



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

ESCUELA DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA Y
TECNOLOGÍA

“COMPARACIÓN DE MODELOS PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS ELÉCTRICOS DE LÍNEAS AÉREAS DE DISTRIBUCIÓN”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
INGENIERO ELÉCTRICO

PRESENTA:

ANDREA LIZETH LÓPEZ SÁNCHEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. ALLEN A. CASTILLO BARRÓN

Tijuana, Baja California, 15 de junio de 2018

*“Estar preparado es importante, sabe esperarlo es aún más,
pero aprovechar el momento adecuado es la clave de la vida”*

-Arthur Schnitzler-

DEDICATORIA

Con amor y cariño a mi familia, en especial a mi madre y mi sobrino por siempre creer en mí.

AGRADECIMIENTOS

Es inevitable echar vista atrás y agradecer a quienes han permitido, contribuido, apoyado y motivado este trabajo.

A mi familia, por su apoyo y cariño.

A mis amigos y compañeros, cuyo simple trato influencia este trabajo, en especial a Jorge Arturo Olivarría Cervantes, Ernesto Alejandro Torres Picos y Edgar Rafael Alemán Espinoza.

Al Dr. Allen A. Castillo Barrón por su apoyo y enseñanzas a lo largo de mi carrera, por su tiempo y ser mi director de tesis, gracias por motivarme a realizar este trabajo.

A la profesora Alejandra Jiménez Vega y a todos los profesores que dedicaron tiempo y conocimiento durante mi preparación como Ingeniera Eléctrica.

A la Universidad Autónoma de Baja California, por ser mi alma máter.

A PRODEP por el apoyo económico brindado por medio de una beca.

RESUMEN

Esta tesis presenta la comparación de los principales modelos de líneas aplicables al cálculo de las matrices de admitancia e impedancia de líneas aéreas de distribución, los cuales son los desarrollados por W. H. Kersting [6], R. H. Galloway [3], así como el trabajo de W. H. Kersting en colaboración con R. K. Green [2]. A través del modelado de diferentes configuraciones de líneas de distribución se determinó la exactitud de los modelos en el cálculo de las matrices de impedancia. Se concluyó que los modelos desarrollados por W. H. Kersting y R. K. Green son adecuados para el cálculo de la matriz de admitancias e impedancias de las líneas aéreas de distribución al no presentar diferencias significativas con el modelo de R. H. Galloway [3], el cual es el modelo más exacto disponible.

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN	v
ÍNDICE GENERAL	vi
ÍNDICE DE FIGURAS	viii
CAPÍTULO 1	10
1.1 Naturaleza del problema	10
1.2 Estado del arte	10
1.3 Justificación	11
1.4 Objetivo general	12
1.5 Metodología.....	12
CAPÍTULO 2.....	13
2.1 Introducción.....	13
2.2 Tipos de redes de distribución.....	13
2.3 Conductores típicos	13
2.4 Configuraciones de líneas aéreas de distribución.....	14
2.5 Resistividad del terreno	15
CAPÍTULO 3.....	16
3.1 Introducción.....	16
3.2 Algoritmo general.....	16
3.3 Entrada de datos.....	17
3.3.1 Constantes.....	17
3.3.2 Características del conductor y geometría de la línea.....	17
3.4 Matriz B	19
3.5 Matriz Y	19
3.6 Matriz X_g	20
3.7 Matriz R_e y X_e	20
3.7.1 Modelo de R. H. Galloway.....	20
3.7.2 Modelo de W. H. Kersting con colaboración de R. K. Green	22

3.7.3 Modelo de W. H. Kersting	23
3.8 Matriz R_c y X_c	23
3.9 Matriz Z'	24
3.10 Matriz Z	24
CAPÍTULO 4.....	26
4.1 Introducción.....	26
4.2 Validación de los algoritmos.....	26
4.3 Comparación de los modelos	26
4.3.1 Selección de configuraciones de líneas.....	27
4.3.2 Configuración 601	28
4.3.3 Configuración 603	31
4.3.4 Configuración 605	33
CAPITULO 5.....	36
5.1 Introducción.....	36
CAPITULO 6.....	38
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	39
ANEXO A.....	41
ANEXO B.....	43

ÍNDICE DE FIGURAS

Ilustración 2.1. Zonas geográficas de cargas mecánicas en líneas aéreas, CFE [8].	13
Ilustración 2.2.1. ID-500	Ilustración 2.2.2. ID-505	Ilustración 2.2.3. ID-510... 15
Ilustración 3.1.1. ID-500	Ilustración 3.1.2 ID-505	Ilustración 3.1.3. ID-510... 16
Ilustración 3.2. Esquema de conductores [3].	18
Ilustración 4.1.1. ID-500	Ilustración 4.1.2 ID-505	Ilustración 4.1.3. ID-510... 28
Ilustración 4.2. ID-500 configuración 601	28
Ilustración 4.3. ID-505 configuración 603.	30
Ilustración 4.4. ID-510 configuración 605.	32
Ilustración 6. Esquema de conductores [3].	42
Tabla 2.1. Agrupación de las tensiones eléctricas utilizadas en los diferentes sistemas de distribución en México [8].	14
Tabla 2.2. Resistividad de varios suelos [14].	15
Tabla 3.1. Constantes.	17
Tabla 3.2. Información de configuración de líneas aéreas.	17
Tabla 3.3. Información de conductores.	26
Tabla 4.1. Información de configuración de líneas aéreas	27
Tabla 4.2. Información de los conductores.	26
Tabla 4.3. Constantes.	26
Tabla 4.4. Información de la configuración 601	27
Tabla 4.5. Información de conductores.	27
Tabla 4.6. Información de la configuración 603.	30
Tabla 4.7. Información de conductores.	30
Tabla 4.8. Información de la configuración 605.	32
Tabla 4.9. Información de conductores.	32
Tabla 5.1. Diferencias porcentuales máximas de la comparación de las matrices de impedancias de los modelos	36
Tabla 5.2. Diferencias promedio porcentuales de la comparación de las matrices de impedancias de los modelos	36
Tabla 6. Características eléctricas de conductores de aluminio con alma de acero (ASCR).	42

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Naturaleza del problema

Los sistemas eléctricos de potencia se componen de tres partes o subsistemas fundamentales, la generación, transmisión y distribución.

El principal elemento del subsistema de distribución son las líneas de distribución, las cuales normalmente se modelan utilizando el método de componentes simétricas, el cual asume que las líneas son trifásicas, transpuestas y con cargas balanceadas.

En la práctica, las líneas de distribución pueden ser monofásicas, bifásicas o trifásicas sin transposición alimentando cargas desbalanceadas. Ante estas condiciones, el método de componentes simétricas no se puede emplear debido a que las impedancias mutuas entre las fases son diferentes, entonces para el modelado de líneas de distribución es necesario utilizar modelos que consideren de forma precisa tanto el desbalanceo de las cargas como el espaciamiento no equilátero entre conductores.

1.2 Estado del arte

Un adecuado modelo de las líneas de distribución debe tomar en cuenta tanto el desbalanceo de las cargas a alimentar, así como el espaciamiento no equilátero entre conductores. A continuación, se presentan los estudios más relevantes relacionados con el modelado de líneas no transpuestas considerando el efecto del retorno por tierra.

En 1926 John Carson desarrolló ecuaciones para determinar las impedancias propias y mutuas de cualquier número de conductores aéreos o subterráneos, teniendo en cuenta el efecto de retorno por tierra. Carson supone que la tierra es una superficie uniforme, plana, sólida e infinita con una resistividad constante. Cualquier efecto final introducido en los puntos neutros de conexión a tierra no son grandes en las frecuencias de potencia, por lo tanto, son omitidos. Las ecuaciones originales estaban planteadas en términos de integrales infinitas [1].

Las ecuaciones de Carson no fueron muy populares cuando se formularon, debido a que están planteadas en forma de series infinitas. En la actualidad, las ecuaciones de Carson se han convertido en el estándar para el cálculo de las impedancias de líneas debido a los esfuerzos realizados por convertir las integrales infinitas en sumatorias, así como el desarrollo de los sistemas de cómputo [2]. A continuación, se presentan los trabajos que permitieron a las ecuaciones de Carson ser el referente del modelado de líneas.

R. H. Galloway en 1964 realizó el cálculo de parámetros eléctricos para líneas de transmisión cortas y largas polifásicas adaptando las ecuaciones de Carson, dando como resultado que las integrales infinitas se convirtieron en sumatorias. Se utilizan matrices en lugar de valores aproximados, lo que aumenta la precisión de los resultados calculados [3].

En el año 1968 se presentó un trabajo en la conferencia IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) Southwest, en la cual R.K. Green, J. L. Bowen y M.W. Chen simplificaron las ecuaciones de Carson para el cálculo de las constantes de las líneas de transmisión [4].

En 1969 Dunbanton propuso un enfoque basándose en las ecuaciones de Carson en el cual el retorno por tierra podía ser remplazado por un plano ideal colocado debajo de la superficie del suelo a una distancia igual a la profundidad de penetración, la principal ventaja de este método es que permite el uso de fórmulas simples para las impedancias mutuas y propias derivado del uso de las imágenes de conductores [5].

En 2001 W. H. Kersting desarrolló un modelo en el cual modificó las ecuaciones de Carson simplificándolas de tal modo que ya no hay sumatorias ni series infinitas. Estas aproximaciones involucran los términos asociados con P_{ij} y Q_{ij} usando sólo el primer término de la variable P_{ij} y los primeros dos términos de Q_{ij} [6].

Años después R. K. Green y W. H. Kersting realizaron una colaboración en la cual desarrollaron algunas aproximaciones de ecuaciones simples y sencillas de aplicar para poder determinar los parámetros eléctricos de las líneas, considerando sus trabajos anteriores [3].

1.3 Justificación

Las líneas de distribución es una rama de la investigación y análisis en ingeniería eléctrica, hoy en día se ofrecen distintos modelos para el cálculo de parámetros eléctricos de líneas de transmisión, que son herramientas fundamentales para el diseño, planeación y optimización, mientras que para las líneas de distribución no se tienen los mismos recursos.

Los modelos de las líneas de distribución deben tomar en cuenta tanto el desbalanceo de las cargas a alimentar, puesto que estas líneas pueden ser monofásicas, bifásicas o trifásicas sin transposición, así como el espaciamiento no equilátero entre conductores. Ante estas condiciones los modelos de líneas de distribución deben considerar de forma precisa las características anteriores.

Los modelos de líneas de transmisión aplicables a líneas de distribución están basados en las ecuaciones de J. T. Carson [1], los principales modelos son los desarrollados por W.H. Kersting [6], R. H. Galloway [3], así como el trabajo de W.H. Kersting en colaboración con R. K. Green [2].

En la actualidad para el cálculo de los parámetros eléctricos de las líneas de distribución se utiliza el modelo desarrollado por W.H. Kersting [6], sin embargo, este modelo es una simplificación de las ecuaciones de Carson [1], por lo que es necesario comparar los principales modelos aplicables a líneas de distribución para determinar la exactitud de los modelos en el cálculo de los parámetros de las líneas de distribución.

1.4 Objetivo general

Comparar los principales modelos de líneas existentes, a través del modelado de diferentes configuraciones de líneas de distribución, para determinar la exactitud de los modelos en el cálculo de los parámetros de las líneas de distribución.

1.5 Metodología

Para lograr los objetivos de este trabajo de investigación se realizaron siguientes pasos:

1. **Seleccionar modelos.** Determinación de los principales modelos de líneas aplicables al cálculo de parámetros de líneas de distribución.
2. **Escribir código.** Escritura del código de los principales modelos de líneas aplicables al cálculo de parámetros de líneas de distribución en Matlab.
3. **Seleccionar configuraciones de líneas.** Selección de las configuraciones de líneas de distribución adecuadas para la posterior comprobación y comparación de modelos.
4. **Comprobar código.** Validación de los códigos realizados con trabajos publicados arbitrados.
5. **Comparar.** Comparación de los resultados obtenidos con los diferentes modelos aplicados a las configuraciones de líneas de distribución previamente seleccionadas.

CAPÍTULO 2

PÁRAMETROS DEL MODELADO DE LAS LÍNEAS DE DISTRIBUCIÓN

2.1 Introducción

En este capítulo se incluyen los conceptos básicos para el cálculo de los parámetros eléctricos de las líneas de distribución, éstos dependen principalmente de las torres y los conductores, por lo que se presentan las configuraciones con mayor aplicación a nivel nacional, regional y local, así como las configuraciones de prueba de un artículo de IEEE.

Otros parámetros que influyen en el modelado de las líneas corresponden a la frecuencia y permeabilidad cuyos valores son de 60 Hz y $4\pi * 10^{-7} NA^{-2}$ para este documento respectivamente, finalmente los parámetros de la resistencia y resistividad del terreno se discutirán en las secciones 2.4 y 2.5.

2.2 Tipos de redes de distribución

Dependiendo de la forma de la interconexión con la red de media tensión, las condiciones del terreno o la demanda de potencia, encontramos distintas maneras de distribuir la energía eléctrica hasta los centros de transformación, las más comunes son las de *redes en anillo* y *radial* que pueden ser para media o baja tensión.

Con respecto a la ubicación de las redes también se pueden dividir en *redes de distribución aéreas*, *redes de distribución subterráneas* o *redes de distribución mixtas*.

2.3 Conductores típicos

En México la selección de conductores para la construcción de instalaciones aéreas en media y baja tensión está normalizado por la CFE.

El manual de líneas aéreas de CFE [8] especifica que para seleccionar conductores se deben considerar factores eléctricos, mecánicos, ambientales y económicos, se debe calcular en función de la carga por alimentar y la distancia de la fuente a la carga, empleando como mínimo 53.5 mm^2 (1/0 AWG) ACSR, 85 mm^2 (3/0 AWG) AAC y 33.6 mm^2 (2 AWG) Cu.

La selección de un conductor está en función del voltaje y la resistencia de este, por lo cual se utilizan tablas de conductores.

Para este trabajo se utilizará la tabla de características eléctricas de conductores de aluminio con alma de acero (ACSR) [9,10], la cual se encuentra en el anexo A.

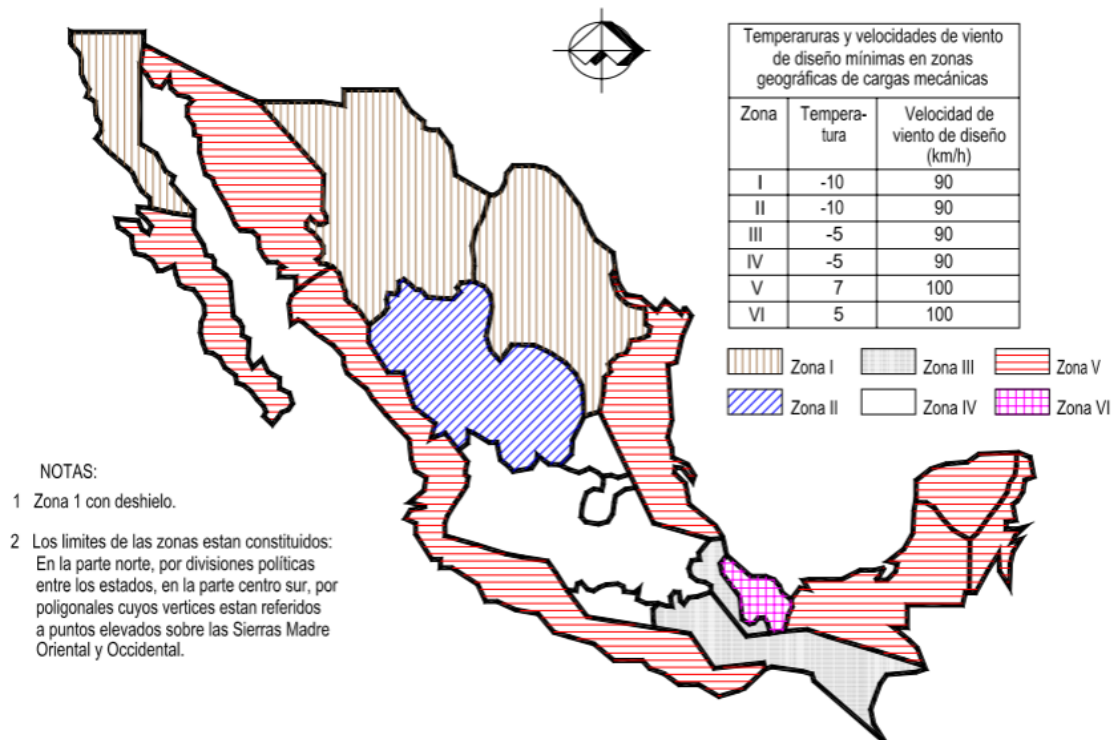
2.4 Configuraciones de líneas aéreas de distribución.

En México las líneas de distribución se seleccionan con respecto a la tensión entre fases, siendo cuatro grupos los cuales se observan en la tabla 2.1, y con respecto a la zona en donde se localice, ilustración 2.1

Tabla 2.1. Agrupación de las tensiones eléctricas utilizadas en los diferentes sistemas de distribución en México [8].

TENSIÓN ENTRE FASES (V)	DENOMINACIÓN (kV)
220 ó 440	0-1
13 200 ó 13 800	13
22 860 ó 23 000	23
33 000 ó 34 500	33

Ilustración 2.1. Zonas geográficas de cargas mecánicas en líneas aéreas, CFE [8].



Las torres de líneas de distribución más utilizadas en México son de tipo TS las cuales se pueden observar en las ilustraciones 2.2.1 y 2.2.2

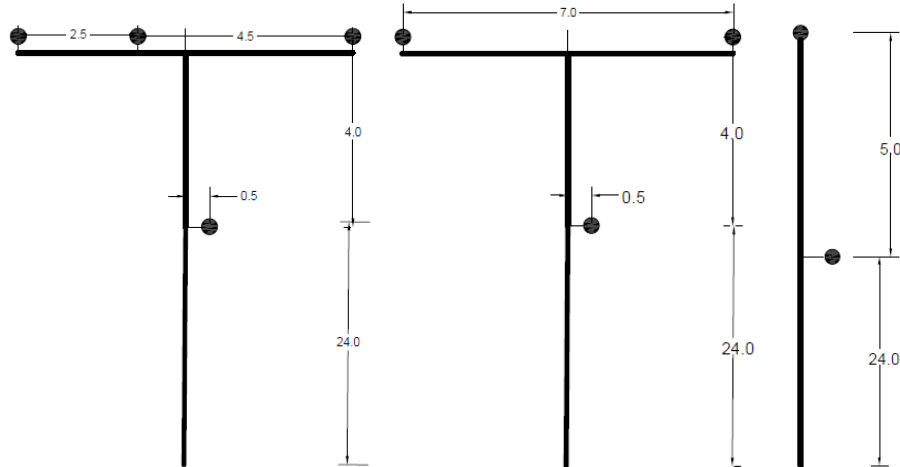


Ilustración 2.2.1. ID-500

Ilustración 2.2.2. ID-505

Ilustración 2.2.3. ID-510

Las configuraciones de líneas de distribución que se utilizarán para la comparación de los modelos son la ID-500, ID-505 e ID-510 extraídas del artículo de W. H. Kersting [7], las cuales se pueden observar en las ilustraciones 2.2.1, 2.2.2 y 2.2.3

2.5 Resistividad del terreno

Tabla 2.2. Resistividad de varios suelos [14].

La resistividad del suelo representa la resistencia específica del suelo a cierta profundidad, o de un estrato del suelo. La resistividad eléctrica (ρ): Es la relación entre la diferencia de potencial en un material y la capacidad relativa de un medio para transportar corrientes eléctricas [11].

De acuerdo con la NOM-008-SCFI-1993, su representación dimensional debe estar expresada en ohms-m [12].

En México por la gran diversidad de terrenos se tienen resistividades de 10-800 ohms-m.

En Baja California se tienen en su mayoría resistividades del orden de rango de los 30-50 ohms-m [13].

Para este documento se utilizará una resistividad de 100 Ω -m.

Naturaleza el terreno	Resistividad en ohms-m
<i>Terrenos pantanosos</i>	±3 a 30
<i>Limo</i>	20 a 100
<i>Humus</i>	10 a 150
<i>Traba húmeda</i>	5 a 10
<i>Arcilla plástica</i>	50
<i>Margas y Arcillas compactas</i>	100 a 200
<i>Margas de Jurásico</i>	30 a 40
<i>Arena arcillosa</i>	50 a 500
<i>Arena sílice</i>	200 a 3000
<i>Suelo pedregoso cubierto de césped</i>	300 a 5000
<i>Suelo pedregoso desnudo</i>	1500 a 3000
<i>Calizas blandas</i>	100 a 300
<i>Calizas compactas</i>	1000 a 5000
<i>Calizas agrietadas</i>	500 a 1000
<i>Pizarras</i>	50 a 300
<i>Roca de mica y cuarzo</i>	800
<i>Granito y gres procedente de alteración</i>	1500 a 10000
<i>Granito y gres muy alterado</i>	100 a 600

CAPÍTULO 3

CREACIÓN DE ALGORITMO

3.1 Introducción

En este capítulo se describen los algoritmos utilizados para la escritura del código de los principales modelos de líneas aplicables al cálculo de parámetros de líneas aéreas de distribución, los principales modelos son los desarrollados por W. H. Kersting [6], R. H. Galloway [3], así como el trabajo de W. H. Kersting en colaboración con R. K. Green [2].

Estos modelos se basan en las ecuaciones de J. T. Carson [1], los modelos difieren en la contribución de retorno por tierra de Carson (R_e y X_e), por lo que se describirá un algoritmo general para la creación de los modelos. En el apartado correspondiente al retorno por tierra se mostrará cómo cada modelo considera este efecto.

3.2 Algoritmo general

Para el cálculo de los parámetros eléctricos se consideran los siguientes pasos:

1. **Entrada de datos.** Estos incluyen el número de conductores e hilos de guarda, los parámetros físicos de los conductores e hilos de guarda, la geometría de la línea, la resistividad de la tierra, la permeabilidad del hilo de guarda, la permitividad del dieléctrico entre conductores, la resistencia de los conductores y el hilo de guarda, así como la frecuencia.
2. **La matriz B.** Los términos de la matriz se forman de acuerdo a la geometría de la línea.
3. **La matriz X_g .** Esta matriz representa la reactancia debido a la geometría física y se calcula con base a la matriz B.
4. **La matriz Y.** La matriz de admitancias se obtiene realizando manipulaciones matriciales a la matriz B.
5. **La matriz R_e y X_e .** La matriz de retorno por tierra R_e y X_e se obtiene a partir de las series infinitas desarrolladas por Carson, estas series consideran la frecuencia, la resistividad del terreno, la permeabilidad, así como la geometría de la línea.
6. **La matriz R_c y X_c .** La matriz de impedancias diagonal R_c y X_c se forma a partir de los parámetros eléctricos y físicos de los conductores, así como los valores de frecuencia y permeabilidad.
7. **La matriz Z' .** La matriz Z' es formada a partir de:

$$Z' = R_c + R_e + j(X_c + X_e + X_g) \quad (3.1)$$

8. **La matriz Z.** Para obtener la matriz Z, es necesario realizar la reducción de Kron a la matriz Z'.

3.3 Entrada de datos

En este apartado se describirán las variables y constantes utilizadas para este documento.

3.3.1 Constantes

Las constantes utilizadas son los valores de la permitividad, la frecuencia, la permeabilidad, la resistencia de la tierra y la constante de la Euler.

Tabla 3.1. Constantes

Símbolo	Constante	Valor
ϵ	Permitividad	$8.85 * 10^{-12} F/m$
f	Frecuencia	60 Hz
μ	Permeabilidad	$4 * \pi * 10^{-7} H/m$
ρ	Resistencia de la Tierra	100 ohms * m
γ	Constante de Euler	1.7811

3.3.2 Características del conductor y geometría de la línea

Utilizando como referencia las configuraciones del documento de W. H. Kersting [7,15], se presentan tres diferentes configuraciones para las torres, ID-500, ID-505 e ID-510, sus características se encuentran en las ilustraciones 3.1, 3.2 y 3.3; y las distancias están dadas en pies.

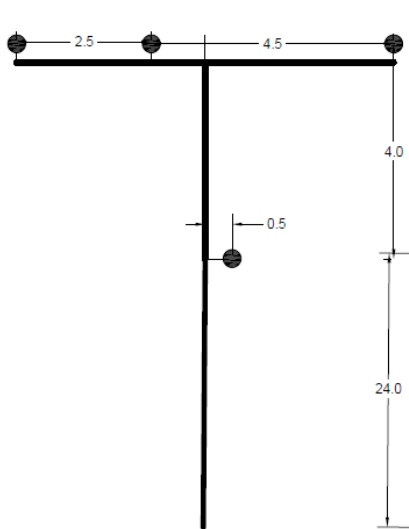


Ilustración 3.1.1. ID-500

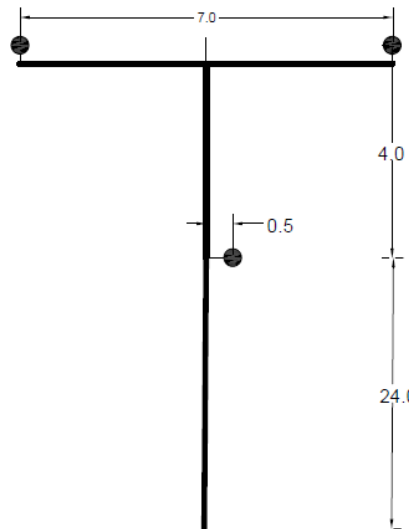


Ilustración 3.1.2. ID-505

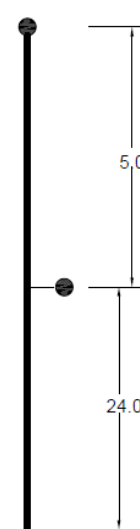


Ilustración 3.1.3. ID-510

En el documento de W. H. Kersting [7], se utilizan cinco diferentes configuraciones donde describe el espaciamento dependiendo de las torres y el tipo de conductor como se muestra en la tabla 3.2, estas utilizan tres diferentes conductores: ACSR 556,500 26/7, ACSR 1/0 AWG y ACSR 4/0 6/1 AWG, los datos que se introducen en el código dependiendo del conductor se muestran en la tabla 3.3, el artículo de W. H. Kersting en colaboración con R. K. Green [2] se utiliza la configuración 400 anexada en la tabla 3.2, esta características del conductor y geometría de la línea nos permitiran validar el algoritmo una vez terminado.

Tabla 3.2. Información de configuración de líneas aéreas

Configuración	Fases	Conductor de fase	Conductor de hilo de guarda	Espaciamento
		ACSR	ACSR	ID
601	B A C N	556,500 26/7	4/0 6/1	500
602	C A B N	4/0 6/1	4/0 6/1	500
603	C B N	1/0	1/0	505
604	A C N	1/0	1/0	505
605	C N	1/0	1/0	510
400	B A C N	1/0 6/1	1/0 6/1	500

Tabla 3.3. Información de los conductores¹

1	2	3	4	5	
556.5	ACSR	0.1859	0.03852	0.013	1-Tamaño del conductor en AWG o kcmil
#4/0	ACSR	0.592	0.02345	0.00814	2-Tipo de conductor
#1/0	ACSR	1.12	0.01658	0.00446	3-Resistencia a 60Hz y 50°C en Ω/milla.

4-Diámetro externo del conductor en pies

5-GMR en pies

1-Tamaño del conductor en AWG o kcmil

2-Tipo de conductor

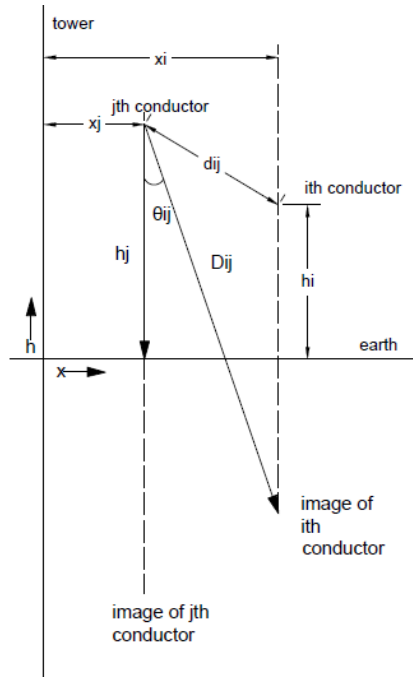
3-Resistencia a 60Hz y 50°C en Ω/milla.

4-Diámetro externo del conductor en pies

5-GMR en pies

¹ La tabla fue tomada como referencia del artículo de W. H. Kersting [7], se modificaron los valores de las distancias externas de los conductores debido a que en el código se introducen en pies.

Ilustración 3.2. Esquema de conductores [3].



3.4 Matriz B

La matriz B está en función sólo de la geometría física de los conductores en relación con la tierra, las superficies del conductor y la tierra pueden ser considerados superficies equipotenciales, la matriz B no tiene parte real debido a que la conductancia de la ruta del aire es insignificante, por lo que sólo se considera la parte imaginaria [3].

La ubicación física de los conductores se define con respecto a un sistema de coordenadas, con el plano de tierra como eje de referencia horizontal y el eje de simetría de la torre como referencia vertical.

Con base a las coordenadas de los conductores y su radio, el elemento i, j -ésimo de la matriz B se define como:

$$B_{ij} = \log_{\epsilon}(D_{ij}/d_{ij}) \quad (3.2)$$

Donde

d_{ij} = distancia entre el i – ésimo conductor y el j – ésimo conductor para $i \neq j$

radio del i – ésimo conductor para $i = j$

D_{ij} = distancia entre el i – ésimo conductor y la imagen del j – ésimo conductor

3.5 Matriz Y

La matriz Y se obtiene invirtiendo la matriz B (B^{-1}), para posteriormente eliminar las últimas filas y columnas necesarias para generar una matriz de 3×3 (B_A^{-1}), la matriz resultante es multiplicada por $j2\pi\omega\epsilon$ para finalmente obtener Y.

$$Y = j2\pi\epsilon B_A^{-1} \quad (3.3)$$

Donde

Símbolo	Definición	Unidad
B_A^{-1}	Matriz de susceptancia inversa de 3×3 (ecuación 3.2)	Ω^{-1}
ϵ	Permitividad relativa	F/milla

3.6 Matriz X_g

La matriz X_g representa la reactancia debido a la geometría física y se calcula como:

$$X_g = \omega\mu B / 2\pi \quad (3.4)$$

Donde

Símbolo	Definición	Unidad
ω	Velocidad angular	rad/s
μ	Permeabilidad	H/milla
B	Matriz de susceptancia (ecuación 3.2)	Ω^{-1}

3.7 Matriz R_e y X_e

La contribución de la resistencia y la reactancia R_e y X_e , debido a la ruta de retorno por tierra, se calcula mediante el uso de integrales infinitas desarrolladas por Carson [1]. Las matrices de componentes de corrección real e imaginario P y Q, respectivamente son calculadas en términos de r , θ , ω y ρ .

Los modelos utilizan diferentes aproximaciones para el cálculo de P y Q, ésta es la principal diferencia entre los modelos. Independientemente del modelo utilizado, la resistencia y la reactancia R_e y X_e se calculan como:

Ecuaciones de Carson

$$R_e = \frac{2P\omega\mu}{2\pi} \quad (3.5)$$

$$X_e = \frac{2Q\omega\mu}{2\pi} \quad (3.6)$$

3.7.1 Modelo de R. H. Galloway

Para el modelo de R. H. Galloway [3] se modificaron las ecuaciones de Carson dando como resultado que las integrales infinitas se convirtieron en sumatorias. Se utilizan matrices en lugar de valores aproximados, lo que aumenta la precisión de los resultados calculados, P_{ij} y Q_{ij} están en función de las matrices S_2 , S'_2 , S_4 , S'_4 , σ_1 , σ_2 , σ_3 , σ_4 , θ y r , las cuales se observan a continuación:

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} (1 - S_{4ij}) + \frac{1}{2} \log\left(\frac{2}{\gamma r_{ij}}\right) S_{2ij} + \frac{1}{2} \theta S'_{2ij} - \frac{\sigma_{1ij}}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_{2ij}}{2} + \frac{\sigma_{3ij}}{\sqrt{2}} \dots \quad (3.7)$$

$$Q_{ij} = \frac{\log\left(\frac{2}{\gamma r_{ij}}\right) (1 - S_{4ij})}{2} - \frac{\theta S'_{4ij}}{2} + \frac{\sigma_{1ij}}{\sqrt{2}} - \frac{\pi S_{2ij}}{8} + \frac{\sigma_{3ij}}{\sqrt{2}} - \frac{\sigma_{4ij}}{2} \dots \quad (3.8)$$

$$S_{2ij} = \sum_{n=0}^k a_n \cos(4n + 2)\theta_{ij} \quad (3.9)$$

$$S'_{2ij} = \sum_{n=0}^k a_n \sin(4n + 2)\theta_{ij} \quad (3.10)$$

$$S_{4ij} = \sum_{n=0}^k c_n \cos(4n + 4)\theta_{ij} \quad (3.11)$$

$$S'_{4ij} = \sum_{n=0}^k c_n \sin(4n + 4)\theta_{ij} \quad (3.12)$$

$$\sigma_{1ij} = \sum_{n=0}^k e_n \cos(4n + 1)\theta_{ij} \quad (3.13)$$

$$\sigma_{2ij} = \sum_{n=0}^k g_n (S_{2ij})_n \quad (3.14)$$

$$\sigma_{3ij} = \sum_{n=0}^k f_n \cos(4n + 3)\theta_{ij} \quad (3.15)$$

$$\sigma_{4ij} = \sum_{n=0}^k h_n (S_{4ij})_n \quad (3.16)$$

Con las funciones auxiliares a_n , c_n , e_n , f_n , g_n y h_n

$$a_n = \frac{-a_{n-1}}{2_n(2_n + 1)^2(2_n + 2)} \left(\frac{r_{ij}}{2}\right)^4, \quad a_0 = \frac{r_{ij}^2}{8} \quad (3.17)$$

$$c_n = \frac{-c_{n-1}}{(2_n + 1)(2_n + 2)^2(2_n + 3)} \left(\frac{r_{ij}}{2}\right)^4, \quad c_0 = \frac{r_{ij}^4}{192} \quad (3.18)$$

$$e_n = \frac{-e_{n-1}}{(4_n - 1)(4_n + 1)^2(4_n + 3)} r_{ij}^4, \quad e_0 = \frac{r_{ij}}{3} \quad (3.19)$$

$$f_n = \frac{-f_{n-1}}{(4_n + 1)(4_n + 3)^2(4_n + 5)}, \quad f_0 = \frac{r_{ij}^3}{45} \quad (3.20)$$

$$g_n = g_{n-1} + \frac{1}{4_n} + \frac{1}{2_n + 1} + \frac{1}{2_n + 2} + \frac{1}{4_n + 4}, \quad g_0 = \frac{5}{4} \quad (3.21)$$

$$h_n = h_{n-1} + \frac{1}{4_n + 2} + \frac{1}{2_n + 2} + \frac{1}{2_n + 3} + \frac{1}{4_n + 6}, \quad h_0 = \frac{5}{2} \quad (3.22)$$

Donde²

$$r_{ij} = \frac{1}{3.28084} \sqrt{\frac{\omega * (\mu/1609.344)}{\rho}} D_{ij}$$

$$\theta_{ij} = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{|x_i - x_j|}{D_{ij}}\right)$$

k = número de iteraciones del modelo de Galloway

Símbolo	Definición	Unidad
ω	Velocidad angular	rad/s

² La ecuación de r contiene 3.28084 en orden de convertir el resultado a pies y 1609.344 para hacer correcto el uso de unidades

μ	Permeabilidad	<i>H/milla</i>
ρ	Resistencia de la Tierra	$\Omega - m$
θ	Ángulo ilustración 3.4	Radianes
$x_i - x_j$	Distancias entre conductores en el eje x	Pies
D_{ij}	<i>distancia entre el i – ésimo conductor y la imagen del j – ésimo conductor (Ilustración 3.4)</i>	Pies

3.7.2 Modelo de W. H. Kersting con colaboración de R. K. Green

Para el modelo de W. H. Kersting y R. K. Green [2], los elementos P_{ij} y Q_{ij} se representan por medio de las ecuaciones 3.23 y 3.24, los cuales son una versión reducida de las ecuaciones de Carson, estas aproximaciones se basan en los términos k y θ , los cuales a su vez están en función de la configuración de la línea, la frecuencia y la resistividad de la tierra.

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3 \cdot \sqrt{2}} k_{ij} \cdot \cos(\theta_{ij}) + \frac{k_{ij}^2 \cdot \cos(\theta_{ij})}{16} \cdot \left(0.6728 + \ln \frac{2}{k_{ij}} \right) + \frac{k_{ij}^2}{16} \cdot \theta_{ij} \cdot \sin(\theta_{ij}) + \frac{k_{ij}^3}{\sqrt{2} \cdot 45} \cdot \cos(3\theta_{ij}) - \frac{\pi \cdot k_{ij}^4}{1536} \cdot \cos(4 \cdot \theta_{ij}) \quad (3.23)$$

$$Q_{ij} = -0.0386 + \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{2}{k_{ij}} + \frac{1}{3 \cdot \sqrt{2}} k_{ij} \cdot \cos(\theta_{ij}) - \frac{\pi \cdot k_{ij}^2}{64} \cdot \cos(2 \cdot \theta_{ij}) + \frac{k_{ij}^3}{45 \cdot \sqrt{2}} \cos(3 \cdot \theta_{ij}) - \frac{k_{ij}^4}{384} \theta_{ij} \cdot \sin(4 \cdot \theta_{ij}) - \frac{k_{ij}^4 \cos(4 \cdot \theta_{ij})}{384} \cdot \ln \frac{2}{k_{ij}} + 1.0895 \quad (3.24)$$

Donde

$$\theta_{ij} = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{|x_i - x_j|}{D_{ij}}\right)$$

$$k_{ij} = 8.565 \cdot 10^{-4} \cdot D_{ij} \sqrt{\frac{f}{\rho}}$$

Símbolo	Constante	Unidad
f	Frecuencia	<i>Hz</i>
ρ	Resistencia de la Tierra	$\Omega - m$
θ	Ángulo ilustración 3.4	Radianes
$x_i - x_j$	Distancias entre conductores en el eje x	Pies

D_{ij}	<i>distancia entre el i</i> – <i>ésimo conductor y la imagen del j</i> – <i>ésimo conductor (Ilustración 3.4)</i>	Pies
----------	---	------

3.7.3 Modelo de W. H. Kersting

En el modelo de W. H. Kersting [6], las matrices P_{ij} y Q_{ij} se calculan usando únicamente el primer término de la variable P_{ij} y los dos primeros términos de Q_{ij} del modelo desarrollado por W. H. Kersting y R. K. Green [2], como se puede observar en las ecuaciones 3.25 y 3.26

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} \quad (3.25)$$

$$Q_{ij} = -0.0386 + \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{2}{k_{ij}} \quad (3.26)$$

Donde

$$k_{ij} = D_{ij} * (8.565 * 10^{-4}) * \sqrt{\frac{f}{\rho}}$$

Símbolo	Constante	Valor
f	Frecuencia	Hz
ρ	Resistencia de la Tierra	$\Omega - m$
D_{ij}	<i>distancia entre el i</i> – <i>ésimo conductor y la imagen del j</i> – <i>ésimo conductor (Ilustración 3.4)</i>	Pies

3.8 Matriz R_c y X_c

Las matrices R_c y X_c son matrices diagonales de $N+M$ elementos donde N es el número de conductores y M el número de hilos de guarda. La matriz R_c está compuesta de las resistencias de los conductores de fase e hilos de guarda, estos valores de resistencia³ son obtenidos de la tabla 3.2 como en el anexo A

La matriz X_c está compuesta de las reactancias de los conductores de fase e hilos de guarda, estos valores de reactancia se calculan con base a las ecuaciones 3.27 y 3.28

$$X_c = \log \left(\frac{Dc}{GMR_{cond}} \right) * \frac{\omega\mu}{2\pi} \quad (3.27)$$

$$X_c = \log \left(\frac{Dg}{GMR_{ground}} \right) * \frac{\omega\mu}{2\pi} \quad (3.28)$$

Los primeros N elementos diagonales de las matrices son las resistencias y reactancias de los conductores, mientras los últimos M elementos diagonales son las resistencias y

³ Los valores de resistencia deben de estar en Ω /milla a 60 Hz y a 50°C

reactancias de los hilos de guarda, como ejemplo si se tienen 2 conductores y 1 hilo de guarda, las matrices R_c y X_c serían:

$$R_c = \begin{bmatrix} R_{cond} & 0 & 0 \\ 0 & R_{cond} & 0 \\ 0 & 0 & R_{ground} \end{bmatrix} \quad X_c = \begin{bmatrix} X_{cond} & 0 & 0 \\ 0 & X_{cond} & 0 \\ 0 & 0 & X_{ground} \end{bmatrix}$$

Donde:

Símbolo	Definición	Unidad
ω	Velocidad angular	<i>rad/s</i>
μ	Permeabilidad	<i>H/milla</i>
Dc	Radio exterior del conductor de fase	Pies
Dg	Radio exterior del conductor del hilo de guarda	Pies
GMRcond	Radio medio geométrico del conductor de fase	Pies
GMRground	Radio medio geométrico del conductor del hilo de guarda	Pies

3.9 Matriz Z'

La matriz Z' se conforma de cinco elementos

$$Z' = R_c + R_e + j(X_c + X_e + X_g) \quad (3.1)$$

Donde los subíndices se refieren a:

g = la contribucion de la reactancia debido a la geometria fisica

c = la contribucion del conductor

e = la contribucion de la ruta de la tierra

3.10 Matriz Z

Para obtener la matriz Z se realiza la reducción de Kron a la matriz Z' , esta operación matricial se muestra en la ecuación 3.32:

$$Z = Z_A - Z_{E1} Z_{ee}^{-1} Z_{E2} \quad (3.32)$$

Si asumimos un sistema de M fases y N hilos de guarda, Z' es una matriz de tamaño $(M + N) \times (M + N)$, la matriz Z_A sería la matriz de impedancias entre conductores de tamaño $M \cdot M$, Z_{E1} es la matriz de impedancias entre conductores e hilos de guarda $M \cdot N$, Z_{E2} es la matriz transpuesta de Z_{E1} de dimensiones $N \cdot M$ y Z_{ee} es la matriz de impedancias propias de los hilos de guarda de tamaño $N \cdot N$

Donde:

$$Z' = \begin{bmatrix} Z_A & \vdots & Z_{E1} \\ \dots & \vdots & \dots \\ Z_{E2} & \vdots & Z_{ee} \end{bmatrix}$$

$$Z_A = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

$$Z_{E1} = \begin{bmatrix} Z_{ae} \\ Z_{be} \\ Z_{ce} \end{bmatrix}$$

$$Z_{E2} = Z_{E1}^T = \begin{bmatrix} Z_{ea} \\ Z_{eb} \\ Z_{eb} \end{bmatrix}$$

CAPÍTULO 4

VALIDACIÓN Y COMPARACIÓN

4.1 Introducción

En este capítulo se muestra la validación y la comparación de las simulaciones realizadas a los principales modelos de líneas aplicables al cálculo de parámetros eléctricos de líneas aéreas de distribución, los cuales son los desarrollados por W. H. Kersting [6], R. H. Galloway [3], así como el trabajo de W. H. Kersting en colaboración con R. K. Green [2]. Para validar los códigos desarrollados se utilizarán los resultados publicados en artículos arbitrados relevantes [2,7,15]. La comparación de modelos se realizará simulando configuraciones de líneas de distribución estandarizadas.

4.2 Validación de los algoritmos

En este subapartado se validan los algoritmos realizados en el Capítulo 3, esta validación se realiza comparando los datos obtenidos de la simulación con los datos de las impedancias de los artículos. El algoritmo del modelo de Kersting se valida mediante la simulación de las configuraciones 601 a 605 presentadas en los artículos relacionados con el IEEE 13 NODE TEST FEEDERS [7, 15]. El modelo de Galloway es validado mediante la simulación de la configuración 400 del artículo de Kersting en colaboración con R. K. Green [2]. La información de estas configuraciones fue presentada en el capítulo 3 en el subapartado 3.3.2

Los resultados del modelado de las configuraciones 601 a 605 para el modelo de Kersting, así como los resultados de la configuración 400 para el modelo de Galloway coinciden con los resultados publicados en los artículos [2,7,15], por lo tanto se omiten los resultados debido a que no existe diferencia significativa. Se concluye que nuestros algoritmos desarrollados en el capítulo 3 son adecuados para modelar las configuraciones antes mencionadas.

4.3 Comparación de los modelos

Después de la validación de los modelos, se procede a la comparación de los mismos, primeramente, se seleccionan las configuraciones de línea, se determinó que las configuraciones 601, 603 y 605 son las más adecuadas, ya que son configuraciones típicas, además de que representan los casos trifásicos, bifásicos y monofásicos.

4.3.1 Selección de configuraciones de líneas

En este subapartado se brinda la información necesaria para realizar la comparación de los modelos, los datos de las configuraciones de líneas a simular son obtenidas del artículo de W. H. Kersting [7], la información general de las configuraciones se muestra en la tabla 4.1, las características de los conductores de fase e hilo de guarda se presentan en la tabla 4.2, los valores de las constantes a utilizar se muestran en la tabla 4.3. Finalmente la geometría de las configuraciones a emplear se muestran en las ilustraciones 4.1, 4.2 y 4.3.

Tabla 4.1. Información de configuración de líneas aéreas

Configuración	Fases	Conductor de fase	Conductor de hilo de guarda	Espaciamiento
601	B A C N	ACSR 556,500 26/7	ACSR 4/0 6/1	ID 500
603	C B N	1/0	1/0	505
605	C N	1/0	1/0	510

Tabla 4.2. Información de los conductores⁴

1	2	3	4	5
556.5	ACSR	0.1859	0.03852	0.013
#4/0	ACSR	0.592	0.02345	0.00814
#1/0	ACSR	1.12	0.01658	0.00446

- 1-Tamaño del conductor en AWG o kcmil
- 2-Tipo de conductor
- 3-Resistencia a 60Hz y 50°C en Ω /milla.
- 4-Diámetro externo del conductor en pies

5-GMR en pies

Tabla 4.3. Constantes

Símbolo	Constante	Valor
ϵ	Permitividad	$8.85 * 10^{-12} F/m$
f	Frecuencia	60 Hz
μ	Permeabilidad	$4 * \pi * 10^{-7} NA^{-2}$
ρ	Resistencia de la Tierra	100 $\Omega - m$
γ	Constante de Euler	1.7811
k	Numero de iteraciones del modelo de Galloway	10

⁴ La tabla fue tomada como referencia del artículo de W. H. Kersting [7], se modificaron los valores de las distancias externas de los conductores debido a que en el código se introducen en pies.

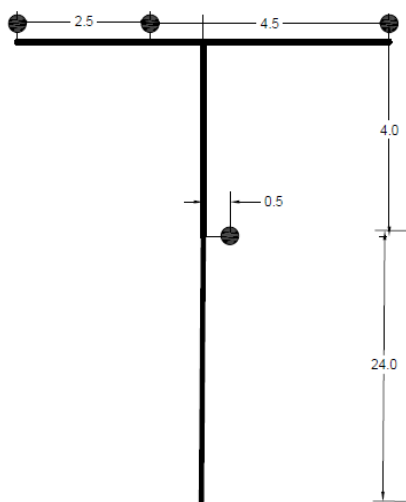


Ilustración 4.1.1. ID-500

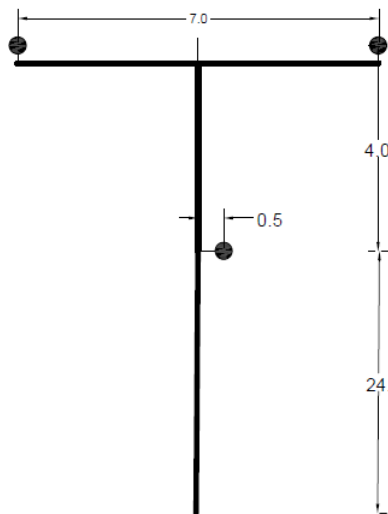


Ilustración 4.1.2. ID-505

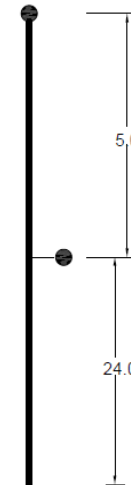


Ilustración 4.1.3. ID-510

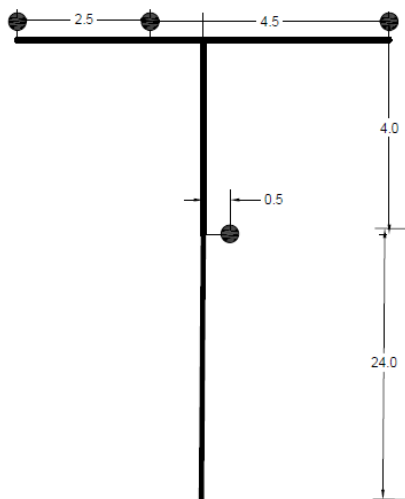


Ilustración 4.2. ID-500 configuración 601

4.3.2 Configuración 601

A continuación, se muestran los datos de la configuración 601, los resultados obtenidos de los modelos desarrollados y la comparación entre los diferentes modelos. La configuración 601 se conforma de tres fases y un hilo de guarda, con el conductor de fase ACSR 556,500 26/7 y 4/0 6/1 ACSR para el hilo de guarda con el espaciamiento ID 500.

Tabla 4.4. Información de la configuración 601

Configuración	Fases	Conductor de fase	Conductor de hilo de guarda	Espaciamiento
601	B A C N	ACSR 556,500 26/7	ACSR 4/0 6/1	ID 500

Tabla 4.5. Información de conductores⁵

	1	2	3	4	5
	556.5	ACSR	0.1859	0.03852	0.013
	#4/0	ACSR	0.592	0.02345	0.00814

- 1-Tamaño del conductor en AWG o kcmil
- 2-Tipo de conductor
- 3-Resistencia a 60Hz y 50°C en Ω /milla.
- 4-Diámetro externo del conductor en pies
- 5-GMR en pies

⁵ La tabla fue tomada como referencia del artículo de W. H. Kersting [7], se modificaron los valores de las distancias externas de los conductores debido a que en el código se introducen en pies.

4.3.2.1 Matriz de admitancias Y ⁶

A continuación, se muestran los resultados obtenidos para la matriz de admitancias, es necesario mencionar que esta matriz es la misma para todos los modelos simulados.

$$Y = \begin{bmatrix} 6.2998 & -1.9958 & -1.2595 \\ -1.9958 & 5.9597 & -0.7417 \\ -1.2595 & -0.7417 & 5.6386 \end{bmatrix} \mu\Omega^{-1} \quad (4.1)$$

4.3.2.2 Matriz de impedancias Z

Las matrices de impedancias de los modelos desarrollados por R. H. Galloway, R. K. Green y W. H. Kersting se muestran en las matrices 4.2, 4.3 y 4.4 respectivamente.

Matriz de impedancias del modelo de Galloway

$$Z = \begin{bmatrix} 0.346191 + 1.01895i & 0.155586 + 0.502686i & 0.157654 + 0.424651i \\ 0.15586 + 0.502686i & 0.33706 + 1.04799i & 0.153105 + 0.385955i \\ 0.157654 + 0.424651i & 0.152828 + 0.385381i & 0.341005 + 1.03586i \end{bmatrix} \Omega/milla \quad (4.2)$$

Matriz de impedancias del modelo de Green

$$Z = \begin{bmatrix} 0.345887 + 1.01821i & 0.1553 + 0.501976i & 0.15736 + 0.424044i \\ 0.1553 + 0.501976i & 0.33679 + 1.04799i & 0.152828 + 0.385381i \\ 0.15736 + 0.424044i & 0.152828 + 0.385381i & 0.340722 + 1.03505i \end{bmatrix} \Omega/milla \quad (4.3)$$

Matriz de impedancias del modelo de Kersting

$$Z = \begin{bmatrix} 0.3465 + 1.0179i & 0.1560 + 0.5017i & 0.1580 + 0.4236i \\ 0.1560 + 0.5017i & 0.3375 + 1.0478i & 0.1535 + 0.3849i \\ 0.1580 + 0.4236i & 0.1535 + 0.3849i & 0.3414 + 1.0348i \end{bmatrix} \Omega/milla \quad (4.4)$$

4.3.2.5 Diferencias de los modelos

Para la comparación de las impedancias de los modelos, se utilizaron las funciones 4.5 a 4.8, en donde se utilizó la impedancia de Galloway como valor de referencia.

$$DIFERENCIAREALK_{ij} = \left| \frac{Re(Z_{Galloway_{ij}}) - Re(Z_{Kersting_{ij}})}{Re(Z_{Galloway_{ij}})} \right| \cdot 100\% \quad (4.5)$$

$$DIFERENCIAIMAGK_{ij} = \left| \frac{Im(Z_{Galloway_{ij}}) - Im(Z_{Kersting_{ij}})}{Im(Z_{Galloway_{ij}})} \right| \cdot 100\% \quad (4.6)$$

$$DIFERENCIAREALKG_{ij} = \left| \frac{Re(Z_{Galloway_{ij}}) - Re(Z_{Green_{ij}})}{Re(Z_{Galloway_{ij}})} \right| \cdot 100\% \quad (4.7)$$

$$DIFERENCIAIMAGKG_{ij} = \left| \frac{Im(Z_{Galloway_{ij}}) - Im(Z_{Green_{ij}})}{Im(Z_{Galloway_{ij}})} \right| \cdot 100\% \quad (4.8)$$

⁶ La matriz Y es la misma para todos los modelos siguiendo el algoritmo realizado en el Capítulo 3, donde los modelos difieren en el cálculo de las matrices R_e y X_e por lo que sus matrices Z son diferentes

Donde

Símbolo	Descripción
$DIFERENCIAREALK_{ij}$	Diferencia de la parte real de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte real de la matriz de impedancias de Kersting
$DIFERENCIAIMAGK_{ij}$	Diferencia de la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Kersting
$DIFERENCIAREALKG_{ij}$	Diferencia de la parte real de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte real de la matriz de impedancias de Kersting-Green
$DIFERENCIAIMAGKG_{ij}$	Diferencia de la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Kersting-Green
$Z_{Galloway_{ij}}$	Matriz de impedancias de Galloway [3]
$Z_{Kersting_{ij}}$	Matriz de impedancias de Kersting [6]
$Z_{Green_{ij}}$	Matriz de impedancias de Kersting-Green [2]

Las matrices de diferencias porcentuales entre los modelos se presentan a continuación.

$$DIFERENCIAREALK_{ij} = \begin{bmatrix} 0.0974345 & 0.234205 & 0.223814 \\ 0.234205 & 0.116376 & 0.248842 \\ 0.223814 & 0.248842 & 0.107874 \end{bmatrix} \% \quad (4.9)$$

$$DIFERENCIAIMAGK_{ij} = \begin{bmatrix} 0.0968863 & 0.200095 & 0.234956 \\ 0.200095 & 0.0976668 & 0.263365 \\ 0.234956 & 0.263365 & 0.0973154 \end{bmatrix} \% \quad (4.10)$$

$$DIFERENCIAREALKG_{ij} = \begin{bmatrix} 0.0878194 & 0.184285 & 0.186382 \\ 0.184285 & 0.0801141 & 0.181003 \\ 0.186382 & 0.181003 & 0.0832058 \end{bmatrix} \% \quad (4.11)$$

$$DIFERENCIAIMAGKG_{ij} = \begin{bmatrix} 0.0968863 & 0.200095 & 0.234956 \\ 0.200095 & 0.0976668 & 0.263365 \\ 0.234956 & 0.263365 & 0.0973154 \end{bmatrix} \% \quad (4.12)$$

La diferencia porcentual promedio entre las partes reales de las impedancias de los modelos de Galloway y Kersting es de 0.192822% y su diferencia máxima porcentual es 0.248854%, mientras que la diferencia porcentual promedio entre las partes imaginarias de las impedancias de los modelos es de 0.187634% y su diferencia máxima porcentual es de 0.263365%.

La diferencia porcentual promedio entre las partes reales de las impedancias de los modelos de Galloway y Green es de 0.150475% y su diferencia máxima porcentual es 0.186382%, mientras que la diferencia porcentual promedio entre las partes imaginarias de las impedancias de los modelos es de 0.122175% y su diferencia máxima porcentual es de 0.148831%.

4.3.3 Configuración 603

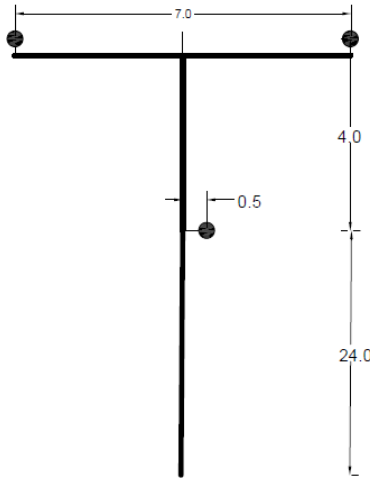


Ilustración 4.3. ID-505 configuración 603

- 1-Tamaño del conductor en AWG o kcmil
- 2-Tipo de conductor
- 3-Resistencia a 60Hz y 50°C en Ω/milla.
- 4-Diámetro externo del conductor en pies
- 5-GMR en pies

4.3.3.1 Matriz de admitancias Y^8

A continuación, se muestran los resultados obtenidos para la matriz de admitancias, es necesario mencionar que la esta matriz es la misma para todos los modelos simulados

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.71073 & -0.90007 \\ 0 & -0.90007 & 4.66682 \end{bmatrix} \mu\Omega^{-1} \quad (4.13)$$

4.3.3.2 Modelo de impedancias Z

Las matrices de impedancias de los modelos desarrollados por R. H. Galloway, R. K. Green y W. H. Kersting se muestran las matrices 4.14, 4.15 y 4.16 respectivamente.

Matriz de impedancias del modelo de Galloway

$$Z = \begin{bmatrix} 0 + 0i & 0 + 0i & 0 + 0i \\ 0 + 0i & 1.32903 + 1.34852i & 0.206169 + 0.460593i \\ 0 + 0i & 0.206169 + 0.460593i & 1.3238 + 1.3569i \end{bmatrix} \Omega/milla \quad (4.14)$$

⁷ La tabla fue tomada como referencia del artículo de W. H. Kersting [7], se modificaron los valores de las distancias externas de los conductores debido a que en el código se introducen en pies.

⁸ La matriz Y es la misma para todos los modelos siguiendo el algoritmo realizado en el Capítulo 3, donde los modelos difieren en el cálculo de las matrices R_e y X_e por lo que sus matrices Z son diferentes

Matriz de impedancias del modelo de Green

$$Z = \begin{bmatrix} 0 + 0i & 0 + 0i & 0 + 0i \\ 0 + 0i & 1.32855 + 1.34749i & 0.205701 + 0.459811i \\ 0 + 0i & 0.205701 + 0.459811i & 1.32292 + 1.3573i \end{bmatrix} \Omega/milla \quad (4.15)$$

Matriz de impedancias del modelo de Kersting

$$Z = \begin{bmatrix} 0 + 0i & 0 + 0i & 0 + 0i \\ 0 + 0i & 1.32941 + 1.34708i & 0.20657 + 0.459145i \\ 0 + 0i & 0.20657 + 0.459145i & 1.32379 + 1.35692i \end{bmatrix} \Omega/milla \quad (4.16)$$

4.3.3.5 Diferencias de los modelos

Para la comparación de las impedancias de los modelos, se utilizaron las funciones 4.5 a 4.8, en donde se utilizó la impedancia de Galloway como valor de referencia.

$$DIFERENCIAREALK_{ij} = \left| \frac{Re(Z_{Galloway_{ij}}) - Re(Z_{Kersting_{ij}})}{Re(Z_{Galloway_{ij}})} \right| \cdot 100\% \quad (4.5)$$

$$DIFERENCIAIMAGK_{ij} = \left| \frac{Im(Z_{Galloway_{ij}}) - Im(Z_{Kersting_{ij}})}{Im(Z_{Galloway_{ij}})} \right| \cdot 100\% \quad (4.6)$$

$$DIFERENCIAREALKG_{ij} = \left| \frac{Re(Z_{Galloway_{ij}}) - Re(Z_{Green_{ij}})}{Re(Z_{Galloway_{ij}})} \right| \cdot 100\% \quad (4.7)$$

$$DIFERENCIAIMAGKG_{ij} = \left| \frac{Im(Z_{Galloway_{ij}}) - Im(Z_{Green_{ij}})}{Im(Z_{Galloway_{ij}})} \right| \cdot 100\% \quad (4.8)$$

Donde

Símbolo	Descripción
$DIFERENCIAREALK_{ij}$	Diferencia de la parte real de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte real de la matriz de impedancias de Kersting
$DIFERENCIAIMAGK_{ij}$	Diferencia de la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Kersting
$DIFERENCIAREALKG_{ij}$	Diferencia de la parte real de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte real de la matriz de impedancias de Kersting-Green
$DIFERENCIAIMAGKG_{ij}$	Diferencia de la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Kersting-Green
$Z_{Galloway_{ij}}$	Matriz de impedancias de Galloway [3]
$Z_{Kersting_{ij}}$	Matriz de impedancias de Kersting [6]
$Z_{Green_{ij}}$	Matriz de impedancias de Kersting-Green [2]

$$DIFERENCIAREALK_{ij} = \begin{bmatrix} 0.02909 & 0.194394 \\ 0.194394 & 0.0312093 \end{bmatrix} \% \quad (4.17)$$

$$DIFERENCIAIMAGK_{ij} = \begin{bmatrix} 0.106881 & 0.314231 \\ 0.314231 & 0.10695 \end{bmatrix} \% \quad (4.18)$$

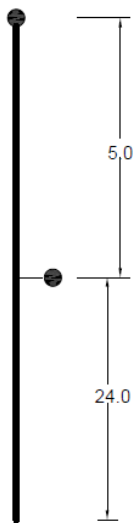
$$DIFERENCIAREALKG_{ij} = \begin{bmatrix} 0.0360367 & 0.227234 \\ 0.227234 & 0.0345804 \end{bmatrix} \% \quad (4.19)$$

$$DIFERENCIAIMAGKG_{ij} = \begin{bmatrix} 0.106881 & 0.314231 \\ 0.314231 & 0.10695 \end{bmatrix} \% \quad (4.20)$$

La diferencia porcentual promedio entre las partes reales de las impedancias de los modelos de Galloway y Kersting es de 0.112271% y su diferencia máxima porcentual es 0.194394%, mientras que la diferencia porcentual promedio entre las partes imaginarias de las impedancias de los modelos es de 0.210573% y su diferencia máxima porcentual es de 0.314231%.

La diferencia porcentual promedio entre las partes reales de las impedancias de los modelos de Galloway y Green es de 0.131271% y su diferencia máxima porcentual es 0.227234%, mientras que la diferencia porcentual promedio entre las partes imaginarias de las impedancias de los modelos es de 0.123607% y su diferencia máxima porcentual es de 0.169778%.

4.3.4 Configuración 605



La configuración 605 se conforma de 1 fase y un hilo de guarda, con el conductor de fase 1/0 ACSR y 1/0 ACSR para el hilo de guarda con el espaciamiento ID 510.

Tabla 4.8. Información de la configuración 605

Configuración	Fases	Conductor de fase	Conductor de hilo de guarda	Espaciamiento
604	C N	ACSR 1/0	ACSR 1/0	ID 510

Tabla 4.9. Información de conductores⁹

	1	2	3	4	5
#1/0	ACSR	1.12	0.01658	0.00446	

Ilustración 4.4. ID-510 configuración 605

- 1-Tamaño del conductor en AWG o kcmil
- 2-Tipo de conductor
- 3-Resistencia a 60Hz y 50°C en Ω /milla.
- 4-Diámetro externo del conductor en pies
- 5-GMR en pies

⁹ La tabla fue tomada como referencia del artículo de W. H. Kersting [7], se modificaron los valores de las distancias externas de los conductores debido a que en el código se introducen en pies.

4.3.4.1 Matriz de admitancias Y ¹⁰

A continuación, se muestran los resultados obtenidos para la matriz de admitancias, es necesario mencionar que la esta matriz es la misma para todos los modelos simulados.

$$Y = [4.52027]\mu\Omega^{-1} \quad (4.21)$$

4.3.4.2 Matriz de impedancias Z

Las matrices de impedancias de los modelos desarrollados por R. H. Galloway, R. K. Green y W. H. Kersting se muestran las matrices 4.22, 4.23 y 4.24 respectivamente.

Matriz de impedancias del modelo de Galloway

$$Z = [1.3287643606201465 + 1.3489830284848545i]\Omega/milla \quad (4.22)$$

Matriz de impedancias del modelo de Green

$$Z = [1.3282350551458255 + 1.3479676601394217i]\Omega/milla \quad (4.23)$$

Matriz de impedancias del modelo de Kersting

$$Z = [1.3291843032120494 + 1.3474780900400423]\Omega/milla \quad (4.24)$$

4.3.4.5 Diferencias entre modelos

Para la comparación de las impedancias de los modelos, se utilizaron las funciones 4.5 a 4.8, en donde se utilizó la impedancia de Galloway como valor de referencia.

$$DIFERENCIAREALK_{ij} = \left| \frac{Re(ZGalloway_{ij}) - Re(ZKersting_{ij})}{Re(ZGalloway_{ij})} \right| \cdot 100\% \quad (4.5)$$

$$DIFERENCIAIMAGK_{ij} = \left| \frac{Im(ZGalloway_{ij}) - Im(ZKersting_{ij})}{Im(ZGalloway_{ij})} \right| \cdot 100\% \quad (4.6)$$

$$DIFERENCIAREALKG_{ij} = \left| \frac{Re(ZGalloway_{ij}) - Re(ZGreen_{ij})}{Re(ZGalloway_{ij})} \right| \cdot 100\% \quad (4.7)$$

$$DIFERENCIAIMAGKG_{ij} = \left| \frac{Im(ZGalloway_{ij}) - Im(ZGreen_{ij})}{Im(ZGalloway_{ij})} \right| \cdot 100\% \quad (4.8)$$

Donde

Símbolo	Descripción
$DIFERENCIAREALK_{ij}$	Diferencia de la parte real de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte real de la matriz de impedancias de Kersting
$DIFERENCIAIMAGK_{ij}$	Diferencia de la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Kersting
$DIFERENCIAREALKG_{ij}$	Diferencia de la parte real de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte real de la matriz de impedancias de Kersting-Green

¹⁰ La matriz Y es la misma para todos los modelos siguiendo el algoritmo realizado en el Capítulo 3, donde los modelos difieren en el cálculo de las matrices R_e y X_e por lo que sus matrices Z son diferentes

$DIFERENCIAIMAGKG_{ij}$	Diferencia de la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Galloway contra la parte imaginaria de la matriz de impedancias de Kersting-Green
$ZGalloway_{ij}$	Matriz de impedancias de Galloway [3]
$ZKersting_{ij}$	Matriz de impedancias de Kersting [6]
$ZGreen_{ij}$	Matriz de impedancias de Kersting-Green [2]

$$DIFERENCIAREALK_{ij} = [0.0316018]\% \quad (4.25)$$

$$DIFERENCIAIMAGK_{ij} = [0.111564]\% \quad (4.26)$$

$$DIFERENCIAREALKG_{ij} = [0.0398366]\% \quad (4.27)$$

$$DIFERENCIAIMAGKG_{ij} = [0.0752726]\% \quad (4.28)$$

La diferencia porcentual promedio entre las partes reales de las impedancias de los modelos de Galloway y Kersting es de 0.0316018% y su diferencia máxima porcentual es 0.0316018%, mientras que la diferencia porcentual promedio entre las partes imaginarias de las impedancias de los modelos es de 0.111564% y su diferencia máxima porcentual es de 0.111564%.

La diferencia porcentual promedio entre las partes reales de las impedancias de los modelos de Galloway y Green es de 0.0398366% y su diferencia máxima porcentual es 0.0398366%, mientras que la diferencia porcentual promedio entre las partes imaginarias de las impedancias de los modelos es de 0.0752726% y su diferencia máxima porcentual es de 0.0752726%.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1 Introducción

En este capítulo se analizan los resultados de las comparaciones de los modelos de W. H. Kersting [6] y el trabajo de W. H. Kersting en colaboración con R. K. Green [2] con el modelo de R. H. Galloway [3], a continuación, se presentan dos tablas comparativas, la tabla 5.1 presenta las diferencias porcentuales máximas de la comparación de las matrices de impedancias de los modelos y la tabla 5.2 muestra las diferencias promedio de las mismas.

Tabla 5.1 Diferencias porcentuales máximas de la comparación de las matrices de impedancias de los modelos

Comparación de la diferencia porcentual promedio de las impedancias de los modelos utilizando la matriz de impedancias de Galloway como valor de referencia

Configuración	Kersting -Galloway		Green-Galloway	
	Real	Imaginario	Real	Imaginario
601	0.248842%	0.263365%	0.186382%	0.148831%
603	0.194394%	0.314231%	0.227234%	0.169778%
605	0.0316018%	0.111564%	0.0398366%	0.0752726%

En la Tabla 5.1 se muestran las diferencias porcentuales máximas de la comparación de las matrices de impedancias de los modelos de W. H. Kersting [6] y el trabajo de R. K. Green [2] con el modelo de R. H. Galloway [3]. Se puede observar que la máxima diferencia porcentual en la parte real de la comparación Kersting-Galloway es de 0.248842% y corresponde al caso trifásico, con respecto a la parte imaginaria la máxima diferencia en la parte imaginaria es de 0.314231% y corresponde al caso bifásico, mientras que máxima diferencia real de la comparación Green-Galloway es de 0.227234% y corresponde al caso bifásico, con respecto a la parte imaginaria la máxima diferencia en la parte imaginaria es de 0.169778% y corresponde al caso bifásico.

Tabla 5.2. Diferencias promedio porcentuales de la comparación de las matrices de impedancias.

Comparación de la diferencia porcentual promedio de las impedancias de los modelos utilizando la matriz de impedancias de Galloway como valor de referencia

Configuración	Kersting -Galloway		Green-Galloway	
	Real	Imaginario	Real	Imaginario
601	0.192822%	0.187634%	0.150475%	0.122175%
603	0.112271%	0.210573%	0.131271%	0.123607%
605	0.0316018%	0.111564%	0.0398366%	0.0752726%

En la Tabla 5.2 se presentan las diferencias promedio porcentuales de la comparación de las matrices de impedancias de los modelos de W. H. Kersting [6] y el trabajo de R. K. Green [2] con el modelo de R. H. Galloway [3]. Se puede observar que la diferencia promedio máxima en la parte real de la comparación Kersting-Galloway es de 0.192822% y corresponde al caso trifásico, con respecto a la parte imaginaria la máxima diferencia en la parte imaginaria es de 0.210573% y corresponde al caso bifásico, mientras que máxima diferencia real promedio de la comparación Green-Galloway es de 0.150475% y corresponde al caso bifásico, con respecto a la parte imaginaria la máxima diferencia en la parte imaginaria es de 0.123607% y corresponde al caso bifásico.

Al analizar ambas tablas se observa que las máximas diferencias porcentuales las presenta el modelo de Kersting, en el caso trifásico.

CAPITULO 6

CONCLUSIONES

En esta investigación se presentó la comparación de los principales modelos de líneas aplicables al cálculo de las matrices de admitancia e impedancia de líneas aéreas de distribución, los cuales son los desarrollados por W. H. Kersting [6], R. H. Galloway [3], así como el trabajo de W. H. Kersting en colaboración con R. K. Green [2]. A través del modelado de diferentes configuraciones de líneas de distribución se determinó la exactitud de los modelos en el cálculo de las matrices de impedancia.

Los modelos de W. H. Kersting [6] y el trabajo de R. K. Green [2] fueron comparados con el trabajo de R. H. Galloway [3]. El modelo desarrollado por R. H. Galloway [3] fue empleado como referencia debido a que es considerado el modelo desarrollado más exacto, aunque bastante complejo. Las configuraciones de líneas de distribución simuladas fueron la 601, 603 y 605 [7,15], siendo éstas trifásica, bifásica y monofásica respectivamente.

Las simulaciones mostraron que las mayores diferencias porcentuales de la parte real de la impedancia las presentó el modelo de Kersting con una diferencia de .248842% en la configuración trifásica. A su vez, el modelo de Kersting también presentó las mayores diferencias porcentuales de la parte imaginaria de la impedancia con una diferencia de .314231% en la configuración bifásica.

Se concluye que los modelos desarrollados por W. H. Kersting [6] y R. K. Green [2] son adecuados para el cálculo de la matriz de admitancias e impedancias de las líneas aéreas de distribución al no presentar diferencias significativas con el modelo de R. H. Galloway [3], el cual es el modelo más exacto disponible.

Es necesario mencionar que las simulaciones se realizaron utilizando 10 iteraciones para el modelo de Galloway y una resistividad del suelo de 100 Ω -m. Como trabajos futuros se plantea la comparación de los modelos ante la variación de la resistividad del suelo, así como del número de iteraciones del modelo de Galloway.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1]	J. T. Carson, "Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return", in <i>Bell System Technical Journal</i> , vol. t, New York, NY, 1926, pp. 539-54.
[2]	W. H. Kersting and R. K. Green, "The application of Carson's equation to the steady-state analysis of distribution feeders," <i>2011 IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition</i> , Phoenix, AZ, 2011, pp. 1-6.
[3]	R. H. Galloway, W. B. Shorrocks and L. M. Wedepohl, "Calculation of electrical parameters for short and long polyphase transmission lines," in <i>Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of</i> , vol. 111, no. 12, pp. 2051-2059, December 1964.
[4]	R.K. Green, J.L. Bowen, M.W. Chen, "Calculation of Transmission Line Constants", <i>Southwest IEEE Conference</i> , conference paper, 1968
[5]	C. Dubanton and G. Le Roy, "Research into a practical method to determine the probability of failure of an E.H.V. transmission line," in <i>IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems</i> , vol. 94, no. 6, pp. 1954-1961, Nov. 1975.
[6]	W. H. Kersting, "Series Impedance of Overhead and Underground Lines," in <i>Distribution System Modeling and Analysis</i> , Boca Raton, Fla, 2001, pp. 81-83
[7]	W. H. Kersting, "Radial distribution test feeders," 2001 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.01CH37194), Columbus, OH, 2001, pp. 908-912 vol.2.
[8]	<i>Construcción de Instalaciones Aéreas en Media y Baja Tensión</i> , Especificación CFE DCCIAMBT, CFE, México, 2014
[9]	Joh J. Grainger y William D. Stevenson Jr., "Tabla A.3. Características eléctricas de conductores con alma de acero (ACSR)," in <i>Análisis de Sistemas de Potencia</i> , México, 1996, pp. 707
[10]	<i>Aluminium Electrical Conductor Handbook</i> , Washington Dc, 1982, vol 2.
[11]	IEEE Recommended Guide for Measuring Ground Resistance and Potential Gradients in the Earth," in <i>IEEE Std 81-1962</i> , vol., no., pp.1-20, March 23 1962
[12]	<i>Sistema General de Unidades de Medida General</i> , NORMA OFICIAL MEXICANA NOM-008-SCFI-2002, México, 2002

[13]	Esteban A. Tiznado V., " <i>Estimación de peligros geológicos en el libramiento Ensenada, (Baja California) apoyada con mediciones de resistividad electrica,</i> " Tesis de Maestria en Ciencias, Dep. Ciencias de la Tierra, CICESE, Ensenada, BC, México, 2016
[14]	L. Grcev., " <i>Numerical analysis of the transient voltages near grounding systems,</i> " pp. 105–110, Berlin, Germany, September 1992.
[15]	IEEE Distribution Planning Working Group Report " <i>Radial distribution test feeders</i> " IEEE Transactions on Power Systems . August 1991 Volume 6 Number 3 pp 975-985.

ANEXO A

Tabla 1. Características eléctricas de conductores de aluminio con alma de acero (ASCR)

Palabra clave	Área de aluminio, kcmil	Trenzado Al/St	Capas de aluminio	Diámetro exterior, pulgadas	Resistencia			RMG, D _s pies	Reactancia por conductor a 1 pie de espaciamiento, 60 Hz	
					Dc, 20°C Ω/1000 pies	CA, 60 Hz			X _a inductiva, Ω/millas	X _a capacitiva, MΩ/millas
						20°C, Ω/millas	50°C, Ω/millas			
Waxwing	266,800	18/1	2	0.609	0.0646	0.3488	0.3831	0.0198	0.476	0.109
Partridge	266,800	26/7	2	0.642	0.064	0.3452	0.3792	0.0217	0.465	0.1074
Ostrich	300,000	26/7	2	0.68	0.0569	0.307	0.3372	0.0229	0.458	0.1057
Merlin	336,400	18/1	2	0.684	0.0512	0.2767	0.2037	0.0222	0.462	0.1055
Linnet	336,400	26/7	2	0.721	0.0507	0.2737	0.3006	0.0243	0.451	0.104
Oriole	336,400	30/7	2	0.741	0.0504	0.2719	0.2987	0.0255	0.445	0.1032
Chickadee	397,500	18/1	2	0.743	0.0433	0.2342	0.2572	0.0241	0.452	0.1031
Ibis	397,500	26/7	2	0.783	0.043	0.2323	0.2551	0.0264	0.441	0.1015
Pelican	477,000	18/1	2	0.814	0.0361	0.1957	0.2148	0.0264	0.441	0.1004
Flicker	477,000	24/7	2	0.846	0.0359	0.1943	0.2134	0.0284	0.432	0.0992
Hawk	477,000	26/7	2	0.858	0.0357	0.1931	0.212	0.0289	0.43	0.0988
Hen	477,000	30/7	2	0.883	0.0355	0.1919	0.2107	0.0304	0.424	0.098
Osprey	556,500	18/1	2	0.879	0.0309	0.1679	0.1843	0.0281	0.432	0.0981
Parakeet	556,500	24/7	2	0.914	0.0308	0.1669	0.1832	0.0306	0.423	0.969
Dove	556,500	26/7	2	0.927	0.0307	0.1663	0.1826	0.0314	0.42	0.0965
Rook	636,000	24/7	2	0.977	0.0269	0.1461	0.1603	0.0327	0.415	0.095

Grosbeak	636,000	26/7	2	0.99	0.0268	0.1454	0.1596	0.0335	0.412	0.0946
Drake	795,000	26/7	2	1.108	0.0215	0.1172	0.1284	0.0373	0.399	0.0912
Tern	795,000	45/7	2	1.063	0.0217	0.1188	0.1302	0.0352	0.406	0.0925
Rail	954,000	45/7	3	1.165	0.0181	0.0997	0.1092	0.0386	0.395	0.0897
Cardinal	954,000	54/7	3	1.196	0.018	0.0988	0.1082	0.0402	0.39	0.089
Ortolan	1,033,500	45/7	3	1.213	0.0167	0.0924	0.1011	0.0402	0.39	0.0885
Bluejay	1,113,000	45/7	3	1.259	0.0155	0.0861	0.0941	0.0415	0.386	0.0874
Finch	1,113,000	54/19	3	1.293	0.0155	0.0856	0.0937	0.0436	0.38	0.0866
Bittern	1,272,000	45/7	3	1.345	0.0136	0.0762	0.0832	0.0444	0.378	0.0855
Pheasant	1,272,000	54/19	3	1.382	0.0135	0.0751	0.0821	0.0466	0.032	0.0847
Bobolink	1,431,000	45/7	3	1.427	0.0121	0.0684	0.0746	0.047	0.371	0.0837
Plover	1,431,000	54/19	3	1.465	0.012	0.0673	0.0735	0.0494	0.365	0.0829
Lapwing	1,590,000	45/7	3	1.502	0.0109	0.0623	0.0678	0.0498	0.364	0.0822
Falcon	1,590,000	54/19	3	1.545	0.0108	0.0612	0.0667	0.0523	0.358	0.0814
Bluebird	2,156,000	84/19	4	1.762	0.008	0.0476	0.0515	0.0586	0.344	0.0776

ANEXO B

Ilustración 3.2 Esquema de conductores [3].

