comportamiento muy similar, en las 100,200 y 500 iteraciones que se evaluaron. Sin embargo se decidió analizar por grupos de 10 iteraciones las diferencias significativas que pudieran existir. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.15.

Tabla 4.15 Resultados de Análisis ANOVA para la función RD en estratos de 10 iteraciones

| Iteraciones | P-value | RD               |
|-------------|---------|------------------|
| 1 a 10      | 0.000   | No Significativo |
| 11 a 20     | 0.000   | No Significativo |

|          |       |                  |
|----------|-------|------------------|
| 21 a 30  | 0.000 | No Significativo |
| 31 a 40  | 0.000 | No Significativo |
| 41 a 50  | 0.000 | No Significativo |
| 51 a 60  | 0.000 | No Significativo |
| 61 a 70  | 0.000 | No Significativo |
| 71 a 80  | 0.000 | No Significativo |
| 81 a 90  | 0.000 | No Significativo |
| 91 a 100 | 0.000 | No Significativo |

Fuente: propia

Con los resultados obtenidos en estos análisis ANOVA para la función de respuesta  $RD$ , podemos verificar los comportamientos que se observan en las gráfica 4.4, en la que se pueden observar que los comportamientos de observaciones obtenidas para las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  son muy parecidos. Con los análisis ANOVA corroboramos que no existe diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  que se están evaluando.

Para la función de respuesta  $SNR$  se analizaron los resultados obtenidos de la prueba de las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ , de los datos reportados en las tablas 4.9, 4.10 y 4.11 se observa que existen ciertos valores que resaltan entre los demás, es por ello que se tomó la información de los análisis experimentales de las iteraciones de la 1 a la 100, de la 1 a la 200 y de la 1 a la 500 para realizar un análisis de varianza que nos ayudará a comprobar nuestra hipótesis referente a la diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$ , para maximizar el Índice de Señal a Ruido (SNR), de los análisis ANOVAS se obtuvieron los siguientes resultados, mostrados en la tabla 4.16

Tabla 4.16 Análisis ANOVA para la función SNR en 100, 200 y 500 iteraciones

| Iteraciones | P-value | SNR              |
|-------------|---------|------------------|
| 1-100       | 0.000   | No Significativo |
| 1-200       | 0.000   | No Significativo |
| 1-500       | 0.000   | No Significativo |

Fuente: propia

Igual que en la función de respuesta  $c_{pk}$  los análisis ANOVA para 100, 200 y 500 iteraciones, nos arrojan que no existe una diferencia significativa entre las medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  para maximizar el Índice de Señal a Ruido, sin embargo, analizando los gráficos 4.7, 4.8 y 4.9 se puede observar que existen varios máximos locales que diferencian del comportamiento de las

demás observaciones. Por ello se analizó las varianzas estratificando en grupos de diez iteraciones las observaciones obtenidas de las medidas de sucesión. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.17.

Tabla 4.17 Resultados de Análisis ANOVA para la función SNR en estratos de 10 iteraciones

| Iteraciones | P-value | SNR              |
|-------------|---------|------------------|
| 1 a 10      | 0.006   | No Significativo |
| 11 a 20     | 0.000   | No Significativo |
| 21 a 30     | 0.000   | No Significativo |
| 31 a 40     | 0.000   | No Significativo |
| 41 a 50     | 0.000   | No Significativo |
| 51 a 60     | 0.000   | No Significativo |
| 61 a 70     | 0.000   | No Significativo |
| 71 a 80     | 0.000   | No Significativo |
| 81 a 90     | 0.000   | No Significativo |
| 91 a 100    | 0.000   | No Significativo |

Fuente: propia

Con los resultados obtenidos en estos análisis ANOVA para la función de respuesta *SNR*, podemos verificar los comportamientos que se observan en las gráfica 4.7, en la que se puede observar que en los comportamientos de observaciones obtenidas para las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  existen varios máximos locales. Sin embargo, con los análisis ANOVA realizados observamos que no existe diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $C_k$  que se están evaluando. Los análisis de varianza (ANOVA) realizados a cada una de las funciones de respuesta aquí evaluadas se encuentran denotados en el Anexo no.1

Analizando los resultados obtenidos para las tres funciones de respuesta evaluadas se puede identificar que con cierta medida de sucesión ( $a_k = \frac{a}{k}$  y  $C_k = \frac{c}{k^{\gamma}}$ , ) el AAEPS logra encontrar mejores resultados que con las demás medidas de sucesión, de igual manera se corroboró con los análisis de varianza que existe cierta diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión de manera local, en periodos iterativos cortos; como lo menciona (Spall, 1998) el rendimiento que el AAEPS pueda tener depende en gran medida de la elección de estas medidas de sucesión, a pesar de que todas estas medidas de sucesión logren hacer converger, algunas pueden lograrlo en menos iteraciones.

Para la segunda etapa de este trabajo de investigación trabajamos sobre los modelos de segundo orden reportados por (Gedi, et. al., 2015), generados a partir de un Diseño Central Compuesto para cada una de sus variables de respuesta.

$$Yield = -34.08 + 0.151x_1 + 0.678x_2 - 0.000185x_1^2 - 0.00453x_2^2 - 0.000572x_1x_2$$

$$EPA = 8.25 - 0.00346x_1 - 0.0730x_2 - 0.000009x_1^2 + 0.000187x_1x_2$$

$$DHA = 14.8 + 0.0235x_1 + 0.101x_2 - 0.000031x_1^2 - 0.00189x_2^2$$

Modelos a partir de los cuales (Gedi, et. al., 2015) reporta los siguientes resultados:

Para su variable de respuesta **YIELD 7.20%**, para su variable de respuesta **EPA 5.68%** y para la variable de respuesta **DHA 20.09%**. Esto con los valores controlables optimos  $x_1$  (presión)= 328.53 Grados C y  $x_2$  (temperatura)= 40.5 Bares.

Como se mencionó anteriormente en la metodología, a partir del Diseño Central Compuesto generado por (Gedi, et. al., 2015) se construyeron modelos de segundo orden para la media y la varianza y se aplicó el algoritmo usando como valores iniciales cada uno de los niveles de los factores controlables. Los resultados obtenidos se muestran a continuación.

Para la variable de respuesta YIELD se obtuvieron los resultados que se muestran en la tabla 4.18, en la cual se plantean los valores iniciales que se declaran al AAEPS, los valores óptimos que el AAEPS propone y se validan en el modelo de segundo orden, reportado por (Gedi, et. al., 2015) para la variable YIELD

Tabla 4.18 Resultados Obtenidos por el AAEPS con la variable de respuesta YIELD

| X1         | X2        | X1opt          | X2opt         | Iteración  | $c_{pk}$     | Yield       |
|------------|-----------|----------------|---------------|------------|--------------|-------------|
| 200        | 40        | 320.186        | 21.727        | 4          | -0.809       | <b>3.20</b> |
| 200        | 55        | 288.700        | 41.628        | 100        | 3.653        | <b>6.87</b> |
| <b>200</b> | <b>70</b> | <b>313.257</b> | <b>52.788</b> | <b>8</b>   | <b>4.040</b> | <b>8.06</b> |
| 300        | 40        | 300.000        | 40.000        | 4          | 3.103        | <b>6.86</b> |
| <b>300</b> | <b>55</b> | <b>300.000</b> | <b>55.000</b> | <b>1</b>   | <b>3.889</b> | <b>8.00</b> |
| 300        | 70        | 388.704        | 56.603        | 100        | 3.685        | <b>7.22</b> |
| <b>400</b> | <b>40</b> | <b>311.300</b> | <b>53.369</b> | <b>100</b> | <b>4.009</b> | <b>8.06</b> |
| 400        | 55        | 400.000        | 55.000        | 1          | 2.967        | <b>7.00</b> |
| 400        | 70        | 400.000        | 70.000        | 1          | 0.342        | <b>5.25</b> |

Fuente: propia

Como se puede observar en la tabla 4.18 el AAEPS logra mejorar el resultado de 7.2% para la variable de respuesta YIELD en tres combinaciones de los valores iniciales de los factores controlables, además con cualquiera de estas combinaciones que mejoran los resultados se observa que se obtiene un índice de capacidad real de proceso  $c_{pk}$  superior a las 3 unidades, lo

cual es muy bueno, referente al valor de un mayor a dos unidades, lo cual lo denomina de clase mundial.

Para la variable de respuesta EPA se obtuvieron los resultados que se muestran en la tabla 4.19, en la cual se muestran los valores iniciales que se declaran al AAEPS, los valores óptimos que el AAEPS propone y comparamos el resultado metiendo estos nuevos valores controlables al modelo reportado por (Gedi, et. al., 2015) para la variable EPA

Tabla 4.19 Resultados Obtenidos por el AAEPS con la variable de respuesta EPA

| X1         | X2        | X1opt          | X2opt         | Iteración  | $C_{pk}$      | EPA         |
|------------|-----------|----------------|---------------|------------|---------------|-------------|
| 200        | 40        | 90.637         | 58.129        | 12         | 674.536       | <b>4.60</b> |
| <b>200</b> | <b>55</b> | <b>288.657</b> | <b>41.915</b> | <b>100</b> | <b>15.564</b> | <b>5.70</b> |
| 200        | 70        | 331.839        | 49.954        | 1          | 11.538        | <b>5.56</b> |
| <b>300</b> | <b>40</b> | <b>300.017</b> | <b>39.886</b> | <b>100</b> | <b>15.266</b> | <b>5.73</b> |
| 300        | 55        | 388.687        | 41.717        | 100        | 11.630        | <b>5.53</b> |
| 300        | 70        | 431.839        | 49.954        | 1          | 12.678        | <b>5.46</b> |
| 400        | 40        | 400.000        | 40.000        | 1          | 11.298        | <b>5.50</b> |
| 400        | 55        | 488.693        | 41.673        | 100        | 12.388        | <b>5.18</b> |
| 400        | 70        | 531.839        | 49.954        | 1          | 30.954        | <b>5.19</b> |

Fuente: propia

En los resultados observados en la tabla 4.19 podemos notar que el AAEPS logra mejorar el resultado de 5.68 para la variable de respuesta EPA en dos combinaciones de los valores iniciales de los factores controlables, y al calcular el índice de Capacidad real de proceso  $C_{pk}$ , observamos valores muy superiores a las 3 unidades.

De la misma manera, para la variable de respuesta DHA se obtuvieron los resultados que se muestran en la tabla 4.20, en la cual se muestran los valores iniciales que se declaran al AAEPS, los valores óptimos que el AAEPS propone y comparamos el resultado metiendo estos nuevos valores controlables al modelo reportado por (Gedi, et. al., 2015) para la variable DHA

Tabla 4.20 Resultados Obtenidos por el AAEPS con la variable de respuesta DHA

| X1  | X2 | X1opt  | X2opt | Iteración | $C_{pk}$ | DHA   |
|-----|----|--------|-------|-----------|----------|-------|
| 200 | 40 | 200.00 | 40.00 | 1         | 6.29     | 22.22 |
| 200 | 55 | 200.00 | 55.00 | 1         | 4.47     | 23.71 |
| 200 | 70 | 288.69 | 56.71 | 100       | 5.35     | 24.62 |
| 300 | 40 | 211.30 | 53.36 | 100       | 5.61     | 23.67 |
| 300 | 55 | 300.00 | 55.00 | 49        | 4.66     | 24.51 |
| 300 | 70 | 388.69 | 56.68 | 100       | 3.00     | 24.87 |
| 400 | 40 | 282.01 | 57.94 | 5         | 5.53     | 24.70 |
| 400 | 55 | 400.00 | 55.00 | 3         | 2.50     | 24.69 |
| 400 | 70 | 488.69 | 56.68 | 100       | 1.93     | 24.50 |

Fuente: propia

Analizando los resultados obtenidos para la variable de respuesta DHA en la tabla 4.20 podemos comparar que el resultado reportado por (Gedi, et. al., 2015) de 20.09%, para esta variable de respuesta, con el AAEPS se logra mejorar en todas las combinaciones de los valores iniciales de los factores controlables, y cuando se calcula el índice de Capacidad real de proceso  $C_{pk}$ , observamos valores muy buenos desde los 1.93 unidades hasta las 6.29 unidades.

## Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones

### 5.1 Conclusiones

En este capítulo se presentan las conclusiones que se obtuvieron en el desarrollo de este trabajo de investigación, que fueron generadas a partir de la comprobación de las hipótesis planteadas así como de los objetivos proyectados en el primer capítulo de esta tesis. A demás se exponen algunas recomendaciones referentes a trabajos de investigación futuros que por el alcance de este trabajo no se cubrieron.

Con los trabajos realizados en la primera parte de este trabajo de investigación se establecen las siguientes conclusiones:

1. Se demostró que el AAEPS es una herramienta válida para el mejoramiento continuo de procesos, se probó con los modelos de segundo orden reportados por (Olguín, et. al., 2011) optimizando las funciones de respuesta como el índice de capacidad real de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR), y de igual manera se aplicó a los modelos reportados por (Gedi, et. al., 2015) optimizando las variables de respuesta del mismo artículo como el rendimiento de extracción total (YIELD), la relación de ácido eicosapentaenoico (EPA) y ácido decosahexaenoico (DHA); y en ambos casos se obtuvieron resultados incluso mejores a los reportados en estos trabajos.
2. Se trabajó con los modelos reportados por (Olguín, et. al., 2011) para simular el AAEPS y se comprobó que si existe, la combinación optima de las medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  que logra optimizar las funciones de respuesta como el Índice de Capacidad Real de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR), en un menor número de iteraciones es  $a_k = \frac{a}{k}$  y  $C_k = \frac{c}{k^Y}$ , utilizadas por (Bakute, Sakalauskas 2005), (Baltcheva 2003), (Reardon et al., 2010), (McClary et al., 2010), (Spall, 1998), (Bakute, 2005), (Bangerth, Klie, 2005), entre otros. Sin embargo se comprobó mediante análisis de varianzas (ANOVA) que solo la función de respuesta  $c_{pk}$  se ve afectada con las diferentes medidas de sucesión, las funciones de respuesta como el RD o el SNR no se ven afectadas por las diferentes medidas de sucesión.
3. La aplicación del AAEPS a modelos de segundo orden generados a partir de un diseño de experimentos ayuda a maximizar las funciones de respuesta como el Índice de Capacidad Real de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR), evaluadas en la simulación de este trabajo de investigación. Tomando los modelos de segundo orden reportados por (Olguín, et.

al., 2011), se lograron resultados positivos simulando las funciones de respuesta antes mencionadas.

4. Se trabajó sobre el análisis realizado por (Gedi, et. al., 2015) en que se optimizaron las variables de respuesta que se reportan en este trabajo de investigación, logrando valores superiores a los reportados por el autor. (Gedi, et. al., 2015) reporta sus resultados de la siguiente manera: Para su variables de respuesta ***YIELD=7.20%***, ***EPA=5.68%*** y ***DHA=20.09%***. En comparación con los resultados máximos logrados por el AAEPS: ***YIELD=8.60%***, ***EPA=5.73%*** y ***DHA=24.87%***. demostramos que el AAEPS funciona como herramienta para el mejoramiento continuo de procesos.

A continuación se analizan las hipótesis planteadas al inicio de este trabajo de investigación, esto para definir si se aceptan o se rechazan con base a los resultados obtenidos en la simulación realizada.

Con respecto a la primer hipótesis que cuestiona si el AAEPS será capaz de maximizar las funciones de respuesta  $c_{pk}$ , RD y SNR. Esta hipótesis se acepta, dado que los resultados obtenidos demuestran que el AAEPS si es capaz de maximizar estas funciones de respuesta, logrando los siguientes valores:  $c_{pk} = 5.69$ , RD= 4.167 y SNR= 15.1075.

Referente a la segunda hipótesis que cuestiona si el comportamiento de búsqueda del AAEPS ayuda a localizar valores máximos en las funciones de respuesta  $c_{pk}$ , RD y SNR, esta hipótesis también es aceptada, con los resultados obtenidos de cada iteración del AAEPS, graficándolos se obtuvieron los comportamientos del algoritmo, de tal manera que fue posible identificar gráfica y numéricamente los valores máximos que el AAEPS obtuvo.

La tercera hipótesis menciona que dentro de las medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  encontradas en la literatura revisada, una combinación de ellas nos ayudará a maximizar las funciones de respuesta en el menor número de iteraciones. Esta hipótesis también puede ser considerada como aceptada, dado que de las medidas de sucesión evaluadas si se encontró una combinación que lograba maximizar las tres funciones de respuesta en un total de **nueve iteraciones**, la combinación de medidas de sucesión que resulto optima es:

$$a_k = \frac{a}{k} \text{ y } C_k = \frac{c}{k^y}$$

La cuarta hipótesis planteada en este trabajo habla sobre la posible diferencia significativa de manera global, entre las diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  que se probaron en esta investigación. Esta hipótesis puede considerarse falsa, dado que con los resultados obtenidos de las iteraciones de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  se realizaron análisis de varianza (ANOVA) con un nivel de significancia de  $\alpha=.05$ ; y

el resultado obtenido demuestra que aunque existen ciertos máximos locales, la convergencia del AAEPS es prácticamente la misma sin importar que medida de sucesión se tome en cuenta. Los análisis ANOVA realizados fueron de los datos tomados a cien, doscientas y quinientas iteraciones; y siempre se observó que no existió diferencia significativa.

La quinta hipótesis que se planteó en esta tesis cuestiona la posible diferencia significativa entre las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  evaluando en estratos de diez iteraciones los resultados obtenidos. Esta hipótesis se acepta parcialmente, es decir, para la función de respuesta  $c_{pk}$  si se encontró diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión, en los primeros tres estratos de diez iteraciones a diferencia de los subsecuentes, en los que no se encontró diferencia significativa. Sin embargo para las funciones de respuesta RD y SNR, no se encontró diferencia significativa entre las medidas de sucesión; observando los gráficos de los comportamientos de estas funciones de respuesta, se puede validar que para la función de respuesta  $c_{pk}$  se observan máximos locales que destacan entre los demás comportamientos en las primeras iteraciones, mientras que para las funciones de respuesta RD y SNR los comportamientos de las diferentes medidas de sucesión son muy parecidos.

A continuación se dará respuesta a las preguntas de investigación planteadas al inicio de este trabajo de tesis, esto para definir los resultados obtenidos en la simulación realizada.

La primera pregunta de investigación cuestiona lo siguiente: ¿Cuánto será capaz el AAEPS de mejorar las funciones de respuesta? A lo que podemos contestar que el AAEPS si es capaz de mejorar las funciones de respuesta evaluadas, dado que tanto en los modelos reportados por (Olguín et. al., 2011), como (Gedi, et. al., 2015) se logra mejorar los resultados obtenidos. En ambos casos se lograron valores de  $c_{pk}$  superiores al 2, que indica un proceso de clase mundial.

La segunda pregunta de esta tesis dice: ¿Cuál será el comportamiento del AAEPS respecto a las condiciones iniciales de operación en las “primeras” (diez) iteraciones? Esta pregunta la logramos contestar con los gráficos obtenidos de las iteraciones de cada función de respuesta en las que se observa que el AAEPS encuentra algunos valores máximos que mejoran los valores iniciales de las funciones de respuesta evaluadas.

La pregunta número tres planteada en este trabajo de investigación cuestiona lo siguiente: ¿Cuáles serán las medidas de sucesión ( $a_k$  y  $c_k$ ) que maximicen las funciones de

respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR); con el AAEPS aplicado a los procesos de simulación experimental? A lo que podemos contestar que de las medidas de sucesión evaluadas, un par de ellas,  $a_k = \frac{a}{k}$  y  $C_k = \frac{c}{k}$  ayudaron a maximizar las tres funciones de respuesta en periodos iterativos cortos.

Referente a la cuarta pregunta de investigación planteada que dice: ¿Cuántas iteraciones serán necesarias evaluar para que el AAEPS encuentre los valores aceptables de las funciones de respuesta, tales como el índice de capacidad de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de Respuesta Dual (RD) y la Razón Señal a Ruido (SNR)? Podemos contestar que se corrieron tres procesos iterativos para evaluar las funciones de respuesta antes mencionadas, los cuales fueron de cien, doscientas y quinientas iteraciones, y con los resultados obtenidos podemos afirmar que tan solo se necesitaron un máximo de quince iteraciones (nueve para las funciones de respuesta  $c_{pk}$  y SNR, quince para RD) para encontrar los valores aceptables de estas funciones de respuesta.

La pregunta de investigación número cinco, cuestiona: ¿Existirá diferencia significativa entre las distintas medidas de sucesión ( $a_k$  y  $c_k$ ) en las primeras (cien, doscientas, quinientas) iteraciones del proceso reportado en el artículo (Olguín, et. al., 2011)? A lo que podemos contestar con los resultados obtenidos de los análisis de varianza (ANOVA) realizados con un nivel de significancia del 95%, es decir con un  $\alpha=0.05$ , a cada una de las funciones de respuesta evaluadas, que muestran que globalmente no existe una diferencia significativa entre las diferentes medidas de sucesión evaluadas, a pesar de que existe varios valores máximos (locales) dentro de las cien, doscientas y quinientas iteraciones, la diferencia que aportan este grupo de valores máximos resulta no significativa con la cantidad de datos que se evalúan.

La sexta pregunta de investigación se planteó de la siguiente manera: ¿Existirá diferencia significativa entre las distintas medidas de sucesión ( $a_k$  y  $c_k$ ) estratificando en múltiplos de 10 iteraciones del proceso reportado en el artículo (Olguín, et. al., 2011)? Como se mencionó anteriormente entre los comportamientos del algoritmo con las diferentes medidas de sucesión evaluadas con las diferentes funciones de respuesta, existen algunos valores máximos, máximos locales que difieren del resto de los valores obtenidos, con los análisis de varianza realizados a las diferentes funciones de respuesta en estratos de diez iteraciones, encontramos que es solo en las primeras iteraciones en las que la diferencia entre estos máximos locales resulta significativa, es decir que evaluando las primeras 30

iteraciones se puede afirmar que sí se encuentran diferencias entre las diferentes medidas de sucesión evaluadas.

## 5.2 Recomendaciones

Teniendo como base el presente trabajo de investigación y el alcance delimitado por este mismo, se sugiere atender los siguientes puntos que en este trabajo de investigación no se atendieron.

1. Este método de optimización, es definido como un método de búsqueda lineal, en el espacio de los números continuos, sin embargo, muchas de las problemáticas que se presentan en los procesos industriales no son de naturaleza continua, gran parte de estos son de naturaleza discreta o mixtos. Es por ello que se recomienda realizar un ajuste para que esta herramienta de optimización continua (AAEPS) pueda ser utilizado en esta clase de problemas.
2. En el presente trabajo, se optimizaron funciones de respuesta como el índice de capacidad real de proceso ( $c_{pk}$ ), el índice de respuesta dual (RD) y la razón señal a ruido (SNR), la optimización de estas funciones de respuesta se llevó a cabo una a una, sin embargo, en muchos de los procesos industriales es necesario medir más de una característica de calidad a la vez, es por ello que se recomienda realizar una consideración en el AAEPS para poder Optimizar más de una función de respuesta al mismo tiempo (análisis multivariable).
3. En esta tesis se analizaron diferentes medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  para el AAEPS, se tomaron las que aparecían con más frecuencia en la literatura revisada, sin embargo Spall (1998) establece que estas medidas de sucesión  $a_k$  y  $c_k$  son parámetros propuestos, desarrollados a base de muchos casos de estudio, pero se pueden variar, dado que no hay un par de estas medidas de sucesión que sean las mejores para cualquier aplicación, es por ello que se recomienda seguir analizando más medidas de sucesión reportadas en la literatura, incluso proponer una que ayude al AAEPS a optimizar las funciones de respuesta planteadas para un proceso productivo.

## Bibliografía

- B Kostić, G Gentile, C Antoniou (2015) An Aggregate Approach for the Calibration of Time-Dependent Demand in Dynamic Traffic Assignment Models using SPSA Algorithm.
- Bittanti, S., Lovera, M., & Moiraghi, L. (1998). Application of non-normal process capability indices to semiconductor quality control. *Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on*, 11(2), 296-303
- Ding, S., Xia, N., Wang, P., Li, S., & Ou, Y. (2015, September). Optimization Algorithm Based on SPSA in Multi-channel Multi-radio Wireless Monitoring Network. In *Cyber-Enabled Distributed Computing and Knowledge Discovery (CyberC), 2015 International Conference on* (pp. 517-524). IEEE.
- Evaluating process capability under undetected fluctuations. In *Technology Management Conference (ITMC), 2011 IEEE International* (pp. 484-487). IEEE.
- He, Z., Zhang, Z., Li, B., & Lin, B. (2009). Improvement of economic integration of design with process capability index. *Total Quality Management*, 20(11), 1255-1262.
- J C. Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation, and Control [M]. Wiley press, 2003.
- Li, S. B., Li, Y., Fu, B. B., & Dang, W. X. (2016). Study on Simulation Optimization of Dynamic Traffic Signal Based on Complex Networks. *Procedia Engineering*, 137, 1-10.
- Pearn, W. L., Kang, H. Y., Lee, A. I., & Liao, M. Y. (2009). Photolithography control in wafer fabrication based on process capability indices with multiple characteristics. *Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on*, 22(3), 351-356.
- Shishebori, D., & Hamadani, A. Z. (2010, June). Gauge measurement errors and multivariate capability indices. In *Networking and Information Technology (ICNIT), 2010 International Conference on* (pp. 570-574). IEEE.
- Abdolshah, M., Ismail, Y. B., Yusuff, R. M., & Hong, T. S. (2009, April). Process capability analysis using Monte Carlo simulation. In *Information Management and Engineering, 2009. ICIME'09. International Conference on* (pp. 335-339). IEEE.
- Abdulsadda, A. T., & Iqbal, K. (2011). An improved SPSA algorithm for system identification using fuzzy rules for training neural networks. *International Journal of Automation and Computing*, 8(3), 333-339. doi:10.1007/s11633-011-0589-x
- Ahmad, S., Abdollahian, M., & Zeephongsekul, P. (2007, April). Process capability for a non-normal quality characteristics data. In *Information Technology, 2007. ITNG'07. Fourth International Conference on* (pp. 420-424). IEEE.
- Ahmad, S., Abdollahian, M., & Zeephongsekul, P. (2007, April). Process Capability for a Non-Normal Quality Characteristics Data. In *Information Technology, 2007. ITNG'07. Fourth International Conference on* (pp. 420-424). IEEE.
- Altaf, M. U., Heemink, A. W., Verlaan, M., & Hoteit, I. (2011). Simultaneous perturbation stochastic approximation for tidal models. *Ocean Dynamics*, 61(8), 1093-1105. doi:10.1007/s10236-011-0387-6
- Amiri, A., Bashiri, M., & Mogouie, H. (2011, December). Optimization of multiresponse problems using process capability index for batch manufacturing processes. In

Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2011 IEEE International Conference on (pp. 1446-1450). IEEE.

Ana k. Miranda, Enrique del Castillo Robust Parameter Design Optimization of Simulation Experiments Using Stochastic Perturbation Methods. (2009)

Andradóttir, S. (1995). A stochastic approximation algorithm with varying bounds. *Operations Research*, 43(6), 1037-1048.

Andradóttir, S., (1996), A Scaled Stochastic Approximation Algorithm, *Management Science*, volumen 42, número 4, páginas 475-498.

B Kostić, G Gentile, C Antoniou (2015) An Aggregate Approach for the Calibration of Time-Dependent Demand in Dynamic Traffic Assignment Models using SPSA Algorithm.

B. Ramakrishnan, P. Sandborn, and M. Pecht, "Process capability indices and product reliability," *Microelectron. Reliab.*, vol. 41, no. 12, pp. 2067–2070, Dec. 2001.

B. Tjahjono, P. Ball, V.I. Vitanov, C. Scorzafave, J. Nogueira, J. Calleja, M. Minguet, et al. Six Sigma: a literature review *Int. J. lean Six Sigma*, 1 (3) (2010), pp. 216–233

Bai, B., Ju, F., & Zhang, J. (2011, August). Study on process capability index improvement model. In 2011 2nd International Conference on Artificial Intelligence, Management Science and Electronic Commerce (AIMSEC).

Bai, B., Ju, F., & Zhang, J. (2011, August). Study on process capability index improvement model. In *Artificial Intelligence, Management Science and Electronic Commerce (AIMSEC)*, 2011 2nd International Conference on (pp. 1543-1545). IEEE.

Baltcheva, I., Cristea, S., Vázquez-Abad, F.J., and De Prada, C. (2003), Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation for Real-time Optimization of Model Predictive Control, *Proceedings of the First Industrial Simulation Conference (ISC 2003)*, Valencia, Spain, June 2003, pp. 533-537

Blum, J. R. (1954). Multidimensional stochastic approximation methods. *The Annals of Mathematical Statistics*, 737-744.

Cao, X. (2011). Preliminary results on non-bernoulli distribution of perturbations for simultaneous perturbation stochastic approximation. *Proceedings of the 2011 American Control Conference*, 2669–2670. doi:10.1109/ACC.2011.5991550

Chen, H.F., (1985), *Recursive Estimation and Control for Stochastic Systems*, John Wiley & Sons, primera edición, Estados Unidos.

Chin, D. C. (1997). Comparative study of stochastic algorithms for system optimization based on gradient approximations. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, *IEEE Transactions on*, 27(2), 244-249.

Chin, D.C., (1997), Comparative Study of Stochastic Algorithms for System Optimization Based on Gradient Approximation, *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics-partb: Cybernetics*, volumen 27, número 2, páginas 244-249.

Chung, K.L., (1954), On a Stochastic approximation Method, *Annals of Mathematical Statistica*, número 25, páginas 463-483.

Cipriani, E., Florian, M., Mahut, M., & Nigro, M. (2011). A gradient approximation approach for adjusting temporal origin–destination matrices. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 19(2), 270–282. doi:10.1016/j.trc.2010.05.013

Copeland, K. A., & Nelson, P. R. (1996). Dual response optimization via direct function minimization. *Journal of Quality Technology*, 28(3), 331-336.

D.C. Montgomery, W.H. Woodall, An overview of Six Sigma *Int. Stat. Rev.*, 76 (3) (2008), pp. 329–346

D.C. Summers, *Lean Six Sigma* Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ (2010)

De Benito Valencia, C. M. (2000). La mejora continua en la gestión de calidad: seis Sigma, el camino para la excelencia. *Economía Industrial*, (331), 59-66.

Delyon, B. (1996). General results on the convergence of stochastic algorithms. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(9), 1245-1255.

Delyon, B., (1996), General Results on the Convergence of Stochastic Algorithms, *IEEE Transaction on Automatic Control*, volumen 41, número 3, páginas 1245-1255.

Ding, S., Xia, N., Wang, P., Li, S., & Ou, Y. (2015). Optimization Algorithm Based on SPSA in Multi-channel Multi-radio Wireless Monitoring Network. 2015 International Conference on Cyber-Enabled Distributed Computing and Knowledge Discovery, 517–524. doi:10.1109/CyberC.2015.84

Ding, S., Xia, N., Wang, P., Li, S., & Ou, Y. (2015, September). Optimization Algorithm Based on SPSA in Multi-channel Multi-radio Wireless Monitoring Network. In *Cyber-Enabled Distributed Computing and Knowledge Discovery (CyberC)*, 2015 International Conference on (pp. 517-524). IEEE.

Eckes, G. (2003). *Six Sigma for everyone*. John Wiley & Sons.

Fabian, V., (1968), On Asymptotic Normality in Stochastic Approximation, *Annals of Mathematical Statistic*, número 39, páginas 1327-1332.

Fu, M.C., Ho, Y.C., Using perturbation analysis for gradient estimation, averaging and updating in a stochastic approximation algorithm., *Winter Simulation Conference Proceedings of the 20th conference on Winter simulation*, pp 509-517, 1988

Fu, M.C., y Hill, S.D., (1997), Optimization of Discrete Event Systems Via Simultaneous Stochastic Approximation, *IIE Transactions*, número 29, páginas 233-243

G. Brue, *Six Sigma for Managers: 24 Lessons to Understand and Apply Six Sigma Principles in Any Organization* McGraw-Hill, New York (2006)

Gamal Aboelmaged, M. (2010). Six Sigma quality: a structured review and implications for future research. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 27(3), 268-317.

García Guerra, Y. (2014). Aplicación de la Metodología Seis Sigma para el mejoramiento de la calidad de las reparaciones, en la Agencia SASA Villa Clara (Doctoral dissertation, Universidad Central" Marta Abreu" de Las Villas).

García, N. R., Mayorga, H. S. A., & Villalobos, J. P. C. (2014). Business Process Management y Seis Sigma en el análisis de procesos: caso de estudio. *Revista Venezolana de Gerencia*, 19(67).}

Gedi, M. A., Bakar, J., & Mariod, A. A. (2015). Optimization of supercritical carbon dioxide (CO<sub>2</sub>) extraction of sardine (*Sardinella lemuru* Bleeker) oil using response surface methodology (RSM). *Grasas y Aceites*, 66(2), e074

Gutiérrez Pulido, H., & De la Vara Salazar, R. (2004). *Análisis y diseño de experimentos*. México DF: McGraw-Hill.

Gutiérrez Pulido, H., Salazar, V., Pulido, R. D. L. H. G., & de la Vara Salazar, R. (2009). Control estadístico de calidad y seis sigma (No. Sirsi) i9789701069127).

Henderson, G. R. (2011). *Six Sigma quality improvement with MINITAB*. John Wiley & Sons.

Hosseinifard, S. Z., Abbasi, B., & Abdollahian, M. (2011, April). Performance analysis in non-normal linear profiles using gamma distribution. In *Information Technology: New Generations (ITNG), 2011 Eighth International Conference on* (pp. 603-607). IEEE.

Huang, W. T., & Lai, Y. T. (2007, September). On Empirical Bayes Procedures for Selecting the Best Manufacturing Process Based on Process Capability Index. In *Innovative Computing, Information and Control, 2007. ICICIC'07. Second International Conference on* (pp. 244-244). IEEE.

J. Antony, R. Banuelas, Key ingredients for the effective implementation of Six Sigma programmes *Meas. Bus. Excell.*, 6 (4) (2002), pp. 20–28

J.-J. Horng Shiau, H.-N. Hung, and C.-T. Chiang, "A note on Bayesian estimation of process capability indices," *Stat. Probab. Lett.*, vol. 45, no. 3, pp. 215–224, Nov. 1999.

Jianfeng, Y. (2007, September). Process Capability Evaluation in Skew Distributed Processes Based on SWV Method. In *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2007. WiCom 2007. International Conference on* (pp. 5919-5922). IEEE.

Jianfeng, Y. (2007, September). Process Capability Evaluation in Skew Distributed Processes Based on SWV Method. In *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2007. WiCom 2007. International Conference on* (pp. 5919-5922). IEEE.

Kane VE (1986) Process capability indices. *J Qual Technol* 18. pp. 41–52

Kiefer, J., & Wolfowitz, J. (1952). Stochastic estimation of the maximum of a regression function. *The Annals of Mathematical Statistics*, 23(3), 462-466.

Kulkarni, S. R., & Horn, C. S. (1996). An alternative proof for convergence of stochastic approximation algorithms. *IEEE transactions on automatic control*, 41(3), 419-424.

Kushner, H., & Clark, D. (1978). *Stochastic Approximation for Constrained and Unconstrained Systems*, volume 26 of *Applied Mathematical Sciences*.

Lara, R. A. O., & Peralta, L. G. (2011). Mejoramiento del servicio de galvanizado mediante seis sigma y el analisis de la informacion. *Revista Ingeniería Industrial*, 10(2), 81-102.

Lin, D. K., & Tu, W. (1995). Dual response surface optimization. *Journal of Quality Technology*, 27(1), 34-39.

Linderman, K., Schroeder, R. G., Zaheer, S., & Choo, A. S. (2003). Six Sigma: a goal-theoretic perspective. *Journal of Operations management*, 21(2), 193-203.

Lu, L., Xu, Y., Antoniou, C., & Ben-Akiva, M. (2015). An enhanced SPSA algorithm for the calibration of dynamic traffic assignment models. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 51, 149-166.

Maeda, Y. (1996). Time difference simultaneous perturbation method. *Electronics Letters*, 32(11), 1016-1018.

McClary, D. W., Syrotiuk, V. R., & Kulahci, M. (2010). Steepest-ascent constrained simultaneous perturbation for multiobjective optimization. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 21(1), 1–22. doi:10.1145/1870085.1870087

Montgomery, D. C. (2002). *Diseño y análisis de experimentos*. México: Limusa.

Montgomery, D. C. D. C. (1991). *Introduction to statistical quality control* (No. 04; TS156, M6 1991.).

Myers, R. H., & Carter, W. H. (1973). Response surface techniques for dual response systems. *Technometrics*, 15(2), 301-317.

Olguín T. Jesús E., *Algoritmo de Aproximaciones Estocásticas con Perturbación Simultánea para Optimización Robusta de Procesos* (Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Baja California, 2014).

Olguín, J. *Algoritmo de aproximaciones estocásticas para la optimización de procesos industriales, ingeniería e investigación* vol. 31 No. 3, pp 100-111, 2011.

Parchami, A., Mashinchi, M., & Mashinchi, M. H. (2011, June). Approximate confidence interval for generalized Taguchi process capability index. In *Fuzzy Systems (FUZZ), 2011 IEEE International Conference on* (pp. 2968-2971). IEEE.

Pearn, W. L., Kang, H. Y., Lee, A. I., & Liao, M. Y. (2009). Photolithography control in wafer fabrication based on process capability indices with multiple characteristics. *Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on*, 22(3), 351-356.

Pearn, W.L., Kotz, S., Johnson, N. L., (1992), *Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices*, *Journal of Quality Control*, volumen 24, número 4, páginas 216-231

Performance analysis in non-normal linear profiles using gamma distribution. In *Information Technology: New Generations (ITNG), 2011 Eighth International Conference on* (pp. 603-607). IEEE.

Polyak, B. T., & Juditsky, A. B. (1992). Acceleration of stochastic approximation by averaging. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 30(4), 838-855.

Polyak, B.T., (1991), *New Method of Stochastic Approximation Type Procedures*, *Automatica telemekhanika*, 51 (1990) páginas 98-107 en Ruso, trasladado al Inglés en *Automatica Remote Control*, volumen 51 páginas 937-945.

R. N. Rodriguez, "Discussion," *J. Qual. Technol.*, vol. 34, no. 1, pp. 28–31, Jan. 2002

Rajvanshi, P. K., & Belokar, D. R. (2012). Improving the process capability of a boring operation by the application of statistical techniques. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 3(5).

Reardon, B. E., Lloyd, J. M., & Perel, R. Y. (2010). Tuning Missile Guidance and Control Algorithms Using Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation, 29(1), 85–100.

- Robbins, H., & Monro, S. (1951). A stochastic approximation method. *The annals of mathematical statistics*, 400-407.
- Rodriguez, R.N., (1992), Recent Developments in Process Capability Analysis, *Journal of Quality Technology*, volumen 24, número 4, páginas 176- 187.
- S. Kotz and N. L. Johnson, "Process capability indices—A review, 1992–2000," *J. Qual. Technol.*, vol. 34, no. 1, pp. 2–19, Jan. 2002.
- S. M. Tang and F.-Y. Wang, "Recent development in process capability indices," *Applied Probability Statistics*, 2003.
- Sacks, J., (1958), Asymptotic Distribution os Stochastic Approximation, *Annals of Mathematical Statistica*, número 29, páginas 373-405.
- Sadegh, P., & Spall, J. C. (1997). Optimal random perturbations for stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation. *Proceedings of the 1997 American Control Conference (Cat. No.97CH36041)*, 3582–3586 vol.6. doi:10.1109/ACC.1997.609490
- Seyedpoor, S. M., Salajegheh, J., Salajegheh, E., & Gholizadeh, S. (2011a). Optimal design of arch dams subjected to earthquake loading by a combination of simultaneous perturbation stochastic approximation and particle swarm algorithms. *Applied Soft Computing*, 11(1), 39–48. doi:10.1016/j.asoc.2009.10.014
- Seyedpoor, S. M., Salajegheh, J., Salajegheh, E., & Gholizadeh, S. (2011b). Optimal design of arch dams subjected to earthquake loading by a combination of simultaneous perturbation stochastic approximation and particle swarm algorithms. *Applied Soft Computing*, 11(1), 39–48. doi:10.1016/j.asoc.2009.10.014
- Sidorov, K. a., Richmond, S., & Marshall, D. (2009). An efficient stochastic approach to groupwise non-rigid image registration. *2009 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2208–2213. doi:10.1109/CVPR.2009.5206516
- Sin, A. B., Zailani, S., Iranmanesh, M., & Ramayah, T. (2015). Structural equation modelling on knowledge creation in Six Sigma DMAIC project and its impact on organizational performance. *International Journal of Production Economics*, 168, 105-117.
- Spall J. Multivariate Stochastic Approximation using a Simultaneous Perturbation Gradient Approximation. *IEEE T Automat Contr.* 37:332-341 (1992)
- Spall, J. C. (1997). Implementation of the Simultaneous Perturbation Algorithm for Stochastic Optimization.
- Spall, J. C. (1998). An Overview of the Simultaneous Perturbation Method for Efficient Optimization, 19(4).
- Spall, J. C. (1998). An overview of the simultaneous perturbation method for efficient optimization. *Johns Hopkins APL Technical Digest*, 19(4), 482-492.
- Spall, J. C. (1998). Implementation of the simultaneous perturbation algorithm for stochastic optimization. *Aerospace and Electronic Systems*, *IEEE Transactions on*, 34(3), 817-823.
- Spall, J. C. (2012). *Stochastic optimization* (pp. 173–201).

Steffen Finck. Performance analysis of the simultaneous perturbation stochastic approximation algorithm on the noisy sphere model (2010)

T. Pyzdek, P.A. Keller, The Six Sigma Handbook – A Complete Guide for Green Belts, Black Belts, and Managers at All Levels (3rd ed.)McGraw-Hill, New York (2009)

Tang, S., & Wang, F. Y. (2006). A PCI-based evaluation method for level of services for traffic operational systems. *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, 7(4), 494-499.

Thomas L., (1999), The Taguchi loss Function, *Work Study*, Volume 48. Number 6. pp. 218–222

V. Bartkute, L. Sakalauskas (2005) Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation of Nonsmooth Functions. *European Journal of Operational Research*, 181, 1174-1188.

Vining, G. G., & Myers, R. H. (1990). Combining Taguchi and response surface philosophies: a dual response approach. *Journal of quality technology*, 22(1).

W. Bangerth and H. Klie, An Atomic Reservoir Framework for the Stochastic Optimization of Well Placement, *Cluster Computing* 8, 225-269, 2005.

Wang, Q. (2011). Stochastic approximation for discrete optimization of noisy loss measurements. 2011 45th Annual Conference on Information Sciences and Systems, 1–4. doi:10.1109/CISS.2011.5766217

Wang, S., & Yeh, A. B. (2010, December). A spatial multivariate process capability index. In *Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2010 IEEE International Conference on* (pp. 1443-1445). IEEE.

Y . V . Venkatesh, Ashraf A . Kassim, and D. Z. (2010). MEDICAL IMAGE RECONSTRUCTION FROM SPARSE SAMPLES USING SIMULTANEOUS PERTURBATION STOCHASTIC OPTIMIZATION National University of Singapore Singap, 3369–3372.

Y. Lagunes Rangel, Dr. J Sanchez Leal, Comparación de Superficies de Respuesta con  $c_{pk}$ , Razón Señal a Ruido y Respuesta Dual para el Diseño Robusto, 4to congreso Internacional de Investigación, 2011.

Y.H. Kwak, F.T. Anbari, Benefits, obstacles and future of six sigma *Int. J. Technol. Innov. Entrep. Technol. Manag.*, 26 (5/6) (2006), pp. 708–715

Z. G. Stoumbos, “Process capability indices: Overview and extensions,” *Nonlinear Anal.: Real World Appl.*, vol. 3, no. 2, pp. 191–210, Jun. 2002.

## Anexo 1

A continuación se presentan los análisis de varianza (ANOVA) realizados durante este estudio para la función de Respuesta Índice de Capacidad real de proceso ( $C_{pk}$ ).

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 100

| Source | DF  | Adj SS | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|-----|--------|--------|---------|---------|
| Factor | 9   | 12.72  | 1.4135 | 8.01    | 0.000   |
| Error  | 990 | 174.68 | 0.1764 |         |         |
| Total  | 999 | 187.40 |        |         |         |

| S        | R-sq  | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|----------|-------|-----------|------------|
| 0.420053 | 6.79% | 5.94%     | 4.90%      |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 200

| Source | DF   | Adj     | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|------|---------|--------|---------|---------|
| Factor | 9    | 83.47   | 9.274  | 4.97    | 0.000   |
| Error  | 1990 | 3714.76 | 1.867  |         |         |
| Total  | 1999 | 3798.22 |        |         |         |

| S       | R-sq  | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|-------|-----------|------------|
| 1.36628 | 2.20% | 1.76%     | 1.21%      |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 500

| Source | DF   | Adj SS  | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|------|---------|--------|---------|---------|
| Factor | 9    | 151.5   | 16.831 | 5.74    | 0.000   |
| Error  | 4990 | 14630.5 | 2.932  |         |         |
| Total  | 4999 | 14781.9 |        |         |         |

| S       | R-sq  | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|-------|-----------|------------|
| 1.71230 | 1.02% | 0.85%     | 0.63%      |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 10

| Source | DF | Adj SS | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|--------|---------|---------|
| Factor | 9  | 4.427  | 0.4919 | 0.99    | 0.452   |
| Error  | 90 | 44.627 | 0.4959 |         |         |
| Total  | 99 | 49.054 |        |         |         |

| S        | R-sq  | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|----------|-------|-----------|------------|
| 0.704174 | 9.02% | 0.00%     | 0.00%      |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 11 a la iteración 20

| Source | DF | Adj SS | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|--------|---------|---------|
| Factor | 9  | 2.554  | 0.2838 | 1.26    | 0.270   |
| Error  | 90 | 20.278 | 0.2253 |         |         |
| Total  | 99 | 22.832 |        |         |         |

| S        | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|----------|--------|-----------|------------|
| 0.474665 | 11.19% | 2.30%     | 0.00%      |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 21 a la iteración 30

| Source | DF | Adj SS | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|--------|---------|---------|
| Factor | 9  | 5.890  | 0.6545 | 1.71    | 0.097   |
| Error  | 90 | 34.373 | 0.3819 |         |         |
| Total  | 99 | 40.263 |        |         |         |

| S        | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|----------|--------|-----------|------------|
| 0.617999 | 14.63% | 6.09%     | 0.00%      |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 31 a la iteración 40

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS   | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|----------|---------|---------|
| Factor | 9  | 1.08069 | 0.120077 | 3961.36 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.00273 | 0.000030 |         |         |
| Total  | 99 | 1.08342 |          |         |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0055056 | 99.75% | 99.72%    | 99.69%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 41 a la iteración 50

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS   | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|----------|---------|---------|
| Factor | 9  | 1.22667 | 0.136297 | 579.60  | 0.000   |
| Error  | 80 | 0.01881 | 0.000235 |         |         |
| Total  | 89 | 1.24549 |          |         |         |

Model Summary

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0153348 | 98.49% | 98.32%    | 98.09%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 51 a la iteración 60

| Source | DF | Adj SS | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|--------|---------|---------|
| Factor | 9  | 2.874  | 0.3194 | 1.19    | 0.314   |
| Error  | 90 | 24.234 | 0.2693 |         |         |
| Total  | 99 | 27.108 |        |         |         |

Model Summary

| S        | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|----------|--------|-----------|------------|
| 0.518907 | 10.60% | 1.66%     | 0.00%      |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 61 a la iteración 70

| Source | DF | Adj SS | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|--------|---------|---------|
| Factor | 9  | 5.451  | 0.6057 | 2.47    | 0.014   |

|       |    |        |        |
|-------|----|--------|--------|
| Error | 90 | 22.052 | 0.2450 |
| Total | 99 | 27.503 |        |

Model Summary

| S        | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|----------|--------|-----------|------------|
| 0.494996 | 19.82% | 11.80%    | 1.01%      |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 71 a la iteración 80

| Source | DF | Adj SS | Adj MS  | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|---------|---------|---------|
| Factor | 9  | 2.353  | 0.26149 | 3.06    | 0.003   |
| Error  | 90 | 7.694  | 0.08549 |         |         |
| Total  | 99 | 10.047 |         |         |         |

Model Summary

| S        | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|----------|--------|-----------|------------|
| 0.292384 | 23.42% | 15.77%    | 5.46%      |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 81 a la iteración 90

| Source | DF | Adj SS | Adj MS   | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|----------|---------|---------|
| Factor | 9  | 2.6725 | 0.296942 | 68.74   | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.3888 | 0.004320 |         |         |
| Total  | 99 | 3.0613 |          |         |         |

Model Summary

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0657252 | 87.30% | 86.03%    | 84.32%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 91 a la iteración 100

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS   | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|----------|---------|---------|
| Factor | 9  | 3.39988 | 0.377764 | 8928.29 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.00381 | 0.000042 |         |         |
| Total  | 99 | 3.40369 |          |         |         |

### Model Summary

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0065047 | 99.89% | 99.88%    | 99.86%     |

Análisis de varianza (ANOVA) para la función de Respuesta RD,

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 100

| Source | DF  | Adj SS | Adj MS  | F-Value | P-Value |
|--------|-----|--------|---------|---------|---------|
| Factor | 9   | 22.445 | 2.49386 | 1067.09 | 0.000   |
| Error  | 990 | 2.314  | 0.00234 |         |         |
| Total  | 999 | 24.758 |         |         |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0483433 | 90.65% | 90.57%    | 90.47%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 200

| Source | DF   | Adj SS | Adj MS  | F-Value | P-Value |
|--------|------|--------|---------|---------|---------|
| Factor | 9    | 88.34  | 9.81526 | 1831.58 | 0.000   |
| Error  | 1990 | 10.66  | 0.00536 |         |         |
| Total  | 1999 | 99.00  |         |         |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0732046 | 89.23% | 89.18%    | 89.12%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 500

| Source | DF   | Adj SS | Adj MS  | F-Value | P-Value |
|--------|------|--------|---------|---------|---------|
| Factor | 9    | 366.04 | 40.6713 | 8408.86 | 0.000   |
| Error  | 4990 | 24.14  | 0.0048  |         |         |
| Total  | 4999 | 390.18 |         |         |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0695465 | 93.81% | 93.80%    | 93.79%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 10

| Source | DF | Adj SS   | Adj MS   | F-Value | P-Value |
|--------|----|----------|----------|---------|---------|
| Factor | 9  | 0.961255 | 0.106806 | 1607.48 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.005980 | 0.000066 |         |         |
| Total  | 99 | 0.967235 |          |         |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0081513 | 99.38% | 99.32%    | 99.24%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 11 a la iteración 20

| Source | DF | Adj SS   | Adj MS   | F-Value  | P-Value |
|--------|----|----------|----------|----------|---------|
| Factor | 9  | 0.865055 | 0.096117 | 72000.53 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.000120 | 0.000001 |          |         |
| Total  | 99 | 0.865175 |          |          |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0011554 | 99.99% | 99.98%    | 99.98%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 21 a la iteración 30

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS   | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|----------|---------|---------|
| Factor | 9  | 1.00977 | 0.112196 | 7195.44 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.00140 | 0.000016 |         |         |
| Total  | 99 | 1.01117 |          |         |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0039488 | 99.86% | 99.85%    | 99.83%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 31 a la iteración 40

| Source | DF | Adj SS | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|--------|---------|---------|
|--------|----|--------|--------|---------|---------|

|        |    |         |          |         |       |
|--------|----|---------|----------|---------|-------|
| Factor | 9  | 1.34723 | 0.149692 | 4620.05 | 0.000 |
| Error  | 90 | 0.00292 | 0.000032 |         |       |
| Total  | 99 | 1.35014 |          |         |       |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0056921 | 99.78% | 99.76%    | 99.73%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 41 a la iteración 50

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS   | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|----------|---------|---------|
| Factor | 9  | 1.83048 | 0.203386 | 5061.54 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.00362 | 0.000040 |         |         |
| Total  | 99 | 1.83409 |          |         |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0063390 | 99.80% | 99.78%    | 99.76%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 51 a la iteración 60

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS   | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|----------|---------|---------|
| Factor | 9  | 2.41550 | 0.268389 | 6695.89 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.00361 | 0.000040 |         |         |
| Total  | 99 | 2.41911 |          |         |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0063311 | 99.85% | 99.84%    | 99.82%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 61 a la iteración 70

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS   | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|----------|---------|---------|
| Factor | 9  | 3.05863 | 0.339848 | 9539.23 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.00321 | 0.000036 |         |         |
| Total  | 99 | 3.06184 |          |         |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0059688 | 99.90% | 99.88%    | 99.87%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 71 a la iteración 80

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS   | F-Value  | P-Value |
|--------|----|---------|----------|----------|---------|
| Factor | 9  | 3.72131 | 0.413479 | 13979.17 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.00266 | 0.000030 |          |         |
| Total  | 99 | 3.72397 |          |          |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0054386 | 99.93% | 99.92%    | 99.91%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 81 a la iteración 90

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS   | F-Value  | P-Value |
|--------|----|---------|----------|----------|---------|
| Factor | 9  | 4.37362 | 0.485958 | 20657.90 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.00212 | 0.000024 |          |         |
| Total  | 99 | 4.37573 |          |          |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0048502 | 99.95% | 99.95%    | 99.94%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 91 a la iteración 100

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS   | F-Value  | P-Value |
|--------|----|---------|----------|----------|---------|
| Factor | 9  | 4.99265 | 0.554739 | 30509.77 | 0.000   |
| Error  | 90 | 0.00164 | 0.000018 |          |         |
| Total  | 99 | 4.99429 |          |          |         |

| S         | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|-----------|--------|-----------|------------|
| 0.0042641 | 99.97% | 99.96%    | 99.96%     |

A continuación se presentan los análisis de varianza (ANOVA) realizados durante este estudio para la función de Respuesta Índice de Capacidad real de proceso (SNR).

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 100

| Source | DF Adj | SS Adj | MS      | F-Value | P-Value |
|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| Factor | 9      | 267640 | 29737.8 | 498.25  | 0.000   |
| Error  | 990    | 59087  | 59.7    |         |         |
| Total  | 999    | 326727 |         |         |         |

| S       | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|--------|-----------|------------|
| 7.72555 | 81.92% | 81.75%    | 81.55%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 200

| Source | DF   | Adj SS | Adj MS  | F-Value | P-Value |
|--------|------|--------|---------|---------|---------|
| Factor | 9    | 592895 | 65877.2 | 524.07  | 0.000   |
| Error  | 1990 | 250150 | 125.7   |         |         |
| Total  | 1999 | 843046 |         |         |         |

| S       | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|--------|-----------|------------|
| 11.2118 | 70.33% | 70.19%    | 70.03%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 500

| Source | DF   | Adj SS  | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|------|---------|--------|---------|---------|
| Factor | 9    | 2442226 | 271358 | 1872.80 | 0.000   |
| Error  | 4990 | 723023  | 145    |         |         |
| Total  | 4999 | 3165248 |        |         |         |

| S       | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|--------|-----------|------------|
| 12.0372 | 77.16% | 77.12%    | 77.07%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 1 a la iteración 10

| Source | DF | Adj SS | Adj MS | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|--------|---------|---------|
| Factor | 9  | 611.4  | 67.93  | 2.81    | 0.006   |
| Error  | 90 | 2173.4 | 24.15  |         |         |
| Total  | 99 | 2784.7 |        |         |         |

| S       | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|--------|-----------|------------|
| 4.91410 | 21.95% | 14.15%    | 3.65%      |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 11 a la iteración 20

| Source | DF | Adj SS | Adj MS  | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|---------|---------|---------|
| Factor | 9  | 28258  | 3139.83 | 48.17   | 0.000   |
| Error  | 90 | 5866   | 65.18   |         |         |
| Total  | 99 | 34125  |         |         |         |

| S       | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|--------|-----------|------------|
| 8.07346 | 82.81% | 81.09%    | 78.78%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 21 a la iteración 30

| Source | DF | Adj SS  | Adj. MS | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|---------|---------|---------|
| Factor | 9  | 35307.5 | 3923.05 | 596.36  | 0.000   |
| Error  | 90 | 592.1   | 6.58    |         |         |
| Total  | 99 | 35899.5 |         |         |         |

| S       | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|--------|-----------|------------|
| 2.56484 | 98.35% | 98.19%    | 97.96%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 31 a la iteración 40

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS  | F-Value   | P-Value |
|--------|----|---------|---------|-----------|---------|
| Factor | 9  | 33146.6 | 3682.95 | 138001.99 | 0.000   |
| Error  | 90 | 2.4     | 0.03    |           |         |
| Total  | 99 | 33149.0 |         |           |         |

| S        | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|----------|--------|-----------|------------|
| 0.163364 | 99.99% | 99.99%    | 99.99%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 41 a la iteración 50

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS  | F-Value   | P-Value |
|--------|----|---------|---------|-----------|---------|
| Factor | 9  | 33146.6 | 3682.95 | 138001.99 | 0.000   |
| Error  | 90 | 2.4     | 0.03    |           |         |
| Total  | 99 | 33149.0 |         |           |         |

| S        | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|----------|--------|-----------|------------|
| 0.163364 | 99.99% | 99.99%    | 99.99%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 51 a la iteración 60

| Source | DF | Adj SS | Adj MS  | F-Value | P-Value |
|--------|----|--------|---------|---------|---------|
| Factor | 9  | 37650  | 4183.31 | 124.03  | 0.000   |
| Error  | 90 | 3036   | 33.73   |         |         |
| Total  | 99 | 40685  |         |         |         |

| S       | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|--------|-----------|------------|
| 5.80758 | 92.54% | 91.79%    | 90.79%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 61 a la iteración 70

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS  | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|---------|---------|---------|
| Factor | 9  | 38917.3 | 4324.14 | 1319.40 | 0.000   |
| Error  | 90 | 295.0   | 3.28    |         |         |
| Total  | 99 | 39212.3 |         |         |         |

| S | R-sq | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---|------|-----------|------------|
|---|------|-----------|------------|

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| 1.81035 | 99.25% | 99.17% | 99.07% |
|---------|--------|--------|--------|

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 71 a la iteración 80

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS  | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|---------|---------|---------|
| Factor | 9  | 35999.6 | 3999.96 | 2342.78 | 0.000   |
| Error  | 90 | 153.7   | 1.71    |         |         |
| Total  | 99 | 36153.3 |         |         |         |

| S       | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|--------|-----------|------------|
| 1.30666 | 99.57% | 99.53%    | 99.48%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 81 a la iteración 90

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS  | F-Value | P-Value |
|--------|----|---------|---------|---------|---------|
| Factor | 9  | 32971.3 | 3663.48 | 883.10  | 0.000   |
| Error  | 90 | 373.4   | 4.15    |         |         |
| Total  | 99 | 33344.7 |         |         |         |

Model Summary

| S       | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|---------|--------|-----------|------------|
| 2.03677 | 98.88% | 98.77%    | 98.62%     |

Análisis Anova de las diferentes combinaciones de las medidas de sucesión de la iteración 91 a la iteración 100

| Source | DF | Adj SS  | Adj MS  | F-Value  | P-Value |
|--------|----|---------|---------|----------|---------|
| Factor | 9  | 32438.5 | 3604.28 | 22174.93 | 0.000   |
| Error  | 90 | 14.6    | 0.16    |          |         |
| Total  | 99 | 32453.1 |         |          |         |

Model Summary

| S        | R-sq   | R-sq(adj) | R-sq(pred) |
|----------|--------|-----------|------------|
| 0.403160 | 99.95% | 99.95%    | 99.94%     |