

Universidad Autónoma de Baja California

Facultad de Ciencias



ECOS FOTÓNICOS EN FIBRAS MICRO-ESTRUCTURADAS CON ACETILENO

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

FÍSICO

PRESENTA:

Francisco Javier Gastelum Galvan

Ensenada, Baja California, México

Abril de 2023



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS,
CAMPUS ENSENADA.



“Ecos fotónicos en fibras micro-estructuradas con acetileno”

TESIS

PARA CUBRIR LOS REQUISITOS NECESARIOS PARA OBTENER EL TÍTULO DE

Físico

PRESENTA

**Francisco Javier Gastelum Galvan
354940**

A quien el Comité de Tesis autoriza el trabajo terminal y de acuerdo con el
Art. 19 del R.G.E.P.E.P, emite los siguientes votos aprobatorios mediante rúbrica:

Manuel Iván Ocegueda
Miramontes
DIRECTOR

Serguei Stepanov
CODIRECTOR

Jesús Ramón Lerma Aragón
SINODAL

Juan Crisóstomo Tapia
Mercado
SINODAL

Priscilla Elizabeth Iglesias
Vázquez
SINODAL

“Por la Realización Plena del Ser”

“Por la Realización Plena del Ser”

RESUMEN de la tesis de Francisco Javier Gastelum Galvan presentada como requisito parcial para la obtención de la Licenciatura en Física. Ensenada, Baja California, México, abril de 2023.

ECOS FOTÓNICOS EN FIBRAS MICRO-ESTRUCTURADAS CON ACETILENO

En este trabajo se estudiaron mediante simulaciones computacionales cuales son los principales parámetros físicos que influyen en la observación del eco fotónico en las fibras con estructura de cristal fotónico rellenas con el gas acetileno, en la aproximación de celda ópticamente delgada. Las simulaciones para el eco fotónico bajo las condiciones experimentales ideales, esto es, cuando el tiempo de coherencia T_2 es mucho más grande que la duración de los pulsos y cuando las áreas de los pulsos incidentes son $\frac{\pi}{2}$ y π . Posteriormente, se utilizó la simulación numérica para encontrar las características esperadas del eco fotónico bajo condiciones experimentales más realistas, cercanas a las que se tienen en los laboratorios de la UABC y CICESE. En particular, los resultados obtenidos permitieron encontrar cuáles son las condiciones experimentales que maximizan la eficiencia del eco cuando $T_2 \sim 10$ ns, y para el caso en que las áreas de ambos pulsos incidentes son iguales.

Palabras clave: eco fotónico, fibras micro-estructurada, efecto coherente, acetileno, nutación óptica.

Resumen aprobado por:

Dr. Manuel Iván Ocegueda Miramontes

Dr. Serguei Stepanov

Agradecimientos.

Agradezco a mi director de tesis, Dr. Manuel Ocegueda, por presentar proyectos de investigación a la comunidad estudiantil. Por aceptarme en la investigación de este trabajo, el apoyo brindado, la paciencia, consejos y conocimientos compartidos.

A mi codirector de tesis, Dr Sergui Stepanov, por el apoyo, conocimiento y experiencias compartidas durante el desarrollo y conclusión de este trabajo.

Al Dr. Eliseo Hernández por los consejos, conocimiento y experiencias en el área de física experimental, en especial en óptica, para el desarrollo y conclusión del trabajo.

A la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de Baja de California y a su cuerpo académico por brindarme las herramientas necesarias que me han permitido desarrollarme y por consiguiente, el desarrollo y conclusión de este trabajo.

Un especial agradecimiento a mi familia, ya que sin su apoyo este trabajo no fuera posible y mucho menos llegar a su conclusión

A mis amigos de licenciatura, Evelin Durán, Raziél Rodríguez, Saúl Macías y Marina Torres, por acompañarme y estar al pendiente de los avances de este trabajo.

Índice

1. Introducción.....	(1)
a. Eco fotónico.....	(1)
b. Características ópticas de la molécula de acetileno.....	(2)
c. Fibras micro-estructuradas de núcleo hueco.....	(3)
d. Objetivos y metas de la tesis.....	(4)
i. Metas específicas.....	(4)
2. Descripción semi-clásica de la propagación de dos pulsos.....	(5)
a. Interacción de una onda electromagnética con un sistema cuántico de dos niveles.....	(5)
b. El vector de Bloch.....	(8)
c. Ensanchamiento de la línea espectral por efecto Doppler.....	(10)
d. Mecanismos de amortiguamiento.....	(11)
e. Modelo geométrico de la formación de eco fotónico.....	(13)
f. El teorema del área.....	(14)
3. Programa numérico para el análisis de la respuesta de conjunto de moléculas resonantes...	(17)
a. Implementación del método de Runge-Kutta de orden 4 en el software Mathematica..	(17)
b. Evaluaciones numéricas.....	(18)
c. Propagación de un pulso óptico a través de un medio saturable.....	(21)
4. Estudio del eco fotónico.....	(24)
5. Resultados.....	(30)
6. Conclusiones.....	(35)
7. Referencias.....	(35)

Índice de Figuras

Figura.....	Página
1. a) Secuencia de dos pulsos incidentes separados por un retraso temporal Δt , b) Medio no lineal (MNL) resonante ensanchado inhomogéneamente, c) secuencia de pulsos transmitidos a través del sistema atómico, los cuales presentan modulaciones en su perfil de intensidad asociadas al efecto de nutación óptica y d) señal de eco fotónico emitido por el material.....	(1)
2. Molécula de acetileno (C_2H_2), donde los tamaños de los círculos reflejan las masas relativas de los átomos.....	(2)
3. Espectro de transmitancia de acetileno de baja presión en el infrarrojo cercano (NIT) tomada de Swann, <i>et.al.</i> (2000) [12].....	(2)
4. Estructura transversal de PCF de núcleo hueco. Imagen tomada de P. J Roberts <i>et al</i> (2005) [15].....	(3)
5. Interacción luz-materia, donde a) es una onda electromagnética clásica que incide sobre un medio saturable, descrita por la ecuación (2), b) es un sistema atómico de dos niveles de energía en el cual la onda incidente induce transiciones atómicas a los niveles energético $E_2 = \hbar\omega_2$ o $E_1 = \hbar\omega_1$, dando origen a procesos de absorción y emisión de luz y c) es la onda de salida, cual se presenta como una suma coherente de onda incidente más la radiación dipolar del material (sistema de átomos de dos niveles).....	(5)
6. Comportamiento oscilatorio de las poblaciones atómicas entre los niveles energéticos, donde a) corresponde a la ecuación (11a) y b) corresponde a la ecuación (11b).....	(7)
7. En el diagrama a) se muestra el vector de Bloch en su estado base (inicial) y en b) se puede observar su evolución cuando el sistema atómico ha sido irradiado por un pulso de luz resonante de área π	(9)
8. Evolución del vector de Bloch para un sistema de dos niveles iluminada por un campo no resonante.....	(9)
9. Ensanchamiento homogéneo e inhomogéneo, los cuales dan origen a perfiles de absorción Lorentzianos (L) y Gaussianos (G), respectivamente. Imagen tomada de Demtröder <i>et. al.</i> (1982) [29].....	(10)
10. Representación gráfica de los tipos de relajación longitudinal y transversal utilizando el vector de Bloch. En a), se ilustra la pérdida de energía de los átomos al pasar del estado excitado al estado base y en b), aunque no hay pérdida de energía, sí hay un desfaseamiento entre los átomos cuyo efecto neto es reducir la polarización macroscópica del material promediada sobre el ensamble de átomos. Imagen tomada de Fox, <i>et.al.</i> (2006) [27].....	(11)
11. Fibra fotónica de núcleo hueco rellena de moléculas que se mueven hacia dentro y fuera del volumen de luz. Aquí el tiempo de vuelo es el tiempo promedio que tardan las moléculas en atravesar el volumen de la luz.....	(12)
12. Evolución temporal de los vectores de Bloch, en donde a) es el estado inicial, b) es la rotación de los vectores de Bloch bajo la influencia del primer pulso con área $\frac{\pi}{2}$, c) desfase de los vectores de Bloch durante el tiempo Δt , d) vectores desfasados después del tiempo Δt , e) rotación de 180° de los vectores bajo la influencia del	

- segundo pulso con área π , y f) re-empatamiento de fase después del segundo pulso π(14)
13. La curva punteada muestra la inversión de población w cuando la interacción luz-materia es resonante, mientras que la línea continua representa el campo eléctrico incidente descrito por la ecuación (41). Imagen tomada de Allen, *et. al.* (1987) [31].....(15)
 14. Evolución del área del pulso incidente como función de la distancia de propagación (eje horizontal). Imagen tomada de McCall, *et.al* (1967) [32].....(16)
 15. Soluciones de las ecuaciones de Bloch obtenidas numéricamente (puntos de colores) y predicciones teóricas (línea continua) cuando una línea está ensanchada homogéneamente.....(20)
 16. Soluciones de las ecuaciones de Bloch obtenidas numéricamente (puntos azules) y predicción teórica (línea sólida) cuando la transición óptica está ensanchada inhomogéneamente.....(20)
 17. Resultado de la simulación, donde la línea azul es el pulso de entrada que se envía al sistema atómico y las líneas naranja y verde, son los pulsos correspondientes de salida para los casos donde se consideran los ensanchamientos homogéneos e inhomogéneos.(21)
 18. Amplitud del perfil del pulso de salida cuando se varía el coeficiente de absorción óptica en el programa para valores de α igual a 0.1, 0.3, 0.5, 1, 1.5 y 2.....(22)
 19. Amplitud del pulso de salida cuando se varían los tiempos de amortiguamiento para valores de γ igual a 10, 2, 1, 0.33, 0.2 y 0.1.....(22)
 20. Amplitud del pulso de salida para diferentes áreas del pulso incidente ($.3\pi, .5\pi, \pi, 1.5\pi, 2\pi$), manteniendo la duración del pulso fija en $\tau = 2.5$(23)
 21. Perfiles de los pulsos generados por el código, siendo a) los pulsos de entrada y b) los pulsos de salida.....(24)
 22. Resultados de simulación para el primer pulso con un área $\frac{\pi}{2}$ y el segundo π , aproximadamente, en donde a) son los pulsos de entrada y b) los de salida.....(25)
 23. Gráfica del decaimiento exponencial (ecuación (33)) con el decaimiento de la amplitud.....(25)
 24. Resultados del código cuando se implementan dos pulsos con áreas aproximadas de $\frac{\pi}{2}$ y π con una separación de 0.7 y una duración de 0.3, donde a) son los pulsos de entrada y b) los pulsos de salida.....(26)
 25. Gráfica donde se compara el decaimiento exponencial de la ecuación (33) con el decaimiento de la amplitud.....(27)
 26. Eficiencia del eco fotónico obtenida numéricamente (puntos rojos) y teóricamente (línea azul) al variar la densidad óptica de 0.2 a 2.....(28)
 27. Resultados numéricos (puntos rojos) y teórico (línea azul) de la eficiencia del eco fotónico cuando la separación entre los pulsos varía..... (29)
 28. Eficiencia del eco fotónico cuando se varía la separación entre los pulsos con duraciones de $\tau = 0.3$(30)
 29. Eficiencia del eco fotónico cuando la densidad óptica $\alpha = 2$ y se varía la separación de los pulsos Δt con duraciones de $\tau = 0.3$(31)
 30. Eficiencia del eco fotónico cuando $\alpha = 1$, y ambos pulsos tienen áreas iguales, aproximadamente $\frac{\pi}{2}$(31)

31. Eficiencia del eco fotónico cuando $\alpha = 2$, y se varía la separación entre los pulsos, cuyas áreas son iguales.....(32)
32. Eficiencia del eco fotónico cuando $\alpha L = 1$ y la separación entre los pulsos se varía y sus áreas son aproximadamente π (32)
33. Eficiencia de eco fotónico cuando ambos pulsos tienen áreas π aproximadamente, una duración de $\tau = 0.3$ y una densidad óptica $\alpha L = 2$(33)
34. Eficiencia calculada teóricamente (línea azul) y numéricamente (puntos rojos) en función de las áreas cuando ambas son iguales.....(33)
35. Eficiencia del eco fotónico cuando los pulsos tienen áreas iguales y se varían desde 0.5π hasta 2π (34)
36. Eficiencia del eco fotónico cuando se tiene una densidad óptica de $\alpha L = 2$ y las áreas de los pulsos varían desde 0.5π hasta 2π(34)

1. Introducción

a. Eco fotónico

El eco fotónico de dos pulsos es un fenómeno óptico coherente que se produce cuando un material ensanchado inhomogéneamente es irradiado por una secuencia de dos pulsos ópticos coherentes, durante intervalos temporales menores al tiempo de relajación transversal (T_2) de la muestra. El primer pulso enviado al sistema da origen a una polarización macroscópica, ocasionando que los átomos del material emitan luz de manera cooperativa, es decir, en forma tal que las emisiones de diferentes átomos se superponen constructivamente dando origen a una polarización macroscópica. Cuando el primer pulso sale del material, las emisiones luminosas de los átomos se van desfasando entre sí, debido al ensanchamiento inhomogéneo de línea de absorción resonante. El segundo pulso incidente tiene el efecto neto de revertir las fases de emisión de las moléculas, lo que origina que en un tiempo t , posterior a la salida del segundo pulso del material, el sistema atómico emita un pulso coherente de luz, conocido como eco fotónico (ver Figura 1).

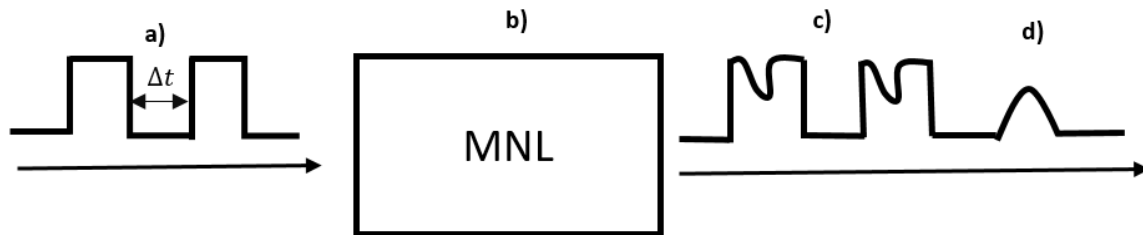


Figura 1. a) Secuencia de dos pulsos incidentes separados por un retraso temporal Δt , b) Medio no lineal (MNL) resonante ensanchado inhomogéneamente, c) secuencia de pulsos transmitidos a través del sistema atómico, los cuales presentan modulaciones en su perfil de intensidad asociadas al efecto de nutación óptica y d) señal de eco fotónico emitido por el material.

El eco fotónico emitido por el material es un fenómeno óptico que ha atraído la atención de la comunidad científica por su potencial aplicación en el desarrollo de tecnologías cuánticas como la computación cuántica, el almacenamiento óptico de la información [1], la criptografía [2], el procesamiento de imágenes [3], entre otras, ya que tiene la característica de preservar en el material resonante la información de fase, frecuencia, polarización, dirección de propagación, entre otros, de los pulsos incidentes.

Los primeros estudios sobre el eco fotónico en la región óptica se remontan a 1964 con el trabajo de Kurnit *et al.* (1964). Ellos irradiaron un cristal de rubí enfriado a una temperatura de 4.2 K con dos pulsos cortos a una potencia óptica de 2 kW a una longitud de onda de 693.5 nm [4,5]. Después en 1968, Scully *et al.* (1968) determinaron que este efecto también podría observarse en medios gaseosos bajo condiciones experimentales similares a las utilizadas en materiales sólidos. Desde entonces, diversos grupos de investigación han recurrido al uso de gases para la observación de una amplia variedad de efectos ópticos no lineales y, en particular, el eco fotónico. Por ejemplo, Rubstsova *et al.* (2006) observaron el eco fotónico en una mezcla de vapor de iterbio y el gas Kr [6]. Tiempo después, Ocegueda *et al.* (2014) [7] reportaron la observación, por primera vez, del eco fotónico dentro de fibras de cristal fotónico de núcleo hueco rellenas con gas acetileno (C_2H_2), a potencias ópticas del orden de 2 W y a una longitud de onda de 1531.37 nm, la cual coincide con el rango espectral de comunicaciones ópticas. En una configuración similar, Rodríguez *et al.* (2017) [8] reportaron también la observación de Transparencia Inducida Electromagnéticamente (EIT).

Dada la importancia del eco fotónico para el desarrollo de nuevas tecnologías basadas en efectos cuánticos, en este trabajo investigaremos mediante simulaciones computacionales cuales son los principales parámetros físicos que influyen en su observación en las fibras con estructura de cristal fotónico (i.e. micro-estructuradas) con acetileno, así como las condiciones experimentales que maximizan la eficiencia de su generación.

b. Características ópticas de la molécula de acetileno

De los diferentes gases que pueden estudiarse para la observación del eco fotónico, en este trabajo estamos interesados en utilizar el gas acetileno debido a sus relevantes características espectroscópicas. El acetileno es un gas que se compone de dos átomos de hidrógeno (H) y dos átomos de carbono (C), dispuestos de manera simétrica como se muestra en la Figura 2.

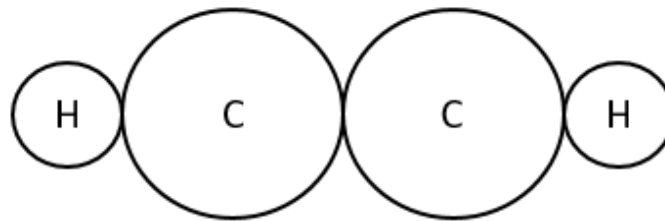


Figura 2. Molécula de acetileno (C₂H₂), donde los tamaños de los círculos reflejan las masas relativas de los átomos.

Este gas fue descubierto accidentalmente en 1836 por Edmund Davy al intentar aislar el metal potasio mediante calentamiento [9], sin embargo, fue hasta 1860 que recibió el nombre de “acetileno” por Marcellin Berthoelot [10]. Con una masa molar de $26.04 \frac{g}{mol}$, el gas acetileno se utiliza como fuente de alumbrado para edificios en pequeñas ciudades de Italia, Alemania, Hungría y Francia.

Otra aplicación de este gas, se encuentra en la industria metalúrgica, ya que, el acetileno posee un poder calorífico muy superior al del Hidrógeno [11]. Desde la perspectiva de la óptica no lineal, este gas es interesante por su espectro de absorción que está conformado por alrededor de 50 líneas dentro del rango de 1510-1545 nm (ver Figura 3), las cuales se encuentran en la región espectral en la que las telecomunicaciones ópticas trabajan [12].

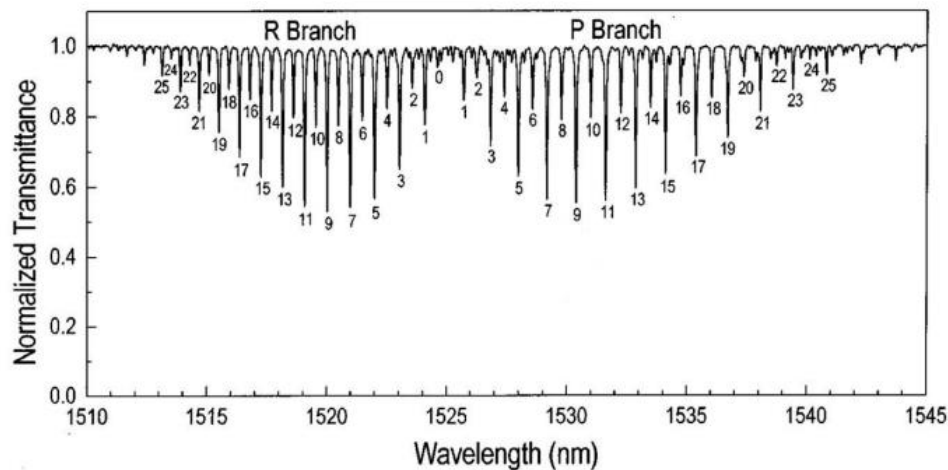


Figura 3. Espectro de transmitancia de acetileno de baja presión en el infrarrojo cercano (NIT) tomada de Swann, *et.al.* (2000) [12].

c. Fibras micro-estructuradas de núcleo hueco

Si bien ya se han mencionado las razones por las cuales resulta interesante trabajar con acetileno, en la práctica resulta difícil trabajar con este gas debido al bajo momento dipolar ($\sim 10^{-32}$ cm) de sus moléculas, lo cual se traduce en la necesidad de emplear altas potencias ópticas para lograr excitar la respuesta no lineal en muestras de volumen. Actualmente, este inconveniente puede evitarse mediante el empleo de una fibra de estructura de cristal fotónico de núcleo hueco (HC-PCF, por sus siglas en inglés). Las HC-PCF proporcionan un medio ideal para las interacciones no lineales debido a que su núcleo hueco, con un diámetro de $10 \mu\text{m}$, permite maximizar el enfocamiento de la luz en el gas depositado, reduciendo significativamente el umbral de potencia óptica requerido para la excitación de efectos no lineales. Además, las fibras ópticas son ideales para aplicaciones de detección, obtención de imágenes y pulsos ultracortos ya que es insensible a la radiación, tolera la flexión sin afectar la transmisión, haciéndolas adecuadas para entornos de radiación hostiles [13].

En lo que respecta a sus características físicas, el núcleo hueco de las HC-PCF, están rodeadas por un revestimiento micro-estructurado, compuesto por una serie de cilindros huecos de sílice que se extienden a lo largo de toda la fibra. Esta estructura periódica da origen a la formación de un “bandgap”, o “banda prohibida”, cuya función es propagar la luz en ciertos rangos de longitud de onda con bajas pérdidas [14] en el núcleo hueco de la estructura.

Las HC-PCF fueron propuestas por primera vez en 1991 por Philip Russel, sin embargo, fue hasta 1999 que se creó la primera estructura de HC-PCF de sílice de núcleo hueco, apilando canales de sílice alrededor de él como se puede observar en la Figura 4 [15].



Figura 4. Estructura transversal de PCF de núcleo hueco. Imagen tomada de P. J Roberts *et al* (2005) [15].

En las últimas dos décadas, las HC-PCF se han utilizado para la observación de una gran variedad de efectos ópticos no lineales, por ejemplo, Benabid *et al.* (2002) observaron la dispersión Raman estimulada al rellenar la fibra con hidrógeno [16]. Por otra parte, Ouzounov *et al.* (2003) observaron la propagación de solitones auto-desplazados en frecuencia, con potencias mayores a 2 MW, utilizando pulsos de femtosegundos sintonizados a la frecuencia de cero dispersiones de una HC-PCF rellena con aire [17]. Posteriormente, Benabid *et al.* (2005) y Gosh *et al.* (2005) observaron la transparencia inducida electromagnéticamente al llenar la fibra con gas acetileno [18, 19].

Estas fibras también se han utilizado en trabajos como el de Benabid *et al.* (2002) para guiar partículas dieléctricas secas que fueron acopladas a la fibra y levitadas por un láser de iones de argón [20].

También Cubillas *et al.* (2009) realizaron una demostración de un sensor de gas metano basado en un sistema de acoplo de múltiples secciones de fibra de cristal fotónico [21], Torres *et al.* (2010) hicieron una caracterización óptica de una fibra de cristal fotónico, obteniendo como resultados la atenuación espectral y dispersión monocromática [22], Díaz *et al.* (2018) midieron el tiempo de relajación longitudinal en fibras de cristal fotónico de núcleo hueco rellenas con acetileno [23], entre otras.

d. Objetivos y metas de la tesis

El objetivo principal de este trabajo de tesis es estudiar mediante simulaciones computacionales las características más importantes del eco fotónico de dos pulsos, analizar los alcances y limitaciones de la observación de este efecto en el interior de fibras micro-estructuradas rellenas con acetileno.

i. Metas específicas

- Generar un código de programación en el software Mathematica que permita resolver las ecuaciones de Bloch mediante el método de Runge-Kutta de orden 4.
- Realizar simulaciones de la propagación de pulsos ópticos a través de un medio gaseoso resonante, variando parámetros físicos como la presión del gas, la potencia máxima y duración de los pulsos ópticos, entre otros.
- Realizar simulaciones numéricas de formación del eco fotónico.
- Evaluar la eficiencia del eco fotónico en HC-PCF con gas acetileno bajo condiciones experimentales accesibles en el laboratorio.

2. Descripción semi-clásica de la propagación de dos pulsos

a. Interacción de una onda electromagnética con un sistema cuántico de dos niveles

La formación del eco fotónico puede modelarse utilizando la aproximación semi-clásica de la interacción luz-materia, la cual, en condiciones de resonancia, considera al átomo o molécula como una entidad cuántica con dos niveles discretos de energía y a la luz como una onda electromagnética clásica. En general, esta interacción es bidireccional, la luz cambia el estado del sistema cuántico, y en su lado, el sistema cuántico, por la radiación bipolar, cambia la luz incidente. Por la simplicidad de consideración, se usa una “aproximación de amplitud fija de la onda incidente”, cuando se acepta la influencia de la radiación dipolar por los átomos a los átomos mismos. Claro que esta aproximación es razonable cuando el volumen de átomos es pequeño, por esta razón esta aproximación se llama la “aproximación de muestra delgada”. Después se evalúa la radiación dipolar de material, y esto toma en cuenta para cálculo de cambio de amplitud de luz de salida.

En este formalismo el átomo, bajo la influencia de un campo electromagnético resonante, puede aproximarse por la función de onda:

$$\Psi(r, t) = c_1(t)\Psi_1(r)e^{-i\omega_1 t} + c_2(t)\Psi_2(r)e^{-i\omega_2 t}, \quad (1)$$

donde c_1 y c_2 describen los coeficientes de amplitud de la función de onda para los estados de energía E_1 y E_2 , respectivamente (ver figura 5), Ψ_1 y Ψ_2 son las funciones de onda de los estados inicial y final de los átomos, $\omega_1 = \frac{E_1}{\hbar}$, $\omega_2 = \frac{E_2}{\hbar}$ y \hbar es la constante de Planck normalizada. Cabe destacar que el módulo cuadrado de los coeficientes $|c_1|^2$ y $|c_2|^2$, indica la probabilidad de que el átomo se encuentre en el estado base o excitado de la transición atómica. Por otra parte, la luz incidente puede ser descrita como una onda electromagnética fija:

$$E = E_0 \cos \omega t, \quad (2)$$

donde ω es la frecuencia de la radiación incidente.

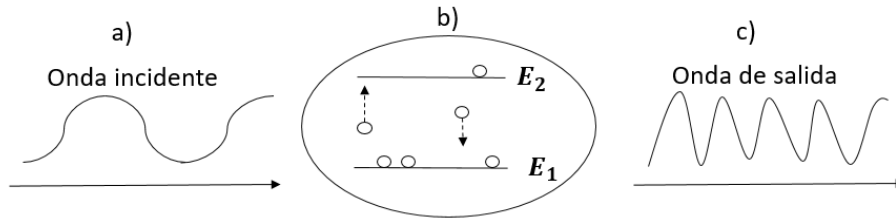


Figura 5. Interacción luz-materia, donde **a)** es una onda electromagnética clásica que incide sobre un medio saturable, descrita por la ecuación (2), **b)** es un sistema atómico de dos niveles de energía en el cual la onda incidente induce transiciones atómicas a los niveles energético $E_2 = \hbar\omega_2$ o $E_1 = \hbar\omega_1$, dando origen a procesos de absorción y emisión de luz y **c)** es la onda de salida, cual se presenta como una suma coherente de onda incidente más la radiación dipolar del material (sistema de átomos de dos niveles).

La evolución temporal de estado cuántico del átomo durante su interacción con un campo electromagnético incidente se puede encontrar resolviendo la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo para un átomo de dos niveles en presencia de luz [24]:

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (3)$$

donde \hat{H} es el Hamiltoniano del sistema cuántico y se puede separar como:

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2(t). \quad (4)$$

Aquí \hat{H}_1 describe al átomo sin ser irradiado por la luz y $\hat{H}_2(t)$ es un término de la perturbación ocasionada por la radiación incidente. Para el caso de interacción dipolar, el último puede ser descrito por:

$$\hat{H}_2(t) = \frac{E_0 \mu_{1,2}}{2} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}), \quad (5)$$

donde $\mu_{1,2}$ es el momento dipolar asociado a la transición óptica dipolar que se expresa como:

$$\mu_{1,2} = -e \int \Psi_2^* x \Psi_1 d^3r. \quad (6)$$

Sustituyendo la ecuación (1) en la ecuación (3) se puede demostrar que los coeficientes c_1 y c_2 satisfacen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\dot{c}_1(t) = i \frac{E_0 \mu_{1,2}}{2\hbar} (e^{i(\omega - \omega_0)t} + e^{-i(\omega + \omega_0)t}) c_2(t), \quad (7.a)$$

$$\dot{c}_2(t) = i \frac{E_0 \mu_{1,2}}{2\hbar} (e^{-i(\omega - \omega_0)t} + e^{i(\omega + \omega_0)t}) c_1(t), \quad (7.b)$$

donde $\omega_0 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$ es la frecuencia de resonancia de la transición atómica.

Introduciendo la aproximación de onda rotante (“*rotating wave approximation*” en inglés) la cual consiste en despreciar los términos no-resonantes que oscilan a frecuencia $(\omega + \omega_0)$, y definiendo la *frecuencia de Rabi* como:

$$\Omega_R = \left| \frac{E_0 \mu_{1,2}}{\hbar} \right|. \quad (8)$$

Las ecuaciones (7a) y (7b) se simplifican así [24, 25]:

$$\dot{c}_1(t) = \frac{i}{2} \Omega_R (e^{i(\omega - \omega_0)t}) c_2(t), \quad (9a)$$

$$\dot{c}_2(t) = \frac{i}{2} \Omega_R (e^{-i(\omega - \omega_0)t}) c_1(t), \quad (9b)$$

Para el caso de luz con frecuencia exactamente resonante ($\omega = \omega_0$) las soluciones de estas ecuaciones son:

$$c_1(t) = \cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right), \quad (10a)$$

$$c_2(t) = \sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right), \quad (10b)$$

por tanto, las probabilidades de encontrar a los átomos en el estado basen o excitados, respectivamente, está dada por:

$$|c_1(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right), \quad (11a)$$

$$|c_2(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right), \quad (11b)$$

Esto significa que las poblaciones atómicas oscilan entre los niveles energéticos con la frecuencia de Rabi como se muestra en la siguiente Figura.

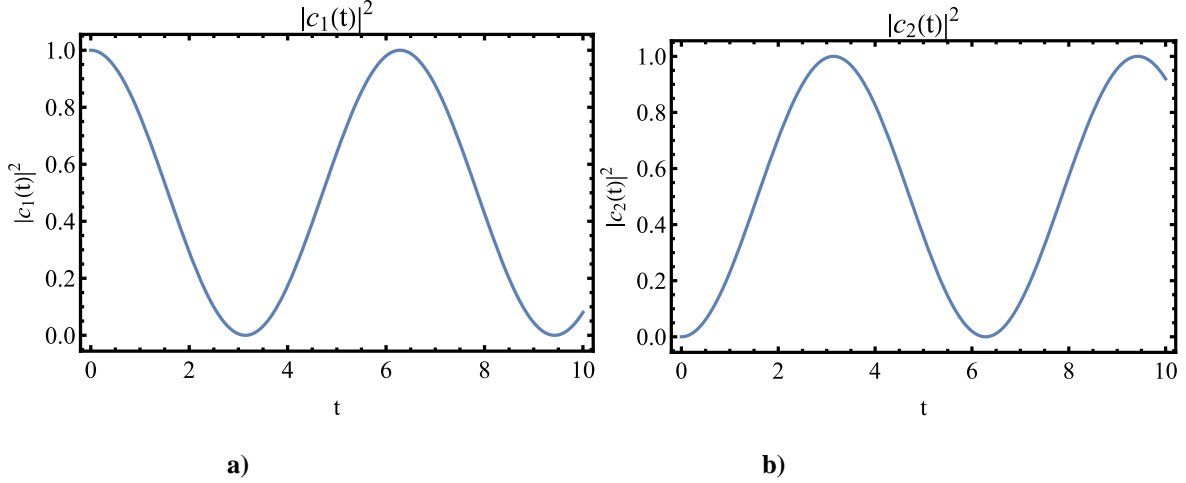


Figura 6. Comportamiento oscilatorio de las poblaciones atómicas entre los niveles energéticos, donde **a)** corresponde a la ecuación (11a) y **b)** corresponde a la ecuación (11b)

En el contexto de la interacción luz-materia un parámetro de gran importancia es aquel conocido como momento dipolar $m(t)$. Este parámetro describe la oscilación dipolar macroscópica del volumen del material durante su interacción con la radiación externa. Esta oscilación, en particular, da origen a la emisión de luz por parte de los átomos del material [25, 26]. Matemáticamente, es posible demostrar que el momento dipolar promedio está dado por:

$$c^*_2 c_1 M e^{i(\omega_2 - \omega_1)t} + c^*_1 c_2 M e^{-i(\omega_2 - \omega_1)t}. \quad (12)$$

Como se aprecia en la ecuación (12) el momento dipolar M inducido por el campo depende de las cantidades $c^*_2 c_1$ y $c^*_1 c_2$. En general, las amplitudes c_1 y c_2 tienen un papel importante en la descripción de la interacción luz-materia, debido a que describen cómo evoluciona la población atómica de los niveles energéticos y también porque permiten evaluar las características de la radiación emitida por los átomos durante su interacción con el campo externo [24, 27].

Debido a la relevancia de estos parámetros en la interacción luz-materia, usualmente se define la *matriz de densidad*, ρ , en términos de los coeficientes c_1 y c_2 de la siguiente manera:

$$\rho = \begin{bmatrix} \langle |c_1|^2 \rangle & \langle c_1 c^*_2 \rangle \\ \langle c_2 c^*_1 \rangle & \langle |c_2|^2 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

donde el símbolo $\langle \dots \rangle$ indica que se toma el valor promedio de las funciones sobre un conjunto (ensamble) de los átomos en el volumen macroscópicos.

Los elementos fuera de la diagonal de la matriz de densidad (ecuación (13)) se denominan coherencias y representan la respuesta (i.e., radiación dipolar) del sistema a la frecuencia del campo incidente. Note que las coherencias, por su definición, pueden tener valores complejos mientras que los elementos de la diagonal $|c_1|^2$ y $|c_2|^2$ siempre son valores reales que representan las poblaciones.

b. El vector de Bloch

Con el fin de obtener una representación geométrica (y más ilustrativa) que clarifique la influencia del campo externo en el sistema cuántico de dos niveles, utilizamos el procedimiento estándar de ecuaciones de Bloch al definir las nuevas variables [24, 27]:

$$\tilde{c}_1 = c_1 e^{-\frac{i\delta t}{2}}, \quad (14a)$$

$$\tilde{c}_2 = c_2 e^{\frac{i\delta t}{2}}. \quad (14b)$$

Aquí $\delta = \omega - \omega_0$ es la desintonía espectral de la radiación de luz incidente con respecto a la frecuencia de la resonancia atómica. Esta transformación no afecta a las poblaciones ($\rho_{11} = \tilde{\rho}_{11}$, $\rho_{22} = \tilde{\rho}_{22}$) pero las coherencias se reescriben como $\tilde{\rho}_{12} = \rho_{12} e^{-\frac{i\delta t}{2}}$ y $\tilde{\rho}_{21} = \rho_{21} e^{\frac{i\delta t}{2}}$. En términos de estas coherencias el momento dipolar es:

$$\begin{aligned} &= -\mu_{12} \{ \rho_{12} e^{i\omega_0 t} + \rho_{21} e^{-i\omega t} \} \\ &= -\mu_{12} \{ \tilde{\rho}_{12} e^{i\omega t} + \tilde{\rho}_{21} e^{-i\omega t} \} = -\mu_{12} \{ u \cos \omega t + v \sin \omega t \}, \end{aligned} \quad (15)$$

donde $\tilde{\rho}_{12}$ y $\tilde{\rho}_{21}$ dan la respuesta del átomo al campo aplicado. Las partes real e imaginaria de $\tilde{\rho}_{12}$ (multiplicada por 2) se definen como:

$$u = \tilde{\rho}_{12} + \tilde{\rho}_{21} \quad (16)$$

$$v = -i(\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{21}) \quad (17)$$

Analizando la ecuación (15) se identifica que u y v son las componentes en fase y en cuadratura del momento dipolar promedio del sistema de dos niveles en un marco que oscila a una frecuencia ω [24, 27].

Adicionalmente, también se define:

$$w = \rho_{11} - \rho_{22}, \quad (18)$$

donde w representa la diferencia de las poblaciones atómicas de la transición óptica y también se le conoce como inversión.

Finalmente, se puede demostrar que u , v y w satisfacen las siguientes ecuaciones diferenciales [25]:

$$\dot{u} = \delta v \quad (19)$$

$$\dot{v} = -\delta u + \Omega_R w \quad (20)$$

$$\dot{w} = -\Omega_R v \quad (21)$$

Para obtener una imagen geométrica de la interacción luz-materia, es útil definir un vector conocido como el vector de Bloch de la siguiente manera:

$$R = u\hat{x} + v\hat{y} + w\hat{z}. \quad (22)$$

Originalmente, la representación de Bloch fue desarrollada por Félix Bloch en 1946 para modelar los fenómenos de Resonancia Magnética Nuclear (RMN) y se adaptó por primera vez a los átomos de dos niveles en 1957 por Richard Feynman y Frank Vernon [28].

La interacción de la luz con el material se representa en este modelo a través de giros y movimientos de precesión del vector de Bloch en la superficie de una esfera unitaria conocida como “esfera de

Bloch”. Los polos de la esfera de Bloch corresponden a los estados base ($w = -1$) y excitado ($w = 1$), del sistema atómico de dos niveles. La Figura 7a muestra que, en el estado inicial, el vector de Bloch unitario está apuntando en la dirección negativa:

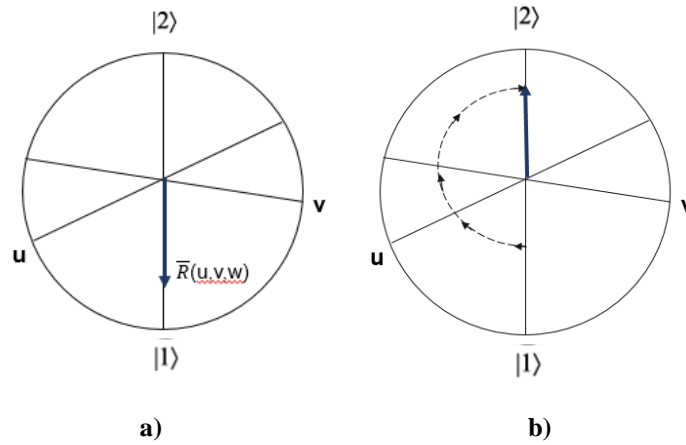


Figura 7. En el diagrama **a)** se muestra el vector de Bloch en su estado base (inicial) y en **b)** se puede observar su evolución cuando el sistema atómico ha sido irradiado por un pulso de luz resonante de área π .

En el caso de luz exactamente resonante $\delta = 0$ y el cambio de vector de Bloch según las ecuaciones (20) y (21) se representa por la rotación en el plano V-W. El resultado esta rotación del vector de Bloch depende de la amplitud del campo eléctrico y de la duración del pulso incidente. Llamamos pulso π al pulso luminoso que es capaz de inducir una rotación de 180° del vector de Bloch con respecto a su posición inicial (Figura 7b). En particular, si el estado inicial de los átomos es el estado base, un pulso π deja al estado atómico en el estado excitado de la transición óptica.

Cuando el campo incidente no es exactamente resonante con la transición atómica el vector de Bloch realiza un movimiento de precesión alrededor del eje efectivo W (Figura 8), definido como [24,27]:

$$W = \Omega_R \hat{x} + \delta \hat{z}, \tag{23}$$

En lugar de frecuencia de rotación del vector de Bloch resonante Ω_R , en este caso debemos usar la frecuencia efectiva, escrita como [24]:

$$W = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta^2} \tag{24}$$

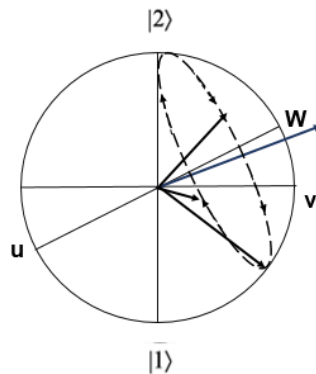


Figura 8. Evolución del vector de Bloch para un sistema de dos niveles iluminada por un campo no resonante.

c. Ensanchamiento de la línea espectral por efecto Doppler

El eco fotónico se observa cuando dos pulsos de luz resonante, separados por una distancia temporal Δt , interactúan con un medio resonante de dos niveles ensanchado inhomogéneamente. Se dice que una línea está ensanchada inhomogéneamente cuando la frecuencia resonante no es la misma para todos los átomos del material, sino que depende de diferentes parámetros físicos como la velocidad de movimiento y posición de las partículas en la muestra, la distribución de los campos externos, etc. Este proceso da origen a un perfil de línea espectral de tipo Gaussiano. Por otro lado, el ensanchamiento es homogéneo cuando la frecuencia resonante es la misma para todos los átomos dando como resultado un perfil de absorción Lorentziano [29]. Este tipo de ensanchamiento está determinado por procesos de relajación internos que son comunes en todos los átomos del material. En la Figura 9 se pueden apreciar ambos tipos de ensanchamiento.

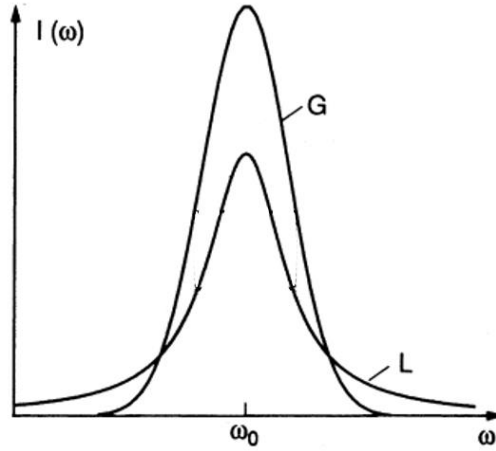


Figura 9. Ensanchamiento homogéneo e inhomogéneo, los cuales dan origen a perfiles de absorción Lorentzianos (L) y Gaussianos (G), respectivamente. Imagen tomada de Demtröder *et. al.* (1982) [29].

En el caso de los gases, el ensanchamiento inhomogéneo se debe principalmente al movimiento aleatorio longitudinal de los átomos, originando un desplazamiento de la frecuencia, que se puede cuantificar a través de la siguiente ecuación:

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right), \quad (25)$$

donde ω_0 es la frecuencia de transición atómica, ω es la frecuencia de radiación de la fuente, v es la velocidad de los átomos y c la velocidad de la luz en el vacío [24].

El ensanchamiento espectral inhomogéneo se puede obtener mediante la ecuación de Demtröder [29] que se expresa como:

$$\Delta\omega_{inhom} = 7.16 \times 10^{-7} \sqrt{\frac{T}{M}} \left(\frac{c}{\lambda}\right), \quad (26)$$

donde T es la temperatura ambiente, M la masa molecular del acetileno, λ la longitud de onda del láser y c es la constante de la velocidad de la luz ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$). Para este trabajo, las condiciones experimentales son de: $T = 300$ K, $M = 26$ y $\lambda = 1530.37$ nm, dando como resultado un ensanchamiento de línea aproximado 476.77 MHz.

d. Mecanismos de amortiguamiento.

Para una descripción más realista de la interacción luz-materia es necesario incluir en el análisis los diversos procesos que causan amortiguamiento de la energía y el desfase de los átomos excitados. Estos procesos se describen por los tiempos característicos T_1 y T_2 , denominados como tiempo de relajación longitudinal (Figura 10a) y tiempo de relajación transversal (Figura 10b), respectivamente [24, 27].

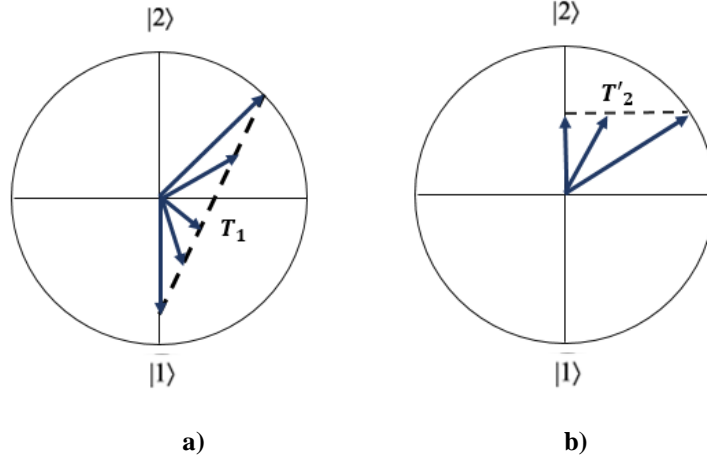


Figura 10. Representación gráfica de los tipos de relajación longitudinal y transversal utilizando el vector de Bloch. En **a)**, se ilustra la pérdida de energía de los átomos al pasar del estado excitado al estado base y en **b)**, aunque no hay pérdida de energía, sí hay un desfase entre los átomos cuyo efecto neto es reducir la polarización macroscópica del material promediada sobre el ensamble de átomos. Imagen tomada de Fox, *et. al* (2006) [27].

En el caso de medios gaseosos de volumen a altas presiones, las colisiones intermoleculares constituyen el principal mecanismo de amortiguamiento de la energía, sin embargo, a bajas presiones, estas colisiones son menos relevantes y el proceso dominante es el tiempo de tránsito o transit-time broadening en inglés [23]. El transit-time broadening se refiere al decaimiento de la energía derivada del tiempo limitado de interacción entre la molécula y la luz incidente (ver Figura 11). Por ejemplo, en el caso de la luz confinada en una fibra fotónica, la luz ocupa un volumen finito dentro de la fibra y la molécula sale y entra de este volumen debido a su velocidad termal, la cual, en el caso de la molécula de acetileno, es de alrededor de 500 m/s a la temperatura ambiente. El ensanchamiento asociado al tiempo de vuelo se evalúa como [29]:

$$\Delta\nu = \frac{0.888 v_p}{L} = \frac{0.444 \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}}}{L}. \quad (27)$$

donde v_p es la velocidad media de las moléculas, k_B es la constante de Boltzmann ($k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K) y L es el diámetro del núcleo de la fibra. Para las condiciones experimentales del laboratorio, el ensanchamiento por tiempo de vuelo tiene un valor aproximado de 43.79 MHz, ya que el diámetro del núcleo de la fibra es de 10 μm .

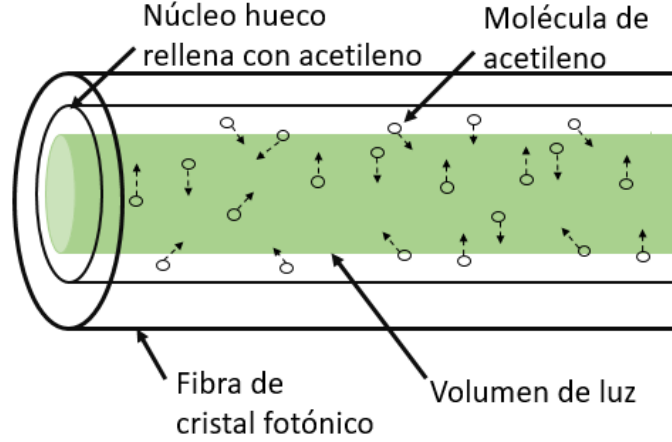


Figura 11. Fibra fotónica de núcleo hueco rellena de moléculas que se mueven hacia dentro y fuera del volumen de luz. Aquí el tiempo de vuelo es el tiempo promedio que tardan las moléculas en atravesar el volumen de la luz.

En los gases podemos considerar que la tasa de decaimiento de la energía ($\Gamma_{2,1}$) está determinada principalmente por las colisiones inelásticas y por el tiempo de tránsito de las moléculas, las cuales engloban en el parámetro T_1 , y se expresa normalmente como:

$$\frac{1}{T_1} = \Gamma_{2,1}. \quad (28)$$

Estos mecanismos resultan en la pérdida de energía del sistema de dos niveles y, a la vez, producen un desfase del sistema, el cual se manifiesta como un decaimiento de las componentes transversales u y v en la Figura 10a. Las colisiones intermoleculares, en particular, producen una tasa de ensanchamiento homogéneo que, para la línea P9 del acetileno, de acuerdo con Takiguchi [30], tiene un valor de 11.53 MHz/Torr. Las presiones típicas en experimentos relacionados con efectos coherentes en fibras fotónicas oscilan alrededor de 0.5 Torr, para la cual, el ensanchamiento de línea esperado es de alrededor de 5.76 MHz. Al sumar la tasa de ensanchamiento asociado al tiempo de vuelo y a las colisiones moleculares se obtiene un ensanchamiento homogéneo estimado de 49.5 MHz.

Por otro lado, la relajación transversal, caracterizada por el tiempo T_2 agrupa todos los procesos que tienden a destruir la memoria de fase del dipolo atómico sin pérdida de energía del sistema, como las colisiones elásticas.

Debido a que los procesos que inducen decaimiento de la energía también destruyen la coherencia del sistema, la tasa de desfase total es [31, 32]:

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{2T_1}. \quad (29)$$

Si se incluye el amortiguamiento, las ecuaciones de Bloch se transforman en:

$$\dot{u} = \delta v - \frac{1}{T_2} u \quad (30)$$

$$\dot{v} = \Omega_R w - \delta u - \frac{1}{T_2} v \quad (31)$$

$$\dot{w} = -\Omega_R v - \frac{1}{T_1} (w + w_0), \quad (32)$$

Debido a que el eco se forma por la radiación de las componentes transversales del vector de Bloch, v y u , su amplitud está influida esencialmente por el tiempo de relajación transversal T_2 [24, 32] y decae como:

$$e^{-\frac{2\Delta t}{T_2}}. \quad (33)$$

Por esta razón, el efecto de eco de dos pulsos se considera como una técnica muy efectiva para la medición experimental del tiempo de relajación transversal total T_2 [32].

e. Modelo geométrico de la formación del eco fotónico

El proceso de formación del eco fotónico se puede describir de la siguiente manera:

- i. Dos pulsos ópticos cortos resonantes, separados por un intervalo Δt , se hacen incidir en un medio ensanchado inhomogéneamente.
- ii. La luz interactúa con los diferentes grupos de moléculas que conforman el material, cada uno caracterizado por una velocidad longitudinal v_0 distinta y, por ende, con una frecuencia de resonancia efectiva ligeramente diferente. Cada grupo de moléculas se representa en la esfera de Bloch por un vector propio diferente.
- iii. La interacción del campo óptico con las moléculas es representada mediante una rotación del vector de Bloch. En particular, si las moléculas al tiempo $t = 0$ se encuentran en el estado base, estas comienzan con su vector de Bloch apuntando hacia el polo sur de la esfera de Bloch, como se muestra en la Figura 12a.
- iv. Si el primer pulso óptico incidente tiene un área igual a $\frac{\pi}{2}$, este inducirá que las moléculas roten su vector de Bloch, como se puede observar en la Figura 12b, alcanzando el plano ecuatorial de la esfera de Bloch. Si el pulso es bastante corto comparando con el inverso del ensanchamiento espectral de línea, es posible considerar que durante esta interacción todos los vectores rotan uniformemente.
- v. Después del primer pulso hay un intervalo de tiempo, Δt , durante el cual la muestra no es irradiada. En este periodo los vectores de Bloch de diferentes grupos de moléculas comienzan a desfasarse entre ellos (ver Figura 12c), según las frecuencias de resonancia efectiva (Figura 12d) determinadas por sus velocidades longitudinales.

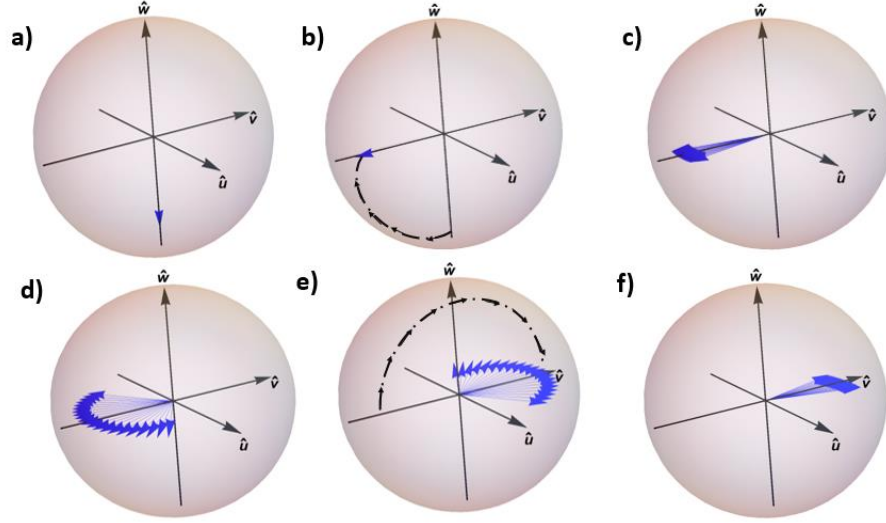


Figura 12. Evolución temporal de los vectores de Bloch, en donde **a)** es el estado inicial, **b)** es la rotación de los vectores de Bloch bajo la influencia del primer pulso con área $\frac{\pi}{2}$, **c)** desfase de los vectores de Bloch durante el tiempo Δt , **d)** vectores desfasados después del tiempo Δt , **e)** rotación de 180° de los vectores bajo la influencia del segundo pulso con área π , y **f)** re-empatamiento de fase después del segundo pulso π

- vi. Posteriormente, incide el segundo pulso de luz, el cual suele tener un área π . Este pulso induce una rotación de 180° en los vectores de Bloch, como se muestra en la Figura 12e.
- vii. Una vez que el segundo pulso ha terminado, comienza un proceso de re-empatamiento de fases (ver Figura 12f), que culmina con la emisión del eco fotónico [24].

f. El teorema del área

Si consideramos que las duraciones de los pulsos, (τ), son lo suficientemente cortos como para satisfacer $\tau \ll T_1, T_2$, se puede ignorar el amortiguamiento en las ecuaciones (30-32), y el sistema de ecuaciones de Bloch se reduce a aquel presentado en las ecuaciones (19-21). Para el caso cuando todas las moléculas están en su estado base y son excitados por luz resonante ($\delta = 0$), las soluciones a las ecuaciones son:

$$u = 0 \quad (34)$$

$$v = -\sin\theta \quad (35)$$

$$w = -\cos\theta \quad (36)$$

donde θ es el área del pulso, el cual está denotado como:

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_R(z, t') dt', \quad (37)$$

aquí $\Omega_R(z, t')$ es la frecuencia de Rabi del campo eléctrico del pulso definida en la ecuación (8) [33]. Para el caso contrario, donde $\delta \neq 0$, normalmente se asume que la dependencia de las funciones u, v y w con respecto a la desintonía, puede factorizarse y expresarse de la siguiente manera:

$$v = -F(\delta)\sin\theta, \quad (38)$$

donde $F(\delta)$ es una función que establece cómo se modifica la respuesta del átomo con la desintonía [29- 31].

Introduciendo este cambio de variable, es posible demostrar que el área del pulso satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$\ddot{\Theta} = \frac{\delta^2 F(\delta)}{1-F(\delta)} \sin\Theta. \quad (38)$$

Reemplazando el coeficiente $\frac{\delta^2 F(\delta)}{1-F(\delta)}$ por $\frac{1}{\tau^2}$, la ecuación (38) se simplifica como:

$$\ddot{\Theta} - \frac{1}{\tau^2} \sin\Theta = 0. \quad (39)$$

Utilizando como condición inicial $\frac{\partial\Theta}{\partial t} = 0$ para $t = \pm\infty$, se obtiene la solución:

$$\Theta = 4 \tan^{-1}\left[e^{\frac{t-t_0}{\tau}}\right] \quad (40)$$

donde t_0 depende de la posición y no del tiempo.

El campo eléctrico que satisface el comportamiento esperado para θ es un pulso secante hiperbólico, como propusieron McHall y Hahn en 1967 [33], está descrito por:

$$E(t, z) = \left(\frac{2\hbar}{|\mu|\tau}\right) \operatorname{sech}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right). \quad (41)$$

Las soluciones analíticas para las variables u , v y w son:

$$u = \frac{2\delta\tau}{1+(\delta\tau)^2} \operatorname{sech}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right) \quad (42)$$

$$v = \frac{2\delta\tau}{1+(\delta\tau)^2} \operatorname{sech}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right) \tanh\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right) \quad (43)$$

$$w = -1 + \frac{2\delta\tau}{1+(\delta\tau)^2} \operatorname{sech}^2\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right) \quad (44)$$

Cabe resaltar que estas soluciones satisfacen la probabilidad de conservación $u^2 + v^2 + w^2 = 1$. La solución (44) describe la evolución de la inversión de población y su gráfica se puede ver en la Figura 13.

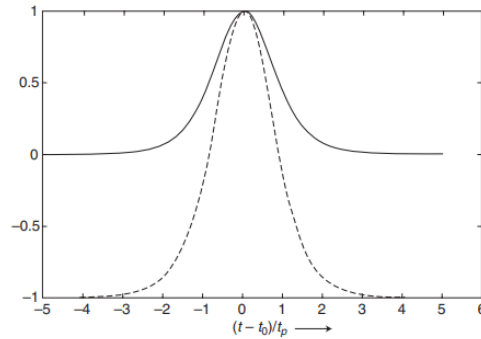


Figura 13. La curva punteada muestra la inversión de población w cuando la interacción luz-materia es resonante, mientras que la línea continua representa el campo eléctrico incidente descrito por la ecuación (41). Imagen tomada de Allen, *et. al.* (1987) [32].

Así mismo, McCall y Hahn en 1967 [34] demostraron que el área del pulso satisface la siguiente relación:

$$\frac{d\theta(z)}{dz} = -\frac{\alpha}{2} \sin\theta(z) \quad (45)$$

donde α es el coeficiente de absorción resonante del medio.

Algunas consecuencias importantes de esta ecuación es que los pulsos con área (Θ) igual a un múltiplo entero de π no cambian su área a medida que se propagan, dando origen a la formación de solitones. Sin embargo, los pulsos cuya área es un múltiplo impar de π son inestables y ante pequeñas fluctuaciones de su área a lo largo de la distancia de propagación terminan modificándose hasta alcanzar el área múltiplo par de π más cercano. Por otra parte, los pulsos con un área que es un múltiplo par de π son estables a lo largo de su propagación por el material, ver Figura 14 [31, 32, 33, 34].

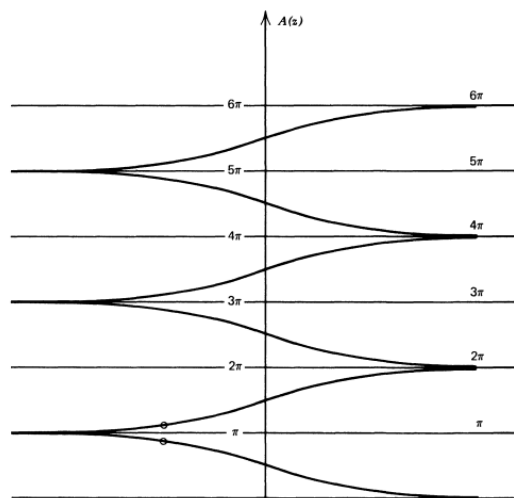


Figura 14. Evolución del área del pulso incidente como función de la distancia de propagación (eje horizontal). Imagen tomada de McCall, *et.al* (1967) [34].

3. Programa numérico para el análisis de la respuesta de conjunto de moléculas resonantes.

Para analizar las características más importantes del eco fotónico, se desarrolló un programa computacional utilizando el software Mathematica, el cual simula la propagación de pulsos ópticos cortos a través de un medio saturable de dos niveles. El programa simula un haz incidente con perfil transversal plano, es decir, un haz que mantiene la misma intensidad sobre una superficie ortogonal a su dirección de propagación y, posteriormente, resuelve las ecuaciones de Bloch con amortiguamiento (30-32) utilizando el método de Runge-Kutta de orden 4, descrita brevemente a continuación.

a. Implementación del método de Runge-Kutta de orden 4 en el software Mathematica.

El método de Runge-Kutta fue desarrollado inicialmente por C. Runge en un artículo publicado en 1895 [35, 36], el cuál buscaba mejorar la precisión del método de Euler al solucionar ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) de la forma:

$$y' = f(x, y), \quad (46)$$

mediante un algoritmo recursivo del tipo:

$$y_{i+1} = y_i + m\Delta h \quad (47)$$

donde m es una pendiente representativa en el intervalo analizado por la función recursiva y Δh es el tamaño de paso. Sin embargo, esta solución numérica de las EDOs implica dos tipos de errores, el de discretización y el de redondeo (para más detalles, revisar [37]).

Para evitar este tipo de errores, el método de Runge-Kutta evalúa la función de incremento m como: $m = \sum_{i=1}^n a_i k_i$, donde k_i está dada por:

$$k_1 = f(x_i, y_i), \quad (48a)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 \Delta h), \quad (48b)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{2,1} k_1 h + q_{22} k_2 \Delta h), \quad (48c)$$

.

.

.

$$k_n = f(x_i + p_{n-1} \Delta h, y_i + q_{n-1,1} k_1 \Delta h + q_{n-1,2} k_2 \Delta h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} \Delta h). \quad (48d)$$

Aquí a_i , p_i y q_i son contantes [37].

Cada una de las k_i evaluadas, representa una pendiente dentro de un intervalo dado por el tamaño de paso en cada interacción. De esta manera, el método de Runge-Kutta mejora la precisión con respecto al método de Euler obteniendo un promedio ponderado de dichas pendientes.

b. Evaluaciones numéricas.

Con el fin de evaluar numéricamente la evolución temporal del vector de Bloch, el código que se escribió en el software Mathematica realiza el siguiente procedimiento:

- Define las ecuaciones de Bloch con amortiguamiento.
- Requiere que el usuario establezca las condiciones iniciales de todos los parámetros relevantes como lo son la duración y amplitud de los pulsos, los tiempos de amortiguamiento (T_1 y T_2), absorción óptica, entre otros.
- Una vez establecidas las condiciones iniciales (u_0, v_0, w_0), el programa resuelva las ecuaciones de Bloch mediante el método de Runge-Kutta de orden 4 (RK4), entregando como resultado la evolución temporal del vector de Bloch, así como el cálculo del perfil de amplitud e intensidad del pulso transmitido, incorporando el efecto Doppler (ensanchamiento inhomogéneo).
- Finalmente, con los resultados obtenidos, el programa genera una animación que muestra cómo rota el vector de Bloch dentro de una esfera (conocida como esfera de Bloch), además de graficar los pulsos de entrada y salida del sistema atómico.

El proceso de caracterización del eco fotónico se realizó variando los diferentes parámetros experimentales que influyen en la formación del eco, los cuales se enlistan a continuación:

- El coeficiente de absorción óptica del material (α) y la longitud del medio (L). Se propone utilizar una longitud del medio de 1 m, lo cual corresponde a una situación realista cuando se utilizan fibras fotónicas. Por otra parte, es necesario mantener el régimen de bajas presiones para poder despreciar el impacto de las colisiones intermoleculares en la coherencia atómica del gas. Para este fin, el coeficiente de absorción se variará en el rango de 0.1-2, el cual experimentalmente se puede alcanzar con presiones menores a 1 Torr.
- El tiempo de relajación longitudinal (T_1) y transversal (T_2). Los tiempos de amortiguamiento se variarán desde 1 ns hasta 100 ns, para analizar las situaciones en que el tiempo de coherencia es mucho más grande, similar y más pequeño que el tiempo requerido para la formación óptima del eco fotónico.
- La duración (τ) y amplitud (A_{in}) de los pulsos incidentes con perfil temporal rectangular. Estos parámetros se variarán de manera que el área de los pulsos oscile en el rango de $.3\pi$ a 2π .
- El retraso temporal (Δt) entre los pulsos incidentes se variará entre 1 y 50 ns, para analizar su efecto en la formación del eco.

Antes de presentar las gráficas obtenidas mediante la simulación numérica, es importante mencionar que las potencias de los campos incidentes, tiempos de amortiguamiento y duraciones de los pulsos se presentarán en forma normalizada con el fin de optimizar el procesamiento computacional de los datos.

Las potencias de los campos incidentes se normalizarán con la potencia de saturación, P_{sat} , la cual se expresa matemáticamente como:

$$P_{sat} = \frac{\hbar^2 \epsilon_0 c A}{\mu_{1,2}^2 T_1 T_2}. \quad (49)$$

La ecuación (49) se puede simplificar expresándola en términos de la frecuencia de Rabi (ver ecuación (8)) y asumiendo que $T_1 = T_2$, esto da como resultado la siguiente expresión:

$$P_{sat} = \frac{P_{in}}{\Omega_R^2 T_2^2}, \quad (50)$$

donde P_{in} es la potencia de entrada y está dada por el producto $P_{in} = IA$, con A como el área de la sección transversal del pulso e $I = \frac{\epsilon_0 E_0^2 c}{2}$. La expresión $\Omega_R^2 T_2^2$ se puede expresar como $\Omega_N^2 T_N^2 = \Omega_N^2 T_N^2$ donde Ω_N es la frecuencia de Rabi normalizada dada por $\Omega_N = \Omega_R T$ y $T_N = \frac{T_2}{T}$ es el tiempo de amortiguamiento normalizado. La constante de normalización utilizada es $T = 10$ ns.

Definiendo el parámetro $A_{in} = \Omega_N T_N$ la potencia de saturación se puede expresar así:

$$P_{sat} = \frac{P_{in}}{A_{in}^2} \quad (51)$$

En el código de Mathematica que se utilizó en este trabajo se ingresó la amplitud del campo eléctrico incidente en términos de la variable A_{in} . Para entender las implicaciones físicas de este parámetro notemos que si el valor de $A_{in} = 1$, significa que la potencia de entrada es igual a la potencia de saturación ($P_{in} = P_{sat}$). Análogamente, cuando $A_{in} = 10$, significa que la potencia de saturación es 100 veces más grande que la potencia de entrada ($P_{in} = 100 P_{sat}$).

Por otra parte, la tasa de amortiguamiento que se ingresó está de forma normalizada como $\gamma = \frac{T}{T_2}$, de esta manera cuando $\gamma = 0.1$, significa que $T_2 = 100$ ns, o bien, cuando $\gamma = 1$, $T_2 = 10$ ns. Por último, la duración de los pulsos (t) está presentada de forma normalizada como $\tau = \frac{t}{T}$, por lo que, si $\tau = 0.4$, la duración del pulso es $t = 4$ ns o si $\tau = 1$, $t = 10$ ns.

Para corroborar que los resultados obtenidos por el código son correctos y que estos coinciden con la teoría, se resolvieron numéricamente las ecuaciones 30-32 y se compararon los resultados con las predicciones teóricas dadas por [38]:

$$u = \frac{e^{-t\gamma} \delta \Omega (-e^{t\gamma} (\delta^2 + \Omega^2) + (\delta^2 + \Omega^2) \cos(gt) + g\gamma \sin(gt))}{(\delta^2 + \Omega^2)(\gamma^2 + \delta^2 + \Omega^2)}, \quad (53)$$

$$v = -\frac{e^{-t\gamma} \Omega (e^{t\gamma} g\gamma - g\gamma \cos(gt) + (\delta^2 + \Omega^2) \sin(gt))}{g(\gamma^2 + \delta^2 + \Omega^2)}, \quad (54)$$

$$w = -\frac{e^{-t\gamma} (e^{t\gamma} (\gamma^2 + \delta^2) (\delta^2 + \Omega^2) + \Omega^2 ((\delta^2 + \Omega^2) \cos(gt) + g\gamma \sin(gt)))}{(\delta^2 + \Omega^2)(\gamma^2 + \delta^2 + \Omega^2)}, \quad (55)$$

con γ como el amortiguamiento, Ω la frecuencia de Rabi, δ la desintonía espectral, y $g = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta^2}$, también conocida como la frecuencia efectiva de Rabi.

Para los parámetros $\gamma = 0.1$, $A_{in} = \pi$, $\delta = 0$ y $\tau = 1$ se obtuvo lo que se muestra en la Figura 15, donde los puntos de colores representan la solución numérica por el método de RK4 y la línea continua a la predicción teórica.

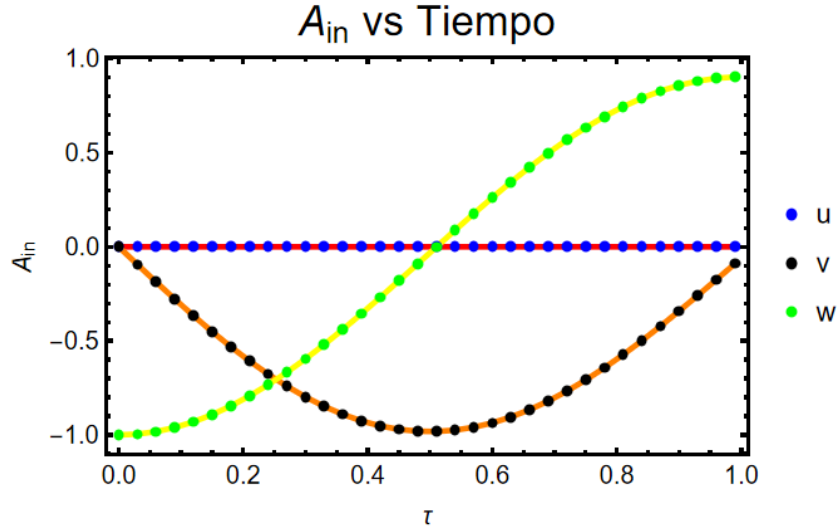


Figura 15. Soluciones de las ecuaciones de Bloch obtenidas numéricamente (puntos de colores) y predicciones teóricas (línea continua) cuando una línea está ensanchada homogéneamente.

De esta forma se puede establecer que los resultados numéricos están en buena concordancia con las predicciones teóricas para una línea ensanchada homogéneamente.

Para el caso cuando la línea está ensanchada inhomogéneamente, los resultados obtenidos por el código se compararon con la predicción teórica dada por [38]:

$$\int \frac{-e^{\gamma t - \frac{\delta^2}{v_p^2}} \Omega \gamma \cos(t \sqrt{\delta^2 + \Omega^2}) + \sqrt{\delta^2 + \Omega^2} \sin(t \sqrt{\delta^2 + \Omega^2})}{v_p (\sqrt{\pi} (\delta^2 + \Omega^2 + \gamma^2))}. \quad (56)$$

Utilizando los mismos valores para los parámetros de $\gamma = 0.1$, $A_{in} = \pi$, $\delta = 0$ y $\tau = 1$, se obtuvo lo que se muestra en la Figura 16:

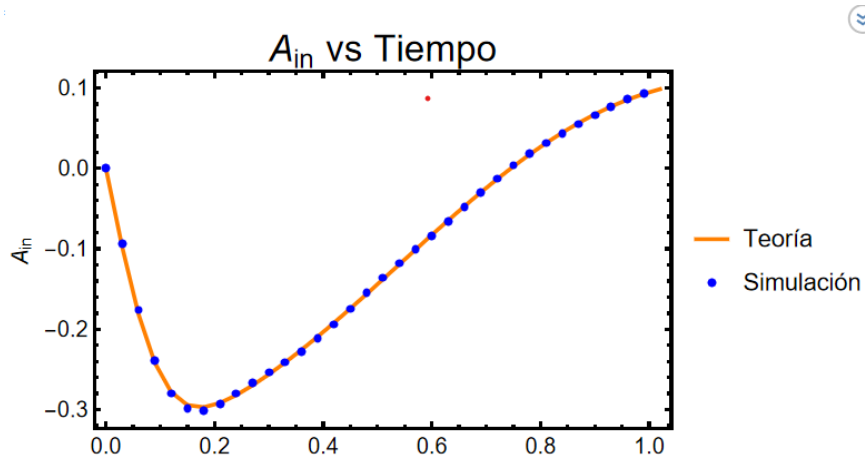


Figura 16. Soluciones de las ecuaciones de Bloch obtenidas numéricamente (puntos azules) y predicción teórica cuando una línea está ensanchada inhomogéneamente (línea sólida).

Nuevamente, los resultados numéricos coinciden con la predicción teórica para el caso en que la línea está ensanchada inhomogéneamente.

Finalmente, a continuación, se muestra un ejemplo de los pulsos transmitidos que arroja la simulación numérica para los casos en que se considera que la línea está ensanchada homogéneamente (línea naranja) y para cuando la línea es inhomogénea (línea verde). Los parámetros utilizados tuvieron los valores de: $\gamma = 0.1$, $\tau = 2$, $\alpha_0 = 1$, $L = 1$ m, y $A_{in} = \pi$.

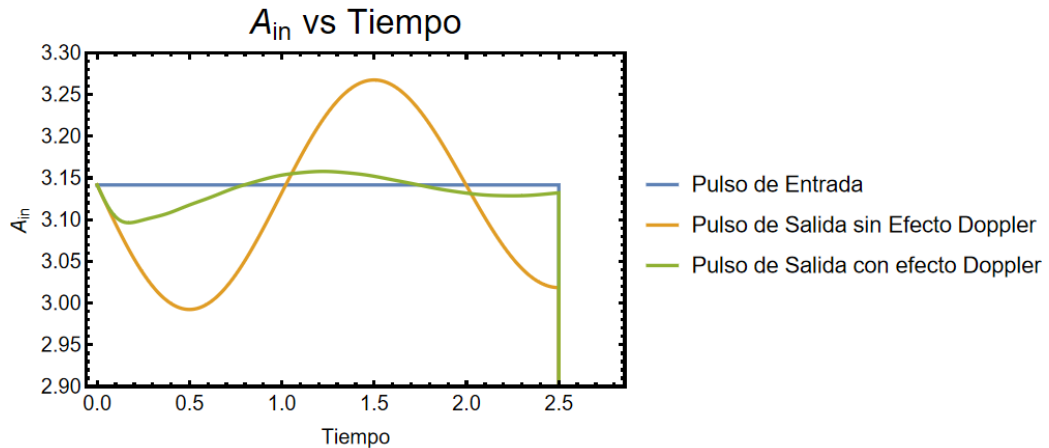


Figura 17. Resultado de la simulación, donde la línea azul es el pulso de entrada que se envía al sistema atómico y las líneas naranja y verde, son los pulsos de salida para los casos en que se ignora, o se toma en cuenta, el efecto Doppler, respectivamente.

De la Figura 17 se puede apreciar que la principal diferencia entre los pulsos transmitidos es que cuando se incluye el efecto Doppler la oscilación de nutación óptica es menos profunda y decae más rápido. Esto se debe a que el perfil del pulso transmitido resulta de la superposición de la radiación que emiten todas las moléculas excitadas del material, cuyas frecuencias están desplazadas por el efecto Doppler. Nótese que en la simulación anterior se ha considerado que los anchos espectrales de la línea homogénea e inhomogénea satisfacen la siguiente relación $\frac{\Delta\omega_{inhomogénea}}{\Delta\omega_{homogénea}} = 9.62$.

c. Propagación de un pulso óptico a través de un medio saturable

A continuación, se presenta un breve análisis de cómo influyen los diferentes parámetros que permite variar el programa, en las características de la luz transmitida, cuando se hace incidir un solo pulso de luz sobre el material. Cabe destacar que en todos los casos se incluirá el ensanchamiento inhomogéneo y se considerará que el medio está conformado por un gas saturable depositado en una fibra fotónica de longitud 1 m y con diámetro de núcleo hueco de $10 \mu\text{m}$.

El estudio se iniciará variando la absorbancia óptica del material (αL) manteniendo lo demás parámetros en los siguientes valores: $\gamma = 0.1$, $\tau = 2$, $A_{in} = \pi$, de manera que el área del pulso es 2π .

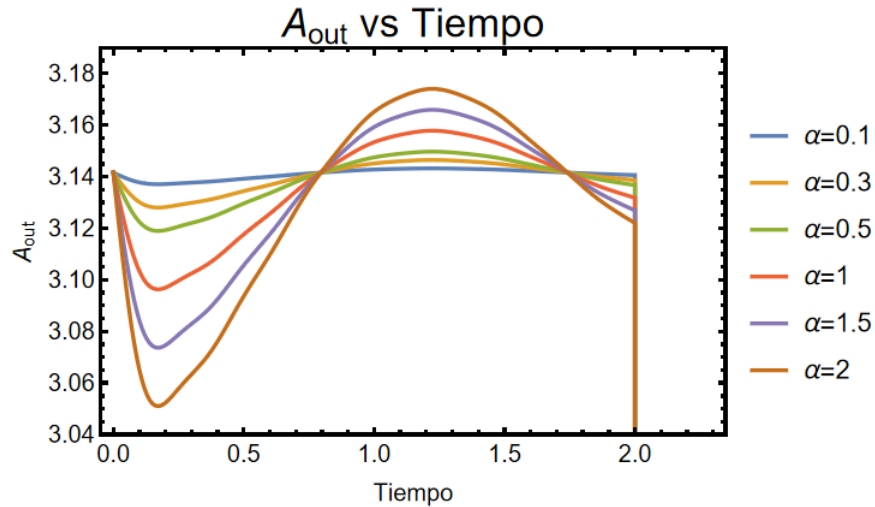


Figura 18. Amplitud del perfil del pulso de salida cuando se varía el coeficiente de absorción óptica en el programa para valores de α igual a 0.1, 0.3, 0.5, 1, 1.5 y 2.

De la Figura 18, se puede apreciar que el efecto de incrementar la densidad óptica es aumentar la profundidad de las oscilaciones en el perfil del pulso transmitido. Estas variaciones conocidas como nutación óptica [38] son análogas a las oscilaciones transitorias que se observan cuando un oscilador armónico clásico se excita con un pulso con perfil escalón rectangular. En nuestro caso, la frecuencia de las oscilaciones corresponde a la frecuencia de Rabi [38,39] las cuales decaen con el tiempo de relajación transversal y longitudinal (~ 10 ns). En estado estacionario el vector de Bloch obtiene una amplitud y orientación determinada por la absorción y dispersión del gas.

Ahora se variará el tiempo de relajación (T_2) mientras se fijan los otros parámetros en: $\alpha L = 1$, $\tau = 2.5$, $A_{in} = \pi$, los resultados fueron los siguientes:

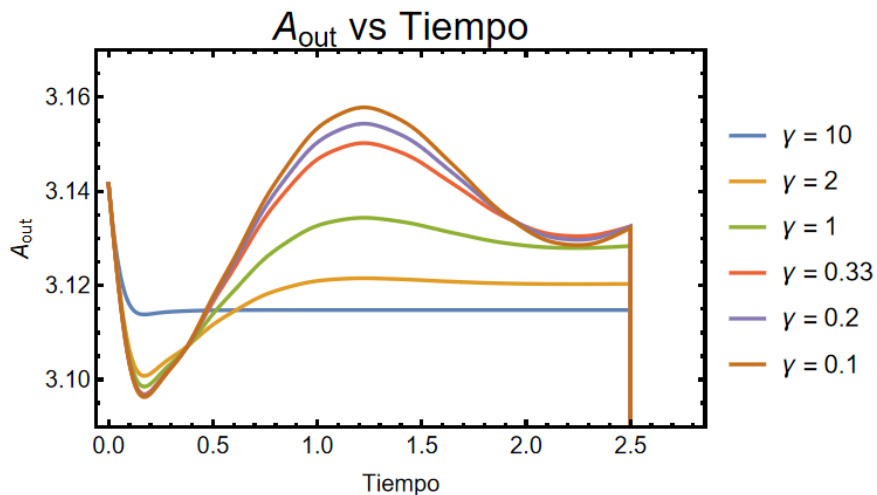


Figura 19. Amplitud del pulso de salida cuando se varían los tiempos de amortiguamiento para valores de γ igual a 10, 2, 1, 0.33, 0.2 y 0.1.

Se observa que el principal efecto del amortiguamiento es hacer que las oscilaciones de Nutación óptica disminuyan su profundidad y además decaigan más rápido.

Las oscilaciones de nutación óptica se deben a la contribución de luz coherente que emiten las moléculas cuando fueron excitadas. Un tiempo de amortiguamiento T_2 muy pequeño, significa que las emisiones de luz coherente de las moléculas terminarán en menor tiempo, dando como resultado una fuerte atenuación de las oscilaciones de nutación óptica, como la que se observa cuando $\gamma = 10$. Por otro lado, cuando se aumenta el tiempo de coherencia, las moléculas emiten luz en fase entre ellas por más tiempo, aumentando la profundidad de las oscilaciones, tal como se muestra cuando $\gamma = 0.1$.

Finalmente se varió el área de los pulsos de entrada manteniendo la duración fija en $\tau = 2.5$ y variando la amplitud A_{in} , mientras que los otros parámetros se fijaron en los siguientes valores: $\gamma = 0.1$ y $\alpha_0 L = 1$.

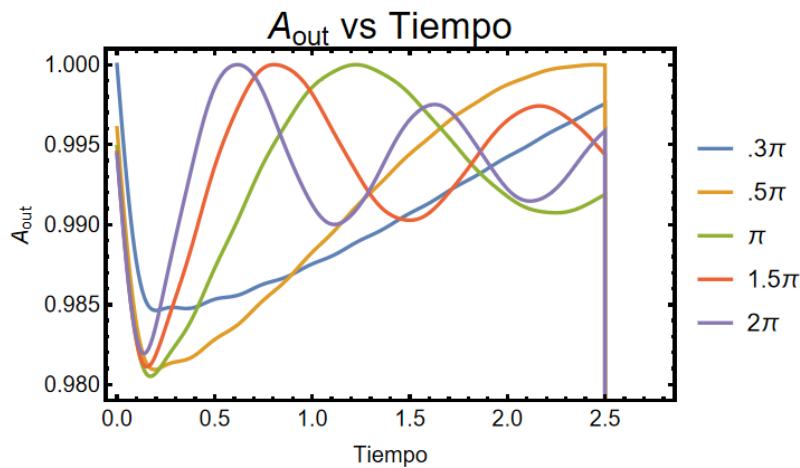


Figura 20. Amplitud del pulso de salida para diferentes áreas del pulso incidente ($.3\pi$, $.5\pi$, π , 1.5π , 2π), manteniendo la duración del pulso fijo en $\tau = 2.5$.

El principal efecto de variar la amplitud del pulso de entrada es modificar la frecuencia de la nutación óptica. Esto se debe a que la frecuencia de Rabi con que oscilan las poblaciones atómicas del material es directamente proporcional a la amplitud del campo eléctrico.

4. Estudio del eco fotónico por simulación numérica

Con el objetivo de analizar las características del eco fotónico que se forma en una HC-PCF rellena con acetileno, se analizó la propagación de dos pulsos ópticos de luz separados por una distancia temporal Δt entre sus respectivos centros. La teoría simplificada [39] establece que las áreas óptimas de los pulsos incidentes son $\frac{\pi}{2}$ y π , por lo cual, en el código se escribieron los parámetros: $\Delta t = 0.8$ $\gamma = 0.1$, $\alpha L = 1$, $A_{in} = 4$ y 8 . Considerando que el tiempo de duración del pulso incidente será $\tau = 0.4$, el área de los pulsos utilizados en la simulación será aproximadamente de $\frac{\pi}{2}$ y π . El resultado obtenido se muestra en la Figura 21.

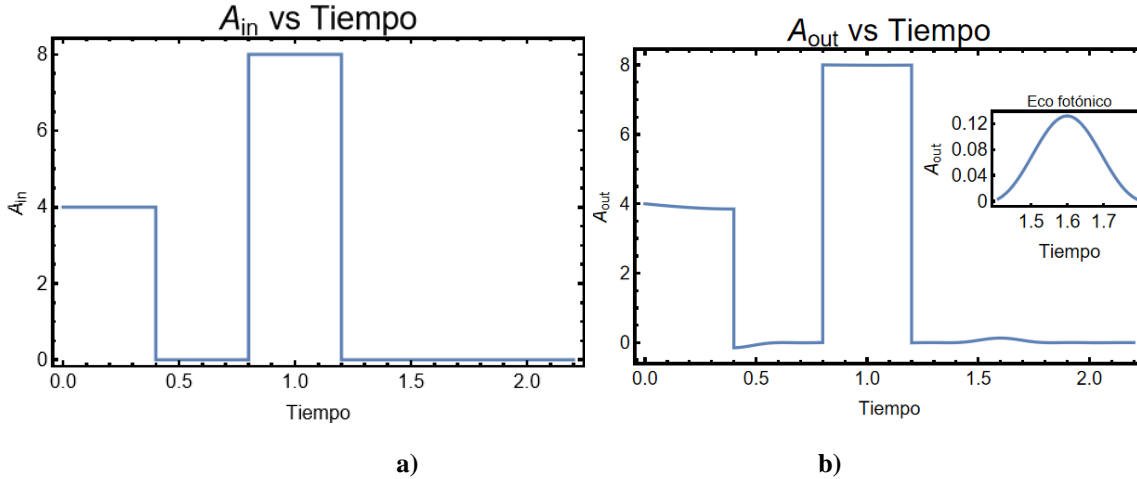


Figura 21. Perfiles de los pulsos generados por el código, siendo **a)** los pulsos de entrada y **b)** los pulsos de salida.

La teoría clásica del eco fotónico [39] establece que el eco aparece al doble del tiempo Δt , por lo que al tener $\Delta t = 0.8$, el eco fotónico se espera que tenga una amplitud máxima en $\tau = 1.6$, es decir, $t = 16$ ns. En concordancia con lo esperado, en la Figura 21b se observa un pequeño bulto en $\tau = 1.6$, el cual corresponde al “eco fotónico”.

De acuerdo con la teoría al aumentar la separación entre los pulsos incidentes se espera que el eco fotónico también tenga un desplazamiento. Para corroborar este efecto se repitió la simulación anterior ($\gamma = 0.1$, $\alpha L = 1$, $\tau = 0.4$ y $A_{in} = 4$ y 8), pero esta vez cambiando la separación de los pulsos hasta $\Delta t = 1.4$. El resultado obtenido se muestra en la Figura 22.

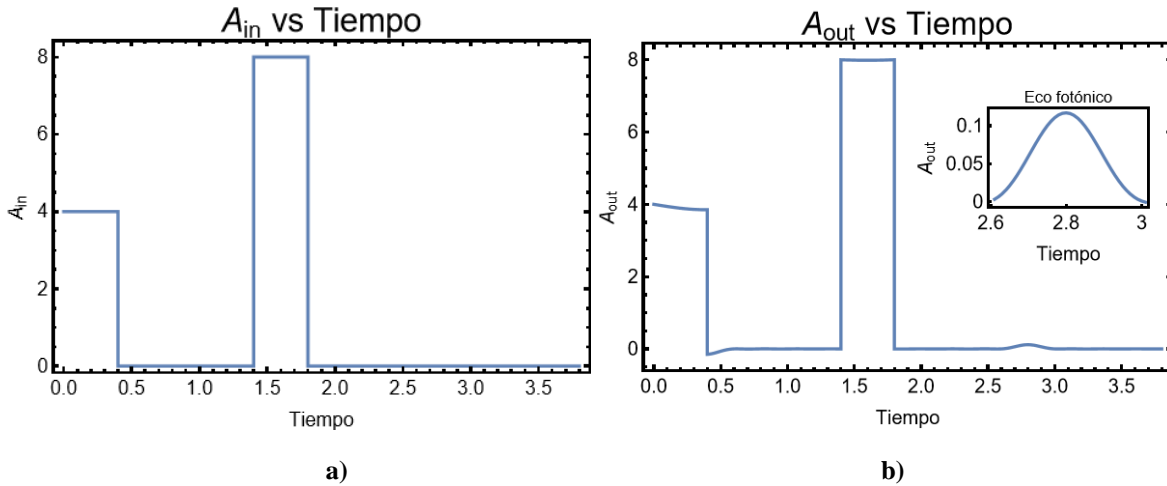


Figura 22. Resultados de simulación para el primer pulso con un área $\frac{\pi}{2}$ y el segundo π , aproximadamente, en donde **a)** son los pulsos de entrada y **b)** los de salida.

En la Figura 22b se observa que cuando los pulsos tienen una separación de 1.4 el eco se desplaza hasta un tiempo 2.8.

Anteriormente se ha mencionado que la amplitud del eco se ve influida por el tiempo de amortiguamiento. Para verificar que este efecto también se produce en la simulación se hizo un análisis considerando varios casos en donde γ tiene valores de 0.1, 0.2, 0.4 y 1, manteniendo constantes los parámetros: $A_{in} = 4$ y 8 , $\tau = 0.4$ y $\alpha L = 1$. Para cada valor de γ se varió la separación de los pulsos entre 0.1 hasta 4. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 23.

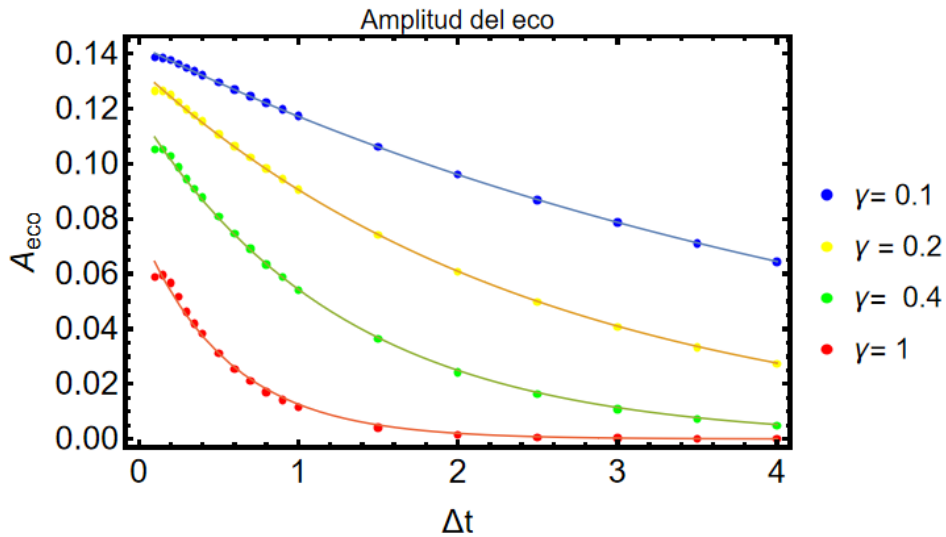


Figura 23. Gráfica del decaimiento exponencial (ecuación (33)) con el decaimiento de la amplitud.

De la Figura 23 se puede decir que entre menor sea el amortiguamiento la amplitud del eco fotónico decaerá más lentamente. Esto se debe a que el eco fotónico depende fundamentalmente del número de átomos que continúan emitiendo en fase (o parcialmente en fase) al tiempo $2\Delta t$, lo cual está determinado por T_2 . Por otra parte, también se puede notar que conforme aumenta la separación, Δt , la amplitud disminuye. Esto se debe a que la cantidad de emisores coherentes disminuye

exponencialmente con el tiempo. La línea sólida de la Figura 23 corresponde al ajuste teórico obtenido utilizando la ecuación

$$Ae^{-2\Delta t\gamma}, \quad (57)$$

donde $\gamma = \frac{1}{T_2}$ es la tasa de amortiguamiento y A es una constante de ajuste. Los resultados obtenidos por Mathematica para los datos de la Figura 23 son: $A = 0.143, 0.134, 0.118$ y 0.077 y $\gamma = 0.099, 0.19, 0.38$ y 0.9 .

Ahora, considerando el caso donde los pulsos tienen una duración $\tau = 0.3$ y una separación $\Delta t = 0.7$, manteniendo los pulsos con áreas $\frac{\pi}{2}$ y π , aproximadamente, se obtuvo lo que se ve en la Figura 24.

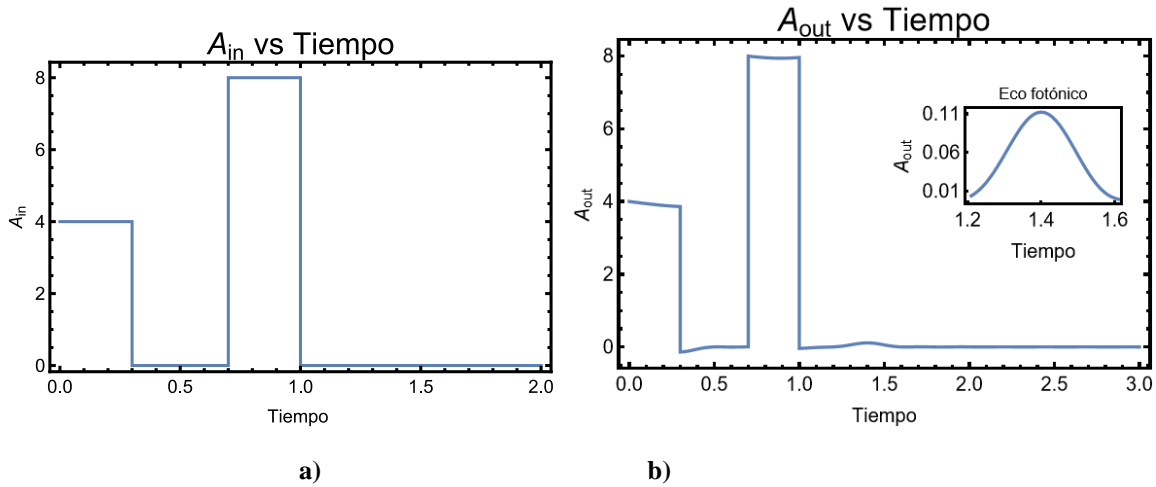


Figura 24. Resultados del código cuando se implementan dos pulsos con áreas aproximadas de $\frac{\pi}{2}$ y π con una separación de 0.7 y una duración de 0.3, donde **a)** son los pulsos de entrada y **b)** los pulsos de salida.

Nuevamente el eco fotónico se hace presente en el tiempo esperado, alcanzando su amplitud máxima en $\tau = 1.4$ (en la Figura 24b).

Los pulsos con áreas diferentes $\frac{\pi}{2}$ y π se consideran dentro de lo que se denomina “caso ideal”, sin embargo, en muchos trabajos experimentales no se cuenta con el equipo adecuado para producir esa secuencia de pulsos ópticos, por lo que en estos casos se utilizan pulsos de áreas iguales.

Dicho esto, se tiene la pregunta de cómo afecta esto a la amplitud del eco. Para analizar esta cuestión a continuación se presenta una simulación considerando cuatro casos: $\gamma = 0.1, 0.2, 0.4$ y 1 , manteniendo constante $\alpha L = 1$, las áreas de ambos pulsos serán de $\frac{\pi}{2}$ ($A_{in} = 4, \tau = 0.4$) y la separación Δt se variará entre 0.1 y 4. En la Figura 25 se muestran los resultados obtenidos.

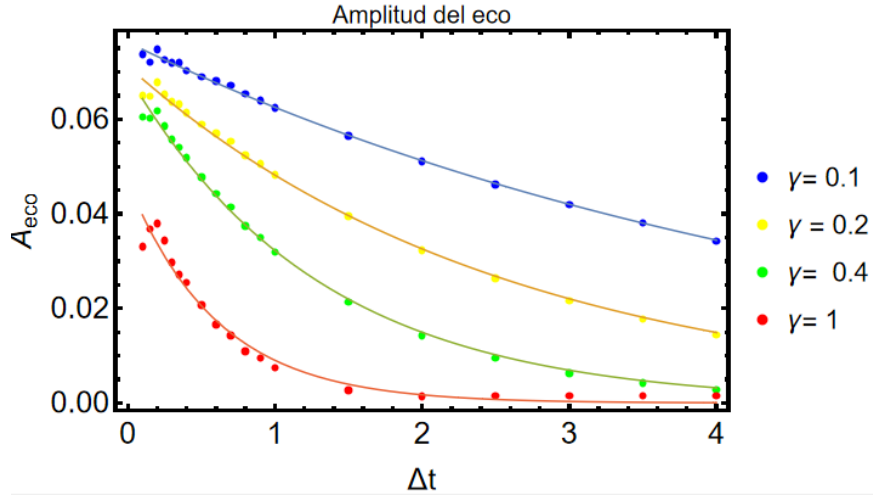


Figura 25. Gráfica donde se compara el decaimiento exponencial de la ecuación (33) con el decaimiento de la amplitud.

En la Figura 25 se puede notar que el decaimiento de la amplitud del eco fotónico arrojado por la simulación (puntos de colores) sigue el comportamiento exponencial descrito por la ecuación (33) (línea sólida). Los valores de ajuste y de tiempo característico para la Figura 25 fueron: $A = 0.072, 0.071, 0.069$ y $\gamma = 0.099, 0.19, 0.38$ y 0.82 .

Una vez que se ha verificado la validez del programa para simular el comportamiento del eco fotónico cuando se varía la separación entre los pulsos y los tiempos de amortiguamiento, el paso siguiente fue calcular la eficiencia del eco. De acuerdo a Urmancheev *et. al* (2019) [40], la eficiencia se define como:

$$Eficiencia = \frac{\Theta_{eco}^2}{\Theta_1^2(0)}, \quad (58)$$

donde $\Theta_1(0)$ es el área inicial del primer pulso incidente y Θ_{eco} es el área del eco fotónico, la cual es válida cuando $\pi > \Theta_1(0)$, $T_2 \gg \Delta t$ y $\Delta t \gg \tau$:

$$\Theta_{eco} = 2 \arctan \left[\frac{e^{-2\Delta t \gamma} \Theta_1(0) \gamma^2}{\cosh^2(\beta - \frac{\alpha L}{2}) + \gamma^2} \sinh\left(\frac{\alpha L}{2}\right) \right], \quad (59)$$

donde $\beta = \ln \left\{ \tan \left[\frac{\Theta_2(0)}{2} \right] \right\}$ y $\gamma = \frac{\tan \left[\frac{\Theta_2(0)}{2} \right]}{\sin[\Theta_1(0)]}$, con $\Theta_2(0)$ como el área inicial del segundo pulso.

Para corroborar que la eficiencia calculada por el código coincide con la teoría, se hicieron dos pruebas. La primera consistió en variar la densidad óptica manteniendo constante las áreas de los pulsos, el tiempo de amortiguamiento y la separación entre los pulsos. En la segunda se varió la separación de los pulsos, manteniendo la densidad óptica, las áreas de los pulsos y el tiempo de amortiguamiento constantes.

Al variar la densidad óptica de 0.2 a 2, con $L = 1$ m, $\gamma = 0$, $\Delta t = 44$ y áreas $\Theta_1(0) = \frac{\pi}{2}$ y $\Theta_2(0) = \pi$, se obtuvo el siguiente comportamiento:

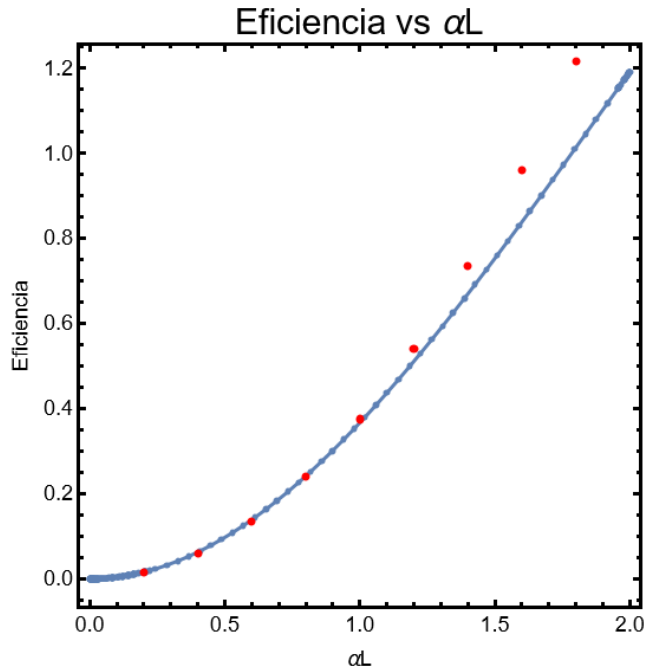


Figura 26. Eficiencia del eco fotónico obtenida numéricamente (puntos rojos) y teóricamente (línea azul) al variar la densidad óptica de 0.2 a 2.

De la Figura 26, se puede observar que la eficiencia numérica coincide con la teoría bajo estas condiciones: $\alpha L = 1$, $\gamma = 0$, $\Delta t = 21$ y áreas $\Theta_1(0) = \frac{\pi}{2}$ y $\Theta_2(0) = \pi$. Cabe mencionar que las ecuaciones teóricas (58) y (59) funcionan para anchos de líneas pequeñas, por lo que, al momento de obtener la eficiencia numérica de la Figura 28 se utilizó un ancho de línea ~ 20 MHz. También se puede observar que, a partir de una densidad óptica de 1, los resultados numéricos comienzan a separarse de la teórica. Esto se debe a que el código es válido solamente en la aproximación de celda ópticamente delgada, esto significa que para densidades ópticas mayores que 1 la discrepancia entre el código y la teoría se hace cada vez mayor.

Continuando con el análisis, para un ancho de línea ~ 20 MHz, se varió la separación de los pulsos de $\Delta t = 9$ hasta $\Delta t = 27$ manteniendo constantes los parámetros $\gamma = 0.01$, $L = 1$ m, $\alpha = 0.5$, áreas $\Theta_1(0) = \frac{\pi}{2}$ y $\Theta_2(0) = \pi$. En la siguiente Figura se muestran los resultados numéricos y teóricos:

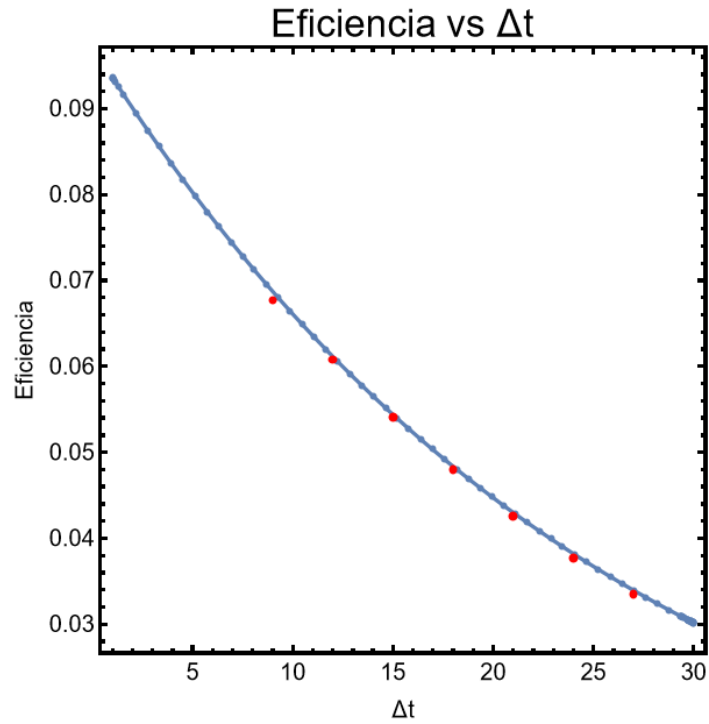


Figura 27. Resultados numéricos (puntos rojos) y teórico (línea azul) de la eficiencia del eco fotónico cuando la separación entre los pulsos varía.

El motivo por el cual no hay puntos antes de una separación de 9, es porque el eco fotónico queda muy cerca del final del segundo pulso y esto origina deformaciones en su perfil de amplitud.

Ahora que se sabe bajo qué parámetros la formación de eco fotónico es más eficiente y que los cálculos numéricos de eficiencia coinciden con la teoría, en la siguiente sección se muestra un análisis que se hizo considerando las condiciones experimentales reales de laboratorio.

5. Resultados

La Figura 27, muestra que la eficiencia en la formación del eco fotónico aumenta conforme crece la densidad óptica del material. Es importante notar que esta eficiencia puede crecer como consecuencia de aumentar la presión del gas (aumentando α) o también aumentando la longitud del medio. Para el caso particular de las interacciones ópticas coherentes en el interior de una fibra fotónica de núcleo hueco, el mecanismo más conveniente para aumentar la densidad óptica es a través de incrementar la longitud de la fibra, ya que un aumento significativo de la presión se reflejaría en una disminución del tiempo de coherencia a causa del incremento en la tasa de colisiones moleculares.

En las simulaciones siguientes se utilizarán densidades ópticas menores a 1 porque el código computacional generado solo es correcto en la aproximación de celda delgada, como se mencionó en la sección anterior. Se comenzará un análisis asumiendo una situación ideal en que se generan dos pulsos incidentes con áreas $\frac{\pi}{2}$ y π en el laboratorio. Los parámetros utilizados para esta evaluación serán: una densidad óptica $\alpha L = 1$; una tasa de amortiguamiento $\gamma = 1$, una duración de los pulsos $\tau = 0.3$; unas amplitudes $A_{in} = 5.23$ y 10.46 , para el primer y segundo pulso incidentes respectivamente. En estas circunstancias, al variar la separación de los pulsos la eficiencia del eco fotónico se comporta como se muestra en la Figura 28.

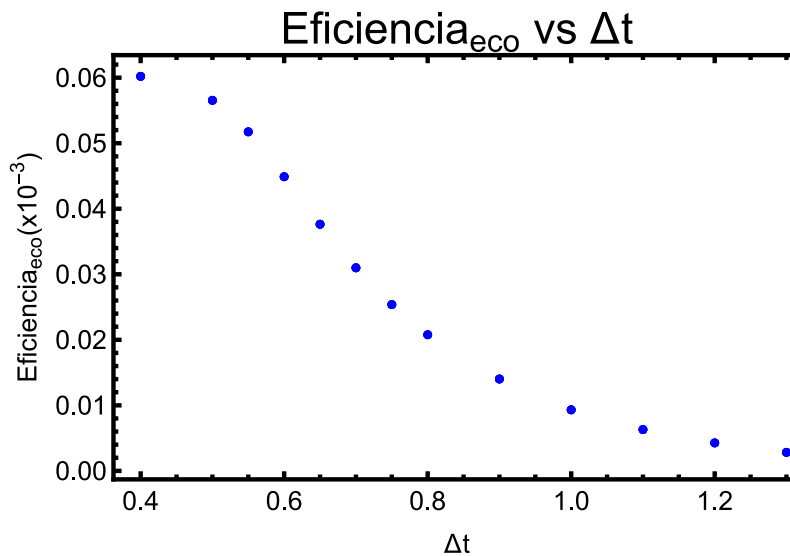


Figura 28. Eficiencia del eco fotónico cuando se varía la separación entre los pulsos con duraciones de $\tau = 0.3$.

Se observa que el eco muestra una mayor eficiencia a medida que la separación de los pulsos se hace más pequeña. Si ahora se aumenta la densidad óptica hasta 2, al tiempo que se mantienen los otros parámetros $\alpha L = 1$, $\gamma = 1$, $\tau = 0.3$ y $A_{in} = 5.23$ y 10.46 , se obtiene el siguiente resultado.

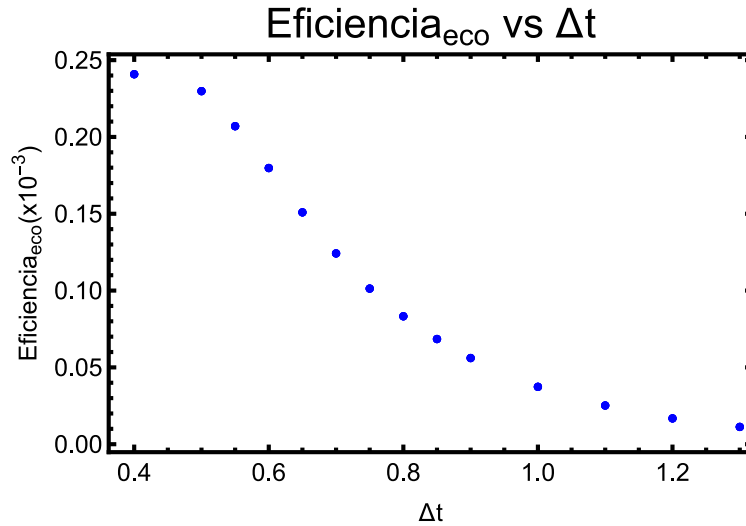


Figura 29. Eficiencia del eco fotónico cuando la densidad óptica $\alpha = 2$ y se varía la separación de los pulsos Δt con duraciones de $\tau = 0.3$.

Sin embargo, en ocasiones no se cuenta con el equipo necesario para generar pulsos con áreas diferentes. Para considerar esta posibilidad, a continuación, se evalúa la eficiencia del eco como función de la separación de los pulsos, para el caso en que ambos pulsos tienen áreas $\frac{\pi}{2}$, y asignando $\tau = 0.3$, $\gamma = 1$ y $\alpha L = 1$.

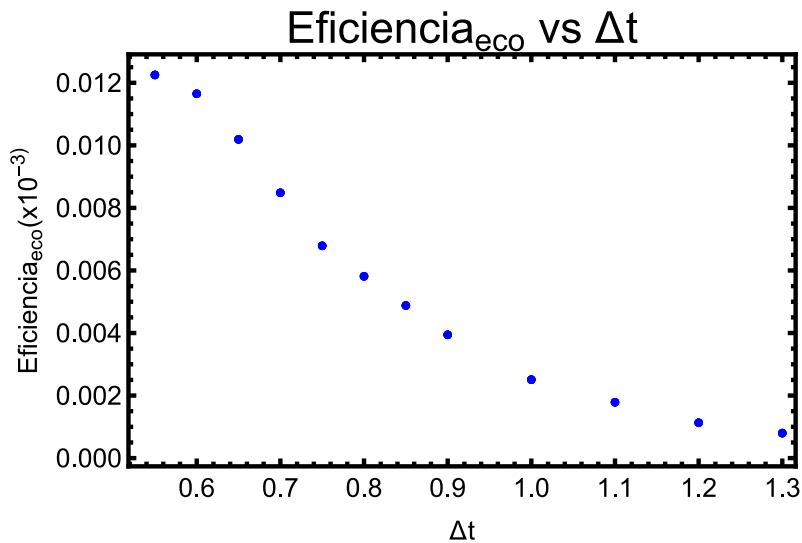


Figura 30. Eficiencia del eco fotónico cuando $\alpha = 1$, y ambos pulsos tienen áreas iguales, aproximadamente $\frac{\pi}{2}$.

En la Figura 31 se muestra la eficiencia obtenida al aumentar la densidad óptica hasta 2, manteniendo todos los parámetros $\tau = 0.3$, $\gamma = 1$ y $\alpha L = 1$.

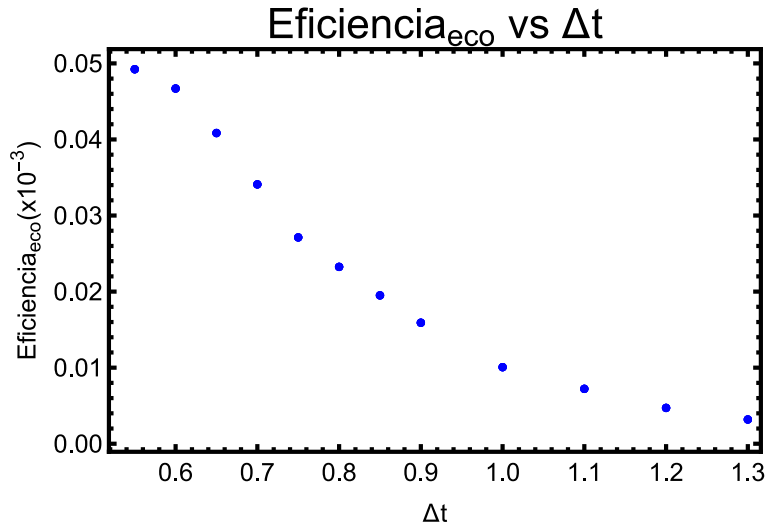


Figura 31. Eficiencia del eco fotónico cuando $\alpha = 2$, y se varía la separación entre los pulsos, cuyas áreas son iguales.

Claramente se observa que la mayor eficiencia se presenta a medida que la densidad óptica aumenta y la separación de los pulsos se reduce al mínimo posible. Dicho esto, se hizo un análisis donde ambos pulsos tienen una duración $\tau = 0.3$ y una amplitud $A_{in} = 10.46$, el cual corresponde aproximadamente a un área π . Al variar la separación entre los pulsos, para la densidad óptica $\alpha L = 1$, se obtiene el resultado mostrado en la Figura 32.

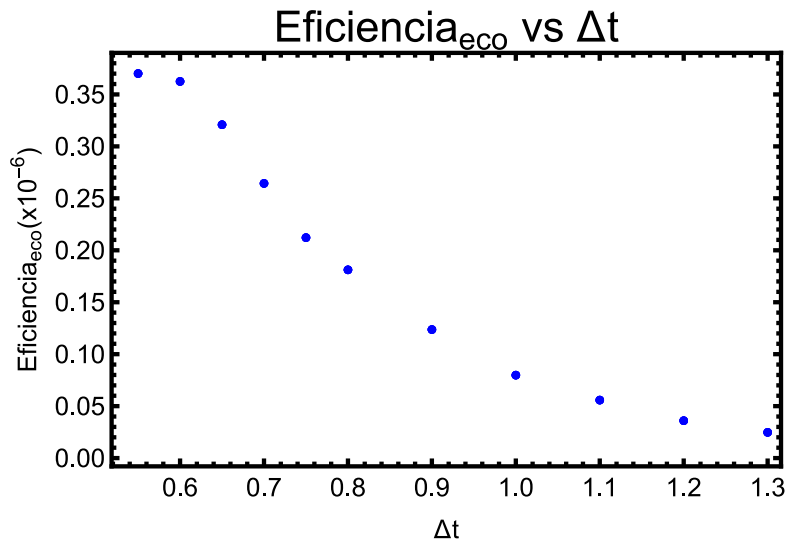


Figura 32. Eficiencia del eco fotónico cuando $\alpha L = 1$ y la separación entre los pulsos se varía y sus áreas son aproximadamente π .

Al aumentar la densidad $\alpha = 2$, manteniendo los otros parámetros iguales al caso anterior, se tiene el siguiente comportamiento:

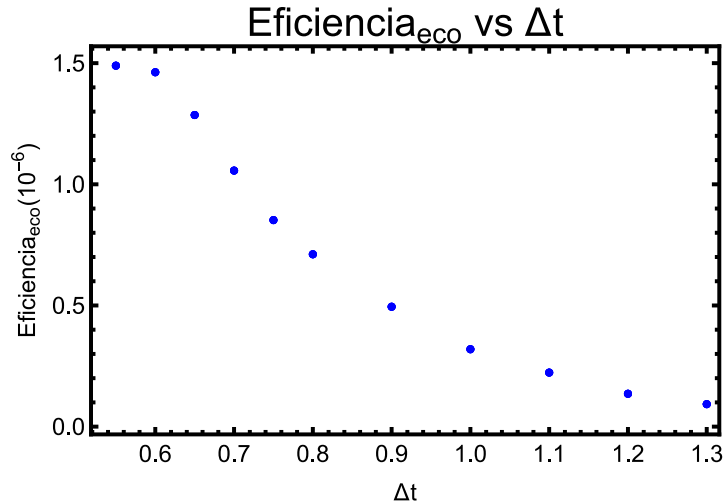


Figura 33. Eficiencia de eco fotónico cuando ambos pulsos tienen áreas π aproximadamente, una duración de $\tau = 0.3$ y una densidad óptica $\alpha L = 2$.

Como se puede observar de las figuras anteriores, cuando la densidad óptica $\alpha L = 2$ y $\Delta t = 0.55$, la eficiencia del eco fotónico es más grande. Sin embargo, está la pregunta de qué áreas deben tener los pulsos para mejorar la eficiencia del eco. Para abordar esta cuestión, se realizó una prueba preliminar en la que se compararon los resultados numéricos con la predicción teórica dada por la ecuación (58). En la Figura 34 se observa la curva teórica de la eficiencia en función del área de los pulsos incidentes cuando los valores de los parámetros son: $\gamma = 0.01$, $\alpha L = 0.1$, $\tau = 1$, $\Delta t = 42$ y un ancho de línea ~ 20 MHz.

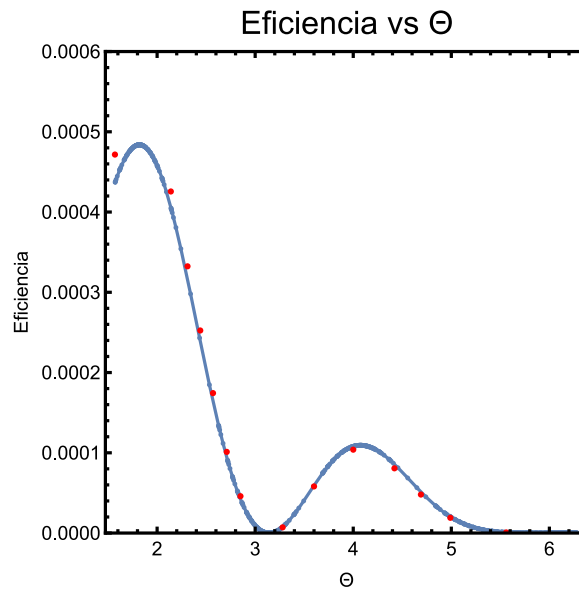


Figura 34. Eficiencia calculada teóricamente (línea azul) y numéricamente (puntos rojos) en función de las áreas cuando ambas son iguales.

Ahora que se sabe que los resultados numéricos coinciden con la teoría, se continúa el estudio de laboratorio donde se consideran los parámetros siguientes: $\gamma = 1$, $\alpha L = 1$, $\tau = 0.3$ y $\Delta t = 0.7$. Al variar las áreas de los pulsos desde 0.5π hasta 2π , se obtuvo el siguiente comportamiento:

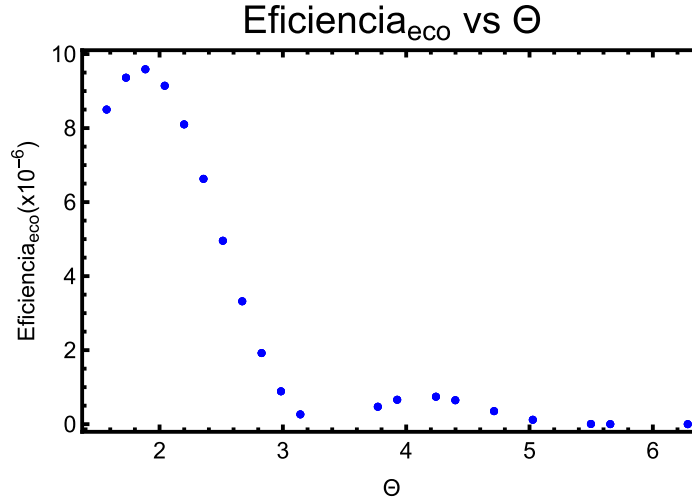


Figura 35. Eficiencia del eco fotónico cuando los pulsos tienen áreas iguales y se varían desde 0.5π hasta 2π .

A partir de la gráfica anterior, se puede observar que la eficiencia del eco fotónico como función de las áreas de los pulsos incidentes, es máxima cuando $\Theta_1(0) = 0.6\pi$. Para este valor de las áreas incidentes la cantidad de moléculas emitiendo en fase (o parcialmente en fase) al tiempo $2\Delta t$ es máximo. Para áreas distintas a 0.6π la cantidad de moléculas emitiendo en fase (al tiempo $2\Delta t$) disminuye como se muestra en la Figura 35.

Al aumentar la cantidad de moléculas, tal que la densidad óptica es $\alpha L = 2$, manteniendo los otros parámetros: $\gamma = 1$, $\alpha L = 1$, $\tau = 0.3$ y $\Delta t = 0.7$, la eficiencia en función de las áreas de los pulsos incidentes es:

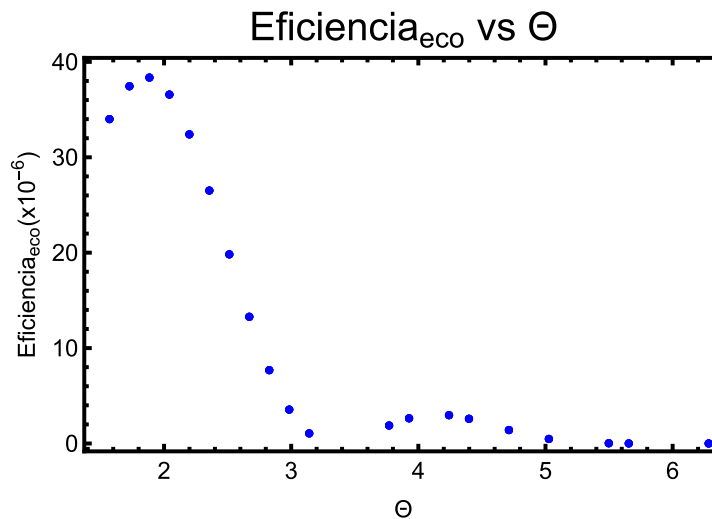


Figura 36. Eficiencia del eco fotónico cuando se tiene una densidad óptica de $\alpha L = 2$ y las áreas de los pulsos varían desde 0.5π hasta 2π .

Anteriormente se ha mencionado que al aumentar la densidad óptica de $\alpha L = 1$ a $\alpha L = 2$, los efectos ópticos se hacen más intensos, por lo que, al comparar las eficiencias de la Figura 35 con las de la Figura 36 tiene sentido que para esta última aumente.

6. Conclusiones

A lo largo de esta investigación se ha estudiado qué sucede con el eco fotónico cuando se varía la densidad óptica, αL , el amortiguamiento, γ (considerando que $T_1 = T_2$), la separación entre los pulsos Δt , la amplitud A_{in} y su duración τ . También se han utilizado las ecuaciones teóricas que predicen el comportamiento del eco en situaciones ideales, para validar el funcionamiento del programa numérico realizado con el software Mathematica, en la aproximación de una celda ópticamente delgada. Todos los resultados indican que la eficiencia del eco aumenta conforme el tiempo de coherencia y la densidad óptica aumentan, a medida que la separación entre los pulsos disminuye.

Sin embargo, en la realidad todavía no es posible tener estas condiciones ideales, por lo que, si se quisiera generar el eco fotónico en el laboratorio es recomendable considerar que, de acuerdo con los resultados obtenidos, los parámetros deben ser $\alpha L = 2$, $\gamma = 1$, $\Delta t = 0.7$, $\tau = 0.3$ y áreas iguales a 0.6π , la cual se espera una eficiencia máxima de 38.4×10^{-6} .

7. Referencias

- [1] Simon, C., Afzelius, M., Appel, J., Boyer de La Giroday, A., Dewhurst, S. J., Gisin, N., ... & Young, R. J. (2010). Quantum memories: a review based on the European integrated project “qubit applications (QAP)”. *The European Physical Journal D*, 58, 1-22.
- [2] Staudt, M. U., Hastings-Simon, S. R., Nilsson, M., Afzelius, M., Scarani, V., Ricken, R., ... & Gisin, N. (2007). Fidelity of an optical memory based on stimulated photon echoes. *Physical review letters*, 98(11), 113601.
- [3] Xu, E. Y., Kröll, S., Huestis, D. L., Kachru, R., & Kim, M. K. (1990). Nanosecond image processing using stimulated photon echoes. *Optics letters*, 15(10), 562-564.
- [4] Kurnit, N. A., Abella, I. D., & Hartmann, S. R. (1964). Observation of a photon echo. *Physical Review Letters*, 13(19), 567.
- [5] Abella, I. D., Kurnit, N. A., & Hartmann, S. R. (1966). Photon echoes. *Physical review*, 141(1), 391.
- [6] Rubtsova, N. N., Khvorostov, E. B., Kochubei, S. A., Ishchenko, V. N., & Yevseyev, I. V. (2006). Collision induced photon echo in ytterbium vapour. *Laser Physics Letters*, 3(7), 353-356.
- [7] Ocegueda, M., Hernández, E., Stepanov, S., Agruzov, P., & Shamray, A. (2014, November). Photon Echo in acetylene-filled hollow-core photonic crystal fibers. In *Latin America Optics and Photonics Conference* (pp. LTu3C-3). Optica Publishing Group.
- [8] Rodriguez, N. C., Miramontes, M. O., Hernandez, E. H., & Stepanov, S. (2017, September). Investigation of two-pulse photon echo in acetylene-filled photonic-crystal fiber at 1530nm. In *Frontiers in Optics* (pp. JW4A-11). Optica Publishing Group.
- [9] Roscoe, H. E., & Schorlemmer, C. (1877). A treatise on chemistry. *Analyst*, 2(19), 115-117.
- [10] Schobert, H. (2014). Production of acetylene and acetylene-based chemicals from coal. *Chemical reviews*, 114(3), 1743-1760.

- [11] Rivera, C. (1903). Del carburo de calcio (Acetileno). Sus aplicaciones i sus usos. In *Anales del Instituto de Ingenieros de Chile* (No. 9, pp. ág-379).
- [12] Swann, W. C., & Gilbert, S. L. (2000). Pressure-induced shift and broadening of 1510–1540-nm acetylene wavelength calibration lines. *JOSA B*, 17(7), 1263-1270.
- [13] NKT Photonics. Hollow Core Photonic Crystal Fibers. NKT Photonics. <https://www.nktphotonics.com/products/optical-fibers-and-modules/hollow-core-photonic-crystal-fibers/>
- [14] Thorlabs. Fibras de cristal fotónico de núcleo hueco, Thorlabs https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=912
- [15] P. J Roberts et al., *Optics Express* 12, 235 (2005).
- [16] Benabid, F., Knight, J. C., Antonopoulos, G., & Russell, P. S. J. (2002). Stimulated Raman scattering in hydrogen-filled hollow-core photonic crystal fiber. *Science*, 298(5592), 399-402.
- [17] Ouzounov, D. G., Ahmad, F. R., Muller, D., Venkataraman, N., Gallagher, M. T., Thomas, M. G., ... & Gaeta, A. L. (2003). Generation of megawatt optical solitons in hollow-core photonic band-gap fibers. *Science*, 301(5640), 1702-1704.
- [18] Benabid, F., Light, P. S., Couny, F., & Russell, P. S. J. (2005). Electromagnetically-induced transparency grid in acetylene-filled hollow-core PCF. *Optics express*, 13(15), 5694-5703.
- [19] Ghosh, S., Sharping, J. E., Ouzounov, D. G., & Gaeta, A. L. (2005). Resonant optical interactions with molecules confined in photonic band-gap fibers. *Physical review letters*, 94(9), 093902.
- [20] Benabid, F., Knight, J. C., & Russell, P. S. J. (2002). Particle levitation and guidance in hollow-core photonic crystal fiber. *Optics express*, 10(21), 1195-1203.
- [21] Cubillas de Cos, A. M., Lázaro Urrutia, J. M., Conde Portilla, O. M., Petrovich, M. N., Ullán Nieto, Á., & López Higuera, J. M. (2009). Demostración de un sensor de gas metano basado en un sistema de acoplo de múltiples secciones de fibra de cristal fotónico.
- [22] Torres, L. A. (2010). Caracterización óptica de una fibra de cristal Fotónico. *REVCUNI*, 13(1), 21-27.
- [23] Díaz Alvarez, J. I. (2018). Medición del tiempo de relajación longitudinal en fibras de cristal fotónico de núcleo hueco rellenas con acetileno.
- [24] Fox, A. M., & Fox, M. (2006). *Quantum optics: an introduction* (Vol. 15). Oxford university press.
- [25] Jackson, J. D. (1962). *Classical Electrodynamics* (1ª ed.). Wiley.
- [26] Griffiths, D. J. (2017). *Introduction to Electrodynamics*. Cambridge University Press.
- [27] Foot, C. J. (2004). *Atomic physics* (Vol. 7). OUP Oxford
- [28] Feynman, R. P., Vernon Jr, F. L., & Hellwarth, R. W. (1957). Geometrical representation of the Schrödinger equation for solving maser problems. *Journal of applied physics*, 28(1), 49-52
- [29] Demtröder, W. (1982). *Laser spectroscopy* (Vol. 2). Berlin, Heidelberg: springer.

- [30] Milonni, P. W., & Eberly, J. H. (2010). *Laser physics*. John Wiley & Sons.
- [31] Allen, L., & Eberly, J. H. (1987). *Optical resonance and two-level atoms* (Vol. 28). Courier Corporation.
- [32] Allen, L., & Eberly, J. H. (1987). *Optical resonance and two-level atoms* (Vol. 28). Courier Corporation.
- [33] McCall, S. L., & Hahn, E. L. (1969). Self-induced transparency. *Physical Review*, 183(2), 457.
- [34] McCall, S. L., & Hahn, E. L. (1967). Self-induced transparency by pulsed coherent light. *Physical Review Letters*, 18(21), 908.
- [35] C. Runge, Ober die numerisehe Aufltising yon Differentialgleichungen, *Math. Ann.* 46 (1895) 167-178.
- [36] Butcher, J. C. (1996). A history of Runge-Kutta methods. *Applied numerical mathematics*, 20(3), 247-260
- [37] Chapra, S. C., Canale, R. P., Ruiz, R. S. G., Mercado, V. H. I., Díaz, E. M., & Benites, G. E. (2011). *Métodos numéricos para ingenieros* (Vol. 5, pp. 154-196). New York, NY, USA: McGraw-Hill.
- [38] Steinfeld, J. (Ed.). (2013). *Laser and coherence spectroscopy*. Springer Science & Business Media.
- [39] Malyshev, V. A., & Domínguez-Adame, F. (2003). *Efectos de coherencia atómica en la interacción luz-materia* (Vol. 21). editorial Complutense.
- [40] Urmancheev, R., Gerasimov, K., Minnegaliev, M., Chanelière, T., Louchet-Chauvet, A., & Moiseev, S. (2019). Two-pulse photon echo area theorem in an optically dense medium. *Optics express*, 27(20), 28983-28997.