

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

TESIS DOCTORAL

**Determinación de Trayectorias con Mediciones
Inerciales para el Seguimiento de Posición y
Orientación**

Autor:

Moises Jesus Castro Toscano

Director de Tesis:

Dr. Julio Cesar Rodríguez
Quiñonez

Co-Director de Tesis:

Dr. Daniel Hernández
Balbuena

*Una tesis presentada en cumplimiento de los requisitos
para el grado de Doctor en Ciencias.*

en la

Facultad de Ingeniería
Campus Mexicali

23 de junio de 2019



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE BAJA CALIFORNIA**
FACULTAD DE INGENIERÍA
MEXICALI

Declaración de Autoría

Yo, Moises Jesus Castro Toscano, declaro que esta tesis titulada, “Determinación de Trayectorias con Mediciones Inerciales para el Seguimiento de Posición y Orientación” y el trabajo presentado en ella es mío. Confirmo que este trabajo enviado para evaluación es mío y se expresa en mis propias palabras. Cualquier uso que se haga dentro de las obras de otros autores en cualquier forma (por ejemplo, ideas, ecuaciones, figuras, texto, tablas, programas) se reconoce adecuadamente en cualquier momento de su uso. Se incluye una lista de las referencias empleadas.

Firma:

Fecha:

“Somos lo que hacemos de forma repetida. La excelencia, entonces, no es un acto, sino un hábito.”

Aristóteles

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

Resumen

Facultad de Ingeniería

Campus Mexicali

Doctor en Ciencias.

Determinación de Trayectorias con Mediciones Inerciales para el Seguimiento de Posición y Orientación

por Moises Jesus Castro Toscano

En este trabajo de tesis doctoral se presenta una propuesta para el incremento en los tiempos de lecturas de los Sistemas de Navegación Inercial (INS) Strapdown y la atenuación de los errores de deslice (drift) de objetos móviles sin la integración de valores iniciales de métodos de navegación absolutas. Investigaciones recientes así como aplicaciones de ingeniería han demostrado que los sistemas de posicionamiento requieren de redes complejas de sensores y de visión artificial para localizar con precisión objetos móviles. Este documento presenta la metodología para el seguimiento de posición de objetos móviles utilizando INS con Filtro Kalman (KF), en conjunto con la implementación de los algoritmos Zero Velocity Update (ZUPT) y Zero Angle Rate Update (ZARUT). La principal contribución de este documento es la propuesta metodológica en la integración del INS-KF-ZUPT/ZARUT (IKZ) en Strapdown re-alimentado, proporcionando propiedades restrictivas a los errores de deslice y mejorando significativamente la trayectoria, con una mayor definición al movimiento que fue expuesto el objeto y mayores periodos de tiempo en la toma de mediciones. El IKZ propuesto fue probado con datos en bruto de una IMU MPU-9255 con el fin de analizar los diferentes resultados entre pruebas estáticas, movimientos lineales y giros sobre coordenadas tridimensionales.

Reconocimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por brindar el apoyo tanto económico como material para financiar la investigación y el trabajo, y al constante apoyo con becas para poder continuar con los estudios de posgrados en México y en el extranjero.

A la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), por darme la oportunidad de estudiar mi posgrado, y poder obtener mi grado en Doctorado en Ciencias.

Al Facultad de Ingeniería de la UABC campus Mexicali, por brindar las aulas, los espacios y a los catedráticos en la formación académica de los estudiantes de posgrados.

A mi director de tesis, Dr. Julio Cesar Rodríguez Quiñonez, por generar este proyecto de investigación y permitirme participar en él, compartiendo su conocimiento respecto al campo de estudio y su experiencia.

A mi subdirector de tesis, Dr. Daniel Hernández, por trabajar en cooperación con el Dr. Julio Cesar Rodríguez Quiñonez en este proyecto de investigación, por su tiempo y consejos al proyecto.

Índice General

Declaración de Autoría	I
Resumen	III
Reconocimientos	IV
Índice General	V
Índice de Figuras	VIII
Índice de Tablas	X
Abreviaturas	XI
Símbolos	XII
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Sistemas de Navegación Inercial	3
1.3. Planteamiento del Problema	5
1.4. Justificación y Uso de los Resultados	7
1.5. Objetivos de la Investigación	8
1.5.1. Objetivo General	8
1.5.2. Objetivo Específicos	8
1.6. Hipótesis	9
2. Marco Teórico	10
2.1. Cinemática	10
2.1.1. Cinemática de Orientación	11
2.1.2. Matriz de Cosenos Directores	11
2.1.3. Ángulos de Euler	13
2.1.4. Integración Numérica de Funciones Discretas	15
2.2. Sistemas de Coordenadas o Ternas de Referencia	17

2.2.1.	Terna Inercial (I-frame)	17
2.2.2.	Terna Inercial Centrada Terrestre ECI (i-frame)	18
2.2.3.	Terna Centrada Terrestre ECEF (e-frame)	18
2.2.4.	Terna Nivel Local LLF (l-frame)	19
2.2.4.1.	Terna Vertical Geocéntrica Local LGCV (c-frame)	19
2.2.4.2.	Terna Vertical Geodésica Local LGV (g-frame)	21
2.2.5.	Terna de Navegación (n-frame)	22
2.2.6.	Terna de Cuerpo (b-frame)	24
2.3.	Instrumentos Inerciales	26
2.3.1.	Sistemas Micro-ElectroMecánicos (MEMS)	26
2.3.2.	Acelerómetros	28
2.3.2.1.	Acelerómetros Realimentados de Péndulo	29
2.3.2.2.	Acelerómetros Micro-maquinado MEMS	30
2.3.3.	Giroscopios	32
2.3.3.1.	Giroscopios Rotatorios	32
2.3.3.2.	Giroscopios Vibratorios	33
2.3.3.3.	Giroscopios Ópticos	35
2.3.4.	Unidades de Medición Inerciales (IMU)	36
2.4.	Navegación Inercial	37
2.4.1.	Sistemas de Navegación Inercial (INS)	37
2.4.1.1.	INS Strapdown	38
2.5.	Ecuaciones Cinemática y Ecuaciones de Navegación	39
2.5.1.	Actitud (Orientación)	40
2.5.2.	Modelos de Gravitación y Gravedad	42
2.5.3.	Velocidad y Posición	43
2.5.4.	INS Strapdown Diagrama de Bloques	45
2.6.	Filtro Kalman	46
2.6.1.	Adaptación de las Ecuaciones de Kalman a las INS	47
2.6.2.	Filtro de Kalman Diagrama de Bloques	48
2.7.	Algoritmos de Actualización ZUPT y ZARUT	49
2.7.1.	Implementación ZUPT	49
2.7.2.	Implementación ZARUT	50
3.	Procedimiento de Investigación	52
3.1.	Propuesta del INS-KF-ZUPT/ZARUT (IKZ)	52
3.1.1.	Diagrama de Bloques del IKZ Propuesto	52
3.1.1.1.	Condiciones Iniciales de Orientación.	54
3.1.1.2.	Orientación de Terna de Navegación y Algoritmo ZARUT.	55
3.1.1.3.	Filtro Complementario.	56
3.1.1.4.	Filtro Gravedad.	57
3.1.1.5.	Velocidad y Posición de Terna de Navegación y Algoritmo ZUPT.	59
3.1.1.6.	Filtro de Kalman 15 Estados.	60

4. Análisis de Resultados	62
4.1. Ecuaciones de Navegación; Datos Ideales.	63
4.1.1. Resultados y Comparación; Datos Ideales.	64
4.2. INS Strapdown y IKZ, Medición de 4 Principales Estados Cinemáticos; Datos en Bruto.	68
4.2.1. Resultados del INS Strapdown y IKZ Propuesto, Medición de 4 Principales Estados Cinemáticos	70
5. Conclusión	84
 Bibliografía	 87

Índice de Figuras

1.1. Estructura General de un Sistema de Navegación Inercial.	4
2.1. Orientación entre Terna de Referencia a y Terna de Cuerpo Rígido b	12
2.2. Ángulos de Euler, Orientaciones de un Cuerpo Rígido.	13
2.3. Rotaciones Elementales de Euler.	15
2.4. Muestra de el Área de la Función $f(t)$	16
2.5. Terna de Centrada Terrestre y Terna Inercial Centrada Terrestre.	18
2.6. Terna Vertical Geocéntrica Local LGCV, Respecto a un Punto P (vehículo).	20
2.7. Terna Vertical Geodésica Local ENU, Punto Respecto en Dirección a un Punto de la Superficie Terrestre.	21
2.8. Terna de Nivel Local ENU con Relación de ECEF con Plano Tangente y Terna de Navegación.	22
2.9. Terna n Respecto a los Rumbos Geográficos y Rumbos de Navegación.	23
2.10. Terna b Sentido NED, con Función a los Ángulos de Euler.	24
2.11. Escalas de Diversos Elementos, Dominio Nano, Micro y Macro.	27
2.12. Descripción del Diseño de un Sistema Micro-Electromecánico y Algunas Áreas para su Aplicación.	28
2.13. Principio de Funcionamiento de un Acelerómetro.	29
2.14. Esquema Acelerómetro Tipo Péndulo.	30
2.15. Esquemático Onda Acústica Superficial / Piezoresistivos.	31
2.16. Esquema Acelerómetro Tipo Capacitivo.	32
2.17. Esquema de Giroscopio Rotatorio.	33
2.18. Esquema de Giroscopio Vibratorio.	34
2.19. Esquema de Giroscopio Vibratorio de Diapasón.	34
2.20. Principio de Giroscopio Basado en Disco Vibratorio.	35
2.21. Esquemático de una IMU Compuesto por Acelerómetros y Giroscopios.	36
2.22. Vehículo con IMU Alineada con sus Ternas y Centrada al Centro de Masas del Cuerpo.	38
2.23. Diagrama de Bloques del INS Considerando la Re-alimentación de las Ecuaciones de Navegación.	45
2.24. Distribución Normal o Gaussiana de la Función de Distribución.	46
2.25. Diagrama de Bloques del Filtro de Kalman Re-alimentado.	48
3.1. Diagrama de Bloques del IKZ Propuesto.	53

3.2. Vector Gravedad para la Estimación de las Orientaciones Iniciales.	55
3.3. Diagrama de Bloques Implementación del Algoritmo ZARUT.	56
3.4. Diagrama de Bloques Implementación del Algoritmo ZUPT.	60
4.1. Equipo de Pruebas para Demostrar el Comportamiento del Arreglo Particular del IKZ.	62
4.2. Aceleración Inerciales de Cuerpo Simulado en Ternas de Cuerpo, Base de Datos 1 y 2.	64
4.3. Velocidad Angular de Cuerpo y Resultado en Orientación en Cuerpo, Base de Datos 2.	65
4.4. Base de Datos 2, Terna de Navegación en Cambio de Aceleración a Velocidad y de Velocidad a Posición.	66
4.5. Trayectoria Simulada de un Vehículo Libre en un Espacio Tridimensional, Base de Datos 1 y 2.	67
4.6. Base Utilizada en la Medición de Giro para Analizar el Comportamiento del Giro en Roll ϕ y Pitch θ de las Ecuaciones INS y del Arreglo Particular del INS Strapdown (IKZ).	69
4.7. Base Utilizada en la Medición de Giro y Movimiento + Giro para Analizar el Comportamiento del Giro en Yaw ψ de las Ecuaciones INS y del Arreglo Particular del INS Strapdown (IKZ).	69
4.8. Resultado Medición 1 en el INS Strapdown, Posición del Sensor Respecto a 25 segundos (s) de Lectura. Línea Roja Punteada, Error de Deslice en Metros (m) Respecto al Origen.	72
4.9. Resultado Medición 1 IKZ Propuesto, Posición del Sensor Respecto a 25 segundos (s) de lectura. Línea Roja Punteada, Error de Deslice en Metros (m) respecto al Origen.	73
4.10. Resultado Prueba 2 en el INS Strapdown, Posición del Sensor Respecto a 10 segundos (s) de Lectura. Línea Roja Punteada, Error de Deslice en Metros (m) Respecto al Origen. Línea Azul, Valor en Metros (m) Deseado en la Prueba.	75
4.11. Resultado Medición 2 en el IKZ propuesto, Posición del Sensor Respecto a 10 Segundos (s) de Lectura. Línea Azul, Valor en Metros (m) Deseado en la Prueba.	76
4.12. Resultado Medición 3 del INS Strapdown, Orientación. Línea Amarilla Punteada, Valor de Origen. Línea Azul, Valor en Grados ($^{\circ}$) Deseado en la Prueba.	78
4.13. Resultado Medición 3 del IKZ Propuesto, Orientación. Línea Amarilla Punteada, Valor de Origen. Línea Azul, Valor en Grados ($^{\circ}$) Deseado.	79
4.14. Resultado Medición 4 del IKZ propuesto, Posición. Línea Roja Punteada, Error en Metros (m) Respecto al Valor Deseado y el Valor Estimado. Línea Azul, Valor en Metros (m) Deseado.	81
4.15. Resultado de las Trayectorias y Orientaciones del IKZ Propuesto, Estado Estático, Movimiento Lineales y Movimientos + Giro.	83

Índice de Tablas

4.1. INS Strapdown, Valores de Posición Cada 5 Segundos Estado Estático.	71
4.2. IKZ propuesto, Valores de Posición Cada 5 Segundos del Estado Estático.	74
4.3. INS Strapdown, Valores de Posición Cada 2 Segundos de Medición 2.	76
4.4. IKZ propuesto, Valores de Posición Cada 2 Segundos de Medición 2.	77
4.5. INS Strapdown, Valores de Orientación por Eje, Medición 3.	78
4.6. IKZ propuesto, Valores de Orientación por Eje de Medición 3.	80
4.7. IKZ propuesto, Valores de Posición por Eje de Medición 4.	82

Abreviaturas

MEMS	M icro- E lectro M echanics S ystems
IMU	I ncercial M easurement U nit
INS	I ncercial N avigation S ystems
I²C	I nter- I ntegrate C ircuit
MCD	M atriz C oseno S D irectores
ECI	E arth C entered I ntertial
ECEF	E arth C entered E arth F ixed
LLF	L evel L ocal F ixed
LGCV	L evel G eo- C entric V ertical
ENU	E ast N orth U p
NED	N orth E ast D own
LGV	L ocal G eodesic V ertical
RIG	R ing I ntegrating G yro
RLG	R ing L aser G yro
ZUPT	Z ero velocity U pdate
ZARUT	Z ero A ngle R ate U pdate
PDR	P edestrian D ead R eckoning
ZARUT	I ntertial K alman Z ero update

Símbolos

Símbolo	Nombre	Unidad de Medición
C_a^b	Matriz Rotación	-
$\overrightarrow{OP}$	Plano Ortogonal	-
λ	Longitud	-
Φ	Latitud Geodésica	-
h	Altura Geodésica	-
Ψ^g	Rumbo geográfico	-
Ψ	Rumbo de Navegación	-
H	Momento Angular	-
$\hat{\mathbf{x}}_k$	Corrección Vector de estado	-
$\mathbf{Q}_{k-1}$	Covarianza Ruido del Sistema	-
$\mathbf{K}_k$	Ganancia Kalman	-
P	Posición	m
α	Actitud	grados $^\circ$
ω	Velocidad Angular	grados $^\circ$ / segundos s
Ω_e	Velocidad Angular Terrestre	grados $^\circ$ / segundos s
ω_n	Velocidad Angular de Euler	$^\circ/s$
g	Fuerza g	$9.80665m/s^2$
a_n	Aceleración Navegación	m/s^2
v_n	Velocidad Navegación	m/s
p_n	Posición Navegación	m
ϕ	Roll	grados $^\circ$
θ	Pitch	grados $^\circ$
ψ	Yaw	grados $^\circ$

Con todo mi cariño y mi amor a las personas que hicieron todo en la vida para que pudiera lograr mis sueños, mis metas y darme la mano cuando sentía que el camino no tenía fin, a ustedes por siempre mi agradecimiento de todo corazón.

A ti por tu paciencia y comprensión, que me diste de tu tiempo para que yo pudiera cumplir con el mío. Por tu sacrificio me inspiraste a ser mejor para ti, ahora puedo decir que esta tesis lleva mucho de ti, gracias por estar siempre a mi lado.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

Actualmente unos de los temas con relevancia en el área de la electrónica es la Navegación Autónoma, donde se han desarrollado dispositivos complejos y diferentes sistemas para cumplir con estas tareas [Georges et al., 2015]. Desde tiempos remotos la ciencia ha empleado diversos métodos para las tareas de navegación, algunas técnicas se basan en la medición de variaciones en los parámetros de navegación y otras determinan un valor de los parámetros de navegación a referencias a cuerpos externos, de manera que los métodos de navegación pueden clasificarse en dos grandes bloques, métodos de extrapolación y de referenciamiento absoluto respectivamente. En general, varias aplicaciones toman ventaja de estas técnicas para resolver diferentes problemas de la ingeniería [González et al., 2015]. Donde el punto principal en la navegación es la localización de la posición y orientación precisa de un objeto móvil, el cual tiene retos matemáticos y dificultades técnicas que deben ser resueltas [Lin et al., 2015], [Zhang et al., 2016]. El empleo de los métodos de referencia absoluto conlleva a la utilización de sensores que miden directamente los parámetros de navegación como puede ser las coordenadas de posición, velocidad y orientación de un sistema de referencia mediante la identificación de señales u objetos exteriores al sistema (vehículo). Dentro de este método de navegación se destacan técnicas como la Radio-Navegación, la cual emplea redes de estaciones radio-transmisoras fijas a la tierra que emiten señales a receptores a bordo del vehículo y se calcula la posición relativa respecto a las estaciones emisoras, la Navegación con Mapa, que consiste en producir un mapa local usando

sensores montados sobre el vehículo como lo son cámaras, sonar, radar, láser para detectar referencias externas preestablecidas, Rebote de señal, que emplea el uso de sonar, radar y lidar, Navegación por Images, que emplean cámaras digitales en el reconocimiento de formas externas para su uso como patrones de navegación y Navegación por Sensores de distancia. Existen soluciones particulares del método de referencia absoluto para obtener posición y orientación de objetos móviles [Básaca et al., 2010] presentados en la comunidad científica, en los cuales mayormente se emplea el uso de los sistemas de posicionamiento global [Grewal et al., 2007],[Titterton and Weston, 2004] que permite determinar la posición global de un objeto en promedio de ± 5 metros de precisión [Milanés et al., 2008], la triangulación dinámica con el cual se determinan coordenadas tridimensionales de objetos físicos [Lindner et al., 2016],[Real-Moreno et al., 2017] o la visión estereoscópica, usada para determinar ubicación espacial tridimensional por medio de cámaras digitales [Rodríguez-Quinonez et al., 2017]. Así los métodos de navegación de extrapolación utilizan mediciones de las derivadas respecto al tiempo, como lo son las velocidades y aceleraciones lineales o angulares de variaciones relativas de los parámetros de navegación a referencia de un valor anterior, donde los valores de los parámetros de navegación son calculados mediante integraciones numéricas o acumulaciones de las mediciones a partir de valores iniciales del sistema [Diesel, 1996]. En estos métodos se emplean instrumentos intraceptivos los cuales no dependen de referencias externas como sensores inerciales, odómetros, codificadores rotatorios, sensores de velocidad del aire, entre otros [Correia et al., 2003]. Así los métodos de navegación de extrapolación tienen la ventaja de ser independientes de referencias exteriores al vehículo y de disponer de información continua a una alta tasa de muestreo a diferencia de los métodos de referenciamiento absoluto que suelen ser sistemas complejos y de alto consumo de recursos computacionales [Bekir, 2007].

Con la creación de dispositivos pequeños y de sistemas micro-electromecánicos ligeros (MEMS) se ha hecho posible la creación de artefactos que resuelven problemas de posición y orientación de objetos móviles [Li et al., 2015b], sobre todo en la mejora de sensores inerciales de bajo costo [Farrell, 2008]. Esto ha incrementado el interés en áreas de robótica, navegación autónoma y en el área de la electrónica en general [Fentanes et al., 2012], volviendo a la Navegación Inercial una opción frecuente en aplicaciones de navegación [Li et al., 2015b] y siendo una alternativa a sistemas complejos como lo son los métodos de referenciamiento absoluto [Benzerrouk and Nebylov, 2012], [Zhang et al., 2015], [Kumar, 2004]. La Navegación

Inercial se implementa con equipos de navegación completamente independiente de referencias externas, utilizando los principios básicos de la cinemática para estimar posición, velocidad y orientación de un objeto móvil en cada instante de tiempo con acelerómetros para medir la aceleración lineales (traslación) y giroscopios para medir rotaciones angulares del vehículo [Li et al., 2015a]. Sin embargo toda técnica de extrapolación conlleva una acumulación de errores en los parámetros de navegación respecto al tiempo, no obstante con el uso de modelos matemáticos, filtros y algoritmos se puede atenuar estos errores para el aumento de la exactitud en el cálculo de los parámetros de navegación. Esto será explicado en las siguientes secciones.

1.2. Sistemas de Navegación Inercial

La Navegación Inercial se basa de los principios básicos de la cinemática para calcular los parámetros de navegación. Los parámetros de navegación se obtienen por integraciones numéricas de las mediciones inerciales, conociendo un instante inicial la medición de la velocidad, la orientación y la posición del vehículo, así como los valores instantáneos presentes y futuros de su aceleración y velocidades angulares, calculando los parámetros en todo instante del tiempo medido [Groves, 2013].

Las mediciones inerciales de un vehículo en un sistema de navegación inercial (INS) son de dos tipos, fuerzas específicas o también nombradas como aceleraciones inerciales y velocidades angulares, estas mediciones se realizan con instrumentación sensible a estos efectos físicos, como lo son acelerómetros y giroscopios respectivamente. Los INS utilizan giroscopios y acelerómetros para calcular Posición, Velocidad y Actitud (orientación) de cuerpos móviles, a través de ecuaciones de navegación y leyes de Newton [Giancoli, 2005], [Grewal et al., 2007]. Un INS depende directamente de mediciones inerciales, el desarrollo de estos sistemas consiste en acelerómetros que miden la aceleración lineal y giroscopios para la rotación angular, este conjunto de sensores se les conoce como Unidades de Medición Inercial (IMU) [Miller, 1983]. Por lo tanto, un INS es la acoplamiento de una IMU y una computadora para procesar las ecuaciones de navegación, ver Figura 1.1.

Existen dos formas de implementar los sistemas de navegación inercial, Navegación inercial con plataforma estabilizada y Navegación inercial con instrumentos fijos

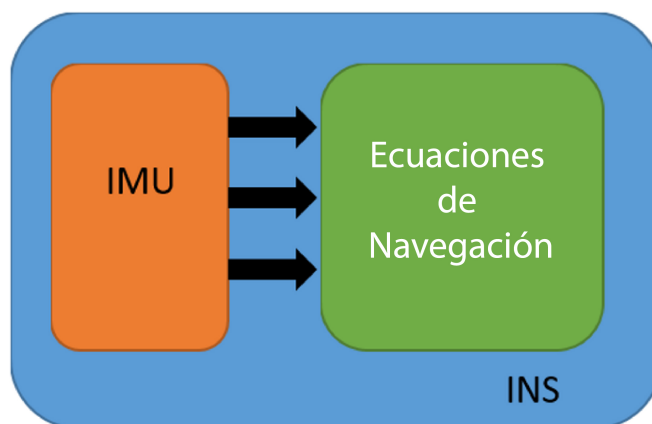


FIGURA 1.1: Estructura General de un Sistema de Navegación Inercial.

al vehículos (Strapdown) [Titterton and Weston, 2004]. La navegación inercial con plataforma estabilizada o plataforma inercial fue empleada en las primeras aplicaciones de navegación inercial, la cual usa una plataforma estabilizada y sobre esta se montan instrumentos mecánicos inerciales respecto un sistema de referencia fijo Britting [1971]. Una plataforma estabilizada esta diseñada para mantener su orientación respecto a un sistema de referencia y pueda rotar libremente en 3 ejes respecto de la estructura del vehículo, además, permite medir directamente los ángulos de Euler, los cuales son los utilizados en la descripción de la orientación del vehículo respecto a un sistema de referencia [Groves, 2013]. Así en condiciones ideales donde no existiera fricción alguna entre ejes y la estructura mecánica tenga su centro de gravedad exactamente en la intersección de los ejes, la plataforma no sería afectada por fuerzas externas sino de solo las expresadas por el movimiento del vehículo de acuerdo a lo expresado en la segunda ley de Newton. Sin embargo estos mecanismos son costosos, contienen elementos que con el tiempo presentan desgastes y requieren alineaciones iniciales perfectas [Titterton and Weston, 2004].

Por otro lado la mayoría de aplicaciones actuales de Navegación inercial y en este proyecto de tesis se implementan el uso de instrumentos fijos (Strapdown) esto por la menor complejidad mecánica del sistema y gracias a la navegación integrada (complementada con sistemas de referencia absoluta) se pueden emplear sensores de baja calidad y de esta manera reducir el costo de implementación enormemente [Groves, 2013]. Los INS Strapdown presentan diferentes tipos de ventajas como altas tasas de muestreo en la medición de los parámetros de navegación, gran ancho de banda, las mediciones no pueden ser interferidas y no requieren de estaciones o puntos de referencias externas, además la información es accesible en todo instante de tiempo y en todo punto de lectura dentro de la tasa de muestreo con

calidad independiente al medio ambiente donde se mueva el vehículo [Titterton and Weston, 2004]. Además es importante resaltar que la aceleración lineal y la velocidad angular de un cuerpo pueden ser medidas sin información exterior al vehículo, contrariamente a la posición, la velocidad y la orientación que requieren de información externa para poder tener mediciones absolutas. En efecto, el principio cinemático advierte que sin mediciones relativas a algún objeto externo, es imposible determinar el estado de movimiento de un vehículo moviéndose libremente en un campo gravitacional [Bekir, 2007]. De modo que un acelerómetro solo puede medir fuerzas específicas por efecto de la propulsión, la sustentación o la resistencia mecánica, aerodinámica e hidrodinámica, esto implica la necesidad de conocer la aceleración gravitacional en todo momento del espacio mediante modelos matemáticos. Por otra parte un giroscopio mide la velocidad angular de un cuerpo respecto del espacio inercial, calculando la variación de la orientación del vehículo respecto al tiempo [Fentanes et al., 2012]. Sin embargo una limitante de los INS Strapdown es que los errores en la medición de los instrumentos inerciales inducen a un incremento de errores en los parámetros de navegación respecto al tiempo y de requerir de una constante actualización en los parámetros de navegación con mediciones absolutas, además de la necesidad de conocer la orientación y posiciones iniciales del vehículo para el cálculo de los parámetros de navegación.

1.3. Planteamiento del Problema

El creciente interés en los sistemas de navegación inercial en las últimas décadas es gracias a las posibilidades de emplear tecnología Strapdown, esto se debe por la disminución de dimensiones de los sistemas de navegación al no requerir plataformas estabilizadas. De esta manera al no prescindir de la plataforma, el conjunto de sensores inerciales en la unidad de medición inercial IMU (en particular el acelerómetro) no se encuentra alineada con los ejes de referencia o de navegación, por lo que es necesario calcular analíticamente la orientación entre referencias para poder caracterizar o modelar las fuerzas específicas medidas entre los ejes de referencia de navegación. Este procedimiento requiere integrar numéricamente en tiempo real las mediciones del vector de velocidad angular provistas por la IMU. De esta manera en los INS Strapdown las complicaciones mecánicas son sustituidas por mayores exigencias sobre los sensores inerciales y en la complejidad de los algoritmos matemáticos para la solución de las ecuaciones empleadas. Esto se

puede subsanar con los avances en el aumento de las capacidades de cálculo de las computadoras digitales, así como el importante desarrollo de nuevas tecnología de los sistemas micro-electromecánicos (MEMS) para la mejora de sensores inerciales en las unidades inerciales. Por otro lado, la posibilidad de implementar cómputo en la navegación para la ejecución de algoritmos numéricos en la fusión de mediciones inerciales permite potenciar las prestaciones de los instrumentos reduciendo sus exigencias de estabilidad y precisión.

Sin embargo la limitante se presenta en la misma naturaleza matemática de las integraciones numéricas, estas generan errores en las señales integradas, en consecuencia el error se suma a la solución particular de los parámetros de navegación de los INS Strapdown, este fenómeno es conocido como drift en donde los errores en la medición de los instrumento inerciales inducen a un incremento de errores en los parámetros de navegación respecto al tiempo, requiriendo de constantes actualización con mediciones absolutas. Incluyendo la limitante del principio cinemático de la relatividad, que advierte que sin mediciones relativas a algún objeto externo, es imposible determinar el estado de movimiento de un vehículo moviéndose libremente en un campo gravitacional. Además de requerir de los valores instantáneos presentes y futuros de su aceleración lineal y su velocidad angular en un sistema de referencia para poder calcular la posición, velocidad y orientación del vehículo en todo instante. En el caso particular de este trabajo los parámetros de navegación se obtienen por integración numérica de las mediciones inerciales, donde los errores en las mediciones y/o en las condiciones iniciales inducen errores de navegación que crecen exponencialmente con el tiempo, generando con esto que los sistemas INS Strapdown requieran constantes actualizaciones con mediciones absolutas de posición y orientación.

Por lo tanto nos podemos plantear ¿Cómo se puede atenuar los errores drift de los INS Strapdown para la prolongación de los tiempos de lecturas en la obtención de la información cinemática como posición, velocidad, aceleración, velocidad angular y orientación de objetos móviles sin la incorporación o integración constante de los valores iniciales de los parámetros de navegación por medio de métodos de navegación absolutas?

1.4. Justificación y Uso de los Resultados

Como se ha mencionado en la sección 1.3, los sistemas de navegación que emplean métodos de extrapolación presentan amplias ventajas respecto a los métodos de referenciamiento absoluto. Sin embargo, como se ha expuesto estos sistemas presentan limitantes por la naturaleza de la medición de aceleraciones inerciales y velocidades angulares por medio de acelerómetros y giroscopios respectivamente, donde las integrales numéricas van generando errores a la solución particular de los parámetros de navegación, aumentando el error de manera exponencial respecto al tiempo. Estos sistemas presentan oportunidades de mejora con respecto a la prolongación del tiempo de las lecturas, reducción de errores drift y su implementación para tareas de navegación sin la integración de métodos de referenciamiento absoluto, donde al requerir de condiciones iniciales los casos prácticos consideran los valores de parámetros de navegación igual a cero, creando errores e incertidumbre en los cálculos. Al incrementar los tiempos de lecturas y reducir el error drift en los INS Strapdown es posible aplicarlos en distintas áreas de la electrónica, como en robótica, en la cual se utilizan plataformas robóticas móviles para la reconstrucción tridimensional de entornos en exteriores, donde actualmente son empleado por su mayoría por métodos de referencias absolutas como cámaras digitales, escáneres láser y GPS. Otras área de aplicación importante es en sistemas de control en vehículos aéreos, terrestres o marinos no tripulados (drones), donde en estas aplicaciones se busca mantener posiciones y orientaciones estables de los vehículos definidas por los usuarios, actualmente estos drones usan diferentes sensores de referencia absolutas como laser, sensores ultrasonicos o cámaras para estimar posiciones y orientaciones respecto a referencias externas volviendo más complejo estos sistemas, sin embargo incrementando los tiempos de lecturas y reduciendo los error de los INS Strapdown se simplificarán los sistemas de control de estos vehículos y en consecuencia una reducción de los precios de estos mismos. La navegación autónoma es otra área que se beneficiaría con el incremento de los tiempos de lecturas y reducción del drift en tareas de guiado automatizado de vehículos, en sistemas inteligentes de transporte para el trazado de rutas de exploración, mostrando rutas seguras y eficientes de cualquier medio de transporte. De tal manera al solucionar los problemas planteados se obtendrá el conocimiento necesario en el desarrollo de mejoras en aplicaciones de sistemas autónomos que requieran el uso de técnicas de navegación para completar tareas específicas que requieran recopilar parámetros de navegación con precisión metrológica.

1.5. Objetivos de la Investigación

1.5.1. Objetivo General

Incrementar los tiempos de lecturas de los INS Strapdown y la atenuación de los errores drift para el cálculo de posición, velocidad, aceleración, velocidad angular y orientación de objetos móviles sin la integración de valores iniciales de métodos de navegación absolutas.

1.5.2. Objetivo Específicos

- Estudiar el estado del arte de las ecuaciones de navegación para INS.
- Implementar las ecuaciones de navegación y simular fuerzas específicas en condiciones ideales en un sistema de cómputo matemático.
- Programar un protocolo de comunicación en el dispositivo MyRio de National Instruments® para la lectura de la IMU-MPU-92555 de la marca InvenSense®.
- Desarrollar interfaz de usuario para visualizar las lecturas de la IMU a nivel de cómputo y para el almacenamiento de las lecturas en crudo del sensor IMU.
- Analizar e identificar los actores principales que aumentan el error drift del INS.
- Programar e implementar un filtrado digital que opere sobre la señal discreta para la atenuación de ruidos y errores drift.
- Seleccionar técnicas computacionales que permitan discernir entre fuerzas específicas por efecto de movimiento y ruidos de la lectura de IMU, Algoritmos de Actualización.
- Sistematizar las técnicas empleadas en una sola metodología para el cálculo de parámetros de navegación, aminorando el efecto drift en los cálculos.
- Realizar experimentaciones y comparar resultados obtenidos por otros INS reportados en la literatura.

1.6. Hipótesis

En la propuesta de investigación de una metodología para el incremento de los tiempos de lecturas de los INS Strapdown y la reducción del error drift en los cálculos de los parámetros de navegación, se plantean las siguientes hipótesis:

El uso del filtro de Kalman en integración con los algoritmos de actualización Zero Velocity Update (ZUPT) y Zero Angle Rate Update (ZARUT), aumentarán los tiempos continuos de lectura de los INS Strapdown.

En el cálculo de las variables de navegación las principales causas que incrementan el error drift son, una mala declaración del valor numérico de un potencial gravitacional específico, retardos instrumentales en las tasas de muestreo de los sensores y modelos matemáticos carentes de parámetros dinámicos en la reducción del error drift.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Cinemática

La Física Mecánica tiene por objeto estudiar el estado de movimiento de los cuerpos, buscar sus causas y establecer las leyes que rigen estos movimientos, esta se puede dividir en Cinemática y Dinámica [Jammer, 1997]. La Cinemática es una rama de la física que describe en forma genérica el movimiento independiente de los objetos sólidos sin estudiar las causas que lo originan, principalmente, estudia la trayectoria en función del tiempo [Arnol'd, 2013]. Esta se enfoca en el movimiento, el cual consiste en cambio de posición de los objetos con el paso del tiempo [Goldstein et al., 2002]. En la Cinemática se acepta la existencia de un espacio y un tiempo absoluto y continuo, donde tiene como elementos básicos el espacio, el tiempo y el móvil (partícula). El espacio es considerado como independiente de los objetos que en él existan, donde además de que el tiempo absoluto transcurre del mismo modo en todo el universo, es el mismo para los observadores, independientemente de su estado de movimiento, siendo así una variable real.

Así, un cuerpo cualquiera en la Cinemática puede considerarse como un punto material o partícula cuando sus dimensiones son despreciables respecto a las dimensiones de su desplazamiento, como ejemplo se puede tomar el planeta tierra como una partícula al estudiar su movimiento respecto al sol, donde el diámetro de la tierra es aproximadamente 10000 km y la distancia promedio al sol son 10^{13} km esto es relacionado con el observador. En Cinemática se define un cuerpo en movimiento cuando la posición cambia en el espacio con relación a otros que se

consideren fijos y que sirven de referencia, pero además el movimiento se puede presentar respecto a sistemas de referencias en movimiento [Arnol'd, 2013]. Esta relación entre el cuerpo y sistemas de referencia bien se puede establecer empleando la parametrizaciones de la orientación con la descripción de la cinemáticas de orientación y con sistemas de coordenadas o Terna de referencia.

2.1.1. Cinemática de Orientación

La orientación de un cuerpo es de importancia en un sistema de referencia, los cuales están compuestos por bases ortogonales o por ternas de vectores de modulo unitario, las tres direcciones ortogonales tienen un sentido que orientan a cada eje del sistema, al cual se le llama orientación de la terna y se declara como positiva y negativo por la regla de la mano derecha [Salychev, 2012]. El objetivo de la cinemática de orientación (y de navegación) es poder conocer en cada instante la orientación de una partícula general (o vehículo) respecto diversas ternas de referencias y las transformaciones de coordenadas que vinculan dichas ternas [Hofmann-Wellenhof et al., 2003]. Para esto se puede caracterizar matemáticamente la orientación entre ternas utilizando ciertos parámetros, a esto se le conoce como parametrizaciones, donde los valores numéricos son actualizados permanentemente por las ecuaciones de navegación [Hofmann-Wellenhof et al., 2003]. Para la parametrización de dos ternas ortogonales de orientación se caracterizan dos ternas distintas, la terna de referencia a y la terna de un cuerpo rígido como b , donde se supondrá que la terna b se obtiene trasladando la terna a a si misma a un punto P aplicando continuamente rotaciones en un tiempo determinado, ver Figura 2.1.

El punto de interés en la Figura 2.1 es parametrizar la relación entre las orientaciones, donde se puede emplear la Matriz de Cosenos Directores (MCD), los ángulos de Euler y los cuaterniones [Nebylov and Watson, 2016]. En el caso de este trabajo de tesis se implementa la MCD utilizando los ángulos de Euler.

2.1.2. Matriz de Cosenos Directores

La Matriz de Cosenos Directores (MCD) es un sistema de cambios de coordenadas empleando trigonometría para rotar un vector de un marco de referencia a otro,

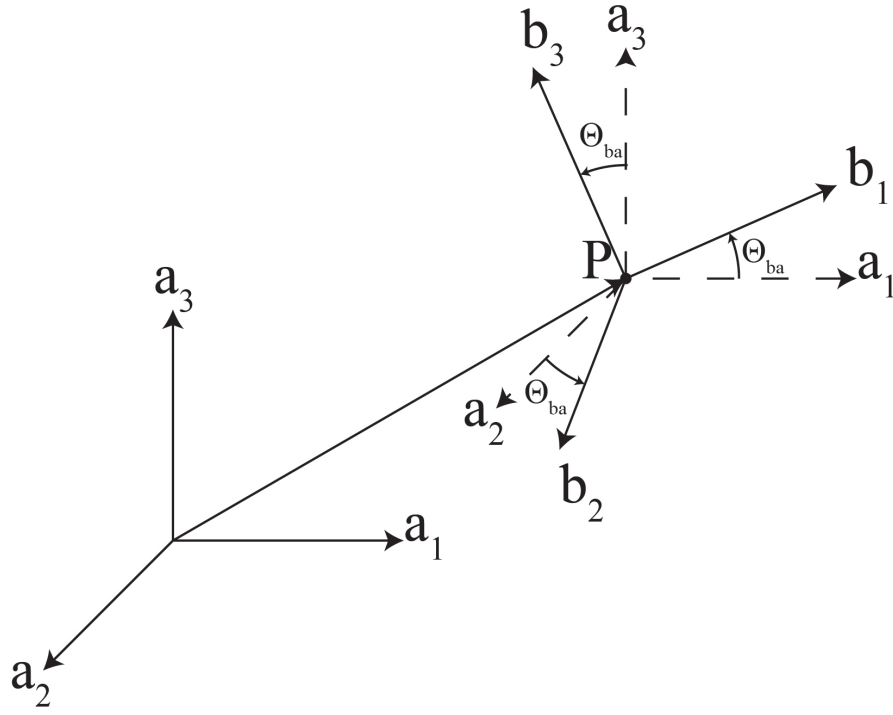


FIGURA 2.1: Orientación entre Terna de Referencia a y Terna de Cuerpo Rígido b .

ejemplo: la terna de un cuerpo rígido como b a la terna de referencia a . Considerando que las dos ternas ortogonales son no coincidentes y comparten el mismo origen, donde la segunda sea el resultado de una rotación continua arbitraria de la primera, existe una matriz de rotación C_a^b (2.1) tal que vincule las ternas [Ruis et al., 1980].

$$\{a^b\} = C^b \{b^b\} = C_a^b = \{c_1(t), c_2(t), c_3(t)\} \quad (2.1)$$

Donde, la columna $c_i(t)$ de C^b contiene las coordenadas de a_i en la base b . Esto se puede describir como la rotación de la terna a a la terna b .

$$C_a^b = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Cada componente de la matriz es un coseno de los ángulos entre los ejes de los dos sistemas de ternas. Esta matriz cumple con propiedades de rotación como:

$$\text{Det}(C_a^b) = 1 \quad (2.3)$$

$$(C_a^b)^{-1} = (C_a^b)^T = C_b^a \quad (2.4)$$

Esta matriz es fundamental para los cambios y referencias de diferentes ternas, donde se implementan los ángulos de Euler para el cálculo de sus elementos.

2.1.3. Ángulos de Euler

Los ángulos de Euler son utilizados para especificar orientaciones angulares de un sistema de coordenadas, este se compone de tres ángulos, donde, mediante una secuencia ordenada de giros, se puede definir el cambio de una terna de referencia a otra. Los ángulos de Euler se simbolizan por Roll ϕ , Pitch θ y Yaw ψ los cuales corresponden a los ángulos convencionales usados en la navegación, [Seifert and Camacho, 2007]. La Figura 2.2 describe las rotaciones que corresponden a cada eje de un cuerpo respecto a cada ángulo de Euler.

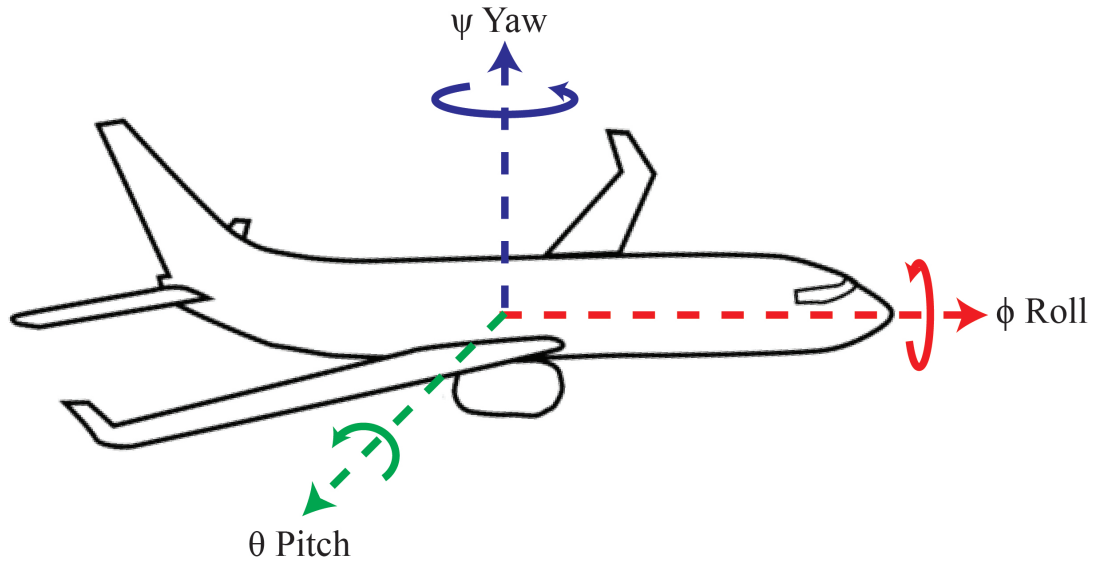


FIGURA 2.2: Ángulos de Euler, Orientaciones de un Cuerpo Rígido.

Cada una de estas rotaciones son descritas por una matriz de rotación (o MCD), donde pasar de un sistema de coordenada (X, Y, Z) a un nuevo sistema de coordenada (X', Y', Z') con giro en Yaw ψ es descrito por:

$$\mathbf{C}_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Si el sistema de coordenada (X', Y', Z') cambiase entorno al giro en Pitch θ , el nuevo sistema de coordenada (X'', Y'', Z'') se describirá por:

$$\mathbf{C}_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Y respecto a un giro en Roll ϕ :

$$\mathbf{C}_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Todos los giros en el sistema respecto a los ángulos de Euler se pueden representar en una sola matriz de rotación, como la multiplicación de todas las matrices anteriores:

$$\mathbf{C}_a^b = \mathbf{C}_\psi \mathbf{C}_\theta \mathbf{C}_\phi \quad (2.8)$$

La ecuación (2.8) corresponde a un cambio de terna a a terna de b . Este caso se aplica a las rotaciones alrededor de los ejes de las ternas de un cuerpo, denominado como rotaciones elementales de Euler. Esto se ejemplifica en la Figura 2.3, donde la terna del cuerpo b coincide inicialmente con la terna de referencia a , resultando después en la secuencia de rotaciones elementales. Componiendo matricialmente estas rotaciones se obtiene la MCD, la cual transforma las coordenadas en función de los ángulos de Euler [Seifert and Camacho, 2007].

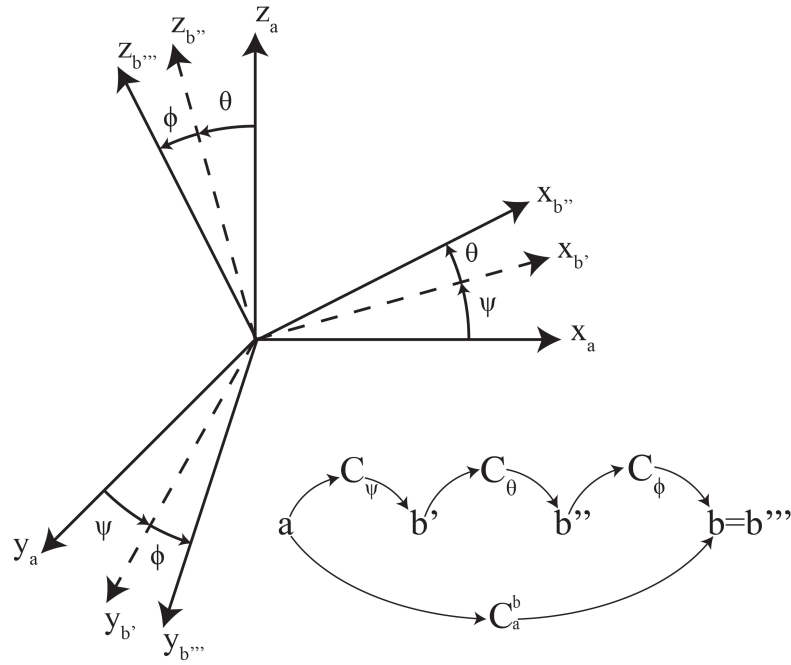


FIGURA 2.3: Rotaciones Elementales de Euler.

De la Figura 2.3 se puede estimar la relación de las ternas solo con la ecuación (2.8) empleando la matriz de rotación C_a^b , la cual se puede expresar como:

$$C_a^b = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \theta & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Esta relación entre los diferentes sistemas de referencia o Terna de referencia se puede establecer empleando la parametrizaciones de la orientación (MCD y ángulos de Euler). Para esto en la sección 2.2 se presentan los sistemas de coordenadas o ternas más importantes empleadas para los sistemas de navegación, así como su descripción y relación entre ternas [Cubero, 2006]. Además es importante mencionar, que los sistemas de coordenadas o ternas son esenciales para la comprensión y utilización de las ecuaciones de navegación de INS.

2.1.4. Integración Numérica de Funciones Discretas

La Cinemática es la rama de la física que describe el movimiento independiente de los objetos sólidos, principalmente, estudia la trayectoria en función del tiempo, de las cuales se puede obtener otros parámetros de la cinemática respecto a

la información que se recopile con instrumentos digitales [Seifert and Camacho, 2007]. Para esto se vuelve fundamental la integración numérica de las variables recopiladas por los instrumentos, para esto se puede describir la aceleración la cual al ser le aplicada una doble integración numérica se puede obtener la posición del móvil en todo tiempo. La integración numérica se puede definir genéricamente como la disciplina ocupada de describir, analizar y crear algoritmos numéricos que nos permitan resolver problemas matemáticos, en los que estén involucradas cantidades numéricas, con una precisión determinada [Zhang et al., 2016]. En la Figura 2.4 se ejemplifica la integral numérica de una función, recordando que la integral numérica es usada par calcular el área bajo la curva, de esta función discreta se puede calcular su área aproximada con el cálculo de pequeñas áreas (rectángulos) y al final de este sumando el total de las pequeñas áreas.

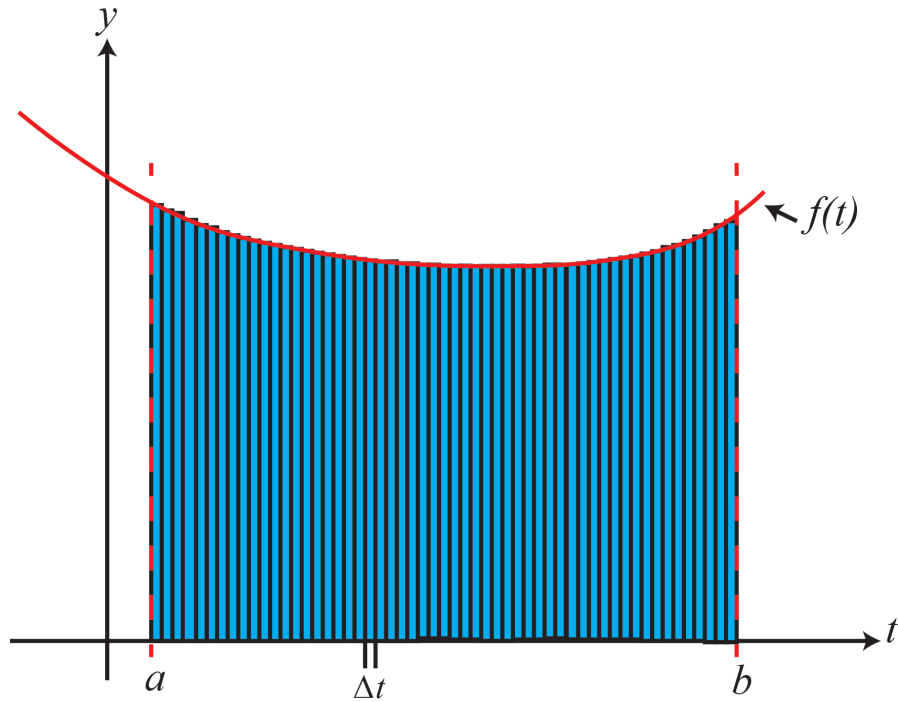


FIGURA 2.4: Muestra de el Área de la Función $f(t)$.

En el cual se emplea el cálculo de la área, como base por altura $Area = Altura \times Base$ o implementando la estructura de $f(t_i) \cdot \Delta t$. La integral numérica se define como una series de sumas de pequeñas áreas:

$$\int_a^b f(t)dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(t_i) \cdot \Delta t \quad (2.10)$$

2.2. Sistemas de Coordenadas o Ternas de Referencia

Un sistema de coordenadas o terna de referencia es un conjunto de vectores y números sin sentido, el cual es necesario relacionarlos con referencias conocidas. El propósito es proveer en todo instante la posición, velocidad y orientación de una partícula con referencia a una o más ternas de referencia de interés. En aplicaciones en torno al planeta tierra se puede categorizar las ternas de referencia o ternas de navegación en dos grupos principales, Terna central, la cual tienen como origen el centro de la tierra y la orientación es independiente de la posición de la partícula y Terna local, cuya orientación y origen dependen de la posición de la partícula [Blasko and Kaura, 1997]. Para el caso práctico de referir la posición y orientación de la partícula o del vehículo respecto a una terna de navegación, es necesario definir la terna de cuerpo, el cual tiene origen a bordo del vehículo, asociada así mismo por su centro de gravedad, a la unidad de medición inercial (IMU) o algún instrumento transportado por el vehículo como antenas o sensores [Chung et al., 1996]. Además es necesario distinguir entre ternas inerciales y las que no, donde las ternas inerciales idealmente son aquellas que al menos desde el punto práctico emplean las leyes de Newton en su forma más simple, contrariamente a las ternas no inerciales que son asociadas a un objeto en rotación o a movimientos no uniformes, estas ternas serán desarrolladas y explicadas más adelante en el capítulo.

Existen varias ternas de referencias fundamentales, estas son sistemas ortogonales, dextrógiros y cartesianos, al no ser que se indique lo contrario. Estas ternas se definen por el origen, la orientación relativa entre sus ejes y el movimiento entre sus planos. A continuación se describe los sistemas de coordenadas o ternas de referencia más usados en la navegación y sus transformaciones que los vinculan entre si con el uso de matriz de rotación.

2.2.1. Terna Inercial (I-frame)

El sistema de coordenada o terna inercial (I-frame) es un sistema de referencia ideal con un conjunto de ejes perpendiculares entre si, donde las leyes de Newton se cumplen, es decir, no se mueve o rota respecto a ningún otro sistema [España,

2010]. En la práctica esto resulta imposible, por lo tanto solo se utiliza como aproximación teórica y como referencia para visualizar otras ternas de referencias.

2.2.2. Terna Inercial Centrada Terrestre ECI (i-frame)

La Terna Inercial Centrada Terrestre (i-frame) tiene su origen en el centro de masa nominal de la Tierra, su eje z coincide con el eje polar, lo que indica que el eje z es paralelo al eje nominal terrestre y los ejes perpendiculares, eje x y eje y , coinciden en el plano de ecuador de manera ortogonal al eje z , donde el eje x apunta al equinoccio Vernal en meridiano en 0° [España, 2010]. Este sistema de ternas no rotan con la tierra, conservando su orientación invariante en el espacio inercial y es considerada inercial mientras los efectos de la rotación de la tierra sean despreciados, ver Figura 2.5.

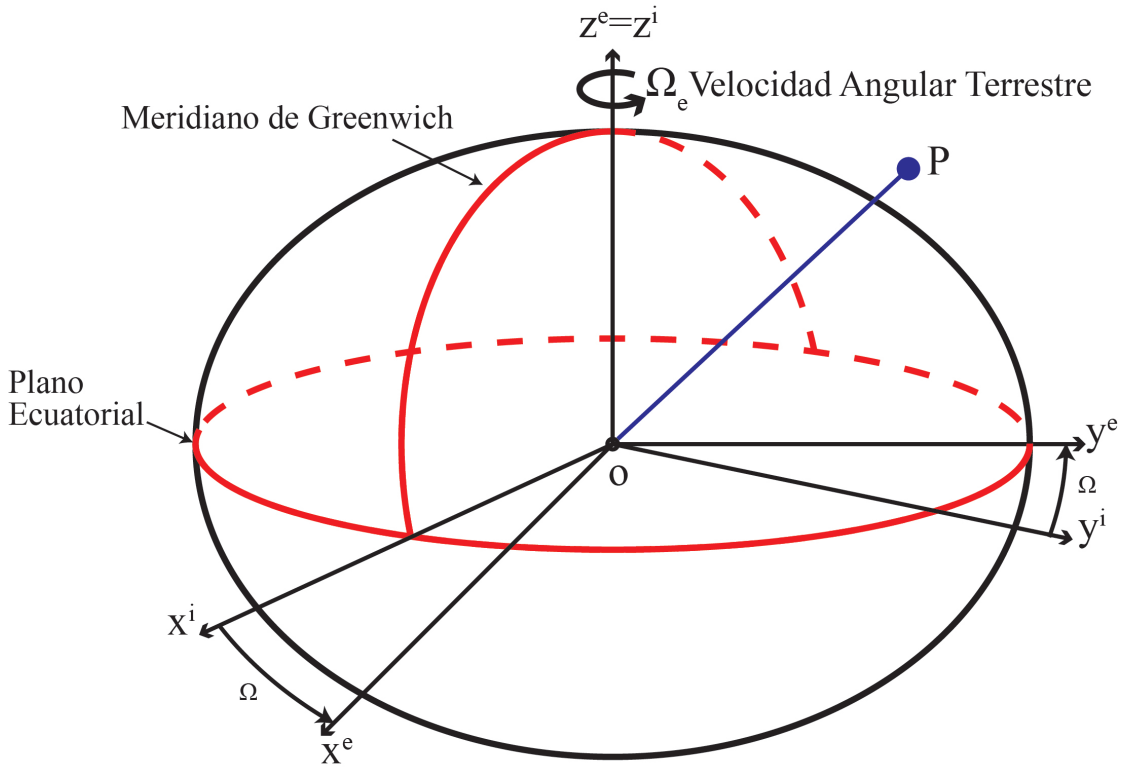


FIGURA 2.5: Terna de Centrada Terrestre y Terna Inercial Centrada Terrestre.

2.2.3. Terna Centrada Terrestre ECEF (e-frame)

Al igual que la terna ECI, este sistema de coordenadas tiene su centro en el centro de masa nominal de la Tierra y de misma manera su eje z es paralelo al eje nominal

terrestre. La terna Centrada Terrestre (e-frame) se encuentra asociado a la tierra, ademas su eje x se encuentra dirigido al meridiano de Greenwich a 0° latitud y 0° longitud y su eje y apunta al Este de la Tierra [Carrizo et al., 2014]. Inicialmente las ternas ECI y ECEF coinciden en los instantes iniciales de análisis, pero a diferencia de la terna ECI, la terna ECEF rota junto a la Tierra a una velocidad angular terrestre (Ω_e) respecto de la ECI sobre el eje z , el cual es común para ambas ternas, esto se puede apreciar en la Figura 2.5.

La velocidad angular terrestre (Ω_e) influye en la posición de la terna ECEF. El cambio entre terna ECI y la terna ECEF es la rotación respecto a su eje z por $\Omega_e t$, donde t es el tiempo de referencia a un momento específico [España, 2010]. Así usando la ecuación (2.5) el ángulo de Euler de Yaw ψ sobre el eje z , la matriz correspondiente al cambio entre ternas en un instante de tiempo dado se puede expresar como:

$$\mathbf{C}_i^e = \begin{bmatrix} \cos(\Omega_e t) & \sin(\Omega_e t) & 0 \\ -\sin(\Omega_e t) & \cos(\Omega_e t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Las coordenadas de un punto genérico P se puede denotar entre las ternas ECI y ECEF respectivamente como:

$$P^i = [x^i y^i z^i]^T; P^e = [x^e y^e z^e]^T \quad (2.12)$$

2.2.4. Terna Nivel Local LLF (l-frame)

La terna de Nivel Local LLF (l-frame) sirve para representar la orientación y aceleraciones de cuerpos cuando se encuentran en la tierra o cerca de la superficie terrestre [Carrizo et al., 2014]. Este sistema de coordenadas se emplea en dos ternas distintas, terna vertical Geocéntrica local (LGCV) y terna vertical Geodésica local (LGV) [España, 2010].

2.2.4.1. Terna Vertical Geocéntrica Local LGCV (c-frame)

Este terna esta centrada al centro de gravedad de la tierra, el eje z es colineal a la vertical geocéntrica entre el punto de origen O y el punto P (vehículo), los

ejes x y y se mantienen sobre el plano ortogonal $\overrightarrow{OP}$, además el eje z puede tener sentido de $\overrightarrow{OP}$ hacia arriba (up) $\mathbf{U}$ o en su caso contrario con sentido hacia abajo (down) $\mathbf{D}$. Los ejes x y y tienen sentido respecto a los puntos cardinales terrestres, Norte(N)/Sur(S) intersección entre el meridiano Greenwich con un plano tangente geocéntrico y Este(E)/Oeste(O) ortogonalmente respecto los sentidos N/S y U/D [España, 2010]. Esto caracteriza el sentido de la terna, siendo las configuraciones más famosas LGCV-ENU y LGCV-NED, respectivamente descrita con los ejes $(x^c = E, y^c = N, z^c = U)$ y $(x^c = N, y^c = E, z^c = D)$. Figura 2.6 ejemplifica las configuraciones de la terna LGCV-ENU de un punto P respecto de la latitud geocéntrica ϕ_c y longitud λ .

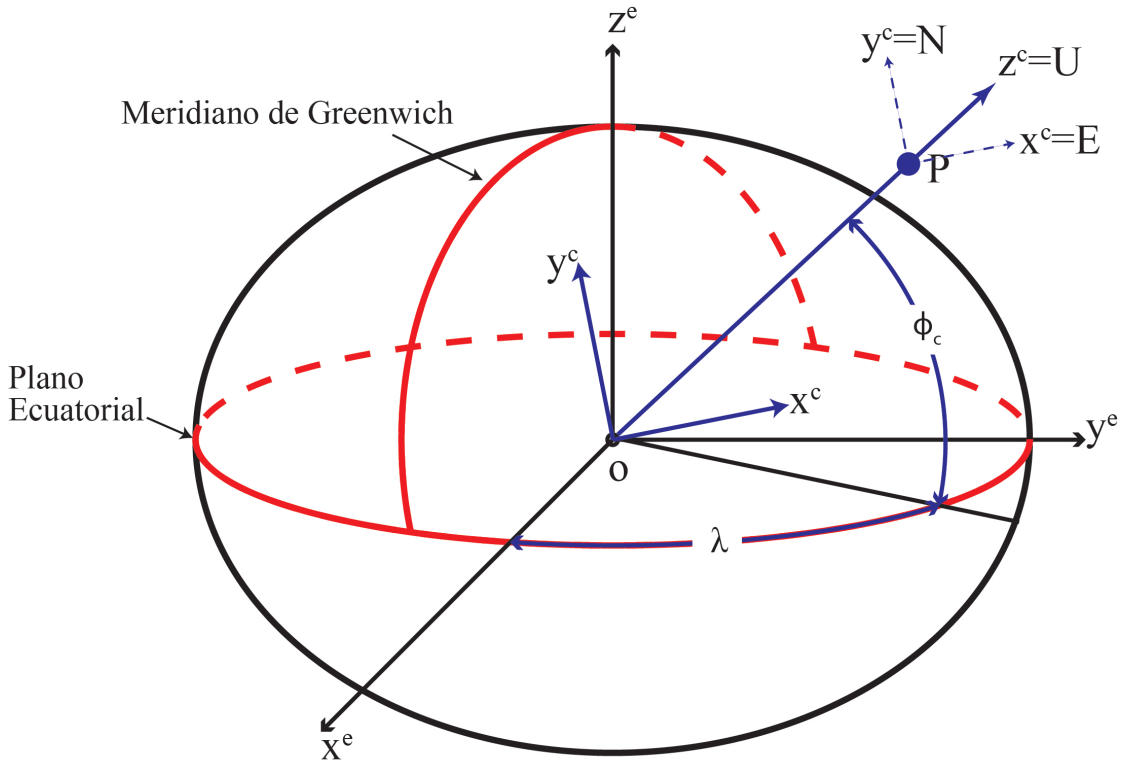


FIGURA 2.6: Terna Vertical Geocéntrica Local LGCV, Respecto a un Punto P (vehículo).

Se puede encontrar la matriz de rotación entre la terna LGCV y la terna ECEF, por medio de:

$$\mathbf{C}_e^{c(ENU)} = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ -\sin(\phi_c) \cos(\lambda) & -\sin(\phi_c) \sin(\lambda) & \cos(\phi_c) \\ \cos(\phi_c) \cos(\lambda) & \cos(\phi_c) \sin(\lambda) & \sin(\phi_c) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

2.2.4.2. Terna Vertical Geodésica Local LGV (g-frame)

La terna vertical geodésica local está centrada al centro de la gravedad de la Tierra, su eje z es paralelo a la vertical geodésica igualmente con sentido U o D, sus ejes x y y son paralelos al elipsoide WGS84 el cual es el sistema de coordenadas geográficas mundial que permite localizar cualquier punto de la Tierra [España, 2010]. Este sistema queda referida a las direcciones cardinales (E/O ó N/S) lo que resulta en una referencia directa siendo conveniente para muchas aplicaciones (orientaciones de objetos y trayectorias de vehículos). La terna LGV puede denominarse por la orientación elegida de sus ejes, terna geográfica g donde queda como ($x^g = E, y^g = N, z^g = U$) y terna de nivel l , ($x^l = N, y^l = E, z^l = D$), esta terna es usada particularmente en aplicaciones de aero-navegación [Carrizo et al., 2014]. Esto se ejemplifica en la Figura 2.7, donde la terna geográfica para un punto P se describe por su geodésica latitud Φ , longitud λ , y altura geodésica h , llamadas coordenadas curvilíneas geodésicas.

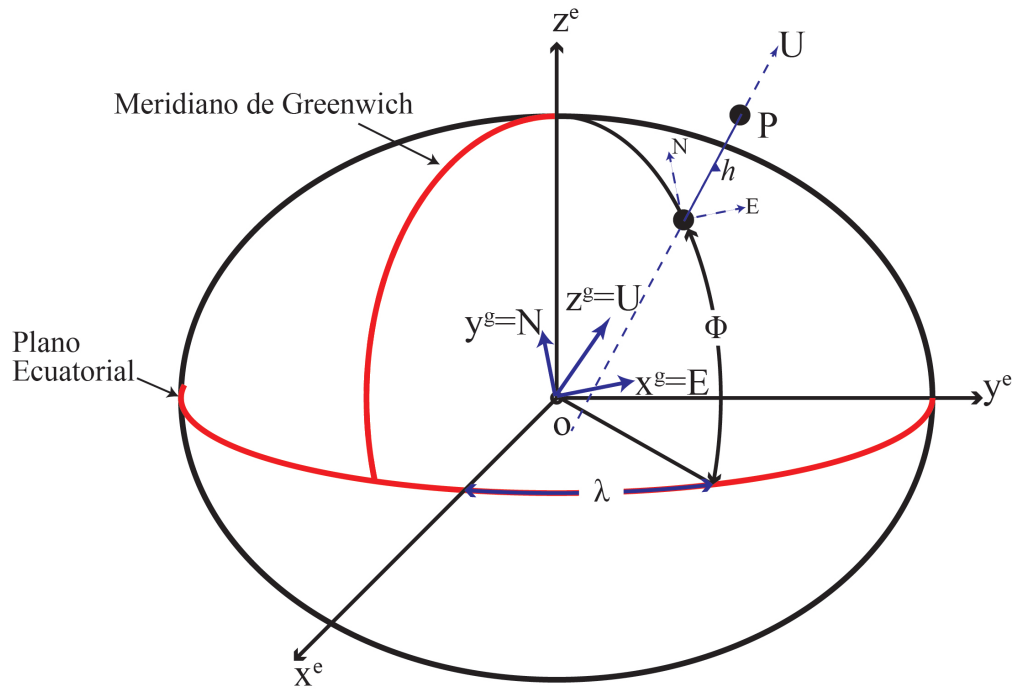


FIGURA 2.7: Terna Vertical Geodésica Local ENU, Punto Respecto en Dirección a un Punto de la Superficie Terrestre.

Para conocer la orientación cardinal se requiere de girar la terna en longitud (E/O) de la partícula P, sin embargo pequeños desplazamientos inducen grandes cambios respecto a las direcciones N/S, esto motiva al uso de ternas no cardinales, donde mediante la suma del ángulo de deriva (wander angle), que es un ángulo positivo

α alrededor de su eje z , se soluciona este problema. Las ecuaciones en 2.14 MCD corresponde a las transformaciones entre las ternas $g-l$ y entre las ternas $e-g$.

$$\mathbf{C}_{g(ENU)}^{l(NED)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{C}_e^g = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ -\sin(\phi)\cos(\lambda) & -\sin(\phi)\sin(\lambda) & \cos(\phi) \\ \cos(\phi)\cos(\lambda) & \cos(\phi)\sin(\lambda) & \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

De la matriz de rotación $\mathbf{C}_e^g$ la terna rota respecto a la terna ECEF a medida que la partícula P se desplaza, similar a la empleada en (2.13).

2.2.5. Terna de Navegación (n-frame)

Similar a las ternas de nivel local (LLF), la terna de navegación esta definida por direcciones de sus ejes referidas a las direcciones cardinales pero con un origen en la posición de los sensor inerciales sobre el vehículo. Una de las diferencias principales entre las ternas LLF y la terna n-frame, esta en que los ejes verticales pueden girar, para esto se busca mecanizar los ejes [Carrizo et al., 2014]. Mecanizar los ejes se refiere a escribir los ejes al sistema de referencia apropiado y a partir de esto calcular las entradas de la terna.

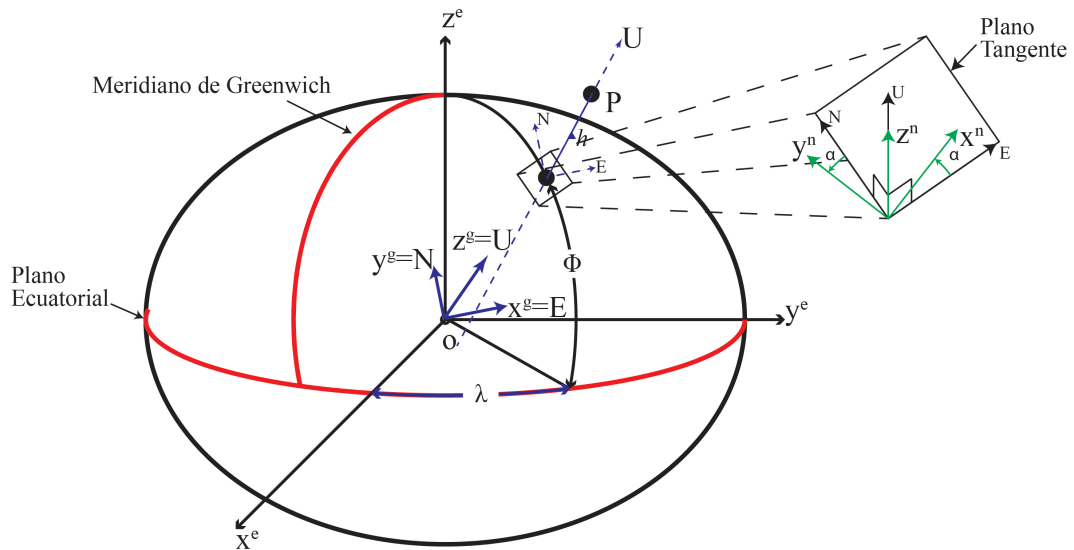


FIGURA 2.8: Terna de Nivel Local ENU con Relación de ECEF con Plano Tangente y Terna de Navegación.

La terna de navegación tiene su origen en la localización del sistema inercial (longitud y latitud). Es un sistema local donde los ejes x y y se encuentran en un plano tangente con respecto a un punto de la tierra. La terna de navegación se configura por el eje x apuntando al este E, el eje y al norte N y su eje z arriba U, esta configuración ENU puede cambiar a NED pero debe ser especificado. Además, en esta terna se indican el rumbo geográfico Ψ^g y el rumbo de navegación $\Psi = \Psi^g + \alpha$ del vehículo [Carrizo et al., 2014]. En la Figura 2.8 se ejemplifica estas rotaciones respecto a la terna LLF, se usa nuevamente el ángulo de deriva (wangler angle), por las dificultades al presentarse latitudes cercanas a los polos.

La Figura 2.9 representa los ejes horizontales de x^n y y^n de la terna n con respecto al plano tangente de la terna definida a partir del sentido de ENU, junto a los rumbos geográficos y de navegación.

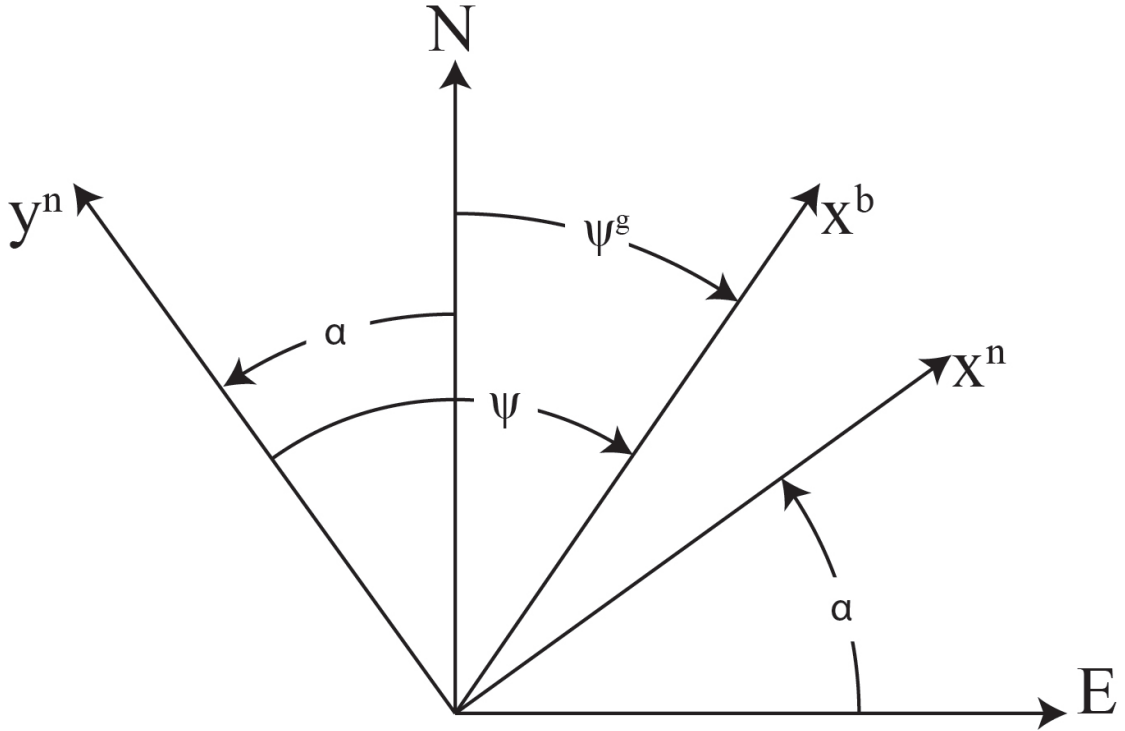


FIGURA 2.9: Terna n Respecto a los Rumbos Geográficos y Rumbos de Navegación.

Las siguientes MCD representan las transformaciones entre ternas:

$$\mathbf{C}_{g(ENU)}^n = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Usando C_e^g y C_g^n se obtiene la matriz de rotación respecto a la terna de ECEF y la terna de n , en función de Φ , λ y α .

$$\mathbf{C}_e^n = \mathbf{C}_g^n \mathbf{C}_e^g = \begin{bmatrix} -\cos(\alpha) \sin(\lambda) - \sin(\alpha) \sin(\Phi) \cos(\lambda) & \cos(\alpha) \cos(\lambda) - \sin(\alpha) \sin(\Phi) \sin(\lambda) & \sin(\alpha) \cos(\Phi) \\ \sin(\alpha) \sin(\lambda) - \cos(\alpha) \sin(\Phi) \cos(\lambda) & -\sin(\alpha) \cos(\lambda) - \cos(\alpha) \sin(\Phi) \sin(\lambda) & \cos(\alpha) \cos(\Phi) \\ \cos(\Phi) \cos(\lambda) & \cos(\Phi) \sin(\lambda) & \sin(\Phi) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

2.2.6. Terna de Cuerpo (b-frame)

La terna de cuerpo esta asociada al cuerpo del vehículo, esta terna permite describir la orientación del vehículo con respecto a la terna de navegación n . La terna de cuerpo tiene como origen un punto en el cuerpo, este suele ser el centro de masa, donde la posición y la velocidad del vehículo se desea conocer en todo instante [Calvo, 2000]. Esta configuración se suele usar en plataformas Strapdown, en consecuencia los sensores inerciales o en su defecto la unidad de medición inercial (IMU), tienen como origen el centro de masa del vehículo, donde sus ejes rotan y se mueven junto a el [Carrizo et al., 2014]. En la mayoría de las aplicaciones los ejes sensitivos del acelerómetro y giroscopio son construidos para coincidir con los ejes de la plataforma de Strapdown.

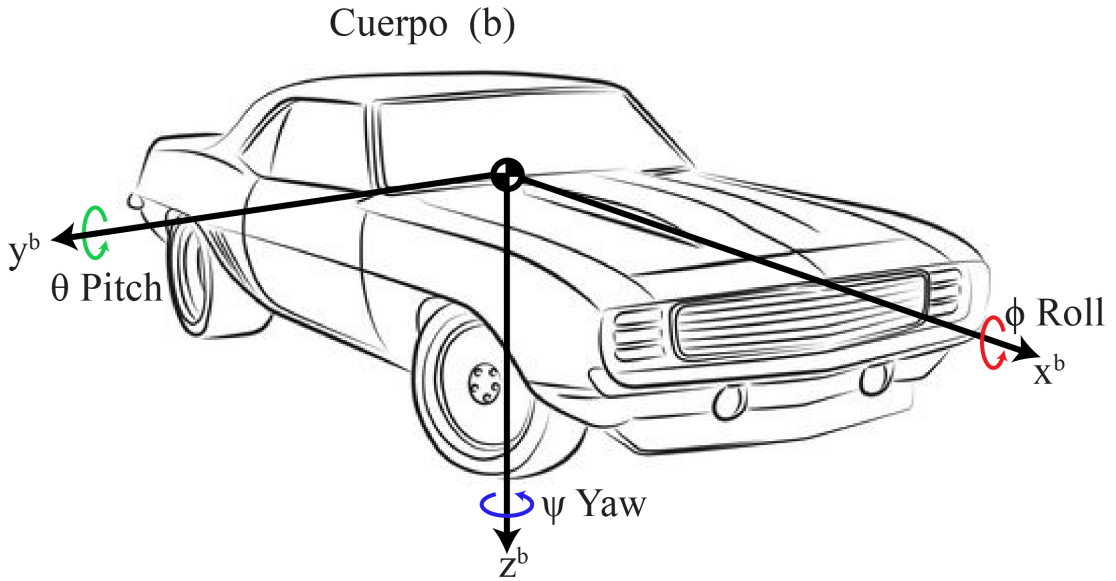


FIGURA 2.10: Terna b Sentido NED, con Función a los Ángulos de Euler.

En la Figura 2.10 se muestran las ternas de cuerpo con respecto a los ángulos de Euler. Frecuentemente, sobre todo en aplicaciones de aero-navegación, la terna b se configura con el eje x en la dirección de avance del vehículo, este eje se comparte

con el ángulo de Euler Roll (Φ) y se denota el sentido por la regla de la mano derecha. El eje y apunta a la dirección transversal del cuerpo, este se empareja con el eje del ángulo de Euler Pitch (θ), de la misma manera se denota el sentido por la regla de la mano derecha. El eje z apunta hacia abajo donde comparte eje con el ángulo de Euler Yaw (ψ).

Así, la terna de cuerpo queda en función de los ángulos de Euler, y por medio de MCD se puede transformar a una terna de navegación:

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cos(\psi) & \cos(\theta) \sin(\psi) & -\sin(\theta) \\ \cos(\psi) \sin(\theta) \sin(\phi) - \sin(\psi) \cos(\phi) & \cos(\psi) \cos(\theta) \sin(\phi) + \sin(\psi) \sin(\theta) \sin(\phi) & \cos(\theta) \cos(\phi) \\ \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\phi) + \sin(\psi) \sin(\phi) & \sin(\psi) \sin(\theta) \cos(\phi) - \cos(\psi) \sin(\phi) & \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

C_n^b corresponde al cambio de ternas, entre la terna de navegación n a terna de cuerpo b , sin embargo para el objetivo de este proyecto de tesis, es necesario obtener la MCD de la terna b a la terna n , por lo tanto por la propiedad de rotación de matices se puede trasponer y obtener:

$$C_b^n = (C_n^b)^T \quad (2.18)$$

El sistema de ternas de referencia es un conjunto de vectores y números, estos al estar relacionados entre si con los MCD, se puede proveer las variables de navegación de una particular referencia de interés. Para esto las ternas de referencia son dependientes a las variables particulares de cada terna, donde en principio, la teoría de la relatividad menciona que sin mediciones relativas a objetos externos no es posible calcular el estado de cinemática de un cuerpo libre en un campo gravitacional [Calvo, 2000]. Sin embargo, si son medibles las fuerzas (inerciales) ejercidas sobre el cuerpo a través de su estructura y estas pueden ser medidas por instrumentos inerciales.

2.3. Instrumentos Inerciales

Por definición la inercia es la predisposición de los cuerpos a mantenerse en su estado de reposo relativo o movimiento relativo, como mantener su velocidad de rotación y de traslación, a menos que se vea afectada por fuerzas o momentos, primera ley de Newton [Rebeiz, 2004]. Por lo que no es posible calcular el estado de los cuerpos en un campo gravitacional, sin embargo las fuerzas inerciales que actúan sobre los cuerpos si, estas fuerzas son llamadas inerciales y el instrumento empleado para su medición es el acelerómetro [Kaaajakari et al., 2009]. Así, el giroscopio es el instrumento usado para medir las velocidades angulares de un cuerpo respecto a su terna inercial sin referencias externas. La aceleración como la velocidad angular son descritas por vectores de magnitud, por tal motivo es necesario conocer su proyección sobre los tres ejes de la terna de referencia.

Existen diversas ventajas de los sensores inerciales, de estos se destaca que son sensores propioceptivos es decir, no requieren referencias externas, además se destaca la independencia del medio en el que se traslada el cuerpo y su capacidad de ofrecer mediciones a altas frecuencias, lo que los vuelve una de las opciones más utilizadas en aplicaciones de navegación [Kaaajakari et al., 2009]. Para cada aplicación se requieren diferentes parámetros, por tal motivo los sensores inerciales son seleccionados base a diferentes características, por su sesgo de medida, factor de escala, repetibilidad y ruido de fondo, este ultimo limita la resolución del instrumento y la calidad del instrumento. Entre las aplicaciones más importantes se encuentran los sistemas Strapdown, donde en lo particular se busca una buena estabilidad del factor escala y amplio rango de velocidad de muestreo, así como sus dimensiones, costo y nivel de consumo eléctrico del instrumento. Sin embargo, con el avance de la tecnología de los MEMS estos factores se han visto mejorados, volviendo a los sensores inerciales de menor tamaño, precios económicos y de mejor calidad.

2.3.1. Sistemas Micro-ElectroMecánicos (MEMS)

Los sistemas micro-electromecánicos (MEMS) se pueden definir de manera general como un sistema embebido y especializado en miniatura que tienen uno o más componentes micro-maquinados que son usados como sensores o actuadores para realizar funciones dentro de la estructura de un sistema más complejo. Los MEMS

son principalmente dispositivos electromecánicos, fabricados mediante técnicas industriales de la microelectrónica, donde las dimensiones están en el orden de los μm , sus elementos de construcción están basados principalmente de silicio y tienen un grado de integración con circuitos electrónicos sobre el mismo material [Rebeiz, 2004]. En la Figura 2.11 se puede tener una perspectiva de la escala de diferentes elementos para tener una idea general del tamaño (μm) de los MEMS.

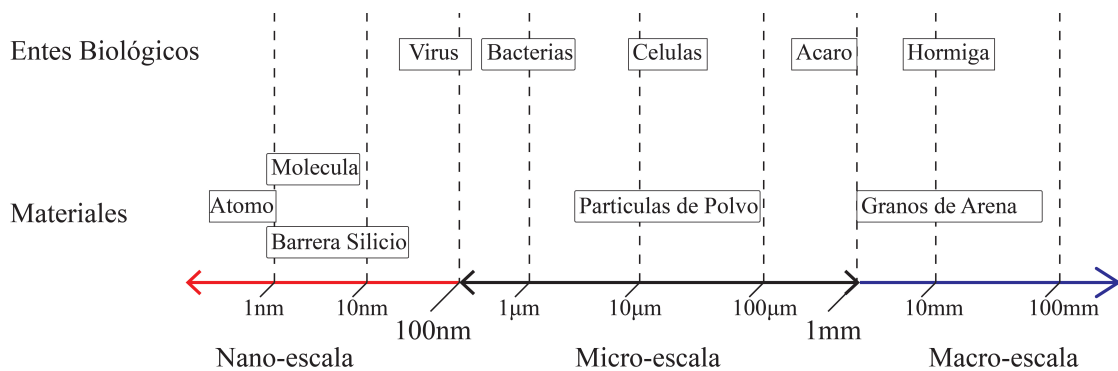


FIGURA 2.11: Escalas de Diversos Elementos, Dominio Nano, Micro y Macro.

En si, MEMS son dispositivos físicos de un Micro-sistema realizado con una metodología para el desarrollo tecnológico de este, especializado y para una única aplicación, el cual contiene al menos un elemento transductor creado por un proceso de micro-maquinado [Kaajakari et al., 2009]. Así mismo dependiendo de su funcionalidad se puede argumentar que un Micro-sistema debe comprenderse de un sensor que alimenta a un sistema externo más complejo, un circuito electrónico que acondiciona la señal producida por el sensor, y de actuadores que responden a las señales eléctricas generadas por los circuitos internos y que interactúen con el sensor, la Figura 2.12 describe los elementos del MEMS y algunas áreas para su aplicación.

Igualmente los MEMS son clasificados a partir de sus características de movimiento [Kaajakari et al., 2009], por ejemplo, sin partes móviles, esta categoría de MEMS se encuentran como inyectores de tinta, sensores de presión pizorresistivos, secuenciadores de ADN. Con partes móviles y superficie de impacto, son interruptores ópticos, micro-relevadores, micro-válvulas, micro-bombas y cualquier dispositivo que requiera de micro-ensamblados. Otra categoría son con partes móviles, rozamiento y superficies de impacto, los cuales son mecanismos de actuación basados en engranes, vástagos y actuadores electrostáticos [Kaajakari et al., 2009]. Por último con partes móviles pero sin rozamiento o superficie de impacto, en esta categoría se encuentran sensores de presión, capacitores variables, resonadores,

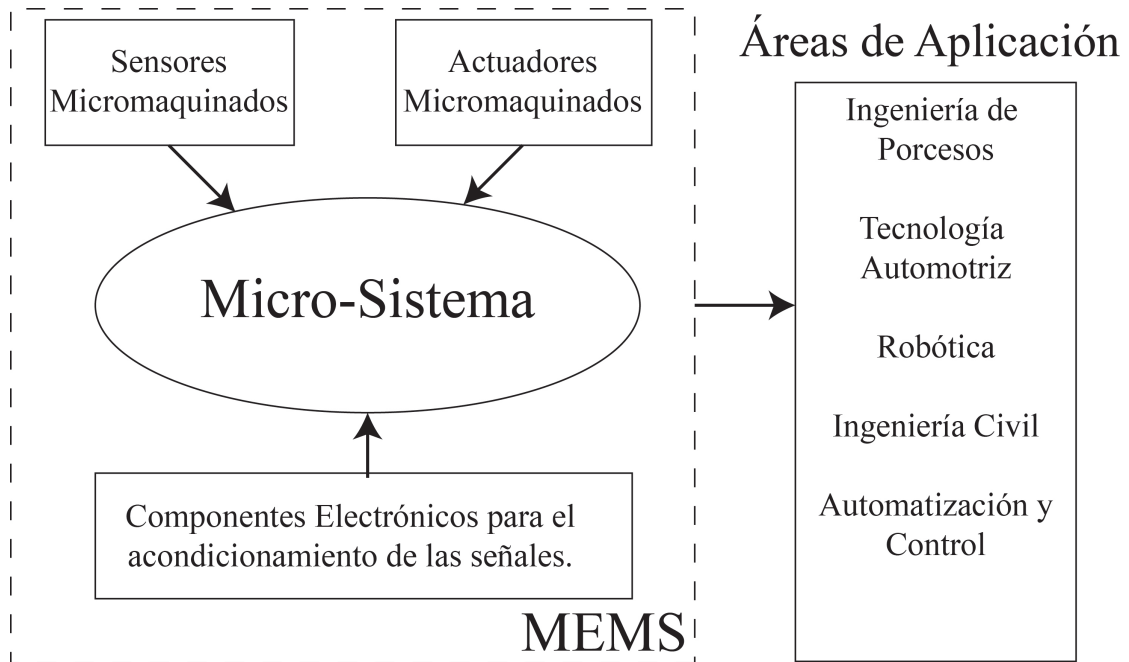


FIGURA 2.12: Descripción del Diseño de un Sistema Micro-Electromecánico y Algunas Áreas para su Aplicación.

mecanismos de actuación electrotérmico, acelerómetros y giroscopios, siendo estos dos últimos los más importantes para este trabajo de tesis, estos serán descritos a lo largo de la tesis.

2.3.2. Acelerómetros

En general, la configuración de trabajo de los acelerómetros consiste en una masa contrabalanceada por un elemento flexible o elástico fijo al cuerpo del instrumento y por medio de la segunda ley de Newton, la fuerza inercial que actúa sobre el cuerpo produce un desplazamiento de la masa y este desplazamiento es transformado en una señal medible[Rebeiz, 2004].

Así un acelerómetro a bordo de un vehículo medirá la fuerza gravitatoria que actúa de manera uniforme sobre el dispositivo junto a la aceleración inercial, de este último llamado fuerza por unidad de masa o fuerza específica, con dirección del movimiento de la masa sobre el eje de medición del acelerómetro, ver Figura 2.13. La aceleración es descrita por una magnitud vectorial, por lo tanto el acelerómetro o la unidad inercial esta compuesta o descrita por 3 ejes de medición sensibles ortogonales entre si.

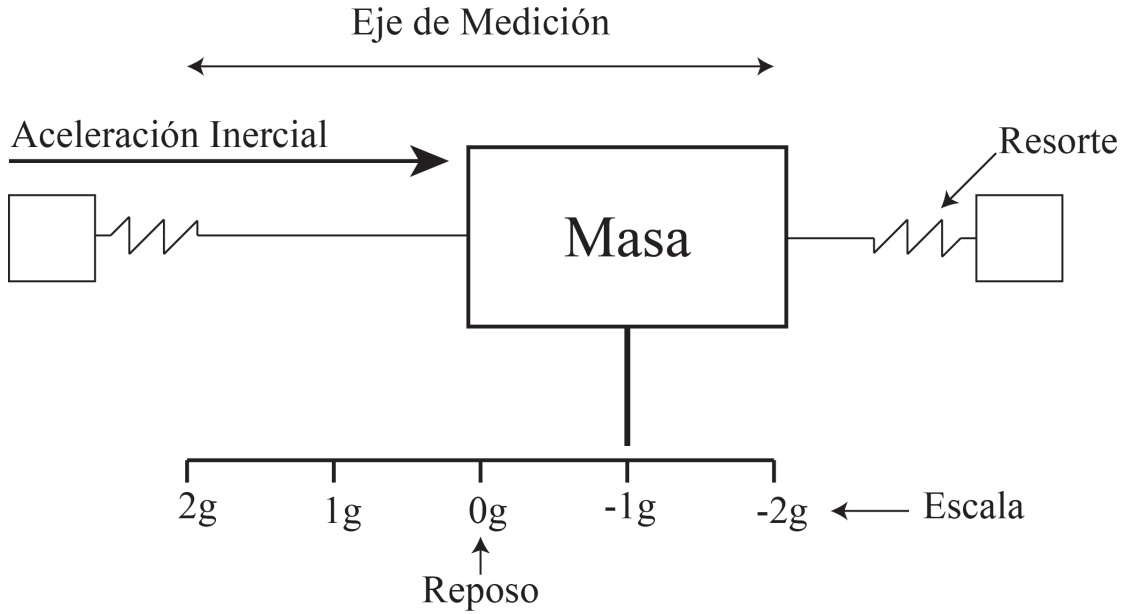


FIGURA 2.13: Principio de Funcionamiento de un Acelerómetro.

De las leyes de inercia y gravedad de Newton, se puede modelar la siguiente ecuación del comportamiento de un acelerómetro, del cual se puede describir la posición.

$$\frac{d^2 P^i}{dt^2} = \ddot{P}^i = f^i + g^i \quad (2.19)$$

P^i es la posición, f^i la fuerza específica actuante sobre el cuerpo y g^i la aceleración gravitacional inercial. De la ecuación 2.19 se puede expresar un acelerómetro en reposo, donde $\ddot{P}^i = 0$ en un campo gravitatorio, como estado de sustentación $f^i = -g^i$.

2.3.2.1. Acelerómetros Realimentados de Péndulo

Para mediciones estables y precisas se utiliza una configuración en lazo cerrado, a diferencia de la configuración típica de la Figura 2.13, donde la masa es fijada a un péndulo y este mantiene la posición de reposo, ver Figura 2.14

Esta configuración cambia el elemento flexible por un lazo de regulación, el cual mantiene al péndulo en posición cero, la medición del ángulo puede ser capacitivo, óptico, resistivo o inductivo como se muestra en el esquema de la Figura 2.14. La aceleración es proporcional a la corriente que se produce después del amplificador el cual regresa al péndulo a la posición cero. Esta limitación del desplazamiento de la masa del péndulo, produce un aumento en el rango y un funcionamiento

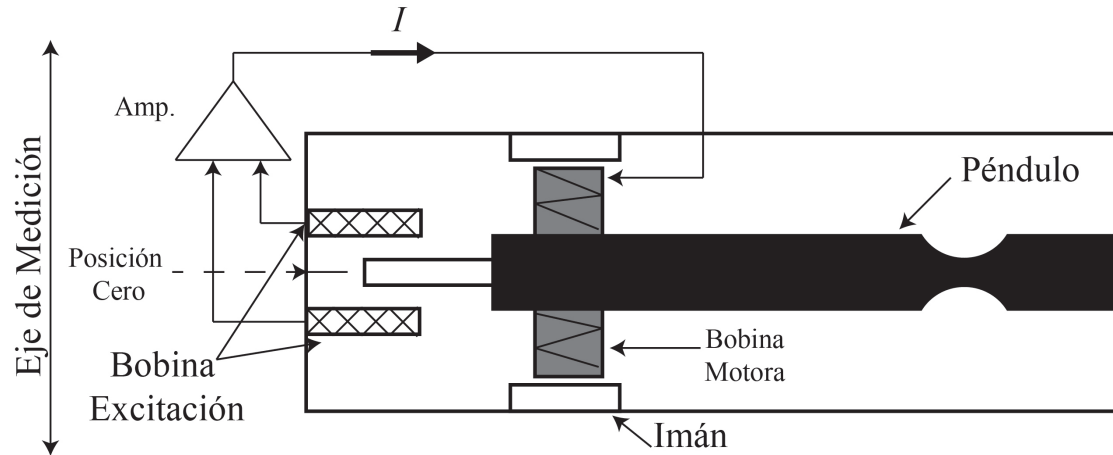


FIGURA 2.14: Esquema Acelerómetro Tipo Péndulo.

del sensor en su zona de máxima sensibilidad sobre toda la escala de medida. El rango de operación de estos sensores puede alcanzar los 100 g ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$) de sensibilidad.

2.3.2.2. Acelerómetros Micro-maquinado MEMS

Los acelerómetros MEMS trabajan en base al mismo concepto de la Figura 2.13, solo que a una escala micro. Estos acelerómetros pueden ser agrupados según su principio de funcionamiento: de segmento resonante, onda acústica superficial, piezoresistivos y capacitivos.

Segmento resonante.

Estos son de nueva generación, utilizan como principio la alteración de la frecuencia de oscilación de un segmento mecánico (cristal de cuarzo) frente a los cambios en la tracción que este soporta. La fuerza específica o la aceleración inercial, sobre el eje de medición altera diferencialmente el estado de tensión del segmento, provocando una diferencia entre las frecuencias de oscilación [Kaajakari et al., 2009].

Onda acústica superficial.

El principio de funcionamiento de estos acelerómetros es generar una onda acústica por medio de un cristal piezoeléctrico mediante una distribución periódica de electrodos sobre la superficie del cristal. Estos acelerómetros tienen una viga en saliente que carga en un extremo con una masa, la frecuencia de la onda es alterada variando la tracción mecánica de la superficie del cristal [Kaajakari et al.,

2009]. En el momento de presentarse una fuerza específica, esta flexiona la viga alterando su tensión superficial y provocando una variación en la frecuencia de la onda acústica, siendo posible la medición de la fuerza aplicada sobre la viga, ver Figura 2.15.

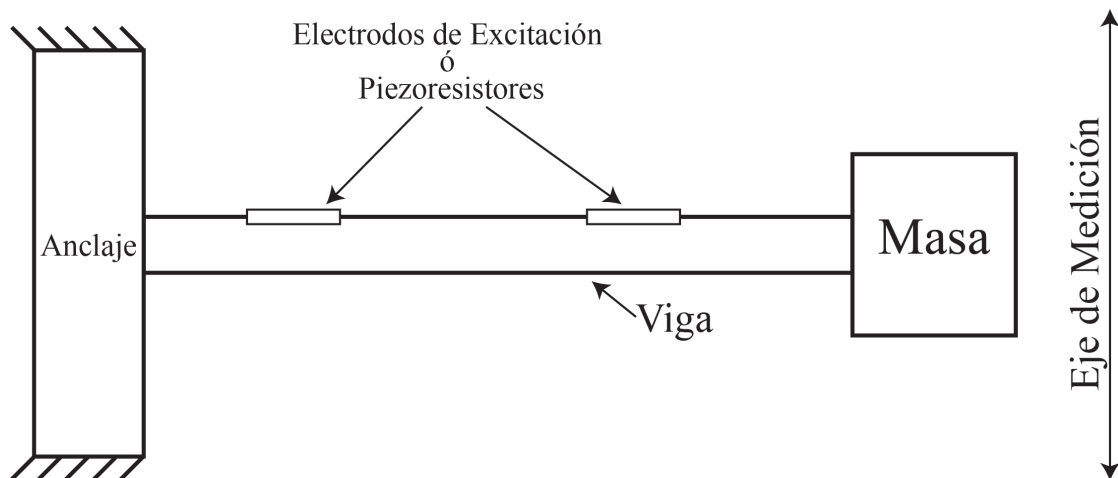


FIGURA 2.15: Esquemático Onda Acústica Superficial / Piezoresistivos.

Piezoresistivos.

Los acelerómetros piezoresistivos son similares a la estructura de los de onda acústica superficial, estos son los primeros en haber sido micro-maquinados. Este acelerómetro trabaja en base a la misma configuración, sin embargo en este caso, un piezoresistor va montado sobre la viga, y este mide la tensión de la misma por la flexión que se genera por la fuerza específica o la aceleración inercial sobre el eje de medición de la carcasa del equipo. Ver Figura 2.15.

Capacitivos.

Los acelerómetros capacitivos están compuestas por dos placas conductoras las cuales cambian respecto a la fuerza específica aplicada en la carcasa, ver Figura 2.16. Las fuerza específicas producen un desplazamiento de la masa, esta a su vez genera una alteración en la capacitancia entre las dos placas conductoras, este cambio permite medir eléctricamente la fuerza aplicada sobre el instrumento.

Actualmente esta configuración es empleada con elementos capacitivos en silicio, los cuales son utilizados por contar con bajos costos de producción y alta precisión para diversas aplicaciones automotrices, de navegación y control.

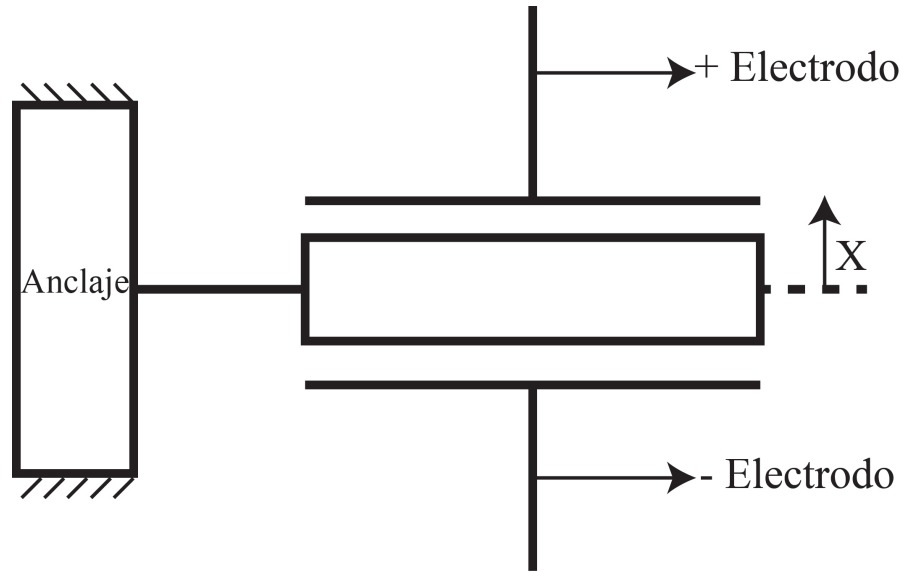


FIGURA 2.16: Esquema Acelerómetro Tipo Capacitivo.

2.3.3. Giroscopios

Los giroscopios son dispositivos mecánicos empleados para medir la rotación, mantener o cambiar la orientación en el espacio. El giroscopio está configurado esencialmente por una masa con simetría de rotación, que gira alrededor de sus ejes con la misma simetría del cuerpo [Kaajakari et al., 2009]. Así, los giroscopios miden la rotación angular de un cuerpo, estos se distinguen entre los que miden una velocidad angular instantánea (rate gyros) y los que miden cambios en el ángulo rotado “rate integrating gyros” (RIG). Cuando una magnitud debe obtenerse a través de una integración numérica, esta se va degradando y con esto la información efectiva. Los giroscopios pueden clasificarse respecto a sus principios físicos, rotatorios, vibratorios y ópticos.

2.3.3.1. Giroscopios Rotatorios

Los giroscopios rotatorios son de los primeros giroscopios creados y están conformados por un volante rotatorio suspendido en un montaje con ejes perpendiculares al eje del volante, ver Figura 2.17. Los giroscopios rotatorios tienen como base la conservación del momento angular.

La base del principio del giroscopio, contempla que para un momento angular (H), la velocidad angular ω sobre el eje de medición genera un par de precesión, el cual es el movimiento asociado con el cambio de dirección que experimenta

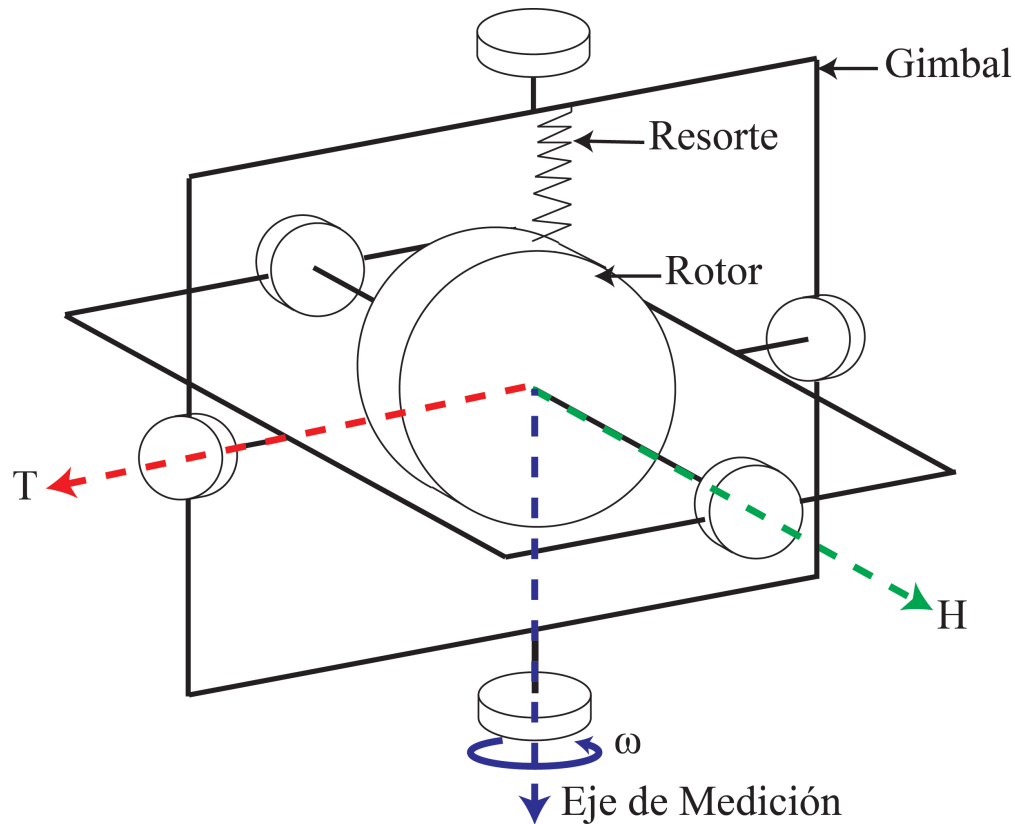


FIGURA 2.17: Esquema de Giroscopio Rotatorio.

el eje instantáneo de rotación del cuerpo $T = \omega \times H$, sobre el gimbal (soporte estabilizador) en el eje perpendicular de ambos efectos [Madgwick et al., 2011].

2.3.3.2. Giroscopios Vibratorios

Los giroscopios vibrantes trabajan base a una masa vibrante que al ser forzada a rotar se induce vibraciones secundarias ortogonales a la vibración original y al eje de rotación, de esa manera la energía de la vibración es transferida a un modo secundario, la amplitud de las oscilaciones secundarias resulta en la medición de la velocidad angular del eje de medición del instrumento, ver Figura 2.18.

Este principio a permitido la elaboración de giroscopios sin motores, sin partes rotatorias y sin rodamientos, construidos en su totalidad con tecnología MEMS integrados en un solo circuito [Kaajakari et al., 2009].

En estos tipos de giroscopios se puede encontrar:

Giroscopio de diapason. El cual es de los primeros giroscopios vibratorios, este giroscopio esta construido por una pieza de cuarzo piezoeléctrico, donde una

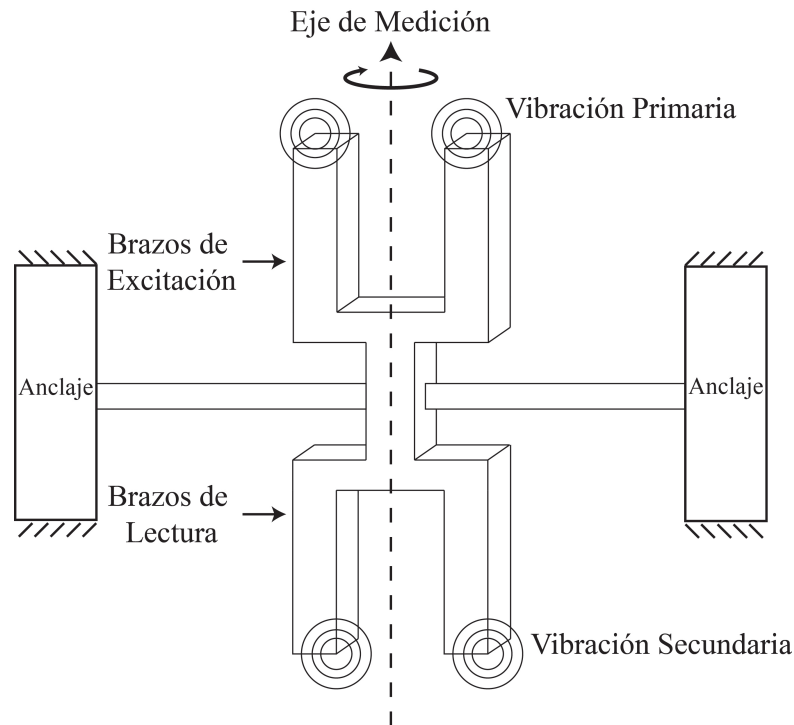


FIGURA 2.18: Esquema de Giroscopio Vibratorio.

oscilación primaria se transforma en velocidad periódica lineal en la dirección del plano, cuando el diapasón rota sobre el eje de medición a una velocidad angular, una fuerza inercial (efecto Coriolis) actúa sobre las ramas perpendiculares del eje, esta fuerza se traduce en un par de torsión que inducen una vibración secundaria sobre un plano inferior del sensor [Kaaajakari et al., 2009]. La señal piezoeléctrica producida en el plano inferior es demodulada y usada como referencia para obtener la señal de salida, ver Figura 2.19.

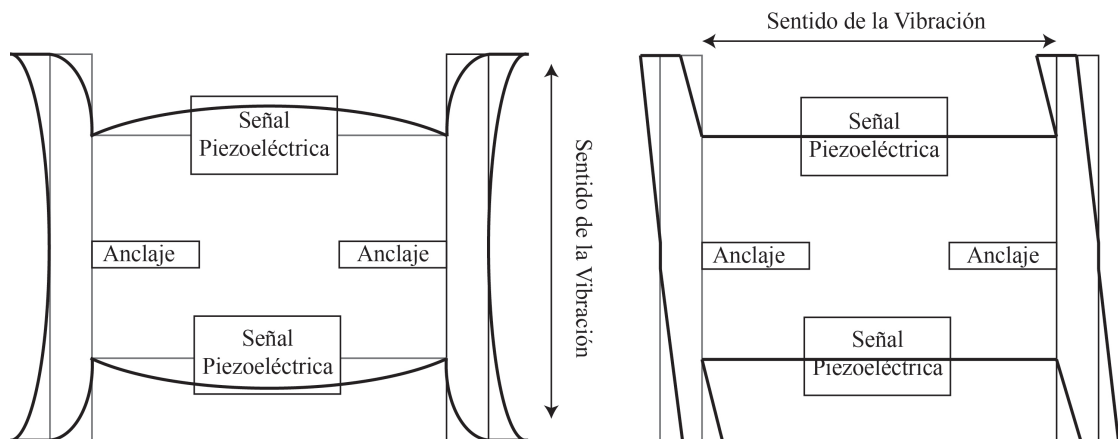


FIGURA 2.19: Esquema de Giroscopio Vibratorio de Diapasón.

Giroscopio de disco oscilante, consiste de un disco en rotación oscilatorio alrededor de su eje de medición, la rotación del disco induce una oscilación secundaria, que es perpendicular a la velocidad angular del disco, la oscilación secundaria es captada por electrodos capacitivos situados por debajo del disco, así el dispositivo mide la componente bi-dimensional del vector de velocidad angular proyectada sobre el disco.

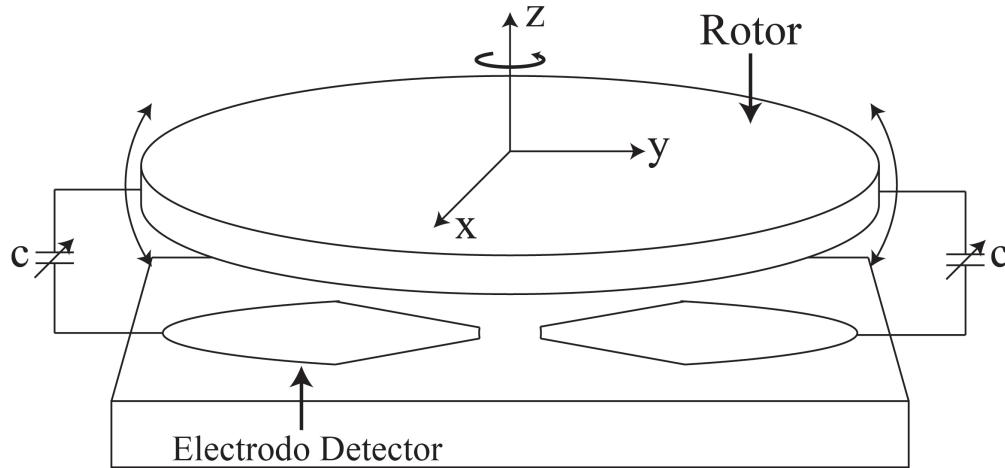


FIGURA 2.20: Principio de Giroscopio Basado en Disco Vibratorio.

2.3.3.3. Giroscopios Ópticos

Los primeros instrumentos en implementar efectos ópticos fueron los giroscopios de láser en anillo (RLG), los cuales trabajan en base al principio de Sagnac. Estos giroscopios fueron creados para precisión y rango dinámico para los sistemas strapdown, que tienen como ventaja que la lectura es casi instantánea, con una baja sensibilidad a perturbaciones mecánicas e independencia mecánica al medio ambiente [Madgwick et al., 2011]. El principio de Sagnac supone un anillo con una posición P, que rota alrededor de su simetría a una velocidad angular ω , en el cual una trayectoria a y una la trayectoria b son los tiempos de dos rayos de luz partiendo del punto P hasta encontrar a dicho punto de partida, de esto resulta una diferencia del camino recorrido por ambos rayos, esta diferencia es proporcional a la velocidad angular ω .

Giroscopio de Láser en Anillo (RLG). Consiste en un cavidad óptica resonante en un camino cerrado con 3 o más espejos, donde la luz viaja sobre 3 direcciones, este provee una ganancia que permite mantener la resonancia de los rayos en contra-propagación a una frecuencia compatible con la longitud de los

caminos ópticos [Kaaajakari et al., 2009]. La ganancia dentro de la cavidad es producida por un gas noble que llena el interior de la cavidad, la cual esta construida por un material de baja expansión térmica de modo que los cambios mecánicos son limitados, donde la rotación absoluta se genera dentro la cavidad con dos rayos resonantes a la misma frecuencia con un número entero de longitud de onda encerrados en el camino óptico.

2.3.4. Unidades de Medición Inerciales (IMU)

Un sistema de navegación donde son utilizados giroscopios y acelerómetros se le conoce como sistema de navegación inercial, donde este conjunto de sensores son llamados Unidad de Medición Inerciales (IMU), empleados para medir la variación de rotaciones y aceleraciones del cuerpo al cual van montados [Madgwick et al., 2011]. Los instrumentos inerciales de un sistema de navegación normalmente están agrupados en el centro de masas, dentro de la carcasa denominada como IMU. Dentro de la IMU puede variar el número de sensores inerciales dependiendo de la aplicación, en su mayoría están configurados los sensores inerciales mutuamente ortogonales entre ellos para proveer medidas vectoriales de las fuerzas específicas y velocidades angulares inerciales, ver Figura 2.21.

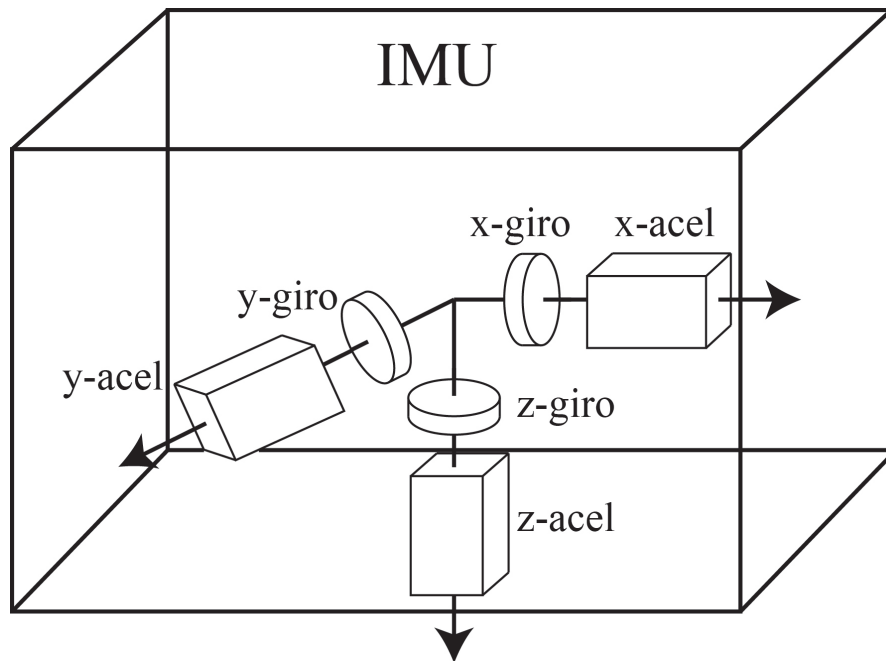


FIGURA 2.21: Esquemático de una IMU Compuesto por Acelerómetros y Giroscopios.

2.4. Navegación Inercial

Se puede definir la navegación como, la ciencia que permite determinar los parámetros de navegación de un vehículo con información a bordo del mismo, con el objetivo principal de localizar la posición y orientación precisa del mismo objeto. En la ciencia de navegación existen diversas técnicas para llevar a cabo esta tarea, este trabajo de tesis se enfoca a la navegación inercial, la cual se basa en la medición de variaciones de diferentes variables para determinar valores de la cinemática del cuerpo o del vehículo. En general, la navegación inercial utiliza giroscopios y acelerómetros para mantener una estimación de la posición, velocidad, orientación y variación de la orientación del vehículo respecto a los sensores inerciales [Madgwick et al., 2011]. La navegación inercial se puede categorizar en dos tipos, navegación con plataforma estabilizada (gimbale) y navegación inercial con instrumentos fijos al vehículo (Strapdown), siendo este último el más famoso de las ultimas décadas por los avances tecnológicos en los instrumentos inerciales y en los MEMS. En el presente proyecto de tesis se usa la navegación inercial Strapdown, esta será desarrollada a profundidad más adelante en el escrito. La navegación inercial es empleada por Sistemas de Navegación Inerciales (INS), estos consisten en una unidad de medida inercial (IMU) que ligan sensores a una plataforma común para calcular orientaciones relativas y ser estas procesadas para el cálculo de otros parámetros [Kaaajakari et al., 2009].

2.4.1. Sistemas de Navegación Inercial (INS)

Un sistema de navegación inercial (INS) puede definirse como un sistema de ayuda a la navegación que usa sensores de movimiento acelerómetros, sensores de rotación giroscópicos y un computador para calcular continuamente la posición, orientación, y velocidad de un objeto en movimiento mediante integraciones numéricas sin necesidad de referencias externas. Los INS utilizan giroscopios y acelerómetros para calcular Posición, Velocidad y Actitud (orientación) de cuerpos móviles, a través de ecuaciones de navegación y leyes de Newton [Giancoli, 2005], [Grewal et al., 2007]. Un INS depende directamente de mediciones inerciales, que miden la aceleración lineal y la velocidad angular. Por lo tanto, un INS es el acoplamiento de una IMU y una computadora para procesar las ecuaciones de navegación. Como ha sido mencionado a lo largo de este trabajo de tesis, existen dos formas de implementar

los sistemas de navegación inercial, Navegación inercial con plataforma estabilizada (gimbaled) y Navegación inercial con instrumentos fijos al vehículos (Strapdown), en el presente proyecto de tesis se usa la navegación inercial Strapdown que es explicada a continuación.

2.4.1.1. INS Strapdown

Los INS Strapdown están fijos al centro de masas del vehículo y en este se encuentra una IMU que mide las velocidades angulares y aceleraciones inerciales o fuerzas específicas del vehículo Strapdown, ver Figura 2.22. En la actualidad la mayoría de las aplicaciones implementan este tipo de configuración de navegación inercial, esto por las diferentes ventajas que presentan, como la menor complejidad mecánica del sistema gracias al uso de MEMS, menos partes móviles y a la navegación integrada que permite el uso de sensores de bajo calidad que ayudan en la reducción del costo de implementación.

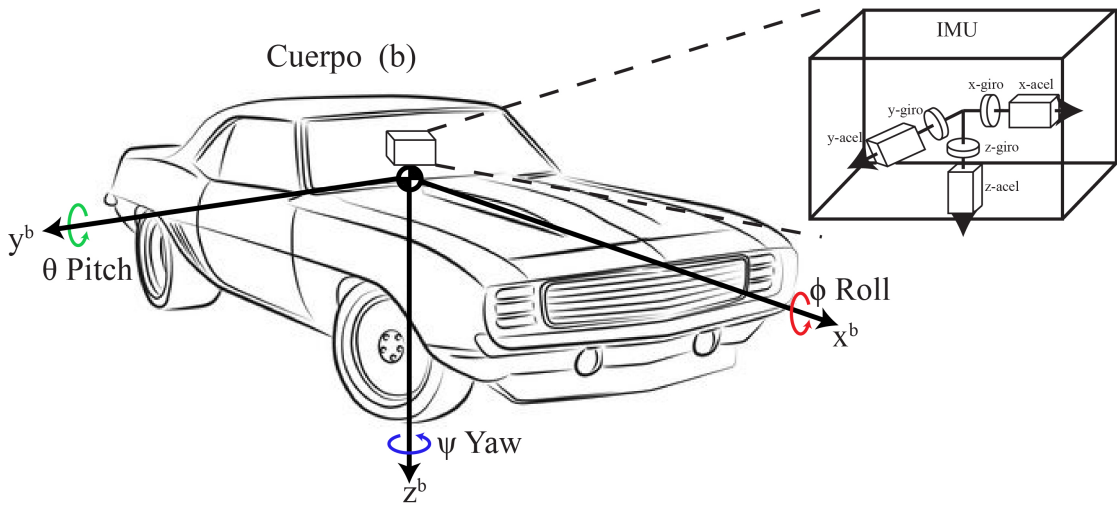


FIGURA 2.22: Vehículo con IMU Alineada con sus Ternas y Centrada al Centro de Masas del Cuerpo.

Sin embargo, al no tener plataformas (a diferencia del INS gimbaled), la terna de la IMU es alineada con la terna de cuerpo del vehículo, esto resulta en una terna no alineada a la terna de referencia o de navegación, por lo que se vuelve necesario determinar matemáticamente la orientación relativa entre las ternas, en particular la terna de navegación, y de tal manera mecanizar el sistema de ecuaciones para determinar las fuerzas específicas o aceleraciones inerciales medidas según los ejes de la terna de navegación [Grewal et al., 2007]. A este proceso se le conoce como

plataforma analítica y conlleva el uso de integrales numéricas a las mediciones de la IMU generando acumulaciones de errores. Por otra parte los giroscopios montados sobre la plataforma miden desviaciones respecto a velocidades angulares estos deben poder registrar todos los rangos de velocidades angulares, de modo que esta tecnología conlleva mayores complicaciones y exigencias sobre la instrumentación inercial y sobre todo en los algoritmos numéricos.

El avance tecnológico en las capacidades de cálculo de las computadoras digitales, así como el desarrollo de nuevos materiales para sensores inerciales han generado una mayor confianza en estos sistemas Strapdown, y por otro lado, por la posibilidad de implementar algoritmos complejos que permiten la fusión de mediciones inerciales y de referencia absoluta, donde estos algoritmos son la base de los sistemas de navegación, que permiten potenciar las prestaciones de los instrumentos inerciales reduciendo exigencias de estabilidad y precisión [Madgwick et al., 2011]. Como resultado, la solución de las ecuaciones de navegación y el cálculo de los parámetros de navegación puede ser resuelto sin el uso de altos recursos computacionales y para el uso de aplicaciones de navegación.

2.5. Ecuaciones Cinemática y Ecuaciones de Navegación

Las ecuaciones cinemáticas son ecuaciones diferenciales que describen los parámetros de navegación, movimientos traslacionales y rotacionales de un objeto móvil respecto a un sistema de coordenada o de terna de referencia. Esto se ejemplifica con la posición de un punto P^v dada en una terna de referencia v y su orientación por la posición angular del cuerpo b en una terna de cuerpo siendo caracterizado por una MCD de C_b^v , las ecuaciones cinemática determinan la evolución de P^v y de C_b^v . Estas ecuaciones son descritas por vectores de aceleración lineal y vectores de velocidad angular, ambos vectores son relativos a un sistema o terna de referencia elegido, sobre todo de donde se tomen las variables [Madgwick et al., 2011].

En presencia de un campo gravitacional, la aceleración lineal es la composición de la gravedad y de una aceleración inercial o fuerza específica, esta puede ser provocada por fuerzas inerciales como la propulsión, resistencia aerodinámica o de sustentación. De tal manera se vuelve fundamental la diferenciación entre la

fuerza específica y la gravedad, más específicamente el acelerómetro montado en un vehículo estático que mide internamente los desplazamientos relativos de la masa respecto a su carcasa, indicará aceleraciones dado que la masa de prueba como la carcasa están sometidas al mismo campo gravitacional [Rönnbäck, 2000]. Del mismo modo el giroscopio medirá su propia velocidad angular referido a un sistema inercial.

Como se ha mencionado, los sistemas de navegación inercial son por definición aquellos sistemas que utilizan acelerómetros y giroscopios como instrumentos de medición, de manera que estos sistemas no tienen la posibilidad de medir la aceleración gravitacional, lo que hace que sea necesario un modelo matemático con respecto a la función de coordenadas del vehículo y sus orientaciones, esto es detallado en la sección 2.5.2 de la tesis. Así, con el conjunto de ternas inerciales, el modelo gravitacional junto con la IMU, se provee toda la información requerida para integrar las ecuaciones cinemáticas. A este conjunto de elementos, la interacción entre ellas y las transformaciones entre ternas empleando como entrada a las magnitudes medidas por los instrumentos inerciales a las funciones lo llamaremos como ecuaciones de navegación.

A continuación se describirán las ecuaciones de navegación para el cálculo de los parámetros de navegación, velocidad, posición, y actitud (orientación), así como los procesos matemáticos para el uso de integrales numéricas de funciones discretas en el tiempo y además de las MCD empleadas para la transformacional entre ternas de cuerpo, inercial y de navegación de los parámetros.

2.5.1. Actitud (Orientación)

La actitud se puede definir como la acción de ubicarse o de reconocer el espacio circundante de un cuerpo y situarse respecto a la variable del tiempo. La actitud de un cuerpo en el espacio es relativo al sistema que esté referido. Para el cálculo de los parámetros de navegación inicialmente se calcula la actitud del vehículo, este es para describir y caracterizar matemáticamente la orientación entre las ternas, cuyos valores numéricos son actualizados permanentemente por las demás variables de navegación.

Analizando las ecuaciones (2.5), (2.6) y (2.7), las matrices de rotación dependen directamente del vector de actitud o de orientación (ángulos de Euler) y es requisito

fundamental para cálculos adicionales en la posición [Miller, 1983]. La actitud es calculada por un algoritmo acumulativo (integral numérica) usando las mediciones obtenidas por el giroscopio, donde es necesario la actitud inicial $\alpha(0)$ del cuerpo para las condiciones iniciales del cálculo y además la actitud previa $\alpha(n-1)$ para el cálculo de la actitud actual $\alpha(n)$, [Lee et al., 1993]. En esencia en un ambiente ideal, el cálculo de la actitud o de la orientación es una integración numérica de las velocidades angulares del giroscopio. Para calcular el vector de actitud o de orientación, las velocidades angulares del giroscopio deben cambiarse a un sistema de coordenadas de navegación [Rönnbäck, 2000]. La velocidad angular del cuerpo $[p, q, r]^T$ se describen por:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Donde J^{-1} representa la matriz de rotación inversa de las velocidades angulares entre $[p, q, r]^T$ y el vector de actitud en un sistema de coordenadas de navegación $[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$, [Savage, 1998]. Invirtiendo J , las velocidades angulares en la terna de navegación (n-frame) son definidas como:

$$\omega_n = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J\omega_b = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

El vector $[p, q, r]^T$ representa la variación de giro del giroscopio en cada eje en un sistema de coordenada de cuerpo y $[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ la variación de los ángulos de Euler respecto a n-frame (ω_n), [Lin et al., 2015]. La posición angular se calcula por la integración numérica del vector velocidad angular como:

$$\alpha_n(n) = \int_{[n-1]}^{[n]} \omega_n dt \approx \alpha_n[n-1] + \omega_n[n] \Delta t \quad (2.22)$$

La actitud α_n almacena la información de los movimientos y rotaciones del cuerpo, de tal manera que con esta la información se puede calcular el valor de la MCD (C_n^b) que describe las rotaciones y distribuciones de la fuerza gravitacional y de las fuerzas específicas que interactúan en las ternas de referencia de la ecuación (2.8).

2.5.2. Modelos de Gravitación y Gravedad

La gravedad esta definida por el potencial gravitacional, el cual es el resultado de la atracción de la masa terrestre sobre un cuerpo en un punto P exterior al volumen terrestre, este potencial gravitacional puede expresarse mediante una serie de funciones armónicas esféricas [Lee et al., 1993]. Los modelos globales del potencial gravitacional terrestre son descritos por truncamiento, así los mejores modelos disponibles en la literatura son el GRIM 5, desarrollado entre la Geodetic Research Institute, Munich y el Groupe Recherches of Geodesie Spatiale, Francia, y el modelo el EGM96 desarrollado entre NASA-GSFC, National Imaging and Mapping Agency y Ohio State University. Sin embargo, para el caso práctico de este trabajo de tesis, estos modelos no son utilizados puesto que la aplicación final del proyecto contempla aplicaciones indoors o a una escala local y se buscan procesos analíticos para el cálculo de la magnitud de la gravedad [Rönnbäck, 2000].

Así, el proceso de obtención del potencial gravitacional se puede definir como un valor fijo numérico de 9.80665 m/s^2 o por medio del valor obtenido a través de filtros digitales de los mismos acelerómetros, esto será explicado en la sección 3.1.1.4 de la tesis. Por el momento se definirá en un caso ideal el valor del potencial gravitacional como constante. El modulo del vector de gravedad g se define por medio de una rotación respecto a la terna que se desea trabajar, esto afectará al acelerómetro por los valores del campo gravitacional, por lo tanto se busca transformar los valores de la terna de referencia a una terna de cuerpo y así poder substraer las fuerzas gravitacionales de los valores medidos por el acelerómetros para trabajar con solo aceleraciones inerciales.

La gravedad se distribuye respecto los ejes del acelerómetro y este cambia respecto a la orientación estimada de los ángulos de la terna de navegación α_n , definida como:

$$\mathbf{g}_b = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \mathbf{C}_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ g \cos \theta \sin \phi \\ g \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Definido el vector de gravedad se puede pasar al cálculo de la aceleración inercial y sus parámetros que resultan de la integración numérica de esta.

2.5.3. Velocidad y Posición

Por definición la velocidad es la magnitud física de carácter vectorial que relaciona el cambio de posición (o desplazamiento) con el tiempo. Para estimar la posición y velocidad de un vehículo a partir de las mediciones inerciales en configuración Strapdown, es requerido una computadora abordo que integre en tiempo real las ecuaciones de navegación realizando las mecanizaciones ya explicadas en capítulos pasados. En si, mientras más rápida sea la dinámica, más alta será la tasa de actualización de los parámetros y por ende un mejor cálculo en la integración numérica [Bishop and Welch, 2001]. De los capítulos anteriores, se concluye que el conocimiento de la orientación instantánea del vehículo es crucial para poder distribuir y proyectar adecuadamente las aceleraciones registradas por los acelerómetros sobre la terna de navegación, por este motivo el parámetro de las orientaciones es necesario con el cálculo de la MCD (C_n^b).

Considerando un ambiente ideal, la velocidad de un móvil se calcula mediante la realización de una integración numérica de la aceleración en el sistema de coordenadas de navegación o terna de navegación. En consecuencia, aplicando una segunda integración se calcula la posición actual [Bortz, 1971]. La trayectoria móvil se obtiene uniendo las posiciones pasada y actuales, [Castro-Toscano et al., 2017]. Estas operaciones son descritas por las ecuaciones de navegación, de tal manera la siguiente ecuación expresa la aceleración medida en referencia a un sistema totalmente inercial [Lee et al., 1993].

$$\mathbf{a}_{Ib} = \mathbf{a}_b - (\omega + \Omega) \times \mathbf{v}_b - \mathbf{g}_b \quad (2.24)$$

Donde, $\mathbf{a}_b$ representa la aceleración en b-frame, $\mathbf{g}_b$ el vector de gravedad y $\mathbf{v}_b$ representa la velocidad en sistema de coordenada de cuerpo. Omega mayúscula Ω representa la rotación de cuerpo debido a la fuerza Coriolis y omega minúscula ω la velocidad angular de cuerpo [Lin et al., 2015]. Para el cálculo del efecto Coriolis, se considera que la velocidad y la rotación del vehiculo de transporte son lentas dentro de una trayectoria atmosférica, así es posible aproximar el termino de Coriolis por su valor medido. Este efecto es indirectamente medido por el giroscopio, el cual no distingue entre estas dos fuerzas:

$$\omega + \Omega = [p, q, r]^T \quad (2.25)$$

De acuerdo a (2.24), $\mathbf{a}_{Ib}$ es calculada para los 3 ejes del cuerpo, resultando en:

$$\begin{aligned} a_{Ibx} &= a_{bx} + v_{by}r - v_{bz}q + g \sin \theta \\ a_{Iby} &= a_{by} + v_{bx}r - v_{bz}q - g \cos \theta \sin \phi \\ a_{Ibz} &= a_{bz} + v_{bx}q - v_{by}r - g \cos \theta \cos \phi \end{aligned} \quad (2.26)$$

El vector de aceleración $\mathbf{a}_{Ib}$ de un sistema de coordenada b-frame pasa a un sistema de coordenada n-frame $\mathbf{a}_n$ por medio de la multiplicación de la matriz de rotación $\mathbf{C}_n^b$, [Lee et al., 1993].

$$\mathbf{a}_n = \mathbf{C}_n^b \mathbf{a}_{Ib} \quad (2.27)$$

Así, la velocidad se describe como la integración de $\mathbf{a}_n$:

$$\mathbf{v}_n[n] = \int_{[n-1]}^{[n]} \mathbf{a}_n dt \approx \mathbf{v}_n[n-1] + \mathbf{a}_n[n] \Delta t \quad (2.28)$$

Aplicando una segunda integración, la posición actual es obtenida por:

$$\mathbf{p}_n[n] = \int_{[n-1]}^{[n]} \mathbf{v}_n dt \approx \mathbf{p}_n[n-1] + \mathbf{v}_n[n] \Delta t \quad (2.29)$$

Donde las ecuaciones (2.28) y (2.29) requieren las condiciones iniciales en $n = 0$ y el resultado de una previa solución ($\mathbf{v}_n[n-1]$ y $\mathbf{p}_n[n-1]$). Así de esta manera las ecuaciones de navegación solucionan y calculan los parámetros de manera continua, que describen los movimientos traslacionales y rotacionales del móvil respecto a la terna de navegación en su caso desde el punto de vista del observador. Los algoritmos Strapdown son la forma sencilla de aplicar sistemas de navegación, donde destacan las relaciones de las ternas que pueden transformarse y posicionarse en diferentes sistemas de coordenadas. Muchos instrumentos clásicos de ayuda a la navegación (radio navegación, radar y estaciones) suelen estar adaptados a dicha ternas para el aumento de la precisión de estos.

2.5.4. INS Strapdown Diagrama de Bloques

Para ver el orden y la interacción de las variables de navegación como aceleración, velocidad, posición, velocidad angular y actitud, la Figura 2.23 muestra un diagrama de bloques que sirve como referencia del sistema INS (ecuaciones IMU y navegación). Las ecuaciones trabajan de manera iterativa, se repite la interacción del diagrama de bloques mientras las lecturas de los sensores inerciales sigan proporcionando lecturas.

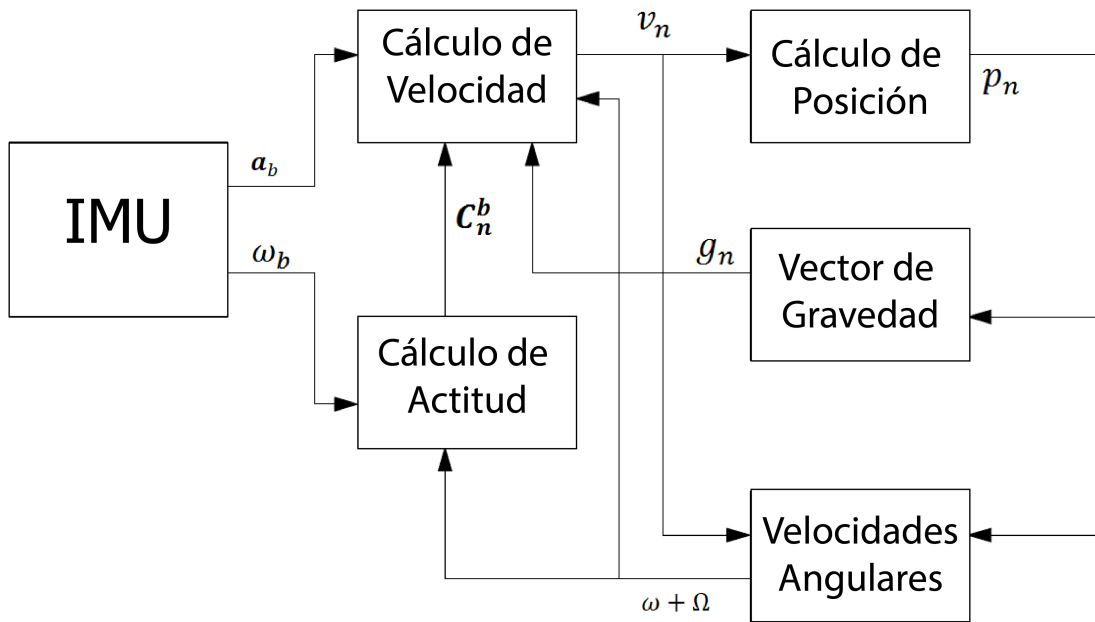


FIGURA 2.23: Diagrama de Bloques del INS Considerando la Re-alimentación de las Ecuaciones de Navegación.

En esta sección se describe el diagrama de bloques donde se aplican las ecuaciones de navegación además de los cálculos y las variables de ellas. Sin embargo, por la naturaleza de las integrales numéricas, estas generarán errores en las señales integradas, en consecuencia el error se suma a la solución particular de cada variable (actitud, velocidad y posición) e incrementa en extensos periodos de tiempo. Debido a esto, la implementación del Filtro de Kalman se emplea en los sistemas inerciales para atenuar el error acumulativo de las integrales y los ruidos en las señales de los sensores utilizados en estos sistemas.

2.6. Filtro Kalman

Esta sección introduce los conceptos del filtro de Kalman, así como su algoritmo, y la interacción con los parámetros de navegación [Zampella et al., 2012]. El filtro de Kalman es un algoritmo para resolver problemas de estimación de variables de estado en sistemas dinámicos. También el filtro de Kalman es usado como una herramienta matemática que ha ido incrementando importante roles en la computación, así como en la integración de múltiples sensores en aplicaciones de ingeniería e investigación. Este algoritmo resuelve problemas tomando en cuenta el ruido o incertidumbre presente en el sistema como en las variables medidas entregados por los sensores, como en las variables de control aplicables por los actuadores [Kumar, 2004]. El filtro de Kalman trabaja en base a las siguientes suposiciones, el sistema es lineal y se tienen una ecuación de estado que describe su comportamiento dinámico y una ecuación de medición que describe la relación entre las variables de estado y salida de los sensores. Se trabaja con la estadística del ruido de medición y del ruido del sistema, ambos son independientes entre sí con media igual a cero y distribución de probabilidad normal, Figura 2.24.

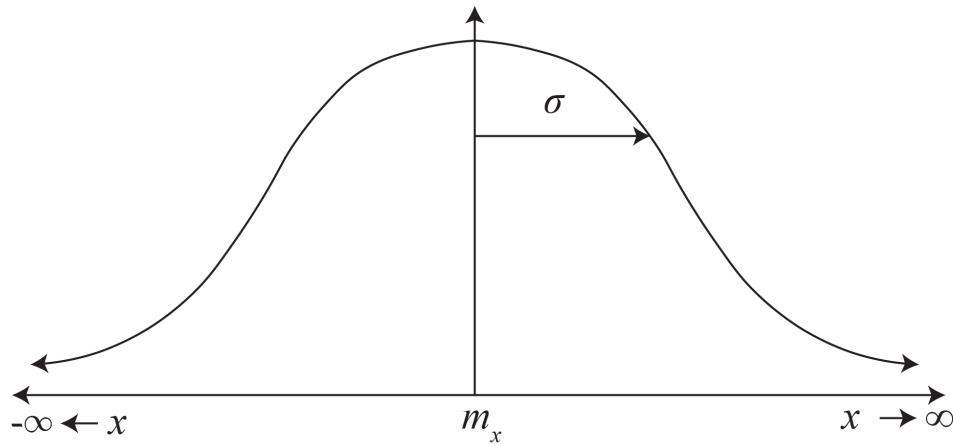


FIGURA 2.24: Distribución Normal o Gaussiana de la Función de Distribución.

El ruido son vectores que contienen variables aleatorias en cada uno de sus componentes que estas contienen covarianza respectivamente, de esta manera se miden las incertidumbres de las variables contenidas en ellas. Así el algoritmo de Kalman calcula en tiempo real la estimación de las variables del estado del sistema. Este se encuentra dentro de un ciclo infinito en el que cada iteración corresponde a un período de muestreo de la lectura del sistema.

En este documento el filtro de Kalman se emplea en el filtrado de las variables de navegación, aceleración, velocidad, posición, velocidad angular y actitud (orientación) en cada eje del cuerpo móvil, por lo que se utiliza un filtro Kalman de 15 estados. El filtro de Kalman es una ampliación del algoritmo LMS de mínimos cuadrados, ambos calculan variables respecto la minimización del error [Kumar, 2004]. Además, el filtro de Kalman predice cuál debe ser la salida del sistema para el estado siguiente $[k + 1]$ a partir de las medidas de las variables del sistema en el mismo instante de tiempo $[k]$ [Xu et al., 2014].

2.6.1. Adaptación de las Ecuaciones de Kalman a las INS

El algoritmo de filtro de Kalman consta de tres fases, a priori (predicción), ganancia de Kalman y a posteriori (corrección), [Kumar, 2004]. Dentro de estas fases esta el vector de estado ($\mathbf{x}_k$) el cual consiste de las variables que deseamos filtrar a través del algoritmo de Kalman, ejemplo: posición, velocidad, orientación, etc. En cambio el vector de medición ($\mathbf{z}_n$) es la agrupación de las variables medidas disponibles, ejemplo: aceleración y velocidad angular [Bishop and Welch, 2001]. En el caso particular de esta tesis se usaran en $\mathbf{z}_n$ los parámetros de navegación estimados. La estimación a priori se realiza con base en el modelo dinámico del sistema, tomando en cuenta la estimación del instante anterior sin tomar en cuenta la información del vector de medición ($\mathbf{z}_n$), [Li et al., 2015b]. En la fase a priori se emplean las siguientes ecuaciones:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \Phi_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k-1}' + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (2.31)$$

Donde (2.30) corresponde a la ecuación de estados de predicción actual del sistema, Φ_{k-1} representa la matriz de estados y la variable $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ representa la corrección del vector de estados de una interacción pasada, [Xu et al., 2014]. La ecuación (2.31) corresponde a la matriz de covarianza del error apriori y $\mathbf{Q}_{k-1}$ la covarianza del ruido del sistema.

Calculado $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ y $\mathbf{P}_k^-$ se estima la matriz de ganancia de Kalman, que servirá como factor de corrección del vector de estado [Rönnbäck, 2000].

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (2.32)$$

La matriz $\mathbf{H}_k$ representa la relación entre el vector de estados con el vector de medidas y $\mathbf{R}_k$ la matriz de covarianza del ruido de la medición, [Xu et al., 2014]. La estimación a posteriori se calcula con base en la estimación a priori más un término de corrección.

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k[\mathbf{z}_n - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^-] \quad (2.33)$$

$$\mathbf{P}_k = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k]\mathbf{P}_k^- \quad (2.34)$$

En (2.33) se aprecia el término de corrección que es igual a la ganancia de Kalman $\mathbf{K}_k$ multiplicada por una “innovación” que consiste en $[\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^-]$ y (2.34) que es la nueva matriz de covarianza de error a posteriori [Sorenson, 1970].

2.6.2. Filtro de Kalman Diagrama de Bloques

La Figura 2.25 muestra el diagrama de bloques de la interacción entre las variables de navegación y la secuencia de ejecución de las ecuaciones de Kalman (a priori-ganancia de Kalman- a posteriori).

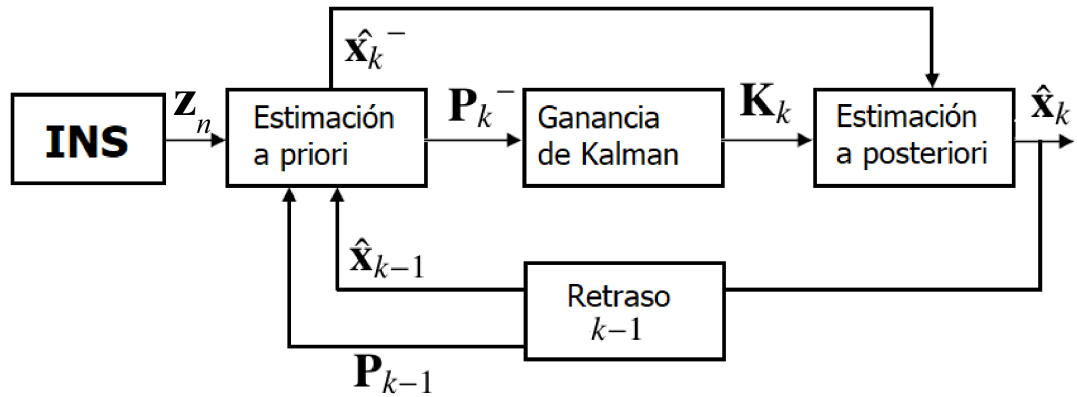


FIGURA 2.25: Diagrama de Bloques del Filtro de Kalman Re-alimentado.

No obstante de que el filtro de Kalman es utilizado, este solo atenúa el error de deslice (drift) a un nivel casi despreciable, a pesar de ello en tiempos extendidos el error de deslice se amplifica [Zhi, 2016]. Esto genera que la integral numérica estime desplazamientos en el cuerpo a pesar de que el cuerpo no se trasladó o giró. Por lo que los algoritmos de actualización han sido una solución al error de deslice [Zampella et al., 2012].

2.7. Algoritmos de Actualización ZUPT y ZARUT

En este proyecto de tesis se han planteado las ventajas del uso de los sistemas de navegación inercial con IMU en configuración Strapdown, sin embargo el mayor desafío es la eliminación o reducción de manera eficiente del error de drift, que es la causa principal de los errores de la navegación inercial. El uso de los algoritmos Zero Velocity Update (ZUPT) y Zero angle Rate Update (ZARUT) es empleado en la estimación de movimientos en peatones por medio de navegación por estima o PDR (del inglés Pedestrian Dead Reckoning) [Jiménez et al., 2010]. Esto se da a través de la detección de pasos por medio de sensores inerciales, acelerómetros y giroscopios respectivamente. Ya sea que el peatón este caminado, corriendo o bajando escaleras, hay fases de posturas distintas en cada paso que pueden proporcionar una medición de velocidad a cero y tomar dicha medición para la corrección de los errores de drift. De tal manera estos algoritmos se pueden adecuar a la necesidad del proyecto de tesis para detectar las posturas del sensor en aplicaciones de INS Strapdown ejemplo, cuando no existan traslados del vehículo o cambios en su orientación.

Los algoritmos de actualización trabajan considerando límites (umbrales), los cuales se calculan por medio de la misma información del sensor inercial, esto con el fin de que las mediciones de los instrumentos inerciales que al no superar tales umbrales, se considera como medición no valida para ser una fuerza específica de propulsión, de traslación o de giro.

2.7.1. Implementación ZUPT

Este algoritmo se emplea en la detección de postura (stance), en otras palabras, la determinación de velocidad de traslación nula en momentos inertes del acelerómetro [Benzerrouk et al., 2014]. El algoritmo ZUPT analiza las lecturas del acelerómetro para determinar si el cuerpo se encuentra en movimiento o reposo por medio de un umbral determinado por las mismas lecturas del acelerómetro [Zampella et al., 2012]. La implementación del ZUPT consiste en [Abdulrahim et al., 2010], [Jiménez et al., 2010]:

1. Se calcula la magnitud de la aceleración de los tres ejes en sistema de coordenada n-frame por medio de:

$$|\mathbf{a}_n| = \sqrt{\mathbf{a}_{nx}^2 + \mathbf{a}_{ny}^2 + \mathbf{a}_{nz}^2} \quad (2.35)$$

2. El resultado de $|\mathbf{a}_n|$ se procesa por un filtro pasa baja para suavizar la información.
3. Se pasa nuevamente la información filtrada por un filtro pasa alta.
4. Se determina si $\mathbf{a}_n$ es menor que el umbral determinado empíricamente $\mathbf{a}_n^*$, si es menor o igual se considera que no existe velocidad en ese momento i y $\mathbf{v}_{ni}$ se iguala a cero, en caso contrario el valor de $\mathbf{v}_{ni}$ es estimado por la integral tomándolo como valido.
5. Se repite nuevamente el proceso hasta que toda la información del sensor sea procesada.

La información es corregida en momentos dinámicos y de reposos a los que el acelerómetro estuvo expuesto [Wang et al., 2015].

2.7.2. Implementación ZARUT

Este algoritmo es empleado en la detección de fase fija (still phase) para calcular una velocidad angular nula en las lecturas del giroscopio [Ruiz et al., 2010]. La implementación del ZARUT es similar al ZUPT [Benzerrouk et al., 2014]:

1. Estimación de la magnitud de la velocidad angular de los tres ejes por medio de:

$$|\mathbf{w}_n| = \sqrt{\mathbf{w}_{nx}^2 + \mathbf{w}_{ny}^2 + \mathbf{w}_{nz}^2} \quad (2.36)$$

2. $|\mathbf{w}_n|$ se procesa por un filtro pasa baja.
3. La información filtrada pasa por un filtro pasa alta.
4. Se determina si $\mathbf{w}_n$ es menor o igual que el umbral determinado $\mathbf{w}_n^*$, si se considera que no existe cambio en la velocidad angular en el momento i y α_{ni} se iguala a un valor anterior α_{ni-1} , en caso contrario el valor de $\mathbf{v}_{ni}$ es estimado por la integral.

5. Se repite nuevamente el proceso hasta que toda la información del sensor sea procesada.

Así, la información es corregida de la integral numérica para el cálculo de la actitud α_n en momentos dinámicos y de reposos del giroscopio [Woyano et al., 2016].

Los algoritmos de actualización se han vuelto una solución al error de deslice, como ha quedado demostrado en diferentes trabajos de investigación por su efectividad para detectar momentos inertes de los sensores en aplicaciones de estimación de movimientos de peatones (PDR) [Ruiz et al., 2010],[Woyano et al., 2016],[Benzerrouk et al., 2014]. De tal manera en este trabajo de investigación de tesis doctoral se propone un arreglo particular en la integración de las herramientas filtro de Kalman, algoritmos de actualización y INS Strapdown (IKZ) para el incremento de tiempos de lecturas en el cálculo de posición, velocidad, aceleración, velocidad angular y orientación con una atenuación de los errores de drift de objetos móviles, además sin la integración de valores iniciales de de métodos de navegación de referencias absolutos.

Capítulo 3

Procedimiento de Investigación

3.1. Propuesta del INS-KF-ZUPT/ZARUT (IKZ)

Como propuesta de este trabajo de tesis, se plantea el incrementar los tiempos de lecturas de los INS Strapdown, además de la atenuación de los errores drift para el cálculo de posición, velocidad, aceleración, velocidad angular y orientación de objetos móviles sin la integración de valores iniciales de métodos de navegación absolutas. Para esto se propone un arreglo particular de diferentes técnicas empleadas en los sistemas de navegación inerciales. En la reducción del error de deslice (drift), trabajos de investigación han presentado las herramientas filtro de Kalman, ZUPT, ZARUT y la integración de estos. La propuesta de este trabajo de tesis es el arreglo particular en la integración del INS-KF-ZUPT/ZARUT (IKZ), de manera que se presentará la descripción de la implementación, motivos del arreglo y diagramas de bloques del arreglo propuesto. Además de estas herramientas principales, se presentan herramientas secundarias, que si bien no son las aportaciones principales, generan una aportación original y un mejoramiento en el acomodamiento particular de la integración propuesta (IKZ).

3.1.1. Diagrama de Bloques del IKZ Propuesto

La Figura 3.1 muestra el diagrama de bloques propuesto para el acomodo del IKZ. El sistema de ecuaciones inicia con las lecturas en crudo de las variables $\mathbf{a}_b$ y $\boldsymbol{\omega}_b$ de la IMU. En este arreglo propuesto se toma como marco base el sistema de

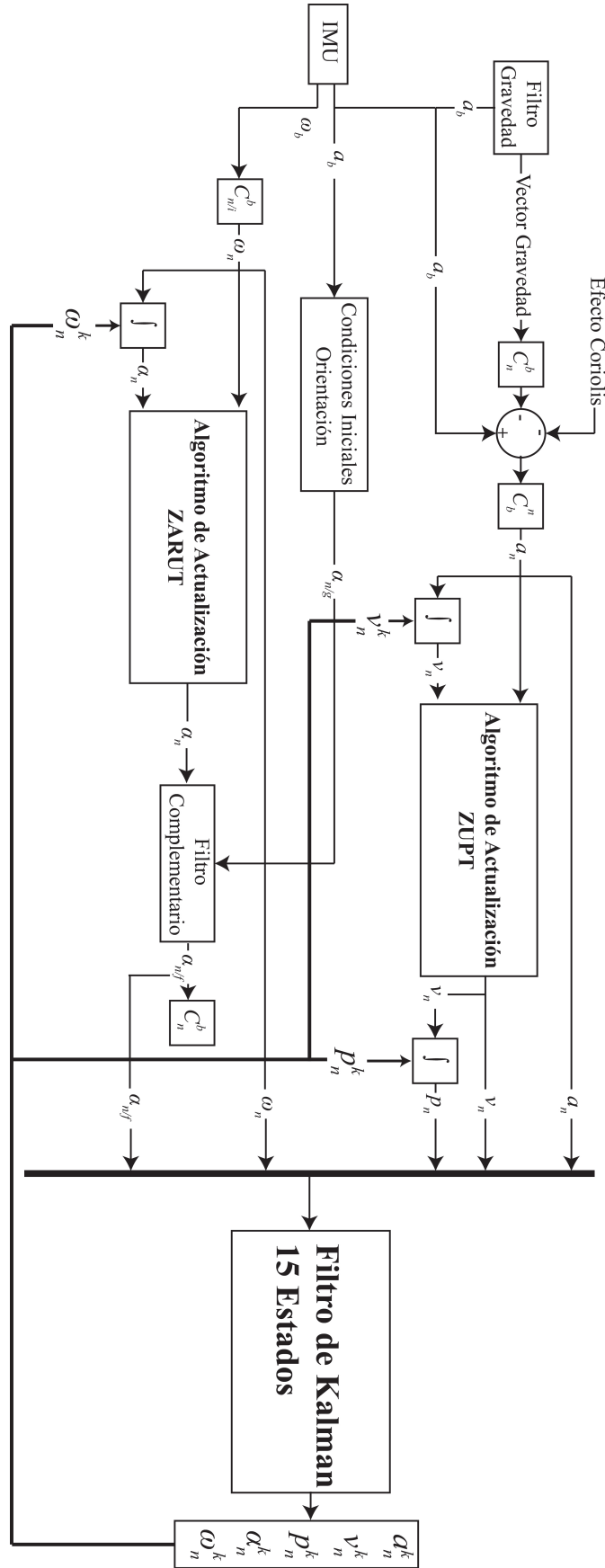


FIGURA 3.1: Diagrama de Bloques del IKZ Propuesto.

navegación inercial y se establecen las condiciones iniciales de la orientación del cuerpo.

3.1.1.1. Condiciones Iniciales de Orientación.

Como se mencionó en el capítulo anterior, la solución de las ecuaciones de navegación requiere condiciones iniciales para poder llevar a cabo la integración numérica. En diferentes trabajos de investigación, los autores mencionan que para casos prácticos y por simplicidad los parámetros de navegación se declaran o igualan a cero. Esto hasta cierto punto está justificado si el vehículo llegase a encontrarse en condiciones ideales para consentir que las variables estén cercanas a cero, como podría serlo en una plataforma de despeje o inicio, la cual se encuentre epipolarmente al plano e inicialmente en un estado de reposo antes del despegue o del desplazamiento. Sin embargo, al declarar estas variables a cero, sobre todo en ambientes no controlables, al aire libre, estas pueden arrastrar errores a lo largo de la integración numérica y sobre todo con la resta de las fuerzas gravitatorias del acelerómetro, ya que al no tener las orientaciones reales del vehículo estas no empatarían con las calculadas del vector de gravedad.

Considerando lo planteado por las ecuaciones cinemática, el cálculo de la actitud (orientación) se obtiene del efecto inercial del cuerpo en giro, es decir, por el efecto de la velocidad angular distribuida por los ejes de la terna de referencia. Sin embargo al tener el cuerpo en un punto de reposo, los efectos inerciales en la orientación no tienen magnitud en sus vectores, esto resulta en velocidades angulares iguales a cero, esta información no se puede usar para calcular las inclinaciones en la actitud iniciales del sistema. No obstante, el acelerómetro continuamente se encuentra en interacción de las fuerzas específicas midiendo la fuerza gravitacional continuamente, esta se distribuye respecto los ejes del acelerómetro y es expresada como un vector, el cual tiene magnitud, dirección y sentido, ver Figura 3.2.

Así este vector puede descomponerse por medio de funciones trigonométricas, que a su vez pueden ser expresadas por los ángulos definidos por su argumento, la orientación es descrita por medio de los ángulos de Euler, estos son calculados por medio de:

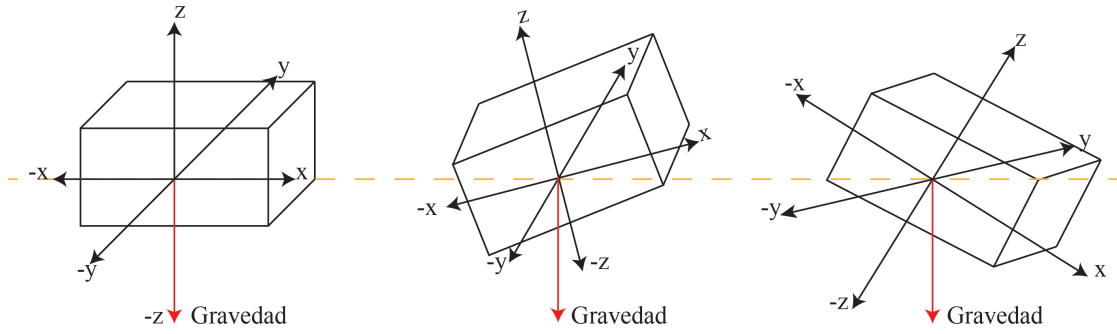


FIGURA 3.2: Vector Gravedad para la Estimación de las Orientaciones Iniciales.

$$\alpha_{n/g} = \begin{bmatrix} \phi_{n/g} \\ \theta_{n/g} \\ \psi_{n/g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan\left(\frac{a_{by}}{\sqrt{a_{bx}^2 + a_{bz}^2}}\right) \\ -\arctan\left(\frac{a_{bx}}{\sqrt{a_{by}^2 + a_{bz}^2}}\right) \\ \arctan\left(\frac{\sqrt{a_{bx}^2 + a_{by}^2}}{a_{bz}}\right) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

El vector $\alpha_{n/g}$ contiene los valores de los ángulos de Euler, calculados por la información del acelerómetro respecto al vector de gravedad descompuesto en los ejes del sistema de terna de navegación (n-frame). Los valores de a_{bx} , a_{by} , a_{bz} son las mediciones de la gravedad descompuesta sobre los ejes del acelerómetro en referencia de la terna de cuerpo (b-frame). El resultado de esto entrega los ángulos de la orientación inicial en el momento de reposo del vehículo antes de la traslación o del despegue del vehículo. Esta información será de utilidad mas adelante en el bloque de Filtro Complementario y en el cálculo de la MCD (2.18).

3.1.1.2. Orientación de Terna de Navegación y Algoritmo ZARUT.

Inicialmente la variable ω_b se obtiene de la lectura en bruto del giroscopio en el sistema de INS Strapdown. De la variable ω_b se estima ω_n con respecto a (2.21) para pasar del sistema de terna de cuerpo b-frame a un sistema de terna de navegación n-frame. A partir de ω_n se usa la integración numérica (2.22) para calcular el valor de las orientaciones de α_n .

Esto es seguido de la implementación del algoritmo de ZARUT, con el objetivo de detectar fases fijas (no giros) en la lectura del giroscopio, y de esta forma atenuar variaciones y errores de deslice (drift) en las integraciones numéricas de la variable ω_n . La reducción del error se genera a partir de que el algoritmo al considerar que las mediciones de ω_n no superan el umbral calculado (ω_n^*), el valor estimado de α_n no se suma a la solución de la integral actual en un momento (i) y se declara

que la solución es el valor anterior en un momento $(i - 1)$. En caso contrario donde se supera el umbral, la integral numérica en el momento (i) es valida y se suma a la parte de la solución. La Figura 3.3 muestra el diagrama de bloques y su implementación.

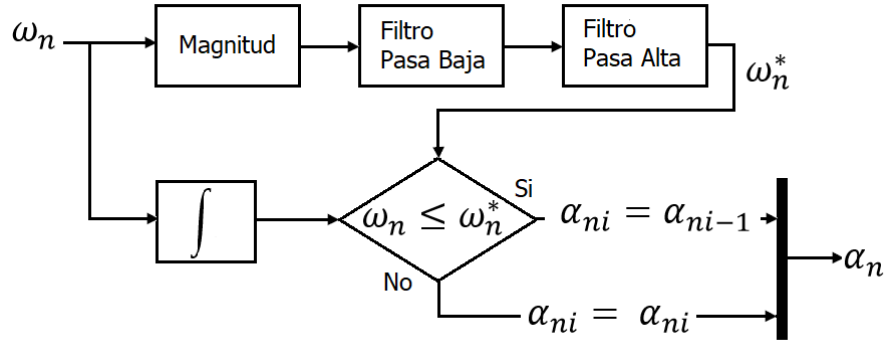


FIGURA 3.3: Diagrama de Bloques Implementación del Algoritmo ZARUT.

Cabe mencionar que en este punto se resalta una de las contribuciones de este trabajo de tesis, el uso del algoritmo ZARUT a partir de la variable ω_n diferente a la que se marca en la literatura, la cual usa la variable ω_b , este cambio proporciona una mayor magnitud respecto a la información re-alimentada del Filtro de Kalman. Esto resulta en la estimación de la fase fija con un mayor umbral, volviendo más restrictivo el algoritmo y asegurando una estimación correcta del giro a desplazamientos reales y no a vibraciones o ruido en las lecturas del sensor respecto al sistema de coordenada n-frame.

3.1.1.3. Filtro Complementario.

Como se ha mencionado en el capítulo anterior, el cálculo de la orientación se da a partir de la integral numérica de la velocidad angular, de la misma manera como propuesta de este trabajo de tesis se puede estimar la orientación por medio de las mediciones del acelerómetro. Sin embargo, cada uno de estos métodos para estimar la orientación tiene desventajas como, el uso de integrales numéricas en las mediciones del giroscopio que resultan en errores acumulativos de crecimiento exponencial, o el uso del acelerómetros para el calculo de la orientación que resulta en vibraciones no deseadas por la naturaleza del sensor, dificultando el uso de estos en todo momento.

Así, el filtro complementario aprovecha las características del acelerómetro para la estimación de ángulos a partir de la descomposición de la fuerza gravitatoria de manera directa a una terna de navegación, y de las propiedades del giroscopio para la medición de la velocidad angular, que de manera implícita miden los ángulos de Euler del vehículo. De esta manera el filtro complementario integra los valores de las variables α_n y $\alpha_{n/g}$ en el cálculo de una sola variable $\alpha_{n/f}$, esto lo hace por medio de la asignación de pesos a los valores de los ángulos calculados y la suma de estos:

$$\alpha_{n/f} = (\omega_f) * (\alpha_n) + (1 - \omega_f) * (\alpha_{n/g}) \quad (3.2)$$

Donde $\alpha_{n/f}$ es el valor de la orientación corregida del complemento entre los sensores inerciales (giroscopio y acelerómetro), ω_f es el coeficiente de peso para cada lectura de los sensores (0 a 1), esta varia la aportación de cada ángulos al resultado del filtrado. De esta manera el usuario puede definir el porcentaje de la lectura de cada sensor a la contribución del angulo final dependiendo de la aplicación. En el caso particular de este trabajo de tesis se declara ω_f igual a 0.80 dando un mayor peso al giroscopio pero complementado por el valor del acelerómetro del 0.20 del peso.

Estimado y corregido la actitud del objeto móvil se calcula la MCD de (2.18), que servirá para calcular el vector de gravedad (2.23) en un sistema de coordenada b-frame. Cabe resaltar que este cálculo muestra el resultado del primer acomodo propuesto, en el cual la matriz de rotación (2.18) genera que el vector de gravedad tenga puntos de referencias a rotaciones corregidas por el algoritmo ZARUT y el filtro complementario.

3.1.1.4. Filtro Gravedad.

Como se mencionó en el capítulo pasado, la gravedad puede describirse por medio de modelos gravitacionales y en casos prácticos declararlo como un valor fijo numérico de $9,80665 \text{ m/s}^2$. Sin embargo en el caso de estas dos declaraciones, y por lo que busca este trabajo de tesis doctoral son aplicaciones indoors o a escalas locales, el uso de modelos gravitaciones elevaría el nivel de complejidad del sistema, requiriendo mayor recurso computacional. Al definir la gravedad con valores fijos, se tendría sustracciones no completas de las fuerzas gravitacionales, resultando en

errores acumulativos durante cambios en la actitud, que es un fenómeno natural en las IMUs.

El acelerómetro al interactuar abordo de un vehículo medirá la fuerza gravitatoria que actúa de manera uniforme sobre el dispositivo junto a la aceleración inercial esto durante el movimiento libre en un campo gravitacional del vehículo, además el campo gravitacional se presenta en frecuencias bajas y se expresa durante las mediciones del acelerómetro. Por tal motivo, este trabajo de tesis doctoral, propone la extracción de potencial gravitacional de manera dinámica durante cada momentos de muestreo (i), de esta manera se puede filtrar digitalmente el potencial gravitacional de las lecturas del acelerómetro. Esto resulta en un potencial gravitacional dinámico con respecto al valor de la IMU, ajustándose a los valores de la misma medición en cada tiempo i .

La siguiente ecuación plantea el cálculo de la gravedad, en el cual sirve para el cálculo del potencial gravitacional:

$$\mathbf{g}_b(i) = \lambda \times \mathbf{g}_b(i-1) + (1 - \lambda) \times \mathbf{a}_b(i) \quad (3.3)$$

Donde el valor de $\mathbf{a}_b$ es la lectura del acelerómetro en el momento i , λ equivale al coeficiente de corte del filtro y $\mathbf{g}_b$ es el valor del cálculo de la gravedad descompuesta entre los ejes del acelerómetro. Así con la extracción de la gravedad en terna de cuerpo, se puede calcular el potencial gravitacional con la resultante de los componentes del vector $\mathbf{g}_b$:

$$pg(i) = \sqrt{g_{bx}^2 + g_{by}^2 + g_{bz}^2} \quad (3.4)$$

Donde $pg(i)$ es el valor del potencial gravitacional en un instante de tiempo i . De esta manera se declara el valor de g iguala a pg , el cual es utilizado en el Vector de Gravedad. Para el cálculo del Vector de Gravedad se usa la ecuación (2.23), donde g en el momento i es multiplicado por la MCD de rotación del mismo momento i (2.18). Así, el valor del vector queda definido por el sistema de terna de cuerpo $\mathbf{g}_b$, para la estimación de una aceleración puramente inercial del cuerpo con respecto a la fuerza de propulsión, traslación o empuje. En este punto se puede resaltar otra contribución en este proyecto de tesis, integrando una herramienta de gran ayuda en el IKZ propuesto, donde el cálculo de la gravedad se da continuamente

en cada momento i respecto a los valores medidos en el acelerómetro y entorno a las orientaciones del giroscopio respecto a (2.23).

3.1.1.5. Velocidad y Posición de Terna de Navegación y Algoritmo ZUPT.

Para el cálculo de la velocidad y posición se estima inicialmente la aceleración teórica inercial por medio de (2.24). En este punto se resalta una contribución del acomodo propuesto, donde a_{Ib} se calcula mediante la resta de los valores estimados de la gravedad (filtro gravedad) y efecto Coriolis. Posteriormente se transforma el valor de la aceleración inercial a $\mathbf{a}_n$ de referencia a la terna de navegación mediante (2.27), donde $\mathbf{a}_n$ se empleará en la integración numérica para el valor de la velocidad $\mathbf{v}_n$ (2.28).

Es en este punto se resalta otra de las aportaciones importantes del IKZ propuesto, el uso del algoritmo de actualización ZUPT para la detección de postura en el acelerómetro, para la reducción de errores drift. La Figura 3.4 muestra el diagrama de bloques del algoritmo y de su implementación con la variable de $\mathbf{a}_n$.

El objetivo de detectar fases de posturas (no movimiento) en la lectura del acelerómetro, es para poder atenuar errores de deslice (drift) en las integrales numéricas de la variable $\mathbf{v}_n$. Por la naturaleza de construcción de los MEMS, sobre todo en acelerómetros, que sean sensibles a pequeñas vibraciones generando ruido en las lecturas, así volviendo imposible mediciones de aceleraciones a cero solamente cercanas a cero. Estas vibraciones o pequeños valores cercanos a cero pasan a las integrales numéricas volviéndose en valores que se van acumulando e incrementando a como el tiempo avanza, es por esto de importancia el algoritmo de actualización ZUPT en la reducción del error de drift.

El algoritmo ZUPT trabaja a partir de la consideración que las mediciones de $\mathbf{a}_n$ al ser menor al umbral calculado ($\mathbf{a}_n^*$), el valor estimado de $\mathbf{v}_n$ en la integral numérica no se suma a la solución de $\mathbf{v}_n$ actual en un momento (i) y se declara que la solución es el valor $\mathbf{v}_n = 0$, expresado como no existe movimiento en el momento i . En caso contrario donde $\mathbf{a}_n$ es mayor a $\mathbf{a}_n^*$, la integral numérica es valida y se suma a la solución en el momento i , dicho en otro modo, existe movimiento en el momento i .

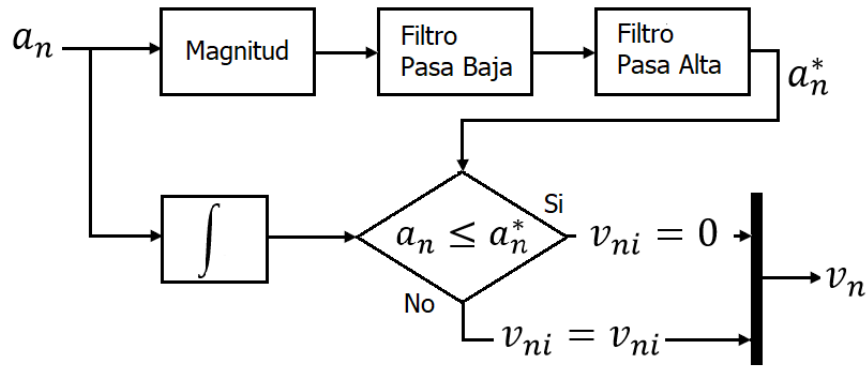


FIGURA 3.4: Diagrama de Bloques Implementación del Algoritmo ZUPT.

Finalizado el proceso de corrección en la velocidad, se pasa al cálculo de la posición por medio de la segunda integración numérica (2.29), es aquí donde se refleja la contribución de los algoritmos de actualización junto a las demás herramientas (filtro gravedad y filtro complementario) presentando filtraciones y correcciones de los efectos naturales por la instrumentación y los fenómenos de integración numérica. En este punto ya se tienen calculadas las variables de navegación (aceleración, velocidad, posición, velocidad angular y orientación) con esto se finaliza la interacción de las ecuaciones de navegación y se hace uso de la herramienta filtro de Kalman.

3.1.1.6. Filtro de Kalman 15 Estados.

Para el filtro de Kalman se emplea la estructura presentada en la sección 2.6.2. Se declara el vector de medición ($\mathbf{x}$) y el vector de estado ($\mathbf{z}$), de los cuales podemos resaltar una aportación más del acomodo propuesto, en el cual las variables del vector de medición se emplean respecto a un sistema de coordenadas n-frame, en este caso particular consideramos las variables de navegación:

$$\mathbf{x}_k = [\mathbf{a}_k(x, y, z), \mathbf{v}_k(x, y, z), \mathbf{p}_k(x, y, z), \boldsymbol{\omega}_k(x, y, z), \boldsymbol{\alpha}_k(x, y, z)]^T \quad (3.5)$$

En cambio el vector de medición es la agrupación de las variables medidas disponibles (aceleración, velocidad angular), y en el caso particular las estimadas (velocidad, posición y actitud).

$$\mathbf{z}_n = [\mathbf{a}_n(x, y, z), \mathbf{v}_n(x, y, z), \mathbf{p}_n(x, y, z), \boldsymbol{\omega}_n(x, y, z), \boldsymbol{\alpha}_n(x, y, z)]^T \quad (3.6)$$

Cabe mencionar que la literatura emplea el filtro de Kalman a dos variables dentro del vector de medición $\mathbf{a}_b$ y $\boldsymbol{\omega}_b$, sin embargo por el arreglo particular del IKZ la re-alimentación se emplean cinco variables de navegación dentro del vector de estado y en su vector de medición. Esto produce un filtrado en la totalidad de las variables del vector de medición, traducándose en una filtración directa de las incertidumbres y en la reducción del error de deslice.

Se estiman las tres fases del filtro Kalman, estimación a priori, ganancia de Kalman y estimación a posteriori, donde Φ_{k-1} queda de dimension $[15 \times 15]$ y la variable $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ de una interacción pasada de dimensión $[15 \times 1]$. La matriz de covarianza del error apriori de dimension $[15 \times 15]$, la matriz $\mathbf{H}_k$ de dimensión $[15 \times 15]$ que representa la relaciona el vector de estados con el vector de medidas y $\mathbf{R}_k$ la matriz de covarianza del ruido de la medición $[15 \times 1]$. Así siguiendo la interaccion del diagrama de bloques en la Figura 2.25 el vector de estado entrega las variables de navegación corregidas y filtradas. Estas variables se re-alimentan al INS para ser empleadas como variables iniciales y repetir todo el proceso del sistema IKZ.

Este arreglo particular proporciona la ventaja de trabajar respecto al vector de estado filtrado por Kalman y los algoritmos de actualización, estimando un umbral empírico de los datos en bruto de la IMU, generando un IKZ con propiedades mayormente restrictivas a los errores de deslice y más permisible a movimientos reales del cuerpo Strapdown. En el siguiente capítulo se lleva acabo diferente tipos de pruebas; se demuestra el uso de las ecuaciones de navegación con datos ideales (simulación) y pruebas controladas con el IKZ propuesto usando valores reales de una IMU, en Estado estático, con Movimiento lineales, Giro y Movimientos + Giro. Estas mediciones tienen como objetivo el demostrar los incrementos de tiempos de lecturas de los INS Strapdown y la atenuación de los errores drift para el cálculo de las variables de navegación de objetos móviles sin la integración de valores iniciales de métodos de navegación absolutas y mostrar el desempeño del arreglo particular IKZ a un INS Strapdown para el seguimiento de posición de objetos móviles.

Capítulo 4

Análisis de Resultados

Con el fin de demostrar los comportamientos entre los sistemas INS Strapdown, se realizan diferentes pruebas utilizando datos ideales (simulados) y datos en bruto de una IMU. La experimentación esta dividida en dos pruebas, en la primera prueba se llevara a cabo una simulación con el objetivo de visualizar la interacción de las variables principales de la navegación inercial y variaciones de los valores del sistema. En la segunda prueba se comparan los resultados de un INS Strapdown y los resultados del IKZ propuesto, donde se toman datos en bruto de una IMU y se realizan cuatro mediciones de 4 principales estados cinemáticos de un vehículo sobre un espacio gravitacional: Estado estático, Movimiento lineales, Giros y Movimientos + Giro.

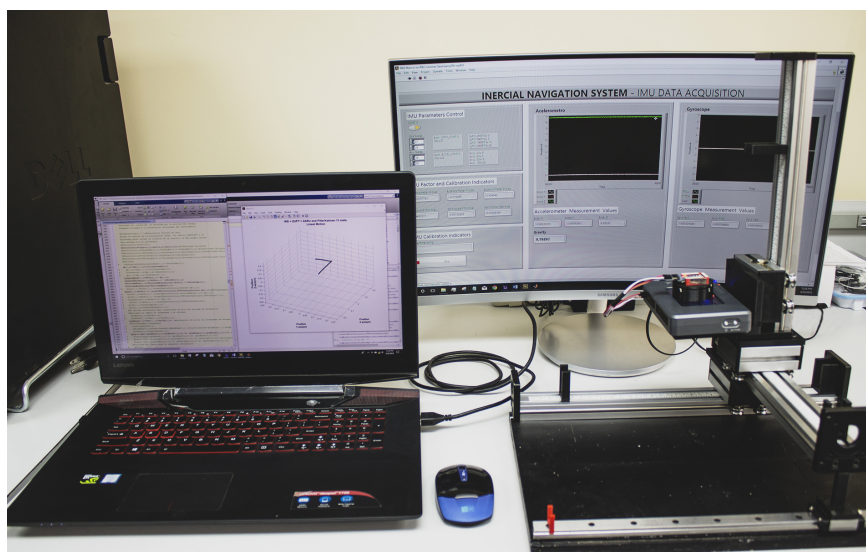


FIGURA 4.1: Equipo de Pruebas para Demostrar el Comportamiento del Arreglo Particular del IKZ.

4.1. Ecuaciones de Navegación; Datos Ideales.

Para visualizar el comportamiento de las ecuaciones de navegación, se implementaron y programaron las ecuaciones en un sistema de cómputo matemático con entorno de desarrollo integrado, MATLAB. La Prueba está compuesta por 2 diferentes bases de datos, esto con el objetivo de poder apreciar la relación entre la aceleración y la velocidad angular. Ambas pruebas simulan movimientos con cambios en la aceleración pero con la diferencia que en la primera simulación no existen cambios en la orientación del cuerpo y la segunda prueba muestra cambios en la orientación mientras existen traslaciones de avance (forward-movement). Las bases de datos presentan las siguientes características:

1. Lectura 16 segundos, iniciando con desplazamiento de 1.027 metros sobre el eje X durante 0 al segundo 2, seguido de movimiento en eje Y de 1.078 metros durante el tiempo 4 al segundo 6. Del tiempo 8 al segundo 10 se realiza movimiento de 0.15 metros sobre eje Z, finalizando del tiempo 12 al segundo 14 con desplazamiento sobre el eje X de 0.357 metros más, dejando el cuerpo 1.384 metros en el eje X a partir del punto de inicio, todos estos movimientos son respecto a la terna de cuerpo del vehículo simulado, sin ningún cambio en la orientación. Cabe mencionar que al tener movimientos lineales a la terna de cuerpo sin cambios en la orientación, los movimientos son directamente proporcional a la terna de navegación sin ningún cambio en la MCD de (2.18).
2. Lectura de 16 segundos, la descripción de los movimientos es respecto a una terna de navegación, iniciando con desplazamiento de 1.027 metros sobre el eje X durante 0 al segundo 2, seguido de movimiento en eje Y de 1.078 metros durante el tiempo 4 al segundo 6. Del tiempo 8 al segundo 10 se realiza movimiento de 0.15 metros sobre eje Z, finalizando del tiempo 12 al segundo 14 con desplazamiento sobre el eje X a la distancia de 1.384, sin embargo todas estas aceleraciones son de avance (forward-movement) en eje X. Los cambios en la orientación se presentan en segundo 2 al 4 con un giro positivo de 90° en Yaw ψ , del tiempo 6 al segundo 8 se tiene un giro negativo de -90° en Pitch θ y finalizando del tiempo 10 al segundo 12 con giro negativo de -90° en Yaw ψ .

4.1.1. Resultados y Comparación; Datos Ideales.

La simulación tiene por objetivo mostrar las relaciones entre la aceleración y la velocidad angular de un cuerpo en los sistemas de navegación inercial, además de las variables de interacción de las ecuaciones de navegación. La Figura 4.2 muestra la información de la aceleración inercial simulada de la base de datos 1 y base de datos 2 respectivamente, se usa solo datos ideales.

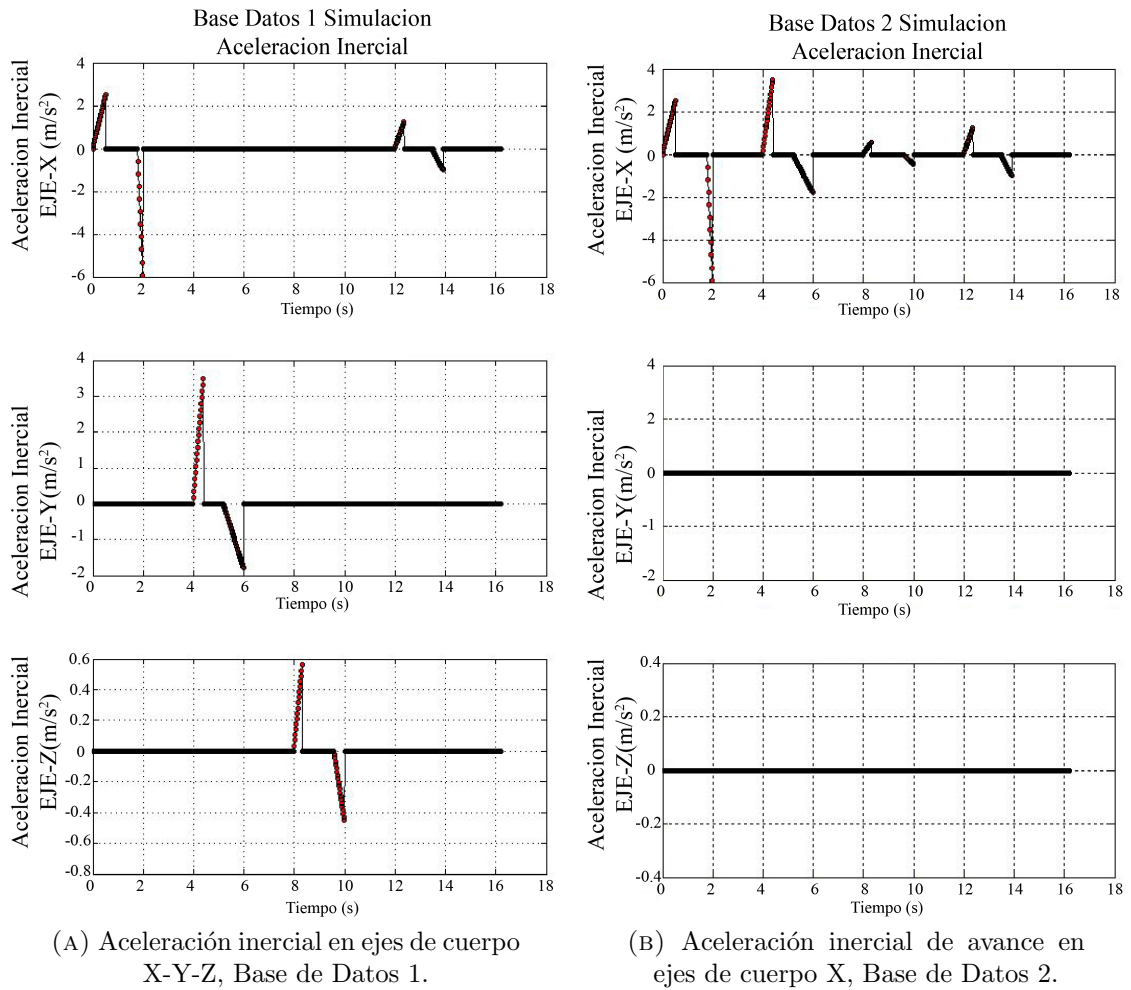


FIGURA 4.2: Aceleración Inerciales de Cuerpo Simulado en Ternas de Cuerpo, Base de Datos 1 y 2.

En la Figura 4.2 se puede observar la diferencia entre las bases de datos, como se mencionó anteriormente la base de datos 1 al tener movimientos lineales a la terna de cuerpo sin cambios en la orientación el calculo de la MCD de (2.18) no genera rotaciones a las aceleraciones inerciales y estas se vuelven proporcionales a las ternas de navegación. Se puede observar en Figura 4.2b que las magnitudes de la aceleración son expresadas en el eje X, esto es debido a que el acelerómetro detecto

movimientos lineales de avance, esto es conocido como forward-movements, aun que en la descripción de la base de datos se habla de presencia de giros, el cuerpo se mantiene con movimientos hacia delante, por tal motivo en referencia a la terna de cuerpo solo el eje X mostró lecturas. Cabe mencionar que las magnitudes entre las bases de datos son similares, esto se hace con el objetivo de mostrar que las orientaciones del cuerpo y el cálculo constante de la MCD de (2.18) son de gran importancia, ya que esta información se encargada de ser distribuida entre las fuerzas específicas en el cuerpo a los ejes correspondientes, así como la resta de estos.

La Figura 4.3 muestra la velocidad angular del giroscopio de la base de datos 2, así como su orientación de los ángulos de Euler.

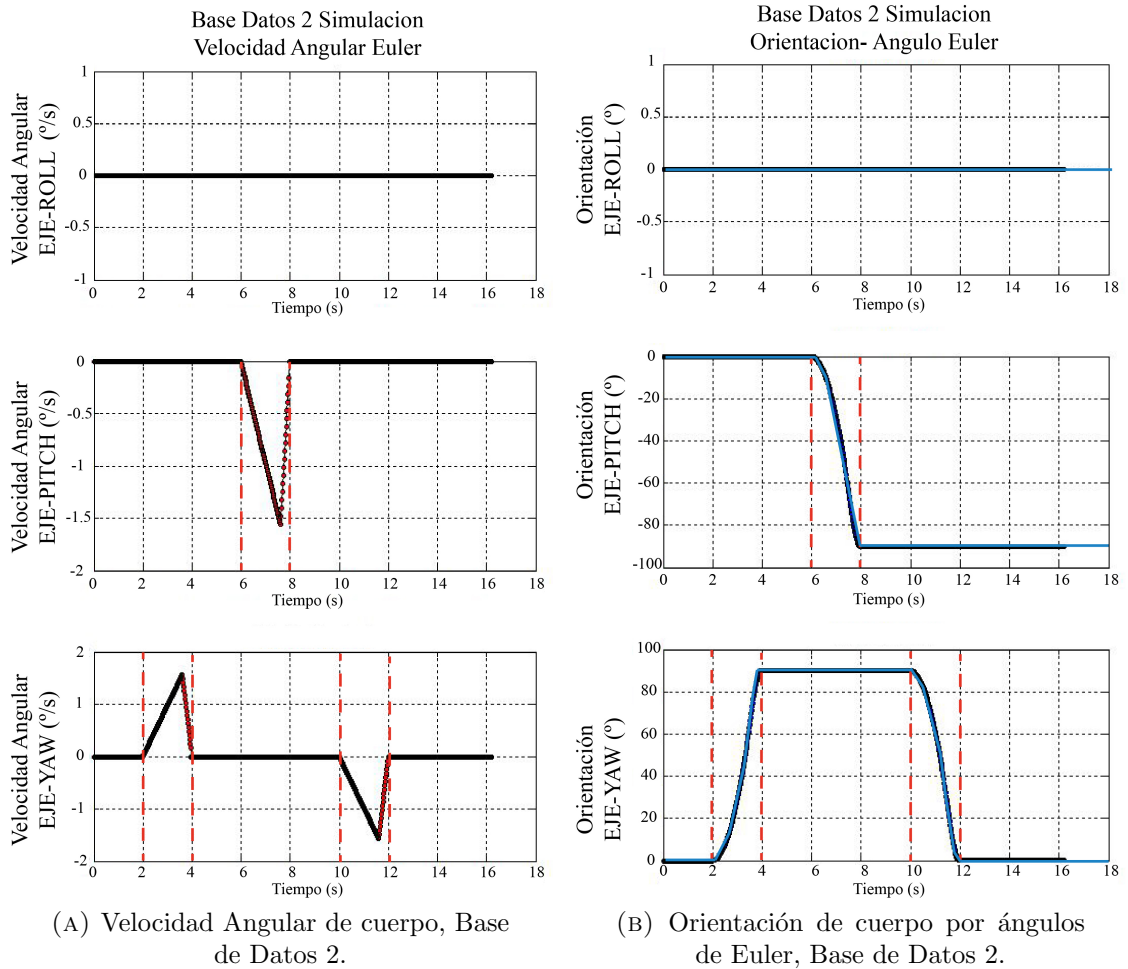


FIGURA 4.3: Velocidad Angular de Cuerpo y Resultado en Orientación en Cuerpo, Base de Datos 2.

En la Figura 4.3b se puede apreciar los valores alcanzados de los ángulos de Euler en la orientación. Los valores son indicados por las líneas azules en los diferentes

tiempos de la simulación con líneas punteadas rojas. Esta información se usa para el cálculo de la MCD (2.18) para la distribución de las fuerzas de aceleración inerciales de la Figura 4.2b. Usando la ecuación 2.27 con la información de la base de datos 2 y la MCD 2.18, la aceleración inercial es distribuida a los ejes correspondientes de navegación. Una vez realizado esto se puede empelar la integrales numéricas (2.28, 2.29) y calcular los valores de posición respecto a cada momento de tiempo t . La Figura 4.4 muestra el cambio de aceleración a velocidad y de velocidad a posición.

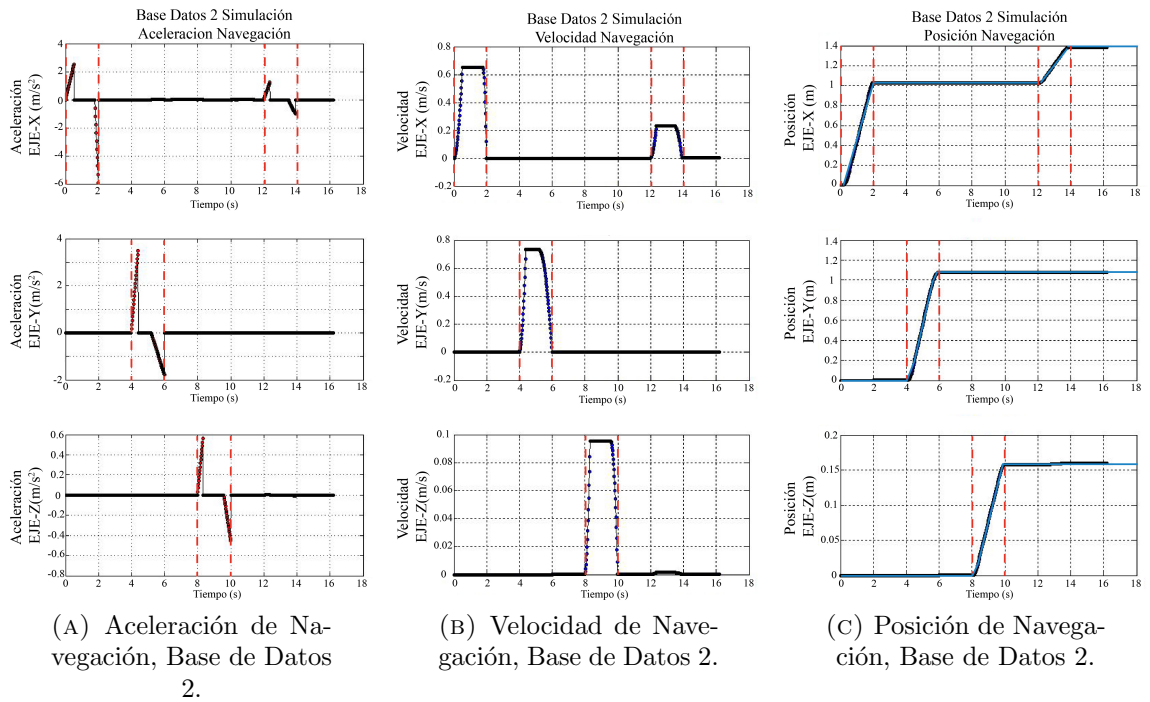


FIGURA 4.4: Base de Datos 2, Terna de Navegación en Cambio de Aceleración a Velocidad y de Velocidad a Posición.

La Figura 4.4a muestra el resultado de aplicar la matriz de rotación 2.18 a la aceleración inercial de la base de datos 2. Se puede apreciar como los valores de la aceleración inercial son distribuidos en sus respectivos ejes a resultados de los cambios en la orientación con movimiento de avance del cuerpo (forward-movements). Se puede apreciar de la Figura 4.4 líneas rojas punteadas que delimitan los cambios en los tiempos t (segundos) de las fuerzas específicas en la simulación. De esta manera recopilando la información de las Figuras 4.2b y 4.4c se pueden trazar de manera tridimensional las posiciones y orientaciones del cuerpo simulado con respecto a los tiempos de lectura.

La aceleración inercial de la base de datos 1 es multiplicada por la ecuación 2.27, cabe mencionar que al no existir cambios en la orientación del cuerpo la MCD 2.18 no cambia las fuerzas específicas, la aceleración inercial es directamente proporcional a los ejes correspondientes de navegación. Una vez realizado esto se puede emplear la integrales numéricas (2.28, 2.29) y se obtiene la velocidad y posición. De la misma manera que en la base de datos 2, la información calculada es usada para trazar las posiciones de la fuerza inercial de la base datos 1.

La Figura 4.5 muestra el resultado del trazado de las trayectorias simuladas de las bases de datos 1 y 2.

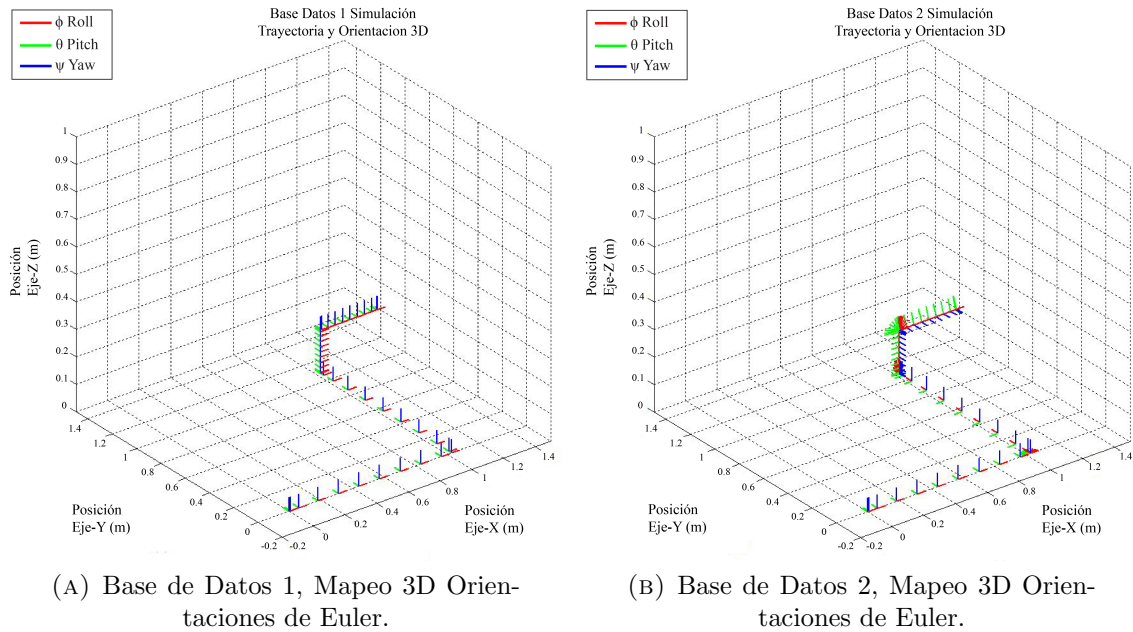


FIGURA 4.5: Trayectoria Simulada de un Vehículo Libre en un Espacio Tridimensional, Base de Datos 1 y 2.

En la Figura 4.5 se puede apreciar las diferencias en las trayectorias de las bases de datos, así como la representación de sus orientaciones por medio de los ángulos de Euler. Las orientaciones son mostradas por diferentes colores, rojo para el eje Roll, verde eje Pitch y azul para representar el eje Yaw, así en ambas figuras se observa las trayectorias con su correspondiente orientación para cada tiempo t . Es importante mencionar que en la Figura 4.5b se puede apreciar los momentos de giro en los cambios de la orientación y en consecuencia en su trayectoria del cuerpo simulado. Estos cambios son los responsables directos en los cambios de las aceleraciones de cuerpo a los ejes de navegación correspondientes. Así, se puede

apreciar que la información de la orientación con las fuerzas específicas de traslación se puede describir en conjunto con las ecuaciones de navegación, los efectos de la cinemáticas de los sistemas de navegación inercial de los parámetros de navegación, aceleraciones, velocidades, posiciones, velocidades angulares y orientaciones de cuerpos libres en un campo gravitacional.

Es importante resaltar que esta prueba de simulación con valores ideales usando el diagrama de bloques 2.23 es con el objetivo de visualizar la interacción de las variables principales de la navegación inercial y variaciones de los valores del sistema. Sin embargo el uso directamente en las ecuaciones de navegación de valores reales de acelerómetros y giroscopios, generarían errores acumulativos drift, ruido blanco, valores cambiantes y demás desventajas ya explicadas con anterioridad. Para mostrar esto, se realiza la segunda prueba controlada implementando el INS Strapdown y el IKZ propuesto usando valores reales de una IMU, en Estado estático, Movimiento lineales, Giro y Movimientos + Giro.

4.2. INS Strapdown y IKZ, Medición de 4 Principales Estados Cinemáticos; Datos en Bruto.

La Figura 4.1 muestra el acomodo del equipo experimental usado en estado Estático, Movimiento lineal, Giro y Movimiento + Giro. Esta prueba tiene como objetivo el análisis de los desempeños usando de los INS Strapdown y del IKZ propuesto usando valores en bruto de una IMU. La medición de 4 principales estados cinemáticos se lleva a cabo con la utilización de la IMU MPU-9255 de la marca InvenSense® con 10 grados de libertad, un sistema MyRio de National Instruments® para la adquisición y almacenamiento de las lecturas de la IMU por medio de un protocolo de comunicación de circuito integrado (I²C), una mesa XYZ con graduación en centímetros para los desplazamientos controlados y trazables del cuerpo en experimentación. Una computadora portátil de marca Lenovo® Y700 con un interfaz gráfico para visualizar en tiempo real la información obtenida del sensor.

La Figura 4.6 y Figura 4.7 muestran las bases empleadas para los giros experimentales en Giro y Movimiento + Giro. Las variables iniciales de posición, velocidad,

velocidad angular y aceleración de las cuatro mediciones son declaradas a valor cero. Las mediciones realizadas por la IMU a las variables aceleración $\mathbf{a}_b$ y velocidad angular $\boldsymbol{\omega}_b$ serán las variables de entrada a las ecuaciones fundamentales de la navegación y del arreglo particular del INS Strapdown (IKZ).

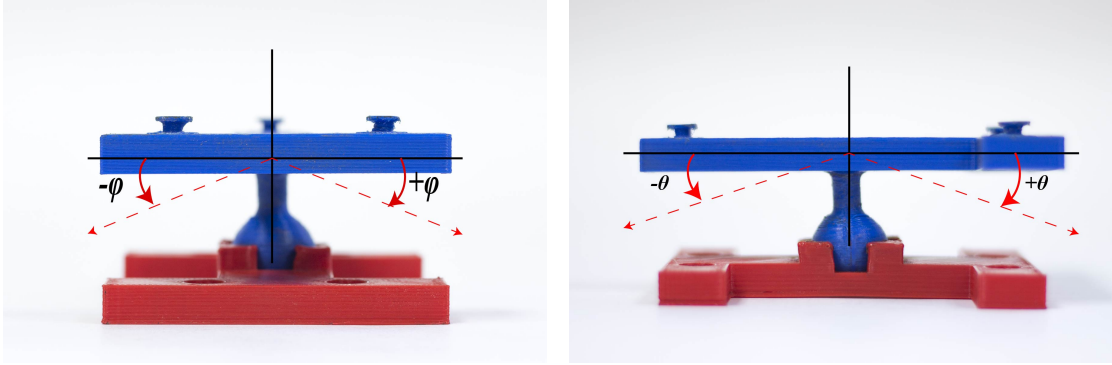


FIGURA 4.6: Base Utilizada en la Medición de Giro para Analizar el Comportamiento del Giro en Roll ϕ y Pitch θ de las Ecuaciones INS y del Arreglo Particular del INS Strapdown (IKZ).

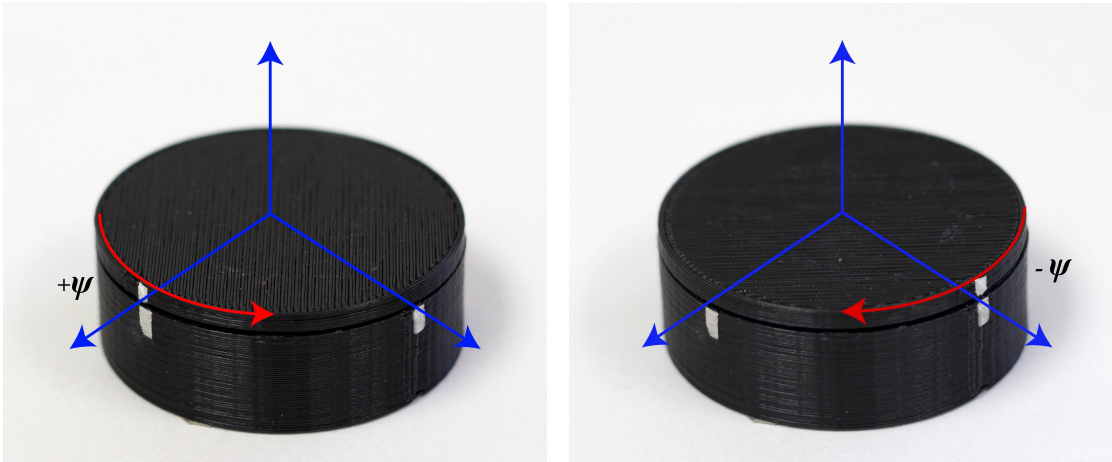


FIGURA 4.7: Base Utilizada en la Medición de Giro y Movimiento + Giro para Analizar el Comportamiento del Giro en Yaw ψ de las Ecuaciones INS y del Arreglo Particular del INS Strapdown (IKZ).

Medición 1, Estado Estático.

Se toman lecturas durante 25 segundos (s) en estado estático. Esto con el fin de analizar el error de deslice que pudiese ocurrir durante la experimentación en los respectivos sistemas.

Medición 2, Movimientos Lineales en X, Y y Z.

En la segunda medición, se realizaron lecturas con diferentes desplazamientos sobre un sistema cartesiano, Figura 4.1, respecto a los ejes X, Y y Z de navegación.

- a) Desplazamiento de 12 centímetros (cm) negativos, en eje Z.
- b) Desplazamiento de 10 centímetros (cm) negativos, en eje X.
- c) Desplazamiento de 10 centímetros (cm) negativos, en eje Y.

Medición 3, Giros en Roll ϕ , Pitch θ y Yaw ψ .

En la medición 3 se realizan rotaciones por eje Roll ϕ , Pitch θ y Yaw ψ de manera separada. Esto con el fin de poder analizar el error de deslice en la actitud (orientación) que pudiese ocurrir en los momentos de giro en el sistemas de navegación.

- a) Rotación + 30° seguido de una rotación negativa de -30°, en Pitch θ .
- b) Rotación + 40° seguido de una rotación negativa de -40°, en Roll ϕ .
- c) Rotación + 90° seguido de una rotación negativa de -90°, en Yaw ψ .

Medición 4, Movimiento Lineales + Giro

La cuarta medición consiste en realizar desplazamientos y rotaciones de manera conjunta sobre un sistema cartesiano (ver Figura 4.1). Esto con el fin de poder analizar los giros y los desplazamientos en los ejes de navegación, permitiendo valorizar el error de deslice en las orientaciones y en las posiciones estimadas por el IKZ propuesto.

- a) Desplazamiento de -10 centímetros (cm) Negativos, en eje X.
- b) Rotación Negativa de -90° en Yaw ψ .
- c) Desplazamiento de 10 centímetros (cm) Positivos, en eje Y.

4.2.1. Resultados del INS Strapdown y IKZ Propuesto, Medición de 4 Principales Estados Cinemáticos

Los resultados obtenidos de la prueba de medición de 4 principales estados cinemáticos son presentados de la Figura 4.8 a la Figura 4.15. Del mismo modo se presentan la Tabla 4.1 a la Tabla 4.7 donde se muestran los resultados de la posición u orientación en cada una de las pruebas.

Resultados INS Strapdown y IKZ Propuesto Medición 1, Estado Estático.

La medición 1 consiste en la detección del estado estático de la IMU, esto con el fin de mostrar el error de deslice en los sistemas INS Strapdown y en la atenuación de este.

La Figura 4.8, muestra de manera gráfica el comportamiento del sistema INS Strapdown, la línea amarilla punteada representa el valor de origen, en cambio la línea roja punteada representa el valor de deslice con respecto al valor de origen en la posición de cada eje. Se observa un error de deslice en la señal integrada, la cual es sumada a la solución de las ecuaciones fundamentales de navegación, incrementado en extensos períodos de tiempo. Como es mencionado en capítulos anteriores, este error es debido a la naturaleza de las ecuaciones y de las integrales numéricas que en ellas existen.

De manera numérica la Tabla 4.1 muestra los valores de la medición 1 de la Figura 4.8 en diferentes tiempos para la posición del sensor en referencia a un sistema de coordenada n-frame.

TABLA 4.1: INS Strapdown, Valores de Posición Cada 5 Segundos Estado Estático.

Tiempo Segundos (s)	Posición Respecto al Origen		
	Eje-X Metros (m)	Eje-Y Metros (m)	Eje-Z Metros (m)
5	-1.254	-0.5066	-0.044
10	-10.05	-2.974	-0.194
15	-33.88	-9.486	-0.467
20	-81.26	-22.12	0.7271
25	-154.3	-40.88	0.8616

Considerando la naturaleza de los MEMS en el estado estático de la medición 1, los valores en las variables de aceleración y velocidad angular oscilan alrededor de la escala milis (m) donde no es medible valores en cero de las variables, aun estando en este estado, generando en el sistema de navegación inercial un error matemático. La Tabla 4.1 muestra los valores de posición calculados cada 5 segundos (s) del total de 25 segundos (s) en cada eje de la IMU. Se puede observar que se genera un error acumulativo cuando el algoritmo resuelve las ecuaciones de navegación. Este fenómeno es atribuido al error de deslice por las integrales numéricas. Por

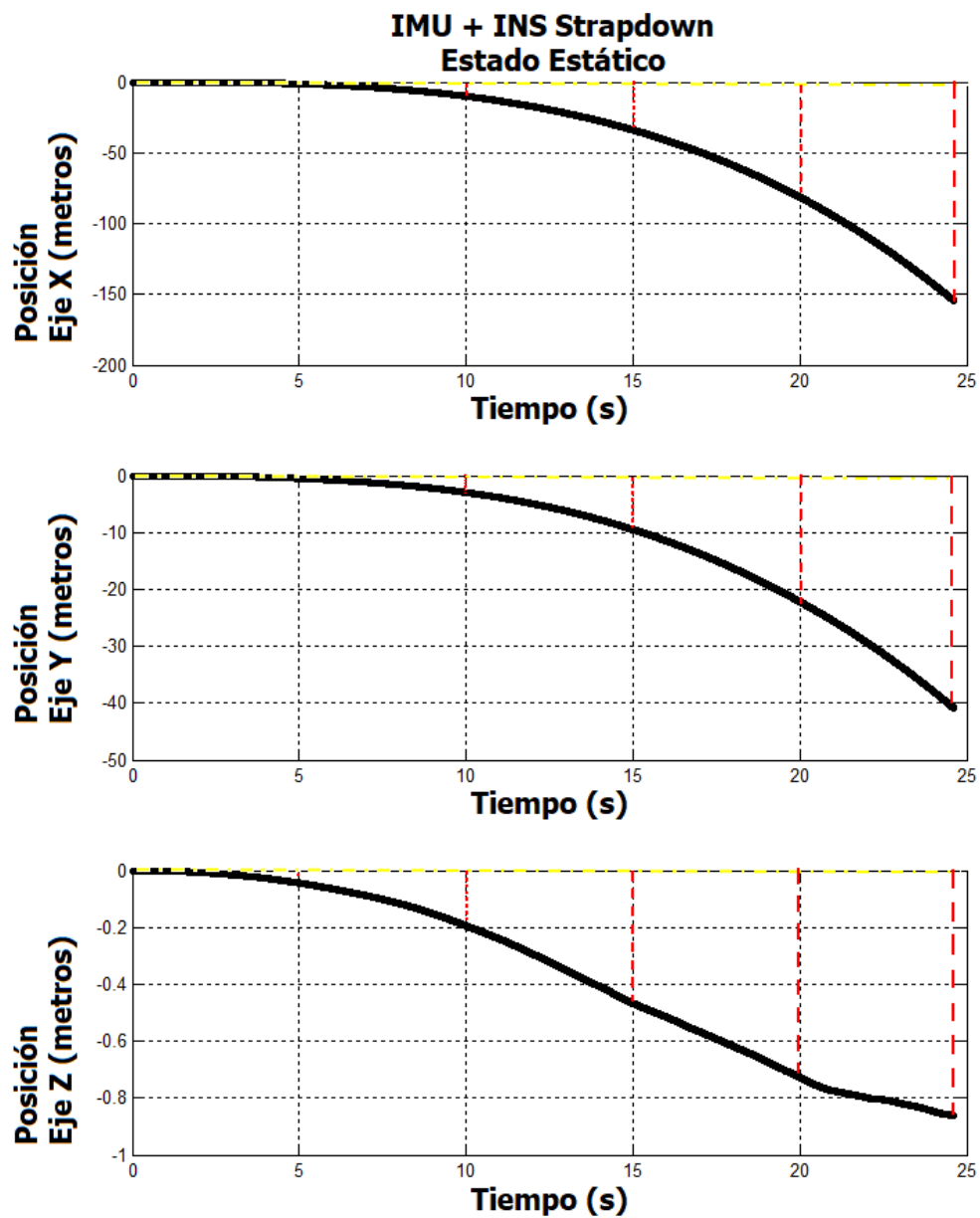


FIGURA 4.8: Resultado Medición 1 en el INS Strapdown, Posición del Sensor Respecto a 25 segundos (s) de Lectura. Línea Roja Punteada, Error de Deslice en Metros (m) Respecto al Origen.

otro lado, en la Figura 4.9 se observan los resultados obtenidos respecto al arreglo particular propuesto del IKZ en la medición 1, en estado estático.

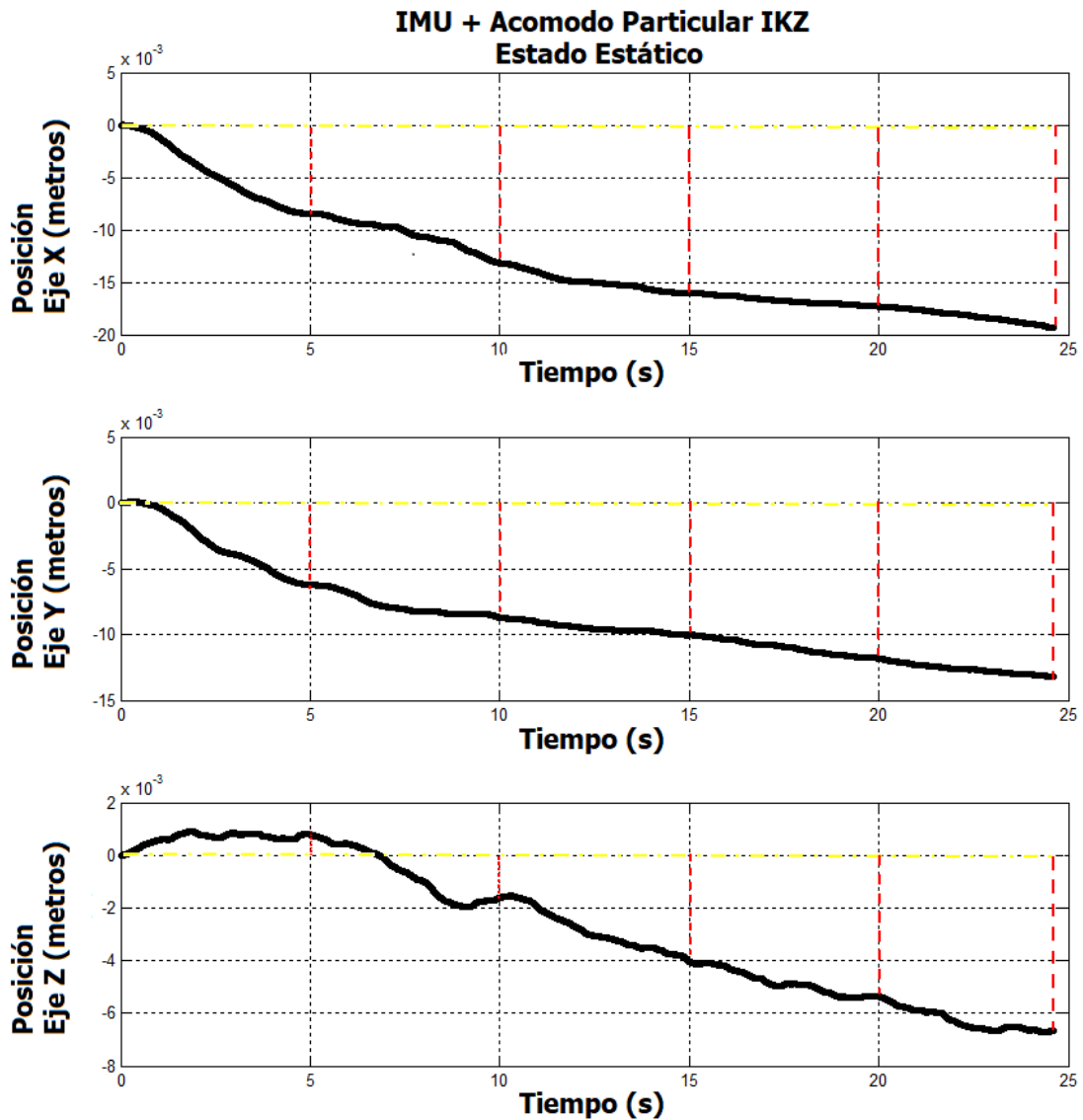


FIGURA 4.9: Resultado Medición 1 IKZ Propuesto, Posición del Sensor Respecto a 25 segundos (s) de lectura. Línea Roja Punteada, Error de Deslice en Metros (m) respecto al Origen.

En la Figura 4.9 se puede observar una reducción considerable del error de deslice, en comparación a los resultados obtenidos en INS Strapdown. Las gráficas muestran valores en cada uno de los ejes respecto a milímetros (10^{-3}m) mostrando una reducción del error de deslice en los valores de posición respecto a los iniciales. No obstante el error de deslice continua presentándose en los cálculos, en parte se puede atribuir a la naturaleza de los sensores inerciales MEMS, los cuales aun en momentos estáticos las lecturas de las variables $\mathbf{a}_b$ y $\boldsymbol{\omega}_b$ presentarán valores pequeños en escala de milis (varia en la sensibilidad del sensor), traduciéndose en

TABLA 4.2: IKZ propuesto, Valores de Posición Cada 5 Segundos del Estado Estático.

Tiempo Segundos (s)	Posición Respecto al Origen		
	Eje-X Metros (m)	Eje-Y Metros (m)	Eje-Z Metros (m)
5	-0.0084	-0.0062	0.0007
10	-0.0131	-0.0087	-0.0016
15	-0.016	-0.01004	-0.0040
20	-0.017	-0.0118	-0.005
25	-0.0193	-0.01323	0.0066

valores de actitud, velocidad y posición. La Tabla 4.2 muestra los resultados de la posición por cada 5 segundos (s) del total de 25 segundos (s) en cada eje.

Los valores presentados en la Tabla 4.2 muestran una reducción en los valores de posición respecto a la Tabla 4.1, la cual muestra un error de deslice latente en momentos estáticos. Sin embargo, al implementar el filtro de Kalman y los algoritmos de actualización se contribuye a la reducción de este junto a las herramientas secundarias, resaltando el efecto de las condiciones restrictivas por el acomodo particular presentado. A pesar de quedar demostrado la estimación de momentos inertes del sensor, la Medición 2 se emplea con el fin de observar las condiciones de movimiento en el sensor y que las condiciones restrictivas del acomodo propuesto en el IKZ permitan calcular los movimientos del sensor sin afectar al cálculo.

Resultados INS Strapdown y IKZ Propuesto Medición 2, Movimientos Lineales.

La Medición 2 consiste en la estimación de los desplazamientos a las cuales la IMU fue expuesta en la experimentación. Se realizaron tres desplazamientos consecutivos en los diferentes ejes del sensor, cada desplazamiento constaba de movimientos negativos de 12 centímetros en el eje Z y 10 centímetros en eje X y Y respecto al sistema de coordenada n-frame, durante 10 segundos (s) de lectura.

La Figura 4.10 muestra el comportamiento del INS Strapdown en la experimentación de la Prueba 2 movimientos lineales. En la Figura 4.10 se aprecia el valor inicial en la posición con una línea amarilla punteada, con una línea punteada roja el valor de deslice en la posición respecto al valor inicial y una línea azul que representa el valor deseado en la prueba.

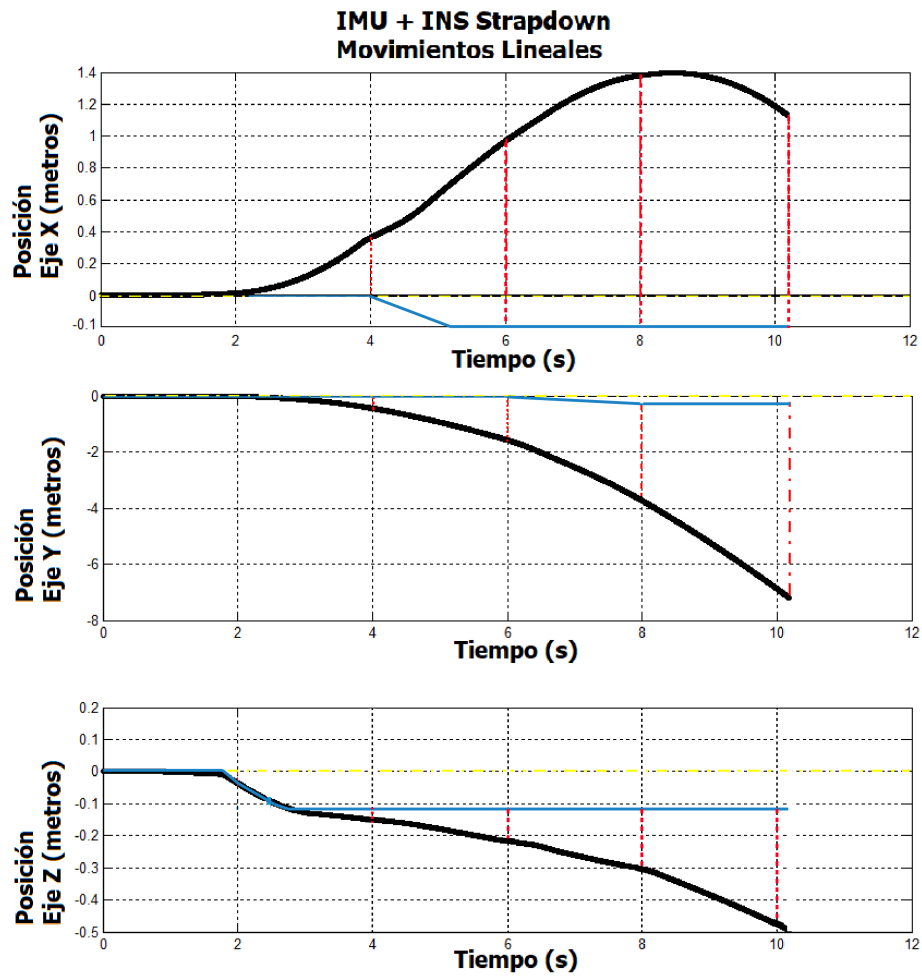


FIGURA 4.10: Resultado Prueba 2 en el INS Strapdown, Posición del Sensor Respecto a 10 segundos (s) de Lectura. Línea Roja Punteada, Error de Deslice en Metros (m) Respecto al Origen. Línea Azul, Valor en Metros (m) Deseado en la Prueba.

Analizando el resultado del INS Strapdown se observa que en momentos iniciales en el eje Z, entre el segundo 2 y el segundo 3 un movimiento inicial aproximado a 12 centímetros es alcanzando en la prueba, este es indicado por la línea azul. Sin embargo, los valores empiezan a incrementar a medida que el tiempo transcurre, presentando el mismo efecto en los demás ejes. El INS Strapdown presenta el error de deslice, sumado a las fuerzas cinéticas del movimiento introducen un error acumulativo alejando el resultado al movimiento real al que la IMU fue expuesta.

En la Tabla 4.3 se muestran los valores de la posición a cada 2 segundos (s) del total de 10 segundos (s) de lectura. Los valores en Tabla 4.3 muestran un error en el desplazamiento sin relación al movimiento real al que fue expuesto la IMU, esto se debe por la naturaleza de la integral numérica y al error de deslice que

se presenta en los valores de orientación, desplazando fuerzas de traslación de maneras no coherentes.

TABLA 4.3: INS Strapdown, Valores de Posición Cada 2 Segundos de Medición 2.

Tiempo Segundos (s)	Posición Respecto al Origen		
	Eje-X Metros (m)	Eje-Y Metros (m)	Eje-Z Metros (m)
2	0.01603	-0.020	-0.0361
4	0.3629	-0.446	-0.1501
6	0.9678	-1.578	-0.2177
8	1.379	-3.739	-0.303
10	1.188	-6.884	-0.4769

La Figura 4.11 muestra los resultados obtenidos del IKZ propuesto a la Medición 2. En la Figura 4.11 se aprecian movimientos definidos y suavizados a los que fue

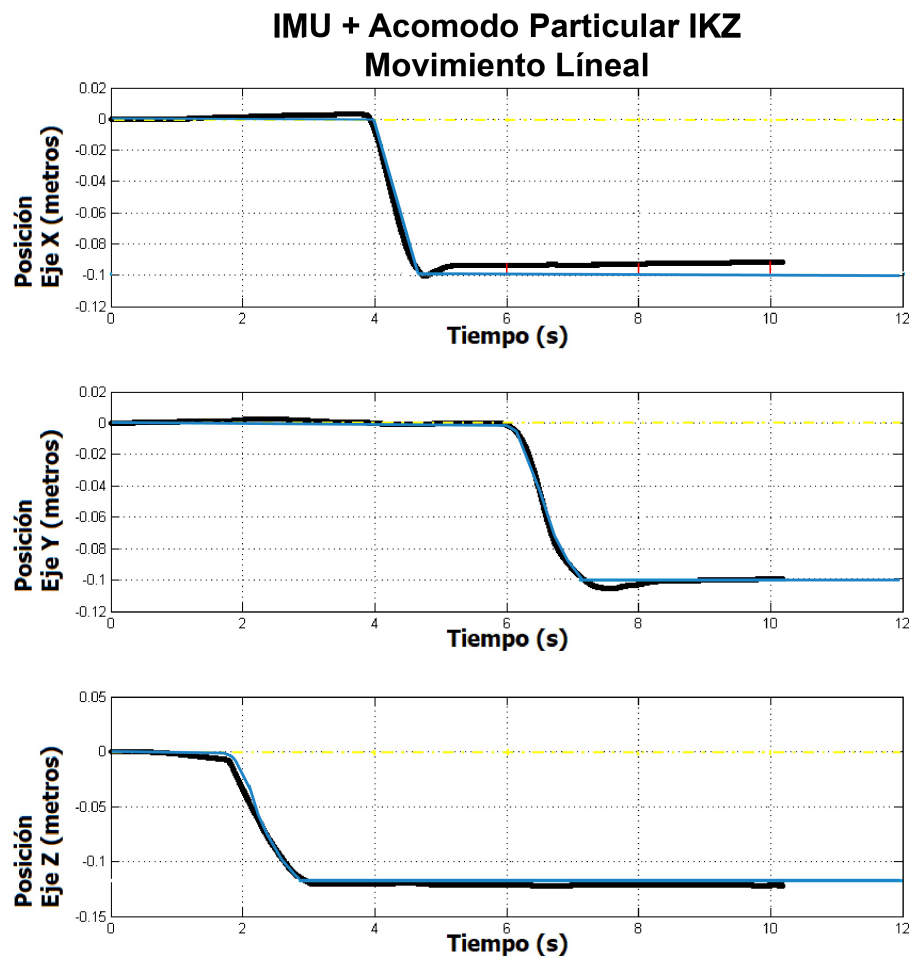


FIGURA 4.11: Resultado Medición 2 en el IKZ propuesto, Posición del Sensor Respecto a 10 Segundos (s) de Lectura. Línea Azul, Valor en Metros (m) Deseado en la Prueba.

expuesto la IMU durante la medición, de la misma manera una reducción considerable al error de deslice. A pesar de ello existe deslices en los valores finales del movimiento respecto a cada eje, pero de una manera casi despreciable, manteniendo el valor a que el sensor fue sometido en el movimiento. Esto se aprecia en la Tabla 4.4 con los valores puntuales, siendo justificado por la naturaleza de los sensores inerciales MEMS.

TABLA 4.4: IKZ propuesto, Valores de Posición Cada 2 Segundos de Medición 2.

Tiempo Segundos (s)	Posición Respecto al Origen		
	Eje-X Metros (m)	Eje-Y Metros (m)	Eje-Z Metros (m)
2	0.0014	-0.002	-0.034
4	-0.007	-0.0007	-0.1207
6	-0.0937	-0.0012	-0.121
8	-0.093	-0.102	-0.1212
10	-0.091	-0.0998	-0.1218

Resultados INS Strapdown y IKZ Propuesto Medición 3, Giros.

La Medición 3 consiste en la estimación de la orientación a través de rotaciones a las cuales la IMU fue expuesta durante la prueba. Se realizaron tres rotaciones consecutivas en diferentes ejes del sensor, la medición consistió, de manera separada, realizar giros positivos y negativos de 30° , 40° , 90° en Pitch θ , Roll ϕ y Yaw ψ respectivamente, durante 30 segundos (s) de lectura. La Figura 4.12 muestra el comportamiento del INS Strapdown en la Prueba 3 Giros.

En la Figura 4.12 se aprecian rotaciones definidas a las que fue expuesta la IMU durante la experimentación, de la misma manera, no se observa un error de deslice en los resultados de giro, aun así, este sigue estando presente pero con características tenues. Esto demuestra que, por las características de diseño del giroscopio es menos susceptible al ruido en sus lecturas generando un error de deslice imperceptible, aunado a esto, el cálculo de la orientación emplea una sola integral numérica (ecuación 2.22), por lo que el error de deslice es menor en comparación al error de deslice que se presenta por la doble integral numérica para el cálculo de la posición.

La Tabla 4.5 muestra los valores de la orientación por eje durante la prueba. Los resultados en la Tabla 4.5 muestran cantidades cercanas a las deseadas, 28° en el eje de Pitch θ , durante los primeros 5 segundos (s) de la prueba, 39.25° en el eje de Roll ϕ a los 15 segundos (s) y 86.78° del eje Yaw ψ a los 23 segundos (s).

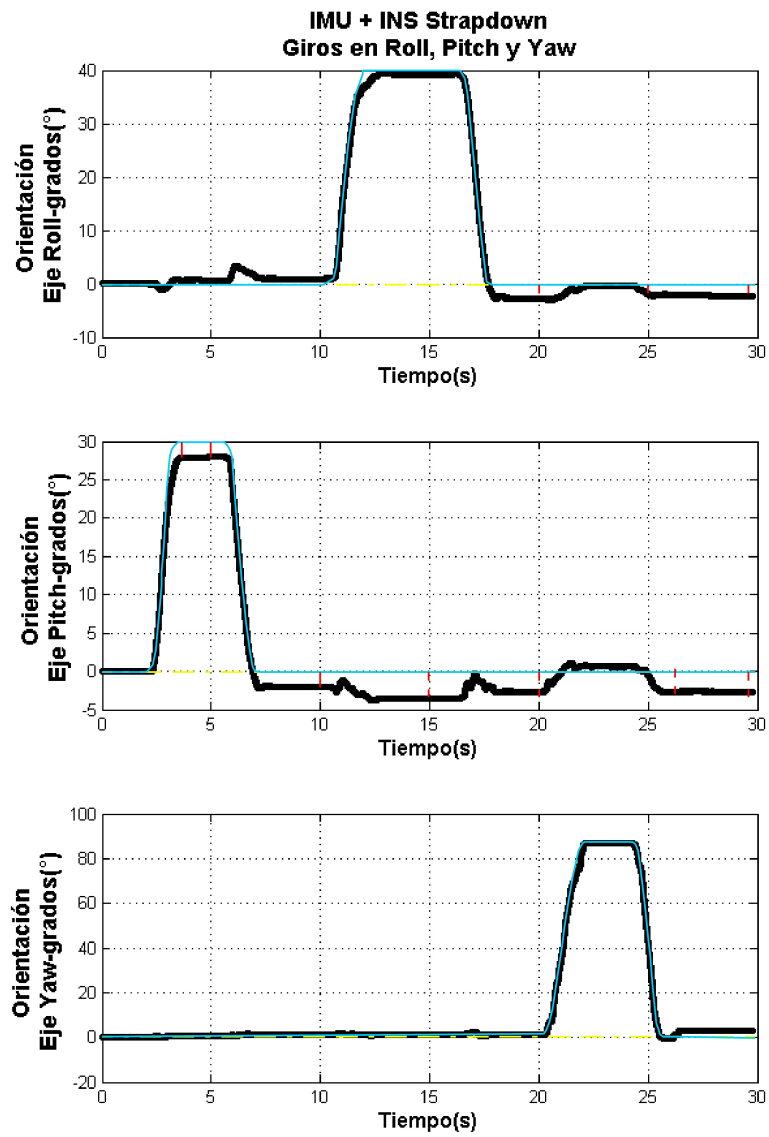


FIGURA 4.12: Resultado Medición 3 del INS Strapdown, Orientación. Línea Amarilla Punteada, Valor de Origen. Línea Azul, Valor en Grados (°) Deseado en la Prueba.

TABLA 4.5: INS Strapdown, Valores de Orientación por Eje, Medición 3.

Tiempo Segundos (s)	Orientación Respecto al Origen		
	Eje Roll Grados (°)	Eje Pitch Grados (°)	Eje Yaw Grados (°)
5	0.6407	28	0.5896
10	0.9523	-1.999	1.176
15	39.25	-3.568	1.079
20	-2.763	-2.658	1.154
23	-0.3488	0.6468	86.78

La Figura 4.13 muestra los resultados obtenidos por el arreglo particular propuesto del IKZ. En el cual se aprecian giros definidos y suavizados a los que fue expuesto la IMU durante la experimentación, de la misma manera que se aprecia en la Figura 4.12.

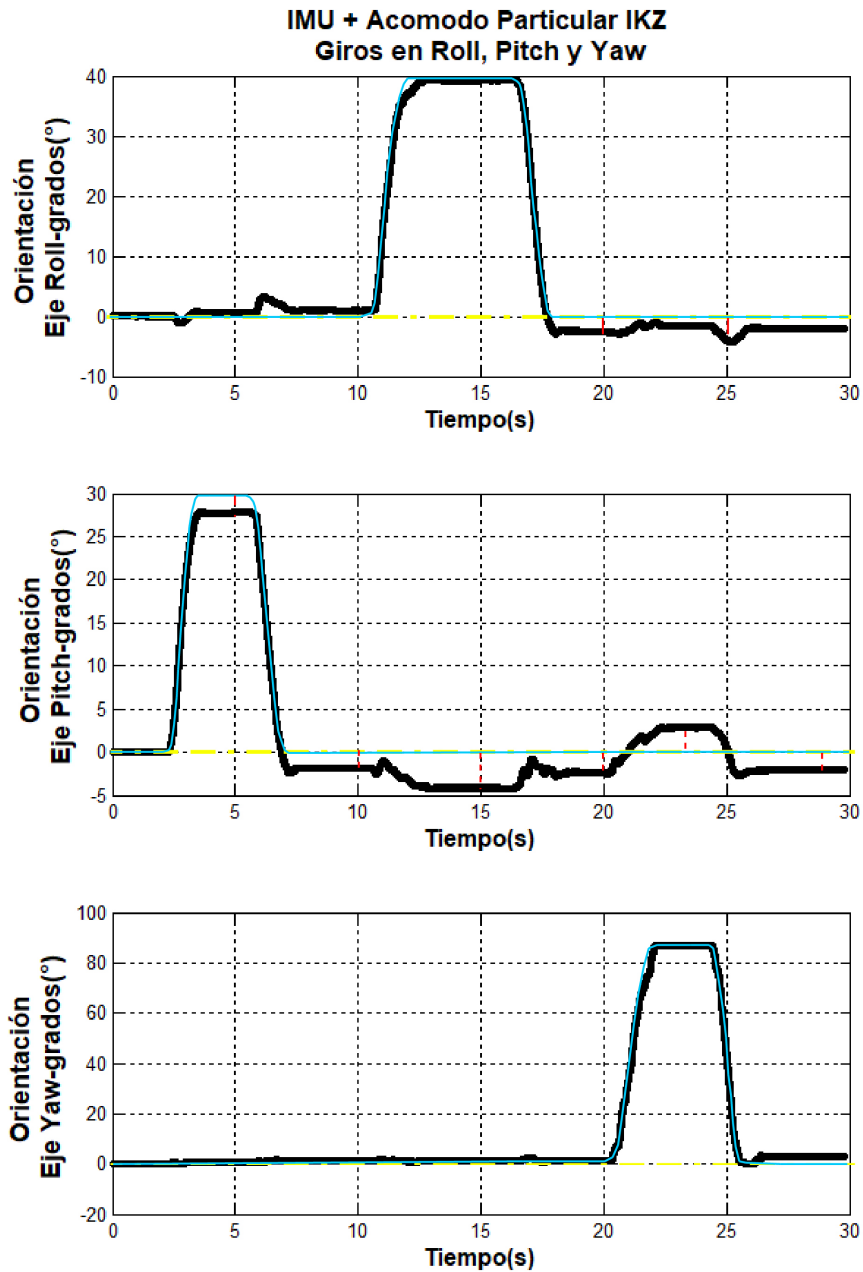


FIGURA 4.13: Resultado Medición 3 del IKZ Propuesto, Orientación. Línea Amarilla Punteada, Valor de Origen. Línea Azul, Valor en Grados (°) Deseado.

A pesar de ello existe diferencias sutiles en cada eje, estas pequeñas diferencias generan un cálculo más acertado en la gravedad (ecuación 2.23) y la matriz de rotación (ecuación 2.23) en comparación de si se utilizarán los valores estimados

por el INS Strapdown. Estas diferencias se aprecian en la Tabla 4.6 con los valores puntuales. En la Tabla 4.6 se muestran los resultados (cerca de los deseados) a diferentes momentos durante la prueba, las cuales asemejan a los resultados obtenidos en la Tabla 4.5. Sin embargo se puede apreciar una atenuación de los valores respecto a los resultados de la Tabla 4.5, esto se puede explicar por los diferentes filtros empleados en el IKZ propuesto.

TABLA 4.6: IKZ propuesto, Valores de Orientación por Eje de Medición 3.

Tiempo Segundos (s)	Orientación Respecto al Origen		
	Eje Roll Grados (°)	Eje Pitch Grados (°)	Eje Yaw Grados (°)
5	0.6209	27.9	0.5666
10	0.972	-1.82	1.15
15	39.29	-4.157	1.051
20	-2.568	-2.327	1.2
23	-1.557	2.861	86.93

Resultados IKZ Propuesto Medición 4, Movimientos Lineales + Giros.

La Medición 4 tiene como propósito el mostrar el movimiento conjunto de desplazamiento y giros en una sola prueba. Para ello, se realizó un desplazamiento de -10 centímetros (cm) negativos, en eje X, seguido de una rotación negativa de -90° en Yaw ψ , finalizando con desplazamiento de 10 centímetros (cm) positivos, en eje Y. Cabe mencionar que en esta medición no se emplea el uso del INS Strapdown por los resultados obtenidos en las mediciones anteriores, de los cuales queda demostrado el bajo rendimiento y los errores en los cálculos de los parámetros de navegación. La Figura 4.14 muestra el comportamiento del IKZ propuesto en la Medición 4.

En la Figura 4.14 se observa desplazamientos a los que la IMU fue expuesta, comenzando con un desplazamiento negativo en el eje X seguido con la rotación del cuerpo cambiando al eje Y, mostrando un desplazamiento positivo del valor aproximado al deseado en la prueba. La figura muestra movimientos acorde a los ejercidos durante la prueba con orientaciones y direcciones establecidos en la Medición 4. De igual manera se aprecian incertidumbres en la estimación del desplazamiento de la IMU, donde se observa una amplitud mayor en el eje X al deseado, sin embargo, esta amplitud excedente mantiene un valor aproximadamente constante, del cual se puede apreciar un tenue error de deslice. En el eje Y

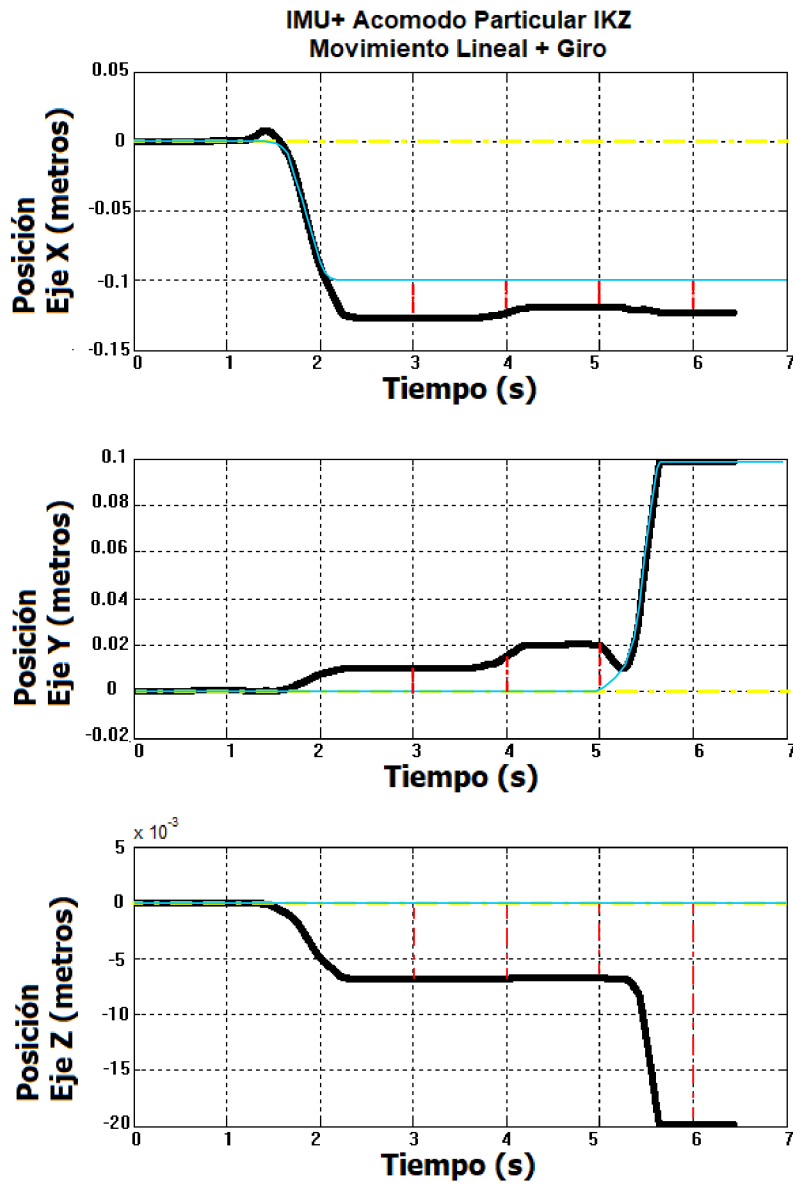


FIGURA 4.14: Resultado Medición 4 del IKZ propuesto, Posición. Línea Roja Punteada, Error en Metros (m) Respecto al Valor Deseado y el Valor Estimado. Línea Azul, Valor en Metros (m) Deseado.

se presentan desplazamientos después del primer desplazamiento en el eje X, esos desplazamientos se entienden por la rotación sobre el eje en Yaw ψ de -90° el cual genera un desplazamiento sobre los ejes X y Y. Estos valores se pueden apreciar de manera puntual en la Tabla 4.7.

Calculadas las posiciones puntuales del sensor utilizando el IKZ propuesto, se resalta la reducción del error de deslice en los resultados de la Figura 4.14 y la Tabla 4.7, esto debido, a que los errores por desplazamientos en los movimientos

TABLA 4.7: IKZ propuesto, Valores de Posición por Eje de Medición 4.

Tiempo Segundo (s)	Posición Respecto al Origen		
	Eje-X Metros (m)	Eje-Y Metros (m)	Eje-Z Metros (m)
1	0.00041	0.00045	-0.00003
3	-0.1196	0.009	-0.0068
5	-0.1126	0.020	-0.0067
6	-0.1189	0.098	-0.019

en conjunto (desplazamientos y giros) han sido atenuados, demostrando que el IKZ propuesto proporciona propiedades restrictivas a los errores de deslice, trayectorias definidas y giros definidos a los que fue expuesta la IMU. La Figura 4.15 muestra un resumen de las trayectorias y orientaciones obtenidas en la Medición de los principales estados cinemáticos con datos en bruto del Estado estático, en Movimiento lineales y Movimientos + Giro, realizadas en la prueba con el arreglo particular propuesto del IKZ. Las orientaciones del cuerpo son mostrada por los ejes de Euler por la línea Azul, Roja y Verde simbolizan a los ejes Pitch θ , Yaw ψ y Roll ϕ respectivamente.

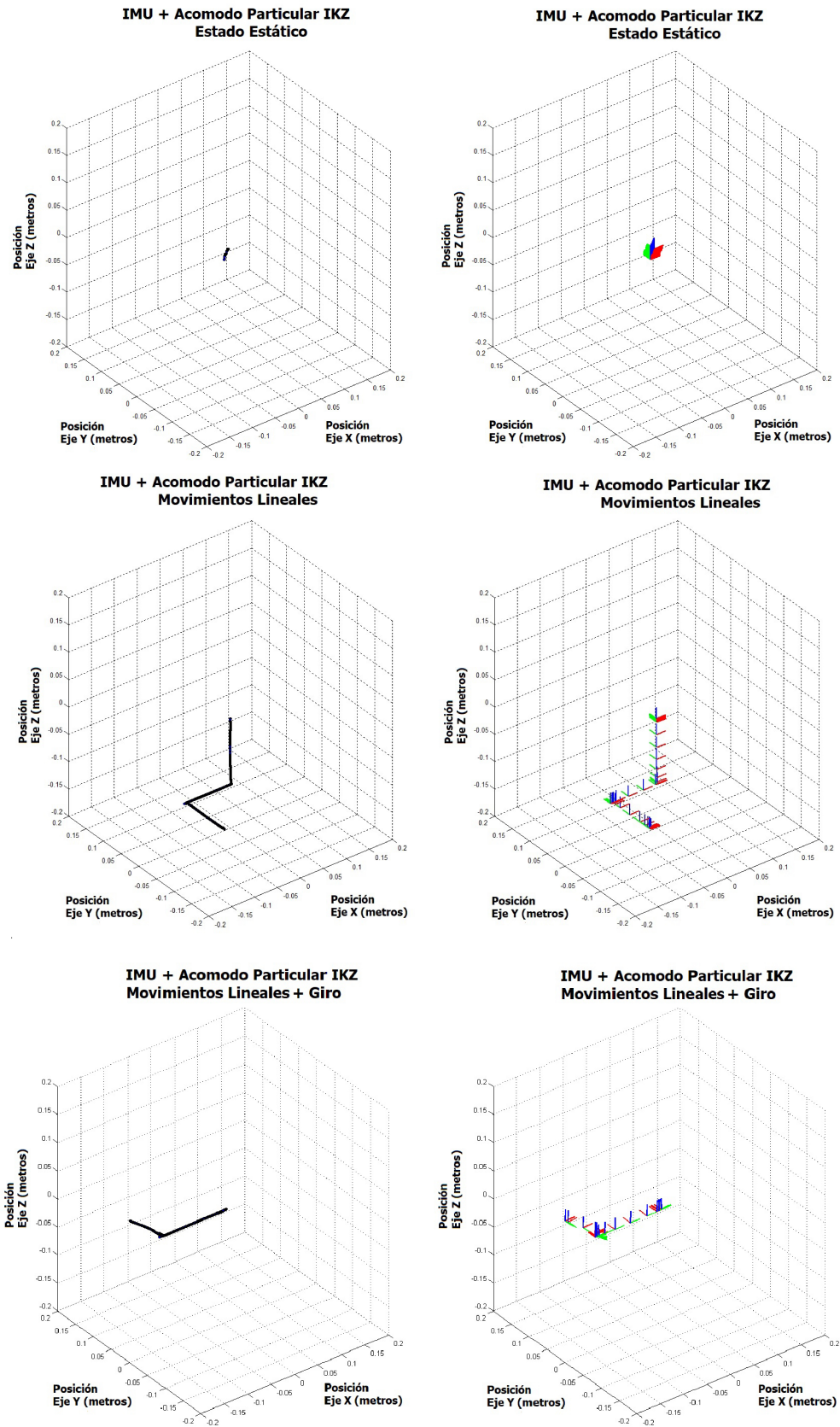


FIGURA 4.15: Resultado de las Trayectorias y Orientaciones del IKZ Propuesto, Estado Estático, Movimiento Lineales y Movimientos + Giro.

Capítulo 5

Conclusión

En este trabajo se presentó una propuesta para el incremento de los tiempos de lecturas de los INS Strapdown y la atenuación de los errores de deslice (drift) en el cálculo de las variables de navegación y el seguimiento de trayectorias de objetos móviles. Se propuso el arreglo particular de la integración del filtro Kalman, los algoritmos de actualización y de herramientas secundarias a un INS Strapdown (IKZ), los cuales fueron presentados en este trabajo de tesis. En esta tesis se estudió y describió el estado del arte de los sistemas INS, de igual manera fueron descritas sus ecuaciones matemáticas, teorías y diagramas de bloques para su programación e implementación. También se describió el acomodo particular del IKZ propuesto, las ventajas y los puntos principales del acomodo a través de un diagrama de bloques, el cual representaba la interacción conjunta entre INS, herramientas secundarias, filtro de Kalman, ZUPT y ZARUT.

Se programaron e implementaron las ecuaciones de navegación en un programa matemático de entorno de desarrollo integrado, MATLAB. Ya programadas las ecuaciones de navegación se simularon fuerzas específicas con el objetivo de mostrar las relaciones entre la aceleración y las velocidades angulares del cuerpo en los sistemas INS. De esta prueba de simulación se puede resaltar la importancia de la información de la orientación con las fuerzas específicas de traslación, los cuales generan que los efectos de la cinemática se vean reflejadas por esta interacción en la determinación de los parámetros de la navegación. De igual manera para la realización de mediciones reales se programaron los protocolos de comunicación Circuito inter-integrado (I²C) entre el dispositivo MyRio de National Instruments y la IMU MPU-92555 de la marca InvenSense, este protocolo emplea un bus maestro-esclavo

que brinda ventajas como una simple estructura de comunicación al no requerir altos recursos computacionales y diferentes modos de operación para respuestas de alta velocidades (0,1 Mbits/s - 3.4 Mbits/s), demostrando una estabilidad constante en las etapas de pruebas y de mediciones experimentales.

Implementado los programas para la lectura y almacenamiento de la información, se llevaron a cabo pruebas utilizando lecturas en bruto de la información del sensor IMU directamente a las ecuaciones de navegación, de los resultados se analizaron e identificados los factores principales que generan y aumentan los errores de deslice. De los principales factores se destaca la utilización de una magnitud gravitacional errónea, que al declararla como magnitud gravitacional constante no se ajustaba a los cambios naturales de las mediciones del sensor, generando magnitudes erróneas en las fuerzas inerciales del INS. Otro factor principal es el ruido blanco que se presenta en las variables medidas de las IMUs, estas al tener sistemas micro-electromecánicos son propensos a pequeñas vibraciones que llevan a tener ruido en sus señales y ser causantes de variaciones en las magnitudes de las fuerzas inerciales. Otro factor de importancia en la generación de errores de deslice es la naturaleza de construcción de la IMU, este genera que las mediciones del sensor, aun en momentos estáticos, las variables no sean medibles a cero. Esto hace que la integral numérica genere fuerzas inerciales y sean sumadas a la solución aun sin presentar fuerzas físicas inerciales de movimiento en el sensor. Identificado los principales factores se programan e implementan la incorporación del filtro de Kalman para la solución de los factores de ruido blanco y la selección de las técnicas computacionales para la determinación de fuerzas específicas por efecto de movimiento usando los algoritmos de actualización, estas herramientas se programaron para trabajar con señales digitales discretas.

Se llevó a cabo una serie de mediciones con el fin de comparar los resultados entre los sistemas INS Strapdown y el acomodo particular del IKZ utilizando datos en bruto de una IMU MPU-92555 de la marca InvenSense®. La primera medición consistió en identificar estados inertes de la IMU en un determinado periodo de tiempo, esto con el objetivo de detectar el error de deslice por medio del IKZ propuesto. En el cual se mostraron los valores puntuales de la Tabla 4.1 y Tabla 4.2, donde se validaba la reducción del error de deslice en las lecturas, por las propiedades restrictivas del acomodo particular del IKZ ante el error de deslice. La segunda medición consistía en la detección de movimientos lineales a los cuales la IMU fue expuesta, de esto se pueden observar los movimientos del sensor por cada

eje, además de que las condiciones restrictivas del acomodo propuesto en el IKZ permitieran calcular los movimientos sin afectar el cálculo de la posición. Dando como resultado movimientos definidos, coherentes y suavizados a los que fue expuesto la IMU durante la experimentación en el acomodo propuesto en el IKZ. La tercera medición consistió en la detección de las orientaciones de la IMU, en el cual se realizaron rotaciones en los diferentes ejes de Euler, donde se pudo demostrar que por las características de diseño del giroscopio este es menos susceptible al error de deslice, sin embargo, el IKZ propuesto genera un cálculo más acertado en la gravedad y en la matriz de rotación. La cuarta medición mostraba la estimación de la posición y orientación a las cuales la IMU fue expuesta en la experimentación, los cuales consistieron de un deslamiento negativo de 10 centímetros sobre el eje X, seguido de una rotación negativa de -90° en Yaw ψ , finalizando con desplazamiento de 10 centímetros (cm) positivos, en eje Y. Esta tenía como objetivo el analizar los resultados obtenidos por el IKZ propuesto, los cuales presentaron movimientos acorde a los ejercidos, estos mostraban orientaciones y direcciones correctas a los movimientos establecidos en la Medición 4, de la misma manera se mostraban amplitudes mayores a las deseadas a los desplazamientos establecidos, sin embargo, se podía resaltar que estas amplitudes excedentes mantenían un valor aproximadamente constante, demostrando una atenuación en el error de deslice que es un problema recuente en estos Sistemas de Navegación Inercial.

Así mismo, la Figura 4.15 muestra de manera resumida las trayectoria y orientaciones obtenidas de las posiciones de la Medición 1 Estado estático, Medición 2 Movimiento lineales y Medición 4 Movimientos + Giro, realizadas en la prueba con el arreglo particular propuesto del IKZ. De estos resultados obtenidos resalta los beneficios del IKZ propuesto, el cual de manera separada o en conjunto permite la estimación de desplazamientos y orientaciones de la IMU montado sobre objetos móviles.

Se puede concluir que de la metodología propuesta del acomodo particular del IKZ, es un arreglo que proporciona características restrictivas a las lecturas que generan errores de deslice, sin afectar a la obtención de la trayectoria del objeto móvil, como se mostró en los resultados obtenidos de la Medición 4 Movimiento lineal + Giro, al calcular las amplitudes exactas de los desplazamientos en conjunto con la estimación de las orientaciones del cuerpo. Este IKZ propuesto es una opción para aplicaciones de navegación inerciales por su robustez a los errores de deslice y las bias cambiantes de los sensores inerciales.

Bibliografía

- Abdulrahim, K., Hide, C., Moore, T., and Hill, C. (2010). Aiding mems imu with building heading for indoor pedestrian navigation. In *Ubiquitous Positioning Indoor Navigation and Location Based Service (UPINLBS), 2010*, pages 1–6. IEEE.
- Arnol'd, V. I. (2013). *Mathematical methods of classical mechanics*, volume 60. Springer Science & Business Media.
- Básaca, L. C., Rodríguez, J., Sergiyenko, O. Y., Tyrsa, V. V., Hernández, W., Hipólito, J. I. N., and Starostenko, O. (2010). Resolution improvement of dynamic triangulation method for 3d vision system in robot navigation task. In *IECON 2010-36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pages 2886–2891. IEEE.
- Bekir, E. (2007). *Introduction to modern navigation systems*. World Scientific.
- Benzerrouk, H. and Nebylov, A. (2012). Integrated navigation system ins/gnss based on joint application of linear and nonlinear filtering. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(1):208–213.
- Benzerrouk, H., Nebylov, A., Salhi, H., and Closas, P. (2014). Memes imu/zupt based cubature kalman filter applied to pedestrian navigation system. In *Proceedings of International Electronic Conference on Sensors and Applications*.
- Bishop, G. and Welch, G. (2001). An introduction to the kalman filter. *Proc of SIGGRAPH, Course*, 8(27599-23175):41.
- Blasko, V. and Kaura, V. (1997). A new mathematical model and control of a three-phase ac-dc voltage source converter. *IEEE transactions on Power Electronics*, 12(1):116–123.

- Bortz, J. E. (1971). A new mathematical formulation for strapdown inertial navigation. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, (1):61–66.
- Britting, K. R. (1971). Inertial navigation systems analysis.
- Calvo, J. A. (2000). *Fundamentos de navegación aérea*. Universidad Autónoma de Madrid.
- Carrizo, J., España, M., and Giribet, J. I. (2014). Reconstructibilidad y observabilidad por subespacios: Aplicación a la navegación. In *2014 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON)*, pages 849–854. IEEE.
- Castro-Toscano, M. J., Rodríguez-Quinonez, J. C., Hernández-Balbuena, D., Lindner, L., Sergiyenko, O., Rivas-Lopez, M., and Flores-Fuentes, W. (2017). A methodological use of inertial navigation systems for strapdown navigation task. In *Industrial Electronics (ISIE), 2017 IEEE 26th International Symposium on*, pages 1589–1595. IEEE.
- Chung, D., Lee, J. G., Park, C. G., and Park, H. W. (1996). Strapdown ins error model for multiposition alignment. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, 32(4):1362–1366.
- Correia, J., Stefan, J., and Tretyak, L. (2003). Method and system for navigation-enhanced directory assistance. US Patent App. 09/970,575.
- Cubero, S. (2006). *Industrial robotics: Theory, modelling and control*. Pro Literatur Verlag.
- Diesel, J. W. (1996). Assured-integrity monitored-extrapolation navigation apparatus. US Patent 5,583,774.
- España, M. (2010). Fundamentos de la navegación integrada. *Asociación Argentina de Control Automático*.
- Farrell, J. (2008). *Aided navigation: GPS with high rate sensors*. McGraw-Hill, Inc.
- Fentanes, J. P., Zalama, E., and García-Bermejo, J. G. (2012). Plataforma robótica para tareas de reconstrucción tridimensional de entornos exteriores. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 9(1):81–92.

- Georges, H. M., Wang, D., and Xiao, Z. (2015). Gnss/low-cost mems-ins integration using variational bayesian adaptive cubature kalman smoother and ensemble regularized elm. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015.
- Giancoli, D. C. (2005). *Physics: principles with applications*. Pearson Education.
- Goldstein, H., Poole, C., and Safko, J. (2002). *Classical mechanics*.
- González, R., Rodríguez, F., and Guzmán, J. L. (2015). Robots móviles con orugas historia, modelado, localización y control. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 12(1):3–12.
- Grewal, M. S., Weill, L. R., and Andrews, A. P. (2007). *Global positioning systems, inertial navigation, and integration*. John Wiley & Sons.
- Groves, P. D. (2013). *Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems*. Artech house.
- Hofmann-Wellenhof, B., Legat, K., and Wieser, M. (2003). *Navigation*. Springer Science & Business Media.
- Jammer, M. (1997). *Concepts of mass in classical and modern physics*. Courier Corporation.
- Jiménez, A. R., Seco, F., Prieto, J. C., and Guevara, J. (2010). Indoor pedestrian navigation using an ins/ekf framework for yaw drift reduction and a foot-mounted imu. In *Positioning Navigation and Communication (WPNC), 2010 7th Workshop on*, pages 135–143. IEEE.
- Kaajakari, V. et al. (2009). Practical mems: Design of microsystems, accelerometers, gyroscopes, rf mems, optical mems, and microfluidic systems. *Las Vegas, NV: Small Gear Publishing*.
- Kumar, V. (2004). *Integration of inertial navigation system and global positioning system using Kalman filtering*. PhD thesis, INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY, BOMBAY MUMBAI.
- Lee, J. G., Park, C. G., and Park, H. W. (1993). Multiposition alignment of strapdown inertial navigation system. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, 29(4):1323–1328.

- Li, K., Gao, P., Wang, L., and Zhang, Q. (2015a). Analysis and improvement of attitude output accuracy in rotation inertial navigation system. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015.
- Li, Q., Ban, Y., Niu, X., Zhang, Q., Gong, L., and Liu, J. (2015b). Efficiency improvement of kalman filter for gnss/ins through one-step prediction of matrix. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015.
- Lin, Y., Zhang, W., and Xiong, J. (2015). Specific force integration algorithm with high accuracy for strapdown inertial navigation system. *Aerospace Science and Technology*, 42:25–30.
- Lindner, L., Sergiyenko, O., Rodríguez-Quinonez, J. C., Rivas-Lopez, M., Hernandez-Balbuena, D., Flores-Fuentes, W., Murrieta-Rico, F. N., Tyrsa, V., Loughlin, C., and Loughlin, C. (2016). Mobile robot vision system using continuous laser scanning for industrial application. *Industrial Robot: An International Journal*, 43(4).
- Madgwick, S. O., Harrison, A. J., and Vaidyanathan, R. (2011). Estimation of imu and marg orientation using a gradient descent algorithm. In *2011 IEEE international conference on rehabilitation robotics*, pages 1–7. IEEE.
- Milanés, V., Naranjo, J., González, C., Alonso, J., García, R., and de Pedro, T. (2008). Sistema de posicionamiento para vehículos autónomos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 5(4):36–41.
- Miller, R. B. (1983). A new strapdown attitude algorithm. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 6(4):287–291.
- Nebylov, A. V. and Watson, J. (2016). *Aerospace Navigation Systems*. John Wiley & Sons.
- Real-Moreno, O., Rodríguez-Quinonez, J. C., Sergiyenko, O., Basaca-Preciado, L. C., Hernandez-Balbuena, D., Rivas-Lopez, M., and Flores-Fuentes, W. (2017). Accuracy improvement in 3d laser scanner based on dynamic triangulation for autonomous navigation system. In *Industrial Electronics (ISIE), 2017 IEEE 26th International Symposium on*, pages 1602–1608. IEEE.
- Rebeiz, G. M. (2004). *RF MEMS: theory, design, and technology*. John Wiley & Sons.

- Rodríguez-Quinonez, J., Sergiyenko, O., Flores-Fuentes, W., Rivas-lopez, M., Hernandez-Balbuena, D., Rascón, R., and Mercorelli, P. (2017). Improve a 3d distance measurement accuracy in stereo vision systems using optimization methods approach. *Opto-Electronics Review*, 25(1):24–32.
- Rönnbäck, S. (2000). Developement of a ins/gps navigation loop for an uav.
- Ruis, D. A., Polhemus, R. W., and Book, W. J. (1980). Robotic exercise machine and method. US Patent 4,235,437.
- Ruiz, A. R. J., Granja, F. S., Honorato, J. C. P., and Rosas, J. I. G. (2010). Pedestrian indoor navigation by aiding a foot-mounted imu with rfid signal strength measurements. In *Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2010 International Conference on*, pages 1–7. IEEE.
- Salychev, O. S. (2012). *MEMS-based inertial navigation: Expectations and reality*. Bauman Moscow State Technical University.
- Savage, P. G. (1998). Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 1: Attitude algorithms. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 21(1):19–28.
- Seifert, K. and Camacho, O. (2007). Implementing positioning algorithms using accelerometers. *Freescale Semiconductor*.
- Sorenson, H. W. (1970). Least-squares estimation: from gauss to kalman. *IEEE spectrum*, 7(7):63–68.
- Titterton, D. and Weston, J. L. (2004). *Strapdown inertial navigation technology*, volume 17. IET.
- Wang, Z., Zhao, H., Qiu, S., and Gao, Q. (2015). Stance-phase detection for zupt-aided foot-mounted pedestrian navigation system. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(6):3170–3181.
- Woyano, F., Lee, S., and Park, S. (2016). Evaluation and comparison of performance analysis of indoor inertial navigation system based on foot mounted imu. In *Advanced Communication Technology (ICACT), 2016 18th International Conference on*, pages 792–798. IEEE.

- Xu, Y., Chen, X., and Li, Q. (2014). Adaptive iterated extended kalman filter and its application to autonomous integrated navigation for indoor robot. *The Scientific World Journal*, 2014.
- Zampella, F., Khider, M., Robertson, P., and Jiménez, A. (2012). Unscented kalman filter and magnetic angular rate update (maru) for an improved pedestrian dead-reckoning. In *Position Location and Navigation Symposium (PLANS), 2012 IEEE/ION*, pages 129–139. IEEE.
- Zhang, X., Liu, P., and Zhang, C. (2016). An integration method of inertial navigation system and three-beam lidar for the precision landing. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016.
- Zhang, X., Yin, J., Lin, Z., and Zhang, C. (2015). A positioning and orientation method based on the usage of ins and single-beam lidar. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 126(22):3376–3381.
- Zhi, R. (2016). A drift eliminated attitude & position estimation algorithm in 3d.