

# Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería

Ingeniero en Mecatrónica



## REHABILITACIÓN Y CONTROL DE UN ROBOT MANIPULADOR INDUSTRIAL RV-M1

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el título de INGENIERO  
EN MECATRÓNICA, presenta:

José Armando Sánchez Osuna  
Asesor: Dr. David Isaías Rosas Almeida

Mexicali, Baja California, México, Febrero de 2019.

# Agradecimientos

Para ti Blanca por ser la mejor madre, enseñándome a creer en mí mismo y ser capaz de lograr lo que me proponga siempre con tu motivación.

Para ti Javier por ser un padre el cual me inculcó el significado de trabajo e inspiró a crecer con tu ejemplo y dedicación.

Para ustedes mis padres que con tanto cariño y soporte me guiaron hacia lo que hoy en día soy.

Quiero expresar mis más grande y sincero agradecimiento al Dr. David Isaías Rosas Almeida por tener esa confianza y paciencia al trabajar conmigo ya que fue el principal colaborador durante todo este proceso, que con su dirección, conocimiento y enseñanza me permitió desarrollar este trabajo.

Mi eterno agradecimiento a mis familiares y amigos únicos que han contribuido para cumplir una meta más.

A la Universidad Autónoma de Baja California, Coordinación del laboratorio de mecánica, y todos los docentes que, con su experiencia y conocimiento, incentivaron a desarrollarme como persona y futuro profesionalista.

# Resumen

RESUMEN de la Tesis de JOSÉ ARMANDO SÁNCHEZ OSUNA, presentada como requisito para la obtención del título de INGENIERO EN MECATRÓNICA. Mexicali, Baja California, México, Febrero de 2019.

## **REHABILITACIÓN Y CONTROL DE UN ROBOT MANIPULADOR INDUSTRIAL RV-M1**

Resumen aprobado por:

---

Dr. David Isaías Rosas Almeida  
Director de Tesis

En esta tesis se presenta el trabajo realizado para rehabilitar un robot manipulador del tipo RV-M1, fabricado por la empresa Mitsubishi. El proceso de rehabilitación consistió en el remplazo de las etapas de potencia para controlar cada uno de los motores que manipulan las articulaciones, así como eliminar el controlador propio y modificar el cableado, de tal forma que el robot adquiriera una arquitectura abierta. Con esto se busca que el robot pueda ser conectado y controlado a través de cualquier plataforma de control, como dSPACE o LabVIEW. Se muestra la operación del robot en lazo cerrado aplicando un controlador PI para resolver el problema de regulación, el cual fue implementado utilizando la plataforma dSPACE 1103.

Palabras clave:

Robot manipulador, control, puente H, encoders incrementales.

# Contenido

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1 ANTECEDENTES</b>	<b>3</b>
1.1 Estabilidad en el sentido de Lyapunov	9
1.1.1 Método para definir la estabilidad de un punto de equilibrio	11
1.2 Modelado de sistemas mecánicos utilizando la ecuación de Lagrange	13
1.2.1 Ecuaciones de movimiento de Lagrange	15
1.2.2 Propiedades de las Ecuaciones de movimiento de Lagrange	17
1.2.2.1 Linealidad en los parámetros dinámicos	17
1.2.2.2 Matriz de inercia $M(q)$	18
1.2.2.3 Matriz centrífuga y de coriolis $C(q, \dot{q})$	19
1.2.2.4 Vector de gravedad $g(q)$	21
1.3 Control de posiciones de robots manipuladores utilizando controlador PID	22
<b>2 DESCRIPCIÓN DEL ROBOT MITSUBISHI RV-M1</b>	<b>26</b>
2.1 Estructura mecánica	26
2.2 Características de operación	28
2.3 Definición del problema a resolver en la tesis	28



<b>3</b>	<b>MODIFICACIÓN DE ETAPA DE POTENCIA .....</b>	<b>31</b>
3.1	Estructura de las etapas de potencia diseñadas .....	31
3.2	Procedimiento de calibración .....	35
3.3	Esquema de conexiones para toda la etapa de potencia .....	38
<b>4</b>	<b>ACONDICIONAMIENTO DE LAS SEÑALES DE ENCODERS INCREMENTALES.....</b>	<b>40</b>
4.1	Diagrama de conexiones y alimentación externa .....	42
4.2	Alimentación externa para los encoders .....	45
<b>5</b>	<b>PRUEBAS BÁSICAS DE OPERACIÓN .....</b>	<b>50</b>
5.1	Pruebas a los encoders incrementales .....	50
5.2	Pruebas de las etapas de potencia .....	50
5.3	Pruebas con dSPACE.....	51
<b>6</b>	<b>IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR PI PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE REGULACIÓN .....</b>	<b>55</b>
6.1	Estructura del controlador PI .....	55
6.2	Sintonización del controlador PI .....	57
6.3	Resultados experimentales del desempeño.....	60
<b>7</b>	<b>CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO .....</b>	<b>63</b>
	<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>65</b>

# Lista de Figuras

Figura 1	Diagrama de un robot manipulador de $n$ g.d.l. (Figura tomada de [2]). . . . .	13
Figura 2	Nombre de los ejes correspondientes al del cuerpo humano (Figura extraída de [5]). . . . .	27
Figura 3	Nomenclatura interna del robot RV-M1 (Figura extraída de [5]). . . . .	27
Figura 4	Características de movimiento de ejes en robot RV-M1 (Figura extraída de [5]). . . . .	28
Figura 5	Dimensiones del robot RV-M1 (Figura extraída de [5]). . . . .	29
Figura 6	Espacio de operación (Figura extraída de [5]). . . . .	29
Figura 7	Representación a bloques de un puente H. . . . .	32
Figura 8	Descripción de etapas que componen el circuito. . . . .	33
Figura 9	Descripción de terminales. . . . .	33
Figura 10	Conexiones para realizar pruebas de funcionamiento en puentes H. . . . .	35
Figura 11	Forma de onda triangular. . . . .	36

Figura 12	Amplitud máxima de la forma de onda triangular .....	37
Figura 13	Amplitud mínima de la forma de onda triangular. ....	37
Figura 14	Conexiones internas de etapa de potencia. ....	38
Figura 15	Elementos que componen Encoder de un solo detector (Figura extraída de [3]). ....	40
Figura 16	Pulso de encoders de un detector y dos detectores (Figura extraída de [3]). ....	41
Figura 17	Determinación de dirección de movimiento con dos detectores (Figura extraída de [3]). ....	42
Figura 18	Señales de cuadratura (Figura extraída de [3]). ....	43
Figura 19	Diagrama de conexiones globales del robot RV-M1. ....	44
Figura 20	Alimentación externa de encoders. ....	45
Figura 21	Diagrama de conexiones internas para alimentación de encoders. ....	47
Figura 22	Diagrama de conexiones de Motor Signal. ....	48
Figura 23	Diagrama de conexiones de Motor Power. ....	48
Figura 24	Algoritmos de adquisición de datos y conversión digital a analógica para cada eje del robot RV-M1. ....	52

Figura 25	Sintonización de control PI para robot RV-M1.....	58
Figura 26	Diagrama de bloques de la implementación de controlador PI en eje 1.....	59
Figura 27	Resultados de la aplicación del algoritmo control para eje 1. ....	61
Figura 28	Resultados de la aplicación del algoritmo control para eje 2. ....	62
Figura 29	Resultados de la aplicación del algoritmo control para eje 3. ....	62
Figura 30	Resultados de la aplicación del algoritmo control para eje 4. ....	62
Figura 31	Resultados de la aplicación del algoritmo control para eje 5. ....	62

# Introducción

El control automático, tiene un papel vital en los sistemas de vehículos espaciales, en los sistemas robóticos, en los procesos modernos de fabricación y en cualquier operación industrial que requiera el control de temperatura, presión, humedad, flujo, por lo que es una parte importante e integren el avance de la ingeniería y la ciencia. Debido a esto es deseable que los ingenieros y científicos cuenten con una formación sólida, teórica y práctica, en el área de control automático.

Sin embargo, para que esta formación sea posible es necesario contar con software y equipos especializados que permitan poner en práctica las técnicas de control vistas en los cursos, lo mismo ocurre en la investigación; es necesario contar con equipo adecuado para probar el desempeño de los algoritmos de control que se proponen en los diferentes proyectos.

Este equipo es, por lo general, muy costoso y no se cuentan con los recursos suficientes para su adquisición, es por esto que se opta por adquirir equipos industriales donados y modificarlos para poderlos usar, en otros casos, fabricar prototipos que permitan la prueba de ciertos algoritmos de control.

En esta tesis se presenta el trabajo realizado para modificar y rehabilitar un robot manipulador RV-M1, fabricado por la empresa Mitsubishi, el cual fue adquirido por la Facultad de Ingeniería en los años 90, pero que se encontraba fuera de servicio y que por varios años no se encontró la forma de reparar.

En la rehabilitación de este robot han participado varios estudiantes del programa de Ingeniero en Mecatrónica, principalmente los ingenieros Ramón Durán Casillas y Humberto

Andrade Collazo, quienes realizaron el diseño e implementación de las etapas de potencia para el control de velocidad de motores de DC.

Las actividades a la cual corresponde mi participación en el proyecto, fueron la fabricación de las etapas de potencia necesarias para controlar los motores del robot RV-M1, la sintonización de sus componentes y la prueba de operación. Una segunda actividad fue la modificación del gabinete en donde se instalaron las etapas de potencia, así como el diseño del cableado para su instalación en dicho gabinete, su conexión con los motores y la plataforma de control dSPACE 1103. Una tercera actividad fue la identificación de las terminales de los encoders incrementales y la modificación de sus conexiones para polarizarlos con una fuente de voltaje externa y conectarlos a la plataforma dSPACE 1103. Finalmente, una cuarta actividad fue la implementación de controladores PI, para resolver el problema de regulación, con el objetivo de probar el funcionamiento del robot en lazo cerrado.

La organización de esta memoria de tesis es la siguiente. En el capítulo 1, se presenta un resumen de los conceptos básicos que dan soporte al trabajo realizado. En el capítulo 2, se describe el funcionamiento del robot Mitsubishi RV-M1, el cual fue modificado. En el capítulo 3, se presenta una descripción de las nuevas etapas de potencia que fueron instaladas en el robot, mientras que en el capítulo 4, se presenta el trabajo realizado para conectar los encoders incrementales en la plataforma de control dSPACE 1103. En el capítulo 5, se presenta un resumen de las pruebas realizadas que permiten garantizar el buen funcionamiento de cada una de las partes que forman el robot y en el capítulo 6, se muestra el desempeño del robot en lazo cerrado utilizando un controlador PI para resolver el problema de regulación. Finalmente, en el capítulo 7, se presentan las conclusiones globales del trabajo y detalles para un trabajo futuro.

# Capítulo 1

## Antecedentes

En el marco de la ingeniería se dice que una señal es cualquier cosa en el ambiente que se pueda medir y que posea información. Por otra parte, un sistema es cualquier cosa en un ambiente que relaciona señales. Las señales que relaciona un sistema, en general, se clasifican como señales de entrada y señales de salida. La ingeniería de control automático tiene como fin establecer un comportamiento dinámico deseado en un sistema aplicando señales de entrada calculadas por algoritmos, los cuales toman en cuenta el objetivo de control, las señales de salida del sistema y el modelo matemático del mismo sistema.

Al trabajar con sistemas dinámicos continuos con dimensión finita, es común utilizar ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma

$$\dot{x} = f(x, t, u), \quad (1)$$

$$y = h(x, t, u). \quad (2)$$

En este capítulo se presenta un resumen de las definiciones y conceptos básicos necesarios para entender las ecuaciones (1) y (2) que se utilizan a lo largo del documento.

En ingeniería de control al sistema dinámico que se desea controlar se le denomina como planta [1]. Una planta puede ser una parte de un equipo, tal vez un conjunto de elementos de una máquina que funcionan juntos, y cuyo objetivo es efectuar una operación particular.

Por otro lado, las señales de entrada y salida que relaciona la planta se le denominan como variable controlada y señal de control [1]. La variable controlada es la cantidad o condición que se mide y se controla, la cual está determinada por la ecuación (2). En general un sistema puede tener  $l$  señales controladas, es decir  $y \in \mathbb{R}^l$ . La señal de control o variable manipulada

es la cantidad o condición que el controlador modifica para afectar el valor de la variable controlada [1], en las ecuaciones (1) y (2) la señal de control se denomina como  $u$ , que en general tiene dimensión  $m$ , es decir  $u \in \mathbb{R}^m$ .

Además de las señales de control, una planta puede experimentar la presencia de otras señales de entrada no deseadas que se les denomina perturbaciones. Una perturbación es una señal que tiende a afectar negativamente el valor de la salida de un sistema. Si la perturbación se genera dentro del sistema se denomina perturbación interna, mientras que una perturbación externa se genera fuera del sistema y se considera como una entrada al sistema [1].

Actualmente existen muchas estrategias para realizar acciones de control. Sin embargo, la que presenta mejores resultados son las que se basan en el control retroalimentado [1]. El control realimentado se refiere a una operación que, en presencia de perturbaciones, tiende a reducir la diferencia entre la salida de un sistema y alguna entrada de referencia, y lo realiza tomando en cuenta esta diferencia.

La tendencia moderna en los sistemas de ingeniería es hacia una mayor complejidad, debido sobre todo a que se requieren tareas más complejas y con buena precisión [1]. Los sistemas complejos pueden tener múltiples entradas y múltiples salidas y pueden ser variantes en el tiempo. Debido a la necesidad de cumplir requisitos cada vez más exigentes en el comportamiento de los sistemas de control, el aumento en la complejidad del sistema y el fácil acceso a las computadoras a gran escala, surgió teoría moderna de control, que es una nueva aproximación al análisis y diseño de los sistemas de control complejo, se ha desarrollado desde el año 1960 [1]. Esta nueva aproximación se basa en el concepto de estado. El concepto de estado por sí mismo no es nuevo, puesto que ha existido durante bastante tiempo en el campo de la dinámica clásica.

La tendencia de la teoría de control moderna contrasta con la teoría de control convencional en que su formulación es aplicable a sistemas de múltiples entradas, múltiples salidas, que



pueden ser lineales o no lineales, invariantes o variantes en el tiempo, mientras que la teoría convencional sólo es aplicable a sistemas invariantes en el tiempo de una entrada-una salida [1].

Para analizar y diseñar sistemas de control en el contexto de la representación en variables de estado se establece, en primer lugar, las siguientes ecuaciones que definen la representación en variables de estado.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), t), \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), t), \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), t),\end{aligned}\tag{3}$$

$$\begin{aligned}y_1(t) &= g_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), t), \\ y_2(t) &= g_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), t), \\ &\vdots \\ y_m(t) &= g_m(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), t).\end{aligned}\tag{4}$$

Las cuales se pueden representar en forma compacta como

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), t), \\ y(t) &= g(x(t), u(t), t),\end{aligned}$$

Aquí,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado y sus componentes  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$  son las variables de estado. Las variables de estado son señales linealmente independientes que permiten analizar la dinámica de interés de un sistema. Se dice que un sistema con  $n$  variables de estado es de orden  $n$ . Conociendo el valor de las variables de estado en un tiempo inicial

$t = t_0$  y la entrada del sistema para todo tiempo  $t \geq t_0$ , se puede determinar el comportamiento de las variables de estado para todo tiempo futuro. Se pueden seleccionar como variables de estado variables que no representan cantidades físicas y aquellas que no son medibles ni observables [1].

Por otro lado, el estado de un sistema, en un instante de tiempo  $t = t_i$ , es el valor que tienen las variables de estado en ese instante de tiempo.

Ya que las variables de estado son un conjunto de señales linealmente independientes, forman una base para un espacio lineal de dimensión  $n$  llamado espacio de estado [1]. Cualquier estado del sistema en un instante de tiempo se puede representar como un punto en el espacio de estados.

El análisis de sistemas dinámicos, basados en la representación en el espacio de estados, se centra en los tres tipos de variables que aparecen en el modelado de los sistemas dinámicos; las variables de entrada, las variables de salida y las variables de estado [1]. Conceptualmente, el sistema dinámico debe contener elementos que recuerden los valores de la entrada para  $t \geq t_1$ . Puesto que los integradores en tiempo continuo sirven como dispositivo de memoria, las salidas de tales integradores se pueden considerar como las variables que describen el estado interno del sistema dinámico. Así, el número de variables de estado para definir completamente la dinámica del sistema es igual al número de integradores que aparezcan en el mismo [1].

En las ecuaciones (1) y (2), las funciones  $f(\cdot)$  y  $h(\cdot)$  son, en general, funciones no lineales. Para el caso especial de sistemas lineales o después de realizar un proceso de linealización alrededor de un punto de operación, la representación en variables de estado toma la forma particular

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t), \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t),\end{aligned}$$

donde  $A(t)$  se denomina matriz de estado,  $B(t)$  matriz de entrada,  $C(t)$  matriz de salida y  $D(t)$  matriz de transmisión directa y se dice que es un sistema lineal variante en el tiempo [4].

Si las funciones  $f(\cdot)$  y  $g(\cdot)$  no dependen explícitamente del tiempo  $t$ , el sistema se denomina sistema invariante con el tiempo. En este caso, la linealización del sistema alrededor de un punto de operación es

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (5)$$

$$\dot{y}(t) = Cx(t) + Du(t). \quad (6)$$

Las ecuaciones (5) y (6) definen la representación en variables de estado de un sistema lineal invariante con el tiempo [4].

Cuando se tiene un sistema dinámico lineal e invariante en el tiempo, con una entrada y una salida, existe una relación directa con una función de transferencia [4]. Considérese el sistema cuya función de transferencia es

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s). \quad (7)$$

Este sistema se representa en el espacio de estados mediante las ecuaciones

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (8)$$

$$y = Cx + Du, \quad (9)$$

donde  $x$  es el vector de estado,  $u$  es la entrada e  $y$  es la salida.

Las transformadas de Laplace de las ecuaciones (8) y (9) se obtienen mediante

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s), \quad (10)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s), \quad (11)$$

como la función de transferencia se definió antes como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada [4], cuando las condiciones iniciales son cero, se establece que  $x(0) = 0$ , por lo tanto, se tiene que

$$sX(s) - AX(s) = BU(s),$$

o bien

$$(sI - A)X(s) = BU(s),$$

premultiplicando por  $(sI - A)^{-1}$  en ambos miembros de esta última ecuación, se obtiene

$$X(s) = (sI - A)^{-1} BU(s), \quad (12)$$

sustituyendo la ecuación (12) en la ecuación (11), se llega a

$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s). \quad (13)$$

Después de comparar la ecuación (13) con la ecuación (7) se observa que

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D.$$

Esta es la expresión de la función de transferencia en términos de  $A, B, C$  Y  $D$ . Obsérvese que el segundo miembro de la Ecuación contiene  $(sI - A)^{-1}$ . Por lo tanto,  $G(s)$  se escribe como

$$G(s) = \frac{Q(s)}{\det(sI - A)}$$

donde  $Q(s)$  es un polinomio en  $s$ . Por lo tanto,  $\det(sI - A)$  es el denominador de  $G(s)$ . En otras palabras, los valores propios de  $A$  son idénticos a los polos de  $G(s)$ [1].

## 1.1 Estabilidad en el sentido de Lyapunov

La teoría de estabilidad de Lyapunov tiene como principal objetivo estudiar el comportamiento de sistemas dinámicos descritos por ecuaciones diferenciales en forma:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)), \quad x(0) \in \mathbb{R}^n \quad \forall t \geq 0, \quad (14)$$

donde  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado y  $x(0) \in \mathbb{R}^n$  se denomina la condición inicial o estado inicial [2]. La función  $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  es una función continua en  $t$  y  $x(t)$ , y se supone que es tal que la ecuación (14) tiene una solución única en el intervalo  $[0, \infty)$  correspondiente a cada condición inicial de  $x(0)$ . Si  $x(t)$  es la solución de (14) correspondiente a la condición inicial  $x(0)$ , entonces  $x(t)$  depende de una manera continua del estado inicial  $x(0)$ .

**Definición 1. Punto de equilibrio** [2]. *Un vector constante  $x_e \in \mathbb{R}^n$  es un equilibrio o estado de equilibrio del sistema (14) si*

$$f(t, x_e) = 0 \quad \forall t \geq 0.$$

*Como consecuencias inmediatas de la definición de equilibrio se tiene que si la condición inicial  $x(0) \in \mathbb{R}^n$  es justamente un equilibrio entonces se satisface*

$$\begin{aligned} x(t) &= x_e \quad \forall t \geq 0, \\ \dot{x}(t) &= 0 \quad \forall t \geq 0. \end{aligned}$$

**Definición 2. Estabilidad de puntos de equilibrio en el sentido de Lyapunov** [2]. *El origen  $x = 0 \in \mathbb{R}^n$  es un punto de equilibrio estable, en el sentido de Lyapunov, de la ecuación (14) si para cada número  $\varepsilon > 0$  se puede encontrar un número  $\delta > 0$ , tal que*

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon \quad \forall t \geq 0.$$

En la definición anterior la constante  $\delta$  no es única. Si existe una constante  $\delta$  que satisfaga la condición, entonces cualquier  $\alpha\delta$  con  $\alpha \leq 1$  también la satisface. Debe tenerse claro que la definición de estabilidad requiere la existencia de  $\delta > 0$  para cada  $\varepsilon > 0$  y no para algún  $\varepsilon > 0$ . Finalmente, se deberá interpretar claramente la definición de estabilidad y no establecer, como suele suceder en ocasiones por confusión, que para cada constante  $\varepsilon > 0$  se

puede encontrar un número  $\delta > 0$  tal que:

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon \quad \forall t \geq 0.$$

Lo expuesto anteriormente significaría que el origen es un equilibrio estable si para toda condición inicial acotada, las soluciones también están acotadas. La estabilidad del origen debe ser interpretada como una pequeña discrepancia de la condición inicial  $x(0)$  con respecto al equilibrio (origen), la solución  $x(t)$  correspondiente permanecerá acotada y cercana al punto de equilibrio.

**Definición 3. Estabilidad asintótica** [2]. *El origen  $x = 0 \in \mathbb{R}^n$  es un equilibrio asintóticamente estable de (14) si*

- (1) El origen es estable.
- (2) El origen es atractivo, es decir, existe un número  $\delta' > 0$  tal que

$$\|x(0)\| < \delta' \Rightarrow \|x(t)\| \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty.$$

**Definición 4. Estabilidad asintótica global** [2]. *El origen  $x = 0 \in \mathbb{R}^n$  es un equilibrio asintóticamente estable en forma global de la Ecuación (14) si*

- (1) El origen es estable.
- (2) El origen es atractivo globalmente, es decir,

$$\|x(t)\| \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty, \quad \forall x(0) \in \mathbb{R}^n.$$

La definición anterior se deduce que un equilibrio asintótico estable globalmente implica que dicho equilibrio es también asintóticamente estable, pero lo contrario es falso.

### 1.1.1 Método para definir la estabilidad de un punto de equilibrio

Una función  $V : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$  es una función candidata de Lyapunov para el equilibrio  $x = 0 \in \mathbb{R}^n$  de la ecuación  $\dot{x} = f(t, x)$  si

$$\begin{aligned} V(t, x) &\text{ es una función definida positiva localmente.} \\ \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} &\text{ es una función continua con respecto a } t \text{ y } x. \\ \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} &\text{ es una función continua con respecto a } t \text{ y } x. \end{aligned}$$

**Método directo de Lyapunov.** Con los preliminares anteriores ahora pueden presentarse teoremas fundamentales con la teoría de estabilidad de Lyapunov.

**Teorema 1. Estabilidad.** *El origen  $x = 0 \in \mathbb{R}^n$  es un estado de equilibrio estable de la Ecuación (14), si existe una función candidata de Lyapunov  $V(t, x)$  tal que la derivada temporal satisfaga:*

$$\dot{V}(t, x) \leq 0, \forall t \geq 0 \text{ al menos para } \|x\| \text{ pequeña.}$$

*El teorema anterior da condiciones suficientes para estabilidad de equilibrio en el sentido de Lyapunov. Conviene apuntar que la conclusión del teorema se mantiene obviamente si  $\dot{V}(t, x) \leq 0$  para todo  $t \geq 0$  y para todo  $x \in \mathbb{R}^n$ , si la función candidata de Lyapunov  $V(t, x)$  es una función definida positivamente (globalmente) en lugar de ser definida positivamente localmente. El siguiente teorema, permite establecer resultados de estabilidad del equilibrio y además, acotamiento de las soluciones.*

**Teorema 2. Estabilidad y acotamiento de las soluciones.** *El origen  $x = 0 \in \mathbb{R}^n$  es un equilibrio estable, y las soluciones  $x(t)$  están acotadas para toda condición inicial  $x(0) \in \mathbb{R}^n$ , si existe una función candidata de Lyapunov que sea definida positivamente (globalmente), radialmente desacotada,  $V(t, x)$ , tal que su derivada temporal satisfaga:*

$$\dot{V}(t, x) \leq 0, \forall t \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

*En vista que  $V(t, x)$  es una función candidata de Lyapunov y satisface  $\dot{V}(t, x) \leq 0$ , del teorema de Estabilidad, se concluye la estabilidad del origen. Por otro lado, como  $V(t, x)$  es una función definida positiva y  $\dot{V}(t, x) \leq 0$  entonces:*

$$0 \leq V(t, x(t)) \leq V(0, x(0)) \quad \forall t \geq 0.$$

Es decir,  $V(t, x)$  es una función acotada para todo  $t \geq 0$ . Usando adicionalmente el hecho de que  $V(t, x)$  sea una función radialmente desacotada, se concluye que  $x$  está acotada.

**Teorema 3. Estabilidad asintótica global.** El origen  $x = 0 \in \mathbb{R}^n$  es un estado de equilibrio asintóticamente estable en forma global de teorema Estabilidad y acotamiento de las soluciones, si existe una función candidata de Lyapunov  $V(t, x)$  definida positiva globalmente, radialmente desacotada, y menguante, tal que su derivada satisfaga:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t, 0) &= 0 \quad \forall t \geq 0. \\ \dot{V}(t, x) &< 0 \quad \forall t \geq 0, \quad \forall x \neq 0 \in \mathbb{R}^n.\end{aligned}$$

La condición impuesta por el teorema anterior sobre  $\dot{V}(t, x)$  equivale a requerir que  $\dot{V}(t, x)$  sea una función definida negativa (globalmente). Esto conveniente apuntar que más allá de la conclusión de estabilidad asintótica global enunciada en el teorema, en realidad, las condiciones establecidas son suficientes para garantizar un resultado de estabilidad más fuerte llamado estabilidad asintótica global en forma uniforme. En el caso de que la Ecuación (14) sea autónoma, la función candidata de Lyapunov no suele depender explícitamente del tiempo, por lo que es trivialmente menguante, de este modo que para que el origen sea un equilibrio asintóticamente estable en forma global es suficiente que la función candidata de Lyapunov  $V(x)$  sea definida positiva (globalmente), y radialmente desacotada, a la vez que su derivada  $\dot{V}(x)$  sea una función definida negativa (globalmente).

**Teorema 4. Teorema de LaSalle.** Considerese la ecuación diferencial autónoma:

$$\dot{x} = f(x),$$

Cuyo origen  $x = 0 \in \mathbb{R}^n$  es un equilibrio. Supóngase que existe una función candidata de Lyapunov  $V(x)$  definida positivamente (globalmente) y radialmente desacotada tal que:

$$\dot{V}(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

Defínase el conjunto  $\Omega$  como:

$$\Omega = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : \dot{V}(x) = 0 \right\}.$$

Si  $x(0) = 0$  es la única condición inicial en  $\Omega$  para la cual  $x(t) \in \Omega$  para  $t \geq 0$ , entonces el origen  $x = 0 \in \mathbb{R}^n$  es un equilibrio asintóticamente estable en forma global.

Una manera práctica para probar la condición del teorema de LaSalle es la siguiente [2]. Primeramente, se determinan los componentes (o sus combinaciones) del vector de estado  $x$  tales que al anularse impliquen que  $\dot{V}(x) = 0$ . A continuación se consideran dichos com-



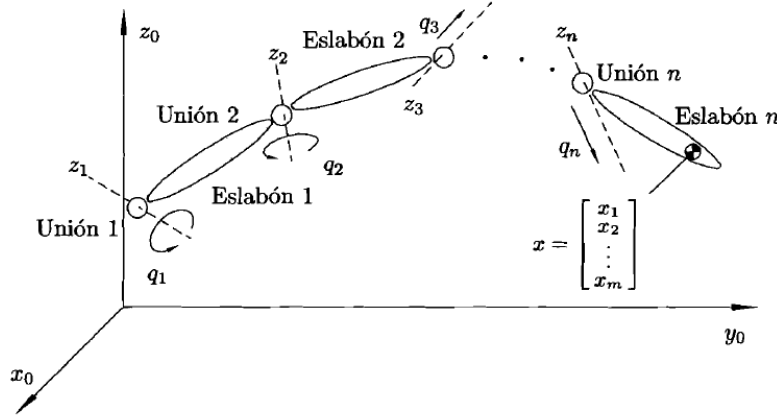


Figura 1. Diagrama de un robot manipulador de  $n$  g.d.l. (Figura tomada de [2]).

ponentes como nulos y sus derivadas temporales sucesivas también se toman como nulas. Luego se emplean estas consideraciones en la ecuación original  $\dot{x} = f(x)$ . Finalmente, si de ahí puede concluirse que las restantes variables de estado (aquéllas cuyos valores no afectan  $\dot{V}(x) = 0$ ), son nulas, esto querrá decir que  $x = 0$  es la única condición inicial en  $\Omega$  para la cual la solución  $x(t)$  permanecerá en  $\Omega$ . La aplicación del teorema de LaSalle para establecer estabilidad asintótica global, no requiere que  $-\dot{V}(x)$  sea una función definida positiva. Sin embargo, éste teorema sólo puede emplearse en ecuaciones diferenciales autónomas.

## 1.2 Modelado de sistemas mecánicos utilizando la ecuación de Lagrange

Los robots manipuladores, son sistemas mecánicos articulados formados por eslabones conectados entre sí, a través, de uniones articuladas. Las articulaciones son básicamente de dos tipos: rotacionales y traslacionales [2]. Considere el brazo articulado de  $n$  eslabones mostrado en la figura (1). Tradicionalmente, se coloca un marco de referencia cartesiano de tres dimensiones en cualquier lugar de la base del robot, siendo denotado indistintamente por las coordenadas  $[x \ y \ z]^T$  o  $[x_0 \ y_0 \ z_0]^T$  o  $[x_3 \ y_3 \ z_3]^T$ . Los eslabones se enumeran consecutivamente desde la base (Eslabón 0) hasta el final (Eslabón  $n$ ). Las uniones son los puntos de contacto entre los eslabones y se numeran de tal forma que la unión  $i$  conecta los eslabones  $i$  e  $i - 1$ . Cada unión se controla independientemente a través de un accionador, que se coloca

generalmente en dicha unión, y el movimiento de las uniones produce el movimiento relativo de los eslabones. Se denotará por  $z_i$ , al eje de movimiento de la unión  $i$ . La coordenada articular generalizada denotada por  $q_i$  es el desplazamiento angular alrededor de  $z_i$  si la unión  $i$  es rotacional, o el desplazamiento lineal sobre  $z_i$  si la unión  $i$  es traslacional. En caso típico donde los accionadores se localizan en las uniones entre eslabones, las coordenadas articuladas generalizadas reciben el nombre de posiciones articulares [2]. Las posiciones articulares correspondientes a cada articulación de un robot, que podrían ser medidas por sensores colocados en los accionadores localizados generalmente en las articulaciones, se agrupan para propósitos de análisis en el vector de posiciones articulares  $q$ . En consecuencia, para un robot con  $n$  articulaciones, es decir, de  $n$  g.d.l., el vector de posiciones articulares  $q$  tendrá  $n$  elementos

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}.$$

Por otro lado, también resulta de gran interés, sobre todo desde un punto de vista práctico, la determinación de la posición y orientación del dispositivo terminal del robot, puesto que este dispositivo terminal realiza la tarea encomendada al robot. Dicha posición y orientación se expresa en términos del marco de referencia coordenado cartesiano ( $x$  y  $z$ ) colocado en la base del robot, así como eventualmente en términos de los llamados ángulos de Euler [2]. Dichas coordenadas y ángulos son agrupados en su vector  $x$  de posiciones cartesianas

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix},$$

donde  $m \leq n$ . El modelo cinemático directo de un robot, describe la relación entre la posición articular  $q$  y la posición y orientación  $x$  del dispositivo terminal del robot. En otras palabras, el modelo cinemático directo de un robot es una relación de la forma

$$x = f(q).$$

El modelo cinemático inverso consiste justamente en la relación inversa del modelo cinemático directo, es decir, es la relación entre la posición cartesiana  $x$  y la posición articular  $q$ ,

$$q = f^{-1}(x).$$

El modelo dinámico de un robot consiste en una ecuación diferencial (ordinaria) vectorial en las posiciones, ya sean articulares  $q$  o cartesianas  $x$ , generalmente de segundo orden, pudiéndose expresar como

$$f(q, \dot{q}, \ddot{q}, \tau) = 0, \quad (15)$$

$$f(x, \dot{x}, \ddot{x}, \tau) = 0, \quad (16)$$

donde aquí,  $f(\cdot)$  en (15) y (16) no es la misma, ni tampoco debe ser confundida con la relación  $f(q)$  del modelo cinemático directo y, finalmente,  $\tau$  denota el vector de pares y fuerzas aplicadas en las articulaciones por medio de los accionadores. El modelo dinámico (15) recibe el nombre de modelo dinámico articular, mientras que (16) es el modelo dinámico cartesiano. Uno de los procedimientos más empleados para la obtención de los modelos dinámicos de los robots manipuladores, en forma cerrada, es el basado en las ecuaciones de movimiento de Lagrange [2].

### 1.2.1 Ecuaciones de movimiento de Lagrange

Las ecuaciones dinámicas de un robot manipulador pueden obtenerse a partir de las ecuaciones de movimiento de Newton. el inconveniente que presenta este método es que el análisis se complica notablemente cuando aumenta el número de articulaciones del robot. Reciben el nombre de Lagrange, debido a que fue el primero que las dio a conocer en 1788 [2]. Considérese el robot manipulador que se compone de  $n$  eslabones mostrado en la figura (1). La energía total  $\mathcal{E}$  de un robot manipulador de  $n$  g.d.l. es la suma de sus energías cinética  $\mathcal{K}$  y

potencial  $\mathcal{U}$ :

$$\mathcal{E}(q(t), \dot{q}(t)) = \mathcal{K}(q(t), \dot{q}(t)) + \mathcal{U}(q(t))$$

donde  $q(t) = [q_1(t), \dots, q_n(t)]^T$ .

El lagrangiano  $\mathcal{L}(q, \dot{q})$  de un robot manipulador de  $n$  g.d.l. es la diferencia entre su energía cinética  $\mathcal{K}$  y su energía potencial  $\mathcal{U}$ :

$$\mathcal{L}(q(t), \dot{q}(t)) = \mathcal{K}(q(t), \dot{q}(t)) - \mathcal{U}(q(t)). \quad (17)$$

Aquí se considera que la energía potencial  $\mathcal{U}$  se debe a fuerzas conservativas como la fuerza de gravedad y a fuerzas de resortes. Las ecuaciones de movimiento de Lagrange para un manipulador de  $n$  g.d.l., vienen dadas por

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q} = \tau,$$

o de forma equivalente

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (18)$$

donde  $\tau_i$  son las fuerzas y pares ejercidos externamente (por accionadores) en cada articulación así como fuerzas no conservativas. Como fuerzas no conservativas se incluyen las de fricción, las de resistencia al movimiento de un fluido, y en general las que dependen del tiempo o de la velocidad. Se tendrán tantas ecuaciones escalares dinámicas como g.d.l. disponga el robot manipulador. El uso de las ecuaciones de Lagrange para el modelado dinámico de manipuladores se reduce en cuatro etapas:

1. Cálculo de la energía cinética:  $\mathcal{K}(q(t), \dot{q}(t))$ .
2. Cálculo de la energía potencial:  $\mathcal{U}(q(t))$ .
3. Cálculo del lagrangiano (17):  $\mathcal{L}(q(t), \dot{q}(t))$ .

4. Desarrollo de las ecuaciones de Lagrange (18).

### 1.2.2 Propiedades de las Ecuaciones de movimiento de Lagrange

Ahora se expondrán las propiedades básicas del modelo dinámico para robots de  $n$  g.d.l. caracterizado mediante la ecuación (19):

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau. \quad (19)$$

A pesar de la complejidad de la ecuación dinámica (19) que gobierna el comportamiento de los robots manipuladores, esta ecuación y sus términos formantes poseen propiedades que resultan de interés por sí mismas. Además, dichas propiedades son de particular valía en el estudio de sistemas de control para robots manipuladores [2]. Las propiedades a las que se harán referencia son divididas en las siguientes clasificaciones:

1. Linealidad en los parámetros dinámicos.
2. Matriz de inercia  $M(q)$ .
3. Matriz centrífuga y de Coriolis  $C(q, \dot{q})$ .
4. Vector de gravedad  $g(q)$ .
5. Dinámica residual.

#### 1.2.2.1 Linealidad en los parámetros dinámicos

Una particularidad importante de la ecuación dinámica (19), que entre paréntesis es no lineal en el vector de estado  $[q^T \dot{q}^T]^T$ , es que puede expresarse en términos lineales de los parámetros dinámicos del robot, por ejemplo, de las masas e inercias. Ésta característica es básica para el análisis de controladores adaptables. Considérense las matrices  $M(q)$ ,  $C(q, \dot{q})$  y el vector  $g(q)$  del modelo dinámico (19). Se tienen las siguientes propiedades

1. Para todo  $u, v, w \in \mathbb{R}^n$

$$M(q)u + C(q, w)v + g(q) = \Phi(q, u, v, w)\theta + k(q, u, v, w)$$

donde  $k(q, u, v, w)$  es un vector de  $n \times 1$ ,  $\Phi(q, u, v, w)$  es una matriz de  $n \times m$  y el vector  $\theta \in \mathbb{R}^m$  depende exclusivamente de los parámetros dinámicos del manipulador y de su carga.

2. Si  $q, u, v, w \in L_\infty^n$  entonces  $\Phi(q, u, v, w) \in L_\infty^{n \times m}$ . Conviene resaltar que siempre es posible encontrar un vector  $\theta \in \mathbb{R}^m$  para el cual  $k(q, u, v, w) \equiv 0 \in \mathbb{R}^n$ . Considerando esto y tomando  $u = \ddot{q}, v = w = \dot{q}$ , la Ecuación (19) puede entonces escribirse como

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau, \quad (20)$$

donde  $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \Phi(q, \ddot{q}, \dot{q}, \dot{q})$  es una matriz de  $n \times m$ , y  $\theta$  es un vector  $m \times 1$  que contiene las  $m$  constantes dependientes de los parámetros dinámicos. La constante  $n$  es evidentemente el número de g.d.l., mientras que el valor  $m$  depende de la selección de los parámetros dinámicos del robot.

### 1.2.2.2 Matriz de inercia $M(q)$

La matriz de inercia, juega un papel importante tanto en el modelado dinámico como en el diseño de controladores para robots. En el primer caso, la matriz de inercia se encuentra íntimamente relacionada con la energía cinética  $\mathcal{K} = \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q}$ , mientras que en el segundo, se emplean algunas de sus propiedades para el estudio de estabilidad de sistemas de control de robots [2]. La matriz de inercia  $M(q)$  es una matriz simétrica definida positiva de  $n \times n$  cuyos elementos son funciones solamente de  $q$ . La matriz de inercia satisface las siguientes propiedades:

1. Existe una constante real positiva  $\alpha$  tal que

$$M(q) \geq \alpha I \quad \forall q \in \mathbb{R}^n$$

donde  $I$  denota la matriz identidad de dimensión  $n \times n$ . La matriz  $M(q)^{-1}$  existe y es definida positiva.

2. Para el caso de robots provistos únicamente de articulaciones rotacionales, existe una constante  $\beta > 0$  tal que

$$\lambda_{Max} \{M(q)\} \leq \beta \forall q \in \mathbb{R}^n.$$

Una manera sencilla de calcular  $\beta$  es la dada por

$$\beta \geq n \left[ \max_{i,j,q} |M_{ij}(q)| \right]$$

donde  $M_{ij}(q)$  denota al  $ij$ -ésimo elemento de la matriz  $M(q)$ .

3. Para el caso de robots provistos únicamente de articulaciones rotacionales, existe una constante  $k_M > 0$  tal que

$$\| M(x)z - M(y)z \| \leq k_M \| x - y \| \| z \| \quad (21)$$

para todo vector  $x, y, z \in \mathbb{R}^n$ . Una manera sencilla de determinar  $k_M$  es

$$k_M \geq n^2 \left[ \max_{i,j,k,q} \left| \frac{\partial M_{ij}(q)}{\partial q_k} \right| \right]. \quad (22)$$

4. Para el caso de los robots provistos únicamente de articulaciones rotacionales, existe una constante  $k'_M > 0$  tal que

$$\| M(x)y \| \leq k'_M \| y \|^2$$

para todo  $x, y \in \mathbb{R}^n$ .

### 1.2.2.3 Matriz centrífuga y de coriolis $C(q, \dot{q})$

La matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis  $C(q, \dot{q})$  es una matriz de  $n \times n$  cuyos elementos son funciones de  $q$  y  $\dot{q}$ . La importancia de las propiedades se hace patente en el estudio de estabilidad de los sistemas de control de robots [2]. Además  $C(q, \dot{q})$  satisface las siguientes propiedades:

1. La matriz  $C(q, \dot{q})$  puede no ser única, pero el vector  $C(q, \dot{q}) \dot{q}$  es único.

2.  $C(q, 0) = 0$  para todo vector  $q \in \mathbb{R}^n$ .

3. Para cada vector  $q, x, y, z \in \mathbb{R}^n$  y escalar  $\alpha$ , se tiene que

$$\begin{aligned} C(q, x) y &= C(q, y) x, \\ C(q, z + \alpha x) y &= C(q, z) y + \alpha C(q, x) y. \end{aligned}$$

4. El vector  $C(q, x) y$  puede expresarse en forma

$$C(q, x) y = \begin{bmatrix} x^T C_1(q) y \\ x^T C_2(q) y \\ \vdots \\ x^T C_n(q) y \end{bmatrix} \quad (23)$$

donde  $C_k(q)$  son matrices simétricas de dimensión  $n$  para todo  $k = 1, 2, \dots, n$ .

5. Para el caso de robots provistos únicamente de articulaciones rotacionales, existe una constante  $k_{c1} > 0$  tal que

$$\| C(q, x) y \| \leq k_{c1} \| x \| \| y \|$$

para todo  $q, x, y \in \mathbb{R}^n$ .

6. Para el caso de robots provistos únicamente de articulaciones rotacionales, existen constantes  $k_{c1} > 0$  y  $k_{c2} > 0$  tales que

$$\| C(x, z) w - C(y, v) w \| \leq k_{c1} \| z - v \| \| w \| + k_{c2} \| x - y \| \| w \| \| z \|$$

para todo vector  $v, x, y, z, w \in \mathbb{R}^n$ .



7. La matriz  $C(q, \dot{q})$  definida como

$$C_{kj}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{1jk}(q) \\ C_{2jk}(q) \\ \vdots \\ C_{njk}(q) \end{bmatrix}^T \dot{q}$$

está relacionada con la matriz de inercia  $M(q)$  por la expresión

$$x^T \left[ \frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q}) \right] x = 0 \quad \forall q, \dot{q}, x \in \mathbb{R}^n$$

y de hecho,  $\frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q})$  es una matriz antisimétrica. En forma análoga la matriz  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  es antisimétrica, y también resulta cierto que

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C(q, \dot{q})^T.$$

Independientemente de la manera en la que se obtenga  $C(q, \dot{q})$ , ésta siempre satisfará

$$\dot{q}^T \left[ \frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q}) \right] \dot{q} = 0 \quad \forall q, \dot{q} \in \mathbb{R}^n.$$

#### 1.2.2.4 Vector de gravedad $g(q)$

El vector de pares gravitacionales  $g(q)$  está presente en robots que no han sido diseñados, desde un punto de vista mecánico, con compensación de pares de gravedad, sin contrapesos o resortes, o para robots destinados a desplazarse fuera del plano horizontal [2]. El vector de pares gravitacionales  $g(q)$  de  $n \times 1$  depende sólo de las posiciones articulares  $q$ . El vector  $g(q)$  está acotado si  $q$  lo está también. Adicionalmente  $g(q)$  tiene las siguientes propiedades:

1. El vector  $g(q)$  y el vector de velocidad  $\dot{q}$  pueden relacionarse mediante

$$\int_0^T g(q)^T \dot{q} dt = \mathcal{U}(q(T)) - \mathcal{U}(q(0))$$

para todo  $T \in \mathbb{R}_+$ .

2. Para todo caso de robots provistos únicamente de articulaciones rotacionales, existe una constante finita  $k_{\mathcal{U}}$  tal que

$$\int_0^T g(q)^T \dot{q} dt = \mathcal{U}(q(0)) \geq k_{\mathcal{U}}$$

para todo  $T \in \mathbb{R}_+$  y donde  $k_{\mathcal{U}} = \min_q \{\mathcal{U}(q)\}$ .

### 1.3 Control de posiciones de robots manipuladores utilizando controlador PID

El control PD es capaz de satisfacer el objetivo de control de posición pura para el caso de robots modelados sin término gravitacional ( $g(q) = 0$ ) [2]. En este caso, el procedimiento de sintonía del controlador PD es trivial, ya que basta con seleccionar sus matrices de diseño  $K_p$  y  $K_v$  como simétricas y definidas positivas. En el caso donde el modelo del robot contiene el término de pares gravitacionales ( $g(q) \neq 0$ ), y si en particular ( $g(q_d) \neq 0$ ), donde  $q_d$  es la posición articular deseada, entonces el objetivo de control de posición no puede lograrse mediante el control PD. De hecho, puede ocurrir que el error de posición  $\tilde{q}$  tienda a un vector constante (pero siempre diferente al vector  $0 \in \mathbb{R}^n$ ) [2]. La ley de control PID puede expresarse de la siguiente manera

$$\tau = K_p \tilde{q} + K_v \dot{\tilde{q}} + K_i \int_0^t \tilde{q}(\sigma) d\sigma \quad (24)$$

donde las matrices de diseño  $K_d, K_v, K_i \in \mathbb{R}^n$ , llamadas respectivamente las ganancias proporcional, derivativa e integral, son matrices simétricas y definidas positivas convenientemente elegidas. La mayoría de los robots manipuladores actuales son controlados mediante controladores PID [2]. La evidencia cotidiana del uso de robots manipuladores pone en manifiesto el buen servicio que se logra en una amplia variedad de aplicaciones cuando se emplea el control PID. El uso de reducciones efectivamente incrementa el par o fuerza producido por los accionadores, y por lo tanto, éstos son capaces de desplazar eslabones con gran masa, y el principio, lograr altos valores de aceleración en eslabones ligeros. Suponiendo que los accionadores de los robots eran fuentes ideales de pares y fuerzas [2]. Bajo este supuesto, el

modelo dinámico de un robot de  $n$  g.d.l viene dado por

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q) = \tau \quad (25)$$

donde el término de pares gravitacionales  $g(q)$  se encuentra presente. Se supondrá que todas las articulaciones del robot son del tipo rotacional. Específicamente se presentará un procedimiento de sintonía para el control PID que garantice el cumplimiento del objetivo de posición pura en forma local. En otras palabras, para una posición deseada  $q_d$  constante, dicha sintonía asegura que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q}(t) = 0$ , siempre y cuando el error de posición inicial  $\tilde{q}(0)$  y la velocidad  $\dot{\tilde{q}}(0)$ , sean suficientemente “pequeños” [2]. Analíticamente, ésto se hará demostrando estabilidad asintótica local del origen de la ecuación que gobierna el comportamiento de malla cerrada. Durante dicho análisis, se empleará la siguiente información extraída de las propiedades como Matriz de inercia  $M(q)$ , Matriz centrífuga y de Coriolis  $C(q, \dot{q})$  y Vector de gravedad  $g(q)$ :

- La matriz  $\frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q})$  es antisimétrica.

- Existe una constante no negativa  $K_{c1}$ , tal que para todo  $x, y, z \in \mathbb{R}^n$ , se tiene:

$$\| C(x, y) x \| \leq K_{c1} \| y \| \| x \|.$$

- Existe una constante no negativa  $K_g$  tal que para todo  $x, y \in \mathbb{R}^n$ , se tiene:

$$\| g(x) - g(y) \| \leq K_g \| x - y \|,$$

donde  $K_g \geq \left\| \frac{\partial g(q)}{\partial(q)} \right\|$  para todo  $q \in \mathbb{R}^n$ .

La acción integral del controlador PID introduce una variable de estado adicional que aquí será denotada por  $\xi$  y cuya derivada temporal es  $\dot{\xi} = \dot{q}$ . La ley de control PID puede

expresarse por medio de las dos ecuaciones siguientes

$$\begin{aligned}\tau &= K_p \tilde{q} + K_v \dot{\tilde{q}} + K_i \xi \\ \dot{\xi} &= \tilde{q}.\end{aligned}\tag{26}$$

La ecuación de malla cerrada se obtiene reemplazando la acción de control  $\tau$  de (26) en el modelo del robot (25):

$$\begin{aligned}M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q) &= K_p \tilde{q} + K_v \dot{\tilde{q}} + K_i \xi \\ \dot{\xi} &= \tilde{q}.\end{aligned}$$

la cual puede expresarse en términos del vector de estado  $\begin{bmatrix} \xi^T & \tilde{q}^T & \dot{\tilde{q}}^T \end{bmatrix}^T$  como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi \\ \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \ddot{q}_d - M(q)^{-1} [K_p \tilde{q} + K_v \dot{\tilde{q}} + K_i \xi - C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q)] \end{bmatrix}.\tag{27}$$

Los equilibrios de la ecuación anterior, si es que existen, tienen la forma  $\begin{bmatrix} \xi^T & \tilde{q}^T & \dot{\tilde{q}}^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \xi^{*T} & 0^T & 0^T \end{bmatrix}^T$ , donde:

$$\xi^* = K_i^{-1} [M(q_d) \ddot{q}_d + C(q_d, \dot{q}_d) \dot{q}_d + g(q_d)]$$

debe ser un vector constante. Naturalmente para que  $\xi^*$  sea un vector constante, la posición articular deseada  $q_d$ , si es variante en el tiempo, no puede ser arbitraria, sino debe tener una forma muy particular. Una manera de obtener  $q_d$  para la cual  $\xi^*$  resulte constante, es como solución de:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_d \\ \dot{q}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_d \\ M(q_d)^{-1} [\tau_0 - C(q_d, \dot{q}_d) \dot{q}_d - g(q_d)] \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} q_{d(0)} \\ \dot{q}_d(0) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n}\tag{28}$$

donde  $\tau_0 \in \mathbb{R}^n$  es un vector constante. De esta forma  $\xi^* = K_i^{-1} \tau_0$ . En particular, si  $\tau_0 = 0 \in \mathbb{R}^n$ , entonces el origen de la ecuación de lazo cerrado (27), es un equilibrio. Nótese que la solución de (28) es simplemente la posición  $q$  y la velocidad  $\dot{q}$  cuando al robot en cuestión se le aplica un par  $\tau = \tau_0$  constante [2]. En general, no es posible obtener una expresión en forma cerrada para  $q_d$ , por lo que la ecuación (28) debe resolverse numéricamente. No

obstante, la posición deseada  $q_d$  resultante, puede tener una forma caprichosa siendo entonces de dudosa utilidad [2].

## Capítulo 2

### Descripción del robot Mitsubishi RV-M1

Los robots industriales, se usan con frecuencia en la industria para mejorar la productividad, ya que un robot puede realizar tareas monótonas, complejas, sin errores en la operación y a altas velocidades comparadas con los operadores humanos [4]. Un robot industrial manipula objetos con una forma y un peso determinado, por lo tanto, debe tener una estructura mecánica que le permita hacer esa manipulación en un espacio de trabajo determinado. Además, debe de tener la fuerza suficiente para realizar la tarea. Existen diferentes tipos de robots industriales, desde los típicos brazos manipuladores que se encuentran fijos sobre una base, hasta los robots móviles que pueden desplazarse libremente en las instalaciones realizando diferentes tareas [4].

En ésta tesis se trabajó con un brazo manipulador, en particular con el robot Mitsubishi RV-M1 de 5 grados de libertad (g.d.l.) que se describe a continuación.

#### 2.1 Estructura mecánica

El robot Mitsubishi RV-M1, es una cadena cinemática abierta de cinco grados de libertad. Este robot se clasifica como un brazo manipulador, por lo que cada uno de sus eslabones recibe un nombre relacionado al cuerpo humano, como se puede ver en la figura 2. El robot RV-M1 tiene 5 eslabones y cinco articulaciones, todas ellas rotacionales. El par que hace posible el movimiento de cada una de las articulaciones es generado por un motor de corriente directa, que a su vez, cuenta con un encoder incremental que permite la medición de la posición angular. También cuenta con interruptores de fin de carrera en cada articulación. En la figura 3 se muestra como se distribuyen los componentes eléctricos internos del robot en cada uno de sus ejes. En el eslabón 5 el robot cuenta con una herramienta, la cual opera en forma similar a un motor de corriente directa. En las articulaciones 2 y 3 se tienen coloca-

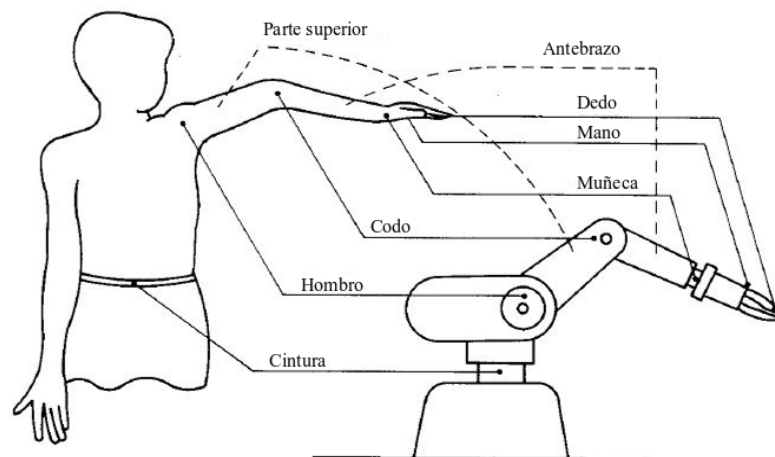


Figura 2. Nombre de los ejes correspondientes al del cuerpo humano (Figura extraída de [5]).

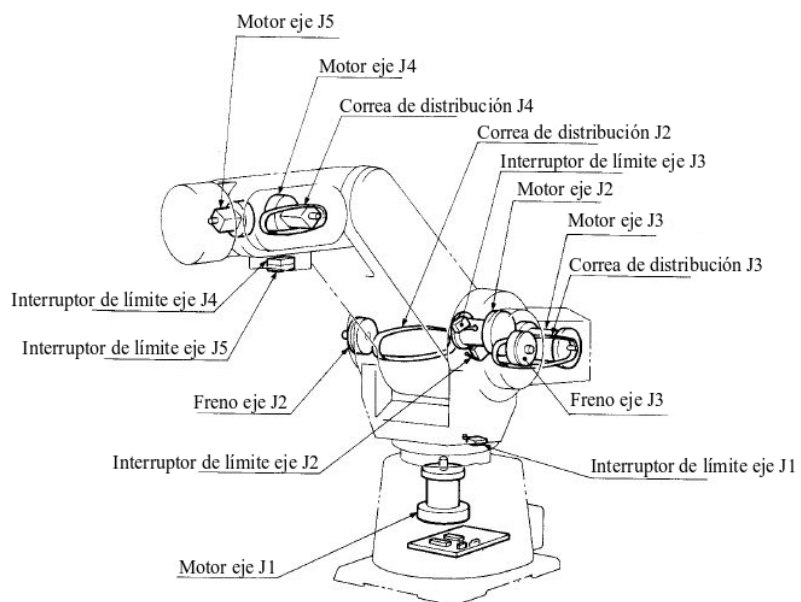


Figura 3. Nomenclatura interna del robot RV-M1 (Figura extraída de [5]).

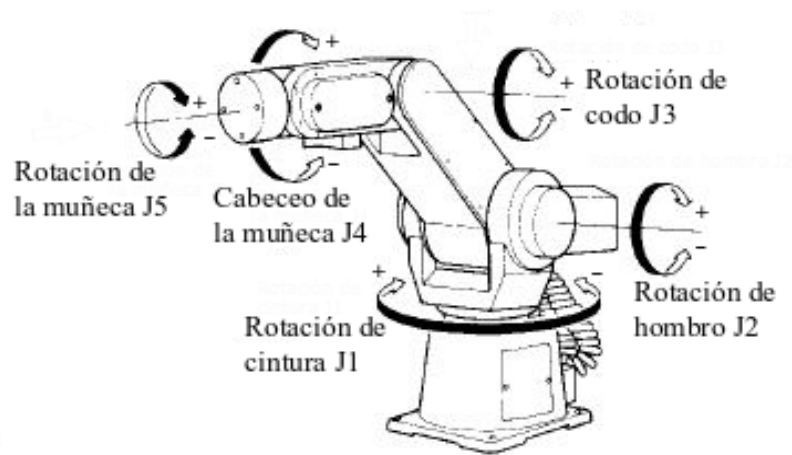


Figura 4. Características de movimiento de ejes en robot RV-M1 (Figura extraída de [5]).

dos frenos electromecánicos, como se observan en la figura 3, que se liberan con un voltaje de 12 V de corriente continua obtenido directamente de la etapa de potencia.

## 2.2 Características de operación

Como se mencionó anteriormente, el robot cuenta con cinco grados de libertad, definiendo un espacio de trabajo adecuado para un sin número de aplicaciones industriales. Cada una de las articulaciones tiene movimiento rotacional, el sentido del movimiento de cada una de ellas se define en la figura 4. Es importante mencionar que, dependiendo de nuestra referencia, es posible definir el sentido sea positivo o negativo del movimiento de cada articulación para su funcionamiento. Finalmente, las dimensiones de los eslabones de robot y, en consecuencia, el espacio de trabajo del robot se muestra en las figuras 5 y 6, respectivamente.

## 2.3 Definición del problema a resolver en la tesis

El robot Mitsubishi RV-M1 se dañó por razones desconocidas desde hace varios años y no hubo forma de repararlo. Por lo que se tomó la decisión de hacer los cambios necesarios para que pudiera operar en arquitectura abierta, es decir, eliminar su controlador propio y sólo utilizar el mecanismo, motores, encoders, fuentes de voltaje y hacer los circuitos nece-



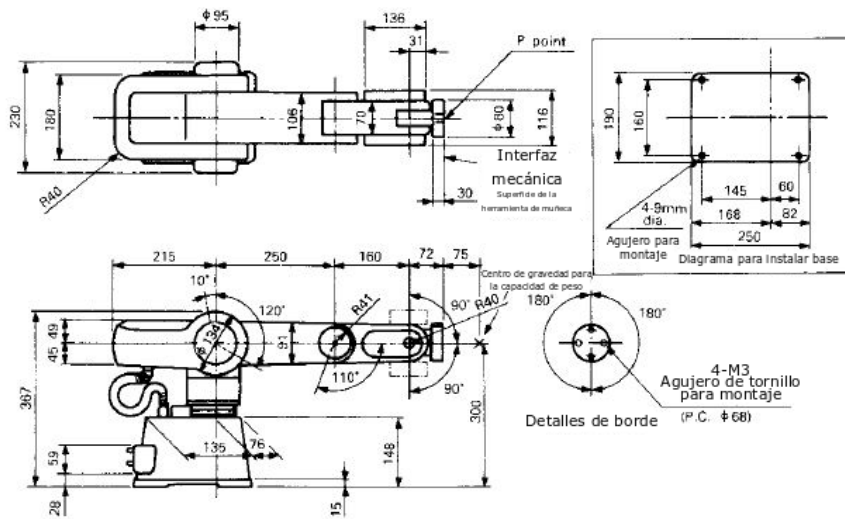


Figura 5. Dimensiones del robot RV-M1 (Figura extraída de [5]).

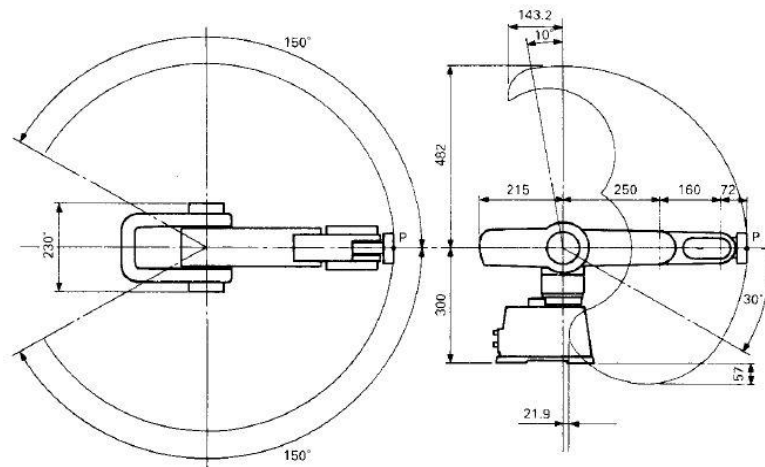


Figura 6. Espacio de operación (Figura extraída de [5]).

sarios para poder implementar sistemas de control con plataformas externas como dSPACE o National Instruments.

De esta manera uno de los principales problemas fue diseñar, construir e instalar nuevas etapas de potencia para el robot. Por medio de pruebas eléctricas se, determinó que cada uno de los motores, encoders incrementales, bandas de transmisión y frenos del robot funcionaban correctamente.

El driver del robot, se examinó y se realizaron pruebas para verificar que las fuentes de voltaje de DC, de alta y mediana potencia, aun fuesen funcionales. Estas pruebas resultaron positivas, por lo que las fuentes fueron aprovechadas para alimentar todas las nuevas etapas de potencia. El capítulo siguiente detalla la modificación e implementación de la etapa de potencia.

## Capítulo 3

### Modificación de etapa de potencia

Como se ha mencionado anteriormente, una de las principales tareas en la rehabilitación del robot es la modificación de su etapa de potencia. Esto es necesario debido a que las etapas de potencia originales están integradas al CPU dañado y del cual no se cuenta con información técnica que permitiera su reparación.

Debido a que los motores del robot son motores de corriente directa sin brochas, se eligió un diseño basado en moduladores por ancho de pulsos (PWM) y puentes H para la implementación de los nuevos circuitos de potencia para dichos motores.

Es importante mencionar que el diseño de los circuitos de potencia, la implementación y prueba de los primeros circuitos, fue realizado por los compañeros del programa educativo de Ingeniero en Mecatrónica: Ramón Durán Casillas y Humberto Andrade Collazo.

Algunas de las principales tareas realizadas en este proyecto de tesis fue la reproducción de dichos circuitos de potencia, ajustar los parámetros de operación, diseñar su instalación eléctrica dentro del gabinete de la etapa de potencia del robot y hacer las pruebas de operación finales.

#### 3.1 Estructura de las etapas de potencia diseñadas

Cada circuito de potencia tiene la capacidad de controlar dos motores de corriente directa, debido a esto, se construyeron e instalaron tres circuitos en el gabinete de la etapa de potencia del robot para manejar los cinco motores que producen el movimiento de cada articulación y también tener la posibilidad de controlar la herramienta. Cada circuito tiene la estructura que se muestra en la figura 7, en donde se puede observar la descripción a bloques. Inicialmente, cada tarjeta puede recibir dos señales de control distintas, estas señales pasan por un

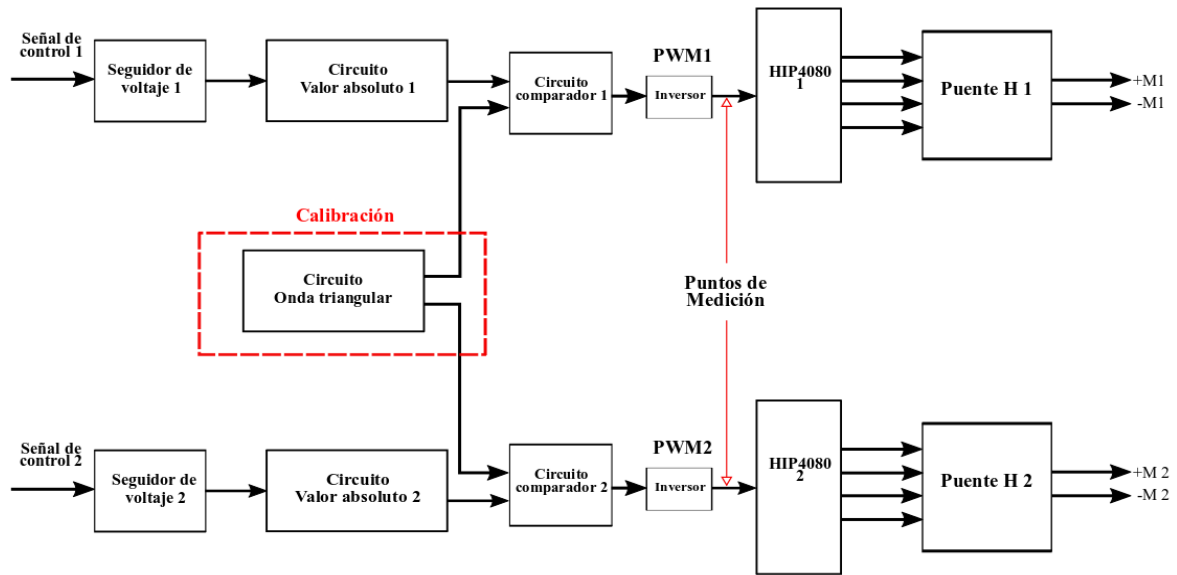


Figura 7. Representación a bloques de un puente H.

seguidor de voltaje que posteriormente se reciben en una etapa que transforma la señal a valor absoluto, a su vez, entra a otra etapa que compara el valor absoluto antes mencionado con una onda triangular, es importante mencionar que esta forma de onda triangular se necesita calibrar para ser comparada, ya que es parte fundamental en la precisión del ciclo de trabajo del PWM. Una vez que el PWM es formado pasa a una etapa inversora. Es necesario señalar que los puntos de medición mostrados en la figura 7 son útiles para corroborar una parte fundamental del funcionamiento del circuito. Después que la señal es invertida, esta es enviada directamente a la etapa de potencia, la cual está formada por el HIP4080 y un puente H, al final se obtienen dos señales las cuales son responsables de controlar cada uno de los motores del robot. En la figura 8, se muestra la ubicación de cada uno de estos bloques en el circuito final y en la figura 9 se muestran todas las terminales de la tarjeta, las cuales se definen en la tabla I.

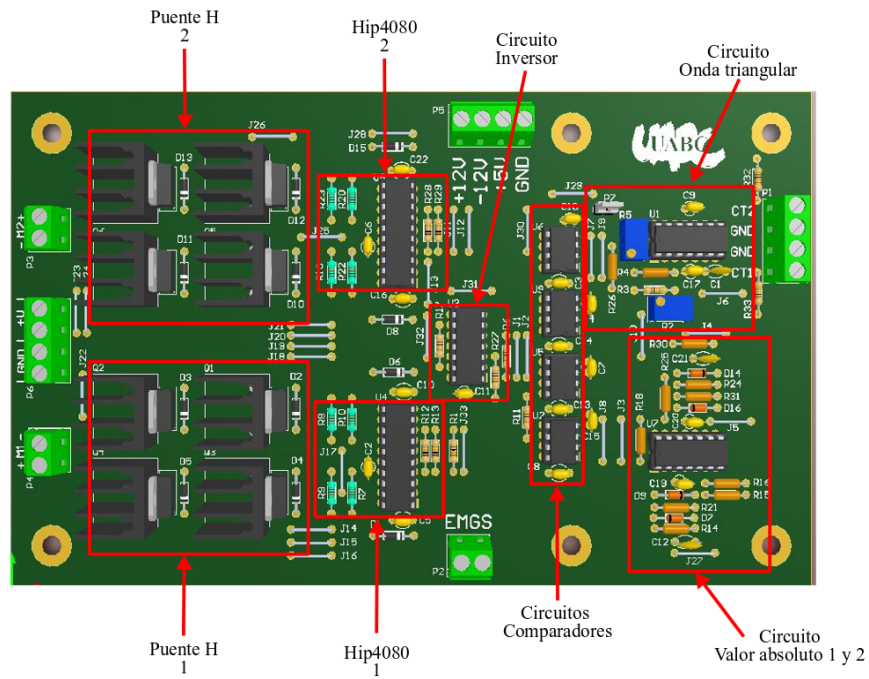


Figura 8. Descripción de etapas que componen el circuito.

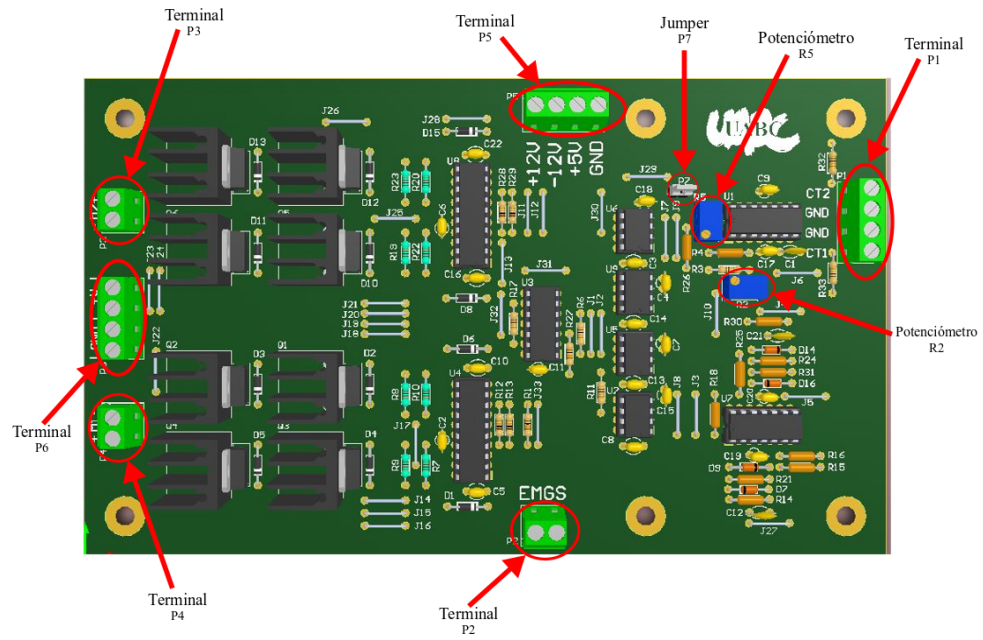


Figura 9. Descripción de terminales.

Terminal	Descripción	Función
P1	Señales de control	Suministrar señales de control deseadas
P2	Paro de emergencia	Accionar el funcionamiento entre PWM y la etapa de potencia del circuito
P3	Motor 1	Enviar señales a motor
P4	Motor 2	Enviar señales a motor
P5	Alimentación de circuitos integrados	Recibir el voltaje necesario para el funcionamiento de los circuitos integrados
P6	Potencia para motores 1 y 2	Recibir la potencia necesaria para alimentar los motores
P7	Puente	Transmitir la señal de onda triangular para ser comparada posteriormente
R2	Calibración onda triangular	Calibra frecuencia y amplitud de onda triangular
R5	Calibración onda triangular	Calibra frecuencia y amplitud de onda triangular

Tabla I. Definición de las terminales de la tarjeta de potencia.

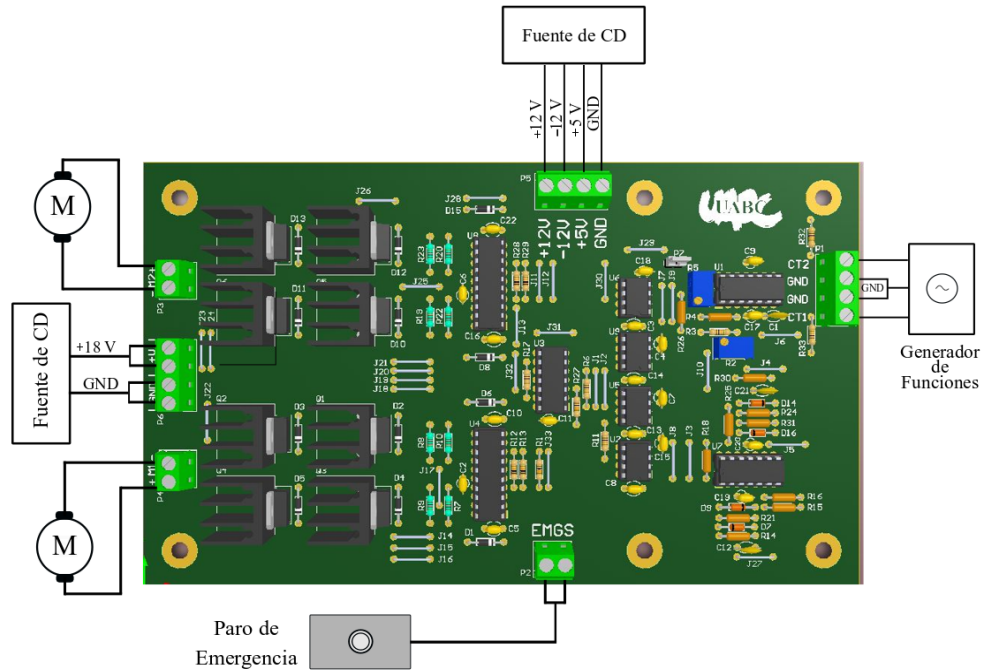


Figura 10. Conexiones para realizar pruebas de funcionamiento en puentes H.

## 3.2 Procedimiento de calibración

Una vez construidos los circuitos de potencia, éstos se deben calibrar para que tengan un comportamiento adecuado, en esta sección se describe el procedimiento que debe realizarse para dicha calibración.

Para hacer este procedimiento, la terminal *P5* del circuito de potencia debe de conectarse como se muestra en la figura 10.

La calibración de las tarjetas que componen los puentes H, es de gran importancia, debido que de esto depende la efectividad del ciclo de trabajo de cada PWM. A continuación se detallan puntos importantes a seguir para efectuar la calibración de la onda triangular.

- (1) Usar pulsera antiestática para evitar daños en los componentes que forman el circuito de potencia.

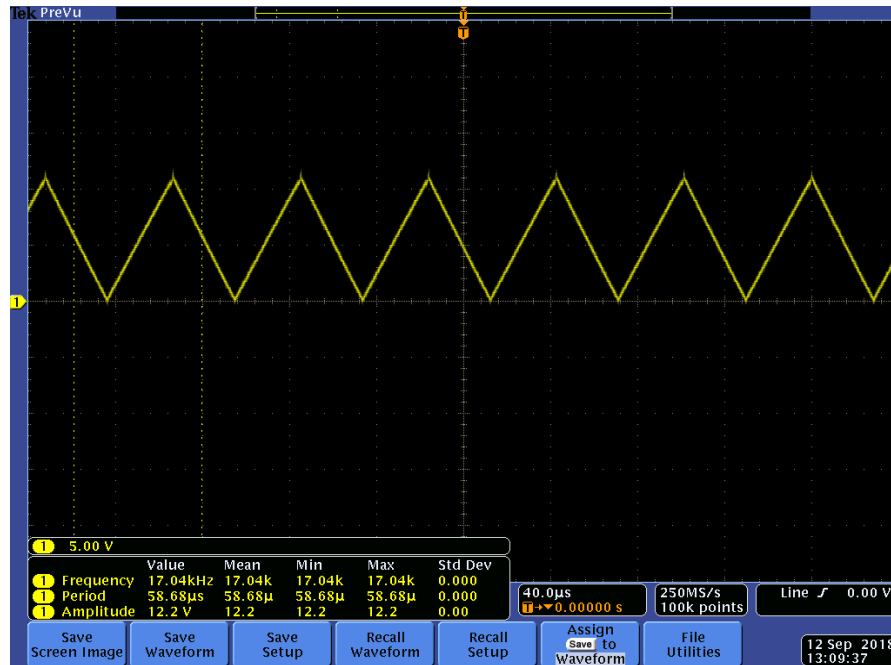


Figura 11. Forma de onda triangular.

- (2) Conectar fuente de alimentación en la terminal  $P5$  para proporcionar voltaje a los amplificadores operacionales, ver figura 10.
- (3) Colocar osciloscopio con la misma referencia a la alimentación y la otra punta en el pin del jumper  $P7$ , se deberá observar la forma de onda triangular como se muestra en la figura 11.
- (4) Los potenciómetros  $R2$  y  $R5$  son los responsables de configurar la frecuencia y amplitud de la onda triangular.
- (5) Es necesario tomar una referencia cero, ya que la amplitud mínima no debe bajar a voltajes negativos, véase en figura 13.
- (6) Mientras exista una referencia cero, es necesario evitar saturación por parte de la amplitud máxima de la onda triangular, la amplitud podrá ser manipulada mayormente por el potenciómetro  $R2$ . Al calibrar la amplitud, se requiere verificar la amplitud mínima, como fue mencionada en el paso anterior. En la figura 12 se observa un ejemplo de cómo deberá verse la amplitud máxima.
- (7) La medición de la frecuencia deberá estar entre los rangos de  $16K\ HZ$  Y  $18K\ HZ$ .



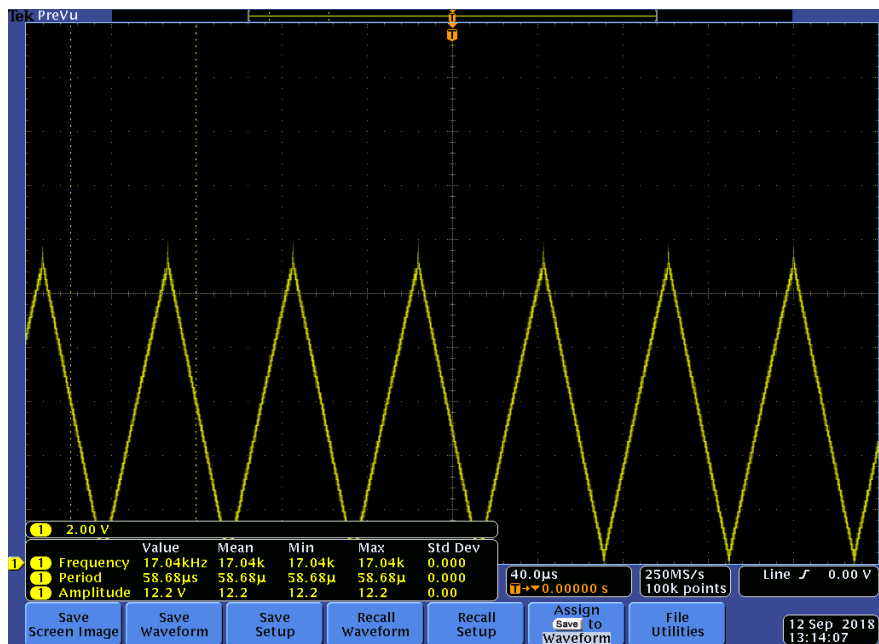


Figura 12. Amplitud máxima de la forma de onda triangular

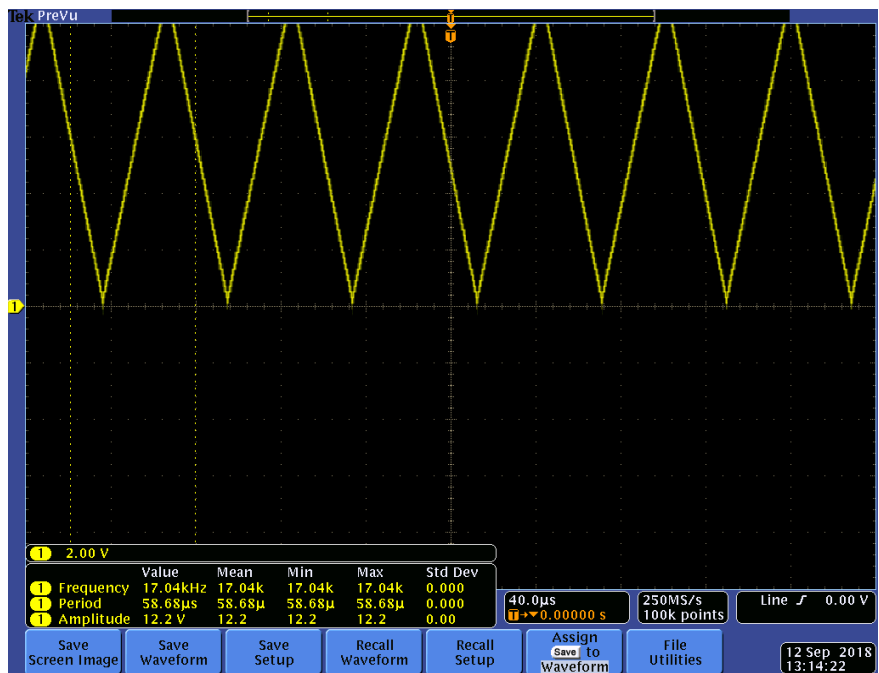


Figura 13. Amplitud mínima de la forma de onda triangular.

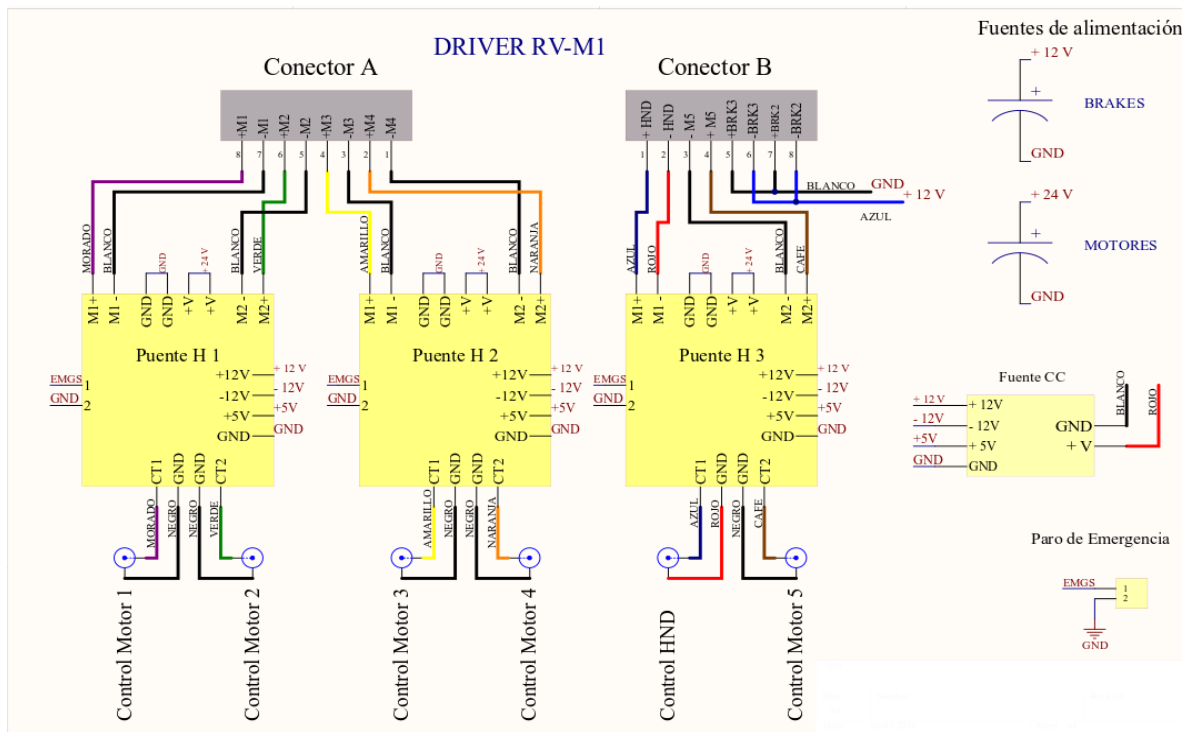


Figura 14. Conexiones internas de etapa de potencia.

### 3.3 Esquema de conexiones para toda la etapa de potencia

Dentro del objetivo para rehabilitar el robot, una tarea muy importante era tener una nueva restructuración completa tanto de la etapa de potencia, así como todo el cableado para comunicar el sistema entero. Una vez que todas las etapas de potencia fueron calibradas y probadas, se realiza su instalación en el gabinete en donde originalmente se encontraban los circuitos de potencia y de control del robot. En la figura 14, se muestran las conexiones que se realizan dentro del gabinete entre los tres circuitos de potencia que se necesitan y las fuentes de corriente directa. En el esquema, se muestra en qué orden corresponde y el código de colores de los cables están conectados a cada terminal y conector, así mismo la alimentación de puentes H, frenos de los ejes J2 y J3, y el voltaje que se suministra a los motores del robot. A continuación, se describe la composición completa del esquema. Los circuitos de potencia se fabricaron con las descripciones de cada terminal, como se muestra en la figura 9, por ejemplo. Es muy importante tener detalles específicos desde que punto a qué punto comprende una señal de control de entrada, así como una señal de potencia dirigida-

da a los motores. El color de cada uno de los cables mostrados en la descripción del esquema son los correspondientes a cada uno de los ejes tanto señales de control como de potencia, esto fue realizado para poder identificar y clasificar con mayor facilidad. El calibre de los cables varía entre las etapas de control y potencia debido a la demanda de corriente. La alimentación de los puentes H ésta puenteada por medio de un conector, por lo tanto, comparten mismos voltajes y referencias. El paro de emergencia también está conectado en serie para que simultáneamente sea activado cuando se desee que el mecanismo funcione.

## Capítulo 4

### Acondicionamiento de las señales de encoders incrementales

Los sistemas de control de movimiento emplean varios sensores y componentes de control junto con el movimiento controlador. Los sensores son dispositivos para detectar o medir una cantidad física como posición, temperatura, o la presión [3]. Un sensor convierte su entrada en una salida relacionada funcionalmente, la entrada es la cantidad física y la salida suele ser una señal eléctrica. Hay muchos tipos de sensores usados en aplicaciones de control de movimiento, así mismo, un elemento central del funcionamiento de cualquier sistema de control de movimiento es la necesidad de medir la posición y la velocidad de la carga en movimiento. El sensor más común para éste propósito es un encoder óptico. Los dispositivos

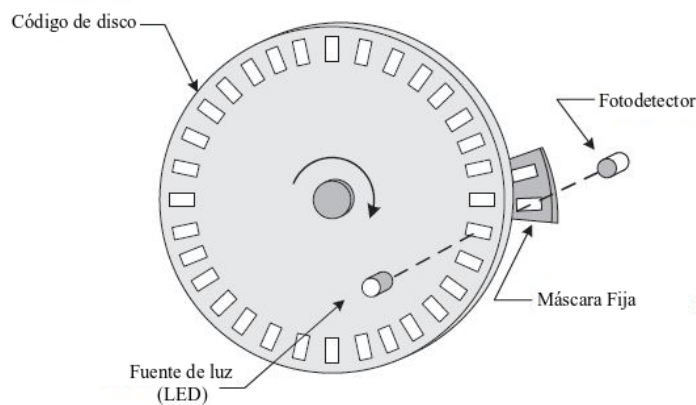


Figura 15. Elementos que componen Encoder de un solo detector (Figura extraída de [3]).

de control se utilizan para crear interfaces de usuario y para controlar el suministro de energía a cargas eléctricas como por ejemplo, los motores [3]. Un encoder es un sensor que convierte el desplazamiento rotacional o lineal en señales digitales. El codificador óptico típico consta de: fuente de luz (led), código de disco, máscara fija, detector de luz (foto detector) y circuito

de acondicionamiento de señales, mostrados en la figura 15. El disco se encuentra entre la fuente de luz y el foto detector, a medida que el disco gira, el patrón bloquea o permite que la luz pase a través del disco. La máscara fija asegura la alineación correcta de la luz con los fotodetectores. Como resultado, la señal del detector se enciende o apaga. Existen dos tipos principales de codificadores: incrementales y absolutos. Siguen el mismo principio operativo, pero utilizan diferentes patrones en el disco [3].

Los encoders incrementales, pueden medir valores angulares de mecanismos que cuentan con patrones periódicos que inician desde un origen arbitrario. Proporcionan información sobre la posición, el ángulo y las revoluciones. Las resoluciones se definen dependiendo del número de líneas o de impulsos por revolución en cada vuelta que el encoder transfiere al controlador. Si los pulsos digitales fueran generados por un solo detector, un circuito en el controlador de movimiento puede contar el número de pulsos a medida que gira el eje. Si se conoce el número de conteos por revolución, entonces el controlador de movimiento puede convertir el conteo de impulsos acumulados en una distancia angular recorrida por el eje.

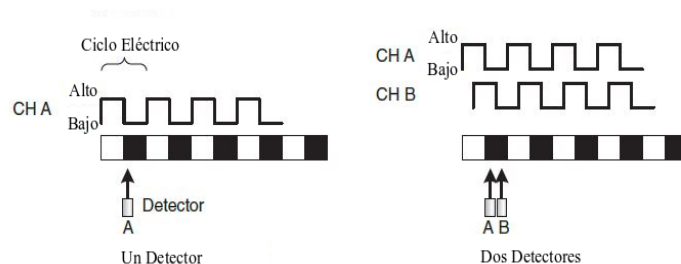


Figura 16. Pulso de encoders de un detector y dos detectores (Figura extraída de [3]).

Sin embargo, no podemos predecir si el eje está girando en sentido horario o anti horario. En cualquier dirección, el controlador obtendría pulsos que parecen iguales. Este problema puede ser resuelto si se agrega un segundo detector. Los detectores se pueden colocar a  $90^\circ$  de separación entre sí. Un ciclo eléctrico de los pulsos digitales consiste en un pulso alto y uno bajo. Un ciclo eléctrico es igual a  $360^\circ$ , por lo tanto, cuando los dos detectores se colocan a  $90^\circ$  separados uno del otro, cada uno apuntará a un cuarto del ciclo eléctrico, en la figura

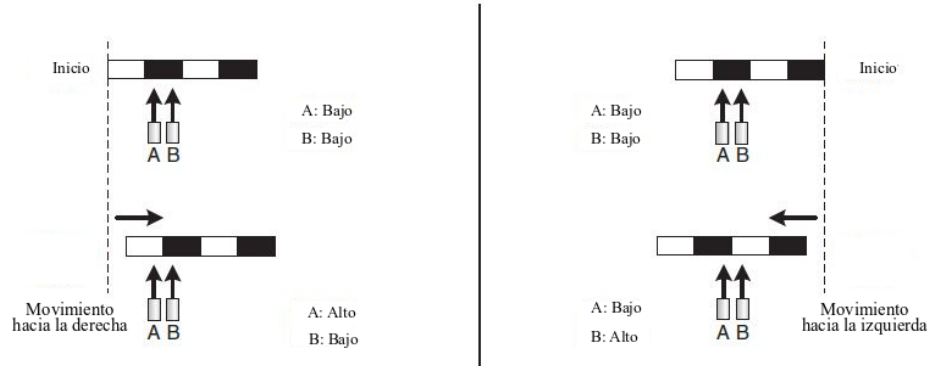


Figura 17. Determinación de dirección de movimiento con dos detectores (Figura extraída de [3]).

16, se observa el desfase. Este arreglo crea el llamado patrón de señal en cuadratura a partir de dos canales ch. A y ch. B. Cuando el disco se mueve, el patrón alternativo visto por los detectores genera dos formas de ondas cuadradas que se desplazan en fase en  $90^\circ$  [3]. Se dice que los encoders pueden transformar una posición angular mecánica de un eje en una señal electrónica la cual puede ser procesada con un sistema de control, pero al utilizarlos no nos proporciona posiciones absolutas inherentes para una señal medida, es por ello que se necesita un punto inicial de referencia en todas las tareas de posicionamiento, tanto al iniciar el sistema de control, tanto interrupciones de alimentación eléctrica al codificador.

## 4.1 Diagrama de conexiones y alimentación externa

Como parte de la rehabilitación del robot manipulador RV-M1, se llevó a cabo una nueva elaboración de conexiones para su vinculación con plataformas de control externas. En la figura 19, se muestra un diagrama de las conexiones que permiten el funcionamiento del robot. Para describirlo cada una de estas conexiones se tomó como referencia la definición de los eslabones que se hizo en secciones anteriores. En la base del robot, se encuentran dos conectores tipo hembra Centronics de 50 y 36 pines. El conector de 50 pines es denominado como Motor Power, este es responsable de recibir las señales de potencia a cada uno de los motores del robot, así como liberar los frenos de los ejes J2 y J3. El cable que contiene un extremo de conector Centronics tipo macho, llamado Motor Signal, tiene en el otro extremo

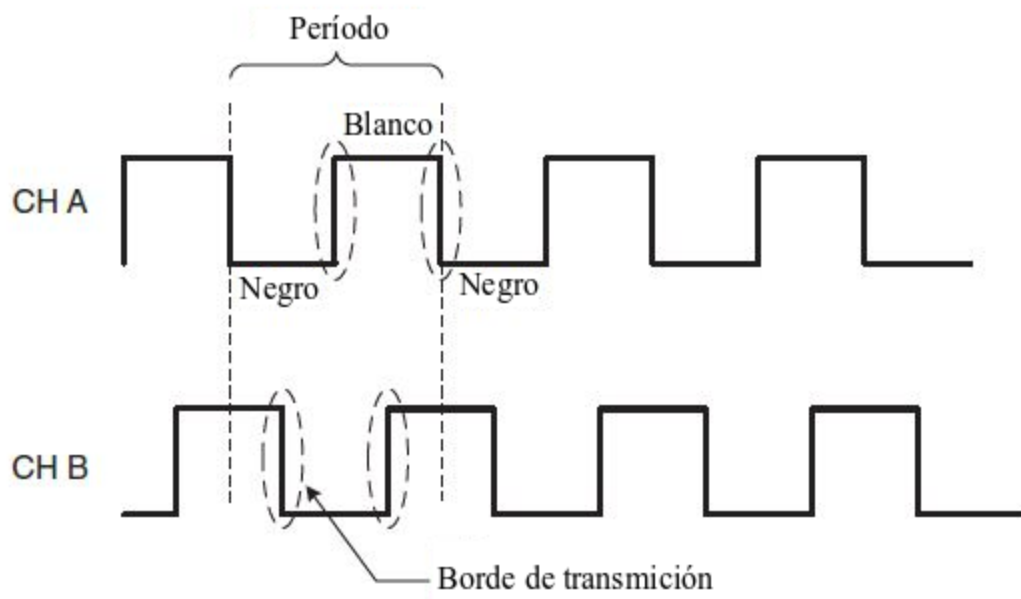


Figura 18. Señales de cuadratura (Figura extraída de [3]).

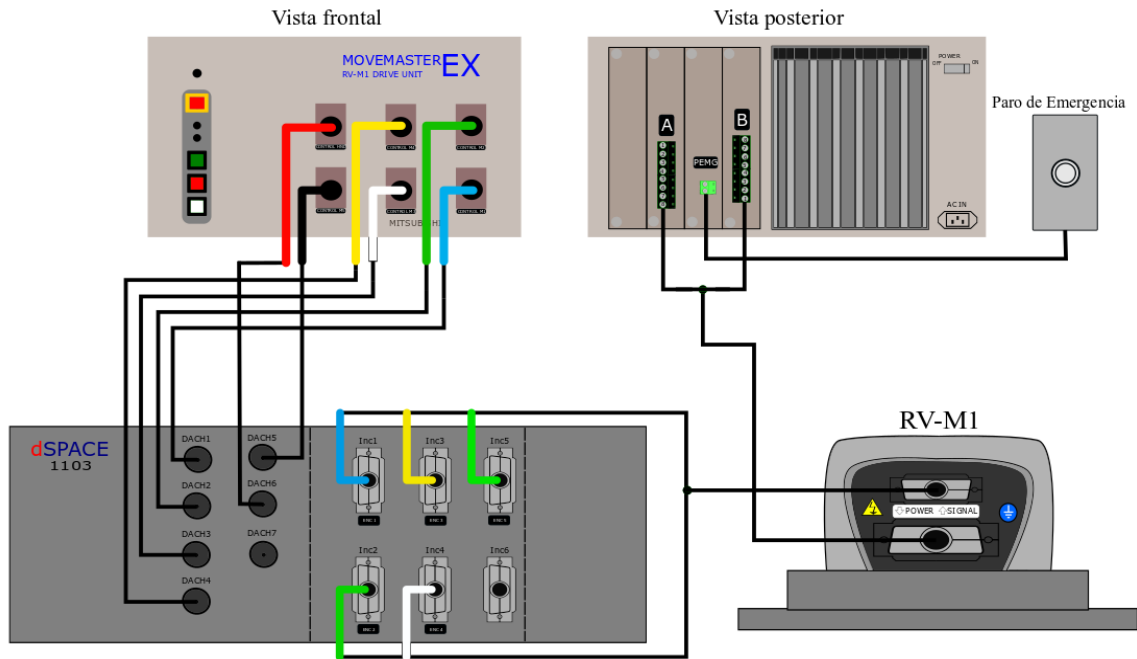


Figura 19. Diagrama de conexiones globales del robot RV-M1.

dos divisiones en conectores tipo bloques, se conforman por el conector A y B, en las tablas IV y V se muestra la definición de cada una de las terminales de estos conectores. Volviendo a la base del robot, el conector Centronics de 36 pines es el encargado de enviar las señales de salida de los encoders incrementales; en el extremo opuesto cuenta con 5 conectores DB15, los cuales fueron necesarios para asegurar la compatibilidad entre el robot y la plataforma dSPACE 1103.

Observando la parte frontal del driver, tenemos la conexión de seis diferentes cables, éstos representan las señales de control que se envían directamente a los motores de cada uno de los ejes, incluyendo la herramienta, el tipo de conector es un XLR, ya que es muy eficiente para transmitir señales digitales, la forma de conectarlos está plasmada en la tabla II. Éstas conexiones van directamente a la etapa de DACH de dSPACE, encargadas de convertir señales digitales a analógicas, utilizando conectores tipo BNC macho.



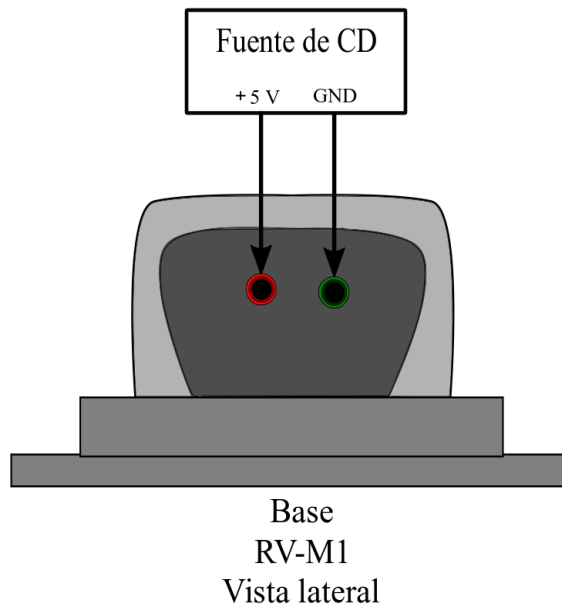


Figura 20. Alimentación externa de encoders.

## 4.2 Alimentación externa para los encoders

Los encoders incrementales estaban alimentados por las fuentes de CD de la etapa de potencia original, éste voltaje se transmitía a través de los conectores Centronics, sin embargo, debido a los cambios en la etapa de potencia, ya no fue posible hacerlo de esta forma. Lo que se hizo fue identificar las terminales de polarización de cada encoder, se conectaron en paralelo, y se agregaron terminales en la base del robot para conectar una fuente externa para su polarización. En la figura 21 se muestran estas conexiones. En la figura 20 se puede observar cómo se conecta la fuente fija. En las tablas III, IV, V y figuras 22, 23 se describe en detalle las conexiones mostradas en la figura 19, así como la descripción de como están compuestos los conectores Centronics antes mencionados.

En la figura 22, se muestra la distribución de las terminales del conector Motor Signal y de los conectores DB15.

dSPACE a Driver		Color
DACH1	Control M1	Azul
DACH2	Control M2	Verde
DACH3	Control M3	Blanco
DACH4	Control M4	Amarillo
DACH5	Control M5	Negro
DACH6	Control HND	Rojo

Tabla II. Definición del código de colores para los cables de las señales de control.

Motor	Signal a dSPACE	Color	Pines de conector (centronics36)
Inc 1	J1 Encoder	Azul	3,21
Inc 2	J2 Encoder	Verde*	5,23
Inc 3	J3 Encoder	Amarillo	7,25
Inc 4	J4 Encoder	Blanco	9,27
Inc 5	J5 Encoder	Verde	11,29

Tabla III. Definición del código de colores para los cables de las señales de los encoders.

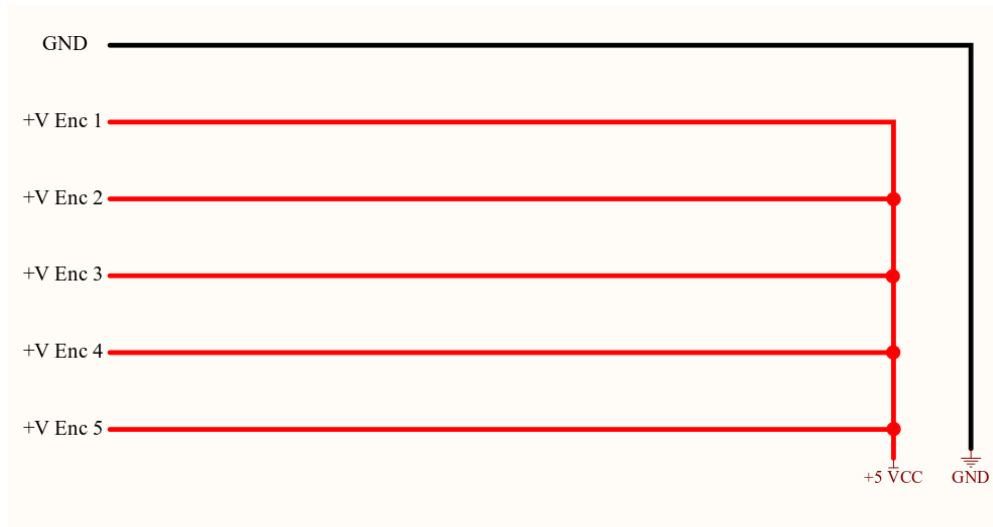


Figura 21. Diagrama de conexiones internas para alimentación de encoders.

En la figura 23, se muestra la distribución de las terminales del conector Motor Power y los conectores de tipo bloque que corresponden sus conexiones para transmitir señales a los motores.

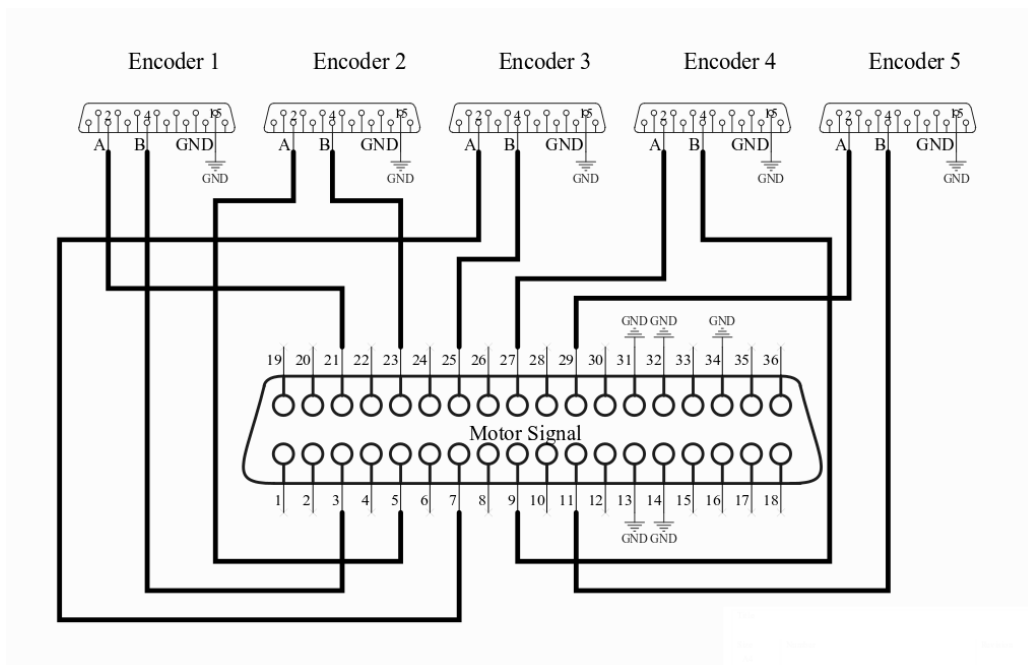


Figura 22. Diagrama de conexiones de Motor Signal.

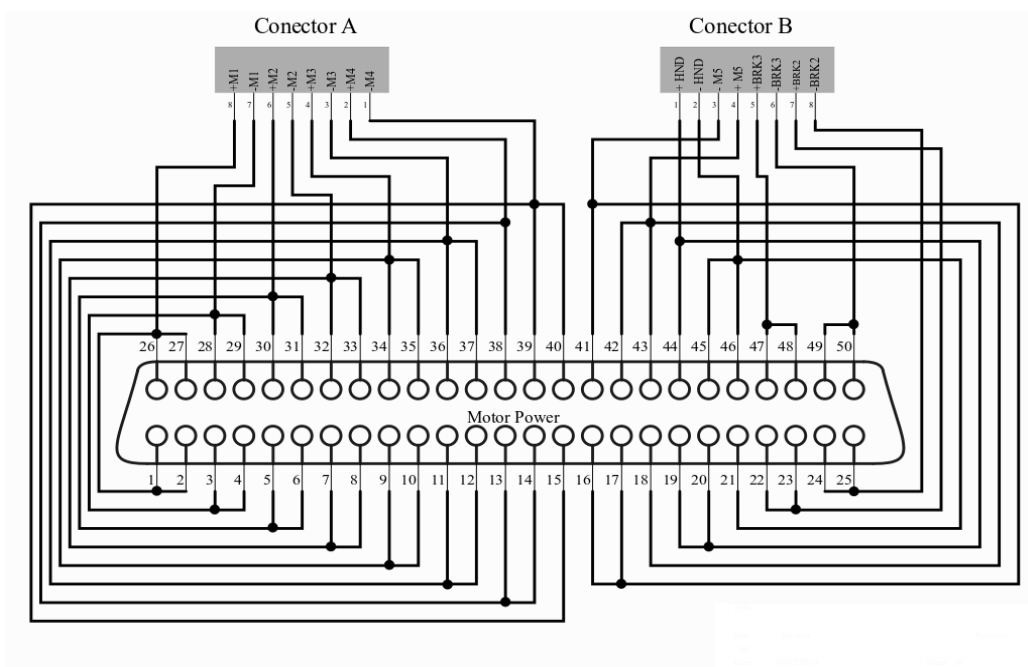


Figura 23. Diagrama de conexiones de Motor Power.

Conector Motor Power a conector A			
	Pines conector (Centronics)	Posición en conector	Color
M1 +	1,2,26,27	8	Morado
M1 -	3,4,28,29	7	Blanco
M2 +	5,6,30,31	6	Verde
M2 -	7,8,32,33	5	Blanco
M3 +	9,10,34,35	4	Amarillo
M3 -	11,12,36,37	3	Blanco
M4 +	13,14,38	2	Naranja
M4 -	15,39,40	1	Blanco

Tabla IV. Descripción de las terminales del conector Motor Power y Conector A.

Conector Motor Power a conector B			
	Pines conector (Centronics)	Posición en conector	Color
HND +	19,20,44	1	Azul
HND -	21,45,46	2	Rojo
M5 -	16,17,41	3	Blanco
M5 +	18,42,43	4	Café
Brake J3 +	47,48	5	Blanco
Brake J3 -	49,50	6	Azul
Brake J2 +	22,23	7	Blanco
Brake J2 -	24,25	8	Azul

Tabla V. Descripción de las terminales del conector Motor Power y Conector B.

## **Capítulo 5**

### **Pruebas básicas de operación**

En este capítulo se muestran las pruebas realizadas tanto a las etapas de potencia y encoders incrementales en forma individual, así como las pruebas realizadas a todo el sistema.

El objetivo de realizar dichas pruebas fue esencial para corroborar el funcionamiento de cada uno de los subsistemas que forman el robot y, al mismo tiempo, caracterizar la operación de algunos de ellos debido a la falta de información.

#### **5.1 Pruebas a los encoders incrementales**

Para probar el funcionamiento de los encoders incrementales del robot, después de hacer las modificaciones de las conexiones que se describieron en los capítulos anteriores, se colocó en el conector hembra denominado Motor Signal puntas de osciloscopio en las terminales de cada encoder de acuerdo a la tabla III y a la figura 22, donde se definen las terminales en el conector. Para verificar el correcto funcionamiento de cada encoder fue necesario mover manualmente de extremo a extremo cada eje, de esta forma, se observaron las señales cuadradas A y B de cada encoder, con un desfase de  $90^\circ$  entre ellas. Al intercambiar los canales y mantener la referencia común de los encoder, se realizó el mismo movimiento, esto reflejaba el desfase de las señales de cuadratura. Para probar los ejes 3 y 4 es necesario liberar los frenos para realizar esta prueba.

#### **5.2 Pruebas de las etapas de potencia**

Una vez rehabilitada la etapa de potencia, se realizaron algunas pruebas para corroborar que efectivamente, toda la etapa funcionaba de manera correcta, básicamente las pruebas consistieron en conectar el driver de potencia reconstruido a la línea trifásica, encenderlo

y de esta forma alimentar todos los circuitos internos. Después se conectó un generador de funciones a las entradas de control del driver, enviando señales en forma de onda senoidal u ondas en forma cuadrada de baja amplitud y frecuencia. El resultado fue reflejado en el eje el cual recibía la señal de control, por lo cual este realizaba un movimiento relacionado a la señal de control. Es importante mencionar que cada uno de los ejes fue probado siguiendo los pasos mencionados anteriormente.

### **5.3 Pruebas con dSPACE**

Después de realizar las pruebas utilizando instrumentos de medición, lo siguiente fue conectar el robot a la plataforma de control dSPACE 1103; aquí se conectan los 5 encoders incrementales y se conectan las 5 salidas de voltaje que manipulan el movimiento de los 5 motores y también se conecta la salida de voltaje que controla la apertura de la herramienta.

Lo primero fue establecer la conexión de los encoders incrementales a la plataforma y hacer el acondicionamiento para que se obtenga una medición del ángulo en radianes. En la figura 24, se muestra la interface de Simulink en donde se muestran los bloques que se utilizaron para este fin. En primer lugar, se coloca el bloque DS1103ENC SETUP el cual se encarga de configurar todos los encoders al iniciar la ejecución del programa que se carga en la plataforma y al mismo tiempo sitúa a cero la lectura de las cuentas de los encoders. Posteriormente, del lado derecho, se encuentran los bloques DC1103ENC\_POS\_CX, donde X toma el valor de 1 hasta 5, estos bloques detectan el número de pulsos que generan los encoders así como su sentido de giro iniciando desde una cuenta cero; Si gira en el sentido contrario a las manecillas del reloj se realiza una cuenta ascendente y se gira en sentido a las manecillas del reloj la realiza descendente. Para hacer la conversión del número de cuentas a radianes, en base a los datos del manual del robot que establece el ángulo que se puede mover cada articulación, se midió el número de cuentas que corresponden a dicho ángulo y se hizo la conversión, estos datos se muestran en la tabla VI. El factor de conversión entre

cuentas y radianes se incorpora en el bloque de ganancia (GainX) que se encuentra enfrente de cada bloque DS1103ENC\_POS\_CX.

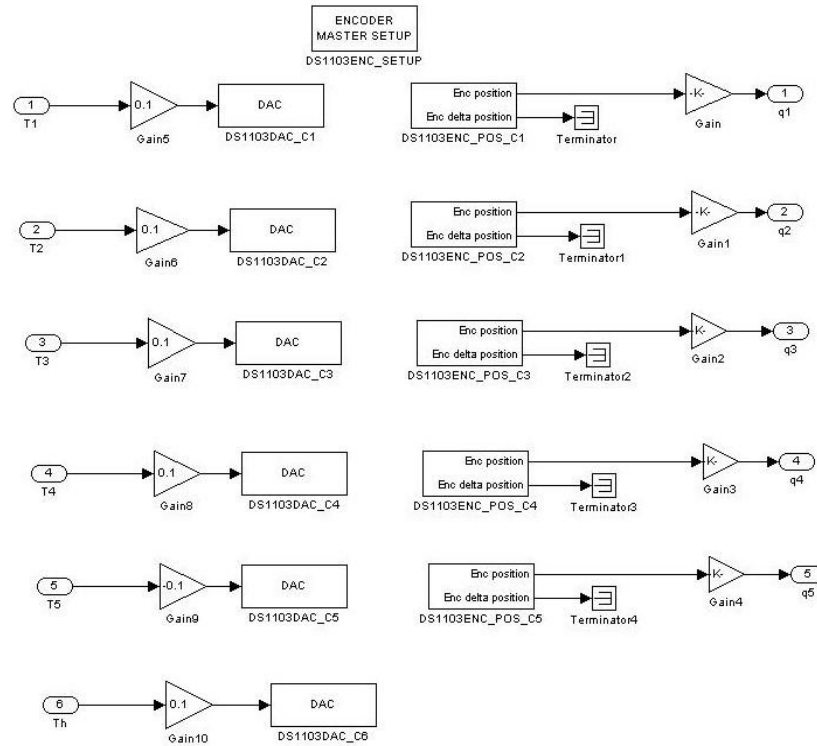


Figura 24. Algoritmos de adquisición de datos y conversión digital a analógica para cada eje del robot RV-M1.

Después de establecer esta relación entre cuentas y radianes para cada eje, se verificó que se obtuviera la medición del ángulo adecuado en cada eje a través de una interfaz realizada en el programa ControlDesk, el cual forma parte de la plataforma dSPACE.

Para probar el funcionamiento de las etapas de potencia y el movimiento de los motores del robot se utilizaron los bloques DS1103DAC\_CX, donde X toma los valores 1 hasta 5, éstos bloques representan convertidores de señales digitales a señales analógicas, es decir,



Articulación	Cuentas del ángulo	Ángulo máximo		Constante de conversión
		Grados	Radianes	
J1	16884	300	5.23 Rad	0.0003097607202
J2	13030.75	130	2.26 Rad	0.00017343591121
J3	7264.75	110	1.919 Rad	0.00026415224199
J4	8865.5	180	$\pi$ Rad	0.0003543615874
J5	10549	360	$2\pi$ Rad	0.00059561904513

Tabla VI. Caracterización de los encoders incrementales en cada articulación del robot.

convierten el dato digital en su entrada a una señal analógica disponible en las terminales del conector de la plataforma dSPACE 1103, este bloque hace una multiplicación por 10, por lo que a la entrada se le coloca una ganancia de 0.1 para que se obtenga una ganancia unitaria. Por medio de la interfaz de ControlDesk y un algoritmo sencillo para manipular el voltaje que se aplica a cada motor, se enviaron diferentes voltajes a cada uno de los motores del robot para corroborar que existía la comunicación entre dSPACE, las etapas de potencia y los motores del robot. Como consecuencia se observaba el movimiento de cada eje.

Una vez que los encoders y motores fueron probados por medio de dSPACE, se llevó a cabo la tarea de hacer funcionar simultáneamente estos elementos, únicamente tomando en cuenta la interfaz utilizada para accionar los motores, los datos de salida eran leídos con la interfaz utilizada para los encoders, de esta forma se pudo tomar la lectura de cuantos radianes recorrían cada eje. Este fue el primer paso para continuar con el algoritmo de control, ya que de esta manera se obtenían los datos del desplazamiento de cada eje.

## Capítulo 6

# Implementación de un controlador PI para resolver el problema de regulación

En la actualidad más de la mitad de los controladores industriales que se usan hoy en día utilizan esquemas de control PID. Aunque existen diferentes variantes de la estructura básica del controlador PID que le permiten mejorar su desempeño en muchas clases de sistemas, su estructura básica se aplica en forma directa en muchos sistemas para resolver el problema de regulación [4]. En este capítulo, con el objetivo de ilustrar la operación del robot RV-M1 rehabilitado, se aplican controladores del tipo PI, con su estructura básica, en cada una de las articulaciones del robot para resolver el problema de regulación.

### 6.1 Estructura del controlador PI

Como se establece en [2], el problema de regulación en sistemas mecánicos puede ser resuelto aplicando un controlador del tipo PI.

Considere el sistema mecánico de 5 grados de libertad, con todas sus articulaciones rotacionales, cuyo modelo se basa en las ecuaciones de Lagrange

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= M^{-1}(x_1) (-C(x_1, x_2) x_2 - g(x_1) - Dx_2 + \tau),\end{aligned}$$

en este caso  $x_1 \in \mathbb{R}^5$  es el vector de posiciones angulares,  $x_2 \in \mathbb{R}^5$  es el vector de velocidades angulares,  $D$  es una matriz diagonal definida positiva que contiene los coeficientes de fricción viscosa de cada articulación y, finalmente  $\tau \in \mathbb{R}^5$  es el vector de pares de control. El resto de los términos se define como se mencionó en capítulos anteriores.

El objetivo de regulación se define como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_i - r_i| = 0,$$

para  $i = 1, \dots, 5$ , donde  $r_i$  es una referencia constante para cada una de las articulaciones del robot.

Sea  $R \in \mathbb{R}^5$  el vector que contiene las cinco referencias, defina la variable de error  $e = x_1 - R$ , cuya dinámica está dada por

$$\begin{aligned} \dot{e} &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= M^{-1}(x_1) (-C(x_1, x_2) x_2 - g(x_1) - Dx_2 + \tau) \end{aligned} \quad (29)$$

y sea el vector de control

$$\begin{aligned} \tau &= K_p e + K_i \xi, \\ \dot{\xi} &= e, \end{aligned} \quad (30)$$

donde  $K_p$  y  $K_i$  son matrices diagonales, cuadradas, definidas positivas, en donde cada uno de sus elementos son ganancias ajustables del controlador. Sustituyendo (30) en (29) se tiene

$$\begin{aligned} \dot{e} &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= M^{-1}(x_1) (-C(x_1, x_2) x_2 - g(x_1) - Dx_2 + K_p e + K_i \xi), \\ \dot{\xi} &= e. \end{aligned} \quad (31)$$

Para encontrar los puntos de equilibrio del sistema (31) se definen las ecuaciones

$$\begin{aligned} 0 &= x_2, \\ 0 &= M^{-1}(x_1) (-C(x_1, x_2) x_2 - g(x_1) - Dx_2 + K_p e + K_i \xi), \\ 0 &= e, \end{aligned} \quad (32)$$

simplificando se obtiene

$$\begin{aligned} 0 &= x_2, \\ 0 &= -g(R) + K_i \xi, \\ 0 &= e, \end{aligned} \tag{33}$$

en [2] se demuestra que para robots formados únicamente por articulaciones rotacionales la ecuación (33), para ciertos valores de  $K_i$ , tiene una solución única real para  $\xi$ , lo que garantiza la existencia de un único punto de equilibrio, también garantiza la existencia de valores para  $K_p$  y  $K_i$  que garantizan la estabilidad de dicho equilibrio.

En esta tesis no se aborda el cálculo de estas ganancias debido a que no se cuenta con los parámetros del robot, pero para su implementación se aborda un proceso de sintonización de los elementos de las matrices  $K_p$  y  $K_i$  para lograr la estabilidad del equilibrio.

## 6.2 Sintonización del controlador PI

Para la implementación del algoritmo de control en el mecanismo se tomaron en cuenta los datos obtenidos referentes a desplazamiento de cada eje. Por medio de Simulink se creó un algoritmo que permitió realizar un controlador (30), el cual se muestra en la figura 25. Aquí se tiene como referencias señales del tipo cuadradas, las cuales se hacen pasar por filtros pasabajas con el objetivo de eliminar el cambio abrupto en la señal de referencia y de esta manera evitar movimientos bruscos en el mecanismo al momento de cambiar el valor de la referencia en cada articulación. Posteriormente se encuentran los bloques de control. Como se puede observar en la ecuación (30), ésta se puede dividir en controladores PI escalares, esto fue lo que se hizo con la finalidad de comprender mejor la estructura de la implementación, es por eso que cada articulación tiene un controlador PI independiente. La figura 26 corresponde a un subsistema de un bloque que actúa como el controlador del eje 1. Los ejes restantes cuentan con la misma estructura en sus controladores.

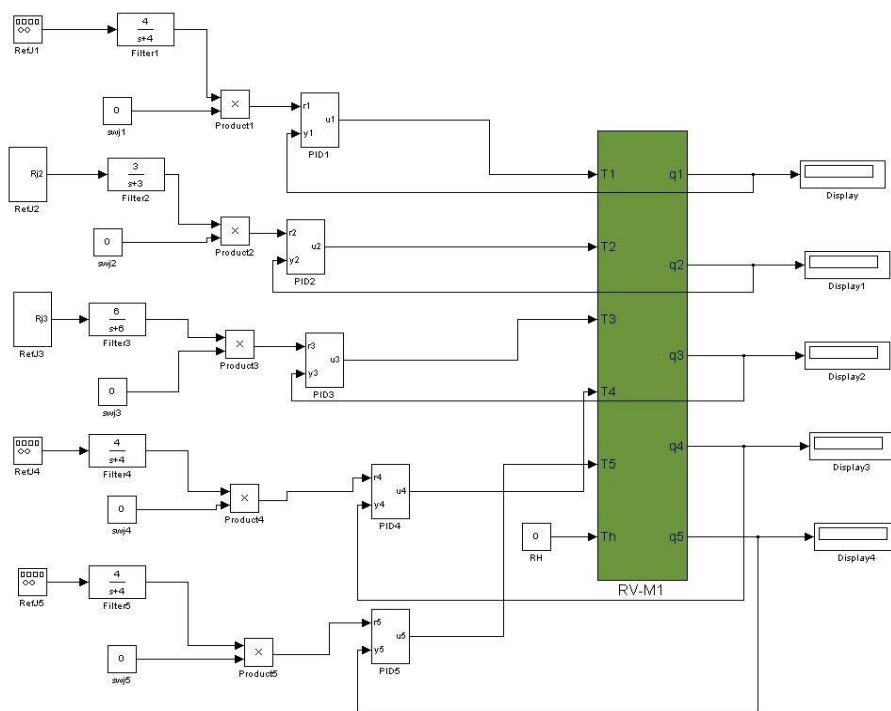


Figura 25. Sintonización de control PI para robot RV-M1.

Para que, en la práctica, un controlador funcione de forma adecuada es necesario ajustar sus parámetros una vez que se haya implementado, como es el caso para el controlador.

Debido a que el controlador que se está aplicando tiene pocos parámetros, se han desarrollado métodos empíricos especiales para el ajuste directo de los parámetros del controlador. Como idea principal es realizar un experimento simple, extraer dichas características que aporten información acerca de la dinámica del sistema y así determinar los parámetros del controlador a partir de las características[6]. A través de la plataforma ControlDesk, se creó una interfaz la cual es útil para graficar en tiempo real el comportamiento de la planta, así mismo, era posible modificar las ganancias de los controladores de cada articulación. Esto en un inicio forma parte del método de sintonización para la implementación del controlador PI. El primer paso consistió en proponer un valor a  $K_d$ , así el error era amplificado y tendía a acercarse a la referencia propuesta. Para eliminar el error entre la variable de entrada y de salida, posteriormente se agregó un valor de  $K_i$ . Este valor fue agregado de tal forma que existiera un pequeño sobrepaso pero siempre tendiendo a disminuir el error lo mayor posible.

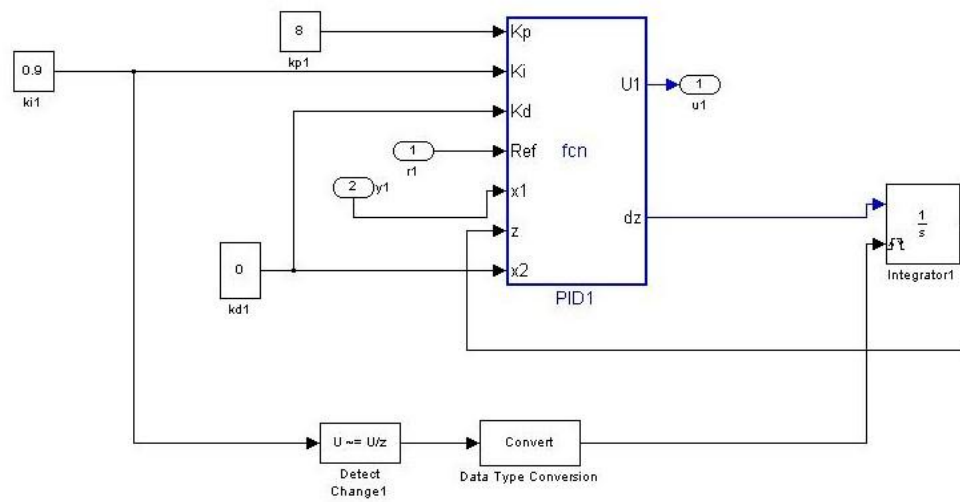


Figura 26. Diagrama de bloques de la implementación de controlador PI en eje 1.

Es importante señalar que en la figura 26, se observan algunos bloques conectados en serie para el bloque de integración, esto fue necesario agregar para evitar el efecto windup sobre la parte integral del controlador. Para controladores con una acción integral en ocasiones puede que la variable de control alcance límites de saturación en un actuador, en este caso, en un motor. Cuando esto sucede, el circuito de retroalimentación es interrumpido y el sistema actúa como lazo abierto debido a que el motor permanece activado independientemente del límite de la salida del proceso. Es por esto que el término integral y la salida del controlador pueden llegar a ser muy grandes, esto nos quiere decir que la señal de control permanecerá creciendo incluso cuando cambie el error, y puede pasar mucho tiempo antes de que el integrador y la salida del controlador entre dentro del rango libre de saturación [6]. En consecuencia, se generan grandes transitorios antes de que la señal de control converja a la referencia, este efecto es conocido como integrador windup.

Finalmente, las ganancias de los controladores que permitieron un mejor desempeño del sistema en lazo cerrado son  $k_{p1} = 8$ ,  $k_{i1} = 0,9$ ,  $k_{p2} = 13$ ,  $k_{i2} = 0,9$ ,  $k_{p3} = 10$ ,  $k_{i3} = 0,9$ ,  $k_{p4} = 12$ ,  $k_{i4} = 1,1$ ,  $k_{p5} = 14$  y  $k_{i5} = 3,2$ .

## 6.3 Resultados experimentales del desempeño

En esta sección se muestran los resultados obtenidos de aplicar el control PI con las ganancias presentadas en la sección anterior. Los resultados se muestran en las figuras 27, 28, 29, 30 y 31, que corresponden al desempeño de las articulaciones 1, 2, 3, 4, y 5, respectivamente. En cada una de estas figuras la señal de referencia antes de aplicar el filtro pasa bajas, línea en color negro, y la posición angular, línea en color verde, se muestran en la gráfica superior, mientras que en la gráfica inferior se muestra la entrada de control, línea en color rojo.

Como se puede observar, en todas las articulaciones, la posición converge a la señal de referencia, es importante notar que la convergencia es en forma asintótica sin sobrepasos, esto se debe a que la señal de referencia es suavizada por el filtro pasa bajas. Con estos resultados



se puede concluir que las modificaciones del robot fueron realizadas correctamente y está listo para funcionar como un prototipo para probar el desempeño de otras estrategias de control.

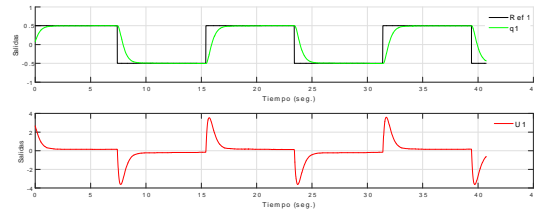


Figura 27. Resultados de la aplicación del algoritmo control para eje 1.

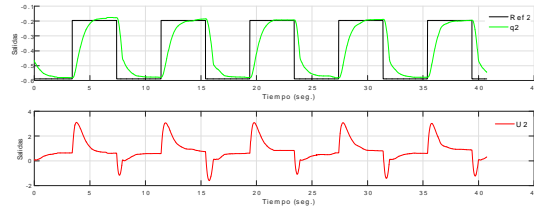


Figura 28. Resultados de la aplicación del algoritmo control para eje 2.

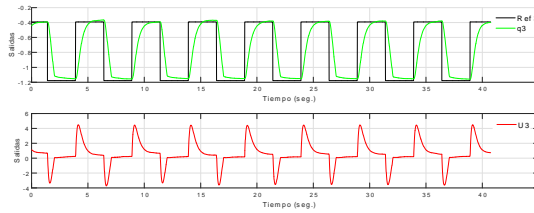


Figura 29. Resultados de la aplicación del algoritmo control para eje 3.

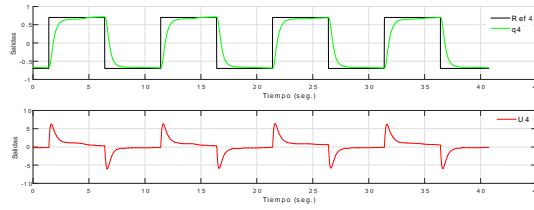


Figura 30. Resultados de la aplicación del algoritmo control para eje 4.

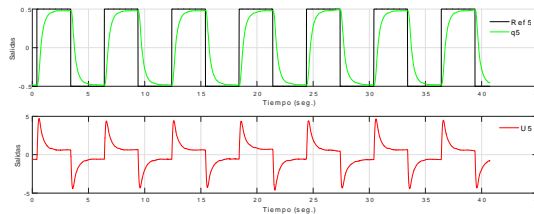


Figura 31. Resultados de la aplicación del algoritmo control para eje 5.

## Capítulo 7

### Conclusiones y trabajo futuro

La elaboración de este trabajo consistió en dos etapas básicas; la rehabilitación del robot y la implementación de un controlador para llevar a cabo pruebas de funcionamiento del robot en lazo cerrado. Dentro de la primera etapa, una actividad fundamental fue la elaboración de los circuitos de las etapas de potencia, basados en PWM y puentes H, para el control de velocidad de los motores del robot. Cada circuito fue calibrado y probado antes de instalarse en el en el robot. Otra actividad importante fue el diseño del cableado y composición de la estructura que alberga tres etapas de potencia para el control de los 6 motores del robot. Se tomó como referencia la estructura original del gabinete del robot y se realizaron los cambios necesarios, tanto interna como externamente para adaptar la etapa de potencia y la comunicación entre plataformas de control y el robot. Se recurrió a implementar un código de colores dentro del gabinete para comunicar señales de control a motores, alimentación de potencia, alimentación para hacer funcionar los puentes H, liberación de frenos en un par de ejes del robot y el paro de emergencia. Dentro de esta misma etapa se revisó el funcionamiento de los actuadores y sensores del robot manipulador, así se corroboró la adecuada operación del robot. Al trabajar con plataformas dSPACE, se adecuaron los cables para transmitir señales y potencia para los motores, identificando cada uno de los cables que conforman la electrónica interna en el mecanismo y se obtuvo información como las cuentas de cada encoder, de esta forma, realizar una conversión a radianes para el fin de tomar esos datos como referencias al aplicar un controlador. Con lo mencionado anteriormente, fue posible principalmente modificar la arquitectura de control predeterminada de fábrica, a una arquitectura abierta para usos de experimentación y control. Se realizaron las pruebas pertinentes por medio de una interfaz de dSPACE para demostrar que el robot funcionaba por medio de las modificaciones necesarias.

La segunda etapa del desarrollo de este proyecto es la implementación de un controlador PI. Para ello, por medio de Simulink, se realizó un algoritmo de control el cual fue ejecutado a través de la plataforma dSPACE 1103. Utilizando un modelo básico del controlador fue posible resolver el problema de regulación, como referencia, la señal de entrada fue una onda cuadrada, el mecanismo tenía que ser capaz de realizar el desplazamiento rotacional y tender a converger a la señal de entrada con un error mínimo. El controlador fue aplicado a cada uno de los ejes del robot. Los valores de cada constante del controlador fueron seleccionados mediante un proceso de sintonización. Al contar con una parte integral en el controlador, fue necesario eliminar el efecto windup. Y finalmente haciendo el uso de una interfaz de ControlDesk, fue posible experimentar en tiempo real el comportamiento de la variable a controlar, en este caso la posición de cada eje, obteniendo resultados favorables.

Con base en lo expuesto anteriormente se puede concluir que el robot está listo para ser usado como plataforma de prueba de controladores implementados en la plataforma dSPACE 1103, dSPACE1104. También puede usarse en otras plataformas, como Microlabx de dSPACE, myRIO, compacRIO o plataformas basadas en DAQ estándares, haciendo algunas adaptaciones a los conectores.

Uno de los principales planes futuros enfocados a este trabajo, es la obtención del modelo matemático del sistema y la identificación de sus parámetros, ya que, en el laboratorio de mecatrónica será posible utilizar este mecanismo para la aplicación de diversos proyectos relacionados a áreas de investigación debido a su complejidad.

También, es necesario realizar programas que permitan la implementación de controladores en una forma rápida y segura.

# Referencias

- [1] Katsuhiko Ogata, Ingeniería de Control Moderna, Prentice Hall, Quinta Edición, 2010.
- [2] Rafael Kelly, Víctor Santibáñez, Control de Movimiento de Robots Manipuladores, Prentice Hall, 2003.
- [3] Hakan Gürocak, Industrial Motion Control: Motor Selection, Drives, Controller Tuning, Applications, John Wiley & Sons, Ltd, 2016.
- [4] Katsuhiko Ogata, Ingeniería de Control Moderna, Prentice Hall, Tercera Edición, 1998.
- [5] Industrial Micro-Robot System Manual Model: RV-M1, Mitsubishi Electric Corporation.
- [6] Karl Johan Åström, Richard M. Murray, Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers, Princeton University Press, 2008.