



GOBIERNO DEL ESTADO
LIBRE Y SOBERANO DE
BAJA CALIFORNIA

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
Escuela Normal Particular Incorporada
"Colegio Ensenada"
Incorporada a la U.A.B.C.



**IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS MEDIANTE EL USO
DE LA TECNOLOGÍA PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE
IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS**

TESIS PROFESIONAL

Que para obtener el título de:

LICENCIADO EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA

Presenta

EDUARDO SÁNCHEZ TIOL

V Generación

LIC. JAVIER MARTIN MURGUÍA HERNANDEZ

Tijuana, B. C.

Septiembre 2015

Escuela Normal Particular Incorporada

“Colegio Ensenada”

Incorporada a la U.A.B.C.



**IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS MEDIANTE EL USO
DE LA TECNOLOGÍA PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE
IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS**

Tesis Profesional

Que Presenta:

EDUARDO SÁNCHEZ TIOL



Escuela Normal Particular Incorporada
Colegio Ensenada
Incorporada a la U.A.B.C.

ÁREA DE INVESTIGACIÓN
COMISIÓN DE EXÁMENES RECEPCIONALES

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Tijuana B. C., septiembre de 2015

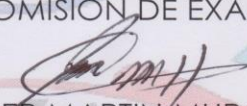
C. EDUARDO SÁNCHEZ TIOL
PASANTE DEL VIII SEMESTRE DE LA LICENCIATURA
EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
PRESENTE

El suscrito asesor del Seminario de Elaboración del Documento Recepcional, DICTAMINA, que después de haber analizado el Trabajo de Tesis Titulado:

**IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS MEDIANTE EL USO
DE LA TECNOLOGÍA PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE
IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS**

Presentado por usted, le manifiesto que cumple con los requisitos internamente establecidos y se apega a las normas reglamentarias señaladas por la Comisión de Exámenes Receptivos, para los efectos de Titulación, para ser presentado ante el H. Jurado de Examen Profesional.

ATENTAMENTE
ASESOR DE METODOLOGÍA DE LA
H. COMISIÓN DE EXÁMENES RECEPCIONALES.


JAVIER MARTIN MURGUIA HERNÁNDEZ



Escuela Normal Particular
Incorporada a la U.A.B.C.
"Colegio Ensenada"

Vo. Bo.
DIRECTORA


NORMA LETICIA AYALA CAMACHO

DEDICATORIA

Para ella que en todo momento su amor es incondicional. Por la alegría que día a día me hace sentir. Mi esposa fiel y eterna compañera Alma Olivia Villavicencio.

AGRADECIMIENTO

Doy gracias a mi Dios por las bendiciones que he recibido hasta el momento y por las venideras.

A mi asesor de tesis Lic. Javier Martin Murguía Hernández que siempre encontró las palabras correctas para apoyarme en este largo trabajo de investigación. Gracias por el tiempo invertido, por estar pendiente de cada uno de los avances y por los ánimos para lograr una tesis de calidad así como también por la amistad cultivada en estos años.

A todos y cada uno de los profesores que de manera directa e indirecta colaboraron en la elaboración de este documento.

Al Centro de Bachillerato Tecnológico industrial y de servicios no. 278 “CBTis 278”, por permitirme la realización de la investigación, para un mejoramiento en el aprendizaje de cada uno de sus alumnos visualizando una nueva estrategia en la forma de impartir clases.

Sin olvidar agradecerles a Lucrecia Tiol y Pedro Sánchez, mis padres que siempre me motivaron a salir adelante, a mis hermanos que sin saber también me motivan a ser mejor cada día.

Al amor de mi vida, mi esposa Alma Olivia Villavicencio por ser parte de este sueño, por esforzarse a mi lado, por ese inigualable apoyo diario, gracias por ser esa gran mujer que me da aliento en cada uno de los proyectos que emprendo, gracias por tu amor pero sobre todo, por creer en mí.

Al segundo amor de mi vida, mi hija Ximena Sánchez Villavicencio, quien es mi motor diario, mi aliento de cada mañana, por sentirme querido, apoyado y motivado.

INDICE

Capítulo I	1
Introducción	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Planteamiento del problema	6
1.3 Hipótesis.....	7
1.4 Objetivos	8
1.5 Importancia del estudio	9
1.6 Limitaciones del estudio	10
Capitulo II	11
Revisión de la literatura	11
2.1 Historia sobre las Identidades trigonométricas	13
2.2 Uso de la tecnología en la enseñanza de las identidades trigonométricas	17
2.3 Constructivismo y desarrollo de habilidades en la enseñanza-aprendizaje en el tema de identidades trigonométricas	22
2.4 Planes y programas de estudios, competencias genéricas y particulares en el Nivel Medio Superior de las Identidades Trigonométricas	26
2.5 Desarrollo del adolescente y teorías del aprendizaje	30
2.6 Técnicas pedagógicas para el estudio de las identidades trigonométricas	36
Capitulo III	39
Metodología.....	39
3.1 Sujetos de estudio.....	42
3.2 Material utilizado en la investigación	43
3.3 Procedimiento.....	61
Capitulo IV.....	63
Análisis de resultados	63
4.1 Resultados del test psicosocial para el sujeto de estudio.....	64
4.2 Análisis de resultados de la evaluación diagnostica	75

4.3 Varianza y desviación estándar del examen diagnostico	80
4.4 Análisis de resultados del examen final	82
4.5 Varianza y desviación estándar del examen final.	86
4.6 Prueba de hipótesis.....	88
Capítulo V.....	92
Discusión	92
5.1 Conclusiones	92
5.2 Recomendaciones	94

Capítulo I

Introducción

1.1 Antecedentes

Las matemáticas han sido una ciencia fundamental para la existencia de los seres humanos, desde tiempos muy antiguos, hasta la actualidad. La historia nos demuestra que en los años anteriores a Cristo, en Babilonia fue creada la rueda, esto dio pie a que relacionaran la longitud de la circunferencia y su diámetro, observando que esta relación es de tres unidades. Por otra parte, los egipcios aplicaron conocimientos de las matemáticas para dividir sus tierras de cultivo, además es más que conocido por todos, la habilidad que ellos tenían en geometría y astronomía ya que sus edificaciones están orientadas con una precisión que solo las matemáticas le hubieran podido proporcionar.

Un ejemplo más claro lo tenemos en la cultura maya, la cual es una de las más importantes de México, fueron ingeniosos matemáticos puesto que sus aplicaciones la hicieron en el ramo del tiempo, construyeron calendarios e ingeniosas construcciones arquitectónicas las cuales requirieron habilidades en el uso de las matemáticas.

No son las únicas culturas en tener conocimientos de las matemáticas, en términos de trigonometría en el siglo II a. c. Hiparco de Nicea, construye una tabla de cuerdas para el cálculo de los triángulos. Trescientos años después Tolomeo sigue con la resolución de los triángulos a partir del uso de los elementos conocidos para el cálculo de los desconocidos de dicha figura geométrica.

La tecnología ha sido fundamental para el dominio de esta ciencia en especial la trigonometría, dependiendo de la época que fuese, cada una de las culturas y de los personajes que la pudieron haber utilizado necesitaron ciertas herramientas o instrumentos para poder percibirlas mejor, es el caso de la utilización de la rueda en tiempos antiguos y por lo cual podemos mencionar que hoy en día nos hacemos partícipes de ello con los diferentes softwares los cuales nos ayudan a una mejor comprensión y absorción del conocimiento en cuestión de la trigonometría. Cabri Geometry es una herramienta que los docentes utilizan en el aula para poder satisfacer las necesidades de nuestros alumnos, y así llevar a cada uno de ellos a un aprendizaje significativo en el área de trigonometría. Con esto se busca desarrollar mejores maneras de relacionar el conocimiento general o en este caso las identidades trigonométricas con cuestiones reales y aplicadas a la vida cotidiana. Este programa fue creado por Jean-Marie Laborde y Frank Bellemain en el Instituto de Informática y Matemáticas Aplicadas de Grenoble (IMAG), un laboratorio de

Investigación de la Universidad Joseph Fourier de Grenoble, en colaboración con el Centro Nacional de Investigación Científica (CNRS) y la compañía Texas Instruments, con el propósito de facilitar el aprendizaje con un entorno dinámico. Cada una de las decisiones que el alumno toma es retroalimentado por una acción en el software ya que se visualiza de forma gráfica, solo por mencionar una de las cualidades de este programa interactivo. Además la utilización de nuevas herramientas en este caso la utilización de software nos adentra al rompimiento de paradigmas educativos ya que en años pasados los principales teóricos pedagogos hacían referencia a la utilización de recursos didácticos para el aprendizaje significativo.

Como por ejemplo Jerome Bruner menciona que el conocimiento se puede lograr por medio del descubrimiento, ya que en este caso el instructor motivará a los estudiantes a que relacionen los conceptos y los aprendizajes esperados con el programa a utilizar en este caso Cabri Geometry es indispensable para que suceda tal proceso.

Otro pedagogo importante que hace referencia a la utilización de instrumentos externos para captar el conocimiento es Ausubel y su teoría del aprendizaje significativo (TASA).

Así también podemos mencionar a Thorndike, quien plantea que una de las características del aprendizaje ya sea en los animales inferiores como en los hombres se produce por medio del ensayo y error o como lo llamo más tarde selección y conexión. Formuló leyes de aprendizaje las cuales son: asociación, ejercicio y efecto, con esto se logra una conexión del aprendizaje al momento de la utilización de Cabri Geometry se pretende en gran medida que el alumno conecte lo aprendido en clase de manera teórica así como también de manera practica en el laboratorio de computo.

No menos importante es la teoría de Piaget el cual menciona que la inteligencia consiste en la capacidad de mantener una constante adaptación de los esquemas del sujeto al mundo en que se desenvuelve. Claro está que los alumnos de estos tiempos viven en un medio tecnológico por lo cual será de gran ayuda el incorporar este software como una herramienta más al logro del conocimiento y aumentar el nivel de capacidad intelectual entre cada uno de nuestros alumnos.

En los años anteriores una de las pruebas que se aplican a los alumnos de nivel medio superior (preparatoria) y nos arroja resultados no muy favorables es la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE), donde nos muestra

que México no es uno de los países que ocupan los primeros lugares, estos resultados nos colocan por debajo del rango aceptable a nivel mundial, esta prueba nos refleja el deficiente aprendizaje significativo que tienen los alumnos en las habilidades matemáticas y de español.

En cuanto a Baja California se tienen evidencias que se ha avanzado en estas áreas pero no como se esperaba. De las doscientas ochenta y una escuelas de nivel medio superior (preparatorias) en el estado se pretende que se eleve el porcentaje de lo elemental a la excelencia, aumentando de un nivel bueno hasta llegar al nivel de excelencia y así superando la media nacional que es de un quince por ciento, con respecto a la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE). Con la realización de esta investigación se pretende contribuir en mayor grado al avance en la comprensión de esta ciencia. Tijuana una de las ciudades más importantes del estado y con la mayor población flotante debe de obtener mejores resultados ya que con la infraestructura que se cuenta cada día se observa la apertura de nuevas escuelas de nivel medio, las cuales no cuentan con elementos básicos para que los alumnos logren ese aprendizaje significativo que se requiere para poder obtener mejores resultados en dicha prueba.

En relación a lo que implica la apertura de un nuevo centro escolar se busca que los estudiantes desarrollen sus habilidades procedimentales así como las habilidades actitudinales enfocadas a lograr las competencias genéricas y particulares con el objetivo de que lo aprendido en clase se refleje tanto en el medio donde se desenvuelven como en pruebas escritas las cuales nos mostraran el nivel de avance de cada persona.

En relación con lo anterior este trabajo de investigación pretende buscar los siguientes propósitos:

- Lograr un aprendizaje significativo en el alumno para cambiar la mentalidad de las personas con respecto a que las matemáticas son difíciles y así aumentar el gusto por ellas y crear un ambiente de estudio no solo teórico, en todo caso práctico.
- Contribuir a la mejora del material didáctico difundiendo la utilización de la tecnología con aplicaciones matemáticas para que sea una herramienta más del docente en la impartición de clases.
- Elevar la estadística educativa escolar.
- Contribuir con las escuelas para lograr egresados de calidad.
- Lograr una visión más amplia del sistema educativo para que incorpore la tecnología al área matemática.
- Para la realización de nuevos planes y programas novedosos con el objetivo de homogenizar los estándares educativos.

Para lograr estos propósitos se utilizara el método causal comparativo, el cual consiste en un grupo A llamado grupo de investigación y un grupo B llamado grupo control.

1.2 Planteamiento del problema

Como se mencionó anteriormente ENLACE, nos muestra que debemos de elevar nuestro rango académico en nuestros alumnos de primaria, secundaria y preparatoria ya que a nivel global, nacional, regional nos encontramos por debajo del estándar esperado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Sabemos del problema demográfico que se vive en México, por lo cual el docente se enfrenta a salones con cuarenta o más alumnos los cuales muy pocos logran adquirir las competencias necesarias o cumplir con los aprendizajes esperados para acreditar la asignatura de matemáticas o en este caso dominar el tema de identidades trigonométricas. Por ello se hace necesario el uso de nuevas tecnologías como lo es el uso de Cabry Geometry, esta será una estrategia didáctica que ayude tanto al docente a impartir clase como al alumno a percibir el conocimiento, el alumno podrá interactuar con el software de manera individual o de manera grupal, el número de alumno no será una limitante para la adquisición del nuevo conocimiento.. El uso de la tecnología es una característica de las nuevas aulas ya que en años anteriores no se contaba con este tipo de herramienta.

Es por eso que la presente investigación plantea la siguiente problemática:

“¿Existe diferencia en el aprendizaje significativo de identidades trigonométricas entre aquellos alumnos que usan la tecnología y los que no la utilizan?”

1.3 Hipótesis

Para lograr un aprendizaje significativo esta investigación pretende ser una ayuda para el estudiante y lograr nuevos conocimientos los cuales va adquirir de manera interactiva, alumno – software – alumno, alumno – software – docente. Otra forma de contribuir a la adquisición del conocimiento es que esta no se limitara al aula, puesto que el alumno podrá construir su conocimiento en su hogar ya que este software podrá ser descargado en su computadora personal o de escritorio.

Para contribuir con los resultados actuales los cuales no son muy alentadores y que nos demuestra ENLACE y considerando la problemática planteada anteriormente se propone la siguiente hipótesis de solución.

La implementación de estrategias didácticas mediante el uso de la tecnología implica un mejor índice de aprovechamiento en el tema de identidades trigonométricas para alumnos de segundo semestre de preparatoria.

1.4 Objetivos

Para lograr que el alumno aprenda significativamente el presente trabajo considera los siguientes objetivos:

1. Identificar el factor clave para la solución de identidades trigonométricas
2. Maximizar el tiempo que el docente esta frente a grupo con la ayuda de la implementación del software.
3. Que el educando logre la solución de identidades trigonométricas de forma activa.
4. Lograr que el alumno adquiriera las competencias necesarias para poder avanzar al siguiente nivel.
5. Aumentar el índice de aprobación y fomentar el gusto por las materias
6. Contribuir a la mejora de los resultados obtenidos en la prueba ENLACE creando estrategias didácticas innovadoras mediante el uso de la tecnología.
7. Crear material didáctico basado en las competencias para uso futuro de los maestros.

1.5 Importancia del estudio

La información que este trabajo de investigación aporta son nuevos conocimientos los cuales son utilizados para la comprensión y absorción del tema de identidades trigonométricas. Incrementa el índice de aprobación entre los alumnos de segundo semestre de nivel medio (preparatoria). Nos arroja un análisis de la forma en que se maneja la estrategia didáctica así como la técnica que se emplea. En consecuencia se ven beneficiados con esta investigación grupos de alumnos que habitan en zonas rurales o urbanas, pues con el simple hecho de contar con una sola computadora la estrategia se aplica. La manera en que la investigación auxilia a todos los docentes es primordial ya que la metodología didáctica que se implementa beneficia la secuencia didáctica de los planes y programas de nueva creación.

Los docentes que utilicen esta estrategia didáctica aumenta sus conocimientos en las nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC's), aunado al conocimiento previo.

1.6 Limitaciones del estudio

Las limitaciones a las cuales nos enfrentamos al realizar esta investigación son bastantes las cuales nos hacen difícil el proceso. A continuación se mencionan algunas las cuales van de lo más común hasta llegar a lo complejo, como por ejemplo se hace difícil el encontrar bibliografías que nos hablen de la historia de las matemáticas y mucho más complicado es que nos adentren al inicio de las identidades trigonométricas. Se hicieron visitas a diferentes bibliotecas de la ciudad para obtener información referente a la investigación puesto que en la biblioteca escolar con la que contamos existen libros los cuales no hacen referencia a los comienzos de las matemáticas, los libros con los que cuenta la institución arrojan información básica más no quiere decir que no ayuden en esta investigación. Por otra parte creo que otro obstáculo con el cual nos enfrentamos la mayoría de los matemáticos y la cual es difícil de enfrentar es la de elaboración de textos, se recurrió a páginas de internet buscando sinónimos y conectores los cuales nos ayuden en este proceso. El poco tiempo que se prestan los libros nos imposibilitaba la elaboración del documento este en gran medida fue elaborado en el aula donde en muy pocas ocasiones contábamos con conexión a internet por lo cual se nos dificultaba la investigación de libros virtuales. En algunas ocasiones también llegó a ser una limitación el hecho de realizar impresiones al hacer modificaciones en nuestro documento y solo tener una impresora para el servicio de todas las licenciaturas.

Capítulo II

Revisión de la literatura

Es pertinente mencionar cierta información relevante en el tema de identidades trigonométricas, desde conocer su historia; cuándo y quienes fueron los primeros en utilizarlas, como se van desarrollando nuevas técnicas de estudio a través del paso del tiempo, cuáles fueron los mejores métodos para llegar a comprender este tema.

A lo largo de la historia se utilizan herramientas las cuales tiene que ver con la absorción del conocimiento, que se debe de hacer para que nuestro alumno aprenda más rápido y de la mejor manera. El uso adecuado que se le ha dado a la tecnología para la enseñanza de las identidades trigonométricas, tanto en el presente como en el pasado.

Así como también se analizará cómo se debe de construir y desarrollar las habilidades en la enseñanza - aprendizaje de las identidades trigonométricas, que elementos deberá de aportar el docente para que estas sean de interés para el alumno.

Por otra parte se estudiará el programa de estudio del nivel medio superior, conforme al acuerdo secretarial 653; el semestre donde se ubica la materia de geometría y trigonometría la cual incluye el estudio identidades trigonométricas.

De igual manera se analiza el desarrollo del adolescente ya que las personas jóvenes atraviesan por cambios a medida que pasan de la niñez a la adolescencia, así como también las técnicas pedagógicas que pudieran mejorar la absorción del conocimiento por parte del alumno.

Los temas a analizar son los siguientes:

2.1 Historia sobre las Identidades trigonométricas

2.2 Uso de la tecnología en la enseñanza de las identidades trigonométricas

2.3 Constructivismo y desarrollo de habilidades en la enseñanza-aprendizaje en el tema de identidades trigonométricas

2.4 Planes y programas de estudios, competencias genéricas y particulares en el Nivel Medio Superior de las Identidades Trigonométricas.

2.5 Desarrollo del adolescente y teorías del aprendizaje

2.6 Técnicas pedagógicas para el estudio de las identidades trigonométricas

2.1 Historia sobre las Identidades trigonométricas

Origen de la palabra Identidad: proviene del latín *identitas* y este de *ídem* “Uno mismo, el mismo”.

Origen de la palabra Trigonometría: proviene del griego de la unión de *trigonon* que significa “Triángulo”, *metron* “Medida” y *tria* que es sinónimo de “Tres”.

Desde la antigüedad se ha tenido la curiosidad por descubrir el mundo y las cosas que lo rodean, no se sabe exactamente desde cuando inicio la historia de las matemáticas sin embargo según historiadores los primeros indicios datan desde hace 37 000 anos.

Según (Geometría y Trigonometría, Baldor, 1983) la historia de la Geometría y Trigonometría comienza con los babilonios y egipcios, a los primeros se les atribuye ser los primeros en establecer fórmulas para realizar cálculos del área del triángulo, mientras que los egipcios establecieron las medidas angulares en grados, minutos y segundos, de la misma manera (historia de las matemáticas, E. T. Bell, 1985) menciona a los babilonios y egipcios como los fundadores de la geometría plana, así como en establecer los teoremas de la geometría pura.

La nueva visión de la geometría se da en los filósofos griegos (Historia de las matemáticas volumen II, Jean-Paul Collete, 1986) los cuales rechazaban la idea de sus antecesores de crear teorías matemáticas puramente empíricas, ellos en cambio al mejorar sus procedimientos, supieron dar una visión al mundo y lograron crear principios que serían útiles y eficaces en lo sucesivo. Es así como se da el nacimiento de las matemáticas modernas, donde solo se expandieron las actividades científicas y

se enriquecieron los temas clásico, si no que se dio la creación impresionante de nuevas ramas de las matemáticas, donde una de ellas fue la geometría y trigonometría.

De acuerdo con (Geometría Analítica para Bachillerato, Manuel Guerra Tejeda, 1992) Rene Descartes es considerado el iniciador de la geometría Analítica, al determinar la relación del estudio del algebra con la relación de problemas geométricos.

Por otra parte en (Historia de las matemáticas volumen II, Jean Paul Collete, 1986) también nombra a Descartes como uno de los primeros grandes filósofos modernos, su esfuerzo por utilizar la geometría para resolver ecuaciones algebraicas lo llevaron a descubrir que la relación entre el álgebra y la geometría resultaba más clara mediante el uso de coordenadas en el estudio de las ecuaciones con dos incógnitas, y su método se fundamentaba en usar la representación gráfica de las ecuaciones indeterminadas. La geometría de Descartes está dividida en tres libros: el primero es sobre los problemas que se pueden elaborar empleando solo circunferencias y rectas, el segundo trata de la naturaleza de las curvas, mientras que el tercero es sobre la construcción de problemas sólidos.

Al igual que los libros mencionados anteriormente (Historia de las matemáticas, E. T. Bell, 1985) menciona a Descartes como precursor de la geometría analítica, sin embargo a diferencia de lo citado en (Historia de las matemáticas volumen II, Jean Paul Collete, 1986) sobre la obra creada por Descartes, se menciona que el segundo libro es el más importante, mientras que el tercero está dedicado en su mayor parte al algebra.

Ahora bien además del introductor a esta rama de las matemáticas hubo otros matemáticos, filósofos que hicieron grandes aportaciones para ampliar los conocimientos en (Geometría Analítica para Bachillerato, Manuel Guerra Tejeda, 1992) se menciona alguno de ellos: Julius Plucker se dedicó al estudio de los diferentes sistemas de coordenadas, donde estableció que la posición de un lugar cualquiera sobre la superficie de la tierra se identifica usando la referencia a la latitud y longitud de dicho lugar, esto es mediante un sistema de coordenadas.

Pitágoras es muy conocido por su teorema, el cual se usa para establecer la fórmula de la distancia entre dos puntos, otro matemático con grandes aportaciones fue Euler que es mencionado de igual manera en (Historia de las matemáticas volumen II, Jean Paul Collete, 1986) él fue fundador del estudio de la geometría Analítica en el espacio o tridimensional.

Sin embargo aunque todos ellos y muchos otros hicieron grandes aportaciones, no podemos hablar de Geometría Analítica sin mencionar a Pierre de Fermat, de acuerdo con (Historia de las matemáticas, E. T. Bell, 1985) encontró el método para encontrar tangentes, mientras que en (Geometría Analítica para Bachillerato, Manuel Guerra Tejeda, 1992) alude a Fermat el llegar a la noción de las propiedades específicas de una curva , las cuales corresponden a su ecuación, es así como descubrió que el estudio de la ecuación permite conocer las propiedades de la curva.

Del mismo modo en (Historia de las matemáticas volumen II, Jean Paul Collete, 1986) se le reconoce a Fermat su trabajo con las tangentes, también introduce el estudio de la ecuación lineal así como sus teorías de los números y probabilidades. Algo a lo que

se hace mención en este ejemplar es que Fermat se le conoce como el inventor del cálculo diferencial.

Resulta claro que la historia de la geometría y como se ha ido desarrollando ha sido labor de muchos años y de abundantes filósofos y matemáticos, sería muy difícil decir que un tema es más importante que otro dado que todos se complementan, sin embargo un elemento muy importante a estudiar relacionándolas a este.

2.2 Uso de la tecnología en la enseñanza de las identidades trigonométricas

Con el paso de los años el hombre ha tratado de facilitarse las cosas y empleado recursos y cuestiones didácticas para el aprendizaje de las matemáticas y las identidades trigonométricas. No podía faltar la utilización de las tecnologías de la información y comunicación la cual avanza a pasos agigantados día a día, esto se da por las diferentes formas de aprendizaje con las que el ser humano adquiere el conocimiento.

Podemos decir que en los años anteriores solo se podía podíamos contar con pocos recursos como maestros para preparar una sesión o varias para poder explicar cierto tema. La utilización nuevos programas para la didáctica diaria del docente ha ayudado bastante para que sus alumnos logren un aprendizaje significativo y que además disfruten las sesiones en las que se les imparte catedra. Ya no son las clásicas clases numerosas en las que el docente preparaba su clase y llegaba y llenada todo un pizarrón de ejercicios resueltos y al término de esto les cuestionaba a los alumnos si tenían dudas o preguntas. Hoy en día con ayuda de estos programas de fácil manejo y comprensión, los alumnos pueden llegar a un nivel de absorción del conocimiento mayor puesto que la capacidad de absorción les permite comprender las dinámicas logrando un proceso de asimilación y explotación de estos programas con licencias libres. Hoy en día la utilización de la tecnología es tan basta que a lo que nos referimos con programas con licencias libres es a que una escuela puede tener en un laboratorio de computo cincuenta computadoras y en cada una de ellas instalados dichos programas sin pagar un solo centavo tan solo es necesario descargar el software y en algunos casos darse de alta para poder recibir nuevas actualizaciones.

Anteriormente comentaba que la utilización del pizarrón era solo un recurso didacta, pero si el docente pretendía llevar a un nivel de comprensión mayor a sus alumnos podía lograrlo a través de estrategias didácticas sin importar la tecnología, podía conseguirlo por medio de memoramas, rompecabezas, crucigramas, etc. Pero en la matemática el uso de herramientas con las cuales se visualicen nuestros resultados en cuestión de segundos es primordial, ya que el alumno se motiva al lograr paso a paso ciertos objetivos. El alumno se va a interesar por resolver cada una de los de los objetivos planteados en esa sesión con instrucciones claras y precisas, obviamente teniendo conocimientos previos tanto matemáticos como teóricos, es indispensable que hoy en día se utilicen estas herramientas tecnológicas, tanto en clase como en el hogar de los alumnos. La mayoría de los alumnos cuenta con una computadora en casa ya sea para uso individual o familiar, donde ellos mismos pueden descargar este recurso didáctico y como docente dejar tareas para que el alumno refuerce lo aprendido en clase. Una de las grandes ventajas que ofrecen estos softwares es que también pueden descargarlos en tabletas, iPads o cualquier otro dispositivo portátil que sea compatible con Geogebra o en su defecto con Cabri Geometry. Creo que es de las grandes ventajas que la tecnología ha ofrecido a nuestros alumnos, la portabilidad de esta tecnología que en años anteriores era muy difícil de transportar.

Con el paso de los años se ha demostrado que la evolución de las matemáticas está íntimamente ligado con la tecnología, con lo que la educación de esta ciencia se vuelve de mayor calidad.

El cambio que se da en la enseñanza efectiva de las matemáticas al utilizar las tecnologías se hace necesario al comprender que el alumno requiere avanzar a la par

con la utilización de la computadora para simular ciertos casos prácticos que se requiere que los alumnos aprendan y a partir de esta información retarlos y apoyarlos para que logren un buen aprendizaje significativo.

El uso de la tecnología en la enseñanza de las identidades trigonométricas es promover a que el alumno aprenda entendiendo en que situaciones reales se emplea la matemática y en especial las identidades trigonométricas esto es construir un conocimiento práctico y activo aplicando efectivamente sus conocimientos previos y experiencias.

Es una herramienta más para el docente en el momento de evaluar los conocimientos adquiridos por el alumno, el uso de las TIC's suministra información importante útil para el docente y alumno.

Los estudiantes pueden aprender más matemáticas y en mayor profundidad con el uso apropiado de la tecnología (Dunham y Dick 1994; Sheets 1993; Boears Van Osterum 1990; Rojano 1996; Groves 1994). Esto es apropiado para poder decir que no se debe de reemplazar por ejemplo, para realizar cálculos matemáticos sencillos y básicos una calculadora lo cual no beneficia ni mejora el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

El uso de la tecnología para la enseñanza de las identidades trigonométricas debe de realizarse por un docente experimentado con bases sólidas para fomentar el buen uso del programa utilizado.

Con el uso del programa Geogebra por hablar de este software de libre licencia y un software amigable nos referimos a que:

- Es simple de instalar: puesto que si comenzamos con problemas al momento de instalar sabremos que posterior a esto tendremos problemas a desarrollar un proyecto. Así que es desarrollado para que hasta un niño de 8 años pocos conocimientos lo instale.
- La actualización es fácil: si existen actualizaciones son lo más sencillas y por lo regular son rápidas. Cuando no lo son por lo regular los usuarios prefieren permanecer en la versión más antigua. Con lo cual Geogebra repunta.
- Intuitivo: nos referimos a intuitivo a las herramientas que se utilizan al elaborar ejercicios o proyectos. Por ejemplo la herramienta intersección entre dos objetos se refiere al cruce de dos líneas y de forma visual se presenta en el software. Por lo que se requieren ciertos conocimientos previos pero también puede ser por intuición. Con lo cual llegamos a utilizar un pensamiento intuitivo.
- Es eficiente: no debe de tener fallas ni debe de dejar de funcionar en el momento en que el operador lo está utilizando, no se puede perder la información del usuario cuando se está en un proyecto.
- No necesitar software de terceros: muchos software para poder funcionar óptimamente utilizan herramientas o softwares de terceros por lo que se debe de disponer de todos los recursos.

Con el uso adecuado de Geogebra en la actualidad las identidades trigonométricas se vuelven más comprensibles para los alumnos que adquieren el conocimiento por medio de los objetos contruidos en dicho programa, esto es que son más visuales. Por otra parte los alumnos que adquieren su conocimiento por medio de instrucciones, órdenes y pasos a seguir, los cuales llamamos kinestésicos, lo logran mediante la medición de

objetos de instrucciones y pasos que debe de seguir para lograr una actividad o estrategias didácticas que elabora el docente. Se podría decir que se descarta al alumno que es auditivo pero no es así puesto que el docente experimentado debe atender y no dejar fuera de las estrategias o actividades a este tipo de alumno, podría ser que las instrucciones se leyeran en voz alta para que con los conocimientos previos se logren los objetivos o conocimiento esperado.

La UNESCO menciona que las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) pueden contribuir al acceso universal a la educación, la igualdad en la instrucción, el ejercicio de la enseñanza y el aprendizaje de calidad y el desarrollo profesional de los docentes, así como a la gestión dirección y administración más eficientes del sistema educativo.

Se pretende que la educación en la república mexicana sea uniforme esto es que tanto los alumnos de preparatoria que realizan estudios en bachillerato en el estado de Aguascalientes tengan los mismos conocimientos que un alumno del mismo grado de nivel medio, por lo que se debe de implementar estrategias tecnológicas, una de ellas es pretender que por lo menos exista una computadora por cada dos alumnos, esto es que se turnen el uso de esta y trabajar una clase un alumno y la otra clase el otros, el trabajo se realizaría en pares así como el conocimiento que va adquiriendo el alumno se transmite entre ellos, claro está con la supervisión del docente.

En conclusión podemos decir que la tecnología utilizando cualquier software reduce el tiempo en cada sesión didáctica y logra un mejor avance en la adquisición del

conocimiento esperado entre los alumnos puestos que ellos ya tienen conocimientos previos en la utilización de la tecnología logrando un avance significativo.

2.3 Constructivismo y desarrollo de habilidades en la enseñanza-aprendizaje en el tema de identidades trigonométricas

En la medida en que el mundo laboral evoluciona y se hace cada vez más competitivo, crece la necesidad de formar personas preparadas, autónomas y sobre todo que sean capaces de aplicar los conocimientos adquiridos en la escuela a situaciones de su vida cotidiana. El constructivismo visto como escuela del pensamiento y teoría del aprendizaje (El Constructivismo en los Procesos Enseñanza-Aprendizaje en el Siglo XXI, Hilda Doris Zubiria Remy, 2004) resulta ser una opción viable para la modernización de modelos educativos. El constructivismo se fundamenta en los procesos de cognición social, que deben incluirse en la formación educativa de los individuos, con el fin de orientar y mejorar su funcionamiento cognitivo en procesos de enseñanza- aprendizaje.

En cambio (Constructivismo y Educación, Mario Carretero, 1997) define al constructivismo como la idea de que el individuo no es un producto de lo que lo rodea ni un resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va creando día a día como resultado de la interacción entre esos factores. Si bien es difícil dar un solo significado a esta perspectiva podemos notar que ambas definiciones concuerdan que el sujeto es el encargado de construir y crear sus propios saberes, pero ¿Cómo lograr orientar a los alumnos hacia este camino? Para dar respuesta a

esta problemática hay pedagogos que con sus aportaciones han sido fundamentales en la elaboración de un pensamiento constructivista en la educación.

El concepto constructivista en la educación no solo ha sido aplicado en el aula escolar, (Constructivismo y Educación, Mario Carretero, 1997) existe incluso en las reformas que rigen el proceso de enseñanza, donde salen a resaltar que casi todos los programas comienzan en el preescolar con actividades motivadoras que permiten despertar el interés y la curiosidad del alumno por aprender, sin embargo cuando el alumno cumple 10 años de edad, los contenidos cambian volviéndose cada vez más formales, produciendo la perdida de interés del estudiante. Es bastante claro que al entrar en la adolescencia esta tendencia se intensifica y produce una separación entre los intereses del estudiante y los contenidos vistos en la escuela, es en este momento donde existe un contraste debido a que el alumno tiene más capacidad cognitiva que en edades anteriores y ha adquirido mucha información sobre diferentes temas sin embargo en general su rendimiento e interés por el seguir aprendiendo puede ser menor que los años anteriores.

En resumen este problema consiste en que las sociedades adaptamos reformas educativas que en muchas ocasiones no concuerdan con lo que el alumno quiere o puede aprender, así como los planes y programas distintos que no concuerdan con su entorno del diario vivir. Es aquí donde el constructivismo tiene un papel importante e innovador en los modelos de enseñanza-aprendizaje.

Los pedagogos que sobresalen en el ámbito educativo constructivista son Jean Piaget y Lev Vygotsky, (Antología de Teorías del aprendizaje). Jean Piaget nombra cuatro

etapas del desarrollo cognitivo, los cuales son: Sensoriomotriz que comprende de 0 a 2 años, pre operacional de 2 a 7 años, operaciones concretas de 7 a 12 años y la de operaciones formales que ubica de los 12 años en adelante, cada una de las etapas enfocada en la adquisición de estructuras lógicas de diferentes grados de dificultad, en cada una de estas etapas permite obtener ciertas habilidades cognitivas a nivel del pensamiento para que se produzca el salto al próximo estadio, caracterizado de una nueva manera y por nuevos esquemas.

Las ideas expuestas por Jean Piaget sobre el desarrollo cognitivo es de gran importancia porque este representa una limitación en lo que puede o no aprender una persona, en base a lo anterior en el tema de identidades trigonométricas, cuando un alumno desconoce las ecuaciones trigonométricas básicas, no se puede esperar que las trace en un triángulo rectángulo y mucho menos que las relacione entre ellas para resolver una identidad.

Por otra parte Lev Vygotsky fue un psicólogo soviético, que propuso una visión diferente frente a la relación que existe entre el aprendizaje y desarrollo donde ambos actúan mutuamente, esto es conocido como la Zona de Desarrollo Próximo, en la cual se incluyen dos niveles evolutivos, al primero se le llama nivel evolutivo real, es decir el nivel de desarrollo de las funciones mentales de un niño y el segundo se produce ante un problema que el niño no puede solucionar por sí mismo, pero que si es capaz de resolver con ayuda de un adulto o un niño mas capaz. Este concepto es aplicable en el salón de clases cuando se da un tema por visto pero tal vez no se le entendió al maestro, en ese momento él puede pedir ayuda a alguno de los alumnos que ya lo resolvieron para que ayuden a sus compañeros, con esta estrategia los resultados

pueden ser favorables puesto que en ocasiones se entienden mejor entre adolescentes o comúnmente se les conoce entre pares.

El constructivismo es una corriente aplicada en la educación que puede resultar ser un camino hacia la innovación de los modelos educativos, con el fin de que estos sean capaces de despertar las ganas de aprender de los alumnos y a su vez los orienten a conocer dónde y cómo aplicar los conocimientos adquiridos.

En el tema de las identidades trigonométricas visto desde un punto constructivista los alumnos pueden aprender entre ellos, con lo cual podrán dejar en el pasado el concepto que la mayoría de ellos tiene sobre las matemáticas, donde el maestro solo entra al aula, coloca ciertos ejercicios en el pizarrón algunos los resuelve, pregunta si existen dudas o preguntas y si no pues el tema se da por visto, en cambio los alumnos con un aprendizaje y enseñanza constructivista serán capaces de razonar e interiorizar la manera para resolver sus problemas haciendo más sencillo el trabajo cuando alguna problemática similar se les presente en la vida real.

De la misma manera el aprendizaje que se logrará será más significativo, dado a que se va a dar entre pares, el maestro ya no será el único en abastecer todas las necesidades del grupo, los estudiantes más avanzados podrán ayudar a los que no lograron comprender bien el contenido, de esta forma las dudas se podrán resolver dentro y fuera del aula en caso de que el tiempo no sea suficiente.

2.4 Planes y programas de estudios, competencias genéricas y particulares en el Nivel Medio Superior de las Identidades Trigonométricas

El docente de hace 20 años era visto con el concepto que hoy conocemos como maestro tradicionalista donde en el aula los alumnos eran forzados a escuchar un contenido de un modo aburrido y poco atractivo, la falta de conexión entre la realidad social y el aprendizaje que la escuela ofrecía era evidente, sin embargo los tiempos han cambiado y se han cambiado y se han considerado nuevas formas de enseñanza las cuales son capaces de adaptarse a las necesidades e intereses de los estudiantes.

Con lo anterior podemos notar cambios que han tenido los planes y programas de estudio del nivel medio superior (preparatoria). En el plan y programa de 1993 en lo que se refiere a las matemáticas tiene como objetivo el informar a los profesores sobre los aprendizajes que se esperan que logren los estudiantes, así como la manera en la que deberán ser enseñados. El programa es el instrumento de trabajo que le ofrece al maestro componentes para planear, ejercer y evaluar al alumno. El plan 2011 que rige el bachillerato actualmente cambio su finalidad la cual consiste en establecer los aprendizajes que deberán de lograr los estudiantes tomando en cuenta las competencias genéricas y disciplinares básicas establecidas en el perfil de egreso, y orientar las acciones didácticas basadas en un enfoque constructivista centrado en el aprendizaje significativo.

Las competencias de las cuales se habla en el programa 2011 son las siguientes:

Competencias Genéricas: el estudiante escucha, interpreta y transmite mensajes en distintos contextos mediante la utilización de medio, códigos y herramientas apropiadas, de la misma manera desarrolla innovaciones, propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos en clase y es capaz de mantener una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.

Competencias Disciplinarias: donde el alumno construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos, para la comprensión y análisis de hechos reales, hipotéticos o formales así mismo formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques, explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los compara con situaciones reales, argumenta la solución obtenida de un ejercicio, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variaciones mediante el lenguaje verbal, matemático y uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC's).

Como notamos existe gran diferencia entre ambos programas sin embargo las más notorias son dos: competencias y el uso de las TIC's, y estas dos son la clave ya que representan el punto de partida de cómo se supone que se deben enseñar los contenidos para que sean adaptables a la sociedad de hoy en día, estas forman parte del cambio que se da con la intención y el enfoque de la asignatura de matemáticas, por un lado el de 1993 su intención es que el estudiante desarrolle su habilidad para formalizar y validar el conocimiento matemático e incremente su conocimiento de la utilidad de esta disciplina así como de los métodos que la conforman, mediante el estudio y aplicación de los procedimientos, los conceptos y los problemas propios del

Álgebra y algunos elementos de la Geometría Plana, además de la Trigonometría y algunos temas de la matemática actual, con la finalidad de que el estudiante obtenga elementos y capacidades que le sirven de apoyo en otras disciplinas y en sus actividades cotidianas. Y su enfoque se define como la perspectiva desde la cual se forman los contenidos y se establecen los métodos a seguir para la enseñanza y aprendizaje. En este orden se divide el enfoque en dos ámbitos: el disciplinario y el didáctico.

A diferencia de este el programa 2011 plantea su intención de que el estudiante trabaje en forma colaborativa, utilice las TIC's, desarrolle y profundice su pensamiento lógico-matemático, relacione los aspectos geométricos y algebraicos de las funciones, apoyándose en experiencias lúdicas y aplicaciones en diferentes campos del conocimiento, utilizando la matemática como una herramienta que analiza y explica fenómenos sociales presentes en la realidad del estudiante. En cuanto a su enfoque pretende hacer más clara la relación y la utilidad de los modelos matemáticos con respecto a situaciones y procesos presentes en el contexto real y diario de los alumnos.

Siendo estos cambios los que diferencian a los maestros que funcionaban con el plan de 1993 y del 2011 debe ser significativo, pero ¿en realidad se da esta transformación en el aula? ¿En verdad se pone en práctica en la actualidad? ¿Cómo hacer que el docente deje su papel de autoridad máxima para convertirse en un facilitador del aprendizaje? es claro que la escuela actual no satisface las necesidades de los alumnos, (Tu hijo en el centro, Moises Salinas Fleitman, 2011). Un alumno graduado de preparatoria es seguro que aprendió a resolver una multiplicación de polinomios sin embargo alrededor del 95% de las personas después de algún tiempo no recuerda

cómo resolverlo, de hecho las investigaciones modernas sobre aprendizaje escolar indican que olvidamos cerca del 90% de todo lo que supuestamente aprendemos en la educación básica.

Es evidente que el tipo de capacidades y destrezas que se requieren para tener éxito en la vida, están mucho más relacionadas con problemas auténticos que con problemas académicos y que en general como hemos mencionado no son el tipo de habilidades que enseñamos o reforzamos en las escuelas. Las competencias necesarias para la resolución de problemas son fáciles: memorización, comprensión y aplicación del conocimiento, sin embargo las necesidades para la vida fuera de la escuela son muy diferentes: creatividad, ingenio, análisis, comunicación y cooperación. Cuando la finalidad de la escuela esta puesta en exámenes y trabajos individuales, las aptitudes que se desarrollan son las escolares.

Es por ello que la innovación de las distintas formas de enseñar debe ser aplicada en el aula, otro contraste apreciable de los programas se da en la enseñanza de las identidades trigonométricas, en el de 1993 se reúne a los alumnos en el aula, el profesor explica y deducen las funciones trigonométricas y algunas identidades trigonométricas que les ayudara en lo progresivo posteriormente le da una serie de pasos lógicos y los e insta a sus alumnos a que resuelvan las identidades trigonométricas de un nivel académico más elevado. Con el plan 2011 el docente solo realiza la deducción de las principales funciones trigonométricas con la opción de apoyarse de las TIC's y hacer la resolución mucho más visual y rápida con lo cual se

pretende que los alumnos adquieran un aprendizaje significativo con la ayuda de la tecnología. No solo se pretende que el docente este realizando la deducción de las funciones trigonométricas pues se espera la clase se realice en un laboratorio de cómputo y que cada alumno cuente con computadora y software apropiado.

2.5 Desarrollo del adolescente y teorías del aprendizaje

La adolescencia se puede definir como una fase de la vida que se inicia con la pubertad, la palabra fase no indica que su estudio debe relacionarse con las otras etapas de la misma: niñez, juventud y adultez, es así como nos referimos a la adolescencia como un etapa de transición, donde se dan cambios tanto físicos como psicológicos, es por ello que los jóvenes no saben bien cuál es su lugar en el mundo, están en un periodo de confusión por las constantes transformaciones.

El mundo del adolescente está influenciado por adultos, los pares, la escuela y en la actualidad por los medios de comunicación, siendo estos últimos los más dominantes en cuanto a los estilos de vestimenta, preferencias por los alimentos y bebidas o ciertos modos de pensamiento y actitud, esto se ve reflejado en que hoy en día se admira y reconoce más a una estrella de televisión que a un escritor, pedagogo, científico o ganador del premio nobel dela paz.

Para los adolescentes la principal inquietud que surge es su imagen (Antología Desarrollo del Adolescente, 2012) debido a que el primer indicador de cambio en la adolescencia es de tipo fisiológico, las imágenes publicitarias, el diseño y la moda han

reproducido la sensación de que puedan ser o parecer lo que ellos desean con la imagen que tienen de sí mismos aunque en realidad tengan muy poco que ver con lo que en realidad son. La figura es un factor primordial para la autoestima de los jóvenes ya que muchas veces la vida en sociedad depende de ella, de cómo se visten, si sus zapatos son de cierta marca en específico y en ocasiones se encuentran en un punto intermedio no saben si son niños o son adolescentes, los cambios en el tono de voz es algo muy común así como el acné. A los cambios en el adolescente también se le suman los trastornos alimenticios: obesidad, anorexia y bulimia, los cuales en muchas ocasiones son causantes de suicidios y muertes. En esta etapa de la vida que se está en un estado vulnerable a las tendencias, surgen este tipo de situaciones, donde si bien hay jóvenes que comen adecuadamente, existen muchos otros los cuales van más lejos de una buena alimentación y utilizan la comida como una forma de entrenamiento, para otros el ser delgado es una forma de aceptación en la sociedad ya que los medios de comunicación bombardean sus mentes con el hecho de ver a diario comentaristas, conductores de televisión cada vez más delgados.

Existen algunos aspectos que ayudan a tener una buena autoimagen y permiten una sociedad adecuada (Hurlock, 1994), haber tenido la oportunidad de socializar en la infancia, haber tenido límites y respeto hacia los demás, tener un modelo a seguir y saber respetar que existen diferentes expectativas, valores y visiones del mundo, esto se crean y se fortalecen en los componentes fundamentales de apoyo social, los cuales son la familia, los pares y la escuela.

La familia es el lugar donde los adolescentes se sienten seguros, aunque pasen más tiempo con los amigos. Es por ello que en esta etapa se crea el periodo conocido como

rebelión adolescente (Antología del Desarrollo del Adolescente, 2011), pues sienten una confusión emocional al tratar de adaptarse a los cambios de cuerpo y a las exigencias de la edad adulta. Reconocer que la adolescencia es un periodo difícil ayuda a los padres y maestros a poner énfasis en las conductas problemáticas.

Al sentirse distantes de su familia los chicos buscan apoyo en otros que atraviesan por situaciones parecidas, es decir sus, pares, estos representan una fuente de afecto, simpatía, comprensión, se forman relaciones que son un entrenamiento de sus relaciones de adultez.

La escuela durante esta fase ofrece oportunidades para la obtención de información, dominar nuevas habilidades y estar con amigos, sin embargo muchos púberes ven la escuela como un desafío más hacia el camino de la madurez. La experiencia educativa puede tener efectos no solo en el desarrollo cognoscitivo sino también en la adaptación psicosocial y como hemos visto en la salud física (Psicología del Desarrollo, David R. Sheffer, 2007).

Es así como comprendemos que todos estos cambios que se dan, no son nada fáciles al contrario son difíciles de explicar, pero hay pedagogos que se han dedicado al estudio de esta etapa que marca el desarrollo de las personas, ya que aquí es donde está la búsqueda de la identidad. Las teorías sobre el desarrollo tratan de aportar una descripción de este y dan significado a los hechos.

En primer lugar tenemos la teoría de Jean Piaget, la cual se basa en el desarrollo dividiéndolo en cuatro etapas, en donde según los adolescentes entran al nivel superior

del desarrollo cognoscitivo (Etapa de Operaciones Formales) al desarrollar la capacidad para pensar de manera indefinida. Este desarrollo se da alrededor de los 11 años (Introducción a Jean Piaget, P. G. Richmond, 2000) les facilita manejar información de un modo nuevo y flexible, utilizando símbolos como representación por ejemplo a "X" se le puede asignar un número desconocido, por lo tanto ya son capaces de aprender álgebra y cálculo.

Kohlberg describe el crecimiento moral como un proceso que va de reglas impuestas externamente a un juicio más flexible e interno (Antología Teorías del Aprendizaje, 2011), esto es posible porque el egocentrismo está dejado atrás en este periodo, es decir el joven ya tiene la capacidad para considerar las cosas desde más de un punto de vista. Todas las relaciones según este autor ofrecen oportunidades para adoptar papeles sociales y en consecuencia estimulan el desarrollo moral.

Kohlberg definió tres niveles de razonamiento moral, cada uno dividido en dos etapas:

- Nivel I: Moralidad pre convencional. Las personas obedecen reglas para evitar castigos u obtener recompensas o actúan por interés propios, este nivel es característico de los niños de cuatro a diez años de edad.
- Nivel II: Moralidad convencional. Los individuos han interiorizado las normas de las figuras de autoridad, les preocupa ser buenas, complacer a los demás y mantener el orden social. Este nivel se alcanza después de los diez años de edad y muchas veces nunca van más allá de él, ni siquiera en la edad adulta.

- Nivel III: Moralidad pos convencional. Es cuando ya se es capaz de hacer un juicio propio sobre lo que es correcto y justo, este nivel se alcanza en la edad adulta temprana.

Estudios han demostrado que en su mayoría los adolescentes y adultos permanecen en el nivel II, donde buscan complacer a la ley y a los demás.

Erikson pedagogo interesado en el estudio de los adolescentes, menciona que la parte más difícil de esta fase reside en enfrentar la crisis de la identidad, dado a que los adolescentes se encuentran confundidos sobre quiénes son y como logran convertirse en un adulto único con una función determinada en la sociedad (Psicología de la adolescencia, Ángel Aguirre Baztan, 1994). Erikson basa su teoría en su propia vida y en estudios aplicados a jóvenes de diferentes sociedades, según este autor la personalidad no se forma moldeándose en función de otras personas, sino modificando y recopilando identidades anteriores y está formada hasta que se resuelven tres aspectos, la elección de una ocupación, la adopción de los valores en los que creerán y el desarrollo de una identidad sexual satisfactoria, para lograr esto los adolescentes deben establecer y organizar sus capacidades, necesidades, intereses y deseos, con el fin de que sean capaces de expresarse en un contexto social.

Esta búsqueda constante del yo, junto con las investigaciones de Erikson ha inspirado muchas investigaciones, una de ellas es la Teoría de Marcia, (1966, 1980, 1993), donde ella propone para esta etapa de confusión cuatro estados del desarrollo del ego los cuales dependen de la presencia o ausencia de crisis y compromiso, los periodos son los siguientes:

- Logro de la identidad: Se caracteriza por el compromiso que se establece con la elección hecha después de una crisis, es decir de un periodo dedicado a estudiar opciones.
- Exclusión: Una persona no ha dedicado tiempo a considerar otras opciones, simplemente compromete sus planes a los de otro sujeto.
- Aplazamiento: Un individuo se encuentra considerando opciones y parece estar a puntos de establecer un compromiso.
- Difusión de identidad: No existe compromiso ni consideración de opciones.

Cabe mencionar que estas categorías no son permanentes, pueden modificarse durante el desarrollo de las personas. Como podemos notar existen diferentes perspectivas de lo que es la adolescencia y como pasan los jóvenes por este ciclo, el cual es igual de complejo tanto para estudiarlo como para vivirlo.

Creo que todo es cuestión de estrategias bien planteadas por el docente para comprender por el proceso por el cual el alumno está pasando, no se trata de considerarlo y darle todo en bandeja de plata como comúnmente se dice pero si apoyarlos en este recorrido y más sabiendo que solo es una transición, un cambio en su vida.

2.6 Técnicas pedagógicas para el estudio de las identidades trigonométricas

Antes de estudiar en concreto las identidades trigonométricas se deben estudiar tópicos previos los cuales nos darán los conocimientos previos para obtener un andamiaje sólido de conocimientos. No solo es aventurarse en el estudio de las identidades trigonométricas, este tema requiere de cierta atención para su total comprensión. Un claro ejemplo es conocer y dominar las seis funciones trigonométricas en un triángulo rectángulo para poder comprobar cada una de las identidades trigonométricas, esto es en pocas palabras, no podemos correr sin antes no hemos practicado gatear y dar nuestros primeros pasos, caer y levantarnos.

En (Matemáticas III, Pedro Salazar Vásquez, Sergio Sanchez Gutiérrez, 2004) mencionan el enfoque que se les da a los ejercicios es constructivista, en el cual se le proporciona cierta cantidad de información al estudiante y a través de ejemplos resueltos y ejercicios para completar, de igual manera se busca la interacción con los alumnos para mantener su interés y logren conducirse mejor, sin necesitar la ayuda del docente, los contenidos están organizados de acuerdo al plan de la asignatura.

La comprobación de las identidades trigonométricas es sin duda alguna uno de los temas de matemáticas más tradicionalista, pues los maestros no buscan otras maneras de enseñarla, ya que no emplean ninguna herramienta extra como por ejemplo las TIC's.

Puesto que se busca que el alumno construya su propio conocimiento se le deben de dar lo necesario para que él vaya formándolo, porque hacerlo de forma tradicionalista, por lo cual los alumnos le restan interés.

De modo similar ocurre en (Geometría y Trigonometría, Rene Jiménez), donde su enfoque es constructivista, ahí se ve al inicio de cada tema una breve reseña histórica de acuerdo a el contenido que se enseñará, así como los conocimientos, habilidades, actitudes y valores que se lograrán al finalizarlo.

Al explicar las funciones trigonométricas en un triángulo rectángulo, por análisis propio el alumno de forma individual deducirá posteriormente cada una de ellas sin necesidad de memorizar puesto que por eso se le ha definido cada una de estas, para una mejor comprensión, construcción y absorción del conocimiento.

Si comparamos ambos libros nos podemos dar cuenta que aun en ciertos temas la educación en México permanece tradicionalista, aunque se vayan adecuando los contenidos para involucrar más a los alumnos, los modos de enseñar y ejercicios siguen sin tener sentido en la vida diaria.

Solo como docentes comprometidos con la educación lograremos un cambio formal en la didáctica diaria para que el alumno le encuentre sentido a lo que está aprendiendo día a día en la institución educativa.

Esto es emplear un modo didáctico donde exista orientación, motivos, discusión y ejemplos prácticos. Estas maneras se presentan de acuerdo a quien se dirigen, para orientar al estudiante, se presentan primero ideas conocidas, y así pasar poco a poco a los nuevos conceptos, es por ello que cada capítulo comienza con un artículo inicial.

Esta relación se establece entre los conocimientos que ya se tienen y los nuevos, es de suma importancia debido a que se reafirman las bases para poder conducir a un buen método analítico tanto en el principio como en las partes más avanzadas.

En cuanto al desarrollo de los temas el autor hace énfasis en establecer los motivos, esto es necesario si se pretende que el estudiante obtenga un conocimiento profundo y no solo memorice los procesos.

Como se requiere que el alumno enfoque su atención en ciertos conocimientos, se han agrupado en temas semejantes, esto para evitar las desventajas de causar distracción en buscar temas de la misma forma esta característica hace que el libro sea más útil para consultar aun después que el estudiante haya terminado el curso.

Este tomo contiene suficiente material para un curso semestral de cinco horas por semana de igual manera puede adaptarse a cursos más cortos.

Como se puede observar el estudio de la Trigonometría no logra su objetivo si no se realiza un análisis del tema en específico, ya que es necesario que el alumno tenga la capacidad de usar el razonamiento para resolver problemas ya que un buen aprendizaje sirve de base para estudios posteriores de Matemáticas.

Capitulo III

Metodología

El centro educativo donde se realizó la presente investigación está ubicado en una localidad semi urbana, las instalaciones están en un área de aproximadamente 1500 metros cuadrados, se encuentra ubicada en Calle Camino Vecinal #10511 en el Fraccionamiento Villas de Santa Fe II, al suroeste de la ciudad de Tijuana, Baja California, al norte colinda con terrenos baldíos, al sur de la escuela se ubica un conjunto habitacional que apenas se encuentra en construcción por lo que existen casas habitadas y en otros casos vandalizadas, al oeste y este del complejo educativo se localiza una unidad deportiva la cual cuenta con canchas de futbol, béisbol y rampas para saltar en bicicleta. En general podemos decir que la escuela está rodeada de lotes baldíos los cuales están llenas de plantas secas como bolas de espinas y polvo ya que es un terreno árido. Las calles aledañas para poder llegar están pavimentadas, estas ayudan al fácil acceso a la institución educativa, lo que se puede apreciar en su gran mayoría son el vandalismo y grafiti. Cuenta con dos accesos, uno principal y otro secundario, pero el principal no se utiliza puesto que es demasiado grande por lo cual solo se utiliza el secundario que es más pequeño y seguro para el número de alumnos, personal docente y administrativo.

El Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios numero 278 (por sus siglas CBTis 278), es prácticamente nuevo, tan solo cuenta con dos años desde su creación a la fecha. Esta institución es dirigida actualmente por el Ingeniero Agustín Gerardo Martínez Valencia que funge como director del único turno matutino de la escuela preparatoria. La infraestructura consiste en doce salones, una biblioteca,

audiovisual, laboratorio de computo, un laboratorio el cual se comparte entre las materias de Química y Biología, estas requieren la realización de prácticas. Los encargados de la biblioteca, audiovisual, laboratorio de cómputo y el laboratorio de Química y Biología, son los mismos maestros que imparten cada una de las asignaturas puesto que se no cuenta con el personal de apoyo.

En la institución laboran treinta y tres docentes, los cuales solo cuatro imparten las respectivas materias que tienen relación con las matemáticas. El personal administrativo está formado por cuatro personas, la administradora de la escuela, secretaria del director, el subdirector y un director. Cuentan con personal de apoyo el cual no percibe una remuneración económica, son dos psicopedagogos, un profesor de deportes. La institución suministra alimentos a los alumnos por medio de una cafetería, esta es atendida por dos personas. Existe una persona de seguridad que está en la entrada supervisando el acceso al plantel tanto de los alumnos, como del personal docente y padres de familia. La escuela en general se encuentra limpia puesto que solo una persona que realiza la limpieza de sanitarios, salones, oficinas, etc.

La población estudiantil que atiende esta institución es de aproximadamente seiscientos cuarenta alumnos, divididos en cuatro grupos de segundo, cuatro de cuarto y el mismo número de sexto.

El método que se utiliza, para la prueba de hipótesis de investigación será causal - comparativo el cual consta de las siguientes etapas:

Se selecciona un grupo A y un grupo B, el primero será llamado grupo de investigación y el otro grupo control, estos grupos tendrán igual número de alumnos. A ambos grupos

se les aplica el test psicosocial para conocer las características del sujeto de estudio e identificar los factores externos que pueden afectar a la investigación, de igual manera a estos mismos se les aplicará una evaluación diagnóstica calculando la desviación estándar y la media aritmética de ambas muestras.

Al grupo de investigación se le aplicará el cuadernillo de estrategias didácticas y el grupo control se trabajará de manera tradicionalista.

Posteriormente se aplica una evaluación final a ambos grupos para medir nuevamente su desviación estándar y su media aritmética y se realiza un comparativo por diferencia de medias.

Se hará una prueba de hipótesis utilizando la distribución normal con un nivel de significancia del veinte por ciento, por lo cual el grado de credibilidad será del ochenta por ciento.

En el primer grupo A (grupo de investigación) se les aplicará cuatro instrumentos los cuales son los siguientes:

- Instrumento 1: Test Psicosocial para el sujeto de estudio
- Instrumento 2: Examen diagnóstico para el sujeto de estudio
- Instrumento 3: Cuadernillo de estrategias didácticas para el sujeto de estudio
- Instrumento 4: Examen Final

Y en el grupo B (grupo control) se trabajará de manera tradicional conforme lo marca el programa de estudios.

3.1 Sujetos de estudio

Del sujeto de estudio seleccionado para la investigación se determinó lo siguiente:

De una muestra de treinta y seis personas investigadas, nueve de ellas son de sexo femenino y veintisiete son del sexo masculino. El noventa y cuatro por ciento tiene entre quince y diecisiete años de edad y el resto que corresponde al seis por ciento es mayor de diecisiete años.

Treinta y cuatro de un total de treinta y seis alumnos su estado civil es solteros, y solo dos de ellos se encuentran en unión libre.

Del total de mamás de los alumnos empleados para realizar este test solo una mamá no tiene estudios, dos estudiaron hasta la primaria, trece solo concluyeron la secundaria, quince terminaron la preparatoria, tan solo cuatro universidad y solo una estudio posgrado. En cuanto a los papás solo uno no tiene estudios, tres estudiaron la primaria, siete secundaria, catorce la preparatoria, once la universidad y ninguno de los papás estudiaron un posgrado.

Cuatro alumnos de un total de treinta y seis refieren que cuentan con alguna discapacidad. Solo el treinta y nueve por ciento equivalentes a catorce de ellos tiene quien les apoye con la realización de sus tareas.

Del total de la muestra investigada veintidós alumnos caminan, ocho utilizan transporte público y tan solo seis tienen carro propio. El sesenta y nueve por ciento cuenta en su casa con un lugar apropiado para estudiar, de esta muestra veinticinco alumnos tienen casa propia y once viven en casa rentada.

Once alumnos correspondientes al treinta y un por ciento no cuentan con computadora en su casa. Solo un alumno padece una enfermedad crónica, de un total de treinta y seis alumnos.

El setenta y dos por ciento que corresponden a veintiséis alumnos practican regularmente un deporte. Trece de treinta y seis alumnos tienen el hábito de estudio diario y a veinte alumnos les agrada la materia de matemáticas lo que corresponde a un cincuenta y seis por ciento.

3.2 Material utilizado en la investigación

Para el proceso de investigación se usaran cuatro instrumentos de evaluación:

- Instrumento 1: Test Psicosocial para el sujeto de estudio
- Instrumento 2: Examen diagnóstico para el sujeto de estudio
- Instrumento 3: Cuadernillo de estrategias didácticas para el sujeto de estudio
- Instrumento 4: Examen Final

Los cuales tienen las siguientes características:

- **Instrumento 1: Test Psicosocial para el sujeto de estudio**

El propósito de la utilización de este instrumento es para conocer los factores externos que pueden afectar los resultados de la investigación. Este test consta de diecinueve preguntas las cuales fueron contestadas en un tiempo no mayor a cincuenta minutos y

su escala de medición es porcentual. Las características de cada una de las preguntas de este instrumento de evaluación son las siguientes:

1.- Sexo:

a) Femenino

b) Masculino

Al analizar la respuesta de esta primera pregunta nos vamos a dar cuenta que género domina nuestra población muestral, y además de antemano sabemos que cada género tiene diferentes procesos cognitivos que determinan una forma de trabajo.

2.- Edad:

a) 15

b) 16

c) 17

d) otro: _____

Con la respuesta de esta pregunta observaremos cual es el rango de edad de nuestra muestra así podremos determinar si los sujetos de estudio están o no desfasados con el margen de edad de los diferentes planteles a nivel nacional.

3.- Estado Civil:

a) Soltero

b) Casado

c) Unión Libre

Al analizar esta respuesta podremos saber si nuestros sujetos de estudio tienen alguna otra responsabilidad o determinar si alguien más depende de ellos para poder con esto darnos una idea de que tanto tiempo invierte al estudio.

4.- ¿Cuál fue el grado máximo de estudios de tu mamá?

- a) Sin estudios b) Primaria c) Secundaria d) Preparatoria
- e) Licenciatura f) Posgrado

5.- ¿Cuál fue el grado máximo de estudios de tu papá?

- a) Sin estudios b) Primaria c) Secundaria d) Preparatoria
- e) Licenciatura f) Posgrado

Es para determinar el grado de estudio de los padres y con ello saber las posibilidades de ayuda en todas sus actividades educativas y así poder anticipar ciertas dificultades en su avance académico

6.- ¿Cuentas con algún tipo de discapacidad?

- a) Si b) No

Nos arrojará información importante con la cual sabremos si tiene una limitación por lo que podría significar un buen o mal desempeño, en función de las inasistencias escolares para la realización de terapias

7.- ¿Tienes quién te apoye con la realización de tus tareas?

- a) Si b) No

Los resultados de esta pregunta reflejarán el porcentaje de alumnos que son apoyados, por algún miembro de la familia en tareas y proyectos escolares los cuales mejorarán el desempeño académico del alumno.

8.- ¿Qué medio de transporte utilizas para llegar a tu escuela?

- a) Carro propio b) Transporte publico
c) Caminando d) Otro: _____

Se realiza para considerar el tiempo que utiliza para poder llegar a la escuela ya que podría resultar muy complicado el traslado y en ocasiones la materia de matemáticas se imparte en las primeras horas de la jornada escolar.

9.- ¿Cuentas en tu casa con un lugar apropiado para estudiar?

- a) Si b) No

Esta nos arrojará información para conocer las condiciones o el lugar en el cual realiza tareas y/o estudios autodidactas alejados de distractores.

10.- La casa donde vives es:

a) Propia: _____

b) Rentada: _____

La respuesta a esta pregunta podría hacernos de gran ayuda puesto que en ocasiones la casa en donde habitan no es lo suficientemente grande o no cuenta con el espacio debido para realizar el estudio de la asignatura.

11.- ¿Cuentas con computadora en tu casa y acceso a internet?

a) Si

b) No

El por qué realizar esta pregunta es para analizar el poder adquisitivo con el que cuenta la familia. Ya que en ocasiones se requiere la utilización de computadora portátil o computadora de escritorio para la realización de prácticas o actividades didácticas con el fin de lograr un aprendizaje significativo.

12.- ¿Sufres de alguna enfermedad crónica?

a) Si

b) No

Se realiza para estar consciente del estado de salud y prevenir futuras enfermedades o padecimientos que pudieran afectar el rendimiento académico del alumno.

13.- ¿Practicas algún deporte regularmente?

a) Si

b) No

Esta pregunta se realiza para analizar el tiempo que dedica a otras actividades, personales y de esparcimiento con la cual podemos llegar a concluir qué tanta importancia le da al estudio de sus asignaturas y en especial al área de Trigonometría.

14.- ¿Tienes el hábito de estudio diariamente?

a) Si

b) No

Conoceremos la iniciativa que tiene cada uno de los sujetos de estudio por estudiar de forma autodidacta y de manera autónoma, tanto en la materia de matemáticas como en las otras asignaturas

15.- ¿Te gusta la materia de matemáticas?

a) Si

b) No

Con esta pregunta conoceremos la actitud que tiene el sujeto de estudio con respecto a la aceptación de los temas de matemáticas.

- **Instrumento 2: Examen diagnóstico para el sujeto de estudio**

El examen diagnóstico que se le realiza a cada sujeto de estudio de nuestra población muestral es con el propósito de conocer y determinar los saberes previos para la comprobación de identidades trigonométricas. Consta de diez preguntas, de las cuales ocho son de opción múltiple y dos de ellas son de solución concreta. La escala es de uno a diez y su tiempo de aplicación es de treinta minutos.

Las características de cada una de las preguntas de este instrumento de evaluación son las siguientes:

1. Es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen llamado vértice.

a) recta

b) plano

c) semirrecta

d) ángulo

2. Con que símbolo se denota al ángulo.

- a) $\angle$ b) $\neq$ c) $\geq$ d) $\leq$

3. Es el ángulo formado por dos semirrectas con amplitud mayor a 0° y menor de 90°

- a) ángulo recto b) ángulo obtuso c) ángulo agudo d) ángulo nulo

4. Este ángulo tiene 90° , es decir sus semirrectas son perpendiculares.

- a) ángulo obtuso b) ángulo recto c) ángulo nulo d) ángulo agudo

5. Es el ángulo formado por dos semirrectas con amplitud mayor a 90° y menor a 180°

- a) ángulo recto b) ángulo obtuso c) ángulo agudo d) ángulo nulo

El propósito de esas primeras cinco preguntas es identificar si el alumno domina ciertas competencias para la definición, clasificación y notación de ángulos que le puedan servir de herramientas para el estudio de identidades trigonométricas.

6. Son dos diferentes sistemas para medir ángulos

- a) grados y radianes b) centímetro y metros c) °C y °F d) °K y °C

7. A cuantos grados sexagesimales corresponde 2π radianes

- a) 90° b) 180° c) 270° d) 360°

Con estas dos preguntas se pretende conocer los saberes previos que tiene el alumno conforme a los dos sistemas de medición de ángulos e identificar si cuenta con las habilidades al pasar de un sistema de medición angular a otro.

8. Si $\hat{A} = 35^\circ 40' 32''$ y $B = 64^\circ 25' 12''$, calcula lo siguiente:

- a) $\hat{A} + B$ y b) $B - \hat{A}$

(Puedes hacer las operaciones en la parte posterior de la hoja)

Esta pregunta es para determinar si el alumno tiene conocimientos previos en la adición y sustracción de medidas angulares.

9. Relaciona ambas columnas

a) seno α	() cateto adyacente / hipotenusa
b) cos α	() cateto opuesto/cateto adyacente
c) tan α	() hipotenusa / cateto opuesto
d) cot α	() hipotenusa / cateto adyacente
e) sec α	() cateto opuesto / hipotenusa
f) csc α	() cateto adyacente / cateto opuesto

Se realiza para saber si el alumno tiene dominio sobre la relación de los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo los cuales dan origen a las funciones trigonométricas.

10. Demuestra la siguiente identidad trigonométrica, utiliza la parte posterior de la hoja para realizar el procedimiento correcto.

a) $\text{sen } \emptyset = \frac{1}{\text{csc } \emptyset}$

b) $\text{tan } \emptyset = \frac{\text{sen } \emptyset}{\text{cos } \emptyset}$

$$c) \operatorname{sen}^2 \emptyset + \cos^2 \emptyset = 1$$

$$d) \frac{\cos \emptyset - \cos^3 \emptyset}{\operatorname{sen} \emptyset - \operatorname{sen}^3 \emptyset} = \tan \emptyset$$

$$e) (\tan x + \operatorname{ctg} x) (\cos x + \operatorname{sen} x) = \csc x + \sec x$$

$$f) \frac{1 + \sec x}{\operatorname{sen} x + \tan x} = \csc x$$

$$g) \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\csc \alpha + 1} = \frac{\csc \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$h) \frac{1 + \cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} + \frac{\operatorname{sen} \alpha}{1 + \cos \alpha} = 2 \csc \alpha$$

$$i) \frac{\tan^2 \alpha}{\sec \alpha + 1} = \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

Es para conocer si el alumno cuenta con habilidades aritméticas, algebraicas, simplificación y relación en términos característicos de las funciones trigonométricas.

- **Instrumento 3: Cuadernillo de estrategias didácticas**

Tiene como objetivo adentrar a cada uno de los alumnos del grupo de investigación a las estrategias didácticas pero utilizando la tecnología, es decir, como poder adquirir un aprendizaje significativo que perdure para que en un futuro sea de utilización como

andamiaje en los temas correspondientes a las identidades trigonométricas y temas correspondientes. Cada una de las estrategias planteadas en este cuadernillo, tiene como propósito llevar de la mano a cada uno de los alumnos con ayuda del software descrito en capítulos anteriores paso a paso logrando que sean de significancia para cada uno de ellos.

Estrategias Didácticas 1: Definición y notación de ángulos

El objetivo de esta actividad es que el alumno analice las diferentes formas en que se denotan los ángulos, los diferentes nombres que recibe este a partir de la amplitud de las dos semirrectas y así poder aplicar estos conocimientos y lograr un aprendizaje significativo al momento de la utilización de Geogebra.

Estrategias Didácticas 2: Sistema sexagesimal para la medición de ángulos

El propósito principal es que el alumno realice correctamente operaciones de ángulos con el sistema sexagesimal para que posteriormente realice innovaciones y proponga soluciones a problemas a partir de métodos establecidos comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo, la aplicación de procedimientos aritméticos para el manejo de medidas angulares reales, hipotéticas o formales.

Estrategias Didácticas 3: Sistema circular para medición de ángulos

En esta estrategia se pretende que el alumno pueda describir la definición de radián; expresar ángulos en radianes, convertir de grados a radianes y viceversa, y logre un correcto uso del programa GeoGebra, pretendiendo que el alumno llegue a un aprendizaje significativo por medio de la relación de conocimientos y de manera lúdica.

Estrategias Didácticas 4: Definición y manejo de Funciones Trigonómicas

Tiene como objetivo desarrollar un aprendizaje significativo que lleve al alumno de manera lúdica a comprender las funciones trigonométricas, como identificar dependiendo el ángulo interno del triángulo rectángulo que se forma en el círculo unitario cada uno de los catetos así también la hipotenusa, los signos que las razones trigonométricas obtienen dependiendo del cuadrante en el que se colocan. Que el

alumno desarrolle habilidades algebraicas para la comprobación de identidades trigonométricas y justifique las demostraciones mediante el archivo de Geogebra.

- **Instrumento 4: Examen Final**

El propósito de este último instrumento de investigación es proporcionar información relevante al aplicar las estrategias didácticas en el grupo de investigación, logrando así un andamiaje sólido para la resolución y demostración de identidades trigonométricas. A grandes rasgos el examen final está constituido por preguntas de opción múltiple así como relación de columnas y al final la resolución de problemas (Identidades Trigonómicas). Su escala de medición es de uno a diez y el tiempo máximo que tienen los alumnos para la resolución de este instrumento es de cincuenta minutos (una hora clase).

A continuación se describen las características de cada una de las preguntas que constan el instrumento de investigación número cuatro:

1. Subraya correctamente la respuesta correcta de cada pregunta.

Es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen o vértice.

b) recta

b) plano

c) semirrecta

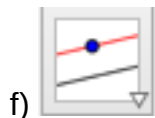
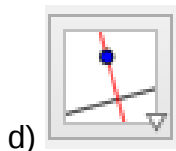
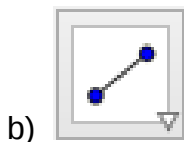
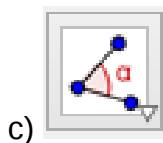
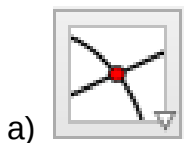
d) ángulo

Con que símbolo se denota al ángulo.

- a) $\angle$ b) $\neq$ c) $\geq$ d) Ω

Al realizar estas preguntas conoceremos si el alumno comprendió, analizó y relacionó la definición de ángulo y sus características.

2. Relaciona los siguientes encisos con los paréntesis correspondientes a cada dibujo.



- () Recta perpendicular
() Ángulo
() Segmento entre dos puntos
() Circunferencia dados su centro y su radio
() Recta paralela
() Intersección de dos objetos

El objetivo es saber si el alumno tiene conocimientos previos, si puede identificar por ejemplo lo que es una recta paralela, una recta perpendicular aprendizajes que en la

secundaria debió desarrollar. Consiste en relacionar seis figuras o herramientas del programa Geogebra con el significado correcto, es una pregunta prácticamente de lógica, o que simplemente con pocos conocimientos de matemáticas se puede llegar a la relación correcta.

3. Relaciona ambas columnas

a) $\text{seno } \alpha$	() cateto adyacente / hipotenusa
b) $\cos \alpha$	() cateto opuesto/cateto adyacente
c) $\tan \alpha$	() hipotenusa / cateto opuesto
d) $\cot \alpha$	() hipotenusa / cateto adyacente
e) $\sec \alpha$	() cateto opuesto / hipotenusa
f) $\csc \alpha$	() cateto adyacente / cateto opuesto

Tiene como principal objetivo que el alumno reconozca, identifique y relacione las razones trigonométricas (Funciones) y posteriormente pueda realizar la aplicación de estas en las identidades trigonométricas.

4. Encuentre el ángulo que sea complementario a θ :

$$\theta = 20^\circ$$

$$\alpha = 83^\circ$$

En este momento pretendemos conocer si el alumno adquirió conocimientos y habilidades para la definición y características de otros ángulos especiales.

5. Realice las siguientes operaciones:

Suma

$$35^{\circ} 40' 32''$$

$$\underline{64^{\circ} 25' 12''}$$

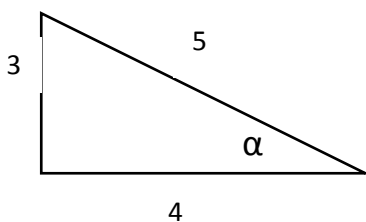
Resta

$$64^{\circ} 25' 12''$$

$$\underline{35^{\circ} 40' 32''}$$

El propósito de esta pregunta es saber si los alumnos lograron realizar correctamente operaciones de adición y sustracción de medidas angulares con el sistema de numeración sexagesimal siguiendo un método establecido, aplicando procedimientos aritméticos.

6. De acuerdo al siguiente dibujo determine las razones trigonométricas:



En esta pregunta se pretende que el alumno identifique, comprenda y domine las funciones trigonométricas con respecto al ángulo α y/o a cualquier otro que se le asigne.

7. Demuestra la siguiente identidad trigonométrica, utiliza la parte posterior de la hoja para realizar el procedimiento correcto.

j) $\text{sen } \emptyset = \frac{1}{\text{csc } \emptyset}$

k) $\tan \emptyset = \frac{\text{sen } \emptyset}{\cos \emptyset}$

l) $\text{sen}^2 \emptyset + \cos^2 \emptyset = 1$

m) $(\sec x + \tan x)(1 - \text{sen } x) = \cos x$

n) $\frac{\tan x + \cos x}{\text{sen } x} = \sec x + \text{ctg } x$

o) $\sec x - \cos x = \text{sen } x \tan x$

p) $\sec x = \text{sen } x (\tan x + \text{ctg } x)$

El principal objetivo de estos problemas es saber si el alumno aplica correctamente sus conocimientos y habilidades correspondientes a la aritmética, álgebra y relación de términos todo ello obtenido en clase, y a su vez el dominio de cada uno de las estrategias didácticas aplicadas con la ayuda del programa Geogebra.

3.3 Procedimiento

La selección de la muestra se hizo a través del método determinístico en este caso en el nivel de educación medio (segundo semestre de preparatoria), eligiendo una escuela que se encuentra ubicada en el contexto semirural en Santa Fe, Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios (CBTis 278, por sus siglas) . La población muestral fue un grupo de segundo semestre con especialidad en soporte y mantenimiento de equipo de cómputo, considerando solo a treinta y seis alumnos de un total de sesenta y tres los cuales cuentan con bajo nivel académico en la asignatura de matemáticas.

La obtención de datos se realizó mediante la aplicación de cuatro instrumentos de investigación los cuales se describen a continuación:

- Test psicosocial para el sujeto de estudio: este nos arrojó información precisa y confidencial acerca de los estudiantes y los factores externos que pueden afectar la investigación y el desempeño académico.
- Examen diagnóstico para el sujeto de estudio: nos permitió determinar los conocimientos previos (andamiaje) con los cuales cuenta el sujeto de estudio con respecto a la resolución de identidades trigonométricas.
- Cuadernillo de estrategias didácticas para el sujeto de estudio: herramienta importante en el proceso de investigación ya que está ayudo a los alumnos

(sujetos de estudio) a la adquisición de aprendizajes significativos aplicando estos en el programa Geogebra.

Por último y de igual importancia que los tres instrumentos de investigación anteriores:

- Examen final para el sujeto de estudio: esta nos arrojó información confiable la cual corresponde a los conocimientos finales de los alumnos con respecto al tema de identidades trigonométricas

Para probar que existe relación entre la implementación de estrategias didácticas a través de la tecnología, para el desarrollo de habilidades en la solución de identidades trigonométricas y el índice de aprovechamiento de alumnos de segundo semestre de preparatoria, se realizó un análisis de datos a través del método causal comparativo el cual consiste en tomar dos grupos uno llamado “A” (de investigación) donde se implementaron estrategias didácticas utilizando la tecnología y el otro “B” (de control) trabajando en él de manera tradicionalista.

Una vez terminados todos los temas previstos se realizó una evaluación final en ambos grupos para medir el avance obtenido por los estudiantes, comparando la desviación media y la media aritmética de ambas muestras.

La prueba de hipótesis se hizo por el método de diferencias de medias aritméticas eligiendo un nivel de significancia del veinte por ciento es decir el grado de credibilidad del ochenta por ciento. Para comprobar la credibilidad de los resultados se utilizó la campana de Gauss mediante una distribución normal con el fin de predecir o inferir

estos resultados hacia una población demostrando que los datos obtenidos tienen un porcentaje mínimo de ser un error de muestreo.

Capítulo IV

Análisis de resultados

En este capítulo se muestra la información obtenida en los instrumentos de investigación aplicados a los sujetos de estudio, grupo de investigación y grupo control. Se incluyen gráficas y tablas las cuales muestran un análisis de resultados del test psicosocial, esta muestra cada una de las variables que se les cuestionó a cada alumno así como las gráficas de estas.

Así como también se hace un análisis de resultados del examen diagnóstico donde se analizan los aprendizajes que el alumno obtuvo durante su paso por la educación básica (secundaria) tanto del grupo de investigación así como del grupo control para comparar los resultados de cada grupo.

Se muestra también en este capítulo la varianza y desviación estándar del examen diagnóstico y del examen final del grupo de investigación y del grupo control con estas variables se analiza la dispersión de las calificaciones de cada grupo.

Se muestran los resultados de examen final de cada grupo para poder hacer una comparación con los resultados arrojados en el examen diagnóstico y poder realizar conclusiones acerca del comportamiento del grupo investigación al cual se les aplicó las estrategias didácticas y del grupo que trabajo de manera tradicional.

Por último se realiza la prueba de hipótesis a gran detalle con la cual demostraremos de forma matemática como los resultados arrojados prueban nuestra veracidad en cuestión a nuestra hipótesis formulada desde el capítulo primero.

Para iniciar a continuación se describen los resultados del test psicosocial:

4.1 Resultados del test psicosocial para el sujeto de estudio

Variable 1.- Sexo:

a) Femenino

b) Masculino

Variable 2.- Edad:

b) 15

b) 16

c) 17

d) otro: _____

Variable 3.- Estado Civil:

b) Soltero

b) Casado

c) Unión Libre

Variable 4.- ¿Cuál fue el grado máximo de estudios de tu mamá?

b) Sin estudios

b) Primaria

c) Secundaria

d) Preparatoria

e) Licenciatura

f) Posgrado

Variable 5.- ¿Cuál fue el grado máximo de estudios de tu papá?

b) Sin estudios

b) Primaria

c) Secundaria

d) Preparatoria

e) Licenciatura

f) Posgrado

Variable 6.- ¿Cuentas con algún tipo de discapacidad?

b) Si

b) No

Variable 7.- ¿Tienes quién te apoye con la realización de tus tareas?

b) Si

b) No

Variable 8.- ¿Qué medio de transporte utilizas para llegar a tu escuela?

b) Carro propio

b) Transporte publico

c) Caminando

d) Otro: _____

Variable 9.- ¿Cuentas en tu casa con un lugar apropiado para estudiar?

a) Si

b) No

Variable 10.- La casa donde vives es:

a) Propia: _____

b) Rentada: _____

Variable 11.- ¿Cuentas con computadora en tu casa y acceso a internet?

a) Si

b) No

Variable 12.- ¿Sufres de alguna enfermedad crónica?

a) Si

b) No

Variable 13.- ¿Practicar algún deporte regularmente?

a) Si

b) No

Variable 14.- ¿Tienes el hábito de estudio diariamente?

b) Si

b)No

Variable 15.- ¿Te gusta la materia de matemáticas?

b) Si

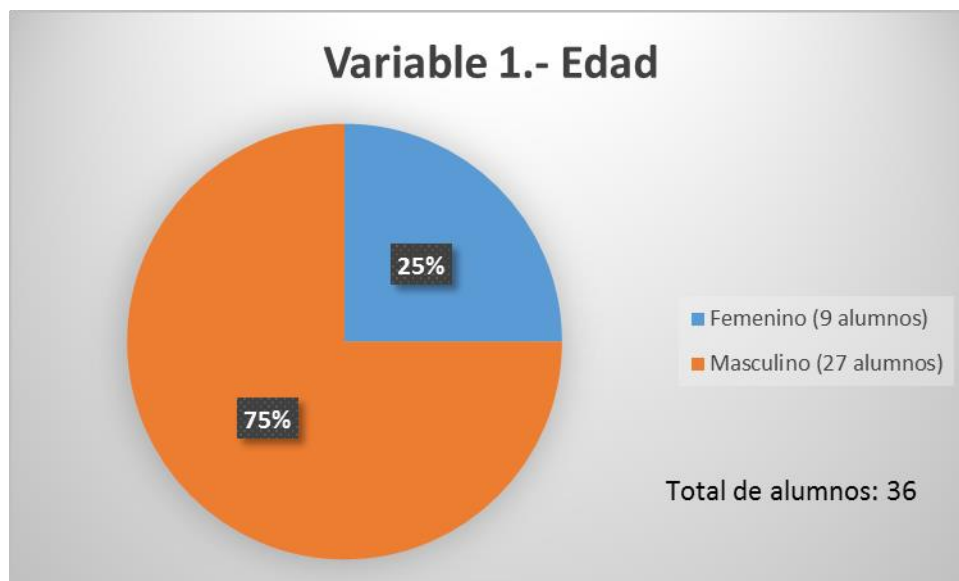
b) No

Tabla 4.1 Resultados del test psicosocial para el sujeto de estudio

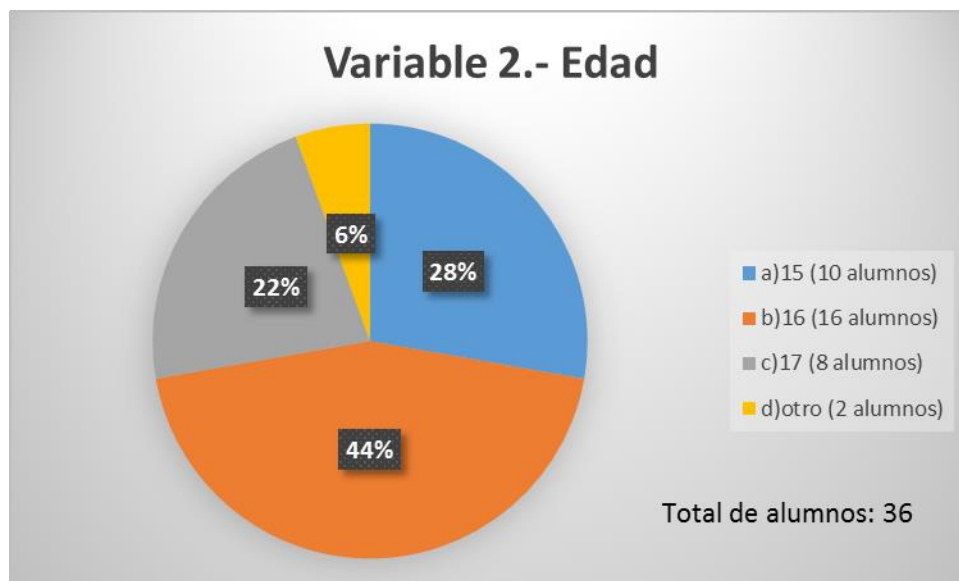
Instrumento 1 Tests Psicosocial para el sujeto de estudio													2BS	%
Numero de Preguntas	Numero de alumnos						Porcentaje por pregunta						Total de alumnos	
	a)	b)	c)	d)	e)	f)	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
1	9	27					25	75					36	100
2	10	16	8	2			28	44	22	6			36	100
3	34	0	2				94		6				36	100
4	1	2	13	15	4	1	3	6	36	42	11	3	36	100
5	1	3	7	14	11	0	3	8	19	39	31		36	100
6	4	32					11	89					36	100
7	14	22					39	61					36	100
8	6	8	22				17	22	61				36	100
9	25	11					69	31					36	100
10	25	11					69	31					36	100
11	25	11					69	31					36	100
12	1	35					3	97					36	100
13	26	10					72	28					36	100
14	13	23					36	64					36	100
15	20	16					56	44					36	100

Las siguientes gráficas corresponden a cada una de las variables que comprenden el instrumento de investigación:

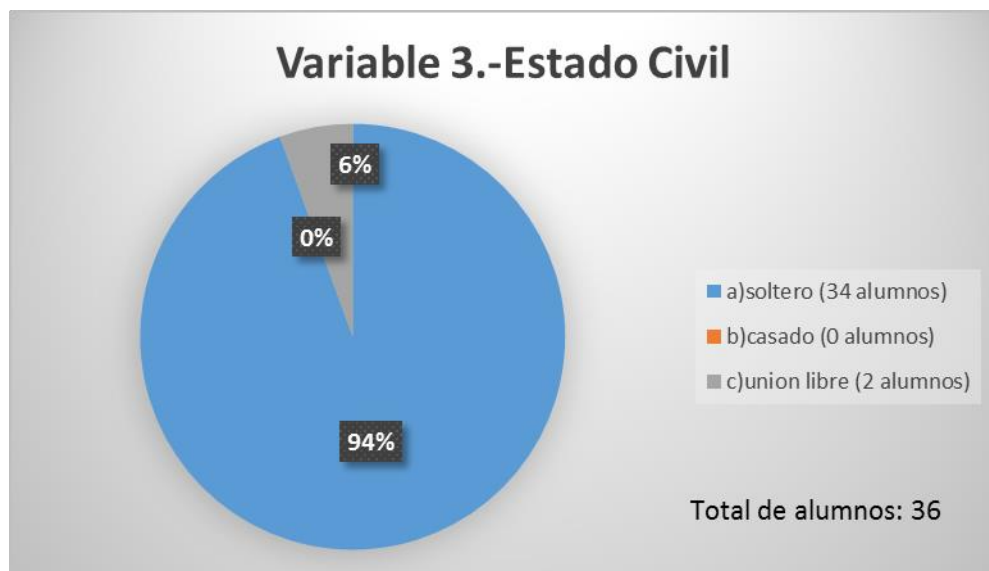
Grafica 4.1



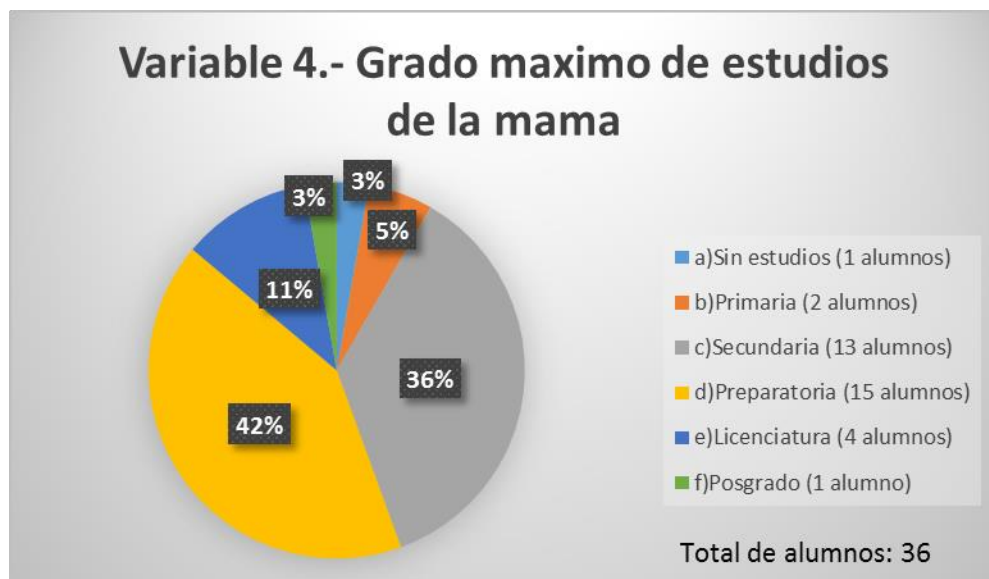
Grafica 4.2



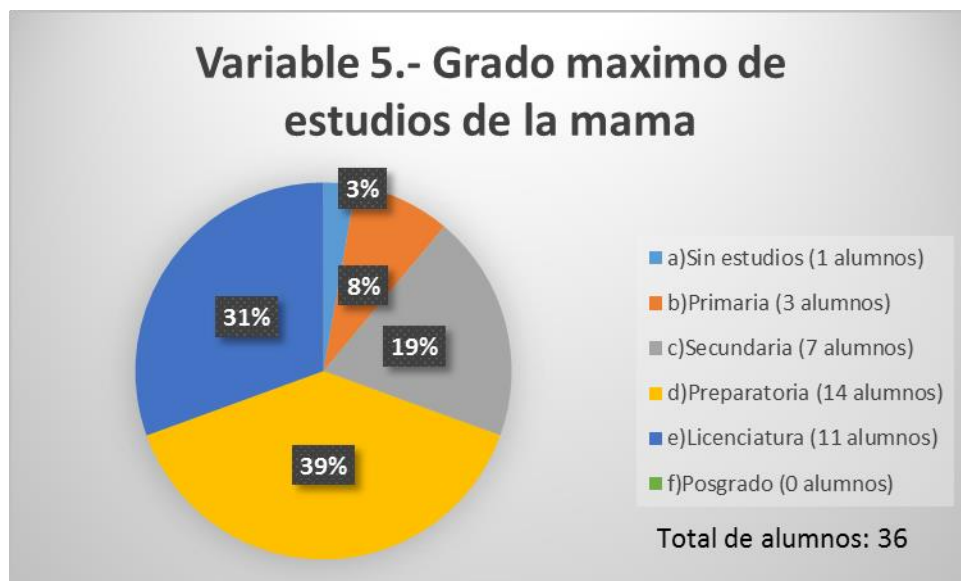
Grafica 4.3



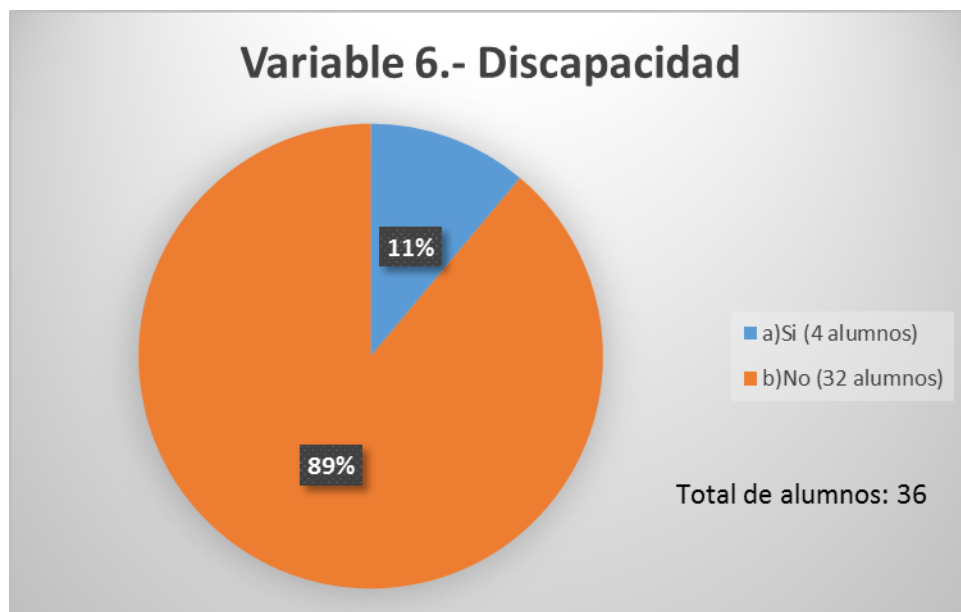
Grafica 4.4



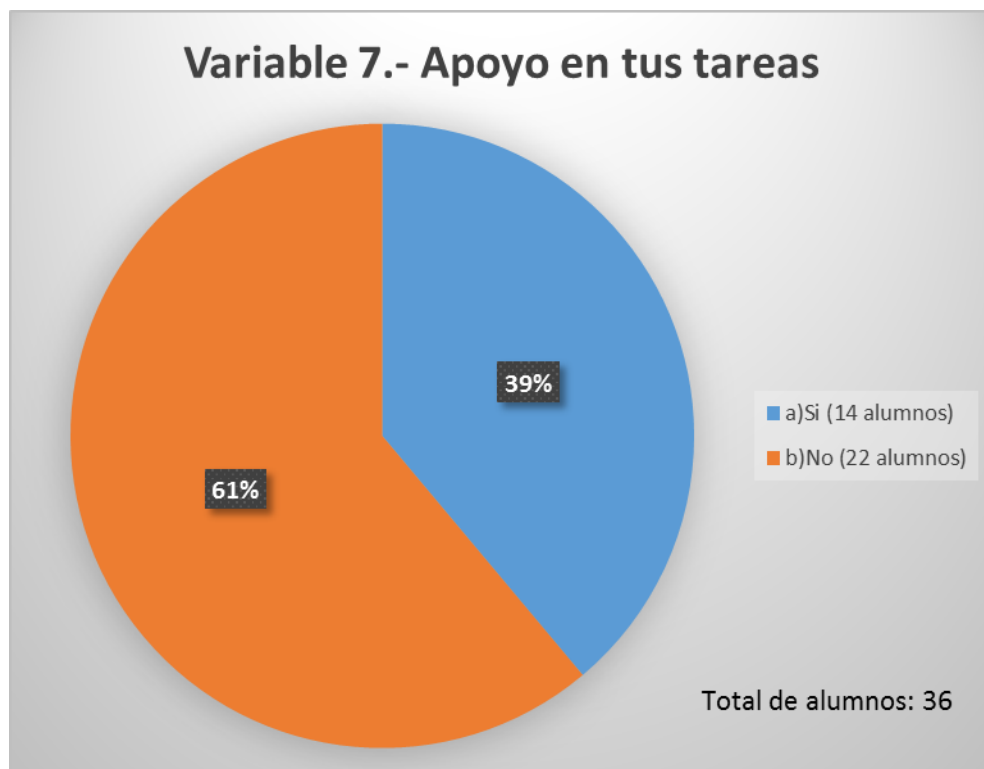
Grafica 4.5



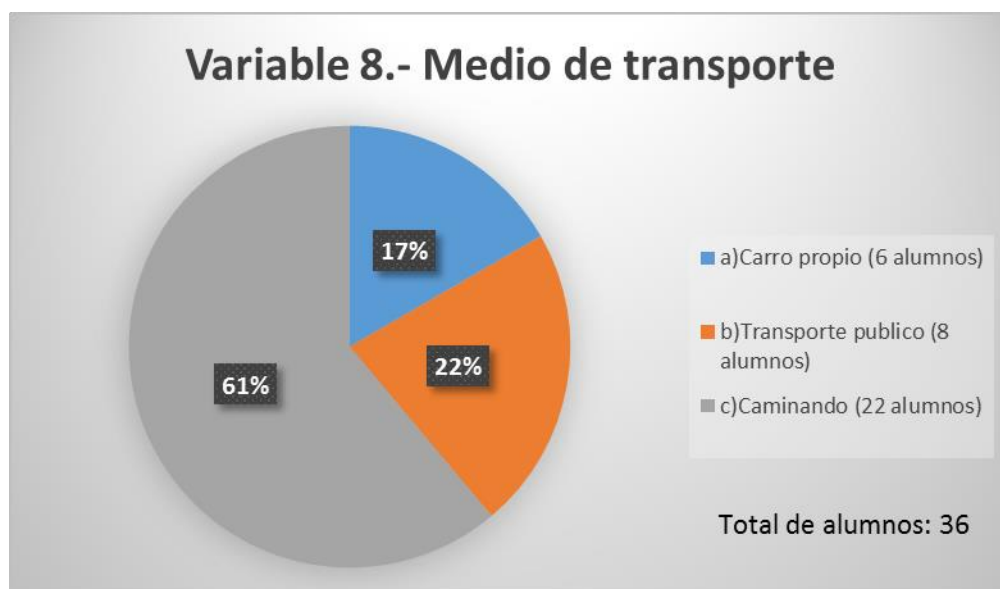
Grafica 4.6



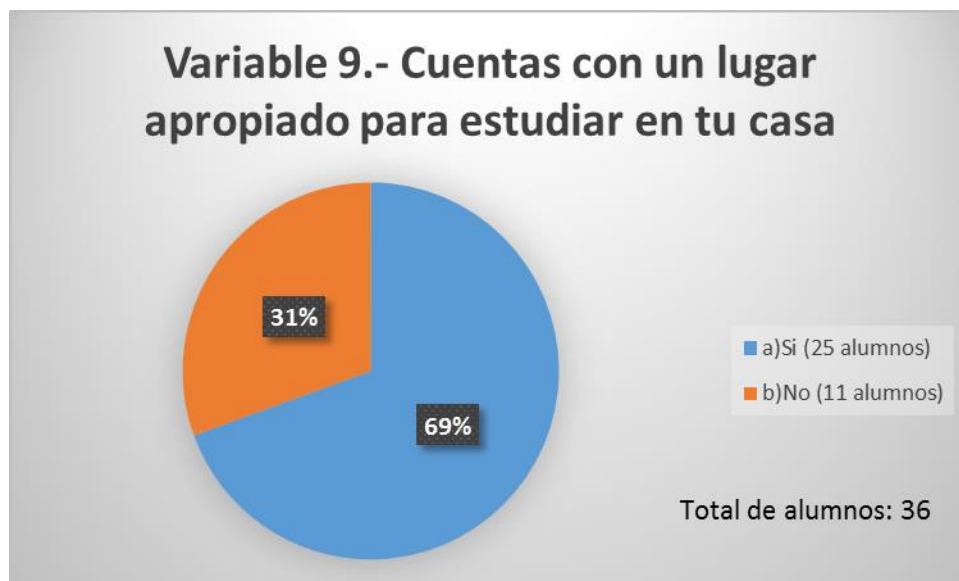
Grafica 4.7



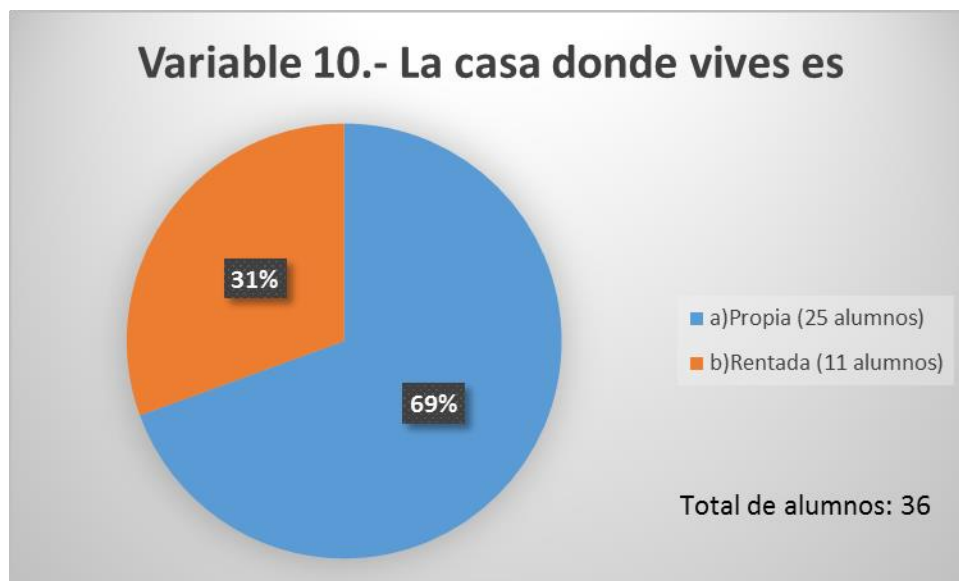
Grafica 4.8



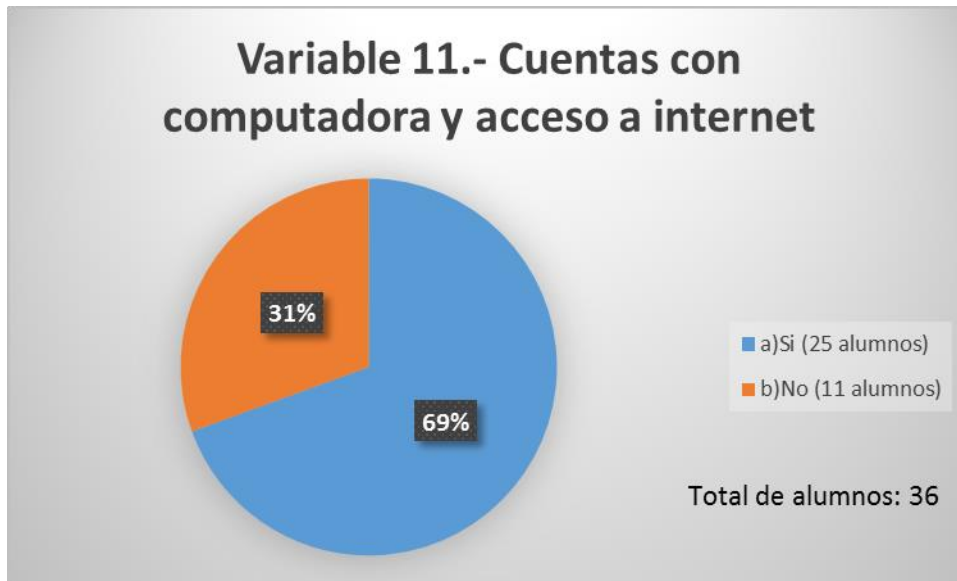
Grafica 4.9



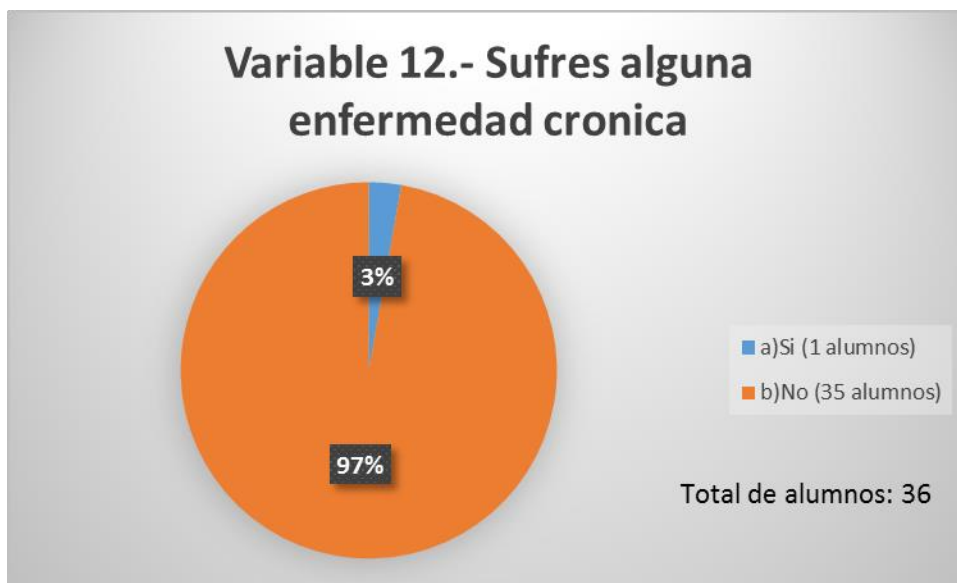
Grafica 4.10



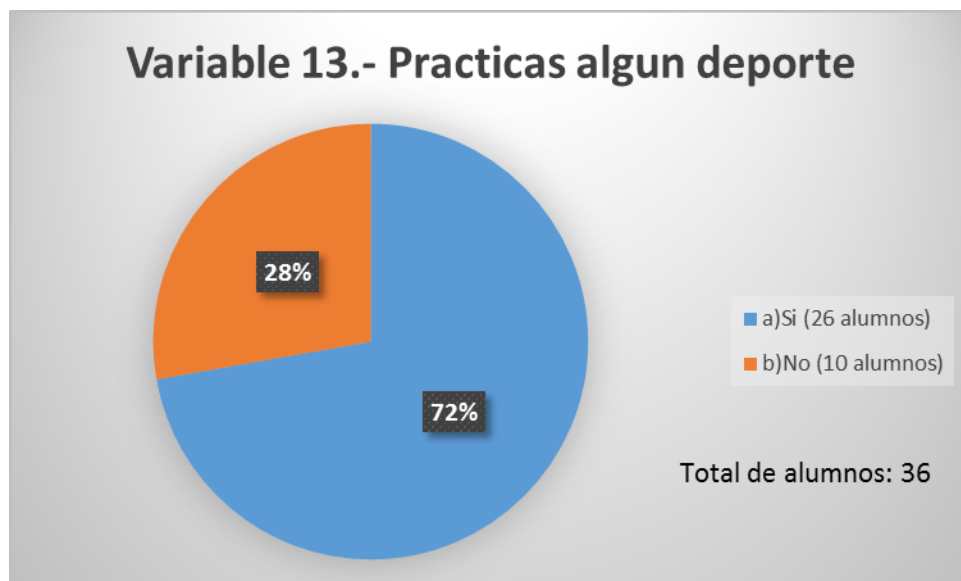
Grafica 4.11



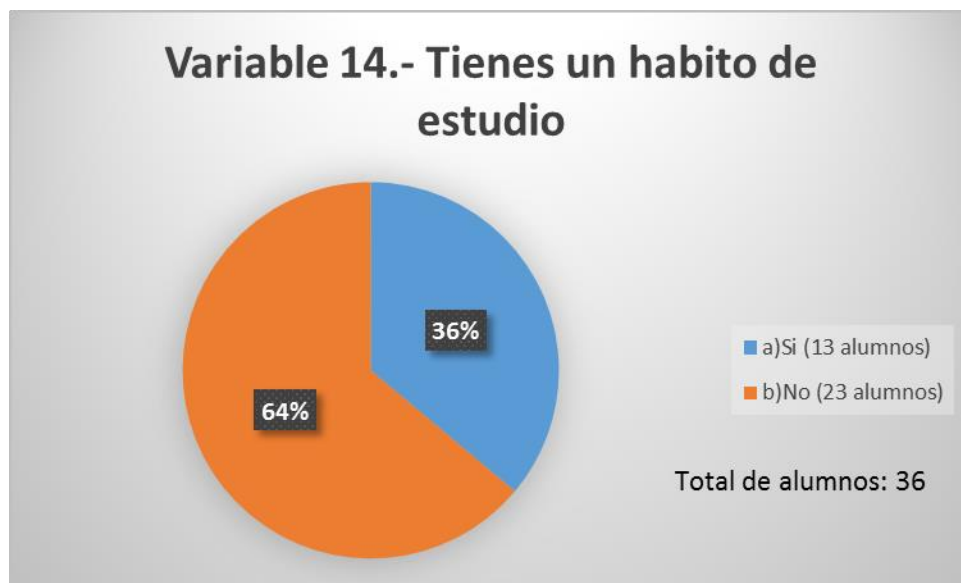
Grafica 4.12



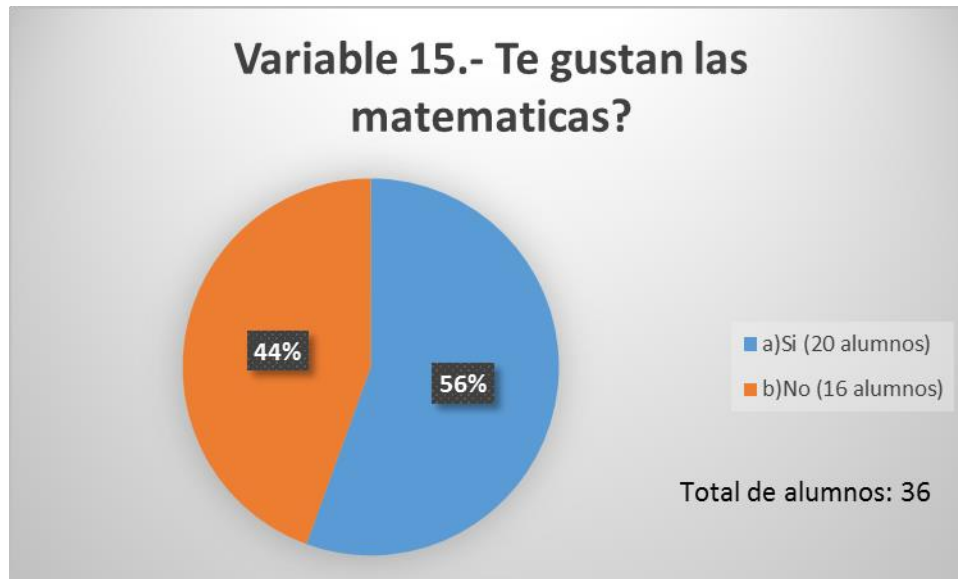
Grafica 4.13



Grafica 4.14



Grafica 4.15



Los datos arrojados por el test psicosocial aplicado a los sujetos de estudio reflejan lo siguiente:

La **Grafica 4.1** refleja que el setenta y cinco por ciento de la muestra investigada son hombres correspondiente a y el veinticinco por ciento son mujeres.

Grafica 4.7 nos muestra que el sesenta y un por ciento de los alumnos no cuenta con apoyo al momento de la elaboración de sus tareas, proyectos y en el momento que tienen que estudiar para determinado examen en este caso en particular la materia de matemáticas lo que podría bajar el desempeño académico de los alumnos o aumentar en cada caso.

Asimismo observamos en la **Grafica 4.10** que el treinta y un por ciento correspondiente a once alumnos la casa donde habitan la renta, por lo que podría ser un problema el hecho de estarse cambiando de casa en casa y poder perder los cuadernos o libros.

En la **Grafica 4.11** nos da información la cual conduce a que el treinta y nueve por ciento de los alumnos no cuenta con computadora en su hogar y mucho menos con acceso al internet, por consiguiente el sesenta y nueve si cuenta con ese servicio lo que podría ser inconveniente para la investigación al aplicar las estrategias didácticas.

Y por último tenemos la **Grafica 4.15** refleja que el cincuenta y seis por ciento de la población investigada les gusta la matemática esto ayuda a la investigación.

4.2 Análisis de resultados de la evaluación diagnostica

Se aplicó un examen diagnostico al grupo de investigación para conocer con los saberes previos del alumno para la resolución de las identidades trigonométricas. Este instrumento está conformado por diez preguntas entre ellas ocho de opción múltiple y dos son resolución de problemas, su escala de medición es de uno a diez y el tiempo estimado es de 50 minutos.

Tabla 4.2 de distribución de frecuencias respecto a las calificaciones obtenidas de 36 alumnos en un examen de diagnóstico en el tema identidades trigonométricas del Grupo de investigación.

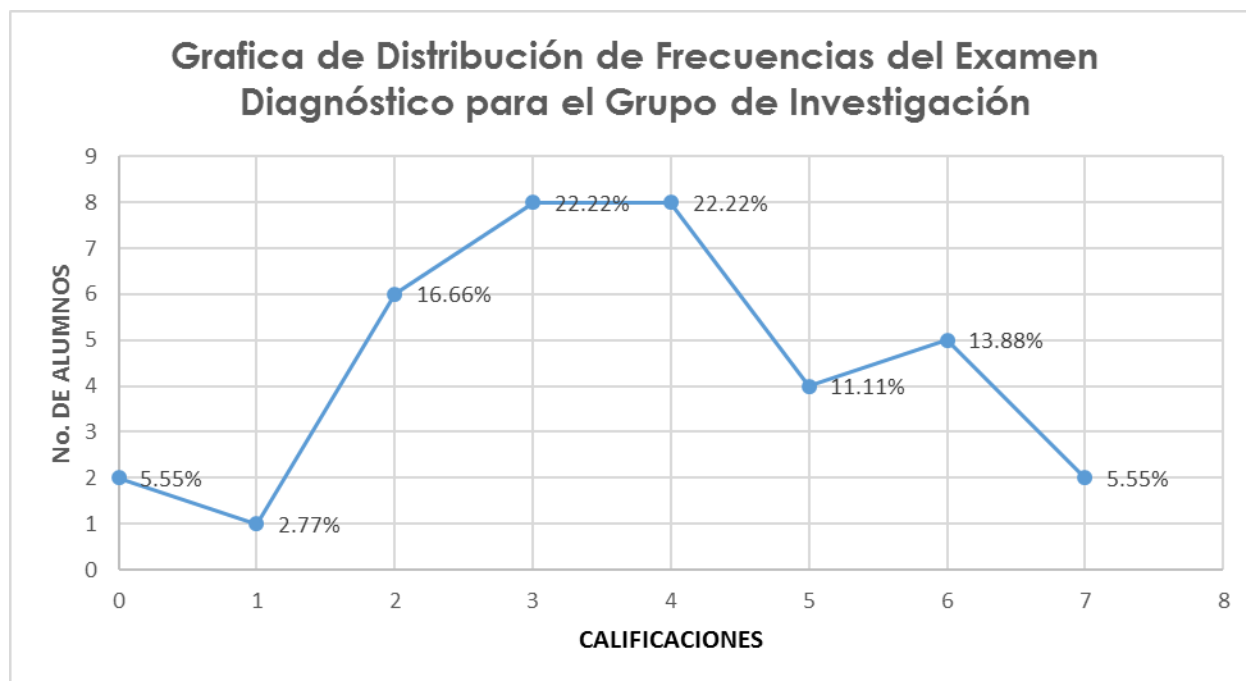
Tabla de distribución de frecuencias						
M.C	FRECUENCIA	F.R	% F	F.A	F.R.A	% F.A
0	2	0.0556	5.5556	2	0.0556	5.5556
1	1	0.0278	2.7778	3	0.0833	8.3333
2	6	0.1667	16.6667	9	0.25	25
3	8	0.2222	22.2222	17	0.4722	47.2222
4	8	0.2222	22.2222	25	0.6944	69.4444
5	4	0.1111	11.1111	29	0.8056	80.5556
6	5	0.1389	13.8889	34	0.9444	94.4444
7	2	0.0556	5.5556	36	1	100
$\sum F = 36$		$\sum F.R = 1$	$\sum \% = 100$			

Como se muestra en la tabla anterior, de los 36 alumnos investigados solo 2 de ellos tuvieron una calificación aprobatoria de 7 lo cual corresponde al 5.55 % de la muestra.

Asimismo se observa una similitud con el mismo número de alumnos 2 y obviamente el mismo porcentaje de 5.55% pero una calificación de 0.

De igual manera la tabla muestra una similitud entre el número de alumnos investigados de la muestra correspondiente a 8 y de los cuales es el 22.22% de la muestra pero con diferente marca de clase.

4.16 Gráfica poligonal respecto a las calificaciones del examen diagnóstico aplicado a 36 alumnos del grupo de investigación



La grafica anterior nos muestra que de 36 alumnos solo uno obtuvo una calificación de 1 y que corresponde al 2.77% del total de alumnos. También se puede observar que de 36 alumnos, 29 obtuvieron calificación reprobatoria.

Tabla 4.3 de distribución de frecuencias respecto a las calificaciones obtenidas de 36 alumnos en un examen de diagnóstico en el tema identidades trigonométricas del Grupo de control.

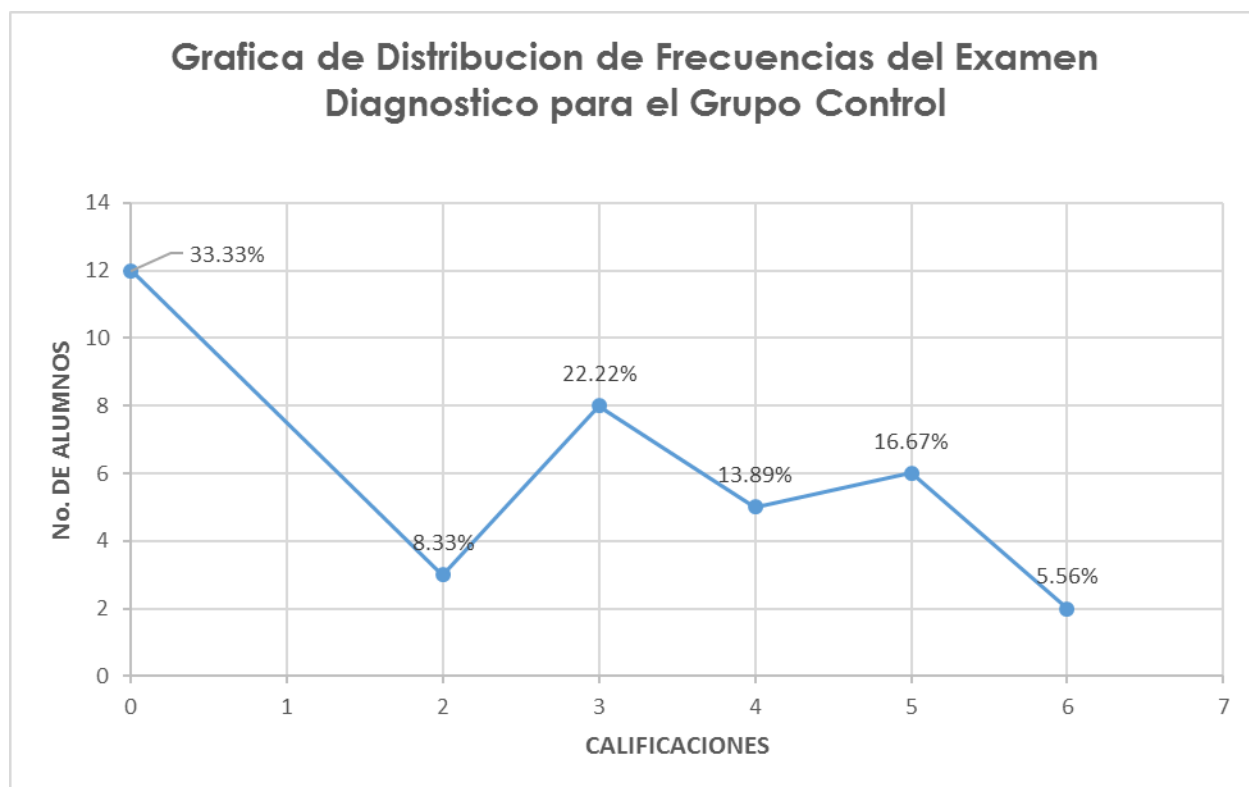
Tabla de distribución de frecuencias

M.C	Frecuencia	F.R	% F	F.A	F.R.A	% F.A
0	12	0.3333	33.33	12	0.3333	33.33
2	3	0.0833	8.33	15	0.4167	41.67
3	8	0.2222	22.22	23	0.6389	63.89
4	5	0.1389	13.89	28	0.7778	77.78
5	6	0.1667	16.67	34	0.9444	94.44
6	2	0.0556	5.56	36	1	100
$\Sigma F = 36$		$\Sigma F.R = 1$	$\Sigma \% = 100$			

Como se muestra en la tabla anterior, de los 36 alumnos investigados solo 12 de ellos tuvieron una calificación aprobatoria de 0 lo cual corresponde al 33.33 % de la muestra.

Asimismo se observa que de los 36 alumnos solo 2 de ellos obtuvieron una calificación aprobatoria correspondiente al 5.56%.

4.17 Gráfica poligonal respecto a las calificaciones del examen diagnóstico aplicado a 36 alumnos del grupo de control



La grafica anterior nos muestra que de 36 alumnos solo dos alumnos obtuvieron una calificación de 6 y que corresponde al 5.56% del total de alumnos. Claramente observamos que 12 de 36 alumnos que corresponden al 33.33% obtuvieron una calificación de 0. El 22.22% lo obtuvieron 8 de 36 alumnos los cuales obtuvieron una calificación de 3.

4.3 Varianza y desviación estándar del examen diagnostico

Tabla 4.4 de la varianza y desviación estándar de los resultados del examen diagnóstico aplicado a 36 alumnos del grupo de investigación

Varianza y desviación estándar				
xi	F	xiF	(xi-x) ²	F (xi-x) ²
0	2	0	13.6900	27.3800
1	1	1	7.2900	7.2900
2	6	12	2.8900	17.3400
3	8	24	0.4900	3.9200
4	8	32	0.0900	0.7200
5	4	20	1.6900	6.7600
6	5	30	5.2900	26.4500
7	2	14	10.8900	21.7800
				111.6400
Media aritmética				3.1897
3.7				1.79
				Varianza
				Desviación estándar

$$X = \sum \frac{xiF}{n} = \frac{133}{36} = 3.7$$

Media Aritmética

$$\delta^2 = \frac{\sum (xi-x)^2 F}{n-1} = \frac{111.64}{36-1} = \frac{111.64}{35} = 3.1897$$

Varianza

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum (xi-x)^2 F}{n-1}} = \sqrt{\frac{111.64}{35}} = \sqrt{3.1897} = 1.79$$

Desviación estándar

La desviación estándar nos muestra un grado de variabilidad de 1.79 respecto a la media aritmética, esta se considera moderada alta.

Varianza y desviación estándar					
x_i	F	$x_i F$	$(x_i - \bar{x})^2$	F $(x_i - \bar{x})^2$	
2	1	2	13.69	13.69	
3	3	9	7.29	21.87	
4	10	40	2.89	28.90	
5	3	15	0.49	1.47	
6	3	18	0.09	0.27	
7	8	56	1.69	13.52	
8	7	56	5.29	37.03	
9	1	9	10.89	10.89	
				127.64	
				3.6469	Varianza
				1.9	Desviación estándar

Media Aritmética

Varianza

Desviación estándar

81

4.4 Análisis de resultados del examen final

Tabla 4.6 de distribución de frecuencias respecto a las calificaciones obtenidas de 36 alumnos en un examen de final en el tema identidades trigonométricas del Grupo de investigación.

Tabla de distribución de frecuencias

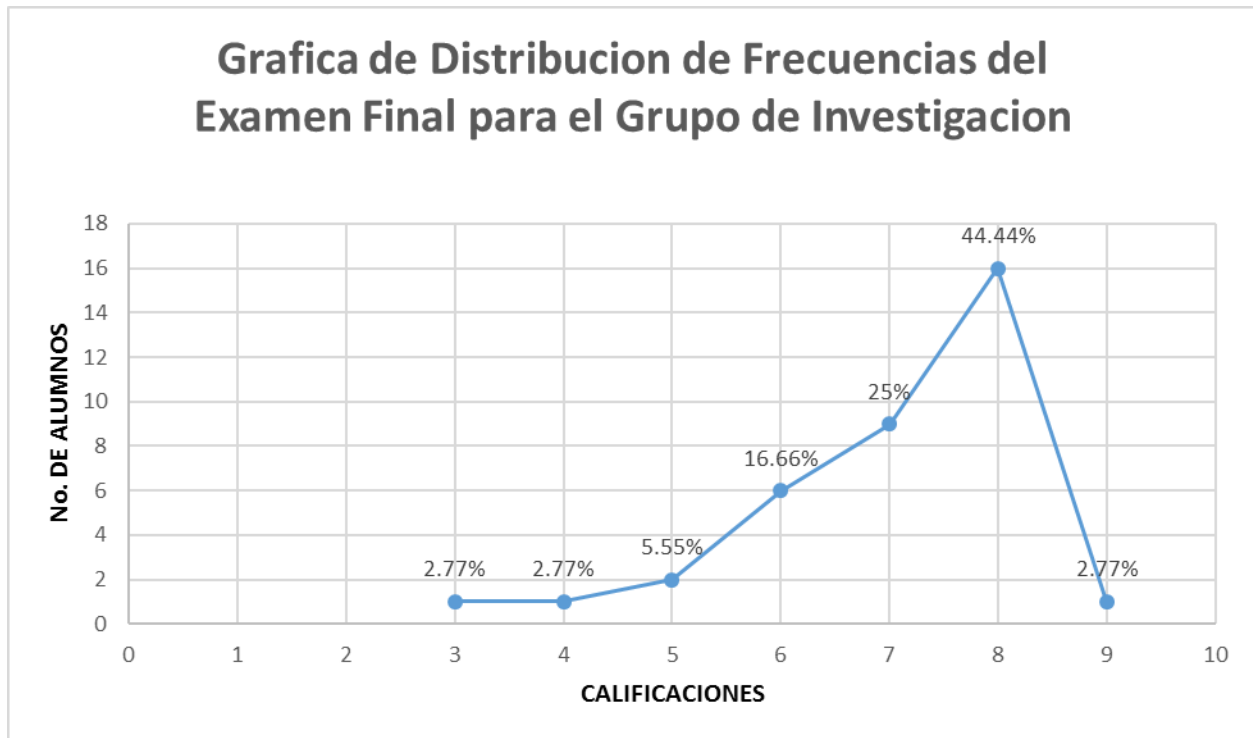
M.C	FRECUENCIA	F.R	% F	F.A	F.R.A	% F.A
3	1	0.0278	2.7778	1	0.0278	2.78
4	1	0.0278	2.7778	2	0.0556	5.56
5	2	0.0556	5.5556	4	0.1111	11.11
6	6	0.1667	16.6667	10	0.2778	27.78
7	9	0.2500	25	19	0.5278	52.78
8	16	0.4444	44.4444	35	0.9722	97.22
9	1	0.0278	2.7778	36	1	100
$\sum F = 36$		$\sum F.R = 1$	$\sum \% = 100$			

Como se puede observar en la tabla anterior del examen final aplicado al grupo de investigación de 36 alumnos solo 7 de ellos obtuvieron una calificación reprobatoria, que corresponden al 11.11%.

La calificación que obtuvieron la mayoría de alumnos fue de 8 y está les perteneció a 16 alumnos lo que equivale al 44.44% del total de la muestra investigada.

Por último se puede observar que solo un alumno obtuvo una calificación de 9 correspondiente al 2.77% de 36 alumnos.

4.18 Gráfica poligonal respecto a las calificaciones del examen final aplicado a 36 alumnos del grupo de investigación.



En esta grafica observamos que el 44.44% lo obtuvieron 16 de 36 alumnos, los cuales su calificación máxima fue de 8. También se observa que hubo tres alumnos los cuales obtuvieron la calificación de 3, 4 y 9 respectivamente, con lo cual obtienen el mismo porcentaje equivalente al 2.77%. El 25% lo obtuvieron 9 alumnos de 36 quienes obtuvieron una calificación aprobatoria de 7.

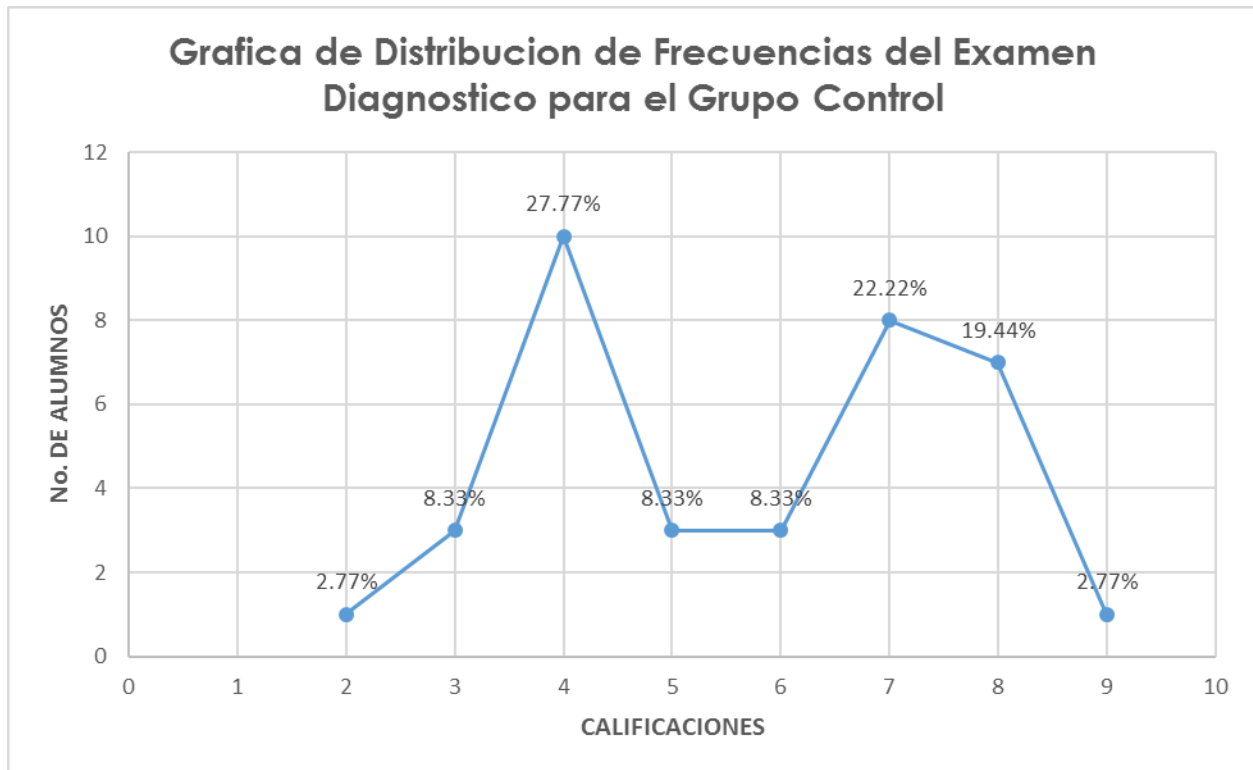
Tabla 4.7 de distribución de frecuencias respecto a las calificaciones obtenidas de 36 alumnos en un examen de final en el tema identidades trigonométricas del Grupo de control.

Tabla de distribución de frecuencias

M.C	FRECUENCIA	F.R	% F	F.A	F.R.A	% F.A
2	1	0.0278	2.7778	1	0.0278	2.78
3	3	0.0833	8.3333	4	0.1111	11.11
4	10	0.2778	27.7778	14	0.3889	38.89
5	3	0.0833	8.3333	17	0.4722	47.22
6	3	0.0833	8.3333	20	0.5556	55.56
7	8	0.2222	22.2222	28	1	78
8	7	0.1944	19.4444	35	1	97
9	1	0.0278	2.7778	36	1	100
$\sum F = 36$		$\sum F.R = 1$	$\sum \% = 100$			

De los 36 alumnos totales del grupo control solo uno obtuvo una calificación aprobatoria de 9 obteniendo un porcentaje de 2.77%. Del total de alumnos correspondientes a 36 solo 17 obtuvieron una calificación menor de 5, con lo cual genera un porcentaje del 47.22%. La calificación más frecuente fue la que obtuvieron 10 alumnos de 36, su calificación fue de 4 lo cual equivale a 27.77%

4.19 Gráfica poligonal respecto a las calificaciones del examen final aplicado a 36 alumnos del grupo de control.



La grafica muestra una igualdad en el porcentaje equivalente de 8.33% la cual la tienen tres grupos de tres alumnos pero con calificación de 3, 5 y 6 respectivamente. El 19.44% lo obtuvieron 7 alumnos del total de alumnos del grupo control y obtuvieron una calificación de 8. La calificación menor la obtuvo un alumno de 36 el cual obtuvo una calificación de 2 obteniendo un 2.77%.

4.5 Varianza y desviación estándar del examen final.

Tabla 4.8 de distribución de frecuencias respecto a las calificaciones obtenidas de 36 alumnos en un examen de final en el tema identidades trigonométricas del Grupo de investigación.

Varianza y desviación estándar				
xi	F	xiF	(xi-x) ²	F (xi-x) ²
3	1	3	14.44	14.44
4	1	4	7.84	7.84
5	2	10	3.24	6.48
6	6	36	0.64	3.84
7	9	63	0.04	0.36
8	16	128	1.44	23.04
9	1	9	4.84	4.84
				60.84
				1.74
				1.32
				Varianza
				Desviación estándar

Media aritmética
6.8

$$X = \sum \frac{xiF}{n} = \frac{244}{36} = 6.8$$

Media Aritmética

$$\delta^2 = \frac{\sum (xi-x)^2 F}{n-1} = \frac{60.84}{36-1} = \frac{60.84}{35} = 1.74$$

Varianza

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum (xi-x)^2 F}{n-1}} = \sqrt{\frac{60.84}{35}} = \sqrt{1.74} = 1.32$$

Desviación estándar

La desviación estándar nos muestra un grado de variabilidad de 1.32 respecto a la media aritmética el cual es bajo.

Tabla 4.9 de distribución de frecuencias respecto a las calificaciones obtenidas de 36 alumnos en un examen de final en el tema identidades trigonométricas del Grupo de control.

Varianza y desviación estándar				
xi	F	xiF	(xi-x) ²	F (xi-x) ²
2	1	2	13.69	13.69
3	3	9	7.29	21.87
4	10	40	2.89	28.90
5	3	15	0.49	1.47
6	3	18	0.09	0.27
7	8	56	1.69	13.52
8	7	56	5.29	37.03
9	1	9	10.89	10.89
				127.64
				3.6469
				1.9

Media aritmética
5.7

$$X = \sum \frac{xiF}{n} = \frac{205}{36} = 5.7$$

Media Aritmética

$$\delta^2 = \frac{\sum (xi-x)^2 F}{n-1} = \frac{127.64}{36-1} = \frac{127.64}{35} = 3.6469$$

Varianza

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum (xi-x)^2 F}{n-1}} = \sqrt{\frac{127.64}{35}} = \sqrt{3.6469} = 1.9$$

Desviación estándar

La desviación estándar nos muestra un grado de variabilidad de 1.9 respecto a la media aritmética el cual es medio moderado.

4.6 Prueba de hipótesis.

Tabla 4.10 Planteamiento de la hipótesis nula e hipótesis alterna

Hipótesis Nula	No existe diferencia en el índice de aprovechamiento en el tema de identidades trigonométricas para alumnos de segundo semestre que utilizan estrategias didácticas mediante el uso de la tecnología y los alumnos que no la utilizan.
Hipótesis Alterna	La implementación de estrategias didácticas mediante el uso de la tecnología implica un mayor índice de aprovechamiento en el tema de Identidades trigonométricas para alumnos de segundo semestre de preparatoria.

La hipótesis nula afirma que no existe diferencia en el índice de aprovechamiento entre la población muestral donde se implementaron estrategias didácticas para la enseñanza de identidades trigonométricas y aquella población donde se empleó el método conductista para la enseñanza del mismo tema, es decir:

$$M_1 \neq M_2$$

Por lo tanto matemáticamente la hipótesis alterna significa que:

$$M_1 > M_2$$

Esto significa que el índice de aprovechamiento de aquella población donde se implementan las estrategias didácticas para un aprendizaje significativo de las identidades trigonométricas es mayor que el índice de aprovechamiento de aquella población donde se utiliza el método tradicionalista.

Para hacer nuestra prueba de hipótesis trataremos de rechazar la hipótesis nula para que automáticamente se acepte la hipótesis alterna o hipótesis de investigación. Para lo cual se seguirá el siguiente procedimiento.

Procedimiento

Grupo de investigación (grupo a)	Grupo control (grupo b)
$x_1 = 6.8$	$x_2 = 5.7$
$s_{x_1} = 1.32$	$s_{x_2} = 1.9$

1. Se elige el nivel de significancia de 20% es decir un nivel de confianza o credibilidad del 80%.
2. Se realizan los cálculos del error estándar para cada media muestral, es decir se hace una estimación de cada una de las desviaciones estándares poblacionales.

$$\sigma_{x1} = \frac{s_{x1}}{\sqrt{N-1}} = \frac{1.32}{\sqrt{36-1}} = \frac{1.32}{\sqrt{35}} = \frac{1.32}{5.9} = .22$$

$$\sigma_{x2} = \frac{s_{x2}}{\sqrt{N-1}} = \frac{1.9}{\sqrt{36-1}} = \frac{1.9}{\sqrt{35}} = \frac{1.9}{5.9} = .32$$

3. Se encuentra el error estándar de la diferencia de medias.

$$\sigma_{x1-x2} = \sqrt{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2}$$

$$\sigma_{x1-x2} = \sqrt{(.22)^2 + (.32)^2} = \sqrt{0.0484 + 0.1024} = \sqrt{0.1508}$$

$$\sigma_{x1-x2} = 0.39$$

4. Convertir la diferencia de medias muestrales obtenidas, a su puntaje “Z” equivalente (tipificar la diferencia de medias).

$$Z = \frac{x_1 - x_2}{\sigma_{x1-x2}} = \frac{6.8 - 5.7}{0.39} = \frac{1.1}{0.39} = 2.82$$

Z	0.02
2.8	0.4976

5. Se encuentra el porcentaje del área total bajo la curva entre “Z” y una diferencia media de cero. $Z = 2.82$

Nota: si consideramos el otro 50% de la curva normal tenemos lo siguiente.

$$(2)(0.4976) = 0.9952 = 99.52\%$$

Si le restamos este porcentaje al 100% se tiene lo siguiente:

$$100 - 99.52 = 0.48\%$$

Esto significa que el 0.48% de las diferencias de medias tiene un valor de 1.1 es decir se tiene menos del 1% de que la diferencia de medias sea un error de muestreo por lo tanto se tiene el 99.52% de probabilidad de que no sea un error de muestreo.

Como este porcentaje es menor que el 20% de significancia que se eligió significa que cae dentro de esta zona de la campana de Gauss, por lo tanto este trabajo de investigación tiene un 20% de probabilidad de ser un error de muestreo esto significa que el grado de credibilidad para una población es del 80% por lo tanto la hipótesis nula se rechaza y se acepta la hipótesis de investigación.

Según lo anterior podemos afirmar que la implementación de estrategias didácticas mediante el uso de la tecnología implica un mayor índice de aprovechamiento en el

tema de Identidades trigonométricas para alumnos de segundo semestre de preparatoria.

Capítulo V

Discusión

5.1 Conclusiones

Evidentemente se observa que los dos grupos tanto el de investigación como el control presentan promedios iniciales de 3.7 y 2.6 respectivamente; los cuales nos muestran que ninguno tiene una media aritmética aceptable y por lo tanto no aprobada. Solo 2 de un total de 36 alumnos del grupo de investigación en el examen diagnóstico logro aprobar con una calificación no mayor de 7. En cambio el grupo control su calificación aprobatoria no fue mayor de 6 e igualo el mismo número de alumnos que el grupo de investigación.

La dispersión en conocimientos previos en cada uno de los grupos fue igual ya que se obtuvo una desviación estándar moderada alta.

Al aplicar estrategias didácticas al grupo de investigación y continuar con la misma práctica docente en el grupo control se llegó a los siguientes resultados:

En el grupo de investigación se logró aumentar el número de alumnos aprobados de 2 alumnos a 29 alumnos lo cual corresponde al 88.88% de aprobados en el examen final, la calificación más alta fue de 9 obteniéndola solo un alumno. La desviación estándar nos muestra un grado de variabilidad de 1.32 respecto a la media aritmética, el cual es bajo.

En el grupo de investigación aumento de 2 alumnos aprobados a 20 aprobados con respecto al examen final correspondiente a 52.76%, y de igual manera la calificación más alta fue de 9 la cual fue obtenida por un alumno. La desviación estándar nos muestra un grado de variabilidad de 1.9 respecto a la media aritmética el cual es medio moderado.

Con lo anterior podemos concluir al finalizar este trabajo de investigación, que como docentes debemos ser agentes de cambio y ese cambio debe de empezar primero por nosotros y posteriormente transmitirlo a los alumnos, se debe dejar atrás la didáctica tradicional, sabemos que nuestros alumnos cuentan con diferentes formas de aprender o como los teóricos lo llaman diferentes inteligencias múltiples. Por lo cual debemos de incorporar estrategias didácticas donde el alumno construya su propio conocimiento y la mejor manera de lograrlo es con el uso de la tecnología de la información y comunicación (Tic's).

5.2 Recomendaciones

Si llegase proseguir con este trabajo de investigación se sugiere que el investigador tome las siguientes recomendaciones; estas son comentadas por el realizador de esta obra ya que se observó varias acciones que pudieran mejorar la realización de este proyecto; se sugiere que en la escuela de nivel medio que sea seleccionada deberá de contar con un laboratorio de computo el cual debe de igualar el número de equipos de cómputo al número de alumnos del grupo al cual se les aplicará las estrategias didácticas (grupo de investigación); puesto que si no existe el mismo número de equipos no se puede colocar a dos o más alumnos . Otra que debe de tomar en cuenta el docente, es el uso en diversas ocasiones del cañón proyector, ya que se deberá de contar con uno propio o realizar el apartado del mismo en la escuela puesto que no se puede prescindir de esta herramienta pues el docente investigador continuamente tendrá que proyectar el software de Cabri Geometry o Geogebra y explicar la realización de las estrategias.

Otra herramienta que no debe de faltar es un señalador o puntero, se sugiere sea un puntero laser puesto que al momento de realizar las estrategias didácticas el docente tendrá que señalar cada una de las herramientas.

Así mismo se recomienda que antes de iniciar la investigación se realice un curso de nivelación para ambos grupos (grupo control e investigación) con lo cual igualaremos saberes previos y lograr que nuestra desviación estándar sea moderada esto es que el ambos grupos cuenten con los mismos conocimientos y lograr una menor dispersión.

Un dato que se logró obtener en el test psicosocial es que al 61% de los alumnos se le apoya en la realización de sus tareas de matemáticas, en consecuencia el 39% no

cuenta con ese apoyo en sus hogares, por lo que se propone se forme un grupo extra clase, esto es que al término de su jornada escolar exista personal que disminuya el porcentaje de alumnos que requiere ayuda.

Se recomienda de igual forma que las horas clases sean continuas para que el alumno logre un aprendizaje significativo y no sea interrumpido por el receso o el escaso tiempo que se pudiera tener para la realización de estrategias didácticas.

La ultima y no menos importante sería el aumentar el número de estrategias didácticas para la buena comprensión de los temas previos a identidades trigonométricas y una buena división en cada una de ellas para que puedan ser realizadas en una sola sesión ya sea de una o dos horas clase, dependiendo del horario del grupo de investigación.

Bibliografías

Lehmann

Geometría Analítica

Editoriales Limusa

Edición 2010

Swokowski, Cole

Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica

Cengage Learning

12a. Edición 2009

Collet, Jean Paul

Historia de las matemáticas II

Editoriales Siglo XXI

Segunda edición 1986

Garza Olivera, Benjamin

Matemáticas III, Geometría Analítica

DGTI

Primera Edición 2003

L. Meece, Judith

Desarrollo del niño y adolescente para educadores

Editoriales Mcgraw-Hill Interamericana

Edición 2000

Sarah Esther Gutiérrez Carvajal

Geometría y Trigonometría

Departamento de libros F.C.E.

Edición 2008

Dr. J.A. Baldor

Geometría y Trigonometría

Publicaciones Cultural S.A. de C.V.

Edición 1983

Raymundo Acosta Sánchez

Matemáticas III

Departamento de libro de textos

Edición 2003

Antología de desarrollo del adolescente

2010

Antología de teorías del aprendizaje

2010

Test psicosocial

Contesta correctamente subrayando o marcando con una X cada una de las preguntas siguientes:

1.- Sexo:

a) Femenino

b) Masculino

2.- Edad:

c) 15

b) 16

c) 17

d) Otro: _____

3.- Estado Civil:

c) Soltero

b) Casado

c) Unión libre

4.- ¿Cuál fue el grado máximo de estudios de tu mamá?

c) Sin estudios

b) Primaria

c) Secundaria

d) Preparatoria

e) Licenciatura

f) Posgrado

5.- ¿Cuál fue el grado máximo de estudios de tu papá?

a) Sin estudios

b) Primaria

c) Secundaria

d) Preparatoria

e) Licenciatura

f) Posgrado

6.- ¿Cuentas con algún tipo de discapacidad?

a) Si

b) No

7.- ¿Tienes quién te apoye con la realización de tus tareas?

c) Si

b) No

8.- ¿Qué medio de transporte utilizas para llegar a tu escuela?

a) Carro propio

b) Transporte publico

c) Caminando

d) Otro: _____

9.- ¿Cuentas en tu casa con un lugar apropiado para estudiar?

a) Si

b) No

10.- La casa donde vives es:

a) Propia: _____

b) Rentada: _____

11.- Cuentas con computadora en tu casa y acceso a internet?

a) Si

b) No

12.- ¿Sufres de alguna enfermedad crónica?

a) Si

b) No

13.- ¿Practicar algún deporte regularmente?

a) Si

b) No

14.- ¿Tienes el hábito de estudio diariamente?

c) Si

b)No

15.- ¿Te gusta la materia de matemáticas?

c) Si

b)No

Examen Diagnostico

Nombre: _____ Grupo: _____ Fecha: _____

A. Subraya correctamente la respuesta correcta de cada pregunta.

11. Es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen o vértice.

- a) recta b) plano c) semirrecta d) ángulo

12. Con que símbolo se denota al ángulo.

- a) $\angle$ b) $\nless$ c) $\geq$ d) Ω

13. Es el ángulo formado por dos semirrectas con amplitud mayor a 0° y menor de 90°

- a) ángulo recto b) ángulo obtuso c) ángulo agudo d) ángulo nulo

14. Este ángulo tiene 90° , es decir sus semirrectas son perpendiculares.

- a) ángulo obtuso b) ángulo recto c) ángulo nulo d) ángulo agudo

15. Es el ángulo formado por dos semirrectas con amplitud mayor a 90° y menor a 180°

- a) ángulo recto b) ángulo obtuso c) ángulo agudo d) ángulo nulo

16. Son dos diferentes sistemas para medir ángulos

- a) grados y radianes b) centímetro y metros c) $^\circ\text{C}$ y $^\circ\text{F}$ d) $^\circ\text{K}$ y $^\circ\text{C}$

17. A cuantos grados sexagesimales corresponde 2π radianes

- a) 90° b) 180° c) 270° d) 360°

18. Si $\hat{A} = 35^\circ 40' 32''$ y $B = 56^\circ 25' 12''$, calcula lo siguiente:

b) $\hat{A} + B$ y b) $B - \hat{A}$

(Puedes hacer las operaciones en la parte posterior de la hoja):

19. Relaciona ambas columnas

a) seno α	() cateto adyacente / hipotenusa
b) cos α	() cateto opuesto/cateto adyacente
c) tan α	() hipotenusa / cateto opuesto
d) cot α	() hipotenusa / cateto adyacente
e) sec α	() cateto opuesto / hipotenusa
f) csc α	() cateto adyacente / cateto opuesto

20. Demuestra la siguiente identidad trigonométrica, utiliza la parte posterior de la hoja para realizar el procedimiento correcto.

q) $\text{sen } \emptyset = \frac{1}{\text{csc } \emptyset}$

r) $\tan \emptyset = \frac{\text{sen } \emptyset}{\cos \emptyset}$

s) $\text{sen}^2 \emptyset + \cos^2 \emptyset = 1$

t) $\frac{\cos \emptyset - \cos^3 \emptyset}{\text{sen } \emptyset - \text{sen}^3 \emptyset} = \tan \emptyset$

u) $(\tan x + \text{ctg } x)(\cos x + \text{sen } x) = \text{csc } x + \sec x$

v) $\frac{1 + \sec x}{\text{sen } x + \tan x} = \text{csc } x$

w) $\frac{\text{ctg } \alpha}{\text{csc } \alpha + 1} = \frac{\text{csc } \alpha - 1}{\text{ctg } \alpha}$

x) $\frac{1 + \cos \alpha}{\text{sen } \alpha} + \frac{\text{sen } \alpha}{1 + \cos \alpha} = 2 \text{ csc } \alpha$

$$y) \frac{\tan^2 \alpha}{\sec \alpha + 1} = \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

Estrategias Didácticas # 1

Definición y notación de ángulos

Objetivo: El alumno analizar las diferentes formas en que se denotan los ángulos, los diferentes nombres que recibe este a partir de la amplitud de las dos semirrectas.

Competencias genéricas a desarrollar: Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

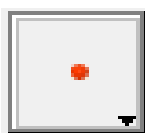
Competencias particulares a desarrollar: Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

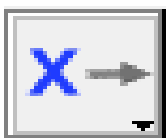
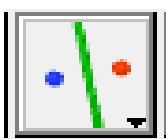
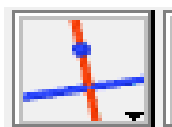
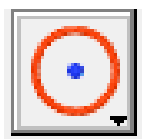
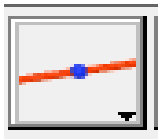
Desarrollo:

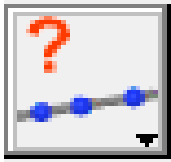
Introducción a Cabri Geometry II Plus

A continuación deberás de enumerar cada una de las ventanillas de las herramientas que se pueden utilizar en el programa Cabri Geometry II Plus, realiza una breve descripción de las opciones de otras herramientas que puedes encontrar en cada ventanilla, estas te ayudaran a realizar cada una de las actividades en cada estrategia didáctica que se realice.

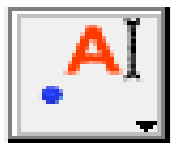


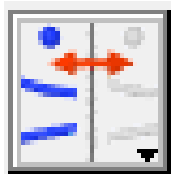






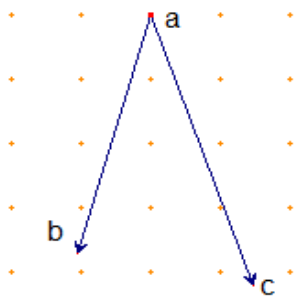


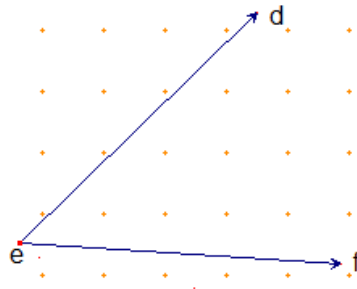


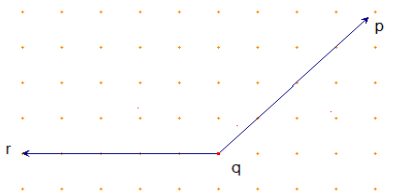


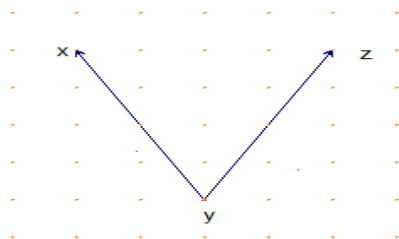
1.- Escribe las maneras o formas de marcar o indicar un ángulo.

2.- A continuación nombra cada uno de los ángulos de ambas maneras que anteriormente se te explico.









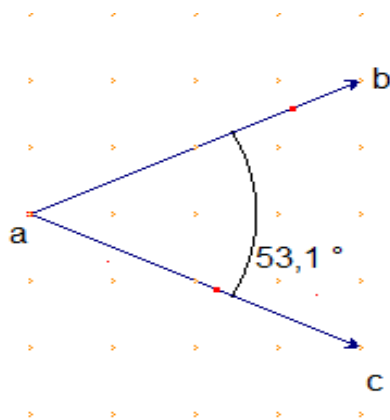
3.- Escribe cada una de las siguientes definiciones y con la ayuda del programa Cabri Geometry II Plus realiza un dibujo donde localices cada uno.

Definición de vértice

Definición de semirrectas

Definición de ángulo

Tu dibujo quedara de la siguiente manera:



Indica cuales son las semirrectas: _____

Indica cual es el vértice: _____

Indica cual es la medida del ángulo: _____

¿Qué ángulo es menor de 90° pero mayor de 0° ?

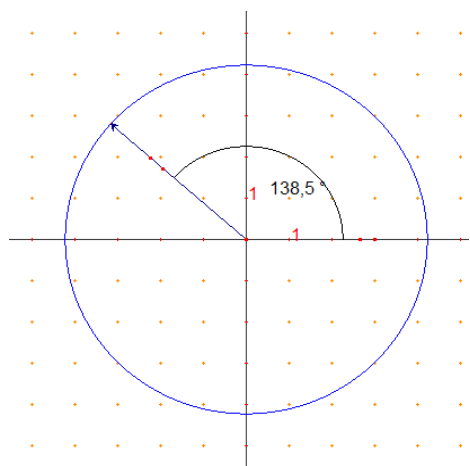
¿Qué ángulo está formado por dos semirrectas perpendiculares, es decir forman 90° ?

¿Qué ángulo es mayor de 90° y menor de 180° ?

¿Cuántos grados tiene un ángulo llano?

¿Cuántos grados tiene un ángulo completo o ángulo perigonal?

4.- Deberás de seguir los siguientes pasos para poder realizar el siguiente dibujo en el con ayuda del programa Cabri Geometry II Plus.



- Deberás de abrir el programa Cabri Geometry II Plus, cuando tengas la hoja de trabajo en blanco
- Tendrás que ir a la **ventanilla 11** y seleccionar la opción **mostrar los ejes** y dar click en la hoja de trabajo para que aparezcan. Después en esa misma ventanilla deberás seleccionar **rejilla** y a continuación dar click en uno de los ejes de la hoja de trabajo.
- A continuación selecciona la **ventanilla 4** y dentro de esta la opción **círculo**, posteriormente ir al origen de los ejes y de ahí

dar click para poder dibujar un círculo de aproximadamente 3 centímetros de radio.

- Enseguida elige la **ventanilla 3** y selecciona la opción **vector**, este deberá de trazarse del origen es decir de la intersección de los ejes a cualquier punto de la circunferencia que se encuentre en el primer cuadrante.
- Posteriormente debemos marcar el ángulo que se forma entre el vector y el eje positivo de las X, eso lo haremos con la ayuda de la herramienta **medida de ángulo**, seleccionando primeramente el vector, después el vértice y por último el eje X positivo.
- Para finalizar se le dará animación al dibujo el cual mostrará las diferentes medidas de los ángulos que se van formando al momento de que el vector recorre la circunferencia. Esto se realizará con la ayuda de la herramienta que ese encuentra en la **ventanilla 10** y la opción es **animación**, se le dará click al punto que está en el vector y la circunferencia sosteniendo el botón izquierdo del mouse y haciendo un pequeño movimiento en el orden de las manecillas del reloj, sobre la circunferencia.

5.- Evaluación de la estrategia

1. ¿Qué es un ángulo?

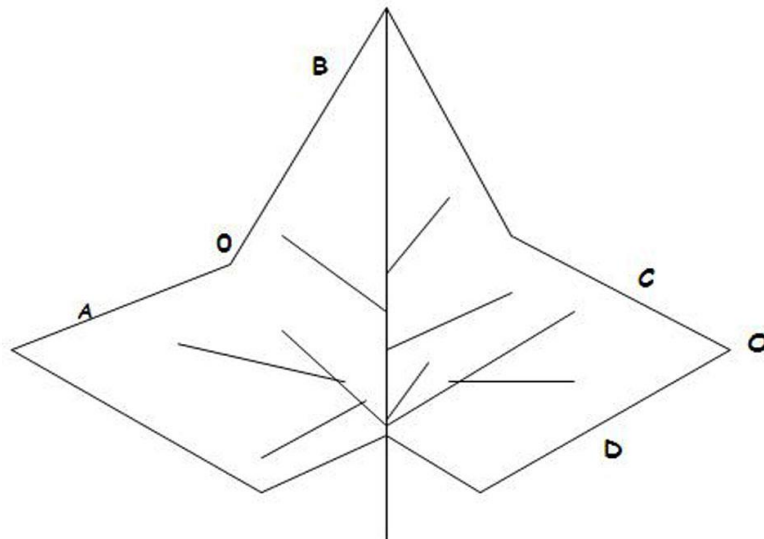
2. ¿Cómo se clasifican los ángulos?

3. Dibuja un ángulo recto  abc e indica cuantos grados mide.

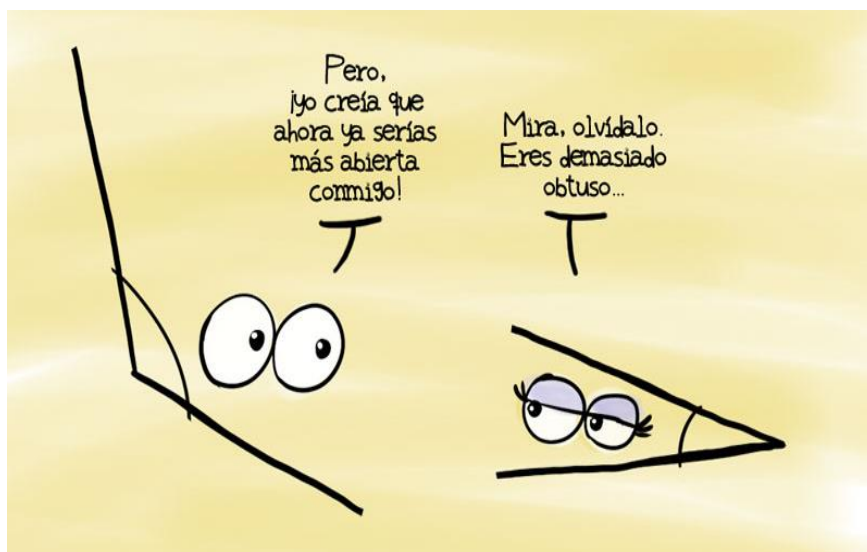
4. Dibuja un ángulo agudo  pqr e indica cuantos grados mide.

5. Dibuja un ángulo llano, escribe cuales con las semirrectas, y donde se localiza el vértice.

6. En el siguiente dibujo numera cada uno de los ángulos y nómbralos según su medida.



Escribe tus observaciones de la estrategia



Estrategias Didácticas # 2

Sistema sexagesimal para la medición de ángulos

Objetivo: Que el alumno realice correctamente operaciones de ángulos con el sistema sexagesimal.

Competencias genéricas a desarrollar: Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

Competencias particulares a desarrollar: construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos para el manejo de medidas angulares reales, hipotéticas o formales.

Desarrollo:

1. Realiza la siguiente conversión de ángulos en su forma sexagesimal a la forma decimal y traza en el programa Cabri Geometry II Plus

$$56^{\circ} 20' 40'' =$$

$$49^{\circ} 65' 45'' =$$

$$18^{\circ} 53' 45'' =$$

$$68^{\circ} 56' 35'' =$$

$$18^{\circ} 36' 12'' =$$

Recordemos que el sistema sexagesimal es la medición de un ángulo expresado en grados, minutos y segundos este método nos da mayor exactitud al momento de la medición.

2. El docente explicará la forma en que se realiza la suma y resta de ángulos en el sistema sexagesimal.

3. A continuación realiza las siguientes operaciones de ángulos en el sistema sexagesimal.

Suma

$$\begin{array}{r} 43^{\circ} 18' 26'' \\ + \quad \underline{46^{\circ} 44' 34''} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33^{\circ} 19' 45'' \\ + \quad \underline{15^{\circ} 55' 36''} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63^{\circ} 19' 72'' \\ + \quad \underline{46^{\circ} 13' 42''} \end{array}$$

Resta

$$\begin{array}{r} 63^{\circ} 48' 56'' \\ - \quad \underline{44^{\circ} 14' 26''} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 95^{\circ} 36' 17'' \\ - \quad \underline{23^{\circ} 33' 06''} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33^{\circ} 45' 56'' \\ - \quad \underline{14^{\circ} 35' 34''} \end{array}$$

Evaluación

Los alumnos deberán de hacer equipos de 6 personas, cada equipo tendrá que resolver la suma o resta según indique el profesor, de ángulos en su forma sexagesimal. Esto se realizará con la ayuda de dos dados, uno verde y uno rojo, en cada cara del dado habrá diferentes medidas de ángulos. Cuando se tenga que sumar los ángulos, no será importante el orden en el cual los dados sean sumados, pero cuando se trate de resta, siempre se deberá de sustraer al ángulo mayor el ángulo menor.

Deberán de elegir un nombre para su equipo, este se colocará en el pizarrón y conforme se vayan resolviendo las operaciones se les asignará un punto. El equipo que logre mayor puntaje ganará.

Escribe tus observaciones de la estrategia

Estrategias Didácticas # 3

Sistema circular para medición de ángulos

Objetivo: Que el alumno pueda describir la definición de radián; expresar ángulos en radianes, convertir de grados a radianes y viceversa, y logre un correcto uso del programa GeoGebra.

Competencias genéricas a desarrollar: Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos

Competencias particulares a desarrollar: Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones.
- Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

Desarrollo:

Se deben de reunir en equipo de dos personas, para la realización de esta estrategia, deberán de utilizar dos programas, cualquier editor de textos (de preferencia Word.) y el programa Geogebra

Actividad 1

A partir de la definición de radian que el profesor dio, construye con tus propias palabras tu definición, puedes consultar cualquier libro e incluso internet utiliza cualquier editor de textos para anotar tu definición.

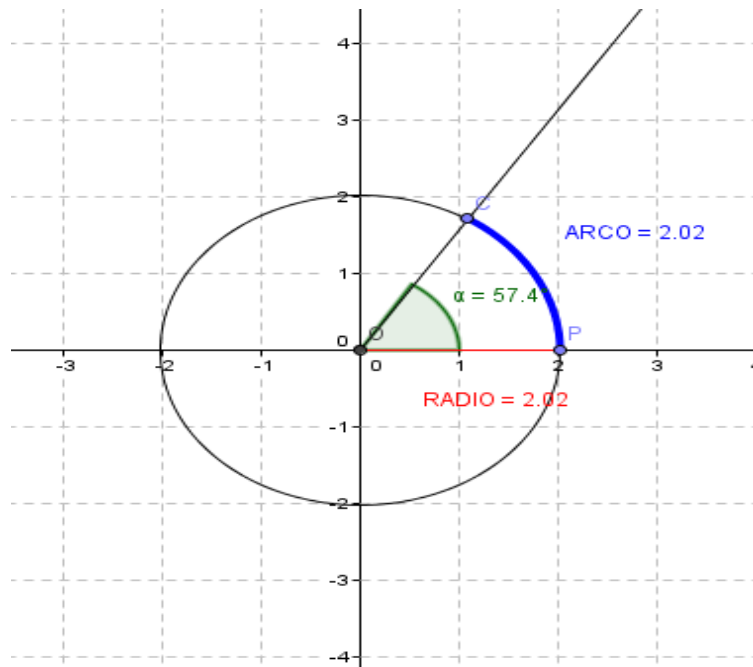
Actividad 2

En este paso se realizará la construcción de varios arcos los cuales tienen relación con su radio correspondiente. Se deberá de abrir el programa Geogebra y seguir los siguientes pasos:

- Coloca la cuadrícula y los ejes correspondientes.
- Marcar un punto de intersección entre el eje X y el eje Y, se llamará **O**.
- Coloquen un punto cualquiera sobre el eje **x**.
- Tracen una semirrecta de origen **O** que pase por el punto que marcaron.
- Deberán de ocultar el punto que colocaron en **x**.
- Marquen un punto cualquiera de la semirrecta y llámenlo **P** “se deberá deslizar por la semirrecta”.

- Trazar una circunferencia de centro **O** que pase por **P**.
- Dibujen el segmento **OP** y llámenlo **Radio**. Hagan que muestre su nombre y su valor, colóquenle un color.
- Marquen un punto cualquiera sobre la circunferencia y llámenlo **C** “se deberá deslizar por la semirrecta”.
- Tracen la semirrecta de origen **O** que pase por **C**.
- Marquen el ángulo **POC**. Dejen el nombre α , deberán de darle color y hagan que muestre su nombre y su valor.
- Tracen el arco de centro **O** con extremos **P** y **C**. Llámenlo **Arco**, denle color y hagan que muestre su nombre y su valor

La figura les deberá de quedar de la siguiente manera:



Evaluación Actividad 2

A continuación se deberán de contestar las siguientes preguntas en el editor de textos que seleccionaste (de preferencia Word).

- Si el radio es 2, ¿para qué ángulo el arco también mide 2?
- Si el radio es 3, ¿para qué ángulo el arco también mide 3?
- ¿Y si el radio es 1?

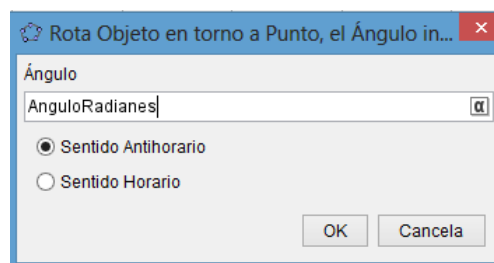
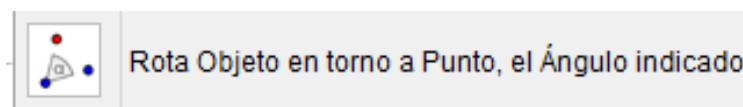
- d) ¿Cuántos grados mide un radián?
- e) ¿Qué medida tiene el arco cuando el radio es 1 y el ángulo es de 180° ?
- f) ¿Cuántos grados mide el ángulo cuando el radio es 1 y el arco mide 2π ?

Al término de la actividad se deberá de guardar todos los cambios con el nombre de “geogebra1”.

Actividad 3

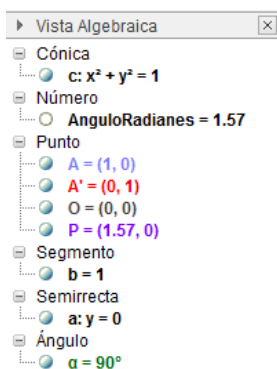
De nueva forma esta actividad se realizará en parejas

- Se deberá de abrir un documento nuevo en el programa Geogebra.
- Colocar la cuadrícula y los ejes.
- Marcar un punto de intersección entre el eje X y el eje Y, se llamará **O**.
- Deberán de colocar un punto en las coordenadas $X = 1$ y $Y = 0$, a este lo llamarán punto **A**
- A continuación deberán de trazar una semirrecta desde el origen **O** que pase por el punto A
- Colocar un punto en cualquier punto de la semirrecta llamándolo **P** deberán de colocarle color
- Dibuja una circunferencia desde el origen y con radio = 1
- Para que observemos los diferentes valores que toma la abscisa del punto **P** en el campo de entrada se deberá de escribir lo siguiente **$x(P)$** , a este lo llamarán **AnguloRadianes**
- A continuación deberán de utilizar la siguiente herramienta, esta nos marcará el ángulo en radianes, por eso se deberá de colocar **AnguloRadianes** en la ventana que se nos abra.

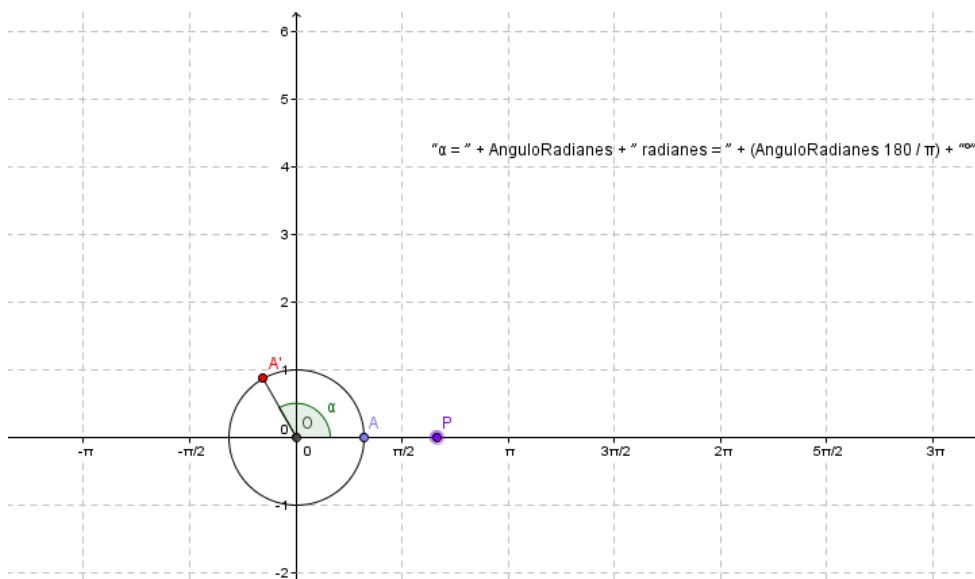


- Se debe de cambiar la escala del **eje X**, para que muestre valores en fracciones de π , esto se debe de hacer señalando el **eje X** y dando click derecho y cambiar en propiedades de **eje X**.

- La vista algebraica quedara de la siguiente manera:



- Y la figura de esta manera:



Evaluación Actividad 3

La actividad esta terminada. Se debe de mover el punto **P**, observa qué sucede y respondan las preguntas en el procesador de textos.

- a) ¿Cuántos radianes mide α cuando **P** coincide con el punto **A**?

- b) Respondan con fracciones de π : ¿cuántos radianes mide un ángulo de 90° ? ¿Y uno de 180° ? ¿Y uno de 270° ?
- c) ¿Cuántos grados mide un ángulo de 2π radianes?
- d) ¿Cuántos radianes le faltan a un ángulo de 2 radianes para ser llano?
- e) ¿Y a un ángulo de 5 radianes para ser de un giro?
- f) ¿Cuántos grados mide un ángulo de $(5\pi/2)$ radianes?
- g) ¿Cuántos radianes mide un ángulo de 630° ? Exprésenlo con un número real y mediante una fracción de π .
- h) ¿Cómo expresarían en radianes estos ángulos: 30° , 45° , 120° , 135° , 210° , 225° , 300° , 330° ? Usen fracciones de π .

Estrategias Didácticas # 4

Definición de Funciones Trigonómicas

Objetivo: El alumno identificará la definición de cada una de las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente).

Competencias genéricas a desarrollar: Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

Competencias particulares a desarrollar: Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones.
- Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

Desarrollo:

A continuación realiza con la ayuda del programa Geogebra el siguiente dibujo, en él se observaran las definiciones de cada una de las Funciones Trigonómicas y posteriormente, contesta cada una de las preguntas que vienen al final de la actividad.

Sigue las indicaciones que se presentan a continuación:

Primero coloca un punto A en la **coordenada (1,0)** y después dibuja una circunferencia con centro en el origen y un radio de 3 unidades, se utiliza la herramienta que está en la casilla número 6 (se coloca el punto central y luego el valor del radio). Posteriormente se dibuja una nueva circunferencia con centro en el origen (0,0) y con un radio igual a 7 unidades.

Se traza una recta paralela al eje de las Y que pase por el punto A (1,0), se utiliza la herramienta que está en la casilla número 4 (se señala primero el punto por el que va a pasar y después la recta con la cual estará paralela).

De la casilla 2 se utiliza la herramienta de intersección de dos objetos y posteriormente se señala primero la circunferencia de radio 3 y luego recta paralela que pasa por el punto A.

Lo que a nosotros nos importa solo es el punto D por lo que ocultaremos la recta paralela que anteriormente realizamos, esto se hace quitando la selección en nuestra vista algebraica el punto que aparece al lado de la recta **a: $x = 1$** , así como también ocultaremos el punto **C = (1, -2.83)**, enseguida se trazará un segmento con la ayuda de

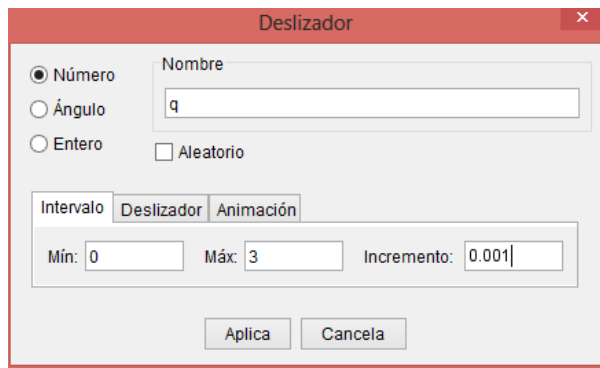
la herramienta que se encuentra en la casilla 3 (segmento entre dos puntos) entre el punto A y el punto D.

Utilizando la misma casilla 3 pero ahora la opción “recta que pasa por dos puntos” seleccionaremos el origen marcado con el punto B y el punto D.

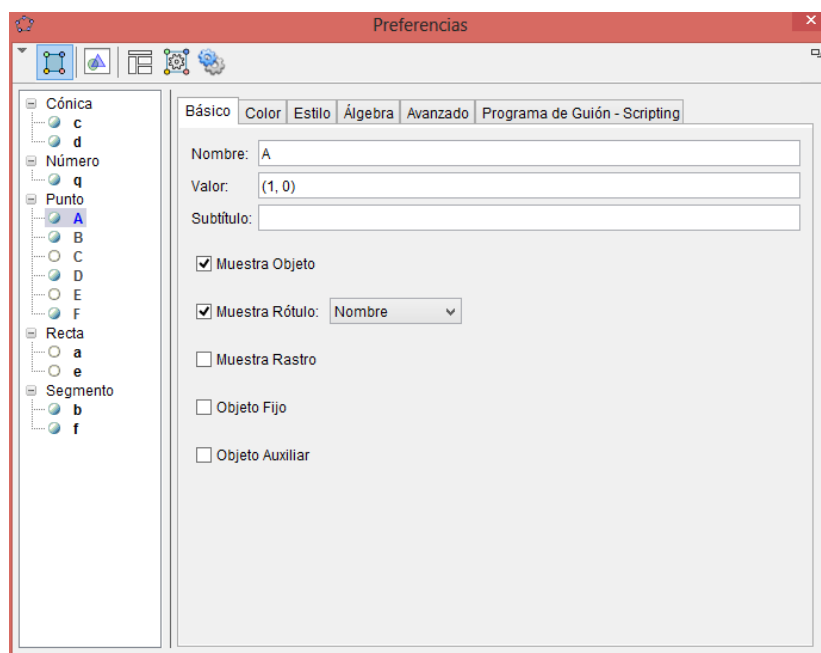
En seguida se utilizará la herramienta de **intersección de dos objetos** que se localiza en la casilla 2 y se seleccionará el segmento que se acaba de trazar y la circunferencia de radio 7. (El punto E se marcará para que se oculte como anteriormente lo hicimos con el punto C y también se ocultará la recta $e = -2.83x + y = 0$).

A continuación trazaremos un **segmento entre dos puntos** y esta herramienta se encuentra en la casilla número 3. Estos puntos serán el origen B y el punto F, pero pasará por el punto D.

En seguida se agregara un deslizador esta herramienta se encuentra en la penúltima casilla, se selecciona un punto en la hoja de trabajo y aparecerá un cuadro como el siguiente:



El nombre del deslizador será “q” el intervalo mínimo será 0 y el máximo 3 con un incremento de 0.001, tal y como aparece en el recuadro anterior y se le dará click en aplica. Este deslizador se aplicará al punto A en donde deberemos irnos a propiedades del objeto del punto A dando click derecho en el mouse y deberá de aparecer un recuadro como este:



Para agregar el deslizador, en la opción **Valor** se deberá de multiplicar por “q” quedará de la siguiente manera:

Valor: $(1, 0) \cdot q$

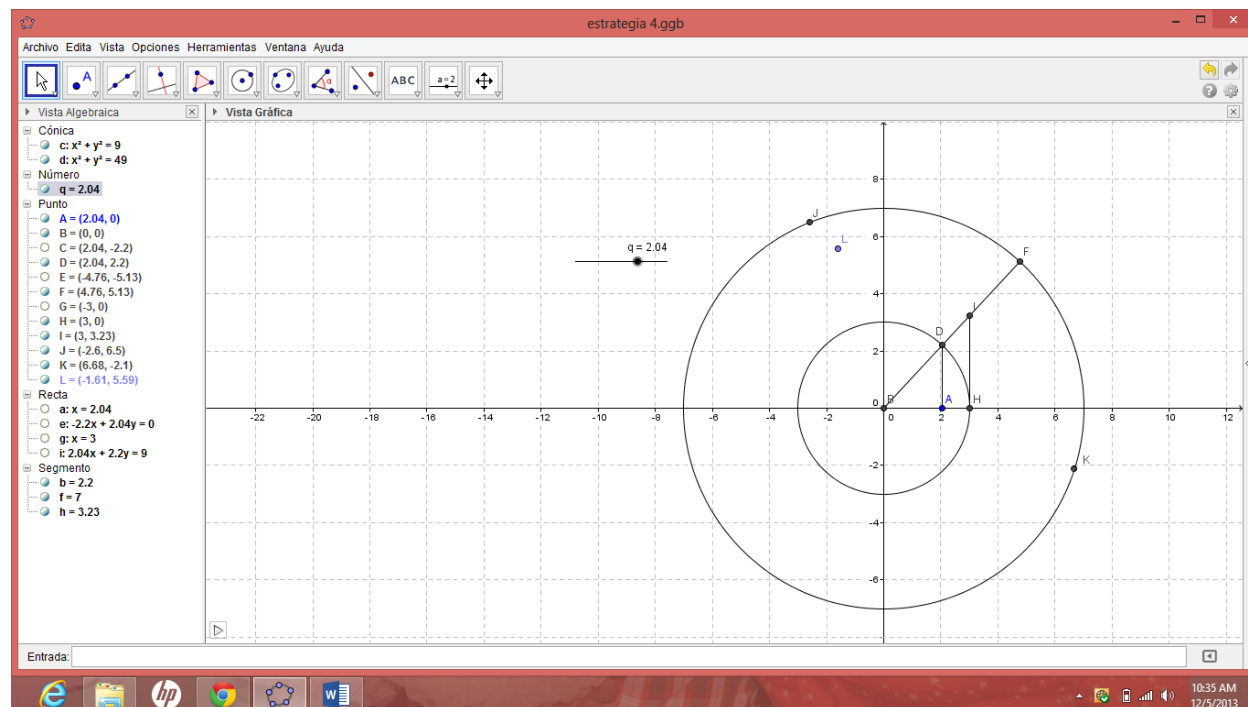
Para comprobar que el deslizador funcione con respecto al punto A, colocado en el deslizador “q” se deberá de dar click derecho y seleccionar la opción “Animación Automática”. Posteriormente se deberá de colocar el punto de intersección entre la circunferencia de radio 3 unidades y el eje X por lo que se deberá recurrir a la casilla número 2 y utilizar la herramienta “intersección de dos objetos” y aparecerá el punto G y el punto H de los cuales solo nos interesa el punto H así que se ocultará el punto G.

Se trazará una recta paralela por el punto H con la ayuda de la herramienta “recta paralela” la cual se localiza en la casilla número 4 (primero se selecciona el punto y después la paralela). A continuación se deberá de ir a la casilla número 2 y seleccionar la herramienta “intersección de dos objetos” para seleccionar la recta paralela que pasa por el punto H y la recta que va desde el punto B hasta el punto F, en seguida se ocultará la recta paralela y posteriormente se dibujará un segmento entre la intersección y el punto H.

El siguiente paso es crear la recta tangente de la circunferencia más pequeña, esta herramienta “tangente” se localiza en la casilla número 4, primero se selecciona la circunferencia y después el punto por el que pasará en este caso será el punto D.

Después se deberá de ir a la casilla número 2 y seleccionar la herramienta “intersección de dos objetos” para seleccionar la recta tangente y la circunferencia mayor de radio 7 unidades, aparecerán el punto J y el punto K.

A continuación se deberá de posicionar la recta tangente de manera que quede paralela al eje X, y en seguida seleccionar un punto de esta que se localice en el segundo cuadrante, las coordenadas serán (-5,3) y posteriormente se marcará la tangente para que se oculte, enseguida se muestra una imagen de cómo va nuestro dibujo.



Seguimos trabajando con nuestro punto creado llamado L, desde el hasta el punto K se deberá de trazar un segmento con la ayuda de la herramienta que se encuentra en la casilla 3 “segmento entre dos puntos”.

El punto J se ocultará, eso lo deberá de hacer en nuestra vista algebraica como anteriormente lo hemos hecho con otros puntos o segmentos.

A continuación se tendrá que marcar la intersección de la tangente de la circunferencia de radio 3 unidades con la circunferencia de radio 7 unidades yendo a la casilla 2 se utiliza la herramienta de intersección de dos objetos y aparecerá el punto M, esto mismo se deberá de realizar con el eje X donde aparecerá el punto N.

Nuevamente ocultaremos la tangente llamada ecuación de recta i. Posteriormente se trazará un segmento con la ayuda de la herramienta que se encuentra en la casilla 3 “segmento entre dos puntos” entre el punto B y el punto N, del punto B al punto A de igual manera, así como también del punto B al punto M.

Posteriormente se utilizará la casilla 2 con la herramienta de “intersección de dos objetos” para marcar la circunferencia menor de 3 unidades y el eje Y, con lo cual aparecerán dos puntos, el punto P y punto O, ocultamos el punto O. Enseguida trazaremos una recta paralela que pase por el punto P y sea paralela al eje X, esta recta paralela se nombrará automáticamente con la letra n y la podremos observar en nuestra vista algebraica la cual está ubicada al lado izquierdo de nuestra pantalla.

A continuación es importante señalar la intersección utilizando nuevamente la casilla 2 con la herramienta de “intersección de dos objetos”, entre los segmentos de $\overline{BF}$ y la recta paralela que acabamos de realizar, al trazarla obtendremos el punto Q, se ocultará la recta paralela que acabamos de construir llamada n la cual es la única seleccionada en nuestra vista algebraica.

Enseguida se dibujará un segmento con la ayuda de la herramienta que se encuentra en la casilla 3 “segmento entre dos puntos” entre el punto P y el punto Q.

Por ultimo nuestra cónica o circunferencia mayor que es de 7 unidades de radio se ocultará y habremos terminado nuestra construcción. En seguida daremos color a cada uno de nuestros trazos y sus medidas correspondientes.

Empezaremos con el $\widehat{ABD}$, por lo que utilizaremos la herramienta ubicada en la casilla número 8 llamada “ángulo”, se marca primero el punto A enseguida el vértice B y por último el punto D, con lo cual nos aparece el ángulo α .

Para darle color al segmento b debemos de dirigirnos a la vista previa seleccionarlo, dar click derecho del mouse e irnos a propiedades del objeto y en color seleccionamos el “rojo”.

Lo mismo haremos con el segmento h pero ahora de color azul, el segmento k será de color rosa, el segmento l de color verde, el segmento m color amarillo y por último el segmento p será de color azul claro.

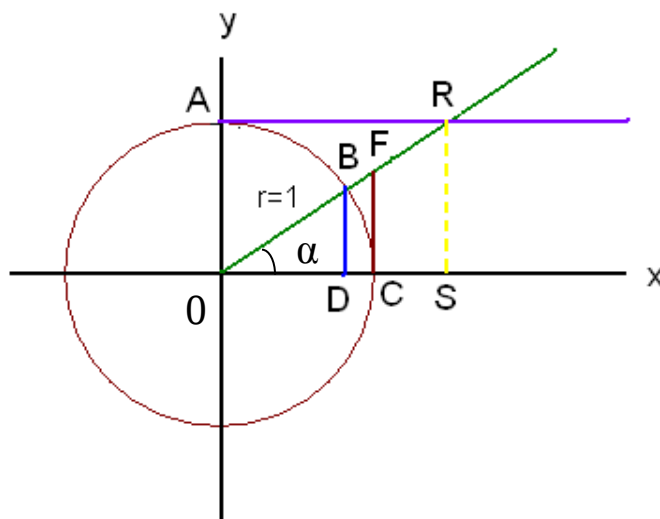
Posteriormente cambiaremos el grosor de los trazos y esto lo haremos seleccionando el segmento b, dar click derecho del mouse e irnos a propiedades del objeto y en la pestaña Estilo seleccionaremos un grosor de trazo 4, para agilizar esto ahí mismo en la ventana pero del lado izquierdo recorreremos la barra lateral hacia abajo para que se nos muestren todos los segmentos para poder modificar su trazo.

Seguiremos trabajando con esa ventana pero en diferente pestaña, nos dirigimos a Básico, trabajando obviamente en el segmento b y en el cuadro nombre se le cambiara de nombre, por lo cual se borrará b y se pondrá **seno α** , se dará click en “muestra rotulo” y a un costado se cambiará a “nombre y valor”.

En el segmento l se modificará a **coseno α** , de la misma forma que hicimos con el segmento b y sin salirnos de la ventana actual, el segmento m por **cosecante α** , el segmento h por **tangente α** , el segmento p por **cotangente α** , el segmento k por **secante α** .

En base a los resultados obtenidos define las seis funciones trigonométricas (manipular el grafico para observar su comportamiento).

Con ayuda del dibujo anterior contesta cada una de las siguientes actividades:



$$\text{Sen}\alpha = \frac{\overline{BD}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{BD}}{r} = \frac{\overline{BD}}{1} = \overline{BD}$$

$$\text{Cos}\alpha = \frac{\overline{OD}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OD}}{r} = \frac{\overline{OD}}{1} = \overline{OD}$$

$$\text{Tan}\alpha = \frac{\overline{FC}}{\overline{OC}} = \overline{FC}$$

$$\text{Cota}\alpha = \frac{\overline{AR}}{\overline{OA}} = \overline{AR}$$

$$\text{Sec}\alpha = \frac{\overline{OF}}{\overline{OC}} = \overline{OF}$$

$$\text{Csc}\alpha = \frac{\overline{OR}}{\overline{OA}} = \overline{OR}$$

1. Completa lo que se te pide

Seno $60^\circ =$ _____

Coseno $60^\circ =$ _____

Tangente $60^\circ =$ _____

Cotangente $60^\circ =$ _____

Secante $60^\circ =$ _____

Cosecante $60^\circ =$ _____

2. Lee atentamente las siguientes indicaciones.

Reúnete en equipos de tres integrantes de acuerdo a las indicaciones de tu maestro, y espera a que se les entregue un juego de memoria por equipo.

Organízate por turnos en tu equipo, y obtén el mayor número de pares correctos, identificando la función trigonométrica con su igualdad.

Recuerda que este juego es por turnos y solo se voltean dos tarjetas, y en dado caso que no sean pares se vuelven a voltear y así sucesivamente hasta encontrar los pares.

Sen $\alpha =$

Co
h

Tienes un tiempo de 15 minutos para realizar el juego, y al término, el maestro lanzará preguntas de manera grupal sobre las funciones trigonométricas y su definición.

3. Completa las relaciones que definen las siguientes funciones trigonométricas

Sen θ = _____

Cos θ = _____

Tan θ = _____

Cot θ = _____

Sec θ = _____

Csc θ = _____

4.- Toma notas de las conclusiones.

5.- Completa la siguiente tabla

	VALOR DE LAS FUNCIONES					
ÁNGULO	Sen	Cos	Tan	Cot	Sec	Csc
0						
30						
60						
90						
120						
150						
180						
210						
240						

Estrategias Didácticas # 5

Signos de las Funciones Trigonométricas

Objetivo:

Competencias genéricas a desarrollar:

Competencias particulares a desarrollar: Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variaciones, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Desarrollo

Como anteriormente lo hemos hecho se deberá de abrir el programa Geogebra colocar la cuadrícula y se deberá de trazar un circunferencia con centro en el origen y radio igual a 1, se deberá de dar zoom en la imagen y desplazar la imagen para poder trabajar con ella.

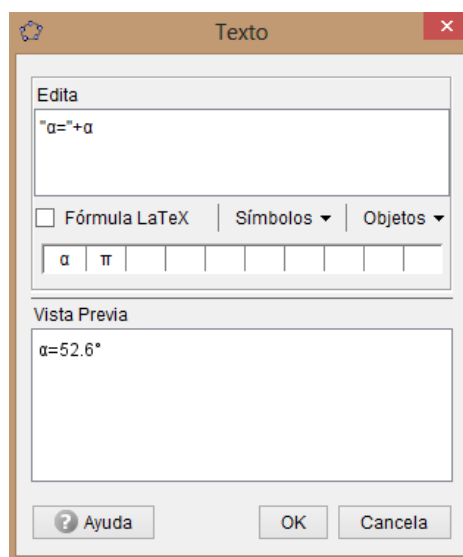
Se deberá de colocar un punto sobre la circunferencia en cualquier parte del primer cuadrante este se llamara B, a continuación deberemos de dibujar un triángulo

rectángulo por lo que se utilizará la herramienta de recta perpendicular al eje X y que pase por el punto B. Se deberá de colocar el punto de intersección entre la recta perpendicular y el eje X, así se obtendrá el punto C, tendremos que ocultar la recta perpendicular. A continuación deberemos trazar los segmentos entre los tres puntos de AB, de AC y de CB.

El siguiente paso es seleccionar la intersección entre dos objetos los cuales son la circunferencia y el eje X, donde aparecerán los puntos E y D. El punto E deberá de quedar sobre el eje X positivo, posteriormente se deberá de trazar el ángulo EAB, aparecerá el ángulo α (alfa). A continuación se deberán de ocultar los puntos D y E.

Lo siguiente que tendremos vamos hacer es quitar el valor del ángulo y solo vamos a dejar el nombre en este caso es α (alfa), se deberá de dar click con el botón derecho del mouse e ir a propiedades de objeto y en la pestaña Básico se deberá de buscar en donde dice Muestra Rotulo y cambiar el Nombre y Valor a solo Nombre, aparecerá solo α (alfa).

Lo que se pretende es colocar el valor del ángulo α en otro lugar, con lo cual lo siguiente es seleccionar la herramienta de Insertar Texto y dar click en alguna parte de nuestra hoja de trabajo, aparecerá el siguiente cuadro y deberemos escribir la siguiente leyenda en el primer espacio donde dice Edita:



“(comillas) α (alfa) = (igual) “(comillas) + (signo positivo) α (alfa)

Y a continuación el valor de α aparece en nuestra hoja de trabajo y podremos mover este dato a donde queramos.

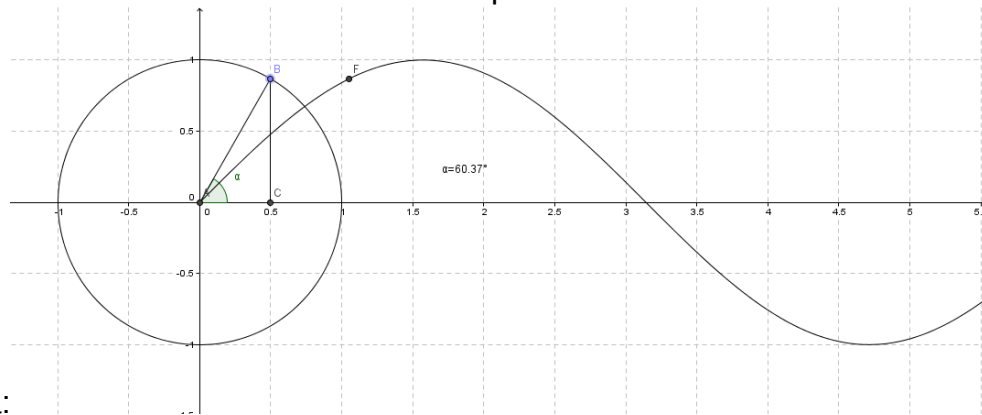
A continuación estamos listos para graficar nuestras funciones trigonométricas, empezaremos por la función seno, entonces en el cuadro Entrada deberemos de

Entrada: $(\alpha, y(B))$

escribir lo siguiente
paréntesis B.

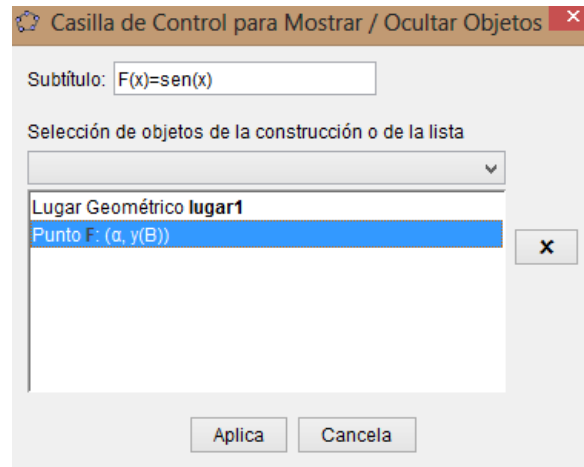
paréntesis, alfa, coma, y

Como sabemos que seno de alfa es igual al cateto opuesto entre la hipotenusa y como nuestra hipotenusa tiene el valor de uno, y todo número dividido entre uno pues es el mismo valor y el cateto opuesto es el valor de B pero solo en y. Así que aparecerá en nuestra hoja de trabajo el punto F, si movemos el punto B el punto F se moverá. Y para definir el movimiento del punto F debemos de seleccionar una herramienta que se llama Lugar Geométrico y después seleccionar el punto F y después el punto B. La figura



manera:

La siguiente herramienta que tendremos que seleccionar se llama Casilla de Control para Mostrar / Ocultar Objetos, y a continuación dar click en la hoja de trabajo para que aparezca un nuevo cuadro, en el cual donde dice Subtitulo se deberá de escribir $F(x)=\sin(x)$, abajo aparece Selección de objetos de la construcción o de la lista, en esa pestaña se deberá de seleccionar Lugar Geométrico **lugar_1** y a continuación Punto **F**: $(\alpha, y(B))$, el cuadro quedará de la siguiente manera:

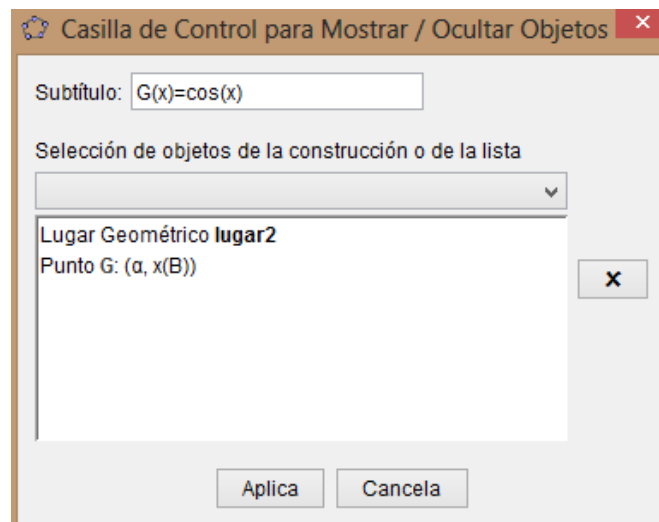


Aplica y listo aparecerá un cuadro de control que cuando aparezca seleccionado se observara la función de seno y cuando no este seleccionada desaparecerá.

Para poder graficar la función coseno se deberá hacer algo similar solo que en la

Entrada: $(\alpha, x(B))$

opción entrada se escribirá lo siguiente: como sabemos la función coseno es igual al cateto adyacente entre la hipotenusa y el cateto opuesto en este caso es el valor de punto B pero en X y como la hipotenusa es 1 siempre será el valor del punto B en X. A continuación aparece el punto G, enseguida se deberá de utilizar la herramienta Lugar Geométrico, se deberá de dar click en el punto G y después en el punto B. De igual manera se debe de crear su casilla de control esto con la ayuda de la herramienta Casilla de Control para Mostrar / Ocultar Objetos y se deberá de dar click en nuestra hoja de trabajo en cualquier punto, después de ahí aparecerá una ventana como la siguiente:



En el cual, en la opción subtítulo se colocara $G(x) = \cos(x)$ y se deberá de seleccionar Lugar Geométrico **lugar_2** y a continuación Punto **G**: $(\alpha, x(B))$.

A continuación si queremos graficar la tangente se deberá de escribir en entrada

Entrada: $(\alpha, y(B)/x(B))$

como tangente es igual a cateto opuesto entre cateto adyacente y sabemos que en este caso el cateto opuesto son los valores del punto B en Y, y el cateto adyacente en el punto B son todos los valores de X.

Posteriormente aparece el punto H, enseguida se deberá de utilizar la herramienta Lugar Geométrico, se deberá de dar click en el punto H y después en el punto B. De igual manera se debe de crear su casilla de control esto con la ayuda de la herramienta Casilla de Control para Mostrar / Ocultar Objetos y se deberá de dar click en nuestra hoja de trabajo en cualquier punto, después de ahí aparecerá una ventana como la siguiente:

El círculo unitario, es una circunferencia de radio igual a uno y su centro en el origen $(0,0)$, como ya lo hemos visto anteriormente, en un sistema de coordenadas cartesianas. Esta circunferencia se utiliza con el fin de poder estudiar fácilmente las funciones trigonométricas, mediante la representación de triángulos rectángulos.

Cuadrante	Sen θ	Cos θ	Tan θ	Ctg θ	Sec θ	Csc θ
I						
II						

III						
IV						

Examen final

Nombre: _____ Grupo: _____ Fecha: _____

8. Subraya correctamente la respuesta correcta de cada pregunta.

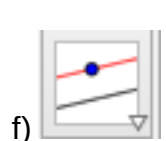
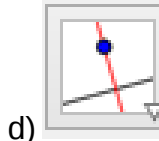
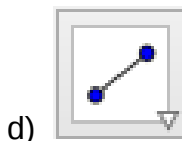
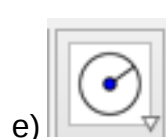
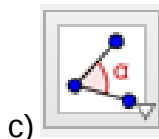
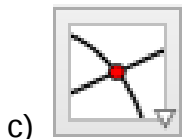
Es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen o vértice.

- a) recta b) plano c) semirrecta d) ángulo

Con que símbolo se denota al ángulo.

- a) $\angle$ b) $\neq$ c) $\geq$ d) Ω

9. Relaciona los siguientes encisos con los paréntesis correspondientes a cada dibujo.



- () Recta perpendicular
() Ángulo
() Segmento entre dos puntos
() Circunferencia dados su centro y su radio
() Recta paralela
() Intersección de dos objetos

10. Relaciona ambas columnas

a) seno α	() cateto adyacente / hipotenusa
b) cos α	() cateto opuesto / cateto adyacente
c) tan α	() hipotenusa / cateto opuesto
d) cot α	() hipotenusa / cateto adyacente
e) sec α	() cateto opuesto / hipotenusa
f) csc α	() cateto adyacente / cateto opuesto

11. Encuentre el ángulo que sea complementario a θ :

$\theta = 20^\circ$

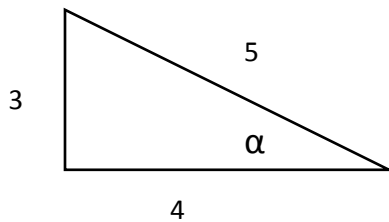
$\alpha = 83^\circ$

12. Realice las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{r} \text{Suma} \\ 35^{\circ} 40' 32'' \\ \underline{64^{\circ} 25' 12''} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Resta} \\ 64^{\circ} 25' 12'' \\ \underline{35^{\circ} 40' 32''} \end{array}$$

13. De acuerdo al siguiente dibujo determine las razones trigonométricas:



14. Demuestra la siguiente identidad trigonométrica, utiliza la parte posterior de la hoja para realizar el procedimiento correcto.

z) $\text{sen } \emptyset = \frac{1}{\text{csc } \emptyset}$

aa) $\tan \emptyset = \frac{\text{sen } \emptyset}{\cos \emptyset}$

bb) $\text{sen}^2 \emptyset + \cos^2 \emptyset = 1$

cc) $(\sec x + \tan x)(1 - \text{sen } x) = \cos x$

dd) $\frac{\tan x + \cos x}{\text{sen } x} = \sec x + \text{ctg } x$

ee) $\sec x - \cos x = \text{sen } x \tan x$

ff) $\sec x = \text{sen } x (\tan x + \text{ctg } x)$









