

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE  
BAJA CALIFORNIA**



**FACULTAD DE CIENCIAS MARINAS**

**RECONOCIMIENTO Y CONTEO DE COPÉPODOS  
CALANOIDEOS A PARTIR DE CORRELACIONES  
INVARIANTES BASADAS EN FILTROS ARMÓNICOS  
CIRCULARES**

TESIS  
QUE PARA OBTENER  
EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS  
EN OCEANOGRAFÍA COSTERA  
PRESENTA

**Ocean. Victor Antonio Zavala Hamz**

**RECONOCIMIENTO Y CONTEO DE COPÉPODOS  
CALANOIDEOS A PARTIR DE CORRELACIONES  
INVARIANTES BASADAS EN FILTROS ARMÓNICOS  
CIRCULARES**

TESIS  
QUE PRESENTA

**Victor Antonio Zavala Hamz**

APROBADA POR

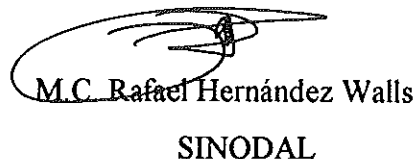


Dr. Josué Álvarez Borrego

DIRECTOR DE TESIS



M.C. Antonio Frajillo Ortiz  
CO-DIRECTOR



M.C. Rafael Hernández Walls  
SINODAL

## INDICE GENERAL

	<b>Página</b>
<b>I. INTRODUCCION</b> .....	1
I.1. Antecedentes .....	3
I.2. Objetivos .....	7
I.2.1. Objetivo general .....	7
I.2.2. Objetivos particulares .....	7
<b>II. METODOLOGIA</b> .....	8
II.1. Obtención y tratamiento de los organismos .....	8
II.2. Programa para fabricar filtros armónicos circulares (FAC) .....	12
<b>III. RESULTADOS</b> .....	14
<b>IV. DISCUSION</b> .....	34
<b>V. CONCLUSIONES</b> .....	38
<b>VI. ANEXO A</b> .....	39
<b>VII. ANEXO B</b> .....	48
B.1. Teoría de los FAC .....	48
B.2. El centro propio .....	54
B.3. Criterio matemático del centro propio .....	55
B.4. Posición del centro propio .....	57
B.5. Unicidad del filtraje por armónicos circulares .....	58
B.6. Problema de discriminación .....	58

B.7. Refutaciones matemáticas .....	61
B.8. Verificación por simulación .....	67
B.9. Mapa de energía .....	68
B.10. Correlación .....	70
<b>VIII. ANEXO C</b> .....	<b>70</b>
<b>IX. REFERENCIAS</b> .....	<b>72</b>

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Página</b>
Figura 1. Diagrama de flujo que ilustra cada uno de los pasos a seguir en la metodología. ....	9
Figura 2. Contornos de las dos especies de copépodos seleccionadas. ....	10
Figura 3. Filtro armónico circular de orden dos de la hembra de <i>Calanus pacificus</i> . (a) organismo, (b) módulo, (c) parte real, (d) parte imaginaria y (e) autocorrelación. ....	16
Figura 4. Filtro armónico circular de orden nueve del macho de <i>Calanus pacificus</i> . (a) organismo, (b) módulo, (c) parte real, (d) parte imaginaria y (e) autocorrelación. ....	17
Figura 5. Filtro armónico circular de orden diez de la hembra de <i>Acartia tonsa</i> . (a) organismo, (b) módulo, (c) parte real, (d) parte imaginaria y (e) autocorrelación. ....	18
Figura 6. Filtro armónico circular de orden dos del macho de <i>Acartia tonsa</i> . (a) organismo, (b) módulo, (c) parte real, (d) parte imaginaria y (e) autocorrelación. ....	19
Figura 7. Imágenes problema, conteniendo los organismos seleccionados en diferentes orientaciones. ....	20

Figura 8. Prueba de discriminación del filtro de la hembra de <i>Calanus pacificus</i> .	
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y	
(c) salida de correlación. ....	21
Figura 9. Prueba de discriminación del filtro del macho de <i>Calanus pacificus</i> .	
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y	
(c) salida de correlación. ....	23
Figura 10. Prueba de discriminación del filtro de la hembra de <i>Acartia tonsa</i> .	
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y	
(c) salida de correlación. ....	24
Figura 11. Prueba de discriminación del filtro de la hembra de <i>Calanus pacificus</i> .	
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y	
(c) salida de correlación. ....	26
Figura 12. Prueba de discriminación del filtro del macho de <i>Calanus pacificus</i> .	
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y	
(c) salida de correlación. ....	27
Figura 13. Prueba de discriminación del filtro de la hembra de <i>Acartia tonsa</i> .	
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y	
(c) salida de correlación. ....	28
Figura 14. Prueba de discriminación del filtro del macho de <i>Acartia tonsa</i> .	
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y	
(c) salida de correlación. ....	30

Figura 15. Prueba de discriminación del filtro de la hembra de *Acartia tonsa*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación. .... 31

Figura 16. Prueba de discriminación del filtro del macho de *Acartia tonsa*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación. .... 33

#### LISTA DE TABLAS

Tabla I. Ordenes adecuados para cada organismo seleccionado. Se incluyen  
las coordenadas de los centros propios verdaderos, máximo de  
correlación y su diferencia. .... 15

## I. INTRODUCCION

Los métodos de identificación y conteo de organismos microscópicos a partir de muestras preservadas han cambiado muy poco en los últimos 100 años (Jeffries *et al.*, 1980). Usualmente, una identificación correcta, de gran importancia en el quehacer de todo planctólogo o ecólogo, puede tomar mucho tiempo al utilizar el microscopio estereoscópico o el compuesto como herramienta de observación (Ortner *et al.*, 1979; Omori e Ikeda, 1984).

En la literatura es frecuente encontrar artículos que hablen sobre taxonomía o ecología de organismos microscópicos. Del mismo modo, son comunes los casos de sinonimias; por ejemplo, Björnberg (1981) reporta para copépodos calanoideos: *Acartia lilljeborgii* = *Acartia denticornis*; *Nannocalanus minor* = *Calanus vulgus* y Trujillo-Ortíz (1990) que *Acartia californiensis* = *Acartia bacorehuisensis*.

Con el objeto de hacer de la identificación y conteo de organismos microscópicos un proceso menos tedioso y consumidor de tiempo, en los años setentas y principios de los ochentas, se desarrolló una gran variedad de sistemas automatizados. Entre ellos podemos nombrar al contador de partículas, la fotografía de siluetas, el análisis de imágenes de video, el contador *in situ*, el sistema identificador o el contador de plancton a bordo de un barco. Sin embargo, ninguno de estos sistemas garantizan la efectividad de la clasificación taxonómica debido a problemas como: la forma u orientación del organismo y la nitidez de las imágenes o fotografías (Sheldon y Parsons,

1967; Herman y Dauphinee, 1980; Herman y Mitchell, 1981; Liacopolous, 1983; Rolke y Lenz, 1984; Latrous, 1984).

Vander Lugt (1964) introdujo el uso de la teoría óptica de difracción de la luz para contar y tratar de lograr la correcta discriminación de objetos. A estas técnicas se les conoce actualmente como procesado óptico coherente de imágenes (Caulfield y Maloney, 1969). Steward (1983), menciona que en el procesado óptico coherente de imágenes, las lentes transformadoras, el laser y el negativo fotográfico del objeto a reconocer, son los componentes más importantes para obtener un patrón de difracción.

El uso de las computadoras para realizar procesado de imágenes se remonta también a principios de los años sesenta, pero no fue hasta principios de los años setenta que se tuvo un crecimiento acelerado y comenzó la madurez tecnológica del procesado digital de imágenes. Las investigaciones en ese tiempo se enfocaban a la restauración, mejoramiento y compresión de imágenes (Hunt, 1976).

Actualmente, el desarrollo de la computación ha permitido que gran parte de la teoría óptica para el procesamiento de imágenes se pueda realizar y con resultados igualmente satisfactorios. El método de reconocimiento invariante de patrones de difracción parece ser uno de los más prometedores (Arsenault *et al.*, 1993).

## I.1 Antecedentes

Los primeros experimentos de filtraje de imágenes fueron efectuados a finales del siglo pasado por Abbe (1873) y fueron retomados por Porter (1906). Estos autores demostraron que era posible modificar ópticamente los espectros de Fourier y así sentaron las bases del tratamiento óptico de imágenes.

Zernike (1935) utilizó un microscopio de contraste de fase para hacer filtraje de imágenes. El funcionamiento de este microscopio consiste simplemente en transformar las variaciones de fase en variaciones de intensidad.

Maréchal (1952) logró el mejoramiento de la calidad de fotografías mediante filtraje con luz coherente. Esta fue la introducción del correlacionador óptico, que funciona con ayuda de la transformada de Fourier.

El uso de técnicas ópticas coherentes en el reconocimiento de patrones fue introducido por Vander Lugt (1964) y es comunmente llamada correlación óptica de filtro emparejado (match filter). Este filtro es invariante a traslación. La operación matemática efectuada por el filtro es simplemente la correlación de la imagen de entrada y de la imagen grabada en el filtro. Este sistema reconocerá los objetos sin importar su posición en el plano de entrada, tal y como lo describen las propiedades de la correlación. Los sistemas de procesado óptico de datos son capaces de procesar, en tiempo real, grandes cantidades de datos (Trimble *et al.*, 1980). Estos sistemas requieren materiales de registro de alta resolución (película fotográfica o CCD = Charged Coupled

Device) y con buena sensibilidad para otros parámetros invariantes como rotación, escala, proyección, etc. Este inconveniente se incrementa cuando se trata de discriminar objetos diferentes, pero similares (Hester y Casasent, 1980; Arsenault *et al.*, 1987; Tsatsanis y Giannakis, 1990).

Los filtros emparejados pueden ser utilizados para identificar, mediante correlaciones, el objeto deseado dentro de un grupo de otros objetos o para diferenciarlo del ruido o información falsa. La decisión depende de que la correlación del objeto con el filtro se encuentre por arriba o debajo de un cierto rango o umbral (Arsenault *et al.*, 1987; Mendlovic *et al.*, 1990). Sin embargo, si el objeto es rotado en cualquier grado, el pico de correlación será suficientemente alterado para que ya no exista una detección.

En la formación de imágenes, la fase y la amplitud en el campo de Fourier son muy importantes (Oppenheim y Lim, 1981). La información de fase no puede contener toda la información del objeto a menos que sea combinada con la información de la amplitud. El resultado es parcialmente bueno porque no se puede identificar a un objeto que ha sido rotado o de diferente escala (Mu *et al.*, 1988). Rosen y Shamir (1989) mencionan que la rotación es una función periódica y que la escala puede cambiar infinitamente, es por eso que es posible lograr una invarianza en rotación completa; sin embargo, los cambios en escala deben estar limitados a ciertos rangos. Para lograr la invarianza en rotación es muy conveniente transformar los datos a coordenadas polares. Hsu y Arsenault (1982), utilizaron una expansión circular armónica, que no es más que la descripción de un objeto en coordenadas polares y a ciertos órdenes armónicos, para así reconocerlo sin importar su posición y ángulo de rotación. Las ventajas de este método

son numerosas. En primer lugar, el plano de correlación también es invariante a rotación y posición. Otra ventaja es que la metodología está sustentada en un gran número de estudios teóricos que han probado su sensibilidad al ruido, sus transformaciones ópticas (Hsu y Arsenault, 1982, 1983; Arsenault y Sheng, 1986) y servirán como base para implementar filtros más complejos (Hsu y Arsenault, 1984; Arsenault, 1986; Sheng y Arsenault, 1987). Una de las desventajas de este método es que los filtros pierden su poder de discriminación si previamente no se localiza el centro propio de la imagen. Existen varios métodos para encontrar los centros propios (Hsu *et al.*, 1982; Sheng y Arsenault, 1987), pero Prémont (1992) desarrolló uno más rápido y eficaz que permite utilizar, en tiempo real, diferentes filtros armónicos circulares.

Es importante mencionar que los trabajos citados hasta este momento han utilizado métodos de correlaciones ópticas para identificar, contar o diferenciar objetos como letras del alfabeto, figuras de aviones o tanques de guerra. Esto se debe a que los proyectos forman parte importante de los programas de defensa de países como Estados Unidos o Canadá (Caulfield y Maloney, 1969; Casasent y Psaltis, 1976; Leclerc *et al.*, 1991). Otros autores como Javidi y Horner (1994) los utilizan para validar y verificar la autenticidad de las fotografías y firmas de documentos como tarjetas de crédito y pasaportes, o bien, las huellas digitales de delincuentes que forman parte de grandes bancos de datos de la policía.

En los años setentas y principios de los ochentas, se desarrollaron una gran variedad de sistemas automatizados para realizar la identificación y conteo de organismos, pero no garantizan la efectividad de la clasificación taxonómica debido

a problemas como la forma u orientación del organismo y la nitidez de las imágenes o fotografías (Sheldon y Parsons, 1967; Latrous, 1984).

Simultáneamente, se realizaron investigaciones que utilizaban diferentes técnicas de procesamiento óptico coherente para la identificación, principalmente de diatomeas (Cairns *et al.*, 1972; Almeida *et al.*, 1976).

Jeffries *et al.* (1980, 1984), utilizaron una técnica similar en organismos zooplanctónicos y lograron identificar, medir y contar, a nivel grupo, hasta 500 organismos en un tiempo de cinco a seis minutos con un 90% de exactitud promedio. Mencionan que la orientación de los organismos es un problema y presentan el patrón de difracción del copépodo *Tortanus discaudatus*.

Coronel-Beltrán (1988) elaboró un correlacionador óptico invariante en rotación mediante transformadas de Fourier y de Mellin, los objetos que utilizó fueron diatomeas.

Zavala-Hamz (1991), obtiene por medios ópticos los patrones de difracción de cuatro especies de copépodos calanoideos y los analiza digitalmente. También hace mención del problema de la orientación (rotación) y la escala para la correcta identificación. Zavala-Hamz *et al.* (1995) obtienen patrones de difracción digitales de tres especies de copépodos calanoideos, completas y segmentadas. El análisis de asociación realizado (dendrogramas) muestra que los patrones de difracción discriminan mejor que las imágenes de los organismos.

## **I.2. Objetivos**

### **I.2.1. Objetivo general**

Implementar un sistema digital para reconocer y contar (hasta nivel sexo) imágenes de copépodos calanoideos, sin importar cambios en ubicación u orientación (rotación) mediante Filtros Armónicos Circulares (FAC).

### **I.2.2. Objetivos particulares**

- Encontrar los centros propios de los filtros armónicos circulares (FAC) utilizando la metodología descrita por Prémont (1992).
- Elaborar un FAC para cada una de las especies seleccionadas.
- Reconocer y contar un número conocido de organismos dentro de imágenes problema.

## II. METODOLOGIA

La figura 1 muestra detalladamente cada uno de los pasos involucrados en la metodología.

### II.1. Obtención y tratamiento de los organismos

Se trabajó con dos especies de copéodos calanoideos: *Calanus pacificus* y *Acartia tonsa* (Fig. 2). Una tercer especie, *Acartia californiensis*, fue considerada en la última parte del trabajo para probar el poder de discriminación del método. *Calanus pacificus* fue facilitado por el Dr. Abraham Fleminger y Theodore Snyder (Q.E.P.D. ambos) de la colección de Zooplancton de la Institución Oceanográfica Scripps al M.C. Antonio Trujillo-Ortiz (F.C.M., U.A.B.C.) de muestras provenientes de la Corriente de California. Trujillo-Ortiz colectó a *Acartia tonsa* y a *Acartia californiensis* en el Estero de Punta Banta, B.C.

Los copéodos calanoideos son organismos holoplanctónicos que dominan la mayoría de los mares del mundo. En regiones templadas son extremadamente abundantes. El género *Calanus* es su principal representante debido a que habita en todos los océanos y excede en abundancia al resto de los géneros (Raymont, 1983).

*Acartia tonsa* se distribuye mundialmente pudiendo llegar a ser dominante en las lagunas costeras del Océano Pacífico nororiental. *Acartia californiensis* sólo se encuentra en las lagunas costeras del Pacífico nororiental.

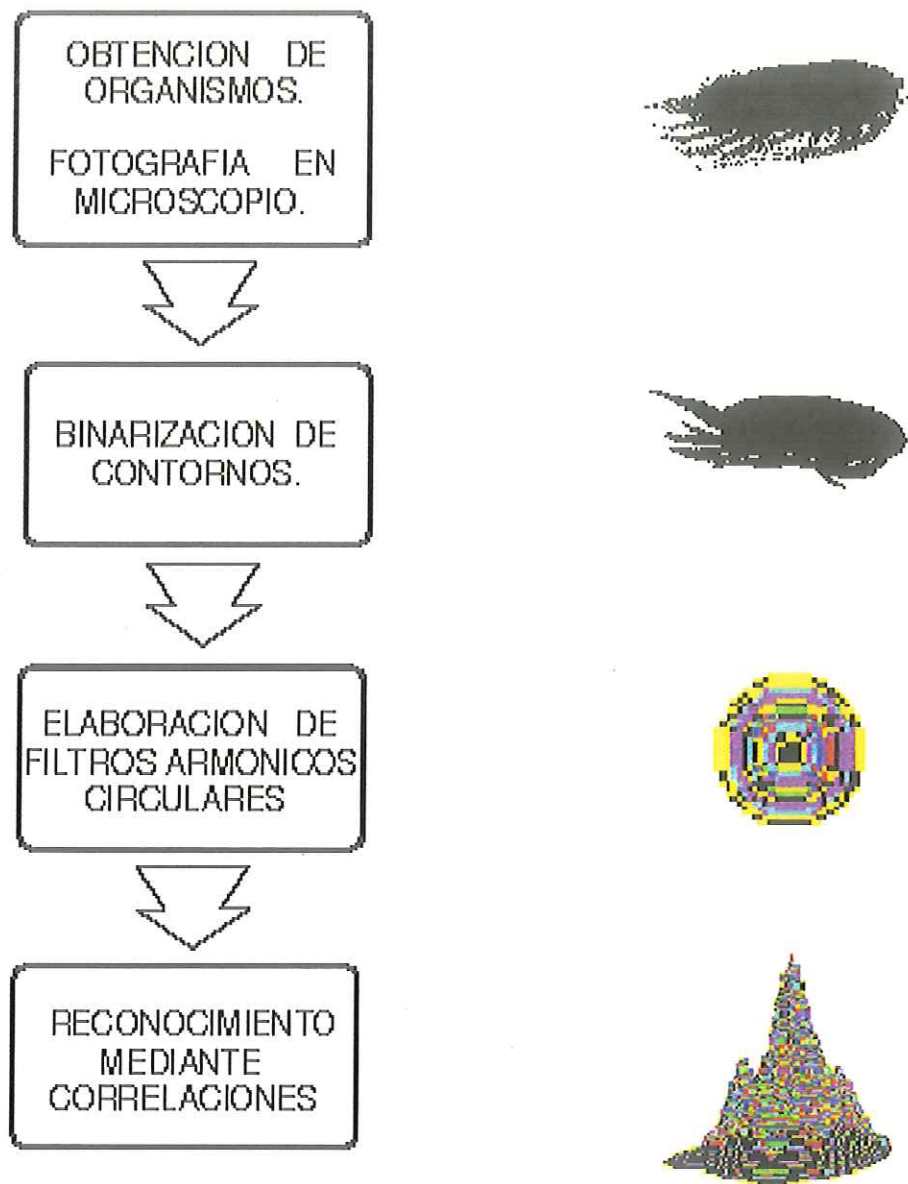


Figura 1. Diagrama de flujo que ilustra cada uno de los pasos a seguir en la metodología.

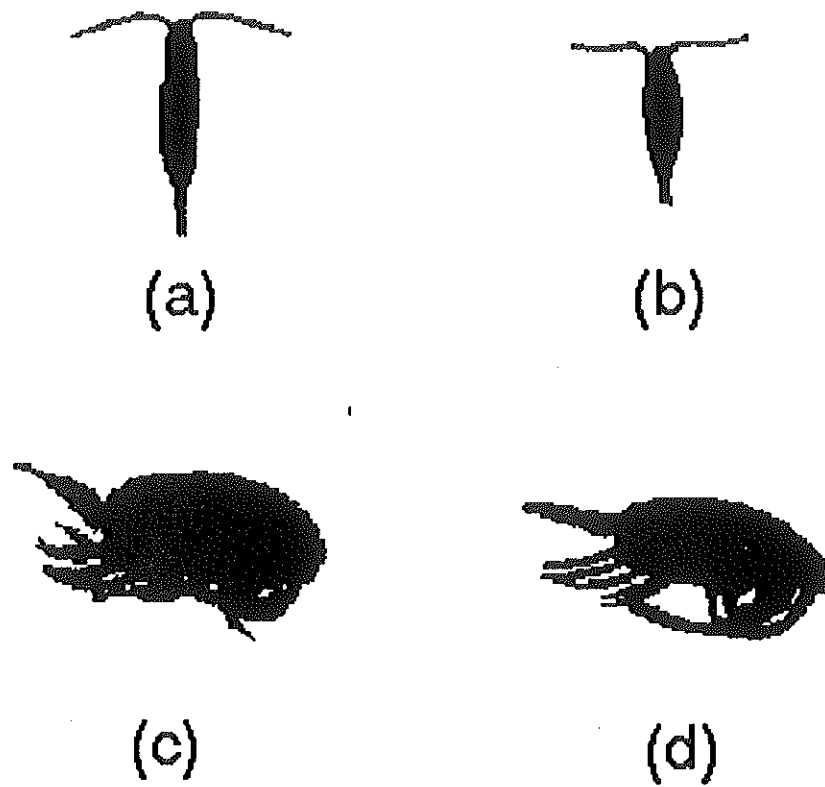


Figura 2. Contornos de las dos especies de copéodos calanoideos seleccionadas.  
(a) *Acartia tonsa*, hembra; (b) *Acartia tonsa*, macho; (c) *Calanus pacificus*, hembra y (d) *Calanus pacificus*, macho

Las primeras antenas de los machos de éste género tienen forma de alas de avión. Cuando los organismos del género *Acartia* están preservados tienden a presentar sus antenas extendidas, por lo que los organismos adoptan al sedimentarse, generalmente, una posición dorso ventral.

*Calanus pacificus* es el copépodo más abundante en las muestras de zooplancton de la región de la Corriente de California. Las hembras son más grandes que los machos y la presencia de una pequeña protuberancia en el segmento genital de las hembras, llamado gonópodo, es una buena clave para diferenciar hembras de machos. Cuando están preservados, los organismos del género *Calanus* presentan sus primeras antenas plegadas, por lo que el organismo tiende a adoptar una posición lateral (Frost, 1972).

En todos los casos se utilizaron hembras adultas para ser consistentes con la taxonomía tradicional (Zvereva, 1972; Björnberg, 1981), pero también se utilizaron machos adultos para saber si el sistema es capaz de detectar la diferencia morfológica que existe entre los sexos.

Todos los organismos se fotografiaron con un microscopio estereoscópico Wild Heerbruggs modelo MSA, con fuente de luz propia y utilizando película blanco y negro (Kodak Technical-Pan). Una vez tomadas las fotografías se reveló la película para obtener los negativos e impresiones. El siguiente paso fue realizar, en una computadora, contornos binarios (negro adentro y blanco afuera) de cada una de las especies seleccionadas. La ventaja de utilizar contornos es que la información que se obtiene de ellos carece de agentes de ruido externo como basura que pueda contener el agua de la muestra.

## **II.2. Programa para fabricar filtros armónicos circulares (FAC)**

Se entabló comunicación con Guy Prémont en Francia para hacerle saber el interés del Grupo de Procesado de Imágenes de la Superficie del Mar y Organismos Planctónicos (PISMOP) perteneciente al Departamento de Optica del CICESE, con el propósito de usarlo para los objetivos del presente trabajo. Prémont envió el programa principal. El grupo PISMOP se dió a la tarea de traducir el programa principal y reescribir las subrutinas que hacían falta. El programa principal se encuentra en el anexo A, las subrutinas que aparecen resaltadas son las que elaboró el grupo PISMOP. Toda la teoría sobre FAC que se conoce hasta la fecha puede ser consultada en el anexo B. El programa se corrió en una computadora 486DX2, 16MB de RAM y disco duro de 1.2 Gbytes que cuenta con el sistema de multitareas OS/2.

El primer paso es generar una imagen (matriz) ponderada o normalizada de la imagen seleccionada. Para ello es necesario que el programa calcule el radio de las funciones armónicas circulares (fac) de la imagen donde cada pixel tiene el valor inverso del cuadrado del radio de la fac desarrollada en ese mismo punto. La matriz ponderada se guarda en un archivo pues será de gran utilidad más adelante ya que va a dar una idea de cuales son las coordenadas iniciales del centro propio o geométrico de la imagen.

El segundo paso consiste en encontrar las coordenadas finales del centro propio de la imagen. Para ello es muy importante contar con la matriz ponderada y seleccionar un orden o frecuencia. A partir del orden seleccionado se desarrollarán las fac que servirán para encontrar el centro propio adecuado.

Para encontrar el centro propio, Prémont (1992) utilizó un método de anillamiento que permite hacer esto en un menor tiempo. Menciona que este método hace al programa dos órdenes de magnitud más rápido que sus antecesores, utilizó una SUN Sparc Station. Finalmente, se desarrolla el FAC a partir del centro propio encontrado y se verifica mediante la función de autocorrelación. El pico máximo de correlación no debe estar a una distribución mayor a ocho pixeles de las coordenadas del centro propio encontrado. Si el centro propio es el adecuado, entonces se guarda en archivos separados el módulo, parte real, imaginaria, y compleja del FAC. De lo contrario se debe correr de nuevo el programa eligiendo un orden diferente. Prémont sugirió que el rango de órdenes con que se debe buscar el centro propio fuera entre uno y 15. Menciona que órdenes fuera de este rango no contienen información suficiente de la imagen.

El último paso es probar el poder de detección del FAC elaborado mediante correlaciones cruzadas. Para tal efecto se generaron una serie de imágenes que llamaremos imágenes problema. Estas imágenes contienen a las especies seleccionadas en diferente posición u orientación ( $30^{\circ}$ - $315^{\circ}$ ), en algunas de ellas se incluye a la hembra y el macho de *Acartia californiensis*. Si un organismo dentro de la imagen problema es el mismo que el del filtro utilizado, entonces veremos un pico de correlación en la posición donde se encuentra el organismo. Si se tuviera más de un mismo organismo dentro de la imagen, entonces obtendremos igual número de picos de correlación en la salida.

### III. RESULTADOS

Escribir las subrutinas faltantes no fue tarea fácil, debido a que la teoría de FAC no está explicada completamente en las publicaciones. Una vez que el programa quedó completo fue necesario depurarlo hasta que quedó como se muestra en el anexo A. Prémont (1992) menciona que para matrices de 64 x 64 utilizó alrededor de seis horas de tiempo de cómputo en una SUN Sparc Station. En éste trabajo se manejaron matrices de 256 x 256. Las modificaciones hechas al programa por el grupo PISMOP permitieron reducir considerablemente el tiempo de cómputo. Para los filtros generados a partir del orden 10, el tiempo de cómputo fue de alrededor de 30 minutos, y para órdenes menores de tan solo unos pocos minutos. Diferentes órdenes resultaron ser adecuados para construir los FAC de los organismos seleccionados (Tabla I).

En las figuras 3-6 se presenta el módulo, parte real e imaginaria de los filtros fabricados para cada organismo, así como la autocorrelación del filtro del organismo. Los órdenes menores, dentro del rango fijado, dieron picos de correlación mucho más limpios que aquellos de los órdenes más altos. La parte compleja del filtro se utiliza para la identificación de los organismos contemplados en la imagen problema. Se elaboraron cinco imágenes problema para probar el poder de detección de los filtros (Fig. 7).

La imagen problema (a) de la figura 8 corresponde a la imagen (a) de la figura 7, la diferencia es que los organismos están rotados  $270^{\circ}$  y está compuesta por un macho de *C. pacificus* en la parte inferior derecha, un macho de *C. pacificus* en la parte inferior izquierda, una hembra de *A. californiensis* en la parte superior izquierda y una hembra de

Tabla I. Ordenes adecuados para cada organismo seleccionado. Se incluyen las coordenadas de los centros propios verdaderos, máximo de energía y su diferencia.

<b>Organismo</b>	<b>Orden</b>	<b>Centro Propio</b>	<b>Max. Energ.</b>	<b>Diferencia</b>
<i>C. pacificus</i> hembra	2	117,128	123,130	6,2
<i>C. pacificus</i> macho	9	132,128	125,125	7,3
<i>A. tonsa</i> hembra	10	130,128	127,128	3,0
<i>A. tonsa</i> macho	2	134,128	135,130	1,2

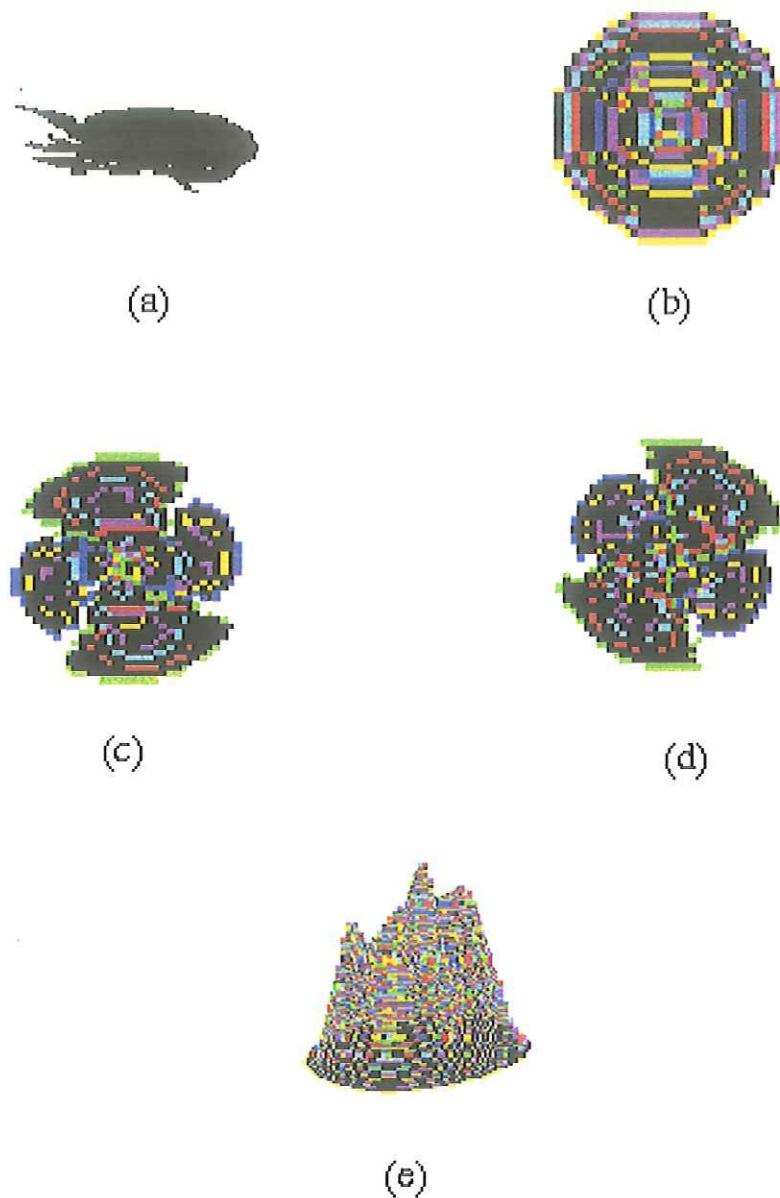


Figura 3. Filtro armónico circular de orden dos de la hembra de *Calamus pacificus*.

(a) organismo, (b) módulo, (c) parte real, (d) parte imaginaria y  
 (e) autocorrelación.

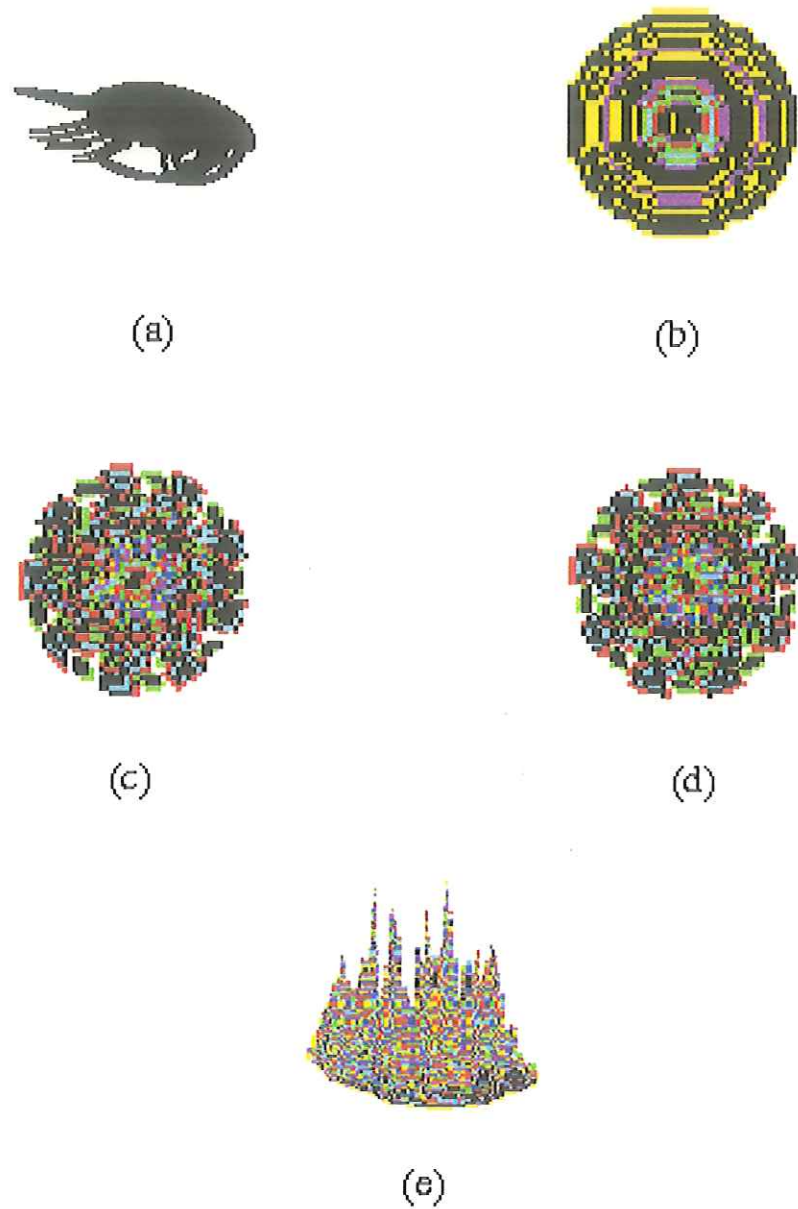
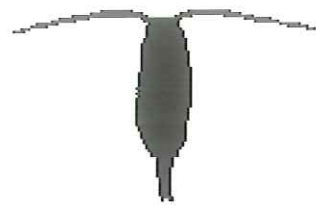
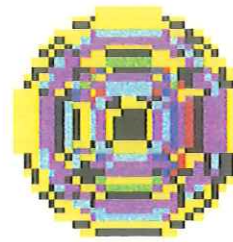


Figura 4. Filtro armónico circular de orden nueve del macho de *Calamus pacificus*.

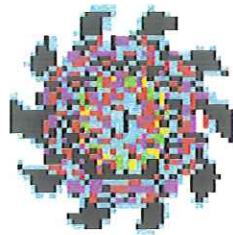
(a) organismo, (b) módulo, (c) parte real, (d) parte imaginaria y (e) autocorrelación.



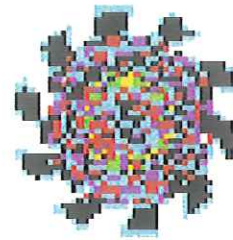
(a)



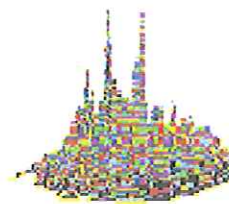
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 5. Filtro armónico circular de orden diez de la hembra de *Acartia tonsa*.

(a) organismo, (b) módulo, (c) parte real, (d) parte imaginaria y  
(e) autocorrelación.

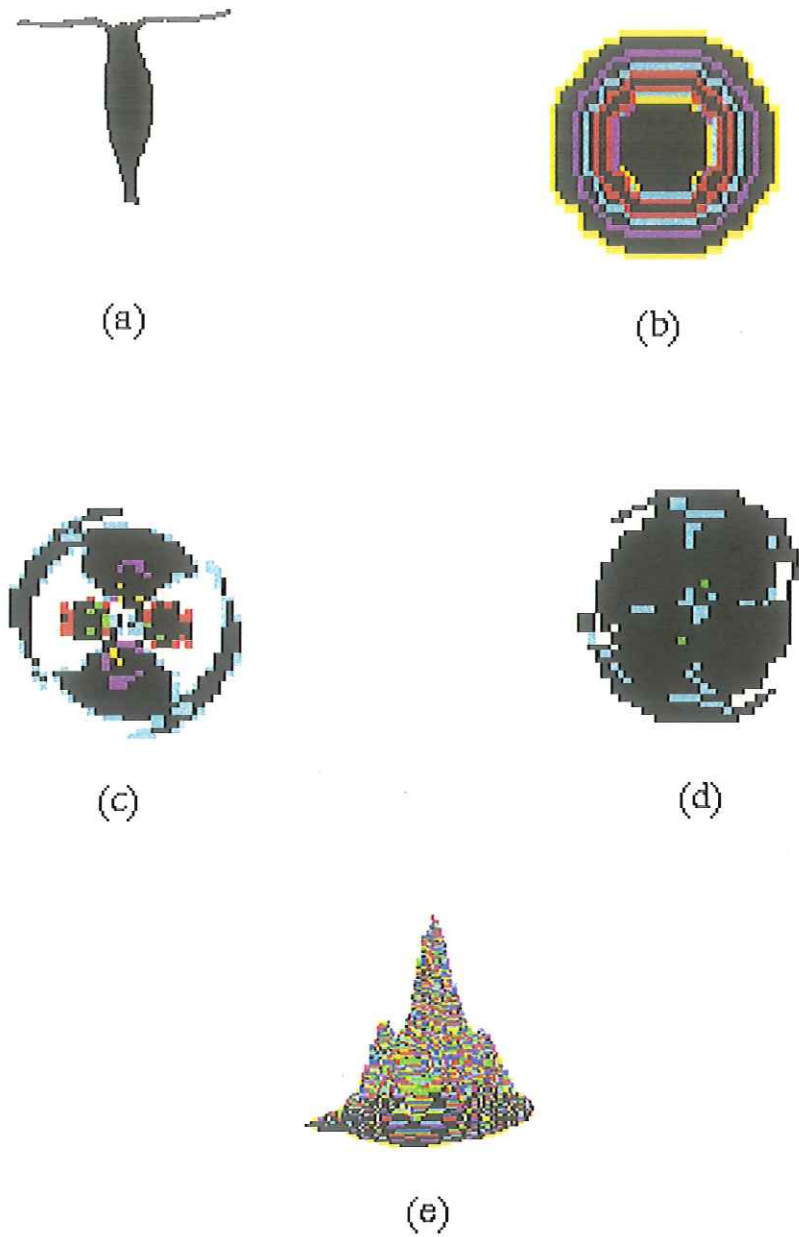
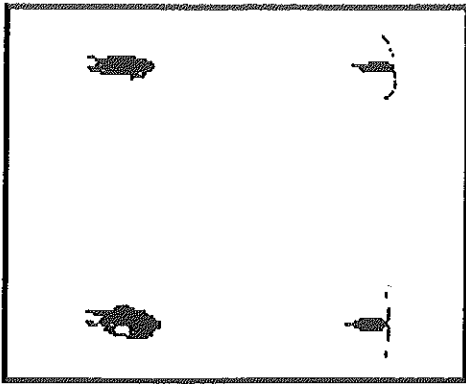
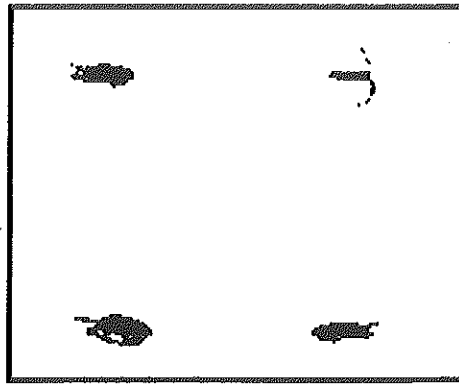


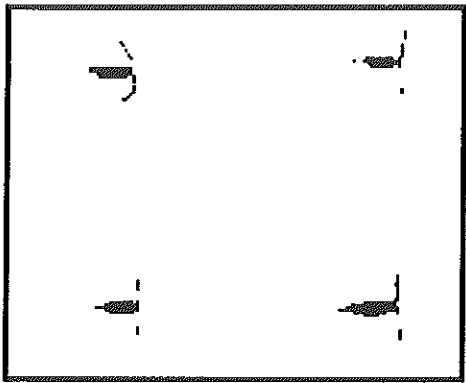
Figura 6. Filtro armónico circular del macho de *Acartia tonsa*, orden 2.  
(a) organismo, (b) módulo, (c) parte real, (d) parte imaginaria y  
(e) autocorrelación.



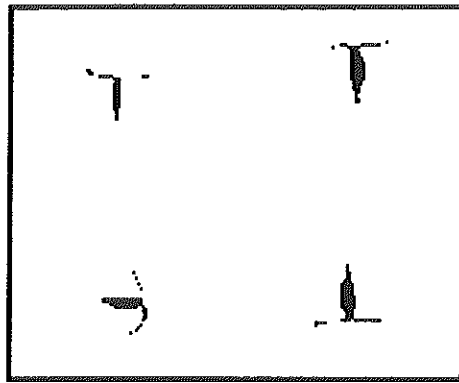
(a)



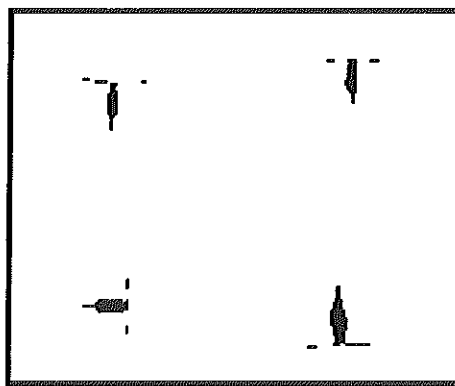
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 7. Imágenes problema, conteniendo los organismos seleccionados en diferentes orientaciones.

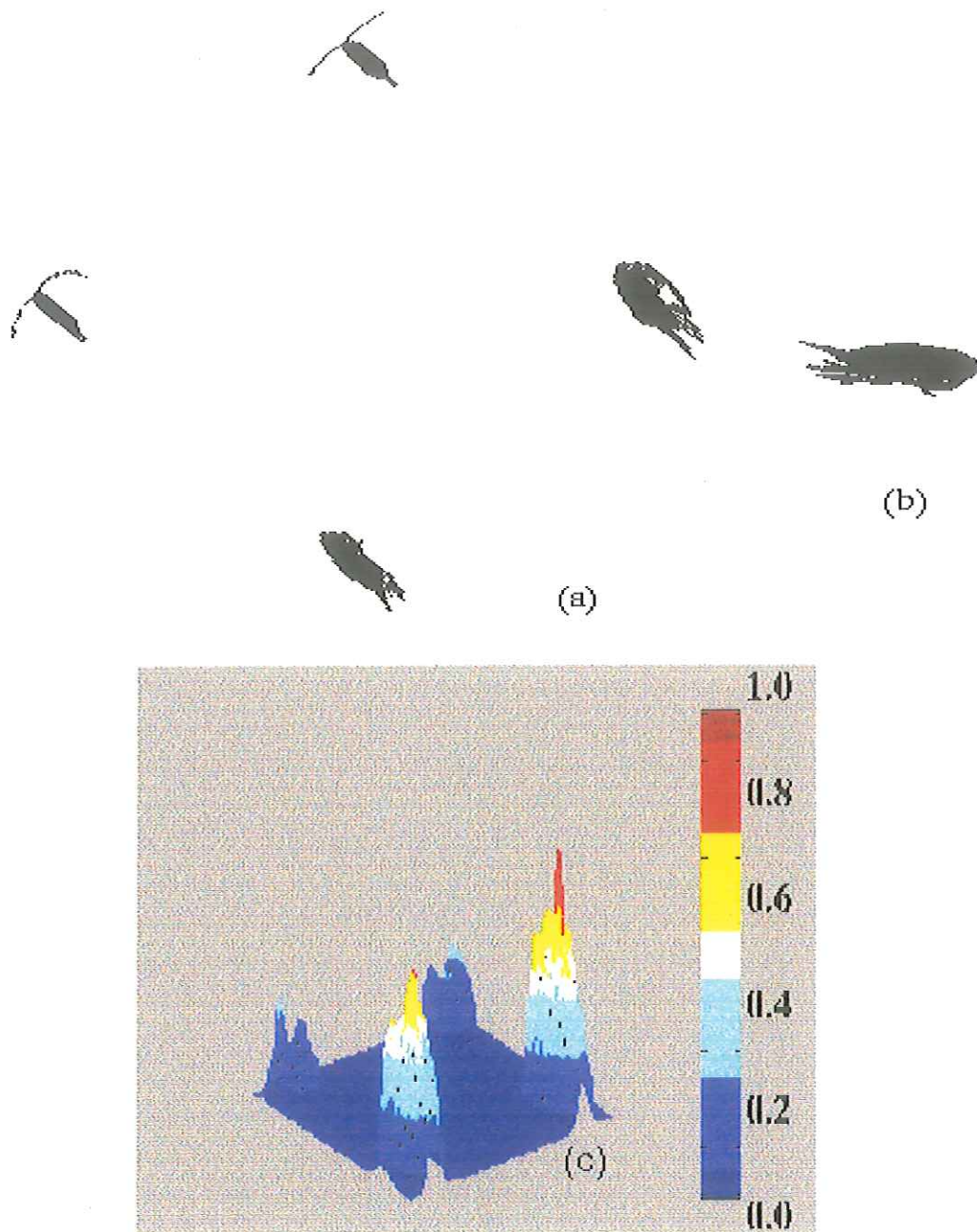


Figura 8. Prueba de discriminación del filtro de la hembra de *Calanus pacificus*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación.

*A. tonsa* en la parte superior derecha. Se utilizó el filtro de la hembra de *C. pacificus* (b) para reconocerla dentro de la imagen problema (a).

La salida de correlación (c) presenta un pico de correlación de valor 1.0 (color rojo intenso) en el extremo inferior derecho que es donde se encuentra el macho de *C. pacificus*, un pico de correlación de valor 0.75 (color amarillo) en el extremo inferior izquierdo que es donde se encuentra la hembra de *C. pacificus*. Las acartias tan solo tienen picos de valor 0.3 (color azul). El filtro discrimina los dos géneros presentes (*Calanus* y *Acartia*) con una diferencia de 0.45 - 0.70. Discrimina los sexos del género *Calanus* con una diferencia de 0.25.

En la figura 9 se utilizó el filtro del macho de *C. pacificus* (b) para reconocerlo dentro de la imagen problema (a). Esta imagen es la misma que en la figura 8 solo que está rotada 90°. Ahora los organismos están rotados 135° con respecto al filtro. La salida de correlación (c) muestra picos con ruido. En el extremo inferior izquierdo se observa el pico más alto con un valor de 0.8 (color naranja) y corresponde a la hembra de *C. pacificus*. En el extremo inferior derecho se observa un pico de 0.6 (color amarillo) y corresponde al macho de *C. pacificus*. Los picos superiores se quedan en valores de 0.4 (color azul claro). El filtro discrimina ambos géneros presentes con una diferencia de 0.2 - 0.4, y los sexos de los *Calanus* con una diferencia de 0.2.

En la figura 10 se utilizó el filtro de la hembra de *A. tonsa* (b) para tratar de identificarla en la imagen problema (a); la imagen es la misma que la de la figura 8. La salida de correlación (c) presenta un pico de valor 0.8 (color naranja) en el extremo inferior derecho, por lo que el filtro reconoce a la hembra de *A. tonsa*, pero se observa un

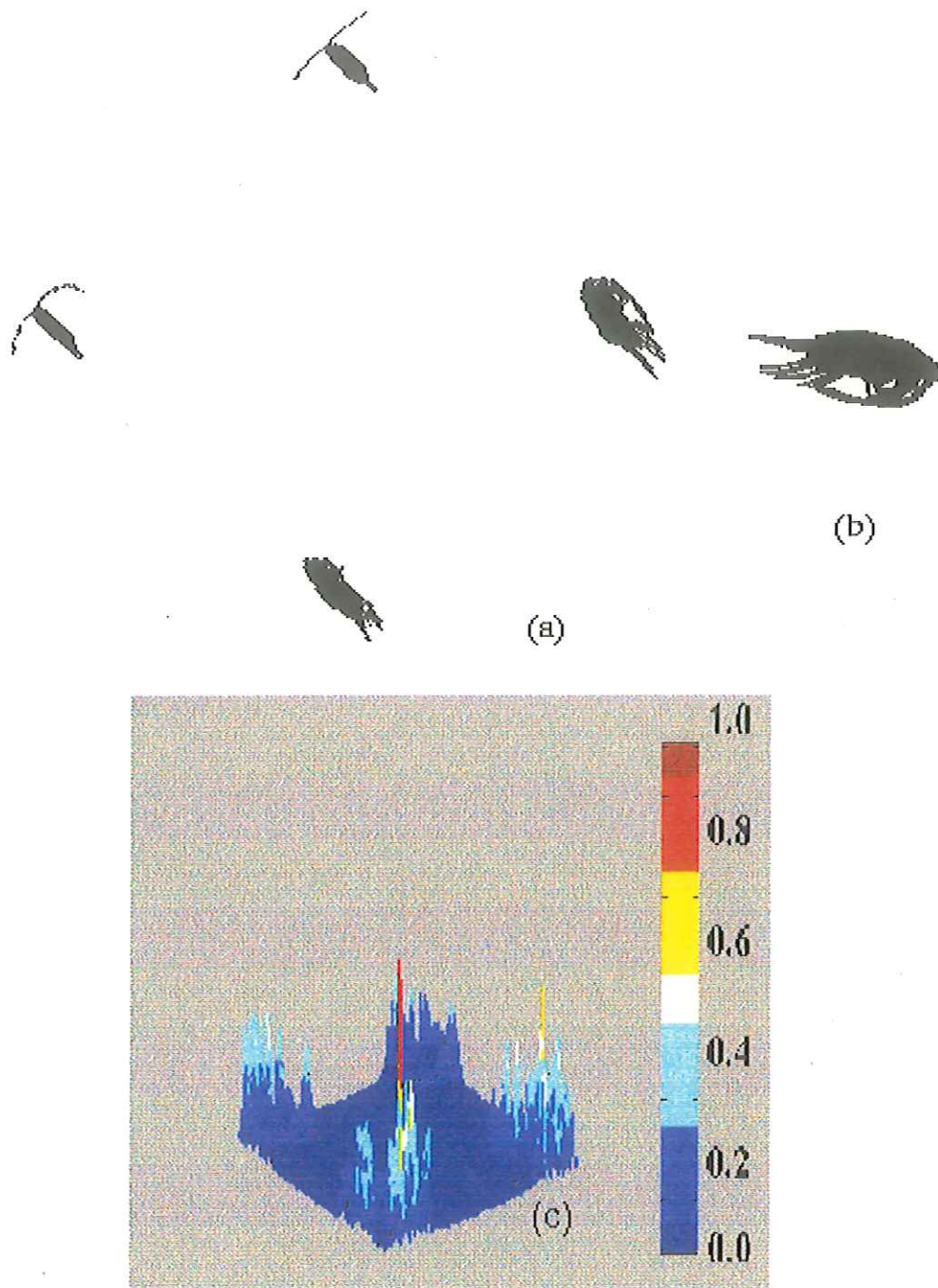


Figura 9. Prueba de discriminación del filtro del macho de *Calanus pacificus*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación.

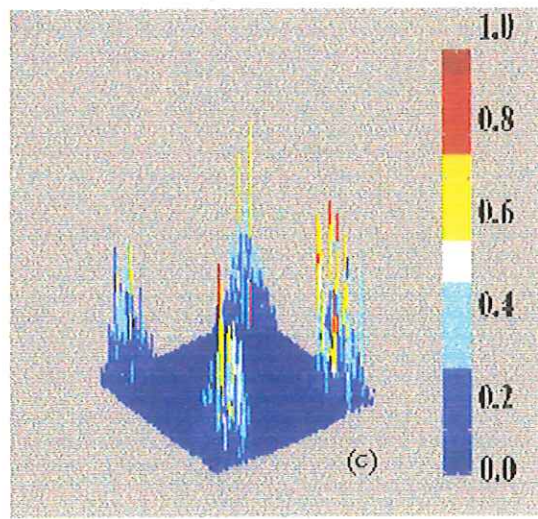
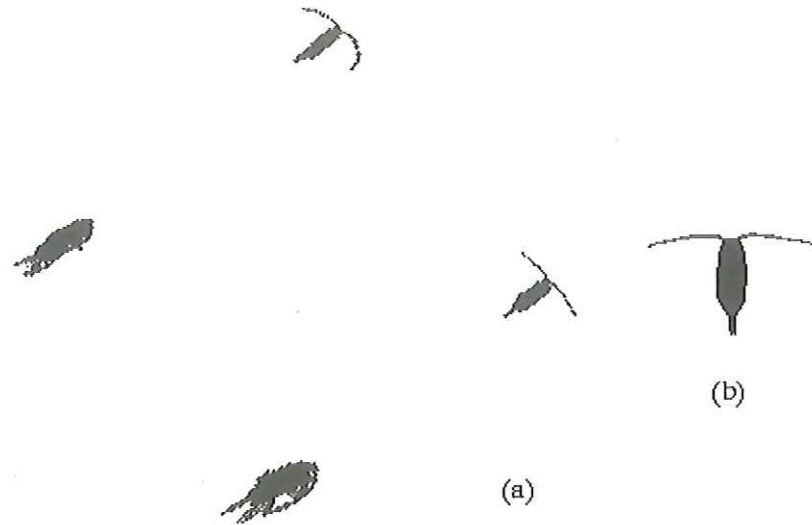


Figura 10. Prueba de discriminación del filtro de la hembra de *Acartia tonsa*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación.

pico similar en el extremo inferior izquierdo donde está el macho de *C. pacificus*. En los extremos superiores se presentan picos con valores cercanos a 0.6 (color amarillo). No se puede asegurar que el filtro, en este caso haya sido capaz de discriminar correctamente al organismo deseado.

En la figura 11 se utilizó la hembra de *C. pacificus* (b) para tratar de identificarla dentro de la imagen problema (a), que corresponde a la imagen (b) de la figura 7. Los organismos fueron rotados  $135^{\circ}$  con respecto al filtro. La salida de correlación (c) presenta picos sin ruido y altos en las posiciones que ocupan los *Calanus*. El filtro reconoce al macho y no a la hembra, esto se aprecia por el pico de valor 1.0 (color rojo) del macho y los picos de valor 0.6 (color amarillo) de las hembras, pero a pesar de ello si se está discriminando el sexo con una diferencia de 0.2 y los géneros *Acartia* y *Calanus* con una diferencia de 0.4.

En la figura 12 se utilizó al macho de *C. pacificus* (b) para tratar de reconocerlo dentro de la imagen problema (a), que corresponde a la imagen problema (b) de la figura 7. Todos los organismos están rotados  $315^{\circ}$  con respecto al filtro. La salida de correlación (c) muestra picos con bastante ruido. El filtro reconoce el macho de *C. pacificus* (0.8, color naranja) en el extremo inferior izquierdo y a las hembras (0.6, color amarillo) del extremo inferior derecho y del extremo superior derecho (0.5, color blanco). La hembra de *A. californiensis* también presenta un pico con valor de 0.6, por lo tanto, el filtro tiene poco poder discriminación.

En la figura 13 se utilizó a la hembra de *A. tonsa* (b) para tratar de reconocerla dentro de la imagen problema (a), que corresponde a la imagen problema (c) de la figura

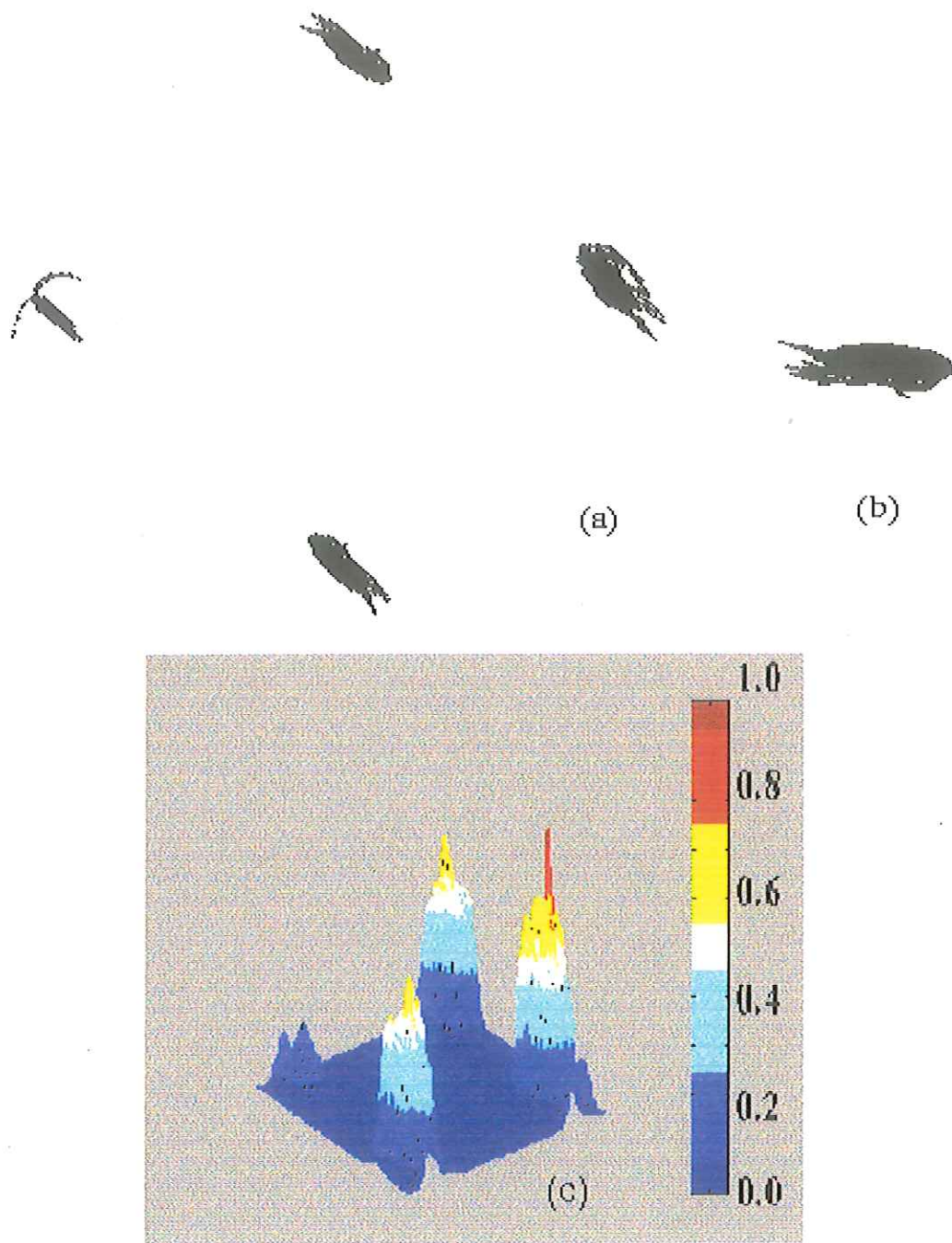


Figura 11. Prueba de discriminación del filtro de la hembra de *Calamus pacificus*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación.

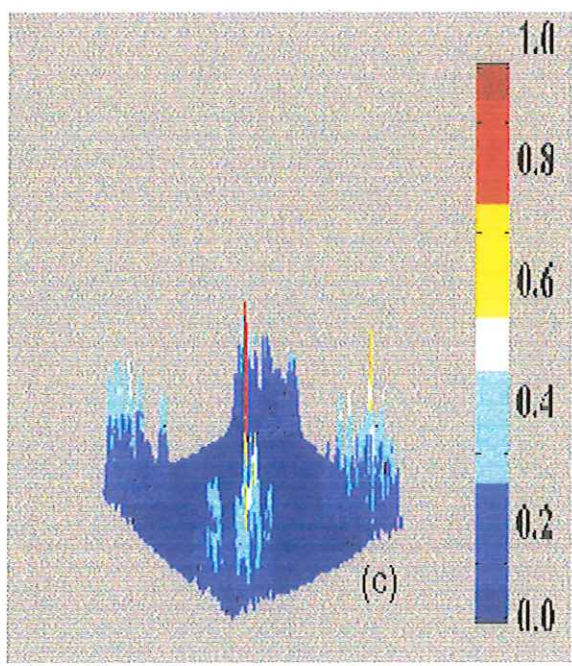
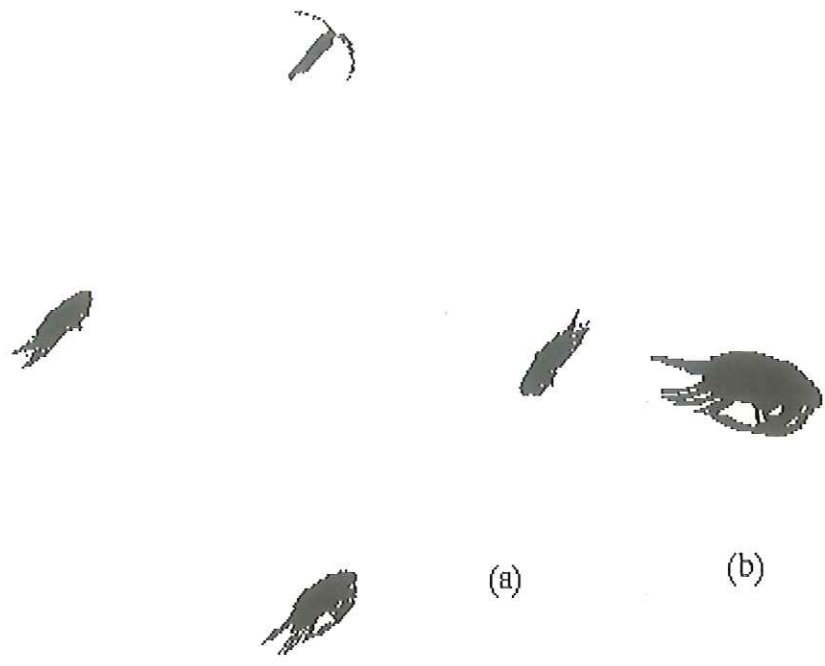


Figura 12. Prueba de discriminación del filtro del macho de *Calanus pacificus*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación.

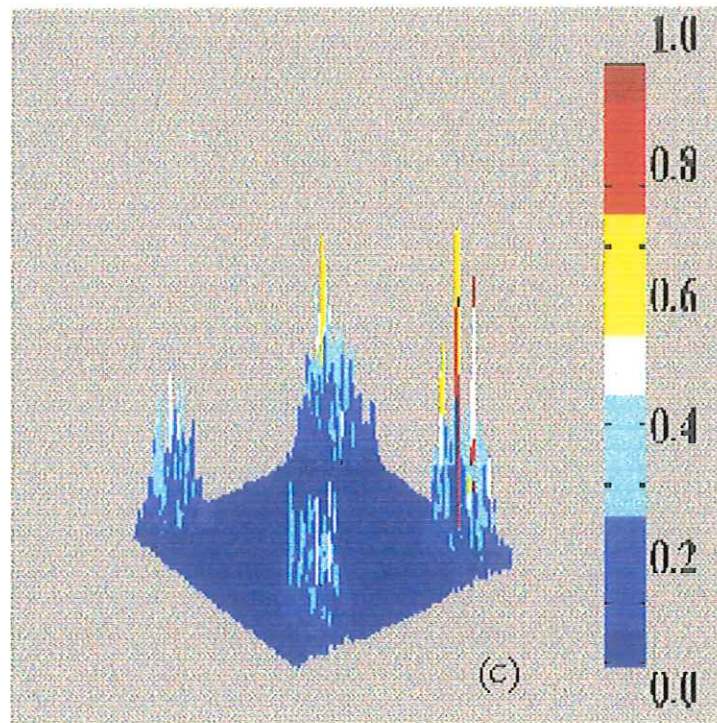
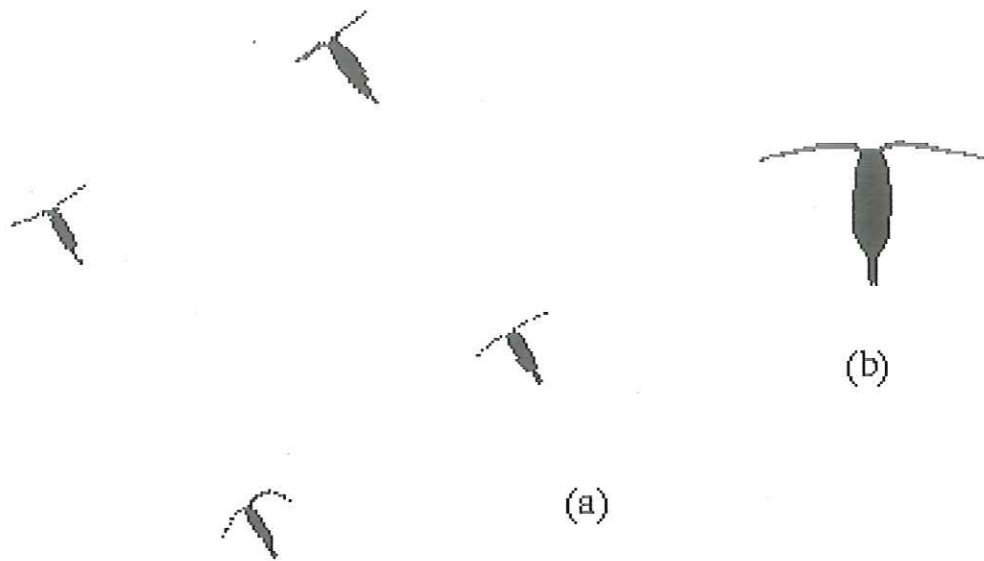


Figura 13. Prueba de discriminación del filtro de la hembra de *Acartia tonsa*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación.

7. Todos los organismos están rotados  $135^{\circ}$  con respecto al filtro. La salida de correlación (c) muestra picos de correlación con bastante ruido; sin embargo, el pico más alto (1.0, color rojo) está en el extremo inferior derecho que ocupa la hembra de *A. tonsa*. El siguiente pico más alto (0.6, color amarillo) está en el extremo superior derecho y corresponde al macho de *A. tonsa*. Los picos pequeños (0.5, color blanco) de los extremos izquierdos pertenecen a la hembra y macho de *A. californiensis*. El filtro discrimina los sexos de *A. tonsa* con una diferencia de 0.4 y las especies con una diferencia de 0.4 - 0.5.

En la figura 14 se utilizó al macho de *A. tonsa* (b) para tratar de reconocerlo dentro de la imagen problema (a), que es la misma que la de la figura 13. La salida de correlación (c) muestra picos sin ruido. Se presenta un pico de valor 1.0 (color rojo) en el extremo superior derecho, correspondiendo al macho de *A. tonsa*, en el extremo inferior derecho la hembra de *A. tonsa* presenta un pequeño pico de 0.5 (color blanco). Los organismos de el extremo izquierdo son hembra y macho de *A. californiensis*, los picos que presentan son los más pequeños (0.4, azul claro). El filtro discrimina el sexo de *A. tonsa* con una diferencia de 0.5 y a las especies con una diferencia de 0.6.

En la figura 15 se utilizó a la hembra de *A. tonsa* (b) para tratar de reconocerla dentro de la imagen problema (a), que corresponde a la imagen problema (e) de la figura 7. Todos los organismos están rotados  $315^{\circ}$  con respecto al filtro. La salida de correlación (c) muestra picos con bastante ruido; sin embargo los picos más altos están en el extremo inferior derecho (0.8, color naranja) y superior izquierdo (0.6 color amarillo),

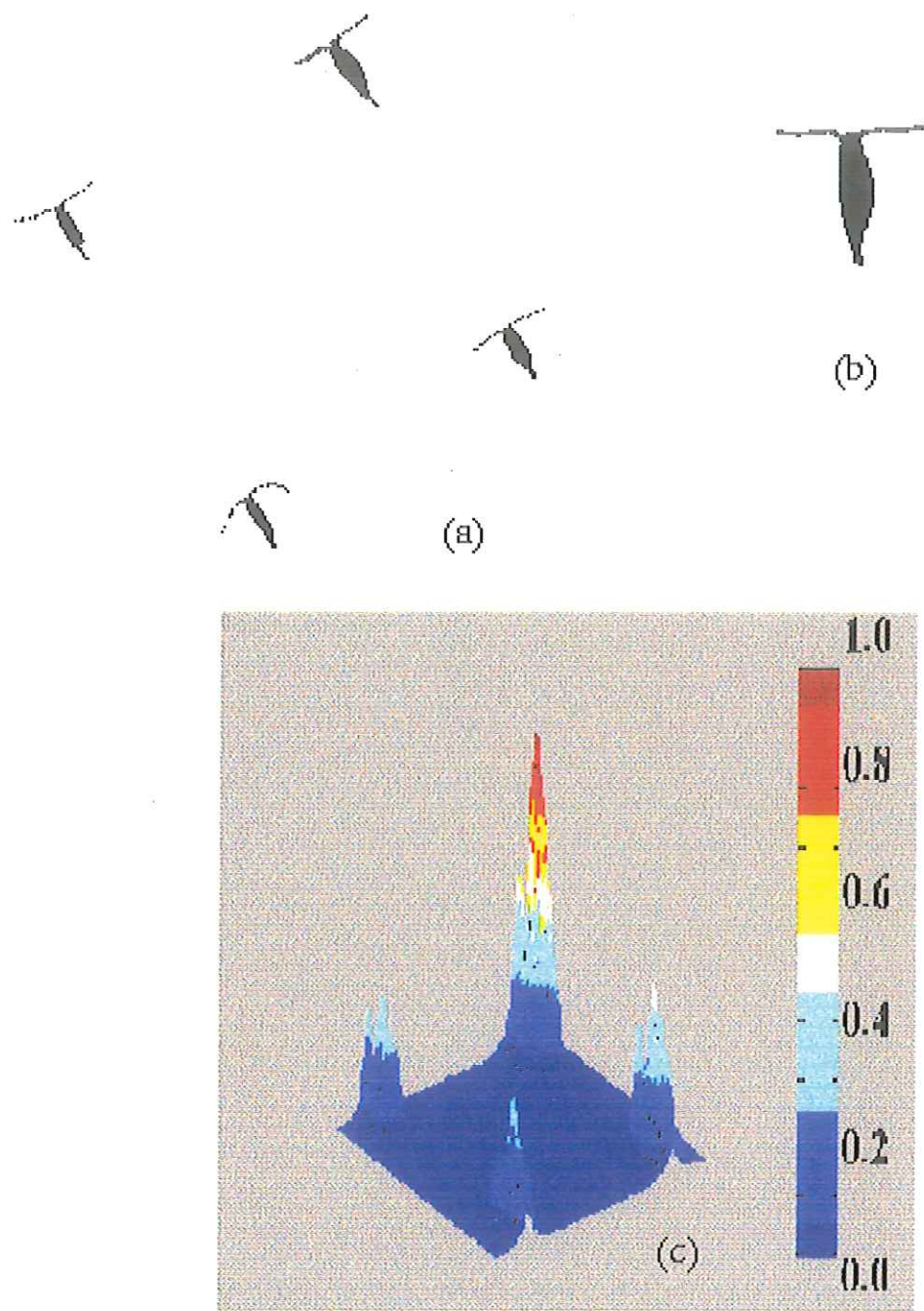


Figura 14. Prueba de discriminación del filtro del macho de *Acartia tonsa*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación

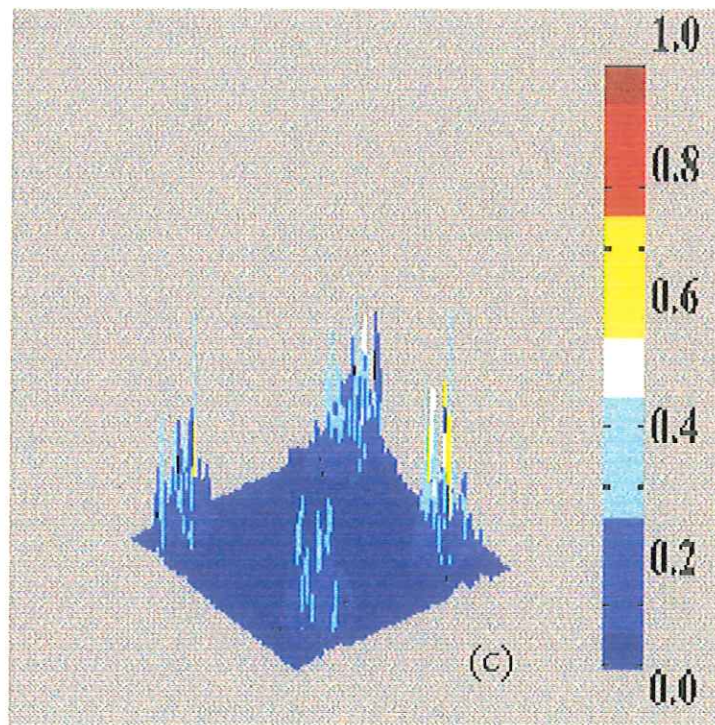
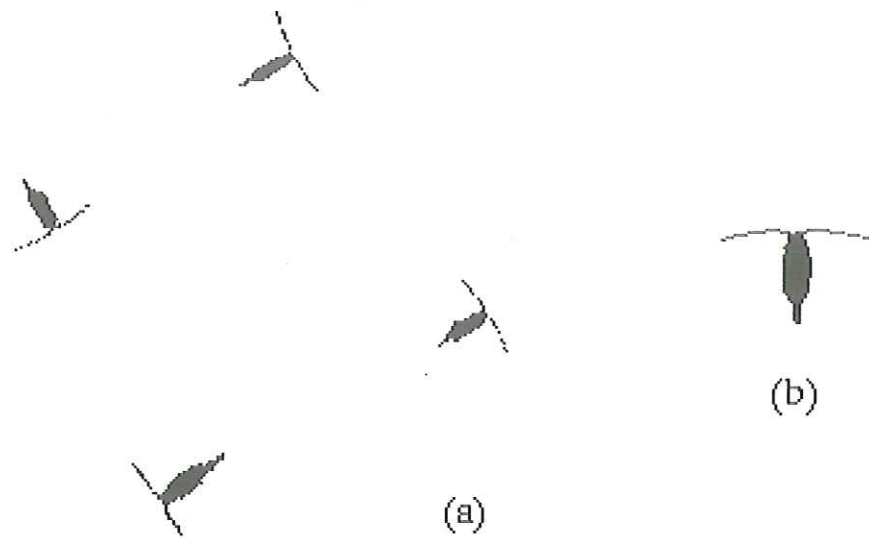


Figura 15. Prueba de discriminación del filtro de la hembra de *Acartia tonsa*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación.

extremo superior derecho (0.5, color blanco) que corresponde al macho de *A. californiensis*. El filtro no detecta correctamente a los dos organismos hembra *A. tonsa*, discrimina mejor a el macho *A. californiensis* que al macho *A. tonsa*.

En la figura 16 se utilizó al macho de *A. tonsa* (b) para tratar de reconocerlo dentro de la imagen problema (a), que corresponde a la imagen problema (d) de la figura 7. Todos los organismos están rotados  $225^{\circ}$  con respecto al filtro. La salida de correlación (c) muestra picos bastante limpios. Los picos más altos (1.0, color rojo) se encuentran en la parte superior, correspondiendo al organismo que se pretendía reconocer. Los picos pequeños de la parte inferior (0.4, color azul claro y 0.5, color blanco) corresponden a la hembra y macho de *A. californiensis*. El filtro discrimina las especies con una diferencia de 0.6 - 0.5.

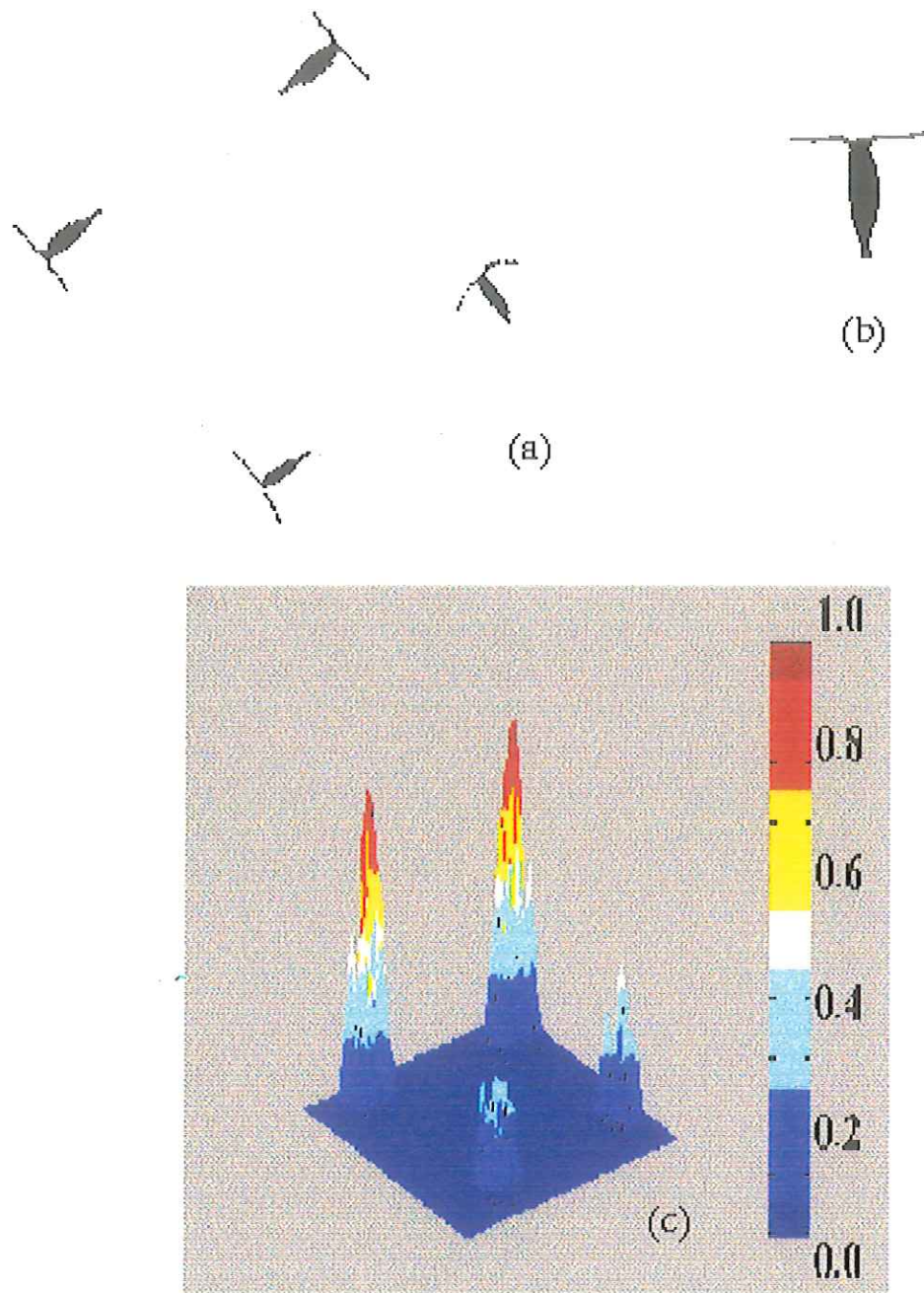


Figura 16. Prueba de discriminación del filtro del macho de *Acartia tonsa*.  
(a) imagen problema seleccionada, (b) organismo a reconocer y  
(c) salida de correlación.

#### IV. DISCUSION

En el trabajo de tesis de licenciatura se trabajó con las mismas especies de copépodos calanoideos, sin embargo las imágenes obtenidas del microscopio contenían además del organismo mucha basura que dificultó el análisis de los patrones de difracción ópticos obtenidos. En su trabajo con patrones de difracción digitales, Zavala-Hamz *et al.* (1995, en revisión) utilizan imágenes binarias, obtienen patrones de difracción que carecen de ruido y dejan ver la necesidad de utilizar algún tipo de correlaciones invariantes que permitan reconocer a estos organismos sin importar que presenten cambios de orientación.

El reconocimiento invariante de imágenes mediante FAC tiene más de 12 años de estudios dentro de la industria militar. Por ese motivo los autores trabajan con imágenes de objetos como tanques, aviones o lanza misiles y en todos los casos se logra reconocer efectivamente el objetivo, pero desconocemos si ésta metodologá se ha llevado a la práctica en situaciones reales.

La efectividad de los FAC, demostrada en los trabajos antes mencionados, y nuestro interés por implementar un sistema capaz de contar e identificar microorganismos marinos, sin importar las diferentes orientaciones que puedan presentar los organismos nos llevó a tratar de aplicar por primera vez una metodología bélica, hasta este momento. Se obtuvieron los FAC de las dos especies de copépodos seleccionadas.

Sin lugar a duda, la constante comunicación que tuvimos con Prémont y su interés por ayudar, nos permitió lograr escribir las subrutinas que hacían falta. Con las subrutinas escritas igualamos el desempeño del programa original de Prémont y lo mejoramos en cuanto al tiempo de cómputo, a pesar de trabajar con imágenes 16 veces mayores. El tiempo de cómputo promedio en nuestro caso fue de 30 minutos para órdenes entre 10 y 15, esto gracias al sistema OS/2 y a las características de nuestra computadora. Con estas ventajas se pudieron correr los quince órdenes de una imagen a la vez y en un tiempo promedio de 3 horas. Si hubiéramos utilizado el sistema Sun, tal y como lo hizo Prémont, el tiempo de cómputo hubiera dependido principalmente del tamaño de las imágenes y de la disponibilidad de espacio del sistema. Los resultados, en cuanto a tiempo de cómputo, no hubieran sido tan satisfactorios.

Prémont sugirió que el rango de órdenes en el que se debería buscar el centro propio verdadero fuera entre uno y quince. Los órdenes responsables de encontrar dichos centros propios fueron diferentes en la mayor parte de los casos (Tabla I). Uno no puede influir en esa selección, por lo que si se modificara el programa para que los órdenes seleccionados siempre fueran menores, por ejemplo dos, se podría fallar en la correcta discriminación de algunas imágenes cuyos centros propios verdaderos se pudieran encontrar a órdenes superiores. Esto se podría ver en primera instancia en la autocorrelación (Figs. 3-6). Casasent *et al.* (1991) encontraron que órdenes menores, por ejemplo uno o cinco, generan picos de correlación con poco ruido y que los filtros generados a partir de órdenes superiores generan picos muy ruidosos. Lo anterior también quedó demostrado en nuestro caso ya que encontramos

que los órdenes menores dan como resultado picos de correlación poco ruidosos, a diferencia de los de ordenes superiores que aparecen con bastante ruido.

El trabajar con copépodos y no con aviones o tanques representó un reto interesante porque se desconocía si ésta metodología podía discriminar detalles tan finos como el sexo o la especie de imágenes ciertamente más complejas.

Los filtros discriminan los géneros *Acartia* y *Calanus* aún cuando el organismo estuviera rotado hasta  $315^{\circ}$ . No fue posible lograr, en todos los casos, que el filtro llegara a discriminar al organismo hasta el nivel de especie o sexo, esto se pudo haber debido a que las acartias guardan cierta simetría gracias a que se preservan con las antenas plegadas, pero los *Calanus* carecen de dicha simetría puesto que sus antenas se encuentran plegadas. Los organismos del género *Calanus* no pudieron ser discriminados hasta el nivel de sexo con el filtro correspondiente (Figs. 9 y 11), sin embargo, los FAC de éste género son capaces de detectar que existe una diferencia aproximada de 0.2 entre la hembra y el macho. La diferencia morfológica más fácil de detectar entre un macho y una hembra de *C. pacificus* es la protuberancia que presentan las hembras en el segmento genital del urosoma (Fig. 2). Tal vez esta diferencia no es detectada adecuadamente por el filtro y es por eso que confunde a los organismos, es decir el filtro del macho reconoce mejor a las hembras y viceversa.

Los picos de correlación que presentan ruido fueron generados a partir de órdenes superiores, logran discriminar al organismo seleccionado, pero con ciertas reservas puesto que la diferencia con respecto a los demás picos presentes en la

imagen es mucho menor (Figs. 9,10, 12, 13 y 15). Los picos de correlación sin ruido provienen de filtros generados por órdenes menores y por ello la discriminación del género, especie o sexo del organismo no tiene mayor problema (Figs. 14 y 16). El programa pudiera ser modificado para hacer más precisa la búsqueda de los centros propios, pero se estaría sacrificando el tiempo de cómputo.

Los sistemas de reconocimiento de organismos que sólo son invariantes a rotación pueden ser utilizados con confianza en casos donde el factor limitante es la escala. Por ejemplo, si se necesita conocer el número de larvas de abulón que están presentes en un cultivo y que están listas para la metamorfosis, Un sistema de reconocimiento automatizado que utilizara nuestros filtros nos daría el número de organismos que están presentes e incluso el estadio al que pertenecen.

## V. CONCLUSIONES

- Se logró aplicar satisfactoriamente una técnica de reconocimiento invariante, no antes utilizada en copépodos.
- Las subrutinas escritas por el grupo PISMOP igualaron los resultados obtenidos anteriormente por Prémont.
- Se logró reducir significativamente el tiempo de cómputo, a pesar de estar trabajando con matrices de 256 x 256 y con figuras más complejas.
- La localización del centro propio de cada imagen depende del orden seleccionado. Encontrar un centro propio no garantiza que el filtro vaya a ser capaz de discriminar hasta nivel especie o sexo, ya que depende de la complejidad de la imagen.
- Los órdenes menores producen picos de correlación mejor definidos y permiten la discriminación hasta nivel especie o sexo, sin importar que la imagen haya sido rotada. Los órdenes mayores, aunque presentan ruido, discriminan a nivel género sin importar que la imagen haya sido rotada.
- El sistema digital implementado promete ser de gran utilidad en estudios donde la escala del organismo es el factor limitante.

## VI. ANEXO A

```
c *****
c Programa PASO1.FOR creado por Guy Premont en 1992
c y traducido por Victor Zavala en 1994
c *****
c
c Es necesario crear un archivo ponderado****
c Este programa calcula una matriz donde cada posicion es como un
c valor inverso del cuadrado del radio de su filtro armonico circular
c que se desarrolla en ese punto
c
c Variables:
c   imnom   Nombre de la matriz que contiene la imagen a
c           analizar
c   mapnom   Nombre de la matriz que contiene la ponderacion
c   imint    La imagen a analizar
c   nl,nc    Dimensiones de la imagen
c   maxim   Matriz de ponderacion de la energia

      program largeur_du_filtre
      parameter(max=256)
      character*20 mapnom
      integer*2 imint(max,max)
      real maxim(max,max)
c Entrada de los datos
      write(*,*) 'Dimensiones?'
      read(*,*) nl,nc
c Lectura de la imagen?
      write(*,*) 'Esta leyendo la imagen de entrada '
      call imread(imint,nl,nc)
      write(*,*) 'Termino de leer satisfactoriamente '
      write(*,*) '**Nombre de la imagen de salida **'
      read(*, '(a20)')mapnom
c Encuentra la posicion de la imagen dentro de la matriz
      write(*,*) ' Esta encontrando la posicion de la imagen '
      write(*,*) ' dentro de la matriz '
      call limite(imint,nl,nc,i1,j1,i2,j2)
      write(*,*) ' Ya lo hizo '
c Calculo de la dimension del FAC de cada punto
      write(*,*) ' Esta entrando en el ciclo 10 '
```

```

do 10 i=1,nl
write(*,*)'i= ',i
do 20 j=1,nc
call trouve(i,j,nl,nc,imint,maxim,i1,j1,i2,j2)
20 continue
10 continue
write(*,*) 'Saliendo del ciclo 10 '
c Normalizacion de la matriz de ponderacion
call normalise(maxim,z,nl,nc)
c Salva los resultados
open(9,file=mapnom)
do 17 i=1,nl
do 17 j=1,nc
write(9,333)maxim(i,j)
17 continue
333 format(e15.8)
close(9)
stop
end

```

c \*\*\*\*\*

c PASO2.FOR Programa creado por Guy Premont en 1992

c y traducido por Victor Zavala en 1994

c \*\*\*\*\*

c

c Este programa encuentra la posicion del centro propio de una  
c imagen a un orden dado. Ademas, un algoritmo de caracteristicas  
c similares es empleado para encontrar el maximo pico del mapa de  
c energia aproximado y ponderado. A continuacion, se encuentra el  
c maximo de energia armonica circular mas cercano a la posicion  
c final. Por ultimo, se desarrolla un filtro a partir del centro  
c apropiado y se realiza una correlacion para verificar que el  
c punto calculado sea realmente un centro apropiado.

c

c variables:

c m Orden del centro apropiado a calcular

c ordremax Nombre del orden a ordenar para aproximar

c iseed1, iseed2 Fuentes generadoras de numeros aleatorios

c image Imagen a analizar

c nl, nc Dimensiones de cada imagen

c e Matriz que contiene la energia ponderada

```

program los_centros_propios
parameter(max=256)
character nomsal1*80,nomsal7*80,nomsal8*80,nomsal9*80
character nomsal10*80
integer m,ordremax,iseed1,iseed2,succes
real imrel(max,max),grand(max,max),e(max,max),rwk(1686)
real*8 tmp,maxe,rs
real*8 de,t
real amod(max,max),areal(max,max),aima(max,max)
complex image(max,max),fmr(max,max),f(0:256),ff(0:256)
complex corr(max,max),b(max,max),cwk(max)
integer iwk(1686)
common iseed1,iseed2
ia1=max
ia2=max
n1=max
n2=max
n3=1
c Entrada de los datos
write(*,*) 'Calculo de centros propios con el'
write(*,*) 'algoritmo apropiado'
write(*,*) 'IMPORTANTE: Se debe tener en el directorio actual'
write(*,*) '          el archivo ponderado. **Producido por'
write(*,*) '          el programa Paso 1.for'
write(*,*)
write(*,*) 'Dimensiones:'
read(*,*) nl,nc
write(*,*) 'De que orden quieres el centro propio?'
read(*,*) m
if (m.gt.0) then
    ordremax = m
else
    ordremax=0
endif
c Inicializacion de variables
iseed1=166
iseed2=34
c Temperatura inicial
tinit=2000.0e+05
c Temperatura final

```

```

    tfin=10000.0
c Factor de disminucion de la temperatura
    tfacteur=0.9
    ia=nl/2
    ja=nc/2
c Posicion inicial del punto de referencia
    ii=ia
    jj=ja
    saut=9.0
    dr=1.0
    dp=1.0
    npa=1024
    call vide(e,nl,nc)
c Lectura de la imagen
    write(*,*)'leyendo la imagen de entrada '
    call cvi2cm(image,nl,nc)
    write(*,*) 'se leyo satisfactoriamente '
c Lectura de la funcion de ponderacion
    write(*,*)'leyendo el archivo grand '
    call mhread(grand,nl,nc)
    write(*,*) 'se leyo satisfactoriamente '
    write(*,*)'*** nombre del modulo del filtro ***'
    read(*,'(a20)')nomsal1
    write(*,*)'*** nombre de la parte real del filtro ***'
    read(*,'(a20)')nomsal7
    write(*,*)'*** nombre de la parte imaginaria del filtro ***'
    read(*,'(a20)')nomsal8
    write(*,*)'*** nombre del filtro complejo ***'
    read(*,'(a20)')nomsal9
    write(*,*)'*** Nombre del archivo para la autocorrelacion ***'
    read(*,'(a20)')nomsal10
c Desarrolla los ordenes deseados de la imagen
    call chf(image,nl,nc,0,ordremax,fmr,dr,mmm)
    mmm=int(float(nl)/2.0*dr)
    write(*,*)mmm
c Transforma las funciones Armonicas circulares de la imagen en
c funciones Armonicas Circulares de la TF de la imagen por la
c Transformada de Hankel.
    do 10 mo=0,ordremax
    write(*,*)'mo= ',mo
    call prend(fmr,nl,nc,f,mmm,mo)

```

```

        call chccshc(f,mmm,dr,mo,ff,mmm2,dp)
        call remet(fmr,nl,nc,ff,mmm2,mo)
10    continue
c Salida de iteraciones
c calculo de la primera posicion
40    call energy(ii,jj,e,m,ordremax,grand,fmr,nl,nc)
        a0=e(ii,jj)
        i=ii
        j=jj
        absolu=a0
        imax=i
        jmax=j
c Calentamiento de la temperatura inicial
99    t=tinit
c Itere hasta ahora un numero suficiente de exitos. Por ejem. hacia
c un valor mas alto de energia ponderada.
100   continue
        succes=0
        do 110 iii=1,40
            write(*,*)'iii= ',iii
c Calculo de la posicion siguiente
            call point(i,j,ii,jj,nl,nc,saut)
c Calculo de la energia de este punto
c     write(*,*)'entrando a energy'
            call energy(ii,jj,e,m,ordremax,grand,fmr,nl,nc)
c Comparacion entre la energia de las dos posiciones
            a1=e(ii,jj)
            de=a1-a0
            rs=de/t
            tmp=dexp(rs)
            if (de.gt.(0.0).or.(ran1(iseed1).lt.tmp)) then
                i=ii
                j=jj
                if (a1.gt.absolu) then
                    absolu=a1
                    imax=i
                    jmax=j
                endif
                a0=a1
                succes=succes+1
            endif

```

```

        if (succes.ge.20) goto 2769
110  continue
2769  t=t*tfacteur
        if (t.gt.tfin) goto 100
c Si el maximo esta lejos, repite un centro
        if (grand(imax,jmax).le.(0.4)) then
            imax=ia
            jmax=ja
            absolu=e(imax,jmax)
        endif
c Si la posicion obtenida esta lejos o si ella esta demasiado corta o
c debil. Vuelve a calcular un maximo de energia.
        if(((a0/absolu).lt.(0.98)).or.grand(i,j).lt.(0.4)) then
            write(*,*) 'j' tenia el punto',i,j
            write(*,*) 'pero yo vuelvo a',imax,jmax
            ii=imax
            jj=jmax
            tinit=tinit/2.5
            call point(ii,jj,i,j,nl,nc,saut)
            call energy(i,j,e,m,ordremax,grand,fmr,nl,nc)
            a0=e(i,j)
            goto 99
        endif
c Anuncio de resultados
        write(*,*) 'Para l"orden',m,' de l"imagen'
        write(*,*) 'punto encontrado:',i,j
c A partir de la posicion obtenida, se encuentra el maximo de la
c energia no ponderada mas cercana. Esta posicion final es el
c centro apropiado.
        g=grand(i,j)
        maxe=e(i,j)/g
199  imax=i
        jmax=j
        iflag=0
        do 200 ii=imax-1,imax+1
            write(*,*) ii
            do 210 jj=jmax-1,jmax+1
                if ((ii.lt.1).or.(jj.lt.1)) goto 209
                if ((ii.gt.nl).or.(jj.gt.nc)) goto 209
                call energy(ii,jj,e,m,ordremax,grand,fmr,nl,nc)
                g=grand(ii,jj)

```

```

        tmp=e(ii,jj)/g
        write(*,*) tmp,maxe
        if (tmp.gt.maxe) then
            maxe=tmp
            i=ii
            j=jj
            iflag=1
        endif
209     continue
210     continue
200     continue
        if (iflag.eq.1) goto 199
c resultados finales
        write(*,*) 'El centro apropiado esta en el punto:',i,j
c Verificacion de la validez del centro apropiado encontrado
c Hecho el FAC en el punto encontrado, despues tambien se realizo su TF
        call chc(image,nl,nc,m,npa,dr,i,j,f,mmm)
        call filtre(f,fmr,m,nl,nc)
        print*,'Escribiendo resultados...'
        open(9,file=nomsal)
        open(14,file=nomsal7)
        open(15,file=nomsal8)
        open(16,file=nomsal9)
        DO 60 ir=1,nl
        write(*,*) ir
        DO 60 ix=1,nc
        AREAL(ir,ix)=REAL(fmr(ir,ix))
        AIMA(ir,ix)=AIMAG(fmr(ir,ix))
        AMOD(ir,ix)=AREAL(ir,ix)**2+AIMA(ir,ix)**2
        WRITE(9,38)amod(ir,ix)
        write(14,38)areal(ir,ix)
        write(15,38)aima(ir,ix)
        write(16,*)fmr(ir,ix)
60     CONTINUE
        close(16)
        close(15)
        close(14)
        close(9)
38     format(e15.8)
        write(*,*)'correlacion de la imagen con el filtro '
        do 927 iii=1,nl

```

```

        do 927 jjj=1,nc
          fmr(iii,jjj)=conjg(fmr(iii,jjj))
927    continue
        pi=4.*atan(1.)
        pii=2.*pi
        call fft3d(image,ia1,ia2,n1,n2,n3,1,iwk,rwk,cwk)
        call fft3d(fmr,ia1,ia2,n1,n2,n3,1,iwk,rwk,cwk)
        do 2759 is=1,nl
          do 2759 js=1,nc
            corr(is,js)=image(is,js)*conjg(fmr(is,js))
2759    continue
          call fft3d(corr,ia1,ia2,n1,n2,n3,-1,iwk,rwk,cwk)
          call shifc(corr,b,nl,nc)
          do 500 im=1,nl
            do 500 jm=1,nc
              corr(im,jm)=b(im,jm)
500    continue
          write(*,*)'escritura de la matriz de correlacion '
          open(10,file=nomsal10)
          rmax=0.
          do 122 ix=1,nl
            do 122 jx=1,nc
              imrel(ix,jx)=real(corr(ix,jx))**2 + aimag(corr(ix,jx))**2
              if(imrel(ix,jx).gt.rmax) then
                rmax=imrel(ix,jx)
              endif
122    continue
          do 221 ix=1,nl
            do 221 jx=1,nc
              imrel(ix,jx)=imrel(ix,jx)/rmax
              write(10,38)imrel(ix,jx)
221    continue
          close(10)
c Encontrado el maximo del plano de correlacion
          call submax(imrel,nl,nc,imax,jmax,g)
          write(*,*) 'Maximo del plano de correlacion:',imax,jmax
          zzz=abs(jmax-j)
          zzz1=abs(imax-i)
          write(*,*) zzz1,zzz
          if ((abs(imax-i).le.8).and.(abs(jmax-j).le.8)) then
            write(*,*) 'Todo va bien.....'

```

```
else  
  write(*,*) 'Un problema:este paso no es un centro apropiado '  
endif  
end
```

C -----

```
block data  
integer iseed1,iseed2  
common iseed1,iseed2  
end
```

C -----

## VII. ANEXO B

### B.1. Teoría de los FAC

Los FAC son filtros complejos u holográficos que contienen un componente armónico circular (AC) del objeto como referencia y proveen una total invarianza a rotación y posición para lograr un correcto reconocimiento óptico de patrones. Debido a que tan sólo contienen un componente AC del objeto, su centro de correlación no será necesariamente un pico máximo. En la práctica, sin embargo, el centro de correlación se determina cuando este es un pico máximo en el plano de salida de la imagen. Por lo anterior, es importante escoger correctamente el centro de expansión para asegurar que tengamos un pico central de correlación al diseñar nuestro FAC. El centro de expansión es el centro apropiado de AC de orden  $m$  del objeto. Hsu *et al.* (1982) y Sheng y Arsenault (1987), han desarrollado dos metodologías para determinar el centro apropiado, pero los resultados no son completamente satisfactorios. Prémont y Sheng (1993), proponen un método que utiliza una expresión analítica para elaborar un mapa de energía de AC y un anillamiento simulado para poder encontrar el pico máximo. Mencionan que el método es dos órdenes de magnitud más rápido y no hay intervención humana.

La representación de un objeto bidimensional, en niveles de grises, en un sistema de coordenadas polares  $(r, \theta)$  depende de la localización del origen del sistema de coordenadas polares. Un objeto  $f(x, y)$  en coordenadas cartesianas, es  $f(r, \theta)$  en coordenadas polares. Este objeto puede ser descompuesto en una suma infinita de componentes radiales complejas  $f_m(r) e^{jm\theta}$ , donde  $m$  es un entero.

$$f(r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(r) e^{jm\theta} . \quad (\text{B.1})$$

Se utiliza la periodicidad de  $2\pi$  sobre la coordenada polar  $\theta$  de la función del objeto para descomponer esta imagen en series radiales de Fourier. Estos son los componentes armónicos circulares del objeto y cada uno representa una fracción de la información invariante a rotación. No importa que coordenadas dentro de la imagen puedan servir de centro de rotación, siempre y cuando den origen al sistema de coordenadas polares. De forma más general y debido a que el punto  $(\xi, \eta)$  es el origen del sistema de coordenadas polares, escribimos:

$$f(r, \theta; \xi, \eta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(r; \xi, \eta) e^{jm\theta} . \quad (\text{B.2})$$

La función armónica circular de orden  $m$  desarrollada a partir del punto  $(\xi, \eta)$  es:

$$f_m(r; \xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(r, \theta; \xi, \eta) e^{-jm\theta} d\theta . \quad (\text{B.3})$$

Si un objeto posee cierta simetría en rotación, el orden de la función armónica circular correspondiente será dominante en relación a los otros.

Dentro de un correlacionador óptico, el filtro empleado simplemente será uno de los componentes armónicos:

$$f_r(r, \theta; \xi, \eta) = f_m(r; \xi, \eta) e^{jm\theta} . \quad (\text{B.4})$$

Este filtro es una función compleja, por lo que debe registrarse como un holograma generado por computadora, para después ser colocado dentro del plano de Fourier del correlacionador óptico. La correlación entre el FAC  $f_r$  de la ecuación (B.1) y un objeto de entrada  $g(x', y')$  se expresa como:

$$C_{gf}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x'+x, y'+y) f_r^*(x', y') dx' dy' \quad , \quad (\text{B.5})$$

donde  $(x', y')$  son coordenadas cartesianas en el plano de correlación. Luego que el objeto es desplazado, no se puede representar simplemente la traslación en coordenadas polares. Es entonces cuando es posible expresar al objeto desplazado como una suma de funciones armónicas circulares desarrolladas en el mismo punto de expansión que el filtro

$$g(x'+x, y'+y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} g_k^{(x,y)}(r; \xi, \eta) e^{jm\theta} \quad , \quad (\text{B.6})$$

donde las funciones armónicas circulares  $g_k^{(x,y)}(r; \xi, \eta)$  varían según el desplazamiento del objeto. Como éste es matemáticamente equivalente a la expresión del objeto desplazado en la posición  $(-x, -y)$  dentro de un sistema de coordenadas donde el origen está desplazado a un punto  $(x, y)$ , se puede decir que:

$$g_k^{(x,y)}(r; \xi, \eta) = g_k(r; x, y) \quad . \quad (\text{B.7})$$

Con la imagen del filtro en coordenadas polares obtenemos una expresión completa del plano de correlación:

$$C_{gf}(x, y) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k(r; x, y) e^{jk\theta} f_m^*(r; \xi, \eta) e^{-jm\theta} r dr d\theta. \quad (\text{B.8})$$

Integrando en  $\theta$ , la ecuación se reduce a:

$$C_{gf}(x, y) = 2\pi \int_0^{\infty} g_m(r; x, y) f_m^*(r; \xi, \eta) r dr, \quad (\text{B.9})$$

donde  $(x, y)$  representan las coordenadas cartesianas del plano de la imagen y  $g_m(r, x, y)$  indica cual es el ángulo de la función armónica circular de orden  $m$  desarrollada en el punto  $(x, y)$  como origen del sistema de coordenadas polares.

Es fácil demostrar la invarianza bajo traslación y bajo rotación de los FAC. Las propiedades intrínsecas de la convolución introducen naturalmente la invarianza bajo traslación. La correlación entre el objeto de entrada y el filtro es:

$$C(x, y) = g(x, y) * f_r^*(x, y). \quad (\text{B.10})$$

Un desplazamiento del objeto ocasiona una modificación de la correlación:

$$C'(x, y) = g(x - a, y - b) * f_r^*(x, y). \quad (\text{B.11})$$

Empleando las propiedades elementales de las funciones  $\delta$  y del producto de convolución, la propiedad de invarianza bajo traslación se demuestra fácilmente:

$$C'(x, y) = \delta(x - a, y - b) * g(x, y) * f_r^*(x, y) , \quad (\text{B.12})$$

$$= \delta(x - a, y - b) * C(x, y) , \quad (\text{B.13})$$

$$= C(x - a, y - b) . \quad (\text{B.14})$$

Entonces, el desplazamiento del objeto a la entrada del correlacionador expresa un desplazamiento equivalente a la figura de correlación que produjo.

En cuanto a la invarianza bajo rotación, es necesario encontrar la relación entre la función de correlación original (B.9) y la correlación con un objeto que ha sido rotado. Para simplificar el procedimiento matemático todas las expresiones serán demostradas en coordenadas polares. La correlación en el origen es:

$$C(r, \theta) = g(r, \theta) * f_r^*(r, \theta) , \quad (\text{B.15})$$

y si el objeto es rotado sobre sí mismo en un ángulo  $\alpha$ :

$$C'(r, \theta) = g(r, \theta + \alpha) * f_r^*(r, \theta) , \quad (\text{B.16})$$

y utilizando la transformación  $\omega = \theta + \alpha$  para obtener:

$$C'(r, \omega - \alpha) = g(r, \omega) * f_r^*(r, \omega - \alpha) . \quad (\text{B.17})$$

A partir de la ecuación (B.4), que representa al filtro, se encuentra la siguiente relación:

$$f_r(r, \omega - \alpha) = e^{-j\theta} f_r^*(r, \omega) . \quad (\text{B.18})$$

Entonces, inmediatamente se deduce:

$$\begin{aligned} C'(r, \omega - \alpha) &= g(r, \omega) * e^{-j\theta} f_r(r, \omega) , \\ &= e^{-j\theta} C(r, \omega) , \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

para conservar la notación anterior:

$$C'(r, \theta) = e^{-j\theta} C(r, \theta + \alpha) . \quad (\text{B.20})$$

Esto prueba que después de que el objeto, en la entrada del correlacionador es girado, la función de correlación es girada en el mismo ángulo. Esta es luego cambiada por un factor de fase constante. La intensidad del centro de rotación ( $r = \theta$ ) será entonces completamente independiente de una rotación del objeto.

Todos los desplazamientos del objeto podrán ser alterados en una serie de traslaciones y rotaciones alrededor del original, el FAC detectará la presencia de un objeto cuya orientación y posición estén dentro de la escena a examinar.

El valor que caracteriza la detección invariante bajo rotación es la intensidad en el centro de rotación del filtro, es decir:

$$C_{gf}(\xi, \eta) = 2\pi \int_0^{\infty} g_m(r; \xi, \eta) f_m^*(r; \xi, \eta) r dr . \quad (\text{B.21})$$

El valor que queda después de una detección del objeto blanco  $f(r, \theta)$  es:

$$C_{ff}(\xi, \eta) = 2\pi \int_0^{\infty} |f_m(r; \xi, \eta)|^2 r dr . \quad (\text{B.22})$$

El objeto actúa por la energía contenida dentro de las funciones armónicas circulares de orden  $m$ . Por el contrario, nada dentro de la ecuación (B.22) nos indica que este valor será un pico en el plano de correlación. Como la detección depende esencialmente de la presencia de un pico en este punto, una fuerza suplementaria será necesaria para que la posición del centro de rotación corresponda a aquella del máximo del plano de correlación.

## **B.2 . El centro propio.**

Los FAC presentan propiedades interesantes que estimulan su uso. Más, para que su empleo implique una invariancia real bajo rotación, el centro de desarrollo del filtro debe ser seleccionado con cuidado. Para lograrlo, el máximo valor de correlación entre el objeto a detectar y el filtro rotado deben coincidir con el centro de desarrollo o rotación del filtro. El pico de correlación debe ser invariante bajo rotación, por lo tanto, estar situado en el centro de rotación del filtro. La posición dentro de la imagen teniendo tal

propiedad, es llamada el centro propio.

En el caso contrario, si el filtro es desarrollado a partir de un punto que no es un centro propio, el máximo del plano de correlación deberá ser situado en un punto diferente del centro de desarrollo. La invarianza bajo rotación no será entonces respetada, pues un leve cambio en la orientación del objeto, con respecto a la referencia en el plano de entrada, ocasionará una rotación del plano de correlación alrededor del centro de desarrollo del filtro, el cual desplazará al pico de correlación.

El encontrar el centro propio es parte esencial del FAC. El filtro que aquí es desarrollado posee al mismo tiempo la invarianza bajo rotación y traslación. La posición del pico de correlación dará precisamente la posición del objeto a reconocer dentro de la escena a examinar. La selección del centro propio puede ser la diferencia entre un resultado excelente y un desastre consumado.

### **B.3. Criterio matemático del centro propio**

Matemáticamente deseáramos que el punto  $(\xi, \eta)$  donde estará situado el centro propio posea la intensidad más elevada dentro del plano de correlación,

$$|C_{ff}(\xi, \eta)|^2 \geq |C_{ff}(x, y)|^2 \quad (B.3.1)$$

La expresión completa del plano de correlación es:

$$C_{ff}(x,y) = 2\pi \int_0^{2\pi} f_m(r; x, y) f_m^*(r; \xi, \eta) r dr , \quad (\text{B.3.2})$$

y se le puede aplicar la desigualdad de Schwartz de las integrales complejas:

$$|C_{ff}(x, y)|^2 \leq 4\pi^2 \int_0^{\infty} |f_m(r; x, y)|^2 r dr \int_0^{\infty} |f_m(r; \xi, \eta)|^2 r dr . \quad (\text{B.3.3})$$

El valor del plano de correlación en la posición del centro propio es dado por la ecuación (H.2.22). Desearíamos, entonces, conocer su intensidad

$$|C_{ff}(x, y)|^2 = 4\pi^2 \left[ \int_0^{\infty} |f_m(r; \xi, \eta)|^2 r dr \right]^2 . \quad (\text{B.3.4})$$

Si seguimos la siguiente condición para el centro propio,

$$\int_0^{\infty} |f_m(r; \xi, \eta)|^2 r dr \geq \int_0^{\infty} |f_m(r; x, y)|^2 r dr . \quad (\text{B.3.5})$$

la condición (B.3.1) será automáticamente respetada, en el punto  $(\xi, \eta)$  designará el centro propio de la imagen para el orden armónico circular considerado.

Así, solo la condición (B.3.5) nos puede ayudar a encontrar el centro propio que se trata de determinar el punto, a partir del cual, puede ser extraída la función armónica circular de mayor energía

#### **B.4. Posición del centro propio**

La intensidad del pico de correlación es la diferencia principal entre el verdadero centro propio y los centros propios secundarios, más no es el único criterio de selección.

Las consideraciones sobre la sensibilidad al ruido de los FAC han permitido establecer que un filtro espacialmente pequeño dé una mejor expresión señal-ruido dentro del plano de correlación. Nuestro filtro es un círculo donde el centro es el punto de desarrollo del filtro y donde el rayo de luz permite englobar completamente el objeto que describe. El filtro más pequeño, donde la fase de ruido es más eficaz, será entonces desarrollado a partir del centro geométrico del objeto.

Por otra parte, nos hemos dado cuenta que a una cierta distancia del objeto, la energía armónica circular (para  $m \neq 0$ ) es siempre muy elevada. Esto proviene del fenómeno de lóbulos laterales. Las funciones armónicas circulares desarrolladas a partir de esta zona harán los filtros sensibles en la amplitud del objeto y por lo tanto no serán útiles en el reconocimiento y deben ser evitadas. Por consecuencia, los centros propios utilizables estarán situados cerca del centro del objeto.

En resumen, existen tres criterios a considerar para la localización de un centro propio. El centro propio debe satisfacer la condición (B.3.1), que es esencial, y así se satisfacen las condiciones de ruido y de discriminación del filtro. Estas dos últimas condiciones exigen que el filtro sea situado cerca del centro geométrico del objeto. La posición del centro propio es siempre ambigua. La existencia de todas estas condiciones nos obligan a escoger un centro propio secundario como desarrollo del

filtro.

### **B.5. Unicidad del filtraje por armónicos circulares**

Para responder a una dificultad actual en el reconocimiento de formas invariantes a rotación mediante FAC, se demostrará que la función de correlación bidimensional y la posición del pico de correlación, a pesar de no depender más que de un solo valor de armónico circular, dependen de la imagen entera. Los armónicos circulares, sin importar su centro de rotación, son todos independientes. Esto permite preparar una nueva aproximación, dicho geoméricamente, del filtraje por armónico circular.

### **B.6. Problema de discriminación**

La dificultad constantemente formulada contra el reconocimiento de formas basado en filtraje armónico circular concierne a la débil discriminación de este método (Danielson, 1989 ; Arsenault, 1989). Sencillamente, un FAC contiene únicamente información de un solo orden armónico circular, la correlación se efectúa con una cantidad limitada de información del objeto.

Con el fin de simplificar los diversos desarrollos matemáticos se supondrá que el centro propio, punto a partir del cual los componentes armónicos circulares que sirven de filtro han sido extraídos, está situado en el origen del sistema de coordenadas cartesianas.

Esta condición no afecta la generalidad de los resultados ya que la invarianza a

traslación del sistema de reconocimiento y de las relaciones matemáticas que se registran, hacen que la posición del origen sea netamente arbitraria.

Un objeto puede estar descrito por una suma infinita de componentes armónicos circulares:

$$f(r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(r) \quad (\text{B.6.1})$$

Es fácil observar que pueden existir una infinidad de objetos que tengan en común un orden armónico circular y difieran en el resto de los órdenes.

$$g(r, \theta) = f_k(r) e^{jk\theta} + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq k}}^{\infty} g_m(r) e^{jm\theta} . \quad (\text{B.6.2})$$

Si este orden  $k$  es empleado como filtro, los centros de correlación de todas esas imágenes serán iguales. Es decir, en el punto donde el filtro deberá ser desarrollado, el plano de correlación toma el valor:

$$C_k(0,0) = 2\pi \int_0^{\infty} |f_k(r)|^2 r dr , \quad (\text{B.6.3})$$

que sólo depende del orden común dentro de esas imágenes.

Además, uno puede imaginar otro arreglo infinito de imágenes compuestas de los

mismos órdenes de armónicos circulares de  $f(r, \theta)$ , pero dándoles diferentes rotaciones a los órdenes de cada imagen:

$$g(r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(r) e^{j\omega m} e^{jm\theta} \quad (\text{B.6.4})$$

Estas imágenes darán también la misma intensidad al pico de correlación, cualquiera que sea el orden del filtro.

Es importante tomar en cuenta que los objetos así descritos son completamente artificiales y existen pocas posibilidades de que existan en la naturaleza. El riesgo de confundir tal objeto con aquel investigado es casi inexistente: es una fragilidad teórica del filtraje armónico circular.

Según los métodos tradicionales de correlación, que solo utilizan la intensidad del pico de correlación, las modificaciones dadas al objeto no permiten efectuar la discriminación entre los objetos descritos anteriormente. Pero, toda modificación de una componente de armónico circular de la imagen implica un cambio en la función de correlación bidimensional. Esta propiedad puede utilizarse en provecho para una aproximación geométrica del filtraje por armónicos circulares. Utilizando un arreglo del FAC de distintos órdenes, un pico de correlación (el máximo del plano de correlación) corresponde a cada uno de esos filtros. El arreglo de esos picos da una configuración conocida. Una modificación de la imagen sometida en el correlacionador implica un desplazamiento de los picos de correlación, dando así una configuración de picos diferente. La discriminación entre objetos similares se efectúa sobre este principio.

Además, como la función de correlación depende del arreglo de las funciones armónicas circulares del objeto, solamente un número pequeño de filtros es necesario para el aproximamiento geométrico del filtraje armónico circular.

### B.7. Refutaciones matemáticas

La objeción emitida en párrafos anteriores es exacta, pero incompleta. Lo cierto es que todas esas imágenes darán la misma intensidad al pico de correlación, pero en el reconocimiento de forma, se examinará el desarrollo del plano de correlación.

Tomemos un objeto descrito por la función  $f(r, \theta; \xi, \eta)$  donde  $(\xi, \eta)$  da la posición del origen de coordenadas polares. La función  $f_m(r; \xi, \eta)$  representa su función armónica circular. La transformada de Fourier del objeto desplazado se describe como  $F^{(\xi, \eta)}(\mu, \nu)$ , y las funciones armónicas circulares del espectro de Fourier del objeto desplazado son descritas por  $F_m^{(\xi, \eta)}(\rho)$ .

Debe tomarse en cuenta que utilizaremos la convención común para efectos de que las funciones reales sean descritas en letras minúsculas, en tanto que sus transformadas de Fourier lo sean en letras mayúsculas.

La expresión completa del plano de correlación es dada por la ecuación (B.9) y colocaremos arbitrariamente el centro propio en el origen:

$$C_{ff}(x, y) = 2\pi \int_0^{\infty} f_m(r; x, y) f_m^*(r; 0, 0) r \, dr. \quad (\text{B.7.1})$$

Existe una relación similar que utiliza las propiedades de las transformadas de Fourier. Desde el principio, será necesario transformar las coordenadas cartesianas a polares, tanto en el plano de Fourier como en el de la imagen:

$$\begin{aligned}\mu &= \rho \cos \phi , & x &= r \cos \theta , \\ \nu &= \rho \sen \phi , & y &= r \sen \theta .\end{aligned}$$

El espectro en frecuencias del filtro puede estar expresado, al igual que en el plano de Fourier, por un componente armónico circular:

$$F_r(\mu, \nu) = F_r(\rho, \phi) = F_m(\rho) e^{jm\phi} . \quad (\text{B.7.2})$$

La correlación, efectuada ópticamente, es la transformada de Fourier del producto de los espectros de Fourier de la imagen y el filtro:

$$C_{ff}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\mu, \nu) F_r^*(\mu, \nu) e^{-2\pi j(\mu x + \nu y)} d\mu d\nu . \quad (\text{B.7.3})$$

Es bien conocido que la traslación de una imagen corresponde a un desplazamiento de su espectro de Fourier. Podemos entonces expresar la transformada de Fourier de una imagen donde el origen es desplazado al punto (x,y) por:

$$F^{(x,y)}(\mu, \nu) = F(\mu, \nu) e^{-2\pi j(\mu x + \nu y)} , \quad (\text{B.7.4})$$

Que en coordenadas polares resulta:

$$F^{(r,\theta)}(\rho,\phi) = F(\rho,\phi) e^{-2\pi j r \rho \cos(\phi - \theta)} \quad (\text{B.7.5})$$

Entonces la correlación puede ser expresada como:

$$C_{ff}(r,\theta) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} F^{(r,\theta)}(\rho,\phi) F_r^*(\rho,\phi) \rho \, d\rho \, d\phi \quad (\text{B.7.6})$$

Esta expresión puede ser simplificada expresando el filtro según la ecuación (B.7.1) y el espectro de frecuencia del objeto desplazado en una suma de componentes armónicos circulares

$$F^{(r,\theta)}(\rho,\phi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m^{(r,\theta)}(\rho) e^{jm\phi} \quad (\text{B.7.7})$$

El plano de correlación, después de la integración en  $\phi$ , es simplemente:

$$C_{ff}(r,\theta) = 2\pi \int_0^\infty F_m^{(r,\theta)}(\rho) F_m^*(\rho) \rho \, d\rho \quad (\text{B.7.8})$$

Debemos encontrar, de manera explícita, las funciones armónicas circulares del espectro de la imagen desplazada. Se trata de efectuar la siguiente operación:

$$F_m^{(r,\theta)}(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F^{(r,\theta)}(\rho,\phi) e^{-jm\phi} \, d\phi \quad (\text{B.7.9})$$

Si:

$$S(\rho, \phi, r, \theta) = \exp \left[ -2\pi j r \rho \cos(\phi - \theta) \right], \quad (\text{B.7.10})$$

que también es periódica en  $\phi$  y con un período de  $2\pi$ , la ecuación (B.7.9) puede ser reescrita:

$$F_m^{(r, \theta)}(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\rho, \phi) S(\rho, \phi, r, \theta) e^{-jm\phi} d\phi. \quad (\text{B.7.11})$$

Desarrollando la expresión  $S(\rho, \phi, r, \theta)$  con el fin de encontrar la expresión analítica de sus componentes armónicos circulares

$$S(\rho, \phi, r, \theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S_k(\rho, r, \theta) e^{jk\phi}, \quad (\text{B.7.12})$$

las funciones obtenidas son:

$$S_k(\rho, r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left[ -2\pi j r \rho \cos(\phi - \theta) \right] e^{-jk\phi} d\phi, \quad (\text{B.7.13})$$

$$S_k(\rho, r, \theta) = J_k(2\pi r \rho) \exp \left[ -jk \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (\text{B.7.14})$$

donde  $J_k$  indica la función de Bessel de primera clase de orden  $k$ . Esta expresión está incluida en la integral (B.7.10) después de ser añadida a la descomposición armónica circular de  $F(\rho, \phi)$ . Después de la integración según  $\phi$ , encontramos:

$$F_m^{(r, \theta)}(\rho) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(\rho) S_{m-n}(\rho, r, \theta) . \quad (\text{B.7.15})$$

Finalmente, uniendo las ecuaciones (B.18 y B.19), el resultado se convierte:

$$F_m^{(r, \theta)}(\rho) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(\rho) J_{m-n}(2\pi r \rho) \exp \left[ -j(m-n) \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) \right] . \quad (\text{B.7.16})$$

Vemos que las funciones armónicas circulares de la transformada de Fourier de un objeto desplazado, son combinaciones lineales de todas las funciones armónicas circulares de la transformada de Fourier del objeto después de ser colocado en el origen.

Además, se puede demostrar (Anexo C) que las  $F_m^{(x,y)}(\rho)$  son las transformadas de Hankel de orden  $m$  de las  $f_m(r; x, y)$ . Es fácil deducir que existe una relación matemáticamente muy compleja, entre las funciones armónicas circulares desarrolladas en un punto cualquiera  $(x, y)$  y aquellas desarrolladas en el origen. Aún más, la invarianza bajo traslación del sistema nos permite considerar que la posición del origen es tomada arbitrariamente. Podemos generalizar diciendo que una modificación aportada a cualquier componente armónico circular, sin importar su punto de expansión, modificará todas las componentes desarrolladas en otro punto.

Finalmente, si sustituimos la ecuación (B.7.16) en la expresión completa del plano de correlación, la ecuación (B.7.8), obtendremos la siguiente expresión para el plano de correlación:

$$C_{ff}(r,\theta) = 2\pi \int_0^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(\rho) J_{m-n}(2\pi r\rho) \exp\left[-j(m-n)\theta + \frac{\pi}{2}\right] F_m^*(\rho) \rho \, d\rho. \quad (\text{B.7.17})$$

En la posición del centro propio,  $r = 0$  y  $\theta = 0$ , el valor del pico de correlación es, como ahí se puede ver, la energía contenida en el filtro, porque  $J_{m-n}(0) = 0$  cuando  $m \neq n$ , y  $J_{m-n}(0) = 1$  después  $m = n$ , es coherente con la ecuación (B.22). Más, sin importar que otra posición, la función de correlación depende de las funciones armónicas circulares  $F_n(\rho)$  de todos los órdenes: es entonces única para el objeto analizado.

Por consecuencia, una modificación, sin importar la función armónica circular, cambiará completamente el plano de correlación y permitirá efectuar la discriminación entre los objetos que poseen componentes comunes. El máximo del plano de correlación podrá encontrarse en un lugar diferente para cada una de las imágenes. El mismo fenómeno se produce para imágenes formadas por las mismas componentes armónicas circulares, si se encuentran rotadas en un ángulo arbitrario alrededor de sus puntos de expansión. Los planos de correlación que se obtendrán podrán tener otros máximos. La posición del máximo es indefinida; no se puede afirmar que se encuentra en el punto de desarrollo del filtro, pero tampoco se puede predecir *a priori* su emplazamiento.

## B.8. Verificación por simulación

Con el fin de determinar en un caso preciso, la exactitud de la teoría anterior, Prémont (1992) desarrolló una serie de cálculos para encontrar, con mayor rapidez y precisión, los centros propios y efectuar las correlaciones invariantes de imágenes de un transbordador espacial. El primer paso es encontrar la posición del centro propio calculando el mapa de energía de la imagen, a un orden  $m$  dado. Para construir una nueva imagen, se debe descomponer la imagen original en sus componentes armónicos circulares  $f_m(r;x,y)$ . El siguiente paso es combinar sucesivamente los componentes armónicos circulares para obtener imágenes que tiendan progresivamente hacia la imagen original.

Las imágenes reales adicionales se crean adicionando a la vez los órdenes  $\pm m$ . El resultado es también una imagen real ya que la definición misma de las funciones armónicas circulares implica que:

$$f_{-m}(r) = f_m^*(r) \quad (\text{B.8.1})$$

Esto indica el siguiente resultado después de que dos órdenes opuestos son agregados.

$$g(r,\theta) = f_m(r) e^{jm\theta} + f_{-m}(r) e^{-jm\theta} \quad (\text{B.8.2})$$

$$g(r,\theta) = 2\text{Re} \{ f_m(r) \} \cos(m\theta) \quad (\text{B.8.3})$$

Así, la imagen resultante es completamente real.

### **B.9. Mapa de energía**

Cada vez que se ajusta una función armónica circular, es necesario repetir el cálculo del mapa de energía a un orden dado con el fin de encontrar la variación del centro propio. Una diferencia de uno o dos píxeles no es considerada un error ya que esta es debida a errores aritméticos ocasionados por el tratamiento numérico de la imagen. La energía en el punto de desarrollo de una imagen ajustada a ordenes diferentes es constante, mientras que aquella en el centro propio de la imagen original aumenta rápidamente a medida que se van ajustando las funciones armónicas circulares. Si ajustáramos aún más la imagen, la forma del mapa de energía no sufrirá más cambios, pero la energía del pico correspondiente al centro propio de la imagen aumentará (Prémont, 1992).

Esto evidentemente no es una prueba experimental, se tiene que demostrar que la posición del centro propio de un orden dado no sólo depende de la función armónica circular de ese orden, sino de todos los otros órdenes que sean desarrollados en la imagen, sin importar donde. Entonces se puede afirmar que la posición del centro propio es una propiedad de una pequeña partida de su descomposición en armónicos circulares.

### **B.10. Correlación**

Para ilustrar la teoría de correlación se puede simular numéricamente la correlación entre las imágenes de los copépodos y el filtro armónico circular de cualquiera de ellas

(Ecuación B.10). Si la imagen y el filtro provienen del mismo organismo, entonces tendremos el caso de una autocorrelación. Por el contrario, si se tratara del filtro de otro organismo, el resultado deberá ser un pico de correlación muy bajo o bien la ausencia del mismo.

## VIII. ANEXO C

### Transformada de Hankel

Existe una relación analítica sencilla referente a las funciones armónicas circulares de un objeto y aquellas de su transformada de Fourier. Esta relación permite aplicar con funciones  $f_m(r)$  las propiedades de  $F_m(\rho)$  y viceversa.

La transformada de Hankel de orden  $m$  de una función  $h(x)$  está dada por:

$$H(\mu) = 2\pi (-j)^m \int_0^{\infty} h(x) J_m(2\pi x \mu) x dx \quad . \quad (C.1)$$

Después de que un objeto es descrito en coordenadas cartesianas por  $f(x,y)$ , es posible calcular su transformada de Fourier con:

$$F(\mu, \nu) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(x,y) e^{-2\pi j(\mu x + \nu y)} dx dy \quad . \quad (C.2)$$

o en coordenadas polares:

$$F(\rho, \phi) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} f(r, \theta) e^{-2\pi j r \rho \cos(\phi - \theta)} r dr d\theta. \quad (C.3)$$

La imagen original y su transformada de Fourier pueden estar compuestas de una suma de componentes armónicos circulares:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m(\rho) e^{jm\phi} = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(r) e^{-2\pi jr\rho \cos(\phi-\theta)} r dr d\theta . \quad (C4)$$

Sabiendo que, anteriormente:

$$\int_0^{2\pi} e^{-2\pi jr\rho \cos(\phi-\theta)} e^{jm\theta} d\theta = 2\pi (-j)_m e^{jm\phi} J_m(2\pi r\rho) . \quad (C.5)$$

es facil ver que:

$$F_m(\rho) = 2\pi (-j)^m \int_0^{\infty} f_m(r) J_m(2\pi r\rho) r dr . \quad (C.6)$$

Las ecuaciones (C.6 y C.1) son de la misma forma. Entonces es evidente que una función armónica circular de orden  $m$  del espectro de Fourier de una imagen es la transformada de Hankel de orden  $m$  de la función armónica circular de orden  $m$  de la imagen original. Además, como la transformada de Hankel tiene la propiedad de ser totalmente simétrica, la inversa también es cierta.

## IX. REFERENCIAS

- Abbe, E., 1873. **Archiv. Mikroskopische Anat.**, **9**, 413 pp.
- Almeida, S. P., J. K.T. Lu, P. F. Lai, J. Cairns Jr. y K. L. Dickson, 1976. Applications of holography and optical data processing. E. Maronm, A. A. Friesen y E. Wiener-Aunear Editores. Pergamon Press 573pp.
- Arsenault, H. H., 1986. Rotation invariant composite filters. **En: Nonlinear Optics and Applications. SPIE Vol. 613**
- Arsenault, H. H., 1989. Rotation-Invariant digital pattern recognition using circular harmonic expansion: author's reply to comments. **Appl. Opt. 28:1614**
- Arsenault, H.H. y Sheng, Y., 1986. Properties of the circular harmonic expansion for rotation invariant pattern recognition. **Appl. Opt. 25:3225.**
- Arsenault, H.H., Y. Sheng, y J. Bulabois, 1987. Modified composite filter for pattern recognition in the presence of noise with a non-zero mean. **Opt. Comm. 63:15-20.**
- Arsenault, H.H., D. Asselin, S. Chang y O. Gualdron, 1993. Advances in optical invariant pattern recognition. **En: Optics as a key to high technology. SPIE Vol. 1983:366-373.**

- Björnberg, T. K. S., 1981. Copepoda. En D. Boltovskoy (Ed.) Atlas del zooplancton del Atlántico sudoccidental y métodos de trabajo con el zooplancton marino. **Publicación especial del INIDEP Mar de la Plata, Argentina pp587-679.**
- Cairns Jr., J. K. L. Dickson, G.R. Lanza, S.P. Almeida y D. del Balzo, 1972. Coherent optical spatial filtering of diatoms in water pollution monitoring. **Arch. Mikrobiol. 83:141-146.**
- Casasent, D. y D. Psaltis, 1976. Scale invariant optical correlation using Mellin transforms. **Opt.Comun. 17:59-63.**
- Casasent, D., A. Iyer y G. Ravichandran, 1991. Circular-harmonic function, minimum average correlation energy filters. **Appl. Opt. Vol. 30, No. 35:5169-5175.**
- Caulfield, H.J. y W.T. Maloney, 1969. Improved discrimination in optical character recognition. **Appl. Opt. Vol. 8, No. 11:2356-2356.**
- Coronel-Beltrán, A., 1988. Correlacionador óptico invariante aplicado a la identificación de microorganismos fitoplanctónicos. **CICESE (Tesis de Maestría) 110pp.**
- Danielsson, P-E., 1989. Rotation-Invariant digital pattern recognition using circular harmonic expansion: a comment. **Appl. Opt. 28:1613.**

- Frost, B. W., 1972. Effects of size and concentration of food particles on the feeding behaviour of the marine planktonic copepod *Calanus pacificus*. **Limnol. Oceanog.** **17:805-815.**
- Herman, A. W. y T. M. Dauphinee, 1980. Continuous and rapid profiling of zooplankton with an electronic counter mounted on a "Batfish" vehicle. **Deep Sea Res.** **28:79-96.**
- Herman, A. W. y R. R. Mitchell, 1981. *Counting and* identification of copepods species with an in situ electronic plankton counter. **Deep Sea Res.** **28(A):739-755.**
- Hester, C.F. y D. Casasent, 1980. Multivariant technique for multiclass pattern recognition. **Appl. Opt. Vol. 19 No. 11:1758-1761.**
- Hsu, Y.N. and H.H. Arsenault, 1982. Optical pattern recognition using circular harmonic expansion. **Appl. Opt. 21: 4016-4019.**
- Hsu, Y. N. and H. H. Arsenault, 1983. Statistical performance of the circular harmonic filter for rotation-invariant pattern recognition. **Appl. Opt. 22:2804.**
- Hsu, Y.N. , H.H. Arsenault y G. April, 1982 Rotation invariant digital pattern recognition using circular harmonic expansion. **Appl. Opt. 21:4012-4015.**
- Hunt, B.R., 1976. Computers and images. **En: Image Processing SPIE/OSA Vol. 74.: 3-9.**

- Raymont, E. G. J., 1983. Plankton and productivity in the oceans. **2nd. Ed. Vol. 2: Zooplankton. Pergamon Press. 824pp.**
- Rolke, M. y J. Lenz, 1984. Size structure analysis of zooplankton samples by means of an automated image analysing system. **J. of Plankton Research. 6(4):637-645.**
- Rosen, J. y J. Shamir, 1989. Scale invariant pattern recognition with logarithmic radial harmonic filters. **Appl. Opt 28 (2):240-244.**
- Sheldon, R.W. y T.R. Parsons, 1967. A practical manual an the use of the Coulter counter. **Marine Scienc. Coulter Electronics. 66pp.**
- Sheng, Y. y H. H. Arsenault, 1987. Method for determining expansion centers and predicting sidelobe level for circular-harmonic filters. **J. Opt. Soc. Am. A Vol. 4:1793-1797.**
- Steward, E.G., 1983. Fourier optics: an introduction, C. Grey Morgan Ed. **John Wiley and Sons. 185pp.**
- Trujillo-Ortíz, A., 1990. Porciento de elosión, producción de huevos y tiempo de desarrollo de *Acartia californiensis*, Trinast (Copepoda, Calanoida) bajo condiciones de laboratorio. **Ciencias Marinas 16(1):1-22.**

- Trimble, J., D. Casasent, D. Psaltis, F. Caimi, M. Carlotto y D. Neft, 1980. Digital correlation by optical convolution correlation. **En: Real Time Signal Processing III SPIE Vol. 241:155-160.**
- Tsatsanis, M.K. y G.B. Giannakis, 1990. Translation, rotation and scaling invariant object and texture classification using polyspectra. **En: Advanced Signal Processing Algorithms, Architectures and Implementations. SPIE Vol. 1348:103-115.**
- Vander Lugt, A., 1964. Signal detection by complex spatial filter. **IEEE Trans. Inf. Theory IT-10:139-145.**
- Zavala-Hamz, V.A., 1991. Análisis de los patrones de difracción de cuatro especies de copépodos calanoideos. F.C.M. (Tesis de Licenciatura.), U.A.B.C. **111pp.**
- Zavala-Hamz, V. A., J. Alvarez-Borrego y A. Trujillo-Ortiz, 1995. Diffraction patterns as a tool to recognize copepods. **J. of Plankton Research (sometida).**
- Zernike, F., 1935. Das Phasenkontrastverfahren bei der Mikroskopischen Beobachtung. **Z. Tech. Phys., 16:454.**
- Zvereva, Z. A., 1972. Studies of marine fauna XII(XX). **En: Geographical and sea variability of marine plankton**