

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA
CALIFORNIA

TESIS DOCTORAL

**Atenuación del Error en las Mediciones
de Posición y Orientación de un Sistema
de Navegación Inercial Strapdown con
Referencias Absolutas**

Autor:

Jorge Alejandro Valdez Rodríguez

Director de Tesis:

Dr. Julio César Rodríguez
Quiñonez

Co-Director de Tesis:

Dr. Luis Carlos Básaca
Preciado

*Una tesis presentada en cumplimiento de los requisitos
para el grado de Doctor en Ciencias*

en la

Facultad de Ingeniería

Campus Mexicali

4 de diciembre de 2023



Declaración de Autoría

Yo, Jorge Alejandro Valdez Rodríguez, declaro que esta tesis titulada, “Atenuación del Error en las Mediciones de Posición y Orientación de un Sistema de Navegación Inercial Strapdown con Referencias Absolutas” y el trabajo presentado en ella es de mi autoría. Confirmando que este trabajo enviado para evaluación ha sido elaborado por mí y se expresa en mis propias palabras. Cualquier uso que se haga en él de las obras de otros autores en cualquier forma (por ejemplo, ideas, ecuaciones, figuras, texto, tablas, programas) se reconoce adecuadamente al momento de su uso. Se incluye una lista de las referencias empleadas.

Firma:

Fecha:

“Es muy sencillo extraviarse en lo abstracto si no se tiene cuidado, sin embargo, esto puede evitarse si se cuenta con experiencia que este sumamente relacionada al tema. Cuando esto sucede, uno comienza a adquirir una comprensión básica de cómo operan las cosas y qué funciones cumplen.”

Karl Johan Aström

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

Resumen

Facultad de Ingeniería

Campus Mexicali

Doctor en Ciencias

Atenuación del Error en las Mediciones de Posición y Orientación de un Sistema de Navegación Inercial Strapdown con Referencia Absoluta

por Jorge Alejandro Valdez Rodríguez

La presente tesis doctoral, presenta el proyecto de investigación enfocado en un sistema de navegación inercial capaz de realizar mediciones de posición y orientación con un error bajo atenuando el error de deslice conocido como “drift”. Este es un error el cual incrementa con respecto al tiempo y hace que disminuya considerablemente la precisión en el cálculo de la posición y orientación de un cuerpo en el espacio. Este es problema al cual se enfrentan todos los sistemas de navegación inercial y que actualmente se sigue investigando para poder disminuir sus efectos en la medición. La contribución incluye la implementación de un magnetómetro en conjunto con sus ecuaciones de navegación para la corrección de la orientación. Esto es, incorporar al sistema de navegación referencias absolutas utilizando el campo magnético de la tierra. Además, se propone el algoritmo de corrección “Zero Velocity Observation Update” o ZVOB, por sus siglas en inglés. El cual permite disminuir el error del “drift” que actualmente se encuentran afectando el error en la medición para el seguimiento de la posición y orientación de un cuerpo. Por lo cual, la metodología conocida como “Sistema de Navegación Inercial con Filtro Kalman (INS/KF), en conjunto con la implementación de los algoritmos Zero Velocity Update y Zero Angle Rate Update (ZUPT/ZARUT)” o IKZ, pasa a llamarse “Heading IKZ” o HIKZ.

Reconocimientos

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT), por brindar el apoyo tanto económico como material para financiar la investigación y el proyecto, así como el constante apoyo con becas para poder continuar con los estudios de posgrados en México.

A la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), por darme la oportunidad de estudiar mi posgrado, y poder obtener el grado en Doctorado en Ciencias.

Al Facultad de Ingeniería de la UABC campus Mexicali, por brindar las aulas, el laboratorio y a los catedráticos en la formación académica de los estudiantes de posgrados.

A mi director de tesis, Dr. Julio Cesar Rodríguez Quiñonez, por generar este proyecto de investigación, así como el permitirme participar en él, compartiendo su conocimiento respecto al campo de estudio, su experiencia aportando comentarios y el valioso tiempo dedicado.

A mi codirector de tesis, Dr. Luis Carlos Básaca Preciado, por trabajar en colaboración con el Dr. Julio Cesar Rodríguez Quiñonez en este proyecto de investigación, compartiendo sus ideas y su experiencia.

Índice General

Declaración de Autoría	I
Resumen	III
Reconocimientos	IV
Índice General	v
Índice de Figuras	VII
Índice de Tablas	XII
Abreviaturas	XIII
Símbolos	XIV
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Planteamiento del Problema	4
1.3. Justificación y Uso de los Resultados	6
1.4. Objetivos de la Investigación	8
1.4.1. Objetivo General	8
1.4.2. Objetivos Específicos	8
1.5. Hipótesis	9
2. Marco Teórico	11
2.1. Instrumentos en Sistemas de Navegación	11
2.1.1. Instrumentos Inerciales	12
2.1.2. MEMS	13
2.1.2.1. Acelerómetros	14
2.1.2.2. Giroscopios	16
2.1.3. Magnetómetros	18
2.1.4. IMU	23
2.2. Navegación Inercial Strapdown	24

2.2.1.	Matriz de Cosenos Directores	25
2.2.2.	Cuatriones	29
2.2.3.	Sistemas de Coordenadas	31
2.2.3.1.	Terna de Navegación del Cuerpo (b-frame)	32
2.2.3.2.	Terna de Navegación (n-frame)	32
2.2.3.3.	Terna de Navegación Geodésica (g-frame)	34
2.2.4.	Ángulos de Euler	36
2.2.5.	Rumbo de la Brújula	37
2.2.6.	Fuerzas Inerciales	40
2.2.7.	Integración de Funciones Discretas	43
2.3.	Acondicionamiento de Señal	45
2.3.1.	Filtros Digitales	47
2.3.1.1.	Filtro de Gravedad	48
2.3.1.2.	Filtro Complementario	50
2.3.1.3.	Filtro de Chebyshev	51
2.3.1.4.	Filtro Kalman	54
2.3.2.	Algoritmos de Corrección	57
2.3.2.1.	Algoritmo ZUPT	58
2.3.2.2.	Algoritmo ZARUT	60
3.	Metodología de Investigación	62
3.1.	Algoritmo ZVOB	63
3.2.	Corrección de Orientación	67
3.3.	Metodología	69
3.4.	Monitoreo de Desplazamiento de Movimientos para Estructuras So- metidas a Sismos	72
4.	Análisis de Resultados	74
4.1.	Observaciones durante la Experimentación	74
4.2.	Resultados de las Mediciones de Posición y Orientación	79
4.3.	Experimentación para Monitoreo de Desplazamientos en Estructuras	84
4.4.	Mediciones de Desplazamiento en Estructura bajo Vibraciones Sísmi- cas	87
4.4.1.	Análisis de la Señal	88
4.4.2.	Mediciones del Desplazamiento	90
5.	Conclusiones	93
6.	Apéndice de Productos	98

Índice de Figuras

2.1. Diagrama de cuerpo libre de un acelerómetro. Este diagrama muestra como un acelerómetro esta compuesto, teniendo la masa de prueba a , su amortiguador b y su resorte k	15
2.2. Diagrama de cuerpo libre de un giroscopio con masa giratoria. Al aplicarse un torque a la masa, esta sufre una rotación donde empieza a tener un giro α sobre su propio eje.	16
2.3. El Sensor de Hall, se encuentra perpendicular al conductor que contiene el campo magnético B . Al fluir una corriente en este, se genera el Voltaje de Hall V_H	19
2.4. El magnetómetro tri axial, compuesto de tres magnetómetros usados para conocer la intensidad del plano del campo magnético en los ejes x , y y z . Donde S vienen a ser los contactos del magnetómetro y V viene a ser el voltaje inducido y perpendicular por al plano del campo magnético B	20
2.5. Al tomar las muestras de la intensidad del campo magnético en el plano x,y , los datos muestran un círculo el cual delimita el campo de trabajo del magnetómetro.	21
2.6. Diagrama de la IMU utilizada durante la investigación. Esta IMU se encuentra compuesta por tres sensores triaxiales para la aceleración, velocidad angular e intensidad del campo magnético.	24
2.7. Configuración Strapdown de IMU y cuerpo de navegación. Sus ejes y centro de gravedad se encuentran alineados entres si.	25
2.8. Rotación en un plano bidimensional de un sistema de coordenadas unitario. Los ejes x y y realizan una rotación para tomar la posición en x_1 y a θ grados de diferencia.	26
2.9. Distribución de los ejes en un plano tridimensional. De esta manera se puede realizar la rotación partiendo desde un eje z	27
2.10. Terna de navegación del cuerpo p b -frame. El objeto presentado en la imagen, es un cuerpo donde se considera que el avanzar se encuentra en dirección al eje x , a su derecha se encuentra apuntando el eje y y hacia abajo en dirección a la gravedad de la tierra, se sitúa el eje z	32
2.11. Terna de navegación n -frame. Aún cuando el cuerpo de navegación realice rotaciones y traslaciones, el plano de navegación mantiene fijos su eje x , y y eje z	33
2.12. Terna de navegación en el plano Geodésico n -frame.	34

2.13. Traslación de la terna geodésica g -frame y la terna de navegación n -frame, donde el eje z en ambos casos, apunta hacia arriba.	36
2.14. Al obtener la resultante de los vectores m_x y m_y (izquierda), se crea el vector H , el cual es comparado con el norte de la Tierra, de forma que la diferencia que existe entre el rumbo H y el norte de la Tierra N , es el rumbo magnético o “Magnetic Heading” H_m	37
2.15. Representación de los campos magnéticos de la Tierra. Al encontrarse en movimiento debido a la rotación de la misma, se debe considerar la posición y la época del año para poder determinar la compensación a utilizar con el rumbo magnético H_m	38
2.16. Cuando un cuerpo en movimiento, se inclina hacia uno de los lados ortogonales a la dirección considerada como avance, se dice que el cuerpo realizó una inclinación de ladeo o “Bank”. Si el avance se encuentra en el eje m_x , la inclinación se realiza en ese eje.	39
2.17. Un cuerpo el cual eleva o disminuye su ángulo con respecto a la línea transversal del cuerpo, se considera que el cuerpo tiene un ángulo de inmersión o “Dip”. Si el avance del cuerpo es considerado en el eje m_x , la inclinación debe hacerse en el m_y para considerarse como “Dip”.	40
2.18. Un cuerpo que se encuentra en la Tierra es afectado por la rotación de la misma, de tal manera que al encontrarse en desplazamiento, este desvía su dirección original.	42
2.19. Integral definida cuya área bajo la curva, se encuentra definida mediante rectas infinitesimales a través del tiempo desde un punto a hasta un punto b	43
2.20. Área bajo la curva definida por diferentes áreas rectangulares de un ancho Δt	44
2.21. Al obtener una señal de entrada, esta entra a un proceso donde es acondicionado por diferentes métodos. Finalmente se obtiene una señal más adecuada para su uso e interpretación.	46
2.22. Orientación de un cuerpo el cual posee su <i>eje z</i> paralelo al eje de la gravedad de la Tierra.	49
2.23. Diagrama de bloques de un Filtro Complementario. En el diagrama se muestra la combinación de la información un acelerómetro y un giroscopio que pasan a través de un Filtro Pasa-Baja.	50
2.24. Filtro Chebyshev Tipo I. Este Filtro posee un rizo durante la etapa de Pasa Banda.	51
2.25. Filtro Chebyshev Tipo II. Este filtro se caracteriza por los rizados que tiene en la zona de rechazo así como por tener una caída en la parte Pasa Banda.	53
2.26. Distribución Gaussiana de dos variables. Se muestra la zona superior con aquellos datos que tienen mayor probabilidad de poder ser la salida del sistema y en la zona inferior, aquellos datos que tienen menor probabilidad.	55

2.27. Algoritmo de corrección donde se presentan las señales de entrada, su evaluación en con respecto al umbral establecido, la determinación de eventos y la señal de salida del sistema.	57
2.28. El diagrama representa al algoritmo ZUPT, el cual es utilizado para determinar si un cuerpo se encuentra en movimiento o en una fase de reposo.	58
2.29. El diagrama representa el algoritmo ZARUT, el cual es utilizado para realizar correcciones en los movimientos rotacionales.	61
3.1. Metodología HIKZ: algoritmo de corrección ZVOB y coeficiente ζ , algoritmo de corrección de la Actitud con filtro Chebyshev; las principales contribuciones de la metodología para reducir el desvío y mejorar la precisión en las mediciones se resaltan en azul en este diagrama de bloques.	63
3.2. El valor de ζ presentado, delimita cuando se considera que el cuerpo se encuentra en movimiento. La Región de Aceptación es donde se estima que el cuerpo se encuentra en movimiento, caso contrario entra a la Región de Rechazo donde la medición es considerada como una perturbación externa.	64
3.3. La posición en los ejes x , y y z presentada, muestra como el sistema termina estabilizándose de manera que no se presenta una tendencia a que el “drift” aumente. Esto sólo es una cualidad que el sistema puede lograr si este se encuentra en reposo.	65
3.4. El diagrama muestra el comportamiento del algoritmo ZVOB. Aquí la variable calculada ζ es comparada con aceleración en la <i>terna</i> n de manera que se puede estimar si el vehículo actualmente se encuentra en movimiento.	66
3.5. El IMU del sistema HIKZ, es posicionado de forma horizontal y en estado de reposo para poder obtener la muestra de las mediciones en <i>Yaw</i>	68
3.6. En la imagen se presenta el diagrama para poder estimar cuando hacer la corrección de la rotación en <i>Yaw</i> . Este diagrama toma las lecturas de orientación en <i>Yaw</i> para poder compararlas con un valor llamado $\mu_{\phi,\theta}$ del comportamiento de las orientaciones cuando el sistema se encuentra en reposo, creando un primer parámetro n . Después cuando el drift ahora en el rumbo H_c del magnetómetro aumenta, se procede a tomar una nueva muestra n y así poder delimitar el intervalo de tiempo necesario para estar realizando la corrección en <i>Yaw</i> haciendo uso del rumbo H_c	68
3.7. Metodología de medición del desplazamiento en estructuras sometidas a sismos: El diagrama de bloques muestra la estructura del sistema. El monitoreo se realiza implementando el algoritmo de corrección ZVOB, los filtros de Kalman, Chebyshev y Gravedad, complementados con ecuaciones inerciales para calcular el desplazamiento de una estructura.	72

4.1. En el Movimiento Lineal, el cuerpo se desplaza en una dirección, trasladándose a una posición diferente.	75
4.2. En el Movimiento Rotacional, el cuerpo realiza una rotación sobre alguno de sus ejes cambiando la orientación en la que se encontraba. En la figura de la izquierda, el cuerpo realiza una rotación en sentido positivo, quedando con la orientación que se muestra en la figura de la derecha.	75
4.3. Mesa Graduada Experimental utilizada para la medición de los Movimientos Lineales. Esta mesa permite desplazamientos en los ejes x , y y z	77
4.4. La Placa Rotacional Graduada, permite delimitar rotaciones de 90° . Es utilizada para medir los movimientos rotacionales.	77
4.5. Panel Frontal del Instrumento Virtual en LabVIEW. Aquí se muestran las mediciones de Aceleración, Velocidad Angular, Orientación, Posición y Rumbo Magnético.	78
4.6. Equipo utilizado para la adquisición de datos y procesamiento. En la figura, se muestra como se pueden observar los experimentos realizados y resultados obtenidos.	78
4.7. Desplazamientos realizados en el eje x positivo (izquierda) y el eje y positivo (derecha). Las figuras presentan la medición de 0.2m con HIKZ con un bajo error en el eje medido. Además, el sistema reduce los efectos del “drift” en los otros dos ejes donde no se realiza algún movimiento.	79
4.8. Desplazamientos ejecutados en el eje x negativo (izquierda) y el eje y negativo (derecha). La atenuación del “drift” disminuye el error del sistema para medir los desplazamientos lineales y proporciona la capacidad de mantener un valor de medición cercano a cero en el eje donde no se realiza movimiento.	80
4.9. El sistema HIKZ proporciona una disminución del error en todo el movimiento. La medición del sistema HIKZ en el eje x positivo (izquierda) y el eje y (derecha) es congruente en ambos experimentos.	81
4.10. El error en el eje x negativo (izquierda) y el eje y (derecha) demuestra su capacidad para medir el movimiento. Conforme el sistema está bajo la influencia del “drift”, es posible observar cómo el sistema corrige la medición en el eje y negativo (derecha).	81
4.11. Movimiento rotacional de 90° en Yaw (izquierda) realizado con la IMU montada en la Placa de Medición Rotacional Fija y un movimiento rotacional de 90° en la dirección opuesta (derecha). En ambos casos, no se realizó ningún movimiento de desplazamiento lineal.	82
4.12. A la izquierda se presenta el error medido en el movimiento rotacional de lo que se considera como 90° positivos en Yaw, y a la derecha se muestra el error del movimiento rotacional de -90° en Yaw. En ambas imágenes se observa un rizo en la línea azul, que corresponde a la corrección realizada por la parte de orientación del sistema HIKZ.	82

4.13. El experimento 7 presenta un Movimiento lineal simultáneo de 0.2m en el eje x y 90° en <i>Yaw</i> . A la izquierda se muestra el experimento del sistema IKZ, el cual tiene dificultades para medir la rotación completa y determinar el eje correcto donde se realiza el desplazamiento lineal. A la derecha se muestra la capacidad del sistema HIKZ para medir la rotación y el desplazamiento lineal simultáneamente con un error menor al del sistema IKZ.	83
4.14. Desplazamiento oscilatorio efectuado en el eje x . El IMU montado sobre la estructura, es paralela al eje x de la estructura, de manera que se puedan considerar los desplazamientos realizados en dicho eje.	85
4.15. Mesa Vibradora y Estructura con la IMU. Esta estructura permite al sistema realizar los desplazamientos que puedan ser suficientemente grandes para poder ser medidos y diferenciar cada uno de los resultados.	86
4.16. El movimiento de la IMU es medido utilizando una tabla graduada en milímetros y posicionada sobre la parte superior de la estructura. De esta manera se registran los desplazamientos realizados por la estructura.	87
4.17. Frecuencia medida para el movimiento sísmico que oscila a 6.25Hz (izquierda) y 6.94Hz(derecha).	88
4.18. Frecuencia medida para el movimiento sísmico que oscila a 7.81Hz (izquierda) y 8.92Hz(derecha).	89
4.19. Desplazamiento Total y Frecuencia medida para un movimiento en el eje x a 6.25Hz (izquierda) y a 6.94Hz (derecha).	90
4.20. Desplazamiento Total y Frecuencia medida para un movimiento en el eje x a 7.81Hz (izquierda) y a 8.92Hz (derecha).	91

Índice de Tablas

4.1. Comparación del error entre el sistema IKZ y el sistema HIKZ para cada uno de los experimentos realizados durante la investigación. . .	83
4.2. Aumento de la repetibilidad lograda por el sistema HIKZ comparada con el sistema de medición IKZ. Se presenta la confiabilidad del sistema para poder seguir tomando mediciones con un error bajo como el presentado en la investigación.	84
4.3. Error Relativo Porcentual y RMSE del análisis Relativo de la Frecuencia utilizando los datos obtenidos de las experimentaciones. . .	89
4.4. Error Relativo Porcentual del Análisis del Desplazamiento Medido.	91

Abreviaturas

AC	Altern Current
DC	Direct Current
EMM	Enhanced Magnetic Model
ENU	East North Up
EIM	Electro Inclination Meter
GNSS	Global Navigation Satellite System
IMU	Inertial Measurement Unit
LLF	Local Level Frame
LQE	Linear Quadratic Estimation
MCD	Matriz de Cosenos Directores
MEMS	Micro-Electro Mechanics Systems
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
PLA	Polylactic Acid
RMSE	Root Mean Square Error
SHM	Structural Health Monitoring
UWB	Ultra Wide Band
ZARUT	Zero Angle Rate Uptade
ZVOB	Zero Velocity Observation Update
ZUPT	Zero Velocity Uptade

Símbolos

Símbolo	Nombre	Unidad de Medición
b	Coefficiente de amortiguamiento	N.s/m
k	Coefficiente de Resorte	N/m
m	Masa	kg
T	Torque	N.m
m	Masa	kg
H	Vector momento Angular	kg.m ² /s
ω_n	Frecuencia Natural	Hz
V_H	Voltaje Efecto Hall	μV
I	Corriente	A Amperes
B	Campo Magnético	T
R^{10}	Matriz Rotación	-
C^{ba}	Matriz de Cosenos Directores	-
$q_{b \leftrightarrow a}$	Cuaternión	-
g	Fuerza g	m/s ²
Φ	Latitud Geodésica	°
λ	Longitud	°
A	Ángulo de Azimuth	°
δ	Ángulo de Inclinación	°
ϕ	Roll	°
θ	Pitch	°
ψ	Yaw	°
H_m	Rumbo Magnético	°

H_c	Rumbo de la Brújula	°
$\hat{\mathbf{x}}^k$	Corrección Vector de Estado	-
\mathbf{Q}_{k-1}	Covarianza Ruido del Sistema	-
\mathbf{K}	Ganancia Kalman	-
P	Posición	m
σ	Orientación	°
ω	Velocidad Angular	°/s
Ω	Fuerza de Coriolis	-
ω^n	Velocidad Angular de Euler	°/s
a^n	Aceleración de Navegación	m/s ²
v^n	Velocidad de Navegación	m/s
p^n	Posición de Navegación	m
ζ	Coefficiente de Velocidad Cero	-

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

Los sensores inerciales, son comúnmente utilizados en tecnologías donde resulta difícil realizar mediciones de forma directa [Abdolkarimi and Mosavi \[2020\]](#), [Chiang et al. \[2020\]](#), [fa Dai et al. \[2020\]](#), [Yang et al. \[2021\]](#). Al ser instrumentos que no dependen de elementos externos, son de ayuda en la autonomía de los sistemas cuando estos se encuentran realizando tareas que requieren de navegación y no es posible tripularlos o se encuentran fuera del alcance de señales de control externas. Estas cualidades se deben a su capacidad de respuesta con respecto al efecto físico al que son sometidos, esto puede ser la velocidad angular en giroscopios o la aceleración con acelerómetros. Estos sistemas pueden encontrarse de forma diminuta como Sistemas Micro-ElectroMecánicos (MEMS) lo cual les da ventajas para adaptarse a tecnologías portátiles o en sistemas más grandes como plataformas estabilizadoras dentro de vehículos aéreos o submarinos [Mustafazade et al. \[2020\]](#), [Saadon and Sidek \[2011\]](#). Es posible tener combinaciones de 2 o 3 sensores diferentes como acelerómetros y giroscopios, los cuales a su vez se pueden estar conformados por sensores midiendo en 2 o 3 ejes, esta clase de combinaciones se les conoce como “Unidades de Medición Inercial” o IMU. Un IMU puede contener sensores no inerciales como magnetómetros, inclinómetros, altímetros, entre otros,

por lo que al combinar estos sensores permite aumentar la precisión de las mediciones. Sin embargo, debe considerarse que existen criterios para poder complementar la información que estos sensores leen. Al ser sistemas que no dependen de instrumentos externos para su implementación, son de gran ayuda en la navegación autónoma como se hacía mención al inicio. Esta clase de sensores están diseñados para responder a las fuerzas y movimientos a los que un cuerpo puede estar sometido, por lo que cualquier variación que tenga el sistema, es identificada por un acelerómetro y un giroscopio. Aunque estos sensores pueden utilizarse de forma independiente, debe tomarse en cuenta que debido a esto, las mediciones pueden encontrarse limitadas. Es por ello que es recomendable utilizar combinaciones de estos sensores o redes con varios de ellos contenidos en IMUs para poder aumentar la precisión y medir adecuadamente según el tipo de movimiento. Particularmente en el caso de las IMU que se encuentra como MEMS, su implementación y posicionamiento en el sistema pueden disminuir su complejidad puesto que pueden establecerse criterios para reducir el procesamiento matemático de la señal. Un ejemplo de ello es la implementación de una IMU en modalidad Strapdown, donde los instrumentos y el sistema alinean sus centros de gravedad para disminuir la complejidad de los cálculos.

Los sensores inerciales pueden encontrarse en sistemas donde se requiere conocer el desplazamiento y la orientación de un cuerpo, sin embargo, no se encuentran limitados solo a la navegación y sus capacidades son de gran ayuda para medir otros elementos que se encuentren relacionados con el movimiento. Es por ello que se pueden encontrar sistemas inerciales enfocados a la medición de cargas, vibraciones o frecuencias, así como aprovechar sus cualidades para la captura de movimiento en el estudio de las actividades diarias de las personas [El-Sheimy and Youssef \[2020\]](#), [Lim and D'Souza \[2020\]](#), [Picerno et al. \[2021\]](#). En odometría, son bastante utilizados para poder compensar la falta de sistemas más comunes como los sistemas de localización satelital (GNSS), puesto que un sensor inercial que viaja junto con el objeto de interés puede medir los movimientos que este va realizando y su señal no se pierde por la interferencia de objetos en el ambiente o las mismas condiciones ambientales, como sucede en el caso de submarinos, donde

no alcanza a llegar la señal [Chiang et al. \[2019\]](#), [Suzuki \[2022\]](#). Si bien algunos sistemas de odometría pueden utilizar cámaras, el uso de acelerómetros ayuda a compensar problemas de imágenes difusas, interferencias dinámicas lo cual permite realizar mejores mediciones con esta clase de sistemas. Otros instrumentos y tecnologías, aprovechan estas capacidades para su calibración. Algunos sistemas de estereo visión con cámaras, utilizan giroscopios para poder calibrar la medición de los ángulos que se encuentran midiendo. También se tiene manipuladores robóticos los cuales aprovechan las propiedades de los acelerómetros para poder comparar las mediciones realizadas por sus sistemas con lo que los sensores inerciales indican. Incluso para poder unir dos o más sensores en un solo sistema, como es el caso de sistemas de escaneo láser con giroscopios, los cuales utilizan acelerómetros para poder calibrar y complementar a estos sistemas [Shan et al. \[2021\]](#). Por otro lado, al tener sistemas automatizados que realizan tareas a distancia. El uso de mediciones mediante sensores inerciales da la capacidad de poder conocer el estructural de edificios, conocer el avance en procesos de manufactura, o en dispositivos de limpieza en hogares. El uso de sensores inerciales en los sistemas controlados a distancia, proceso de información e intercambio de datos son de gran ayuda para mantener la operación automatizada entre dispositivos [Hasan and Hasan \[2022\]](#). Así como se mencionó, es muy común el uso de sensores inerciales en vehículos no tripulados. Aunque es muy común que drones utilicen acelerómetros y giroscopios para su navegación, los vehículos terrestres hacen uso de magnetómetros para conocer el rumbo del cuerpo puesto que su orientación gira con respecto al eje paralelo a la gravedad de la Tierra. También vehículos no convencionales utilizados para transportar objetos o monitoreo, hacen uso de sensores inerciales, como lo son sistemas de inspección en tuberías lo cual es difícil de realizar manualmente [Sadeghzadeh-Nokhodberiz et al. \[2021\]](#). Sin embargo, los sensores inerciales no se encuentran limitados a vehículos, actualmente el estudio de los movimientos del cuerpo humano mediante estos instrumentos es algo que se sigue estudiando. “Estimación de las Posiciones del Cuerpo Humano” o “Human Pose Estimation”, es un área en la cual se busca identificar los diferentes movimientos que las personas realizan a fin de poder tener información sobre la postura. Esta información es

de ayuda en estudios médicos, interacción Humano - Máquina, lenguaje corporal , captura del movimiento para animación o estudios del cuerpo humano, entre otros [Guo et al. \[2021\]](#), [Kianifar et al. \[2019\]](#).

El uso de sensores inerciales es aplicado en el monitoreo estructural o “Structural Health Monitoring”, donde se busca conocer las condiciones en que se encuentran edificios, estructura de máquinas o vehículos [Di Nuzzo et al. \[2021\]](#), [Ibrahim et al. \[2019\]](#). Esto puede ir desde análisis de vibraciones y como afectan al sistema, hasta el movimiento que en estas se genera cuando son sometidas a perturbaciones externas. Con un giroscopio es posible conocer deformaciones con respecto al ángulo de inclinación. También, haciendo uso de acelerómetros se puede estimar los desplazamientos que suceden en estructuras los cuales generan, grietas, separaciones entre uniones, hundimientos, entre otros.

1.2. Planteamiento del Problema

Si bien estos sensores ofrecen bondades como realizar mediciones estando en el cuerpo, son susceptibles a perturbaciones externas e internas que ocasionan lo que se conoce como el error de deslice o “drift” [Al Bitar and Gavrilov \[2021\]](#), [Jouybari et al. \[2019\]](#), [Tao et al. \[2023\]](#), [Xu et al. \[2019\]](#), [Zhang et al. \[2020\]](#). El “drift”, es una variabilidad que existe en las mediciones de los sensores inerciales sin que exista algún cambio en su entrada, es por ello que su estudio así como la búsqueda de soluciones para mitigarlo, siguen siendo de gran importancia en la actualidad. Variaciones de corriente o de voltaje, pueden ser causa del “drift” en las IMU. Estas variaciones aunque para otros instrumentos pueden llegar a ser despreciables, en los sensores inerciales se acumulan al realizar mediciones infinitesimales a través del tiempo hasta que se llega a la posición y orientación deseada lo que provoca el aumento del “drift”. Por otro lado, las perturbaciones físicas también desfavorecen a las mediciones en los sensores inerciales. Debido a la arquitectura que tienen los acelerómetros y los giroscopios, las vibraciones externas pueden ser consideradas como mediciones por los instrumentos. En el

caso de los acelerómetros, toda fuerza inercial es considerada en la medición debido a que estos funcionan como un sistema de suspensión. Por otro lado, aunque los giroscopios no son sensores que miden fuerzas, son susceptibles a vibraciones puesto que poseen una masa de referencia utilizada para medir los movimientos rotacionales. En ambos casos, los instrumentos inerciales pueden tener errores en sus mediciones debido a estas señales externas que se adhieren a su medición ya sea que se encuentren en movimiento o en reposo. Además, aún cuando se implementen dispositivos para aislarlos de dichas vibraciones, los movimientos del mismo cuerpo en el que se encuentran pueden crear esa señal parásita que disminuya la precisión de las mediciones.

Asimismo, sin importar el tamaño las IMU son susceptibles a los cambios de temperatura puesto que provoca problemas en su rendimiento. Un problema habitual se encuentra por el calentamiento del mismo sistema, algo que sucede en muchos sistemas electrónicos. Estas variaciones generan aumento en el “drift” haciendo que sea más difícil tener lecturas con precisión. Por otro lado, las temperaturas ambientales ya sea por trabajar a la intemperie, la altitud en vehículos aéreos o al encontrarse en las profundidades del mar, también son de contribución a variaciones en la temperatura que a su vez tienen como consecuencia el “drift”. Aunque en muchos casos son propuestos aislantes térmicos o métodos matemáticos, buscar como disminuir el efecto del “drift” ocasionado por los cambios de temperatura sigue siendo un problema de interés para los sistemas inerciales. Al ser sistemas de medición, extraer la información puede no llegar a ser suficiente por el “drift” ocasionado debido a los diversos problemas presentados. Es por ello que se implementan diferentes propuestas metodológicas para poder tratar de disminuir el error del “drift” y mejorar la precisión. El uso de filtros digitales, algoritmos de corrección, redes neuronales son algunas de las propuestas que han surgido para tratar de acondicionar la señal y poder tener mediciones precisas. También, cuando se utiliza las señales provenientes de estos sistemas para poder medir indirectamente otros elementos, como es la posición en el caso de los acelerómetros, y la orientación en el caso de los giroscopios, se requiere hacer uso del cálculo con integrales las cuales por su tipo de metodología, ya incluyen un error como parte

del cómputo. Incluso aunque es posible obtener otro tipo de datos, como es la orientación mediante las señales de los acelerómetros, se pierde precisión al usar métodos trigonométricos, esto debido a las limitaciones de dichas funciones, que si bien, implementar radianes en lugar de grados para la medición de orientaciones puede mitigar el error, esto aún es insuficiente.

Al final si la IMU utilizada es un MEMS, se dice que es un sistema de alta precisión el cual es vulnerable a pequeñas variaciones en las situaciones previamente mencionadas en esta sección.

Como se puede observar, el “drift” es un problema el cual se encuentra siempre presente y de diversas maneras en los sensores inerciales. Por tanto, ¿cómo contrarrestar un error, el cual afecta a los sistemas inerciales, se va acumulando con respecto al tiempo, y que además, se encuentra siempre presente y de múltiples formas diferentes?

1.3. Justificación y Uso de los Resultados

La automatización de los sistemas para poder reducir el trabajo humano, es un tema de relevancia en el desarrollo de tecnología. Los sistemas inerciales permiten tomar mediciones de los desplazamientos y orientaciones en un cuerpo o sistema mientras este se encuentra realizando dichos movimientos. A diferencia de un sistema satelital, las tecnologías que implementan sensores inerciales no requieren de señales externas para poder estimar la localización del cuerpo, lo cual trae como beneficio poder seguir realizando mediciones en un entorno que puede obstruir señales externas. Otras de las ventajas que poseen estos sistemas, es que no es necesario modificar alguna parte de la estructura para poder instalarlos, son sistemas no invasivos los cuales pueden colocarse sobre la estructura misma o en el centro de gravedad de la misma en la configuración strapdown. Una IMU da la posibilidad de orientar alineando su marco de referencia con respecto al de otros

sistemas o sensores, esto permite disminuir el número de cálculos para la orientación. Especialmente si son MEMS, pueden colocarse arreglos de múltiples IMU en diferentes ubicaciones y así poder aumentar la precisión de las mediciones.

Como instrumentos de medición, su uso no se encuentra limitado a solo medir un desplazamiento y orientación aplicando metodologías de navegación inercial, actualmente son utilizados también para poder hacer comparaciones de sistemas sometidos a fuerzas externas y poder conocer como son afectados cuerpos y estructuras. Mediante el uso de sistemas inerciales, puede medirse la vibración y esfuerzo que ocurre en un cuerpo, por lo que estos sistemas no se encuentran limitados a solo medir movimientos lineales o rotacionales. También es importante recordar que al poder medir aceleraciones y velocidades angulares, son utilizados para poder hacer estimaciones de movimientos en el cuerpo humano, los cuales son bastante utilizados para poder desarrollar interfaces humano computadora. Sabiendo que el “drift”, estará presente en cada uno de los sistemas inerciales, es importante buscar disminuir el “drift” inherente en las IMU y de esa manera reducir el error de las mediciones. Es por ello que al existir una variedad de tecnologías que pueden aprovechar los beneficios mencionados de los sistemas inerciales, la atenuación del error del “drift” es un problema que sigue estando vigente. De manera que una vez disminuido, el sistema puede ser adaptado para realizar tareas específicas. Con los resultados obtenidos en esta investigación, se implementó el sistema de navegación inercial en un sistema de monitoreo de desplazamientos en una estructura sometida a vibraciones sísmicas. Se desarrolló un mesa experimental que simula movimientos sísmicos de ondas tipo P (P-wave), donde la estructura se desplaza en un solo eje ejecutando un movimiento oscilatorio.

1.4. Objetivos de la Investigación

1.4.1. Objetivo General

Considerando las diferentes cualidades mencionadas que tienen los sensores inerciales, el objetivo de esta investigación es desarrollar una metodología para atenuar el error de “drift” con el fin de calcular la posición y orientación de un cuerpo de forma simultánea utilizando un Sistema de Navegación Inercial Strapdown.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Implementar el sistema IKZ con una interfaz, el cual le permita tomar muestras con una diferencia de tiempo corta con respecto al tiempo en que ocurren los movimientos.
- Experimentación con sensores inerciales diferentes a la IMU MPU-9255.
- Integración de la referencia absoluta al sistema IKZ.
- Establecer ecuaciones de navegación y metodología de ajuste para la incorporación de un magnetómetro.
- Implementar un Filtro Chebyshev para disminuir el error en las mediciones del magnetómetro.
- Desarrollo de una nueva técnica para disminuir las restricciones del algoritmo ZUPT, de forma que se mejore la detección de desplazamientos.
- Realizar experimentos para comparar los resultados del sistema HIKZ con el sistema IKZ y con otros sistemas de Navegación Inercial.
- Adaptación del sistema de Navegación Inercial Strapdown para un sistema de Monitoreo de Salud Estructural (SHM).
- Desarrollo de una mesa de experimentos (Shaking Table) para monitoreo de desplazamientos de una estructura sujeta a movimientos sísmicos de ondas P-wave.

- Realizar experimentos para demostrar la capacidad de monitoreo del sistema y a su vez comparar los resultados del sistema con otros sistemas de Monitoreo Estructural.

1.5. Hipótesis

El sistema inercial presentado en esta investigación, esta dirigido a reducir el “drift” presente en los sensores inerciales para mejorar el desempeño en cuanto a la precisión de las mediciones y calcular de forma simultánea la posición y orientación de un cuerpo. Es por ello que se plantea la siguiente hipótesis:

Al ser un sistema donde los sensores utilizan la información de la lectura para corregir o compensarse mutuamente, si el “drift” en uno de ellos incrementa, afectará las mediciones de los demás. Además, el “drift” presente en el giroscopio aumenta el error en las mediciones del acelerómetro, particularmente debido a que existe un “drift” en Yaw el cual afecta a los ejes x y y para las mediciones de desplazamiento provenientes del acelerómetro.

Por tal motivo, para mitigar el error de “drift” y con ello calcular la posición y orientación de un cuerpo, se incorpora un magnetómetro al sistema de navegación inercial IKZ con el fin de compensar las mediciones en el cálculo de la orientación mediante el giroscopio. La implementación incluye los cálculos de navegación correspondientes para obtener la orientación, así la calibración y atenuación del error mediante un filtro Chebyshev.

Adicionalmente, se tiene que el algoritmo de corrección ZUPT puede llegar a restringir los movimientos de desplazamiento en los ejes x y y , esto debido a los filtros Pasa Baja y Pasa Alta que poseen. Por tal motivo, se desarrolla una metodología para sustituir estos filtros donde se determina un umbral de movimiento que se ajuste al sistema inercial haciendo uso de un coeficiente ζ llamado “Coeficiente de Velocidad Cero” o “Zero Velocity Coefficient”. Al implementar esta metodología,

se tiene el nuevo algoritmo de corrección ZVOB “Zero Velocity Observation Update” que permite al sistema inercial aumentar su precisión y repetibilidad para hacer mediciones.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Instrumentos en Sistemas de Navegación

Aunque existe una variedad de aplicaciones para los instrumentos de navegación, los sistemas de navegación son desarrollados para poder determinar la posición y orientación de un objeto. Actualmente existen una variedad de sensores y sistemas que permiten tomar mediciones del objeto ya sea que se encuentren cerca o lejos de él. Uno de los más conocidos son los Sistemas Globales de Navegación Satelital (GNSS), también conocida como “Navegación por Satélites” [Gyagenda et al. \[2022\]](#). Estos sistemas utilizan receptores que se encuentran en la Tierra los cuales reciben las señales de por lo menos cuatro satélites para poder determinar la localización del objeto [Witrisal et al. \[2021\]](#). Por otro lado, se tienen sistemas de navegación que utilizan el escaneo láser para determinar la posición de un cuerpo. Uno de los sistemas más comúnmente utilizados es el Lidar, tiene su fundamento en medir el tiempo que tarda el láser en tocar el objeto de interés y ser detectado por el receptor en el sistema para determinar la posición. Otro sistema de navegación actualmente utilizado, es la navegación mediante el uso de cámaras [El-Sheimy and Li \[2021\]](#). Dependiendo de la complejidad del sistema, puede utilizar una, dos o más cámaras permitiendo aumentar la precisión y obtener más información del objeto o del ambiente en que este se encuentre. Con una cámara se puede

medir posición y orientación, sin embargo, esto se encuentra limitado a dos ejes, lo cual particularmente para la orientación es limitante. Sin embargo, al agregar una segunda cámara, se adquiere la posibilidad de determinar profundidad y optimizar la medición de la orientación del cuerpo así como sus alrededores.

Existen sistemas de navegación que aprovechan las cualidades de las señales que el instrumento produce, un ejemplo de esto son los sistemas de navegación que se apoyan de dispositivos como Wi-Fi o Ultra Ancho de Banda UWB (“Ultra Wide Band”) [Xu et al. \[2020\]](#). Los sistemas de navegación que implementan estos dispositivos, estiman la posición utilizando receptores para poder conocer la distancia a la que se encuentra el objeto. En el caso de aquellos sistemas de navegación que aprovechan las cualidades de la señal Wi-Fi, se pueden utilizar múltiples receptores para poder determinar la posición. Sin embargo, la señal puede ser obstruida. En cambio en el caso de sistemas que implementan UWB, se tiene la particularidad de que la señal no se debilita por paredes o por muchos de los obstáculos que comúnmente debilitan a la señal Wi-Fi. Aunque existen otros tipos de sensores o sistemas de navegación que pueden aplicarse de diversas formas, su principal objetivo es poder ayudar a localizar un cuerpo en el espacio. Por otro lado, se tienen instrumentos de navegación inerciales los cuales requieren estar en contacto con el objeto de interés para poder realizar las mediciones de navegación. Estos sensores realizan mediciones al considerar las fuerzas inerciales a las que un cuerpo se encuentra sometido por lo que no necesariamente el cuerpo debe estar en movimiento para que el instrumento pueda hacer una medición.

2.1.1. Instrumentos Inerciales

Los instrumentos inerciales son sensores que no requieren de referencias externas para poder realizar sus mediciones [Kok et al. \[2017\]](#). Debido a esta cualidad, son bastante utilizados para la automatización de sistemas de navegación. Dependiendo de la aplicación, estos instrumentos inerciales pueden encontrarse de diferentes formas. Por ejemplo, se tienen plataformas estabilizadoras las cuales son utilizadas en vehículos aéreos o submarinos que dependiendo de la configuración, pueden

encontrarse dentro del cuerpo. Debido a su tamaño, estos sensores inerciales son de gran costo y requieren mantenimiento, sin embargo, esto los hace menos susceptibles a perturbaciones provocadas por elementos externos.

Por otro lado, se tienen los sensores inerciales en configuración MEMS. Estos sensores son más pequeños haciendo que su tamaño disminuya y que en lugar de proporcionarles mantenimiento, sean sustituidos cuando su desempeño haya disminuido. Sin embargo, esto los hace más susceptibles a perturbaciones externas en comparación con los instrumentos de mayor tamaño encontrados en plataformas inerciales. Aunque existen diferentes configuraciones y tipos de sensores inerciales, estos pueden clasificarse en dos tipos: los sensores que se encargan de medir la fuerza inercial existen en un objeto y aquellos que miden la razón de cambio que existe en el movimiento rotacional de un cuerpo. Estos son el acelerómetro y el giroscopio, utilizados para medir la aceleración y la velocidad angular existente en un cuerpo. Finalmente, se tiene el instrumento conocido como “Gradiómetro Gravitacional”. El Gradiómetro Gravitacional, se encarga de medir la razón de cambio en la gravedad [Liu et al. \[2022\]](#). Si bien tiene su forma de medición es mediante fuerzas inerciales como los acelerómetros, realiza un trabajo el cual tiene fundamentos similares a los del magnetómetro.

2.1.2. MEMS

Un sensor inercial puede presentarse en diversos tamaños, lo cual afecta su precio y frecuencia de mantenimiento. Los sensores inerciales presentados como MEMS tienen la capacidad de instalarse en casi cualquier dispositivo o vehículo y de poder utilizar dos o más sensores en un mismo sistema para poder incrementar la precisión y obtener mayor información de lo que está sucediendo en el cuerpo de interés. Un MEMS, es una tecnología microelectrónica la cual puede estar integrada por elementos mecánicos, sensores, actuadores y otros electrónicos. Tienen la capacidad de responder a diferentes perturbaciones como temperatura, fuerza, ópticas, químicas o de poder interactuar de manera microscópica con su entorno (micro actuadores) [Aggarwal \[2010\]](#). Sin embargo, esta sensibilidad compromete su

precisión puesto que muchas perturbaciones externas e internas pueden modificar o incluso dañar su funcionamiento.

En el caso de los instrumentos de medición MEMS, su gran capacidad para poder tomar mediciones microscópicas los hace muy populares para poder realizar mediciones particularmente en sistemas que se encuentran en interiores. Sin embargo, debido a su tamaño, son muy susceptibles a perturbaciones externas e incluso internas. Factores como ondas de sonido, vibraciones, temperatura o incluso variaciones de corriente, pueden afectar la capacidad de los MEMS para realizar una medición apropiadamente. Esto se convierte en un factor a tomar en cuenta al momento de integrar los instrumentos MEMS en un sistema de navegación inercial, ya que esto implica que sea necesario utilizar elementos externos así como metodologías que puedan ayudar a atenuar el error en las mediciones.

2.1.2.1. Acelerómetros

Los acelerómetros son sensores que tienen la capacidad de medir los esfuerzos a los que un cuerpo es sometido en un marco de navegación inercial. Estos sistemas responden a la fuerza mediante un cambio en la capacitancia, la tensión o realizando algún desplazamiento. Para el último caso, su medición tiene su fundamento en la segunda ley de Newton, donde un cuerpo que es sometido a una fuerza, tendrá una aceleración directamente proporcional a la misma e inversamente proporcional a su masa [Ripka and Tipek \[2007\]](#). De manera que un acelerómetro puede ser descrito mediante el siguiente modelo matemático:

$$\frac{x(s)}{a(s)} = \frac{1}{s^2 + s\frac{b}{m} + \frac{k}{m}} \quad (2.1)$$

Donde x es el desplazamiento de la masa con respecto a un marco de referencia, a es la aceleración medida, b es el coeficiente de amortiguamiento, k es el coeficiente de la constante del resorte, m es la masa y s es una variable en el dominio de la frecuencia. [Beeby \[2004\]](#). Además, este sistema es representado mediante un diagrama de cuerpo libre como el que se muestra a continuación.

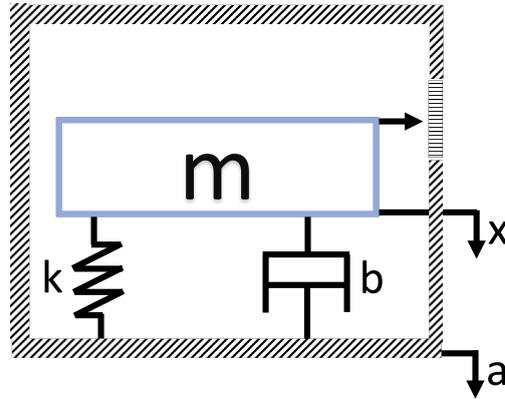


FIGURA 2.1: Diagrama de cuerpo libre de un acelerómetro. Este diagrama muestra como un acelerómetro está compuesto, teniendo la masa de prueba a , su amortiguador b y su resorte k .

Considerando la Ec. 2.1, se puede observar la respuesta del sistema en desplazamiento x ante una entrada de aceleración a . Es decir, cuando se aplica una fuerza, la masa de prueba m que tiene el sistema, realiza un desplazamiento desde su posición inicial x .

Debido a sus componentes vibratorios, esta clase de acelerómetro toma en cuenta la frecuencia en el compartamiento del sistema. De manera que al observar la razón de cambio del amortiguamiento ζ y la frecuencia natural ω_n del acelerómetro, se puede expresar de la forma:

$$\frac{x(s)}{a(s)} = \frac{1}{s^2 + s\zeta\omega_n + \omega_n^2} \quad (2.2)$$

Donde la razón de cambio para el amortiguamiento es:

$$\zeta = \frac{b}{2\sqrt{km}} \quad (2.3)$$

Y la frecuencia natural de un acelerómetro se puede definir como:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.4)$$

Obteniendo de esta manera, la sensibilidad del acelerómetro.

$$S = \frac{m}{k} \quad (2.5)$$

Como se mencionó anteriormente, los acelerómetros pueden encontrarse en arreglos de dos o más sensores para poder realizar mediciones en diferentes ejes, siendo la configuración con tres acelerómetros aquella donde se pueden realizar mediciones en los tres ejes ortogonales x , y y z .

Debido a su capacidad de realizar mediciones una vez que recibe un esfuerzo, el acelerómetro es comúnmente aplicado para realizar mediciones estructurales, análisis de vibraciones, monitoreo de sistemas de movimiento y la navegación.

Existen diferentes tipos de acelerómetros como lo son el de “Hilo Vibratorio”, “Fibra Óptica” o de “Péndulo con Giroscopio”, sin embargo, el de “Masa de Prueba” es el tipo de acelerómetro utilizado para la investigación.

2.1.2.2. Giroscopios

Un giroscopio responde a movimiento angulares midiendo directamente el momento de inercia angular J y la razón de cambio angular. Esta clase de sensores tiene una masa giratoria la cual responde ante efectos físicos giratorios como el efecto de Coriolis [Bose et al. \[2014\]](#).

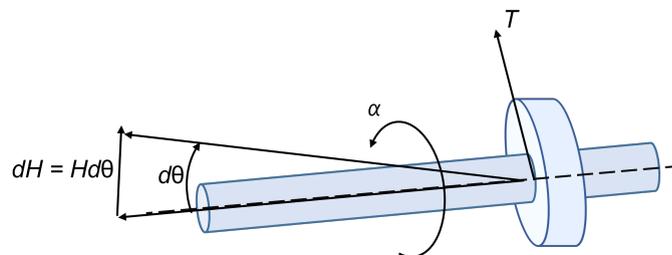


FIGURA 2.2: Diagrama de cuerpo libre de un giroscopio con masa giratoria. Al aplicarse un torque a la masa, esta sufre una rotación donde empieza a tener un giro α sobre su propio eje.

Teniendo como fundamento las leyes de Newton, se puede expresar la razón de cambio en el momento angular en relación al torque T como se presenta a continuación.

$$T = \frac{dH}{dt} \quad (2.6)$$

Donde H representa un vector de momento angular con respecto a la proporción de cambio $J\alpha$ en un intervalo de tiempo dt .

$$H = J\alpha \quad (2.7)$$

Esto es debido a la proporción del cambio en el giro $d\theta$ el cual es perpendicular al eje longitudinal y al torque T . De manera que considerando la Fig. 2.2, se sabe que $dH = Hd\theta$, es decir, la proporción en el vector del momento angular H es igual al mismo vector multiplicado por el la proporción del angulo $d\theta$. Por lo cual, sustituyendo $d\theta$ en la Ec. 2.7, se puede describir el torque como:

$$T = \frac{Hd\theta}{dt} \quad (2.8)$$

Por lo cual, se puede describir una proporción utilizando $d\theta$ sobre dt , la cual se conoce como ángulo inercial Ω_i .

Si se considera el giroscopio en estado estable, se puede describir que Ω_i como se muestra abajo.

$$\Omega_i = \frac{K}{H}d\theta \quad (2.9)$$

Donde K es la rigidez de la barra de torsión. Además, se puede determinar la frecuencia natural del giroscopio.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{J}} \quad (2.10)$$

Existen dos fenómenos físicos que interactúan con los giroscopios, estos son la fuerza de Coriolis y el efecto Sagnac, que afecta a los giroscopios ópticos.

La fuerza de Coriolis o efecto de Coriolis, es una fuerza derivada por la rotación de la Tierra la cual interactúa con la masa del giroscopio haciéndola girar. La fuerza de Coriolis es considerada como una entrada senoidal al giroscopio la cual es inducida en dirección ortogonal al eje del ángulo de rotación [Acar et al. \[2009\]](#). Esta fuerza puede definirse como:

$$\vec{F}_c = 2m(\vec{v} \times \vec{\alpha}) \quad (2.11)$$

Donde \vec{v} es la velocidad de la masa durante la rotación y α es la velocidad angular de la masa. Es necesario considerar que ambas se encuentran en el mismo marco de referencia.

Los giroscopios son comúnmente utilizados a gran escala en submarinos, misiles guiados, aviones y satélites. Por otro lado, en su formato de MEMS son utilizados para compensar otros sensores como magnetómetros, cámaras, sistemas de posicionamiento global, así como equipos automatizados [Chatfield \[1997\]](#). Existen tres clases de giroscopios, los de masa giratoria ya mencionados, giroscopios ópticos y giroscopios vibratorios. En la presente investigación, se utilizó un giroscopio de masa giratoria como el descrito en esta sección.

2.1.3. Magnetómetros

Estos se conocen como instrumentos magnéticos los cuales miden la intensidad del campo magnético que los rodea. Existen diferentes tipos de magnetómetros, como son los efectos de campo (“Hall-effect”), magnetoresistivo, fluxgate, entre otros.

En esta investigación, el magnetómetro utilizado es del tipo de efecto de campo o “Hall effect”. Aquí se tiene un conductor conocido como *Sensor de Hall* el cual se encuentra cerca de un campo magnético producido por una corriente I_c que fluye perpendicular a través de un material conductor [Buffa \[2018\]](#). Esto genera un voltaje llamado *Voltaje de efecto Hall* V_H medido en microvolts, que se encuentra perpendicular al Sensor de Hall y puede expresarse como:

$$V_H = KI_c B \cos \theta \quad (2.12)$$

Donde K es una constante que indica la sensibilidad del dispositivo, B es la intensidad del campo magnético medida en miliTeslas y θ es el ángulo que existe entre el sensor de Hall y el conductor con el campo magnético B como se muestra en la Fig. 2.3.

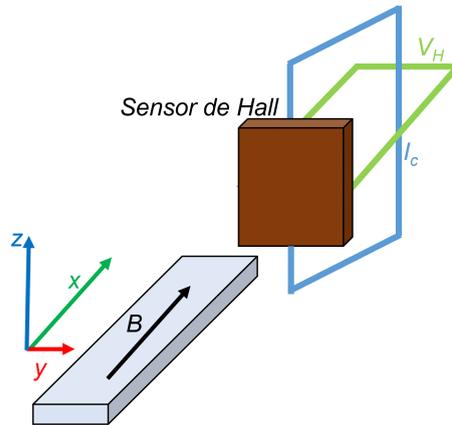


FIGURA 2.3: El Sensor de Hall, se encuentra perpendicular al conductor que contiene el campo magnético B . Al fluir una corriente en este, se genera el Voltaje de Hall V_H .

Por otro lado, este campo magnético puede ser calculado cuando el campo eléctrico externo es expresado por la densidad de la corriente J Ripka [2021].

$$E_H = R_H [J \times B] \quad (2.13)$$

Donde R_H es el coeficiente del efecto de campo el cual se encuentra en función de la carga q y el número n de electrones por átomo que participan en la conducción. Este coeficiente se puede calcular como se muestra a continuación.

$$R_H = \frac{1}{q \cdot n} \quad (2.14)$$

Además, la sensibilidad S_I de estos sensores puede ser calculada considerando el grosor t de la placa del sensor, un factor de corrección G que generalmente tiene valores de entre 0.7 y 0.9 y el coeficiente R_H .

$$S_I = G \cdot \frac{R_H}{t} \quad (2.15)$$

Este valor de sensibilidad es con respecto a la corriente del sensor.

Por otro lado, un magnetómetro puede estar compuesto para hacer mediciones en los tres ejes, llamado magnetómetro tri-axial.

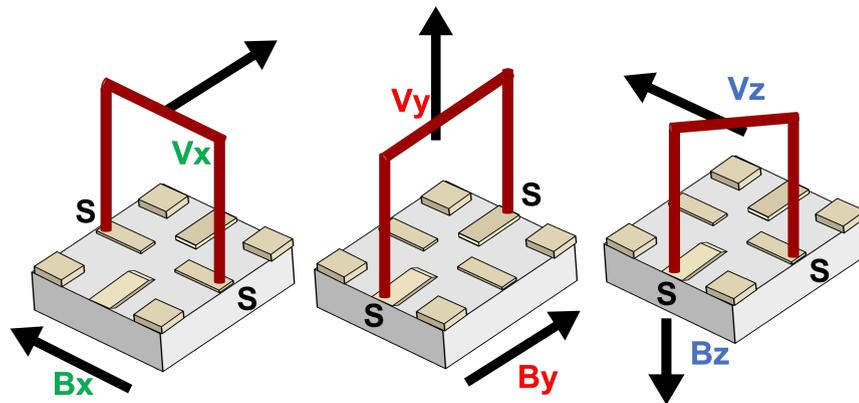


FIGURA 2.4: El magnetómetro tri axial, compuesto de tres magnetómetros usados para conocer la intensidad del plano del campo magnético en los ejes x , y y z . Donde S vienen a ser los contactos del magnetómetro y V viene a ser el voltaje inducido y perpendicular por al plano del campo magnético B .

Dentro de sus aplicaciones, el magnetómetro es utilizado principalmente como brújula electrónica en navegación. Para ello se requiere un magnetómetro que pueda medir la intensidad del campo magnético en dos ejes ortogonales entre sí y de esa manera poder determinar la dirección con respecto al Norte de la Tierra dentro de ese plano. Cuando se realiza una medición en un plano horizontal, se le conoce como “Heading” o rumbo H . Este es calculado mediante dos ejes que se encuentran en un plano horizontal, de manera que se tiene la intensidad del campo magnético en el eje x llamada m_x y el eje y llamado m_y . Finalmente, m_x es utilizado para indicar cuantos grados de diferencia de rotación existen entre el norte de la Tierra y el cuerpo que se encuentra navegando.

Este tipo de sensores son comúnmente calibrados para poder considerar la intensidad de los campos magnéticos en el área de trabajo. Aquí es utilizado uno de los tipos de calibración más común que existe, la calibración “Hard and Soft Iron” [Kok and Schön \[2016\]](#). Un magnetómetro puede tener errores en sus mediciones debido a distorsiones en el campo magnético, las cuales llegan a caer en dos categorías: “Hard Iron” y “Soft Iron”. Las distorsiones del tipo “Hard Iron”, son aquellas que pueden dañar permanentemente al magnetómetro, pueden considerarse aquellos campos magnéticos producidos por materiales magnéticos como imanes. Por otro lado, las distorsiones del tipo “Soft Iron” son alteraciones del campo magnético causadas por algunos metales.

Para poder realizar la calibración, se toman muestras de los valores máximos y mínimos del campo magnético en el espacio de trabajo del magnetómetro. Estos valores son utilizados en dos etapas, una para obtener valores de la calibración “Hard Iron” y otro para la etapa de calibración “Soft Iron”.

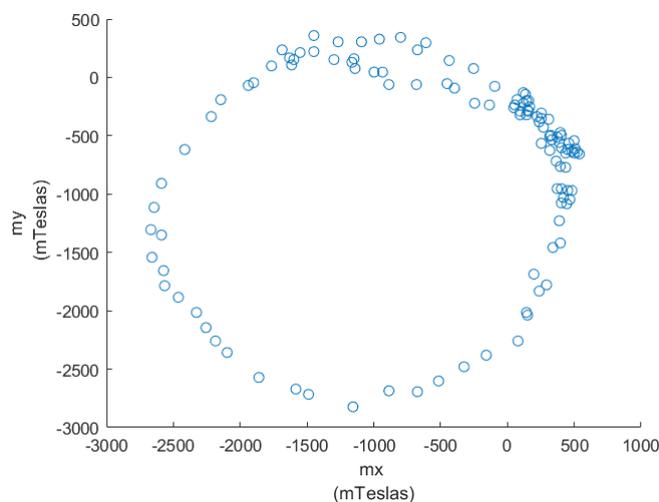


FIGURA 2.5: Al tomar las muestras de la intensidad del campo magnético en el plano x, y , los datos muestran un círculo el cual delimita el campo de trabajo del magnetómetro.

En la etapa de calibración “Hard Iron”, se obtiene un valor de compensación utilizando la media de los máximos y mínimos en cada eje. De manera que, se calculan como se muestra a continuación.

$$m_{x,offset} = \frac{m_{x,max} + m_{x,min}}{2} \quad (2.16)$$

$$m_{y,offset} = \frac{m_{y,max} + m_{y,min}}{2} \quad (2.17)$$

$$m_{z,offset} = \frac{m_{z,max} + m_{z,min}}{2} \quad (2.18)$$

Posteriormente se prosigue con la etapa de calibración “Soft Iron”, donde utilizando los valores máximos y mínimos, se obtiene un valor de la escala de sensibilidad S_A a la que se encuentran al obtener un promedio de los valores. Este valor S_A , se estima al obtener la proporción de la mitad de la diferencia de los valores máximos y mínimos en cada eje.

$$p_{mx} = \frac{m_{x,max} - m_{x,min}}{2} \quad (2.19)$$

$$p_{my} = \frac{m_{y,max} - m_{y,min}}{2} \quad (2.20)$$

$$p_{mz} = \frac{m_{z,max} - m_{z,min}}{2} \quad (2.21)$$

Una vez obtenidos los valores de la proporción, se puede calcular el valor S_A de la escala del magnetómetro.

$$S_A = \frac{p_{mx} + p_{my} + p_{mz}}{3} \quad (2.22)$$

Y con esto calcular la escala para cada uno de los ejes.

$$S_x = \frac{p_{mx}}{S_A} \quad (2.23)$$

$$S_y = \frac{p_{my}}{S_A} \quad (2.24)$$

$$S_z = \frac{p_{mz}}{S_A} \quad (2.25)$$

De manera que utilizando los valores de proporción obtenidos en las Ec. 2.16, 2.17, 2.18 y los valores de escala de las Ec. 2.23, 2.24, 2.25, se obtiene el nuevo valor calibrado para las mediciones de la intensidad del campo magnético en los ejes x , y y z como se muestra a continuación.

$$m_{x,c} = (m_x - m_{x,offset})S_x \quad (2.26)$$

$$m_{y,c} = (m_y - m_{y,offset})S_y \quad (2.27)$$

$$m_{z,c} = (m_z - m_{z,offset})S_z \quad (2.28)$$

De esta manera, aún cuando se encuentre en presencia de otros dispositivos electrónicos, metales o incluso materiales magnéticos, se puede obtener una apropiada medición de la intensidad de los campos magnéticos de manera que puede complementarse su uso con otros instrumentos de navegación.

2.1.4. IMU

Conocida como “Inertial Measurement Unit” por sus siglas en inglés. Este tipo de sistemas puede estar compuesto por acelerómetros, giroscopios, magnetómetros, gradiómetros, altímetros e incluso estar complementados con receptores para GNSS. Al estar contenidos en una IMU, es común que los ejes de estos sensores se encuentren alineados entre si de manera que se puedan simplificar sus cálculos

de navegación. Si bien pueden presentarse en diferentes tamaños, se encuentran en mayor medida conformados por MEMS de manera que se reduzca el espacio y el peso de los instrumentos que lo conforman.

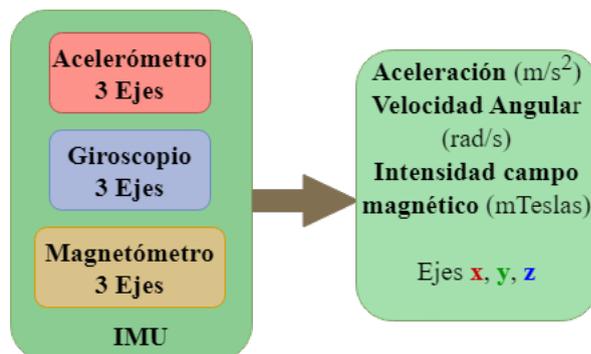


FIGURA 2.6: Diagrama de la IMU utilizada durante la investigación. Esta IMU se encuentra compuesta por tres sensores triaxiales para la aceleración, velocidad angular e intensidad del campo magnético.

Si bien una IMU puede incluir además procesamiento para su señal, su principal objetivo es simplificar la fusión de múltiples sensores simplificando sus ecuaciones, por lo que no todas las IMU lo incluyen, o incluyen el mismo tipo de procesamiento. Estos pueden ser, determinación de orientación, posición, velocidad, filtros digitales, compensación por error debido al incremento de temperatura [Masrafee et al. \[2021\]](#).

2.2. Navegación Inercial Strapdown

Considerando que la navegación tiene como objetivo determinar la posición y orientación de un cuerpo, esta puede llevarse a cabo de diversas maneras dependiendo del tipo de referencia que se utilice. Para la navegación inercial, se toma como referencia la respuesta del cuerpo a los movimientos a los cuales es sometido, es decir, se realizan mediciones de la aceleración y de la velocidad angular que lleva para determinar su orientación y posición. Si bien, pueden ser utilizados diferentes tipos de sensores inerciales, la forma en que estos se alinean con el cuerpo puede

variar dependiendo del tipo de movimiento que se este realizando. En la investigación realizada, todas las ecuaciones de navegación consideran al cuerpo y la IMU en una configuración Strapdown [Sokolov et al. \[2019\]](#).

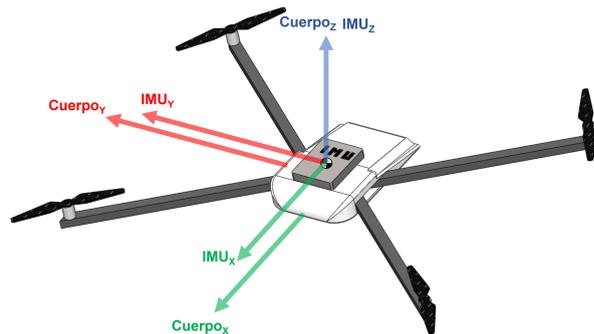


FIGURA 2.7: Configuración Strapdown de IMU y cuerpo de navegación. Sus ejes y centro de gravedad se encuentran alineados entre si.

La configuración “Strapdown”, permite disminuir el número de cálculos en la navegación debido a que el efecto producido por alinear los centros de gravedad del cuerpo y los sensores inerciales [Titterton et al. \[2004\]](#). Esta alineación permite que la terna de ejes en ambos objetos se encuentren paralelos entre si como se muestra en la Fig. 2.7. Sin embargo, los procesos para poder determina la posición y orientación de un cuerpo no se limitan a esto. Por lo cual, la información proveniente de sensores inerciales, requiere ser procesada mediante diferentes metodologías de navegación, procesamiento de señales y algoritmos de corrección para poder tener una medición precisa y congruente con la tarea que se este realizando.

2.2.1. Matriz de Cosenos Directores

Con el fin de poder determinar la posición y orientación relativa de un cuerpo, se requiere representar los desplazamientos y rotaciones a través de matrices. Para esto, una de las metodologías conocidas tiene como fundamento la implementación de ecuaciones donde se pueda dar seguimiento a los movimientos de puntos y vectores en un espacio Euclideo [Spong et al. \[2020\]](#).

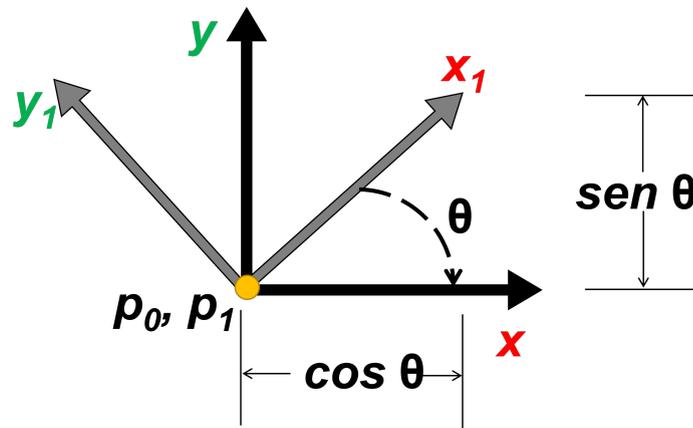


FIGURA 2.8: Rotación en un plano bidimensional de un sistema de coordenadas unitario. Los ejes x y y realizan una rotación para tomar la posición en x_1 y y_1 a θ grados de diferencia.

Considerando un plano p_0 en un plano de coordenadas unitario x y y como el mostrado en la Fig. 2.8, se pueden utilizar vectores de coordenadas para representar los ejes de un plano p_1 con ejes x_1 y y_1 con respecto a un plano p_0 con ejes x y y . Se muestra además que existe una diferencia de θ grados, por lo que se puede decir que entre los ejes x_1 , y_1 y x , y existe una rotación que puede ser representada como se muestra a continuación.

$$\mathbf{x}_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{y}_1^0 = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

De manera que con haciendo uso de los vectores mostrados en la Ec. 2.29 y la Ec. 2.30, se pueden concatenar para formar una matriz de rotación que pase del plano p_1 al plano p_0 .

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Y para pasar desde el plano p_0 hasta el plano p_1 , simplemente se transpone la matriz, de manera que se expresa como se muestra a continuación.

$$\mathbf{R}_0^1 = R_1^{0T} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Ahora, para un plano de tres dimensiones donde se tiene los ejes x , y y z , se puede iniciar una rotación partiendo desde el eje z , donde se afecta al plano de los ejes x y y . Por lo cual, se pueden construir nuevamente vectores incluyendo ahora el eje z .

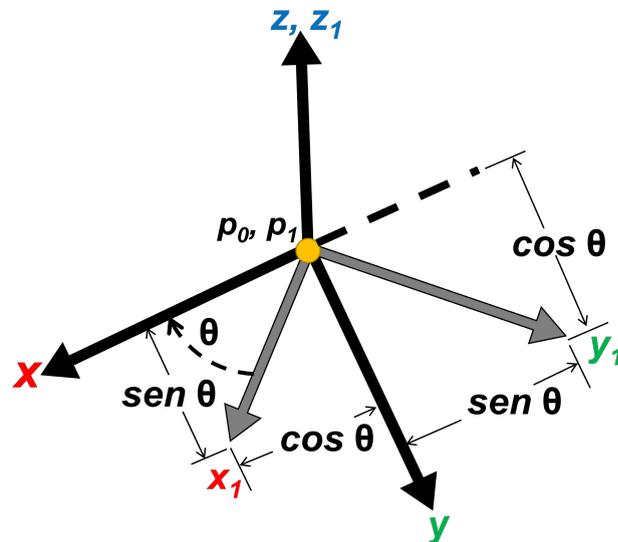


FIGURA 2.9: Distribución de los ejes en un plano tridimensional. De esta manera se puede realizar la rotación partiendo desde un eje z .

$$\mathbf{x}_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{y}_1^0 = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$\mathbf{z}_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

En la Ec. 2.35 y considerando la Fig. 2.9, se muestra como en el eje z , qué es donde se realiza la rotación, las coordenadas en este eje, no se ven afectadas. Es por ello, que si se concatenan los vectores, se puede observar la matriz de rotación en el eje del plano p_1 hasta el plano p_0 .

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Al transponer la Ec. 2.36, se puede hacer la rotación desde el plano p_0 hasta el plano p_1 . Esta rotación se conoce como *Yaw*, que es una rotación en el eje z , representada mediante la letra ψ .

$$\mathbf{R}_{z,\psi} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Por lo tanto, al realizar un giro sobre un eje, las coordenadas sobre dicho eje no se verán afectadas, de manera que se pueden expresar las siguientes matrices de rotación cuando esta se realiza sobre los ejes x y y . Estas rotaciones llevan por nombre *Roll* y *Pitch*.

$$\mathbf{R}_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{R}_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Estas rotaciones pueden ser representadas simplemente como R_ϕ , R_θ y R_ψ para las rotaciones en los eje x , y y z respectivamente. Las cuales, al multiplicarse entre si, pueden definirse la *Matriz de Transformación de Cosenos Directores* llamada C .

$$\mathbf{C} = R_{x,\phi}R_{y,\theta}R_{z,\psi} \quad (2.40)$$

La Ec. 2.40 es utilizada en navegación para realizar transformaciones en sistemas de coordenadas, esto debido a su capacidad de incluir múltiples rotaciones en diferentes ejes. Es importante considerar que la *Matriz de Transformación de Cosenos Directores* o *MCD* puede estar conformada por diferentes combinaciones de las Ec. 2.37, 2.38 y 2.39 según se requiera Jazar [2021].

2.2.2. Cuaterniones

Esta metodología es otra forma para poder representar las traslaciones y rotaciones realizadas durante la navegación. Como su nombre sugiere, una matriz de cuaterniones está formada por cuatro elementos: un valor escalar “s” y un vector \vec{v} conformado por tres escalares que representan un *eje x*, un *eje y* y un *eje z*. Estos se representan como se muestra a continuación.

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} s \\ \vec{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_s \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Además, la Ec. 2.41 contiene diferentes rotaciones representadas como se muestran a continuación.

$$\mathbf{q}_{\mathbf{B} \leftrightarrow \mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ \|\vec{e}\| \cdot \sin \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Donde:

- $q_{B \leftrightarrow A}$ define una transformación de un marco de referencia A a un marco de referencia B y viceversa. Además, la expresión puede representar una rotación de un solo lado si es necesario.
- $\|\vec{e}\|$ representa una rotación en el eje de interés, que puede ser descrito como uno de los siguientes vectores mostrado a continuación.

$$\|\vec{x}\| = \begin{bmatrix} u_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \|\vec{y}\| = \begin{bmatrix} 0 \\ u_y \\ 0 \end{bmatrix}; \|\vec{z}\| = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_z \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Por lo tanto, para cada marco de referencia, se realizan diferentes secuencias de rotaciones según los planos y elementos involucrados. En consecuencia, es posible convertir la información de una estructura de *MCD* a una representación de cuaterniones. Una matriz cuaterniones se puede describir con los elementos de la diagonal de una *MCD* Bekir [2007].

$$q_s = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (1 + C_{1,1} + C_{2,2} + C_{3,3})} \quad (2.44)$$

$$q_x = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (1 + C_{1,1} - C_{2,2} - C_{3,3})} \quad (2.45)$$

$$q_y = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (1 - C_{1,1} + C_{2,2} - C_{3,3})} \quad (2.46)$$

$$q_z = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (1 - C_{1,1} - C_{2,2} + C_{3,3})} \quad (2.47)$$

Al hacer esto algunos de los elementos contenidos en la *MCD* terminan siendo igual cero. Consecuentemente puede ser necesario involucrar alguno de los elementos que se encuentra fuera de la diagonal. Por otro lado, la *MCD* puede describirse utilizando elementos de cuaterniones para poder representar una rotación desde un plano *A* hasta un plano *B* [Hanson \[2005\]](#).

$$C_B^A = \begin{bmatrix} q_s^2 + q_x^2 - q_y^2 - q_z^2 & 2 \cdot (q_x \cdot q_y - q_s \cdot q_z) & 2 \cdot (q_x \cdot q_z + q_s \cdot q_y) \\ 2 \cdot (q_x \cdot q_y + q_s \cdot q_z) & q_s^2 - q_x^2 + q_y^2 - q_z^2 & 2 \cdot (q_y \cdot q_z - q_s \cdot q_x) \\ 2 \cdot (q_x \cdot q_z - q_s \cdot q_y) & 2 \cdot (q_y \cdot q_z + q_s \cdot q_x) & q_s^2 - q_x^2 - q_y^2 + q_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

De esta manera, se pueden implementar los cálculos presentados en cuaterniones para poder determinar el comportamiento de un cuerpo durante la navegación. Además, esta es una metodología muy utilizada para configuraciones “Strap-down” [Bose et al. \[2014\]](#).

2.2.3. Sistemas de Coordenadas

El uso de referencias de navegación es un área significativa de la navegación, puesto que para poder efectuarla, se requieren de instrumentos que permitan determinar la posición y orientación de un cuerpo. Esto a su vez, es acompañado de diferentes metodologías las cuales complementan la información proporcionada por las referencias de navegación. Es por ello que en la navegación se implementan *Sistemas o Ternas de Referencia de Coordenadas* para poder expresar la posición y orientación de un punto en el espacio con relación a una referencia [Noureldin et al. \[2012\]](#). Una terna de referencia de coordenadas es un conjunto de ejes cartesianos diestros definidos por una referencia. Es por ello que al utilizar uno o más instrumentos como referencia de navegación, es necesario determinar el terna de referencia en cada uno de ellos para a su vez, poder trasladarse de una a otra conforme sea necesario

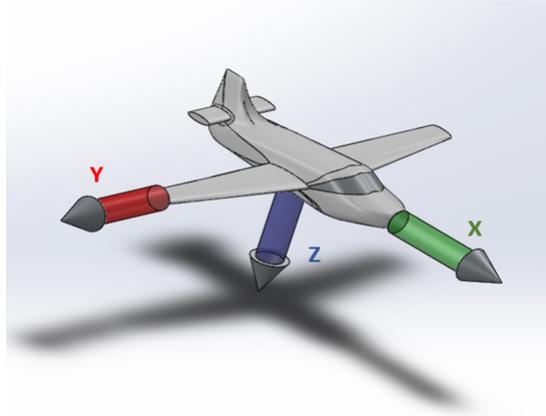


FIGURA 2.10: Terna de navegación del cuerpo p b -frame. El objeto presentado en la imagen, es un cuerpo donde se considera que el avanzar se encuentra en dirección al eje x , a su derecha se encuentra apuntando el eje y y hacia abajo en dirección a la gravedad de la tierra, se sitúa el eje z .

2.2.3.1. Terna de Navegación del Cuerpo (b-frame)

Un cuerpo de navegación, es aquel objeto de interés que se desea seguir para conocer su posición y orientación. Este tiene su propia terna de navegación conocida como (b -frame) [Noureldin et al. \[2013\]](#). Los ejes están relacionados con la dirección de los movimientos del cuerpo, donde x se encuentra apuntando hacia adelante, y se encuentra en dirección hacia la derecha y z es ortogonal a los dos anteriores y es paralelo a la gravedad de la Tierra apuntando hacia abajo.

Utilizando la regla de la mano derecha, se puede situar también cada uno de los ejes en el plano de navegación del cuerpo como se observa en la Fig. 2.10. Al estudiar un cuerpo de navegación, se pueden alinear cada uno de los ejes del acelerómetro y el giroscopio con los del cuerpo de navegación de manera que estos coincidan. Esto hace que se simplifiquen los cálculos disminuyendo el número de operaciones a realizar, más aún si se trabaja en la configuración “strapdown”, donde se busca alinear los centros de gravedad de todos los objetos involucrados en la gravedad.

2.2.3.2. Terna de Navegación (n-frame)

Conocida también como “Terna de Navegación a Nivel Local” (LLF). El n -frame es una terna de navegación que si bien en un inicio puede llegar a alinearse con

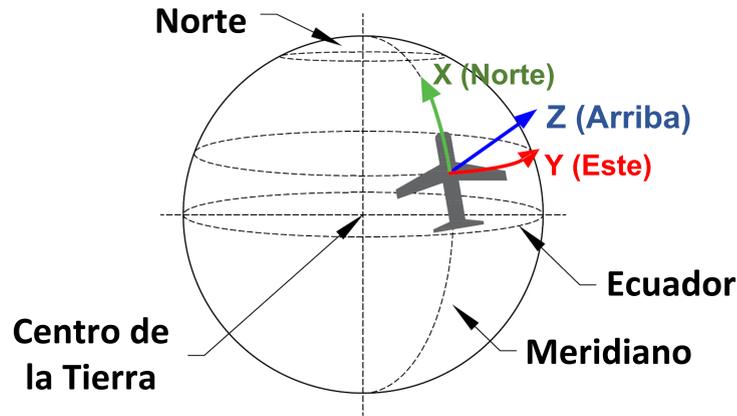


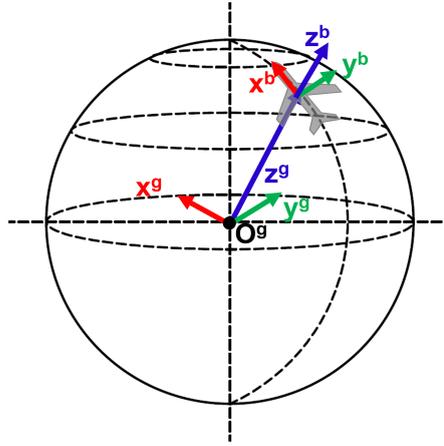
FIGURA 2.11: Terna de navegación n -frame. Aún cuando el cuerpo de navegación realice rotaciones y traslaciones, el plano de navegación mantiene fijos su eje x , y y eje z .

los ejes del b -frame, esta terna muestra las rotaciones del objeto de interés mas no realiza las mismas Miller [1983]. Generalmente se encuentra referenciado utilizando el Norte y Este de la Tierra como los ejes x y y respectivamente y su eje z se encuentra apuntado hacia arriba. La configuración de los ejes también se conoce como ENU, es bastante utilizada para facilitar la interpretación de las traslaciones y rotaciones durante la navegación.

Aún cuando la terna de navegación n -frame y la terna del cuerpo b -frame pudieran en un inicio estar alineadas como se muestra en la Fig. 2.11, conforme el cuerpo se encuentra en movimiento, existe un desfase entre lo que se puede medir con la terna de navegación n -frame y la terna del cuerpo b -frame. Debido a esto, se implementa la Ec. 2.40 la cual al desarrollarse, queda como se muestra abajo.

$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Por lo cual, si se desea pasar de la terna del cuerpo b -frame a la terna de navegación n -frame, se obtiene la matriz con la cual se puede transformar los movimientos en

FIGURA 2.12: Terna de navegación en el plano Geodésico n -frame.

terminos del b -frame al n -frame.

$$\mathbf{C}_b^n = (\mathbf{C}_n^b)^T \quad (2.50)$$

De esta manera, la información que se obtenga a través de la Ec. 2.50 la cual es utilizada para interpretar los movimientos del cuerpo desde un punto de vista del observador.

2.2.3.3. Terna de Navegación Geodésica (g-frame)

La información proveniente del magnetómetro toma como referencia el Norte de la Tierra y su origen se encuentra en el centro de masa de la Tierra. Debido a esto, las orientaciones provenientes de ese sensor deben ser transformadas para que se puedan interpretar en la terna de navegación n -frame. En esta terna se tiene el Norte como el eje x , el Este como el eje y y el eje z es hacia arriba paralelo al eje vertical del vehículo.

Así como se muestra en la Fig. 2.12, es en la terna de navegación geodésica g -frame, las rotaciones utilizadas son con respecto a la latitud Φ , longitud λ y el ángulo de Azimuth A Poor [1989]. Cada uno de estos ángulos son giros realizados sobre una esfera, por lo que no se deben confundir con los giros de *Roll*, *Pitch* y *Yaw*, los cuales ocurren sobre un plano.

Estos ángulos se obtienen con información de m_x^g , m_y^g y m_z^g , que es la intensidad del campo magnético en el plano Geodésico para cada uno de los tres ejes. Por lo cual, los giros se calculan como se muestra a continuación:

$$\Phi = \tan^{-1} \left(\frac{m_y^g}{m_x^g} \right) \quad (2.51)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(\frac{m_z^g}{\sqrt{m_x^{g2} + m_y^{g2} + m_z^{g2}}} \right) \quad (2.52)$$

$$A(n) = A(n - 1) + [\lambda(n) - \lambda(n - 1)] \sin \Phi \quad (2.53)$$

La Ec. 2.53, es una ecuación recursiva que representa el ángulo de Azimuth A . Esta rotación requiere información de muestras pasadas de A , esto debido a Azimuth es un ángulo el cual esta siempre en movimiento sobre un círculo a determinada latitud Φ , por lo que es necesario estar estimando su orientación.

Obteniendo el ángulo de Azimuth A , se puede realizar el cálculo para pasar la información proveniente desde la terna geodésiga g -frame hacia el plano de navegación n -frame como se muestra a continuación.

$$\mathbf{C}_g^n = \begin{bmatrix} \cos A & \sin A & 0 \\ -\sin A & \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

La Ec. 2.54 tiene su fundamento en los ejes z de la terna geodésica g -frame y la terna de navegación n -frame son paralelas entre si, por lo que la rotación sólo se efectúa sobre dicho eje mediante el ángulo de Azimuth A como se muestra en la Fig. 2.13.

Esto se debe a que se utilizan las coordenadas esféricas para poder trasladar la información del magnetómetro y llevarla a la terna de navegación n -frame.

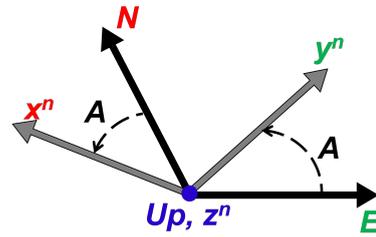


FIGURA 2.13: Traslación de la terna geodésica *g-frame* y la terna de navegación *n-frame*, donde el eje *z* en ambos casos, apunta hacia arriba.

2.2.4. Ángulos de Euler

Si se tiene un cuerpo el cual se encuentra sometido a un movimiento a lo largo del tiempo, este eventualmente experimentará un cambio en su orientación y velocidad angular. Además, la orientación del cuerpo en una única muestra en el tiempo (Δt) presenta las rotaciones en los ángulos de Euler ya conocidos *Roll* (ϕ), *Pitch* (θ) y *Yaw* (ψ). Los cuales pueden ser representados en un sólo vector. Asimismo, un objeto en movimiento rotacional posee una velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$, la cual se puede expresar como la tasa de rotación y puede ser expresada a su vez como un vector.

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

En la navegación inercial las rotaciones y velocidades angulares que realiza un cuerpo, se encuentran terna de navegación del cuerpo *b-frame* las cuales deben ser llevadas a la terna de navegación *n-frame*. Sin embargo, al ser un cuerpo inicial las rotaciones no se pueden utilizar únicamente una matriz de transformación mediante la *Matriz de Cosenos Directores* como en cuando se pasa de una terna de navegación a otra, sino que se debe realizar un proceso el cual pueda estimar la propagación de los ángulos en el tiempo.

Para ello, se utiliza una metodología donde se implementan vectores de base Euler para rotaciones individuales los cuales pueden calcular las tasas de rotación del cuerpo como se muestra a continuación O'Reilly [2020].

$$\omega^b = \begin{bmatrix} \omega_x^b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_y^b \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_\phi \mathbf{C}_\theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_z^b \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Donde \mathbf{J}^{-1} es la matriz de transformación para la velocidad angular, \mathbf{C}_ϕ y \mathbf{C}_θ son las matrices de rotación presentadas en las Ec. 2.38 y 2.39. Entonces, teniendo la sucesión de rotaciones en los vectores para cada uno de los ejes, se invierte la matriz \mathbf{J}^{-1} de manera que ahora las velocidades angulares pueden encontrarse en la terna de navegación *n-frame*.

$$\omega^n = \begin{bmatrix} \omega_x^n \\ \omega_y^n \\ \omega_z^n \end{bmatrix} = \mathbf{J}\omega^b = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

De esta manera, se puede utilizar la información de las velocidades angulares ω en el plano de navegación. Las cuales posteriormente requieren un tratamiento para poder determinar las orientaciones σ del cuerpo.

2.2.5. Rumbo de la Brújula

Haciendo uso de la información del magnetómetro, se puede obtener la orientación que este tiene durante la navegación, con respecto al Norte de la Tierra. A este ángulo se le como rumbo o “Heading” H .

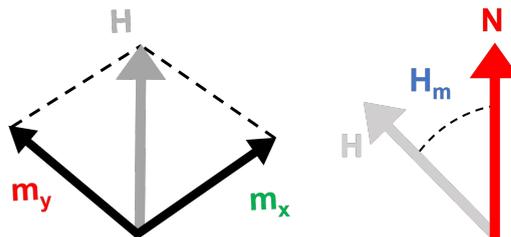


FIGURA 2.14: Al obtener la resultante de los vectores m_x y m_y (izquierda), se crea el vector H , el cual es comparado con el norte de la Tierra, de forma que la diferencia que existe entre el rumbo H y el norte de la Tierra N , es el rumbo magnético o “Magnetic Heading” H_m .

Como se muestra en la Fig.2.14, si se calcula la resultante de los dos vectores m_x y m_y , se obtiene lo que se conoce como rumbo magnético H_m . Esto es debido a que sólo se consideran únicamente las mediciones que hace el magnetómetro. Sin embargo, para poder tener un valor con mayor precisión de hacia donde se encuentra el norte de la Tierra, se debe considerar el movimiento de la misma.

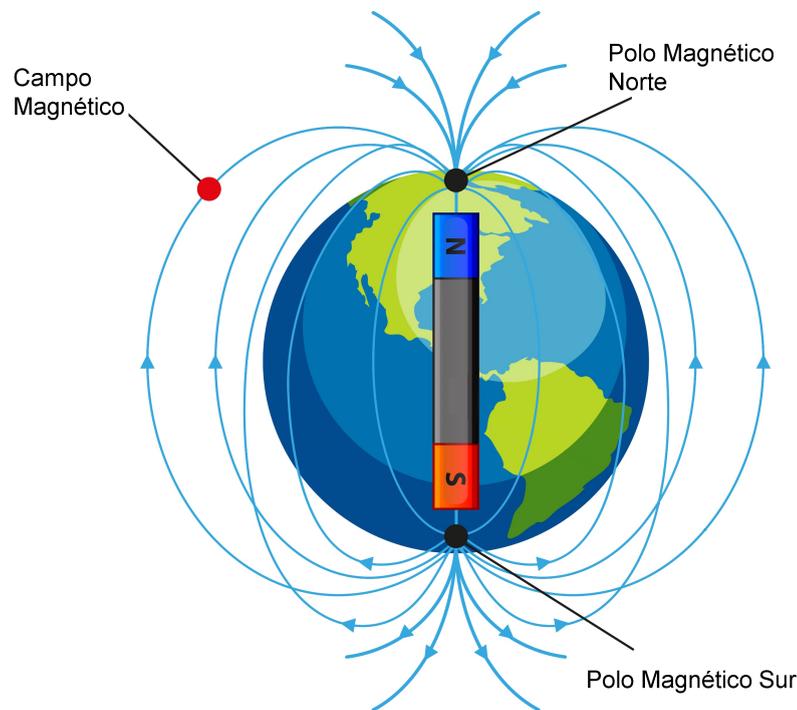


FIGURA 2.15: Representación de los campos magnéticos de la Tierra. Al encontrarse en movimiento debido a la rotación de la misma, se debe considerar la posición y la época del año para poder determinar la compensación a utilizar con el rumbo magnético H_m .

Los campos magnéticos mostrados en la Fig. 2.15 se encuentran en movimiento en conjunto con la rotación de la Tierra, por lo que las mediciones realizadas por el magnetómetro pueden llegar a variar dependiendo de la localización en el planeta o la época del año. Es por ello, que se realiza una compensación utilizando información proveniente del modelo magnético “EMM” de agencias como la “NOAA” Center [2023]. A esta diferencia se le conoce como ángulo de declinación δ . Esto se debe a que sus campos magnéticos se encuentran fluctuando y dependiente del lugar en la Tierra donde se realice la posición, será la variación que tendrá el ángulo de declinación δ .

Al sumar esta variación δ al rumbo magnético H_m , se puede estimar lo que se conoce como el verdadero Norte de la Tierra, por lo que ahora se estima un nuevo rumbo de la brújula llamado “Heading compass” H_c el cual se calcula como se muestra a continuación [Hoang and Pietrosanto \[2022\]](#).

$$H_c = \arctan\left(\frac{m_y \pm \delta}{m_x}\right) \quad (2.58)$$

Al considerar en las mediciones del magnetómetro un tercer eje ortogonal a los ejes del plano horizontal, pueden ser calculados dos tipos diferentes de giros, conocidos como ángulos de inclinación de ladeo y ángulo de inmersión, llamados ángulos “Bank” θ y “Dip” μ . Estos dos ejes son calculados bajo el mismo principio que el rumbo H donde además de utilizar las mediciones en m_x y m_y , implementan el uso de la intensidad del campo magnético en z , llamado m_z .

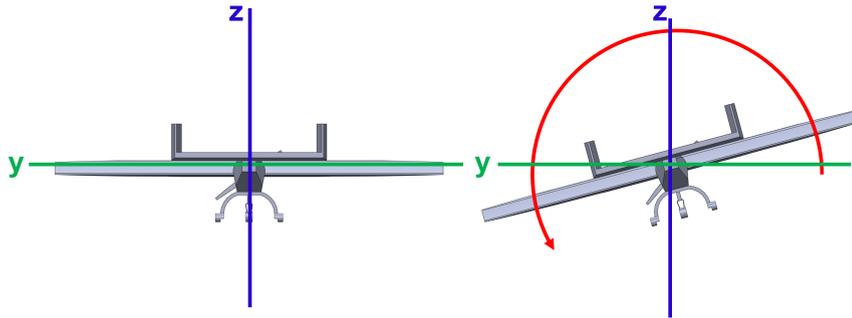


FIGURA 2.16: Cuando un cuerpo en movimiento, se inclina hacia uno de los lados ortogonales a la dirección considerada como avance, se dice que el cuerpo realizó una inclinación de ladeo o “Bank”. Si el avance se encuentra en el eje m_x , la inclinación se realiza en ese eje.

Estos ángulos son calculados utilizando la información proveniente del magnetómetro como se muestra a continuación.

$$\theta = \arctan\left(\frac{m_y}{m_z}\right) \quad (2.59)$$

$$\mu = \arctan\left(\frac{m_x \pm 1}{m_z}\right) \quad (2.60)$$

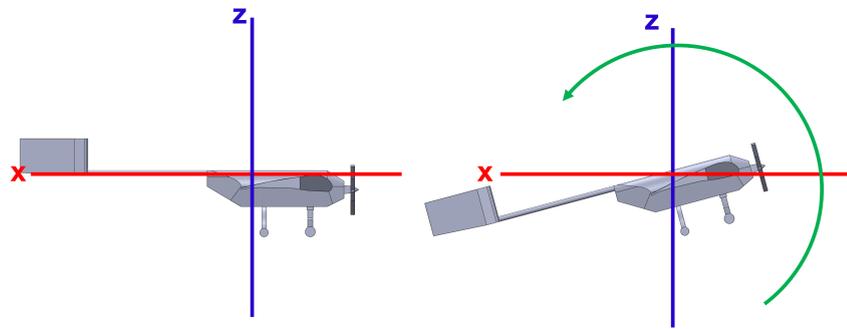


FIGURA 2.17: Un cuerpo el cual eleva o disminuye su ángulo con respecto a la línea transversal del cuerpo, se considera que el cuerpo tiene un ángulo de inmersión o “Dip”. Si el avance del cuerpo es considerado en el eje m_x , la inclinación debe hacerse en el m_y para considerarse como “Dip”.

En la Ec. 2.60, se puede ver que tiene una compensación llamada inclinación i . Este es un valor que se puede restar o sumar al valor de Dip , dependiendo si el cuerpo que esta navegando se encuentra al Norte o al Sur de la Tierra. El valor de i se va a sumar si el cuerpo se encuentra al Norte de la Tierra por encima de la línea del Ecuador Terrestre y se va a restar si el cuerpo se encuentra al Sur de la Tierra por debajo del Ecuador Terrestre.

Sin embargo, existe un problema al calcular estos ángulos de rotación, una vez que se realiza un giro con el magnetómetro, ya sea para determinar el rumbo H , el ángulo “Bank” o el ángulo “Dip”, los otros dos ángulos de giro son afectados debido a que ya no es posible obtener una medición de la intensidad del campo magnético en alguno de los tres ejes [Marton \[1952\]](#).

Aunque existen diversas metodologías para poder compensar este error, no todas generan resultados confiables o pueden tener costos bastante elevados.

2.2.6. Fuerzas Inerciales

En un cuerpo inercial, actúan dos fuerzas externas las cuales afectan al cuerpo que se encuentra navegando, estas son la fuerza gravitacional \mathbf{g} y la fuerza de Coriolis $\mathbf{\Omega}$, las cuales afectan la aceleración del cuerpo [Lin et al. \[2015\]](#). Es por ello, que las ecuaciones de movimiento presentadas en esta investigación deben considerar

el como es que estas fuerzas afectan al sistema de navegación inercial en medición de la posición y orientación.

Esencialmente, la gravedad es una fuerza de atracción que existe entre dos cuerpos [Low \[2008\]](#), la cual esta directamente relacionada entre la proporción que existe en m_1 y m_2 que son las masas inerciales y la distancia r_{12} que existe entre ellos.

$$g_f = \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \quad (2.61)$$

Para el cuerpo inercial, la fuerza gravitacional es aquella que ejerce la Tierra sobre este. La gravedad terrestre es medida utilizando el acelerómetro y haciendo estimaciones mediante un filtro de gravedad del cual se hablará más adelante, se utiliza un valor de gravedad g_f^b . Por lo cual, utilizando la información proveniente de la Ec. 2.49, se puede distribuir la fuerza gravitacional en los tres ejes de posición como se expresa a continuación:

$$\mathbf{g}^b = \mathbf{C}_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_f^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_x^b \\ g_y^b \\ g_z^b \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Donde g^b es la *aceleración gravitacional* y g_x^b , g_y^b y g_z^b son las componentes de la gravedad distribuidas en los ejes x , y y z de la terna del cuerpo *b-frame*.

Por otro lado, el efecto de Coriolis $\boldsymbol{\Omega}$ es una fuerza deflectora creada por la rotación de la Tierra. El efecto de Coriolis, produce una fuerza centrífuga la cual cambia la dirección de un vector de manera que afecta la dirección hacia la cual este se dirige [Stommel and Moore \[1989\]](#).

Este efecto puede ser medido utilizando el giroscopio el cual proporciona la *velocidad angular del cuerpo* $\boldsymbol{\omega}^b$ que el cuerpo adquiere por encontrarse sobre la superficie de la Tierra. Por tanto, la señal del giroscopio $\boldsymbol{\omega}$ puede expresarse como se presenta a continuación.



FIGURA 2.18: Un cuerpo que se encuentra en la Tierra es afectado por la rotación de la misma, de tal manera que al encontrarse en desplazamiento, este desvía su dirección original.

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = (\boldsymbol{\omega}^b + \boldsymbol{\Omega}) \quad (2.63)$$

En la Ec. 2.63, se muestra la velocidad angular del cuerpo $\boldsymbol{\omega}^b$ y junto a esa señal, se encuentra adherida la velocidad angular provocada por el efecto Coriolis $\boldsymbol{\Omega}$.

Posteriormente, ya pueden ser consideradas la fuerza de gravedad de la Tierra obtenida en la Ecuación 2.62 y la velocidad angular consecuencia del efecto Coriolis presentado en la Ec. 2.63. Estas fuerzas son consideradas en la aceleración del cuerpo inercial \mathbf{a}_I^b donde además, debe tomarse en cuenta la *velocidad del cuerpo* \mathbf{v}^b , para poder considerar la velocidad angular $\boldsymbol{\omega}^b$. Por tanto, a la aceleración en la terna del cuerpo *b-frame* \mathbf{a}^b , se le restan estas fuerzas como se muestra a continuación.

$$\mathbf{a}_I^b = \begin{bmatrix} a_{Ix}^b \\ a_{Iy}^b \\ a_{Iz}^b \end{bmatrix} = \mathbf{a}^b - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}^b - \mathbf{g}^b \quad (2.64)$$

En un sistema inercial, la aceleración inercial del cuerpo \mathbf{a}_I^b es la aceleración aislada de la fuerza radial producida por las fuerzas descritas en la Ecuación 2.62, la Ecuación 2.63 y la velocidad del cuerpo \mathbf{v}^b .

Finalmente, se lleva esta aceleración a la terna de navegación n -frame, utilizando la Ec.2.49 como se presenta abajo.

$$\mathbf{a}^n = \begin{bmatrix} a_x^n \\ a_y^n \\ a_z^n \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n \mathbf{a}_I^b \quad (2.65)$$

La Ec. 2.65, muestra la aceleración en la terna de navegación n -frame, la cual es considerada para los calculos de medición de posición de un cuerpo, los cuales se presentan en las secciones posteriores.

2.2.7. Integración de Funciones Discretas

Una integral definida es aquella donde se calcula el área que se encuentra bajo una curva mediante el uso de rectas en intervalos de tiempo definidos [Mariconda and Tonolo \[2016\]](#).

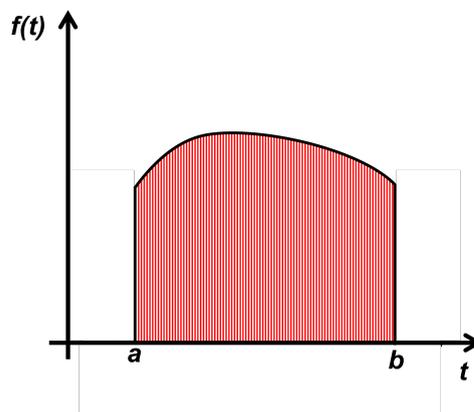


FIGURA 2.19: Integral definida cuya área bajo la curva, se encuentra definida mediante rectas infinitesimales a través del tiempo desde un punto a hasta un punto b .

Como se muestra en la Fig. 2.19, el área bajo la curva está determinado mediante rectas infinitesimales, las cuales al ser sumadas entre si, dan como resultado el área bajo la curva. Esta operación puede ser representada como se muestra en la ecuación abajo.

$$\sum_a^b = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + b \quad (2.66)$$

Sin embargo, cuando se toman muestras en intervalos de tiempo Δt definidos, el área bajo la curva ahora se va a encontrar conformada por áreas rectangulares los cuales poseen una altura y un ancho definido por el intervalo de tiempo .

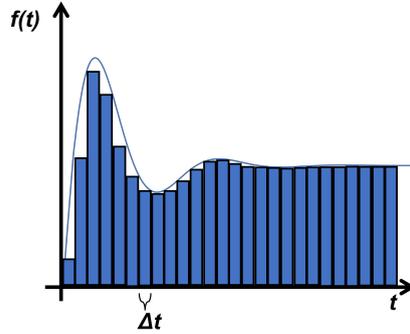


FIGURA 2.20: Área bajo la curva definida por diferentes áreas rectangulares de un ancho Δt .

A esta integral se le conoce como suma de Riemann donde se realiza una sumatoria de todas las áreas rectangulares que se encuentran bajo la curva [Farkas et al. \[1992\]](#).

$$\int_a^b = f(t)dt = \sum_a^b f(t_i)\Delta t \quad (2.67)$$

Es a través de este proceso que se realiza el acondicionamiento de las señales para poder trasladarse de una aceleración a velocidad y posteriormente obtener una posición. De igual forma se puede acondicionar una señal de una velocidad angular y obtener una orientación.

Es por ello que para el sistema de navegación inercial, al obtener la velocidad angular ω^n proveniente de la Ec. 2.57, se puede obtener la orientación del cuerpo σ^n . Esta información es contenida en un vector que incluye la orientación de los ejes x , y y z en la terna de navegación n -frame.

$$\sigma^n(n) = \int_{n-1}^n \omega^n dt \approx \sigma^n[n - 1] + \omega^n[n]\Delta t \quad (2.68)$$

Este proceso también es hecho para el cálculo de la posición. Primeramente se implementa la señal que proviene del acelerómetro y la cual es acondicionada para que la aceleración se encuentre en la terna de navegación *n-frame*. De tal manera que cada una de las aceleraciones en los tres ejes y que se encuentren en el vector \mathbf{a}^n se integran para obtener la velocidad utilizando la intervalo de tiempo Δt así como se presenta a continuación.

$$\mathbf{v}^n(n) = \int_{n-1}^n \mathbf{a}^n dt \approx \mathbf{v}^n[n-1] + \mathbf{a}^n[n]\Delta t \quad (2.69)$$

De tal manera que, la velocidad obtenida en la Ec. 2.69, es un vector de velocidad en la terna de navegación *n-frame* que contiene la velocidad medida en el eje *x*, *y* y *z*. Posteriormente, se calcula la posición \mathbf{p}^n utilizando el vector \mathbf{v}^n donde cada eje es integrado como se muestra abajo.

$$\mathbf{p}^n(n) = \int_{n-1}^n \mathbf{v}^n dt \approx \mathbf{p}^n[n-1] + \mathbf{v}^n[n]\Delta t \quad (2.70)$$

En la Ec.2.70 y la Ec. 2.69, los vectores contienen la información de la velocidad y posición en la terna de navegación *n-frame* para los ejes *x*, *y* y *z*. Si bien, mediante el uso de la integral es posible obtener la posición y orientación utilizando la información del acelerómetro y del giroscopio respectivamente, estas señales deben ser acondicionadas previamente antes de realizar el cálculo de la integral. Es por ello que en la siguiente sección, se hablará de las diferentes metodologías implementadas en el sistema de navegación HIKZ para realizar la predicción de posición y orientación.

2.3. Acondicionamiento de Señal

El acondicionamiento es un tratamiento que se le da a una señal cuando esta es adquirida. Si bien, existen diferentes dispositivos y metodologías para poder adquirir una señal analógica, esta requiere ser transformada a una señal digital para

poder ser utilizada en una computadora y posteriormente, ser tratada mediante diferentes métodos para poder determinar una medición [Christ and Wernli \[2014\]](#), [DEMPSTER \[2001\]](#). Algunos de los acondicionamientos de señal más comunes son:

- Amplificación
- Atenuación
- Aislamiento
- Acoplamiento de señales AC
- Desfase de señales DC
- Filtrado
- Linealización
- Detección de eventos

Este proceso puede ser realizado de manera física utilizando componentes electrónicos o de manera matemática utilizando metodologías para poder lograr el acondicionamiento de la señal.



FIGURA 2.21: Al obtener una señal de entrada, esta entra a un proceso donde es acondicionado por diferentes métodos. Finalmente se obtiene una señal más adecuada para su uso e interpretación.

Para el sistema de navegación inercial de la presente investigación, el acondicionamiento de señal es utilizado para realizar la fusión de los sensores implementados en el sistema. Si bien, en la sección anterior se describieron las ternas de navegación como forma de poder llevar la información a la terna de navegación *n-frame*, se

requiere de mayor procesamiento de la señal para poder utilizar la información de los instrumentos y de esa manera poder realizar la predicción de posición y orientación. Es por ello que para poder integrar las mediciones obtenidas por ambos sensores se utilizaron filtros digitales con los cuales se busca eliminar perturbaciones externas adheridas a la señal así como para lograr la fusión de los sensores. Además, se implementaron algoritmos de corrección para la detección de eventos en los movimientos realizados durante la experimentación.

2.3.1. Filtros Digitales

La salida de un sistema físico viene a ser una señal análoga en un tiempo t , es decir la salida es una señal que puede ser representada mediante una función $f(t)$ con respecto al tiempo. Sin embargo, cuando se obtiene esta señal mediante un sistema de adquisición de datos digital, la señal obtenida se encuentra en un intervalo Δt definido. Es decir, el sistema de adquisición de datos digital obtiene muestras en intervalos de tiempo iguales de manera que ahora se tiene una señal discreta. Además, debe ser considerado que cuando se toma una muestra discretizada esta no cuenta con dígitos de precisión infinitos, sino que estos son redondeados de acuerdo a la configuración del sensor, el sistema de adquisición de datos o el software utilizado. Esto considerando que toda señal adquirida, tiene adherida señales externas a la salida del sistema [Hamming \[1998\]](#).

Es por ello, que el uso de filtros digitales, permite atenuar todos estos factores que se adhieren a la señal del sistema siendo los filtros digitales no recursivos uno de los más simples y utilizados [Schlichthärle \[2000\]](#).

$$y_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k u_{n-k} \quad (2.71)$$

En la Ec. 2.71, y_n es la salida del filtro, u_k es la señal de entrada y c_k son los coeficientes del filtro utilizados para modificar la señal de entrada y así generar la señal de salida. Para diseñar un filtro digital, se debe iniciar diseñando un filtro

prototipo. El filtro prototipo, es un filtro analógico el cual tiene como objetivo contener los parámetros requeridos para la filtrar de la señal del sistema.

Una vez diseñado el filtro prototipo, se obtiene una función de transferencia la cual utilizará las muestras discretizadas de la señal para realizar el cálculo de la señal atenuada digitalmente a través del software. Muchos filtros digitales tienen una forma similar a la de la Ec. 2.71, por lo que es importante considerar esto antes de presentar los filtros implementados en el sistema de navegación.

Si bien existen diferentes tipos de filtros, estos se encuentran diseñados pensados en la forma en que se desea manipular la señal, siendo la frecuencia uno de los elementos que más comúnmente son tomados en cuenta para el diseño de los filtros Weeks [2010]. En el caso de los filtros Pasa Bajas, su objetivo es mantener las bajas frecuencias de la señal.

En el sistema de navegación inercial muchas señales que afectan al sistema de son de baja frecuencia, por lo que es importante buscar atenuar las altas frecuencias de manera que se puedan realizar la estimación de posición y orientación considerando las fuerzas inerciales.

2.3.1.1. Filtro de Gravedad

Todo cuerpo que se encuentra sobre la Tierra, experimenta la gravedad producida por la masa de la misma Vajda et al. [2020]. Esta atracción a la cual son sometidos los cuerpos es una aceleración producida por la masa de la Tierra y la fuerza centrífuga debido al giro de la misma, por lo cual, es importante considerarla en un cuerpo inercial Bailes et al. [2021], Flanagan and Hughes [2005]. Para los sistemas de navegación inercial la gravedad no sólo afecta al eje vertical que atraviesa el centro de la Tierra, sino que para el cuerpo, esta es distribuida en los tres ejes afectando mayormente al eje vertical.

Las ondas gravitacionales se caracterizan por encontrarse a bajas frecuencias, por lo que es posible obtener la fuerza de la gravedad medida por un IMU antes de distribuirla en tres ejes, como se mostró en la Ec.2.49.

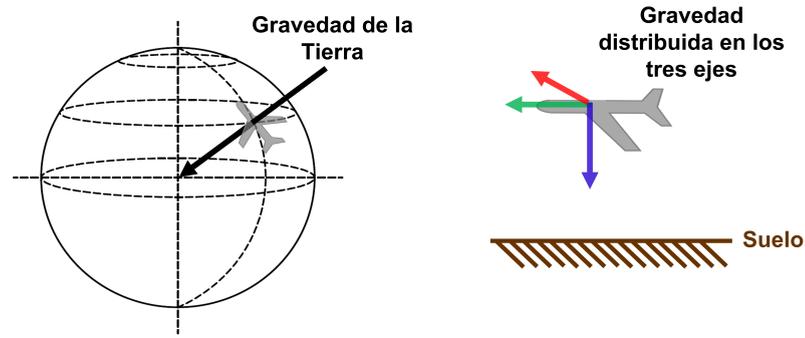


FIGURA 2.22: Orientación de un cuerpo el cual posee su *eje z* paralelo al eje de la gravedad de la Tierra.

Para esto, se realizan mediciones donde se considera el acelerómetro de la IMU estando en reposo, registrando las aceleraciones en los tres ejes y alineando el *eje z* paralelo a la gravedad de la Tierra. De esta manera, la muestra del acelerómetro contendrá la gravedad distribuida en los tres ejes de la *terna-b* llamada $\mathbf{a}_{g,n}^b$. Después, los datos son utilizados en la ecuación del filtro de gravedad como se presentada abajo.

$$\mathbf{g}_{f,n}^b = [\Lambda \times \mathbf{g}_{f,n-1}^b] + [(1 - \Lambda) \times \mathbf{a}_{g,n}^b] = \begin{bmatrix} g_{xf,n}^b \\ g_{yf,n}^b \\ g_{zf,n}^b \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

La Ecuación contiene un coeficiente llamado Λ , este es utilizado para ajustar el filtro de gravedad implementando la información de $\mathbf{a}_{g,n}^b$ y la información del valor anterior de $\mathbf{g}_{f,n}^b$. Posteriormente, se calcula el valor de magnitud del vector para obtener g_f^b de la gravedad en el eje Z.

$$|g_f^b| = \sqrt{(g_{xf,n}^b + g_{yf,n}^b + g_{zf,n}^b)^2} \quad (2.73)$$

Este valor g_f^b es utilizado en conjunto con la Ec. 2.49 para encontrar como se distribuye la gravedad en el cuerpo de navegación.

2.3.1.2. Filtro Complementario

El filtro complementario es una estructura comúnmente utilizada para fusionar dos o más filtros en un mismo sistema. Para el sistema de navegación inercial, un filtro complementario se utiliza para combinar la información que proviene del acelerómetro y el giroscopio, de manera que se pueda realizar la determinación de la orientación [Wanhammar \[1999\]](#).

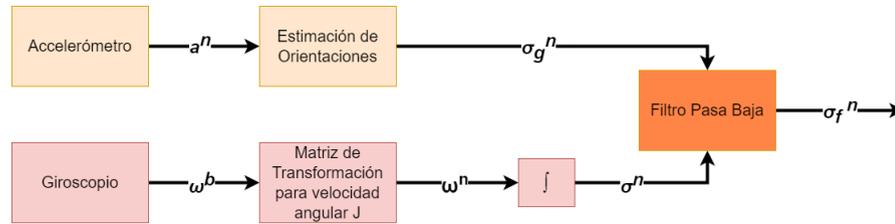


FIGURA 2.23: Diagrama de bloques de un Filtro Complementario. En el diagrama se muestra la combinación de la información un acelerómetro y un giroscopio que pasan a través de un Filtro Pasa-Baja.

Para realizar esto, se debe considerar que tanto el acelerómetro como el giroscopio no realizan mediciones directas de la orientación del cuerpo, sino que se utiliza la información proveniente de estos para poder calcularla.

Por lo cual se realiza una estimación de la gravedad utilizando información del acelerómetro llamada σ_g^n .

$$\sigma_g^n = \begin{bmatrix} \arctan\left(\frac{a_y^b}{\sqrt{(a_x^b)^2 + (a_z^b)^2}}\right) \\ -\arctan\left(\frac{a_x^b}{\sqrt{(a_y^b)^2 + (a_z^b)^2}}\right) \\ \arctan\left(\frac{\sqrt{(a_x^b)^2 + (a_y^b)^2}}{a_z^b}\right) \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

De manera que para predecir la orientación se utilizan la mediciones de la fuerza gravitatoria provenientes del acelerómetro σ_g^n y la orientación σ^n proveniente del giroscopio, los cuales se encuentran en el n -frame, calculados en la Ec. 2.68.

Posteriormente, se hace la estimación σ_f^n que es la actitud filtrada en la n -frame. La ecuación es presentada abajo donde se utiliza un coeficiente de ajuste del filtro llamado α .

$$\sigma_f^n = [\alpha \times \sigma^n] + [(1 - \alpha) \times \sigma_g^n] \quad (2.75)$$

El coeficiente del filtro llamado α , es utilizado para poder determinar la distribución o proporción de la orientación con respecto a la información del acelerómetro y del giroscopio.

2.3.1.3. Filtro de Chebyshev

Un filtro Chebyshev es una aproximación basada en un ajuste polinomial. El ajuste polinomial del filtro prototipo es un Pasa Baja el cual tiene un rizo en la parte pasa banda. Este rizo puede variar dependiendo del orden del filtro, así como el tipo de filtro Chebyshev.

Un filtro Chebyshev del Tipo I, es la forma convencional en que este se trabaja [D'Antona and Ferrero \[2005\]](#), [Paarmann \[2005\]](#).

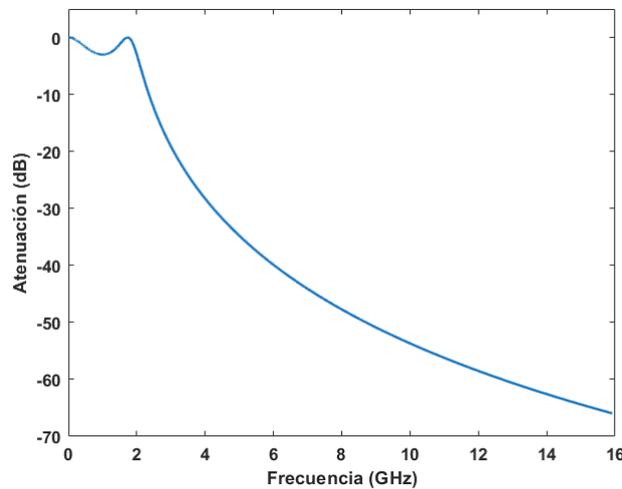


FIGURA 2.24: Filtro Chebyshev Tipo I. Este Filtro posee un rizo durante la etapa de Pasa Banda.

Este filtro viene a ser representado por la siguiente función de transferencia.

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 C_N^2(\frac{\omega}{\omega_0})}} \quad (2.76)$$

Donde:

- G es la ganancia del sistema.
- $H(j\omega)$ es la función de transferencia evaluado en la frecuencia $j\omega$.
- ω es la frecuencia de atenuación.
- ω_0 es la frecuencia de corte.
- ϵ es el factor del rizo, el cual es un valor de ajuste el cual es de influencia a la parte pasa banda del filtro, se mide en decibeles.
- C_N es el orden del filtro.

Además, ϵ en 2.76 es calculado como se muestra a continuación.

$$\epsilon = \sqrt{10^{\frac{\delta}{10}} - 1} \quad (2.77)$$

Considerando a δ como el valor específico de atenuación.

Por otro lado, existe el filtro Chebyshev Tipo II, también conocido como filtro Chebyshev Inverso, se reconoce por su comportamiento que se puede mostrar en la figura abajo (Fig. 2.25).

El filtro Chebyshev Tipo II, denotado por la función de transferencia G , se puede obtener por la diferencia mostrada abajo, utilizando la Ec. 2.76.

$$F(j\omega) = 1 - G(j\omega) = \sqrt{\frac{\epsilon^2 C_N^2(\frac{\omega}{\omega_0})}{1 + \epsilon^2 C_N^2(\frac{\omega}{\omega_0})}} \quad (2.78)$$

Donde, ahora la frecuencia de corte, viene a ser definida por un valor ω_s , por lo cual, la Ec. 2.78 puede reescribirse de la siguiente forma.

$$F(j\omega) = 1 - G(j\omega) = \sqrt{\frac{\epsilon^2 C_N^2(\frac{\omega_s}{\omega})}{1 + \epsilon^2 C_N^2(\frac{\omega_s}{\omega})}} \quad (2.79)$$

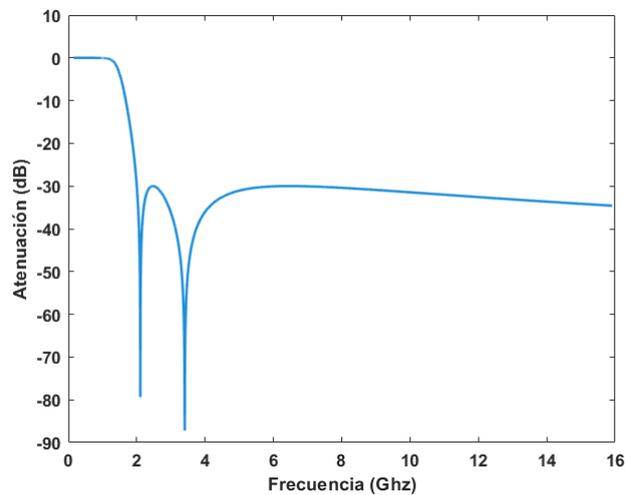


FIGURA 2.25: Filtro Chebyshev Tipo II. Este filtro se caracteriza por los rizados que tiene en la zona de rechazo así como por tener una caída en la parte Pasa Banda.

Y el factor de rizo de ϵ , es calculado de la siguiente forma.

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{\delta}{10}} - 1}} \quad (2.80)$$

Aquí debe considerarse que el valor específico de atenuación δ , es el valor mínimo de atenuación para la zona de rechazo. Además, si el valor de ϵ es 0, la atenuación será infinita. El magnetómetro proporciona información para rectificar el rumbo estimado por el acelerómetro y el giroscopio en la disposición. Por lo tanto, un filtro Chebyshev de tercer orden atenúa la señal del magnetómetro. Además, el filtro admite la calibración de “Hard Iron” y “Soft Iron” las cuales mitigan las perturbaciones generadas por los campos magnéticos de elementos externos.

$$H_p(z) = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{k_1 + k_2 + k_3 + k_4} \quad (2.81)$$

En la ecuación 2.81, k y q son coeficientes del filtro determinados con información de entradas y salidas anteriores de la señal del magnetómetro. Por lo tanto, a continuación se presenta la ecuación del filtro resultante utilizada en cada señal del eje del magnetómetro.

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{f,n}^g = & q_1 \mathbf{m}_n^g + q_2 \mathbf{m}_{n-1}^g + q_3 \mathbf{m}_{n-2}^g + q_4 \mathbf{m}_{n-3}^g \\ & + k_1 \mathbf{m}_{f,n-1}^g + k_2 \mathbf{m}_{f,n-2}^g + k_3 \mathbf{m}_{f,n-3}^g \quad (2.82) \end{aligned}$$

Donde \mathbf{m}^g es la señal de entrada en cada uno de los ejes del magnetómetro y \mathbf{m}_f^g es la señal de salida filtrada del magnetómetro para cada eje.

2.3.1.4. Filtro Kalman

El filtro Kalman es una de las metodologías utilizadas para combinación de sensores y atenuación de ruido blanco [Ljung \[1999\]](#). La metodología se encuentra basada en la “LQE”, donde se implementan los datos de estimaciones anteriores para poder realizar una predicción de valores futuros. Este algoritmo considera las mediciones pasadas como variables de una distribución normal Gaussiana [Alsadik \[2019\]](#), [Kumari et al. \[2021\]](#), [Quan et al. \[2015\]](#). Donde, las variables se encuentran correlacionadas entre si y además se considera un error, el cual son aquellos factores externos al sistema los cuales pueden afectarlo así como se muestra en la Fig. [2.26](#).

Existen otros tipos de filtros Kalman los cuales se encuentran enfocados en diferentes características del sistema como la no linealidad. Sin embargo, el objetivo sigue siendo la predicción de los nuevos valores del sistema a través de muestras anteriores.

Para el sistema de navegación inercial el filtro de Kalman implementado es el modelo lineal que se utiliza para atenuar el ruido blanco en la velocidad, posición y actitud estimadas y luego utiliza esa información para la siguiente predicción. Por lo tanto, se crea un vector de medición \mathbf{X} , que incluye vectores de velocidad, posición y orientación en los tres ejes del marco de navegación, los cuales se obtienen de las ecuaciones de integrales [2.68](#), [2.69](#) y [2.70](#). El vector de medición \mathbf{X} es conformado como se muestra a continuación.

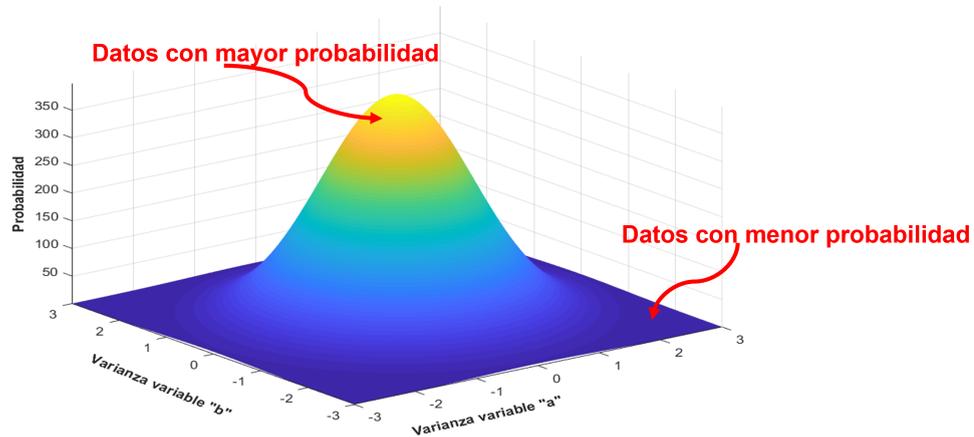


FIGURA 2.26: Distribución Gaussiana de dos variables. Se muestra la zona superior con aquellos datos que tienen mayor probabilidad de poder ser la salida del sistema y en la zona inferior, aquellos datos que tienen menor probabilidad.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^n \\ \mathbf{p}^n \\ \sigma^n \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

En la Ec. 2.83, \mathbf{X} es el vector de estados que contiene la velocidad \mathbf{v}^n , la posición \mathbf{p}^n y la orientación σ^n . El algoritmo inicia con la fase inicial conocida como estado a priori de Kalman. En esta fase, se calcula el vector de estados $\hat{\mathbf{x}}_n^-$, donde se implementa la matriz de transición de estados \mathbf{F}_{n-1} conformado por el efecto en la muestra de tiempo en cada uno de los ejes para la posición y velocidad así como se utiliza el vector de corrección $\hat{\mathbf{x}}_{n-1}$, el cual está conformado por la información de interés a utilizar en el filtro y que es correspondiente a la última predicción.

$$\hat{\mathbf{x}}_n^- = \mathbf{F}_{n-1} \hat{\mathbf{x}}_{n-1} \quad (2.84)$$

Posteriormente, se requiere implementar las varianzas y covarianzas del error del sistema, los cuales quedan almacenados en una matriz de covarianza de error a priori \mathbf{P}^- . En esta matriz, los términos que se encuentran en la diagonal son las varianzas de los elementos de interés del vector de estados. La ecuación mostrada

a continuación requiere la matriz de transición de estados \mathbf{F}_{n-1} , la matriz de covarianzas del error \mathbf{P} de la estimación anterior y una matriz de covarianzas del ruido \mathbf{Q}_{n-1} de la última medición.

$$\mathbf{P}_n^- = \mathbf{F}_{n-1} \mathbf{P}_{n-1} (\mathbf{F}_{n-1})^T + \mathbf{Q}_{n-1} \quad (2.85)$$

Continuando con el algoritmo, se requiere realizar el cálculo de un factor de corrección llamado ganancia de Kalman \mathbf{K} para poder entrar al estado posterior de Kalman. Esta ganancia \mathbf{K} utiliza la matriz de covarianzas del error \mathbf{P}^- calculado en la ecuación 2.85, una matriz llamada \mathbf{H}_n la cual establece una relación entre el vector de estados $\hat{\mathbf{x}}_n^-$ manteniendo los parámetros del vector en el dominio de la medición y además la ganancia \mathbf{K} implementa la matriz de covarianza de ruido de la medición \mathbf{R}_n . De manera que \mathbf{K} se calcula como se presenta a continuación.

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{P}_n^- (\mathbf{H}_n)^T [\mathbf{H}_n \mathbf{P}_n^- (\mathbf{H}_n)^T + \mathbf{R}_n]^{-1} \quad (2.86)$$

Finalmente, se estima un nuevo $\hat{\mathbf{x}}_n$ con la información de la ganancia de Kalman \mathbf{K} calculada, los estados del vector de corrección $\hat{\mathbf{x}}_n$ y la llamada “innovación de Kalman” que es el residuo de la medición el cual se obtienen mediante la diferencia entre el vector de medición \mathbf{X} y el producto de la matriz \mathbf{H}_n con $\hat{\mathbf{x}}_n^-$ que se calculó en la Ec. 2.84.

$$\hat{\mathbf{x}}_n = \hat{\mathbf{x}}_n^- + \mathbf{K}_n [\mathbf{X} - \mathbf{H}_n \hat{\mathbf{x}}_n^-] \quad (2.87)$$

El vector calculado en la Ec. 2.87 incluye la información atenuada de v_n , la posición p_n y la orientación σ_n . Además, se calcula una nueva matriz de covarianza \mathbf{P} para la siguiente muestra requerida en la predicción presentada en la Ec. 2.85.

$$\mathbf{P}_n = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_n \mathbf{H}_n] \mathbf{P}_n^- \quad (2.88)$$

La información que se encuentra en la Ec.2.87 se utiliza durante la etapa de integración en las Ec. 2.68, 2.69, 2.70, para obtener la orientación, la velocidad y la posición respectivamente.

2.3.2. Algoritmos de Corrección

Los algoritmos de corrección son metodologías del acondicionamiento de la señal basados en eventos. En estas metodologías, la señal es acondicionada para detectar ciertas circunstancias que están ocurriendo en el mundo físico y de esa manera evaluar la medición realizada en ese instante de tiempo. Para ello, los algoritmos de corrección determinan bajo que circunstancias ocurre el evento, esto puede ser mediante el cálculo de un umbral, circunstancias estadísticas del sistema, conocimiento previo del comportamiento del sistema entre otras situaciones.

Posteriormente, los algoritmos llegan a una etapa de decisiones, donde al utilizar la información de entrada proveniente del mundo físico, esta es evaluada con respecto a las condiciones establecidas y finalmente se toma un decisión.

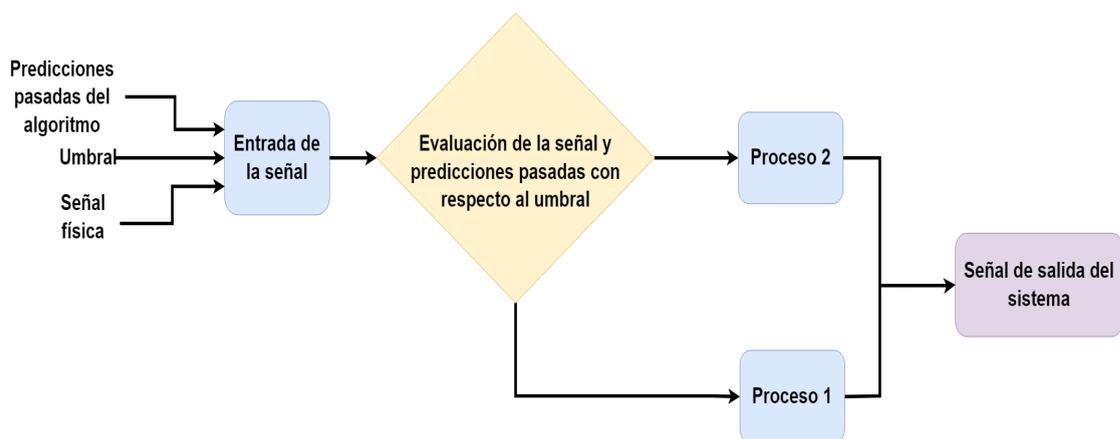


FIGURA 2.27: Algoritmo de corrección donde se presentan las señales de entrada, su evaluación en con respecto al umbral establecido, la determinación de eventos y la señal de salida del sistema.

Estos sistemas funcionan de forma recursiva, por lo que es importante considerar que la información pasada afecta al sistema en las predicciones de medición. Además, pueden existir datos que no se ajusten a las condiciones determinadas para los eventos del sistema, por lo cual estos pueden crear errores en la medición

y obtener como resultado recalculer los parámetros de los eventos o cambiar al algoritmo de corrección.

2.3.2.1. Algoritmo ZUPT

El algoritmo de corrección ZUPT tiene su fundamento en las etapas de movimiento de una persona mientras se encuentra caminando. En este algoritmo se inicializa con una persona que se encuentra quieta (“stance phase”) para posteriormente iniciar a caminar entrando a la fase de oscilación (“swing phase”) Li et al. [2023]. Durante la “stance phase”, se asume que la persona se encuentra en reposo o sin realizar algún movimiento, por lo cual la velocidad es igual a cero. Sin embargo, en esta fase puede iniciar o terminar un movimiento donde la velocidad puede ser diferente de 0 ya que esta apenas se encuentra aumentando o disminuyendo. En la “swing phase”, la persona ya se encuentra en movimiento y con una velocidad de avance que si bien puede variar, se encuentra dentro de un umbral mayor que la “stance phase” y por lo cual se considera que existe una velocidad diferente de 0.

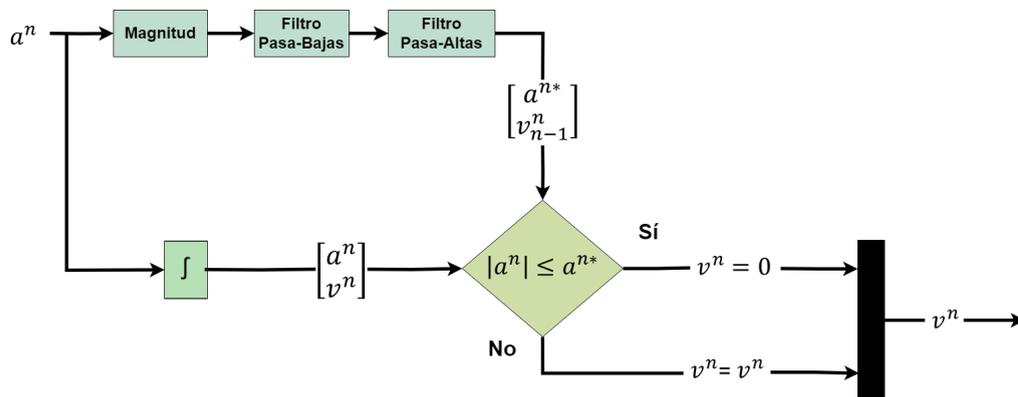


FIGURA 2.28: El diagrama representa al algoritmo ZUPT, el cual es utilizado para determinar si un cuerpo se encuentra en movimiento o en una fase de reposo.

El algoritmo mostrado en la Fig. 2.28, se obtiene una muestra de la aceleración en n -frame, donde esta información es utilizada de dos formas diferentes. Primero, se obtiene la magnitud del vector de aceleración a^n en los tres ejes.

$$|a^n| = \sqrt{(a_x^n)^2 + (a_y^n)^2 + (a_z^n)^2} \quad (2.89)$$

Luego, esta información entra al bloque del Filtro Pasa-Bajas mostrado en la Fig. 2.28, donde se calcula un solo valor como se muestra en la Ec. 2.90.

$$LP_{zupt} = LP_{zupt,n-1} + [(\gamma_{LP,n-1} * (|a^n| - LP_{zupt,n-1}))] \quad (2.90)$$

Donde LP_{zupt} , es el valor de salida en el filtro Pasa-Bajas implementado para la magnitud de la aceleración a^n . Además, el coeficiente el filtro Pasa-Bajas es representado con $\gamma_{LP,n-1}$, el cual se calcula utilizando los valores del tiempo de la muestra Δt y haciendo uso de un valor de sensibilidad de los sensores llamados RCL .

$$\gamma_{LP} = \frac{\Delta t}{RCL + \Delta t} \quad (2.91)$$

Posteriormente, la información de LP_{zupt} pasa por un filtro Pasa-Altas como se muestra en la Fig. 2.28. En este filtro se tiene también un coeficiente llamado γ_{HP} , para de esa manera obtener el valor absoluto de la salida del filtro Pasa-Altas que es el valor de la aceleración a^{n*} .

$$a^{n*} = |[\gamma_{HP} * a_{n-1}^{n*}] + [\gamma_{HP} * (|LP_{zupt,n} - LP_{zupt,n-1}|)]| \quad (2.92)$$

Donde, el valor del coeficiente γ_{HP} utilizando el valor de Δt como se hizo con el filtro Pasa-Bajas.

$$\gamma_{HP} = \frac{RCH}{RCH + \Delta t} \quad (2.93)$$

Por otro lado, la información proveniente del acelerómetro a^n es utilizada para calcular la velocidad aplicando el método de la integral. Posteriormente se entra a

una etapa de comparación en el algoritmo de ZUPT, aquí se evalúa si la magnitud del vector de aceleración en los ejes x , y y z provenientes del acelerómetro, es menor o igual a el resultado obtenido en la Ec. 2.92. Si $|a^n|$ es menor o igual a a^{n*} , se determina que el cuerpo se encuentra en la “stance phase”, por lo cual se estima que la velocidad del cuerpo en los tres ejes es igual a 0. Si el valor de $|a^n|$ es mayor a a^{n*} , se determina que el cuerpo se encuentra en la “swing phase” y se estima que la velocidad calculada mediante la integral, es la velocidad que lleva el cuerpo en ese intervalo de tiempo.

La información obtenida, es utilizada posteriormente para futuras evaluaciones en el algoritmo ZUPT. Otros algoritmos de corrección implementados en la navegación realizan procesos similares a ZUPT, donde incluso la implementación de las ecuaciones en el caso de los filtros Pasa-Bajas y Pasa-Altas, solo llega a cambiar la forma en que se obtienen los coeficientes.

2.3.2.2. Algoritmo ZARUT

ZARUT es un algoritmo de corrección que comparte similitudes con el algoritmo ZUPT. En este se considera que existe una etapa llamada “still phase” donde se considera que no existe un cambio en la velocidad angular que el cuerpo, de lo contrario, el cuerpo entra a una “swing phase”, donde el cuerpo si tiene una velocidad angular considerable y por lo tanto, existe un cambio en la orientación [Benzerrouk and Nebylov \[2018\]](#). Este algoritmo es utilizado en sistemas de navegación con giroscopios donde los cambios de orientación en el cuerpo son notables y en consecuencia deben ser observados.

En este algoritmo se implementa la señal de la velocidad angular ω^n proveniente del giroscopio la cual ha de pasar por dos procesos diferentes. En el primero se obtiene la magnitud del vector de velocidad angular, para posteriormente filtrar la señal mediante un filtro Pasa-Bajas y un filtro Pasa-Altas. A esta señal filtrada, se le conoce como ω^{n*} .

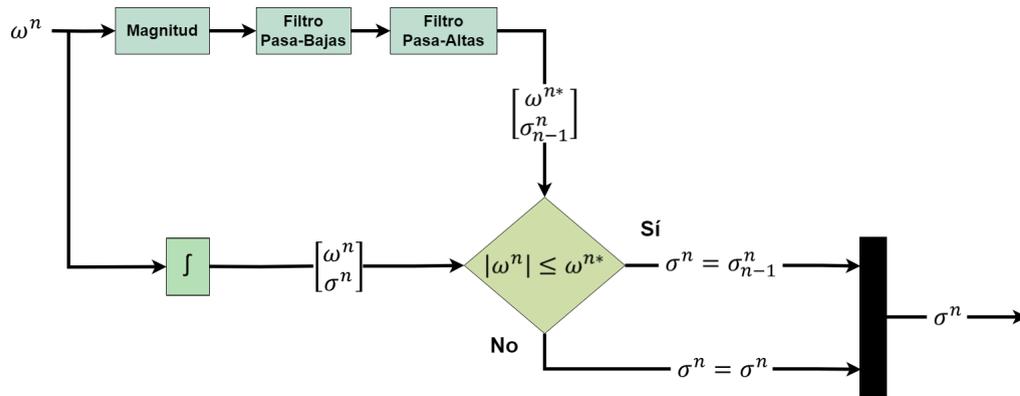


FIGURA 2.29: El diagrama representa el algoritmo ZARUT, el cual es utilizado para realizar correcciones en los movimientos rotacionales.

Por otro lado, la señal que proviene desde el magnetómetro, es utilizada para calcular la orientación del cuerpo en la terna de navegación n -frame mediante la Ec. 2.68. Después, se obtiene la magnitud del vector de velocidad angular como se muestra a continuación.

$$|\boldsymbol{\omega}^n| = \sqrt{(\omega_x^n)^2 + (\omega_y^n)^2 + (\omega_z^n)^2} \quad (2.94)$$

De esta manera, la señal procesada $|\boldsymbol{\omega}^{n*}|$ proveniente de la Ec. 2.94 y la señal velocidad angular $\boldsymbol{\omega}^n$ proveniente del magnetómetro son comparadas. Si la señal de velocidad angular $\boldsymbol{\omega}^n$ es menor o igual que la señal procesada $|\boldsymbol{\omega}^{n*}|$, se dice que no existió un cambio considerable en la velocidad angular, por lo cual orientación del objeto sigue igual que en la muestra del intervalo de tiempo anterior, que para un cuerpo que se encontraba en reposo, puede ser igual a cero. Para el caso contrario, se dice que el cambio en la velocidad angular es considerable y por lo cual existe un cambio de orientación en el cuerpo. Este valor de orientación es el calculado en la Ec. 2.68 y ese es el valor de la orientación $\boldsymbol{\sigma}^n$ en la terna de navegación n -frame para ese intervalo de tiempo.

En el sistema de navegación HIKZ, este algoritmo es implementado para la corrección de la orientación en los tres ejes, por lo cual su objetivo es disminuir el error en la medición.

Capítulo 3

Metodología de Investigación

El sistema de navegación tiene como objetivo disminuir el error en las mediciones de posición y orientación haciendo uso de sensores inerciales y metodologías de corrección para poder lograr esto. Por lo cual, el algoritmo implementado trabaja con las señales de los sensores, implementado metodologías y configuraciones propias de la navegación inercial strapdown, filtros digitales y algoritmos de corrección para la señal filtrada. Además, la metodología es complementada mediante la implementación de un algoritmo de corrección llamado “Zero Velocity Observation Update” el cual es una propuesta para la corrección en la medición de la posición. Este algoritmo establece que el cuerpo presenta el movimiento dividido en dos etapas, una el cuerpo se encuentra ya desplazándose y por lo cual posee una velocidad considerable y otra donde el movimiento esta finalizando, iniciando o no hay movimiento debido a que la velocidad es muy pequeña o nula. Por lo cual, se obtiene un valor de umbral, el cual depende del comportamiento histórico que ha tenido el sistema bajo las condiciones de movimiento en las cuales se encuentra.

Adicionalmente, es implementada una metodología para la “Corrección de Orientación” en el eje *Yaw*. En esta metodología es implementada información del magnetómetro H_c para poder corregir las mediciones de orientación en el sistema. Por tal motivo se requiere considerar el incremento en el “drift” que afecta al sistema en el eje *Yaw*. Consecuentemente, la corrección en este eje de orientación permite disminuir el error en la medición de posición en los ejes x y y . Es importante tomar

en cuenta que este resultado de atenuación en el error de la medición de posición es debido a las ecuaciones de navegación presentadas en el Capítulo 2.

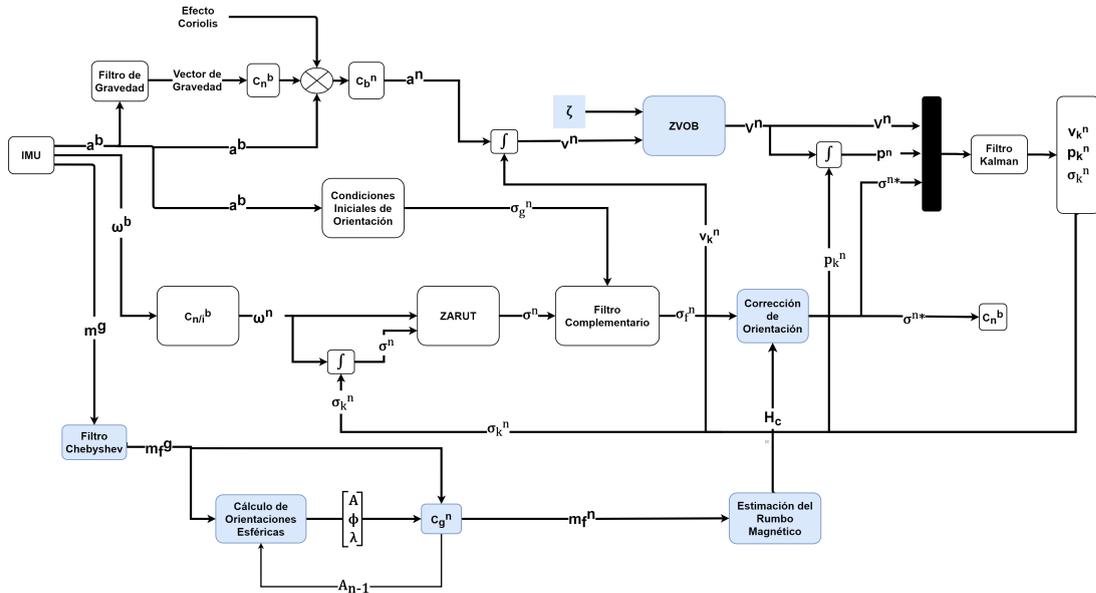


FIGURA 3.1: Metodología HIKZ: algoritmo de corrección ZVOB y coeficiente ζ , algoritmo de corrección de la Actitud con filtro Chebyshev; las principales contribuciones de la metodología para reducir el desvío y mejorar la precisión en las mediciones se resaltan en azul en este diagrama de bloques.

En la Fig. 3.1, se presenta un diagrama de bloques con la metodología de HIKZ, iniciando con la adquisición de datos desde la IMU y presentando los elementos de navegación inercial implementados, filtros digitales, algoritmos de corrección y las propuesta metodológicas marcadas en bloques azules donde se muestra la corrección de orientación, algoritmo ZVOB así como el procedimiento en que el sistema es retroalimentado para su recursividad y disminución del error. El procedimiento implementado en esta investigación así como las metodologías propuestas son presentadas en este capítulo, donde se detalla el trabajo realizado e innovación de esta investigación.

3.1. Algoritmo ZVOB

La metodología de ZVOB, es un algoritmo de corrección el cual estudia el comportamiento del cuerpo y utiliza esa información para determinar si el cuerpo se

encuentra en una etapa donde existe un movimiento o si ya esta en una etapa donde el movimiento, no existe, esta iniciando o finalizando. Esta metodología es utilizada para disminuir el error en la estimación de la posición y se complementa con el algoritmo de corrección ZARUT que disminuye el error en la predicción de la orientación. El algoritmo de ZVOB tiene un propósito similar al ZUPT, el cual realiza su corrección haciendo uso de la magnitud de la aceleración del cuerpo para posteriormente pasar la información a través de los filtros Pasa-Bajas y Pasa-Altas Suresh et al. [2018]. Sin embargo, cuando el algoritmo de ZUPT realiza el proceso de filtrado con los filtros Pasa-Bajas y Pasa-Altas, estos consideran únicamente la muestra pasada, por lo cual pueden llegar a restringir el umbral de lo que se considera un movimiento para el sistema. Esto tiene como consecuencia que el sistema no cambie de etapa haciendo que el “drift” existente siga incrementando indefinidamente.

El algoritmo de corrección ZVOB, busca rectificar este problema implementando un nuevo umbral utilizando un valor llamado “Coeficiente de Velocidad Cero” ζ el cual es calculado al considerar muestras pasadas del comportamiento. El Coeficiente de Velocidad Cero ζ , es un valor el cual debe ser suficientemente grande para evitar tomar en cuenta señales externas adheridas a la señal de aceleración y evitar la propagación del “drift”. Pero al mismo tiempo, debe ser un valor que permita detectar la aceleración producida por los movimientos del cuerpo.

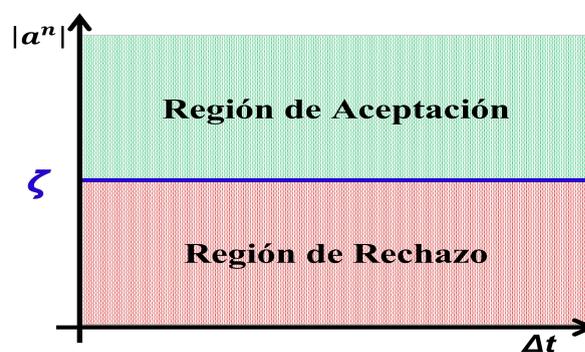


FIGURA 3.2: El valor de ζ presentado, delimita cuando se considera que el cuerpo se encuentra en movimiento. La Región de Aceptación es donde se estima que el cuerpo se encuentra en movimiento, caso contrario entra a la Región de Rechazo donde la medición es considerada como una perturbación externa.

El coeficiente ζ se estima adquiriendo una muestra de la salida del acelerómetro a^b del sistema cuando este se encuentra en reposo y donde el “drift” no se encuentre incrementado continuamente en el tiempo.

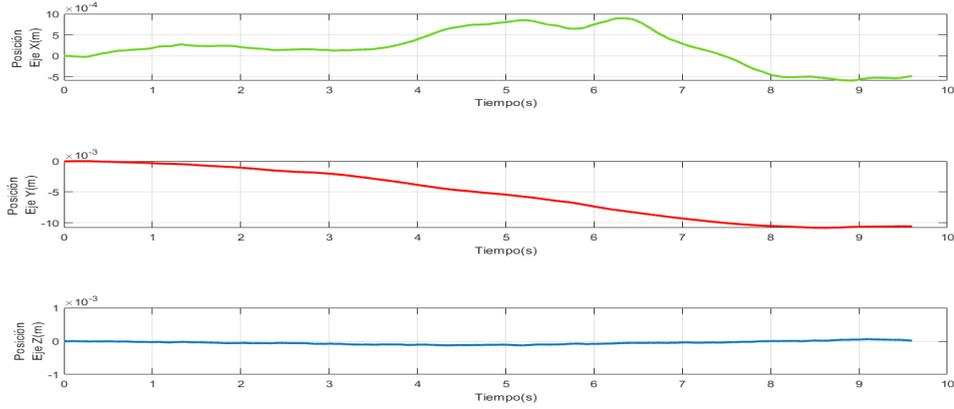


FIGURA 3.3: La posición en los ejes x , y y z presentada, muestra como el sistema termina estabilizándose de manera que no se presenta una tendencia a que el “drift” aumente. Esto sólo es una cualidad que el sistema puede lograr si este se encuentra en reposo.

Una vez que se toma la muestra de la aceleración a^b , se calcula la magnitud del vector de aceleración en los ejes x , y y z .

$$\epsilon = \sqrt{(a_{x,n}^n)^2 + (a_{y,n}^n)^2 + (a_{z,n}^n)^2} \quad (3.1)$$

El valor calculado en la Ec. 3.1, contiene la magnitud de las perturbaciones a la señal de aceleración del sistema cuando este se encuentra en reposo. En la Fig. 3.3 se puede observar como el “drift” afecta de manera diferente a la aceleración en cada uno de los tres ejes. Por lo cual, se obtiene una media μ_ϵ del valor ϵ y utilizando la muestra tomada aceleración a^b , se obtiene la desviación estándar s_a de la señal de aceleración para cada uno de los tres ejes.

$$s_a = \begin{bmatrix} s_{ax} \\ s_{ay} \\ s_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\sum(\mu_\epsilon - a_{x,n}^b)^2}{n-1}} \\ \sqrt{\frac{\sum(\mu_\epsilon - a_{y,n}^b)^2}{n-1}} \\ \sqrt{\frac{\sum(\mu_\epsilon - a_{z,n}^b)^2}{n-1}} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

De manera que, haciendo uso de la media μ_ϵ estimada, y el vector de s_a de la señal de aceleración, se calcula el Coeficiente de Velocidad Cero ζ como se muestra a continuación.

$$\zeta = \begin{bmatrix} \mu_\epsilon + s_{ax} \\ \mu_\epsilon + s_{ay} \\ \mu_\epsilon + s_{az} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

El coeficiente ζ calculado es un vector el cual está compuesto por un valor característico para cada eje, esto debido a que como se presenta en la Fig. 3.3, cada uno de los ejes es afectado por el “drift” de diferentes maneras.

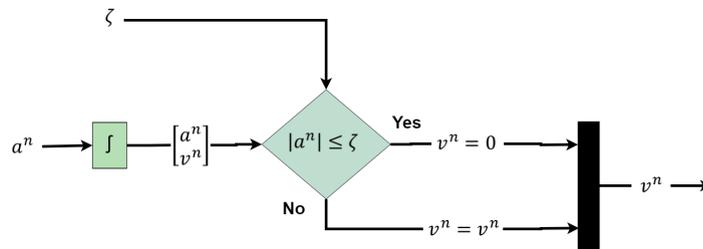


FIGURA 3.4: El diagrama muestra el comportamiento del algoritmo ZVOB. Aquí la variable calculada ζ es comparada con aceleración en la *terna* n de manera que se puede estimar si el vehículo actualmente se encuentra en movimiento.

Posteriormente, se integra el coeficiente ζ al sistema, donde es comparado con la magnitud del vector de aceleración a^n , de tal manera que, si la aceleración en la terna de navegación *n-frame* es menor o igual al coeficiente ζ , se asume que la velocidad es igual a cero. Si la aceleración a^n es mayor, entonces la velocidad medida en ese instante de tiempo es considerada como la velocidad actual del sistema.

En el algoritmo de corrección ZVOB, el coeficiente ζ establece un nuevo valor de comparación para considerar si el sistema está en movimiento. Al realizar una estimación utilizando una muestra de la aceleración del sistema, se evitan las restricciones ocasionadas por los filtros Pasa-Altas y Pasa-Bajas del algoritmo ZUPT. Sin embargo, aún el algoritmo ZVOB puede verse limitado por el tamaño

de la muestra o las condiciones en que esta se toma. Por lo cual esto debe tomarse en consideración al momento de realizar la estimación del coeficiente ζ .

3.2. Corrección de Orientación

En la metodología presentada, se tiene un error en las mediciones de posición en los ejes x y y el cual es producido por el “drift” presente en la orientación del ángulo *Yaw* ψ . Por lo cual, para poder atenuar el error en las mediciones, se realiza la implementación de un método de corrección de orientación utilizando el rumbo del magnetómetro H_c calculado en la Eq. 2.58.

La corrección de orientación busca primero detectar un incremento en el “drift” del ángulo *Yaw* para posteriormente, proceder a realizar una atenuación del mismo utilizando información del rumbo del magnetómetro H_c . Una vez hecha la corrección se disminuye el “drift” del ángulo *Yaw* de tal forma que le permite seguir realizando mediciones utilizando la información proveniente del acelerómetro y el magnetómetro.

Para poder determinar cuando es necesario realizar la corrección se requiere estimar un intervalo de tiempo donde se espera que exista el incremento en el “drift” del ángulo *Yaw*. Para ello, se realizan mediciones del sistema cuando este se encuentra en una posición horizontal y en reposo de manera que no se realice ningún movimiento.

Al encontrarse el IMU en posición horizontal como se presenta en la Fig. 3.5, se procede a tomar una muestra del error para los ángulos de *Roll* y *Pitch* cuando el drift no se encuentre aumentando continuamente en el tiempo. Posteriormente se obtiene la media de las muestras de orientación de los ángulos de *Roll* y *Pitch* llamadas μ_ϕ y μ_θ respectivamente y las cuales son sumadas para obtener el valor $\mu_{\phi,\theta}$, como se muestra a continuación.

$$\mu_{\phi,\theta} = | \mu_\phi + \mu_\theta | \quad (3.4)$$

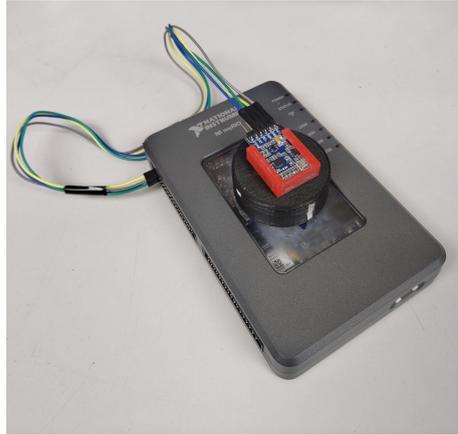


FIGURA 3.5: El IMU del sistema HIKZ, es posicionado de forma horizontal y en estado de reposo para poder obtener la muestra de las mediciones en *Yaw*.

El valor calculado $\mu_{\phi, \theta}$ se utiliza para obtener los valores de intervalo de muestra n_{t1} y n_{t2} . Estos valores se convierten en una referencia para que el sistema detecte el “drift” en el ángulo *Yaw* mientras el sistema se encuentra haciendo mediciones.

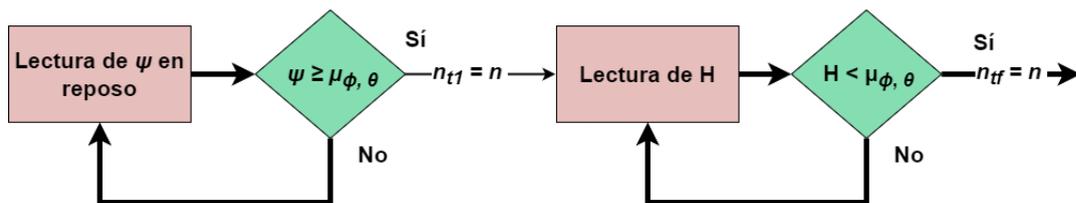


FIGURA 3.6: En la imagen se presenta el diagrama para poder estimar cuando hacer la corrección de la rotación en *Yaw*. Este diagrama toma las lecturas de orientación en *Yaw* para poder compararlas con un valor llamado $\mu_{\phi, \theta}$ del comportamiento de las orientaciones cuando el sistema se encuentra en reposo, creando un primer parámetro n . Después cuando el drift ahora en el rumbo H_c del magnetómetro aumenta, se procede a tomar una nueva muestra n y así poder delimitar el intervalo de tiempo necesario para estar realizando la corrección en *Yaw* haciendo uso del rumbo H_c .

El coeficiente $\mu_{\phi, \theta}$, es un valor de referencia utilizando la información de los ángulos de *Roll* y *Pitch* para determinar el incremento de el “drift” en el ángulo *Yaw*. En la Fig. 3.6 se presenta el algoritmo utilizado para poder detectar cuando es necesario iniciar la corrección y cuando se requiere dejar al sistema seguir tomando mediciones sin asistencia del rumbo H_c del magnetómetro.

El valor inicial n_{t1} es cuando el valor de ψ es mayor o igual al coeficiente $\mu_{\phi, \theta}$, aquí es cuando se inicia la corrección del rumbo. Una vez que se disminuye el drift y que ahora el valor del rumbo H_c del magnetómetro es menor al coeficiente $\mu_{\phi, \theta}$, se

registra el tiempo como n_{tf} , de tal forma que la corrección del rumbo en *Yaw* ya ha terminado. La Fig. 3.6 muestra cómo se captura n_{t1} y más adelante se menciona la detección de un valor llamado n_{tf} , un valor medido final necesario para calcular n_{t2} .

Finalmente, haciendo uso de n_{t1} y n_{tf} , se estima el valor para delimitar el umbral de corrección n_{t2} como se muestra a continuación.

$$n_{t2} = n_{t1} - n_{tf} \quad (3.5)$$

Por lo tanto, los valores n_{t1} y n_{t2} son los límites para un intervalo de tiempo donde se espera que el incremento del “drift” en el ángulo *Yaw* sea mayor que $\mu_{\phi,\theta}$. Al tener delimitado el intervalo, se inicia la corrección de la orientación donde se implementan los datos de rumbo H_c del magnetómetro, como se muestra a continuación.

$$\sigma_f^{n*} = \begin{bmatrix} \phi_f^n \\ \theta_f^n \\ H_c \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Donde ϕ_f^n y θ_f^n son la orientación en el *n-frame* filtrada por el filtro complementario en la Eq. 2.75, y H_c es el rumbo calculado en la Eq. 2.58. De esta manera, se puede lograr la atenuación del “drift” en el ángulo *Yaw* el cual a su vez, afecta el cálculo de la posición en los ejes x y y de forma que se disminuye el error en la medición de estos ejes.

3.3. Metodología

El sistema de navegación inercial para realizar mediciones de posición y orientación llamado “Heading IKZ” o “HIKZ” por sus siglas en inglés implementa la corrección de la orientación a través de las señales del magnetómetro, las cuales son filtradas

por un filtro Chebyshev de tercer orden e implementadas mediante un algoritmo que detecta el incremento de drift en el ángulo de *Yaw*. Además, es presentado el algoritmo de corrección “ZVOB” el cual utiliza un coeficiente de ajuste del filtro llamado ζ donde se considera el comportamiento del sistema. Como se presenta en la Fig. 3.1, los bloques de color azul muestran la propuesta de mejora implementada de la metodología IKZ para la atenuación de errores en la medición de orientación y posición.

El sistema inicia adquiriendo una muestra de la señal medida del acelerómetro, giroscopio y magnetómetro del IMU. Partiendo de la señal del magnetómetro \mathbf{m}^g , se atenúa el error al estimar una nueva señal utilizando un filtro Chebyshev Pasa-Bajas de 5to orden. Si bien, el magnetómetro entrega la intensidad del campo magnético, la atenuación es para la señal en los tres ejes ortogonales, los cuales son contenidos en un solo vector \mathbf{m}_f^g . Posteriormente, la señal es trasladada hacia la terna de navegación *n-frame*, utilizando la Ec. 2.54 de manera que se obtiene un nuevo vector $\mathbf{m}_{f,n}$. Al hacer esto, Finalmente, se calcula la orientación magnética conocida como Rumbo Magnético de la Brújula H_c , el cual se utiliza para corregir la orientación del giroscopio *Yaw* ψ .

Por otro lado, se tiene a velocidad angular ω^b que es la señal proveniente del giroscopio. Esta señal en conjunto con la aceleración \mathbf{a}^b obtenida del acelerómetro, puesto que se realiza una rectificación de la velocidad angular ω^b con esta información. Primero, la velocidad angular del giroscopio ω^b es utilizada para calcular los ángulos de Euler en la terna de navegación *n-frame* como se muestra en la ecuación 2.63, de tal manera que se obtiene la velocidad estimada ω^n . Una vez que se encuentra en la terna de navegación *n-frame*, se realizan dos procesos con esta señal, el primero de ellos es realizar una integral para obtener la orientación σ^n y el segundo, es implementar el algoritmo de corrección ZARUT para determinar la etapa en la cual el cuerpo se encuentra. De forma paralela, se implementa la señal del acelerómetro para indicar las condiciones iniciales de orientación en las que el cuerpo se encuentra. Esto se hace en una única ocasión al inicio y la señal de salida es implementada en conjunto con la la orientación σ^n obtenida en ZARUT entrando al *filtro complementario*. La salida del filtro, es una atenuación del error

de orientación, por lo cual se obtiene un nuevo vector que es la orientación en *Roll*, *Pitch* y *Yaw* atenuadas por el filtro Complementario y que lleva por nombre ω_f^n . Posteriormente, la señal obtenida del magnetómetro H_c y la orientación ω_f^n entran al bloque de Corrección de Orientación donde, si se cumplen las condiciones de corrección establecidas en la Subsección 3.2, la señal de Orientación del Rumbo H_c reemplaza a la orientación *Yaw* que se encuentra en el vector ω_f^n .

Adicionalmente, la señal de aceleración \mathbf{a}^b proveniente del acelerómetro, entra al bloque de Filtro de Gravedad, de donde se obtiene \mathbf{g}_f^b . Después, esta señal es multiplicada por la Ec. 2.49, para poder distribuir la gravedad en los ejes x , y y z . La señal de salida ha de considerar las fuerzas inerciales que actúan en un cuerpo, por tanto, se implementa la Ec. 2.64, y posteriormente, utilizando la transpuesta de la Ec. 2.49, se obtiene la aceleración \mathbf{a}^n que se encuentra en la terna de navegación *n-frame*. Una vez realizado esto, la señal \mathbf{a}^n es integrada para obtener la estimación de la velocidad \mathbf{v}^n y de forma paralela, se calcula el coeficiente de ajuste ζ , para que en conjunto con la velocidad \mathbf{v}^n , se determine si debe hacerse una corrección en la medición de la velocidad \mathbf{v}^n . Posteriormente, esta señal se utiliza para realizar una integral en conjunto con la Δt y muestras pasadas para obtener la estimación de la posición del cuerpo \mathbf{p}^n .

Finalmente, la información proveniente de los vectores de velocidad \mathbf{v}^n , posición \mathbf{p}^n y orientación σ^{n*} , han de entrar al bloque del filtro Kalman para poder atenuar señales externas adheridas y que pueden incrementar el error. Estas señales son consideradas como iteraciones pasadas $n-1$, de manera que una vez realizada la atenuación con el filtro Kalman, se consideran el valor actual n , teniendo las señales σ_k^n , \mathbf{a}_k^n y \mathbf{v}_k^n .

Estas señales de salida del filtro Kalman, serán utilizadas en la siguiente iteración de medición donde son llamadas σ_{n-1}^n , \mathbf{v}_{n-1}^n y \mathbf{p}_{n-1}^n en las Ec. 2.68, 2.69, y 2.70 respectivamente. Esta información no es considerada proveniente de la IMU, sino que es utilizada en aquellas partes de la metodología que consideran muestras pasadas para realizar una nueva estimación de la medición de la posición y orientación actuales.

3.4. Monitoreo de Desplazamiento de Movimientos para Estructuras Sometidas a Sismos

El sistema de navegación inercial HIKZ fue implementado para poder realizar el monitoreo de desplazamientos en estructuras que se encuentran sometidas a vibraciones ocasionadas por sismos. Por lo cual, sabiendo que el sistema considera al “drift” como algo inherente de los sensores inerciales, considera además de los elementos ya mencionados en esta investigación, un procesamiento donde se utilizan principalmente elementos en conjunto con un filtro de Kalman y el filtro de Chebyshev para atenuar el ruido blanco e identificar las oscilaciones en la estructura; así como la aplicación del filtro de Gravedad para la configuración inercial ENU y así evitar considerar la gravedad como un movimiento. Esto se hace con el fin de considerar los movimientos de vibración a los cuales una estructura puede ser sometida cuando se encuentra bajo la influencia del sismo. Abajo se presentan los elementos utilizados para realizar las mediciones de desplazamiento, sin embargo es importante mencionar que los elementos presentados en la figura abajo, representan aquellos enfocados para realizar la medición de frecuencia, razón por la cual no se vuelven a mencionar algunos de los elementos descritos previamente.

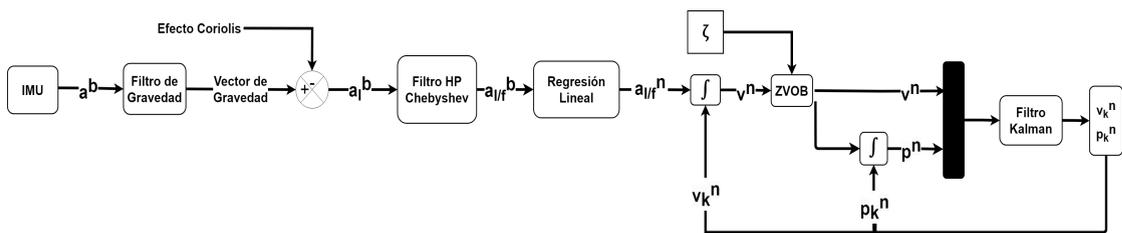


FIGURA 3.7: Metodología de medición del desplazamiento en estructuras sometidas a sismos: El diagrama de bloques muestra la estructura del sistema. El monitoreo se realiza implementando el algoritmo de corrección ZVOB, los filtros de Kalman, Chebyshev y Gravedad, complementados con ecuaciones inerciales para calcular el desplazamiento de una estructura.

Para realizar mediciones del desplazamiento estructural, el sistema comienza adquiriendo muestras del acelerómetro y el giroscopio provenientes de la IMU. Posteriormente, los datos del acelerómetro entran al bloque del filtro de gravedad para obtener el vector de gravedad, como se muestra en la Ec. 2.72. A continuación, se

realiza el cálculo de la aceleración inercial \mathbf{a}_I^b donde es implementada la velocidad del sensor \mathbf{a}^b , que es 0 para un valor inicial, junto con la información del giroscopio que incluye $\boldsymbol{\Omega}$ y $\boldsymbol{\omega}^n$ como se describió previamente en 2.64. Con esto, los datos entran al bloque del filtro Chebyshev para buscar atenuar las frecuencias bajas y preservar la mayor parte de la información correspondiente a los movimientos causados por las vibraciones sísmicas [Hosseini et al. \[2012\]](#). Habiendo obtenido esta información, se implementa la metodología de regresión lineal con la cual se busca estimar la frecuencia de los desplazamientos de las oscilaciones como se muestra a continuación.

$$Df(f_m) = c_1 f_m^3 + c_2 f_m^2 + c_3 f_m + c_4 \quad (3.7)$$

Donde f_m es la frecuencia medida, c_k son los coeficientes de regresión lineal y Df es la Frecuencia Dominante, es decir, la frecuencia con la cual se estima la estructura se encuentra desplazándose hacia enfrente y hacia atrás. Posteriormente, la aceleración $\mathbf{a}_{I/f}^n$ es integrada para estimar \mathbf{v}^n , que es la velocidad medida por el sensor. Luego, la información de aceleración $\mathbf{a}_{I/f}^n$ y velocidad \mathbf{v}^n son utilizadas en el algoritmo de corrección ZVOB en conjunto con el valor de ajuste calculado ζ para poder determinar la velocidad \mathbf{v}^n que se tiene para la muestra actual. Una vez obtenida, la información de la velocidad \mathbf{v}^n es integrada para poder obtener la posición \mathbf{p}^n .

Finalmente, y siguiendo el procedimiento establecido en la subsección 3.3, el ruido blanco en los valores calculados \mathbf{v}_{n-1}^n y \mathbf{p}_{n-1}^n es atenuado mediante un filtro de Kalman. Ahora estos valores se consideran como la muestra pasada en el cálculo de \mathbf{v}_k^n y \mathbf{p}_k^n .

Capítulo 4

Análisis de Resultados

La presente investigación llevó a cabo experimentación y un análisis de resultados en dos etapas. En una primera etapa, se realizaron experimentos delimitados que pudieran evaluar el error en la medición de la orientación y posición. Los movimientos fueron realizados haciendo uso de un sistema de adquisición de datos y mesas de experimentación graduadas para determinar el error de la medición. Por otro lado, se buscó complementar la investigación aplicando el sistema en un área que es de interés para la región, esto es realizar mediciones de desplazamiento en una estructura de dos grados de libertad la cual se encuentra sometida a movimientos oscilatorios de ondas sísmicas primarias (*P-wave*). Dicha experimentación tiene como intención realizar la medición de los desplazamientos que puede hacer un edificio cuando este se encuentra bajo la influencia de vibraciones sísmicas.

4.1. Observaciones durante la Experimentación

En la primera etapa de experimentación realizada, se tiene como objetivo observar la respuesta del sistema ante Movimientos Lineales y Movimientos Rotacionales en los ejes x y y para medir su capacidad de predicción de la posición y orientación de un cuerpo y obtener el error de la medición para compararlo y conocer las ventajas que se obtienen con esta metodología.

Para los experimentos de medición, el cuerpo de navegación es representado por un sensor IMU MPU-9250 de Invensense, el cual está compuesto por un acelerómetro tri-axial, un giroscopio tri-axial y un magnetómetro tri-axial, los cuales tienen sus ejes alineados en configuración strapdown. Por lo cual, cada una de las señales obtenidas contiene los valores de aceleración, velocidad angular y magnitud del campo magnético en los tres ejes x , y y z . El valor inicial en cada uno de los experimentos es considerado cero, donde el cuerpo se encuentra en un estado de reposo desde antes de iniciar la toma de las mediciones de los movimientos considerados. Posteriormente, al iniciar la toma de mediciones, se realiza el movimiento indicado según el tipo de experimento y este no se detendrá hasta alcanzar la posición o la orientación deseada.

Un Movimiento Lineal, es considerado un movimiento en línea recta donde se busca únicamente cambiar el valor de posición en un sólo eje.



FIGURA 4.1: En el Movimiento Lineal, el cuerpo se desplaza en una dirección, trasladándose a una posición diferente.

En un Movimiento Rotacional, el cuerpo realiza una rotación sobre un sólo eje, de tal manera, que la orientación cambia completamente sin alterar la posición en la cual se encontraba originalmente.

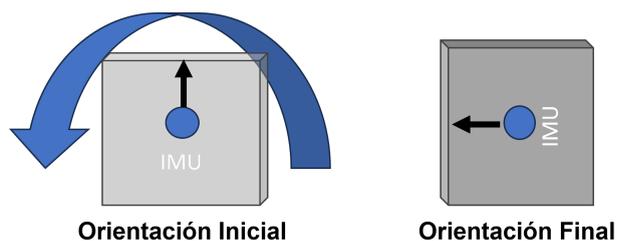


FIGURA 4.2: En el Movimiento Rotacional, el cuerpo realiza una rotación sobre alguno de sus ejes cambiando la orientación en la que se encontraba. En la figura de la izquierda, el cuerpo realiza una rotación en sentido positivo, quedando con la orientación que se muestra en la figura de la derecha.

Los experimentos consideran que el cuerpo se encuentra en una posición horizontal donde el eje z se encuentra alineado con la gravedad de la Tierra. Se realizan Movimientos Lineales donde el avance es considerado positivo según las propiedades de la IMU. También se realizan Movimientos Rotacionales bajo las mismas consideraciones de posición que los Movimientos Lineales y las rotaciones son consideradas positivas cuando el giro es en sentido contrario de las manecillas del reloj (ccw) y negativos cuando estos son en sentido de las manecillas del reloj (cw). En el último experimento, se realizan ambos tipos de movimientos bajo las mismas consideraciones.

Los movimientos efectuados se presentan a continuación:

Movimiento Lineal

1. Movimiento de 0.2m en el eje x positivo.
2. Movimiento de 0.2m en el eje x negativo.
3. Movimiento de 0.2m en el eje y positivo.
4. Movimiento de 0.2m en el eje y negativo.

Movimiento Rotacional

1. Rotación positiva de 90° en el *Yaw*.
2. Rotación negativa de 90° en el *Yaw*.

Combinación de Movimientos Lineales + Rotación Simultáneos

1. Movimiento de 0.2m en el eje x positivo de forma simultánea con una rotación positiva de 90° en el *Yaw*.

Los Movimientos Lineales realizados son medidos haciendo uso de una Mesa Graduada Experimental, la cual permite efectuar los desplazamientos delimitando la

dirección en la cual realizan el movimiento. Además, las mediciones son efectuadas de forma visual y tiene estructuras hechas con material de PLA en una impresora 3D que permiten delimitar el movimiento para evitar aumentar el error de forma involuntaria.

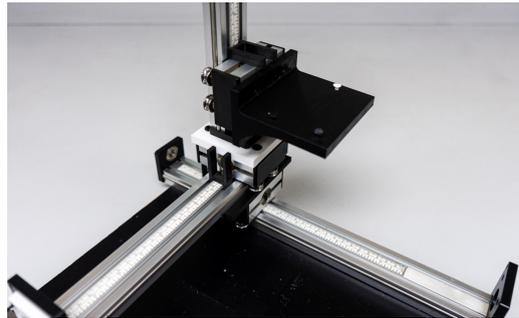


FIGURA 4.3: Mesa Graduada Experimental utilizada para la medición de los Movimientos Lineales. Esta mesa permite desplazamientos en los ejes x , y y z .

Para los movimientos Rotacionales, fue utilizada una Placa Rotacional que contiene 360° graduados marcando en blanco cada 90° . En esta placa es colocada la IMU y se delimita la rotación cada 90° para poder conocer la orientación del cuerpo. De igual forma que en la Mesa Experimental, esta fue realizada con material de PLA en una impresora 3D.

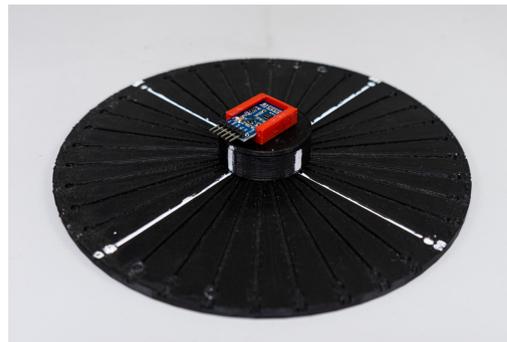


FIGURA 4.4: La Placa Rotacional Graduada, permite delimitar rotaciones de 90° . Es utilizada para medir los movimientos rotacionales.

Además, los datos de experimentación son obtenidos mediante un sistema de adquisición de datos FPGA MyRio de NI, donde la información que el IMU adquiere (aceleración, velocidad angular y fuerza de los campos magnéticos) es enviada a MyRio de NI y el cual es conectado a una computadora personal portátil modelo Asus TUF505 para el procesamiento y la visualización. En la computadora, se

desarrolló un programa de Instrumento Virtual en LabVIEW para implementar la metodología y tomar simultáneamente las muestras de datos de NIMyRio, como en la Fig. 4.6.



FIGURA 4.5: Panel Frontal del Instrumento Virtual en LabVIEW. Aquí se muestran las mediciones de Aceleración, Velocidad Angular, Orientación, Posición y Rumbo Magnético.

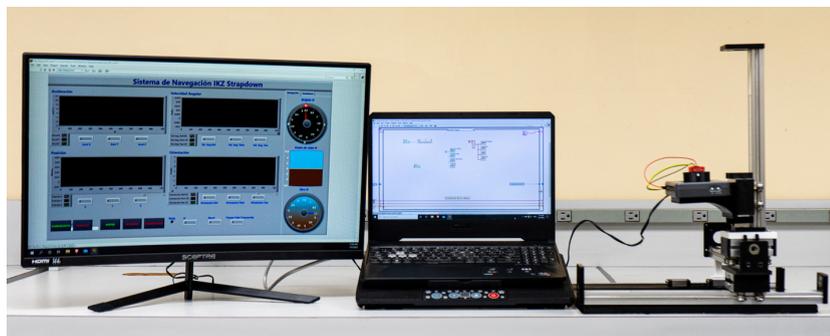


FIGURA 4.6: Equipo utilizado para la adquisición de datos y procesamiento. En la figura, se muestra como se pueden observar los experimentos realizados y resultados obtenidos.

Con la ayuda del NI MyRio, los datos capturados del acelerómetro y del magnetómetro se encuentran a una frecuencia de muestreo de 2 ms, los cuales en la metodología son considerados Δt . Para los datos leídos por el magnetómetro, las muestras se toman cada 10 ms. La diferencia en la frecuencia de muestreo entre el

magnetómetro y los otros dos sensores se debe a las especificaciones del fabricante del dispositivo y en el programa de LabVIEW, esta diferencia de intervalos de muestra es considerada durante el procesamiento y la aplicación de la metodología.

4.2. Resultados de las Mediciones de Posición y Orientación

Los gráficos presentados en esta sección, muestran las mediciones efectuados por el sistema. Aquí el sistema IKZ es comparado con la nueva metodología HIKZ. Cada eje está contenido en un gráfico de Matlab que muestra la posición inicial, el comportamiento del cuerpo durante el movimiento realizado y la posición final alcanzada. La metodología implementada de HIKZ es representada por una línea azul, mientras la metodología IKZ es representada por una línea verde. Las figuras también muestran una línea punteada de color rojo que representa el valor objetivo que cada experimento pretende alcanzar. Es importante tomar en cuenta que en los ejes donde no se realiza ningún movimiento, la línea punteada roja se encuentra en cero, ya que idealmente no debería haber alguna medición diferente a este valor.

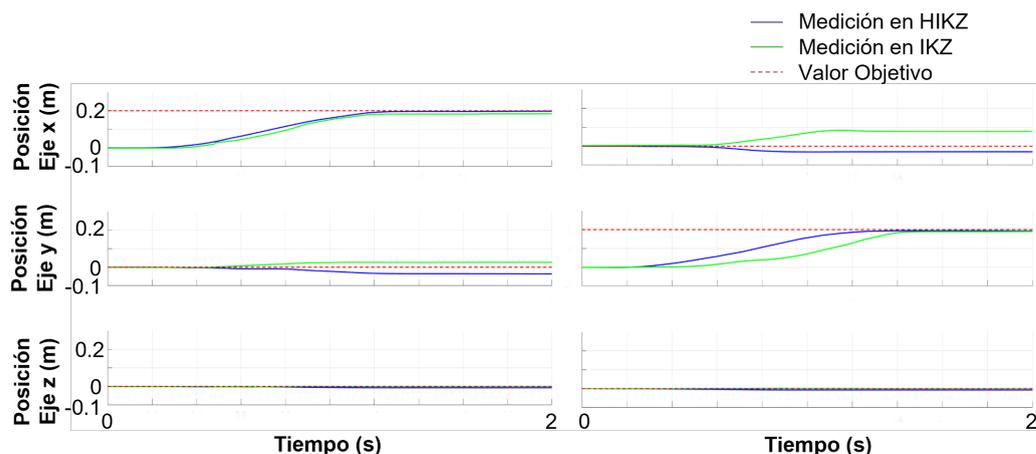


FIGURA 4.7: Desplazamientos realizados en el eje x positivo (izquierda) y el eje y positivo (derecha). Las figuras presentan la medición de 0.2m con HIKZ con un bajo error en el eje medido. Además, el sistema reduce los efectos del “drift” en los otros dos ejes donde no se realiza algún movimiento.

En la Fig. 4.7, se puede observar la disminución del error obtenida mediante el sistema HIKZ con respecto al sistema IKZ; esto se demuestra por como la línea azul que representa el sistema HIKZ, se acerca más a la línea roja que es el Valor Objetivo en comparación con respecto a la línea verde del sistema IKZ. Esto es algo que se presenta en ambos experimentos, sin embargo en el experimento del Movimiento Lineal en el eje y (derecho), se observa además que las mediciones en los ejes donde no hay movimiento (ejes x y z), existe una medición cercana al valor en comparación con el experimento del Movimiento Lineal en el eje x (izquierda). Es importante recordar que la medición debe permanecer con un valor cercano a cero en aquellos ejes donde no se realiza algún movimiento.

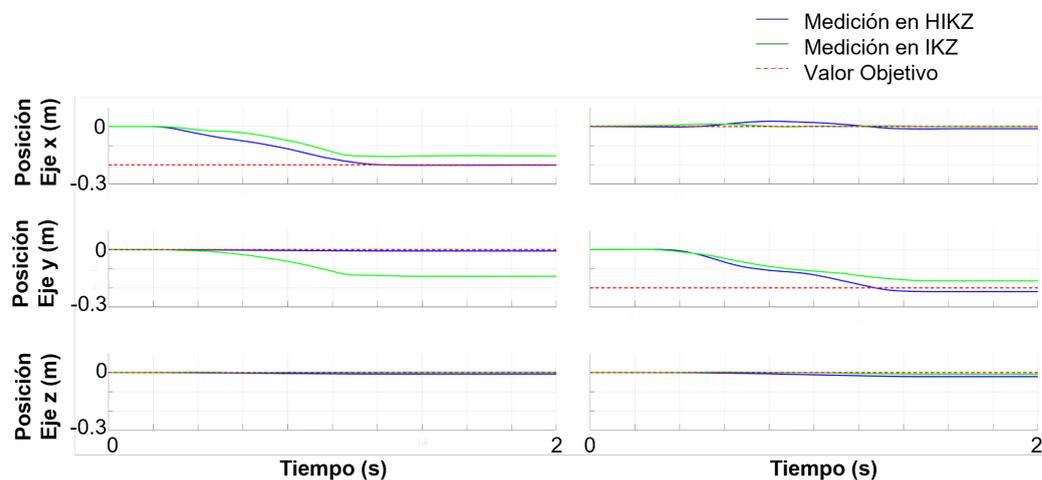


FIGURA 4.8: Desplazamientos ejecutados en el eje x negativo (izquierda) y el eje y negativo (derecha). La atenuación del “drift” disminuye el error del sistema para medir los desplazamientos lineales y proporciona la capacidad de mantener un valor de medición cercano a cero en el eje donde no se realiza movimiento.

En la Fig. 4.8, se puede ver como aún cuando los movimientos son en el mismo eje pero en dirección opuesta, las mediciones del movimiento siguen manteniendo un error menor en el sistema HIKZ comparados con las mediciones del sistema IKZ. Además, es posible observar como la prevalencia de un error cercano a cero en aquellos ejes donde no existe movimiento, se mantiene para el sistema HIKZ con respecto al sistema IKZ, principalmente en el mismo eje y como fue el caso del experimento en el movimiento Lineal en el eje x . Esto se observa al comparar las figuras del lado izquierdo en la Fig. 4.7 y la Fig. 4.8.

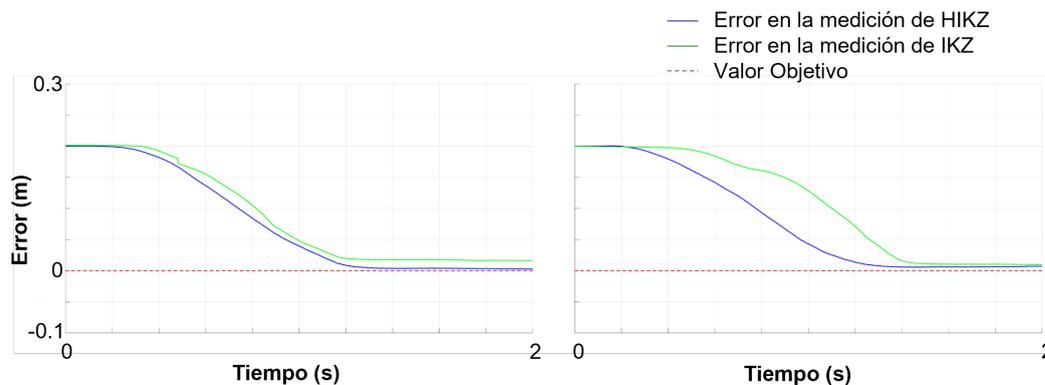


FIGURA 4.9: El sistema HIKZ proporciona una disminución del error en todo el movimiento. La medición del sistema HIKZ en el eje x positivo (izquierda) y el eje y (derecha) es congruente en ambos experimentos.

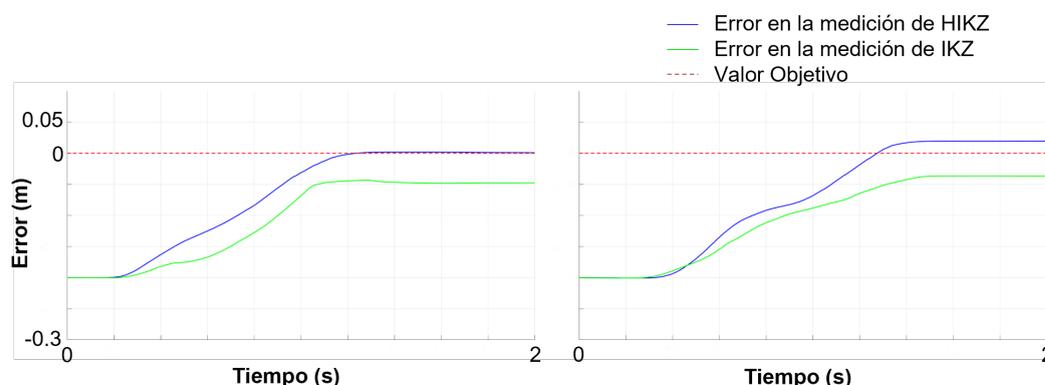


FIGURA 4.10: El error en el eje x negativo (izquierda) y el eje y (derecha) demuestra su capacidad para medir el movimiento. Conforme el sistema está bajo la influencia del “drift”, es posible observar cómo el sistema corrige la medición en el eje y negativo (derecha).

Al realizar un análisis del error de los experimentos previamente presentados, se puede observar en la Fig. 4.9 y la Fig. 4.10 una disminución del error en el sistema HIKZ con respecto al sistema IKZ. Esta disminución del error es mayor para los experimentos del Movimiento Lineal en dirección negativa para los ejes x y y como se muestra en la Fig. 4.10. Además, se puede observar la forma en que sigue el movimiento donde existe una mayor linealidad realizando la medición sin hacer una corrección considerable del movimiento.

Por otro lado, los experimentos en la Fig. 4.11 y la Fig. 4.12 presentan la mejora en la estabilidad y disminución del error como beneficios obtenidos mediante la adición del magnetómetro y la metodología de Orientación implementada que

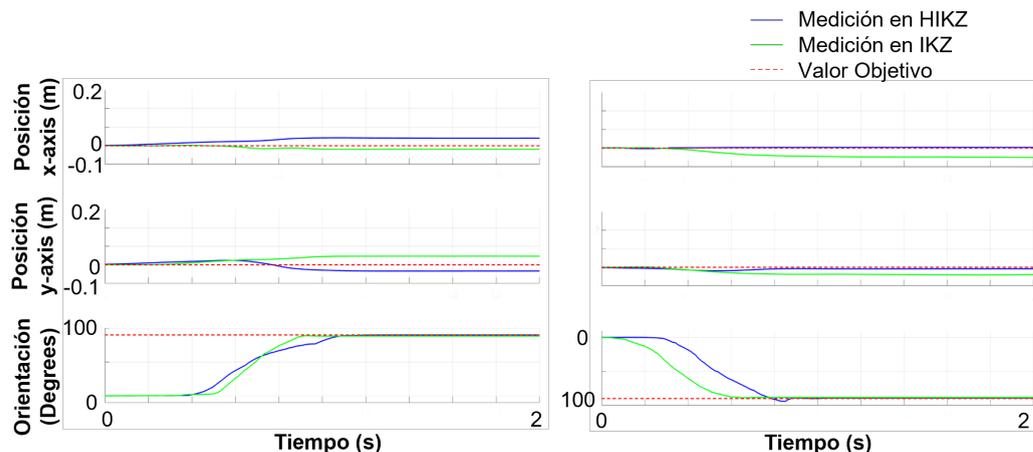


FIGURA 4.11: Movimiento rotacional de 90° en Yaw (izquierda) realizado con la IMU montada en la Placa de Medición Rotacional Fija y un movimiento rotacional de 90° en la dirección opuesta (derecha). En ambos casos, no se realizó ningún movimiento de desplazamiento lineal.

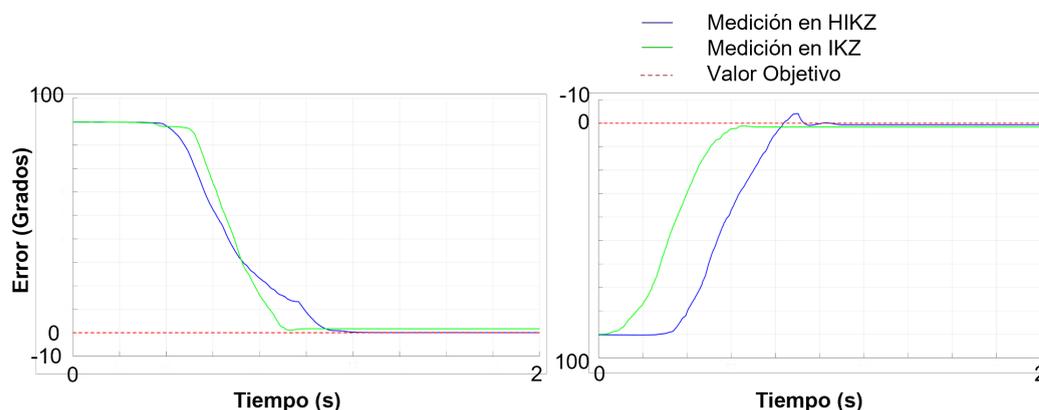


FIGURA 4.12: A la izquierda se presenta el error medido en el movimiento rotacional de lo que se considera como 90° positivos en *Yaw*, y a la derecha se muestra el error del movimiento rotacional de -90° en *Yaw*. En ambas imágenes se observa un rizo en la línea azul, que corresponde a la corrección realizada por la parte de orientación del sistema HIKZ.

fueron previamente presentados en las Subsecciones 2.2.5 y 3.2. Es importante recordar que esta disminución del error en *Yaw* permite a su vez reducir el impacto del “drift” en los ejes x y y , esto se puede apreciar en la medición cercana a cero para los ejes x y y como se observa en la Fig. 4.11. Principalmente en la Fig.4.12, se puede observar la corrección de Orientación presentado en la subsección 3.2, esta corrección es presentada como un rizo casi al final de la medición, el cual permite disminuir el error en la medición de HIKZ con respecto al sistema IKZ.

La propuesta metodológica de esta investigación, no sólo permite reducir el error en

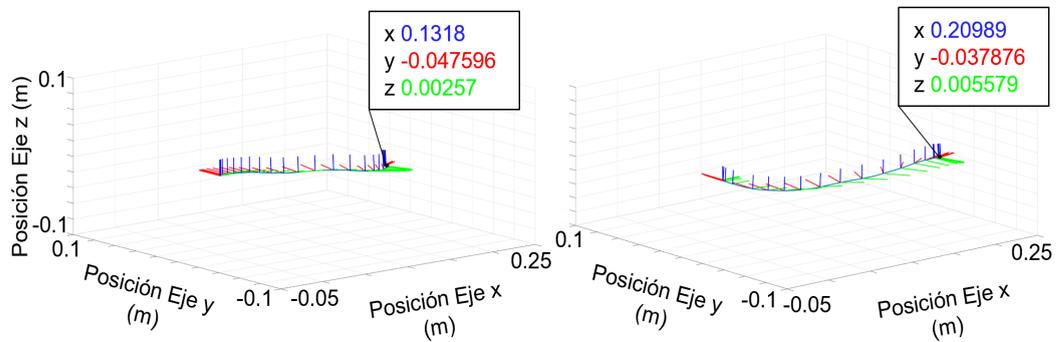


FIGURA 4.13: El experimento 7 presenta un Movimiento lineal simultáneo de 0.2m en el eje x y 90° en *Yaw*. A la izquierda se muestra el experimento del sistema IKZ, el cual tiene dificultades para medir la rotación completa y determinar el eje correcto donde se realiza el desplazamiento lineal. A la derecha se muestra la capacidad del sistema HIKZ para medir la rotación y el desplazamiento lineal simultáneamente con un error menor al del sistema IKZ.

las mediciones de posición y orientación, sino que además permite tomar mediciones haciendo combinaciones con estos movimientos. Por lo cual, la experimentación presentada en la Fig. 4.13, presenta una combinación con un movimiento lineal y uno rotacional realizados de forma simultánea.

TABLA 4.1: Comparación del error entre el sistema IKZ y el sistema HIKZ para cada uno de los experimentos realizados durante la investigación.

Eje	IKZ (m)	HIKZ (m)
Experimento 1 (X+)	0.2418	0.1132
Experimento 2 (X-)	0.4303	0.1282
Experimento 3 (Y+)	0.2656	0.1858
Experimento 4 (Y-)	0.3076	0.1074
Experimento 5 (Yaw+)	0.08733	0.0363
Experimento 6 (Yaw-)	0.0814	0.0341

Al comparar los movimientos, se puede observar al sistema HIKZ (derecha) que tiene un menor error en su medición del movimiento en el eje *x* con respecto a la medición del sistema IKZ (izquierda). Además, la medición en los ejes *y* y *z* donde se realiza algún movimiento permanecen con un valor cercano a cero. Por otro lado, la rotación de 90° presentada en *Yaw*, tiene una disminución del error en el sistema HIKZ (derecha), puesto que al compararse con la rotación del sistema IKZ (izquierda) se puede apreciar como los ejes *x* y *y*, representados con las líneas verde y roja respectivamente, efectúan la rotación. El sistema IKZ tuvo una medición

de 70° de los 90° efectuados por el sistema, mientras que el sistema HIKZ mide 84°.

Además, se realizó un análisis del RMSE para los Experimentos Lineales y Rotacionales. La disminución del error en las mediciones de cada uno de los experimentos es considerablemente mayor para el sistema HIKZ que en el sistema IKZ. La comparación de los RMSE es mostrada en la Tabla 4.2.

Adicionalmente, se presenta la capacidad del sistema HIKZ de poder realizar múltiples mediciones con un error bajo como se muestra en la Tabla 4.1 en comparación con la capacidad que tiene el sistema IKZ para lograr el error mostrado en la misma Tabla 4.1. En la Tabla 4.2 se puede ver dicha comparación.

TABLA 4.2: Aumento de la repetibilidad lograda por el sistema HIKZ comparada con el sistema de medición IKZ. Se presenta la confiabilidad del sistema para poder seguir tomando mediciones con un error bajo como el presentado en la investigación.

Eje	Mejora
Experimento 1 (X+)	20 %
Experimento 2 (X-)	15 %
Experimento 3 (Y+)	7.5 %
Experimento 4 (Y-)	20 %
Experimento 5 (Yaw+)	2.5 %
Experimento 6 (Yaw-)	7.5 %
Total	24.16 %

El sistema HIKZ posee una mayor confiabilidad en sus mediciones lineales y rotacionales que el sistema IKZ. Por lo cual sus mediciones de movimientos simultáneos obtienen mediciones con mayor precisión como se puede apreciar en la Fig. 4.13.

4.3. Experimentación para Monitoreo de Desplazamientos en Estructuras

Como complemento a el alcance de esta investigación, se implementa la medición del desplazamiento que realiza una estructura, la cual se encuentra sometida a vibraciones sísmicas. Por lo tanto, con el fin de mostrar la capacidad del sistema

para medir dichos desplazamiento, se elaboró una Mesa Vibradora, también conocida como “Shaking Table”, la cual realiza un movimiento sísmico oscilatorio que va hacia adelante y hacia atrás, simulando los movimientos ondulatorios de las Ondas Primarias (P-wave). La Mesa Vibradora simula los movimientos en un sólo eje el cual es paralelo al eje x de la IMU, de manera que la medición del sistema sea congruente con la dirección y orientación del movimiento.

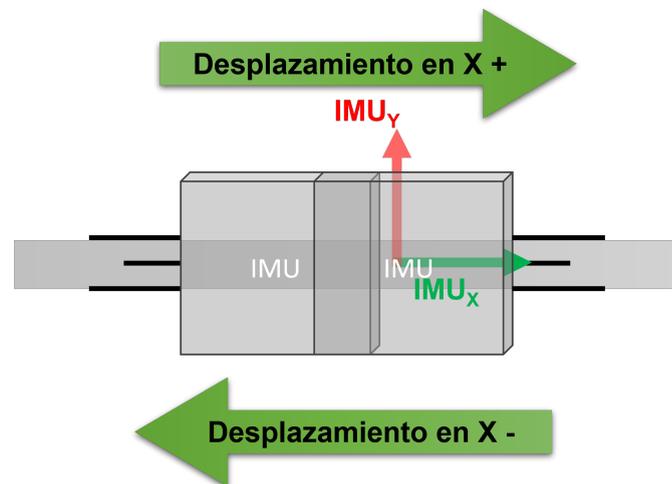


FIGURA 4.14: Desplazamiento oscilatorio efectuado en el eje x . El IMU montado sobre la estructura, es paralela al eje x de la estructura, de manera que se puedan considerar los desplazamientos realizados en dicho eje.

Los experimentos a realizar en la Mesa Vibradora, son movimientos ya definidos donde se puede medir el desplazamiento ejecutado, así como también se ha de determinar la frecuencia de oscilación. Por lo cual, los experimentos implementados fueron 5 movimientos como se muestran a continuación.

1. Movimiento de 4.87Hz en el *eje x*.
2. Movimiento de 6.25Hz en el *eje x*.
3. Movimiento de 6.94Hz en el *eje x*.
4. Movimiento de 7.81Hz en el *eje x*.
5. Movimiento de 8.92Hz en el *eje x*.

La selección de las frecuencias tiene su fundamento en el rango de frecuencias más observadas en movimientos sísmicos registrados en los últimos años, además se

considera la duración que estos tuvieron para llevarlo a cabo en la experimentación [Aydán \[2022\]](#), [Schwardt et al. \[2022\]](#), [Towhata \[2008\]](#).

La Mesa Vibradora es desarrollada tomando en cuenta las consideraciones previamente mencionadas. Por lo cual, esta se encuentra conformada por un motor a pasos NEMA de dos fases el cual ha de mover una plataforma donde se encuentra instalada la estructura que representa a un edificio. Dicha estructura es de dos grados de libertad con el fin de poder obtener un desplazamiento que pueda ser medido con el equipo presentado pero que no tenga más grados de libertad que pudieran agregar desplazamientos y vibraciones indeseadas al sistema.



FIGURA 4.15: Mesa Vibradora y Estructura con la IMU. Esta estructura permite al sistema realizar los desplazamientos que puedan ser suficientemente grandes para poder ser medidos y diferenciar cada uno de los resultados.

Este motor es controlado con un programa en arduino utilizando una placa controladora ELEGOO UNO R3, donde el programa se esta desplazando en una dirección y de regreso, moviéndose la misma distancia de pasos del motor y a una velocidad determinada por la frecuencia establecida para el experimento.

En la Fig. [4.16](#), se muestra la vista de la cámara para poder ver los movimientos de la estructura. Se toma como referencia la IMU, la cual además tiene un apuntador para poder definir en que posición esta con respecto a la tabla graduada. El valor inicial en todos los experimentos es cero, además el movimiento se realiza a la frecuencia mencionada durante 5 segundos y posteriormente el sistema se detiene para mantenerlo los siguientes 5 segundos en estado estable para comparación.

Para comparar los movimientos medidos con el sistema y el desplazamiento real realizado por la Mesa Vibradora, los movimientos se registran con una cámara lenta de 12 MP, una apertura de $f/1.6$ con una configuración de video amplio de 26 mm de 1080p@120fps. Por lo tanto, los datos experimentales medidos por la IMU (aceleración) se adquieren con un MyRio de NI, y se conecta a la computadora personal portátil Asus TUF505 para el procesamiento y la visualización. En la computadora, se desarrolló un programa de Instrumento Virtual en LabVIEW con el cual se puede implementar la metodología y tomar simultáneamente muestras de datos de NIMyRio.

4.4. Mediciones de Desplazamiento en Estructura bajo Vibraciones Sísmicas

Como complemento a el alcance de esta investigación, se implementan los resultados de la experimentación correspondiente a las mediciones de una estructura que se encuentra sometida a vibraciones sísmicas. Esta experimentación es presentada en dos etapas: análisis de la frecuencia de la señal y análisis del desplazamiento. Al buscar validar las mediciones de desplazamiento, se somete a la estructura a diferentes frecuencias de movimiento de manera que se puedan medir los desplazamientos efectuados a la frecuencia en que se realizan.

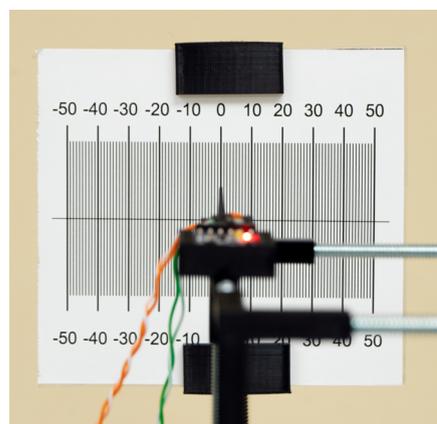


FIGURA 4.16: El movimiento de la IMU es medido utilizando una tabla graduada en milímetros y posicionada sobre la parte superior de la estructura. De esta manera se registran los desplazamientos realizados por la estructura.

Por lo tanto, se comparan los desplazamientos calculados con la metodología con los desplazamientos reales realizados por la Mesa Vibradora.

4.4.1. Análisis de la Señal

Los datos son adquiridos con el dispositivo de adquisición de datos de MyRio, de manera que una vez que estos son obtenidos durante la experimentación, es posible calcular la Frecuencia Dominante de los movimientos en cada uno de los experimentos realizados, es decir, la frecuencia a la cual se estima esta ocurriendo el movimiento. El sistema identifica una frecuencia la cual sea congruente con el movimiento de la estructura y posteriormente esta se atenúan aquellas frecuencias que no se encuentren relacionadas y que son resultantes de la Mesa Vibradora y otras fuentes externas [Chen et al. \[2019\]](#), [Shi et al. \[2012\]](#).

Por lo cual, se realiza un Espectro de Potencia para poder observar la frecuencia medida en cada uno de los experimentos como se muestra a continuación.

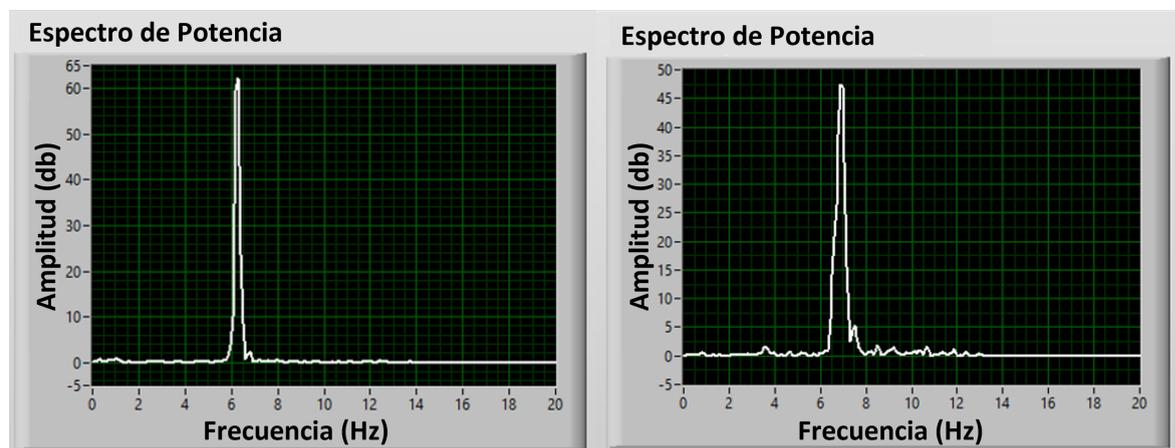


FIGURA 4.17: Frecuencia medida para el movimiento sísmico que oscila a 6.25Hz (izquierda) y 6.94Hz(derecha).

En la Fig. 4.17, se presentan las frecuencias registradas para los esperimentos 1 y 2, mientras que en la Fig. 4.18 se muestran las frecuencias observadas por el sistema para los experimentos 3 y 4 que se encuentran a mayor frecuencia. De esta manera es posible identificar la Frecuencia Dominante medida en cada experimento y atenuar aquellas frecuencias externas que fueron detectadas durante la

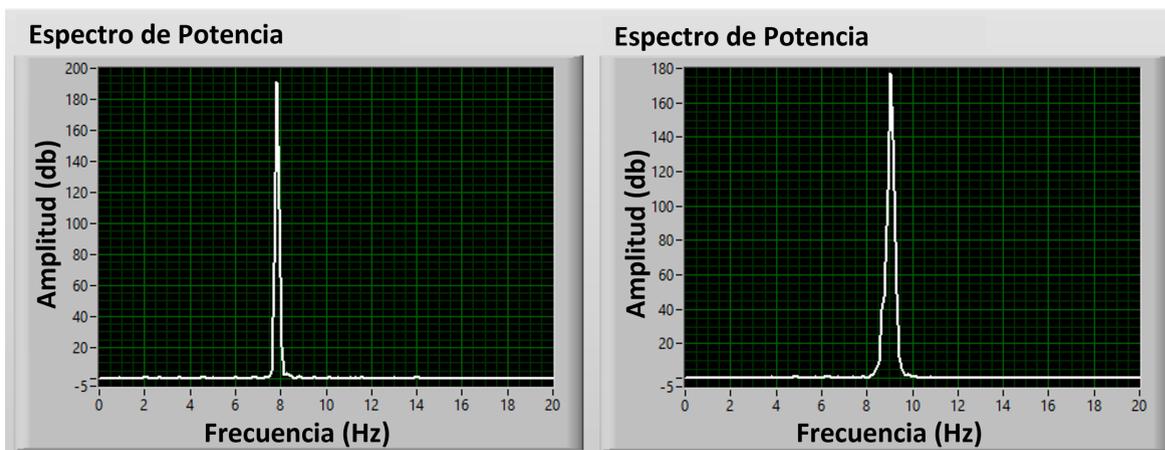


FIGURA 4.18: Frecuencia medida para el movimiento sísmico que oscila a 7.81Hz (izquierda) y 8.92Hz(derecha).

experimentación. Los resultados obtenidos, son registrados en la Tabla presentada a continuación.

TABLA 4.3: Error Relativo Porcentual y RMSE del análisis Relativo de la Frecuencia utilizando los datos obtenidos de las experimentaciones.

Frecuencia Experimental (Hz)	Frecuencia del Sistema (Hz)	Error Relativo Porcentual
6.25	6.2546	1.33 %
6.94	6.9527	1.74 %
7.81	7.88367	0.49 %
8.92	8.9375	1.004 %
	Todos	1.14 %
	RMSE	0.088

Al implementar un filtro Chebyshev a cada una de las señales en las experimentación, el sistema únicamente ha de utilizar los datos en la frecuencia mencionada para calcular los desplazamientos realizados en la Mesa Vibradora. Los datos que se presentan en la Tabla 4.3, muestran el Error Porcentual Relativo calculado en la frecuencia medida. En la Tabla 4.3, la columna de Frecuencia del Sistema presenta la media de todas las frecuencias medidas para cada uno de los cuatro experimentos que fueron realizados. Por otro lado, la última columna del lado derecho, muestra el Error Porcentual Relativo de todos los experimentos para cada caso. En los cuatro experimentos, el Error Porcentual Relativo demuestra que el valor medido

es cercano a la frecuencia y además este posee un RMSE de 0.088mm, lo que demuestra el bajo error del sistema para determinar la frecuencia de movimiento en la cual la estructura está realizando los desplazamientos.

Con esta información, se muestra como el sistema es capaz de monitorear las diferentes excitaciones en una estructura producidas por vibraciones sísmicas y que puede atenuar aquellas producidas por elementos externos. Como resultado, el sistema puede seguir con un bajo error los movimientos producidos por la Mesa Vibradora, demostrando que los desplazamientos medidos son congruentes con los movimientos que ocurrieron en una estructura.

4.4.2. Mediciones del Desplazamiento

Dado que el sistema puede calcular la frecuencia de los movimientos realizados por la Mesa Vibradora, se realiza un análisis para conocer la longitud de los desplazamientos que el sistema utilizó. Para ello, se toman las muestras obtenidas durante la experimentación y posteriormente son procesadas haciendo uso de los datos que se encuentran en la Frecuencia Dominante, de manera que se calculen y normalicen los desplazamientos. Posteriormente, estos desplazamientos calculados son comparados con los desplazamientos reales para evaluar el error. Este análisis es presentado en las figuras mostradas a continuación.

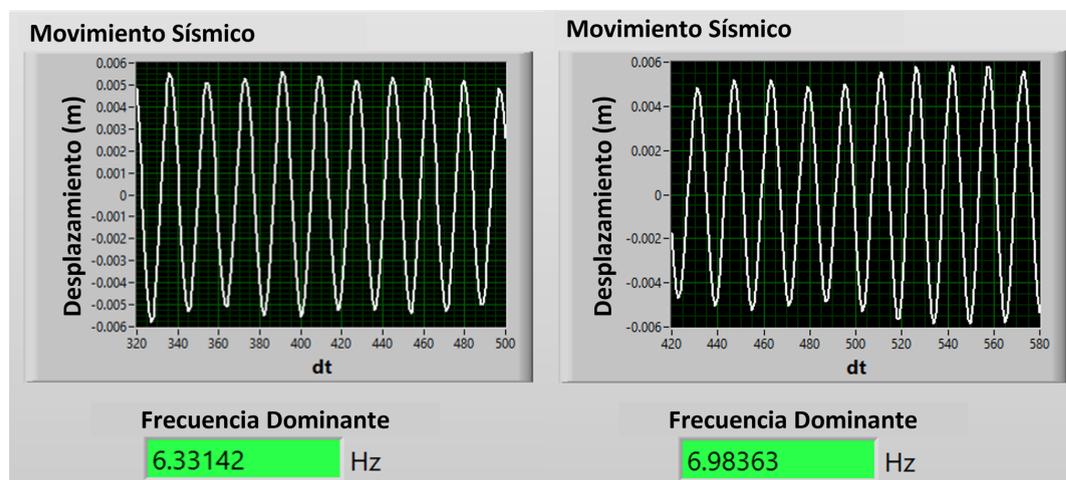


FIGURA 4.19: Desplazamiento Total y Frecuencia medida para un movimiento en el eje x a 6.25Hz (izquierda) y a 6.94Hz (derecha).

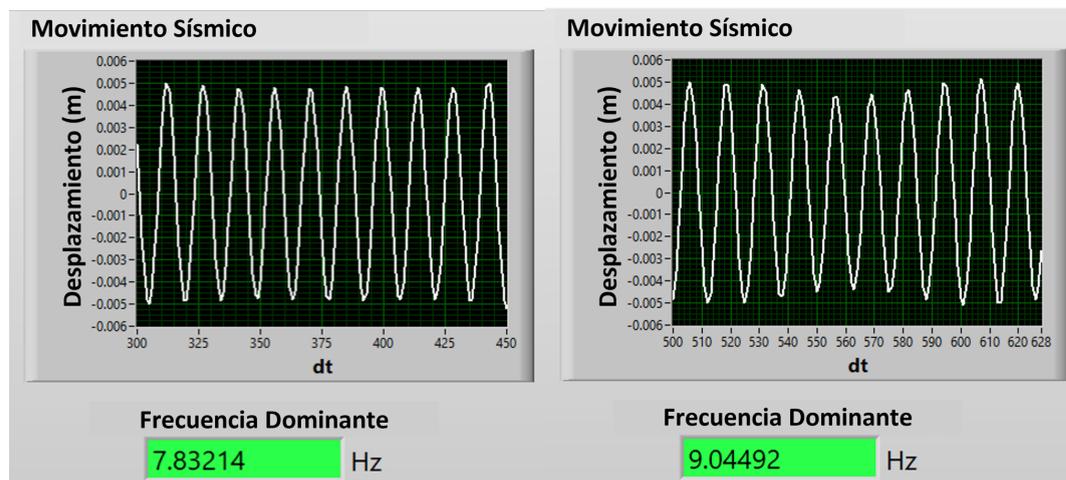


FIGURA 4.20: Desplazamiento Total y Frecuencia medida para un movimiento en el eje x a 7.81Hz (izquierda) y a 8.92Hz (derecha).

En la Fig. 4.19 y la Fig.4.20 se muestran los cuatro tipos de frecuencia de movimiento que fueron realizados por la Mesa Vibradora. Dado que el experimento simula un movimiento de onda sísmica primaria “P-wave” en una estructura, la medición del sistema considera el Desplazamiento Total como la amplitud en un ciclo completo. Es decir, que el desplazamiento efectuado se considera como el ciclo completo en la onda presentada en la Fig. 4.19 y la Fig.4.20. Este ciclo completo es el desplazamiento que hace la estructura al moverse en una dirección y regresar al punto de origen.

En la Tabla 4.4, son presentados los datos registrados de los experimentos efectuados después de ser procesados. Aquí se puede observar los desplazamientos que hizo la estructura, los desplazamientos medidos por el sistema y el valor del Error Relativo Porcentual.

TABLA 4.4: Error Relativo Porcentual del Análisis del Desplazamiento Medido.

Frecuencia del Experimento (Hz)	Desplazamiento de la Estructura (mm)	Desplazamiento Medido por el Sistema (mm)	Error Relativo Porcentual
6.25	11.6000	11.8851	2.0132 %
6.94	11.3000	11.6923	2.6201 %
7.81	10.9000	11.6555	6.1587 %
8.92	10.4000	10.4712	0.5712 %
		RMSE	0.4092

En la Tabla 4.4, se muestra cómo el sistema es capaz de seguir el comportamiento del movimiento con un RMSE de 0.4092mm para demostrar la exactitud en la mayoría de los movimientos efectuados. Por lo tanto, se observa un incremento en el Error Porcentual Relativo de la frecuencia de 7.81Hz. Esto se debe a la diferencia en el desplazamiento entre el experimento a una frecuencia de 6.25Hz y 6.94Hz en comparación con los otros experimentos. Por lo tanto, en los cuatro experimentos, el sistema muestra su capacidad para calcular con precisión el desplazamiento de una estructura bajo movimientos vibratorios sísmicos.

Es importante destacar en la Tabla 4.4, que a medida que la frecuencia de la oscilación aumenta, el Desplazamiento Total disminuye. La razón de esto es porque la Mesa Vibradora necesita adaptarse a los movimientos seleccionados, lo que reduce el desplazamiento para realizar las oscilaciones requeridas para cada frecuencia de experimento. Esto es importante detectarlo en las mediciones para validar los resultados en el sistema.

Estas mediciones presentadas, demuestran la capacidades del sistema para poder medir desplazamientos en ambientes no controlados diferentes a los de la subsección 4.1. Esto muestra como el sistema es capaz de adaptarse a diferentes ambientes de manera que puede implementarse para poder realizar mediciones en ambientes cerrados.

Capítulo 5

Conclusiones

En la investigación presentada, se describe una metodología de navegación inercial strapdown para disminuir el error en la medición de posición y orientación debido a la influencia del “drift”. Si bien, la investigación da continuidad a los atributos establecidos por la metodología IKZ, el sistema HIKZ implementa nuevas técnicas para la reducción del error e introduce una propuesta que atenúa el efecto del “drift”, permitiendo tener mediciones con mayor exactitud. Además, la implementación permite hacer mediciones de movimientos lineales y rotacionales que ocurren simultáneamente, logrando obtener estimaciones de posición y orientación con un RMSE de 0.8928mm.

En esta metodología, el sistema de navegación inercial en configuración strapdown, realiza la fusión del magnetómetro con el acelerómetro y giroscopio para complementar las mediciones que estos sensores ya realizaban. Para ello se adquiere la señal de intensidad del campo magnético proveniente de este instrumento y se procesa mediante un filtro Chebyshev para atenuar las señales externas que están adheridas a la salida del magnetómetro. Posteriormente, estas señales son acondicionadas a la terna de navegación *n-frame* y se calcula para poder obtener el rumbo del magnetómetro H_c . Este rumbo H_c es integrado al sistema de navegación inercial corrigiendo las mediciones en *Yaw* cuando la medición de orientación en dicho ángulo empieza incrementar el error por causa del “drift”. Al realizar la implementación de esta metodología, no solo se logra disminuir el error en *Yaw*,

sino que consecuentemente se disminuye la diferencia entre el valor medido y el valor real de la estimación de la posición en los ejes x y y . La implementación del filtro Chebyshev para atenuar el ruido en la señal del magnetómetro y la metodología de corrección mejoran la medida del Heading en el sistema con un RMSE de 0.8928mm.

Por otro lado, se realiza la implementación del algoritmo de corrección ZVOB como metodología para estimar si un cuerpo se encuentra en una etapa de movimiento o no, utilizando información de muestras de movimientos pasadas. Este algoritmo toma las muestras para determinar un umbral donde se establezca cuando hay un movimiento o si este se encuentra en reposo, iniciando o finalizando. Una vez establecido el umbral, se determina si se considera la velocidad medida o si esta tendrá un valor igual a cero.

El sistema permite realizar mediciones en aplicaciones portátiles o interiores donde las limitaciones de espacio pueden limitar a otros equipos. Esto le da las ventajas para realizar mediciones sin depender de sistemas externos como lo son cámaras, sistemas láser, señales GNSS, entre otros. Estos a pesar de sus ventajas pueden verse limitados por cuestiones de espacio, de iluminación y obstrucciones de la señal en el ambiente que les rodea. Además, sigue siendo una opción de orientación para sistemas autónomos no tripulados los cuales requieren de retroalimentación para continuar su navegación o sistemas que implementan capacidades de posición y orientación como es el caso de dispositivos personales como teléfonos inteligentes, tabletas y algunos dispositivos de videojuegos. Por lo tanto, HIKZ proporciona de forma autónoma información para localización de la posición y orientación disminuyendo el error en un 42.78 %.

Dando seguimiento a los objetivos específicos que se buscaron perseguir en esta investigación se tiene lo siguiente;

- Se logró una disminución del efecto del “drift” en el sistema, de manera que el error de medición fue reducido a la mitad para posición y orientación. Además aumentó la repetibilidad del sistema para realizar mediciones confiables en un 24.16 %.

- El sistema HIKZ realiza predicciones de la posición y orientación en un cuerpo el cual realiza movimientos lineales y rotacionales de manera simultánea. Por lo cual es posible hacer estudios con cuerpos en un ambiente de navegación no controlado y poder seguir su trayectoria.
- El sistema IKZ trabaja con LabVIEW y Matlab para hacer la adquisición de datos y procesarlos respectivamente. Ahora el sistema HIKZ trabaja únicamente en LabVIEW, donde el ambiente permite tomar muestras y procesarlas una vez que son adquiridas. De manera que se pueden seguir los movimientos del cuerpo de estudio con una diferencia de tiempo corta con respecto al instante en que estos suceden.
- Se realizó la experimentación con sensores inerciales diferentes a la IMU MPU-9255, como lo fue el caso del acelerómetro de NI DAQ, disminuyendo en 16.67% y logrando que pueda predecir la dirección en la cual se dirige el cuerpo en un 8.87%. Esto a su vez llevó a la implementación del magnetómetro como propuesta para poder disminuir los errores de medición en la orientación en *Yaw* que a su vez afectan a la medición de posición en los ejes x y y .
- En las subsecciones 2.2.3.3 son implementadas las ecuaciones de navegación para que la señal del magnetómetro pueda estar en la terna de navegación *n-frame*. Además, en la subsección 2.2.5 se presentan los cálculos para la obtención del rumbo del magnetómetro.
- En la subsección 2.3.1.3, se presenta el filtro Chebyshev y se describe su implementación en el sistema para atenuar el ruido de la señal del magnetómetro.
- En la subsección 3.2 se muestra la integración del magnetómetro como referencia absoluta al sistema de navegación inercial, explicando como realizar la corrección del rumbo en la orientación de *Yaw* y cuando hacer dicho proceso.

- En la subsección 3.1, se presenta el algoritmo ZVOB, el cual disminuye las restricciones del algoritmo ZUPT. Al determinar cuando el cuerpo se encuentra en movimiento, se selecciona según las condiciones establecidas cual es la velocidad que lleva el cuerpo, logrando así que el sistema pueda mejorar las mediciones de posición.
- En el capítulo 4, es presentada la experimentación realizada con el sistema HIKZ y sus mejoras con respecto al sistema IKZ. Estas mejoras son presentadas con las mediciones del error RMSE y la medición de la capacidad hacer múltiples mediciones con un RMSE de 0.8928mm, así como gráficas que muestran el comportamiento de ambos sistemas mientras se realizan los movimientos.
- El sistema fue adaptado para poder realizar el monitoreo de un Sistema de Salud Estructural (SHM). Este sistema es capaz de medir los desplazamientos que una estructura puede realizar cuando es sometida a movimientos debido a un sismo. Esto se presentó en la subsección 3.4
- Para el Sistema de Salud Estructural, fue desarrollada una mesa conocida como “Mesa Vibratoria”. Esta puede hacer desplazamientos en un solo eje, los cuales se efectúan a diferentes frecuencias como se presentó en la subsección 4.3. La mesa permite montar una IMU sobre la estructura a la cual se han de realizar mediciones.
- Los experimentos para poder validar la capacidad de monitoreo en un Sistema de Salud Estructural, fueron presentados en la subsección 4.4. Aquí se puede ver la capacidad para identificar la frecuencia del movimiento y poder calcular el desplazamiento que la estructura realizó.

Si bien, este sistema puede seguir incrementando su capacidad para medir posición y orientación, se puede trabajar persiguiendo objetivos específicos. El sistema aún requiere reducir el error al determinar posición en un eje paralelo a la gravedad. Además, para el Sistema de Monitoreo Estructural se requiere validar las mediciones en diferentes ejes y continuar con el análisis de la frecuencia.

Es posible considerar la implementación de anidar sensores para mejorar las capacidades del sistema así como el trabajar en conjunto con cámaras para complementar y disminuir el error en las mediciones del sistema. El sistema tiene la capacidad de adaptarse a diferentes entornos y poder ser apoyado con la información de otros sistemas de medición sean inerciales o no.

Capítulo 6

Apéndice de Productos

Heliyon 9 (2023) e13863



Research article



Determination of trajectories using IKZ/CF inertial navigation: Methodological proposal

Moises J. Castro-Toscano ^a, Jorge Alejandro Valdez-Rodríguez ^a,
 Julio C. Rodríguez-Quiñonez ^{a,*}, Wendy Flores-Fuentes ^a, Oleg Sergiyenko ^b,
 Gabriel Trujillo-Hernández ^a, Oscar Real-Moreno ^a

^a Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Blvd. Herito Juárez, S/N, Mexicali, 21280, Baja California, Mexico

^b Instituto de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Calle de la Normal S/N, Col. Insurgentes Rta, Mexicali, 21100, Baja California, Mexico

ARTICLE INFO

Keywords:

Navigation
 Trajectory tracking
 Localization
 Inertial navigation systems
 Micro-electromechanical systems

ABSTRACT

Nowadays, there are different methods used in the autonomous navigation task; current solutions include inertial navigation systems (INS). However, these systems present drift errors that are attenuated by the integration of absolute reference systems such as GPS, and antennas, among others. Consequently, few works concentrate efforts on developing a methodology to reduce drift errors in INS due to the widespread practice of incorporating absolute references into their systems. However, absolute references must be placed beforehand, which is not always possible. This work presents an improvement on our methodological proposal IKZ for tracking and localization of moving objects by integrating a complementary filter (CF).

The main contribution of this paper is the methodological proposal in the integration between IKZ and CF, maintaining the restrictive properties to the drift error and significantly improving the handling characteristics of the system in real applications. Furthermore, the IKZ/CF was tested with raw data from an MPU-9255 in order to analyze the results between tests.

1. Introduction

Autonomous navigation has been a relevant topic in the research and engineering areas in the past decade [1]. The increased interest in autonomous navigation has been due to the constant evolution of technology, allowing the creation of smaller and lighter devices with better processing capacities [2]. Consequently, electronic industries have developed intelligent devices which integrate navigation systems such as cellphones, tablets, computers, domestic robots, and drones, especially in the automotive industry, which tends to the electrification of vehicles and a natural evolution of intelligent and autonomous transport [3]. Autonomous navigation objective is to transport objects without requiring pilots, remote commands, or special infrastructure that allows technical operators to guide the trajectory to complete it [4]. For autonomous navigation success, the main task is the constant and precise determination of the mobile object's position and orientation [5].

Nowadays, there are particular solutions to obtain the position and orientation of moving objects, such as global positioning systems (GPS) [6], networks of radio-transmitting stations (antennas) [7], sound propagation or bounce signal (SONAR) [8], and

* Corresponding author.

E-mail address: julio.rodriguez81@uabc.edu.mx (J.C. Rodríguez-Quiñonez).

<https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e13863>

Received 1 November 2022; Received in revised form 13 February 2023; Accepted 14 February 2023

Available online 23 February 2023

2405-8440/© 2023 The Author(s). Published by Elsevier Ltd. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

artificial vision systems (cameræ) [9], among others. However, any of these solutions individually fail to complete the goals of autonomous navigation tasks. Therefore, different methods are currently applied in the autonomous navigation task, which uses complex multiple sensors systems for data fusion [10]. Among the existing position and orientation determination combinations, inertial navigation systems (INS) stand out [11], which are usually integrated by accelerometers and gyroscopes, known as inertial measurement units (IMU). Due to technological advances in Microelectromechanical systems, smaller, lighter and inexpensive inertial sensors have been developed, increasing their use in autonomous navigation tasks [12]. However, it is known that inertial systems have high noise, dynamic biases, and drift errors, so when combined with absolute reference systems (GPS, antennas, among others) the INS errors are attenuated [13]. Consequently, few works concentrate efforts on developing a methodology to reduce drift errors in INS due to the widespread practice of embedding absolute references to their systems; as a result, complex multiple sensor systems for data fusion are implemented, using higher computational cost, processing power, and energy consumption. Also, consider the disadvantage of integrating multiple sensors, such as data timings and high cost implementation. Additionally, absolute references must be placed beforehand, which is not always possible, e.g., installation of radio-transmitting stations in inaccessible places, specific visual references (colors, geometric, targets) for cameras, or GPS for undergrounds task.

Therefore, this work presents an improvement on our proposed IKZ methodology for trajectory, position, and orientation tracking in mobile objects by integrating a complementary filter (CF), where its contribution will maintain the restrictive properties to the drift error and significantly improving the handling characteristics of the system in real applications; as a result, the following characteristics are obtained:

- Determination of trajectory and orientation with restrictive property to the drift error.
- Initial orientations in uncontrolled environments (irregular surfaces).
- Prevent mismatch between the orientation of the observer and the inertial body (INS measurements).

The proposed IKZ methodology integrates an inertial system IMU (accelerometer and gyroscope), an estimation algorithm (Kalman filter) for white noise attenuation of the inertial sensors, and update algorithms (ZUPT and ZARUT) for the detection of inert moments in the system; throughout the manuscript, a depth description of IKZ methodology will be addressed. In addition, the configuration between our methodological proposal and the complementary filter (IKZ/CF) is presented, considering its contributions to the methodological proposal where the IKZ methodology set the initial variables to zero due to the controlled conditions. However, by incorporating the CF in our IKZ proposal, the values in the initial variables are calculated from the beginning, which is used to solve drift problems on the orientation estimations by complementing Euler angles calculation using earth's gravitational force (as absolute references).

The manuscript is organized as follows. Section 2 presents a description of the IKZ methodology and its particular limitations, while section 3 describes the complementary filter's (CF) equations, advantages, and considerations for use. In addition, the methodological proposal for integration between IKZ/CF is presented. Section 4 describes the experimentation performed, which is carried out with raw data of an IMU MPU-9255 in order to analyze the methodological proposal IKZ/CF results and their feasibility in real applications. Finally, section 5 presents and discusses the results obtained from the experimentation, while the conclusions of the methodological proposal for integration of IKZ/CF are presented in section 6.

2. Trajectory tracking, IKZ methodology

Inertial navigation systems (INS) calculate the position and orientation of moving objects in a three-dimensional space through the body's inertial information [14]. In particular, the INS uses inertial measurement units (IMU) to measure the inertial effects (translations or rotations) that the system is exposed to [15]. Commercial IMUs are commonly composed of sensors, such as accelerometers, gyroscopes, magnetometers, and temperature sensors; however, it mainly works with accelerometers and gyroscopes [16]. Originally the INS was built by mechanical pieces, which made them delicate and expensive to build; thanks to technological advances, these sensors have been constructed as micro-electromechanical systems, which consist of mobile mechanical parts in the size range from 1 to 100 micrometers, resulting in smaller, and lighter IMUs with a lower cost of construction [17].

The INS uses the inertial principle, which describes that a body is subject to physical effects on every velocity and direction change that can be measured. Therefore, a mobile body's position and orientation can be calculated using Newton's laws [18]. Even so, INS has limitations in real practice, such as high measurement noise and dynamic bias, due to the physical construction characteristics of MEMS. Another significant limitation is the inertial navigation equations, which generate a cumulative error over extended periods; this is well-known as drift error [19]. The drift error occurs due to the natural solution of the navigation equations, which use numerical integration methods to approximate the result in a time differential, these errors are used as feedback in subsequent interactions, increasing the error exponentially over long periods [16].

As an initial solution, the methodology IKZ for tracking trajectories was proposed based on the inertial navigation equations, a Kalman filter, and update algorithms (ZUPT and ZARUT) [20]. The IKZ experimental results showed a robust system to drift error and improved system trajectory definition. This is due to the Kalman filter that reduces white noise, which occurs randomly in the inertial measurements, and the update algorithms which determine inert stages as zero translation moment on the accelerometer defined as "stance" and zero angular velocity "still phase" in the gyroscope, which reduces false movements detection in position and orientation of the moving object. The models and mathematical equations used in the IKZ methodology are described below.

2.1. Inertial navigation equations

Usually, the IMUs used in the INS task are located in the center of mass of the mobile object, allowing the IMU to be aligned with the object axes [21]. Therefore, the measurements related to the acceleration and angular velocity of the moving object will be in a body reference frame (b-frame); however, the body references must be changed to a coordinate navigation system (n-frame) defined as a global frame of the observer's view with origin at the mobile object initial position [22]. The relation between b-frame and n-frame is described by a direction cosine matrix (DCM), which depends on the body rotations expressed by the Euler angles (ϕ, θ, ψ) . A rotation matrix describes every rotation in the mobile object orientation to an Euler angle [23]; as a consequence, the multiplication of the rotation matrix C_ϕ, C_θ , y C_ψ define the changes in body rotation:

$$C_n^b = C_\psi \cdot C_\theta \cdot C_\phi \tag{1}$$

$$C_n^b = (C_n^b)^T \tag{2}$$

Equation (2) describes the change from the b-frame (body coordinate) to the n-frame (navigation coordinate) using the direct gyroscope measurements of the IMU. The attitude or orientation vector is calculated from the angular velocities measured by the gyroscope (ω_b), and these velocities are in b-frame coordinate systems being necessary for the change to n-frame, as shown below:

$$\omega_n = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T = C_{n/i}^b \cdot \omega_b = C_{n/i}^b \cdot [p, q, r]^T \tag{3}$$

As is shown in equation (3), $[p, q, r]^T$ describe the angular velocities measured by the gyroscope in a body coordinate (b-frame), $C_{n/i}^b$ is the rotation matrix which describes the relation between body and navigation coordinates using the inertial measurements, $[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ is the angular velocity vector in a coordinate navigation system (n-frame); for an extended explanation consult [22]. Once the angular velocity has changed to n-frame (ω_n) the orientation vector is calculated using a cumulative algorithm (numerical integral), where the orientation variable requires initial conditions, generally set to zero, and previous values ($n - 1$), as shown in equation (4):

$$\alpha_n(n) = \int_{[n-1]}^{[n]} \omega_n dt \approx \alpha_n[n-1] + \omega_n[n]\Delta t \tag{4}$$

Orientation vector $\alpha_n(n)$ stores the rotation information of the moving object to the n-frame. Therefore $\alpha_n(n)$ updates the rotation matrix in equation (1) with the Euler angles, which will be used to calculate the velocity and position of the inertial system [24]. In an ideal case, the velocity and position vectors can be calculated using the first and second numerical integrals to the acceleration value of the moving object. However, the accelerometer is exposed to external forces that affect the velocity and position calculation. Consequently, the navigation equations subtract these effects in the following operation:

$$\mathbf{a}_{fb} = \mathbf{a}_b - (\omega + \Omega) \times \mathbf{v}_b - \mathbf{g}_b \tag{5}$$

As is shown in equation (5), \mathbf{a}_{fb} is the inertial acceleration in a body coordinate b-frame without external forces, \mathbf{a}_b the direct accelerometer measurement in a b-frame, Ω and ω represents the Coriolis effect and the body angular force, respectively. The gravity vector is defined as \mathbf{g}_b , which is calculated using orientation values from equation (4). Now that external forces are removed from the acceleration vector \mathbf{a}_{fb} , the following product is made between the vector \mathbf{a}_{fb} and the rotation matrix C_n^b to change from b-frame to n-frame:

$$\mathbf{a}_n = C_n^b \mathbf{a}_{fb} \tag{6}$$

The numerical integration is applied to calculate the velocity vector, as shown below:

$$\mathbf{v}_n[n] = \int_{[n-1]}^{[n]} \mathbf{a}_n dt \approx \mathbf{v}_n[n-1] + \mathbf{a}_n[n]\Delta t \tag{7}$$

Followed by a second numerical integral to calculate the position:

$$\mathbf{p}_n[n] = \int_{[n-1]}^{[n]} \mathbf{v}_n dt \approx \mathbf{p}_n[n-1] + \mathbf{v}_n[n]\Delta t \tag{8}$$

As shown in equations (7) and (8), it required initial conditions and previous solutions ($n - 1$); due to these conditions, the INS presents accumulative error over long periods, hence, the need to filter unwanted data affecting navigation variables' calculations by using Kalman Filter.

2.2. Kalman filter

Kalman filter is one of the main characteristics of our initial solution IKZ methodology [20]. This popular algorithm is used for white noise attenuation in inertial systems, usually in accelerometer and gyroscope measurements [25]; as a result, this significantly

reduces the calculation error of the navigation variables $(\omega_n, \alpha_n, a_n, v_n, p_n)$. The Kalman filter uses the sensor's measurement to estimate stable and coherent values based on the system's behavior. Additionally, the Kalman filter estimates an output value for the next measurement $[k + 1]$ from a $[k]$ time conditions [26].

Our initial solution IKZ methodology uses the Kalman filter of 15 states, where the state vector (x_k) is defined as:

$$x_k = [a_k(x, y, z), v_k(x, y, z), p_k(x, y, z), \omega_k(x, y, z), \alpha_k(x, y, z)]^T \tag{9}$$

The established variables in the state vector equation (9) are equal to the initial conditions; however, they will be adjusted as the Kalman filter is executed. In the particular case of our IKZ proposal, the measurement vector (z_k) is defined in equation (10) as:

$$z_k = [a_k(x, y, z), v_k(x, y, z), p_k(x, y, z), \omega_k(x, y, z), \alpha_k(x, y, z)]^T \tag{10}$$

Once the vectors x_k and z_k are defined, a priori state (prediction) phase is carried out. The a priori state predicts the navigation variables' values based on the dynamic model of the system in previous conditions $[k - 1]$ [25], as shown in the following equations:

$$\hat{x}_k^- = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1} \tag{11}$$

$$P_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1} \tag{12}$$

As is shown equation (11), \hat{x}_k^- stores current system predictions, Φ_{k-1} is the state matrix and \hat{x}_{k-1} is the correction of the state vector in conditions $[k - 1]$ and equation (12) is the a priori state covariance matrix. Now \hat{x}_k^- and P_k^- were calculated a second phase, Kalman gain, is defined in equation (13):

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \tag{13}$$

K_k is used as a correction factor of the state vector x_k , H_k stores the ratio of x_k to z_k and R_k is the covariance matrix of the noise in the measurement. The a posteriori phase (update/correction) uses the values calculated in the a priori phases and correction factor calculated in the Kalman gain [27], as is show in the following equations:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k [z_k - H_k \hat{x}_k^-] \tag{14}$$

$$P_k = [I - K_k H_k] P_k^- \tag{15}$$

Equations (14) develop the correction of the measurement values of the inertial system defined in z_k , and equation (15) is the P_k a posteriori phase. The variable \hat{x}_k stores the filtered navigation variables for subsequent interactions. It is recommended to consult [25] and [27] for an extended explanation of the Kalman filter equations and their interaction and equation behavior. Despite the noise attenuation in the measurements due to the Kalman filter, the INS has non-zero measurements even though the body is not moving, which produces drift error. The IKZ methodological integrates update algorithms to identify inert moments on the inertial system.

2.3. Update algorithms

The update algorithms consist of Zero Velocity Update (ZUPT) and Zero Angle Rate Update (ZARUT), where both methods calculate an empirical threshold to determine the inert states of the system, [20]. The ZUPT technique is used for zero velocity determination on translational conditions, defined as "stance." This state is identified by a threshold using the accelerometer information [28]; the threshold value is calculated using the acceleration vector magnitude $|a_n|$ followed by a double filter, low-pass filter, and high-pass filter (Band-pass filter), resulting in a_n^* to determine the inert state. In addition, the following condition is used: if $|a_n|$ is less than a_n^* the velocity v_n is equal to zero; if not, the value estimated by the numerical integral at time n is correct.

ZARUT technique determines zero angular velocity moments on the gyroscope measurement, called the "still phase." Similar to the ZUPT technique, the magnitude of the angular velocity $|\omega_n|$ is calculated, then a band-pass filter is applied, resulting in ω_n^* to determine the still phase. If $|\omega_n|$ is less than ω_n^* the numerical integral result α_n is correct; otherwise, there is no change in the angular position α_n . To observe its block diagrams, as well as the interaction between the navigation variables and the update algorithms, consult [28].

The proposed IKZ methodology for trajectory tracking showed a robust behavior to drift error [20]; however, certain limitations hinder its direct application in real navigation applications. Part of these limitations is setting the initial conditions of the navigation variables to zero, which is justified under ideal conditions such as landing platforms, which are perfectly level, to minimize unwanted variables that can affect the navigation dynamics. However, the unlevel surface can affect the orientation values in natural conditions without controlled variables (platforms). The gyroscope in initial conditions does not measure angular displacements because there are no inertial effects, resulting in zero values in the initial orientation, even though the mobile object may be on inclines (irregular surfaces) that need to be considered for an accurate estimation of the object's trajectory.

This limitation generates a mismatch between the actual and measured orientation of the observer (n-frame) and the inertial body (INS measurements), causing an error that accumulates over time. This error directly affects the rotation matrix and the distributions of the acceleration forces and the gravity vector. Our proposal to solve this limitation is to integrate the Complementary Filter (CF) into the IKZ methodology, which uses the earth's gravitational force to determine the Euler angles [29]. The following

M.J. Castro-Toranzo, J.A. Valdes-Rodriguez, J.C. Rodriguez-Quinones et al. *Heliyon* 9 (2023) e13863

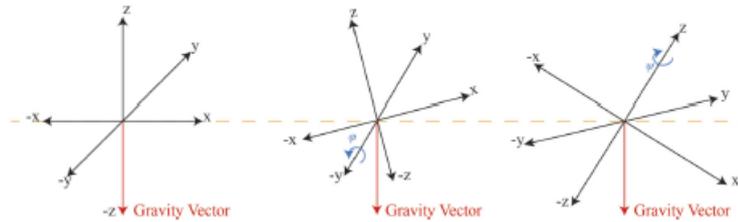


Fig. 1. Gravity vector magnitude and direction.

section describes the Complementary Filter (CF), its mathematical description, advantages, limitations, considerations for use, and the IKZ/CF proposal.

3. Complementary filter (CF)

The complementary filter (CF) uses the accelerometer measurements that intrinsically sense the gravity forces to determine the inertial unit orientation and complements them with the calculated orientation from the gyroscope data (Euler angles) [30]. Remarkably, the implementation maintains a simple single system as an IMU without complex reference systems such as GPS, antennas, lasers, cameras, etcetera. This makes the CF versatile and applicable in any system, allowing an attenuation of the drift error as the processing power exists to perform the filtering. Also, the complementary filter (CF) presents minor limitations, such as difficulty handling high-frequency ranges and a slight increment of the system complexity. However, in real-time applications, the benefit is more significant due to its implementation in reducing the drift problem.

As mentioned before, inertial navigation equations require initial conditions, which usually are set to zero; however, this leads to errors under uncontrolled conditions, affecting the system orientation initially, and with it, the rotation matrix (equation (2)), the inertial acceleration forces (equation (5)) and the system acceleration distributions (equation (6)).

The complementary filter (CF) consists of two stages: gravity vector conversion into Euler angles and complement of the accelerometer and gyroscope orientation values [30]. According to the navigation equations, the orientation is calculated using the angular velocity measured by the gyroscope; however, under initial conditions where the system is at rest (inert moment), the angular velocity is zero. Consequently, calculating initial orientation in initial rest states using numerical integrals is impossible, while the accelerometer constantly interacts with specific forces, such as gravity, which is expressed as a vector with magnitude and direction, see Fig. 1.

The gravity vector is converted directly to Euler angles using trigonometric identities for orientation estimation in the navigation system (n-frame). The following mathematical expression calculates the orientation using the gravity vector:

$$\alpha_{n/f} = \begin{bmatrix} \phi_{n/f} \\ \theta_{n/f} \\ \psi_{n/f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan\left(\frac{a_{yz}}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}\right) \\ -\arctan\left(\frac{a_{xz}}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}\right) \\ \arctan\left(\frac{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}{a_z}\right) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$\alpha_{n/f}$ is the system orientation (Euler angles) in the accelerometer n-frame. While a_x , a_y , and a_z are the accelerometer measurement in b-frame [30]. Despite the advantage of using the accelerometer as an absolute reference, there are disadvantages to using the accelerometer as a single inertial sensor for INS tasks. The accelerometer is exposed to different vibrations and unwanted forces, resulting in calculations with noise on the system's orientation [31]. Fig. 2 shows vibrations and unwanted forces' effects on calculating YAW (ψ) orientation.

The solution to this limitation is to complement the orientation value between gravity vector convention and the numerical integral of the angular velocity [29]. The second stage of the complementary filter combines the values of α_n and $\alpha_{n/f}$ variables into a single complementary orientation $\alpha_{n/f}$ on a n-frame using the equation:

$$\alpha_{n/f} = (\omega_f) * (\alpha_n) + (1 - \omega_f) * (\alpha_{n/f}) \quad (17)$$

Equation (17) shows the orientation values α_n and $\alpha_{n/f}$ with coefficients or weights, which are equivalent to the contribution of the complement orientation $\alpha_{n/f}$. ω_f can vary between 0 to 1 considering that 0 is a none contribution and 1 is a 100% of the designated value [30]. Therefore, the ω_f is assigned to α_n and the remainder is set to $\alpha_{n/f}$. Fig. 3 shows the behavior of the accelerometer, gyroscope, and complementary filter, where a rotation from 0° to -90° is performed.

As shown in Fig. 3, the orientation based on the gravity vector results in a noisy response due to the forces and vibrations exposed to the accelerometer [32]; the orientation based on the angular velocity shows a smooth behavior. However, a drift error is presented due to the numerical integral solution. On the other hand, when both behaviors are complemented, an improvement is obtained due to noise and drift error reduction. Therefore, CF takes advantage of the individual characteristics of absolute references (gravity) and

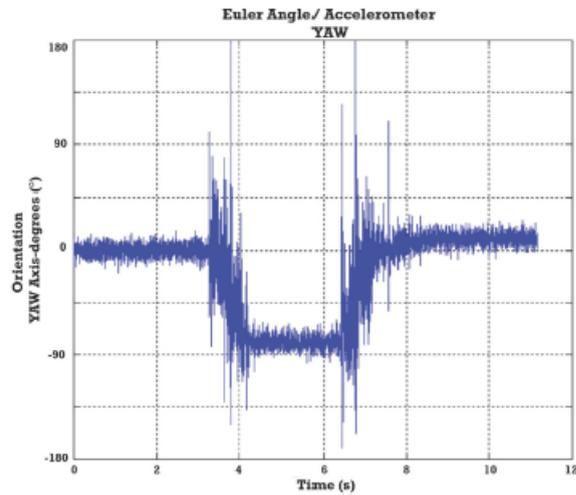


Fig. 2. Yaw calculation with accelerometer measurements.

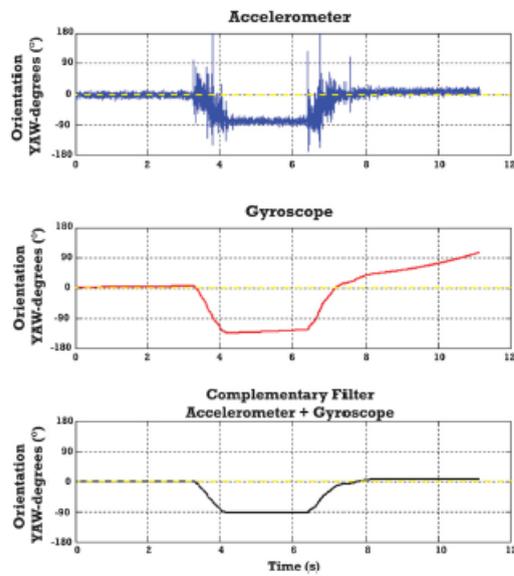


Fig. 3. Yaw calculation using 1) Accelerometer, 2) Gyroscope, 3) Complementary Filter.

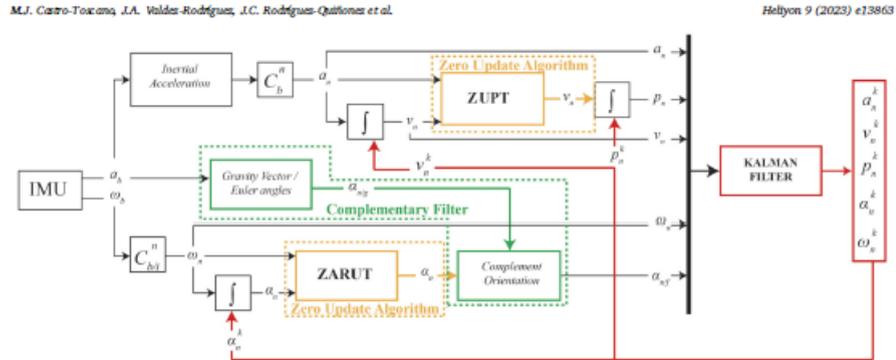


Fig. 4. Block Diagram of the Proposed IKZ.

the smoothness orientation response (angular velocity) to improve the orientation estimation while keeping a simple implementation without incorporating complex absolute reference systems. For this reason, integrating the CF into the IKZ proposal will improve the system's performance.

3.1. IKZ/CF proposal

The main contribution of this paper is the methodological proposal in the integration between IKZ and CF to improve its capabilities, as the calculation of initial conditions under uncontrolled conditions (irregular surfaces) while maintaining the restrictive properties to drift error in the INS. The particular methodological integration between IKZ and CF is presented below, as well as a graphic representation (Block diagram) and a detailed description of its implementation.

3.1.1. IKZ/CF block diagram

Fig. 4 shows the block diagram for the particular arrangement of the IKZ/CF proposal. The main parts of the methodology are highlighted in the IKZ/CF block diagram, which is identified by different colors; yellow for update algorithms (ZARUT and ZUPT), the Kalman filter is identified in red, and green for the main contribution of this work, the complementary filter incorporation to the proposed method.

Fig. 4 shows that the system uses raw acceleration and angular velocity data in a body frame (b-frame) and proceeds to calculate the navigation variables. The system starts with the IMU's direct measurements of the accelerometer a_b and gyroscope ω_b . In the previous proposal, the IKZ methodology set the initial variables to zero due to the controlled conditions considered in the experimental stages. However, it is highlighted that by incorporating the CF in our IKZ proposal, the values in the initial variables are calculated from the beginning by the block "Gravity Vector/Euler angles," where equation (16) is used to convert the gravity vector into Euler angles in a coordinate navigation system (n-frame). Consequently, the initial orientation of the inertial system is obtained based on an absolute reference ($\alpha_{n/f}$).

Similarly, the gyroscope measurement ω_b is transformed to angular velocities in n-frame (ω_n) using equation (3), continued by numerical integration (equation (4)) to estimate the system orientation (α_n). The information is processed and corrected by the update algorithm ZARUT, which determines if the orientation value is "still phase" or a valid rotation, depending on the physical phenomenon that affects the system. Now that the orientation α_n and $\alpha_{n/f}$ were calculated, the CF second stage is carried out, and the orientation values are complemented with equation (17) resulting in $\alpha_{n/f}$. At this point, the CF contribution is highlighted, which proposes a method that allows obtaining the orientation through the complementation of two variables α_n and $\alpha_{n/f}$ based on the assignment of weights ω_f and its integration to the IKZ methodology. The weights designation controls the variables and behaviors' contribution to the orientation result. Also, another CF contribution to the IKZ methodology is the correction of the drift error and the estimation of initial conditions in irregular surfaces, avoiding the mismatch between the actual angle and the one calculated in the rotation matrix (equation (2)). A projection error of the acceleration forces α_b is significantly reduced; this avoids erroneous forces distribution in equation (5). Subsequently, the inertial acceleration values are calculated in reference of b-frame $a_{f/b}$ using equation (5). Then, it is changed into a navigation frame using equation (6), followed by the numerical integration to calculate velocity v_n and the ZUPT to determine the "stance" moments. Finally, equation (8) is used to calculate the position p_n ; the navigation variables are used as Kalman filter input for the attenuation of white noise and drift errors, where the state vector \hat{x}_k stores the corrected and filtered navigation variables; it is used as feedback for a new execution of the IKZ/CF methodology.

The IKZ/CF proposal maintains the restrictive properties to the drift error and provides a solution to the estimation of the initial conditions in the system orientation. In order to demonstrate the reliability of the IKZ/CF methodology proposal, two different tests with raw values of an IMU are carried out in the experimentation section; the first test analyzes the performance of the IKZ/CF



Fig. 5. Equipment and instrumentation National Instruments MyRIO acquisition system and MPU-9255S.



Fig. 6. Test 1 Bases, with inclinations 20°, 40° and 60° for the estimation of initial orientation conditions.

methodology to different initial orientation conditions and the second test exposes the inertial system to lineal translational motions over an irregular surface, where the inertial system is mounted on an Unmanned Ground Vehicle (UGV). The experimentation is described below to analyze the results obtained from the IKZ/CF and its practicality in real applications, followed by the observations and conclusions of the results obtained from the experimentation section.

4. Experimentation

In order to demonstrate the reliability of the proposed IKZ/CF methodology, two different tests are performed with raw values of an IMU. Fig. 5 shows the acquisition system used for tests 1 and 2; the National Instrument MyRIO embedded system is used to acquire and store measurements of the Inertial Measurement Unit.

The IMU uses an MPU-9255 model with 10 DoF of InvenSense, which it is integrated by a magnetometer sensor $\pm 4800 \mu T$, an accelerometer of 3 axes with adjustable ranges $\pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16g$ and a 3-axis gyroscope adjustable in $\pm 250^\circ/s, \pm 500^\circ/s, \pm 1000^\circ/s, \pm 2000^\circ/s$. The IMU MPU-9255S communicates with the MyRIO embedded system through a serial communication protocol I²C. Additionally, a graphical interface is used through a Lenovo Legion 5i laptop to visualize in real-time the measurement made by the inertial measurement unit. The tests performed are described in detail below.

4.1. Test 1, initial orientation

Test 1 exposes the inertial system to different initial orientation conditions. For this test, three bases with different inclinations were constructed, 20°, 40° and 60° respectively, see Fig. 6. IMU MPU-9255S is collocated over the bases and registers the inclination of the surface as initial conditions for estimating the variable $\alpha_{n/f}$. The test holds the system statically, and the orientation is recorded based on the gravity vector $\alpha_{n/g}$. The inclination is performed along the Pitch θ axis, to analyze uphill/downhill slopes on irregular surfaces. Test 1 does not consider rotational movements in the Roll ϕ , Pitch θ and Yaw ψ axes.

4.2. Test 2 translation on irregular surface

Test 2 exposes the proposed IKZ/CF methodology to a linear translational motion on an irregular surface with different degrees of inclination. In order to analyze the performance of the IKZ/CF methodology in real applications. The inertial system is mounted over an Unmanned Ground Vehicle (UGV) to simulate the real behaviors by applying the IKZ/CF methodology on mobile objects. Fig. 7 shows the UGV used in test 2; the Raspblock model of the Yahboom brand is a ground vehicle with omnidirectional characteristics equipped with four mecanum wheels, four independent motors, a 1080p HD wide-angle digital camera with 3 DOF, remote control by WiFi communication, and Python3 programming language.



Fig. 7. Yahboom Raspblock unmanned ground vehicle, UGV.

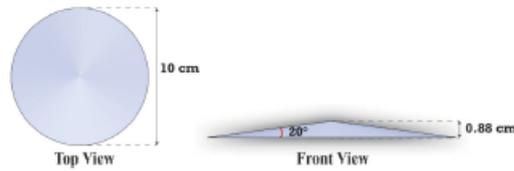


Fig. 8. Plates/Buoy dimensions used in test 2, irregular surface translation.

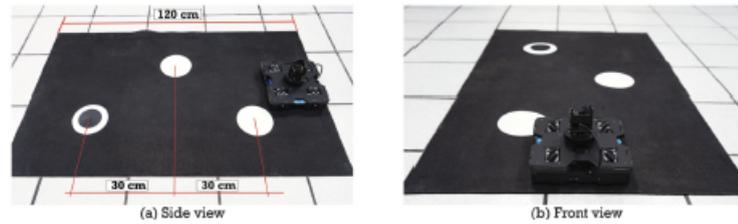


Fig. 9. Configuration in test 2 translation on irregular surface; (a) test 2 side view, (b) test 2 front view.

The irregular surface has the following characteristics: synthetic rubber material (elastomers) with a length of 1.20 meters (m) and 0.5 meters (m) wide, resulting in a surface of 0.60 square meters (m^2). Over the surface, there are three plates/buoys with the following characteristics: 10 centimeters (cm) in diameter, a height of 0.882 centimeters (cm), and an inclination of 20° , see Fig. 8. The plates/buoys are placed in zigzags, which are used as irregularities on the test surface and are located at 0.3 m apart. Fig. 9a and Fig. 9b show the previously described patterns of the test surface.

5. Results and discussions

This section presents the experimental results obtained in Test 1 Initial Orientation and Test 2 Linear translation irregular surface to demonstrate the reliability of the IKZ/CF methodology. Additionally, some considerations and achievements in the results obtained from the tests are discussed.

5.1. Results test 1, initial orientation

The inertial system was exposed to different initial orientation conditions based on the Pitch θ axis. The results obtained from test 1 are presented in Fig. 10 to Fig. 12, in which a yellow dotted line is highlighted, indicating the zero value of the axis orientation. Fig. 10 shows the obtained values on Roll ϕ , Pitch θ , and Yaw ψ axes, in addition to the behavior of the initial orientation conditions at 20° . Table 1 shows the numerical values obtained on the initial orientation at 20° , its average value \bar{X} and standard deviation σ during the test.

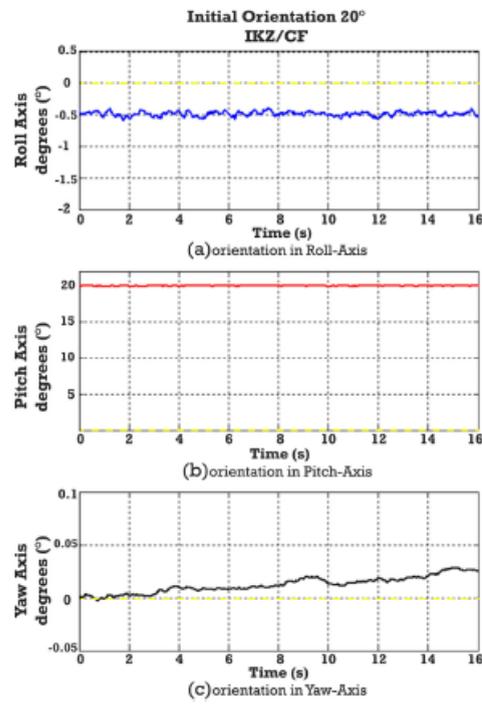


Fig. 10. Test 1 results at 20°; (a) orientation in Roll axis, (b) orientation in Pitch axis, and (c) orientation in Yaw axis.

Table 1
IKZ/CF Test 1 Orientation 20°.

Time Seconds (s)	Initial Orientation Pitch 20°		
	Roll Axis Degrees (°)	Pitch Axis Degrees (°)	Yaw Axis Degrees (°)
0	-0.420	20.64	0.0002
4	-0.509	20.66	0.0011
8	-0.481	20.70	0.0092
12	-0.480	20.61	0.0150
16	-0.478	20.66	0.0234
Average Value (\bar{X})	-0.485	20.65	0.0123
Standard Deviation (σ)	0.0347	0.0298	0.0076

According to the experimentation description, test 1 is performed with an inclination at 20° on the Pitch θ (red), see Fig. 10b, obtaining an average value \bar{X} of 20.65° and a standard deviation σ of 0.029° for a period of approximately 20 seconds. It is also observed that Roll axis (blue), see Fig. 10a, remains stable with an average value \bar{X} of -0.485° and σ de 0.0347°. The Roll ϕ value obtained is non-zero due to minor variations in the inertial system placed on the test basis. In addition, the result on the Roll axis highlights the CF contribution to the IKZ methodology, which generates small oscillations or vibrations in the estimated value without significant changes in the complemented orientation between α_n and $\alpha_{n/IC}$. The results of Yaw ψ axis, see Fig. 10c, shows values close to zero, average value \bar{X} of 0.0123° and σ de 0.0076°; however, due to the scale at which the values are presented, a drift behavior is observed, which as was shown in the experimentation of [20], the IKZ methodology attenuates to scale in *milis*

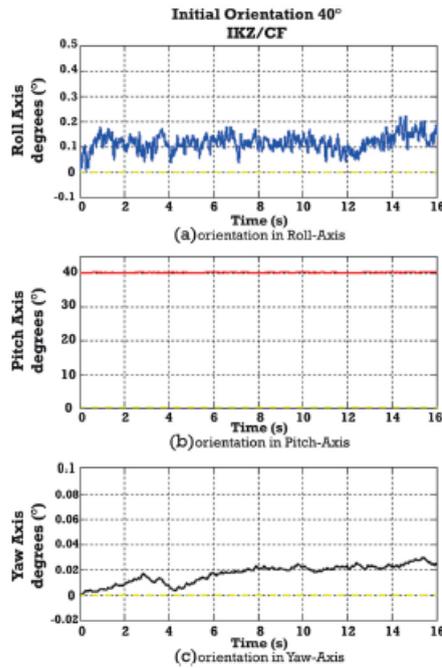


Fig. 11. Test 1 results at 40°: (a) orientation in Roll axis, (b) orientation in Pitch axis, and (c) orientation in Yaw axis.

Table 2
IKZ/CF Test 1 Orientation 40°.

Time Seconds (s)	Initial Orientation Pitch 40°		
	Roll Axis Degrees (°)	Pitch Axis Degrees (°)	Yaw Axis Degrees (°)
0	0.035	39.92	0.001
4	0.043	40.06	0.0154
8	0.061	39.97	0.0227
12	0.112	40.01	0.0222
16	0.180	40.04	0.0170
Average Value (\bar{X})	0.102	40.01	0.0173
Standard Deviation (σ)	0.0371	0.034	0.0067

(10^{-3}). According to the results obtained on the test 1 at 20° on the Pitch θ different factors influence its accuracy; initially, the gravity vector is converted into Euler angles in a coordinate navigation system (n-frame) within a ratio of α_n 80% and $\alpha_{n/x}$ 20% in the complemented orientation $\alpha_{n/f}$, even the small percentage of the gravity vector contribution it is enough to reduce the drift error. Consequently, the initial orientation of the inertial system is obtained based on an absolute reference ($\alpha_{n/x}$) with an error smoothed over time.

Fig. 11 and Table 2 show the values obtained in the orientation axes on Roll ϕ (blue), Pitch θ (red) and Yaw ψ (black) from test 1 at 40°. Similar behavior is observed in the test 1 at 20°, where the values are stables throughout the test time. The values in Pitch θ (red), see Fig. 11b, show at time zero a value close to the initial orientation conditions of 39.92° obtaining an average value \bar{X} of 40.01° and σ of 0.034°. It is also observed that Roll ϕ (blue), see Fig. 11a, values are \bar{X} of 0.102° and σ of 0.037°; Yaw ψ (black) obtain an average value \bar{X} of 0.017° and σ of 0.006°, see Fig. 11c. In addition, it is observed that both axes present a drift error,

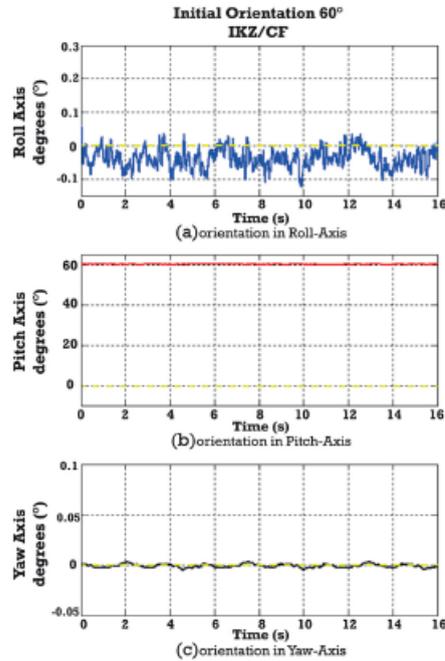


Fig. 12. Test 1 results at 60°; (a) orientation in Roll axis, (b) orientation in Pitch axis, and (c) orientation in Yaw axis.

Table 3
IKZ/CF Test 1 Orientation 60°.

Initial Orientation Pitch 60°			
Time Seconds (s)	Roll Axis Degrees (°)	Pitch Axis Degrees (°)	Yaw Axis Degrees (°)
0	0.056	60.03	0.0003
4	-0.016	59.99	0.0004
8	-0.045	59.98	0.0007
12	-0.017	60.03	-0.0023
16	-0.011	60.01	-0.0017
Average Value (\bar{X})	-0.037	60.01	-0.0011
Standard Deviation (σ)	0.029	0.028	0.0012

which is typical of an inertial system; however, the contribution of the IKZ methodology in attenuating the drift error is highlighted. The ratio of α_n 80% and $\alpha_{n/x}$ 20% in the complemented orientation $\alpha_{n/f}$ the gravity vector contribution it is enough to reduce the drift error over time.

Fig. 12 and Table 3 show the values obtained in the orientation axes on Roll ϕ (blue), Pitch θ (red) and Yaw ψ (black) from test 1 at 60°. The results obtained during the test show a stable behavior, and the CF calculates the initial orientation condition at the time zero. For example, the results in Pitch θ (red), see Fig. 12b, show a value \bar{X} of 60.01° and σ of 0.028°, in Roll ϕ (blue), see Fig. 12a, an average value \bar{X} of 0.017° with a σ of 0.029°, and Yaw ψ (black), see Fig. 12c, an average value \bar{X} of -0.0011° with a σ of 0.0012°, respectively.

Test 1, Initial Orientations, show stable behaviors and close values to those proposed in the experimentation section. It should be noted that the initial conditions of the inertial system were defined according to the calculations on the orientations by the

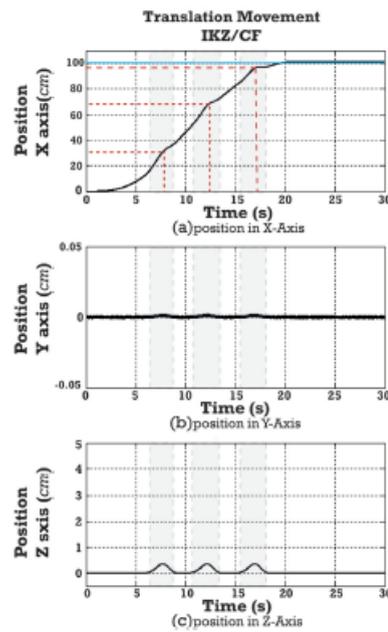


Fig. 13. Test 2 Irregular surface translation, displacement of 100 cm (1 m); (a) position results in X axis, (b) position results in Y axis, and (c) position results in Z axis.

complementary filter (CF). It is highlighted that the calculation is based on the gravity vector in the variable $\alpha_{n/f}$, distributed in Roll ϕ , Pitch θ , and Yaw ψ axes; however, the natural behavior of the complementary filter is susceptible to vibration, which can affect the orientation calculations. This undesirable behavior can be adjusted in the weights of equation (17) to obtain a decrease in this vibrational behavior; in the particular case of the tests carried out, a ratio of α_x 80% and $\alpha_{n/f}$ 20% in the complemented orientation $\alpha_{n/f}$ was designated, obtaining with it scales around $millis(10^{-3})$, without significantly affecting the navigation variables calculated by the IKZ. In addition, drift errors are observed in the test results; however, this behavior is typical of inertial systems, which are attenuated by the IKZ configuration. According to the results obtained on test 1, the principal factors that influenced the results' accuracy are the estimation of the initial conditions on the orientation, which is successfully measured regardless of the system conditions at the initial computation of the navigation equations, avoiding mismatches in the orientation due to set in initial conditions equal to zero, and keeping a ratio of α_x 80% and $\alpha_{n/f}$ 20% in the complemented orientation $\alpha_{n/f}$, which it is enough to reduce the drift error.

5.2. Results test 2, translation on irregular surface

Test 2 analyzes the behavior and response of the proposed IKZ/CF methodology in mobile objects using a real inertial system mounted on an Unmanned Ground Vehicle (UGV). In test 2, a linear translational motion of 1 meter (m) is performed on an irregular surface generated by plates/buoys of 10 centimeters (cm) in diameter, with a height 0.882 centimeters (cm), and an inclination of 20°. The main objective is to simulate real disturbances in the moving object's trajectory. The obtained results of test 2 are presented in Fig. 13 to Fig. 15.

Fig. 13 shows the behavior of the displacement performed during test 2. On the X axis, the expected value is highlighted with a blue line (100 cm); the red lines indicate the distances reached the moment of passing through the plates/buoys, see Fig. 13a. Also, the moment in which the Y and Z axes are affected by the plates/buoys is highlighted (Fig. 13b and Fig. 13c). Table 4 presents the numerical values of the position in the X, Y, and Z axes every 5 seconds throughout the test. The values in Table 4 show a smooth displacement and a controlled drift error. It is observed that the final distance is reached during the first 20 seconds of test 2 with a value of 102.5 cm, however, 10 seconds after completing the movement, there is a slight increase to 103.01 cm at the final distance.

Table 4
Displacement values test 2.

Time Seconds (s)	Displacement		
	X Axis centimeters (cm)	Y Axis centimeters (cm)	Z Axis centimeters (cm)
5	12.7	0.009	0.004
10	47.72	0.001	0.009
15	83.61	0.009	0.010
20	102.5	0.005	0.080
25	103	0.002	0.009
30	103.01	0.009	0.009

Table 5
Distances reached on X and Z axis, test 2.

Distances Plates/buoys axis X			
	Time	Time	Time
	7.61 s	12.01 s	17.02 s
Position Centimeters (cm)	30.93	64.71	97.4
Distances Plates/buoys axis Z			
	Time	Time	Time
	7.61 s	12.01 s	17.02 s
Position Centimeters (cm)	0.35	0.37	0.36

Table 5 shows the values of the distances reached due to the plates/buoys on the X-axis and Z-axis at different times of the test; Y axis is discarded due to the small values obtained, which do not have a significant effect on the orientation. In Table 5, it can be seen that the differences between the maximum values reached on the X axis are 33.78 cm and 32.69 cm which are approximate to 30 cm, as defined in the experimentation section in test 2. The variations in the results obtained are a consequence of the surface traveled through the plates/buoys, where Fig. 13 and Table 5 on the Z axis showed a significant increase in altitude due to the effect of the plates/buoys, 0.35 cm at 7.61 s, 0.37 cm at 12.01 s and 0.36 cm at 17.02 s.

Fig. 14a, Fig. 14b, and Fig. 14c show the values obtained in the orientation on Roll ϕ , Pitch θ and Yaw ψ axes respectively. In the displayed results, the contribution of the complementary filter (CF) to the IKZ methodology is highlighted; the CF significantly reduces the drift error (almost total) and maintains a consistent movement calculation during test 2 due to the properties of the IKZ/CF; however, the smoothness in the orientation response is lost for the benefits of the reductions of the drift error. This effect is natural due to the accelerometer, which is affected by the vibrations during the test; this is not significant in the object orientation calculations.

In the same way, Table 6 shows the orientation values in Roll ϕ , Pitch θ and Yaw ψ axes during the test 2. As can be seen, the values present an approximate inclination of 20° of the plates/buoys, with a controlled increments and decrements in their orientation as the UGV continued its trajectory over the test surface. Also, it is shown that the drift error is attenuated, demonstrating that IKZ/CF methodology has restrictive properties to drift error, allowing the calculation of position and orientation of the inertial system continuously and accurately.

Fig. 15 shows a three-dimensional projection of the position and orientation behavior of the UGV during test 2. As can be seen in Fig. 15a, the results of the point positions show the track of the inertial system trajectory. Also, the projections of the orientations distributed in their corresponding axes (Roll ϕ , Pitch θ and Yaw ψ) are shown, see Fig. 15b. The three-dimensional projection results showed the system's position and orientation at the moments that the UGV passed through the inclination of the plates/buoys and, at the same time, increased the altitude of the three-dimensional trajectory. According to the results obtained on test 2, a main factor on the results' accuracy is the estimation of the initial conditions on the orientation, with a ratio of α_x 80% and $\alpha_{n/f}$ 20% in the complemented $\alpha_{n/f}$, orientation was successfully measured regardless of the system conditions, at the same time, the gyroscope measurement ω_b is transformed to angular velocities in n-frame (ω_n) by numerical integration, the information was processed and corrected by the update algorithm ZARUT, by this estimation the orientation α_n and $\alpha_{n/f}$ were calculated. At this point, the proposed method allows obtaining orientation through the complementary based on the assignment of weights ω_f and its integration to the IKZ methodology. Also, the IKZ methodology attenuates the drift error and initial conditions in irregular surfaces was estimated by the CF, avoiding the mismatch between angles. As consequence a projection error of the acceleration forces a_b is significantly reduced, avoiding erroneous forces distribution (inertial acceleration values) which ends up affecting the trajectory and the mobile object position. Subsequently, the navigation variables are used as Kalman filter input for attenuating white noise and drift errors improving the accuracy of the navigation results; the Kalman filter output it is used as feedback for a new execution of the IKZ/CF methodology.

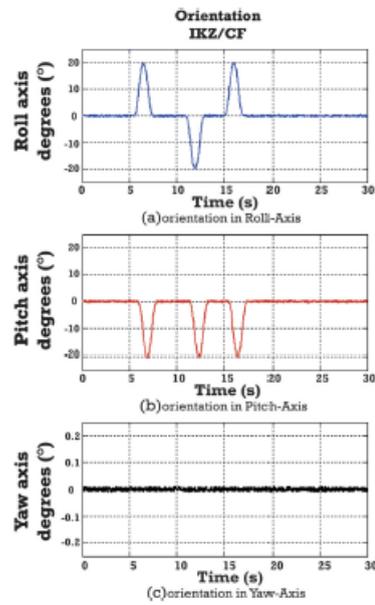


Fig. 14. Test 2 Irregular surface translation; (a) orientation result in Roll axis, (b) orientation result in Pitch axis, and (c) orientation result in Yaw axis.

Table 6
Orientations reached in the axes Roll ϕ , Pitch θ and Yaw ψ , test 2.

Orientation Plate/buoy 1			
Time Seconds (s)	Roll Degrees (°)	Pitch Degrees (°)	Yaw Degrees (°)
5.5	0.33	0.34	0.003
6	9.37	-13.56	0.006
6.5	19.87	19.52	0.007
7	9.38	-6.62	0.006
7.5	0.35	0.33	0.005
Orientation Plate/buoy 2			
Time Seconds (s)	Roll Degrees (°)	Pitch Degrees (°)	Yaw Degrees (°)
10.5	-0.44	-0.23	0.004
11	2.17	-1.14	-0.006
11.5	-10.94	-14.46	-0.014
12	-19.5	-19.92	-0.018
12.5	-8.27	-5.20	-0.008
13	0.30	-0.27	0.002
Orientation Plate/buoy 3			
Time Seconds (s)	Roll Degrees (°)	Pitch Degrees (°)	Yaw Degrees (°)
15	-0.36	-0.29	-0.006
15.5	6.308	-11.38	-0.009
16	19.38	-20.1	-0.012
16.5	12.6	-9.36	-0.005
17	0.34	0.011	-0.002

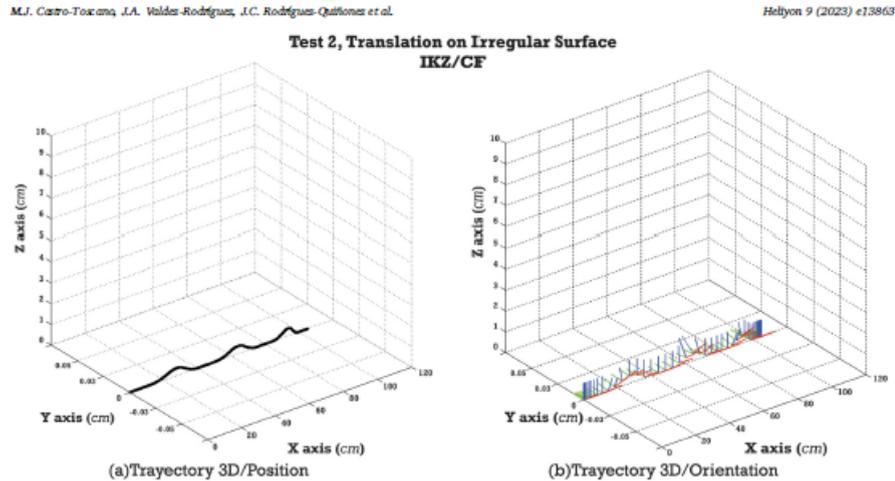


Fig. 15. UGV trajectory 3D isometric view of Test 2 Translation on Irregular surface; Results obtained in the (a) position (X, Y and Z axes) and (b) orientation (Roll, Pitch, Yaw axes)

Therefore, the results of both tests show an improvement in the system performance by simplifying the IMU calibration and avoiding the necessity of takeoff platforms, making it economical and requiring less infrastructure for autonomous vehicle transport (air or land). Likewise, the proposed IKZ/CF methodology provides robustness against uncontrolled conditions when initiating autonomous navigation trajectories.

6. Conclusion

This work presented a proposal for the integration between IKZ and the Complementary filter (CF), which provided a methodology for trajectory tracking, position and orientation estimation of mobile objects, maintaining restrictive properties to the drift error, and avoiding mismatches in the orientation of the system (rotation matrix) due to the initial conditions in uncontrolled environments.

The mathematical equations, scope, and limitations of the IKZ methodology was presented. Additionally, the paper described the theoretical and mathematical foundations of the complementary filter (CF). Also, the particular arrangement of the proposed methodology for the integration of IKZ and the complementary filter (CF) was graphically described by a block diagram, IKZ/CF. In order to demonstrate the reliability of the IKZ/CF methodology, an experimental stage was carried out; two tests were designed to work with raw data of an IMU MPU-92555 of 10 DoF from InvenSense. The tests consisted of analyzing the orientation at different initial conditions and performing a linear translation movement over an irregular surface. Results of both tests showed a consistent performance; test 1 at 20° obtained an average value \bar{X} of 20.54° , at 40° a \bar{X} of 40.01° and at 60° a \bar{X} of 60.01° based in Pitch θ axis. The results shown behaviors that are stable and close to those designed in the experimentation section; the initial orientation of the system is successfully measured regardless of the system conditions at the initial computation of the navigation equations, avoiding mismatches in the orientation of the system due to set initial conditions equal to zero in uncontrolled environments.

On the other hand, the test 2 results showed values near those expected in the UGV displacement. Analyzing the positions and distances reached by the UGV, the distances between the plates/buoys on the axis X are 33.78 cm and 32.69 cm, which indicates that the distances are close to the designed in test 2 (30 cm); the difference is the result of the total distance considering the test surface and the plates/buoys. Additionally, the orientation results in test 2 (Fig. 14) show the inclinations of the plates/buoys at 20° which simulates the irregularities of the test surface. Fig. 15 it shows the positions and orientations of the UGV calculated, the inertial system trajectory, and the particular projections of the orientation in their corresponding axes (Roll ϕ , Pitch θ and Yaw ψ). The presented results in the three-dimensional projection show the physical effects on the orientation of the UGV (plates/buoys inclination) and the three-dimensional trajectory increments.

Therefore, it can be concluded that the methodology presented for integrating the IKZ method and the complementary filter maintains its restrictive characteristics to drift errors without affecting the trajectory calculation. In addition, with the incorporation of the complementary filter characteristics, the estimation of the system orientation is improved, in part to the gravity vector in the variable $\alpha_{n/e}$, which is an absolute reference allowing to keep the orientation visible and controlled. However, it cannot be a single reference due to the accelerometer nature, which is sensitive to different inertial forces and noises in its measurements, so in addition, the orientation is complemented with the orientation α_n (gyroscope). Consequently, the results maintain a restrictive property to drift error and smooth behavior, avoiding mismatches in the system's orientation due to set initial conditions equal

to zero in uncontrolled environments, also, it highlighted the main factor of the results' accuracy, which is the estimation of the initial conditions on the orientation; the CF was set with a ratio of α_x 80% and $\alpha_{n/f}$ 20% in the complemented $\alpha_{n/f}$, even the small percentage of the gravity vector contribution it is enough to reduce the drift error. Furthermore, the IKZ methodology attenuates the drift error, and the CF estimated initial conditions in irregular surfaces, avoiding the mismatch between angles. As a consequence, a projection error of the acceleration forces α_x is significantly reduced, avoiding erroneous forces distribution (inertial acceleration values) which ends up affecting the trajectory and the mobile object position.

Therefore, the results show an improvement in the system's performance by simplifying the IMU calibration due to the robustness against initial uncontrolled conditions and avoiding takeoff platforms. This reduces the costs of their implementation by requiring less infrastructure for autonomous vehicle transportation.

According to the presented results in the experimentation and the proposed IKZ/CF methodology, the weights (ω_j) of equation (17) change the nature of the orientation behavior, smoothing or increasing the precision of the variable $\alpha_{n/f}$. Therefore, a dynamic designation of weights based on the accelerometer measurements would allow associating useful or disposable behaviors in the variable $\alpha_{n/f}$, similar to the update algorithms (ZUPT and ZARUT), where the data designation or discrimination is performed by the conditions of the actual measurement of the variables α_x and ω_x . Although this effect was shown at the time of designated weights (ω_j) for the tests carried out in this work, it was observed in the experimentation stages that the contribution percentages in the complementary filter could highly depend on the data at the moment of the measurement, e.g., inert or translation movements. Furthermore, as mentioned above, the variable $\alpha_{n/f}$ presents (certain moments) high accuracy and low to medium measurement noise in estimating the system orientation. In these cases, the variable $\alpha_{n/f}$ contribution to the complementary orientation can be increased, by reducing the contribution of the orientation α_x , which is susceptible to drift error, but maintaining a minimal contribution to smoothing the results of the complementary orientation $\alpha_{n/f}$. Therefore, considering the above, the IKZ/CF methodology proposal can improve its accuracy and reliability for autonomous navigation tasks.

Declaration of competing interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

References

- [1] S. Bijlshali, R. Sabatini, A. Gardi, Advances in intelligent and autonomous navigation systems for small uas, *Prog. Aerosp. Sci.* 115 (2020) 100617.
- [2] E. Turan, S. Speredis, E. Gill, Autonomous navigation for deep space small satellites: scientific and technological advances, *Acta Astronaut.* (2022).
- [3] R. Hussain, S. Zenzaly, Autonomous cars: research results, issues, and future challenges, *IEEE Commun. Surv. Tutor.* 21 (2) (2018) 1275–1313.
- [4] P. Kolar, P. Benavidez, M. Jamshidi, Survey of datafusion techniques for laser and vision based sensor integration for autonomous navigation, *Sensors* 20 (8) (2020) 2180.
- [5] J.N. Yasin, M.H. Haghbayan, M.M. Yasin, J. Floula, Swarm formation morphing for congestion-aware collision avoidance, *Heliyon* 7 (8) (2021) e07840.
- [6] S.A. Mohamed, M.H. Haghbayan, T. Westerlund, J. Heikkonen, H. Tenhunen, J. Floula, A survey on odometry for autonomous navigation systems, *IEEE Access* 7 (2019) 97466–97486.
- [7] G. Schonen, J. Steckel, A biomimetic radar system for autonomous navigation, *IEEE Trans. Robot.* 35 (3) (2019) 539–548.
- [8] A. Basu, S.K. Ghosh, S. Sarkar, Autonomous navigation and 2d mapping using sonar, in: 2016 5th International Conference on Wireless Networks and Embedded Systems (WECOS), IEEE, 2016, pp. 1–5.
- [9] O. Real-Moreno, J.C. Rodríguez-Quilones, O. Sergiyenko, W. Flores-Puentes, F. Mercordil, L.R. Ramírez-Hernández, Obtaining object information from stereo vision system for autonomous vehicles, in: 2021 IEEE 30th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), IEEE, 2021, pp. 1–6.
- [10] M. Yamada, H. Ohashi, K. Hosoda, D. Kurabayashi, S. Shigaki, Multisensory-motor integration in olfactory navigation of silkworm, *Bombix mori*, using virtual reality system, *eLife* 10 (2021) e72001.
- [11] W. Chen, Z. Yang, S. Gu, Y. Wang, Y. Tang, Adaptive transfer alignment method based on the observability analysis for airborne pod strapdown inertial navigation system, *Sd. Rep.* 12 (1) (2022) 1–14.
- [12] A.S. Algamil, M.H.M. Khr, J.O. Dennis, A.Y. Ahmed, S.S. Alabei, S.S.R. Hashwan, M.M. Junaid, A review of actuation and sensing mechanisms in mems-based sensor devices, *Nanoscale Res. Lett.* 16 (1) (2021) 1–21.
- [13] R. Song, Y. Fang, Vehicle state estimation for imu/gps aided by sensors fusion and self-based algorithm, *Mech. Syst. Signal Process.* 150 (2021) 107315.
- [14] L. Chang, F. Qin, J. Xu, Strapdown inertial navigation system initial alignment based on group of double direct spatial isometries, *IEEE Sens. J.* 22 (1) (2021) 803–818.
- [15] Q.V. Doan, D.D. Pham, Inertial navigation algorithm for trajectory of front wheel Walker estimation, *Heliyon* 5 (6) (2019) e01896.
- [16] Q.V. Doan, D.D. Pham, Fast calibration for parameters of an inertial measurement unit fixed to a standard Walker, *Heliyon* 6 (8) (2020) e04735.
- [17] N. ElShedmy, A. Yousef, Inertial sensors technologies for navigation applications: state of the art and future trends, *Satell. Navig.* 1 (1) (2020) 1–21.
- [18] Y. Wang, A.M. Shkol, A review on imu-aided pedestrian inertial navigation, in: 2020 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), IEEE, 2020, pp. 1–4.
- [19] T. Konrad, J.-J. Gehrt, J. Lin, R. Zweiged, D. Abd, Advanced state estimation for navigation of automated vehicles, *Annu. Rev. Control* 46 (2018) 181–195.
- [20] M.J. Castro-Toscano, J.C. Rodríguez-Quilones, D. Hernández-Balbuena, M. Rivas-Lopez, O. Sergiyenko, W. Flores-Puentes, Obtención de trayectorias empleando el marco strapdown imu/ie. Propuesta metodológica, *Rev. Iberoam. Autom. Inform. Ind.* 15 (4) (2018) 391–403.
- [21] Q. Zhang, X. Wang, X. Xiao, C. Pei, Design of a fault detection and diagnose system for intelligent unmanned aerial vehicle navigation system, *Proc. Inst. Mech. Eng., Part C, J. Mech. Eng. Sci.* 233 (6) (2019) 2170–2176.
- [22] E. Petráňal, F. Lorenze, Navigation equations, uncertainty and error budget in inertial navigation systems, in: 2021 IEEE 8th International Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace), IEEE, 2021, pp. 376–380.
- [23] D. Martinić, S. Bogdan, Z. Kovačić, Mathematical considerations for unmanned aerial vehicle navigation in the magnetic field of two parallel transmission lines, *Appl. Sci.* 11 (8) (2021) 3323.
- [24] G. Hu, W. Zhang, H. Wan, X. Li, Improving the heading accuracy in indoor pedestrian navigation based on a decision tree and Kalman filter, *Sensors* 20 (6) (2020) 1578.
- [25] G.F. Welch, Kalman filter, in: *Computer Vision: A Reference Guide*, 2020, pp. 1–3.

- [26] B. Gao, G. Hu, Y. Zhong, X. Zhu, Cubature Kalman filter with both adaptability and robustness for tightly-coupled gnss/ins integration, *IEEE Sens. J.* 21 (13) (2021) 14997–15011.
- [27] G. Hu, B. Gao, Y. Zhong, C. Gu, Unscented Kalman filter with process noise covariance estimation for vehicular ins/gps integration system, *Inf. Fusion* 64 (2020) 194–204.
- [28] Y. Wang, A.M. Shikel, Adaptive threshold for zero-velocity detector in rapt-aided pedestrian inertial navigation, *IEEE Sens. Lett.* 3 (11) (2019) 1–4.
- [29] A. Noordin, M. Bari, Z. Mohamed, Sensor fusion algorithm by complementary filter for attitude estimation of quadrotor with low-cost imu, *TELKOMNIKA* 16 (2) (2018) 868–875.
- [30] J.C. Rodríguez-Quiriones, Intelligent automatic object tracking method by integration of laser scanner system and ins, *Program. Comput. Softw.* 46 (8) (2020) 619–625.
- [31] D. Capriglione, M. Carriò, M. Carelani, L. Ciani, G. Patrizi, A. Pietrosanto, P. Sommella, Experimental analysis of filtering algorithms for imu-based applications under vibrations, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 70 (2020) 1–10.
- [32] N. Koksul, M. Jalalmanab, B. Fidan, Adaptive linear quadratic attitude tracking control of a quadrotor uav based on imu sensor data fusion, *Sensors* 19 (1) (2018) 46.

Visual-Inertial Navigation Systems and Technologies



Jorge Alejandro Valdez-Rodríguez, Julio César Rodríguez-Quíñonez, Wendy Flores-Fuentes, Luis Roberto Ramírez-Hernández, Gabriel Trujillo-Hernández, Oscar Real-Moreno, Moisés J. Castro-Toscano, Jesús Elías Miranda-Vega, and Paolo Mercorelli

Abbreviations

CCW	Counterclockwise
CW	Clockwise
DCM	Direction cosine matrix
FOV	Field of view
GNSS	Global navigation satellite system
IMU	Inertial measurement unit
INS	Inertial navigation system
LSS	Laser scanner system
NED	North, east, down
NEU	North, east, up
OSV	Omnidirectional stereo video
OVINS	Omnidirectional visual-inertial navigation system
RMIS	Robot-assisted minimally invasive surgery

J. A. Valdez-Rodríguez · J. C. Rodríguez-Quíñonez (✉) · W. Flores-Fuentes
L. R. Ramírez-Hernández · G. Trujillo-Hernández · O. Real-Moreno · M. J. Castro-Toscano
Facultad de Ingeniería Mexicali, Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali, Baja California, México
e-mail: valdez.jorge71@uabc.edu.mx; julio.rodriguez81@uabc.edu.mx;
flores.wendy@uabc.edu.mx; luis.ramirez16@uabc.edu.mx; gabriel.trujillo@uabc.edu.mx;
oreal@uabc.edu.mx; moises.castro@uabc.edu.mx

J. E. Miranda-Vega
Tecnológico Nacional de México/IT de Mexicali, Mexicali, Baja California, México
e-mail: elias.miranda@itmexicali.edu.mx

P. Mercorelli
Leuphana University of Lueneburg, Lueneburg, Germany
e-mail: paolo.mercorelli@leuphana.de

© The Author(s), under exclusive license to Springer Nature Switzerland AG 2022
O. Sergiyenko (ed.), *Optoelectronic Devices in Robotic Systems*,
https://doi.org/10.1007/978-3-031-09791-1_6

137

SNR	Surgical navigation robot
SVS	Stereoscopic vision system
VINS	Visual-inertial navigation system
VIO	Visual-inertial odometry

1 Introduction

Navigation is an ancient activity of the human history, originated from the necessity of travel from a region to another in the search for a better environment, better resources, or better opportunities [57]. It is a task that not everyone is able to achieve; even the most experienced person can get lost in a trip and never arrive at the desired location. Therefore, a diversity of tools and methods are developed as an aid for travelers; those elements are known in navigation as references.

The use of references as support in navigation could be interpreted as an external object used for orientation. Landscapes are some of the oldest and effective references, but as the task becomes more complicated, the instrumentation used in navigation grows in precision and complexity.

However, navigation is not exclusive to travel; in the present days, a robot performing the specific task of placing objects in a diversity of defined points is part of the navigation problem. The possibilities of following a track, evading objects, and mapping a room are elements of navigation; they require a robot which has the capability of orientating in unknown environments.

For example, a pipeline inspection gauge is a system which has the capacity of performing navigation to inspect a gas or oil pipeline to locate and detect critical deformations [6]. The system propelled possesses a navigation system conformed of inertial sensors and/or GPS signals, allowing to track and enlist the places where a failure exists. Other tasks demand low error orientation as a result of the consequences in a poor navigation. For instance, the field of medicine requires manipulators capable of performing meticulous operation procedures in humans [61]. Teleoperated robot-assisted minimally invasive surgery (RMIS) is more common and an important part of medical surgery. RMIS systems require precision in their movements, sometimes to compensate the inexperienced movements of novice surgeons or simply to balance between high clinical importance and technical complexity.

Different resources are implemented as reference for INS, although a popular and continuously growing solution is the addition of visual references as cameras and laser scanners [46, 71]. Vehicles, such as cars, planes, and teleoperated RMIS, are technologies taking advantage of INS with visual sensors. The chapter presented discusses how INS are aided by visual references and the benefits gained in modern technologies.

2 VINS

Navigation is the science of maneuvering from one point to another using references to know the current position [8]. Tools, as maps or compasses, are commonly used when someone has in mind the word navigation, but more sophisticated devices are applied nowadays and the integration of two or more forms a “navigation system.” Popular gadgets as cameras, instrumentation as accelerometers and gyroscopes, or systems as laser scanners are elements included in navigation systems.

The combination of two or more navigation references with navigation techniques, physics, and mathematical analysis receives the name of “navigation system” [42]. Navigation references are classified according to the coordinate reference frame, where devices with a fixed origin are known as “absolute references” [81]; otherwise, instruments with a relative coordinate reference frame where the position and attitude require to be constantly calculated over time are called “inertial references” [20].

A widely implemented instrument in inertial navigation is the inertial measurement unit (IMU) which is conformed by inertial instruments as accelerometers and gyroscopes. The combination of IMUs and mathematical navigation calculus is known as inertial navigation system (INS) [11] Fig. 1.

As a result of the mathematical integration required to obtain position and attitude, inertial sensors have an inherent bias that reduces precision in the navigation calculation. A common effect in INS is the presence of “drift,” a deviation in the estimated position and orientation. Drift is an accumulative multifactorial error which predicts a different location from the actual body position as time elapses.

In order to reduce the drift error, a variety of solutions are recommended in literature to assist INS. Kalman filters help to improve the computational efficiency and diminish the error in navigation applying two weighting factors to compute a new estimation: the previous estimation in accordance with the known equations of motion and the obtained measurement from the IMU [16, 76]. The new estimation calculated by the Kalman filter increments the accuracy but is not capable of reducing all the drift error of an inertial sensor and computational miscalculations. It is possible to enhance the data accuracy of Kalman filter by complementing it with a different type of filters to correct computation.

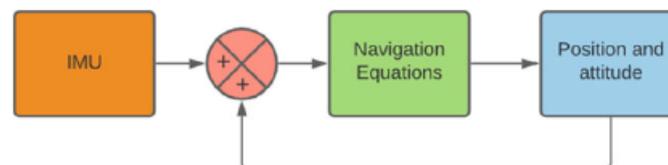


Fig. 1 Inertial navigation system

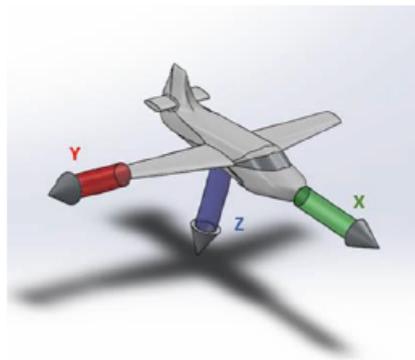
Another approach to reduce drift error in INS is the implementation of external navigation references such as GNSS (global navigation satellite systems), magnetometers (electronic compass), and visual systems as cameras to the INS. Visual sensors provide information about the environment where the body is located; however, they are sensitive to illumination conditions and motions [60]. An INS complemented with a visual system is called visual-inertial navigation system (VINS); the structure is an INS combined with one or more visual references as cameras, visual odometry [25], or laser scanner techniques.

The used approach in image-based navigation to complement INS is supplying and processing images using visual systems to provide accurate data of the surrounding environment or navigation object [59]. In addition, image-based navigation emulates the sense of orientation and navigation in human beings, allowing to determine object attitude and position in addition to object recognition [24].

In navigation is required a coordinate reference frame to express the position of a point in relation to some reference [43]. A coordinate reference frame is a Cartesian, right-handed axis set defined by a reference. Objects, the point of view, the Earth, and sensors are examples of references adopted to create a reference frame and with the aid of mathematical transformations are possible to translate from one coordinate reference frame to another.

One example of coordinate reference frame is the body frame. The body frame is the coordinate reference frame related to the vehicle or navigation object. The axes are related to the direction of the movements of the body, where *X* is the forward direction, *Y* is the right direction, and *Z* is related to the gravity pointing in the down direction (Fig. 2). In navigation, the body frame is assumed to have the axes in the same direction as the inertial frame to align the inertial sensors with the navigation vehicle. There is a wide variety of coordinate reference frames in navigation and

Fig. 2 Body frame



some of the related visual systems are going to be discussed further in the present chapter.

The translation from a coordinate reference frame to another is commonly solved through two different rotations in a plane, using methodologies such as the DCM and quaternion.

DCM is applied in a three-dimensional space R^3 where rotations are given through a coordinate angle called Euler angle [26, 62]. The rotations follow the right-handed coordinate frame rule where every rotation is defined, e.g., a CW rotation as positive and CCW rotation as negative.

A rotation in the Z axis is called yaw and the Euler angle is represented with ψ letter. The C_ψ rotation matrix is represented as follows:

$$C_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

The X axis rotation is represented by φ the Euler angle and is defined as roll. Eq. (2) shows the corresponding rotation matrix C_φ :

$$C_\varphi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (2)$$

And for a rotation in the Y axis, the θ Euler angle is used and the rotation is named pitch. The C_θ rotation matrix is described below:

$$C_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

Therefore, for a succession of three rotations in each of the mentioned axis is created a DCM which represents a general translation from an A frame to a B frame:

$$C_A^B = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \sin \theta \cos \psi & \sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \theta \sin \psi & -\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \varphi \cos \theta & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

It is important to take into consideration that any translation between frames could perform two or more successive rotations involving Eqs. (1, 2, and 3). In this chapter are presented some examples applied for specific cases.

However, there exists another form to interpret navigation translations; this is by using quaternions [30, 41]. As the name suggests, a quaternion is formed by

four elements, an “ s ” scalar value and a vector \vec{v} conformed of three scalars representing an axis x , an axis y , and an axis z as shown below:

$$q = \begin{bmatrix} s \\ \vec{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_s \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

Therefore, every rotation in a quaternion is governed by the following equation:

$$q_{B \leftrightarrow A} = \begin{bmatrix} q_s \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta / 2 \\ \|\vec{e}\| \bullet \sin \theta / 2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

where:

- $q_{B \leftrightarrow A}$ defines a translation from an A reference frame to a B reference frame and backward. Furthermore, the expression could represent a one-sided rotation if it is necessary.
- $\|\vec{e}\|$ vector represents a rotation in the axis of interest, which could be described as one of the following vectors shown in Eq. (7):

$$\|\vec{x}\| = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \|\vec{y}\| = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \|\vec{z}\| = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Additionally, it is possible for mentioned vectors $\|\vec{e}\|$ to represent a combination of two or three simultaneous rotations.

Hence, to rotate θ degrees a three-dimensional vector \vec{v}_a and finalize in a \vec{v}_b position, the equation is described as quaternion multiplication \otimes as shown in Eq. (8):

$$\vec{v}_b = q_{B \leftarrow A} \otimes \begin{bmatrix} s \\ \vec{v}_a \end{bmatrix} \otimes q_{B \leftarrow A}^{-1} \quad (8)$$

Therefore, for every reference frame, different sequences of rotations are realized according to the planes and elements involved. Consequently, it is possible to convert the information from a DCM structure to a quaternion representation.

A quaternion is described by the diagonal elements of a DCM, where the equations applied are:

Visual-Inertial Navigation Systems and Technologies

143

$$q_s = \sqrt{\frac{1}{4} \bullet (1 + C_{11} + C_{22} + C_{33})} \quad (9)$$

$$q_x = \sqrt{\frac{1}{4} \bullet (1 + C_{11} - C_{22} - C_{33})} \quad (10)$$

$$q_y = \sqrt{\frac{1}{4} \bullet (1 - C_{11} + C_{22} - C_{33})} \quad (11)$$

$$q_z = \sqrt{\frac{1}{4} \bullet (1 - C_{11} - C_{22} + C_{33})} \quad (12)$$

Thus, some elements of the DCM matrix required for one of the quaternion values may be equal to zero. Consequently, it is necessary to involve the elements in the other subdiagonals of the matrix [5].

The process followed indicates the evaluation of the recently computed q_s , q_x , q_y , and q_z , where the one with the greatest absolute value is selected. The other elements are recalculated accordingly to the selected value.

For a selected q_s , the other elements are estimated as:

$$q_x = \frac{C_{32} - C_{23}}{4 \bullet q_s} \quad (13)$$

$$q_y = \frac{C_{13} - C_{31}}{4 \bullet q_s} \quad (14)$$

$$q_z = \frac{C_{21} - C_{12}}{4 \bullet q_s} \quad (15)$$

If the determined greatest absolute value is q_x , then the equations for the other elements are:

$$q_s = \frac{C_{32} - C_{23}}{4 \bullet q_x} \quad (16)$$

144

J. A. Valdez-Rodríguez et al.

$$q_y = \frac{C_{21} + C_{12}}{4 \bullet q_x} \quad (17)$$

$$q_z = \frac{C_{13} + C_{31}}{4 \bullet q_x} \quad (18)$$

When the greatest absolute value is q_y , the equations for the other values are:

$$q_s = \frac{C_{13} - C_{31}}{4 \bullet q_y} \quad (19)$$

$$q_x = \frac{C_{21} + C_{12}}{4 \bullet q_y} \quad (20)$$

$$q_z = \frac{C_{32} + C_{23}}{4 \bullet q_y} \quad (21)$$

And finally, if the greatest absolute value is q_z , the equations are determined as follows:

$$q_s = \frac{C_{21} - C_{12}}{4 \bullet q_z} \quad (22)$$

$$q_x = \frac{C_{13} + C_{31}}{4 \bullet q_z} \quad (23)$$

$$q_y = \frac{C_{32} + C_{23}}{4 \bullet q_z} \quad (24)$$

Furthermore, the elements in a quaternion can describe a DCM matrix if necessary [22]. The equation is described as:

$$C_A^B = \begin{bmatrix} q_s^2 + q_x^2 - q_y^2 - q_z^2 & 2 \bullet (q_x \bullet q_y - q_y \bullet q_s) & 2 \bullet (q_x \bullet q_z + q_y \bullet q_s) \\ 2 \bullet (q_x \bullet q_y + q_z \bullet q_s) & q_s^2 - q_x^2 + q_y^2 - q_z^2 & 2 \bullet (q_y \bullet q_z - q_x \bullet q_s) \\ 2 \bullet (q_x \bullet q_z - q_y \bullet q_s) & 2 \bullet (q_y \bullet q_z + q_x \bullet q_s) & q_s^2 - q_x^2 - q_y^2 + q_z^2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

It is important to indicate that the information presented in the chapter to translate from one reference frame to another is expressed in DCM, but as previously described, it is possible to handle the rotations with quaternions.

Stereoscopic vision systems and laser scanner systems are two examples of visual systems applied in VINS. They are widely used in navigation applications along with popular technologies as LIDAR and are part of current methodologies. The aim of both systems is to provide absolute references to diminish the inherent drift error of INS using visual sensors as cameras or photoelectric sensors.

3 Stereoscopic Vision Systems

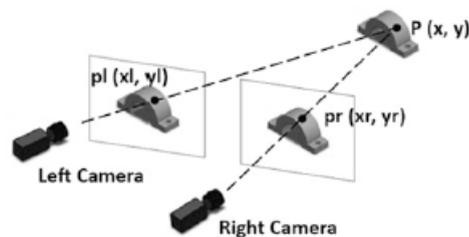
The cameras in navigation attempt to recreate the eyes' function, giving information about the surrounding environment. One single camera will only offer some information of the environment, but for terms of depth, surface shape, and curvature, it is necessary to add two or more cameras.

Stereoscopic vision systems, or SVS, acquire visual information from two or more cameras to obtain features of a specific scene [50]. SVS are portable systems with a wide field of view (FOV), capable of obtaining distance and object information, and also, SVS have advantages over other navigation devices as sonar and radar, because they do not require mechanical components and attain the pixels of the image at the same point in time [39, 80] (Fig. 3).

On the other hand, if SVS loss information in the image digitalization, there is a distortion in the lens or the system cannot find the corresponding points in the two (or multiple) images; they will not be available to achieve the triangulation process [51].

The integration of SVS to a VINS states a system capable of performing visual odometry, where two or more cameras work in conjunction with inertial references as an IMU to navigate in real time [21]. The SVS acts as an absolute reference for the INS, helping the inertial references with information about the surroundings to diminish drift and reduce the error in position and attitude.

Fig. 3 Stereoscopic vision system



For a navigation environment, SVS systems are subject to constant motion, fast dynamics, limited computation on board (for small vehicles or bodies), and the constant necessity of odometry [1]. In VINS, a SVS system must operate in a self-positioning configuration, where a camera is part of the body hardware and provides images of the current environment where the body is navigating [72].

In order to navigate implementing a VINS arrangement with an SVS as the visual sensor, the system acquires a set of images according to the number of cameras available. Therefore, it initiates the detection of significant points and recognizes geometries in the set of images, gets information of the surrounding, and then finds the similarities. Afterward, a pattern match process begins where points are localized in each image to subsequently identify the same points but in the previous iteration of the set of images. Finally, the system identifies the variations of the pixels in the sequence of the images to perform the estimation of the motion [48, 56].

Figure 4 shows a block diagram where an SVS process is integrated in an INS, resulting in VINS. The SVS process is followed by a block transforming the information to body reference frame, allowing the data to properly be compared with the INS dead reckoning and feedback the system.

Figure 4 shows that it is necessary to transform the data coming from the SVS process to a body reference frame. As other references, the cameras in a SVS own a reference frame according to their properties. A camera coordinate reference frame is shown in Fig. 5; the axis is aligned following the right-hand rule. In the presented frame, Z axis is pointing to the object or the environment in direction of the depth, which is the view of the camera; X and Y axes, on the other hand, follow the image axis.

As noted, the camera frame is formed by a different coordinate reference frame in comparison with the body frame (Fig. 2), a common situation when diverse references are integrated in any navigation system. Therefore, the axis is aligned through a mathematical transformation matrix to avoid misinterpretations during the navigation. A particular solution for multiple coordinate reference frames is rotating through the coordinate frames until arriving at the navigation frame, where the navigation is interpreted and related to a remarkable amount of coordinate reference

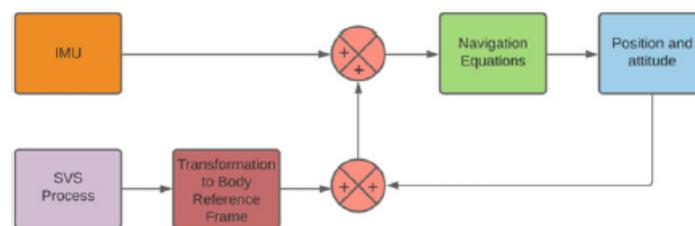


Fig. 4 SVS in an INS

Fig. 5 Camera coordinate reference frame

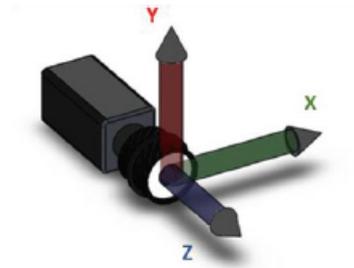
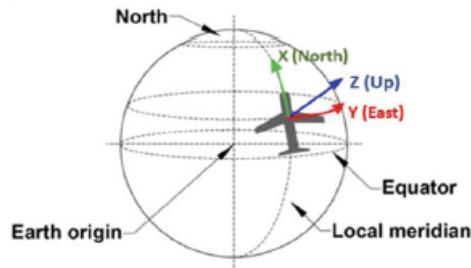


Fig. 6 Navigation frame



frames. The navigation frame is configured with earth gravity and the cardinal points north and east. X axis is pointing to north; Y axis is aligned to east; and Z axis is pointing up or down, creating a NEU and a NED configuration. The arrangement is specified by the user (Fig. 6).

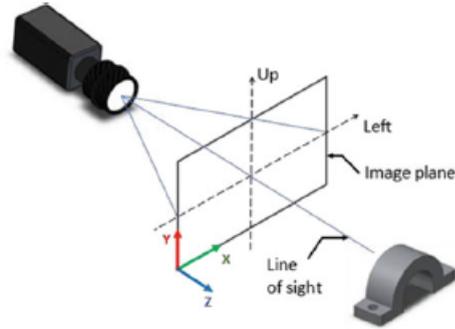
According to Wang et al. [73] and Veth [69], the camera is modeled after the camera perspective as showed in Fig. 7, where the presented frame shows the virtual frame in substitution of the focal plane to correct the inversion in the directions of the X and Y axes [74]. Also, Eq. (26) shows the line of sight vector from the camera pinhole in navigation coordinates (s^n):

$$s^n = [x_i - x_c \quad y_i - y_c \quad -f] \tag{26}$$

The line of sight vector s^n is the difference between the image target location (i) and the camera position (c) in X, Y coordinates; x_i and y_i are the image coordinates and x_c and y_c are the camera coordinates. The vector also includes the camera's focal length f which is the distance between the camera and the image.

s_c^n , describes the cameras position transformed from camera frame to navigation frame. Therefore, the equation describes two DCM and considers the distance between the image target location and the camera position (27):

Fig. 7 Camera pinhole



$$s_c^n = C_c^b C_b^n s^n \quad (27)$$

C_b^n is the DCM to transform from body frame to navigation frame. It is defined in Eqs. (28) and (29), where φ expresses the roll angle in X axis, θ is the pitch angle in Y axis, and ψ is the yaw angle in Z axis:

$$C_b^n = R_x(\varphi) R_y(\theta) R_z(\psi) \quad (28)$$

$$C_b^n = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (29)$$

C_c^b DCM represent the camera to body transformation and involve rotations in Z and Y axes, transforming the attitude from the camera frame to the body frame (Eq. 30) [7]. The equation shows an azimuth angle expressed as α for Z axis and an elevation angle expressed as β for the rotation in Y axis:

$$C_c^b = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$C_c^b = \begin{bmatrix} \cos(\beta) \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & -\sin(\beta) \cos(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \cos(\beta) & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \sin(\beta) \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

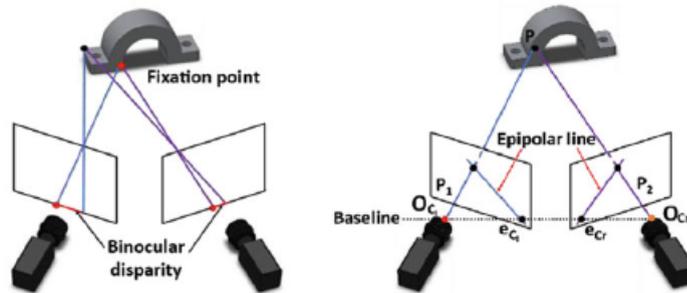
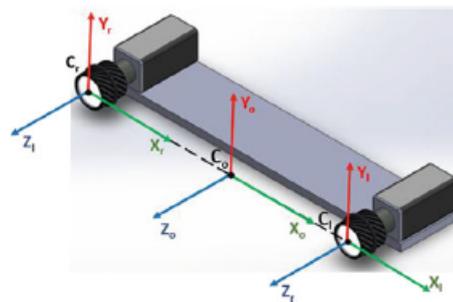


Fig. 8 Binocular disparity (a) and epipolar geometry (b)

Fig. 9 Active stereo coordinate frame



As mentioned before, an SVS implements two or more cameras in order to estimate depth of objects and planes in a scene. The calculation of depth is produced by a binocular disparity created between the cameras [12]. Each camera possesses its own projection of the image, a triangulation between the points of each camera, and a point in the object of view creates an epipolar plane and determines a pair of epipolar lines in the two images, where the epipole point is the center of projection of the other camera [15, 29] (Fig. 8).

Consequently, to integrate a SVS in an INS, both cameras' frames are located in a midpoint frame where the two encounters. The active stereo coordinate reference frame C_{AS} describes the relation of left and right cameras, C_l and C_r , respectively; to an origin position, the calculation is made through a cross product as shown in Eq. (31) and Fig. 9 [31, 40].

$$C_{AS} = (C_r - C_l) (C_o - C_l) \tag{31}$$

150

J. A. Valdez-Rodríguez et al.

The active stereo coordinate reference frame is located in the center and provides the data used in dead reckoning, where the C_{ASk} is compared with the C_{ASk-1} to compute a new attitude and position estimation.

4 Mobile Binocular Visual Inertial Odometry

Visual-inertial odometry (VIO) is a method employed in navigation to estimate motion using images acquired by camera sensors [64].

VIO systems are capable of functioning with a monocular camera; however, it is recommended to use a binocular camera to get better results in terms of environment recognition and motion due to its ability to perform depth determination [33]. Therefore, it is possible to implement a VIO system in vehicles or robotic manipulators to perform navigation tasks and work in conjunction with inertial instruments.

Vehicles as planes, drones, all-terrain mobile robots, or humanoid robots rely on binocular vision for navigation. For example, explorer vehicles take advantages of the cameras to travel across unknown environments and avoid collisions, or being positioned in a dangerous place [78].

All-terrain mobile robots are common in emergency situations in which there is no opportunity for persons to enter buildings. Binocular VIO aids not only to navigate through the place but also to provide opportunity to recognize and locate objects. A similar situation applies for drones where it is necessary to fly and identify landmarks [28] (Fig. 10).

However, VIO binocular mobile robots require obtaining non-blurry images to properly execute the process between frames and calculate the current distance and attitude [52]. Hence, VIO binocular mobile systems could be affected by the same surrounding environment they are exploring. Weather conditions, non-plain floors,

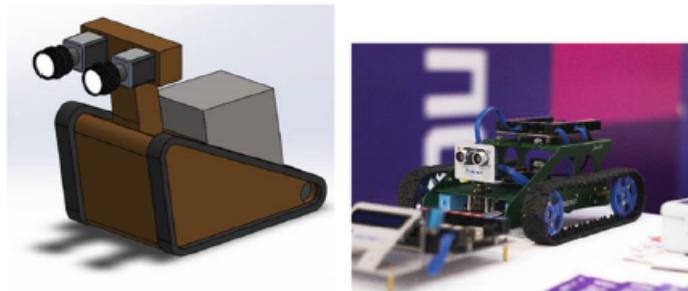


Fig. 10 SVS binocular rescue mobile vehicle (left) and binocular educational mobile vehicle (right) [10]

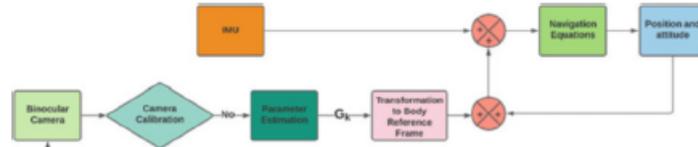


Fig. 11 Calibration and correction for blurry images

absence of light, or the cameras being directly affected by light are some of the drawbacks impeding the cameras to accurately get images.

VIO binocular mobile robots follow the majority of the steps in the process of VINS. However, in some systems, at the beginning a camera calibration phase and in a subsequent state a learning technique for parameter estimation through random samples are added [23, 66]. The methodologies mentioned work as a help to diminish the errors for the image taken by the binocular cameras.

Besides the feature point extraction of the image, the parameter estimation compares the current image with the previous one in order to obtain the current position and attitude of the navigation body or the relative motion T_k of the camera [4, 77]. Relative motion T_k is the computation of the current position and attitude of the navigation body, where every new data k obtained from the SVS process is concatenated with the previous data $k - 1$. T_k is expressed as:

$$T_{k,k-1} = \begin{bmatrix} R_{k,k-1} & t_{k,k-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

where $R_{k,k-1}$ is a rotation matrix. T_k is a translation vector between frames taken at timesteps. Therefore, T_k is employed to determine a global estimate G_k to transform the information to the body reference frame in the particular case of VINS, as shown in Fig. 11 and afterward, compare the information with inertial instruments as IMU. G_k is obtained with the previous G_{k-1} and the relative motion T_k referenced at the initial frame G_0 at $k = 0$:

$$G_k = G_{k-1}T_k \quad (33)$$

5 Omnidirectional Visual-Inertial Navigation Systems

OVINS are navigation systems build with two omnidirectional cameras or two rotating cameras; their purpose is to measure depth in the horizontal plane of the cameras additionally to horizontal and vertical distances. In navigation, the device

152

J. A. Valdez-Rodríguez et al.

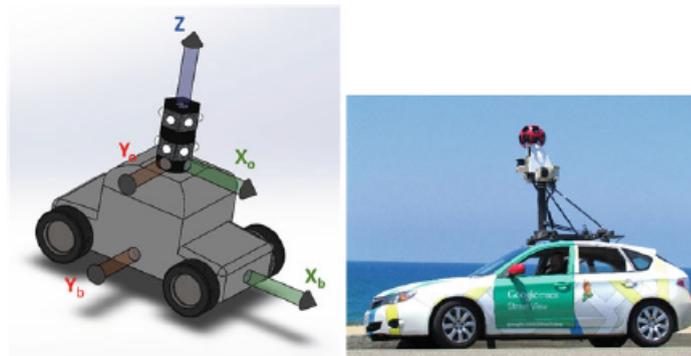


Fig. 12 OVINS: Two omnidirectional cameras in a vehicle to calculate depth (left) and Google Maps car (right) [9]



Fig. 13 OVINS detecting points in two omni-images

employed must be able to record omnidirectional stereo video (OSV) and create panoramic images to estimate distance and attitude in real time (Fig. 12)

In a city, OVINS allow INS to be aware of the different obstacles a mobile vehicle may encounter. From small places as malls or amusement parks to a bigger environment as the street, OVINS have the possibility to determine the distance between the mobile vehicle and the object (Fig. 13).

In OVINS, the FOV they possess is bigger than the one proportioned in conventional cameras; it allows the possibility to perform navigation tasks in a large environment. UAV as drones perform specific tasks such as recognition and reconstruction of the surroundings where the mobile vehicle is navigating. The

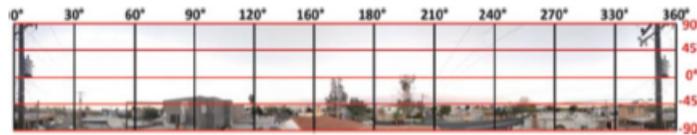
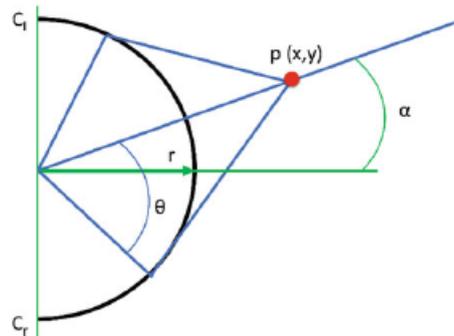


Fig. 14 Panoramic image and axis

Fig. 15 Left and right camera FOV over a point $p(x, y)$



OVINS also realize odometry work with the images, defining coordinates for the points demonstrated in the captured spherical images [49].

OVINS takes panoramic images of the surroundings, where the image shows the horizontal and vertical axis through the pixels. A panoramic image is able to display between 0° and 360° in the horizontal axis and from -90° to 90° in the vertical axis [32] (Figs. 14 and 15).

There are various methods to create panoramic images as mentioned by Peleg et al. [47]. Circular projections or rotating cameras are some of the most common and still, as mentioned SVS, it exists a vertical disparity. The vertical disparity is created when the pixel is not founded in the same location of the vertical axis. The points are computed from Eq. (34):

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{r}{p_x} \right) \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{p_y}{\sqrt{p_x^2 - r^2}} \right) \quad (34)$$

where a point $(p_x, p_y, 0)$ is projected in the image. The panorama possesses a radius r , and due to the rotational capacities of the cameras, a pair of perspective images is generated from the left and right cameras, C_l and C_r , respectively. Also, an α angle represents the direction of view from the camera [3, 75]:

$$C_l = \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha \right) \\ \sin(\phi) \\ \cos \phi \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha \right) \end{bmatrix} \quad C_r = \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \\ \sin(\phi) \\ \cos \phi \cos \left(\theta - \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \end{bmatrix} \quad (35)$$

6 Laser Scanner Systems

The object recognition through laser scanner systems (LSS) is a methodology employing photoelectronic instruments capable of detecting the light emitted by a laser. There exist different types of LSS and a diversity of photoelectronic sensors that detect light at different speeds. Therefore, it is important to note the impact of the methodologies in the precision of the point estimation; the different strategies improve the resolution incrementing the number of detected points during the scanning.

One approach to compute measurements is with the help of triangulation methods. Laser triangulation can be static, where the method requires an adjusted and fixed laser and camera to capture the light. Hence, a dynamic laser triangulation method requires a moving laser until the point of light goes through the selected area or object, and then the triangulation is calculated and the measurement is obtained [53, 54].

The LSS process produces a point cloud representing the object surface, where the points generated must present a low dispersion to reflect the true form of the scanned object. Therefore, despite mainstream methods for registering the measurements as triangulation laser scanner, an error in the estimation of the object's shape is still present. Methodologies as artificial neural networks (ANN) are a helpful solution to LSS, thanks to their capacity to detect and predict patterns also applied in image classification [58, 67] (Fig. 16).

In a navigation system, LSS provides information about the surrounding environment, shapes, size, and depth of objects. As discussed previously, the photoelectronic sensors and laser are key factors in distance measurement, where some lasers are designed to measure large distances. Aerial vehicles as drones require LSS to create maps and determine features for the study of ecologic areas. On the other hand, terrestrial vehicles as cars implement LSS to recognize the road, helping self-driving vehicles avoid collision and measure distances (Fig. 17).

Nevertheless, there exist some lasers in LSS for short distances, applied in the high-precision detection, where they help in differentiation of near objects with detail and provide support for navigation body until they find the desired point. Close-range navigation with laser is applied for microsurgery systems where the level of precision required is high to properly complete the procedure on people. Mobile robots in pipelines realize a mapping of structures to extract features to detect damaged elements such as elbows, T-junctions, or corrosion in the pipeline.

For an LSS working with an INS, the inertial navigation process gets feedback from the last iteration of position and attitude in conjunction with the data coming

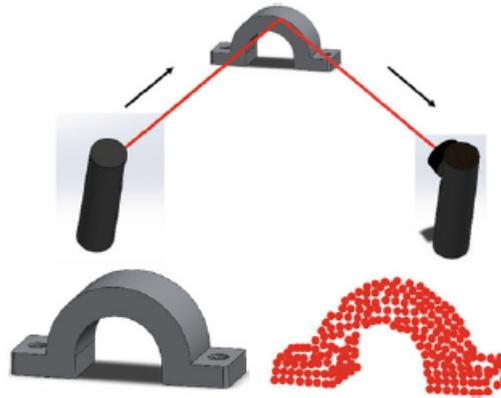


Fig. 16 Laser scanning (upper image) and point cloud (below image)

Fig. 17 Aerial mapping with laser scanners [55]



from the LSS. The LSS system performs a point triangulation to measure the distances and then proceed to apply a transformation of the data in LSS to the body reference frame (Fig. 18).

LSS coordinate reference frame as other reference frames follows the right-hand rule, where Z axis is parallel to the scanning aperture of a laser scanner system and is pointing up, Y axis is the pointing direction of the scanning aperture laser, and X axis is orthogonal to Z axis and Y axis and pointing to the left [68] (Fig. 19).

And to transform the LSS coordinate reference frame to body coordinate reference frame, the system as other references can employ a quaternion transformation matrix or a direction cosine matrix. The present chapter shows a direction cosine matrix required to transform the LSS frame. However, the LSS frame requires

156

J. A. Valdez-Rodríguez et al.

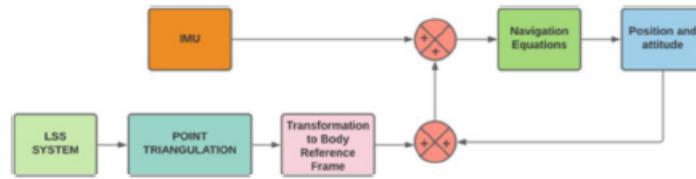


Fig. 18 LSS and INS integration

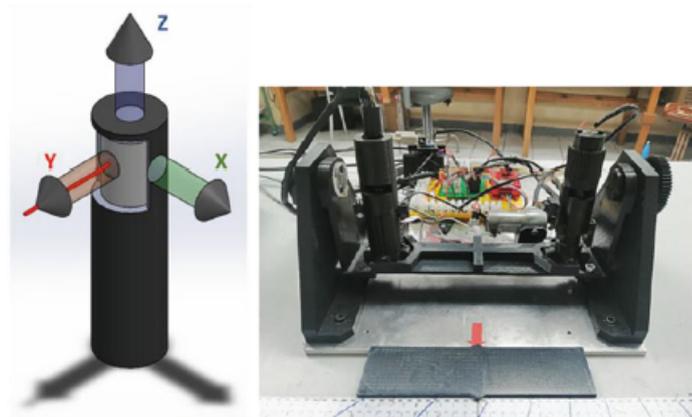


Fig. 19 LSS coordinate reference frame

aligning the laser scanner; the process presents the following equations to properly center the scanner [36, 65]:

$$P^L = \begin{bmatrix} p_i \sin \phi_i \cos \theta_i \\ p_i \sin \phi_i \sin \theta_i \\ p_i \cos \phi_i \end{bmatrix} \quad (36)$$

For Eq. (6), P^L is the offset to properly align the laser scanner to the system, ϕ is the mirror angle, θ is the laser scanning axis, and p_i is an offset of the pulse on the distance measurement. The DCM complements the aligning process. As a result, to transform the LSS measurement to body reference frame, the equation requires the rotation in X and Y axis:

$$C_{la}^b = C_1^b P^L \quad (37)$$

where C_{la}^b is the DCM of the aligned laser in the body reference frame and C_1^b represents only the rotation from laser frame to body frame. The transformation performs a rotation in X , Y , and Z axis as shown before in Eq. (38):

$$C_1^b = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (38)$$

7 LIDAR Odometry and Mapping

The motion estimation is a task discussed in different parts of the present chapter. INS has the capability to perform odometry through different means and work in real time. LSS systems are capable of executing the task, and due to their capacity to characterize forms and their measurements, mapping in real-time using LSS is still a popular technology.

On the other hand, light detection and ranging (LIDAR) is a measurement technology based on laser technology. The system principle consists of a transmitter and a receiver; LIDAR measures the time it takes for the laser to travel to a point and go back to the receptor. Therefore, a common practice for the improvement of precision is comparing the measurements to other instruments' data. Consequently, LIDAR technology is used for mapping in topography and exploration [70] (Fig. 20).

The mapping process requires the LIDAR system in movement; as a consequence, there are a series of problems affecting the precision in the measurements. In order to implement a LIDAR in an INS for a mapping process in real time, it is

Fig. 20 LIDAR system and FOV

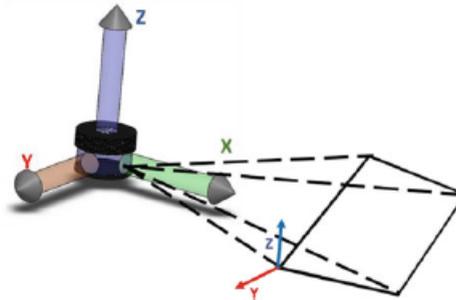


Fig. 21 Traveling time t_s of a laser pulse

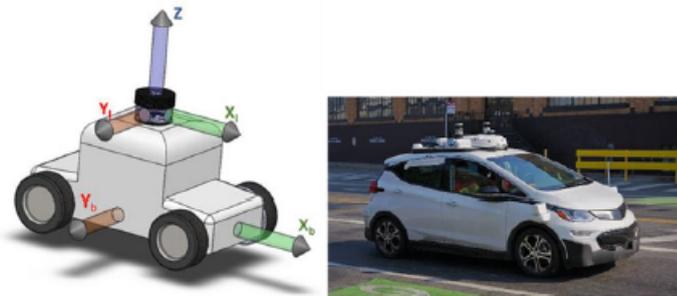
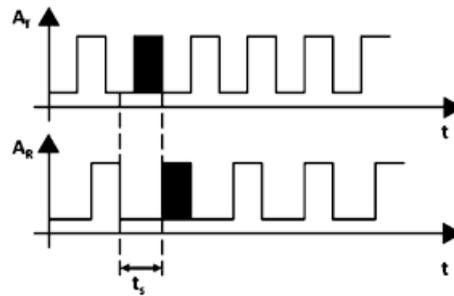


Fig. 22 Body and LIDAR coordinate reference frame and car with a LIDAR [18]

necessary to consider the synchronization of the data received. LIDAR measures the timestep a light pulse takes to reach the target and back to the receiver [44, 79].

The range of LIDAR pulse of light is calculated as follows:

$$R = \frac{1}{2}c \cdot t_s \tag{39}$$

where R is the range or distance between the laser transmitter and the surface object, c is the speed of light, and t_s is the traveling time of the laser pulse (Fig. 21). The amplitudes of the laser pulse in Fig. 22 demonstrate the traveling time t_s [17]. A_T and A_R are the amplitude transmitted and the amplitude received, respectively.

The information proportioned by LIDAR is matched with the inertial instruments as in other INS. Besides the synchronization in time of the data samples, the LIDAR information must be in the body reference [34]. Henceforth, due to LIDAR scanning laser process, the system can share the same coordinate reference frame for X and Y axis. Z axis is pointing in the opposite direction.

After LIDAR initiates the scanning, the data is stored in submaps to form the map of the scanned zone. A variety of methodologies [17, 45, 63] are well known to proceed with the mapping, but in an INS, the information is complemented with inertial references as IMU. Hence, the map created and later stored is an accompaniment for the navigation process; it is still necessary for the technology to properly calculate and process the information coming from the inertial sensor to afterward receive feedback from the mapping process.

Therefore, for the integration of LIDAR with an INS, Su et al. [63] propose to employ the timestep i difference as a reference coordinate, where in a next timestep, j is describing the system trajectory c_{ij} according to the IMU data. Then, it is calculated a component vector of the c_{ij} followed by the body and the current pitch and yaw variation, represented with $d\theta$ and $d\varphi$, respectively. In the particular case of ground vehicles, c is considered as the ground roughness. The component vector possesses a chord length of the trajectory:

$$l_{ij} = c_{ij} \cos(c * d\varphi) \quad (40)$$

Thus, a motion vector p_{ij} is determined with the chord length l_{ij} to obtain the variation between the i and j timesteps:

$$p_{ij} = \begin{bmatrix} c_{ij} \cos(c * d\varphi) \cos(d\theta) \cos(d\varphi) \\ c_{ij} \cos(c * d\varphi) \cos(d\theta) \sin(d\varphi) \\ -c_{ij} \cos(c * d\varphi) \sin(d\theta) \end{bmatrix} \quad (41)$$

8 Surgical Navigation Robots

To perform a surgery, accuracy is a key element for surgeons. It takes years of practice to meticulously realize a complex surgery. Thus, new technologies to perform surgeries with precision are now part of some hospitals and are a helpful tool for inexperienced surgeons. Surgical navigation robots (SNR) are manipulated by trained surgeons and built with inertial sensors as accelerometers or IMU to support the movements and improve the precision.

Surgical navigation robots (SNR) are structures composed of robotic arms, INS system, and complementary sensors to increase the precision. A SNR in conjunction with a LSS allows the systems to perform scans and obtain detailed information of the body part in depth and mapping. Thus, the LSS is capable of realizing a mapping process to create a mesh and to compute finite element calculation [19] (Fig. 23).

LSS is implemented at the end of the link of SNR where the surgical tool is located; in some systems, the laser points directly to the position where it is going to be performed the surgical work. The laser position is corrected through inertial sensors and with the help of cameras where the image is displayed to the surgeon.

160

J. A. Valdez-Rodríguez et al.

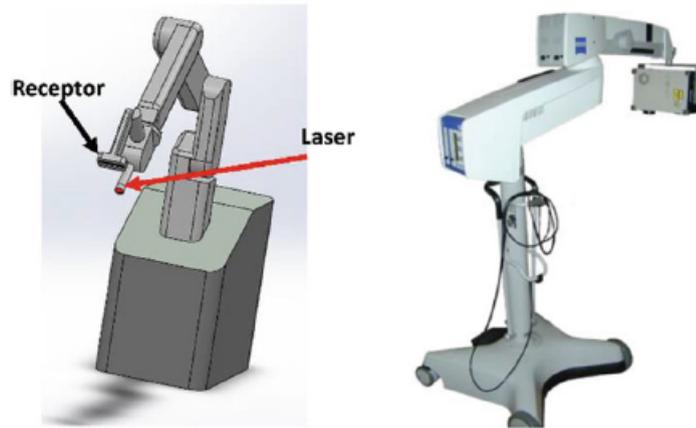


Fig. 23 Laser surgical navigation robot and the Minolta VI-900 class I laser scanner [38]

Robust SNR applies additional optical tracking systems to adjust the laser position [14] [37].

SNR are robots with a variety of configurations depending on the surgery to be performed. Specifications as the number of links for the robotic arm, coupling with other robotic manipulators to improve the precision in the surgery, are elements to consider where the mathematical model is described. For the purposes of the present chapter, the following Eqs. (42, 43, and 44) correspond to the final link of a robotic arm where an LSS could be found. Thus, elements as the body coordinate reference frame and distances for offset laser must be considered.

For a mapping coordinate frame m , Liao et al. [35], Jerbić et al. [27], and Al-Durgham et al. [2] suggest:

$$r_p^m(t) = r_b^m(t) + C_b^m(t) \left\{ a_{IMU/s}^b + C_s^b r_p^s(t) \right\} \quad (42)$$

where r_p^m , r_b^m , and r_p^s are the positions of the body frame, point p at the end of the arm and a function of the observed range, respectively. C_b^m and C_s^b are DCM for the rotations; thus, the equations can vary depending on the arm configuration. And $a_{IMU/s}^b$ is the lever arm offset (if exists) between the laser and the body frame.

Finally, for a validation in the accuracy of measurements Chen et al. [13] propose a pivot P and axis A calibration, where the actual i points collected are compared to the estimated pivotal points P^* , to obtain a distance error:

$$P_{ierr} = \sqrt{(P_{ix} - P^*_{ix})^2 + (P_{iy} - P^*_{iy})^2 + (P_{iz} - P^*_{iz})^2} \quad (43)$$

And for the angle error are included the actual angles A and the calculated angle A^* :

$$A_{ierr} = \cos^{-1} \left[\frac{A_{ix} - A^*_{ix} + A_{iy} - A^*_{iy} + A_{iz} - A^*_{iz}}{\sqrt{A_{ix}^2 + A_{iy}^2 + A_{iz}^2} \times \sqrt{A^*_{ix}^2 + A^*_{iy}^2 + A^*_{iz}^2}} \right] \quad (44)$$

9 Conclusions

For the integration of a reference to INS, even for similar types of instrumentation, proper identification of the coordinate reference frame and interpretation of the data expressed are required. The data from both SVS and LSS must be transformed to the navigation frame or the measurement frame where it is needed for analysis. All the transformation matrices in this chapter are DCM, but the described methodologies could also be applied for quaternions if the reader is more familiar with them.

When a SVS is incorporated into an INS, it enhances the possibility to attach two or more cameras in a different set of configurations for the system. For a proper interpretation of the data obtained from the image, it is necessary to define where the epipolar line is located with their epipolar points and consider the line of sight and FOV demanded for every camera at the moment to fix them in their location.

Besides, when more cameras are added to the system, a robust calibration is demanded in order to diminish errors in the measurements.

SVS are more common to be implemented with INS or navigation systems; the reason is their low complexity in data interpretation, and they are fast systems. Thus, SVS have the property to determine the objects in the environment even without the involvement of a methodology; the user can simply get the image and correct the trajectory if the system is sending information in real time.

LSS, on the other hand, is more useful for mapping in navigation. The mapping possibility helps the system to recognize a familiar environment, avoid collisions, and improve the navigation. Two of the mentioned LSS own different methodologies to perform measurements during navigation were triangulation and time of flight.

LSS systems could require more time than SVS to perform their scanning and be able to recognize the objects or the structure in front of the body. But a properly scanned object can provide useful information and help the system to perform precise movements as required in medical surgeries.

For both systems, it is necessary to remember that the body could make movements that can distort the camera image and the laser reception, generating measurement errors and increments in the INS drift. The absolute references aid the IMU of the INS, but in other situations, the IMU is helping the vision systems in the navigation, as in the LIDAR case. During the integration of the vision system with

INS, it is desirable to define which system is the one receiving feedback through the navigation process or if both systems are going to work parallel to each other.

References

1. Achtelek M, Bachrach A, He R, et al (2009) Stereo vision and laser odometry for autonomous helicopters in GPS-denied indoor environments. In: Gerhart GR, Gage DW, Shoemaker CM (eds) SPIE Defense, Security, and Sensing. p 733219
2. Al-Durgham K, Lichti DD, Kwak E, Dixon R (2021) Automated Accuracy Assessment of a Mobile Mapping System with Lightweight Laser Scanning and MEMS Sensors. *Applied Sciences* 11:1007. <https://doi.org/10.3390/app11031007>
3. Anderson R, Gallup D, Barron JT, et al (2016) JUMP: Virtual reality video. *ACM Transactions on Graphics* 35:1–13. <https://doi.org/10.1145/2980179.2980257>
4. Antigny N, Uchiyama H, Servières M, et al (2019) Solving Monocular Visual Odometry Scale Factor with Adaptive Step Length Estimates for Pedestrians Using Handheld Devices. *Sensors* 19:953. <https://doi.org/10.3390/s19040953>
5. Bekir, E. (2007). Introduction to modern navigation systems. *Introduction to Modern Navigation Systems*, 1–235. <https://doi.org/10.1142/6481>
6. Ben Y, Yang J, Yin D, Li Q (2014) System reset of strapdown INS for pipeline inspection gauge. *Ocean Engineering* 88:357–365. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2014.07.004>
7. Börjesson, N. (2005). Transformations between Camera Images and Map Coordinates with Applications. Institutionen för systemteknik.
8. Bose A, Bhat KN, Kurian T (2013) Fundamentals of Navigation and Inertial Sensors by Amitava Bose, K.N. Bhat, Thomas Kurian: New Softcover (2013) First edition. | BookVistas. PHI Learning
9. Brooks, S., 2021. <https://unsplash.com/photos/jRFJ28gq8ME>. [image]. [Accessed 28 March 2021].
10. Castelli, M., 2021. <https://unsplash.com/photos/l74VaCZon7l>. [image]. [Accessed 28 March 2021].
11. Castro-Toscano MJ, Rodríguez-Quinonez JC, Hernández-Balbuena D, et al (2018) Obtención de Trayectorias Empleando el Marco Strapdown INS/KF: Propuesta Metodológica. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 15:391–403. <https://doi.org/10.4995/riai.2018.8660>
12. Chauhan T, Héjja-Brichard Y, Cottureau BR (2020) Modelling binocular disparity processing from statistics in natural scenes. *Vision Research* 176:27–39. <https://doi.org/10.1016/j.visres.2020.07.009>
13. Chen X, Xu L, Wang H, et al (2017) Development of a surgical navigation system based on 3D Slicer for intraoperative implant placement surgery. *Medical Engineering and Physics* 41:81–89. <https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2017.01.005>
14. Choi J, Kim J, Hwang JY, et al (2017) A novel smart navigation system for intramedullary nailing in orthopedic surgery. *PLOS ONE* 12:e0174407. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0174407>
15. Distanto A, Distanto C (2020) Paradigms for 3D Vision. In: *Handbook of Image Processing and Computer Vision*. Springer International Publishing, Cham, pp 315–411
16. Dong Y, Wang D, Zhang L, et al (2020) Tightly Coupled GNSS/INS Integration with Robust Sequential Kalman Filter for Accurate Vehicular Navigation. *Sensors* 20:561. <https://doi.org/10.3390/s20020561>
17. Dong P, Chen Q (2017) LiDAR Remote Sensing and Applications. CRC Press
18. Dllu, 2021. A Cruise Automation Chevrolet Bolt. [image] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cruise_Automation_Bolt_EV_third_generation_in_San_Francisco.jpg [Accessed 1 April 2021].

19. Esslinger D, Rapp P, Knödler L, et al (2019) A novel finite element model-based navigation system-supported workflow for breast tumor excision. *Medical and Biological Engineering and Computing* 57:1537–1552. <https://doi.org/10.1007/s11517-019-01977-0>
20. Grewal M, L.-R.-Weill, Andrews A (2007) *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*
21. Griesbach D, Baumbach D, Zuev S (2014) Stereo-vision-aided inertial navigation for unknown indoor and outdoor environments. In: 2014 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN). IEEE, pp 709–716
22. Hanson, A. Andrew J. (2006). *Visualizing quaternions*. 498.
23. He M, Zhu C, Huang Q, et al (2020) A review of monocular visual odometry. *Visual Computer* 36:1053–1065. <https://doi.org/10.1007/s00371-019-01714-6>
24. Hofmann-Wellenhof B, Legat K, Wieser M (2011) *Navigation: Principles of Positioning and Guidance*. Springer Science & Business Media
25. Huang G (2019) Visual-Inertial Navigation: A Concise Review. In: 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). pp 9572–9582
26. Jazar, R. N. (2010). *Theory of Applied Robotics Kinematics, Dynamics, and Control (2nd Edition)*.
27. Jerbić B, Švaco M, Chudy D, et al (2020) RONNA G4—Robotic Neuronavigation: A Novel Robotic Navigation Device for Stereotactic Neurosurgery. In: *Handbook of Robotic and Image-Guided Surgery*. Elsevier, pp 599–625
28. Kelly J, Sukhatme GS (2007) An experimental study of aerial stereo visual odometry. In: *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*. IFAC Secretariat, pp 197–202
29. Kim H, Lee S (2012) Simultaneous line matching and epipolar geometry estimation based on the intersection context of coplanar line pairs. *Pattern Recognition Letters* 33:1349–1363. <https://doi.org/10.1016/j.patrec.2012.03.014>
30. Kuipers, J. B. (2020). *Quaternions and rotation sequences : a primer with applications to orbits, aerospace, and virtual reality*.
31. Kwon H, Park J, Kak AC (2007) A New Approach for Active Stereo Camera Calibration. In: *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. pp 3180–3185
32. Lai PK, Xie S, Lang J, Laquiere R (2019) Real-time panoramic depth maps from omnidirectional stereo images for 6 dof videos in virtual reality. In: 26th IEEE Conference on Virtual Reality and 3D User Interfaces, VR 2019 – Proceedings. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., pp 405–412
33. Li G, Yu L, Fei S (2020) A Binocular MSCKF-Based Visual Inertial Odometry System Using LK Optical Flow. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications* 100:1179–1194. <https://doi.org/10.1007/s10846-020-01222-z>
34. Liang S, Cao Z, Guan P, et al (2020) A Novel Sparse Geometric 3-D LiDAR Odometry Approach. *IEEE Systems Journal* 1–11. <https://doi.org/10.1109/jsyst.2020.2995727>
35. Liao H, Ishihara H, Tran HH, et al (2010) Precision-guided surgical navigation system using laser guidance and 3D autostereoscopic image overlay. *Computerized Medical Imaging and Graphics* 34:46–54. <https://doi.org/10.1016/j.compmedimag.2009.07.003>
36. Liu W, Li Z, Sun S, et al (2019) Improving Positioning Accuracy of the Mobile Laser Scanning in GPS-Denied Environments: An Experimental Case Study. *IEEE Sensors Journal* 19:10753–10763. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2019.2929142>
37. Luo X, Mori K, Peters TM (2018) Advanced Endoscopic Navigation: Surgical Big Data, Methodology, and Applications. *Annual Review of Biomedical Engineering* 20:221–251
38. Marmulla R, Hassfeld S, Lüth T, Mühling J (2003) Laser-scan-based navigation in craniomaxillofacial surgery. *Journal of Cranio-Maxillofacial Surgery* 31:267–277. [https://doi.org/10.1016/S1010-5182\(03\)00056-8](https://doi.org/10.1016/S1010-5182(03)00056-8)
39. Matthies LH (1989) *Dynamic stereo vision*. Carnegie Mellon University
40. Mohamed A, Culverhouse P, Cangelosi A, Yang C (2018) Active stereo platform: online epipolar geometry update. *EURASIP Journal on Image and Video Processing* 2018:54. <https://doi.org/10.1186/s13640-018-0292-8>
41. Morais, J. P., Georgiev, S., & Spröbig, W. (2014). *Real quaternionic calculus handbook*. 216.

42. Noureldin A, Karamat TB, Georgy J (2013a) Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg
43. Noureldin A, Karamat TB, Georgy J (2013b) Basic Navigational Mathematics, Reference Frames and the Earth's Geometry. In: Noureldin A, Karamat TB, Georgy J (eds) Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration. Springer, Berlin, Heidelberg, pp 21–63
44. Palieri M, Morrell B, Thakur A, et al (2021) LOCUS: A Multi-Sensor LIDAR-Centric Solution for High-Precision Odometry and 3D Mapping in Real-Time. IEEE Robotics and Automation Letters 6:421–428. <https://doi.org/10.1109/LRA.2020.3044864>
45. Pan Y, Han Y, Wang L, Chen J, Meng H, Wang G, Zhang Z, Wang S, (2019) 3D Reconstruction of Ground Crops Based on Airborne LiDAR Technology. In: IFAC-PapersOnLine. 52(24):35–40, ISSN 2405-8963, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.12.376>
46. Pasqualetto Cassinis, L., Fonod, R., & Gill, E. (2019). Review of the robustness and applicability of monocular pose estimation systems for relative navigation with an uncooperative spacecraft. Progress in Aerospace Sciences, 110, 100548. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2019.05.008>
47. Peleg S, Ben-Ezra M, Pritch Y (2001) Omnistereo: Panoramic stereo imaging. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 23:279–290. <https://doi.org/10.1109/34.910880>
48. Pesquet-Popescu B, Cagnazzo M, Dufaux F (2014) Chapter 2 – Motion Estimation—A Video Coding Viewpoint. In: Theodoridis S, Chellappa R (eds) Academic Press Library in Signal Processing. Elsevier, pp 27–92
49. Ramezani M, Khoshelham K, Fraser C (2018) Pose estimation by Omnidirectional Visual-Inertial Odometry. Robotics and Autonomous Systems 105:26–37. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2018.03.007>
50. Ramírez-Hernández LR, Rodríguez-Quinonez JC, Castro-Toscano MJ, et al (2020a) Improve three-dimensional point localization accuracy in stereo vision systems using a novel camera calibration method. International Journal of Advanced Robotic Systems 17:1729881419896717. <https://doi.org/10.1177/1729881419896717>
51. Ramírez-Hernández LR, Rodríguez-Quinonez JC, Castro-Toscano MJ, et al (2020b) Stereoscopic Vision Systems in Machine Vision, Models, and Applications. In: Sergiyenko O, Flores-Fuentes W, Mercorelli P (eds) Machine Vision and Navigation. Springer International Publishing, Cham, pp 241–265
52. Rani P, Jangid A, Nambodiri VP, Venkatesh KS (2018) Visual odometry based omnidirectional hyperlapse. In: Communications in Computer and Information Science. Springer Verlag, pp 3–13
53. Real-Moreno O, Castro-Toscano MJ, Cesar Rodríguez-Quinonez J, et al (2019) Surface Measurement Techniques in Machine Vision: Operation, Applications, and Trends. <https://doi.org/10.4018/978-1-5225-5751-7.ch004>
54. Real-Moreno O, Castro-Toscano MJ, Rodríguez-Quinonez JC, et al (2018) Implementing k-nearest neighbor algorithm on scanning aperture for accuracy improvement. In: Proceedings: IECON 2018 – 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., pp 3182–3186
55. Roca David, Martínez-Sánchez Joaquín, Lagüela Susana, Arias Pedro, CC BY 4.0 <<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>>, via Wikimedia Commons. [image] [Accessed 28 March 2021].
56. Roma N, Sousa L (2005) Least squares motion estimation algorithm in the compressed DCT domain for H.26x/MPEG-x video sequences. In: IEEE Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance, 2005. pp 576–581
57. Samama N (2008) A Brief History of Navigation and Positioning. In: Global Positioning: Technologies and Performance. John Wiley & Sons, pp 1–27
58. Sanchez-Castro JJ, Rodríguez-Quinonez JC, Ramírez-Hernandez LR, et al (2020) A Lean Convolutional Neural Network for Vehicle Classification. In: IEEE International Symposium on Industrial Electronics. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., pp 1365–1369

59. Santoso F, Garratt M, Anavatti S (2017) Visual-Inertial Navigation Systems for Aerial Robotics: Sensor Fusion and Technology. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATION SCIENCE AND ENGINEERING* 14:. <https://doi.org/10.1109/TASE.2016.2582752>
60. Seok H, Lim J (2020) ROVINS: Robust Omnidirectional Visual Inertial Navigation System. *IEEE Robotics and Automation Letters* 5:6225–6232. <https://doi.org/10.1109/LRA.2020.3010457>
61. Sharon Y, Lendvay TS, Nisky I (2017) Instrument Orientation-Based Metrics for Surgical Skill Evaluation in Robot-Assisted and Open Needle Driving. arXiv:170909452 [cs]
62. Spong, M. W., & Vidyasagar, M. (Mathukumalli). (2004). Robot dynamics and control.
63. Su Y, Wang T, Shao S, et al (2021) GR-LOAM: LiDAR-based sensor fusion SLAM for ground robots on complex terrain. *Robotics and Autonomous Systems* 140:103759. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2021.103759>
64. Sun K, Mohta K, Pfrommer B, et al (2018) Robust Stereo Visual Inertial Odometry for Fast Autonomous Flight. *IEEE Robotics and Automation Letters* 3:965–972. <https://doi.org/10.1109/LRA.2018.2793349>
65. Talaya J, Alamus R, Bosch E, et al (2004) INTEGRATION OF A TERRESTRIAL LASER SCANNER WITH GPS/IMU ORIENTATION SENSORS
66. Tomažič S, Škrjanc I (2015) Fusion of visual odometry and inertial navigation system on a smartphone. *Computers in Industry* 74:119–134. <https://doi.org/10.1016/j.compind.2015.05.003>
67. Trujillo-Hernández G, Rodríguez-Quiñonez JC, Ramírez-Hernández LR, et al (2019) Accuracy Improvement by Artificial Neural Networks in Technical Vision System. In: *IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference)*. IEEE Computer Society, pp 5572–5577
68. Van Dang CB, Takahashi K, Phan ATT (2020) Accuracy assessment of 3d point clouds collected by a low cost uav-based laser scanner system. In: *Lecture Notes in Civil Engineering*. Springer, pp 815–823
69. Veth M (2006) Fusion of Imaging and Inertial Sensors for Navigation. *Theses and Dissertations*
70. Wandinger U (2006) Introduction to LIDAR. In: *LIDAR*. Springer-Verlag, pp 1–18
71. Wang, C., Wen, C., Dai, Y., Yu, S., & Liu, M. (2020). Urban 3D modeling with mobile laser scanning: a review. *Virtual Reality & Intelligent Hardware*, 2(3), 175–212. <https://doi.org/10.1016/j.VRIH.2020.05.003>
72. Wang D, Li M, Huang X, Zhang X (2021) Optical Autonomous Navigation Technology. *Spacecraft Autonomous Navigation Technologies Based on Multi-source Information Fusion* 163–210. https://doi.org/10.1007/978-981-15-4879-6_8
73. Wang L, Niu X, Zhang Q, et al (2013) A camera/IMU tightly- coupled navigation algorithm and verification by hybrid simulation. *Journal of Harbin Institute of Technology (New Series)* 20:84–90. <https://doi.org/10.11916/j.issn.1005-9113.2013.06.012>
74. Xu G, Zhang Z (1996) *Epipolar Geometry in Stereo, Motion and Object Recognition: A Unified Approach*. Springer Netherlands
75. Yan J, Kong L, Diao Z, et al (2018) Panoramic stereo imaging system for efficient mosaicking: parallax analyses and system design. *Applied Optics* 57:396. <https://doi.org/10.1364/ao.57.000396>
76. Yazdkhasti S, Sasiadek JZ, Ulrich S (2016) Performance enhancement for GPS/INS fusion by using a fuzzy adaptive unscented Kalman filter. In: *2016 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*. IEEE, pp 1194–1199
77. Yousif K, Bab-Hadiashar A, Hoseinnezhad R (2015) An Overview to Visual Odometry and Visual SLAM: Applications to Mobile Robotics. *Intelligent Industrial Systems* 1:289–311. <https://doi.org/10.1007/s40903-015-0032-7>
78. Zhai G, Zhang W, Hu W, Ji Z (2020) Coal Mine Rescue Robots Based on Binocular Vision: A Review of the State of the Art. *IEEE Access* 8:130561–130575. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3009387>
79. Zhang J, Singh S (2017) Low-drift and real-time lidar odometry and mapping. *Autonomous Robots* 41:401–416. <https://doi.org/10.1007/s10514-016-9548-2>

80. Zhang Y-J (2021) *Handbook of Image Engineering*. Springer Singapore
81. Cova TJ, Miller HJ, Beard K, Frank AU, Goodchild MF (eds) (2008) *Geographic Information Science: 5th International Conference, GIScience 2008, Park City, UT, USA, September 23–26, 2008, Proceedings*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg

A Quadrant Approach of Camera Calibration Method for Depth Estimation Using a Stereo Vision System

Oscar Real-Moreno¹, Julio C. Rodríguez-Quinonez¹, Oleg Sergiyenko²,
Wendy Flores-Fuentes¹, Moises J. Castro-Toscano¹, Jesús E. Miranda-Vega³, Paolo Mercorelli⁴,
Jorge Alejandro Valdez-Rodríguez¹, Gabriel Trujillo-Hernández¹, Jonathan J. Sanchez-Castro¹

¹Engineering Faculty, Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali, Baja California, México

²Engineering Institute, Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali, Baja California, México

³Department of Computer Systems, Tecnológico Nacional de México/IT Mexicali, Mexicali, Baja California, México

⁴Institute of Product and Process Innovation, Leuphana University of Lueneburg, Lueneburg, Germany
oreal@uabc.edu.mx, julio.rodriguez81@uabc.edu.mx

Abstract—Stereo vision systems are well know depth estimation methods with a large number of applications such as automatic inspection, autonomous navigation, process control, etc. The functioning principle of these systems is the triangulation between the real-world surface point and its respective projections on the image planes of each camera. One of the key points in order to obtain accurate measurements on stereo vision systems are the calibration of extrinsic and intrinsic parameters. This is why the work of this paper focuses on a camera calibration method to correct the error generated by the lens distortion. The proposed method divides the image in quadrants and generates an equation for each quadrant to correct the error generated by the lens distortion. The performed experiment demonstrated an accuracy improvement using the calibration method compared to the measures taken without a calibration method.

Index Terms—Lens distortion, Stereo vision system, depth estimation, pattern match, triangulation

I. INTRODUCTION

Stereo vision is an active research topic with many applications among different fields like in-hand object localization [1], 3D imaging of underwater scenes [2], autonomous navigation [3], automatic pose estimation [4] etc. These applications of stereo vision systems require precise measurements, and in order to obtain them, several factors must be taken into account like stereo disparity, image planes geometry, camera calibration [5], etc. Stereo disparity is the task of finding the correspondence between an object or a pattern in both stereo images, some methods used to perform this task include SAD [6], SSD [7], NCC [8] and deep learning techniques [9]. The image planes geometry [10] refers to the intrinsic [11] and extrinsic [12] parameters of the cameras such as sensor size, distance between cameras, angle of cameras, focal distance, etc. The camera calibration is the task of correcting the image distortion generated by the camera lenses [13].

The stereo vision systems implemented in this paper functions as shown on the block diagram from Figure 1. The first step is to check if the system needs to be calibrated,

if it needs calibration the implemented camera calibration method is used to compute the calibration constants. Once the system is calibrated the next step is to obtain the stereo image pair, then the desired depth estimation point is selected from the left image and found on the right image using a pattern match algorithm. After the pattern match algorithm the systems has two point coordinates, one for each image, these points are calibrated to compensate the error generated by the lens distortion giving two new coordinates for each point. After the point coordinates are calibrated, they are converted to angles in order to perform the triangulation and compute the X, Y and Z real world coordinates of the selected point.

The aim of this paper focuses on the camera calibration task to improve the depth estimation of a stereo vision system. The proposed camera calibration method uses a calibration pattern in order to compute calibration constants which are used in a set of equations to adjust the image distortion generated by the lens. The implemented camera calibration method takes the coordinates of a pixel and returns the calibrated pixel position in order to perform a better depth estimation.

The next sections of this paper are organized as follows: section two explains the theoretical framework of the stereo vision system. In section three the proposed calibration method is described. Section four shows the design of the stereo vision system prototype. Section five explains the experiment performed and the results obtained using the camera calibration method and comparing it with the depth estimation results of the system without calibration. Finally, on section six the conclusions of the camera calibration method results are discussed.

II. STEREO VISION SYSTEMS

The task of stereo vision systems is to provide real-world three-dimensional coordinates using a pair of stereo images from a scene [14] or by the same camera from different viewpoints [15]. This task is carried out by a triangulation

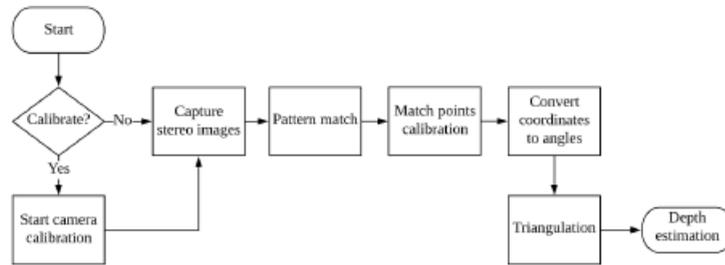


Fig. 1. Stereo vision system block diagram.

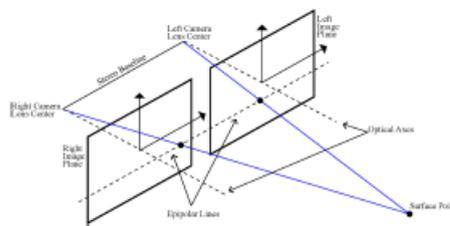


Fig. 2. Stereo vision system triangulation principle.

process, where a point or object is detected in both images, then a triangle is created between the real-world object and its 2D projections on the cameras.

Figure 2 shows the triangulation principle between the image planes and the real-world surface point. This Figure shows a stereo vision system where the cameras are positioned in a stereo geometry of a co-planar camera system. Some of the most important elements to take into account to compute the depth estimation are image sensors size, surface point projections position on each image plane and the stereo baseline which is the distance between the image sensors.

A. Pattern match

After the stereo images are acquired, the surface point of interest must be identified on one of the image planes, this can be performed by an object detection algorithm [16], landmark detection algorithm [17], manual selection, etc. Once the surface point is selected in one image, the same projection of the surface point on the other image plane must be found, this process is called pattern match and many methods to perform this task can be found in the literature [18].

B. Match points calibration

An important part of the triangulation process to compute accurate depth estimations are the coordinates of the surface point projections on the image planes. These coordinates

are given by the pattern match algorithm, which obtains the coordinates from the pair of stereo images. The problem with the coordinates obtained from these images is that they have an error produced by the distortion generated by the geometry of the camera lens. To correct this error this paper proposes a camera calibration method which is explained in section III.

C. Coordinates to angles and triangulation

Once the surface point on the image planes is calibrated, the triangulation process can be performed. This process consists on the Equations 1, 2 and 3 to compute the X, Y and Z real-world coordinates. These equations are similar to the equations used on the technical vision system [19].

$$X = a \left(\frac{\sin B \cdot \sin C}{\sin(B + C)} \right) \tag{1}$$

$$Y = a \left(\frac{\cos B \cdot \sin C}{\sin(B + C)} - \frac{1}{2} \right) \tag{2}$$

$$Z = a \left(\frac{\sin B \cdot \sin C \cdot \tan \beta}{\sin(B + C)} \right) \tag{3}$$

Where *a* is the distance between the cameras center which is the stereo baseline, and the variables *B*, *C* and β are obtained from the match points. Figure 3 shows a top view of the stereo vision system and a surface point with the angles *B* and *C*. These angles are calculated in relation with the angle of view of the camera and the pixel position of the surface point as shown in Figure 3. *B* and *C* are calculated using Equations 4 and 5.

$$B = B_i + B_o \tag{4}$$

$$C = C_i + C_o \tag{5}$$

Where *B_i* and *C_i* are the parts of angle inside the angle of view of the camera and they are computed using the Equations 6 and 7. And *B_o* and *C_o* are the parts of the angle outside the angle of view which are left to conform the angle and are computed using Equations 8 and 9.

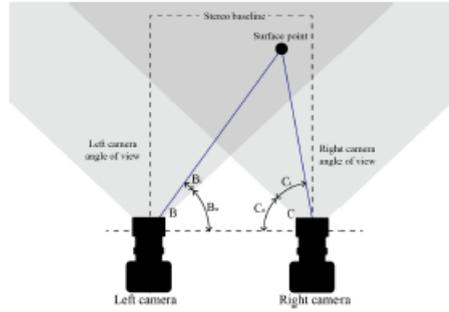


Fig. 3. Stereo vision system horizontal angles of view (top view).

$$B_l = H_{av} \frac{W_{ls} - SP_{xl}}{W_{ls}} \quad (6)$$

$$C_r = H_{av} \frac{SP_{xr}}{W_{ls}} \quad (7)$$

$$B_o = 90^\circ - \frac{H_{av}}{2} \quad (8)$$

$$C_o = 90^\circ - \frac{H_{av}}{2} \quad (9)$$

Where H_{av} horizontal angle of view of the corresponding camera, W_{ls} is the width of the corresponding image in pixels, SP_{xl} is the x value in pixels of the surface point coordinates on the left image and SP_{xr} is the x value of the surface point coordinates on the right image. On the other side, the β angle is computed using Equation 10.

$$\beta = \left(\frac{V_{av}}{2}\right) \left(\frac{V_{ls} - SP_{ylr}}{V_{ls}}\right) \quad (10)$$

Where V_{av} is the vertical angle of view of the camera, V_{ls} is the height of the image in pixels, SP_{ylr} is the y value of the surface point coordinates. Figure 4 shows the side view of the stereo vision system where the vertical angle of view and the β angle can be appreciated.

III. PROPOSED CALIBRATION METHOD

The proposed camera calibration method works directly on the pixel coordinates of the match points, the objective is to adjust the coordinates affected by the lens distortion, specially on the edges of the image. The proposed method divides the image in quadrants (The origin of the quadrants is the central pixel of the image) and uses Equation 11 to correct the X axis and Equation 12 to correct the Y axis.

$$X = X_{uc} + C_{(t,0)} X_{uc} Y_{uc} \quad (11)$$

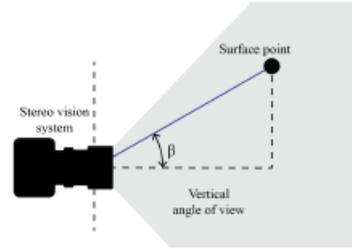


Fig. 4. Stereo vision system vertical angle of view (side view).

$$Y = Y_{uc} + C_{(t,1)} X_{uc} Y_{uc} \quad (12)$$

Where X and Y are the calibrated coordinate values, X_{uc} and Y_{uc} are the uncalibrated coordinate values and C is a matrix of calibration constants, where each element of the matrix depends on the quadrant and axis to calibrate, the first column contains the calibration constants for the x axis and the second column contains the calibration constants for the y axis and four rows, one for each quadrant. These values are computed using the calibration pattern from Figure 5.

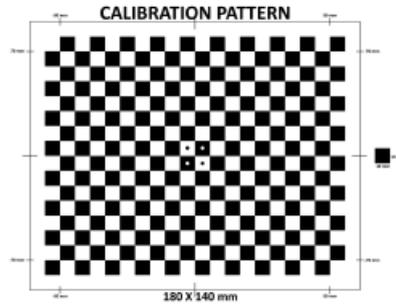


Fig. 5. Calibration pattern.

The calibration pattern is used to create two arrays, the first array (P_{raw}) includes the coordinate points of each square intersection and the second array (P_{adj}) contains the coordinate points adjusted, which are obtained by comparing each point with the zones of less distortion on the X and Y axes. The square intersections coordinates are found using a pattern match algorithm. The arrays P_{raw} and P_{adj} are used to create an array of constants (C_{xy}) using Equation 13.

$$C_{xy,(t,j)} = \frac{P_{adj,(t,j)} - P_{raw,(t,j)}}{P_{adj,(t,j)}} \quad (13)$$

C_{xy} contains a pair of calibration constants, one for the x coordinate and one for the y , the objective of this method is to select the pair of constants that gives the best results for all coordinate points of the same quadrant resulting in the matrix of calibration constants C_{ij} . The first step to compute C_{ij} is to divide P_{raw} , P_{adj} and C_{xy} into their corresponding quadrants according to the coordinates of P_{raw} , where the coordinates with their x and y value greater than zero are going to be on quadrant one, x lower than zero and y greater than zero on quadrant two, x and y lower than zero on quadrant three, x greater than zero and y lower than zero on quadrant four, resulting in four arrays for each variable. The quadrants of C_{xy} are divided on C^q , the quadrants of P_{raw} are divided on P_r^q and the quadrants of P_a^q . Where the super-index q indicates the quadrant of the variable.

Once all the variables are divided into quadrants, two error arrays are created for each quadrant, one error array (Equation 14) for the calibration constants of the x axis and one error array (Equation 15) for the calibration constants of the y axis.

$$E_{x,(m)}^q = \frac{1}{n} \left| \sum_{t=0}^{t:n} P_{x,(t)}^q - P_{a,(t,0)}^q \right|; m = 1, 2, 3, \dots, n \quad (14)$$

$$E_{y,(m)}^q = \frac{1}{n} \left| \sum_{t=0}^{t:n} P_{y,(t)}^q - P_{a,(t,1)}^q \right|; m = 1, 2, 3, \dots, n \quad (15)$$

Where n is the number of coordinate points of the corresponding quadrant and the variables P_x^q and P_y^q are arrays of the predictions using $C_{(m,0)}^q$ and $C_{(m,1)}^q$ respectively on each point of the corresponding quadrant.

$$P_{x,(t)}^q = P_{r,(t,0)}^q + C_{(m,0)}^q P_{r,(t,0)}^q P_{r,(t,1)}^q; i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (16)$$

$$P_{y,(t)}^q = P_{r,(t,1)}^q + C_{(m,1)}^q P_{r,(t,0)}^q P_{r,(t,1)}^q; i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (17)$$

The error arrays from Equations 14 and 15 are used to select the best calibration constants for each quadrant, the error arrays contains the mean error of each constant from C^q and the constant that generated the lowest error is selected as the calibration constant for their corresponding quadrant and axis resulting in the matrix C shown in 18.

$$C = \begin{bmatrix} C_{(t,0)}^1 & C_{(t,1)}^1 \\ C_{(t,0)}^2 & C_{(t,1)}^2 \\ C_{(t,0)}^3 & C_{(t,1)}^3 \\ C_{(t,0)}^4 & C_{(t,1)}^4 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Where $C_{(t,0)}^1$, $C_{(t,0)}^2$, $C_{(t,0)}^3$ and $C_{(t,0)}^4$ are the calibration constants for the x axis of the quadrants one, two, three and four respectively, and $C_{(t,1)}^1$, $C_{(t,1)}^2$, $C_{(t,1)}^3$ and $C_{(t,1)}^4$ are the calibration constants for the y axis of the quadrants one, two, three and four respectively.

IV. PROTOTYPE DESIGN AND EXPERIMENT

The stereo vision system prototype used to prove our proposed methodology is shown on Figure 6, the prototype is composed by two USB cameras with a varifocal lens between 5-50mm and a Sony IMX179 sensor. The cameras are positioned in a stereo geometry of a co-planar camera system with a separation of 100mm. These cameras are connected to a laptop Lenovo ThinkPad X1 yoga running on windows 10 with an Intel core i7-6500U at 2.50GHz.



Fig. 6. Stereo vision system prototype.

The software used for the stereo vision system is as shown on Figure 7, it was created using LabVIEW and the vision development module. The left side of the user interface contains the controls of the system used to enable/disable cameras calibration, start/stop image acquisition, import calibration constants from a .csv file; this section also includes the parameters of the stereo vision system such as stereo base line, pattern match selection, box size of the pattern and the angles of view of each camera. The bottom left corner contains the match points of the real-world surface point, the calibrated match points, the image size and the processed frames per second. The bottom center of the user interface contains the calibration constants for each camera. The middle of the user interface shows the image acquired by both cameras. Finally the bottom right corner of the user interface displays the real-world X , Y and Z coordinates of the selected surface point. The surface point to be measured is selected on the left image to start the pattern match process and all the steps of the stereo vision system repeating for each captured frame.

The .csv file with the calibration constants used on the stereo vision system software are generated using the another software, which was also created using LabVIEW. The user interface of the camera calibration software is shown on Figure 8. The controls on the left side of the user interface are used to import the image of the camera to calibrate, match the square intersections of the calibration pattern and compute the calibration constants according to the proposed method, export the calibration constants as a .csv file and stop the program. The right side of the user interface displays the imported image and draws red boxes over the square intersection. Finally,

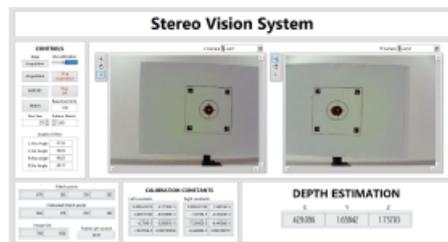


Fig. 7. Stereo vision system software.

the bottom left side of the user interface contains a display showing the computed calibration constants.

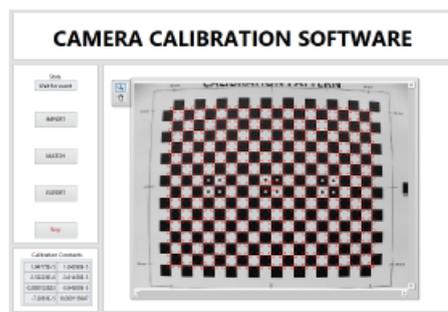


Fig. 8. Camera calibration software.

To test the stereo vision system the experiment was carried out as shown in Figure 9. This Figure shows the stereo vision system connected to a laptop with the developed stereo vision software and a target mounted into a tripod to take measurements at different points.



Fig. 9. Experiment setup.

The surface points to test the system were placed as shown in the diagram from Figure 10. Where the points are

positioned at 1900 mm on the x axis with different distances on the y axis keeping the points inside the field of view of both cameras. This set of points is repeated at different heights (z axis) in order to take at all quadrants in different levels of lens distortion.

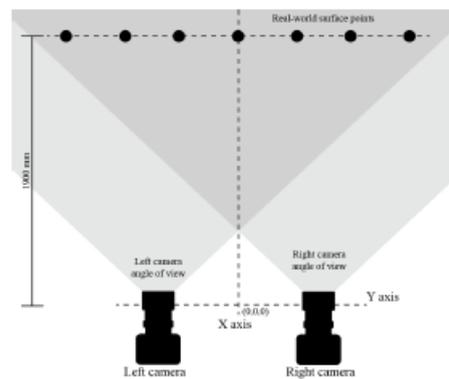


Fig. 10. Diagram of the surface points to measure (top view).

V. RESULTS

In order to appreciate the differences of the system using the calibration method the measurements of the mentioned surface points were performed with and without the calibration method. The performed measurements without the calibration method can be observed on Figure 11. This Figure shows two graphs, the first one is a 2D view of the X and Y axis, the gray line represents the distance of 1900 mm on the X axis and the color points represent the measured surface points, each color represent a different height. The second graph is a 3D isometric view of the performed measurements, the gray plane represents the distance of 1900 mm from the stereo vision system and the color points also represent the measured surface points which can be better appreciated in this view.

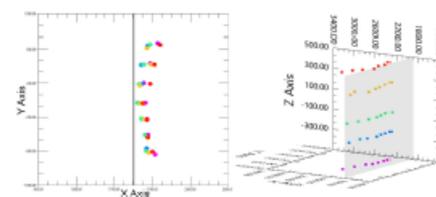


Fig. 11. Stereo vision system uncalibrated measurement results at 1900mm (top and isometric views respectively).

The performed measurements using the calibration method are shown on Figure 12. As in the previous Figure of the

measurements without calibration, this Figure also shows 2D and isometric views, the gray line and plane representing the distance of 1900 mm and the measured surface points in different colors depending on their height.

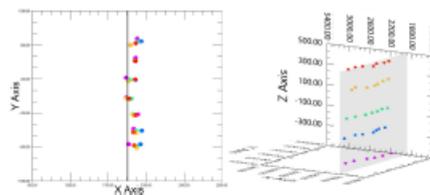


Fig. 12. Stereo vision system calibrated measurement results at 1900mm (top and isometric views respectively).

Table I shows the root mean squared error (RMSE) and standard deviation (STD) of measurements taken at a distance of 1900 mm on the X axis. The table compares the RMSE and the STD between the system using the camera calibration method and without it. The results show an improvement of 45.05% on the RMSE and 30.55% on the STD.

TABLE I

Root mean squared error and standard deviation between the measurements with and without calibration.		
Measure type	RMSE	STD
Calibrated	81.3277	39.5855
Uncalibrated	147.9897	57.0061

VI. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

The work of this paper presents a camera calibration method for accuracy improvement on depth estimation of a stereo vision system. The presented camera calibration method works by correcting the pixel coordinates of the surface point to measure compensating the lens distortion and generating the new coordinate values before the triangulation process on the stereo vision system. The performed experiment demonstrates that the proposed method shows an improvement on the depth estimation of the stereo vision system. This method can perform well under different levels of illumination since it adjusts the pixel position regardless of the image content; the algorithm that would have trouble under other lighting conditions is the pattern match algorithm, this is because a miss-match can generate more significant depth measurement errors. The proposed method serves as an alternative to classic methods due to its simplicity. However, there is still room for improvement on the depth estimation accuracy. The camera calibration method for the system is focused on an intrinsic parameter, and in order to improve the accuracy of the system, future work on the stereo vision system will be focused on calibrating the extrinsic parameters.

REFERENCES

- [1] T. Khachatryan, T. Mozaffar, and L. Mnatsakanyan, "Utility of video-funduscopy and prospects of portable stereo-photography of the ocular fundus in neurological patients," *BMC neurology*, vol. 22, no. 1, pp. 1–8, 2022.
- [2] L. Xie, X. Zhang, and D. Tu, "Underwater large field of view 3d imaging based on fisheye lens," *Optics Communications*, p. 127975, 2022.
- [3] O. Real-Morón, J. C. Rodríguez-Quintero, O. Sergiyenko, W. Flores-Fuentes, P. Mercorelli, and L. R. Ramírez-Hernández, "Obtaining object information from stereo vision system for autonomous vehicles," in *2021 IEEE 30th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*. IEEE, 2021, pp. 1–6.
- [4] M. Bertels, B. Jutzi, and M. Ulrich, "Automatic real-time pose estimation of machinery from images," *Sensors*, vol. 22, no. 7, p. 2627, 2022.
- [5] J. Rodríguez-Quintero, O. Sergiyenko, W. Flores-Fuentes, M. Rivas-Lopez, D. Hernandez-Balbuena, R. Rascón, and P. Mercorelli, "Improve a 3d distance measurement accuracy in stereo vision systems using optimization methods' approach," *Opto-Electronics Review*, vol. 25, no. 1, pp. 24–32, 2017.
- [6] P. M. Kuhn, "Algorithms, complexity analysis and vlsi architectures for mpeg-4 motion estimation," 1999.
- [7] L.-M. Po and K. Guo, "Transform-domain fast sum of the squared difference computation for h. 264/avc rate-distortion optimization," *IEEE transactions on circuits and systems for video technology*, vol. 17, no. 6, pp. 765–773, 2007.
- [8] J.-C. Yoo and T. H. Han, "Fast normalized cross-correlation," *Circuits, systems and signal processing*, vol. 28, no. 6, pp. 819–843, 2009.
- [9] H. Königshof, N. O. Salscheider, and C. Stiller, "Realtime 3d object detection for autonomous driving using stereo vision and semantic information," in *2019 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)*. IEEE, 2019, pp. 1405–1410.
- [10] Y.-J. Lee and M.-W. Park, "3d tracking of multiple onsite workers based on stereo vision," *Automation in Construction*, vol. 98, pp. 146–159, 2019.
- [11] H. Zhao, Z. Wang, H. Jiang, Y. Xu, and C. Dong, "Calibration for stereo vision system based on phase matching and bundle adjustment algorithm," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 68, pp. 203–213, 2015.
- [12] W. Feng, Z. Su, Y. Han, H. Liu, Q. Yu, S. Liu, and D. Zhang, "Inertial measurement unit aided extrinsic parameters calibration for stereo vision systems," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 134, p. 106252, 2020.
- [13] L. R. Ramírez-Hernández, J. C. Rodríguez-Quintero, M. J. Castro-Toscano, D. Hernández-Balbuena, W. Flores-Fuentes, R. Rascón-Carmona, L. Lindner, and O. Sergiyenko, "Improve three-dimensional point localization accuracy in stereo vision systems using a novel camera calibration method," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 17, no. 1, p. 1729881419896717, 2020.
- [14] O. R. Real, M. J. Castro-Toscano, J. C. Rodríguez-Quintero, O. Sergiyenko, D. Hernández-Balbuena, M. Rivas-Lopez, W. Flores-Fuentes, and L. Lindner, "Surface measurement techniques in machine vision: Operation, applications, and trends," in *Optoelectronics in machine vision-based theories and applications*. IGI Global, 2019, pp. 79–104.
- [15] H.-Y. Lin, C.-L. Tsai *et al.*, "Depth measurement based on stereo vision with integrated camera rotation," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 70, pp. 1–10, 2021.
- [16] L. Liu, W. Ouyang, X. Wang, P. Fieguth, J. Chen, X. Liu, and M. Pietikäinen, "Deep learning for generic object detection: A survey," *International journal of computer vision*, vol. 128, no. 2, pp. 261–318, 2020.
- [17] Y. Wu and Q. Ji, "Facial landmark detection: A literature survey," *International Journal of Computer Vision*, vol. 127, no. 2, pp. 115–142, 2019.
- [18] W. Ouyang, F. Tombari, S. Mattoccia, L. Di Stefano, and W.-K. Cham, "Performance evaluation of full search equivalent pattern matching algorithms," *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 34, no. 1, pp. 127–143, 2011.
- [19] J. Rodríguez-Quintero, O. Sergiyenko, D. Hernandez-Balbuena, M. Rivas-Lopez, W. Flores-Fuentes, and L. Basaca-Preciado, "Improve 3d laser scanner measurements accuracy using a f1bp neural network with widrow-hoff weight/bias learning function," *Opto-Electronics Review*, vol. 22, no. 4, pp. 224–235, 2014.

CERTIFICADO

Registro Público del Derecho de Autor

Para los efectos de los artículos 13, 162, 163 fracción I, 164 fracción I, 168, 169, 209 fracción III y demás relativos de la Ley Federal del Derecho de Autor, se hace constar que la **OBRA** cuyas especificaciones aparecen a continuación, ha quedado inscrita en el Registro Público del Derecho de Autor, con los siguientes datos:

AUTORES: CASTRO TOSCANO MOISES JESUS
FLORES FUENTES WENDY
HERNANDEZ BALBUENA DANIEL
RAMIREZ HERNANDEZ LUIS ROBERTO
RODRIGUEZ QUIÑONEZ JULIO CESAR
SERGIYENKO OLEG
VALDEZ RODRIGUEZ JORGE ALEJANDRO

TITULO: SISTEMA DE NAVEGACION STRAPDOWN IKZ

RAMA: PROGRAMAS DE COMPUTACION

TITULAR: UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA (CON FUNDAMENTO EN EL ART. 83 DE LA L.F.D.A.)

Con fundamento en lo establecido por el artículo 168 de la Ley Federal del Derecho de Autor, las inscripciones en el registro establecen la presunción de ser ciertos los hechos y actos que en ellos consten, salvo prueba en contrario. Toda inscripción deja a salvo los derechos de terceros. Si surge controversia, los efectos de la inscripción quedarán suspendidos en tanto se pronuncie resolución firme por autoridad competente.

Con fundamento en los artículos 2, 208, 209 fracción III y 211 de la Ley Federal del Derecho de Autor; artículos 64, 103 fracción IV y 104 del Reglamento de la Ley Federal del Derecho de Autor; artículos 1, 3 fracción I, 4, 8 fracción I y 9 del Reglamento Interior del Instituto Nacional del Derecho de Autor, se expide el presente certificado.

Número de Registro: 03-2020-030511564700-01

Ciudad de México, a 17 de marzo de 2020

EL DIRECTOR DEL REGISTRO PÚBLICO DEL DERECHO DE AUTOR

JESUS PARETS GOMEZ



SECRETARÍA DE CULTURA
INSTITUTO NACIONAL DEL
DERECHO DE AUTOR
DIRECCIÓN DE REGISTRO PÚBLICO
DEL DERECHO DE AUTOR



CULTURA
SECRETARÍA DE CULTURA



INDAUTOR
INSTITUTO NACIONAL DEL DERECHO DE AUTOR

CERTIFICADO

Registro Público del Derecho de Autor

Para los efectos de los artículos 13, 162, 163 fracción I, 164 fracción I, y demás relativos de la Ley Federal del Derecho de Autor, se hace constar que la **OBRA** cuyas especificaciones aparecen a continuación, ha quedado inscrita en el Registro Público del Derecho de Autor, con los siguientes datos:

AUTORES: FLORES FUENTES WENDY
HERNANDEZ BALBUENA DANIEL
ONTIVEROS REYES EDUARDO
REAL MORENO OSCAR
RODRIGUEZ QUIÑONEZ JULIO CESAR
SERGIYENKO OLEG
TRUJILLO HERNANDEZ GABRIEL
VALDEZ RODRIGUEZ JORGE ALEJANDRO

TÍTULO: MEDICIONES ANGULARES ANTROPOMETRICAS

RAMA: PROGRAMAS DE COMPUTACION

TITULAR: UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA (CON FUNDAMENTO EN EL ARTICULO 83 DE LA L.F.D.A.)

Con fundamento en el artículo 3° de la Ley Federal del Derecho de Autor el presente certificado ampara única y exclusivamente la obra original Programa de Computación.

Con fundamento en lo establecido por el artículo 168 de la Ley Federal del Derecho de Autor, las inscripciones en el registro establecen la presunción de ser ciertos los hechos y actos que en ellas consten, salvo prueba en contrario. Toda inscripción deja a salvo los derechos de terceros. Si surge controversia, los efectos de la inscripción quedarán suspendidos en tanto se pronuncie resolución firme por autoridad competente.

Con fundamento en los artículos 2, 208, 209 fracción III y 211 de la Ley Federal del Derecho de Autor; artículos 64, 103 fracción IV y 104 del Reglamento de la Ley Federal del Derecho de Autor; y artículos 1, 3 fracción I, 4, 8 fracción I y 9 del Reglamento Interior de Instituto Nacional del Derecho de Autor, se expide el presente certificado.

Número de Registro: 03-2022-042611405700-01

Ciudad de México, a 08 de julio de 2022

EL DIRECTOR DEL REGISTRO PÚBLICO DEL DERECHO DE AUTOR

JESÚS PARETS GÓMEZ



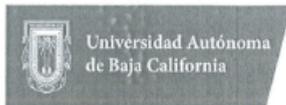
SECRETARÍA DE CULTURA
INSTITUTO NACIONAL DEL
DERECHO DE AUTOR
DIRECCIÓN DE REGISTRO
PÚBLICO DEL DERECHO DE
AUTOR



CULTURA
SECRETARÍA DE CULTURA



INDAUTOR
INSTITUTO NACIONAL DEL DERECHO DE AUTOR



FACULTAD DE INGENIERÍA MEXICALI

OFICIO No. 0065/2023-1

DRA. YARALIN ACEVES VILLANUEVAJEFA DEL DEPARTAMENTO DE APOYO A LA DOCENCIA Y A LA INVESTIGACIÓN
PRESENTE.-

Por este medio le envío a Usted el INFORME FINAL del Proyecto de Investigación Apoyado por Unidad Académica titulado "DISMINUCIÓN DE ERRORES DE DESLICE EN SISTEMAS DE NAVEGACIÓN INERCIAL" con clave: 105/2730, teniendo como responsable técnico del proyecto al DR. JULIO CÉSAR RODRÍGUEZ QUIÑONEZ.

Se anexa lista de participantes:

Nombre	Tipo de participación	Unidad Académica
Dr. Julio César Rodríguez Quiñonez	Responsable Técnico	Facultad de Ingeniería
Dra. Wendy Flores Fuentes	Asociado	Facultad de Ingeniería
Dr. Oleg Seriyenko	Asociado	Facultad de Ingeniería
M.C. Jorge Alejandro Valdez Rodríguez	Asistente de Investigación (Alumno)	Facultad de Ingeniería

Sin otro asunto en particular, me es grato reiterarme a sus apreciables órdenes.

ATENTAMENTE

Mexicali, Baja California, a Jueves 2 de Febrero de 2023
"POR LA REALIZACIÓN PLENA DEL SER"DRA. ARACELI CELINA JUSTO LÓPEZ
DIRECTORAUniversidad Autónoma
de Baja California

09 FEB 2023

DEPARTAMENTO DE APOYO A LA DOCENCIA
Y LA INVESTIGACIÓN EN MEXICALI
RECIBIDO

Bibliografía

- Abdolkarimi, E. S. and Mosavi, M.-R. (2020). A low-cost integrated mems-based ins/gps vehicle navigation system with challenging conditions based on an optimized it2fnn in occluded environments. *GPS Solutions*, 24(4):108.
- Acar, C., Schofield, A. R., Trusov, A. A., Costlow, L. E., and Shkel, A. M. (2009). Environmentally robust mems vibratory gyroscopes for automotive applications. *IEEE Sensors Journal*, 9(12):1895–1906.
- Aggarwal, P. (2010). *MEMS-based integrated navigation*. Artech House.
- Al Bitar, N. and Gavrilov, A. (2021). A new method for compensating the errors of integrated navigation systems using artificial neural networks. *Measurement*, 168:108391.
- Alsadik, B. (2019). *Adjustment models in 3D geomatics and computational geophysics: with MATLAB examples*. Elsevier.
- Aydan, Ö. (2022). *Earthquake Science and Engineering*. CRC Press.
- Bailes, M., Berger, B. K., Brady, P., Branchesi, M., Danzmann, K., Evans, M., Holley-Bockelmann, K., Iyer, B., Kajita, T., Katsanevas, S., et al. (2021). Gravitational-wave physics and astronomy in the 2020s and 2030s. *Nature Reviews Physics*, 3(5):344–366.
- Beeby, S. (2004). *MEMS mechanical sensors*. Artech House.
- Bekir, E. (2007). *Introduction to modern navigation systems*. World scientific.

- Benzerrouk, H. and Nebylov, A. V. (2018). Robust imu/uwb integration for indoor pedestrian navigation. In *2018 25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, pages 1–5.
- Bose, A., Bhat, K., and Kurian, T. (2014). *Fundamentals of Navigation and Inertial Sensors*. Eastern economy edition. PHI Learning.
- Buffa, C. (2018). *From Specifications to Concept*, pages 5–12. Springer International Publishing, Cham.
- Center, N. G. D. (2023). Ncei geomagnetic calculators.
- Chatfield, A. B. (1997). *Fundamentals of high accuracy inertial navigation*, volume 174. Aiaa.
- Chen, Y., Li, H., Hou, L., and Bu, X. (2019). Feature extraction using dominant frequency bands and time-frequency image analysis for chatter detection in milling. *Precision Engineering*, 56:235–245.
- Chiang, K.-W., Chang, H.-W., Li, Y.-H., Tsai, G.-J., Tseng, C.-L., Tien, Y.-C., and Hsu, P.-C. (2019). Assessment for ins/gnss/odometer/barometer integration in loosely-coupled and tightly-coupled scheme in a gnss-degraded environment. *IEEE Sensors Journal*, 20(6):3057–3069.
- Chiang, K.-W., Chang, H.-W., Li, Y.-H., Tsai, G.-J., Tseng, C.-L., Tien, Y.-C., and Hsu, P.-C. (2020). Assessment for ins/gnss/odometer/barometer integration in loosely-coupled and tightly-coupled scheme in a gnss-degraded environment. *IEEE Sensors Journal*, 20(6):3057–3069.
- Christ, R. D. and Wernli, R. L. (2014). Chapter 12 - sensor theory. In Christ, R. D. and Wernli, R. L., editors, *The ROV Manual (Second Edition)*, pages 297–326. Butterworth-Heinemann, Oxford, second edition edition.
- D’Antona, G. and Ferrero, A. (2005). *Digital signal processing for measurement systems: theory and applications*. Springer Science & Business Media.

- DEMPSTER, J. (2001). Chapter four - signal conditioning. In DEMPSTER, J., editor, *The Laboratory Computer*, Biological Techniques Series, pages 74–100. Academic Press, London.
- Di Nuzzo, F., Brunelli, D., Polonelli, T., and Benini, L. (2021). Structural health monitoring system with narrowband iot and mems sensors. *IEEE Sensors Journal*, 21(14):16371–16380.
- El-Sheimy, N. and Li, Y. (2021). Indoor navigation: State of the art and future trends. *Satellite Navigation*, 2(1):1–23.
- El-Sheimy, N. and Youssef, A. (2020). Inertial sensors technologies for navigation applications: State of the art and future trends. *Satellite Navigation*, 1(1):1–21.
- fa Dai, H., wei Bian, H., ying Wang, R., and Ma, H. (2020). An ins/gnss integrated navigation in gnss denied environment using recurrent neural network. *Defence Technology*, 16(2):334–340.
- Farkas, H. M., Kra, I., Farkas, H. M., and Kra, I. (1992). *Riemann surfaces*. Springer.
- Flanagan, E. E. and Hughes, S. A. (2005). The basics of gravitational wave theory. *New Journal of Physics*, 7(1):204.
- Guo, L., Lu, Z., and Yao, L. (2021). Human-machine interaction sensing technology based on hand gesture recognition: A review. *IEEE Transactions on Human-Machine Systems*, 51(4):300–309.
- Gyagenda, N., Hatilima, J. V., Roth, H., and Zhmud, V. (2022). A review of gnss-independent uav navigation techniques. *Robotics and Autonomous Systems*, 152:104069.
- Hamming, R. W. (1998). *Digital filters*. Courier Corporation.
- Hanson, A. J. (2005). Visualizing quaternions. In *ACM SIGGRAPH 2005 Courses*, pages 1–es. Elsevier.

- Hasan, R. and Hasan, R. (2022). Pedestrian safety using the internet of things and sensors: Issues, challenges, and open problems. *Future generation computer systems*, 134:187–203.
- Hoang, M. L. and Pietrosanto, A. (2022). Yaw/heading optimization by machine learning model based on mems magnetometer under harsh conditions. *Measurement*, 193:111013.
- Hosseini, N., Khiabani, S., Sarreshtedari, F., and Fardmanesh, M. (2012). Optimized design and implementation of low-cost, sensitive and versatile vibrating sample magnetometer. In *20th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE2012)*, pages 202–205.
- Ibrahim, A., Eltawil, A., Na, Y., and El-Tawil, S. (2019). A machine learning approach for structural health monitoring using noisy data sets. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 17(2):900–908.
- Jazar, R. N. (2021). Inverse kinematics. In *Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics, and Control*, pages 313–358. Springer.
- Jouybari, A., Amiri, H., Ardalan, A. A., and Zahraee, N. K. (2019). Methods comparison for attitude determination of a lightweight buoy by raw data of imu. *Measurement*, 135:348–354.
- Kianifar, R., Joukov, V., Lee, A., Raina, S., and Kulić, D. (2019). Inertial measurement unit-based pose estimation: Analyzing and reducing sensitivity to sensor placement and body measures. *Journal of rehabilitation and assistive technologies engineering*, 6:2055668318813455.
- Kok, M., Hol, J. D., and Schön, T. B. (2017). Using inertial sensors for position and orientation estimation. *arXiv preprint arXiv:1704.06053*.
- Kok, M. and Schön, T. B. (2016). Magnetometer calibration using inertial sensors. *IEEE Sensors Journal*, 16(14):5679–5689.

- Kumari, N., Kulkarni, R., Ahmed, M. R., and Kumar, N. (2021). *Use of Kalman Filter and Its Variants in State Estimation: A Review*, pages 213–230. Springer International Publishing, Cham.
- Li, H., Liu, H., Li, Z., Li, C., Meng, Z., Gao, N., and Zhang, Z. (2023). Adaptive threshold based zupt for single imu enabled wearable pedestrian localization. *IEEE Internet of Things Journal*, pages 1–1.
- Lim, S. and D’Souza, C. (2020). A narrative review on contemporary and emerging uses of inertial sensing in occupational ergonomics. *International journal of industrial ergonomics*, 76:102937.
- Lin, Y., Zhang, W., and Xiong, J. (2015). Specific force integration algorithm with high accuracy for strapdown inertial navigation system. *Aerospace Science and Technology*, 42:25–30.
- Liu, W., Zhou, Y., and Li, T. (2022). Design and verification of mk temperature fluctuation control for gravity gradiometer. In *International Conference On Signal And Information Processing, Networking And Computers*, pages 581–589. Springer.
- Ljung, L. (1999). *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall information and system sciences series. Prentice Hall PTR.
- Low, F. (2008). *Classical Field Theory: Electromagnetism and Gravitation*. Physics textbook. Wiley.
- Mariconda, C. and Tonolo, A. (2016). Discrete calculus. *Methods for counting* Springer.
- Marton, L. (1952). *Advances in Electronics and Electron Physics*. ISSN. Elsevier Science.
- Masrafee, M. M. R., Fardin, N., Ahmed, A., and Hossam-E-Haider, M. (2021). Design of inertial measurement unit in attitude and heading reference system

- for real-time maneuver monitoring by using kalman filter. In *2021 5th International Conference on Electrical Engineering and Information Communication Technology (ICEEICT)*, pages 1–5. IEEE.
- Miller, R. B. (1983). A new strapdown attitude algorithm. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 6(4):287–291.
- Mustafazade, A., Pandit, M., Zhao, C., Sobreviela, G., Du, Z., Steinmann, P., Zou, X., Howe, R. T., and Seshia, A. A. (2020). A vibrating beam mems accelerometer for gravity and seismic measurements. *Scientific reports*, 10(1):10415.
- Noureldin, A., Karamat, T., and Georgy, J. (2012). *Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration*. SpringerLink : Bücher. Springer Berlin Heidelberg.
- Noureldin, A., Karamat, T. B., and Georgy, J. (2013). *Basic Navigational Mathematics, Reference Frames and the Earth's Geometry*, pages 21–63. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- O'Reilly, O. M. (2020). *Intermediate Dynamics for Engineers: Newton-Euler and Lagrangian Mechanics*. Cambridge University Press, 2 edition.
- Paarmann, L. D. (2005). *Design and analysis of analog filters: a signal processing perspective*, volume 617. Springer Science & Business Media.
- Picerno, P., Iosa, M., D'Souza, C., Benedetti, M. G., Paolucci, S., and Morone, G. (2021). Wearable inertial sensors for human movement analysis: A five-year update. *Expert review of medical devices*, 18(sup1):79–94.
- Poor, W. (1989). A geometric description of wander azimuth frames. *Annual of Navigation*, 36:303–318.
- Quan, W., Gong, X., Fang, J., and Li, J. (2015). *INS/GNSS Integrated Navigation Method*, pages 185–235. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Ripka, P. (2021). *Magnetic sensors and magnetometers*. Artech House.

- Ripka, P. and Tipek, A. (2007). *Modern sensors handbook*, volume 61. Wiley Online Library.
- Saadon, S. and Sidek, O. (2011). A review of vibration-based mems piezoelectric energy harvesters. *Energy conversion and management*, 52(1):500–504.
- Sadeghzadeh-Nokhodberiz, N., Can, A., Stolkin, R., and Montazeri, A. (2021). Dynamics-based modified fast simultaneous localization and mapping for unmanned aerial vehicles with joint inertial sensor bias and drift estimation. *IEEE Access*, 9:120247–120260.
- Schlichthärle, D. (2000). Digital filters. *Editorial Springer*.
- Schwardt, M., Pilger, C., Gaebler, P., Hupe, P., and Ceranna, L. (2022). Natural and anthropogenic sources of seismic, hydroacoustic, and infrasonic waves: Waveforms and spectral characteristics (and their applicability for sensor calibration). *Surveys in Geophysics*, 43:1265–1361.
- Shan, T., Englot, B., Ratti, C., and Rus, D. (2021). Lvi-sam: Tightly-coupled lidar-visual-inertial odometry via smoothing and mapping. In *2021 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*, pages 5692–5698. IEEE.
- Shi, Y., Mahr, F., von Wagner, U., and Uhlmann, E. (2012). Chatter frequencies of micromilling processes: Influencing factors and online detection via piezoactuators. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 56:10–16.
- Sokolov, S., Pogorelov, V., and Shatalov, A. (2019). Solving the autonomous initial navigation task for strapdown inertial navigation system on the perturbed basis using rodriguez—hamilton parameters. *Russian Aeronautics*, 62(1):42–51.
- Spong, M. W., Hutchinson, S., and Vidyasagar, M. (2020). *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons.
- Stommel, H. M. and Moore, D. W. (1989). *An introduction to the Coriolis force*. Columbia University Press.

- Suresh, R. P., Sridhar, V., Pramod, J., and Talasila, V. (2018). Zero velocity potential update (zupt) as a correction technique. In *2018 3rd International Conference On Internet of Things: Smart Innovation and Usages (IoT-SIU)*, pages 1–8.
- Suzuki, T. (2022). Gnss odometry: Precise trajectory estimation based on carrier phase cycle slip estimation. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 7(3):7319–7326.
- Tao, Y., Rui, X., Zhang, J., and Yang, F. (2023). Simulation of vibration characteristics of imu with controllable magnetorheological isolation system. *Multibody System Dynamics*, pages 1–20.
- Titterton, D., Weston, J., Weston, J., of Electrical Engineers, I., of Aeronautics, A. I., and Astronautics (2004). *Strapdown Inertial Navigation Technology*. IEE Radar Series. Institution of Engineering and Technology.
- Towhata, I. (2008). *Geotechnical Earthquake Engineering*. Springer Series in Geomechanics and Geoengineering. Springer Berlin Heidelberg.
- Vajda, P., Foroughi, I., Vaníček, P., Kingdon, R., Santos, M., Sheng, M., and Goli, M. (2020). Topographic gravimetric effects in earth sciences: Review of origin, significance and implications. *Earth-Science Reviews*, 211:103428.
- Wanhammar, L. (1999). 4 - digital filters. In Wanhammar, L., editor, *DSP Integrated Circuits*, Academic Press Series in Engineering, pages 115–186. Academic Press, Burlington.
- Weeks, M. (2010). *Digital Signal Processing Using MATLAB & Wavelets added for testing purpose*. Jones & Bartlett Publishers.
- Witrisal, K., Anton-Haro, C., Grebien, S., Joseph, W., Leitinger, E., Li, X., Del Peral-Rosado, J. A., Plets, D., Vilà-Valls, J., and Wilding, T. (2021). Chapter 9 - localization and tracking. In Oestges, C. and Quitin, F., editors, *Inclusive Radio Communications for 5G and Beyond*, pages 253–293. Academic Press.

- Xu, Y., Ahn, C. K., Shmaliy, Y. S., Chen, X., and Bu, L. (2019). Indoor ins / uwb-based human localization with missing data utilizing predictive ufir filtering. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 6(4):952–960.
- Xu, Y., Shmaliy, Y. S., Chen, X., Li, Y., and Ma, W. (2020). Robust inertial navigation system/ultra wide band integrated indoor quadrotor localization employing adaptive interacting multiple model-unbiased finite impulse response/-kalman filter estimator. *Aerospace Science and Technology*, 98:105683.
- Yang, H., Zhou, B., Wang, L., Wei, Q., and Zhang, R. (2021). Design and implementation of an open-source matlab code for gnss/mems-ins deep integrated navigation. *Optik*, 242:166987.
- Zhang, W., Wei, D., and Yuan, H. (2020). The improved constraint methods for foot-mounted pdr system. *IEEE Access*, 8:31764–31779.