

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA

ESCUELA SUPERIOR DE CIENCIAS MARINAS

INCERTEZA DE AJUSTE EN EL CALCULO DE CORRIENTES GEOSTROFICAS
EN UNA SECCION A LO LARGO DE 110°W EN FEBRERO
DE 1979

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
O C E A N O L O G O
PRESENTA
ANA CONSUELO CARRASCO LICEA

ENSENADA, B. C. FEBRERO 1985

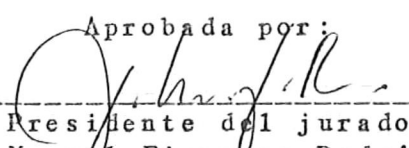
INCERTEZA DE AJUSTE EN EL CALCULO DE CORRIENTES
GEOSTROFICAS EN UNA SECCION A LO LARGO DE 110°W EN FEBRERO
DE 1979

T E S I S

QUE PRESENTA:

ANA CONSUELO CARRASCO LICEA

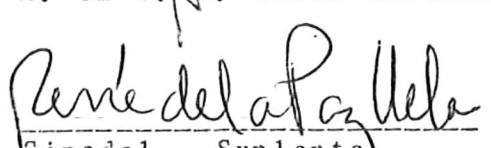
Aprobada por:



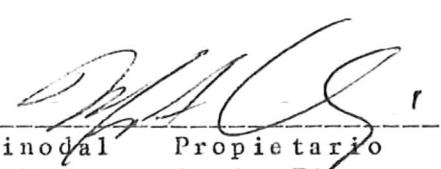
Presidente del jurado
Oc. Manuel Figueroa Rodriguez



Sinodal Propietario
M. en C. S. Guido Marinone M.



Sinodal Suplente
Oc. René de la Paz Vela



Sinodal Propietario
Oc. Modesto Ortiz Figueroa



Sinodal Suplente
M. en C. Luis Fok Pun

Agradecimientos

Agradezco de una manera muy especial al M. en C. Silvio Guido Marinone Moschetto, quien aunque no aparece como director ante la Escuela Superior de Ciencias Marinas, fué mi asesor principal y dirigió mis esfuerzos durante este trabajo, brindándome sus conocimientos y todas las facilidades materiales necesarias.

También quiero agradecer los valiosos consejos y observaciones al Dr. Pedro Ripa quien me apoyó fuertemente en el transcurso de este trabajo, brindándome además su amistad.

El Dr. Stanley Hayes de la 'National Oceanic and Atmospheric Administration de los EU', proporcionó los datos del programa 'Equatorial Pacific Ocean Climate Study' (EPOCS) al 'Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada' (CICESE), usados en este trabajo.

A la Dr. Nan Bray le agradezco las recomendaciones y observaciones ofrecidas, así como su disposición para ayudarme.

Por toda la cooperación que me brindó para presentar esta tesis ante la ESCM, y por el impulso que me dió durante mis estudios, agradezco calurosamente al Oc. Manuel Figueroa.

Agradezco a mis amigos: Jorge, Isaac, Efrén, Adán, Ruben, Yul, Sergio, Luis, Luisa, Olga y Alejandra, quienes me han apoyado siempre.

A Roberto, Rosalba, Lupita, Esperanza y Rafael, gracias por todo su respaldo y cariño.

Finalmente debo un gran agradecimiento a mis padres y en especial a mi madre por su constante estímulo que siempre me ha acompañado.

RESUMEN

Se calcula la velocidad geostrófica en la dirección Este - Oeste y su cota de error, utilizando datos hidrográficos (temperatura y salinidad vs presión) tomados entre 5°S y 13°N a lo largo del meridiano 110°W en febrero de 1979. El método dinámico clásico permite la estimación de velocidades a partir de los gradientes de geopotencial en superficies isobáricas. Entre las condiciones que se deben cumplir para la validez de este método, destaca la latitud suficiente para la cual la aceleración de Coriolis es dominante. Cerca del ecuador, sólo la componente Este - Oeste de la corriente puede ser calculada por este método y su estimación requiere del cálculo de la segunda derivada del geopotencial en función de la latitud en superficies isobáricas, por lo tanto es un cálculo sujeto a errores más severos que en latitudes extratropicales. En este trabajo se obtiene el efecto de los errores (estimados a partir del ajuste al geopotencial y sus derivadas) en el cálculo de corrientes geostróficas en la región ecuatorial. Para esto se ajusta al campo de geopotencial en función de la latitud en cada superficies isobáricas polinomios de 2do, 3er y 4to orden y sus respectivos errores. El error es obtenido por medio de un análisis de mínimos cuadrados. El método de ajuste consiste en dividir los datos de geopotencial en segmentos de N puntos a lo largo del meridiano, los cuales se traslapan en los extremos y sólo se utilizan los valores centrales (M puntos) para el cálculo de corrientes, de manera que se obtienen valores de velocidad en todos los puntos. Algunas combinaciones de N , M y polinomios de 3er y 4to orden proporcionan errores del orden del 10 al 20% fuera del ecuador, pero en el ecuador estos rebasan el 100% o proporcionan velocidades altas. Cerca del ecuador los valores de las velocidades son muy sensibles a la elección de N . Se elige como un buen ajuste para describir las corrientes en esta sección una combinación de $N = 11$, $M = 5$ con un polinomio de 3er orden, encontrándose en el ecuador errores en los núcleos de la Subcorriente Ecuatorial y en la Corriente Ecuatorial Intermedia del 60% y 30% respectivamente, fuera del ecuador errores del 10% para la Contracorriente Nor-Ecuatorial, del 25% para la Corriente Sur-Ecuatorial y del 16% para la Contracorriente Subsuperficial Norte.

Tabla de Contenido

1 -	Lista de figuras.....	1
2 -	Lista de tablas.....	5
3 -	INTRODUCCION.....	6
4 .	OBJETIVO.....	10
5 -	DATOS Y METODO.....	11
5.1	. Datos.....	11
5.2	. Ecuaciones.....	12
5.3	. Método.....	19
6 -	RESULTADOS.....	26
6.1	. Función polinomial.....	26
6.2	. Corrientes.....	32
7 -	DISCUSIONES.....	49
8 -	CONCLUSIONES.....	61
9 -	APENDICE.....	64
10 -	BIBLIOGRAFIA.....	70

1 - Lista de figuras

Figura	Contenido	pagina
1	Sistema de corrientes zonales en una sección meridional en el Pacífico Ecuatorial.	8
2	Esquema de suavizado de geopotencial en función de la latitud. Nótese el significado de los parámetros N y M, donde N-M es el número de puntos traslapados.	22
3	La función (a), la primera y segunda derivada (b) y (c) de un ajuste hecho (a 90 db) con un polinomio de 3er orden en segmentos de N = 11 puntos traslapados evaluando en los extremos.	30
4	La función (a), la primera y segunda derivada (b) y (c) de un ajuste hecho (a 90 db) con un polinomio de 4to orden en segmentos de N = 12 puntos, traslapados 4, y evaluando en los extremos.	31
5	Ajuste de 2do orden en un segmento ecuatorial entre 1°S y 1°N de latitud con N = 9 puntos (a), primera derivada (b) y segunda derivada (c), usando datos de 90 db.	33
6	Ajuste de 3er orden en un segmento ecuatorial entre 1.25° y 1.24°N de latitud con N = 11 puntos (a)	

- primera derivada (b) y segunda derivada (c), usando
datos de 90 db. 34
- 7 Ajuste de 3er orden en un segmento entre 1°S y 1.5°N
de latitud con $N = 11$ puntos (a), primera derivada (b)
y segunda derivada (c), usando datos de 90 db. 35
- 8 Ajuste de 4to orden en un segmento ecuatorial entre
 1.47°S y 1.24°N de latitud con $N = 12$ puntos (a),
primera derivada (b) y segunda derivada (c), usando
datos de 90 db. 36
- 9 Perfil de velocidad ecuatorial y (b) perfil del gra-
diente meridional de geopotencial evaluado en el ecuador
con sus respectivas bandas de error, obtenidas a partir
de un ajuste de 2do orden, entre 1°S y 1°N con $N = 9$. 39
- 10 Perfil de velocidad ecuatorial y (b) perfil del gradiente
meridional de geopotencial evaluado en el ecuador con
sus respectivas bandas de error, obtenidas a partir de
un ajuste de 3er orden, entre 1°S y 1.5°N de lati-
tud con $N = 11$. 40
- 11 Perfil de velocidad ecuatorial y (b) perfil del gradiente
meridional del geopotencial evaluado en el ecuador con
sus respectivas bandas de error, obtenidas a partir de
un ajuste de 3er orden, entre 1.25°S y 1.25°N con
 $N = 11$. 41
- 12 Perfil de velocidad ecuatorial y (b) perfil del gradiente
meridional del geopotencial evaluado en el ecuador con sus
respectivas bandas de error, obtenidas a partir de un

- ajuste de 4to orden, entre 1.47°S y 1.25°N con
 $N = 12$. 42
- 13 (a) Campo de corrientes geostróficas zonales en 110°W ,
 obtenido de un ajuste al geopotencial de 3er orden en
 segmentos de $N = 11$ con $M = 5$ y (b) el error estimado
 para las velocidades. El segmento ecuatorial cae entre
 1°S y 1.5°N . 43
- 14 (a) Campo del gradiente meridional de geopotencial,
 obtenido de un ajuste de 3er orden en segmentos de
 $N = 11$, con $M = 5$ y (b) el error estimado para este
 gradiente meridional. 44
- 15 Velocidad y error obtenidos a partir de un ajuste de
 3er orden con $N = 11$ y $M = 5$ (traslapados 6), donde el
 segmento ecuatorial va de 1°S a 1.5°N de latitud
 a 90 db (a), a 140 db (b) y a 300 db (c). 45
- 16 (a) Campo de corrientes zonales en 110°W , obtenido
 de un ajuste al geopotencial de 4to orden en seg-
 mentos de $N = 12$, con $M = 8$ y (b) el error estima-
 do para las velocidades. El segmento ecuatorial cae
 entre 1.47°S y 1.24°N . 46
- 17 (a) Campo del gradiente meridional de geopotencial,
 obtenido de un ajuste de 4to orden en segmentos de
 $N = 12$, con $M = 8$ y (b) el error estimado para este
 gradiente meridional. 47
- 18 Velocidad y error obtenidos a partir de un ajuste de
 3er orden con $N = 12$ y $M = 8$ (traslapados 4), donde el

- segmento ecuatorial va de 1.47°S a 1.24°N de latitud a 90 db (a), a 140 db (b) y a 300 db (c). 48
- 19 Campo de densidad (σ_t) a lo largo del meridiano 110°W obtenido en febrero de 1979. 51
- 20 (a) Campo de corrientes geostroficas zonales, en 110°W obtenido de un ajuste al geopotencial de 3er orden en segmentos de $N = 11$, con $M = 3$ y (b) el error estimado para estas velocidades. El segmento ecuatorial cae en 1.25°S y 1.25°N . 55
- 21 Campo de velocidad zonal obtenido de datos de febrero de 1979 a lo largo de 110°W reportado por Nava (1982). 59

2 - Lista de tablas.

Tabla	Contenido	Página
I	Errores promedio y porcentuales para la función $(\bar{E}_a^0[m^2/s^2], E_{a\%}^0)$, la primera derivada $(\bar{E}_a^1[m/s^2], E_{a\%}^1)$ y la segunda $(\bar{E}_a^2[1/s^2], E_{a\%}^2)$ a 90 db sin evaluar en los extremos.	27
II	Errores promedio y porcentuales para la función $(\bar{E}_a^0[m^2/s^2], E_{a\%}^0)$, la primera derivada $(\bar{E}_a^1[m/s^2], E_{a\%}^1)$ y la segunda $(\bar{E}_a^2[1/s^2], E_{a\%}^2)$ a 90 db evaluando en los extremos.	28
III	Errores promedio $\bar{E}_a^2$ y errores porcentuales $E_{a\%}^2$ de la segunda derivada para casos y diferentes profundidades.	37

INTRODUCCION

La dinámica oceánica ecuatorial es un tema de creciente interés en los últimos años. Esto se debe a que se le considera como una región fuente de perturbaciones oceánicas que alcanzan a tener efectos importantes en la dinámica de regiones situadas en latitudes medias y altas. Por ejemplo, el estudio de las oscilaciones del fenómeno de 'El Niño' requiere del conocimiento de la variabilidad de la circulación oceánica ecuatorial.

El sistema promedio de corrientes ecuatoriales en el océano Pacífico ha sido descrito en numerosos estudios (Knauss, 1963 Leetman, Mc CREOR B Moore, 1981) y es esencialmente zonal, es decir se caracteriza por flujos que van alternativamente hacia el Este y hacia el Oeste (ver. Fig. 1).

Existen tres corrientes superficiales principales, fluyendo al Este, la Contracorriente Nor-Ecuatorial (CCNE) localizada aproximadamente entre 4° y 8° N, al norte y sur de ésta se encuentran fluyendo al Oeste, las Corrientes Nor y Sur Ecuatoriales (CNE, CSE). Entre los 5° y 10° S se localiza la Contracorriente Sur Ecuatorial (CCSE) dirigida hacia el Este. En lo que se refiere a flujos subsuperficiales encontramos

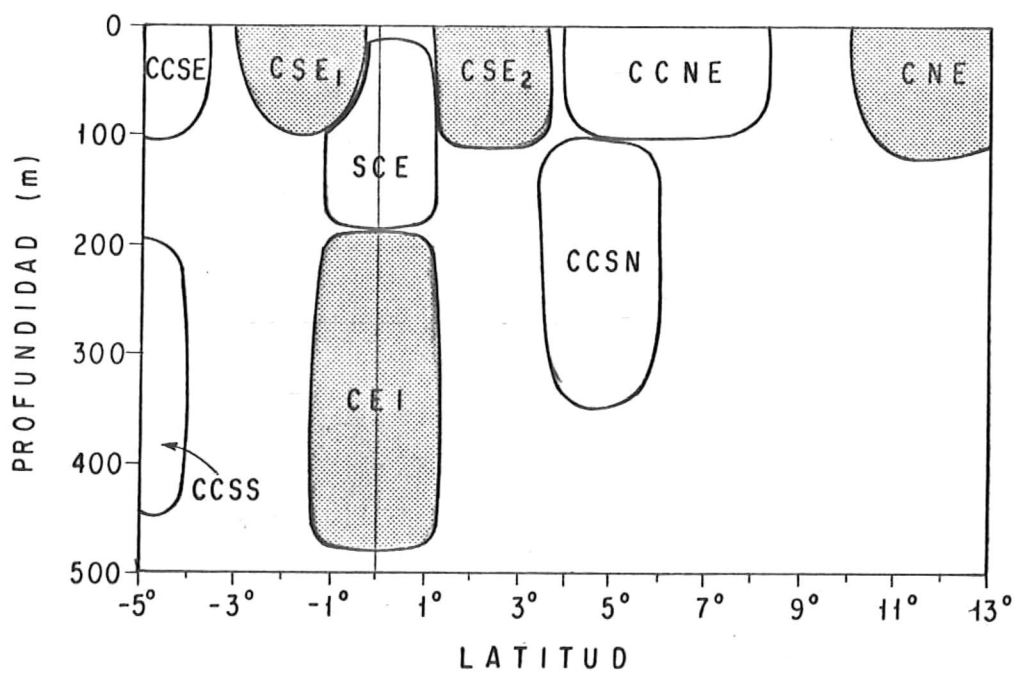


FIG. 1.- Sistema de corrientes zonales en una sección meridional en el Pacífico Ecuatorial.

centrada en el ecuador, y desde 1°S hasta 1°N la Subcorriente Ecuatorial (SCE), fluyendo hacia el Este entre los 50m y 250m de profundidad con un núcleo de máxima velocidad del orden de 100cm/seg centrado alrededor de los 100m. Al norte y al sur de ésta, están las contracorrientes Subsuperficiales (CCSN, CCSS), fluyendo al Este entre 150 y 200m respectivamente de profundidad localizadas aproximadamente en 5°N y 5°S . Wyrthi (1984) menciona la Corriente Ecuatorial Intermédia (CEI) justo debajo de la SCE, fluyendo al Oeste. Esta corriente se extiende mas allá de los 400 metros de profundidad. La intensidad y localización de estas corrientes varían estacionalmente (Knauss, 1963).

Para la modelación de la circulación oceánica es necesario utilizar herramientas indirectas como es el método geostrófico. Geostrofia supone un balance entre la aceleración de Coriolis y el gradiente de presión, y ha sido utilizado en latitudes medias y altas con buenos resultados, (excepto en la superficie). En la región ecuatorial este balance se da en la dirección meridional únicamente. El parámetro de Coriolis toma valores muy pequeños en estas latitudes y se anula en el ecuador quedando la expresión usual para el cálculo de corrientes geostróficas indeterminada. Además para la obtención de corrientes geostróficas en esa región es necesario medir gradientes de presión muy pequeños lo cual se dificulta demasiado. Se han hecho estudios para

probar la existencia de éste balance y propuesto formas alternativas para expresarlo. Tsuchiya (1955) propuso, para la obtención de corrientes geostroficas en el ecuador, usar la ecuacion que expresa el balance geostrofico diferenciada en la direccion meridional. Esta expresion ha sido utilizada con éxito por algunos autores, como son Hayes (1982) y Lukas y Firing (1984), y sin buenos resultados como Wyrтки (1983) y Leetmaa y Molinari (1983). La controversia acerca de si la SCE se encuentra o no en balance geostrofico parece no tener una respuesta definitiva.

Con la expresion sugerida por Tsuchiya se hace necesario conocer la primera y segunda derivada meridional del campo de presion para con estas calcular velocidades geostroficas en la region ecuatorial. Para esto se han utilizado métodos de ajuste conocidos como son diferencias finitas, como Lukas y Firing (1984) y Bryden y Brady (1984), y polinomios, como Hayes (1982) y Tsuchiya (1955).

En la mayoría de los trabajos mencionados se estima el error de las velocidades calculadas a partir de comparaciones medidas para hacer un juicio acerca de la existencia de este balance, pero casi ninguno proporciona informacion acerca del error obtenido en las velocidades calculadas.

OBJETIVO

El objetivo de este trabajo es estimar una cota de error en el cálculo de velocidades geostroficas obtenido a partir del ajuste hecho al campo de geopotencial utilizando datos de una sección a lo largo de 110°W desde 5°S hasta 13°N .

DATOS Y METODO

5.1 . Datos.

Los datos utilizados consisten en una serie de lances hidrográficos efectuados en febrero de 1979 a lo largo de 110°W desde 13°N a 5°S , por Equatorial Pacific Ocean Climate Study (E.P.O.C.S.). Se utilizó un aparato CTD marca Neil Brown Instrument (N.B.I.S.) Mark III para obtener perfiles de temperatura y salinidad en función de la presión, los cuales fueron digitalizados cada 1 dbar ($\approx 1\text{m.}$). En la mayoría de los lances se hicieron mediciones desde la superficie hasta profundidades de 500 m y 1000 m, y en algunos casos hasta 3800 m. *Magnum et al* (1980) describen en detalle la metodología seguida para la obtención de los datos.

5.2 . Ecuaciones

La ecuación de conservación de momentum para un fluido en un sistema rotando y sin viscosidad se escribe como

$$\partial \underline{V} / \partial t + \underline{V} \cdot \nabla \underline{V} + 2 \underline{\Omega} \times \underline{V} = -\rho^{-1} \nabla p - \nabla \phi, \quad (1)$$

donde $\underline{V}$ es el vector de velocidad tridimensional (u,v,w) y ∇ es el operador gradiente, siendo cada componente positiva en la dirección x, al Este, y, al Norte y z, hacia arriba, respectivamente, $\underline{\Omega}$ es el vector de velocidad de rotación de la tierra, ρ la densidad, p la presión y $\nabla \phi$ incluye tanto el potencial gravitatorio como centrífugo.

La conservación de masa se expresa como

$$d\rho/dt + \rho \nabla \cdot \underline{V} = 0 \quad (2)$$

con,

$$d/dt = \partial/\partial t + \underline{V} \cdot \nabla,$$

es decir, el balance entre el cambio de masa y la divergencia del campo de velocidades. Movimientos en escalas grandes pueden ser parametrizados para valores del número de Rossby (Ro) menores que uno:

$$Ro = U/2\Omega L < 1,$$

donde U y L son escalas típicas de velocidad y longitud. En el ecuador Ro se indetermina y se utiliza por convención

$$Ro = U/\beta L^2 < 1 \quad (3)$$

donde β es el gradiente meridional del parametro de Coriolis. Esto significa que el período típico del fenómeno es mayor que el de rotación. En el Pacífico ecuatorial esto se cumple ya que la escala típica de movimiento es de 1m/s, entonces según (3) necesitamos:

$$L > (U/\beta)^{\frac{1}{2}} \simeq 207000 \text{ m}$$

y las corrientes situadas en el ecuador llegan a abarcar hasta más de 3000 km de longitud. Suponiendo también que las escalas horizontales (L) de movimiento son mucho mayores que las verticales (D) la aproximación hidrostática será válida, i.e.,

$$dp = -\rho g dz, \quad (4)$$

donde g representa la aceleración de la gravedad. Bajo estas condiciones ($L \gg D$), la coordenada z puede ser

reemplazada por otra variable, nosotros usaremos p en lugar de z [que son las coordenadas isobáricas (x, y, p)], y la ecuación hidrostática será usada en la forma (Gill, 1982)

$$dp = -\rho d\phi = -\rho g dz, \quad (5)$$

entonces, $\partial\phi/\partial p = -\alpha$, donde α es el volumen específico y ϕ es el geopotencial. La velocidad del fluido $(u, v, \tilde{w})$ en estas coordenadas está definida como la razón de cambio de las coordenadas isobáricas para una partícula del fluido, es decir,

$$(u, v, \tilde{w}) = d(x, y, p)/dt. \quad (6)$$

Las ecuaciones de movimiento necesitan estar dadas en términos de $(u, v, \tilde{w})$, para esto es necesario definir el gradiente de presión. Para el gradiente horizontal de presión tenemos que

$$(\partial p / \partial x)_p = (\partial p / \partial x)_z + \partial p / \partial z (\partial z / \partial x)_p \quad (7)$$

y como $(\partial p / \partial x)_p = 0$, usando la ecuación hidrostática (5) resulta

$$(\partial p / \partial x)_z = \rho g (\partial z / \partial x)_p = \rho (\partial \phi / \partial x)_p. \quad (8)$$

De ahí, la altura en términos de presión en una superficie z aparece como altura en geopotencial en una superficie isobárica. Con esto, las ecuaciones horizontales de momentum (1) quedan como

$$du/dt - fv = -\partial\phi/\partial x \quad (9)$$

y

$$dv/dt + fu = -\partial\phi/\partial y \quad (10)$$

donde f es el parámetro de Coriolis [$f = 2 \Omega \sin(\theta)$], y θ es la latitud].

La aproximación geostrófica supone un balance entre la aceleración de Coriolis y el gradiente de presión, y se cumple suponiendo un flujo de gran escala, lineal y estacionario, además de las suposiciones anteriores. De existir un balance geostrófico en la región ecuatorial este estaría dado para las corrientes zonales, debido a que los flujos zonales son fuertemente dominantes, entonces solo trabajaremos en adelante con la ecuación de movimiento en la dirección meridional. Así, bajo estas condiciones, podemos escribir (10) como

$$fu = -\partial\phi/\partial y. \quad (11)$$

El balance geostrófico descrito de esta forma carece de sentido en el ecuador dado que la parámetro de Coriolis se anula. Sin embargo algunos investigadores (ver, e.g., Tsuchiya 1955 y Hayes 1982) han encontrado experimentalmente que este balance se lleva a cabo en el ecuador, comparando velocidades medidas con velocidades geostróficas obtenidas de la diferenciación meridional de la ecuación (11). Para trabajar en latitudes bajas se introduce la aproximación del plano beta ecuatorial que consiste en hacer $f = \beta y$, y el balance queda:

$$\beta u = -\partial^2 \phi / \partial y^2 \quad ; \quad y = 0. \quad (12)$$

Tanto el campo de geopotencial como el de velocidad zonal pueden dividirse en una componente geostrófica y otra ageostrófica

$$u = u_g + u_a, \quad \phi = \phi_g + \phi_a, \quad (13)$$

donde por definición

$$\beta y u_g + \partial \phi_g / \partial y = 0 \quad (14)$$

Las condiciones que deben cumplirse en el ecuador son:

$$\partial \phi_g / \partial y = 0 \quad (15a)$$

$$\beta u_g + \partial^2 \phi_g / \partial y^2 = 0 \quad (15b)$$

entonces usando (13) y (15) tenemos que

$$\partial \phi / \partial y = \partial \phi_a / \partial y \quad ; \quad y = 0$$

es claro que si pedimos que

$$\partial^2 \phi_a / \partial y^2 = 0$$

se puede sustituir $\partial^2 \phi / \partial y^2$ por $\partial^2 \phi_g / \partial y^2$ en la ecuación (15b). El problema radica en estimar ϕ_g a partir de ϕ medido por lo cual se hace necesario introducir una hipótesis ~~ad hoc~~ de la forma de $\partial \phi_a / \partial y$ fuera y en el ecuador. Nava (1982) propone una forma gaussiana en y;

$$\partial \phi_a(y) / \partial y = \partial \phi(0) / \partial y \exp(-y^2/a^2)$$

donde 'a' es igual a 1° y es la distancia alrededor del ecuador sobre la cual predomina la estructura gaussiana. La elección de 'a' está en función de la escala típica de longitud de ondas en el ecuador. Por lo cual la velocidad geostrofica zonal queda dada por

$$u_g(y) = [\partial\phi(0)/\partial y \exp(-y^2/a^2) - \partial\phi(y)/\partial y] (\beta y)^{-1} \quad (16)$$

Nótese que al evaluar en $y = 0$, la velocidad esta dada como en la ecuación (15b) y que al hacer tender 'y' a infinito se recupera el balance original. El análisis anterior presupone que, excepto en la superficie, el movimiento ageostrófico es pequeño frente al geostrófico, siempre y cuando la escala de velocidad típica sea menor que βL^2 , régimen en el cual domina el movimiento geostrófico (Gill, 1982. p 497).

5.3 . Método

Para la obtención del error de las velocidades geostroficas ignoramos los errores de medición. Para el cálculo de las corrientes zonales es necesario la obtención del geopotencial y su gradiente meridional (ver ec. 15). De los datos se tomaron valores de temperatura y salinidad en superficies específicas de presión (cada 10 dbrs de 0 hasta 200 y cada 50 de 200 dbars en adelante) y a partir de estos datos se obtuvo la altura dinámica o altura geopotencial por medio del volumen específico $\alpha(s, t, p)$, i.e.,

$$\phi_1 - \phi_2 = \int_{p_1}^{p_2} \alpha(35, 0, p) dp - \int_{p_1}^{p_2} \alpha(s, t, p) dp, \quad (17)$$

donde el primer término de la derecha es el intervalo de geopotencial estandar entre las superficies isóbaricas p_1 y p_2 .

Para el cálculo de altura dinámica o geopotencial, se supone como nivel de referencia o de no movimiento el de 500 db. Hayes, Toole y Magnum, (1983) argumentan que 500 db puede ser usada como un nivel de referencia para cálculos geostroficos en el océano Pacífico Ecuatorial. La elección se hizo también porque así teníamos información de

todos los lances.

Una vez obtenido el geopotencial en cada superficie isobárica se aproxima un polinomio $F_\alpha(y)$ de orden α a los puntos $\tilde{\alpha}_i$ [$\tilde{\alpha}_i = \phi(y_i)$ donde y_i son las latitudes, $i=1, 2, \dots, N$], y $0 < \alpha < N-1$. La función polinomial $F_\alpha(y)$ es una combinación lineal de polinomios P_α tales que cumplen con la condición de ortogonalidad, es decir,

$$\sum_{i=1}^N w_i P_\alpha(y_i) P_\beta(y_i) = 0 \quad \text{si } \alpha \neq \beta, \quad (18)$$

donde w_i son los coeficientes de ponderación asignados a cada punto y N es el número de puntos. El ajuste se elige de tal forma que las diferencias entre los $\tilde{\alpha}_i$ y la función evaluada en y_i sea mínima, en el sentido que se explica a continuación.

Para un polinomio de orden M tenemos,

$$\tilde{\alpha}_i = \sum_{\alpha=0}^M C_\alpha P_\alpha(y_i) + \delta_i, \quad (19)$$

donde los coeficientes C_α son tales que

$$\sum_{i=1}^N w_i \delta_i^2 \text{ sea mínima} = [\delta_i^2] \text{ sea mínima.}$$

El valor de $[\delta_i^2]$ es cero cuando $M = N-1$, pero esto nos da

polinomios de alto orden con oscilaciones fuertes y, por lo tanto, cambios muy bruscos en sus derivadas. En general el valor mínimo de $[\delta_i^2]$ es una medida de la bondad del ajuste, obteniendo así una estimación del error (ver apéndice).

Se hicieron pruebas variando el número de puntos N y el orden del polinomio, a lo largo de todas las latitudes. Los coeficientes de ponderación asignados a cada punto son proporcionales a la distancia que hay entre ellos. La elección de la función $F_a(y_i)$ se hizo a partir de la comparación de varias pruebas, en donde se generaban funciones F_a con su primera y segunda derivada y sus respectivos errores.

Primeramente se descalificaron todos aquellos polinomios de orden mayor a cuatro, pues sus derivadas toman valores altos con los cuales se obtienen velocidades de mas de 200 cm/s en la región ecuatorial. Entonces se ajustaron polinomios de 2do, 3er y 4to orden en segmentos variando el número de puntos N a ajustar (Fig. 2). Para todos los polinomios se observó que el segmento que contenía el ecuador tuvo el máximo valor del error en la primera y segunda derivada y también era el de menos continuidad con los segmentos adyacentes, es decir, sería difícil esbozar una línea continua entre este segmento y

LATITUD

X X

● ● ⊙ ⊙ ⊙ ⊙ ⊙ ⊙ ● ●

.....

● ● ⊙ ⊙ ⊙ ⊙ ⊙ ⊙ ● ●

● ● ⊙ ⊙ ⊙ ⊙ ⊙ ⊙ ● ●

● Puntos utilizados para el ajuste. (N)

○ Puntos donde se evalua la función. (M)

X Totalidad de puntos

FIG. 2.- Esquema de suavizado de geopotencial en función de la latitud. Notese el significado de los parametros N y M, donde $N-M$ es el numero de puntos traslapados.

los vecinos. Para tener mayor información de la magnitud del error, se comparan éstos con las variaciones de la función aproximada, definiendo los errores porcentuales para la función como

$$E_{\alpha}^0 = \frac{\bar{E}_{\alpha}^0 \times 100}{(\sigma_{\alpha}^0)} \quad (20a)$$

y para la primera y segunda derivada como

$$E_{\alpha}^m = \frac{\bar{E}_{\alpha}^m \times 100}{[(\bar{F}_{\alpha}^m)^2 + (\sigma_{\alpha}^m)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (20b)$$

donde $(\sigma_{\alpha}^m)^2$ es la desviación estandar de $\bar{F}_{\alpha}^m$ meridional a p constante, $\bar{E}_{\alpha}^m$ es el error relacionado a $\bar{F}_{\alpha}^m$, m indica el orden de derivación (m = 0 representa la función sin derivar) y la barra el valor medio.

Para obtener el campo del geopotencial y sus gradientes, se hizo un ajuste para toda la banda de latitudes en varios segmentos traslapados; la evaluación final se obtiene exclusivamente en la parte central de cada uno de ellos. El número de puntos que no se evalúa es igual a la mitad del número de puntos del traslape, de esta manera teníamos un valor del ajuste en cada y_i (Fig. 2). El cálculo del error de la velocidad zonal a partir de la ecuación (14) requiere de algunas suposiciones. Esto es

debido a que los términos de la derecha presentan una dependencia parcial conforme 'y' se acerca al ecuador, el error en la velocidad zonal para $y \neq 0$ es:

$$EU(y) = [(E_a^1(0) \exp(-y^2/a^2))^2 + (E_a^1(y))^2 - 2 R E_a^1(0) \exp(-y^2/a^2) E_a^1(y)]^{\frac{1}{2}}, \quad (21)$$

donde R es el coeficiente de correlación entre el error de la derivada en el ecuador y la latitud 'y'. Debido a que es difícil hablar de los errores de las funciones y sus derivadas $F_a^m(y_i)$ a partir de sólo una serie de datos $\tilde{m}_i$, éstos se tomaron como una realización cualquiera de un conjunto infinito de posibles medidas $\{\tilde{m}_i\}$. Para esto, se supuso que el valor medio de la función $\langle F_a^0(y_i) \rangle$ es de la forma de un polinomio de orden M y, también que los errores (diferencias entre una realización particular de la función y el promedio en el ensemble) son aleatorios e independientes entre ellos. Con esto y con las propiedades de ortogonalidad se obtiene R (ver apéndice). Así, la estructura del error como función de y_i sólo depende de los datos $\tilde{m}_i$ por el coeficiente R. No hay que olvidar que con solo una realización no hay forma de verificar las hipótesis citadas. Es de hacer notar, sin embargo, que estas son ampliamente utilizadas - en situaciones similares a la nuestra - para realizar cálculos de incerteza de ajustes.

RESULTADOS

6.1 . Función polinomial

Los ajustes de los polinomios de 2do, 3ero y 4to orden entre 5°S y 13°N en una superficie isobárica se hicieron variando la cantidad de puntos $\bar{\alpha}_i$ a ajustar (N toma valores de 9 a 13 puntos) que se traslapaban en los extremos, de manera que las gráficas quedaban como segmentos de curvas interceptadas. La elección del número de puntos N en los segmentos se hizo considerando que entre 9 y 13 puntos se puede tener información suficiente para abarcar el ancho de una corriente. La elección del número de puntos a evaluar M se hizo de tal manera que los traslapes ($N - M$) fueran de 4, 6 y 8 puntos para ver como variaba la función y sus derivadas de un segmento a otro. Como los valores de las derivadas divergen en los extremos de los segmentos se eligió tomar como traslape mínimo 4 puntos pues así no se evalúa en 2 puntos de cada extremo y con 8 puntos como máximo se tiene la información necesaria para ver el comportamiento de cada ajuste (Fig. 2). Al cambiar el número de puntos del traslape se cambian los puntos $\bar{\alpha}_i$ a ajustar, pero no la cantidad de estos.

Para cada caso, se calcularon los errores del ajuste y de las derivadas en cada punto. En la tabla I podemos ver los promedios de estos errores junto con los errores porcentuales (que representan una estimación del tamaño del error comparado con la variación de la función ajustada) para la función, la primera y la segunda derivada usando datos entre 5°S y 13°N (a 90 db). Las fluctuaciones de los errores porcentuales y de los errores promedio para la función ($E_{\alpha}^0\%$, $\bar{E}_{\alpha}^0$) y para la primera derivada ($E_{\alpha}^1\%$, $\bar{E}_{\alpha}^1$) son considerablemente menores que las fluctuaciones de los errores para la segunda derivada ($E_{\alpha}^2\%$, $\bar{E}_{\alpha}^2$). Ahora bien haciendo una comparación entre ajustes se ve que los valores de los errores porcentuales para la primera derivada fluctúan de la siguiente manera:

de 20 a 35% para el ajuste de 2do orden,

de 24 a 40% para el de 3°

y de 26 a 50% para el de 4° .

La última columna de la tabla I da el valor del error porcentual de la segunda derivada, obtenido tomando sólo puntos del segmento que contenía el ecuador.- El valor de este error es grande, y en general los casos que rebasan el 100% se encuentran en los ajustes de 2do orden. La tabla II muestra los errores promedios y porcentuales de estos mismos ajustes pero excluyendo los valores de los errores de los extremos en cada segmento es decir tomando

N-M	Orden	N	$\bar{E}_a^0$	$\bar{E}_a^1$	$\bar{E}_a^2$	$E_a^0\%$	$E_a^1\%$	$E_a^2\%$	$E_a^2\%(0)$
4	2	9	0.06	0.09	0.10	18	35	85	468
	3	9	0.05	0.12	0.25	17	40	36	52
	4	9	0.06	0.19	0.61	18	50	61	81
	2	10	0.05	0.08	0.09	17	28	33	1451
	3	10	0.05	0.12	0.23	17	28	29	34
	4	10	0.05	0.16	0.47	16	31	39	40
	2	11	0.05	0.07	0.07	17	24	24	22
	3	11	0.06	0.12	0.21	18	35	52	59
	4	11	0.06	0.16	0.44	18	40	39	35
	2	12	0.06	0.07	0.06	20	29	40	51
	3	12	0.06	0.10	0.15	19	30	29	24
	4	12	0.06	0.14	0.33	20	41	52	60
	2	13	0.05	0.06	0.05	16	22	33	54
	3	13	0.05	0.09	0.14	15	32	55	150
	4	13	0.05	0.12	0.26	16	26	23	20
6	2	9	0.06	0.09	0.10	17	29	39	41
	3	9	0.06	0.14	0.29	19	39	39	70
	4	9	0.06	0.19	0.65	18	47	52	70
	2	10	0.06	0.08	0.08	17	27	36	30
	3	10	0.06	0.13	0.24	18	35	37	44
	4	10	0.06	0.31	1.21	17	40	41	50
	2	11	0.06	0.08	0.07	20	32	50	397
	3	11	0.05	0.10	0.17	16	29	30	105
	4	11	0.05	0.14	0.38	17	33	37	36
	2	12	0.06	0.07	0.06	18	23	26	20
	3	12	0.06	0.11	0.18	19	35	62	72
	4	12	0.06	0.15	0.37	20	40	36	28
	2	13	0.05	0.06	0.05	17	20	25	32
	3	13	0.05	0.09	0.12	17	24	28	26
	4	13	0.05	0.12	0.27	16	32	47	52
8	2	9	0.06	0.09	0.10	18	29	36	468
	3	9	0.05	0.13	0.28	17	34	38	52
	4	9	0.06	0.19	0.65	17	46	51	81
	2	10	0.06	0.08	0.09	18	28	36	108
	3	10	0.06	0.12	0.23	17	32	35	46
	4	10	0.05	0.16	0.49	17	39	43	70
	2	11	0.06	0.08	0.07	18	26	32	115
	3	11	0.06	0.11	0.19	17	31	36	29
	4	11	0.05	0.15	0.41	17	38	46	58
	2	12	0.06	0.07	0.06	19	28	46	51
	3	12	0.06	0.10	0.15	17	28	28	24
	4	12	0.06	0.14	0.32	18	35	39	60
	2	13	0.06	0.06	0.05	18	22	30	73
	3	13	0.06	0.10	0.14	18	29	42	131
	4	13	0.06	0.13	0.30	18	37	42	55

Tabla I.-Errores promedio y porcentuales para la función ($E_a^0[m^2/s^2]$, $E_a^0\%$), la primera derivada ($E_a^1[m/s^2]$, $E_a^1\%$) y la segunda ($E_a^2[1/s^2]$, $E_a^2\%$) a 90 db evaluando en los extremos.

N-M	Orden	N	$\bar{E}_a^0$	$\bar{E}_a^1$	$\bar{E}_a^2$	$E_a^0\%$	$E_a^1\%$	$E_a^2\%$	$E_a^2\%(0)$
4	2	9	0.05	0.06	0.10	16	27	85	468
	3	9	0.04	0.07	0.16	14	23	40	60
	4	9	0.05	0.10	0.27	15	32	59	83
	2	10	0.04	0.06	0.08	14	26	33	1451
	3	10	0.04	0.07	0.15	14	26	29	38
	4	10	0.04	0.08	0.21	13	29	34	41
	2	11	0.04	0.05	0.06	14	24	24	22
	3	11	0.04	0.07	0.14	14	30	44	49
	4	11	0.05	0.08	0.22	15	29	38	35
	2	12	0.05	0.06	0.05	19	26	40	51
	3	12	0.05	0.06	0.10	17	25	30	25
	4	12	0.05	0.08	0.16	17	29	43	43
	2	13	0.04	0.05	0.04	14	20	33	54
	3	13	0.04	0.06	0.10	14	24	50	121
	4	13	0.04	0.07	0.14	14	27	32	28
6	2	9	0.05	0.04	0.10	15	22	39	49
	3	9	0.05	0.07	0.13	15	26	38	51
	4	9	0.04	0.09	0.24	14	29	44	61
	2	10	0.04	0.04	0.08	14	21	36	30
	3	10	0.05	0.06	0.12	15	27	41	43
	4	10	0.04	0.08	0.19	13	28	37	36
	2	11	0.05	0.04	0.07	16	27	50	397
	3	11	0.04	0.05	0.10	13	20	28	130
	4	11	0.04	0.07	0.15	14	27	36	47
	2	12	0.05	0.05	0.05	15	21	26	20
	3	12	0.05	0.06	0.11	16	26	44	42
	4	12	0.05	0.08	0.15	16	30	35	24
	2	13	0.04	0.04	0.04	14	21	25	32
	3	13	0.04	0.04	0.07	13	21	27	26
	4	13	0.04	0.06	0.11	13	25	36	36
8	2	9	0.05	0.04	0.10	15	20	36	
	3	9	0.04	0.07	0.10	13	26	32	
	4	9	0.05	0.08	0.27	14	27	44	
	2	10	0.05	0.04	0.08	16	21	36	312
	3	10	0.04	0.07	0.09	14	24	32	87
	4	10	0.04	0.07	0.19	13	25	37	82
	2	11	0.05	0.04	0.07	16	20	32	115
	3	11	0.04	0.06	0.08	14	24	34	45
	4	11	0.04	0.07	0.16	13	26	37	21
	2	12	0.05	0.04	0.06	17	22	46	51
	3	12	0.04	0.05	0.07	14	20	30	28
	4	12	0.05	0.07	0.12	14	25	41	65
	2	13	0.04	0.03	0.04	15	20	30	73
	3	13	0.05	0.05	0.07	15	23	32	100
	4	13	0.05	0.07	0.11	14	27	35	101

Tabla II.-Errores promedio y porcentuales para la función ($\bar{E}_a^0, [m^2/s^2], E_a^0\%$), la primera derivada ($\bar{E}_a^1, [m/s^2], E_a^1\%$) y la segunda ($\bar{E}_a^2, [1/s^2], E_a^2\%$) a 90 db sin evaluar en los extremos.

unicamente los M puntos a evaluar (Fig. 2).

En todas las pruebas los valores de los errores porcentuales aumentaban conforme se derivaba la función. Se hicieron pruebas a diferentes profundidades y se encontró que el error máximo en las derivadas estuvo siempre en aquellos segmentos que contenían el ecuador. En la segunda derivada estos segmentos divergían de los adyacentes y cambiaban bruscamente de un caso al otro, es decir, cambiaban al cambiar el traslape y también al cambiar el orden del polinomio a ajustar. Las figuras 3 y 4 muestran dos casos de esta prueba. La figura 3 se hizo ajustando a los datos un polinomio de 3er orden en segmentos de $N = 11$ puntos traslapados 6, y la figura 4 uno de 4to en segmentos de $N = 12$ puntos traslapados 4. En estas figuras se incluyen los valores de los extremos de los segmentos.

Las gráficas de la función de 3er y 4to orden, y de su primera derivada (Figs. 3a, 3b y 4a, 4b) muestran como se puede pasar de un segmento a otro sin cambios bruscos. En las figuras 3c y 4c vemos que el segmento (o segmentos) con $y = 0$ en la segunda derivada cambia bruscamente.

Debido a que es precisamente el valor de la segunda derivada en el ecuador la que necesitamos para el cálculo

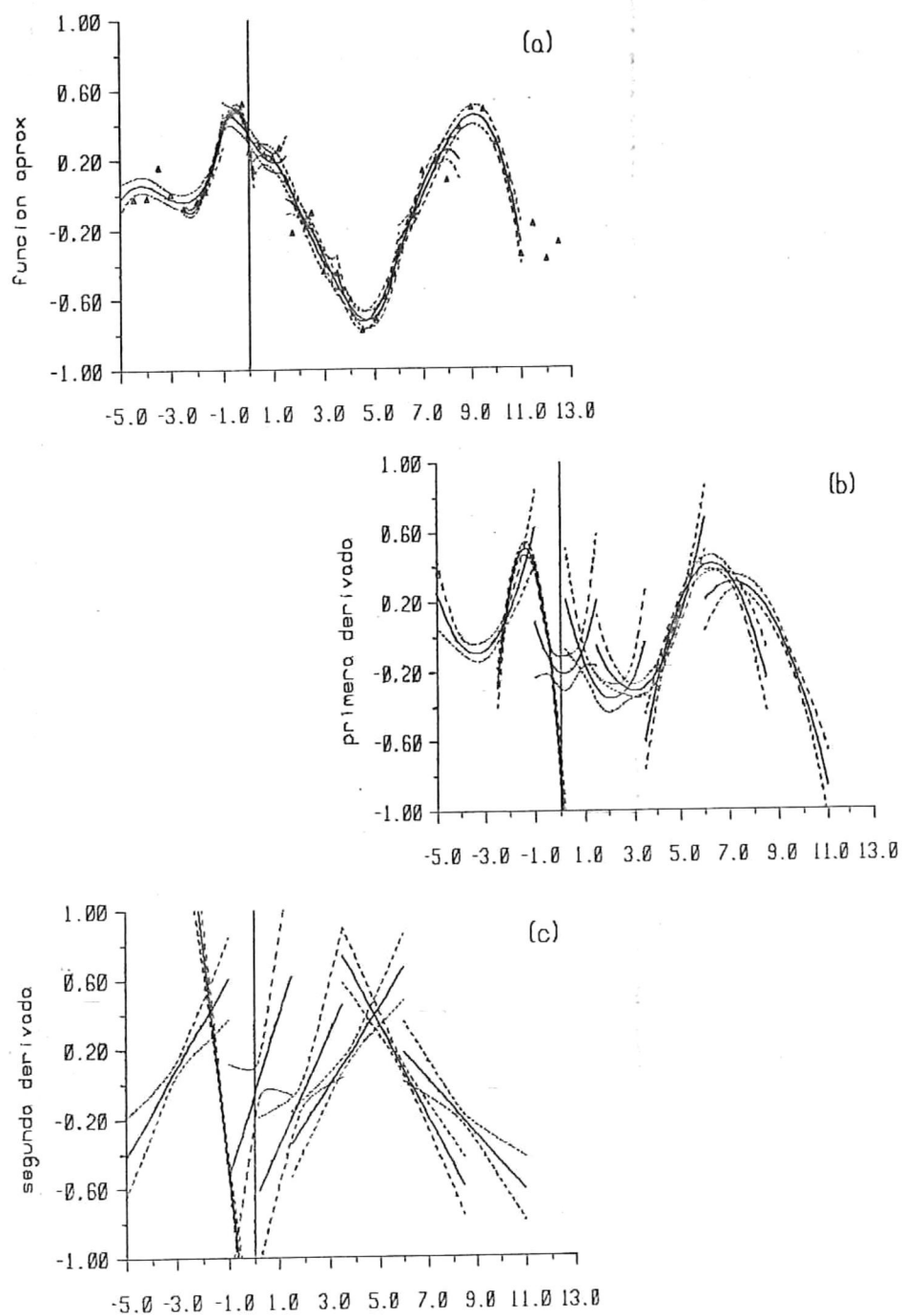


Fig. 3.- La funcion (a), la primera y segunda derivado (b) y (c) de un ajuste hecho (a 90 db) con un polinomio de 3er orden en segmentos de $N = 11$ puntos, traslapados 6, y evaluando en los extremos.

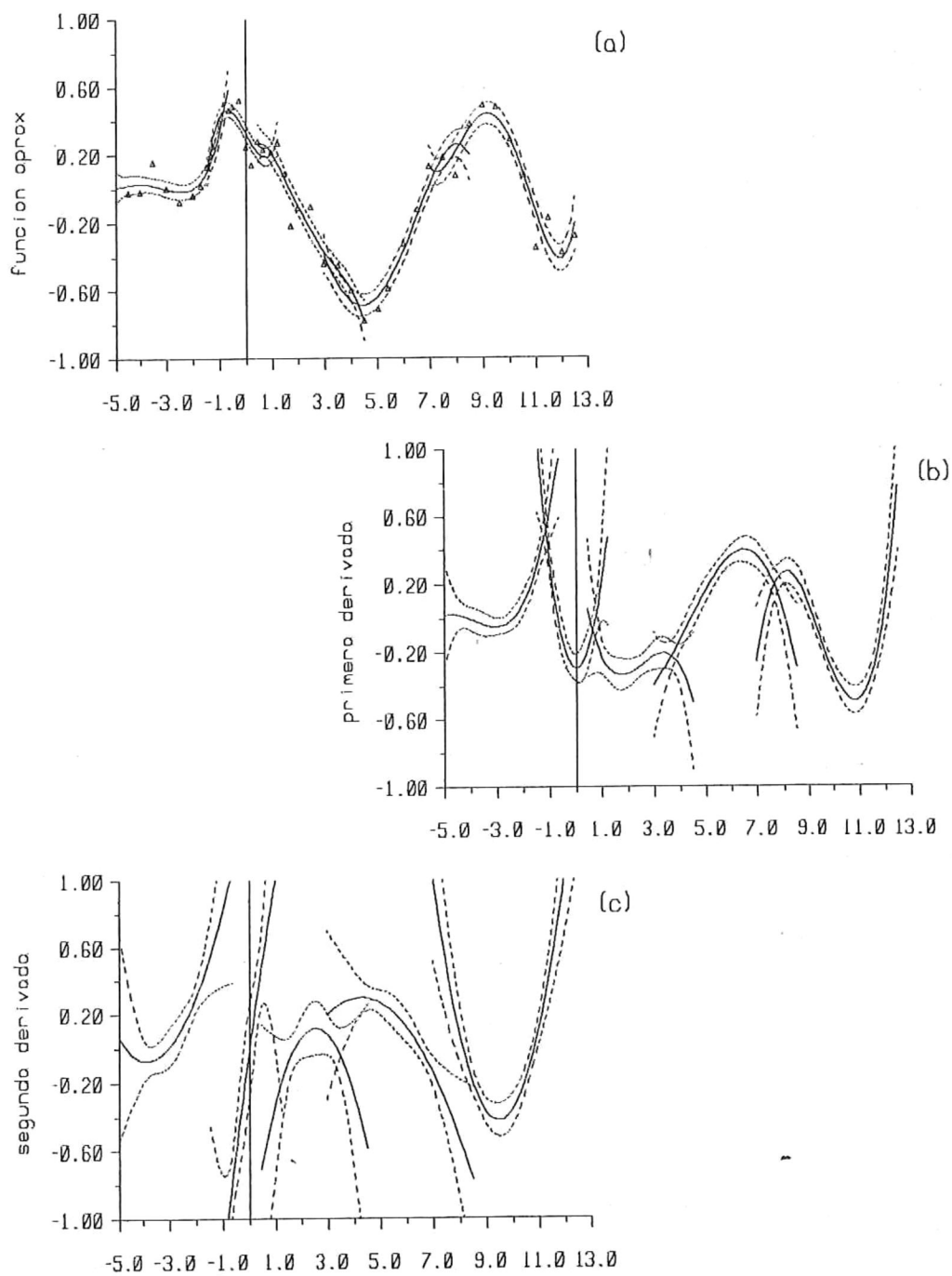


Fig. 4.- La función (a), la primera y segunda derivada (b) y (c) de un ajuste hecho (a 90 db) con un polinomio de 4er orden en segmentos de $N = 12$ puntos, traslapados 4, y evaluando en los extremos.

de la corriente geostrofica en el mismo, se hicieron pruebas concentrando la atención en esta zona.

Una de estas pruebas consistió en tomar un segmento pasando por el ecuador con polinomios de 2do orden (Fig. 5), 3° (Figs. 6 y 7, con puntos diferentes) y 4° (Fig. 8), utilizando segmentos de 9, 11, 11 y 12 puntos respectivamente y los resultados de los errores se muestran en la tabla III.

6.2 . Corrientes

En muchos casos, las corrientes resultantes presentaban gradientes de velocidad muy grandes, llegando a veces a rebazar hasta en un 100% el rango esperado en distancias muy pequeñas ($\approx 0.3^\circ$ de latitud). Pero el sentido de las corrientes siempre concordó con el conocido.

En general, las pruebas que usan polinomios de 3er y 4to orden dan una mejor representación global de la estructura de las corrientes zonales fuera de la región ecuatorial. Dentro de esta zona no siempre existe una variación suave de las velocidades. Los ajustes de segundo orden dan velocidades esperadas entre $\pm 1^\circ$ pero no fuera de esta zona.

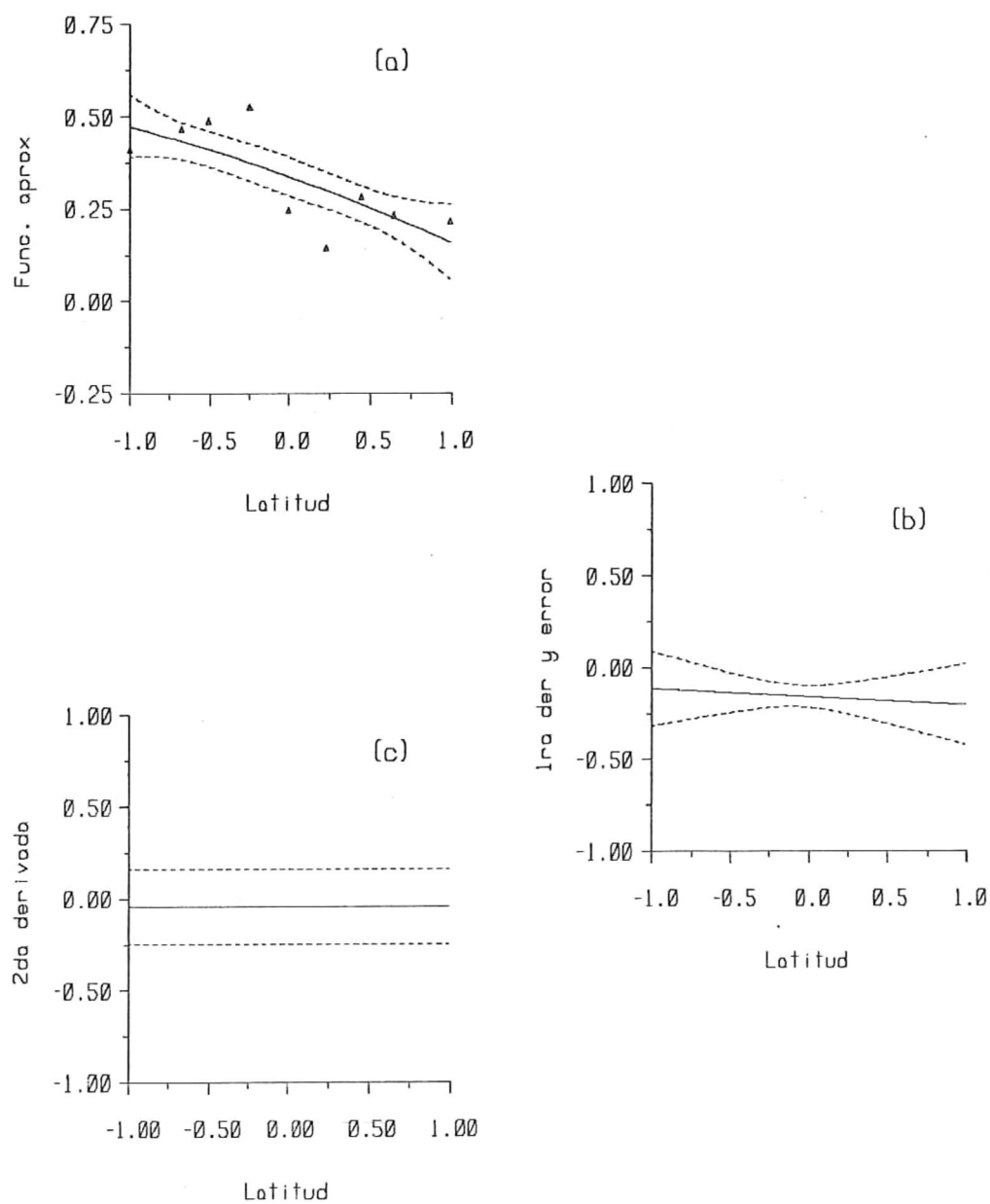


Fig. 5.- Ajuste de 2do orden en un segmento ecuatorial entre 1°S y 1°N de latitud con $N = 9$ puntos (a), primera derivada (b) y segunda derivada (c), usando datos de 90 db.

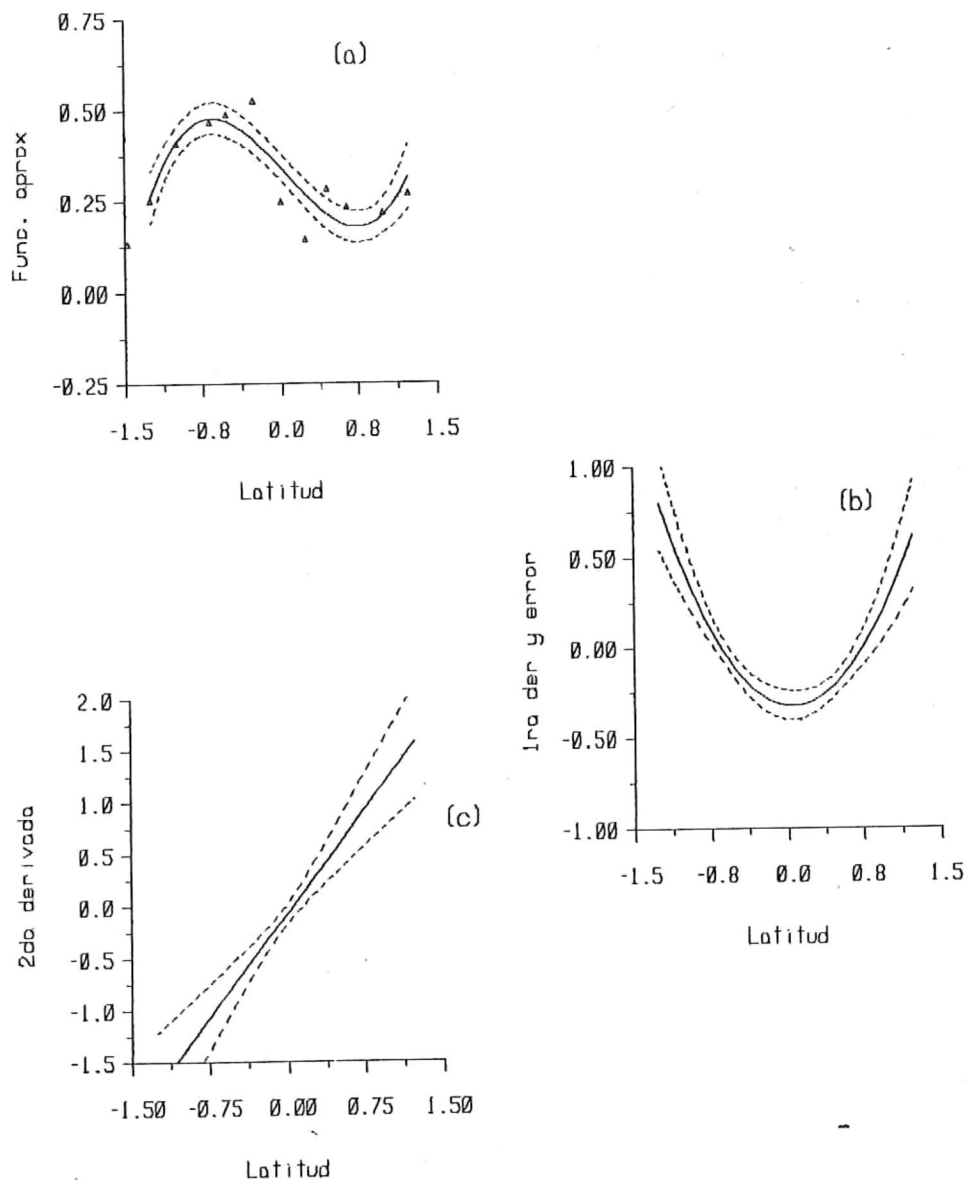


Fig. 6.- Ajuste de 3do orden en un segmento ecuatorial entre 1.25°S y 1.24°N de latitud con $N = 11$ puntos (a), primera derivada (b) y segunda derivada (c), usando datos de 90 db.

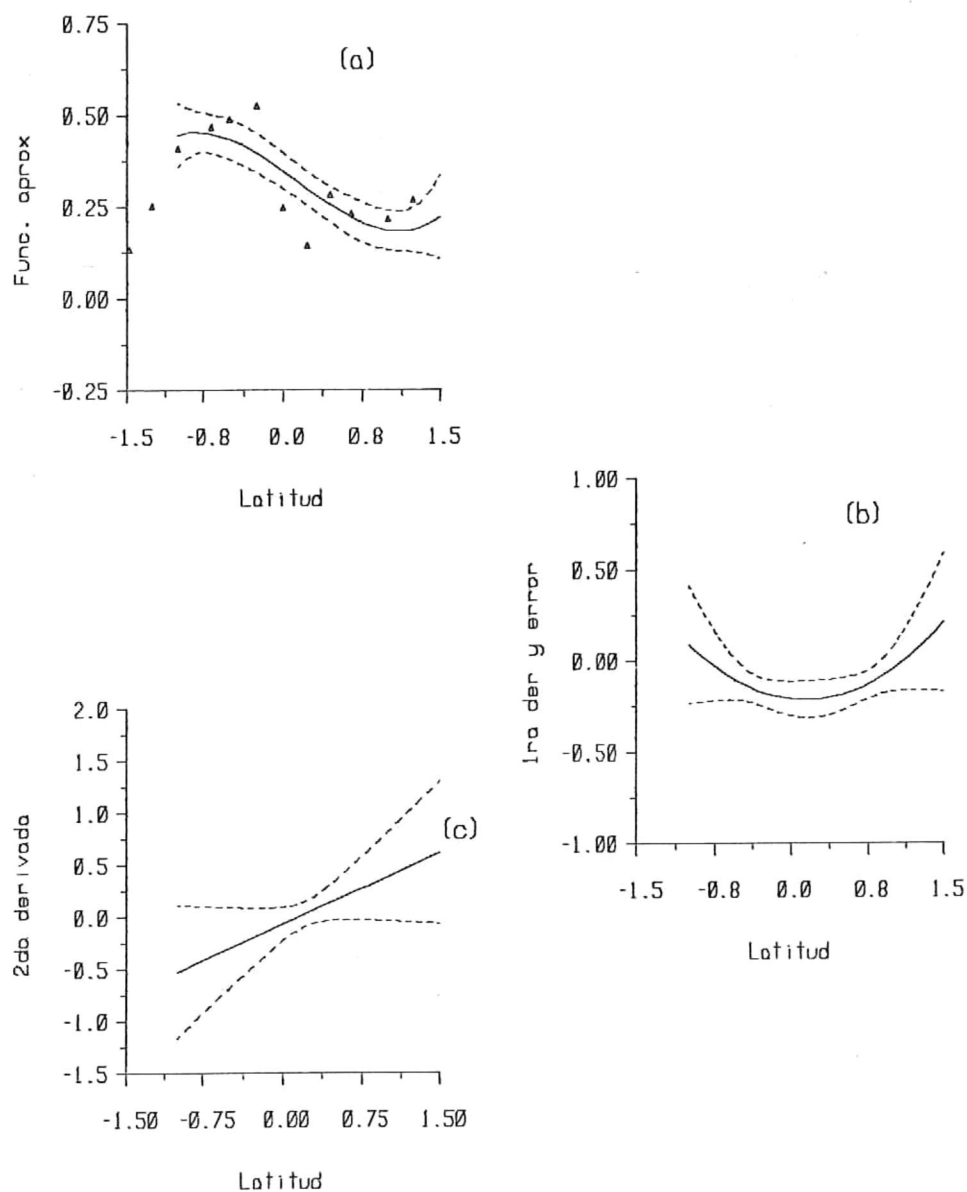


Fig. 7.- Ajuste de 3do orden en un segmento ecuatorial entre 1° S y 1.5° N de latitud con $N = 11$ puntos (a), primera derivada (b) y segunda derivada (c), usando datos de 90 db.

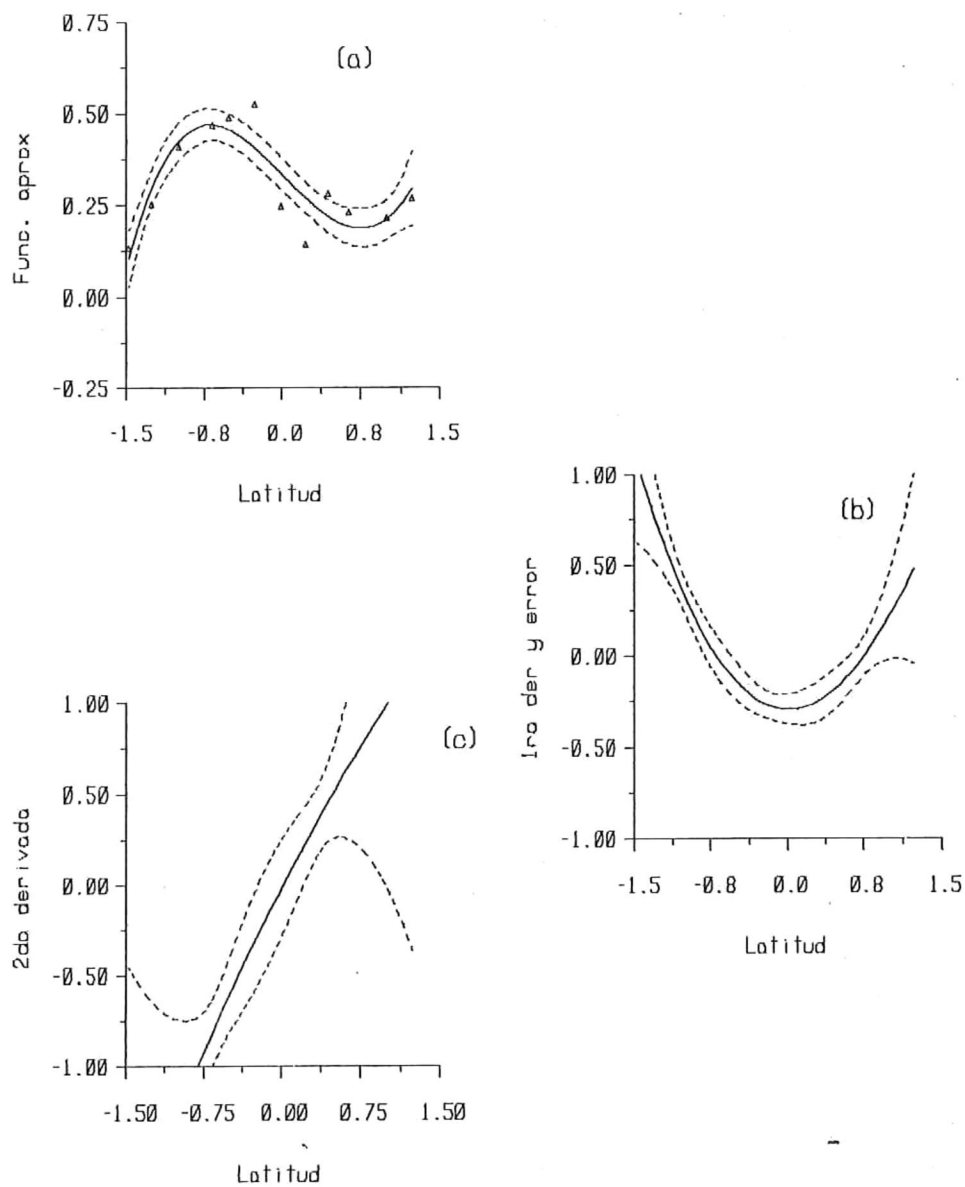


Fig. 8.- Ajuste de 4do orden en un segmento ecuatorial entre 1.47°S y 1.24°N de latitud con $N = 12$ puntos (a), primera derivada (b) y segunda derivada (c), usando datos de 90 db.

LATITUDES		-1.47°	1.24°	-1.25°	1.25°	-1.0°	1.5°	-1.0	1.0
ORDEN		4°		3°		3°		2°	
N		12		11		11		9	
ERRORES		$\bar{E}_\infty^2$ (1/seg ²)	E_∞^2 (%)	$\bar{E}_\infty^2$ (1/seg ²)	E_∞^2 (%)	$\bar{E}_\infty^2$ (1/seg ²)	E_∞^2 (%)	$\bar{E}_\infty^2$ (1/seg ²)	E_∞^2 (%)
PROFUNDIDAD (db)	60	0.46	87	0.22	35	0.25	73	0.15	186
	70	0.50	80	0.24	32	0.29	80	0.17	157
	90	0.60	60	0.30	30	0.37	105	0.20	468
	100	0.64	60	0.32	30	0.40	113	0.21	2620
	140	0.79	65	0.41	36	0.46	151	0.25	128
	190	0.84	72	0.44	43	0.47	181	0.25	74
	300	0.86	73	0.46	48	0.47	167	0.25	64
	400	0.97	89	0.49	44	0.51	264	0.27	91

TABLA III.- Errores promedio $\bar{E}_\infty^2$ y errores porcentuales E_∞^2 % de la segunda derivada para diferentes casos y diferentes profundidades.

Se obtuvieron perfiles de velocidad ecuatorial y del gradiente meridional de geopotencial ecuatorial con su banda de error relacionada. Las figuras 9, 10, 11 y 12 muestran cuatro de estos perfiles obtenidos ajustando un polinomio de 2do, dos de 3er y uno de 4to orden respectivamente.

Se eligieron los casos de las figuras 3 y 4 como los mejores para con ellos describir el campo de velocidades geostróficas a lo largo del meridiano 110°W en febrero de 1979. En las figuras 13, 14 y 15 se muestran los resultados obtenidos al ajustar el polinomio de 3er orden (con $N = 11$ y $M = 5$). La figura 13a es el campo de velocidades geostróficas zonales entre 5°S y 13°N , y la 13b su error. El gradiente meridional del geopotencial se muestra en la figura 14a y su error en la 14b. La figura 15 muestra la velocidad y su error obtenida en 90 db, 140 db y 300 db a lo largo de toda la banda de latitudes.

Las figuras 16, 17 y 18 presentan en el mismo orden que el caso anterior los resultados obtenidos al ajustar el polinomio de 4to orden en $N = 12$ y $M = 8$ puntos.

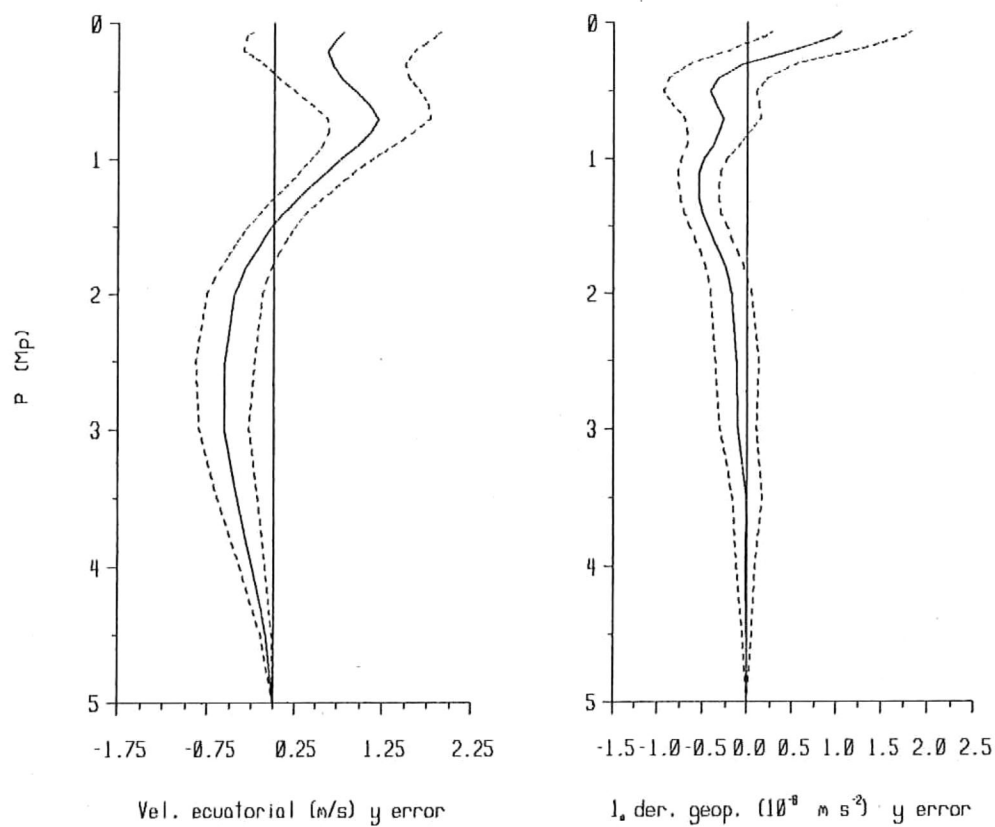


Fig. 9.- (a) Perfil de velocidad ecuatorial y (b) perfil del gradiente meridional del geopotencial evaluado en el ecuador con sus respectivas bandas de error, obtenidos a partir de un ajuste de 2do orden, entre 1°S y 1°N con $N = 9$.

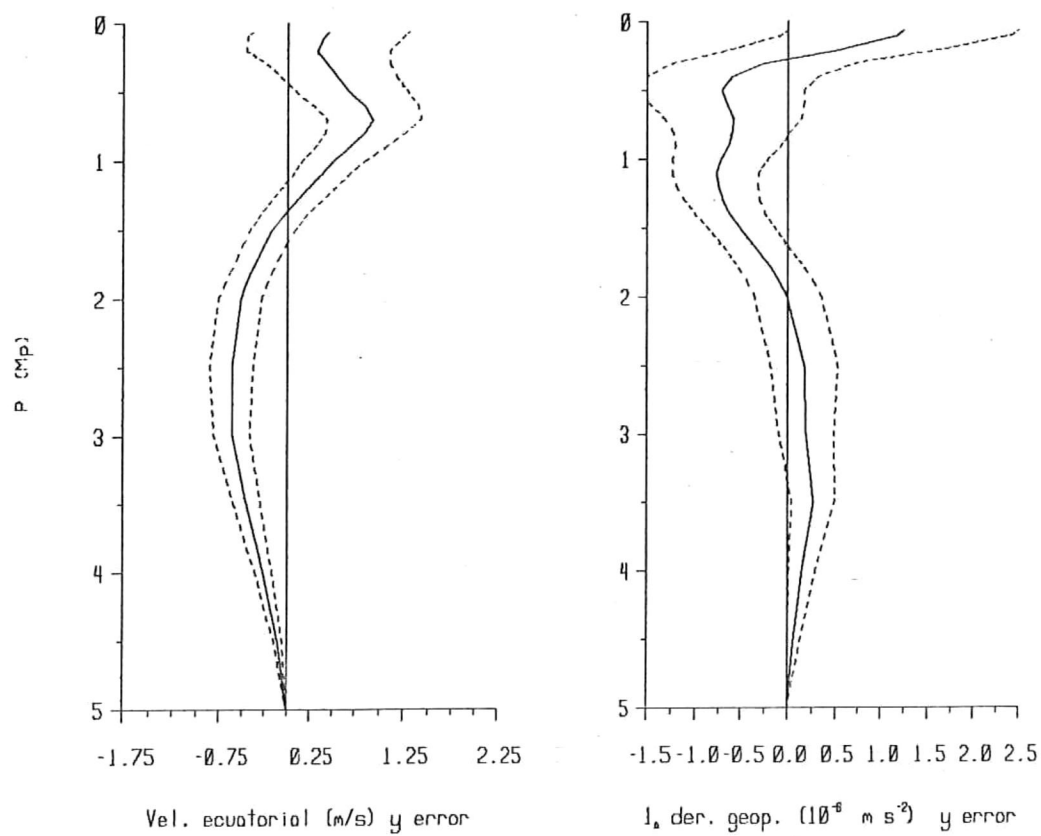


Fig. 10.- (a) Perfil de velocidad ecuatorial y (b) perfil del gradiente meridional del geopotencial evaluado en el ecuador con sus respectivas bandas de error, obtenidos a partir de un ajuste de 3er orden, entre 1° y 1.5° de latitud con $N = 11$.

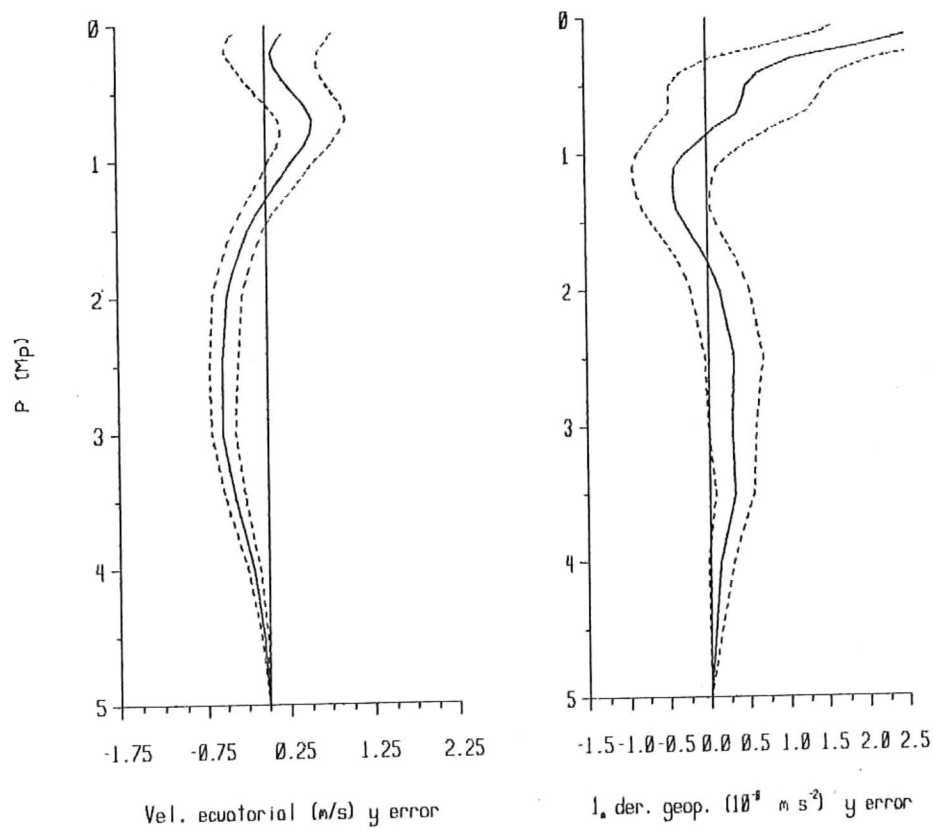


Fig. 11.- (a) Perfil de velocidad ecuatorial y (b) perfil del gradiente meridional del geopotencial evaluado en el ecuador con sus respectivas bandas de error, obtenidos a partir de un ajuste de 3er orden, entre 1.25°S y 1.25°N con $N = 11$.

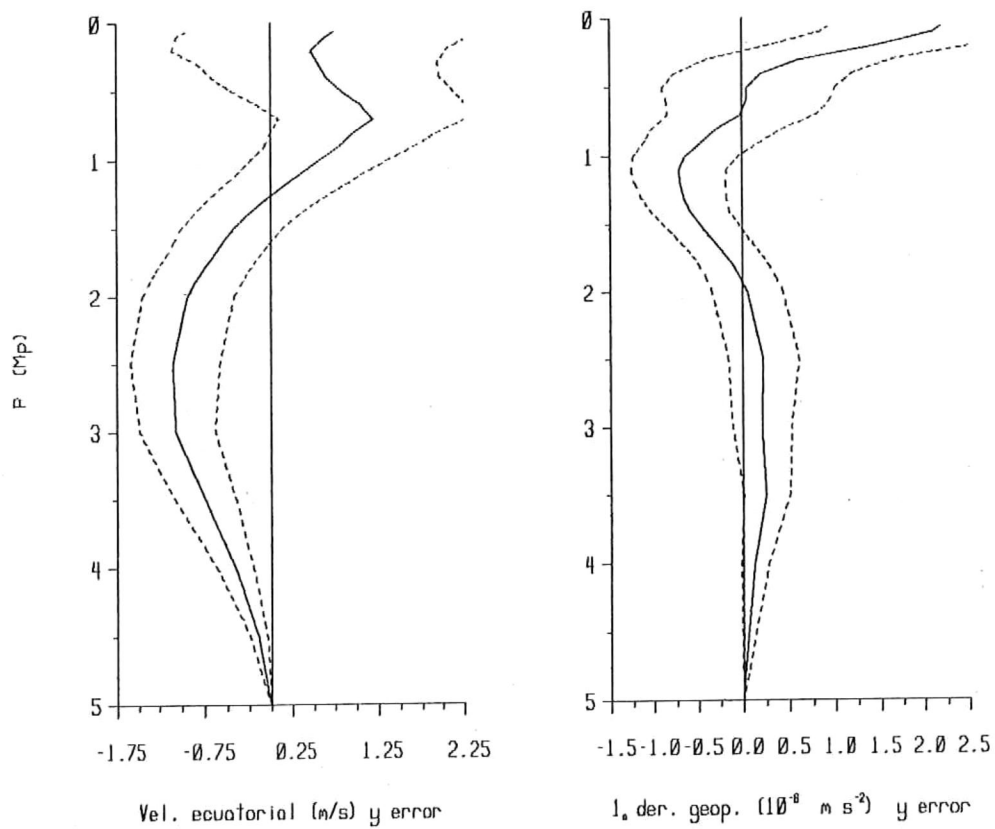


Fig. 12.- (a) Perfil de velocidad ecuatorial y (b) perfil del gradiente meridional del geopotencial evaluado en el ecuador con sus respectivas bandas de error, obtenidos a partir de un ajuste de 4to orden, entre 1.47°S y 1.25°N con $N = 12$.

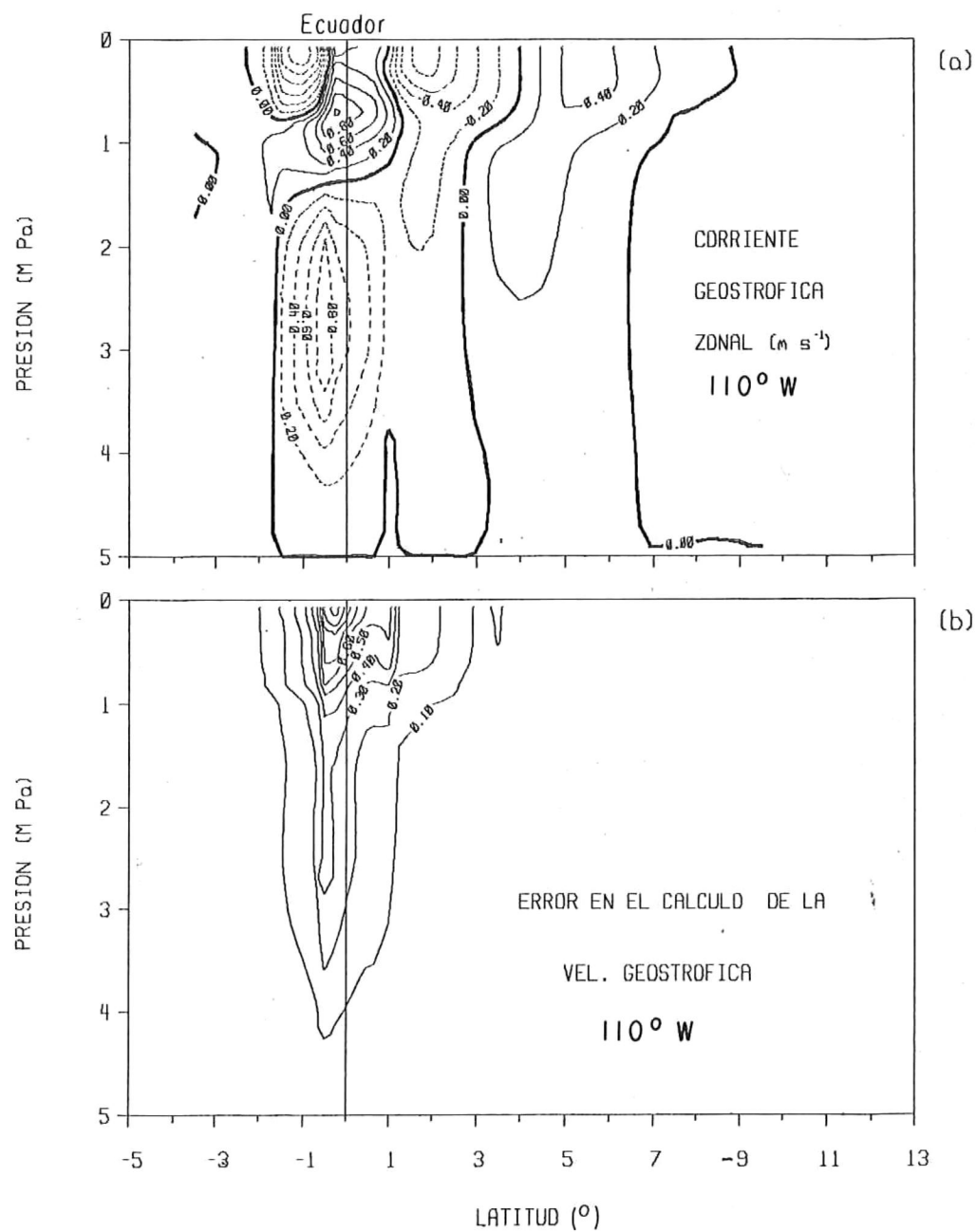


Fig. 13.- (a) Campo de corrientes geostroficas zonales, en $110^{\circ} W$, obtenido de un ajuste al geopotencial de 3° orden en segmentos de $N=11$ con $M=5$ y (b) el error estimado para las velocidades. El segmento ecuatorial cae entre $1^{\circ} S$ y $1.5^{\circ} N$.

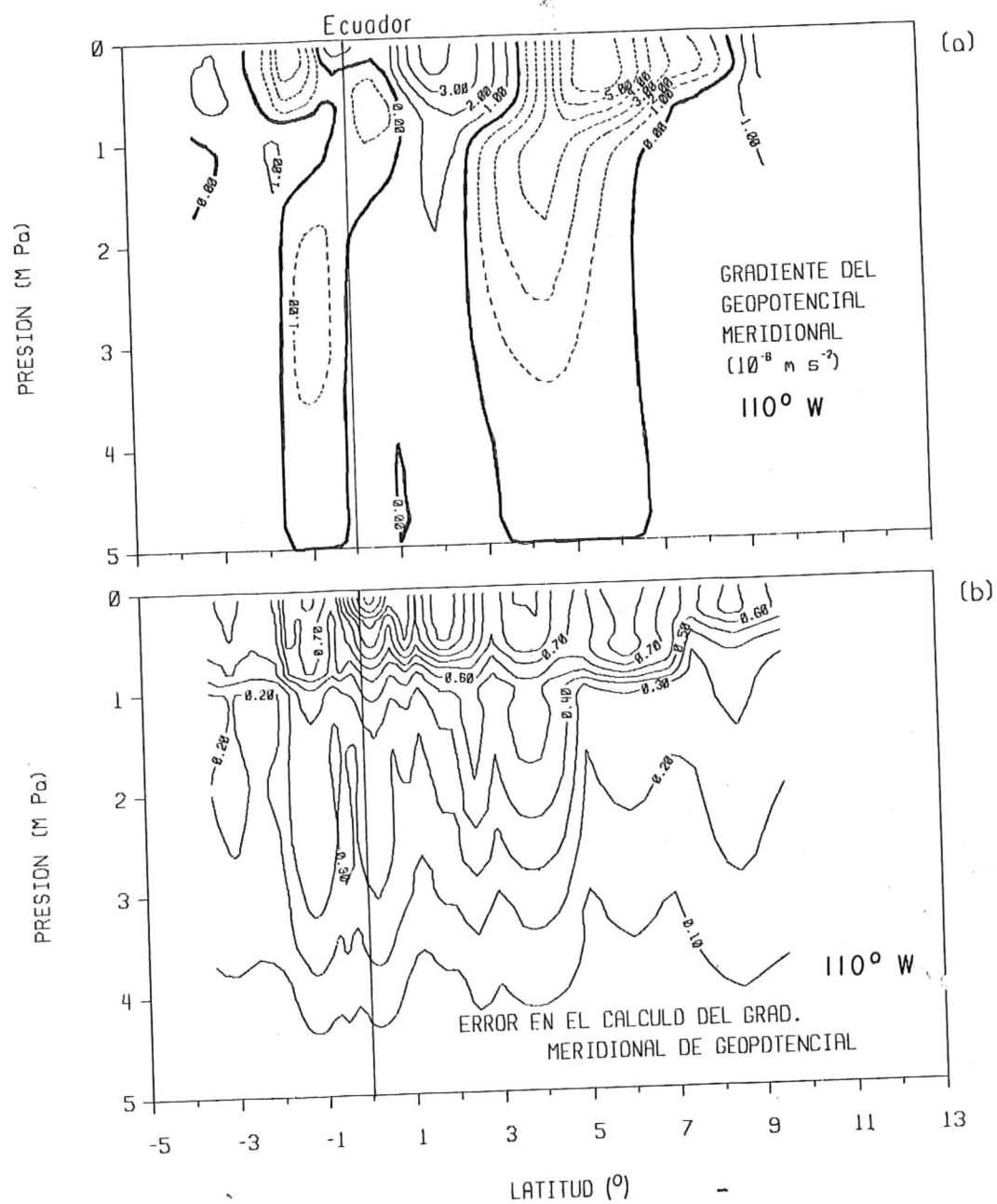


Fig. 14.- (a) Campo del gradiente meridional de geopotencial, obtenido de un ajuste de 3er orden en segmentos de $N = 11$, con $M = 5$ y (b) el error estimado para este gradiente meridional.

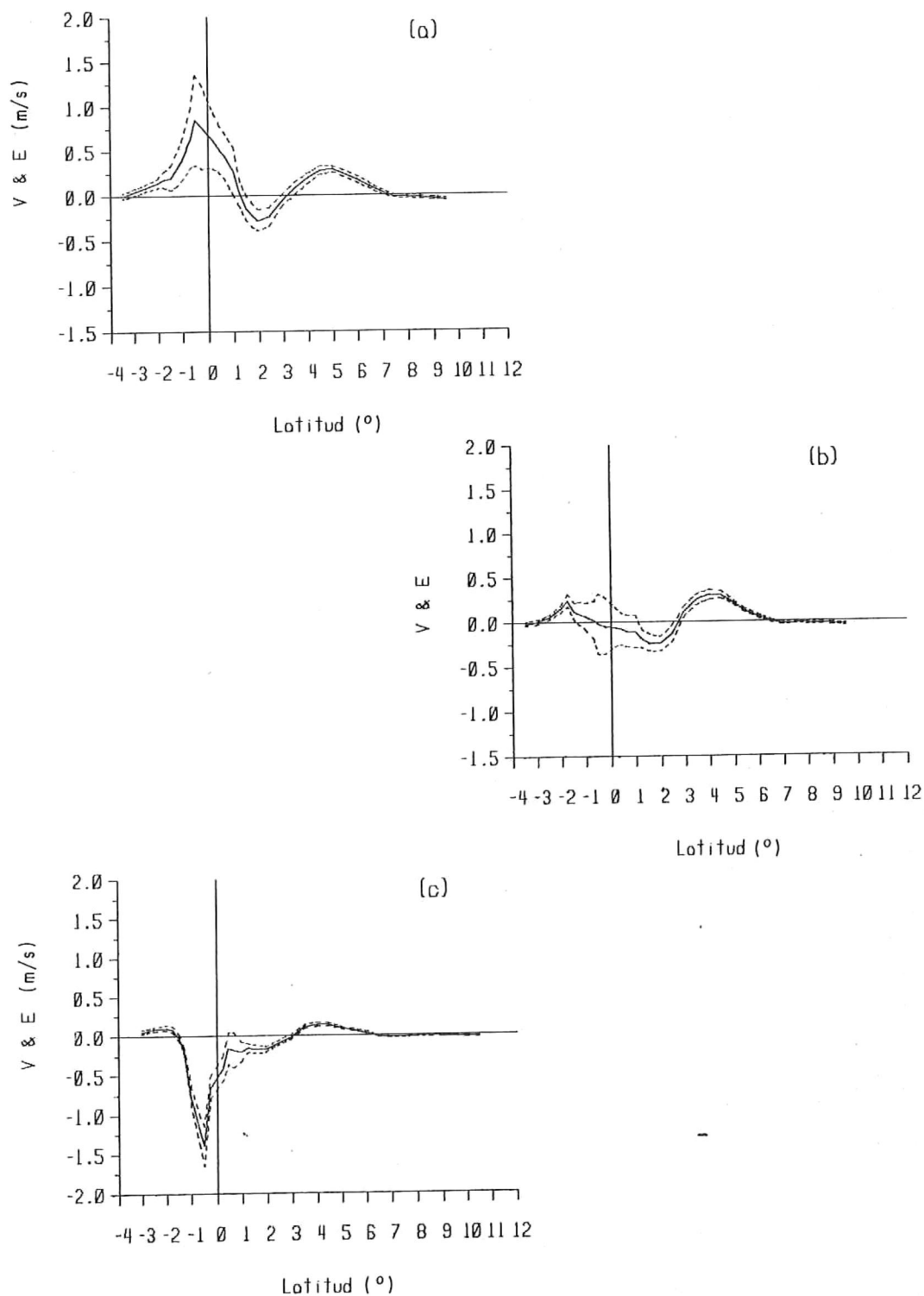


Fig. 15.- Velocidad y error obtenidos a partir de un ajuste de 3er orden con $N = 11$ y $M = 5$ (traslape 6), donde el segmento ecuatorial va de $-1^{\circ}S$ y $1.5^{\circ}N$ de latitud, a 90db (a), a 140db (b) y a 300db (c).

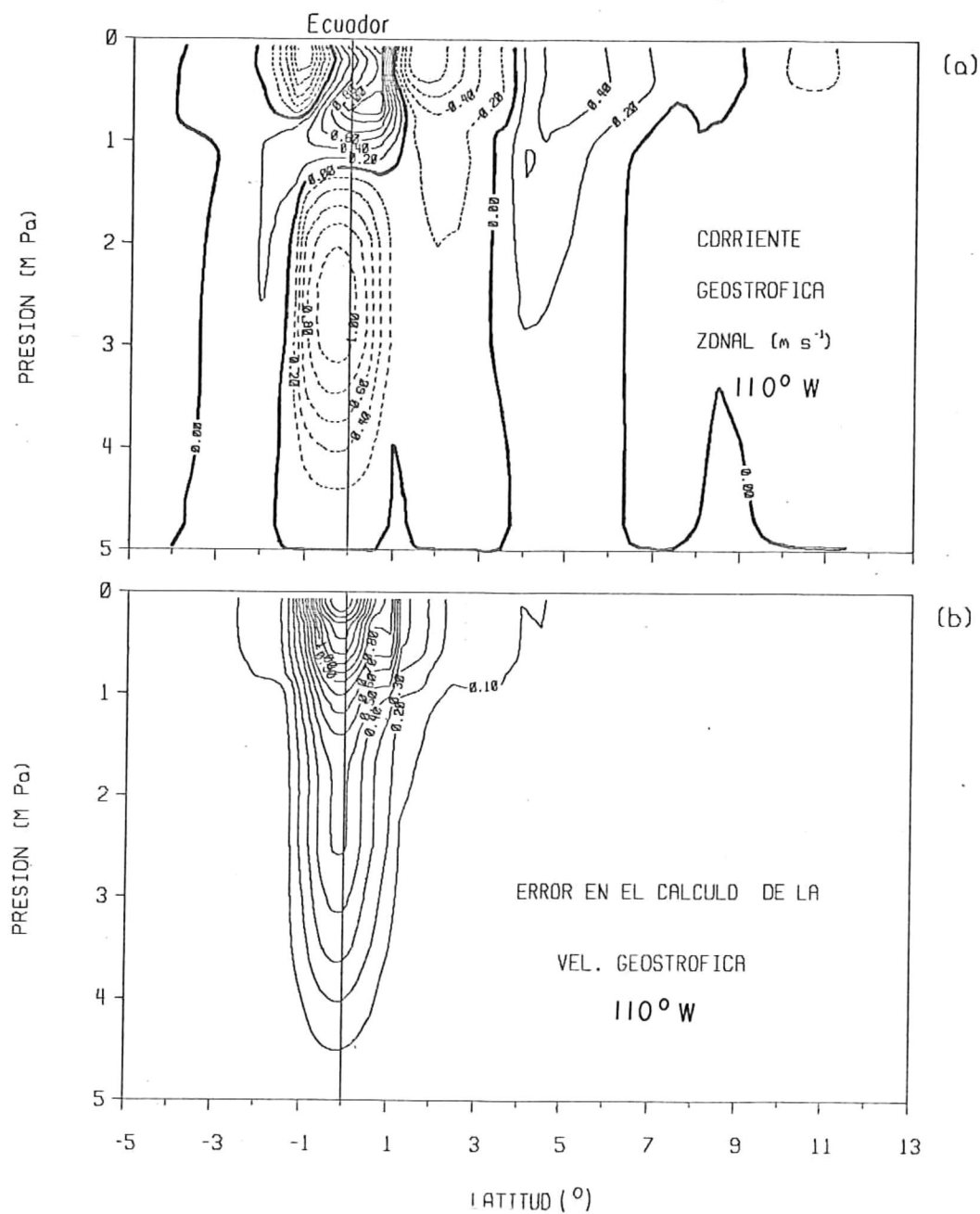


FIG. 16.- (a) Campo de corrientes geostróficas zonales en 110° W, obtenido de un ajuste al geopotencial de 4º orden en segmentos de $N=12$, con $M=8$ y (b) el error estimado para las velocidades. El segmento ecuatorial cae entre 1.47° S y 1.24° N.

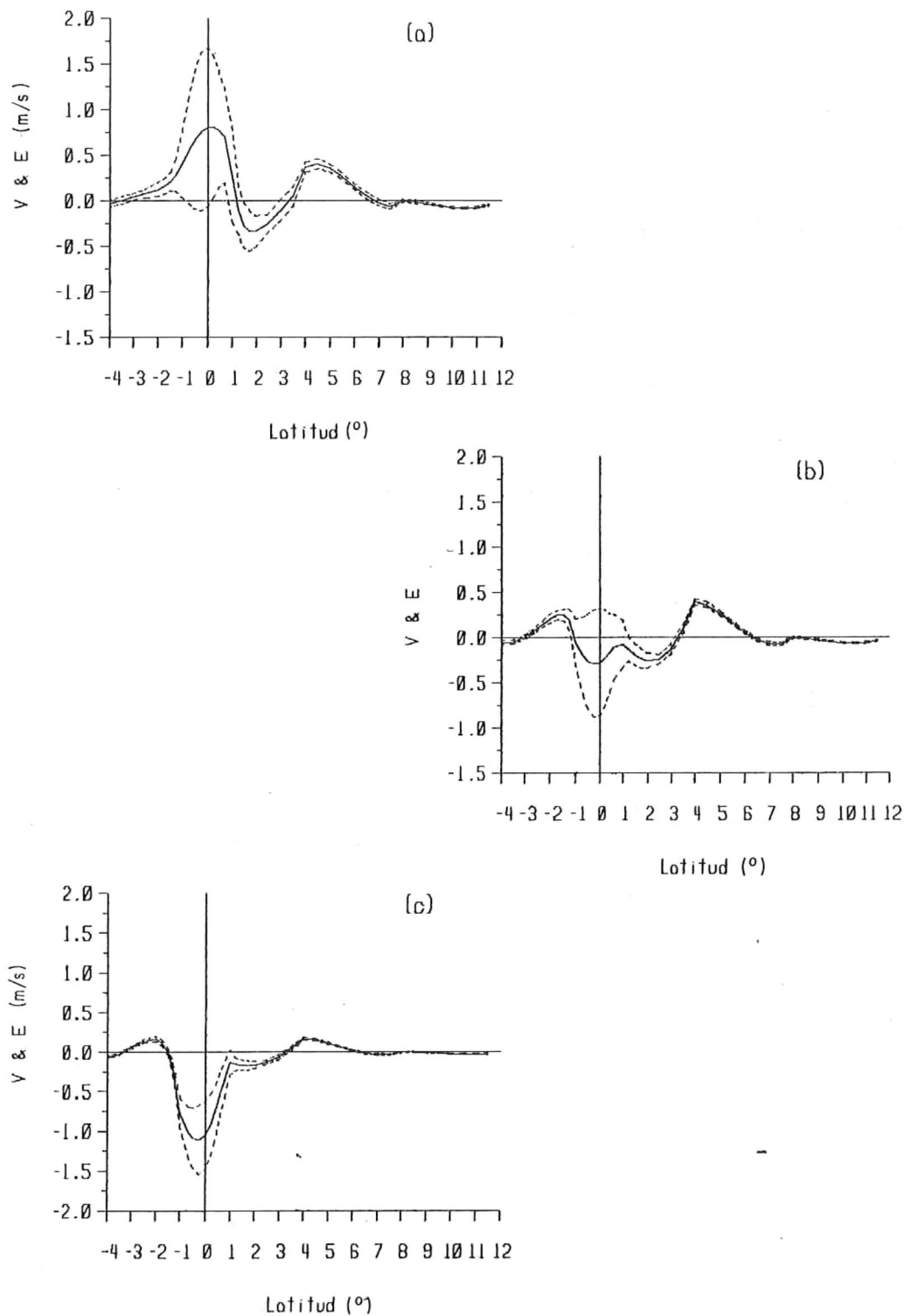


Fig. 18.- Velocidad y error obtenidos a partir de un ajuste de 3er orden con $N = 12$ y $M = 8$ (traslape 4), donde el segmento ecuatorial va de 1.47°S a 1.24°N de latitud, a 90db (a), a 140db (b) y a 300db (c).

DISCUSIONES

En general, los errores promedio para la función $\bar{E}_a^0$ son prácticamente constantes para las diferentes pruebas (ver tablas I, II); los tres polinomios utilizados dan una buena representación de los datos.

En la obtención de la primera derivada del geopotencial y por lo tanto de la velocidad fuera de la región ecuatorial, el ajuste de 2do orden no presenta un comportamiento suave al pasar de un segmento a otro, ya que su derivada es una recta. En este ajuste, si se aumenta el traslape, los gradientes de velocidad disminuyen obteniendo velocidades considerablemente menores de las conocidas en la región.

Los ajustes de 3er y 4to orden presentan una buena continuidad en la primera derivada, esto significa que además de que las bandas de error se interceptan de un segmento a otro, la curvatura de las funciones ajustadas no presentan cambios bruscos a lo largo del meridiano. Por ejemplo en las figuras 3b y 4b se muestra que se podría esbozar una función continua y suave a lo largo de todas las latitudes. Los errores porcentuales para estos casos son aproximadamente de 30% y 40% respectivamente (ver tabla I), lo que indica que se tiene información de un 70% y 60% de la variabilidad de la

primera derivada ajustada. En general los errores porcentuales para la la primera derivada hechos con un ajuste de 3er orden fluctuan aproximadamente 40% menos que los de 4to.

En el segmento que contiene el ecuador, los errores de la segunda derivada varían en función de la información que proveen los puntos que se eligen para ajustar. Es decir, los errores porcentuales como el valor de la segunda derivada en esa región, dependen de cuanta información extraecuatorial esté incluida en la elección de ese segmento (Hayes, 1982). Por ejemplo, al tomar un segmento de 11 puntos ajustados con un polinomio de 3er orden, donde el punto $y = 0$ esta centrado (entre 1.25°S y 1.23°N) en 90 db, el error porcentual de la segunda derivada es aproximadamente de 30%; si se recorre un punto al Norte (entre 1°S y 1.5°N), el error es del orden de 100% (ver tabla III). Esto es debido a que entre 1.23°N y 1.5°N existe un gradiente de densidad que parece estar incluido en la estructura de la CSE (Fig. 19). Las figuras 6 y 7 muestran la función, la primera y la segunda derivada de estos dos casos, los cuales se presentan cuando se elige un traslape de 8 puntos (i.e., $N = 11$ y $M = 3$) y 6 puntos (i.e., $N = 11$ y $M = 5$) respectivamente al iniciar desde 5°S . En estas figuras la pendiente cambia de 0.45 a 1.32 en la segunda derivada, pero el valor para $y = 0$ es el mismo (-0.06 1/s^2).

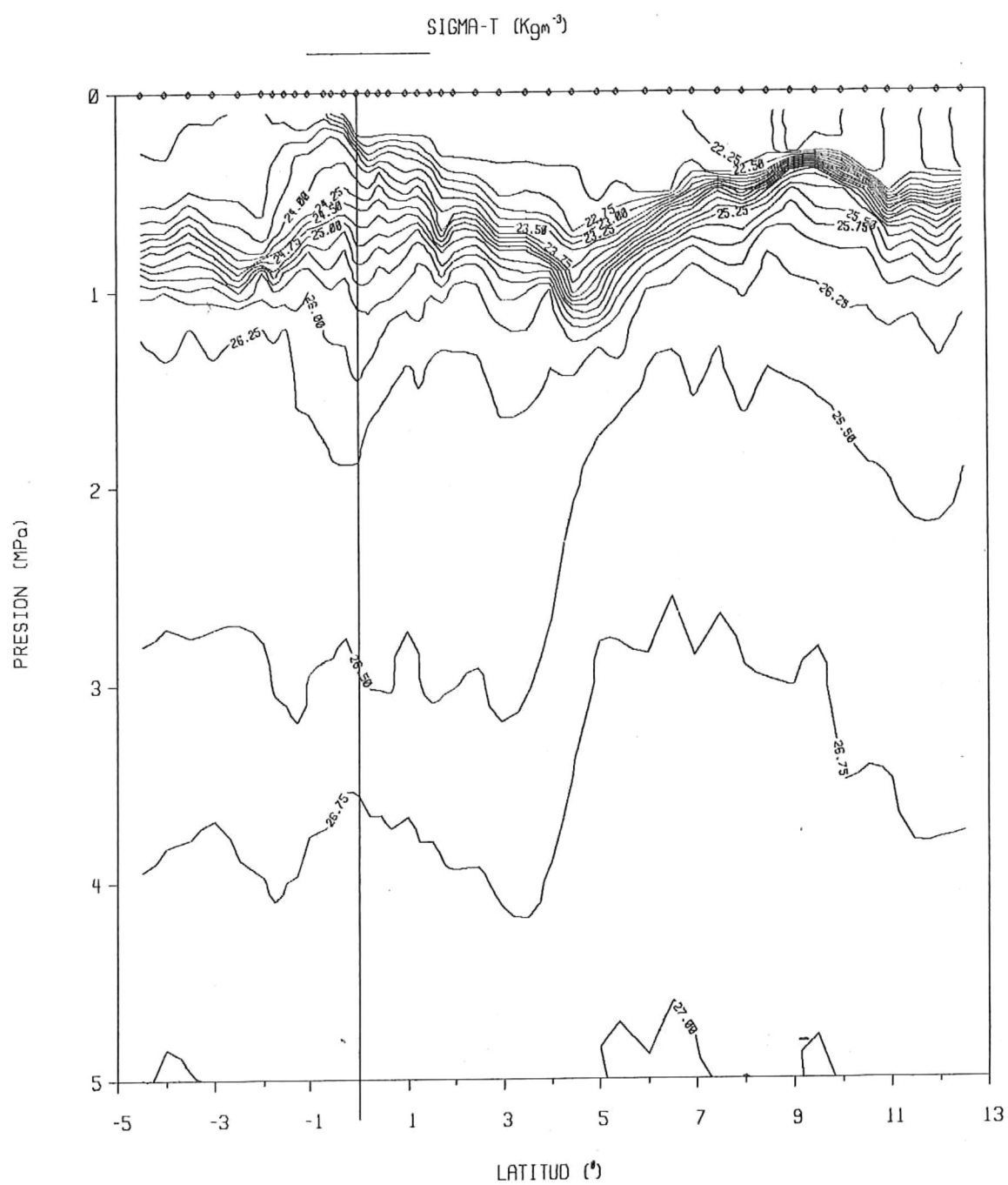


Fig. 19. Campo de densidad (σ_t) a lo largo del meridiano 110°W obtenido en febrero de 1979.

Los resultados obtenidos a 90 db son representativos de lo que ocurre en otras profundidades. En la tabla III vemos los valores de los errores promedio $\bar{E}_a^2$ y los errores porcentuales $E_a^2\%$ de los segmentos ecuatoriales para diferentes casos. Los valores porcentuales del ajuste de 3er orden entre 1.25°S y 1.25°N son considerablemente menores que los obtenidos entre 1°S y 1.5°N en todas las profundidades. Esto es debido a la estructura del campo de densidad. Sin embargo los valores de los errores promedio para esos dos casos son muy parecidos. En la figura 19 se muestra el campo meridional de densidad y las estaciones usadas en el crucero. El segmento que se encuentra en la parte superior de la gráfica va de 1°S a 1.5°N y marca la zona que abarca este ajuste.

Los errores porcentuales más altos de la segunda derivada en los segmentos ecuatoriales son para el ajuste de 2do orden como se puede ver en las tablas I y III, esto es debido a la definición de nuestro error porcentual (ec. 20). Como la segunda derivada de un polinomio de 2do orden es constante, su desviación estandar es cero y por lo tanto el error porcentual no puede estimar la variabilidad del ajuste (Fig. 5). El caso que explicaba la mayor parte de la variabilidad de la segunda derivada ajustada en la región ecuatorial fué el de 4to orden (como podemos ver en la tabla III). La figura 3 muestra los resultados de ajustar un polinomio de 4º orden en el segmento

ecuatorial con 12 puntos, donde se puede ver que los valores para la primera derivada (Fig. 8b) son parecidos a los del ajuste de 3er orden (Fig. 6b y 7b), pero los valores de la segunda derivada (Fig. 8c) difieren más de los de 3er orden (Figs. 6c y 7c), el valor para $y = 0$ es -0.02 l/s^2 .

La tabla II proporciona prácticamente la misma información que la tabla I pero ésta muestra los errores asociados a las funciones V_G^{hi} evaluadas y por lo tanto a las velocidades obtenidas. Los valores de los errores son en general menores que los de la tabla I pues se excluyen los errores de los extremos que son los más grandes.

El ajuste hecho con un polinomio de 2do orden con $N = 9$ y con $M = 5$ y cuyo segmento ecuatorial cae entre 1°S y 1°N no proporciona, como ya se dijo cambios suaves en los valores de velocidad entre las corrientes situadas en el ecuador y las adyacentes. Sin embargo, se obtienen los valores de las velocidades ecuatoriales más reales y errores pequeños para la SCE (Fig. 9a). Este error es en $y = 0$ exclusivamente y no se debe confundir con $\bar{E}_G^2$ y $E_G^2\%$ que representan errores promedios del segmento o ajuste en general. El error de la velocidad es puntual, i.e., es el error correspondiente a la velocidad evaluada en un punto.

La figura 12a muestra el perfil ecuatorial de velocidad

obtenido al ajustar un polinomio de 4to orden en 12 puntos (entre 1.47°S y 1.23°N), el cual tiene los valores más altos tanto para las velocidades como para los errores. El ajuste hecho con $N = 11$ donde el ecuador está localizado en el punto central, presenta la banda de error para la velocidad ecuatorial más angosta (Fig. 11) y la velocidad más pequeña para la SCE ya que el núcleo de esta corriente se encuentra desplazado al Norte, en $\approx 0.5^{\circ}\text{N}$, (ver Fig. 20 la cual muestra el campo de corrientes geostroficas para este ajuste). El ajuste de 3er orden en 11 puntos (entre 1°S y 1.5°N) presenta valores intermedios de los errores y de las velocidades ecuatoriales (Fig. 10a).

Una de las evidencias que se tiene para suponer que las corrientes ecuatoriales están en balance geostrofico es la existencia de un cambio de signo del gradiente meridional de geopotencial en el ecuador. En las figuras 9b, 10b, 11b y 12b, correspondientes a los ajustes de 2do, 3er, 3er y 4to orden, se ve que dentro de la banda de error del gradiente del geopotencial está incluido el cero en las profundidades donde la SCE y la CEI alcanzan sus máximos valores.

Los casos de las figuras 9, 10 y 12 proporcionan aproximadamente la misma estructura para el ecuador, pues si se sobreponen las gráficas se puede apreciar que las bandas de error se interceptan tanto para la velocidad como para el

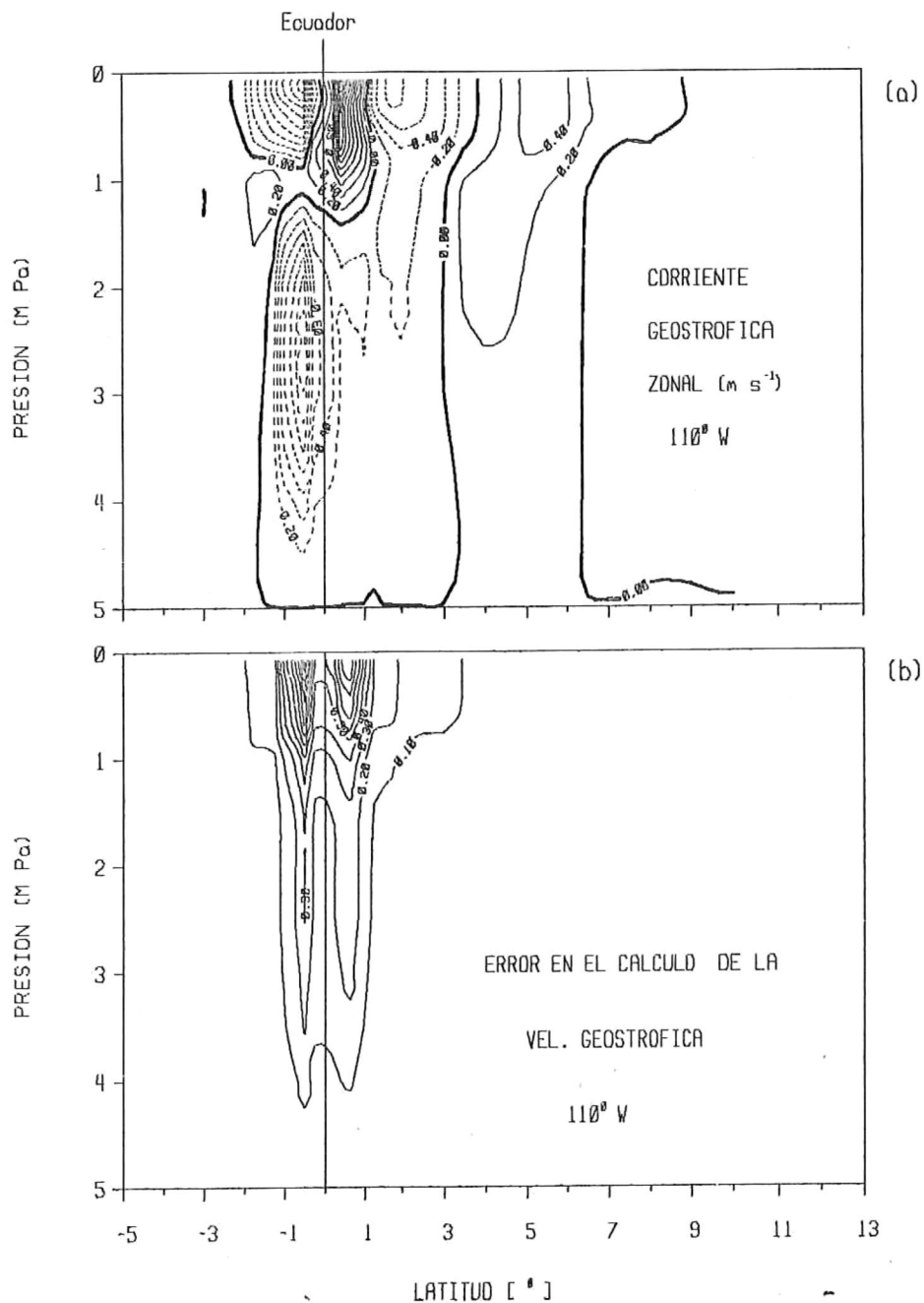


Fig. 20.- (a) Campo de corrientes geostroficas zonales en 110°W, obtenido de un ajuste al geopotencial de 3er orden en segmentos de $N = 11$ y $M = 3$. (b) el error estimado para las velocidades. El segmento ecuatorial cae en 1.25°S y 1.25°N.

gradiente de geopotencial y la máxima velocidad esta en las mismas profundidades (75 db para la SCE y 250 db para la CEI).

Al utilizar un ajuste de 3er orden con $N = 11$ y $M = 3$ se obtienen las velocidades ecuatoriales que presenta la figura 11a. A pesar de que este caso tiene los errores más pequeños (y los errores porcentuales, E_2 para el segmento ecuatorial también más pequeños, ver tabla III) proporciona cambios en los valores de las velocidades con respecto a la latitud no esperados, tanto al Norte como al Sur de éste (Fig. 20a) y la distribución del error está directamente relacionada con la velocidad resultante. El error va aumentando al acercarse al ecuador alcanza su máximo justo donde están los fuertes gradientes de velocidad para después disminuir en $y = 0$ (Fig. 20b). Los valores máximos de las velocidades para la SCE y para la CEI resultantes de éste ajuste, no difieren mucho de los obtenidos con el ajuste que se muestra en la figura 13 (que es el caso de 3er orden, $N = 11$ y $M = 5$). Estos son para la SCE de $123 \text{ cm/seg} \pm 71$ ($\approx 60\%$) a 60 db y para la CEI de $105 \text{ cm/seg} \pm 30$ ($\approx 20\%$) a 250 db, mientras que para el caso de la figura 13 son para la SCE de $103 \text{ cm/seg} \pm 60$ ($\approx 60\%$) en 75 db, y para la CEI de $-99 \text{ cm/seg} \pm 34$ ($\approx 30\%$) a 250 db.

Los casos de 3er y 4to orden que se muestran en las figuras 13 y 16 presentan los comportamientos más suaves del

campo de corrientes; aunque debido a la técnica usada se pierde información de corrientes situadas en los extremos de la sección. Además, concuerdan con resultados obtenidos anteriormente. Note por ejemplo que para estos casos, al no evaluar en los extremos de los segmentos, los valores para $\bar{E}_a^1$ disminuyen (a 90 db) en un 43% para el caso de 4to orden y en un 50% en el caso de 3er orden (ver tablas I y II localizando estos casos).

El caso de 4to orden presenta un comportamiento de las velocidades más suaves en las superficies isobáricas (Fig. 18) que el de 3er orden (Fig. 15), y presenta un error porcentual para la segunda derivada del orden de 60% (ver tabla III) en la región ecuatorial, mientras que el ajuste de 3er orden presenta un error porcentual del 100% en la misma región. A pesar de esto las velocidades y el gradiente meridional del geopotencial con sus respectivos errores, para el de 4to orden, son más altos en este ajuste (Figs. 16 y 17).

El error del campo de velocidades en los dos casos aumenta al acercarse al ecuador y a la superficie (Figs. 13b y 16b). El aumento del error en las capas superficial puede ser debido al esfuerzo del viento, donde es de esperarse que la aproximación geostrófica no se cumpla y el campo del geopotencial es más variable. Debajo de las capas superficiales el error de la velocidad para la SCE es del 100%

y para la CEI es del 50% en el ajuste de 4to orden, mientras que para el de 3er orden el error de la velocidad es de 60% para la SCE y de 30% para la CEI. Entonces el mejor ajuste es el hecho con un polinomio de 3er orden en segmentos de 11 puntos traslapados 6, siempre y cuando el segmento ecuatorial caiga entre 1°S y 1.5°N de latitud.

Hay que notar que los dos casos dan una buena representación de las corrientes extraecuatoriales (i.e., todas excepto las CSE y CEI) con errores en las velocidades del 7 a 26%.

La figura 13 es comparable con la presentada por Nava (1982) (Fig. 21), a pesar de que no aparecen las corrientes CCSE, CCSS y la CNE. Nava utilizó los mismos datos y obtuvo el campo de corrientes a partir de una descomposición en funciones empíricas ortogonales, del campo de geopotencial suavizada con 'splines', usando como nivel de referencia el mismo que el de este trabajo, i.e., 500 db.

La velocidad extrema para la SCE es de $103 \text{ cm/seg} \pm 60$ en 70 db, y para la CEI es de $-99 \text{ cm/seg} \pm 34$ a 250 db, Mientras que los valores encontrados por Nava (1982) son para la SCE de 160 cm/seg y para CEI de -100 cm/seg que caen dentro de la banda de error reportada. En la figura 13 vemos que el valor máximo para la CCNE es de $47 \text{ cm/seg} \pm 5$ (del orden de 10%) en

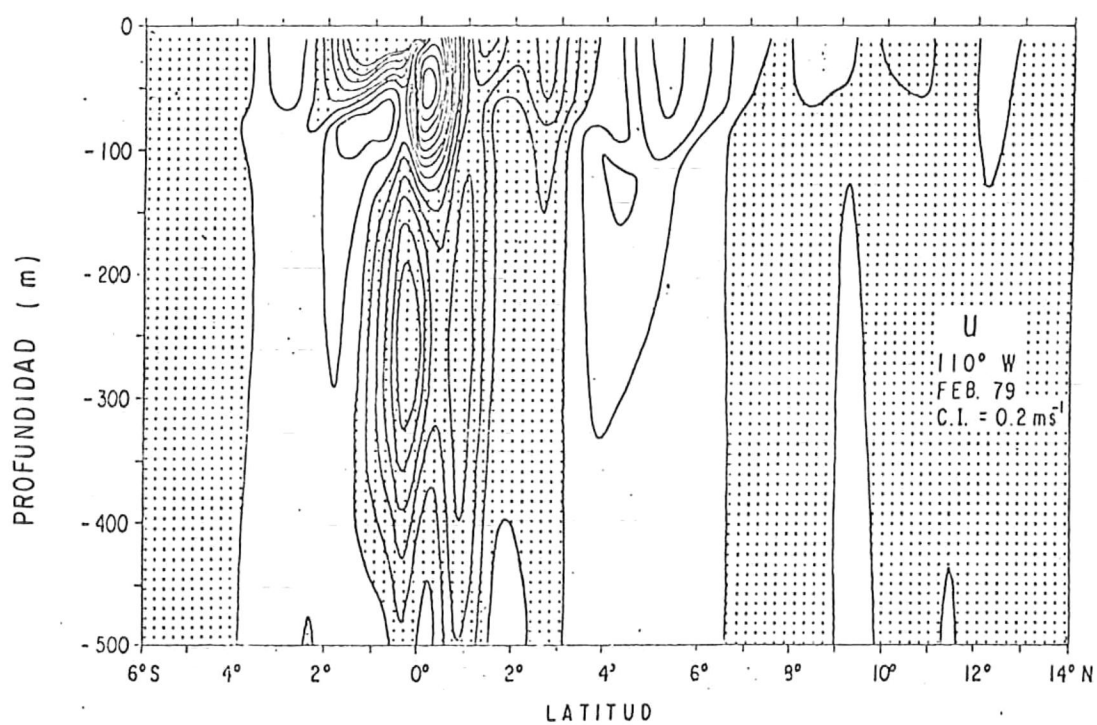


FIG. 21.- Campo de velocidad zonal obtenido de datos de feb. 79 a lo largo de 110° W reportado por Nava, (1982).

40 db; para la CSE_2 es de $-90 \text{ cm/seg} \pm 23$ ($\approx 26\%$) a 20 db, para la CSE_1 es de $-120 \text{ cm/seg} \pm 27$ ($\approx 21\%$) y para CCSN es de $34 \text{ cm/seg} \pm 5$ ($\approx 16\%$), mientras que los valores de la figura 21 son para la CCNE de 60 cm/seg , para CSE_2 de -60 cm/seg para la CSE_1 de -100 cm/seg y para la CCSN de 40 cm/seg .

A pesar de que el cálculo de velocidades geostroficas proporciona un error de más del 50% cerca del ecuador, el campo de densidad meridional (Fig. 19) y el gradiente meridional de geopotencial (Fig. 14) sugieren la existencia de geostrofia en la SCE. Debido a que existe un cambio del gradiente de densidad simétrico al ecuador entre 80 db y 125db, y a que el gradiente de geopotencial cambia de signo (con un valor de $0.03 \cdot 10^6 \text{ m/seg}^2 \pm 0.6$).

Hay que tomar en cuenta que los datos que se usan en este trabajo corresponden a una sola sección y no a un promedio de varias secciones, como los usados en otros trabajos como Lukas y Firing, (1983) y Bryden y Brady (1984).

CONCLUSIONES

Las velocidades calculadas y sus errores relacionados en la región ecuatorial, son muy sensibles a la elección de los puntos, a la cantidad de ellos y al orden del polinomio a ajustar. Podemos obtener el perfil de velocidad ecuatorial ajustando un polinomio de 2do orden en 9 puntos, tal como lo hizo Hayes (1982). Pero la intención no es solo esa, sino el encontrar el sistema de corrientes geostróficas a lo largo de todas las latitudes, con solo un ajuste, donde los parámetros N , M y el orden del polinomio permanezcan constantes. Esto no sucedió con los ajustes de 2do orden. Vimos que con la combinación $N = 11$, $M = 5$ y usando un ajuste de 3er orden obteníamos un comportamiento suave para las corrientes (Fig. 13), pero los errores porcentuales para la segunda derivada fueron altos. Los errores de las velocidades obtenidas con este ajuste son pequeños fuera de la región ecuatorial (van de 7 a 26%) pero llegan a ser muy grandes cerca del ecuador (60% para la SCE y 30% para la CEI) y en la superficie ($\approx 100\%$) - Esto último ocurría en todas las pruebas, lo cual es de esperarse ya que en la superficie existen procesos ageostróficos dominantes - Los segmentos ecuatoriales, a diferentes profundidades, para este caso caen en 1°S y 1.5°N de latitud, y están relacionados directamente con la estructura de densidad correspondiente a la SEC y a la

CEI.

Los errores de las velocidades no varían mucho al cambiar el valor de M de 5 a 3 puntos (Fig. 20), pero los errores porcentuales sí (ver tabla III). Para este último caso tenemos que el error de la velocidad para la SEC es del 60% y para la CEI es del 20%. Este ajuste no presentó comportamientos suaves a lo largo de todas las velocidades.

Los ajustes de 4to orden con $N = 12$ presentaron los errores para las velocidades ecuatoriales más altos (mayores del 100% para la SEC), a pesar de tener comportamientos suaves.

Los ajustes de 4to orden con $N = 12$, $M = 3$ y el de 3er orden con $N = 11$ y $M = 5$ proporcionan errores de las velocidades pequeños fuera de la región ecuatorial.

Concluimos que la mejor combinación de parámetros para la obtención de las corrientes geostroficas en esta sección con este método es $N = 11$, $M = 5$ y orden del polinomio = 3.

Hay que notar que partimos del hecho de que las corrientes SCE y CEI están en balance geostrofico y no tenemos a nuestra disposición las velocidades medidas de esta sección para compararlas con las calculadas y así poder dar un

argumento sólido acerca de la existencia de un balance geostrófico. Sin embargo, tanto el campo de densidad como el del gradiente de geopotencial sugieren un balance geostrófico en esa zona, resultado éste que coincide, con lo encontrado por Nava (1982), Bryden y Brady (1984) y Hayes (1982), quienes usaron estos mismos datos tratándolos de diferentes formas.

APENDICE

Dados $\{x_i, w_i > 0\}$ $i = 1, \dots, N$ se pueden construir polinomios ortogonales $P_\alpha(x)$ de orden α donde $0 < \alpha < N - 1$ tales que,

$$\sum_{i=1}^N w_i P_\alpha(x_i) P_\beta(x_i) = 0 \quad \text{si } \alpha \neq \beta.$$

Introducimos la notación

$$[T(x)] = [T] = \sum_{i=1}^N w_i T(x_i). \quad (\text{A.1})$$

La ortogonalidad puede ser escrita en la forma:

$$[P_\alpha P_\beta] = Q_\alpha \delta_{\alpha\beta}, \quad (\text{A.2})$$

donde $Q_\alpha > 0$ y $\delta_{\alpha\beta} = 1$ si $\alpha = \beta$ y $\delta_{\alpha\beta} = 0$ si $\alpha \neq \beta$. Ajustamos una serie de puntos y_i ($i = 1, 2, \dots, N$) a un polinomio de orden M ($M < N - 1$) en forma tal que las diferencias δ_i entre y_i y el polinomio evaluado en x_i sea mínima, en el sentido $[\delta^2] = \min$. Cualquier polinomio de orden M puede ser escrito como una combinación lineal de los P_α con $\alpha = 0, \dots, M$.

Se pretende elegir ciertos coeficientes C_α tales que definiendo δ_i por

$$y_i = \sum_{\alpha=0}^M C_\alpha P_\alpha(x_i) + \delta_i \quad (\text{A.3})$$

sea

$$[\delta^2] = \min. \quad (\text{A.4})$$

Despejando δ_i de (A.3) y usando (A.2) tenemos

$$[\delta^2] = [y^2] - 2 \sum_{\alpha=0}^M C_\alpha [yP_\alpha] + \sum_{\alpha=0}^M C_\alpha^2 Q_\alpha.$$

El valor mínimo de $[\delta^2]$ se encuentra haciendo

$$\partial[\delta^2]/\partial C_\alpha = 0,$$

de donde resulta

$$C_\alpha = [yP_\alpha]/Q_\alpha \quad (\text{A.5})$$

y

$$[\delta^2]_{\min} = [y^2] - \sum_{\alpha=0}^M [yP_\alpha]^2 / Q_\alpha. \quad (\text{A.6})$$

Si $M = N - 1$, entonces $[\delta^2]_{\min} = 0$, lo que implica $\delta_i = 0$, para todo i es decir, siempre pasa un polinomio de orden M por $M + 1$ puntos. Si $M < N - 1$, en general es $[\delta^2]_{\min} \neq 0$ y el valor de $[\delta^2]$ representa una medida de la bondad de ajuste. El ajuste de orden M nos permite hacer una interpolación (y extrapolación) de los puntos $y_i = y(x_i)$ en la forma

$$g(x) = \sum_{a=0}^M C_a P_a(x), \quad (A.7)$$

donde, de ahora en adelante, se supone que dados los y_i y los C_a son los del máximo ajuste (ec. A.5). Nótese que $g(x)$ no es una versión suavizada de los datos. De hecho $g(x)$ puede oscilar mucho, generalmente cuando $M \simeq N-1 \gg 1$. Esta distinción entre suavizado y ajustado a un polinomio es más crítica cuando se consideran las derivadas de $g(x)$, i.e., $g^m(x)$ para $m > 0$.

Suponemos que tomamos a los y_i como una realización cualquiera de un conjunto infinito de posibles medidas $\{y_i\}$ y queremos saber la estadística de $g(x)$.

Nota: usaremos $\hat{}$ para designar variables aleatorias y $\langle \dots \rangle$ para designar promedios en el ensamble o valor esperado.

Suponemos que los $\hat{y}_i$ son en realidad igual a un cierto polinomio de orden M , evaluado en los x_i más un error aleatorio e_i tal que

$$\hat{y}_i = \sum_{a=0}^M d_a P_a(x_i) + \hat{e}_i, \quad (A.8)$$

donde los $\{d_a\}$ son números fijos. Usando (A.8) en (A.5) y usando (A.2) resulta,

$$\langle \hat{C}_\alpha \rangle = d_\alpha + [\langle \hat{e} \rangle P_\alpha] / Q_\alpha. \quad (\text{A.9})$$

Si suponemos

$$\langle \hat{e}_i \rangle = 0 \quad (\text{A.10})$$

entonces $\langle C_\alpha \rangle = d_\alpha$ es decir,

$$\langle g(x) \rangle = \sum_{\alpha=0}^M d_\alpha P_\alpha(x). \quad (\text{A.11})$$

Ahora bien, queremos saber cuanto difiere una estimación $g(x)$ de $\langle g(x) \rangle$. Más aun, quisieramos saber el valor de

$$\langle (g^m(x) - \langle g^m(x) \rangle) (g^{m'}(x') - \langle g^{m'}(x') \rangle) \rangle$$

lo que es igual a

$$\langle g^m(x) g^{m'}(x') \rangle - \langle g^m(x) \rangle \langle g^{m'}(x') \rangle.$$

Empecemos por calcular $\langle C_\alpha C_\beta \rangle$ de (A.9),

$$\langle \hat{C}_\alpha \hat{C}_\beta \rangle = d_\alpha d_\beta + \langle [\hat{e} P_\alpha] [\hat{e} P_\beta] \rangle / Q_\alpha Q_\beta$$

donde el segundo término es,

$$\langle [\hat{e} P_\alpha] [\hat{e} P_\beta] \rangle = \sum_{i,j=1}^N w_i w_j P_\alpha(x_i) P_\beta(x_j) \langle \hat{e}_i \hat{e}_j \rangle$$

Si suponemos también que los e_i son independientes, es decir $\langle \hat{e}_i \hat{e}_j \rangle = 0$ si $i \neq j$, y su varianza es:

$$\langle \hat{e}_i \hat{e}_j \rangle = w_i^{-1} \sigma^2 \delta_{ij} \quad (\text{A.12})$$

donde σ es constante, entonces

$$\langle [eP_\alpha] [eP_\beta] \rangle = \sigma^2 Q_\alpha \delta_{\alpha\beta}$$

y por lo tanto

$$\langle \hat{C}_\alpha \hat{C}_\beta \rangle = d_\alpha d_\beta + Q_\alpha^{-1} \sigma^2 \delta_{\alpha\beta}$$

Finalmente tenemos:

$$\langle g^m(x) g^{m'}(x') \rangle = \langle g^m(x) \rangle \langle g^{m'}(x') \rangle +$$

$$\sigma^2 \sum_{\alpha=0}^M P_\alpha^m(x) P_\alpha^{m'}(x') / Q_\alpha. \quad (\text{A.13})$$

La estructura del error en función de x es independiente de los datos, excepto por un factor común σ^2 , es decir,

$$\text{Var}(g^m(x), g^{m'}(x')) = \sigma^2 \sum_{\alpha=0}^M P_\alpha^m(x) P_\alpha^{m'}(x') / Q_\alpha.$$

Pero en general se desconoce σ^2 . Este parámetro puede ser

estimado a partir del valor mínimo de $[\delta^2]$, ya que

$$\langle [\hat{\delta}^2] \rangle = \langle [\hat{y}^2] \rangle - \sum_{a=0}^M \langle [\hat{y}P_a]^2 \rangle / Q_a.$$

Usando (A.8), (A.10) y (A.12), vemos que

$$\begin{aligned} \langle [\hat{y}^2] \rangle &= \sum_{a=0}^M d_a^2 Q_a + \langle [\hat{e}^2] \rangle + \sum_{a=0}^M [P_a \langle \hat{e} \rangle] d_a \\ &= \sum_{a=0}^M d_a^2 Q_a + N\sigma^2 \end{aligned}$$

$$\langle [\hat{y}P_a]^2 \rangle = d_a^2 Q_a^2 + \sigma^2 Q_a$$

Por lo tanto

$$\langle [\delta^2]_{\min} \rangle = (N - M - 1)\sigma^2$$

donde $N - M - 1$ son los grados de libertad, entonces

$$\sigma^2 \simeq [\delta^2]_{\min} / (N - M - 1) = s^2.$$

BIBLIOGRAFIA

- Bryden, L. y C. Brady, 1984. Diagnostic Model of Circulation in the Equatorial Pacific Ocean. Sometido para su publicación en Journal of Physical Oceanography.
- Gill, E.A., 1982. Atmosphere - Ocean Dynamics. Academic Press. New York. 601 pp.
- Hayes, S.P., 1982. A comparison of measured and geostrophic velocity in the Equatorial Undercurrent. Journal Marine Research, 40 (suplemento) 219-229.
- Hayes, S.P., J.M. Toole y L.J. Magnum, 1983. Water - Mass and transport variability at 110°W in the equatorial Pacific. Journal of Physical Oceanography, 13: 153-167.
- Knauss, J.A., 1963. Equatorial Current system. In The sea, vol 2: 235-252. Interscience Publishers, London. 544 pp.
- Leetmaa, A. y R. Molinari, 1983. Two Cross - Equatorial

Sections at 110°W . Journal of Physical Oceanography,
14: 225-263.

Leetmaa, A., J. McCreary y W. Moore, 1981. Equatorial
Currents Observations and Theory - Evolution of
Physical Oceanography - Warren and Wunsch 1981 The MIT
Press Cambridge. 184-196.

Lukas, R. y E. Firing, 1984. The geostrophic balance of
the Pacific Equatorial Undercurrent. Deep-Sea
Research, 31: 61-66.

Magnum, L.J., N.N. Soreide, B.D. Davies, B.D. Spell y S.P.
Hayes, 1980 CTD/O measurement during the Equatorial
Pacific Ocean Climate Study (EPOCS) in 1979. NOAA Data
Report ERL PMEL-1. 645 pp.

Nava, C., 1981. Campos de densidad y velocidad geostrofica
en el Océano Pacifico .sin publicar.

Tsuchiya, M., 1955. On a simple method of estimating the
current velocity at the equator. Journal of the
Oceanographical Society of Japan, 11: 1-4.

Wyrtky, K. y Kilonsky B. 1984. Mean Water and Curren
Structure during the Hawaii-to-Tahiti Shuttle

Experiment. Journal of Physical Oceanography, 14:
242-254.