



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA

FACULTAD DE CIENCIAS MARINAS

COEFICIENTES DE DIFUSION FRENTE A LA COSTA DEL
MUNICIPIO DE TIJUANA, B.C.



TESIS
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
OCEANOLOGO
PRESENTA
ALBERTO BALTAZAR BRAVO CHAVEZ

Ensenada, B.C., Noviembre de 1989.

COEFICIENTES DE DIFUSION FRENTE A LA COSTA DEL MUNICIPIO DE
TIJUANA, B.C.

TEMA DE TESIS PRESENTADO POR:
ALBERTO BALTAZAR BRAVO CHAVEZ

APROBADA POR

Gustavo Alvarez

DIRECTOR

M. C. LUIS GUSTAVO ALVAREZ SANCHEZ

Miguel F. Lavin Peregrina

SINODAL PROPIETARIO

DR. MIGUEL F. LAVIN PEREGRINA OC. REGINALDO DURAZO ARVIZU

Reginaldo Durazo Arvizu

SINODAL PROPIETARIO

Carlos R. Torres N.

SINODAL SUPLENTE

M. C. CARLOS TORRES NAVARRETE OC. LUIS F. NAVARRO OLACHE

Luis F. Navarro Olache

SINODAL SUPLENTE

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi agradecimiento a todas las personas que de alguna manera colaboraron en la elaboración de éste trabajo.

En especial, agradezco al M.C. Luis Gustavo Alvarez por la dirección del presente y por sus comentarios y sugerencias. Al Oc. Victor Godinez, por haberme facilitado los programas para el análisis previo de los datos. Al Oc. Reginaldo Durazo, por su ayuda en la implementación del nuevo método de análisis en los programas. Al M.C. Carlos Torres, por su colaboración incondicional para el correcto funcionamiento de los mismos. Al Sr. Fabian Cabrera, por la elaboración de las figuras que se presentan en éste trabajo.

Tambien quiero manifestar mi agradecimiento a mis padres, Baltazar Bravo y Martha Chávez de Bravo, quienes por su apoyo, esfuerzo, comprensión y cariño, hicieron posible que recibiera la herencia más preciada, mi carrera.

Este trabajo forma parte del Proyecto: Estudio de corriente litoral y difusión frente a la costa Noroeste de Baja California con relación al transporte de desechos vertidos al mar, financiado por CONACYT (Clave: PCECBNA-021263).

INDICE

	Pág.
Agradecimientos.....	ii
Lista de tablas.....	v
Lista de figuras.....	vi
RESUMEN.....	1
I. -INTRODUCCION Y OBJETIVOS.....	2
I.1. -Teoría.....	5
II. -MATERIALES Y METODO.....	13
II.1. -Descripción del área de estudio.....	13
II.2. -Desarrollo experimental.....	13
II.3. -Análisis de datos.....	17
II.3.1. -Fuentes de error.....	17
II.3.2. -Cálculo de los ejes principales de difusión...	17
II.3.3. -Cálculo de parámetros estadísticos.....	18
II.3.4. -Cálculo de los coeficientes de difusión.....	20
II.3.5. -Diagramas de difusión.....	23
III. -RESULTADOS.....	25
III.1. -Corrientes.....	25
III.2. -Ejes principales de difusión.....	44
III.3. -Angulo de orientación β	45
III.4. -Coeficientes de difusión.....	47
III.5. -Diagramas de difusión.....	51

IV. -DISCUSION.....	57
IV.1. -Ejes principales.....	57
IV.2. -Coeficientes de difusión.....	58
IV.3. -Diagramas de difusión.....	61
V. -CONCLUSION.....	67
BIBLIOGRAFIA.....	69

LISTA DE TABLAS

No. de Tabla	Pag.
I. Programa de observaciones con flotadores libres.....	16
II. Coeficientes de difusión paralelo (K_x) y transversal (K_y) al flujo y el coeficien <u>t</u> te promedio (K), la escala de difusión promedio (ℓ), la elongación promedio (ρ) rapidez promedio (V). r^2 es la bondad de ajuste.....	48
III. Relaciones de varianza (σ^2) en función del tiempo (t) obtenidas por cuadrados mínimos. r^2 es la bondad de ajuste.....	52

LISTA DE FIGURAS

	Pag.
Fig. 1. Localización del área de estudio.....	14
Fig. 2. Características de los cuerpos de deriva utilizados en las observaciones.....	15
Fig. 3. Orientación de los ejes principales de difusión. Tomado de Ichiye <i>et al.</i> , (1978)....	19
Fig. 4. Rotación del sistema de coordenadas so-- bre la trayectoria. El origen correspon-- de al centroide del grupo de flotadores.....	21
Fig. 5. Ejes principales de difusión, a interva-- los de una hora. La longitud de los ejes equivale a una desviación estándar y el ángulo β representa la orientación del e je mayor con respecto al Norte.....	26
Fig. 6. Idem. 5.....	27
Fig. 7. Idem. 5.....	28
Fig. 8. Idem. 5.....	29
Fig. 9. Idem. 5.....	30
Fig. 10. Idem. 5.....	31
Fig. 11. Idem. 5.....	32
Fig. 12. Idem. 5.....	33
Fig. 13. Idem. 5.....	34
Fig. 14. Idem. 5.....	35
Fig. 15. Idem. 5.....	36

Fig. 16. Idem. 5.....	37
Fig. 17. Idem. 5.....	38
Fig. 18. Idem. 5.....	39
Fig. 19. Idem. 5.....	40
Fig. 20. Idem. 5.....	41
Fig. 21. Idem. 5.....	42
Fig. 22. Idem. 5.....	43
Fig. 23a. Diagrama de difusión: varianza (σ^2) en función del tiempo de difusión (t), pa ra los experimentos donde las poten--- cias de t son mayores a 2.34.....	53
Fig. 23b. Idem. 23a, para los experimentos donde las potencias de t son menores a 2.34.....	54
Fig. 24. Diagrama de difusión: coeficiente de di fusión promedio (K) en función de la es cala de difusión promedio (ℓ).....	56

Resumen

Se analizaron 20 experimentos con cuerpos de deriva frente a la franja costera entre Tijuana y Rosarito B.C. Se siguieron grupos de entre 6 y 14 flotadores libres mediante el uso de un radar instalado en la costa. Se encontraron 3 formas de circulación: hacia el Sur, Norte y Este. Los grupos se representaron por elipses y se graficó su posición a intervalos de una hora para observar las deformaciones, así como la dirección preferencial de difusión (longitudinal o transversal a la corriente).

Con base en el cambio temporal de la varianza (σ^2) se calcularon los coeficientes de difusión en dirección longitudinal y transversal al flujo (K_x, K_y) y el coeficiente de difusión promedio (K). Los valores obtenidos tienen un orden de magnitud de 10^4 cm²/s. Normalmente K_x fue mayor que K_y hasta por dos ordenes de magnitud, pero en ocasiones K_y fue el mayor, hasta por un orden de magnitud.

Se construyeron dos diagramas de difusión, el primero consiste de la gráfica del tiempo de difusión (t) contra σ^2 y el segundo, de la escala de difusión (λ) contra K . En el primero se encontró que el comportamiento de σ^2 con respecto a t es muy variable; es decir que σ^2 presenta desde pendientes positivas grandes hasta pendientes negativas pequeñas. Se especula que esta razón de cambio se debe al tipo de trazador utilizado. En el segundo diagrama, los valores obtenidos de K son mayores que los calculados por la expresión matemática propuesta por Okubo en 1971, hasta por un orden de magnitud; y en la expresión obtenida, para nuestro caso, el exponente de λ es el doble que el de Okubo ($K=0.7 \times 10^{-8} \lambda^{2.44}$).

I. INTRODUCCION

Los oceanos siempre han sido, y seguirán siendo, los depósitos para los materiales de desecho provenientes de los continentes. Por sus movimientos transportan y dispersan muchos de los elementos necesarios para la vida y la productividad marina así como los materiales de desecho. Por ello la difusión oceánica de partículas no es únicamente materia de interés teórico, sino es un problema de importancia práctica relacionado con la contaminación del agua.

En particular la región costera requiere de programas de investigación extensos enfocados a la difusión, debido a que las condiciones que determinan el movimiento del océano cambian más drásticamente que en el mar profundo. La dispersión de materiales de desechos y de nutrientes y la distribución de especies biológicas es una consecuencia de esta circulación.

En el desarrollo de los asentamientos humanos un punto en particular a considerar es el destino que tienen los materiales de desecho (aguas negras). Es de especial interés al tratarse de ciudades cercanas a cuerpos de agua (ríos, mar, etc.); ya que en su mayoría destinan sus desechos a dichos cuerpos, provocando una contaminación la cual produce, como consecuencia, cambios ecológicos de

consideración.

Cabe la posibilidad de que estas ciudades sean fronterizas, presentándose así una problemática de índole internacional. A los países involucrados les es de primordial interés conocer el fin de los materiales de desecho vertidos de esta manera, al igual que sus posibles consecuencias. De esta forma se pueden tomar las medidas preventivas necesarias mediante una cooperación mutua entre los mismos.

Como caso particular se tiene a Tijuana, Baja California, México, que ejemplifica una de estas ciudades; cuya descarga se encuentra a la orilla de la playa con un gasto aproximado de $1.0 \text{ m}^3/\text{s}$ (Godínez, 1986).

Se han hecho pocos estudios frente a la franja costera de la zona, así como en áreas adyacentes a ella. La mayoría de ellos están enfocados básicamente a la dirección y magnitud de la corriente (Vidal, 1972; Winant y Bratkovich, 1981; Hernández, 1986).

En cuanto a estudios de difusión en esta zona, solo se cuenta con el trabajo de Godínez (1986), quien trabajó datos obtenidos en dos campañas en 1985, las cuales integran la parte inicial de un programa de estudio sobre dispersión utilizando flotadores en la zona costera entre Rosarito B. C. y Tijuana B. C.. El autor analizó los

experimentos con base en un sistema coordenado fijo, con el eje X normal a la costa y el eje Y paralelo a ella. Encontró que la velocidad de la corriente es en promedio de 25 cm/s con máximos de 35 cm/s hacia el Sur durante marzo, y de 15 cm/s con máximos de 35 cm/s hacia el Norte para julio. Además, calculó un coeficiente de difusión promedio perpendicular a la costa de $6.2 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ para marzo y $2.7 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ en julio y un coeficiente de difusión promedio paralelo a la costa de $27.4 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ y $12.7 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$, respectivamente.

Son pocos los trabajos en los que se analiza el grado de contaminación de esta zona. Algunos están basados en el estudio de aceites pesados como agente contaminante (v.g., Salas, 1973) y otros, referidos a la carga orgánica (v.g., Sañudo, 1983).

El presente trabajo tiene como objetivos primordiales los siguientes:

- 1.-Estudiar los ejes principales de difusión y su relación con la dirección de la corriente superficial de la zona comprendida por la franja costera entre el poblado de Rosarito B.C. y la ciudad de Tijuana B.C..
- 2.-Obtener los diagramas de difusión oceánica de los experimentos con flotadores y comparar estos diagramas con los propuestos por Okubo (1971).

I.1 Teoría.

Los procesos de mezcla en el océano están dominados por los procesos de advección y difusión. La diferencia entre estos dos es que los cambios producidos por el proceso advectivo son reversibles, en el sentido de que si las velocidades del flujo en el que se difunde una sustancia fueran completamente reversibles, a esta sustancia se le podría obtener el tamaño y forma que tuvo originalmente al momento de empezar a expandirse. Los cambios producidos por el proceso difusivo, siempre actúan reduciendo la concentración de la sustancia y aumentando el área afectada por ella, por lo que se les considera irreversibles (Bowden, 1983).

La difusión puede ser turbulenta o molecular. Una manera de identificarlas se basa en los valores de las razones de esparcimiento de algún fluido dentro de otro (difusividad), de los cuales es mayor en el caso de la difusión turbulenta.

Un método para estudiar el proceso de difusión turbulenta es el método Lagrangeano, el cual se basa en los movimientos individuales de las partículas de fluido, que de alguna forma se pueden marcar para poder rastrearlas individualmente. Se asume que una partícula, puesta o

liberada en un punto en el fluido, experimenta movimientos aleatorios producidos por las colisiones con las moléculas que la rodean. El caso más simple es el del movimiento al azar (Random Walk), donde cada movimiento tiene una dirección aleatoria independiente del movimiento anterior y da como resultado que la partícula se aleje de su punto de partida. Si dos partículas son liberadas al mismo tiempo y en el mismo punto la separación entre éstas crecerá gradualmente con el tiempo, debido a que sus movimientos son independientes. Al considerar un número mayor de partículas (una mancha) bajo esta misma suposición, se tendrá como resultado una expansión de la mancha conformada por las partículas de fluido en difusión (Bowden, 1983).

Uno de los medios prácticos para predecir la razón de esparcimiento de una sustancia es mediante el uso de los diagramas de difusión. El diagrama de difusión oceánica es la gráfica de un parámetro característico de difusión, como lo es la varianza de la concentración de tinta o la varianza de la distribución de flotadores, el tiempo de difusión, etc., contra otro de estos mismos parámetros. Entre éstos, el más usado para estudios de difusión es la varianza (σ^2) de una distribución normal (Okubo, 1971). σ^2 depende, en el caso de concentración de tinta, del corte vertical y horizontal del flujo y, en el caso de dispersión

de flotadores, del corte horizontal del flujo (Yanagui *et al.*, 1982).

Para estudios prácticos σ^2 se parametriza en función de un coeficiente de proporcionalidad K, como sigue

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 2K \quad (1)$$

en donde K es un coeficiente de difusión o difusividad (Fischer *et al.*, 1979).

Se han hecho varios trabajos en los que se proponen maneras diferentes de obtener los coeficientes de difusividad o difusión horizontales en dirección x,y (K_x, K_y) referidos a un sistema coordenado previamente escogido y con base en parámetros medibles en el campo. Bowden (1965), mediante un desarrollo matemático analítico aplicado a canales, obtuvo diferentes valores para K_x usando perfiles de velocidad y determinó que el coeficiente de difusión horizontal, K_x o K_y , es inversamente proporcional al coeficiente de difusión vertical, K_z .

Okubo y Carter (1966), en un estudio en el que aplican la distribución binomial para representar la concentración de una substancia, obtuvieron una expresión del coeficiente de difusión horizontal a lo largo del flujo (K_x) en función de la velocidad y profundidad

$$K_x = \frac{\overline{UH}^2}{20K_z}$$

donde $\bar{U}$ es la velocidad promediada verticalmente y H es la profundidad de una cuenca somera.

Okubo y Ebbesmeyer (1976), en un estudio mediante el rastreo de flotadores, determinan que la razón de deformación, la vorticidad y la divergencia pueden calcularse en función del tiempo y obtienen expresiones para los coeficientes horizontales de difusión usando las desviaciones estándar

$$K_x = c \sigma_x \sigma_u$$

$$K_y = c \sigma_y \sigma_v$$

donde σ_x y σ_y son las desviaciones estándar del desplazamiento de los flotadores, $c = 1.0$ y σ_u y σ_v son las desviaciones estándar de las velocidades turbulentas, dadas por

$$\sigma_u = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 \right)^{1/2}, \quad \sigma_v = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_i^2 \right)^{1/2}$$

donde n es el número de flotadores y (u'', v'') son las velocidades turbulentas.

Posteriormente Okubo *et al.* (1976), en un estudio sobre fuentes puntuales instantáneas con flotadores en Los Grandes Lagos, EEUU, utilizando las desviaciones estándar de los desplazamientos turbulentos (σ_x'', σ_y'') y velocidades turbulentas (σ_u'', σ_v'') , definen las difusividades momentáneas (K_x, K_y) a lo largo de los ejes principales de una elipse

$$K_x \equiv \sigma_x'' \sigma_u''$$

$$K_y \equiv \sigma_y'' \sigma_v''$$

donde

$$\sigma_x'' = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i - \bar{X}]^2 \right)^{1/2}, \quad \sigma_y'' = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [y_i - \bar{Y}]^2 \right)^{1/2}$$

n es el número de flotadores, (x_i, y_i) son las coordenadas del i -ésimo flotador y $(\bar{X}, \bar{Y})$ son las coordenadas del centroide.

Yanagui *et al.* (1982), en un estudio realizado en Bahía Mikawa, Japón, propusieron un nuevo método para calcular la difusividad turbulenta. Con resultados de experimentos con tinta y flotadores eliminaron el efecto de corte y calcularon los coeficientes horizontales reales de difusividad con base en los desplazamientos individuales y en las varianzas de los flotadores $(\sigma_x^{*2}, \sigma_y^{*2})$ debido únicamente a las velocidades turbulentas (u_i'', v_i'')

$$K_x = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^{*2}}{dt}$$

$$K_y = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_y^{*2}}{dt}.$$

Entendiendo por efecto de corte al esparcimiento de cualquier sustancia producido por el perfil de velocidad a la dirección del flujo, en el plano horizontal, ó al esparcimiento ocasionado por los cambios de velocidad con la profundidad, en el plano vertical (Fischer *et al.*,

1979).

Estas son algunas de las maneras de obtener valores para los coeficientes horizontales de difusión (K_x, K_y) basados en dos parámetros estadísticos, la desviación estándar (σ) y la varianza (σ^2). De éstos, se optó por una relación basada en σ^2 , ya que para fines prácticos, es el parámetro estadístico más usado en este tipo de estudios. Por lo que en el presente trabajo se utilizó la ec. (1) para el cálculo de los coeficientes (K_x, K_y).

Bajo el previo conocimiento de que una distribución horizontal de cualquier sustancia dentro de un fluido es asimétrica, en el sentido de que la mancha de contaminante (grupo de flotadores o mancha de tinta) sufre alargamientos mayores en una dirección que en otra, es necesario el cálculo de dos varianzas horizontales, sobre los ejes mayor y menor, para describir apropiadamente las razones de dispersión. Se han desarrollado algunos métodos para representar estos procesos y se ha encontrado que la elipse es la figura geométrica que representa con mayor claridad a los mismos. Okubo *et al.* (1976) estudiaron fuentes puntuales instantáneas y analizaron grupos de 50 a 90 flotadores en 8 experimentos con duración de 4 a 6 horas, encontrando que la orientación de los ejes principales de las elipses casi se mantiene constante en la mayoría de los

experimentos. Además, obtienen un rango de elongaciones del eje mayor que va desde un tamaño inicial de 100 m hasta 600 m como tamaño final.

El ángulo de orientación (β) está basado en las desviaciones angulares de los ejes con respecto al Norte

$$\beta \equiv \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \theta_i \quad (2)$$

en donde θ_i es la desviación angular de los ejes menores con respecto al Norte, al i -ésimo tiempo y n es el número de intervalos de 0.2 hora.

Ichiye *et al.* (1978) analizaron una línea formada por 16 flotadores durante 9 horas en el Golfo de México. La secuencia de elipses muestra una conservación de la orientación de los ejes y una diferencia de longitudes de ejes muy marcada: el eje mayor varía de 600 m a 3000 m mientras que las longitudes del eje menor no sobrepasan los 200 m. En dicho trabajo, el ángulo de orientación (β) de los ejes principales está basado en las varianzas (σ_x^2, σ_y^2) y covarianza (σ_{xy}) del posicionamiento del centroide

$$\beta = \frac{\tan^{-1} \left(\frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_y^2 - \sigma_x^2} \right)}{2} \quad (3)$$

El método de Okubo *et al.* (1976) para obtener β es un promedio basado en una definición. En cambio Ichiye *et al.* (1978) presentan una relación analítica con base en parámetros estadísticos. Por esta razón para el cálculo de

β en este trabajo se empleó la relación representada por la ec. (3).

II. MATERIALES Y METODO

II.1 Descripción del Area de Estudio.

La zona de estudio comprende una región de la costa noroeste de Baja California, ubicada en $32^{\circ} 23'N$ y $32^{\circ} 32'N$ y $117^{\circ} 08'W$ y $117^{\circ} 13'W$, dentro de la zona conocida oceanográficamente como 'Southern California Bight'. Está delimitada al Norte por la línea fronteriza México-Estados Unidos, al Sur por playas de Rosarito y al Oeste por Islas Coronado y abarca una área aproximada de 130 km^2 (Fig. 1). La zona es expuesta, con isobatas casi paralelas a la línea de costa, con profundidades menores de 40 m. La línea de costa es casi recta y su orientación es aproximadamente Norte-Sur.

II.2 Desarrollo Experimental.

Los datos provienen de 5 campañas de mediciones de corrientes superficiales y difusión hechas en marzo, julio y septiembre de 1985 y en enero y junio de 1986 (Tabla I). En todas estas campañas se midieron rapidez y dirección de corrientes superficiales, durante un período de 2 a 15 días por mes.

El equipo de medición de corrientes consistió básicamente de flotadores libres (Fig. 2) y de un radar marino instalado en tierra con precisión de localización de $\pm 20 \text{ m}$ (Alvarez *et al.*, 1982). El radar estuvo equipado con

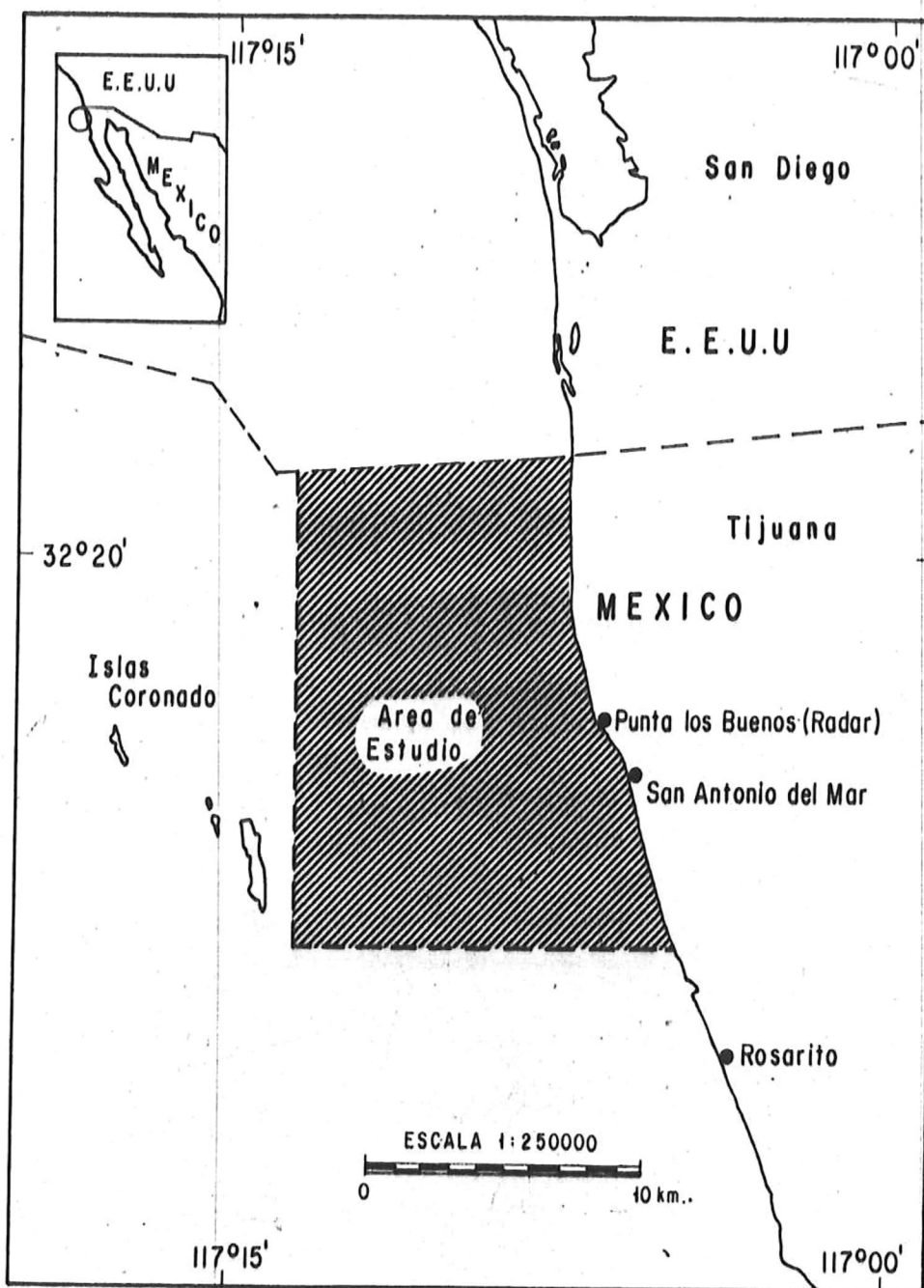


FIG.1. Localización del área de estudio

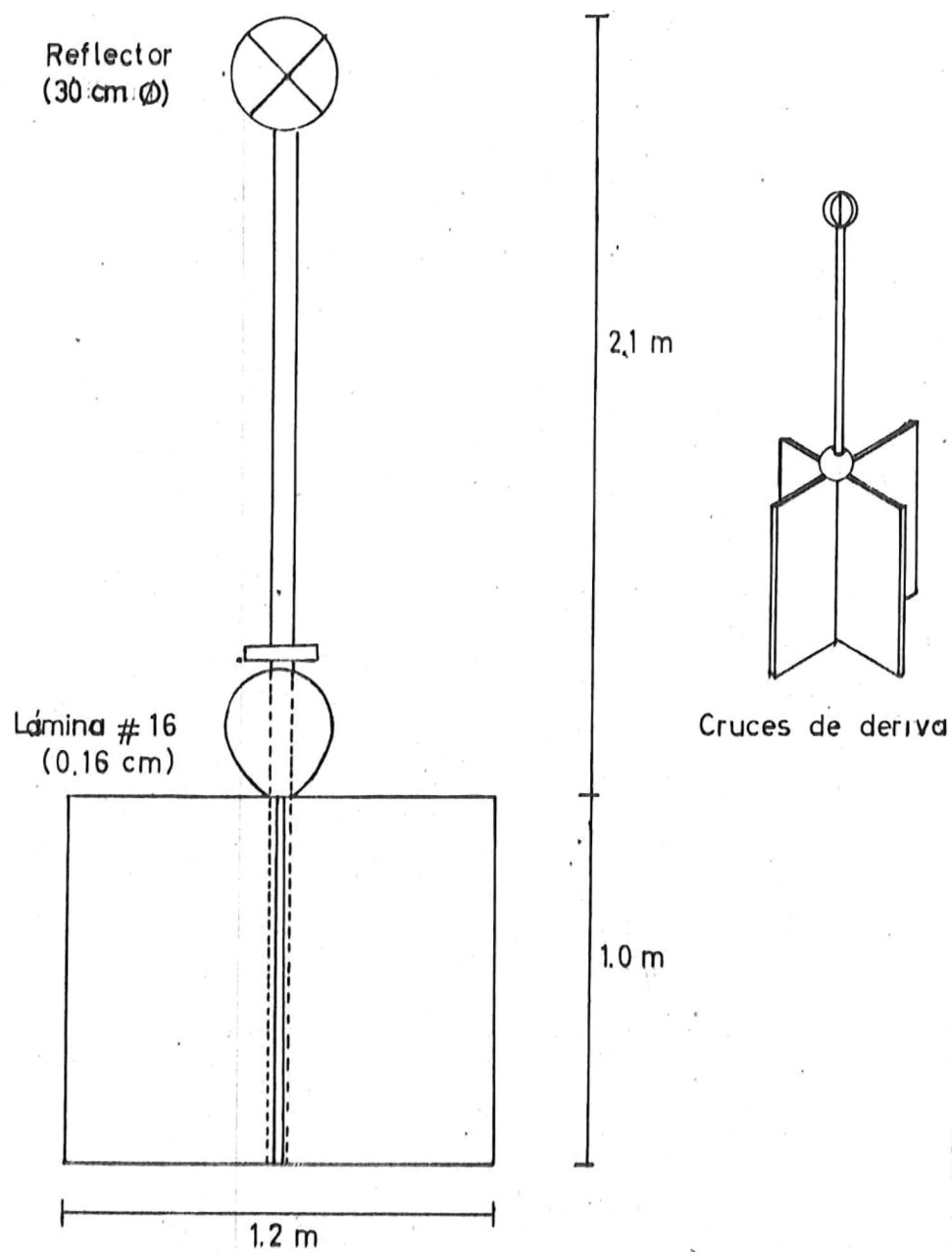


Fig. 2. Características de los cuerpos de deriva utilizados en las observaciones.

una cámara fotográfica montable sobre la pantalla del radar.

Los flotadores se colocaron en el agua en grupos de 6 a 14 y una vez en ella, se rastrearon y fotografiaron en la pantalla del radar en intervalos de 15 minutos. La posición

TABLA I.-Programa de observaciones con flotadores libres.

	Fecha	Duracion		No. de Flotadores
		Inicio	Fin	
Mar 1985	22-23	19:00	4:15	10
	24	12:45	21:30	8
Julio 1985	2	20:30	21:45	12
	5	15:45	22:30	10
	6	0:50	13:50	7
	10-11	18:15	6:15	6
Septiembre 1985	26-27*	14:00	10:00	8
	26-27*	14:00	8:30	6
	27	15:00	18:30	14
	28	13:30	17:15	6
	30	9:30	17:30	14
	30a*	21:30	22:45	8
	30b	21:15	23:00	8
Ene 1986	25-26a*	12:15	5:15	8
	25-26b	12:15	5:15	8
Junio 1986	4	9:45	17:45	14
	4-5	21:00	13:30	14
	10	13:45	21:45	8
	11	0:15	8:30	8
	15	15:30	19:30	8

* Experimentos simultaneos.

relativa a un punto en la costa (radar) se obtuvo mediante un digitizador electrónico con resolución de ± 0.01 cm. Estos datos se procesaron para obtener la posición del

centroide del grupo de flotadores cada 15 minutos y se calculó la rapidez y dirección del movimiento del centroide, el cual representa la corriente superficial. Además se calculó la varianza de la distribución de flotadores relativa al centroide, en componentes paralela (σ_x^2) y perpendicular (σ_y^2) a la corriente, así como los valores de los coeficientes de difusión en estas direcciones (K_x , K_y).

II.3 Análisis de Datos.

II.3.1 Fuentes de error.

En general, los flotadores libres son considerados trazadores lagrangeanos perfectos. En la práctica esto no ocurre así debido a las fuentes de error, que son el error por localización (± 20 m para el tipo de radar y de flotadores descritos) y el error producido por la deriva del viento. Como límite superior se ha encontrado un arrastre de 3 cm/s con vientos de intensidades menores de 6 m/s (Alvarez *et al.*, 1982).

II.3.2 Cálculo de los ejes principales de difusión.

Se puede representar el grupo de flotadores por una elipse con ejes principales φ_x , φ_y mediante las relaciones dadas por Ichiye *et al.* (1978)

$$\varphi_x^2 = \sigma_x^2 \cos^2 \beta + \sigma_y^2 \sin^2 \beta - \sigma_{xy} \sin 2\beta \quad (1a)$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_x^2 \sin^2 \beta + \sigma_y^2 \cos^2 \beta + \sigma_{xy} \sin 2\beta \quad (1b)$$

donde

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (2a)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n Y_i^2 \quad (2b)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i Y_i \quad (2c)$$

donde (X_i, Y_i) son las coordenadas del i -ésimo flotador relativas al centroide (con el eje X positivo al Este y el eje Y positivo al Norte) y n representa el número de flotadores. Usando las ecuaciones 2a a 2c es posible calcular el ángulo β mediante la fórmula

$$\tan 2\beta = \frac{2\sigma_{xy}}{(\sigma_y^2 - \sigma_x^2)} \quad (3)$$

en donde β representa la orientación del eje de difusión σ_x con respecto al eje X de un sistema coordenado fijo (Fig. 3).

También se puede calcular la elongación promedio (ρ) definida por la razón entre la longitud del eje mayor y el menor

$$\rho = \frac{\text{longitud del eje mayor}}{\text{longitud del eje menor}} \quad (4)$$

II.3.3 Cálculo de parámetros estadísticos.

A partir de las posiciones en coordenadas geográficas

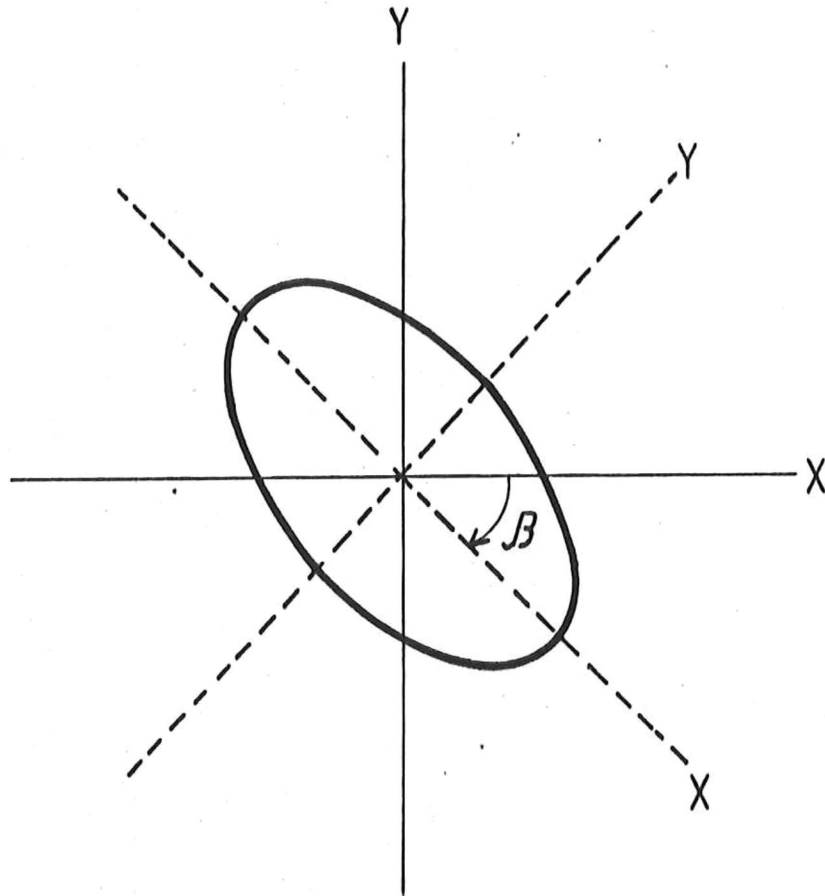


Fig. 3.-Orientación de los ejes principales de difusión. Tomado de Ichiye *et al.*, (1978).

de los flotadores relativos al centroide del grupo, basado en un sistema coordenado con el eje X positivo hacia el Este y con el eje Y positivo hacia el Norte, se hizo una rotación de los ejes de tal forma que el eje X fuera positivo en dirección del flujo, por convención, mediante las relaciones

$$X_i' = X_i \cos \theta + Y_i \sin \theta \quad (5a)$$

$$Y_i' = Y_i \cos \theta - X_i \sin \theta \quad (5b)$$

donde (X_i, Y_i) son las coordenadas del i -ésimo flotador relativas al sistema original de coordenadas, θ es el ángulo de orientación del segmento de trayectoria recorrido por el centroide en el intervalo de tiempo $t_{i+1} - t_i$ y (X_i', Y_i') son las coordenadas del i -ésimo flotador referidas al sistema girado, con el eje X en dirección del flujo (Fig. 4).

Una vez obtenidas las nuevas coordenadas (X_i', Y_i') se pueden calcular las varianzas, en dirección paralela y normal a la dirección del flujo $(\sigma_x'^2, \sigma_y'^2)$, así como la covarianza σ_{xy}' , de la siguiente manera

$$\sigma_x'^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i'^2 \quad (6a)$$

$$\sigma_y'^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n Y_i'^2 \quad (6b)$$

$$\sigma_{xy}' = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i' Y_i' \quad (6c)$$

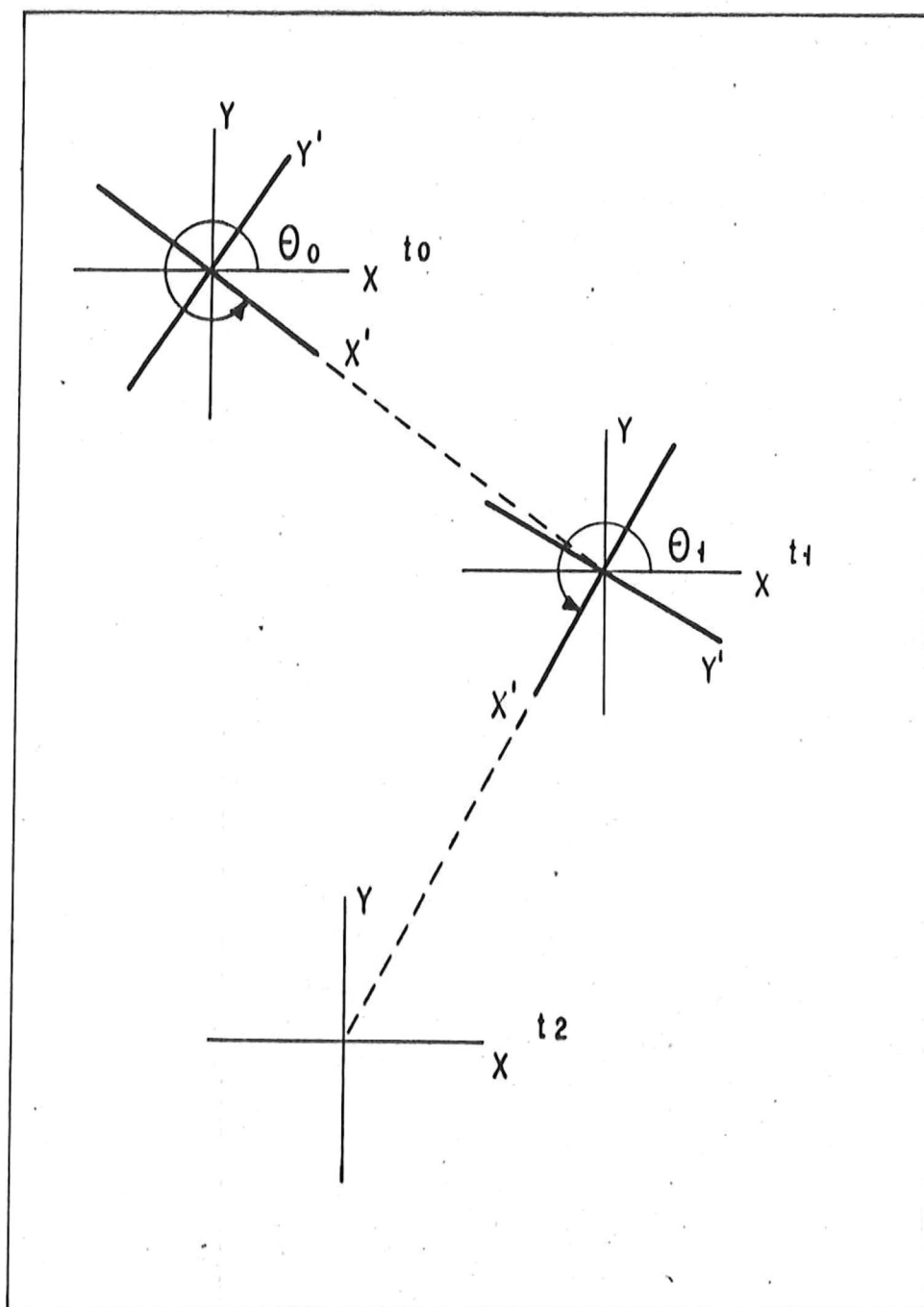


Fig. 4. -Rotación del sistema de coordenadas sobre la trayectoria. El origen corresponde al controlde del grupo de flotadores.

II.3.4 Cálculo de los coeficientes de difusión.

El cálculo de los coeficientes de difusión se basa en la definición presentada por Taylor citado por Csanady (1980)

$$K_x = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x'^2}{dt} \quad (7a)$$

$$K_y = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_y'^2}{dt} \quad (7b)$$

$$K = \frac{1}{2} \frac{d\sigma^2}{dt} \quad (7c)$$

donde

$$\sigma^2 = 2\sigma_x' \sigma_y' \quad (8)$$

conocida como la varianza de una distribución radialmente simétrica (Okubo, 1968 y 1971). En este caso, K_x y K_y , son los coeficientes en dirección paralela y transversal al flujo, respectivamente y K es el coeficiente de difusión promedio. Estos coeficientes se obtuvieron mediante un ajuste de cuadrados mínimos de la varianza en función del tiempo.

Este análisis se basa en la necesidad de poder establecer una ecuación matemática que contemple alguna relación entre la varianza ($\sigma_x'^2$, $\sigma_y'^2$ ó σ^2) y el tiempo (t). Para ello se hace uso del análisis de regresión. Esto es, una vez que se tiene la colección de datos (t, σ^2), se

grafican en coordenadas rectangulares en donde t es la variable independiente (abcisa) y σ^2 es la variable dependiente (ordenada). En este diagrama es posible representar una curva que se aproxime a los datos (curva de aproximación) de la forma

$$Y_a = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \dots + a_n X^n.$$

El tipo más sencillo de aproximación es la línea recta, cuya ecuación puede escribirse

$$Y = a_0 + a_1 X$$

donde a_0 es la intersección con Y y

$$a_1 = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \cong \frac{dY}{dX} = \frac{d\sigma^2}{dt}$$

que es la pendiente de la recta. La cual representa la razón de cambio de σ^2 en función del tiempo.

II.3.5 Diagramas de difusión.

Como último paso, se hicieron las gráficas de los diagramas de difusión. El primer diagrama corresponde a la gráfica del tiempo de difusión (t) contra la varianza (σ^2) y el segundo, a la gráfica de la escala de difusión (ℓ) contra el coeficiente de difusión (D). En el primer diagrama, debido a que los valores iniciales de la varianza (σ_0^2) obtenidos no son cero, hubo la necesidad de calcular el tiempo de difusión (t_0) que les correspondiera, los

cuales se calcularon a partir de la ecuación propuesta por Okubo (1968, 1971)

$$\sigma_o^2 = 0.0108t_o^{2.94} \quad (9)$$

Con la finalidad de comparar la razón de cambio de σ^2 con respecto a t , con la obtenida por Okubo (1971), se ajustó una curva individual por experimento via regresión lineal mediante el paquete estadístico MINITAB del Centro de Computo Electrónico (CCE) de CICESE, el cual arrojó expresiones matemáticas de la forma

$$\text{Log}\sigma^2 = \text{Log}a + b\text{Log}t \quad (10)$$

misma que se transforma en

$$\sigma^2 = at^b \quad (11)$$

en donde a es una constante diferente para cada experimento y b son los exponentes o potencias del tiempo de difusión (t) a comparar.

En el segundo diagrama los valores de la escala de difusión ℓ se obtuvieron por

$$\ell = 3\sigma \quad (12)$$

en donde σ es el promedio de la varianza en cada experimento.

III. RESULTADOS

III.1 Corrientes.

En las figuras 5 a la 22 se muestran las series de los ejes de elipses a intervalos de una hora obtenidos para cada experimento, en las que se muestra su evolución y la del ángulo de orientación del eje mayor de difusión (β) con respecto al Norte. Las posiciones sucesivas de los ejes indican la dirección y rapidez de la corriente superficial y dan una idea sobre la razón de crecimiento de la mancha. La tabla II resume los valores de rapidez promedio y de elongación promedio (ρ) por experimento.

Las figuras 5 y 6 son las correspondientes a los experimentos hechos en marzo de 1985, de la figura 7 a 10 corresponden a julio de 1985 y de la figura 11 a la 16, los correspondientes a septiembre de 1985. La figura 17 representa los experimentos hechos en enero de 1986 y de la figura 18 a 22 corresponden a los hechos en junio de 1986. Los experimentos tienen una duración entre 1 y 20 horas, de los cuales uno dura 20 horas (Fig. 11), otro 18 horas (Fig. 12), dos duran 17 horas (Fig. 17) y 3 son de corta duración (figuras 7 y 16), entre 1 y 1.75 horas.

Los experimentos muestran que el desplazamiento de los flotadores fue principalmente a lo largo de la costa pero con distinto sentido; hacia el Sur o hacia el Norte. El flujo más frecuente fue hacia el Sur, observandose en 15 de

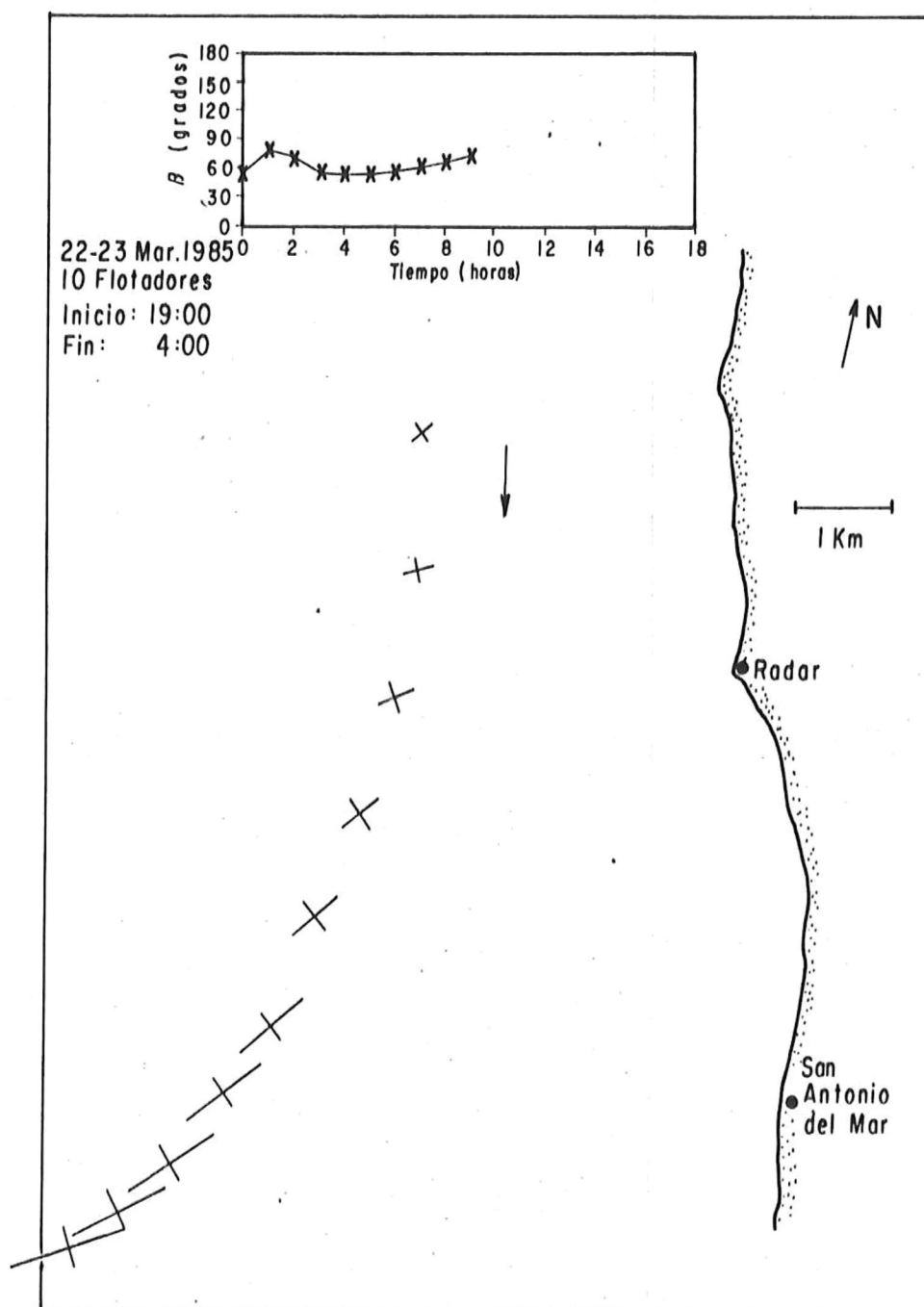


Fig. 5. -Ejes principales de difusión, a intervalos de una hora, la longitud de los semiejes equivale a una desviación estándar y el ángulo β representa la orientación del eje mayor con respecto al Norte.

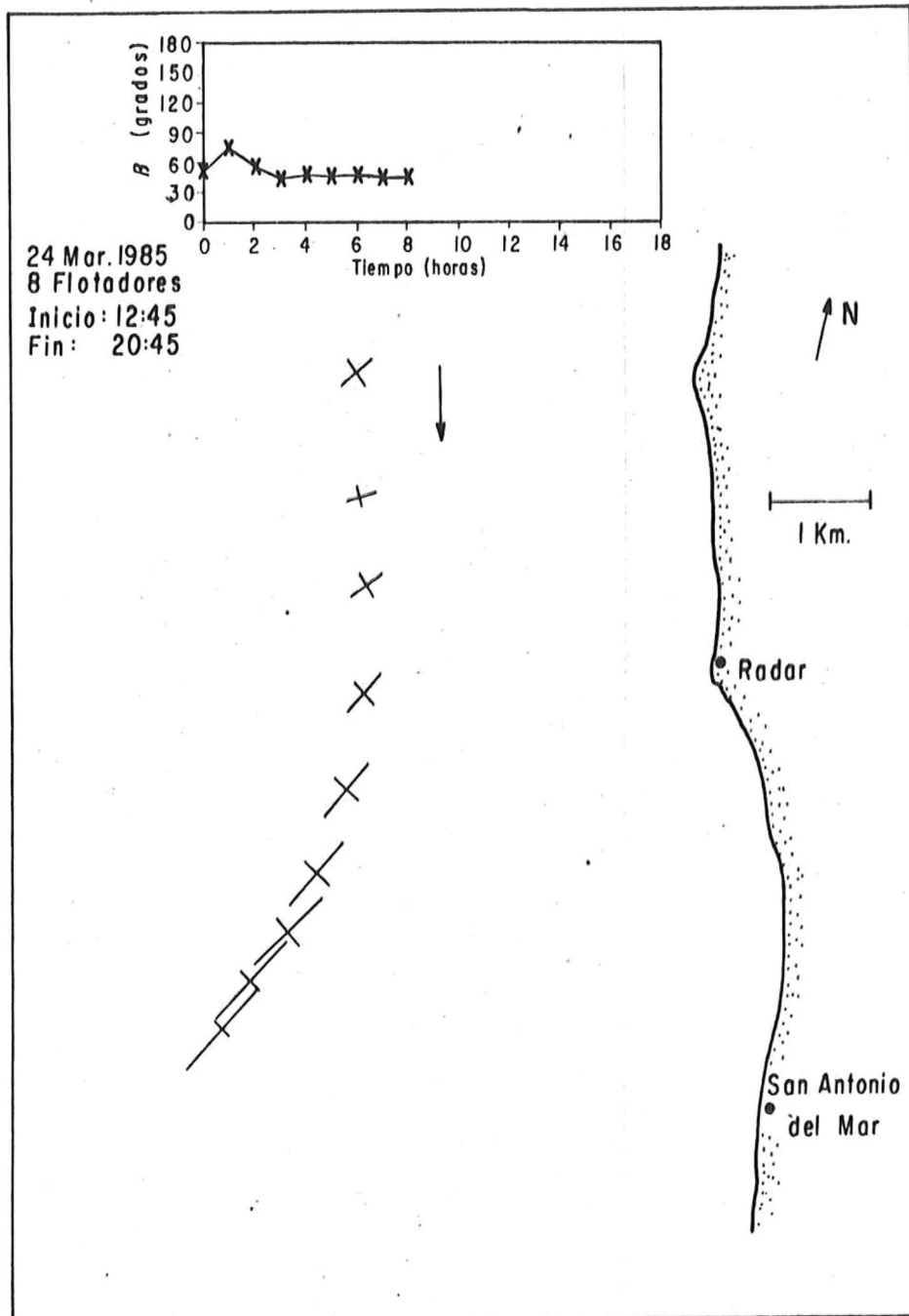


Fig. 6. Idem. 5.

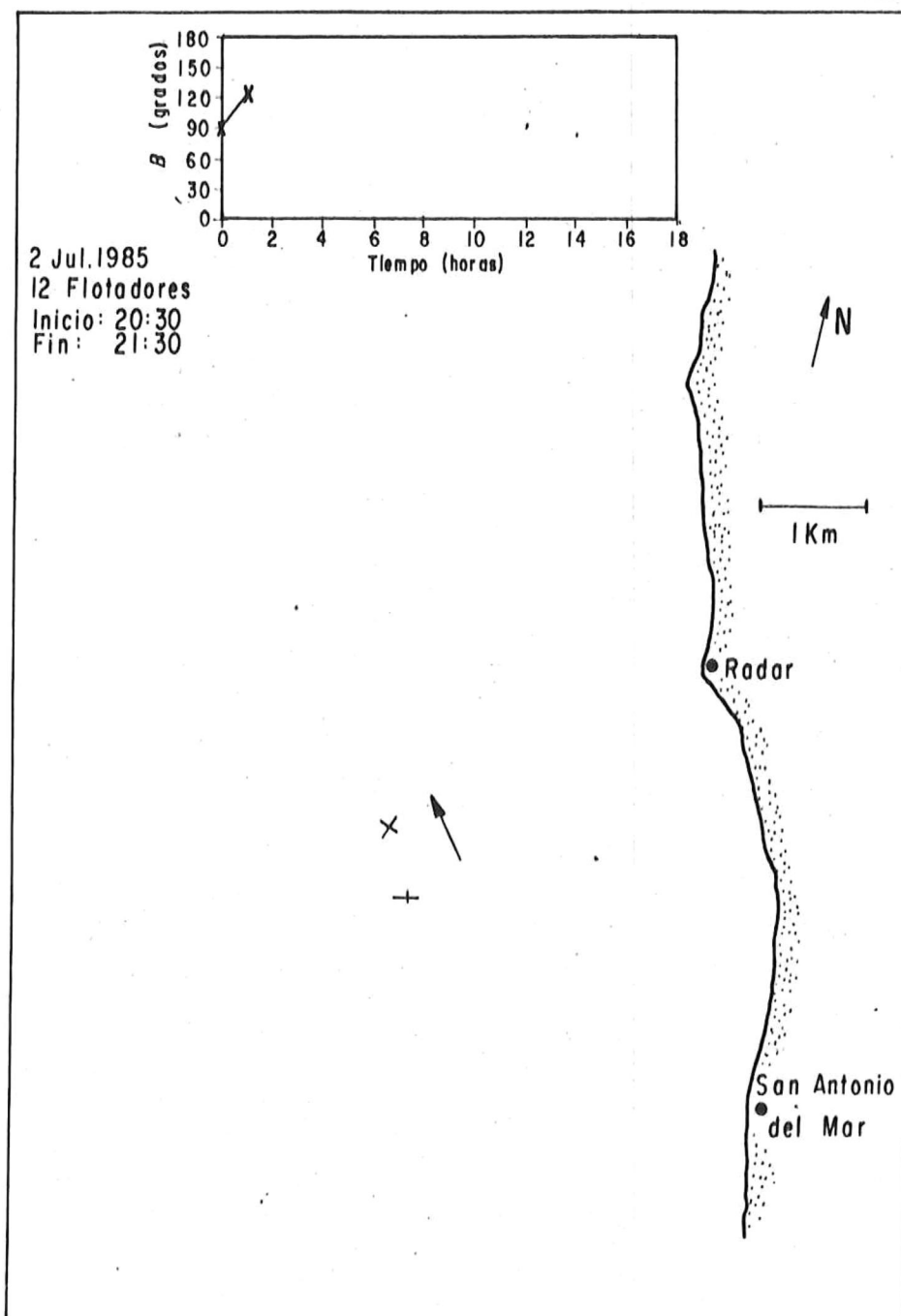


Fig. 7. Idem. 5.

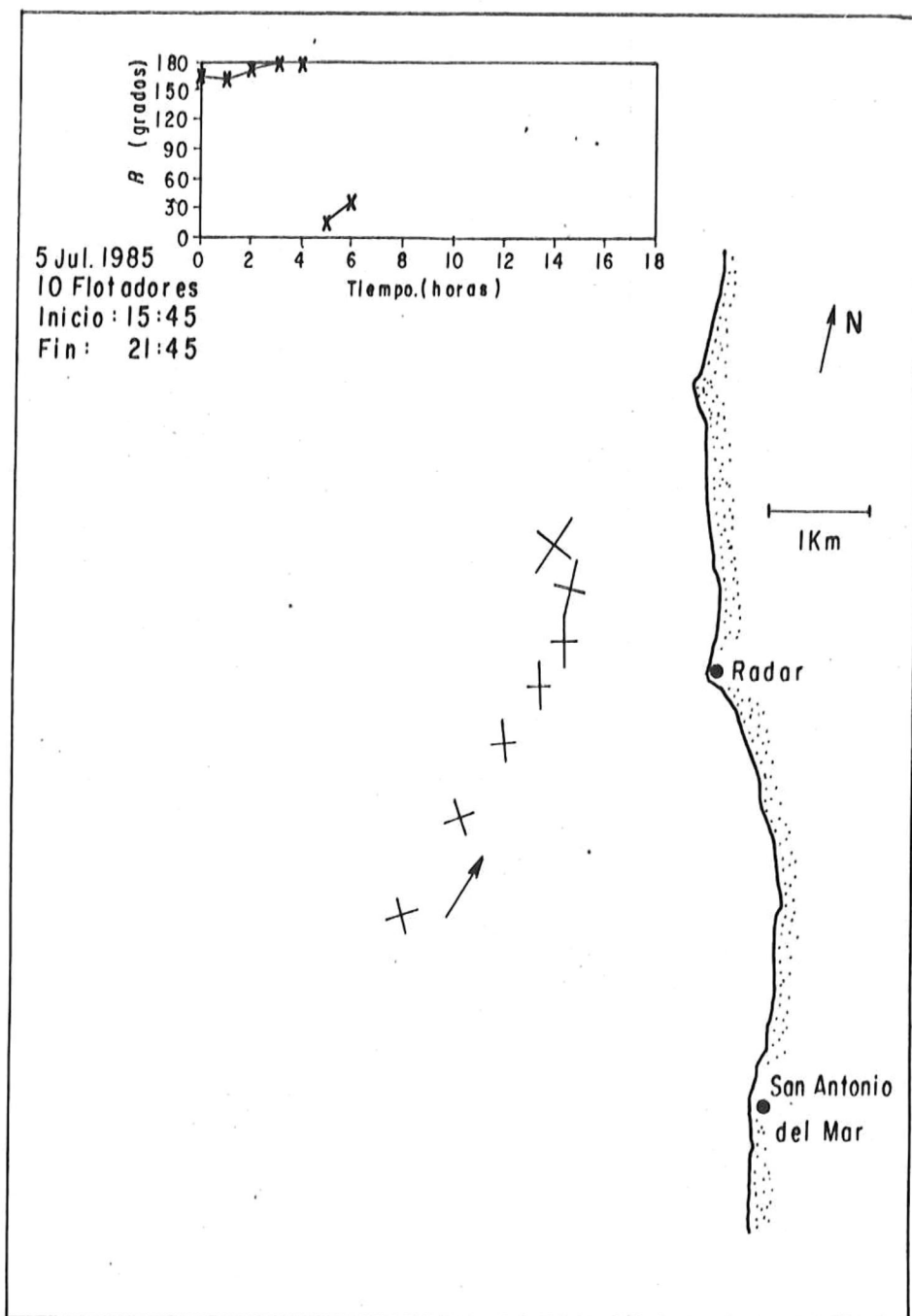


Fig. 8. Idem. 5.

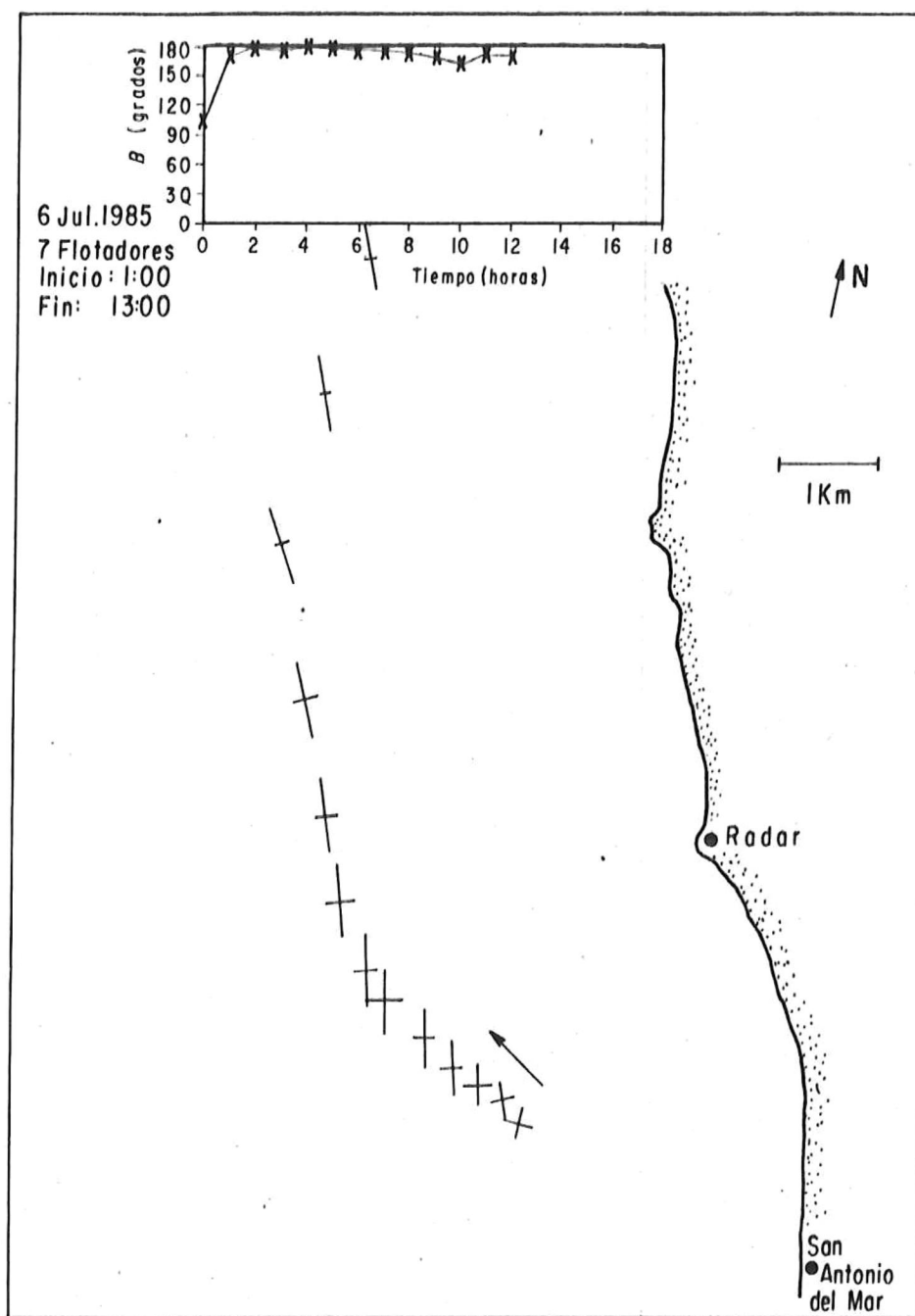


Fig. 9. Idem. 5.

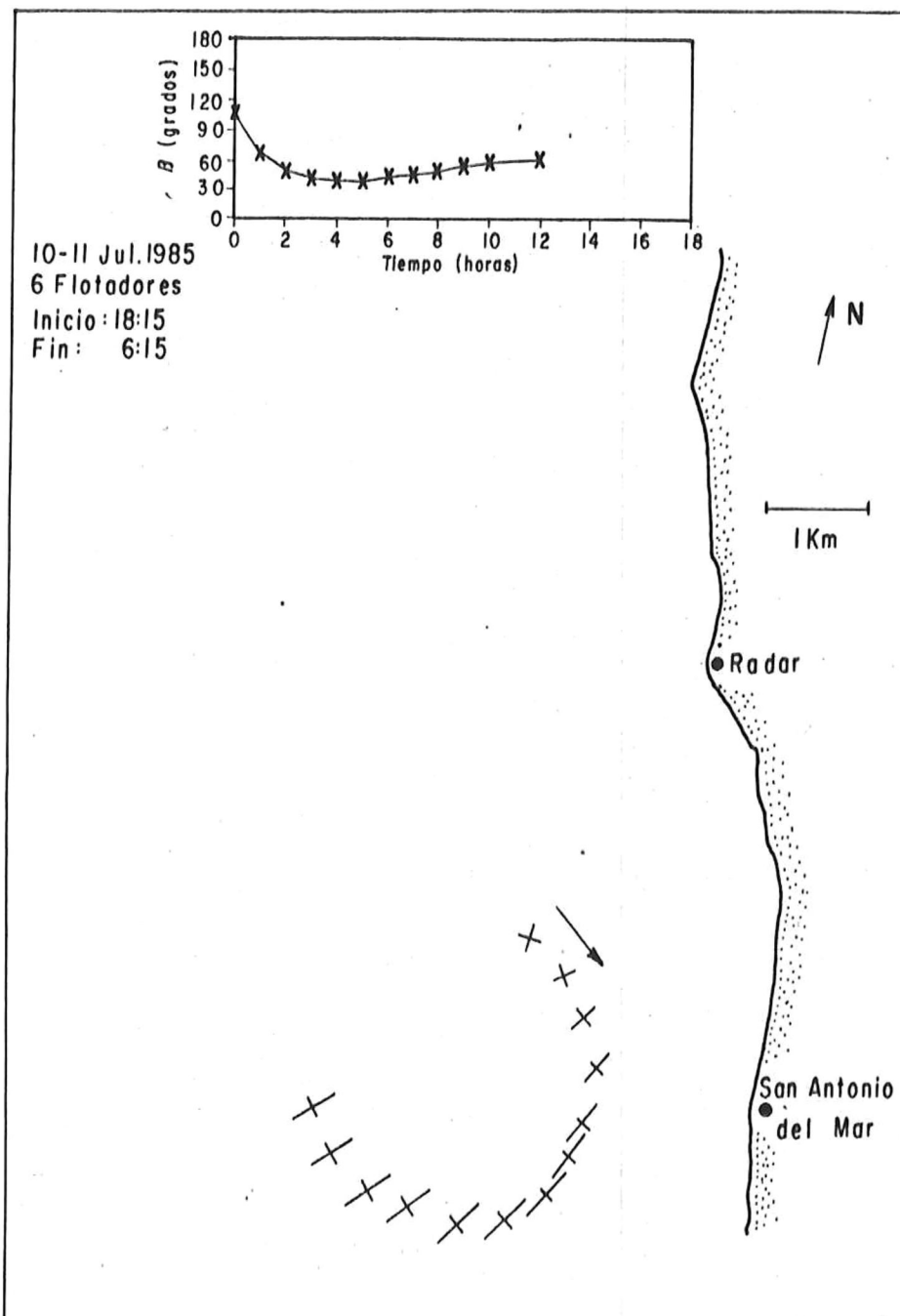


Fig. 10. Idem. 5.

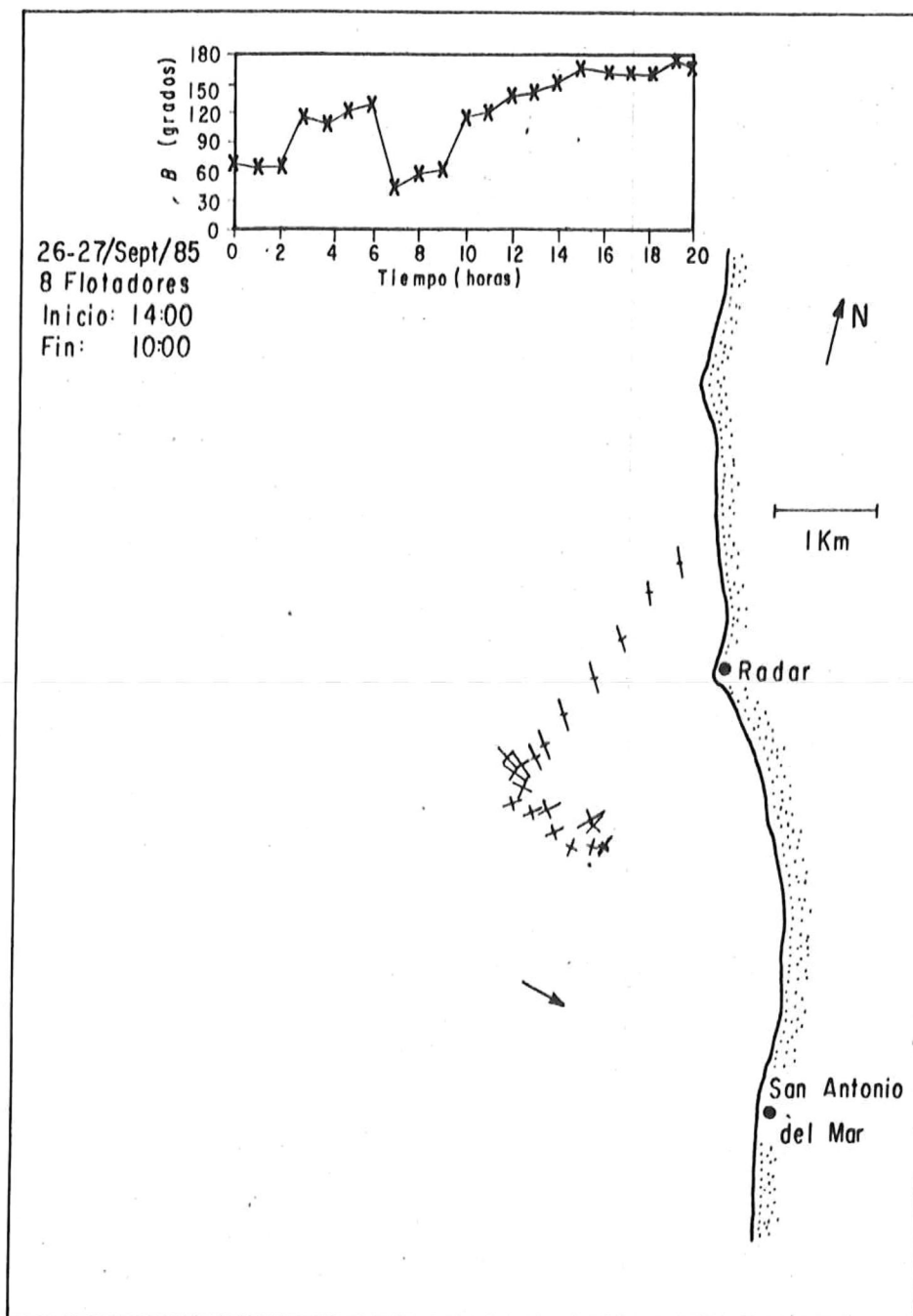


Fig. 11. Idem. 5.

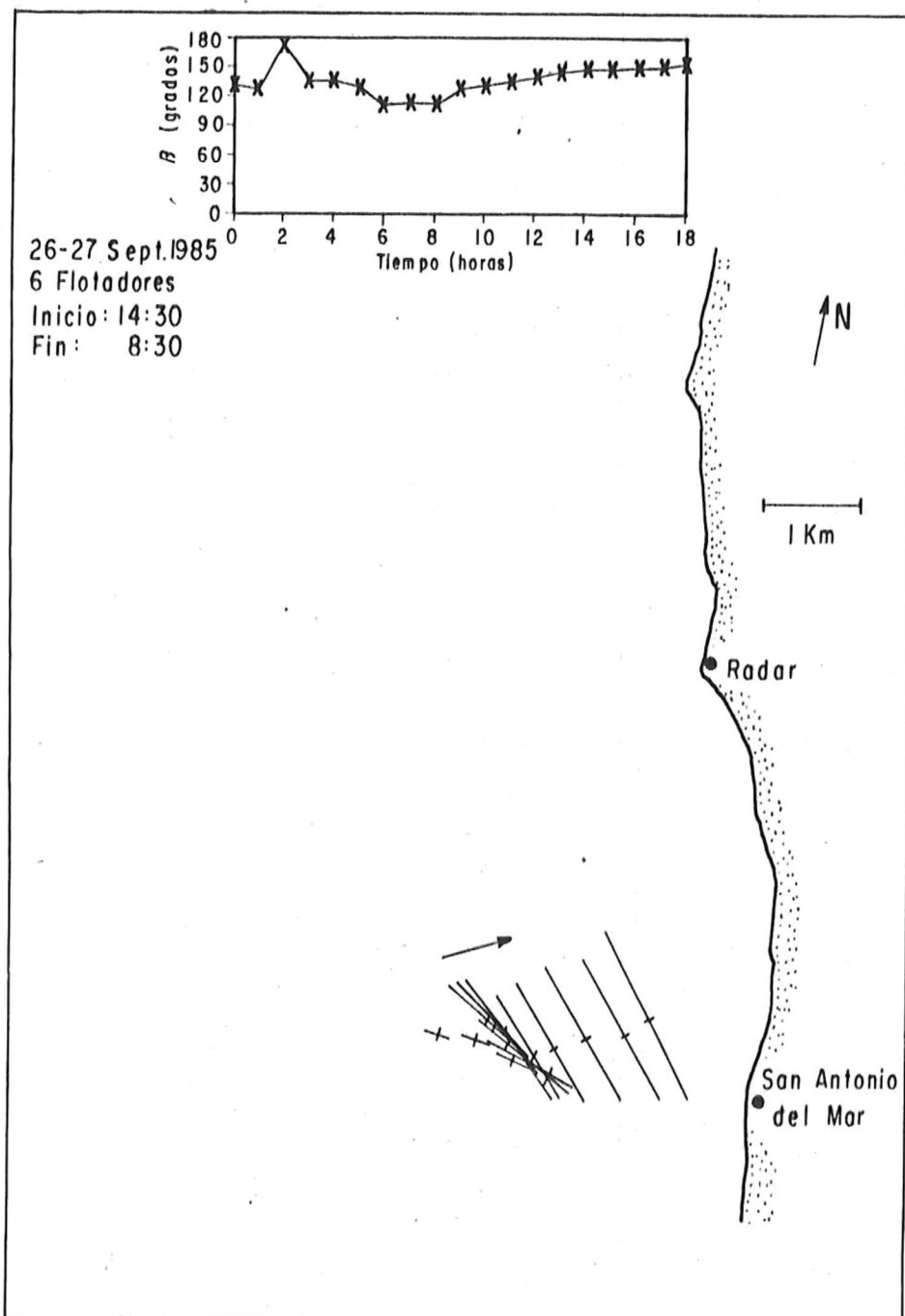


Fig. 12. Idem. 5.

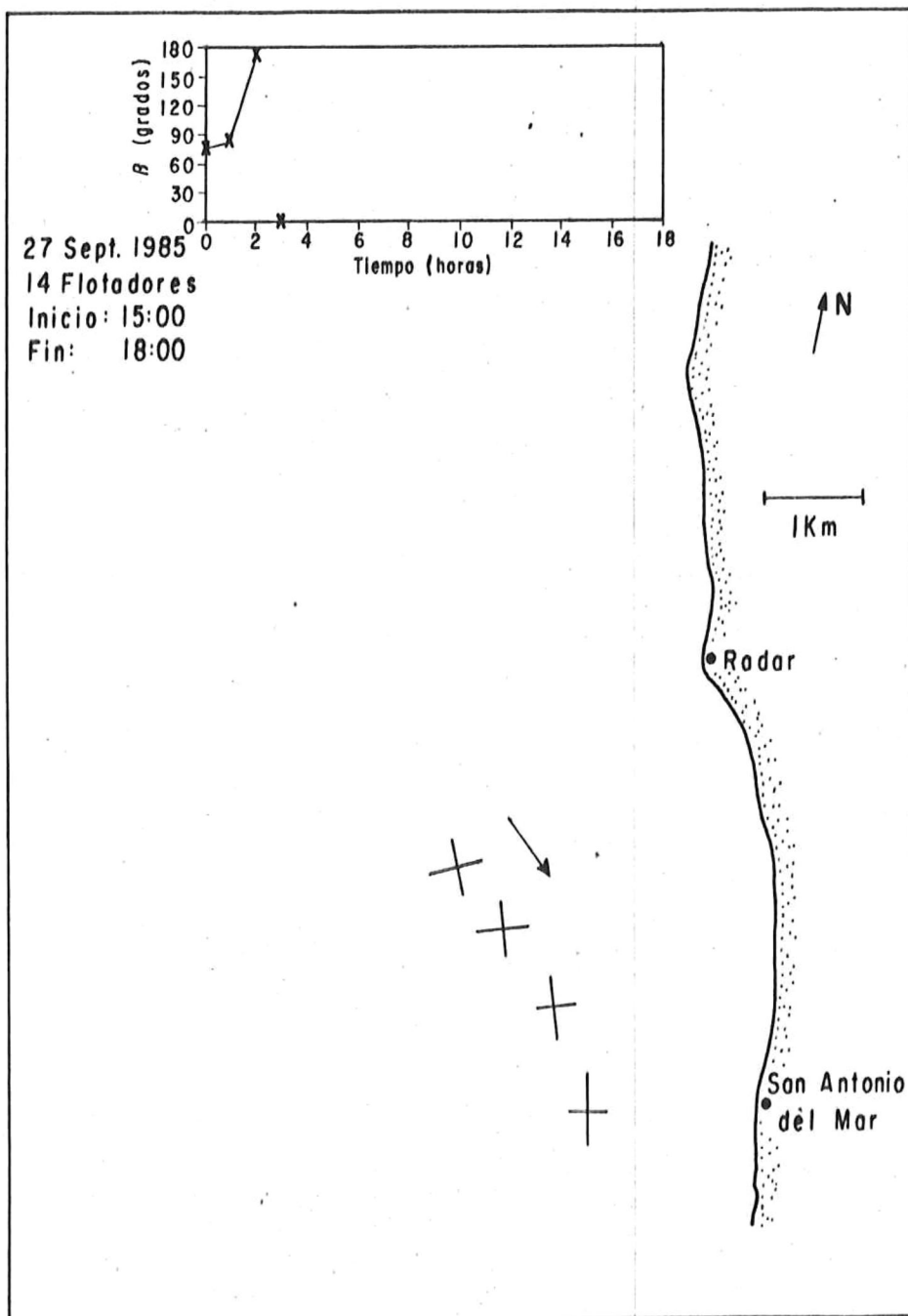


Fig. 13: Idem. 5.

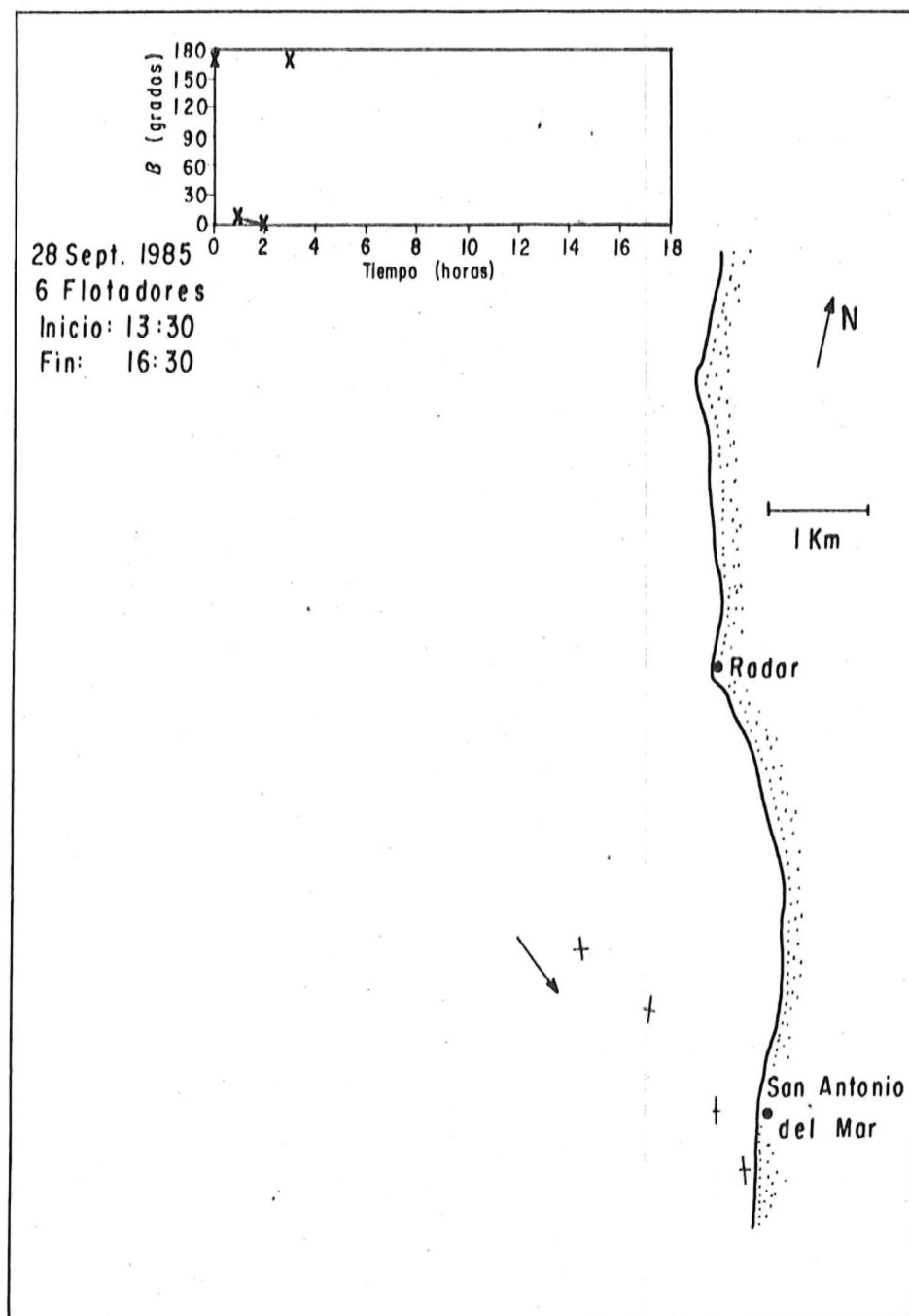


Fig. 14. Idem. 5.

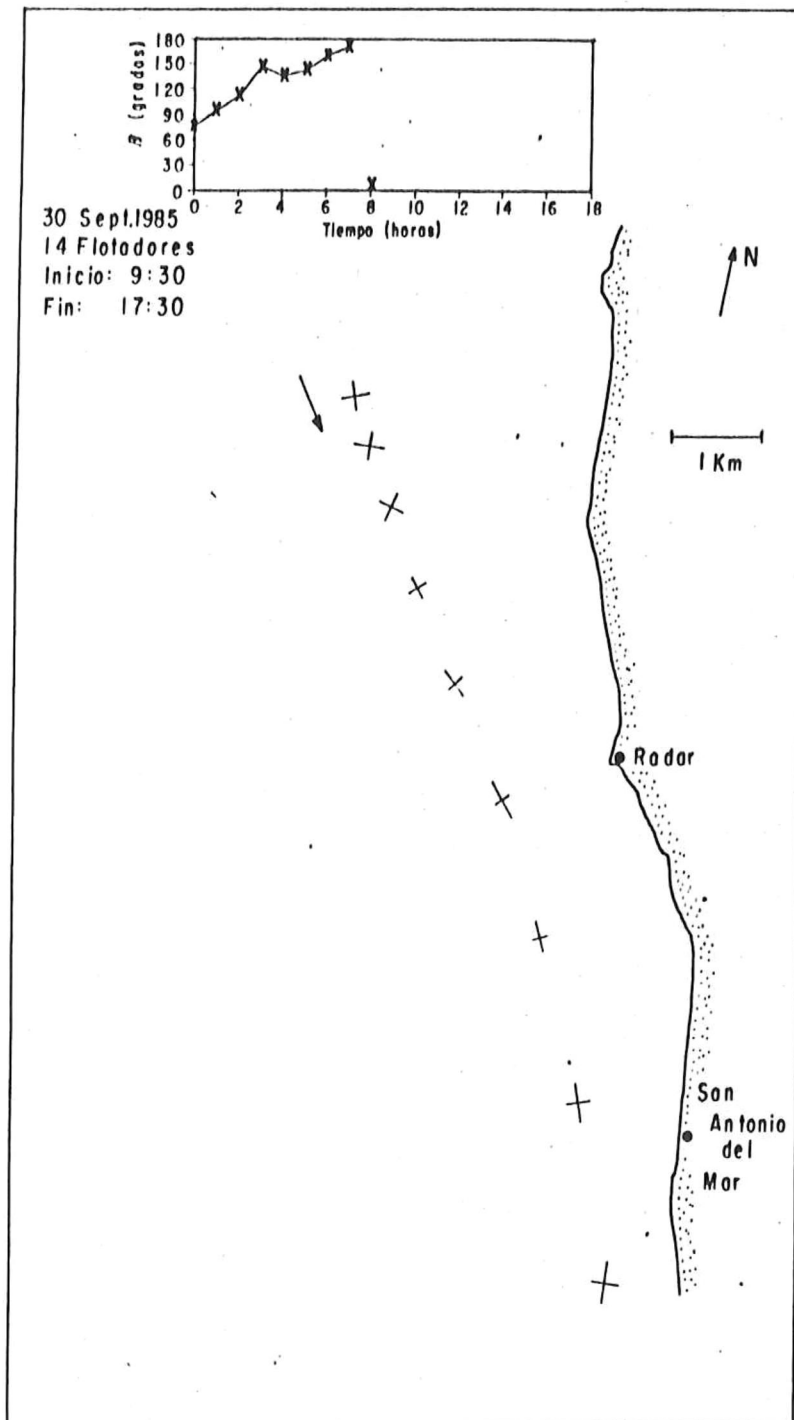


Fig. 15. Idem. 5.

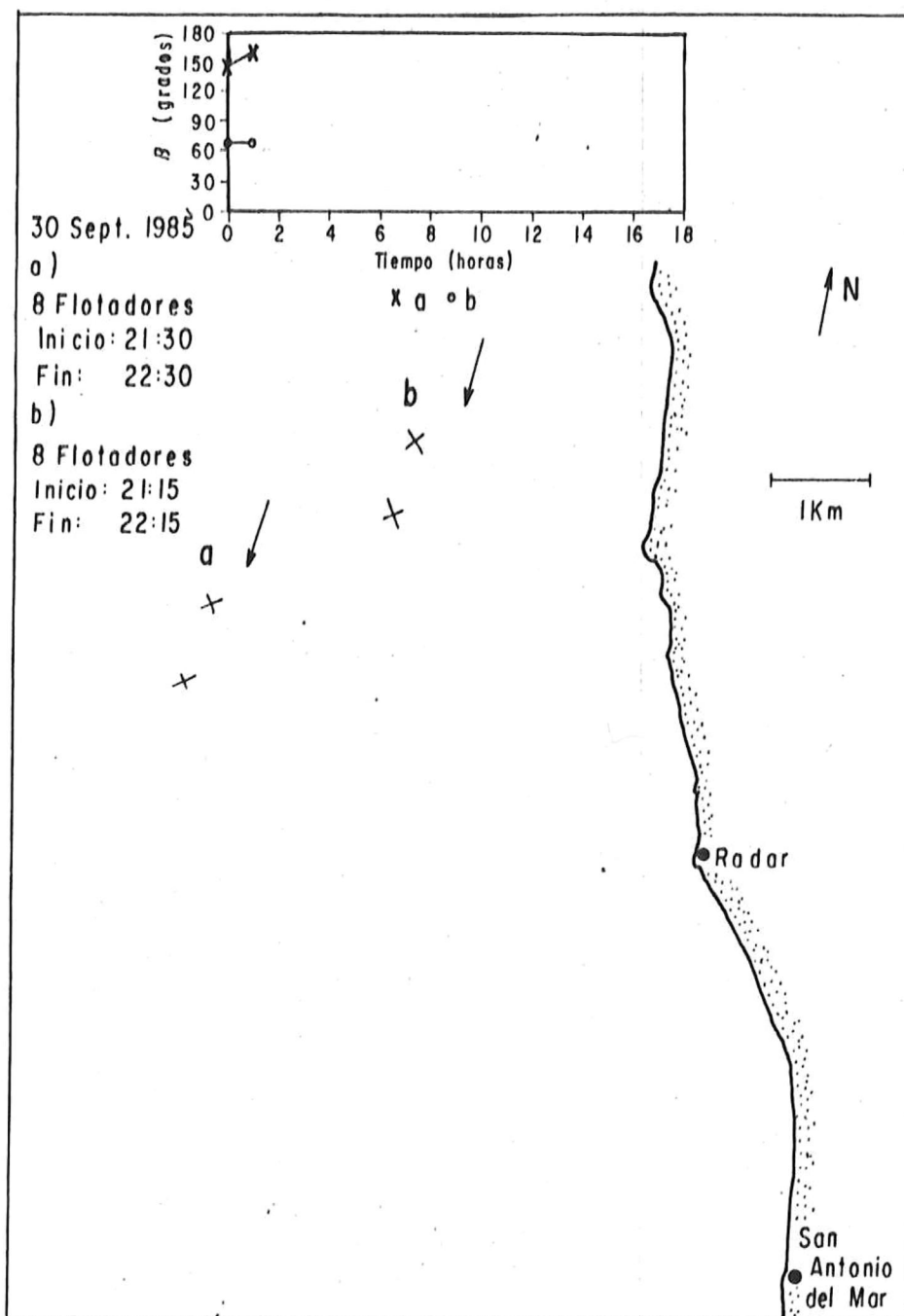


Fig. 16. Idem. 5.

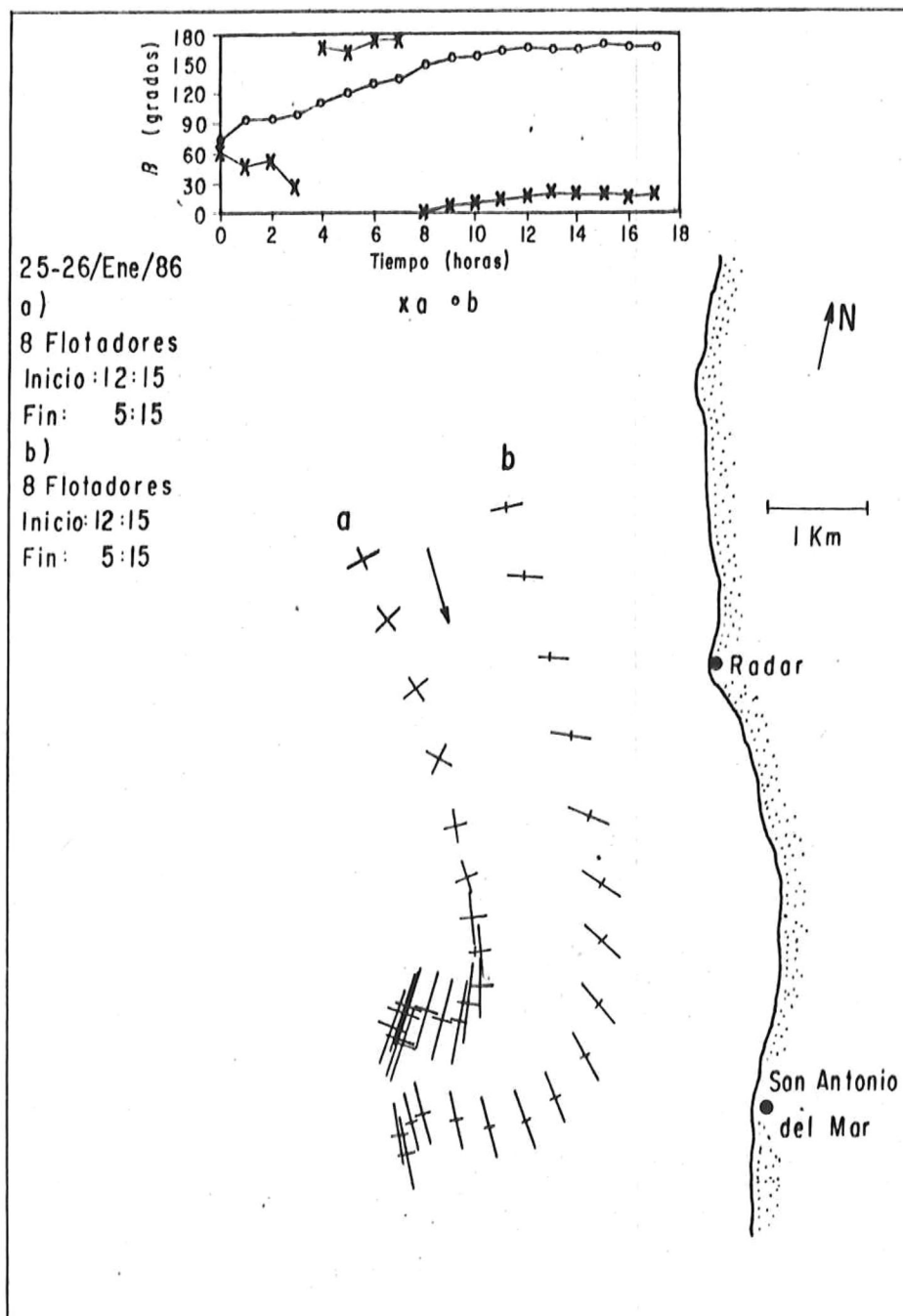


Fig. 17. Idem. 5.

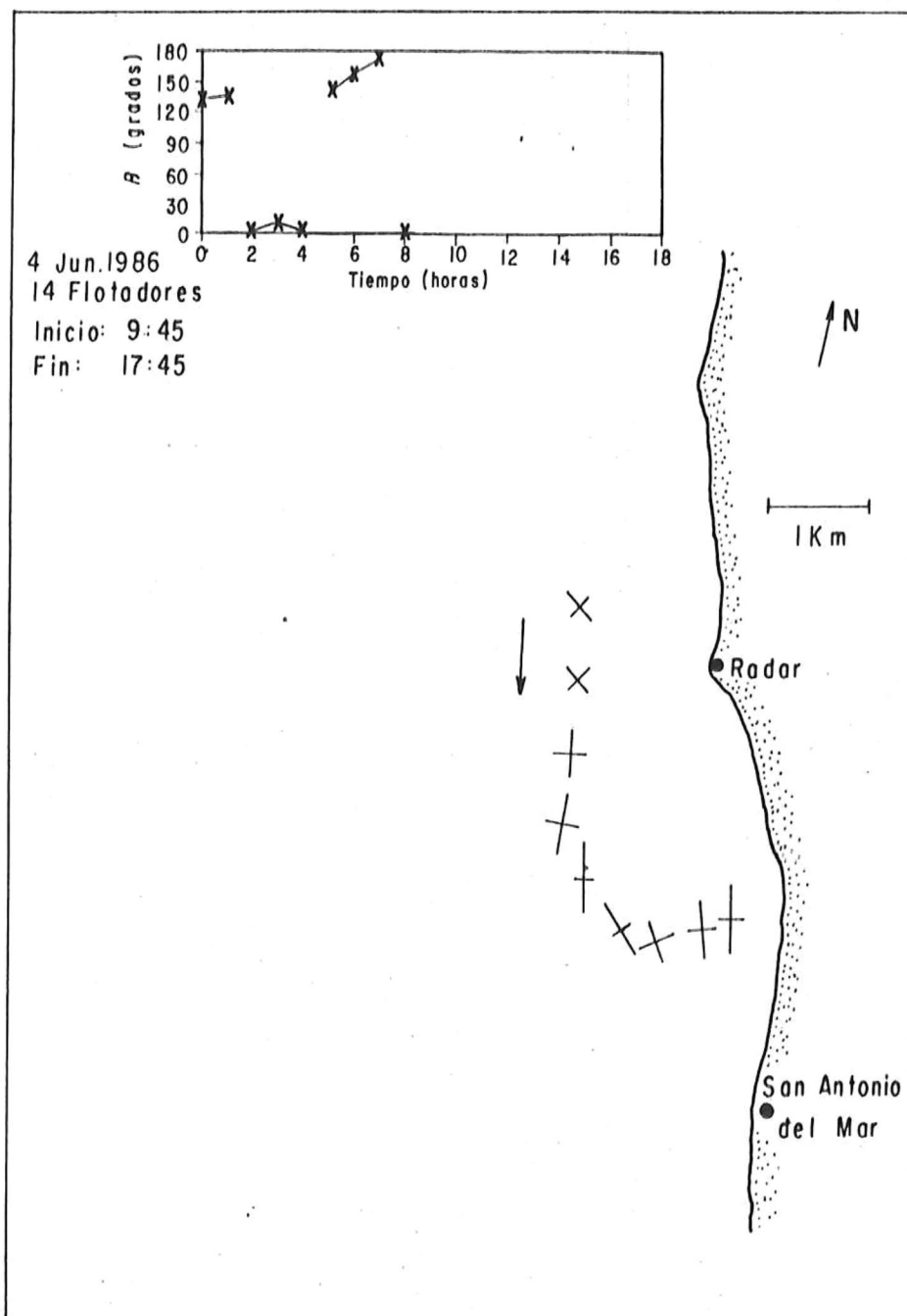


Fig. 18. Idem. 5.

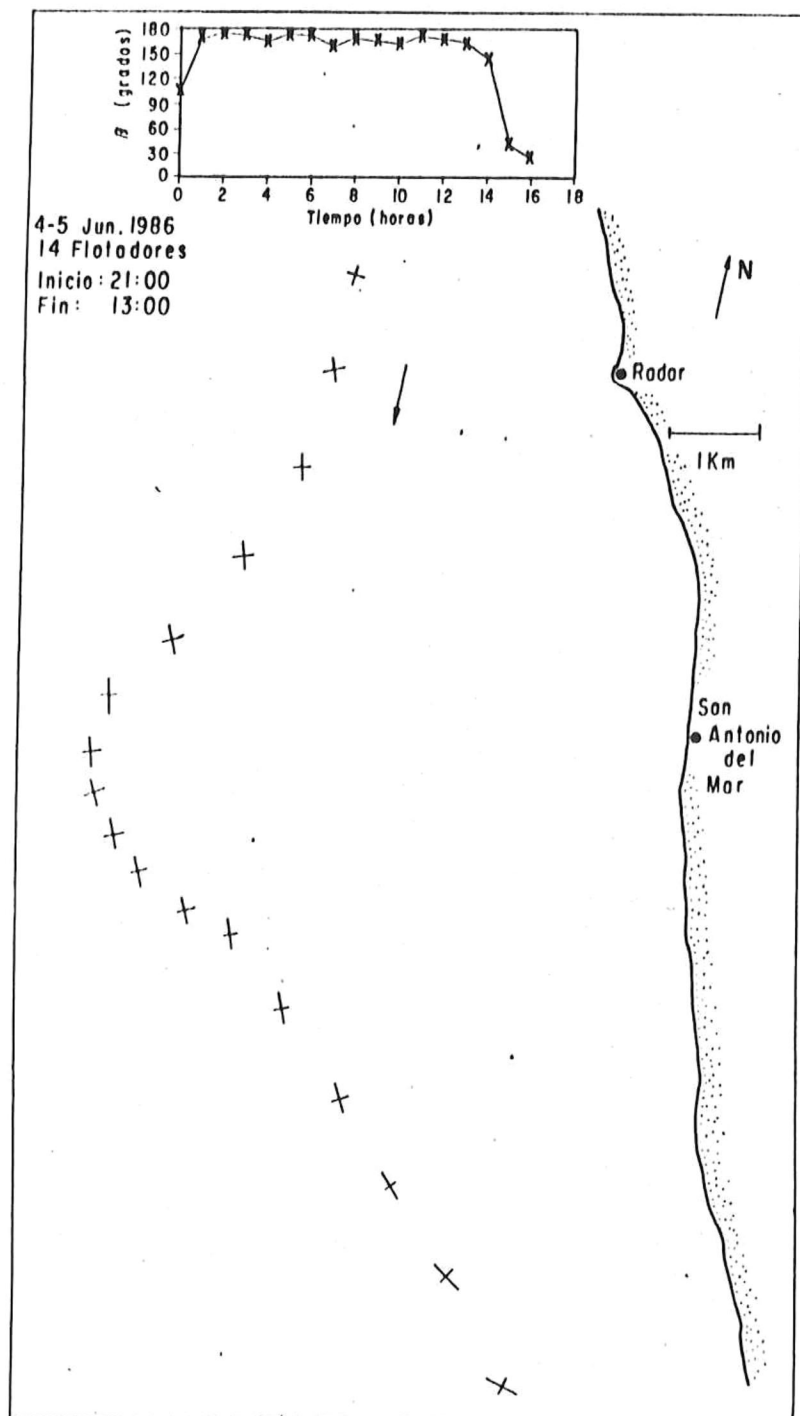


Fig. 19. Idem. 5.

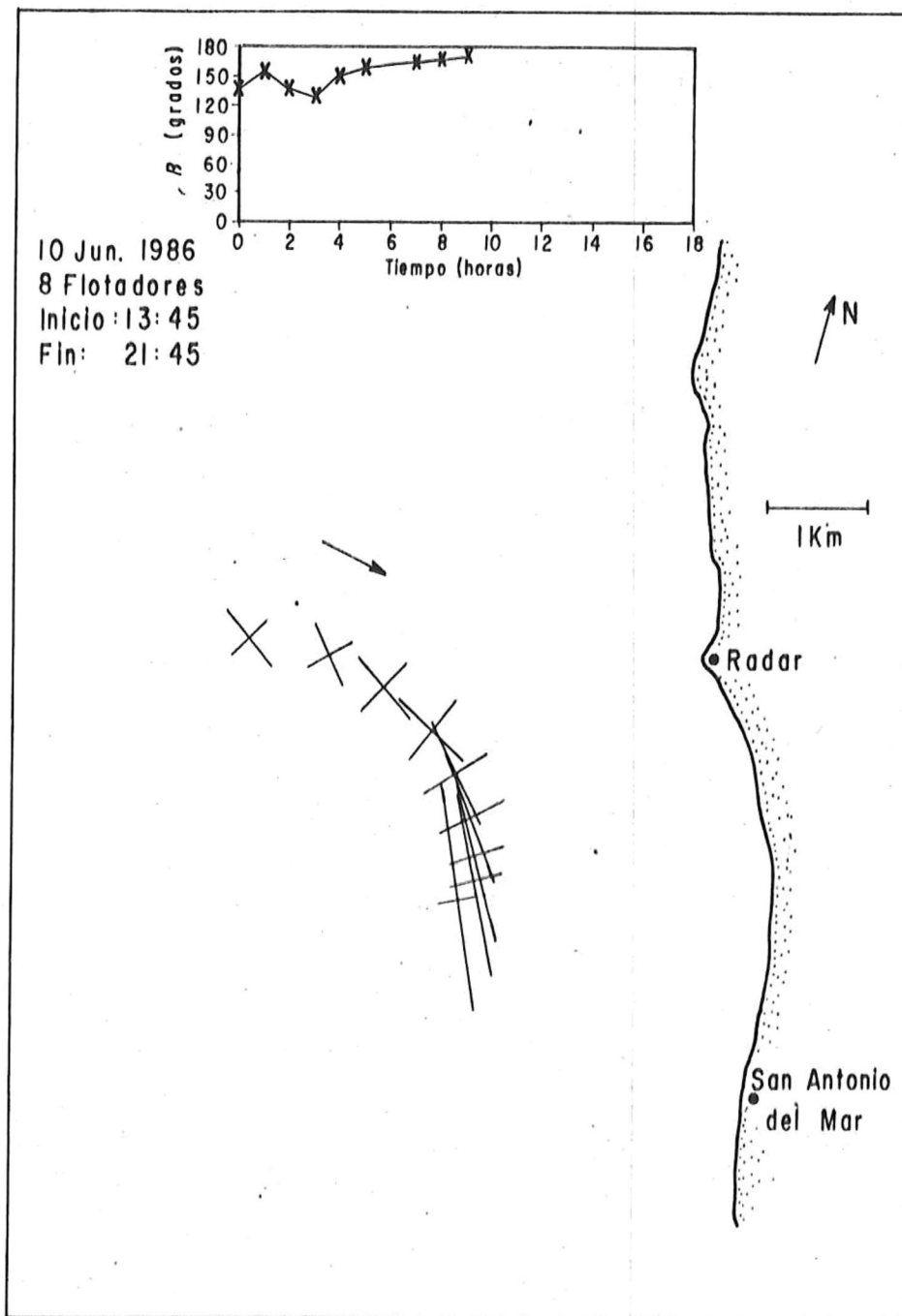


Fig. 20. Idem. 5.

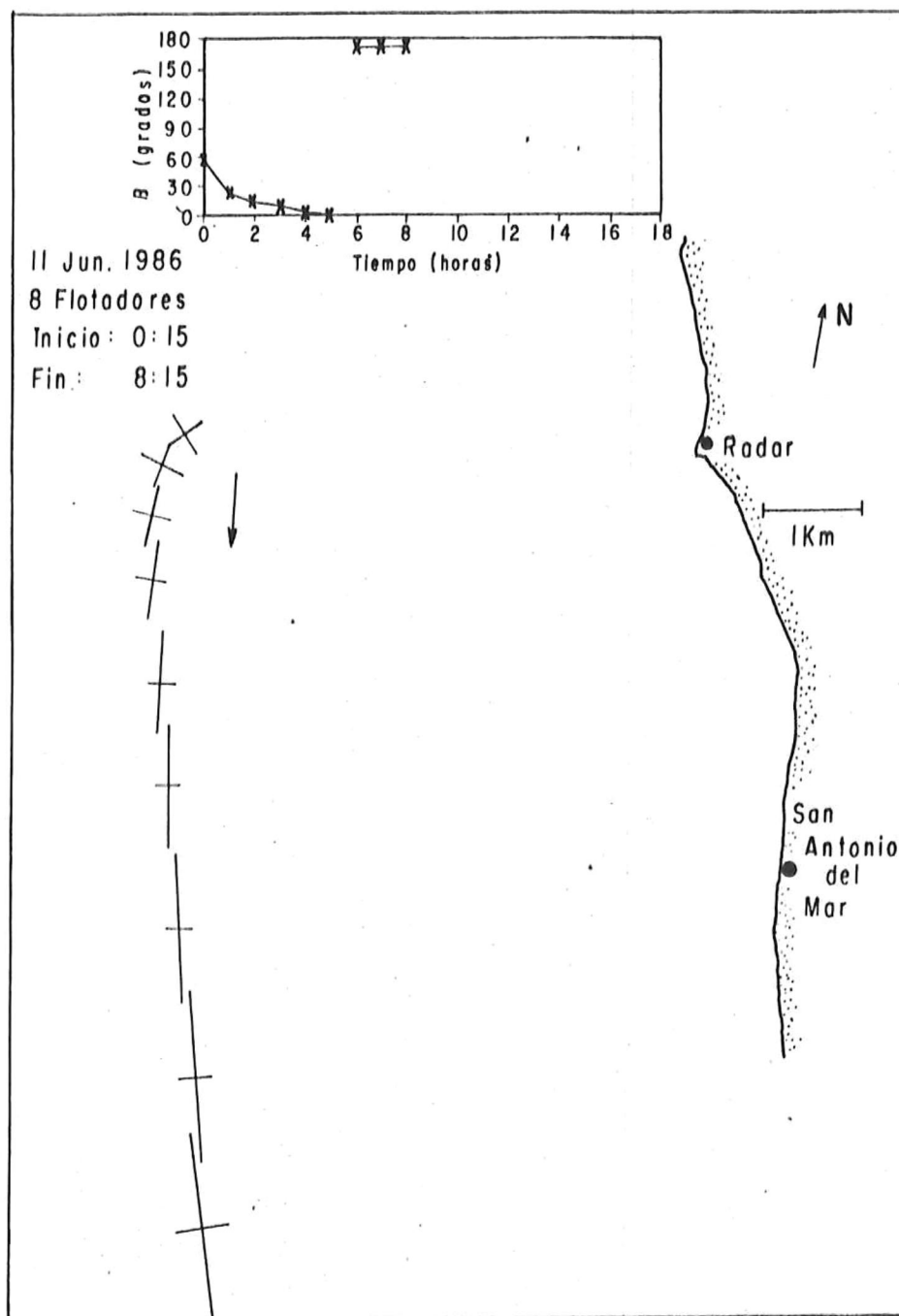


Fig. 21. Idem. 5.

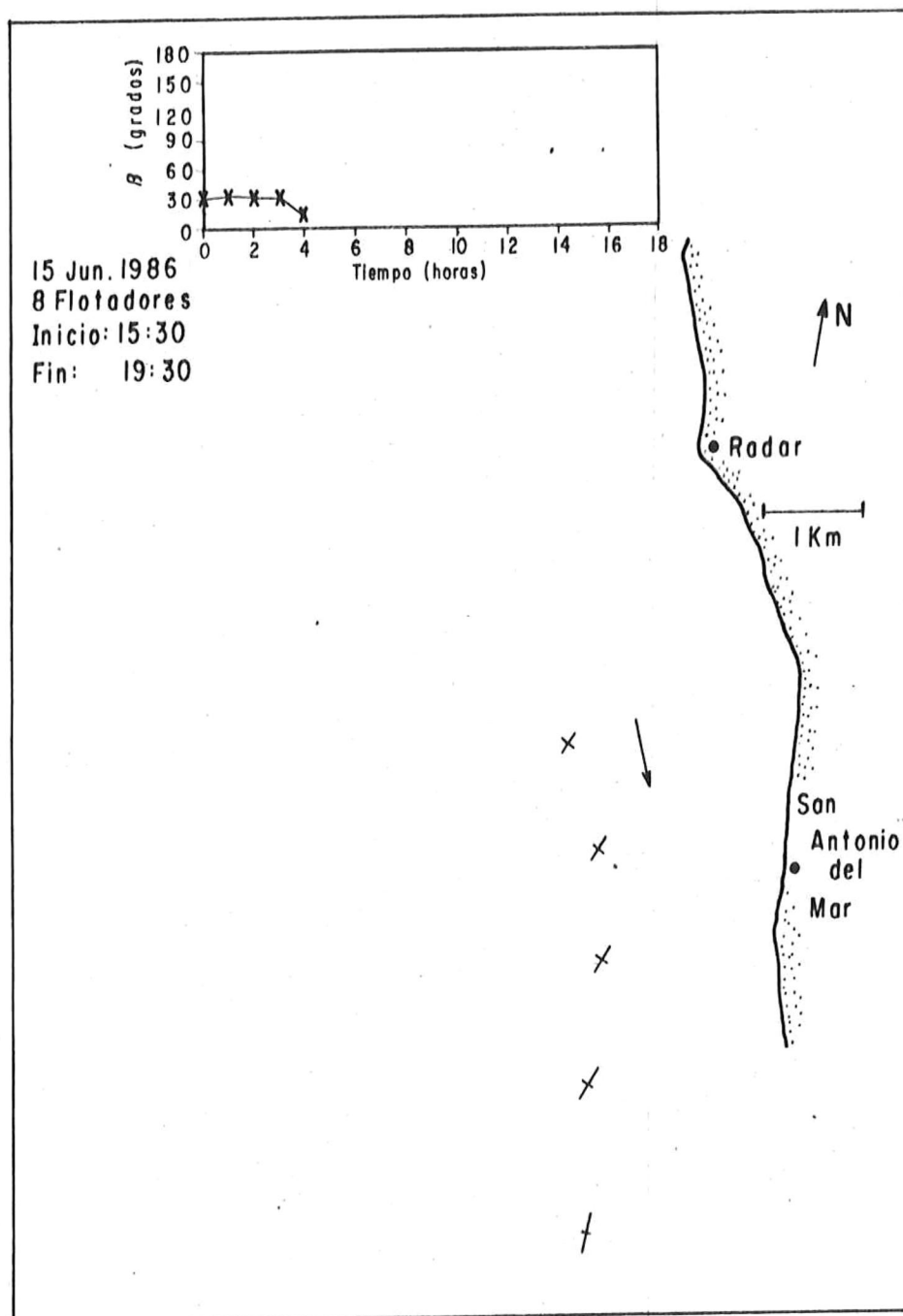


Fig. 22. Idem. 5.

los 20 experimentos. Además, dos de los experimentos presentan inversión del sentido de la corriente superficial; uno con rapidez promedio de 13 cm/s (Fig. 10) y el otro con rapidez promedio de 7.5 cm/s (Fig. 11).

El experimento del 26 al 27 de septiembre de 1985 (Fig. 12), además de ser de los de mayor duración (18.5 horas), el grupo de flotadores se desplazó hacia la costa y es el único que presenta corriente relativamente débil con rapidez promedio de 6.2 cm/s.

Los 3 experimentos de corta duración se realizaron uno el 2 de julio de 1985 (Fig. 7) y dos en forma simultanea el 30 de septiembre de 1985 (Fig. 16). El sentido del flujo fue Norte a 17.9 cm/s para el experimento del 2 de julio, y Sur a 20.7 cm/s y 19.5 cm/s, para los experimentos del 30 de septiembre.

III.2 Ejes principales de difusión.

La distribución inicial de los flotadores en el mar fue en manchas cuyo diámetro varió entre 200 m y 700 m. De los 20 experimentos, 13 tienen como distribución inicial forma alargada (figuras 5 a 7, 11, 12, 14, 16 a 18, 20 y 22) y los 7 restantes forma aproximadamente circular (figuras 8 a 10, 13, 15, 19 y 21). Independientemente de la distribución inicial y de la duración del experimento, las figuras revelan que las manchas no siempre fueron

alargadas. Durante el desarrollo de los experimentos hubo segmentos de trayectorias en donde las distribuciones fueron de forma aproximadamente circular, sobre todo en las primeras horas (figuras 10, 11, 13, 15, 17a y 18). La elongación promedio (ρ) de cada experimento indica que las diferencias entre los ejes de las elipses (tabla II), tienen valores entre 1 y 4. Sin embargo, se obtuvieron ρ instantáneas máximas de 8.1.

En las figuras (5, 6, 8 a 12, 14, 15 y 17 a 22) es evidente la diferencia entre los ejes mayor y menor de las elipses; en algunos experimentos esta diferencia produce ρ mayores de 1.4 durante la mayor parte del experimento (figuras 5, 6, 8 a 12, 14, 17, 19, 21 y 22).

Al comparar la relación entre la dirección del flujo y la de mayor difusión, dada por el eje mayor de las elipses, en 10 de los 20 experimentos este eje está orientado aproximadamente sobre la dirección del flujo ($\pm 30^\circ$) durante más de las dos terceras partes de la duración del experimento (figuras 5, 6, 9, 13 a 15 y 19 a 22). Esto señala una difusión más intensa en dirección del flujo. En 4 experimentos se hace patente que la difusión fue mayor en dirección casi normal a la del flujo (figuras 10 a 12 y 17b).

III.3 Angulo de orientación β .

Se hicieron las graficas del ángulo β , formado entre

el eje mayor de difusión y el Norte, contra el tiempo de duración del experimento, con la finalidad de conocer la orientación de este eje y su evolución, tomando en cuenta que la orientación de la costa es aproximadamente N-S. Estas graficas se presentan en la parte superior de su respectiva serie de ejes de elipses. Los ángulos obtenidos tienen un rango de 0° a 180° ; entre éstos, los ángulos cercanos a 0° ó 180° indican que el eje mayor de difusión presenta una orientación N-S, por la tanto la difusión es mayor sobre esta dirección. Los ángulos cercanos a 90° indican que el eje mayor tiene una orientación O-E, señalando que la difusión es mayor sobre esta dirección.

En 10 experimentos (figuras 8, 9, 13, 14, 17a y 18 a 22) el eje mayor de difusión de las elipses tiende a estar alineado sobre una orientación N-S. Pero en algunas de estas gráficas, se observan cambios aparentemente rápidos en relación con la tendencia general de variación de β (figuras 8, 13, 14, 17a, 18 y 21). Esto es el resultado de la forma de graficar, en la cual el ángulo 0° y 180° corresponden a la dirección Norte-Sur.

Cuatro experimentos muestran que el eje mayor tiende a alinearse en dirección N-S (figuras 11, 12, 15 y 17b) y en otros 3, el eje mayor tiende a alinearse en dirección E-O (figuras 5, 6 y 10). Esto indica, aunado al párrafo anterior, que la difusión es más intensa a lo largo de la

corriente y, a su vez, concuerda con la expresado en la sección anterior (Sec. III.2), ya que la circulación es preferencialmente a lo largo de la costa.

III.4 Coeficientes de difusión.

La tabla II muestra los coeficientes de difusión paralelo (K_x) y transversal (K_y) al flujo, el coeficiente promedio (K), la escala promedio de difusión (ℓ), la elongación promedio (ρ) y la rapidez promedio de la corriente (V). Se observa que hay más valores negativos para el coeficiente transversal (siete) que para el longitudinal (dos). Esto puede adjudicarse a la acción del corte horizontal de la corriente, de tal forma que de alguna manera atenúa o impide que haya difusión transversal.

El orden de magnitud de los coeficientes, longitudinal y transversal (K_x , K_y), varia entre 10^3 cm^2/s y 10^5 cm^2/s y en general, es de 10^4 cm^2/s . Los valores mayores corresponden a K_x , con una diferencia en relación a K_y de un orden de magnitud y en dos casos de hasta 2 órdenes (24 de marzo de 1985 y 6 de julio de 1985).

Los dos experimentos hechos en marzo, dan un valor promedio de K_x de 2.0×10^5 cm^2/s y para K_y de 1.1×10^4 cm^2/s , indicando claramente una mayor difusión en dirección longitudinal de la corriente.

TABLA II.-Coeficientes de difusion paralelo (K_x) y transversal (K_y) al flujo y el coeficiente promedio (K), la escala de difusion promedio (ℓ), la elongacion promedio (ρ) y rapidez promedio (U). r^2 es la bondad de ajuste.

	Fecha	K_x (10^4 cm ² /s)	r^2 (%)	K_y (10^4 cm ² /s)	r^2 (%)	K (10^4 cm ² /s)	r^2 (%)	ℓ (10^5 cm)	ρ	U (cm/s)
M a r a c h 1 9 5 5	22-23	21.58	94.7	2.45	69.4	16.48	96.3	2.5	2.1	25.5
	24	19.45	95.3	-0.25	1.8	9.45	73.6	2.1	2.4	21.3
J u n i o 1 9 5 5	2	-1.58	11.1	-0.75	2.9	-1.45	53.7	0.7	2.5	17.9
	5	4.95	71.4	4.75	46.4	9.18	72.4	2.1	1.5	17.7
	6	5.88	72.7	0.85	0.8	3.88	78.5	1.7	3.2	28.6
	10-11	0.85	5.5	2.15	48.9	2.68	66.2	1.2	2.5	13.8
S e p t i e r e 1 9 5 5	26-27*	0.85	0.9	0.25	37.6	0.22	11.8	0.6	2.3	7.5
	26-27*	5.58	19.6	16.95	68.5	13.88	66.7	3.5	3.8	6.2
	27	2.18	24.8	-2.88	33.8	-1.88	9.3	2.2	1.3	24.6
	28	2.88	57.6	-1.48	43.2	-1.26	49.7	0.7	3.8	22.5
	30	1.68	78.8	-1.15	31.2	-0.28	8.9	1.5	1.6	34.3
	30 ^a	1.88	38.9	1.88	36.5	2.88	63.1	1.8	1.6	28.7
	30 ^b	0.85	3.2	2.88	28.2	1.65	62.3	1.1	1.4	19.5
E n e r o 1 9 5 6	25-26 ^a	1.95	41.4	0.78	9.9	2.88	56.8	1.8	2.1	9.8
	25-26 ^b	1.75	23.1	3.28	48.5	4.11	76.7	1.3	4.3	7.1
J u n i o 1 9 5 6	4	-0.58	1.8	3.25	36.2	1.95	21.6	1.6	1.9	15.3
	4-5	0.45	32.8	-0.18	1.7	0.18	8.9	1.2	1.9	25.7
	10	24.95	68.6	35.65	57.9	53.18	91.4	4.7	2.8	14.2
	11	54.68	91.1	-0.75	7.2	16.88	71.2	2.6	3.8	26.3
	15	1.78	56.6	0.88	8.8	1.12	63.9	1.8	2.7	31.9

* Experimentos simultaneos.

En julio de 1985 se cuenta con cuatro experimentos, para los cuales los valores promedio de los coeficientes, longitudinal y transversal (K_x , K_y), fueron $2.5 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ y $1.6 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$, respectivamente. Esto señala que la difusión es más intensa en la dirección del flujo.

Durante la campaña que se efectuó en septiembre, se hicieron siete experimentos, de los cuales los promedios de los coeficientes, longitudinal y transversal, fueron $K_x = 1.9 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ y $K_y = 2.2 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$, respectivamente. Diferencia que no es significativa de acuerdo a resultados obtenidos en un estudio donde se encontró que el error en el cálculo de los coeficientes, bajo éste análisis, tiene un rango entre $0.1 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ y $2.0 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ (Godínez *et al.*, 1989). Para esta campaña el promedio de K_y no es representativo por dos motivos: el primero, se ve afectado por valores únicos, como lo es el del experimento realizado del 26 al 27 de septiembre de 1985 (Fig. 12) ($1.7 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$) y segundo, se tienen tres casos en los que el coeficiente transversal (K_y) es negativo.

En los dos experimentos hechos en enero de 1986, se obtuvo un valor promedio para K_x de $1.9 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ y para K_y de $2.0 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$, los cuales señalan una difusión mayor en dirección transversal al flujo. Sin embargo, al considerar el error producido por la precisión en la localización de los flotadores (Godínez *et al.*, 1989) la diferencia entre

estos no es significativa. Estadísticamente indica que no hubo dirección preferencial de difusión; es decir, que K_y no es mayor que K_x .

En los 5 experimentos efectuados en la campaña de junio, los coeficientes promedio, longitudinal y transversal (K_x , K_y), fueron $1.6 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ y $7.7 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$, respectivamente. Estos son los promedios más altos (cerca de 4 veces mayores que el resto), tanto para K_x como para K_y . Estos números indican que la difusión es mayor en la dirección del flujo.

Los coeficientes longitudinales (K_x) más grandes (2.1×10^5 , 1.9×10^5 , 5.4×10^5 y 2.4×10^5) corresponden a los experimentos realizados en marzo y junio, siendo estos los valores más altos registrados en todas las campañas. Los K_x positivos más pequeños (0.85×10^4 , 0.05×10^4 y 0.45×10^4) corresponden a experimentos hechos en julio, septiembre y junio.

Hay 7 casos en que el coeficiente transversal (K_y) es de 3 a 5 veces mayor que K_x . Los valores más altos calculados para K_y (1.6×10^5 y 3.5×10^5) corresponden a los experimentos hechos del 26 al 27 de septiembre de 1985 y el 10 de junio de 1986, respectivamente. En esta última fecha se registró el máximo valor de K_y ($3.5 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$) de todas las campañas; también se registró uno de los coeficientes longitudinales (K_x) más altos ($2.4 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$). Los valores

positivos más pequeños de K_y son 0.05×10^4 , 0.25×10^4 , 0.7×10^4 .

III.5 Diagramas de difusión

En la tabla III se presentan las ecuaciones obtenidas por el ajuste de cuadrados mínimos a los datos de varianza (σ^2) y tiempo (t) de los experimentos y su bondad de ajuste (r^2), en la forma dada por la ecuación (12). Para los casos en que la constante es grande (mayor de 10^{10}), la potencia de t es negativa; mientras que en los casos para los cuales la constante sea mínima (menor de 10^{-10}), las potencias de t están entre 4 y 8.

A continuación se presentan los diagramas de difusión contruidos para los datos aquí obtenidos, que corresponden a la gráfica de σ^2 contra t (figuras 23a y 23b). Para mayor claridad se presentan en dos figuras; la fig. 23a muestra los diagramas en los que la potencia de t es mayor que 2.34 y la fig. 23b muestra potencias menores. Estas se construyeron utilizando las ecuaciones de la tabla III. Además, con fin comparativo, se incluyó el diagrama de difusión de Okubo (1968, 1971):

$$\sigma^2 = 0.0108t^{2.34}.$$

El comportamiento general que presenta σ^2 , es de crecer en función de t de una manera muy variable. Esto es, la tendencia de crecimiento de σ^2 con respecto a t

TABLA III. Relaciones de varianza (σ^2) en funcion del tiempo (t) obtenidas por cuadrados minimos. r^2 es la bondad de ajuste.

FECHA	σ^2	$r^2(\%)$
22-23/MARZO/1985	$3.981 \times 10^{-14} t^{4.80}$	96.8
24/MARZO/1985	$3.161 \times 10^{-15} t^{4.97}$	76.8
2/JULIO/1985	$1.000 \times 10^{18} t^{-2.23}$	51.9
5/JULIO/1985	$1.000 \times 10^{-7} t^{3.72}$	75.6
6/JULIO/1985	$1.655 \times 10^{-1} t^{2.10}$	76.7
10-11/JULIO/1985	$0.011 \times 10^2 t^{1.92}$	77.3
26-27/SEPTIEMBRE/1985*	$9.332 \times 10^5 t^{0.593}$	21.4
26-27/SEPTIEMBRE/1985*	$0.850 \times 10^{-7} t^{3.38}$	88.2
27/SEPTIEMBRE/1985	$5.011 \times 10^{11} t^{-0.39}$	9.2
28/SEPTIEMBRE/1985	$1.000 \times 10^{20} t^{-2.40}$	47.5
30/SEPTIEMBRE/1985	$3.981 \times 10^{10} t^{-0.274}$	3.0
30/SEPTIEMBRE/1985a*	$0.011 \times 10^2 t^{1.91}$	62.4
30/SEPTIEMBRE/1985b*	$2.238 \times 10^2 t^{1.43}$	85.4
25-26/ENERO/1986a*	$0.930 \times 10^{-2} t^{2.33}$	84.9
25-26/ENERO/1986b*	$1.174 \times 10^2 t^{1.49}$	58.4
4/JUNIO/1986	$8.317 \times 10^3 t^{1.14}$	29.3
4-5/JUNIO/1986	$4.570 \times 10^8 t^{0.0991}$	0.8
10/JUNIO/1986	$3.981 \times 10^{-30} t^{7.75}$	97.8
11/JUNIO/1986	$3.981 \times 10^{-13} t^{4.44}$	83.0
15/JUNIO/1986	$3.801 \times 10^3 t^{1.15}$	65.9

* Experimentos simultaneos.

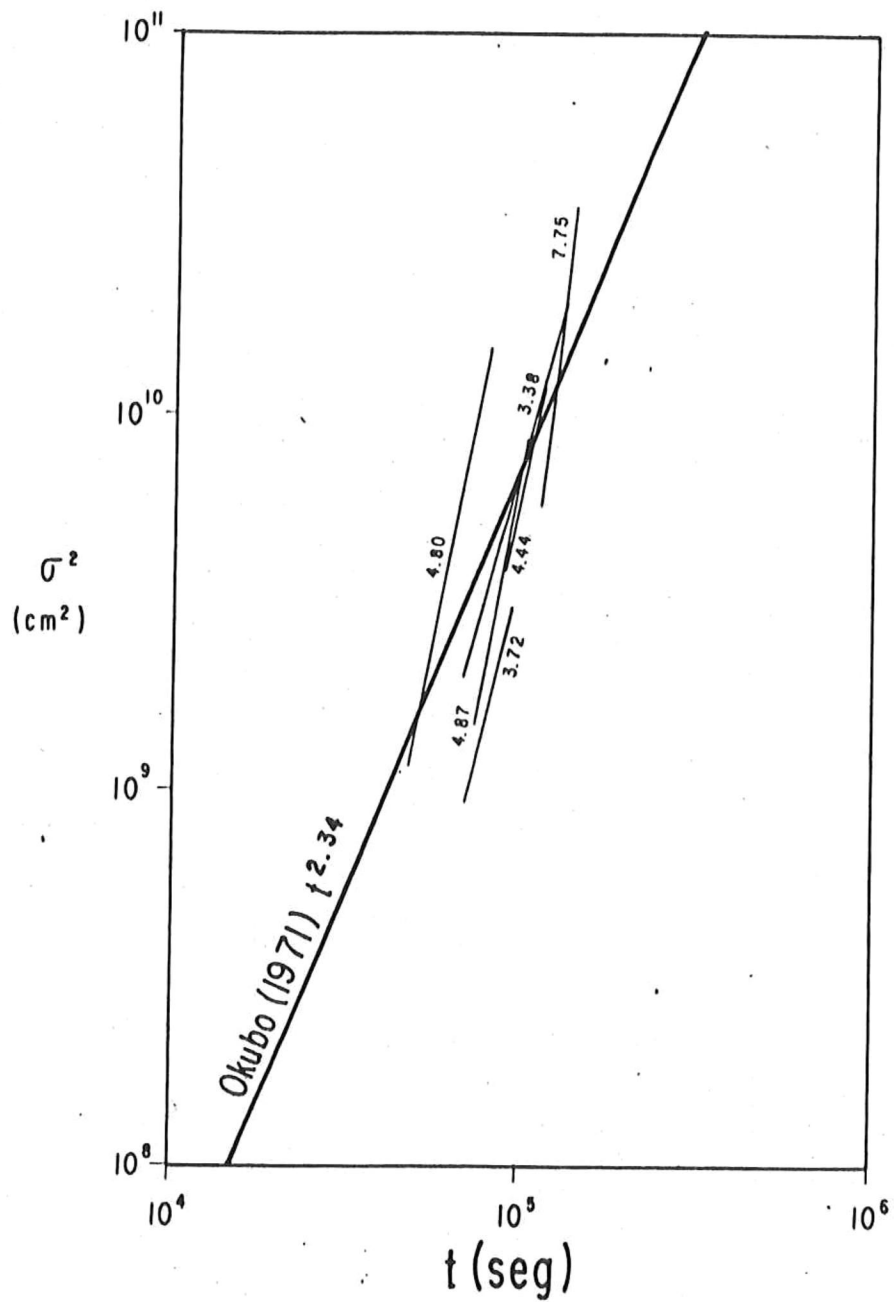


Fig. 23a. -Diagrama de difusión: varianza (σ^2) en función del tiempo de difusión (t), para los experimentos donde las potencias de t son mayores a 2.34.

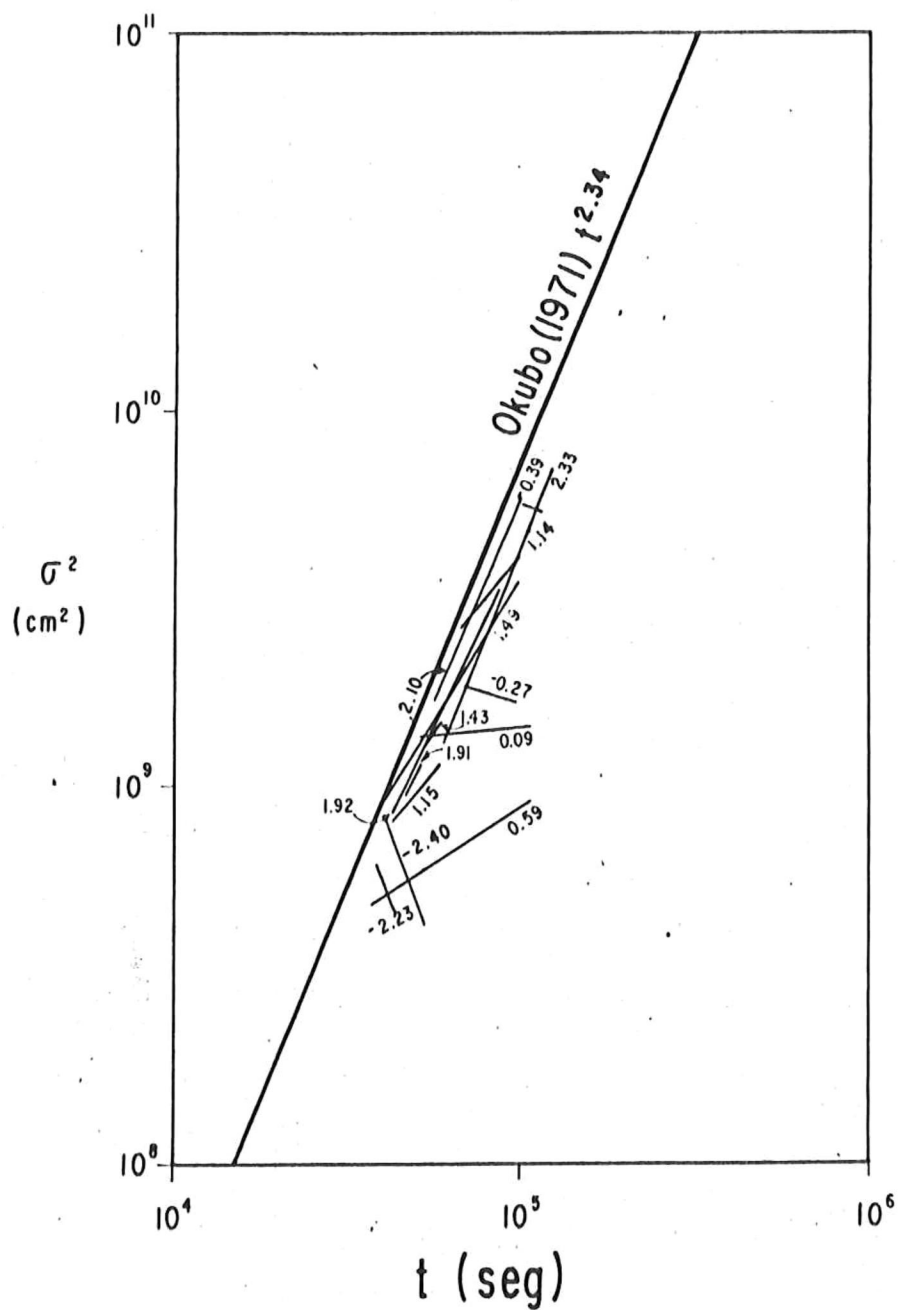


Fig. 23b. Idem. 23a, para los experimentos donde las potencias de t son menores a 2.34.

comprende potencias de t de 0.09 hasta 7.75. A su vez, de un total de 20 experimentos, en 4 de ellos la variación de σ^2 es de disminuir con t (Fig. 23b). Esta tendencia opuesta se presentó en los experimentos con duración menor de 4 horas y en uno con duración de 8 horas. Los exponentes negativos de t varían entre -0.27 y -2.40.

El segundo diagrama de difusión muestra los valores de difusión promedio (K) en función de la escala promedio de difusión, ℓ , de cada experimento (Fig. 24). Se incluye la curva correspondiente a:

$$K = 0.7 \times 10^{-8} \ell^{2.44}.$$

Para fines comparativos también se incluye el diagrama de difusión de K en función de ℓ , propuesto por Okubo

$$K = 0.0103 \ell^{1.15}.$$

Los valores de K son de un orden mayor a los de Okubo (1971), y tienen un rango entre 10^4 cm²/s a 10^6 cm²/s para una escala de difusión promedio (ℓ) entre 10^5 cm a 10^6 cm. Sólo en dos experimentos se obtuvo un K menor que el de la relación de Okubo (del 26 al 27 de septiembre de 1985 y del 4 al 5 de junio de 1986), para los cuales ℓ tiene los valores más pequeños de todos los experimentos.

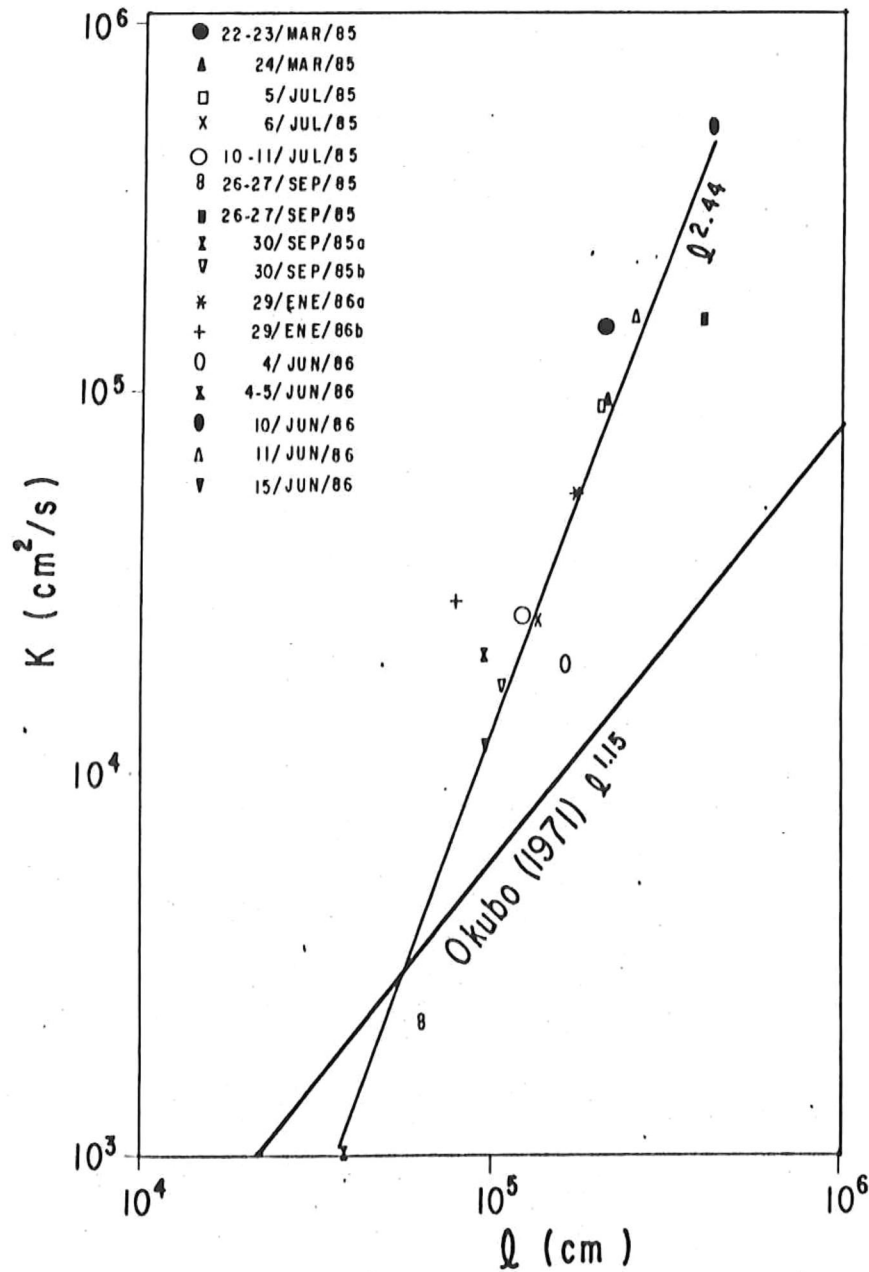


Fig. 24.-Diagrama de difusión: coeficiente de difusión promedio (K) en función de la escala de difusión promedio (l).

IV DISCUSION

IV.1 Ejes principales de difusión.

En el presente trabajo los flotadores se distribuyeron en manchas casi circulares con la finalidad de simular lo mejor posible una fuente puntual instantánea como en los experimentos descritos por Okubo (1971). Como las corrientes costeras tienden a alinearse con la costa, como producto del efecto de frontera ejercido por ésta sobre los movimientos del agua, es de esperarse que las subsecuentes distribuciones de flotadores describan formas alargadas en la dirección de la corriente superficial (Okubo, 1968; Bowden, 1983). Además, comúnmente la difusión horizontal es de mayor intensidad en dirección del flujo, lo cual se indica por la alineación del eje mayor de las elipses en la dirección de la corriente (Bowden, 1983). En 10 experimentos, de un total de 20, el eje mayor tiende a alinearse en la dirección del flujo. Asimismo, en 3 experimentos la alineación del eje mayor es en dirección normal a la corriente y en los experimentos restantes no se observa una tendencia clara de alineación del eje.

Es posible que la distribución inicial del grupo de flotadores sea un factor determinante en las longitudes de los ejes principales de difusión. Resultados obtenidos en un estudio en el que los flotadores se distribuyeron en forma de manchas alargadas (Ichiye *et al.*, 1978) secundan

tal aseveración. Además, los valores de la elongación promedio (ρ) obtenidos en el presente trabajo, cuyo rango es entre 1 y 4, confirman la importancia de la distribución inicial de los flotadores sobre la longitud que adquieran los ejes al paso del tiempo. También podría considerarse a la distribución como una determinada etapa de difusión; es decir, si se tratara de una mancha en etapas iniciales, intermedias o en un estado avanzado de difusión, de manera que a partir de la distribución observada pueda inferirse la distribución anterior (problema inverso). Para verificar esto último sería conveniente realizar una gran cantidad de experimentos.

IV.2 Coeficientes de difusión.

La tabla II contiene los valores de los coeficientes de difusión horizontal, tanto longitudinal como transversal al flujo (K_x , K_y) y promedio (K). Estas componentes son la razón promedio a la que un contaminante se esparcería en dichas direcciones. El rango de valores abarca magnitudes similares a las calculadas por diversos autores en áreas con características oceanográficas distintas a la zona costera (lagos, áreas localizadas en mar profundo, etc.).

Una de las razones para presentar valores de coeficientes de difusión horizontal en las direcciones longitudinal (K_x) y transversal (K_y) al flujo, se basa en

la noción de que generalmente la difusión es mayor en la dirección de la corriente que normal a ella (Bowden, 1983). En el presente trabajo se obtiene que los valores del coeficiente longitudinal son mayores que los del transversal por un orden de magnitud y, en dos experimentos, hasta por dos órdenes. Es probable que esta diferencia tan variable se deba al efecto de corte producido por la corriente, de acuerdo a los resultados obtenidos en un estudio reciente (Godinez *et al.*, 1989). Podría pensarse que dicha variabilidad sólo ocurra localmente; mas en trabajos similares, en diferentes zonas, también se presenta (Okubo *et al.*, 1976; Ichiye *et al.*, 1978; Ichiye *et al.*, 1981).

Podría pensarse que no existe diferencia al calcular los coeficientes horizontales de difusión (K_x , K_y) de una manera artificial que natural; es decir, que si los coeficientes se obtienen con base en un sistema de coordenadas fijo o si se calculan con un sistema de coordenadas que cambie según la dirección de la corriente superficial (eje X positivo en dirección del flujo). Godinez (1986) calculó los coeficientes con base en un sistema de coordenadas fijo (eje X normal a la costa), y al comparar sus resultados con los que aquí se obtuvieron muestran que no existe tal diferencia. La razón que justifica esta indiferencia es el hecho de que en las

campañas que el autor analizó, la corriente superficial fue consistentemente a lo largo de la costa, por lo que obtuvo coeficientes mayores en esa dirección. Sin embargo, en su reciente estudio (Godínez *et al.*, 1989), donde analiza los mismos experimentos que en el presente trabajo, existe diferencia en el valor de los coeficientes con respecto a los aquí calculados (hasta de un orden de magnitud). Esta diferencia se ve en los experimentos donde la corriente no mantuvo una dirección (normal o paralela a la costa). Por ello es más conveniente estudiar la difusión en relación con la dirección de la corriente que con respecto a orientaciones arbitrarias; además de que tanto la dispersión de materiales de desecho y de nutrientes como la distribución de especies biológicas son consecuencia de la circulación.

Uno de los objetivos a seguir en éste trabajo es el buscar alguna relación entre la dirección de difusión y la de la corriente. Para ello se presentan dos formas de estudiarlo: la primera que es gráfica (figuras 5 a 21) y la segunda que es analítica (Tabla II). Con el método empleado es factible calcular la magnitud de los coeficientes en dirección normal (K_x) y paralela (K_y) a la corriente y al compararlas entre sí se concluye que la difusión es más intensa en la dirección del flujo. Inclusive, se obtuvieron siete casos en los que el coeficiente transversal (K_y) es

de 3 a 5 veces mayor que el longitudinal (K_x). Sin embargo, las regresiones hechas para obtener estos coeficientes tienen bondad de ajuste (r^2) bajas (entre 20% y 60%). Con base en esto se consideran a los siete experimentos como una excepción.

IV.3 Diagramas de difusión.

Como uno de los objetivos es comparar las diagramas de difusión aquí contruídos en relación a los presentados por Okubo (1971), a continuación se enumeran algunos datos relevantes del trabajo de Okubo:

- 1.-Analiza datos de concentración obtenidos de 20 experimentos en los que utiliza Rodamina B como trazador.
- 2.-Obtiene la varianza (σ^2) de la distribución de la Rodamina a partir de mediciones de su concentración, suponiendo que tiene una distribución radial simétrica.
- 3.-Para el coeficiente de difusión promedio (K) y la escala de difusión (ℓ), propone expresiones, un tanto arbitrariamente, con base en definiciones $K \equiv \sigma_{rc}^2/4t$ y $\ell \equiv 3\sigma_{rc}$.
- 4.-Tomó los datos en áreas de mar profundo para evitar los posibles efectos que las fronteras, tanto horizontales como verticales, pudiesen causar.

Con respecto al primer punto, existe una diferencia en el trazador utilizado en los experimentos, ya que en el

presente trabajo se usaron flotadores libres (Fig. 2) en lugar de la Rodamina usada por Okubo. En cambio el número de experimentos, es similar en ambos casos. Los diagramas de difusión (figuras 23a y 23b) evidencian esta diferencia. Estos muestran que la razón de cambio de la variancia (σ^2) con respecto al tiempo (t) es muy variable; es decir, que σ^2 presenta tanto pendientes positivas pequeñas como grandes y aún más, hasta pendientes negativas. Los valores de la bondad de ajuste (r^2) de sus correspondientes expresiones matemáticas muestran tres casos importantes: el primero es que las relaciones que presentan exponentes de t negativos no son significativas ya que sus r^2 son muy bajas (entre 3% y 52%) al igual que las expresiones donde las potencias t son menores de la unidad (r^2 entre 0.8% y 22%); el segundo, que dentro los experimentos con potencias de t negativas, las relaciones que mejor se ajustan son las correspondientes a los experimentos de corta duración y tercero, en caso de potencias positivas, las expresiones que mejor se ajustan son las de potencias altas. En base a esto se determina que el comportamiento de la variancia (σ^2) con respecto al tiempo (t) es de crecer de una manera muy variable. En contraste con el diagrama de Okubo (1971), donde el crecimiento de σ^2 presenta una tendencia más constante.

Con base en estudio en el que emplean flotadores y

tinta, simultáneamente, como trazadores (Yanagui *et al.*, 1982), se puede señalar que el trazador es un factor determinante para efectos de comparación y que a su vez se refleja en el cálculo del coeficiente de difusión promedio (K). Los autores encuentran dos casos en función de que si los valores de σ^2 se vean afectados o no por el efecto de corte. En el primero, el K obtenido de los datos provenientes de experimentos hechos con flotadores es mayor que el K calculado de experimentos hechos con tinta; y en el segundo caso, resulta lo contrario.

Referente al segundo punto, en este estudio se miden posiciones de flotadores referidos a un punto fijo en la costa mediante el uso de un radar, por ende las varianzas horizontales (σ_x^2, σ_y^2) se refieren a distribuciones de partículas en lugar de estar referidas a concentraciones de tinta. La varianza utilizada en los diagramas de difusión de este trabajo, esta definida por la ec. (8) del segundo capítulo, que es la misma fórmula utilizada por Okubo. Ya que por motivos de comparación, la desviación estándar (σ) se considera como la medida de esparcimiento más apropiada para este fin (Yanagui *et al.*, 1982).

Tocando el tercer punto, de los datos de σ^2 Okubo (1971) calcula para cada tiempo (t) su correspondiente valor del coeficiente de difusión promedio (K) y la escala de difusión (l), obteniendo, de esta forma, una colección

de valores de K y ℓ por experimento. En contraste con el presente trabajo, K se calcula por medio de la regresión y es una por cada experimento al igual que ℓ . Esta última se obtiene bajo la idea de que cada K es representativo de un determinado tamaño de mancha, por lo que se consideró que la escala de difusión promedio ℓ , es el tamaño apropiado para esa K . Sin embargo ℓ se calculó con la expresión matemática de Okubo, la cual supone que el 95% de la sustancia que se dispersa está contenida dentro de una mancha circular de diámetro 3σ (Okubo, 1968; 1971). Esta discrepancia podría producir diferencias con respecto al valor del coeficiente promedio de difusión (K). De hecho, en el segundo diagrama de difusión (Fig. 24) se observa que los valores calculados de K son mayores que los esperados de acuerdo al diagrama de Okubo. Como ya se sugirió, dicha diferencia podría deberse a la relación matemática utilizada para su cálculo. Pero tal suposición no es relevante según los resultados de un estudio donde emplean una sola expresión matemática para calcular K para experimentos hechos con flotadores y tinta (Yanagui *et al.*, 1982). Los autores encuentran que el K obtenido de los datos provenientes de σ^2 afectados por el efecto de corte, son mayores para los experimentos hechos con flotadores que con tinta. Por ello es importante mencionar que en el presente trabajo los datos σ^2 no están libres del efecto de

corte, ya que se siguió un análisis similar al de Okubo para así poder compararlos. Esta comparación pone en evidencia el hecho de que los valores de K son mayores para el caso de experimentos hechos con flotadores que con tinta. Resultado que concuerda con resultados del trabajo hecho por Yanagui *et al.* (1982).

En lo que concierne al cuarto punto, es claro notar que ambos trabajos, el de Okubo y el presente, se hicieron en áreas con características distintas, tanto morfológicas como batimétricas. Por lo que es muy probable obtener resultados diferentes en cuanto al proceso difusivo; debido a que las condiciones que determinan los movimientos del océano en la región costera cambian más drásticamente que en el mar profundo.

Como se ve existen tres diferencias importantes en los trabajos, la primera es el tipo de trazador utilizado, la segunda, la definición de K empleada para la construcción del segundo diagrama de difusión (Fig. 24), así como la consideración tomada para calcular ℓ y la tercera, se refiere a la región oceánica donde se llevó a cabo el estudio.

Por otra parte, al comparar las expresiones matemáticas que describen el comportamiento del coeficiente de difusión promedio (K) con respecto a la escala de difusión (ℓ), obtenidas por ajuste lineal, vemos que el

exponente de ℓ es el doble (2.44) que el de Okubo (1971). Esto indica que la difusión para un determinado tamaño de mancha es mayor en la región costera que en una zona considerada de mar profundo.

Por último, cabe recordar que la definición utilizada por Okubo (1968, 1971) para calcular K es arbitraria y que el patrón real de difusión nunca presenta una simetría radial. Por lo que Okubo subestimó el valor de la variancia horizontal por una cantidad arbitraria al considerar una distribución radialmente simétrica, debido a que esta variancia siempre es menor que la real (Okubo, 1968). Por ello se debe de tener cuidado si se quiere emplear estos diagramas con fines de predicción.

V CONCLUSIONES

Se presentan resultados de observaciones directas sobre difusión en la franja costera entre Tijuana y Rosarito B.C.. Se calcularon los coeficientes de difusión horizontales en dirección paralela y transversal a la dirección del flujo (K_x , K_y) utilizando métodos lagrangeanos. Además se aplicaron expresiones matemáticas que describen el cambio temporal de la varianza (σ^2). Estas se compararon con los diagramas de difusión de Okubo (1971). En base a esto se puede concluir lo siguiente:

1. Se encontraron tres formas de circulación que son Sur, Norte y Este, de las cuales, la que ocurre con mayor frecuencia es la que se presenta hacia el Sur.
2. El eje de mayor difusión se alinea en la dirección del flujo.
3. El orden de magnitud de los coeficientes de difusión horizontal (K_x , K_y) y de difusión promedio (K), es de $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$.
4. La mayor difusión ocurre en la dirección del flujo (K_x), la cual es mayor hasta dos órdenes de magnitud. Aun así, debido a las condiciones oceanográficas, ésta puede ocurrir en dirección normal a la del flujo.
5. El comportamiento de σ^2 con respecto al tiempo (t) es de crecer en función de t de una manera variable; es decir,

no presenta una tendencia constante como lo sugiere Okubo (1971). Se propone que esta diferencia se debe al tipo de trazador utilizado.

6. El valor del coeficiente de difusión promedio (K), para un determinado tamaño de mancha (ℓ), es mayor que el esperado de acuerdo al diagrama de Okubo (1971). El comportamiento de K con respecto a ℓ ($K = 0.7 \times 10^{-8} \ell^{2.44}$) señala en promedio, para este caso en particular, que la difusión para un determinado tamaño de mancha es mayor en la región costera que en el mar profundo.

BIBLIOGRAFIA CITADA

- Alvarez, Luis G., M. U. Minato y R. Durazo Arvizu. 1982. Observaciones de corrientes costeras superficiales mediante trazadores lagrangeanos. I. Bahía Todos Santos, B.C. (1980-81). Reporte Técnico OC-82-03. CICESE
- Bowden, K. F.. 1965. Horizontal mixing in the sea due to a shearing current. *J. Fluid Mech.*, 21: 83-95.
- Bowden, K. F.. 1983. *Physical oceanography of coastal waters*. Halsted Press, New York, EEUU.
- Csanady, G. T.. 1980. *Turbulent diffusion in the environment. Geophysics and Astrophysics Monographs*. D. Reidel Publishing Company. Holanda.
- Fischer, Hugo B., N. H. Brooks, J. Imberger, R. C. Koh y J. List. 1980. *Mixing in inland and coastal waters*. Academic Press, New York, EEUU.
- Godinez, Victor Manuel. 1986. *Dispersión frente a la costa de Rosarito, B.C.. Tesis de licenciatura, Facultad de Ciencias Marinas, UABC. No publicado.*
- Godinez, Victor Manuel, L. G. Alvarez Sánchez y M. F. Lavín Peregrina. 1989. *Dispersión frente a la franja costera de Tijuana Baja California. No Publicado.*
- Hernández, Rafael. 1986. *Circulación inducida por el viento en la zona costera. Tesis de licenciatura, Facultad*

de Ciencias Marinas, UABC. No publicado.

- Ichiiye, T., C. Mungall, M. Inoue, D. Horne. 1978. Gulf of México dispersion calculations. Texas A&M University Research Foundation, Technical Report, Ref. 78-10-t, 49 pp.
- Ichiiye, T., M. Inoue, M. Carnes. 1981. Ocean dumping of industrial wastes. Marine Science. Vol 12. Editado por B. H. Ketchum, D. R. Kester y P. K. Park, Plenum Press, New York. EEUU.
- Okubo, A. 1968. A new set of oceanic diffusion diagrams. Chesapeake Bay Institute. The Johns Hopkins University. Technical Report 38. Ref. 68-6 124 pp.
- Okubo, A. 1971. Oceanic diffusion diagrams. Deep-Sea Research, 18: 789-802.
- Okubo, A. y H.H. Carter. 1966. An extremely simplified model of the "shear effect" on horizontal mixing in a bounded Sea. J. Geophys. Res. 71: 5267-5270.
- Okubo, A. y C. C. Ebbesmeyer. 1976. Determination of vorticity, divergence and deformations rates from analisis of drogue observations. Deep-Sea Res.. 23: 349-352.
- Okubo, A., C.C. Ebbesmeyer, J. M. Helseth y A. S. Robbins. 1976. Reanalysis of the Great Lakes drogue studies data: Final Report. Marine Sciences Research Center, State University of New York, Stony Brook,

New York, 11794.

- Salas, Luis Octavio. 1973. Contenido de Níquel y Vanadio en los aceites pesados que contaminan la costa, desde Estados Unidos hasta Ensenada, Baja California. Tesis de licenciatura. Escuela Superior de Ciencias Marinas, UABC. No publicado
- Sañudo, Sergio Adolfo. 1983. Estimación de la carga orgánica de la ciudad de Tijuana, Baja California. Tesis de licenciatura. Escuela Superior de Ciencias Marinas, UABC. No publicado.
- Vidal, Francisco Vicente. 1972. Investigación de la circulación costera frente a la Jolla California. Tesis de licenciatura. Escuela Superior de Ciencias Marinas, UABC. No publicado.
- Winant, Clinton D. y A. W. Bratkovich. 1981. Temperature and currents of the Southern California Shelf: A description of variability. J. Phys. Oceanogr. 11: 71-86.
- Yanagui, Tetsuo, K. Murashita y H. Higuchi. 1982. Horizontal turbulent diffusivity in the sea. Deep-Sea Res. 29, No. 2A: 217-226.