



Universidad Autónoma De Baja California

FACULTAD DE CIENCIAS

***Sobre Colisiones entre Galaxias Elipticas,
bajo la Hipotesis de la Presencia
de Materia Oscura***

T E S I S

Que para obtener el Título de:

F I S I C O

Presenta:

Hector Aceves Campos

Ensenada Baja California Agosto de 1991

**SOBRE COLISIONES ENTRE GALAXIAS ELIPTICAS,
BAJO LA HIPOTESIS DE LA PRESENCIA DE MATERIA OSCURA**

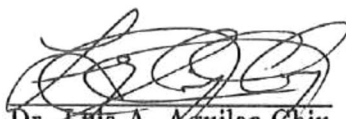
Tesis profesional que como requisito
parcial para obtener el título de

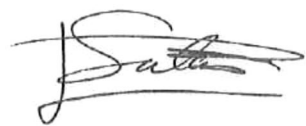
F I S I C O

presenta:

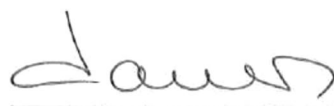
HÉCTOR ACEVES CAMPOS

Aprobado por:


Dr. Luis A. Aguilar Chiu
Presidente del Jurado


Dr. Luis Salas Casales
Secretario


M.C. Joaquín Behigas Bosch
Sinodal


Dr. Luis Carrasco Bazúa
Sinodal


Dr. Donald H. Galván M.
Sinodal

*A mi Madre y Padre,
Hermanos, al tío Rubén
y a mi abuela Elvira†*

*Al Prof. Francisco Zambrano
y al Ing. Manuel Castillo.*

*A mis Amigos y Amigas
y, por qué no, a esas
"Malas Mujeres"*

AGRADECIMIENTOS

Primeramente y antes que todo a mi Madre y Padre, por su Amor, paciencia y por haber padecido serias limitaciones al desear que sus hijos tuvieran una educación – con todo mi amor y respeto. A mis Hermanos: Nancy, Lalo y Nora por siempre estar ahí cuando los necesitaba.

Mis más sinceras gracias a Luis Aguilar, por haber aceptado a que participara con él en llevar a cabo un pequeño trabajo de investigación, del cual resultó esta tesis. Pero sobre todo, por brindarme su amistad y haberme ayudado dentro de sus posibilidades humanas a llevar a cabo la terminación de este proyecto y aceptar de manera respetuosa, no sin crítica, algunos puntos de vista que permean este trabajo. A Luis Carrasco, Luis Salas y Joaquín Bohigas, por haber leído y aportado sus valiosas críticas y comentarios.

A Mauricio y a su esposa Mirna e hija Eridani. Al “Poncho” Paredes por ser un buen amigo, además por haberme “becado” con hospedaje tanto tiempo – quedo siempre agradecido. A Miguel Betancourt y su esposa Sandra. A Alvaro Alvarez, Chuy Lerma y a sus respectivas familias por siempre preocuparse de nuestro bienestar. Al Paulo-OH, por ser un buen compa “bohemio”. A los Michels (Ramón, Raúl, René, y Rodrigo), y en especial a Ramón por haber contribuido en cierta medida en mi decisión de estudiar física.

Al Prof. Francisco Zambrano, por haberme enseñado todo lo que él sabe de matemáticas y haberme otorgado su amistad; a la que en épocas he sentido no haber correspondido de manera digna. Al Ing. Manuel Castillo por haberme apoyado de una manera tan altruísta a lo largo de toda mi carrera. A éstas dos personas que siempre me hacen recordar las palabras de Bolívar: “...no hay peor pecado del Hombre, que el ser mal agradecido”, pero que sin embargo aún tengo el suficiente respeto por mí mismo como para presentarles un resultado de su confianza.

A Ana Martínez por su amistad y a su amiga Gloria, por haber sido parte importante de mi vida. A Rosa, Jaqueline, Nohemí, Adriana, Iselita y Josefina por ser buenas amigas. A Catalina y al Mayto por sus pláticas para “poetas” de la física. Al piratón del Joel. A Paty Antillón y a su familia. A Paty García, y Paty Contreras y María Elena Ceseña. A Maricoco, Fabiola y su familia. Al Rojas, el Héctor Velazquez y la Güera.

A los maestros: Homero Galván, J.A. García-Barreto, Mario Farías, Ernesto y Leonel Cota, Alberto Rubio, R. Machorro, D. Tentori, H. Escamilla, A. Reyes, D. Hiriart, por haber contribución en mi formación académica.

Al personal del OAN-Ensenada. Muy en especial a María Elena Jiménez por haberme permitido sacar copias "oficiales" de artículos desde los primeros años de mi carrera; pero sobre todo, por ser buena amiga y siempre estar apoyandóme para que terminara esta tesis. A Georgina Puig por ser siempre tan amable conmigo y mostrado gran aprecio. A los veladores que hicieron menos pesadas las noches de trabajo; especialmente a Don Beto por compartir su lonche. A Doña Carmen, M. Elena Cárdenas y Angela que siempre se preocuparon por que tuviera arreglado mi escritorio; casi nunca logrando su objetivo. A María Pedrayes por ayudarme en la preparación de las tablas para la tesis y estar al tanto del desarrollo de mi trabajo. A las Secres, por hacer más placentero al OAN y tener en que distraer la atención.

A mis compañeros biólogos, entre los que vienen a la mente ahorita: Pedro, Ramón, Lorena, el 'caco', el 'chacal', 'don gato', Choco, Cecy, Mariela, Evelyn, Mario, Rubén, Violeta, Ruth, Javier, Nena Antillón, etc. A todos mis compañeros de física. A las Secres de la FC-UABC, que siempre tuvieron que andar ayudandome a que sacara el papeleo burocrático; en especial a Blanquita por su paciencia y atinado manejo de cuestiones escolares. A todos lo que por alguna u otra razón no recuerdo en este momento, pido mil disculpas.

RESUMEN

Se realiza un estudio estadístico de colisiones entre galaxias elípticas con materia oscura mediante simulaciones de N -cuerpos. La galaxia que sirve de blanco presenta la particularidad de que su materia luminosa sigue una ley de *de-Vaucoulers* y que se encuentra en un equilibrio dinámico estable. Se calculan cambios fraccionales en los parámetros físicos: energía, masa luminosa, cociente masa-luminosidad, radio medio-de-masa y la fracción de espín adquirido por la remanente debida al encuentro. Así mismo, se calculan parámetros observacionales, tales como: el radio efectivo y el brillo superficial en este radio. Se observa una dependencia muy sensible a los parámetros colisionales en los cambios de las cantidades físicas y observacionales, esto implica que las colisiones entre galaxias son procesos estocásticos. Se encuentra que halos masivos de materia oscura inhiben de manera significativa la pérdida de materia luminosa. Se observa también una disminución para el cociente M/M_{lum} de la galaxia blanco durante una colisión. En el aspecto observacional, se descubre que las colisiones constituyen un proceso viable para explicar la relación de Kormendy.

ABSTRACT

An N -body study of collisions between elliptical galaxies dominated by dark matter is done covering a broad range of collisional parameters. The target galaxy presents the quality that the luminous component follows a *de-Vaucoulers* law and the complete system is in a dynamical stable state. The fractional changes in physical parameters: energy, luminous mass, M/L -ratios, half-mass radius, and the fractional spin acquired by the remanent due to the encounter are calculated. The changes in effective radius and surface brightness at this radius are also calculated. A steep dependency of these quantities on the collisional parameters is found. This makes us believe that collisions between galaxies are stochastic processes. Massive halos of dark matter inhibit considerably the amount of luminous mass lost during an encounter. Galaxies are expected to reduce their M_{tot}/M_{lum} -ratio as they evolve in a rich cluster. Collisions provide a feasible process to explain the origin of Kormendy's relation.

INDICE

Introducción	1
I. Elementos de Astronomía Galáctica y Extragaláctica	
1.1 Generalidades	3
1.2 Galaxias	5
1.3 Estructura en Gran-Escala del Universo	20
II. Principios de Dinámica Estelar	
2.1 Introducción y Conceptos Básicos	27
2.2 Ecuación de Boltzmann y Teorema de Jeans	31
2.3 El Problema de N -Cuerpos en Astrofísica	38
III. Materia Oscura en Astronomía	
3.1 Hipótesis de Materia Oscura	46
3.2 Materia Oscura en Sistemas Estelares	47
3.3 Naturaleza de la Materia Oscura	65
IV. Galaxias Elípticas y Materia Oscura	
4.1 Galaxias Elípticas	67
4.2 Galaxias Elípticas con Materia Oscura; Modelo Teórico	69
4.3 Auto-Consistencia del Modelo Teórico	76
V. Colisiones entre Galaxias Elípticas con Materia Oscura	
5.1 Introducción	80
5.2 Colisiones entre Galaxias	86
5.3 Experimentos Numéricos y Resultados.	91
5.3a Cambios en los Parámetro Físicos y Características Generales	96
5.3b Cambios en los Parámetros Observacionales.	108

VI. Análisis de Resultados

6.1 Parámetros Físicos:

6.1a) Cambios en Masa y Energía 113

6.1b) Cambios en los Cocientes M/L 123

6.1c) Cambios en el Tamaño Físico 127

6.1d) Cambios en el Momento Angular Intrínstico 132

6.2 Parámetros Observacionales:

6.2a) Cambios en los Perfiles de Brillo Superficial 137

6.2b) Cambios en la Ley de Kormendy 139

VII. Conclusiones 150

Referencias

INTRODUCCION

Desde épocas remotas, el Hombre se ha preocupado por entender la naturaleza de las cosas que lo rodean y, en particular, de los objetos que se observan en el cielo. Nuestro deseo de entender los astros, originado en un principio por necesidades de índole prácticas, se ha transformado a través de los siglos en una ciencia alejada en cierta medida de los problemas cotidianos. Sin embargo, el estudio de los cuerpos celestes es, y ha sido, un aspecto importante en el desarrollo cultural de la Humanidad; además, claro esta, de ser una necesidad de carácter individual para "aprendices de astrónomo".

Hace apenas 60 años que se establece que ciertos cuerpos difusos observados en el cielo, llamados "nebulosas", están situados mucho más allá de nuestra galaxia (Hubble 1925) y que existe una gran cantidad de éstas que tienden a conformar agregados, llamados cúmulos de galaxias (Shapley & Ames 1932). De una observación de las placas fotográficas de regiones del cielo que contienen grandes cantidades de galaxias, y la postura filosófica de creer en un Universo en constante *movimiento*, es inaceptable considerar que las galaxias permanecen estáticas; esto abre la posibilidad de que existan, entre otros fenómenos, choques entre ellas al moverse por dichas regiones densas, más aún al observar que sus tamaños son comparables con las distancias que las separan en estos cúmulos.

En la actualidad existe un considerable número de trabajos sobre las propiedades físicas (e.g. Mihalas & Binney 1983; M&B) y morfológicas (e.g. Dressler 1984) de galaxias, cúmulos de galaxias (e.g. Bahcall 1977) y de conglomerados de cúmulos de galaxias (e.g. Oort 1983). Así mismo, está comprobada la tesis de que el medio ambiente en que se desarrollan las galaxias juega un papel importante en el tipo o forma de galaxias que habiten en él, y a su vez, que las mismas galaxias van moldeando su propio medio ambiente. Uno de los procesos que contribuyen a la dinámica de cúmulos de galaxias, son los choques entre galaxias. Estas colisiones no son elásticas, en el sentido de que no son dos cuerpos rígidos que chocan y se separan como tales, sino que una fracción de la energía orbital de sus centros de masa es adquirida por las estrellas que las componen. Esta energía extra, absorbida por las estrellas, puede lograr que alcancen una velocidad tal que escapen de sus galaxia "madre", provocando con esto, una redistribución de las estrellas en la remanente.

Un problema en astronomía reside en tratar de inferir la masa de los sistemas estelares a partir de la cantidad de luz que proviene de ellos. En los sistemas extragalácticos, la inferencia de su masa se puede realizar, a groso modo, de dos maneras: (1) métodos dinámicos, aplicando las ecuaciones de mecánica clásica a parámetros relacionados con la posición y la velocidad de los sistemas; determinando así una masa dinámica (M_d); y (2), por métodos

observacionales donde se cuantifica la cantidad de radiación electromagnética, que llega a la Tierra y basados en algún modelo teórico u observacional de la relación masa-luminosidad de los conjuntos de estrellas que pueblan los sistemas estudiados, se calcula la masa luminosa (M_{lum}) de éstos. La diferencia, en ocasiones significativa, entre la cantidad de materia que es inferida a partir de métodos dinámicos y la masa luminosa, ha conducido a proponer la existencia (Ostriker *et al.* 1974; véase la revisión de Trimble 1987) de mucha más materia en el Universo de la que se puede observar, llamando a esta, *Materia Oscura*; i.e. $M_{obs} = M_d - M_{lum}$.[†]

Ha la fecha, parece existir sólo un trabajo (Barnes 1988) que considera colisiones entre galaxias con una componente de materia oscura, si bien el objetivo de éste fué enfocarse a modelar un sistemas de galaxias específico en interacción. El objetivo de esta tesis consiste en realizar un estudio estadístico de colisiones entre galaxias elípticas mediante simulaciones de N -cuerpos, suponiendo que éstas contienen materia oscura, e investigar como influye la presencia de la materia oscura en la evolución tanto de parámetros físicos como observacionales. Así como, conjeturar las posibles consecuencias de los resultados obtenidos sobre la dinámica interna de cúmulos de galaxias y tratar de imponer restricciones sobre la cantidad de materia oscura en galaxias elípticas.

La presentación del material cubierto en la presente tesis es la siguiente. En §I, se presentan algunos hechos observacionales, así como nomenclatura astronómica, que se hace necesario para una mejor comprensión del tema tratado. En §II, se hace una revisión de algunos conceptos y métodos de la dinámica estelar. En §III, se hace una revisión del tema de materia oscura en astronomía, tratando de dar una visión equilibrada de la situación; aunque no siempre sin la presencia de predilecciones personales. En §IV, se construye un modelo teórico para una galaxia elíptica con materia oscura, tal que la parte luminosa presente un comportamiento similar al observado y que se encuentre en equilibrio dinámico. En §V, se utiliza el modelo anterior para realizar una investigación de colisiones entre galaxias elípticas, bajo un amplio rango de parámetros colisionales, y en §VI se analizan los resultados obtenidos, tanto para cantidades físicas como observacionales. Finalmente, en §VII, se mencionan las conclusiones obtenidas del presente trabajo.

[†]No se considera aquí, la situación introducida por teorías cosmológicas que requieren cantidades extremadamente grandes de materia en comparación con la masa determinada dinámicamente.

CAPÍTULO I

ELEMENTOS DE ASTRONOMIA GALACTICA
Y EXTRAGALACTICA.

§1.1 Generalidades.

Los *sistemas estelares* están constituidos por estrellas que se encuentran gravitacionalmente ligadas entre sí. Éstos varían en cerca de 14 órdenes de magnitud tanto en tamaño como en masa; desde estrellas binarias a cúmulos de estrellas que contienen de 10^2 a 10^6 estrellas, a través de galaxias con 10^{10} y 10^{12} estrellas, hasta vastos cúmulos de galaxias conteniendo miles de galaxias. Así mismo, se encuentran estructuras gigantescas llamadas super-cúmulos, que involucran a los mismos cúmulos de galaxias y cuyo tamaño son tan grandes como las mayores distancias que ha sido posible observar (aproximadamente diez veces el tamaño de los cúmulos grandes). Este panorama ha conducido a reconocer que el Universo presenta una estructura jerárquica en su organización.

Las estrellas emiten energía en forma de radiación electro-magnética, la cual, al ser integrada sobre todas las longitudes de onda λ , nos da la llamada *luminosidad bolométrica*. Para el Sol se encuentra que ésta es de $L_{\odot} = 3.83 \times 10^{33}$ erg/s (M&B). La luminosidad bolométrica es difícil de medir, entre otras cosas, porque la atmósfera de la Tierra es opaca a la mayoría de las longitudes de onda. Por esta razón se acostumbra medir la luminosidad de las estrellas en una o más bandas de longitudes de onda, tal como las bandas: *visual* V , centrada en $\lambda = 0.55 \mu m$; *azul* B , centrada en $\lambda = 0.44 \mu m$; y *ultra-violeta* U , centrada en $\lambda = 0.365 \mu m$ y todas con un ancho de banda $\Delta\lambda/\lambda \simeq 0.2$. Las luminosidades son expresadas habitualmente utilizando una escala logarítmica, mediante la denominada *magnitud absoluta*

$$\mathcal{M} \equiv -2.5 \log_{10} L + \mathcal{M}_c,$$

donde la constante $\mathcal{M}_c$ es seleccionada dependiendo de la banda en la cual se esté trabajando y L está en unidades de $L_{\odot}$; para las bandas B y V las constantes son respectivamente $\mathcal{M}_B = 5.48$ y $\mathcal{M}_V = 4.83$. Nótese que las estrellas, o sistemas estelares, que son débiles en luminosidad tienen magnitudes grandes.

El *color* de una estrella está dado por el cociente de luminosidades en dos longitudes de onda; e.g. L_V/L_B , o de manera equivalente, $\mathcal{M}_B - \mathcal{M}_V$. Los espectros que emiten las estrellas son aproximadamente del mismo tipo que el de un *cuerpo negro*, por lo que el color de una estrella es un indicador de su temperatura superficial. En el sistema UBV , aceptado generalmente como estándar, se definen dos índices de color; el $B - V$, que mide

esencialmente la temperatura de la estrella (siendo negativo para estrellas muy calientes y positivo para frías) y el $U - B$, que da fundamentalmente una medida de la radiación ultra-violeta de la estrella.

Como elementos de comparación, considérense los siguientes datos: la luminosidad de Sirio (la estrella más brillante en el cielo) en las bandas B y V son $L_B = 42.5 L_\odot$ y $L_V = 23.3 L_\odot$ respectivamente y para la estrella más cercana, Próxima Centauri, $L_B = 1.7 \times 10^{-5} L_\odot$ y $L_V = 5.6 \times 10^{-5} L_\odot$. El color $B - V$ de Vega es 0.00, para el Sol +0.65 y +1.81 para Antares. Una medida más precisa de la temperatura superficial de una estrella puede ser obtenida a partir de su temperatura efectiva T_{ef} , la cual está definida como la temperatura que tendría un cuerpo negro del mismo radio y luminosidad de la estrella en cuestión. La luminosidad bolométrica de una estrella está entonces relacionada con su radio R y su T_{ef} por medio de la ley de Stefan-Boltzmann como $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$, donde σ es la constante de Boltzmann.

La mayor fuente de información acerca de las estrellas la constituyen sus espectros. En base al estudio de la prominencia relativa de varias líneas de absorción en los espectros (y, ocasionalmente de emisión), las estrellas se agrupan por características físicas semejantes; asignándoseles una *clase espectral*. A partir de observaciones, se determinó una secuencia espectral: O, B, A, F, G, K, y M, la cual es en esencia una secuencia de temperaturas, listadas aquí en orden decreciente de temperatura. A su vez, cada una de estas clases está dividida en 10 subclases por números del 0→9; por lo que una estrella B0 es un poco más fría que una O9. El Sol con una $T_{ef} = 5770K$ es una estrella tipo G2.

La correlación más importante entre las propiedades estelares se manifiesta a través del diagrama *Hertzsprung-Russell* (HR), o diagrama *color-magnitud*, Fig-1.1. En éste se hace una relación entre la magnitud absoluta (o luminosidad) y el color de las estrellas (o su tipo espectral o temperatura efectiva). Resalta como un rasgo distintivo a primera vista que la mayoría de las estrellas están en una banda bien definida denominada *secuencia principal*, la cual se extiende de estrellas O (luminosas, calientes y azules) hasta estrellas M (débiles, frías y rojas), que son denominadas *enanas*.

La siguiente secuencia más prominente es la *rama de las gigantes*, la cual se extiende del tipo espectral G0, con una luminosidad de aproximadamente 30 veces más brillantes que la de secuencia principal del mismo tipo, a estrellas más frías y brillantes. Estas estrellas son las denominadas *gigantes rojas*, las cuales pueden dominar la luminosidad integral de muchos sistemas estelares; tal como las galaxias elípticas. Dispersadas a través de la parte superior del diagrama existen algunas estrellas extremadamente brillantes para casi todos los tipos espectrales; éstas son las *super-gigantes*. Similarmente, cerca de 10 magnitudes abajo de la secuencia principal, se encuentran algunas estrellas débiles ($M_V \approx 14.5 \pm 1.5$) y calientes denominadas *enanas blancas* con masas $\sim 0.5 - 1.0 M_\odot$.

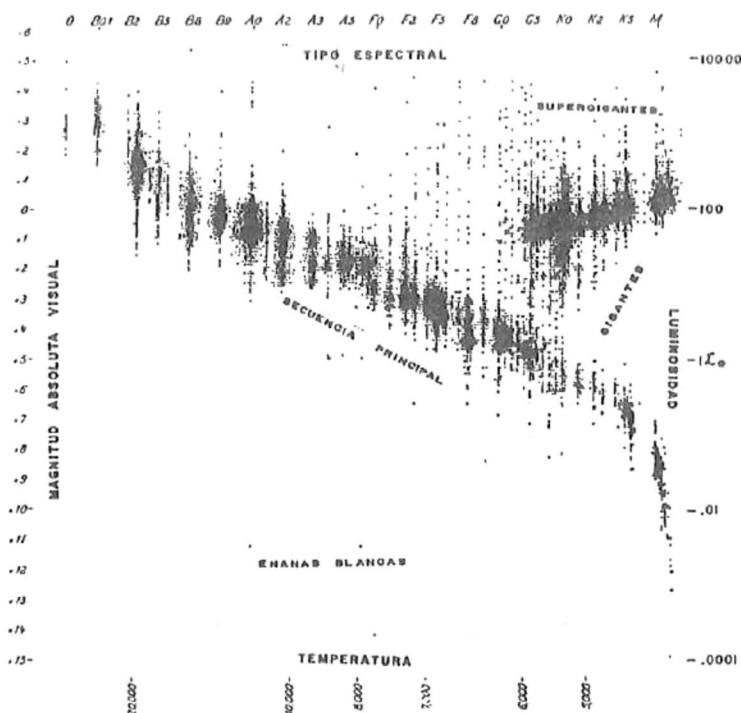


Figura 1.1 Diagrama HR, en su forma original, para estrellas cercanas. La gran mayoría de las estrellas en una unidad de volumen espacial caen en la secuencia principal.

Ingenuamente, se podría considerar que las estrellas más masivas fueran las más luminosas y las estrellas con menor masa las más débiles. En términos globales, es cierto que las estrellas débiles tienen masas pequeñas, pero resulta que las estrellas luminosas no necesariamente son masivas. La luminosidad de una estrella tiende a incrementarse a medida que evoluciona y este incremento es muy pronunciado para estrellas de poca masa. Así, al final de la vida de una estrella, aún una estrella de poca masa puede ser una gigante luminosa. Para estrellas en la secuencia principal se encuentra empírica y teóricamente, una relación entre su masa y luminosidad que es $L \propto M^3$; así como una relación entre la masa y el radio $R \approx R_{\odot}(M/M_{\odot})^{0.7}$.

§1.2 Galaxias.

Las galaxias se presentan en una gran variedad de formas, tamaños, y masas. De hecho, es importante recordar que la clasificación de galaxias es hasta cierto punto arbitraria, debido a la ausencia de un conocimiento de las propiedades observacionales, o combinación de éstas, que son fundamentales en definir la estructura y forma de las mismas; por otro lado, las galaxias no son objetos con una frontera bien definida. Además hay que estar concientes de que la apariencia de una galaxia puede aparecer totalmente distinta

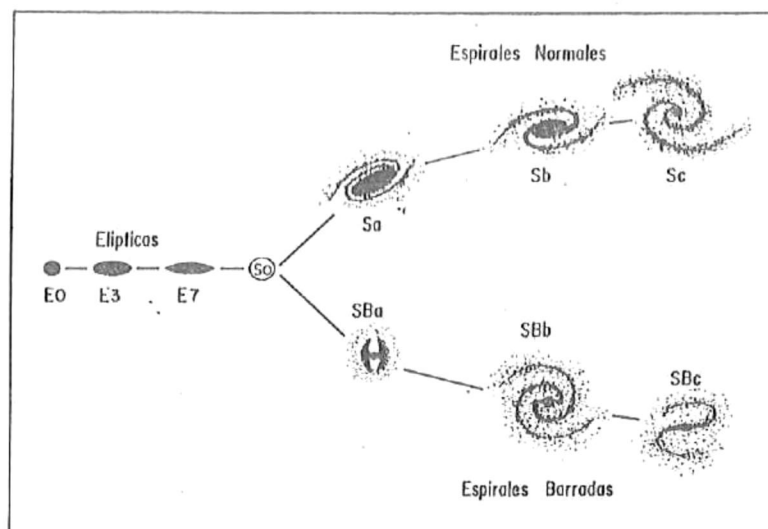


Figura 1.2 Diagrama de la clasificación de Hubble para galaxias.

al observarla en placas fotográficas con distinto tiempo de exposición, así como verla en las distintas regiones del espectro electromagnético. No obstante, se puede realizar una clasificación en cuatro grupos principales llamada de Hubble, Fig-1.2. Ésta tiene la apariencia de un *tenedor* donde están colocadas galaxias que varían en forma de casi esféricas o elípticas (galaxias “tempranas”), a galaxias espirales con brazos de distinto grado de aglomeramiento (galaxias “tardías”).

El sistema de Hubble está definido en términos casi exclusivamente para galaxias gigantes ($M < -19$); en esta clasificación no se incluyen galaxias enanas o irregulares, las cuales se mencionarán más tarde. A continuación se revisan algunas propiedades de nuestra Galaxia y sistemas estelares vecinos, y después algunos de los distintos tipos de galaxias existentes.

a.) La Galaxia.

El Sistema Solar se encuentra localizado en la galaxia llamada *Vía Láctea*, o simplemente la *Galaxia*. La mayoría de las estrellas visibles en la Galaxia residen en una estructura aplanada, axial-simétrica, conocida como el *disco galáctico*. El nombre de *Vía Láctea*, refleja una interpretación de los griegos al observar que durante noches oscuras la luz acumulada por la gran cantidad de estrellas del disco es visible como una banda refulgente que se extiende a través del cielo, Fig-1.3.

En la Vecindad Solar, así como en los discos galácticos de galaxias espirales, se encuentran las siguientes características (M&B): (1) la mayoría de las estrellas son intrínsecamente débiles en su brillo (enanas K y M); lo que hace que sean extremadamente difíciles de analizar en regiones remotas de la Galaxia, y mucho menos en otras galaxias. (2) Esencialmente toda la luz emitida por parsec cúbico la emiten estrellas propiamente luminosas (típicamente enanas A, gigantes K y M), no obstante el hecho de que sean muy raras.

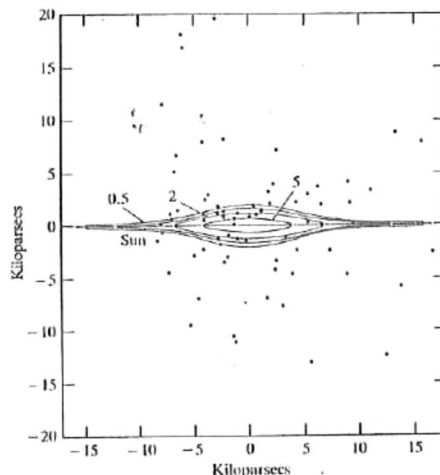
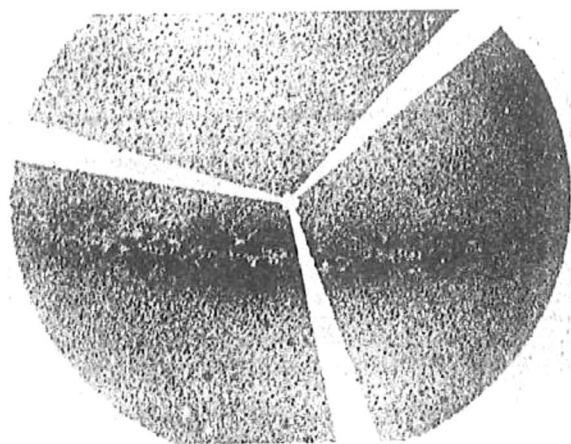


Figura 1.3 (arriba) Fotografía de la Galaxia tomada en película infra-roja. (abajo) Modelo de la distribución de masa en la Galaxia. Los contornos muestran curvas de igual densidad medidas en unidades de la densidad cercana al Sol. El diagrama no muestra el rápido incremento en la densidad cerca del centro galáctico (Blaau & Schmidt 1965). Los puntos corresponden a la posición de cúmulos globulares.

(3) La mayoría de la densidad de masa estelar en la Vecindad Solar se ve contribuida por un vasto número de estrellas de baja luminosidad; de hecho, estrellas más brillantes que el Sol contribuyen en $\sim 95\%$ de la luminosidad total, mientras que estrellas más débiles que el Sol contienen al menos el 75% de la masa total.

La densidad total de materia estelar en la Vecindad Solar es $\rho_* \approx 0.065 M_{\odot}/pc^3$; tomando en cuenta las enanas blancas, que aunque son numerosas son substancialmente muy débiles. Este número nos da una idea del relativo vacío que existe en el disco galáctico en la Vecindad Solar. El cociente *masa-luminosidad* promedio, *i.e.* la masa por unidad de volumen entre la emisión de luz por unidad de volumen (en unidades solares ($T_{\odot}$)) es $\langle M/L \rangle_V \approx 0.97$ o $\langle M/L \rangle_B \approx 1.38$. Por lo que, la luz emitida por la mezcla de estrellas encontradas en la Vecindad Solar promedia una luminosidad solar por masa solar.

Estos números son útiles, ya que además de ser típicos de un disco galáctico, pueden ser utilizados para convertir la distribución de luz en otras galaxias en estimaciones crudas de primer orden de la distribución de masa estelar.

Hay que notar que, aún para la Vecindad Solar el valor $\langle M/L \rangle$ observado es un límite inferior, ya que muchos tipos de objetos (e.g. compañeros débiles en estrellas múltiples, enanas blancas “muertas”, estrellas de neutrones, estrellas perdidas en nubes moleculares, etc) no son visibles; y estos podrían incrementar considerablemente la densidad observada de materia mientras que no contribuirían en casi nada a la luminosidad, dando como resultado un incremento en el cociente masa-luminosidad en la Vecindad Solar y en los discos galácticos en otras galaxias espirales.

La Vía Láctea contiene $\sim 10^{11}$ estrellas, así como $\sim 10^{10}$ masas solares de gas ($1M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} Kg$) distribuidas en un gran número de nubes con un amplio rango de masas y tamaños y como una componente de alta temperatura que permea toda la Galaxia incluyendo el halo (corona galáctica). El gas contiene sólo una pequeña fracción de la masa total de nuestra galaxia, por lo que tiene poca influencia en su dinámica; no obstante, estas nubes mas densas de gas son los sitios donde se lleva a cabo la formación de estrellas, por lo que esta componente del gas juega un papel crítico en la evolución global de la Galaxia.

La mayoría de las estrellas en la Galaxia viajan en órbitas casi circulares dentro de un disco delgado de radio $\sim 15Kpc$ ($1Kpc = 3.1 \times 10^{19}m$) y un espesor de $\sim 0.25Kpc$. El Sol se encuentra localizado a una distancia $R_{\odot}$ del centro de la Galaxia de $\approx 8.5 \pm 1Kpc$. La velocidad “circular” típica de una estrella en el disco es de $\approx 200Km/s$ con una dispersión de velocidades de $\approx 40Km/s$, de tal manera que tardaría 3×10^8 años en dar una vuelta completa a la Galaxia. El período orbital de las estrellas cerca del Sol es un factor de $\sim 10^6$ veces mayor que el intervalo sobre el cual se han venido realizado observaciones en nuestro planeta, por lo que nos es necesario basar nuestro conocimiento de la estructura galáctica, en lo que podríamos considerar una “foto” instantánea del sistema.

Observaciones de otras galaxias, de forma similar a la nuestra, sugieren que el brillo superficial del disco decae exponencialmente con la distancia al centro galáctico como

$$I(R) = I_0 \exp(-R/R_d),$$

donde R_d es la escala de longitud del disco, $R_d = 3.5 \pm 0.5Kpc$. Así, Sol se encuentra a una distancia tal que aproximadamente un 70% de la luz total del disco galáctico es emitida. El espesor del disco galáctico es distinto para estrellas de diferente edad. En particular, las estrellas más viejas tienen una dispersión en la dirección perpendicular al plano galáctico, σ_z , mayor que las estrellas jóvenes. Se llama *espesor característico* de un grupo de estrellas a la altura sobre el disco galáctico donde la densidad espacial de estas estrellas decae a una fracción e^{-1} de su valor máximo en el plano galáctico. Por ejemplo, las estrellas O y

B, que son masivas y jóvenes ($\approx 10^7$ años) tienen un espesor característico de $\sim 200 pc$, mientras que las estrellas G, como el Sol con $\sim 10^9$ años de edad, tienen un espesor de $700 pc$ (Bahcall & Soneira 1980).

La Galaxia posee un *esferoide*, o bulbo central, con una distribución de estrellas casi esférica de composición química, cinématica, e historia evolutiva algo distinta de la del disco (King 1990). Las estrellas del esferoide son generalmente más viejas que las del disco y se considera que se formaron durante la misma época que la Galaxia, en contraste con las del disco; las cuales parece ser se han estado formando a un ritmo casi constante durante la historia de la Galaxia (Gilmore 1990). Las estrellas del esferoide contienen más elementos pesados, como el hierro (Fe), que las estrellas del disco; presumiblemente porque el gas interestelar a partir del cual se formaron, ha sido contaminado con restos ricos en metales diseminados por explosiones de supernovas. En un análisis realizado por Schmidt (1975), llega al resultado de que el promedio de masa-luminosidad para estrellas del esferoide es de $\langle M/L \rangle_V \approx 5 \Upsilon_{\odot}$.

En contraste con las estrellas del disco, las estrellas del esferoide exhiben poca o casi nada de rotación, pero en cambio sí una alta velocidad aleatoria. Un sistema estelar con propiedades de baja abundancia de elementos pesados, estrellas viejas y con poca o nada de rotación son llamados sistemas de *Población II*; mientras que un sistema con propiedades similares a las del disco es llamado de *Población I*.

La Galaxia posee un halo estelar, que consiste de ≈ 200 conglomerados de $\sim 10^6$ estrellas, denominados cúmulos globulares y ~ 100 veces más estrellas en el campo (Gilmore *et al.* 1989). Estos cúmulos globulares pueden ser divididos al menos en dos subgrupos; los denominados cúmulos globulares del halo y los del disco. Los cúmulos globulares del halo tienen una distribución casi esférica la cual puede ser aproximada por una ley $\rho \propto r^{-3.5}$; los movimientos de sus estrellas son predominantemente aleatorios y tienen poca o nada de rotación alrededor del centro galáctico.

Los cúmulos globulares del disco, por otro lado, tienen una distribución más aplanada y una rotación promedio alrededor del centro galáctico que es $\sim 1/2$ la velocidad circular en la Vecindad Solar. Las abundancias metálicas de los cúmulos globulares del halo son muy pequeñas y las de cúmulos en el disco son un poco mayor. Se considera que los cúmulos globulares son de los objetos más viejos en la Vía Láctea. Además de las poblaciones estelares, la Galaxia posee un medio interestelar constituido principalmente de gas y una cierta cantidad de polvo. Este polvo, que consiste de partículas de tamaño sub-micrométrico, dispersa la luz visible de una manera muy eficaz tal que la absorción interestelar (como usualmente se denomina) influye en casi todas las observaciones ópticas.

La mayor parte del medio interestelar es gas neutro (HI), algo frío $\sim 100 K$; pero alrededor de estrellas suficientemente calientes, el hidrógeno logra ser ionizado (HII). Además

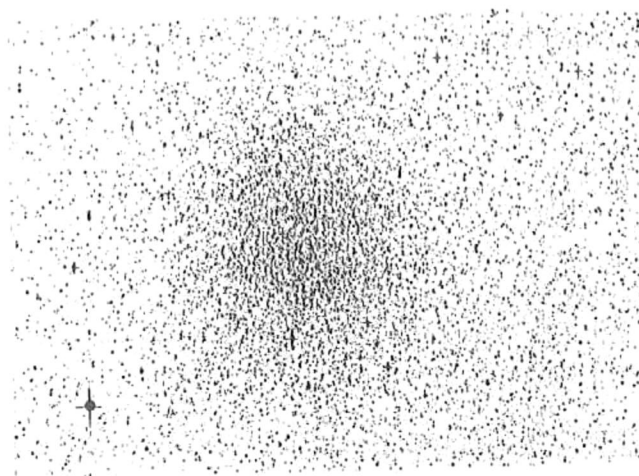


Figura 1.4 Este cúmulo difuso de estrellas es una galaxia esferoidal enana, un satélite de nuestra galaxia, que se encuentra en la constelación de Sculptor. La galaxia de Sculptor se extiende casi a $1Kpc$; mientras que un cúmulo globular con el mismo número de estrellas ocuparía un diámetro de $\approx 230pc$.

existen nubes moleculares gigantes de gas muy frío $\sim 20K$. Las regiones frías y mucho del HII coinciden en su distribución general, esto es debido a que las nubes moleculares son las regiones en que se inicia la formación estelar, por lo que contienen regiones HII que resultan de este proceso de formación. Aunque la mayoría del material interestelar de la galaxia se encuentra cerca del plano galáctico, existen nubes de alta velocidad ($\sim 220 - 400Km/s$) que se encuentran dispersas en el cielo y que están cayendo al plano galáctico; la naturaleza de éstas no es aún entendida. Aunado a todo esto, la Galaxia posee un campo magnético interestelar de $\sim 1 - 10 \mu Gauss$.

Si se considera que la edad de la Galaxia es $\approx 10^{10}$ años, una estrella típica del disco habrá completado un poco más de 30 vueltas, por lo que parece razonable suponer que la Galaxia está en el presente en un estado dinámicamente *estacionario*. Esta aproximación de estado estacionario es muy útil, ya que nos permite separar cuestiones relacionadas con equilibrio actual y estructura de la misma de la cuestión de su formación. Es necesario también reconocer, que para tener un cuadro más realista del estado de la evolución de la Galaxia, será necesario, en el futuro, considerar estos dos aspectos conjuntamente.

b.) Galaxias Vecinas.

La Galaxia tiene algunas galaxias vecinas cercanas; tal como las Nubes de Magallanes, que son las galaxias pequeñas más próximas a la Vía Láctea. Una de éstas galaxias, relativamente modesta, está a sólo $60Kpc$ del Sol. Existen también unas galaxias pequeñas denominadas *esferoidales enanas*; Ursa, Draco, Carina, Sculptor, Fornax, Leo I y II, que

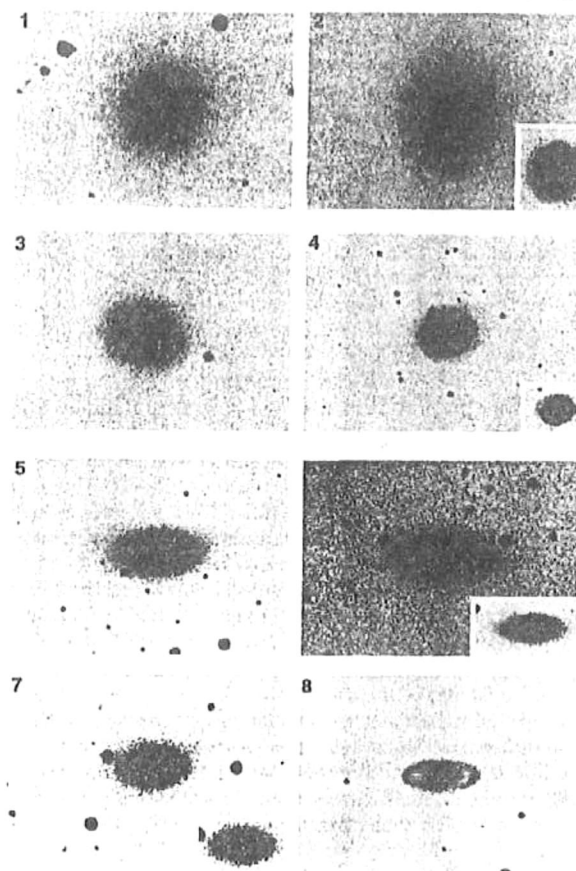


Figura 1.5 Ejemplos de galaxias elípticas y lenticulares.

se encuentran muy cercanas a la Galaxia $\sim 70 - 220 Kpc$ y de radios que varían entre $0.5y3.0Kpc$. Estas galaxias son las más abundantes en el Grupo Local y muy probablemente en el Universo; además de ser las más pequeñas, Fig-1.4.

Draco y Ursa contienen tan sólo unos cientos de miles de estrellas, menos de las que contiene un cúmulo globular típico; la galaxia enana más grande contiene $\sim 20 \times 10^6$ estrellas. Por otro lado, estas galaxias tienden a ser muy difusas. La densidad de estrellas en un cúmulo globular es aproximadamente 10,000 más grande que en una esferoidal enana. Las esferoidales enanas tienen un bajo brillo superficial y se ha encontrado que poseen una población estelar de edad intermedia. La idea clásica de que las enanas esferoidales son simples estructuras remanentes de baja masa de galaxias elípticas de mayor tamaño, ha venido cambiando a la imagen de que éstos sistemas tienen una historia evolutiva distinta a la de sistemas galácticos más masivos. Curiosamente estos objetos, las Nubes de Magallanes, el Flujo Magallánico, que es una nube muy elongada de hidrógeno neutro que parece definir un segmento de arco en el cielo y cuya cabeza coincide con las Nubes de Magallanes, y los cúmulos globulares más lejanos, parecen definir un plano perpendicular al disco galáctico.

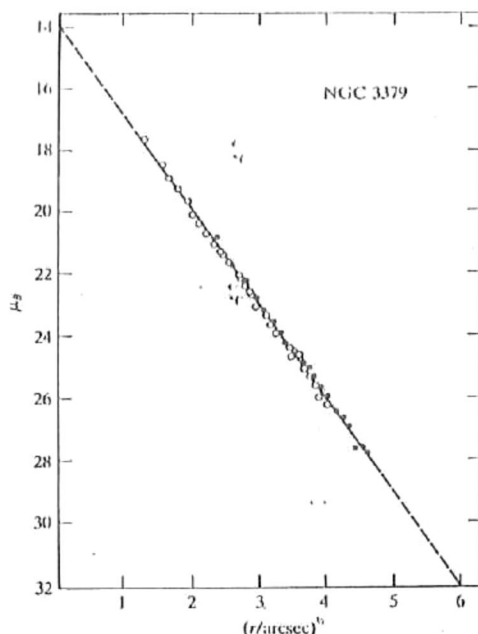


Figura 1.6 Brillo superficial de la galaxia gigante NGC 3379 (E1). Los puntos y círculos corresponden a mediciones fotométricas por distintos autores. La línea punteada es un ajuste a una *ley* $-R^{1/4}$. Notesé el ajuste en un intervalo de 10 magnitudes de brillo superficial en azul [de Vaucoulers & Capaccioli (1979)].

c.) Galaxias Elípticas.

Las galaxias elípticas presentan formas desde una simetría casi esférica hasta formas elongadas y sus imágenes son suaves y sin estructura interna. Las isofotas, o contornos de brillo superficial constante, son aproximadamente elipses concéntricas con cocientes de ejes menor y mayor b/a que se encuentran en el intervalo de 1 a 0.3. Las galaxias elípticas son denotadas por E0, E1, etc., donde las isofotas más brillantes de una galaxia del tipo E n tiene una razón de ejes $b/a = 1 - n/10$, Fig-1.5. Así, las galaxias elípticas más elongadas son las del tipo E7. Dado que las galaxias no tienen una frontera bien definida, es usual que se especifique su extensión espacial mediante el llamado *radio de Holmberg*: el cual es el radio de la isofóta correspondiente a un brillo superficial de $26.5 \text{ mag arcsec}^{-2}$ en la banda B. Los cocientes M/L_B para poblaciones estelares en elípticas son del orden de las encontradas en los esferoides de galaxias espirales.

Estas galaxias carecen casi por completo de gas y la población estelar que las compone tiende a ser vieja; aunque recientemente se ha encontrado evidencia de la presencia de un poco de gas y de procesos de formación estelar; ésto a partir de estudios fotométricos y espectroscópicos en el ultra-violeta, visible e infrarrojo cercano. La fracción de galaxias brillantes en un cúmulo que son elípticas es función de la densidad local de galaxias; esta fracción va desde un 10% en regiones de baja densidad, hasta el 40% en cúmulos ricos de galaxias (Dressler 1984).

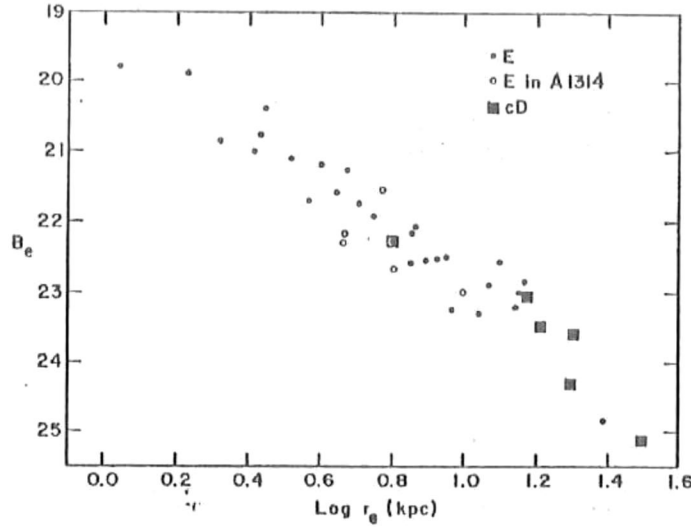


Figura 1.7 Brillo superficial de 29 galaxias elípticas en cúmulos pobres de galaxias. Se muestran también galaxias E, gigantes (cD) y para elípticas en el cúmulo de Abell A1314.

Al observar una galaxia tan sólo se percibe su brillo proyectado en el plano del cielo y se observa que el brillo superficial de una galaxia elíptica cae suavemente con el radio. Los perfiles de brillo superficial de la mayoría de las elípticas pueden ajustarse de manera adecuada por una ley $-R^{1/4}$, o ley de de Vaucoulers(1948) de la forma

$$I(R) = I_e \exp\{-7.67[(R/R_e)^{1/4} - 1]\},$$

donde R_e es el *radio efectivo* de la galaxia, *i.e.* radio de la isofota que contiene la mitad de la luminosidad total, e I_e es el brillo superficial en R_e , Fig-1.6. El radio efectivo para una galaxia brillante es $\sim 3h^{-1}Kpc$ y menor para galaxias más débiles (Kormendy 1977).

Existe una correlación entre el radio efectivo R_e y el brillo superficial en este radio para galaxias elípticas (e incluso para los bulbos de galaxias espirales), la cual parece ser una ley de escalamiento general, Fig-1.7; al igual que el plano fundamental de las elípticas. En el análisis de 29 elípticas, Kormendy (1980) encuentra la siguiente relación para éste brillo superficial en magnitudes,

$$\mathcal{M}_e = 3.28 \log R_e + cte.$$

A partir de ésta, se puede relacionar la luminosidad total de una galaxia dada con su R_e . Una galaxia de de Vaucoulers tiene una luminosidad total que es $L \propto I_e R_e^2$ (M&B). Considerando que la magnitud absoluta integrada es $\mathcal{M} \propto -2.5 \log L$, se encuentra que la luminosidad total en términos del radio efectivo está dada por

$$L \propto R_e^{0.688}.$$

Las galaxias elípticas poseen coronas de gas muy caliente $T \approx 10^7 K$, las cuales emiten rayos-X y contienen una masa $M \sim (0.01 - 1.0)M_*$: donde M_* es la masa estelar de la galaxia (Forman *et al.* 1985), además de haberse detectado campos magnéticos de $\sim 10 - 50 \mu Gauss$ con una configuración turbulenta (Lesch & Bender 1990). Las galaxias elípticas se encuentran inmersas en el gas perteneciente al cúmulo (Ostriker & Xiaowei 1987); el cual se encuentra a una alta presión y temperatura, que es ~ 10 veces mayor que la de la corona.

En el aspecto cinemático, se han detectado núcleos que rotan rápidamente y otros núcleos que rotan en sentido contrario a la rotación promedio de la galaxia (Davies *et al.* 1983). Se encuentra que galaxias elípticas presentan "arcos" u ondulaciones en su distribución de brillo como función del radio (Malin & Carter 1983, Schweizer 1986), las cuales pueden ser explicadas por fusiones con o adquisición de galaxias de baja luminosidad y se considera que $\sim 10\%$ de todas las elípticas poseen estas ondulaciones (Hernquist & Quinn 1988). Así mismo, se han encontrado rasgos débiles de la presencia de estructura gaseosa en forma de disco (Bertola 1987). La explicación desde un punto de vista dinámico y/o evolutivo de estos procesos comienza apenas a ser estudiado (véase de Zeeuw 1987).

d.) Galaxias Lenticulares.

Estas galaxias no son fáciles de distinguir de galaxias E y su origen y evolución son aún inciertas. En general las galaxias lenticulares poseen discos que parecen ser suaves y sin estructura, cuyo brillo superficial obedece una ley exponencial con el radio; se les denota S0 en la clasificación de Hubble. Este tipo de galaxias, al igual que las elípticas, son muy escasas en regiones donde la densidad de galaxias es baja ($\sim 10\%$) pero pueden llegar hasta el $\sim 50\%$ en regiones de densidad alta.

Se han encontrado nubes de material oscuro y líneas de polvo en muchas galaxias S0 (Pogge & Eskridge 1987); así mismo, una variedad de muestreos en la línea de 21cm del HI y del CO han revelado un medio interestelar significativo. Se ha detectado también gas atómico y molecular (H_2) en galaxias S0, en general, en un anillo central y/o externo el cual puede estar en ocasiones muy inclinado con respecto al disco estelar. También la formación de estrellas parece ser muy conspicua en estos sistemas. Se considera que las galaxias lenticulares parecen formar una transición entre las galaxias elípticas y espirales. Esta transición parece ser suave y continua, por lo que existen galaxias S0 que bien se podrían clasificar como E7 y otras en ocasiones han sido clasificadas como espirales.

e.) Galaxias Espirales.

Este tipo de galaxias, a las cuales nuestra galaxia y M31 pertenecen, contienen un disco prominente compuesto de estrellas de Población I, gas y polvo, Fig-1.8a. En regiones de baja densidad del Universo, aproximadamente el 80% de todas las galaxias brillantes

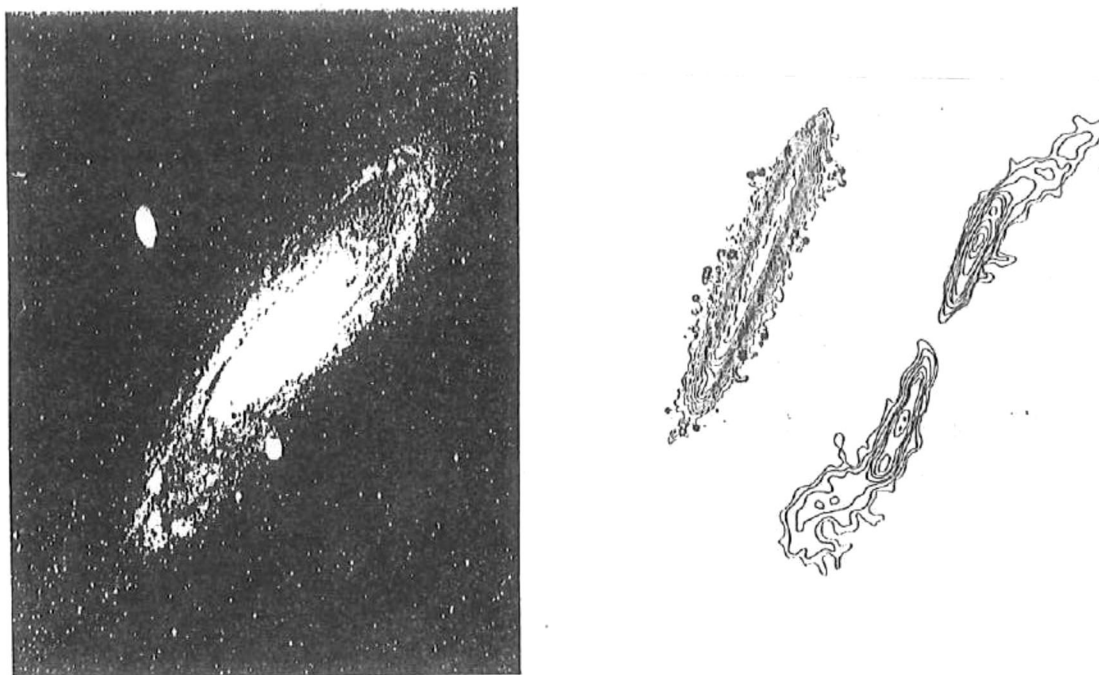


Figura 1.8 (a-Izq.) La galaxia de Andr3meda (M31) es la galaxia de disco similar a la nuestra m3s cercana, a unos $700 Kpc$. Andr3meda est3 acompa1ada de dos galaxias el3pticas enanas: NGC 205 y M32. (b-Der) Im3genes en radio y mapa de isofotas 3pticas de la galaxia NGC 5907.

son espirales, pero la fracci3n decae hasta el 10% en regiones densas tales como n3cleos de c3mulos. En todos estos sistemas el disco contiene brazos espirales, grandes "filamentos" de estrellas brillantes O y B, gas y polvo, en los cuales una gran cantidad de estrellas se est3n formando actualmente. Los brazos espirales var3an grandemente en su longitud y prominencia de una espiral a otra.

Las galaxias espirales tambi3n contienen un esferoide con estrellas de Poblaci3n II. An3lisis recientes muestran que estos bulbos contienen generalmente una mezcla de poblaciones de diferentes metalicidad y edad. La luminosidad del esferoide, relativa a la del disco se correlaciona bien con otras propiedades de la galaxia; en particular, con la fracci3n de masa gaseosa del disco, su color y que tan "cerrados" est3n los brazos espirales. Esta correlaci3n es la base de la clasificaci3n de Hubble para galaxias espirales. Hubble divide las espirales en una secuencia de 4 tipos: Sa, Sb, Sc, Sd. Adem3s de las galaxias SB que poseen una estructura dominante en forma de barra en su centro, aunque en la actualidad parece haber evidencia de que todas las galaxias espirales poseen una barra en su centro en mayor o menor grado.

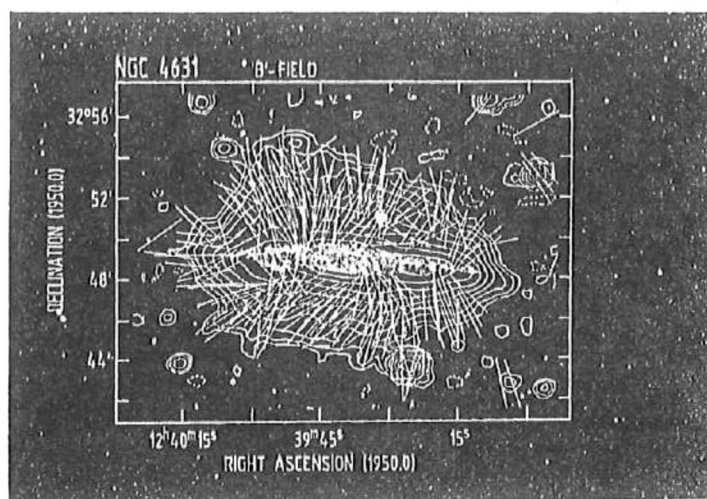


Figura 1.9 Configuración de líneas del campo magnético en la galaxias NGC 4631. En el plano de la galaxia, el campo está predominantemente dirigido a lo largo de los brazos espirales.

A lo largo de la secuencia $Sa \rightarrow Sd$, la luminosidad relativa del esferoide decrece, la masa relativa de gas aumenta y los brazos espirales se aglomeran más; de tal manera que acumulaciones individuales de estrellas jóvenes y regiones HII se hacen visibles. Una fracción considerable de HII se encuentra generalmente hasta radios bastante grandes, más allá del radio óptico de las mismas (Sancisi 1983).

Usualmente, en el análisis de la cinemática del HI, se asume que las órbitas del gas son circulares, lo cual es inapropiado para situaciones donde el potencial gravitacional, en el que se mueve el gas, no presenta simetría axial (e.g. en la presencia de barras). La distribución de HI en las partes más externas de las galaxias espirales, muestra grandes desviaciones del plano galáctico caracterizado por la población estelar, Fig-1.8b. Observaciones hechas en la banda de radio, muestran que aparecen "dobles" en las fronteras ópticas de las galaxias con una forma antisimétrica como la del signo de integral en matemáticas $\int$. En ciertas galaxias y en la parte sur de la Galaxia, estos dobles no continúan incrementándose a radios más grandes, sino que las capas de gas parecen establecerse en un nuevo plano y presentarse un decremento de la velocidad radial.

Así mismo se han encontrado grandes "burbujas" vacías en la distribución de HI, las cuales son consideradas debidas al efecto colectivo de explosiones de supernovas y vientos estelares. Estos vientos pueden ser también los responsables de las altas velocidades del HI detectadas en algunas galaxias espirales y del gas que se observa en lugares altos del plano galáctico. Observaciones del grado de polarización de la luz proveniente de las galaxias espirales, indican la presencia de un campo magnético de una intensidad $\sim 1 \mu\text{Gauss}$, Fig-1.9 (Ruzmaikin *et al.* 1988).

Se ha descubierto que existen galaxias que presentan una enorme luminosidad en el infra-rojo lejano, misma que puede llegar hasta $10^{12} L_{\odot}$. Este fenómeno parece ser debido



Figura 1.10 La Nube de Magallanes, una galaxia irregular barrada (IBm) que es la galaxia más cercana a la nuestra ($\approx 50 Kpc$).

a un núcleo Seyfert (*i.e.* un núcleo que tiene líneas de emisión fuertes y anchas debido a su alta excitación) y/o a un fuerte brote de formación estelar. Existe evidencia de que estas galaxias son en su mayoría sistemas que están en interacción con otras, o son procesos de fusiones entre galaxias; con una preferencia entre galaxias tempranas y espirales barradas. Sin embargo, las espirales barradas parecen inducir fenómenos similares aún en galaxias que aparentemente están aisladas (Adams 1977, Simkin *et al.* 1980).

Durante mucho tiempo se consideró que los discos de las galaxias espirales contenían solamente una modesta cantidad de polvo capaz de absorber la luz proveniente de éstas (Holmberg 1975). Lo anterior estaba basado en estudios de las variaciones de brillo superficial promedio de las galaxias, como función de la inclinación galáctica en una muestra pequeña de $\sim 119 glxs$ (Holmberg 1975). En un estudio reciente, Valentijn (1990) utilizando $\sim 16,000 glxs$, encuentra evidencia de que las partes más grandes de las galaxias espirales son opacas y en muchos casos quizás sólo se pueda observar las capas exteriores de estrellas; especialmente para galaxias Sb y Sc. Existen indicios que apuntan a una componentes oscurecedora con una escala de longitud exponencial mayor que la de las estrellas; posiblemente compuesta de nubes opacas compactas muy frías. Por lo que, se estaría subestimando seriamente la cantidad de luminosidad total que nos llega de dichas galaxias.

f.) Galaxias Irregulares.

Estas galaxias pertenecen a sistemas cuya forma no está bien definida; tal como la Nube de Magallanes y se les designa por galaxias Irr, además de estar desprovistas de un núcleo dominante, Fig-1.10. Una minoría de galaxias Irr parecen ser espirales o elípticas que han sido violentamente distorsionadas por un encuentro reciente con un vecino. Lo que es bien conocido, es que la mayoría de las galaxias Irr son sistemas de baja luminosidad

($M_B > -16$) y muy ricos en gas. Las Irr del tipo Magallánicas son muy comunes, más de un tercio de los vecinos cercanos de la Galaxia son de este tipo, pero no aparecen en los catálogos debido a que son sistemas intrínsecamente muy débiles.

La mayor parte de la luminosidad de las galaxias Irr es emitida por estrellas jóvenes, masivas, que tienden a ser azules y con grandes regiones HII. Estos sistemas ricos en gas, donde el medio interestelar constituye más del 30% de la masa del sistema, son probablemente algo aplanadas y el gas interestelar posee una velocidad aleatoria $v \simeq 10 \text{ km/s}$. Se considera que las estrellas formadas con velocidades comparables a la de las nubes donde crecieron, tienen excentricidades orbitales grandes desde la época de su nacimiento, por lo que la apariencia irregular resulta en parte de estas grandes velocidades aleatorias y en parte por el dominio de la emisión óptica por un pequeño número de estrellas brillantes jóvenes y regiones HII.

Es importante ahora revisar de manera general, cómo se miden las distancias a las galaxias. Para galaxias que se encuentran a unos cuantos megaparsecs ($1 \text{ Mpc} = 3.09 \times 10^{22} \text{ m}$), la distancia puede ser determinada, por ejemplo, midiendo el flujo luminoso de las estrellas más brillantes en la galaxia, las cuales tienen aproximadamente la misma luminosidad en todas las galaxias de un mismo tipo. A distancias mayores, donde estrellas individuales ya no son visibles, se utilizan métodos tales como: medir los diámetros de las regiones del hidrógeno ionizado (HII) que rodea agrupaciones de estrellas O y B, o el flujo luminoso de los cúmulos globulares más brillantes en la galaxia (van den Bergh 1975).

Hoy en día los métodos más precisos de determinación de distancias del orden de $\sim 10 \text{ Mpc}$ son los métodos de Tully-Fisher para galaxias espirales y el método del *plano fundamental* de galaxias elípticas. Tully & Fisher (1977) muestran que la máxima velocidad de rotación (v_c) de una galaxia espiral está correlacionada con su magnitud absoluta; i.e. que las galaxias espirales más luminosas tienden a tener v_c mayores, y sugieren que se podría determinar la distancia a una galaxia espiral comparando su *magnitud aparente* con la magnitud absoluta inferida del conocimiento de su v_c . Desafortunadamente, las magnitudes ópticas están sujetas a correcciones grandes e inciertas, como la absorción por polvo, precisamente para aquellas galaxias vistas de canto para las cuales la v_c se puede medir de manera más precisa. Sin embargo, Aaronson *et al.* (1979) muestran que las magnitudes infrarrojas m_H de galaxias vistas de canto están bien correlacionadas con las v_c y requieren de pocas correcciones producidas por extinción debido a polvo.

Existe otro método comparable en confiabilidad a la relación Tully-Fisher que se aplica a galaxias elípticas. Dressler, *et al.* (1987) han encontrado que los parámetros de brillo superficial I_e , radio efectivo R_e y dispersión de velocidades σ describen un plano en tres dimensiones, dado aproximadamente por $R_e \propto \sigma^{1.325} I_e^{-0.825}$, o equivalentemente $L \propto \sigma^{8/3} I_e^{-3/5}$; denominado el *plano fundamental* de las galaxias elípticas. Dado que L

varía con la distancia, d , de manera conocida ($L \propto d^{-2}$) mientras que σ e I_e no varían con la distancia, una medición de estos dos últimos parámetros, junto con una estimación de la luminosidad total aparente de la galaxia permite determinar la distancia a ésta. Este método provee de un estimador de distancia con errores $< 25\%$ para una galaxia sola y $< 10\%$ para cúmulos ricos.

Para medir distancias mucho mayores de los $10 Mpc$, es necesario utilizar una correlación basada en un modelo del Universo (*Big bang*); la cual establece que la velocidad a lo largo de la *línea de la visual* de una galaxia, relativa al centro galáctico, V_H , es proporcional a su distancia d (*ley de Hubble*).

$$V_H = H_o d,$$

donde H_o es la constante de Hubble. Superpuesta a esta velocidad de expansión cosmológica, las galaxias presentan una componente de velocidad aleatoria, típicamente de unos cientos de kilómetros/segundo, que es debida a las fuerzas gravitacionales producidas por concentraciones de masa vecinas. Esta componente aleatoria limita la aplicabilidad de este método para galaxias cercanas. El valor de la constante de Hubble es difícil de determinar, y en la actualidad es incierto dentro de un factor aproximadamente de dos. Para recordar explícitamente esta incertidumbre, la constante de Hubble se acostumbra escribir como

$$H_o \equiv 100 h \text{ Km s}^{-1} Mpc^{-1},$$

donde el parámetro a-dimensional h está entre 0.5 y 1.0. Esta incertidumbre en la constante de Hubble afecta las mediciones hechas a grandes distancias en el Universo, lo que se refleja como una incertidumbre al determinar propiedades medias de las galaxias; e.g. la densidad media de galaxias se escala como h^3 , la luminosidad promedio de una galaxia, de un tipo morfológico dado, como h^{-2} , y el cociente masa-luminosidad como h .

Para terminar esta descripción de tipos de galaxias, se hace necesario mencionar que los objetos y sus propiedades revisadas anteriormente, pueden indicarnos quizás más de las limitaciones observacionales del presente, que de los objetos que realmente pueblan el Universo. Un indicativo de esto se hace patente al observar la figura-1.11 (Arp 1966), donde se han gráficado las magnitudes absolutas contra radios de un número de galaxias y cúmulos estelares; cuyo brillo superficial cae al radio de Holmberg. El observar esta figura, sugiere que existen probablemente objetos en el Universo cuyos puntos representativos estan fuera de la banda marcada, que aún no han sido reconocidos; ya sea porque no se distinguen lo suficientemente bien de estrellas, o porque son demasiado débiles para descubrirse contra el fondo de la noche.

Lo anterior puede afectar de manera importante nuestra comprensión del Universo por las siguientes dos razones: (1) Puede pasar inadvertido la existencia de numerosas galaxias

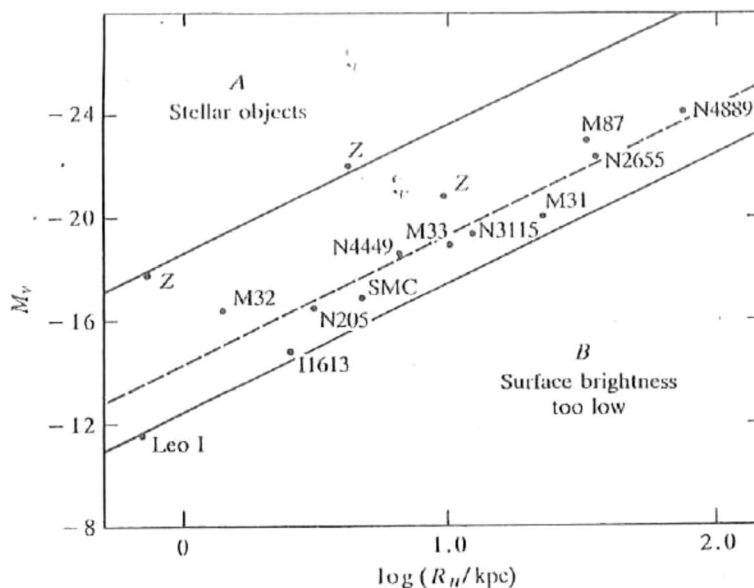


Figura 1.11 Magnitudes absolutas contra el radio de Holmberg ($h = 1/2$). La mayoría de los objetos cuyos puntos representativos caen en la región A serían indistinguibles de estrellas, mientras aquellos objetos cuyos puntos representativos cayerán en la región B no serían distinguibles contra el brillo de la noche. Los puntos marcados con Z son galaxias compactas descubiertas por Zwicky (1964).

compactas o difusas y débiles, que en conjunto podrían contribuir de manera importante a la densidad y dinámica del Universo; (2) Se puede estar juzgando mal la naturaleza y tamaño de las galaxias “normales”. Usualmente se supone que las galaxias no se extienden mucho más allá de sus imágenes ópticas. En base a ello se obtienen magnitudes y masas “totales”.

§1.3 Estructura en Gran-Escala del Universo.

Estudios de la estructura en gran-escala del Universo, revelan que las galaxias no se encuentran distribuidas de manera uniforme en el Universo; ya que se han encontrado estructuras hasta una escala de $200 Mpc$, comparables a las distancias mayores a las que se ha sondeado en detalle el Universo. La mayoría de las galaxias pertenecen a una estructura jerárquica compleja que incluye: galaxias binarias, pequeños grupos de unas cuantas galaxias, cúmulos gigantes de miles de galaxias, e incluso cúmulos de cúmulos de galaxias. Además de existir grandes regiones donde la densidad de galaxias es casi nula.

No parece existir una frontera bien definida entre los llamados grupos y cúmulos de galaxias, tradicionalmente los miembros de un grupo o cúmulo “dependen” de la definición que se adopte de éstos (Bahcall 1977). La manera clásica de seleccionar un cúmulo de galaxias es observando un incremento en el número de densidad superficial, ϱ , sobre el número de densidad uniforme del fondo ϱ_f ; i.e. $\varrho/\varrho_f \geq N$, donde N puede ser especificado

como se desee. Si N se escoge demasiado bajo ($N \sim 1$) entonces todas las galaxias podrán pertenecer a unos cuantos grupos grandes, mientras que si se escoge demasiado alta entonces la mayoría de las galaxias pertenecerían al campo y solamente se podrían identificar unos cuantos cúmulos, los más densos.

Los dos catálogos más importantes de cúmulos ricos en galaxias son los de Abell (1958) y Zwicky (1961-1968); entendiendo por riqueza una medida del número de galaxias miembros en un cúmulo dentro de cierta distancia proyectada en el cielo, del centro del mismo, siendo por lo tanto una medida de la densidad del cúmulo. El criterio de Abell para identificar cúmulos es, en términos generales: (1) un cúmulo debe contener al menos 50 miembros en el rango de magnitud $m_3 \rightarrow m_3 + 2$, donde m_3 es la magnitud de la tercera galaxia más brillante; (2) los miembros ≥ 50 deben estar contenidos dentro de un círculo de radio $3h^{-1} Mpc$ alrededor del centro del cúmulo; (3) el corrimiento al rojo del cúmulo debe estar en el intervalo $\sim z \in (0.02, 0.20)$. El catálogo de Abell lista 2712 cúmulos de galaxias.

Los criterios de Zwicky son menos estrictos, por lo que el catálogo contiene más cúmulos; pero también son menos ricos que los de Abell. Los criterios de selección son, esencialmente: (1) el cúmulo debe contener al menos 50 galaxias en el rango de magnitudes $m_1 \rightarrow m_1 + 3$ donde m_1 es la magnitud de la galaxia más brillante; (2) estas galaxias deben estar dentro del contorno del cúmulo, considerado como el lugar geométrico donde la densidad proyectada de galaxias es ≈ 2 veces el del campo vecino; (3) no se especifica límite en el corrimiento al rojo del cúmulo.

Pequeños grupos contienen probablemente una fracción substancial de todas las galaxias (Turner & Gott 1976). Normalmente se considera que solo $\sim 10\%$ de todas las galaxias en el Universo son miembros de cúmulos ricos; tales como el de Virgo o Coma. Holmberg (1962) argumenta, a partir de un estudio estadístico, que $\sim 53\%$ de las galaxias están conglomeradas en grupos desde sistemas dobles en adelante.

Huchra & Geller (1982), han examinado estudios anteriores y propuesto un nuevo método para identificar grupos de galaxias; el cual tiene las ventajas de estar bien definido en el espacio tri-dimensional, no estar sujeto a errores de apreciación visual y tener la posibilidad de implementarse como algoritmo computacional en una búsqueda automatizada de grupos. De acuerdo a este método, se comienza escogiendo una galaxia arbitraria de una lista restringida por cierta magnitud aparente y datos completos sobre las velocidades radiales. En la vecindad de esta galaxia, se buscan vecinos de acuerdo a un criterio en el cual la proyección en el cielo de la separación $D_{1,2}$ entre dos galaxias y que su diferencia relativa de velocidades $V_{1,2}$ sean menores a ciertos valores D_L y V_L respectivamente. Los vecinos que satisfacen estos criterios son considerados miembros de un grupo.

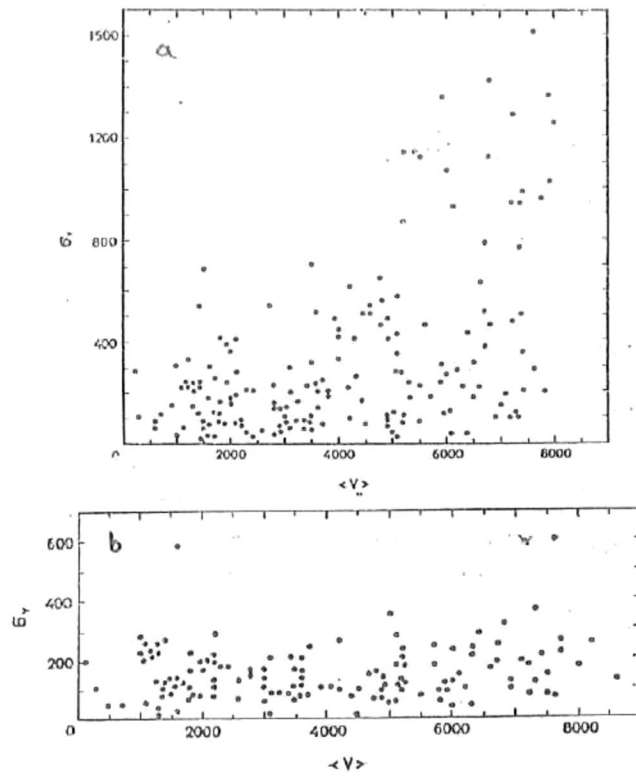


Figura 1.11 Dependencia de la dispersión de velocidades de las galaxias dentro de grupos con la velocidad media radial de éstos, para los grupos determinados con los criterios de Huchra & Geller (a) y con el criterio de Magtesyan (b).

Geller & Huchra (1983), notan que el número de miembros espurios de grupos y la dispersión de velocidad de las galaxias en éstos son función de la distancia a la que se encuentra el grupo considerado. Magtesyan (1988), propone un nuevo método para seleccionar miembros de un grupo de galaxias; donde para encontrar un vecino a una galaxia dada propone utilizar el parámetro $\zeta \equiv \max(M_1, M_2)/r_{1,2}$, que determina la interacción gravitacional, en lugar de la distancia solamente. De lo anterior, se considera que dos galaxias son vecinas si una de ellas está en un campo gravitacional fuerte de la otra; mientras que la diferencia relativa en sus velocidades radiales es menor que un valor definido.

Suponiendo que la masa de una galaxia es proporcional a su luminosidad, el criterio de Magtesyan puede ser expresado de la forma: $\max(k_{t1}L_1, k_{t2}L_2)/D_{1,2} \geq E_0$ y $|V_1 - V_2| \leq V_0$, donde L_1, L_2 son las luminosidades de las galaxias y k_{t1}, k_{t2} coeficientes que dependen de los tipos morfológicos de las galaxias en cuestión; en esencia éstos son los cocientes M/L obtenidos a partir de poblaciones estelares. Se considera, así mismo, que la restricción en velocidades dentro de los grupos no depende de sus masas (o luminosidades); *i.e.* se adhiere a la hipótesis de la equidistribución de velocidades, la cual no contradice las observaciones (Kent & Sargent 1983).

Una de las propiedades de este método, es el no presentar una correlación significativa entre las dispersiones de velocidades de las galaxias σ_v dentro del grupo con las velocidades

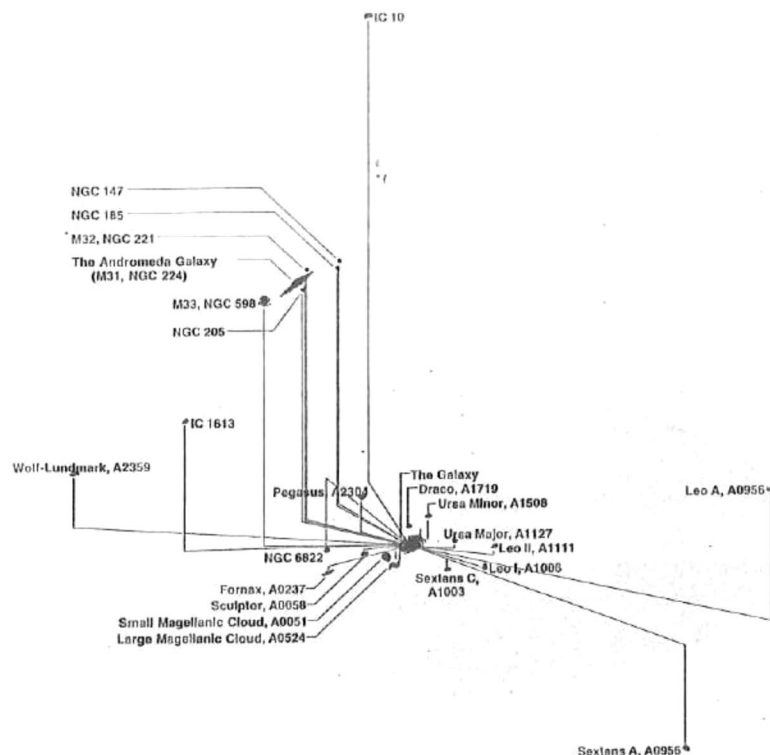


Figura 1.12a El Grupo Local de galaxias consiste de aproximadamente 20 galaxias, junto con varias decenas de galaxias enanas y cúmulos globulares aislados dentro de un volumen esférico de $\sim 1 Mpc$ de radio.

medias radiales para éstos, Fig-1.11; mientras que en el caso del método de Huchra & Geller se presenta un grado de correlación bastante significativo. Resultaría importante, así mismo, investigar en un futuro la aplicación del criterio de Magtesyan (o uno semejante) en la determinación de cúmulos de galaxias y compararlos con los obtenidos tanto por Abell, como por Zwicky.

La Galaxia y M31 son los dos miembros dominantes del llamado Grupo Local de galaxias, Fig-1.12a; el cual está en un proceso de colapso y muy probable al final de éste ($\approx 10^{10}$ años) las dos galaxias se fusionen constituyendo un sistema estelar gigante. Además existe una gran cantidad de grupos de galaxias cercanos al nuestro, Fig-1.12b. Existe la posibilidad de que en la vecindad de la Galaxia se encuentren dos objetos altamente oscurecidos por el brillo de la Galaxia: *Mafei1* y *Mafei2* (Spinard *et al.* 1971); *Mafei1* parece ser una galaxia elíptica gigante a una distancia $\sim 1 Mpc$.

Los perfiles de densidad de los cúmulos son difíciles de medir de manera precisa, ya que son mediciones de una colección de galaxias discretas en lugar de la distribución suave de brillo de las galaxias. No obstante, la distribución radial de galaxias en un cúmulo se puede aproximar para las regiones centrales por una ley $-R^{1/4}$ con un radio efectivo $\sim 1 - 2h^{-1} Mpc$.

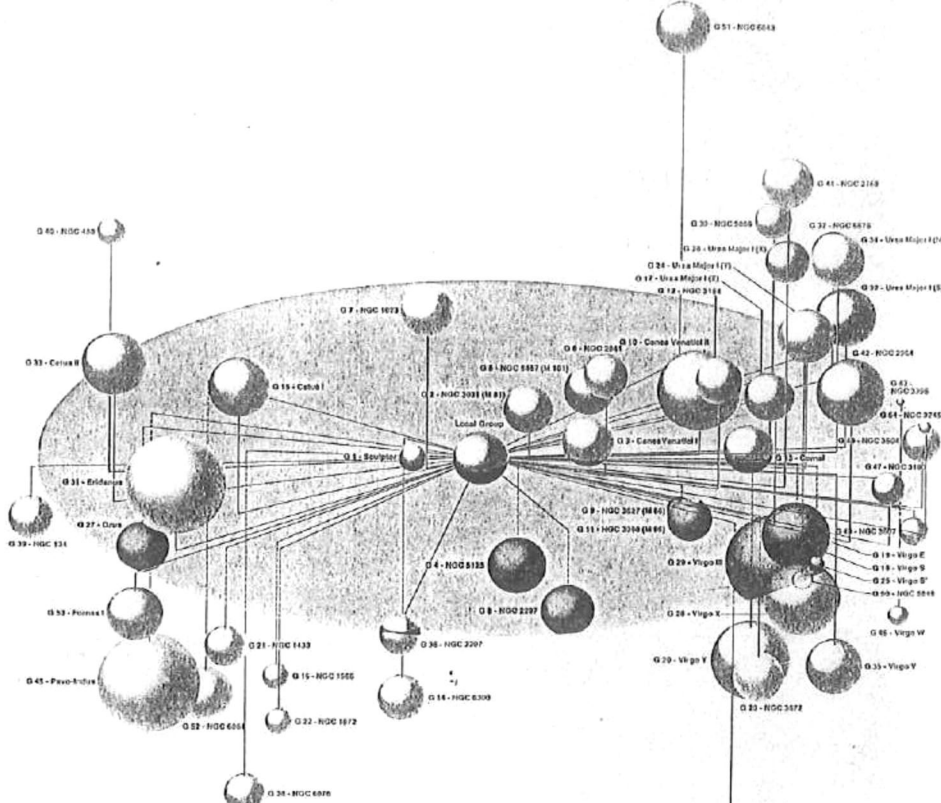


Figura 1.12b. Dentro de un radio $\sim 16 \text{ Mpc}$ de nuestra Galaxia se han catalogado más de 50 grupos de galaxias similares al nuestro. Estos grupos son ilustrados esquemáticamente por esferas con tamaños que son proporcionales a sus tamaños reales. El Grupo Local está situado, por conveniencia, en el centro de la figura. Notesé el gran número de grupos en la parte derecha, estos grupos son miembros del Super-cúmulo Local centrado en el grupo de Virgo; de lo que se considera que el Grupo Local se encuentra en la periferia.

Las partes más externas de los cúmulos no han alcanzado aun un equilibrio dinámico y presentan un alto grado de subestructura, Fig-1.13a. Aún en las partes centrales cúmulos rico, las galaxias han completado tan solo unas cuantas órbitas desde que el cúmulo se formó y en muchos grupos y cúmulos, especialmente en las partes externas, las galaxias aún están cayendo hacia la parte central del cúmulo por primera vez (Fitchett 1988). Se observa, así mismo, que las galaxias tempranas tienden a aglomerarse en el centro de los cúmulos, mientras que las galaxias tardías están aún cayendo al centro del cúmulo. La observación del contenido y estructura del gas III en espirales tiende a fortalecer lo anterior; ya que, al pasar por las regiones centrales del cúmulo éstas son desprovistas de su gas por la presión del medio inter-cumular, Fig-1.13b.

Una diferencia importante entre galaxias y cúmulos de galaxias, es que el volumen fraccional de un cúmulo ocupado por galaxias, $\delta V_c \approx 10^{-3}$, es mucho mayor que el volumen fraccional de una galaxia ocupado por estrellas, $\delta V_g \approx 10^{-22}$, por lo que se espera que las colisiones y encuentros cercanos entre galaxias en un cúmulo sean mucho más frecuentes y por lo tanto jueguen un papel importante en la evolución del mismo; a diferencia de las colisiones entre estrellas en una galaxia. Así, la estructura galáctica está sujeta a

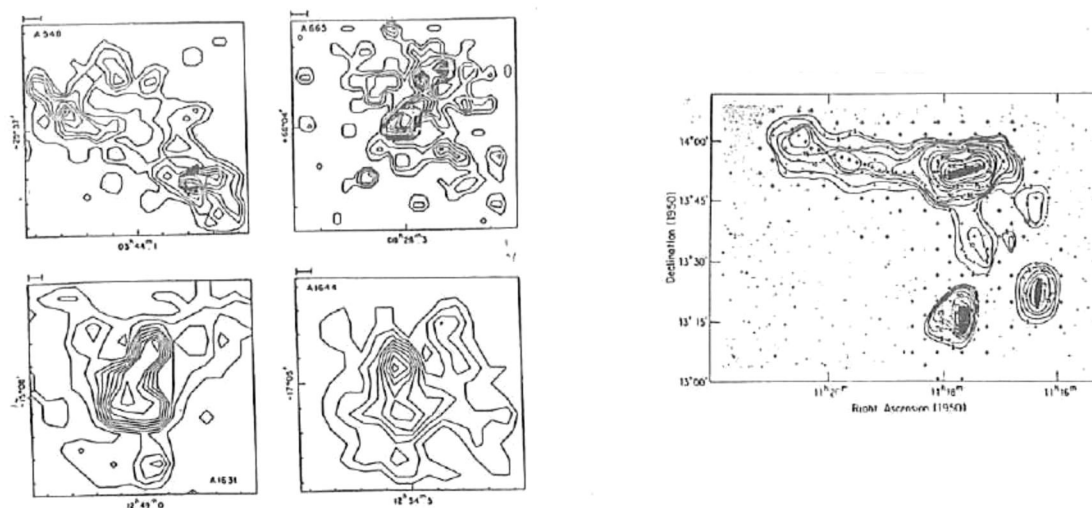


Figura 1.13 (a) Contornos de igual número de galaxias para cuatro cúmulos ricos de Abell (Beers 1986), muestran el grado de subestructura presente en los mismos; sin mostrar evidencia de que se ha llegado a un equilibrio dinámico (la barra en cada figura representa $0.24h^{-1} \text{ Mpc}$). (b) Distribución de HI en la galaxia espiral NGC 3628 en el grupo de Leo, notesé como el medio intra-cumular modifica esta estructura durante el viaje de la galaxia por el cúmulo.

modificaciones debidas al medio en que se encuentran ya que, durante la “vida” de cualquier galaxia, ésta no existe enteramente aislada de otras ni del medio intergaláctico.

Como se mencionó al comienzo de esta sección, existe otro tipo de conglomerado de galaxias llamados en ocasiones *super-cúmulos* (Oort 1983). Estos tienen diámetros aproximados entre uno y diez veces los de los cúmulos de galaxias grandes, pero tienen también densidades mucho menores; usualmente irregulares con variaciones en densidad y sin una concentración central dominante. Las más grandes y conspicuas aglomeraciones de éste tipo pueden llegar a contener varios cúmulos de galaxias, Fig-1.14.

En estas dimensiones tan enormes, los tiempos de cruce (*i.e.* el tiempo en el cual un cúmulo tardaría en cruzar estas estructuras) es mucho mayor que la edad aceptada del Universo ($\approx 10^{10}$ años); por lo que no han tenido el tiempo para relajarse. El hecho de que no se hayan relajado aún, nos puede dar una indicación de la manera en que la estructura en gran-escala del Universo pudo haberse originado. La segregación de distintos tipos de galaxias en el super-cúmulo de Perseo, parece indicar que las galaxias se formaron durante la misma formación del super-cúmulo. En la afueras de un super-cúmulo, la expansión de Hubble parece haberse detenido debido a su propia masa.

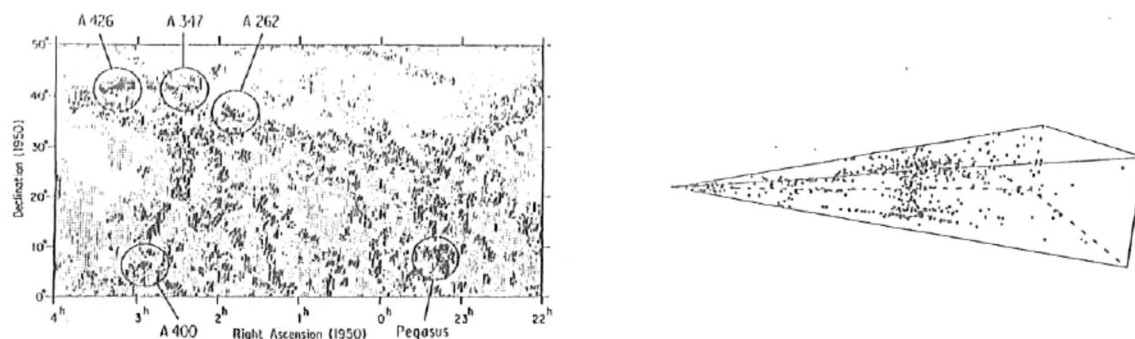


Figura 1.14 (Izq.) Distribución de la densidad superficial de galaxias en el super-cúmulo de Piscas-Perseus. La intensidad de la sombra es proporcional al logaritmo de la densidad local; se indican así mismo los 4 cúmulos de Abell más grandes. (Der.) Perspectiva tri-dimensional del super-cúmulo de Coma; el cúmulo de Coma aparece en la región central. Notesé la distribución no uniforme de galaxias en esta región y grandes espacios vacíos.

Recientemente, telescopios ópticos de la llamada Nueva Tecnología han sido utilizados para observar regiones que aparecen casi desprovistas de objetos brillantes, encontrando una enorme número de galaxias extemadamente débiles ($M_B = -29$) y remotas que llenan casi todo el campo de visión, Fig-1.15; lo cual viene a corroborar una vez más lo discutido al final de la sección §1.2.

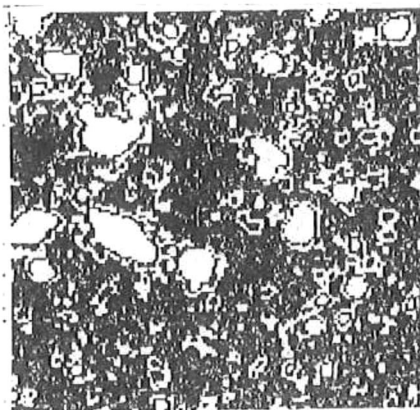


Figura 1.15 Imágen obtenida con un detector electrónico CCD.

CAPÍTULO II

PRINCIPIOS DE DINAMICA ESTELAR

§2.1 Introducción y Conceptos Básicos.

El problema fundamental de la dinámica estelar reside en describir la morfología, cinemática y la evolución de los sistemas estelares que se observan en el Universo, en base a las interacciones entre los constituyentes de los mismos. El comportamiento de los sistemas estelares, despreciando por el momento los procesos termodinámicos y radiativos del gas, está determinado por las leyes de Newton y la ley de gravitación de Newton. Los efectos que introduce la teoría de gravitación de Einstein no son importantes para la mayoría de estos sistemas, siendo la excepción aquellos en los que la densidad de materia es muy alta (e.g. estrellas de neutrones y agujeros negros) o se alcanzan velocidades relativistas (e.g. chorros colimados producidos en núcleos activos de galaxias).

Los sistemas que estudia la dinámica estelar abarcan desde sistemas formados por solo dos cuerpos, como es el caso de estrellas binarias, hasta sistemas formados por centenares de miles de millones de cuerpos; como es el caso de las galaxias. Preguntas básicas en dinámica galáctica son: (i) ¿cuál es el estado dinámico de las galaxias en el presente? y (ii) ¿cómo fue que se arribó a este estado?; por lo que la dinámica galáctica está involucrada con el problema de formación de galaxias. El enfoque dinámico trata de reconstruir, a partir de datos del presente, la historia de las galaxias desde el tiempo cuando comenzaron a formarse. Este enfoque inverso al problema de formación de galaxias complementa el enfoque directo de carácter cosmológico.

En el caso de sistemas de muchos cuerpos, una descripción detallada de cada cuerpo es casi imposible e innecesaria. En estos casos, que corresponden al tratamiento de la mayoría de los sistemas estelares, la dinámica estelar utiliza métodos de la física estadística para describir a estos sistemas. Aunque la dinámica estelar emplea el formalismo de la física estadística en estos casos, es importante hacer notar que existe una diferencia cualitativa fundamental en la naturaleza de los sistemas que cada disciplina estudia: i.e. los sistemas estudiados tradicionalmente por la física estadística son sistemas acotados en el espacio fase y la interacción entre las partículas que constituyen el sistema es de corto alcance.

En los sistemas estelares, por el contrario, no existe una frontera natural que limite la extensión del mismo en el espacio fase ya que la fuerza de interacción es de largo alcance; razón por la cual cantidades como la energía interna del sistema no constituyen variables "extensivas" del sistema. Una consecuencia de estas propiedades es que no existe un estado

de "máxima entropía", que constituya el estado en equilibrio hacia el cual tienda el sistema durante un proceso de "relajamiento", sino que los sistemas autogravitantes están siempre en un proceso de evolución de un estado cuasi-estacionario a otro; en escalas de tiempo determinadas por los mismos procesos de relajamiento que afecten al sistema.

En un sistema estelar se pueden distinguir dos escalas de tiempo que tipifican dos mecanismos de relajamiento importantes: el mezclado de fases y la equipartición de energía. El mezclado de fases obedece simplemente al hecho de que los sistemas auto-gravitantes son sistemas muy jerarquizados, en los que las partículas que constituyen al sistema tienen energías de ligadura muy distintas. Como resultado de esto, sus períodos orbitales varían en gran medida; lo que implica que cualquier perturbación en la fase orbital inicial de las partículas del sistema será borrada en una escala de tiempo igual al período orbital medio local. A este tiempo se le denomina "*tiempo de cruce*" y se define como: $t_c = R/V$, donde R es una dimensión característica del sistema y V una velocidad típica del mismo.

Si M , T , y U son respectivamente la masa total, energía cinética y potencial del sistema; es decir,

$$M = \sum_i^N m_i, \quad T = \sum_i^N \frac{1}{2} m_i v_i^2, \quad U = -\frac{G}{2} \sum_{i,j}^N \frac{m_i m_j}{r_{ij}},$$

donde m_i y v_i representan respectivamente la masa y velocidad de la i -ésima partícula, y r_{ij} es la distancia entre las partículas i y j , parece "natural" definir R y V de tal manera que éstas representen la energía cinética y potencial total del sistema, es decir

$$T = \frac{1}{2} M V^2 \quad U = -\frac{GM^2}{2R}.$$

Considerando que un sistema en equilibrio dinámico satisface el teorema del virial (B&T), el cual se obtiene a partir de igualar la segunda derivada temporal del momento de inercia del sistema a cero (i.e. $d^2 I / dt^2 = 0$, con $I = \sum_i m_i r_i^2$) y que establece que para éstos sistemas se cumple

$$2T + U = 0, \quad (2.1)$$

se puede obtener la relación

$$V^2 = \frac{GM}{2R}. \quad (2.2)$$

Se puede utilizar (2.2) para obtener las siguientes expresiones para el tiempo de cruce; una en términos de la raíz cuadrada de la velocidad cuadrática media, V_{rms} , y otra en términos del radio característico del sistema

$$t_c = \frac{GM}{2V_{rms}^3}, \quad t_c = \left(\frac{2R^3}{GM}\right)^{1/2}. \quad (2.3)$$

Argumentos teóricos (Lynden-Bell 1962), así como evidencia a partir de experimentos numéricos (Hénon 1968), muestran que un sistema alcanza un estado cuasi-estacionario de mezclado de fases en unos cuantos tiempos de cruce.

El *tiempo de relajamiento* de un sistema estelar, τ , es el tiempo durante el cual las fuerzas de interacción entre las estrellas afectan de manera significativa la distribución de energía entre las partículas del sistema (Ambartsumian 1938, Henón 1973). El tiempo τ suele definirse como el tiempo para el cual el cambio en energía cinética promedio de las partículas es del mismo orden que la energía de las mismas.

Se puede mostrar, (Henón 1973), que el tiempo de relajamiento para un sistema de N -partículas idénticas de masa m está dado por

$$\tau = \frac{V^3}{8\pi G^2 m \rho \ln N}, \quad (2.4)$$

donde ρ/m es el número de partículas en la unidad de volumen. Así mismo, se encuentra la siguiente relación entre el tiempo de relajamiento y el tiempo de cruce

$$\frac{\tau}{t_c} = \frac{N}{4\pi \ln N} \approx 0.1 \frac{N}{\ln N}. \quad (2.5)$$

Este es un resultado fundamental que muestra que para sistemas con muchos cuerpos el tiempo de relajamiento es mucho mayor que el tiempo de cruce: $\tau \gg t_c$, es decir, que la escala de tiempo asociada con el efecto de encuentros entre partículas es mucho mayor que el tiempo que tarda una partícula en atravesar dicho sistema.

Algunas estimaciones de tiempos de relajamientos son: para un cúmulo galáctico abierto con $R = 1 pc$, $M = 5 \times 10^2 M_\odot$ y $N = 10^3$, se tiene que $\tau \approx 10^7$ años. Para un cúmulo globular de $R = 5 pc$, $M = 5 \times 10^4 M_\odot$ y $N = 10^5$, se encuentra un $\tau \approx 1.5 \times 10^9$ años. En ambos casos, el tiempo de relajamiento es menor que su edad; de lo que se espera que los encuentros entre estrellas hayan jugado un papel esencial en determinar el estado dinámico en que se encuentran estos sistemas.

Para una galaxia elíptica con $R = 3 Kpc$, $M = 5 \times 10^{10} M_\odot$ y $N = 10^{11}$, se obtiene que $\tau \approx 5 \times 10^{14}$ años. Aquí la situación es distinta a la de los cúmulos estelares, ya que el tiempo de relajamiento es mucho mayor que la edad de la galaxia, por lo que los efectos de encuentros entre estrellas parecen no haber sido importantes en determinar la estructura actual de la galaxia. Por otro lado, el tiempo de cruce para estas galaxias es de $t_c \sim 10^7$ años, de lo que se puede concluir que dichas galaxias se encuentran en un estado cuasi-estacionario de fases orbitales mezcladas, en el cual han permanecido prácticamente sin cambio durante la mayor parte de sus vidas.

De lo expuesto anteriormente, se puede concluir que las galaxias son sistemas *no-colisionales* en equilibrio cuasi-estacionario, donde las estrellas se mueven bajo la influencia

del potencial generado por todas las partículas del sistema. Para un cúmulo de galaxias con $R = 0.5 Mpc$, $M \sim 10^{14} M_{\odot}$ y $N = 500$ se encuentra que $\tau \approx 10^{10}$ años; i.e. un tiempo del mismo orden que la edad del sistema. Sin embargo, como el valor de la masa M no está bien determinado para éstos sistemas no se puede afirmar, en base al resultado anterior, algo sobre la importancia de los encuentros entre galaxias.

No obstante, si se considera que el camino libre medio, l , en un cúmulo de galaxias es $l \sim 1/n\sigma$, donde n es el número de galaxias por unidad de volumen y σ su sección eficaz de colisión, se encuentra que éste es pequeño (comparado con el tamaño físico de las galaxias) para cúmulos ricos; por lo que se espera que los encuentros entre galaxias jueguen un papel importante en la evolución del cúmulo.

Las ecuaciones que describen el movimiento de N partículas que interaccionan gravitacionalmente, en la aproximación no relativista, están dadas por

$$m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{F}_i = - \sum_{i \neq j} \frac{G m_i m_j}{r_{ij}^3} \mathbf{r}_{ij}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (2.6)$$

donde m_i y $\mathbf{r}_i$ son respectivamente la masa y el vector de posición de la i -ésima partícula, $\mathbf{F}_i$ es la fuerza total sobre la misma, G es la constante de gravedad, y $\mathbf{r}_{ij} \equiv \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$. Estas ecuaciones forman un sistema de N -ecuaciones diferenciales acopladas de segundo orden, además de ser no-lineales; por lo tanto, el comportamiento del sistema se hace mucho más complejo a medida que aumentamos el número de partículas.

El potencial gravitacional $\varphi(\mathbf{r})$ en un punto del espacio, generado por una distribución de masa continua ρ , está dado por

$$\varphi(\mathbf{r}) = -G \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} d^3 \mathbf{r}',$$

de donde se puede obtener la fuerza sobre una partícula de masa m mediante la expresión $\mathbf{F} = -m \nabla \varphi$; y el operador gradiente actúa sobre las coordenadas de la partícula prueba. Este potencial gravitacional satisface el *principio de superposición*; i.e. que el potencial en un punto es la suma de las contribuciones al mismo de todas las "fuentes" de potencial. En general este principio no es válido para campos gravitacionales muy intensos donde es necesario usar la teoría de gravitación de Einstein.

Dado que los sistemas estelares que son de interés en el presente trabajo cumplen con el principio de superposición, se puede calcular el potencial gravitacional en un punto $\mathbf{r}$ generado por una distribución esférica arbitraria de densidad $\rho(r')$ en dos partes; (1) sumando las contribuciones al potencial producido por las partes internas al punto y (2) las contribuciones hechas por la materia externa al punto $\mathbf{r}$, de la forma

$$\varphi(r) = -4\pi G \left[\frac{1}{r} \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' + \int_r^\infty \rho(r') r' dr' \right]. \quad (2.7)$$

Una ecuación importante en dinámica estelar es la ecuación de Poisson, que permite relacionar el potencial gravitacional φ y la densidad de materia ρ mediante la expresión

$$\nabla^2 \varphi = 4\pi G \rho .$$

Así, esta ecuación nos permite, conocida la distribución de materia, encontrar el potencial que ésta genera y, por lo tanto, la fuerza que actúa sobre cada partícula en la distribución de materia.

La masa de una distribución esféricamente simétrica y la velocidad circular $v_c(r)$ están dadas respectivamente por

$$M(r) = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' , \quad v_c^2 = r \frac{d\varphi}{dr} = \frac{GM(r)}{r} . \quad (2.8)$$

Para sistemas gravitacionales con simetría esférica, existen dos teoremas debidos a Newton que permiten calcular el potencial gravitacional de una manera sencilla sin necesidad de realizar las integrales escritas arriba (B&T). (1) *Un cuerpo que se encuentra dentro de un cascarón esférico de materia no experimenta fuerza gravitacional neta alguna del cascarón.* (2) *La fuerza gravitacional sobre un cuerpo que está fuera de un cascarón esférico de materia, es la misma que si toda la materia del cascarón estuviera concentrada en el centro del cascarón.*

§2.2 Ecuación de Boltzmann y Teorema de Jeans

La evolución dinámica de un sistema de N -partículas es posible describirla en términos de sus vectores de posición $\mathbf{x}_i$ y velocidad $\mathbf{v}_i$,¹ mediante el formalismo de la *Dinámica de Hamilton*.

En este formalismo el estado de un sistema está caracterizado por sus coordenadas $(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N; \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_N)$ en un espacio de $6N$ -dimensiones denominado *espacio- Γ* . La fuerza de interacción responsable de la dinámica del sistema se caracteriza por medio de una función escalar $\mathcal{H}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N; \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_N)$ en este espacio; llamada el *Hamiltoniano* del sistema. La ecuación de movimiento del sistema esta dado por las *ecuaciones de Hamilton*:

$$(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N; \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_N) = \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{v}_1}, \dots, \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{v}_N}; -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{x}_1}, \dots, -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{x}_N} \right)$$

Una descripción equivalente es en términos del llamado *espacio- γ* (o espacio fase) de 6-dimensiones $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$, donde el estado del sistema esta dado por las coordenadas de

¹ Utilizaremos las velocidades en lugar del momento generalizado $\mathbf{p}_i$ ya que ambos son equivalentes en el caso de sistemas dinámicos en los que el potencial de interacción no depende de las velocidades y no existen restricciones en el sistema que dependan explícitamente del tiempo (restricciones no-holónicas).

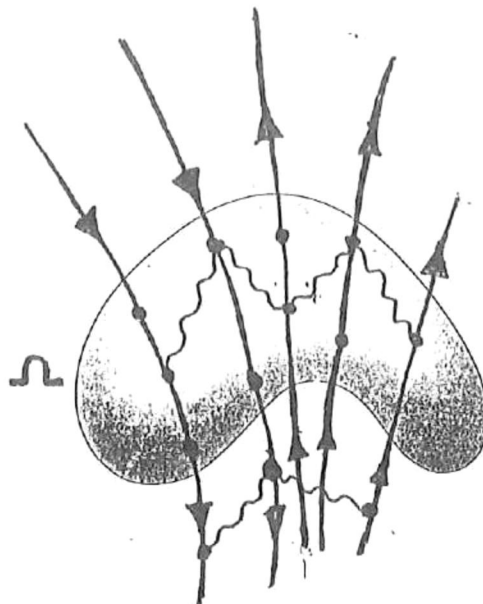


Figura 2.1 Representación gráfica de un volumen 6-dimensional Ω donde se muestra el flujo de partículas en el espacio-fase. Las líneas onduladas representan interacción entre las partículas.

los N -puntos que constituyen el sistema. Usando los métodos de la física estadística, es conveniente sustituir las coordenadas de estos N -puntos por una función escalar continua en este espacio $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}; t)$ denominada *función de distribución* o *función de densidad en el espacio fase*, tal que el número de puntos del sistema en un elemento de volumen del espacio- γ $d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{v}$ en el punto $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ al tiempo t , está dado por

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{v}; t)d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{v}.$$

A medida que las estrellas se mueven a través del sistema estelar tanto sus coordenadas como sus velocidades cambian; en otras palabras, el sistema “evoluciona” en el *espacio-fase- γ* . La función de distribución de un sistema estelar no está determinada de manera completamente libre, sino está sujeta a una condición de continuidad; la cual tiene consecuencias importantes. Existe, de hecho, una ecuación de continuidad que el “flujo” de partículas debe obedecer en el espacio- γ .

En este espacio de seis dimensiones, una partícula queda representada por un punto $\mathbf{w} = (\mathbf{x}, \mathbf{v})$. Considérese primeramente el caso en que las partículas no interaccionan entre sí. La ecuación correspondiente para f toma la forma de una ecuación de continuidad en el espacio- γ : la razón de cambio del número de partículas dentro de un volumen Ω en el espacio- γ , es la integral del flujo de partículas $\mathbf{J}_\mu$ ($\mu = 1, \dots, 6$) a través la superficie S del volumen Ω , Fig-2.1,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}; t) d\mathbf{w} = - \int_S \mathbf{J}_\mu \cdot d\mathbf{S}$$

o, utilizando el Teorema de Green se puede escribir como

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} f d\mathbf{w} = - \int_{\Omega} \nabla_{\mu} \circ \mathbf{J}_{\mu} d\mathbf{w} \quad (2.9)$$

donde el flujo de partículas $\mathbf{J}_{\mu}$ esta dado por

$$\mathbf{J}_{\mu} = \dot{\mathbf{w}} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}; t) \quad (2.10)$$

y el operador divergencia es

$$\nabla_{\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}, \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right)$$

La ecuación (2.9) se puede escribir en la forma diferencial

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_{\mu} \circ \mathbf{J}_{\mu} = 0, \quad (2.11)$$

o de manera explícita sustituyendo (2.10)

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{flujo}} \equiv -\mathbf{v} \circ \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\mathbf{F}}{m} \circ \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}, \quad (2.12)$$

donde $\mathbf{F}$ denota la fuerza externa sobre las partículas; que para el caso de los sistemas estelares puede ser escrita como el gradiente del potencial gravitacional (§2.2). La ecuación (2.12) es llamada la *ecuación de Boltzmann no-colisional*, ya que es precisamente la ecuación de Boltzmann de la teoría cinética sin el término que toma en cuenta las colisiones entre partículas.

Los puntos del espacio- γ se "pierden" de un cierto volumen también debido a la acción de fuerzas de interacción entre las mismas partículas. La correspondiente pérdida de partículas estará caracterizada por un término *colisional*, $(\partial f / \partial t)_{\text{coll}}$, que representa la acción de éstas; así la ecuación completa de Boltzmann quedará

$$\frac{Df}{Dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{flujo}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll}}. \quad (2.13)$$

Es posible eliminar el término colisional de la ecuación de Boltzmann en un sistema estelar bajo ciertas condiciones que se presentan como físicamente factibles, tales como: (a) cuando el efecto de las interacciones entre las estrellas es despreciable, e.g. las galaxias donde su tiempo de relajamiento es muy grande; (b) cuando la función de distribución es un invariante ante las fuerzas de interacción entre las partículas; i.e. cuando el número de "puntos" que dejan cualquier parte del espacio- γ , como resultado de interacciones, es exactamente (estadísticamente hablando) balanceado por aquellos puntos que entran al volumen considerado por las mismas razones que los que salieron.

Es importante hacer notar que esta última alternativa no es posible en sistemas estelares, ya que la función de distribución que es invariante con respecto a colisiones no está acotada en el espacio de velocidades (distribución de Maxwell-Boltzmann); mientras que la masa finita del sistema implica una velocidad de escape finita.

La ecuación de Boltzmann no-colisional tiene una interpretación física directa importante, que resalta al momento de compararla con las ecuaciones de movimiento de una partícula,

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} \quad \text{y} \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla\varphi. \quad (2.14)$$

Los términos de la ecuación de Boltzmann no colisional contienen todas las posibles derivadas parciales de f con respecto a las variables independientes, y cada una esta multiplicada por una cantidad que es igual a la derivada de esa variable con respecto al tiempo, a lo largo de la trayectoria de movimiento de un punto individual. Por lo que la ecuación (2.12) establece que a lo largo de la trayectoria de cualquier estrella a través del espacio fase- γ , la derivada total de f es cero.

Esta ecuación es la ecuación equivalente en el espacio- γ a lo que en física estadística es llamado el Teorema de Liouville, el cual se aplica al espacio- Γ : a medida que el punto que representa a la partícula (o sistema) se mueve en el espacio fase- γ (Γ), la densidad a su alrededor permanece constante. En otras palabras, el flujo de estrellas en este espacio- γ es incompresible. Es precisamente debido a esta propiedad que se puede obtener una gran cantidad de información de los sistemas estelares; en efecto, las estrellas en cualquier posición y velocidad llevan información (en su f) acerca de la densidad del espacio- γ en otras posiciones y velocidades. En cierta manera, es por esta propiedad que se puede utilizar la distribución de velocidades de estrellas locales para conocer las características de las partes remotas de nuestra Galaxia.

Se ha definido f como la densidad de estrellas en el *espacio-fase*. Si la integral de esta función sobre todo el espacio-fase se normaliza, entonces ésta se puede interpretar como una *densidad de probabilidad*: es decir, si al tiempo $t = 0$ existe cierta probabilidad que una estrella se encuentre en una región γ_0 , entonces al tiempo t esta misma probabilidad se le asigna al elemento γ_t ; el cual corresponde a la evolución del elemento γ_0 dado las ecuaciones de movimiento. Con esta interpretación, f juega un papel similar en dinámica estelar al que la función de onda ψ juega en mecánica cuántica.

La función de distribución f es una función de siete variables, por lo que la solución completa a la ecuación de Boltzmann no-colisional es usualmente muy difícil. Donde la solución resulta particularmente importante es en una situación estacionaria; tal como la de un sistema estelar que ha existido suficiente tiempo como para llegar a un estado de equilibrio estadístico. Las estrellas entonces se mueven individualmente, pero la función de distribución global permanece constante.

En una situación dependiente del tiempo, la densidad del espacio fase, f , es de hecho constante a lo largo de una trayectoria, pero en cada punto de la trayectoria tiene este valor solamente en el momento cuando la estrella pasa por ese punto. Antes y después, la función f en ese punto será en general diferente. Si existe independencia temporal, f es una constante a todos los tiempos y en cada punto de la trayectoria de una estrella en el espacio fase. Así, en cierto sentido las órbitas estelares mapean la función de distribución.

Afortunadamente, la ecuación de Boltzman no-colisional es un tipo de ecuación diferencial cuya solución general es conocida ya que es una ecuación diferencial parcial de primer orden (Elsigoltz 1977). Considere la ecuación lineal homogénea

$$\sum_{i=1}^n X_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = X_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + X_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \dots + X_n \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0, \quad (2.15)$$

donde $X_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Para encontrar la solución general se forman las ecuaciones auxiliares

$$\frac{dx_1}{X_1} = \frac{dx_2}{X_2} = \dots = \frac{dx_n}{X_n}. \quad (2.16)$$

Estas son $n-1$ ecuaciones diferenciales ordinarias independientes. La solución requiere que se encuentren $n-1$ integrales independientes de estas ecuaciones diferenciales; las cuales se expresan de la forma

$$\begin{aligned} I_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= C_1 \\ I_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= C_2 \\ &\dots\dots\dots \\ I_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= C_{n-1} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Se puede entonces demostrar que la solución general a (2.15) es

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \Phi(I_1, I_2, \dots, I_{n-1}), \quad (2.18)$$

donde Φ es una función arbitraria de sus argumentos. La solución dada por (2.18) puede parecer no contener mucha información, ya que contiene una función que es completamente arbitraria; pero de hecho, constituye una gran restricción ya que establece que lo que pudo haber aparecido como una función de n variables, debe depender solamente de $n-1$ variables.

Para la ecuación de Boltzmann no-colisional, las ecuaciones auxiliares lo forman las ecuaciones de movimiento (2.14) de una partícula individual

$$\frac{dx}{dv_x} = \frac{dy}{dv_y} = \frac{dz}{dv_z} = \frac{dv_x}{-\partial\varphi/\partial x} = \frac{dv_y}{-\partial\varphi/\partial y} = \frac{dv_z}{-\partial\varphi/\partial z}.$$

En mecánica clásica (Landau & Lifshitz 1976) se muestra que una integral de movimiento es

$$I_1 = \frac{1}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + \varphi(x, y, z) = E, \quad (2.19)$$

la cual es la integral de energía (más bien, energía por unidad de masa). Si el potencial gravitacional es independiente del tiempo, esta integral siempre existe cualquiera sea la forma del potencial.

Supóngase que la integral de energía fuera la única integral que existiese, es decir, la única cantidad que se conserva a lo largo de la órbita de una estrella. Dado que el espacio- γ tiene 6 dimensiones, $I_1 = E$ representa una hipersuperficie de 5 dimensiones. Como I_1 se conserva, el movimiento de la estrella está confinado a esa superficie, ya que no puede ir a ningún otro lugar sin cambiar de valor I_1 . Si no existen otras restricciones al movimiento de la estrella, entonces eventualmente esta "visitará" todo punto en la superficie de energía. No es posible, al menos matemáticamente, para una trayectoria que no se intersecta a sí misma, visitar todo punto; pero si es posible para una trayectoria acercarse arbitrariamente a cada punto en la superficie. Tal trayectoria se le denomina *cuasi-ergódica*. Por lo que se podría establecer que una partícula sin ninguna otra restricción viajaría por una trayectoria cuasi-ergódica en su superficie de energía.

De acuerdo con el teorema de Liouville, el valor de esta densidad de espacio- γ debe ser una constante en todo lugar de la hipersuperficie I_1 . En cualquier otra superficie de energía y en todo lugar de esta nueva superficie, f puede tener otro valor. Dado que dos superficies de energía no se pueden intersectar; ya que ningún punto en γ puede corresponder a dos valores distintos de la energía, entonces podemos decir que cada superficie de energía tiene su propio valor de la densidad de espacio-fase f . Matemáticamente esto se puede escribir como

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = \Phi(I_1).$$

Al comparar este resultado con (2.18) se nota que Φ debería tener como variables independientes 5 integrales, en lugar de una sola. Esto está ligado a la distinción hecha entre integrales *aislantes* y *no-aislantes*.

Considérese el siguiente ejemplo de un oscilador bi-dimensional para distinguir entre los dos tipos de integrales mencionadas anteriormente (Woltjer 1967). Séan las ecuaciones del oscilador

$$x = A \sin \alpha(t - t_\alpha), \quad y = B \sin \beta(t - t_\beta). \quad (2.20)$$

Si α/β es un número racional, esta órbita es periódica; i.e., si eliminamos el tiempo de las ecuaciones (2.20), entonces la órbita es una trayectoria de un parámetro en el espacio- (x, y, v_x, v_y) . Si α/β es irracional, entonces la órbita llena la región $|x| \leq A, |y| \leq B$.

Existen al menos dos integrales independientes del tiempo:

$$I_\alpha = v_x^2 + \alpha^2 x^2, \quad I_\beta = v_y^2 + \beta^2 y^2; \quad (2.21)$$

las cuales definen hipersuperficies de 3 dimensiones en el espacio-fase de 4 dimensiones. Por (2.18), puede existir solamente otra integral independiente del tiempo para este sistema; la cual se obtiene eliminando el tiempo de las ecuaciones (2.20), y

$$I_3 = t_\beta - t_\alpha = \alpha^{-1} \text{sen}^{-1}(x/A) - \beta^{-1} \text{sen}^{-1}(y/B). \quad (2.22)$$

Ahora tomando un valor particular de I_3 y de y , de tal manera que

$$x = A \text{sen} \left\{ \alpha I_3 + \frac{\alpha}{\beta} \text{Sen}^{-1}\left(\frac{y}{B}\right) + \frac{\alpha}{\beta} n\pi \right\} \quad (2.23)$$

donde Sen^{-1} denota el valor principal de la función y n es un entero.

Si α/β es un número racional, x toma solamente un número finito de valores, de tal manera que I_3 es una hipersuperficie de 3 dimensiones y la órbita esta confinada a una región de un parámetro: y la cual es periódica. Si α/β es irracional, entonces todos los valores de $x(n)$ son diferentes y $x(n)$ puede acercarse arbitrariamente a cualquier valor permitido por I_α . En este caso, I_3 es infinitamente multi-valuada y no provee de una restricción efectiva sobre la órbita, la cual llena la región $|x| \leq A$, $|y| \leq B$ permitida por I_α e I_β . Este tipo de integral es llamada *no-aislante*; I_α e I_β (al igual que I_3 para α/β racional), las cuales no son infinitamente multi-valuadas, son llamadas integrales *aislantes*. El número de integrales aislantes depende de la forma del potencial de interacción.

Existen situaciones dinámicas, como en un potencial axial-simétrico, donde se encuentra una integral que expresa la conservación de la componente axial del momento angular, $I_2 = L_z$. Similarmente a la integral de energía, el momento angular define una hipersuperficie de 5 dimensiones y se tiene que el movimiento debe estar confinado a ella. Pero dicho movimiento también está confinado a una superficie particular $I_1 = E$; de tal manera que en realidad el movimiento se lleva a cabo en una hipersuperficie de 4 dimensiones, la cual es la intersección de las dos superficies, i.e. $I_1 \cap I_2$.

Así mismo, el teorema de Liouville requiere que f tenga los mismos valores en esta superficie, i.e. que f sea una función de las integrales

$$f(x, v) = \Phi(I_1, I_2).$$

El principio ejemplificado por los dos casos anteriores fué establecido de manera general por Jeans: *En estado estacionario, la distribución en el espacio-fase es función solamente de las integrales aislantes del movimiento de las partículas*; conocido éste como el Teorema de Jeans.

El problema de las integrales reside en establecer el número de integrales aislantes que existen. Este problema no es simple, ya que de existir integrales aislantes los potenciales pueden admitir también integrales “cuasi-aislantes”. Estas tienden a existir para la mayoría de las órbitas, pero a energías altas las órbitas comienzan a presentar un comportamiento ergódico. Una función de distribución propia puede ser construida solo mediante una integración numérica de los distintos tipos de órbitas; seguida de una clasificación de ellas.

§2.3 El Problema de N-Cuerpos en Astrofísica

El problema de N -cuerpos consiste en encontrar las trayectorias de varios cuerpos que se mueven sujetos a las interacciones entre sí. El primer problema de N -cuerpos fué resuelto por Newton, quien descubrió que la trayectoria de un cuerpo sujeto a una fuerza gravitacional es una cónica. El problema de 2-cuerpos puede ser resuelto de manera analítica, pero no así el de 3 o más cuerpos; esto se debe al carácter no-lineal de las ecuaciones de movimiento.

El advenimiento de computadoras ha permitido resolver de manera directa las ecuaciones de movimiento de las partículas, a través de la integración numérica de las trayectorias y observar así la evolución dinámica de un sistema. Un problema que muestra de manera clara la utilidad del cálculo numérico, y por otro lado la imposibilidad del cálculo analítico, lo constituye encontrar el comportamiento de una estrella binaria al colisionar con una estrella. Se encuentra (Hut 1983) que el comportamiento del sistema es muy complejo y sensible a las condiciones iniciales del encuentro, Fig-2.2.

Para encontrar las ecuaciones de movimiento de N -partículas sujetas a fuerzas de gravedad existen varios métodos; tal como el método de integración directa de las ecuaciones, donde se calcula a cada tiempo la fuerza entre las partículas y se usa este resultado para hallar su posición y velocidad a un tiempo dado. Los códigos de N -cuerpos basados en la integración directa de las ecuaciones de movimiento, tienen la propiedad de que las trayectorias encontradas no son reversibles, debido a que la integración y errores de redondeo causan que las órbitas de las partículas diverjan rápidamente de las trayectorias que seguirían en ausencia de tales errores (Miller 1964). Sin embargo, éstos métodos permiten simular de manera muy exacta tanto sistemas colisionales como no-colisionales.

Van Albada & van Gorkom (1977) han realizado experimentos de colisiones y fusiones entre galaxias esféricas, utilizando un código computacional basado en la expansión del potencial en armónicos esféricos, encontrando que sus resultados mostraban reversibilidad en las ecuaciones de Boltzmann y Poisson a diferencia de los códigos de integración directa. Otra ventaja de la técnica de expansión en armónicos esféricos es que produce un algoritmo mucho más rápido que uno de integración directa, lo cual permite simular sistemas con miles de partículas, en lugar de cientos.

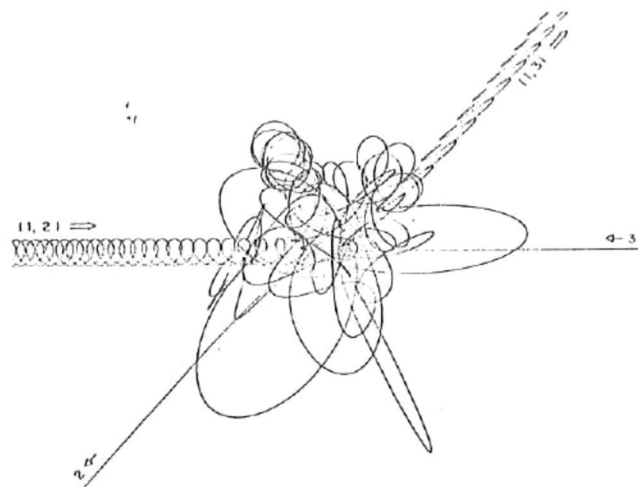


Figura 2.2 La interacción entre una estrella doble (binaria) y estrella sencilla, es un fenómeno sumamente complejo. La binaria, conteniendo las estrellas 1,2 entra por la izquierda y la sencilla, 3, por la derecha; el resultado de la interacción es que la estrella 2 escapa, dejando a la 1 y 3 atrás en una binaria nueva.

Las técnicas de expansión en armónicos esféricos son óptimas para problemas en los cuales se tiene un centro de densidad bien definido y un gradiente de densidad pronunciado (e.g. galaxia elíptica), e inapropiado para situaciones donde existan varios de tales centros. Villumsen (1982) ha sido capaz de extender este formalismo al problema de fusión de galaxias; no obstante el código se hace difícil de manejar cuando las galaxias se traslapan; debido a ambigüedades en decidir que estrellas deben ser asignadas a cual centro de expansión.

Una limitación al uso de armónicos esféricos es que no se puede estudiar la estructura en pequeña escala en las regiones externas de galaxias, ni la estructura vertical en sistemas de disco; ya que el truncamiento en la expansión multipolar corresponde a ignorar variaciones angulares debajo de cierta escala, y como este truncamiento es en ángulo correspondería a una resolución pobre en la periferia del sistema y resolución alta en la región central del sistema.

En un sistema físico aislado la energía total y los momentos lineal y angular, se deben conservar. En simulaciones numéricas de N -cuerpos, se encuentra que alguna de éstas cantidades en realidad no tienen un valor constante debido a errores de truncamiento y redondeo (Hockney & Eastwood 1981). La energía se conserva cuando el potencial no depende explícitamente del tiempo (Landau & Lifshitz 1976), y dado que la ecuación de Poisson no depende del tiempo, se esperaría que la energía se conservara. Es por esto que la energía es un diagnóstico importante para vigilar la precisión del algoritmo numérico utilizado.

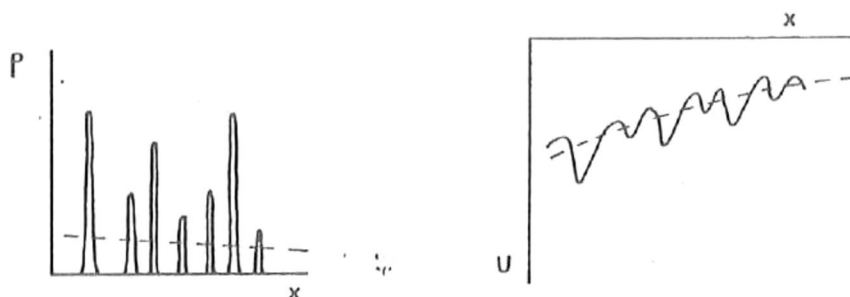


Figura 2.3 En un sistema estelar tanto la densidad ρ como la energía gravitacional U presenta “brincos” en la región donde se encuentran las partículas, debido a la “granularidad” del sistema. La línea punteada son las cantidades suavizadas.

El momento angular se conserva cuando las propiedades mecánicas no varían bajo rotaciones infinitesimales. La expansión de las cantidades físicas en armónicos esféricos conduce a que la invariancia rotacional no se vea afectada por el truncamiento en la expansión multipolar. Esto debido al Teorema de Adición de Armonicos Esféricos, el cual establece que cualquier rotación transforma funciones de armónicos en una nueva combinación de armónicos teniendo todos el mismo grado (Mathews & Walker 1970). Para cantidades físicas definidas en la red cartesiana discreta, aunque no estrictamente invariantes rotacionales, éstas presentan cambios seculares muy pequeños en el momento angular.

Es importante notar que estos códigos de expansión en armónicos no satisfacen la 3ra. ley de Newton, lo cual se puede ver al retener solamente el primer término en la expansión del potencial y por lo tanto no conservan el momento lineal. Así, cuando la expansión es truncada, el momento lineal no puede ser conservado exactamente lo que conduce a un comportamiento inestable, ya que el centro de densidad del sistema no coincide con el centro de la expansión multipolar. Una manera de resolver éste inconveniente reside en hacer un poco más masiva la partícula central del sistema (e.g. $\sim 10m_i$).

La mayor dificultad que se presenta al momento de encontrar el potencial gravitacional a partir de la ecuación de Poisson, es que se supone un potencial φ continuo mientras que en la realidad la densidad ρ tiene “brincos” donde se encuentran las partículas, y de la misma manera el potencial, Fig. 2-3. Además existe el problema de que cuando la separación entre las partículas tiende a cero la ecuación (2.6) diverge. Dado que esto no sucede en un sistema real, ya que las estrellas tienen un tamaño físico dado, en una simulación numérica se acostumbra utilizar una interacción suavizada de forma que la energía gravitacional entre dos partículas cualesquiera es

$$U_{ij} = \frac{G m_i m_j}{(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^2 + \epsilon^2)^{1/2}}, \quad (2.24)$$

donde el ϵ es llamado *radio de dilución*, o *radio de suavizamiento*, y es introducido para evitar divergencias; lo que evita que se formen binarias en los cálculos que afecten significativamente la dinámica de los sistemas.

La introducción del radio de dilución equivale a tratar una partícula puntual como con distribución extendida de masa conocida como esfera de Plummer (B&T), con densidad

$$\rho_{\text{plummer}}(r) = \left(\frac{3m}{4\pi\epsilon^3} \right) \left(1 + \frac{r^2}{\epsilon^2} \right)^{-\frac{5}{2}},$$

y equivale a interpretar a ϵ como el tamaño de las partículas simuladas. Para que ϵ tenga un efecto significativo en la dinámica del sistema, con una dispersión de velocidades v^2 , éste debe ser más grande que la distancia de *encuentro cercano* $r_0 = Gm/v^2$ donde los encuentros entre partículas típicamente causan que se desvien de sus órbitas un ángulo del orden de un radián.

La introducción de este radio de dilución no debe de afectar el equilibrio gravitacional del sistema, por lo que éste debe ser considerablemente menor que el radio gravitacional del mismo sistema $r_g = GNm/2v^2$; de hecho, es conveniente que este radio de dilución sea mucho menor que la separación media entre las partículas del sistema. La introducción del artificio del radio de dilución conduce a que el teorema del Virial para el sistema modelado adopte una forma ligeramente distinta a la de los sistemas físicos, de tal manera que la versión "suavizada" del teorema del Virial es (White 1982)

$$\sum_i m_i v_i^2 + \sum_{i>j} U_{ij} = - \sum_{i>j} \frac{Gm_i m_j \epsilon^2}{(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^2 + \epsilon^2)^{3/2}}. \quad (2.25)$$

El uso del radio de suavizamiento conduce a que las velocidades de las partículas en la simulación numérica, también tengan que ser "suavizadas" con el fin de que el modelo numérico esté en equilibrio y se cumpla (2.25). El factor de corrección para las velocidades está dado por (Aguilar 1985)

$$\frac{v_s^2}{v_{ns}^2} = \frac{r^2}{M_{tot}} \times \left[\frac{m_1}{r^2 + \epsilon_{1i}^2} + \frac{M_{tot} - m_1}{r^2 + \epsilon_{ij}^2} \right], \quad (2.26)$$

donde v_s y v_{ns} son las velocidades suavizadas y no suavizadas respectivamente; M_{tot} la masa total del sistema; m_1 la masa de la partícula en el centro de la expansión del potencial; ϵ_{1i} el radio de suavizamiento para la interacción que involucra la partícula central y la i -ésima y ϵ_{ij} el suavizamiento para la interacción entre las partículas.

La referencia estándar del tiempo de relajamiento para un sistema de masas iguales, también se ve afectado por la introducción del radio de dilución ϵ y está dado por (Hénon 1975)

$$\frac{t_r}{t_{dyn}} = \frac{0.06N}{\ln(0.1NGm/\epsilon v_{rms}^2)}, \quad (2.27)$$

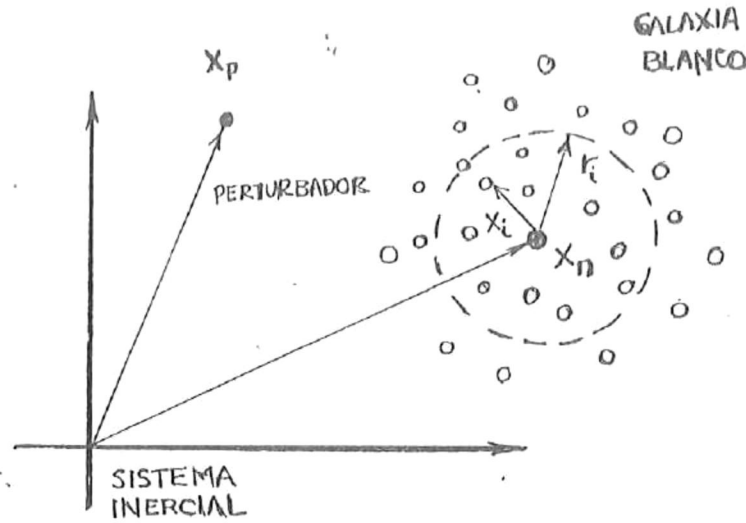


Figura 2.4 Representación esquemática de las partículas utilizadas en la deducción de las ecuaciones de movimiento para colisiones entre galaxias, utilizadas en el presente trabajo.

donde t_{din} es el llamado tiempo dinámico definido por la ecuación $t_{din} = 2r_g/v_{rms}$. Se hacen necesarios $\sim 10t_r$ antes de que la estructura de un sistema en equilibrio se vea grandemente modificada (White 1979); de lo que se tiene, por ejemplo, que un sistema de 500-cuerpos suavizados por $Gm/\epsilon v_{rms}^2 = 0.1$ le tomará $\approx 100t_{din}$ para que evolucione de manera significativa. Pruebas directas de simulaciones verifican que la estructura de sistemas N -cuerpos evolucionan de hecho muy lentamente con el tiempo; sin embargo, los efectos de relajamiento pueden ser más pronunciados para sistemas no-esféricos.

El código numérico para integrar las ecuaciones de movimiento utilizado en el presente trabajo es el desarrollado por White (1983) y Aguilar & White (1985). El problema a investigar es una colisión entre dos galaxias, por lo que se necesita plantear las ecuaciones de movimiento del sistema, Fig-2.5. Primeramente, las ecuaciones para el núcleo de la galaxia blanco y las de un perturbador puntual son

$$\begin{aligned}\ddot{x}_n &= m_p(x_p - x_n)R_{pn}^{-3} + m_h \sum_i (x_i - x_n)R_{nh}^{-3} \\ \ddot{x}_p &= m_n(x_n - x_p)R_{np}^{-3} + m_h \sum_i (x_i - x_p)R_{ip}^{-3},\end{aligned}\tag{2.28}$$

donde los subíndices n y p denotan cantidades del núcleo de la galaxia blanco y el perturbador respectivamente y las sumatoria corre sobre todas las partículas de la galaxia. Las distancias suavizadas están definidas por formulas del tipo

$$R_{pn}^2 = |x_p - x_n|^2 + \epsilon^2,$$

donde los subíndices indican los componentes que interactúan y la constante gravitacional es tomada como $G = 1$.

Las ecuaciones para las partículas de la galaxia blanco, además de estar sujetas al potencial de su núcleo y del perturbador (el cual se tomará como un potencial rígido, §5.2), están sujetas al potencial generado por ellas mismas; por lo que la ecuación de movimiento de la i -ésima merece un poco de más tratamiento. Considerese la siguiente expresión para el potencial suavizado debido a una distribución continua de materia

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int d^3\mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') (|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^2 + \varepsilon^2)^{-1/2}. \quad (2.29)$$

Como se mencionó en §2.2, el potencial en un punto r dentro de una distribución de masa consta de dos partes: en la región definida por $r' > r$, el factor R' puede ser removido del denominador de la función de Green en la ecuación y lo restante expandido en potencias de r/R' . Similarmente, en las regiones interiores $r' < r$, el factor R puede ser removido y el resto expandido en potencias de r/R . Una vez hecho esto, y considerando sólo una expansión cuadrupolar, tenemos que el potencial queda como

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}) = & \int_{r' > r} d^3\mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') \left[R'^{-1} + (\mathbf{r} \circ \mathbf{r}') R'^{-3} - \frac{1}{2} r^2 R'^{-3} + \frac{3}{2} (\mathbf{r} \circ \mathbf{r}')^2 R'^{-5} \right] \\ & + \int_{r' < r} d^3\mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') \left[R^{-1} + (\mathbf{r} \circ \mathbf{r}') R^{-3} - \frac{1}{2} r'^2 R^{-3} + \frac{3}{2} (\mathbf{r} \circ \mathbf{r}')^2 R^{-5} \right]. \end{aligned}$$

En un sistema discreto, el potencial en el punto de la i -ésima partícula es obtenido remplazando la distribución continua ρ , por una suma de funciones δ -Dirac; de donde se obtiene

$$\begin{aligned} \varphi(x_i) = & M_{ext} + \mathbf{r}_i \circ \mathbf{P}_{ext} - \frac{1}{2} r_i^2 T_{ext} + \frac{3}{2} \mathbf{r}_i \circ \mathbf{Q}_{ext} \circ \mathbf{r}_i \\ & + M_{int} R_{i,n}^{-1} + \mathbf{r}_i \circ \mathbf{P}_{int} R_{i,n}^{-3} - \frac{1}{2} T_{int} R_{i,n}^{-3} + \frac{3}{2} \mathbf{r}_i \circ \mathbf{Q}_{int} \circ \mathbf{r}_i R_{i,n}^{-5} \end{aligned}$$

con el siguiente significado para los distintos términos,

$$\mathbf{P}_{ext}(\mathbf{x}_i) = \sum_{j>i} m_h \mathbf{r}_j R_{j,n}^{-3}, \quad \mathbf{P}_{int}(\mathbf{x}_i) = \sum_{j<i} m_h \mathbf{r}_j,$$

$$T_{ext}(\mathbf{x}_i) = \sum_{j>i} m_h R_{j,n}^{-3}, \quad T_{int}(\mathbf{x}_i) = m_h r_j^{-2},$$

$$\mathbf{Q}_{ext} = \sum_{j>i} m_h \mathbf{r}_j \circ \mathbf{r}_j R_{j,n}^{-5}, \quad \mathbf{Q}_{int} = \sum_{j<i} m_h \mathbf{r}_j \circ \mathbf{r}_j,$$

$$M_{ext}(\mathbf{x}_i) = \sum_{j>i} m_h R_{j,n}^{-1}, \quad M_{int}(\mathbf{x}_i) = m_h N_i, \quad \mathbf{r}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_n, \quad r_i = |\mathbf{r}_i|.$$

El potencial sentido por cada partícula es entonces una suma de términos monopulares, dipolares y cuadrupolares que representan separadamente el efecto de las partículas dentro y fuera de su posición r . Si la ecuación del potencial es multiplicada por la masa de una partícula del halo m_h , se obtiene la energía potencial total:

$$U = m_n m_p R_{np}^{-1} + m_h \sum_i \left[(m_n + M_{int}) R_{n,i}^{-1} + m_p R_{p,i}^{-1} \right. \\ \left. + (\mathbf{r}_i \circ \mathbf{P}_{int} - \frac{1}{2} T_{i,n}) R_{i,n}^{-3} + \frac{3}{2} \mathbf{r}_i \circ \mathbf{Q} \circ \mathbf{r}_i R_{i,n}^{-5} \right].$$

La ecuación de movimiento, por lo tanto, de una partícula del halo de la galaxia blanco esta dada por

$$\ddot{\mathbf{x}}_i = m_n \mathbf{r}_i R_{i,n}^{-3} + m_p (\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_i) R_{i,p}^{-3} + \mathbf{P}_{ext} - T_{ext} \mathbf{r}_i + 3 \mathbf{r}_i \circ \mathbf{Q}_{ext} \\ - M_{int} \mathbf{r}_i R_{i,n}^{-3} + \mathbf{P}_{int} R_{i,n}^{-3} - 3 (\mathbf{P}_{int} \circ \mathbf{r}_i) \mathbf{r}_i R_{i,n}^{-5} + \frac{3}{2} T_{int} \mathbf{r}_i R_{i,n}^{-5} \\ + 3 (\mathbf{Q}_{int} \circ \mathbf{r}_i) R_{i,n}^{-5} - \frac{15}{2} (\mathbf{r}_i \circ \mathbf{Q}_{int} \circ \mathbf{r}_i) \mathbf{r}_i R_{i,n}^{-7}, \quad i = 1, N_h. \quad (2.30)$$

Estas ecuaciones (2.28) y (2.30) mueven cada partícula como si ésta fuera una partícula puntual, pero calculan su influencia gravitacional sobre las demás como si fuera una distribución continua de masa localizada dentro de un radio ε . Aunque la ecuación (2.30) parece indicar la necesidad de efectuar una sumatoria sobre todas las partículas del sistema para calcular la fuerza sobre ésta, tan sólo es necesario efectuarla para las partículas cuyo radio r' es menor que el de la partícula en cuestión. Lo anterior basado en uno de los teoremas de Newton (§2.2); ya que si se ordenan las partículas de manera ascendente en distancia radial al centro de expansión, los momentos que tipifican el potencial (e.g. monopolo, dipolo, etc) en la posición de las demás partículas son fácilmente calculables de manera recursiva.

Por ejemplo, los momentos internos calculados en la posición $\mathbf{r}_{i+1}$ son los mismos momentos calculados para la posición $\mathbf{r}_i$, más la contribución de la i -ésima partícula a los mismos; de manera análoga, los momentos externos en la posición $\mathbf{r}_{i+1}$ son los momentos calculados en $\mathbf{r}_i$ menos la contribución de la partícula en $\mathbf{r}_{i+1}$. Este truco permite calcular las fuerzas en el sistema evitando una doble sumatoria sobre todas las partículas. Por otro lado, el método de integración de las ecuaciones de movimiento utilizado en el código de N -cuerpos es un *predictor-corrector* de 4to. orden. El código tiene la particularidad de dividir el sistema en dos regiones concéntricas; la región interna está compuesta de un número fijo de partículas y es avanzada a pasos de tiempo más cortos que el resto del sistema.

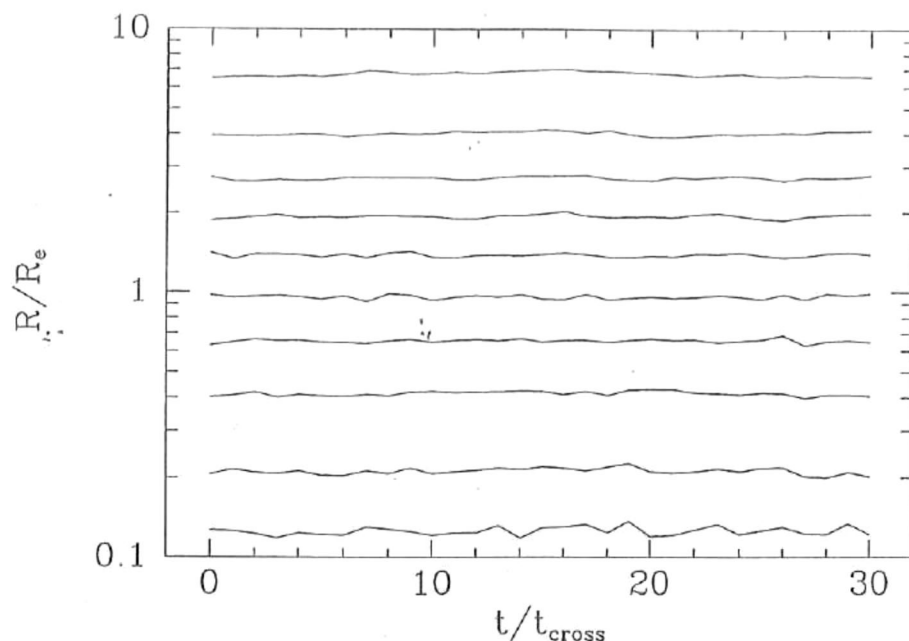


Figura 2.5 Evolución de radios proyectados de una galaxia de *de Vaucoulers*, conteniendo el 5%, 10%, 20%, ..., 90% de la masa total del sistema, durante 30 tiempos de cruce. No se presenta una destrucción del equilibrio; los radios presentan tan sólo fluctuaciones estadísticas.

Este procedimiento permite tener una resolución temporal mayor para las partículas en el centro del sistema, donde las escalas de tiempo dinámico son más cortas, sin tener que avanzar todas las partículas frecuentemente; en la práctica se toma esta región como la esfera que contiene $\sim 40\%$ de la masa para una distribución de densidad que sigue una *ley* $-R^{1/4}$ (véase: Aguilar 1985, para estos y otros detalles). El código descrito anteriormente, presenta un comportamiento estable al evolucionar un sistema de manera aislada por largos tiempos de cruce, Fig-2.5, utilizando un $\varepsilon = 0.08$; donde la energía se conserva dentro de un 1%, dando una indicación de la estabilidad del algoritmo utilizado.

MATERIA OSCURA EN ASTRONOMIA

§3.1 La Hipótesis de Materia Oscura

La idea de que el Universo puede contener mucha más materia de la que se puede deducir a partir de poblaciones estelares (remanentes y gas) en galaxias, al observar en distintas longitudes de onda, data de aproximadamente 60 años con los trabajos de Oort (1932) y de Zwicky (1933, 1937). Zwicky midió las velocidades radiales de siete galaxias en el cúmulo de Coma, encontrando que éstas tenían una velocidad que difería de la velocidad media del cúmulo con una dispersión de $\sigma_{rms} \approx 700 \text{ Km/s}$, e interpretó esta dispersión como una medida de la energía por unidad de masa de las galaxias. Zwicky supone que el cúmulo de Coma es un sistema ligado gravitacionalmente y en equilibrio virial, por lo que a tan alta dispersión de velocidades se hace necesario que exista una gran cantidad de materia en él.

Zwicky realizó una estimación del radio del cúmulo, con lo que se pudo calcular la masa total de Coma utilizando el teorema del virial: $M_c = R\sigma^2/G$. Al comparar la masa M_c con la masa deducida a partir de las galaxias M_g , encuentra una discrepancia tal que propone que en Coma hay de 10 – 100 veces más materia de la que se observaba para mantenerlo ligado. Mediciones más recientes muestran que la discrepancia es de un factor de ~ 30 (B&T).

En ausencia de otros argumentos, o evidencia, esta idea de la presencia de materia que no es directamente observable, sino que su presencia se infiere por sus efectos gravitacionales (MATERIA OSCURA), no continuó. A mediados de los años 70's, sin embargo, surge evidencia observacional de su presencia y se postula su existencia en base a argumentos teóricos: se encontró que las curvas de rotación de las galaxias espirales no decrecen hacia afuera, como es de esperarse para distancias de varios radios de Holmberg, y en 1973, Ostriker & Peebles proponen que halos masivos de materia oscura pueden inhibir la formación de barras y contribuir a la estabilidad de los discos galácticos en galaxias espirales.

Ostriker *et al.* (1974) y Einasto *et al.* (1974) llevan a cabo un resumen de la situación de la hipótesis de materia oscura, en el cual tabulan las masas de las galaxias como función de su radio y encuentran que ésta crece en proporción directa a la distancia al centro de la galaxia $M \propto r$ hasta $r \sim 100 \text{ Kpc}$ y $M \sim 10^{12} M_\odot$ para galaxias espirales normales y elípticas; estos autores proponen la existencia de halos masivos alrededor de

las galaxias luminosas. Esta idea logra una gran aceptación, y por tanto impulso, entre cosmólogos partidarios del modelo de *Big Bang* para el Universo (Wheeler 1974), ya que grandes cantidades de ésta materia podrían “cerrar” el Universo. Todo esto, aunado a nuevas observaciones e interpretaciones de las mismas, ha conducido a una aceptación casi generalizada de la existencia de materia oscura, o aceptarla como una hipótesis de trabajo viable (Faber 1986).

§3.2 Materia Oscura en Sistemas Estelares

La mayoría de la luz óptica L observada en los sistemas estelares proviene principalmente de la luz emitida por estrellas gigantes, las cuales contribuyen muy poco a la masa de los sistemas (§1.2). La mayoría de la masa estelar es debida a estrellas de baja luminosidad, que son difíciles de observar. Así, la masa estelar, o luminosa, es calculada mediante $M_{lum} = L \times (M/L)_*$; donde $(M/L)_*$ es el valor supuesto del cociente *masa-luminosidad* de la población estelar en cuestión.

Por otro lado, mediante algún método dinámico dado (e.g. curvas de rotación u órbitas de galaxias binarias), la masa de un sistema estelar es determinada, M_d . De esta masa se substraen la masa estelar M_{lum} y al residuo se le denomina MATERIA OSCURA; i.e.

$$M_d - \left(\frac{M}{L}\right)_* \times L = M_{obs}. \quad (3.1)$$

Dado este procedimiento, diversas determinaciones de M_d y observaciones de L pueden resultar en cálculos totalmente distintos en la cantidad de materia oscura en sistemas estelares, por lo que, una interpretación adecuada de los resultados requiere conocer las suposiciones bajo las cuales fueron derivados.

En el contexto galáctico y extragaláctico, el término de materia oscura usualmente es utilizado para describir materia que se infiere a partir de estudios dinámicos, pero que no es observada: i.e. $M_d - M_{lum} \geq 0$, es decir, el exceso de masa que no puede explicarse por medio de poblaciones estelares. Por otro lado, también se utiliza el término de “materia oscura” para denotar la cantidad de materia, M_{cos} , necesaria para satisfacer algún otro argumento (e.g. cosmológico), pero que no es observada dinámicamente; i.e. $M_d < M_{cos}$. En vista de lo anterior, es necesario tener presente dicha distinción al hablar de MATERIA OSCURA.

Los valores del cociente masa-luminosidad en la literatura astronómica, indicados comunmente por M/L , suelen estar dados considerando distintos valores de la constante de Hubble y la luminosidad obtenida en distintas bandas (§1.1). En el presente se tomará la luminosidad en la banda azul, B (en unidades solares), y el valor de la constante de Hubble será dado como $h \in (1/2, 1)$ (§1.1). Para transformar valores encontrados en la

literatura, se han adoptado las siguientes relaciones entre los distintos cocientes (Trimble 1987): $M/L_V \approx 0.7M/L_B$ y, probablemente, $M/L_{bol} \approx 0.5M/L_V$; recordemos también que el cociente masa-luminosidad tiene un escalamiento $M/L \propto h$ debido a la incertidumbre en el valor de la constante de Hubble. De una manera similar a como se revisaron las propiedades de los distintos sistemas galácticos y extragalácticos, se revisa adelante la evidencia que existe sobre la presencia de materia oscura en estos sistemas (véase también: Faber & Gallagher 1979, Knapp & Kormendy 1986). Para una revisión general de los métodos de determinación de masa en sistemas estelares se recomienda el trabajo de Burbidge & Burbidge (1975).

a.) La Vecindad Solar.

El problema de la determinación de la cantidad de materia oscura en la Vecindad Solar (VS) es un tema con una larga historia, y trabajos recientes muestran resultados contradictorios entre sí. El método tradicional para estimar el cociente *masa-luminosidad* de la VS consiste en utilizar las ecuaciones de Jeans de la dinámica estelar (B&T), a partir de las cuales se puede determinar la densidad de masa del disco galáctico y compararla con la obtenida de hacer un censo de toda la materia luminosa observada en la VS ($\rho_* = 0.10M_\odot/pc^3$).

Considerando al disco como un sistema en estado estacionario y que cerca del plano galáctico el movimiento perpendicular a él es independiente, la ecuación de Jeans para la componente perpendicular toma la forma†

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho \langle v_z^2 \rangle)}{\partial z} \right] = -4\pi G \rho_o \quad (3.2)$$

donde ρ es la densidad espacial y $\langle v_z^2 \rangle$ la velocidad cuadrática media ortogonal al plano galáctico de algún grupo de estrellas, el cual sirve como trazador del potencial y que debe estar en equilibrio con el mismo. Así, midiendo como función de la altura z sobre el plano galáctico la densidad de estrellas y la velocidad vertical cuadrática media de cualquier población estelar en la VS, se puede calcular la densidad local de masa ρ_o .

Oort (1932) analiza el número y velocidades de estrellas cercanas al Sol y estima que la masa de las estrellas visibles es sólo $\sim 40\%$ de la cantidad de materia obtenida utilizando la ecuación de Jeans, misma que resulta ser: $\rho_o \simeq 0.15M_\odot/pc^3$ (*límite de Oort*). La incertidumbre en el valor encontrado de ρ_o yace en el modelado de la distribución de velocidades cerca del plano galáctico y en el cálculo de la densidad estelar ν con la distancia perpendicular al mismo.

†Esta expresión es la componente z de la ecuación de Poisson que vimos en §2.1, en el límite en que el movimiento en esta dirección se desacopla del movimiento en las otras direcciones.

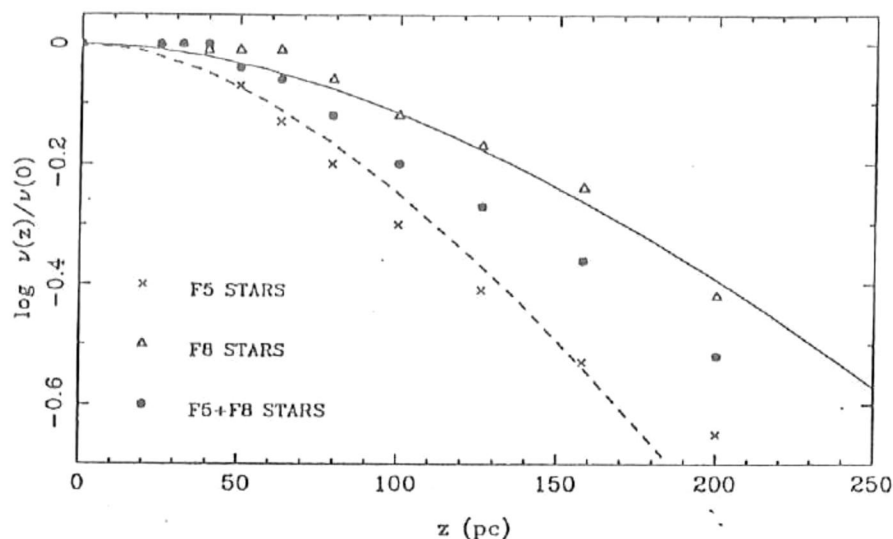


Figura 3.1 Perfil de densidad espacial de las muestras de estrellas F de Hill *et al.* (1979), como función de la altura sobre el plano galáctico. La diferencia entre los perfiles de densidad de estrellas F5 y F8 es evidente. Bahcall (1984) utiliza solamente el valor promedio (●) para hacer la estimación de ρ_o . La línea continua indica $\rho_o = 0.11 M_{\odot}/pc^3$ (i.e. $M_{obs} = 0$) y la línea punteada $\rho_o = 0.29 M_{\odot}/pc^3$ (i.e. $M_{obs} = 2M_{lum}$).

Bahcall (1984) ha realizado un análisis más reciente usando este método y poblaciones de estrellas F-enanas y K-gigantes para determinar un valor promedio de $\rho_o \sim 0.20 M_{\odot}/pc^3$; encontrando que el cociente M/L_B en la VS es $\Upsilon_B = 3.85$. Realiza, así mismo, un análisis similar dentro de 700 pc del plano de la galaxia donde encuentra $\Upsilon_B = 7.14$; de lo que concluye que aproximadamente un tercio del material en la VS debe ser materia oscura.

Hill *et al.* (1979) realizan un análisis de una muestra de estrellas F considerando dos submuestras de las mismas, F5 y F8, que no muestran diferencia entre sus distribuciones de velocidades. Al calcular los valores de ρ_o para estas estrellas, así como para la mezcla de ellas, encuentran los siguientes valores: 0.29 (F5), 0.185 (F5+F8) y 0.11 (F8). De estos datos, se puede concluir igualmente que existe el doble de materia oscura de la que se observa, que $\rho_o \sim \rho_*$, o simplemente no existe materia oscura en la VS, Fig-3.1. Estos autores concluyen que los datos obtenidos no se pueden utilizar como evidencia en favor, o en contra, de la presencia de materia oscura en la Vecindad Solar.

Un análisis reciente por Kuijken & Gilmore (1989) utilizando estrellas K-enanas, las cuales tienen la ventaja de extenderse a considerables distancias arriba del plano galáctico, arroja un valor de $\rho_o = 0.10 M_{\odot}/pc^3$; estos autores concluyen que no se requiere de masa invisible alguna en la VS, dando un cociente masa-luminosidad para el material local de $M/L_B = 2.5$. Einasto (1986) ha reportado cálculos realizados por Joover & Einasto, en donde se utilizan estrellas agrupadas de acuerdo a su edad y la ecuación de Poisson, arrojan un valor $\rho_o \sim 0.10 M_{\odot}/pc^3$ que esta en concordancia con ρ_* ; por lo que no encuentran evidencia en favor de la presencia de materia oscura.

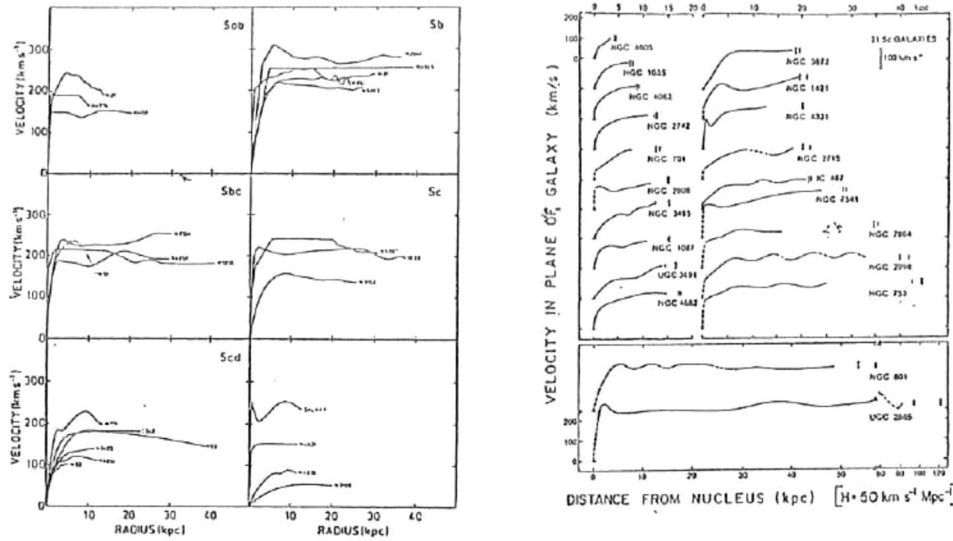


Figura 3.2 Curvas de rotación para algunas galaxias espirales en la línea de 21cm del HI (*izq.*) y del hidrógeno ionizado HII (*der.*). Estas curvas se extienden hasta distancias muy alejadas del radio óptico de las galaxias (Faber 1988).

La razón principal de la discrepancia entre los resultados de Bahcall y los obtenidos por Kuijken & Gilmore y Joover & Einasto, reside en la inhomogeneidad de muestras estadísticas seleccionadas por Bahcall. La clasificación de Bahcall no separa las estrellas deficientes de metales en el disco viejo y las estrellas del halo estelar. La adición de un número pequeño de estrellas del halo puede incrementar significativamente la dispersión de velocidades, mientras que la densidad espacial permanece prácticamente la misma; lo que influye en la determinación de ρ_0 . Joeveer (1974) hace notar además que las poblaciones jóvenes no se encuentran en un estado estacionario, sino que oscilan en la dirección z , por lo que es necesario separar las estrellas de acuerdo a su edad para determinar el valor de ρ_0 . Bahcall *et al.* (1991) han realizado un análisis más refinado de la distribución de materia en la VS, utilizando estrellas K-gigantes, encontrando en el mejor de sus modelos que existe 58% más materia oscura que luminosa. Este resultado está igualmente en discordancia con el obtenido por Kuijken (1991) utilizando estrellas K-enanas. Por todo lo anterior, la situación presente es que la evidencia de materia oscura en la VS es marginal.

b.) Galaxias Espirales.

De todos los métodos astronómicos utilizados para la determinación de masas de galaxias, se considera que son las curvas de rotación de galaxias espirales las más directas y las que se interpretan como evidencia muy confiable (Faber 1988) de la presencia de materia oscura alrededor de galaxias. Los mapas hechos en longitudes de onda de 21cm del HI, proveen de una cobertura completa en dos dimensiones sobre las imágenes proyectadas

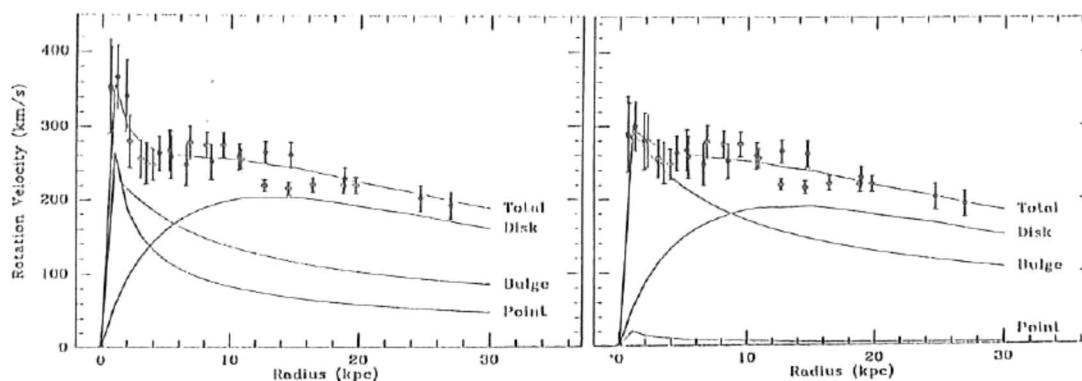


Figura 3.3 Velocidad de rotación del HI como función del radio para Andrómeda. Las líneas continuas muestran las contribuciones de los distintos componentes de Andrómeda así como la velocidad de rotación total. (Izq.) Curva de rotación considerando una órbita circular para el gas y (Der.) corregida para tomar en cuenta la elipticidad observada en la estructura espiral de Andrómeda.

en el plano del cielo de las galaxias. Escogiendo galaxias con una gran inclinación con respecto a la línea de la visual se minimizan los problemas de deproyección geométrica de las velocidades de rotación.

Si la masa de una galaxia estuviera distribuida como su materia luminosa, se espera entonces que las velocidades de rotación fueran como $v_c \sim r^{-1/2}$. Sin embargo, la gran mayoría de las curvas de rotación obtenidas del HI se mantienen a un valor constante mucho más allá de la frontera visible, $\sim 3R_H$ ($\sim 30Kpc$), Fig-3.2; es necesario que la masa total de la galaxias se escale como $M \propto r$ para mantener plana la curva de rotación. Es claro que el halo debe ser truncado para evitar una masa total infinita. Es importante hacer notar que dentro del radio de Holmberg en galaxias espirales se encuentra que $M/L_B \approx 7$, mientras que de 5 a $10 R_H$ el cociente aumenta hasta $M/L_B \approx 15$. Esto se interpreta como la evidencia de grandes halos masivos en las partes externas de las galaxias.

Estadísticamente se encuentra que las galaxias espirales presentes en cúmulos de galaxias no exhiben curvas de rotación crecientes en su parte exterior, las cuales son características de las galaxias espirales del campo; sino que más bien predominan las curvas de rotación planas o incluso decrecientes en algunos casos. Rubin (1986) ha sugerido que la posible explicación a este efecto en la morfología de las curvas de rotación es debido a que el medio denso del cúmulo ha modificado la distribución y cantidad de materia oscura que rodea a las espirales que aún existen en esos lugares.

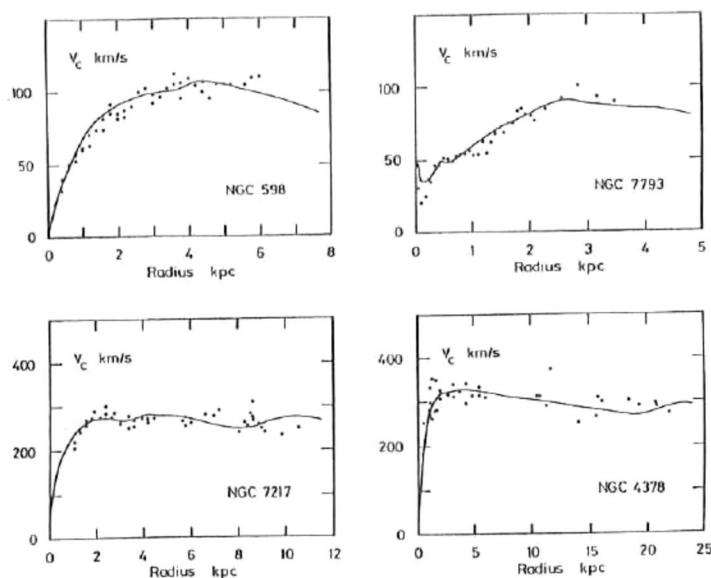


Figura 3.4 Curvas de rotación calculados a partir de datos fotométricos considerando un cociente $(M/L)_*$ constante dentro de cada galaxia. Los puntos corresponden a las velocidades medidas y los cocientes $(M/L)_*$ utilizados son 5.0, 2.9, 4.2, y 6.5. Para la galaxia NGC 4378, se hizo necesario descomponer la luz en dos componentes solamente: un bulbo y el disco, sin la presencia de halos masivos (Kalnajs 1983).

Existe una gran cantidad de trabajos que sugieren la existencia de materia oscura en galaxias espirales (véase: e.g. Sancisi & van Albada 1987 y Casertano & van Albada 1990). Recientemente han aparecido algunos trabajos que estudian muestras de galaxias de disco cuidadosamente seleccionadas, de manera que sus curvas de rotación han sido medidas hasta distancias de por lo menos 8 veces el radio exponencial del disco visible, y tales que están relativamente aisladas y presentan isofotas simétricas y regulares (Begeman *et al.* 1991, Kent 1986, 1987). La conclusión de estos trabajos ha sido que la masa visible no puede, por sí sola, explicar las curvas de rotación observadas.

Sin embargo, aunque aceptada por la mayoría de la comunidad astronómica, se debe mencionar que esta conclusión no es unánime. La mayoría de la evidencia en favor de la existencia de materia oscura a partir de la cinemática del gas, está basada en la premisa de que éste se encuentra en una trayectoria circular. A continuación se mencionan algunos trabajos que llegan a conclusiones opuestas.

Braun (1991) ha considerado un modelo para las órbitas del gas, en el caso específico de Andrómeda, como aproximadamente elípticas con la misma orientación de la barra triaxial que parece existir en ésta (Stark 1977). Braun logra ajustar de una manera adecuada

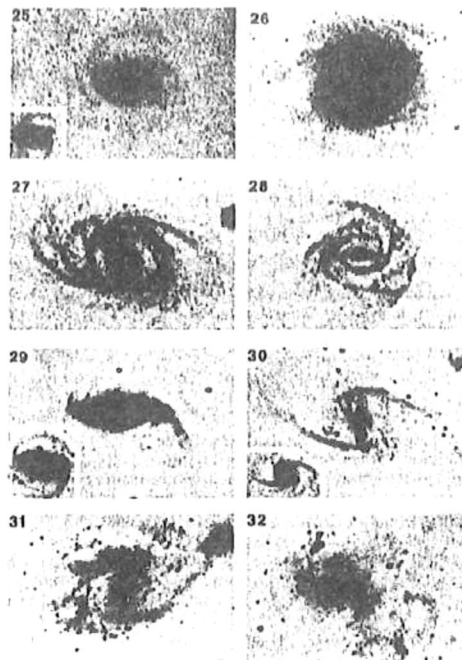


Figura 3.5 Familia de galaxias espirales, algunas de las cuales presentan una barra estelar pronunciada en su centro. Estas barras presentan elementos, tales como curvas de rotación planas hasta varios radios de Holmberg, que entran en conflicto con los efectos dinámicos que se esperan de un halo masivo de materia oscura.

la curva de rotación hasta una distancia de $20 - 28 Kpc$, Fig-3.3. Esta curva de rotación es ajustada considerando una distribución de masa que sigue la distribución de luz estelar con un cociente $M/L_B \approx 6.5$, el cual es consistente con el producido por la población estelar. Braun concluye que no se requiere de la presencia de un halo de materia oscura dentro de los $28 Kpc$ centrales de Andrómeda.

Kalnajs (1983) ha logrado ajustar las curvas de rotación a datos fotométricos, después de haber sido convertidos a una distribución de masa, suponiendo un cociente estelar $(M/L)_*$ constante dentro de las galaxias espirales consideradas, Fig-3.4. También concluye que no se requiere de la presencia de materia oscura dentro del radio de Holmberg para dichas galaxias. Uno de los argumentos utilizados para la proponer la existencia de materia oscura, fue basado en que un halo oscuro contribuye a la estabilidad del disco de galaxias espirales; sin embargo, la postulación de halos oscuros basados en argumentos de estabilidad no parecen ser del todo satisfactorios (Kalnajs 1987).

Si las galaxias espirales poseen mucho más polvo de lo que se supone (§1.2), como algunos autores afirman, los cocientes M/L estarían sobrestimados. Ajustes a curvas de rotación dentro del radio de Holmberg de la galaxia, tomando en cuenta esta extinción adicional, parecen dar resultados satisfactorios (González-Serrano & Valentijn 1990), estos autores concluyen que no se requiere de halos masivos de materia oscura para explicar las curvas de rotación en este caso.

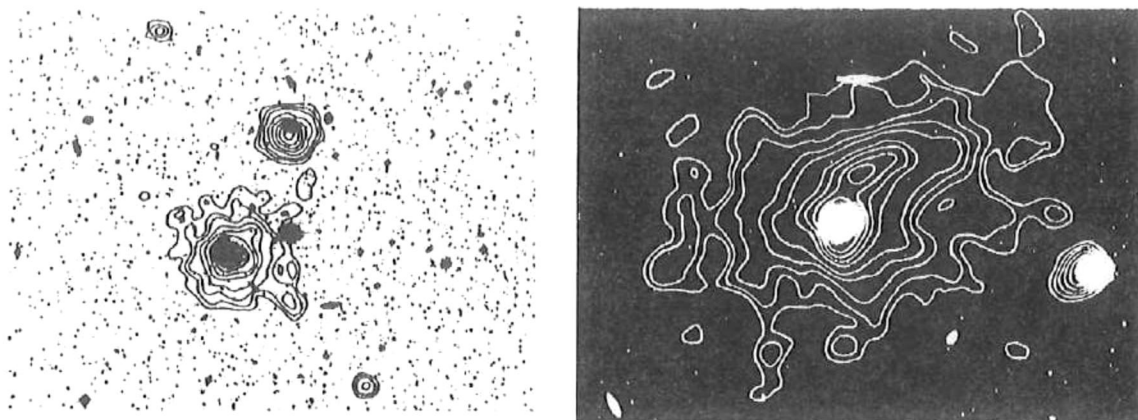


Figura 3.6 Figuras que muestran imágenes en rayos-X sobrepuestas a ópticas de galaxias. Como la presión del medio intergaláctico afecta las propiedades de la corona de M86 (*der*). Una simetría esférica para éstas coronas aparece solamente en las regiones más cercanas a las galaxias.

c.) Galaxias Elípticas

Las galaxias elípticas no poseen discos de estrellas o gas, aunque, en algunas de ellas, se han observado pequeños discos gaseosos, a los cuales se puede aplicar el método de la *curva de rotación*. Sin embargo, contienen un medio interestelar de gas muy caliente $\sim 10^6 K$ que emite en *rayos-X* (Forman *et al.* 1985) y que contiene hasta $\sim 10^{10} M_{\odot}$ de gas ionizado a un radio $\sim 50 Kpc$, lo cual es $\approx 1/10$ de la masa asociada a estrellas.

Este gas parece estar en equilibrio hidrostático con el campo gravitacional de las galaxias en que se encuentra, Fig-3.6. Observaciones que apoyan la hipótesis de un equilibrio hidrostático del gas son: (1) la temperatura del gas no parece aumentar hacia el centro de la galaxia como es de esperarse si el gas se estuviera asentando o expandiendo adiabáticamente y (2) el perfil de densidad no es tan pronunciado ($\rho \approx r^{-2}$) como se espera para un gas expandiéndose o cayendo libremente. Utilizando esta hipótesis se puede calcular la masa total interior al radio r , $M(r)$, utilizando la ecuación de equilibrio hidrostático; que para el caso esféricamente simétrico es

$$\frac{dP_g}{dr} = - \frac{G M(r) \rho_g}{r^2}$$

donde P_g es la presión y ρ_g la densidad del gas, G es la constante gravitacional.

Tomando para el gas de la corona la ecuación de estado de un gas ideal

$$P_g = \frac{\rho_g K_B T_g}{\mu \mathcal{M}_H},$$

donde μ es el peso molecular medio, $\mathcal{M}_H$ la masa de un átomo de hidrógeno y K_B la constante de Boltzmann, podemos obtener $M(r)$ como

$$M(r) = - \frac{k_B T_g r}{G \mu \mathcal{M}_H} \left[\frac{d \ln \rho_g}{d \ln r} + \frac{d \ln T_g}{d \ln r} \right], \quad (3.3)$$

Así, midiendo el perfil de temperatura $T_g(r)$ y el de densidad $\rho_g(r)$, se puede encontrar la distribución de masa $M(r)$ de la galaxia.

Se han realizado mapas del brillo superficial de rayos-X para casi una docena de galaxias por el satélite *Einstein*. Los mejores datos corresponden a la elíptica gigante M87, que se encuentra en el centro del cúmulo de Virgo. Análisis hechos por Fabricant & Gorenstein (1983) y Stewart *et al.* (1984), muestran que en esta galaxia $M(r) \propto r$ hasta $r \approx 300 Kpc$. Encuentran también que la temperatura del gas es de $T \approx 2.5 KeV \sim cte$ y que $-d \log \rho_g / d \log r \approx 1.24$, de donde obtienen una $M_{total} \approx 1.2 \times 10^{13} M_\odot (r/100 Kpc)$. Estos estudios encuentran un cociente M/L , utilizando la masa determinada por (3.3) y la luminosidad estelar de M87, de $M/L \simeq 750h$, de lo que infieren que $\approx 99\%$ de la masa de M87 esta compuesta de materia oscura. Se considera que M87 constituye el caso más claro de la presencia de materia oscura en elípticas (B&T). Si bien hay que aclarar que el caso de galaxias elípticas muy luminosas que se encuentran en los centros de cúmulos de galaxias (galaxias cD) puede ser muy distinto al caso de las demás galaxias elípticas, ya que en el primer caso puede ser que una acumulación de materia oscura sea propiciada debido a la posición central de la galaxia en el cúmulo (Gallagher & Ostriker 1972).

Para el caso de galaxias elípticas luminosas, Lauer (1985) encuentra un valor promedio de $M/L = 12$; este valor excede en un factor de 2 el de galaxias espirales (Aaronson 1983). Dado que estos valores para galaxias elípticas, son más grandes que los que se pueden deducir a partir del tipo de población estelar que las componen, se infiere que deben contener materia oscura. Por otro lado, parece que no se requiere la presencia de materia oscura en las regiones centrales de las galaxias elípticas: recientemente, Bertola *et al.* (1991) han construido un modelo triaxial para una galaxia elíptica particular (NGC 5077) suponiendo un cociente estelar $(M/L)_* \sim 4 - 5$ constante. Utilizando este modelo, Bertola *et al.* han podido ajustar el campo de velocidades de un pequeño disco de gas ionizado presente en el centro de la galaxia y la dispersión de velocidades de las estrellas; ellos concluyen que no se requiere de la presencia de materia oscura, al menos en las partes internas a la galaxia. Sugieren, así mismo, que modelos triaxiales podrían explicar de manera general las curvas de rotación de discos gaseosos similares observados en algunas otras galaxias elípticas y hacen notar que cocientes M/L derivados a partir de ajustar velocidades circulares a este gas deben ser tratados con considerable cautela, debido a las perturbaciones que pudiera tener.

d.) Enanas Esferoidales

La determinación de las masas de galaxias enanas esferoidales (DwSph) tienen un interés particular, ya que éstas podrían constituir la mayoría de las galaxias en el Universo y podrían, por tanto, tener implicaciones cosmológicas importantes. La Vía Láctea posee 7 galaxias satélites DwSph, a las cuales se les pueden tomar espectros de sus estrellas individ-

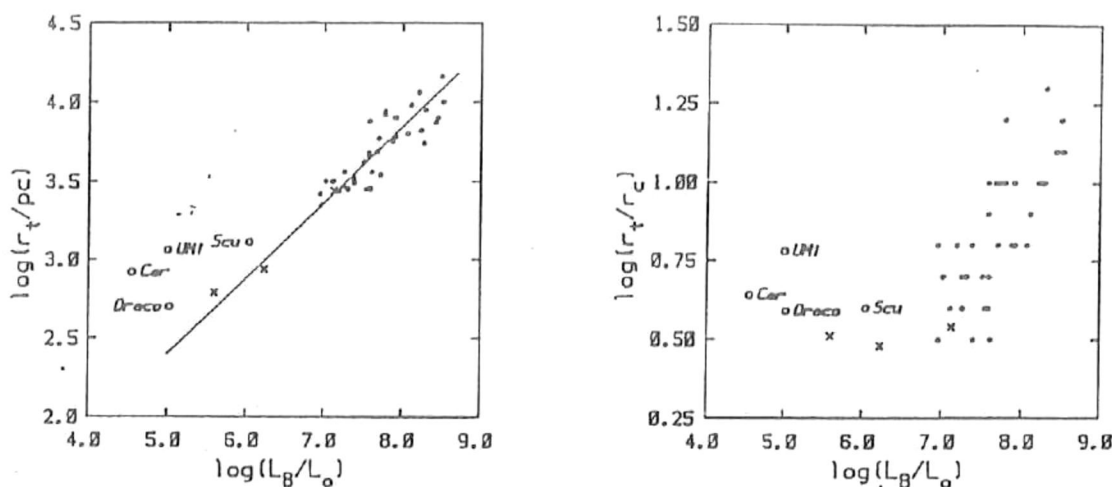


Figura 3.7 (Izg.) Correlación del radio de marea con la luminosidad absoluta en azul L_B . Los puntos corresponden a galaxias DwSph en el cúmulo de Virgo, las cruces y círculos corresponden a satélites DwSph de nuestra galaxia. Los círculos son satélites cercanos ($r < 100 \text{ Kpc}$) con altos $M/L_B > 9.7$, las cruces son satélites más lejanos con $M/L_B < 1.4$ de Faber & Lin (1983). La línea es una regresión media para galaxias DwSph de Virgo. **(Der.)** Cociente del radio de marea r_t al radio del núcleo r_c como función de la luminosidad absoluta azul L_B .

uales y determinar, a partir de éstos, las velocidades de dispersión internas. Se encuentra que al menos dos de los siete sistemas (Draco y Ursa Minor) muestran dispersiones de velocidad lo bastante altas $\sim 10 \text{ Km/s}$ (Aaronson 1987), como para pensar que el potencial gravitacional de estos sistemas está dominado por materia oscura (Tremaine 1987). Sin embargo, hay que hacer notar que estas mediciones de la dispersión de velocidades en estos sistemas es extremadamente difícil, ya que la magnitud de las velocidades medidas es comparable a los errores de medición ($5 - 10 \text{ km/s}$), además del problema de mediciones espúreas debido a estrellas binarias o movimientos en las atmósferas de las estrellas (Godwin y Lynden-Bell, 1987).

Existe otra posible explicación para los altos valores del cociente M/L de las galaxias DwSph satélites de la nuestra. Esta explicación reside en que varios de estos sistemas podrían estar seriamente perturbados por las fuerzas de marea de la Galaxia. Evidencia observacional tiende a favorecer dicha explicación; parte proviene de observar que las galaxias DwSph más cercanas son de 2 a 5 veces más grandes de lo que se esperaría en base a su luminosidad total, Fig-3.7. Es decir, las galaxias DwSph más cercanas no están siendo limitadas en su tamaño por las fuerzas de marea de la Vía Láctea, como ha propuesto Hodge (1966), sino más bien están dilatadas por las mismas. Las partes más externas de estas galaxias DwSph son las más afectadas por las fuerzas de marea, por lo que se deben expandir más en comparación con las regiones centrales que definen el radio del núcleo

r_c . Evidencia observacional muestra que en efecto este parece ser el caso, Fig-3.7. Al expandirse por fuerzas de marea no sólo disminuyen el brillo superficial de las galaxias, sino que también aumenta su dispersión de velocidades, provocando que los valores encontrados de M/L , obtenidos bajo la hipótesis de un equilibrio virial y sin tomar en cuenta esta perturbación, aumenten de manera artificial. Esto, así mismo, parece proveer de una explicación a lo notado por Aaronson (1986) sobre la tendencia de las galaxias DwSph, de baja luminosidad, a presentar altos valores en sus cocientes M/L .

Es muy probable que los cuatro satélites DwSph cercanos a la Galaxia (Sculptor, Draco, UMi, y Carina) estén siendo perturbados por fuerzas de marea, por lo que, la validez de la estimación de su masa utilizando el teorema del virial se hace dudosa. Satélites más externos pudieran dar una indicación más confiable de las masas de las galaxias DwSph; de hecho Cohen (1983) encuentra muy poca evidencia de materia oscura en Fornax.

Dada la dificultad en observar galaxias enanas esferoidales asociadas a otras galaxias, existen muy pocos trabajos reportados para otros sistemas. Held *et al.* (1990) han logrado medir la dispersión de velocidades de NGC 205, en el sistema de Andrómeda, encontrando un cociente $M/L_B = 7$. Este valor es similar al que se observa en poblaciones estelares viejas, por lo que no parece haber evidencia clara de materia oscura en este sistema.

Resulta importante resaltar, que los datos utilizados para obtener los cocientes M/L en galaxias DwSph no han sido a la fecha del todo satisfactorios (Kormendy 1987). Estas incertidumbres en las mediciones, aunadas a la hipótesis de que estos sistemas están fuera de equilibrio virial, se ven reflejadas en las altas dispersiones de los cocientes M/L obtenidos en DwSph (Tabla 3.1) y en la falta de aceptación general de los mismos como indicadores confiables de la presencia de materia oscura en las galaxias DwSph.

e.) Dobletes y Tripletes de Galaxias

Las galaxias binarias son sistemas estelares donde dos galaxias se encuentran en órbita una alrededor de otra. El estudio del movimiento de estos dobletes nos da un método para la determinación de sus masas. White *et al.* (1983) han encontrado que las estimaciones de masa a partir de galaxias binarias dependen sensiblemente de la excentricidad típica de la órbita; lo que a su vez depende de la naturaleza del proceso de aglomeramiento y subsecuentes interacciones entre galaxias. Ostriker (1986) ha encontrado un cociente $M/L_B = 70 \pm 20h$ para galaxias binarias considerando órbitas circulares. Este valor se disminuye a $M/L_B = 30 \pm 10h$ si se supone que las velocidades orbitales están distribuidas isotrópicamente, y aún más para órbitas radiales (White *et al.* 1983) ya que una fuerza (y por tanto masa) menor puede explicar la misma velocidad observada.

Karachentsev (1985) ha realizado un estudio estadístico de galaxias dobles considerando 227 pares relativamente aislados y con distinta morfología. Considerando las distin-

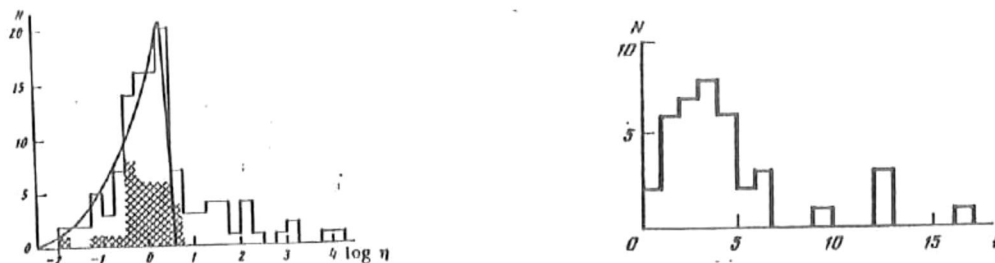


Figura 3.8 (Izq.) Distribución de 119 sistemas dobles con respecto al logaritmo del cociente de masa orbital a la masa combinada individual η (histograma). La area sombreada representa 34 pares que satisfacen un criterio estricto impuesto. La curva indica la distribución que se esperaría para una orientación aleatoria de los pares y una excentricidad orbital de $e = 0.25$. **(Der.)** Distribución de 39 tripletes de galaxias con respecto al cociente M/L (Mineva 1987).

tas clases morfológicas, Karachentsev obtiene un cociente promedio $M/L_B = 14.4h$; dado que para las galaxias individuales obtiene un cociente $M/L_B = 9h \pm 0.6$, considera que el valor obtenido para pares de galaxias indicada la ausencia de materia oscura alrededor de galaxias, Fig-3.8. Karachentsev, hace notar que algunas (y quizás muchas) galaxias espirales en los pares estudiados presentan curvas de rotación planas. Schweizer (1987) ha llevado a cabo un estudio de galaxias binarias encontrando los siguientes cocientes para el sistema: para pares de galaxias Sc, $M/L_B = 60h \pm 14.3$; mientras que para binarias elíptica-espiral, $M/L_B = 114.4h \pm 25.7$. Schweizer encuentra que la masa orbital de pares de galaxias es cuatro veces mayor que la suma de las partes visibles de las galaxias individuales. Esto es evidencia de halos oscuros.

Por otro lado, Demin (1988) encuentra, para galaxias binarias, E/E y E/S0, un valor promedio $M/L_B = 19.64h \pm 0.6$, que no difiere del obtenido para galaxias elípticas y lenticulares (Peterson 1979). Concluye que el estudio realizado no provee de evidencia en favor de la presencia de materia oscura. Mineva (1987) calcula cocientes M/L_B para 39 sistemas formados por tripletes de galaxias, predominantemente galaxias espirales, Fig-3.8, obteniendo los siguientes resultados para distintas clases morfológicas (indicadas entre parentésis): $4.6h \pm 0.5$ (Sa), $7.6h \pm 1.5$ (Sb), y $5.6h \pm 1.2$ (Sc). En las galaxias espirales del campo se obtienen los siguientes cocientes (Rubin *et al.* 1982): $13.2h \pm 1.8$ (Sa), $9.6h \pm 0.9$ (Sb) y 5.6 ± 0.5 (Sc). De la comparación concluye que no existen rastros de materia oscura en estas galaxias dentro de un radio de Holmberg. También hace notar que la discrepancia en los valores obtenidos para galaxias espirales Sa no es clara.

De los trabajos mencionados en esta sección, es claro que la evidencia en favor de la presencia de materia oscura en estos sistemas no es conclusiva, siendo la causa primordial

de la incertidumbre la sensibilidad del método empleado a la excentricidad supuesta para la órbita de las galaxias que constituyen el sistema.

f.) Grupo Local

Dado que la mayor parte de la masa de los aproximadamente 30 miembros del Grupo Local de galaxias (*GL*), reside en Andrómeda y la Galaxia, este sistema puede ser considerado, a primer orden, como una galaxia binaria. Sin embargo, esta galaxia binaria es distinta a los sistemas de Karachentsev, donde la separación mutua media de las galaxias es $\approx 30 Kpc$, ya el *GL* es una binaria muy abierta con una separación de $\sim 700 Kpc$. Se encuentra, así mismo, que el centro de masa de M31 (Andrómeda) se está acercando a la Galaxia a una velocidad de $\sim 119 Km/s$.

Lo anterior parece ser un resultado inesperado, ya que la mayoría de las galaxias se están separando con la expansión de Hubble del Universo. Existen varias explicaciones posibles para esto:

i.) M31 y la Galaxia tienen velocidades aleatorias relativas al flujo de Hubble, tal que sus trayectorias se intersectan. En este caso, el *GL* no es más que un accidente temporal de superposición de los dos subgrupos asociados con M31 y la Galaxia. van den Bergh (1971) ha calculado que la probabilidad de tal suceso, basado en la densidad promedio de espirales gigantes como M31, es del orden de 5% a 10%.

ii.) En ausencia de interacciones gravitacionales entre galaxias, las velocidades aleatorias relativas al flujo de Hubble decaen como $R(t)^{-1}$; donde $R(t)$ es el factor de escala del Universo. Por lo que, la velocidad relativa actual hubiera requerido de una mayor velocidad aleatoria en el pasado, la cual es difícil de explicar como una fluctuación estadística en el campo primordial de velocidades.

iii.) La expansión relativa de Hubble de M31 y la Galaxia ha sido detenida e invertida por su mutua atracción gravitacional.

Esta última hipótesis ha sido utilizada por varios autores para calcular la masa del *GL* (Kahn & Woltjer 1959, Gunn 1975, Lynden-Bell & Lin 1977, Peebles *et al.* 1989). Consideran que los sistemas asociados a M31 y a la Galaxia, se encuentran en una trayectoria circular y una edad para el Universo de $t \sim 1 - 2 \times 10^{10}$ años, encontrando una masa $5.5 - 3.2 \times 10^{12} M_{\odot}$. Recordando que la luminosidad de la Galaxia en la banda visible es $L_V = 1.4 \times 10^{10} L_{\odot}$ y la de M31 es aproximadamente el doble, el correspondiente $M/L_V = 130 - 76$ (o $M/L_B = 185 - 108$). Este resultado se interpreta como que la gran mayoría de la masa presente en el *GL* es materia oscura, y que el halo se extiende hasta un radio $r \approx 95 Kpc$.

Una incertidumbre asociada al método mencionado anteriormente para calcular la

masa del *GL*, reside en conocer el valor exacto de la velocidad circular de la Galaxia en la posición del Sol, $V_{\odot}$, la cual debe ser utilizada para corregir el movimiento observado de Andrómeda respecto del centro Galáctico. Otra incertidumbre es la determinación del movimiento de nuestra Galaxia con respecto al baricentro del *GL*; después de suponer que Andrómeda y la Galaxia se encuentran en órbita circular.

Sandage (1986), utilizando los efectos que *GL* causa sobre el campo de velocidades de galaxias cercanas, estima que la masa del *GL* es $M_{GL} \sim 4 \times 10^{11} M_{\odot}$, consistente con las masas estelares de los subsistemas que lo forman y un cociente $M/L \sim 5$; de lo que concluye que no existe evidencia para la postulación de un halo masivo, ya sea en M31 o en la Galaxia. Burbidge (1975) sugiere que M31 y la Galaxia, a una separación $\approx 700 Kpc$ y una velocidad de acercamiento $\sim 200 Km/s$, difícilmente se puede interpretar como un sistema ligado.

g.) Grupos de Galaxias

Estos sistemas son colecciones de cuatro o más galaxias cuyas separaciones son mucho más pequeñas que la separación típica en un cúmulo de galaxias. La alta densidad de galaxias en los grupos, sugiere que éstos están ligados gravitacionalmente, de tal manera que un análisis de las posiciones y velocidades de las galaxias del grupo pueden conducir a estimaciones de su masa y cociente M/L .

Las estimaciones de masa en grupos de galaxias son afectadas principalmente por errores en el procedimiento de selección de miembros del grupo. Si una galaxia que no está ligada gravitacionalmente al grupo es tomada como miembro del mismo, el cociente M/L se ve sobreestimado. Por otro lado, los cocientes M/L pueden ser subestimados si, al intentar eliminar miembros espúrios superpuestos ópticamente en el plano del cielo, se eliminan galaxias con diferencias de velocidades o separaciones relativamente grandes. En muchos grupos, el cociente M/L final depende fuertemente de si se incluyen o no en él una o dos galaxias de las "afueras" del grupo. Tener un criterio de membresía bien fundamentado es de gran importancia.

Huchra & Geller (1982) han determinado valores del cociente M/L aplicando el teorema del virial a ~ 90 grupos, encontrando un valor promedio $M/L_B = 371h$ pero con una gran dispersión, incluyendo 7 grupos con $M/L_B > 1300h$. Huchra & Geller sugieren que gran parte de la dispersión puede ser estadística y podría ser reducida si se contara con más velocidades radiales de galaxias. De cualquier manera proponen que los valores obtenidos sugieren la presencia de grandes cantidades de materia oscura en grupos de galaxias. Huchra & Geller, utilizan, para la determinación de grupos de galaxias, algoritmos automatizados basados en criterios que reconocen abultamientos de galaxias que exceden cierta densidad fija de fondo, Fig-3.9 (así mismo, Fig-1.14); los cuales se consideran como procedimientos "objetivos" para la determinación de grupos de galaxias (B&T).

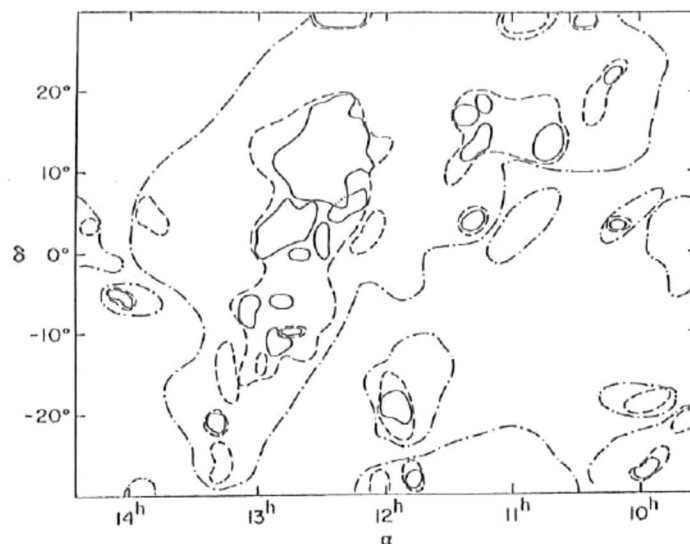


Figura 3.9 Contornos de densidad para una región del cielo (Huchra & Geller 1982). Los contornos mostrados son, con respecto a la densidad de fondo, un factor de: 2 (*línea punto-guión*), 20 (*línea cortada*), y 100 (*línea continua*).

A la fecha, el proceso de la determinación de masa, y cocientes M/L , en grupos de galaxias (y en cúmulos de galaxias) ha seguido el siguiente esquema en términos generales: a.) determinar los miembros de un grupo en base a criterios operacionales §1.3, medir sus luminosidades, velocidades y determinar un radio característico de dicho sistema; b.) utilizar el teorema del virial para determinar la masa dinámica del grupo determinado; c.) utilizando la relación (3.1), asociar i.e. cualquier discrepancia entre la masa “virial” y la masa inferida a partir de la luminosidad de las galaxias a la materia oscura. Una seria dificultad del procedimiento anterior reside en estar basado en criterios puramente operacionales y no poseer criterios físicos bien definidos, lo que le daría un carácter realmente objetivo al criterio de selección. Resulta entonces importante la utilización de criterios de selección basados en argumentos físicos, (e.g. criterio de Magtesyan, §1.3) para la determinación de grupos de galaxias. Esto permitiría argumentar en favor, o en contra, de la existencia de grandes cantidades de materia oscura en grupos de galaxias.

h.) Estructura en Gran-Escala

La contaminación de galaxias espurias en cúmulos y grupos de galaxias sigue siendo un problema, especialmente en las partes externas del sistema donde la densidad superficial del cúmulo es baja. Por ello lo que los cocientes M/L más confiables son los de las regiones centrales.

En un análisis del cúmulo de galaxias de Coma, Kent & Gunn (1982), encuentran un cociente promedio $M/L_B \simeq 514h$ con una incertidumbre de un factor de 2; mientras que en un análisis del cúmulo de Perseo, encuentran $M/L_B = 857h$ con una incertidumbre

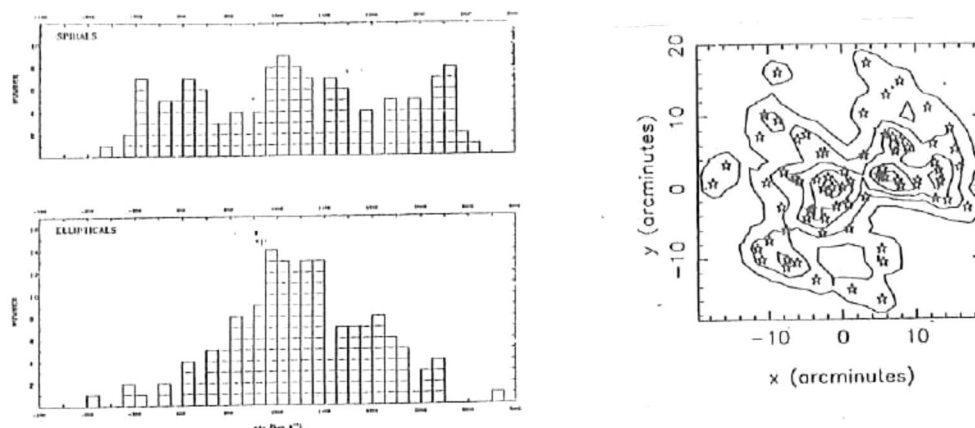


Figura 3.10 (Izq.) Distribución de velocidades para las galaxias del cúmulo de Virgo, $\sigma_S \sim 2\sigma_E$; notesé la cuasi distribución Maxwelliana de velocidades para las elípticas. (Der.) Galaxias más brillantes ($< 15.5\text{mag}$) en la región central del cúmulo de Coma (considerado ser NGC 4874), donde $\sim 80\%$ son galaxias elípticas. Notesé el grado de sub-estructura presentado, pareciendo ser un cúmulo dominado por una galaxia binaria.

similar. Dado que estos valores son $\sim 30 - 50$ veces más grandes que los M/L_B de los centros de elípticas, y $\sim 60 - 100$ veces más grandes que el cociente M/L para la población estelar en los núcleos de espirales, se concluye que existen enormes cantidades de materia oscura en cúmulos de galaxias. Cowie *et al.* (1987) determinan, utilizando el método descrito en §3.2c, un cociente $M/L_B = 257h$ en base a los perfiles de emisión en rayos-X del gas intracumular en el cúmulo de Coma, *i.e.*, un factor de dos menor que lo que indican las observaciones ópticas, pero suficientemente grande para que la mayoría de la masa del cúmulo sea materia oscura.

Estudios detallados de la estructura de varios cúmulos de galaxias, indican la presencia de aglomeraciones o subestructuras cuya presencia sugiere que el cúmulo está fuera de equilibrio virial (Fitchett 1988). Estudios basados en la emisión de rayos-X sugieren que $\sim 30\%$ de los cúmulos ricos de Abell presentan indicios de estar virializados (Jones & Forman 1984). El cúmulo de Virgo parece poseer dos centros de masa predominantes, M87 y M49, y la distribución de velocidades para las galaxias elípticas y espirales en dicho cúmulo es completamente distinta, Fig-3.10. Esto lleva a proponer que las galaxias espirales están cayendo aún al centro de Virgo y no están virializadas, ya que $T/U \sim 1$, mientras que las galaxias elípticas han alcanzado un estado de cuasi-equilibrio virial $T/U \sim 1/2$. Esto indica que Virgo está aún en un proceso de formación.

El cúmulo de Coma presenta también un cierto grado de sub-estructura, Fig-3.10, aunque menor que el de Virgo, lo que tiende a sugerir que Coma ha evolucionado más

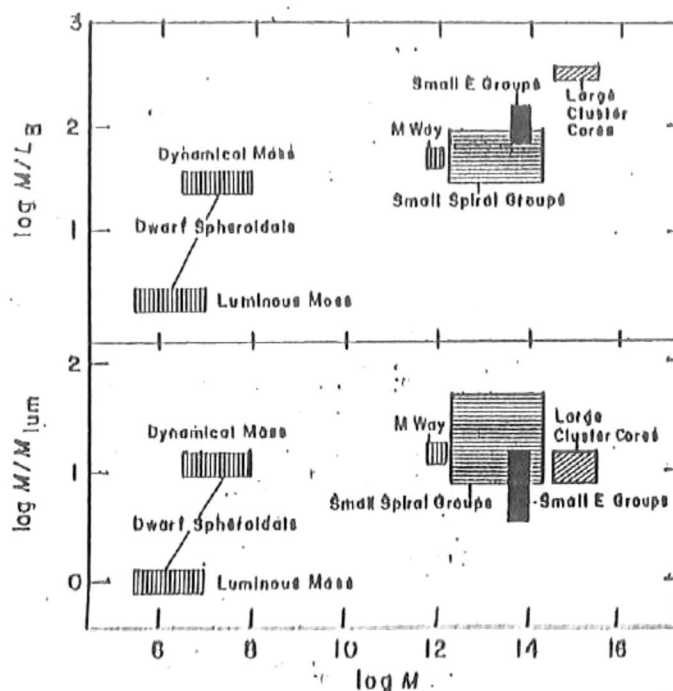


Figura 3.11 Cocientes M/L_B y M_{tot}/M_{lum} para estructuras de varios tamaños en el Universo. No obstante M/L_B se incrementa sistemáticamente con la masa, el cociente más físico M_{tot}/M_{lum} parece permanecer constante en todas las escalas dentro de los errores.

rapidamente que Virgo. La presencia de dos galaxias centrales elípticas NGC 4874 y NGC 4889 indica que el centro de Coma es más complejo de lo que se ha considerado en el pasado. En estas subestructuras en cúmulos de galaxias, no es posible una estimación confiable de los cocientes M/L , porque parecen estar aún en el proceso de relajamiento y formación. Además, es necesario indicar que los criterios utilizados para determinar los miembros de un cúmulo de galaxias adolecen del mismo problema mencionado en la sección de grupos de galaxias (§3.2g). Todo esto hace que la evidencia en favor de la existencia de grandes cantidades de materia oscura en cúmulos de galaxias sea concluyente.

Los cocientes M/L encontrados en la actualidad en la literatura astronómica presentan una tendencia a aumentar con la escala de los sistemas estelares, mientras que el cociente M/M_{lum} tiende a permanecer aproximadamente constante a varias escalas, Fig-3.11 (Tabla 3.1). El hecho de que M/M_{lum} en cúmulos ricos sea similar a los obtenidos para galaxias, es debido principalmente al distinto tipo de poblaciones estelares presentes en las galaxias E y S, además de la gran contribución en masa del gas caliente en cúmulos ricos donde existe $\sim 2 - 5$ veces más masa en gas que en estrellas (Blumenthal *et al.* 1984).

La estructura en gran escala del Universo presenta grandes conglomerados de galaxias y cúmulos de galaxias, además de presentar grandes extensiones de espacio que parecen estar vacías de galaxias (de hecho se considera que la mayor parte del volumen del Universo está vacío de galaxias). Los métodos revisados en esta sección no tratan la investigación de la cantidad de materia en dichos espacios vacíos, por lo que el descubrimiento de cantidades

importantes de galaxias en dichos "espacios vacíos" afectaría la manera actual de apreciar el Universo.

i.) Comentarios Finales.

Es evidente que debe existir más materia de la que se puede observar, en cualquier longitud de onda, en la actualidad. El problema reside en cuantificar dicha cantidad de materia a partir de los efectos que ésta puede causar. Las curvas de rotación del HI en galaxias espirales, no parecen indicar halos masivos de materia oscura si la órbita del gas deja de considerarse circular. El confinamiento de la corona de gas caliente en galaxias elípticas se asocia exclusivamente al material estelar y a un halo oscuro. Sin embargo, las altas temperaturas del medio inter-galáctico pueden ayudar en el confinamiento del gas: ¿en que medida disminuye ésto las grandes cantidades de materia oscura que se proponen? – "hay que plantear las ecuaciones y resolverlas". Al parecer, la mejor evidencia en favor de la existencia de grandes cantidades de materia oscura es debida al estudio de la dinámica interna de grupos y cúmulos de galaxias. En lo personal, los criterios utilizados para determinar los miembros de estos conglomerados son lo suficientemente operacionales como para imponer un serio cuestionamiento a los altos cocientes M/L obtenidos.

Por todo lo revisado anteriormente, tan sólo queda mencionar que aún existe bastante trabajo que hacer en la cuantificación de la cantidad de materia en los distintos sistemas estelares y, claro esta, en el Universo.

COCIENTES M/L_B Y M/M_{lum}

Sistema Estelar	M/L_B	M/M_{lum}
Enanas Esferoidales †		
Fornax	3	1.4 ± 0.9
Draco	60	48 ± 35
UMinor	80	175 ± 132
Galaxias †	4.3	~ 1
Pares de Galaxias †#	$70 \pm 20, 14$	
Grupo Local †	90	20
Grupos-E †	83^{+80}_{-10}	5.4^{+10}_{-2}
Grupos-S †	40^{+50}_{-10}	14.2^{+30}_{-6}
Cúmulos *†	$316 \pm 40, 150$	$8.4^{+7}_{-1}, 20$
Universo cerrado †	460	100

† Kormendy (1986), † Einasto *et al.* (1986), † Ostriker (1986), # Karachentsev (1981), * Blumenthal *et al.* (1984).

§3.3 Naturaleza de la Materia Oscura.

Si se acepta la hipótesis de la presencia de materia oscura en todas las escalas del Universo, surgen preguntas tales como: ¿de qué está compuesta dicha materia?. A manera de completez y limitado por el mismo objetivo del presente trabajo, se mencionan algunas cuestiones sobre dicha pregunta. Un candidato único para ser MATERIA OSCURA sería la solución más elegante, pero es mucho pedir para un solo componente, que sea lo suficientemente "frio" para que esté confinado en el disco de la Galaxia y simultáneamente "caliente" para que permanezca mucho menos aglomerado que cúmulos y super-cúmulos de galaxias durante la edad del Universo (Trimble 1987). La materia bariónica puede ser la más cercana a satisfacer este criterio, ya que existe en estrellas y gas muy difuso. Otros candidatos incluyen hoyos negros, neutrinos, y todo un conglomerado de partículas predichas por teorías de altas energías (véase: Turner 1987).

a.) Materia Bariónica

La mayoría de la masa en gas del Universo es en la forma de hidrógeno. Sin embargo, la masa en este gas es demasiado pequeña para dar cuenta de la materia oscura que se propone. Por ejemplo, en M87 la masa total dentro de $100 Kpc$, determinado a partir de los rayos- X que emite, se considera ser $\approx 10^{13} M_{\odot}$, mientras que la masa total del gas es $3 \times 10^{11} M_{\odot}$.

Entre los candidatos a ser materia oscura bariónica se encuentran las estrellas de baja luminosidad, remanentes estelares y objetos de baja masa ($< 0.08 M_{\odot}$), que no alcanzaron una temperatura central suficientemente alta como para iniciar reacciones nucleares. A estas últimas se les llama "estrelluelas" o enanas cafés. Estas estrellas son muy difíciles de detectar y aún si toda la materia oscura estuviera constituida de enanas cafés, la más cercana al Sol sería demasiado débil para ser detectada fácilmente (Blumenthal *et al.* 1984).

Alternativamente, las estrellas masivas que han completado su evolución se han tornado en enanas blancas, estrellas de neutrones u hoyos negros. Considerando restricciones observacionales, éstos objetos pueden proveer la suficiente materia oscura para explicar discrepancias en los cocientes M/L obtenidos para la Vecindad Solar, pero no en el caso extremo de grupos o cúmulos de galaxias.

b.) Otros tipos de Materia Oscura

La postulación de tipos de materia que conformen la materia oscura está relacionada con el modelo que guste más para el "origen" del Universo; aquí es donde entra la cuestión de materia oscura cosmológica mencionada al principio de §3.2. Por ejemplo, en el modelo inflacionario (Guth 1981, Albrecht & Steinhardt 1985), se considera que $\sim 90\%$ de la materia del Universo debe ser materia oscura no bariónica.

Se han propuesto una gran cantidad de partículas como candidatos para esta materia oscura, entre los que encontramos: neutrinos, gravitinos, axiones, fotinos, monopolos magnéticos,..., etc.. La mayoría de estas partículas exóticas son consideradas por muchos cosmólogos como los candidatos más idóneos de materia oscura en los halos galácticos y en escalas mucho mayores (Primack 1987). Estas partículas provienen de estudios de física de altas energías y están relacionadas con teorías de gran unificación, que de paso sea dicho, aún no se entienden con claridad. El proceso de formación de galaxias depende altamente del grado de "mezclado de fase" de la materia oscura. Esta dependencia ha conducido a los cosmólogos a clasificar los candidatos de materia oscura en tres grandes categorías (Bond *et al.* 1984):

- 1 *Materia Oscura Caliente.* Su mezclado de fase ocurre en todas las escalas $< 10^{15} M_{\odot}$ y está representada principalmente por partículas que tienen masa pequeña, como neutrinos con una masa en reposo de $\sim 30 \text{ eV}$. En un Universo dominado por neutrinos, las primeras estructuras que se formaron fueron los super-cúmulos de galaxias.
- 2 *Materia Oscura Tibia.* Se mezcla en escalas $< 10^{11} M_{\odot}$, similar a la masa de una galaxia y éstas serían las primeras estructuras que se formaron. Esta materia consiste posiblemente de partículas elementales que se desacoplaron térmicamente durante el *Big Bang* mucho antes que los neutrinos.
- 3 *Materia Oscura Fría.* Su mezclado de fase es despreciable, usualmente porque las partículas son tan masivas que sus velocidades aleatorias son pequeñas y despreciables con respecto al flujo de Hubble. Este tipo de materia presentan interacciones no-gravitacionales que son mucho más débiles que la *interacción débil*. Ejemplo de estas partículas son los axiones, cuya existencia es la solución más atractiva al problema de conservación de carga y paridad, que es la única dificultad seria del modelo actual de cromodinámica cuántica.

GALAXIAS ELÍPTICAS Y MATERIA OSCURA

§4.1 Galaxias Elípticas.

La designación de galaxias "elípticas" fue utilizada originalmente para denotar *nebulosas* no-espirales por Alexander en 1852. La clasificación de nebulosas "no-galácticas" introducidas por Hubble en 1924-1925, incluía en la clase de "elípticas" a objetos extragalácticos regulares, simétricos, subdivididos por su elipticidad desde E0 a E7 (Hubble 1926). La distribución espacial de las galaxias elípticas más brillantes está relacionada con la riqueza de los cúmulos de galaxias y disminuye hacia las afueras de éstos. Dressler (1984), encuentra que solo el 10% de las galaxias del campo son elípticas, mientras que en cúmulos de galaxias $\sim 40\%$ son galaxias elípticas.

de Vaucoulers (1948) hace un análisis de las regiones centrales de algunas galaxias elípticas y bulbos centrales de galaxias espirales, encontrando que sus perfiles de brillo superficial están descritos adecuadamente por una fórmula empírica simple del tipo: $\log I \propto A - B^{1/4}$ (Fig-1.). Pronto se encontró que esta *ley* $- R^{1/4}$, o ley de de Vaucoulers, podía ser aplicada también, con diferentes grados de aproximación, a: (1) la distribución de galaxias en cúmulos ricos (e.g. Coma, de Vaucoulers 1948), (2) a la distribución de luminosidad de los bulbos de galaxias espirales (e.g. M31, de Vaucoulers 1958), y (3) en cierta medida a los cúmulos globulares presentes en las galaxias (de Vaucoulers 1978); el explicar, desde un punto de vista teórico, constituye aún un problema para la dinámica de los sistemas estelares. Cabe hacer notar que, al momento presente, no existe una justificación teórica para esta ley empírica.

De manera explícita, de Vaucoulers propone la siguiente fórmula para la densidad de brillo superficial, I , en función del radio proyectado sobre el plano de cielo, R :

$$I(R) = I_e \exp\{-7.67[(R/R_e)^{1/4} - 1]\}, \quad (4.1)$$

donde R_e es el *radio efectivo*, definido como el radio de la isófota, o contorno de brillo superficial constante, que encierra la mitad de la luminosidad total de la galaxia y I_e la densidad superficial de brillo evaluada en R_e ; este radio es alrededor de $\sim 3h^{-1} Kpc$ para galaxias brillantes y menor para galaxias con un brillo débil (Kormendy 1977).

Se ha objetado en ocasiones que la *ley* $- R^{1/4}$ no es del todo satisfactoria, ya que conduce a una divergencia en la densidad para $r \rightarrow 0$. Sin embargo, en un modelo teórico

reciente para galaxias esféricas (Hernquist, 1990), se obtiene una buena aproximación a esta ley partiendo de una expresión para la densidad volumétrica de la forma

$$\rho(r) = \frac{M}{2\pi} \frac{a}{r(r+a)^3}$$

que elimina tal divergencia. M es la masa total del sistema y a es un parámetro de escala. Para una galaxia de *de Vaucoulers*, la densidad va como $\rho \sim r^{-3/4}$ a medida que $r \rightarrow 0$, mientras que en el modelo de Hernquist $\rho \sim r^{-1}$.

La formación, estructura, y dinámica de galaxias elípticas es en la actualidad un problema abierto en astrofísica, no obstante se hayan hecho avances significativos (*véase*: Symp. #127-IAU). Para explicar su origen se han propuesto muy diversas ideas: condiciones iniciales especiales (Gott 1975); fenómenos que actúan durante la evolución de galaxias tal como fusiones de galaxias espirales en cúmulos ricos (Toomre & Toomre 1972); asumir que una protogalaxia fuera de equilibrio virial se colapsa sin disipar energía (van Albada 1982) e igualmente asumir un colapso disipativo (Larson 1974).

El proceso de fusión de galaxias espirales es un candidato viable, especialmente porque se observa evidencia de estos eventos en el presente (Schweizer 1982), y se han logrado reproducir objetos con propiedades fotométricas similares a las galaxias elípticas utilizando simulaciones de N -cuerpos que incluyen materia oscura en las galaxias espirales que se fusionan (Barnes 1988). Se ha argumentado en contra de esta hipótesis argumentando que el número de cúmulos globulares, por unidad de luminosidad de la galaxia a la que pertenecen, es mayor para galaxias elípticas que para galaxias espirales de las cuales supuestamente se formaron (Pritchet & Harris 1990), efecto que es muy marcado para el caso de galaxias elípticas muy luminosas tipo cD. No obstante, la idea de que al menos parte de las elípticas resultaron de fusiones de espirales tiene gran aceptación.

En el modelo de colapso gravitacional disipativo, nuestra ignorancia sobre la física del gas hace necesario introducir leyes fenomenológicas para describir la dinámica del gas. Estas leyes dependen de parámetros cuyos valores son ajustados para producir galaxias elípticas. Por otro lado, estudios recientes de colapso no-disipativo (Merrit & Aguilar 1990), Fig-4.1, muestran que se pueden obtener perfiles de luminosidad en buena concordancia con una ley $-R^{1/4}$, a partir de condiciones iniciales "frías" (*i.e.* $2T/U \leq 0.1$, donde T y U son las energías cinética y potencial, respectivamente, de la nube protogaláctica). Sin embargo, aunque teóricamente posible, la idea de que las galaxias elípticas pudieron formarse por un proceso no-disipativo no parece ser del todo satisfactoria (Ostriker 1980, Gunn 1987). Kormendy (1990), por ejemplo, ha sugerido que los pequeños núcleos en galaxias enanas elípticas son la firma de un proceso disipativo, ya sea que se hayan producido en una fusión, o no, de galaxias.

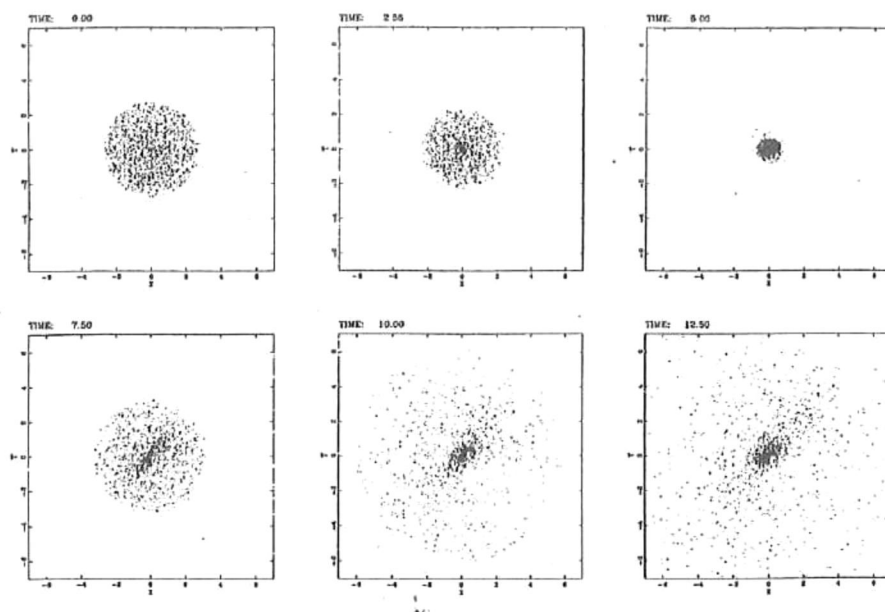


Figura 4.1 Serie de “fotos” de una colapso gravitacional y relajación subsecuente de una distribución de materia esféricamente simétrica, $\rho \propto r^{-1}$, fuera de equilibrio virial. Las partículas tienen velocidades aleatorias gaussianas, tal que la razón inicial virial es $\log(2T/U) = -1.0$. Se encuentra que los sistemas ya relajados tienen propiedades similares a las elípticas y presentan un perfil $R^{1/4}$, (Merrit & Aguilar 1985)

§4.2 Galaxias Elípticas con Materia Oscura: Modelo Teórico

La cantidad de materia oscura que existe en galaxias elípticas no está bien determinada, hecho que se observa de los distintos cocientes M/L reportados (ver §3.2c). Sin embargo, es importante incorporarla en los estudios dinámicos de las mismas (e.g. colisiones entre galaxias), pues se podría establecer límites basados en los efectos que su presencia pueda tener en las partes visibles de las galaxias.

Ha la fecha existe sólo un estudio de colisiones entre galaxias en el cual se incluye materia oscura (Barnes 1988). Barnes, realiza experimentos de N -cuerpos de una colisión entre dos galaxias espirales inmersas en un halo de materia oscura y estudia el papel que ésta juega en la dinámica de la interacción. Una característica del estudio de Barnes es la de enfocarse en reproducir sistemas estelares particulares, explorando un intervalo reducido de valores de los parámetros de impacto y cocientes M_{lum}/M_{obs} de cada galaxia. En el presente trabajo, por el contrario, el interés no está en reproducir un sistema en particular, sino en realizar un estudio estadístico de colisiones entre galaxias elípticas, cubriendo un gran intervalo de valores en los parámetros que definen la colisión.

Para estudiar las interacciones entre galaxias elípticas con una componente de materia oscura, se hace necesario primeramente construir un modelo teórico que represente al sistema. Este modelo de galaxia elíptica con materia oscura, cumplirá los siguientes requerimientos:

- 1.) El modelo tendrá una simetría esférica, un perfil de densidad superficial dado por una $ley - R^{1/4}$, y estará en equilibrio sin rotación.
- 2.) La materia luminosa debe presentar también una densidad superficial (brillo superficial) que siga una $ley - R^{1/4}$. Dado que no se ha establecido observacionalmente la manera como esta distribuida la materia oscura en galaxias elípticas, imponemos la condición de que toda la materia presente en el centro de la galaxia sea luminosa.
- 3.) Las componentes de materia oscura y materia luminosa del sistema, deben estar distribuidas de tal manera que este cada una en equilibrio, y conformen además un sistema global en equilibrio dinámico. Se asume, así mismo, que tanto la materia oscura como la luminosa tienen una distribución isotrópica de velocidades.

La condición de que toda la materia en el centro de la galaxias sea luminosa es sugerida por analogía con las galaxias espirales, donde se encuentra que la discrepancia entre materia luminosa y materia oscura es nula en el centro, y se incrementa con la distancia al centro de las mismas. Así, considerando que las galaxias elípticas fueron formadas por un mecanismo similar a las galaxias espirales, o incluso como resultado de fusiones entre éstas, se espera que la discrepancia en elípticas sea también en las partes externas; situación que parece tener bases observacionales (§3.2c). Quizás otro argumento que venga a apoyar la elección anterior, lo constituyen algunas teorías de formación de galaxias (Blumenthal *et al.* 1984), donde se requiere que la mayoría de la materia oscura este conformada de material *no-disipativo*; por lo que, durante la época de formación de galaxias, ésta se mantendrá en las partes más externas mientras que el material estelar disipará energía y emigrará hacia las regiones centrales de la galaxia.

Considérese ahora la construcción del modelo antes mencionado. El brillo superficial de una galaxia elíptica, con *radio efectivo luminoso* $R_{e,l}$, y masa total luminosa, M_l , están dadas respectivamente por (M&B):

$$I_l(R) = I_{e,l} \exp\{-7.67[(R/R_{e,l})^{1/4} - 1]\}$$

y

$$M_l = 2\pi \int_0^\infty I_l(R) R dR = \frac{8!\pi \exp(b)}{b^8} R_{e,l}^2 I_{e,l}. \quad (4.2a)$$

Similarmente, dado que toda la materia (luminosa y oscura) obedece en deproyección

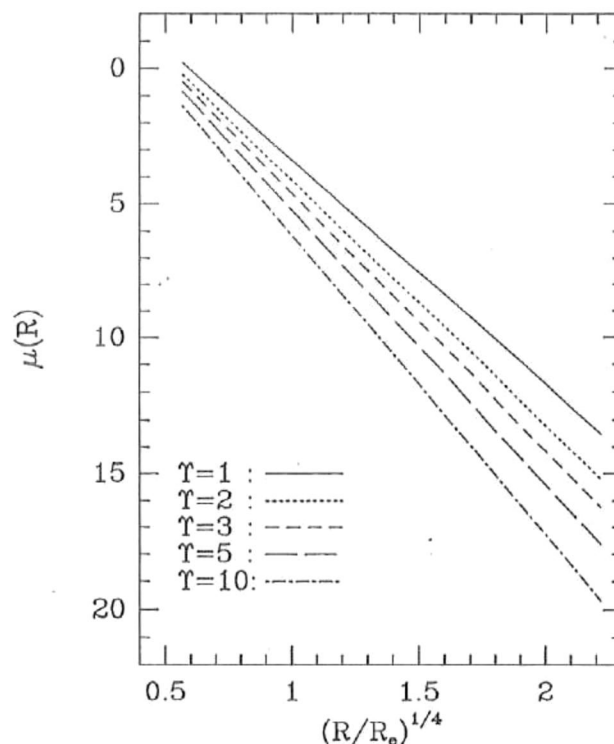


Figura 4.2 Perfiles de brillo superficial (en magnitudes), $\mu = -2.5 \log_{10}(L)$, para los distintos modelos de galaxia elípticas construidos. Nótese como disminuye el brillo superficial a medida que la proporción de materia oscura se incrementa y como converge hacia el centro de la galaxia, indicando el predominio de la materia luminosa.

una ley $-R^{1/4}$, la masa total de la galaxia esta dada por

$$M = 2\pi \int_0^\infty I(R) R dR = \frac{8! \pi \exp(7.67)}{7.67^8} R_e^2 I_e, \quad (4.2b)$$

parametrizada por un radio efectivo total R_e y una densidad de “brillo” superficial I_e . Formando el cociente $M/M_l = M/L \equiv \Upsilon$

$$\frac{M}{L} = \frac{R_e^2 I_e}{R_{e,l}^2 I_{e,l}}.$$

La relación anterior esta dada en términos de cuatro parámetros. Para reducir la cantidad de parámetros que definen los modelos, se utiliza (1) unidades tales que el radio efectivo total del sistema sea la unidad, $R_e = 1$, y (2) que toda la materia en el centro de la galaxia sea luminosa, esto es

$$I(0) = I_l(0) \quad \Rightarrow \quad I_e = I_{e,l}$$

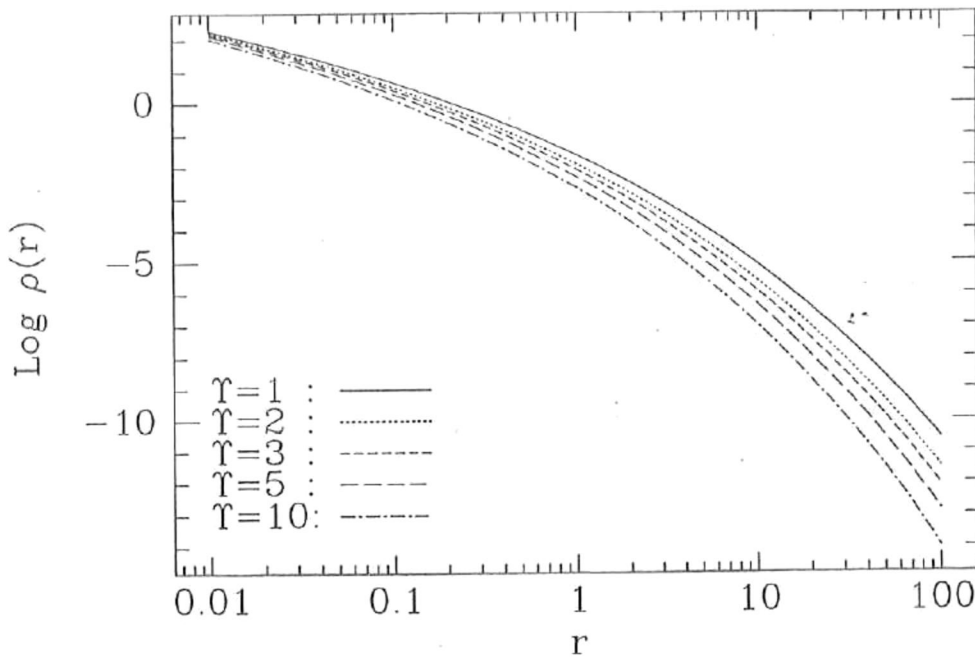


Figura 4.3 Densidades espaciales para la parte luminosa de una galaxia elíptica, con distintos cocientes M/L .

El valor de I_e es escogido de tal manera que $M = 1$, de lo que resulta $I_e = 4.4122 \times 10^{-2}$. De esta manera los modelos para galaxias elípticas con materia oscura, estarán parametrizados tan sólo por el radio efectivo de la componente luminosa del sistema, el cual está determinado por el cociente M/L deseado para la galaxia, de la forma

$$\Upsilon \equiv \frac{M}{L} = \frac{1}{R_{e,l}^2}. \quad (4.3)$$

Así, dado un cociente $M/L > 1$ para un modelo dado, se obtiene el radio efectivo que corresponde al perfil $R^{1/4}$ de la parte luminosa, el cual será, necesariamente, menor que el radio correspondiente para la masa total, Fig-4.2. El caso trivial, resulta cuando toda la materia en el sistema es luminosa y los radios R_e y $R_{e,l}$ coinciden, en otras palabras, cuando los cocientes M/L son consistentes con las poblaciones estelares de las galaxias. De esta manera, una vez que se ha escogido el cociente M/L para una galaxia modelo, la cantidad de materia oscura que contiene la misma queda automáticamente determinada.

El perfil de densidad espacial $\rho(r)$, que corresponde a un sistema con simetría esférica y que presenta una *ley* $-R^{1/4}$ en proyección para un cociente M/L constante, fué obtenido por Poveda *et al.* (1960) y luego por Young (1976); este último considerando un intervalo de distancias más amplio que permite cubrir desde los centros de los sistemas más densos (e.g. M32) hasta las partes más extendidas de cúmulos de galaxias. Para los modelos contruidos, la densidad espacial de masa luminosa como función del radio, $\rho(r)$, está dada

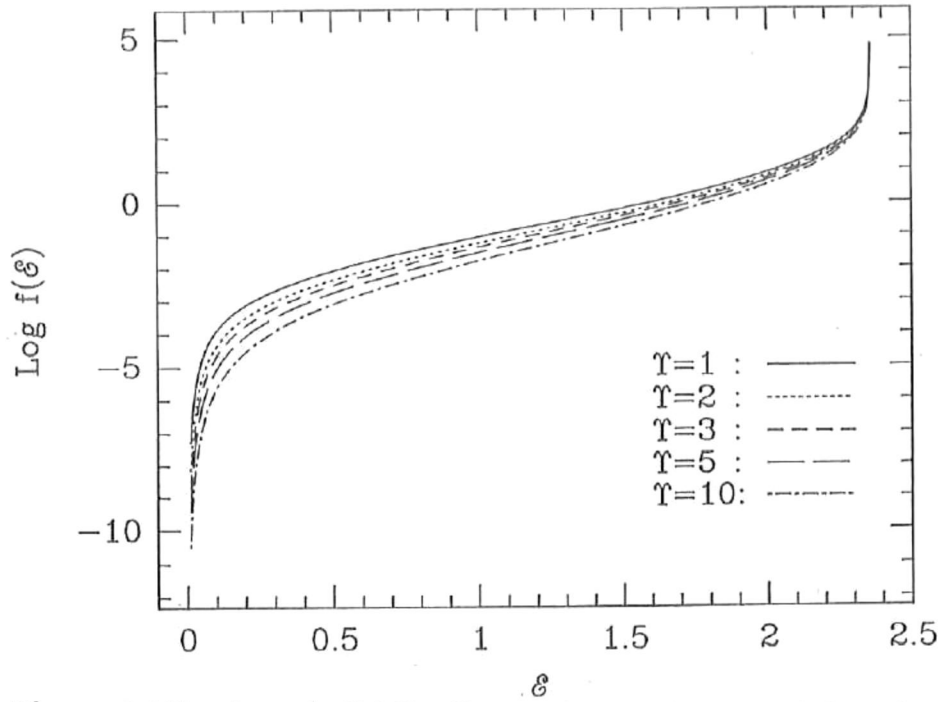


Figura 4.4 Funciones de distribución para la parte luminosa de las galaxias modelos, bajo distintos cocientes Υ considerados.

por

$$\rho_l(r) = \frac{2I_{e,l} b \exp(b)}{\pi} \Upsilon^{1/8} j^{-3} \int_1^\infty \frac{\exp(-b\Upsilon^{1/8} j t) \sqrt{t-1}}{\sqrt{(t+1)(t^2+1)(t^4+1)}} \left\{ b\Upsilon^{1/8} j + \frac{1}{2(t+1)} + \frac{t}{(t^2+1)} + \frac{2t^3}{(t^4+1)} \right\} dt, \quad (4.4)$$

donde: $t = R^{1/4}$, $j = r^{1/4}$ y $b = 7.67$, Fig-4.3.

Una vez encontrada la distribución espacial de la materia luminosa, y por lo tanto de la materia oscura, en una galaxia elíptica modelo, debemos asegurar que la componente luminosa se encuentre en equilibrio con el resto de la materia y que además preserve el perfil- $R^{1/4}$. Lo anterior es garantizado por el Teorema de Jeans (§4.3), si la función de distribución de la materia luminosa sólo depende de las integrales aislantes de movimiento. Considerando una distribución isotrópica en los vectores de velocidad de las partículas, sean estas luminosas u oscura, se tiene que la única integral aislante de movimiento es la energía de las partículas. Si la distribución no fuese isotrópica, podría ser necesario considerar el momento angular.

La función de distribución global de la galaxia f , a partir de la cual podemos obtener su dinámica mediante la ecuación de Boltzmann no-colisional, se obtiene de la siguiente manera: la densidad de masa $\rho(r)$ en términos de la función de distribución f está dada por

$$\rho(r) = 2 \int_0^\Psi f(\mathcal{E}) \sqrt{2(\mathcal{E} - \Psi)} d\mathcal{E}, \quad (4.5)$$

donde $\mathcal{E} \equiv -E$ es el negativo de la energía de las partículas y $\Psi = -\varphi$ el negativo del potencial gravitacional del sistema (§2.2).

La ecuación (4.5) es una ecuación integral de *Abel* cuya solución nos da la función de distribución f (B&T),

$$f(\mathcal{E}) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \frac{d}{d\mathcal{E}} \int_0^{\mathcal{E}} \frac{d\rho}{d\Psi} \frac{d\Psi}{\sqrt{\mathcal{E} - \Psi}}. \quad (4.6)$$

Por su parte, la materia luminosa tendrá una función de distribución f_l , Fig-4.4, dada por

$$f_l(\mathcal{E}) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \frac{d}{d\mathcal{E}} \int_0^{\mathcal{E}} \frac{d\rho_l}{d\Psi} \frac{d\Psi}{\sqrt{\mathcal{E} - \Psi}}. \quad (4.7)$$

y la función de distribución de la materia oscura, f_o , estará determinada por (4.6) y (4.7), de la forma: $f_o = f - f_l$. Nótese que el potencial gravitacional Ψ es el mismo en ambas ecuaciones ya que tanto la materia luminosa como la oscura se mueven dentro del mismo potencial global del sistema.

La fracción de materia que, a una energía dada, corresponde a materia luminosa está dada simplemente por

$$\Lambda(\mathcal{E}) = \frac{f_l(\mathcal{E})}{f(\mathcal{E})}. \quad (4.8)$$

Esta función $\Lambda(\mathcal{E})$, se ha calculado numericamente para los modelos considerados en el presente trabajo, Fig-4.5, utilizando las ecuaciones (4.6), (4.7), y calculando el potencial gravitacional por medio de la ecuación de Poisson para una densidad de materia dada por la ecuación (4.4) con $\Upsilon = 1$.

La función $\Lambda(\mathcal{E})$ así obtenida nos da la cantidad de materia luminosa que existe para cada energía; el resto, por supuesto, será materia oscura. Esta manera de distribuir el material luminoso nos asegura que se mantendrá un equilibrio dinámico entre los dos componentes del sistema. La función Λ implica que la materia luminosa y oscura están bien "mezcladas" en todo el sistema y cumple además con la condición de que la materia oscura predomine en las partes externas de la misma. Lo único que resta ahora es encontrar un procedimiento para asignar partículas luminosas dentro de un modelo de galaxia, de acuerdo a la función $\Lambda(\mathcal{E})$. A continuación describimos dos maneras posibles:

- i. Al igual que las funciones de distribución pueden ser interpretadas como funciones de probabilidad, podemos interpretar también la función Λ . De esta manera, a cada partícula con una energía $\mathcal{E}_i$ le corresponde una probabilidad $\Lambda_i \equiv \Lambda(\mathcal{E}_i)$ de ser luminosa. El procedimiento es, entonces, como sigue: supongase que una partícula tiene una energía $\mathcal{E}_i$, a la cual le corresponde un valor $\Lambda_i = 0.7$, esta partícula tiene, entonces, un 70% de probabilidad de ser luminosa (o 30% de ser oscura). Para decidir si la partícula será luminosa u oscura, se genera un número aleatorio ξ_i entre

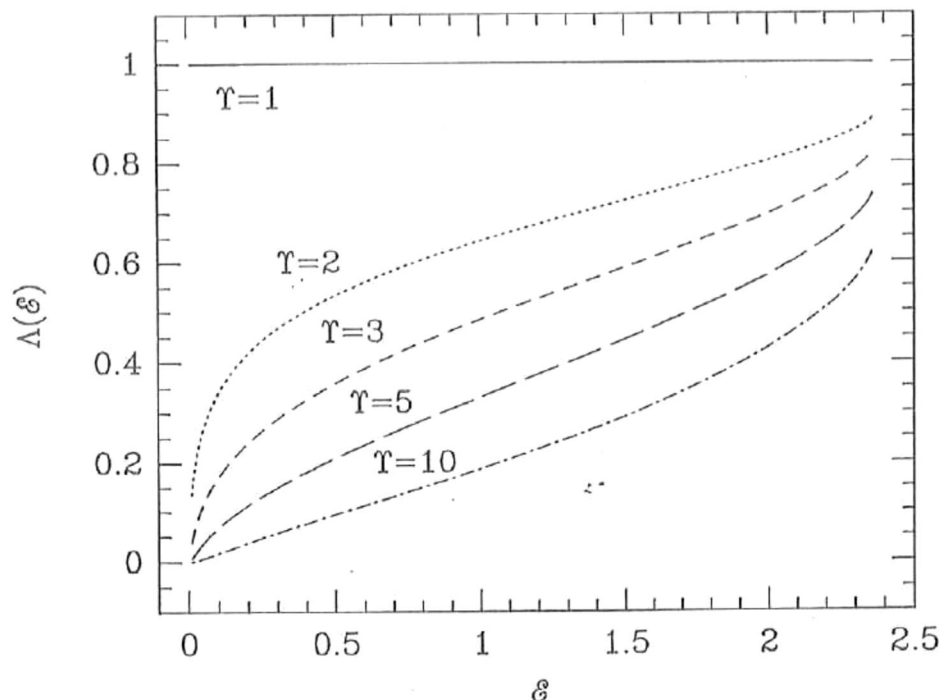


Figura 4.5 Función lambda que es igual a la fracción de masa del sistema que es materia luminosa en cada parte del pozo de potencial del sistema. Dicha función esta en términos de una integral de movimiento del sistema, que por el teorema de Jeans nos asegura que el perfil $R^{1/4}$ se preserva.

0 y 1, si $\xi_i \leq \Lambda_i \Rightarrow$ la partícula es luminosa, u oscura en caso contrario. A este procedimiento lo llamaremos el *método probabilístico*.

ii. Otra manera de interpretar la función Λ , es la de asociar a cada partícula del sistema un cociente "luminosidad-masa" $(L/M)_i$, individual. De esta manera, una partícula dada llevará información sobre la cantidad de materia oscura y luminosa del lugar donde se encuentre, por lo que se le puede como el *centroide* de un grupo de partículas que contienen una fracción Λ_i de materia luminosa. A este procedimiento lo llamaremos el *método de centroide*.

Este procedimiento nos puede permitir re-interpretar simulaciones realizadas con modelos sin masa oscura, como modelos con masa oscura. Esto podría emplearse, por ejemplo, en estudios ya realizados de colapso no-disipativo, e "invertir" el sentido del tiempo para tener una estimación de como pudierá estar distribuida esta materia oscura durante la época de formación. La utilización de éste procedimiento en experimentos previos de N -cuerpos permite un gran ahorro de tiempo de CPU, aspecto importante cuando no se cuenta con recursos de cómputo ámplios.

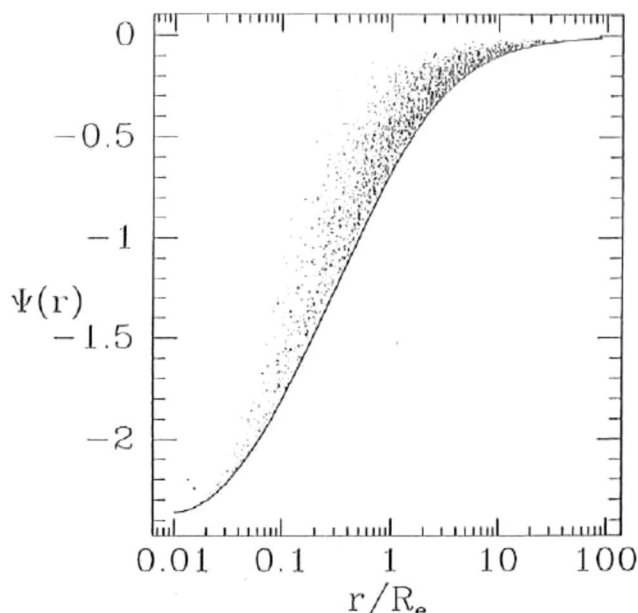


Figura 4-6 Pozo de potencial para una galaxia de de Vaucoulers a partir de la ecuación de Poisson (*línea continua*), y energía de cada una de las partículas en un modelo numérico de esta. Las partículas poseen una distribución isotrópica de velocidades.

§4.3 Auto-Consistencia del Modelo Teórico

Para mostrar la validez del procedimiento propuesto, se realizó lo siguiente:

- 1.) Se construyó una realización azarosa con 3,000 partículas de una galaxia de de Vaucoulers y se calculó la energía de cada una de las partículas en dicho modelo; encontrando la distribución de partículas en el pozo de potencial de la misma, Fig-4.6.
- 2.) Usando un programa de N -cuerpos descrito en §2.3, se evolucionó el sistema durante 30 tiempos de cruce, libre de perturbaciones externas, para investigar su equilibrio. Se observó que la galaxia se mantiene en equilibrio dinámico estable durante todo este tiempo, Fig-2.5.
- 3.) Se realizó la "fotometría" del modelo construido utilizando los métodos probabilístico y de centroide para obtener la distribución de la materia luminosa, Fig-4.7, observándose que dentro de las fluctuaciones estadísticas la materia luminosa sigue un perfil- $R^{1/4}$ en ambos casos. Con el fin de asegurarse de que el perfil luminoso permanece invariante, se obtuvo la fotometría del modelo después de haber transcurrido 30 tiempos de cruce, Figs-4.8, encontrándose que, en efecto, el perfil luminoso de la galaxia se preserva como una ley - $R^{1/4}$.
- 5.) Dado que el método probabilístico tiene un número muy reducido de partículas luminosas en las partes externas del modelo, se decidió generar condiciones iniciales con $N = 1000, 3000, 6000$, y 10000 -partículas, y realizar su fotometría para comparar las diferencias entre el modelo teórico y el numérico. Se observó que a medida que

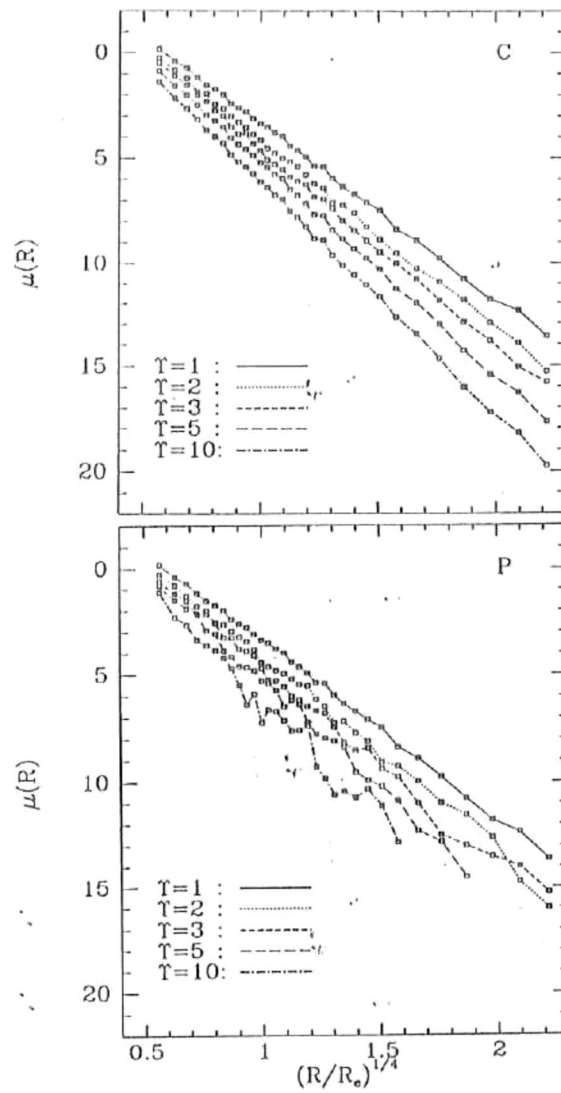


Figura 4.7 Comparación de los perfiles de luminosidad numéricos (*cua-dros*) con los perfiles teóricos (*línea continua*), utilizando el método de cen-troide (*Arriba*) y probabilístico (*Abajo*). Notesé como el perfil del modelo numérico presenta fluctuaciones estadísticas alrededor del perfil teórico en ambos casos, y que éstas son mayores en el caso del método probabilístico.

aumenta el número de partículas en la realización azarosa del modelo, las diferencias y error estándar disminuyen, sin que aparezcan errores sistemáticos, Fig-4.9. Dado que el método de centroide presenta más fluctuaciones estadísticas que el probabilístico, utilizar el primero requeriría de muchas más partículas en los experimentos de N -cuerpos que los que se planean ($N = 3000$).

Todas las pruebas anteriores nos permiten asegurar, que los modelos construidos son auto-consistentes y permiten ser utilizados para la investigación de dinámica de galaxias elípticas con una componente de materia oscura; en particular, en colisiones entre galaxias, como es el objetivo del presente trabajo.

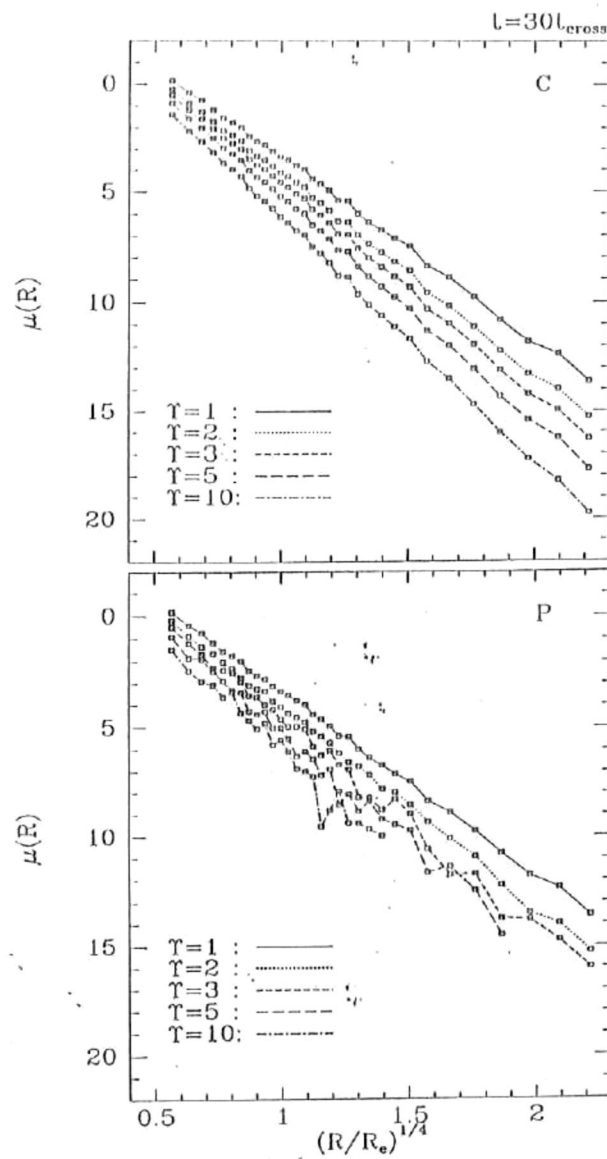


Figura 4.8 Situación similar a la Fig-4.7, pero después de 30 tiempos de cruce.

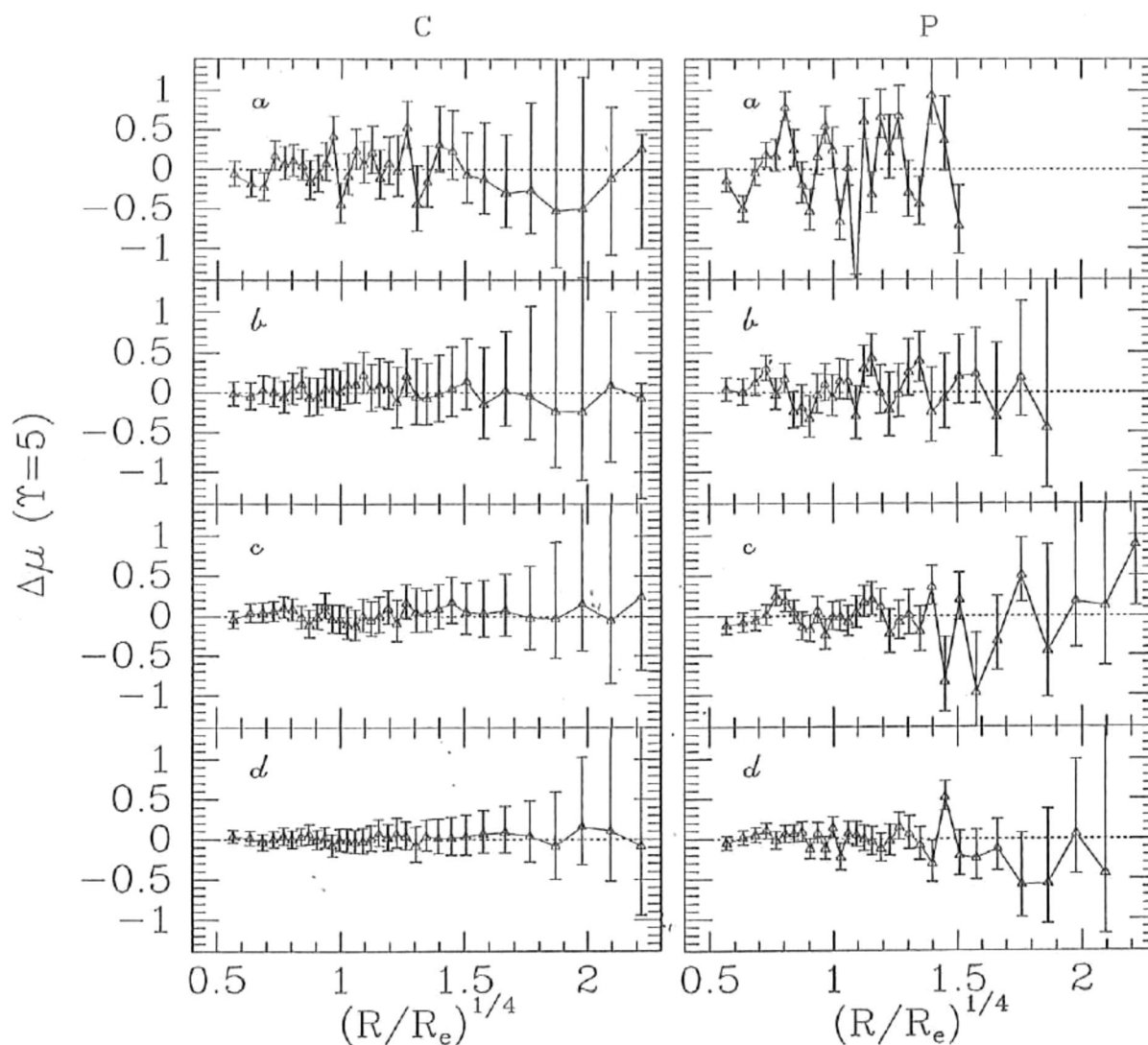


Figura 4.9 Diferencias en magnitudes entre el perfil teórico y numérico cuando la galaxia en cuestión tiene un cociente $M/L = 5$. El número de partículas en la galaxia modelo aumenta de arriba hacia abajo, siendo galaxias con $a=1000$, $b=3000$, $c=6000$ y $d=10,000$ -partículas. La parte izquierda de la figura corresponde al método de centroide y la parte derecha al método probabilístico para la función Λ . Notesé como va disminuyendo la diferencia entre el perfil teórico y la interpretación probabilística.

COLISIONES ENTRE GALAXIAS ELIPTICAS CON MATERIA OSCURA

§5.1 Introducción.

El entendimiento de las características observadas y la evolución dinámica de los cúmulos de galaxias es de gran importancia debido a que una gran cantidad de la materia del Universo se encuentra en este tipo de conglomerados, además de jugar éstos un papel importante en la cosmología. Las estructuras de gran escala en el Universo (e.g. supercúmulos de galaxias, de tamaños $> 10 Mpc$) evolucionan muy lentamente en el tiempo, ya que incluso objetos con velocidades típicas de $\sim 10^3 K m/s$ tan sólo pueden recorrer $\sim 10 h^{-1} Mpc$ dentro de un tiempo de Hubble ($t_H \approx 1 \times 10^{10} h^{-1}$ años). Por lo mismo, estas estructuras representan en cierta manera "fósiles" cósmicos de épocas tempranas del Universo, los cuales guardan aún información sobre las condiciones dinámicas iniciales a partir de las cuales se formaron (Bahcall 1977).

Dentro de cúmulos ricos de galaxias, se observa que las isofotas externas de las galaxias tienen un diámetro que no es despreciable comparado con la separación media entre ellas, de lo que se puede inferir que las colisiones entre galaxias son comunes, sobre todo en cúmulos ricos. Existe además, una amplia evidencia observacional de estar llevándose a cabo procesos de interacción gravitacional entre galaxias en épocas actuales, Fig-5.1.

En el aspecto dinámico, una galaxia que viaja a través de un cúmulo con velocidad V , cruzará un radio R en un tiempo de cruce

$$t_c = \frac{R}{V} \approx 3 \times 10^8 \times \left[\left(\frac{R}{Mpc} \right) \left(\frac{V_r}{10^3 K m/s} \right)^{-1} \right] h^{-1} \text{ años}, \quad (5.1)$$

donde V_r es la velocidad radial observada (suponiendo simetría esférica $\Rightarrow V_r^2 = V^2/3$). Para una distancia típica de $R = 10 Mpc$, el tiempo de cruce es $t_c \approx 3 \times 10^9 h^{-1}$ años; el cual es algo menor que el tiempo de Hubble. Las galaxias que se encuentran en las partes externas de cúmulos grandes ($R \geq 35 Mpc$) llegan a tener $t_c > t_H$, por lo que no han tenido tiempo aún para viajar por el centro del cúmulo.

Por otro lado, el campo de velocidades de las galaxias no es ordenado y sus velocidades son una combinación de la velocidad de Hubble de expansión cosmológica y una velocidad residual o peculiar. Las velocidades peculiares de galaxias vecinas son del orden de cientos de Km/s , por lo que, para galaxias que se encuentran a distancias menores

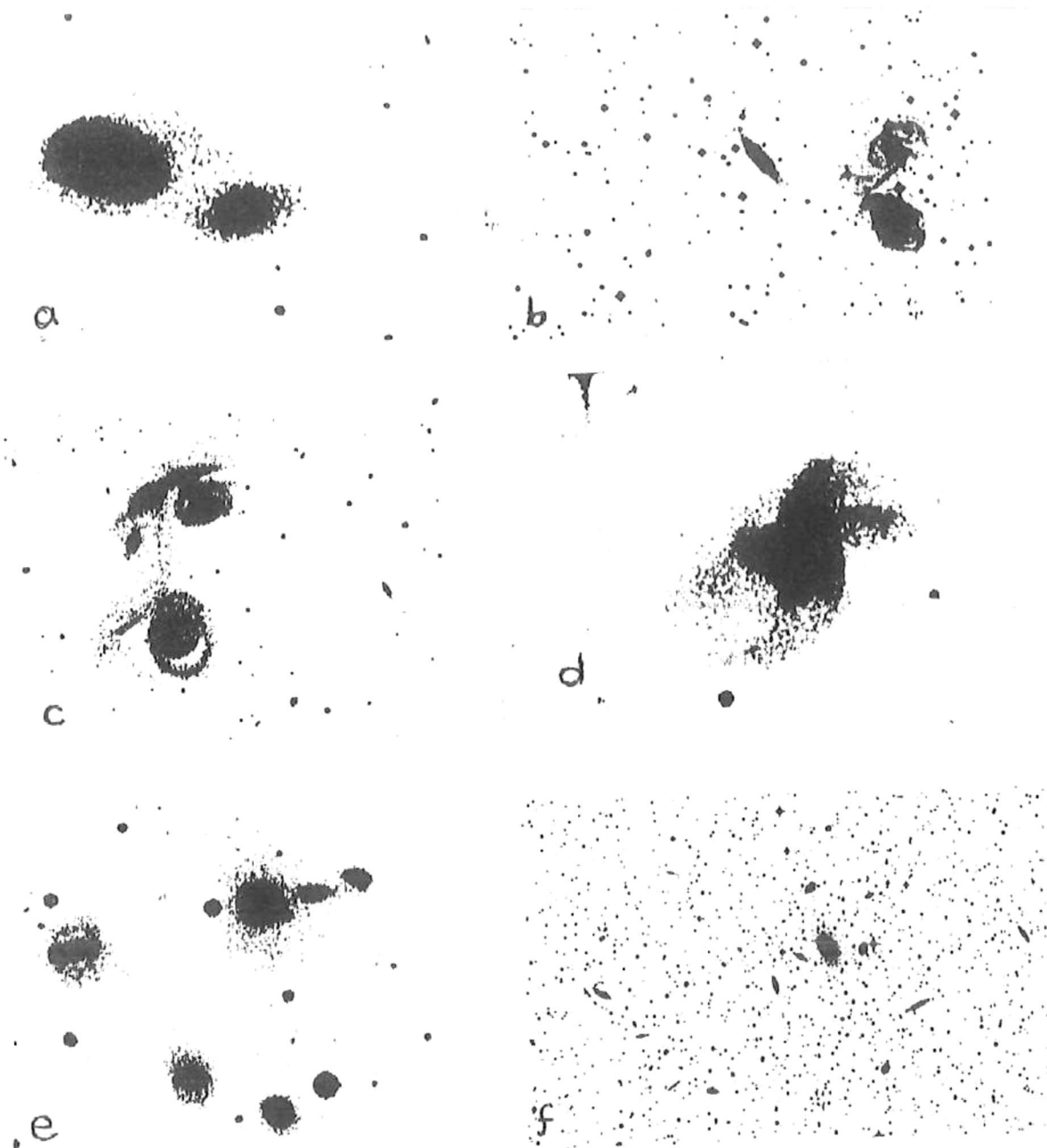


Figura 5.1 Imágenes que ejemplifican las interacciones entre galaxias en distintos tipos de medios: (a) en pares de galaxias, (b) en tripletes, (c) en quintetos, (e) en grupos pequeños y (f) en cúmulos de galaxias. Además de existir procesos violentos de colisiones, (d), [Arp 1966]

de $\sim 100 \text{Kms}^{-1}/H_0 \approx 1h^{-1} \text{Mpc}$, la componente residual de velocidad domina a la componente cosmológica y se puede dar el caso de galaxias que en lugar de estarse alejando, se acercan una a la otra, de hecho, nuestra Galaxia y Andrómeda (a $\sim 700 \text{Kpc}$) están acercándose y se espera que en $\sim 10^{10}$ años “choquemos” con Andrómeda.

El tiempo de relajamiento τ para galaxias dentro de un cúmulo, esta dado por

$$\tau = \frac{V^3}{4\pi G^2 M_g^2 n \ln \mathfrak{R}} \quad (5.2)$$

$$\sim 1 \times 10^{10} \times \left[\left(\frac{V_r}{10^3 \text{ Km/s}} \right)^3 \left(\frac{M_g}{10^{12} M_\odot} \right)^{-2} \left(\frac{n}{10^3 \text{ gal/Mpc}^3} \right)^{-1} \ln \mathfrak{R} \right] h^{-1} \text{ años},$$

donde: V y M_g , son la velocidad y masa de la galaxia respectivamente, n el número de galaxias por unidad de volumen en el cúmulo y $\mathfrak{R}$ el cociente del máximo parámetro de impacto al mínimo (usualmente estos se toman como el diámetro del cúmulo y el diámetro promedio de las galaxias, respectivamente).

En las regiones centrales de cúmulos regulares (*i.e.* aquellos que tienen altas concentraciones y presentan cierta simetría circular, Abell 1976) donde $n \sim 3 \times 10^3 \text{ gal/Mpc}^3$, el tiempo de relajamiento para galaxias masivas ($M_g \sim 10^{12} M_\odot$) es $\tau \sim 10^9$ años; por lo que se espera que haya sucedido cierto grado de relajamiento es estas regiones de dichos cúmulos (e.g. Coma, Corona Borealis). Fuera de las regiones centrales, y en la mayoría de cúmulos irregulares (*i.e.* aquellos que no muestran una simetría circular ni concentraciones centrales), el tiempo de relajamiento es $\tau > t_H$, de lo que se espera que aún no hayan sufrido un relajamiento apreciable; el cúmulo de Virgo es un ejemplo de lo anterior.

Algunos efectos observacionales del proceso de relajamiento en cúmulos de galaxias son la segregación espacial y de las velocidades de las galaxias, de acuerdo con sus masas. Si un cúmulo de galaxias ha sufrido un proceso de relajamiento a través de colisiones y se ha aproximado a un estado de equipartición de energía, se espera entonces que las galaxias menos brillantes (*i.e.* menos masivas, si $M_{tot} \sim M_{lum}$) ocupen un volumen espacial mayor que aquel que ocupan las más brillantes.

Las observaciones sugieren que en algunos cúmulos las galaxias menos brillantes (e.g. galaxias espirales) tienden a presentar una distribución, proyectada en el plano del cielo, más extensa que las galaxias brillantes (e.g. para galaxias elípticas). En el caso del cúmulo de galaxias más estudiado, Coma (Oemler 1974, White 1977), así como en otros cúmulos, mediciones de las velocidades de las galaxias indican que la dispersión de velocidades de las pocas galaxias brillantes en el centro es menor que la de galaxias menos brillantes, lo cual es indicativo de un proceso de relajamiento en estos cúmulos. Oemler, a partir de un estudio de 15 cúmulos de galaxias de varios tipos (e.g. aquellos dominados por una galaxia elíptica gigante (cD) central y ricos en galaxias elípticas; así como también cúmulos con pocas o muchas galaxias espirales), encuentra resultados que también sugieren la presencia de una segregación en masa para las galaxias. Los cúmulos irregulares y aquellos dominados por galaxias espirales no muestran razgos de segregación alguna de masa; indicación de la escasa evolución dinámica ocurrida en estos cúmulos.

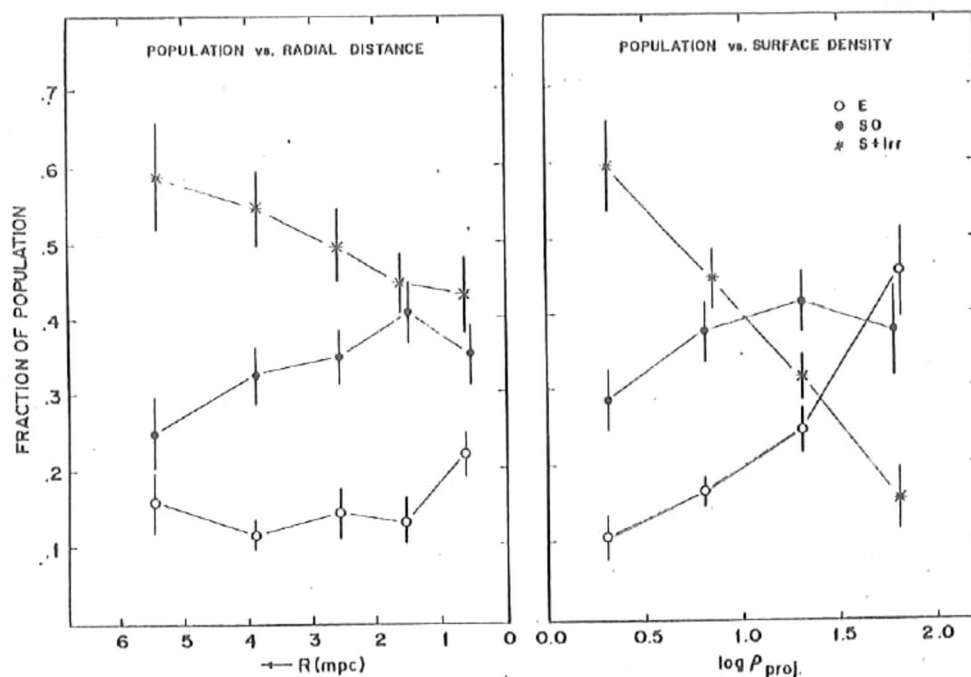


Figura 5.2 Gradientes de población en 6 cúmulos moderadamente irregulares como función de la distancia radial del centroide de la distribución de galaxias (*Izq.*), y de la densidad superficial proyectada en el plano (*Der.*). Los gradientes son más pronunciados cuanto se utiliza la densidad, lo que indica que las poblaciones son en gran medida función de las condiciones locales que de las globales (Dressler 1980).

Durante las interacciones gravitacionales presentes entre galaxias de un cúmulo, los efectos de las fuerzas de marea sobre las galaxias partícipes juegan un papel significativo en los cambios estructurales de las galaxias, y reciprocamente en la evolución del cúmulo. Estudios observacionales (Dressler 1984) muestran una correlación entre la morfología de las galaxias con la densidad del medio ambiente, mostrando una preferencia por el predominio de galaxias elípticas en los centros de los cúmulos, y de galaxias espirales en las partes externas de los mismos, Fig-5.2. Los encuentros entre galaxias donde se intercambia energía cinética orbital, transformando parte de esta energía en energía interna de las galaxias, podrían ser los responsables de la segregación morfológica observada.

El tiempo promedio entre colisiones sucesivas de una galaxia con otros miembros del cúmulo esta dado por

$$t_{coll} = \frac{1}{\sqrt{2}Vn\pi R_g^2} \quad (5.3)$$

$$\sim 10^9 \times \left[\left(\frac{V_r}{10^3 \text{ Km/s}} \right) \left(\frac{n}{10^3 \text{ gal/Mpc}^3} \right) \left(\frac{R_g}{10 \text{ Kpc}} \right)^2 \right]^{-1} h^{-1} \text{ años ,}$$

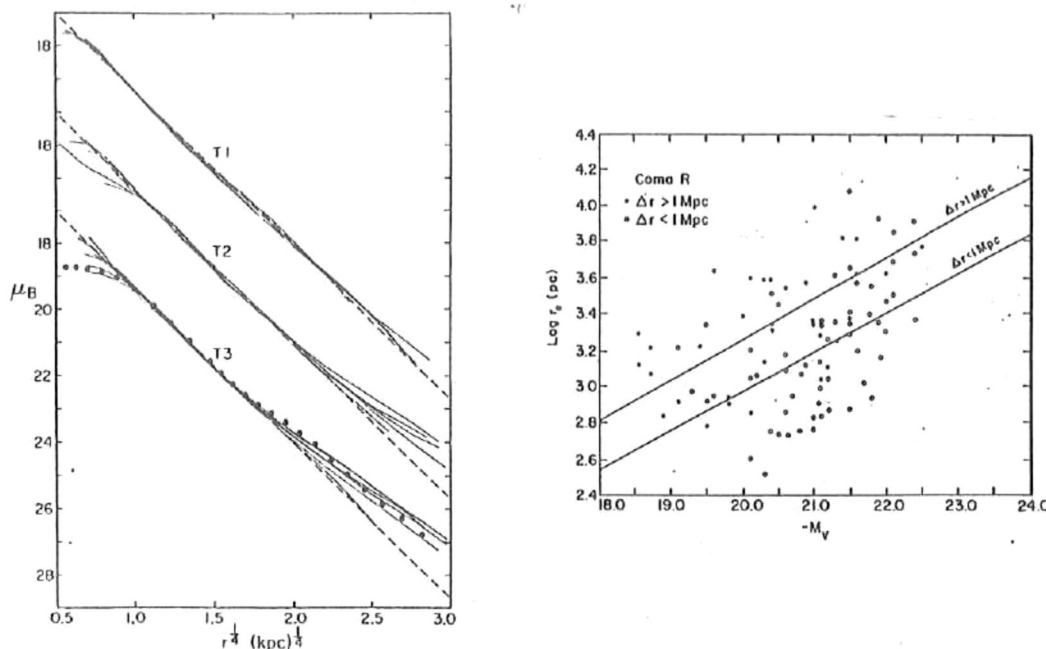


Figura 5.3 (*Izq.*) Perfiles de brillo superficial para galaxias elípticas como función del radio proyectado a la $1/4$ (Kormendy 1977). (*Der.*) Logaritmo del radio efectivo como función de la magnitud absoluta para galaxias elípticas en el cúmulo de Coma. Notesé como para galaxias dentro de 1 Mpc , a una misma luminosidad, éstas son más compactas que aquellas fuera de 1 Mpc (Strom & Strom 1978).

donde R_g es el radio de la galaxia (e.g. radio de Holmberg, §1.2). En las regiones centrales de un cúmulo regular y para una galaxia con un $R_g \sim 10 \text{ Kpc}$ se tiene $t_{\text{coll}} \sim 10^8 - 10^9 h^{-1}$ años. En regiones de baja densidad, o en cúmulos irregulares, donde $n < 100 \text{ gal/Mpc}^3$, el tiempo promedio entre colisiones es $t_{\text{coll}} \geq t_H$. Es importante recalcar, que R_g es considerado aquí como el radio luminoso de las galaxias; en caso de existir halos de materia oscura que se extiendan hasta distancias de $\sim 3R_g$, el tiempo de colisión se ve reducido por un factor de casi diez.

Los efectos de este tipo de interacciones entre galaxias se han invocado en el pasado para explicar cuestiones como: (1) la ausencia de galaxias espirales en cúmulos ricos (Spitzer & Baade 1951); (2) los envoltentes débiles de brillo observados en galaxias cD, como restos de material arrancado por fuerzas de marea durante colisiones (Gallagher & Ostriker 1972); (3) el truncamiento de halos masivos extensos de materia oscura en las galaxias durante su evolución dinámica en el cúmulo (Richstone 1976, Merritt 1983).

Strom & Strom (1978) encuentran que la extensión espacial de éstas galaxias es una función de su distancia al centro del cúmulo y de la riqueza del mismo, interpretando

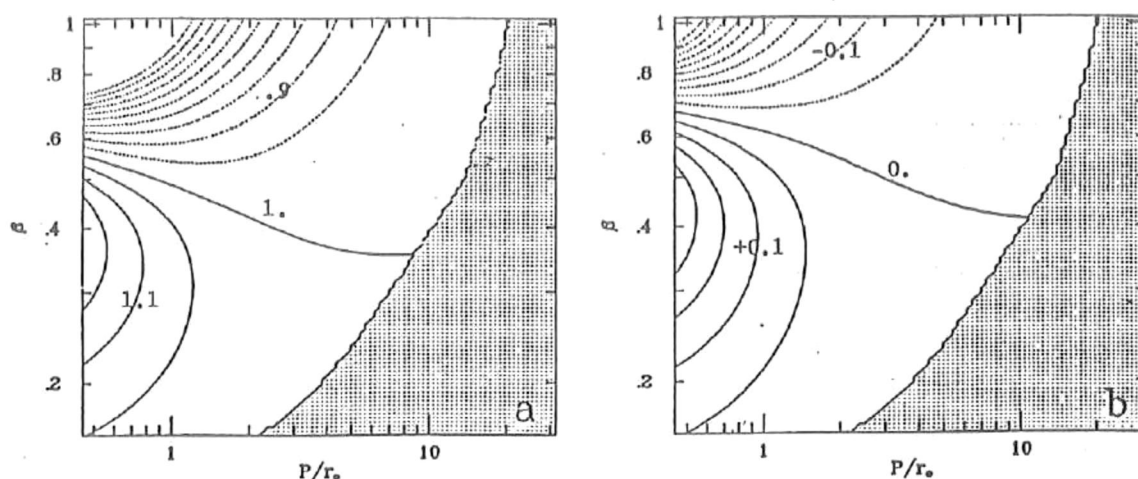


Figura 5.4 Líneas de cociente constante en el radio efectivo final al inicial (a) y de cambio constante del brillo superficial medido al R_e en magnitudes (b), como función de la distancia de máximo acercamiento, P_0 , y del parámetro de colisión $\beta = M_p/V_0$; con M_p la masa de la galaxia perturbadora y V_0 la velocidad relativa al momento de máximo acercamiento. Las líneas continuas y punteadas corresponden a una expansión y contracción de la galaxia blanco respectivamente. La zona gris en la parte derecha de ambas figuras indica la región en la que la confiabilidad de los resultados no es adecuada.

éste resultado como un truncamiento de las partes externas por fuerzas de marea; en otras palabras, se encuentra que las galaxias en regiones de alta densidad son, a igual luminosidad total, más compactas que las galaxias en regiones de baja densidad. Por otro lado, Kormendy (1977) encuentra que las galaxias elípticas con vecinos cercanos y masivos, poseen halos brillantes extendidos que no se presentan para objetos más aislados, y que por lo tanto, no se puede ajustar una $ley - R^{1/4}$. Kormendy interpreta esto como una distensión producida por el paso cercano de un vecino y sugiere que los encuentros entre galaxias producirán halos de brillo extendidos, Fig-5.3.

Tanto Kormendy como Strom & Strom, no hacen la diferenciación entre el efecto de expansión y truncamiento de acuerdo a la luminosidad de la galaxias; de hecho, consideraban que sus resultados se encontraban en contradicción. Aguilar & White (1986) dan una explicación de estos resultados aparentemente contradictorios. Estos autores encuentran en experimentos numéricos, que colisiones "fuertes" entre galaxias conducen a una reducción en el radio efectivo de las galaxias y a una densidad de brillo superficial más alta, mientras que colisiones débiles producen una expansión del radio efectivo y una disminución del brillo superficial, Fig-5.4.

De groso modo, la explicación a lo observado en galaxias elípticas es como sigue: durante una colisión fuerte, una galaxia sufre de un cambio fraccional mayor en pérdida de

masa que de ganancia de energía interna, esto conduce a que las partículas que quedan en la galaxia posean una mayor energía de ligadura por unidad de masa que las de el sistema inicial (más negativa), lo que lleva a una contracción del sistema y que se manifiesta como un incremento en la densidad de brillo superficial de la galaxia perturbada. Por otro lado, durante una colisión débil, la galaxia en cuestión casi no pierde masa pero si aumenta su energía interna (se disminuye en valor absoluto), situación que conduce a una expansión en la galaxia y, por tanto, a una disminución de la densidad de brillo superficial.

§5.2 Colisiones entre Galaxias.

Dado el gran número de partículas que poseen los sistemas estelares y la naturaleza no-lineal de las ecuaciones de movimiento, la manera más directa en el presente de investigar lo que sucede cuando chocan dos o más galaxias es la de realizar experimentos numéricos. El estudio analítico ha producido avances en el entendimiento de estos procesos, pero se han tenido que introducir algunas simplificaciones con el fin de facilitar la construcción de los modelos; situación que puede, en un momento dado, dejar de exhibir la riqueza del proceso real dado su carácter no-lineal. La mayoría de los trabajos teóricos en esta área se basan en la *aproximación de impulso*, introducida en los sistemas estelares por Spitzer (1958).

En ésta aproximación, se supone que las colisiones son tan rápidas que la fuerza de marea actúa en una escala de tiempo que es mucho menor que el período orbital de las estrellas sobre las que tiene un efecto significativo. En la aproximación de impulso, una colisión causa un cambio instantáneo en la velocidad de cada estrella, mismo que depende de la posición de la misma pero no de su velocidad.

Considérese una estrella situada en el punto S, Fig-5.5. Al pasar rápidamente un perturbador de masa M_p y velocidad V , en una trayectoria con pericentro P , la estrella experimenta un cambio impulsivo en su velocidad dado por $\Delta v = \int_{-\infty}^{+\infty} F dt$, el cual puede ser expresado como (B&T)

$$\begin{aligned} \Delta v(S) &= \int_{-\infty}^{\infty} \nabla \left[\frac{-GM_p(P + Vt)}{|P + Vt|^3} \right] \circ S dt \\ &= \frac{2GM_p}{VP^2} \left[\frac{2(S \circ P)P}{P^2} + \frac{(S \circ V)V}{V^2} - S \right] \end{aligned} \quad (5.4)$$

donde se ha hecho además la aproximación de marea (i.e. el tamaño de las galaxias es despreciable con respecto a su separación).

En base a lo anterior, la distribución estelar de velocidades en cada punto de la galaxia es desplazado en su conjunto por una cantidad que depende de la posición de cada estrella, así que las estrellas que dejarán el sistema son aquellas que logren adquirir una velocidad

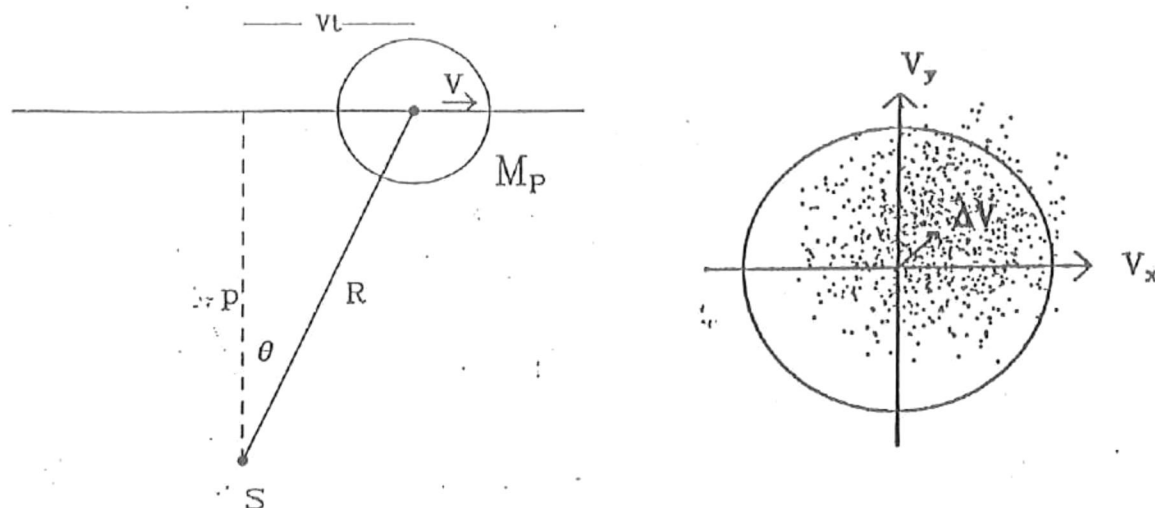


Figura 5.5 (Izq.) Configuración esquemática para la derivación de la aproximación de impulso. **(Der.)** Espacio de velocidades de las partículas después de un cambio impulsivo, aquellas fuera de la frontera que marca la velocidad de escape dejan el sistema.

mayor que la *velocidad de escape* local del sistema. Esta aproximación de impulso permite predecir cambios estructurales ya que los cambios en velocidad están dados por los términos dominantes de (5.4), y éstos tienden a deformar la configuración inicial de la galaxia en un elipsoide cuyo eje mayor yace en la dirección del pericentro P y se ve comprimida en las direcciones perpendiculares a éste; situación que se observa en la figura 5.1a.

En la aproximación de impulso, el cambio en energía total de la galaxia está dada tan sólo por el cambio en energía cinética de las partículas ya que la energía potencial de cada partícula permanece constante (recordando que se supone que la colisión ocurre instantáneamente):

$$\Delta E = \frac{1}{2} \sum_i^N m_i [(\mathbf{v}_i + \Delta \mathbf{v}_i)^2 - v_i^2] = m_i \sum_i^N \left[\mathbf{v}_i \cdot \Delta \mathbf{v}_i + \frac{1}{2} |\Delta \mathbf{v}_i|^2 \right]. \quad (5.5)$$

El primer término de (5.5) puede ser tanto positivo como negativo durante un encuentro para una estrella en particular; en otras palabras, la estrella ejecutará una caminata aleatoria en el espacio de energías. El segundo término de (5.5) siempre es positivo.

Si se considera un sistema con simetría esférica en el espacio de velocidades, el primer término de (5.5) es en promedio cero. Combinando las ecuaciones (5.4) y (5.5), se encuentra que el cambio total en la energía de la galaxia blanco es (Spitzer 1958)

$$\Delta E = \frac{M_g}{3} \left(\frac{2GM_p}{P^2 V} \right)^2 < S_*^2 > \quad (5.6)$$

donde $\langle S_*^2 \rangle$ es el *radio medio-cuadrático* del sistema perturbado. En la aproximación de impulso, los cambios en energía dependen solamente de la masa del perturbador M_p y de su velocidad al momento de máximo acercamiento V_0 , a través de un parámetro que caracteriza la "fuerza" de la colisión, $\beta = M_p/V_0$, y de la separación entre las galaxias máximo acercamiento P_0 .

Hay que notar, sin embargo, que el cambio en energía (5.5) incluye la energía que se comunica a las estrellas que escapan del sistema, la cual no es igual a la diferencia entre la energía de ligadura, E_b , del sistema final y la de su configuración inicial. Esta última cantidad, $\Delta E_b = E_{f,b} - E_{i,b}$, que es de suma importancia en la evolución dinámica de la galaxia, no puede ser evaluada de manera cerrada en ésta aproximación; por lo que se sospecha que no tendrá un escalamiento sencillo con los parámetros β y P_0 debido a que durante una colisión entre galaxias, parte de la energía cinética orbital comunicada al movimiento interno de las mismas, es adquirida por partículas que escapan.

En el pasado, varios autores han estimado los cambios colisionales en la energía y pérdida de masa en sistemas estelares bajo la hipótesis de la aproximación de impulso (Contopoulos & Bozis 1964, Sastry & Alladin 1971, Gallagher & Ostriker 1972). Richstone (1975, 1976) calcula las pérdidas de masa y la ganancia en energía que sufre una galaxia durante una colisión, suponiendo que las estrellas responden solamente a una distribución de masa suavizada de las galaxias y que dichas distribuciones no cambian durante las colisiones; Richstone encuentra que la pérdida de masa y la ganancia en energía se escala linealmente con β . Bouvier & Janin (1970, 1971) encuentran resultados discrepantes entre una simulación de N -cuerpos de una colisión entre un cúmulo galáctico y nubes masivas, y la aproximación de impulso. Así mismo, Lauberts (1974), encuentra que con respecto a sus experimentos de $N(= 2 \times 16)$ -cuerpos para colisiones entre galaxias de disco, la aproximación de impulso subestimaba el daño causado por dicha colisión sobre las galaxias participantes.

Dekel, *et al.* (1980), llevan a cabo una serie de experimentos de N -cuerpos para estudiar las pérdidas de masa y ganancia de energía interna durante una colisión de galaxias; estos autores encuentran que el mecanismo de pérdida de masa parece depender, entre otras cosas, de la excentricidad de las órbitas de las estrellas que componen a la galaxia en colisión. Estos autores encuentran que para galaxias cuyas estrellas se encuentran en órbitas primordialmente radiales, los cambios tanto en masa como energía se escalan linealmente con β , mientras que si las órbitas estelares son predominantemente circulares entonces el escalamiento es cuadrático en β . Así mismo, encuentran que los resultados obtenidos con la aproximación de impulso, en el límite de marea, son válidos aún para encuentros lentos.

Varios de los resultados anteriores, han sido utilizados por varios autores (Merritt 1983, Malamuth & Richstone 1984, Miller 1983) para realizar estudios de la evolución dinámica

de galaxias en cúmulos y de la evolución misma de éstos. Sin embargo, los resultados obtenidos no fueron concluyentes debido, entre otras cosas, a la aparente dependencia de las secciones rectas colisionales en el tipo de órbitas de las estrellas que componen a la galaxia. Por otro lado, los experimentos realizados hasta esa fecha, contaban con un pequeño número de partículas $N \sim 250$, situación que hace difícil modelar la estructura de una galaxia en detalle. Esta situación llevó a Aguilar & White (1985) a realizar simulaciones de N -cuerpos con $N = 3000$ partículas, y otros basados en la aproximación de impulso, para investigar los cambios en masa y energía de ligadura que resultan de colisiones entre galaxias esféricas.

Aguilar & White, encuentran que no existe un escalamiento sencillo, lineal o cuadrático, para la pérdida de masa o la ganancia de energía con el parámetro β y el la separación P ; sino un escalamiento cuya forma varía de manera suave como función de estos parámetros. De igual manera, encuentran que los cambios fraccionales en masa δM y energía δE dependen poco de la estructura orbital interna de las galaxias participantes, pero en cambio dependen fuertemente del perfil de densidad de las partes externas. Aguilar & White, encuentran que la aproximación de impulso, la cual depende de dos parámetros β y P , arroja resultados que concuerdan bien con los resultados de N -cuerpos; incluso cuando la velocidad de colisión es comparable a la raíz cuadrada de velocidad interna media-cuadrática, V_{rms} , de las galaxias.

Una particularidad de los estudios anteriores de colisiones entre galaxias, es el trabajar bajo la hipótesis de que toda la materia de la galaxias es luminosa; *i.e.* $M_{tot} = M_{lum}$. En §III, se hace mención a la hipótesis de la presencia de materia oscura en los sistemas estelares. Resulta entonces importante realizar un estudio de interacciones entre galaxias bajo la hipótesis de que éstas tienen una componente de materia oscura. La importancia de hacer estos estudios reside en poder estudiar los efectos dinámicos de la materia oscura sobre la interacción de galaxias y la evolución de cúmulos de galaxias; situación que permitiría comparar resultados obtenidos con observaciones, y establecer restricciones sobre la cantidad de materia oscura que las galaxias elípticas puedan poseer.

A la fecha se han realizado algunos estudios donde se analiza el papel de la materia oscura en la dinámica de galaxias, tales como el de Barnes (1988) y Thomason *et al.* (1989). Barnes realiza modelos de interacción entre galaxias espirales compuestas de un bulbo central, un disco y un halo oscuro masivo; encontrando que halos masivos son muy eficientes para absorber energía y momento angular, alterando significativamente la distribución y dinámica del material luminoso, así como la rapidez con que se efectúa la fusión de galaxias en un cúmulo. Barnes logra reproducir bastante bien algunas características observadas en galaxias interactuantes, tal como la formación de "colas" largas y delgadas, Fig-5.6, perfiles de luminosidad semejantes a los de una galaxia elíptica, remanentes de la fusión de galaxias con baja rotación y curvas de rotación planas.

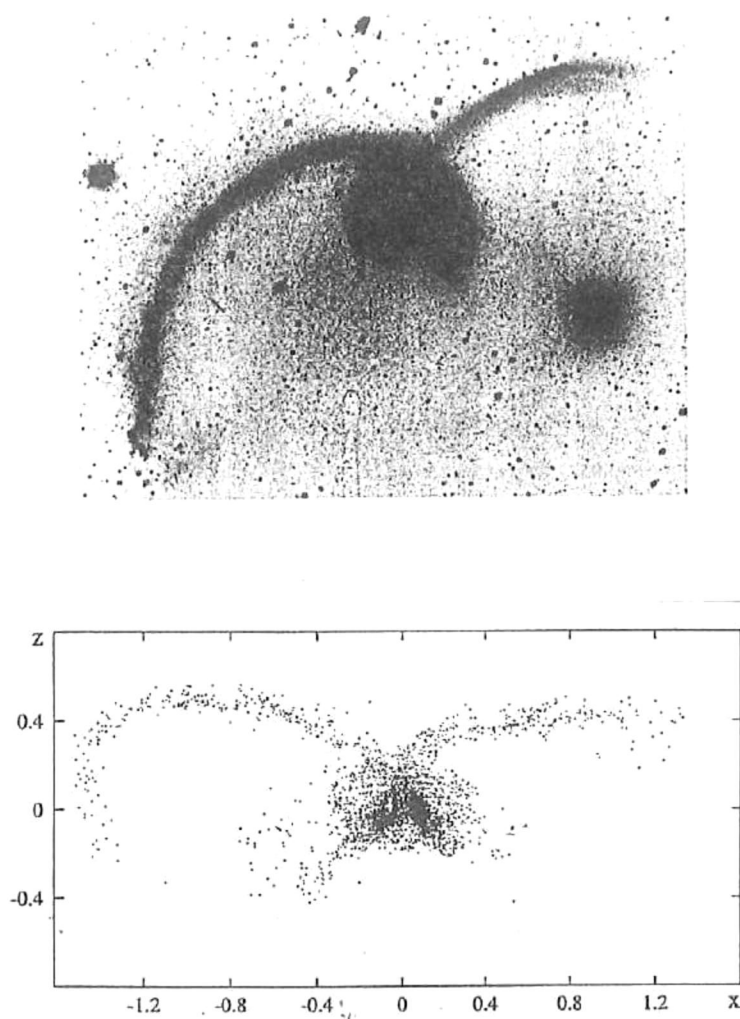


Figura 5.6 (*arriba*) Placa de la galaxia NGC 4038/9 (la "Antena") y a su derecha la configuración producida por uno de los experimentos de N -cuerpos (Barnes 1988). (*abajo*) A la izquierda, perfiles de brillo superficial de un remanente de fusión de galaxias con materia oscura. A la derecha, curvas de rotación para una galaxia espiral con un halo de materia oscura.

La orientación del estudio de Barnes es concentrarse en reproducir sistemas específicos, variando las condiciones iniciales de la colisión, así como los cocientes entre las masas del bulbo, disco y del halo oscuro. Como se mencionó en §4.2, la intención del presente trabajo es realizar un estudio estadístico de colisiones entre galaxias elípticas dominadas por materia oscura, bajo un amplio intervalo de condiciones iniciales en los parámetros de las colisiones; *i.e.* no se busca reproducir algún sistema en particular.

TABLA V.1
CONDICIONES INICIALES EN LAS GALAXIAS

	Υ_1	Υ_2	Υ_3	Υ_5	Υ_{10}
$R_{e,l}$	1.05	0.73	0.60	0.46	0.32
μ_e	3.48	3.48	3.47	3.47	3.47
$r_{h,l}$	1.36	0.95	0.79	0.59	0.41
$M_{h,l}$	0.50	0.25	0.16	0.10	0.05

§5.3 Experimentos Numéricos y Resultados.

Para investigar las colisiones entre galaxias elípticas con una componente de materia oscura se utiliza el modelo construido en la sección §4.2. Se construye una realización azarosa de 3000 partículas del modelo teórico, asignando una fracción de masa luminosa a cada una de ellas, de acuerdo a su energía, de la manera dictada por la función- Λ y el cociente masa-luminosidad global $M_{tot}/M_{lum} = M/L$, que se considere. Los métodos utilizados para asignar la luminosidad fueron discutidos en §4.3, los resultados que se ahora se presentan utilizan la interpretación de *centroide* de la función- Λ . En el centro de la realización azarosa, se introduce una partícula 10 veces más masiva que las demás partículas, con el fin de evitar fluctuaciones erráticas en su trayectoria, ya que esta partícula actúa como centro de la expansión en armónicos esféricos (§2.3).

El método de N -cuerpos utilizado para calcular las ecuaciones de movimiento de las partículas de la galaxia blanco es el descrito al final de §2.3 (*i.e.* una expansión multipolar del potencial gravitacional hasta términos cuadrupolares). El radio de suavizamiento que se ha utilizado es $\varepsilon = 0.08$, el cual corresponde al radio de una esfera que contiene aproximadamente al 3% de la masa total de la galaxia construida. Los parámetros iniciales de los distintos modelos de la galaxia blanco considerados en el presente estudio se muestran en la TABLA V.1: $R_{e,l}$ el radio efectivo luminoso proyectado en el plano del “cielo”; μ_e la magnitud absoluta en $R_{e,l}$; $r_{h,l}$ el radio *medio-de-masa* luminoso espacial (*i.e.* aquel donde la mitad de la materia luminosa se encuentra confinada) y $M_{h,l}$ la cantidad de material luminoso dentro del $r_{h,l}$. Los valores de estos parámetros son mostrados en la tabla para cada uno de los 5 valores de $\Upsilon = M/L$ considerados (*i.e.* 1, 2, 3, 5 y 10).

A cada partícula se le asigna inicialmente una velocidad con dirección isotrópica y su magnitud esta dada por la función de velocidades en equilibrio con el pozo de potencial de la galaxia misma (Binney 1982). La configuración inicial de las partículas de la galaxia blanco, proyectada en el plano del cielo, así como su espacio “fase”, se muestra en la figura 5.7. La galaxia perturbadora es modelada como un potencial rígido, con simetría

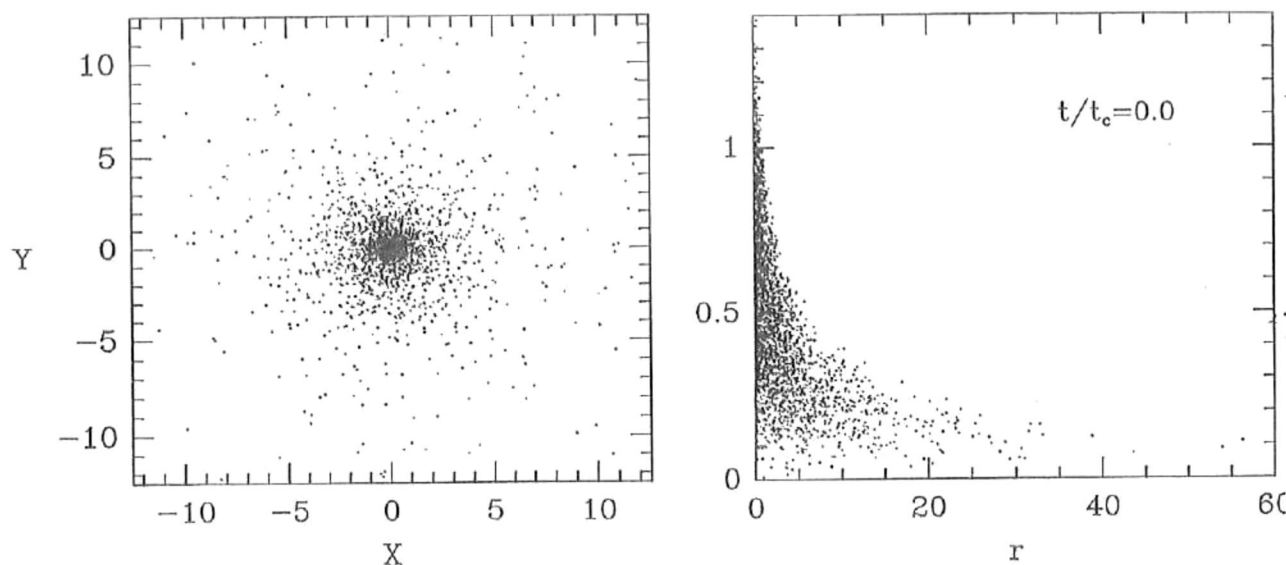


Figura 5.7 (Izq.) Proyección en el plano- XY de una realización azarosa de una galaxia elíptica con un perfil- $R^{1/4}$. (Der.) Configuración inicial de la magnitud de la velocidad de las partículas, V , como función de su posición espacial, r .

esférica, que correspondería a una galaxia de de Vaucoulers. En §1.2c, se hace mención de que las galaxias elípticas guardan una relación entre su radio efectivo y su luminosidad (Kormendy 1977), la cual puede utilizarse para calcular el radio efectivo como función de la masa de la galaxia en cuestión.

Para galaxias elípticas, se tiene que la magnitud absoluta es $\mathcal{M} = -2.5 \log L + cte$ y, dado que, para una galaxia de de Vaucoulers la luminosidad se escala como $L \propto I_e R_e^2$ (§4.2), se tiene que

$$\mathcal{M} = -2.5 \log I_e - 5 \log R_e + cte',$$

y, utilizando la relación de Kormendy, $\mathcal{M}_e = 3.28 \log Re + cte''$, se obtiene finalmente

$$\mathcal{M} = -1.72 \log Re + cte''' \Rightarrow L \propto R_e^{0.688}.$$

Considerando que en la galaxia perturbadora $M_{lum} = M_{tot}$ y utilizando unidades tales que para la galaxia blanco $R_e = M_{tot} = 1$, se encuentra el siguiente escalamiento para el radio efectivo del perturbador, $R_{e,p}$, como función de su masa $R_{e,p} = M_p^{1.453}$. El escalamiento anterior no se había tomado en cuenta en experimentos de N -cuerpos previos a los presentes; situación que, como se verá, influye de manera significativa en los resultados que se obtienen para las colisiones entre galaxias elípticas.

Una limitación al conjunto de experimentos a realizar reside en considerar al perturbador como un sistema no auto-gravitante, incapaz de actuar como un "sumidero" de energía orbital y de perder, o capturar, materia. Como consecuencia de lo anterior, la trayectoria del centro de masa de la galaxia perturbadora y el de la galaxia blanco no son calculados correctamente, ya que nuestros experimentos numéricos no toman en cuenta la transferencia de energía orbital a la energía interna del perturbador, así como el trabajo hecho por las fuerzas de marea al deformar la galaxia perturbadora. Esta inexactitud no es de gran consecuencia para la presente investigación, ya que lo que interesa aquí son los cambios estructurales internos en la galaxia que sirve de blanco únicamente y no la trayectoria de su centro de masa.

Esta aproximación de modelar el perturbador por un potencial rígido, dictada por la limitación en la capacidad de cómputo con que se cuenta, se hace importante también en el caso de colisiones que resultan en la fusión de galaxias. Es por esto, que se han marcado en los resultados finales aquellos experimentos que resultan en tal suceso; indicando así una frontera entre encuentros hiperbólicos y fusiones. Hay que hacer notar, que debido a esta aproximación, la frontera encontrada representa tan sólo una cota inferior para las fusiones de galaxias. Los resultados obtenidos en estos experimentos que resultan en fusiones no son incluidos al momento de las conclusiones finales.

Los valores iniciales de los parámetros colisionales en los experimentos numéricos que se llevaron a cabo son las siguientes: (1) al parámetro de impacto en infinito, P_∞ , se le asignan 9 valores, igualmente espaciados en el logaritmo, desde $P_\infty = 0.1 \rightarrow 10 R_e$; (2) a la velocidad relativa de colisión en infinito, V_∞ , se le asignan 5 valores, igualmente espaciados en el logaritmo, desde $V_\infty = 1 \rightarrow 10 V_{rms}$, siendo V_{rms} la velocidad *media-cuadrática* interna de la galaxia blanco ($V_{rms} = 0.55$); (3) la masa del perturbador toma sólo 3 valores $M_p = [0.5, 1.0, 1.5]$, con sus respectivos radios efectivos $R_e = [0.37, 1.0, 1.80]$, escalados por la relación derivada arriba, y (4) la galaxia blanco se considerará tener los siguientes cocientes $M/L = [1, 2, 3, 5, 10]$.

El número de experimentos en total son 135, pero dado que cada uno es interpretado bajo 5 distintos cocientes M/L , el estudio llevado a cabo representa 675 situaciones distintas. Se ha utilizado la convención representada en la figura 5.8, para nombrar a las colisiones de acuerdo a su P_∞ y V_∞ . Un experimento de colisión de galaxias es seguido durante $15t_c$ ($t_c = 3$ unidades de tiempo), situación que emplea aproximadamente 6.5 hrs. de CPU en una computadora micro-VAX II; por lo que todos los experimentos representan ≈ 37 días de CPU.

Existe un punto sutil que se hace necesario considerar antes de realizar los cálculos de pérdida de masa en los experimentos de N -cuerpos diseñados. La pérdida de masa luminosa, la cual está distribuida de acuerdo a la función $\Lambda(\mathcal{E})$, no debe depender del

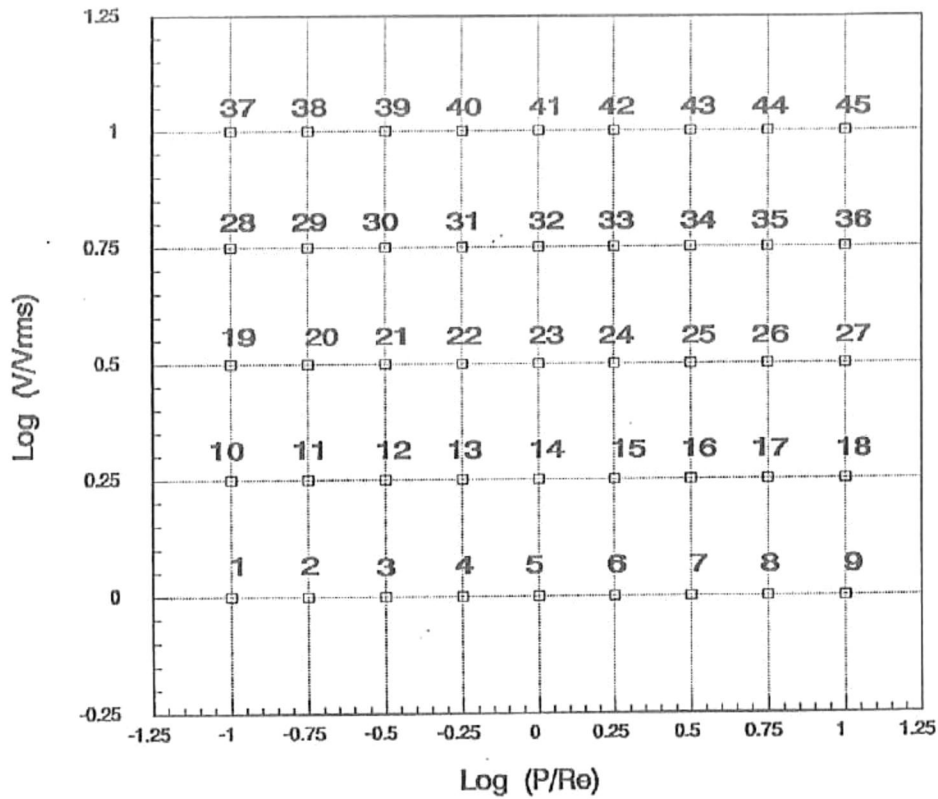


Figura 5.8 Cuadro de la nomenclatura utilizada en los experimentos llevados a cabo en el presente trabajo. Las condiciones iniciales son en infinito. La masas utilizadas para el perturbador son $M_p = 0.5, 1.0, 1.5$.

método utilizado para asignar la fracción de masa luminosa. Así, se hace imprescindible probar la equivalencia del método de *centroide* y *probabilístico* para el caso cuando exista pérdida de masa; no obstante se haya mostrado su equivalencia en el caso que la galaxia esta aislada de fuerzas externas (§4.2).

Para mostrar la equivalencia anterior, se escogió una colisión que presentara condiciones de una pérdida de masa total de $\approx 30\%$ (C7, con $M_p = 1$). Se construyeron realizaciones azarosas del mismo modelo teórico con distintas "semillas" en el generador de números aleatorios, así como con distinto número de partículas: $N = 3000$ y $N = 6000$. Para efectos de comparación, se utiliza un modelo de la galaxia blanco tal que su cociente masa-luminosidad sea de $M/L = 5$. Los resultados en cambios fraccionales en masa total, δM , masa luminosa, δM_L , y cociente masa-luminosidad, $\delta \Upsilon$, utilizando ambas interpretaciones de la función- Λ se muestran en la figura 5.9.

Se observa que dichos cambios fraccionales son equivalentes dentro de $\approx \pm 0.5\%$ para la misma semilla en el generador de números aleatorios; mientras que distintas semillas producen cambios de $\approx 1\%$. La magnitud de estas variaciones da confianza en la equivalencia de las interpretación de centroide y probabilística de la función- Λ , además de dar una idea de las incertidumbres esperadas en los resultados obtenidos.

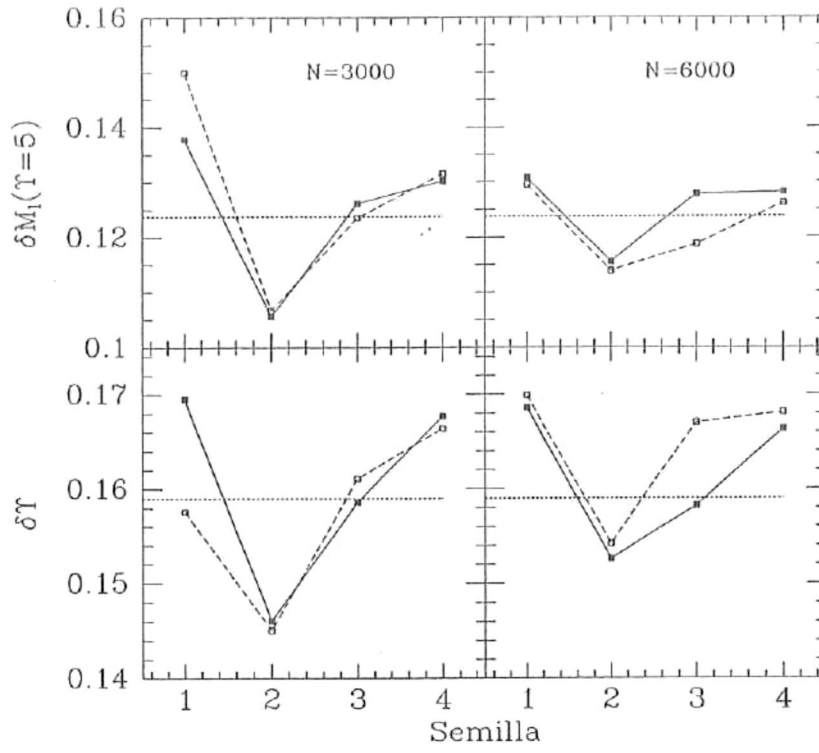


Figura 5.9 Cambios fraccionales en masa luminosa, δM_l , y cociente masa-luminosidad ($\Upsilon(t=0) = 5$); para cuatro realizaciones azarosas del mismo modelo con distintas "semillas". La línea continua representa los valores obtenidos (para: $C7, M_p = 1$) en las cantidades anteriores utilizando la interpretación de centroide de la función- Λ , mientras que la punteada es utilizando la interpretación probabilística.

Las unidades utilizadas en los experimentos de N -cuerpos son tales que: la constante gravitacional, G , la masa total de la galaxia blanco, $M = M_{tot}$, y su radio efectivo total, R_e , son la unidad. Para escalar los resultados que se presentan adelante, a situaciones que involucren galaxias reales, se pueden utilizar las siguientes conversiones:

$$M = 10^{10} \zeta M_{\odot}$$

$$R_{e,l} = \Upsilon^{-1/2} \eta \text{ Kpc}$$

$$[V] = 173 \left(\frac{\zeta}{\eta}\right)^{1/2} \frac{\text{Km}}{\text{s}}$$

$$R_e = \eta \text{ Kpc}$$

$$[t] = 5.67 \times 10^6 \left(\frac{\eta^3}{\zeta}\right)^{1/2} \text{ años}$$

$$[E] = 300 \times 10^{12} \left(\frac{\zeta^2}{\eta}\right) M_{\odot} \frac{\text{Km}^2}{\text{s}^2}$$

Así por ejemplo, una galaxia elíptica típica con $M = 5 \times 10^{11} M_{\odot}$ y $R_{e,l} = 3 \text{ Kpc}$ implica los siguientes valores para los factores de escala adimensionales: $\zeta = 50$, $\eta = 3\Upsilon^{1/2}$. Esto implica que la unidad de tiempo es igual a $t = 420 \Upsilon^{3/4}$ millones de años y el tiempo de cruce es igual a $t_c = 3t$ y la velocidad rms igual a $V_{rms} = 380 \Upsilon^{-1/4} \text{ Km/s}$.

a.) *Cambios en Parámetros Físicos y Características Generales.*

Las TABLAS V.2, V.3 y V.4 muestran los resultados obtenidos, en parámetros físicos, para las colisiones llevadas a cabo. En dichas tablas se encuentra contenida la siguiente información, por columna: (1) colisión considerada; (2) distancia relativa de máximo acercamiento, P_0 , y (3) velocidad relativa, V_0 , al momento de máximo acercamiento; (4) ganancia fraccional en energía, δE , de la galaxia perturbada; (5) fracción de momento angular intrínseco, S_z , adquirido por la galaxia blanco ligada, en el plano orbital con respecto al momento orbital angular inicial, $J_{z,orb}$; (6-10) pérdidas fraccionales en masa luminosa δM_l de acuerdo a los cocientes Υ considerados; (10-14) pérdidas fraccionales en el cociente $\delta \Upsilon$ durante la colisión, y por último (15-19) cambios fraccionales en el radio medio-de-masa luminosa, $\delta r_{h,\Upsilon}$. Los experimentos que resultaron en fusiones están marcados por una $\star$.

El código de N -cuerpos utilizado calcula a cada paso de integración ($\Delta t = 0.05$), la separación relativa, $r_{1,2}$, del centro de masa de la galaxia blanco y la del perturbador. A partir de esta información, la distancia de máximo acercamiento, P_0 , se calcula tomando el mínimo de la separación; realizando para ello, una interpolación de los valores de $r_{1,2}$ entre los pasos de integración con los menores valores de $r_{1,2}$. La velocidad al momento de máximo acercamiento, V_0 , se calcula de manera semejante. La incertidumbre en el cálculo de estas cantidades es $\approx 0.1\%$. Para determinar si una colisión resulta en la fusión de galaxias, se siguió la trayectoria $r_{1,2}$ después del momento de máximo acercamiento; y se identificaron como fusiones los casos en que la "derivada" $\Delta r_{1,2}/\Delta t$ hubiera cambiado de signo (indicando que las dos galaxias vuelven a acercarse).

La manera de calcular numéricamente la pérdida de masa y el cambio en energía fue la siguiente manera: (1) a intervalos de $1t_c$, la posición y velocidad del centro de masa ($c.m$) de la galaxia blanco fueron calculados y la energía total de cada partícula, con respecto a este $c.m$, encontrada; (2) se identificaron como partículas que escapaban del sistema, todas aquellas partículas con una energía positiva y, después de eliminarlas, el centro de masa del nuevo sistema ligado, $c.m_L$, era evaluado; (3) después las partículas escapadas, relativas a este nuevo $c.m_L$ son identificadas y este proceso iterativo continuado hasta que convergiera. Los valores reportados de pérdida de masa y cambio en energía son los obtenidos al final de dicho proceso iterativo. La masa luminosa se calculó de la siguiente manera: para todas las partículas ligadas se multiplicó el valor de su cociente *luminosidad-masa*, $(L/M)_i = \Lambda_i$, asignado de acuerdo a su posición en el espacio de energías en las condiciones iniciales, por la masa de la partícula, m_i , y se realizó la suma sobre todas las partículas, obteniendo así la masa total luminosa ligada en el sistema; es decir, $M_{l,b} = \sum_i \Lambda_i m_i$ sobre todas las partículas ligadas. El cambio fraccional en el cociente masa-luminosidad inicial se calculó mediante: $[(M_b/M_{l,b})_f - \Upsilon_i / \Upsilon_i]$ donde el s ζ ndce b se refiere al sistema que queda ligado después del proceso de colisión y el subíndice i a las condiciones iniciales.

TABLA V.2
Parámetros Físicos

$M_{pert} = 0.5$					δM					$\delta \Upsilon$				δr_h				
C	P_0	V_0	δE	$\frac{\delta \epsilon}{J_*}$	1	2	3	5	10	2	3	5	10	1	2	3	5	10
1	0.06	1.01	0.07	-0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.11	0.09	0.12	0.11
2	0.10	0.97	0.07	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07	0.09	0.05	0.08	0.08
3	0.19	0.92	0.07	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.11	0.08	0.11	0.10
4	0.36	0.88	0.05	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	0.10	0.05	0.07	0.03
5	0.71	0.81	0.04	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.07	0.01	0.02	0.04
6	1.41	0.71	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.02	0.00	0.00	0.01
7	2.78	0.59	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.01	0.03
8	5.26	0.58	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.06
9	9.76	0.55	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	-0.01	-0.04	-0.01	0.01
10	0.07	1.32	0.02	-0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.05	0.01	0.01	0.03
11	0.14	1.26	0.02	-0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.06	0.05	0.05	0.06
12	0.26	1.21	0.02	-0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.06	0.01	0.02	0.03
13	0.48	1.16	0.02	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.04	-0.01	0.01	0.00
14	0.90	1.11	0.01	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.01	0.05	0.05
15	1.66	1.07	0.01	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	-0.01	0.00	0.03
16	3.05	1.03	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.00	0.01	0.04
17	5.53	1.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.01	0.02	0.02
18	9.95	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	-0.01	-0.01	-0.03
19	0.06	1.97	0.01	-0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.01	0.03	0.02
20	0.13	1.94	0.02	-0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.00	0.00	0.04	0.05
21	0.25	1.90	0.01	-0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.00	0.02	0.05
22	0.49	1.86	0.01	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	-0.01	0.02	0.01
23	0.92	1.82	0.01	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.01	0.00	0.05	0.07
24	1.69	1.79	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.03	-0.01	-0.02	0.00
25	3.08	1.77	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.02	0.00	0.01	-0.02
26	5.55	1.76	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	-0.02	0.02	0.00
27	9.94	1.75	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	-0.04	-0.01	0.03
28	0.12	3.22	0.01	-0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.02	-0.01	0.03	0.07
29	0.19	3.21	0.00	-0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.00	-0.03	-0.01	0.04
30	0.32	3.19	0.01	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.03	-0.01	-0.03	-0.01	0.02
31	0.56	3.17	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.03	0.01	0.01	0.02	0.02
32	1.00	3.15	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.03	0.01	0.02	0.00
33	1.77	3.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.00	-0.01	0.04	0.06
34	3.16	3.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.02	-0.03	-0.02	-0.03
35	5.62	3.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	-0.02	-0.02	0.02
36	10.00	3.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.02	0.01	0.03	0.03
37	0.13	5.58	0.00	-0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.04	-0.03	-0.03	0.01	0.05
38	0.19	5.57	0.00	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.00	-0.02	0.01	0.00
39	0.32	5.56	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.01	-0.03	0.02	0.02
40	0.56	5.55	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02	0.00
41	0.99	5.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.02	0.07	0.02
42	1.77	5.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	-0.03	-0.02	0.01
43	3.15	5.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.04	-0.02	-0.02	0.01
44	5.61	5.52	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.02	0.04
45	9.99	5.52	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	-0.01	0.00	0.02

TABLA V.3
Parámetros Físicos

$M_{pert} = 1.0$					δM					$\delta \Upsilon$				δr_h					
C	P_0	V_0	δE	$\frac{\delta J_z}{J_z}$	1	2	3	5	10	2	3	5	10	1	2	3	5	10	
1 *	0.01	2.50	0.93	0.18	0.81	0.76	0.72	0.68	0.61	0.21	0.30	0.40	0.51	-0.48	-0.34	-0.27	-0.13	0.05	
2 *	0.02	2.44	0.92	0.00	0.81	0.76	0.73	0.69	0.62	0.27	0.38	0.48	0.59	-0.98	-0.98	-0.97	-0.96	-0.95	
3 *	0.04	1.90	0.92	0.00	0.81	0.76	0.73	0.69	0.62	0.24	0.35	0.46	0.57	-0.95	-0.95	-0.94	-0.92	-0.94	
4 *	0.04	2.18	0.92	0.00	0.81	0.77	0.74	0.69	0.63	0.28	0.39	0.49	0.59	-0.99	-0.98	-0.98	-0.97	-0.95	
5 *	0.02	2.35	0.89	0.00	0.81	0.76	0.73	0.68	0.61	0.28	0.39	0.49	0.59	-0.99	-0.99	-0.99	-0.98	-0.97	
6 *	0.60	1.56	0.55	0.00	0.48	0.40	0.35	0.28	0.21	0.14	0.21	0.28	0.34	-0.61	-0.51	-0.46	-0.39	-0.29	
7	1.26	1.37	0.35	0.02	0.29	0.22	0.18	0.14	0.09	0.09	0.13	0.17	0.22	-0.29	-0.22	-0.20	-0.14	-0.08	
8	2.94	1.01	0.16	0.03	0.15	0.10	0.08	0.05	0.03	0.06	0.08	0.10	0.12	-0.19	-0.12	-0.12	-0.07	-0.02	
9	7.47	0.74	0.04	0.00	0.05	0.03	0.02	0.01	0.00	0.02	0.03	0.04	0.04	-0.08	-0.03	-0.05	0.02	0.04	
10	0.07	2.36	0.53	0.18	0.22	0.17	0.15	0.12	0.08	0.06	0.09	0.12	0.15	0.37	0.30	0.31	0.38	0.38	
11	0.09	2.30	0.53	0.14	0.23	0.18	0.15	0.12	0.08	0.06	0.09	0.12	0.16	0.33	0.31	0.30	0.34	0.35	
12	0.16	2.17	0.52	0.13	0.23	0.18	0.16	0.13	0.09	0.06	0.09	0.12	0.16	0.34	0.28	0.27	0.29	0.34	
13	0.28	2.02	0.49	0.09	0.24	0.19	0.16	0.13	0.09	0.06	0.10	0.13	0.17	0.21	0.20	0.18	0.18	0.18	
14	0.53	1.80	0.42	0.06	0.24	0.18	0.15	0.12	0.08	0.07	0.10	0.14	0.17	0.05	0.05	0.00	0.06	0.07	
15	1.07	1.61	0.30	0.03	0.20	0.14	0.12	0.09	0.05	0.06	0.09	0.12	0.15	-0.12	-0.08	-0.10	-0.07	-0.06	
16	2.21	1.42	0.16	0.02	0.13	0.09	0.07	0.04	0.03	0.05	0.07	0.09	0.11	-0.16	-0.12	-0.12	-0.06	-0.05	
17	4.72	1.22	0.06	0.00	0.06	0.03	0.02	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	-0.11	-0.05	-0.03	0.00	0.02	
18	9.38	1.04	0.01	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	-0.02	-0.01	-0.03	-0.03	0.02	
19	0.05	2.92	0.39	0.07	0.08	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.03	0.04	0.05	1.36	0.52	0.46	0.45	0.37	
20	0.09	2.83	0.39	0.07	0.08	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.03	0.04	0.05	1.38	0.50	0.47	0.42	0.30	
21	0.18	2.70	0.38	0.05	0.09	0.07	0.06	0.04	0.03	0.02	0.04	0.05	0.06	1.25	0.42	0.35	0.36	0.33	
22	0.36	2.54	0.33	0.04	0.11	0.08	0.06	0.05	0.03	0.03	0.04	0.06	0.08	0.35	0.27	0.22	0.20	0.13	
23	0.71	2.35	0.25	0.02	0.12	0.09	0.07	0.05	0.03	0.04	0.06	0.08	0.10	0.03	0.06	0.02	0.01	0.06	
24	1.42	2.15	0.15	0.01	0.09	0.06	0.05	0.03	0.02	0.03	0.05	0.06	0.07	-0.06	-0.03	-0.05	-0.03	-0.01	
25	2.78	1.97	0.07	0.00	0.05	0.03	0.02	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.04	-0.06	-0.02	-0.05	-0.02	0.00	
26	5.28	1.83	0.02	0.00	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	-0.04	0.00	-0.03	0.01	0.02	
27	9.77	1.75	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	-0.03	-0.02	0.00	
28	0.10	3.78	0.21	-0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.25	0.28	0.22	0.23	0.19	
29	0.16	3.72	0.20	0.00	0.02	0.01	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.25	0.26	0.25	0.20	0.17	
30	0.28	3.63	0.19	0.00	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.26	0.23	0.22	0.15	0.08	
31	0.50	3.52	0.16	0.00	0.03	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.21	0.21	0.14	0.10	0.09	
32	0.92	3.41	0.11	0.00	0.03	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.06	0.04	0.01	0.03	0.03	
33	1.68	3.31	0.07	0.00	0.02	0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.03	0.00	0.02	0.03	
34	3.06	3.23	0.03	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.02	0.05	0.03	0.01	0.03	
35	5.54	3.17	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.05	0.00	0.01	0.01	
36	9.95	3.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.04	0.00	-0.01	0.04	
37	0.09	5.93	0.08	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.11	0.10	0.10	0.07	
38	0.16	5.88	0.08	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.10	0.08	0.08	0.04	
39	0.30	5.82	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.09	0.06	0.10	0.02	
40	0.53	5.75	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.05	0.04	0.06	0.03	
41	0.96	5.69	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.06	0.05	0.02	0.03	
42	1.74	5.63	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.02	0.01	0.01	
43	3.12	5.58	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.01	-0.01	0.02	0.01	
44	5.59	5.55	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.04	0.01	0.02	0.06	
45	9.98	5.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	-0.02	-0.01	-0.01	

TABLA V.4
Parámetros Físicos

$M_{pert} = 1.5$					δM				$\delta \Upsilon$					δr_h				
C	P_0	V_0	δE	$\frac{S_z}{J_z}$	1	2	3	5	10	2	3	5	10	1	2	3	5	10
1 *	0.03	3.81	1.00	0.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.96	0.48	0.64	0.78	0.88	-0.71	-0.58	-0.50	-0.33	-0.03
2 *	0.04	3.74	1.00	0.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.97	0.50	0.67	0.80	0.90	-0.84	-0.77	-0.72	-0.63	-0.46
3 *	0.04	3.17	1.00	0.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.97	0.50	0.67	0.80	0.90	-0.96	-0.94	-0.93	-0.90	-0.86
4 *	0.02	3.35	1.00	0.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.97	0.51	0.67	0.80	0.90	-0.95	-0.92	-0.91	-0.88	-0.82
5 *	0.07	3.11	1.00	0.00	0.99	0.98	0.98	0.97	0.94	0.45	0.61	0.75	0.86	-0.98	-0.97	-0.97	-0.96	-0.94
6 *	0.30	2.77	0.98	0.00	0.97	0.95	0.94	0.92	0.88	0.42	0.57	0.70	0.81	-0.99	-0.98	-0.98	-0.97	-0.96
7 *	0.58	2.80	0.90	0.00	0.88	0.83	0.80	0.76	0.68	0.33	0.46	0.58	0.69	-0.99	-0.99	-0.99	-0.99	-0.99
8 *	1.28	2.33	0.71	0.00	0.71	0.63	0.57	0.50	0.41	0.22	0.32	0.42	0.52	-0.77	-0.70	-0.67	-0.59	-0.49
9	2.99	1.73	0.34	0.00	0.31	0.24	0.20	0.16	0.11	0.09	0.13	0.18	0.22	-0.34	-0.28	-0.26	-0.19	-0.15
10 *	0.03	3.99	1.00	0.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.96	0.49	0.66	0.80	0.90	-0.53	-0.33	-0.19	0.07	0.55
11 *	0.04	3.91	1.00	0.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.97	0.50	0.67	0.80	0.90	-0.62	-0.45	-0.34	-0.13	0.26
12 *	0.03	3.63	1.00	0.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.96	0.50	0.66	0.80	0.90	-0.76	-0.65	-0.58	-0.44	-0.19
13 *	0.08	3.19	0.99	0.00	0.97	0.96	0.95	0.93	0.90	0.42	0.58	0.71	0.82	-0.91	-0.87	-0.85	-0.81	-0.81
14 *	0.28	3.32	0.95	0.00	0.91	0.87	0.85	0.80	0.73	0.31	0.44	0.57	0.68	-0.96	-0.95	-0.94	-0.93	-0.92
15 *	0.57	2.92	0.84	0.00	0.82	0.75	0.71	0.65	0.55	0.27	0.38	0.49	0.60	-0.82	-0.76	-0.74	-0.68	-0.64
16 *	1.25	2.48	0.51	0.00	0.46	0.38	0.33	0.27	0.20	0.14	0.20	0.26	0.33	-0.47	-0.39	-0.37	-0.33	-0.25
17	2.82	1.97	0.30	0.00	0.29	0.22	0.18	0.14	0.09	0.09	0.14	0.18	0.22	-0.30	-0.22	-0.21	-0.15	-0.10
18	7.13	1.39	0.12	0.00	0.15	0.09	0.07	0.05	0.03	0.06	0.08	0.11	0.13	-0.20	-0.13	-0.13	-0.06	-0.03
19	0.06	4.04	0.84	-0.01	0.73	0.64	0.59	0.52	0.42	0.23	0.33	0.43	0.53	-0.58	-0.49	-0.45	-0.36	-0.25
20	0.07	4.02	0.83	0.00	0.73	0.65	0.59	0.52	0.42	0.23	0.33	0.43	0.53	-0.61	-0.52	-0.47	-0.38	-0.25
21	0.11	3.89	0.81	0.00	0.71	0.63	0.57	0.50	0.40	0.22	0.32	0.42	0.52	-0.60	-0.52	-0.49	-0.41	-0.30
22	0.23	3.63	0.76	0.00	0.66	0.57	0.52	0.44	0.35	0.20	0.29	0.38	0.47	-0.56	-0.46	-0.43	-0.35	-0.28
23	0.47	3.33	0.66	0.00	0.55	0.46	0.41	0.34	0.26	0.17	0.24	0.32	0.40	-0.45	-0.39	-0.36	-0.29	-0.20
24	0.98	2.98	0.49	0.00	0.42	0.34	0.29	0.23	0.16	0.13	0.19	0.26	0.32	-0.41	-0.30	-0.25	-0.19	-0.12
25	2.10	2.61	0.31	0.00	0.30	0.22	0.18	0.13	0.08	0.10	0.15	0.19	0.23	-0.32	-0.24	-0.23	-0.15	-0.12
26	4.50	2.12	0.14	0.00	0.16	0.10	0.08	0.05	0.03	0.06	0.09	0.11	0.14	-0.18	-0.09	-0.10	-0.05	-0.08
27	9.18	1.91	0.04	0.00	0.06	0.03	0.02	0.01	0.01	0.03	0.04	0.05	0.05	-0.10	-0.04	-0.07	-0.01	0.02
28	0.10	4.73	0.78	0.03	0.59	0.50	0.45	0.38	0.29	0.17	0.25	0.34	0.42	-0.23	-0.17	-0.14	-0.04	-0.02
29	0.14	4.65	0.75	0.02	0.58	0.49	0.44	0.37	0.28	0.17	0.25	0.33	0.41	-0.20	-0.19	-0.16	-0.11	-0.03
30	0.22	4.52	0.70	0.01	0.53	0.45	0.40	0.33	0.25	0.15	0.22	0.30	0.38	-0.19	-0.19	-0.25	-0.24	-0.16
31	0.40	4.32	0.60	0.01	0.47	0.39	0.34	0.28	0.20	0.14	0.21	0.27	0.34	-0.28	-0.25	-0.26	-0.24	-0.15
32	0.76	4.06	0.46	0.00	0.38	0.29	0.25	0.19	0.13	0.12	0.17	0.23	0.28	-0.28	-0.21	-0.21	-0.15	-0.10
33	1.46	3.79	0.31	0.00	0.28	0.20	0.17	0.12	0.08	0.10	0.14	0.18	0.22	-0.29	-0.20	-0.19	-0.13	-0.10
34	2.80	3.52	0.17	0.00	0.17	0.11	0.09	0.06	0.03	0.07	0.09	0.12	0.14	-0.21	-0.11	-0.09	-0.06	-0.03
35	5.29	3.30	0.07	0.00	0.08	0.05	0.03	0.02	0.01	0.03	0.05	0.06	0.07	-0.09	-0.03	-0.03	0.00	0.01
36	9.79	3.17	0.02	0.00	0.02	0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	0.01	0.02	0.02	-0.04	0.01	-0.01	0.04	0.05
37	0.11	6.57	0.54	0.01	0.20	0.16	0.14	0.11	0.08	0.05	0.07	0.10	0.13	2.42	0.54	0.47	0.38	0.34
38	0.17	6.49	0.52	0.01	0.21	0.17	0.15	0.12	0.08	0.05	0.08	0.11	0.14	2.27	0.37	0.28	0.30	0.21
39	0.28	6.37	0.48	0.00	0.23	0.18	0.15	0.12	0.08	0.06	0.09	0.12	0.16	0.26	0.19	0.17	0.17	0.08
40	0.50	6.23	0.40	0.00	0.23	0.18	0.15	0.12	0.08	0.07	0.10	0.13	0.17	0.01	0.01	-0.02	-0.04	-0.05
41	0.91	6.06	0.29	0.00	0.20	0.15	0.12	0.09	0.06	0.06	0.09	0.12	0.15	-0.12	-0.11	-0.13	-0.08	-0.05
42	1.66	5.89	0.17	0.00	0.14	0.10	0.07	0.05	0.03	0.05	0.07	0.09	0.11	-0.16	-0.09	-0.11	-0.07	0.00
43	3.04	5.74	0.09	0.00	0.07	0.05	0.03	0.02	0.01	0.03	0.04	0.05	0.06	-0.07	-0.04	-0.04	-0.06	-0.04
44	5.51	5.62	0.03	0.00	0.02	0.01	0.01	0.01	0.00	0.01	0.02	0.02	0.02	-0.06	-0.02	-0.01	0.02	0.00
45	9.93	5.55	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.02	0.00	0.05	0.04

La conservación de energía es distinta, en términos generales, para los tres casos de la masa del perturbador. Para los procesos identificados como colisiones y no como fusiones, cuando la masa del perturbador es: (a) $M_p = 0.5$ se encuentra una conservación de energía mejor que el 1%; (b) para $M_p = 1$ se encuentra, en promedio, una conservación de energía de $\approx 1\%$; (c) mientras que para las colisiones con $M_p = 1.5$ la conservación de energía es $\sim 3\%$; en algunos casos extremos (e.g. aquellos cerca de la frontera de fusiones) hasta el $\sim 10\%$.

Una vez determinada la masa luminosa total que resta en el sistema ligado, se realiza una integración de la masa hasta un radio, r_h , que contenga la mitad de la masa luminosa total de la galaxia para los distintos cocientes M/L considerados, y a dicho radio se le denomina el *radio medio-de-masa*. La componente del momento angular intrínscico perpendicular al plano orbital, $S_{z,b}$, que posee la galaxia ligada, después de los $15t_c$ que dura el seguimiento de la colisión, es la suma de los momentos angulares individuales de todas las partículas ligadas; es decir, $S_{z,b} = \sum [xv_y - yv_x]$, donde x y y definen el plano orbital del encuentro.

Se han escogido las colisiones, $C7$ y $C32$, cuando la masa de la galaxia perturbadora es la misma masa que la galaxia blanco, para mostrar, de manera detallada, los cambios cuantitativos y cualitativos que suceden durante una colisión entre galaxias; se considera sólo el caso cuando el cociente $M/L = 1$. En las figuras 5.10a,b se presentan "fotos" del proceso de colisión y en las figuras 5.11a,b los radios medio-de-masa a distintos tiempos para las colisiones seleccionadas. En $C7$, inicialmente la velocidad del perturbador es $V_\infty = V_{rms}$ y constituye la cota inferior, un caso límite entre colisiones hiperbólicas y fusiones. El mayor daño ($\delta M \sim 30\%$) en la galaxia blanco sucede a $\approx 5t_c$, cuando el perturbador se encuentra cerca del punto de máximo acercamiento.

Resulta importante mencionar como la auto-gravedad de la galaxia blanco juega un papel crítico al permitir, primero, una contracción, Fig-5.11, para que luego el sistema adquiera una nueva configuración de equilibrio, después de haber disminuido casi en su totalidad los efectos del perturbador. La manera en que la remanente llega a la nueva configuración de equilibrio es a través de una serie de "oscilaciones" (como una especie de "gelatina"), donde dichas oscilaciones se notan en mayor grado para las colisiones donde casi no hay pérdida de masa, pero si en cambio una ganancia apreciable de energía. Dichas oscilaciones parecen durar $\approx 3t_c$ para las condiciones iniciales presentadas por $C32$. Para las condiciones de $C7$, se presenta una disminución del radio característico (r_h) del sistema en $\approx 30\%$, mientras que para las representadas por $C32$ se presenta una expansión de $\approx 10\%$.

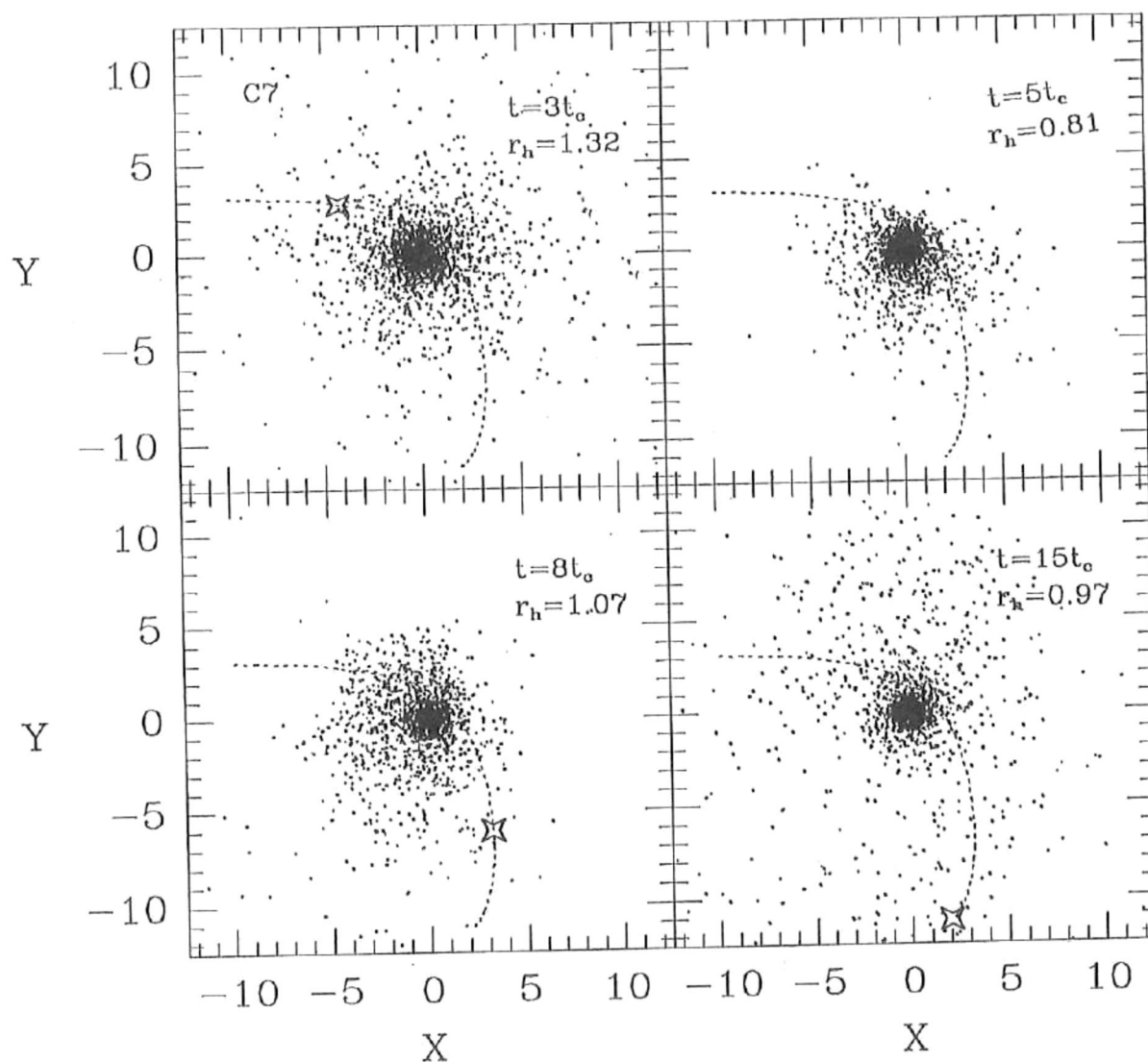


Figura 5.10a Simulación de la colisión entre dos galaxias, C7, cuando las masas de las galaxias son iguales. La línea punteada muestra la trayectoria del perturbador y la $\star$ la posición del perturbador al tiempo indicado. Esta colisión tiene como resultado una contracción del radio medio-de-masa. La vista es en el plano orbital XY , la posición inicial del perturbador es $r = -10R_e$ y la V_∞ es en la dirección $+\hat{x}$.

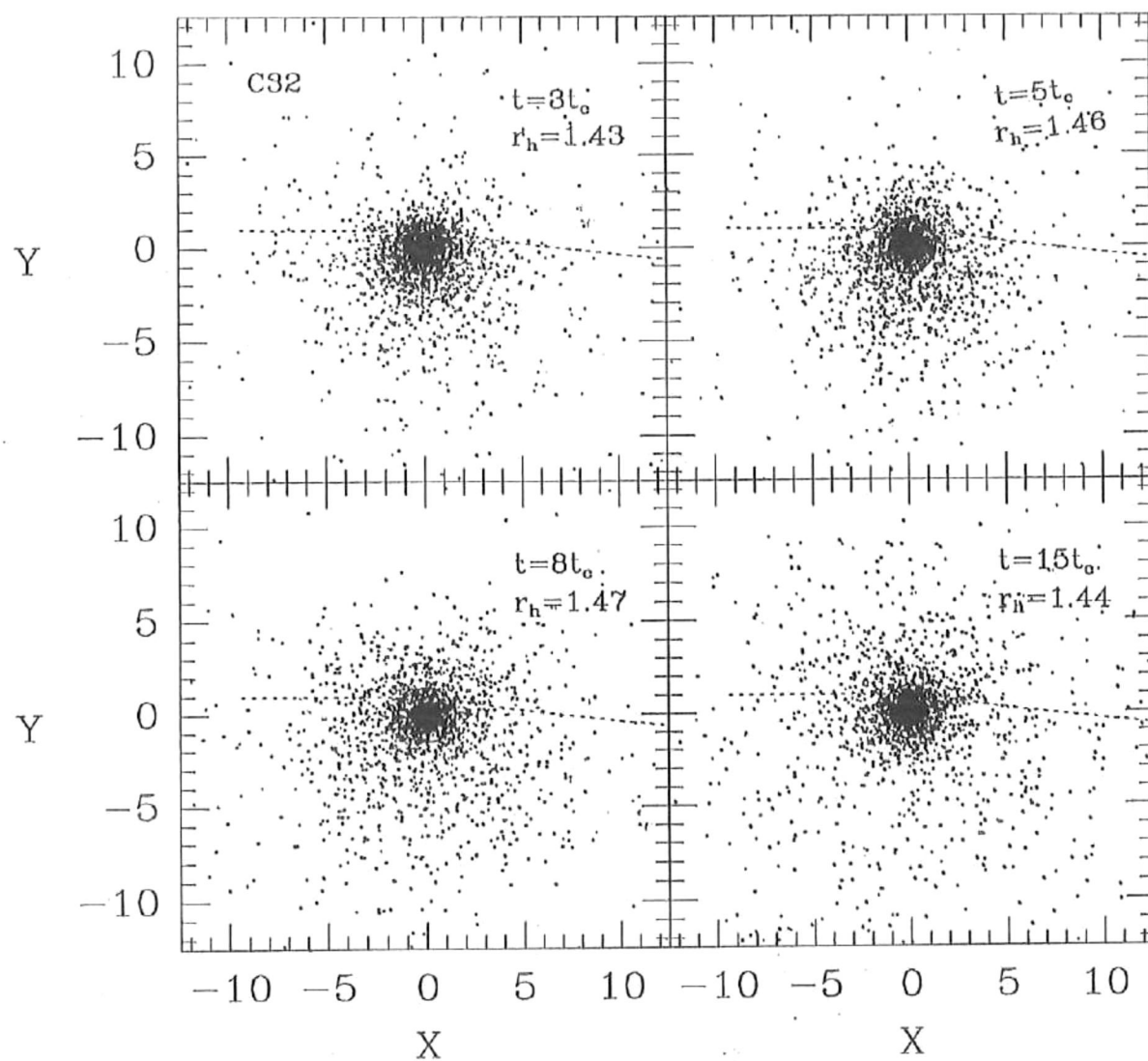


Figura 5.10b Simulación de la colisión entre dos galaxias, C32, cuando las masas de las galaxias son iguales.

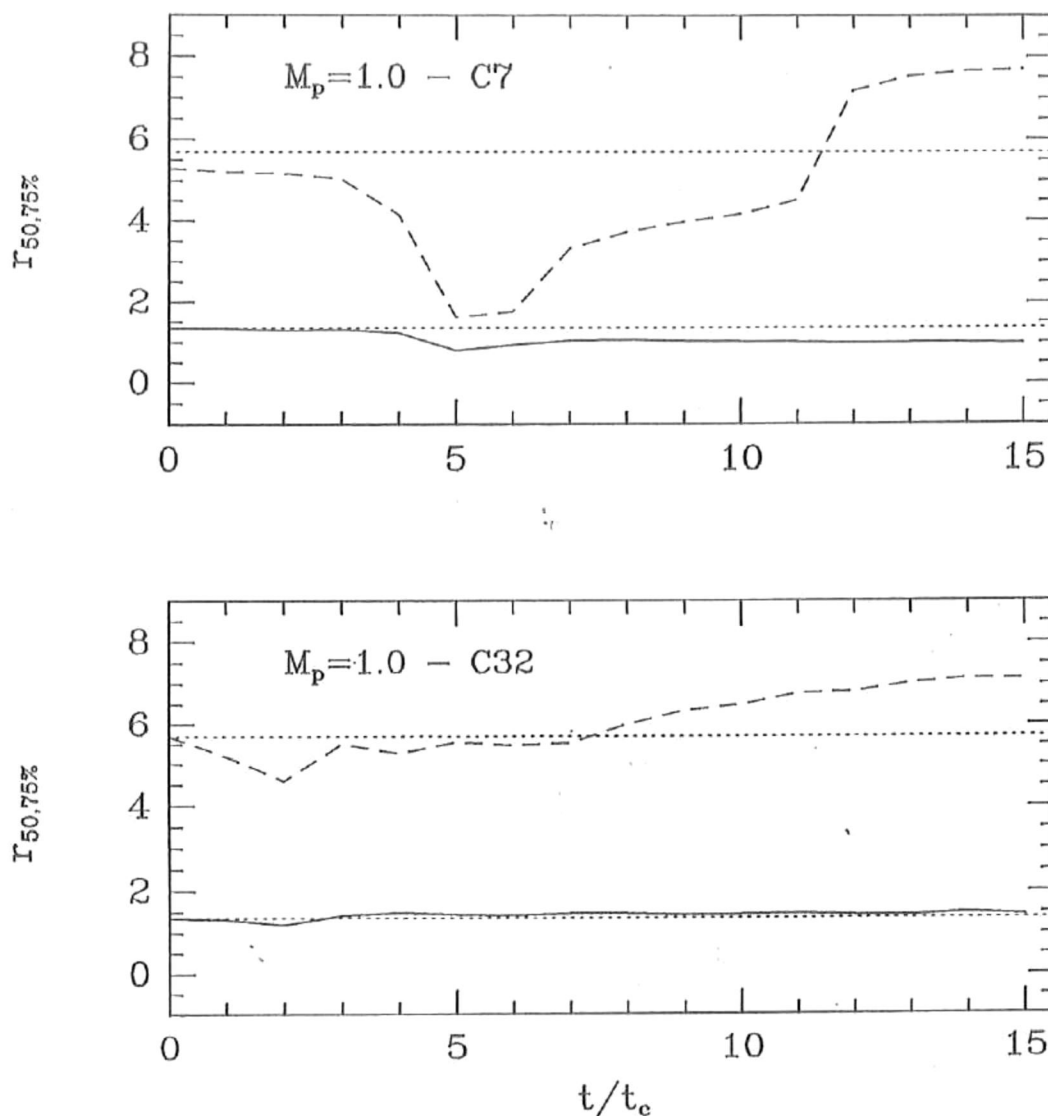


Figura 5.11 Evolución temporal del radio medio de masa, r_h , y del radio que engloba el 75% de la masa, para las colisiones *C7* y *C32*, con un cociente $\Upsilon = 1$. Notesé como las partes externas de la galaxia aún no han sufrido un proceso de relajamiento, a diferencia de las partes internas que parecen estar ya en un estado cuasi-estacionario despues de $15t_c$.

En la figura 5.12 se contrasta la evolución temporal del cambio fraccional en pérdida de masa y ganancia de energía en una galaxia que sufre una colisión fuerte (*C7*) y otra que sufre una colisión débil (*C32*). Se nota que en el caso de una interacción fuerte el comportamiento es más complejo que en el caso de la interacción débil. Para el primer caso, el cambio en masa es muy grande y comparable al cambio en la energía, mientras que en el segundo caso, el cambio en masa es pequeño y despreciable con respecto al cambio en la energía.

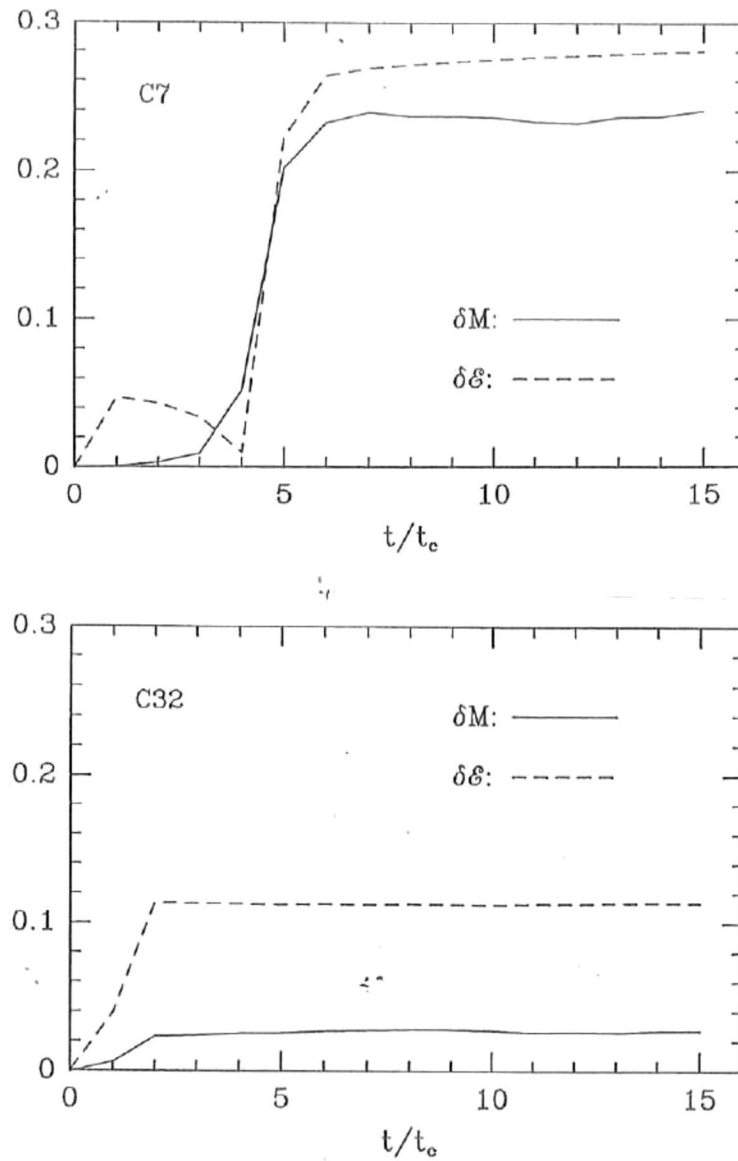


Figura 5.12 Evolución de la pérdida fraccional de masa, δM , y de la ganancia de energía, $\delta \mathcal{E}$, de la galaxia blanco durante $15t_c$; para las colisiones C7 y C32 con $M_{pert} = M_{gal}$.

Esta última diferencia implica que el cambio en la energía de ligadura por partícula sea mucho mayor en el caso de la colisión débil y que la remanente sea un objeto menos ligado y más extendido. Por otro lado, el gran número de partículas que escapan en la colisión fuerte hace que la energía de ligadura por partícula aumente, y se produzca una remanente más compacta. Lo anterior se puede apreciar en la figura 5.13, donde se presentan las remanentes de ambas colisiones en una especie de espacio-fase en dos dimensiones, con la magnitud de la velocidad en un eje y la posición radial en el otro. Se nota como el truncamiento de la remanente de C7 es conspicuo.

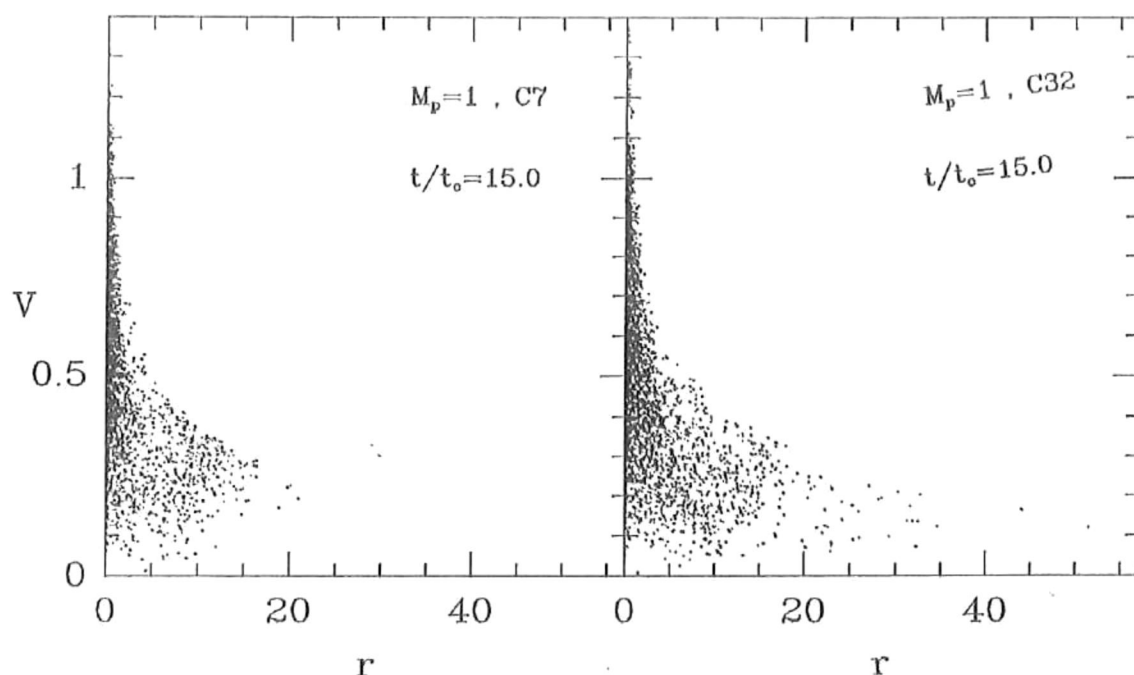


Figura 5.13 (*Izq.*) Espacio “fase” para la colisión *C7* y, (*Der.*) para la *C32*. Configuración después de $15t_c$ del proceso.

Las fuerzas que se presentan durante una colisión interpenetrante tienden también, al igual que las fuerzas de marea, a deformar la galaxia blanco en el plano perpendicular (YZ) al plano orbital de la colisión. Sin embargo, los cambios estructurales en la galaxia presentan otros efectos, tal como: que al momento de máximo acercamiento la galaxia perturbadora ha “jalado” de manera más efectiva las estrellas presentes arriba del ecuador de la galaxia blanco, produciendo una contracción mayor en esta región, Fig-5.14.

Un aspecto importante que se presenta durante una colisión, además de la transferencia de energía orbital a energía interna de las galaxias, es la transferencia de momento angular orbital, J_{orb} , a momento angular interno de las galaxias, S_z , debido a las torcas que se ejercen sobre las estrellas durante la interacción. Durante una colisión fuerte, *C7*, existe una fracción considerable de transferencia del J_{orb} inicial, al S_z la galaxia, (con respecto a su centro de masa); no obstante, también la gran mayoría de este momento angular adquirido se lo llevan las partículas que escapan de la galaxia blanco, dejando al sistema ligado con una componente pequeña de espín intrínseco, $S_{z,b}$, Fig-5.15.

Durante una colisión de galaxias la pérdida de masa se escala, en una primera aproximación (5.6), inversamente a la velocidad relativa de colisión; por lo que aquellas partículas que, con respecto al perturbador, viajen más lentamente, se verán arrancadas preferencial-

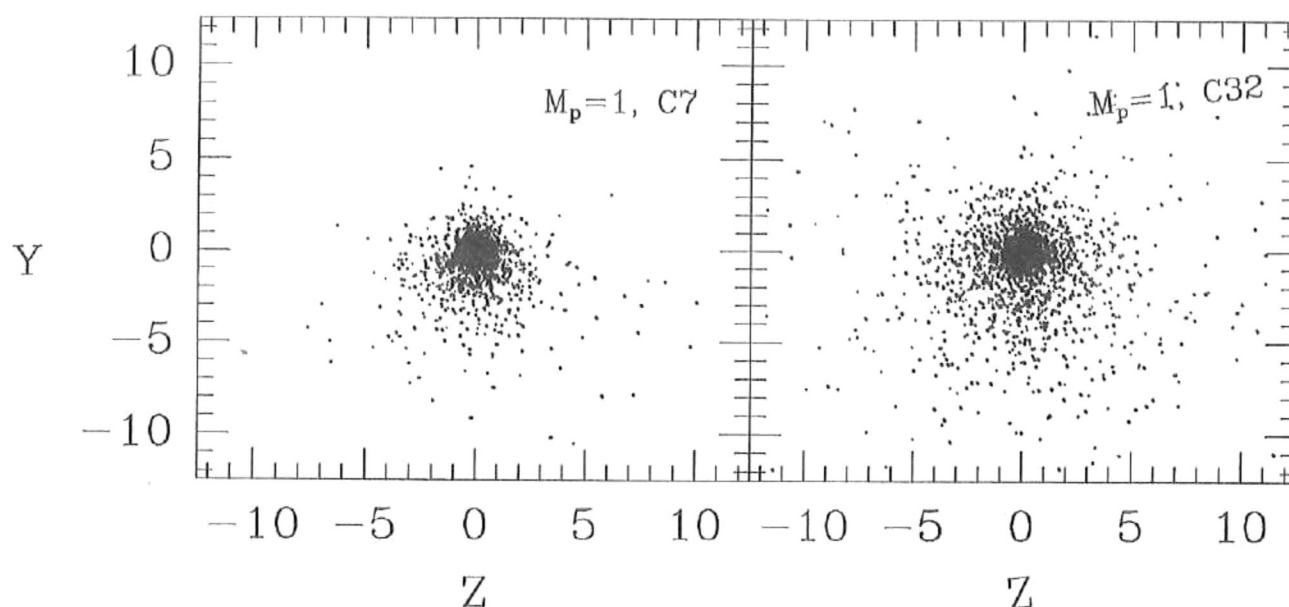


Figura 5.14 Distribución de partículas en el plano perpendicular al plano orbital del encuentro entre las galaxias. Los cuadros son al momento de máximo acercamiento.

mente de la galaxia blanco. Se espera entonces que las estrellas que viajen en órbitas prógradas con respecto al perturbador, sean arrancadas de manera más efectiva que aquellas estrellas que lleven órbitas retrógradas; conduciendo a que el sistema ligado tenga una componente mayor de órbitas estelares retrógradas. Sin embargo, aunado al proceso anterior, se encuentra la transferencia de cierta cantidad de momento angular orbital del perturbador al espín de la galaxia blanco. Así, son dos las situaciones que intervienen para determinar el estado final del momento angular intrínseco de la galaxia.

En la figura 5.16, se muestra el número de partículas que escapan de la galaxia como función del tiempo y tal que el origen ($t = 0$) se ha hecho corresponder al momento de máximo acercamiento de los centros de masa de las dos galaxias. Números positivos corresponden a partículas con órbitas prógradas, $\mathcal{P}$, (en el sentido de la colisión) y números negativos corresponden a partículas con órbitas retrógradas, $\mathcal{R}$; la línea continua es la diferencia $\mathcal{P} - \mathcal{R}$. Se puede observar claramente el efecto mencionado en el párrafo anterior: existe un mayor número de partículas en órbitas $\mathcal{P}$ que escapan. Esto implica que la remanente de la galaxia blanco se queda con un exceso de partículas en órbitas $\mathcal{R}$ y, por tanto, con un espín opuesto al momento angular orbital del perturbador.

Sin embargo, esto no es el caso ya que la remanente absorbe también una fracción del momento angular orbital perdido por el perturbador, como puede apreciarse en la parte inferior de la figura 5.16, donde se muestra dicha pérdida del perturbador como función

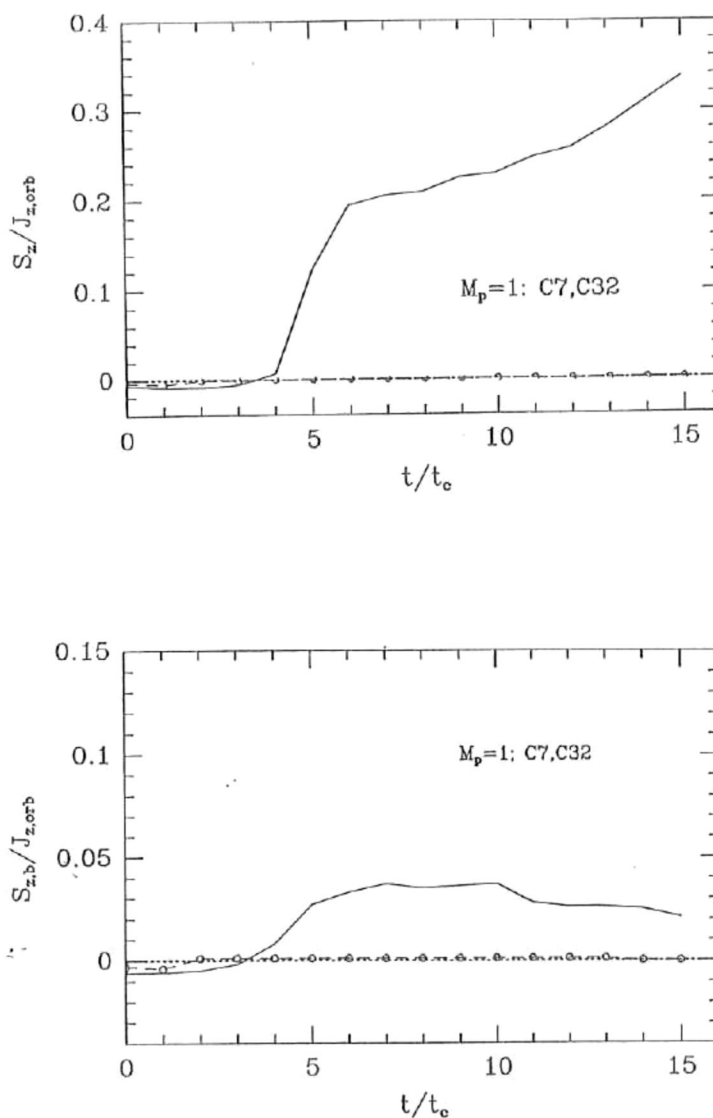


Figura 5.15 (*Arriba*) Evolución de la fracción del momento angular inicial, $J_{z,orb}$, transferida al espín interno de la galaxia blanco incluyendo partículas ligadas, S_z ; con respecto al centro de masa de la galaxia. La galaxia blanco no posee una rotación neta al momento de las condiciones iniciales. (*Abajo*) Evolución de la fracción del $J_{z,orb}$ que retienen como momento angular intrínseco las partículas ligadas de la galaxia blanco.

del tiempo. Es claro que la mayor pérdida de momento angular la sufre el perturbador al momento de máximo acercamiento. Es este segundo efecto el que domina y produce una remanente con un espín progrado, como se puede apreciar en la figura 5.15.

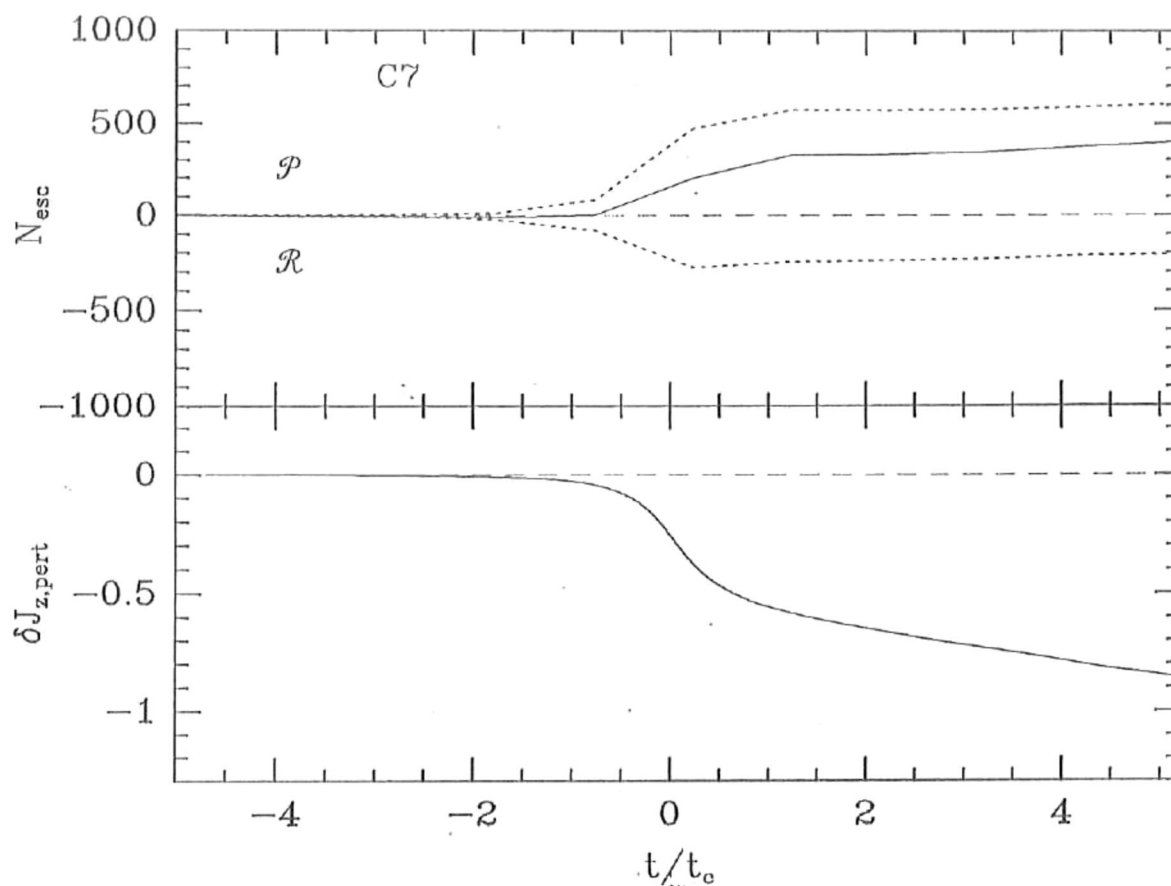


Figura 5.16 (a) Número de partículas arrancadas de la galaxia blanco con órbitas progradas ($\mathcal{P}$) y retrogradas ($\mathcal{R}$) durante la colisión C7, con $M_p = 1$. La galaxia blanco tiene inicialmente $N = 3000$ partículas. (b) Pérdida del momento angular orbital del perturbador, $J_{z,orb}$, en función del tiempo durante la misma colisión.

b.) Cambios en los Parámetros Observacionales.

Para todos los experimentos que resultaron en una colisión de galaxias, se calculó la densidad de brillo superficial proyectada sobre el plano del "cielo" (i.e. el plano orbital) al final de los $15t_c$ en que se siguió el proceso. La manera de realizar lo anterior fué contar el número de partículas (N_i) presentes en una región anular, de radio externo R_2 y uno interno R_1 , respectivamente, pesado por la masa luminosa de las partículas ($\Lambda_i \times m_i$) y dividiéndola entre el área de dicha región, es decir: $I(R) = N_i \Lambda_i m_i / \pi(R_2^2 - R_1^2)$, donde: $R = (R_1 + R_2)/2$, y sólo se toman en cuenta partículas ligadas. La magnitud absoluta se calculó mediante la relación $\mu(R) = -2.5 \log I(R)$. Lo anterior se realizó para los cocientes M/L considerados de la galaxia blanco.

A la "fotometría" hecha de los experimentos realizados se les ajustó un perfil de *de Vaucoulers*. El ajuste fué hecho de la siguiente manera: dado que un perfil- $R^{1/4}$ puede ser expresado como

$$I(R) = I_e 10^{\{-3.33 [(R/R_e)^{1/4} - 1]\}}$$

y, tomando el logaritmo y multiplicando por -2.5 , tenemos

$$\mu(R) = (\mu_e - 8.325) + \left(\frac{8.325}{R_e^{1/4}}\right) R^{1/4},$$

lo cual puede ser expresado como la relación lineal: $Y = AX + B$; donde $Y = \mu(R)$, $B = \mu_e - 8.325$, $X = R^{1/4}$ y $A = 8.325/R_e^{1/4}$. De lo que se observa que el radio efectivo estará relacionado con la pendiente de la recta ajustada.

El ajuste hecho a la fotometría fué mediante un algoritmo de *máxima verosimilitud* (Press, *et al.* 1986), tomando como límite externo del intervalo radial del ajuste dos radios efectivos, R_e , y como límite inferior el doble del radio de suavizamiento, ϵ . En las TABLAS V.5, V.6 y V.7, se muestran los resultados obtenidos para los ajustes realizados. Se muestra, primeramente la colisión considerada, después el radio efectivo luminoso, $R_{e,l}$, ajustado y la magnitud a este radio, μ_e . Así mismo, se muestran, al pie de las tablas, los errores en $R_{e,l}$ y μ_e obtenidos del ajuste hecho, la desviación *r.m.s* sobre todo el intervalo del ajuste y, por último, el parámetro χ^2 (o error estándar) por grado de libertad.

TABLA V.5
Parámetros Observacionales: $M_p=0.5$

C	$R_{e,1}$ ± 0.09	$\mu_{e,1}$ ± 0.20	$R_{e,2}$ ± 0.09	$\mu_{e,2}$ ± 0.20	$R_{e,3}$ ± 0.09	$\mu_{e,3}$ ± 0.30	$R_{e,5}$ ± 0.10	$\mu_{e,5}$ ± 0.39	$R_{e,10}$ ± 0.11	$\mu_{e,10}$ ± 0.54
1	1.14	3.65	1.11	4.35	1.10	4.77	1.08	5.31	1.07	6.06
2	1.08	3.55	1.05	4.25	1.02	4.66	1.00	5.17	0.97	5.90
3	1.21	3.75	1.20	4.48	1.19	4.91	1.18	5.46	1.17	6.22
4	1.05	3.51	0.95	4.07	0.89	4.39	0.82	4.80	0.74	5.36
5	1.03	3.46	0.96	4.07	0.91	4.41	0.85	4.84	0.77	5.43
6	1.02	3.42	0.97	4.07	0.94	4.45	0.90	4.92	0.85	5.58
7	1.01	3.40	0.87	3.86	0.79	4.12	0.71	4.44	0.61	4.91
8	1.01	3.39	0.70	3.38	0.57	3.37	0.44	3.37	0.31	3.37
9	1.02	3.43	0.72	3.42	0.58	3.42	0.45	3.42	0.31	3.42
10	1.04	3.49	0.73	3.49	0.60	3.50	0.46	3.50	0.33	3.51
11	1.10	3.58	0.77	3.60	0.63	3.61	0.49	3.63	0.35	3.68
12	1.10	3.59	0.77	3.58	0.62	3.58	0.48	3.59	0.34	3.60
13	0.97	3.34	0.68	3.34	0.56	3.35	0.43	3.36	0.31	3.38
14	1.06	3.50	0.75	3.52	0.61	3.54	0.48	3.57	0.34	3.62
15	1.01	3.42	0.85	3.82	0.76	4.03	0.65	4.30	0.53	4.67
16	1.08	3.52	0.89	3.88	0.78	4.07	0.67	4.31	0.54	4.64
17	1.03	3.44	0.72	3.44	0.58	3.43	0.45	3.43	0.32	3.42
18	1.03	3.42	0.73	3.44	0.60	3.45	0.46	3.47	0.33	3.50
19	1.06	3.51	0.83	3.76	0.72	3.90	0.59	4.07	0.46	4.30
20	0.99	3.37	0.79	3.67	0.69	3.84	0.58	4.05	0.47	4.36
21	0.98	3.35	0.69	3.34	0.56	3.33	0.43	3.33	0.31	3.31
22	1.00	3.39	0.70	3.38	0.57	3.39	0.44	3.40	0.32	3.44
23	1.09	3.55	0.77	3.57	0.63	3.59	0.49	3.62	0.35	3.68
24	1.07	3.52	0.74	3.50	0.60	3.50	0.46	3.51	0.33	3.53
25	1.02	3.41	0.71	3.39	0.57	3.38	0.44	3.36	0.31	3.34
26	1.10	3.56	0.77	3.58	0.63	3.60	0.49	3.62	0.35	3.66
27	0.94	3.27	0.67	3.27	0.55	3.27	0.42	3.28	0.30	3.28
28	1.12	3.58	0.99	4.09	0.91	4.38	0.82	4.74	0.72	5.26
29	0.97	3.32	0.69	3.33	0.56	3.33	0.43	3.33	0.30	3.31
30	0.93	3.25	0.66	3.26	0.54	3.27	0.42	3.28	0.30	3.31
31	1.03	3.42	0.72	3.43	0.59	3.43	0.46	3.44	0.32	3.44
32	1.10	3.59	0.78	3.62	0.64	3.64	0.50	3.68	0.36	3.73
33	0.95	3.28	0.67	3.29	0.55	3.30	0.43	3.31	0.31	3.32
34	1.01	3.41	0.71	3.41	0.58	3.41	0.44	3.40	0.31	3.39
35	1.04	3.46	0.74	3.48	0.60	3.50	0.47	3.52	0.33	3.55
36	1.11	3.59	0.79	3.63	0.65	3.65	0.50	3.68	0.36	3.74
37	0.97	3.31	0.70	3.36	0.58	3.39	0.45	3.42	0.33	3.49
38	1.02	3.42	0.73	3.45	0.60	3.47	0.46	3.49	0.33	3.52
39	1.08	3.52	0.77	3.56	0.63	3.57	0.49	3.60	0.35	3.65
40	0.94	3.25	0.67	3.25	0.54	3.25	0.42	3.25	0.30	3.24
41	1.21	3.72	0.85	3.76	0.70	3.78	0.54	3.81	0.38	3.85
42	1.01	3.42	0.71	3.44	0.58	3.46	0.45	3.48	0.32	3.50
43	1.07	3.51	0.76	3.54	0.62	3.56	0.48	3.57	0.34	3.59
44	1.07	3.51	0.75	3.51	0.61	3.51	0.47	3.51	0.33	3.51
45	1.11	3.59	0.78	3.61	0.64	3.62	0.49	3.64	0.35	3.68
	rms 0.09	χ^2 0.86	rms 0.10	χ^2 0.44	rms 0.10	χ^2 0.29	rms 0.10	χ^2 0.17	rms 0.11	χ^2 0.08

TABLA V.6
Parámetros Observacionales: $M_p=1.0$

C	$R_{e,1}$ ± 0.08	$\mu_{e,1}$ ± 0.20	$R_{e,2}$ ± 0.11	$\mu_{e,2}$ ± 0.24	$R_{e,3}$ ± 0.15	$\mu_{e,3}$ ± 0.32	$R_{e,5}$ ± 0.20	$\mu_{e,5}$ ± 0.43	$R_{e,10}$ ± 0.30	$\mu_{e,10}$ ± 0.64
7	0.56	2.61	0.56	3.37	0.57	3.82	0.57	4.39	0.57	5.16
8	0.72	2.88	0.73	3.66	0.73	4.12	0.74	4.70	0.75	5.50
9	1.00	3.39	1.01	4.18	1.01	4.64	1.01	5.20	0.99	5.94
10	0.88	3.65	0.88	4.42	0.89	4.87	0.90	5.46	0.94	6.28
11	0.83	3.52	0.83	4.30	0.84	4.77	0.86	5.38	0.90	6.26
12	0.86	3.61	0.87	4.37	0.87	4.81	0.87	5.36	0.86	6.11
13	0.79	3.47	0.82	4.28	0.83	4.75	0.84	5.34	0.86	6.12
14	0.77	3.28	0.78	4.09	0.80	4.56	0.81	5.16	0.83	5.96
15	0.67	2.89	0.67	3.68	0.68	4.15	0.69	4.76	0.73	5.61
16	0.65	2.72	0.66	3.48	0.66	3.93	0.66	4.49	0.65	5.26
17	0.88	3.19	0.88	3.96	0.89	4.42	0.89	5.00	0.90	5.78
18	1.01	3.40	1.02	4.20	1.03	4.66	1.04	5.24	1.06	6.05
19	1.09	3.86	1.09	4.63	1.10	5.09	1.11	5.67	1.12	6.46
20	1.06	3.85	1.09	4.65	1.11	5.12	1.14	5.73	1.19	6.57
21	0.97	3.70	0.98	4.48	0.98	4.94	1.00	5.52	1.03	6.33
22	0.83	3.36	0.82	4.10	0.82	4.54	0.83	5.11	0.84	5.89
23	0.84	3.29	0.84	4.05	0.85	4.51	0.86	5.10	0.89	5.93
24	0.79	3.08	0.80	3.87	0.81	4.33	0.82	4.91	0.83	5.71
25	0.90	3.23	0.95	4.10	0.98	4.62	1.03	5.27	1.10	6.17
26	0.99	3.39	0.95	4.07	0.92	4.47	0.89	4.97	0.86	5.66
27	0.96	3.29	0.96	4.05	0.96	4.50	0.97	5.07	0.99	5.88
28	1.18	3.82	1.17	4.57	1.16	5.01	1.14	5.55	1.11	6.29
29	1.15	3.79	1.15	4.54	1.15	5.00	1.17	5.59	1.20	6.40
30	1.00	3.55	0.95	4.19	0.91	4.57	0.88	5.05	0.83	5.73
31	1.04	3.61	1.09	4.45	1.12	4.95	1.15	5.58	1.22	6.45
32	0.84	3.17	0.83	3.91	0.83	4.34	0.82	4.89	0.80	5.63
33	0.94	3.31	0.94	4.07	0.94	4.51	0.93	5.05	0.91	5.78
34	1.10	3.58	1.06	4.29	1.04	4.70	1.01	5.23	0.98	5.94
35	1.03	3.45	0.94	4.04	0.90	4.39	0.85	4.85	0.81	5.52
36	1.08	3.51	0.93	3.97	0.84	4.23	0.75	4.55	0.64	5.01
37	1.11	3.60	1.07	4.30	1.05	4.70	1.02	5.21	0.98	5.91
38	0.99	3.41	0.91	4.02	0.87	4.39	0.83	4.85	0.78	5.51
39	1.06	3.54	1.02	4.22	1.00	4.62	0.97	5.13	0.94	5.84
40	1.05	3.52	1.01	4.20	0.98	4.60	0.95	5.10	0.92	5.79
41	1.01	3.41	1.01	4.16	1.01	4.60	1.01	5.16	1.03	5.95
42	1.03	3.42	0.97	4.07	0.94	4.46	0.91	4.96	0.87	5.65
43	1.03	3.42	0.91	3.90	0.83	4.17	0.74	4.50	0.63	4.95
44	1.11	3.56	0.98	4.06	0.90	4.34	0.81	4.69	0.70	5.18
45	1.09	3.55	0.76	3.56	0.62	3.57	0.48	3.59	0.34	3.63
	rms 0.11	χ^2 0.93	rms 0.11	χ^2 0.46	rms 0.12	χ^2 0.32	rms 0.13	χ^2 0.21	rms 0.14	χ^2 0.11

TABLA V.7
 Parámetros Observacionales: $M_p=1.5$

C	$R_{e,1}$ ± 0.06	$\mu_{e,1}$ ± 0.23	$R_{e,2}$ ± 0.08	$\mu_{e,2}$ ± 0.31	$R_{e,3}$ ± 0.11	$\mu_{e,3}$ ± 0.40	$R_{e,5}$ ± 0.15	$\mu_{e,5}$ ± 0.55	$R_{e,10}$ ± 0.23	$\mu_{e,10}$ ± 0.79
9	0.55	2.58	0.56	3.38	0.57	3.86	0.58	4.48	0.60	5.32
18	0.88	3.23	0.88	4.00	0.88	4.44	0.88	5.00	0.87	5.75
19	0.35	2.59	0.35	3.36	0.35	3.82	0.35	4.40	0.35	5.20
20	0.35	2.55	0.36	3.36	0.36	3.83	0.37	4.42	0.38	5.26
21	0.30	2.19	0.32	3.08	0.33	3.60	0.34	4.24	0.36	5.13
22	0.31	2.09	0.32	2.92	0.32	3.41	0.33	4.03	0.35	4.90
23	0.43	2.51	0.43	3.27	0.43	3.72	0.43	4.31	0.45	5.15
24	0.56	2.77	0.55	3.48	0.54	3.89	0.52	4.40	0.51	5.11
25	0.61	2.73	0.59	3.42	0.58	3.83	0.57	4.36	0.56	5.09
27	0.92	3.26	0.95	4.09	0.97	4.58	1.00	5.20	1.04	6.07
28	0.51	3.16	0.50	3.88	0.50	4.30	0.49	4.83	0.49	5.57
29	0.47	3.02	0.47	3.75	0.46	4.18	0.46	4.72	0.46	5.48
30	0.41	2.56	0.41	3.28	0.40	3.69	0.39	4.18	0.36	4.80
31	0.45	2.53	0.47	3.35	0.47	3.83	0.48	4.44	0.51	5.30
32	0.67	3.12	0.67	3.87	0.67	4.31	0.67	4.88	0.68	5.68
33	0.63	2.76	0.61	3.45	0.60	3.86	0.59	4.39	0.58	5.12
34	0.80	3.10	0.80	3.86	0.80	4.29	0.79	4.84	0.78	5.57
35	0.89	3.21	0.85	3.89	0.83	4.28	0.80	4.77	0.76	5.43
36	1.11	3.59	1.14	4.40	1.15	4.88	1.16	5.48	1.18	6.28
37	0.83	3.58	0.84	4.38	0.85	4.84	0.86	5.44	0.89	6.26
38	0.66	3.16	0.67	3.96	0.68	4.42	0.68	4.99	0.69	5.77
39	0.68	3.16	0.69	3.95	0.69	4.42	0.70	5.01	0.71	5.84
40	0.68	3.06	0.67	3.78	0.66	4.22	0.66	4.78	0.66	5.55
41	0.63	2.78	0.63	3.55	0.64	4.01	0.64	4.59	0.65	5.38
42	0.73	2.93	0.73	3.69	0.73	4.13	0.72	4.68	0.72	5.43
43	1.03	3.49	1.01	4.21	1.01	4.65	1.01	5.21	1.01	5.98
44	1.02	3.42	1.00	4.16	0.98	4.59	0.96	5.11	0.93	5.82
45	1.13	3.61	1.08	4.30	1.05	4.70	1.02	5.23	1.00	5.96
	rms 0.15	χ^2 0.91	rms 0.16	χ^2 0.43	rms 0.16	χ^2 0.28	rms 0.17	χ^2 0.16	rms 0.20	χ^2 0.09

CAPÍTULO VI

ANÁLISIS DE RESULTADOS

§6.1 Parámetros Físicos.

A continuación se analizan los resultados obtenidos para el cambio en energía, masa total, masa luminosa, cociente masa-luminosidad, tamaño físico y espín de las remanentes para los encuentros estudiados en este trabajo. Los resultados numéricos han sido ya presentados en las Tablas V.2, V.3 y V.4 en el capítulo anterior.

a) Cambios en Energía y Masa

La figura 6.1 presenta, en forma de una perspectiva tridimensional, los cambios fraccionales en la ganancia de energía de la remanente. Se muestran tres superficies distintas que representan los casos cuando la masa de la galaxia perturbadora es igual a 1.5, 1.0 y 0.5 veces la masa de la galaxia que sirve de blanco. Las variables independientes son el logaritmo de la velocidad de colisión, V , medida en unidades de la velocidad rms de la galaxia blanco y el parámetro de impacto, P_∞ , en unidades del radio efectivo de la galaxia que sirve de blanco.

Las figuras 6.2.a, b y c presentan esta misma información pero en forma de contornos de altura constante. La zona sombreada en la parte inferior izquierda de las dos primeras de estas últimas figuras, es la región que corresponde a los experimentos que resultan en una fusión de las dos galaxias y que, debido a la aproximación de cuerpo rígido usada para el perturbador en nuestras simulaciones (ver §V.3), no son confiables. Esta zona de fusiones abarca casi todos los experimentos con $\log(V) = 0.00, 0.25$ para el caso en que $M_p = 1.5$, se reduce a parte de los experimentos con $\log(V) = 0.00$ para el caso en que $M_p = 1.0$ y desaparece por completo para el caso en que $M_p = 0.5$.

En estas figuras podemos ver que el cambio en energía es una función que varía de manera suave como función del parámetro de impacto y velocidad inicial de la colisión, aumentando de manera monotonía a medida que estos parámetros tienden a cero. De hecho, no es posible escalar el cambio en energía como una simple ley de potencia en cualquiera de estos dos parámetros; resultado ya establecido en el trabajo de Aguilar y White (1985) y opuesto a lo adoptado en trabajos anteriores (Richstone 1975; Dekel, *et al.* 1980).

El cambio fraccional en energía tampoco presenta un escalamiento simple como función de la masa del perturbador, situación que no se había demostrado anteriormente; esto puede

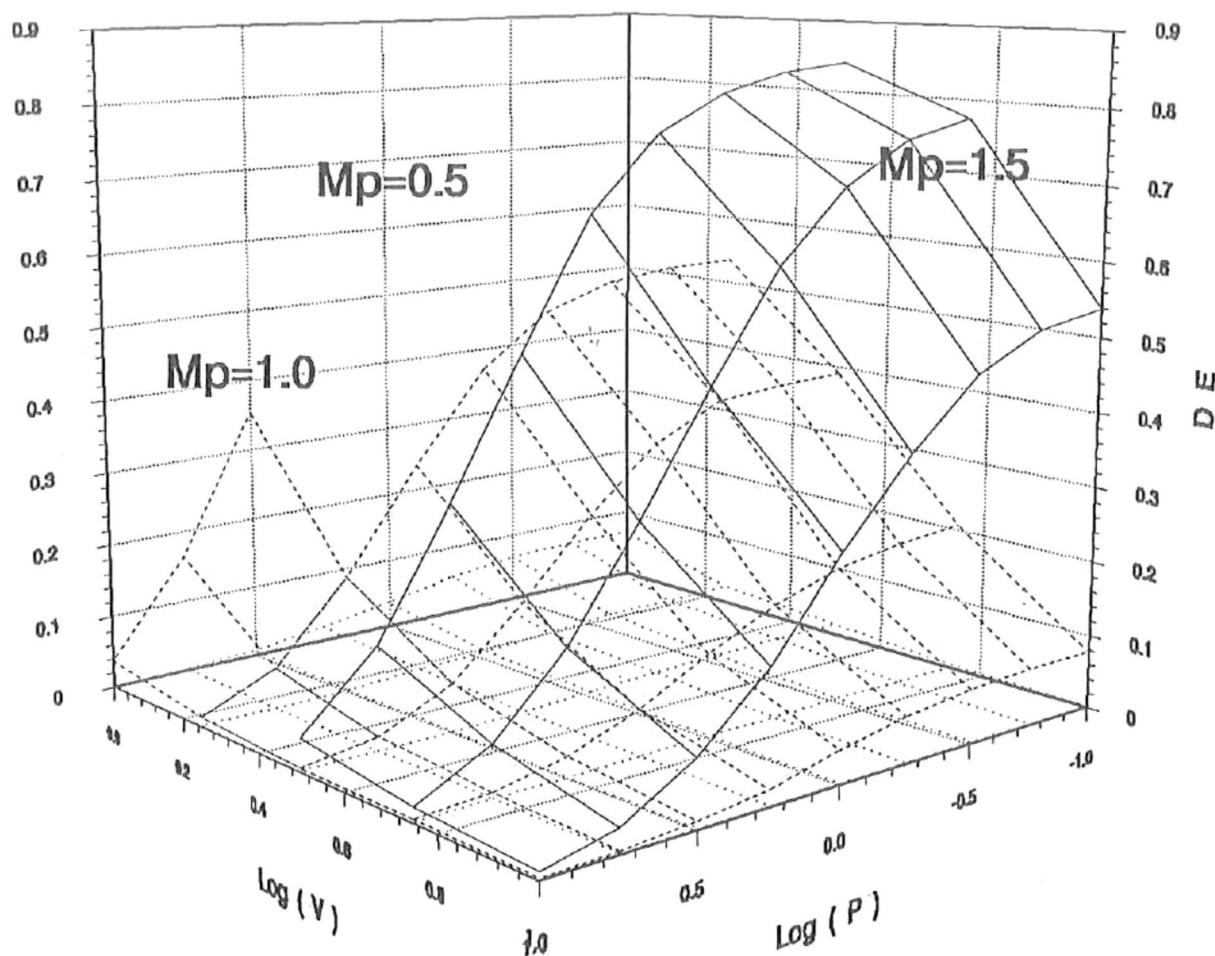


Figura 6.1 Cambio fraccional en la ganancia de energía de la remanente de una colisión como función del logaritmo de la velocidad de colisión, V , y del parámetro de impacto en infinito, en unidades de la velocidad rms y radio efectivo iniciales de la galaxia blanco, respectivamente. La superficie superior (línea continua) es para el caso $M_p = 1.5$, la superficie intermedia (línea de trazos) es para $M_p = 1.0$ y, finalmente, la superficie inferior (línea punteada) es para $M_p = 0.5$. Las colisiones que dan lugar a fusiones han sido eliminadas en esta gráfica.

apreciarse en la figura 6.3, donde se ha graficado el cambio en la energía como función de M_p para las colisiones 19, 22, y 30. Aunque sólo se han explorado tres valores distintos en M_p , es claro que la pendiente de $\log(\delta\mathcal{E})$ vs $\log(M_p)$ decrece como función del $\log(M_p)$.

En un cúmulo rico de galaxias, se tiene que un valor típico de la velocidad relativa de colisión V es entre 2 y 3 veces la velocidad rms interna de galaxias ($V_{rms} \sim 200\text{--}300\text{ K m/s}$, y la velocidad rms de las galaxias dentro de un cúmulo $\sim 600\text{--}1000\text{ K m/s}$). Esto

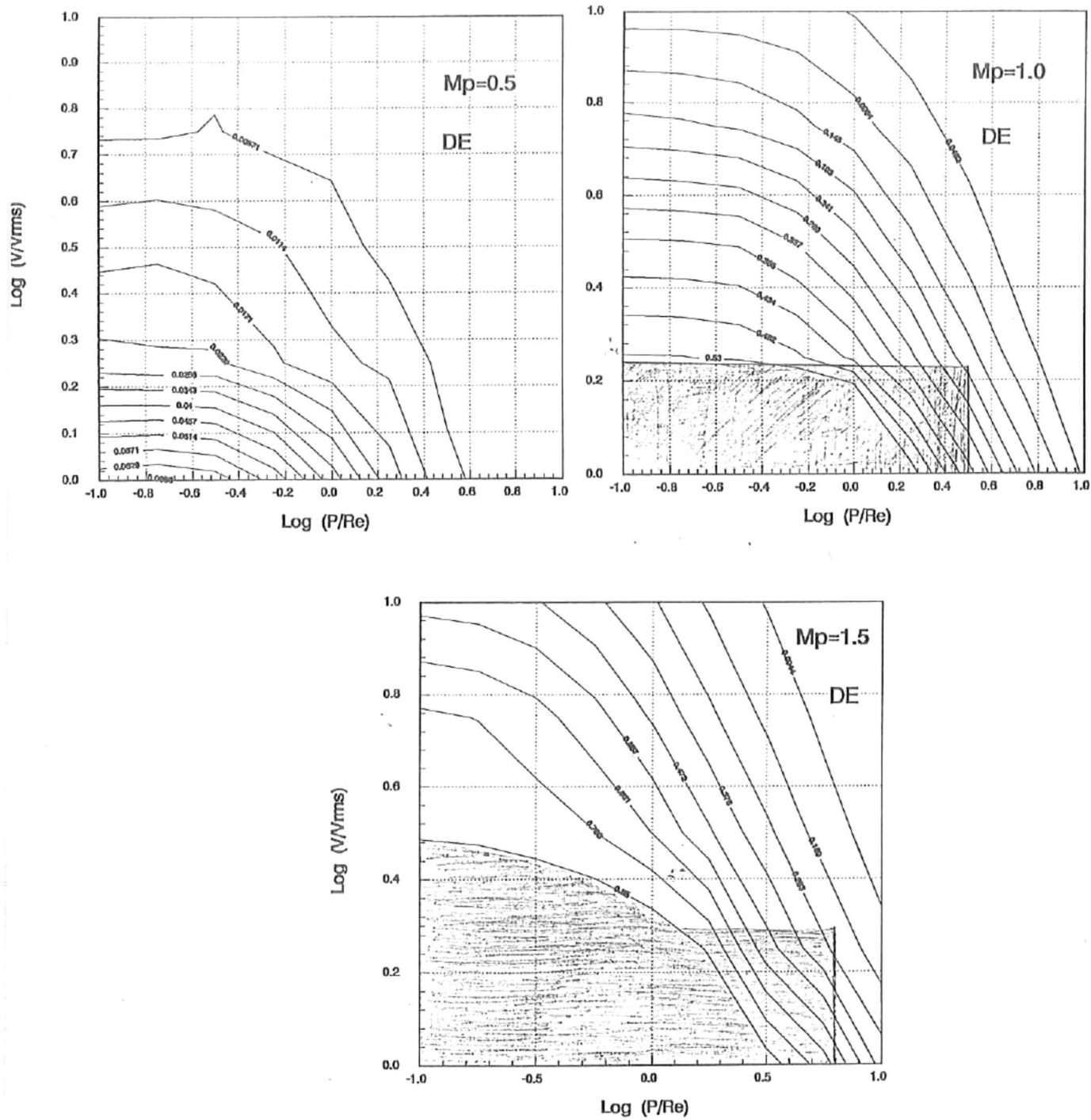


Figura 6.2 Curvas de contorno del cambio fraccional en la energía interna de la remanente de una colisión, como función del logaritmo de la velocidad de colisión y del parámetro de impacto (en unidades de la velocidad rms y radio efectivo iniciales total de la galaxia blanco). La figura 6.2.a es para el caso $M_p = 1.5$ y presenta 8 contornos igualmente espaciados entre $\delta\mathcal{E} \equiv DE/E \in (0.1, 0.8)$. La figura 6.2.b es para el caso $M_p = 1.0$, con 10 contornos entre 0.05 y 0.50. Finalmente, la figura 6.2.c es para el caso $M_p = 0.5$ con 6 contornos entre 0.01 y 0.06. La región sombreada en la parte inferior izquierda es la zona de fusiones.

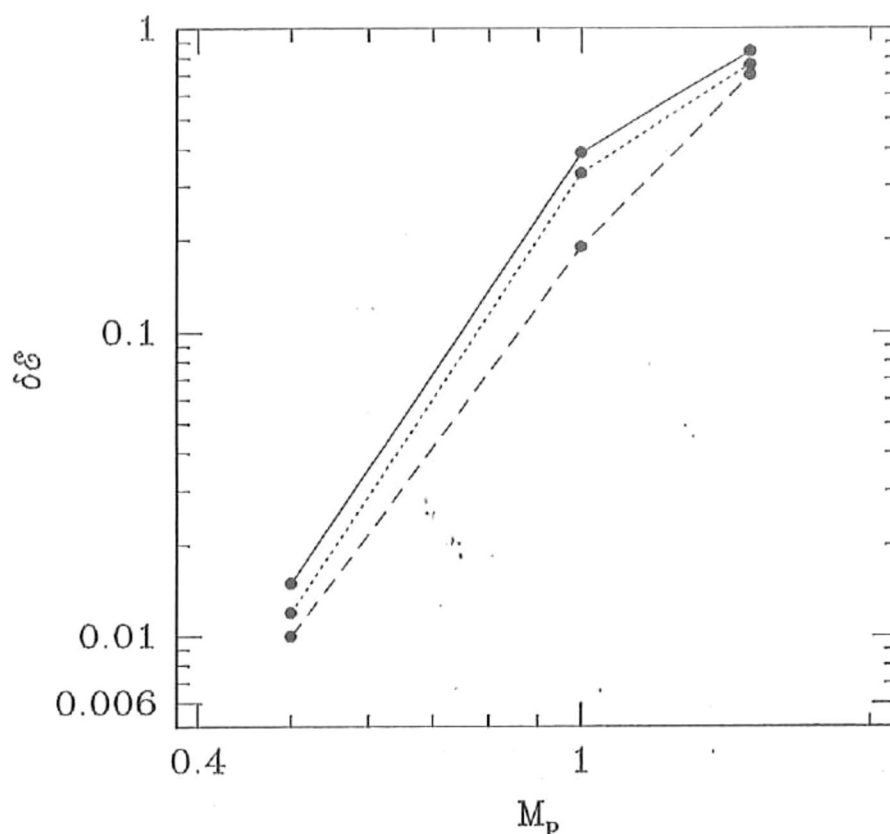


Figura 6.3 Cambio fraccional en la energía como función de la masa de la galaxia perturbadora. La línea superior es para las colisiones 19 [$\log(P_\infty/R_e) = -1.0$, $\log(V/V_{rms}) = 0.5$], la línea intermedia es para las colisiones 22 [$\log(P_\infty/R_e) = -0.25$, $\log(V/V_{rms}) = 0.5$] y la línea inferior para las colisiones 30 [$\log(P/R_e) = -0.5$, $\log(V/V_{rms}) = 0.75$].

implica que para colisiones con una galaxia de masa igual a la mitad de la galaxia blanco, los cambios en la energía son siempre muy pequeños (menores que un 3%, incluso para $P_\infty = 0.1$, C10). Para encuentros entre galaxias de igual masa, colisiones con $P_\infty \leq 3 - 4$ (C16 y C17) producen cambios mayores a un 10%. En el caso de colisiones con una galaxia 1.5 veces más masiva, se tiene que incluso nuestra colisión con el parámetro de impacto más grande ($P_\infty = 10$, C18) produce un cambio mayor a un 10%.

De lo anterior se puede concluir que los efectos colisionales en la energía interna de las galaxias, es en general, despreciable para las galaxias más masivas del cúmulo, ya que para éstas las demás galaxias parecerían como perturbadores pequeños; y por el contrario, significativa para las galaxias menos masivas en un cúmulo.

Debido a la dependencia tan sensible del cambio en energía como función de los parámetros colisionales, situación que se deduce de las pendientes en cambios fraccionales

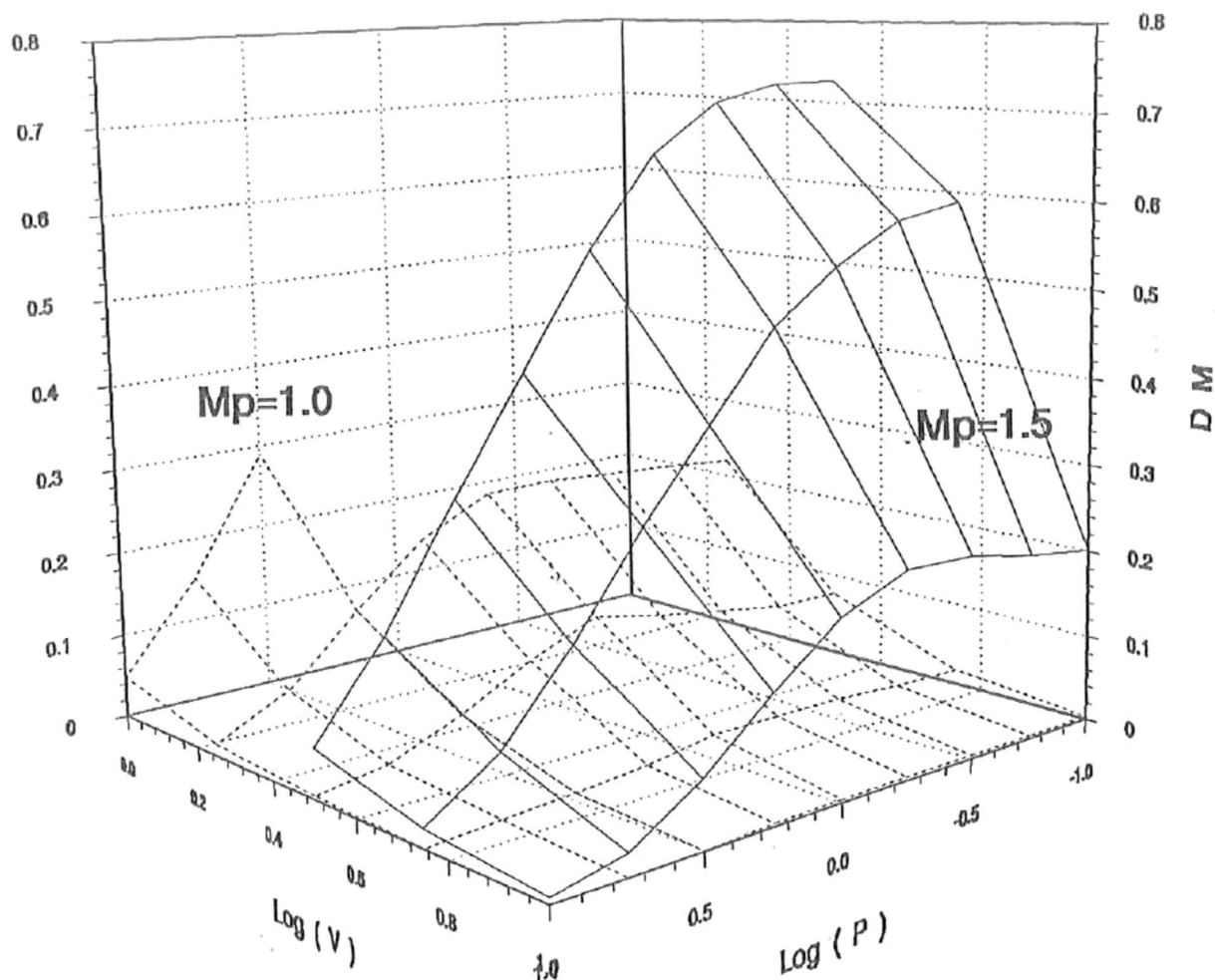


Figura 6.4 Cambio fraccional en la pérdida de masa total de la remanente de una colisión como función del logaritmo de la velocidad relativa de colisión y del parámetro de impacto (en unidades de la velocidad rms y radio efectivo iniciales de la galaxia blanco, respectivamente). La superficie superior (línea continua) es para el caso $M_p = 1.5$, la superficie inferior (línea de trazos) es para $M_p = 1.0$. Los resultados del caso $M_p = 0.5$ no son mostrados porque éstos son siempre menores a un 2%. Las colisiones que dan lugar a fusiones han sido eliminadas en esta gráfica.

mostrados en la figura 6.1, se tiene que la frontera entre la población de galaxias que son apreciablemente afectadas, y las que no lo son, es bastante abrupta; y varía considerablemente con las masas de las galaxias que intervienen en las colisiones. Por la misma razón, creemos que las colisiones entre galaxias son procesos intrínsecamente caóticos en el sentido de que en lugar de producirse una evolución gradual en la energía interna de una galaxia dentro de un cúmulo, se tendrá un número apreciable de colisiones relativamente inocuas hasta que, de pronto, se den las condiciones para que ocurra una colisión fuerte que produzca un cambio radical en la galaxia.

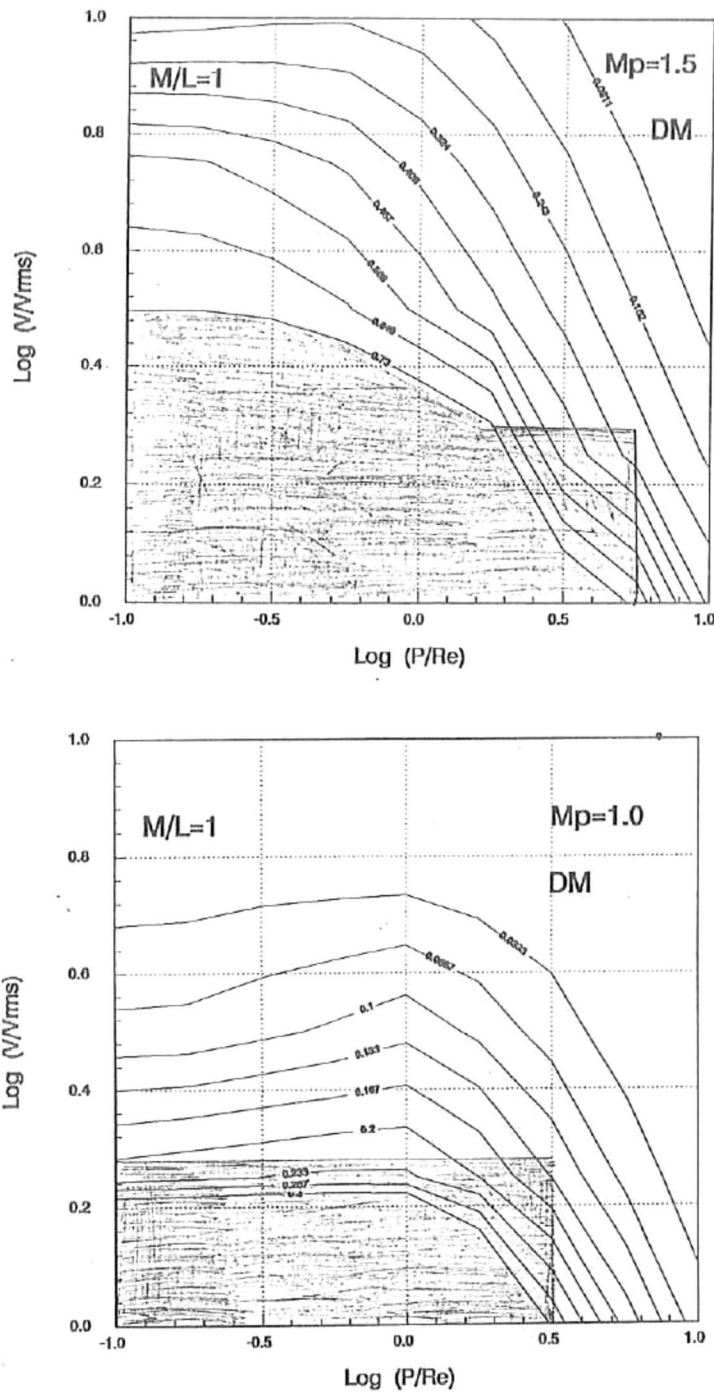


Figura 6.5 Curvas de contorno de la pérdida fraccional en la masa total de la remanente de una colisión, como función del logaritmo de la velocidad de colisión y del parámetro de impacto (en las unidades mencionadas anteriormente). La figura 6.5a es para el caso $M_p = 1.5$ y presenta 7 contornos igualmente espaciados entre $(\Delta M/M_o) = 0.1$ y 0.7 . La figura 6.5.b es para el caso $M_p = 1.0$, con 8 contornos entre 0.1 y 0.8 . La región sombreada en la parte inferior izquierda es la zona de fusiones.

De manera similar a la figura 6.1, la figura 6.4 presenta, en forma de una perspectiva tridimensional, los cambios fraccionales en la masa total de la remanente. Sólo se muestran los resultados para los casos en que $M_p = 1.5$ y $M_p = 1.0$; ya que los cambios en masa son despreciables (menores a un 2%) para todos los experimentos con $M_p = 0.5$. Comparando las figuras 6.1 y 6.4 se ve que los resultados para el cambio en energía y masa total son cualitativamente similares en su dependencia funcional, aunque los cambios en energía son, de manera general, mucho más grandes que la pérdida fraccional de masa (ver §5.3a).

La pérdida de masa, sin embargo, parece tener un comportamiento más complejo alrededor de $P_\infty \sim R_e$, ya que, por un lado, mientras la ganancia en energía interna (Fig-6.1) cuando las masas del perturbador son $M_p = 1.0$ y $M_p = 1.5$ mantiene un comportamiento suave y monótonico, la pérdida de masa (e.g. cuando $M_p = 1.0$) no presenta una conducta monótonica, sino que una vez que llega a la condición particular de parámetro de impacto $P_\infty = R_e$ (para cualquier V/V_{rms} , tal que no provoque una fusión) se produce un cambio de pendiente después de alcanzarse el valor máximo en la pérdida de masa. Este comportamiento puede ser entendido de la siguiente manera: una galaxia elíptica tiene un perfil de densidad muy pronunciado lo cual conduce a que el tiempo dinámico local varíe, incrementándose hacia adentro (ver §2.1). Para colisiones con un parámetro de impacto mayor que el radio efectivo, el encuentro parecerá impulsivo debido a que en esta región el tiempo de encuentro de la colisión, t_e , es menor que el tiempo dinámico de las estrellas, t_d , de la galaxia blanco; i.e. $t_e \ll t_d$. En este caso, la eficiencia en transferencia de energía a la estrellas es máxima, pero como en dichas regiones existe poca masa, la pérdida de masa es pequeña también.

En las regiones internas de las galaxias, el tiempo de colisión es mucho mayor que el tiempo dinámico de las estrellas, lo que conduce a que la colisión deje de ser impulsiva y se transforme en adiabática. En esta región, el perturbador comunica energía y momento esencialmente al centro de masa de las partículas y no a al movimiento diferencial de éstas con respecto al centro de masa, ya que para el perturbador una estrella dada parece ser una distribución lineal rígida de masa que cubre toda su órbita por estar moviéndose ésta rápidamente. Por lo que, aunque la densidad sea máxima en las regiones internas, la eficacia para transferir energía a las partículas se hace mínima y la pérdida de masa no es tan grande como pudiera esperarse.

Así pues tenemos que en las partes externas, donde el encuentro es impulsivo, la eficacia de transferencia de energía desde el perturbador es máxima, pero el efecto en la galaxia blanco es mínimo, debida a la baja densidad local de la misma. En el centro de la galaxia blanco, por el contrario, aunque el encuentro es adiabático y la eficacia de calentamiento mínima, la alta densidad local la compensa y hace que el efecto neto sea mayor; como puede apreciarse en la figura 6.1, para $\delta\mathcal{E}$ como función de P .

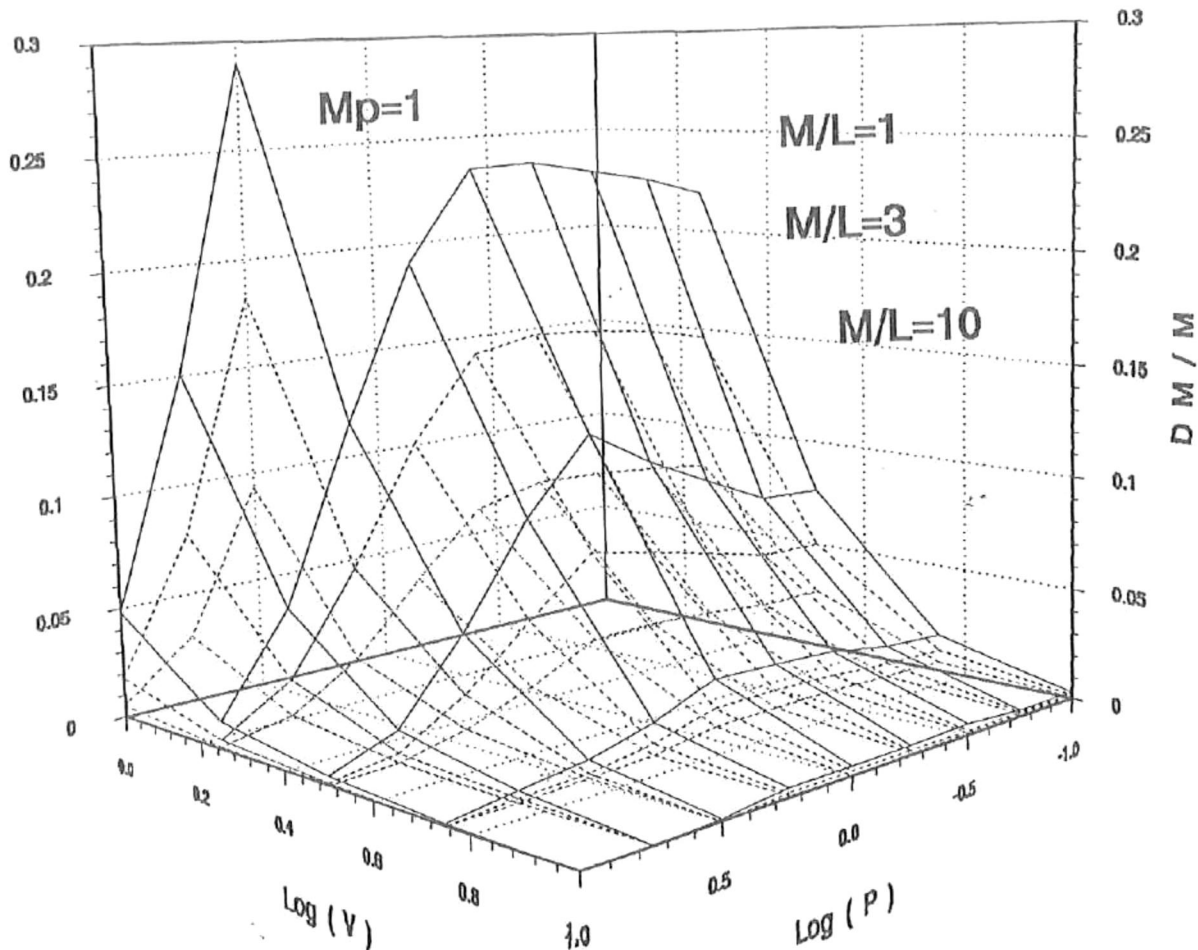


Figura 6.6 Cambio fraccional en la masa luminosa de la remanente de una colisión como función del logaritmo de la velocidad de colisión y del parámetro de impacto. La superficie superior (línea continua) es para el caso en que la galaxia que sirve de blanco tiene un cociente masa-luminosidad inicial igual a uno (*i.e.* no hay masa oscura), la superficie intermedia (línea de trazos) es para el caso en que el cociente masa-luminosidad inicial es igual a 3, y finalmente, la superficie inferior (línea punteada) es para un M/L inicial de 10. En estos dos últimos casos, la galaxia blanco contiene masa oscura cuya proporción, con respecto a la masa luminosa, aumenta del centro hacia afuera de acuerdo al modelo presentado en §4.2 Las colisiones que dan lugar a fusiones han sido eliminadas en esta gráfica.

Por otro lado, en regiones intermedias, aunque la eficacia para comunicar energía a las partículas es menor que en las partes externas, y la densidad de éstas menor que en el centro, existe un efecto a segundo orden que produce un máximo en la pérdida de masa: la transferencia de momento angular. En estas regiones, la interacción del perturbador sobre la galaxia blanco presenta un brazo de palanca que permite comunicar un cambio con una dirección preferencial a las velocidades de las partículas tal que las partículas con órbitas

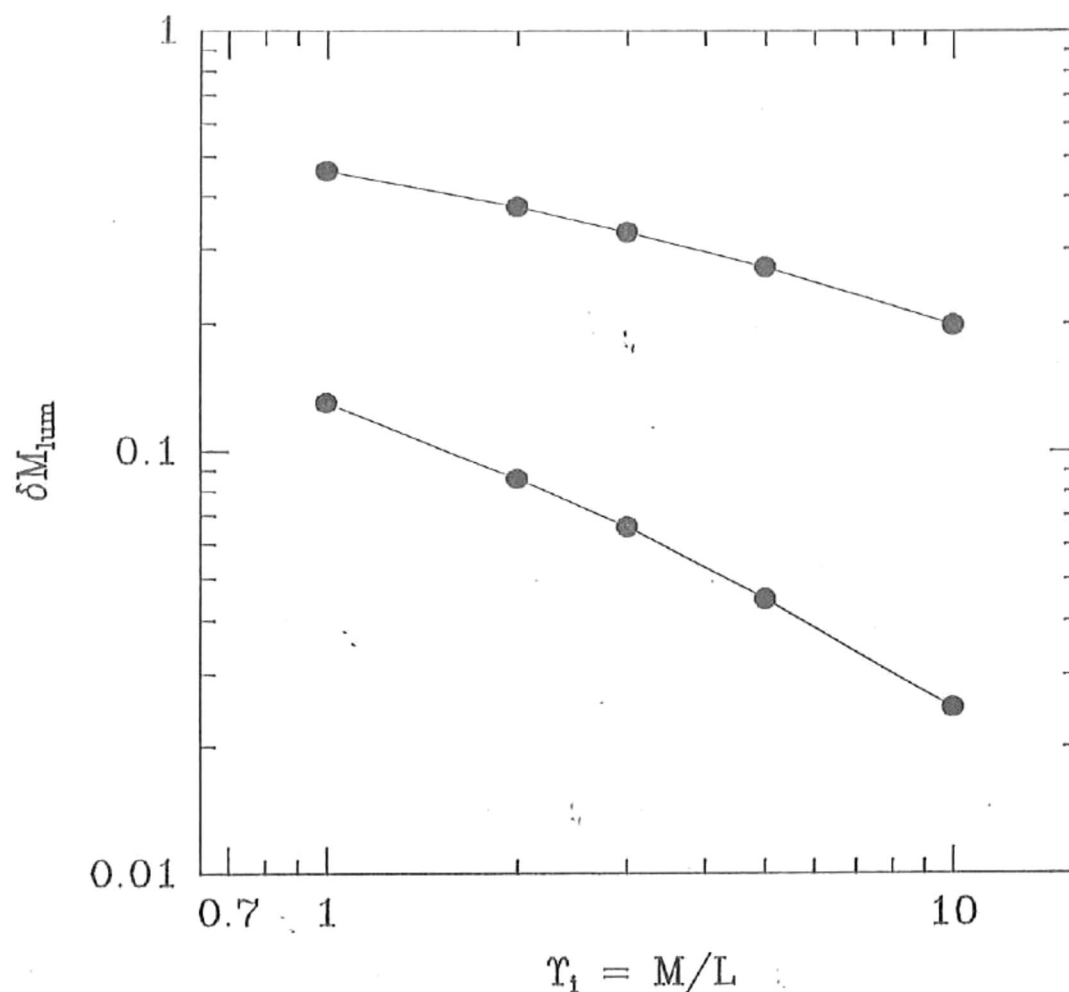


Figura 6.7 Cambio fraccional en la masa luminosa como función del cociente masa-luminosidad inicial de la galaxia blanco, para la colisión C16 [$\log(V/V_{rms}) = 0.25$, $\log(P_{\infty}/R_e) = 0.5$]. La curva superior es para el caso cuando el perturbador tiene una masa igual a 1.5 veces la masa de la galaxia blanco. La curva inferior es para el caso cuando ambas galaxias tienen la misma masa.

prógradas puedan alcanzar su velocidad de escape con mayor facilidad. Este efecto explica el que se observe la mayor pérdida de masa, no cuando la colisión sea frontal o con un parámetro de impacto grande, sino para $P \approx R_e$.

Cuando la masa del perturbador se incrementa a $M_p = 1.5$, la mayor pérdida de masa deja de presentarse para $P = R_e$ y se tiene una conducta monotónica al igual que el de la ganancia de energía, pero de valor menor que ésta última. Por último, para el caso $M_p = 0.5$, los cambios en masa son despreciables.

Estos mismos resultados, para la pérdida fraccional en masa total, son mostrados en las figuras 6.5.a y b en forma de curvas de contornos. La zona de experimentos que resultan en fusiones esta marcada en la esquina inferior izquierda de estas figuras. Al igual que en el caso del cambio en energía, no existe un esclamiento sencillo en forma de ley de potencia como función de V o P . Desafortunadamente no se puede comprobar si éste es también el caso para la dependencia en M_p , ya que para $M_p = 0.5$ sólo se tienen cotas superiores; sin embargo, es muy plausible que al igual que el caso del cambio en energía, tampoco exista un escalamiento sencillo en la masa del perturbador.

Para terminar esta sección, se analizan ahora en detalle el cambio en la masa *luminosa* de la remanente. La figura 6.6 presenta este cambio como función de V y P para los casos $T_i = 1, 3$ y 10 . Dado que en los modelos usados la fracción de la masa que es luminosa decrece con la distancia radial, el cambio en la masa luminosa es menor que el cambio en la masa total y disminuye a medida que T_i aumenta, como es de esperarse. Es interesante notar como la forma cualitativa de la función de pérdida de masa luminosa es similar para los 3 cocientes M/L considerados.

No obstante, se nota que, mientras para el caso en que $M/L = 1$ la mayor pérdida de masa en $P_\infty = 1 R_e$ es bastante notoria, a medida que el cociente M/L aumenta dicho cambio brusco de pendientes se "suaviza". Esto ocurre porque las fuerzas de marea, responsables del desprendimiento de masa, son más fuertes en las partes más externas de la galaxia blanco, regiones donde la proporción de masa luminosa es menor; dando como resultado que no se pierda mucha masa luminosa y por lo tanto se presente una pendiente menor cuando $M/L = 1$. En otras palabras, la materia oscura sirve de escudo al momento de una colisión de galaxias, inhibiendo la pérdida de masa luminosa; este comportamiento de la materia oscura ha sido descrito por Barnes (1988), quien encontró que el halo oscuro es capaz de absorber momento angular orbital y energía, aunque no menciona nada sobre pérdida de materia luminosa u oscura.

De los resultados reportados aquí vemos que aunque una colisión pueda resultar en un daño considerable en el halo oscuro de una galaxia, el cambio en la parte observable de la misma podría ser mínimo, como se puede ver en la figura 6.7 donde se ha graficado el cambio en masa luminosa para una colisión fuerte, pero típica, del centro de un cúmulo denso de galaxias ($V \sim 2$, $P \sim 3.5$). Los puntos más a la izquierda dan los cambios en la masa para cuando $T_i = 1$, o equivalentemente, para la masa total; como se puede observar, el daño es mayor para el caso en que la galaxia perturbadora es más masiva (curva superior); sin embargo, a medida que el cociente masa-luminosidad de la galaxia aumenta, el cambio fraccional en la masa luminosa es menor con respecto al cambio en la masa total, siendo cinco veces menor para el caso $M_p = 1.0$ y 2 veces menor para el caso $M_p = 1.5$.

También se nota que para las colisiones más débiles (e.g. cuando $M_p = 1.0$), la diferencia entre el daño producido a la masa luminosa y la masa total se hace más marcado. De este resultado se puede concluir que galaxias que sufren colisiones moderadas y cuyo cociente de masa-luminosidad es elevado, podrían estar sufriendo un desprendimiento importante de materia oscura de sus halos con un cambio relativamente pequeño en sus partes visibles.

b) Cambios en el Cociente Masa-Luminosidad

A medida que las galaxias sufren varias colisiones, éstas sufren un desprendimiento de materia oscura que afecta su cociente M/L . En las figuras 6.8 y 6.9 se muestran, en perspectiva tridimensional, las pérdidas fraccionales en el cociente M/L para los casos cuando la masa del perturbador es $M_p = 1.0$ y 1.5 , y los cocientes son inicialmente $M/L = 3$ y $M/L = 10$.

Se observa en las figuras 6.8 y 6.9, que la reducción en el cociente M/L es mucho mayor, a igualdad de parámetros colisionales, para el caso en que las galaxias participantes presenten altos cocientes masa-luminosidad iniciales. Lo anterior es debido a que la materia oscura predomina en las partes externas de las galaxias, lugar donde es mayor el desprendimiento de materia por ser ahí donde es más intensa la fuerza de marea; la parte luminosa de las galaxias, como se ha visto, sufre pérdidas menores durante las colisiones. La forma funcional de esta disminución en los cocientes M/L , al igual que en los cambios en masa y energía, no sigue un escalamiento sencillo.

Para el caso en que $M_p = 1.0$, la mayor disminución en los cocientes M/L se presenta cuando $P_\infty = 1$, irrespectivamente del valor de V_∞ ; esta situación corresponde también a la mayor pérdida de masa de la galaxia blanco. Para el caso $M_p = 1.5$ esta región de máxima pérdida de masa en $P_\infty = 1$ desaparece, aunque se observa una tendencia a que esta aparezca a medida que V crece.

El ritmo al cual el cociente M/L disminuye es más pronunciado, como es de esperarse, para colisiones con galaxias masivas, pero también puede presentar el caso de galaxias pequeñas (i.e. observacionalmente pequeñas) que posean cocientes masa-luminosidad altos. Considérese el caso particular de una situación en un cúmulo de galaxias, donde se tiene una galaxia blanco que colisiona bajo las condiciones $V_\infty \approx 3.2 V_{rms}$ y con un parámetro de impacto $P_\infty \approx 3.2 R_e$ (C25), Fig-6.10. Se observa, primeramente, que la disminución en los cocientes M/L sigue presentando la tendencia de no seguir un escalamiento sencillo con respecto a la masa de la galaxia perturbadora, ni con su cociente M/L inicial. Por otro lado, la disminución fraccional del cociente masa-luminosidad es más significativa al aumentar el contenido de materia oscura de las galaxias, alcanzando un valor de un 24% para el caso más extremo mostrado en la figura 6.10.

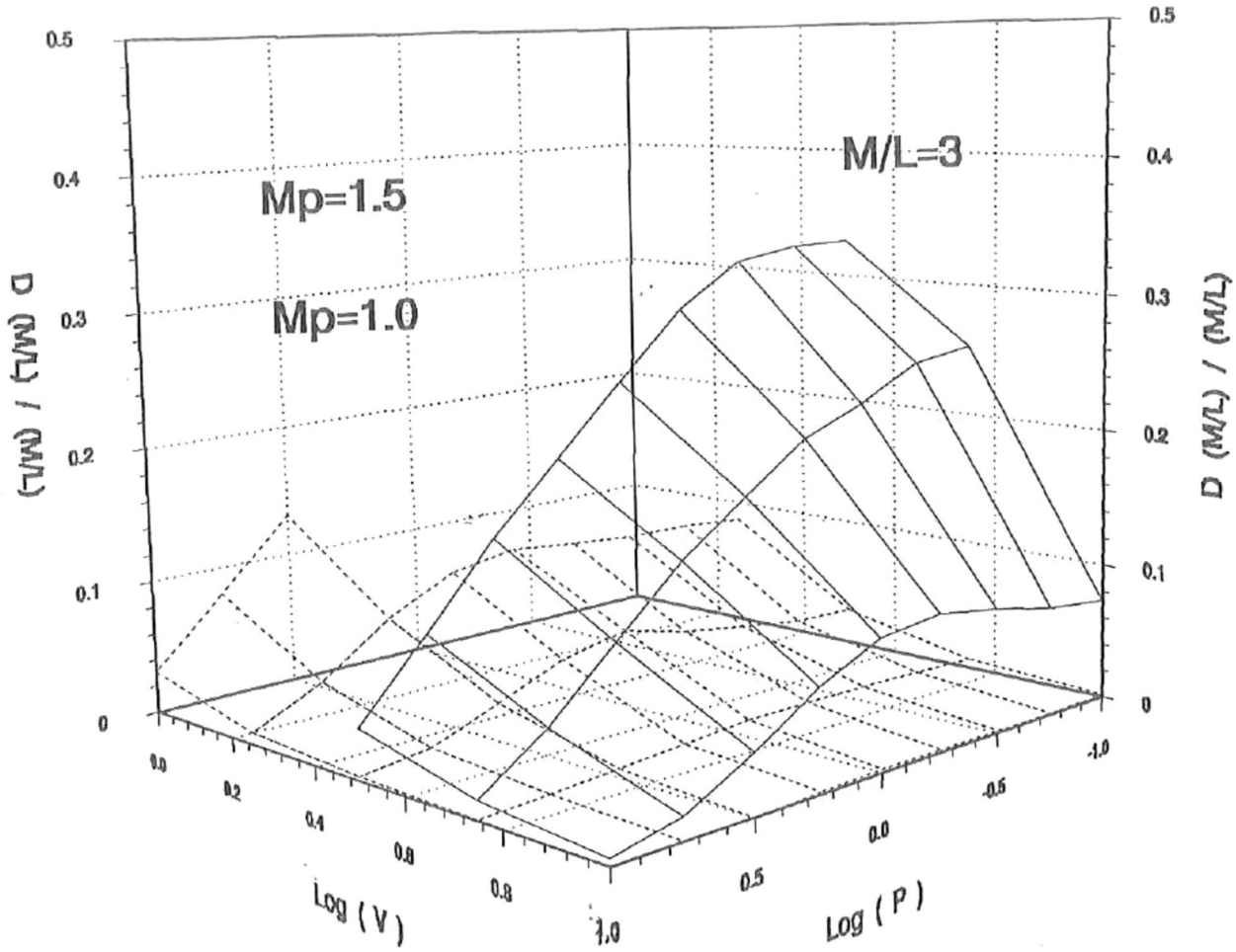


Figura 6.8 Pérdida fraccional en el cociente M/L cuando este tiene un valor de 3 en las condiciones iniciales, para los casos en que las masas del perturbador son $M_p = 1.0$ y 1.5 .

Un efecto adicional que es importante recalcar es que el parámetro P_∞ es el parámetro de impacto medido en unidades del radio efectivo de la masa *total* de la galaxia, R_e ; *i.e.* materia oscura más luminosa. A medida que el cociente masa-luminosidad inicial, Υ , de la galaxia blanco aumenta, el radio efectivo de la parte luminosa de la galaxia, $R_{e,l}$, disminuye en relación al valor correspondiente a la masa total de acuerdo a la relación $(R_e/R_{e,l})^2 = \Upsilon$ (ver §4.2). Esto implica que si se adopta un valor típico de $R_{e,l} = 3 \text{ Kpc}$ para el radio efectivo de la parte visible de la galaxia, el valor de $P_\infty = 3.2 R_e = 3.2 \times \Upsilon^{1/2} \times R_{e,l}$ de la colisión C25, conlleva un parámetro de impacto observado de 9.6, 13.6, 16.6, 21.5 y 30.4 Kpc, respectivamente para los cocientes $\Upsilon = 1, 2, 3, 5$, y 10 .

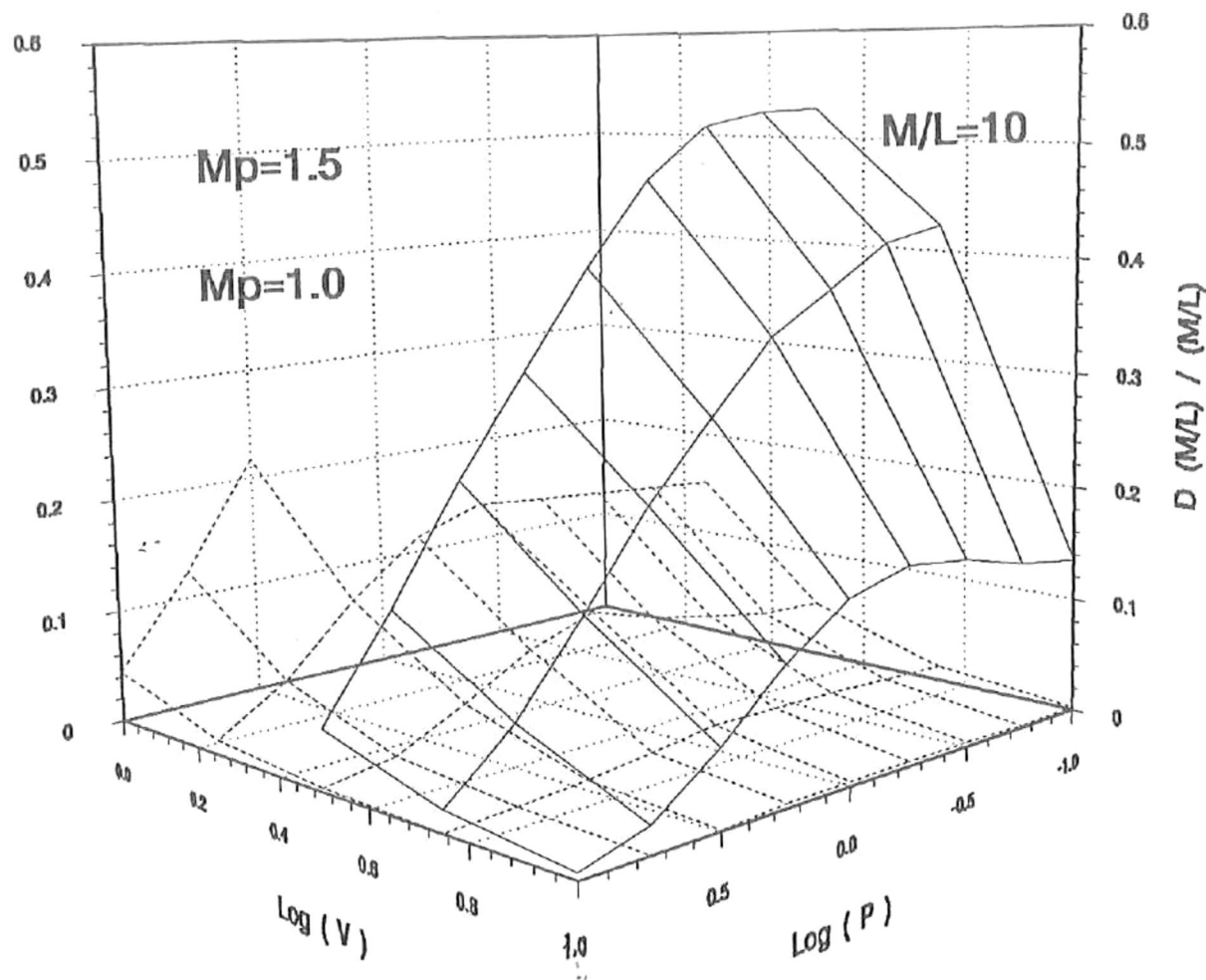


Figura 6.9 Situación similar a la mostrada en la figura 6.8, pero cuando el M/L inicial es 10.

Lo anterior implica que para una galaxia cuyo contenido inicial de masa luminosa es sólo una décima parte de la masa total, la colisión mostrada en la figura 6.10, equivale en realidad a una separación diez veces mayor que su radio efectivo observado; en otras palabras, que la colisión es en realidad mucho más fuerte de lo que podríamos inferir basados en los parámetros observables de las galaxias.

Por lo anterior, es de esperarse que cualquier halo extendido de materia oscura que pudiera existir inicialmente en galaxias que se aventuran por las regiones centrales de un cúmulo rico por vez primera, será severamente truncado en unas cuantas colisiones. En particular, durante la caída de las galaxias espirales al centro de los cúmulos de galaxias, éstas interaccionan gravitacionalmente con otras galaxias produciéndose desprendimiento de materia, predominantemente en los halos de materia oscura, situación que hace dis-

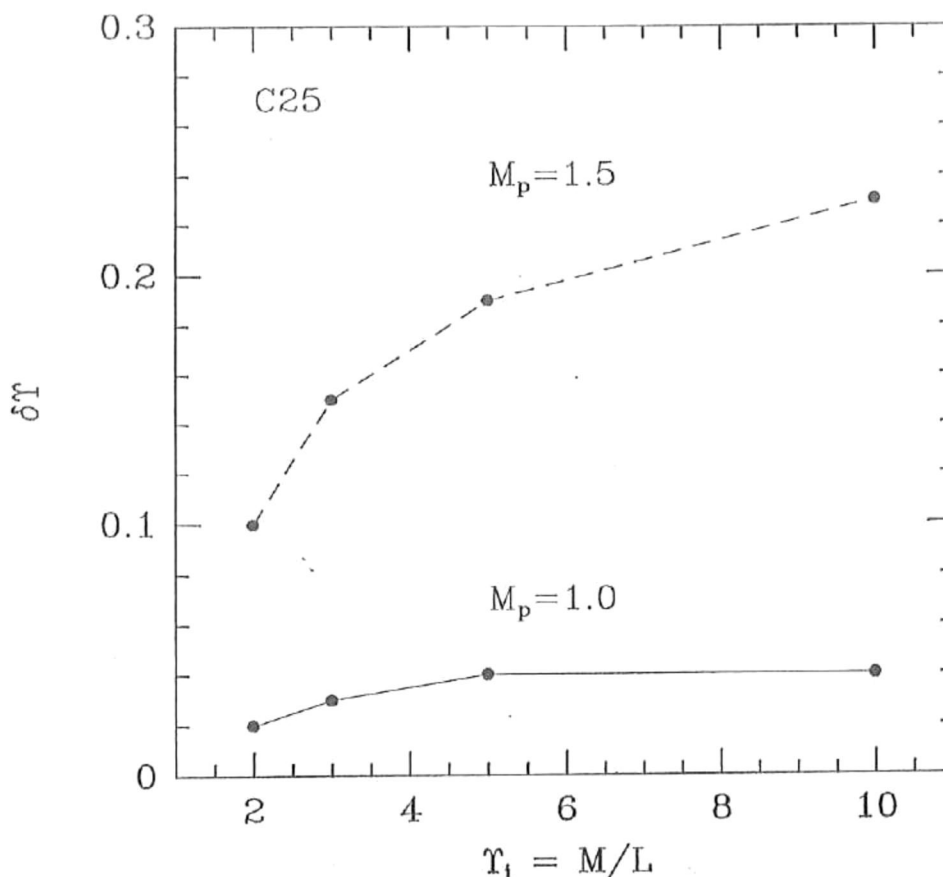


Figura 6.10 Pérdida fraccional en el cociente masa-luminosidad, $\delta\Upsilon$ como función del cociente M/L inicial, Υ_i , para las condiciones en los parámetros iniciales de la colisión C25 con masas del perturbador $M_p = 1.0$ y 1.5 .

minuir su cantidad de materia oscura y, por tanto, producir que las curvas de rotación comiencen a caer lentamente presentando declives del tipo keplerianos fuera de las regiones ópticas de las galaxias espirales. Este efecto ha sido ya observado por Rubin (1987); el presente trabajo ofrece una posible explicación a este efecto.

Al concluir §3.2, se hace mención de que en los distintos sistemas estelares considerados (e.g. galaxias elípticas, espirales, sistemas binarios, grupos y cúmulos galaxias) se halla observacionalmente que los cocientes M/M_{lum} , el cual es igual al M/L considerado en el presente capítulo, es aproximadamente constante aunque para las DwSph, esta situación es incierta. Este resultado observacional parece ser opuesto a los resultados aquí obtenidos, ya que es difícil reconciliar tal comportamiento en los cocientes M/M_{lum} ; sobre todo, si se considera que las galaxias han evolucionado dinámicamente dentro de cúmulos de galaxias.

Para aclarar la situación anterior, es necesario realizar estudios comparativos de galaxias de campo con galaxias en cúmulos, del mismo tipo morfológico. Dado que la magnitud de los efectos predichos en este trabajo son comparables a la incertidumbre en los cocientes M/L obtenidos por diversas técnicas, es importante hacer notar que los estudios comparativos propuestos deben ser realizados mediante la misma técnica con el fin de que los cocientes M/L medidos sean directamente comparables. Estudios modernos han empezado a hacer análisis del tipo mencionado (Binggeli 1986), aunque los estudios realizados no han considerado aún los cocientes M/L .

Por otro lado, el cociente M/L de una galaxia en un cúmulo dependerá, además de la geometría del encuentro, del número de veces que ha cruzado por el cúmulo desde el momento de la formación de éste; sin embargo, hay que hacer notar que la respuesta a estas cuestiones requieren de seguir en detalle la evolución de galaxias en el potencial de un cúmulo. Hay que notar, sin embargo, que los cambios en el cociente M/L para la galaxia blanco son siempre en la dirección decreciente; para terminar, hay que aclarar que en un estudio en que el perturbador es un sistema auto-gravitante (capaz de perder masa), se pudiesen producir en algunos casos incrementos en los cocientes M/L debidos a la captura de materia oscura del perturbador.

c) Cambios en el Tamaño Físico

Para estudiar el cambio fraccional en el tamaño físico de las remanentes de una colisión, se determinó el cambio en el radio *medio-de-masa* de la componente luminosa de la galaxia, $r_{h,l}$. La razón de esta elección es debida a que el radio gravitacional, r_g , (ver §2.3), que caracteriza el tamaño físico de un sistema, se aproxima al radio medio de masa para sistemas en los que el perfil es muy concentrado. Además de que el cambio en el radio medio-de-masa puede ser comparado con resultados obtenidos en trabajos previos (Dekel, *et al.* 1984).

En la figuras 6.11 *a, b*, y *c*, se muestran en forma de perspectiva tridimensional los cambios fraccionales en el radio medio de la masa total cuando las masas del perturbador son respectivamente, $M_p = 0.5, 1.0$, y 1.5 . Y en las figuras 6.12 *a, b*, y *c*, se muestran las curvas de nivel para estas mismas superficies. En ambas figuras se han eliminado las colisiones que resultaron en fusiones, y que como de costumbre, en las curvas de nivel abarcan la región sombreada.

En una primera aproximación, resalta lo complicado del cambio en el radio r_h para el caso cuando el perturbador es la mitad de la galaxia blanco, Fig-6.11a y Fig-6.12a; en parte por la aplicación de la escala. Sin embargo, sólo se aprecia una tendencia débil de incremento en el tamaño de la galaxia blanco para colisiones en que $V \rightarrow 0$ y $P \rightarrow R_e$. En general, cuando la masa del perturbador es pequeña, los cambios en la masa de la galaxia blanco no son apreciables (ver TABLA V.2); pero si en cambio comunica energía a

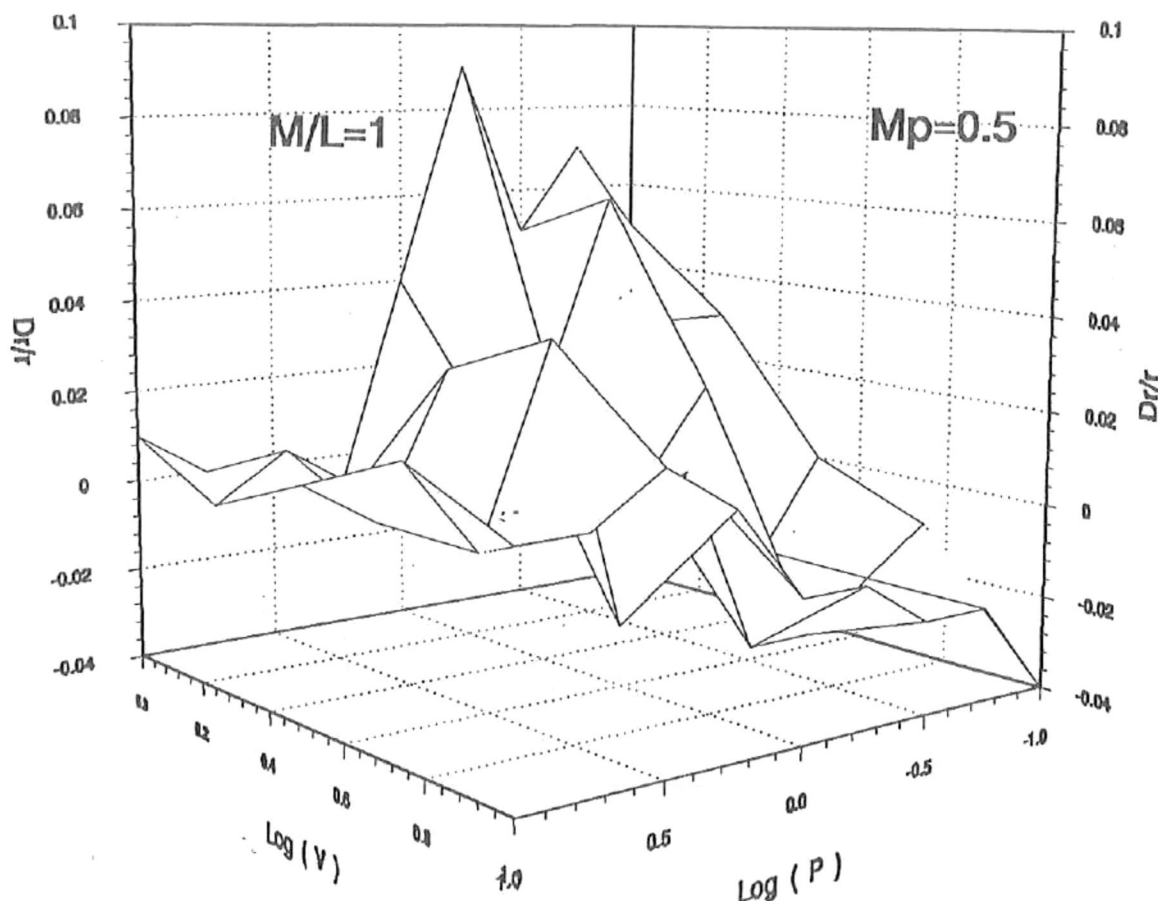


Figura 6.11a Cambio fraccional en el radio medio de masa para experimentos de colisiones entre galaxias en una perspectiva tridimensional. Los variables independientes son, como en las demás figuras tridimensionales el parámetro de impacto P y la velocidad relativa de la colisión en infinito. El caso mostrado es cuando la masa del perturbador es $M_p = 0.5$. Notesé lo complicado de los cambios fraccionales en el tamaño de la remanente blanco.

la galaxia. Dado que la galaxia blanco pierde muy poca masa, la energía que gana es en forma de energía cinética de las partículas que la componen; es decir, las galaxias menos masivas tan sólo "calientan" a las más grandes y provocan que éstas se expandan un poco. Se debe observar que los cambios son muy pequeños y que, por lo tanto, los resultados deben ser tomados con cierta cautela.

A medida que la masa del perturbador aumenta, se presenta también una tendencia a decrecer del tamaño físico de la galaxia blanco, para colisiones con $P > R_e$. Este cambio en

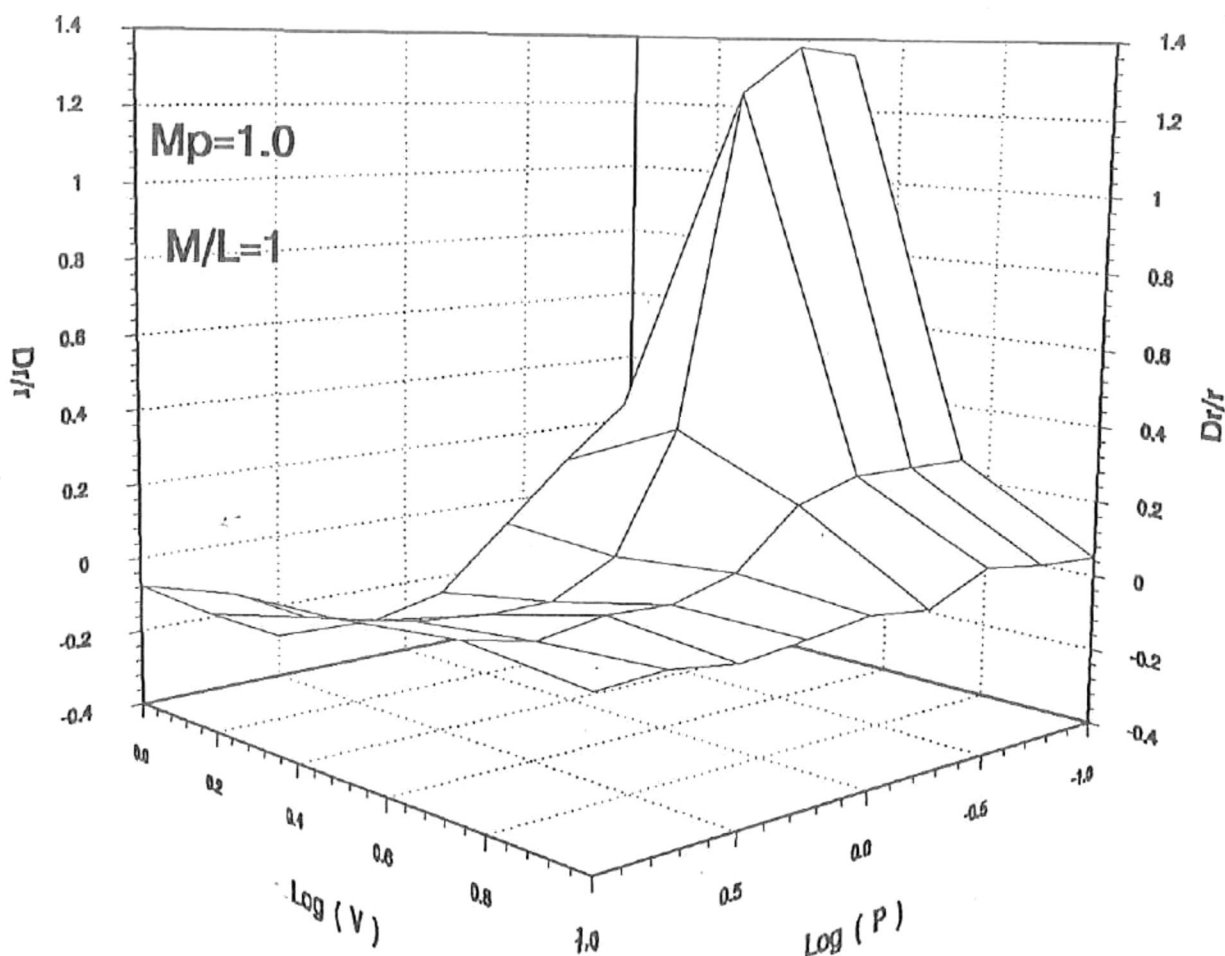


Figura 6.11b Cambio fraccional en el radio medio de masa pero para el caso en que la masa del perturbador es $M_p = 1.0$.

el tamaño físico de las galaxias parece ser muy sensible a la masa perturbador y no sigue una forma funcional sencilla. Para el caso en que $M_p = 1.0$, el máximo de expansión ($r_h \approx 140\%$!) se obtiene para la colisión C20 la cual es una colisión casi frontal ($P = 0.18 R_e$) y de una velocidad típica ($V = 3.16 V_{rms}$) en un cúmulo rico de galaxias (Fig-6.13). Como el incremento en r_h es bastante grande se revisó la conservación de energía en esta colisión y resultó de $\approx 0.1\%$; i.e. mucho mejor que el promedio de todas las colisiones con $M_p = 1.0$, por lo que el resultado si es confiable.

Se pasa ahora a analizar los cambios en el radio medio de la materia luminosa. En la figura 6.14, se presenta una perspectiva tridimensional de estos cambios cuando $M_p = 1.0$ y $M/L = 1, 3$ y 10 .

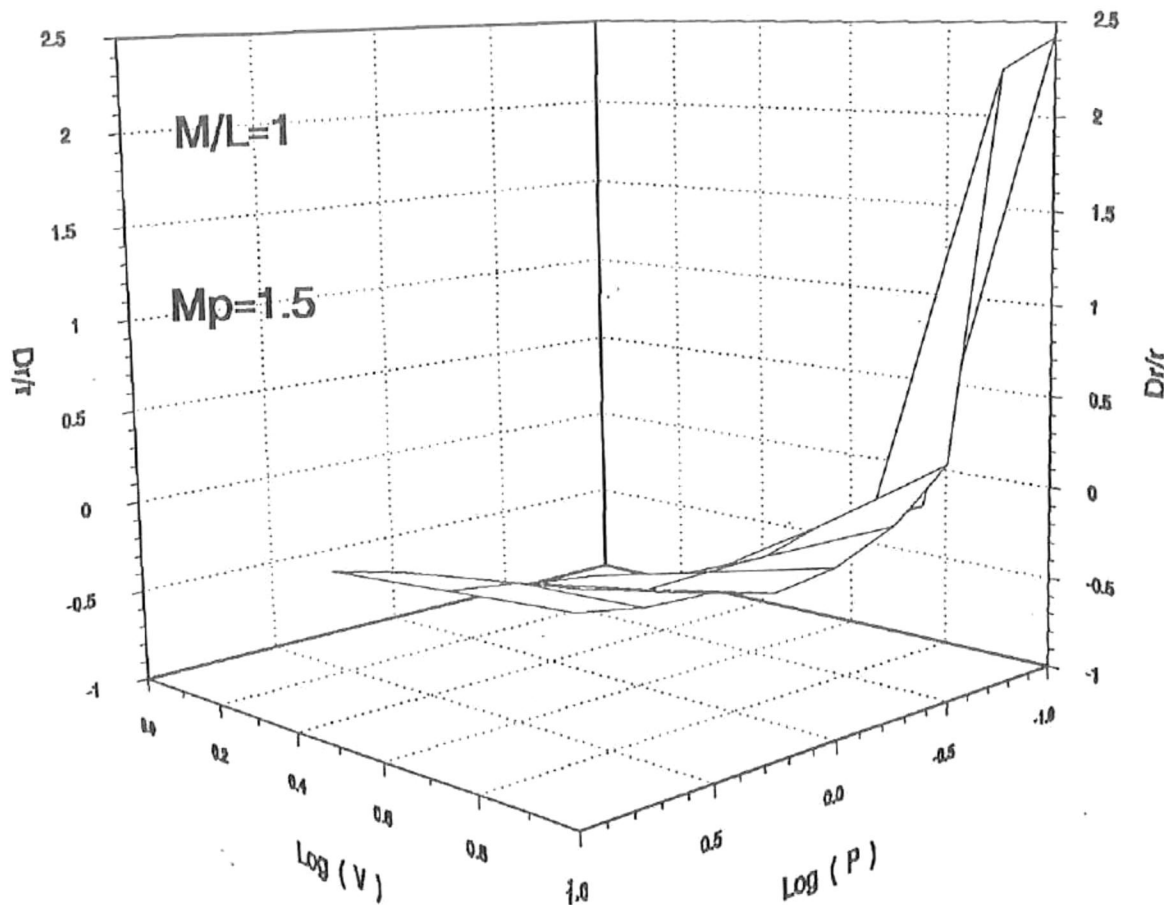


Figura 6.11c Similar a las figuras 6.11a y 6.11b pero cuando la masa del perturbador es $M_p = 1.5$.

Los cambios en el tamaño físico de la porción luminosa siguen el mismo comportamiento que para la masa total, pero con una diferencia dramática en la magnitud del efecto, como puede apreciarse al comparar la superficie $M/L = 1$ (i.e. sin materia oscura) con $M/L = 3$ o 10 (i.e. con materia oscura). Es claro, que los halos de materia oscura funcionan como “sumideros” de energía y protegen a la masa luminosa de los efectos de las colisiones. Cuando el cociente $M/L = 1$ (i.e. no existe materia oscura) la expansión de la galaxia, así como la contracción de la misma, es en términos mayor que cuando $M/L \neq 1$, Fig-6.14. De manera que la colisión C20 que resulta en un incremento de $\approx 140\%$ para r_h , tienen un incremento de sólo 47% y 30% en $r_{h,l}$, respectivamente cuando $M/L = 3$ y $M/L = 10$.

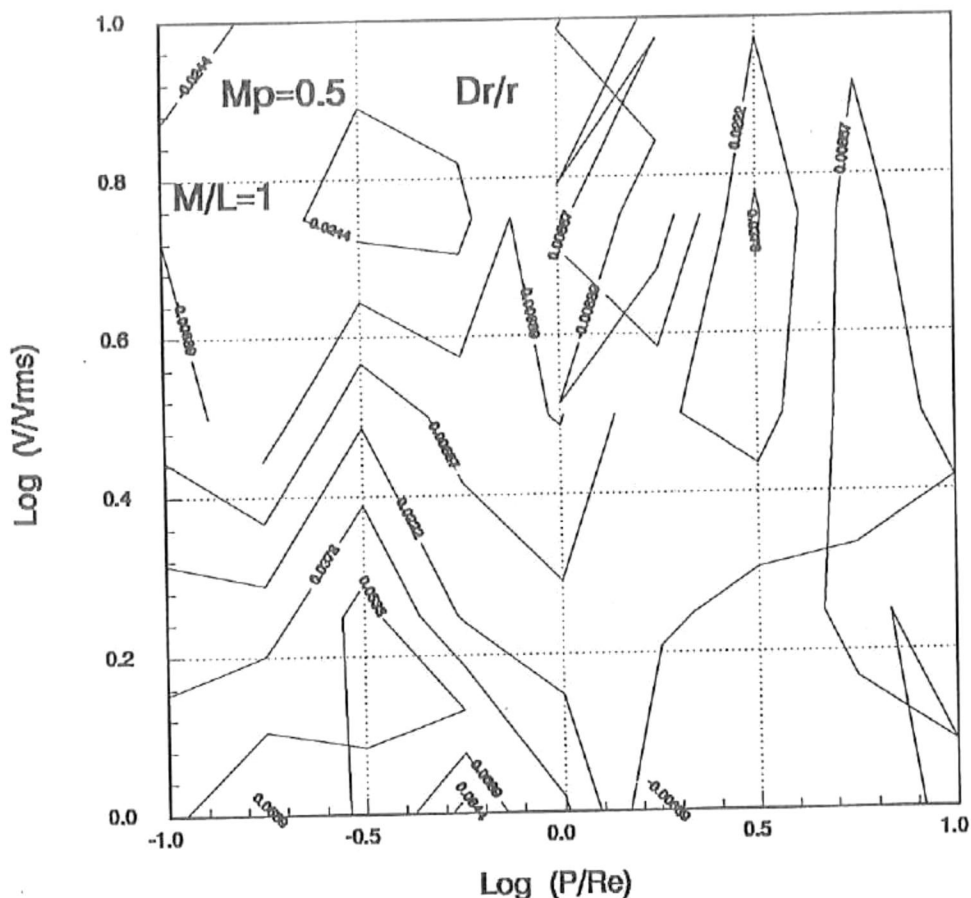


Figura 6.12a Curvas de contorno en el cambio fraccional del radio medio-de-masa, cuando el cociente $M/L = 1$, y la masa de la galaxia perturbadora es $M_p = 0.5$. Hay 12 contornos igualmente espaciados entre -0.02 y 0.09

El efecto anterior puede aparecer también como una contracción, por ejemplo en la colisión C8[†] donde para $M/L = 1, 3$, y 10 , la disminución porcentual en el radio medio-de-masa luminoso es, respectivamente: 19%, 12% y el 2%.

Para el caso en que la masa del perturbador es de $M_p = 1.5$ veces la galaxia blanco, y en la mayor parte de la región explorada, la colisión resulta en una contracción significativa de la parte luminosa de la remanente. Por ejemplo, para las mismas condiciones en P y V de C20, la reducción porcentual correspondiente a los cocientes $M/L = 1, 3$ y 10 son respectivamente: 61%, 47% y 25%; mientras que una expansión en la galaxia blanco se viene encontrando hasta que la velocidad de colisión alcanza un valor de $V = 10 V_{rms}$) (C37, la cual es una colisión frontal pero muy rápida, difícil de presentarse en las regiones

[†] Si bien es cierto que la mayor contracción se realiza bajo las condiciones de C7, no se ha escogido ésta ya que constituye la frontera entre fusiones y encuentros hiperbólicos.

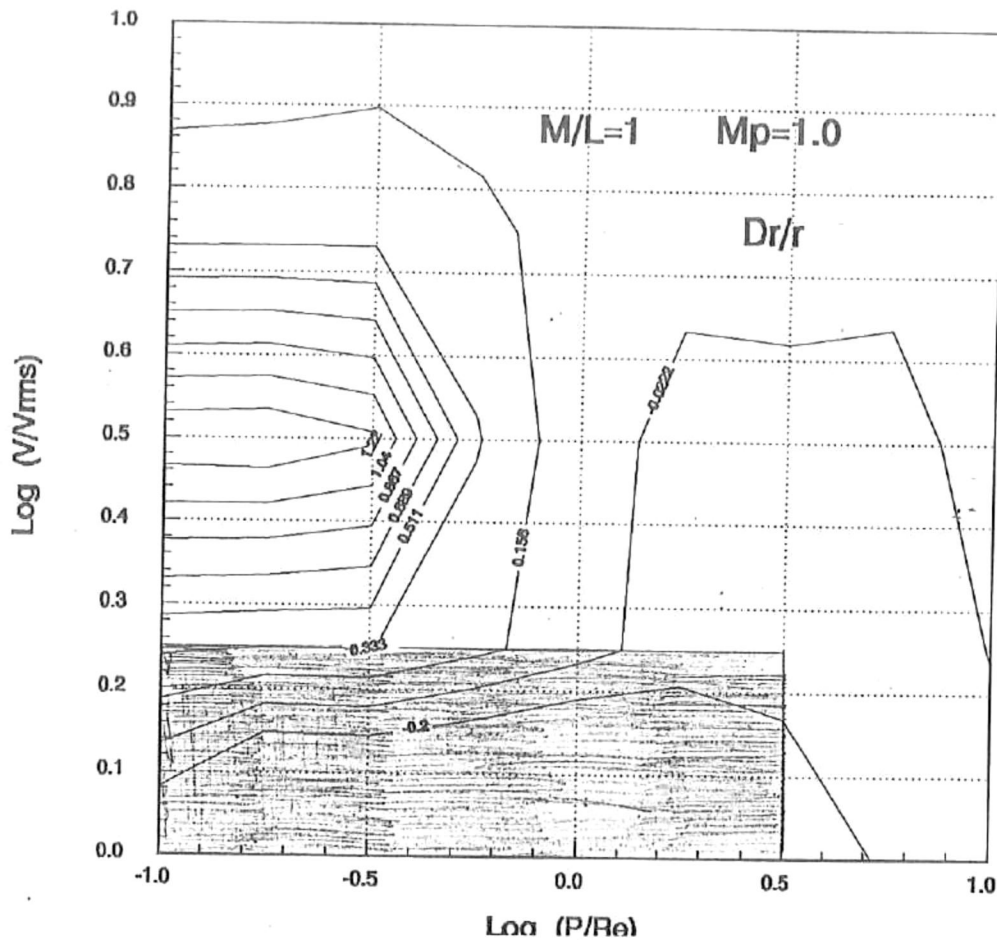


Figura 6.12b Curvas de contorno para el cambio fraccional en el radio medio-de-masa cuando la galaxia perturbadora tiene una masa igual a la masa de la galaxia blanco. Los contornos están igualmente espaciados entre -0.02 y 1.22 .

centrales de un cúmulo rico de galaxias). Por esto, es de esperarse que las galaxias menos luminosas de un cúmulo presenten la tendencia a disminuir en tamaño para los valores típicos de P y V encontrados en un cúmulo.

d) Cambios en el Momento Angular Interno

A continuación se analiza la fracción de espín interno, en la dirección perpendicular al plano orbital del encuentro, S_z , que obtiene la remanente de la colisión con respecto al momento angular orbital inicial del perturbador, $J_{z,orb}$. Tan sólo se considera el caso en que el cociente $M/L = 1$; es decir, que no considera el efecto aislado sobre la materia luminosa. Por lo que, los resultados discutidos, serán una cota superior a los efectos de la transferencia de momento angular para la componente luminosa.

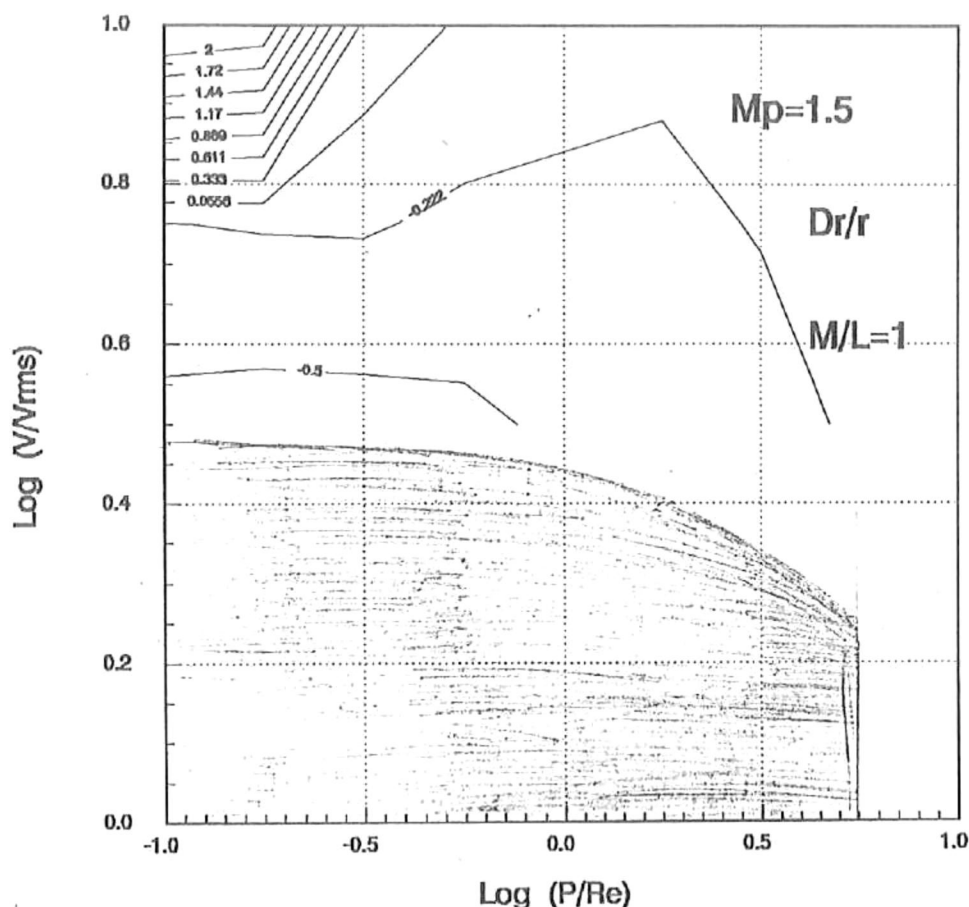


Figura 6.12c Misma situación que en las otras figuras 6.12, pero cuando $M_p = 1.5$. Los contornos están igualmente espaciados entre -0.5 y 2.0 .

En la figura 6.15, se puede observar en una perspectiva tridimensional la fracción de momento angular adquirido por la remanente de la colisión, para los casos $M_p = 0.5$, 1.0 y 1.5 . Una situación que resalta a primera vista en la figura 6.15 (y en la TABLA V.4) es que la fracción de espín S_z , adquirido por la remanente de la galaxia blanco a partir del $J_{z,orb}$, es casi nulo para el caso en que $M_p = 1.5$; contrario a lo que se pudiera pensar intuitivamente. Lo que sucede en este caso, es que una gran parte del momento angular comunicado a la galaxia blanco se lo han llevado las partículas que escapan del sistema (ver Fig-5.15, §5.3).

También se observa que las colisiones que producen, de manera general, la mayor transferencia de momento angular orbital a la remanente ligada que sobrevive, son aquellas que se producen entre galaxias de masas semejantes. El caso $M_p = 0.5$ produce remanentes con un espín contrario al $J_{z,orb}$ inicial. Este resultado sorprendente es debido al efecto mencionado en §5.3, al discutir la figura 5.16a: una colisión produce el escape preferencial de partículas en órbitas prógradas (a favor de la trayectoria del perturbador) dejando la

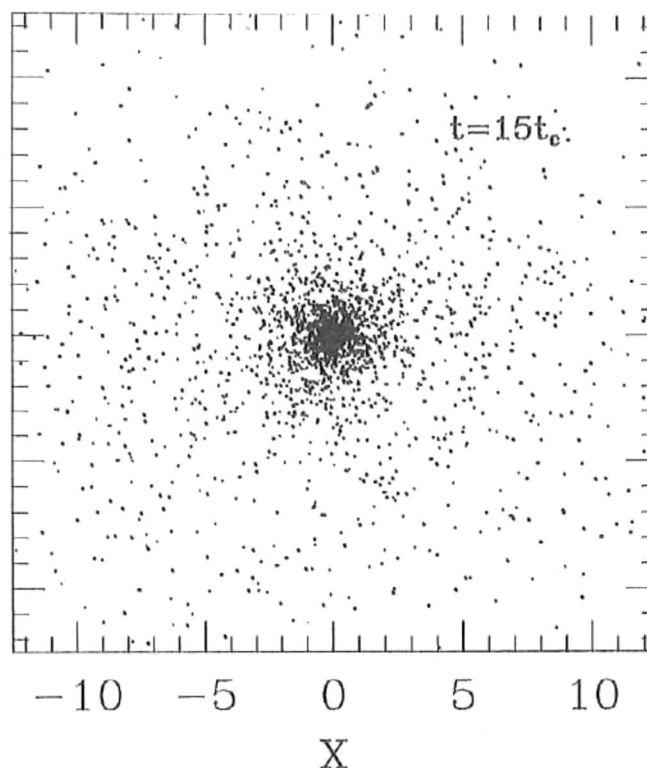


Figura 6.13 Configuración final de la galaxia blanco después de haber sufrido una colisión, C20, cuando la masa del perturbador es la misma que la de la galaxia blanco. En esta situación el radio medio-de-masa se ha incrementado en un 140%; compárese esta configuración espacial con la mostrada en las condiciones iniciales, Fig-5.6.

remanente con un exceso de órbitas retrógradas. Este efecto es usualmente dominado por la transferencia de momento angular a la remanente, la cual es, desde luego, prógrada. Sin embargo, a medida que la masa del perturbador disminuye (e.g. $M_p = 0.5$) la magnitud de este efecto se reduce hasta el punto en que el primer efecto comienza a dominar; es decir la remanente presenta un espín contrario a $J_{z,orb}$.

Aunque la magnitud del espín transferido a la remanente puede llegar a ser una fracción apreciable del momento angular inicial, esto no implica una velocidad angular grande. Considerense, por ejemplo, el caso de transferencia máxima (C10, $M_p = 1.0$) donde $S_z/J_{z,orb} = 0.18$ y sin embargo la velocidad angular ω (calculada como $\omega = S_z/I_{zz}$, donde I_{zz} es la componente zz del tensor de inercia de la remanente), es igual a $0.015 \text{ Revs}/t_{cruce}$.

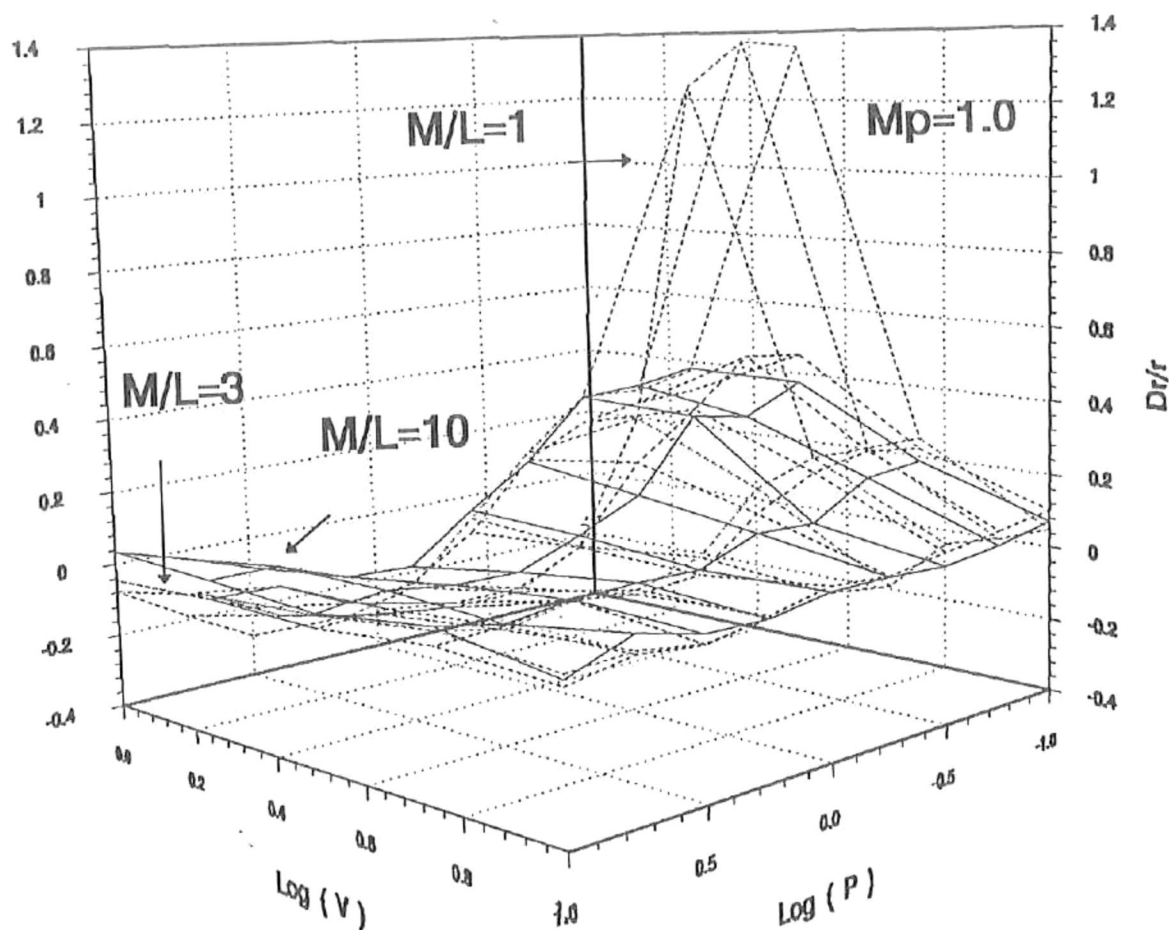


Figura 6.14 Perspectiva tridimensional para el cambio fraccional en el radio medio-de-masa luminoso, para colisiones entre galaxias de masas iguales, pero donde la galaxia blanco se considera tener distintas cantidades de materia oscura.

Esto quiere decir que se requieren ≈ 66 tiempos de cruce para que la remanente complete una revolución. Aunque la velocidad angular fué calculada para toda la remanente, y no como función del radio espacial de la galaxia, ésta da una idea de la poca rotación que esperamos adquiera una galaxia elíptica como resultado de colisiones con otras galaxias. Este es un punto importante, pues se observa que las galaxias elípticas luminosas rotan lentamente.

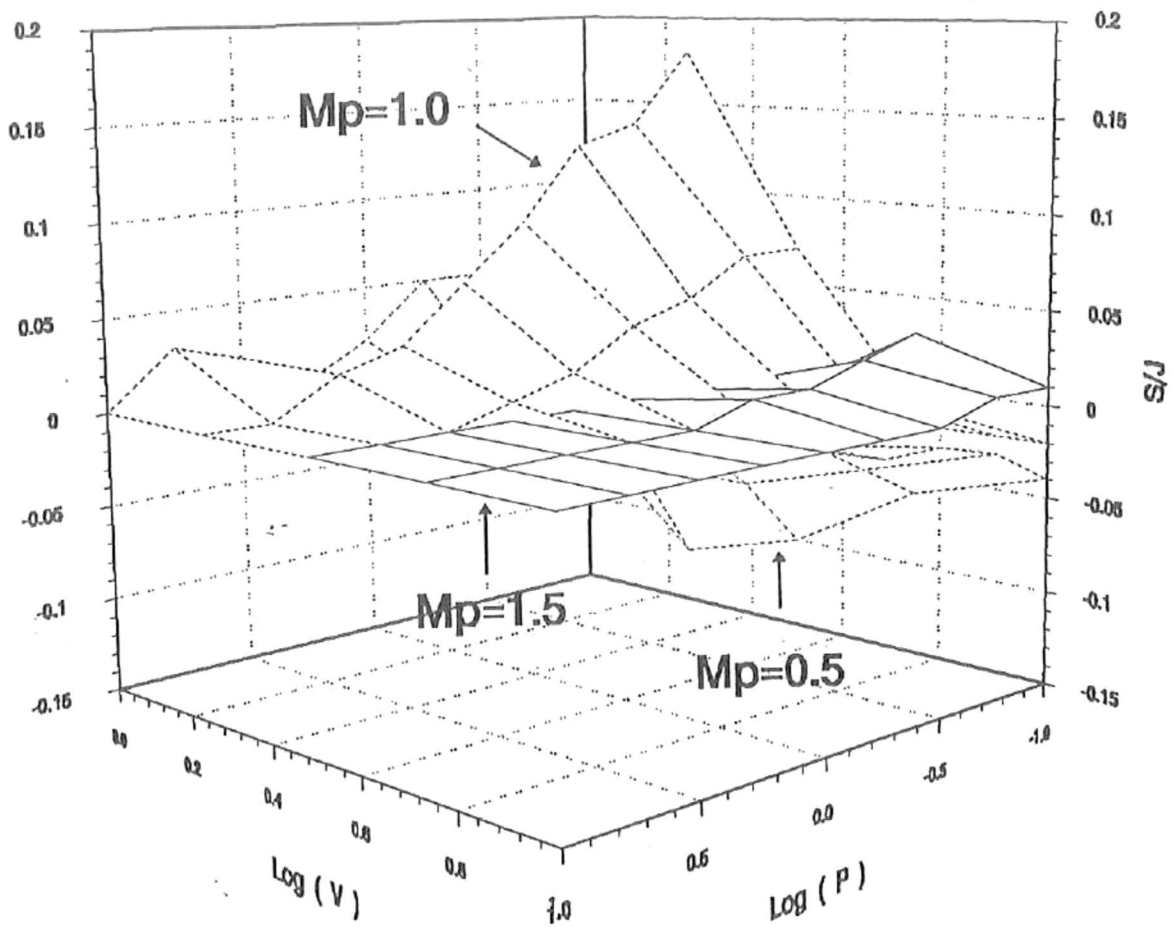


Figura 6.15 Perspectiva tridimensional de la fracción de momento angular intrínseco, $S_z \equiv S$, adquirido por la remanente de una colisión a partir del momento angular orbital inicial del perturbador, $J_{z,orb} \equiv J$, como función del parámetro de impacto y de la velocidad relativa de colisión en infinito; en unidades del radio efectivo de la galaxia blanco y de la velocidad *rms* interna de la galaxia blanco.

§6.2 Parámetros Observables.

Pasamos ahora a analizar los resultados obtenidos para el cambio en el radio efectivo y brillo superficial medido en ese punto, obtenidos por medio de un ajuste de un perfil de de-Vaucouleurs a los perfiles de la remanentes en los encuentros estudiados en este trabajo. Los resultados numéricos han sido ya presentados en las TABLAS V.5 a V.7 en el capítulo anterior.

a) Cambios en los Perfiles de Brillo Superficial

En la figura 6.16, se presenta una secuencia temporal de perfiles de densidad para la colisión C32. Los cuadros indican los tiempos a los que se calculó la fotometría, en unidades del tiempo de cruce, y el instante de máximo acercamiento corresponde a $t \approx 3 t_c$. El perfil de densidad ha sido calculado de la manera descrita en §5.3 y proyectado en el plano orbital de la colisión. En esta secuencia podemos apreciar como, después del instante de máximo acercamiento, la remanente se relaja y adopta un nuevo perfil de densidad, empezando por la región central y posteriormente en las regiones más externas. Esta evolución diferencial del centro hacia afuera esta dada por la variación del tiempo de cruce como función de la posición radial ya que la galaxia perturbada necesita un tiempo mínimo, igual al tiempo de cruce local, para "borrar" la perturbación por medio de un mezclado de fases.

Otro resultado interesante es el hecho de que el perfil adoptado por la remanente parece ser también un perfil de de-Vaucoulers. Esto puede apreciarse mejor en la figura 6.17, donde se muestra los perfiles de densidad de la colisión C7 y C32 al tiempo $t = 15 t_c$, para el caso $M_p = 1.0$. En esta figura se ha sobrepuesto, en cada caso, el perfil de de-Vaucoulers ajustado por medio de una algoritmo de máxima verosimilitud (ver §5.3), a los datos en el intervalo $R \in (2\varepsilon, 2R_e)$, donde $\varepsilon = 0.08$ es el radio de dilución (ver §2.3). Es claro que sobre el intervalo considerado el ajuste es bueno, siendo la calidad del ajuste bastante pobre en las regiones más externas donde la galaxia no se ha relajado aún por completo y donde el brillo superficial es tan pequeño que estas regiones más externas no son observables.

Esta cualidad en la robustez en los perfiles de de-Vaucoulers con respecto a perturbaciones externas ya había sido notado por Aguilar & White (1986) para el caso de colisiones. En el presente trabajo el resultado es confirmado y extendido al caso de galaxias con materia oscura, ya que en el presente estudio se ha encontrado que el perfil de densidad de la porción luminosa de la galaxia presenta una evolución temporal similar a la presentada por el perfil de toda la masa y la forma final adoptada por el perfil es también un perfil de de-Vaucoulers, como puede apreciarse en las figuras 6.18a y 6.18b, donde se ha graficado el perfil de brillo superficial para las colisiones C7 y C32 al tiempo $t/t_c = 15.0$ y los cocientes masa-luminosidad $\Upsilon = 2, 3, 5$, y 10. La línea continua representa el perfil inicial en cada caso.

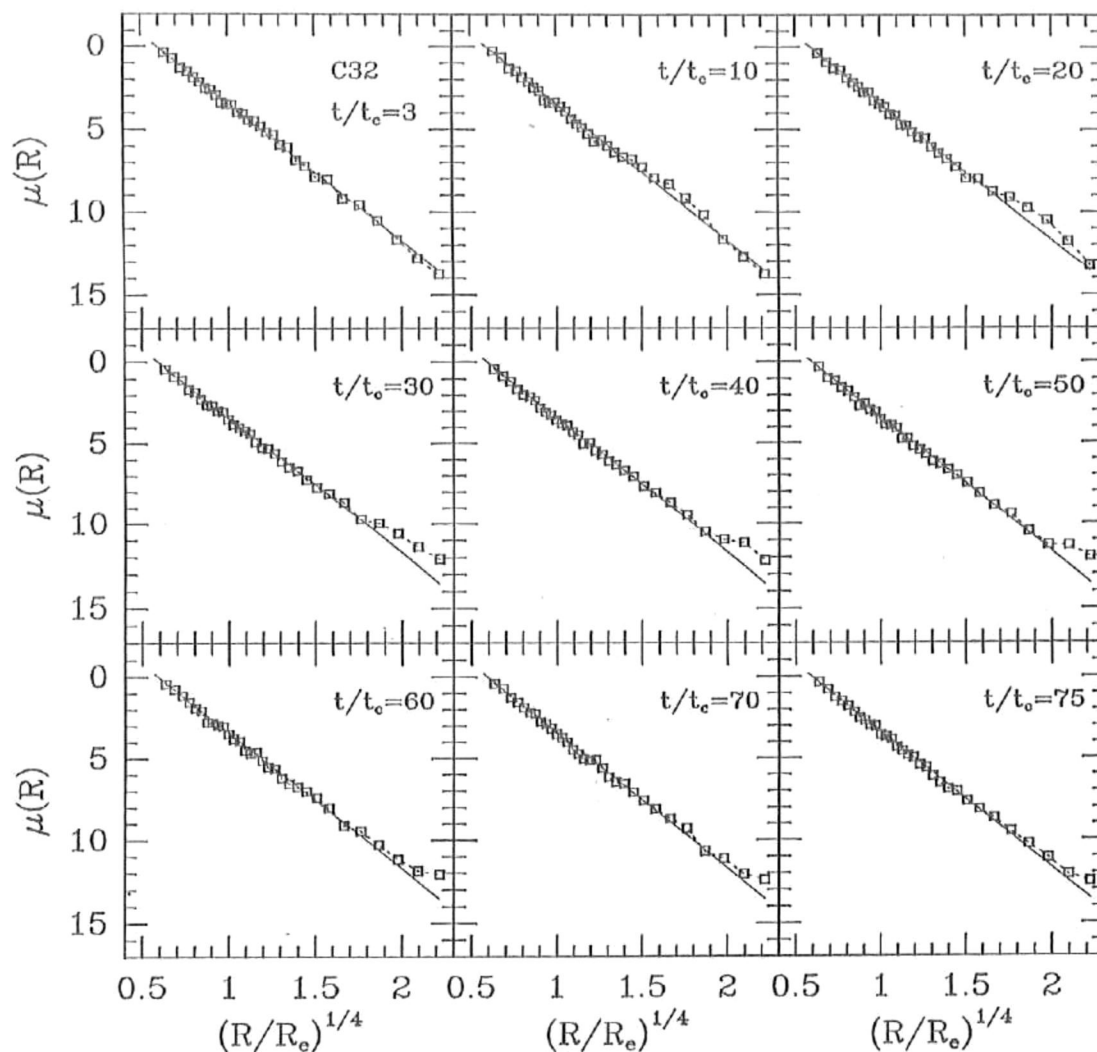


Figura 6.16 Evolución temporal de una perfil de de-Vaucoulers durante el proceso de colisión (seguido por $t = 15t_c$) hasta después de mucho tiempo de que el perturbador ha dejado de hacer sentir su efecto; para la colisión C32, con $M_p = 1.0$. La línea continua es el perfil inicial de la galaxia.

La bondad del ajuste puede ser apreciada también de los parámetros del ajuste hecho a los perfiles efectuados para cada colisión y que se listan en las TABLAS V.5, V.6, y V.7; en ellas se puede ver que el parámetro χ^2 por grado de libertad es siempre menor o comparable a uno. Un diagnóstico de la calidad del ajuste que se puede comparar más directamente con las observaciones esta dado por el valor *rms* de los residuos dados en las mismas tablas; como se puede observar, este valor es siempre menor a 0.20 magnitudes. Dado que los residuos obtenidos al ajustar perfiles de de-Vaucoulers a los brillos superficiales observados de galaxias reales es similar a los obtenidos en este trabajo, se considera que las remanentes de colisiones tienen perfiles tan parecidos a los perfiles de de-Vaucoulers teóricos, como los mismos perfiles observados.

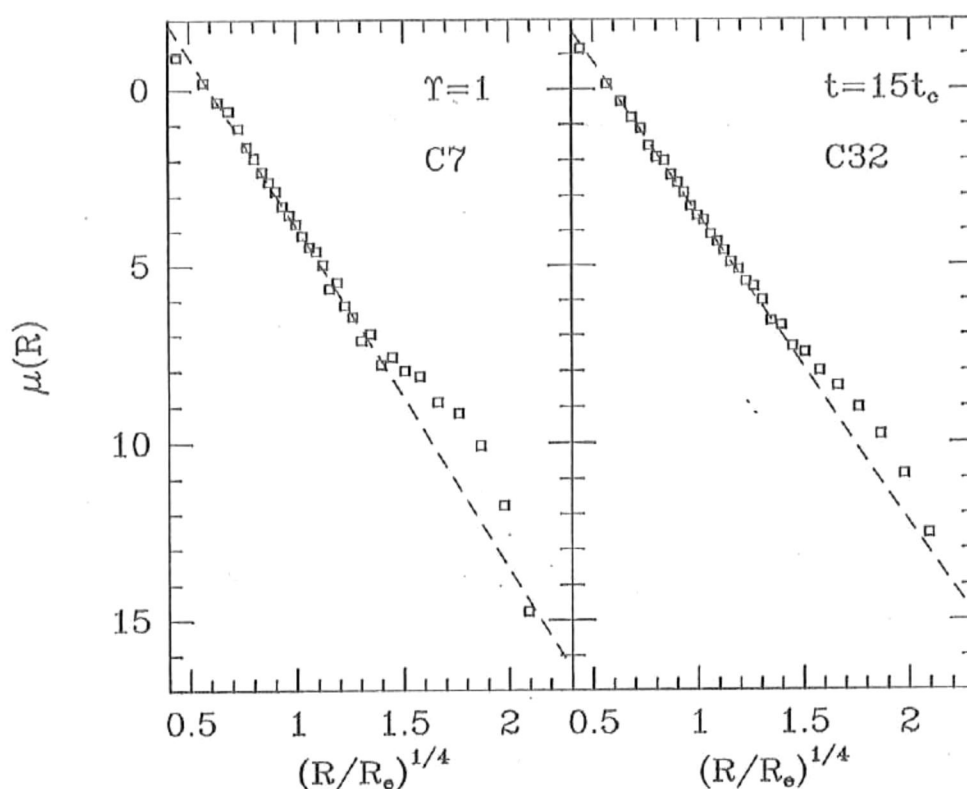


Figura 6.17 Fotometría de la galaxia blanco al final de los 15 tiempos de cruce de que se siguió el proceso de colisión. La parte izquierda de la figura representa el resultado para la colisión *C7* y la parte derecha de la misma para las condiciones de *C32*; en ambos casos la masa del perturbador es la misma que la masa total de la galaxia. La línea a trazos es el ajuste hecho a los datos de acuerdo a lo discutido en §5.3.

b) Cambios en la Relación de Kormendy

En la sección §1.2 se menciona que las galaxias elípticas luminosas muestran una correlación entre su radio efectivo y el brillo superficial medido en ese punto. La figura 6.19 muestra esta correlación para un gran número de galaxias tomadas de un estudio reciente (Oegerle & Hoessel 1991). La existencia de esta correlación confronta una interrogante interesante: dada la evolución de los parámetros observacionales de las galaxias en cúmulos debida a efectos ambientales, ¿cómo es posible explicar la sobrevivencia de esta correlación, en caso de que la misma tenga su origen en el proceso mismo de formación galáctica?, o por el contrario, si esta correlación no surge del proceso de formación, ¿es posible explicarla debida precisamente a los efectos ambientales?. Dados los resultados analizados en la sección anterior, se está en una posición de dar una respuesta tentativa a estas interrogantes, al menos, para el caso de colisiones entre galaxias.

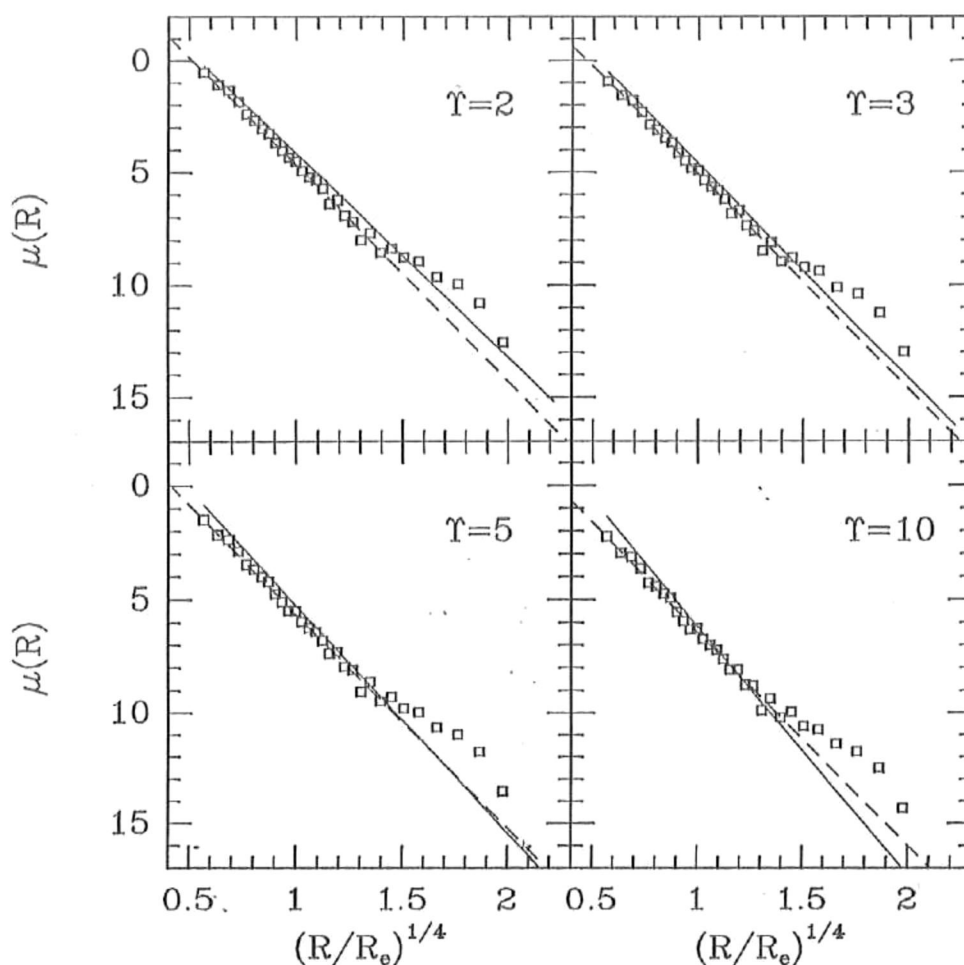


Figura 6.18a Perfiles de brillo superficial en magnitudes, μ , como función del radio proyectado para la colisión C7 con $M_p = 1.0$, para cuando los cocientes M/L iniciales en la galaxia blanco son, $\Upsilon = 2, 3, 5$ y 10 respectivamente. La fotometría es al final de la colisión. La línea continua es el perfil inicial y la línea de trazos el ajuste a los datos a los $15t_c$.

En las figura 6.20 se presenta un diagrama similar al de la figura anterior pero para los cambios producidos en los experimentos numéricos llevados a cabo aquí. Las figuras 6.20a, b y c, presentan los casos $M_p = 0.5, 1.0$ y 1.5 , respectivamente. Las cantidades R_e y μ_e se refieren al perfil luminoso. En cada caso, la relación de Kormendy ($\mu_e = 3.28 \log(R_e) + cte$, §5.3) es mostrada como una línea de trazos; donde la constante esta determinada utilizando los valores de la TABLA V.1. En estas figuras es aparente de inmediato que las colisiones producen el efecto de dispersar los valores de R_e y μ_e en regiones de forma muy elongada cuyas pendientes son muy semejantes a la delineada por la relación de Kormendy; véase la figura 6.19.

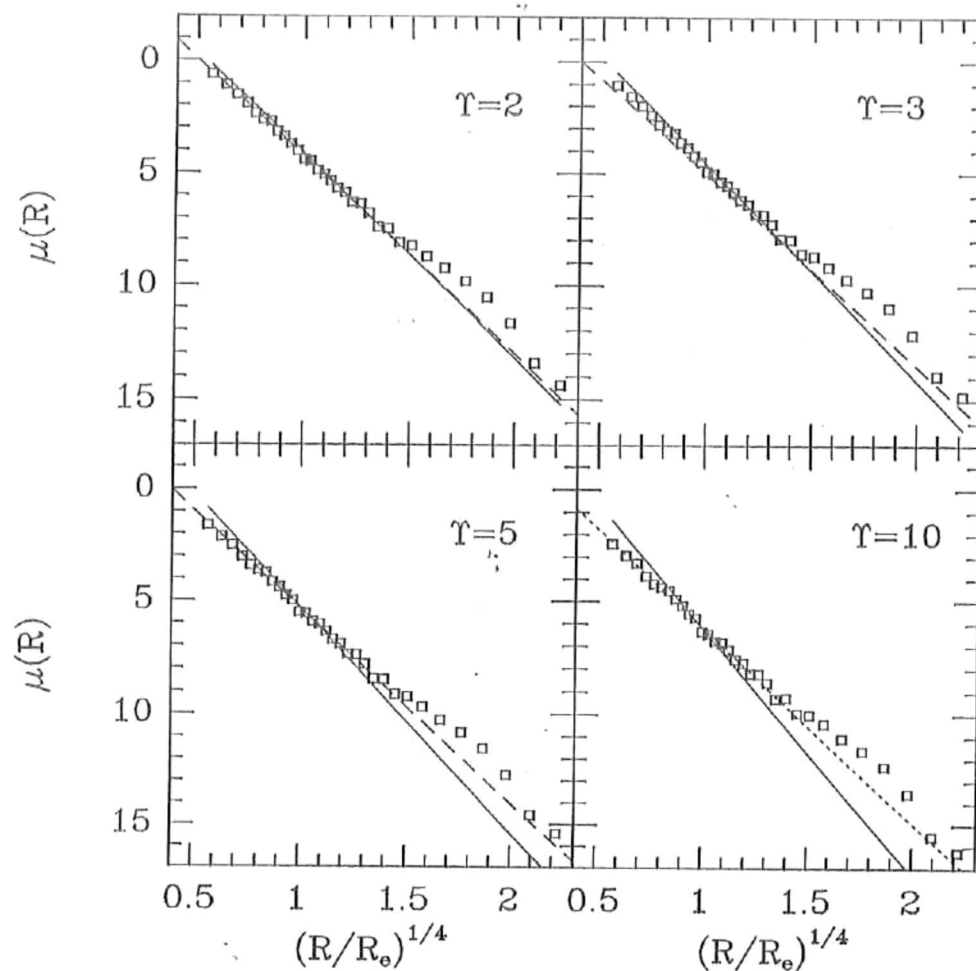


Figura 6.18b Perfiles de brillo superficial μ , para la colisión C32 cuando $M_p = 1.0$, y lo cocientes M/L son $\Upsilon = 2, 3, 5$, y 10 . La línea continua es el perfil inicial y la línea de trazos el ajuste a los datos.

Este es un resultado interesante que no había sido reportado con anterioridad y que parece indicar que las colisiones que sufren las galaxias en un cúmulo no producen un cambio en los parámetros de de-Vaucouleurs que tenga el efecto de borrar la relación de Kormendy. Por otro lado, se puede apreciar en la figura 6.19 que, en promedio, las galaxias más brillantes de los cúmulos, las cuales residen en los centros de éstos, presentan una dispersión menor a las presentadas por galaxias elípticas menos luminosas. Este comportamiento se puede explicar de la siguiente manera: para este tipo de galaxias masivas, que se encuentran en las regiones centrales de los cúmulos de galaxias, las demás galaxias parecen perturbadores poco masivos, que como se vio en §6.1, no producen cambios apreciables en su tamaño y por tanto tampoco en su densidad superficial de brillo; situación que se observa en la figura 6.20a, cuando la masa del perturbador es $M_p = 0.5$.

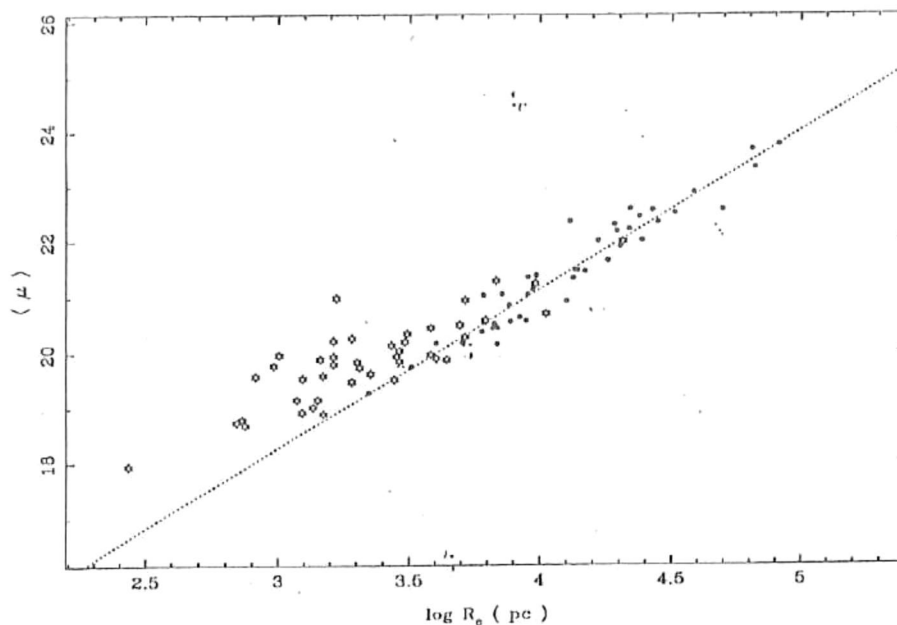


Figura 6.19 Logaritmo del brillo superficial promediado sobre un anillo de radio igual al radio efectivo, como función del logaritmo de éste último, para una muestra de galaxias elípticas (estrellas) y galaxias brillantes en cúmulos (puntos). La línea punteada corresponde a la relación $\langle \mu_e \rangle \propto 3.13 \log(R_e)$, que resulta de un ajuste por mínimos cuadrados a los datos para galaxias brillantes del cúmulo que residen en el fondo del pozo de potencial de los cúmulos únicamente (Oegerle & Hoessel 1991).

De manera más general, la explicación física del fenómeno de dispersión en la relación de Kormendy radica en el siguiente hecho: si se supone que una galaxia sufre una perturbación tal que los perfiles de densidad (o brillo superficial) inicial y final tengan una misma *forma funcional* que tiene sólo dos parámetros independientes que la definen (como es el caso de las colisiones entre galaxias donde, según hemos visto, la forma del perfil de de-Vaucouleurs es preservada) y que tanto la configuración inicial como final están en equilibrio, se tiene entonces que los cambios en R_e y I_e están determinados de manera única por los cambios en energía y masa dados por la perturbación de la siguiente manera (Aguilar & White 1985):

$$\left(\frac{R_e^f}{R_e^i} \right) = \frac{[1 - (\frac{\Delta M}{M_o})]^2}{[1 - (\frac{\Delta E}{E_o})]} \quad (6.1)$$

$$\left(\frac{I_e^f}{I_e^i} \right) = \frac{[1 - (\frac{\Delta E}{E_o})]^2}{[1 - (\frac{\Delta M}{M_o})]^3} \quad (6.2)$$

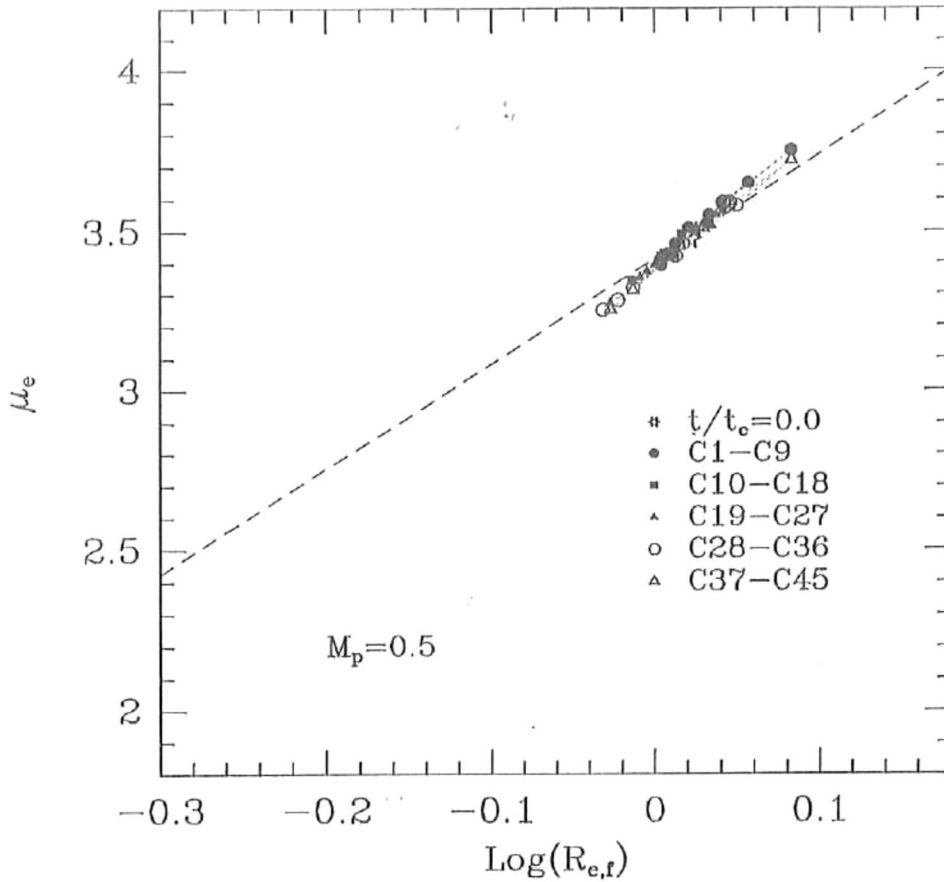


Figura 6.20a Dispersión producida sobre los parámetros observacionales de una galaxia elíptica debida a encuentros con un perturbador de masa $M_p = 0.5$, bajo un amplio conjunto de parámetros colisionales. Se muestra la magnitud, μ_e , contra el radio efectivo, R_e , de la galaxia blanco; los puntos corresponden a los valores encontrados por el ajuste hecho en §5.3. La línea a trazos es la relación de Kormendy. La estrella marca la posición inicial de la galaxia.

Este resultado se obtiene del hecho de que, tanto para el perfil inicial, como final, se cumple que $M \propto I_e R_e^2$ (§4.2) y $E \propto M^2/R_e$, donde las constantes de proporcionalidad son, para ambos perfiles, las mismas en cada caso. Esta dependencia particular en forma de ley de potencia de (R_e^f/R_e^i) y $\mu_e^f - \mu_e^i$ en $(\Delta E/E_o) = \delta E$ y $(\Delta M/M_o) = \delta M$, hace que los vectores unitarios de cambio en estos dos últimos parámetros sean casi opuestos y a lo largo de líneas de pendiente muy similar a la ley de Kormendy en el plano μ_e vs $\log(R_e)$, Fig-6.21: considérese primero la dirección en la que cambia la masa a energía constante, en este caso se tiene que $\delta \log(R_e) = 2 \log(\delta M)$ y $\delta \mu_e = \delta(-2.5 \log(I_e)) = -7.5 \log(\delta M)$, eliminando el cambio en masa de estas dos últimas relaciones obtenemos la línea que define los cambios en masa a energía constante en el plano μ_e vs R_e : $\delta \mu_e = 3.75 \log(\delta R_e)$. De manera similar, se obtiene la pendiente a lo largo de la línea de cambio en energía a masa constante: $\delta \mu_e = 5.0 \log(\delta R_e)$.

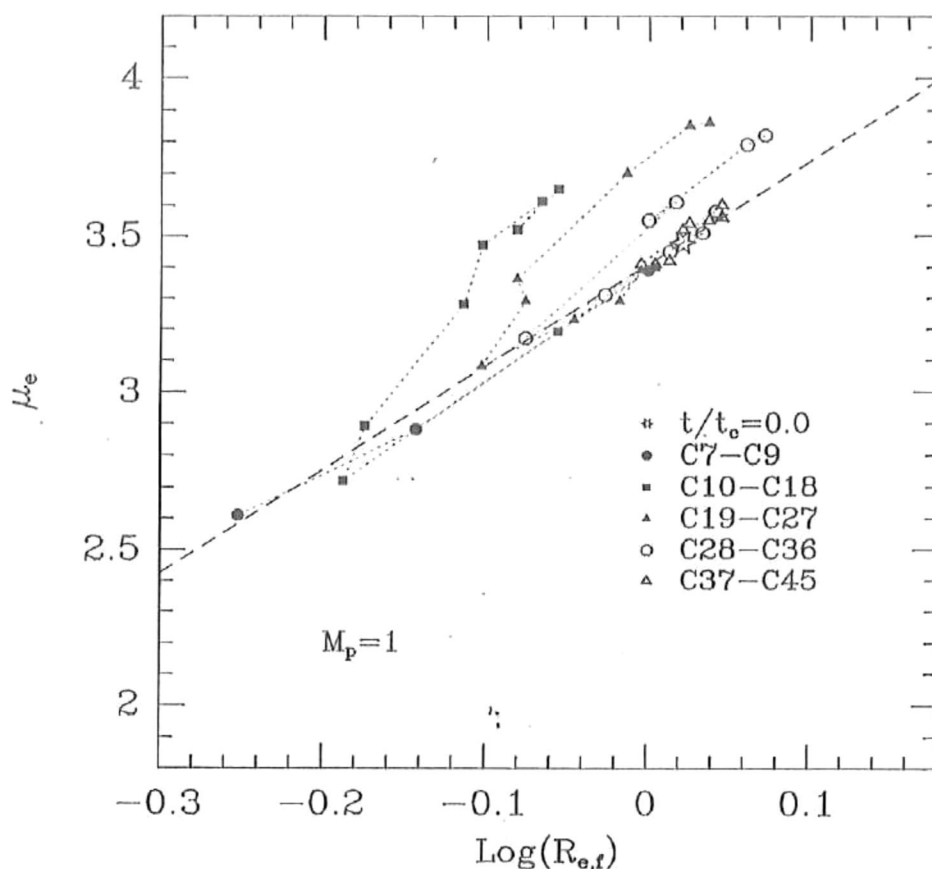


Figura 6.20b Situación semejante a la figura 6.20a, pero cuando la masa del perturbador es $M_p = 1.0$. Tan sólo están representados los puntos que fueron ajustados a aquellos experimentos que resultaron en colisiones. La línea punteada enlaza las colisiones con la misma velocidad relativa de encuentro. Notesé la dispersión introducida sobre los parámetros iniciales de la galaxia.

Este efecto se puede apreciar de manera clara en la figura 6.21 donde se ha proyectado sobre el plano observacional μ_e vs R_e , la red cartesiana de cambios en energía y masa mostrada esquemáticamente en la esquina superior izquierda de la figura. Nótese como aún cuando la red considerada incluye cambios de hasta un 80% en masa o energía, la proyección en el plano observacional produce una región muy elongada cuya pendiente es sólo ligeramente mayor que la pendiente de la correlación de Kormendy, tal como se observa en nuestros resultados.

Con el fin de averiguar si cuando se introduce materia oscura en las galaxias se preserva la relación de Kormendy, se gráfcaron los resultados de las TABLAS V.5, V.6 y V.7, en las figuras 6.22, para los parámetros observacionales del radio efectivo luminoso y la magnitud a este radio, para los distintos cocientes masa-luminosidad de 2, 3, 5, y 10. La línea a trazos son las relaciones de Kormendy ajustadas a las condiciones iniciales de la parte luminosa de la galaxia blanco (ver TABLA V.1).

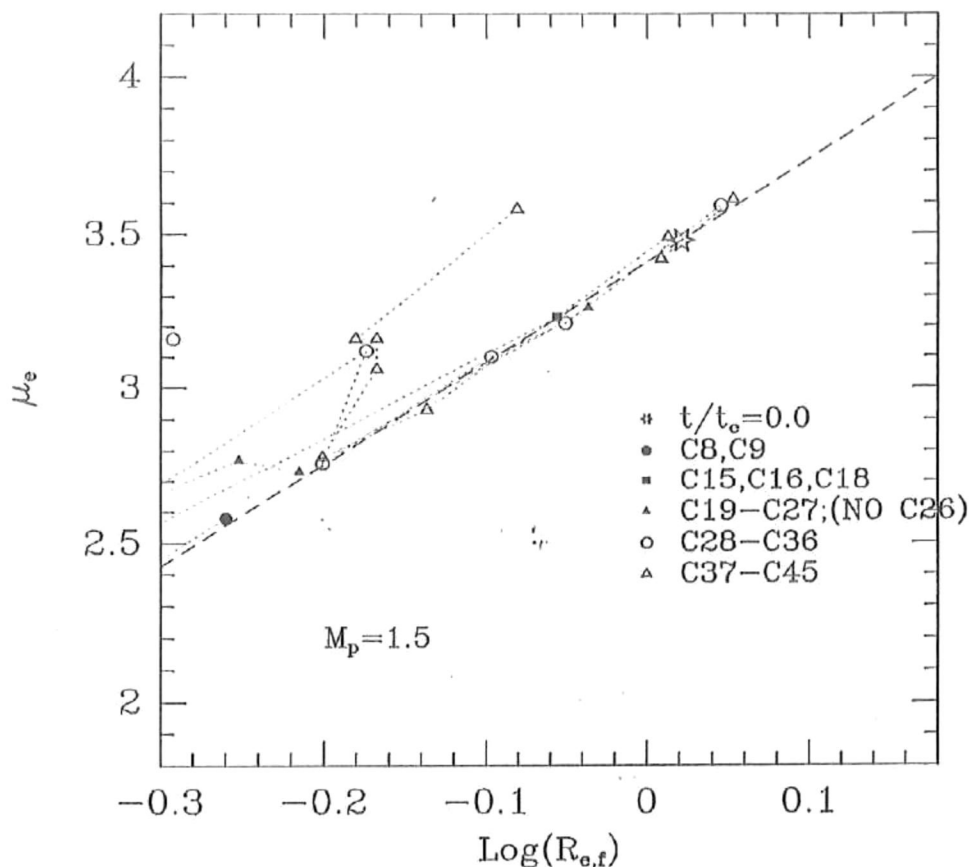


Figura 6.20c Dispersión producida en los parámetros observacionales de la galaxia blanco por un perturbador masivo, $M_p = 1.5$. Las indicaciones son iguales que en las figuras 6.20a y 6.20b.

Existen varios efectos que resultan de una inspección a las figuras 6.22. (1) A medida que los cocientes masa-luminosidad aumentan, la discrepancia con la relación de Kormendy es mayor; en otras palabras, una recta ajustada tendría una pendiente distinta a la de Kormendy. (2) Mientras que para el caso en que $M/L = 1$, las colisiones tenían el efecto de mover los puntos finales hacia la parte izquierda de los paneles (remanentes más pequeñas), cuando $M/L > 1$, existe la tendencia a mover el conjunto de puntos hacia la parte derecha de las condiciones iniciales (remanentes más grandes). (3) Así mismo, a medida que el cociente M/L crece, la dispersión en los puntos aumenta en el eje de radios efectivos y de magnitudes. (4) Para colisiones con galaxias muy masivas, y cuando el cociente M/L aumenta, los puntos se alejan hacia la derecha y hacia arriba de manera notoria (remanente más grandes y menos densas). Este comportamiento manifestado en las dispersiones producidas sobre galaxias por encuentros colisionales no se tiene una explicación satisfactoria al momento presente.

Quizás una manera de entender esta discrepancia con la relación de Kormendy es volver a las ecuaciones (6.1) y (6.2). Estas ecuaciones mapean los cambios físicos en masa y energía en un rombo en el espacio de parámetros observacionales con una pendiente ≈ 3.75 ,

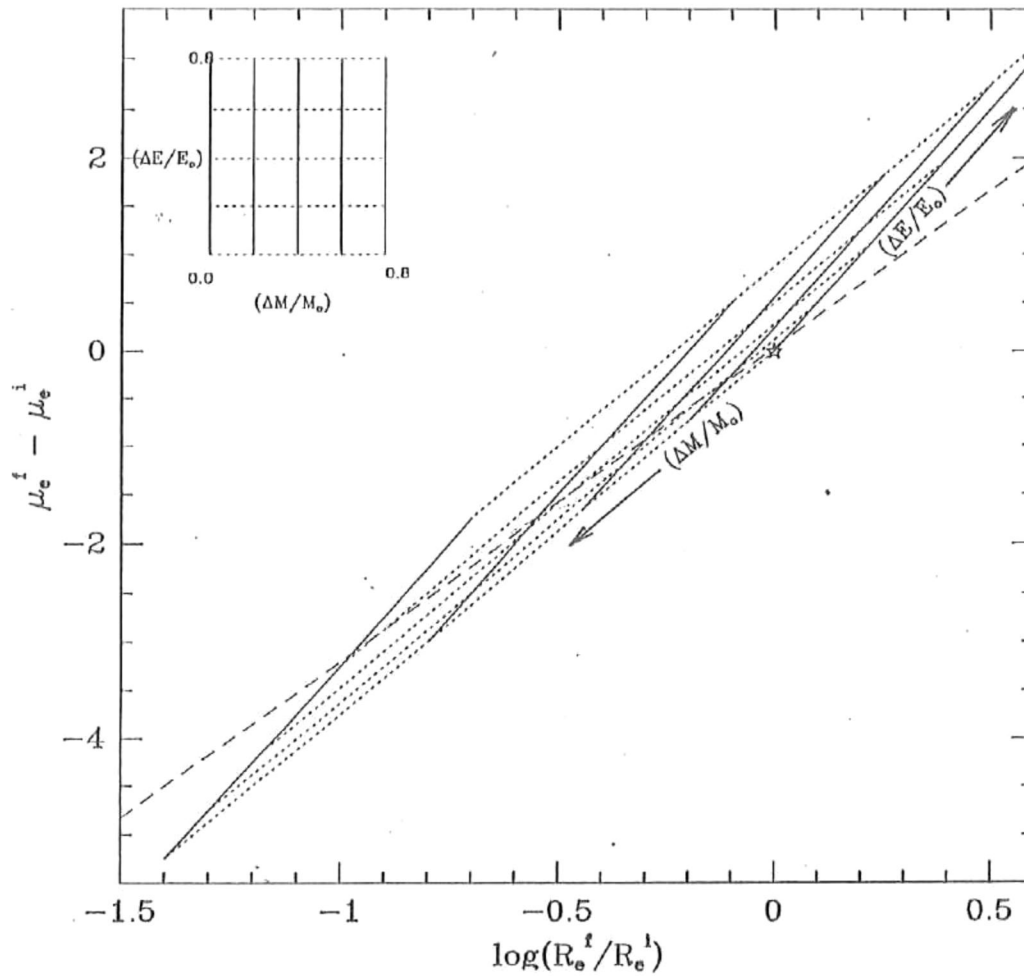


Figura 6.21 Cambio en la magnitud al radio efectivo como función del cambio en el logaritmo del radio efectivo de una galaxia blanco al sufrir una pérdida de masa y ganancia de energía debido a un encuentro con un perturbador. La estrella representa las condiciones iniciales. En la parte superior izquierda se muestra una malla para cambios fraccionales en masa y energía, los cuales al ser mapeados al “espacio” observacional, mediante las ecuaciones (6.1) y (6.2), producen el rombo superpuesto a la línea de trazos, que representa la relación de Kormendy; vease el texto.

semejante a la pendiente ajustada por Kormendy (*i.e.* 3.28) y la encontrada por Oegerle & Hoessel (*i.e.* 3.13); todo esto para el caso en que el cociente $M/L = 1$. Considerando que el argumento esencial en la derivación de estas fórmulas (*i.e.* que el sistema alcance un estado de equilibrio virial después de cesada la perturbación) sigue siendo válido cuando existe materia oscura; se hace pertinente substituir los cambios en masa total por los cambios en masa luminosa.

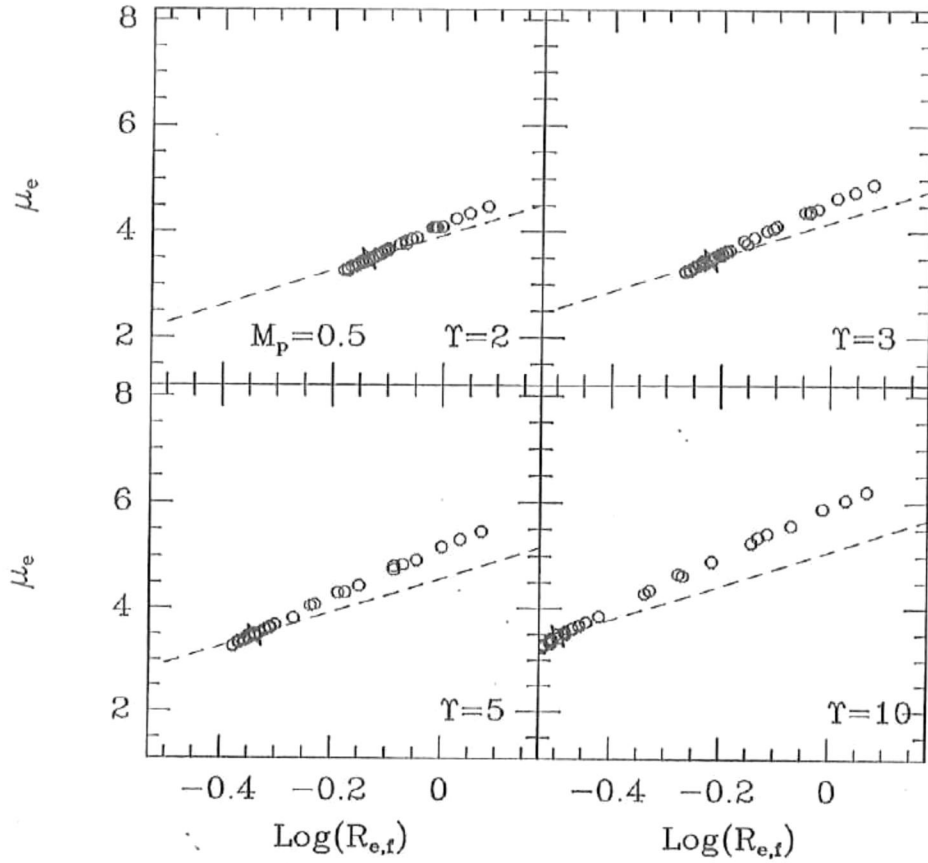


Figura 6.22a Magnitudes en el radio efectivo luminoso final para una galaxia con distinto grado presente de materia oscura, bajo la malla de parámetros del encuentro discutidos en §5.3, cuando la masa del perturbador es $M_p = 0.5$. Los puntos son el resultado de los ajustes hechos a la fotometría de cada colisión sucedida. La línea a trazos corresponde a una relación de Kormendy ajustada a las condiciones iniciales de la parte luminosa de la galaxia blanco. La estrella determina la posición de las condiciones iniciales.

Sin embargo, la relación entre los cambios en masa luminosa (para distintos M/L) no siguen un escalamiento sencillo con el cociente M/L (ver Fig-6.7), la pendiente de la relación de Kormendy se conjetura no seguirá un valor tan “sencillo” de obtener para el caso de $M/L = 1$. Puede ser que esta discrepancia en la pendiente de las relaciones de Kormendy con cocientes $M/L \neq 1$, comparada con la pendiente obtenida para $M/L = 1$, pueda en un momento establecer cierta cota para la cantidad de materia oscura que se pudiera esperar en galaxias elípticas.

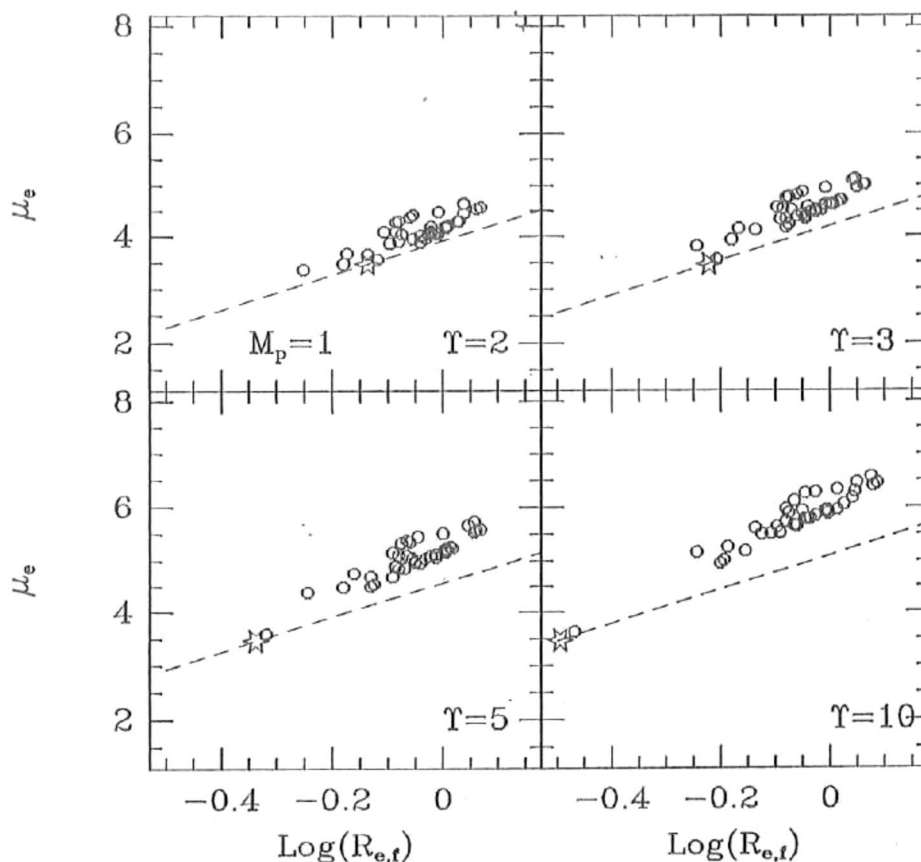


Figura 6.22b Dispersión en los parámetros R_e y μ_e producidos en la galaxia blanco como consecuencia de colisiones sufridas. Se muestran para los casos en que existe materia oscura en las condiciones iniciales. La línea punteada es la relación de Kormendy. En este caso, la masa del perturbador es igual a la masa total de la galaxia blanco.

Aunque la cuestión de si es posible explicar la relación de Kormendy, basados únicamente en efectos sobre galaxias de colisiones con otras, requiere de un estudio cuidadoso de la evolución de un conjunto de galaxias en un ambiente de cúmulo, se hace claro del los resultados obtenidos que: (1) las colisiones no borrarán esta correlación y muy probablemente tienen un efecto importante en la determinación de la relación de Kormendy. Un último punto para futuras investigaciones es estudiar el efecto de las colisiones entre galaxias elípticas en el llamado “plano fundamental” para éstas (§1.1); donde, además de intervenir μ_e y R_e , se incluye la dispersión de velocidades de las estrellas. Estudio que queda fuera de los objetivos y carácter mismo del presente trabajo.

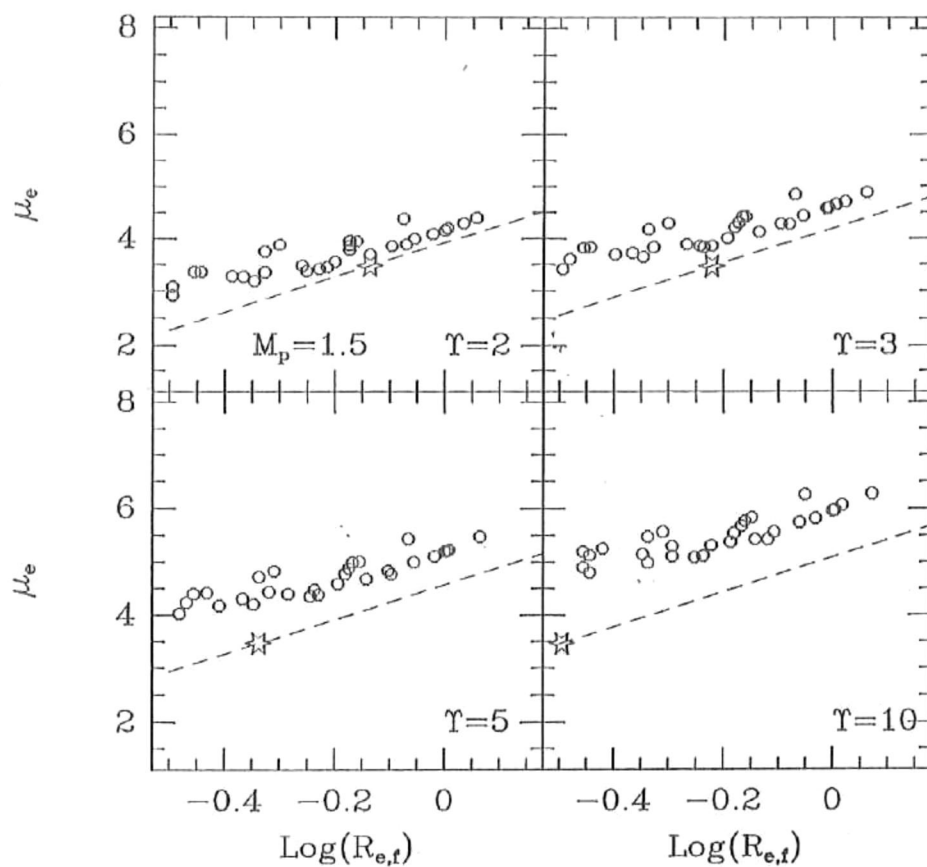


Figura 6.22c Situación similar a las figuras 6.22a, y 6.22b, pero cuando el perturbador es 1.5 veces más masivo que la galaxia blanco.

CAPÍTULO VII

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha investigado, por medio de experimentos numéricos, el efecto de encuentros hiperbólicos sobre sistemas estelares esféricos sin rotación (galaxias elípticas) que presentan materia oscura y luminosa. El objetivo de este estudio ha sido el realizar un estudio que abarque un grán número de colisiones para explorar las tendencias que presentan los efectos colisionales, al variar los parámetros de la colisión y de las cantidades relativas de materia oscura en las galaxias partícipes, sobre un amplio intervalo de valores que cubran la mayoría de los valores esperados en los cúmulos reales de galaxias.

Este trabajo es original en cuanto a que estudios de esta naturaleza se han limitado a investigar los efectos sobre galaxias que no contienen materia oscura, o que si la contienen, consideran únicamente colisiones particulares ya que su objetivo ha sido simular sistemas específicos. Las limitantes principales de este trabajo han sido dictadas por la capacidad de cómputo a la que se tuvo acceso y consisten en:

- 1.) El programa de N -cuerpos utilizado emplea una expansión en armónicos esféricos para calcular las fuerzas entre las partículas de la galaxia que sirve de blanco. Esta expansión incluye términos hasta $l = 2$ (cuadrupolo) únicamente. Esto impone una limitación a la resolución angular en la galaxia blanco, sin embargo, esta no es una limitante seria ya que, por un lado, el número de partículas empleado en las simulaciones ($N = 3000$) no justifica una resolución mayor, y por otro lado, los efectos colisionales, que están determinados por la fuerza de marea, varían en una escala de longitud similar al radio gravitacional de la galaxia perturbadora, el cual es muy grande en comparación a la distancia media entre partículas.
- 2.) La galaxia perturbadora no es modelada como un sistema de N -cuerpos auto-gravitante capaz de ser deformado y de absorber energía y momento durante la colisión, sino como una distribución de masa rígida que se mueve como una masa puntual sujeta a la fuerza de la galaxia blanco. Esta aproximación esta dictada por el programa de N -cuerpos empleado, el cual calcula las fuerzas usando una expansión en armónicos esféricos alrededor de un centro único. Como consecuencia de esta aproximación, la trayectoria del centro de masa de la galaxia blanco no es calculada correctamente ya que no se incluye la pérdida de energía orbital del centro de masa de esta galaxia que se va en deformar a la galaxia perturbadora. Dado que en este trabajo se esta

interesado en los cambios de la estructura *interna* de la galaxia que sirve de blanco, y no en la trayectoria de su centro de masa, esta aproximación no es grave, si bien hay que notar que se introduce una imprecisión al no considerar los efectos de marea producidos sobre la galaxia blanco por las partes de la galaxia perturbadora cuya forma ha sido distorsionada por la fuerza de marea de la galaxia blanco sobre la perturbadora. Esta imprecisión, sin embargo, es un efecto a segundo orden pues involucra los efectos causados por una distorsión que ha sido, a su vez, producida por los efectos sobre la galaxia perturbadora. Por esta razón se considera que esta aproximación no invalida los resultados obtenidos en este trabajo, aunque es claro que limita el estudio a encuentros hiperbólicos únicamente, ya que colisiones en las que la galaxia perturbadora queda ligada a la galaxia blanco no estarán descritas adecuadamente debido al cálculo incorrecto de la trayectoria del centro de masa.

Después de mencionar las limitantes, se pasa ahora a enumerar los resultados principales obtenidos en este trabajo:

- i. Los cambios en cantidades físicas (e.g. energía, masa, radio medio-de-masa, etc.) que presenta una galaxia durante una colisión no siguen un escalamiento sencillo en forma de ley de potencia con respecto a las condiciones iniciales del encuentro (parámetro de impacto, velocidad de colisión y masa del perturbador), como se ha propuesto en algunos trabajos anteriores. Además, estos cambios tienen una dependencia tan sensible a los parámetros colisionales que se espera que los encuentros entre galaxias produzcan una evolución estocástica en ellas, razón por la cual cualquier simulación de la dinámica de un cúmulo rico de galaxias tendrá que tratar el efecto de las colisiones de manera estadística.
- ii. Las colisiones débiles producen un cambio fraccional en energía de la galaxia blanco que es grande comparado con el cambio fraccional de masa. Esto da lugar a remanentes cuya energía de ligadura por unidad de masa es menor (en valor absoluto) y que, por tanto, tienen un tamaño físico mayor y densidad menor que la galaxia original. Este efecto se invierte para el caso de colisiones fuertes, las cuales producen remanentes más compactas y de densidad mayor que la galaxia original. Este resultado explica las observaciones, aparentemente contradictorias, de Strom & Strom (1978), quienes encuentran una tendencia en las galaxias luminosas a disminuir en tamaño a medida que la densidad ambiental aumenta, y las de Kormendy (1977) quien encuentra evidencia de un incremento de tamaño en galaxias con vecinos cercanos. Este resultado, mencionado primeramente por Aguilar & White (1985), es confirmado en el presente trabajo.

- iii. La presencia de halos de materia oscura alrededor de galaxias inhibe de manera significativa la pérdida de materia luminosa durante una colisión. Este efecto se ve incrementado a medida que el cociente M_{tot}/M_{lum} de las galaxias aumentan. Los efectos en galaxias debidos a encuentros distantes son mermados por la presencia de halos masivos de materia oscura. Estos halos oscuros pueden ser truncados seriamente durante el paso de la galaxia por las partes centrales de cúmulos ricos de galaxias.
- iv. Los halos de materia oscura disminuyen en gran medida el tiempo promedio entre colisiones de galaxias; e.g. para regiones centrales de cúmulos, $t_{coll} \sim 10^9 \times (R/10 \text{ Kpc})^{-2}$ años, siendo R una dimensión característica del sistema. Por ejemplo, para galaxias elípticas brillantes, con un radio luminoso de $R = 3 \text{ Kpc}$, se tiene un tiempo $t_{coll} \sim 10^{10}$ años; si el cociente $M_{tot}/M_{lum} = 3$ y 10, se tienen respectivamente los tiempos: $t_{coll} \sim 4 \times 10^9$ y $\sim 10^9$ años. La presencia de halos oscuros presenta también una disminución en el tiempo de relajamiento obtenido a partir de los parámetros observacionales. Se presenta como una cuestión importante comparar esta situación con los grados de relajamiento presentados en cúmulos de galaxias. Se espera, en principio, un mayor grado de relajamiento en cúmulos a medida que exista más cantidad de materia oscura en las galaxias; así como asociada al mismo cúmulo. El grado de sub-estructura observado en algunos cúmulos ricos de galaxias puede imponer restricciones a la cantidad de materia oscura del cúmulo y las galaxias. Los procesos estudiados aquí, son sólo una parte de los procesos dinámicos presentes en cúmulos, por lo que una investigación de mayor alcance se hace importante en el futuro.
- v. Los halos oscuros alrededor de galaxias sufren pérdidas comparativas de masa mayores que las de la parte luminosa, resultando en una disminución de los cocientes M_{tot}/M_{lum} a medida que la galaxia evoluciona dentro de un cúmulo. Esto puede proveer de una explicación a la morfología observada en las curvas de rotación de galaxias espirales: las galaxias en las afueras de los cúmulos presentan curvas de rotación planas (y en ocasiones algo crecientes) que se interpreta como la presencia de halos masivos de materia oscura, mientras que las curvas de rotación de galaxias dentro de cúmulos presentan la tendencia a decrecer. Se hacen necesarios estudios comparativos de cocientes masa-luminosidad, por tipo morfológico, como función de sus distancias al centro de los cúmulos. Se espera una disminución de los cocientes M_{tot}/M_{lum} a medida que éstas se encuentren más cerca de las regiones centrales de los cúmulos; el caso de las galaxias consideradas como los centros de cúmulos debe ser tratado de manera diferente a el de las demás galaxias.
- vi. Los halos masivos de materia oscura se oponen a que las partes luminosas de las galaxias varien de manera significativa su tamaño físico, debido a que funcionan como "sumideros" de energía inhibiendo la comunicación de ésta a la parte luminosa; sin

la cual no puede expandirse el sistema (o contraerse, al no poder quitarles materia luminosa). Así, de manera general, un halo masivo de materia oscura puede conducir a que la parte luminosa de las galaxias sea casi insensible a los efectos del medio externo, pero a su vez influye altamente en la dinámica global de un cúmulo o grupo de galaxias; conduciendo, por ejemplo, a que se incremente el número de fusiones de galaxias produciendo remanentes con forma estructural de galaxias elípticas.

- vii. Cuando el perturbador es del orden o mayor que la galaxia blanco, éste comunica una gran cantidad de momento angular a las partículas de la galaxia; sin embargo, la mayor parte se la llevan las partículas que escapan de la galaxia la cual, no obstante, adquiere un espín en la misma dirección del momento angular orbital del perturbador. Cuando el perturbador es menor que la galaxia, la remanente adquiere un espín global pequeño en dirección contraria al momento angular orbital inicial del perturbador; situación debida a que durante la interacción se escapan preferencialmente partículas con órbitas prógradas, dejando la remanente con un pequeño exceso de partículas con órbitas retrógradas. Para el primer caso mencionado, el efecto de transferencia de momento angular del perturbador predomina sobre la preferencia de arrancar partículas con órbitas prógradas, por lo que la remanente queda con un espín prógrado. El grado de rotación adquirido por galaxias elípticas debido a colisiones es pequeño, lo cual no entra en conflicto con la poca rotación observada en estas galaxias.
- viii. En el aspecto observacional, se puede concluir que, aún con la presencia de materia oscura, la parte luminosa de las galaxias sigue una ley de de-Vaucoulers después de haber sufrido una colisión. Además, los cambios en el radio efectivo y el brillo superficial en ese punto producidos por las colisiones, son tales, que se produce una dispersión muy elongada y casi paralela a la correlación observada para estos dos parámetros en galaxias elípticas (relación de Kormendy). Así pues, las colisiones son un mecanismo bastante plausible para explicar la relación de Kormendy misma y su dispersión. Por esto mismo, es difícil imponer restricciones sobre la cantidad de materia oscura que puedan poseer las galaxias elípticas en base al análisis de los resultados obtenidos para esta correlación.

Realizar una investigación de la dinámica de galaxias dentro de cúmulos con, o sin, materia oscura requiere, en base a los resultados obtenidos aquí, utilizar un método auto-consistente donde se incluyan los procesos de colisiones entre galaxias, fusiones, efectos de fricción dinámica, etc., para poder obtener resultados confiables que nos indiquen la evolución seguida por dichos sistemas. Por lo anterior, el presente trabajo conforma sólo una pequeña parte del proceso de entendimiento de la dinámica interna de cúmulos de galaxias.

Referencias

- Aaronson, M., Huchra, J., y Mould, J. 1979, *Ap. J.*, **229**, 1.
- Aaronson, M. 1983, *Ap. J. Lett.*, **266**, L11.
- Aaronson, M. 1987. en *Nearly Normal Galaxies*. ed. por Faber, S.M. New York: Springer-Verlag
- Abramowitz, M., and Stegun, I.A. 1964, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, Applied Mathematical Series # 55
- Adams, T.F. 1977, *Ap. J. Supp.*, **33**, 19.
- Aguilar, L.A. 1985, *Ph.D. Thesis*, U. of California – Berkeley.
- Aguilar, L.A., and White, S.D.M. 1985, *Ap. J.*, **295**, 374.
- Albretch, A. and Steinhardt, P.J. 1985, *Phys. Rev. Lett.*, **48**, 1220.
- Alexander, S. 1852, *Astron. J.*, **2**, 109.
- Alladin, S.M. 1965, *Ap. J.*, **141**, 768.
- Ambartsumian, V.A.. 1961, *Astron. J.*, **66**, 195.
- Arfken, G. 1970, *Mathematical Methods for Physicists*, 2nd. ed. New York: Academic Press
- Arp, H. 1966, *Atlas of Peculiar Galaxies*. Washington, D.C.: Carnegie Institution.
- Athanassoula, E., Bosma, A., y Papaioannou, S. 1987, *Astr. and Ap.*, **179**, 23.
- Bahcall, N.A. 1977, *Ann. Rev. Astr. and Ap.*, **15**, 505.
- Bahcall, N.A., y Soneira, R. 1983, *Ap. J.*, **270**, 20.
- Bahcall, J.N. 1984. *Ap. J.*, **276**, 169.
- Bahcall, J.N. 1986, en *Dark Matter in the Universe*, *IAU Symp. No. 117*. ed. por Knapp, G.R. & Kormendy, J.F. Dordrecht: Reidel
- Barnes, J.E. 1988, *Ap. J.*, **331**, 699.
- Belzer, J., Gamow, G., & Keller, G. 1951, *Ap. J.*, **113**, 166.
- Bertola, F. 1987, en *Structure and Dynamics of Elliptical Galaxies*, *IAU Symp. No. 127*. ed. por de Zeeuw, P.T. Dordrecht: Reidel
- Binney, J. 1982, *M.N.R.A.S.*, **200**, 951.
- Binney, J., and Tremaine, S. 1988 *Galactic Dynamics*, Princeton University Press.
- Blumenthal, G.R., Faber, S.M., Primack, J.R., y Rees, M.J. 1984. *Nature.*, **311**, 517.

- Bouvier, P., y Janin, G. 1970, *Astr. and Ap.*, **9**, 461, y 1970, *Astr. and Ap.*, **14**, 341.
- Braun, R. 1991, *Ap. J.*, **372**, 54.
- Burbidge, E.M. y Burbidge, G.R. 1970, en *Stars and Stellar Systems*, Vol. 9, ed. por A.R. Sandage, M. Sandage, y J. Kristian (Chicago:University of Chicago Press).
- Burbidge, G.R. 1973, *Ap. J. Lett.*, **196**, L7.
- Casertano, S. y van Albada, T.S. 1990, en *Baryonic Dark Matter* ed. por D. Lynden-Bell & G. Gilmore. Kluwer:Dordrecht
- Chandrasekhar, S. 1942, *Principles of Stellar Dynamics* (New York: Dover).
- Cohen, J.G. 1983, *Ap. J. Lett.*, **270**, L41.
- Contopoulos, G., y Bozis, G. 1964. *Ap. J.*, **139**, 1239.
- Cowie, L.L., Henriksen, M., y Mushotzky, R. 1987, *Ap. J.*, **317**, 593.
- Dekel, A., Lecar, M., y Shaham, J. 1980, *Ap. J.*, **241**, 946.
- de Vaucoulers, G. 1948, *Ann. d'Astrophys.*, **11**, 247.
- de Vaucoulers, G. 1958, *Ap. J.*, **128**, 465.
- de Vaucoulers, G. 1978, *Astron. J.*, **83**, 1383.
- de Vaucoulers, G., y Capaccioli, M. 1979, *Ap. J. Supp.*, **40**, 699.
- de Zeeuw, P.T. 1987, en *Structure and Dynamics of Elliptical Galaxies*, IAU Symp. No. 127. ed. por de Zeeuw, P.T. Dordrecht: Reidel
- Demin, V.V. 1988, *Sov. Astron.*, **32**, 115.
- Dixon, M.E. 1967, *M.N.R.A.S.*, **137**, 337.
- Dressler, A. 1984, *Ann. Rev. Astr. and Ap.*, **22**, 185.
- Eddington, A.S. 1916, *M.N.R.A.S.*, **76**, 572.
- Einasto, J., Kaasik, A., y Saar, E. 1974, *Nature.*, **250**, 309.
- Erickson, L.K., Gottesman, S.T., y Hunter, J.H. 1987, *Nature.*, **325**, 779.
- Einasto, J., Joover, J., y Saar, E. en 1986, en *Dark Matter in the Universe*, IAU Symp. No. 117. ed. por Knapp, G.R. & Kormendy, J.F. Dordrecht: Reidel
- Einasto, J., y Lynden-Bell, D. 1982, *M.N.R.A.S.*, **199**, 67.
- Faber, S.M. y Gallagher, J.S. 1979, *Ann. Rev. Astr. and Ap.*, **17**, 135.
- Fish, R.A. 1964, *Ap. J.*, **139**, 284.
- Forman, W., Jones, C., y Tucker, 1896. *Ap. J.*, **293**, 102.

- Frenk, C.S., and White, S.D.M., 1980. *M.N.R.A.S.*, **193**, 295.
- Fridman, A.M. y Polyachenko, V.L. 1984, *Physics of Gravitating Systems*. 2 vols. New York: Springer-Verlag.
- Gallagher, J.S., y Ostriker, J.P. 1972, *Astron. J.*, **77**, 288.
- Gerhard, O.E., y Vietry, M. 1987, en *Structure and Dynamics of Elliptical Galaxies*, IAU Symp. No. 127. ed. por de Zeeuw, P.T. Dordrecht: Reidel
- Geller, M.J., y Huchra, J.P. 1983, *Ap. J. Supp.*, **52**, 61.
- Gilmore, G., King, I. y van der Kruit, P.C. 1989, *The Milky Way as a Galaxy*; 12th Advanced Course of the Swiss Society of Astronomy and Astrophysics, eds. L. Martinet y M. Mayor. Sauverny: Geneva Observatory.
- González-Serrano, J.I. y Valentijn, E.A. *Pretiro*.
- Gunn, J.E. y Gott, J.R. 1972, *Ap. J.*, **176**, 1.
- Gunn, J.E. 1987. en *Nearly Normal Galaxies*. ed. por Faber, S.M. New York: Springer-Verlag
- Guth, A. 1981, *Phys. Rev.*, **D23**, 347.
- Hénon, M. 1973. In *Dynamical Structure and Evolution of Stellar Systems*, Third Advanced Course of the Swiss Society of Astronomy and Astrophysics, ed. L. Martinet and M. Mayor, p. 183. Sauverny: Geneva Observatory.
- Hockney, R.W., y Eastwood, J.W., 1981. *Computer Simulations Using Particles*. New York: McGraw-Hill.
- Hodge, P. 1971, *Ann. Rev. Astr. and Ap.*, **9**, 35.
- Holmberg, E. 1962, véase: Abell, G.O. 1962, en *Problems of Extra-Galactic Research*, ed. por McVittie, G.C. pag. 213. New York: Macmillan.
- Huchra J.P., y Geller, M.J. 1982, *Ap. J.*, **257**, 423.
- Jeans, J.H. 1922, *M.N.R.A.S.*, **82**, 122.
- Joeveer, M. 1974, citado en: Einasto J. *et al.* 1987
- Kalnajs, A. 1983, en *Internal Kinematics and Dynamics of Galaxies*, IAU Symp. No. 100., ed. por Athanassoula, E. Dordrecht: Reidel
- Kahn, F.D., y Woltjer, L. 1959, *Ap. J.*, **130**, 105.
- Karachentsev, I.D. 1985, *Sov. Astron.*, **29**, 243.
- Kellog, O.D. 1953, *Foundations of Potential Theory*, New York: Dover.
- Keppel, J.W., Dettmar, R. y Gallagher J.S. 1991 *Ap. J.*, **374**, 507.

- Knobloch, E. 1976, *Ap. J.*, **209**, 411.
- Kormendy, J. 1977, *Ap. J.*, **218**, 333.
- Kormendy, J. 1981, in *Morphology and Dynamics of Galaxies*, 12th Advanced Course of the Swiss Society of Astronomy and Astrophysics, ed. by L. Martinet and M. Mayor, Geneva Observatory.
- Kormendy, J. 1990, *Ap. J. Lett.*, **342**, L63.
- Kuzmin, G.G. 1952, *Tartu Astr. Obs. Publ.*, **32**, 5.
- Landau, L.D., and Lifshitz, E.M., 1980. *Mechanics*, 3rd. ed. Oxford: Pergamon Press.
- Landau, L.D., and Lifshitz, E.M., 1980. *Statistical Physics*, 3rd. ed. Oxford: Pergamon
- Lauberts, A. 1974, *Astr. and Ap.*, **33**, 231.
- Lauer, T.R. 1985, *Ap. J.*, **292**, 409.
- Lynden-Bell, D. 1967, *M.N.R.A.S.*, **136**, 101.
- Lynden-Bell, D. y Lin, D.N.C. 1977, *M.N.R.A.S.*, **181**, 37.
- Lynden-Bell, D., Cannon, R.D., y Godwin, P.J. 1983, *M.N.R.A.S.*, **204**, 87P.
- Mathews, J., y Walker, R.L., 1970. *Mathematical methods of Physics*, Addison-Wesley.
- McGlynn, T.A., 1984. *Ap. J.*, **281**, 13.
- Merritt, D. 1983, *Ap. J.*, **264**, 24.
- Merritt, D. y de Zeeuw, P.T. 1983, *Ap. J. Lett.*, **267**, L23.
- Merritt, D. 1984, *Ap. J.*, **276**, 26.
- Merritt, D. y Aguilar, L.A., 1985. *M.N.R.A.S.*, **217**, 787.
- Mihalas, D., and Binney, J.J. 1981, *Galactic Astronomy*, 2nd. ed. San Francisco: Freeman.
- Milgrom, M., 1983. *Ap. J.*, **270**, 365.
- Miller, G. 1983, *Ap. J.*, **268**, 495.
- Miller, R.H. 1964, *Ap. J.*, **140**, 250.
- Mineva, V.A. 1987, *Sov. Astron.*, **31**, 607.
- Ninkovič S., Chernin, A., y Shakenov, M. 1990, *Sov. Astron. Lett.*, **16**, 454.
- Oegerle, W.R. y Hoessel, J.G. 1991, *Ap. J.*, **375**, 15.
- Oemler, A. 1974, *Ap. J.*, **194**, 1., y 1976, *Ap. J.*, **209**, 693.
- Ogorodnikov, K.F. 1965, *Dynamics of Stellar Systems*. Oxford: Pergamon.

- Oort, J.H. 1932, *Bull. Astr. Netherlands*, **6**, 349.
- Ostriker, J.P. y Peebles, P.J.E. 1973. *Ap. J.*, **186**, 467.
- Ostriker, J.P., Peebles, P.J.E. y Yahil, A. 1974. *Ap. J. Lett.*, **176**, L51.
- Ostriker, J.P. 1980, *Comments Ap.*, **8**, 177
- Ostriker, J.P. y Xiaowei L. 1987 en *Structure, Formation and Evolution of Galaxies*
- Page, T.L. 1970, *Ap. J.*, **159**, 791.
- Peebles, P.J.E. 1971, *Physical Cosmology*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Peebles, P.J.E. 1980, *The Large Scale Structure of the Universe*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Peterson, S.D. 1979, *Ap. J. Supp.*, **40**, 527.
- Poveda, A., Iturriaga, R., & Orozco, I. 1960. *Bol. Observ. Tonantzintla*, **20**, 3.
- Poveda, A. 1958, *Bol. Observ. Tonantzintla*, **7**, .
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., and Vetterling, W.T. 1986, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press.
- Pritchett, C.J. y Harris, W.E. 1990, *Ap. J.*, **355**, 410.
- Richstone, D.O. 1975, *Ap. J.*, **200**, 535.
- Richstone, D.O. 1976, *Ap. J.*, **204**, 642.
- Rood, H.J., Page, T.L., Kintner, E.C., y King, I.R. 1972, *Ap. J.*, **175**, 627.
- Rubin, V.C., Ford, W.K., y Thonnard, N. 1982, *Ap. J.*, **261**, 439.
- Rubin, V.C. 1986, en *Dark Matter in the Universe, IAU Symp. No. 117*. ed. por Knapp, G.R. & Kormendy, J.F. Dordrecht: Reidel
- Ruzmakín, 1988
- Sancisi, R. 1983, en *Internal Kinematics and Dynamics of Galaxies*, pag 55. ed. por E. Athanassoula.
- Sancisi, R. y van Albada, T.S 1986, en *Dark Matter in the Universe, IAU Symp. No. 117*. ed. por Knapp, G.R. & Kormendy, J.F. Dordrecht: Reidel
- Schechter, P.L. 1980. *Astron. J.*, **85**, 801.
- Schmidt, M. 1975, *Ap. J.*, **202**, 22.
- Schweizer, F. 1976, *Ap. J. Supp.*, **31**, 313.
- Schweizer, L.Y. 1987, *Ap. J. Supp.*, **64**, 427.

- Sellwood, J.A.. 1987. *Ann. Rev. Astr. and Ap.*, **25**, 151.
- Simikin, S.M., Su, H.J. y Schwarz, M.P. 1980, *Ap. J.*, **237**, 404.
- Spitzer, L. 1958, *Ap. J.*, **127**, 17.
- Spitzer, L., y Baade, W. 1951, *Ap. J.*, **113**, 413.
- Stark, A.A 1977, *Ap. J.*, **213**, 368.
- Strom, K.M., y Strom, S.E. 1978, *Astron. J.*, **83**, 73.
- Thomasson, M. 1989, *Astr. and Ap.*, **211**, 25.
- Thuan, T.X., y Kormendy, J. 1977, *Publ. Astr. Soc. Pacific*, **89**, 466.
- Toomre, A., y Toomre, J. 1972, *Ap. J.*, **164**, 399.
- Toomre, A. 19** , en *The Structure and Evolution of Normal Galaxies*, ed. por S.M. Fall y D. Lynden-Bell. Cambridge U.P.: Cambridge, U.K.
- Tremaine, S., Ostriker, J.P., y Spitzer, L. 1975. *Ap. J.*, **196**, 407.
- Trimble, V. 1987. en *Nearly Normal Galaxies*. ed. por Faber, S.M. New York: Springer-Verlag
- Trimble, V. 1987, *Ann. Rev. Astr. and Ap.*, **25**, 425.
- Tully, R.B. 1980, *Ap. J.*, **237**, 390.
- Tully, R.B., y Fisher, J.R. 1977, *Astr. and Ap.*, **54**, 661.
- Valentijn, E.A. 1990, *Nature.*, **346**, 153.
- Valtonen, M.J. y Byrd, G.G. 1986, *Ap. J.*, **303**, 523.
- van Albada, T.S. y van Gorkom, J.H., 1977, *Astr. and Ap.*, **54**, 121.
- Villumsen, J.V. 1982, *M.N.R.A.S.*, **199**, 493.
- White, S.D.M. 1976, *M.N.R.A.S.*, **177**, 717.
- White, S.D.M. 1977, *M.N.R.A.S.*, **179**, 33.
- White, S.D.M. 1978, *M.N.R.A.S.*, **184**, 185.
- White, S.D.M. 1979, *M.N.R.A.S.*, **189**, 831.
- White, S.D.M. 1982, en *Morphology and Dynamics of Galaxies*, ed. por L. Martinet & M. Mayor (Sauverny: Geneva Observatory), pag 291.
- White, S.D.M. 1983. *Ap. J.*, **274**, 53.
- Wooley, R., & Robertson, D.A. 1956, *M.N.R.A.S.*, **116**, 288.

Young, P. 1976, *Astron. J.*, **81**, 807.

Zwicky, F. 1933, *Helv. Phys. Acta*, **6**, 110.

Zwicky, F. 1937, *Ap. J.*, **86**, 217.

Zwicky, F. 1964, *Ap. J.*, **140**, 1467.