UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA ENSENADA

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E INGENIERÍA (MyDCI)

EN ELÉCTRICA CON ORIENTACIÓN EN CONTROL

Sincronización de láseres caóticos y su aplicación a comunicaciones privadas

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS

Presenta:

Liliana Cardoza Avendaño

TESIS DEFENDIDA POR

Liliana Cardoza Avendaño

Y aprobada por el siguiente comité:

Dr. Rosa Martha López Gutiérrez
Codirector del Comité

Dr. Vasily Spirin
Codirector del Comité

Dr. Cesar Cruz Hernández
Miembro del Comité

Dr. Ricardoza Arturo Chávez Pérez
Miembro del Comité

Dr. Adriana Nava Vega
Miembro del Comité

Dra. Rosa Martha López Gutiérrez
Miembro del Comité

22 de Agosto de 2012

Ensenada, Baja California Agosto de 2012.

RESUMEN de la tesis de **Liliana Cardoza Avendaño**, presentada como requisito parcial para obtener el grado de DOCTOR EN CIENCIAS en ELÉCTRICA con orientación en CONTROL. Ensenada, B. C. Agosto de 2012.

Sincronización de láseres caóticos y su aplicación a comunicaciones privadas

Resumen aprobado por:

Dra. Rosa Martha López Gutiérrez	Dr. Vasily Spirin
Codirector de Tesis	*Codirector de Tesis*

Este trabajo de tesis doctoral, versa sobre la sincronización de láseres caóticos y sus aplicaciones en comunicaciones privadas. En particular, se aborda el problema de las dinámicas caóticas para diversos tipos de láser tanto experimental para los láseres DFB y FP, como en simulaciones numéricas para el láser Nd:YAG. La sincronización de redes complejas compuestas por N nodos caóticos en diferentes topologías como son la de árbol, la de estrella extendida, anillo, entre otras, emplendo la teoría de sincronización de sistemas complejos. También se realizó la simulación de una comunicación entre dos láseres de Nd:YAG sumándole como información confidencial una señal de audio, se realiza un análisis de robustez variando los parámetros tanto del transmisor como del receptor y añadiendo ruido en el canal para poder aplicarse en la realidad.

En el trabajo experimental con los láseres DFB y FP utilizados se produjeron dinámicas caóticas, las cuales fueron comprobadas de diversas formas, tanto con sus graficas en el estado de fase, como con los exponentes de Lyapunov y su espectro.

Este trabajo se realizó con el propósito de contribuir a las comunicaciones mediante los láseres, siendo un prometedor candidato para la utilización como portador caótico para el encriptamiento de información, para poder mantener la comunicación segura.

Palabras clave: Láser, caos, sincronización.

ABSTRACT of the thesis presented by **Liliana Cardoza Avendaño**, as a partial requirement to obtain the DOCTOR IN SCIENCE degree in ELECTRIC with orientation in CONTROL. Ensenada, B. C. August 2012.

Synchronization of chaotic lasers and application to private communications

Abstract approved by:

Dra. Rosa Martha López Gutiérrez	Dr. Vasily Spirin
Thesis codirector	*Thesis codirector*

In this PhD thesis, deals with the synchronization of chaotic networks and their usage in private communication. Particularly, the issue of chaotic dynamics was addressed for different types of laser: experimental for DFB and FP laser, and also, numerical simulations for Nd:YAG laser. By synchronization complex networks compound by N chaotic nodes in different topologies, such as the mesh, the extended star, the ring, among other ones, using the theory of complex systems synchronization. In addition, a simulation of a communication between two Nd:YAG laser was performed, by attaching an audio signal as confidential information, and by varying the parameters of both, the transmitter and the receiver to analyze the robustness, as well as adding noise to the channel, to make it applicable in the real world.

In the experimental labor, chaotic dynamics occurred to the DFB and FP lasers that were used, which were checked by different means, including the phase stage graphics, as well as the Lyapunov exponents and their spectrum.

This work has been performed with the aim of contributing to communications using lasers, since it appears to be a promising candidate of the usage of chaotic transporter for encryption of information and to preserve protected communication.

.

Keywords: Laser, chaos, synchronization..

...Dedicado A mis hijos Erik, Andres y Sofia, por ser el tesoro mas presiado que uno puede tener, ustedes son el motor que me obliga a funcionar y ser cada día mejor.... LOS AMO

Agradecimientos

Cuantas veces en el camino para lograr este triunfo me sentí sin fuerza, sin ánimo y sin voluntad para seguir adelante, Tu mejor que nadie sabes quien soy y cuanto te agradezco por todas las oportunidades y lo todo lo que me has brindado en la vida. Se que de una u otra forma me enviabas situaciones en las cuales había una enseñanza o palabra de aliento para mí, por eso **Dios** mío este triunfo es para Tí.

A **mis hijos Erik, Andres & Sofia** ustedes son lo mejor que nunca me ha pasado en la vida, y han venido a este mundo para darme la fuerza que necesito. *Gracias mis moustros!!!*

A **mi esposo Abraham Villalobos** por su paciencia, por su comprensión, por su apoyo, por su amor. Es la persona que más directamente ha sufrido las consecuencias del trabajo realizado. Por su ayuda incondicional día con día. Nunca podré estar suficientemente agradecida. *Te AMO Gordo!!!*

A **mi madre Ana Lilia Avendaño** por su ejemplo de lucha, por traerme al mundo, ella me ha enseñado a encarar las adversidades sin perder nunca la dignidad ni desfallecer en el intento. Me ha dado todo lo que soy como persona, mis valores, mis principios, mi perseverancia y mi empeño, por darme las palabras de aliento para vencer los obstáculos y lograr todo aquello que me he propuesto. Gracias por haber fomentado en mí el deseo de superación y el anhelo de triunfo en la vida. *Gracias ma, Te quiero mucho!!!*

A **mi familia** Gracias por su cariño y los momentos que pasamos juntos, **Hueltin y Hugo** Gracias por sentirse tan orgullosos de mi. A **mi tia Patty** por darme su apoyo incondicional en momentos dificiles de mi vida, eso nunca se olvida Gracias!!! *somos puro Avendaño!!!*

Agradezco muy especialmente a la **Dra. Rosa Martha López** que me vio crecer, por confiar en mí, quien siempre tuvo tiempo para conversar, porque a veces simplemente escuchó, por su preocupación que iba desde lo académico a lo cotidiano, por su esfuerzo en hacer relucir lo mejor de mi. Son infinitas las cosas que pienso en este momento por agradecer que nunca acabaría, pero las quiero sintetizar en su sinceridad. Me encanta conversar con usted, precisamente porque sé que lo que usted opina en privado lo opina en público, que no tiene dos caras. Eso, en estos tiempos en los que otras prácticas son las que ganan, la hace más valorable aún. Más allá de que hoy esté a un paso de ser su colega, usted seguirá siendo mi maestra por siempre. Por que con su ejemplo aprendí cual es la verdadera amistad. Sin hacer posible esta tesis. *Gracias profe!!!*

Al **Dr. Cesar Cruz** que con paciencia supo transmitir sus conocimientos y afianzar mi formación como estudiante. Por su orientacion en todo momento en la realización de este proyecto que enmarca un escalón más hacia mi futuro, por ser más que un asesor de tesis. *Gracias Dr. Cesar...*

A la **familia Cruz López** por ser parte de mi familia, sin ser parientes consanguíneos, por la amistad y cariño brindado incondicionalmente. *Gracias!!!*

Al **Dr. Vasily Spirin** por darme la oportunidad de desarrollor mi tesis con su colaboracion y por sus opiniones interesantes en el tema de investigación.

A los miembros del comite de tesis: **Dra. Adriana Nava Vega y Dr. Ricardo Arturo Chávez Pérez**, por sus valiosos comentarios y por su atención prestada en este trabajo.

A **mis maestros** que gracias por su tiempo, por su apoyo así como por la sabiduría que me transmitieron en
el desarrollo de mi formación.

A nuestra casa de estudios la **Universidad Autonoma del Estado de Baja California UABC** por darme la oportunidad de continuar en el camino del conocimiento.

Al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnologia CONACYT** por el apoyo economico brindado.

A la **familia Muñoz Guerrero** por todos los momentos que convivimos juntos, por su cariño brindado, por su sincera y desinteresada amistad y por echarme porras. Gracias!!!

A los **rudos** por aceptarnos en su circulo jajaja!!!, por ser como una familia ayudandonos todos, pero en especial a Carolina por animo!!!! *Gracias....*

A los **pajaros** Claudia y Olguin por su cariño y su amistad sincera. Gracia pajarillos....

En fin, a todas aquellas personas que de una u otra forma, y de manera desinteresada, me brindaron toda la ayuda necesaria con la finalidad de lograr el desarrollo de un buen trabajo. Agradezco de forma sincera su valiosa colaboración y apoyo.

Çuando bebas agua, recuerda la fuente "

Ensenada, México
22 de Agosto de 2012.

Liliana Cardoza Avendaño

Tabla de Contenido

Capítulo Página

Resumen III
Abstract IV
Agradecimientos V
Lista de Figuras IX
I. Introducción **1**
I.1. Antecedentes . . . 1
I.2. Planteamiento del problema . . . 2
I.3. Motivación . . . 4
I.4. Objetivos . . . 6
I.4.1. Objetivo general . . . 6
I.5. Metodología adoptada . . . 7
I.6. Organización de la tesis . . . 7
II. Criptografía, Caos y Redes complejas **9**
II.1. Criptografía . . . 9
II.1.1. Antecedentes históricos . . . 11
II.1.2. Algoritmos criptográficos . . . 12
II.2. Caos . . . 16
II.2.1. Introducción . . . 16
II.2.2. Atractor . . . 18
II.2.3. Definición de caos . . . 18
II.2.4. Aplicaciones del caos . . . 19
II.3. Sistemas caóticos . . . 19
II.4. Redes complejas . . . 21
II.5. Conclusión . . . 22
III. Simulación **23**
III.1. Láser Nd:YAG y su sincronización . . . 23
III.2. Sincronía . . . 24
III.2.1. Sincronización de redes complejas . . . 26
III.2.2. Sincronización de dos láseres Nd:YAG caóticos . . . 30
III.3. Sincronización de diferentes topologías de red . . . 32
III.3.1. Sincronización de redes . . . 34
III.4. Comunicación de audio . . . 51
III.4.1. Encriptar, transmitir y decodificar . . . 52
III.5. Conclusiones . . . 59
IV. Resultados experimentales **61**
IV.1. Funcionamiento de láseres . . . 61
IV.2. Caracterización Láser caótico DFB y FP . . . 63

Tabla de Contenido (Continuación)

Capítulo Página

IV.2.1. Láser Semiconductor Fabry-Perot (FP) 63
IV.2.2. Láser Semiconductor de Retroalimentación Distribuida (DFB) 63
IV.2.3. Caotificación 66
IV.2.4. Banco experimental 67
IV.2.5. Resultados y discusiones 69
IV.3. Eliminación de las fluctuaciones en baja frecuencia de la radiación de la retrodispersión de Rayleigh de la fibra óptica con láseres caóticos 80
IV.3.1. Una aplicación a sensores 80
IV.3.2. Introducción 80
IV.3.3. Resultados experimentales 82
IV.4. Conclusiones 89
V. Generación de Continuos en Fibras Micro-Estructuradas 91
V.1. Propagación en el punto de cero dispersión de la fibra 92
V.1.1. Efecto de incrementar la potencia pico de los pulsos incidentes 92
V.1.2. Efecto de incrementar la potencia pico de los pulsos incidentes 93
A. Software de generadores caóticos 94

Lista de Figuras

Figura Página

1. Comunicación confidencial de forma insegura. 10
2. Comunicación confidencial de forma segura. 11
3. Jeroglíficos Egipcios 12
4. Escítala 13
5. Cifrado Julio César 13
6. Sistema encriptador convencional. 15
7. Atractor de Lorenz 17
8. Serie de tiempo de un sistema caótico. 20
9. Atractor láser Nd:YAG 25
10. Gráfica temporal de las variables de estado del láser Nd:YAG. 25
11. Acoplamiento maestro-esclavo para una sincronización de dos láseres Nd:YAG. 30
12. Sincronización de los láseres Nd:YAG en configuración maestro-esclavo. 32
13. Topología de árbol con 8 nodos 35
14. Sincronización de la red para 8 nodos usando la topología de árbol. . . 38
15. Sincronización de la red de topología de árbol con cada uno de sus nodos. 38
16. Topología de estrella extendida para 17 nodos. 39
17. Sincronización de la red de la topología estrella extendida para 17 nodos. 44
18. Topología anillo con 8 nodos. 45
19. Sincronización de la red con la topología en anillo para 8 nodos. 48
20. Topología global con 5 nodos. 48
21. Sincronización de la red con topología global con 5 nodos. 50
22. Esquema de encriptammiento, transmisión y recuperación de mensaje de audio. 53
23. Encriptamiento, trasmisión y recuperación de un mensaje de audio (2 canales): a) gráficas de fase de la sincronización caótica entre X_{11} y X_{21}, b) mensaje original de audio $m(t)$, c) señal caótica transmitida $z(t)$, d) mensaje de audio recuperado $m\prime(t)$, y e) señal de error $em(t)$ entra la señal original y la señal recuperada. 54
24. Esquema de encriptamiento, transmisión y recuperación del mensaje de audio utilizando una función adicional. 55
25. Encriptamiento, transmisión y recuperción del mensaje de audio (con función): a) gráfica de fase X_{11} contra X_{21}, b) mensaje de audio origina $m(t)$, c) señal caótica transmitida $z(t)$, d) mensaje de audio recuperado $m\prime(t)$, y e) señal de error $em(t)$ entre la señal de audio original y la señal de audio recuperada. 56

Lista de Figuras (Continuación)

Figura Página

26. Comparación entre a) señal caótica transmitida *z(t)* y b) señal caótica transmitida *s(t)*. 57
27. a) Correlación $z(t)$, b) correlación $s(t)$,c) espectro de frecuencia $z(t)$, d) espectro de frecuencia $s(t)$, e) gráficas de fase $z(t)$ y f) gráficas de fase $s(t)$. 58
28. Efecto de las variaciones de los parametros simultaneamente con el ruido del canal: Transmisión del mensaje de audio: a) gráfica de fase X_{11} contra X_{21}, b) mensaje de audio original $m(t)$, c) señal caótica transmitida $s(t)$, d) mensaje de audio recuperado $m\prime(t)$, y e) señal de error $em(t)$ entre la señal original y el audio recuperado. 59
29. Esquema experimental para la caracterización y caotificación del láser semiconductor. 68
30. Espectro de potencia de RF para el láser DFB con diferente retroalimentación (a) 42 %, (b) 3 %, (c) 0.06 % y (d) sin retroalimentación externa. 69
31. Fluctuaciones en baja frecuencia en el láser semiconductor DFB con retroalimentación óptica externa. 70
32. Espectro de potencia de RF del láser FP con diferente retroalimentación (a) 42 %, (b) 0.53 %, (c) sin retroalientación externa. 71
33. Ancho de linea espectral $\Delta\lambda$ contra el log de la retroalimentación del láser DFB. 72
34. Potencia del espectro óptico del láser FP y el ancho de línea (a) 42 % de retroalimentación y (b) sin retroalimentación extrena. 73
35. Planos de fase de las oscilaciones caóticas del láser DFB para diferentes retroalimentaciones: (a)42 %, (b)8 %, (c) 0.53 % y (d) sin retroalimentación externa. 74
36. Planos de fase de las oscilaciones caóticas del láser FP para diferentes retroalimentaciones: (a)42 %, (b)16 %, (c) 0.84 % y (d) sin retroalimentación externa. 74
37. Desviación estándar de las series de tiempo para los láseres caóticos DFB y FP. 75
38. Máximo exponente de Lyapunov para los láseres caóticos DFB y FP contra el *log* de la retroalimentación. 76
39. Espectro de potencia de RF para el láser FP: (a) con un filtro adicional, con una retroalimentación del 0.006 %, (b) sin filtro con una retroalimentación del 0.006 % y (c) sin filtro y retroalimentación externa. . . . 77
40. Planos de fase de las oscilaciones caóticas del láser FP con un filtro adicional a diferentes retroalimentaciones (a) 42 % y (b) 3 %. 78

Lista de Figuras (Continuación)

Figura Página

41. Máximo exponente de Lyapunov para el láser FP con filtro óptico contra el *log* de la retroalimentación. 79
42. Esquema experimental. 83
43. (a) Espectro de potencia de RF de la radiación transmitida para el láser DFB con una retroalimentación del 40 %, (b) ruido de piso sin señal óptica de entrada. 84
44. Espectro de potencia de RF de la potencia de la retrodispersión de Rayleigh para el láser DFB: (a) sin retroalimentación externa, (b) con 40 % de retroalimentación y (c) ruido de piso sin señal óptica de entrada. 85
45. Espectro de potencia de RF de la potencia de la retrodispersión de Rayleigh para el láser DFB: (a) sin retroalimentación externa, (b) 0.04 %de retroalimentación, (c) 40 % de retroalimentación y (d) ruido de piso sin señal óptica de entrada. 85
46. Espectro de potencia de RF de la retrodispersión con una potencia de entrada de 40mW: (a) sin retroalimentación externa, (b) 40 % de retroalimentación externa con dispersión de Brillouin y (c) ruido de piso sin señal óptica de entrada. 87
47. (a) Espectro de potencia de RF de la radiación trasnmitida para el láser FP con 40 % de retroalimentación y (b) ruido de piso de la señal óptica de entrada. 88
48. Espectro de potencia de RF de la potencia de la retrodispersión de Rayleigh para el láser FP: (a) y (b) sin retroalimentación externa, (c) con 40 % de retroalimentación y (d) ruido de piso sin señal óptica de entrada. 89
49. 93
50. Pantalla principal del software. 95
51. Pantalla de sistemas continuos 95
52. Pantalla del sistema de Lorenz 97
53. Atractores del modelo de Lorenz 97
54. Pantalla sistemas discretos 98
55. Pantalla del mapeo de Henon 99
56. Atractor de Henon 99
57. Pantalla para el encriptamineto de información 100
58. Resultados del encriptamiento de información. 101
59. Pantalla para la validación del caos. 102
60. Maneras de validación del caos 102
61. Exponentes de Lyapunov. 103
62. Autocorrelación 103
63. Derivada. 104

Capítulo I

Introducción

Esta tesis se ha realizado con el propósito de contribuir en la utilización de los láseres caóticos en las comunicaciones privadas.

La tecnología láser tiene un campo muy amplio, lo que antes era una herramienta en el laboratorio dejo de serlo, convirtiéndose ahora en un producto comercial de gran utilidad.

Hoy en día, los láseres se utilizan por doquier: en la lectura de CD, en el corte de acero; en el barrido de etiquetas del mercado, en los quirofanos de un hospital, incluso los haces de los láseres ya se han reflejado en la luna, han soldado retinas desprendidas, estimulado el crecimiento de semillas, servido como enlaces entre equipos de telecomunicación, dirigido misiles, barcos, agujeros en diamantes e incluso transmitiendo imágenes.

El uso casi exclusivo, durante los últimos cien años, de las señales eléctricas para el tratamiento y la transmisión de datos, ahora se está dando rápidamente el paso a técnicas ópticas más eficientes. Una revolución de gran alcance de los métodos de tratamiento y comunicación de la información está produciendo una revolución que seguirá estudiandose y cambiando muy rápidamente.

I.1. Antecedentes

La luz láser es uno de los logros científicos más relevantes del siglo XIX, los principios básicos se establecieron desde 1916, por el ilustre científico alemán, Albert Einstein, el definió los dos conceptos esenciales: el de probabilidad de transición y el de emisión

estimulada de radiación [Garavaglia,1976]. El primero en observar el efecto láser fue T.H. Maiman, en 1960, emplenado un cristal de rubí, se consideró que era una solución en busca de un problema, y hoy la tecnología láser se aplica en áreas muy diferentes, tales como : medicina, comunicación, dispositivos de uso cotidiano, militar y en la industria.

El acrónimo LASER significa: amplificación de la luz mediante emisión estimulada por radiación, por sus siglas en inglés (**L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation).

I.2. Planteamiento del problema

En la actualidad el mundo es testigo de la creciente demanda en el desarrollo de las comunicaciones, unido al uso masivo de tecnología, hace posible la transmisión de grandes flujos de información. La creciente demanda de servicios de comunicación hace que los usuarios requirieran primordialmente *privacidad y seguridad* a la hora de transmitir información, con el fin de protegerla. Una solución a este problemas consiste en realizar encriptamiento utilizando láseres en régimen caótico para transmitir información por medio de fibra óptica.

Aunque el software convencional empleado para codificación hasta ahora ha mostrado eficacia para codificar información. Sin embargo, el continuo avance en la construcción de computadoras rápidas amenaza la seguridad de esta técnica de encriptado. Una contribución para resolver este problema es el empleo de un encriptamiento adicional en niveles físicos, utilizando portadoras caóticas generadas por diversos componentes, operando en régimen caótico.

En años recientes, se realizaron investigaciones teóricas y experimentales utilizando caos óptico para sistemas de comunicaciones seguras. La idea en tales sistemas, consiste

en que la información se mezcle o codifique con la salida de un láser caótico emisor, posteriormente se puede recobrar la información utilizando la sincronía del láser emisor y del láser receptor.

Una señal caótica que sirve como portadora de información, representa la generalización de la onda portadora senoidal tradicional y ofrece además, el enorme potencial de incrementar la privacidad en comunicaciones de información confidencial. Por ejemplo, en comunicaciones por radio, una determinada frecuencia de la portadora senoidal se modulada con un mensaje y se transmite. Un radio receptor deberá sincronizar (sintonizar) a la frecuencia de la señal senoidal (portadora) para recuperar el mensaje, conceptualmente, en la misma forma descansa la idea principal que inspira esta propuesta de trabajo de tesis; que consiste en transmitir información confidencial encriptada de manera segura entre láseres: emisor y receptor remotos, y desencriptarse a partir de la portadora caótica, empleando solamente un láser ya que el receptor puede ser sincronizado con las dinámicas caóticas del láser transmisor.

El requerimiento de privacidad, surge necesariamente en la discusión de comunicaciones caóticas y constituye la motivación de investigación en esta clase de comunicaciones. En su trabajo pionero "Communication Theory of Secrecy Systems", Claude Shannon discutió tres aspectos fundamentales en sistemas de comunicaciones secretas: ocultamiento, privacidad y encriptamiento [Shannon 1949]. Esos aspectos aplican por supuesto a los sistemas de comunicaciones que emplean señales caóticas como portadoras de información y pueden ubicarse completamente en ese contexto. Primeramente, el ocultamiento de la información ocurre debido a que la potadora caótica es irregular y aperiódica (característica de los sistemas caóticos); por consecuencia, la información codificada no es entendible a receptores intrusos. Para poder entender la información, el receptor intruso deberá contar con el hardware apropiado y el conjunto de valores de los parámetros para decodificar y recuperar la información, por ello sólo el receptor

autorizado la podra recuperar, ya que la información original puede recuperarse únicamente con un receptor que conozca el conjunto de valores y parámetricos exactamente iguales del emisor. Llegado a este punto, es importante enfatizar que el empleo de una portadora caótica para codificar dinámicamente la información, no excluye de ninguna manera el uso de esquemas convencionales de encriptado. La codificación dinámica mediante una señal caótica puede considerse como una capa adicional de encriptamiento, para garantizar la seguridad de la información confidencial en la tranasmisión.

Con la culminación de este trabajo, se pretende contribuir al problema de sincronización y transmisión de información de manera privada por medio de fibra óptica.

I.3. Motivación

Hasta el momento, los métodos para generar señales caóticas generalmente emplean circuitos electrónicos [Pecora y Carroll 1990; Cuomo et al. 1993; Cruz-Hernández y H. Serrano 2005; Cruz-Hernández C. 2006; Cruz-Hernández C. et al. 2005]. Sin embargo, existen dos problemas principales con esto. El primero, la mayoría de los circuitos han sido diseñados en el rango de audio con ancho de banda del mensaje limitado a 10 KHz. Aunque circuitos de RF se pueden contemplar, es difícil conseguir una frecuencia multi-GHz requerida en muchos canales de comunicación. Además, la mayoría de las redes de comunicaciones ya instaladas de alta velocidad se basan en fibras ópticas. Por tanto, un esquema de encriptado con base directamente sobre una portadora caótica es sumamente deseable. El segundo problema fundamental con las portadoras caóticas generadas electrónicamente es su baja dimensión, lo cual, redunda en un bajo nivel de confiabilidad cuando se aplican a transmisiones en comunicaciones seguras o privadas. Ambos problemas son superados por la propuesta de emplear caos de alta dimensión generado por láseres semiconductores.

Las comunicaciones ópticas empleando portadoras caóticas constituyen un medio prometedor para incrementar privacidad y seguridad en las redes de comunicaciones. Estas emplean láseres emisores y receptores caóticos sincronizados para codificar y decodificar información, la cual, puede decodificarse solamente cuando se emplea el receptor apropiado. Este nuevo medio de transmisión de información encriptada puede combinarse con algoritmos convencionales de encriptado en programación y crear un segundo nivel de seguridad.

Los sistemas de comunicaciones actualmente emplean programación para encriptado y proporcionar privacidad y seguridad. Sin embargo, el desarrollo creciente de computadoras más eficientes, condicionan o limitan la viabilidad de esta técnica. De ahí, la necesidad imperiosa por desarrollar nuevas y eficientes técnicas para codificar información. Al mismo tiempo, las comunicaciones ópticas privadas empleando portadoras caóticas tienen el potencial de incrementar la privacidad y se puede implementar en sistemas de alta velocidad de transmisión [Donati y Mirasso 2002; Larger y Goedgebuer 2004].

Una manera alternativa para incrementar la seguridad de la información encriptada, puede realizarse agregando codificación en la parte física utilizando portadoras caóticas generadas por componentes operando en régimen no lineal [Donati y Mirasso 2002]. Los láseres semiconductores son candidatos idóneos para la construcción de emisores y receptores no lineales.

Una vez que los láseres son sincronizados mediante algún método, se puede emplear la salida caótica del láser emisor como portadora para encriptar la información. El láser remoto, en el receptor, permite que la información pueda ser desencriptada. La decodificación se basa en el fenómeno no lineal de la sincronía caótica entre emisor y receptor. El factor clave reside en el hecho de que el receptor se sincroniza con las oscilaciones

caóticas del emisor (la portadora) ocultando la información cifrada. Por tanto, comparando la entrada (portadora + información) y la salida (portadora únicamente) del receptor la información puede recuperarse.

I.4. Objetivos

Con la realización de este trabajo de tesis doctoral, se planteó alcanzar el siguinete objetivo general.

I.4.1. Objetivo general

Contribuir en las comunicaciones privadas de información confidencial en comunicaciones ópticas; es decir, incrementar la seguridad del encriptado de información empleando sincronía de láseres caóticos.

Objetivos particulares

Así mismo se pretenden alcanzar los siguientes objetivos particulares:

I. Generar en los láseres semiconductores comportamiento caótico mediante inyección óptica, en forma experimental.

II. caotificar y caracterizar láseres semiconductores de retroalimentación distribuida y Fabry Perot(DFB y FP) en régimen caótico experimentalmente.

III. Sincronizar modelos del láser de Nd:YAG (acrónimo del inglés neodymium-doped yttrium aluminium garnet) en modo caótico para diferentes topologías utilizando la teoría de redes complejas.

III. Transmir información mediante encriptamiento de información confidencial utilizando caos para el modelo del láser Nd:YAG.

I.5. Metodología adoptada

Para alcanzar los objetivos planteados y poder obtener una señal caótica mediante simulaciones para las cuales se utilizarón el modelo del laser Nd:Yag, la señal caótica generada es utilizada como portadora de información en el sistema de encriptado, ya que con ello el mensaje oculto en la señal transmitida sería más difícil de descifrar por personas ajenas al sistema de comunicación. En cuanto a lo experimental se utilizaron 2 tipos de láseres, el láser monomodo de retroalimentación distribuida (DFB) y el láser multimodo Fabry Perot (FP), en ambos láseres generamos caos y hacemos una comparación entre ellos.

I.6. Organización de la tesis

Este trabajo se organiza en siete capítulos distribuidos de la siguiente manera:

En el **capítulo I**, se da una breve introducción del trabajo desarrollado, asi como la motivación que nos llevo a la realización del mismo, mencionando los objetivos que dieron su origen.

En el **capítulo II**, se muestra un poco de teoria empleada acerca del caós y las redes complejas.

El **capítulo III** se presentan las simulaciones realizadas, de la dinamica del láser Nd:YAG en regimen caótico, la teoria de la sincronización y los criterios principales, así como la sincronización para dos láser caóticos Nd:YAG, la sincronización con diferentes arreglos de redes y la comunicación con un mensaje de audio.

En el **capítulo IV** se da una breve introducción del funcionamiento de los láseres, se muestra los experimentos realizados, el banco experimental para la caotificación y algunas aplicaciones.

El **capítulo V** reporta un software adicional desarrollado para ilustrar los modelos

caóticos y algunas aplicaciones.

El **capítulo VII** por último se dan las conclusiones acerca de este trabajo de tesis y se mencionan las posibilidades de trabajos futuros que quedan abiertas para una posterior realización.

Capítulo II

Criptografía, Caos y Redes complejas

En este capítulo se brinda una breve introducción a la criptografía y su significado, al caos y redes complejas, con el objetivo de que el lector obtenga los elementos necesarios para comprender el desarrollo de este trabajo de tesis doctoral.

II.1. Criptografía

Todos los individuos tenemos secretos de diferente índole, y simpre buscado formas o mecanismos para mantenerlos ocultos.

La criptografía surge desde tiempos antigüos, con la finalidad de cambiar el mensaje original de tal manera que sea imperceptible para todas las personas menos para el destinatario

Entiéndase por *cifrado* de información un proceso de cambio de información disfrazada para enviarse mediante un canal o un medio. Al proceso inverso se le conoce como de descifrado. El cifrar la información permite que la información pueda ser protegida contra cualquier persona ajena que no deba tener acceso a la información como terroristas, espías, hackers, criminales, etc...

La criptografía en sus inicios fue utilizada con fines militares, pero hoy en día , en una sociedad como la nuestra con grandes intercambios de información, el uso de la criptografía aumenta día con día, como son en pagos electrónicos, privacidad y control

Figura 1: Comunicación confidencial de forma insegura.

de acceso.

En la actualidad la criptografía tiene infinidad de aplicaciones; en la estática, teoría de números, teoría de la información, tecnologías de la información y en las comunicaciones siendo esta última la estudiada en este trabajo.

El significado de *criptografía* proviene del griego krypto, "oculto", y graphos, "escribir", literalmente "escritura oculta". Existen diversas definiciones de criptografía, una de ellas es;

La criptografía es el arte o ciencia de cifrar y descifrar información utilizando técnicas matemáticas que hagan posible el intercambio de mensajes de manera que sólo puedan ser leídos por las personas a quienes van dirigidos.

Por lo general la transmisión de información se realiza de un transmisor a un receptor por algún medio, por lo general si la información se envía por un canal público en el cual se encuentran el intrusos, estos pueden obtener información confidencial para el usuario, como se muestra en la Figura 1

Una forma de resolver este problema es ocultar el mensaje.

Figura 2: Comunicación confidencial de forma segura.

El objetivo primordial de la criptografía es la comunicación segura entre dos personas, mediante un canal inseguro en el cual el intruso no pueda saber cuál es la información entre el receptor y transmisor, una forma de resolver este problema es ocultar el mensaje, un ejemplo sería utilizar una tinta que ha simple vista no puede ser vista, otro ejemplo podria ser hacer ilegible el mensaje, mejor dicho esconder el contenido, como se muestra en la Figura 2

Por ello la finalidad de la criptografía es garantizar el secreto o la confiabilidad de la comunicación entre transmisor y receptor y también asegurar que la información que se envía sea autentica en ambos sentidos, tanto que el receptor sea realmente quien dice ser y que el mensaje enviado (criptograma) no se haya modificado en su trayecto.

II.1.1. Antecedentes históricos

Desde todos los tiempos la criptografía se ha utilizado como por ejemplo nuestros antepasados, los militares, diplomáticos, y hoy en día los altos funcionarios, políticos, en los bancos etc... Cada civilización a su manera ha desarrollado y utilizado códigos secretos para mantener ocultos o ilegibles el texto o la información.

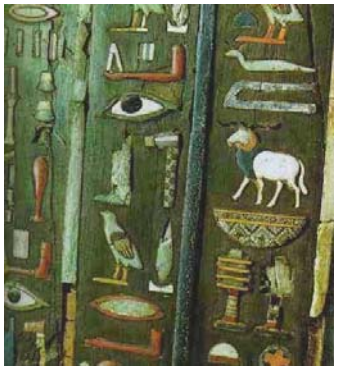

Figura 3: Jeroglíficos Egipcios

II.1.2. Algoritmos criptográficos

Por medio de algoritmos se realiza el procedimeinto para encriptar la información, por lo tanto un algoritmos es una función para desordenar la información (texto claro) de tal manera que se trasnformen en imcompresnsible o ilegible (criptograma), a su vez existe un algoritmo de desencriptado encargado de recuperar la infomación. Existen algoritmos de criptografía clásica y criptografía moderna. mencianados a continuacion:

Criptografía clásica

Los jeroglíficos egipcios Es el primer antecedente que se conoce de la criptografía son los jeroglíficos desde los griegos se conocía como escritura sagrada, es un lenguaje de dibujos que se utilizaba para decorar templos y monumentos, también podían ser escritos con tinta sobre papiro, pintados o grabados sobre piedras como se muestra en la Figura 3 . En un principio los jeroglíficos eran utilizados para recordar las posesiones de los reyes.

Figura 4: Escítala

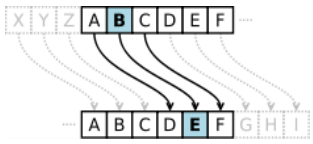

Figura 5: Cifrado Julio César

Escítala Griega Los antiguos griegos inventaron la escitala, en la cual el mensaje se escribía longitudinalmente en una tira envuelta, despues la tira se removía quedando un mensaje ilegible el cual se pasaba al mensajero. Solo si el receptor tenía un bastón del mismo diámetro sería capaz de recuperar el mensaje. Esta técnica fue utilizada por los griegos y espartanos durante las campañas militares como la que se muestra en la Figura 4

El cifrado Julio César El cifrado Julio César llamado así en honor a Julio César, este encriptado es uno de los más sencillos y más utilizados consta de reemplazar cada letra del alfabeto por otra desplazada un numero determinada del alfabeto, un ejemplo si el desplazamiento es 3 a la letra A le corresponde la letra D y a la B le corresponde la letra E y así sucesivamente Figura 5.

Existen muchas mas técnicas como por ejemplo el Código Morse, el cifrado del Luis XIV, el disco cifrado, el telégrafo, etc..

Criptografía Moderna

Hoy en día, una computadora puede hacer el proceso de codificación de información. con ello se llega a la criptografía moderna, utilizando algunos modelos que se describen a continuación:

DES Por sus siglas en inglés (Data Encryption Standard) encriptado estándar de información, desarrollado en 1977 por el departamento de comercio y la oficina nacional de estándares de EEUU en colaboración con la empresa IBM. En sus incios creados con la finalidad de proporcionar al público en general un algoritmo de cifrado normalizado para las redes de computadoras hoy en día se considera poco seguro debido a la longitud de su clave (56 bits) ya que utilizando el ataque de fuerza bruta para conocerla se dice que en menos de 24 horas podrían saber la clave correcta.

TDES (Triple DES) se llama así al algoritmo que hace triple cifrado de DES, este fue desarrollado por IBM en 1978, para poder superar el problema del DES, basado en 3 iteraciones sucesivas del algoritmo DES, con ello la longitud de la clave creció (128 bits) y es complatible con el DES simple, este algoritmo esta desapareciéndo siendo reemplazado por el algoritmo AES. Sin embargo la mayoría de las tarjetas de credito y otros medios de pagos electrónicos tiene como estandar el TDES.

AES (por sus siglas en inglés Advance Ecryption Standard) Estándar de encriptamiento avanzado, también llamado Rijndael, es un esquema de cifrado por bloques adoptado por un estándar de encriptado en el gobierno del EEUU y se espera que sea utilizado en el mundo entero ya que hasta la fecha no se le ha encontrado ninguna

Figura 6: Sistema encriptador convencional.

vulnerabilidad.

Estos solo por mencianar algunos, existe la necesidad de seguir desarrollando nuevos algoritmos mas robustos y complejos que brinden al usuario seguridad que necesitan a la hora de la transferencia de información privada de un lugar a otro.

Criptografía cuántica

Es una nueva área dentro de la criptografía que hace uso de los principios de la física cuántica para transmitir información de forma tal que sólo pueda ser accedida por el destinatario previsto, ya que una de las propiedades más importantes de la criptografía cuántica es que si un tercero (intruso) intenta hacer una ataque durante la creación de la clave secreta, el proceso se altera detectándose al intruso antes de que se trasmita la información privada.

Métodos alternativos

Existe encriptado de informacion alternativo como es el que utiliza dinámicas caóticas [Pecora y Carroll 1990] en la Figura 6 se muestra la idea general del encriptado mediante un sistema caótico tanto en el transmisor como en el receptor. Este método se explicara más a detalle en los siguientes capítulos.

II.2. Caos

II.2.1. Introducción

Básicamente siempre relacionamos caos con desorden o algo que es impredecible y es uno de los principales conceptos del cosmos, el caso es la complejidad de la supuesta casualidad en la relación sin que se observe un comportamiento que relacione la causa con el efecto.

Lo cual quiere decir que cualquier evento por insignificante que sea o que pase en el universo tiene el poder de desencadenar una serie de eventos que alteren el sistema. Esto también llamado *efecto mariposa* la idea es que, dadas unas condiciones iniciales de un determinado sistema caótico, la más mínima variación en ellas puede provocar que el sistema evolucione en formas completamente diferentes, "El simple aleteo de una mariposa puede cambiar el mundo"(proverbio chino).

Edward Lorenz por el año 1963 investigaba el hecho de que fuese imposible predecir los fenómenos meteorológicos a largo plazo. Creó un modelo matemático para poder simularlo. Este modelo se basaba inicialmente en la convección de fluidos y la no linealidad.

Así descubrió una de las propiedades más importantes de los sistemas caóticos, la dependencia de las condiciones iniciales. Si partimos de dos puntos del espacio de fases, las trayectorias correspondientes a estos dos puntos son diferentes aunque los puntos estén muy próximos. Los puntos serían los conjuntos de condiciones iniciales, y las trayectorias la diferente evolución del sistema dependiendo del punto de partida.

Como no se pueden medir de forma precisa las condiciones iniciales de un sistema, es imposible predecir a largo plazo el comportamiento del sistema, si éste depende de las condiciones iniciales.

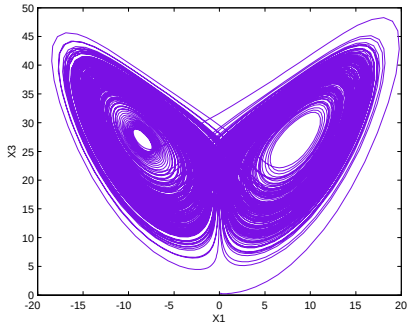

Figura 7: Atractor de Lorenz

Lorenz en su modelo meteorológico comprobó que mínimas variaciones en las entradas se convertían, en poco tiempo, en grandes variaciones en la salida. A esto se lo denomina efecto mariposa. Este efecto se suele explicitar con la siguiente frase: "Si hoy, una mariposa agita sus alas en Pekín, puede cambiar el tiempo de Nueva York el mes que viene".

Edward Norton **Lorenz** (1917-2008) fue un matemático y meteorólogo estadounidense, pionero en el desarrollo de la teoría del caos. Fué quien introdujo el concepto de atractores extraños y acuñó el término efecto mariposa.

Lorenz al intentar hacer una predicción del clima atmosférico, el cual se describe por tres ecuaciones diferenciales bien definidas, simuló sus ecuaciones para ver el comportamiento, introdujo por el teclado los valores que ya tenía apuntados en el papel. Dejó la máquina trabajando y se fue a tomar un café, a su regresó se encontro con la figura que hoy conocemos como el atractor de Lorenz (Figura 7), creyo que no había puesto bien las condiciones inciciales y lo intento varias veces, logrando siempre los mismos resultados. Al estudiar su sistema detenidamento llegó a la conclusión que sus simulaciones eran muy diferentes para condiciones inciales muy próximas.

La teoría del caos es la denominación popular de la rama de las matemáticas, la física y otras ciencias que trata ciertos tipos de sistemas dinámicos muy sensibles a las variaciones en las condiciones iniciales, y estudian estos sistemas a partir de su espacio de estado.

II.2.2. Atractor

Atactor es uno de los conceptos básicos para entender el caos, es una región del espacio de estados hacia la cual convergen todas las trayectorias posibles de un sistema. Estas representaciones fueron utilizadas en sus inicios por *Henri Poinacaré.* Existen diferentes tipos de atractores como es el punto fijo, ciclo límite, toro límite pero el que mas nos atañe en este documento y definiremos es el atractor extraño.

Atractor extraño

El atractor extraño es una trayectoria en el espacio de fase de un sistema caótico concreto, los cuales suelen tener forma geométrica caprichosa, complicada y con dimensión fractal (objeto semigeométrico cuya estructura básica, irregular, se repite a diferentes escalas, su forma es hecha de copias más pequeñas de la misma figura). El atractor de Lorenz fue el primer atractor extraño.

II.2.3. Definición de caos

El término procede del griego *Χάος*, que significa abertura. Estado amorfo e indefinido que se supone anterior a la costitución del cosmos [real academia española]. Sin embargo ésta palabra tiene diferentes significados dependiendo el campo de estudio. Para éste trabajo de tesis la definición que utilizaremos es:

Caos es el comportamineto estocástico de algunos sistemas dinámicos gobernado por leyes determinísticas, manifiesta un comportamiento en apariencia impredecible,

tiene gran sensibilidad a las condiciones iniciales. Es un comportamineto complejo, que aparenta desorden, pero podemos predecirlo bajo ciertas condiciones.

II.2.4. Aplicaciones del caos

Actualmente la teoría del caos está siendo estudiada en diferentes campos de la ciencia como son; física, biología, medicina, música, economía, ciencias sociales, meteorología, la ingeniería, entre otras disciplinas.

Otra aplicación muy importante es en los sistemas de comunicaciones. En donde se utiliza una portadora caótica en lugar de una portadora periódica, cuya amplitud oscila de forma irregular a través del tiempo, para poder transmitir información en forma privada. Esta propiedad de los sistemas caóticos es la que en ésta tesis se empleó, la comunicación de información encriptada.

II.3. Sistemas caóticos

Dentro de los estudios en la física y matemática, los sistemas dinámicos se pueden clasificar en:

·Estables

·Inestables

·Caóticos

Un sistema estable es quel que tiende a lo largo del tiempo a un punto, u órbita (atractor), dependiendo de su dimensión, un sistema inestable se escapa de los atractores y un un sistema caótico manifiesta los dos comportamientos, por un lado, existe un atractor por el que el sistema se ve atraído, pero a la vez, hay fuerzas que lo alejan de éste. De esa manera, el sistema permanece confinado en una zona de su espacio de estados, pero sin tender a un atractor fijo.

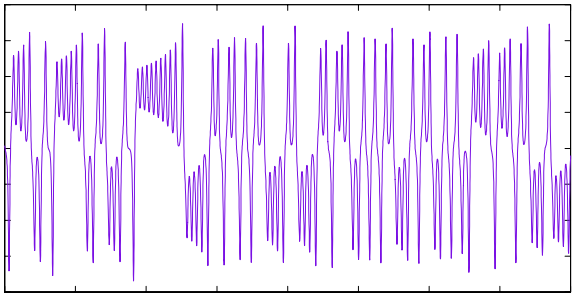

Figura 8: Serie de tiempo de un sistema caótico.

De un sistema del que se conocen sus ecuaciones características, y con unas condiciones iniciales fijas, se puede conocer exactamente su evolución en el tiempo. Pero en el caso de los *sistemas caóticos*, una mínima diferencia en esas condiciones hace que el sistema evolucione de manera totalmente distinta. Estos sistemas son determinísticos, a pesar de no tener entradas aleatorias presentan un comportamineto sumamente complejo, el hecho de que sean determinísticos permite conocer con precisión su secuencia. como se muestra en la Figura 8.

Caracteristicas

Las caracteristicas primordiales de un sistema caótico son:

·Debe ser sensible a condiciones iniciales.

·Debe ser transitivo.

·Sus orbitas periódicas deben formar un conjunto denso en una región compacta del espacio de estados.

·Tener al menos un exponente de Lyapunov positivo.

Un parámetro que nos indica la dependencia de las condiciones inciales de un sistema caótico son los **Exponentes de Lyapunov**, los cuales, proporcionan información de

la divergencia de las trayectorias de un sistema para condiciones inciciales cercanas. Un exponente de Lyapunov positivo, es necesario para indicar la presencia de caos en el sistema, debido a esto, los exponentes de Lyapunov positivos son utilizados para determinar la complejidad de un sistema caótico. Un sistema de orden N, tendrá N exponentes de Lyapunov.

II.4. Redes complejas

Históricamente, el estudio de las redes ha sido dominada por la teoría de grafos. El problema de los puentes de Königsberg, también llamado más específicamente problema de los siete puentes de Königsberg, es un célebre problema matemático, resuelto por Leonhard Euler en 1736, cuya resolución dió origen a la *teoría de gráfos*. Su nombre se debe a Königsberg, el antiguo nombre que recibía la ciudad rusa de Kaliningrado, que durante el siglo XVIII formaba parte de Prusia Oriental, como uno de los ducados del Reino de Prusia. Esta ciudad es atravesada por el río Pregolya, el cual se bifurca para rodear con sus brazos a la isla Kneiphof, dividiendo el terreno en cuatro regiones distintas, las que entonces estaban unidas mediante siete puentes llamados Puente del herrero, Puente conector, Puente verde, Puente del mercado, Puente de madera, Puente alto y Puente de la miel. El problema fue formulado en el siglo XVIII y consistía en encontrar un recorrido para cruzar a pie toda la ciudad, pasando sólo una vez por cada uno de los puentes, y regresando al mismo punto de inicio.

La teoría de redes derivada de la teoría de sistemas complejos, permite caracterizar estos sistemas de una manera más sencilla, para poder explicar las propiedades emergentes de los sistemas.

Los sistemas complejos suelen estar compuestos por varios o miles de unidades llamados nodos, de los cuales podemos conocer o no su comportamiento individual

[Green y Bossomaier 1993; Yaneer 1997; Watts 2003; Dieter 2005]. Las redes existen en una diversidad de cosas, como por ejemplo: en gupos de animales, en las neuronas, en conjunto de páginas web en internet. También existen otro tipo de redes como las sociales (formada por un grupo de personas), los ecosistemas o nuestro código genético.

Por ello es importante conocer el comportamiento colectivo y sincronizar este tipo de estructuras, compuestas por varios nodos, en una parte del trabajo se utilizó la teoría de redes para realizar la sincronización de redes con los láseres de Nd:YAG.

II.5. Conclusión

A lo largo de la historia, los algoritmos que se han utilizado en su momento cumplen con el objetivo primordial, sin embargo el avance de las matemáticas y las herramientas con las que contamos en la actualidad han logrado que los sistemas sean vulnerables a ataques que ponen en riesgo la información, por ello generan la necesidad del estudio de métodos alternos como el los algoritmos de encriptamiento con sistemas caóticos, dadas las propiedades naturales del caos, las dinámicas caóticas emergen como excelentes candidatos para ocultar o cifrar la información confidencial.

Capítulo III

Simulación

Este capítulo está dedicado a mostrar los resultados de las simulaciones realizadas obtenidas durante la realizacion de este trabajo de tesis utilizando el programa Matlab.

El capítulo se encuentra dividido en subsecciones para cada una de las simulaciones como son los láseres que trabajan en régimen caótico, la sincronización de los láseres, la sincronía de diferentes topologías en red de los láseres, asi como una comunicación hecha con láseres siendo el láser utilizado para éstas simulaciones, el láser Nd:YAG.

También se presenta la teoría empleada en éste trabajo para la sincronización de redes complejas.

III.1. Láser Nd:YAG y su sincronización

En los sistemas no lineales se puede observar dinámicas caóticas, diferentes esquemas de sincronización existen para estos sistemas, estos esquemas primeramente se estudiaron con circuitos electrónicos osciladores, pero hoy en día con la necesidad de incrementar la velocidad y capacidad de transmisión de datos, se han propuesto sistemas ópticos fundamentalmente constituidos por fibra óptica y láseres.

El láser de estado sólido Nd:YAG (Neodymium doped: Yttrium Aluminium Garnet), fue utilizado para las simulaciones realizadas en este trabajo, en documentos anteriores fue utilizado [RM Lopez-Gutierrez et, al 2009 y Posadas-Castillo C. et, al 2008] en estos documentos se encuentra los parámetros para producir caos en este láser.

Para la reconstrucción de la dinamica de éste láser, utilizamos el modelo matemático

reportado [J.R. Terry 2002], el cual esta descrito por la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \left(F - \left(\alpha_0 + \alpha_1 \cos\left(\omega t\right)\right)\right) X, \\ \dot{F} &= \gamma \left(A_0 - F - FX^2\right), \end{aligned} \tag{1}$$

donde $X(t)$ y $F(t)$ corresponden a los estados del láser, físicamente representan la amplitud del campo eléctrico y la ganancia respectivamente. Los parámetros α_0 y A_0 representan la razón de pérdidas en la cavidad y la potencia de bombeo, respectivamente. Mientras, α_1 representa la potencia de modulación de las pérdidas adentro de la cavidad a una frecuencia ω, y γ la relación entre el tiempo de la luz en la cavidad láser y el tiempo de vida de la emisión espontánea de niveles superiores del medio de emisión.

El láser de Nd:YAG se modula con un ancho α_1 proporcional a las pérdidas α_0, en ausencia de modulacíon, el láser de Nd:YAG es estable y exhibe oscilaciones periódicas.

Realizamos nuestras simulaciones utilizando $\gamma = 10^{-2}$. Es sabido que para valores apropiados de α_0 y α_1, el láser Nd:YAG produce *oscilaciones caoticas*, en este trabajo los parametros seleccionados para producir caos fueron: $\alpha_0 = 0{,}9$, $\alpha_1 = 0{,}2$, $A_0 = 1{,}2$, y $\gamma = 0{,}01$. Los resultados de las simulaciones en base a estos valores se ilustran en la Figura 9. El cual es un atractor caótico para este láser y en la Figura 10 se muestran las gráficas temporales para los dos estados del sistema.

III.2. Sincronía

Sincronia provien de la etimología griega syn que significa "lo mismo, coincidencia", Chronos o Khronos (en griego $X\rho\acute{o}vo\varsigma$) que significa "tiempo". Entendíendose como un término que se refiere a coincidencia en el tiempo, coincidencia de movimientos o simultaneidad de hechos o fenómenos. Para este trabajo utilizaremos el término como la propiedad que adquiere un conjunto de objetos de manifestar un ritmo o comportamiento común, partiendo de ritmos o comportamientos individuales distintos, debido

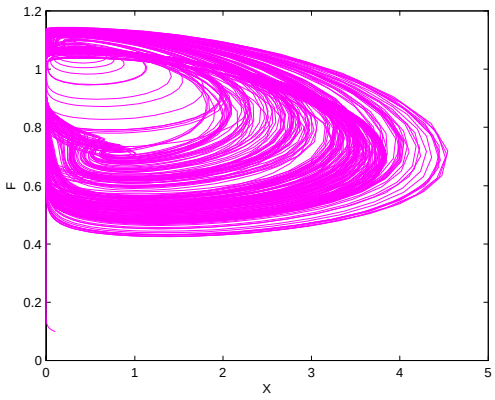

Figura 9: Atractor láser Nd:YAG

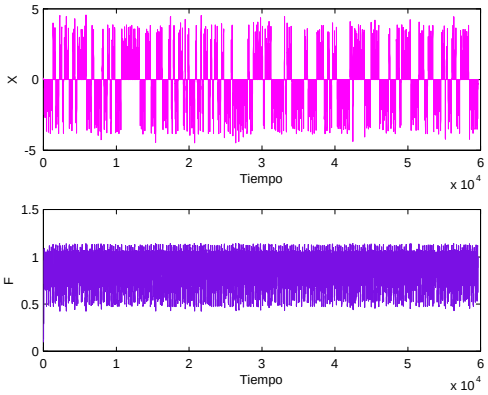

Figura 10: Gráfica temporal de las variables de estado del láser Nd:YAG.

a la presencia de un medio acoplante entre ellos.

Christian Huygens científico holandés que observó y explicó la sincronía ocurrida entre dos péndulos de relojes colgados de una viga. [Pikovsky et al. 2001].

La sincronía se manifiniesta en sistemas de naturaleza diversa, como por ejemplo en sistemas eléctricos, mecánicos, biológicos, celestes, químicos, etc.

Un ejemplo muy ilustrativo que todos conocemos de sincronía, es en el comportamiento humano, los aplausos prolongados después de cierto tiempo se escucha un sólo ritmo.

Fujisaka y Yamada [Fujisaka y Yamada 1983] y Pecora y Carroll [Pecora y Carroll 1990] fueron los primeros en obtener sincronía en sistemas caóticos.

Las dinámicas caóticas pueden ser observadas en diversos sistemas no lineales y con diferentes esquemas de sincronización, los esquemas de sincronizacion primeramente fueron utilizados en circuitos electrónicos pero hoy en día, con el incremento de la velocidad y capacidad de transmisión de datos, se han considerado en sistemas ópticos, fundamentalmente constituidos por fibras ópticas y láseres.

Los láseres de estado sólido Nd:YAG serán utilizados como nodos caóticos para su sincronización, esto significa que el comportamiento de un láser (amplitud del campo eléctrico), pueden ser reproducidas por otro láser en un tiempo.

La dinamica del láser utilizado fue expuesta en la primera parte de este capítulo.

III.2.1. Sincronización de redes complejas

Se considero una *red compleja* compuesta de N nodos idénticos, acoplados linealmente a través de la primera variable de estado de cada nodo. En esta red dinámica, cada nodo constituye un *sistema dinámico* de dimensión n, descrito como sigue

$$\dot{\mathbf{x}}_i = f(\mathbf{x}_i) + u_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, N, \tag{2}$$

donde $\mathbf{x}_i = (x_{i1},\ x_{i2},\ ...,\ x_{in})^T \in \mathbb{R}^n$ son las variables de estado del nodo i, mientras que $u_i = u_{i1} \in \mathbb{R}$ es la señal de entrada del nodo i, definida por

$$u_{i1} = c\sum_{j=1}^{N} a_{ij}\Gamma\mathbf{x}_j, \qquad i = 1, 2, \ldots, N, \tag{3}$$

la constante $c > 0$ representa el *grado de acoplamiento* de los nodos en la red dinámica y $\Gamma \in \mathbb{R}^{n\times n}$ es una matriz constante de conexiones, que conecta a las variables de estado de los nodos acoplados. Por simplicidad se asume que $\Gamma = \text{diag}\,(r_1,\ r_2, \ldots, r_n)$ es una matriz diagonal con $r_i = 1$ para una i en particular y $r_j = 0$ para $i \neq j$. Esto quiere, decir que cualquier par de nodos estan acoplados a través de su $i-$ésima variable de estado.

La matriz

$$\mathbf{A} = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{4}$$

es la *matriz de acoplamiento.* Representa la configuración de acoplamiento de los nodos en la red dinámica. Si existe conexión entre el nodo i y el nodo j, entonces la entrada $a_{ij} = 1$; de otra manera, $a_{ij} = 0$ para $i \neq j$. Los elementos de la diagonal de la matriz de acoplamiento $\mathbf{A}$ se definen por

$$a_{ii} = -\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} a_{ij} = -\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} a_{ji}, \qquad i = 1, 2, \ldots, N. \tag{5}$$

Si el *grado* del nodo i es d_i, entonces

$$a_{ii} = -d_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, N. \tag{6}$$

Ahora, suponiendo que la red dinámica (2)-(3) esta conectada de manera que no hay nodos aislados. Entonces, la matriz de acoplamiento $\mathbf{A}$ es una matriz simétrica irreducible. Se conoce que en este caso, *cero* es un *valor propio* de la matriz de acoplamiento $\mathbf{A}$, con multiplicidad 1 y el resto de los valores propios son estrictamente negativos [Wang 2002; Wang y Chen 2002].

La sincronización de los estados de los nodos de la red compleja, puede determinarse por los valores propios diferentes de cero de la matriz de acoplamiento **A**. Se dice que la red dinámica (2)-(3) **sincroniza** (asintóticamente), sí [Wang 2002]:

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{x}_2(t) = \ ... \ = \mathbf{x}_N(t), \quad \text{cuando } t \to \infty. \tag{7}$$

La arquitectura de acoplamiento establecida en (5) garantiza que la sincronización de los estados de los nodos de la red, corresponde a una solución $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^n$, de un nodo aislado, es decir satisfacen

$$\dot{\mathbf{s}}(t) = f\left(\mathbf{s}(t)\right), \tag{8}$$

donde la solución $\mathbf{s}(t)$, puede ser un *punto de equilibrio*, una *órbita periódica* o un *atractor caótico*. Esto implica que, la *estabilidad* de la sincronización de los estados de los nodos, es decir

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{x}_2(t) = \ ... \ = \mathbf{x}_N(t) = \mathbf{s}(t), \tag{9}$$

de la red dinámica (2)-(3) está determinada por la dinámica de un nodo aislado, de la función no lineal f y de su solución $\mathbf{s}(t)$, del grado de acoplamiento c, de la matriz de conexiones Γ y de la matriz de acoplamiento **A**.

Criterios de sincronización

Teorema 1 [Wang 2002; Wang y Chen 2002]. Considere la red dinámica (2)-(3). Sean

$$0 = \lambda_1 > \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \cdots \geq \lambda_N, \tag{10}$$

los valores propios de la matriz de acoplamiento **A**. Suponiendo que existe una matriz diagonal (de dimensión $n \times n$) $\mathbf{D} > \mathbf{0}$ y dos constantes $\bar{d} < 0$ y $\tau > 0$, tales que

$$\left[Df(\mathbf{s}(t)) + d\Gamma\right]^T \mathbf{D} + \mathbf{D}\left[Df(\mathbf{s}(t)) + d\Gamma\right] \leq -\tau \mathbf{I}_n \tag{11}$$

para todo $d \leq \bar{d}$, donde $\mathbf{I}_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz identidad. Si, además, se cumple que

$$c\lambda_2 \leq \bar{d}, \tag{12}$$

entonces, la sincronización de los estados como expresado en (9), es *exponencialmente estable.*

Ya que $\lambda_2 < 0$ y $\bar{d} < 0$, la desigualdad (12) es equivalente a

$$c \geq \left| \frac{\bar{d}}{\lambda_2} \right|. \tag{13}$$

Esta condición dice, que dado que $|\lambda_2|$ puede ser muy grande, implica que la red dinámica (2)-(3) pueda sincronizar con un valor de acoplamiento pequeño c. Así que, la sincronización de la red dinámica (2)-(3) con respecto a una configuración particular de acoplamiento (regular o irregular) se puede determinar por el segundo valor propio más grande de la matriz de acoplamiento $\mathbf{A}$. Más adelante veremos que la matriz de acoplamiento $\mathbf{A}$, guarda estrecha relación con la configuración de acoplamiento de la red compleja.

El lector interesado en profundizar en el material previamente presentado, puede consultar por ejemplo, las referencias [Wang 2002; Wang y Chen 2002; Wang y Chen 2002a; Belykh et al. 2005; Posadas-Castillo et al. 2008].

Acoplamiento global

El acoplamiento de las topologías normalmente es estudiado en la sincronización de redes complejas (2) como por ejemplo: *acoplamiento de redes globales, acoplamiento de redes de vecino cercano, acoplamineto de redes en estrella.*

En este trabajo, consideraremos la composicion de la red compleja por dos nodos idénticos acoplados globalmente. La topología de acoplamiento global significa que dos diferentes nodos en la red compleja (2) estan conectados directamente. Todos los nodos están conectados con el mismo número de nodos $(N - 1)$. Asi que, la matriz de

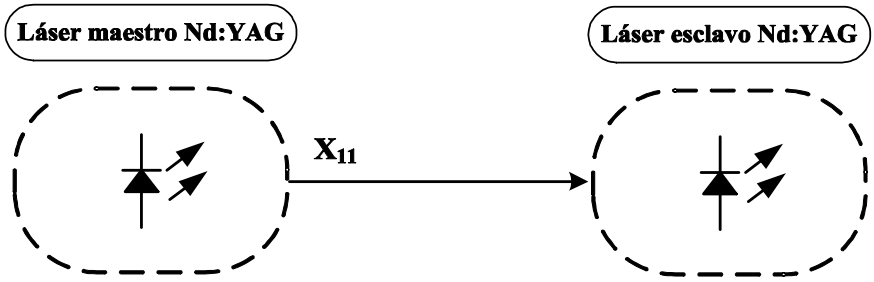

Figura 11: Acoplamiento maestro-esclavo para una sincronización de dos láseres Nd:YAG.

acoplamiento **A** para una red con acoplamiento global, esta dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} N-1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & N-1 & -1 & \cdots & -1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & -1 & -1 & \cdots & N-1 \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Esta matriz tiene un valor propio en 0 y los otros valores propios en $-N$. Así que, el segundo valor propio mayor de esta matriz laplaciana es $\lambda_2 = -N$ que disminuye a $-\infty$ cuando $N \to \infty$, esto se expresa como

$$\lim_{N\to\infty} \lambda_2 = -\infty. \tag{15}$$

III.2.2. Sincronización de dos láseres Nd:YAG caóticos

En ésta parte se presento la sincronizacion particularmente de redes dinámicas, compuestas por dos láseres caóticos de Nd:YAG acoplados unidireccionalmente como se ilustra en la Figura 11. Utilizando la teoría de redes complejas.

El acoplamiento para la configuracion maestro-esclavo de un láser, es mediante el campo eléctrico [A. Uchida et al. 1999].

La configuración de los dos láseres caóticos Nd:YAG, propuestos como una alternativa en [C.Posadas-Castillo, et al. 2008; R.M. López-Gutiérrez et al. 2009], es descrito por las siguientes ecuaciones de estado, basadas la ecuacion del láser caótico Nd:YAG (1)

$$\begin{array}{ll} \dot{X}_{i1} = & \left(F_{i2} - \left(\alpha_0 + \alpha_1 \cos\left(\omega t\right)\right)\right) X_{i1} + u_{i1} \\ \dot{F}_{i2} = & \gamma\left(A_0 - F_{i2} - F_{i2} X_{i1}^2\right), \end{array} \quad , i = 1, 2, \tag{16}$$

donde $X_{i1},\ F_{i2} \in \mathbb{R}^2$ son variables de estado del láser Nd:YAG, $u_{i1} \in \mathbb{R}^2$ es la señal de entra del láser,y está definida por

$$u_{i1} = c \sum_{j=1}^{2} a_{ij} X_{j1}, \qquad i = 1, 2, \tag{17}$$

con $c > 0$ en el acoplamiento del arreglo del láser, y $\Gamma \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ es una matriz constante de 0-, $\mathbf{A} = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{2\times 2}$. La diagonal de elementos de la matriz de acoplamiento $\mathbf{A}$ está definida como

$$a_{ii} = -\sum_{j=1,\ j\neq i}^{2} a_{ij} = -\sum_{j=1,\ j\neq i}^{2} a_{ji}, \qquad i = 1, 2. \tag{18}$$

En particular para esta topología, el láser caótico Nd:YAG (*nodo maestro*) es definido

$$\begin{array}{ll} \dot{X}_{11} = & \left(F_{12} - \left(\alpha_0 + \alpha_1 \cos\left(\omega t\right)\right)\right) X_{11} + u_{11}, \\ \dot{F}_{12} = & \gamma\left(A_0 - F_{12} - F_{12} X_{11}^2\right), \end{array} \tag{19}$$

con una señal de entrada

$$u_{11} = c\left(a_{11} X_{11} + a_{12} X_{21}\right), \tag{20}$$

donde $a_{11} = a_{12} = 0$, i.e. $u_{11} = 0$.

Mientras, el láser caótico Nd:YAG (*nodo esclavo*) está designado por

$$\begin{array}{ll} \dot{X}_{21} = & \left(F_{22} - \left(\alpha_0 + \alpha_1 \cos\left(\omega t\right)\right)\right) X_{21} + u_{21}, \\ \dot{F}_{22} = & \gamma\left(A_0 - F_{22} - F_{22} X_{21}^2\right), \end{array} \tag{21}$$

con una señal de entrada

$$u_{21} = c\left(a_{21} X_{11} + a_{22} X_{21}\right), \tag{22}$$

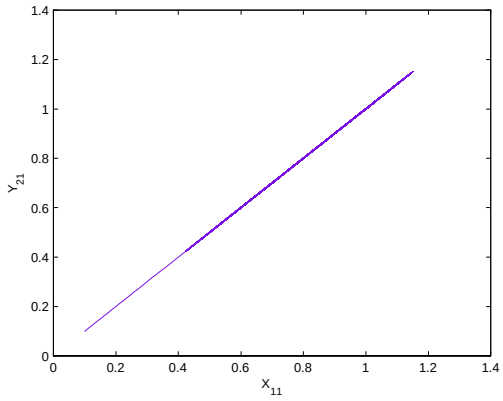

Figura 12: Sincronización de los láseres Nd:YAG en configuración maestro-esclavo.

para este caso, la matriz de acoplamiento (14) está dada por

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

Los valores propios son $\lambda_1 = -1$ y $\lambda_2 = 0$, con un valor de acoplamineto $c = 1$ obtenido de (13). Los resultados numéricos de las sincronizacion de ilustran en la Figura 12 utilizando un algoritmo de integracion de cuarto orden de Runge-Kutta con pasos 0.0001. Y utilizando como condiciones inciales: $X_{11}(0) = 0{,}1$, $F_{12}(0) = 0{,}1$ and $X_{21}(0) = 0{,}05$, $F_{22}(0) = 0{,}05$.

III.3. Sincronización de diferentes topologías de red

Se hablará sobre el acoplamiento de diferentes topologías para los láseres caóticos Nd:YAG así como seran estudiadas numéricamente. En particular, se presenta la sincronizacon del acoplamineto de varios láseres.

Los láseres de estado sólido Nd:YAG serán utilizados como nodos caóticos, para construir redes complejas a ser sincronizadas con acoplamineto en árbol, estrella extendida,

anillo y global.

Una manera de clasificar las redes es mediante topología, que describe el diseño básico de la red. La topología se refiere a la forma de la red, mostrando como estan interconectados los nodos y el camino de la comunicación es determinado por la topología de la red.

Existen diferentes topologías como la *topología anillo* en la cual todos los nodos están conectados al otro en un bucle cerrado, de esta manera cada dispositivo es conectado directamente con otros dos dispositivos, uno en cada lado de este y es muy utilizada en redes de área local, la *topología jerárquica* también llamada hierarchical o árbol puede ser vista como una colección de redes en estrella ordenadas en una jerarquía. Ésta topología en árbol tiene nodos periféricos individuales que requieren transmitir y recibir de otro nodo solamente y no necesitan actuar como repetidores o regeneradores, esta estructura se utiliza en aplicaciones de televisión por cable, o también se ha utilizado en aplicaciones de redes locales analógicas de banda ancha. Al contrario que en las redes en estrella, la función del nodo central se puede distribuir, la *topología estrella* en la cual las estaciones están conectadas directamente a un punto central y todas las comunicaciones se hacen necesariamente a través de éste además pueden actuar como amplificador de los datos, la *topología estrella extendida* se desarrolla a partir de la topología en estrella, permite extender la longitud y el tamaño de la red y por último la *topología global.* En esta topología cada nodo está conectado a todos los nodos, de esta manera es posible llevar los mensajes de un nodo a otro por diferentes caminos ésta topología se utiliza sobre todo para la conmutación de circuitos, redes públicas, etc.

Los resultados que se presentan utilizan nodos idénticos, tomando la teoría de sincronización de redes expuesta anteriormente asi como los criterios de sincronización.

III.3.1. Sincronización de redes

La sincronización es la evolución de los distintos procesos a través de su alineación en la escala de tiempo. Los elementos básicos de una red son los nodos en este caso el láser caótico de Nd:YAG y en segundo lugar los enlaces o conexiones con cable coaxial, fibra óptica, entre otros. La sincronización de redes juega un papel muy importante en las comunicaciones digitales y su función principal es la transmisión de información, que lleva información de un punto a otro e incluso a varios puntos.

La mejor distribución de los nodos en una red, facilita la sincronización de la red haciendo una transmisión adecuada. En los cuales los aspectos importantes de la sincronizacion de red son: planificación, gestión, rendimiento y protección.

Existen estándares de arquitectura de redes reportados en ITU (Unión de redes internacional), en la ETSI (Instituto Europeo de Telecomunicaciones de Estándares) y el ANSI (Instituto Nacional Americano de Estándares). En el cual los aspectos importantes de la sincronizacion de redes son: diseñar o planificar, administrar,rendimiento y protección [John Wiley & Sons 2002].

En base a estos estándares estan clasificadas las topologías utilizadas en este trabajo, la utilización de la estrategia dependerá de las necesidades del usuario.

Se ilustrará la sincronización diseñada para cada una de las topologías, la dinámica de la red estará construida con N nodos del láser Nd:YAG descrita por la ecuación (1) acoplados, para las redes descritas anteriormente, las cuales pueden sincronizar según el **Teorema 1** se tomo el valor $\bar{d} = 0{,}3$.

Topología de árbol

Existen estándares de la sincronización de redes en los cuales la topología de árbol cumple con el estándar de sincronización maestro-esclavo, esta estrategia se basa en la distribución de un nodo de referencia (N_1) o nodo maestro y los demás obedecen

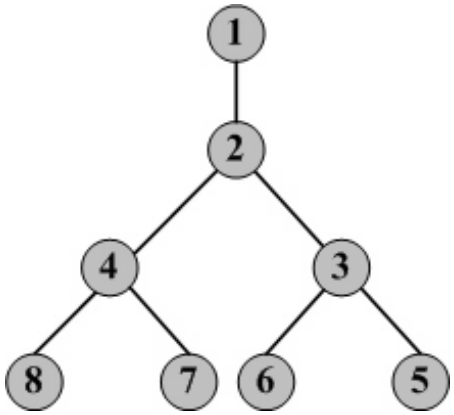

Figura 13: Topología de árbol con 8 nodos

a nodos esclavos, pueden tener 2 o mas niveles de dominio en esta topología tiene 3 niveles de dominio en el cual el enlace es directo, esta estrategia es la mas adoptada en la sincronización de redes de telecomunicaciones.

La topología de árbol es presentada en la Figura 13, esta topología es construída con $N = 8$ nodos, como ejemplo.

La matriz de acoplamineto está dada por

$$A_{hc} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{23}$$

los valores propios son:

$\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = -0{,}2679, \lambda_3 = -0{,}657, \lambda_4 = -1, \lambda_5 = -1,\ \lambda_6 = -2{,}5293, \lambda_7 =$

$-3{,}7321, \lambda_8 = -4{,}8136.$,de acuerdo con (13) $c = 2$.

Se debe escribir explícitamente los arreglos de la red de árbol para $N = 8$ nodos.

El primer nodo N_1 esta dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{F}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_1 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_1 + u_{11} \\ \gamma\,(A_0 - F_1 - F_1 X_1^2) \end{bmatrix}, \tag{24}$$

$$u_{11} = c(a_{11}X_1 + a_{12}X_2). \tag{25}$$

el nodo N_2 se describe por:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_2 \\ \dot{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_2 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_2 + u_{21} \\ \gamma\,(A_0 - F_2 - F_2 X_2^2) \end{bmatrix}, \tag{26}$$

$$u_{21} = c(a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + a_{24}X_4). \tag{27}$$

el nodo N_3 es:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_3 \\ \dot{F}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_3 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_3 + u_{31} \\ \gamma\,(A_0 - F_3 - F_3 X_3^2) \end{bmatrix}, \tag{28}$$

$$u_{31} = c(a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + a_{35}X_5 + a_{36}X_6). \tag{29}$$

el N_4 está dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_4 \\ \dot{F}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_4 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_4 + u_{41} \\ \gamma\,(A_0 - F_4 - F_4 X_4^2) \end{bmatrix}, \tag{30}$$

$$u_{41} = c(a_{42}X_2 + a_{44}X_4 + a_{47}X_7 + a_{48}X_8). \tag{31}$$

el N_5 sera:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_5 \\ \dot{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_5 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_5 + u_{51} \\ \gamma\,(A_0 - F_5 - F_5 X_5^2) \end{bmatrix}, \tag{32}$$

$$u_{51} = c(a_{53}X_3 + a_{55}X_5). \tag{33}$$

el N_6 viene dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_6 \\ \dot{F}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_6 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_6 + u_{61} \\ \gamma\,(A_0 - F_6 - F_6 X_6^2) \end{bmatrix}, \tag{34}$$

$$u_{61} = c(a_{63}X_3 + a_{66}X_6). \tag{35}$$

el N_7 esta dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_7 \\ \dot{F}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_7 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_7 + u_{71} \\ \gamma\,(A_0 - F_7 - F_7 X_7^2) \end{bmatrix}, \tag{36}$$

$$u_{71} = c(a_{74}X_4 + a_{77}X_7). \tag{37}$$

el N_8 se determina como:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_8 \\ \dot{F}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_8 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_8 + u_{81} \\ \gamma\,(A_0 - F_8 - F_8 X_8^2) \end{bmatrix}, \tag{38}$$

$$u_{81} = c(a_{84}X_4 + a_{88}X_8). \tag{39}$$

La sincronización de los 8 nodos del láser caótico Nd:YAG en la topología de árbol es mostrada en la Figura 14. En los resultados de la simulacion de la red para esta topología, todos los nodos están sincronizados como se muetra en la Figura 15 la sincronización con cada nodo, pero en la Figura 14 sólo se muestra la sincronización con los extremos de la red el nodo N_1 con N_5, N_6, N_7 y N_8.

Topología de estrella extendida

Existen estándares de la sincronización de redes en los cuales la topología de estrella extendida cumple con el estándar de sincronización maestro-esclavo, esta estrategia se

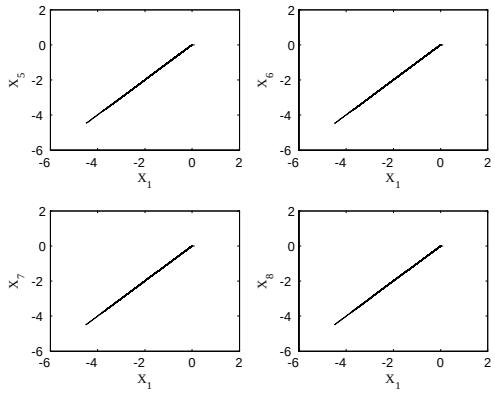

Figura 14: Sincronización de la red para 8 nodos usando la topología de árbol.

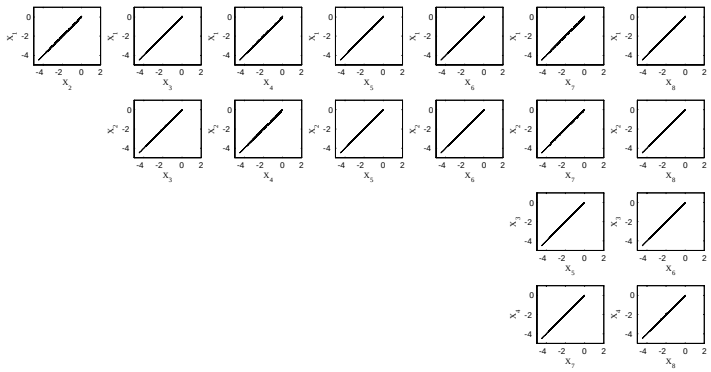

Figura 15: Sincronización de la red de topología de árbol con cada uno de sus nodos.

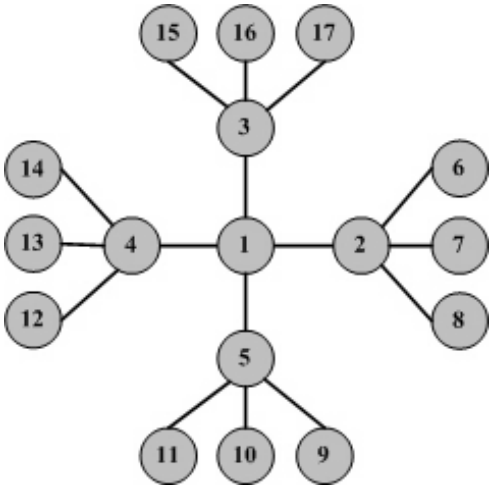

Figura 16: Topología de estrella extendida para 17 nodos.

basa en la distribución de un nodo de referencia (N_1) o nodo maestro y los demás obedecen nodos esclavos, esta estrategia es la mas adoptada en la sincronizacion de redes de telecomunicaciones.

La topología de estrella extendida es presentada en la Figura 16, esta topología es construida por 17 nodos.

La matriz de acoplamiento está dada por:

$$A_{esc} = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{40}$$

Los valores propios son: $\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = -0{,}2087, \lambda_3 = -0{,}2087, \lambda_4 = -0{,}2087, \lambda_5 = -1, \lambda_6 = -1, \lambda_7 = -1, \lambda_8 = -1, \lambda_9 = -1, \lambda_{10} = -1, \lambda_{11} = -1, \lambda_{12} = -1,\ \lambda_{13} = -2{,}6972, \lambda_{14} = -4{,}7913, \lambda_{15} = -4{,}7913, \lambda_{16} = -4{,}7913, \lambda_{17} = -6{,}3028$. De acuerdo con (13), $c = 2$.

Se debe escribir explícitamente los arreglos de la red de árbol para $N = 17$ nodos.

Los nodos están dados por:

El primer nodo N_1

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{F}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_1 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_1 + u_{11} \\ \gamma\,(A_0 - F_1 - F_1 X_1^2) \end{bmatrix}, \tag{41}$$

$$u_{11} = c(a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + a_{14}X_4 + a_{15}X_5). \tag{42}$$

El nodo N_2

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_2 \\ \dot{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_2 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_2 + u_{21} \\ \gamma\,(A_0 - F_2 - F_2 X_2^2) \end{bmatrix}, \tag{43}$$

$$u_{21} = c(a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{26}X_6 + a_{27}X_7 + a_{28}X_8). \tag{44}$$

El nodo N_3

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_3 \\ \dot{F}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_3 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_3 + u_{31} \\ \gamma\,(A_0 - F_3 - F_3 X_3^2) \end{bmatrix}, \tag{45}$$

$$u_{31} = c(a_{31}X_1 + a_{33}X_3 + a_{3,15}X_{15} + a_{3,16}X_{16} + a_{3,17}X_{17}). \tag{46}$$

El nodo N_4

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_4 \\ \dot{F}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_4 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_4 + u_{41} \\ \gamma\,(A_0 - F_4 - F_4 X_4^2) \end{bmatrix}, \tag{47}$$

$$u_{41} = c(a_{41}X_1 + a_{44}X_4 + a_{4,12}X_{12} + a_{4,13}X_{13} + a_{4,14}X_{14}). \tag{48}$$

El nodo N_5

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_5 \\ \dot{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_5 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_5 + u_{51} \\ \gamma\,(A_0 - F_5 - F_5 X_5^2) \end{bmatrix}, \tag{49}$$

$$u_{51} = c(a_{51}X_1 + a_{55}X_5 + a_{59}X_9 + a_{5,10}X_{10} + a_{5,11}X_{11}). \tag{50}$$

El nodo N_6

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_6 \\ \dot{F}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_6 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_6 + u_{61} \\ \gamma\,(A_0 - F_6 - F_6 X_6^2) \end{bmatrix}, \tag{51}$$

$$u_{61} = c(a_{62}X_2 + a_{66}X_6). \tag{52}$$

El nodo N_7

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_7 \\ \dot{F}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_7 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_7 + u_{71} \\ \gamma\,(A_0 - F_7 - F_7 X_7^2) \end{bmatrix}, \tag{53}$$

$$u_{71} = c(a_{72}X_2 + a_{77}X_7). \tag{54}$$

El nodo N_8

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_8 \\ \dot{F}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_8 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_8 + u_{81} \\ \gamma\,(A_0 - F_8 - F_8 X_8^2) \end{bmatrix}, \tag{55}$$

$$u_{81} = c(a_{82}X_2 + a_{88}X_8). \tag{56}$$

El nodo N_9

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_9 \\ \dot{F}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_9 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_9 + u_{91} \\ \gamma\,(A_0 - F_9 - F_9 X_9^2) \end{bmatrix}, \tag{57}$$

$$u_{91} = c(a_{95}X_5 + a_{99}X_9). \tag{58}$$

El nodo N_{10}

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{10} \\ \dot{F}_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{10} - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_{10} + u_{10,1} \\ \gamma\,(A_0 - F_{10} - F_{10} X_{10}^2) \end{bmatrix}, \tag{59}$$

$$u_{10,1} = c(a_{10,5}X_5 + a_{10,10}X_{10}). \tag{60}$$

El nodo N_{11}

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{11} \\ \dot{F}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{11} - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_{11} + u_{11,1} \\ \gamma\,(A_0 - F_{11} - F_{11} X_{11}^2) \end{bmatrix}, \tag{61}$$

$$u_{11,1} = c(a_{11,5}X_5 + a_{11,11}X_{11}). \tag{62}$$

El nodo N_{12}

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{12} \\ \dot{F}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{12} - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_{12} + u_{12,1} \\ \gamma\,(A_0 - F_{12} - F_{12}X_{12}^2) \end{bmatrix}, \tag{63}$$

$$u_{12,1} = c(a_{12,4}X_4 + a_{12,12}x_{12}). \tag{64}$$

El nodo N_{13}

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{13} \\ \dot{F}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{13} - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_{13} + u_{13,1} \\ \gamma\,(A_0 - F_{13} - F_{13}X_{13}^2) \end{bmatrix}, \tag{65}$$

$$u_{13,1} = c(a_{13,4}X_4 + a_{13,13}X_{13}). \tag{66}$$

El nodo N_{14}

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{14} \\ \dot{F}_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{14} - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_{14} + u_{14,1} \\ \gamma\,(A_0 - F_{14} - F_{14}X_{14}^2) \end{bmatrix}, \tag{67}$$

$$u_{14,1} = c(a_{14,4}X_4 + a_{14,14}X_{14}). \tag{68}$$

El nodo N_{15}

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{15} \\ \dot{F}_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{15} - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_{15} + u_{15,1} \\ \gamma\,(A_0 - F_{15} - F_{15}X_{15}^2) \end{bmatrix}, \tag{69}$$

$$u_{15,1} = c(a_{15,3}X_3 + a_{15,15}X_{15}). \tag{70}$$

El nodo N_{16}

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{16} \\ \dot{F}_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{16} - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_{16} + u_{16,1} \\ \gamma\,(A_0 - F_{16} - F_{16}X_{16}^2) \end{bmatrix}, \tag{71}$$

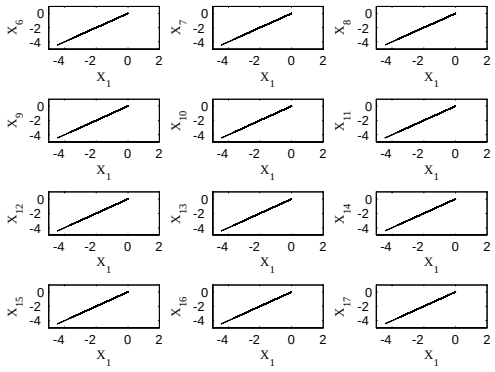

Figura 17: Sincronización de la red de la topología estrella extendida para 17 nodos.

$$u_{16,1} = c(a_{16,3}X_3 + a_{16,16}X_{16}). \tag{72}$$

El nodo N_{17}

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{17} \\ \dot{F}_{17} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{17} - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t)))\, X_{17} + u_{17,1} \\ \gamma\,(A_0 - F_{17} - F_{17}X_{17}^2) \end{bmatrix}, \tag{73}$$

$$u_{17,1} = c(a_{17,3}X_3 + a_{17,17}X_{17}). \tag{74}$$

La sincronización de la red para el láser Nd:YAG de 17 nodos usando la topología de estrella extendida se muestra en la Figura 17. En la Figura 17 se ilustra la sincronizacion del nodos N_1 con $N_6,\ N_7,\ N_8, N_9, N_{10,}N_{11,}N_{12,}N_{13,}N_{14,}N_{15,}N_{16,}\ N_{17}$. (del primer nodo con sus extremos) pero en los resultados todos los nodos se sincronizan.

Topología anillo

Existen estándares de la sincronización de redes en los cuales la topología de anillo cumple con el estándar de sincronización mutua, ésta estrategia se basa en el control mutuo entre los nodos.

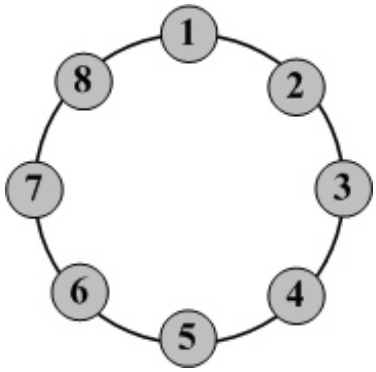

Figura 18: Topología anillo con 8 nodos.

La topología anillo se presenta en la Figura 18, esta topología es construida porcon $N = 8$ nodos.

La matriz de acoplamiento está dada por

$$A_{rc} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \tag{75}$$

Los valores propios son:

$\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = -0{,}5858, \lambda_3 = -0{,}5858, \lambda_4 = -2, \lambda_5 = -2,\ \lambda_6 = -3{,}4142, \lambda_7 = -3{,}4142, \lambda_8 = -4$. De acuerdo a la ecuacion (13), tenemos $c = 2$.

Explícitamente los arreglos de la red de anillo para $N = 8$ nodos son:

primer nodo del laser N_1

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{F}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_1 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_1 + u_{11} \\ \gamma (A_0 - F_1 - F_1 X_1^2) \end{bmatrix}, \tag{76}$$

$$u_{11} = c(a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + a_{81} X_8). \tag{77}$$

Segundo N_2

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_2 \\ \dot{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_2 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_2 + u_{21} \\ \gamma (A_0 - F_2 - F_2 X_2^2) \end{bmatrix}, \tag{78}$$

$$u_{21} = c(a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + a_{23} X_3). \tag{79}$$

Tercer nodo N_3

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_3 \\ \dot{F}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_3 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_3 + u_{31} \\ \gamma (A_0 - F_3 - F_3 X_3^2) \end{bmatrix}, \tag{80}$$

$$u_{31} = c(a_{32} X_2 + a_{33} X_3 + a_{34} X_4). \tag{81}$$

Cuarto nodo N_4

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_4 \\ \dot{F}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_4 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_4 + u_{41} \\ \gamma (A_0 - F_4 - F_4 X_4^2) \end{bmatrix}, \tag{82}$$

$$u_{41} = c(a_{43} X_3 + a_{44} X_4 + a_{45} X_5). \tag{83}$$

Nodo N_5

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_5 \\ \dot{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_5 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_5 + u_{51} \\ \gamma (A_0 - F_5 - F_5 X_5^2) \end{bmatrix}, \tag{84}$$

$$u_{51} = c(a_{54} X_4 + a_{55} X_5 + a_{56} X_6). \tag{85}$$

Nodo del laser N_6

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_6 \\ \dot{F}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_6 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_6 + u_{61} \\ \gamma (A_0 - F_6 - F_6 X_6^2) \end{bmatrix}, \tag{86}$$

$$u_{61} = c(a_{65} X_5 + a_{66} X_6 + a_{67} X_7). \tag{87}$$

Nodo N_7

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_7 \\ \dot{F}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_7 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_7 + u_{71} \\ \gamma (A_0 - F_7 - F_7 X_7^2) \end{bmatrix}, \tag{88}$$

$$u_{71} = c(a_{76} X_6 + a_{77} X_7 + a_{78} X_8). \tag{89}$$

Nodo N_8

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_8 \\ \dot{F}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_8 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_8 + u_{81} \\ \gamma (A_0 - F_8 - F_8 X_8^2) \end{bmatrix}, \tag{90}$$

$$u_{81} = c(a_{81} X_1 + a_{87} X_7 + a_{88} X_8). \tag{91}$$

La sincronización de la topología en anillo con 8 nodos se ilustra en la Figura 19.

Topología global

Existen estándares de la sincronización de redes en los cuales la topología global cumple con el estándar de sincronización mutua, esta estrategia se basa en el control mutuo entre los nodos.

Esta topología global se ilustra en la Figura 20, esta topología es construida con $N = 5$ nodos.

La matriz de acoplamineto viene dada por:

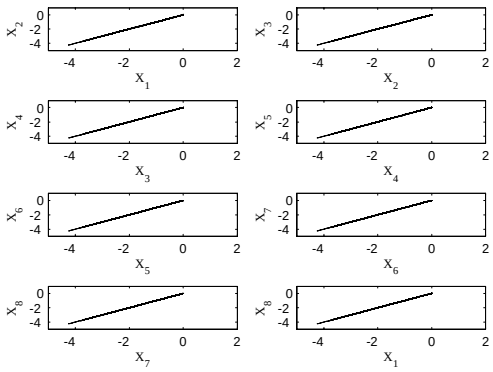

Figura 19: Sincronización de la red con la topología en anillo para 8 nodos.

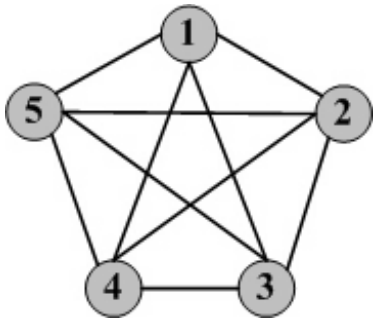

Figura 20: Topología global con 5 nodos.

$$A_{mc} = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \tag{92}$$

Correspondiendole los siguientes valores propios: $\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = -5, \lambda_3 = -5, \lambda_4 = -5, \lambda_5 = -5$. De acuerdo con Eq. (13), tenemos $c = 2$.

Explícitamente los arreglos para la red global de $N = 8$ nodos son:

Nodo N_1:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{F}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_1 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_1 + u_{11} \\ \gamma (A_0 - F_1 - F_1 X_1^2) \end{bmatrix}, \tag{93}$$

$$u_{11} = c(a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + a_{14}X_4 + a_{15}X_5). \tag{94}$$

El nodo N_2

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_2 \\ \dot{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_2 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_2 + u_{21} \\ \gamma (A_0 - F_2 - F_2 X_2^2) \end{bmatrix}, \tag{95}$$

$$u_{21} = c(a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + a_{24}X_4 + a_{25}X_5). \tag{96}$$

Nodo N_3

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_3 \\ \dot{F}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_3 - (\alpha_0 + \alpha_1 \cos(\omega t))) X_3 + u_{31} \\ \gamma (A_0 - F_3 - F_3 X_3^2) \end{bmatrix}, \tag{97}$$

$$u_{31} = c(a_{31}X_1 + a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + a_{34}X_4 + a_{35}X_5). \tag{98}$$

el nodo N_4 es descrito

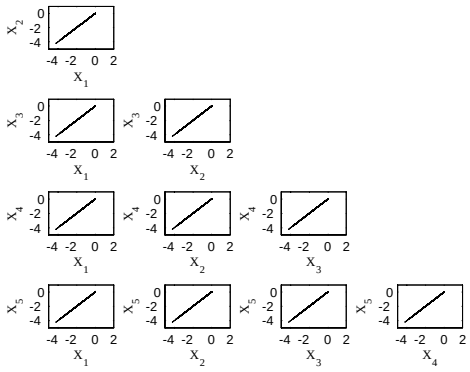

Figura 21: Sincronización de la red con topología global con 5 nodos.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_4 \\ \dot{F}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(F_4 - \left(\alpha_0 + \alpha_1 \cos\left(\omega t\right)\right)\right) X_4 + u_{41} \\ \gamma\left(A_0 - F_1 - F_1 X_1^2\right) \end{bmatrix}, \tag{99}$$

$$u_{41} = c(a_{41}X_1 + a_{42}X_2 + a_{43}X_3 + a_{44}X_4 + a_{45}X_5). \tag{100}$$

Nodo N_5

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_5 \\ \dot{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(F_5 - \left(\alpha_0 + \alpha_1 \cos\left(\omega t\right)\right)\right) X_5 + u_{51} \\ \gamma\left(A_0 - F_5 - F_5 X_5^2\right) \end{bmatrix}, \tag{101}$$

$$u_{51} = c(a_{51}X_1 + a_{52}X_2 + a_{53}X_3 + a_{54}X_4 + a_{55}X_5). \tag{102}$$

La sincronización para la topología global con 5 nodos es mostrada en la Figura 21

III.4. Comunicación de audio

El encriptado del mensaje de audio basado en el acoplamineto de la sincronización de láseres caóticos de Nd:YAG en la configuración maestro-esclavo se estudia numéricamente. En particular, nos basamos en los resultados recientes de la teoría de la sincronización de sistemas de redes complejas. Así como también se presenta el encriptamiento, transmisión y desencriptamiento de un mensaje de audio en comunicaciones ópticas caóticas. Se analiza la transmisión del mensaje de audio encriptado cuando se varían los parámetros y se considera que se agrega ruido en el canal. Se demuestra que se logra la sincronización del láser esclavo incluyendo perturbaciones añadidas al láser maestro en régimen caótico; es decir el error de sincronización tiene trayectorias que permanecen delimitadas. Para ilustrar la robustez de la sincronización, se presenta la transmisión de un mensaje de audio encriptado y el receptor recupera apropiadamente el mensaje de audio original.

Dos de los mayores requerimientos de los sistemas de comunicación es la privacidad y la seguridad, para estos requeriminetos los sistemas caóticos contribuyen o son de gran utilidad, [Pecora L.M. y Carroll T.L. 1990; C. Cruz-Hernández, A.A. Martiynyuk 2010; C. Cruz-Hernández, H. Nijmeijer 2000; H. Sira-Ramírez, C. Cruz-Hernández 2001; D. López-Mancilla, C. Cruz-Hernández 2005; H. Nijmeijer, I.M. Y. Mareels 1997] han sido motivados enormemente por la posibilidad de encriptar información utilizando portadora caóticas. Esta posibilidad fue explorada primeramente con circuitos osciladores eléctricos [Cuomo K.M., Oppenheim A.V., 1993; H. Dedieu, et al. 1993; C. Posadas-Castillo et al.2004; Cruz-Hernández C., et al. 2005; C. Cruz-Hernández, H. Serrano-Guerrero 2005; C. Cruz-Hernández 2004; C. Cruz-Hernández, N. Romero-Haros 2008], donde una señal analógica o digital (información confidencial), estaba oculta en la señal de transmisión caótica por modulación directa, enmascarada o con otras técnicas. Si la

sincronización caótica es llevada a cabo entre el transmisor y receptor es posible extraer la información encriptada.

La transmisión basada en sincronización caótica para láser se muestra por ejemplo en: codificar o encriptar información mediante láseres de estado sólido [P. Colet, R. Roy 1994], láseres semiconductores [C.R. Mirasso et al. 1996; A. Sánchez-Díaz 1999], láseres de tecnología microchip [Uchida A. et al. 1999].

Las comunicaciones caóticas son prometedoras para ésta técnica proporcianando privacidad y seguridad en las comunicaciones. Se necesita sincronización entre el trasmisor y receptor del láser para poder recuperar la información. La generación de una señal protadora caótica en el láser transmisor es usada para encriptar la información, y solo se puede extraer con el láser receptor apropiado. El láser de Nd:YAG es excelente candidato para la realización de uns sistema de transmisor y receptor [J.R. Terry 2002].

En esta parte del trabajo se encriptó información, se transmitió y se desencriptó la información, utilizando una señal de audio confidencial, se le agregó ruido en el canal. El objetivo fue completado mediante la teoria de sistemas complejos expuesta anteriormente. Se realizó también un análisis de robustez, ya que es importante para implementación práctica. Primeramente se sincronizan dos láseres caóticos de Nd:YAG en configuración maestro-exclavo, la cual se explicó previamente en la sección "*Sincronización de dos láseres Nd:YAG caóticos*".

III.4.1. Encriptar, transmitir y decodificar

La transmisión de una señal a través de un canal público, es una combinación de la información codificada con la salida de la señal caótica del láser transmisor.

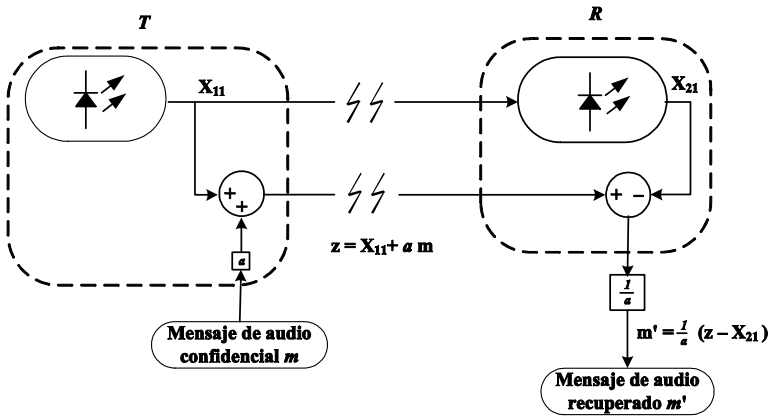

Figura 22: Esquema de encriptammiento, transmisión y recuperación de mensaje de audio.

Encriptamiento de la transmisión de audio

La información cofidencial es una *señal de audio m(t),* que es encriptada y transmitida mediante un canal público. La Figura 22 muetra el esquema de encriptamiento de audio usando como transmisor el láser caótico maestro de Nd:YAG (19)-(20) y el esclavo caótico (21)-(22) para T y R, respectivamente.

Esta comunicación óptica caótica utiliza dos canales de transmisión, el primero para sincronizar T y R por medio $X_{11}(t)$, mientras que el segundo canal es utilizado para encriptar la informacion cofidencial $m(t)$: la señal caótica $X_{11}(t)$ se le adhiere $m(t)$ a una escala $a = 0{,}01$. La señal caótica transmitida es $z(t)$, dada por:

$$z(t) = X_{11}(t) + a \cdot m(t). \tag{103}$$

en el lado del receptor R, recibe la señal caótica $z(t)$ con el mensaje de audio encriptado, se resta la señal $X_{21}(t)$, y tal que el mensaje original $m(t)$ es recuperado como $m'(t)$, de la siguiente manera:

$$m\prime(t) = \frac{1}{a}\left(z(t) - X_{21}(t)\right). \tag{104}$$

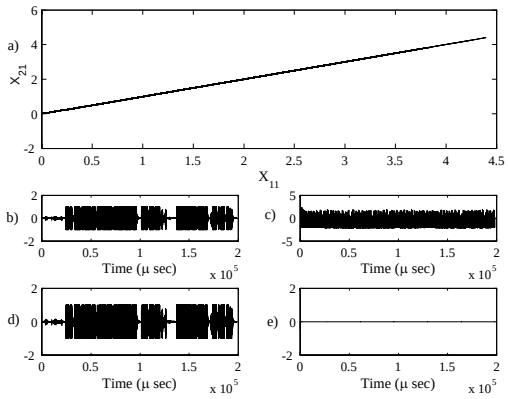

Figura 23: Encriptamiento, trasmisión y recuperación de un mensaje de audio (2 canales): a) gráficas de fase de la sincronización caótica entre X_{11} y X_{21}, b) mensaje original de audio $m(t)$, c) señal caótica transmitida $z(t)$, d) mensaje de audio recuperado $m\prime(t)$, y e) señal de error $em(t)$ entra la señal original y la señal recuperada.

El mensaje de audio confidencial *"Cuerpo Académico Sistemas Complejos y sus Aplicaciones"* es encriptado y transmitido. En la Figura 23, se muestra el encriptado, la transmisión y la recuperación del audio ya mencionado: a) gráfica de fase de la sincronización entre X_{11} y X_{21}, b) mensaje de audio original $m(t)$, c) señal caótica transmitida $z(t)$ con $m(t)$ encritada, d) la recuperacion del mensaje de audio $m\prime(t)$, y e) la señal de error $em(t)$ entre la señal de audio original y la señal de audio recuperada.

Encriptamineto de la transmisión de audio utilizando una función no lineal para aumentar el nivel de seguridad en el encriptamineto

El encriptamiento de audio utilizando una función no lineal adicional para encriptar, se ilustra en la Figura 24, en este esquema de la comunicación óptica, la información confidencial es $m(t)$, escondida en la señal caótica transmitida $s(t)$ siendo la funcion

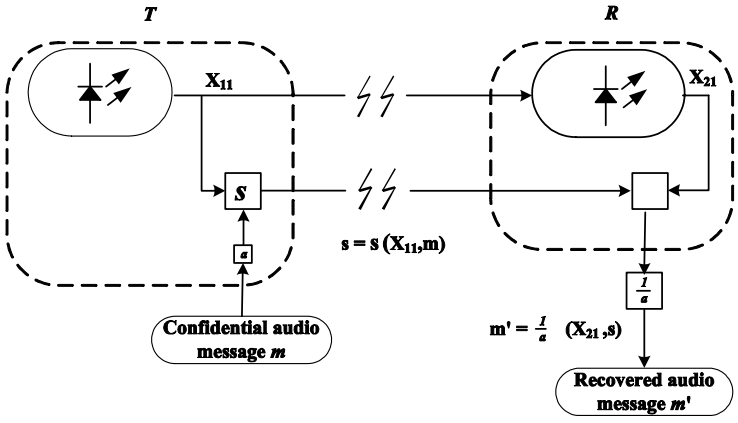

Figura 24: Esquema de encriptamiento, transmisión y recuperación del mensaje de audio utilizando una función adicional.

no lineal para el encriptamiento $\sigma(X_{11}, m) = X_{11}^3 + \left(1 + X_{11}^3\right) a \cdot m$. La señal caótica de transmisión es $s(t) = \sigma(X_{11}, m)$ la cual es recibida en el receptor R. La función no lineal para desencriptar es descrita por $\lambda(X_{21}, s) = \frac{-X_{21}^3}{1+X_{21}^3} + \frac{s}{1+X_{21}^3}$, con la señal $X_{21}(t)$ generada por R, la señal de audio recuperada es dada por $m'(t)$.

La Figura 25 ilustra el encriptamiento, transmisión y recuperación del mensaje de audio mencionado con una funcion de encriptamineto adicional: a) gráfica de fase de la sincronización entre X_{11} y X_{21}, b) mensaje de audio original $m(t)$, c) señal caótica transmitida $s(t)$, d) la señal de audio recuperada $m'(t)$, y e) la señal de error $em(t)$ entre $m(t)$ y $m\prime(t)$.

Justificación del uso de una función no lineal

En la Figura 26 se muestran las 2 señales en la Figura 26 a) $z(t)$ y Figura 26b) $s(t)$), se puede observar que $s(t)$ tiene mayor amplitud y en apariencia más compleja y caótica que $z(t)$, para poder demostrar que es más compleja y caótica analizamos las señales, las dinámicas de cada señal se evaluarán de manera gráfica mediante la

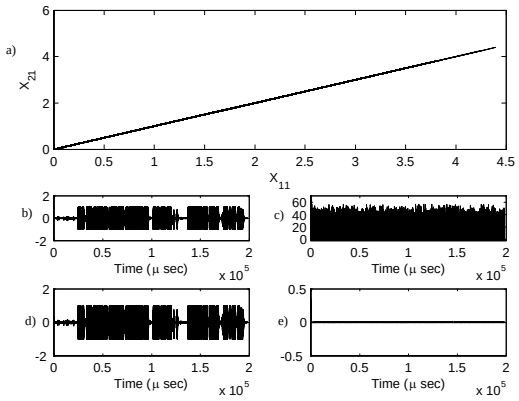

Figura 25: Encriptamiento, transmisión y recuperción del mensaje de audio (con función): a) gráfica de fase X_{11} contra X_{21}, b) mensaje de audio origina $m(t)$, c) señal caótica transmitida $z(t)$, d) mensaje de audio recuperado $m\prime(t)$, y e) señal de error $em(t)$ entre la señal de audio original y la señal de audio recuperada.

autocorrelación, básicamente la autocorrelación encuentra patrones repetitivos en la señal si no los hay nos indica que estamos tratando con una señal caótica, entre más ricas sean las dinámicas de un sistema, la gráfica tendrá que ser menor o trarse de aproximar a cero, en el punto donde la señal se empalma o traslapa tendremos un pico. El analisis espectral es en donde se evaluarán las dinámicas del sistema, mediante el cálculo de la riqueza espectral RE [Nuñez Perez 2003]. Por último, los planos de fase se obtienen graficando las señales $z(t)$ y $s(t)$ contra su derivada, también llamados atractores extraños [L.Cardoza-Avendaño et al. 2011]. En la Figura 27 se muestra los resultados del ánalisis de las señales, uno de ellos es la autocorrelación, (Figura 27a) muestra la autocorrelación de $z(t)$ y Figura 27b) autocorrelación de $s(t)$, se puede obervar que $s(t)$ es más pequeña que $z(t)$, por lo cual, es más rica en dinámicas. Figura 27c) muestra el espectro en frecuencia de $z(t)$ con una RE=0.696 % y Figura 27d) espectro en frecuencia de $s(t)$ con una RE=18.892 % siendo $s(t)$ la que tiene mayor

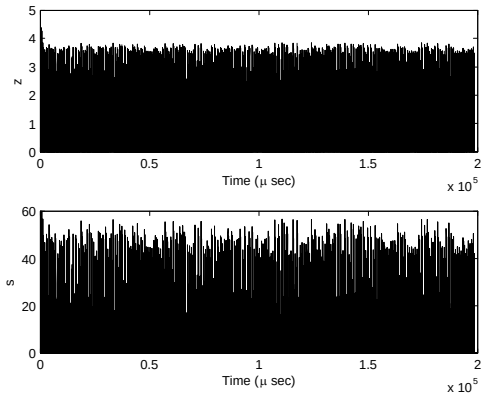

Figura 26: Comparación entre a) señal caótica transmitida *z(t)* y b) señal caótica transmitida *s(t)*.

RE, por tanto, $s(t)$ tiene un mayor porcentaje RE por lo cual sus dinamicas son más ricas que $z(t)$. Figura 27e) atractor de $z(t)$ y Figura 27f) atractor de $s(t)$ en esta figura se puede observar que tenemos un atractor ocupando un espacio mayor con la señal $s(t)$ ya que tenemos una mayor dinámica con ella. Queda demostrado que al añadirle la función no lineal al sistema, agregamos mayor complejidad, mas caos y por lo tanto tendremos mayor seguridad en el envio de información.

Robustez de la sincronización del encriptamiento de audio basado en los láseres caóticos de Nd:YAG

Finalmente, se muetra la sincronización de dos láseres caóticos de Nd:YAG, se analiza la robustez con respecto a las variaciones de los parámetros del láser caótico Nd:YAG en configuración maestro y esclavo, sumándole ruido al canal. Cuando hay algunas variaciones en los valores del parámetro del láser ya sea en el maestro o esclavo, la sincronización sólo es aproximada. Es decir, el láser esclavo [J.R. Terry 2002; P.Ashwin

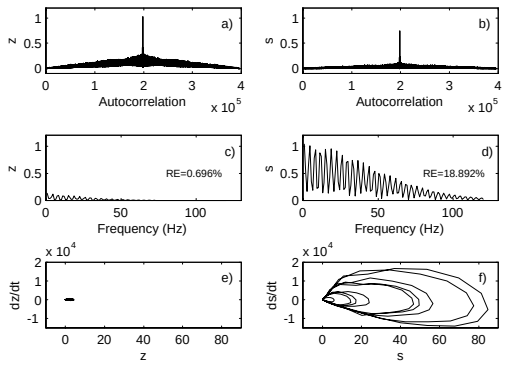

Figura 27: a) Correlación $z(t)$, b) correlación $s(t)$,c) espectro de frecuencia $z(t)$, d) espectro de frecuencia $s(t)$, e) gráficas de fase $z(t)$ y f) gráficas de fase $s(t)$.

et al. 1998] consigue una sincronización aproximada ρ con el láser maestro [A. Sánchez-Díaz 1999; A. Uchida et al. 1999], si existe una constante $\tau > 0$, tal que

$$|e_{\mathbf{x}}(t)| \leq \rho, \qquad \forall\, t \geq \tau,$$

donde $\rho > 0$ es la constante del error de sincronía $e(t) = X_{11}(t) - X_{21}(t)$ y τ es aproximadamente el tiempo de sincronización[C. Cruz-Hernández, A. A. Martynyuk 2010].

Se evaluó el funcionamiento de la sincronización cuando los valores de los parámetros son alterados, y se determinó, los intervalos donde aún es posible recuperar la información confidencial $m(t)$. Además, se muestra los efectos de la información recuperada agregandole ruido al canal. El analisis de la robustez es importante dado que los láseres tiene diferencias entre ellos, si no se puede encontrar dos láseres idénticos (mismos parametros intrínsecos), y presentar ruido en el canal de transmisión. Por lo tanto, con el fin de garantizar la robustez de los sistemas ópticos caóticos de comunicación, la recuperación de audio para las variaciones de los parámetros entre T y R, y el ruido en

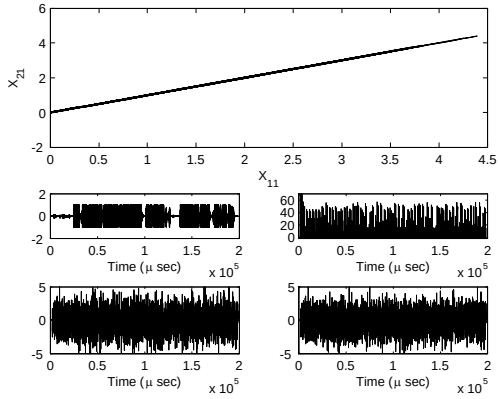

Figura 28: Efecto de las variaciones de los parametros simultaneamente con el ruido del canal: Transmisión del mensaje de audio: a) gráfica de fase X_{11} contra X_{21}, b) mensaje de audio original $m(t)$, c) señal caótica transmitida $s(t)$, d) mensaje de audio recuperado $m\prime(t)$, y e) señal de error $em(t)$ entre la señal original y el audio recuperado.

el canal, se presentan en esta sección. Ilustramos los efectos de las variaciones de los parámetros y ruido en el canal simultáneamente en el encriptamiento, transmisión, y decodificación del mensaje de audio, esto es mostrado en la Figura 28: a) gráfica de fase de la sincronización caótica entre X_{11} y X_{21}, b) la señal original de audio $m(t)$, c) la señal caótica transmitida $s(t)$, d) el mensaje de audio recuperadot $m\prime(t)$, y e) $em(t)$ la señal de error entre $m(t)$ y $m\prime(t)$. Con ésta ilustración se puede apreciar que el mensaje de audio original se recuperada satisfactoriamente con una varaiación en los parámetros del 10 % de los valores originales, y con una relación señal-ruido (SNR) de 20.26dB.

III.5. Conclusiones

En éste capítulo se logró numéricamente las dinámicas caóticas para el láser Nd:YAG, la sincronización en configuración maestro-esclavo para los láseres caóticos

de Nd:YAG y su comunicación siendo la señal portadora una caótica producida por láser Nd:YAG y la información a ocultar una señal de audio.

Una parte de éste capítulo está basado en la robustez de la sincronización caótica de los láseres de Nd:YAG, con el proposito de encriptar, transmitir y decodificar el mensaje confidencial, variando los parámetros del láser y agregando ruido en el canal, asi como para darle una mayor seguridad a la información se agregó una función no lineal para transmitir una señal mas compleja. Con la teoría de sistemas complejos aplicados a la sincronizacion de estos láseres, se logró trasnmitir y recuperar el mensaje de audio con éxito. Esté estudio es de suma importancia por su posible implementación, ya que en los láseres es casi imposible tener la misma composición física, por lo que este sistema necesita una poco de robustez para las variaciones de estos parámetros.

Hoy en día es importante la transmisión de información de manera segura de un punto a varios lugares, por ello el estudio de la sincronización de las redes de los láseres de Nd:YAG que trabajaban en regimen caótico con diferentes topologías, durante este trabajo se logró la sincronización de 4 diferentes topologías cada uno con diferente número de nodos utilizando la teoría de redes complejas.

Capítulo IV

Resultados experimentales

En éste capítulo, se presentan los resultados de manera experimental de la caotificación de los láseres nomomodo DFB y multimodo FP. Se realiza un análisis experimental de la cavidad externa para determinar cuando es más caótico, este se realiza para ambos láseres. Finalmente se presenta una aplicación a sensores.

IV.1. Funcionamiento de láseres

El funcionamiento primordial del láser puede ser descrito de la siguiente manera, es un dispositivo que produce una luz intensa cuya principal característica es ser coherente, ser coherente se logra cuando las amplitudes relativas de la onda del rayo de luz que se emite, están en fase, lo cual significa que un láser genera luz que viaja en la misma dirección de manera muy ordenada en tiempo y espacio.

Los láseres también amplifican la luz generando un gran flujo de energía de salida, los cuales constan de un medio activo capaz de generar el láser. Existen cuatro procesos básicos que se producen en la generación del láser: bombeo, emisión espontánea de radiación, emisión estimulada de radiación y absorción.

Los láseres son dispositivos que generan y amplifican señales electromagnéticas en frecuencias de radio, audio, microondas y luz.

Un láser por sus siglas en ingles (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation), lo cual significa amplificación de luz por emisión estimulada de la radiación, los láseres son dispositivos electrónicos que, basados en la emisión inducida, amplifican

de manera extraordinaria un haz de luz coherente de un medio adecuado y con el tamaño, la forma y la pureza controlados. Los láseres pueden ser llamados osciladores ópticos.

Los láser se distinguen por el tipo de medio que produce la ganancia óptica, por la manera de entregar energía al sistema (bombeo), y por la forma en que se realiza la realimentación.

La fibra optica tiene una gran aplicación en los sistemas de telecomunicaciones, inicalmente basado en sistemas LED, pero la tecnología avanza muy rápidamente para grandes longitudes de ondas y sistemas basados en láser con longitudes de repetidores de 30Km. En un inicio los enlaces estaban diseñados en 800-900 nm, la ventana del espectro de transmisión de fibra óptica en los cuales emiten los sistemas de láseres semiconductores y LEDs. Posteriormente se desarrollaron fuentes y detectores con un rango de longitud de onda de 1.3-1.5μm en el cual se redujeron las pérdidas dentro de la fibra óptica y tuvo mas aplicaciones en esta ventana del espectro en 1.3μm (menos dispersión) y en 1.5μm (mínimo de pérdidas) y además mayor velocidad en las comunicaciones. La mayor aplicación actual de la fibra óptica es en las redes de area local (LAN).

Para los sistemas de luz de onda y redes, los láseres semiconductores son dominantes como la principal fuente óptica que se utiliza para generar la luz que es modulada y transmite información. La verdadera razón por la que son dominantes es por que son pequeños, tiene excelente eficiencia para convertir los electrones por fotones y el costo es bajo. Adicionalmente los láseres semiconductores pueden generar señales a longitudes de onda de entre 1.3-1.5 μm. Estas longitudes de onda son importantes por que corresponden a la región del espectro donde la señal óptica experimenta una dispersión y pérdidas mínimas.

Los láseres tienen una de las características relevantes, pueden modularse a grandes

velocidades de transmisión, la decisión de utilizar uno del otro depende de las necesidades.

Inicialmente estos dispoditivos fueron desarrollados con LEDs (diodo emisor de luz) compuesto por una simple union *p-n*, después se desarrollaron láseres semiconductores Fabry-Perot (FP), de retroalimenacion distribuida (DFB)entre otros[Optica, Handbook of optics].

IV.2. Caracterización Láser caótico DFB y FP

IV.2.1. Láser Semiconductor Fabry-Perot (FP)

En la estructura del láser FP la luz es reflejada y vuelta a reflejar entre los espejos a ambos lados de un semiconductor, el material y los dos espejos forman una cavidad resonante que determinan la longitud de onda.

El diodo láser semiconductor Fabry-Perot está compuesto por un semiconductor de unión *p-n*, que esta fuertemente dopado y fabricado con material semiconductor de cavidad directa. La inyección de corriente es suficientemente grande para proporcionar una ganancia óptica, la luz producida por el diodo láser FP es generada por emisión estimulada.

La oscilacion tiene lugar en varias frecuencias para cual la separación es múltiplos de $\frac{\lambda}{2}$ por lo cual este láser es multimodal.

Basicamente este láser esta compuesto por una cavidad resonante Fabry-Perot.

IV.2.2. Láser Semiconductor de Retroalimentación Distribuida (DFB)

El método desarrollado para diseñar la estructura del este láser semiconductor DFB que opera a modo unilongitudinal, permite directamente que pueda ser modulado y

minimiza el efecto de la dispersión.

Este láser es una modificación del láser FP pero utiliza unas rejillas de Bragg que se comportan como un circuito sintonizador óptico para restringir la oscilación a un único modo (monomodal).

La caotificación de los sistemas dinámicos consiste en un sistema dinámico originalmente no caótico hacerlo caótico o mejorar el caos ya existente del sistema caótico. Este problema ha tenido un rápido desarrollo [Chen G, Shi Y. 2006; Wang XF, Chen G. 2000]. Este interés parece ser debido al gran potencial para el uso del caos en aplicaciones no tradicionales como por ejemplo en la mecánica, electrónica, informática, biología, medicina y sistemas ópticos [Othsubo J. 2008; Cruz-Hernandez C, Martynyuk AA. 2010; Moon FC. 1992]. Se ha observado que la presencia del caos es benéfica e incluso deseable en muchas aplicaciones, en particular en el encriptamiento de información y comunicaciones seguras.

Como bien se sabe, la seguridad y la privacidad son problemas críticos en los sistemas modernos de comunicaciones. Durante las últimas dos décadas, los sistemas caóticos de comunicaciones basados en circuitos caóticos han sido ampliamente estudiados para tales aplicaciones [Pecora LM, Carroll TL.1990; Cuomo KM, Oppenheim AV.1993; Cruz-Hernandez C, Romero-Haros N. 2008; Cruz-Hernandez C, et al. 2005]. Los sistemas de comunicaciones ópticas comúnmente usan láser de semiconductor que pueden operar en regimen caótico sin ninguna modulación eléctrica caótica externa [Posadas-Castillo C. et al. 2008; Lopez-Gutierrez RM. et al. 2009; Lee MW. et al. 2003; Kusumot K, Ohtsubo J. 2002; Paul J. et al. 2004].

Los láseres semiconductores son muy sensibles a la retroalimentación óptica autoindicida, inyección óptica de diferentes láseres, retroalimentación optoelectrónica y a inyección de corriente modulada [Ryan AT. et al. 1994; Kovanis V. et al. 1995; Tang

S, Lui JM. 2001]. Muchos intentos experimentales para crear sistemas de comunicaciones ópticas caóticas están basados en sincronización de oscilaciones caóticas acoplando láseres caóticos con retroalimentación óptica debido a su rica dinámica no lineal [Lee MW. et al. 2003; Kusumot K, Ohtsubo J. 2002; Paul J. et al. 2004].

La caracterización de las oscilaciones caóticas en los láseres son de gran importancia debido a la posibilidad de afectar el rendimiento de los sistemas ópticos de comunicaciones caóticas [Anbang Wang Yuncai, Wang Hucheng He. 2008]. En teoría el comportamiento caótico en los láseres semiconductores con auto-retroalimentación óptica inducida es caracterizada típicamente por tres variables: campo, polarización e inversión de población. Los diferentes tipos de láser semiconductor tal como Fabry-Perot (FP), retroalimentacion distribuida (Distributed feedback DFB), y láseres multi estados cuánticos (multi-quantum well laser MQW) pueden ser tratados de la misma manera. Las características macroscópicas de estos láseres muestran el mismo comportamiento desde el punto de vista de las dinámicas caóticas, aunque las características detalladas dependen fuertemente de la composición partículas de cada láser [Othsubo J. 2008].

Por otra parte en situaciones experimentales solo se puede medir la potencia de salida del láser, que es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico. Por lo tanto, experimentalmente no es posible examinar las oscilaciones caóticas analizando los atractores caóticos de los láseres en el espacio de fase. En el ámbito experimental no es trivial verificar confiablemente que un láser semiconductor oscila en regimen caótico. Sin embargo, las mediciones realizadas con diferentes indicadores caóticos en las oscilaciones de potencia de salida del láser pueden dar más certeza de la presencia del caos.

Varios factores pueden afectar las oscilaciones caóticas en el láser semiconductor, pero uno de los más importantes es la retroalimentación óptica. Cuando es débil o moderada la reflectividad de la retroalimentación óptica, la salidad de potencia del láser

muestra interesantes dinámicas del comportamiento como estado estable, oscilaciones periódicas y cuasi-periódicas y caos [Othsubo J. 2008]. Sin embargo las oscilaciones caoticas inducidas por la retroalimentación óptica no se encuentran en la literatura.

Apartir de un punto de vista general el láser semiconductor multimodo debe ser menos sensible a la retroalimentación óptica que el laser semiconductor monomodo DFB bajo las mismas condiciones de operación [Petermann K. 1988]. Por otro lado, la conmutación de potencia longitudinal entre los modos es una característica típica de los láseres semiconductores multimodo sujetos a una retroalimentación óptica. El ruido de partición de modos es uno de los efectos dominantes en los laser multimodo [Ahamed M, Yamada M. 2002]. Por consiguiente, se requiere más detalles del análisis de la influencia de estas dos tendencias en los indicadores de las oscilaciones caóticas.

Se analiza la potencia de salida de las oscilaciones para los láseres semiconductores modo longitudinal y multimodo sujeto a una incoherente retroalimentación óptica para verificar y evaluar el láser caótico. La existencia de oscilaciones caóticas se demuestra usando indicadores caóticos experimentales clásicos. Para la caracterización del láser monomodo DFB y el láser multimodo FP, se registran las series de tiempo, las de radio frecuencia (RF), y el espectro óptico de potencia. Con los datos recolectados obtenemos la dependencia de la desviación estandar de la potencia de la serie de tiempo, el espectro de potencia óptica y RF, y el máximo exponente de Lyapunov, los cuales se examinan en función de la retroalimentación óptica.

IV.2.3. Caotificación

Se presentan los resultados de la caracterización experimental de oscilaciones caóticas de los láser monomodo DFB y multimodal FP contra la retroalimentación óptica incoherente de hasta 42 %. Se demuestra la existencia de oscilaciones caóticas en la salida de ambos láseres. Utilizando herramientas experimentales clásicas tales como,

el espectro de RF y los exponentes de Lyapunov, los exponentes de Lypunov incrementan cuando se incrementar la retroalimentación, esto sucede para ambos láseres. Se demostró que el cambio entre los modos longitudinales del láser semiconductor multimodo induce considerablemente la proporción de la potencia de las oscilaciones caóticas tanto para las fuertes y débiles retroalimentaciones incoherente.

IV.2.4. Banco experimental

El esquema experimental para la caotificación y caracterización de los láseres semiconductores se muestra en la Figura 29. En este trabajo, se analizan las oscilaciones caóticas para dos láseres de semiconductores fibrados, un láser DFB de modo unilongitudinal y láser FP de modo multilongitudinal, sin aislador óptico integrado. La onda continua (CW) producida por el láser tiene una potencia de salida de 2mW a 1552.6 nm. La CW emitida por el láser multilongitudinal FP opera en el rango 1545-1547nm con una separación entre los modos de 0.07nm. La corriente de operación excede la corriente de umbral, para el láser DFB por 70 % ($I_{DFB} = 1{,}7 * I_{th}$) y para el láser FP por 50 % ($I_{FP} = 1{,}5 * I_{th}$). Las salidas de los láseres fueron transmitida por fibra óptica a través del controlador de polarización (PC) y se divide entre dos por medio de un acoplador 90/10. El controlador de polarización permite controlar la polarización de las reflexiones de regreso con respecto a la polarización inicial del láser a fin de controlar la eficiencia de la retroalimentación [Anbang Wang Yuncai et al. 2008]. La salida de un puerto del acoplador direccional es reflejada por un espejo, después pasa a través de un colimador de fibra con un recubrimiento antireflejante (GFC). La potencia reflejada es continuamente monitoreada por un medidor de potencia (Ver Figura 29). La potencia reflejada regresa al láser con una variación en el ángulo del espejo. Esta técnica permite que la retroalimentación se pueda variar sin cambios en el estado polarización de la luz reflejada. La retroalimentación es calculada por medio de la relación entre la potencia

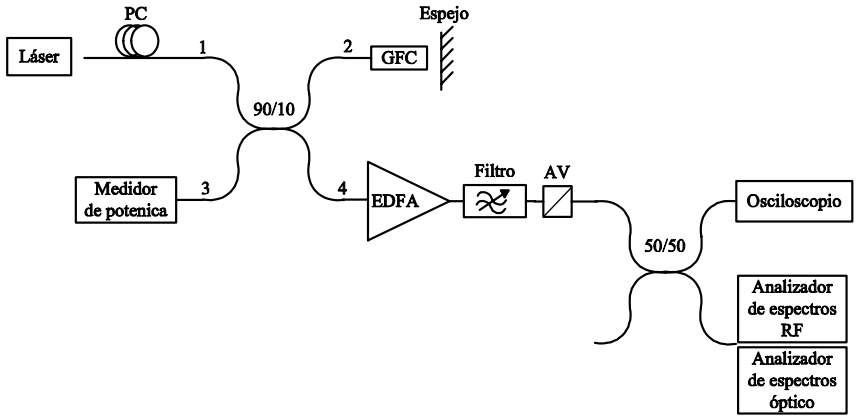

Figura 29: Esquema experimental para la caracterización y caotificación del láser semiconductor.

reflejada (P_R) y la potencia de salida del láser (P_o). La retroalimentación óptica P_R/P_o varia con el ángulo del espejo hasta 42.47 %. La longitud de coherencia para ambos láser de emisión libre es menor de 20 cm, que es significativamente menor a la distancia entre el láser y el espejo de ida y vuelta, la cual es aproximadamente 6 m, esto garantiza que la retroalimentación óptica sea incoherente. La retroalimentación óptica externa desestabiliza al láser semiconductor e induce oscilaciones caóticas en la potencia de salida del láser. La señal caótica es amplificada por un amplificador óptico (EDFA) y transmitida a través de un atenuador variable de fibra óptica (AV). Se Utiliza el atenuador variable para para poder ajustar las potencias de los dos diferentes láseres y hacer una comparación adecuada de los espectros de RF y series de tiempo. El filtro óptico que esta descrito en la Figura 29 es usado solo con el láser FP. La salida del atenuador variable es conectado a un acoplador de 3dB, para tener mediciones simultáneamente de la serie de tiempo, espectro de radio frecuencia (RF) o espectro óptico. La señal de potencia óptica caótica es monitoreada por un fotodetector de 5GHz y grabada del osciloscopio con un ancho de banda de 1GHz.

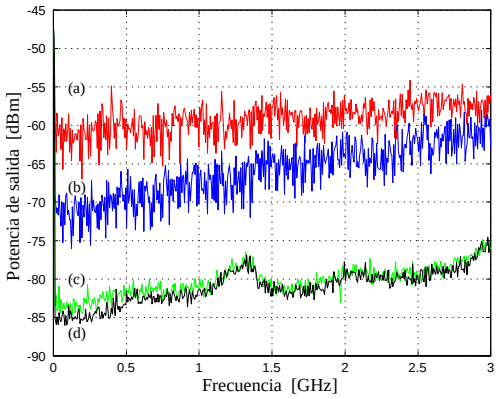

Figura 30: Espectro de potencia de RF para el láser DFB con diferente retroalimentación (a) 42 %, (b) 3 %, (c) 0.06 % y (d) sin retroalimentación externa.

IV.2.5. Resultados y discusiones

El análisis de los resulatdos están basados en la dependencia de los indicadores caóticos de las oscilación de potencia del láser como el espectro de RF, desviación estándar y máximo exponente de Lyapunov de la retroalimentación óptica. La figura 30 muestra el espectro de potencia de RF del láser unilongitudinal DFB con diferentes porcentajes de retroalimentación P_R/P_o (a) 42 %, (b) 3 %, (c) 0.06 %, y (d) sin retroalimentación externa. El espectro de potencia sin retroalimentación óptica casi coincide con las mediciones de nivel de piso. Para retroalimentaciónes mayor a 3 % todos los espectros tienen una forma plana sin picos hasta 3 GHz. Esta forma del espectro de RF usualmente se atribuye a oscilaciones caóticas en el láser DFB [Kusumot K, Ohtsubo J. 2002]. La amplitud de la potencia espectral varía con la retroalimentación. La amplitud del espectro de potencia disminuye cuando decrece la retroalimentación.

El espectro de RF para el láser DFB con una separación aproximadamente de 90

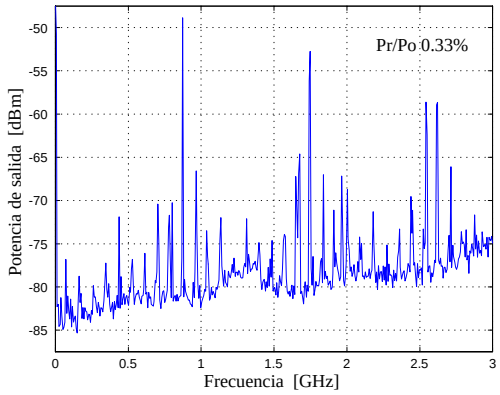

Figura 31: Fluctuaciones en baja frecuencia en el láser semiconductor DFB con retroalimentación óptica externa.

MHz y grandes picos se ilustra en la Figura 31. Los espectros con esta forma son registrados relativamente en bajas reflexiones en intervalo 0.3-0.35 %, usualmente se atribuye a las fluctuaciones de baja frecuencia (LFFs) [Ohtsubo J. 2008; Ohtsubo J. 1998]. Las LFFs tienen características frecuenciales de unos cientos de MHz y se observa en diferentes láseres semiconductores con diferentes tipos de realimentación optoelectrónica.

La Figura 32 presenta el espectro de potencia en RF para el láser multilongitudinal FP sin filtro (ver Figura 29) con diferente retroalimentación: (a) 42 %, (b) 0.53 %, y (c) sin retroalimentación externa. Como se puede ver, la amplitud del espectro de RF es uniforme hasta 3 GHz. Para una retroalimentación igual a 42 % excede la amplitud del espectro de RF por mas de 30 dB comparada con la que tiene ausencia de la retroalimentación externa. Para el láser FP el espectro de RF tiene una forma plana, esto es atribuido a oscilaciones caóticas registradas para una retroalimentación mayor al 4 % y el espectro es comparado con el que se observa del láser DFB con una retroalimentación del 3 %. En contraste para el láser DFB, el láser multilongitudinal FP muestra grandes oscilaciones caóticos para niveles de retroalimentación relativamente

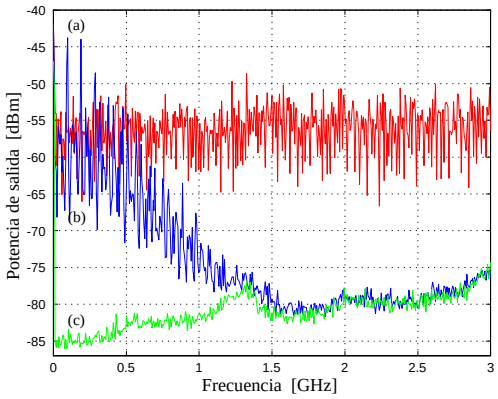

Figura 32: Espectro de potencia de RF del láser FP con diferente retroalimentación (a) 42 %, (b) 0.53 %, (c) sin retroalientación externa.

bajos (0.3-3 %), para frecuencias menores a 1.5GHz. El espectro de potencia para el láser FP sin retroalimentación extrena (c) coincide con las mediciones de nivel de piso.

La Figura 33 muestra el ancho de línea espectral ($\Delta\lambda$) del láser DFB contra el logaritmo de la retroalimentación ($\log(P_R/P_o)$), el ancho de línea espectral $\Delta\lambda$ fue medido apartir de donde se tiene una caída de 20 dB a partir del máximo valor (ver Figura 33) con el analizador de espectro óptico Agilent HP 70951B. Se puede observar que hay un incremento drástico en ancho de línea espectral para una fuerte retroalimentación externa.

La potencia del espectro óptico para el láser FP con fuerte retroalimentación óptica (42 %) y la ausencia de retroalimentación externa se muestra en la figura 34 (a) y (b), respectivamente. La estructura de los modos longitudinales del láser FP son considerablemente diferentes con y sin retroalimentación óptica externa. Sin retroalimentación externa se puede observar grandes variaciones en la potencia (hasta 20 dB) entre los modos longitudinales. El espectro que se registra para diferentes momentos de tiempo tiene diferentes estructuras modales. Estos cambios son muy probablemente asociados a las

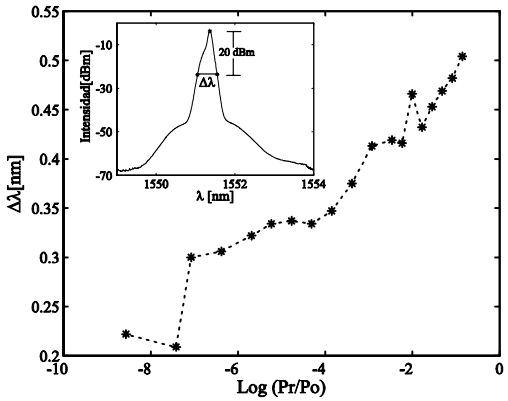

Figura 33: Ancho de linea espectral $\Delta\lambda$ contra el log de la retroalimentación del láser DFB.

reflexiones aleatorias, las cuales son muy débiles, siempre se presentan en los esquemas experimentales y causan mejores oscilaciones en algunos modos longitudinales.

Con reflexión adicional externa proveniente del espejo la estructura modal del láser FP es significativamente más estable. El espectro óptico registrado en diferentes tiempos demuestran similares estructuras modales. La retroalimentación externa afecta a los anchos de línea de cada modo longitudinal del láser FP. Usado el mismo criterio 20 dB que se utiliza para el láser DFB observamos que ancho de línea $\Delta\lambda$ incrementa cada modo 50 % en un tiempo hasta 0.025 nm para una retroalimentación del 42 %.

Otro indicador caótico utilizado en este trabajo para la caracterización de las oscilaciones caóticas son los planos de fase. Estos planos de fase son basado en las series de tiempo de potencia de los láseres caóticos y se obtiene usando la dependencia simultánea entre la potencia de salida del láser (P_o) y la derivada contra el tiempo (dP_o/dt). Como bien se sabe, la validación teória del caos en los láseres semiconductores está generalmente basada en el análisis del comportamiento de los atractores de las variables independientes como la amplitud del campo eléctrico contra la polarización

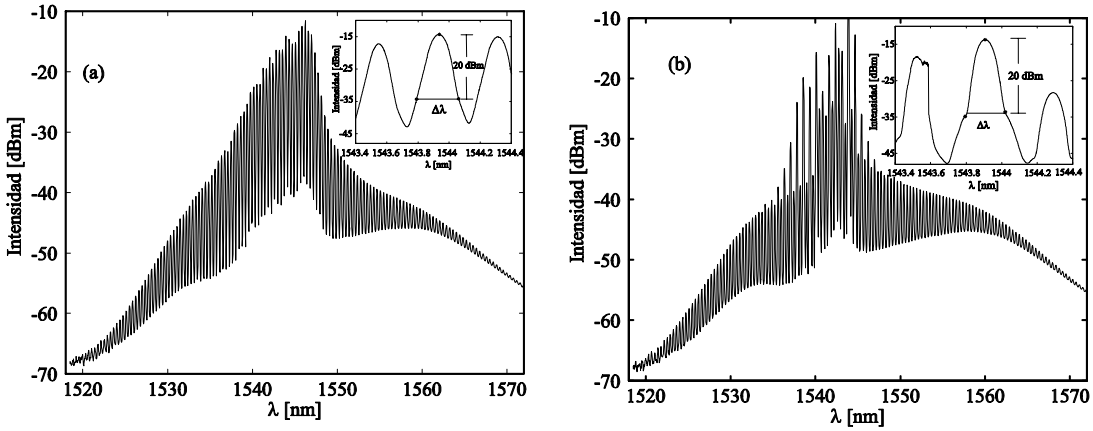

Figura 34: Potencia del espectro óptico del láser FP y el ancho de línea (a) 42 % de retroalimentación y (b) sin retroalimentación extrena.

de la materia o inversión de población [Wieczorek S et al 2002]. Los planos de fase o los atractores que son presentados en éste trabajo utilizan variables dependientes; por ello no se puede utilizar la validación clásica del caos pero mostramos información visual adicional para la caracterización del caos.

En las Figuras 35 y Figura 36 se muestran los planos de fase de las oscilaciones caóticas para diferentes retroalimentaciones de los láseres DFB y FP, respectivamente. Los planos de fase demuestran que la amplitud de las variaciones caóticas dependen de la retroalimentación. Para retroalimentación grande le corresponde un área mayor al atractor y viceversa. Cualitativamente, los atractores caóticos para el láser DFB y FP demuestran rasgos similares. Los atractores sin retroalimetación externa ((d) en la Figuras 35 y 36) muestran el ruido de las mediciones porque la intensidad en las oscilaciones de emisión libre para el laser DFB y FP son significativamente menores que el ruido de piso en los detectores.

Para la caracterización de las variaciones caóticas de potencia de los láseres, se analizó la desviación estándar con respecto a la retroalimentación (ver Figura 37).

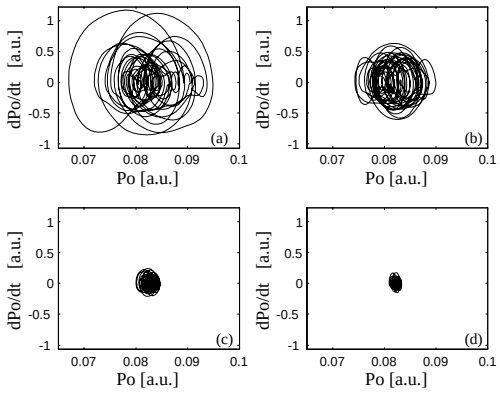

Figura 35: Planos de fase de las oscilaciones caóticas del láser DFB para diferentes retroalimentaciones: (a)42 %, (b)8 %, (c) 0.53 % y (d) sin retroalimentación externa.

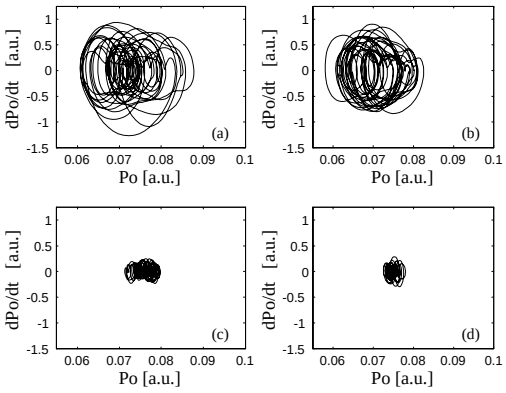

Figura 36: Planos de fase de las oscilaciones caóticas del láser FP para diferentes retroalimentaciones: (a)42 %, (b)16 %, (c) 0.84 % y (d) sin retroalimentación externa.

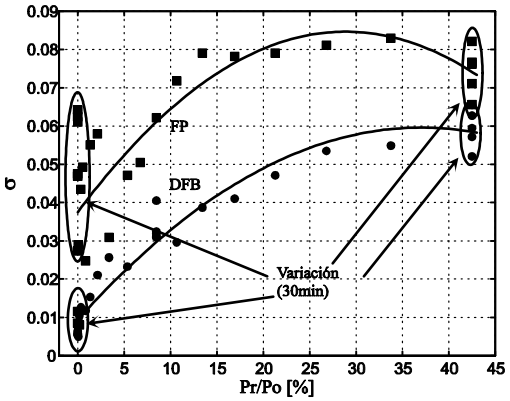

Figura 37: Desviación estándar de las series de tiempo para los láseres caóticos DFB y FP.

La desviación estándar fue calculada utilizando las series de tiempo medidas en 2 ms con resolución de 1GHz para la misma potencia promedio de los dos láseres. se puede observar que entre mayor es la retroalimentación mayor es la desviación estándar y los valores de la desviación estándar son mayores para el láser FP que para el láser DFB con la misma retroalimentación. Se observaron significativas variaciones en las mediciones con la misma retroalimentación que fueron monitoreada sobre periodos de 30 minutos (ver Figura 37) pero este no cambio la tendencia general.

Una alternativa interesante de indicadores caóticos que pueden ser aplicada para la validación del caos en los láseres semiconductores es analizar los máximos exponentes de Lyapunov de las series de tiempo de potencia de láser. El exponente de Lyapunov es un número que caracteriza el grado de separación de dos trayectorias infinitesimalmente cercanas. Si este exponente es un valor positivo indica que tenemos oscilaciones caóticas [Wolf A. et al 1985]. El máximo expoente de Lyapunov fuer calculado utilizando el método Kantz [Holger Kantz A. 1994] con series de tiempo medidas en 2 ms con 2000 puntos. La figura 38 muestra los máximos exponentes de Lyapunov para los láseres

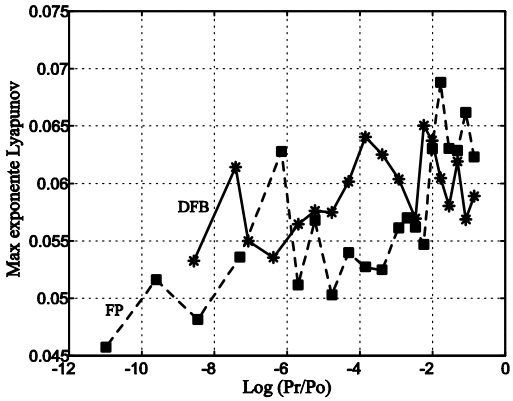

Figura 38: Máximo exponente de Lyapunov para los láseres caóticos DFB y FP contra el *log* de la retroalimentación.

DFB y FP contra la retroalimentación. Como es posible ver el máximo exponente de Lyapunov es positivo para todos los régimenes con lo cual confirmamos que las oscilaciones de potencia son caóticas para ambos láseres con diferente retroalimentación. Los exponentes son mayores para retroaliementaciones ópticas mayores, esto indica un comportamineto mas caótico cuando se incrementa la retroalimentación.

Comparando los espectros de RF (ver Figuras 30 y 32) y la desviación estándar (ver Figura 37) para los láseres DFB y FP es posible ver que el láser FP genera un comportamiento más caótico que el láser DFB, siendo sometidos a las mismas condiciones. Esto se observa para frecuencias menores de 1.5 GHz y para retroalimentaciones relativamente debiles (menores a 1 %) pero es también evidente en el caso de una retroalimentación fuerte.

Este fenómeno puede ser atribuido a un mecanismo adicional, como es el cambio de potencia entre los modos longitudinales del láser FP [Ahamed M, Yamada M. 2002].

Para verificar esta hipótesis se agrega un filtro óptico que transmite 10-15 modos longitudinales del laser FP en intervalos de 1nm (ver Figura 29). El filtro convierte la

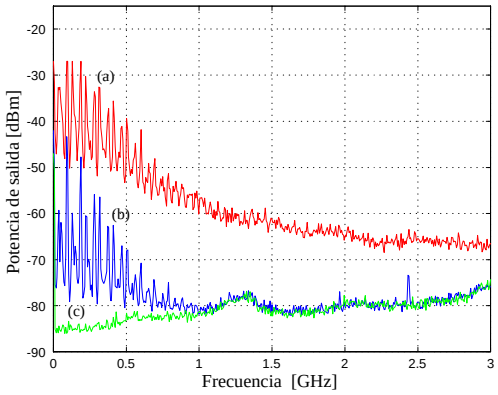

Figura 39: Espectro de potencia de RF para el láser FP: (a) con un filtro adicional, con una retroalimentación del 0.006 %, (b) sin filtro con una retroalimentación del 0.006 % y (c) sin filtro y retroalimentación externa.

potencia de conmutación entre los modos longitudinales en variaciones ordinarias de potencia a la salida.

Si este fenómeno de conmutación puede jugar un rol escencial en los resultados de las oscilaciones caóticas se puede esperar notables incrementos en las oscilaciones caóticas en el esquema con el filtro. La Figura 39 muestra el espectro de RF para el láser FP con y sin el filtro óptico con retroalimentación muy débil de 0.006 %. La amplitud del espectro de potencia de RF del láser con filtro excede la amplitud del espectro registrados con el láser sin filtro por 10-30 dB. Cualitativamente la misma tendencia fue registrada para el caso de una fuerte retroalimentación óptica.

Los atractores para el láser FP con el filtro óptico adicional con una retroalimentación igual 42 % y 3 % son mostradas en la Figura 40. Al contrario de los resultados observados anteriormente el atractor con mayor amplitud es para la retroalimentacion más débil.

También es más complejo el comportamineto del máximo exponente de Lyapunov

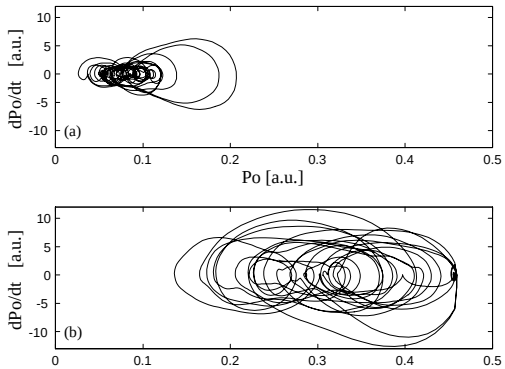

Figura 40: Planos de fase de las oscilaciones caóticas del láser FP con un filtro adicional a diferentes retroalimentaciones (a) 42 % y (b) 3 %.

contra la retroalimentación como se podra notar en figura 41. La conmutación entre los modos longitudinales para el láser semiconductor multilongitudinal FP induce una considerable contribución en la potencia de las oscilaciones caóticas con débil y fuerte retroalimentacion inchoerente, y afecta a los atractores y al máximo exponente de Lyapunov. Las dinámicas generadas por el láser semiconductor multimodo sometido a una retroalimentación óptica son explicados en [Othsubo J. 2008]. En la referencia mencionada, el autor reporta el comportamiento de un láser usando retroalimentación óptica mediante simulaciones numéricas. Los resultados numéricos muestran que un láser multimodo es estable comparado con una láser monomodo. Estos resultados pueden entenderse cualitativamente de la siguiente manera, todos los modos contribuyen en el amortiguamiento de oscilaciones de relajación. Aunque un modo individual puede ser inestable en oscilación solitaria.

Además, los resultados numéricos reportados en [Othsubo J. 2008] ilustran que cuando el láser muestra oscilaciones caóticas inducidas por una retroalimentación óptica solo uno de los modo es dominante por cierta duración de tiempo. El cambio del modo

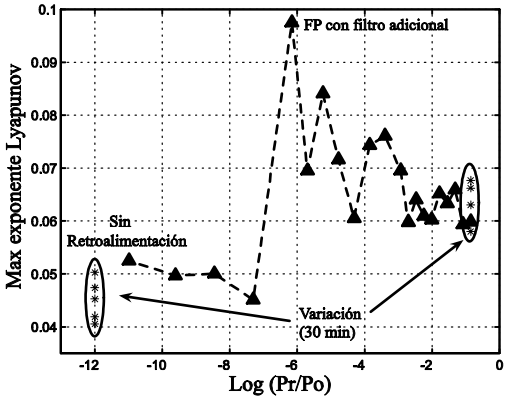

Figura 41: Máximo exponente de Lyapunov para el láser FP con filtro óptico contra el *log* de la retroalimentación.

principal a otro modo después de un cierto tiempo es de manera aleatoria. Así, la conmutación de amortiguamiento entre los modos es característica típica de un láser semiconductor multimodo sujeto a una retroalimentación óptica.

Cabe destacar que los resultados mencionados anteriormente son resultados numéricos [Othsubo J. 2008], que son confirmados con los resultados experimentales de este trabajo de tesis.

IV.3. Eliminación de las fluctuaciones en baja frecuencia de la radiación de la retrodispersión de Rayleigh de la fibra óptica con láseres caóticos

IV.3.1. Una aplicación a sensores

En esta parte del trabajo se demuestra experimentalmente la supresión de las fluctuaciones en baja frecuencia de la radiación de la retrodispersión de Rayleigh de una fibra óptica con láseres caóticos tanto para un láser monomodo DFB como para un láser multimodo FP, sujetos a una retroalimentación óptica incoherente. Existe una disminución significativa en las variaciones de la potencia de Rayleigh entre 15-20 dB el intervalo de frecuencias registradas para ambos láseres son 10-1000 Hz. Se demostró que el láser caótico DFB suprime también eficientemente la dispersión Brillouin estimulada.

IV.3.2. Introducción

La retrodispersión reflejada de Rayleigh es un parámetro muy importantes en los sistemas tales como el reflectómetro óptico en el dominio del tiempo (OTDR) por sus siglas en ingles (Optical Time-Domain Reflectometer) [Wayne 1998], en la reflectometría óptica en el dominio de la frecuencia (OFDR) por sus siglas en ingles (Optical Frequency-Domain Reflectometry) [S.G.Pierce et al. 2000; R.M. López et al.2004] y en el análisis de la reflexión de transmisión (TRA) por sus siglas en ingles (Transmission Reflection Analysis) [V.V. Spirin et al. 2004]. Las fluctuaciones impredecibles de la potencia de la radiación de Rayleigh en la fibra óptica pueden degradar significativamente el rendimiento de un sistema. Por ejemplo la localización de las pérdidas inducidas por perturbación con la técnica TRA, depende de que la exactitud de la medición de

potencia de Rayleigh [V. V. Spirin 2010]. Por lo tanto, las variaciones de la potencia de Rayleigh, específicamente dentro del intervalo de baja frecuencia que son dificiles de erradicar por medio de promedio, pueden disminuir significativamente la precisión de la localización con el método TRA.

La potencia de la retrodispersión de Rayleigh de la fibra óptica se convierte en ruido debido a los efectos de interferencia coherente. La intensidad de las fluctuaciones de Rayleigh es algunas veces llamada Ruido moteado coherente de Rayleigh"[Wayne 1998] el cual disminuye con la disminución de la fuente coherente. Sin embargo el efecto puede tomar un lugar incluso para un láser de baja coherencia por que cualquier reflexión extremadamente débil en la estructura de la fibra puede afectar la radiación del diodo láser sin aislador óptico integrado. Como bien se sabe las reflexiones extremadamente débil o incluso la retrodispersión de Rayleigh es capaz de incrementarse en una distancia de tiempo corta coherente del diodo láser, que incluso lleva a varaciones en baja frecuencia de la potencia de la retrodispersión de Rayleigh [Peter & Roland 1990].

El láser caótico es un candidato prometedor para la eliminación de las fluctuaciones de Rayleigh de baja frecuencia en la fibra óptica por que tiene baja longitud coherente y no es sensible a un ningun pico de reflexion. Las investigaciones del caos, especificamente en sistemas de láser semiconductores, se desarrolla rápidamente y se espera producir fructuosos resultados no solo en investigaciones fundamentales sino tambien en sus aplicaciones [J. Othsubo 2008; Y. Wang et al. 2008;López RM et al. 2009; C. Posadas-Castillo et al. 2008; P. Li et al. 2010]. La mayoría de los intentos experimentales para la coatificación de los láseres semiconductores está basada en sistemas de retroalimentación óptica debido a su rica dinámica no lineal [J. Othsubo 2008].

En ésta sección, demostramos la eliminación de las variaciones de la radiación de la retrodispersión de Rayleigh en baja frecuencia de la fibra óptica en el láser caótico DFB y FP sujeto a una fuerte retroalimentación óptica incoherente.

IV.3.3. Resultados experimentales

La estructura experimental de las mediciones de potencia para la caotificación del láser semiconductor y la retrodispersión de Rayleigh se presentan en la figura 42. Estudiamos dos láseres de semiconductor sin aislador óptico integrado, particularmente del láser modo unilongitudinal DFB y del láser modo multilongitudinal FP. El láser DFB emite luz en ondas continuas (CW) con una potencia de 2mW a una longitud de onda igual a 1552.6 nm con un ancho espectral de 0.01nm. El láser multilongitudinal FP emite luz CW en un intervalo de 1545-1547 nm con una separación entre cada modo aproximadamente de 0.07nm. Ambos láseres actúan de forma bastante lejos de sus umbrales. La corriente de operación excede el valor umbral por 70 % en el láser DFB ($I_{DFB} = 1{,}7 * I_{th}$) y por el 50 % en el laser FP ($I_{FP} = 1{,}5 * I_{th}$), respectivamente.La potencia de salida de los láseres DFP y FP es transmitida a través de un controlador de polarización (PC) y dividido en dos por un acoplador óptico 90/10. El controlador de polarización permite alinear la polarización de la señal de regreso con la polarización inicial del láser para maximixar la eficiencia de la retroalimentación [Anbang Wang 2008]. La parte principal de la radiación pasa por un colimador de fibra (GFC) con un recubrimiento de antireflexión, esta es reflejada por un espejo metálico, la potencia reflejada es continuamente monitoreada por un medidor de potencia (ver Figura 42). La potencia reflejada de la cavidad del láser es controlada por la inclinacion del espejo. Como hemos constatado, esta técnica permite ajustar la fuerte retroalimentación sin cambio en el estado de polarización de la luz reflejada. La retroalimentación es definida como la relación entre la potencia reflejada de regreso (P_R) y la potencia de salida del láser (P_o). La inclinación del espejo varía con la retroalimentación óptica P_R/P_o de 0 %-40 %. La longitud coherente es especificada por la hoja de datos del fabricante para ambos láseres de emisión libre la cual es significativamente más corta que la distancia de ida y vuelta entre el láser y el espejo, la cual es aproximadamente 6 metros. Por lo

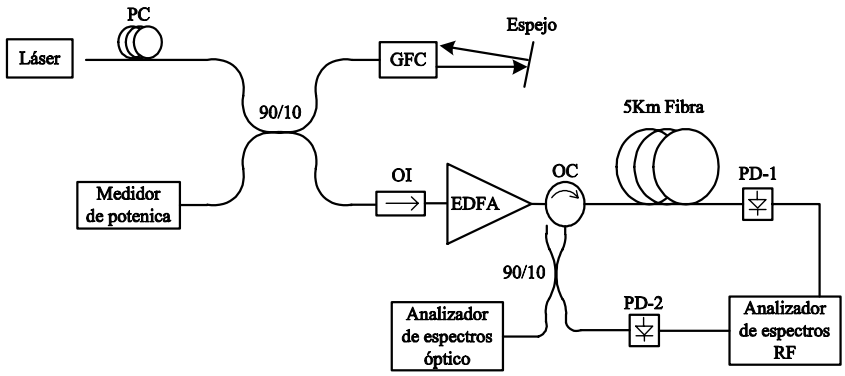

Figura 42: Esquema experimental.

tanto, la retroalimentación es eficientemente incoherente para ambos láseres.

La retroalimentación óptica externa desestabiliza al láser semiconductor e induce las oscilaciones caóticas de salida de potencia del láser. La radiación pasa a través de un aislador óptico (OI por sus siglas en inglés optic isolator), amplificado por un amplificador óptico (EDFA), y enviada por fibra óptica con una longitud de 5km a través de un circulador óptico (OC por sus siglas en inglés optic circulator). La transmisión de la señal a través de la fibra óptica es medida por el fotodetector de 5 GHz (PD-1) y grabado por el analizador de espectros con un ancho de banda de 3 GHz. Las potencia de las radiaciones reflejadas de regreso de Rayleigh se analizaron con un fotodetector a 1 GHz (PD-2) y también con un analizador de espectro óptico.

La Figura 43 muestra el espectro de la potencia de RF de la radiación transmitida a través de la fibra óptica para el láser DFB. Para la retroalimentación superior al 3 % del espectro de RF tienen un perfil plano sin fuertes picos hasta 3 GHz. Estas forma del espectro de RF es usualmente atribuida a la presencia de oscilaciones caóticas en el láser DFB [J. Othsubo 2008].

La Figura 44 presenta la potencia del espectro de RF de la retrodispersión de

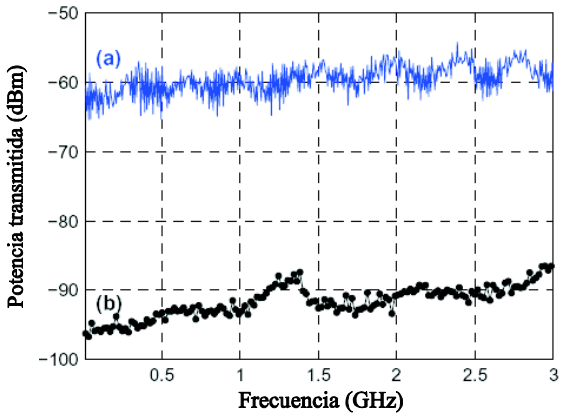

Figura 43: (a) Espectro de potencia de RF de la radiación transmitida para el láser DFB con una retroalimentación del 40 %, (b) ruido de piso sin señal óptica de entrada.

Rayleigh dentro del rango de frecuencia de 10-4000 Hz. En régimen caótico la retroalimentación reduce las fluctuaciones significativamente a más del 3 % en la señal de Rayleigh, las cuales fueron recolectadas. Para bajas frecuencias (por debajo de 1KHz), la densidad de potencia del espectro de la señal de retrodispersión en el régimen caótico decrece cerca de 15-20 dB apartir de que el láser en emisión libre DFB no tiene retroalimentación adicional. La potencia del espectro del láser caótico casi coincide con el nivel de ruido de piso grabada sin la señal óptica.

Como se muestra en la Figura 45 con el láser en emisión libre DFB la mayoría de las fluctuaciones de la señal de Rayleigh están concentradas entre 50kHz. La eliminación del ruido promedio en algunas aplicaciones lleva un gran tiempo. El uso de los láseres caóticos puede resolver eficientemente este problema y mejorar la exactitud de las mediciones, por ejemplo, en los sensores de fibra óptica basados TRA [V.V.Spirin et al, 2004; Vasily V.Spirin 2010].

A lo largo de las mediciones variamos la potencia de la dispersión de Rayleigh, el espectro óptico de la luz de la retrodispersión de Rayleigh fue continuamente monitoreada

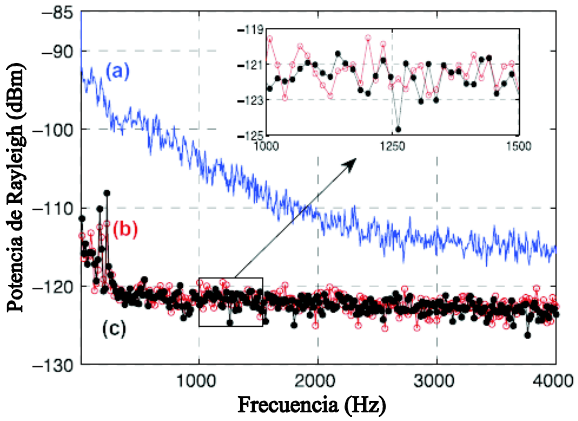

Figura 44: Espectro de potencia de RF de la potencia de la retrodispersión de Rayleigh para el láser DFB: (a) sin retroalimentación externa, (b) con 40 % de retroalimentación y (c) ruido de piso sin señal óptica de entrada.

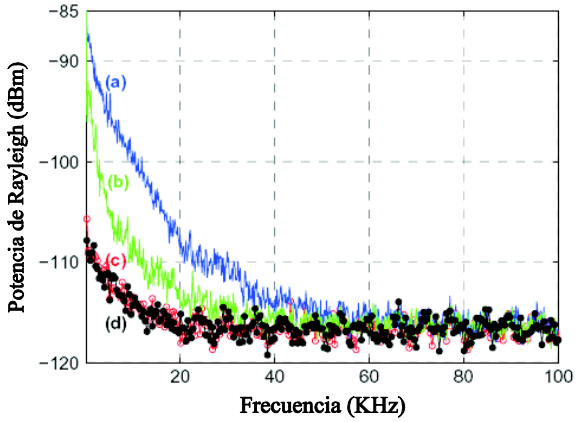

Figura 45: Espectro de potencia de RF de la potencia de la retrodispersión de Rayleigh para el láser DFB: (a) sin retroalimentación externa, (b) 0.04 %de retroalimentación, (c) 40 % de retroalimentación y (d) ruido de piso sin señal óptica de entrada.

con el analizador de espectro óptico (ver Figura 42) para mantener la potencia óptica por debajo del umbral del estímulo de la dispersión de Brillouin (SBS) en la fibra de prueba. La dispersion de Brillouin (SBS) es un proceso donde, la interacción del campo eléctrico de la luz que se propaga a lo largo del material le induce pequeñas vibraciones en su estructura, denominadas vibraciones acústicas y constituyen los fotones acústicos. Este fenómeno propicia alteraciones en la densidad del material, es decir, provoca variaciones en el índice de refracción del material, y la luz incidente se esparce en sentido contrario a la de propagación.

Sin embargo, se puede encontrar un futuro importante en la caotificación de los láseres: además de la disminución del ruido en baja frecuencia de la señal de la retrodispersión de Rayleigh, también suprime eficientemente SBS en la fibra de prueba. De hecho para nuetro láser en emisión libre DFB sin retroalimentación externa el SBS estable de 5km de longitud de la fibra de prueba fue detectado para una señal de entrada por encima de 8-10 mW. La Figura 46a presenta el espectro de potencia de RF de la retrodispersión de la luz con una potencia de entrada de 40 mW que es significativamente mayor que el umbrel del SBS. Las fluctuaciones de la potencia de la retrodispersión óptica con la dispersión de Brillouin ocupa un intervalo de frecuencia mayor a 25MHz (ver Figura 46a). No obstante, el espectro de potencia de la señal del láser caótico retrodispersada con 40 % de retroalimentación casi coincide con el nivel de ruido de piso (ver Figura 46b). Esto significa que el láser caótico DFB frena eficientemente el SBS en la fibra de prueba. Como son conocidos, la estimulación de Brillouin, el proceso de la retrodispersión de Raman y Rayleigh pueden demostrar un comportamiento complicado cooperativo de la fibra óptica [A.A. Fotiadi et al. 2010; A.A. Fotiadi et al 1998]. Por otra parte las oscilaciones caóticas de la radiación del láser causa ensanchamiento en el ancho del láser e incremento en el umbral de Brillouin [E. Lichtman et al. 1987] por el factor:

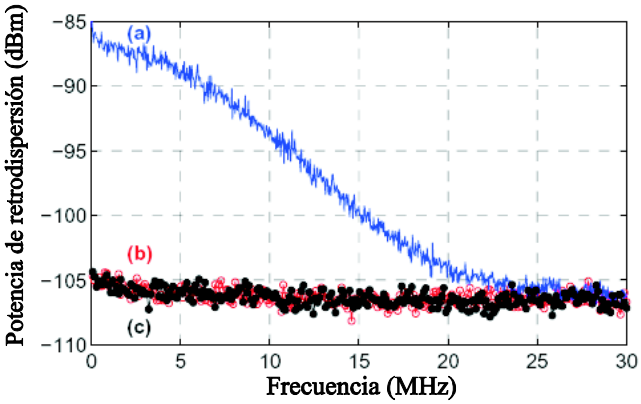

Figura 46: Espectro de potencia de RF de la retrodispersión con una potencia de entrada de 40mW: (a) sin retroalimentación externa, (b) 40 % de retroalimentación externa con dispersión de Brillouin y (c) ruido de piso sin señal óptica de entrada.

$$1 + \frac{\Delta v_p}{\Delta v_B} \tag{105}$$

donde Δv_p es el ancho del bombeo del láser caotico y Δv_B es todo el ancho de la mitad de la ganancia maxima del espectro de Brillouin el cual es aproximadamente igual a 40MHz para la fibra de silicio [M.Nikles et al. 1997]. Las mediciones experimentales del umbral del SBS con el láser caótico DFB (para retroalimentación mayor a 3 %) se realizaron por lo menos entre 10 y 15 veces, superando el umbral encontrado con el láser de emisión libre.

Por lo tanto, el láser caótico DFB suprime eficientemente las variaciones de potencia de la retrodispersión de Rayleigh y también frena el SBS en la fibra de prueba.

Cualitativamente, los mismo resultados para la supresión de las variaciones en baja frecuencia de la radiación de la retrodispersión de Rayleigh fueron obtenidas para el láser caótico Fabry Perot (FP) sin aislador óptico integrado.

La Figura 47 presenta el espectro de potencia del láser multilongitudinal FP con una

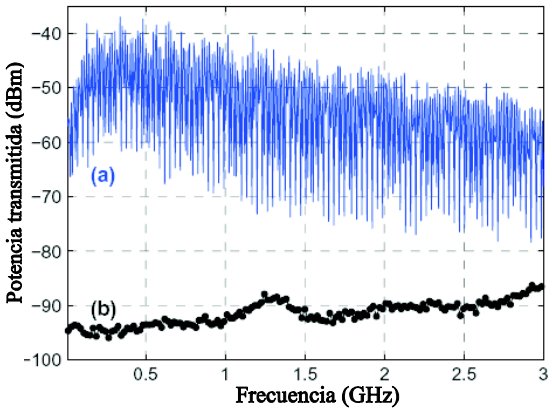

Figura 47: (a) Espectro de potencia de RF de la radiación trasnmitida para el láser FP con 40 % de retroalimentación y (b) ruido de piso de la señal óptica de entrada.

fuerte retroalimentación externa. Para una retroalimentación igual al 40 % la densidad del espectro de potencia es uniforme hasta de 3GHz y excede por mas de 30dB la densidad espectral de la señal cuando no hay retroalimentación externa. La forma plana del espectro de RF es atribuido a las oscilaciones caóticas registradas para el láser FP con una retroalimentación del 4 % la cual es comparable con la del 3 % obtenido para el láser DFB. Lo contrario sucede para el láser DFB, el láser multimodo FP tiene relativamente grandes las oscilaciones detectadas en el densidad de potencia espectral.

La Figura 48 presenta la potencial espectral de la potencia de la retrodispersión de Rayleigh para el láser FP dentro del intervalo de frecuencias de 10-4000Hz. La densidad de la potencia espectral de la señal del láser caótico decrece entre 15 y 20 dB en comparación con el láser de emisión libre FP la cual casi coincide con el ruido de piso de las mediciones del sistema.

El umbral SBS nunca fue alcanzado en nuestros experimentos con láser multilongitudinal FP. Sin embargo, notables variaciones en la potencia (hasta 10dB) entre los modos longitudinales debido a debiles alteraciones aleatorias de las reflexiones puede

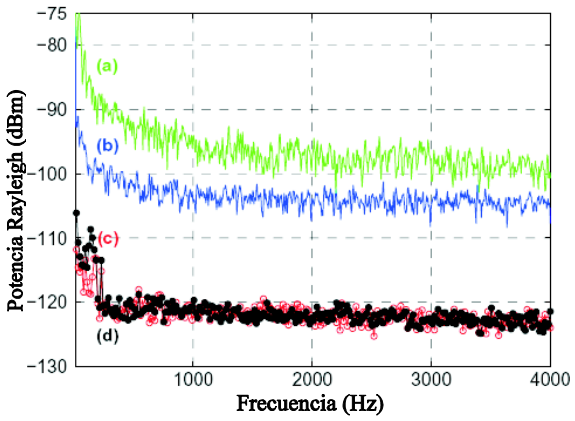

Figura 48: Espectro de potencia de RF de la potencia de la retrodispersión de Rayleigh para el láser FP: (a) y (b) sin retroalimentación externa, (c) con 40 % de retroalimentación y (d) ruido de piso sin señal óptica de entrada.

llevar casi a que el láser FP opere de modo unilongitudinal y por ello, reduce el umbral SBS. Así, un análisis más detallado para comprender la influencia del SBS en las variaciones de potencia de la retrodispersión con el láser FP se requiere.

IV.4. Conclusiones

En la primera parte de este capítulo se presentó la depencia de las oscilaciones caóticas con respecto a la retroalimentación óptica tanto para el láser unimodo DFB como para el láser multimodo FP, se demostraron las oscilaciones caóticas mediante el máximo exponente de Lyauponv (positivo) y visualmente mediante los planos de fase, los cuales generaron un atractor caótico para ambos láseres, incrementando cuando se incrementa la retroalimentación óptica externa.

En la segunda parte se demostró experimentalmente la represión de las variaciones de la potencia en baja fercuencia de la retrodispersión de Rayleigh de la fibra óptica

con caos para el láser de modo unilongitudinal DFB y para el láser de modo multilongitudinal FP sujetos a retroalimentación óptica incoherente. La disminución significativa de las variaciones de potencia de Rayleigh hasta 15-20 dB dentro del intervalo de frecuencias 10-1000 Hz registradas para ambos láseres caóticos. Además, se mostró que es suprimida la dispersión estimada de Brillouin (SBS) con el láser caótico DFB.

Capítulo V

Generación de Continuos en Fibras Micro-Estructuradas

Por sus características de dispersión manejable, las fibras micro-estructuradas permiten la propagación de pulsos ultracortos, cuyas longitudes de onda central sean cercanas a la longitud de onda de cero dispersión de la fibra y por tanto se convierten en un medio apropiado para la generación del súper-continuo. De esta manera, la duración del pulso no incrementará significativamente a causa de la dispersión y la irradiancia se mantendrá alta, lo cual favorecerá la generación de nuevas frecuencias, mediante el fenómeno de refracción no-lineal.

A continuación se analiza la generación de continuos en fibras micro-estructuradas en los distintos régimenes de dispersión: sin dispersión de velocidad de grupo ($\lambda_0 = \lambda_D$), dispersión anómala ($\lambda_0 > \lambda_D$) y dispersión normal ($\lambda_0 < \lambda_D$). En cada caso se estudia la influencia de cada unos de los parámetros de la fibra y del pulso incidente: longitud de la fibra, duración del pulso y potencia pico. En los casos de propagación en los régimenes de dispersión anómala y normal, se analiza la influencia del parámetro de dispersión β_2, es decir la infuencia de la desintonización entre la longitud de onda de los pulsos y la longitud de onda de cero dispersión de la fibra.

V.1. Propagación en el punto de cero dispersión de la fibra

Se estudia la propagación de pulsos ultracortos centrados en 800 nm, longitud de onda que corresponde a la longitud de onda de cero dispersión de la fibra. En este caso los efectos dispersivos de orden superior son significativos. Los parámetros que se mantienen constantes para todos los casos son los siguientes: $\beta_3 = 0{,}05\ ps^3/Km$, $n_2 = 2{,}6 \times 10^{-20}\ m^2/W$, $A_{eff} = 4\ \mu m^2$ y $T_R = 1{,}46\ fs$.

V.1.1. Efecto de incrementar la potencia pico de los pulsos incidentes

Manteniendo constante la duración de los pulsos, se analiza la influencia de incrementar la energía por pulso, E_p, en la generación de un súper-continuo. Se considera una fibra con longitud $L = 20\ cm$ y pulsos con una duración $T_{FWHM} = 100\ fs$. En la figura (49) se muestra el perfil y el espectro del pulso a la salida de la fibra, para distintos valores de la potencia pico.

Al incrementar la energía por pulso, la potencia pico de los pulsos incrementa y por lo tanto la longitud no-lineal L_{NL} disminuye, esto implica que los efectos no-lineales se manifiestan significativamente a distancia de propagación de muy cortas. El efecto combinado de no-linealidad y dispersión de tercer orden hace que el pulso incidente se comprima y se haga asimétrico hasta descomponerse en varios pulsos, cuya duración es menor a la del pulso original. Como resultado de aumentar la energía, el espectro del pulso se extiende más hacia el lado de longitudes de onda mayores a λ_0, por lo cual estas nuevas componentes se propagan en el régimen de dispersión anómala, esto se puede entender al relacionar el pico más significativo del espectro con el pulso más intenso y más retrasado en la figura (49) **d)**, dado que estas componentes viajan a una

Figura 49:

velocidad menor que las longitudes de onda menores. El espectro también se extiende hacia el visible al incrementar la potencia pico, aunque en menor proporción.

V.1.2. Efecto de incrementar la potencia pico de los pulsos incidentes

La fase no-lineal que adquiere el campo como consecuencia de la dependencia del índice de refracción con la distancia, es también función de la distanci

Apéndice A

Software de generadores caóticos

En esta parte de la tesis se hablara sobre un software realizado durante este trabajo de tesis doctoral, el cual su funcion principal en un inicio fue hacerlo como un software didáctico en cual ilustrará las dinámicas de algunos modelos de sistemas caóticos y su evolución en el tiempo , al cual se le fueron implementando herramientas adicionales, mas adelante mencionadas. Este software fue realizado con ayuda del programa MATLAB versión 7.1 en una computadora Toshiba Satellite, con Windows 7 Ultimate, Procesador Pentium (R) Dual-Core CPU T4300 @2.10GHz.

Este documento muestra un programa que simula diferentes generadores caóticos en tiempo continuo y en tiempo discreto. Este programa tiene la opción de seleccionar algún sistema, cambiarle algunos parámetros, graficar las series de tiempo, sus atractores. También con este programa es posible encriptar y desencriptar información con algunos modelos que se mostraran posteriormente.

La pantalla principal de éste software se ilustra en la Figura 50, la cual muestra diversas opciones: generadores de caos con sistemas continuos, con sistemas discretos, encriptamiento y desencriptamiento de informacion, esto se explicará a continuación.

Para la opción de sistemas caóticos continuos existen diferentes sistemas como lo muetra la Figura 51 en los cuales los modelos son:

- Modelos de sistemas caoticos en tiempo continuo utilizados en este software
  - Modelo de Lorenz
  - Modelo de Chua

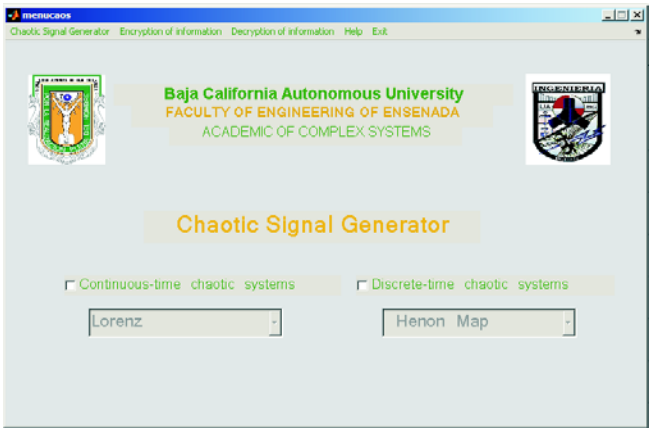

Figura 50: Pantalla principal del software.

Figura 51: Pantalla de sistemas continuos

- Modelo de Rössler
- Modelo Hipercaotico de Chua
- Modelo Unificado
- Modelo New Five
- Modelo Nd:YAG

Una vez que se selecciona un modelo continuo aparecera la pantalla que se muestra en la Figura 52 en la cual se puede variar algunos parámetros como el tiempo inicial, el tiempo final, las condiciones iniciales y los parámetros con los cuales estos modelos pueden o no tener dinamicas caoticas, los parámetros mostrados en un inicio son los adecuados para que estos sistemas trabajen de manera caótica. y a la vez nos da la opción de graficar tanto sus dinámicas en el tiempo como sus atractores y si jugamos con los parametros se puede ver las diferentes dinámicas que producen estos modelos. Solo para ilustrar en este caso como ejemplo se utilizo el modelo de Lorenz y graficamos sus atractores.

Los atractores generados con esos valores y para ese modelo se muestran en la Figura 53.

Ahora bien si seleccionamos la opción de modelos discretos como se ilustra en la Figura 54 aparecen los modelos implementados en este software los cuales son:

- Modelos discretos de sistemas caóticos en este software
  - Mapeo de Henon
  - Mapeo Logistic
  - Mapeo Badola
  - Mapeo Ikeda

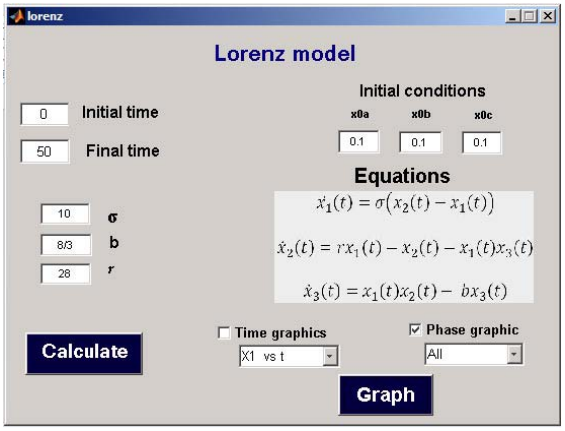

Figura 52: Pantalla del sistema de Lorenz

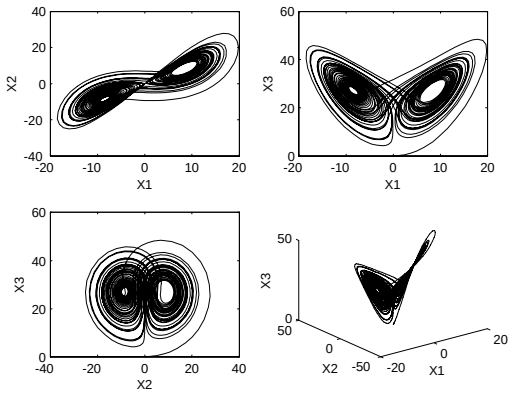

Figura 53: Atractores del modelo de Lorenz

Figura 54: Pantalla sistemas discretos

- Mapeo Sistema 2D

Para ilustrar un ejemplo tomaremos como sistema discreto el mapeo de Henon el cual si lo seleccionamos nos aparecera una pantalla como en la Figura 55.

En el en la cual se puede variar algunos parámetros como el tiempo inicial, el tiempo final, las condiciones iniciales y los parámetros con los cuales estos modelos pueden o no tener dinámicas caóticas, los parámetros mostrados en un inicio son los adecuados para que estos sistemas trabajen de manera caótica. Asi mismo nos da la opción de graficar tanto sus dinámicas en el tiempo como sus atractores y si jugamos con los parámetros se puede ver las diferentes dinámicas que producen estos modelos.

Con los valores mostrados en la Figura 55 su atractor es el ilustrado en la Figura 56.

Asi para cada uno de los modelos implementados en este software.

Este software nos da una opción que se encuentra en la parte de arriba de la pantalla, la cual es para encriptar información, con los modelos Lorenz, Chua y Rössler, si seleccionamos esa opción para ilustrar, lo hacemos con el modelo de Lorenz y veremos

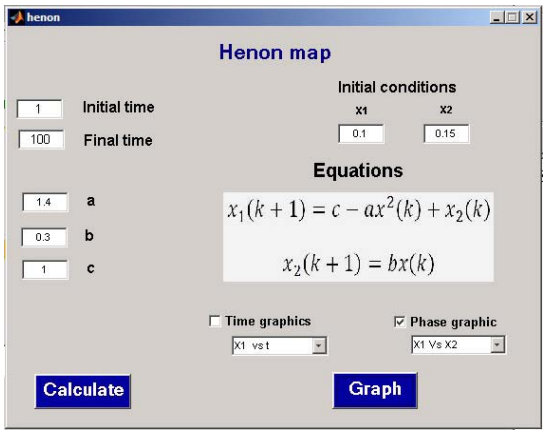

Figura 55: Pantalla del mapeo de Henon

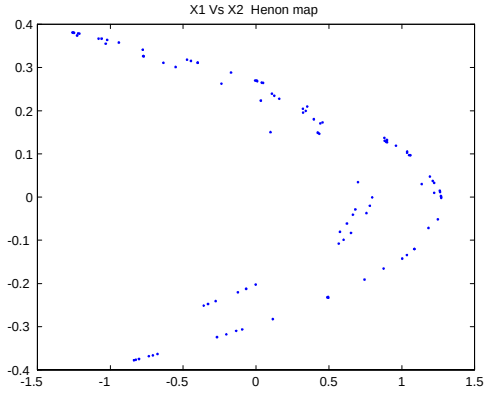

Figura 56: Atractor de Henon

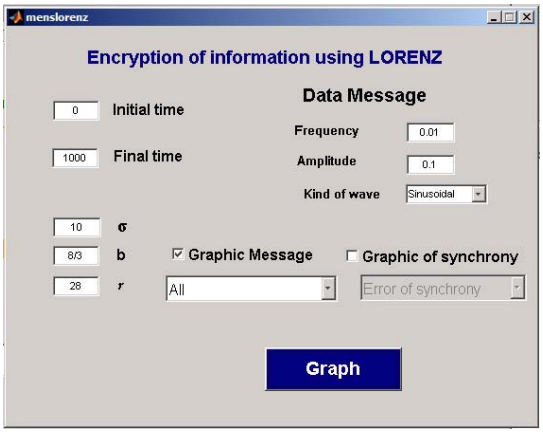

Figura 57: Pantalla para el encriptamineto de información

una pantalla como lo muestra la Figura 57

En esta pantalla se puede cambiar algunos parámetros como son el tiempo inicial, tiempo final, los parámetros del modelo, y algunos datos de la información como la frecuencia amplitud y tipo de onda ya sea senoidal, triangular, cuadrada, se puede observar como resultada la Figura 58 en la cual nos muestra la señal de información, la señal de información más la señal caótica (criptograma), la señal de información recuperada y el error del mensaje. Si asi lo quisieramos se puede graficar la sincronización, el programa nos da esa opcion.

Como un trabajo adicional a este, se realizó la comprobación del caos para algunos modelos con diferentes métodos o de diferentes maneras.

- Maneras de validar el caos en este software:
  - Exponentes de Lyapunov peviamente mencionados.
  - La pueba de 0-1 [Georg A. Gottwald, Ian Melbourne 2004].
  - El espectro en frecuencia.

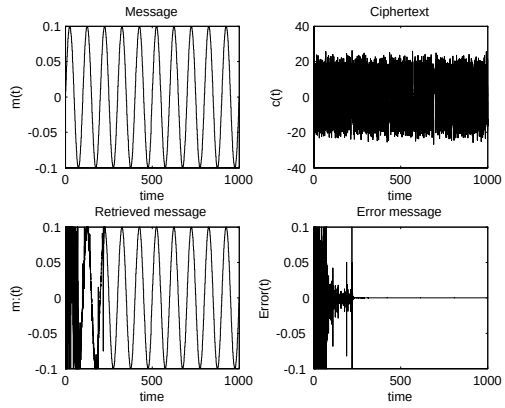

Figura 58: Resultados del encriptamiento de información.

- La autocorrelación.
- La derivada.

Algunos de estos métodos se implementaron por que es la manera de que validan el caos en algunos articulos.

En la Figura 59 hacemos la diferentes pruebas para validar el caos con los modelos: Lorenz, Chua, Rössler, Chua Hipercaotico, Unificada, New five.

Una vez que seleccionamos un modelo en éste caso sólo para ilustrar tomaremos el modelo de Lorenz como se muestra en la Figura 60.

Nos da las opciones en las cuales se puede validar que tenemos caos en el sistema ya sea con los exponentes de Lyapunov (Figura 61), autocorrelacion (Figura 62) y su derivada (Figura 63) solo por ilustrar algunos.

Por último, este software se realizó para ilustrar a los estudiantes los sistemas caóticos y ver que sucede si variamos sus parámetros, cuales son sus dinámicas, sus aplicaciónes, y como se puede visualizar si un sistema es caótico o no.

Figura 59: Pantalla para la validación del caos.

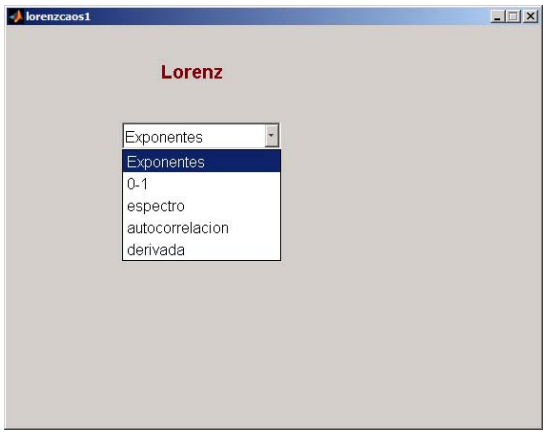

Figura 60: Maneras de validación del caos

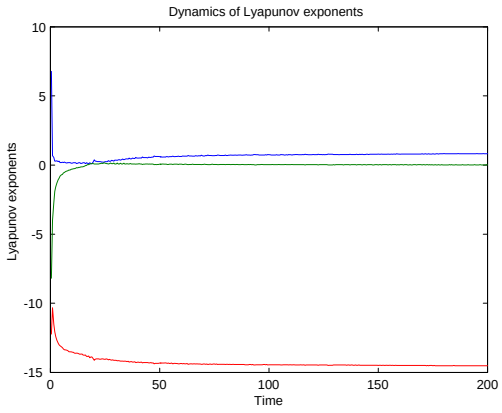

Figura 61: Exponentes de Lyapunov.

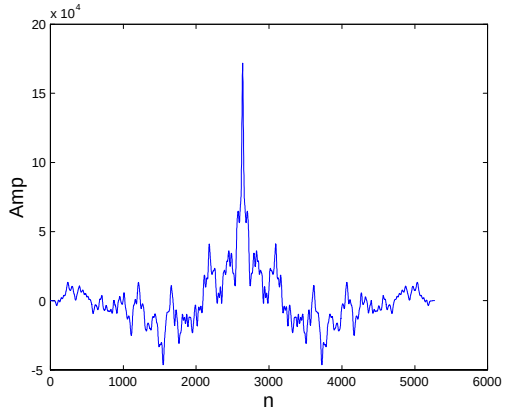

Figura 62: Autocorrelación

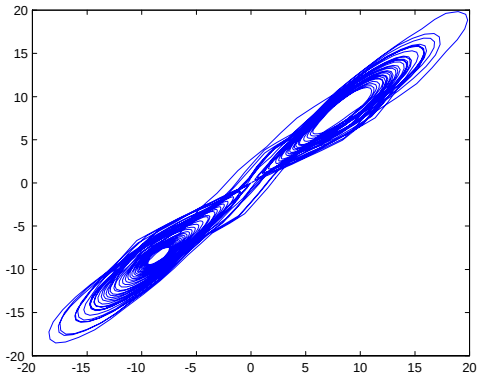

Figura 63: Derivada.