Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería
Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingeniería

Métrica difusa para evaluar la detección de bordes en imágenes

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS

Presenta:
Felicitas Pérez Ornelas

Bajo la dirección de:

Dra. Olivia Mendoza Duarte

Co-dirigido por:

Dra. Elba Patricia Melin Olmeda

Tijuana Baja California

Junio 2015

Dedico esta tesis a:

Mi esposo Alejandro, mi inspiración.

Mis hijas Natalia y Brenda, mi motivación.

Agradecimientos

Deseo agradecer al programa de Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingeniería de la División Estudios de Posgrado e Investigación de la Universidad Autónoma de Baja California.

También agradezco a la Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería y al Cuerpo Académico de Inteligencia Computacional, en particular a la Dra. Olivia Mendoza Duarte y al Dr. Juan Ramón Castro Rodríguez por haber guiado mis estudios.

También quiero agradecer a la Dra. Olivia Patricia Melin y al Dr. Oscar Castillo por su apoyo incondicional.

Por último quiero agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico sin el cual mis estudios no hubieran sido posibles.

Por último el más importante y el más grande de los agradecimientos es para mi familia, por su apoyo, paciencia y amor, sin ellos este logro no sería posible.

Felicitas Pérez Ornelas

Resumen

En la literatura, podemos encontrar diferentes métricas para evaluar los bordes detectados en imágenes digitales, como la Fig. de mérito de Pratt (FOM), el índice de Jaccard (JI) y el coeficiente de Dice (DC). Estas métricas comparan dos imágenes, la primera de ellas es la imagen de los bordes de referencia y la segunda es la imagen de los bordes detectados. Es importante mencionar que todas las métricas existentes deben binarizar las imágenes antes de ser evaluadas. Este paso de binarización causa que se pierda información por lo tanto se está evaluando una imagen incompleta. En este trabajo proponemos un índice difuso (FI) para la evaluación del borde que no usa un paso de binarización. Para poder procesar todos los bordes detectados, las imágenes están representadas en su forma difusa y todos los cálculos se hacen con los operadores de conjuntos difusos y distancia euclidiana difusa entre ambas imágenes. El índice propuesto es comparado con las métricas más utilizadas usando imágenes sintéticas, con muy buenos resultados.

Abstract

In literature, we can find different metrics to evaluate the detected edges in digital images, like Pratt's figure of merit (FOM), Jaccard's index (JI) and Dice's coefficient (DC). These metrics compare two images, the first one is the reference edges image, and the second one is the detected edges image. It is important to mention that all existing metrics must binarize images before their evaluation. Binarization step causes information to be lost because an incomplete image is being evaluated. In this paper, we propose a fuzzy index (FI) for edge evaluation that does not use a binarization step. In order to process all detected edges, images are represented in their fuzzy form and all calculations are made with fuzzy sets operators and fuzzy Euclidean distance between both images. Our proposed index is compared to the most used metrics using synthetic images, with good results.

Universidad Autónoma de Baja California

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS E INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

FOLIO No. 144

Tijuana, B. C., a 02 de junio de 2015

C. Felicitas Pérez Ornelas
Pasante de: Doctor en Ciencias
Presente

El tema de trabajo y/o tesis para su examen profesional, en la Opción TESIS

Es propuesto, por los CC. Dres. Olivia Mendoza Duarte y Elba Patricia Melin Olmeda

Quienes serán los responsables de la calidad del trabajo que usted presente, referido al tema: Métrica difusa para evaluar la detección de bordes en imágenes.

el cual deberá usted desarrollar, de acuerdo con el siguiente orden:

I.- INTRODUCCIÓN
II.- MARCO TEORICO
III.- TRABAJOS RELACIONADOS
IV.- METRICA DIFUSA PARA EVALUAR LA DETECCION DE BORDES EN IMAGENES
V.- EXPERIMENTOS
VI.- CONCLUSIONES
VII.- TRABAJO FUTURO
IX.- REFERENCIAS

Dra. Olivia Mendoza Duarte
Directora de Tesis

Q. Noemi Hernández Hernández
Secretario

Dra. Elba Patricia Melin Olmeda
Co-Directora

Dr. Luis Enrique Palafox Maestre
Director

Índice general

Índice de figuras……..9

Índice de tablas……..……...10

1. Introducción 17

1.1. Publicaciones asociadas al trabajo de tesis 22

2. Marco Teórico 24

2.1. Métricas para la evaluación de la detección de bordes 24

2.1.1. Distancia euclidiana entre dos imágenes 24

2.1.2. Métricas de Pratt Figura de mérito (FOM) 26

2.1.3. Índice de Jaccard (JI) y coeficiente de Dice (DC) 27

2.2. Conjuntos difusos 29

2.2.1. Operadores de conjuntos difusos 30

2.2.2. Intersección de conjuntos difusos 30

2.2.3. Diferencia limitada de conjuntos difusos 31

2.2.4. Magnitud de los conjuntos difusos 32

3. Trabajos relacionados 33

3.1.1. Lógica difusa tipo 2 por intervalos para evaluar la calidad de la detección de imágenes de bordes aplicada a imágenes reales y sintéticas 34

3.1.2. Experimentos y resultados 44

3.2. Operadores difusos para evaluar la calidad de la imagen de bordes. 53

4. Métrica difusa para evaluar la detección de bordes en imágenes. 66

4.1. La distancia euclidiana difusa. 68

4.2. Imágenes difusas sintéticas 69

4.3. Operadores de conjuntos difusos para imágenes difusas 75

4.4. Cálculo del índice difuso 76

4.5. Algoritmos 78

4.5.1. Algoritmo para calcular la distancia euclidiana difusa FD de los píxeles más parecidos entre N_i y N_d 78

4.5.2. Algoritmo para calcular el índice difuso propuesto. 80

5. Experimentos. 87

6. Conclusiones 98

7. Trabajo futuro 100

8. Referencias..... 101

Índice de figuras

FIG. 1. BINARIZACIÓN DE IMÁGENES DE BORDES. (A) IMAGEN A COLOR, (B) IMAGEN DE BORDES GT, (C) IMAGEN DE BORDES GT BINARIZADA, (D) IMAGEN DE BORDES DETECTADA, (E) IMAGEN DE BORDES DETECTADOS BINARIZADOS 19

FIG. 2. MATRICES DE DISTANCIA EUCLIDIANA ENTRE IMÁGENES A Y B. (A) IMAGEN A, (B) IMAGEN B, (C) MATRIZ DE DISTANCIA EUCLIDIANA ENTRE A_{11} Y B_{IJ}, (D) MATRIZ DE DISTANCIA EUCLIDIANA ENTRE A_{33} Y B_{IJ} 25

FIG.3. IMAGEN DETECTADA (RESULTS SET) E IMAGEN DE REFERENCIA (TRUTH SET.) 27

FIG. 4. MODELO PARA EVALUAR LA DETECCIÓN DE BORDES 35

FIG.5. VARIABLES DE ENTRADA Y SUS FUNCIONES DE MEMBRESÍA 36

FIG. 6. VARIABLES DE SALIDA Y SUS FUNCIONES DE MEMBRESÍA 36

FIG. 7. SISTEMA DIFUSO PARA EVALUAR LA DETECCIÓN DE BORDES 38

FIG. 8. REGLAS DIFUSAS 39

FIG . 9 MATRICES DE LAS IMÁGENES 40

FIG. 10 . IMAGEN PARA EL PRIMER EXPERIMENTO GENERADA AUTOMÁTICAMENTE DEL CONSENSO LA IMAGEN DE REFERENCIA. 41

FIG. 11. IMÁGENES PARA EL SEGUNDO EXPERIMENTO GENERADA AUTOMÁTICAMENTE DEL CONSENSO LA IMAGEN DE REFERENCIA. 42

FIG. 12. IMÁGENES PARA EL TERCER EXPERIMENTO GENERADA AUTOMÁTICAMENTE DEL CONSENSO LA IMAGEN DE REFERENCIA. 43

FIG. 13. SATURN 55

FIG. 14 . GROUND TRUTH 55

FIG. 15. GROUND TRUTH BINARIZADA 56

FIG. 16. DETECTOR DE BORDES SOBEL BINARIZADO 57

FIG. 17:ESFERA 58

FIG. 18: GROUND TRUTH 59

FIG. 19. GROUND TRUTH BINARIZADA 59

FIGURE 20: DETECTOR DE BORDES SOBEL. 60

FIGURE 21: DETECTOR DE BORDES SOBEL BINARIZADO 60

FIG. 22: GRONTH TRUTH BINARIZADA. 65

FIG. 23: BORDE. 65

FIG. 24: BORDE BINARIZADO. 66

FIG. 25. DIAGRAMA PARA EL CÁLCULO DEL ÍNDICE DIFUSO 67

FIG. 26. MATRICES DE DISTANCIA EUCLIDIANA ENTRE LAS IMÁGENES A Y B. (A) IMAGEN A, (B) IMAGEN B, (C) MATRIZ DE DISTANCIA EUCLIDIANA DIFUSA ENTRE A_{11} Y B_{IJ}, (D) MATRIZ DE DISTANCIA EUCLIDIANA DIFUSA ENTRE A_{33} Y $\mathbf{B_{IJ}}$ 68

FIG. 27. IMAGEN EN MAPA DE GRISES. 70

FIG. 28. MATRIZ DE PÍXELES EN MAPA GRISES ENTRE 0 Y 255 70

FIG. 29. MATRIZ DE PÍXELES DESPUÉS DE LA FUZIFICACIÓN, CON UNA FUNCIÓN DE MEMBRESÍA TRIANGULAR. 71

FIG. 30. IMÁGENES SINTÉTICAS CUADRICULA. (A) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES 0 Y 1, (B) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES DE 0 Y 0.8, (C) IMAGEN SINTÉTICA CON LOS VALORES 0 Y 0.6, (D) IMAGEN SINTÉTICA CON LOS VALORES 0 Y 0.4, (E) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES 0 Y 0.2, (F) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES DE 0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 Y 1. 72

FIG. 31**.** IMÁGENES SINTÉTICAS HORIZONTALES. (A) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES 0 Y 1, (B) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES DE 0 Y 0.8, (C) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES 0 Y 0.6, (D) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES 0 Y 0.4, (E) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES 0 Y 0.2, (F) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES DE 0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 Y 1. 73

FIG. 32 IMÁGENES SINTÉTICAS VERTICALES. (A) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES 0 Y 1, (B) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES DE 0 Y 0.8, (C) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES 0 Y 0.6, (D) IMAGEN SINTÉTICA CON LOS VALORES 0 Y 0.4,(E) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES 0Y 0.2, (F) IMAGEN SINTÉTICA CON VALORES DE 0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 Y 1. 74

FIG. 33. EJEMPLO DE LA MATRIZ PARA GENERAR LA FIG. 10(F) 75

FIG. 34. IMAGEN DE REFERENCIA Y LOS BORDES DETECTADOS DE UNA ESFERA. A) IMAGEN A COLOR, B) IMAGEN DE LOS BORDES DE REFERENCIA SIN BINARIZAR, C) IMAGEN DE BORDES DETECTADOS SIN BINARIZAR, D) IMAGEN DE LOS BORDES DE REFERENCIA DESPUÉS DE LA BINARIZACIÓN, E) IMAGEN DE BORDES DETECTADOS DESPUÉS DE LA BINARIZACIÓN..... 96

Índice de tablas

TABLA 1. COMPARACIÓN DE INDICADORES PARA LA EVALUACIÓN DE LA DETECCIÓN DE BORDES.....21

TABLA 2 . RESULTADOS DE LAS MEDICIONES OBTENIDAS CON LAS MATRICES...46

TABLA 3. RESULTADOS DE LAS MEDICIONES OBTENIDAS CON LENNA 47

TABLA 4. RESULTADOS DE LAS MEDICIONES OBTENIDAS 0-BARS Y 90-BARS ...48

TABLA 5. RESULTADOS DE LAS MEDICIONES OBTENIDAS 30-BARS-ELLIPSES.....49

TABLA 6 RESULTADOS DE LAS MEDICIONES OBTENIDAS 30-BARS 50

TABLA 7. RESULTADOS DE LAS MEDICIONES OBTENIDAS BLOCKS, ROAD, SATURN AND WALL. 51

TABLA 8 RESULTADOS DE SATURN 57

TABLA 9:RESULTADOS ESFERA 61

TABLA 10: MATRIZ DE 100 ELEMENTOS EN ESSCALA DE GRISES GROUND TRUTH. 62

TABLA 11: MATRIZ DE 100 ELEMENTOS EN ESCALA DE GRISES BORDE.....63

TABLA 12: RESULTADOS DE IMÁGENES 64

TABLA 13. RESULTADOS DE LA COMPARACIÓN N_I Y N_D OF FIG. 6 CON OPERADORES DIFUSOS Y NO DIFUSOS.....88

TABLA 14 . LOS RESULTADOS DE LA COMPARACIÓN DE LAS IMÁGENES N_I Y N_D EN FIG. 30 CON EL ÍNDICE PROPUESTO FI Y LAS MÉTRICAS NO DIFUSAS.....92

TABLA 15. RESULTADOS DE LA COMPARACIÓN DE LA IMAGEN N_I Y N_D, LOS ÍNDICES Y LOS PARÁMETROS 97

1. Introducción

En los últimos años, han desarrollado una amplia variedad de dispositivos para capturar imágenes. Este avance en las técnicas de procesamiento de imagen se ha convertido en un gran interés para muchos investigadores. Aunque mucho se ha logrado, todavía hay mucho por hacer en este campo.

Los métodos de procesamiento de imágenes son complejas y ampliamente utilizados en una gran variedad de áreas tales como medicina, militares, geográficas, sólo para nombrar algunos.

Normalmente, las imágenes son procesadas por dos razones, primero para la extracción de la información y la segunda para mejorar su calidad. Para lograr esto, necesitamos un pre-procesamiento previo de estas imágenes; utilizando técnicas que nos ayuden a obtener una imagen más adecuada para la aplicación requerida.

Existen varios métodos para la detección de bordes y la eliminación de ruido. Los procesos antes mencionados se consideran opuestos uno del otro, porque la detección de bordes hace hincapié en los cambios en los tonos de la imagen, mientras que la eliminación de ruido minimiza estos cambios.

La detección de bordes es uno de los métodos más utilizados para el pre-procesamiento de imágenes ya que es mucho más rápido que el procesamiento de imágenes completas. El tiempo de ejecución total se reduce drásticamente.

Algunos de estos métodos son Sobel, Prewitt, Roberts, gradiente morfológico, Canny y otros [2], [6], [8] [9], [10]. Algunas variantes de los métodos tradicionales incluyen el uso de redes neuronales [3], lógica difusa [7], algoritmos genéticos o sistemas híbridos [11], [12], [13], [14], [15], [16]. La detección de bordes puede mejorar los resultados de diferentes sistemas de procesamiento de imágenes. Pero la principal pregunta sigue siendo, ¿cómo podemos elegir el mejor detector de bordes para un problema dado?

Existen diferentes métricas para la evaluación de bordes [17], [18] [19], [20], [21]; todas ellos se basan en la búsqueda de la similitud entre dos imágenes. La primera imagen corresponde a los bordes detectados y la segunda es la imagen de referencia o ground truth (GT), la cual se considera la imagen con los bordes ideales.

Todas las métricas existentes incluyen un paso anterior el cual consiste en binarizar la imagen, pero se pierde mucha información y como resultado, se evalúan imágenes incompletas. Tal como se muestra en las Fig. 1 y Fig. 2, las cuales se explican a continuación: en la Fig. 1(a) y Fig.1(b) imágenes reales, en la Fig. 1(c) y Fig.1(d) imágenes sin binarización, en la Fig. 1(e) y Fig.1(f) imágenes binarizadas; en la Fig. 2(a), se muestra una imagen sintética de color, en la Fig. 2(b) una imagen de bordes GT, en la Fig 2(c) una imagen de bordes GT binarizada, en la Fig. 2(d) una imagen de bordes detectados, en la Fig

2(e) una imagen de bordes detectados binarizados. La diferencia entre las imágenes puede ser notada fácilmente, la perdida de bordes en diferentes regiones de las imágenes binarizadas es evidente.

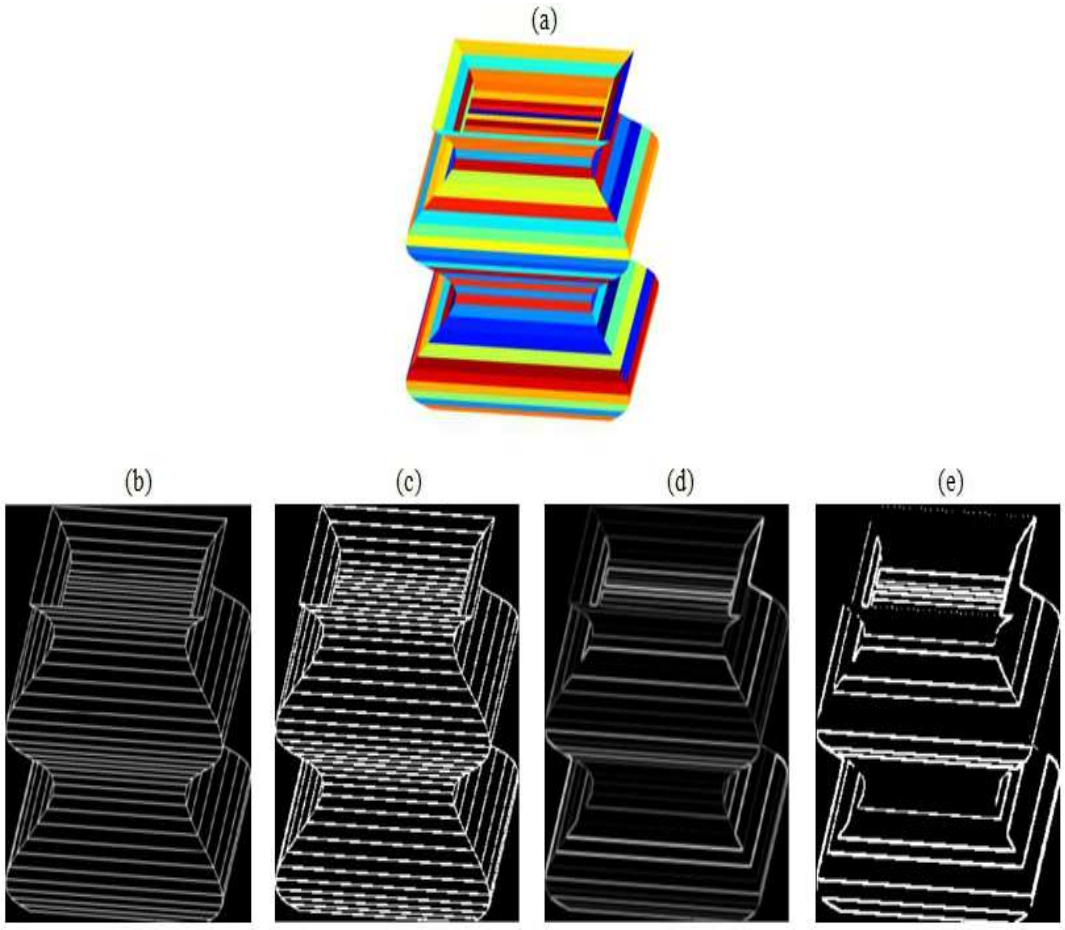


Fig. 1. Binarización de imágenes de bordes. (a) imagen a color, (b) imagen de bordes GT, (c) imagen de bordes GT binarizada, (d) imagen de bordes detectada, (e) imagen de bordes detectados binarizados

Se ha demostrado que los sistemas de redes neuronales obtienen un mayor porcentaje de reconocimiento en el procesamiento imágenes, cuando son usadas en su fase de entrenamiento procesadas con algoritmos de detección de bordes, especialmente, estas mejoran utilizando sistemas de inferencia difusa [21] [22].

Después de la inspección visual, podemos ver que las imágenes resultantes de los detectores de bordes difusos mantienen altos niveles de detalles de las imágenes originales, dejando un fondo más homogéneo. Por lo tanto las redes neuronales mejoran su aprendizaje en la fase de entrenamiento.

Mientras que análisis visual es muy útil, es también cualitativo y subjetivo. Para un análisis más objetivo, es obligatorio cuantificar el rendimiento. Hasta ahora, sólo hemos encontrado los métodos de evaluación para los bordes de detectados que necesitan binarizar las imágenes antes de la transformación, con el inconveniente de que la imagen evaluada no será la misma que el realmente utilizara el sistema.

La principal contribución en el presente trabajo consiste en un método propuesto para calcular un índice difuso para la evaluación de los bordes detectados de una imagen representada en su forma difusa (sin binarización) [4], [8], [9], [10], [16], [19]. El índice propuesto difuso FI integra los parámetros que utilizan otras métricas por separado. Como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Comparación de indicadores para la evaluación de la detección de bordes

Parámetros					
Métricas	Distancia Euclidiana	Falso Positivo (FP)	Verdadero Positivo (TP)	Falso Negativo (FN)	Binariza
FOM	✓				✓
DC		✓	✓	✓	✓
JI		✓	✓	✓	✓
FI	✓	✓	✓	✓	

Dado que el método propuesto está diseñado para imágenes difusas, todos los cálculos fueron ampliados con operadores difusos. Otro aporte importante es la extensión difusa de distancia euclidiana [23] entre dos imágenes; como parte del método para calcular un índice para evaluar la detección de bordes.

El libro está organizado como sigue: en la sección 2 describimos algunos indicadores utilizados para evaluar la detección de bordes: la distancia euclidiana [23], Figura de mérito de Pratt [20], índice de Jaccard y coeficiente de Dice [18], también se describen los conceptos básicos de las operaciones de conjuntos difusos, como intersección, la diferencia limita y magnitud del conjunto difuso [5], [8]. En la sección 3, describimos el método propuesto, incluyendo distancia euclidiana difusa y el algoritmo para calcularla. Finalmente, vamos a explicar cómo se integran los parámetros descritos en la sección 2, y se propone un algoritmo para calcular el índice difuso (FI). En la sección 4, mostraremos experimentos y resultados realizados con diferentes imágenes sintéticas y su comparación

con las métricas tradicionales. Sección 5 es para las conclusiones. En la sección 6 trabajo futuro.

1.1. Publicaciones asociadas al trabajo de tesis

A continuación se enlistan las publicaciones donde se presentaron resultados relacionados con este trabajo de tesis.

Capítulos en libros.

Felícitas Perez-Ornelas, Olivia Mendoza, Patricia Melin, and Juan R. Castro, Interval Type-2 Fuzzy System for Image Edge Detection Quality Evaluation Applied to Synthetic and Real Images, Recent Advances on Hybrid Intelligent Systems, SCI 451, pp. 147–157.

Memorias en congresos.

F. Perez-Ornelas, O. Mendoza, P. Melin, J.R. Castro, Interval type-2 fuzzy logic for image edge detection quality evaluation, in: 2012 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), vol. 1, 2012, pp. 1–6.

F. Perez-Ornelas, O. Mendoza, P. Melin, J.R. Castro, Fuzzy operators for quality evaluation in images edge detection, in 2013 Joint IFSA World Congress and NAFIPS Annual Meeting (IFSA/NAFIPS), 2013, pp. 1182 – 1187

Artículos en revistas.

F. Perez-Ornelas, O. Mendoza, P. Melin, J.R. Castro, Antonio Rodriguez, Fuzzy index to evaluate edge detection in digital images, PLOS ONE.

2. Marco Teórico

2.1. Métricas para la evaluación de la detección de bordes

En esta sección, se describen algunas métricas existentes para la evaluación de la detección de bordes. Estos métodos son clave para el diseño de la propuesta FI.

2.1.1. Distancia euclidiana entre dos imágenes

La distancia euclidiana entre dos puntos, como se muestra en la Ec. 1, se utiliza comúnmente para encontrar la similitud entre dos imágenes. Si una de las imágenes se asigna como imagen de referencia de los bordes, la distancia euclidiana puede ser una medida de la calidad de los bordes detectados de la otra imagen.

$$Ed(A_{x_1,y_1}, B_{x_2,y_2}) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (1)$$

Teniendo en cuenta dos imágenes A y B, la distancia euclidiana entre los píxeles puede ser calculada de la siguiente manera: cómo podemos ver en la imagen de la Fig. 2(a), se muestra el pixel A_{11} (en naranja) y el pixel A_{33} (en rojo). La imagen de la Fig. 2(c) muestra la distancia estimada del píxel A_{11} a todos los píxeles de imagen en la Fig. 2(b). Como se puede ver, un 0 (cero) se asigna al píxel correspondiente B_{11} y aumenta mientras lo píxeles se mueven más lejos. La imagen en la Fig 2(d) muestra las distancias estimadas para A_{33}.

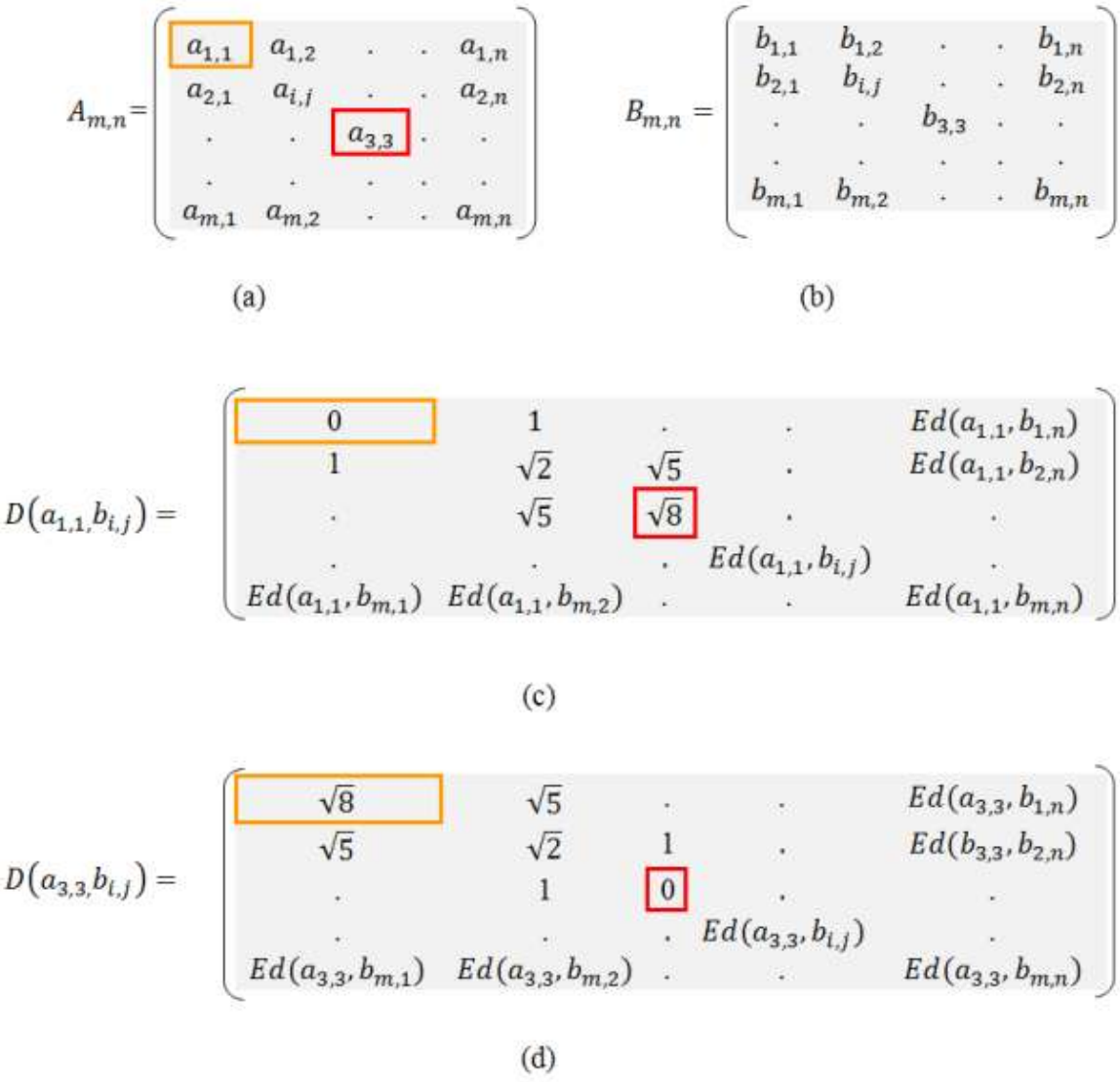


Fig. 2. Matrices de distancia euclidiana entre imágenes A y B. (a) imagen A, (b) imagen B, (c) matriz de distancia euclidiana entre A_{11} y B_{ij}, (d) matriz de distancia euclidiana entre A_{33} y B_{ij}

2.1.2. Métricas de Pratt Figura de mérito (FOM)

Una de las métricas más utilizadas es la Figura de mérito de Pratt Ec. 2 [20]. Abdou y Pratt propusieron esta métrica en 1978 [17].

$$FOM = \frac{1}{\max(N_i, N_d)} \sum_{i=1}^{N_d} \frac{1}{1+\propto d_i^2} \tag{2}$$

Utiliza la distancia euclidiana d_i^2 [23] para comparar dos imágenes, la primera es la imagen bordes de referencia N_i, que también se llama Ground Truth (GT) y el segundo es la imagen de bordes detectada N_d. Se multiplica un factor de escala $\propto$ con la distancia euclidiana calculada entre las dos imágenes para penalizar los bordes detectados, este factor puede variar o no utilizarse, y después se normalizan los valores y hace la suma de todos los cálculos.

Por último, se multiplica por la inversa de la máxima cantidad de píxeles de bordes entre las dos imágenes en comparación.

Cabe destacar que estas métricas binarizan los datos antes de evaluar las imágenes. Esto significa que la evaluación es realizada sobre las imágenes que han perdido información. Estas métricas devuelvan valores entre 0 y 1, donde 0 significa que no hay

similitudes encontradas entre la imagen detectada y la de referencia, y 1 significa que fue encontrada gran similitud, en otras palabras, todos los píxeles encontramos en la imagen de bordes son detectados en la misma posición que el otro.

2.1.3. Índice de Jaccard (JI) y coeficiente de Dice (DC)

También se consideraron el índice Jaccard y el coeficiente de Dice [18], como se muestra a continuación, las imágenes están representadas con conjuntos. La imagen detectada está representada por el conjunto resultado (results set) y la imagen de referencia está representada por el conjunto de verdad (truth set), como se muestra en la Fig. 3.

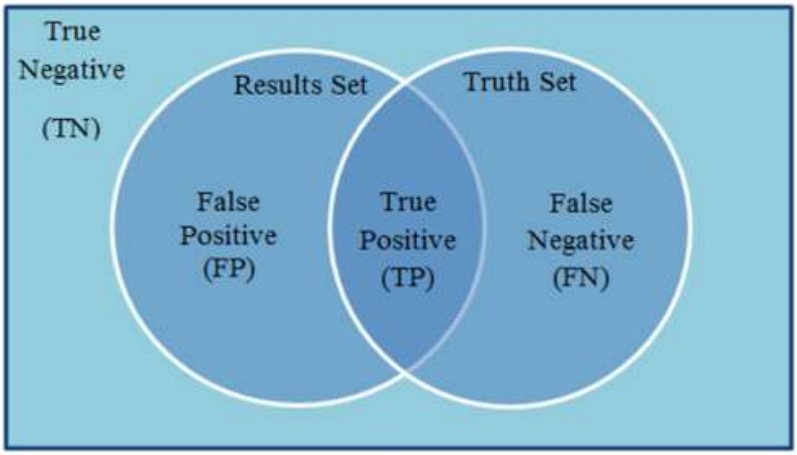


Fig.3. Imagen detectada (Results Set) e imagen de referencia (truth set.)

En el **results set** tenemos: falsos positivos (FP) o "falsas alarmas" (estos son píxeles marcados como bordes cuando no son) y verdaderos positivos (TP) (que son realmente los bordes); en la imagen **truth set** tenemos verdaderos positivos (TP) y falsos negativos (FN) (estos son píxeles marcados como no bordes, pero realmente si son bordes). Estas métricas son consideradas en la evaluación como falsas alarmas (FP) y los bordes no detectados (FN). La evaluación utiliza valores entre 0 y 1, donde 0 significa que no hay ninguna similitud entre las imágenes y 1 que las imágenes son las mismas, pero estas también binarizan la información antes de realizar la evaluación.

El índice de Jaccard (JI) y el coeficiente de Dice (DC) utilizan conjuntos para representar imágenes, como se muestra en la Ec. 3 y 4 Ec. respectivamente. Con la ayuda de algunas operaciones de ajuste que son capaces de medir los bordes detectados y estas medidas, son algunos de los más aplicados.

$$JI = \frac{TP}{FP + TP + FN} \tag{3}$$

$$DC = 2\left(\frac{TP}{(FP + TP) + (TP + FN)}\right) \tag{4}$$

2.2. Conjuntos difusos

Hoy en día podemos encontrar una gran variedad de áreas donde es aplicada la lógica difusa [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31]. Por ejemplo, en el área de control es una de las zonas donde más se utiliza, simulación, predicción, optimización, información, sistemas tales como bases de datos, reconocimiento de patrones [32], [33], [34], [35], [36], visión por computadora [37], etc. La lógica difusa es una alternativa a la lógica tradicional, que asigna un grado de membresía para evaluar las cosas como el razonamiento humano.

La lógica difusa, inicio en 1965 por Lotfi Zadeh, profesor de la Universidad de Berkeley, se aplica principalmente en sistemas de control y procesos industriales complejos, trabajando con información que no es exacta o con alta inexactitud [38]. Hay conceptos que no tienen límites claros, por esta razón estos conjuntos difusos se asocian a un valor lingüístico. Su función de pertenencia se define en el rango entre 0 y 1, como se muestra en la Ec. 5.

Se ha definido un conjunto difuso como se muestra en la Ec. 6, donde μ_A es la función de membresía de la variable x en el universo de discurso U. La función de membresía es la esencia de los conjuntos difusos y las operaciones entre conjuntos difusos se basan en ella.

$$\mu_A : x \rightarrow [0,1] \tag{5}$$

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | \; x \in U\} \tag{6}$$

2.2.1. Operadores de conjuntos difusos

Existen diferentes operaciones entre conjuntos difusos, como Unión, intersección, complemento, etc. En este trabajo utilizaremos la intersección, la diferencia limitada y cardinalidad escalar difusa, éstos se explican a continuación.

2.2.2. Intersección de conjuntos difusos

Dado los conjuntos A y B, la intersección C se define como la Ec. 7. Para conjuntos difusos Zadeh introdujo la intersección difusa definida en la Ec. 8 como la búsqueda de un mínimo de dos conjuntos difusos [38].

$$C = \{x | x \in A \; and \; x \in B\} \tag{7}$$

$$\mu_{A \cap B} = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \tag{8}$$

2.2.3. Diferencia limitada de conjuntos difusos

Dado los conjuntos A y B, la diferencia limitada C se define como se muestra en la Ec. 9. La diferencia limitada difusa entre A y B se define en la Ec. 10 como máximo de 0 y la diferencia entre los valores de membresía de A y B. Este operador no es conmutativo, por lo tanto la diferencia limitada entre B y A se define en la Ec. 11.

$$C = (A \; \theta \; B) \; \forall x \in \cup \tag{9}$$

$$\mu_{A \theta B} = \max\{0, \{\mu_A(x) - \mu_B(x)\}\} \tag{10}$$

2.2.4. Magnitud de los conjuntos difusos

La magnitud de un conjunto difuso puede calcularse de diferentes maneras, una de ellas es la cardinalidad escalar definida como la suma de todos los valores difusos de cada uno de los elementos del conjunto difuso representado por la Ec. 12.

$$|A| = \sum_{x \epsilon X} \mu_A(x) \tag{12}$$

3. Trabajos relacionados

Estos trabajos se presentaron en diferentes foros internacionales ayudaron en gran parte a poder definir e integrar el trabajo final, el primero muestra un índice para evaluar imágenes reales y sintéticas, en donde se utilizaron como imágenes de referencia (GT) las propuestas por la un consenso de generación automática utilizando las diferentes técnicas de detección de bordes [40]. Se experimentó con imágenes de referencia obtenidas manualmente de sus respectivas imágenes reales. Por último se utilizaron imágenes sintéticas donde se contaba con los bordes ideales de cada una. El segundo trabajo nos ayudara a calcular los operadores difusos, los cuales se mencionaron en la sección anterior, aquí se realizó una comparación con los operadores no difusos. En este trabajo se realizaron experimentos con imagines sintéticas, para tener un mejor control de los bordes y no bordes, utilizando imágenes de bordes de referencia ideales. Imágenes reales con imágenes de referencia generadas manualmente.

3.1.1. Lógica difusa tipo 2 por intervalos para evaluar la calidad de la detección de imágenes de bordes aplicada a imágenes reales y sintéticas

En este trabajo se propone un nuevo método para calcular un índice de calidad para la detección de bordes de una imagen. El nuevo método se puede aplicar a imágenes sintéticas o reales y consiste en un sistema difuso tipo 2 por intervalos (IT2FS). Las entradas para el IT2FS corresponden a una combinación de parámetros que representan las características más influyentes de una imagen de bordes según muestra la literatura y nuestra experiencia previa. Este nuevo índice puede calcularse para cualquier imagen borde detectada, incluyendo los métodos tradicionales y difusos.

A continuación se presenta la metodología para realizar el cálculo del índice, como se muestra en la Fig. 4, primero se calcula los bordes de la imagen original, después toman las dos imágenes; los bordes detectados y la imagen de referencia (ground truth) y se calculan sus respectivos umbrales. El siguiente paso es convertir las imágenes en binarias, determinar dónde están los bordes y luego extraer las características. Estos se colocan en las variables de entrada al sistema difuso para calcular la variable de salida, es decir, el índice propuesto. Una vez calculado el valor del índice, se calculan los valores de las métricas de Pratt, Jaccard y Dice para realizar las comparaciones.

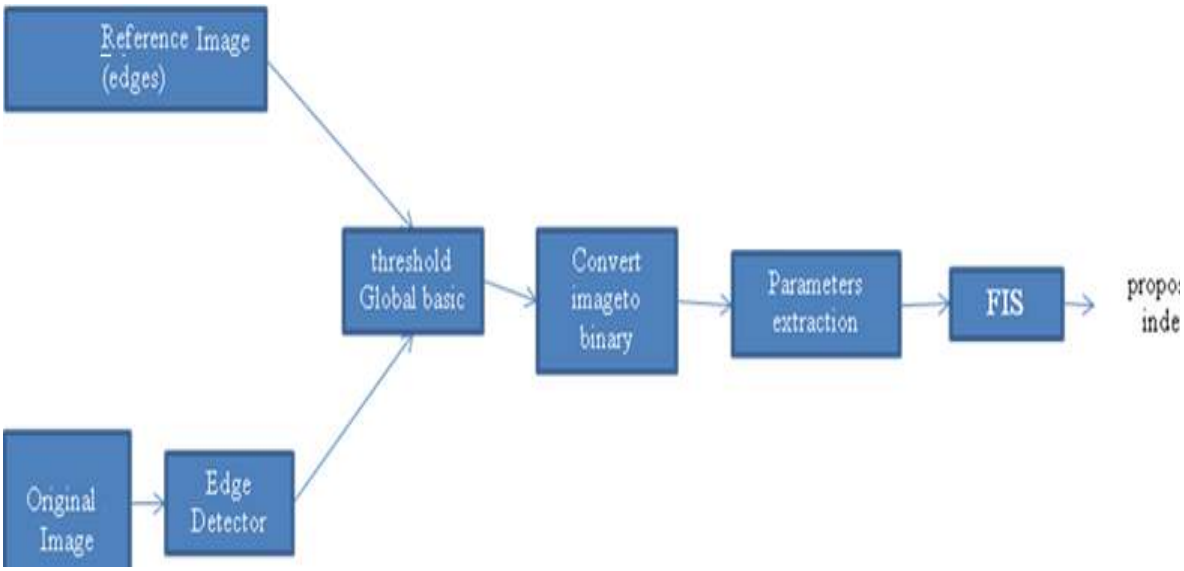


Fig. 4. Modelo para evaluar la detección de bordes

A continuación se describen las características del sistema difuso de tipo 2 por intervalos para evaluar la detección de los bordes de una imagen. Para diseñarlo, se utilizó una herramienta gráfica especialmente diseñada para trabajar con estos sistemas [19]. Fig. 5 muestra las variables de entrada, estas son Sumdist la suma de las distancias, PCD (TP) los cuales representan los pixeles correctamente detectados y PFA (FP) los cuales representan los pixeles falsas alarmas, cada una de las variables contiene 4 funciones de membresía que son de tipo gaussiano, los valores lingüísticos son como bajo, medio, alto y muy alto.

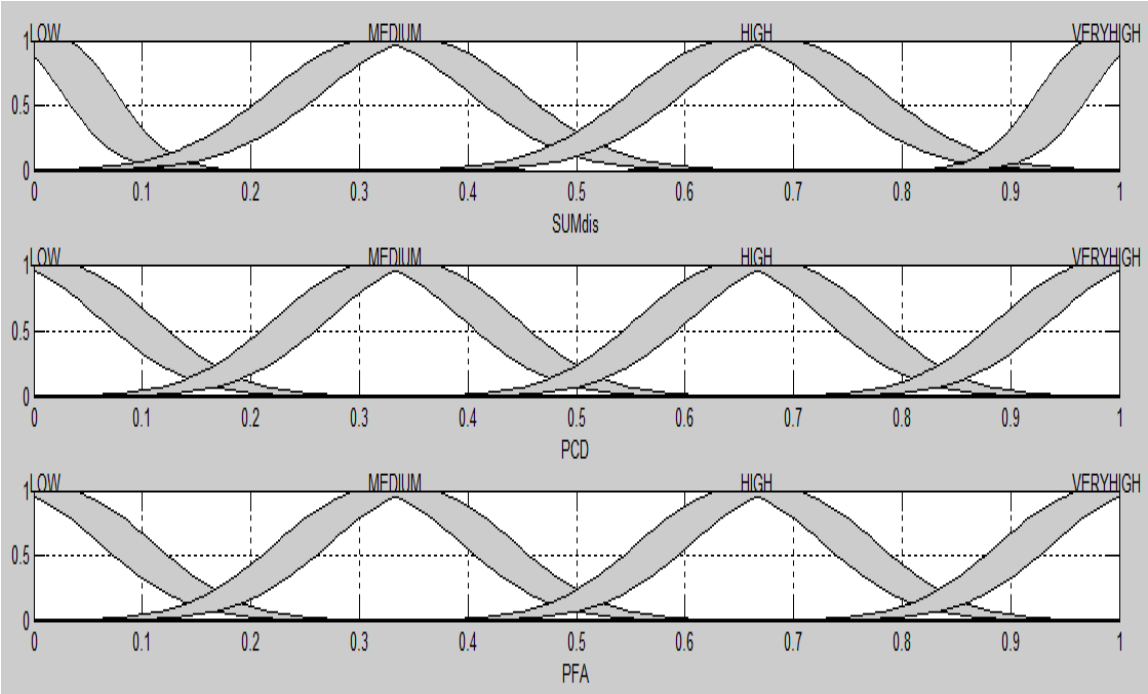


Fig.5. Variables de entrada y sus funciones de membresía

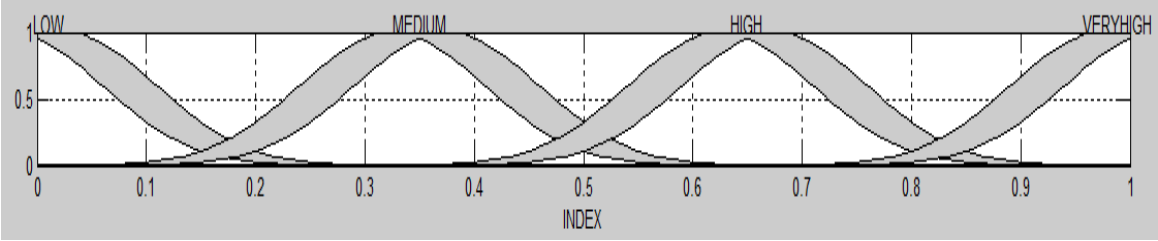


Fig. 6. Variables de salida y sus funciones de membresía

Fig.6 se muestra la variable de salida, el índice propuesto, que cuenta con 4 funciones de membresía con los mismos valores lingüísticos mencionados anteriormente. Estas variables se adaptan al tamaño de la imagen que está siendo evaluada y se normalizan entre 0 y 1.

El siguiente paso es encontrar las reglas difusas que se utilizará para el sistema difuso, este se muestra en la Fig. 7, que calcula el índice propuesto. Se realizó la combinatoria de cada una de las variables y sus respectivos valores lingüísticos y fueron 64 reglas obteniendo como resultado las reglas que se muestran en la Fig. 8, entonces con la ayuda de las imágenes, que se muestran la fig. 9, con valores de 0 y 255, respectivamente no borde y borde, hecho especialmente para refinar las reglas y usando la interpretabilidad, reducimos a 34.

En la Fig. 9 se muestras las diferentes imágenes utilizadas, en el a) representan los bordes en la mitad izquierda, en b) representan los bordes en la mitad superior y así sucesivamente en las otras imágenes. Al realizar una combinación de estas imágenes se pudieron obtener las reglas difusas.

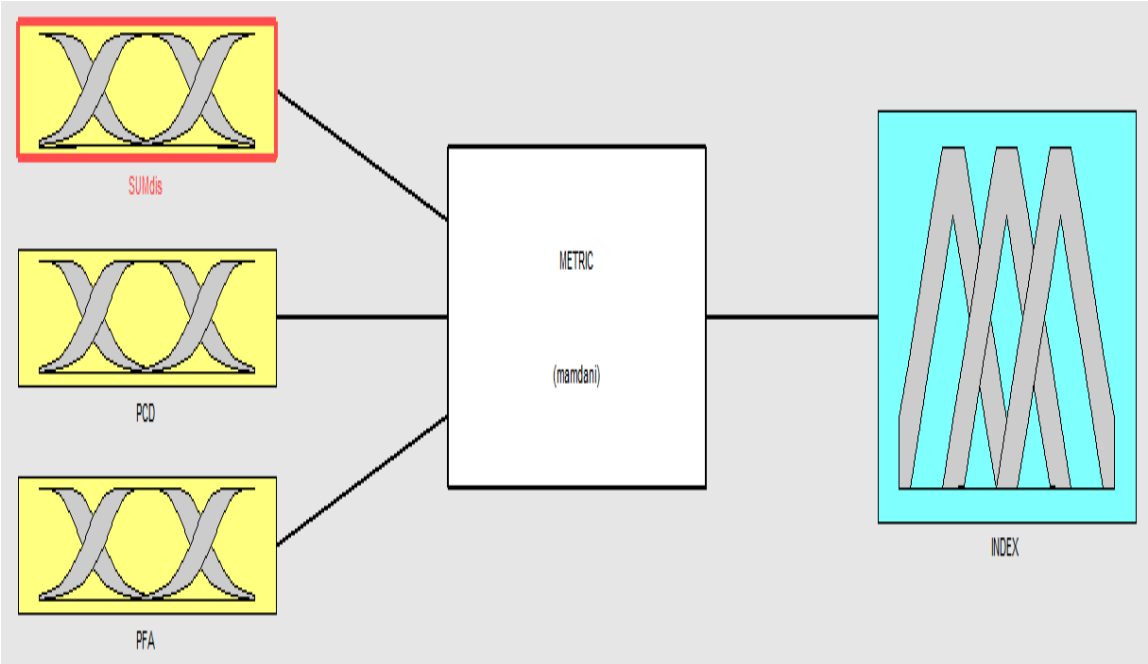


Fig. 7. Sistema difuso para evaluar la detección de bordes

1. If (SUMdis is LOW) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is HIGH) then (INDEX is LOW) (1)
2. If (SUMdis is MEDIUM) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is HIGH) then (INDEX is MEDIUM) (1)
3. If (SUMdis is HIGH) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is HIGH) then (INDEX is MEDIUM) (1)
4. If (SUMdis is VERYHIGH) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is HIGH) then (INDEX is LOW) (1)
5. If (SUMdis is LOW) and (PCD is HIGH) and (PFA is HIGH) then (INDEX is LOW) (1)
6. If (SUMdis is MEDIUM) and (PCD is HIGH) and (PFA is HIGH) then (INDEX is MEDIUM) (1)
7. If (SUMdis is HIGH) and (PCD is HIGH) and (PFA is HIGH) then (INDEX is MEDIUM) (1)
8. If (SUMdis is VERYHIGH) and (PCD is HIGH) and (PFA is HIGH) then (INDEX is LOW) (1)
9. If (SUMdis is LOW) and (PCD is VERYHIGH) and (PFA is HIGH) then (INDEX is MEDIUM) (1)
10. If (SUMdis is MEDIUM) and (PCD is VERYHIGH) and (PFA is HIGH) then (INDEX is MEDIUM) (1)
11. If (SUMdis is HIGH) and (PCD is VERYHIGH) and (PFA is HIGH) then (INDEX is MEDIUM) (1)
12. If (SUMdis is VERYHIGH) and (PCD is VERYHIGH) and (PFA is HIGH) then (INDEX is MEDIUM) (1)
13. If (SUMdis is LOW) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is MEDIUM) then (INDEX is LOW) (1)
14. If (SUMdis is MEDIUM) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is MEDIUM) then (INDEX is MEDIUM) (1)
15. If (SUMdis is HIGH) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is MEDIUM) then (INDEX is HIGH) (1)
16. If (SUMdis is VERYHIGH) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is MEDIUM) then (INDEX is MEDIUM) (1)
17. If (SUMdis is LOW) and (PCD is HIGH) and (PFA is MEDIUM) then (INDEX is MEDIUM) (1)
18. If (SUMdis is MEDIUM) and (PCD is HIGH) and (PFA is MEDIUM) then (INDEX is MEDIUM) (1)
19. If (SUMdis is HIGH) and (PCD is HIGH) and (PFA is MEDIUM) then (INDEX is HIGH) (1)
20. If (SUMdis is VERYHIGH) and (PCD is HIGH) and (PFA is MEDIUM) then (INDEX is HIGH) (1)
21. If (SUMdis is LOW) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is LOW) then (INDEX is LOW) (1)
22. If (SUMdis is MEDIUM) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is LOW) then (INDEX is LOW) (1)
23. If (SUMdis is HIGH) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is LOW) then (INDEX is MEDIUM) (1)
24. If (SUMdis is VERYHIGH) and (PCD is MEDIUM) and (PFA is LOW) then (INDEX is MEDIUM) (1)
25. If (SUMdis is LOW) and (PCD is HIGH) and (PFA is LOW) then (INDEX is MEDIUM) (1)
26. If (SUMdis is LOW) and (PCD is HIGH) and (PFA is LOW) then (INDEX is MEDIUM) (1)
27. If (SUMdis is MEDIUM) and (PCD is HIGH) and (PFA is LOW) then (INDEX is HIGH) (1)
28. If (SUMdis is HIGH) and (PCD is HIGH) and (PFA is LOW) then (INDEX is HIGH) (1)
29. If (SUMdis is VERYHIGH) and (PCD is HIGH) and (PFA is LOW) then (INDEX is HIGH) (1)
30. If (PFA is VERYHIGH) then (INDEX is LOW) (1)
31. If (PCD is LOW) then (INDEX is LOW) (1)
32. If (PCD is VERYHIGH) and (PFA is LOW) then (INDEX is VERYHIGH) (1)
33. If (PCD is VERYHIGH) and (PFA is MEDIUM) then (INDEX is VERYHIGH) (1)
34. If (PFA is VERYHIGH) then (INDEX is LOW) (1)

Fig. 8. Reglas difusas

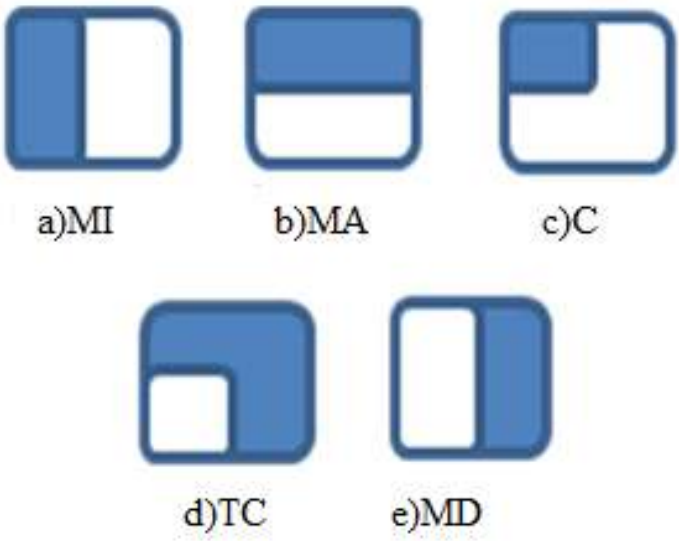


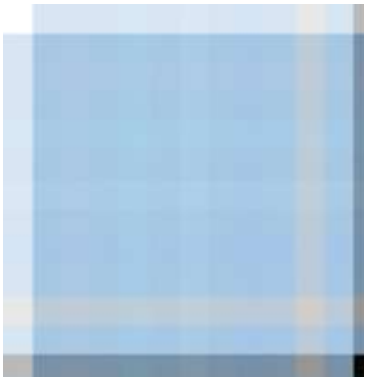
Fig . 9 Matrices de las imágenes

Existen diferentes métodos para determinar la imagen de referencia o ground truth, es decir, los bordes de una imagen se generan automáticamente a través de un consenso [40]. Esta metodología utiliza una comparación de técnicas de detección de bordes, utilizando imágenes de referencia obtenidas de varias maneras, la primera es la ground truth sintética, que fácilmente puede obtenerse sintéticamente, la segunda es obtener la ground truth manualmente, esto es tedioso y pesado.

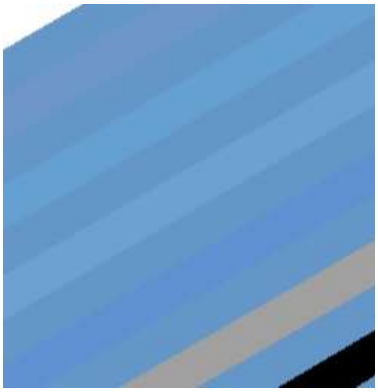
La metodología más reciente es obtener la ground truth a través de una comparación de la técnica de detección de bordes y la imagen de referencia se obtiene por los métodos de Minimean y Minimax [40]. Para obtener una comparación de diferentes fuentes de ground truth, llevaremos a cabo los siguientes experimentos, siendo el primero una comparación entre imágenes reales con imágenes ground truth obtenidas del consenso, la primera será Lenna la cual se muestra en la Fig. 10, la segunda será imágenes sintéticas con ground truth sintéticas las cuales se muestran en la Fig. 11 y la tercera y última será con imágenes reales y ground truth manualmente obtenidas Fig. 12.

Fig. 10 . Imagen para el primer experimento generada automáticamente del Consenso la imagen de referencia.

30-bars-circles

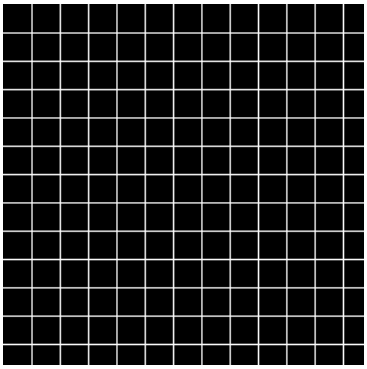


0-bars-90-bars

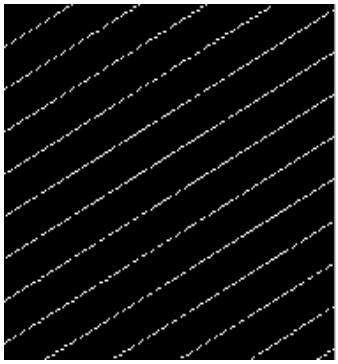


30-bars

30-bars-circles-gt



0-bars-90-bars-gt



30-bars-gt

Fig. 11. Imágenes para el segundo experimento generada automáticamente del Consenso la imagen de referencia.

wall Saturn Road blocks

Wall edge Saturn edge Road edge Blocks edge

Fig. 12. Imágenes para el tercer experimento generada automáticamente del Consenso la imagen de referencia.

3.1.2. Experimentos y resultados

En el primer experimento, se trabajó con los imágenes que muestran en la Fig. 9, éstos fueron utilizados para determinar las reglas difusas. Las imágenes que se muestran en la Fig. 9, están integradas cada una contienen 100 filas por 100 columnas y los elementos que lo componen son 0 y 255, por ejemplo tenemos HD en el a) contiene la mitad de sus elementos 0 y la otra mitad 255, es decir, C en c), tenemos elementos con valor 0 sólo una cuarta parte de todos los elementos con valores 255 y así sucesivamente

Se realizaron los siguientes experimentos utilizando la metodología propuesta por generación automática de consenso ground truth [40], el primero fue el de la imagen mostrada en la Fig. 10, esta es una imagen real y la ground truth generada con el consenso. Lo que se hizo fue utilizar la imagen de referencia obtenida el consenso. y los resultados obtenidos con el índice propuesto se compararon con los índices de Jaccar, Dice y Pratt.

Se realizaron comparaciones de los resultados obtenidos con detectores de bordes diferentes como son; Sobel, Prewitts, Roberts, gradiente morfológico así como las variantes difusas. En el segundo experimento fueron usadas imágenes que se muestra en la Fig. 11, éstas son imágenes sintéticas así como sus bordes. En el tercer experimento fueron utilizadas imágenes reales, se muestra en la Fig. 12 con imágenes de la ground truth generadas manualmente.

El resultado de los arreglos muestran en la tabla 2, que se obtuvieron a partir de las imágenes se muestra en la Fig. 9, recordamos que estas medidas fueron tomadas para ayudar a definir las reglas difusas para ser utilizado en el sistema difuso tipo 2 intervalos.

La primera columna muestra II, esto se refieren a la imagen real y el ID que significa la imagen de referencia, en algunos casos los resultados son muy diferentes, por ejemplo en la comparación de la MI y MD, el índice muestra en la tercera columna con un FOU = 0 es 0.03 mientras que la tasa de FOM en la última columna es 0.5435 , lo que significa que se evalúa FOM casi el 50% más que metFis, como este índice es el parámetro de falsas alarmas y FOM no los integra en sus cálculos.

Así que podríamos decir que este nuevo índice evaluó en una imagen más objetiva. En el tabla 3, se muestran los resultados obtenidos de experimento con el primera ground truth del consenso [40], que tienen la imagen real que se muestra en la Fig. 10, y su respectiva imagen en del consenso.

Tabla 2 . Resultados de las mediciones obtenidas con las matrices

		FOU 0	*FOU 0.2*	*FOU 0.4*	*FOU 0.6*			
II	*ID*	*metFis*	*metFis*	*metFis*	*metFis*	*mj*	*mc*	*FOM*
MI	*C*	0.4262	0.4143	0.4087	0.4092	0.5000	0.6667	0.5000
C	*MI*	0.3702	0.3751	0.4035	0.4463	0.5000	0.6667	0.7717
MI	*HU*	0.3702	0.3751	0.4035	0.4463	0.3333	0.5000	0.7717
HU	*MI*	0.3702	0.3751	0.4035	0.4463	0.3333	0.5000	0.7717
MD	*TC*	0.3506	0.3506	0.3495	0.3487	0.6667	0.8000	0.8478
TC	*MD*	0.6544	0.6532	0.6500	0.6373	0.6667	0.8000	0.6667
MI	*MI*	0.9630	0.9615	0.9564	0.9461	1.0000	1.0000	1.0000
MI	*MD*	0.0366	0.0377	0.0418	0.0495	0.0000	0.0000	0.5434
MD	*MI*	0.0366	0.0377	0.0418	0.0495	0.0000	0.0000	0.5434

Tabla 3. Resultados de las mediciones obtenidas con Lenna

	FOU 0	*FOU 0.2*	*FOU 0.4*	*FOU 0.6*			
ED	*metFis*	*metFis*	*metFis*	*metFis*	*mj*	*mc*	*FOM*
sobel	0.3183	0.3196	0.3225	0.3501	0.1429	0.2501	0.3839
prewitt	0.3304	0.332	0.3407	0.3687	0.1463	0.2553	0.3962
gm	0.4619	0.4642	0.4706	0.4779	0.185	0.3122	0.4889
roberts	0.346	0.3476	0.3621	0.3812	0.1568	0.271	0.4035
fuzzysobel	0.386	0.3912	0.4071	0.4252	0.1597	0.2755	0.4541
fuzzyprewitt	0.395	0.4017	0.4174	0.4322	0.1614	0.2779	0.4612
fuzzygm	0.4334	0.4425	0.4591	0.4823	0.2038	0.3386	0.5829
fuzzyroberts	0.3756	0.3794	0.3959	0.4203	0.1671	0.2864	0.4391

Tabla 4. RESULTADOS DE LAS MEDICIONES OBTENIDAS 0-BARS Y 90-BARS

	FOU 0	*FOU 0.2*	*FOU 0.4*	*FOU 0.6*			
ED	*metFis*	*metFis*	*metFis*	*metFis*	*mj*	*mc*	*FOM*
sobel	0.3093	0.3139	0.3322	0.3712	0.1446	0.2526	0.4059
prewitt	0.3112	0.3166	0.3353	0.3743	0.1446	0.2526	0.4083
gm	0.3881	0.3923	0.4012	0.4110	0.1383	0.2430	0.4717
roberts	0.3836	0.3881	0.3981	0.4091	0.1385	0.2432	0.4693
fuzzysobel	0.3884	0.3925	0.4014	0.4112	0.1383	0.243	0.4719
fuzzyprewitt	0.3884	0.3925	0.4014	0.4112	0.1383	0.243	0.4719
fuzzygm	0.3884	0.3925	0.4014	0.4112	0.1383	0.243	0.4719
fuzzyroberts	0.3893	0.3934	0.4021	0.4116	0.1386	0.2434	0.4722

Tabla 5. Resultados de las mediciones obtenidas 30-bars-ellipses

	FOU 0	*FOU 0.2*	*FOU 0.4*	*FOU 0.6*			
ED	*metFis*	*metFis*	*metFis*	*metFis*	*mj*	*mc*	*FOM*
sobel	0.6171	0.6087	0.577	0.5236	0.1657	0.2842	0.5826
prewitt	0.6151	0.6064	0.5755	0.5241	0.1669	0.286	0.5766
gm	0.6152	0.6065	0.5757	0.5244	0.167	0.2862	0.5766
roberts	0.6191	0.6109	0.5788	0.5235	0.1631	0.2805	0.5963
fuzzysobel	0.6191	0.6110	0.5798	0.5265	0.1621	0.2790	0.6241
fuzzyprewitt	0.6127	0.6009	0.5645	0.5135	0.1608	0.2771	0.638
fuzzygm	0.3537	0.3543	0.3515	0.3679	0.1473	0.2567	0.7693
fuzzyroberts	0.6193	0.6113	0.4126	0.5241	0.1633	0.2808	0.5969

El segundo trabajo se experimentó con imágenes creadas sintéticamente y su imagen de referencia respectiva se obtiene también la imagen de referencia sintética, como se muestra en la Fig. 11. A partir de estos resultados podemos ver que es muy similar y aún podemos decir que el índice propuesto evalúa más objetivamente la imagen, es como se muestra en las tablas 4, 5 y 6.

Tabla 6 Resultados de las mediciones obtenidas 30-bars

	FOU 0	*FOU 0.2*	*FOU 0.4*	*FOU 0.6*			
ED	*metFis*	*metFis*	*metFis*	*metFis*	*mj*	*mc*	*FOM*
sobel	0.0498	0.054	0.0669	0.1069	0.0598	0.1103	0.1549
prewitt	0.0498	0.054	0.0669	0.1069	0.0584	0.1103	0.1549
gm	0.0498	0.054	0.0669	0.1069	0.0598	0.1112	0.1463
roberts	0.0498	0.054	0.0669	0.1069	0.0571	0.108	0.1745
fuzzysobel	0.0498	0.0540	0.067	0.107	0.0557	0.1056	0.1987
fuzzyprewitt	0.0499	0.054	0.0671	0.1073	0.0541	0.1027	0.2272
fuzzygm	0.5336	0.5235	0.4984	0.4697	0.1498	0.2606	0.5218
fuzzyroberts	0.0498	0.0571	0.0571	0.1069	0.0571	0.108	0.1745

Tabla 7. Resultados de las mediciones obtenidas Blocks, Road, Saturn and Wall.

SOBEL EDGE								
		FOU 0	*FOU 0.2*	*FOU 0.4*	*FOU 0.6*			
ID	*II*	*metFis*				*mj*	*mc*	*FOM*
blocks.png	blocks-manual-gt.png	0.4457	0.4455	0.4444	0.4883	0.3176	0.4821	0.9193
road.png	road-manual-gt.png	0.3803	0.459	0.4974	0.4999	0.2915	0.4514	0.8205
saturn.png	saturn-manual-gt.png	0.1773	0.1773	0.2164	0.2221	0.3832	0.5541	0.9290
wall.png	wall-manual-gt.png	0.0649	0.0652	0.073	0.0947	0.1296	0.2294	0.4985
SOBEL EDGE - FUZZY - FOU = 0								
blocks.png	blocks-manual-gt.png	0.1675	0.1677	0.1678	0.1678	0.3189	0.4835	0.8513
road.png	road-manual-gt.png	0.1299	0.1287			0.2564	0.4081	0.7408
saturn.png	saturn-manual-gt.png	0.1677				0.3533	0.5220	0.9077
wall.png	wall-manual-gt.png	0.0626				0.1171	0.2096	0.4664
PREWITT EDGE								
blocks.png	blocks-manual-gt.png	0.4450	0.4269	0.4382	0.4643	0.3139	0.4778	0.9201
road.png	road-manual-gt.png	0.5000	0.4910	0.4991	0.4999	0.2973	0.4583	0.8368
saturn.png	saturn-manual-gt.png	0.1704	0.1709	0.203	0.2212	0.3654	0.5352	0.9251

wall.png	wall-manual-gt.png	0.0651	0.0654	0.0737	0.0953	0.1308	0.2313	0.5059
PREWITT EDGE - FUZZY - FOU = 0								
blocks.png	blocks-manual-gt.png	0.1675	0.1677	0.1678	0.1678	0.3189	0.4835	0.8513
road.png	road-manual-gt.png	0.1283	0.1274	0.1573	0.166	0.2564	0.4058	0.7345
saturn.png	saturn-manual-gt.png	0.1683	0.1687	0.1814	0.2194	0.3572	0.5263	0.9132
wall.png	wall-manual-gt.png	0.0623	0.0629	0.0649	0.0861	0.1142	0.2049	0.4625
GM EDGE								
blocks.png	blocks-manual-gt.png	0.4494	0.4501	0.4578	0.4984	0.2906	0.4504	0.8967
road.png	road-manual-gt.png	0.1130	0.1135	0.1139	0.148	0.2193	0.3597	0.6533
saturn.png	saturn-manual-gt.png	0.2037	0.2101	0.2219	0.3692	0.4424	0.5940	0.9284
wall.png	wall-manual-gt.png	0.0630	0.0635	0.0673	0.089	0.1217	0.2171	0.4694
ROBERTS EDGE								
blocks.png	blocks-manual-gt.png	0.2627	0.326	0.4056	0.4437	0.2885	0.4478	0.8984
road.png	road-manual-gt.png	0.1126	0.113	0.1134	0.1417	0.2084	0.3450	0.6399
saturn.png	saturn-manual-gt.png	0.2265	0.2303	0.4032	0.495	0.4080	0.5795	0.9337
wall.png	wall-manual-gt.png	0.0615	0.0621	0.064	0.0825	0.1067	0.1929	0.4483

Los últimos resultados se muestran en el tabla 7, aquí comparamos los valores que se obtuvieron de imágenes reales con las imágenes de referencia obtenidas manualmente. Los detectores de borde que utilizamos son Sobel, Prewitt, GM y Roberts, y sus variantes difusas. Los resultado del procesamiento de estas imágenes era más importante porque aquí reflejan los resultados más relevantes y realizar la evaluación más objetiva, es decir, toda imagen en los valores fueron menores que el dados por FOM, donde es evidente que los parámetros se utilizan para evaluar metFis son más influyentes en la evaluación de los bordes.

3.2. Operadores difusos para evaluar la calidad de la imagen de bordes.

La detección de bordes de una imagen es una de las tareas más importantes cuando se trabaja con el reconocimiento de imágenes, la identificación de objetos, extracción de característica, entre otros. Hay diferentes métricas para evaluar los bordes, tales como Pratt, Jaccard, Dice, pero todas estas métricas binarizan la imagen, realizando esta acción se pierde información de la imagen. Este trabajo presenta un nuevo método que permite la evaluación de la calidad de la imagen de bordes detectados, utilizando toda la información de la imagen sin binarizar. Esto se utilizará para conjuntos difusos, así como diversas operaciones con conjuntos.

En primer lugar, se calculan los bordes de la imagen, esto se hará con el detector de borde Sobel; donde la imagen original se muestra en la Fig. 13. Se muestra en la Fig. 14, la imagen de referencia de la imagen procesada y en la Fig. Fig. 15 es la misma imagen pero binarizada. Con el detector de borde Sobel, la imagen original se convierte primero en escala de grises y luego son calculados los bordes, como se muestra en la Fig. 16 y en la Fig 17.

Para obtener la imagen binarizada, la imagen se convierte en ceros y unos. Finalmente, todos los valores son contados para saber cuántas fueron marcadas como bordes. Se toman todos estos cálculos para obtener los valores de FP, TP y FN presentados anteriormente. Los resultados de estos valores se presentan en la tabla 1, que se encuentran en porcentajes PFP, PTP y PFN.

Una vez que los bordes de la imagen se obtienen, pueden hacerse las operaciones de conjuntos difusos. Es muy importante resaltar que la imagen no es binarizada, se muestra en la Fig. 16, los bordes referencia (ground truth) y bordes detectados, que se muestra en la Fig. 17. Los resultados de estos valores se presentan en la tabla 8, que se encuentran en porcentajes PFPF, TPF y FPF.

Fig. 13. Saturn

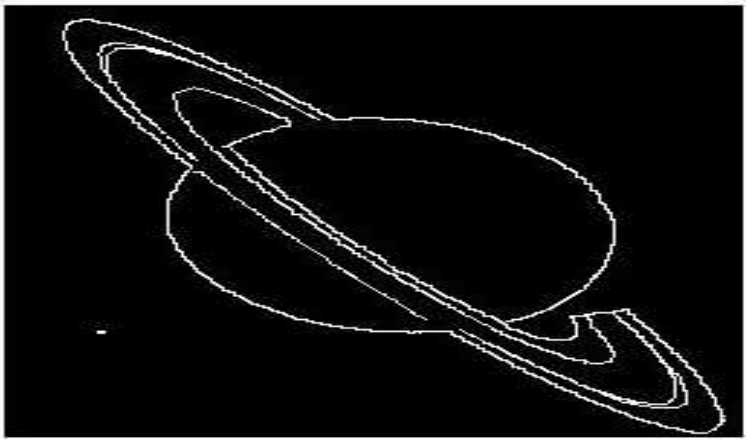


Fig. 14 . Ground Truth

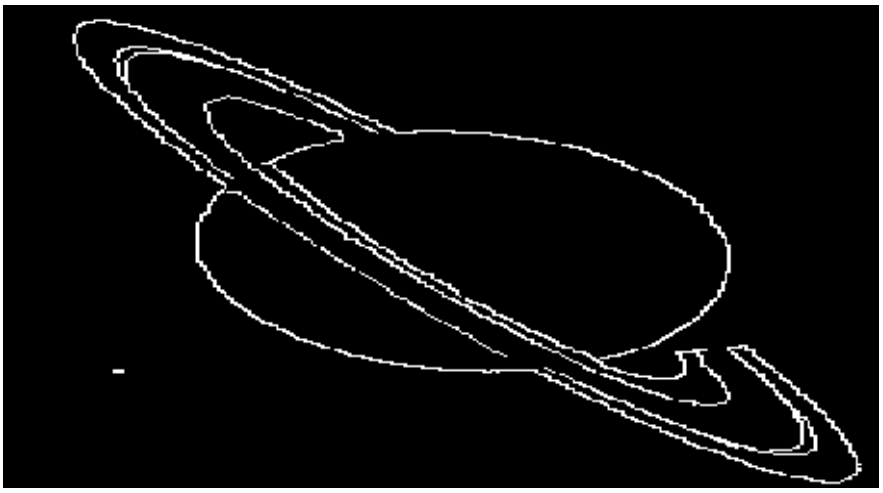


Fig. 15. Ground Truth binarizada

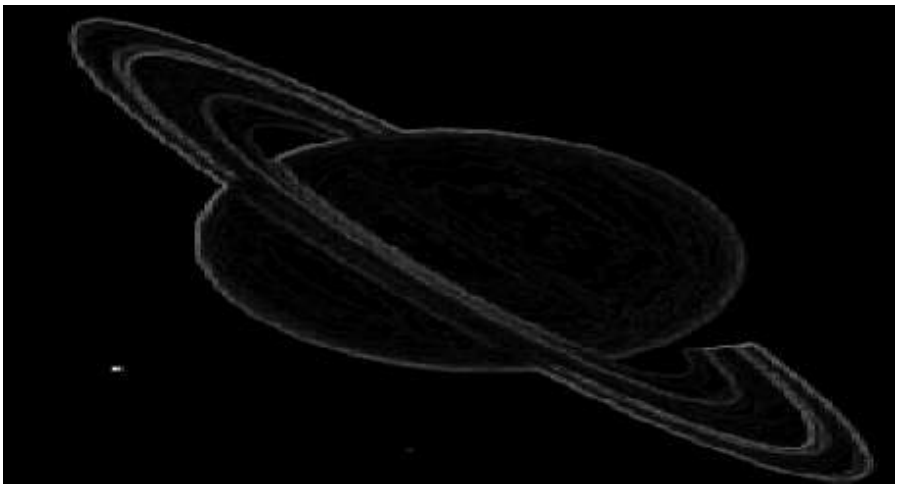


Fig. 16 . Detector de bordes Sobel

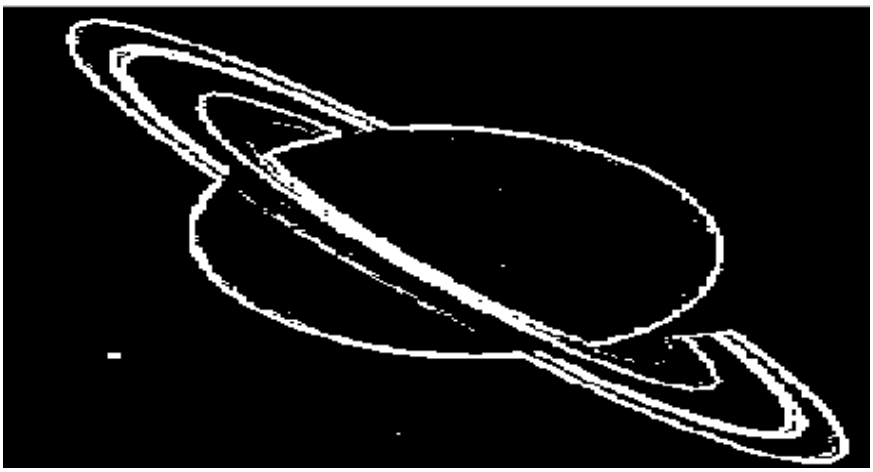


Fig. 16. Detector de bordes Sobel binarizado

Tabla 8 Resultados de Saturn

PTP	**PFN**	**PFP**
43.55	3.33	56.45
PTPF	**PFNF**	**PFPF**
19.33	80.66	46.93

La siguiente imagen, que se muestra en la Fig. 17 es de una esfera. Donde su imagen de referencia se muestra en la Fig. 18 y la Fig 19 es la imagen de referencia binarizada. El detector borde Sobel se muestra en la Fig. 20. Finalmente, el Sobel binarizado se muestra en la Fig. 21. Los resultados obtenidos en cada uno de los parámetros se muestran en la tabla 9. En estos resultados, podemos ver que la cantidad de pixeles totales de ambos cálculos es casi lo mismo, pero hay una gran diferencia en la cantidad de píxeles detectados, que se refleja en los otros resultados, que también se ven afectados, los píxeles marcados como TP son muy superiores con los cálculos difusos que con los cálculos tradicionales.

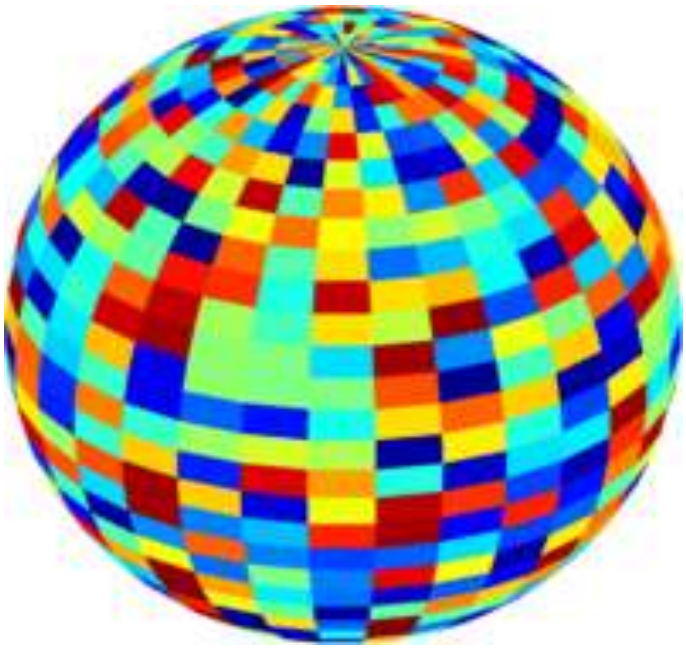


Fig. 17:Esfera

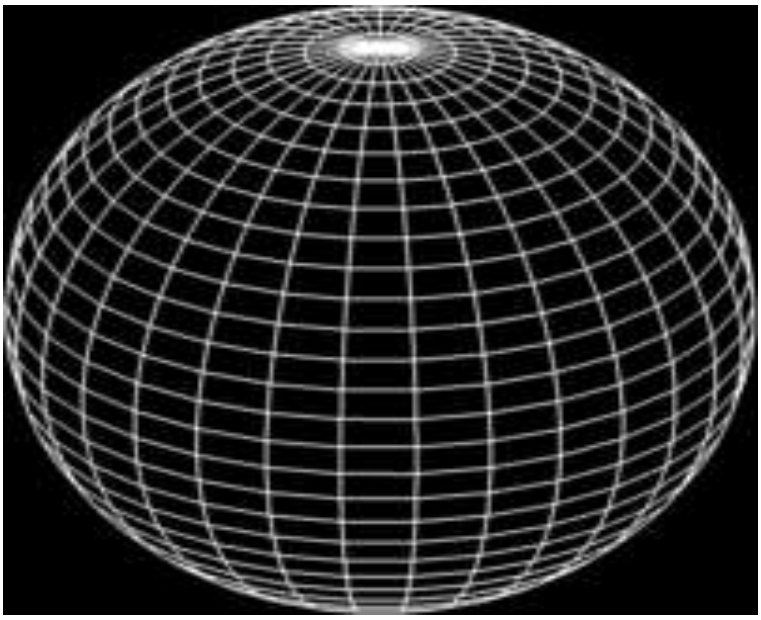


Fig. 18: Ground Truth

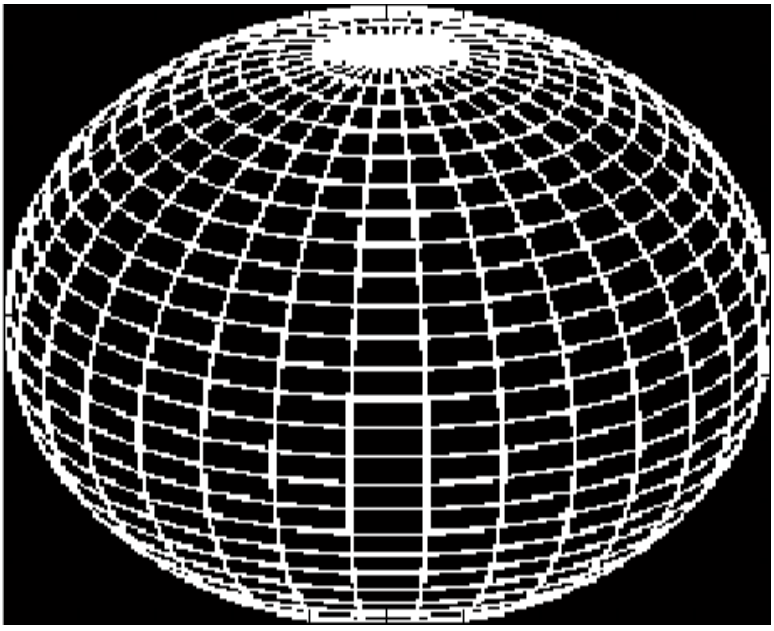


Fig. 19. Ground Truth binarizada

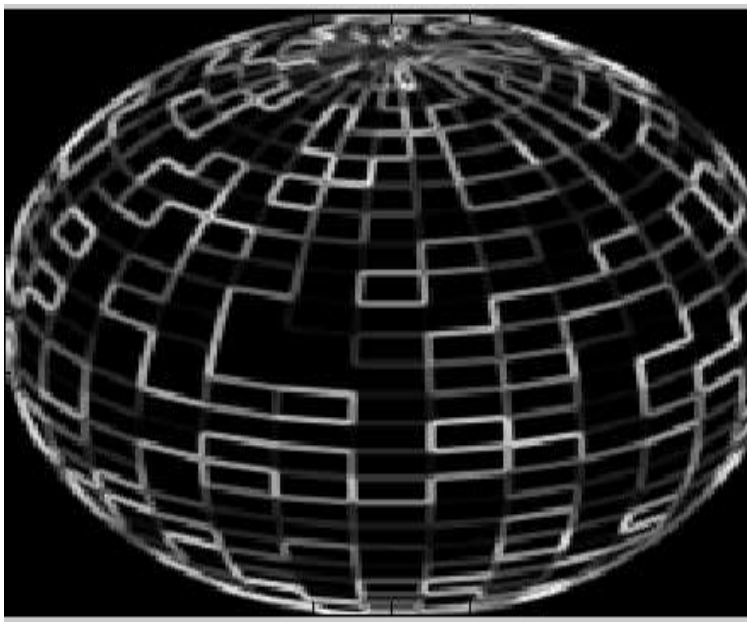


Figure 20: Detector de bordes Sobel.

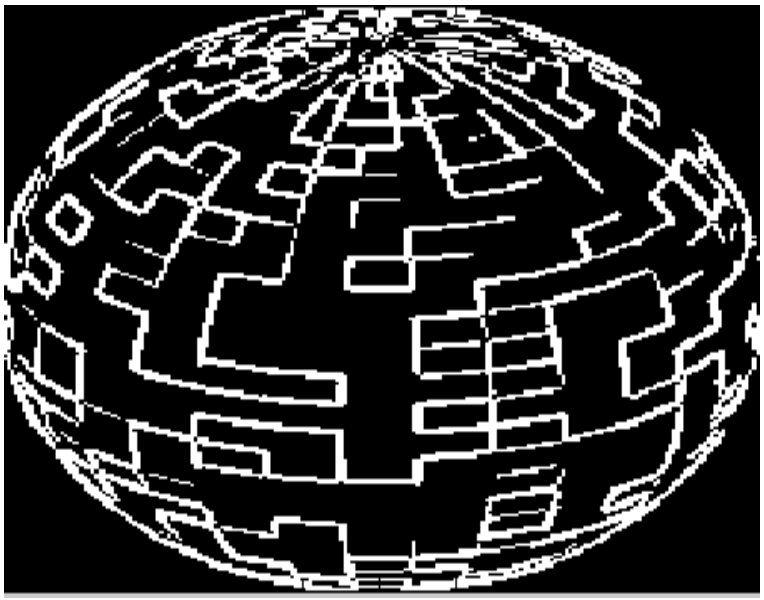


Figure 21: Detector de bordes Sobel binarizado

Tabla 9:Resultados esfera

PTP	**PFN**	**PFP**
55.88	44.12	30.7
PTPF	**PFNF**	**PFPF**
59.93	40.07	34.45

Las últimas imágenes referencia se muestran en la Tabla 10 es la imagen de referencia y la tabla 11 es la de bordes. Son matrices de 100 elementos, éstos contienen diferentes intensidades de la escala de grises. En la Fig. 22, se muestran las mismas imágenes binarizadas, en la Fig. 23 el borde y en la Fig. 24 el borde binarizado.

Tabla 10: Matriz de 100 elementos en escala de grises ground truth.

240	240	240	240	240	200	200	200	200	200
210	210	210	210	210	220	220	220	220	220
250	250	250	250	250	230	230	230	230	230
205	205	205	205	205	200	200	200	200	200
245	245	245	245	245	250	250	250	250	250
50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
25	25	25	25	25	25	25	25	25	25

Tabla 11: Matriz de 100 elementos en escala de grises borde

30	30	30	30	30	200	200	200	200	200
40	40	40	40	40	220	220	220	220	220
20	20	20	20	20	230	230	230	230	230
15	15	15	15	15	200	200	200	200	200
45	45	45	45	45	250	250	250	250	250
20	20	20	20	20	240	240	240	240	240
28	28	28	28	28	210	210	210	210	210
10	10	10	10	10	250	250	250	250	250
36	36	36	36	36	205	205	205	205	205
25	25	25	25	25	245	245	245	245	245

Con estas imágenes podemos ver que la información se pierde al binarizar, como puede verse en las Fig. 22 y Fig. 24, y que todos están evaluando con las métricas encontradas en la literatura. Tabla 12 se muestran los resultados calculado para estas imágenes, PTP, PFN y PFP.

Tabla 12: Resultados de imágenes

PTP	**PFN**	**PFP**
50	50	50
PTPF	**PFNF**	**PFPF**
59.58	40.42	39.29

Fig. 22: Gronth Truth binarizada.

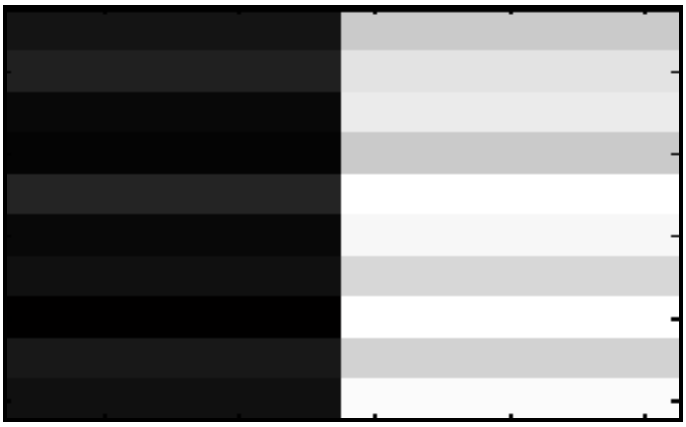


Fig. 23: Borde.

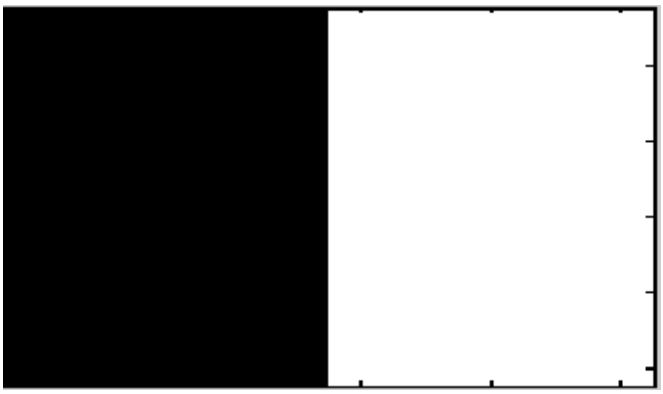


Fig. 24: Borde binarizado.

4. Métrica difusa para evaluar la detección de bordes en imágenes.

En el método propuesto introducimos el cálculo de las siguientes operaciones difusas entre una imagen difusa bordes de referencia y una imagen difusa de bordes detectada: la distancia euclidiana difusa (FD), los verdaderos positivos difusos (FTP), los falsos positivos difusos (FFP) y los falsos negativos difusos (FFN).

El método integra todos los cálculos en un solo operador llamado índice difuso (FI). En la Fig. 25 se muestra un diagrama del proceso.

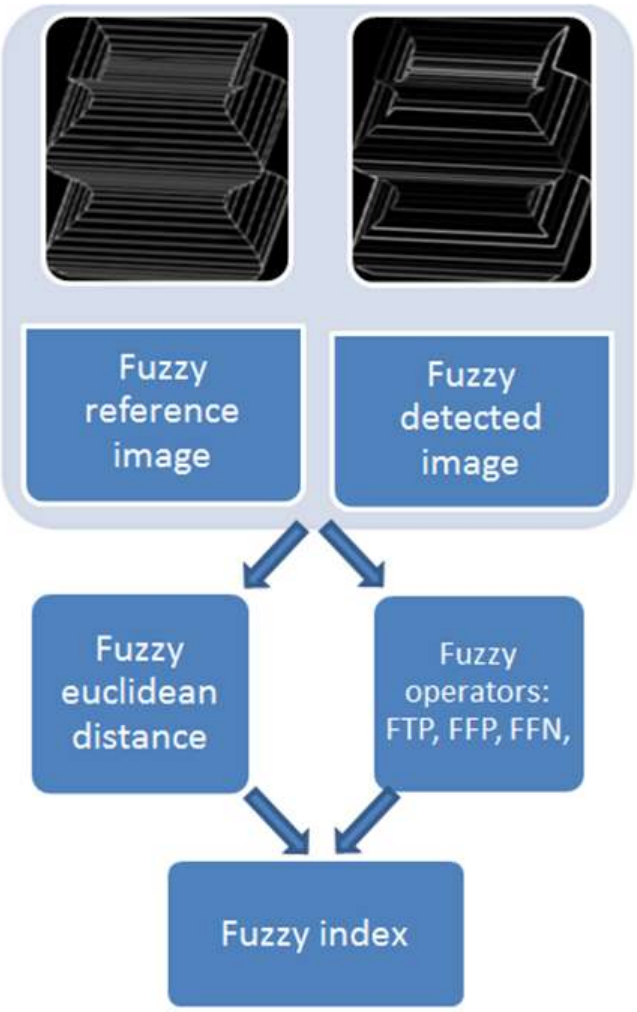


Fig. **25**. Diagrama para el cálculo del índice difuso.

4.1. La distancia euclidiana difusa.

Dadas dos imágenes A y B, la distancia euclidiana difusa entre cada pixel a_{ij} en A y todos los pixeles b_{ij} en B, puede ser calculada con la Ec. 1, tal como se describió en la sección 2.1.1

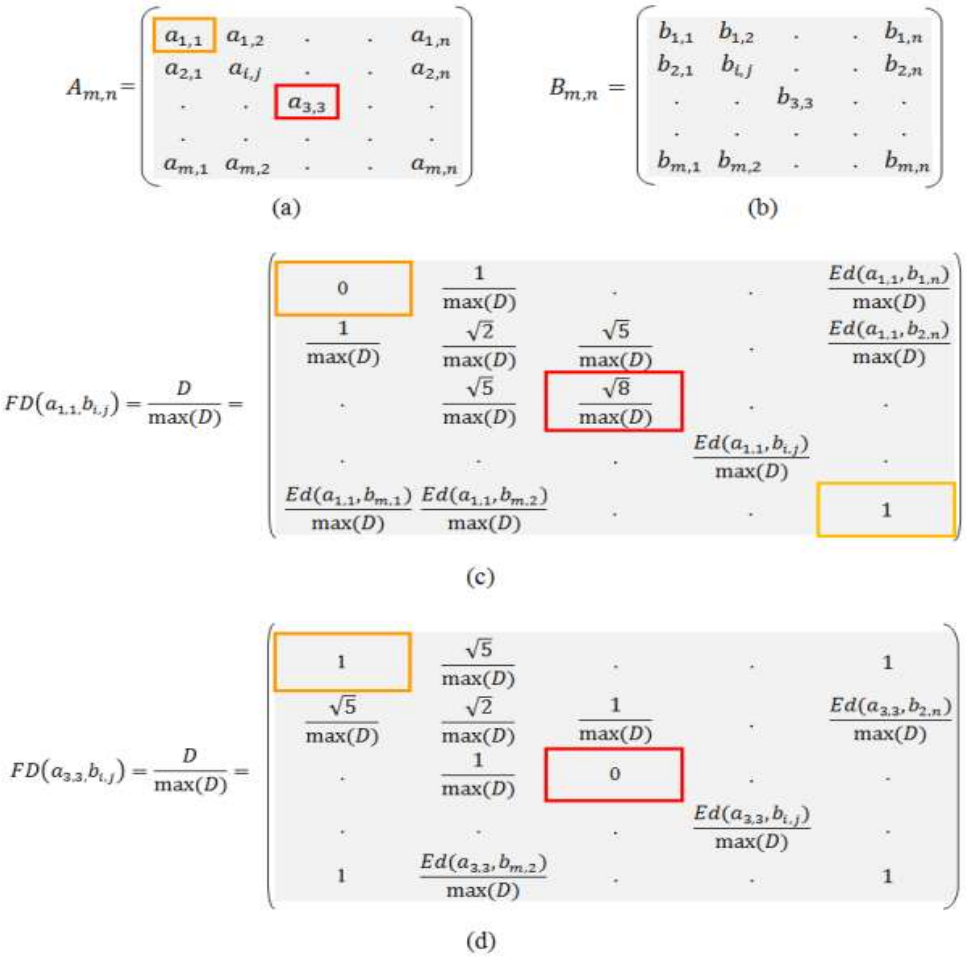


Fig. 26. Matrices de distancia euclidiana entre las imágenes A y B. (a) imagen A, (b) imagen B, (c) matriz de distancia euclidiana difusa entre a_{11} y b_{ij}, (d) matriz de distancia euclidiana difusa entre a_{33} y $\mathbf{b_{ij}}$

Una vez que se obtuvo la matriz de distancia euclidiana D, se puede calcular la matriz de distancia euclidiana difusa FD con algunas funciones de membresía difusas. En nuestro método proponemos una función de membresía triangular como se puede apreciar en la Fig. 26.

4.2. Imágenes difusas sintéticas

Con el fin de probar que nuestro método propuesto encuentra el índice correcto para un determinado par de imágenes, se generaron las imágenes sintéticas que se muestran en la Fig. 30 ,31 y 32 para controlar la cantidad de bordes y también para manipular los tonos gris de los píxeles y mostrar sus diferencias.

Las imágenes pueden almacenarse en matrices donde cada pixel es representado con valores en el intervalo [0,255], como podemos ver en la Fig, 27 y 28. Particularmente en imágenes de bordes binarizados, los componentes con valores de 1 representan los pixeles clasificados como bordes y los componentes con valores de 0 representan a los píxeles clasificados como no bordes.

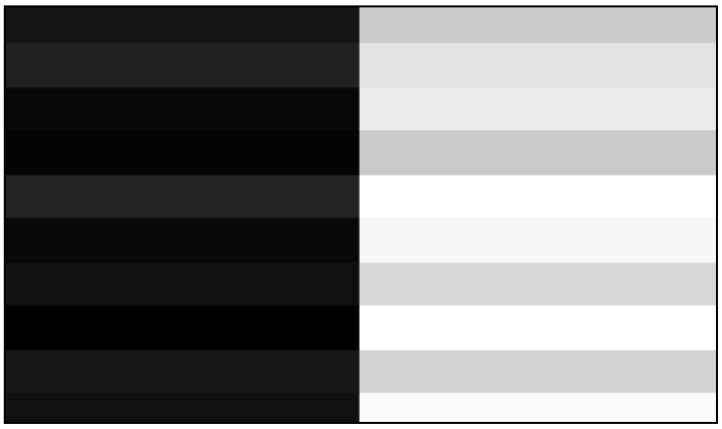


Fig. **27**. Imagen en mapa de grises.

30	30	30	30	30	200	200	200	200	200
40	40	40	40	40	220	220	220	220	220
20	20	20	20	20	230	230	230	230	230
15	15	15	15	15	200	200	200	200	200
45	45	45	45	45	250	250	250	250	250
20	20	20	20	20	240	240	240	240	240
28	28	28	28	28	210	210	210	210	210
10	10	10	10	10	250	250	250	250	250
36	36	36	36	36	205	205	205	205	205
25	25	25	25	25	245	245	245	245	245

Fig. 28. Matriz de píxeles en mapa grises entre 0 y 255

El enfoque de las imágenes difusas; en imágenes de bordes, todos los píxeles se clasifican como bordes con valores de membresía diferentes.

Los valores difusos utilizan la función de membresía triangular de la Ec. 13 de acuerdo a los grados de membresía legítimamente asignados, los cuales se muestran en la Fig. 29.

$$\mu_A(x) = \frac{x}{\max(A)} \tag{13}$$

0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78
0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86
0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90
0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78
0.18	0.18	0.18	0.18	0.18	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94
0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.82	0.82	0.82	0.82	0.82
0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96

Fig. 29. Matriz de píxeles después de la fuzificación, con una función de membresía triangular.

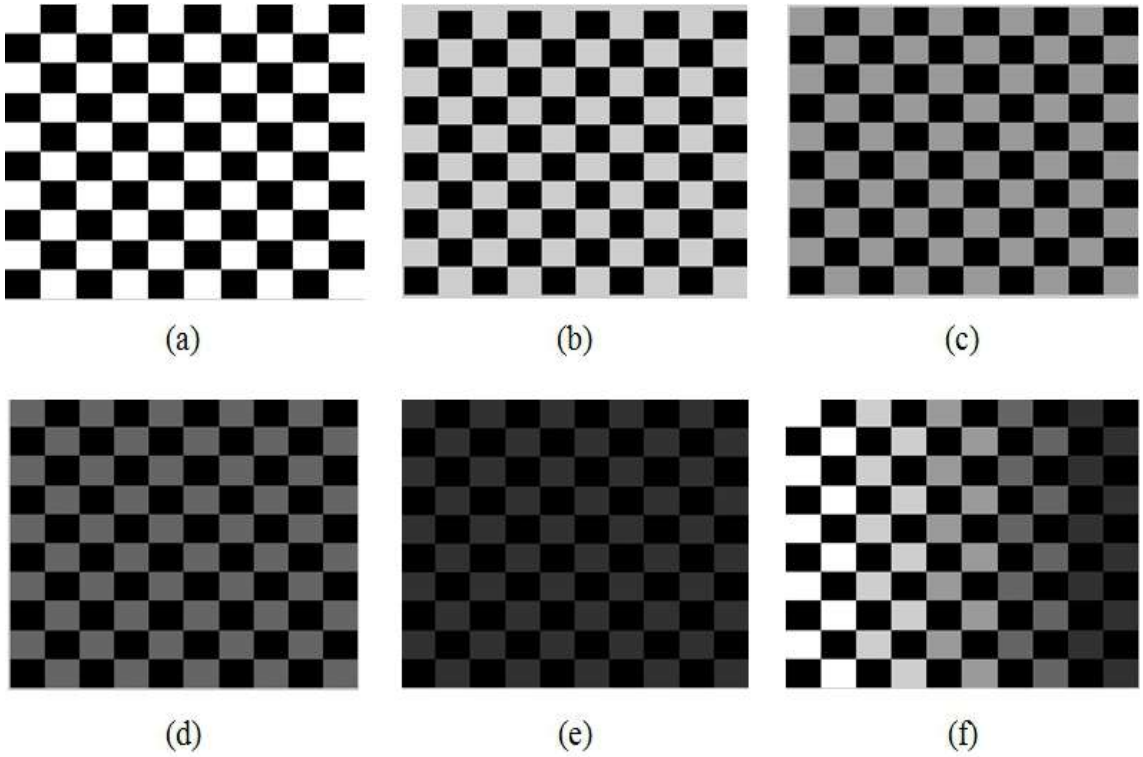


Fig. 30. Imágenes sintéticas cuadricula. (a) Imagen sintética con valores 0 y 1, (b) imagen sintética con valores de 0 y 0.8, (c) imagen sintética con los valores 0 y 0.6, (d) imagen sintética con los valores 0 y 0.4, (e) imagen sintética con valores 0 y 0.2, (f) imagen sintética con valores de 0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 y 1.

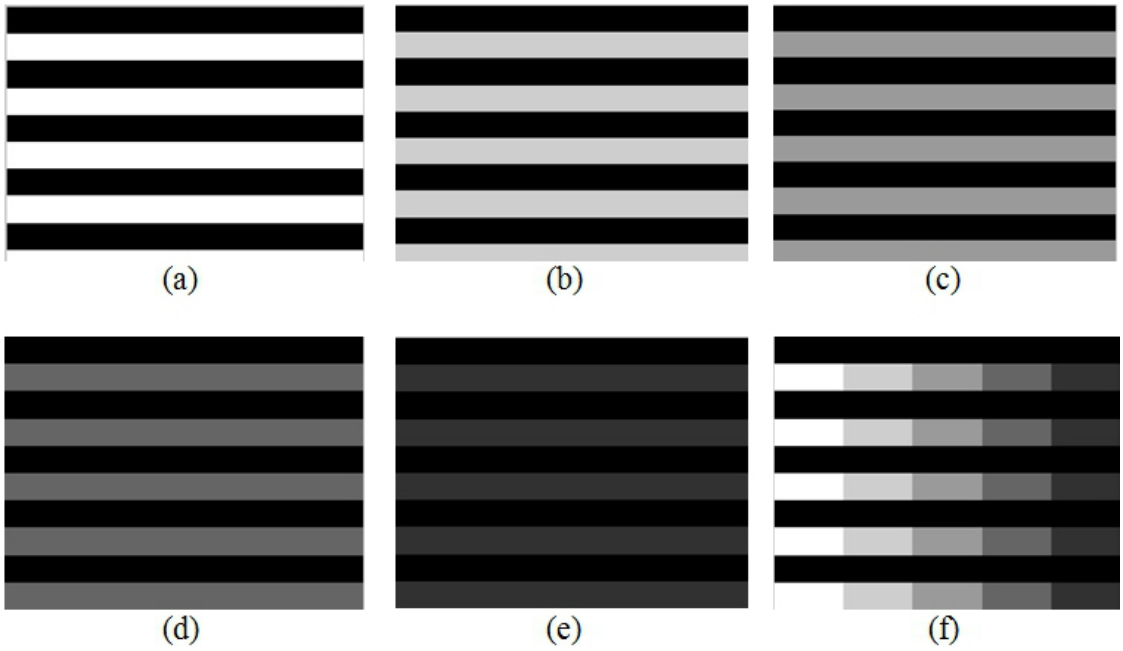


Fig. 31**.** Imágenes sintéticas horizontales. (a) Imagen sintética con valores 0 y 1, (b) imagen sintética con valores de 0 y 0.8, (c) imagen sintética con valores 0 y 0.6, (d) imagen sintética con valores 0 y 0.4, (e) imagen sintética con valores 0 y 0.2, (f) imagen sintética con valores de 0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 y 1.

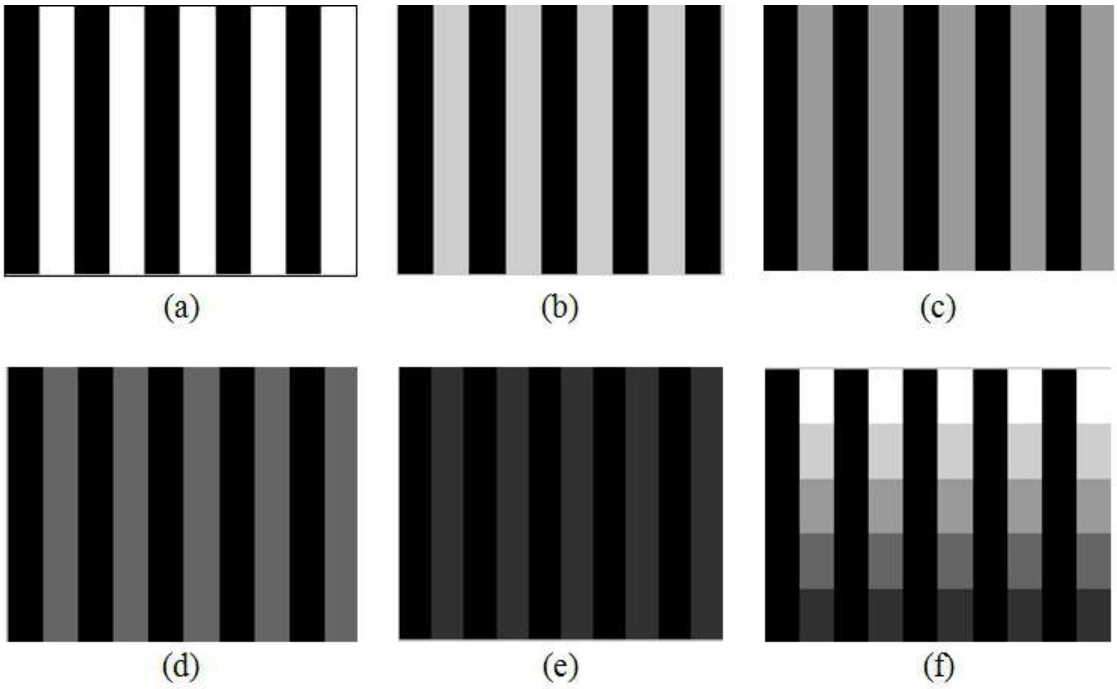


Fig. 32 Imágenes sintéticas verticales. (a) Imagen sintética con valores 0 y 1, (b) imagen sintética con valores de 0 y 0.8, (c) imagen sintética con valores 0 y 0.6, (d) imagen sintética con los valores 0 y 0.4,(e) imagen sintética con valores 0y 0.2, (f) imagen sintética con valores de 0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 y 1.

Cada imagen es una matriz de 10 x 10 con valores en el intervalo [0,1], donde 0 indica la ausencia de color o negro y 1 el blanco, por ejemplo en la imagen de la Fig. 30(f) puede ser generada con la matriz que se muestra en la Fig. 33.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0.8	0.8	0.6	0.6	0.4	0.4	0.2	0.2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0.8	0.8	0.6	0.6	0.4	0.4	0.2	0.2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0.8	0.8	0.6	0.6	0.4	0.4	0.2	0.2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0.8	0.8	0.6	0.6	0.4	0.4	0.2	0.2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0.8	0.8	0.6	0.6	0.4	0.4	0.2	0.2

Fig. 33. Ejemplo de la matriz para generar la Fig. 10(f)

4.3. Operadores de conjuntos difusos para imágenes difusas

Los operadores de conjuntos difusos entre dos imágenes difusas pueden definirse según la teoría de conjuntos difusos y las definiciones en la sección 2.3.

- **Verdaderos positivos difusos (FTP) entre dos imágenes difusas.**

El conjunto de píxeles verdaderos positivos entre dos imágenes difusas **A** y **B** se define como la intersección de **A** y **B**. Entonces, **FTP** puede calcularse utilizando la Ec. 7.

- **Falsos positivos difusos (FFP) entre dos imágenes difusas.**

El conjunto de píxeles falsos positivos entre imágenes difusas **A** y **B** se define como la diferencia limitada entre **A** y **B**. Entonces, **FFP** puede calcularse utilizando la Ec. 9.

- **Falso negativo difuso (FFN) entre dos imágenes difusas.**

El conjunto de píxeles falsos negativos entre imágenes difusas **A** y **B** se define como la diferencia limitada entre **B** y **A**. Entonces, **FFN** puede calcularse utilizando la Ec. 10.

- **Magnitud de una imagen difusa**

La magnitud de una imagen difusa puede definirse como la cardinalidad escalar |A| de una imagen difusa usando Eq.11.

4.4. Cálculo del índice difuso

Las imágenes sintéticas difusas usadas en nuestra propuesta son matrices calculadas por las ecuaciones Ec. 14 y 15. La fusificación de las imágenes fue realizada con funciones de membresía triangulares como se describe en la Ec. 13.

$$N_d = \{d_{11}, d_{12}, d_{13}, \dots d_{mn}\} = \mu_{DI}(x) = \frac{x}{\max(DI)} \tag{14}$$

$$N_i = \{i_{11}, i_{12}, i_{13}, \dots i_{mn}\} = \mu_{II}(x) = \frac{x}{\max(II)} \tag{15}$$

Donde DI es la imagen de los bordes detectados, II es la imagen de referencia (Ground Truth), N_d es la imagen difusa detectada y N_i es la imagen de referencia de bordes difusa (Ground Truth).

En nuestra prueba, utilizamos imágenes sintéticas almacenadas en las matrices N_i y N_d representadas en su forma difusa. Dado que las imágenes ya son difusas, iniciamos calculando la distancia euclidiana difusa. Por lo tanto, integraremos FTP, FFP, FFN, la distancia euclidiana difusa (FD) para los píxeles más parecidos para obtener FI usando la Ec. 16.

$$FI = \frac{1}{m \cdot n \cdot \max(|Ni|,|Nd|)} \left(|FTP| \sum_{\substack{1 \le i \le m \\ 1 \le j \le n}} \left(\frac{1}{1+FD_{i,j}} \right) - |FFP| - |FFN| \right) \tag{16}$$

4.5. Algoritmos

El algoritmo para calcular la FI se divide en dos fases: uno que calcula la matriz de distancia euclidiana difusa FD y la segunda que calcula el FI. A continuación los algoritmos aparecen en pseudocódigo.

4.5.1. Algoritmo para calcular la distancia euclidiana difusa FD de los píxeles más parecidos entre N_i y N_d

Este algoritmo toma las imágenes N_i y N_d para calcular la distancia euclidiana difusa de cada píxel en N_i a el píxel más parecido en N_d.

Entrada: Imágenes difusas $N_d = \{d_{11}, d_{12}, d_{13}, \dots d_{mn}\}$ y $N_i = \{i_{11}, i_{12}, i_{13}, \dots i_{mn}\}$

Salida: Matriz de distancia euclidiana difusa $FD(N_i, N_d)$

1. Para cada pixel en $N_i(x_1, y_1)$hacer paso 2 a 4

    2. Calcular la diferencia entre los pixeles en $N_i(x_1, y_1)$ y todos pixeles en N_d con

$$dif(x_1, y_1) = |N_i(x_1, y_1) - N_d(i, j)|$$

3. Encontrar el pixel más parecido para $N_i(x_1, y_1)$ en N_d de los que tengan el valor mínimo en $dif(x_1, y_1)$

4. Para cada pixel más parecido en $N_d(x_2, y_2)$ hacer paso 5 y 6

    5. Calcular la distancia euclidiana entre $N_i(x_1, y_1)$ and $N_d(x_2, y_2)$ con

$$D(x1, y1) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

    6. Remplazar $D(x1, y1)$ si es encontrado el pixel más parecido y más cercano

7. Calcular el máximo de la distancia euclidiana entre los dos elementos de D con

$$maxD = \sqrt{(m-1)^2 + (n-1)^2}$$

8. Calcular la matriz de distancia euclidiana difusa con

$$FD(N_i, N_d) = \left(\frac{D(i,j)}{\text{maxD}}\right)$$

4.5.2. Algoritmo para calcular el índice difuso propuesto.

Este algoritmo toma las imágenes N_i y N_d y FD para calcular el índice difuso FI.

Entrada: Imágenes difusas $N_d = \{d_{11}, d_{12}, d_{13}, \dots d_{mn}\}$, $N_i = \{i_{11}, i_{12}, i_{13}, \dots i_{mn}\}$, y la matriz de distancia euclidiana difusa $FD_{m,n}(N_i, N_d)$.

Output: Índice difuso FI.

1. Calcular la cardinalidad escalar N_i and N_d con

$$|N_d| = \sum_{\substack{0 \le i \le m \\ 1 \le j \le n}} N_d(i,j)$$

$$|N_i| = \sum_{\substack{0 \le i \le m \\ 1 \le j \le n}} N_i(i,j)$$

2. Calcular FTP como la intersección de N_i y N_d con

$$FTP = \min\left(N_i(i,j), N_d(i,j)\right)$$

3. Calcular la cardinalidad escalar de FTP con

$$|FTP| = \sum_{\substack{0 \le i \le m \\ 1 \le j \le n}} FTP(i,j)$$

4. Calcular FFP como la diferencia limitada entre N_i y N_d con

$$FFP = \max\{0, \{ N_i(i,j) - N_d(i,j)\}\}$$

5. Calcular la cardinalidad escalar de FFP con

$$|FFP| = \sum_{\substack{0 \le i \le m \\ 1 \le j \le n}} FFP(i,j)$$

6. Calcular FFN acomo la diferencia limitada de N_d y N_i

$$FFN = \max\{0, \{ N_d(i,j) - N_i(i,j)\}\}$$

7. Calcular la cardinalidad escalar de FFN

$$|FFN| = \sum_{\substack{0 \le i \le m \\ 1 \le j \le n}} FFN(i,j)$$

8. Calcular el índice difuso con

$$FI = \frac{1}{m \cdot n \cdot \max(|Ni|, |Nd|)} \left(|FTP| \sum_{\substack{1 \le i \le m \\ 1 \le j \le n}} \left(\frac{1}{1 + FD_{i,j}} \right) - |FFP| - |FFN| \right)$$

A continuación se muestra un ejemplo del cálculo del índice difuso FI de dos matrices que representan a dos imágenes. En la segunda columna se compara el cálculo con las matrices en orden inverso, esto es para demostrar las operaciones que no son conmutativas.

$Ni = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix}$, $Nd = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$	$Ni = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$, $Nd = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix}$
1. Para cada pixel en $N_i(x_1, y_1)$ efectuar pasos 2 a 4 2. Calcular la diferencia entre el pixel $N_i(x_1, y_1)$ y todos pixeles en N_d con $dif(x_1, y_1) = \lvert N_i(x_1, y_1) - N_d(i, j) \rvert$	
$dif\big(Ni(1,1), Nd(i,j)\big) = \begin{bmatrix} \lvert 0.8-0.2 \rvert & \lvert 0.8-0.2 \rvert & \lvert 0.8-0.2 \rvert \\ \lvert 0.8-0 \rvert & \lvert 0.8-0 \rvert & \lvert 0.8-0 \rvert \\ \lvert 0.8-0.2 \rvert & \lvert 0.8-0.2 \rvert & \lvert 0.8-0.2 \rvert \end{bmatrix}$	$dif(Ni(1,1), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} \lvert 0.2-0.8 \rvert & \lvert 0.2-0.8 \rvert & \lvert 0.2-0.8 \rvert \\ \lvert 0.2-0 \rvert & \lvert 0.2-0 \rvert & \lvert 0.2-0 \rvert \\ \lvert 0.2-0.8 \rvert & \lvert 0.2-0.8 \rvert & \lvert 0.2-0.8 \rvert \end{bmatrix}$
3. Encontrar el pixel más parecido para $N_i(x_1, y_1)$ en N_d con el mínimo valordif(x_1, y_1)	
mindif=0.6	mindif=0.2

$$dif\big(Ni(1,1),Nd(i,j)\big)=\begin{bmatrix}0.6 & 0.6 & 0.6\\ 0.8 & 0.8 & 0.8\\ 0.6 & 0.6 & 0.6\end{bmatrix}$$

$$dif(Ni(1,1),Nd(i,j))=\begin{bmatrix}0.6 & 0.6 & 0.6\\ 0.2 & 0.2 & 0.2\\ 0.6 & 0.6 & 0.6\end{bmatrix}$$

4. Para cada pixel más parecido en $N_d(x_2, y_2)$ hacer pasos 5 y 6

5. Calcular la distancia euclidiana entre $Ni(x_1, y_1)$ and $Nd(x_2, y_2)$ con

$$D(x1,y1)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

6. Remplazar $D(x1,y1)$ si es encontrado el mas parecido y el mas cercano

$D(1,1)=\sqrt{(1-1)^2+1-1)^2}$, $D(1,1)=0$

$D(1,1)=\sqrt{(2-1)^2+1-1)^2}$, $D(1,1)=1$

$$dif(Ni(1,2),Nd(i,j))=\begin{bmatrix}0.6 & 0.6 & 0.6\\ 0.8 & 0.8 & 0.8\\ 0.6 & 0.6 & 0.6\end{bmatrix},$$

mindif=0.6, $D(1,2)=0$

$$dif(Ni(1,2),Nd(i,j))=\begin{bmatrix}0.6 & 0.6 & 0.6\\ 0.2 & 0.2 & 0.2\\ 0.6 & 0.6 & 0.6\end{bmatrix},$$

mindif=0.2, $D(1,2)=1$

$$dif(Ni(1,3),Nd(i,j))=\begin{bmatrix}0.6 & 0.6 & 0.6\\ 0.8 & 0.8 & 0.8\\ 0.6 & 0.6 & 0.6\end{bmatrix},$$

mindif=0.6, $D(1,3)=0$

$$dif(Ni(1,3),Nd(i,j))=\begin{bmatrix}0.6 & 0.6 & 0.6\\ 0.2 & 0.2 & 0.2\\ 0.6 & 0.6 & 0.6\end{bmatrix},$$

mindif=0.2, $D(1,3)=1$

$$dif\big(Ni(2,1),Nd(i,j)\big)=\begin{bmatrix}0.2 & 0.2 & 0.2\\ 0 & 0 & 0\\ 0.2 & 0.2 & 0.2\end{bmatrix},$$

mindif=0, $D(2,1) = 0$

$$dif(Ni(2,2), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix},$$

mindif=0, $D(2,2) = 0$

$$dif(Ni(2,3), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix},$$

mindif=0, $D(2,3) = 0$

$$dif(Ni(3,1), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix},$$

mindif=0.6, $D(3,1) = 0$

$$dif(Ni(3,2), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix},$$

mindif=0.6, $D(3,2) = 0$

$$dif(Ni(3,3), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix},$$

mindif=0.6, $D(3,3) = 0$

$$D(Ni, Nd) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dif(Ni(2,1), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix},$$

mindif=0, $D(2,1) = 0$

$$dif(Ni(2,2), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix},$$

mindif=0, $D(2,2) = 0$

$$dif(Ni(2,3), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix},$$

mindif=0, $D(2,3) = 0$

$$dif(Ni(3,1), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix},$$

mindif=0.2, $D(3,1) = 1$

$$dif(Ni(3,2), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix},$$

mindif=0.2, $D(3,2) = 1$

$$dif(Ni(3,3), Nd(i,j)) = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix},$$

mindif=0.2, $D(3,3) = 1$

$$D(Ni, Nd) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

7. Calcular el máximo de la distancia euclidiana entre los dos elementos en D con

$$maxD = \sqrt{(m-1)^2 + (n-1)^2}$$

8. Calcular la matriz distancia euclidiana difusa con

$$FD(N_i, N_d) = \left(\frac{D(i,j)}{\text{maxD}}\right)$$

$$maxD = \sqrt{(3-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{8}$$

$$FD(N_i, N_d) = \frac{D(Ni, Nd)}{\sqrt{8}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$maxD = \sqrt{(3-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{8}$$

$$FD(N_i, N_d) = \frac{D(Ni, Nd)}{\sqrt{8}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{8}} & \frac{1}{\sqrt{8}} & \frac{1}{\sqrt{8}} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{8}} & \frac{1}{\sqrt{8}} & \frac{1}{\sqrt{8}} \end{bmatrix}$$

$$TP = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$FFP = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$FFN = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{FTP} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$\text{FFP} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{FFN} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$FI = \frac{1}{(3)(3)\max(4.8,1.2)}\left(1.2\left(\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}\right)-3.6-0\right)$$

$$\boxed{FI = 0.1667}$$

$$\mathrm{FI} = \frac{1}{(3)(3)\max(1.2,4.8)}\left(1.2\left(\frac{1}{1+\frac{1}{\sqrt{8}}}+\frac{1}{1+\frac{1}{\sqrt{8}}}+\frac{1}{1+\frac{1}{\sqrt{8}}}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+\frac{1}{\sqrt{8}}}+\frac{1}{1+\frac{1}{\sqrt{8}}}+\frac{1}{1+\frac{1}{\sqrt{8}}}\right)-0-3.6\right)$$

$$\boxed{\mathrm{FI} = 0.1231}$$

También se realizaron los cálculos para cuando las imágenes son idénticas donde el FI=1, por ejemplo:

$$\mathrm{FI} = \frac{1}{(3)(3)\max(4.8,4.8)}\left(4.8\left(\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}+\frac{1}{1+0}\right)-0-0\right)$$

$$\mathrm{FI} = \frac{1}{(9)(4.8)}\left(4.8(9)\right) = 1$$

5. Experimentos.

En esta sección se comparan los resultados del cálculo de los operadores de conjuntos difusos propuestos en este trabajo, con los operadores de conjuntos no difusos. Los cálculos fueron hechos con todas las imágenes que se muestra en la Fig. 30 y Fig. 31 Fig. 32, y todas ellas llevan a resultados similares. En la Tabla 13 se muestran los resultados de los operadores de conjuntos difusos y no difusos, con algunas comparaciones entre las imágenes de la Fig. 30.

Tabla 13. Resultados de la comparación N_i y N_d of Fig. 6 con operadores difusos y no difusos

#	N_i	N_d	%TP	%FN	%FP	%FTP	%FFN	%FFP
1	Fig. 10(a)	Fig. 10(a)	100.00	0.00	0.00	**100.00**	**0.00**	**0.00**
2	Fig. 10(a)	Fig. 10(b)	100.00	0.00	0.00	**83.33**	**0.00**	**16.67**
3	Fig. 10(a)	Fig. 10(c)	100.00	0.00	0.00	**62.50**	**0.00**	**37.50**
4	Fig. 10(a)	Fig. 10(d)	100.00	0.00	0.00	**41.67**	**0.00**	**58.33**
5	Fig. 10(a)	Fig. 10(e)	100.00	0.00	0.00	**20.83**	**0.00**	**79.17**
6	Fig. 10(a)	Fig. 10(f)	80.00	20.00	0.00	**61.67**	**0.83**	**38.33**
7	Fig. 10(b)	Fig. 10(a)	100.00	0.00	0.00	**83.33**	**16.67**	**0.00**
8	Fig. 10(b)	Fig. 10(b)	100.00	0.00	0.00	**100.00**	**0.00**	**0.00**
9	Fig. 10(b)	Fig. 10(c)	100.00	0.00	0.00	**75.00**	**0.00**	**25.00**
10	Fig. 10(b)	Fig. 10(d)	100.00	0.00	0.00	**50.00**	**0.00**	**50.00**
11	Fig. 10(b)	Fig. 10(e)	100.00	0.00	0.00	**25.00**	**0.00**	**75.00**
12	Fig. 10(b)	Fig. 10(f)	80.00	20.00	0.00	**70.00**	**5.00**	**30.00**

13	Fig. 10(c)	Fig. 10(a)	100.00	0.00	0.00	**62.50**	**37.50**	**0.00**
14	Fig. 10(c)	Fig. 10(b)	100.00	0.00	0.00	**75.00**	**25.00**	**0.00**
15	Fig. 10(c)	Fig. 10(c)	100.00	0.00	0.00	**100.00**	**0.00**	**0.00**
16	Fig. 10(c)	Fig. 10(d)	100.00	0.00	0.00	**66.67**	**0.00**	**33.33**
17	Fig. 10(c)	Fig. 10(e)	100.00	0.00	0.00	**33.33**	**0.00**	**66.67**
18	Fig. 10(c)	Fig. 10(f)	80.00	20.00	0.00	**80.00**	**20.00**	**20.00**
19	Fig. 10(d)	Fig. 10(a)	100.00	0.00	0.00	**41.67**	**58.33**	**0.00**
20	Fig. 10(d)	Fig. 10(b)	100.00	0.00	0.00	**50.00**	**50.00**	**0.00**
21	Fig. 10(d)	Fig. 10(c)	100.00	0.00	0.00	**66.67**	**33.33**	**0.00**
22	Fig. 10(d)	Fig. 10(d)	100.00	0.00	0.00	**100.00**	**0.00**	**0.00**
23	Fig. 10(d)	Fig. 10(e)	100.00	0.00	0.00	**50.00**	**0.00**	**50.00**
24	Fig. 10(d)	Fig. 10(f)	80.00	20.00	0.00	**60.00**	**40.00**	**6.67**
25	Fig. 10(e)	Fig. 10(a)	100.00	0.00	0.00	**20.83**	**79.17**	**0.00**
26	Fig. 10(e)	Fig. 10(b)	100.00	0.00	0.00	**25.00**	**75.00**	**0.00**
27	Fig. 10(e)	Fig. 10(c)	100.00	0.00	0.00	**33.33**	**66.67**	**0.00**
28	Fig. 10(e)	Fig. 10(d)	100.00	0.00	0.00	**50.00**	**50.00**	**0.00**

29	Fig. 10(e)	Fig. 10(e)	100.00	0.00	0.00	**100.00**	**0.00**	**0.00**
30	Fig. 10(e)	Fig. 10(f)	80.00	20.00	0.00	**33.33**	**66.67**	**0.00**
31	Fig. 10(f)	Fig. 10(a)	80.00	0.00	20.00	**61.67**	**38.33**	**0.83**
32	Fig. 10(f)	Fig. 10(b)	80.00	0.00	20.00	**70.00**	**30.00**	**5.00**
33	Fig. 10(f)	Fig. 10(c)	80.00	0.00	20.00	**80.00**	**20.00**	**20.00**
34	Fig. 10(f)	Fig. 10(d)	80.00	0.00	20.00	**60.00**	**6.67**	**40.00**
35	Fig. 10(f)	Fig. 10(e)	80.00	0.00	20.00	**33.33**	**0.00**	**66.67**
36	Fig. 10(f)	Fig. 10(f)	100.00	0.00	0.00	**100.00**	**0.00**	**0.00**

La primera observación es el resultado de todos los operadores cuando se compararon dos imágenes idénticas. Para todos los operadores, la similitud es 100% como se esperaba.

Cuando observamos las imágenes en la Fig. 30(a) y 30(f), es posible observar grandes diferencias. En los resultados de esta comparación, podemos observar que siempre los operadores difusos encontraron menos verdaderos positivos, más falsos positivos y más falsos negativos que los operadores no difusos.

El resultado significa que los operadores no difusos no evalúan la imagen como lo vemos, porque la binarización forzó los valores a los extremos del intervalo [0,1]. Los operadores difusos en su lugar, evalúan la imagen como la vemos, con todos los detalles, porque no es binarizada.

Cuando observamos los resultados de los operadores difusos arriba, calculamos el FI utilizando los algoritmos descritos en la sección 3.5 y los resultados se muestran en la Tabla 14. Los índices están en el intervalo [0,1], donde 1 significa que la comparación de las imágenes son idénticas.

Tabla 14 **.** Los resultados de la comparación de las imágenes N_i y N_d en Fig. 30 con el índice propuesto FI y las métricas no difusas.

#	N_i	N_d	**JI**	**DC**	**PFOM**	**FI**
1	Fig. 30(a)	Fig. 10(a)	1.0000	1.0000	1.0000	**1.0000**
2	Fig. 30(a)	Fig. 10(b)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.8317**
3	Fig. 30(a)	Fig. 10(c)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.6213**
4	Fig. 30(a)	Fig. 10(d)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.4108**
5	Fig. 30(a)	Fig. 10(e)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.2004**
6	Fig. 30(a)	Fig. 10(f)	0.8000	0.8889	0.8000	**0.5549**
7	Fig. 30(b)	Fig. 10(a)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.7416**
8	Fig. 30(b)	Fig. 10(b)	1.0000	1.0000	1.0000	**1.0000**

9	Fig. 30(b)	Fig. 10(c)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.7475**
10	Fig. 30(b)	Fig. 10(d)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.4950**
11	Fig. 30(b)	Fig. 10(e)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.2425**
12	Fig. 30(b)	Fig. 10(f)	0.8000	0.8889	0.8000	**0.6458**
13	Fig. 30(c)	Fig. 10(a)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.5537**
14	Fig. 30(c)	Fig. 10(b)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.7475**
15	Fig. 30(c)	Fig. 10(c)	1.0000	1.0000	1.0000	**1.0000**
16	Fig. 30(c)	Fig. 10(d)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.6633**
17	Fig. 30(c)	Fig. 10(e)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.3267**
18	Fig. 30(c)	Fig. 10(f)	0.8000	0.8889	0.8000	**0.7449**
19	Fig. 30(d)	Fig. 10(a)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.3987**
20	Fig. 30(d)	Fig. 10(b)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.4950**
21	Fig. 30(d)	Fig. 10(c)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.6633**
22	Fig. 30(d)	Fig. 10(d)	1.0000	1.0000	1.0000	**1.0000**

23	Fig. 30(d)	Fig. 10(e)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.4950**
24	Fig. 30(d)	Fig. 10(f)	0.8000	0.8889	0.8000	**0.5518**
25	Fig. 30(e)	Fig. 10(a)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.1928**
26	Fig. 30(e)	Fig. 10(b)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.2334**
27	Fig. 30(e)	Fig. 10(c)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.3145**
28	Fig. 30(e)	Fig. 10(d)	1.0000	1.0000	1.0000	**0.4950**
29	Fig. 30(e)	Fig. 10(e)	1.0000	1.0000	1.0000	**1.0000**
30	Fig. 30(e)	Fig. 10(f)	0.8000	0.8889	0.8000	**0.2936**
31	Fig. 30(f)	Fig. 10(a)	0.8000	0.8889	0.9592	**0.5763**
32	Fig. 30(f)	Fig. 10(b)	0.8000	0.8889	0.9592	**0.6914**
33	Fig. 30(f)	Fig. 10(c)	0.8000	0.8889	0.9592	**0.7902**
34	Fig. 30(f)	Fig. 10(d)	0.8000	0.8889	0.9592	**0.5953**
35	Fig. 30(f)	Fig. 10(e)	0.8000	0.8889	0.9592	**0.3267**
36	Fig. 30(f)	Fig. 10(f)	1.0000	1.0000	1.0000	**1.0000**

Una vez más podemos observar que la binarización de las imágenes hechas antes del cálculo de FOM, JI y DC, forzó los resultados de la comparación. Para los operadores no difusos, podemos observar 100% de similitud para imágenes evidentemente diferentes.

Las imágenes sintéticas pueden generarse utilizando algún programa de computadora, como la esfera que se muestra en la Fig. 34. Esta imagen fue generada usando la función de la esfera de Matlab [39], esta es una imagen de 200 x 200.

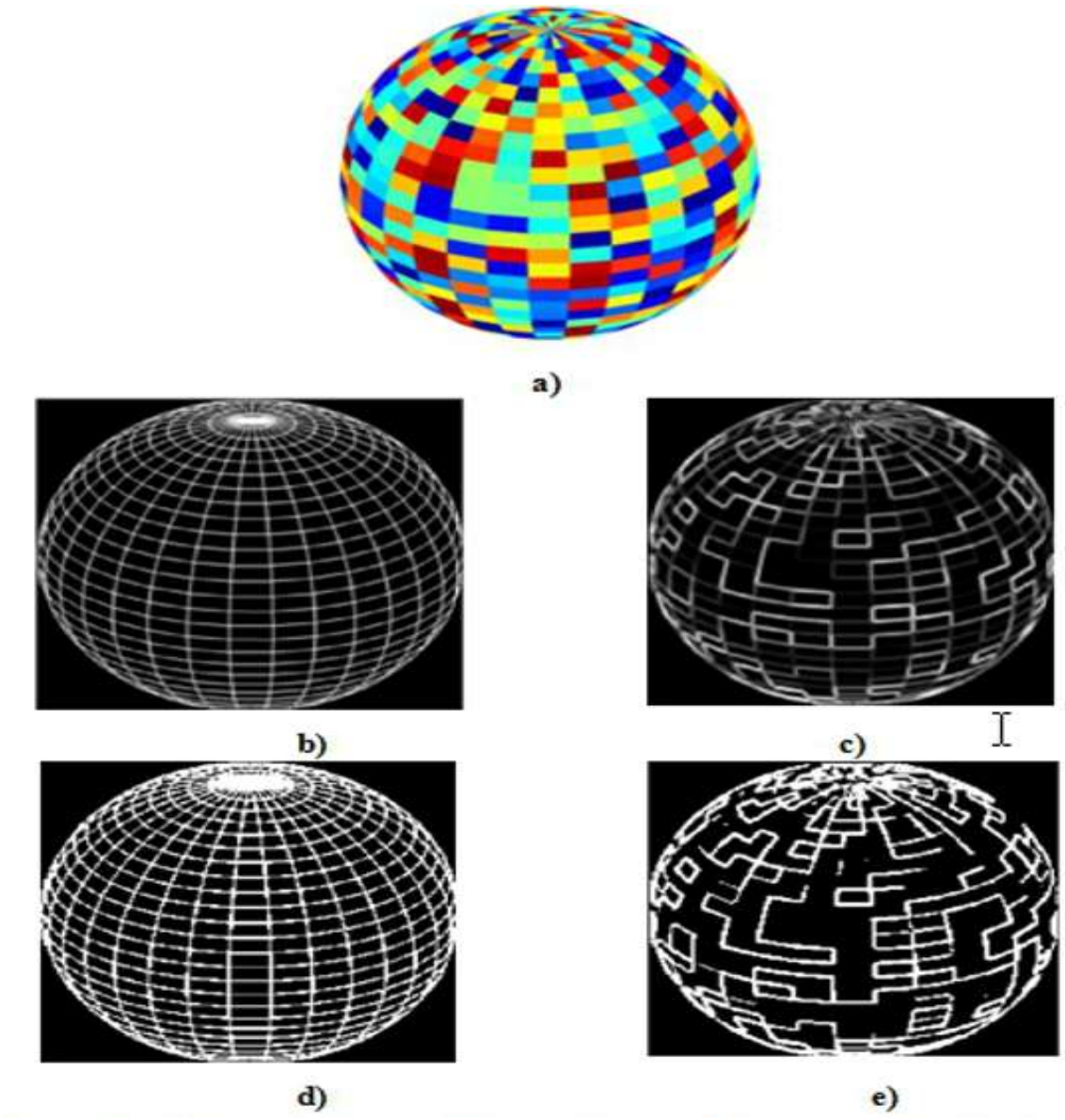


Fig. 34. Imagen de referencia y los bordes detectados de una esfera. a) Imagen a color, b) Imagen de los bordes de referencia sin binarizar, c) imagen de bordes detectados sin binarizar, d) imagen de los bordes de referencia después de la binarización, e) imagen de bordes detectados después de la binarización.

Tabla 15. Resultados de la comparación de la imagen N_i y N_d, los índices y los parámetros

N_i	N_d	%TP	%FN	%FP	%FTP	%FFN	%FFP	JI	DC	PFOM	FI
Fig 34(b)	Fig. 34(c)	44.76	55.23	30.56	15.89	74.09	84.10	0.3428	0.5106	0.6957	**0.1588**

Los resultados en la Tabla 15 muestran que los índices no difusos FOM, JI y DC son idénticos, porque el resultado es 1. Pero podemos observar las imágenes en comparación y encontré muchas diferencias.

El índice FI calcula una muy baja similitud entre las imágenes comparadas, debido a la muy baja cantidad de pixeles clasificados correctamente como bordes, calculados como FTP. El operador no difuso TP había calculado en su lugar, el 100% de similitud entre las imágenes.

Con el índice difuso propuesto, podemos comparar dos imágenes difusas con alta precisión. Entonces si una de las imágenes es una ground truth de la imagen de bordes, podemos evaluar la detección correcta de los bordes en imágenes difusas.

6. Conclusiones

Para una primera conclusión de gran importancia, si se lleva a cabo la evaluación de una imagen sin binarizar, con más información sobre la imagen, puedes tener más píxeles para trabajar.

Las imágenes de bordes sin binarización utilizadas en sistemas de clasificación nos permiten conseguir mejores tasas de reconocimiento que el uso de imágenes binarizadas. Entonces se puede utilizar la capacidad de evaluar las imágenes de los bordes en su forma difusa para pre-procesar los conjuntos de datos para obtener resultados óptimos.

Otro punto importante es que podemos usar la forma más simple de la lógica difusa para implementar la evaluación de las imágenes. Podemos notar en los resultados obtenidos que hay una gran diferencia entre las estimaciones obtenidas con las métricas tradicionales porque el FI podemos dar un índice según su tono gris y no simplemente descartarlo a través de un umbral especificado.

Estos resultados nos muestran que la lógica difusa es una buena alternativa en el tratamiento de la imagen y aplicada en muchas áreas donde la detección de bordes es muy importante.

El índice difuso propuesto es altamente recomendable, dados los resultados. Este índice difuso incluye parámetros que otros índices no cuenta en sus cálculos y permite comparar dos imágenes representadas como conjuntos difusos

Sólo imágenes sintéticas se utilizan para calibrar índice propuesto FI, con muy buenos resultados. Siguiente paso, usarlo en imágenes reales. Actualmente estamos optimizando un detector de bordes difuso para generar imágenes de referencia que nos ayudará a evaluar imágenes de bordes dadas por nuestro índice propuesto.

7. Trabajo futuro

- Generación Ground Truth (imagen referencia) de rostros con detector de bordes difuso optimizado. Se utilizaran los rostros de la ORL

- Evaluación de Ground Truth (imagen referencia) de rostros generados con detector de bordes difuso con índice difuso

- Publicar la Métrica FOM de Pratt difusa

- Identificación de rostros utilizando detector de bordes difuso”

- Porcentaje de reconocimiento

8. Referencias

[1] Pratt W. K., (2001), *Digital Image Processing*, Third Edition. JOHN WILEY & SONS, INC.

[2] Mendoza, O., Melin, P., Licea, G. (2007). A new method for edge detection in image processing using interval type-2 fuzzy logic, IEEE international conference on granular computing (GRC 2007). CA, USA: Silicon Valley, p. 151.

[3] Mendoza, O., Licea, G., Melin, P. (2007), Modular Neural Networks and Type-2 Fuzzy Logic for Face Recognition. *Fuzzy Information Processing Society, NAFIPS '07. Annual Meeting of the North American*, pp. 622-627.

[4] Mendel, J. M. (2010), A quantitative comparison of interval type-2 and type-1 fuzzy logic systems: first results, pp. 1-8.

[5] Castillo, O, Melin, P., Pedrycz, W., Kacpzryk, J. (2010). Preface to the special section on new trends on pattern recognition with fuzzy models. Fuzzy Sets and Systems, Volume 161, Issue 1, p. 1-2.

[6] Melin, P. ; Gonzalez, C. ; Castro, J. ; Mendoza, O. ; Castillo, O. (2014). Edge Detection Method for Image Processing Based on Generalized Type-2 Fuzzy Logic. Fuzzy Systems, p. 1.

[7] Lopes, N.V. ; Mogadouro do Couto, P.A. ; Bustince, H. ; Melo-Pinto, P. (2010). Automatic Histogram Threshold Using Fuzzy Measures. Image Processing, IEEE Transactions on Volume: 19, Issue: 1, Page(s): 199 – 204.

[8] Bustince, H., Barrenechea, E., Pagola, M. and Fernandez, J. (2009). Interval-valued fuzzy sets constructed from matrices: Application to edge detection. Fuzzy Sets and Systems, vol. 160, no. 13, pp. 1819–1840.

[9] Pagola, M., Lopez-Molina, C., Fernandez, J., Barrenechea, E. and Bustince, H. (2013). Interval Type-2 Fuzzy Sets Constructed From Several Membership Functions: Application to the Fuzzy Thresholding Algorithm. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 21, no. 2, pp. 230–244.

[10] Bustince, H.; De Baets, B.; Lopez-Molina, C. (2011). Construction of Interval-Valued Fuzzy Relations With Application to the Generation of Fuzzy Edge Images Barrenechea, Fuzzy Systems, IEEE Transactions on Volume:19, Issue: 5, Page(s): 819- 830.

[11] Beliakov, G. ; Bustince, H. (2011). Interval-Valued Fuzzy Sets Applied to Stereo Matching of Color Images Galar, M. ; Fernandez, Image Processing, IEEE Transactions on Volume: 20, Issue: 7, Page(s): 1949- 1961 .

[12] Gonzalez, C.I. ; Castro, J.R. ; Martinez, G.E. ; Melin, P. ; Castillo, O.(2013). A new approach based on generalized type-2 fuzzy logic for edge detection. IFSA World Congress and NAFIPS Annual Meeting 2013 (IFSA/NAFIPS), Page(s): 424- 429.

[13] Mendoza, O., Melin, P., Licea, G. (2009). Interval type-2 fuzzy logic for edge detection in digital images. Int. J. Intell. Syst. (IJIS) 24(11):1115-1133

[14] Bustince, H., Pagola, M., Barrenechea, E. (2007). Construction of fuzzy indices from fuzzy DI-subsethood measures: Application to the global comparison of images. Information Sciences, Volume 177, Issue 3, Pages 906-929

[15] Gonzalez, C. ; Castro, J.R. ; Melin, P. ; Castillo, O. (2013). An edge detection method based on generalized type-2 fuzzy logic Advances in Type-2. Fuzzy Logic Systems (T2FUZZ), Page(s): 39- 44

[16] Mendel, J., M., (2011). On the Continuity of Type-1 and Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems," Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, vol. 19, no. 1, pp. 179-192.

[17] Prieto, M., S., Allen A. R.,(2003). A similarity metric for edge images. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, vol. 25, no. 10, pp. 1265-1273.

[18] David, W., Shattuck, Gautam, Prasad, Mubeena, Mirza, Katherine, L. Onrow resource for validation of brain segmentation methods. Laboratory of Neuro Imaging, David Geffen School of Medicine, University of California, Los Angeles, 635 Charles Young Drive South, NRB1, Suite 225, Los Angeles, California 90095, USA

[19] Castro, J. R., Castillo O., Melin, P., (2007) An Interval Type-2 Fuzzy Logic Toolbox for Control Applications, pp. 1-6, Jul. 2007.

[20] Abdou, I., E., Pratt, K., (1979) Quantitative design and evaluation of enhancement/thresholding edge detectors. Proceedings of the IEEE, vol. 67, no. 5, pp. 753-763.

[21] Mendoza, O., Melin, P., Castillo, O., (2010). Neural networks recognition rate as index to compare the performance of fuzzy edge detectors. IJCNN, pp:1-6

[22] Mendoza, O., Melin, P., Castillo, O., Castro J., R., (2010). Comparison of Fuzzy Edge Detectors Based on the Image Recognition Rate as Performance Index Calculated with Neural Networks. Soft Computing for Recognition Based on Biometrics. pp:389-399

[23] Díaz Moreno José Manuel (1998), Introducción a la topología de los espacios métricos, Servicio de publicaciones de la Universidad de Cádiz.

[24] Mendoza, O., Melin, P., Castillo, O., (2009). Interval type-2 fuzzy logic and modular neural networks for face recognition applications. Applied Soft Computing, vol. 9, no. 4, pp. 1377-1387.

[25] Mendoza, O., Melin, P., Castillo, O., (2011). Face Recognition With an Improved Interval Type-2 Fuzzy Logic Sugeno Integral and Modular Neural Networks. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A (TSMC) 41(5):1001-1012.

[26] Mendoza, O., Melin, P., Licea, G. (2009). A hybrid approach for image recognition combining type-2 fuzzy logic, modular neural networks and the Sugeno integral. Information Sciences, vol. 179, no. 13, pp. 2078-2101.

[27] Melin, P., Felix, C., Castillo, O., (2005). Face recognition using modular neural networks and the fuzzy Sugeno integral for response integration. Int. J. Intell. Syst. (IJIS) 20(2):275-29.

[28] Melin, P., (2012). Image Processing and Pattern Recognition with Mamdani Interval Type-2 Fuzzy Inference Systems. Combining Experimentation and Theory. pp:179-190

[29] Melin, P., (2012): "Modular Neural Networks and Type-2 Fuzzy Systems for Pattern Recognition" Springer.

[30] Mendoza, O., Melin, P., Licea, G., (2007). Type-2 Fuzzy Systems for Improving Training Data and Decision Making in Modular Neural Networks for Image Recognition. Neural Networks, 2007. IJCNN 2007. International Joint Conference on, 2007, pp. 2931-2935.

[31] Castro, J., R.,Castillo, O., Melin, P., Rodríguez-Díaz, A., (2009). A hybrid learning algorithm for a class of interval type-2 fuzzy neural networks. Information Sciences, vol. 179, no. 13, pp. 2175-2193.

[32] Melin, P., Mendoza, O., Castillo O., (2010). An improved method for edge detection based on interval type-2 fuzzy logic. Expert Systems with Applications, Volume 37, Issue 12, Pages 8527-8535.

[33] Melin, P., Castillo O., (2014), A review on type-2 fuzzy logic applications in clustering, classification and pattern recognition" Applied Soft Computing, Volume 21, August 2014, Pages 568-577.

[34] Melin, P., Castillo O., (2013). A review on the applications of type-2 fuzzy logic in classification and pattern recognition. Expert Systems with Applications, Volume 40, Issue 13, Pages 5413-5423.

[35] Melin, P., Sanchez, D., Castillo O., (2012). Genetic optimization of modular neural networks with fuzzy response integration for human recognition. Information Sciences, Volume 197, Pages 1-19.

[36] Lopez-Molina, C., De Baets, B., Bustince, H. (2013). Quantitative error measures for edge detection. Article Pattern Recognition, Volume 46, Issue 4, Pages 1125-1139.

[37] Bustince, H., Barrenechea, E., Pagola, M., Fernandez, J., Sanz, J. (2010). Comment on: "Image thresholding using type II fuzzy sets. Importance of this method. Pattern Recognition, Volume 43, Issue 9, Pages 3188-3192.

[38] Zadeh, L.A., (1965). Fuzzy sets, Information and Control, Volume 8, Issue 3, Pages 338-353.

[39] Mathworks, (2015) Matlab documentation, www.mathworks.com.

[40] 4. N. L. Fernandez-Garcia, A. Carmona-Poyato, R. Medina-Carnicer, F. J. Ma-drid-Cuevas. "Automatic generation of concensus ground truth for the comparison of edge detection techniques" Image and Vision Computing 26 (2008) 496-511