

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO



Sincronización externa

entre grupo de pequeños robots móviles.

TESIS

que se presenta para cubrir el grado de

MAESTRÍA EN INGENIERÍA

Wilbert Rubio Pecasso

CODIRECTORES DE TESIS:

Rosa Martha López Gutiérrez

Adrián Arellano Delgado

Ensenada, B.C.

Junio del 2018.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO

Sincronización externa
entre grupos de pequeños robots móviles

TESIS

que para para obtener el grado de maestría en ingeniería

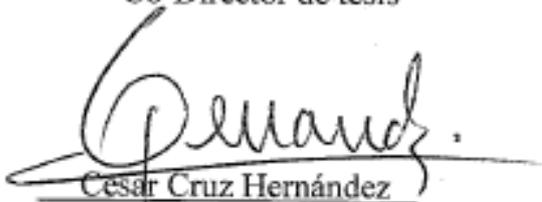
Presenta:

Wilbert Rubio Pecasso

Aprobada por:


Rosa Martha López Gutiérrez
Co-Director de tesis


Adrian Arellano Delgado
Co-Director de tesis


César Cruz Hernández
Miembro del comité


Liliana Cardoza Avendaño
Miembro del comité


Rigoberto Martínez Clark
Miembro del comité

Ensenada, Baja California, Junio del 2018.

Resumen de la tesis de **Wilbert Rubio Pecasso**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN INGENIERÍA del programa de Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingeniería (MYDCI) de la UABC. Ensenada Baja California, México, Junio del 2018.

Sincronización externa entre grupos de pequeños robots móviles.

Resumen Aprobado por:


Rosa Martha López Gutiérrez
Co-Director de tesis


Adrian Arellano Delgado
Co-Director de tesis

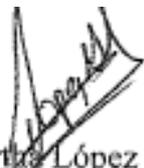
En esta tesis de maestría, un controlador capaz de lograr la sincronización externa entre grupos de pequeños robots móviles se desarrolla e implementa experimentalmente, en particular del tipo tracción diferencial. La sincronización tiene lugar entre dos grupos de robots móviles con ruedas acoplados en diferentes topologías. Mediante el uso de la teoría de sistemas complejos, de la teoría de grafos y una linealización por retroalimentación dinámica, se desarrolla una ley de control capaz de lograr la sincronización externa. Los resultados se presentan de forma numérica y experimental de manera cuantitativa. El objetivo de esta tesis es formar bases que puedan aplicarse a diferentes comportamientos colectivos emergentes que ayuden en tareas como la evasión de obstáculos, patrullaje, búsqueda y rescate mediante el desarrollo de un solo controlador formado con la integración de los estados de los nodos en la red.

Palabras Clave: *Sincronización externa, Sistemas complejos, Robot móvil, Teoría de grafos, Khepera III*

Abstract of the thesis from **Wilbert Rubio Pecasso**, presented as a partial requirement for obtaining the degree of MASTER IN ENGINEERING from the Master's and Doctorate program in Sciences and Engineering (MYDCI) of the UABC. Ensenada Baja California, Mexico, June 2018.

Outer synchronization between groups of small mobile robots.

Abstract Approved by:


Rosa Martha López Gutiérrez
Thesis Co-Director.


Adrian Arellano Delgado
Thesis Co-Director.

In this master's thesis, a controller capable of achieving outer synchronization between groups of small mobile robots is developed and implemented experimentally, in particular of the differential traction type. The synchronization takes place between two groups of wheeled mobile robots coupled in different topologies. Through the use of the complex systems theory, graph theory and a dynamic feedback linearization, a control law capable of achieving outer synchronization is developed. The results are presented numerically and experimentally in a quantitative manner. The objective is to form bases that can be applied to different emergent collective behaviors that can be helpful in tasks such as obstacle avoidance, patrolling, search and rescue by developing a single controller formed with the integration of node's states in the network.

Keyword: *Outer synchronization, Complex systems, Mobile robot, Graph theory, Khepera III*

Dedicatoria

A mis padres Lenora y Jorge.

A mis compañeros y amigos.

A mi familia y los que perdí en el trayecto.

A mí mismo por hacer de esta la tercera y la vencida.

Agradecimientos

A mis padres Lenora y Jorge por su cariño incondicional, a toda mi familia y los que he perdido en el trayecto.

Al los Doctores Cesar, Adrián y Rosa Martha, por confiar en mi y abrirme las puertas en una segunda oportunidad.

A mis sinodales con los que trunque el proceso y con los que me toca terminar, por sus importantes aportaciones.

A mis directores Adrián y Rosa Martha, por guiar y enriquecer el trabajo fomentando mi desarrollo profesional.

A mis amigos y compañeros que me apoyaron de alguna forma en el desarrollo de este trabajo.

A la Universidad Autónoma de Baja California y al Centro de Investigación Científica y de Estudios Superiores de Ensenada, por brindarme la preparación para lograr el desarrollo de este trabajo.

Al CONACyT a través del proyecto de investigación en ciencia básica entre instituciones ref. 166654 "Sincronización de sistemas complejos y algunas aplicaciones".

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por haberme brindado apoyo económico para iniciar este proceso.

Índice general

Índice de figuras	XV
Índice de tablas	XVII
1. Introducción	1
1.1. Motivación y pregunta de investigación	2
1.2. Antecedentes	2
1.3. Objetivos	4
1.3.1. Objetivo general	4
1.3.2. Objetivos específicos	4
1.4. Limitaciones	4
1.5. Estructura de la tesis	5
2. Preliminares	7
2.1. Dinámica de una red compleja	7
2.2. Topología de redes complejas	8
2.2.1. Redes de acoplamiento regulares	9
2.3. Conclusiones del capítulo	12
3. Cinemática del robot móvil	13
3.1. Linealización por retroalimentación dinámica	14
3.2. Implementación del controlador al robot diferencial	15
3.3. Cinemática inversa para el cálculo de ω_d y ω_i	16
3.4. Conclusiones del capítulo	18
4. Sincronización	19
4.1. Topología de redes ilustrativa	19
4.1.1. Red de acoplamiento global	19
4.1.2. Red de acoplamiento cadena	21
4.1.3. Red de acoplamiento estrella	23
4.1.4. Red de acoplamiento con nodo Maestro	25
4.2. Seguimiento de una trayectoria	27
4.3. Sincronización de dos robots con seguimiento de una trayectoria	28
4.4. Conclusiones del capítulo	32

5. Sincronización externa	33
5.1. Sincronización externa	33
5.1.1. Red de acoplamiento global-global	33
5.1.2. Red de acoplamiento cadena-global	36
5.2. Sincronización externa entre dos redes en seguimiento de una trayectoria . .	38
5.3. Conclusiones del capítulo	42
6. Conclusiones	43
6.1. Cumplimiento de los objetivos	43
6.2. Aportaciones	43
6.3. Trabajo futuro	44
Bibliografía	45

Índice de figuras

1.1. Sincronización en la naturaleza.	1
2.1. Grafo de conexión global.	9
2.2. Grafo de conexión anillo.	10
2.3. Grafo de conexión cadena.	10
2.4. Grafo de conexión estrella.	11
3.1. Diagrama de un robot móvil configuración unicycle.	13
3.2. Diagrama de un robot móvil con tracción diferencial.	16
4.1. Red de conexión global para 3 nodos.	20
4.2. Simulación de red de conexión global para 3 nodos.	21
4.3. Error de red de conexión global para 3 nodos.	21
4.4. Red de conexión cadena para 3 nodos.	22
4.5. Simulación de red de conexión cadena para 3 nodos.	22
4.6. Error de red de conexión cadena para 3 nodos.	23
4.7. Red de conexión estrella para 3 nodos.	23
4.8. Simulación de red de conexión estrella para 3 nodos.	24
4.9. Error de red de conexión estrella para 3 nodos.	25
4.10. Red de conexión de 3 nodos con maestro.	25
4.11. Simulación de red de conexión con nodo maestro para 3 nodos.	26
4.12. Error de red de conexión con nodo maestro para 3 nodos.	27
4.13. Modelo del robot con tracción diferencial en seguimiento de una trayectoria.	27
4.14. Estados en el modelo del robot con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria.	28
4.15. Sincronización de dos robots en seguimiento de una trayectoria.	29
4.16. Estado x del modelo de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización.	29
4.17. Estado y del modelo de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización.	30
4.18. Estado θ del modelo de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización.	30
4.19. Velocidades de las ruedas para los modelos de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización.	31

4.20. Error entre estados de los modelos de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización.	31
5.1. Red de conexión A global para 3 nodos y B global para 2 nodos.	34
5.2. Simulación de red de conexión A global para 3 nodos y B global para 2 nodos.	35
5.3. Error de red de conexión A global para 3 nodos y B global para 2 nodos.	36
5.4. Red de conexión A cadena para 3 nodos y B global para 2 nodos.	36
5.5. Simulación de red de conexión A cadena para 3 nodos y B global para 2 nodos.	38
5.6. Error de red de conexión A cadena para 3 nodos y B global para 2 nodos.	38
5.7. Sincronización externa entre dos redes de dos robots en seguimiento de una trayectoria.	39
5.8. Estado x del modelo de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización externa.	40
5.9. Estado y del modelo de los robots diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización externa.	40
5.10. Estado θ del modelo de los robots diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización externa.	41
5.11. Velocidades de las ruedas para los modelos de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización externa.	42
5.12. Error entre estados de los modelos de los robots diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización externa.	42

Índice de tablas

4.1. Condiciones iniciales para los nodos en la red a sincronizar.	19
5.1. Condiciones iniciales para los nodos en la red a sincronizar externamente. .	33

Capítulo 1

Introducción

La palabra sincronización cuya traducción del griego significa “ocurriendo en el mismo tiempo”, es asociada a un fenómeno altamente recurrente en la ciencia, ingeniería y la naturaleza la cual puede aparentar diferentes connotaciones, sin embargo por lo general termina obedeciendo las mismas leyes universales (Sumpter, 2010).



Figura 1.1 Sincronización en la naturaleza.

Este fenómeno visto por primera vez y descrito en 1673 por Christiaan Huygens en “la simpatía de dos relojes” generó la inquietud de estudio en los osciladores y sus interacciones, algo que hoy en día sigue en pie debido a que comúnmente estamos rodeados de sistemas que utilizan en alguna de sus etapas las propiedades de los osciladores, como las radio comunicaciones y los equipos electrónicos, sin embargo, en la naturaleza este fenómeno también es altamente apreciado y suele ocurrir cuando una gran cantidad de individuos coordinados actúan al unísono, acciones que comúnmente se asocian al tiempo tal es el caso de la sincronización de los instrumentos en una orquesta.

En la actualidad, un tipo especial de sincronización ha captado la atención de los investigadores, y ha sido citada como *sincronización externa*, la cual es definida como sincronización entre redes acopladas. Un ejemplo para tal fenómeno sería la aparición del SIDA a través del contagio del VIH; este síndrome que esparció por primera vez en las comunidades de gorilas y que posteriormente se transfirió a los seres humanos.

Para alcanzar este tipo de sincronización, es necesario que los elementos o *nodos* de cada red presenten el mismo comportamiento entre sí, citado como *sincronización interna* (Wu, 2007). Por ejemplo en (Arellano-Delgado et al., 2015) se presenta este fenómeno de sincronización en la que se involucra la representación matemática muy simple del comportamiento de las luciérnagas.

1.1. Motivación y pregunta de investigación

En la naturaleza, la sincronización juega un papel muy importante ya que los individuos de un grupo se benefician en ciertas situaciones, por ejemplo cuando poseen actividades sincronizadas, tal es el caso de las ovejas (Ruckstuhl, 1999) y los ciervos (Conradt, 1998) que sincronizan sus turnos de alimentación y digestión, elevando así su capacidad de transmisión de información reduciendo la probabilidad de ser atacados.

Debido a que la sincronización es un tipo específico de comportamiento colectivo, comparte muchas propiedades de interés en la ingeniería, entre ellas:

- Puede ser alcanzada sin la necesidad de un líder o control centralizado.
- Se puede construir un modelo matemático que describa la emergencia de la sincronización.

Además, es altamente utilizado en el entendimiento de una gran variedad de sistemas biológicos y sociales.

Por ello, se generan interrogantes que despiertan el interés de estudio de la sincronización en la ingeniería, con preguntas como la de ¿Cómo podría relacionarse la teoría de grafos y sistemas complejos, para poder implementar la sincronización sobre un sistema real? y ¿Qué comportamientos podrían derivarse del estudio en robots? si se viera éste como elemento base de una red compleja, similar al que existe en un sistema biológico (hormigas, peces, aves, entre otros); ¿Es posible alcanzar sincronización externa en redes de robots móviles tipo Khepera III, aplicando la teoría de sistemas complejos y teoría de grafos?

1.2. Antecedentes

A finales de los 90's y principios del nuevo milenio el estudio de sistemas complejos empezó a cobrar una alta popularidad debido a la gran motivación que acarrearón los trabajos de Pecora (Pecora et al., 1990), al demostrar que era posible la sincronización de sistemas caóticos, desencadenando una serie de trabajos que han ido aportando conocimiento para el entendimiento de los mismos.

A la fecha, dicho entendimiento ha ayudado a subdividir la sincronización entre sistemas caóticos, en dos grandes vertientes, la sincronización interna (Posadas-Castillo, 2008) y la sincronización externa (Arellano-Delgado et al., 2015).

Sin embargo hasta la fecha es casi inexistente el estudio de la sincronización externa en aplicaciones experimentales (Posadas-Castillo et al., 2009) y nulas en cuestión práctica. Siendo las simulaciones numéricas los resultados con mayor recurrencia en las publicaciones y en particular asociadas a sistemas caóticos como elementos base (Chua, Lorenz, Rossler, entre otros) (Wu et al., 2009), (Yongqing et al., 2012), (Wu, 2007), (QingKai et al., 2010), (Sun et al., 2012). A la fecha, hay muy poco trabajo de sincronización externa asociado a elementos físicos que pueden moverse en el espacio, como lo sería el modelo matemático que emula el comportamiento de un robot (Solaque-Guzmán et al., 2014).

La sincronización externa entre dos redes es un problema que en la literatura de sistemas complejos ya ha sido atacado por algunos investigadores desde algunas perspectivas particulares. Sin embargo, la orientación de la investigación se ha inclinado sobre el estudio de la sincronización externa aplicado principalmente sobre sistemas caóticos, en la mayoría de los casos llevados al estudio mediante la teoría de grafos y sistemas complejos, desarrollados a nivel análisis y sobre simulaciones numéricas, aunque muy rara vez el modelo de estudio ha sido llevado a la práctica experimental y no se le ha dado el enfoque a una connotación mecánica o física.

El uso de teoría de grafos (Foulds, 1992) es un tema ampliamente usado en el análisis de redes, teniendo su aparición en el siglo XVIII, hoy en día es ampliamente utilizado en la informática, ciencias de la computación y telecomunicaciones. La literatura da un amplio entendimiento sobre las redes a formar en la práctica (Wu et al., 1995).

Los robots móviles pueden construirse sobre una base de mecanismos que movilizan una plataforma, diferenciándose entre ellos mediante el sistema de tracción, hoy en día se encuentran ampliamente documentada una vasta clasificación de robots móviles, los cuales en su mayoría poseen modelos matemáticos que permiten realizar estudios teóricos detallados sobre dinámicas de comportamiento en la aplicación de tareas (Grünewald et al., 2003). En particular, el modelo diferencial es uno de los más recurrentes tanto para el estudio como para fines experimentales.

El análisis de estabilidad y convergencia de la red de nodos a sincronizar de manera externa puede llevarse a cabo mediante el uso de la técnica de análisis propuesta en el método de estabilidad en el sentido de Lyapunov (Khalil, 2002), la cual es ampliamente recurrente en sistemas de control (Ogata, 1997). El medio de comunicación WiFi 802.11b ampliamente documentado y con el protocolo definido para su uso en la práctica, es el adecuado para comunicar los nodos de los grafos durante la etapa experimental.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Aplicar la teoría de sistemas complejos en la sincronización externa entre grupos de pequeños robots móviles. Con el propósito de realizar diferentes comportamientos colectivos.

1.3.2. Objetivos específicos

1. Realizar simulaciones numéricas de sincronización externa aplicando la teoría de sistemas complejos entre dos redes con diferentes topologías utilizando un modelo de robot aproximado al Khepera III.
2. Implementar sincronización en redes con diferentes topologías mediante la teoría de sistemas complejos y utilizando robot Khepera III.
3. Implementar sincronización externa para dos redes con diferente topología mediante la teoría de sistemas complejos y utilizando robot Khepera III.

1.4. Limitaciones

Las siguiente limitantes se exponen con la finalidad de dar un panorama sobre lo que no se tomó a consideración al momento del desarrollo, esto para lograr una aplicabilidad inmediata, sin embargo cabe de mencionar que estos puntos pueden retomarse como objetivos de cumplimiento en investigaciones futuras.

1. No existen ningún sistema de anticolisión en las simulaciones a presentar y por ende tampoco en la parte experimental.
2. El área de cobertura es finita, delimitado por el espacio de 4 x 8 pies de la mesa, por ello las simulaciones numéricas se acotan a la realización de trayectorias contenidas dentro de la misma.
3. La superficie donde se trasladan los robots debe ser totalmente plana y libre de obstáculos.
4. Toda comunicación entre robots Khepera III no será de manera puntual, sino a través de un salto sobre el computador central.
5. La sincronización en simulaciones y experimental solo será con robots idénticos.

1.5. Estructura de la tesis

Este trabajo está estructurado de la siguiente manera. En el **capítulo 1** se pone en contexto la motivación y finalidad que acarrea el desarrollo de este trabajo de tesis, cuales son los elementos que actualmente existen con respecto al desarrollo del tema y que no se ha logrado desarrollar, para poder consensuar un objetivo que dirija la investigación y delimite los alcances de la misma.

Posteriormente, en el **capítulo 2** se detallan aspectos preliminares sobre la principal herramienta metodológica con la cual se trabajará, esto ayudará a generar un marco de referencia sobre lo que se pretende llevar a la práctica, debido a que el objetivo principal es el desarrollo de un controlador capaz de sincronizar externamente grupos de robots móviles dentro de redes de acoplamiento regulares.

En el **capítulo 3** se exponen las bases para el entendimiento del robot móvil diferencial, la dinámica que maneja como elemento central de estudio dentro de las redes a formar; su representación analítica y algunas adecuaciones realizadas sobre el mismo, todo esto necesario para alcanzar la implementación experimental de la sincronización externa en grupos de robots móviles.

En **capítulo 4** se desarrolla la sincronización que corresponde a la implementación de la metodología expuesta en el segundo capítulo, con la integración de lo desarrollado en el tercer capítulo. De aquí surgen las primeras simulaciones numéricas, que nos arrojan resultados para diversos casos presentados. De igual forma al final del capítulo se incluye una simulación numérica particular, cuya finalidad es desarrollar en el robot una dinámica preestablecida, este caso peculiar se basa en lograr el seguimiento de una trayectoria, misma que se utiliza para que posteriormente un segundo modelo de robot diferencial esclavo sincronice con el maestro.

El **capítulo 5** corresponde a la implementación de manera numérica de la sincronización externa entre dos grupos de modelos de robots móviles diferenciales sin el seguimiento de una trayectoria, para estos casos se tratan de crear una red de redes Global-Global y Cadena-Global, en la parte final se incluye una última simulación de sincronización externa Mestro-Maestro compuesta por dos redes, cada una formada por dos modelos de robot diferencial en la que cada maestro se encuentra en seguimiento de una trayectoria diferente.

En el **capítulo 6** se detallan descripciones correspondientes del equipo a utilizar en la parte experimental, aspectos y características del robot móvil diferencial Khepera III, del sistema de localización, del canal de comunicación así como la estructuración de todos los elementos como parte del sistema a implementar, para finalizar con algunos de los resultados obtenidos en la práctica para los casos de seguimiento de trayectoria, de sincronización, y de sincronización externa con seguimiento de trayectorias.

En el **capítulo 7** y último se encuentra un resumen que detalla todo los logros desarrollados a lo largo del trabajo, así como aspectos no considerados para ser abordados durante el desarrollo del mismo, pero que pueden dar pie a futuros interesados sobre las vertientes expuestas, con la finalidad de incentivar la continuidad de esta investigación.

Capítulo 2

Preliminares

En este capítulo se presenta una breve contextualización de lo que se considerará como una red compleja, el tipo de conexiones que pueden desarrollarse dentro de las mismas, y cuales son algunos elementos de diferenciación, de igual forma se ejemplifica su representación analítica, la cual tendrá utilidad en capítulos posteriores, para mayor información respecto al tema, se sugiere al lector consultar el libro *Graph theory* (Diestel, 2005).

2.1. Dinámica de una red compleja

Para una red formada por N nodos idénticos acoplados linealmente a través de por lo menos una de sus variables de estado con dimensión n , el sistema estaría representado por

$$\dot{x}_i = f(x_i) + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.1)$$

$$u_{i1} = c \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma x_j, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.2)$$

donde $x_i = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \in R^n$ son las variables de estados del nodo i , y $u_i = u_{i1} \in R$ es la señal de entrada, la constante $c > 0$ representa la fuerza que acopla los nodos en la red dinámica mientras que $\Gamma \in R^{n \times n}$ es una matriz constante que conecta las variables de estado de los nodos acoplados, simplificada a una matriz diagonal $\Gamma = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_n)$ siguiendo el criterio $r_i = 1$ para determinada i en particular y $r_j = 0$ para $i \neq j$.

La configuración de conexión o red formada entre los nodos acoplados se encuentra en la matriz de acoplamiento $A = (a_{ij}) \in R^{N \times N}$. Si existe conexión entre el nodo i y el nodo j , entonces $a_{ij} = 1$, de otra manera $a_{ij} = 0$. Si $i = j$ entonces se construye con base a

$$a_{ii} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ji}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.3)$$

ó bien de acuerdo al grado del nodo i $a_{ii} = -d_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$.

De acuerdo con (Wang, 2002), el sistema dinámico (2.1)-(2.2) sincroniza asintóticamente los estados de los nodos en la red

$$x_1(t) = x_2(t) = \dots = x_N(t), \text{ cuando } t \rightarrow \infty, \quad (2.4)$$

garantizado por los valores propios diferentes de cero de la matriz de acoplamiento A de la estructura de acoplamiento en (2.3), sin embargo la estabilidad del sistema emergente seguirá dependiendo de la función no lineal del nodo f , de la constante de acoplamiento c , de la matriz de conexiones Γ y de la matriz de acoplamiento A .

2.2. Topología de redes complejas

En teoría de grafos, una red de acoplamiento es generada por la asociación de N cantidad de nodos elementales compartiendo sus estados a través de un diagrama de conexiones, esto da lugar al desarrollo de una matriz cuadrada $N \times N$ denominada matriz laplaciana o bien su negativa que es la matriz de acoplamiento, tal como se presenta el caso en (Arellano-Delgado et al., 2015).

Esta matriz es representativa para cada agrupación de nodos y se requiere del conocimiento de la matriz de grado y de la matriz de adyacencia $Ad(G)$ para su construcción, donde $G = (V, E)$ es un grafo, formado de $N = |V|$ nodos, con el conjunto de nodos $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ y $M = |E|$ conexión entre nodos, donde $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$ representa el conjunto de conexiones.

La matriz de adyacencia $Ad(G)$ de dimensión $N \times N$ se forma bajo el siguiente criterio.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } (i, j) \in E(G), \\ 0, & \text{de otra forma.} \end{cases} \quad (2.5)$$

Donde $(i, j) \in E(G)$ significa que el nodo i está conectado con el nodo j .

La matriz de grado $D(G)$ de dimensión $N \times N$ cuyos elementos son generados de acuerdo al siguiente criterio.

$$d_{ij} = \begin{cases} d_i, & \text{si } i = j, \\ 0, & \text{de otra forma,} \end{cases} \quad (2.6)$$

Donde d_i es el grado del nodo i , y debido a que no existe un patrón de conexión establecido termina siendo la suma de los elementos de la fila i de la matriz de adyacencia.

La matriz laplaciana $L(G)$ con N nodos, es una matriz de dimensión $N \times N$ con la estructura $L(G) = D(G) - A(G)$ y cuyos elementos siguen el siguiente criterio.

$$l_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{si } (i, j) \in E(G), \\ d_i, & \text{si } i = j, \\ 0, & \text{de otra forma.} \end{cases} \quad (2.7)$$

2.2.1. Redes de acoplamiento regulares

Las redes de acoplamiento regulares (Posadas-Castillo, 2008), son aquellas que poseen topologías de conexión definidas por una estructura conocida, y que ya son ampliamente utilizadas en otras ramas de la ciencia e ingeniería, las más comunes son la red global, anillo, cadena y estrella.

Red de acoplamiento global

Es un tipo de red con una cantidad de nodos finitos N , donde todos se conectan entre sí y que posee una matriz laplaciana dada por

$$A_{global} = \begin{bmatrix} N-1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & N-1 & -1 & \dots & -1 \\ \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & -1 & -1 & \dots & N-1 \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

cuya topología de conexión se aprecia en la figura 2.1 para una red con $N = 5$

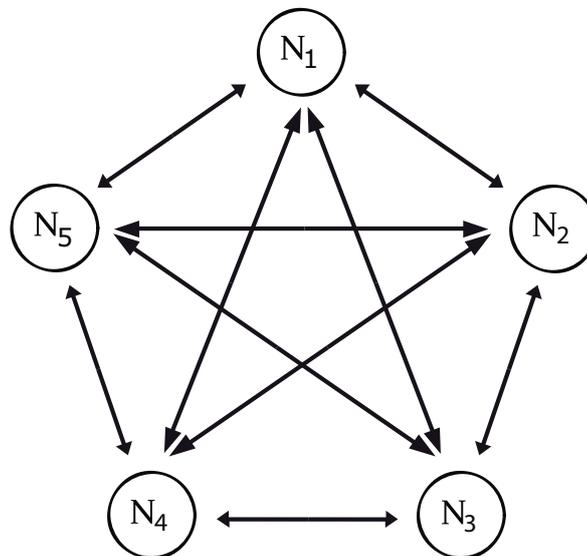


Figura 2.1 Grafo de conexión global.

Red de acoplamiento anillo

En la topología de anillo cada nodo tiene conexión con 2 nodos vecinos, poseyendo una matriz laplaciana para N nodos con la siguiente estructura

$$A_{\text{anillo}} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & -1 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 2 \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

para un caso de $N = 5$ la figura 2.2 muestra como se daría dicha conexión.

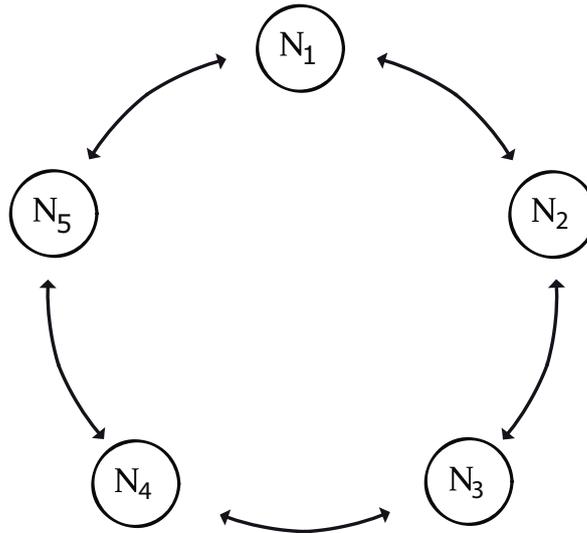


Figura 2.2 Grafo de conexión anillo.

Red de acoplamiento cadena

Topología en la cual el flujo de la información fluye a través de nodos intermediarios en donde la comunicación entre los extremos se da en $N - 2$ saltos, cuya matriz laplaciana para N nodos sigue la forma

$$A_{\text{cadena}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

con una distribución para un caso $N = 5$ como la que se aprecia en la figura 2.3.



Figura 2.3 Grafo de conexión cadena.

Red de acoplamiento estrella

También denominada como red centralizada, en esta topología existe un nodo central que concentra el flujo de la información de la red, cuya matriz laplaciana para N nodos sigue la estructura

$$A_{Estrella} = \begin{bmatrix} N+1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

cuyo grafo de comunicación para un caso de $N = 5$ se muestra en la figura 2.4.

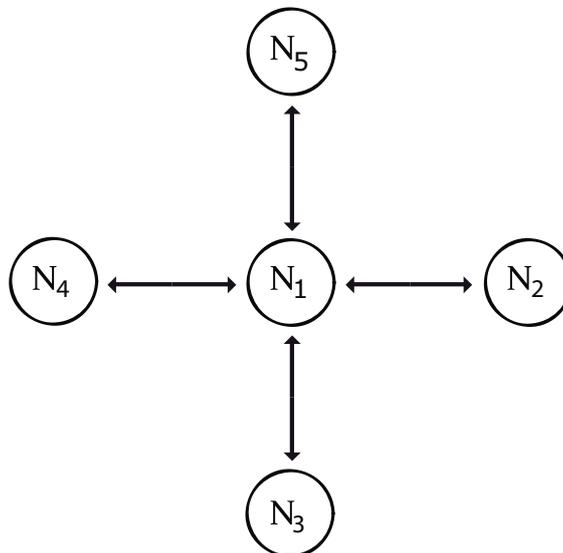


Figura 2.4 Grafo de conexión estrella.

2.3. Conclusiones del capítulo

Un grupo formado por una determinada cantidad de elementos similares entre si y acoplados entre ellos por alguno de sus estado, posee una representación analítica y puede ser modelado mediante el uso de la dinámica de una red compleja, de igual forma este puede ser estudiado como conjunto o red en medida de como la información es compartida por los elementos que la integran.

Capítulo 3

Cinemática del robot móvil

En el siguiente capítulo se desarrollan las bases para el entendimiento del modelo cinemático del robot móvil a utilizar, de igual forma se implementan acondicionamientos a este mismo con la finalidad de lograr una aplicabilidad en lo experimental y un acoplamiento con la metodología de sistemas complejos en capítulos posteriores.

Cinemática robot móvil diferencial

La representación de un robot móvil diferencial, parte del análisis de un modelo más simple el cual solo posee una rueda, y es citado como modelo unicycle, tal como se aprecia en la figura 3.1 cuyo modelo cinemático se detalla a continuación.

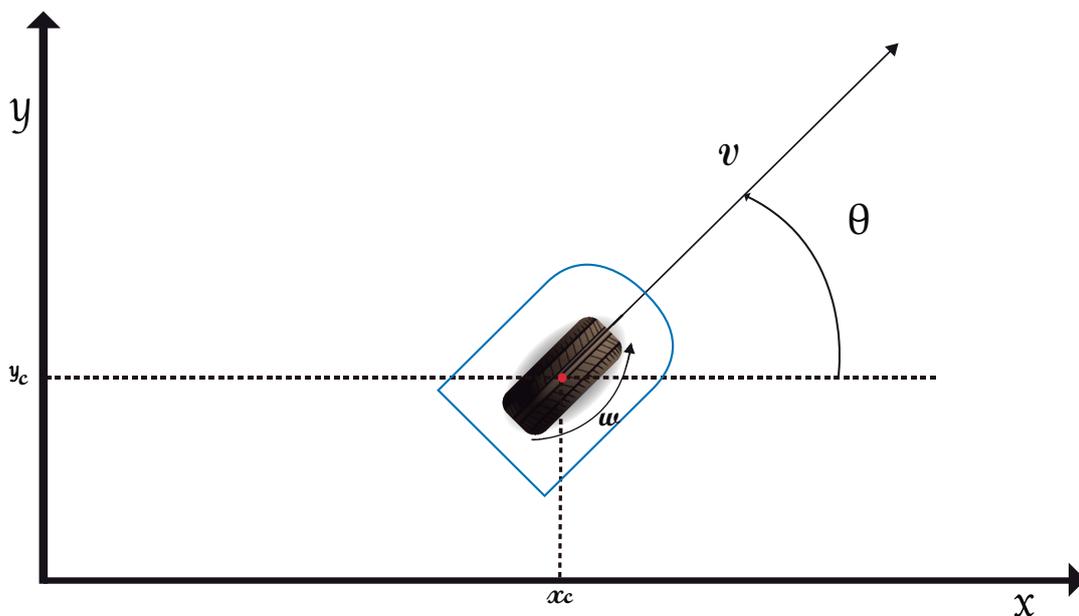


Figura 3.1 Diagrama de un robot móvil configuración unicycle.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega, \quad (3.1)$$

Donde v y ω con velocidad lineal y angular del vehículo respectivamente. Este sistema (3.1) tiene la peculiaridad de ser un sistema no holónimo con n - m restricciones diferenciales no integrables ($n=3$) y ($m=2$) con velocidades generalizadas

$$A(q)\dot{q} = 0. \quad (3.2)$$

En el punto cuyo vector es de orden n , $q = (x, y, \theta) \in Q = \mathfrak{R}^m$ por lo que el sistema genera su movimiento a partir de la condición de la rueda sin deslizamiento, cuyos movimientos instantáneos viables entonces se pueden generar como

$$\dot{q} = G(q)\omega, \quad \omega \in \mathfrak{R}^m. \quad (3.3)$$

3.1. Linealización por retroalimentación dinámica

Al aplicar al sistema (3.3) un compensador en retroalimentación de la forma

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= a(q, \xi) + b(q, \xi)u, \\ \omega &= c(q, \xi) + d(q, \xi)u, \end{aligned} \quad (3.4)$$

se desarrolla una transformación $z = T(q, \xi)$ cuya estructura es la de un sistema lineal de dimensión v y con m entradas externas (De Luca et al., 2002).

Si se define como vector linealizado de salida a $\eta = (x, y)$, su diferenciación en el tiempo sería

$$\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

debido a que solo aparece v en $\dot{\eta}$, la velocidad angular ω no podrá ser recuperada desde este sistema diferencial de primer orden, por ello es necesario agregar un integrador cuya variable es denotada como velocidad lineal de entrada ξ (3.6)

$$\xi = v, \quad \dot{\xi} = a \implies \dot{\eta} = \xi \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Siendo ahora a la aceleración lineal de entrada para el unicycle, el sistema se reescribe de la forma

$$\ddot{\eta} = \dot{\xi} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} + \xi \dot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\xi \sin \theta \\ \sin \theta & \xi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Debido a que se busca el desacoplo de u

$$\ddot{\eta} = \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = u. \quad (3.8)$$

ahora el sistema posee una matriz de la siguiente forma.

$$\begin{bmatrix} a \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\xi \sin \theta \\ \sin \theta & \xi \cos \theta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

que multiplica a las u , la cual es no singular cuando $\xi \neq 0$.

Cuyo compensador queda con la estructura

$$\begin{cases} \dot{\xi} &= u_1 \cos \theta + u_2 \sin \theta, \\ v &= \xi, \\ \omega &= \frac{u_2 \cos \theta - u_1 \sin \theta}{\xi}. \end{cases} \quad (3.10)$$

El compensador dinámico es de dimensión unitaria, por lo que se requieren $n+v = 3+1 = 4$ diferenciaciones de la salida del nuevo sistema coordenado $z_1 = x$, $z_2 = y$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 &= \dot{x} = \xi \cos \theta, \\ \dot{z}_2 &= \dot{y} = \xi \sin \theta, \\ \ddot{z}_1 &= u_1, \\ \ddot{z}_2 &= u_2 \end{cases} \quad (3.11)$$

El sistema aumentado está completamente linealizado y es controlable, descrito por dos cadenas de integradores entrada-salida de segundo orden en (3.8).

Es importante notar que el sistema posee una singularidad en $\xi = v = 0$ cuando el unicyclo no está en movimiento, sin embargo cuando está en seguimiento de una trayectoria, las entradas del compensador pueden ser elegidas de la siguiente manera

$$\begin{aligned} u_1 &= \ddot{x}_d(t) + k_{p1}(x_d(t) - x) + k_{d1}(\dot{x}_d(t) - \dot{x}), \\ u_2 &= \ddot{y}_d(t) + k_{p2}(y_d(t) - y) + k_{d2}(\dot{y}_d(t) - \dot{y}), \end{aligned} \quad (3.12)$$

Con ganancias PD tales que $k_{p_i} > 0$, $k_{d_i} > 0$, para $i=1,2$.

3.2. Implementación del controlador al robot diferencial

Un robot móvil diferencial posee la estructura de la figura 3.2 cuya cinemática es regida por el sistema (3.13).

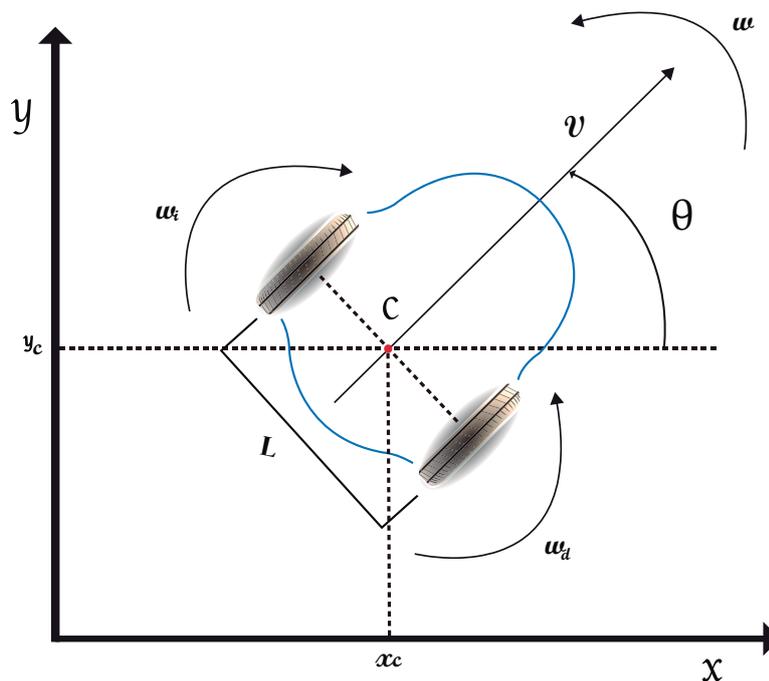


Figura 3.2 Diagrama de un robot móvil con tracción diferencial.

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{(v_d + v_i)}{2} \cos(\theta), \\ \dot{y} = \frac{(v_d + v_i)}{2} \sin(\theta), \\ \dot{\theta} = \frac{(v_d - v_i)}{2L}. \end{cases} \quad (3.13)$$

La relación que se establece entre el modelo del robot unicycle y el diferencial en (3.1) y (3.13) respectivamente es la que sigue

$$\begin{cases} v = \frac{(v_d + v_i)}{2}, \\ \omega = \frac{(v_d - v_i)}{2L}, \end{cases} \quad (3.14)$$

con v_d y v_i como la velocidad lineal de la rueda derecha e izquierda del robot móvil diferencial respectivamente, y con v y ω como velocidad lineal y velocidad angular de desplazamiento del robot móvil.

3.3. Cinemática inversa para el cálculo de ω_d y ω_i

En esta subsección se realiza el cálculo de las velocidades angulares necesarias para las ruedas derecha e izquierda con el fin de emular el comportamiento de un robot móvil unicycle mediante el uso de un robot móvil diferencial con el objetivo del seguimiento de una trayectoria.

Calculo de ω_i

Tomemos la simplificación de la distancia entre ruedas igual a $b = 2L$. Para poder encontrar la velocidad angular necesaria para determinado seguimiento sobre la rueda derecha, se despeja v_d de (3.14) la cual queda

$$v_d = 2v - v_i, \quad (3.15)$$

sustituyendo (3.15) en ω de la relación (3.14) y tomando el cambio de la distancia entre la ruedas anteriormente especificada, queda

$$\omega = 2\left(\frac{v - v_i}{b}\right), \quad (3.16)$$

despejando v_i de (3.16)

$$v_i = v - \frac{b\omega}{2}. \quad (3.17)$$

Sabiendo que la velocidad lineal es igual a la relación $v = \omega r$ es posible encontrar la velocidad angular para la rueda izquierda solo con dividir entre el r , por lo que la velocidad angular necesaria para poder alcanzar determinado seguimiento con la rueda izquierda estaría dada por

$$\omega_i = \frac{v}{r} - \frac{b\omega}{2r}. \quad (3.18)$$

Calculo de ω_d

De manera similar sucede para el caso del calculo de ω_d , sustituyendo (3.17) en la ecuación (3.15) queda, la ecuación

$$v_d = v + \frac{b\omega}{2}, \quad (3.19)$$

cuya velocidad lineal es transformada en velocidad angular mediante la división entre r , por lo que la velocidad angular necesaria para poder alcanzar determinado seguimiento con la rueda derecha estaría dada por

$$\omega_d = \frac{v}{r} + \frac{b\omega}{2r}. \quad (3.20)$$

Es importante resaltar que las entradas para el calculo son v y ω (velocidad de movimiento lineal y velocidad de movimiento angular) del sistema unicycle, también expuestas en la figura 3.2.

3.4. Conclusiones del capítulo

Las características físicas del robot móvil Khepera III, dan pie al uso analítico del modelo del robot diferencial, el cual es acondicionado mediante una linealización con la finalidad de cumplir con la estructura que plantea poseer el sistema dentro de una red compleja y que este pueda ser reproducible en la práctica, debido a que ω_i y ω_d son las únicas variables para controlar el robot.

Capítulo 4

Sincronización

El siguiente capítulo muestra la implementación de simulaciones numéricas utilizando la metodología de sistemas complejos con apoyo de la teoría de grafos para el uso de diferentes topologías de conexión, aplicado sobre robots móviles diferenciales como elemento de estudio, con la finalidad de analizar el comportamiento de la red a partir de como comparten la información los nodos que conforman la red, como ejemplo se toman redes compuestas por 3 nodos idénticos $N = 3$, cuya dinámica es modelada como un robot móvil diferencial.

4.1. Topología de redes ilustrativa

Las condiciones iniciales para cada nodo de la red en la simulación de sincronización se muestran en la Tabla 4.1.

	x	y	θ	ξ
N_1	1	1	$\pi/2$	0.1
N_2	1	2	$\pi/4$	0.12
N_3	1	4	$\pi/8$	0.14

Tabla 4.1 Condiciones iniciales para los nodos en la red a sincronizar.

4.1.1. Red de acoplamiento global

En este tipo de conexión cada nodo intercambia sus estados con los demás en la red, la matriz de acoplamiento para el grafo de la figura 4.1 es la siguiente

$$A_{global} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

Con un sistema del robot móvil diferencial reacondicionado por una retroalimentación dinámica como sigue

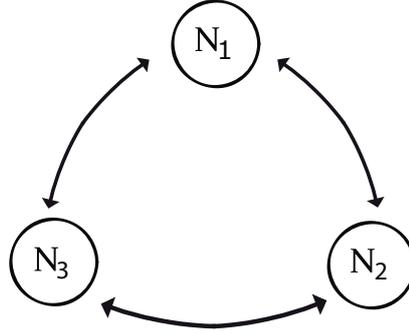


Figura 4.1 Red de conexión global para 3 nodos.

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i \cos(\theta_i), \\ \dot{y}_i(t) = v_i \sin(\theta_i), \\ \dot{\theta}_i(t) = \frac{(w_d - w_i)r}{2L}, \\ \dot{\xi}(t) = u_{i1} \cos(\theta_i) + u_{i2} \sin(\theta_i), \end{cases} \quad (4.2)$$

cuyas entradas de control para cada uno de los robots de la red como sigue

$$\begin{cases} u11 = Kp(-2\dot{x}_1 + \dot{x}_2 + \dot{x}_3) + Kd(-2x_1 + x_2 + x_3), \\ u21 = Kp(-2\dot{y}_1 + \dot{y}_2 + \dot{y}_3) + Kd(-2y_1 + y_2 + y_3), \\ u12 = Kp(-2\dot{x}_2 + \dot{x}_3 + \dot{x}_1) + Kd(-2x_2 + x_3 + x_1), \\ u22 = Kp(-2\dot{y}_2 + \dot{y}_3 + \dot{y}_1) + Kd(-2y_2 + y_3 + y_1), \\ u13 = Kp(-2\dot{x}_3 + \dot{x}_1 + \dot{x}_2) + Kd(-2x_3 + x_1 + x_2), \\ u23 = Kp(-2\dot{y}_3 + \dot{y}_1 + \dot{y}_2) + Kd(-2y_3 + y_1 + y_2). \end{cases} \quad (4.3)$$

En la figura 4.2 se aprecia que los nodos 1 y 2 se ven más afectados por la diferencia entre posiciones con respecto al nodo 1, cuya diferencia entre posiciones puede apreciarse en la figura 4.3 aproximándose a una similitud después de los 15 segundos de ejecución.

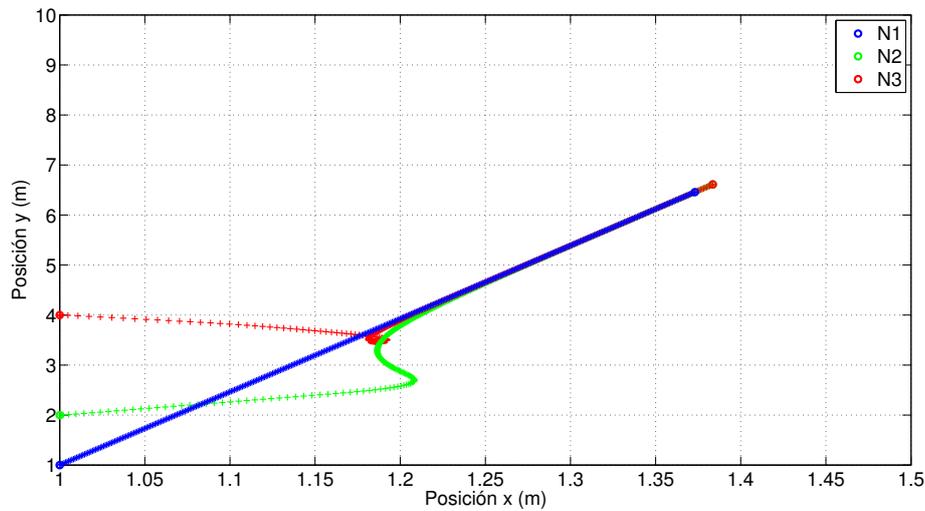


Figura 4.2 Simulación de red de conexión global para 3 nodos.

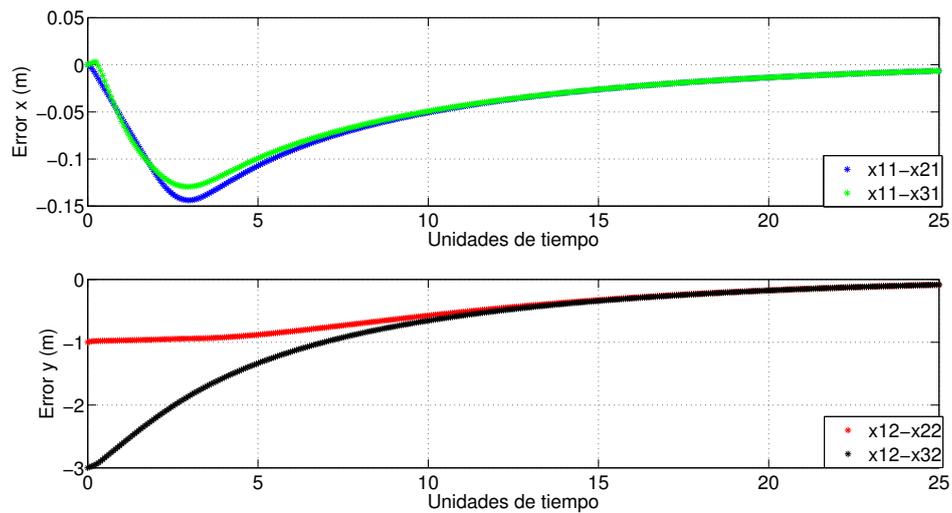


Figura 4.3 Error de red de conexión global para 3 nodos.

4.1.2. Red de acoplamiento cadena

En este tipo de topología el flujo de la información de posiciones va de nodo en nodo, haciendo este tipo de conexión muy dependiente entre los saltos, algo que repercute el tiempo en el que la información está disponible para los nodos más distantes.

la matriz de acoplamiento para el grafo de la figura 4.4 es la siguiente

$$A_{cadena} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$



Figura 4.4 Red de conexión cadena para 3 nodos.

Con un sistema del robot móvil diferencial reacondicionado por una retroalimentación dinámica como sigue

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i \cos(\theta_i), \\ \dot{y}_i(t) = v_i \sin(\theta_i), \\ \dot{\theta}_i(t) = \frac{(w_d - w_i)r}{2L}, \\ \ddot{\xi}(t) = u_{i1} \cos(\theta_i) + u_{i2} \sin(\theta_i), \end{cases} \quad (4.5)$$

cuyas entradas de control para cada uno de los robots de la red como sigue

$$\begin{cases} u_{11} = Kp(-\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + Kd(-x_1 + x_2), \\ u_{21} = Kp(-\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + Kd(-y_1 + y_2), \\ u_{12} = Kp(-2\dot{x}_2 + \dot{x}_1 + \dot{x}_3) + Kd(-2x_2 + x_1 + x_3), \\ u_{22} = Kp(-2\dot{y}_2 + \dot{y}_1 + \dot{y}_3) + Kd(-2y_2 + y_1 + y_3), \\ u_{13} = Kp(-\dot{x}_3 + \dot{x}_2) + Kd(-x_3 + x_2), \\ u_{23} = Kp(-\dot{y}_3 + \dot{y}_2) + Kd(-y_3 + y_2). \end{cases} \quad (4.6)$$

En este caso, debido a la naturaleza en la que la información viaja de vecino en vecino, en la figura 4.5 se aprecia que el primer nodo no se ve afectado a lo largo de su trayectoria, siendo el nodo 2 el más afectado, ya que este debe aproximarse a la diferencia entre posiciones que existe entre el y sus dos vecinos.

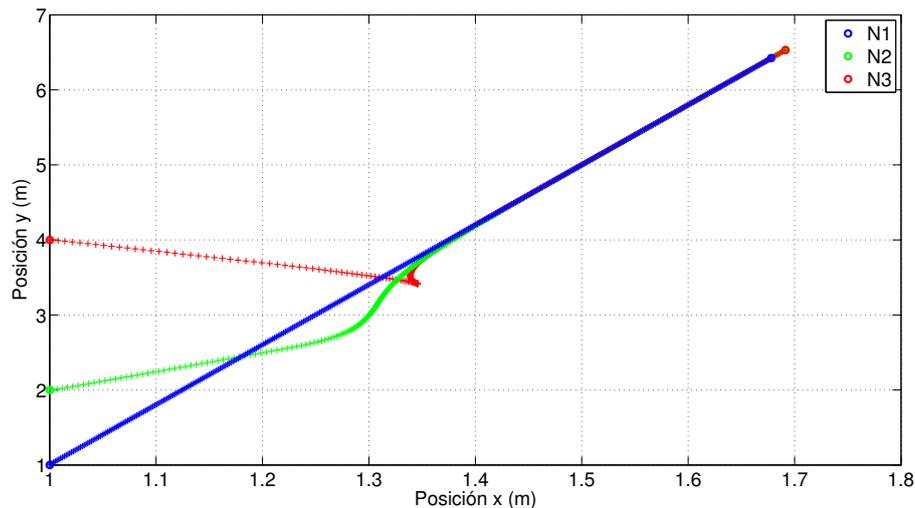


Figura 4.5 Simulación de red de conexión cadena para 3 nodos.

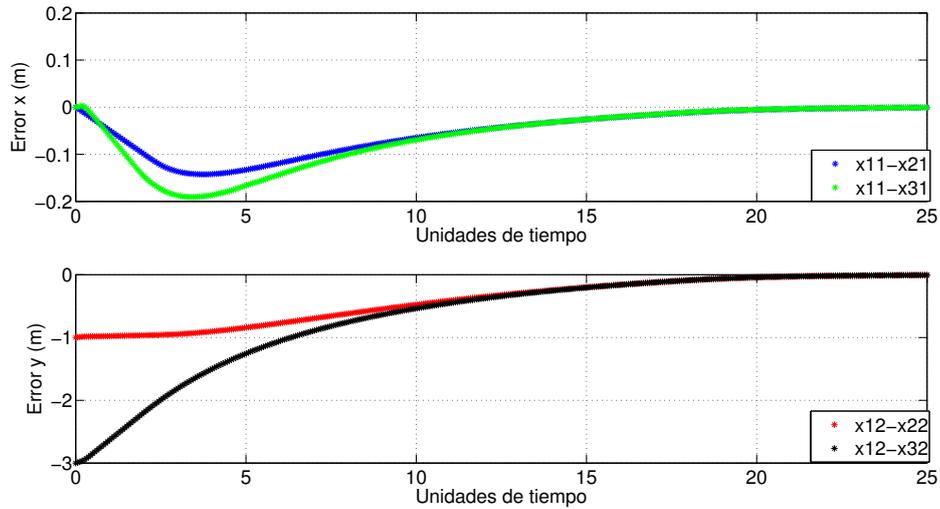


Figura 4.6 Error de red de conexión cadena para 3 nodos.

4.1.3. Red de acoplamiento estrella

En este tipo de topología la información es centralizada, es decir toda la información debe transmitirse a través de un nodo central para poder ser dirigida a determinado nodo, el cual posee la información de los demás en todo momento, esto genera una dependencia operativa, basada en el buen funcionamiento de este elemento clave.

La matriz de acoplamiento para el grafo de la figura 4.7 es la siguiente

$$A_{cadena} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$



Figura 4.7 Red de conexión estrella para 3 nodos.

Con un sistema del robot móvil diferencial reacondicionado por una retroalimentación dinámica como sigue

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i \cos(\theta_i), \\ \dot{y}_i(t) = v_i \sin(\theta_i), \\ \dot{\theta}_i(t) = \frac{(w_d - w_i)r}{2L}, \\ \dot{\xi}(t) = u_{i1} \cos(\theta_i) + u_{i2} \sin(\theta_i), \end{cases} \quad (4.8)$$

cuyas entradas de control para cada uno de los robots de la red como sigue

$$\begin{cases} u11 = Kp(-2\dot{x}_1 + \dot{x}_2 + \dot{x}_3) + Kd(-2x_1 + x_2 + x_3), \\ u21 = Kp(-2\dot{y}_1 + \dot{y}_2 + \dot{y}_3) + Kd(-2y_1 + y_2 + y_3), \\ u12 = Kp(-\dot{x}_2 + \dot{x}_1) + Kd(-x_2 + x_1), \\ u22 = Kp(-\dot{y}_2 + \dot{y}_1) + Kd(-y_2 + y_1), \\ u13 = Kp(-\dot{x}_3 + \dot{x}_1) + Kd(-x_3 + x_1), \\ u23 = Kp(-\dot{y}_3 + \dot{y}_1) + Kd(-y_3 + y_1). \end{cases} \quad (4.9)$$

Durante esta simulación en la figura 4.8 el nodo central no se le aprecia una fuerte alteración en la trayectoria realizada, y por otro lado ambos nodos $N1$ y $N2$ suavizan su seguimiento sin abrupta alteración.

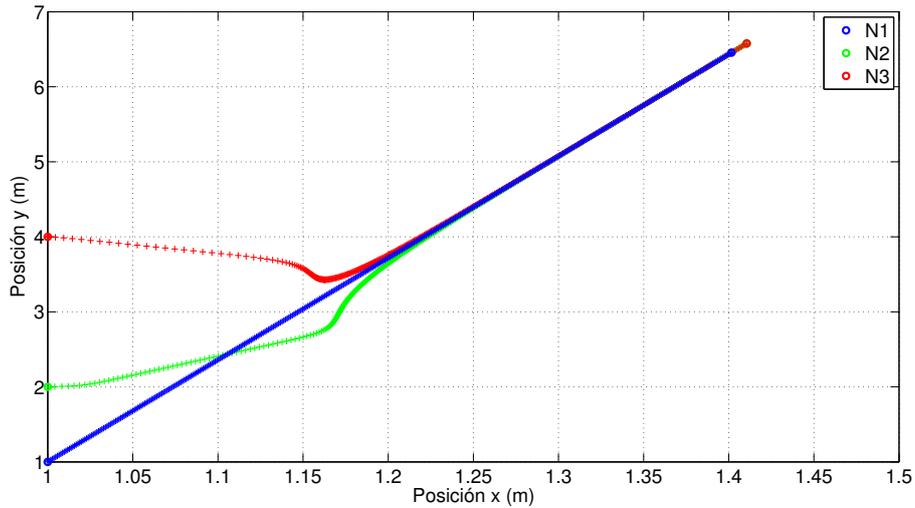


Figura 4.8 Simulación de red de conexión estrella para 3 nodos.

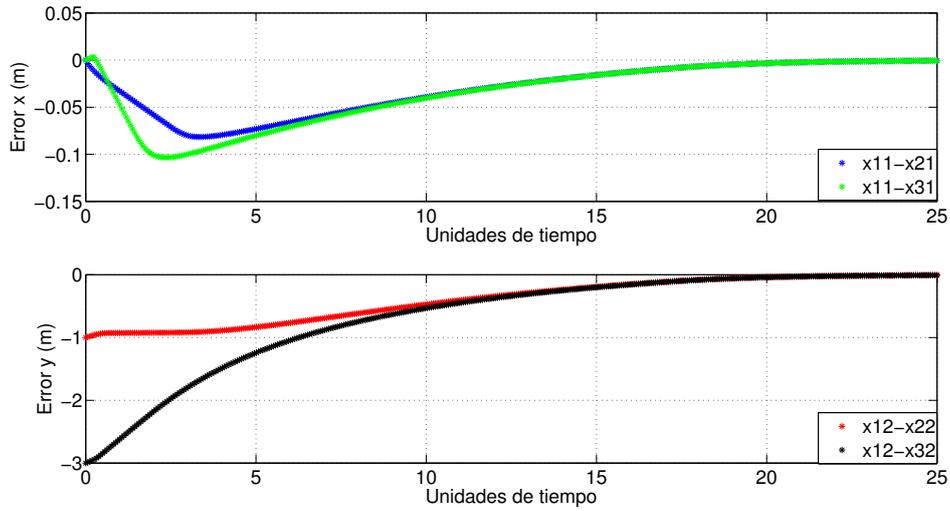


Figura 4.9 Error de red de conexión estrella para 3 nodos.

4.1.4. Red de acoplamiento con nodo Maestro

Este tipo de configuración esta basa en el principio de que exista un nodo principal, cuya dinámica sea imperturbable por los estados de los demás nodos en la red, y a la par los elementos de la red tiendan a replicar dicho comportamiento y mantengan la interacción entre ellos.

La matriz de acoplamiento para el grafo de la figura 4.10 es la siguiente

$$A_{maestro} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

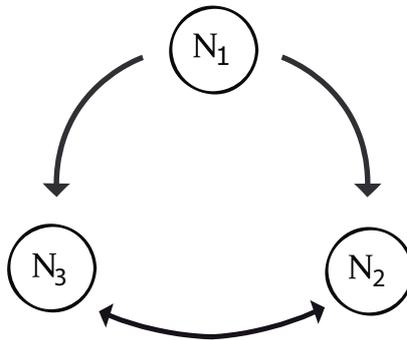


Figura 4.10 Red de conexión de 3 nodos con maestro.

Con un sistema del robot móvil diferencial reacondicionado por una retroalimentación dinámica como sigue

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i \cos(\theta_i), \\ \dot{y}_i(t) = v_i \sin(\theta_i), \\ \dot{\theta}_i(t) = \frac{(w_d - w_i)r}{2L}, \\ \dot{\xi}(t) = u_{i1} \cos(\theta_i) + u_{i2} \sin(\theta_i), \end{cases} \quad (4.11)$$

cuyas entradas de control para cada uno de los robots de la red como sigue

$$\begin{cases} u11 = 1 + \text{Sen}(t), \\ u21 = 1 + \text{Cos}(t), \\ u12 = Kp(-2\dot{x}_2 + \dot{x}_1 + \dot{x}_3) + Kd(-2x_2 + x_1 + x_3), \\ u22 = Kp(-2\dot{y}_2 + \dot{y}_1 + \dot{y}_3) + Kd(-2y_2 + y_1 + y_3), \\ u13 = Kp(-2\dot{x}_3 + \dot{x}_1 + \dot{x}_2) + Kd(-2x_3 + x_1 + x_2), \\ u23 = Kp(-2\dot{y}_3 + \dot{y}_1 + \dot{y}_2) + Kd(-2y_3 + y_1 + y_2). \end{cases} \quad (4.12)$$

En la figura 4.11 se aprecia que los nodos 2 y 3 convergen al seguimiento entre ellos, sin embargo el seguimiento de ambos con respecto al nodo maestro, toma mayor tiempo, siendo más evidente, en la figura 4.12 donde la diferencia entre posiciones es mayormente evidenciada.

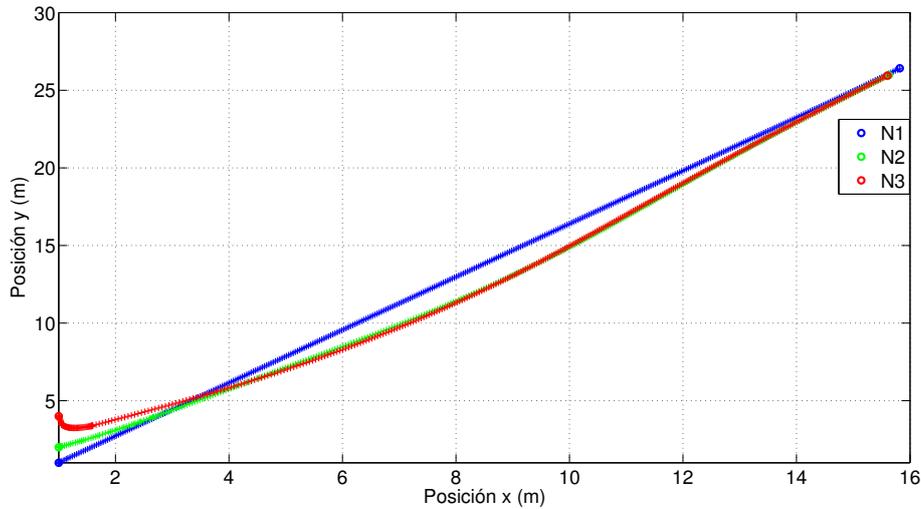


Figura 4.11 Simulación de red de conexión con nodo maestro para 3 nodos.

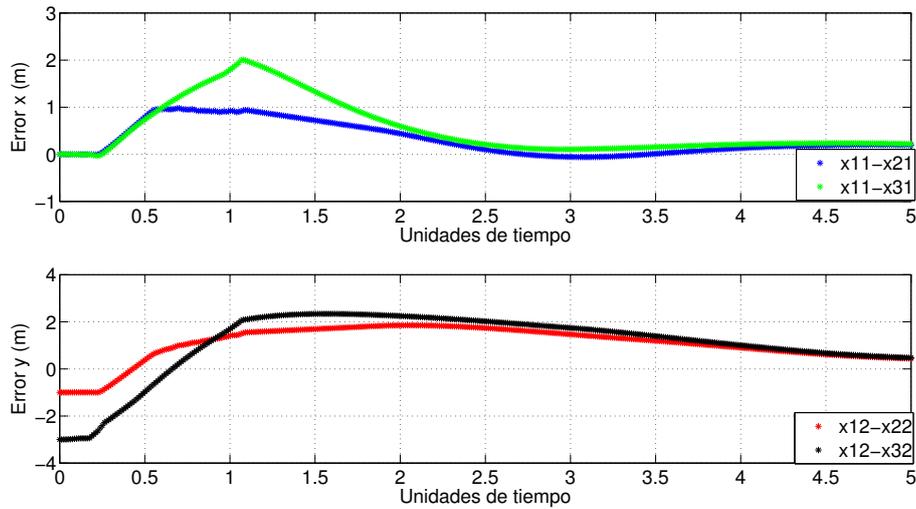


Figura 4.12 Error de red de conexión con nodo maestro para 3 nodos.

4.2. Seguimiento de una trayectoria

En las siguientes simulaciones se muestra la elaboración de un controlador que permite desarrollar el seguimiento de una trayectoria mediante la utilización del modelo de robot diferencial linealizado, en la figura 4.13 se aprecia la convergencia de dicho modelo sobre una trayectoria definida.

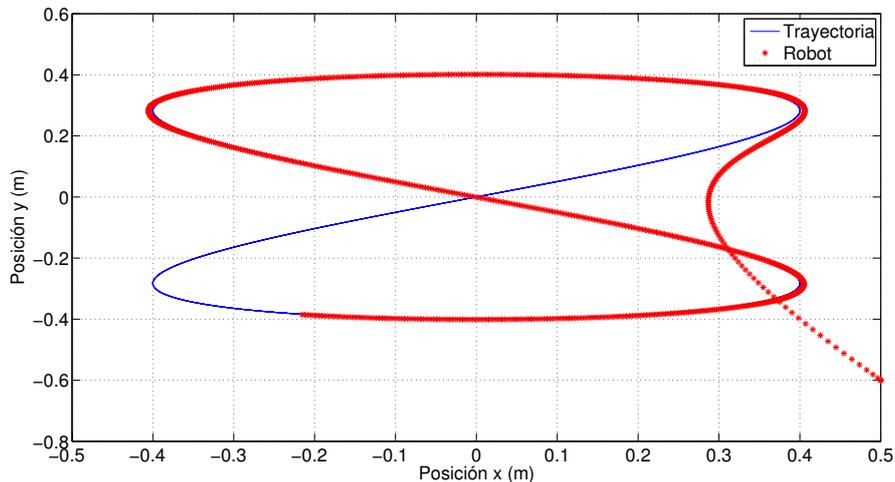


Figura 4.13 Modelo del robot con tracción diferencial en seguimiento de una trayectoria.

El modelo del robot diferencial, posee 3 estados x , y y θ de los cuales se puede obtener información, para diferentes propósitos. En la figura 4.14, se aprecia como varían los estados del modelo a medida que éste trata de converger a la trayectoria definida.

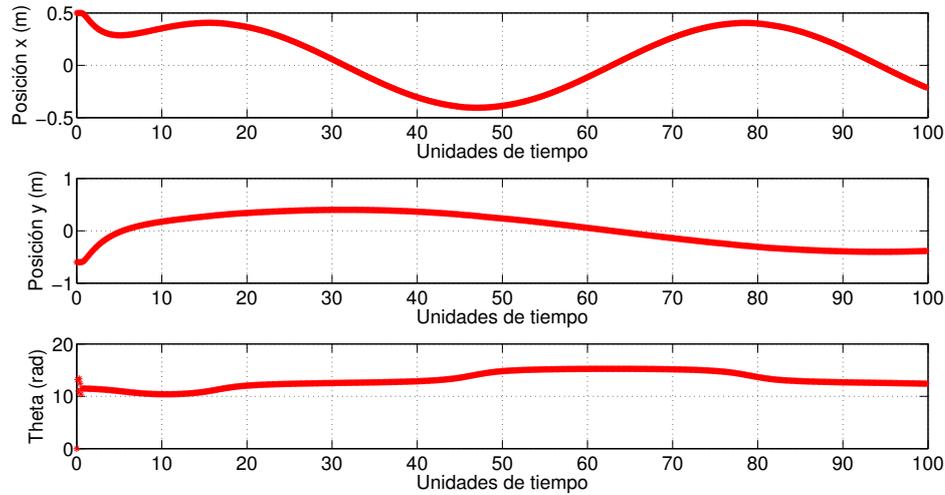


Figura 4.14 Estados en el modelo del robot con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria.

4.3. Sincronización de dos robots con seguimiento de una trayectoria

El objetivo de la siguiente simulación consiste en poder formar grupos de entes que posean las mismas características y que interactúen entre sí, esto para poder adoptar o reproducir conductas similares a las que se desarrollan en un grupo, para ello, se propone formar dos grupos cada uno compuesto por dos modelos del robot diferencial, un elemento tomará el rol de maestro y el segundo de esclavo, donde el esclavo estará obligado a reproducir el comportamiento del maestro.

En la figura 4.15, se aprecia el desarrollo de ambos grupos compuestos de dos modelos del robot diferencial, en el cual cada maestro rige el comportamiento de su esclavo, obligándolo a desarrollar un comportamiento similar al de él, de igual forma se aprecia que cada grupo posee una trayectoria de desarrollo diferente gobernada por la trayectoria a seguir en cada uno de los maestros.

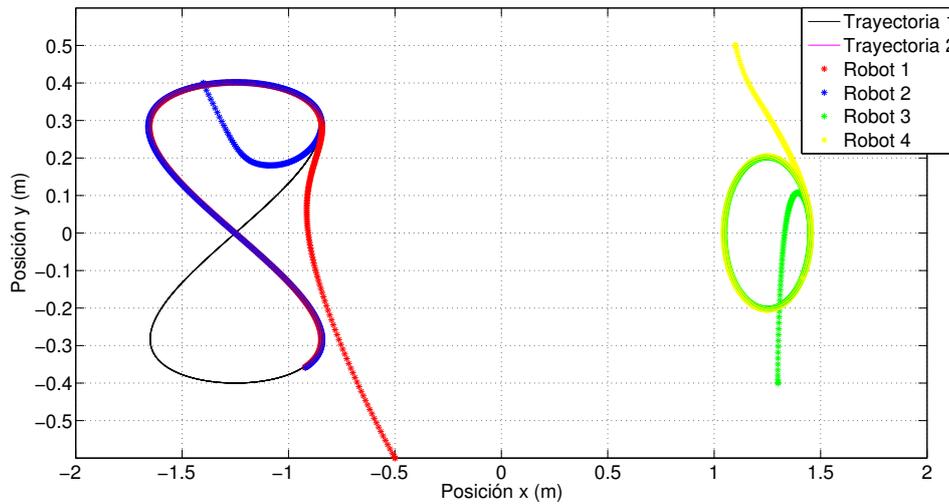


Figura 4.15 Sincronización de dos robots en seguimiento de una trayectoria.

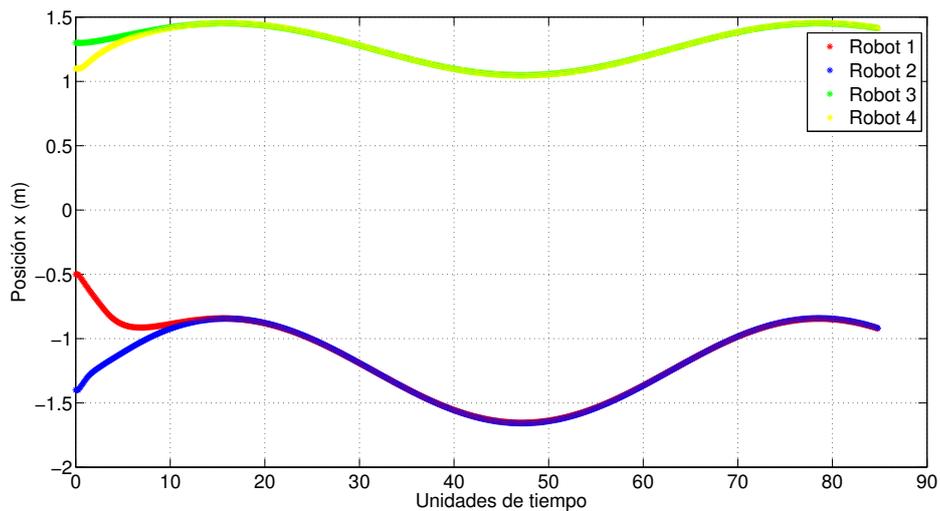


Figura 4.16 Estado x del modelo de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización.

En la figura 4.16 se aprecia que el estado x de cada robot esclavo (robot 2 y 4) convergen al estado x del maestro (robot 1 y 3).

De manera similar el estado y de la figura 4.17 converge al estado dictado por cada uno de los maestro, en base a eso podemos inferir que el desplazamiento en el plano estará en sincronía.

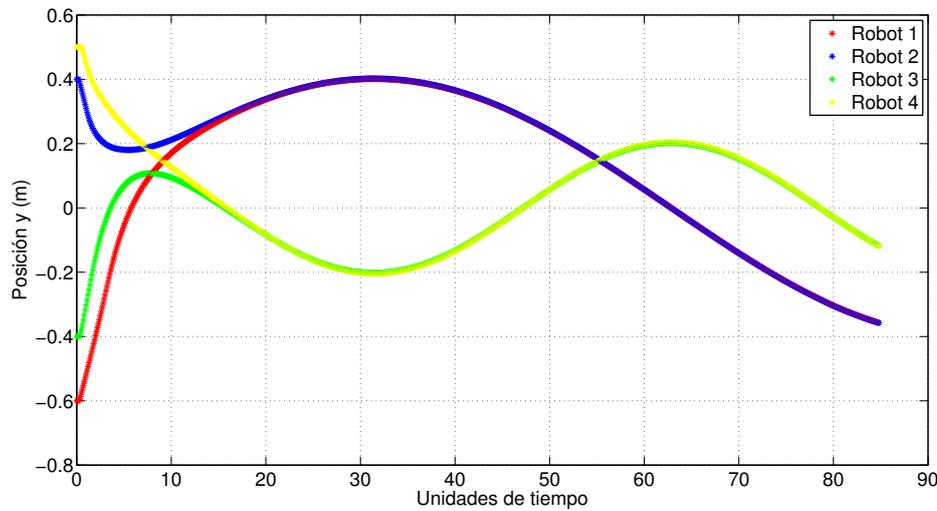


Figura 4.17 Estado y del modelo de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización.

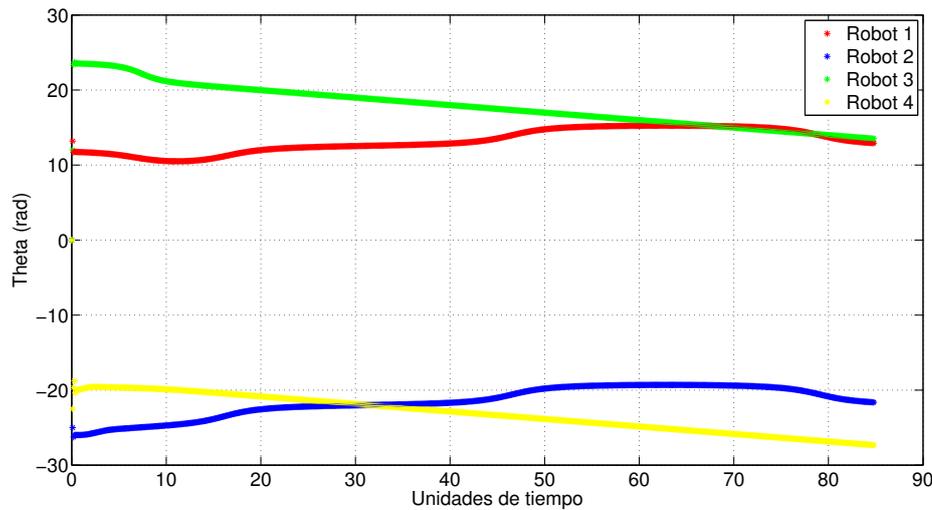


Figura 4.18 Estado θ del modelo de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización.

Debe notarse que el estado θ de cada uno de los robots, no parece estar en sincronía, esto debido a que durante el tiempo de transición, cada uno de los robots pudo haber girado 180 o 360 grados lo cual genera una rotación en el robot dejando en orientación invertida, o en la misma después de haber dado un giro completo.

Todos los estados del modelo del robot diferencial son dependientes de las velocidades tangenciales suministradas a cada una de las dos ruedas que poseen, siendo estas las variables a controlar con la finalidad de poder inducir un movimiento en el plano.

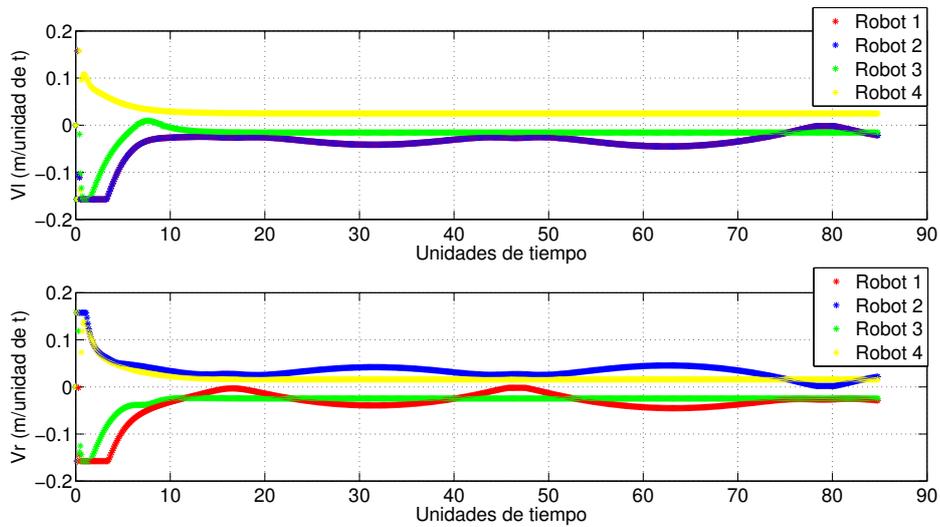


Figura 4.19 Velocidades de las ruedas para los modelos de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización.

En la figura 4.19, se aprecia la variación en las ruedas de cada uno de los robots a controlar permitiendo como resultado el desarrollo de una trayectoria y al mismo tiempo la convergencia de los esclavos a la misma.

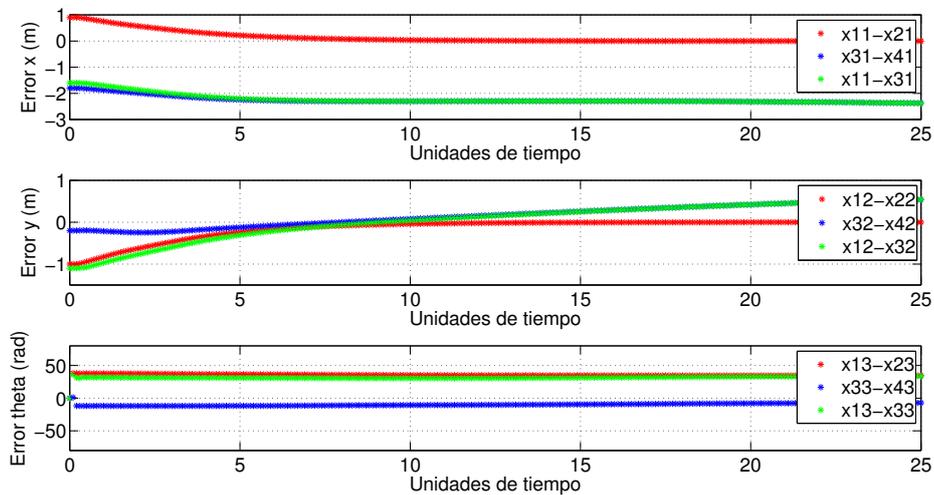


Figura 4.20 Error entre estados de los modelos de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización.

Una forma de saber durante la simulación, si el modelo del robot diferencial esclavo está siguiendo la trayectoria del maestro, se basa en la comparación de estados a lo largo del tiempo, si ambas trayectorias convergen, la diferencia entre estados tenderá a un valor

constante, para ello se ejemplifica en la figura 4.20. El comportamiento de ese error en diferencia bajo 3 comparaciones está dado por cada uno de los estados del modelo, el primero se basa en comparar el maestro contra el esclavo en el primer grupo (rojo), el segundo el maestro contra el esclavo en el segundo grupo (azul) y el tercero el maestro del primer grupo contra el maestro del segundo grupo (verde), cuyos resultados logran la convergencia en el estado x y θ respectivamente, sin embargo en el estado y no sucede lo mismo lo que indica que cada uno de los grupos está desarrollando una trayectoria diferente en el plano.

Sin embargo los primeros dos escenarios (rojo y azul) si logran la convergencia, lo que nos indica que cada esclavo está sincronizado con su respectivo maestro, y de igual forma se corrobora que entre los maestros no lo están, algo que es correcto.

4.4. Conclusiones del capítulo

La sincronización entre grupos de 3 robots móviles Khepera III es numéricamente posible, y se documentan algunos casos para topologías regulares, de igual forma se confirma que es numéricamente posible que el robot móvil Khepera III logre el seguimiento de una trayectoria definida.

Se corrobora que es posible la sincronización numérica de robots móviles diferenciales cuando se está en el seguimiento de una trayectoria del tipo Maestro-Eslavo; para el cual se incluye un ejemplo con dos casos.

Capítulo 5

Sincronización externa

5.1. Sincronización externa

El siguiente capítulo muestra las simulaciones de sincronización externa utilizando 2 redes compuestas de nodos idénticos $A = 3$ y $B = 2$, para el caso de la red A se ejemplifican diferentes topologías. Para los primeros tres casos siguientes el comportamiento de la simulación posee las siguientes características.

$$\begin{cases} 0 \leq t < 10 & \text{Dinámica nodo aislado,} \\ 10 \leq t < 40 & \text{Dinámica sincronización interna,} \\ 80 \leq t & \text{Dinámica sincronización externa.} \end{cases} \quad (5.1)$$

Las condiciones iniciales para cada nodo se encuentran en la tabla 5.1.

	x	y	θ	ξ
N1	1	1	$\pi/4$	0.001
N2	1	3	$5\pi/16$	0.002
N3	1	6	$3\pi/8$	0.008
N4	1	9	$3\pi/16$	0.007
N5	1	12	$\pi/4$	0.005

Tabla 5.1 Condiciones iniciales para los nodos en la red a sincronizar externamente.

5.1.1. Red de acoplamiento global-global

En este caso figura 5.1, se agrupan en (5.4) una red A de tres nodos (N1, N2 y N3) compartiendo sus estados dentro de una topología regular tipo global, de manera simultánea se agrupan en la red B los nodos (N4 y N5), una vez que ambos grupos converjan a un estado propiamente diferente para cada uno de los casos, se procede con sincronización externa de A y B en (5.5) por medio de los nodos (N1 y N4).

La matriz de acoplamiento para el grafo de la figura 5.1 es la siguiente

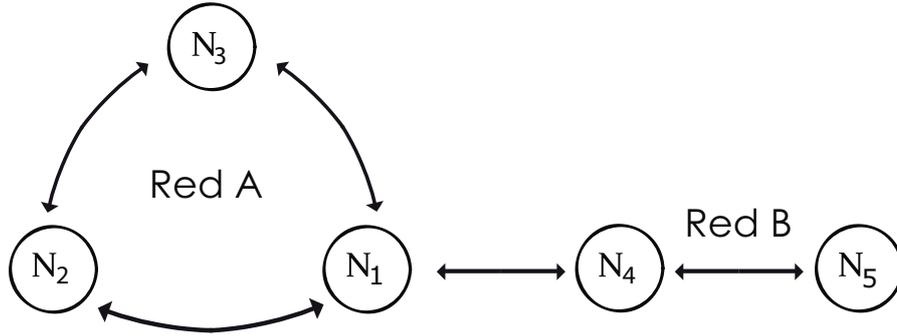


Figura 5.1 Red de conexión A global para 3 nodos y B global para 2 nodos.

$$A_{gg} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

Con un sistema del robot móvil diferencial reacondicionado por una retroalimentación dinámica como sigue

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i \cos(\theta_i), \\ \dot{y}_i(t) = v_i \sin(\theta_i), \\ \dot{\theta}_i(t) = \frac{(w_d - w_i)r}{2L}, \\ \ddot{\xi}(t) = u_{i1} \cos(\theta_i) + u_{i2} \sin(\theta_i), \end{cases} \quad (5.3)$$

cuyas entradas de control para cada uno de los robots de la red en sincronización son como sigue

$$\begin{cases} u_{11} = Kp(-2\dot{x}_1 + \dot{x}_2 + \dot{x}_3) + Kd(-2x_1 + x_2 + x_3), \\ u_{21} = Kp(-2\dot{y}_1 + \dot{y}_2 + \dot{y}_3) + Kd(-2y_1 + y_2 + y_3), \\ u_{12} = Kp(-2\dot{x}_2 + \dot{x}_3 + \dot{x}_1) + Kd(-2x_2 + x_3 + x_1), \\ u_{22} = Kp(-2\dot{y}_2 + \dot{y}_3 + \dot{y}_1) + Kd(-2y_2 + y_3 + y_1), \\ u_{13} = Kp(-2\dot{x}_3 + \dot{x}_1 + \dot{x}_2) + Kd(-2x_3 + x_1 + x_2), \\ u_{23} = Kp(-2\dot{y}_3 + \dot{y}_1 + \dot{y}_2) + Kd(-2y_3 + y_1 + y_2), \\ u_{14} = Kp(-\dot{x}_4 + \dot{x}_5) + Kd(-x_4 + x_5), \\ u_{24} = Kp(-\dot{y}_4 + \dot{y}_5) + Kd(-y_4 + y_5), \\ u_{15} = Kp(-\dot{x}_5 + \dot{x}_4) + Kd(-x_5 + x_4), \\ u_{25} = Kp(-\dot{y}_5 + \dot{y}_4) + Kd(-y_5 + y_4), \end{cases} \quad (5.4)$$

posteriormente para sincronizar externamente se utilizan las siguientes entradas de control

$$\begin{cases} ue11 = u11 + Kpe(-x_1 + x_4) + Kde(-x_1 + x_4), \\ ue21 = u21 + Kpe(-y_1 + y_4) + Kde(-y_1 + y_4), \\ ue12 = u12, \\ ue22 = u22, \\ ue13 = u13, \\ ue23 = u23, \\ ue14 = u14 + Kpe(-x_4 + x_1) + Kde(-x_4 + x_1), \\ ue24 = u24 + Kpe(-y_4 + y_1) + Kde(-y_4 + y_1), \\ ue15 = u15, \\ ue25 = u25. \end{cases} \quad (5.5)$$

Como se aprecia en el plano de la figura 5.2 en un primer instante cada robot tiende a desarrollar su dinámica propia cuando está aislado de algún grupo, hasta que se da la instrucción de sincronizarse a su grupo correspondiente, una vez logrado el estado de reposo se da nuevamente la instrucción de sincronización pero ahora externamente entre los dos grupos, algo que visualmente es más representativo en la figura 5.3, debido a que en esta se encuentra la diferencia entre posiciones de cada uno de los robots con respecto al robot 1, en donde claramente es visible los dos estados transitorios de los robots para converger en la sincronización y posteriormente a la sincronización externa.

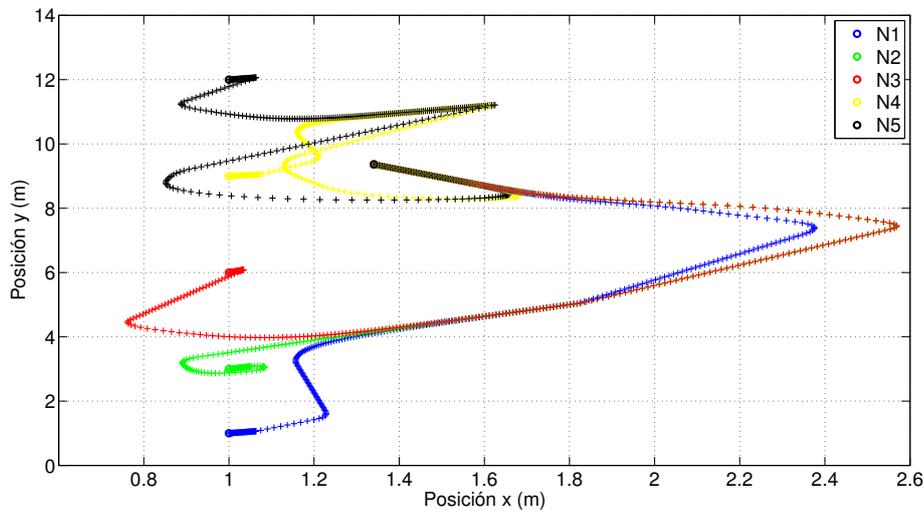


Figura 5.2 Simulación de red de conexión A global para 3 nodos y B global para 2 nodos.

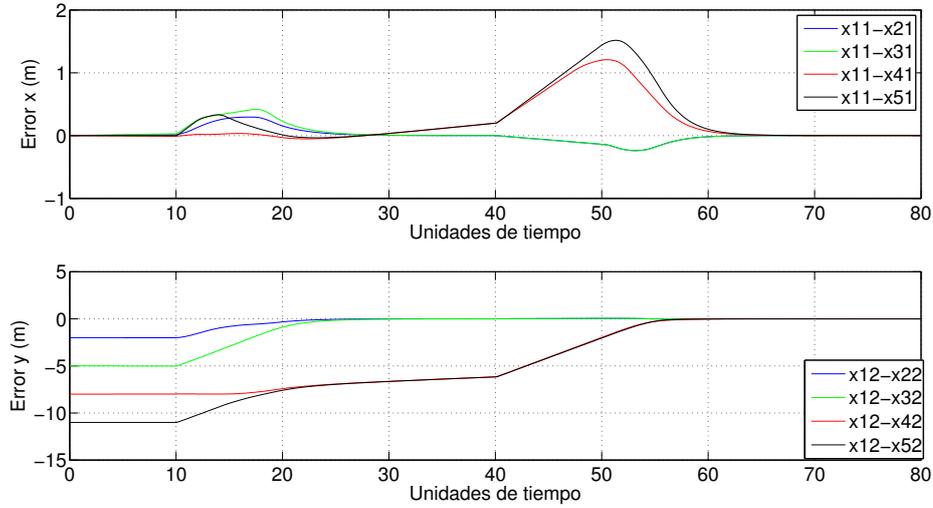


Figura 5.3 Error de red de conexión A global para 3 nodos y B global para 2 nodos.

5.1.2. Red de acoplamiento cadena-global

En este caso figura 5.4, se agrupan en (5.8) una red A formada en cadena por tres nodos (N_1 , N_2 y N_3), de manera simultánea se agrupan en la red B los nodos (N_4 y N_5) en comunicación global, una vez que ambos grupos converjan a un estado, se procede con la sincronización externa de A y B en (5.9) por medio de los mismos nodos (N_1 y N_4).

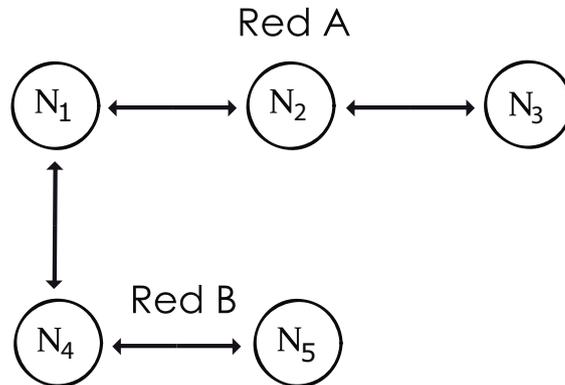


Figura 5.4 Red de conexión A cadena para 3 nodos y B global para 2 nodos.

$$A_{cg} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i \cos(\theta_i), \\ \dot{y}_i(t) = v_i \sin(\theta_i), \\ \dot{\theta}_i(t) = \frac{(w_d - w_i)r}{2L}, \\ \ddot{\xi}(t) = u_{i1} \cos(\theta_i) + u_{i2} \sin(\theta_i), \end{cases} \quad (5.7)$$

cuyas entradas de control para cada uno de los robots de la red en sincronización son como sigue

$$\begin{cases} u11 = Kp(-\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + Kd(-x_1 + x_2), \\ u21 = Kp(-\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + Kd(-y_1 + y_2), \\ u12 = Kp(-2\dot{x}_2 + \dot{x}_1 + \dot{x}_3) + Kd(-2x_2 + x_1 + x_3), \\ u22 = Kp(-2\dot{y}_2 + \dot{y}_1 + \dot{y}_3) + Kd(-2y_2 + y_1 + y_3), \\ u13 = Kp(-\dot{x}_3 + \dot{x}_2) + Kd(-x_3 + x_2), \\ u23 = Kp(-\dot{y}_3 + \dot{y}_2) + Kd(-y_3 + y_2), \\ u14 = Kp(-\dot{x}_4 + \dot{x}_5) + Kd(-x_4 + x_5), \\ u24 = Kp(-\dot{y}_4 + \dot{y}_5) + Kd(-y_4 + y_5), \\ u15 = Kp(-\dot{x}_5 + \dot{x}_4) + Kd(-x_5 + x_4), \\ u25 = Kp(-\dot{y}_5 + \dot{y}_4) + Kd(-y_5 + y_4), \end{cases} \quad (5.8)$$

posteriormente para sincronizar externamente las entradas de control son como sigue

$$\begin{cases} ue11 = u11 + Kpe(-\dot{x}_1 + \dot{x}_4) + Kde(-x_1 + x_4), \\ ue21 = u21 + Kpe(-\dot{y}_1 + \dot{y}_4) + Kde(-y_1 + y_4), \\ ue12 = u12, \\ ue22 = u22, \\ ue13 = u13, \\ ue23 = u23, \\ ue14 = u14 + Kpe(-\dot{x}_4 + \dot{x}_1) + Kde(-x_4 + x_1), \\ ue24 = u24 + Kpe(-\dot{y}_4 + \dot{y}_1) + Kde(-y_4 + y_1), \\ ue15 = u15, \\ ue25 = u25. \end{cases} \quad (5.9)$$

A diferencia del caso anterior, ahora es mayormente visible la dinámica de convergencia a los estados de reposo de la sincronización y de la sincronización externa en la figura 5.5, sin embargo es de gran apoyo la visualización de la diferencia entre estados de robots en la figura 5.6, debido a que esta indica ambos transitorios a lo largo del tiempo.

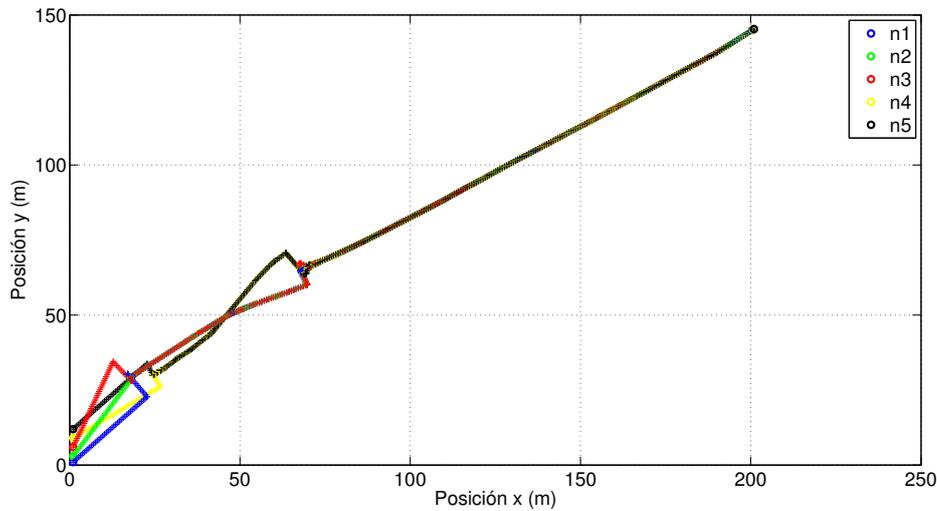


Figura 5.5 Simulación de red de conexión A cadena para 3 nodos y B global para 2 nodos.

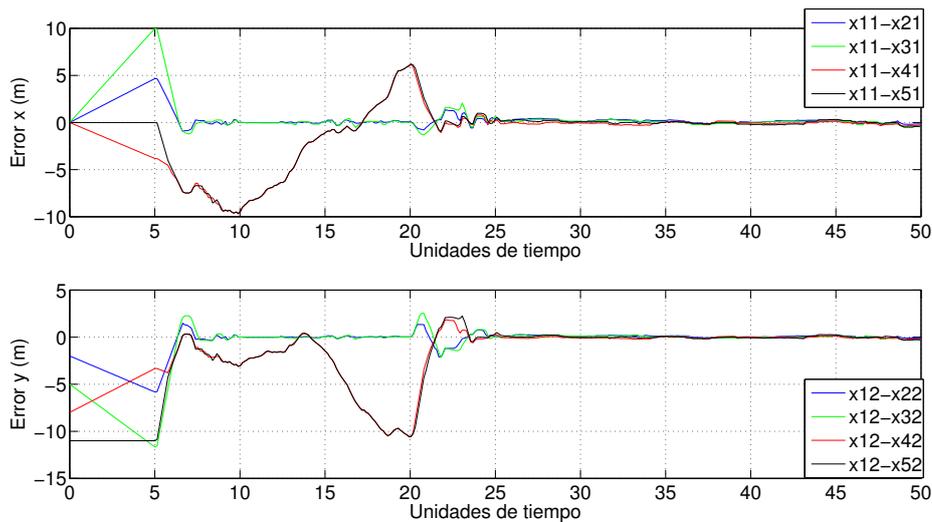


Figura 5.6 Error de red de conexión A cadena para 3 nodos y B global para 2 nodos.

5.2. Sincronización externa entre dos redes en seguimiento de una trayectoria

El objetivo de la siguiente simulación consiste en formar un súper grupo formado por dos grupos de dos modelos del robot diferencial maestro esclavo que se encuentren previamente sincronizados y desarrollando un seguimiento de trayectoria diferente en cada uno de los maestros, con la finalidad de visualizar el comportamiento que pudiera llegar a emerger al momento que ambos maestros interactuen entre si y compartan sus estados con los esclavos.

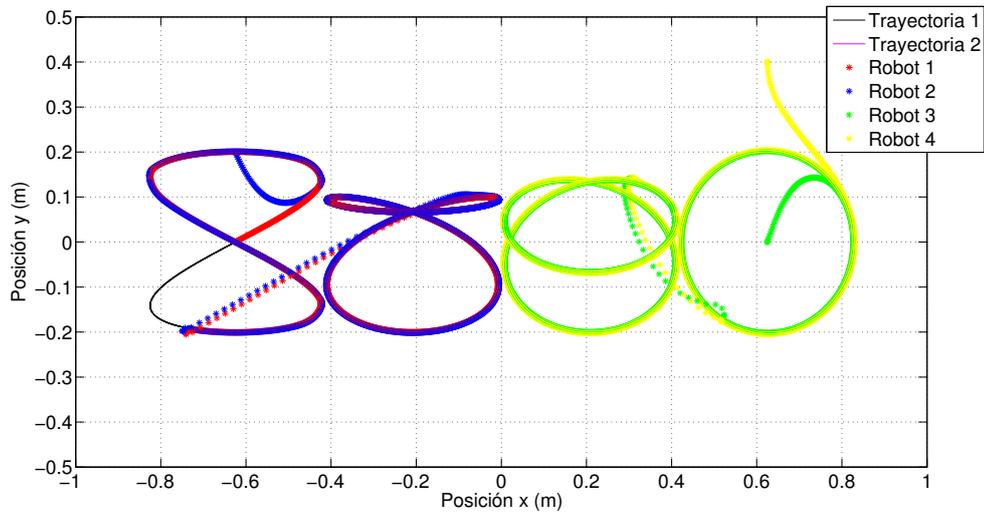


Figura 5.7 Sincronización externa entre dos redes de dos robots en seguimiento de una trayectoria.

En la figura 5.7 en los extremos, se aprecia la sincronización de ambos grupos primeramente sincronizándose maestro esclavo en el seguimiento de una trayectoria diferente, para el primer caso en una lemniscata y para el segundo caso en un círculo, posteriormente en el centro se observan dos trayectorias generadas, mediante el uso de los estados compartidos por cada uno de los maestros con sus esclavos, en donde se aprecia que la trayectoria generada en cada grupo, no es igual a la trayectoria que se encontraba desarrollando en un principio, esto debido a que ahora los maestro no solo se guía mediante su trayectoria, si no que al mismo tiempo debe obedecer a la trayectoria del otro maestro, lo que resulta en las trayectorias emergentes.

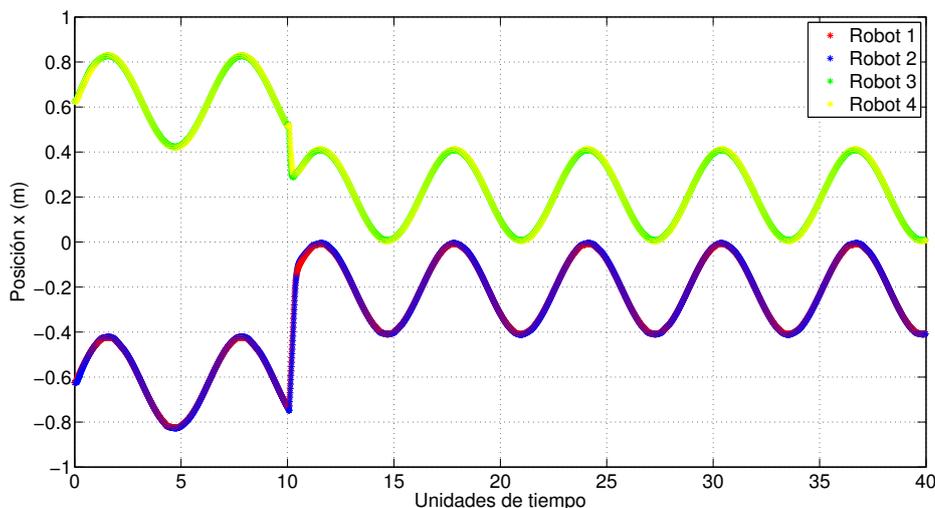


Figura 5.8 Estado x del modelo de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización externa.

En la figura 5.8, se aprecia que antes de las 10 unidades de tiempo cada grupo sincroniza con su respectivo maestro manteniendo como separación la diferencia entre coordenadas de inicio, diferencia que disminuye cuando el controlador de sincronización externa comparte entre maestros sus estados cuyo comportamiento temporal en ambos grupos logra tener un mayor parecido.

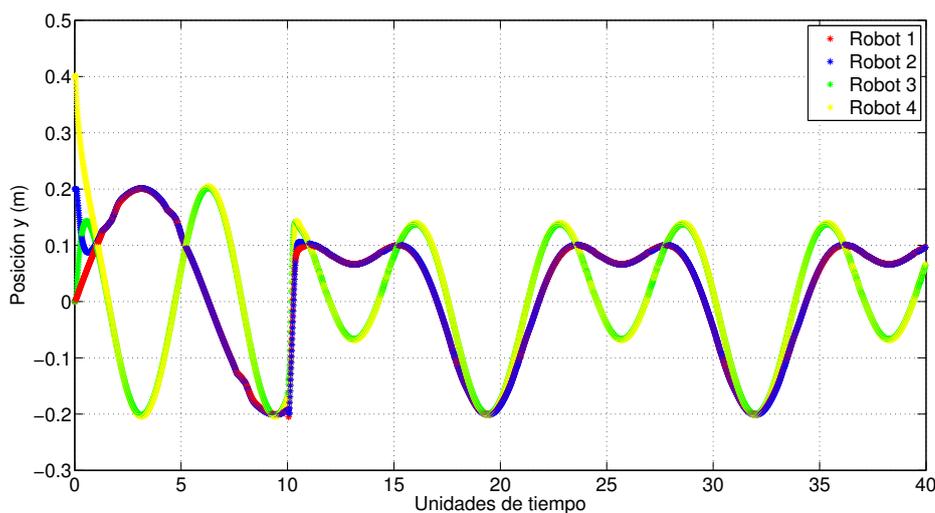


Figura 5.9 Estado y del modelo de los robots diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización externa.

Algo similar sucede en la figura 5.9, sin embargo en este caso es más notorio que ambos maestros intentan converger a una ruta emergente al compartir sus estados, más no logran desarrollar un desplazamiento similar en lo temporal.

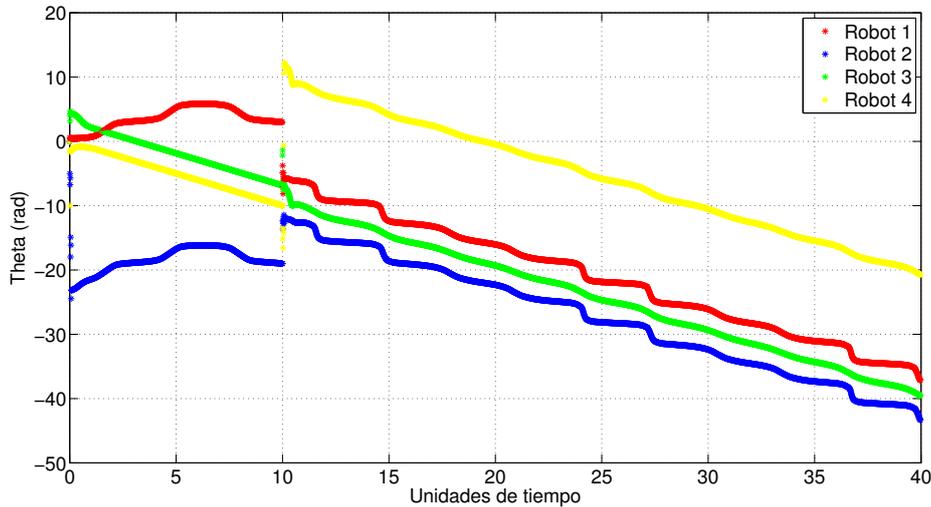


Figura 5.10 Estado θ del modelo de los robots diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización externa.

El ángulo de orientación es el estado más complicado de asimilar si se mantiene en sincronía sin embargo en la imagen 5.10, se puede apreciar que siguen un comportamiento similar, sumado a una diferencia constante, esta constante se genera debido a que el modelo no está acotado a solo poder dar una rotación completa, sin embargo se aprecia que la inclinación posee el mismo comportamiento para los grupos formados.

Para poder garantizar que los movimientos del modelo del robot diferencial se pueden reproducir, las entradas de control deben de mantenerse acotadas dentro de los límites de operación, para ello se muestran en la figura 5.11, estando acotadas lo que garantiza una operación viable en lo experimental.

En la figura 5.12, se muestra las diferencias entre los estados de los modelos, estos son realizados con la finalidad de encontrar en que estado se presenta la mayor variabilidad, y poder encontrar conclusiones que nos ayuden a contrarrestarlos, para este caso en particular se aprecia que la mayor diferencia se presenta cuando se gráfica los estados de maestro a maestro, esto puede deberse a que aun no se logra contrarrestar la trayectoria original que cada maestro está obligado a seguir, derivado de la emergencia de una trayectoria particular para cada uno de los grupos acoplados.

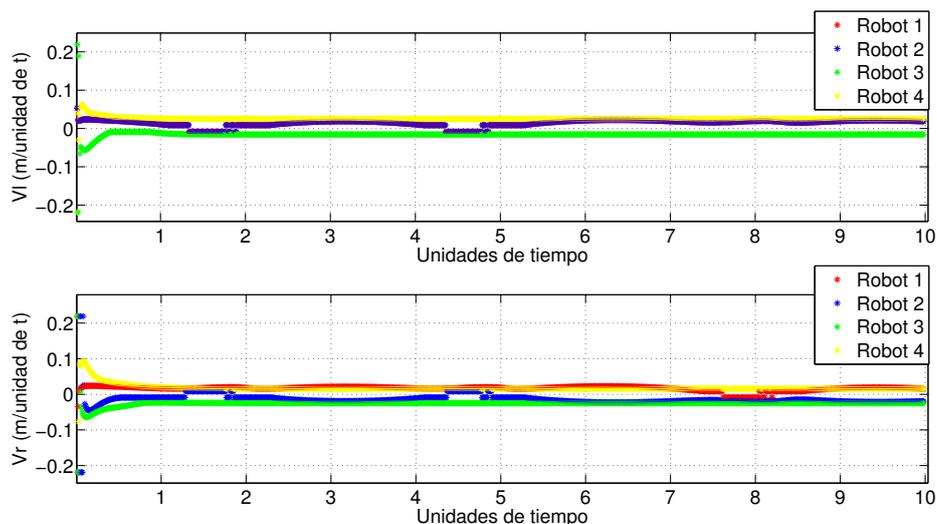


Figura 5.11 Velocidades de las ruedas para los modelos de los robots con tracción diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización externa.

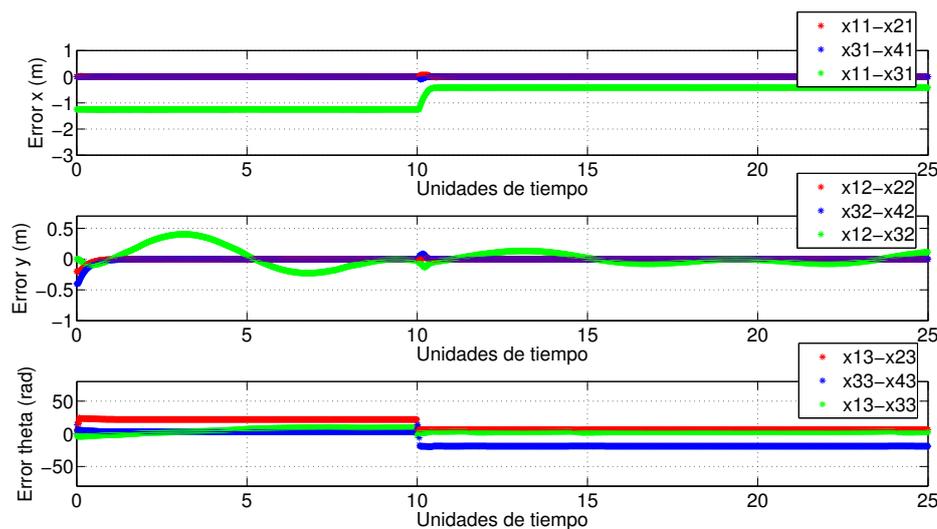


Figura 5.12 Error entre estados de los modelos de los robots diferencial durante el seguimiento de una trayectoria en sincronización externa.

5.3. Conclusiones del capítulo

Se confirma de manera numérica que es posible lograr la sincronización externa entre grupos de pequeños robots móviles, para ello se exponen dos casos en los que después de un estado transitorio en ambos grupos se converge a un estado de sincronía emergente único por parte de los grupos, en donde los elementos formados generan un súper grupo con estados con trayectorias emergentes.

Capítulo 6

Conclusiones

El siguiente capítulo expone las conclusiones más importantes de la tesis, de igual forma se hace alusión a lo desarrollado, a lo que queda pendiente, y los posibles trabajos que pudieran partir con base a esta investigación.

6.1. Cumplimiento de los objetivos

El cumplimiento del objetivo general de ésta tesis se logró en parte por lo siguiente,

1. Se implementaron numéricamente simulaciones que evidencian que es posible sincronizar robots móviles mediante el uso de la teoría de sistemas complejos en conjunto con la teoría de grafos bajo diferentes topologías de conexión regulares.
2. La verificación de que es posible sincronizar de manera experimental pequeños robots móviles tipo Khepera III con el uso del controlador diseñado en esta tesis.
3. Se corrobora que es posible sincronizar externamente de manera experimental pequeños robots móviles tipo Khepera III con las bases desarrolladas a lo largo del trabajo.

6.2. Aportaciones

Las principales aportación del presente trabajo fueron las siguientes:

- Poner en marcha una propuesta de integración de equipo del laboratorio para la experimentación con robots móviles.
- Demostrar y documentar un controlador capaz de lograr sincronizar pequeños robots móviles tipo Khepera III.
- Demostrar y documentar la realización de un controlador capaz de lograr sincronizar externamente dos grupos de pequeños robots móviles tipo Khepera III.

6.3. Trabajo futuro

Con el presente trabajo se desarrolló una plataforma de bases de las cuales se pueden desprender nuevas investigación que puedan generar contribución en la parte experimental de los sistemas complejos y sus múltiples aplicaciones, de las cuales se mencionan algunas a continuación.

- Sincronización entre grupos heterogéneos.
- Uso de sistemas anticolidante.
- Ampliar el área de cobertura controlada.
- Implementar la comunicación de los robots, con un propio sistema de auto-localización.
- Implementación en vehículos aéreos no tripulados como Drones.
- Implementación en otra gama de robots móviles, no necesariamente los diferenciales, como por ejemplo los tipo Hakerman y Omnidireccionales.
- Incrementar el numero de robots por red.
- Implementar redes irregulares y combinadas del tipo libre de escala, mundo pequeño árbol a gran escala.
- Implementar los resultados de esta tesis en robots móviles diferenciales sin ruedas, como el Kilobot.
- Realizar experimentos en terrenos no controlados, y superficies inhóspitas.

Bibliografía

- [1] Arellano-Delgado, A., Cruz-Hernández, C., López Gutiérrez, R., and Posadas-Castillo, C. (2015). Outer synchronization of simple firefly discrete models in coupled networks. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015.
- [2] De Luca, A., Oriolo, G., and Vendittelli, M. (2002). Control of wheeled mobile robots: An experimental overview. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 270:181–226.
- [3] Diestel, R. (2005). *Graph theory*. Graduate Texts in Mathematics (2005). Springer-Verlag.
- [4] Foulds, L. (1992). *Graph theory applications*. Universitext (1979). Springer-Verlag.
- [5] Grünewald, M., Iske, B., Klahold, J., Manolov, O., Orhan, O., Rückert, U., and Witkowski, U. (2003). Communication between khepera mini robots for cooperative positioning. *Int. Conf. AUTOMATICS AND INFORMATICS*, page 95.
- [6] Khalil, H. (2002). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall.
- [7] Ogata, K. (1997). *Modern Control Engineering*. Prentice-Hall, New York.
- [8] Pecora, L. M., Carroll, T. L., and . (1990). Synchronization in chaotic systems. *Physical review letters*, 64(8):821.
- [9] Posadas-Castillo, C. (2008). *Sincronización de sistemas complejos*. PhD thesis, UABC.
- [10] Posadas-Castillo, C., Cruz-Hernández, C., and R.M., L.-G. (2009). Experimental realization of synchronization in complex networks with chua's circuits like nodes. *Chaos, Solitons & Fractals*, 40(4):1963 – 1975.
- [11] QingKai, H., XiaoYu, S., XiaoGuang, Y., and BangChun, W. (2010). External synchronization of two dynamical systems with uncertain parameters. *Science china, Technological science*, 53:731–740.
- [12] Solaque-Guzmán, L., Molina-Villa, M. A., and Rodríguez-Vásquez, E. L. (2014). Seguimiento de trayectorias con un robot móvil de configuración diferencial. *Ing. USBMed*, 5(1):26.
- [13] Sumpter, D. J. T. (2010). *Collective animal behavior*. Princeton.
- [14] Sun, Y., Li, W., and Zhao, D. (2012). Finite-time stochastic outer synchronization between two complex dynamical networks with different topologies. *Chaos journal*, (22).

-
- [15] Wang, X. (2002). Complex networks: Topology, dynamics and synchronization. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 12(5):885–916.
- [16] Wu, C., Chua, L., and . (1995). Application of graph theory to the synchronization in an array of coupled nonlinear oscillators. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on*, 42(8):494–497.
- [17] Wu, C. W. (2007). *Synchronization in Complex Networks of Nonlinear Dynamical Systems*. World Scientific Publishing.
- [18] Wu, X., Zheng, W. X., and Zhou, J. (2009). Generalized outer synchronization between complex dynamical networks. *Chaos Journal*, (19).
- [19] Yongqing, W., Changpin, L., Yujiang, W., and Kurths, J. (2012). Generalized synchronization between two different complex networks. *Communication in Nonlinear Science Numerical and Simulation*, (17):349.