

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA
ESCUELA SUPERIOR DE CIENCIAS MARINAS

MODELOS EN OCEANOGRAFIA FISICA
Y SUS APLICACIONES



TESIS

Que para obtener el título de:

OCEANOLOGO

Presenta:

RAFAEL CARDENAS BRACHINI

IN MEMORIAM

Todos pasamos por momentos difíciles en nuestra vida,
y cuando nos ponemos a meditar sobre ciertos problemas
añoramos tiempos pasados y descubrimos cosas nuevas.

Sea pues, este trabajo en memoria de mis estimados
amigos y compañeros de Escuela:

JOSE LUIS TERUI TRUJANO y FEDERICO ZIEHL H.

como reconocimiento a su entusiasmo en la carrera
de Oceanología.



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA

"AÑO DE JUAN BAUTISTA JOSE FOURIER"

DEPENDENCIA: Escuela Superior de
Ciencias Marinas.

OFICIO # 73/67/68

ASUNTO: Comuníquesele aceptación.

Ensenada, B.C., 14 de nov. de 1968.-

P.O. Rafael Cardenas Brachini.

P R E S E N T E.

En respuesta a su solicitud relativa nos es grato transcribir a Usted el tema que aprobado por la Comisión de Exámenes Profesionales de esta Institución Docente deberá desarrollar en su Tesis para obtener el Título Profesional de Oceanólogo.

"MODELOS EN OCEANOGRAFIA FISICA Y SUS APLICACIONES"

Así mismo, comunicámosle haber designado como director de su Tesis al Dr. Nicolas Grijalva O. En relación al mismo programa a desarrollar, ésta Comisión recomienda a Usted modifique el inciso # 7-B del mismo.

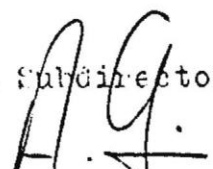
Atentamente

"POR LA REALIZACION PIENA DEL HOMBRE"

El Director


Dr. NICOLAS GRIJALVA O.

El Subdirector


ANGEL GARCIA GLEZ.
Ing. Químico

INTRODUCCION

Quiero hacer la aclaración que no pretendo que la teoría, base de este trabajo sea original, pues ella se debe como lo hago constar oportunamente en el texto, al ingenio de varios hombres de ciencia de cuatro siglos atrás y contemporáneos cuya capacidad científica ha sido reconocida ampliamente, entre ellos se cuentan: Galileo, Kepler, Newton, Euler, Laplace, Kelvin, Fourier, Navier, Stokes, Ekman, Defant, Lamb, N. Fofonoff, H. Stommel, W. Munk, W. Hansen, C.S. Cox, G. Groves, N. Grijalva y otros más.

Así también, que este trabajo no es ninguna copia ni traducción literal de los libros "The Sea", "The Oceans", "Principles of Physical Oceanography" o de cualquier otra publicación relacionada con el tema; sino una simple aplicación de los conocimientos adquiridos en esas publicaciones y las enseñanzas de mi director de tesis al estudio de los fenómenos oceanográficos involucrados.

Hago notar que el presente trabajo tiene un doble objetivo:

El primero de ellos es describir el comportamiento de la masa fluida del océano desde un punto de vista oceanográfico y sus aplicaciones a la Bahía de Todos Santos.

El segundo objetivo es mostrar la utilidad del uso de los modelos matemáticos para la resolución de problemas oceanográficos. A los estudiantes de la Escuela Superior de Ciencias Marinas.

En vista de lo anterior considero que si este trabajo tiene algún mérito, el mismo puede radicar en:

I). Que por primera vez en la Historia de la Escuela Superior de Ciencias Marinas se presenta un trabajo de esta naturaleza con tales propósitos.

II). Que resistiendo la tentación de examinar que tópicos son los más importantes en las asignaturas de Matemáticas y Física que se cursan en la carrera de Oceanólogo. Salta a la vista la necesidad del conocimiento, por parte de los alumnos que se vayan a dedicar al campo de la Oceanografía Física, de muchos conceptos físicos y matemáticos. A los cuales no les dan la importancia debida actualmente.

III). Que con el propósito de cumplir con el segundo objetivo de este trabajo, los desarrollos matemáticos, así como la elaboración de los modelos se han hecho paso a paso, para que se notarán los métodos unificadores entre los principios fundamentales y los procedimientos matemáticos.

Referente al segundo punto, quiero agradecer por este conducto, a las Autoridades Universitarias y muy especialmente al Sr. Lic. Rafael Soto Gil, Rector de la Universidad Autónoma de Baja California, su interés mostrado a ese respecto, ya que fue él quien, libró sus órdenes para que los señores profesores de la Escuela Superior de Ciencias Marinas se abocaran a ese problema.

También deseo aprovechar esta oportunidad para hacer patente mi reconocimiento a todos mis maestros por sus enseñanzas y mi sincero agradecimiento para todas aquellas personas que de una u otra forma, hicieron posible la realización de este trabajo. En particular al Dr. Charles Cox y a la señora Virginia Arnold, quienes hicieron posible que los egresados de la E.S.C.M. en el año de 1968, contramos con un cuarto en el edificio Ritter Hall, del Instituto Scripps de Oceanografía en la Jolla, California, en donde realice la mayor parte de este trabajo con la ayuda del Dr. Nicolás Grigalva y el Centro de Cálculo de Scripps.

Por último doy las gracias al Lic. Gustavo Pérez Pazuengo por haberme permitido con autorización del aquel entonces Rector de la U.A. B.C. Biol. Pedro Mercado Sánchez impartir la materia de Geometría Analítica cuando apenas cursaba el tercer año de la carrera de Oceanólogo y con ello aumentar mi experiencia y mi interés en la docencia.

INDICE

INTRODUCCION

Pag.

CONCEPTOS GENERALES.

Conceptos físicos conectados con los modelos.	1
Algunas propiedades físicas del agua de mar.	1
Densidad.	1
Expansión térmica.	1
Compresibilidad del agua de mar.	2
Viscosidad.	2
Movimiento armónico simple.	3
Movimiento periódico.	33
Movimientos marinos.	4
Movimientos ondulatorios.	44
Ondas microscópicas.	4
Ondas inducidas por el viento.	4
Ondas sísmicas.	4
Ondas meteorológicas.	5
Mareas.	5
Componentes de mareas.	6
Mareas en un punto.	6
Mareas en una región.	7
Corrientes.	8
Corrientes relacionadas a la distribución de densidad.	8
Corrientes relacionadas al esfuerzo del viento.	9
Corrientes de marea.	10
Corrientes inducidas por ondas.	11
Corrientes locales.	11
Elementos matemáticos usados en los modelos.	12
Funciones periódicas.	12
Serie de Fourier.	12
Velocidad.	14
Operadores vectoriales.	15
Gradiente.	15
Divergencia.	16
Rotacional.	16
Laplaciano.	16
Aceleración.	17
Aceleración de Coriolis.	17

G).	Ecuaciones de movimiento.	19
a).	Ecuación de continuidad.. . . .	19
b).	Ecuación fundamental de la hidrodinámica.	19
H).	Ecuaciones de Navier-Stokes simplificadas.. . . .	20
I).	Representación matemática de las mareas.	21
II). MODELOS.		
1).	Historia de los modelos.	22
2).	Qué es un modelo?	22
3).	Modelos físicos.	23
4).	Modelos matemáticos.	24
A).	Traducción de la información física.	25
B).	Simplificación de las expresiones matemáticas.	26
C).	Procedimientos matemáticos.	28
5).	Modelos de mareas.	32
A).	Modelo de Newton.. . . .	32
B).	Las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas y su aplicación a los problemas de mareas.	35
6).	Modelos de corrientes.	37
A).	Cálculo de corrientes superficiales y profundas en el Pacífico Norte en verano.	37
B).	Otros modelos.	45
III). OBSERVACIONES OCEANOGRÁFICAS EN LA BAHÍA DE TODOS SANTOS.		
1).	Descripción del área de estudio.	46
A).	Bahía de Todos Santos.	46
B).	Costa Norte.	46
C).	Costa Este.	47
D).	Costa Sur.	47
E).	Islas de Todos Santos.	47
F).	Estero de Punta Banda.	48
G).	Topografía submarina.	48
2).	Datos físicos.	51
A).	Salinidad.	51
B).	Temperatura.	51
C).	Corrientes.	52
D).	Mareas.	52
E).	Viento.	52
F).	Oleaje.	52

3). Métodos de estudio.58
A).Observación oceanográfica del fenómeno de las mareas. . . .	58
B).Observación oceanográfica de las corrientes.58
IV). CONCLUSIONES	
conclusiones 1, 2, 3, 4, y 5.60
conclusiones 6, 7, 8, 9, y 10.61
V). RECOMENDACIONES.	63
VI). BIBLIOGRAFIA,	<u>66</u>
VII). APENDICE.67

1). CONCEPTOS FISICOS CONECTADOS CON LOS MODELOS.

A). Algunas propiedades físicas del agua de mar.

Como es sabido las propiedades físicas del agua de mar son muchas, y en la mayoría de los fenómenos fluidos que se estudian en oceanografía física todos tienen la misma importancia. Sin embargo, en el presente trabajo solo consideraremos algunas de ellas: (a) la densidad, (b) la expansión térmica, (c) la compresibilidad, y (d) la viscosidad.

a). Densidad.

Consideremos un volumen de fluido, V encerrado en una superficie, S . Si en dicho volumen se encuentra encerrada una cierta cantidad de masa, y la distribución de masa es uniforme, la masa contenida en el volumen V será proporcional al mismo volumen. pudiéndose decir en general que la densidad, ρ está definida como la masa por unidad de volumen.

En caso de que la distribución de masa no sea uniforme en el volumen, V la ecuación que expresa lo anterior $\rho = M/V$, no es válida; pero si tomamos un elemento diferencial de volumen, dV , en donde la distribución de masa si sea uniforme, llegaremos a la ecuación:

$$\rho = dm/dv \quad (1-1)$$

donde dm es el elemento diferencial de masa y ρ la densidad.

b). Expansión térmica.

El volumen de una sustancia cambia con un cambio de su temperatura. En la mayoría de los casos, el volumen aumenta con un aumento de temperatura. Sin embargo, algunas anomalías pueden presentarse con algunas sustancias como el agua dentro de ciertos rangos de temperatura.

El cambio de volumen específico α con la temperatura es llamado el coeficiente de expansión térmica β . Así, para el agua de mar, donde α depende de la temperatura, salinidad y presión:

$$\beta = \frac{1}{\alpha_{s,t,p}} \frac{\partial \alpha_{s,t,p}}{\partial \theta} \quad (1-2)$$

A la presión atmosférica, B puede ser encontrada en las tablas hidrográficas.

c). Compresibilidad del agua de mar.

Aunque el agua de mar es menos compresible que el agua pura, la presión hidrostática en las profundidades oceánicas es tan grande que el nivel del mar debería ascender más de 30 metros, si el agua de mar fuese realmente incompresible. La compresibilidad de un fluido puede ser expresada por medio del coeficiente de compresibilidad K o por su valor recíproco, el módulo de compresibilidad $M = 1/K$. El cambio relativo del volumen del agua de mar, $\Delta V/V$, es proporcional al cambio de presión. Esto es

$$\Delta V/V = - K \Delta P$$

donde K , un coeficiente de proporcionalidad, expresado por unidad de masa y por diferenciales puede ser puesto en la forma:

$$K = - \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dP} \quad (1-3)$$

La ecuación (1-3) corresponde a la ley de Hooke de la elasticidad y es válida para las compresiones y expansiones pequeñas.

d). Viscosidad.

Un cuerpo de agua en movimiento donde la velocidad varía en el espacio y los esfuerzos de fricción están presentes como un resultado del momentum transferido entre capas de diferente velocidad puede considerarse como un movimiento laminar, donde capas individuales de partículas del fluido se deslizan unas sobre otras sin ser enredadas por movimientos macroscópicos (tales como desplazamientos verticales de paquetes de agua causados por ciertas fuerzas internas o externas), el intercambio de momentum entre las capas, es el resultado del movimiento molecular. En tal caso, si la velocidad en una cierta dirección X es U , y la velocidad que cambia perpendicularmente a X (en la dirección Z) es dU/dZ , el esfuerzo de fricción, τ , por unidad de área entre dos capas adyacentes es, de acuerdo con Newton

$$\tau = \mu \frac{dU}{dZ} \quad (1-4)$$

donde el coeficiente de proporcionalidad μ , es llamado el coeficiente de viscosidad dinámica y el esfuerzo friccional (esfuerzo tangencial, τ) es una fuerza por unidad de área. En algunos casos μ/ρ es usado y es llamado el coeficiente de viscosidad cinemática.

B). Movimiento armónico simple.

Sea P, un punto cualquiera sobre un círculo que recorre el mismo con una velocidad angular uniforme, w (Fig. # 1). La proyección de P sobre el diámetro AB, es otro punto, P', que también se mueve; pero en línea recta con un movimiento oscilatorio de amplitud r sobre AB.

La distancia recorrida por P en un tiempo t , será wt . La distancia entre el centro de la circunferencia, O, y P' estará dada por la expresión: $X = r \cos wt$, donde r es el radio del círculo.

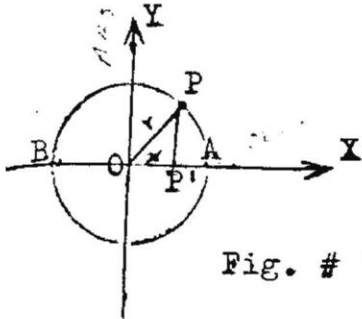
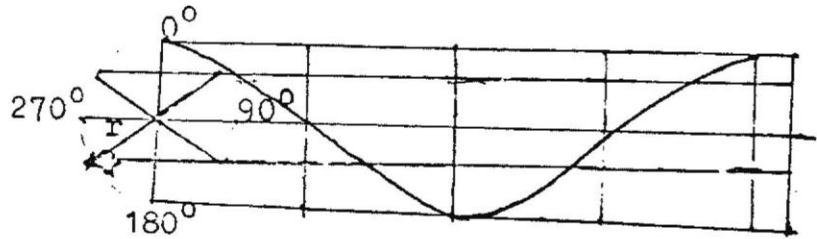


Fig. # 1.



Ahora bien, como x también varía con el tiempo, si en un sistema de ejes cartesianos, hacemos que las abscisas sean iguales a t y las ordenadas a X , podremos construir una gráfica como la de la figura # 2.

La curva obtenida a base de la ecuación $X = r \cos wt$, llamada cosenoide es representativa del movimiento armónico simple. Es decir es un caso particular del movimiento que estamos tratando, pues se inicia en $t = 0$. Por lo tanto puede presentarse el caso en que el movimiento se inicie en un tiempo cualquiera; esto es, cuando P se encuentra en una posición diferente de A. En este caso la ecuación representativa del movimiento armónico simple será: $X = r \cos (wt + \theta)$.

C). Movimiento periódico. (\sum de mov. (s) simple (s))

En la oceanografía física los movimientos armónicos simples se presentan en muchos problemas; pero en número mayor que uno (puede ser infinito), de diferentes amplitudes, imposibles de identificarlos por separado a simple vista; pero reconocidos globalmente como un movimiento periódico.

En otras palabras, el movimiento periódico puede considerarse como el movimiento resultante de la suma de varios movimientos armónicos simples. Por lo tanto se encuentra representado por una ecuación de la forma:

$$X_R = \sum r_1 \cos (\omega_1 t + \theta_1) + \sum r_2 \cos (\omega_2 t + \theta_2) + \sum r_3 \cos (\omega_3 t + \theta_3) + \dots + \sum r_n \cos (\omega_n t + \theta_n)$$

$$X_R = r_1 \cos (\omega_1 t + \theta_1) + r_2 \cos (\omega_2 t + \theta_2) + \dots$$

donde r_1, r_2, \dots son las amplitudes y $\theta_1, \theta_2, \dots$ los ángulos de fase.

B). Movimientos marinos.

Los movimientos marinos son el resultado complejo de muchas y diferentes causas. Todas ellas tienen un origen externo, y, directa o indirectamente, ponen en movimiento la masa líquida de los océanos y mares. Los movimientos marinos comprenden desde el movimiento de una partícula de agua (movimientos microscópicos) hasta el movimiento de millones de toneladas de agua (movimientos de traslación). Estos movimientos se hacen más notables a lo largo de las costas y en los canales que se forman en las entradas de las bahías y esteros que dentro de la bahía y en mar abierto.

En general, los movimientos marinos pueden dividirse en dos grandes grupos que se encuentran íntimamente ligados entre sí. Estos son: (1) movimientos de tipo ondulatorio, y (2) corrientes.

E). Movimientos ondulatorios.

Es bastante raro observar un movimiento ondulatorio claramente individualizado en el mar o dentro de una bahía. Sin embargo, con el objeto de hacer notar la importancia de estos y de acuerdo con su periodo, los movimientos ondulatorios presentes en una región del océano son: (a) ondas microscópicas, (b) las ondas inducidas por el viento, (c) las ondas sísmicas, (d) ondas de origen meteorológico, y (e) las mareas.

a). Ondas microscópicas.

Son ondulaciones muy pequeñas cuyo periodo es menor o igual que un segundo, generalmente debidas al deslizamiento de las partículas fluidas superficiales que transmiten su movimiento orbital a las partículas de las capas subyacentes, disminuyendo exponencialmente con la profundidad.

b). Ondas inducidas por el viento.

Son aquellas que frecuentemente se observan en las playas y cuyo periodo oscila entre uno y veinte segundos. Estas ondas son debidas al viento local, por lo que su amplitud depende, entre otros factores, de la velocidad del viento.

c). Ondas sísmicas.

Son ondas de pequeña amplitud y gran longitud de onda que no presentan ninguna periodicidad por ser debidas a erupciones volcánicas y movimientos sísmicos en el fondo del océano. Las cuales de llegar a las costas después de haber pasado desapercibidas en mar abierto, pueden causar enormes daños. Actualmente se les designa con el nombre de tsunami.

d). Ondas de origen meteorológico.

Las ondulaciones originadas por las perturbaciones atmosféricas, tales como las variaciones de presión, acompañadas de vientos violentos, de gran longitud de onda y cuyo periodo excede al de una hora. La amplitud de esas ondas tiende a aumentar cuando el viento sopla en la dirección de propagación de la onda. Estas ondas al igual que los tsunamis son muy raras y de gran inconveniencia para las embarcaciones e instalaciones portuarias, pero a diferencia de ellos la energía transportada por esas ondas en alta mar es muy grande, pero empieza a disiparse a medida que se acerca a la costa, Sin embargo, no es extraño que dichas ondas provoquen destrucciones debido a ese derroche de energía.

e). Mareas.

Las ondas de gran periodo conocidas como el ascenso y descenso del nivel general de la hidrosfera. Estas ondas son debidas a la atracción conjunta que ejercen el sol y la Luna sobre la Tierra así como al movimiento de traslación de ésta. La amplitud de la marea llega al máximo en la proximidad de los equinoccios (marea viva equinoccial), causada porque la Tierra, la Luna y el sol se hallan en una misma línea recta (sici-gia). Y la amplitud mínima se produce al acercarse a los solsticios (marea muerta), provocadas por el hecho de que el Sol y la Luna forman entre sí un ángulo recto en cuyo vertice se halla la Tierra. En la mayoría de los lugares, cerca del litoral y en la superficie del mar, el ascenso de las aguas dura aproximadamente seis horas y el descenso o reflujo dura otras seis horas. Cuando esto sucede a este tipo de mareas se le llama semidiurnas.

No obstante que las mareas son producidas por el efecto conjugado de la Luna y el Sol, las pleamares y bajamares no se llevan a cabo justamente cuando la Luna pasa por el meridiano del lugar, sino un cierto tiempo después, conocido con el nombre de establecimiento de puerto. Por ejemplo, para el puerto de Ensenada el establecimiento de puerto (pleamar), es de 9 horas 28 minutos. Este retraso se debe a que las aguas al ser atraídas por los cuerpos celestes antes mencionados se deslizan sobre la superficie terrestre en la cual se hallan alojadas, dando lugar a un rozamiento.

La importancia de las mareas es bastante grande no solo en los puertos sino también dentro y fuera de las bahías, ya que las amplitudes pueden ser una ventaja o un inconveniente, según los casos. Ello implica un conocimiento certero acerca de su comportamiento. Problema harto comple-

Sin embargo, antes de abordar tal empresa, creo conveniente hacer notar como se representan graficamente las mareas, primero en un punto, y segundo en una región. Asi también, como estan compuestas, simbolizadas y matemáticamente representadas. ~~Así~~

f). Componentes de marea.

Las componentes de marea, conocidas también con el nombre de mareas parciales han recibido nombres y simbolos característicos que provienen de las causas que las producen y de sus periodos. Hay tres grupos de periodos determinada por la frecuencia σ . Ellos son: (1) las mareas semidiurnas, (2) las mareas diurnas, y (3) las mareas de gran periodo.

Las mareas semidiurnas son aquellas que tienen un periodo cercano a las 12 horas.

Las mareas diurnas son aquellas que tienen un periodo cercano a las 24 horas.

Las mareas de gran periodo son aquellas que tienen un periodo mucho mayor a los antes mencionados.

Las principales componentes de mareas son:

La componente principal lunar (M_2) perteneciente al grupo de las semidiurnas, cuya frecuencia es de 28.98 grados por hora solar media.

La componente principal solar (S_2) perteneciente al grupo de las semidiurnas, cuya frecuencia es de 30.00 grados por hora solar promedio.

La componente luni solar declinacional (K_2) perteneciente al grupo de las semidiurnas, cuya frecuencia es de 30.08 grados por hora solar.

La componente luni solar declinacional (K_1) perteneciente al grupo de las diurnas, cuya frecuencia es 15.04 grados por hora solar promedio.

La componente principal lunar (O_1) perteneciente al grupo de las diurnas, cuya frecuencia es de 13.94 grados por hora solar promedio.

La experiencia lograda en las observaciones de mareas ha demostrado que, normalmente, el más importante término armónico es la componente M_2 . Sin embargo con el objeto de evitarse dificultades matemáticas, los investigadores teóricos prefieren la K_2 . O en el caso de mareas diurnas la componente K_1 .

g). Mareas en un punto. X

En numerosas localidades costeras, en algunas islas del oceano, en mareas abiertos, y en bahias en todo el mundo, la elevación del nivel del mar causado por las fuerzas productoras de mareas es registrado en una gráfica, que recibe el nombre de mareograma, en la cual uno de los ejes es el tiempo y el otro es el nivel del mar con respecto a un plano arbitrario de referencia, y cuya curva es semejante a la de un movimiento periódico, por lo que las observaciones son analizadas para cada es-

tación, considerando que el nivel del mar ξ puede ser representado por una serie de simples funciones armónicas con frecuencia σ , las cuales son conocidas (vease ecuaciones # 1-37, 1-38, y 1-39).

h) Mareas en una región.

Las mareas en una región están representadas gráficamente por medio de unas cartas que muestran las fases y amplitudes llamadas cartas de mareas. Esas cartas dan información acerca de la distribución geográfica de las constantes armónicas. Normalmente la muy importante componente M_2 es representada; K_2 , K_1 , y O_1 son también dadas. En esas cartas las líneas cotidales ($K_V/\delta_V = \text{cte}$), o sean las curvas que unen los puntos de igual fase (donde la pleamar se produce a la misma hora), y las líneas que unen puntos de igual amplitud, o sean las líneas de co-rango ($2\xi_V = \text{cte}$) son dibujadas. Ocasionalmente hay cartas también con líneas de constante $\xi_{1,v}$ y $\xi_{2,v}$, donde $\xi_{1,v}$ es la elevación del nivel del mar en un tiempo $t = 0, T, 2T$, etc, $\xi_{2,v}$ es el valor de la marea un cuarto de periodo después, o sea cuando $t = (K_V + T/2)/\delta_V$.

El rango, que es la diferencia entre la pleamar y bajamar, es $2\xi_V$, y el tiempo de la pleamar es $t = K_V/\delta_V$. En algunas partes del océano, las cartas de mareas están caracterizadas por la presencia de puntos anfidromicos, en los cuales el rango viene a ser cero y las líneas cotidales convergen. Es decir, puntos de doble curso o carrera, donde la superficie del mar permanece inmóvil, y la amplitud de la marea se anula. (Vease figura # 11).

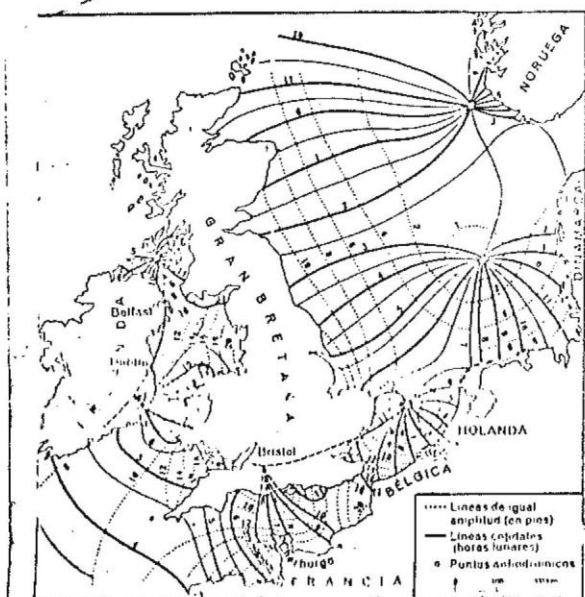


Fig No 11

En los casos más simples las líneas cotidales y líneas de co-amplitudes son construidas solamente con la ayuda de observaciones sobre la costa y en las islas. Esta clase de interpolación normalmente no permite tomar en cuenta la distribución de profundidad. Por lo mismo hay que tener presente que cerca de la costa a lo largo de la plataforma continental existen variaciones muy marcadas en la profundidad, la cual influye en el desarrollo de las mareas y por consiguiente el bosquejo de las cartas de mareas basado únicamente en observaciones sobre la costa viene a ser más y más hipotético con el aumen-

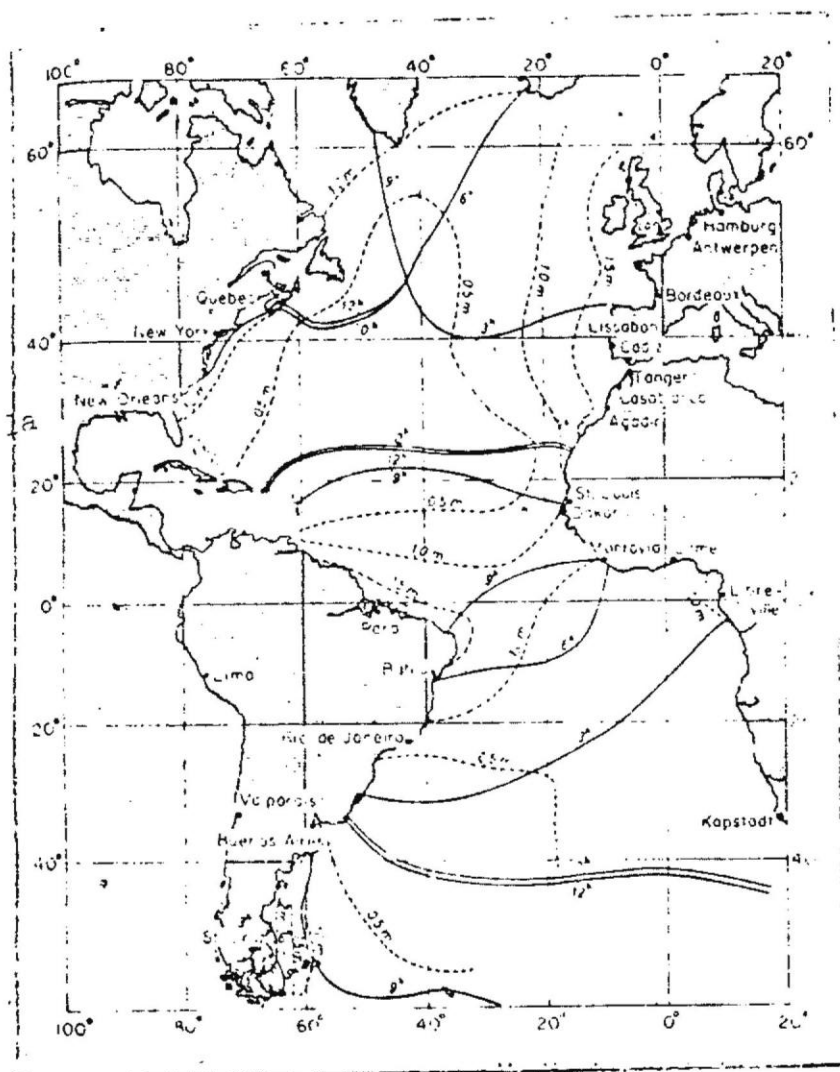


Fig. #12. Líneas cotidiales y de co-rango (coamplitud) para la componente de marea M_2 . Los números sobre las líneas llenas dan el tiempo de la pleamar después del tránsito de la Luna por el meridiano de Greenwich. Los números sobre la línea quebrada dan el rango (amplitud) en metros (Hansen, 1956).

F). Corrientes.

Las corrientes son movimientos de translación de enormes masas de agua que mezclan de manera inexorable el conjunto de los océanos. Según Sverdrup (1942) las corrientes pueden ser divididas en varios grupos: (a) Corrientes que son relacionadas a la distribución de densidad en el mar, (b) corrientes que son causadas directamente por la influencia del esfuerzo del viento sobre la superficie, (c) corrientes de mareas, (d) corrientes inducidas por ondas gravitacionales sobre la superficie, y (e) corrientes locales inducidas por aguas de río con entrantes al mar.

a). Corrientes relacionadas a la distribución de densidad.

A este tipo de corrientes pertenecen las grandes corrientes oceánicas, como la del Golfo, la del Kuroshio, y la corriente Ecuatorial del N. Esas corrientes transportan enormes volúmenes de agua. Por ejemplo, la corriente del Kuroshio se estima que transporta alrededor de 20 millones de metros cúbicos por segundo. El curso general de esas corrientes de gran escala en la superficie han sido determinadas desde barcos.

A profundidades cercanas a la superficie la rapidez y direccion de las corrientes ha sido determinadas por el uso de corrientometros, de diversos tipos. Recientemente mediciones de corrientes en aguas profundas han sido realizadas y se ha encontrado que la rapidez y direccion varia enormemente. (H. Stommel, 1963).

b). Corrientes relacionadas al esfuerzo del viento.

Cuando el viento sopla sobre la superficie del agua ejerce un esfuerzo que causa una deriva. Este transporte de agua tiende a alterar la distribucion de densidad y acarrea las correspondientes corrientes.

Ekman (1902) examino teoricamente el problema de la influencia del viento en aguas profundas, considerando unicamente fuerzas friccional, y de Coriolis; el concluyo que así en el hemisferio norte un cuerpo de agua actuando igual que una serie de eslabones (Fig. # 13) se mueve a la derecha del viento en una direccion de 45° y que para posiciones abajo de la superficie las velocidades decrecen a medida que la profundidad aumenta. Es decir, tambien la direccion varia con el punto extremo del vector haciendo una espiral logaritmica, comunmente llamada "espiral de Ekman" (Fig. # 14).

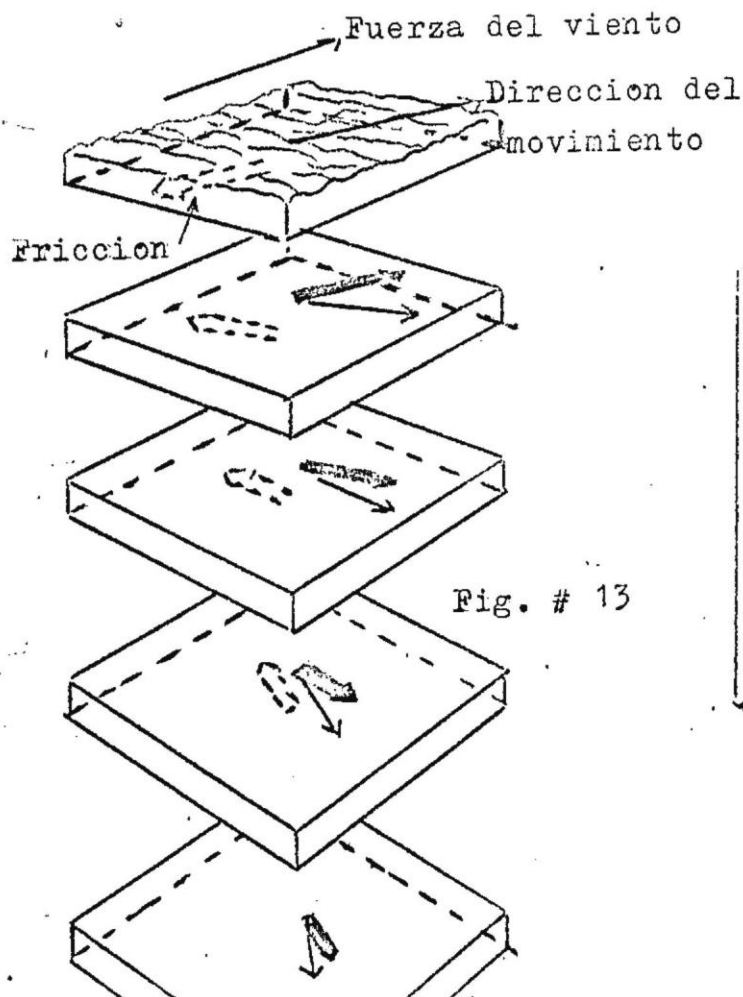


Fig. # 13

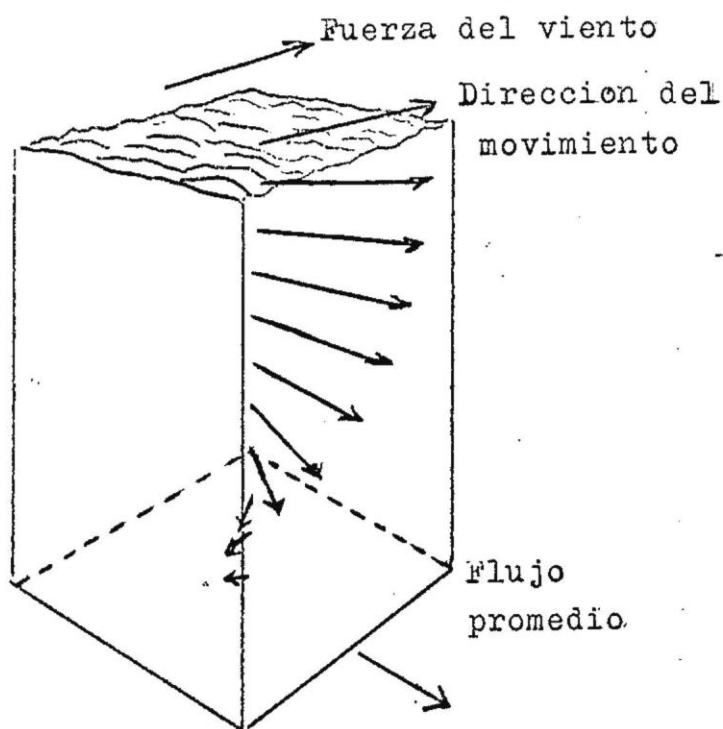


Fig. # 14

La deflexión promedio de la corriente en la superficie desde la dirección del viento ha sido medido por Krummel (1911), Bowden (1953), y otros, y ha sido cercano a los 45° . Como puede verse en la figura # 14 el transporte total debido a la deriva del viento está dirigido en ángulo recto al viento.

La capa entera arriba de la profundidad en la cual la fricción es importante, es llamada la capa Ekman. En esta capa, cerca de la costa ciertas modificaciones ocurren y los efectos del viento vienen a ser importantes. Por ejemplo, consideremos un viento que este soplando paralelamente a la costa en el hemisferio Norte con la costa a mano derecha de un observador con la cara en la dirección del viento, y asumiendo que la densidad aumenta con la profundidad, el efecto directo del viento causa un transporte de agua caliente superficial hacia la costa. Debido a que la costa representa una obstrucción a este flujo, el agua caliente se apila contra la costa y a una distancia cerca de la costa una densa y fría agua subsuperficial necesariamente se eleva para reemplazar la que ha sido acarreada hacia la costa. La distribución de densidad consecuentemente es alterada y como un secundario efecto, una corriente se desarrolla fluyendo en la dirección del viento o paralelo a la costa.

Si la costa está a la izquierda de la dirección del viento, el agua superficial es transportada lejos de la costa y es reemplazada por el agua fría del fondo. Este proceso es conocido como "upwelling" y al originar una alteración de la densidad ocasiona la elevación de una corriente que fluye en la dirección del viento.

c). Corrientes de marea.

Las corrientes de marea están presentes en todos lados y ocurren a todas profundidades, por lo que se han agrupado en varios tipos. Uno de ellos son las de tipo rotatorio, generalmente presentes en el océano abierto debido a los efectos de Coriolis. Otro tipo son las rectilíneas o corrientes reversivas, ilustradas por corrientes en la mayor parte de los cuerpos de agua tierra adentro. Ambos tipos de corrientes son debidas a las fuerzas productoras de mareas combinadas con las características topográficas, ellas son periódicas. Las corrientes de mareas varían de localidad a localidad, dependiendo de las características de la marea, la profundidad del agua y la forma de la costa, pero en cualquier localidad ellas se repiten idénticamente con regularidad. En el océano sus velocidades no exceden a los 10 cm/seg. En aguas bajas ellas son más fuertes, frecuentemente alcanzan 100-150 cm/seg (2-3 nu-

d). Corrientes inducidas por ondas.

CCuando el viento sopla sobre una superficie de agua, la energía es transmitida del viento al agua. Esta energía en el agua aparece como ondas gravitacionales en la superficie de una altura y longitud que son gobernadas por la velocidad y duración del viento y el área sobre la cual el viento sopla. Asociadas con esas ondas está el movimiento orbital de las partículas de agua superficiales.

Un secundario efecto de la existencia de ondas superficiales es la deriva total de las masas de agua en la dirección del avance ondulatorio. Teóricamente y mediante experimentos se ha demostrado que las partículas de agua no forman una curva cerrada, sino que siguen una órbita abierta. Este movimiento orbital da como resultado una total traslación del agua en la dirección del movimiento ondulatorio con el paso de cada onda y es llamado "transporte de masa". Ondas de esas características son comunes a lo largo de la costa del Pacífico, por lo que es evidente que el transporte de volúmenes de agua es considerable por este fenómeno.

CCuando el oleaje rompe a lo largo de la costa, una cabeza hidráulica es establecida, y el agua retorna al mar, a menudo primeramente como una corriente a lo largo de la costa dentro de la zona de rompientes, y después como un flujo de alta velocidad hacia el mar en una zona relativamente angosta la cual es conocida como una corriente de retorno ("Rip current") Inman y Shepard, 1951).

e). Corrientes locales.

Algunas veces, ciertas corrientes resultan cerca de la costa donde el agua de los ríos es descargada dentro de las bahías o en mar abierto con un considerable momentum. Los efectos de tales corrientes no son de importancia comparados con los de las corrientes enunciadas anteriormente.

Para terminar con lo relativo a corrientes creo conveniente hacer notar que las magnitudes de las varias clases de corrientes no solamente varían entre ellas, sino que también la magnitud de cualquiera de esas clases varía de localidad a localidad y con el tiempo en un lugar determinado.

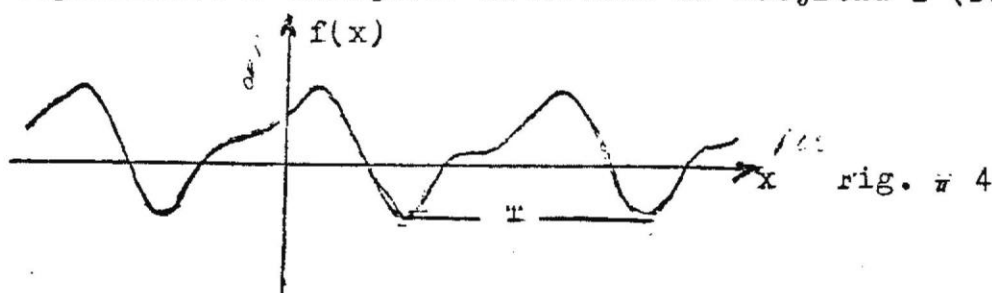
21. ELEMENTOS MATEMATICOS USADOS EN LOS MODELOS

a). Funciones periódicas.

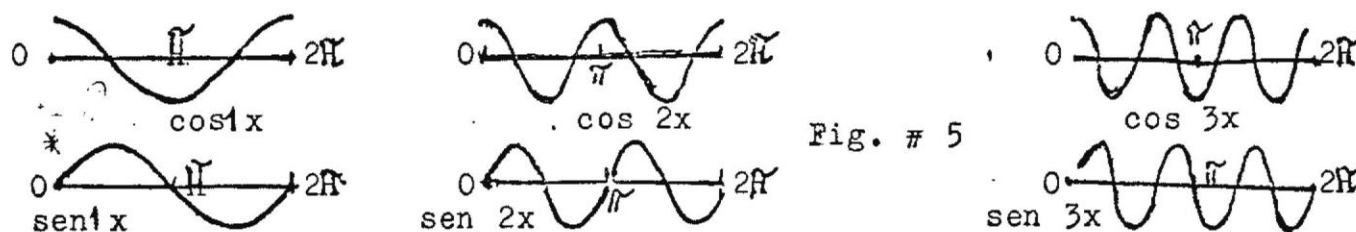
Una función de una sola variable es periódica, cuando se repite idénticamente a sí misma, al incrementar la variable independiente en una cantidad constante T , cualquiera que sea el número de veces enteras que se haga el incremento. La forma general de su representación analítica es:

$$f(x) = f(x + nT) \quad (1-5)$$

El número T recibe el nombre de periodo de $f(x)$. La gráfica de una función de este tipo se obtiene mediante una repetición periódica de la gráfica correspondiente a cualquier intervalo de longitud T (Fig. # 4).



Con frecuencia sucede que las funciones periódicas que se encuentran en oceanografía física son complicadas y, por lo tanto, es conveniente representarlas en términos de funciones periódicas sencillas como son las funciones seno y coseno de periodo 2π (Fig. # 5).

b). Serie de Fourier.

Jose Fourier, en 1822, demostró que cualquier curva periódica, mientras ninguna de sus ordenadas se haga infinito, puede descomponerse en un cierto número, prácticamente finito, de curvas armónicas cuyos periodos son commensurables. Es decir, de que cualquier función periódica puede desarrollarse en una serie de la forma:

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos 1x + b_1 \operatorname{sen} 1x + a_2 \cos 2x + b_2 \operatorname{sen} 2x + \dots + a_n \cos nx + b_n \operatorname{sen} nx \quad (1-6)$$

donde el número de términos debe ser muy grande

Esta expresión más condensadamente puede escribirse así:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} (a_n \cos nx + b_n \operatorname{sen} nx) \quad (1-7)$$

pero en ella desconocemos los coeficientes de la serie a_0 , a_n y b_n .

Para determinar a_0 integramos ambos miembros de (1-7) desde $-\pi$ hasta π , y se tiene

el primer termino de la derecha es igual a $2\pi a_0$, mientras que las otras integrales son iguales a cero. Por lo tanto,

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (1-8)$$

Para determinar a_1, a_2, a_3, \dots se multiplica (1-7) por $\cos mx$, donde m es cualquier entero positivo fijo y a continuacion se integra desde $-\pi$ hasta π , encontrando

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos mx dx = \int_{-\pi}^{\pi} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \right] \cos mx dx. \quad (1-9)$$

Integrando termino a termino, el segundo miembro se transforma en

$$a_0 \int_{-\pi}^{\pi} \cos mx dx + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx \cos mx dx + b_n \int_{-\pi}^{\pi} \sin nx \cos mx dx \right].$$

La primera integral es igual a cero. Las otras integrales pueden calcularse efectuando una transformacion de estas aplicando las conocidas identidades trigonometricas, encontrando,

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos nx \cos mx dx = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos (n+m)x dx + \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos (n-m)x dx,$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin nx \cos mx dx = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \sin (n+m)x dx + \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \sin (n-m)x dx$$

Integrando se demuestra que los cuatro terminos de la derecha son iguales a cero, excepto para el ultimo termino de la primera linea que es igual a π cuando $n = m$. Puesto que en (1-9) este termino se encuentra multiplicado por a_n , el segundo miembro de (1-9) es igual a $a_n \pi$. Por lo tanto,

$$(1-10) \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos mx dx, \quad m = 1, 2, \dots$$

Finalmente para determinar b_1, b_2, \dots se multiplica (1-7) por $\sin mx$ y se integra igualmente desde $-\pi$ hasta π , obteniendo

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \operatorname{sen} mx \, dx = \int_{-\pi}^{\pi} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \operatorname{sen} nx) \right] \operatorname{sen} mx \, dx. \quad (1-11)$$

Integrando término a término, el segundo miembro se transforma en

$$a_0 \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen} mx \, dx + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx \operatorname{sen} mx \, dx + b_n \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen} nx \operatorname{sen} mx \, dx$$

Las dos primeras integrales son iguales a cero. La última integral se resuelve aplicando las conocidas identidades trigonométricas y artificios de integración, encontrando

$$\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen} nx \operatorname{sen} mx \, dx = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)x \, dx - \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n+m)x \, dx.$$

El último término es igual a cero. El primer término de la derecha es igual a cero cuando $n \neq m$ e igual a π cuando $n = m$. Ya que en (1-11) este término se encuentra multiplicado por b_m , el resultado es $b_m \pi$:

$$b_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \operatorname{sen} mx \, dx, \quad m = 1, 2, \dots \quad (1-12)$$

Escribiendo n en lugar de m en (1-8), (1-10) y (1-12), en conjunto se tienen las llamadas fórmulas de Euler para los coeficientes de Fourier:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \, dx \quad (1-8)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \quad (1-10')$$

$$b_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \operatorname{sen} nx \, dx \quad (1-12')$$

Entonces, dada una función periódica $f(x)$ con período 2π , aplicando (1-8), (1-10') y (1-12') se pueden calcular los coeficientes a_0 , a_n y b_n y formar la serie trigonométrica (1-6) que recibe el nombre de Serie de Fourier de $f(x)$.

C). Velocidad.

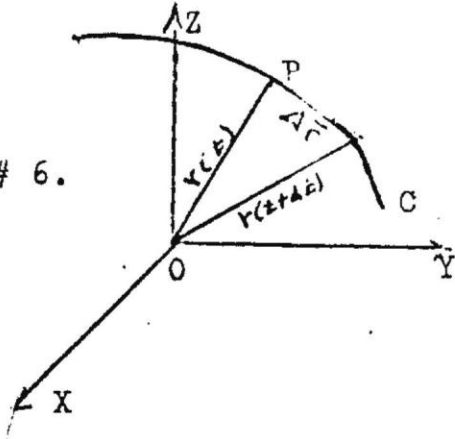
Supongase un sistema de referencia fijo en el espacio como el de la figura # 6, es decir, un sistema cartesiano derecho.

Sea $r(t)$ el vector de posición de un punto P, moviéndose en el espacio, donde t es el tiempo. Entonces $\bar{r}(t)$ representa la trayectoria C de P. Así

$$\int_{x_0}^x \bar{q} \, dx = \int_{t_0}^t \bar{q} \, dt \quad \bar{q} = d\bar{r}/dt \quad \text{o} \quad v = dx/dt; \quad \int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v \, dt \quad (1-13)$$

es un vector tangente a C , y, se observa que

Fig. # 6.



$$|\bar{q}| = \sqrt{\frac{d\bar{r}}{dt} \cdot \frac{d\bar{r}}{dt}} = \frac{ds}{dt} \quad (1-14)$$

donde ds/dt es la rapidez de r . Por lo tanto \bar{q} es el vector velocidad, que expresado en términos de sus componentes tiene la forma:

$$\bar{q} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k} \quad (1-15)$$

donde: $u = dx/dt$, $v = dy/dt$, $w = dz/dt$, \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} son vectores unitarios.

D). Operadores vectoriales.

Un operador vectorial es un símbolo que necesariamente debe tener asociada una magnitud escalar o vectorial en determinada forma, sobre la cual opera siguiendo las leyes del álgebra vectorial y da lugar a otra expresión que es independiente del sistema coordenado de referencia.

Los operadores vectoriales más conocidos y utilizados en el presente trabajo son: (a) el gradiente, (b) la divergencia, (c) el rotacional, y (d) laplaciano.

a). Gradiente.— Es un operador vectorial que relaciona un campo escalar con uno vectorial y cuya forma depende del sistema de coordenadas utilizado.

La notación generalmente aceptada para el operador gradiente es la letra griega delta invertida (∇). razón por la cual este operador recibe el nombre de operador atled. también se acostumbra a expresarlo como operador ∇ nabra, grad o "delta" y también expresarlo en la misma forma.

En el caso de coordenadas cartesianas rectangulares el operador gradiente se expresa en la forma:

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (1-16)$$

En transferencia de calor, el gradiente de una distribución de temperaturas T , conduce a un campo vectorial \bar{q} que, representa la acción impulsora por unidad de volumen en cada punto de temperatura, causante del movimiento de calor a través del cuerpo por conducción.

b). Divergencia.-

Sea $V(x,y,z)$ una función vectorial derivable, donde x,y,z son coordenadas cartesianas en el espacio y sean v_1, v_2, v_3 las componentes de V . Entonces la igualdad

$$\operatorname{div} V = \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z} \quad (1-17)$$

se llama divergencia de V o divergencia del campo vectorial definido por V . La divergencia es una función escalar; es decir, los valores de $\operatorname{div} V$ dependen solamente de los puntos en el espacio (y, por supuesto, de V), pero no de las coordenadas particulares escogidas para (1-17).

Otra notación común para la divergencia de V es $\nabla \cdot V$.

c). Rotacional.- Es un operador vectorial que caracteriza la rotación en un campo, independiente de los sistemas coordenados particularmente escogidos. Como los operadores divergencia y gradiente, el rotacional toma una forma particular al expresarlo en un sistema determinado de coordenadas. Por ejemplo, sean X, Y, Z las coordenadas de un sistema cartesiano dextrógiro en el espacio y

$$V(X,Y,Z) = v_1 i + v_2 j + v_3 k$$

una función vectorial derivable. Entonces la función

$$\operatorname{rot} V = \nabla \times V = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial z} \right) i + \left(\frac{\partial v_1}{\partial z} - \frac{\partial v_3}{\partial x} \right) j + \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} - \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) k \quad (1-18)$$

d). Laplaciano.- Es el operador gradiente elevado al cuadrado y se representa por una ∇^2 o simplemente una delta (Δ), que se leen respectivamente, "nabla cuadrada" o "delta". Por lo tanto, el operador diferencial

$$\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (1-19)$$

se llama operador de Laplace o simplemente Laplaciano.

Todos y cada uno de los operadores vectoriales anteriormente descritos tienen un significado físico muy importante.

β). Aceleración.

Como es sabido, la derivada de la velocidad es la aceleración y que vectorialmente está expresada en la forma:

$$\mathbf{a} = \frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{du}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv}{dt}\mathbf{j} + \frac{dw}{dt}\mathbf{k} \quad (1-20)$$

Supongamos ahora un sistema de referencia fijado de tal manera que este siga la trayectoria de un grupo de partículas. Entonces la velocidad de una partícula será función del tiempo; es decir, un sistema euleriano donde $\bar{q} = \bar{q}(x, y, z, t)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ de tal manera que derivando (1-20) mediante la regla de la derivación de funciones de función (regla de la cadena) tenemos el campo de aceleraciones

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (1-21)$$

o bien, sustituyendo (1-15) en (1-21) tenemos,

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} + w \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \quad (1-22)$$

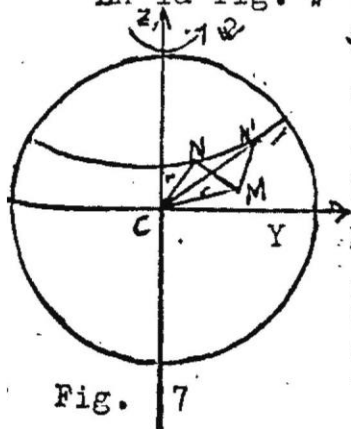
donde el primer término representa el cambio local o sea la variación de la velocidad, en la posición ocupada por la partícula, por el paso del tiempo. Y los tres términos restantes representan el cambio advectivo debido al cambio de posición de la partícula.

Utilizando el operador gradiente la ecuación (1-22) queda vectorialmente expresada en la forma:

$$\bar{a} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + (\bar{q} \cdot \nabla) \bar{q} \quad (1-23)$$

γ). Aceleración de Coriolis.

En la fig. # 7, que nos muestra la esfera terrestre:



ω es la velocidad angular de la tierra alrededor del eje Z. M, N, dos puntos situados en la superficie de la tierra de radio r. N', es el punto N desplazado sobre un paralelo, debido a la rotación de la tierra.

MN, es la distancia aparente y, MN', es la distancia real. Por lo tanto $MN' = MN + NN'$ y por trigonometría

$|NN'| = \alpha r'$, donde r' es el radio del círculo de latitud θ y $\alpha = \omega \Delta t$

$$\therefore |NN'| = r \sin \theta \omega t$$

Fig. 7

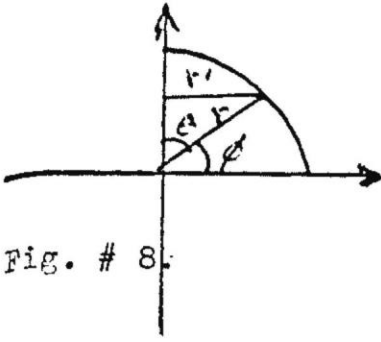


Fig. # 8.

$$\overline{NN'} = \omega \times \bar{r} \Delta t$$

$$\therefore \overline{MN'} = \overline{MN} + \omega \times \bar{r} \Delta t$$

O. lo que es igual $(\Delta \bar{r})_r = (\Delta \bar{r})_a + \omega \times \bar{r} \Delta t$

Tomando límites y dividiendo entre Δt tenemos

$$\left(\frac{d\bar{r}}{dt}\right)_r = \left(\frac{d\bar{r}}{dt}\right)_a + \omega \times \bar{r} \Delta t / \Delta t$$

$$\text{es decir} \quad (\bar{q})_r = (\bar{q})_a + \omega \times \bar{r} \quad (1-24)$$

En la ecuación (1-24) tenemos el operador:

$$\left(\frac{d}{dt}\right)_r = \left(\frac{d}{dt}\right)_a + \omega \times$$

que aplicado al vector velocidad \bar{q} nos da (1-25)

$$\left(\frac{d\bar{q}}{dt}\right)_r = \left(\frac{d}{dt}\right)_a \bar{q} + \omega \times \bar{q} \quad (1-25)$$

Sustituyendo en (1-25) a (1-24) tenemos

$$\left(\frac{d\bar{q}}{dt}\right)_r = \left(\frac{d}{dt}\right)_a \left[\left(\frac{d\bar{r}}{dt}\right)_a + \omega \times \bar{r} \right] + \omega \times \left(\frac{d\bar{r}}{dt}\right)_a + \omega \times (\omega \times \bar{r})$$

$$\left(\frac{d\bar{q}}{dt}\right)_r = \left(a_a + \omega \times \bar{q}_a + \omega \times \bar{q}_a + \omega \times (\omega \times \bar{r})\right)$$

$$\bar{a}_r = \bar{a}_a + 2\omega \times \bar{q}_a + \omega \times (\omega \times \bar{r})$$

donde el tercer término de (1-26) es la aceleración centrífuga, y el segundo término la aceleración de Coriolis. Que es un vector tangente a la superficie de la tierra, perpendicular a la trayectoria, y opuesta a la rotación de la tierra (Vease fig. # 9).

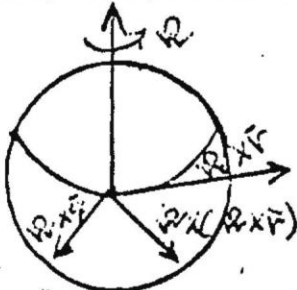


Fig. # 9.

Ahora bien, las componentes de w con referencia a un plano tangente para una latitud dada, están dadas por $\omega_{(x)}$ y $\omega_{(y)}$

donde $\omega_{(y)} = \omega \cos \phi = \frac{1}{2} f^*$, $\omega_{(z)} = \omega \sin \phi = \frac{1}{2} f$ siendo Z el zenit (Vease fig. # 10)

En vista de lo anterior y aplicando el concepto de rotacional, la aceleración del Coriolis puede ser expresada en la forma

$$\bar{a}_c = 2 \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \omega_y & \omega_z \\ u & v & w \end{vmatrix} = (f'w - fv)i + (fu)j - (f'u)k \quad (1-27)$$

donde los términos que contienen a f (parámetro de Coriolis) son los

g). Ecuaciones de movimiento.

Cuando los efectos de viscosidad son solamente sugeridos las ecuaciones de movimiento para fluidos compresibles sobre la tierra rotando estan dadas por la ecuacion fundamental de la hidrodinamica y la ecuación de continuidad.

a). Ecuación de continuidad.

La ecuación de continuidad expresada en coordenadas cartesianas se encuentra representada en la forma:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1-28)$$

también, por la equivalencia de los operadores vectoriales en (1-17), la ecuación (1-28), queda expresada vectorialmente en la forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \bar{v} \cdot \bar{q} \quad (1-29)$$

De la ecuación de continuidad se deduce que los fluidos no se pueden mover obedeciendo a una ley arbitraria de distribución de velocidades. En otras palabras, para que el movimiento se lleve a cabo es necesario que se satisfaga la ecuación de continuidad.

b). Ecuación fundamental de la hidrodinamica.

La ecuacion fundamental de la hidrodinamica, mejor conocida con el nombre de ecuaciones de Navier-Stokes, se encuentra representada vectorialmente en la forma:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + (\bar{q} \cdot \bar{v})\bar{q} + 2\bar{\omega} \times \bar{q} = - \frac{1}{\rho} \nabla P + \bar{F} + \bar{D} \quad (1-30)$$

donde ρ es la densidad, P es la presión, $2\bar{\omega} \times \bar{q}$ es la aceleración de Coriolis, ∇ es el operador gradiente, \bar{q} es el vector velocidad de campo, $d\bar{q}/dt$ es el cambio local de la velocidad con respecto al tiempo. \bar{F} incluye todas las fuerzas exteriores que pueden actuar sobre una masa de agua. Por ejemplo, las fuerzas productoras de mareas y las fuerzas gravitacionales.

\bar{D} designa todas las fuerzas que actúan por fricción en el flujo. Por ejemplo la fuerza de fricción.

Es de notarse que debido a la propiedad del operador gradiente, ∇ convierte al escalar P en un vector y que el signo menos significa

que esta dirigido hacia donde P es menor, dado que el eje Z se ha considerado positivo hacia arriba. Asi también, una de las fuerzas exteriores es la gravedad donde un término originado por la rotación de la tierra, que es la fuerza centripeta, ha sido absorbido dentro de g.

En coordenadas cartesianas la ecuacion (1-30), queda expresada:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - 2\Omega(\sin \theta v - \cos \theta u) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + F_x + D_x \quad (1-31)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + 2\Omega \sin \theta u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + F_y + D_y \quad (1-32)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} - 2\Omega \cos \theta u = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g + F_z + D_z \quad (1-33)$$

donde los subindices de F y D no representan derivadas parciales, sino componentes de F y D en esas direcciones. Y, θ es una latitud cualquiera en donde las ecuaciones anteriores son validas para distancias no -- muy lejos de un plano tangente a la superficie de la tierra.

H). Ecuaciones de movimiento simplificadas.

Introduciendo un sistema de coordenadas tal que el eje X este en la dirección E-W, el eje Y en la dirección N-S y el eje Z en la dirección del zenit. Fig. # 10. Y haciendo las serie de consideraciones que se hacen generalmente en este tipo de investigaciones, las ecuaciones de Navier-Stokes y de continuidad simplificadas son:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - A_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - f v + g \frac{\partial \xi}{\partial x} = A_h V^2 u + F_x \quad (1-35)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} - A_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + f u + g \frac{\partial \xi}{\partial y} = A_h V^2 v + F_y \quad (1-35)$$

donde A_h es el coeficiente horizontal Eddy de viscosidad.

A_v es el coeficiente vertical Eddy de viscosidad.

ξ es la elevación del nivel del mar.

h es la profundidad del nivel del mar en reposo al fondo.

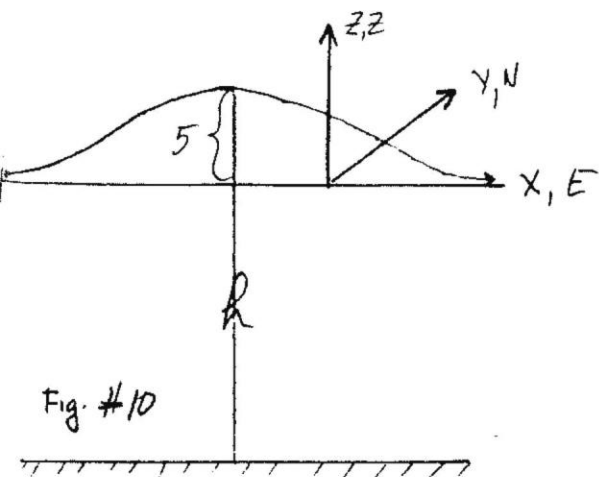


Fig. #10

I). Representación matemática del fenómeno de las mareas.

La elevación de la marea arriba de la superficie promedio del mar, ξ , y las componentes de las corrientes de marea, u , v , pueden ser representadas en la siguiente forma:

$$\xi = \sum_n \xi_n \cos (\delta_n t - K_n) = \sum_n \xi_1 \cos \delta_n t + \xi_2 \operatorname{sen} \delta_n t \approx \sum_n \xi_n e^{-i\delta_n t} \quad (1-37)$$

$$u = \sum_n u_n \cos (\delta_n t - L_n) = \sum_n u_1 \cos \delta_n t + u_2 \operatorname{sen} \delta_n t \approx \sum_n u_n e^{-i\delta_n t} \quad (1-38)$$

$$v = \sum_n v_n \cos (\delta_n t - J_n) = \sum_n v_1 \cos \delta_n t + v_2 \operatorname{sen} \delta_n t \approx \sum_n v_n e^{-i\delta_n t} \quad (1-39)$$

Cada uno de los términos de esas series son llamados constituyentes armónicos. Ellos son clasificados por sus periodos en componentes de la marea (Vease capítulo I, inciso i-E-f). Las fases y amplitudes, por ejemplo, K_n y ξ , son llamadas constantes armónicas; normalmente ellas son obtenidas de grandes registros del nivel del mar. Esos registros también son usados para obtener las componentes de las corrientes de marea.

La frecuencia δ al igual que las fases y amplitudes son conocidas de datos astronómicos. El potencial V de las fuerzas productoras de mareas o la elevación de equilibrio $\bar{\xi} = -V/g$ con la constante gravitacional g esta dado por:

$$\bar{\xi} = \sum_v \xi_v \cos (\delta_v t - K_v) = \sum_v \xi_{v,1} \cos \delta_v t + \xi_{v,2} \operatorname{sen} \delta_v t \quad (1-40)$$

donde δ_v , $\xi_{v,1}$, $\xi_{v,2}$, tienen el mismo significado que les fue dado en el capítulo I sección (1-E-h)

1). HISTORIA DE LOS MODELOS:

Desde tiempos remotos los hombres han usado modelos como ayuda para entender y checar sus resultados. Por ejemplo, los griegos, no teniendo sistemas de numeración adecuados, encontraron su razonamiento matemático en la Geometría y usaron dibujos o formas geométricas para demostrar sus conclusiones. Así también, cuando el cálculo vino a ser importante, el abaco fue desarrollado para proveer un modelo físico.

Los primeros hombres de ciencia usaron cuerdas, poleas, resortes, y otros artefactos para formular sus ideas. Cuando la Física creció en importancia los diagramas vectoriales y modelos geométricos fueron usados en gran variedad.

Ante el constante aumento de problemas a ser resueltos, y el aumento de variables a ser consideradas, las viejas formas de ensayo científico fueron cada vez menos adecuadas; por lo que el empleo de los modelos dejó de usarse en las ciencias modernas de gran aplicación. Sin embargo, en la oceanografía física hace poco menos de veinte años volvió a cobrar gran auge cuando Henry Stommel hizo un modelo de corrientes geostroficas en el océano a profundidades abajo de los 2,000 metros para estudiar la naturaleza de las corrientes profundas, ya que a pesar de haber sido no más que una descripción puramente cualitativa, vino a revolucionar la oceanografía física con este tipo de estudio.

Actualmente existen modelos para el estudio de gran variedad de fenómenos físicos, tales como la difracción de las ondas de mareas por una isla con frontera irregular (Hikosaka Shigeo, 1950), corrientes (W. Kunk, Z. F. Gurikova), estudio de mareas en el océano (W. Hansen) y en una región (N. Grijalva), etc. Los cuales con la ayuda de nuevos métodos y técnicas son cada vez mejor conocidos.

2). ¿QUE ES UN MODELO?

Debido a la complejidad de los procesos oceánicos, se ha recurrido a la simplificación de los fenómenos naturales que tienen lugar en ello. Es decir, a considerar los problemas oceanográficos en particular, buscando las leyes que rigen al fenómeno en cuestión, las expresiones matemáticas correspondientes, y bajo ciertas consideraciones llegar a la solución. El tratamiento de esos problemas particulares, abstraídos del complejo oceánico, es un MODELO, algunos de los cuales, los más importantes relacionados con el tema, son tratados o enunciados en este trabajo. En otras palabras, un modelo es una estructura conceptual basada en

el conocimiento obtenido a través de observaciones y razonamiento inductivo, representado por combinaciones de elementos físicos y matemáticos.

El uso de los modelos en la actualidad es tan grande que sería difícil, por no decir imposible, agruparlos específicamente. Sin embargo, pueden clasificarse en líneas generales en dos tipos: Los modelos físicos y los modelos matemáticos.

A). Modelos físicos.

Cuando se desea saber cuál será el efecto de una obra, tal como la construcción de un puerto ó los embates del mar ponen en peligro a una porción del litoral. Se construye una maqueta a escala reducida que reproduzca la porción del litoral y los fenómenos naturales más importantes a ser considerados, según los diversos proyectos de construcción ó el fin que se busca. Lo cual no es otra cosa que un modelo físico.

Cuando se trata de estudiar los fenómenos hidráulicos, el oleaje, las mareas, y las corrientes son los únicos elementos que se toman en cuenta, pero si el problema en estudio son los efectos que dichos fenómenos ocasionan. Entonces habrá que tomar en consideración todo el fenómeno sedimentario natural in situ. Por ejemplo cuando se trata de la construcción de un puerto en una costa acantilada, la empresa no ofrece dificultades particulares; el problema del modelo se limita a efectuar un estudio hidráulico, durante el cual se probaran diversas posiciones de diques, para obtener el mínimo de agitación en el puerto. Pero si se trata de alguna región en la que se acarrean sedimentos, los fenómenos hidráulicos no solo se asociaran con la suspensión, el transporte, y el depósito de los sedimentos, sino que la similitud entre el modelo y el prototipo debe responder a la fórmula de Froude. Más como hay que aplicar el mismo coeficiente de reducción a los sedimentos, eso plantea serios problemas, para los cuales existen diferentes métodos y técnicas, tales como sustituir los sedimentos por otros materiales que se comporten en el modelo como el sedimento real en la naturaleza. Usan partículas de vidrio o materia plástica, serrín, carbon y a veces arena se usan para representar los cantos rodados de una playa.

El uso de estos modelos es muy costoso, aunque enormemente más barato que el ensayo sobre construcción a escala natural y en esta clase de ensayos casi nunca se alcanza la semejanza dinámica entre modelo y prototipo; por lo que solo son usados cuando en ciertas condiciones físicas no es posible utilizar la teoría, para obtener de forma directa la solución de los problemas, ó bien, cuando las necesidades económicas lo exigen.

En vista de lo anterior y dado el objetivo del presente trabajo, no describiré ningún modelo físico. Sin embargo, creo conveniente hacer notar que existen en la actualidad varios modelos físicos trabajando en el Instituto Scripps de Oceanografía en La Jolla, California; sobre oleaje, transporte de sedimentos, rip-currents, etc, y en la Universidad de Grenoble, Francia; para el estudio de las mareas en el Canal de la Mancha, cuya principal característica es la de aprovechar las fuerzas de Coriolis, que hay que tener obligatoriamente en cuenta al querer reproducir en un modelo una porción marina de cierta importancia.

4). Modelos matemáticos.

Los problemas de la oceanografía física son tan complejos que en su mayoría no pueden resolverse simplemente sobre la base de la intuición física y la experiencia pasada. Por lo mismo esta clase de método empírico de resolución, que tuvo tanto éxito para muchos problemas, falla tan pronto intervienen grandes profundidades, altas presiones, grandes fuerzas u otras condiciones anormales, y si a eso le sumamos la carencia del equipo especializado para resolver tales problemas. El trabajo experimental se hace complicado, tardio y costoso. En tales casos, las matemáticas ayudan a planear las construcciones, los experimentos y valorar los datos experimentados. Así fue como nació la aceptación de las ecuaciones, para usarlas como modelos matemáticos.

La elaboración de un modelo matemático consiste esencialmente de tres fases:

① La primera fase consiste en traducir la información física suministrada acerca del problema al lenguaje matemático. De esta manera obtenemos una expresión matemática o más. Estas expresiones matemáticas pueden ser una ecuación algebraica, un sistema de ecuaciones algebraicas, una función trascendente, una ecuación diferencial, un sistema de ecuaciones diferenciales, una combinación de las anteriores u otras más complicadas.

② La segunda fase consiste en la simplificación de las ecuaciones hasta que ellas den una apropiada descripción del problema que se está atacando. Estas modificaciones de las ecuaciones generalmente se hacen mediante las condiciones iniciales y las condiciones a la frontera, las cuales a la vez que vienen a completar el modelo facilitan la solución.

③ La tercera fase consiste en el tratamiento de esas expresiones matemáticas por medio de métodos matemáticos específicos, artificios de integración, linealización de ecuaciones, procedimientos numéricos, etc.

4 La cuarta y última fase es la interpretación del resultado matemático en términos físicos, o bien, su corroboración con datos experimentales u observaciones hechas antes o después de ese trabajo.

Dada la enorme cantidad de literatura existente sobre cada una de las fases anteriores, y para cumplir con el segundo objetivo del presente trabajo, se desarrollaran las tres primeras fases en los incisos siguientes:

A). Traducción de la información física.

En oceanografía física la información física es muy abundante, pero la mayor parte de esta consiste de un conjunto de observaciones de las propiedades físicas del agua de mar, de los movimientos de las partículas fluidas que la componen, o bien, de las interacciones del mar con la frontera superior (atmósfera), inferior (fondo marino) y adyacentes (la costa) u otros agentes externos (vientos, fuerzas gravitacionales), etc. Llevadas a cabo muchos años atrás y desligadas unas de otras tales como la densidad, la temperatura, la salinidad, la presión, la tensión superficial, la velocidad de propagación del sonido, la conductividad eléctrica, la radiación solar, la compresibilidad, las amplitudes de la marea, el período de las ondas, la velocidad de las corrientes, la dirección del viento, etc. En otras palabras las variables que intervienen en un fenómeno físico son conocidas, pero se desconoce la expresión matemática que las liga.

En vista de lo anterior podemos apreciar que más que la dificultad existente para unir dos o más clases de datos, existen muchos caminos para hacerlo y posteriormente deducir la expresión matemática correspondiente. Para ello, desde las fórmulas elementales de la física hasta el uso de las leyes más complicadas de la termodinámica pueden ser empleadas. Sin embargo, las más comunes en esta clase de problemas son aquellas que expresan conservación de masa, conservación de momentum y conservación de energía, o bien el principio de la viscosidad de Newton, y la ley de Hooke. Es decir, los que emplean las leyes fundamentales de la hidrodinámica, la termodinámica y otros principios secundarios. Vgr: En el cálculo de corrientes superficiales y profundas en el Pacífico dada la escala de movimiento se puede considerar que las corrientes son debidas al viento sobre la superficie y a una distribución irregular de la temperatura y densidad del agua de mar. Así también, el hecho de que la Tierra este girando es de capital importancia, pues el cuerpo de agua esta sujeto a la aceleración de Coriolis dirigida exactamente en ángulo recto a ese movimiento. Por lo mismo las expresiones matemáticas a

que da lugar lo anterior pueden ser las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas consistiendo de dos ecuaciones de movimiento, la ecuación de fluidos estáticos, y la ecuación que relaciona la densidad con las variaciones de temperatura. representadas por las ecuaciones (2-9), (2-10), (2-11), y (2-12).

Otro camino que se sigue es el estadístico que emplea una cantidad relativamente pequeña de datos, producto de una serie de observaciones de gran duración. Por ejemplo, el estudio estadístico del registro de observaciones del nivel del mar de Aral de un periodo de 54 años.

Finalmente la interpretación de gráficas, producto de cierto fenómeno físico, tal como las mareas, o bien, graficar las variaciones continuas de dos o más variables es otro de los caminos para obtener la expresión matemática correspondiente. v gr: la distribución de las masas de agua existentes así como su origen son analizadas en base al clásico procedimiento de los diagramas temperatura-salinidad.

Actualmente muchas mediciones son hechas en forma digital permitiendo así un posterior análisis con computadoras de alta velocidad como la IBM 704, que da sus resultados en forma de tablas de números representando entes discretos.

Resumiendo, para obtener la expresión matemática correspondiente a la información física suministrada hay que tener en cuenta: (a) ¿Cuál es nuestro problema en estudio?, (b) ¿Qué grado de aproximación queremos darle?, (c) ¿Cuál es la mejor forma de analizar los datos?, y (d) ¿Qué expresiones o ecuaciones son las más apropiadas?. Sin embargo, solamente una experiencia individual puede decidir sobre la cantidad y análisis de datos que son necesarios en esta clase de estudios.

B). Simplificación de las expresiones matemáticas.

Para la modificación y consecuente simplificación de las expresiones matemáticas correspondientes a la información física suministrada sobre un problema oceanográfico, hay que tener muy presente que los diferentes movimientos marinos obedecen al predominio de ciertas fuerzas sobre otras. Es decir, que algunas adquieren gran importancia en determinados movimientos mientras que otras la pierden. Porque ello nos hará posible reproducir un fenómeno matemáticamente con bastante aproximación y adaptarlas al problema en particular considerando solo las fuerzas más importantes. Formular un problema correctamente a menudo constituye la mitad de la solución del problema.

Consideraciones incorrectas acerca de la naturaleza de la realidad puede acarrear resultados no esenciales, o bien, si una característica

básica del problema es omitido en su formulación, propiedades de la solución correspondiente no serán descubiertas en el resultado final.

Actualmente hay numerosas explicaciones acerca de varias características del océano que difieren en las básicas consideraciones. Esolacah
rraadiferentes conclusiones, que por supuesto son comparadas con las observaciones reales. Lo cual es un reto a los oceanógrafos, quienes necesariamente deben estar relacionados familiarmente con las propiedades del océano.

Las varias formas de ecuaciones resultantes de la traducción física son generalmente incompletas y difícil de resolverlas exactamente. Por ejemplo, las ecuaciones de movimiento cuando son propiamente formuladas tienen una infinidad de posibles soluciones y tan complejas también, que es a menudo dificultoso decidir como aplicarlas a problemas particulares. Razon por la cual se recurre a modificar tales ecuaciones mediante una serie de consideraciones para que un solo problema sea puesto.

Las ecuaciones que describen lo que sucede en ciertas condiciones y que vienen a completar el modelo son llamadas **CONDICIONES A LA FRONTERA**. Algunas de las diferentes clases de condiciones a la frontera que comunmente se emplean en esta clase de estudios son: (a) Que el fluido no fluya a través de las paredes del recipiente o a través de sólidos embebidos en el fluido, (b) que el fluido en la superficie libre permanece en la superficie, y (c) que para fluidos viscosos, el fluido en contacto con las paredes (fronteras) tiene velocidad cero. En otras palabras, Un líquido tal como un océano, tiene una superficie que esta en contacto con el aire; si un fluido entra en un volumen a través de una abertura, entonces el fluido dentro de este volumen debe ser tratado como una fuente; si éste deja el volumen a través de alguna otra abertura, el flujo fuera del volumen debe ser tratado como un sumidero. Por ejemplo, el movimiento de agua en una cuenca puede ser descrita por las ecuaciones diferenciales de Navier-Stokes las cuales son relacionadas al modelo físico por las condiciones a la frontera, las ecuaciones pueden ser modificadas hasta que ellas den una apropiada descripción del problema. Dentro de una serie de condiciones a la frontera prescritas muchos tipos de movimiento pueden ser posibles. Si los valores del flujo son prescritos en un tiempo, digamos $t = 0$, como condición inicial, y si las condiciones a la frontera y condiciones iniciales son consistentes una con otra, entonces el problema ha sido completamente formulado con referencia a un fluido perfecto.

Si, entonces, ecuaciones apropiadas son usadas para describir un fluido moviéndose, si la continuidad es conservada, si todas las fuer-

zas apropiadas que entran en el problema son consideradas, y si las condiciones realísticas a la frontera y condiciones iniciales son formuladas, entonces finalmente puede ser posible resolver el problema y por consiguiente obtener información alrededor de un flujo que puede ocurrir en la naturaleza. El trabajo es mayor con la complicación del área bajo consideración. Por ésta razón en la teoría clásica de mareas, circulación oceánica en gran escala y ondas sobre la superficie del océano, las soluciones analíticas son posibles en áreas bien definidas de forma geométrica simple, océanos limitados por meridianos, océanos limitados por paralelos ó un océano cubriendo la Tierra entera.

C). Procedimientos matemáticos.

Quando las expresiones matemáticas resultantes son simples sistemas de ecuaciones algebraicas, funciones trascendentes, integrales y ecuaciones diferenciales sencillas, los métodos matemáticos aoseguir son los métodos generales. Sin embargo, los problemas oceanograficos en su mayoría dan origen a sistemas de ecuaciones diferenciales parciales del tipo elíptico, parabólico, hiperbólico y más complicadas, cuya solución depende de los parametros de las ecuaciones y de otros factores.

En el caso de otras ecuaciones como son las ecuaciones diferenciales de primer orden la situación puede ser complicada. Más aún, existen varias ecuaciones que no pueden resolverse por métodos exactos en ninguna forma, y en tales casos que se presentan muy frecuentemente, tenemos que buscar algún método apropiado que nos permita obtener soluciones aproximadas, tal como el método de iteración de Picard, que consiste en una ejecución repetida del mismo tipo de pasos y donde, en cada paso, se usa el resultado obtenido en el paso anterior. La idea básica del método de Picard es muy sencilla. Así, un problema con valor inicial de la forma:

$$Y' = f(X, Y), \quad Y(X_0) = Y_0 \quad (2-1)$$

Por integración puede escribirse en la forma

$$Y(X) = Y_0 + \int_{X_0}^X f[t, Y(t)] dt \quad (2-2)$$

donde t representa la variable de integración. En efecto, cuando $X = X_0$, la integral es igual a cero y $Y = Y_0$, de manera que (2-2) satisface la condición (2-1) inicial; además, derivando (2-2) obtenemos la ec. (2-1).

Para encontrar las aproximaciones $Y(X)$ de (2-2), procedemos como sigue. Sustituimos la primera aproximación $Y = Y_0 = \text{constante}$ en el segundo miembro; esto producirá una aproximación que se supone mejor.

$$y_1(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y_0) dt$$

A continuación sustituimos $y_1(x)$ en la misma forma, para obtener

$$y_2(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f[t, y_1(t)] dt$$

etc. El n-ésimo paso de esta iteración nos dará

$$y_n(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f[t, y_{n-1}(t)] dt \quad (2-3)$$

En esta forma obtenemos una sucesión de aproximaciones

$$y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x), \dots,$$

Otro método numérico que proporciona valores numéricos aproximados de las soluciones es el método de Euler-Cauchy. Está ideado de manera que se parta de un valor $y_0 = y(x_0)$ y se continúe el cálculo paso a paso. Es decir, en el primer paso calculamos un valor y_1 de la solución de (1) en $x = x_0 + h$. En el segundo paso calculamos un valor y_2 de esa solución en $x = x_0 + 2h$, etc. Aquí, h es algún número fijo, por ejemplo, 0.2, o 0.1, o 0.01, dependiendo de la exactitud deseada en los valores aproximados.

Los cálculos se realizan en cada paso empleando la misma fórmula. Estas fórmulas pueden obtenerse aplicando la serie de Taylor

$$y(x+h) = y(x) + hy'(x) + \frac{h^2}{2}y''(x) + \dots$$

un método numérico aún más exacto para resolver ecuaciones diferenciales de primer orden es el llamado método de Runge-Kutta, en el cual en cada paso primero calculamos cuatro cantidades auxiliares

$$A_n = hf(x_n, y_n), \quad B_n = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{A_n}{2}\right)$$

$$C_n = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{B_n}{2}\right), \quad D_n = hf(x_{n+1}, y_n + C_n)$$

y a continuación el nuevo valor

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(A_n + 2B_n + 2C_n + D_n)$$

Cuando se recurre a esos métodos de aproximación, la cuestión básica es determinar de qué magnitud es la diferencia entre el resultado aproximado y el resultado exacto (desconocido).

Entre los métodos exactos y los métodos de aproximaciones hay un número de métodos más modernos para resolver los problemas que son tratados bajo las bases de principios hidrodinámicos (mareas y corrientes). Esos problemas se resuelven linealizando las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas, pero en la mayoría de los casos no se obtienen soluciones analíticas. Esos métodos reciben el nombre de métodos numéricos. Los más importantes son:

El método especial de Defant que está caracterizado por la eliminación del tiempo t con la ayuda de un factor tiempo $e^{-i\omega t}$. Empezando con las ecuaciones hidrodinámicas linealizadas y obtener tres ecuaciones (dos ecuaciones de movimiento y una ecuación de continuidad). En ese sistema las componentes de velocidad pueden ser eliminadas, y obtener una ecuación para el nivel del mar de segundo orden para la cual hay numerosos procedimientos (Courant, y Hilbert, 1924).

Otro método numérico está brevemente descrito abajo: este es una generalización del método de Defant. Un mar bajo consideración, por ejemplo el comprendido entre los paralelos $52-60^{\circ}N$ y los meridianos $0-20^{\circ}W$ (Vease fig. # 12) es cubierta por una red de puntos con un tamaño de malla l . La frontera de esta red será aproximada a la frontera C_1 del mar lo más preciso que sea posible (Fig. # 20). En el otro extremo el número de puntos aumenta con la disminución del tamaño de la malla l . El tamaño de la malla puede ser escogido de acuerdo con el grado de aproximación y el aumento de cálculos que pueden ser tomados en consideración. Para obtener únicamente una solución determinada del problema en todos los puntos de la red sobre la frontera, la elevación del nivel del mar ξ es establecida. Después en cada punto de la red la ecuación diferencial es remplazada por una ecuación de diferencias finitas.

Al introducir esos términos dentro de las ecuaciones del nivel del mar (vease ecuación # 2-30), un sistema de ecuaciones lineales se origina. El número de ecuaciones es igual al número de incógnitas, por lo que no hay dificultad en resolver ese sistema.

Problemas de este tipo son algunas veces llamados problemas con valores a la frontera. La condición a la frontera en este caso es que la componente de la velocidad normal a la costa sea cero; o expresado en otras palabras, la dirección de la corriente debe ser paralela a la dirección de la línea de

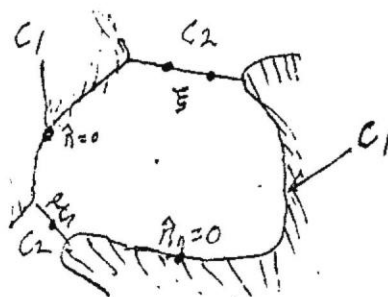


Fig. # 20.

consta en todo tiempo. Eso significa dar el valor de una de las derivadas de ξ a lo largo de la frontera, o bien el conocimiento de ξ .

Este método puede ser usado para obtener información sobre las mareas en el mar abierto, si esas son conocidas en la frontera, pero eso solo es posible en mares profundos, donde las ecuaciones son lineales, pues en aguas bajas las ecuaciones de Navier-Stokes son esencialmente no lineales.

Recientemente los métodos de diferencias finitas han sido aplicados a las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas no lineales para las cuales en un cierto tiempo $t = t_0$ la elevación ξ , las componentes de velocidad de corriente, u , v , y las fuerzas externas son conocidas. Las ecuaciones (2-23), (2-24), (2-25) en esa forma permiten a las derivadas de ξ , u , v , con respecto al tiempo ser determinadas sin introducir ningún factor tiempo. Esto significa que es posible tener al último información aproximada alrededor de esos valores en un tiempo siguiente $t + \tau$ donde τ es suficientemente pequeño. En esta forma las variaciones de ξ , u , v son determinadas paso a paso en todo tiempo. Este método es aplicable a problemas cuyos valores a la frontera y valores iniciales al iniciarse la calculación son conocidos. Eso significa que ξ , u , v , después de un tiempo suficientemente grande viene a ser independiente de esos valores iniciales.

Este método ha sido usado en varias cuencas oceánicas para el cálculo de mareas en el mar del Norte (Hansen, 1962), en el Golfo de México (N. Grijalva, 1964), en el Golfo Persico (Von Tropka, 1967) y en el Golfo de California (N. Grijalva, 1969).

La clave de esto radica en que las ecuaciones (2-23), (2-24), (2-25) se transforman en ecuaciones de diferencias finitas por substitución de las derivadas parciales tiempo por consecuentes cocientes de diferencias.

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{F(t + 2\Delta t) - F(t)}{2\Delta t} \quad (2-4)$$

y las derivadas espaciales por ecuaciones de diferencias centrales

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F(x + \Delta x) - F(x - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (2-5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{F(y + \Delta y) - F(y - \Delta y)}{2\Delta y} \quad (2-6)$$

La region se cubre con una red en forma analogo al método especial de Defant y los calculos se llevan a efecto con máquinas computadores electrónicas, para las cuales se eligen coordenadas adecuadas.

5). MODELOS DE MAREAS:)

[Newton (1687), fue el primero en dar una explicación matemática del fenómeno de las mareas en su "Teoría del equilibrio"] (Vease inciso 5-A)

[Laplace (1773) extendió la teoría de equilibrio de Newton considerando la inercia, así como, la rotación de la Tierra. No consideradas por Newton; al elaborar un modelo de mareas basado en la ecuación de continuidad que él dedujo (vease inciso 2-G-a), y también, interpretó las mareas como unas oscilaciones de masas de agua, que fue la base para el estudio de las mareas por el método armónico. Utilizado por Kelvin (1863)]

[Posteriormente J. Proudman y Doodson (1917) hicieron un gran número de modelos sobre mareas en donde trataron los océanos limitados por meridianos sobre la Tierra rotando y no rotando respectivamente. Lo cual les permitió llegar a la conclusión de que las líneas cotidales dependen mucho de la profundidad.]

[Considerable progreso fue hecho por A. Defant (1932) en esta clase de estudios al renunciar matemáticamente a soluciones analíticas de las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas y contentarse únicamente con aproximaciones numéricas.]

La teoría clásica de mareas ha sido llevada a su más alto grado de consideración por W. Hansen (Vease inciso 5-B) en 1959. Desde esa década hasta la presente, muchos científicos han seguido elaborando esa clase de modelos y en la actualidad se cuentan con modelos de propagación de mareas en regiones y océanos (N. Grijalva, 1969).

A). Modelo de Newton.

Newton fue el primero en hacer lo que en incisos anteriores hemos llamado un modelo matemático de las mareas oceánicas. Al cual él le dio el nombre de "Teoría de equilibrio", que en forma no rigurosa cumple su objeto; pues hizo simplificaciones drásticas de la realidad como fueron:

1^a). Considerar que la Tierra se haya cubierta en toda su redondez, por una capa de agua de espesor uniforme.

2^a). Considerar que la Luna actúa siempre en el plano del Ecuador.

3^a). Considerar únicamente la atracción de la Luna.

4^a). Despreciar el rozamiento y la inercia de la masa de agua.]

Aún con todo eso y sin intención de rendirle homenaje a tan ilustre hombre de ciencia por sus múltiples contribuciones al campo de la física y las matemáticas, será desarrollado en el presente trabajo con el propósito de cumplir el segundo objetivo de este trabajo (vease la introducción).

Fig. # 23

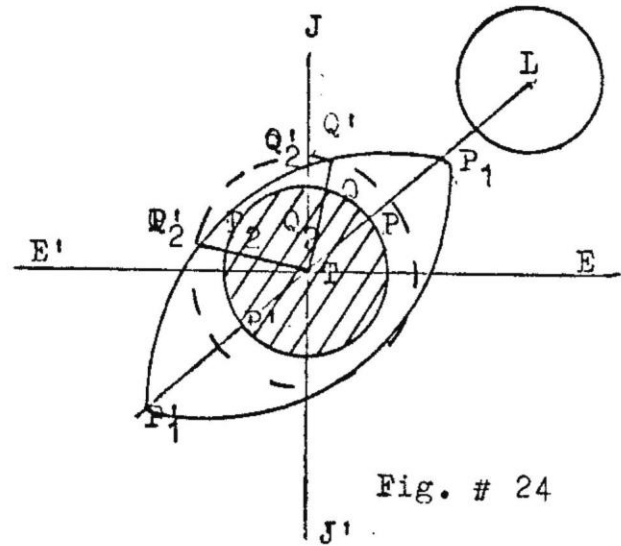
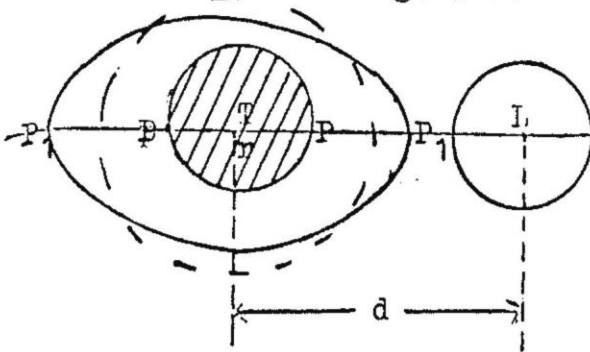


Fig. # 24

La figura # 23 muestra una [sección del planeta terrestre, a través del Ecuador] en la cual [la parte sólida esta representada por la porción sombreada, el círculo de trazos discontinuos muestra el agua de mar sin la intervención de la Luna (atracción), y la elipse, la posición de las aguas originada por la atracción lunar. Es fácil comprender que en un punto P, las aguas, debidas a la atracción lunar, se eleven hasta ocupar una posición P₁; pero lo que si no se explica fácilmente es que las aguas en P' alcancen el nivel P₁. Para aclarar ese punto Newton considero que en P actúan:

- La atracción terrestre, cuyo valor es M/r^2 .
 - La atracción ejercida por la Luna, cuyo valor es: $m/(d-r)^2$.
 - La que sobre el centro de gravedad de la Tierra produce la Luna, atrayendo hacia ella la masa entera de la Tierra y de la que, por lo tanto participa el punto P, perteneciente a éste, siendo su valor m/d^2 .
- Así pues, la fuerza resultante en P será:

$$F = \frac{m}{r^2} - \left[\frac{m}{(d-r)^2} - \frac{m}{d^2} \right] \quad (2-7)$$

donde: r es el radio de la Tierra, d es la distancia entre los centros de los dos cuerpos celestes, M, es la masa de la Tierra, m es la masa de la Luna.

De la expresión encerrada entre corchetes, el denominador del minuendo es menor que el del sustraendo, y los numeradores son iguales, luego esta diferencia sera siempre positiva. De ello dedujo que en el punto P la acción de la gravedad terrestre se ve disminuida, y por lo tanto, la masa oceanica en ese punto, tiende a separarse de la Tierra hacia P₁, elevando su nivel.

Haciendo las mismas consideraciones en el punto P' y teniendo en cuenta que en el la atracción lunar es $m/(d+r)^2$, ya que la distancia de P' a L es, en este caso, suma de los valores r y d. La fuerza resultante en P' es:

$$F' = \frac{M}{r^2} - \left[\frac{m}{d^2} - \frac{m}{(d+r)^2} \right]$$

Como anteriormente, la diferencia que figura entre corchetes, es siempre positiva, por lo tanto, la acción de la gravedad en P' resulta también disminuida, por lo que al pesar menos en ese punto la masa de agua se separa del centro de la Tierra, elevando su nivel hasta P₁. Llegando así, a la conclusión, que todo volumen de las aguas adoptara la forma de un elipsoide de revolución con su eje mayor dirigido a la Luna.

Observemos ahora nosotros que la Luna, en virtud de su movimiento orbitario, cambia continuamente de declinación y el eje del elipsoide que levanta en el océano no permanece en el Ecuador, como lo consideró Newton.

La Figura # 24 representa una sección en el Ecuador (EE') y la línea P₁P₁ el meridiano que pasa por el punto P.

La Luna con cierta declinación hace que el elipsoide tenga su eje dirigido hacia ella, apartandola del Ecuador. Para un punto P, la marea, en el momento de paso de L por el meridiano tendrá una altura PP₁.

Cuando el punto P debido al giro de la Tierra alrededor de su eje (JJ'), se encuentre en la posición P₂, la marea tendrá una altura P₂P₂'. En cambio el punto Q, localizado en el mismo meridiano, que al encontrarse frente a la Luna su pleamar es igual al nivel medio del mar, cuando gira 180°, se encuentra prácticamente en bajamar. Todo esto explica la diferencia de alturas que se observe entre dos pleamares sucesivas, y que recibe el nombre de desigualdad diurna.

3). Las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas y su aplicación al problema de las mareas.

La teoría está basada en las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas, consistiendo de dos ecuaciones de movimiento, y la ecuación de continuidad. Representadas en esta ocasión por las ecuaciones (2-23), (2-24), y (2-25)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv + D_{(x)} + g \frac{(\xi - \bar{\xi})}{\partial x} = 0 \quad (2-23)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - fu + D_{(y)} + g \frac{(\xi - \bar{\xi})}{\partial y} = 0 \quad (2-24)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \dots)u] + \frac{\partial}{\partial y} [(h + \xi)v] = 0 \quad (2-25)$$

En esas ecuaciones se ha asumido que las componentes de la velocidad, u y v , son valores promedio del fondo a la superficie y posteriormente que la densidad es constante en el océano. Así también, que los términos convectivos como una aproximación (Brettschneider, 1967) y la variación de ξ comparada con la profundidad promedio h pueden ser ignoradas. Finalmente usando las ecuaciones (2-26) las ecuaciones se vuelven lineales

$$D_{(x)} = r \cdot u, \quad D_{(y)} = r \cdot v \quad (2-26)$$

Introduciendo las ecuaciones (1-37), (1-38), (1-39) en el sistema de ecuaciones diferenciales ya simplificado, hace posible eliminar la variable tiempo. Es decir tres ecuaciones diferenciales parciales con solo derivadas espaciales resultan:

$$(-i\sigma + r)u - fv + g \frac{\partial}{\partial x} (\xi - \bar{\xi}) = 0 \quad (2-27)$$

$$(-i\sigma + r)v + fu + g \frac{\partial}{\partial y} (\xi - \bar{\xi}) = 0 \quad (2-28)$$

$$i\sigma \xi + \frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) = 0 \quad (2-29)$$

El próximo paso es eliminar las componentes de la velocidad, u , v , y obtener la ecuación del nivel del mar (2-30).

$$\Delta \xi' + \frac{1}{h} \frac{\partial \xi'}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{f}{r - i\sigma} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial \xi'}{\partial y} \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{f}{r - i\sigma} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{i\sigma}{g h (r - i\sigma)} [f^2 + (r - i\sigma)^2] \xi = 0 \quad (2-30)$$

donde Δ es el operador Laplace (vease Sección I, inciso 2-D-d), y $\xi' = \xi - \bar{\xi}$. Ese promedio $\bar{\xi}$ está únicamente determinado en el interior de un área, si en la frontera ξ o la derivada de ξ o una combinación de esas funciones es conocida. Esa ecuación diferencial parcial es de segundo orden y del tipo elíptico. Por lo tanto hay numerosos métodos para resolver ese tipo de ecuación. Las soluciones dependen de la forma y profundidad del océano y de los parámetros de la ecuación. Solamente en casos muy simples es posible dar la solución en términos de funciones matemáticas bien conocidas. En principio esas soluciones tienen que ser acertadas para cada océano o mar por separado. El trabajo es mayor con la complicación del área bajo consideración. Por esta razón, en la teoría clásica de mareas, las investigaciones están restringidas a cuencas geométricas simples, o bien un océano cubriendo la Tierra entera, océanos limitados por dos paralelos de latitud y océanos limitados por meridianos.

Considerables complicaciones se originan en esas ecuaciones debido a la fuerza de Coriolis (esta fuerza también complica el cálculo de las mareas en una cuenca rectangular con profundidad constante). Una solución analítica es solamente conocida para una cuenca rotando limitada por un círculo (Lamb, 1932). El resultado de esta teoría clásica no da información acerca de la oscilación de la marea en un océano o mar. Sin embargo es posible acercarse a la solución de este problema usando máquinas computadoras modernas. Actualmente hay un número de métodos bastante grande tratando de atacar este problema; ellos no están restringidos a las simplificaciones hechas en la teoría clásica que demanda la linealización de las ecuaciones hidrodinámicas (vease sección II, inciso 4-C).

El problema final de las mareas puede ser formulado de la siguiente manera: Las mareas y corrientes de mareas en el océano tienen que ser calculadas como un todo sin usar ninguna observación de mareas. Para ese cálculo solo las bien conocidas fuerzas generadoras de mareas, la distribución de la profundidad, y la forma de la costa a lo largo de la cual la componente normal de la velocidad es considerada cero son disponibles.

La eficiencia de tales teorías puede ser probada por medio de observaciones. En el futuro será posible resolver este problema mediante las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas si ellas se concentran en otros más simples, por ejemplo en los golfos (N. Grijalva, 1969).

MODELOS DE CORRIENTES

Cálculo de corrientes superficiales y profundas en el Pacífico Norte en verano..- En la definición de sistemas de corrientes estacionarias en el océano el autor de este modelo considero que los términos no lineales y términos representando fricción lateral son despreciables en las ecuaciones iniciales de movimiento. Esto es, considero que las corrientes estan condicionadas por el campo de viento sobre el océano y por una irregular distribución horizontal y vertical de la temperatura y densidad del agua de mar:

$$\nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2\omega \sin \varphi v - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (2-9)$$

$$\nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - 2\omega \sin \varphi u - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (2-10)$$

$$\rho - \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (2-11)$$

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 - \alpha T), \quad (2-12)$$

donde u, v son las componentes del vector \bar{u} de todas las velocidades de corriente a lo largo de los ejes X y Y (el eje X al Este, el eje Y al N el eje Z vertical hacia abajo), P, ρ son la presión y densidad del agua de mar, $\rho_0 = 1.02$ g/cc es la componente constante de la densidad, ν es el coeficiente cinemático de viscosidad, $2\omega \sin \varphi$ es el parámetro de Coriolis, donde ω es la velocidad angular de la rotación de la tierra, y φ es la latitud local, T es la temperatura del agua de mar, α es el coeficiente de expansión térmica ($\alpha = 2-2.5 \times 10^{-4} (\text{°})^{-1}$).

Las condiciones a la frontera son

$$\rho_0 \nu \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = - \bar{\tau}_x, \quad \rho_0 \nu \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0} = - \bar{\tau}_y \quad (2-13)$$

donde $\bar{\tau}_x$ y $\bar{\tau}_y$ son las componentes del esfuerzo tangencial del viento. Cuando $z \rightarrow \infty$, u y v estan limitadas, y

$$\frac{\partial \rho}{\partial x}, \frac{\partial \rho}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y} \rightarrow 0 \quad (2-14)$$

El sistema de ecuaciones (2.9-2.10) ha sido resuelto con las condiciones a la frontera (2.13-2.14) para las capas $0 \leq z \leq D_E$ (D_E es la profundidad de fricción de acuerdo a Ekman). Las fórmulas para determinar las componentes horizontal del vector velocidad de corriente en la

superficie del océano en relación a la distribución de presión atmosférica y el campo de densidad son de la forma

$$u = - \frac{1}{2 \rho_0 \omega \operatorname{sen} \varphi} \sqrt{\frac{\gamma'}{\gamma}} \frac{\partial p^a}{\partial y} - \frac{g}{2 \rho_0 \omega \operatorname{sen} \varphi} \int_{\infty}^0 \frac{\partial \rho}{\partial y} dz; \quad (2-15)$$

$$v = \frac{1}{2 \rho_0 \omega \operatorname{sen} \varphi} \sqrt{\frac{\gamma'}{\gamma}} \frac{\partial p^a}{\partial x} + \frac{g}{2 \rho_0 \omega \operatorname{sen} \varphi} \int_{\infty}^0 \frac{\partial \rho}{\partial x} dz, \quad (2-16)$$

ó, tomando la distribución espacial de temperatura,

$$u = \frac{-\sqrt{\frac{\gamma'}{\gamma}}}{2 \rho_0 \omega \operatorname{sen} \varphi} \frac{\partial p^a}{\partial y} + \frac{\alpha g}{2 \omega \operatorname{sen} \varphi} \int_{\infty}^0 \frac{\partial T}{\partial y} dz, \quad (2-17)$$

$$v = \frac{\sqrt{\frac{\gamma'}{\gamma}}}{2 \rho_0 \omega \operatorname{sen} \varphi} \frac{\partial p^a}{\partial x} - \frac{\alpha g}{2 \omega \operatorname{sen} \varphi} \int_{\infty}^0 \frac{\partial T}{\partial x} dz, \quad (2-18)$$

donde p^a es la presión atmosférica, γ' es el coeficiente cinemático de viscosidad vertical de la atmósfera.

La porción gradiente de la corriente bajo la profundidad Ekman de fricción esta definida por las expresiones

$$u = - \frac{g}{2 \rho_0 \omega \operatorname{sen} \varphi} \int_{\infty}^0 \frac{\partial \rho}{\partial y} dz, \quad (2-19)$$

$$v = \frac{g}{2 \rho_0 \omega \operatorname{sen} \varphi} \int_{\infty}^0 \frac{\partial \rho}{\partial x} dz, \quad (2-20)$$

$$u = \frac{\alpha g}{2 \omega \operatorname{sen} \varphi} \int_{\infty}^0 \frac{\partial T}{\partial y} dz, \quad (2-21)$$

$$v = - \frac{\alpha g}{2 \omega \operatorname{sen} \varphi} \int_{\infty}^0 \frac{\partial T}{\partial x} dz, \quad (2-22)$$

Si la distribución de densidad es asignada, las componentes horizontal del vector velocidad de corriente son calculadas por las fórmulas (2-15, 2-16, 2-19, 2-20) ó (2-17, 2-18, 2-21, 2-22) presentadas en forma de diferencias finitas. Infinito es remplazado en la integral definida por la profundidad H actual del océano, lo cual no contradice las condiciones a la frontera (2-14) porque las observaciones indican que a gran profundidad en el océano los gradientes horizontal de densidad (temperatura) y, correspondientes, de presión son ligeros. La integral definida esta representada en la forma de una integral suma, tal que consideraciones pueden ser dados a la distribución de temperatura o densidad a todo nivel de observación. Por ejemplo:

$$\int_{\infty}^0 \frac{\partial T}{\partial x} dz \approx - \int_0^H \frac{\partial T}{\partial x} dz = - \left[\int_0^{z_1} \frac{\partial T}{\partial x} dz + \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial T}{\partial x} dz + \int_{z_2}^{z_3} \frac{\partial T}{\partial x} dz + \dots + \int_{z_n}^H \frac{\partial T}{\partial x} dz \right]$$

Para la superficie oceánica el cálculo de las fórmulas es de la forma:

$$u^{(0)} = - \frac{\sqrt{g/Y} \cdot 10^3}{4 \rho_0 h_0 \omega \sin \varphi} (P_{i,j+1}^a - P_{i,j-1}^a) + \frac{g \cdot 10^{-3}}{8 \rho_0 h_0 \omega \sin \varphi} \left\{ z_1 [(P_{i,j+1}^{(z_1)} - P_{i,j-1}^{(z_1)})^{(z_1)} + (P_{i,j+1}^{(z_2)} - P_{i,j-1}^{(z_2)})^{(z_2)}] + (z_2 - z_1) [(P_{i,j+1}^{(z_2)} - P_{i,j-1}^{(z_2)})^{(z_2)} + (P_{i,j+1}^{(z_3)} - P_{i,j-1}^{(z_3)})^{(z_3)}] + \dots + (H_{i,j} - z_n) [(P_{i,j+1}^{(z_n)} - P_{i,j-1}^{(z_n)})^{(z_n)} + (P_{i,j+1}^{(H_{i,j})} - P_{i,j-1}^{(H_{i,j})})^{(H_{i,j})}] \right\} \quad (2-23)$$

$$v^{(0)} = \frac{\sqrt{g/Y} \cdot 10^3}{4 \rho_0 h_0 \omega \sin \varphi} (P_{i+1,j}^a - P_{i-1,j}^a) - \frac{g \cdot 10^{-3}}{8 \rho_0 h_0 \omega \sin \varphi} \left\{ z_1 [(P_{i+1,j}^{(z_1)} - P_{i-1,j}^{(z_1)})^{(z_1)} + (P_{i+1,j}^{(z_2)} - P_{i-1,j}^{(z_2)})^{(z_2)}] + (z_2 - z_1) [(P_{i+1,j}^{(z_2)} - P_{i-1,j}^{(z_2)})^{(z_2)} + (P_{i+1,j}^{(z_3)} - P_{i-1,j}^{(z_3)})^{(z_3)}] + \dots + (H_{i,j} - z_n) [(P_{i+1,j}^{(z_n)} - P_{i-1,j}^{(z_n)})^{(z_n)} + (P_{i+1,j}^{(H_{i,j})} - P_{i-1,j}^{(H_{i,j})})^{(H_{i,j})}] \right\} \quad (2-24)$$

donde h_0 es la diferencia de paso del cuadrado de la red, i, j son los números de los nodos en dirección latitudinal y meridional, $H_{i,j}$ es la profundidad local

$$P_{i,j}^{(z_1)} = P_{i,j}^{(z_1)} - \rho_0; \quad P_{i,j}^{(z_2)} = P_{i,j}^{(z_2)} - \rho_0; \quad P_{i,j}^{(z_3)} = P_{i,j}^{(z_3)} - \rho_0, \text{ etc.}, \text{ donde } P_{i,j}^{(z_1)}, P_{i,j}^{(z_2)}, P_{i,j}^{(z_3)}, \dots, P_{i,j}^{(z_n)}, P_{i,j}^{(H_{i,j})} \quad (2-25)$$

son valores promedios de densidad en los niveles de observación adoptados en el período bajo consideración,

Corrientes geostroficas, por ejemplo, a profundidad z_2 son calculadas por las formulas:

$$u^{(z_2)} = \frac{g \cdot 10^{-3}}{8 \rho_0 h_0 \omega \sin \varphi} \left\{ (z_3 - z_2) [(P_{i,j+1}^{(z_3)} - P_{i,j-1}^{(z_3)})^{(z_3)} + (P_{i,j+1}^{(z_4)} - P_{i,j-1}^{(z_4)})^{(z_4)}] + (z_4 - z_3) [(P_{i,j+1}^{(z_4)} - P_{i,j-1}^{(z_4)})^{(z_4)} + (P_{i,j+1}^{(z_5)} - P_{i,j-1}^{(z_5)})^{(z_5)}] + \dots + (H_{i,j} - z_n) [(P_{i,j+1}^{(z_n)} - P_{i,j-1}^{(z_n)})^{(z_n)} + (P_{i,j+1}^{(H_{i,j})} - P_{i,j-1}^{(H_{i,j})})^{(H_{i,j})}] \right\} \quad (2-25)$$

$$\dots + (H_{i,j} - z_n) [(P_{i,j+1}^{(z_n)} - P_{i,j-1}^{(z_n)})^{(z_n)} + (P_{i,j+1}^{(H_{i,j})} - P_{i,j-1}^{(H_{i,j})})^{(H_{i,j})}] \quad (2-26)$$

$$v^{(z_2)} = - \frac{g \cdot 10^{-3}}{8 \rho_0 h_0 \omega \sin \varphi} \left\{ (z_3 - z_2) [(P_{i+1,j}^{(z_3)} - P_{i-1,j}^{(z_3)})^{(z_3)} + (P_{i+1,j}^{(z_4)} - P_{i-1,j}^{(z_4)})^{(z_4)}] + (z_4 - z_3) [(P_{i+1,j}^{(z_4)} - P_{i-1,j}^{(z_4)})^{(z_4)} + (P_{i+1,j}^{(z_5)} - P_{i-1,j}^{(z_5)})^{(z_5)}] + \dots + (H_{i,j} - z_n) [(P_{i+1,j}^{(z_n)} - P_{i-1,j}^{(z_n)})^{(z_n)} + (P_{i+1,j}^{(H_{i,j})} - P_{i-1,j}^{(H_{i,j})})^{(H_{i,j})}] \right\} \quad (2-27)$$

Los

Los datos impuestos para las calculaciones fueron proveidos por distribución de presión atmosférica en Agosto y observaciones de temperatura y salinidad (densidad) en el Pacifico a 0, 25, 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500, 600, 800, 1,000, 1,200, 1,500, 2,000 y 3,000 metros, y las componentes horizontales del vector velocidad de corriente han sido calculadas en todas esas profundidades.

Algunas de las cartas de corrientes calculadas caracterizando agua circulando a 0, 25, 100, 500, 1,500, 2,000 y 3,000 m son dados en las

figs. # 22, 22-a, 22-b, 22-c, 22-d, 22-e, y 22-f respectivamente.

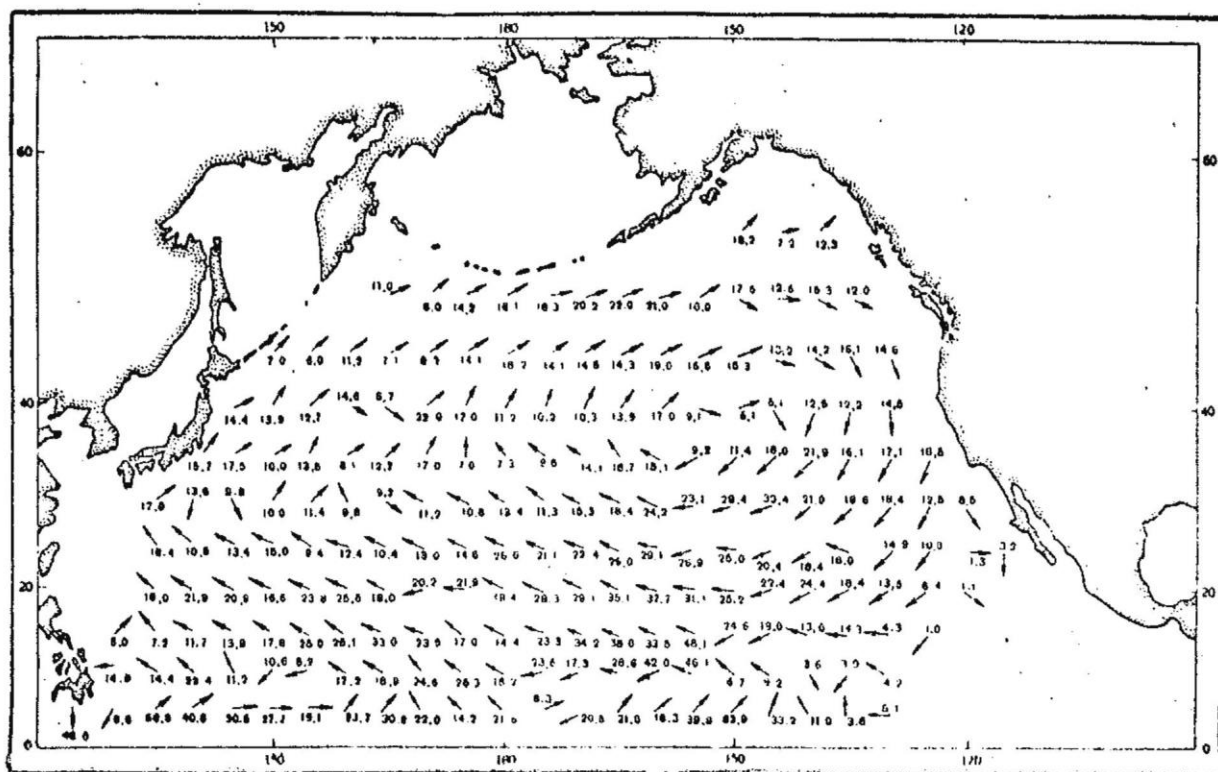
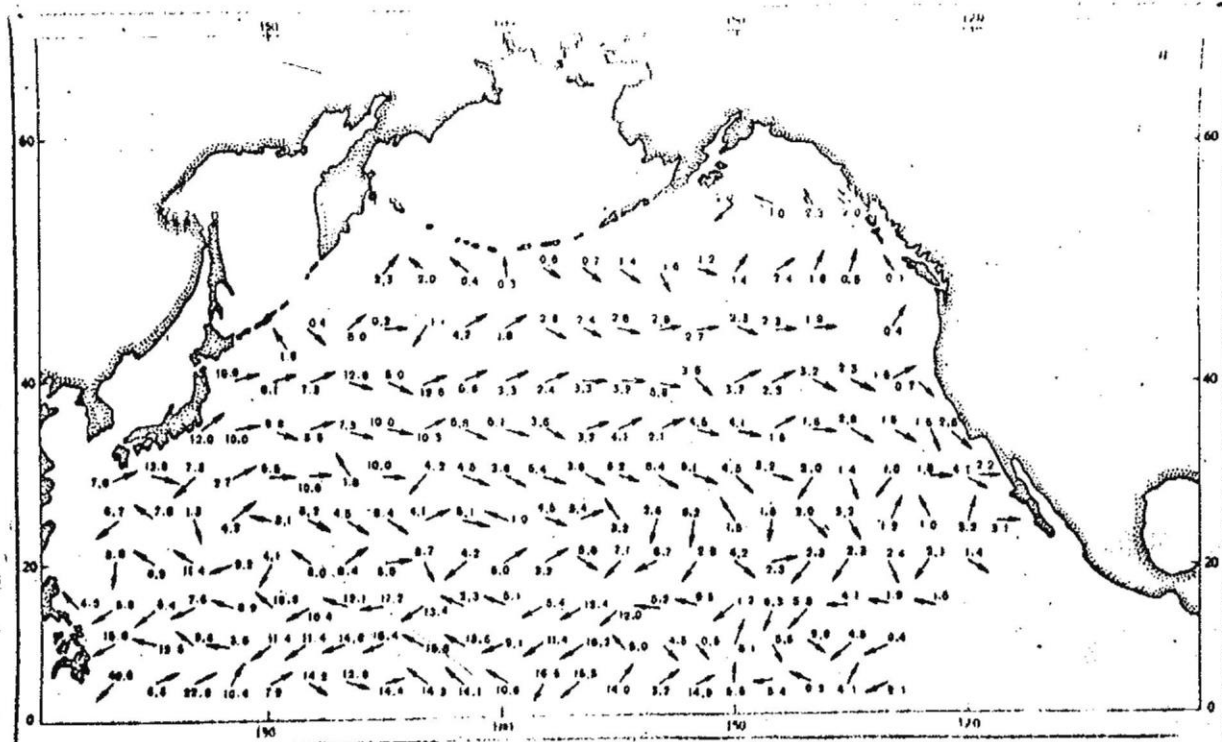


Fig. # 22. Corrientes calculadas en la superficie a partir de la presión atmosférica y distribución de densidad. Velocidad en cm/seg.

Fig. # 22-a. Corrientes geostroficas calculadas a 25 m de profundidad a partir de una distribución de densidad. Velocidad en cm/seg.



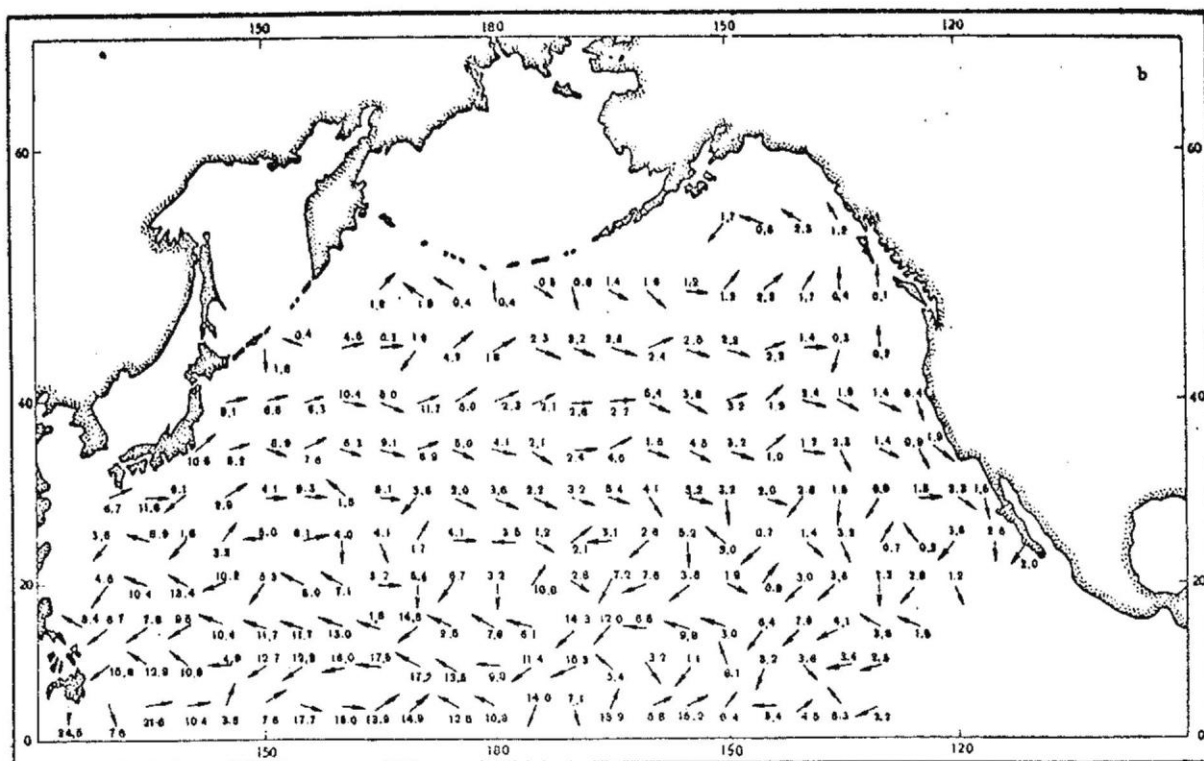


Fig.22b.

Las corrientes superficiales en el Pacífico Norte (Fig. # 22) están representadas por vectores obtenidos sumando los vectores de la deriva del viento y los de corrientes geostroficas. Por comparación de los valores calculados de las componentes horizontal de la deriva y corriente geostrofica en la superficie se concluye que las corrientes de deriva producidas por los vientos prevalectientes sobre el océano juegan el papel más importante.

Las corrientes geostroficas tienen la misma dirección en la superficie y a 25 metros, pero las velocidades son ligeramente mayores en la superficie. El modelo de corrientes geostroficas en la superficie y a 25 metros obtenido por calculación no choca con el bosquejo aceptado de corrientes en el Pacífico Norte (fig. # 22-a). Las principales corrientes oceánicas tales como la Kuroshio, la del Pacífico Norte, Alaska y California están claramente bosquejadas sobre las cartas calculadas y tienen los valores máximos de velocidad en sus áreas. A profundidades de 75, 100, 150, 200, 300 y 400 metros las corrientes no presentan gran variación. Igualmente a 500 metros (Fig. # 22-c) la circulación retiene grandemente las características de las corrientes geostroficas de los 25 metros. Las mayores velocidades de corriente a 500 m fueron encontrados en las áreas del Kuroshio y Ecuatorial del Norte.

Hay una reconstrucción extremadamente significativa del campo de corrientes de la capa intermedia entre 500 y 1,000-1200 m en conexión con las de las corrientes en las capas superiores y las corrientes a ma

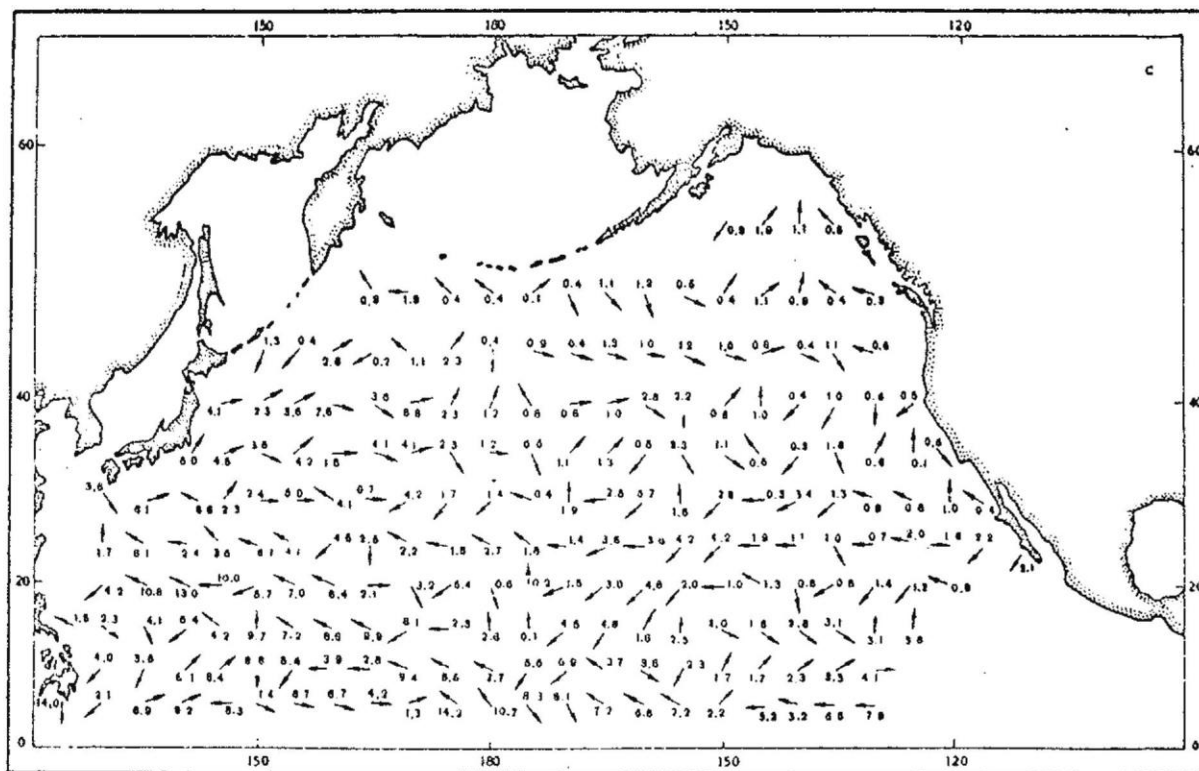


Fig. 22c.

yores profundidades. Esta reconstrucción es debida a la intrincada interacción de las masas de agua de varios orígenes en esta capa.

Desde una profundidad de 600 m hay alrededor una perceptible desviación de los vectores de corriente con respecto a las corrientes en las capas superyacentes. Esas desviaciones se hacen más significantes conforme la profundidad aumenta, y a 1,000 m el sistema de corrientes es tan intrincado que solamente la del Kuroshio, parte del Pacifico Norte (en las margenes Oeste del océano), y la contracorriente Ecuatorial pueden ser distinguidas.

Las corrientes a una profundidad de 1,000 m en la parte central y E. del Pacifico Norte son una combinación de eddis de varias escalas. Las corrientes a estas profundidades son semejantes en naturaleza a las corrientes a 1,500, 2,000 y 3,000 m. Particular interes reunen las corrientes a 1,500 m, un nivel usualmente considerado como la superficie cero para calculaciones por el método dinámico, hasta ahora asumido que no hay corrientes en este nivel. Corrientes calculadas relativas al fondo a una profundidad de 1,500 m (Fig. # 22-d) aparecen como un sistema considerablemente más complicado de varias regiones circulatoriamente dirigidas que en las capas cercanas a la superficie. Particularmente

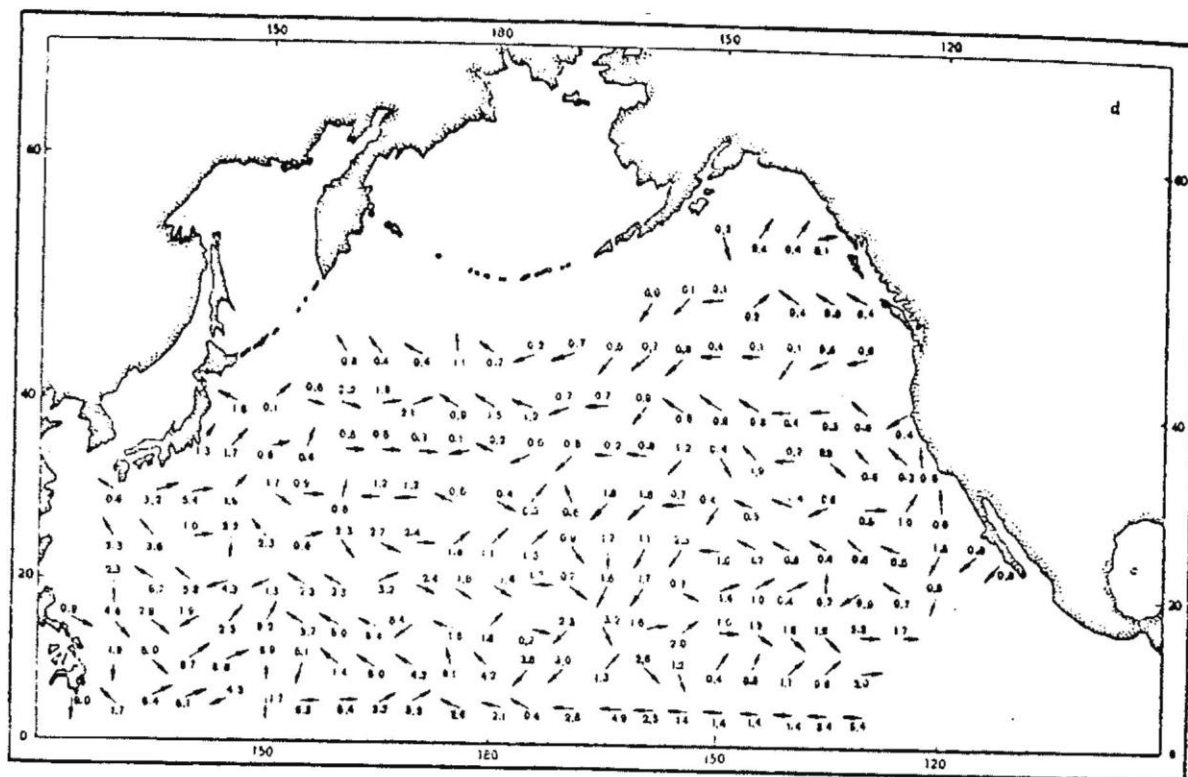


Fig. 22d. -

grandes cambios en la circulación del agua a 1,500 m fueron notados al Este del Pacífico Norte, donde las corrientes profundas a latitudes 15-20° N desde las costas de América casi al meridiano 18 son opuestas en dirección a las corrientes en las capas superficiales.

Una cosa similar se observa a profundidades de 2,000 y 3,000 m. El gran sistema anticiclónico formado en las capas superficiales por el Kuroshio, Pacífico Norte, California y corriente Equatorial del Norte empieza a degenerar a medida que la profundidad aumenta de 1,000-1,200 m. en la parte Este del Pacífico Norte. A 1,500, 2,000 y 3,000 m dos grandes giros opuestos pueden ser distinguidos, cada uno consistiendo de un número de sistemas de varios tamaños. En la parte media Oeste del Pacífico Norte el movimiento anticiclónico es mantenido en el Sur, Oeste y Norte tan lejos como el meridiano 18, donde la frontera de este sistema circulatorio es ligeramente desviado. En el Este hay un grande y claramente definido giro anticiclónico a profundidades de 1,500, 2,000 y 3,000 m entre el meridiano 18 y las costas de América.

A lo largo de la periferia W del giro ciclónico (a 1,500-2,000 m) hay corrientes fluyendo al Sur aproximadamente 170 y 150° W, pero a lo largo de la margen E del giro las corrientes fluyen principalmente al N

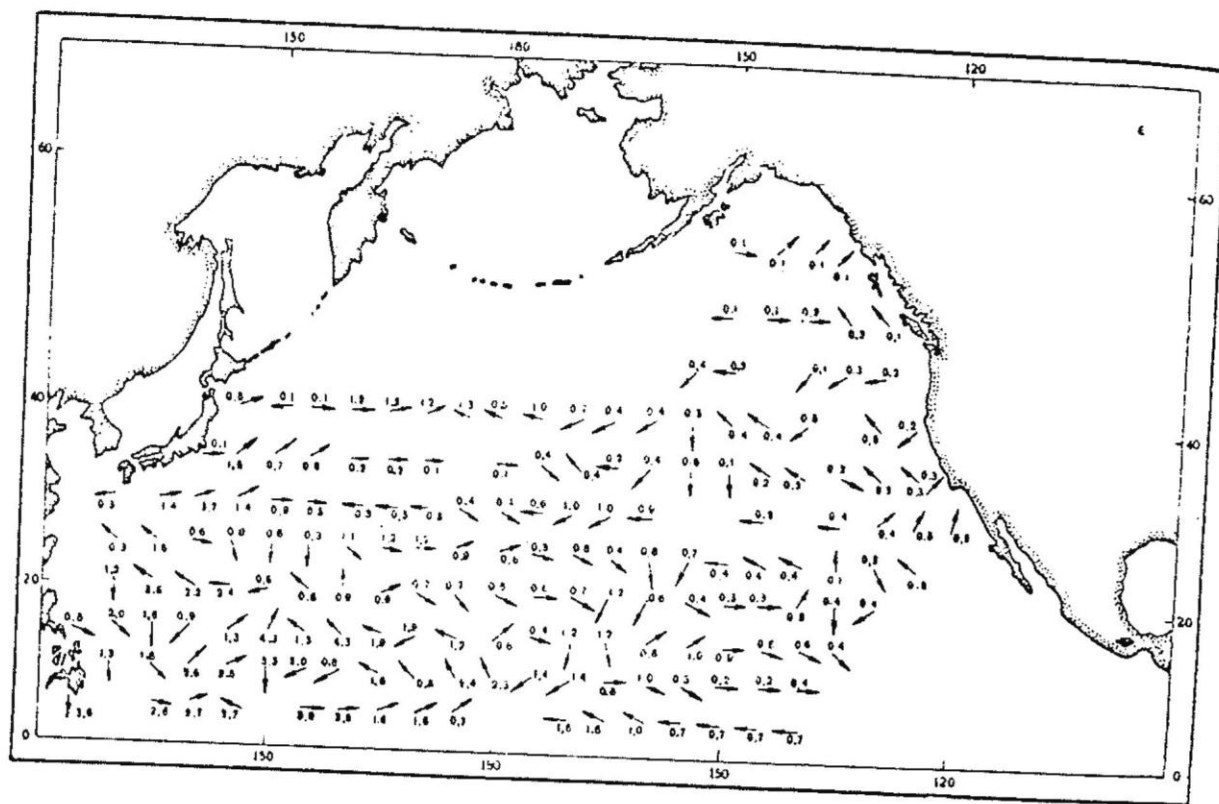
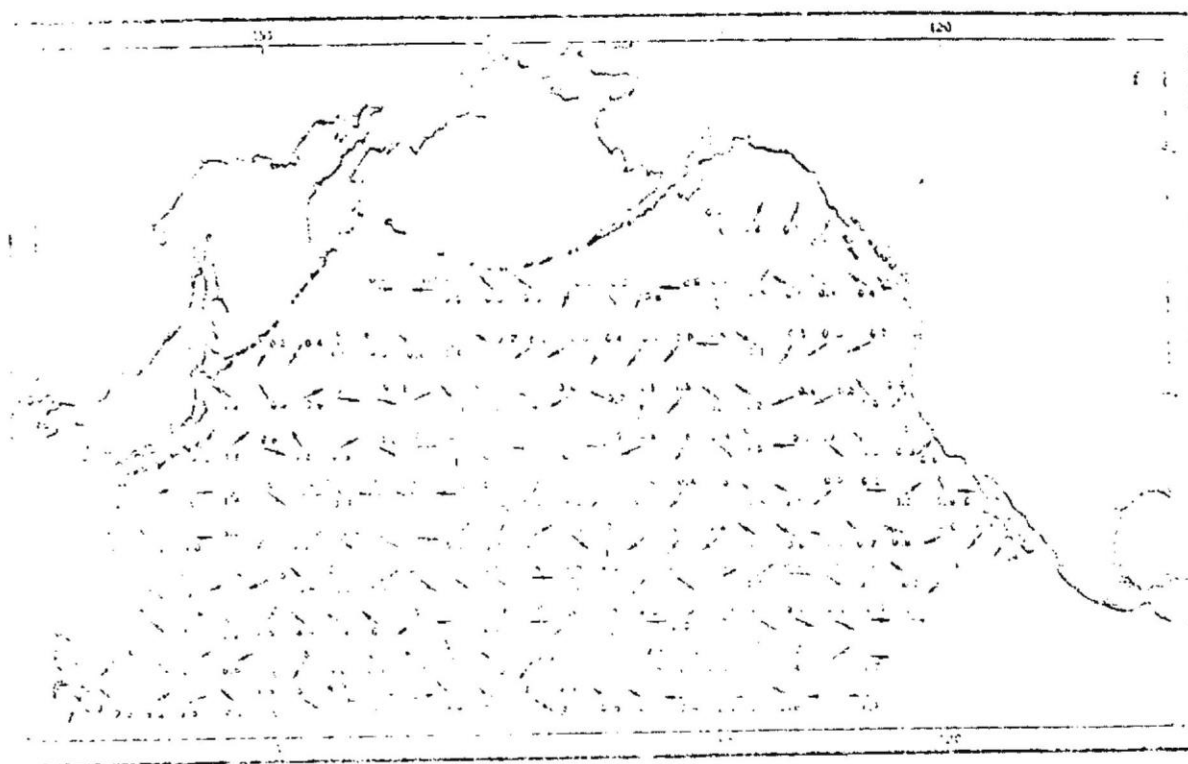


Fig.22e.

y NW. En la parte N de este giro ciclonico sobre las latitudes 45-45°N las corrientes fluyen al W, pero en la parte sur (10-20° N) fluyen al Este. Una corriente profunda en direccion W afectando una gruesa capa entre 1,500 y 3,000 metros se extiende desde las costas de America por 6,500-7,000 kilometros, mientras la corriente profunda del Pacifico N se extiende solamente 3,000-4,000 kilometros.

Las calculaciones indican que velocidades de la corriente profunda W en la parte E del oceano a latitudes 35-45° N promedian 1-2 cm/seg, maximo 3.2 cm/seg a 1,500 metros, 0.8-1.5 cm/seg (maximo 2.3 cm/seg) a 2,000 metros y 0.5 cm/seg a 3,000 metros. Las velocidades de corriente profundas son mayores en el W que en el E. Por ejemplo la velocidad SE del Japon alcanza 7-8 cm/seg a 1,500 metros, 5-6 cm/seg a 2,000 metros y 3 cm/seg a 3,000 metros, mientras que en la parte E del Pacifico N. sobre las mismas latitudes la velocidad maxima a 1,500 metros no excede de 3 cm/seg.

Las velocidades de corrientes son usualmente mayores en las latitudes tropicales del Pacifico norte que en latitudes templadas.



Los resultados de la calculación indican que el agua esta en continuo movimiento en el Pacifico Norte a grandes profundidades (abajo de los 3,000 metros) en bastante proporción aonmensurada con aquella en la superficie y las capas cercanas a la superficie.

B). Otros modelos.

Muchos autores han investigado la naturaleza de la circulación profunda en el Pacifi_ co, la mayoría de los cuales no ha dado más que una descripción cualitativa. Pero, investigando modelos matemáticos simplificados de corrientes geostroficas en el océano a profundidades abajo de los 2,000 m, Stommel ("The abysal circulation", 1958) se encontro -- con una extraordinaria circulación profunda del mundo oceánico. La conclusión principal de esta teoria es que las corrientes superficiales y profundas fluyen en direcciones opuestas. Los calculos de corrientes -- geostroficas en el modelo de corrientes en la región del Kuroshio mostrados en las figuras 22-d, 22-e, y 22-f, que confirma la hipotesis de Stommel ("On the abyssal circulation of the world ocean. I. Stationary planetary flow patterns on a sphere", 1960).

Otros modelos de corrientes son los de W. Munk ("On the wind-driven ocean"circulation", 1950) y H. U. Sverdrup (1941).

OBSERVACIONES OCEANOGRÁFICAS DE LA BAHÍA DE TODOS SANTOS

. DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO:

A). Bahía de Todos Santos.

La Bahía de Todos Santos está localizada alrededor de las 60 millas náuticas al Sur de la frontera con los Estados Unidos de Norte América, en la costa del océano Pacífico de la Península de Baja California, en latitud de $31^{\circ}40'$ a $31^{\circ}56'N$, y longitud $116^{\circ}36'$ a $116^{\circ}50'W$ (Fig. # 17). La Bahía cubre un área aproximada de 25,000 hectáreas, en forma trapezoidal con 18 kms de largo por 14 kms de ancho. Esta limitada al S por una proyección montañosa a manera de dedo pulgar, que es Punta Banda de más de 10 kms de longitud por 2 kms de ancho, y con altura hasta de 370 metros sobre el nivel del mar; al N por la Punta San Miguel y guardada al W por las islas de Todos Santos, con una superficie de 100 y 30 hectáreas respectivamente con cotas máximas de 95 y 45 metros sobre el nivel del mar. Coincidiendo con el extremo noreste de la bahía se encuentra el Puerto de Ensenada cuya principal obra exterior es el rompeolas y una zona portuaria en donde se encuentra instalado un mareógrafo del Instituto de Geofísica, de la Universidad Autónoma de México

B). Costa Norte.

Esta bordeada en el N. por angostas playas, terrazas y acantilados cortados en sedimentos terciarios y montañas dioríticas. Justamente en el extremo N. de la bahía (Punta San Miguel) están algunas y muy bien desarrolladas terrazas marinas probablemente formadas por cambios eustáticos del nivel del mar durante el Pleistoceno, en donde se observa claramente que los temblores de tierra son comunes y fuera de unas pequeñas fallas y desplazamientos no ha ocurrido mayores desplazamientos estructurales en el área inmediata desde tiempos del Pleistoceno.

Desde el sauzal hasta Punta Morro, la playa es muy angosta. Formada por la erosión del oleaje sobre las acantilados de 6 metros de alto de areniscas terciarias y cuarzo aluvial del angosto piedemonte. La playa de arena cuarzosa se encuentra revuelta con cantos rodados y bloque

La playa de Punta Morro a Ensenada es rocosa con entradas a una colina de diorita intrusiva en dirección W de la ciudad de Ensenada. La playa está compuesta de arena cuarzosa y cantos rodados en todas las entrantes que se registran en esta parte de la costa y que son muy numerosas, aunque no tanto como en la costa sur.

. Costa Este.

La mitad N. de la parte E. de la Bahía de Todos Santos, desde la ciudad de Ensenada a la boca del estero de Punta Banda, consiste de una muy ancha playa de arena blanca y bien sorteados granos de tamaño mediano; en cuya parte posterior se encuentran unas bajas dunas y una meseta de piedemonte que corre al pie de las montañas de Ensenada.

La mitad S de la costa E de la Bahía consiste de una lengua de arena que se origina al pie de Punta Banda y se proyecta hacia al N hasta la entrada del estero de 8 kms de longitud y 500 metros en su punto distal. Esta forma por la acción combinada de las corrientes a lo largo de la costa y las corrientes de marea del estero y con algunas dunas formadas por el viento siempre presente en esta zona.

b). Costa Sur.

La frontera S de la Bahía de Todos Santos esta formada por la proyección a manera de dedo de la montaña de Punta Banda, causada por una cordillera corriendo normal al rumbo general de la península de Baja California. Esta es probablemente el resultado de una de las muchas fallas transversales características de la costa del Pacifico. La mayor altitud de esa cordillera corresponde al monte Soledad (1,150 m), a pocas millas al SE, y es de 330 metros de diámetro en su parte superior extrema justamente antes de sumergirse dentro del cañon submarino de 400 metros de profundidad que separa Punta Banda de la isla mayor de Todos Santos. La línea de costa a ambos lados N y S. es muy irregular y rocosa con pendientes desgarradas de acantilados marinos, quebrados solo localmente por unos pequeños bolsillos de playa, y terminando en numerosas entrantes marinas.

La montaña de Punta Banda esta compuesta de una cuña de ligero echado de areniscas del Cretacico Superior y caliza. Esta unidad esta separada por una falla media a lo largo del lado norte de Punta Banda de un conglomerado rojizo, la cual ha sido descrita brevemente por Miguel Acosta del San Diego State College en su tesis (1966). La cima de Punta Banda esta truncada por una vieja terraza de playa, la cual esta cubierta con aluvion, y exhibe una topografia redondeada.

c). Islas de Todos Santos.

Directamente en línea con Punta Banda y alrededor de tres millas y media se encuentran las dos islas de Todos Santos. Separadas una de otra por un angosto canal de ~~500~~ metros, y de Punta Banda por un cañon submarino de 400 metros de profundidad.

La isla en la dirección S es la mas grande. Esta compuesta de mate-

del volcanico, alio del cual está en forma de brecha y el resto tiene una estructura masiva, La periferia de la isla ha sido erosionada hasta formar, pendientes, altos acantilados y entrantes marinas con unos pocos bolsillos de playa de arena coarzosa a cantos rodados. La parte SW esta continuamente golpeada por el viento y el oleaje, mientras el lado NE esta protegido y es profundo cerca de su orilla.

La isla pequeña es plana en su parte superior y en ella se encuentra un Faro de la Secretaria de Marina. El aspecto de sus playas es muy parecido al de la costa N. de la cual se encuentra separada por un canal de 12 Kms de longitud y aproximadamente 25 brazas de profundidad.

F). Estero de Punta Banda.

En el lado SE de la Bahía de Todos Santos, entre la lengua de arena proyectandose en dirección N desde la pendiente de Punta Banda, está el estero de Punta Banda con una laguna de agua salada en forma de L de 8 Kms de longitud y 3 Kms de ancho, de baja profundidad y penetrado por muchos canales angostos de marea (vease fig. # 18).

G). Topografía Sumbarina.

El fondo de la Bahía de Todos Santos es bajo, en forma de embudo, y abierto en el lado W por tres canales. El primero de ellos aproximadamente de 12 Kms de anchura comprendida entre Punta San Miguel y la isla N. de Todos Santos. El segundo, muy angosto, de escasos 300 m comprendido entre las dos islas y de 2 brazas de profundidad. Y el tercero, muy profundo, de 6 Kms de longitud comprendido entre la isla grande de Todos Santos y Punta Banda. En esta parte se encuentra un cañon submarino profundo y angosto; el cual es muy bajo en su parte E. Cubriendo una gran área en forma de concha en su lado W, ésta parte es profunda (alrededor de 125 brazas) y empieza a formar la parte superior del canal alrededor de las 30 brazas, precisamente en este punto existe un cambio abrupto en la profundidad; a partir de la cual se sumerge hasta una profundidad de 215 brazas.

El cañon es angosto en su parte profunda, tiene pendientes que se inclinan a los 30° . Mientras la parte baja del canal puede ser considerada como estar en el estado erosional, entonces el ángulo de la pendiente esta lejos de exeder al ángulo de reposo de los sedimentos fino. La parte superior del cañon que tiene una forma uniforme con ligeros lados inclinados, está en el estado de transición entre depositación y erosión, y depositación solamente. La formación de este cañon submarino se debe al sistema de fallas de San Andres y San Jacinto.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA

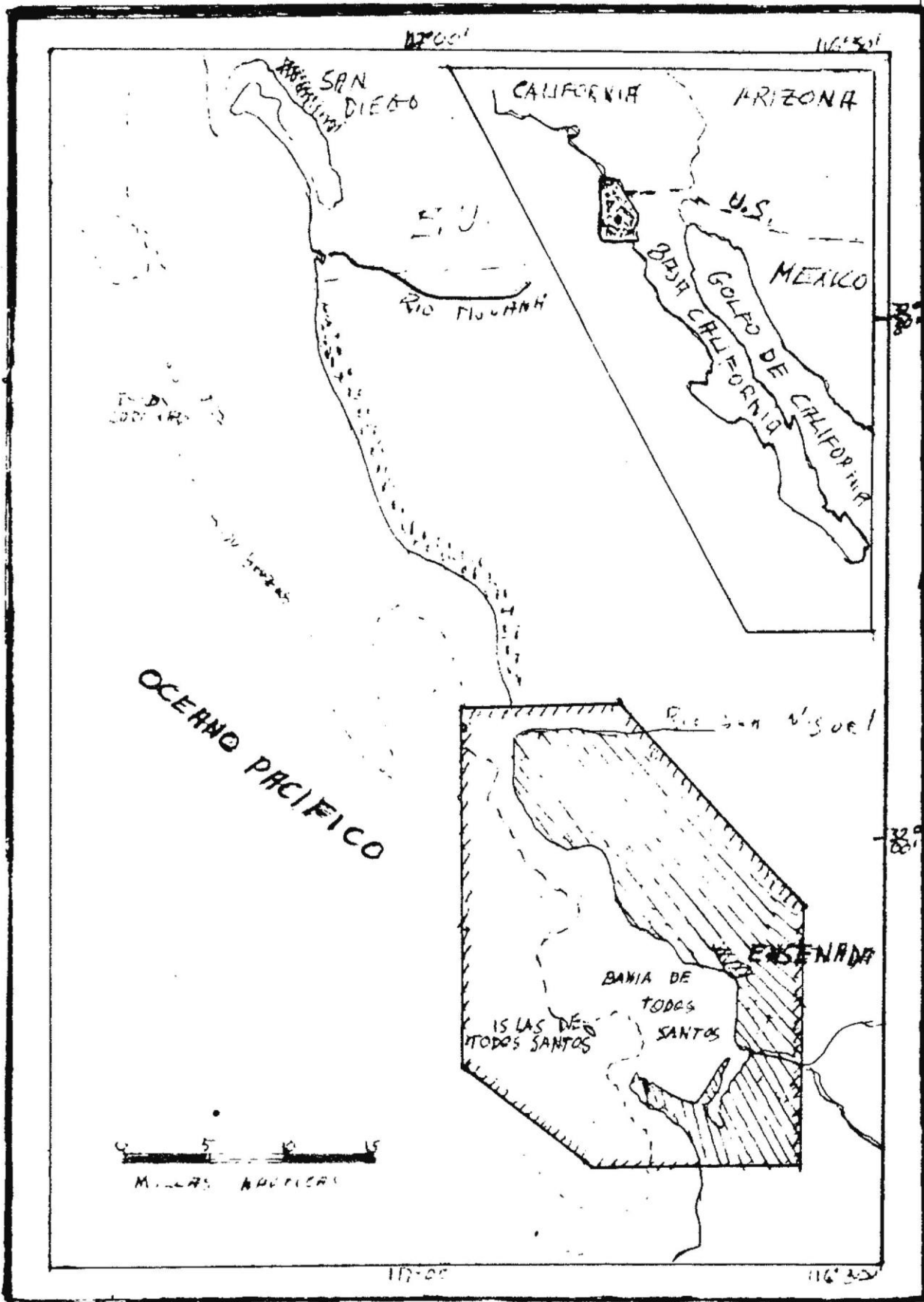


Figura # 17. Localizacion del area de estudio.

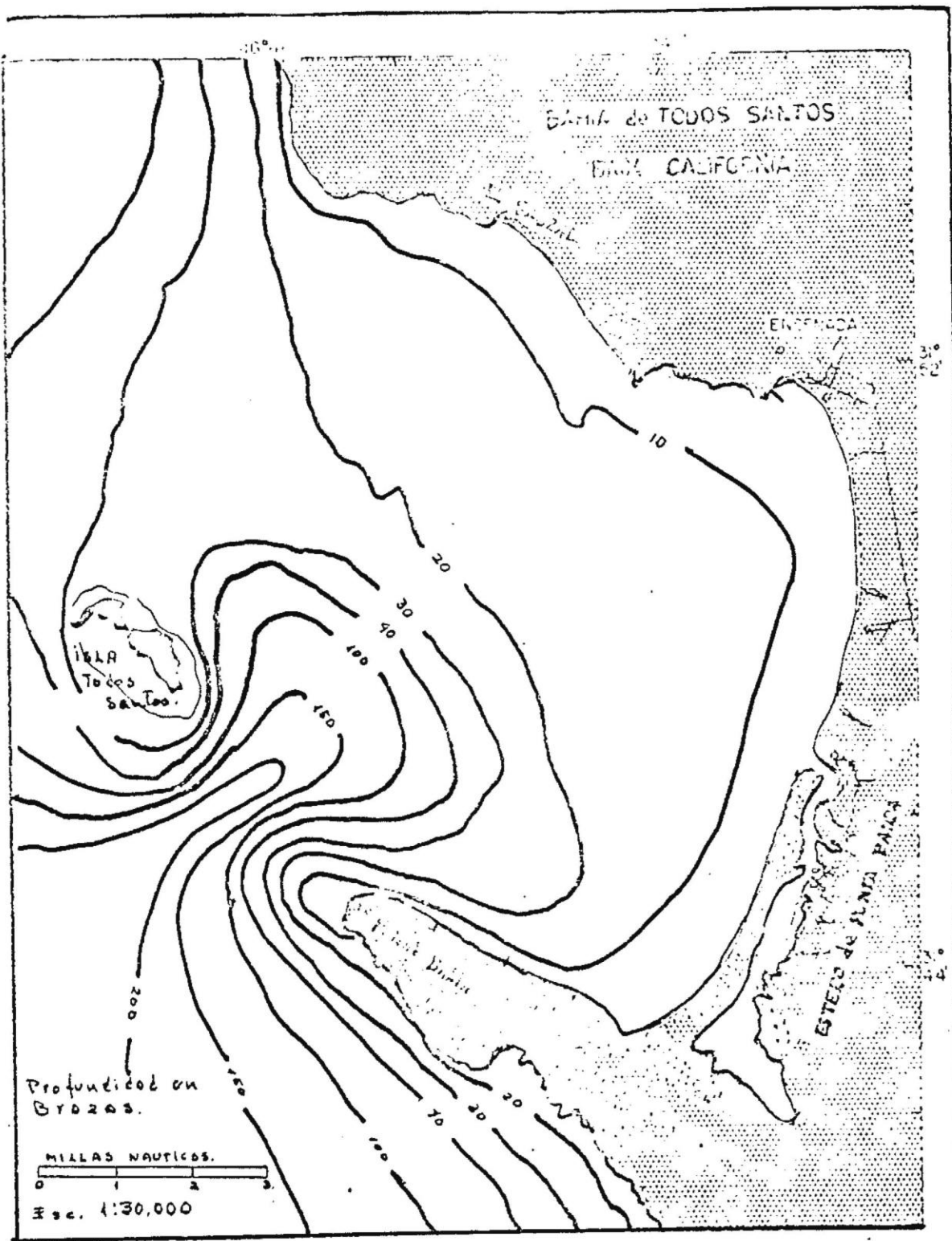


Figura # 18. Topografía submarina de la bahía de Todos Santos.

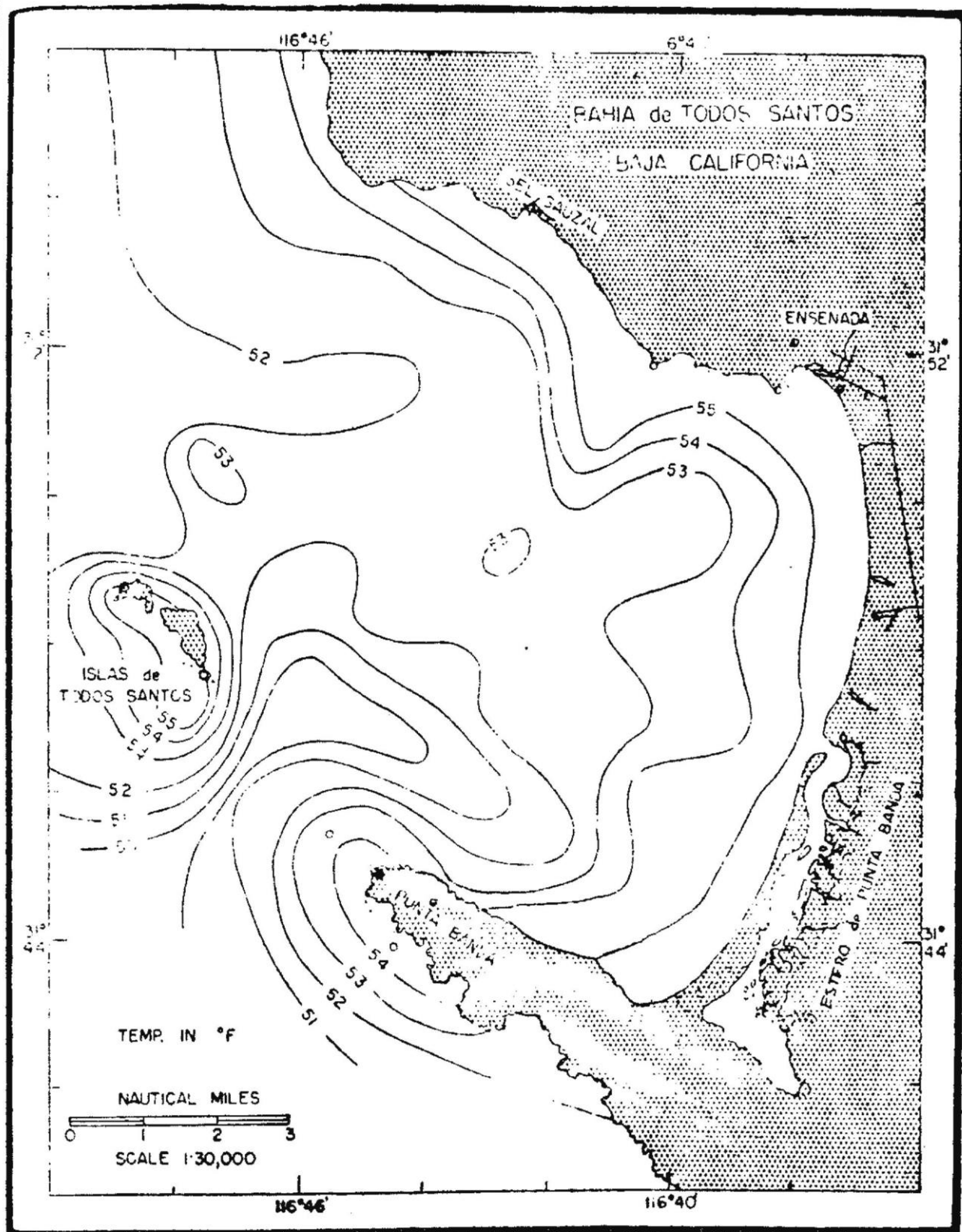


Fig. # 19. Temperatura media anual en grados Fahrenheit del fondo de la Bahia de Todos Santos, obtenidas por Walton en 1958.

c). DATOS FISICOS:

A). Salinidad.

La salinidad de la Bahía de Todos Santos es algo uniforme durante Febrero, siendo alrededor de 33.40‰ y muy variable durante todo el resto del año, especialmente en la zona portuaria y en el estero de Punta Banda. Tal vez debido al aporte de agua dulce de los ríos Ensenada y San Antonio, que desembocan respectivamente en las zonas antes mencionadas y cuyo aporte en la temporada de lluvias (Noviembre, Diciembre y Enero) es de bastante consideración. Otra de las causas durante los meses de verano es que debido a la poca profundidad existente en esas zonas la evaporación excede a la precipitación por periodos de tiempo corto debido a que las mareas y corrientes de marea presentes pueden mezclar las capas. Por esas razones mediciones de salinidad efectuadas por el Instituto de Investigaciones Oceanológicas de la U.A.B.C. difieren enormemente de la salinidad registrada en el mes de Febrero y de la salinidad promedio que es de 34.00 ‰.

B). Temperatura. 14.14 °C

En la Bahía de Todos Santos la variación de temperatura es alrededor de los 10°F. La máxima temperatura promedio registrada en los meses de Febrero, Marzo y Abril en la superficie fue de 58°F (época del año en que las temperaturas son ligeramente uniformes), de 61°F en los meses de Junio y Julio en la zona portuaria y el lado W, y de 65°F a lo largo de Punta Banda y el estero (generalmente más caliente).

La temperatura del fondo, varía de 50°F en el cañon submarino a 55 grados Fahrenheit cerca de la costa (vease fig. # 19). La variación anual de temperatura en el fondo es un poco más errática que la temperatura promedio de las diferentes partes de la bahía, pero en general el rango es de 2°F en las partes más profundas del cañon y de 10°F cerca de la costa. La termoclina es baja durante Febrero y profunda y comprimida durante el verano.

Los upswelling son característicos de las aguas del lado S de Punta Banda durante Junio y Julio. Debido a esto en los meses de Febrero hay una pequeña diferencia de temperatura entre las aguas de la costa norte y costa sur.

En el estero existe un ancho rango de temperatura producido por la profundidad del agua, los cambios estacionales y la proximidad a la boca. La diferencia de temperaturas entre las aguas bajas y profundas es aproximadamente de 8°F Poca

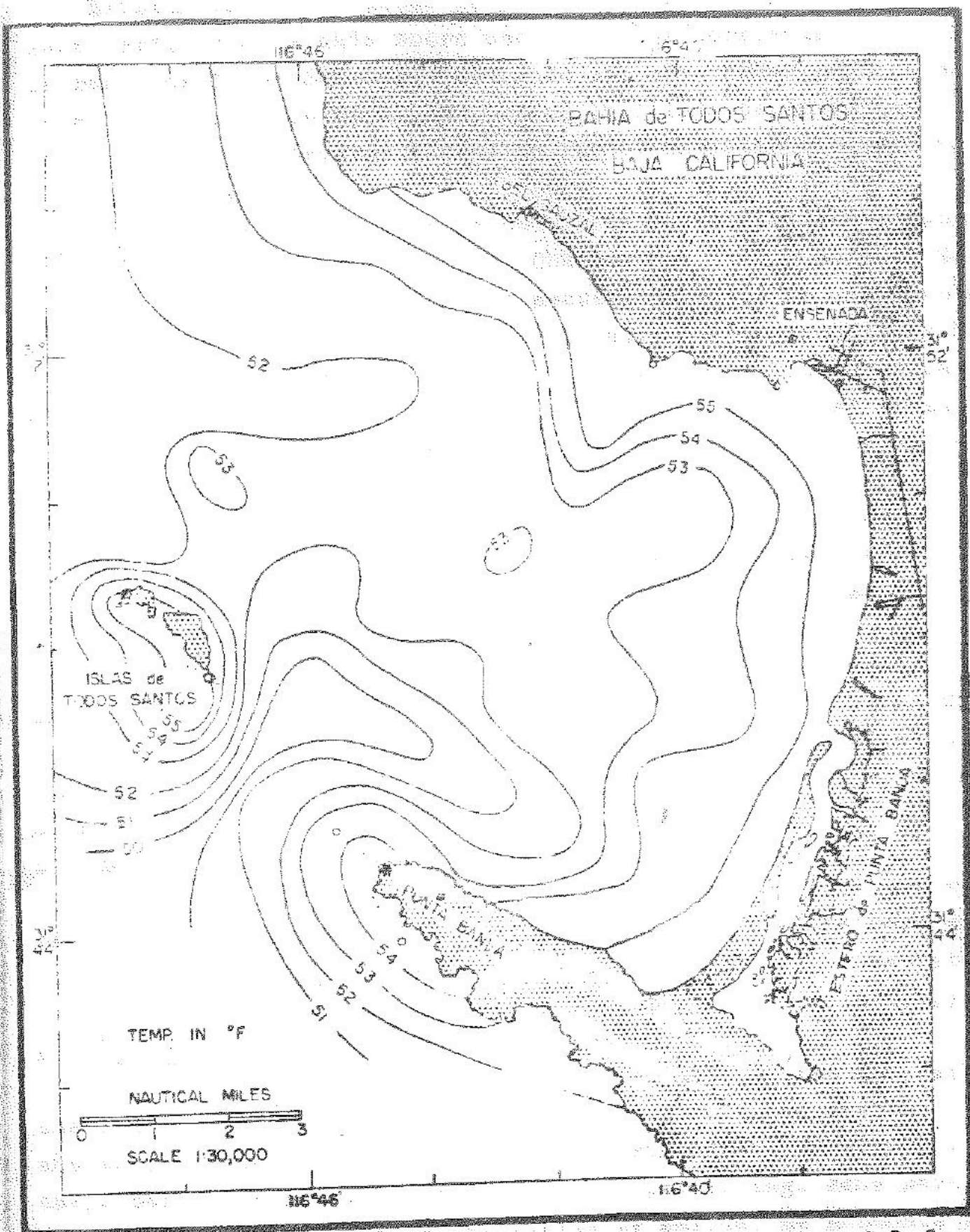


Fig. # 19. Temperatura media anual en grados Pahrenheit del fondo de la Bahia de Todos Santos, obtenidas por Walton en 1958.

C). Corrientes.

Existen muy pocos datos de mediciones de corrientes superficiales y subsuperficiales y nada sobre mediciones de corrientes en el fondo de la Bahía de Todos Santos, exepctuando las efectuadas personalmente durante el desarrollo de mi trabajo en el Instituto de Investigaciones Oceanológicas con un medidor Ekman, en puntos extrategicos para el proposito de este trabajo.

Las primeras mediciones de corrientes superficiales y subsuperficiales fueron realizadas por el Dr. Charles Cox, del Instituto Scripps de Oceanografía y estudiantes de la Escuela Superior de Ciencias Marinas, en el año de 1965, para las cuales se utilizaron transitos y flotadores auxiliares en la zona portuaria y en el estero de punta Banda. Esas fueron: de 3.2 cm/seg en la superficie y 3.1 cm/seg a tres brazas en la zona portuaria, y de 40.5 cm/seg en la superficie, y 39 cm/seg a tres brazas de profundidad en el estero.

La segunda serie de mediciones fue llevada a cabo por el Instituto de investigaciones Oceanológicas, en el mes de Febrero de 1967. En la zona comprendida desde la desembocadura del arroyo de Ensenada hasta la boca del estero unicamente en la superficie. Los datos de corriente (intensidad y direccion, obtenidos fueron de 29.0 cm/seg, 20° SE dentro de la zona de abrigo del rompeolas y 43.5 cm/seg, 59° SE cerca del estero.

Las observaciones personales fueron de que las corrientes fluyen a lo largo de la costa de la Bahía de Todos Santos en la forma que se indica en el inciso 3-B de esta seccion.

*D). Mareas.

Las mareas que se presentan en la Bahía de Todos Santos son del tipo semidiurno. La marea alta media anual es de 1.43 metros, y la marea baja media anual de 0.27 m (datos suministrados por la Secretaria de Marina, Direccion General de Obras Maritimas, de Ensenada B.C.).

E). Viento.

Los vientos reinantes en la Bahía de Todos Santos son del NW, y de una intensidad promedio de 10 millas por hora. Y en ciertas epocas del año se presentan vientos del NE (vease fig. 20-a, 20-b, y 20-c; obtenidas a partir de los datos suministrados por el Ing. Rene Devese de la Residencia de Obras, de la Secretaria de Marina, de Ensenada B.C.).

F). Oleaje.

Al igual que los vientos el oleaje reinante en la Bahía de Todos Santos es del NW con un periodo y amplitud variable, según la epoca del año y la parte de la costa. Siendo mayor en invierno.

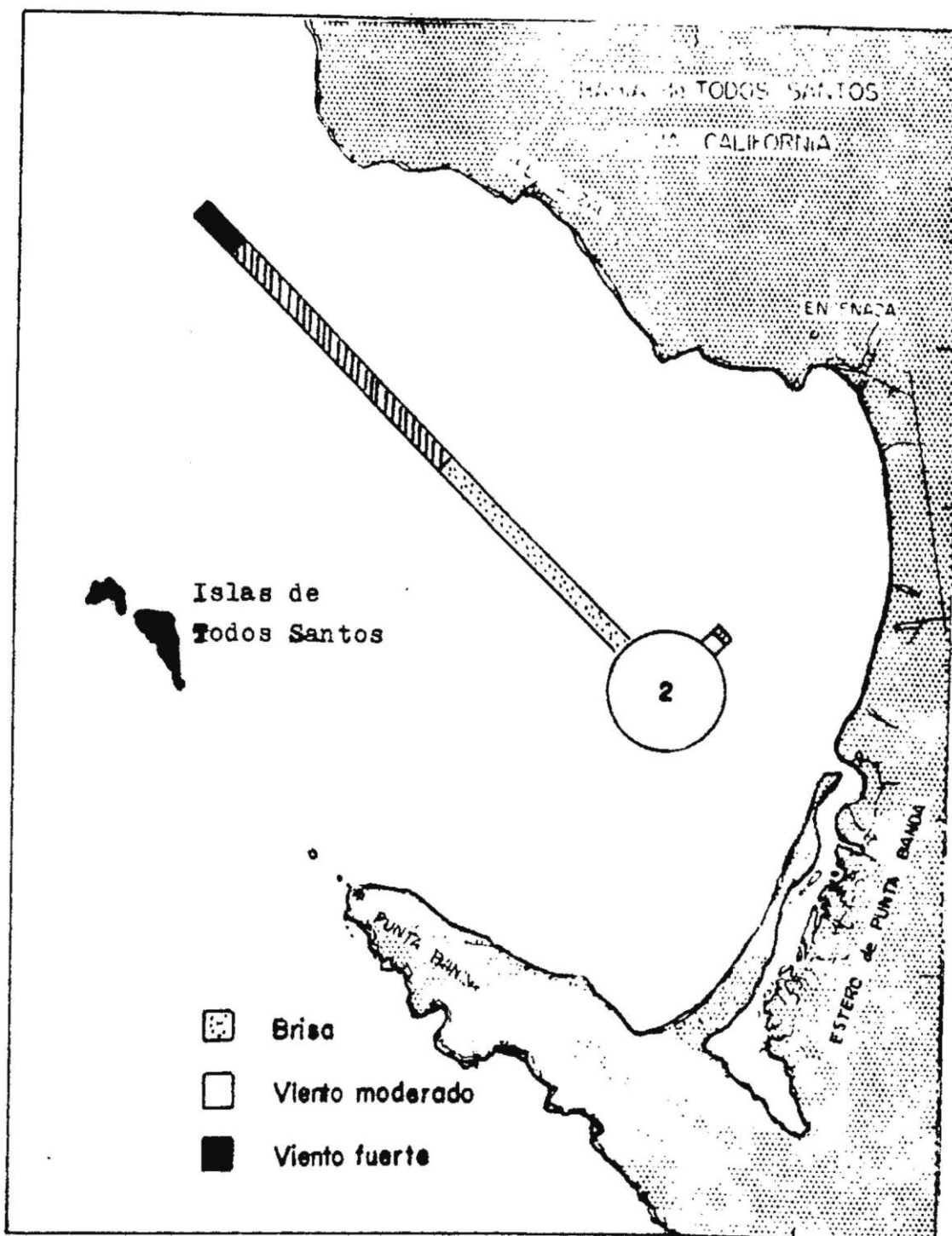


Fig. # 20-a. Vientos en la Bahía de Todos Santos en los meses de Enero, Febrero, y Marzo, de los años 1964, 1965, 1966.

En las siguientes figuras la longitud de la barra indica el porcentaje de lecturas del viento en los meses que se indican y el número en cerrado en el círculo indica el número de calmas que se observaron.

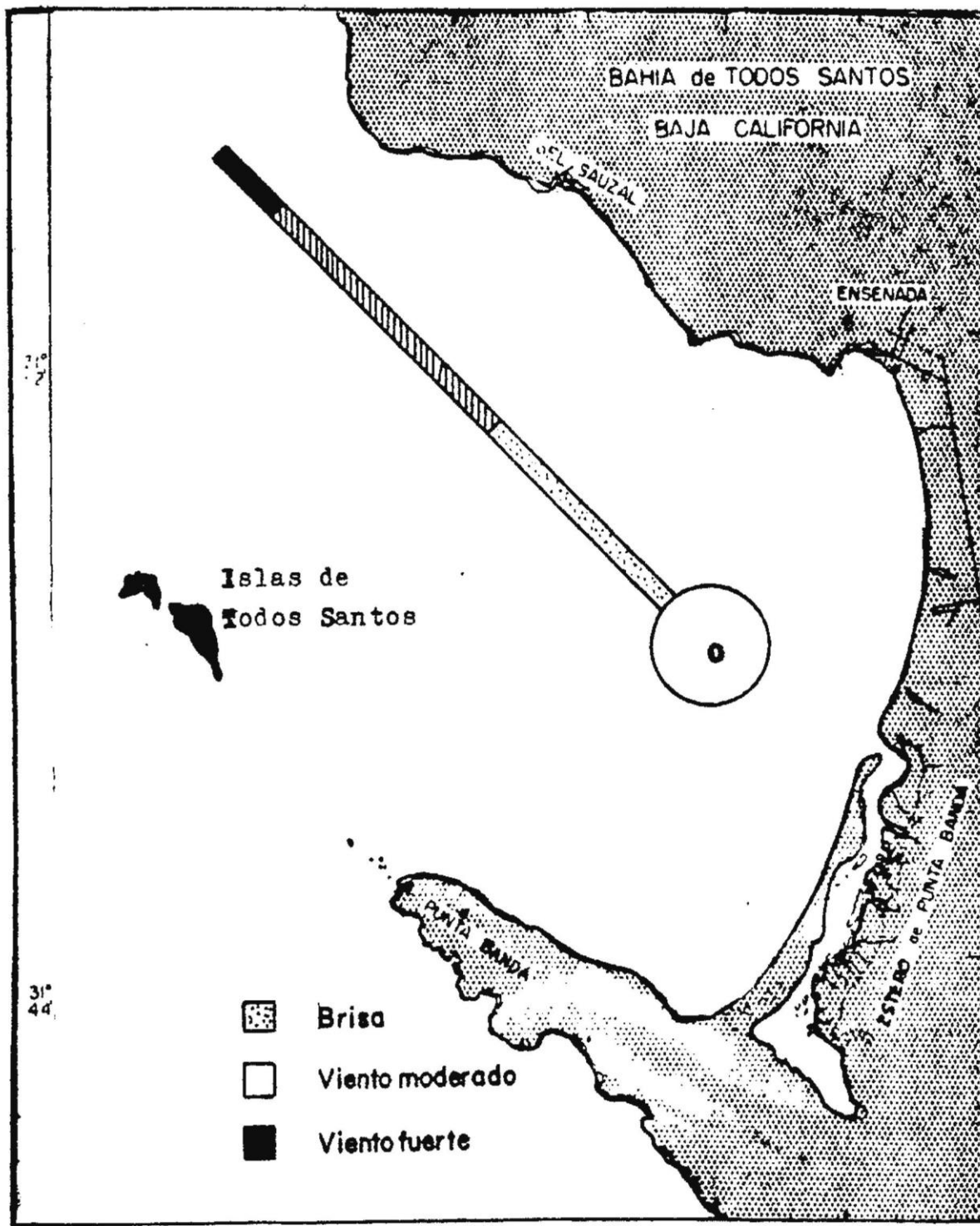


Fig. # 20-b. Vientos en la Bahía de Todos Santos en los meses de Abril, mayo, y Junio de los años 1964, 1965, 1966.

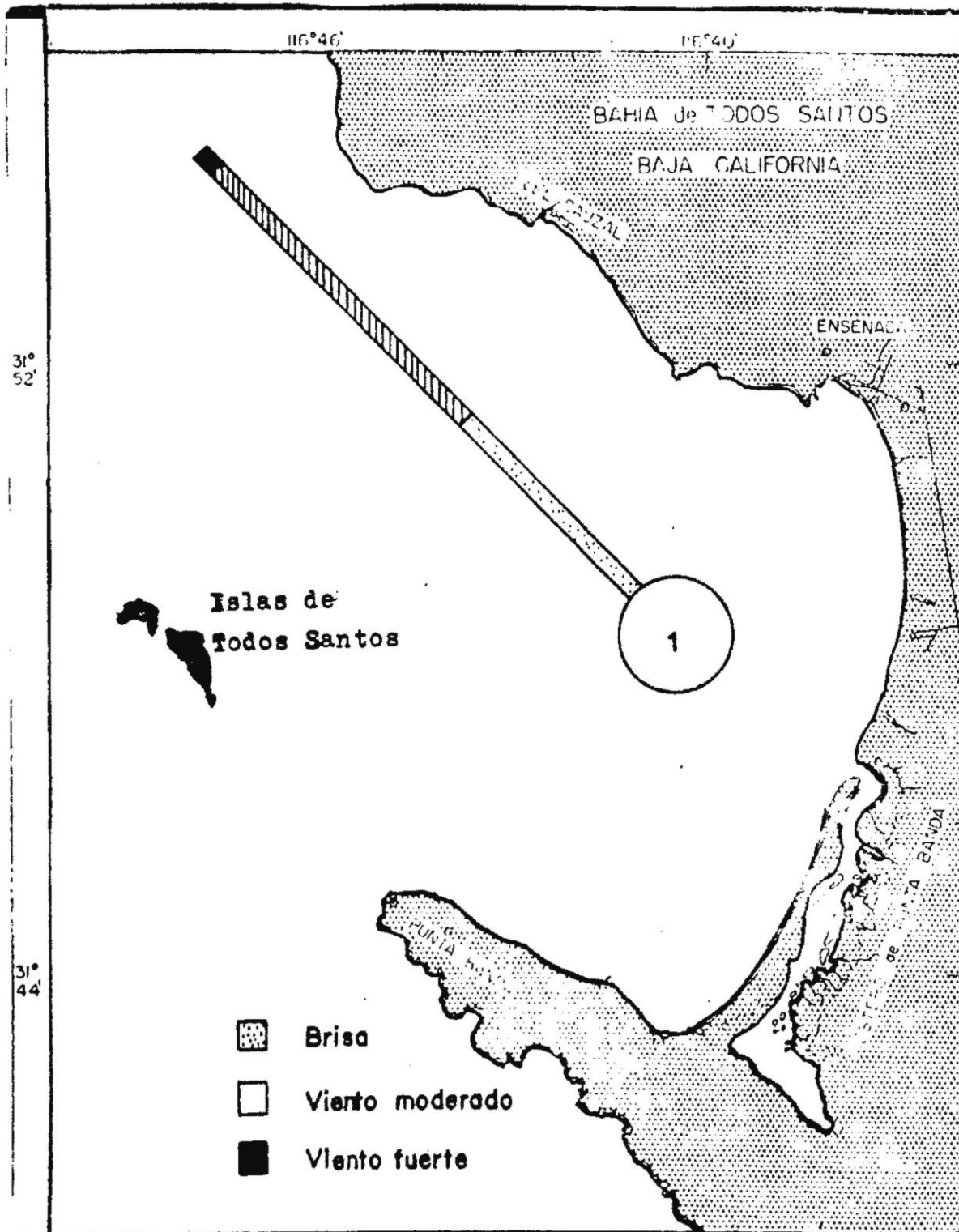


Fig. # 20-c. Vientos en la Bahía de Todos Santos en los meses de Julio, Agosto, y Septiembre de los años 1964, 1965, 1956.

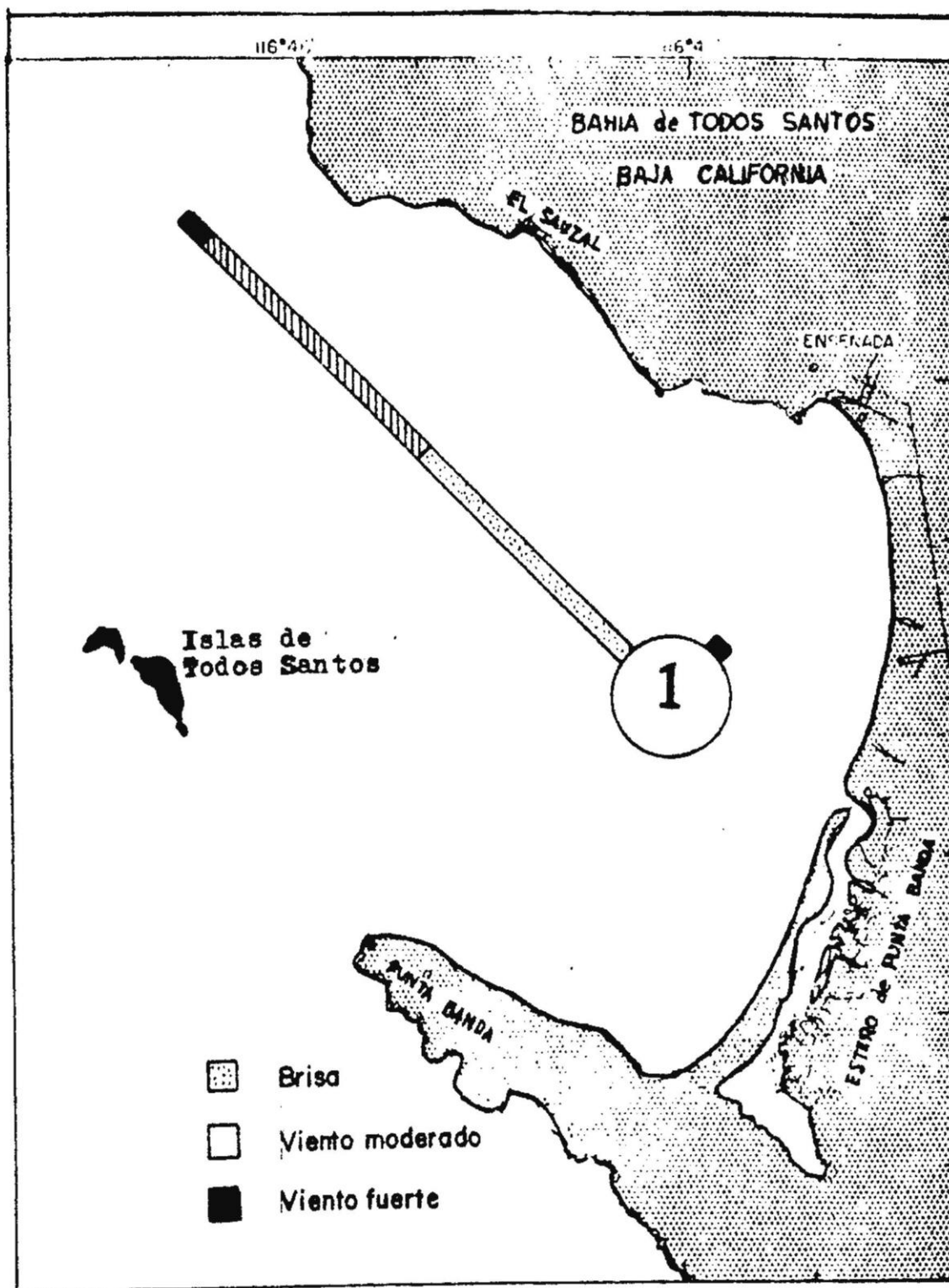


Figura # 20-d. Vientos en la Bahía de Todos Santos en los meses de Octubre, Noviembre, y Diciembre de 1964, 1965, 1966.

3). METODOS DE ESTUDIO:

Los datos físicos anteriormente citados y los datos mostrados en las figuras # 18 y 19, son considerados básicos en el presente trabajo para el estudio de los movimientos marinos presentes en la Bahía de Todos Santos. por lo tanto, el principal método de estudio utilizado es un método indirecto basado en que cada masa de agua bajo la superficie, tiende a retener sus propiedades físicas. Igualmente en que las temperaturas y salinidades de aguas superficiales en una región son una función no solamente de los agentes locales externos, sino también de la naturaleza y razón de transporte del agua acarreada dentro de la región y a la superficie por corrientes.

Así también, el método Lagrangiano y Euleriano fueron utilizados para la observación de corrientes en la superficie y en el fondo respectivamente.

*A). Observación oceanografica del fenómeno de las mareas.

La marea en el estero de Punta Banda muestra un pequeño atraso comparada con la de la Bahía y tiene una maxima amplitud de 1.10 metros.

B). Observación oceanografica de las corrientes.

La corriente de California trae aguas frias del N y cambia la temperatura del aguas de la Bahía de Todos Santos.

Las corrientes en la costa N de la bahía de acuerdo con las líneas de igual temperatura y salinidad (las cuales tienden a ser paralelas a la trayectoria de las corrientes) fluyen a lo largo de la costa entre la profundidad de 5-10 brazas desde la punta San Miguel hasta El Sauzal; abriéndose progresivamente hasta las 15 brazas en la dirección Sur frente a Punta El Morro, para retornar en la misma forma hasta las 5 brazas a lo largo del rompeolas.

En la costa E de la bahía las corrientes fluyen hacia el centro de la bahía. Presentándose con bastante frecuencia corrientes de retorno entre el espigón El Gallo y la boca del estero.

En la costa S de la bahía y en lado N de Punta Banda la corriente -- fluye generalmente en sentido de las manecillas del reloj y se observa claramente una elevación de las aguas contra la costa. Esta condición es reflejada en una legera depresión en el lado S (comunicación personal de Carl Hubbs).

Entre Punta Banda y las islas de Todos Santos, en el umbral del cañón submarino hay una fuerte corriente hacia el N, W, y E entre las 40 y 100 brazas de profundidad.

En el lado NE de las islas dentro de la bahía hay ausencia de corrientes hasta las 40 brazas de profundidad.

Otra observación semejante a la del Dr. Carl Hubbs sobre las corrientes en la bahía de Todos Santos es la siguiente: La presencia de costas montañosas en la parte de punta Banda tiende a deflectar los vientos tal que ellos fluyen paralelos a la costa. Generalmente ellos soplan del NW, y ocasiona un acarreo de agua en la superficie contra la costa, por lo que al encontrar esta un obstáculo infranqueable tiende a desplazarse a lo largo de la costa. Como la superficie del agua es barrida hacia dentro de la bahía, el agua profunda sube a la superficie para remplazarla creando en esa forma un upwelling.

INFORME MENSUAL DE MAREAS PARA EL MES DE FEBRERO DE 1968 EN EL PUERTO

DÍA	HORA EXACTA	HORA	REGLA	
		MAREOGRAFO	MAXIMA	MINIMA
1	13 - 33	13 - 33	2.8	2.3
2	13 - 05	13 - 05	1.9	1.6
3	13 - 30	13 - 30	1.4	1.2
4	12 - 15	12 - 15	2.9	2.4
5	12 - 15	12 - 15	4.5	3.9
6	13 - 05	13 - 05	4.2	3.9
7	14 - 08	14 - 08	4.0	3.7
8	14 - 32	14 - 32	4.7	4.3
9	14 - 25	14 - 25	5.5	5.0
10	14 - 14	14 - 14	6.0	5.6
11	14 - 40	14 - 40	5.4	5.0
12	14 - 17	14 - 17	4.7	4.4
13	14 - 24	14 - 24	4.1	3.8
14	13 - 02	13 - 02	2.6	2.5
15	14 - 25	14 - 25	2.5	2.4
16	14 - 31	14 - 31	1.9	1.8
17	14 - 13	14 - 13	1.8	1.5
18	14 - 35	14 - 35	1.9	1.7
19	17 - 00	17 - 00	2.9	2.7
20				
21	14 - 29	14 - 29	2.8	2.7
22	12 - 48	12 - 48	5.4	5.2
23	13 - 49	13 - 49	4.8	4.5
24	12 - 21	12 - 21	6.5	6.0
25	13 - 50	13 - 50	5.1	4.8
26	13 - 12	13 - 12	5.4	5.1
27	12 - 20	12 - 20	4.5	4.2
28	14 - 20	14 - 20	4.5	4.2

CONCLUSIONES

- 1). El objeto primordial de este trabajo fue la presentación de la tesis que marcan los reglamentos universitarios, para que yo tenga derecho al examen profesional de Oceanólogo. No obstante este mismo trabajo estoy seguro que servirá para que los estudiantes de la Escuela Superior de Ciencias Marinas se familiarice con el razonamiento seguido en la elaboración de los modelos y por consiguiente con el pensamiento matemático. Para que vea que las matemáticas no son una colección de trucos o recetas, sino una ciencia sistemática de importancia práctica que descansa en un número relativamente corto de conceptos básicos y que involucra métodos unificadores poderosos. Para que se convenza, por sí mismo y pronto, de la necesidad de aplicar procedimientos matemáticos a los problemas de la Oceanología.
- 2). Hice la selección de los conceptos generales y los fenómenos oceanográficos más importantes con gran cuidado, utilizando la experiencia, pasada y presente, obtenida en la enseñanza, y en la investigación y resistiendo la tentación de examinar todo lo que es importante en las materias que se cursan en la carrera de Oceanólogo. Por lo que creo que el presente trabajo ha dado una respuesta a las dudas más frecuentes de algunos profesores y alumnos de la E.S.C.M. acerca de: (a) ¿Se necesitarán cada vez más matemáticas conforme se avanza en el campo de la oceanología?, (b) ¿Deberíamos concentrarnos en unos cuantos temas básicos de importancia práctica general?, y (c) otras más.
- 3). Es difícil predecir cuáles teorías matemáticas tendrán aplicaciones en la Oceanografía dentro de pocos años, pero no importa que suceda a ese respecto, si un estudiante tiene un buen entrenamiento en los fundamentos de las Matemáticas y la Física podrá satisfacer sus necesidades futuras en virtud de que estará capacitado para familiarizarse con los nuevos métodos para efectuar sus estudios posteriores.
- 4). En algunos casos me fue inevitable usar modelos en los cuales muchos conceptos exceden al nivel de las matemáticas que se enseñan en la E.S.C.M., pero fue necesario, debido a que las dificultades ignoradas y las situaciones demasiado simplificadas no ayudan en realidad.
- 5). Las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas, tal como lo ha hecho notar el Dr. Grijalva, son una arma de trabajo muy poderosa en el estudio de mareas y corrientes y consecuentemente en el pronóstico de las mismas.

- 6). Esta claro que las observaciones oceanograficas conducen en su mayor parte a resultados numéricos. Y que en casi todos los métodos matemáticos enunciados anteriormente se emplean máquinas computadoras, cuyo manejo es muy simple. Sin embargo, el cálculo numérico es un arte que requiere experiencia y no puede aprenderse en los libros a la vez que se trata de resolver un problema, sino que necesita entrenamiento práctico, tal como sucede en el buceo, o bien para conducir una embarcación.
- 7). Los oceanografos estan interesados en las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas, como una ayuda para describir características en el océano, tales como circulación oceánica en gran escala, ondas sobre la superficie del océano, movimientos de mareas, corrientes debidas al viento. Las ecuaciones completas son generalmente raras como raro también es resolverlas matematicamente, aún con la ayuda de mediciones en las fronteras. Esto es un reto a los oceanologos cuyo conocimiento acerca de muchas propiedades del océano puede ayudar a formular un problema digno de compararse con el que ocurre en la naturaleza realmente.
- 8). La Bahía de Todos Santos nunca está en descanso. Dondequiera y en todo tiempo hay movimientos de alguna de las clases enunciadas en este trabajo, por lo menos, que pueden ser a menudo escasamente perceptibles.
- 9). Actualmente hay numerosas explicaciones acerca de varias características del oceano (sobre todo acerca de la circulación) que difieren en las básicas consideraciones. Eso acarrea diferentes conclusiones, que por supuesto son comparadas con las observaciones reales.
- 10). De las observaciones oceanograficas llevadas a cabo en la Bahía de Todos Santos se concluye que la costa N de esta es la más afectada por el oleaje, la costa S por las corrientes, y finalmente que el extremo S de la costa E es la parte de la bahia donde el aporte de sedimentos debidos a los agentes es muy grande.

RECOMENDACIONES

- 1). Las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas, como puede verse en el desarrollo de este trabajo, son de gran ayuda en el cálculo de corrientes superficiales y profundas en el océano. Y si nuestras leyes actualmente nos permiten extender nuestro mar territorial hasta las 12 millas de la costa, y nuestra industria pesquera piensa ir al océano. Es necesario aplicar esas, desde estos momentos, para un mejor conocimiento de las corrientes y otros fenómenos físicos relacionados con la pesca.
- 2). Dada la necesidad de contar actualmente con mediciones de corriente y mareas en la superficie y en el fondo, en determinadas partes de la ~~costa~~ y del océano, para poder aplicar la teoría hidrodinámica en el conocimiento y predicción de las características generales de las corrientes inducidas por el viento, mareas y corrientes de mareas. Recomiendo primeramente efectuar mediciones de corrientes a todas profundidades directamente con una cierta clase de correntómetros y el establecimiento de mareógrafos de profundidad en el Océano Pacífico y de estaciones mareográficas (si no primarias, por lo menos secundarias), para el registro de las mareas a lo largo de la Península de Baja California.
- 3). En lo que respecta al conocimiento de las corrientes superficiales y profundas en la Bahía de Todos Santos, como se hizo notar en este trabajo, las ecuaciones diferenciales hidrodinámicas no son aplicables en aguas bajas; por lo que los métodos de estudio más adecuados para el conocimiento cualitativo y cuantitativo de esos movimientos son:
 - A). Para el conocimiento cualitativo de las corrientes, ellas pueden ser deducidas de la distribución de temperatura, salinidad, contenido de organismos, y otras propiedades del agua de mar, o bien mediante el empleo de colorantes, como la fluoresceína, el rodopas, y la rodamina B las cuales se añaden al agua en determinadas cantidades y la difusión observada tomando fotografías aéreas con filtros apropiados.
 - B). Las corrientes superficiales pueden ser determinadas observando la deriva de los yates fondeados en la bahía y el movimiento de objetos flotando, como botellas de deriva, flotadores auxiliares, hojas de papel mimeógrafo, y otros artefactos más modernos desde puntos fijos en la costa, o bien mediante el empleo de fotografías aéreas. Es decir aplicando el método Lagrangiano.
 - C). Las corrientes profundas pueden ser determinadas de la misma manera que en el océano o sea haciendo mediciones directas con correntómetros.

4). Urge el conocimiento preciso de las corrientes de retorno que se presentan en la costa E de la Bahía de Todos Santos, ya que en los meses de verano las zonas de la playa donde comúnmente se presentan son muy concurridas por cientos de personas sin conocimiento de esas corrientes y por lo mismo el Sector Naval del Puerto de Ensenada se ve en la necesidad de efectuar cruceros con pequeñas embarcaciones a intervalos de dos horas. Y en la mayoría de los casos, debido a la amplia zona que tienen que cubrir, han llegado demasiado tarde al rescate de varias personas que fueron arrastradas por dentro por tal tipo de corrientes.

5). Así también, urge el conocimiento exacto de la intensidad y dirección de las corrientes en la Bahía de Todos Santos con fines prácticos como es la pesca de peces de escama con almandrabas y explotación o cultivo de moluscos en las costas N y Sur.

6). La planeación y diseño de desagües submarinos para el depósito de aguas negras previamente tratadas dentro de la Bahía de Todos Santos, como la que está llevando a cabo la Comisión Estatal de Servicios Públicos de Ensenada (C.E.S.P.E.) en la costa N de la bahía, requiere que la información precisa sea disponible en la trayectoria de las corrientes que ocurren en la zona de Las Playitas (área escogida para la instalación de la boca de la alcantarilla por el C.E.S.P.E.). Como tales datos no existen ni ahí ni en ninguna otra parte de la Bahía de Todos Santos. Obtenerlos, requiere de mediciones hechas en un tiempo bastante grande bajo diversas condiciones climatológicas y distintos coeficientes de marea, para asegurarse de que todas las componentes o tipos de corrientes han sido tomadas en consideración. Este primer estudio permitiría eliminar los sitios más desfavorables para la colocación de la alcantarilla.

Si la obra planeada por el C.E.S.P.E. urge demasiado y el emplazamiento de la planta tratadora de aguas negras en San Marino reúne ciertas características necesarias ingenieriles. Antes del programa de mediciones de corrientes indispensable, se puede determinar en la zona de Las Playitas como se mueven las afluentes de aguas negras actuales. Si las aguas negras rápidamente se elevan en una capa delgada de la superficie del orden de unas cuantas pulgadas, entonces los efectos del viento local induciendo corrientes son de mayor importancia y por lo mismo las mediciones deben ser hechas primero en la superficie.

Finalmente será necesario construir una verdadera boca de alcantarilla

en modelo reducido, depositando en el fondo de ella un tubo de pequeño diametro, en el que se inyectara colorante disuelto en agua dulce. La trayectoria de esta se estudiara en diversas condiciones oceanograficas, de la misma manera que si se tratase de una alcantarilla real. So lamente procediendo asi y adoptando las máximas precauciones, se debe ría autorizar al Municipio de Ensenada la construccion de la boca de u na o mas alcantarillas en la zona de Las Playitas.

7). El uso de modelos para la resolucion de problemas oceanográficos y en la aplicación de la oceanografia a todos los estudios conducentes: al arreglo o proteccion del litoral, a los que tienen por fin determi nar el grado de contaminacion del agua de mar y evitar sus efectos, a los destinados a conocer la detereorizacion de diversos materiales en el agua de mar y buscar los medios de proteccion, a la explotacion de los recursos y energia del mar, y otros mas, deben ser considerados de importancia básica en la educacion oceanografica de la carrera de Ocea nólogo que se imparte en la Escuela Superior de Ciencias Marinas.

No pretendo con esto que se cree una nueva materia para la enseñanza del uso de los modelos, sus aplicaciones, y sus problemas, pero si re comiendo que en el plan de estudios que se cursa en la E.S.C.M. de cin co años, se encauce al estudiante, según sus aptitudes, a partir del tercer año hacia uno de los cuatro campos de la Oceanología. Y dentro del campo de la oceanografia fisica que ellos aprendan con ayuda de es pecialistas todo lo relacionado con los modelos.

8). Asi tambien recomiendo a las Autoridades Universitarias y muy espe cialmente a las Autoridades de la E.S.C.M. e Instituto de Investigacio nes Oceanológicas, gestionar ante el Gobierno Federal su cooperacion para el establecimiento de estaciones de campo en puntos estrategicos a lo largo de las costas de la Peninsula de Baja California donde los estudiantes puedan practicar sus conocimientos en todas las ramas de la ocenologia y los egresados de la misma e investigadores mas experi mentados puedan realizar investigaciones de gran valor, que redunden en beneficio de Baja California y Mexico.

9). Finalmente recomiendo que mientras llega ese momento se gestione ante la Secretaria de Marina y UNESCO su cooperacion para que un egre sado o más tomen parte en el importante programa de investigaciones de la Comision Oceanografica de la Secretaria de marina y FAO para el pe riodo comprendido entre 1970-1972, que debiera iniciarse el proximo mes de marzo de este año.

BIBLIOGRAFIA

- 1). Brand, L., "Vector Analysis, 3^a impresión. Nueva York; Wiley, 1961.
- 2). Courant, R., y D. Hilbert, "Methods of Mathematical Physics". Nueva York; Dover, 1955.
- 3). Levy, H. y E. A. Baggott., "Numerical solutions of differential equations", Nueva York; Dover, 1950.
- 4). Kreyszig, E., "Advanced Engineering Mathematics", 3^a impresión. Nueva York; Wiley, 1964.
- 5). Thomson, M., "Hidrodinámica Teórica", Madrid; Aguilar, 1953. -
- 6). Lamb, H., "Hidrodinámica", 6^a ed. Nueva York; Dover, 1953. -
- 7). Hill., "The Sea", v. I, Nueva York; Wiley, 1962. -
- 8). Sverdrup, Jhonson, and Fleming., "The Oceans", Nueva York; Prentice Hall, 1942.
- 9). Gurikova, Z. F., "Oceanology". Acad. Sci., v. 6, Moscu; Edit Board. -
- 10). Wiegell, R. L., "Oceans currents and dates analysis", Berkeley; U.C. L.A. 1960.
- 11). Alonso, L. F., "Pronostico de mareas en el puerto de Veracruz por el método de analisis armónico", Mexico; U.N.A.M., 1959.
- 12). Williams, J., "Oceanography", 3^a impresión. Canada; Little Brown, 1962.
- 13). Li, W. H. y S. H. Lam., "Principles of fluids mechanics", Massachusetts; Addison-Wesley, 1964.
- 14). Benson, H. R., "Ecology of recent ostracodes of the Todos Santos Bay Baja California, Mexico", University of Kansas Publication, 1960.
- 15). Newman, J. and J. W. Pierson., "Principles of Physical Oceanography", Nueva Jersey; Prentice Hall, Inc. 1966. -
- 16). Defant, M., "Physical oceanography", Nueva York; Pergamon Press, 1961.
- 17). Kiley, J. P., and G. Skirrow., "Chemical Oceanography", Londres; Academic Press, 1959.
- 18). Shepard, F. P., "The Earth Beneath The Sea". Baltimore; Johns Hopkins University Press, 1959.
- 19). Grijalva, M., "Tidal Computations in the Gulf of California". La Jolla, Calif; Scripps Institutions of Oceanography, 1969.
- 20). Romanovsky, V., "Física del Océano", Francia; -