

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO
MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS
E INGENIERÍA (MYDCI)



Sincronización heterogénea de robots terrestres y aéreos.

TESIS

Que para cubrir parcialmente los requisitos para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

Erik Abraham Hernández Valente.

Ensenada Baja California a 19 de junio de 2018

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA, ARQUITECTURA Y DISEÑO

Sincronización heterogénea de robots terrestres y aéreos.

TESIS

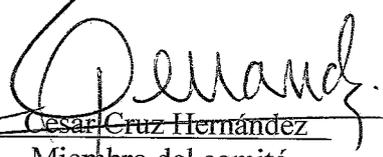
que para cubrir parcialmente los requisitos para obtener el grado de maestro en
ingeniería presenta:

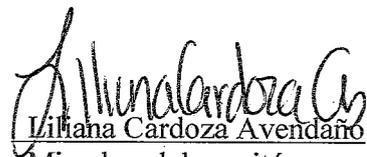
Erik Abraham Hernández Valente.

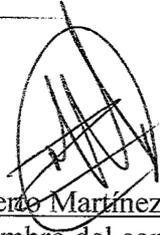
Y aprobada por el siguiente comité


Rosa Martha López Gutiérrez
Co-Director de tesis


Adrian Arellano Delgado
Co-Director de tesis


Cesar Cruz Hernández
Miembro del comité


Lilliana Cardoza Avendaño
Miembro del comité


Rigoberto Martínez Clark
Miembro del comité

Ensenada Baja California a 19 de junio de 2018

RESUMEN de la tesis de Erik Abraham Hernández Valente, presentada como requisito parcial para obtener el grado de MAESTRO EN INGENIERÍA en ELÉCTRICA con orientación en CONTROL. Ensenada, B. C. México, 19 de junio de 2018

Sincronización heterogénea de robots terrestres y aéreos

Resumen aprobado por:


Rosa Martha López Gutiérrez
Co-Director de tesis


Adrian Arellano Delgado
Co-Director de tesis

En esta tesis se aborda el problema de sincronización heterogénea entre robots aéreos no tripulados (UAV por sus siglas en inglés) y terrestres (UGV por sus siglas en inglés). Para lograr el objetivo general de esta tesis, se aborda el problema desde el punto de vista de la teoría de sistemas complejos, la teoría de grafos, linealización por retroalimentación dinámica y control backstepping. Los resultados numéricos obtenidos para una sincronización heterogénea dejan en claro que una sincronización de este tipo es posible.

En consecuencia, con los resultados se abre la posibilidad de aprovechar las características y propiedades de los cuadracópteros y de los robots móviles diferenciales para aplicaciones en patrullaje, búsqueda y rescate. Esto, también daría ventajas sobre otras soluciones que son mecánicamente más complejas y costosas.

Palabras clave: Sincronización, formación, sincronización heterogénea, robot móvil, cuadracóptero, sistemas complejos, búsqueda, rescate.

Dedicatoria

A mi familia por todo el sacrificio, el esfuerzo y apoyo incondicional que me brindaron para lograr todas mis metas, a mis compañeros y amigos por brindarme su amistad y consejos que sin duda enriquecieron esta etapa de mi vida.

! Muchas gracias a todos ¡

Agradecimientos

A toda mi familia por el apoyo incondicional, a mi mamá María, a mi papá Enrique, a mis hermanos Hernán y Luis.

A la Dra. Rosa Martha López Gutiérrez por su enorme paciencia y amabilidad, atención, dedicación y apoyo, por ser un ejemplo a seguir, muchas gracias. ¡es la mejor profe del mundo!.

Al Dr. Adrian Arellano Delgado. Por su enorme dedicación y compromiso en la dirección de este trabajo. Por su profesionalismo, así como todas las enseñanzas y consejos que me brindó a lo largo de esta etapa.

A los miembros del comité de tesis por sus valiosas aportaciones: Dra. Liliana Cardoza Avendaño, M.C. Rigoberto Martínez Clark y al Dr. César Cruz Hernández.

A mis compañeros, Fausto y Raúl por su amistad y consejos. Y por todos los momentos compartidos.

A todos los miembros del grupo de sistemas complejos y sus aplicaciones por todos los momentos agradables que son innumerables, y por la gran aceptación que recibí para formar parte de esta gran familia, sin duda grandes amistades. ¡Muchas gracias!

A todos los profesores e investigadores que me guiaron y formaron parte de todo este proceso.

A la Universidad Autónoma de Baja California, U.A.B.C., por brindarme la oportunidad para realizar este trabajo de tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT, por la oportunidad y apoyo económico brindado.

Contenido

1. Introducción	7
1.1. Motivación.	7
1.2. Justificación.	14
1.3. Planteamiento del problema de estudio.	14
1.4. Objetivos.	15
1.4.1. Objetivo general.	15
1.4.2. Objetivos específicos.	15
2. Antecedentes	16
2.1. Sistemas complejos	16
2.2. Teoría de grafos	17
2.3. Tipos de grafos	18
2.3.1. Grafo dirigido	19
2.3.2. Grafo no dirigido	19
2.3.3. Grafo mixto	19
2.4. Matrices asociadas a un grafo	20
2.4.1. Matriz de adyacencia $E(G)$	20
2.4.2. Matriz de grado $D(G)$	21
2.4.3. Matriz laplaciana $L(G)$	21
2.4.4. Matriz de acoplamiento $A(G)$	22
2.5. Robot de ruedas diferenciales	22
2.5.1. Modelo cinemático de robot de ruedas diferenciales	22
2.5.2. Linealización por retroalimentación dinámica	24
2.5.3. Cálculo de velocidades angulares de las ruedas	26
2.6. Cuadracóptero	28

2.7.	Modelo dinámico utilizando Euler-Lagrange	29
2.7.1.	Cinemática	30
2.7.2.	Energía	30
2.7.3.	Ecuación de movimiento	30
2.7.4.	El modelo dinámico derivado	31
2.7.5.	Backstepping	34
2.7.6.	Velocidades angulares de los rotores	37
2.8.	Conclusiones del capítulo	38
3.	Sincronización	39
3.1.	Robot de ruedas diferenciales	41
3.1.1.	Simulación en punto deseado	42
3.1.2.	Simulación de seguimiento de trayectoria	44
3.1.3.	Sincronización de robot de ruedas diferenciales	46
3.1.4.	Simulación de sincronización de dos robot de ruedas diferen- ciales	47
3.2.	Cuadracópteros	49
3.2.1.	Simulación en punto deseado	49
3.2.2.	Simulación para el seguimiento seguimiento de trayectoria de un cuadracóptero	52
3.2.3.	Sincronización de cuadracópteros	55
3.2.4.	Simulación de sincronización de cuadracópteros	56
3.3.	Sincronización heterogénea	62
3.4.	Conclusiones del capítulo	63
4.	Resultados numéricos	64
4.1.	Sincronización en punto deseado	64
4.2.	Sincronización en seguimiento de trayectoria	70
4.3.	Sincronización con dos cuadracópteros y un robot móvil	75
4.4.	Conclusiones del capítulo	85
5.	Conclusiones	86
5.1.	Trabajo futuro	87

Lista de figuras

1.1. Se puede observar en a) el primer UAV de la historia. En b) el primer UGV.	8
1.2. Diferentes robots participantes de la competencia DRC a) al robot <i>CHIMP</i> . En b) a <i>Momaro</i> , En c) a <i>Thormang</i> y en d) a <i>Momaro</i> haciendo la prueba de conducción de vehículo.	10
1.3. Comportamiento colectivo en hormigas.	11
1.4. Comportamiento colectivo en aves.	12
2.1. Siete puentes de Königsberg.	17
2.2. Abstracción de los siete puentes de Königsberg.	18
2.3. Ejemplo de grafo dirigido de 3 nodos.	19
2.4. Ejemplo de un grafo no dirigido.	19
2.5. Ejemplo de un grafo mixto.	20
2.6. Localización de un robot móvil diferencial sobre el plano.	23
2.7. Diagrama a bloques del esquema de control del robot de ruedas diferenciales.	27
2.8. Mecanismo de desplazamiento de un cuadracóptero.	28
2.9. Diagrama de cuerpo libre de un cuadracóptero.	29
2.10. Conexión de los dos subsistemas ideales de la dinámica completa del sistema.	34
2.11. Diagrama a bloques del esquema de control.	37
3.1. Ilustración del experimento de Christiaan Huygens con el cual demostró la existencia de sincronización entre dos relojes de péndulo.	40
3.2. Robot aislado, gráficas temporales para los estados: a) X , b) Y y c) θ	42
3.3. Robot aislado, gráficas del error: a) $X - Xd$, b) $Y - Yd$	43

3.4. Robot aislado, movimiento en el plano x-y.	43
3.5. Robot aislado, gráficas temporales para los estados: a) X , b) Y y c) θ	44
3.6. Robot aislado, gráficas del error: a) $X - Xd$, b) $Y - Yd$	45
3.7. Robot aislado, movimiento en el plano x-y.	45
3.8. Grafo empleado para la sincronización de dos robots de ruedas diferenciales.	46
3.9. Respuesta temporal de los estados del robot de ruedas diferenciales.	48
3.10. Gráficas del error	48
3.11. Sincronización de dos robots de ruedas diferenciales.	49
3.12. Respuesta del sistema rotacional del cuadracóptero	50
3.13. Respuesta del sistema de posición del cuadracóptero.	51
3.14. Respuesta de las entradas de control.	51
3.15. Cuadracóptero en el punto deseado.	52
3.16. Respuesta temporal de los estados del cuadracóptero	53
3.17. Respuesta temporal de los estados del cuadracóptero	53
3.18. Respuesta de las entradas de control del cuadracóptero.	54
3.19. Movimiento en el plano x-y.	54
3.20. Grafo empleado para la sincronización de dos cuadracópteros.	55
3.21. Gráficas temporales de los estados ϕ y $\dot{\phi}$ de sincronización de dos cuadracópteros.	57
3.22. Gráficas temporales de los estados θ y $\dot{\theta}$ de sincronización de dos cuadracópteros.	58
3.23. Gráficas temporales de los estados ψ y $\dot{\psi}$ de sincronización de dos cuadracópteros.	58
3.24. Gráficas temporales de los estados z y \dot{z} de sincronización de dos cuadracópteros.	59
3.25. Gráficas temporales de los estados x y \dot{x} . de sincronización de dos cuadracópteros.	59
3.26. Gráficas temporales de los estados y y \dot{y} . de sincronización de dos cuadracópteros.	60
3.27. Gráficas de las entradas de control U_1 y U_2 de sincronización de dos cuadracópteros.	60

3.28. Gráficas de las entradas de control U_3 y U_4 de sincronización de dos cuadracópteros.	61
3.29. Gráfica en 3D: sincronización dos cuadracópteros.	62
4.1. Respuesta de los estados del robot móvil diferencial.	65
4.2. Respuesta de los estados del cuadracóptero.	66
4.3. Vista superior: Ambos individuos en el punto deseado.	66
4.4. Vista 3d: Ambos individuos en el punto deseado.	67
4.5. Respuesta de los estados del robot móvil diferencial.	68
4.6. Respuesta de los estados del cuadracóptero.	68
4.7. Vista superior: Ambos individuos en el punto deseado.	69
4.8. Vista 3d: Ambos individuos en el punto deseado.	69
4.9. Respuesta de los estados del robot móvil diferencial.	70
4.10. Respuesta de los estados del cuadracóptero.	71
4.11. Vista superior: Ambos individuos en el punto deseado.	71
4.12. Vista 3d: Ambos individuos en el punto deseado.	72
4.13. Respuesta de los estados del robot móvil diferencial.	73
4.14. Respuesta de los estados del cuadracóptero.	73
4.15. Vista superior: Ambos individuos en el punto deseado.	74
4.16. Vista 3d: Ambos individuos en el punto deseado.	74
4.17. Grafo utilizado para dos esclavos y un maestro.	75
4.18. Solución de la sincronización en el eje x.	76
4.19. Solución de la sincronización en el eje y.	76
4.20. Vista superior del seguimiento de trayectoria de los esclavos.	77
4.21. Vista 3D del seguimiento de trayectoria de los esclavos.	77
4.22. Solución de la sincronización en el eje x.	78
4.23. Solución de la sincronización en el eje y.	79
4.24. Vista superior del seguimiento de trayectoria de los esclavos.	79
4.25. Vista 3D del seguimiento de trayectoria de los esclavos.	80
4.26. Solución de la sincronización en el eje x.	81
4.27. Solución de la sincronización en el eje y.	81
4.28. Vista superior del seguimiento de trayectoria de los esclavos.	82

4.29. Vista 3D del seguimiento de trayectoria de los esclavos.	82
4.30. Solución de la sincronización en el eje x.	83
4.31. Solución de la sincronización en el eje y.	84
4.32. Vista superior del seguimiento de trayectoria de los esclavos.	84
4.33. Vista 3D del seguimiento de trayectoria de los esclavos.	85

Lista de tablas

2.1. Tabla de parámetros físicos para el modelo del cuadracóptero	34
---	----

Capítulo 1

Introducción

En este primer capítulo se dará una breve introducción a la robótica, a las soluciones actuales a los diferentes retos que presentan tareas como búsqueda y rescate, los comportamientos colectivos presentes en la naturaleza, el problema a tratar, así como los objetivos generales y específicos.

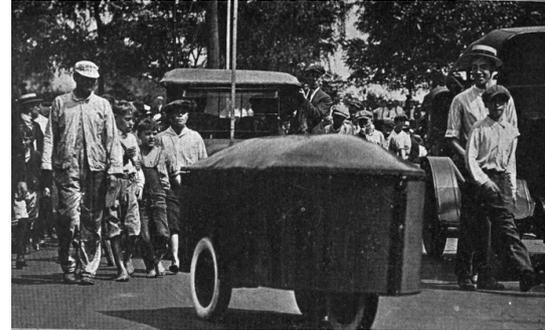
1.1. Motivación.

El término Robot nace de la palabra checa *robota*, que significa servidumbre o trabajo forzado. La humanidad a lo largo de su historia ha tratado de materializar su deseo de crear seres a su semejanza y que al mismo tiempo le sustituyan en trabajos peligrosos y repetitivos. Por esto, Isaac Asimov adopta este término para definir robótica como la ciencia encargada de estudiar la robótica, la cual involucra múltiples ramas de la ingeniería para su diseño, construcción y aplicación.

Los drones o UAV (Unmanned Aerial Vehicles) y los UGV (Unmanned Ground vehicles), son vehículos no tripulados controlados remotamente. Generalmente estos vehículos incorporan múltiples sensores para interactuar con el entorno en el que se encuentran y de esta manera tomar decisiones de manera autónoma. El concepto de UAV nace como tal durante la primera guerra mundial, con la necesidad de guiar explosivos remotamente hacia un objetivo sin poner en riesgo a las tropas, esto con el fin de entrenar a las baterías antiaéreas, ver figura 1.1a. Por otro lado, el concepto de UGV nace al finalizar la primera guerra mundial, pero este solo se empleaba para cumplir tareas de exhibición, ver figura 1.1b.



(a)



(b)

Figura 1.1: Se puede observar en a) el primer UAV de la historia. En b) el primer UGV.

A lo largo del siglo XX, la robótica se ha adoptado de manera acelerada en nuestra vida diaria directa e indirectamente, esto como resultado de la obtención de avances significativos en materia tecnológica, especialmente en el área de la electrónica. Estos avances, a su vez, impulsan el desarrollo de robots más fiables, escalables, flexibles y a costos más accesibles que son capaces de sustituir al ser humano en actividades peligrosas, especializadas y repetitivas. Por tanto, está comprobado que la robótica ha transformado ampliamente la calidad de vida del ser humano. Incluso, es un hecho que la robótica está estrechamente ligada a la economía mundial, con respecto a la automatización industrial aumentando la productividad de cualquier industria y con ello al desarrollo social.

En las últimas décadas, el crecimiento exponencial de la ciencia y tecnología ha dado como resultado avances en microelectrónica y computación, permitiendo la aparición de robots cada vez más pequeños y complejos capaces de realizar múltiples tareas e interactuar de manera más eficaz con el entorno. En consecuencia, se han ido adoptado en situaciones complejas de emergencia y que representan peligro para el ser humano. Por ejemplo, en el caso de desastres naturales, donde es

necesaria una respuesta rápida de los servicios de emergencia para poder salvar el mayor número de vidas, sin poner en riesgo la vida de los rescatistas. Estos robots, han desempeñado múltiples tareas como son: búsqueda de víctimas, recolección de datos de desastres, detección de materiales peligrosos, despliegue de primeros auxilios, entre otras.

El principal problema de esta aplicación de la robótica es que independientemente de la complejidad del robot, aún se tienen limitantes mecánicas que le impiden obtener la flexibilidad que posee el ser humano para llevar a cabo estas actividades y aunado a esto también dependen de la supervisión y control de un operador impidiéndole reaccionar de manera rápida a diversas situaciones que pueden presentarse en una situación de emergencia llevándolo al fracaso y pérdida tanto del robot y de vidas humanas.

En todo el mundo, existen múltiples instituciones y organizaciones que han dedicado todos sus esfuerzos a resolver este problema. Como resultado se han desarrollado múltiples soluciones como *CHIMP*, es un robot para tareas de rescate diseñado por el Centro Nacional de Ingeniería de Robótica de la Universidad de Carnegie Mellon. *CHIMP* es un robot que emplea orugas en sus cuatro patas para desplazarse por terrenos abruptos, y que es capaz de utilizar sus brazos para abrir puertas, subir escaleras y utilizar herramientas para llevar a cabo labores de rescate, ver figura (1.2a). *Momaro* es un robot desarrollado por el equipo NimbRo Rescue de la Universidad de Bonn en Alemania^{1.2b} y 1.2d. *Momaro* es un robot igualmente de cuatro patas, pero, su desplazamiento en terrenos planos se hace mediante las ruedas que incorpora en cada una de sus patas. Su visión consiste en un escáner laser 3D y ocho cámaras lo que le permite tener una visión inigualable del entorno. *Thormang* es un robot humanoide desarrollado por Robotis con sede en Seúl que también tiene la habilidad de abrir puertas, subir escaleras, etc. ver figura 1.2c

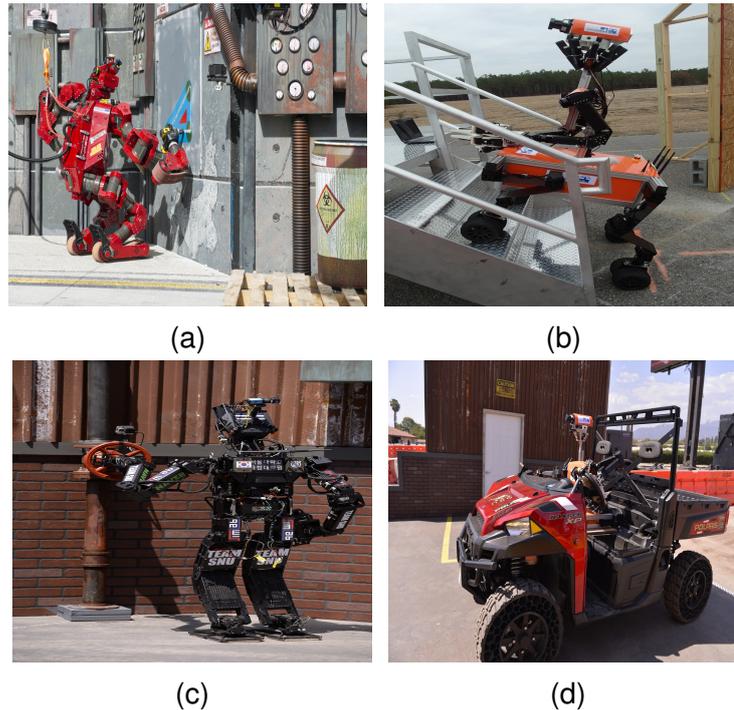


Figura 1.2: Diferentes robots participantes de la competencia DRC a) al robot *CHIMP*. En b) a *Momaro*, En c) a *Thormang* y en d) a *Momaro* haciendo la prueba de conducción de vehículo.

Estos ejemplos de soluciones fueron contendientes en la DRC (Darpa Robot Challenge) ver en (Pratt and Manzo, 2013). Una competencia que reúne a participantes de todo el mundo para fomentar el desarrollo de robots capaces de cumplir tareas de búsqueda y rescate. La competencia se lleva a cabo en escenarios terrestres simulados y consiste en que los robots empleen herramientas manuales normales, a travesar los múltiples escenarios, utilizar sus extremidades para abrir puertas o cerrar válvulas y hasta conducir vehículos. A pesar de las innovaciones generadas por este tipo de competencias y de todas las habilidades de estos robots en ciertas situaciones probablemente su uso no pueda llegar a tener éxito. Por ejemplo, en búsqueda de personas extraviadas en terrenos amplios y de difícil acceso o en situaciones provocadas por fenómenos naturales como terremotos y huracanes donde muchas vidas puedan verse en peligro. Para este tipo de situaciones se plantea implementar soluciones inspiradas en la naturaleza como lo son los enjambres de especies de animales sociales como lo son: Hormigas, abejas, aves, peces, entre

otros, ver figura 1.3.

Estos enjambres de animales o insectos, que actúan de manera conjunta y coordinada, forman con su comportamiento una especie de cerebro colectivo que es la causa de todas sus aptitudes. Que, a su vez, permiten resolver diversos problemas con movimientos y toma de decisiones en conjunto, como si se tratase de un único organismo. Un ejemplo de este tipo de comportamiento es el presentado en las colonias de hormigas (Couzin et al., 2002). Es fácil reconocer el comportamiento colectivo que estas presentan, pues para resolver sus problemas más básicos trabajan en conjunto y con coordinación impecable. La hormiga es de las únicas especies que trabajan sin ningún control centralizado, es decir, que no requieren un líder que les guíe. Por lo tanto, es un comportamiento grupal espontaneo y sincronizado.



Figura 1.3: Comportamiento colectivo en hormigas.

Otro ejemplo son los comportamientos que presentan algunas especies de aves migratorias que realizan formaciones en "V" donde aparentemente son conscientes de donde están posicionadas las otras aves para aprovechar las propiedades aerodinámicas que se presenta en este tipo de formación, conservando de esta manera energía para volar largas distancias, ver figura 1.4.



Figura 1.4: Comportamiento colectivo en aves.

En la robótica, debido a las características que presentan este tipo de comportamientos, se ha analizado ampliamente para implementarlo, creando enjambres de robots y de esta manera resolver diferentes problemas (Brambilla et al., 2013). Comúnmente las especies de animales que presentan este tipo de comportamiento son individuos simples, que en forma individual no influyen de manera significativa a la hora de realizar una tarea determinada (Beni, 2005). Pero, si estos animales se reúnen en grupos, pareciera que dichos grupos presentan una cierta inteligencia que les permiten realizar tareas complejas, de manera que pueden enfrentar diversas situaciones. Una situación particular en la que este tipo de agrupamientos suelen hacer frente de manera muy fiable es la pérdida de uno o más individuos, pues no da lugar a una pérdida de rendimiento ni perjudica de manera importante a las tareas que el enjambre tenga en marcha. Esto se logra con los diferentes sistemas de comunicación y mecanismos que emplean estos animales sociales. Por lo que, se puede decir que un enjambre es un conjunto de individuos que se comportan de manera robusta, flexible y escalable.

Un enjambre en ingeniería debe hacer la tarea para la cual fue diseñado de manera fiable y puntual, por lo que dicho diseño debe ser predecible y controlable (Kazadi, 2000). Por lo que, las características que debe de presentar un enjambre robótico son (Gomes et al., 2016):

- Autonomía.
- Capacidad sensorial.

- Capacidad de comunicarse entre si.
- Algún tipo de manipulación del entorno en el que se encuentran.
- Agentes simples y baratos.

Un enjambre robótico, se conforma de varios agentes que son controlados en su posición y orientación. Para esto, es necesario desarrollar un modelo matemático del agente que contemple las características dinámicas, cinemáticas y mecánicas (Ronzhin et al., 2016), (Martinez Clarck, 2014). De esta manera es posible diseñar una ley de control en lazo cerrado que tome en cuenta la mayor parte de los parámetros involucrados y que de esta forma se obtenga un control preciso de la posición y orientación (Rios G., Luiz Hernando, Bueno L., 2008).

De acuerdo con (Burgard et al., 2005), dichos enjambres pueden emplearse para diversas tareas. Dependiendo el tipo de agente elegido pueden utilizarse para tareas de vigilancia, reconocimiento, exploración, limpieza, rescate, entre otras. Cada una de ellas con diferentes características de diseño e implementación, de las cuales conllevan a diferentes problemáticas, ver por ejemplo, (Cetina Denis, 2017) (Lopez Parra, 2017) y (Martinez Clarck et al., 2008).

1.2. Justificación.

La principal desventaja de una formación o sincronización de un mismo tipo de robot es que no es capaz de ver más allá de lo que sus características permiten, por ejemplo, una formación de robots móviles terrestres no permite ver los obstáculos más allá de las capacidades de los sensores que incorpora. Sin embargo, si se emplea una formación de diferentes tipos de robots, en este caso de un robot móvil terrestre y un cuadricóptero, se puede utilizar este último como una extensión para obtener una visión más amplia y obtener mayor información del entorno que se desea inspeccionar. La presente propuesta de tesis pretende abordar el diseño de una ley de control que nos permita ampliar el conocimiento existente en comportamientos colectivos de sistemas heterogéneos, en particular la sincronización. Además, se pretende realizar una implementación experimental que tenga como objetivo realizar distintas tareas que puedan ser de ayuda para los seres humanos en situaciones reales, tales como, labores de exploración, búsqueda y reconocimiento de terrenos de difícil acceso, entre otras.

1.3. Planteamiento del problema de estudio.

En los últimos años, se han venido estudiando ampliamente los comportamientos colaborativos en la robótica, lo cual ha generado un gran interés por las tantas aplicaciones en los cuales los robots pueden emplearse.

En consecuencia, ya se han desarrollado diferentes tipos de agentes y algoritmos que cumplen las funciones descritas anteriormente, es decir, comportamientos colectivos siguiendo las pautas establecidas por la naturaleza, aunque mayormente son del tipo homogéneas con robots aéreos (UAV) o terrestres (UGV). Lo que, en algunos casos presenta grandes desventajas como, por ejemplo, para un agente aéreo la carga útil es un aspecto de bastante importancia, por lo cual está limitado en la autonomía, la capacidad de procesamiento de información, así como en la cantidad y calidad de los sensores abordo que puedan aportar información relevante. Para un agente terrestre, la principal limitante es la capacidad de ver más allá de lo que sus sensores le permiten, y en consecuencia no detectar obstáculos o definir una

trayectoria para cumplir con su cometido de manera eficaz.

Tomando en cuenta lo anterior, el principal interés de esta tesis es estudiar, controlar y sincronizar una formación heterogénea de dos agentes, uno de tipo terrestre y otro de tipo aéreo, robot de ruedas diferenciales y un cuadracóptero respectivamente, con el objetivo de obtener nuevos conocimientos acerca de las ventajas y características que este tipo de formación ofrece para analizar posibles aplicaciones en búsqueda y rescate.

1.4. Objetivos.

1.4.1. Objetivo general.

Realizar sincronización entre un robot móvil de ruedas diferenciales y un cuadracóptero empleando la teoría de sistemas complejos como parte del estudio de los comportamientos colectivos en la robótica.

1.4.2. Objetivos específicos.

- Implementar simulaciones de los modelos matemáticos de los robots.
- Diseñar e implementar una ley de control que permita la sincronización entre el robot móvil terrestre y el aéreo.
- Implementar diferentes formaciones entre los robots móviles utilizados.

Capítulo 2

Antecedentes

En este segundo capítulo se analizarán los modelos matemáticos de cada uno de los robots que, los cuales son involucrados a la hora de controlar la posición de cada robot, y esto a su vez nos permitire realizar formaciones y sincronización de múltiples robots para analizar posibles aplicaciones.

2.1. Sistemas complejos

Un sistema complejo se caracteriza fundamentalmente porque su comportamiento es imprevisible y se compone por una gran cantidad de elementos relativamente idénticos. Que a su vez estos, generan un comportamiento emergente que no puede explicarse a partir de dichos elementos tomados aisladamente. En consecuencia, para poder entender un sistema complejo no solo basta con entender cómo funciona cada elemento, si no conocer el funcionamiento del sistema completo una vez relacionadas sus partes entre sí (Munné, 2005).

En la naturaleza podemos encontrar un sin fin de ejemplos de sistemas complejos que se extienden desde la física, pasando por las matemáticas, economía, hasta la sociología. Por este motivo, esta clase de sistemas no constituye un caso excepcional si no que se manifiesta en la mayoría de los fenómenos que se observan en la vida diaria.

La mayoría de los sistemas complejos son inestables, se mantienen delicadamente equilibrados. Cualquier variación mínima entre sus elementos componentes puede modificar, de forma imprevisible, las interrelaciones y, por lo tanto, el comportamiento de todo el sistema. En consecuencia, para analizar un sistema complejo

dependiendo el problema se emplean diversos métodos, como lo son: modelos no lineales, ecuaciones diferenciales, teoría de redes, etc. En los sistemas complejos, se suelen utilizar algoritmos para obtener aproximaciones a su solución debido a la impredecibilidad de su dinámica.

2.2. Teoría de grafos

El problema de los puentes de Königsberg, también llamado más específicamente problema de los siete puentes de Königsberg, es un célebre problema matemático, resuelto por Leonhard Euler en 1736 y cuya resolución dio origen a la teoría de grafos. Su nombre se debe a Königsberg, la ciudad de Prusia Oriental y luego de Alemania que desde 1945 se convertiría en la ciudad rusa de Kaliningrado.

Esta ciudad es atravesada por el río Pregel, en ruso Pregolya, el cual se bifurca para rodear con sus brazos a la isla Kneiphof dividiendo el terreno en cuatro regiones distintas, las que entonces estaban unidas mediante siete puentes llamados puente del herrero, puente conector, puente verde, puente del mercado, puente de madera, puente alto y puente de la miel. El problema fue formulado en el siglo XVIII y consistía en encontrar un recorrido para cruzar a pie toda la ciudad, pasando sólo una vez por cada uno de los puentes, y regresando al mismo punto de inicio, ver figura 2.1.

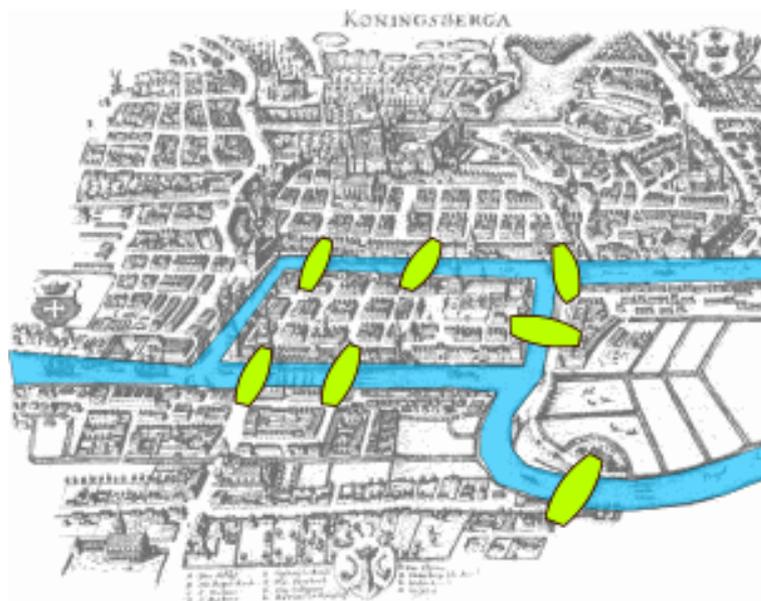


Figura 2.1: Siete puentes de Königsberg.

El problema puede resolverse aplicando un método de fuerza bruta, lo que implica probar todos los posibles recorridos existentes. Sin embargo, Euler en 1736 en su publicación (*Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*) demuestra una solución generalizada del problema, que puede aplicarse a cualquier territorio en que ciertos accesos estén restringidos a ciertas conexiones, tales como los puentes de Königsberg.

Para dicha demostración, Euler recurre a una abstracción del mapa, enfocándose exclusivamente en las regiones terrestres y las conexiones entre ellas. Cada puente lo representó mediante una línea que unía a dos puntos, cada uno de los cuales representaba una región diferente. Así el problema se reduce a decidir si existe o no un camino que comience por uno de los puntos azules, transite por todas las líneas una única vez, y regrese al mismo punto de partida ver 2.2.



Figura 2.2: Abstracción de los siete puentes de Königsberg.

2.3. Tipos de grafos

Matemáticamente se define un grafo $G = (V, E)$ como un par formado por el conjunto V de vértices o nodos y el conjunto E de aristas. La forma usual de un grafo se traza dibujando un punto que representa cada nodo que conforma el grafo, uniendo 2 de estos puntos por una línea. Como estos puntos y líneas son dibujadas es considerado irrelevante; todo lo que importa es cual par de nodos están conectados y cuáles no. Existen diferentes parámetros asociados a un grafo tales como: el grado, el orden, coeficiente de agrupamiento, entre otros, que ayudan al análisis y descripción de los miembros de un grupo.

2.3.1. Grafo dirigido

Es un tipo de grafo donde las conexiones que unen dos o más nodos son en una dirección. En la figura 2.3 se puede observar un ejemplo de un grafo dirigido, donde la flecha indica que la información fluye solamente en una dirección.

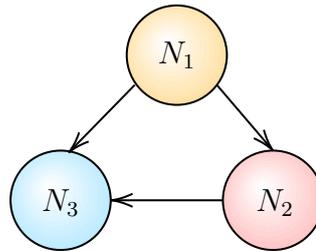


Figura 2.3: Ejemplo de grafo dirigido de 3 nodos.

2.3.2. Grafo no dirigido

Es un tipo de grafo donde sus nodos solo aceptan una sola conexión, donde, la información fluye en ambas direcciones entre sus nodos, es decir ambos nodos pueden recibir y enviar información, ver figura 2.4.

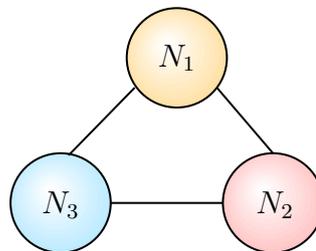


Figura 2.4: Ejemplo de un grafo no dirigido.

2.3.3. Grafo mixto

Es un tipo de grafo que contiene conexiones dirigidas y no dirigidas, ver figura 2.5.

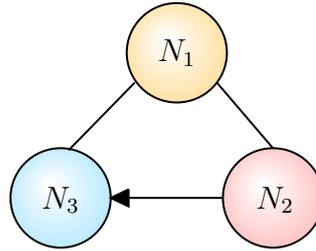


Figura 2.5: Ejemplo de un grafo mixto.

2.4. Matrices asociadas a un grafo

La teoría de grafos se utiliza como herramienta para el análisis y descripción de grafos. Existen diferentes matrices que describen las principales características de un grafo. Para fines del desarrollo de la tesis se utilizarán cuatro matrices de interés asociadas a un grafo: matriz de adyacencia, matriz de grado, matriz laplaciana y matriz de acoplamiento, que se describen a continuación.

2.4.1. Matriz de adyacencia $E(G)$

Es una matriz de $N \times N$ donde N representa el número de nodos del grafo. Se forma de unos y ceros y representa las conexiones entre nodos, se define como sigue

$$E(G) = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1N} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{N1} & \gamma_{N2} & \vdots & \gamma_{NN} \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

donde

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si hay conexión entre el nodo } i \text{ y el nodo } j, \\ 0 & \text{si no hay conexión entre el nodo } i \text{ y el nodo } j. \end{cases} \quad (2.2)$$

2.4.2. Matriz de grado $D(G)$

Es una matriz diagonal de dimensión $N \times N$, que representa el número de vecinos que tiene cada nodo, dicha matriz se define como,

$$D(G) = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & d_{NN} \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

donde los elementos d_{ij} están dados por,

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} d_i & \text{elemento de la diagonal,} \\ 0 & \text{elemento fuera de la diagonal.} \end{cases} \quad (2.4)$$

con d_i como el grado del nodo i con $i = 1, 2, \dots, N$, el cual se determina por la suma de unos de la fila i de $E(G)$, de la siguiente manera,

$$d_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N \gamma_{ij} \in E(G). \quad (2.5)$$

2.4.3. Matriz laplaciana $L(G)$

La matriz del grafo G , que se obtiene de la resta de la matriz de grado $D(G)$ menos la matriz de adyacencia $E(G)$.

$$L(G) = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{11} & \cdots & l_{1N} \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & l_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{N1} & l_{N2} & \vdots & l_{NN} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times N}, \quad (2.6)$$

es decir,

$$L(G) = D(G) - E(G). \quad (2.7)$$

Los elementos $i_{ij} \in L(G)$ se definen como

$$l_{ij} = \begin{cases} d_{ij}, & \text{si } i = j, \\ -1 & \text{si hay conexión entre el nodo } i \text{ y el nodo } j \text{ (} i \neq j \text{)}, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (2.8)$$

2.4.4. Matriz de acoplamiento $A(G)$

Es una matriz en la cual todos los valores propios son negativos o cero, en caso de grafos fuertemente conectados. También se utiliza para describir un grafo cualquiera. Se define como,

$$A(G) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \vdots & a_{NN} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times N}, \quad (2.9)$$

en particular se determina por,

$$A(G) = -L(G), \quad (2.10)$$

donde cada elemento $a_{ij} \in A(G)$ se define como

$$a_{ij} = -l_j. \quad (2.11)$$

2.5. Robot de ruedas diferenciales

2.5.1. Modelo cinemático de robot de ruedas diferenciales

El robot móvil terrestre bajo estudio es un vehículo que se constituye de dos ruedas motrices, izquierda y derecha, idénticas y paralelas entre sí, capaces de girar en el mismo sentido o en sentido contrario. Además de una rueda pasiva (rueda caster) conducida que asegura que la plataforma del robot se encuentre sobre un plano.

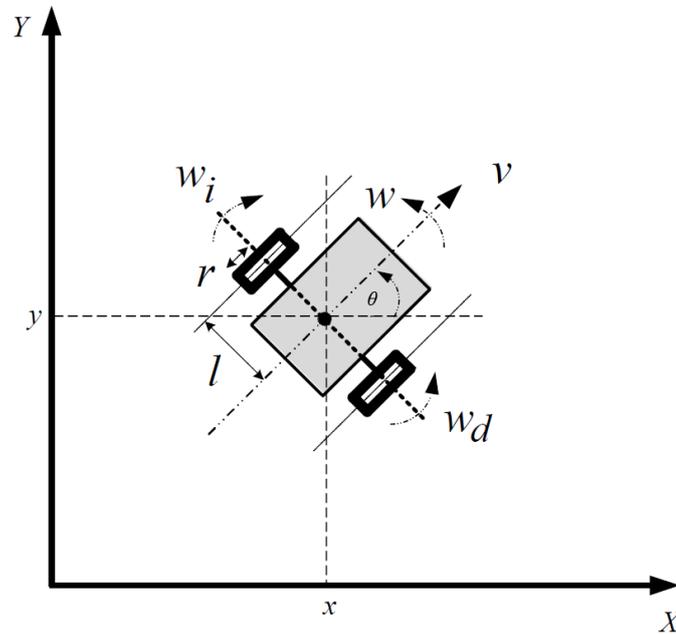


Figura 2.6: Localización de un robot móvil diferencial sobre el plano.

En (Sira Ramirez and AGRAWAL, 2004) se plantea el modelo cinemático del robot móvil diferencial donde el movimiento del robot se lleva a cabo en un plano XY y sin deslizamientos, ver 2.6. Las ecuaciones que describen la cinemática del robot están dadas por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos(\theta), \\ \dot{y} &= v \sin(\theta), \\ \dot{\theta} &= w.\end{aligned}\tag{2.12}$$

Donde la velocidad lineal v y la velocidad angular w esta definidas como,

$$v = \frac{(w_d + w_i)r}{2},\tag{2.13}$$

$$w = \frac{(w_d - w_i)r}{L}.\tag{2.14}$$

De las ecuaciones (2.12)-(2.14) se puede observar que es un sistema no lineal de la forma

$$R = f(R)u,\tag{2.15}$$

donde $R \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de estados del robot, $u = (v, w)^T$ es el vector de entradas y f esta definido como,

$$f = [f_1(\cdot)f_2(\cdot)], \quad (2.16)$$

con,

$$f_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

$$f_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

por lo tanto,

$$R = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w. \quad (2.19)$$

2.5.2. Linealización por retroalimentación dinámica

La linealización por retroalimentación dinámica es un método de diseño de sistemas de control con características no lineales. La idea principal es la de transformar, de forma parcial o total, la dinámica no lineal del sistema a controlar en una dinámica lineal.

Algunas de las tareas básicas que puede realizar un robot móvil de ruedas diferenciales son movimientos de punto a punto y seguimiento de trayectorias. Para realizar estas tareas puede utilizarse un control por retroalimentación. Debido a que las entradas v y w (2.13) y (2.14) están acopladas, es necesario desacoplarlas empleando alguna técnica que nos permita realizarlo. Posteriormente diseñar un controlador que nos permita realizar alguna de las tareas antes mencionadas (Lopez Parra, 2017). En (Luca et al., 2001) se plantea una técnica de linealización por retroalimentación dinámica que consiste en encontrar un compensador dinámico de la forma,

$$\dot{\xi} = a(R, \xi) + b(R, \xi)u^*, \quad (2.20)$$

$$w = c(R, \xi) + d(R, \xi)u^*. \quad (2.21)$$

Donde $\xi \in \mathbb{R}^k$ es el vector de estados, $u^* \in \mathbb{R}^m$. Para obtener un sistema equivalente lineal y controlable del sistema (2.15) y (2.23) se realiza una transformación de estados,

$$z = T(R, \xi). \quad (2.22)$$

Se define un sistema con n salidas de la forma,

$$\eta = h(R). \quad (2.23)$$

Después se diferencia la salida hasta que se obtengan las entradas en forma explícita. Con este algoritmo obtendremos el estado ξ del compensador dinámico. Cuando las salidas elegidas son invertibles, después de un número finito de diferenciaciones el proceso habrá terminado. Se obtiene la linealización de entrada-salida del sistema equivalente cuando la suma de las diferenciaciones de la salida es igual a la dimensión $n + k$.

Dado lo anterior, el sistema en lazo cerrado es equivalente a un conjunto de integradores desacoplados. Se define un vector de salidas como $\eta = (x, y), v = \xi, \dot{\xi} = a_c$, derivando se obtiene,

$$\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

debido a que $\dot{\eta}$ es afectado por la velocidad lineal del robot v , se puede definir como,

$$\dot{\eta} = \xi \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

$$\dot{\eta} = \xi \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \end{bmatrix} + \xi \dot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & 0 \\ \cos(\theta) & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

expresando de forma matricial se obtiene,

$$\ddot{\eta} = \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\xi \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \xi \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_c \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

donde

$$\begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\xi \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \xi \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_c \\ w \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

la matriz que multiplica al vector formado por a_c y w es no singular, siempre y cuando $\xi \neq 0$, por lo tanto se obtiene,

$$\begin{bmatrix} a_c \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\xi \sin(\theta) \\ \frac{-\sin(\theta)}{\xi} & \frac{\cos(\theta)}{\xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Finalmente se obtiene que,

$$\dot{\xi} = a_c = u_2^* \cos(\theta) + u_1^* \sin(\theta), \quad (2.30)$$

$$w = \frac{u_2^* \cos(\theta) - u_1^* \sin(\theta)}{\xi}. \quad (2.31)$$

El modelo del robot en las nuevas coordenadas (2.22) es,

$$\begin{aligned} z_1 &= x, \\ z_2 &= y, \\ \dot{z}_1 &= \dot{x} = v \cos \theta = \xi \cos \theta, \\ \dot{z}_2 &= \dot{y} = v \sin \theta = \xi \sin \theta. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Finalmente obtenemos un sistema de segundo orden del sistema lineal y controlable,

$$\begin{aligned} \ddot{z}_1 &= \ddot{x} = u_1^*, \\ \ddot{z}_2 &= \ddot{y} = u_2^*. \end{aligned} \quad (2.33)$$

2.5.3. Cálculo de velocidades angulares de las ruedas

El diagrama a bloques del esquema de control del robot tipo diferencial está representado en la figura 2.7. Se toma (2.12) - (2.14) del modelo original se pueden

calcular las velocidades angulares de las ruedas (w_R, w_L), esto a partir de las nuevas coordenadas del sistema equivalente (2.32). De (2.13),

$$\begin{aligned} v &= \frac{V_R}{2} + \frac{V_L}{2}, \\ V_R &= 2v - V_L. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Sustituyendo (2.34) en (2.14),

$$\begin{aligned} w &= \frac{V_R}{L} - \frac{V_L}{L} = \frac{2v - V_L}{L} - \frac{V_L}{L}, \\ V_L &= v - \frac{wL}{2}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$w_L = \frac{v - \frac{wL}{2}}{r}. \quad (2.36)$$

Sustituyendo (2.37) en (2.13), se obtiene,

$$\begin{aligned} v &= \frac{V_R}{2} + \frac{V_L}{2} = \frac{v - \frac{wL}{2}}{2} - \frac{V_R}{2}, \\ V_R &= v + \frac{wL}{2}, \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$w_R = \frac{v + \frac{wL}{2}}{r}. \quad (2.38)$$

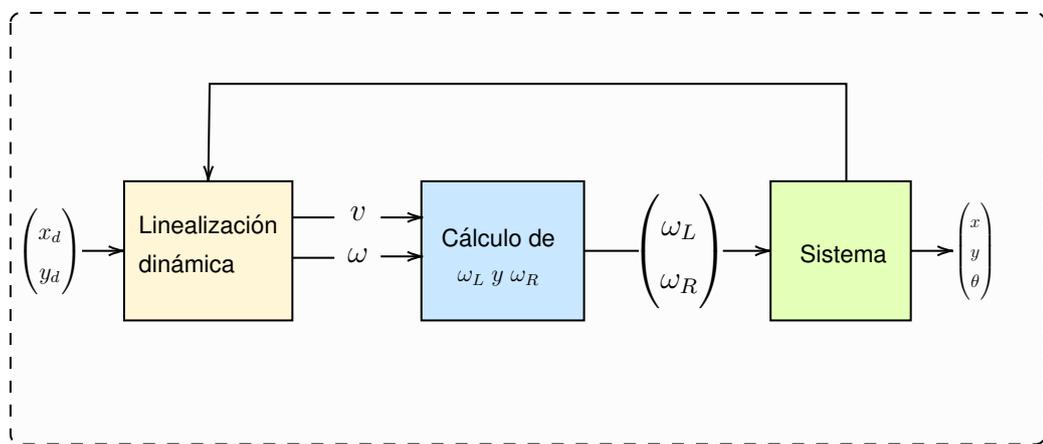


Figura 2.7: Diagrama a bloques del esquema de control del robot de ruedas diferenciales.

2.6. Cuadracóptero

Un cuadracóptero es un tipo de UAV, que para generar sustentación en el aire consta de cuatro rotores, los cuales se colocan en forma de X o en forma de cruz. Por lo general los UAV's cuentan con sensores inerciales como acelerómetros, giroscopios, magnetómetros y altímetros, los cuales se utilizan para obtener la información necesaria para calcular la orientación en el espacio, y de esta manera a través de un algoritmo de control, para estabilizar el vuelo modificando las velocidades angulares de cada rotor.

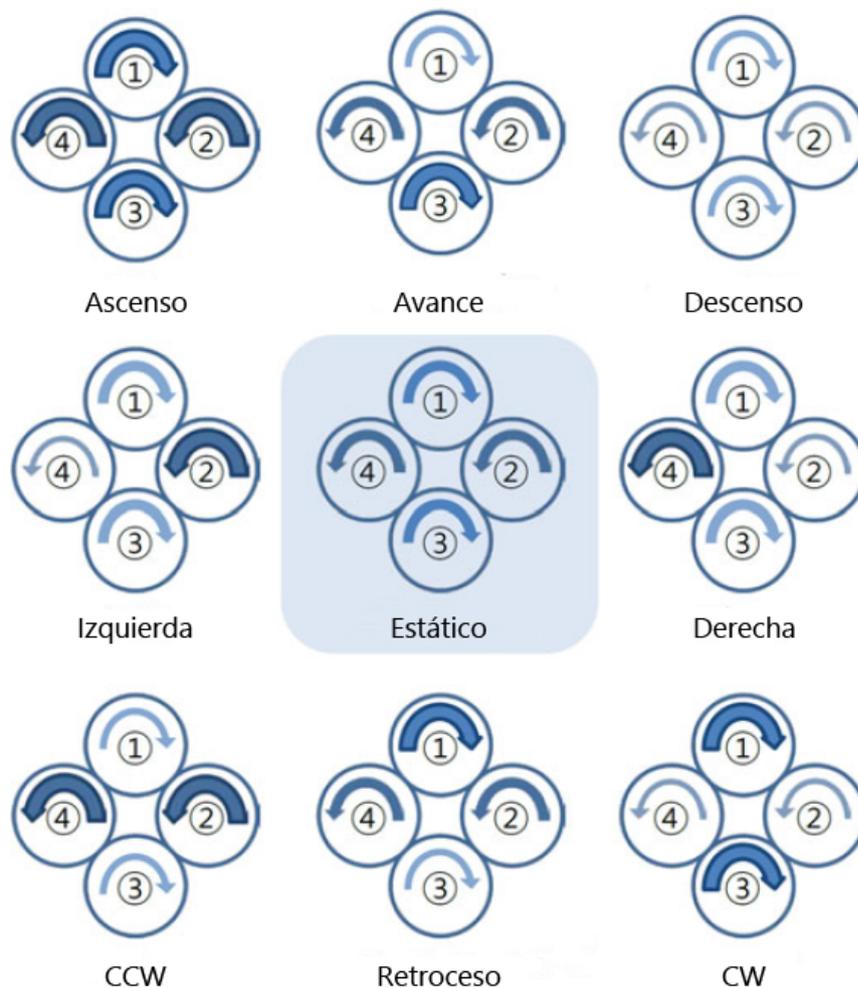


Figura 2.8: Mecanismo de desplazamiento de un cuadracóptero.

El desplazamiento de un cuadracóptero hacia cualquier sentido se realiza varian-

do la velocidad de uno o más de sus rotores produciendo una diferencia de empuje. Para que exista desplazamiento hacia adelante, atrás, izquierda o derecha, se requiere que la velocidad del rotor opuesto a la dirección de desplazamiento deseada sea predominante respecto al resto. Si lo que se requiere, es girar sobre su propio eje se necesita que los rotores que giran en el sentido deseado aumenten su velocidad. Por el contrario, si se requiere desplazamiento vertical hacia arriba, abajo o esteticidad, se necesita aumentar, disminuir la velocidad e igualar la fuerza de la gravedad, respectivamente, vease la figura 2.8.

2.7. Modelo dinámico utilizando Euler-Lagrange

La dinámica de actitud (ángulo de ataque) y posición de un cuadracóptero es básicamente la de un cuerpo rígido giratorio con seis grados de libertad. La estructura de un cuadracóptero puede observarse en la figura 2.9. Los ángulos de Euler que representan la orientación, son expresadas como (ϕ, θ, ψ) , donde ϕ es el ángulo roll al rededor del eje x , θ es el angulo pitch al rededor del eje y , y ψ es el ángulo yaw al rededor del eje z (Swarup and Sudhir, 2014), (Diaz Castillo, 2018).

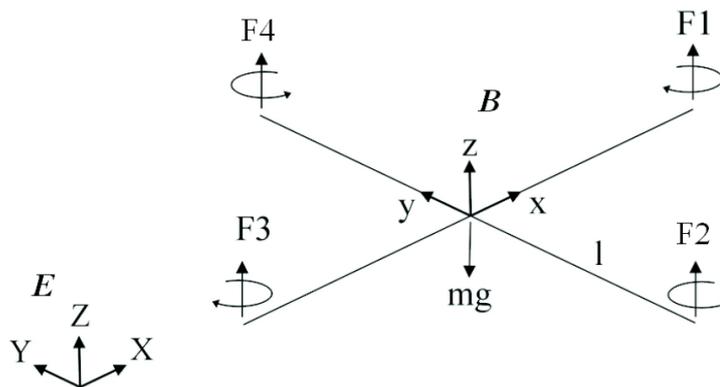


Figura 2.9: Diagrama de cuerpo libre de un cuadracóptero.

2.7.1. Cinemática

Para cualquier punto en el que se encuentra el cuadracóptero respecto a nuestro marco de referencia E , representado en la figura 2.9.

$$\begin{aligned} r_x &= (c\psi c\theta) x + (c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi) y + (c\psi s\theta c\phi - s\psi s\phi) z, \\ r_y &= (s\psi c\theta) x + (s\psi s\theta s\phi + s\psi c\phi) y + (s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi) z, \\ r_z &= (-s\theta) x + (c\theta s\phi) y + (c\theta c\phi). \end{aligned} \quad (2.39)$$

Derivando (2.39) y elevando al cuadrado la magnitud de velocidad para cualquier punto se obtienen las velocidades y esta dada por,

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2. \quad (2.40)$$

2.7.2. Energía

Para extraer la ecuación de la energía cinética se asume que la matriz de inercia es diagonal y de (2.40) se tiene que,

$$T = \frac{1}{2} I_{xx} (\dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta)^2 + \frac{1}{2} I_{yy} (\dot{\theta} c\phi + \dot{\psi} s\phi c\theta)^2 + \frac{1}{2} I_{zz} (\dot{\theta} s\phi - \dot{\psi} c\phi)^2. \quad (2.41)$$

Se puede expresar (2.41) utilizando la formula de energía potencial, de tal modo que,

$$V = \int x dm(x) (-gs\theta) + \int y dm(y) (gs\phi c\theta) + \int z dm(z) (gc\phi c\theta). \quad (2.42)$$

2.7.3. Ecuación de movimiento

Utilizando el lagrangiano y la formula derivada para la ecuación de movimiento,

$$L = T - V, \quad \Gamma_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i}, \quad (2.43)$$

donde q_i son las coordenadas generalizadas. Las tres ecuaciones de movimiento son,

$$\begin{aligned} I_{xx} \ddot{\phi} &= \dot{\theta} \dot{\phi} (I_{yy} - I_{zz}), \\ I_{yy} \ddot{\theta} &= \dot{\phi} \dot{\psi} (I_{zz} - I_{xx}), \\ I_{zz} \ddot{\psi} &= \dot{\phi} \dot{\theta} (I_{xx} - I_{yy}). \end{aligned} \quad (2.44)$$

Por otra parte los pares no conservados que actúan sobre el cuerpo, son el resultado de la diferencia en el empuje de cada par,

$$\begin{aligned} T_x &= bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2), \\ T_y &= bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2), \\ T_z &= d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2). \end{aligned} \quad (2.45)$$

2.7.4. El modelo dinámico derivado

El modelo dinámico del cuadracóptero describe los ángulos *roll*, *pitch* y *yaw*, que son el resultado del efecto giroscópico de la rotación del cuerpo rígido, que es el efecto resultante del giro de algunas de sus hélices acoplado con la rotación del cuerpo y finalmente la acción de los motores,

$$\begin{aligned} I_{xx}\ddot{\phi} &= \dot{\theta}\dot{\phi}(I_{yy} - I_{zz}) - J\dot{\theta}\Omega_r + T_x, \\ I_{yy}\ddot{\theta} &= \dot{\phi}\dot{\psi}(I_{zz} - I_{xx}) + J\dot{\phi}\Omega_r + T_y, \\ I_{zz}\ddot{\psi} &= \dot{\phi}\dot{\theta}(I_{xx} - I_{yy}) + T_z. \end{aligned} \quad (2.46)$$

El modelo dinámico general de un cuadracóptero con los movimientos en el plano x, y, z además de sus ángulos de orientación *yaw*, *pitch*, *roll*, se describe a continuación (Swarup and Sudhir, 2014),

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \dot{\theta}\dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{J_x}{I_x} \dot{\theta}\Omega + \frac{l}{I_x} U_2, \\ \ddot{\theta} &= \dot{\phi}\dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{J_x}{I_y} \dot{\phi}\Omega + \frac{l}{I_y} U_3, \\ \ddot{\psi} &= \dot{\phi}\dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{l}{I_z} U_4, \\ \ddot{z} &= -g + (\cos\phi \cos\theta) \frac{1}{m} U_1, \\ \ddot{x} &= (\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi) \frac{1}{m} U_1, \\ \ddot{y} &= (\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi) \frac{1}{m} U_1. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Las primeras tres ecuaciones hacen referencia a la orientación del cuadracóptero $(\phi, \theta, \psi)^T$, las segundas tres ecuaciones hacen referencia a la posición del cuadracóptero con respecto al origen del marco inercial $(x, y, z)^T$.

Las entradas del sistema están dadas por U_1, U_2, U_3, U_4 y Ω es una perturbación,

las cuales se describen a continuación,

$$\begin{aligned}
 U_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2), \\
 U_2 &= b(\Omega_4^2 - \Omega_2^2), \\
 U_3 &= b(\Omega_3^2 - \Omega_1^2), \\
 U_4 &= d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2), \\
 \Omega &= \Omega_2 + \Omega_4 - \Omega_1 - \Omega_3.
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

donde $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ y Ω_4 son las velocidades angulares de cada rotor, b es el coeficiente de empuje y d es el coeficiente de arrastre.

El siguiente paso es volver a escribir el modelo dinámico en forma de espacio de estados,

$$\dot{X} = f(X, U). \tag{2.49}$$

Introduciendo un vector de estados para el sistema $X = (x_1, \dots, x_{12})^T \in \mathbb{R}^{12}$

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \phi, & x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{\phi}, \\
 x_3 &= \theta, & x_4 &= \dot{x}_3 = \dot{\theta}, \\
 x_5 &= \psi, & x_6 &= \dot{x}_5 = \dot{\psi}, \\
 x_7 &= z, & x_8 &= \dot{x}_7 = \dot{z}, \\
 x_9 &= x, & x_{10} &= \dot{x}_9 = \dot{x}, \\
 x_{11} &= y, & x_{12} &= \dot{x}_{11} = \dot{y}.
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

Finalmente se obtiene el modelo dinámico representado en espacio de estados

$$\begin{pmatrix}
 x_2, \\
 x_2x_6a_1 + x_4a_2\Omega + b_1U_2, \\
 x_4, \\
 x_2x_6a_3 + x_2a_4\Omega + b_2U_3, \\
 x_6, \\
 x_4x_2a_5 + b_3U_4, \\
 x_8, \\
 -g + (\cos x_1 \cos x_3) \frac{1}{m} U_1, \\
 x_{10}, \\
 u_x \frac{1}{m} U_1, \\
 x_{12}, \\
 u_y \frac{1}{m} U_1.
 \end{pmatrix} \cdot \tag{2.51}$$

Con,

$$\begin{aligned}
 a_1 &= I_y - I_z / I_x, & b_1 &= l / I_x, \\
 a_2 &= J_R / I_x, & b_2 &= l / I_y, \\
 a_3 &= I_z - I_x / I_y, & b_3 &= l / I_z, \\
 a_4 &= J_R / I_y, \\
 a_5 &= I_x - I_y / I_z.
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

$$\begin{aligned}
 u_x &= (\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5), \\
 u_y &= (\cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5).
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

De (2.51) podemos dividir la dinámica del cuadracóptero en dos subsistemas; es decir, un subsistema de rotación y en un subsistema de traslación como se muestra en la figura 2.10. El esquema de control general para el sistema lógicamente se dividirá en un controlador de posición y en un controlador de rotación.

Cuadro 2.1: Tabla de parámetros físicos para el modelo del cuadracóptero

Simbolo	Definicion	Valor
m	Masa	$0,650kg$
I_x	Inercia del eje x	$7,5e^{-5}kgm^2$
I_y	Inercia del eje y	$7,5e^{-5}kgm^2$
I_z	Inercia del eje z	$1,3e^{-5}kgm^2$
b	Coeficiente de empuje	$72,24e^{-5}Ns^2$
d	Coeficiente de arrastre	$11,5e^{-5}Nm.s^2$
J_p	Inercia del rotor	$6e^{-5}kgm^2$
L	Longitud del chasis	$0,085m$

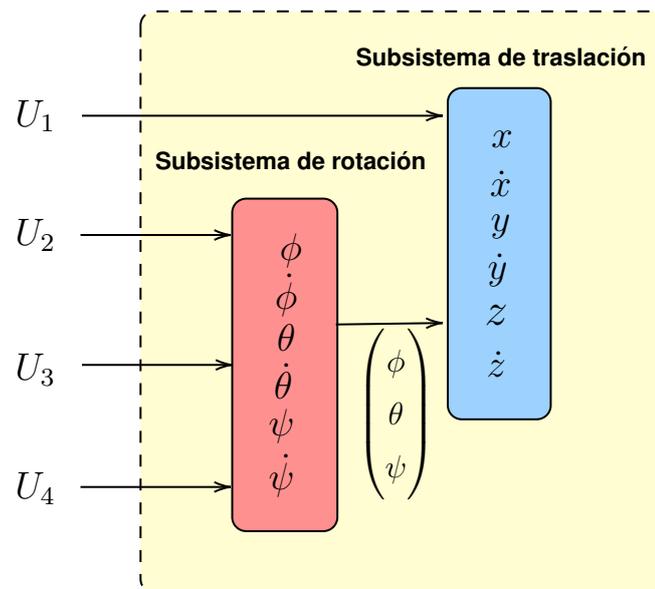


Figura 2.10: Conexión de los dos subsistemas ideales de la dinámica completa del sistema.

2.7.5. Backstepping

Backstepping es una técnica de control en la cual las leyes de control se diseñan usando un algoritmo de control recursivo para ciertos estados. Estos estados son nombrados como entradas de control virtuales. Utilizando la técnica de backstepping (Bouabdallah and Siegwart, 2005), (Diaz Castillo, 2018), se puede sintetizar la ley

de control forzando al sistema a seguir la trayectoria deseada. El primer paso es obtener la leyes de control para el subsistema de rotación considerando el error de seguimiento:

$$z_1 = x_{1d} - x_1. \quad (2.54)$$

Derivando (2.54) se obtiene

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_{1d} - \dot{x}_1. \quad (2.55)$$

sabemos que $\dot{x}_1 = x_2$, por lo tanto sustituimos en (2.55) y obtenemos:

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_{1d} - x_2. \quad (2.56)$$

Se considera la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(z_1) = \frac{1}{2}z_1^2. \quad (2.57)$$

Derivando (2.57) se obtiene:

$$\dot{V}(z_1) = z_1\dot{z}_1. \quad (2.58)$$

sustituimos (2.56) en (2.58)

$$\dot{V}(z_1) = z_1(\dot{x}_{1d} - x_2). \quad (2.59)$$

Para estabilizar a z_1 , consideramos a x_2 como una entrada de control virtual, por lo que obtenemos:

$$x_2 = \dot{x}_{1d} + z_1\alpha_1 \text{ con } : \alpha > 0. \quad (2.60)$$

Para que la derivada sea negativa y semi definida se sustituye (2.60) en (2.59)

$$\dot{V}(z_1) = -\alpha_1 z_1^2. \quad (2.61)$$

Se hace un cambio de variable

$$z_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 z_1. \quad (2.62)$$

Se considera una segunda función de Lyapunov

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2). \quad (2.63)$$

Derivando (2.63) y sustituyendo x_2 se obtiene

$$V(z_1, z_2) = z_2(x_4x_6a_1 + x_4a_2\Omega + b_1U_2) - z_2(\ddot{x}_{1d} - \alpha_1(z_2 + \alpha_1z_1)) - z_1z_2 - \alpha_1z_1^2, \quad (2.64)$$

Se diseña la entrada de control U_2 satisfaciendo que $\dot{V}(z_1, z_2)$ y considerando $\ddot{x}_{1,3,5d} = 0$

$$U_2 = \frac{1}{b_1}(z_1 - x_4x_6a_1 - x_4a_2\Omega - \alpha_1(z_2 + \alpha_1z_1) - \alpha_2z_2), \quad (2.65)$$

Utilizando el mismo procedimiento se calcula las entradas de control U_1, U_3, U_4

$$U_3 = \frac{1}{b_2}(z_3 - x_2x_6a_3 - x_2a_4\Omega - \alpha_3(z_4 + \alpha_3z_3) - \alpha_4z_4), \quad (2.66)$$

$$U_4 = \frac{1}{b_3}(z_5 - x_2x_4a_5 - \alpha_5(z_6 + \alpha_5z_5) - \alpha_6z_6), \quad (2.67)$$

obtenemos el controlador del subsistema de traslaciones lineales siguiendo los pasos anteriores,

$$U_1 = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3}(z_7 + g - \alpha_7(z_8 + \alpha_7z_7) - \alpha_8z_8 + \ddot{x}_{7d}), \quad (2.68)$$

$$u_x = \frac{m}{U_1}(z_9 - \alpha_9(z_{10} + \alpha_9z_9) - \alpha_{10}z_{10} + \ddot{x}_{9d}), \quad (2.69)$$

$$u_y = \frac{m}{U_1}(z_{11} - \alpha_{11}(z_{12} + \alpha_{11}z_{11}) - \alpha_{12}z_{12} + \ddot{x}_{11d}), \quad (2.70)$$

donde los errores de seguimiento son los siguientes

$$\begin{aligned} z_1 &= x_{1d} - x_1, \\ z_2 &= x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1z_1, \\ z_3 &= x_{3d} - x_3, \\ z_4 &= x_4 - \dot{x}_{3d} - \alpha_3z_3, \\ z_5 &= x_{5d} - x_5, \\ z_6 &= x_6 - \dot{x}_{5d} - \alpha_5z_5, \\ z_7 &= x_{7d} - x_7, \\ z_8 &= x_8 - \dot{x}_{7d} - \alpha_7z_7, \\ z_9 &= x_{9d} - x_9, \\ z_{10} &= x_{10} - \dot{x}_{9d} - \alpha_9z_9, \\ z_{11} &= x_{11d} - x_{11}, \\ z_{12} &= x_{12} - \dot{x}_{11d} - \alpha_{11}z_{11}. \end{aligned} \quad (2.71)$$

2.7.6. Velocidades angulares de los rotores

Para poder implementar el backstepping en la vida real se requiere obtener las velocidades angulares de los rotores, obteniendo un esquema de control como se muestra en la figura 2.11.

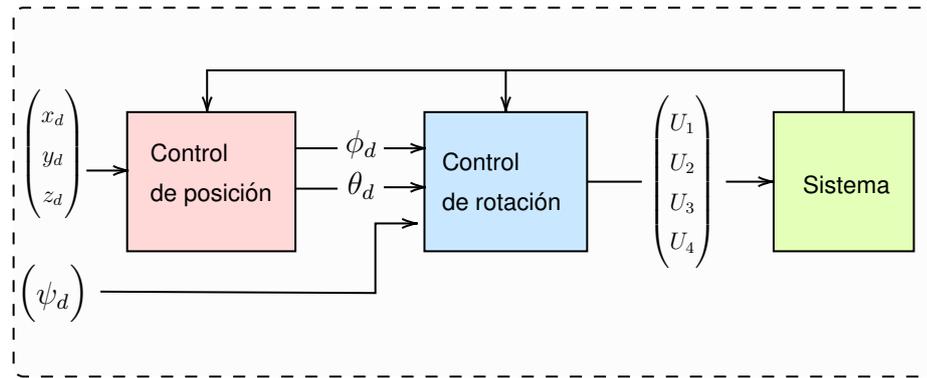


Figura 2.11: Diagrama a bloques del esquema de control.

En (2.48) tenemos una relación entre las entradas de control y las velocidades angulares. Se transforma en forma matricial y queda de la siguiente manera,

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -b & 0 & b \\ -b & 0 & b & 0 \\ -d & d & -d & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

El siguiente paso es obtener la matriz inversa, se obtiene,

$$\begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}b & 0 & -\frac{1}{2}b & -\frac{1}{4}d \\ \frac{1}{4}b & -\frac{1}{2}b & 0 & \frac{1}{4}d \\ \frac{1}{4}b & 0 & \frac{1}{2}b & -\frac{1}{4}d \\ \frac{1}{4}b & \frac{1}{2}b & 0 & \frac{1}{4}d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}. \quad (2.73)$$

Por ultimo se re-ordena y obtenemos las velocidades angulares.

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \sqrt{\frac{U_1}{4b} - \frac{U_3}{2b} - \frac{U_4}{4d}}, \\ \Omega_2 &= \sqrt{\frac{U_1}{4b} - \frac{U_2}{2b} + \frac{U_4}{4d}}, \\ \Omega_3 &= \sqrt{\frac{U_1}{4b} + \frac{U_3}{2b} - \frac{U_4}{4d}}, \\ \Omega_4 &= \sqrt{\frac{1}{4b} + \frac{U_2}{2b} + \frac{U_4}{4d}}.\end{aligned}\tag{2.74}$$

2.8. Conclusiones del capítulo

Los controladores obtenidos en este capítulo nos permitirán realizar comportamientos colaborativos como formación y sincronización de grupos de robots que tengan posibles aplicaciones de patrullaje, búsqueda y rescate aprovechando las propiedades y características que ofrece un robot de ruedas diferenciales y un cuadricóptero.

Capítulo 3

Sincronización

En este tercer capítulo se analizará el comportamiento colectivo de sincronización, empleando los modelos dinámicos obtenidos en el capítulo anterior. Primeramente, se analizan los modelos para analizarlos como nodos aislados, posteriormente como grupos de robots y se analiza la sincronización heterogénea.

Sincronización (del griego *syn*, que significa lo mismo, común y *chronos*, que significa tiempo). El concepto etimológico de la palabra es que dos o más fenómenos o movimientos se produzcan simultáneamente o al mismo tiempo. Por lo tanto, sincronización se entiende como el ajuste de ritmos de osciladores periódicos autosostenidos debido a su interacción débil. Este concepto puede encontrarse en la vida diaria, en la naturaleza y en las ciencias exactas. La historia de la sincronización se remonta al siglo XVII, cuando el famoso científico holandés Christiaan Huygens informó sobre su observación de la sincronización de dos relojes de péndulo que había inventado poco antes. Quien, durante un experimento en el mar para determinar la longitud y latitud, se percató que un par de relojes de péndulo colgados de una viga se movían con la misma frecuencia, pero en direcciones opuestas o en antifase. Después de varias observaciones, llegó a la conclusión de que este fenómeno ocurría por que el movimiento de los péndulos producía una vibración en la viga transmitiendo el movimiento de uno al otro. Esto dio paso a su famoso experimento que empleó para demostrar este fenómeno, ver figura 3.1 el cual consistía en colgar dos relojes de péndulo en una viga de madera sostenida por un par de sillas, en donde observo que los dos relojes se movían sincronizados en antifase empleando la viga de madera como medio acoplante, donde incluso el sonido de los relojes se

escuchaba al mismo tiempo. (Pikovsky et al., 2003)

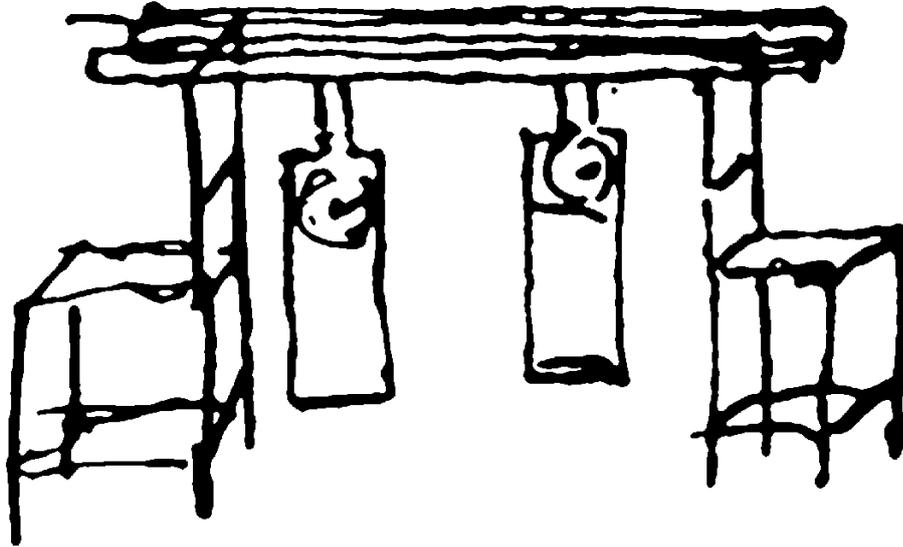


Figura 3.1: Ilustración del experimento de Christiaan Huygens con el cual demostró la existencia de sincronización entre dos relojes de péndulo.

La sincronización también ocurre cuando dos o más individuos se coordinan para obtener comportamientos iguales a través del tiempo. Por lo tanto, algunos tipos de comportamientos colectivos son ejemplos de sincronización. Existen un sinnúmero de ejemplos de estos comportamientos colectivos. Por ejemplo, los aplausos en un auditorio, el canto de los grillos, el vuelo en formación de aves, etc. La sincronización puede representarse matemáticamente con modelos que describen cómo el comportamiento colectivo emerge a partir de la interacción de los individuos a través del tiempo. Pudiéndose así aplicar al control de sistemas dinámicos. Desde el punto de vista del control moderno (Wang, 2002), se dice que un grupo de N nodos sincroniza completa y asintóticamente si

$$\dot{x}_i = f(x_i) + u_i. \quad (3.1)$$

Donde $i = 1, 2, \dots, N$

$$x_1(t) = x_2(t) = \dots = x_N(t) \text{ cuando } t \rightarrow \infty. \quad (3.2)$$

Donde $x_i \in \mathbb{R}^n$ representa los estados del nodo i . Si se define el error de sincronía entre los nodos i y j como $e_{ij} = x_i - x_j$ con $i \neq j$, se puede decir que los nodos x_i y

x_j sincronizan completamente y asintóticamente cuando.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_{ij}(t)\| = 0. \quad (3.3)$$

Para lograr la sincronización en un grupo formado por N nodos idénticos, con acoplamiento lineal y difusivo a través de la primera variable de estado de cada nodo se recurre a las ecuaciones de estado de cada nodo i como sigue

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i1} &= f_1(x_i) + u_{i1}, \\ \dot{x}_{i2} &= f_2(x_i), \\ &\vdots \\ \dot{x}_{in} &= f_n(x_i). \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.4)$$

Donde $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados del nodo i , la ley de control u_{i1} queda de la siguiente forma

$$u_{i1} = c \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma x_j. \quad (3.5)$$

Donde $c > 0$ representa la fuerza de acoplamiento y $\Gamma \in \mathbb{R}^{N \times N}$ es una matriz de conexiones que indica cuales variables de estado de los nodos están acoplada.

3.1. Robot de ruedas diferenciales

Para el caso del robot diferencial que cuenta con tres estados, es decir, $R = (x, y, \theta) \in \mathbb{R}^3$ y dos entradas de control $u = (v, w)$ el sistema toma la forma de la ecuación 2.15. Nótese que como el nuevo sistema (2.32) es el lineal con estradas desacopladas (2.31) es fácil diseñar una ley de control que cumpla los objetivos de punto deseado y seguimiento de trayectorias. Suponiendo que el robot móvil debe seguir una trayectoria deseada $(x_d(t), y_d(t))$ la ley de control para el seguimiento de la trayectoria (en coordenadas cartesianas) puede proponerse de la siguiente manera,

$$U_1 = c_{11}(\dot{x}_d(t) - \dot{x}_r) + c_{12}(x_d(t) - x_r), \quad (3.6)$$

$$U_2 = c_{21}(\dot{y}_d(t) - \dot{y}_r) + c_{22}(y_d(t) - y_r). \quad (3.7)$$

Con $c_{11}, c_{21}, c_{12}, c_{22} > 0$ y por ser apropiadamente seleccionadas.

3.1.1. Simulación en punto deseado

Considerando el escenario de un robot móvil diferencial aislado con las siguientes condiciones iniciales:

$(x(0), y(0), \theta(0), \xi(0)) = (-1, 7, -2, \pi/4, 0, 10)$, $r = 0.0205$, $L = 0.08841$ y con ganancias $c_{11} = 0,3$, $c_{21} = 0,3$, $c_{12} = 3$ y $c_{22} = 3$. Las ecuaciones de estado que describen el movimiento del robot están descritas por

$$\begin{aligned}\dot{x}_r(t) &= V_r \cos(\theta_r), \\ \dot{y}_r(t) &= V_r \sin(\theta_r), \\ \dot{\theta}_r(t) &= w_r = \frac{V_R - V_L}{2}, \\ \dot{\xi}(t) &= a_c = U_1 \cos(\theta_r) + U_2 \sin(\theta_r).\end{aligned}\tag{3.8}$$

Por lo tanto, se obtienen los siguientes resultados numéricos: en la figura 3.2 se observa como la velocidad llega a un valor constante y a una orientación. En la figura 3.3 puede observarse como el error tiende a cero confirmando que el estado 1 y el estado 2 son igual al punto deseado. En la figura 3.4 se muestra la posición inicial, la trayectoria y la posición final.

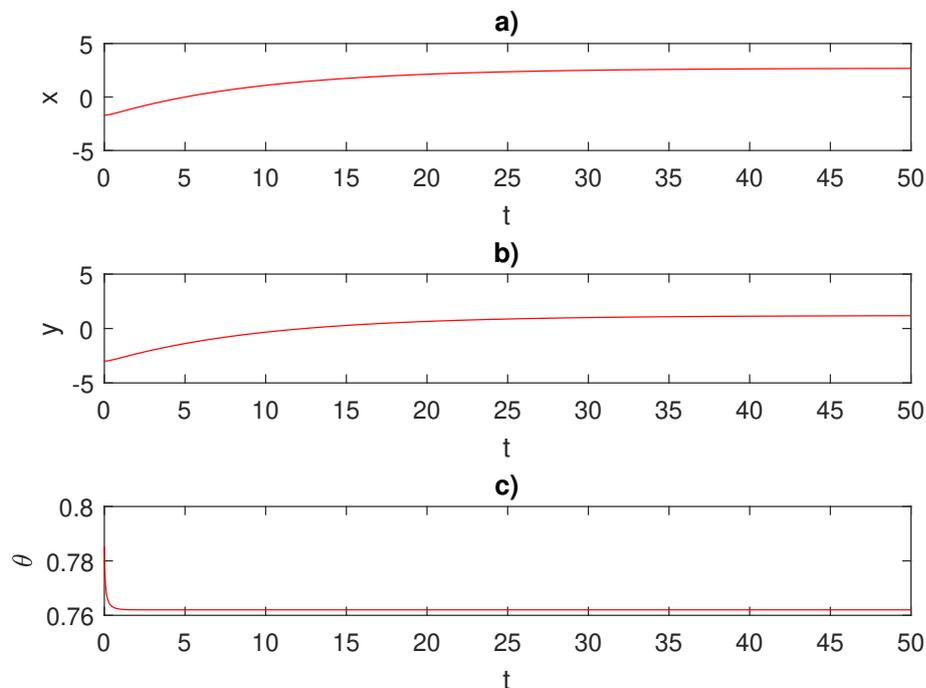


Figura 3.2: Robot aislado, gráficas temporales para los estados: a) X , b) Y y c) θ .

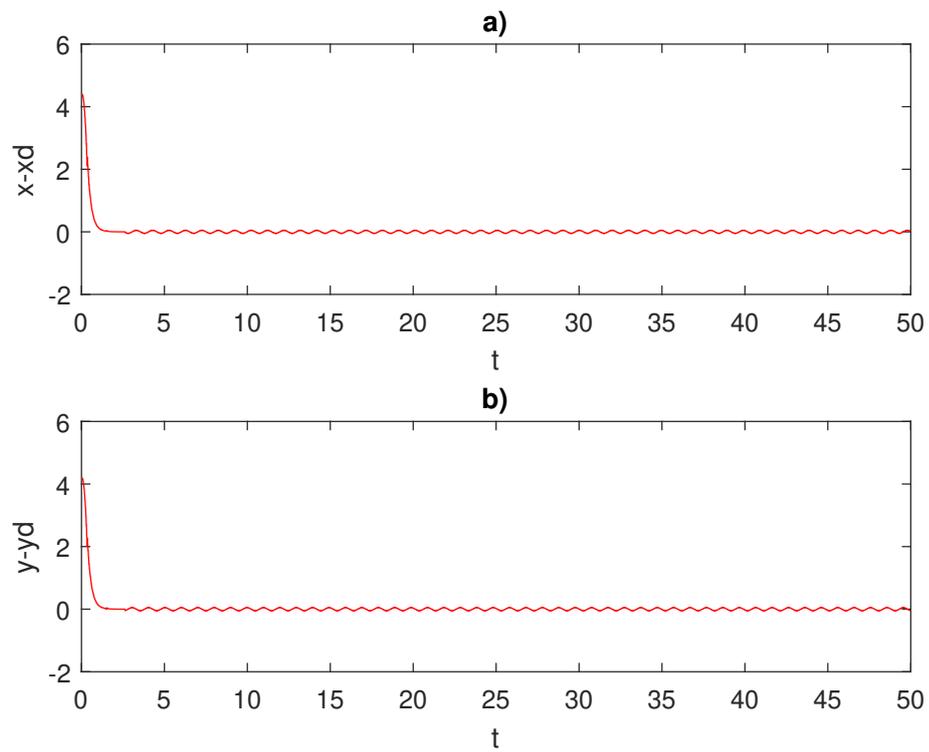


Figura 3.3: Robot aislado, gráficas del error: a) $X - X_d$, b) $Y - Y_d$

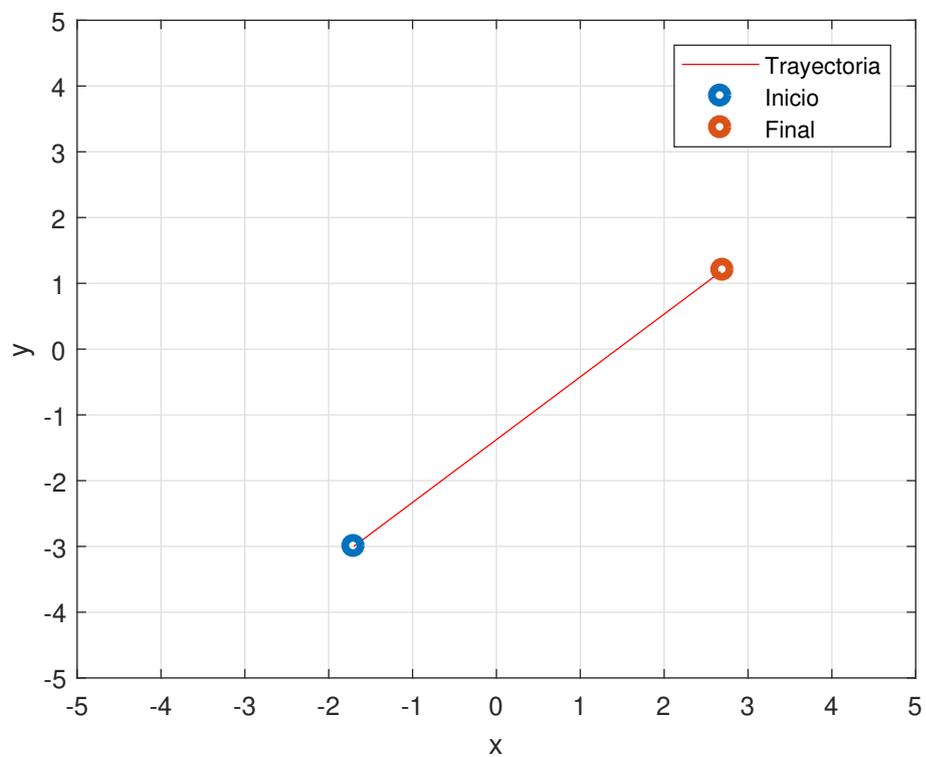


Figura 3.4: Robot aislado, movimiento en el plano $x-y$.

3.1.2. Simulación de seguimiento de trayectoria

Para la simulación de un robot móvil diferencial aislado para el seguimiento de trayectoria se eligió una trayectoria circular y se consideraran las siguientes condiciones iniciales y parámetros:

$(x(0), y(0), \theta(0), \xi(0)) = (1, 0, 6\pi/4, 1)$, $r = 0.0205$, $L = 0.08841$ y con ganancias $c_{11} = 290$, $c_{21} = 290$, $c_{12} = 40$ y $c_{22} = 40$. Las ecuaciones paramétricas que describen la trayectoria son

$$\begin{aligned} X &= 1,5\sin(\pi(t)), \\ Y &= 1,5\cos(\pi(t)). \end{aligned} \quad (3.9)$$

En la figura 3.5 se muestran las velocidades, que en este caso oscilan de acuerdo a la trayectoria, la orientación se observa cómo va desde 0 a 360 grados. En la figura 3.6 se observa una pequeña oscilación en el error. En la figura 3.7 se muestra el seguimiento de la trayectoria.

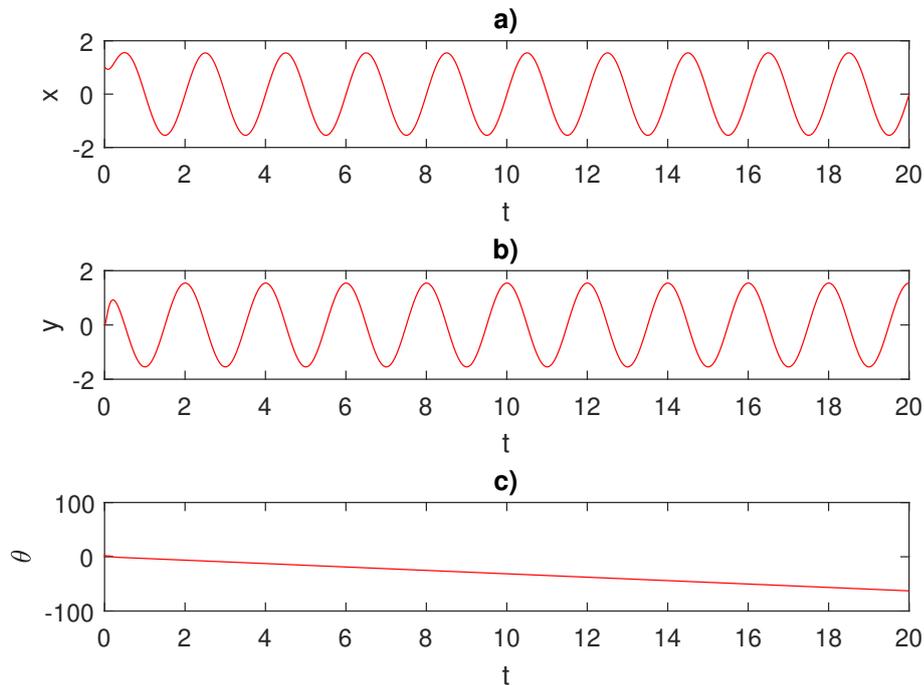


Figura 3.5: Robot aislado, gráficas temporales para los estados: a) X , b) Y y c) θ .

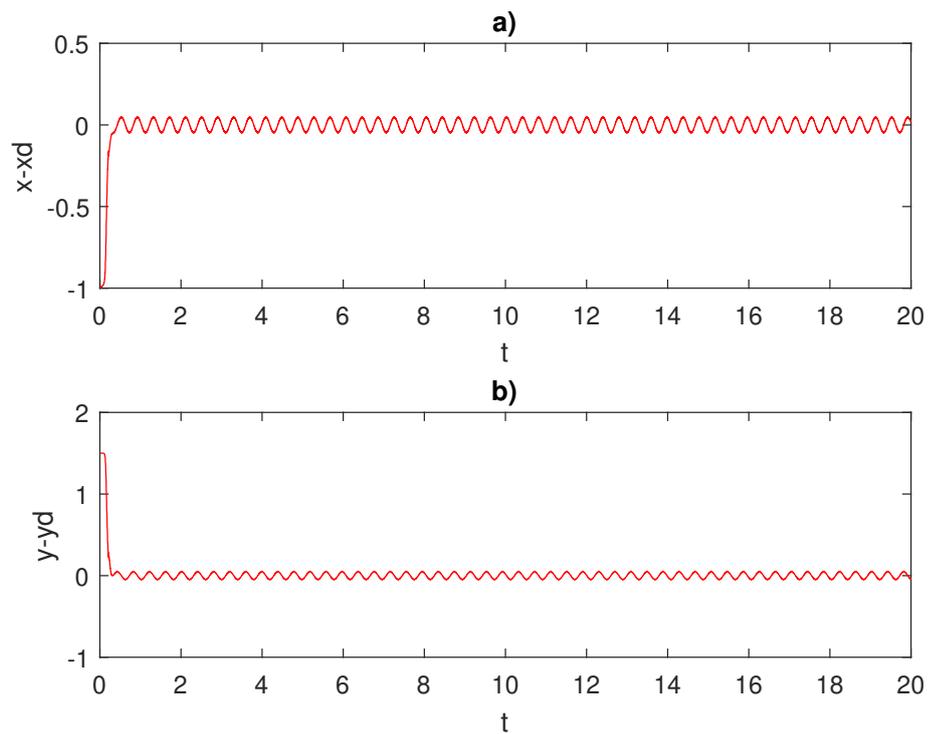


Figura 3.6: Robot aislado, gráficas del error: a) $X - X_d$, b) $Y - Y_d$

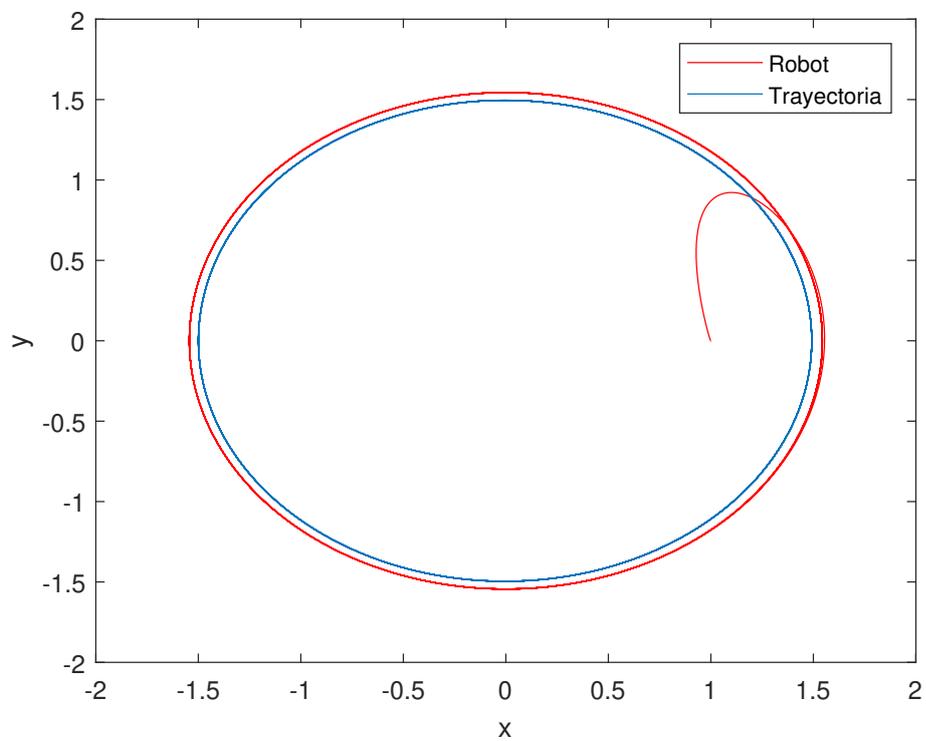


Figura 3.7: Robot aislado, movimiento en el plano $x-y$.

3.1.3. Sincronización de robot de ruedas diferenciales

En esta parte del capítulo, se consideran redes de robots móviles diferenciales formadas por N robots descritos por (2.12) - (2.14). Se utilizará una formación donde un robot funcionará como maestro y otro como esclavo. Por lo tanto, se empleará el grafo que se muestra en la figura 3.8, donde la comunicación solo ocurre en una sola dirección.

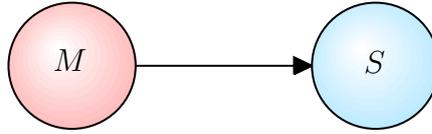


Figura 3.8: Grafo empleado para la sincronización de dos robots de ruedas diferenciales.

Para lograr la sincronización en este caso, en una red formada por N nodos idénticos con acoplamiento lineal, se usarán los estados de cada robot en la red. Con fines de consistencia de notación, se realiza el siguiente cambio de variables con el fin de representar a más de un robot, es decir, al robot i -enésimo:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \dot{x}_i, \\ \dot{y} &= \dot{y}_i, \\ \dot{\theta} &= \dot{\theta}_i, \\ U_i &= (U_{i1}, U_{i2}). \end{aligned} \tag{3.10}$$

Para una red de N robots acoplados se tiene que

$$\dot{R}_i = f_i(R_i)U_i, i = 1, 2, 3, \dots, N. \tag{3.11}$$

Donde $R_i = (x_i, y_i, \theta_i)^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector de estados del robot i y $U_i = (v_i, w_i)^T \in \mathbb{R}^2$ es el vector de entradas de control del sistema (2.12) - (2.14) que son modificadas por las nuevas entradas de control U_{i1} y U_{i2} . Para representar una red compuesta

por N robots móviles acoplados se tiene que

$$\begin{aligned}\dot{R}_1 &= f_1(R_1)U_1, \\ \dot{R}_2 &= f_2(R_2)U_2, \\ &\vdots \\ \dot{R}_N &= f_N(R_N)U_N.\end{aligned}\quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (3.12)$$

Por lo tanto, una formación de N nodos sincroniza completa y asintóticamente si

$$R_1(t) = R_2(t) = R_3(t) = \dots = R_N(t) \text{ cuando } t \rightarrow \infty. \quad (3.13)$$

Si se define el error de sincronización en el estado x entre los nodos i y j como $e_{ij} = x_i - x_j$ con $i \neq j$, se dice que los nodos i y j sincronizan en x completa y asintóticamente cuando,

$$U_{i1} = c_{11} \sum_{j=1}^N a_{ij}x_j + c_{12} \sum_{i=1}^N a_{ij}\dot{x}_j, \quad (3.14)$$

$$U_{i2} = c_{21} \sum_{j=1}^N a_{ij}y_j + c_{22} \sum_{i=1}^N a_{ij}\dot{y}_j. \quad (3.15)$$

3.1.4. Simulación de sincronización de dos robot de ruedas diferenciales

Para la simulación de una formación de robots de ruedas diferenciales se eligió la misma trayectoria (3.9) con las siguientes condiciones iniciales y parámetros.

$(x_1(0), y_1(0), \theta_1(0), \xi_1(0)) = (1, 0, 6\pi/4, 1)$, $(x_2(0), y_2(0), \theta_2(0), \xi_2(0)) = (1/2, 1, 6\pi/4, 1)$, $r = 0.0205$, $L = 0.08841$ y con ganancias $c_{11} = 290$, $c_{21} = 290$, $c_{12} = 40$ y $c_{22} = 40$.

En la figura 3.9 se observa la respuesta del esclavo y la respuesta del maestro, estas convergen. En la figura 3.10 Puede apreciarse el error del esclavo respecto al maestro en los estados x y y , el cual es muy pequeño y por lo tanto puede decirse que existe sincronización. En la figura 3.11 se tiene la gráfica de fase, en la cual puede observarse un seguimiento de parte del esclavo al maestro.

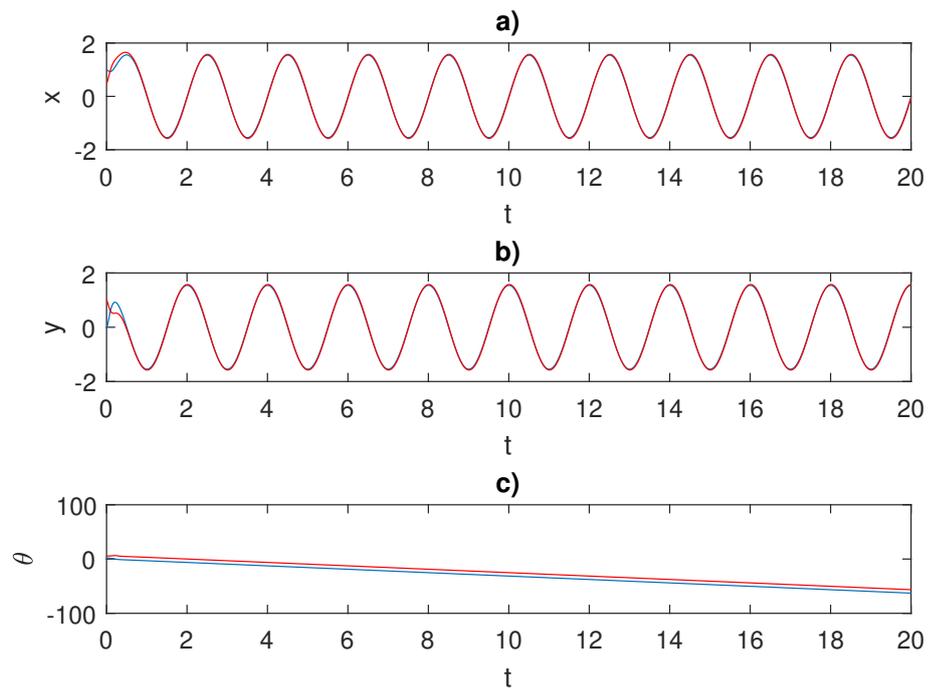


Figura 3.9: Respuesta temporal de los estados del robot de ruedas diferenciales.

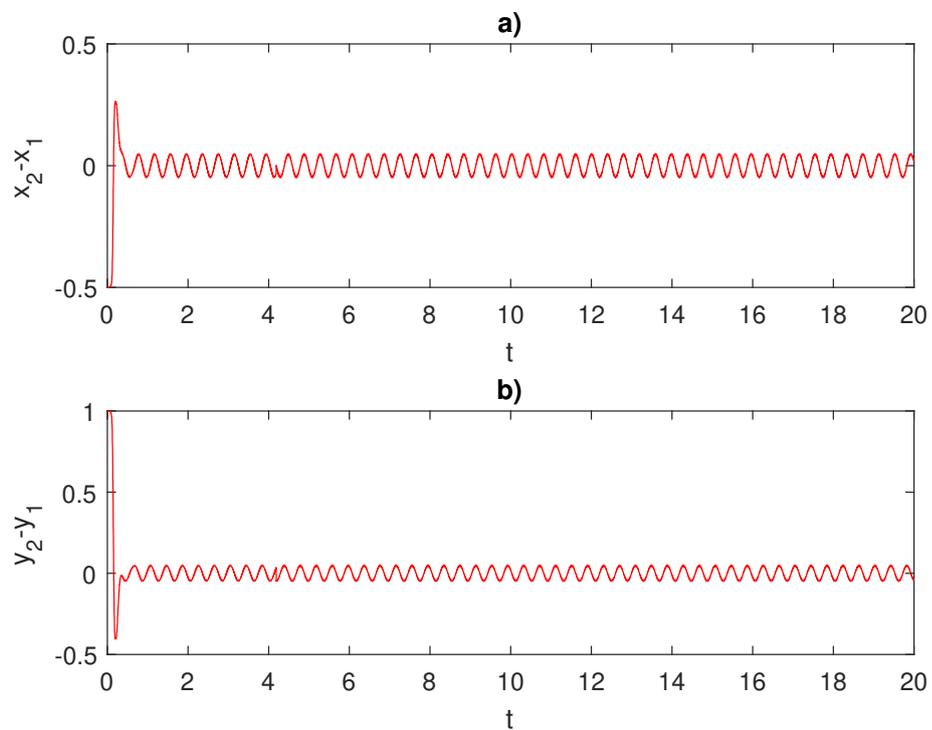


Figura 3.10: Gráficas del error .

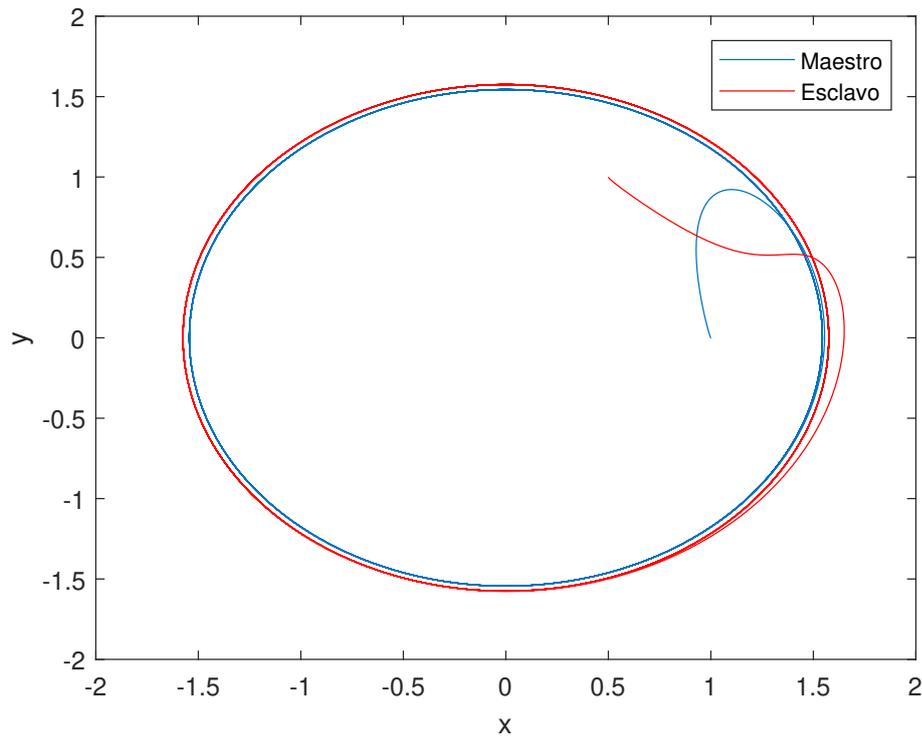


Figura 3.11: Sincronización de dos robots de ruedas diferenciales.

3.2. Cuadracópteros

En este apartado, se presenta el caso del cuadracóptero que cuenta con 12 estados es decir $X = (\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, z, \dot{z}, x, \dot{x}, y, \dot{y})$ y con entradas de control U_1, U_2, U_3 y U_4 tal y como se muestra en (2.65) - (2.68). Para cumplir los objetivos de ir a un punto deseado y seguir una trayectoria basta con tomar el modelo dinámico representado en espacio de estados (2.51), Las entradas de control, los errores del sistema (2.71), y por ultimo definir la trayectoria (X_d, Y_d, Z_d) y orientación deseada $(\phi_d, \theta_d, \psi_d)$.

3.2.1. Simulación en punto deseado

Considerando el escenario de un cuadracóptero aislado con las siguientes condiciones iniciales:

$(\phi(0), \theta(0), \psi(0)) = (0.34, 0, 0)$, $(z(0), x(0), y(0)) = (0, 1, 0)$ con una posición deseada $x_d = 2, y_d = 2$ y $z_d = 2$. En las figuras 3.12 y 3.13 se tienen las respuestas temporales de los estados del modelo dinámico del cuadracóptero. Se observa claramente que

en los estados x_7, x_9 y x_{11} se llega al punto deseado. En la figura 3.14 tenemos las entradas de control del cuadricóptero donde nos muestran la estabilización del mismo en el punto deseado. Y por último en la figura 3.15. Se tiene la gráfica de fase, donde se observa la llegada del cuadricóptero al punto deseado.

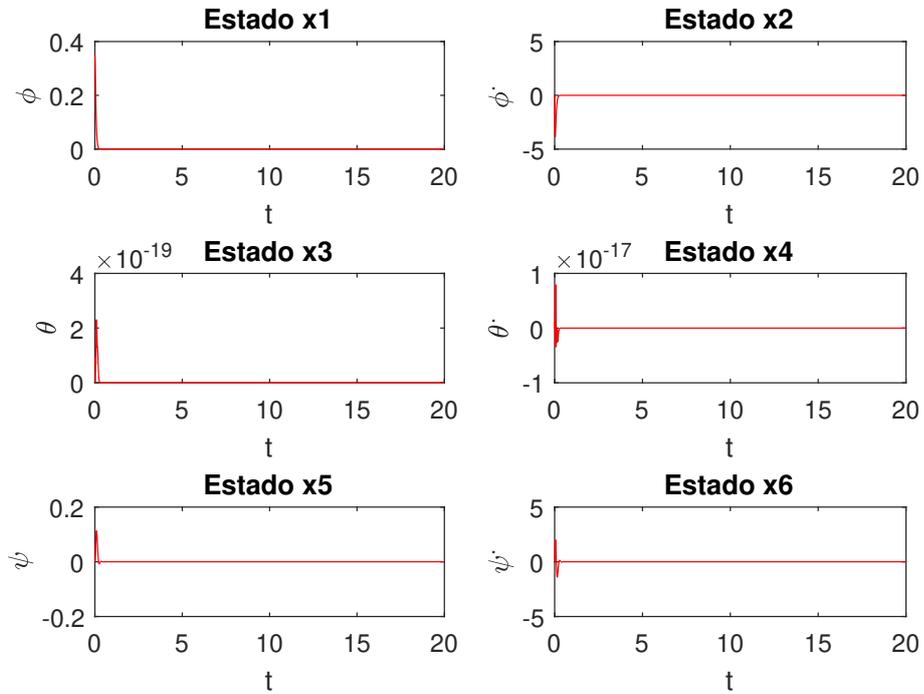


Figura 3.12: Respuesta del sistema rotacional del cuadricóptero

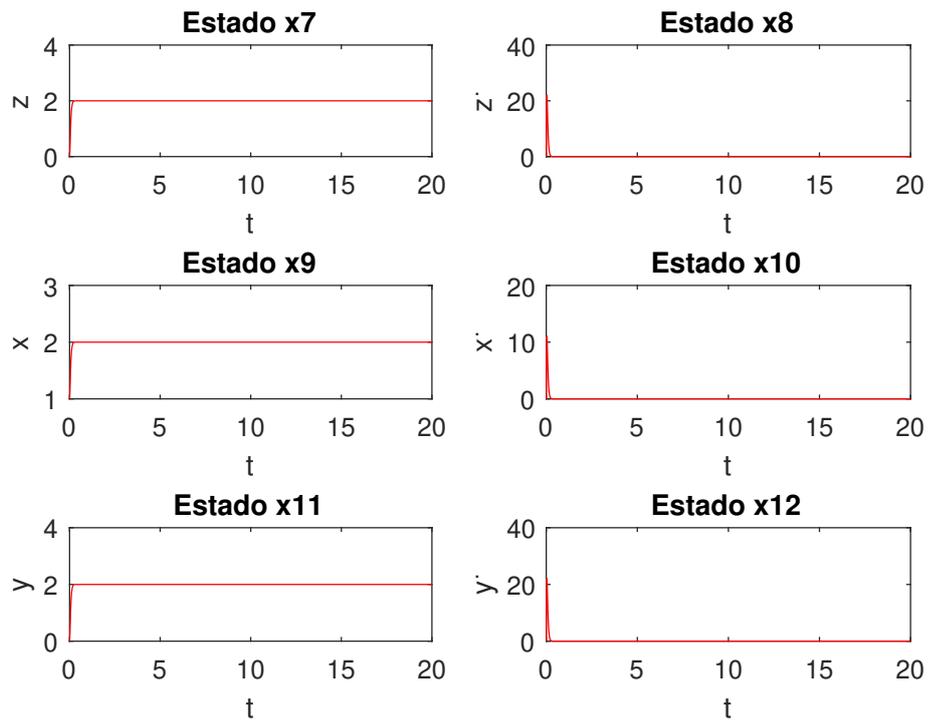


Figura 3.13: Respuesta del sistema de posición del cuadracóptero.

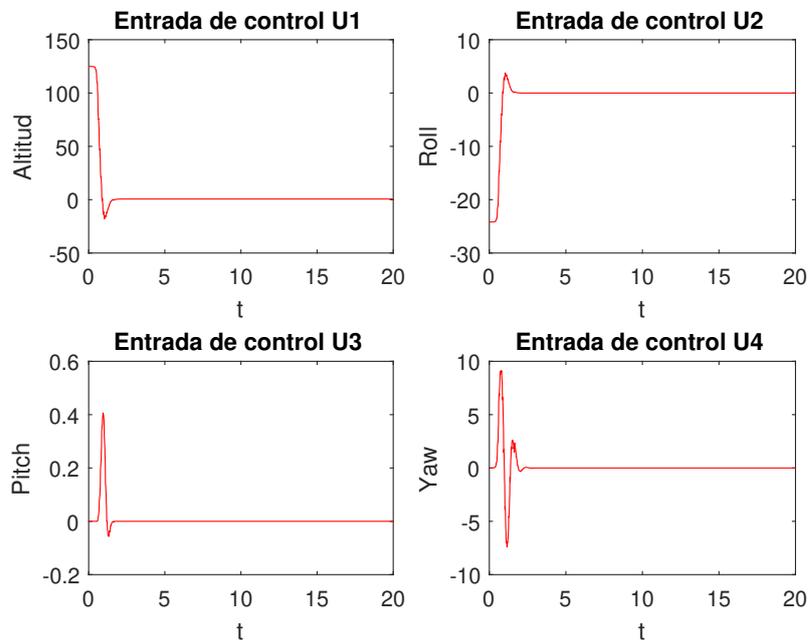


Figura 3.14: Respuesta de las entradas de control.

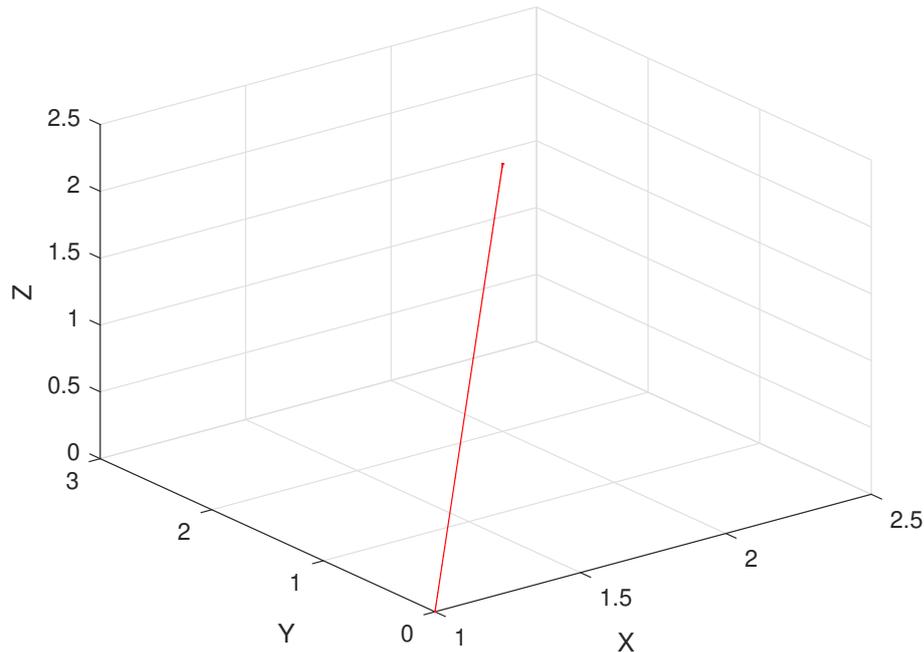


Figura 3.15: Cuadracóptero en el punto deseado.

3.2.2. Simulación para el seguimiento de trayectoria de un cuadracóptero

Considerando el escenario de un cuadracóptero aislado con las siguientes condiciones iniciales:

$(\phi(0), \theta(0), \psi(0)) = (0.34, 0, 0)$, $(z(0), x(0), y(0)) = (0, 1, 0)$ con una posición deseada $x_d = 2$, $y_d = 2$ y $z_d = 2$. y una trayectoria definida por (3.9). En las figuras 3.12 y 3.13 se tienen las respuestas temporales de los estados del modelo dinámico del cuadracóptero. Se observa claramente que en los estados x_7, x_9 y x_{11} se tiene una respuesta de acuerdo a la trayectoria. En la figura 3.14 tenemos las entradas de control del cuadracóptero donde nos muestran la estabilización del mismo. Y por último en la figura 3.15. Se tiene la gráfica de fase, donde se observa que el cuadracóptero sigue la trayectoria deseada.

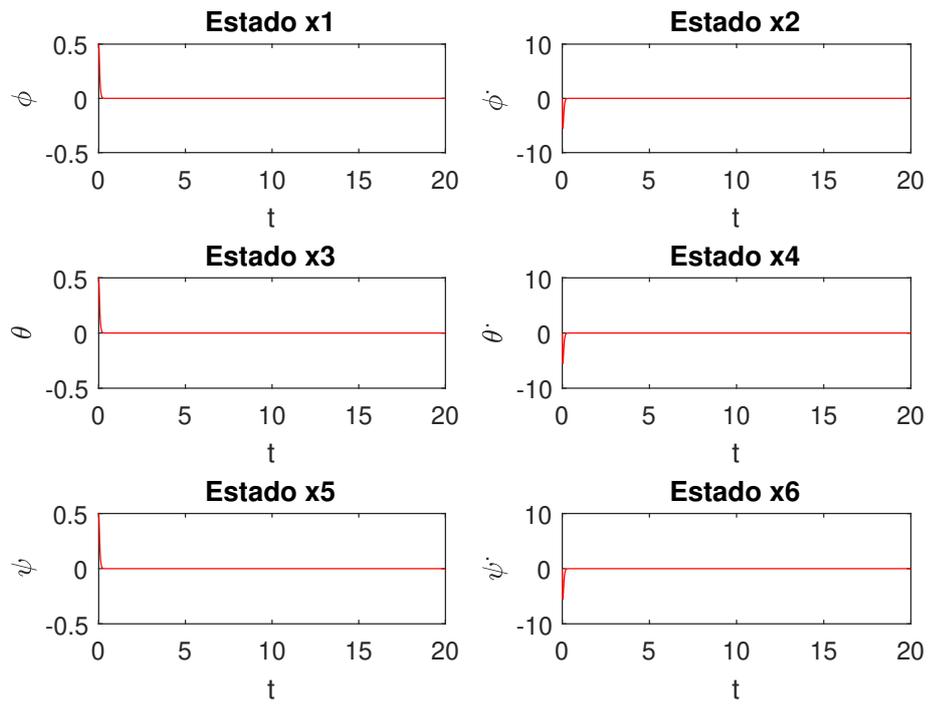


Figura 3.16: Respuesta temporal de los estados del cuadracóptero

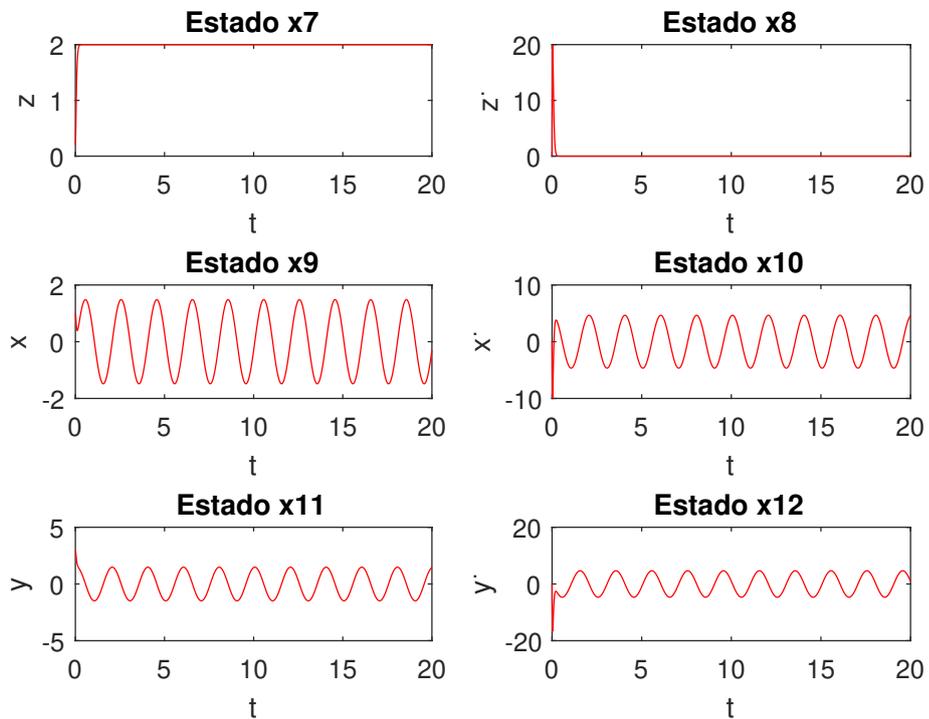


Figura 3.17: Respuesta temporal de los estados del cuadracóptero

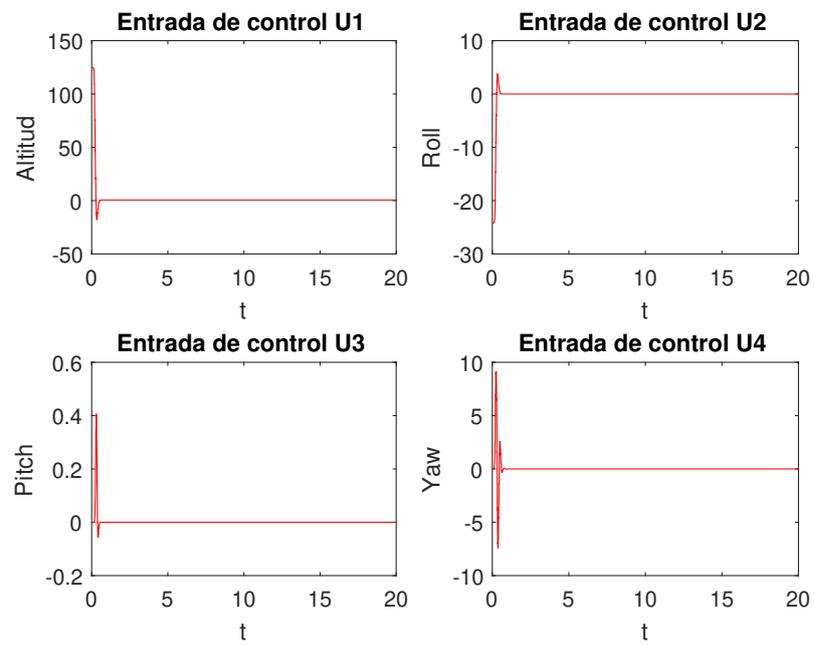


Figura 3.18: Respuesta de las entradas de control del cuadracóptero.

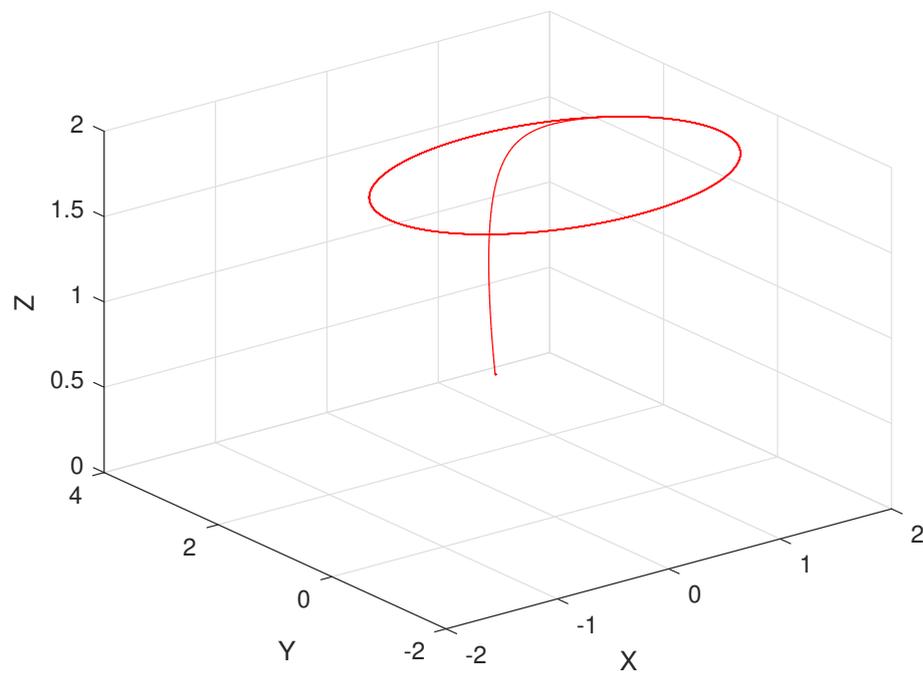


Figura 3.19: Movimiento en el plano x-y.

3.2.3. Sincronización de cuadracópteros

Para realizar la sincronización de dos cuadracópteros, siendo uno de ellos maestro y los otros dos siendo esclavos, se emplea el grafo como se muestra en la figura 3.20.

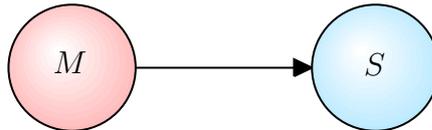


Figura 3.20: Grafo empleado para la sincronización de dos cuadracópteros.

La sincronización de cuadracópteros se realiza mediante el acoplamiento de los estados (X, Y, Z) de cada cuadracóptero. Es decir, en un grafo de tipo maestro esclavo. Para poder sincronizar N cuadracópteros se realiza el siguiente cambio de variables:

$$\begin{aligned}
 z_1 &= z_{i1}, \\
 z_2 &= z_{i2}, \\
 z_3 &= z_{i3}, \\
 z_4 &= z_{i4}, \\
 z_5 &= z_{i5}, \\
 z_6 &= z_{i6}, \\
 z_7 &= z_{i7}, \\
 z_8 &= z_{i8}, \\
 z_9 &= z_{i9}, \\
 z_{10} &= z_{i10}, \\
 z_{11} &= z_{i11}, \\
 z_{12} &= z_{i12}, \\
 U_x &= U_{ix}, \\
 U_y &= U_{iy}, \\
 U^* &= (U_{i1}, U_{i2}, U_{i3}, U_{i4}).
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

La sincronización ocurre cuando varios individuos se coordinan para actuar iguales a través del tiempo. El grupo de estos individuos se representa como sigue

$$\dot{x}_i = f(x_i) + u_i \text{ cuando } i = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (3.17)$$

Donde $x_i \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados correspondiente al eje x_i y $u_i = (u_{ij}, 0, 0)^T \in \mathbb{R}^n$ es el vector de entradas de control. Se establece que un grupo de N nodos logra la sincronización completa y asintóticamente si:

$$x_1(t) = x_2(t) = \dots = x_N(t) \text{ cuando } t \rightarrow \infty. \quad (3.18)$$

Donde $x_i \in \mathbb{R}^n$ representa los estados del nodo i , ver (Wang, 2002).

Para que la formación pueda observarse de manera óptima se utiliza un vector $\Delta = (\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$ en el controlador para cada cuadracóptero esclavo, ver (Martínez Clarck, 2014).

Este vector separa a cada seguidor de su líder mediante una distancia correspondiente a cada eje en el plano (x, y, z) y solo afecta a los estados correspondientes del controlador. Las variables auxiliares para realizar la formación quedaron de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} z_{i7} &= (x_{i7d} + \Delta_z) - x_{i7}, \\ z_{i9} &= (x_{i9d} + \Delta_x) - x_{i9}, \\ z_{i11} &= (x_{i11d} + \Delta_y) - x_{i11}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

3.2.4. Simulación de sincronización de cuadracópteros

Considerando el escenario donde se requiere la formación de dos cuadracópteros se utilizaron las siguientes condiciones iniciales.

Para el cuadracóptero maestro:

$$M = (\phi_1(0), \dot{\phi}_1(0), \theta_1(0), \dot{\theta}_1(0), \psi_1(0), \dot{\psi}_1(0), z_1(0), \dot{z}_1(0), x_1(0), \dot{x}_1(0), y_1(0), \dot{y}_1(0)) = (0.5, 0, 0.5, 0, 0.5, 0, 0, 0, 0, 0, 0.5, 0, 0, 0).$$

Para el cuadracóptero esclavo:

$S = (\phi_2(0), \dot{\phi}_2(0), \theta_2(0), \dot{\theta}_2(0), \psi_2(0), \dot{\psi}_2(0), z_2(0), \dot{z}_2(0), x_2(0), \dot{x}_2(0), y_2(0), \dot{y}_2(0)) = (-0.7, 0, -0.7, 0, 0, 0, 1.5, 0, 0, 0, 1.5, 0, 0, 0)$ y $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) = (1.1, 1.1, 0)$.

Con una posición deseada $x_d = 2m, y_d = 2m$ y $z_d = 1.5m$. La simulación se muestra en las figuras 3.21 - 3.29. En las figuras 3.21 - 3.23 se observan las gráficas temporales de los estados que representan la orientación de los cuadracópteros, es decir (ϕ, θ, ψ) y sus derivadas $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$. Puede observarse con claridad como los cuadracópteros inicialmente están orientados opuestamente.

En la figura (3.24) se observan las gráficas temporales que representan a los estados (z, \dot{z}) . Puede observarse que se llega a la altura deseada de $1.5m$. En las figuras 3.25, 3.26 se observan las gráficas temporales de los estados (x, y) y sus derivadas (\dot{x}, \dot{y}) . Puede observarse un comportamiento oscilatorio que corresponde al cambio de posición producido por la trayectoria circular.

En las figuras 3.27 , 3.28 se observan las gráficas de las entradas de control del sistema U_1, U_2, U_3 y U_4 . Y por último, se puede observar en la figura (3.29) las trayectorias formadas por el maestro y esclavo con una separación $\Delta = 1.1m$.

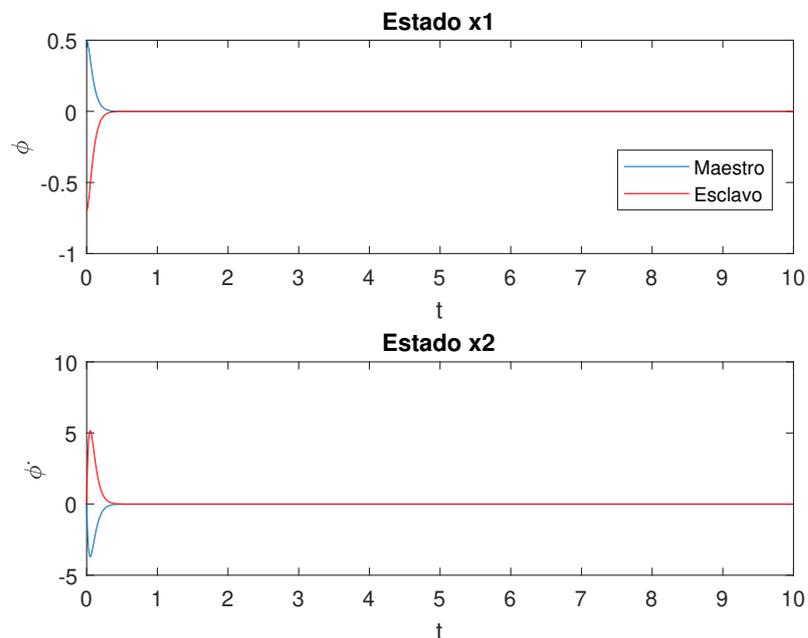


Figura 3.21: Gráficas temporales de los estados ϕ y $\dot{\phi}$ de sincronización de dos cuadracópteros.

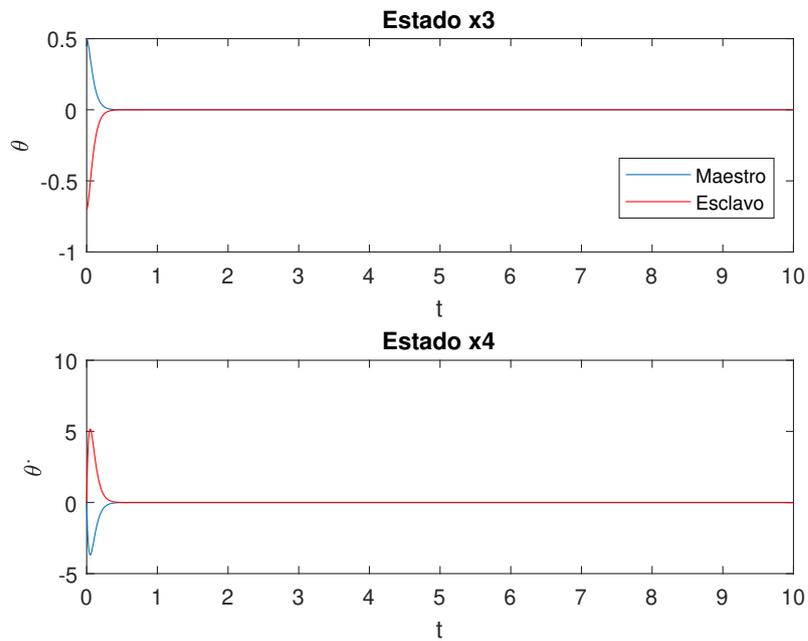


Figura 3.22: Gráficas temporales de los estados θ y $\dot{\theta}$ de sincronización de dos cuadricópteros.

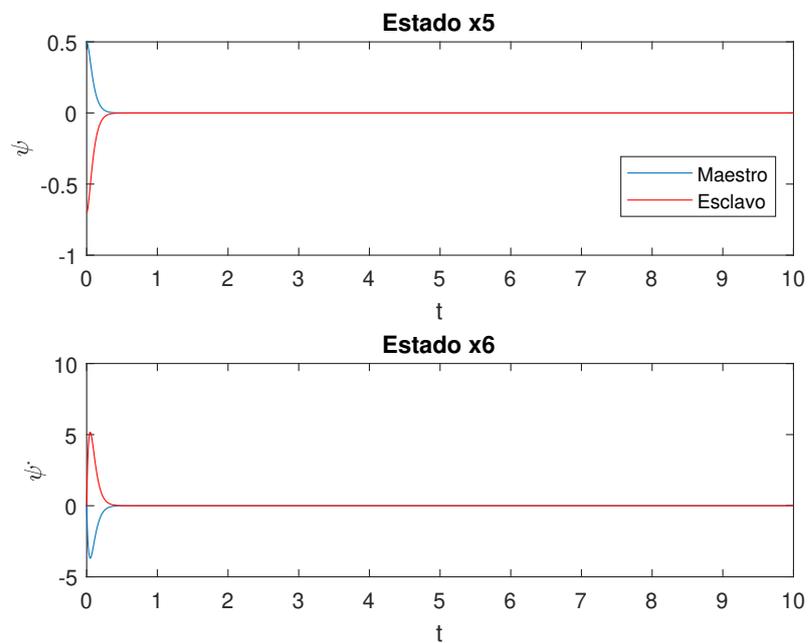


Figura 3.23: Gráficas temporales de los estados ψ y $\dot{\psi}$ de sincronización de dos cuadricópteros.

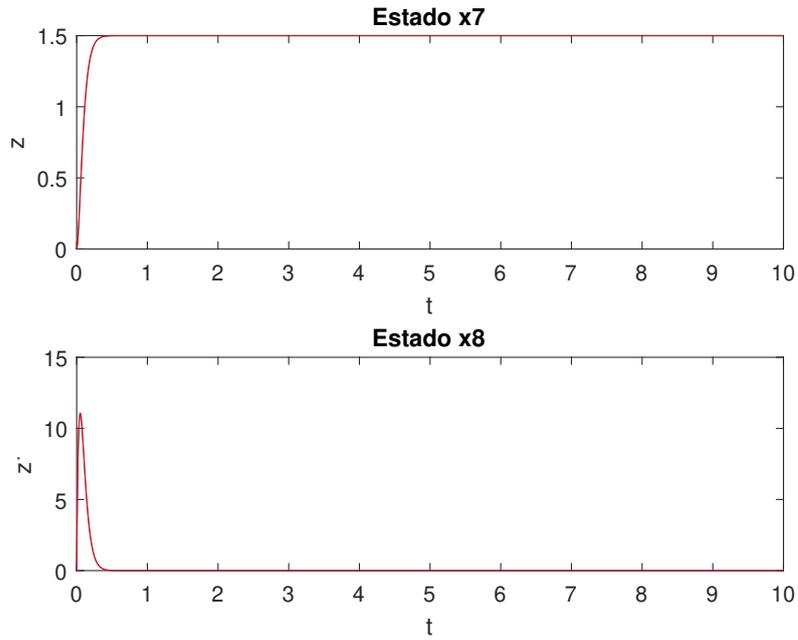


Figura 3.24: Graficas temporales de los estados z y \dot{z} de sincronización de dos cuadrcópteros.

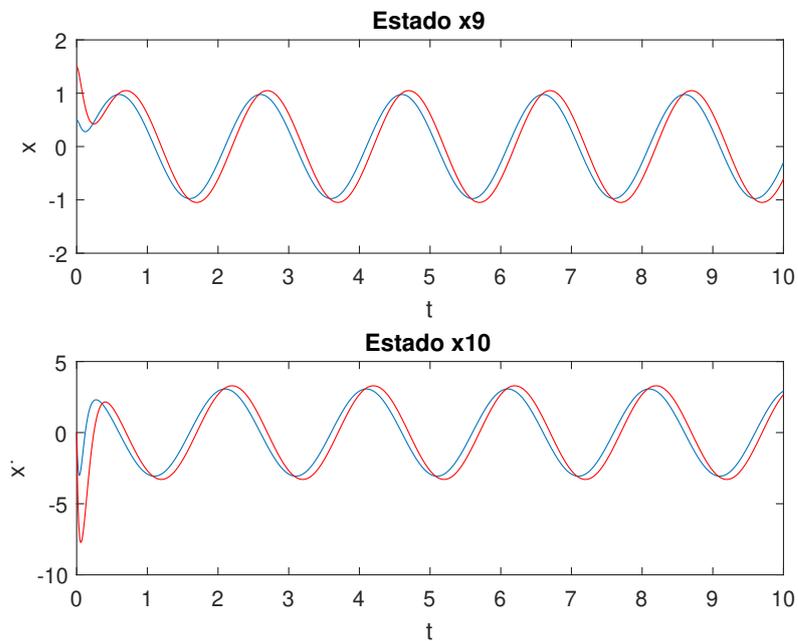


Figura 3.25: Gráficas temporales de los estados x y \dot{x} . de sincronización de dos cuadrcópteros.

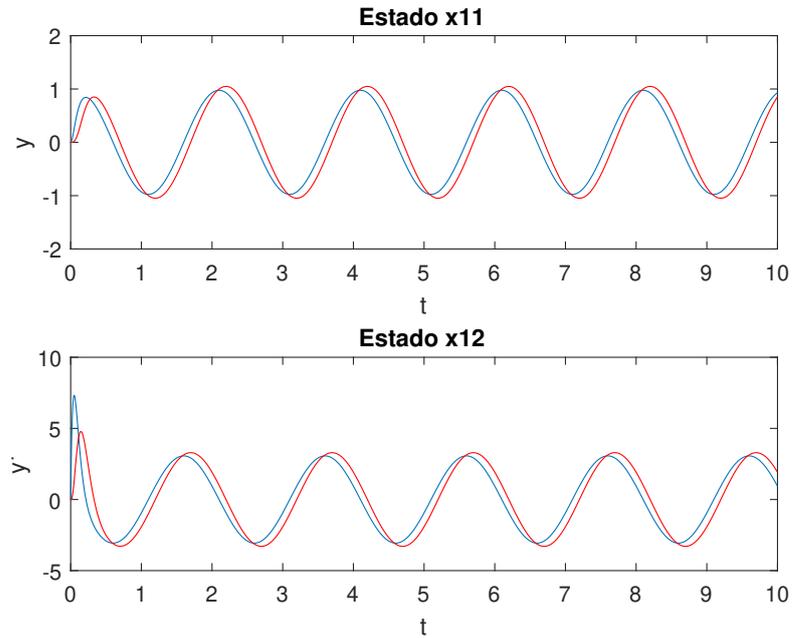


Figura 3.26: Gráficas temporales de los estados y y \dot{y} . de sincronización de dos cuadracópteros.

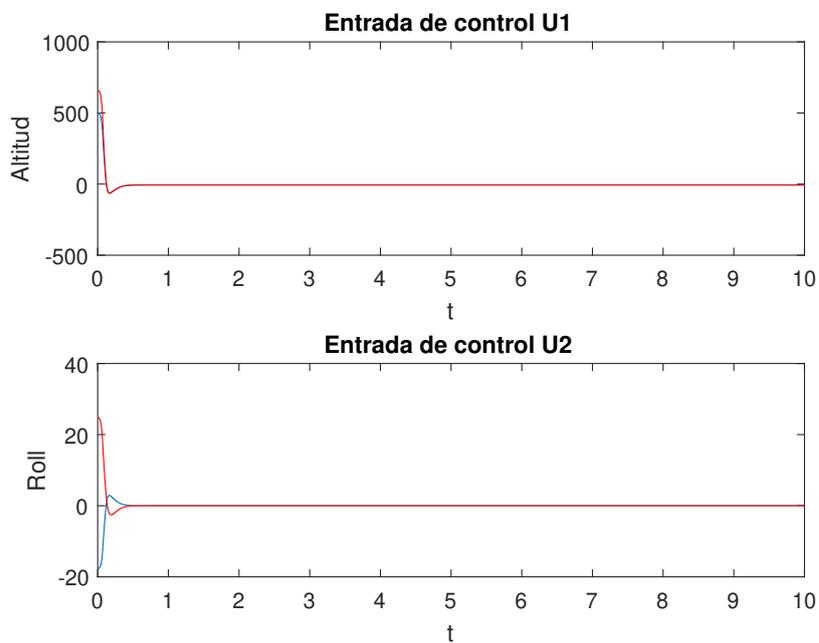


Figura 3.27: Gráficas de las entradas de control U_1 y U_2 de sincronización de dos cuadracópteros.

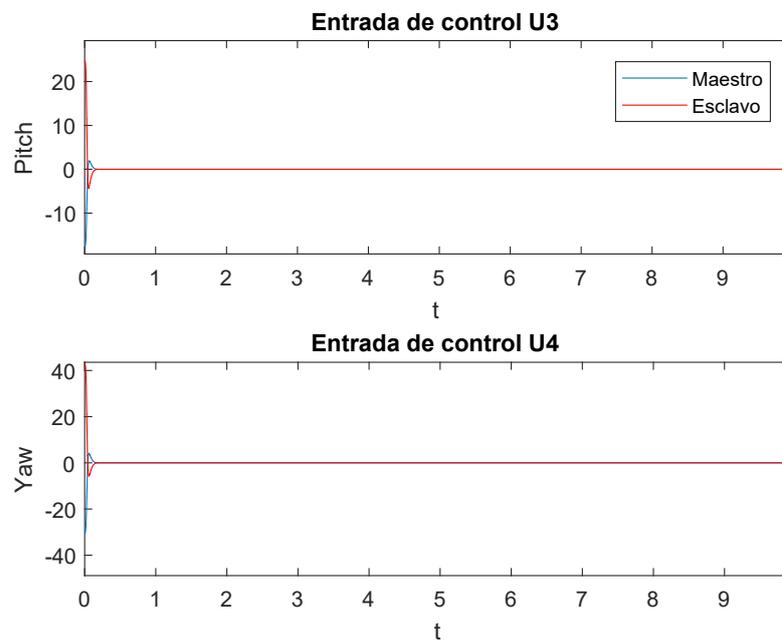


Figura 3.28: Gráficas de las entradas de control U_3 y U_4 de sincronización de dos cuadracópteros.

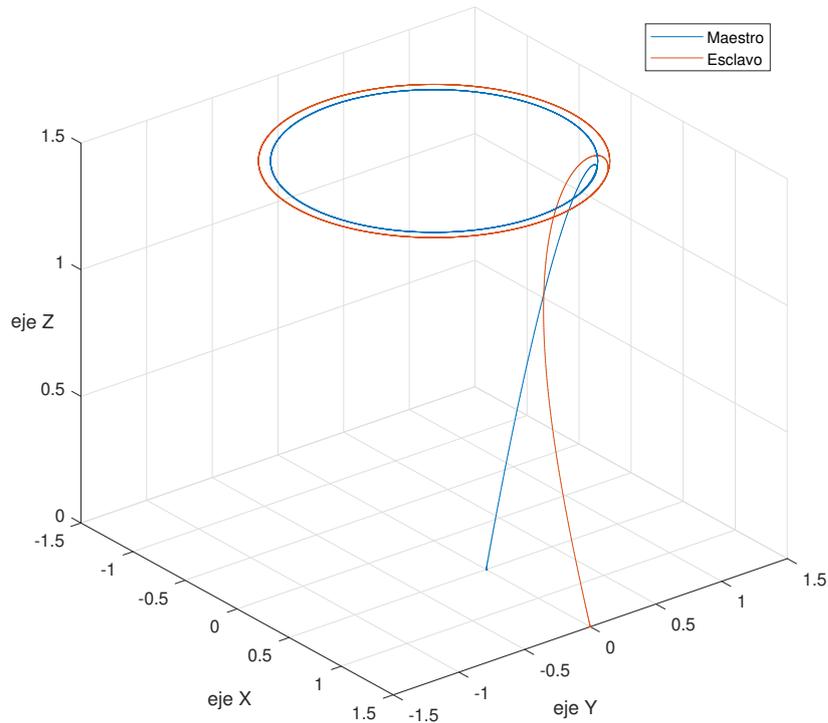


Figura 3.29: Gráfica en 3D: sincronización dos cuadracópteros.

3.3. Sincronización heterogénea

Para realizar una formación heterogénea, es decir entre un robot móvil de ruedas diferenciales y un cuadracóptero se aplica la misma perspectiva que se emplea en las formaciones homogéneas antes mencionadas. De igual manera se emplea un grafo tipo maestro-esclavo, el cual se analizará en sus dos variantes, es decir, el cuadracóptero como maestro y el robot diferencial como esclavo y viceversa. La sincronización se realiza mediante el acoplamiento de los estados de posición de cada individuo quedando de la siguiente manera:

Para el primer caso: cuadracóptero como maestro. Del modelo dinámico del cuadracóptero se toman los estados (2.51) que corresponden con la posición en x y y , es decir los estados x_9 y x_{11} . Quedando el controlador del robot diferencial de la

siguiente manera.

$$\begin{aligned} U_{ir1} &= c_{11}((x_{i9}(t) + \Delta_x) - \dot{x}_r) + c_{12}(x_{i10}(t) - x_r), \\ U_{ir2} &= c_{21}((x_{i11}(t) + \Delta_y) - \dot{y}_r) + c_{22}(x_{i12}(t) - y_r). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Segundo caso: Robot Diferencial como maestro. De las ecuaciones de estado del robot diferencial (3.8) se toman los estados x_r y y_r que corresponden a la posición en el plano XY . Por lo tanto, las ecuaciones de error de seguimiento de controlador del cuadracóptero quedan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} z_{i1} &= x_{i1d} - x_{i1}, \\ z_{i2} &= x_{i2} - \dot{x}_{i1d} - \alpha_1 z_{i1}, \\ z_{i3} &= x_{i3d} - x_{i3}, \\ z_{i4} &= x_{i4} - \dot{x}_{i3d} - \alpha_3 z_{i3}, \\ z_{i5} &= x_{i5d} - x_{i5}, \\ z_{i6} &= x_{i6} - \dot{x}_{i5d} - \alpha_5 z_{i5}, \\ z_{i7} &= (x_{i7d} + \Delta_{iz}) - x_{i7}, \\ z_{i8} &= x_{i8} - \dot{x}_{i7d} - \alpha_7 z_{i7}, \\ z_{i9} &= (X_r + \Delta_{ix}) - x_{i9}, \\ z_{i10} &= x_{i10} - \dot{x}_{i9d} - \alpha_9 z_{i9}, \\ z_{i11} &= (Y_r + \Delta_{ix}) - x_{i11}, \\ z_{i12} &= x_{i12} - \dot{x}_{i11d} - \alpha_{11} z_{i11}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

3.4. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se obtuvieron resultados numéricos de cada agente por separado, sincronización de entre dos agentes de la misma especie, lo que es de suma importancia, pues para cada caso se requieren ajustes de parámetros y ganancias para su óptimo funcionamiento. Todo ello derivó en un análisis que permitió obtener un método para realizar una formación heterogénea.

Capítulo 4

Resultados numéricos

En este cuarto capítulo de la tesis, se reportan algunos ejemplos de simulaciones empleando el método del capítulo anterior para realizar una formación heterogénea de múltiples agentes.

Para realizar las simulaciones de una formación heterogénea se toma el modelo del cuadracóptero (2.51), los parámetros de la tabla 1 y el modelo dinámico del robot de ruedas diferenciales (2.32) y se emplea el método de sincronización heterogénea visto en el capítulo anterior.

4.1. Sincronización en punto deseado

En primer lugar se realizara una simulación de una sincronización heterogénea que lleve a los dos individuos a un punto deseado. En este caso: $x_d = 2m$, $y_d = 2m$ y $z_d = 1,5m$. Las condiciones iniciales del cuadracóptero son: $(\phi_1(0), \theta_1(0), \psi_1(0)) = (0.5, 0.5, 0.5)$ y $(z_1(0), x_1(0), y_1(0)) = (0, 0.5, 0)$.

Las condiciones iniciales del robot móvil de ruedas diferenciales son:
 $(x_{r1}(0), y_{r1}(0), \theta_{r1}(0), \xi_{r1}(0)) = (0, 0, 5/4\pi, 1)$.

Caso 1 Robot diferencial como maestro.

En las figuras 4.1 y 4.2 se pueden observar las gráficas temporales de los estados de ambos robots mostrando como se llegó a la posición deseada. En las figuras 4.3 y 4.4 se puede observar como ambos robots terminaron en la posición deseada. Se puede observar un error al final de la trayectoria que siguieron para llegar a la posición deseada, esto es debido al controlador y las ganancias del robot de ruedas diferencial.

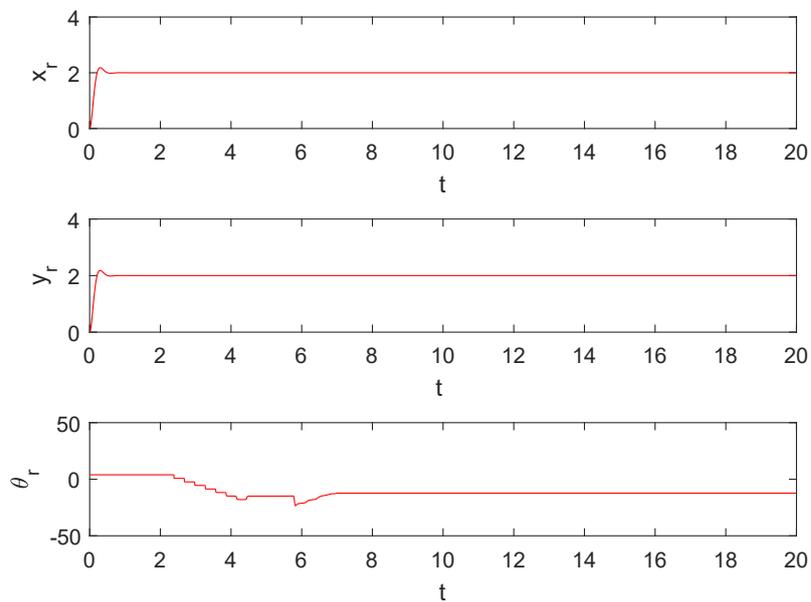


Figura 4.1: Respuesta de los estados del robot móvil diferencial.

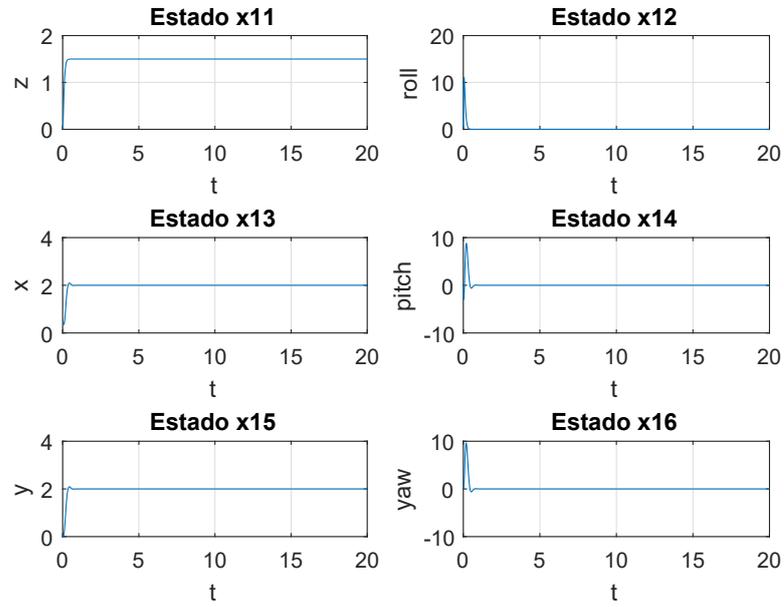


Figura 4.2: Respuesta de los estados del cuadracóptero.

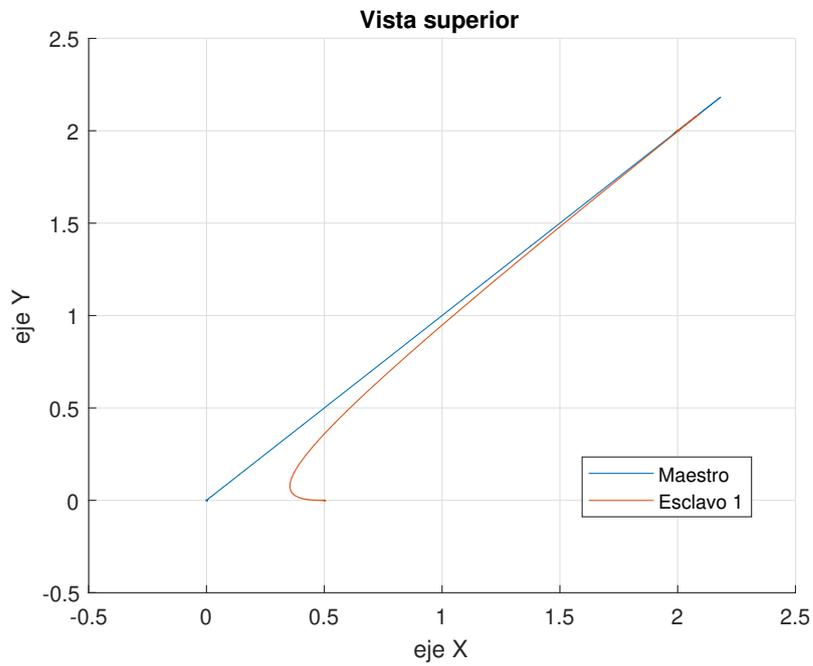


Figura 4.3: Vista superior: Ambos individuos en el punto deseado.

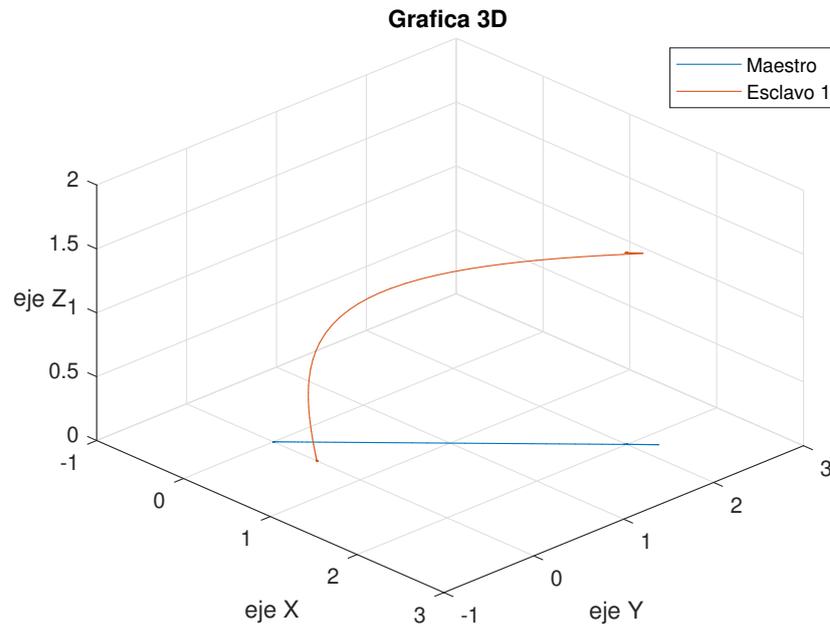


Figura 4.4: Vista 3d: Ambos individuos en el punto deseado.

Caso 2: Cuadracóptero como maestro.

En la figura 4.5 y 4.6 se tienen las gráficas temporales de los estados de ambos robots. En el caso de la gráfica temporal del robot móvil, se tiene una respuesta de la orientación perturbada, esto se debe a que las ganancias del controlador aún pueden depurarse. En las figuras 4.7 y 4.8 puede observarse como en este caso se llega al punto deseado con bastante precisión, esto es debido a la robustez del backstepping.

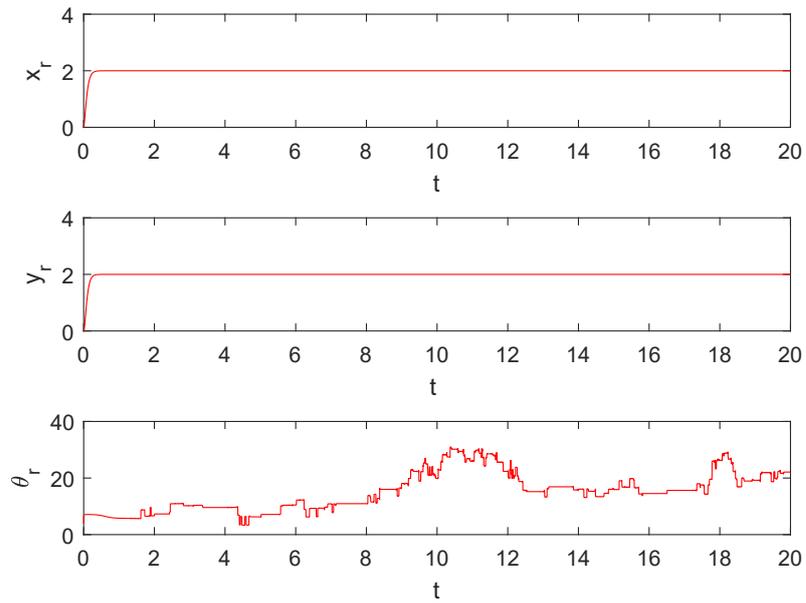


Figura 4.5: Respuesta de los estados del robot móvil diferencial.

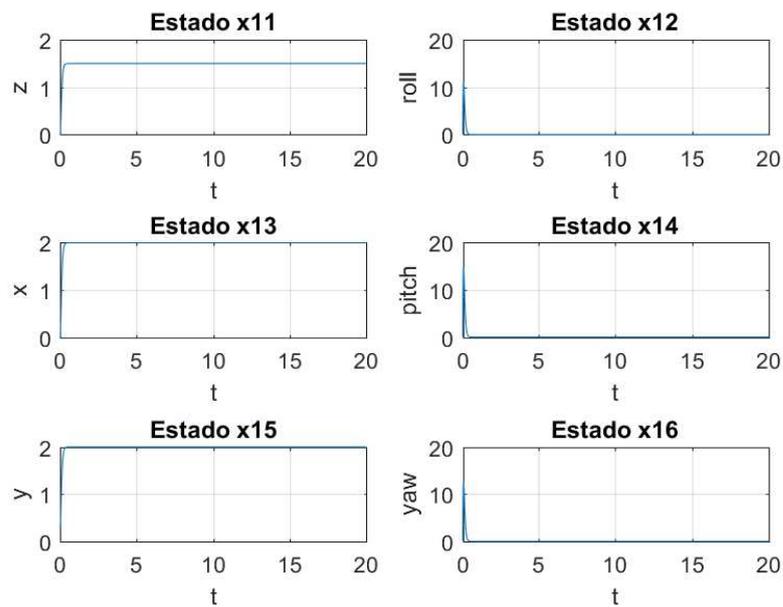


Figura 4.6: Respuesta de los estados del cuadracóptero.

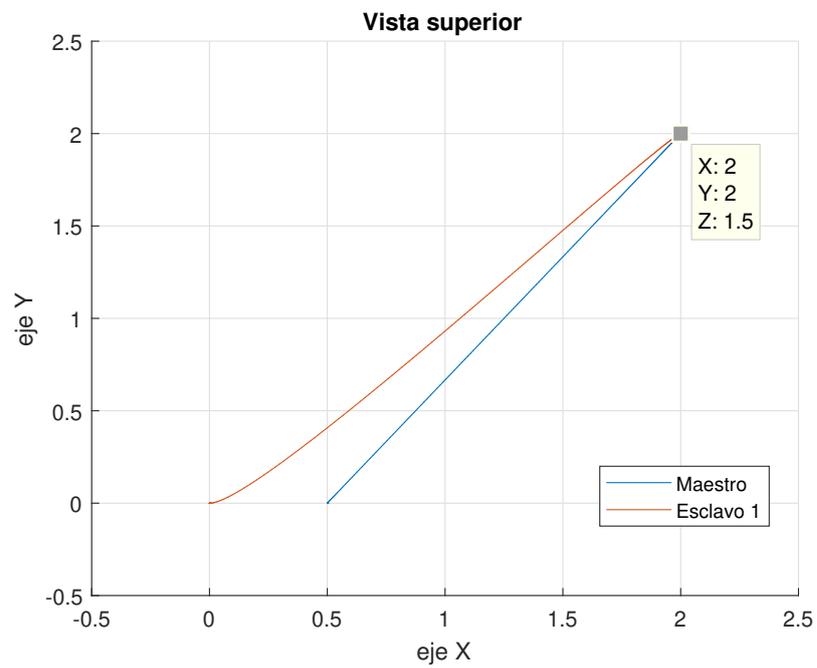


Figura 4.7: Vista superior: Ambos individuos en el punto deseado.

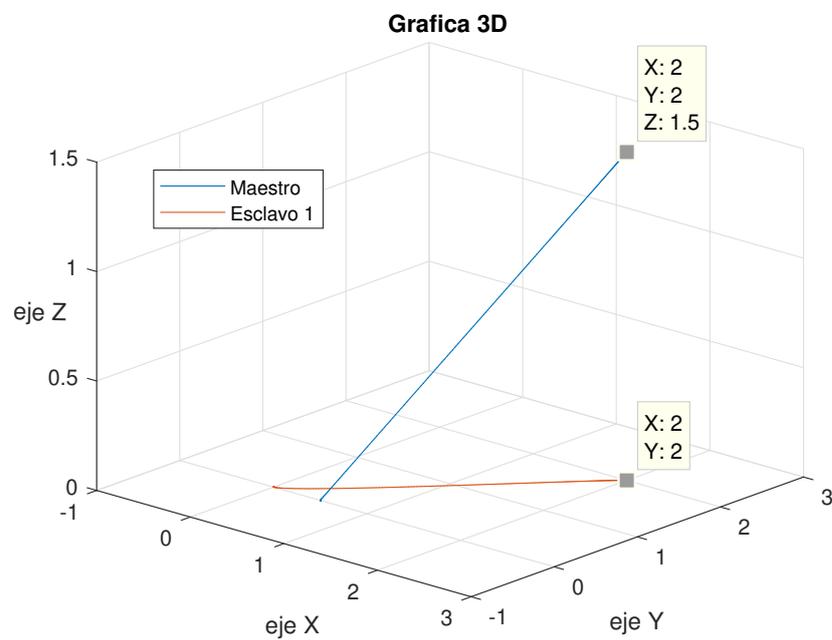


Figura 4.8: Vista 3d: Ambos individuos en el punto deseado.

4.2. Sincronización en seguimiento de trayectoria

Para el seguimiento de trayectoria se utilizará las mismas condiciones iniciales que el ejemplo anterior y una trayectoria circular de diámetro $1m$ que está definida por $x_d = \cos(\pi t)$, $y_d = \text{sen}(\pi t)$ y $z_d = 1,5m$.

Caso 1: Robot diferencial como maestro.

En las figuras 4.9 y 4.10 observamos que la respuesta ahora se presenta de manera oscilatoria debido a la trayectoria. En las figuras 4.11 y 4.12 se ve claramente como el cuadracóptero da seguimiento al maestro.

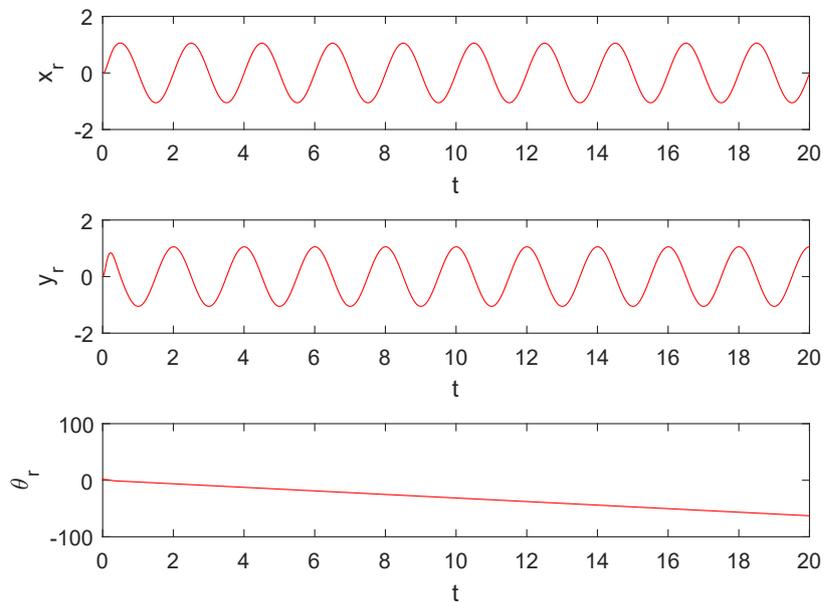


Figura 4.9: Respuesta de los estados del robot móvil diferencial.

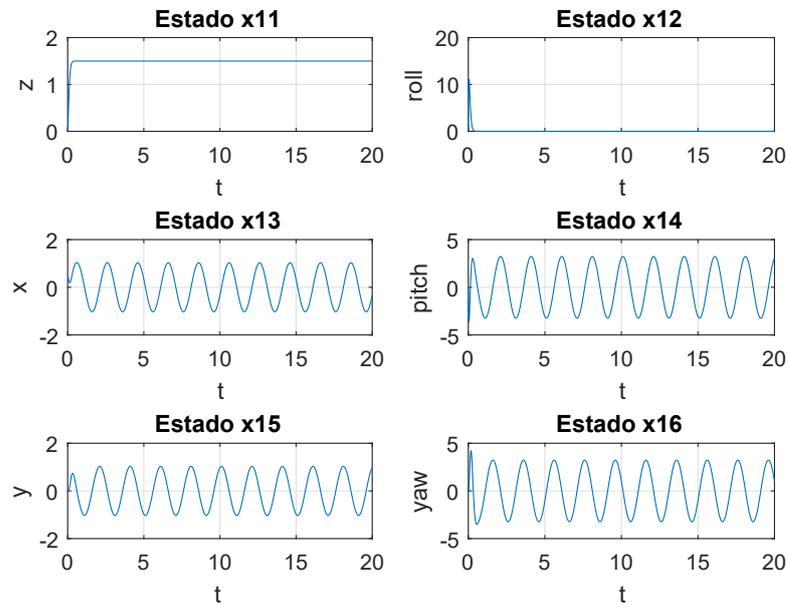


Figura 4.10: Respuesta de los estados del cuadracóptero.

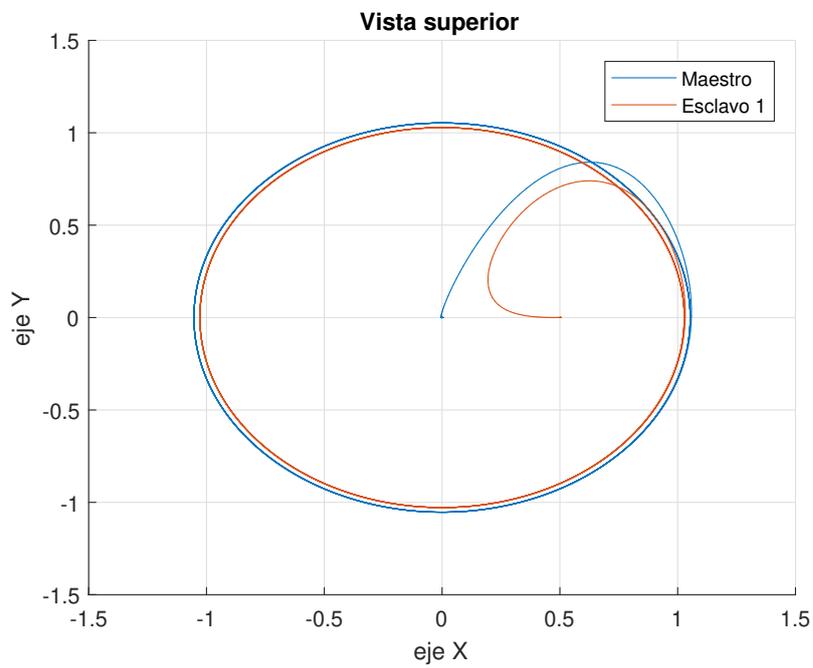


Figura 4.11: Vista superior: Ambos individuos en el punto deseado.

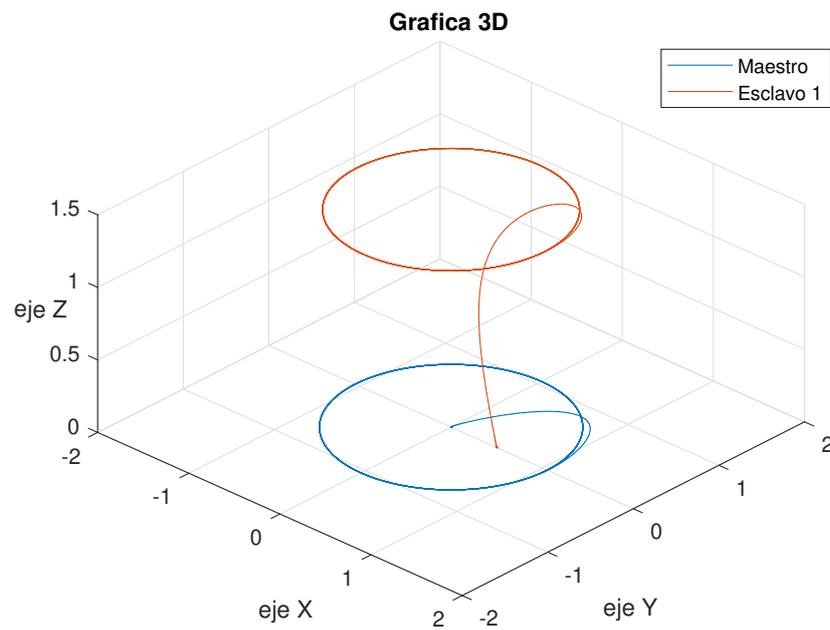


Figura 4.12: Vista 3d: Ambos individuos en el punto deseado.

Caso 2: Cuadracóptero como maestro.

En las figuras 4.13 y 4.14 observamos que la respuesta ahora se presenta de manera oscilatoria debido a la trayectoria. En las figuras 4.11 y 4.12 se ve claramente como el cuadracóptero da seguimiento al maestro, pero en este caso de manera más precisa que en el ejemplo anterior.

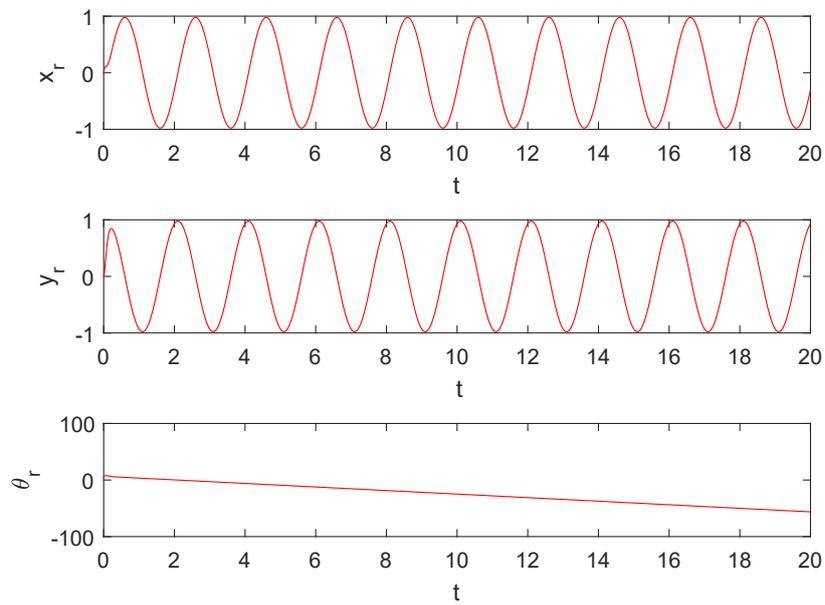


Figura 4.13: Respuesta de los estados del robot móvil diferencial.

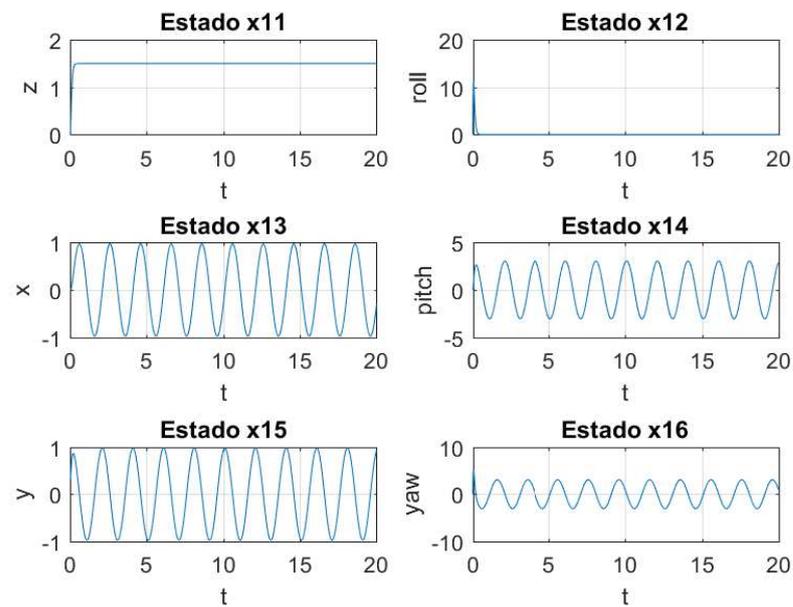


Figura 4.14: Respuesta de los estados del cuadracóptero.

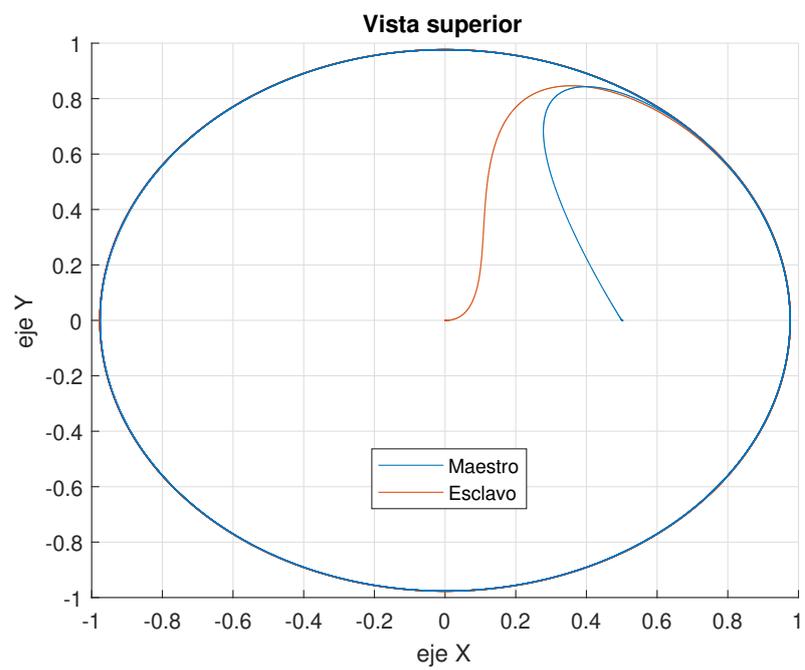


Figura 4.15: Vista superior: Ambos individuos en el punto deseado.

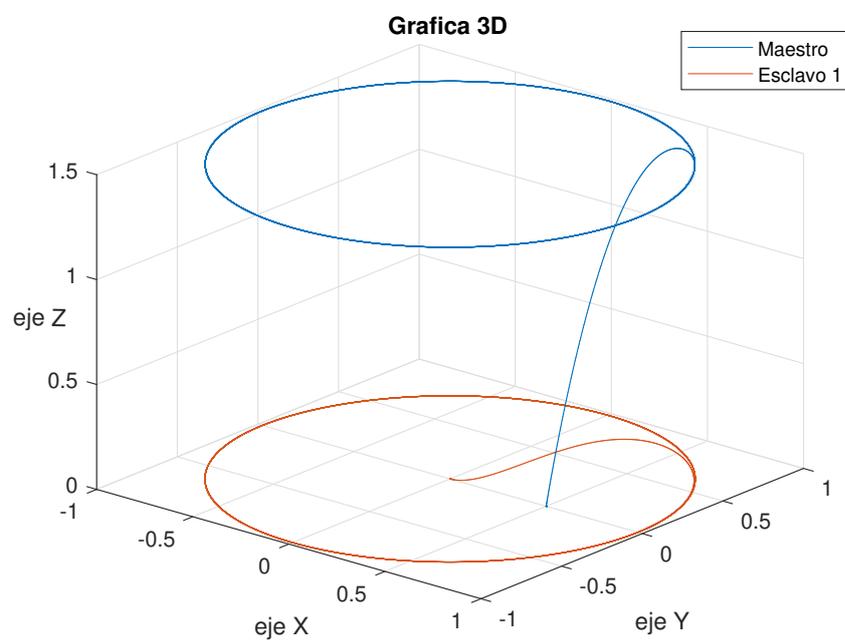


Figura 4.16: Vista 3d: Ambos individuos en el punto deseado.

4.3. Sincronización con dos cuadracópteros y un robot móvil

Para la realización de la sincronización de dos cuadracópteros y un robot móvil es necesario definir un maestro y dos esclavos como se muestra en la figura 4.17.

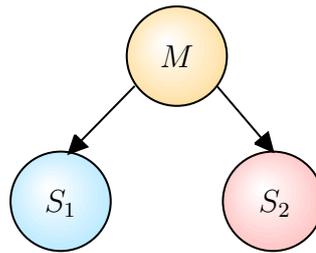


Figura 4.17: Grafo utilizado para dos esclavos y un maestro.

En primer lugar se tomara al robot de ruedas diferenciales como maestro y dos cuadracópteros como esclavos, estos seguirán una trayectoria circular deseada con diámetro de $1m$ y definida como $x_d = \cos(\pi t)$, $y_d = \sin(\pi t)$ y $z_d = 1,5m$. Las condiciones iniciales para el cuadracóptero esclavo 1 son: $(\phi_1(0), \theta_1(0), \psi_1(0)) = (0.5, 0.5, 0.5)$ y $(z_1(0), x_1(0), y_1(0)) = (0, 0.3, 0)$. Para el cuadracóptero esclavo 2 las condiciones iniciales son las siguientes: $(\phi_2(0), \theta_2(0), \psi_2(0)) = (-0.7, -0.7, -0.7)$ y $(z_2(0), x_2(0), y_2(0)) = (0, 0.15, 0.3)$. Las condiciones iniciales del robot móvil de ruedas diferenciales maestro son: $(x_{r1}(0), y_{r1}(0), \theta_{r1}(0), \xi_{r1}(0)) = (0, 0.5, 5/4\pi, 1)$. Para los dos esclavos y el maestro $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) = (0, 0, 0)$.

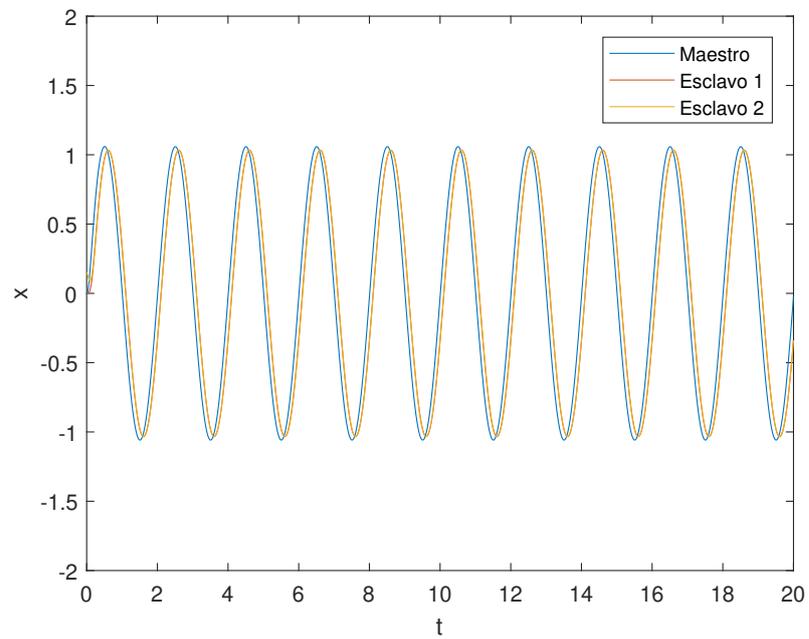


Figura 4.18: Solución de la sincronización en el eje x .

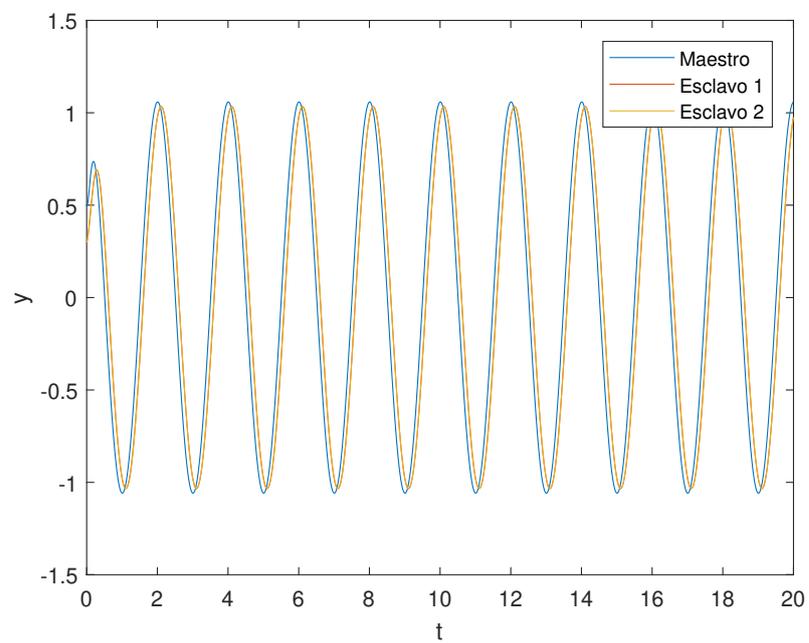


Figura 4.19: Solución de la sincronización en el eje y .

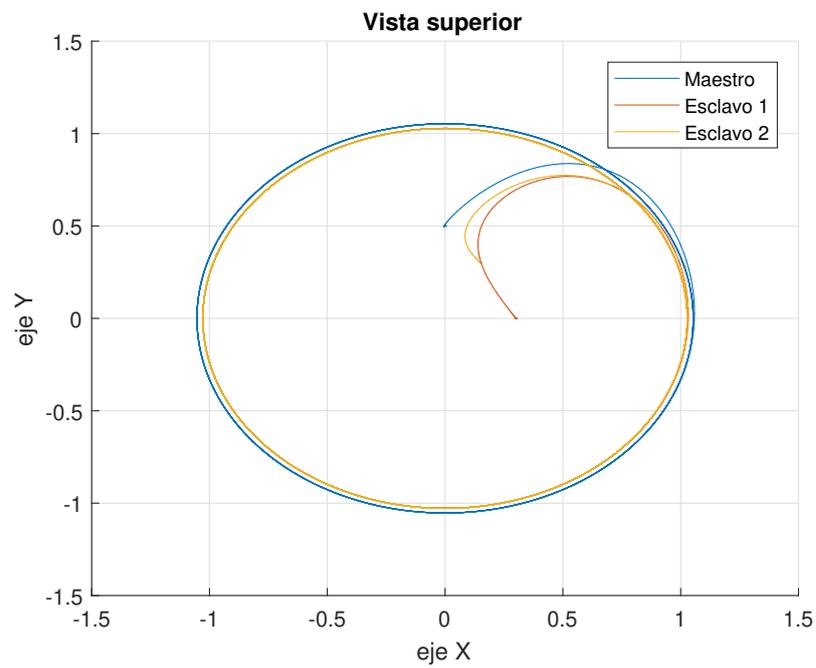


Figura 4.20: Vista superior del seguimiento de trayectoria de los esclavos.

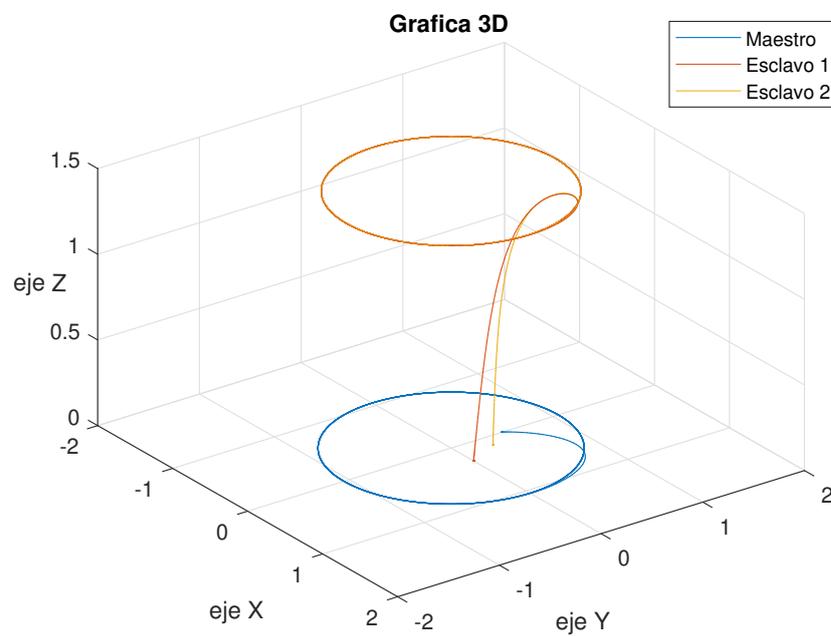


Figura 4.21: Vista 3D del seguimiento de trayectoria de los esclavos.

Se puede observar en las gráficas temporales de las figuras 4.18 y 4.19 cómo las

oscilaciones de la trayectoria convergen en muy poco tiempo, pero puede notarse un leve desfase del maestro respecto a los esclavos, esto es debido al controlador y sus ganancias. En las figuras 4.24 y 4.25 se observa como las trayectorias de los esclavos convergen totalmente con la trayectoria del maestro, confirmando de esta manera la sincronización.

Utilizando las mismas condiciones iniciales que el ejemplo anterior se simulará una formación con un cuadracóptero como maestro, un segundo cuadracóptero como esclavo 1 y un robot diferencial como esclavo 2. Los resultados pueden apreciarse en las figuras 4.22 y 4.23 donde puede observarse que los robots convergen perfectamente a las posiciones en x y y . Esto se confirma en las gráficas de fase 4.24 y 4.25.

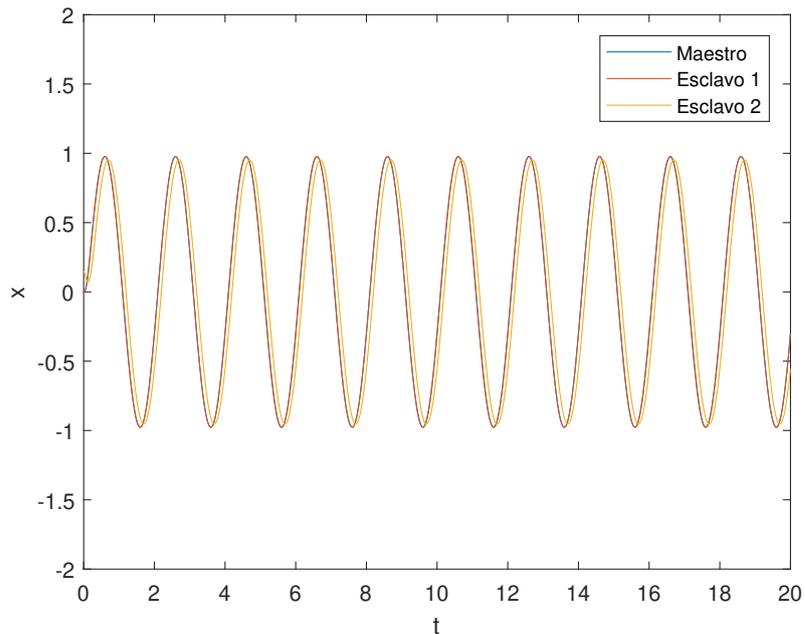


Figura 4.22: Solución de la sincronización en el eje x .

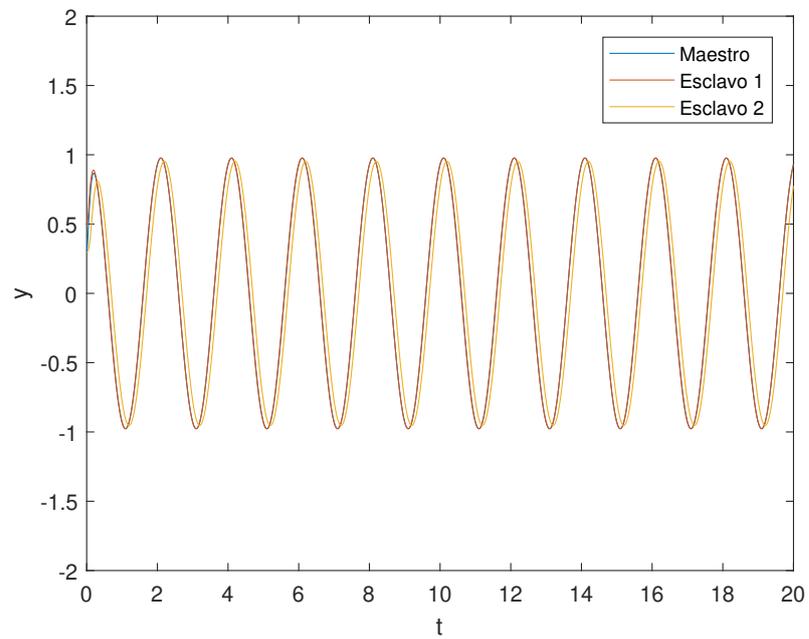


Figura 4.23: Solución de la sincronización en el eje y .

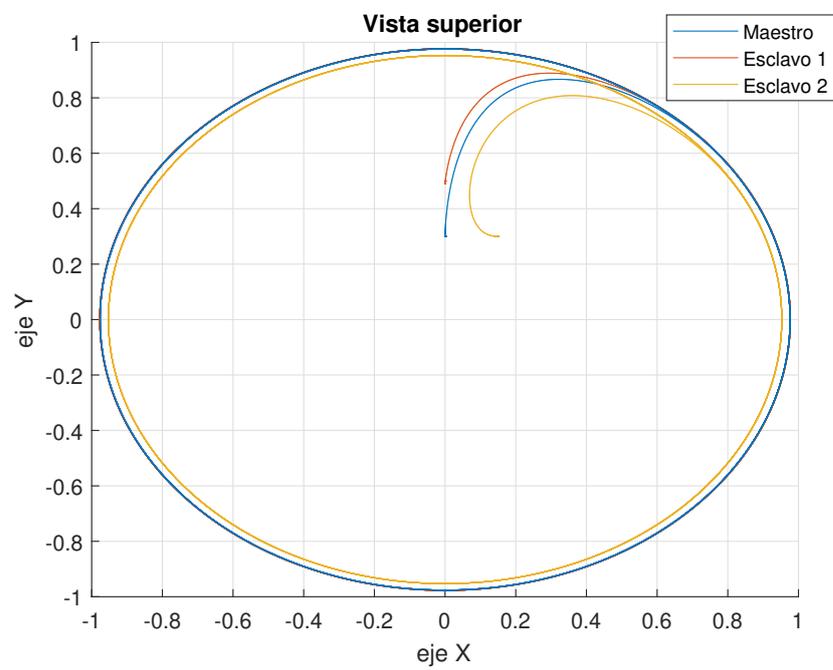


Figura 4.24: Vista superior del seguimiento de trayectoria de los esclavos.

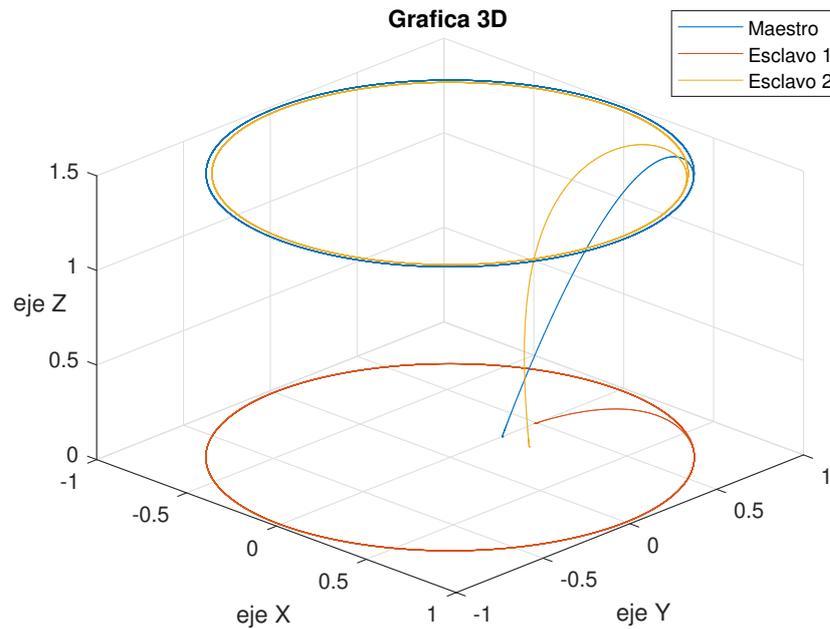


Figura 4.25: Vista 3D del seguimiento de trayectoria de los esclavos.

Para obtener una formación que sea práctica, por ejemplo, para tareas de búsqueda se procede a realizar una separación entre el maestro y los esclavos en los ejes x y y , en este caso será de $\Delta_x = 0,10m$ y $\Delta_y = 0,10m$. Se utilizan las mismas condiciones iniciales que el ejemplo anterior. Para el caso del robot diferencial como maestro y dos cuadracópteros como esclavos se obtienen las gráficas temporales de las figuras 4.26 y 4.27 donde se ve como las respuestas de los esclavos difieren en fase y amplitud respecto a la respuesta del maestro. En las figuras 4.28 y 4.29 se ve claramente el espacio que existe entre el maestro y los esclavos.

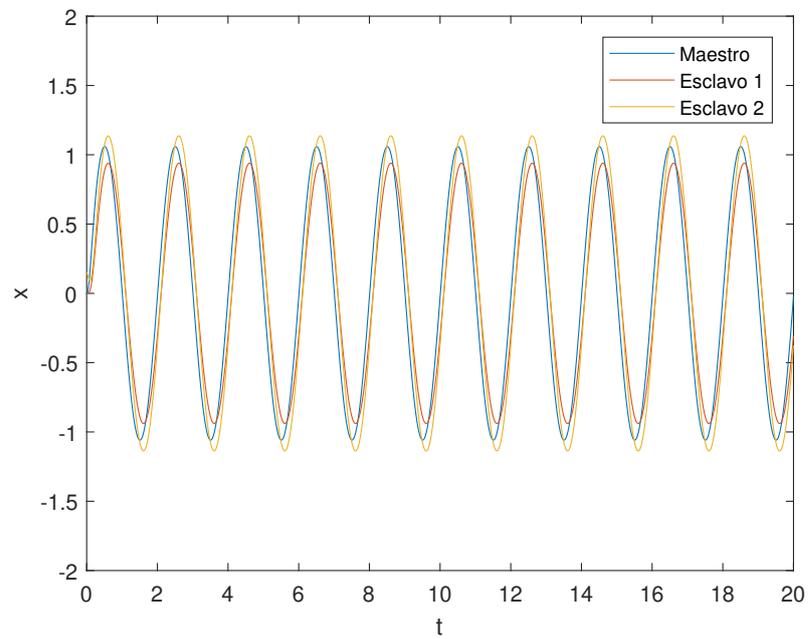


Figura 4.26: Solución de la sincronización en el eje x.

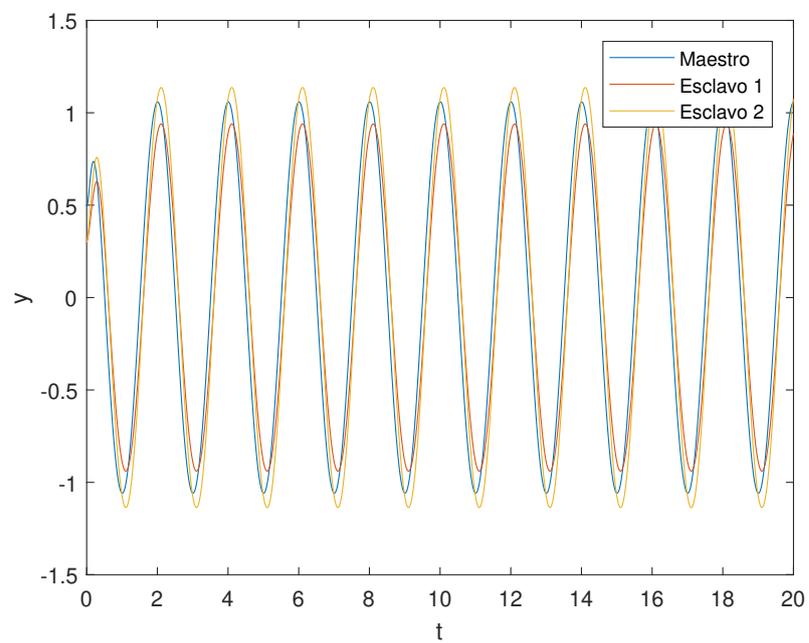


Figura 4.27: Solución de la sincronización en el eje y.

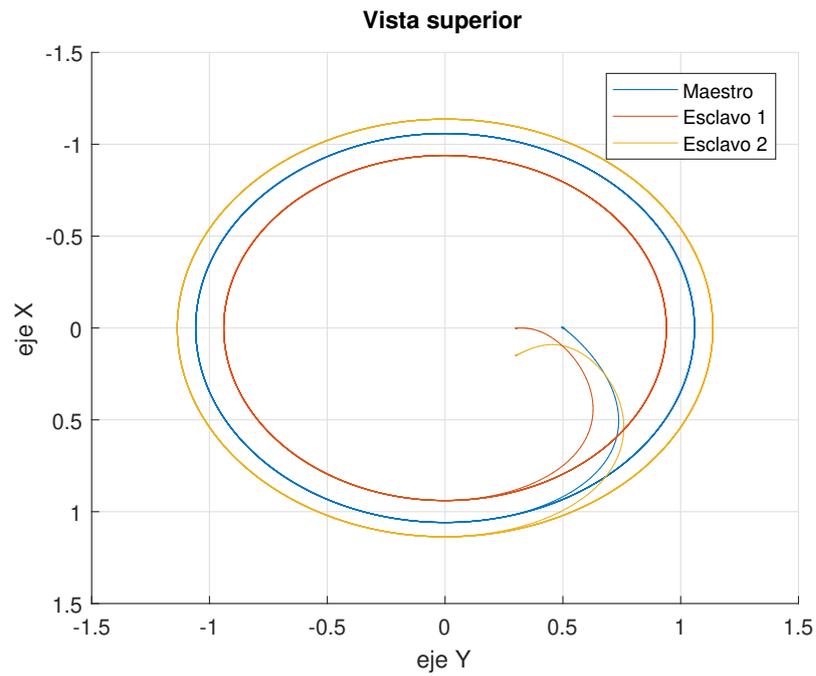


Figura 4.28: Vista superior del seguimiento de trayectoria de los esclavos.

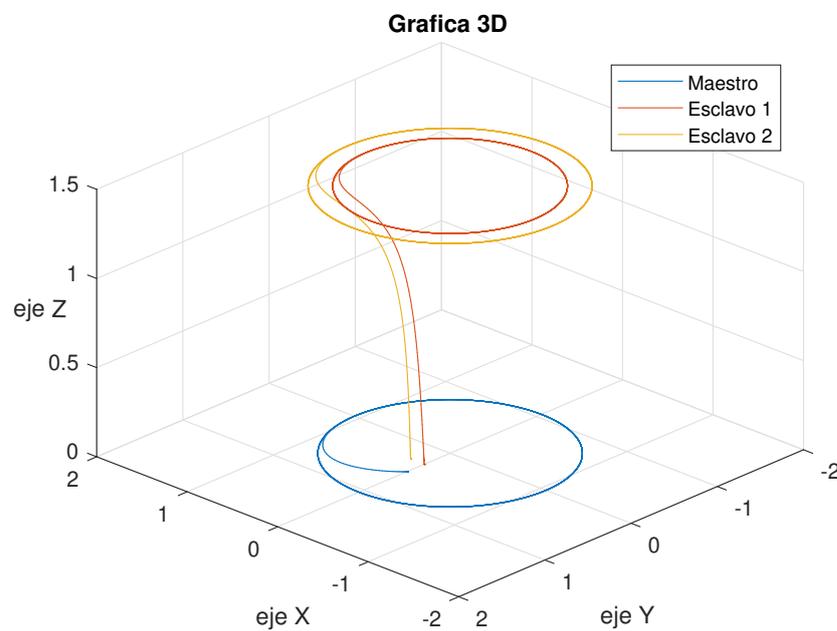


Figura 4.29: Vista 3D del seguimiento de trayectoria de los esclavos.

Ahora se realiza el mismo procedimiento para un cuadracóptero cómo maestro.

Se utilizan las mismas condiciones iniciales y parámetros. En las figuras 4.30 - 4.33 se observa que la formación se comporta de mejor manera cuando un cuadricóptero funciona como maestro. Se obtiene un comportamiento más claro y preciso.

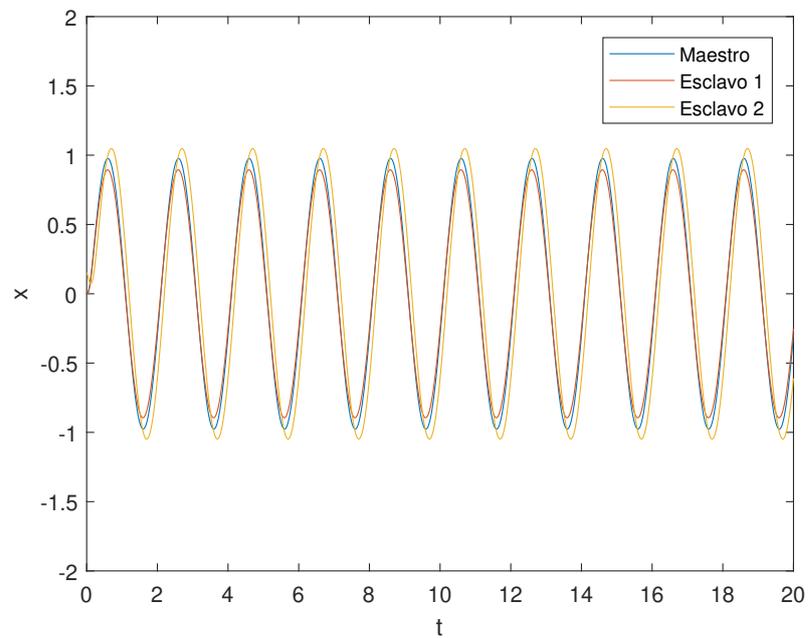


Figura 4.30: Solución de la sincronización en el eje x .

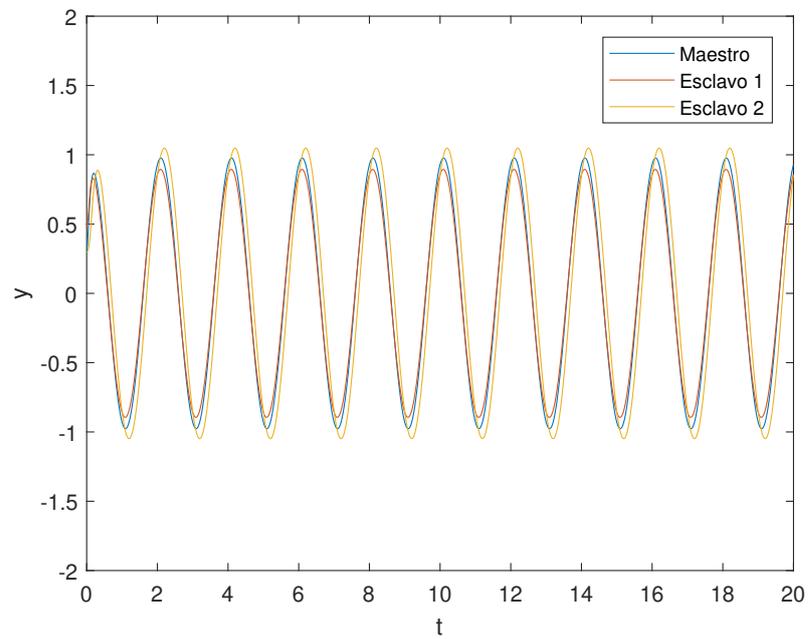


Figura 4.31: Solución de la sincronización en el eje y.

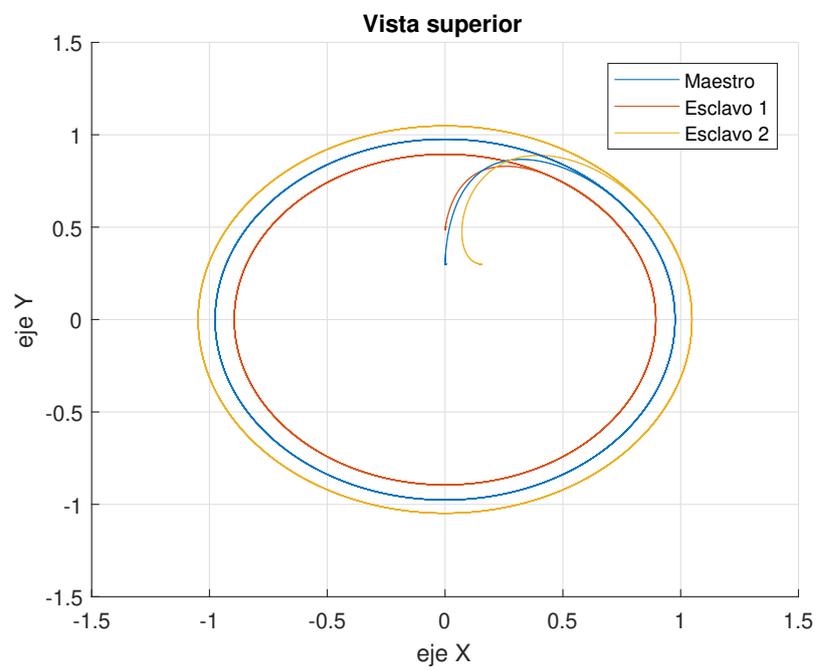


Figura 4.32: Vista superior del seguimiento de trayectoria de los esclavos.

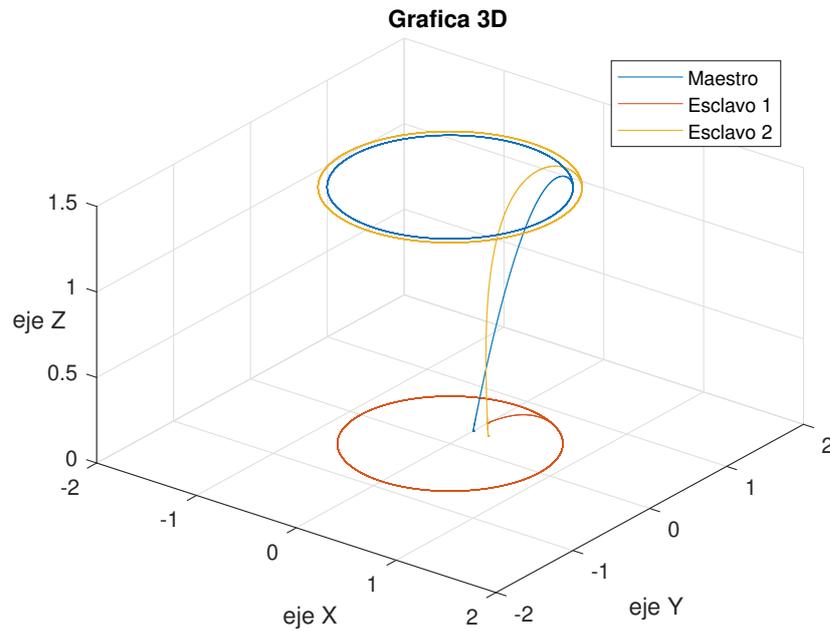


Figura 4.33: Vista 3D del seguimiento de trayectoria de los esclavos.

4.4. Conclusiones del capítulo

Los resultados obtenidos con las distintas simulaciones vistas en este capítulo, dejan en claro que una formación heterogénea es posible aun cuando los robots no se desplazan sobre el mismo medio ni, por obvias razones, cuentan con el mismo o similar sistema de locomoción. Por lo tanto, la metodología y el análisis empleado cumplen con el propósito de llevar a cabo una sincronización heterogénea que podría emplearse en la práctica para tareas de búsqueda y rescate.

Capítulo 5

Conclusiones

En este capítulo final de la tesis, se reportan las principales conclusiones que arrojan los resultados numéricos. También, se habla sobre algunos trabajos futuros que se desprenden de la realización de este trabajo. Con los resultados obtenidos en las simulaciones tanto para la sincronización y formación en grupo de cuadracópteros, se puede llegar a las siguientes conclusiones:

Para que la formación heterogénea entre dos especies distintas de robots pueda llevarse a cabo es necesario que los modelos dinámicos cuenten con las mismas restricciones no holonómicas, es decir que haya compatibilidad en sus movimientos en el plano.

En los resultados numéricos puede observarse como el controlador no lineal backstepping es más robusto y preciso para realizar seguimiento de trayectorias y llevar al cuadracóptero al punto deseado que el controlador proporcional-derivativo empleado en el robot móvil diferencial que a pesar de tratar de obtener las ganancias que generaban una mejor respuesta, siempre se obtenía un ligero error respecto a la trayectoria original.

Las ganancias del controlador proporcional-derivativo del robot móvil diferencial deben ser elegidas siempre que se cambie de trayectoria y que el robot se utilice como maestro o esclavo, esto con el fin de que se obtenga la mejor respuesta posible.

5.1. Trabajo futuro

Realizar los experimentos pertinentes en el laboratorio con el fin de corroborar los métodos y análisis empleados en este trabajo de tesis.

Implementar una sincronización heterogénea con múltiples robots que sigan distintas trayectorias con el fin de cubrir más terreno del plano.

Diseñar un algoritmo que evite las colisiones entre los cuadracópteros y con el suelo con el fin de preservar estos en buen estado.

Implementar una formación heterogénea fuera de laboratorio empleando sensores inerciales y de posicionamiento global para estudiar posibles aplicaciones en búsqueda y rescate.

Bibliografía

- Beni, G. (2005). From Swarm Intelligence to Swarm Robotics. *Swarm Robotics*, 3342:1–9.
- Bouabdallah, S. and Siegwart, R. (2005). Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro Quadrotor. *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2005(April):2247–2252.
- Brambilla, M., Ferrante, E., Birattari, M., and Dorigo, M. (2013). Swarm robotics: A review from the swarm engineering perspective. *Swarm Intelligence*, 7(1):1–41.
- Burgard, W., Moors, M., Stachniss, C., and Schneider, F. E. (2005). Coordinated multi-robot exploration. *IEEE Transactions on Robotics*, 21(3):376–386.
- Cetina Denis, J. (2017). Diseño de trayectorias caóticas en robots móviles. Master's thesis.
- Couzin, I. D., Krause, J., James, R., Ruxton, G. D., and Franks, N. R. (2002). Collective memory and spatial sorting in animal groups. *Journal of Theoretical Biology*, 218(1):1–11.
- Diaz Castillo, R. (2018). Vuelo en formación de vehiculos aéreos no tripulados. Master's thesis, Centro de Investigación Científica y de Educacion Superior de Ensenada.
- Gomes, J., Mariano, P., and Christensen, A. L. (2016). Challenges in cooperative coevolution of physically heterogeneous robot teams. *Natural Computing*, pages 1–18.
- Kazadi, S. (2000). *Swarm Engineering*. PhD thesis.

- Lopez Parra, A. (2017). Formación en grupos de robots móviles. Master's thesis.
- Luca, A. D., Oriolo, G., Vendittelli, M., de Luca, A., Oriolo, G., and Vendittelli, M. (2001). Control of Wheeled Mobile Robots: An Experimental Overview. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 270:181–226.
- Martinez Clarck, R. (2014). Control de comportamientos colectivos en grupos de robots móviles. Master's thesis.
- Martinez Clarck, R., Cruz Hernández, C., Arellano Delgado, A., and Pinedo Lomelí, L. F. (2008). Formación de agentes: una aplicación al patrullaje. XIV.
- Munné, F. (2005). ¿Qué es la complejidad? *Encuentros de psicología social*, pages 2–3.
- Pikovsky, A., Rosenblum, M., and Kurths, J. (2003). Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences. *Cambridge Nonlinear Science Series 12*, page 432.
- Pratt, G. and Manzo, J. (2013). The DARPA robotics challenge. 20(2):10–12.
- Rios G., Luiz Hernando, Bueno L., M. (2008). Mathematical Model for a Mobile Robot. XIV.
- Ronzhin, A., Rigoll, G., and Meshcheryakov, R. (2016). Interactive Collaborative Robotics. pages 63–68.
- Sira Ramirez, H. and AGRAWAL, S. K. (2004). Differentially Flat Systems.
- Swarup, A. and Sudhir (2014). Comparison of Quadrotor Performance Using Backstepping and Sliding Mode Control. *Proceedings of the 2014 International Conference on Circuits, Systems and Control*.
- Wang, X. F. (2002). Complex networks: Topology, dynamics and synchronization. *International Journal of Bifurcation and Chaos*.