

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ÁREA DE POSGRADO
MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS E INGENIERÍA



**ANÁLISIS COMPARATIVO DE DESPLAZAMIENTOS POR MEDIO DE LA
DIGITALIZACIÓN DE IMÁGENES Y EL ANÁLISIS DEL ELEMENTO FINITO EN
COMPONENTES MECÁNICOS**

TESIS
QUE PRESENTA PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS

ING. MANUEL EDUARDO CASTRO SÁNCHEZ

DIRECTOR DE TESIS
DR. ÁLVARO GONZÁLEZ ÁNGELES

COORDIRECTOR
DR. JESÚS MÁRQUEZ GONZÁLEZ

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS	III
ÍNDICE DE TABLAS.....	IV
LISTA DE SÍMBOLOS.....	V
AGRADECIMIENTOS.....	VII
DEDICATORIAS	VIII
RESUMEN	IX
ABSTRACT	X
HIPÓTESIS	XI
OBJETIVO	XI
METAS.....	XI
JUSTIFICACIÓN.....	XII
CAPÍTULO I ESTADO DEL ARTE	1
1.1 Introducción a la técnica DIC	1
1.2 Aplicaciones de Correlación digital de imágenes.....	2
1.3 Introducción al análisis del elemento finito.....	4
1.4 Metodología para el análisis del elemento finito	5
1.4 Antecedentes del método del elemento finito	7
CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO	12
2.1. Análisis de esfuerzo.....	12
2.1.1 Diagrama esfuerzo deformación.....	12
2.1.2 Equilibrio y diagrama de cuerpo libre.....	14
2.1.2.1 Diagrama de cuerpo libre.....	15

2.1.3 Fuerza cortante y momentos flexionantes en vigas	15
2.1.4. Esfuerzo.....	17
2.1.5. Círculo de Morh	19
2.1.6. Esfuerzos normales para vigas en flexión	23
2.1.7 Esfuerzos cortantes para vigas en flexión	27
2.1.8 Esfuerzos cortantes en vigas con sección estándar	29
2.2 fundamentos de imágenes digitales.....	35
2.2.1 Captura de imágenes	35
2.2.2 Estructura de una imagen.....	36
2.2.3. Modelo RGB	38
2.3 Métodos para reconstruir objetos en tres dimensiones.....	39
2.4 Fundamentos de la técnica DIC.....	39
2.4.1 Preparación de las probetas.	40
2.4.2 Preprocesado	40
CAPÍTULO III ANÁLISIS EXPERIMENTAL.	42
3.1 Creación de celda de pruebas para mediciones reales	42
3.2 Espécimen	43
3.3 Aplicación de carga.....	45
3.4 Obtención de imágenes digitales	46
3.5 Filtración y superposición de imágenes digitales	47
3.6 Aplicación de la correlación de imágenes digitales	49
3.7 Análisis del elemento finito.....	49
3.8 Comparación de resultados	50
CAPÍTULO IV ANÁLISIS DE RESULTADOS	51

CONCLUSIONES	54
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Curvas esfuerzo-deformación de ingeniería reales para materiales dúctiles: (a) Acero al bajo carbono (b) Acero recocido al alto carbono [40].	13
Figura 2. Diagrama de cuerpo libre de una viga simplemente apoyada [40].	16
Figura 3. Convenciones de signos de la flexión y el cortante [40].	16
Figura 4. Carga distribuida sobre una viga [40].	16
Figura 5. Diagrama de carga (fuerza cortante y momento flexionante) de una viga en voladizo [40].	Error! Bookmark not defined.
Figura 6. Esfuerzos de tensión que actúan sobre un elemento dado [40].	19
Figura 7. Comportamiento de esfuerzos en un plano inclinado [40].	20
Figura 8. Círculo de Mohr [40].	22
Figura 9. Viga sujeta a momentos positivos [40].	24
Figura 10. Proporcionalidad entre esfuerzos de compresión y tensión [40].	26
Figura 11. Viga sometida a fuerza cortante y momento flexionante en x [40].	28
Figura 12. Distribución de esfuerzo y momentos flexionantes en la viga [40].	28
Figura 13. Vista girada de la viga sometida a esfuerzo [40].	28
Figura 14. Tabla de propiedades geométricas [40].	31
Figura 15. Continuación de propiedades geométricas [40].	32
Figura 16. Esfuerzos cortantes en una viga rectangular [40].	33
Figura 17. Formulas del esfuerzo cortante máximo debido a flexión [40].	34
Figura 18. Imagen digital en escala de grises [43].	37
Figura 19. Imagen Digital RGB [43].	38
Figura 20. Tetraedro de color RGB. Los puntos a lo largo de la diagonal principal tienen valores de gris, desde el negro en el origen al punto (1,1,1) [45].	39
Figura 21. Imagen digital para ser analizada mediante DIC [47].	40

Figura 22. Imagen de Referencia e Imagen deformada [48].	41
Figura 23. Celda de pruebas para medición de desplazamientos reales.	42
Figura 24. Toma de imagen digital de punto de estudio.....	43
Figura 25. Dimensiones del espécimen (vista isométrica).	43
Figura 26. Se aprecia el punto de estudio pintado de color negro.	44
Figura 27. Faceta en zona de estudio de espécimen.....	44
Figura 28. Especimen sometido a empotramiento y carga.	45
Figura 29. Empotramiento y cargas por medio de ANSYS.	45
Figura 30. Imagen digital de espécimen sin carga del punto más crítico (referencia)..	46
Figura 31. Imagen digital de espécimen sometido a carga del punto más crítico.	46
Figura 32. Superposición de imágenes de los puntos sin carga	47
Figura 33. Superposición de imágenes de los puntos con carga.	47
Figura 34. Faceta en zona de estudio de espécimen a escala de grises.	48
Figura 35. Puntos filtrados de estudio de espécimen sin carga y con carga.	48
Figura 36. Superposición de imágenes.	49
Figura 37. Resultados del análisis del elemento finito por ANSYS.	50
Figura 38. Tabla de gráficos de desplazamientos.	51

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Desplazamiento de los puntos de estudio.....	50
Tabla 2. Porcentaje de error DIC-Medición (se muestra el error promedio de 3.36%)..	52
Tabla 3. Porcentaje de error FEA-Medición (se muestra el error promedio de 2.71%).	52
Tabla 4. Porcentaje de error FEA-DIC (se muestra el error promedio de 2.36%).	53

LISTA DE SÍMBOLOS

<i>a</i>	Dimensión
<i>A</i>	Área transversal
<i>b</i>	Dimensión, exponente de ductilidad a la fatiga
<i>c</i>	Exponente de ductilidad a la fatiga
<i>Cm</i>	Centro aerodinámico
<i>CP</i>	Centro de presión
<i>eI</i>	Límite elástico
<i>E</i>	Módulo de Young
<i>f</i>	Límite de fractura
<i>ft</i>	Pie
<i>GF</i>	Factor de galga
<i>h</i>	Dimensión
<i>H</i>	Número índice de dureza
<i>HR</i>	Humedad relativa
<i>in</i>	Pulgadas
<i>I</i>	Momento de inercia
<i>k</i>	Kilo
<i>K</i>	Factor de intensidad del esfuerzo
<i>l</i>	Longitud, distancia
<i>lb</i>	Libra fuerza
<i>M</i>	Momento flexionante
<i>M</i>	Mega
<i>n</i>	Factor de seguridad
<i>N</i>	Número de ciclos
<i>pl</i>	Límite de proporcionalidad
<i>psi</i>	Unidad de libra sobre pulgada cuadrada
<i>P</i>	Carga, fuerza

Pa	Pascales (unidad de newton sobre metro cuadrado)
S	Esfuerzo, resistencia
S_{ut}	Esfuerzo o resistencia ultima a la tensión
S_y	Esfuerzo o resistencia de fluencia
t	Tiempo
T	Torque
u	Límite de resistencia a la tensión
V	Voltaje
W	Peso bruto
x	Coordenada cartesiana, aumentos de microscopio
y	Coordenada cartesiana, límite de fluencia
z	Coordenada cartesiana
Z	Módulo de sección
Δ	Incremento
ε	Deformación
σ	Esfuerzo
τ	Esfuerzo cortante
$\emptyset$	Ángulo de presión
ξ_F	Coeficiente de ductilidad a la fatiga

AGRADECIMIENTOS

A Dios por haberme dado fuerza, valor, sabiduría y salud para culminar esta etapa de mi vida.

A mi Esposa por ser la persona que más me ha apoyado en la vida siendo mi mayor inspiración y motivación.

A mi Madre por apoyarme incondicionalmente en mi desarrollo profesional.

A los Doctores Víctor Nuño, Álvaro González, Margarita Gil, Jesús Márquez y al Maestro Rigoberto Zamora por su apoyo, orientación, comentarios y enseñanzas que fueron de gran ayuda para la realización de este proyecto.

A la Universidad Autónoma de Baja California por haberme permitido desarrollarme profesionalmente.

Al CONACYT por apoyarme con la beca para mi desarrollo de posgrado.

A mi amigo Miguel Velazco por sus ánimos y apoyo.

DEDICATORIAS

A mi padre que siempre lo he sentido presente en mi vida.

A mi esposa e hijos por ser mi motor y motivación que me impulsan a seguir día a día.

A mi madre, a mis hermanas y a mis sobrinas por su apoyo y momentos de felicidad que me han dado.

A mis amigos por su sincera amistad.

RESUMEN

En todo diseño mecánico, la realización de un análisis de esfuerzos de elementos, es esencial para lograr un resultado excelente y por ende un funcionamiento óptimo de todas las partes que lo integran. Además, si este análisis se complementa con un estudio de imágenes digitalizadas del componente mecánico sometido, se obtendrán resultados más confiables. En este trabajo se utilizó la técnica de superposición de imágenes para el análisis de un elemento sobre el que se ejerce una carga produciendo deformación. El análisis de las deformaciones se evaluó tomando imágenes digitales desde un estado inicial sin carga mecánica hasta un estado final con carga mecánica aplicada, previamente los especímenes fueron preparados para poder aplicar la técnica de superposición, generando en ellos una distribución uniforme de puntos negros que fueron nuestros nodos de estudio. Las imágenes obtenidas se procesaron en SolidWorks, un software de diseño mecánico, para evaluar la diferencia de dichos desplazamientos generados por la carga mecánica de los puntos de estudio.

Los resultados experimentales se evaluaron con resultados numéricos obtenidos utilizando el software de análisis de elementos finitos ANSYS, comparando los desplazamientos producidos en la zona elástica del material a lo largo de la muestra de ensayo utilizando los nodos de estudio como referencia, obteniendo como porcentaje de error entre esquemas no mayor de un 4 por ciento. Por lo tanto, se mostró la versatilidad de la técnica de superposición de imágenes para ensayos no destructivos dentro del campo de la mecánica experimental, al observar un comportamiento constante en la comparación de resultados entre la técnica de imágenes, el análisis del elemento finito y la medición real.

ABSTRACT

In every mechanical design, a stress analysis is essential for an excellent result as well as for the optimum performance of all the integrated parts. Also, if said analysis is complemented with a digitalized image studio of the analyzed mechanical component, more reliable results will be obtained. For this project the image superposition method was used during the analysis, a force was applied over the component to produce deformation. The deformation analysis was evaluated capturing digital images starting at a force free initial state until a final state with a force applied, all the components were prepared for the superposition test by generating a uniform layer of black dots that were used as nodes during the study. The resulted images were processed in Solidworks, a mechanical design software, to evaluate the difference between all the deformations generated in the black dots (nodes) while applying the force.

The experimental results were evaluated with numerical results obtained in ANSYS a FEA software. Comparing the produced displacement in the elastic zone of the material all along the parts and using the nodes as reference, an error percentage no greater than 4% between analyses was obtained. Therefore, the versatility of the superposition test for nondestructive analysis inside the experimental mechanics was shown, all of this by getting constant ratios and small error percentages when comparing Superposition analysis, FEA analysis and physical measuring.

HIPÓTESIS

Por medio de la superposición de imágenes será posible determinar desplazamientos en la zona elástica de una viga sometida a carga mecánica simulando un comportamiento de una viga en cantiléver, con una precisión de al menos 4% entre los esquemas aplicados.

OBJETIVO

Desarrollar la técnica de superposición de imágenes para demostrar su versatilidad en la obtención de desplazamientos en la zona elástica en especímenes sometidos a cargas mecánicas, comparando resultados con la medición real por celda de prueba y el análisis del elemento finito por ANSYS.

METAS

1. Elaborar celda de pruebas para la medición de desplazamientos reales.
2. Seleccionar nodos específicos para la determinación de resultados.
3. Medición de desplazamientos del espécimen en celda de prueba.
4. Obtención de imágenes digitales.
5. Determinación de desplazamientos a través de la técnica de digitalización de imágenes.
6. Determinación de desplazamientos a través del análisis del elemento finito.
7. Obtener porcentaje de error en base a la comparación de resultados obtenidos mediante el modelo y los observados.

JUSTIFICACIÓN

Hoy en día, las técnicas de validación son muy costosas y algunas necesitan del contacto directo con la pieza corriendo el riesgo de crear algún daño o hasta las pruebas destructivas generando pérdidas de materia prima para las empresas manufactureras, por lo que se requiere una técnica eficaz y de bajo costo para la validación estructural de piezas mecánicas. La técnica de superposición de imágenes es un esquema aplicable en el área de la validación estructural ya que resulta ser una técnica versátil y de bajo costo en la obtención de desplazamientos en componentes mecánicos.

CAPÍTULO I ESTADO DEL ARTE

1.1 Introducción a la técnica DIC

Uno de los primeros artículos en proponer el uso de la adquisición de imágenes por computadora y las mediciones de deformación en sistemas materiales fue realizado por Peters y Ranson en 1981. Utilizando el hecho de que los cambios en las imágenes pueden describirse por los mismos conceptos continuos que rigen la deformación de pequeñas áreas en una superficie, se propuso un enfoque para relacionar deformaciones de imagen medibles con deformaciones de objetos. Para usar en el campo de la mecánica experimental, estos conceptos originales han sido refinados e incorporados en algoritmos numéricos para extraer deformaciones del objeto a partir de una secuencia de imágenes. Los algoritmos y software resultantes se han utilizado con éxito para obtener deformaciones superficiales en una amplia variedad de aplicaciones [1].

En general, se utilizan dos supuestos clave para convertir las imágenes en medidas experimentales de los desplazamientos y las deformaciones de los objetos. Primero, se supone que hay un comportamiento directo entre los movimientos de los puntos en la imagen y los movimientos de los puntos en el objeto. Mientras se mantenga esta suposición, los movimientos de la imagen se pueden usar para cuantificar el desplazamiento de puntos en el objeto. Específicamente, dicha suposición proporciona una resultante uno a uno entre (a) puntos de imagen y puntos del objeto en visión bidimensional y (b) puntos de imagen en cada vista de la cámara. Este comportamiento entre los puntos de la imagen y del objeto, asegura que los conceptos sean aplicables para describir la relación entre los puntos en un subconjunto de imágenes a medida que el objeto se deforma [1].

En segundo lugar, se debe cumplir que cada subregión tiene un contraste adecuado (variación espacial de la intensidad de la luz) para que se pueda realizar una coincidencia

precisa para definir los movimientos de la imagen local. Junto con la primera suposición, se puede mejorar la coincidencia precisa permitiendo que cada subregión de imagen se deforme usando una forma funcional apropiada (por ejemplo, afín, cuadrática) y, por lo tanto, aumente la precisión en los movimientos medidos. La variación requerida en el contraste puede obtenerse aplicando un patrón altamente contrastante (por ejemplo, pintura, adherencia, mecanizado de superficie) o puede producirse debido a las características naturales de la superficie del material. El perfil del objeto, o forma 3-D, de un objeto también se puede determinar usando una correlación de imagen digital proyectando un patrón aleatorio sobre la muestra y utilizando una de varias disposiciones ópticas [1].

Las situaciones en las que no aplican los supuestos incluyen los siguientes ejemplos:

- correlación de subconjuntos a través de una discontinuidad (por ejemplo, grieta, agujero) en el material.
- pérdida de contraste durante el proceso de carga debido a algunos factores:
 - Desprendimiento o delaminación del patrón aplicado, que da como resultado la pérdida de patrón entre el movimiento del objeto y los movimientos de la imagen, ya que el patrón desviado no sigue los movimientos del objeto.
 - Cambio en la reflectividad difusa de la superficie durante la carga, lo que provoca la pérdida de contraste en las imágenes grabadas [1].

1.2 Aplicaciones de Correlación digital de imágenes

Gran número de investigaciones han utilizado y desarrollado la técnica de Correlación Digital de Imágenes, (Digital Image Correlation DIC), donde las técnicas de medición tradicionales, por las características de los ensayos, encuentran dificultades.

En los últimos años, aplicaciones basadas en DIC se han desarrollado para estudiar el comportamiento de materiales bajo determinadas condiciones. Sánchez-Arévalo y Pulos [2] analizaron el comportamiento de materiales ante cargas a tracción utilizando únicamente la textura del material.

Bisagni y Walters [3] investigaron materiales compuestos ante solicitaciones biaxiales, obteniendo resultados de los desplazamientos originados en el material dañado frente a las cargas.

Chrysochoos et al. [4] aplicaron a ensayos de fatiga las técnicas DIC y termografía, para analizar la energía local en la zona de interés.

Tung, Shih y Kuo [5] exploraron la deformación plástica en materiales anisótropos durante un ensayo de tracción.

En el campo de la mecánica de la fractura se ha utilizado la técnica DIC en diversos estudios. Lall et al. [6], compararon ensayos experimentales de propagación de daños ante solicitaciones externas sobre determinados objetos con resultados obtenidos mediante elementos finitos.

También se han analizado los factores de intensidad de tensiones K_I y K_{II} mediante DIC y comparando los resultados con métodos analíticos en el estudio de la propagación de una grieta en estructuras con concentradores de tensiones. [7] [8] [9]. López-Crespo et al. [10] realizaron estudios sobre el cierre prematuro de grieta y la plasticidad originada alrededor de las mismas ante ciertas solicitaciones comparando los resultados de DIC con métodos numéricos.

La técnica también se ha empleado en el sector aeronáutico para la evaluación de propiedades mecánicas. Du, et al. [11] estudiaron el comportamiento a fractura en el cajón central del ala de un avión.

Lichtenberger y Schreier [12] estudiaron en el sector automovilístico un impacto producido por la colisión con un peatón.

Reu y Miler [13] realizaron análisis de impactos a alta velocidad sobre estructuras.

Grant et al. [14] investigaron las deformaciones producidas en ensayos a alta temperatura.

Evans y Holt [15] hicieron avances en medicina estudiando las propiedades mecánicas de la piel humana comparando los resultados con DIC y elementos finitos.

Canal et al. [16] combinaron la técnica de correlación digital de imágenes para el análisis de deformaciones ocasionadas en laminados de matriz polimérica sometidos a compresión.

Han surgido investigaciones para la mejora de procesos de fabricación basándose en DIC. Tiwari et al. [17] analizaron las deformaciones que se producen en el conformado de chapas por explosión. Lord, Penn y Whitehead [18] evaluaron las tensiones residuales en el proceso de taladrado en una superficie, y Reynolds y Duvall [19] trabajaron en la verificación de soldaduras en materiales.

1.3 Introducción al análisis del elemento finito

La técnica de análisis por elementos finitos (AEF) consiste en dividir la geometría en la que se quiere resolver una ecuación diferencial de un campo escalar o vectorial en un dominio, en pequeños elementos, teniendo en cuenta unas ecuaciones de campo en cada elemento, los elementos del entorno de vecindad y las fuentes generadoras de campo en cada elemento [20].

Habitualmente, esta técnica es muy utilizada en el ámbito de la ingeniería debido a que muchos problemas físicos de interés se formulan mediante la resolución de una ecuación diferencial en derivadas parciales, a partir de cuya solución es posible modelar dicho problema (transmisión del calor, electromagnetismo, cálculo de estructuras, etc.).

1.4 Metodología para el análisis del elemento finito

Esta técnica se encuentra automatizada en las herramientas software comerciales, llamadas herramientas de análisis por elementos finitos para problemas físicos tanto de propósito general, como aplicadas a problemas físicos particulares [20].

Existen multitud de problemas físicos cuya formulación desde un punto de vista matemático responde a una ecuación diferencial en derivadas parciales. Tal es el caso de la transmisión del calor, del electromagnetismo, de la mecánica de fluidos o del análisis estructural. La solución de dichos problemas tiene un interés elevado en ingeniería, ya que dichas soluciones son el punto de partida para el diseño y modelado de los sistemas físicos que representan aquellas ecuaciones [20].

En general, la resolución de las ecuaciones diferenciales que formulan un problema físico es de gran complejidad. Solamente en los casos en que se hacen simplificaciones sobre las dimensiones en que se estudia el problema para las distribuciones de campo, y sobre las geometrías en que se resuelven estas ecuaciones, es posible obtener una solución analítica del problema. En dichos casos, tales simplificaciones conducen a ecuaciones diferenciales de fácil resolución. El método de separación de variables también proporciona solución a multitud de problemas físicos. Por otro lado, la semejanza y la analogía permiten la obtención de la solución de un problema físico cuando se conoce la solución a otro problema físico (análogo) que tiene la misma forma desde un punto de vista matemático [20].

Para todos los casos en los que las técnicas analíticas o bien porque pierden exactitud (debido a que la distribución de campo empieza a dejar de ser unidimensional), o bien porque no es posible aplicarlas, debido a que estos casos se salen del alcance de las mismas, es donde los métodos numéricos tienen mucha utilidad.

Esta técnica consiste en la resolución de las ecuaciones diferenciales que modelan el problema mediante procedimientos numéricos iterativos, resolviéndola de forma iterativa. Dentro de estas técnicas destaca la técnica de análisis por elementos finitos [20].

La técnica de análisis por elementos finitos (AEF) consiste en el empleo de los métodos numéricos en la resolución de un problema físico determinado. Este método numérico se basa en dividir la geometría en la que se quiere resolver un problema físico, en pequeños elementos en los cuales se resuelven las ecuaciones diferenciales correspondientes a un campo (la temperatura en transmisión del calor, el campo magnético en electromagnetismo, el campo de velocidades en mecánica de fluidos, etc.), en forma discreta, teniendo en cuenta las propiedades físicas de los materiales empleados, los elementos del entorno de vecindad, las condiciones de contorno y las fuentes generadoras de campo. La resolución de estas ecuaciones de forma discreta se realiza de forma iterativa hasta que se alcanza convergencia en la solución [20].

Las herramientas software que permiten realizar este proceso de forma eficiente y cómoda se denominan herramientas de análisis por elementos finitos, o simplemente herramientas de elementos finitos [20].

Existen herramientas de elemento finito de propósito general o multidisciplinar que permiten resolver varios problemas físicos como son: mecánica de fluidos, transmisión del calor, electromagnetismo, mecánica estructural, etc. y herramientas de elemento finito que se aplican a un problema físico específico. Hay herramientas que permiten incluso acoplar dos problemas como es el caso del problema térmico y del problema

electromagnético. Es decir, la salida de un problema se emplea como entrada en el otro problema y viceversa, de forma iterativa.

El proceso de generación de la solución mediante AEF se realiza en estas herramientas mediante varios pasos: definición de la geometría objeto de estudio, especificación del régimen a estudiar, asignación de las propiedades físicas de los materiales, asignación de las condiciones de contorno, aplicación de las cargas, mallado de la geometría, resolución del problema y análisis de la solución [20].

1.4 Antecedentes del método del elemento finito

El método de elementos finitos por novedoso que parezca, tienen ya varios años en su forma conceptual, ya que podemos recordar las bases del cálculo diferencial e integral propuestos por Sir Isaac Newton por tomar un ejemplo, sin embargo, el desarrollo moderno de esta técnica comienza en 1940, específicamente en el campo de ingeniería estructural, con los trabajos de Hrennikoff [21] en 1941 y McHenry [22] en 1943, quienes propusieron el uso de líneas en una dimensión para representar elementos como barras o vigas para el cálculo de esfuerzos en sólidos con sección transversal continua.

En una investigación publicada 1943, el Matemático Courant [23], propuso el arreglo para la solución de esfuerzos añadiendo una variación. Después añadió la aplicación del método de funciones interpolares sobre sub-regiones triangulares que conformaban una región entera obteniendo resultados numéricos aproximados. En 1947 Levy [24], desarrolló el método de flexibilidad y fuerza, y en 1953 su trabajo, sugirió la aplicación de un nuevo método (El método de rigidez y desplazamiento), el cual podría ser considerado como una alternativa viable para el análisis estático redundante de estructuras de aeronaves. Sin embargo, sus ecuaciones requerían de una gran dedicación y labor para su solución a mano, por lo que su método de solución numérica,

tuvo que esperar el advenimiento de las computadoras digitales de alta velocidad para hacerse popular.

En 1954 Argyris y Kelsey [25], desarrollaron el análisis estructural por medio de matrices empleando por primera vez métodos energéticos. Este desarrollo, marcaría una tendencia y ejemplificaría la importancia que jugaría tiempo después, los principios de análisis energéticos en la evolución de la técnica de elementos finitos.

La primera vez que se trató de analizar cuerpos de 2 dimensiones, fue con los trabajos de Turner et al [26], quien en 1956 logró la implementación de matrices de rigidez para la determinación de armaduras, elementos conformados por vigas y algún otro cuerpo bidimensional conformado por triángulos y rectángulos sometidos a esfuerzo simple. Este procedimiento, fue comúnmente conocido como “El método directo de rigidez” y se basaba principalmente en obtener una matriz de rigidez de la estructura estudiada. Al mismo tiempo del desarrollo de las computadoras digitales de alta velocidad a finales de los años 50s, trabajos como los de Turner, desarrollaron ecuaciones de rigidez fundadas en el método de elementos finitos para la solución matricial de estructuras. Pero no fue hasta 1960, cuando la frase “Elementos Finitos” fue introducida para describir este tipo de trabajos.

La frase “Elementos Finitos” fue introducida por primera vez por Clough [27] cuando por primera vez se usaron elementos triangulares y rectangulares para el análisis de esfuerzos.

La técnica de matriz de rigidez para placa rectangular considerando elementos de flexión, fueron desarrollados por Melosh [28] en 1961. La cual fue seguida por la matriz de rigidez de cáscaras simétricas en los ejes, desarrollada para contenedores de presión en 1963 por Grafton y Strome [29].

Pero fue hasta el año de 1961 cuando Martin [30] extendió los alcances y aplicaciones del método de elementos finitos a problemas tridimensionales con el desarrollo de matrices de rigidez tetraédricas. Trabajos adicionales realizados por Gallagher et al [31] en 1962 y Argyris [32] en 1964, complementaron la técnica de matrices tetraédricas para el caso de estudio de sólidos simétricos en los ejes.

La mayoría de los trabajos desarrollados para la técnica de elementos finitos hasta principios de los 60s, se enfocaron en la modelación matemática de problemas mecánicos que contemplaran únicamente deformaciones elásticas, desplazamientos cortos y concentraciones de esfuerzos bajos, en condiciones de modelación de cargas estáticas y materiales elásticos. Sin embargo, deflexiones de gran magnitud y análisis térmico, así como la modelación de materiales no lineales aparecieron hasta 1964, con los trabajos de Gallagher et al [31] quien además de comenzar la modelación matemática de materiales no lineales, también introdujo el concepto de pandeo de columnas en modelaciones matemáticas con elementos finitos. Trabajos como los de Zienkiewicz et al [33] complementaron aún más la técnica, extendiendo los alcances del método a problemas de involucran visco elasticidad en 1968.

Este nuevo giro que tomó en los 60s el análisis por elementos finitos, tomaba como referencia los trabajos de modelación matemática a través de métodos energéticos, ya que con la finalidad de tener modelos más confiables, se exploraba la aplicación de estos modelos de energía aplicados ya anteriormente a la mecánica de sólidos, para la determinación de fallas de material como es el criterio de falla Von Misses [34], o también conocido dentro de la literatura como, “Criterio de Máxima Energía de Distorsión”.

A manera de resumen, este criterio de falla de materiales, se basa en la determinación de la energía de distorsión en un material dado, por ejemplo, la energía asociada a los cambios de forma de un material, se contrapone a la energía de los cambios en volumen del mismo. Por lo que, de acuerdo a este criterio, se establece que un determinado componente estructural, será seguro siempre y cuando no se exceda el valor máximo de

la energía de distorsión por unidad de volumen, en la que, para valores típicos del material, es la energía por unidad de volumen de distorsión, requerida para causar la cedencia en una prueba de tensión al mismo material.

Con el advenimiento de métodos energéticos en la mecánica de sólidos, también fueron introducidos métodos dinámicos en el análisis convencional por elementos finitos. Tal es el caso de los trabajos de Archer [35] quien en 1965 aplicó el análisis dinámico y desarrollo el uso de matrices de masa consistente, las cuales eran aplicables a sistemas de masa residual distribuida en barras y vigas dentro del análisis estructural. Futuras extensiones al método hicieron posible la adaptación de métodos de peso residual y en 1963, se comenzó a experimentar con el método de elementos finitos ya que se observó que al cambiar las ecuaciones de los nodos e implementar nuevas formulaciones, el método de elementos finitos, tenía algunas otras aplicaciones además del área de mecánica de materiales y aplicaciones estructurales. Con los trabajos de Melosh's [36] se exploraron los campos de flujo de fluidos, torsión de flechas y conducción de calor.

Trabajos posteriores como los de Lee [37], encontraron que cuando las formulaciones directas o las variantes a las mismas son difíciles o imposibles de usar, los modelos de masa residual eran apropiados en algunas de las veces. Por ejemplo, en 1977 Lyness et al [18] aplicó el método de masa residual para la determinación de campos magnéticos. En 1976 Belytschko [38] consideró problemas con deformaciones largas, comportamiento dinámico no lineal, y mejoró las técnicas numéricas para la solución de sistemas de ecuaciones, lo que significó un gran avance para la aplicación del método, y ya que, a partir de los 80s, con la mejora en el hardware disponible en el mercado, la aplicación del método de elementos finitos, viviría un auge sin precedentes. El rápido y evolutivo mundo de la computación, impulsaría a diferentes compañías de software, a incursionar en el desarrollo de este tipo de aplicaciones, ya que el método de elementos finitos, había traspasado las barreras de sus orígenes para análisis estructural y se había adecuado para una infinidad de aplicaciones y ramas de estudio, que van desde la ingeniería de alimentos, pasando por la ingeniería mecánica en la fórmula uno, la

ingeniería aeroespacial, hasta llegar a la simulación de sistemas atmosféricos y predicción del estado del tiempo.

Un relativamente nuevo campo de aplicación del método de elementos finitos es la bioingeniería [39], este campo aún tiene que enfrentar grandes retos al igual que muchos otros campos de estudio en donde se aplica el método, como son la modelación de materiales no lineales, no linealidades geométricas y geometrías complejas y otras dificultades de modelación que aún se están descubriendo. Desde hace ya más de medio siglo (principios de los 50s a la fecha), grandes avances se han hecho en la aplicación de elementos finitos para solucionar complejos problemas de la ingeniería. Ingenieros, matemáticos y otros científicos sin lugar a duda continuarán desarrollando nuevas aplicaciones para este método en diferentes disciplinas y áreas, ya que la necesidad de productos más confiables, eficientes y optimizados, está creando una tendencia para el desarrollo de nuevos productos.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Este capítulo se basa en los elementos teóricos que serán necesarios para cumplir con el objetivo del presente trabajo, ya que para el desarrollo de la técnica de superposición de imágenes es necesario hacer un análisis que requiere de principios básicos de la teoría de esfuerzos, así como fundamentos de la técnica de correlación de imágenes digitales.

2.1. Análisis de esfuerzo

Resistencia de un elemento expuesto a cargas externas. Las cargas externas originan esfuerzos internos en el elemento. Si se desea prevenir cualquier tipo de riesgo a la hora de utilizar algún producto desarrollado, se debe tener la plena certeza de que los esfuerzos que en éste se produzcan nunca excedan la resistencia calculada. En este apartado se contempla la manera de determinarlos, para posteriormente estudiar el concepto de resistencia y como relacionarlo con el esfuerzo y lograr la seguridad. Se debe tener en cuenta que los esfuerzos que sean calculados serán tan confiables como los valores de las cargas externas y las medidas geométricas que se empleen para determinarlos [40].

Cuando un producto se ha procesado, manufacturado y entregado al consumidor, el fabricante ya no puede tener control sobre el mismo, ni tampoco sobre las cargas externas a las que pueda someterse. Debido a este motivo, entre otros, surge la necesidad de realizar ensayos y pruebas experimentales, importantes en el diseño y desarrollo de una nueva máquina o dispositivo [40].

2.1.1 Diagrama esfuerzo deformación

Las propiedades mecánicas de un material se determinan a través del ensayo destructivo de muestra bajo condiciones de carga controladas, los mejores datos de propiedades de los materiales se obtienen a partir de pruebas destructivas o no destructivas bajo cargas en servicio. La American Society for Testing and Materials (ASTM) define las normas para probetas de prueba y procedimientos de ensayo para una diversidad de mediciones de propiedades de ensayo [41].

La prueba de materiales de uso más común es el ensayo a la tensión, que consiste en un material que se maquina con dimensiones estándar y longitud calibrada, la longitud calibrada es una longitud arbitraria señalada mediante 2 marcas de punzón para que el aumento pueda ser medido. La probeta esta pulida a terminación espejo para eliminar concentraciones de esfuerzos provenientes de defectos superficiales, la probeta es estirada lentamente hasta que se rompe mientras se observa continuamente la carga y la deformación. El resultado es una gráfica de esfuerzo deformación como se muestra en la figura 1 [41].

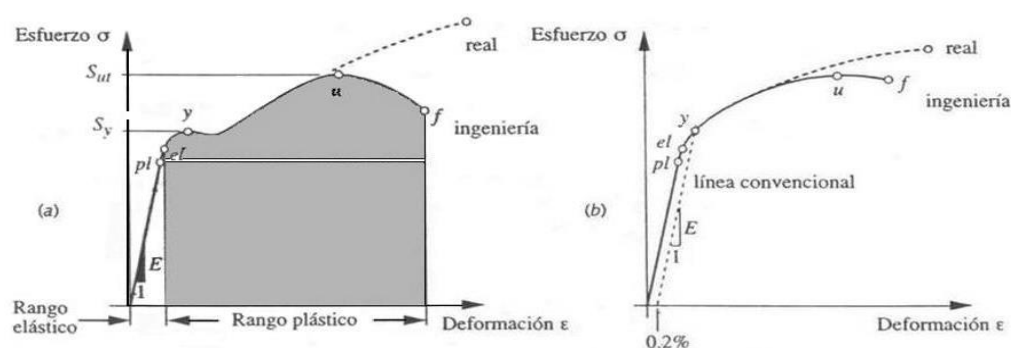


Figura 1. Curvas esfuerzo-deformación de ingeniería reales para materiales dúctiles: (a) Acero al bajo carbono (b) Acero recocido al alto carbono [40].

En el diagrama esfuerzo deformación los parámetros que se miden son la carga y la deflexión, pero lo que se grafica es el esfuerzo y la deformación, donde el esfuerzo se define como la carga por unidad de área (o carga unitaria) $\sigma = P/A$ donde "P" es la carga

aplicada en cualquier instante y "A" es el área de sección recta original de la probeta. En teoría el esfuerzo queda distribuido de manera uniforme en toda la sección transversal, las unidades de esfuerzo son psi o Pa.

La deformación es el cambio en longitud por unidad de longitud y se calcula a partir de $\epsilon = (l - l_0) / l_0$ donde " l_0 " es la longitud calibrada original y " l " es la longitud de la pieza a cualquier carga " P ", el resultado no tiene unidades.

El módulo de elasticidad es el límite de proporcionalidad, por debajo del cual el esfuerzo es proporcional a la deformación según la ley de Hooke $E = \sigma / \epsilon$, donde " E " define la pendiente de la curva esfuerzo deformación hasta su límite de proporcionalidad punto " p_l " de la figura 1b, y se conoce como módulo de Young o módulo de elasticidad, E es una medida de la rigidez del material en su rango elástico y tiene las unidades de esfuerzo.

El punto identificado como " e_l " en la figura 1 es el límite elástico, o sea, el punto más allá del cual el material sufrirá una deformación permanente, es decir una deformación plástica. El límite elástico marca la frontera entre las regiones de comportamiento elástico y plástico del material. El límite de proporcionalidad y el límite elástico están por lo general tan cerca, que se consideran uno mismo [41].

2.1.2 Equilibrio y diagrama de cuerpo libre

Si se supone que el sistema que se va a estudiar no tiene movimiento o, cuando mucho, tiene velocidad constante, entonces el sistema tiene aceleración cero. Bajo esta condición se dice que el sistema está en equilibrio. La frase equilibrio estático también se usa para implicar que el sistema está en reposo. En caso de equilibrio, las fuerzas y los momentos que actúan sobre el sistema se balancean de tal manera que:

$$\sum F = 0 \quad (1)$$

$$\sum M = 0 \quad (2)$$

lo cual establece que la suma de todas las fuerzas y la suma de todos los momentos que actúan sobre un sistema en equilibrio es cero.

2.1.2.1 Diagrama de cuerpo libre

El análisis de una estructura o máquina muy compleja se puede simplificar por medio del aislamiento sucesivo de cada elemento, para después estudiarlo y analizarlo mediante el empleo de diagramas de cuerpo libre. Cuando todos los elementos se han analizado de esta manera, el conocimiento se unifica para producir información respecto del comportamiento del sistema total. De esta forma, el diagrama de cuerpo libre es, en esencia, un medio para descomponer un problema complicado en segmentos manejables, analizar estos problemas simples y después reunir toda la información.

2.1.3 Fuerza cortante y momentos flexionantes en vigas

En la figura 2 se muestra una viga que se apoya en las reacciones R1 y R2 cargada con las fuerzas concentradas F1, F2 y F3. Si la viga se corta en alguna sección localizada en $x = x_1$ y se quita la parte izquierda como en un diagrama de cuerpo libre, deben actuar una fuerza cortante interna V y un momento flexionante M sobre la superficie cortada para asegurar el equilibrio. La fuerza cortante se obtiene sumando las fuerzas a la izquierda de la sección cortada. El momento flexionante es la suma de los momentos de las fuerzas a la izquierda de la sección tomada respecto de un eje a través de la sección aislada. En la figura 3 se muestran las convenciones de signo usadas para el momento flexionante y la fuerza cortante. La fuerza cortante y el momento flexionante se relacionan mediante la ecuación 3.

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (3)$$

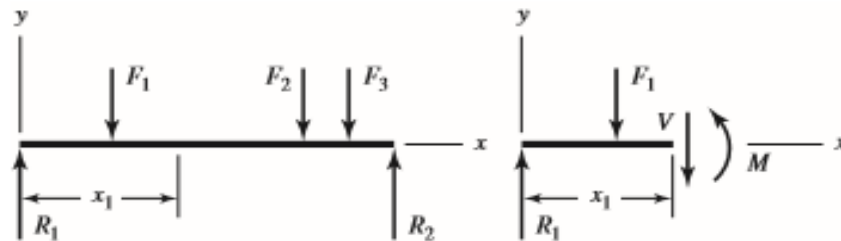


Figura 2. Diagrama de cuerpo libre de una viga simplemente apoyada [40].

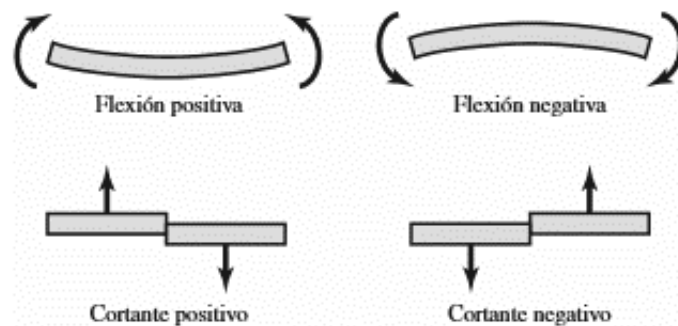


Figura 3. Convenciones de signos de la flexión y el cortante [40].

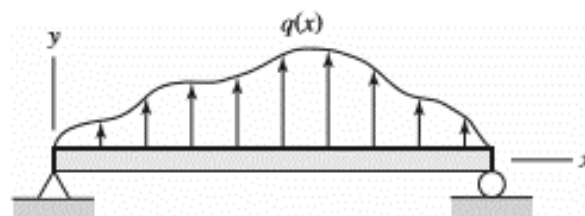


Figura 4. Carga distribuida sobre una viga [40].

Algunas veces la causa de la flexión es una carga distribuida $q(x)$ que se llama intensidad de carga, con unidades de fuerza por unidad de longitud y es positiva en la dirección positiva de y . Puede mostrarse que al diferenciar la ecuación (3) resulta:

$$\frac{dV}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} = q \quad (4)$$

Normalmente, la carga distribuida que se aplica se dirige hacia abajo y se marca como w (por ejemplo, vea la figura 4). En este caso, $w = -q$. Cuando se integran las ecuaciones (3) y (4) se revelan relaciones adicionales. De esta manera, si se integra entre, digamos, x_A y x_B , se obtiene

$$\int_{V_A}^{V_B} dV = \int_{x_A}^{x_B} q dx = V_B - V_A \quad (5)$$

en la cual se establece que el cambio en la fuerza cortante de A a B es igual al área del diagrama de carga entre x_A y x_B . De manera similar,

$$\int_{M_A}^{M_B} dM = \int_{x_A}^{x_B} V dx = M_B - M_A \quad (6)$$

donde se establece que el cambio de momento desde A hasta B es igual al área del diagrama de la fuerza cortante entre x_A y x_B .

2.1.4. Esfuerzo

Los componentes cartesianos del esfuerzo se establecen mediante la definición de tres superficies mutuamente ortogonales en un punto dentro del cuerpo. Las normales a cada superficie establecerán los ejes cartesianos x , y , z . En general, cada superficie tendrá un esfuerzo normal y uno cortante. El esfuerzo cortante puede tener componentes a lo largo de dos ejes cartesianos. Por ejemplo, en la figura 5 se muestra el aislamiento de un área superficial infinitesimal en el punto Q dentro de un cuerpo donde la normal a la superficie es la dirección x . El esfuerzo normal se denomina σ_x . El símbolo σ indica un esfuerzo normal, mientras que el subíndice x señala la dirección de la normal a la superficie. El

esfuerzo cortante neto que actúa sobre la superficie es $(\tau_x)_{total}$, el cual puede descomponerse en componentes en las direcciones y y z, los cuales se marcan como τ_{xy} y τ_{xz} , respectivamente (vea la figura 5). Observe que los dobles subíndices son necesarios para el cortante. El primer subíndice indica la dirección de la normal a la superficie mientras que el segundo es la dirección del esfuerzo cortante.

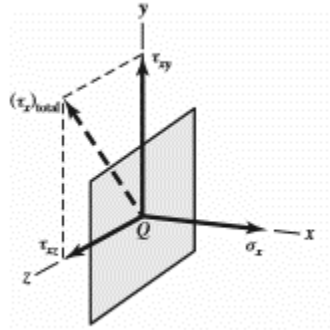


Figura 5. Componentes del esfuerzo sobre la superficie normal a la dirección x [40].

Como se muestra en la figura 6a, la cual ilustra un elemento del estado general de esfuerzo tridimensional, se puede apreciar cómo se presentan seis esfuerzos cortantes T_{xy} , T_{yx} , T_{yz} , T_{zy} , T_{zx} y T_{xz} , todos positivos; y, también tres esfuerzos normales σ_x , σ_y y σ_z positivos. El elemento está en equilibrio estático y, por lo tanto [40]:

$$T_{xy} = T_{yx} \quad T_{yz} = T_{zy} \quad T_{zx} = T_{xz} \quad (7)$$

Se consideran esfuerzos de tensión positivos los dirigidos hacia afuera del elemento. Los cortantes son positivos si actúan en la dirección positiva de un eje de referencia. El primer subíndice de una componente de esfuerzo cortante indica el eje coordenado, que es perpendicular a la cara del elemento; el segundo indica el eje de coordenadas paralelo a dicha componente. Las caras negativas del elemento tendrán esfuerzos cortantes que actúan en dirección opuesta, pero también se les considera positivos [40].

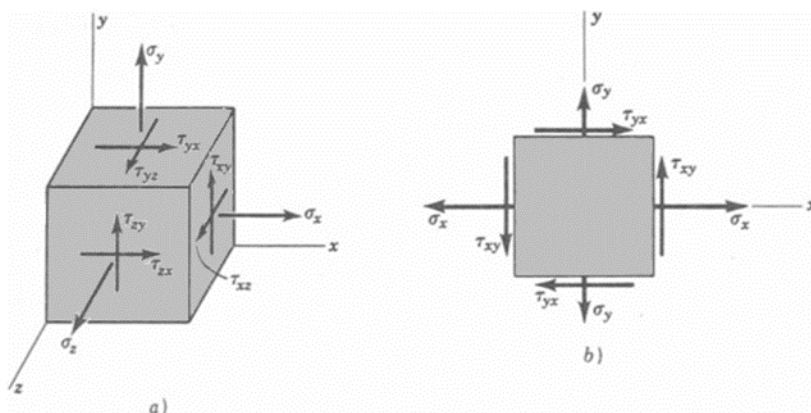


Figura 6. Esfuerzos de tensión que actúan sobre un elemento dado [40].

El estado de esfuerzo plano o biaxial se muestra en la figura 6b. En este caso sólo los esfuerzos normales se tratarán como positivos o negativos. Los sentidos de las componentes de un esfuerzo cortante se especifican de acuerdo con el sentido en que giran las manecillas del reloj (s.r.), o bien, en sentido contrario (s.c.r.). De acuerdo con esto en la figura 6b τ_{yx} es de s.r. y τ_{xy} es de s.r. [40].

2.1.5. Círculo de Morh

Un método gráfico utilizado para facilitar el cálculo de esfuerzos en planos con ángulos de inclinación es el círculo de Morh. Uno de los problemas de diseño más importantes es el de relacionar la resistencia de un elemento mecánico con los esfuerzos internos producidos por las cargas externas [40].

A continuación, se tratarán los esfuerzos σ y τ que actúan en ese plano (vea figura 7). Al sumar las fuerzas correspondientes a todas las componentes de esfuerzo e igualarlas a cero, los esfuerzos σ y τ serán:

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\phi + \tau_{xy} \sin 2\phi \quad (8)$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\phi + \tau_{xy} \cos 2\phi \quad (9)$$

Derivando la primera ecuación con respecto a ϕ e igualando a cero el resultado es:

$$\tan 2\phi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (10)$$

La ecuación (10) determina dos valores particulares del ángulo 2ϕ , uno de los cuales define el esfuerzo normal máximo σ_1 , y el otro el esfuerzo normal mínimo σ_2 . A estos dos esfuerzos se les da el nombre de *esfuerzos principales* y a sus direcciones correspondientes se les llama *direcciones principales*. El ángulo entre las direcciones principales es de 90° . De manera semejante se deriva la ecuación (9), se iguala a cero el resultado y se obtiene:

$$\tan 2\phi = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad (11)$$

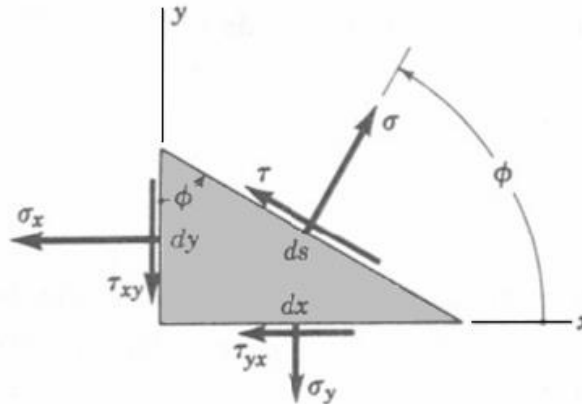


Figura 7. Comportamiento de esfuerzos en un plano inclinado [40].

La ecuación (11) define los dos valores de 2ϕ , en los que el esfuerzo cortante τ alcanza un valor máximo [40].

Se puede observar que la ecuación (10) se puede escribir en la forma siguiente:

$$2\tau_{xy} \cos 2\phi = (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\phi$$

o bien

$$\sin 2\phi = \frac{2\tau_{xy} \cos 2\phi}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (12)$$

Si ahora se sustituye la ecuación (12) de $\sin 2\phi$ en la ecuación (9), se obtiene

$$\tau = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \frac{2\tau_{xy} \cos 2\phi}{\sigma_x - \sigma_y} + \tau_{xy} \cos 2\phi = 0 \quad (13)$$

La ecuación (13) indica que el esfuerzo cortante que se aplica en las dos direcciones principales es igual a cero.

Si se despeja $\sin 2\phi$ de modo semejante en la ecuación (11) y se sustituye el resultado en la ecuación (8), se tiene que

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (14)$$

La ecuación (14) indica que los dos esfuerzos normales ejercidos en las direcciones de los dos esfuerzos cortantes máximos son iguales entre sí.

Las fórmulas de los dos esfuerzos principales se pueden obtener sustituyendo el ángulo 2ϕ de la ecuación (10) en la (8). El resultado es:

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (15)$$

De manera similar, los dos esfuerzos cortantes máximos serán:

$$\tau_1, \tau_2 = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (16)$$

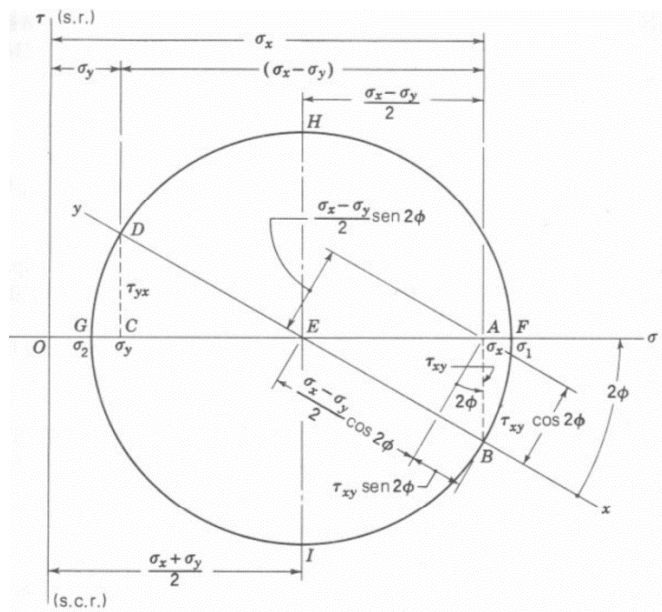


Figura 8. Círculo de Mohr [40].

El diagrama del círculo de Mohr, es un método gráfico para expresar las relaciones obtenidas en esta sección, el cual es un medio eficaz para determinar el estado de esfuerzo en un punto y conocer la dirección de los diversos componentes relacionados al esfuerzo plano. Como se muestra en la figura 8, se define un sistema de coordenadas, donde los cortantes se presentan como ordenadas y los esfuerzos normales como abscisas.

En el eje de las ordenadas los esfuerzos cortantes que tienen el sentido de las agujas del reloj (s. r) se definen dibujándolas hacia arriba, y los esfuerzos cortantes que tienen un sentido contrario al del reloj (s.c.r.) se trazan hacia abajo. En el eje de las abscisas, los esfuerzos normales de tensión los cuales son positivos se trazan a la derecha del origen O, y los esfuerzos normales de compresión (negativos), se marcan a la izquierda.

2.1.6. Esfuerzos normales para vigas en flexión

Para definir las relaciones correspondientes a los esfuerzos normales por flexión, se debe tomar como base las condiciones ideales que se describen a continuación:

1. La viga se somete a flexión pura; esto significa que la fuerza cortante es cero y que no hay cargas axiales o de torsión.
2. El material es isótropo y homogéneo.
3. El material cumple la ley de Hooke.
4. La viga es inicialmente recta y su sección transversal es constante en toda su longitud.
5. La viga tiene un eje de simetría en el plano de la flexión.
6. Las dimensiones de la viga son tales que sólo puede fallar por flexión y no por aplastamiento, corrugación o pandeo lateral.
7. Las secciones transversales planas permanecen así durante la flexión.

La parte de una viga en la que actúa un momento flexionante positivo ' M ' se muestra en la figura 9a. El eje "y" es el eje de simetría y el eje "x" coincide con el eje neutro de la viga, y el plano 'xz' que contiene los ejes neutros de todas las secciones recibe el nombre de plano o superficie neutra [40].

Cuando se aplica un momento positivo la superficie superior de la viga se flexiona hacia abajo al igual que el eje neutro esto se puede apreciar en la figura 9b. Antes de presentarse la curvatura, habrá una sección AB originalmente paralela a CD , puesto que la viga era recta, posteriormente girará en un ángulo " d " hasta la posición $A'B'$, AB y $A'B'$ son rectas, de modo que se ha verificado la hipótesis de que las secciones planas permanecen así durante la flexión [40].

Si utilizamos “ ρ ”, para representar el radio de curvatura del eje neutro de la viga, “ ds ” para la longitud de un elemento diferencial de dicho eje y “ $d\phi$ ” para el ángulo entre las rectas CD y $A'B'$, entonces de la definición de curvatura se tiene

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\phi}{ds} \quad (17)$$

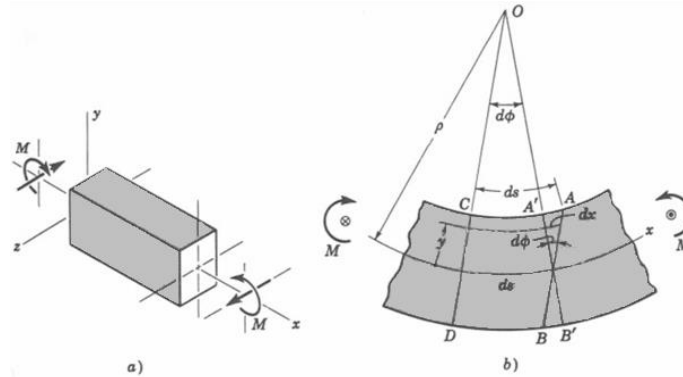


Figura 9. Viga sujeta a momentos positivos [40].

Se puede apreciar en la figura 9b, el cambio de longitud de una “fibra” separada del eje neutro por una distancia, y es:

$$dx = y d\phi \quad (18)$$

La deformación es igual a ese cambio dividido entre la longitud original, o sea:

$$\epsilon = -\frac{dx}{ds} \quad (19)$$

donde el signo negativo indica compresión. Si sustituimos las ecuaciones (17) y (19) en la ecuación (18) obtenemos:

$$\epsilon = -\frac{y}{\rho} \quad (20)$$

De esta forma, la deformación es proporcional a la distancia “ y ” desde el eje neutro. Si ahora aplicamos la fórmula del esfuerzo “ $\sigma = E\epsilon$ ” y la sustituimos en la ecuación (20) se tiene que

$$\sigma = -\frac{Ey}{\rho} \quad (21)$$

Esto significa que no actúan fuerzas axiales en la viga ya que se trata de flexión pura. Lo anterior se puede expresar en forma matemática sumando todas las fuerzas horizontales que actúan en la sección transversal e igualando la suma a cero. La fuerza que actúa sobre un elemento de área dA es σdA ; por lo tanto [40]

$$\int \sigma dA = -\frac{E}{\rho} \int y dA = 0 \quad (22)$$

La ecuación (22) determina la localización del eje neutro de la sección. El momento estático o de primer orden del área transversal con respecto al eje neutro corresponde a la segunda integral de la ecuación (22), y es igual a cero, por lo tanto, dicho eje pasa por el centroide del área.

Después se puede observar que el equilibrio requiere que el momento flexionante interno, originado por el esfuerzo u , sea igual al momento externo M . Por lo tanto,

$$M = \int y \sigma dA = \frac{E}{\rho} \int y^2 dA \quad (23)$$

La segunda integral de la ecuación (23) es el momento de inercia del área transversal con respecto al eje z . Esto es

$$I = \int y^2 dA \quad (24)$$

A este momento también se le llama *momento de segundo orden de área*, ya que esta última magnitud carece de inercia. El verdadero momento de inercia se refiere a la masa. Si después se resuelven las ecuaciones (23) y (24) y se reordena, queda

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (25)$$

Con esta ecuación se pueden determinar las deflexiones en las vigas. Por último, al eliminar ρ sustituyendo las ecuaciones (21) y (25) resulta

$$\sigma = -\frac{My}{I} \quad (26)$$

La ecuación (26) establece que el esfuerzo por flexión es directamente proporcional a la distancia “ y ” desde el eje neutro y al momento flexionante “ M ”, como se indica en la figura 10. Se acostumbra hacer la sustitución $c = y_{\max}$ omitir el signo negativo y escribir [40].

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad (27)$$

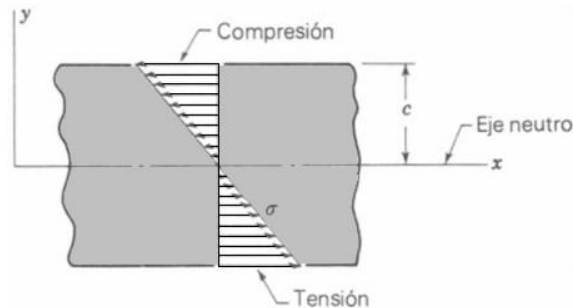


Figura 10. Proporcionalidad entre esfuerzos de compresión y tensión [40].

La ecuación (27) da el valor del esfuerzo máximo. Cuando se sabe qué sentido tiene el momento, se determina a simple vista si los esfuerzos máximos son de tensión o de compresión. También es común escribir la ecuación (27) en cualquiera de estas otras formas donde $Z = I/c$ se llama *módulo de sección* [40].

$$\sigma = \frac{M}{I/c} \quad \sigma = \frac{M}{Z} \quad (28)$$

2.1.7 Esfuerzos cortantes para vigas en flexión

La mayoría de vigas presentan fuerzas cortantes y momentos flexionantes solo en ocasiones se presentan vigas a flexión pura es decir vigas con fuerza cortante igual a cero.

En la figura 11 se ilustra una viga de sección transversal constante sometida a una fuerza cortante V y a un momento flexionante M en x . Debido a la carga externa y a V , la fuerza cortante y el momento flexionante cambian con respecto a x . En $x + dx$ la fuerza cortante y el momento flexionante son $V + dV$ y $M + dM$, respectivamente. Si sólo se consideran fuerzas en la dirección x , en la figura 12 se muestra la distribución de esfuerzo σ_x debido a los momentos flexionantes. Si dM es positiva, con el momento flexionante en crecimiento, los esfuerzos sobre la cara derecha, para un valor dado de y , son mayores que los esfuerzos sobre la cara izquierda. Si posteriormente se aísla el elemento y se realiza un corte en $y = y_1$ como se muestra en la figura 12, la fuerza total en la dirección x estará dirigida hacia la izquierda con un valor de:

$$\int_{y_1}^c \frac{(dM)y}{I} dA \quad (29)$$

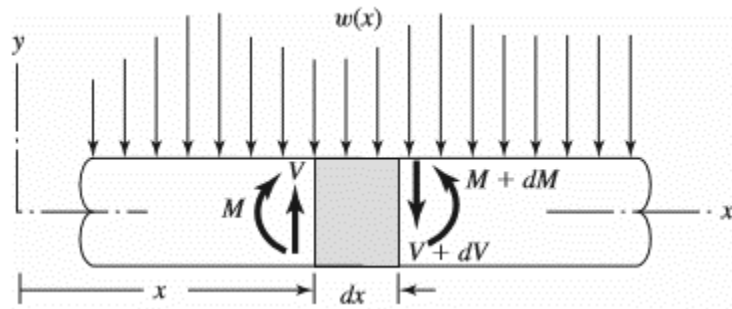


Figura 11. Viga sometida a fuerza cortante y momento flexionante en x [40].

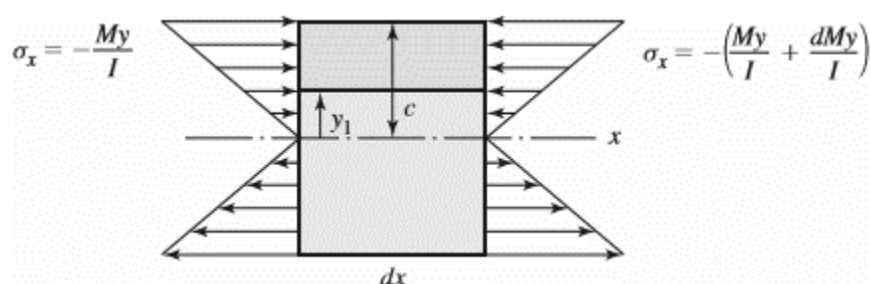


Figura 12. Distribución de esfuerzo y momentos flexionantes en la viga [40].

como se muestra en la figura 13. Para lograr el equilibrio se requiere una fuerza cortante sobre la cara inferior, que se dirija hacia la derecha. Esta fuerza cortante da lugar a un esfuerzo cortante τ , donde, si se supone uniforme, la fuerza es $\tau b dx$.

$$\tau b dx = \int_{y_1}^c \frac{(dM)y}{I} dA \quad (30)$$

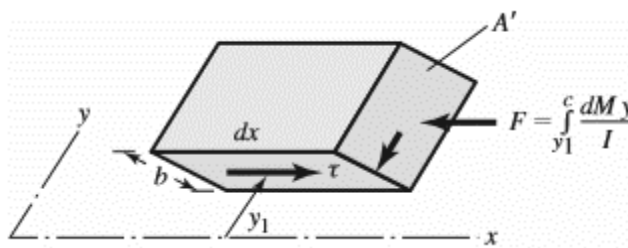


Figura 13. Vista girada de la viga sometida a esfuerzo [40].

De la ecuación (30) el término dM/I puede sacarse de la integral y $b \, dx$ suele colocarse en el lado derecho de la ecuación, entonces de la ecuación anterior se puede transformar en lo siguiente

$$\tau = \frac{V}{Ib} \int_{y_1}^c y \, dA \quad (31)$$

De la ecuación (31) la integración es el primer momento del área A' con respecto al eje neutro esta integral se conoce comúnmente como Q , de esta manera

$$Q = \int_{y_1}^c y \, dA = y' A' \quad (32)$$

El área aislada de y_1 a c , y' es la distancia en la dirección y desde el plano neutro hasta el centroide del área A' . Con esto, la ecuación (31) se puede expresar también así

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (33)$$

Al momento de utilizar la ecuación (33) es necesario notar que b es el ancho de la sección en $y=y_1$, Asimismo, I es el segundo momento del área de toda la sección alrededor del eje neutro.

2.1.8 Esfuerzos cortantes en vigas con sección estándar

La distribución del esfuerzo cortante en una viga depende de cómo varía Q/b como una función de y_1 . Aquí se mostrará cómo determinar la distribución del esfuerzo cortante en una viga con sección rectangular y proporcionar resultados de valores máximos del esfuerzo cortante para otras secciones transversales estándar. En la figura 16 se presenta una parte de una viga sometida a una fuerza cortante V y a un momento flexionante M . Como resultado de este último, se desarrolla un esfuerzo normal σ en una

sección transversal como la que se denota por A-A, la cual está en compresión arriba del eje neutro y en tensión abajo del mismo. Para investigar el esfuerzo cortante a una distancia y_1 por encima del eje neutro, se selecciona un elemento de área dA a una distancia y , arriba del eje neutro. Entonces, $dA = b dy$, y la ecuación (33) se convierte en

$$Q = \int_{y_1}^c y dA = y dA = b \int_{y_1}^c y dy = \frac{by^2}{2} \Big|_{y_1}^c = \frac{b}{2} (c^2 - y_1^2) \quad (34)$$

Al sustituir este valor de Q en la ecuación (33) se obtiene la ecuación general del esfuerzo cortante en una viga rectangular.

$$\tau = \frac{V}{2I} (c^2 - y_1^2) \quad (35)$$

En la Figura 14 se muestra que el segundo momento del área de una sección rectangular es $I = bh^3/12$; sustituyendo $h = 2c$ y $A = bh = 2bc$ se tiene:

$$I = \frac{Ac^2}{3} \quad (36)$$

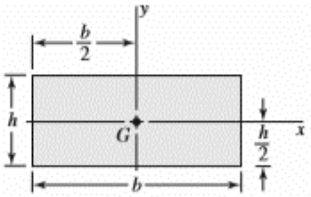
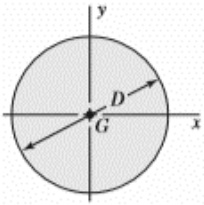
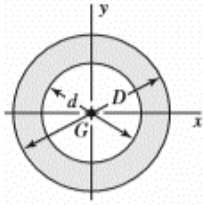
$A = \text{área}$ $G = \text{ubicación del centroide}$ $I_x = \int y^2 dA = \text{segundo momento de área con respecto al eje } x$ $I_y = \int x^2 dA = \text{segundo momento de área con respecto al eje } y$ $I_{xy} = \int xy dA = \text{momento mixto de área con respecto a los ejes } x \text{ y } y$ $J_G = \int r^2 dA = \int (x^2 + y^2) dA = I_x + I_y$ $= \text{segundo momento polar de área con respecto al eje que pasa por } G$ $k_x^2 = I_x/A = \text{radio de giro al cuadrado con respecto al eje } x$	
Rectángulo	 $A = bh \quad I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_y = \frac{b^3h}{12} \quad I_{xy} = 0$
Círculo	 $A = \frac{\pi D^2}{4} \quad I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} \quad I_{xy} = 0 \quad J_G = \frac{\pi D^4}{32}$
Círculo hueco	 $A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) \quad I_x = I_y = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) \quad I_{xy} = 0 \quad J_G = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$

Figura 14. Tabla de propiedades geométricas [40].

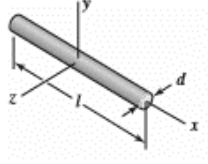
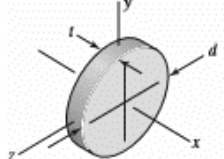
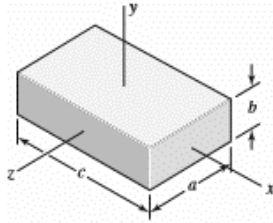
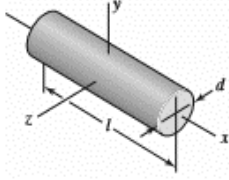
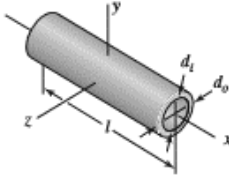
Varillas  $m = \frac{\pi d^2 l \rho}{4g} \quad I_y = I_z = \frac{ml^2}{12}$
Discos redondos  $m = \frac{\pi d^2 t \rho}{4g} \quad I_x = \frac{md^2}{8} \quad I_y = I_z = \frac{md^2}{16}$
Prismas rectangulares  $m = \frac{abc\rho}{g} \quad I_x = \frac{m}{12}(a^2 + b^2) \quad I_y = \frac{m}{12}(a^2 + c^2) \quad I_z = \frac{m}{12}(b^2 + c^2)$
Cilindros  $m = \frac{\pi d^2 l}{4g} \quad I_x = \frac{md}{8} \quad I_y = I_z = \frac{m}{48}(3d^2 + 4l^2)$
Cilindros huecos  $m = \frac{\pi (d_o^2 - d_i^2) l \rho}{4g} \quad I_x = \frac{m}{8} (d_o^2 + d_i^2) \quad I_y = I_z = \frac{m}{48} (3d_o^2 + 3d_i^2 + 4l^2)$

Figura 15. Continuación de propiedades geométricas [40].

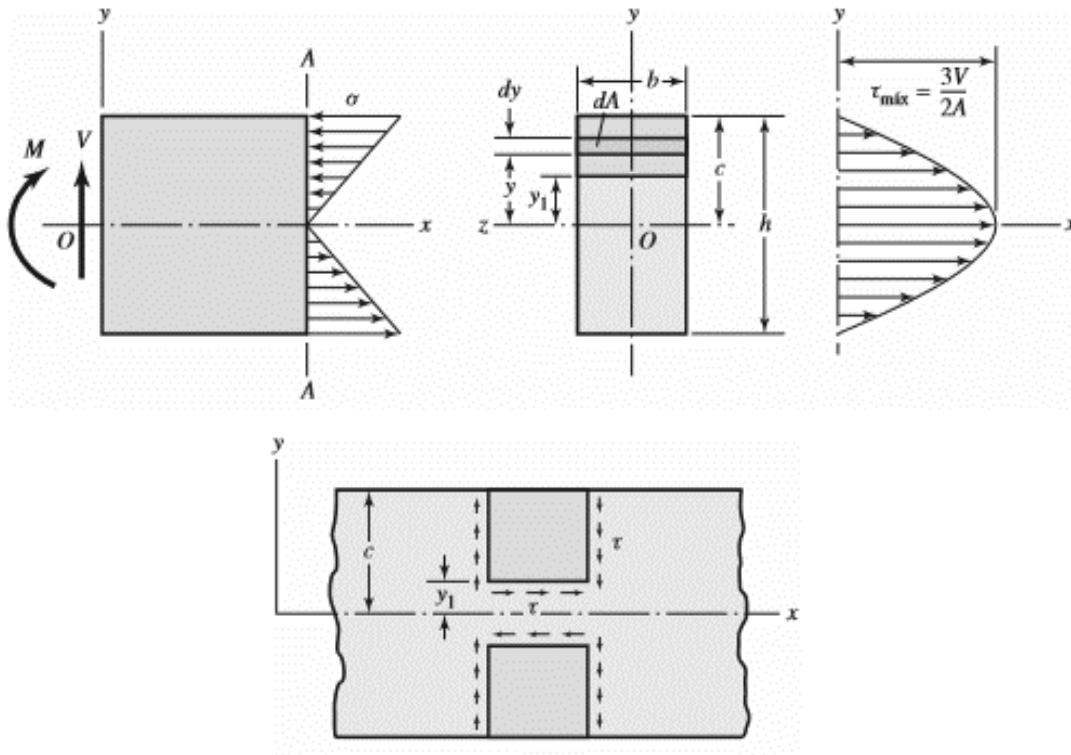


Figura 16. Esfuerzos cortantes en una viga rectangular [40].

Si ahora se utiliza este valor de I en la ecuación (36) y se reordenan términos, se obtiene

$$\tau = \frac{3V}{2A} \left(1 - \frac{y_1^2}{c^2} \right) \quad (37)$$

Note que el esfuerzo cortante máximo ocurre cuando $y_1 = 0$, que está en el eje neutro de flexión. Así,

$$\tau_{\max} = \frac{3V}{2A} \quad (38)$$

En el caso de una sección rectangular. A medida que se aleja del eje neutro, el esfuerzo cortante disminuye parabólicamente hasta que es cero en la superficie exterior donde y_1

$= \pm c$, como se muestra en la figura 16. Aquí es particularmente interesante y significativo observar que el esfuerzo cortante es máximo en el eje neutro, donde el esfuerzo normal, debido a la flexión es cero, y que el esfuerzo cortante es cero en las superficies exteriores, donde el esfuerzo flexionante corresponde a un máximo. El esfuerzo cortante horizontal siempre está acompañado por un esfuerzo cortante vertical de igual magnitud, por lo cual la distribución se representa en un diagrama como el que se muestra en la figura 16. También en la figura 16 se ve que el esfuerzo cortante τ sobre las superficies verticales varía junto con y . Casi siempre se muestra interés por el cortante horizontal τ en la figura 16, el cual es casi uniforme cuando y es constante. El cortante horizontal máximo ocurre donde el cortante vertical es el mayor. Por lo general esto sucede en el eje neutro, pero quizá no sea así si el ancho b es menor en alguna otra sección. Aún más, si la sección es tal que b se pueda minimizar en un plano no horizontal, entonces el esfuerzo cortante horizontal ocurre en un plano inclinado. En la figura 17 se presentan las fórmulas del esfuerzo cortante máximo por flexión para los perfiles que se usan con mayor frecuencia.

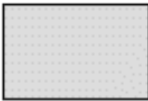
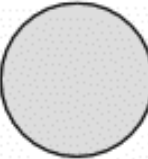
Forma de la viga	Fórmula	Forma de la viga	Fórmula
 Rectangular	$\tau_{\text{máx}} = \frac{3V}{2A}$	 Circular hueca con pared delgada	$\tau_{\text{máx}} = \frac{2V}{A}$
 Circular	$\tau_{\text{máx}} = \frac{4V}{3A}$	 Viga I estructural (con pared delgada)	$\tau_{\text{máx}} = \frac{V}{A_{\text{Alma}}}$

Figura 17. Formulas del esfuerzo cortante máximo debido a flexión [40].

2.2 fundamentos de imágenes digitales

El procesamiento digital de imágenes es el conjunto de técnicas que se aplican a las imágenes digitales con el objetivo de mejorar la calidad o facilitar la búsqueda de información [42].

El interés de los métodos de procesamiento de imágenes digitales se fundamenta en dos áreas principales de aplicación: a) Mejor calidad para la interpretación humana; b) Procesamiento de los datos de la escena para la percepción autónoma de las máquinas. En el intento por dotar a las máquinas de un sistema de visión aparece el concepto de visión artificial. En la mayoría de los sistemas, la capacidad sensorial de la visión es complementada con mecanismos sensoriales tales como: detectores de alcance de profundidad o de proximidad [42]. Desde una perspectiva general, la visión artificial es la capacidad de la máquina para ver el mundo que le rodea, más precisamente para deducir la estructura y las propiedades del mundo tridimensional a partir de una o más imágenes bidimensionales.

2.2.1 Captura de imágenes

La generación de una imagen en un tiempo particular conlleva el muestreo de la imagen definida de forma continua en un conjunto discreto de localizaciones del plano de la imagen y luego la cuantización de dicha muestra. Esto es, determinar el valor de la imagen y luego la cuantización de dicha muestra. Esto es, determinar el valor de la imagen continua en cada una de las diferentes localizaciones discretas de la imagen (cada valor localizado de forma discreta se denomina muestra de la imagen) y luego asignar a cada muestra una etiqueta entera discreta, que es representativa del rango en el que varía la muestra [43]. Una vez hecha esta cuantificación se obtiene una imagen digital, que es como se representa en la computadora, es decir, tendremos una matriz de números enteros en la cual cada valor entero representa la reflectancia de los objetos de la escena en un tiempo discreto y en un punto discreto del plano de la imagen.

Los principales dispositivos para la captura de imágenes usados para la visión artificial son las cámaras de televisión y los dispositivos de acoplamiento de carga (CCD). Los primeros producen una señal continua de vídeo, en donde el número de líneas (propio de cada sistema de video) y la frecuencia de muestreo originan lo que se conoce como nivel de resolución espacial, el muestreo espacial junto con la cuantización en amplitud origina la imagen digital. En cuanto a los dispositivos CCD, que generalmente producen una señal continua de video, cabe distinguir dos categorías: sensores de exploración de línea y de área. Un sensor CCD de exploración de línea consta de una fila de M elementos semiconductores llamados fotosites. Los fotones procedentes de la escena excitan el elemento semiconductor, de forma que el grado de excitación es proporcional a la intensidad luminosa o reflectancia en ese punto. Una imagen en este tipo de sensores se obtiene cuando se han captado N imágenes lineales. Este tipo de sensores tiene una gran aceptación en aplicaciones donde los objetos se mueven en dirección perpendicular a la dirección de captura del sensor, de suerte que dicho movimiento produce la imagen bidimensional. Los sensores de área son similares a los de exploración de línea, pero con la diferencia que los fotosites se agrupan en forma de matriz con M elementos por fila y N elementos por columna.

Independientemente del tipo de sensor utilizado, la imagen que ha de ser tratada por la computadora se presenta digitalizada espacialmente en forma de matriz con una resolución de $M \times N$ elementos. Cada elemento de la matriz, denominado píxel (Picture element), tendrá un valor asignado que corresponde con el nivel de luminosidad del punto correspondiente en la escena captada, dicho valor es el resultado de la cuantización de intensidad o nivel de gris. Los términos intensidad y nivel de gris se suelen usar indistintamente.

2.2.2 Estructura de una imagen

Una imagen digital en escala de grises es una matriz de $M \times N$ elementos numéricos cuyos valores posibles van del 0 (negro) al 255 (blanco), siendo este número la intensidad luminosa en determinado punto o píxel. Por convención el origen de la imagen se encuentra en el extremo izquierdo superior y para su procesamiento los valores son normalizados, tal como se muestra en la figura 18 [44].

Una imagen digital a colores está formada por tres matrices de $M \times N$ elementos numéricos cuyos valores posibles van del 0 (negro) al 255 (blanco), cada elemento numérico representa la intensidad luminosa en cada una de las bandas espectrales del RGB (Rojo, Verde, Azul), de cada punto o píxel. A diferencia de las imágenes en escala de grises, las imágenes a color requieren de la combinación de las tres bandas de color para representar el color de un píxel (Figura 19). Por ejemplo, un determinado punto blanco de una imagen en escala de grises se describiría: $P(x, y) = 255$, sin embargo en una imagen a colores para describir el color del mismo punto se realizaría así: $P(x, y) = (255, 255, 255)$, esto debido a que el $(0, 0, 0)$ corresponde al negro absoluto y el $(255, 255, 255)$ al blanco absoluto [43].

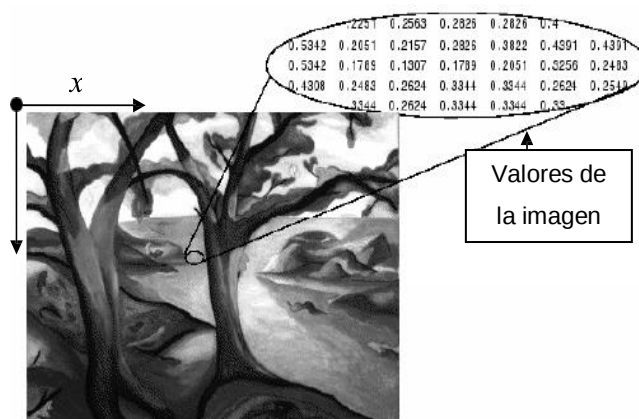


Figura 18. Imagen digital en escala de grises [43].

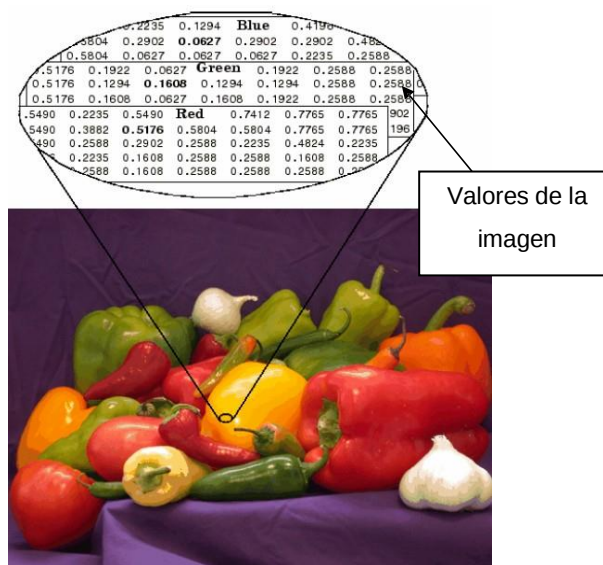


Figura 19. Imagen Digital RGB [43].

2.2.3. Modelo RGB

En el modelo RGB cada color aparece en sus componentes espectrales primarios; rojo verde y azul [44]. Este modelo está basado en el sistema de coordenadas cartesianas. El subespacio de color de interés es el tetraedro mostrado en la Figura 20, en el cual, los valores RGB están en 3 vértices; cyan, magenta y amarillo, el negro corresponde al origen y el blanco al vértice más alejado del origen. En este modelo, la escala de grises se extiende desde el negro al blanco a lo largo de la diagonal que une esos dos puntos, y los colores son puntos dentro del tetraedro, definidos por vectores desde el origen. Por conveniencia, se asume que todos los vectores han sido normalizados, de modo que el tetraedro de la Figura 20 es el tetraedro unitario, es decir, todos los valores de R, G y B están en el rango [0,1]. Las imágenes de este modelo se forman por la combinación en diferentes proporciones de cada uno de los colores primarios RGB. Esto es lo que ocurre en los fotosensores de los monitores o de las videocámaras.

2.3 Métodos para reconstruir objetos en tres dimensiones.

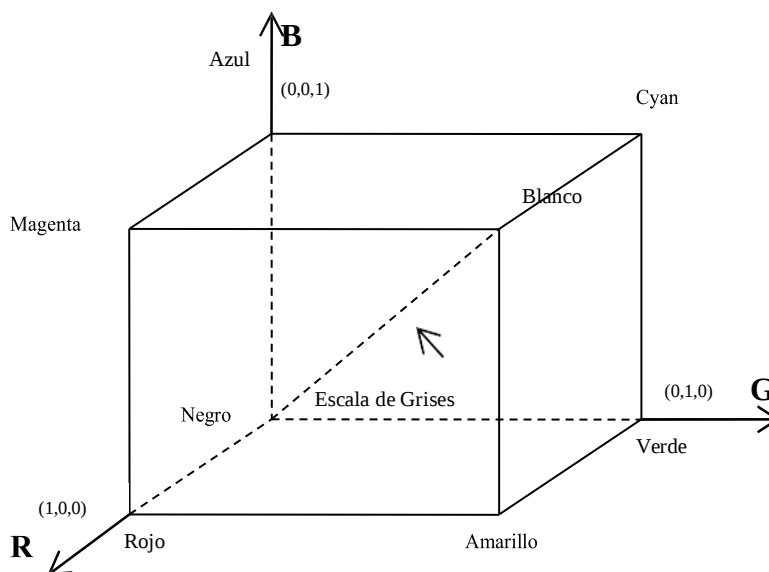


Figura 20. Tetraedro de color RGB. Los puntos a lo largo de la diagonal principal tienen valores de gris, desde el negro en el origen al punto $(1,1,1)$ [45].

Además de las aplicaciones de la digitalización en ingeniería inversa (por ejemplo, réplicas de modelos, ingeniería de producto, inspección dimensional, control de calidad, aplicaciones avanzadas de ingeniería), se pueden mencionar las aplicaciones médicas, arte y restauración, comercio electrónico, aplicaciones multimedia, aplicaciones avanzadas, etc., [46]. De lo mencionado anteriormente se intuye la importancia de las técnicas de digitalización, que son clasificadas en dos grandes grupos: sistemas con contacto (digitalizadores mecánicos) y sin contacto (digitalizadores láser y sistemas de visión óptica) [45].

2.4 Fundamentos de la técnica DIC.

En el desarrollo de la técnica de correlación de imágenes principalmente hay dos pasos:

2.4.1 Preparación de las probetas.

Para poder analizar imágenes mediante DIC, estas deben tener una distribución aleatoria de intensidad en la escala de grises, para ello se aplica de forma aleatoria puntos negros sobre un fondo blanco en la probeta sobre la que se realiza el ensayo (Figura 21). El tamaño que tengan los puntos negros sobre la superficie puede influir en la precisión de los resultados obtenidos, teniendo que buscar cuál es la relación óptima dependiendo del ensayo a realizar [47].

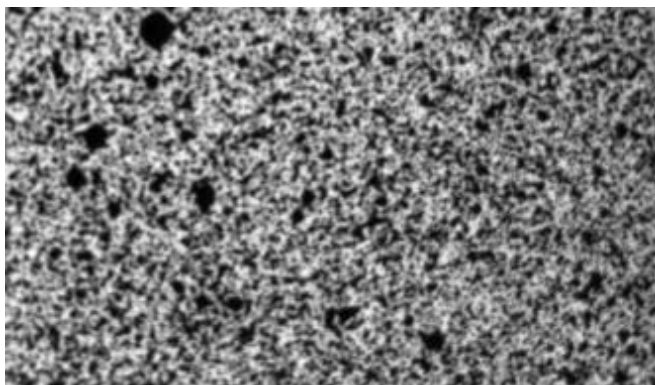


Figura 21. Imagen digital para ser analizada mediante DIC [47].

2.4.2 Preprocesado

Una vez recogidas las imágenes durante la aplicación de la carga, se tiene una secuencia de imágenes desde el estado inicial o de referencia hasta el final o deformado, la técnica de correlación de imágenes calcula el movimiento en cada uno de los puntos de las imágenes comparando la imagen en estudio con la imagen de referencia.

Para el cálculo del movimiento, la imagen es dividida de forma uniforme en distintos conjuntos, generalmente cuadrados, llamados facetas. Cada faceta será procesada para calcular el valor medio de la escala de grises existente en cada una de ellas y se buscará la misma faceta en la imagen deformada. Para el proceso de búsqueda en la imagen

deformada se establece un área de análisis sobre la que se hará la correlación, esta área de búsqueda se especifica con el número de píxeles en el que se superponen los centros de las facetas. Para un punto P cualquiera de la imagen, una faceta cuadrada de dimensiones $(2M+1) \times (2M+1)$ de píxeles centrada en el punto $P=(x_0, y_0)$ de la imagen de referencia es elegida y buscada en la imagen deformada. Para evaluar cada una de las facetas de la imagen de referencia y la de la imagen deformada, un criterio de correlación debe ser preestablecido para realizar el cálculo [48] (Figura 22).

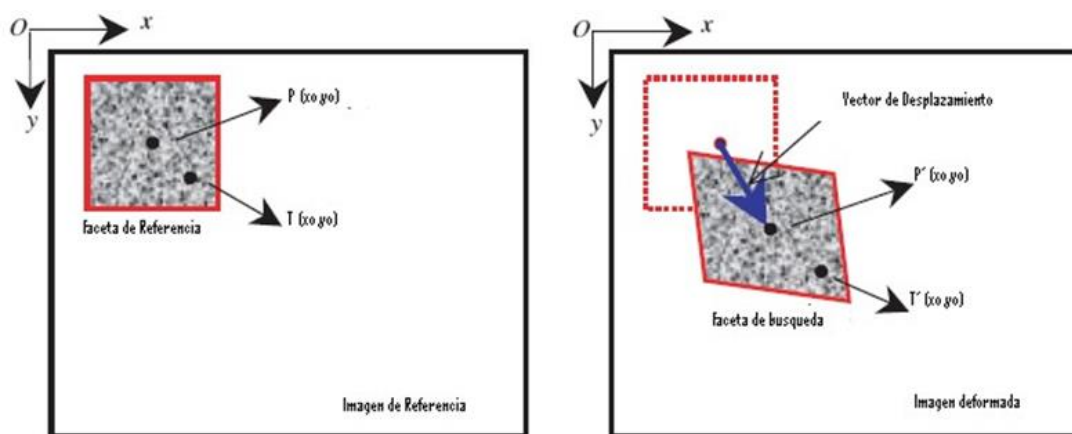


Figura 22. Imagen de Referencia e Imagen deformada [48].

CAPÍTULO III ANÁLISIS EXPERIMENTAL.

En la actualidad, son muchos los ensayos experimentales que se realizan para la evaluación de esfuerzos, en los cuales es muy difícil la aplicación de técnicas tradicionales como son la extensometría para la medición de desplazamientos y deformaciones durante un estado determinado de carga. Ensayos donde se requieren temperaturas muy altas, ensayos en materiales compuestos donde las laminaciones hacen que se pierdan gran información con la utilización de galgas, ensayos a nivel microscópico o ensayos a altas velocidades son ejemplos donde la aplicación de la técnica de correlación de imágenes adquiere gran potencial en el área de la mecánica experimental debido a la particularidad de ser una técnica de no contacto para la medición de campo completo de desplazamientos en la zona elástica de materiales.

3.1 Creación de celda de pruebas para mediciones reales

Para realizar una debida comparación de datos se prosiguió a la creación de una celda de pruebas para validar mediciones reales con las mediciones del método de digitalización de imágenes. Se maquinaron distintas piezas de aluminio por medio de CNC y maquinaria convencional como torno y fresadora. Se utilizaron rodamientos lineales y partes rígidas para evitar cualquier tipo de error que ocasionara una variación en los resultados de los desplazamientos. Se puede observar la celda de pruebas en las imágenes 23 y 24.



Figura 23. Celda de pruebas para medición de desplazamientos reales.



Figura 24. Toma de imagen digital de punto de estudio.

3.2 Espécimen

Se ha ensayado con un espécimen de aluminio aleación 1060 sin tratamiento térmico con las dimensiones que se muestran en la figura 25.

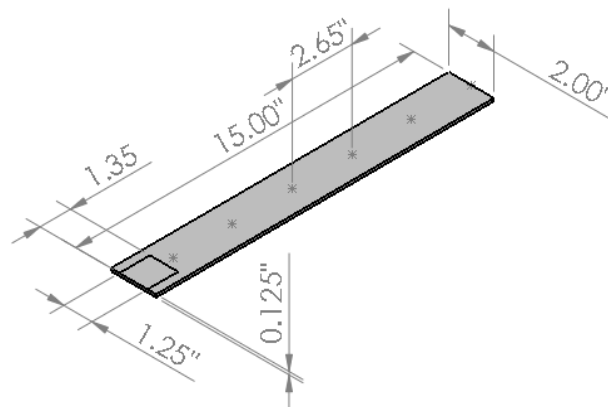


Figura 25. Dimensiones del espécimen (vista isométrica).

Para la aplicación de la técnica DIC se recomienda que las probetas se pinten de blanco y posteriormente con pintura negra, de tal manera que se creen puntos negros en el espécimen para que por medio de escala de grises facilitar el tratamiento de la imagen e identificar las facetas de interés de una manera más eficiente.

Para este caso no fue necesario el pintar el espécimen con color blanco como lo recomienda la técnica, cada 2.65 pulgadas de longitud se pintaron puntos de color negro a alta precisión que facilitó la apreciación de las facetas de estudio sin la necesidad de un tono blanco como se observa en la figura 26 y 27.

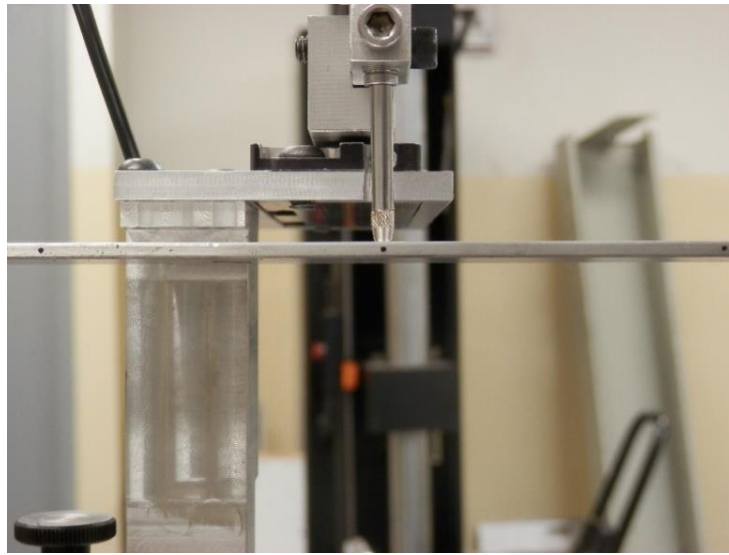


Figura 26. Se aprecia el punto de estudio pintado de color negro.

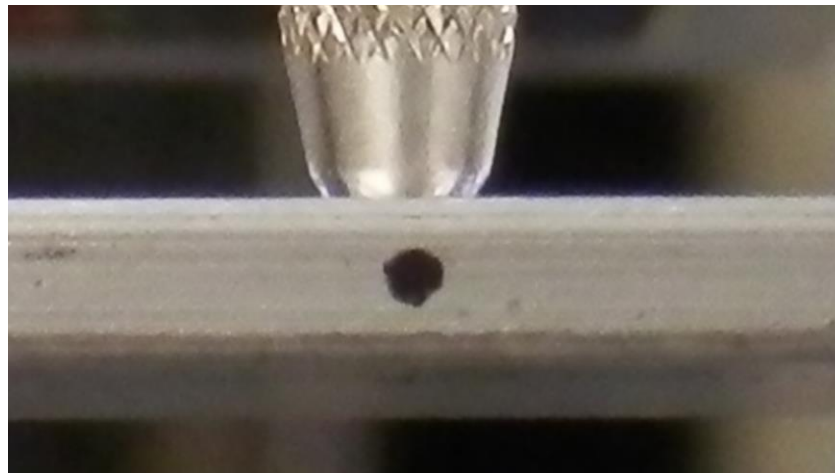


Figura 27. Faceta en zona de estudio de espécimen.

3.3 Aplicación de carga

La carga se aplica por medio de pesas de ensayo que conforman un total de 651 gramos incluyendo el sostén de pesas, haciendo la conversión de unidades, tenemos un total aproximado de 6.4 N. La carga que aplica el medidor de caratula de alta precisión es despreciable ya que no ejerce un cambio considerable en el estudio. La probeta se fija en uno de sus extremos y se aplica carga estática en el otro extremo para simular una viga en voladizo como se muestra en las figuras 28 y 29.



Figura 28. Espécimen sometido a empotramiento y carga.

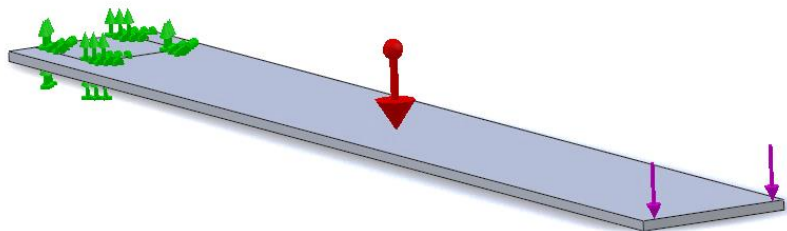


Figura 29. Empotramiento y cargas por medio de ANSYS.

3.4 Obtención de imágenes digitales

La toma de imágenes digitales se realiza paralelamente con el enfoque de la cámara durante el proceso de carga [49]. En un análisis de correlación de imágenes digitales en dos dimensiones, los desplazamientos fuera del plano de estudio son despreciables, lo que da lugar a utilizar una sola cámara para este tipo de análisis. Las imágenes fueron tomadas por una cámara digital marca OLYMPUS SZ-12 de 14 Megapíxeles. Se realizó la toma de imágenes digitales desde un estado inicial sin carga de la probeta hasta un estado final en donde la carga fue aplicada como se observa en las imágenes 30 y 31.

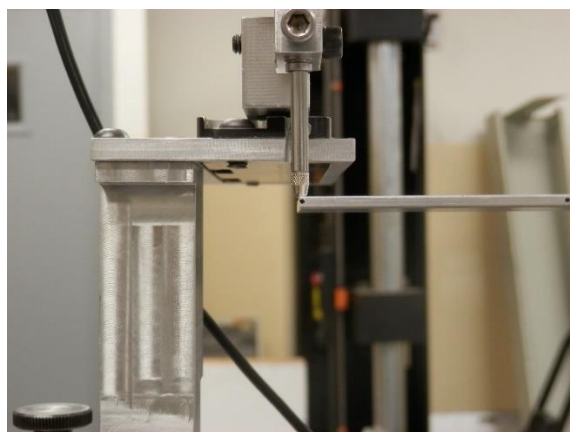


Figura 30. Imagen digital de espécimen sin carga del punto más crítico (referencia).

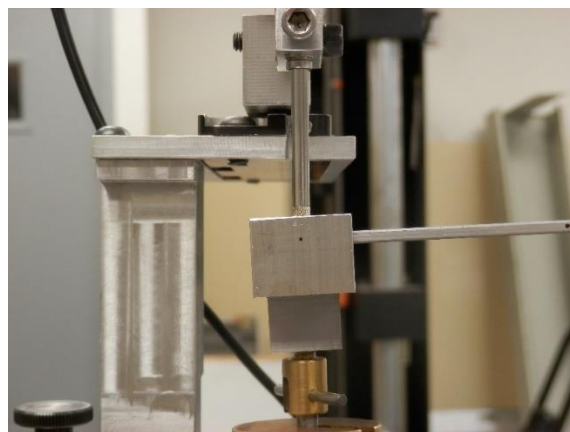


Figura 31. Imagen digital de espécimen sometido a carga del punto más crítico.

3.5 Filtración y superposición de imágenes digitales

Después de haber obtenido las imágenes digitales del estado inicial y final de cada punto de estudio se procede a la filtración y superposición de las imágenes. Estos procesos se estarán realizando por medio de un software de diseño CAD llamado SolidWorks.

La superposición de las imágenes consiste en sobreponer imagen tras imagen de los diferentes puntos de análisis a una distancia escala para que coincidan con lo real y proceder de esta forma con el tratado de la imagen como se muestra en la figura 32 y 33.

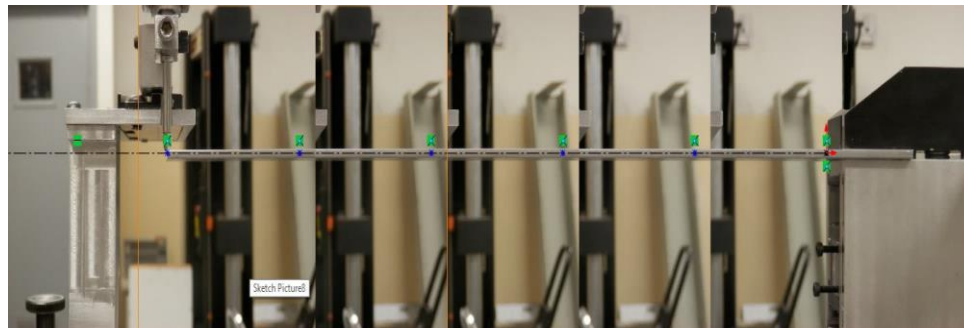


Figura 32. Superposición de imágenes de los puntos sin carga

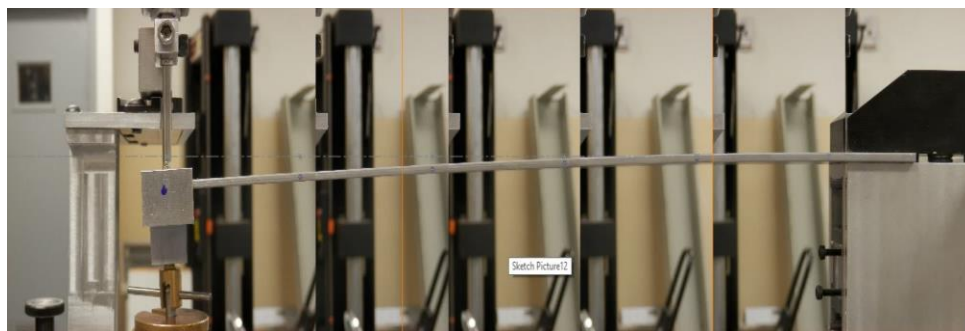


Figura 33. Superposición de imágenes de los puntos con carga.

Como se puede observar en la figura 34, resalta el punto de estudio a color negro gracias a la aplicación de la escala de grises. Esto con la finalidad de crear una gran facilidad a la hora de realizar la correlación digital de imágenes para encontrar los desplazamientos entre los puntos.

El proceso de tratado de imagen consiste en localizar las facetas en donde se encuentren los puntos coloreados que indican nuestros nodos de estudio de la correlación de la imagen. Con la ayuda de la escala de grises se ubicó con facilidad los puntos de análisis y se procede así a la filtración de la imagen, obteniendo puntos en un espacio en blanco de los diferentes estados como se observa en la figura 35.

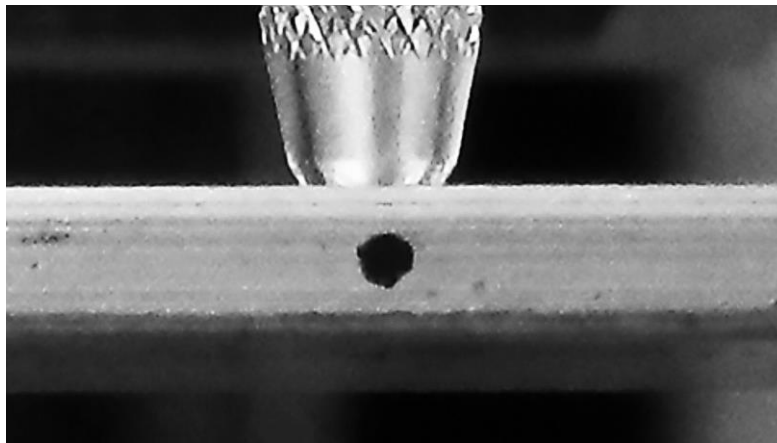


Figura 34. Faceta en zona de estudio de espécimen a escala de grises.



Figura 35. Puntos filtrados de estudio de espécimen sin carga y con carga.

3.6 Aplicación de la correlación de imágenes digitales

Para calcular el desplazamiento en cada uno de los puntos, se utilizó el software de diseño CAD SolidWorks para la comparación de la imagen de estudio filtrada en donde se aplica la carga al espécimen con la imagen de referencia filtrada en un estado inicial por medio de la superposición de imágenes y obteniendo resultados como se muestran en la figura 36.

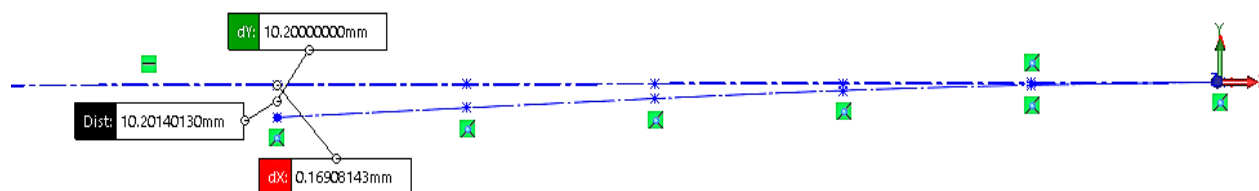


Figura 36. Superposición de imágenes.

3.7 Análisis del elemento finito

Para la realización del análisis del elemento finito se tomaron en cuenta el empotramiento en uno de sus extremos, las propiedades mecánicas del aluminio 1060 y la carga en el otro extremo para simular una viga en voladizo. el análisis del elemento finito se realizó por ANSYS Workbench, en la figura 35 se puede observar los resultados arrojados por el software donde se aprecian las deformaciones de los 6 nodos de estudio. También se puede observar el cambio de color en toda la viga, en donde el color rojo indica el área de máximo desplazamiento y el azul como el mínimo.

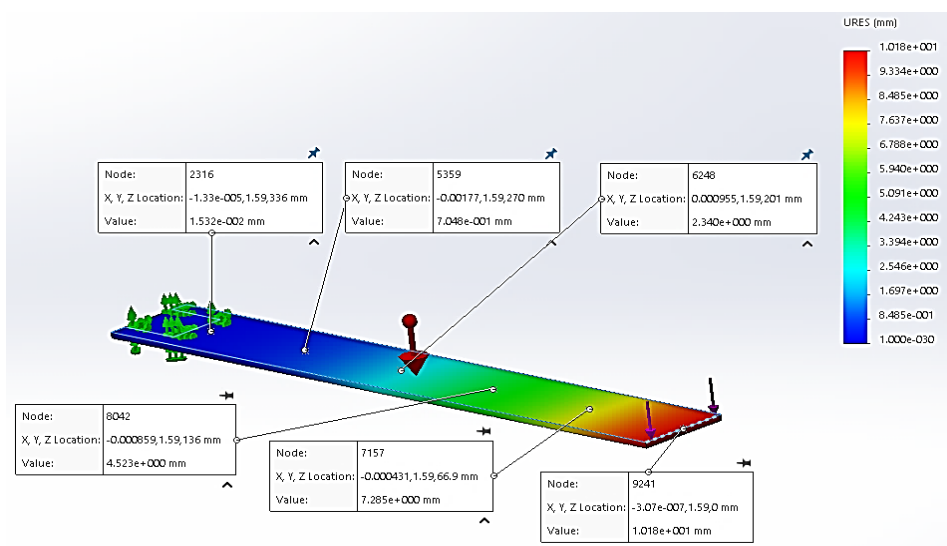


Figura 37. Resultados del análisis del elemento finito por ANSYS.

3.8 Comparación de resultados

En la tabla 1 se observan los valores de los desplazamientos de los 6 puntos de estudio entre la medición real por medio de la celda de pruebas y la correlación digital de imágenes.

Puntos	Desplazamiento Total		
	Desplazamiento DIC (mm)	Desplazamiento Medición (mm)	Desplazamiento FEA (mm)
1	0	0	0.01
2	0.756	0.7277	0.7048
3	2.317	2.245	2.34
4	4.6247	4.486	4.523
5	7.3667	7.146	7.285
6	10.2	9.851	10.18

Tabla 1. Desplazamiento de los puntos de estudio.

CAPÍTULO IV ANÁLISIS DE RESULTADOS

La comparación de resultados entre la medición real, el análisis del elemento finito y la técnica de correlación de imágenes digitales muestran un comportamiento constante de los desplazamientos en cada punto a lo largo de la viga como se observa en la Figura 38. Esto quiere decir, que podemos considerar una constante K para validar la metodología de la técnica DIC.

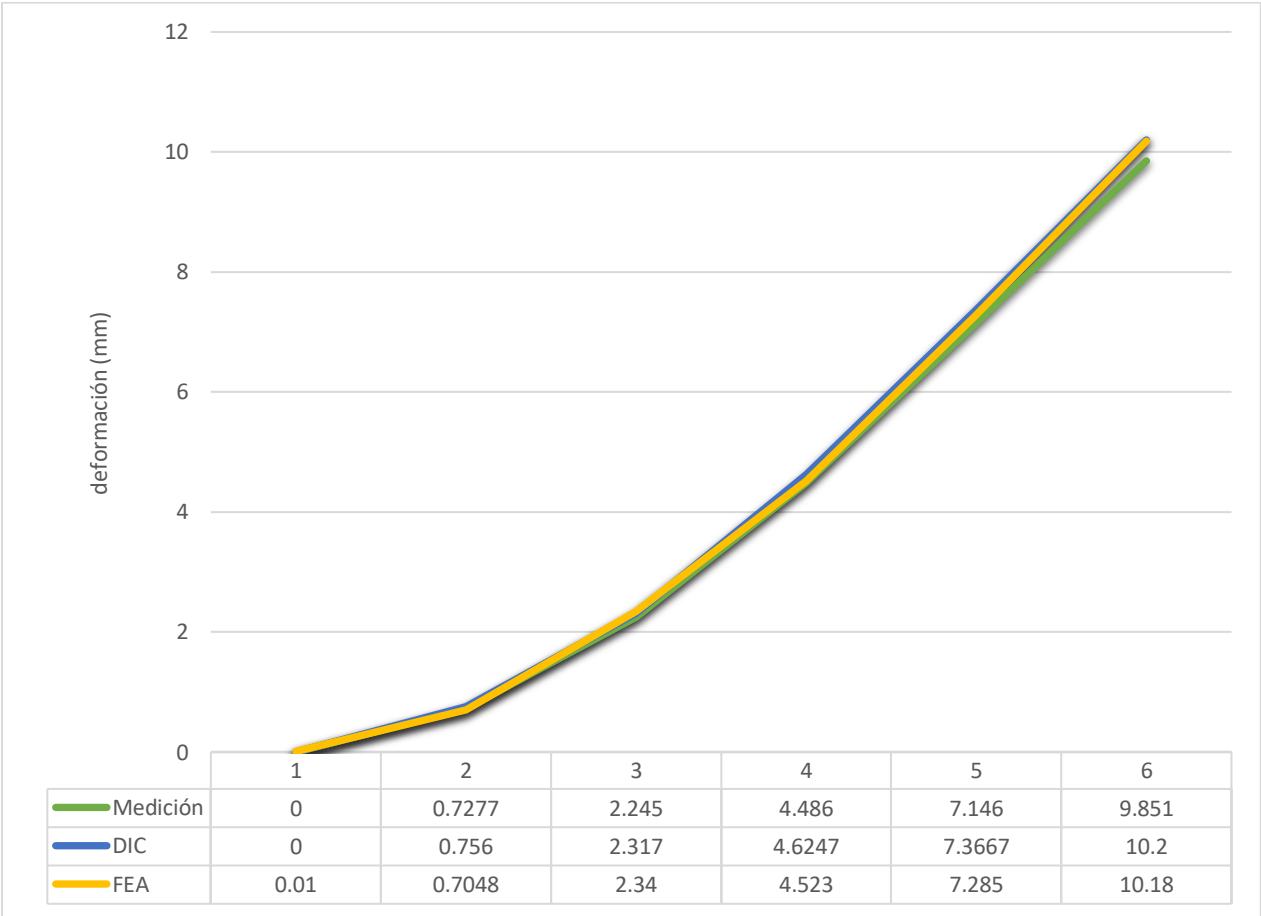


Figura 38. Tabla de gráficos de desplazamientos.

Encontrando el porcentaje de error en cada punto de estudio se tienen los valores que se muestran en la tabla 5.

Error DIC-Medición	
Punto	% Error
1	0
2	3.888965
3	3.207127
4	3.091841
5	3.088441
6	3.542788
Promedio	3.363832

Tabla 2. Porcentaje de error DIC-Medición (se muestra el error promedio de 3.36%).

Error FEA-Medición	
Punto	% Error
1	0
2	3.249149
3	4.231626
4	0.824788
5	1.945144
6	3.339762
Promedio	2.718094

Tabla 3. Porcentaje de error FEA-Medición (se muestra el error promedio de 2.71%).

Error FEA-DIC	
Punto	% Error
1	0
2	5.264472
3	0.992663
4	2.248508
5	1.121482
6	0.196464
Promedio	2.364718

Tabla 4. Porcentaje de error FEA-DIC (se muestra el error promedio de 2.36%).

Se puede observar en las tablas 2, 3 y 4 el comportamiento constante que tienden los desplazamientos al validarlo con el porcentaje de error entre el punto de referencia y el punto de estudio de cada faceta.

CONCLUSIONES

Esta tesis mostró una metodología validada para facilitar el proceso de análisis estructural. El evitar el contacto directo con la pieza para las mediciones de desplazamientos y el tomar imágenes digitales desde un entorno real, le da a la técnica de digitalización de imágenes una gran ventaja sobre otros esquemas de validación en los cuales la medición en contacto directo, así como la simulación pueden llevar a ocasionar errores de medición que conllevan a pérdidas.

La celda de pruebas fue acondicionada para la medición de desplazamientos en la zona elástica de vigas en diferentes condiciones donde por medio de la metodología descrita se validaron los resultados obtenidos de manera experimental.

En la experimentación de medición real, el análisis del elemento finito y la técnica de digitalización de imágenes se observó una clara aproximación entre los valores experimentales y los valores simulados, con un porcentaje de error entre ellos menor a un 4% promedio (tablas 5, 6 y 7) el cual es un valor muy aceptable. También se pudo observar (tabla 4 y figura 38) el comportamiento constante del desplazamiento entre cada punto de estudio, esto significa que podremos dar uso a una constante “k” para la validación de la metodología de imágenes digitales.

Dicha conclusión da lugar al cumplimiento del objetivo del presente trabajo, así como enfatizar que la hipótesis se logró y que se alcanzaron las 7 metas propuestas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. Profesor William N. Sharpe, Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics, Springer, 2014.
- [2] G. p. F.M. Sánchez- Arévalo, «Use of digital image correlation to determine the mechanical behavior on materials,» de *Materials Characterization*, 2008, pp. 1572-1579.
- [3] C. W. Chiaa Bisagni, «Experimental investigation of the damage propagation in composite specimens under biaxial loading,» de *Composite Structures* 85, 2008, pp. 293-310.
- [4] B. B. F. L. A. G. S. P. B. W. A. Chrysochoos, «Local energy analysis of high-cycle fatigue using digital image correlation and infrared thermography,» de *J. Strain Analysis*, 2008, pp. 411-421.
- [5] M.-. H. S. J.-C. K. Shih-Heng Tung, «Application of digital image correlation for anisotropic plastic deformation during tension testing,» de *Optic and Lasers in Engineering*, 2009, pp. 636-641.
- [6] D. I. S. S. D. P. P. LALL, «Damage Progression Using Speckle Correlation and High-Speed Imaging for Survivability of Leadfree Packaging Under Shock,» de *Strain*, 2009, pp. 636-641.
- [7] R. B. E. P. A. S. P. W. J. Y. P. López-Crespo, «“Study of a Crack at a Fastener Hole by Digital Image Correlation,» de *Experimental Mechanics*, 2009, pp. 551-559.
- [8] A. S. E. A. P. J. Y. P. J. W. P. López –Crespo, «The stress intensity of mixed mode cracks determined by digital image correlation,» de *J. Strain Analysis*, 2008, pp. 769-780.
- [9] P. M. S. P. M. V. P. d. C. V. Richter-Trummer, «Methodology for in-situ stress intensity factor determination on cracked structure by digital image correlation,» de *Int. J. of Structural Integrity*, 2010, pp. 344-357.

-
- [10] A. S. J. Y. E. P. , P. W. P. Lopez-Crespo, «Some experimental observations on crack closure and crack tip plasticity,» de *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 2009, pp. 418-429.
- [11] F. D. R. B. E. P. Y. Du, «Evaluation Using Digital Image Correlation of Stress Intensity Factors in an Aerospace Panel,» de *Experimental Mechanics*, 2011, pp. 45-57.
- [12] H. S. R. Lichtenberger, «“Contactless and fullfield 3D-deformation measurement for impact and crash test,» 2005.
- [13] T. M. P.L Reu, «The application of high-speed digital image correlation,» de *J Strain Analysis*, 2008, pp. 673-688.
- [14] H. J. S. P. J. W. M. P. B M B Grant, «High Temperature strain field measurement using digital image correlation,» de *J Strain Analysis*, 2009, pp. 263-271.
- [15] C. A. H. S. L. Evans, «Measuring the mechanical properties of human skin in vivo using digital image correlation and finite element modelling,» de *ImechE*, 2009, pp. 337-345.
- [16] J. M. M.-A. C. G. J. S. J. L. L.P. Canal, «Mecanismos de deformación en laminados de matriz polimérica: Correlación digital de imágenes y micromecánica computacional».
- [17] M. A. S. S. M. S. X. X. D. W. L. Vikrat Tiwari, «Application of 3D image correlation for full field transient plate deformation measurements during blast loading,» *International journal of Impact Engineering*, pp. 862-874, 2008.
- [18] D. P. y. P. W. J.D Lord, «The Application of Digital Image Correlation for Measuring Residual Stress by Incremental Hole Drilling,» de *Applied Mechanics and Materials*, 2008, pp. 65-73.
- [19] F. D. A.P. Reynolds, «Digital Image Correlation for Determination of Weld and Base,» de *Weldin Research Supplement*, 1999, pp. 355-360.
- [20] M. E. Rodenas, «El Análisis por Elementos Finitos: Una Metodología muy Reciente en Economía, Departamento de Economía Financiera y Contabilidad Escuela Universitaria de Estudios Empresarial Universidad Complutense de Madrid, <http://www.uv.es/ase>,» [En línea].

-
- [21] L. S., «"Structural Analysis and Influence Coefficients For Delta Wings" Journal of Aeronautical Sciences», vol. XX, pp. 449-454, 1953.
- [22] L. Daryl, "A First Course in the Finite Element Method Using Algor" Brooks/Cole, Second Edition ed., 2003.
- [23] T. Hughes, "The Finite Element Method" Prentice Hall, 1987.
- [24] J. Steele, "Applied Finite Element Method" Marcel Dekker, Inc, Second Edition ed., 1989.
- [25] J. H. Argyris, "Energy theorems and Structural Analysis" Aircraft Engineering, 1954.
- [26] M. C. R. M. H. T. L. J. Turner, «"Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures",» *Aeronautical Sciences*, vol. XXIII, pp. 805-824, September 1956.
- [27] R. W. Clough, "The Finite Element Method in Plane Stress Analysis" American Society of Civil Engineers, Pittsburgh, 1960.
- [28] M. R.J., «"A Stiffness Matrix for the Analysis of Thin Plates in Bending",» *Aerospace Sciences*, vol. XXVIII, pp. 34-42, January 1961.
- [29] P. S. D. R. Grafton, «"Analysis of Axisymmetric Shells by the Direct Stiffness Method",» *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, vol. I, pp. 2342-2347, 1963.
- [30] H. Martin, "Plane Elasticity Problems and the Direct Stiffness Method" *The Trend in Engineering*, vol. XIII, 1961, pp. 5-19.
- [31] R. P. J. B. P. Gallagher, «"Stress Analysis of Heated Complex Shapes",» *American Rocket Society*, vol. XXXII, pp. 700-707, May 1962.
- [32] J. Argyris, "Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis" *Progress in Aeronautical Science*, vol. 4, new York: Pergamon Press, 1964.
- [33] O. C. W. M. K. Zienkiewicz, «"A Numerical Method of Visco-Elastic Stress Analysis",» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 10, pp. 807-827, 1968.
- [34] R. C. E. Huiskies, «"A Survey of Finite Element Analysis in Orthopedic Biomechanics: The first Decade",» *Biomechanics*, vol. XVI, pp. 385-409, 1983.

-
- [35] J. Archer, «"Consistent Matrix Formulations For Structural Analysis Using Finite Element Techniques",» *Journal of the American Institute of Aeronautics and Astronautics*, vol. III, pp. 1910-1918, 1965.
- [36] R. J. Melosh, «"Structural Analysis of Solids",» *Journal of the Structural Division Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, pp. 205-223, 1963.
- [37] B. L. G. Szabo, «"Derivation of Stiffness MATrices for Problema in plane Elasticity by Galerkin's Method",» *International Journal Numerical Methods in Engineering*, vol. I, pp. 301-310, 1969.
- [38] T. Belytschko, "A Survey of Numerical Methods and Computer programs for Dynamic Structural Analysis" *Nuclear Engineering and Design*, vol. XXXVII, 1976, pp. 23-34.
- [39] Belytschko, «"Efficient Large-Scale Nonlinear Transient Analysis by Finite Elements",» *International Journal Numerical Methods in Engineering*, vol. X, pp. 579-596, 1976.
- [40] L. D. M. Joseph E. Shigley, *Mechanical Engineering Design*, Cuarta edición ed., Mexico: Mc Graw Hill, 1986.
- [41] B. J. S. R. S. Bernard J. Hamrock, *Elementos de Máquinas*, Primera Edición ed., M. G. Hill, Ed., Mexico, D.F, 2000.
- [42] R. G. C. L. K.S. Fu, "Róbotica: control, detección, visión e inteligencia", Madrid, 1988.
- [43] A. K. A. Roselfeld, *Digital Picture Processing*, vol. I & II, New York: Academic Press, 1982.
- [44] J. M. d. I. C. G. Pajares, "Visión por Computador", Alfaomega, 2002.
- [45] A. Martínez, «"Evaluación de formas de superficies: comparación de distintas técnicas ópticas" Tesis de maestría,» Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Ensenada, 1987.
- [46] «<http://www.plastunivers.com/Arees/enginversa/resumen.htm>,» [En línea].
- [47] A. S. S. B. H. S. J. V. D. V. H. A. H. D. Lecompte, «"Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation,» de *Optics and Lasers In Engineering*, 2005.

-
- [48] K. Q. H. X. y. A. A. Bing Pan, «Two dimensional digital image correlation for in plane displacement and strain measurement,» de *Measuremetn Science and Technology Vol. 20*, 2009.
- [49] C. Q. ., Y. H. Y. F. C.J. Tay, «Digital image correlation for whole field out-of-plane displacement measurement using a single camera,» de *Optics Communications*, 2005, pp. 23-36.
- [50] R. C. W. R. E. González, *Digital Image Processing*, 2 ed., Adisson Wesley, 2001.
- [51] F. H. S. Roux, «Digital Image Mechanical Identification,» *Springer*, pp. 1-2, 2008.
- [52] J. Argyris, "Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis" *Progress in Aeronautical Science*, vol. IV, New York: Pergamos Press, 1964.
- [53] «[http://upaep.mx/micrositios/coloquios/coloquio2015/memorias/mesa4/8\)%20Propiedades%20Mecanicas%20de%20Biomateriales.pdf](http://upaep.mx/micrositios/coloquios/coloquio2015/memorias/mesa4/8)%20Propiedades%20Mecanicas%20de%20Biomateriales.pdf),» [En línea].
- [54] R. W. S. M. P. W. Chu. T, «Aplications of digital image correlation to experimental mechanics,» 1985, pp. 232-244.
- [55] S. J. Y. V. T. H. S. J. O. M.A, «The effect of out-of-plane motion on 2D and 3D digital image correlation measurements,» de *Optics and Lasers in Engineering*, 2008, pp. 746-757.
- [56] J. O. H. S. M.A. Sutton, «Image Correlation for shape, Motion and Deformation Measurements,» 2009.
- [57] K. Q. H. X. a. A. A. Bing Pan, «Two dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a reviuw,» *Meas. Sci. Technol*, 2009.
- [58] P. B, «Reliability-guided digital image correlation for image deformation measurement,» 2009, pp. 1535-1542.