

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

INSTITUTO DE INGENIERÍA



***“TECNOLOGÍAS DIGITALES Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE
FÍSICA QUE SE MODELAN CON LA PROPORCIONALIDAD”***

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS

Presenta:

Francisco Javier Parra Bermúdez

Director de tesis:

Dr. Juan José Sevilla García

Co-Director:

Dr. Ramiro Ávila Godoy

Mexicali, Baja California, México.

Agosto de 2016

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Autónoma de Baja California por lo que me ha permitido lograr.

Al Instituto de Ingeniería, por el apoyo a este estudio a través del Programa MYDCI, al personal docente y administrativo.

A mi Alma Mater: Universidad de Sonora, por ser parte de mi vida.

A mis familiares, mi madre, etc., por la paciencia que me tuvieron.

A mis colegas académicos; Dr. Mario Flores Acosta, Dr. Amir Maldonado Arce.

A mi Director de Tesis, Dr. Juan José Sevilla García, por su gestión e inagotable amabilidad.

A mi Co-director de Tesis, Dr. Ramiro Ávila Godoy, mi guía académico.

A los lectores de esta tesis y sinodales del examen de grado, mi reconocimiento y gratitud por su dedicación y aportaciones a este trabajo:

Dr. Ramiro Ávila Godoy

Dr. José Luis Arcos Vega

Dr. Maximiliano De Las Fuentes Lara

Dra. Ruth Elba Rivera Castellón

Dr. Juan José Sevilla García

ÍNDICE

Presentación	1
Estructura del reporte	4
CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA Y SU CONTEXTO	6
1.1 El objeto matemático proporcionalidad y su importancia	6
1.2 El uso de las tecnologías digitales como herramientas mediadoras en la construcción del conocimiento	9
1.3 El problema y su investigación	13
1.4 El objeto matemático proporcionalidad. Su origen y desarrollo	15
1.4.1 El objeto matemático proporcionalidad en la matemática griega	15
1.4.2 Los significados de los objetos matemáticos como obstáculos epistemológicos en la geometría y el álgebra	17
1.4.3 El objeto matemático proporcionalidad y su epistemología en la Física	19
1.4.4 Los obstáculos epistemológicos en la Física y el OMP	20
1.4.5 Algunos aspectos didácticos y cognitivos del OMP en la actualidad	21
1.4.6 Algunas consideraciones sobre didáctica de la matemática y de la Física	26
CAPÍTULO 2. ELEMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS	29
2.1 Algunas herramientas teóricas que conforman el Enfoque Ontosemiótico	30
2.2 Sistema de prácticas	32
2.3 Objetos y procesos matemáticos	35
2.4 La noción de significado	40
2.4.1 El contexto y el significado	42
2.5 El papel de la resolución de problemas	44
2.5.1 Los conceptos de situación-problema y de problema	48
2.5.2 Una estrategia general para la resolución de problemas	50
2.5.3 Análisis crítico de los ejercicios de lápiz y papel	52
2.5.4 Comprensión y competencia en la resolución de problemas	52
2.5.5 La resolución de problemas y las tecnologías digitales	53
2.6 En relación al significado de obstáculo	54
2.7 El análisis didáctico como modelo teórico	57
2.7.1 Análisis de las prácticas matemáticas	59
2.7.2 Análisis de objetos y procesos matemáticos	59
2.7.3 Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas	60
2.7.4 Dimensión normativa	65
2.7.5 Idoneidad didáctica	68
2.8 Las tecnologías digitales y la cognición.	72
2.9 Metodología	76
2.9.1 Diseño de las actividades didácticas	78
2.9.2 Significado institucional pretendido	79
2.9.3 Las actividades didácticas	83
2.9.4 Las hojas de trabajo	83
2.9.5 Las simulaciones computarizadas (Applets)	84

CAPÍTULO 3. LOS RESULTADOS Y SU ANÁLISIS	86
3.1 Resultados de la actividad física: movimiento parabólico en la etapa piloto	86
3.2 La actividad física: caída libre	86
3.2.1 Descripción y análisis de la idoneidad didáctica implementada	88
3.3 Actividad sobre la fuerza de fricción y movimiento con apoyo en una simulación computarizada	90
3.3.1 Análisis didáctico de la actividad	96
3.4 La actividad física: efecto fotoeléctrico	106
3.4.1 Algunos resultados de la actividad en torno al segundo cuestionario	108
3.4.2 Conclusiones de los resultados de la actividad	110
CAPÍTULO 4. DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	116
4.1 Discusión	118
4.2 Conclusiones	120
4.3 Recomendaciones	121
BIBLIOGRAFÍA	124
ANEXOS	129
ANEXO 1 ACTIVIDAD SOBRE CAÍDA LIBRE.	129
ANEXO 2 ACTIVIDAD SOBRE FUERZA DE FRICCIÓN Y MOVIMIENTO	131
ANEXO 3 ACTIVIDAD DEL EFECTO FOTOELÉCTRICO	132
ANEXO 4 CUESTIONARIO DEL USO DE LA SIMULACIÓN COMPUTARIZADA (SC) PARA LA ACTIVIDAD DEL EFECTO FOTOELÉCTRICO	133
ANEXO 5 ACTIVIDADES PREVIAS EXPLORATORIAS: MOVIMIENTO PARABÓLICO,	134
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA	135
ANEXO 6 PUBLICACIONES	138
LISTA DE TABLAS	
Tabla 1.1 Proporcionalidad directa lineal	7
Tabla 1.2 Proporcionalidad directa cuadrática	7
Tabla 1.3 Proporcionalidad inversa lineal	8
Tabla 1.4 Proporcionalidad inversa cuadrática	8
Tabla 3.1 Transcripción del episodio	98
Tabla 3.2 Identificación de prácticas	101
Tabla 3.3 Identificación de objetos físicos y del OMP.	102
Tabla 3.4 Identificación de procesos físicos	103
Tabla 3.5 Interacciones en torno a conflictos	103
Tabla 3.6 Identificación de normas	104
Tabla 3.7 Relación de los tipos de uso de la SC en las preguntas	113
Tabla 3.8 Relación de los tipos de uso de la SC su frecuencia y porcentaje	114
LISTA DE FIGURAS	34
Figura 2.1 Sistemas de prácticas: significados sistémicos	34

Figura 2.2. Configuración de objetos primarios.	36
Figura 2.3 Configuraciones de objetos y procesos matemáticos	39
Figura 2.4 Triángulo de Ogden	41
Figura 2.5 Gráfica de la posición y el tiempo en una caída libre.	41
Figura 2.6 Niveles de análisis didáctico	59
Figura 2.7 Trayectoria Didáctica: objetos y procesos didácticos	64
Figura 2.8 Dimensión normativa	68
Figura 2.9 Facetas de la Idoneidad didáctica	72
Figura 2.10 Modelo del proceso de mediación por un artefacto	74
Figura 3.1 Simulación computarizada en línea para la caída de los cuerpos	90
Figura 3.2 Porcentajes de las respuestas de la tabla 2 y de las 11 actividades de la hoja de trabajo	94
Figura 3.3 Fuerza aplicada a un bloque en reposo	97
Figura 3.4 Simulación computarizada sin activar (tomada del sitio PhET)	104
Figura 3.5 Simulación computarizada activada, cuando no hay movimiento (tomada del sitio PhET)	105
Figura 3.6 Simulación computarizada, cuando hay movimiento del cuerpo (tomada del sitio PhET)	105
Figura 3.7 Simulación computarizada, mostrando más potencialidades en el registro gráfico (tomada del sitio PhET)	106

Resumen

En este documento se reporta una investigación cuyo propósito es aportar elementos que muestran el papel de las tecnologías digitales (TD) y las diversas formas de uso que los estudiantes les dan en resolución de problemas de Física que se modelan con el objeto matemático proporcionalidad (OMP). La fundamentación teórica se rige en el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) de Godino y colaboradores (2008) y sobre dos premisas teóricas en torno al uso de las TD: La primera, de tipo cognitivo, establece que toda forma de conocimiento está mediada por la acción de una herramienta material o simbólica. La segunda, epistemológica, establece que la mediación de una herramienta transforma la naturaleza del conocimiento en construcción. El tipo de investigación realizada es de corte cualitativo, al indagar las prácticas que los estudiantes mostraban al hacer frente a un problema de Física, mediando las TD entre su percepción y el conocimiento teórico físico. En una primera etapa exploratoria se trabajaron cuatro problemas de Física para resolverse con apoyo en simulaciones computarizadas (SC) en línea, y el uso del OMP para modelarlo matemáticamente. En una segunda etapa se mejoró el diseño y se implementaron finalmente tres problemas, para realizar el reporte final de la investigación, con estudiantes de las Carreras de Ingeniería y Física de la Universidad de Sonora, en los años 2012 al 2015. Los resultados, sugieren que los estudiantes con el apoyo de las simulaciones computarizadas (SC) y haciendo énfasis en el objeto matemático proporcionalidad (OMP), logran pasar del conocimiento perceptivo al teórico físico y modelar matemáticamente el fenómeno. Con el uso de la TD algunos estudiantes lograron reorganizar su estructura cognitiva ante un problema de Física. El uso de las TD en la resolución de problemas las convierte en un instrumento del pensamiento que se manifiesta al analizar, interpretar, diseñar estrategias y resolverlos.

Presentación

El presente trabajo forma parte de un proyecto de investigación permanente que tiene como problema central investigar cuál es el papel de las tecnologías digitales (TD) en la construcción del conocimiento físico, desde la perspectiva del EOS, siendo las TD herramientas mediadoras entre la percepción y el conocimiento teórico físico. El propósito más general es lograr un aprendizaje más eficaz en los estudiantes de ingeniería. Lo cual sirvió de acicate en la formulación del problema a investigar, para lo cual fue necesario conocer las condiciones del mismo respecto al estado del arte en el uso de las TD y del objeto matemático proporcionalidad OMP, en la enseñanza y el aprendizaje de algunos aspectos de la Matemática y la Física. Dadas las condiciones y requerimientos del problema a investigar, se elaboró una estrategia para resolverlo, consistente en el diseño e implementación de una serie de situaciones didácticas apoyándose en un marco teórico que proporcionara las herramientas conceptuales y metodológicas para describir, interpretar y valorar los sucesos que se presentan en el aula escolar del objeto de estudio. En ese sentido se asumió el marco teórico: Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática de Godino y colaboradores (2008) (EOS). En la dirección anterior se exponen en éste documento el problema y su contexto, seguido por el marco teórico (EOS), la metodología seguida para realizar la investigación, el análisis de resultados del efecto de las TD como herramientas mediadoras y las diversas formas de uso que los estudiantes de ingeniería le dieron a éstas en la resolución de problemas de la Física que se modelan con el OMP.

Se partió de un propósito fundamental: las investigaciones tanto en Matemática Educativa como en Física Educativa es elevar la calidad de los aprendizajes de los estudiantes, lo cual lleva implícita la necesidad de mejorar los procesos de enseñanza de la disciplina, lo que a su vez plantea como un requerimiento fundamental para la investigación, el uso de una metodología que permita describir, analizar, explicar y valorar los procesos que se dan en el aula escolar, la cual se fundamenta en el EOS y se denomina Análisis Didáctico (AD) la cual nos proporciona elementos para analizar los fenómenos áulicos desde 5 niveles diferentes, cada uno de las cuales se corresponde con un factor cuya

influencia en el proceso de estudio se considera determinante. Los cuatro primeros (*prácticas matemáticas, objetos y procesos, conflictos semióticos y normas*) se aplican en la resolución de un problema de fricción y movimiento y el último denominado *idoneidad didáctica* (ID), se aplica en un problema de caída libre. También se incluye una actividad sobre el efecto fotoeléctrico para detectar el uso que los estudiantes le daban como artefacto a las TD, mediante una simulación computarizada (SC).

Las investigaciones tuvieron como escenario: estudiantes de las Carreras de Ingeniería y Física de la Universidad de Sonora, Unidad regional Centro. Fundamentalmente por dos razones: a) el autor con alrededor de 31 años de antigüedad, es profesor del Departamento de Física y de las Carreras de Ingeniería a las que presta servicio dicho Departamento, y b) el Programa Doctoral denominado MYDCI al cual está inscrito este trabajo, requiere que el tema de investigación se relacione con la formación de ingenieros, en este caso, el aprendizaje de la Física con apoyo en las tecnologías digitales.

Los análisis y sus resultados se realizaron desde la perspectiva del EOS en la resolución de problemas (RP). El EOS se presenta originalmente en la Matemática Educativa, pero el alcance del mismo como señalan sus propios autores Font, Planas y Godino (2012), no se limita sólo a las matemáticas sino que puede ser trabajado en otras disciplinas como la Física, que es el contexto disciplinario en el que fundamentalmente se desarrolla el presente trabajo, por lo que frecuentemente se encontrarán expresiones tanto en términos matemáticos como físicos. Con respecto a las TD, se asume de Rabardel (2011) que un artefacto se utiliza para referirse a las cosas susceptibles de un uso, es lo que ha sido elaborado para *inscribirse en actividades intencionadas*, por lo que los artefactos pueden ser materiales como las (SC) o simbólicos como el lenguaje físico. Mientras que el instrumento incluye las acciones del pensamiento del sujeto con el artefacto (SC), para realizar una tarea (los usos que le da) y a uno o varios esquemas de utilización asociados. Estos esquemas son construcciones propias o de la apropiación de esquemas sociales preexistentes. Desde la perspectiva anterior, se consideran dos principios a manera de premisas, en la primera de tipo cognitivo: toda forma de conocimiento (físico, matemático, etc.), es mediado por una herramienta material o simbólica (lápiz y papel, SC, lenguaje matemático, lenguaje físico, etc.), la segunda:

epistemológica, la mediación de una herramienta nunca es neutra, pues transforma la naturaleza del conocimiento en construcción (físico, matemático, etc.).

Se concibe a la matemática como una actividad de resolución de problemas (RP), en su origen y desarrollo por lo que es el eje fundamental del trabajo que aquí se presenta.

Para lograr el propósito de la investigación, por la naturaleza del problema a investigar, que consistió fundamentalmente en explorar la interacción presencial de los estudiantes con las SC al resolver los problemas, ésta fue de corte cualitativo, así en general al realizar alguna actividad, se audiogrababa, el investigador observaba e interactuaba con los estudiantes. En una primera etapa exploratoria se diseñaron cuatro problemas de Física (2 de cinemática, uno de conservación de energía y uno del efecto fotoeléctrico) que sirvieron de instrumento para indagar los efectos del uso de las TD en la construcción de los significados de los objetos físicos en los estudiantes en el proceso de solución de los mismos. En una segunda etapa de investigación, se rediseñaron e implementaron 3 problemas (caída libre, fuerza de fricción en movimiento y del efecto fotoeléctrico) a estudiantes de las Carreras de Ingeniería y Física de la Universidad de Sonora en los años 2014 y 2015.

Algunos resultados que se obtuvieron de la investigación realizada fueron: los estudiantes que identificaban las relaciones de proporcionalidad entre las variables físicas, lograban *construir* la fórmula que modelaba el fenómeno físico de caída libre, es decir relacionaban la proporcionalidad entre la velocidad de caída del cuerpo y el tiempo por lo que expresaban la velocidad igual a la constante negativa de la gravedad por el tiempo, siendo en ese caso la que indicaba la simulación computarizada (SC).

El papel de la tecnología digital con una SC, permitía a los estudiantes pasar de una manera más rápida de lo perceptible al conocimiento físico, identificar la proporcionalidad y visualizar las magnitudes de los objetos físicos involucrados, es decir les permitía identificar más rápidamente la teoría física y matemática involucrada en el problema.

En la resolución de problemas, las herramientas en algunos estudiantes se convirtieron en el instrumento que les permitía pensar en una estrategia de solución y su uso en la ejecución de la estrategia, es decir pensaron con el instrumento y usaron la herramienta para realizar una actividad, resolver un problema, como sucedió en la actividad del efecto fotoeléctrico.

Encontramos que en la RP los diversos usos que los estudiantes le daban a la TD era como: reemplazo, reemplazo-amplificador, amplificador, amplificador-transformador y transformador, donde el uso óptimo es el de transformador-reorganizador de su estructura cognitiva, el cual depende en gran medida del diseño de la actividad didáctica, de la conducción del profesor y de la actitud de los estudiantes para la RP.

Las tecnologías digitales en la resolución de problemas se convierten en un instrumento del pensamiento, interiorizando las propiedades del artefacto para pensar con ellas, analizando, interpretando y diseñando estrategias para hacer uso de la herramienta, mediante tareas y actividades encaminadas a resolver problemas.

Si bien el acercamiento al problema está situado en una institución escolar específica de nivel superior, en áreas específicas de la Ingeniería y la Física, y en asignaturas de Física que contribuyen a la formación de los futuros profesionales en el área, se considera, que el acercamiento se puede transponer a otros niveles educativos y a otras áreas del conocimiento, según sus especificidades, por lo que se asume la generalidad de los resultados de la investigación realizada.

Estructura del reporte

El capítulo uno, tiene como eje fundamental la formulación del problema de investigación, se describe la importancia y el entorno del mismo referente a las tecnologías digitales (TD) y el objeto matemático proporcionalidad (OMP). Se tratan algunos aspectos teóricos de las Tecnologías Digitales (TD) como herramientas mediadoras entre la percepción y el aprendizaje del conocimiento teórico. Asimismo se presenta un análisis epistemológico del OMP en la Matemática y en la Física, algunos significados de los objetos matemáticos como obstáculos epistemológicos en la geometría, el álgebra y la Física. También se abordan algunos aspectos didácticos y cognitivos del OMP en la actualidad y de las TD, en base a la revisión de documentos publicados en congresos, libros y artículos. Se finaliza el capítulo con algunas consideraciones sobre la Didáctica de la Matemática y la Física.

En el capítulo dos, se abordan los elementos teóricos y metodológicos que dan sustento al presente trabajo. Las herramientas conceptuales y metodológicas necesarias para

efectuar la investigación, tanto para el diseño e implementación de una estrategia para trabajar el problema de investigación. Específicamente se describen las herramientas teóricas que conforman el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) de Godino y colaboradores (2008): los *sistemas de prácticas*, el *significado* de objeto matemático, *objetos matemáticos primarios y secundarios* y sus procesos, el *análisis didáctico* (AD) como modelo teórico del EOS: que comprende la identificación de *prácticas matemáticas*, de *objetos y procesos*, de *normas sociomatemáticas* y de la *idoneidad didáctica* (ID). Asimismo la resolución de problemas como generador de significados de los objetos físicos y matemáticos en los estudiantes y como eje fundamental en la construcción de su conocimiento, destacando el significado de *situación-problema* (SP) y de *problema*, una estrategia general para la resolución de problemas, comprensión y competencia en la resolución de problemas, una aproximación al significado de obstáculo y contexto y significado. También se aborda un tema teórico fundamental para el presente trabajo referente a las tecnologías digitales (TD) y la cognición en la educación. Se presenta la estrategia metodológica para resolver el problema de investigación, llevar a cabo la investigación., se describen las actividades didácticas diseñadas e implementadas con apoyo en las TD con simulaciones computarizadas (SC).

En el capítulo tres, se presentan los resultados y algunos análisis de tipo descriptivo cualitativo de la investigación realizada con estudiantes de Ingeniería y de Física de la Universidad de Sonora, al indagar el efecto de las simulaciones computarizadas (SC) como herramientas mediadoras entre el conocimiento perceptivo y el teórico, en la resolución de problemas de Física que se modelan con la proporcionalidad OMP en los fenómenos de caída libre, fuerza de fricción y movimiento y del efecto fotoeléctrico, en éste último para detectar las diversas maneras de usar las TD.

En el último capítulo, se presenta el análisis en torno a los resultados de la indagación y a manera de conclusiones algunas conjeturas y recomendaciones referentes al papel de las TD en la construcción del conocimiento físico por los estudiantes y el uso que éstos le daban en la resolución de problemas de Física.

CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA Y SU CONTEXTO

El capítulo uno, tiene como eje fundamental la formulación del problema de investigación, para lo cual previamente, se analizó el contenido de fuentes bibliográficas, para entenderlo, conocer sus condiciones, requerimientos, su importancia y el entorno del mismo referente a las tecnologías digitales (TD) y el objeto matemático proporcionalidad (OMP). Se tratan algunos aspectos teóricos de las Tecnologías Digitales (TD) como herramientas mediadoras entre la percepción y el aprendizaje del conocimiento teórico. Asimismo se presenta un análisis epistemológico del OMP en la Matemática y en la Física, algunos significados de los objetos matemáticos como obstáculos epistemológicos en la geometría, el álgebra y la Física. También se abordan algunos aspectos didácticos y cognitivos del OMP en la actualidad y de las TD, en base a la revisión de documentos publicados en congresos, libros y artículos. Se finaliza el capítulo con algunas consideraciones sobre la Didáctica de la Matemática y la Física.

1.1 El objeto matemático proporcionalidad y su importancia

Uno de los objetos matemáticos más importantes, si no el primordial, para el tratamiento de la regularidad de sucesos que fundamentan el trabajo de investigación de la ciencia, el trabajo técnico y el funcionamiento de gran número de aparatos de medida, es la relación de proporcionalidad entre las magnitudes intervinientes. El sustrato de expresiones tales como razón, proporción, constante de proporcionalidad, etc. que se unifican sintéticamente por medio de la función de proporcionalidad, lo constituyen las operaciones división y producto, dependiendo de las características que fijan la naturaleza de lo que se trata, el que se utilice una u otra.

Los científicos, al estudiar los fenómenos que se producen en la naturaleza, comprueban que en ellos, generalmente se presentan dos (o más) magnitudes relacionadas entre sí. Es decir que al variar una de las magnitudes, la otra también cambia. Por ejemplo al aumentar la masa de un bloque de fierro, aumenta su volumen; la fuerza que se manifiesta entre dos cargas eléctricas disminuye cuando se aumenta la distancia entre ellas,

etc. Cuando esto sucede, es decir, cuando las magnitudes están relacionadas, una es función de la otra. Así, el volumen del bloque es función de su masa y la fuerza eléctrica de atracción o repulsión entre dos cargas eléctricas, es función de la distancia entre ellas.

La Física y la Ingeniería son ricas en situaciones donde aparece la variación proporcional.

La proporcionalidad es un objeto matemático especialmente importante en el proceso de matematización de diversas disciplinas científicas, además de propiciar el desarrollo del pensamiento relacional.

La Física está repleta de leyes de proporcionalidad, para muestra de lo anterior, se presentan las siguientes tablas:

Tabla 1.1. Proporcionalidad directa lineal.

Objeto Matemático: Proporcionalidad directa	Constante de proporcionalidad	Relación matemática	Teoría	Objetos de la Física
$p \propto v$	M	$p = mv$	Momento lineal	Cantidad de movimiento lineal, masa, velocidad
$F \propto x$	K	$F = kx$	Ley de Hook	Fuerza, elongación

Tabla 1.2. Proporcionalidad directa cuadrática.

Objeto Matemático: Proporcionalidad cuadrática	Constante de proporcionalidad	Relación matemática	Teoría	Objetos de la Física
$I \propto r^2$	M	$I = mr^2$	Momento de inercia	Momento de inercia, masa, distancia
$E_{PE} \propto x^2$	K	$E_{PE} = (\frac{1}{2})kx^2$	Energía potencial elástica	Energía potencial elástica, rigidez del resorte, amplitud de movimiento.

Tabla 1.3. Proporcionalidad inversa lineal.

Objeto Matemático: Proporcionalidad inversa	Relación matemática	Teoría	Objetos de la Física
$P \propto 1/A$	$P = F/A$	Presión	Presión, fuerza
$F \propto 1/t$	$F = I/t$	Impulso	Impulso, fuerza, tiempo

Tabla 1.4. Proporcionalidad inversa cuadrática.

Objeto Matemático: Proporcionalidad inversa cuadrática	Relación matemática	Teoría	Objetos de la Física
$F \propto 1/r^2$	$F = GMm(1/r^2)$	Ley de la gravitación universal	Fuerza, cte. de gravitación, masa, distancia.

Con respecto a la enseñanza y el aprendizaje del objeto matemático proporcionalidad (OMP) en un curso de Física, si preguntáramos: ¿si una cantidad crece y la otra decrece, pueden ser directamente proporcionales?, la respuesta más frecuente es: no., que puede considerarse como un indicador de las dificultades que tienen los estudiantes para comprender las leyes de la Física y en particular el OMP. Dos cantidades pueden ser directamente proporcionales cuando una crece y la otra decrece, siempre y cuando la constante de proporcionalidad sea un número negativo, (velocidad y tiempo en la caída libre de un cuerpo). La Física nos puede servir como contexto para estudiar matemáticas, y a su vez los significados de los objetos matemáticos (OM) nos sirven para la comprensión de fenómenos físicos. Algunos investigadores como (Valdés *et al.*,1999), señalan que el aprendizaje en los primeros cursos universitarios no está exento de dificultades: en los alumnos persisten una serie de interpretaciones erróneas acerca de diversos fenómenos físicos, *estudiantes que consideran que una masa doble se traduce en mitad de tiempo de caída*, no tienen experiencia en métodos y formas de trabajo propios de la actividad científica, ni poseen ciertas actitudes características del trabajo científico, que repercuten en la construcción de los significados de los objetos tanto matemáticos como de la Física.

El OMP es tratado por su relevancia por diversos autores (Gómez, 1999; Rodríguez y Pérez, 2003; Caputo y Soto, 2002), cuyas aportaciones se consideran en algunos apartados del presente documento.

Con la descripción anterior, pretendemos mostrar la utilidad e importancia del estudio del OMP el cual, desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción y la Cognición Matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2008; Godino, 2010) emerge del sistema de prácticas que se utilizan al tratar de interpretar y resolver cierto tipo de situaciones-problema (SP).

Por otra parte al estar inmersos en un contexto cotidiano del uso de las tecnologías digitales (TD), se consideran éstas como un recurso mediacional para explorar en qué medida ayudan a construir significados que resulten más eficaces para analizar, interpretar y resolver problemas en el contexto de la Física.

1.2 El uso de las tecnologías digitales (TD) como herramientas mediadoras en la construcción del conocimiento

El significado que los estudiantes construyen de los objetos de la ciencia, no pueden seguir limitados sólo al uso de tecnologías como el lápiz y papel, el uso de las TD permiten crear ambientes de aprendizaje en el que las significaciones de los objetos (sean más ricas y diversas) permiten ser más eficaces, en esta dirección investigaciones publicadas por Gras y Cano (2003) afirman que: *Los impactos de las nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (Tics), se traducen en mejores aprendizajes, así como en el desarrollo de la creatividad en los individuos.* Por otra parte, Mendoza y Riveros (2005) consideran que *Las Tics pueden mejorar el aprendizaje y ayudar a desarrollar las capacidades y el potencial de cada estudiante, así como encontrar nuevas formas de construir, organizar y aplicar los conocimientos.* Sin embargo el uso de la TD se ha limitado en sus diferentes artefactos, por ejemplo como señalan (De las Fuentes *et al.*, 2012), todos los estudiantes de ingeniería cuentan con una calculadora [...] pero su uso se ha restringido a realizar cálculos rápidos y no al desarrollo de conceptos, a su comprensión.

El uso de la tecnología digital en el aula amplía el horizonte de experimentación en los estudiantes, si no se puede experimentar con el movimiento de los planetas, con una

computadora, es posible estudiarlo mediante un experimento virtual, para entender la atracción entre los astros y por lo tanto la ley de la gravitación universal.

El trabajo mecánico y repetitivo se deja a la computadora para que el estudiante se dedique al trabajo creativo, por ejemplo, en el registro del movimiento de un objeto o de un alumno frente al grupo no se necesita una cinta métrica y un cronómetro para registrar su posición en ciertos instantes, la computadora proporciona muchos datos y con precisión, para estudiar la descripción del movimiento. Al hacer uso de un sensor de movimiento y una interface, la simulación por computadora, permite al estudiante realizar exploraciones y obtener datos que facilitan la comprensión de conceptos. Con un teléfono celular, instalando la aplicación gratuita para Android Accelerometer Monitor, se pueden estudiar los fenómenos de movimiento armónico simple y amortiguado, motivando al estudiante a experimentar con la actividad virtual sin limitarlo a que siga pasos metódicos como las actividades de tipo *recetario de cocina*. Dado que en muchas instituciones no se cuenta con el equipo de laboratorio adecuado, se puede realizar la presente actividad como parte del estudio de la teoría.

Con lo dicho anteriormente, se considera:

- Que en el mundo actual cada vez hay más TD, por lo que surge el reto de conocer su impacto en su uso en la educación.
- Que es posible usar situaciones-problema (SP) con apoyo en los recursos tecnológicos para mejorar la calidad del aprendizaje en los estudiantes.
- La enseñanza y el aprendizaje de la Física en las carreras de ingeniería, puede ser más eficaz con el uso de las TD, en la interpretación, el análisis y resolución de problemas.
- En un ambiente cada vez más influenciado por el uso de las TD, se pueden llevar a cabo investigaciones que permitan comprender el papel que desempeñan estas en la construcción de los significados de los objetos de la Física en la resolución de problemas.

En la dirección de (Hernández *et al.*, 2015) la aplicación de las tecnologías digitales, redundará en un mejoramiento de la calidad de la docencia y la investigación en las instituciones de educación superior, si se cumple con los requerimientos de la dinámica de la sociedad del conocimiento, como son nuevas formas de aprender, nuevas competencias y habilidades, por lo que es necesario reconsiderar el papel que juegan tanto los docentes como los estudiantes en esa dinámica.

Sin embargo, como encontraron (Rivera *et al.*, 2015) en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales hasta la fecha existen limitaciones del uso de los recursos materiales tecnológicos y didácticos. Lo cual es indicativo de que a su vez existen limitaciones en el cumplimiento de los requerimientos señalados en el párrafo anterior.

Con respecto a la influencia de las tecnologías digitales (TD) en la educación, Moreno (2012) señala que las TD cobran cada vez mayor relevancia en los procesos educativos y su presencia en los salones de clase ha generado nuevos retos a la educación y a sus diferentes actores. Las herramientas digitales se conciben como agentes que originan cambios en contenidos disciplinarios a la vez que las actividades desarrolladas en el salón de clases, lo cual posibilita generar nuevas oportunidades de aprendizaje, puesto que el acceso a nuevas representaciones como las ejecutables facilitan el desarrollo de procesos de construcción, verificación de conjeturas, así como la comprensión de problemas y el diseño de estrategias de solución de los mismos. Por su parte Rabardel (2011), afirma que el uso de las TD, potencia la capacidad de asimilación del sujeto y posibilita la realización de una diversidad de acciones. No obstante hay que notar que cada herramienta genera un campo de acción, a su vez que impone al sujeto ciertas restricciones que debe identificar, comprender y aprender a administrar. Pero dichas restricciones hacen posible el surgimiento de nuevas formas de acción. Asimismo, Sandoval (2009) considera que la geometría dinámica ofrece un campo de exploración que no es factible en las representaciones con lápiz y papel. A su vez Olivero y Robutti (2001) consideran que la medida en Cabrí constituye un puente entre el nivel perceptivo y el teórico, y que esto puede ser una ayuda en la interacción entre los dos niveles., ya que las medidas ejecutables resultan útiles al estudiante cuando desea saber si algo es verdad., aunque si lo que desea es probar si algo es verdad las medidas no le son útiles por mucho tiempo. Las medidas en Cabrí [de la misma manera que el arrastre] son herramientas de mediación entre el nivel perceptivo de la actividad matemática y la teórica de los estudiantes. Asimismo, Sandoval (2009), considera que el uso de la geometría dinámica contribuye al desarrollo de la comprensión de las ideas asociadas con la construcción y la demostración en geometría. Además, que las herramientas del arrastre, la construcción y la medida ayudan a los alumnos en la transición de lo perceptivo a lo teórico.

Al pretender analizar el papel de las TD como herramientas mediadoras entre la percepción y el aprendizaje del conocimiento matemático se asumen dos principios para la Física, expuestos por Moreno (2012): El primero, el cognitivo, establece que *toda forma de conocimiento está mediada por la acción de una herramienta material o simbólica*. El segundo, epistemológico, establece que *la mediación de una herramienta nunca es neutra desde el punto de vista epistémico, es decir que transforma la naturaleza del conocimiento en construcción*.

Por ejemplo si un individuo se enfrenta a un problema físico o matemático que puede ser resuelto mediante una herramienta simbólica o material, como la aritmética, la algebraica o con tecnología digital, la solución puede ser igual, pero el proceso es diferente, por la estrategia diseñada e implementada. Por lo que algunos objetos físicos o matemáticos previos y emergentes: lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentaciones son impactados según la mediación usada.

En el caso que nos ocupa las Matemáticas como lenguaje de la Física es una forma de tecnología simbólica, específicamente el OMP y, en concordancia con ello, la tecnología digital (TD) representada por una simulación computarizada (SC) se concibe como un instrumento semiótico que muestra su potencial en la forma como responde al problema del objeto proporcionalidad y al conocimiento físico. A partir de ahí, el razonamiento proporcionalidad y el conocimiento físico involucrado puede verse enriquecido por los modos de argumentación que se generan al acercar la percepción y el razonamiento.

En las actividades de la Física y las Matemáticas el papel que han tenido y siguen teniendo las SC en las representaciones de los fenómenos físicos o geométricos como apoyo a la intuición, son fundamentales en la comprensión de enunciados, en los procesos de exploración y conjeturas, en la resolución de problemas y en la búsqueda de demostraciones pues dejan *ver* lo que oculta el enunciado. Por ejemplo, en matemáticas el registro geométrico puede no permitir resolver directamente un problema, pero puede contribuir a pasar de una transformación a otra, decodificar una representación geométrica y poder explorar las relaciones estructurales, describirlas y usarlas en el análisis, interpretación, comprensión y solución del problema. Esto se corresponde con lo afirmado por Mesquita (1998).

Por consiguiente sería conveniente describir y analizar lo que sucede cuando se utiliza una simulación computarizada (SC) de un fenómeno físico, que permitiera conjeturar acerca de: ¿qué tipo de conocimiento moviliza el estudiante al resolver problemas de Física, enfocándose en la proporcionalidad con apoyo en las TD? ¿Cuál es la influencia de la TD (simulaciones computarizadas) en el surgimiento y desarrollo de estrategias argumentativas en la resolución de problemas de Física? Por lo que el propósito fundamental es investigar el papel de las TD en el proceso de construcción de los significados de los objetos de la Física (teoría física), cuando se utilizan en la resolución de problemas (RP) relacionados con el objeto matemático proporcionalidad.

1.3 El Problema y su investigación

Con los antecedentes, expuestos en los párrafos precedentes, se plantea como la pregunta general que guía esta investigación:

¿Cuál es el papel de las tecnologías digitales en la resolución de problemas de la Física que se modelan con el objeto matemático proporcionalidad?

De donde se desprenden algunas preguntas de investigación:

- a) *¿Cuál es el efecto de las tecnologías digitales como herramientas mediadoras entre el conocimiento perceptivo y la construcción de la teoría Física relacionada con el objeto matemático proporcionalidad (OMP) en la resolución de problemas?*
- b) *¿Cuáles son las diversas formas en que los estudiantes usan las tecnologías digitales como herramientas mediadoras al analizar, interpretar y resolver problemas de la Física que se modelan con el objeto matemático proporcionalidad?*

En el presente trabajo se parte de la idea, que dar respuesta a las preguntas anteriores en el sentido de que las tecnologías digitales (TD), como herramientas mediadoras, juegan un papel de primera importancia, como reorganizadoras en la construcción de significados para los objetos físicos, lo cual se pretende ejemplificar con la resolución de problemas de temas de Física.

Consecuentemente con la idea anterior, se planteó alcanzar el siguiente

Objetivo general:

Aportar elementos que muestren el efecto del uso de las TD en la resolución de problemas de la Física que se modelan con el objeto matemático proporcionalidad.

Dado que el propósito fue indagar el papel de las tecnologías digitales (TD) en la resolución de problemas (RP) en el contexto de la Física y del objeto matemático proporcionalidad, el objetivo general se desglosó en los dos siguientes

Objetivos específicos:

- 1. Aportar elementos que muestren el papel de las tecnologías digitales como mediadoras entre el conocimiento perceptivo y la construcción de la teoría Física que se modela con el objeto matemático proporcionalidad (OMP).*
- 2. Aportar elementos que muestren las diversas formas en que los estudiantes usan las herramientas digitales en el aprendizaje de la Física.*

El interés de realizar la presente investigación, surge de la convicción de que el contexto en el que se presentan tradicionalmente los objetos de la Física para su aprendizaje, en estudiantes de las carreras de ingeniería, genera en ellos construcciones que poco contribuyen a mejorar las habilidades y destrezas para el uso y aplicación de los conocimientos físicos en el análisis, interpretación, comprensión y competencia para la resolución de problemas propios de su campo de estudio.

Pero todo lo analizado en esta apartado sería insuficiente si no le da a las actividades de enseñanza y aprendizaje la relevancia que deben tener en los estudiantes la resolución de problemas como acotaciones de situaciones-problema (SP), sobre la base del quehacer del científico, la actividad investigativa. Como señalan Valdés y Valdés (1999): *el objetivo de introducir las computadoras en la enseñanza de las ciencias consiste, fundamentalmente en familiarizar a los alumnos con conceptos y procedimientos que caracterizan a la actividad científico-técnica contemporánea.*

Asimismo para cumplir con los propósitos de la investigación, se consideró imprescindible conocer el OMP en su origen y desarrollo, que es lo que se trata en los siguientes apartados. Con respecto a las TD, se abordan algunos aspectos en el apartado 2.8, referente al marco teórico.

1.4 El objeto matemático proporcionalidad, su origen y desarrollo

En este apartado, se aborda el origen y desarrollo del objeto matemático de referencia, en especial del papel del contexto (geométrico y físico) en este proceso, producto de una revisión bibliográfica sobre el tema. El análisis se realizó desde la perspectiva teórica del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática. El propósito de esta etapa fue indagar el origen y desarrollo de los significados del objeto matemático Proporcionalidad y cómo éstos, en un cierto momento, se convierten en obstáculos. Cabe indicar que los aspectos que se describen en este apartado son producto de las aportaciones de (Ávila *et al.*, 2012, Parra *et al.*, 2013, Ávila *et al.*, 2013, Parra *et al.*, 2014).

1.4.1 El objeto matemático proporcionalidad en la matemática griega

La matemática, a través de diferentes fuentes de la Antigüedad, Ortiz y Sanz (1887) como el historiador romano Plinio (siglo I d.n.e.) y Diógenes Laercio historiador griego de la filosofía que vivió entre los (siglos II y III d.n.e.), se sabe que por los años 585 a.d.n.e., el matemático griego Thales de Mileto *midió*, de una manera ingeniosa, la altura de la Gran Pirámide de Keops. *La relación que yo establezco con mi sombra es la misma que la pirámide establece con la suya. De ahí dedujo: En el mismo instante en que mi sombra sea igual que mi estatura, la sombra de la pirámide será igual a su altura*, por lo que estableció la relación entre los lados de triángulos semejantes, que él mismo demostró y hoy conocemos como teorema de Thales.

A Teano se le atribuye haber escrito tratados de matemáticas, uno de ellos sobre la proporción áurea. La búsqueda de relaciones de proporcionalidad fue la principal motivación que dio lugar a la mayor parte de la producción de la escuela pitagórica. Encontraron que había magnitudes conmensurables e inconmensurables, hallazgo que posteriormente dio lugar a la creación, primero de los números racionales y un poco después de los irracionales. Mostraron las ocho formas de una proporción y su propiedad fundamental Nomdedeu (2000).

Por la descripción histórica precedente, se considera que la matemática griega es geométrica, y epistemológicamente, se asume que el origen del objeto matemático

proporcionalidad surge en ese contexto. Los Elementos de Euclides, representan acabadamente el tipo de geometría que caracteriza el período que va desde la Antigüedad hasta la Época Moderna. Dichas características, conjuntamente con las limitaciones que involucran, sólo serán puestas de manifiesto en forma explícita en el siglo XIX, precisamente cuando tiene lugar una profunda revolución metodológica y un cambio de concepción sobre la significación de la geometría Piaget y García (1998).

Para comprender el proceso, lo que lograron y sus limitaciones, es necesario empezar desde los griegos destacando las aportaciones de cuatro geómetras, cuyos trabajos permiten ahora entender el origen y desarrollo del OMP. Los sistemas de prácticas desarrollados por cada uno de ellos para resolver cierto tipo de problemas, constituyen, de acuerdo con el EOS, el significado que tenían del OMP; por ejemplo: Apolonio tenía, en forma embrionaria, una cierta idea del uso de coordenadas, Arquímedes utilizaba un método de modificaciones sucesivas de una figura que tiende hacia un límite, así también Euclides y Pappus utilizaban transformaciones por proyecciones. Apolonio no sólo aportó una impresionante cantidad de resultados nuevos, sino también una metodología y una renovación conceptual en las cuales puede encontrarse el germen lejano de la geometría analítica del siglo XVII. Piaget y García (1998) consideran que Apolonio fue el primero en utilizar un sistema de coordenadas para realizar demostraciones geométricas, antes que Fermat y Descartes. Consideran también que OMP, se muestra claramente en la obra de Pappus., en la cual puede interpretarse que: cuando se trazan cuatro rectas desde un mismo punto, forman sobre una transversal, trazada arbitrariamente en su plano, cuatro segmentos que tienen entre ellos una cierta relación constante cualquiera que sea la transversal.

Para explorar la epistemología del OMP, se asume, bajo el EOS (Godino *et al.*,2008) que los OM adquieren atributos contextuales que se manifiestan según su uso del lenguaje en facetas duales, el OMP interviene como unidad en el sistema geometría, desde esta perspectiva se trata, en primer término, a la epistemología de la geometría, la cual comienza, con la síntesis que hace Euclides, por un período durante el cual se estudian las propiedades de las figuras y de los cuerpos geométricos como relaciones internas entre los elementos de dichas figuras o de dichos cuerpos. No se toma en consideración el espacio como tal, ni por consiguiente las transformaciones de las figuras en el interior de un espacio que las comprenda. La siguiente etapa está caracterizada por una puesta en relación de las

figuras entre sí, cuya manifestación específica es la búsqueda de transformaciones que relacionan las figuras según múltiples formas de correspondencia (geometría proyectiva). Una tercera etapa se manifiesta por la preminencia de las estructuras. No se trata de transformar una figura en otra, sino de una estructura que opera sobre un conjunto de elementos que varían o bien sus relaciones. Las etapas anteriores Piaget y García (1998) las denominan *intra-figural*, *inter-figural* y *trans-figural*, respectivamente. Correspondiéndose la primera a una etapa *centrada en dentro* de la figura geométrica, que sería la geometría griega hasta el siglo XVII, una segunda de *relaciones* con la algebrización de la geometría con Descartes y dos siglos después una tercera de *transformaciones* con la geometría dinámica de Poncelet, Chasles y, principalmente, Klein.

1.4.2 Los significados de los objetos matemáticos como obstáculos epistemológicos en la geometría y el álgebra

Históricamente, lo que se observa es que una gran limitación en el desarrollo de la geometría fue el casi nulo uso de las *transformaciones* geométricas, en este sentido la geometría griega permanece en ausencia de un álgebra, de aquí la carencia de toda *transformación*, no obstante los *porismas* de Euclides (o transformaciones locales centradas en sus resultados figurales), las coordenadas parciales de Apolonio, y las modificaciones de figuras de Arquímedes o Pappus, todos ellos casos particulares sin generalizaciones metodológicas”. Posteriormente Descartes juega un papel fundamental al establecer una relación sistemática entre el álgebra y la geometría, pero fue necesario que transcurrieran casi dos siglos (XVII-XIX), antes de llegar a las transformaciones geométricas con Lie, Klein, Chasles y Poncelet vislumbrándose un comienzo con las transformaciones pero limitadas a la geometría proyectiva, subordinándose al conjunto de las geometrías a sistemas algebraicos.

Ante lo anteriormente tratado se formulan las siguientes interrogantes: ¿Cuál fue el significado de la geometría que se convirtió en un obstáculo epistemológico para el uso de las transformaciones? ¿Qué significados construidos en geometría se convirtieron, en cierto momento, en obstáculos (epistemológicos) que dificultaron la asimilación del significado de transformación ante nuevos sistemas de prácticas creados para resolver nuevos

problemas? Las cuales pueden ser reflexionadas por las aportaciones de Piaget y García (1998): sobre el terreno algebraico, el sujeto se siente desde un comienzo libre de construir las transformaciones que le convienen, mientras que a la idea de transformaciones geométricas, debe preguntarse si tiene o no derecho a efectuarlas, en vista de la *realidad* impuesta por los *datos*. El largo periodo interfigural no se reduce en modo alguno a la historia de una colaboración entre dos tipos de instrumentos directamente coordinables, sino que está caracterizado por el difícil ajuste de la doble naturaleza objetiva y subjetiva del espacio.

Las dificultades que encontraron los griegos en la solución de numerosos problemas geométricos, sólo se explica por la carencia de un álgebra que les permitiera formularlos en términos de operaciones. Aunque resulta difícil explicar el estancamiento prolongado de una ciencia que sólo vuelve a florecer hasta el siglo XVI, de ahí la importancia de la obra de Vieti como un sistematizador, al retomar la ciencia de Diophanto y perfeccionarla. Posteriormente Klein ofrece una profunda interpretación de las obras de Diophanto y de Vieti sobre la base de un profundo análisis del pensamiento griego y del significado de la ciencia que se desarrollaría en los siglos XVI y XVII.

En el caso del álgebra el OMP, inicialmente emerge con la teoría de las proporciones geométricas elaboradas en el seno de las perspectivas euclidianas. Eudoxio, Aristóteles y Proclo proclamaron un *divina ars*, lo que sería la teoría general de las proporciones, capaz de englobar todo el conocimiento matemático en su conjunto. En una siguiente etapa el OMP, se manifiesta en los trabajos de matemáticos como Vieti, referidos a las transformaciones, hechas posibles gracias a un simbolismo abstracto y general. A partir de Vieti y hasta mediados del siglo XIX, el estudio del álgebra se limita al estudio de las ecuaciones algebraicas. En el siglo XVII se encuentran soluciones algebraicas para ciertos problemas de la geometría y de la mecánica. Pero, en cada problema se muestra un método de resolución que es propio para cada situación particular. Sin embargo, en la segunda mitad del siglo XVII, haciendo uso de las propiedades de las funciones continuas, tomadas del cálculo infinitesimal, se llegan a formular en el interior del álgebra, problemas de una gran generalidad, lo cual condujo al teorema fundamental del álgebra. Con el cálculo infinitesimal, Euler, Lagrange, Gauss y Cauchy, contribuyeron significativamente al desarrollo del álgebra. Por ejemplo, Lagrange, al considerar el número de valores

diferentes que toma un polinomio cuando se permutan las variables de todas las maneras posibles, aportaría la brillante idea que contendría el germen de donde surgiría la teoría de grupos. Posteriormente en una tercera etapa el OMP, se encuentra en las síntesis, donde se alcanzan en el álgebra estructuras, cuyas construcciones comienzan con los grupos de Galois.

1.4.3 El Objeto matemático proporcionalidad y su epistemología en la Física

En la Física, con Aristóteles surge incipientemente lo que sería el OMP de manera cualitativa: entre mayor es el peso de un cuerpo mayor es su rapidez al caer, es decir una proporcionalidad entre la rapidez y el peso, (un cuerpo a doble peso, cae doblemente más rápido), concepción posteriormente considerada errónea al generarse la Física experimental con Galileo Galilei. Al derrumbarse el paradigma aristotélico que prevaleció por alrededor de veinte siglos, centrado en los atributos de los cuerpos y no en sus relaciones, el significado del OMP desarrollado en la geometría griega se enriquece al emerger en el estudio de fenómenos físicos, por ejemplo Galileo establece la relación entre la longitud y el tiempo de caída de un cuerpo, lo que arrojaría una proporcionalidad directa cuadrática de la forma: $h \propto t^2$, después Kepler alrededor del año 1609, en sus famosas leyes encontraría para su segunda ley: *"El radio vector que une un planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales"*. La ley de las áreas es equivalente a la constancia del momento angular, es decir, cuando el planeta está más alejado del Sol (afelio) su velocidad es menor que cuando está más cercano al Sol (perihelio). En el afelio y en el perihelio, el momento angular L es el producto de la masa del planeta, su velocidad y su distancia al centro del Sol, por lo que: $L = mr_1v_1 = mr_2v_2$

Para su tercera ley, en el año 1618, se afirmaba que: *para cualquier planeta, el cuadrado de su período orbital es directamente proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor de su órbita elíptica*. Esto es: $T^2 \propto L^3$ o bien:

$$T^2 / L^3 = C = \text{constante}$$

En conclusión en el siglo XVII al igual que la Geometría, la Física también adquiere una algebrización.

Con el desarrollo del cálculo diferencial, el OMP con Newton, se enriquece con sus leyes del movimiento, así en sus *Principia* en la 2da. Ley, para una fuerza F , en la interacción de cuerpos: $dp \propto dt$ lo que sería una proporcionalidad directa lineal entre el momento lineal y el tiempo, al considerar la masa constante la relación entre la fuerza y la aceleración es: $F \propto a$. El mismo Newton, al formular su Ley de la gravitación universal, tiene que: $F \propto 1/r^2$ (fuerza y distancia entre cuerpos), como una proporcionalidad inversa cuadrática. En la posteridad se daría un continuo establecimiento de relaciones de proporcionalidad entre los objetos de la Física en sus diversas representaciones (gráfica, numérica y analítica) en la Física clásica. Posteriormente, al emerger la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica el OMP, se ha enriquecido aún más.

1.4.4 Los obstáculos epistemológicos en la Física y el OMP

El desarrollo de la Física está íntimamente relacionado con los diversos paradigmas imperantes en las diversas etapas de dicho desarrollo, el aristotélico, el newtoniano y el einsteiniano, los cuales se caracterizan por ser: especulativo-descriptivo, experimental-cuantitativo y por su relatividad respectivamente. En el primero de ellos el OMP, se presenta de manera incipiente porque al explicar la naturaleza, éste paradigma se limita a una descripción cualitativa de los fenómenos físicos y la explicación de los mismos se mantiene a un nivel especulativo ya que se basaba en la aceptación de ciertas premisas como verdades evidentes. Carece de la medición, siendo su obstáculo limitarse a describir y no relacionar. En principio, el objeto de estudio es el hecho. Entre sus premisas incuestionables se considera que el estado natural de los cuerpos es el reposo. La axiomática de la Física es material, describir lo que se ve (vivencial, intuitivo): El Sol sale en el oriente y se oculta en el poniente, por lo tanto el Sol gira alrededor de la Tierra. Lo anterior se refleja, por ejemplo, al considerar que los cuerpos más pesados caen más rápido, lo cual se creyó por alrededor de 2000 años. Fue hasta el siglo XVI, cuando Galileo se centra en el estudio de las relaciones, que exhibió la contradicción lógica del razonamiento aristotélico. Galileo contribuye a un cambio paradigmático en lo metodológico, ante la concepción global de la caída de los cuerpos, y contribuiría en la construcción de los cimientos del paradigma newtoniano caracterizado por lo experimental, consistente en

probar lo que se cree, realizando mediciones. Newton crea un modelo matemático de las relaciones entre los objetos al aritmetizarlas, presenta descripciones cuantitativas, por ejemplo la fuerza se concibe como la medida de la interacción entre los cuerpos, la masa como la medida de la inercia. Posteriormente esto también se refleja cuando aparecen los conceptos de energía, trabajo, etc. Pero la limitación de la física newtoniana se presenta al considerar el carácter absoluto de los objetos relacionados, y no la relatividad de los mismos, desde los diferentes marcos de referencia del observador, por lo que el OMP se limitaba a su carácter absoluto. En el paradigma einsteiniano el tiempo es relativo, las velocidades no se suman en la forma galileana. En el ámbito de la mecánica cuántica: en todo instante un “átomo” no tiene una posición y una velocidad definidas (principio de incertidumbre), contrario a la Física de Newton. Así pues el OMP sigue enriqueciéndose históricamente.

1.4.5 Algunos aspectos didácticos y cognitivos del OMP en la actualidad

El texto escolar Caputo y Soto (2002) es un recurso de apoyo en los procesos de enseñanza y aprendizaje y ocupa un lugar significativo en el aula en la medida en que es un elemento a disposición del estudiante y, en no contadas ocasiones, también guía las acciones y decisiones del profesor con respecto a la enseñanza de temas específicos. Sin embargo, para el caso particular del concepto de razón se ve la necesidad de que el profesor use críticamente las propuestas incluidas en los libros de texto, pues de no hacerlo, éstas pueden constituirse en obstáculos para el aprendizaje del OMP.

En investigaciones realizadas Gómez (1999), se exponen a grandes rasgos la evolución de la enseñanza de la proporcionalidad a través de una revisión de libros de texto antiguos (anteriores al siglo XIX) y modernos (desde el siglo XIX en adelante). Esta visión panorámica de la historia reflejada en los libros de texto de la enseñanza del OMP muestra una evolución en la que se destacan como rasgos principales:

El paso de un planteamiento centrado estrictamente en la resolución de ejemplos concretos y particulares a un planteamiento centrado en la resolución de un problema general, el reparto proporcional, que engloba y unifica los problemas particulares. El paso de ofrecer métodos alternativos de apariencia inconexa, a ofrecer un método general, bien

en su versión algebraica o bien en su versión aritmética, en la forma conocida como “método de reducción a la unidad. Así como avanzar en el estudio de los procesos comparativos implicados en otras situaciones típicas de la proporcionalidad, y en el estudio de su evolución, uso y disponibilidad por parte de los estudiantes.

En la revisión del OMP de algunos libros de texto actuales y de las aportaciones de algunos investigadores (Perry *et al.*, 2003) se detectaron los siguientes hechos:

La razón externa se menciona a través de ejemplos pero se abandona en favor del uso del cociente.

Hay involucrados muchos términos (por ejemplo, razón, función, magnitudes, operador, medida, proporciones, proporcionalidad) que no necesariamente están definidos con precisión y además falta establecer relaciones entre los significados de dichos términos.

A pesar de establecer diferencia entre los dos tipos de razones no se explora cada tipo.

El tránsito de las proporciones formadas por razones entre cantidades del mismo sistema a las proporciones formadas por razones entre cantidades de dos sistemas, se aborda sin tener en cuenta el salto cognitivo que demanda.

En las definiciones utilizadas se hace referencia al cociente (número). Sin embargo, la mayoría de ejemplos propuestos corresponden al análisis de una razón externa; así, se ve claramente una inconsistencia en el discurso escolar.

El contexto que se privilegia es el cotidiano y el tipo de representación es la tabular.

El dejar de lado las unidades de medida conduce a resultados numéricos; este hecho parece no facilitar la construcción del significado de la razón en una situación específica.

Autores como Salinas (1999) al estudiar el OMP y sus dificultades en su aprendizaje, concluyen que atender a los posibles obstáculos epistemológicos, psicológicos o didácticos que dan lugar a errores resulta prioritario; esta atención pasa por redimensionar la práctica docente, erradicando aquellos hábitos escolares de los estudiantes de neto corte tradicional que dificultan el aprendizaje y “atacando” estos obstáculos a través de una intervención didáctica orientada a la transformación de sus representaciones erróneas respecto a ciertos objetos de conocimiento.

Investigadores como (Godino *et al.*, 2002), muestran los significados pretendidos del OMP para su enseñanza en textos y cursos para la formación y actualización de maestros de matemáticas en países como España, lo cual trasciende dichas fronteras.

Esfuerzos en la misma dirección se presentan en nuestro país (Bortolussi *et al.*, 2001), con el fin de enriquecer los recursos de que dispone el profesor para ayudar a sus alumnos a estudiar matemáticas. Por lo que asumen que: el enfoque didáctico revaloriza el trabajo profesional del maestro, en tanto que su labor no se limita a transferir información y calificar el desempeño de sus alumnos, sino que implica, sobre todo, analizar situaciones relacionadas con los contenidos, organizar secuencias que favorezcan la evolución de los procedimientos de los alumnos, plantear problemas, socializar diferentes estrategias de resolución y evaluar diferentes aspectos del proceso didáctico.

Los alumnos requieren de tiempo y deben enfrentar diversos problemas y actividades para desarrollar y comprender la noción de razón; primero como una relación parte-todo y, más tarde, como una relación entre dos cantidades. Asimismo necesitan acostumbrarse a la expresión de una razón por medio de una fracción o cociente, de un porcentaje o de un decimal. Es necesario que se planteen actividades y problemas para que conozcan los usos y aplicaciones de las razones en la vida cotidiana, en la medición y en otros contextos. En particular, hay que plantear problemas que impliquen el uso de porcentajes, tantos por millar y otro tipo de razones en la presentación y tratamiento de la información.

La noción de proporcionalidad podrá introducirse por medio de problemas que lleven a comparar dos listas de valores para ver si es posible transformar los valores de una lista en los de la otra, multiplicando o dividiendo siempre por el mismo número. Actividades como ésta y otras similares ayudarán a comprender la constante o factor de proporcionalidad y facilitarán que más adelante se pueda establecer, en algunos casos sencillos, la expresión algebraica que relaciona dos cantidades.

Es importante que los alumnos conozcan que al representar gráficamente los valores de dos cantidades que varían proporcionalmente, se obtiene una recta que pasa por el origen, y utilicen este hecho como un criterio de proporcionalidad entre cantidades, en los diversos registros, gráfico (figuras geométricas, sistemas de coordenadas), numérico y analítico.

Otras contribuciones Díaz (1998), en Latinoamérica consideran que partir de una experiencia ejemplificadora, grupos de trabajo de profesores de matemática se familiaricen con un método de análisis que les permita identificar problemas presentes en su labor en el

aula a propósito de la enseñanza de las fracciones, razones y proporciones. Presentar facetas y manipulaciones tendientes a favorecer la construcción de una red de significados para las fracciones, que favorezca en los estudiantes un desplazamiento fluido entre dichas facetas y sus manipulaciones.

Para la educación primaria, investigadores como Rodríguez y Pérez (2003), para la noción del OMP, considera que no obstante la importancia de éste, como la *síntesis de la aritmética* y que *a pesar de la frecuencia con que las empleamos, las ideas de proporcionalidad son en general mal entendidas*. Lo cual puede deberse a que, además de ser un tema relativamente complicado, se muestra enfocado de manera mecánica a la regla de tres, lo que conlleva a deficiencias constructivas en los estudiantes, aun cuando se pretende que el OMP se enseñe centrándose en las competencias que manifiestan los estudiantes, en las estrategias que utilizan y en las dificultades que obstaculizan la solución de problemas que involucran el uso del razonamiento proporcional.

Enseguida se presentan algunas conclusiones en base a las contribuciones de Rodríguez y Pérez (2003), con respecto al desarrollo del significado del OMP:

Existe una dificultad en los estudiantes para coordinar la atención en situaciones en las que se presenta una variación simultánea de dos cantidades.

Influencia de la representación como factor importante que se manifiesta en el nivel de competencia evidenciado por los estudiantes.

Ausencia casi total de conversiones entre representaciones.

La no utilización, en general, de la estrategia del valor unitario.

Falta de construcción de un significado del porcentaje, como una aplicación específica del concepto de proporción.

Algunas sugerencias para la enseñanza del OMP para la escuela primaria:

Diseñar actividades que refuercen las nociones precursoras: a) identificar diferentes patrones de cambio (cuantitativo) en situaciones de variación simple; b) identificar patrones de cambio (cualitativo) en situaciones de variación múltiple.

Diseñar actividades que desarrollen la atención sobre la variación cuantitativa de dos cantidades, ya sea aditiva o multiplicativa.

Emplear diferentes representaciones para ejemplificar situaciones de variación proporcional y no proporcional.

Promover diferentes estrategias para la resolución de problemas que impliquen proporciones y comparación de razones, particularmente la búsqueda del valor unitario y el uso de diversas representaciones para una misma situación.

Diseñar actividades que promuevan el aprendizaje del tanto por ciento con significado, antes de que se emplee de manera mecánica.

Por lo consultado del estado del arte del OMP, se presentan algunas reflexiones a manera de conclusiones: Que la psicología del aprendizaje constructivista muestra que las etapas que se presentan a nivel histórico del origen y desarrollo de un objeto de alguna forma se manifiestan también en el desarrollo del mismo objeto en el individuo, psicogénesis. Se manifiestan ciertos mecanismos que de alguna forma también se reproducen en el individuo. Con respecto al OMP, habría que detectar cuáles fueron las etapas, los obstáculos que se encontraron para su desarrollo y ver de que manera se relacionan o se presentan esas etapas y obstáculos en los estudiantes; por ejemplo algo que se puede establecer es que el OMP, es un concepto inmerso en la geometría, el álgebra y la Física y como se ha referido en párrafos precedentes dicho objeto ha tenido una evolución no exenta de dificultades. Lo anteriormente expuesto ilustra hasta cierto punto el estado de diferentes investigaciones cognitivas y didácticas del OMP, desde los niveles más básicos de la educación y en diferentes países.

1.4.6 Algunas consideraciones sobre didáctica de la Matemática y de la Física

En lo que sigue se retoman algunos elementos descritos previamente al reconsiderar algunas aportaciones de (Ávila *et al.*, 2012), en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la escuela, al plantearse las siguientes preguntas: a) ¿El estudio del origen y desarrollo de los objetos matemáticos o físicos y sus significados, así como de los obstáculos epistemológicos que en un cierto momento representaron, proporciona algunos elementos útiles para la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática o la Física en el aula escolar?; b) ¿Dicho estudio proporciona elementos para el diseño de estrategias de enseñanza que sean más adecuadas para el propósito de mejorar significativamente el desempeño matemático y en la Física de nuestros alumnos?

En los dos casos se asume que la respuesta es afirmativa.

Primero, porque el presentar en la escuela, la Matemática o la Física como un cuerpo de conocimientos acabado, lógicamente estructurado, dejando de lado las situaciones que dieron origen y motivaron el desarrollo de los objetos matemáticos o físicos y sus significados, partiendo de la premisa de que es posible apropiarse de ellos por un simple acto de transmisión del conocimiento y, que una vez comprendido el significado formal, es prácticamente automática la transferencia de dichos significados y en consecuencia se estará en condiciones de utilizar eficazmente los conceptos y métodos de la disciplina en el análisis, interpretación y resolución de problemas en diferentes y variados contextos, ha conducido a resultados que se encuentran muy alejados de los esperados.

Segundo, porque el conocer las situaciones que dieron lugar al surgimiento de los sistemas de prácticas que constituyen los significados de los objetos matemáticos considerados como emergentes, así como las dificultades que enfrentaron y las estrategias y caminos que se siguieron para superarlas, ayuda a la comprensión de las dificultades que enfrentan los alumnos cuando se espera que dominen con cierta eficacia determinados conceptos y procedimientos matemáticos o físicos, pero también, dicho estudio nos brinda recursos que nos permiten orientar de mejor manera su actividad para que puedan superar con mayor eficacia dichas dificultades. Esto no significa de ninguna manera, que se considere que en el aula escolar se reproduzca íntegramente el proceso histórico de construcción del conocimiento, ya que en este caso, dicho proceso es conducido y coordinado por el profesor, sin embargo, hay elementos en común en ambos procesos que deben ser considerados a la hora de presentar la Matemática o la Física en el aula.

Finalmente, porque si el origen y desarrollo de los significados de los objetos matemáticos y de la Física muestra que estos son creaciones humanas que emergieron del diseño y la implementación de sistemas de prácticas para la resolución de problemas, se puede suponer que el papel del profesor, lejos de ser el de un presentador a través de la exposición, de los objetos matemáticos o físicos, debe ser el de un diseñador de situaciones-problema que se ubiquen en la zona de desarrollo potencial de los alumnos y que provoquen y estimulen su actividad intelectual, con el propósito de que de dicha actividad emerjan los objetos matemáticos y físicos a estudiar y sus significados y debe entonces, ser también un conductor y orientador de dicha actividad.

A manera de conclusión de éste apartado, con lo anteriormente expuesto se reafirma, que en la escuela debe considerarse: El estudio del origen y desarrollo de los objetos matemáticos y físicos y sus significados, así como los obstáculos epistemológicos que en un cierto momento se presentaron, porque proporcionan algunos elementos útiles para la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática y la Física en el aula escolar. Dicho estudio proporciona elementos para el diseño de estrategias de enseñanza que sean más adecuadas al propósito de mejorar significativamente el desempeño matemático y físico de los estudiantes.

- a) En el análisis que se ha hecho del desarrollo del objeto matemático proporcionalidad (OMP), se ha asumido que éste es una construcción humana y que éste objeto matemático es de naturaleza pragmática, lo cual implica que emerge de un sistema de prácticas creado para analizar y resolver cierto tipo de situaciones-problema (SP), en la Matemática y en la Física.
- b) El análisis del origen y desarrollo del OMP en sus diversas manifestaciones: proporcionalidad directa, inversa, al cuadrado, etc., ha permitido valorar la eficacia de las herramientas conceptuales y metodológicas utilizadas para llevar a cabo dicho análisis.
- c) Un constructo teórico, especialmente útil para la Didáctica del OMP, es el de *obstáculo epistemológico* que ayuda a entender las dificultades que tienen los estudiantes para modificar una concepción previamente construida y proporciona elementos para el diseño de estrategias didácticas para superarlos.
- d) La investigación que se ha realizado en el campo de la epistemología, sobre el origen y desarrollo del OMP, ha sido de gran utilidad en didáctica de la Matemática y de la Física pues ha permitido identificar elementos que ayudan a comprender de mejor manera el proceso de aprendizaje de los estudiantes.
- e) Al tratar de resolver problemas en el contexto de la Física y del OMP, es útil apoyarse en ambas disciplinas (Física y Matemática) como en diferentes momentos éstas disciplinas se han apoyado en el origen y desarrollo de sus propios objetos.
- f) El uso de las TD permite indagar y valorar su efecto en la construcción de significados en la resolución de problemas en el contexto de la Física y del OMP.

CAPÍTULO 2

ELEMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS

En el presente capítulo, se abordan los elementos teóricos y metodológicos que dan sustento al presente trabajo. Las herramientas conceptuales y metodológicas necesarias para efectuar la investigación. El diseño e implementación de una estrategia para trabajar el problema de investigación.

Específicamente se describen las herramientas conceptuales y metodológicas del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) de Godino y colaboradores (2008): los sistemas de prácticas, el significado de objeto matemático, objetos matemáticos primarios y secundarios y sus procesos, el análisis didáctico (AD) como modelo teórico del EOS: que comprende la identificación de prácticas matemáticas, de objetos y procesos, de normas sociomatemáticas y de la idoneidad didáctica (ID). Asimismo la resolución de problemas como generador de significados de los objetos físicos y matemáticos en los estudiantes y como eje fundamental en la construcción de su conocimiento, destacando el significado de situación-problema (SP) y de problema, una estrategia general para la resolución de problemas y una aproximación al significado de obstáculo. También se aborda un tema teórico fundamental para el presente trabajo referente a las Tecnologías Digitales (TD) y la cognición en la educación. Se presenta la estrategia metodológica para resolver el problema de investigación que se correspondiera con una metodología general para la resolución de problemas, la cual consistió en cuatro etapas, en una primera etapa, al análisis del problema tratando de entenderlo., una segunda etapa a la formulación de una estrategia que permitiera obtener información suficiente para tratar de responder las preguntas de investigación formuladas., dicha estrategia consistió en el diseño de una serie de actividades didácticas que incluyen el uso de la tecnología digital., en una tercera etapa se puso en juego la estrategia diseñada y se realizaron observaciones de lo sucedido durante el desarrollo de las actividades con estudiantes de las Carreras de Ingeniería y Física de la Universidad de Sonora y, finalmente en una cuarta etapa se analizó la información obtenida durante la instrumentación de la estrategia. La descripción,

análisis, interpretación y valoración de la información obtenida se realizó bajo el enfoque de las componentes que conforman el análisis didáctico del EOS: identificación de prácticas, configuración de objetos y procesos, identificación de conflictos, normas y las facetas de una idoneidad didáctica (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica).

Asimismo se tratan aspectos relacionados con el diseño de las actividades didácticas, las hojas de trabajo y las simulaciones computarizadas (TD), herramientas utilizadas para llevar a cabo la investigación.

2.1. Algunas herramientas teóricas que conforman el Enfoque Ontosemiótico

Se asume que el propósito fundamental de las investigaciones en Física Educativa es elevar la calidad de los aprendizajes de los estudiantes, lo cual lleva implícita la necesidad de mejorar los procesos de enseñanza de la disciplina, lo que a su vez plantea como un requerimiento fundamental para la investigación, el uso de una metodología que permita describir, analizar, explicar y valorar los procesos que se dan en el aula escolar, por lo que es necesario comprender dichos procesos para lograr que los estudiantes sean más eficaces en la construcción de los significados de los objetos matemáticos, que adquieran una comprensión aceptable de los contenidos y métodos de la disciplina; para que sean competentes en el análisis, interpretación y resolución de problemas, comunicar sus resultados y posibles generalizaciones.

Se considera que para poder mejorar la enseñanza, es necesario entender de mejor manera los procesos de estudio a través de los cuales las personas aprenden, en especial, los procesos que se generan en las aulas escolares, por lo que es imprescindible analizar los siguientes aspectos: ontológico, epistemológico, cognitivo y didáctico, además de considerar la contribución de diversas disciplinas, como la filosofía, sociología, psicología, pedagogía, lingüística, entre otras.

Por lo anterior se plantean las siguientes preguntas generales:

1. ¿Cuál es la naturaleza del conocimiento?, la cual conduce a un problema ontológico, con preguntas todavía más específicas: ¿qué son los objetos matemáticos?, ¿qué son los objetos de la Física? ¿Qué es lo que se pretende que aprendan los estudiantes?

2. ¿Cómo se origina y desarrolla el conocimiento?, pregunta que hace referencia a la epistemología del objeto matemático.
3. ¿Cómo puede llegar a conocerse? dirigida al problema cognitivo: ¿cómo puede el estudiante llegar a comprender el objeto de estudio?
4. ¿Qué se puede hacer para ayudar a otros a que lo conozcan? vinculada con el problema didáctico.

Las reflexiones ante estas preguntas provoca el reto de estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Física para comprenderlos lo cual requiere del investigador asumir una serie de premisas en el ámbito de la epistemología y la ontología es decir tener una concepción filosófica, además conocer cómo influyen los factores socioculturales del entorno en el proceso educativo concepción sociológica, saber cómo es el proceso de desarrollo en la construcción del conocimiento en el individuo concepción psicológica, conocer cómo influye en el trabajo docente el diseño e implementación de estrategias de enseñanza en la asignación de significados en los estudiantes, concepción didáctica y también requiere del investigador tener un dominio aceptable de los contenidos y métodos de las disciplina. Con lo expuesto anteriormente se trata de justificar la necesidad de contar con un marco teórico, porque éste proporciona las herramientas teóricas y metodológicas para describir, analizar, interpretar y valorar los fenómenos áulicos en el proceso de un objeto de estudio. Desde la perspectiva anterior se asume y declara la versión del marco teórico que rige el presente trabajo: enfoque ontosemiótico de la cognición y la instrucción matemática (EOS), de Godino y colaboradores (2008) que vienen desarrollando una nueva perspectiva teórica integrativa para la matemática educativa.

El enfoque ontosemiótico de la cognición y la instrucción (EOS) proporciona las herramientas conceptuales y metodológicas que permiten describir, analizar, interpretar y valorar los sucesos que ocurren en el aula escolar para comprender los procesos de aprendizaje y de enseñanza y hacerlos más eficaces, propósito fundamental de la investigación en Matemática educativa. Por otra parte se presenta como un poderoso marco teórico no sólo para la Matemática educativa, sino también para otras disciplinas como la Didáctica, la Física, la Química, etc., considerando las situaciones-problema propias según el contexto, donde la solución de problemas es la razón de ser no sólo de las Matemáticas, sino de cualquier otra disciplina.

En el mencionado marco teórico, se concibe a la matemática de las siguientes tres maneras:

- a) como una actividad de resolución de problemas,
- b) como un lenguaje simbólico y
- c) como un sistema conceptual estructurado lógicamente.

Con respecto a una actividad de resolución de problemas, al tratar de responder a la pregunta de ¿qué es el conocimiento? Se asume que los objetos matemáticos son de naturaleza antropológica y pragmática es decir que no son *entes* que preexisten en un mundo ideal (concepción platónica) sino que son una construcción humana.

Se considera que la razón de ser del origen y desarrollo de la matemática son las situaciones-problema (SP) es decir aquellos sucesos en los cuales el sujeto es motivado o provocado a resolver un problema el cual es un estado de conflictuación, al tomar el sujeto conciencia de sus insuficiencias conceptuales y metodológicas para llegar a la meta (solución).

Las situaciones-problema (SP) son el eje fundamental del desarrollo de la ciencia en general y de la Física y la Matemática en particular. Donde las SP son sucesos que provocan, motivan a un sujeto a la solución de un problema, siendo éste un estado de conflictuación al tomar conciencia de sus insuficiencias conceptuales y metodológicas para llegar a una solución.

2.2 Sistema de prácticas

Al hacer frente a un problema el sujeto pone en juego un sistema de prácticas operativas y discursivas que constituye el significado de uno o más objetos matemáticos emergentes.

Con respecto al sistema de prácticas Godino y Batanero (1994, p.334), declaran que *es toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas.*

Las prácticas a que se hace referencia pueden ser operativas o discursivas. Si las prácticas son compartidas por una comunidad (grupo de personas involucradas en una misma clase de situaciones problema), constituyen lo que se denomina un *sistema de prácticas institucional* al que se denomina *Significado institucional* de uno o más objetos matemáticos a los que también se denomina *institucional*. Por otra parte las prácticas utilizadas por un individuo particular se denomina *sistema de prácticas personal* al que se denomina *Significado personal*.

Respecto a los tipos de significados institucionales y personales Godino (2008) señala que los *Significados institucionales* son del tipo *Referencial*. *Pretendido*, *Implementado* y *Evaluado*, enseguida se describen cada uno de ellos.

Significados institucionales

Referencial: sistema de prácticas que se identifican en los planes y programas de estudio y que se usan como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza concreta, este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático. La determinación de dicho significado global, requiere realizar un estudio histórico-epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto.

Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio, por ejemplo en un diseño instruccional del docente. El profesor que diseña una situación didáctica (apertura, desarrollo y cierre) sobre el tema de caída libre, debe tener claro cuál es el propósito de los significados que los estudiantes deben construir de los objetos físicos y matemáticos intervinientes.

Implementado: en un proceso de estudio específico, es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente. Por ejemplo, qué prácticas operativas y discursivas llevó a cabo para provocar a los estudiantes al estudio del fenómeno de caída libre.

Evaluado: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los significados que los discentes se han apropiado de ellos y en qué medida se corresponden con los pretendidos. Por ejemplo en un experimento real o virtual de caída libre en qué medida los estudiantes logran modelar matemáticamente el fenómeno.

Significados personales.

Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el sujeto, relativas a un objeto matemático o físico. Todo lo que un individuo puede pensar, hacer y decir sobre un objeto. *Declarado*: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional. Por ejemplo los conocimientos previos que muestra un estudiante en un diagnóstico de evaluación escrita y oral que le aplica el profesor. *Logrado*: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio, interesará tener en cuenta los significados iniciales o previos de los estudiantes y los que finalmente alcancen. Son aquellos significados que el discente se ha apropiado de ellos y se corresponden con los significados institucionales-pretendidos. Para sintetizar lo anteriormente expuesto presentamos una figura tomada de Godino (2008).

Fig. 2.1. Sistemas de prácticas: significados sistémicos



Fuente: Godino, 2008.

2.3 Objetos y procesos matemáticos

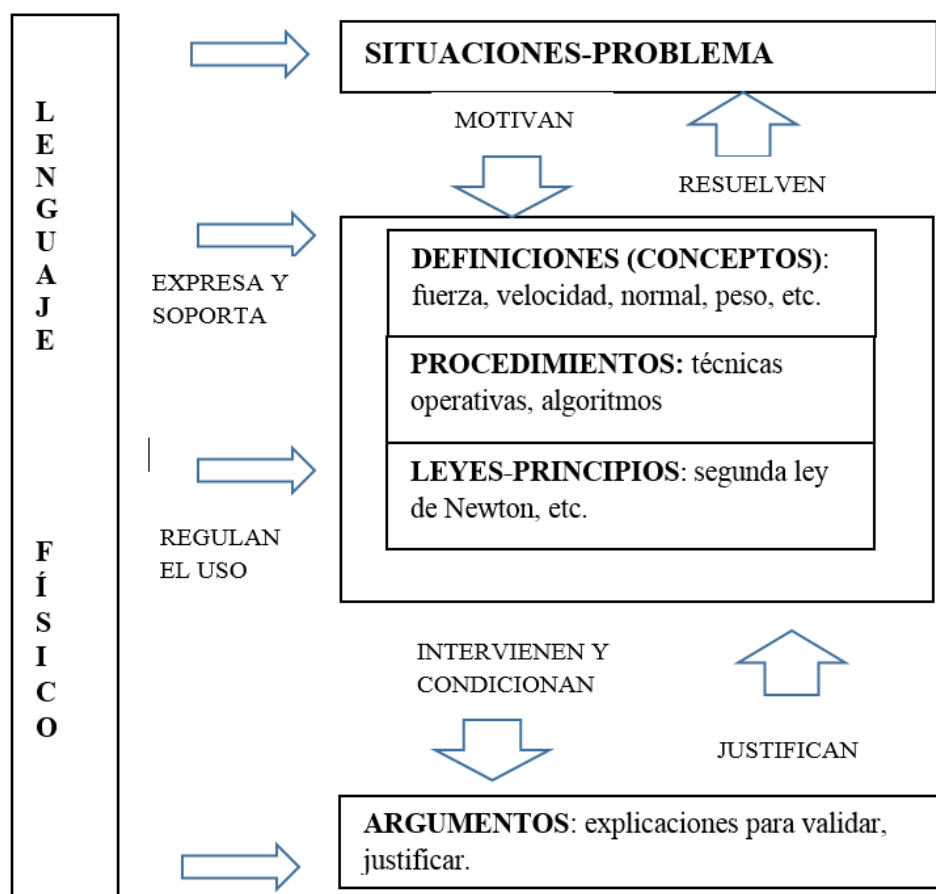
Con respecto a la noción de objeto matemático, (Godino *et al.*, 2008) señalan que los objetos matemáticos son: *cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo y que interviene de algún modo en la actividad matemática*. Asimismo, significados, no son sólo los sistemas de prácticas, sino *el contenido de cualquier función semiótica*, donde a su vez la función semiótica: se expresa como una relación entre un antecedente (término, expresión, significante) y un consecuente (contenido, significado), y es establecida por un sujeto (persona o institución), de acuerdo con un cierto criterio de correspondencia. Donde la *Semiótica es la representación realizada por medio de signos*.

Prácticamente todo lo que se puede pensar, hacer y decir en Matemáticas y en la Física se puede considerar como objetos matemáticos o físicos (procesos, ideas, sucesos) sin embargo al sistema de prácticas desplegadas por el sujeto institucional y personal frente a una situación-problema (SP) le anteceden un sistema de prácticas previas como configuraciones de objetos que se consideran *primarios* intervinientes (objetos primarios): como las situaciones-problema (que hemos comentado anteriormente), conceptos, procedimientos, proposiciones (leyes en la Física) y argumentos los cuales describimos a continuación:

Lenguaje: expresiones lingüísticas (términos específicos de Matemáticas y de la Física), representaciones algebraicas, tablas numéricas, gráficas, etc., en sus diversos registros: oral, escrito, gestual,...), que expresa el sujeto ante *Situaciones-problema*, donde el núcleo de las configuraciones son las situaciones-problema (SP) seleccionadas para contextualizar y personalizar los significados, por lo que éstas motivan el uso de *Definiciones-Conceptos* (referidos a los objetos reconocidos como parte de la estructura Matemática o de la Física, caracterizados por sus propiedades esenciales: número, recta, punto, vector, derivada...en el caso de la Física, velocidad, aceleración, distancia, tiempo), para llevar a cabo *Procedimientos* (emprendidos o ejecutados por el sujeto ante las tareas matemáticas o físicas: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo,...), para que mediante *Proposiciones* (leyes en la Física) (enunciados sobre objetos en la Física: leyes, principios), intervenir y

condicionar los *Argumentos* (enunciados que se usan para justificar, validar y explicar las proposiciones y procedimientos), que permiten resolver las situaciones-problema. Para sintetizar lo anteriormente expuesto presentamos el rediseño en el contexto de la Física, de una figura de Godino (2008).

Fig.2.2. Configuración de objetos primarios en la Física.



Fuente: Godino, 2008.

Ante la necesidad de resolver una situación-problema (SP) el sujeto pone en juego un sistema de prácticas de las que emergen nuevos objetos matemáticos y sus significados con sus atributos contextuales, según el juego de lenguaje en que participan. Wittgenstein (1953), declara que *la noción de juego de lenguaje (ocupa un lugar importante, al*

considerarla, junto con la noción de institución, como los elementos contextuales que relativizan los significados de los objetos matemáticos y atribuyen a éstos una naturaleza funcional. Los objetos matemáticos que intervienen en las prácticas matemáticas y los emergentes de las mismas, según el juego de lenguaje en que participan, son las denominadas facetas o dimensiones duales. Todo lo que se puede decir, hacer y pensar sobre los objetos primarios emergentes se manifiesta en otros objetos que se consideran secundarios y que se manifiestan en facetas duales como son la:

Personal-institucional: si los objetos que emergen de un sistema de prácticas de un sujeto en particular se consideran *objetos personales*, pero si emergen de un sistema de prácticas compartidas por una comunidad se consideran *objetos institucionales*.

Ostensivo - no ostensivo: el objeto matemático en su faceta ostensiva, es perceptible, se habla de éste, se le nombra y se comunican sus características a otras personas, en lenguaje oral, escrito, gráfico o simbólico (representación externa). Mientras en su dimensión no-ostensiva un sujeto es capaz de pensar e imaginar el objeto matemático sin darlo a conocer externamente, sin mostrarlo, comunicarlo a otros (representación interna). Cualquier objeto matemático o físico (conceptos, nociones, ideas, abstracciones, proposiciones, leyes) puede ser ostensivo y no-ostensivo.

Expresión-contenido: término y significado en cualquier función semiótica, donde la relación es establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia. Cuando un objeto se manifiesta como una *expresión* o un *término* todo lo que un sujeto puede hacer, decir y pensar sobre el objeto, es el *significado (contenido)* que el sujeto tiene sobre el objeto, por ejemplo el *término* círculo le puede evocar al individuo todo un *contenido* como el movimiento circular que tienen ciertos satélites en su movimiento alrededor de la tierra (periodo, velocidad angular, aceleración centrípeta, angular, etc.), o en geometría como una imagen o una definición del lugar geométrico cuyo radio es siempre equidistante de un punto llamado centro, o una representación algebraica $x^2+y^2=1$, etc. Según el contexto en el que se le pregunte.

Extensivo-intensivo (ejemplar-tipo): Cuando un objeto interviene en un juego de lenguaje como un caso particular, el objeto es extensivo o ejemplar. Por ejemplo, podemos estar interesados en el caso particular de un cuerpo que se mueve en línea recta con velocidad constante expresado como: $x=4t$, donde el desplazamiento es de proporcionalidad lineal

directa con la velocidad. Si nos referimos a una clase más general sería un objeto tipo o intensivo, en el ejemplo que nos ocupa tendríamos el objeto proporcionalidad lineal directa $y = ax$ que modela muchos otros fenómenos físicos: $x=vt$, para el desplazamiento y la velocidad, $F=ma$, para la fuerza y la masa, $v=at$, para la velocidad y aceleración, $W=Fx$, para el trabajo y la fuerza.

Unitario-sistémico: El sujeto al tratar de resolver un problema activa su sistema de prácticas haciendo uso de objetos matemáticos, de los cuales un objeto es unitario, cuando sus relaciones se consideran como un todo único, por ejemplo en la Física: la velocidad (faceta unitaria), mientras que un objeto que va a ser sometido a estudio, requiere ser concebido como un sistema que debe ser descompuesto en sus partes para su análisis y comprensión, en este sentido, se considera un objeto sistémico, por ejemplo la cinemática, que se descompone en desplazamiento, velocidad, y tiempo para el estudio de la descripción del movimiento mecánico. Cabe destacar que en ésta faceta de dualidad dialéctica un objeto puede desempeñar un papel unitario y después sistémico, por ejemplo el mismo objeto velocidad puede ser sistémico en el estudio de otros elementos como el desplazamiento, el tiempo, etc., asimismo la cinemática puede ser un objeto unitario de uno sistémico que sería el movimiento mecánico. En el caso de la mecánica newtoniana como sistema, para estudiarse se descompone en sus partes: cinemática, dinámica, trabajo y energía mecánica, para un cierto tipo de problemas en un contexto específico, la cinemática sería una entidad unitaria, pero ésta a su vez es un sistema que se puede descomponer en entidades unitarias, movimiento en una dimensión, en línea recta con velocidad constante, etc., es decir que el objeto que va a ser sometido a estudio, requiere ser concebido como un sistema que debe ser descompuesto en sus partes para su análisis y comprensión, en este sentido, se considera un objeto sistémico, mientras que el unitario que interviene en un sistema de prácticas se considera conocido.

La emergencia de los objetos de la configuración (problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos) tiene lugar mediante los respectivos procesos matemáticos de: comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos: algoritmización, rutinización, etc., y argumentación.

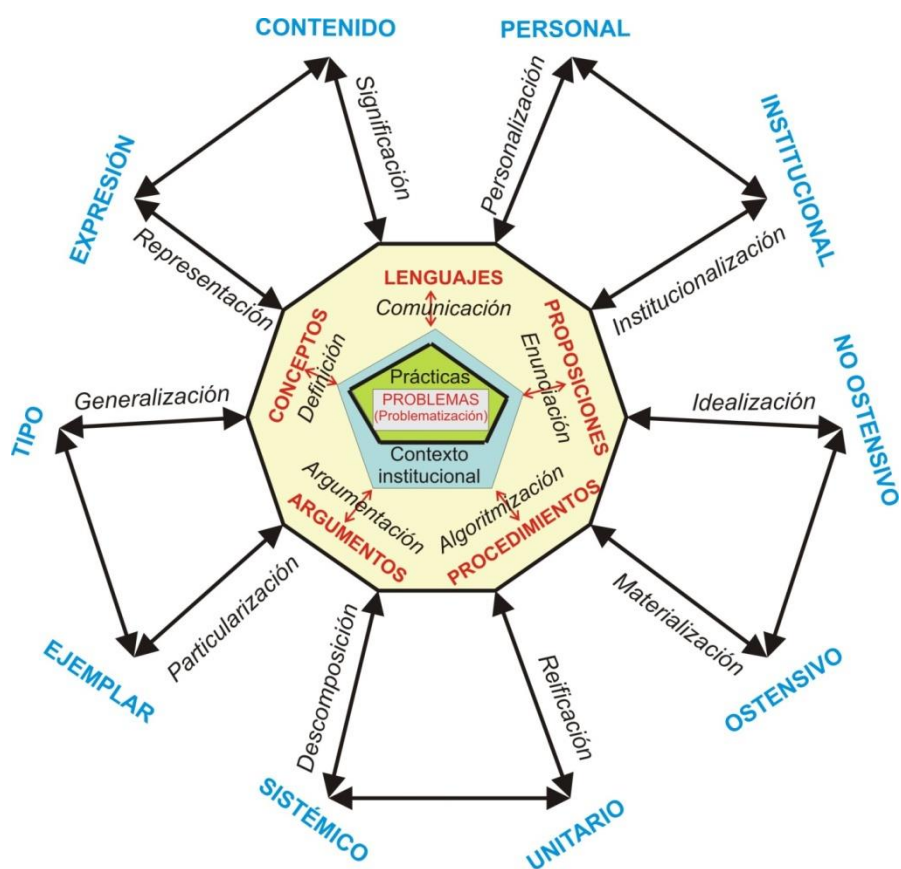
Por otra parte, las dualidades dan lugar a los siguientes procesos cognitivos/ epistémicos:

Institucionalización – personalización;

Generalización – particularización;
 Análisis/descomposición – síntesis/reificación;
 Materialización /concreción – idealización/ abstracción;
 Expresión/representación – significación.

Para sintetizar lo anteriormente expuesto presentamos una figura tomada de Godino (2008).

Fig. 2.3. Configuraciones de objetos y procesos matemáticos.



Fuente: Godino, 2008.

2.4 La noción de significado

En párrafos anteriores hemos hecho alusión al término significado, por lo que enseguida trataremos la cuestión del significado de los objetos matemáticos. La detección del docente del significado que los estudiantes atribuyen a los objetos matemáticos: conceptos, definiciones, proposiciones, símbolos, términos matemáticos, etc. y cómo se presenta el proceso de construcción de dichos significados como resultado de la enseñanza es de gran importancia para la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula escolar. Por lo que la noción de *significado* es un aspecto central pero controvertido en filosofía, epistemología, semiótica y demás ciencias interesadas en la cognición humana. Con respecto a la importancia del *significado* para la didáctica de la matemática, Balacheff (1990) señala que *un problema pertenece a una problemática de investigación sobre la enseñanza de la matemática si está específicamente relacionado con el significado matemático de las conductas de los alumnos en la clase de matemáticas*.

En lo que sigue se trata la versión de Godino (2010) respecto a esta cuestión de forma breve, aunque no deja de reconocerse la influencia de las indagaciones ontológicas y semióticas de pensadores como: Brousseau, Sierpinska, Dummett, Bruner, Pimm, D'Amore, Radford, entre otros, sobre el *significado* y la naturaleza de los objetos matemáticos.

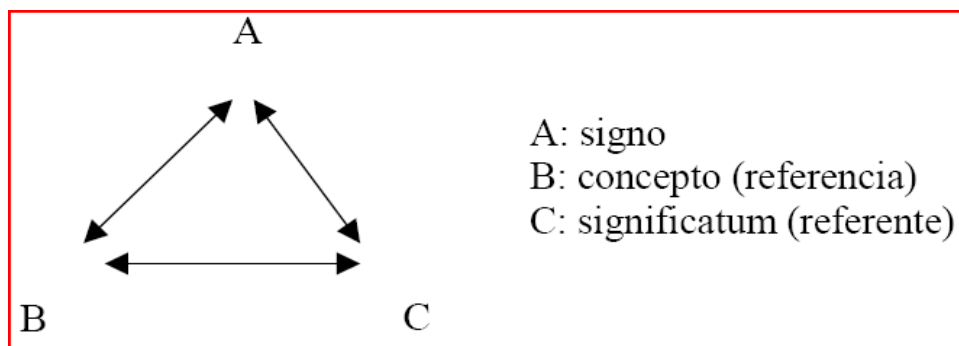
La preocupación por el significado de los términos y conceptos matemáticos lleva directamente a la indagación sobre la naturaleza de los objetos matemáticos, a la reflexión ontológica y epistemológica sobre la génesis personal y cultural del conocimiento matemático y su mutua interdependencia.

Detrás de toda teoría sobre la formación de conceptos, o más general, de toda teoría del aprendizaje hay unos presupuestos ontológicos sobre la naturaleza de los conceptos, y por tanto, una teoría más o menos explícita del significado de los mismos.

Enseguida se expone el lenguaje matemático con respecto a su significado y representación. La complejidad del problema semántico del lenguaje matemático se incrementa por la variedad de registros semióticos utilizados en la actividad matemática (uso del lenguaje ordinario, oral y escrito, símbolos específicos, registros gráficos, registros numéricos, etc.), donde se aborda el *significado* de los objetos lingüísticos matemáticos, y

también los diversos *objetos matemáticos* (situaciones-problema, procedimientos, conceptos, proposiciones, argumentaciones, teorías, etc.) Se parte de las teorías referenciales, donde el análisis del significado de los objetos matemáticos está estrechamente relacionado con el problema de las representaciones externas e internas de dichos objetos. La relación de significación se suele describir como una relación ternaria, como se propone en el llamado *triángulo básico* de Ogden y Richards (1923).

Fig. 2.4. Triángulo de Ogden



Fuente: Ogden y Richards, 1923.

A: Signo, término, expresión o representante por ejemplo la palabra: *parábola*.

B: Significado o contenido que el sujeto (institución o persona) tiene del objeto parábola.

C: Un Objeto en particular, una parábola que se muestra, por ejemplo la gráfica de distancia vs tiempo, para un cuerpo en caída libre.

Fig. 2.5. Gráfica de la posición y el tiempo en una caída libre



Fuente: Propia.

En las teorías realistas las expresiones lingüísticas tienen una relación de atribución con ciertas entidades (objetos, atributos, hechos). El significado de un nombre propio consiste en el objeto.

En el EOS se concibe a la Matemática como una actividad de resolución de problemas, y se asume que, precisamente, es esta actividad la que da origen al surgimiento y desarrollo de los objetos y procesos matemáticos, lo que a su vez conlleva a establecer la naturaleza antropológica y pragmática de los mismos, bajo esta visión se describen en los siguientes apartados algunas ideas acerca del papel de la resolución de problemas, los conceptos de situación-problema, problema y obstáculo epistemológico.

2.4.1 El contexto y el significado

El significado de las expresiones lingüísticas depende del contexto en que se usan. Por ejemplo el término parábola, en un aula de clase le puede evocar al estudiante, la trayectoria que sigue un cuerpo que es disparado con un cierto ángulo con respecto a la horizontal, pero en un recinto religioso le puede evocar un pasaje bíblico. Por lo que el significado que atribuyen los estudiantes a los conceptos, proposiciones, símbolos, términos físicos y matemáticos y cómo transcurre el proceso de construcción de dichos significados es una consecuencia de la enseñanza.

Según Moreno (1992), el conocimiento, desde la perspectiva constructivista, es siempre contextual y nunca separado del sujeto; en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto. En Moreno (1996) estudiantes pretenden resolver un problema de una manera similar a como les funcionaba en cierto contexto fallando en su intento. Es decir, cuando pasamos a otros contextos, ya no nos ofrece respuestas adecuadas. Aparecen disfuncionamientos en la estructura conceptual que hemos elaborado con aquella interpretación primera, la cual aparece ahora como un obstáculo para asimilar la nueva situación.

La hipótesis explicativa de que el contexto determina los significados de los objetos y procesos matemáticos, los procesos de gestión metacognitiva y actitudes hacia la

matemática, fue corroborada por Encinas (2012), en un estudio de observación no participante que realizó en el aula para conocer sobre el proceso de enseñanza al que fueron sometidos algunos estudiantes, se concluyó que los significados que los estudiantes construyen de los objetos matemáticos están determinados por el uso que le dan en el contexto de la enseñanza al resolver problemas.

Asimismo (Grijalva, 2007; Ávila *et al.*, 2010) con respecto al contexto y el significado de los objetos matemáticos consideran que existe una estrecha relación entre contexto y significado, para lo cual declaran que: los significados que los estudiantes asignan a los objetos matemáticos están determinados por el contexto de la enseñanza entendido éste como el conjunto de elementos presentes en el proceso de estudio, entre los que están incluidos entre otros las situaciones-problema que los desencadenan, así como los sistemas de prácticas utilizados por los sujetos participantes en el proceso, al analizar y tratar de resolver dichas situaciones.

En el proceso de creación de un nuevo objeto matemático o físico, el contexto tiene un papel similar al descrito en la afirmación anterior, es decir, existe una situación-problema por resolverse, qué origina un proceso de estudio, en el que participa un sujeto o una comunidad interesada en resolverla, que utiliza para ello, un sistema de prácticas que resulta inadecuado para lograrlo y que, en un cierto momento, da pie al surgimiento de un nuevo sistema de prácticas del que emerge un nuevo objeto matemático físico cuyo significado inicial es el sistema de prácticas del que emergió. Las modificaciones hechas a los sistemas de prácticas matemáticas, para que resulten eficaces para analizar interpretar, comprender y resolver nuevas situaciones-problema, constituyen, de acuerdo al marco teórico del presente trabajo, la evolución de los significados de los objetos matemáticos puestos en juego. Los significados que se asignan a los objetos matemáticos o físicos dependen de las componentes del significado que se ponen en juego al enfrentar problemas, esto es, dependen de las situaciones-problema que se intentan resolver, el lenguaje empleado, las procedimientos que se realizan, los conceptos que se establecen, las propiedades que se reconocen de los objetos, los medios como pueden ser las TD y las argumentaciones con las que se validan los resultados. Como señalan (Rivera *et al.*, 2015), los objetos matemáticos o físicos (espacio, campo gravitacional, etc.) son el

resultado de una construcción humana y estos pueden cambiar a lo largo del tiempo, ya que van siendo dotados de significados diferentes tanto por personas como por instituciones.

2.5 El papel de la resolución de problemas

Se considera que las situaciones-problema (SP) son el eje fundamental del desarrollo de la ciencia en general y de la matemática en particular. Donde las SP son sucesos que provocan, motivan a un sujeto a la solución de un problema, siendo éste un estado de conflictuación al tomar conciencia de sus insuficiencias conceptuales y metodológicas para llegar a una solución.

Se parte del principio de que saber Física o Matemáticas es saber usar conceptos, teorías y leyes en el análisis, interpretación y resolución de problemas. Por lo que la resolución de problemas es el principal indicativo para el tratamiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Física.

La enseñanza mediante la resolución de problemas coloca al estudiante sistemáticamente ante problemas, cuya resolución debe realizarse con su activa participación, y en la que el propósito no es sólo la obtención del resultado sino además su formación para la resolución independiente de problemas en general, teniendo en cuenta aquellos problemas reales que presentan cierta analogía con respecto a los trabaja el científico en las condiciones actuales.

La historia de la ciencia en general y de la Física en particular muestra que, los avances más significativos en la conformación de una disciplina se originan, casi siempre, debido al esfuerzo de muchos hombres por resolver problemas específicos, correspondientes a situaciones concretas o a un campo teórico determinado.

La construcción del conocimiento científico puede entenderse, a grandes rasgos, como un proceso de abstracción, generalización y sistematización, en el cual el foco de atención puede pasar de la búsqueda de solución a un problema específico, (problema práctico) a la pretensión de establecer procedimientos generales de solución de un tipo de problemas (problema técnico) y de aquí a la reflexión sobre las regularidades que están presentes en los problemas y procedimientos con pretensiones de establecer principios

generales (conceptos teóricos) que permitan explicar y predecir coherentemente situaciones y hechos de un tipo determinado (problema científico)

Este es un proceso recursivo que ha permitido ampliar en espiral el campo de problemas de estudio de la ciencia.

La convicción de que es posible un acercamiento educativo al estudio de la ciencia que tome en cuenta las regularidades del proceso histórico descrito gana cada vez más adeptos y en consecuencia los procesos intelectuales que se realizan al resolver problemas han sido objeto de estudio de diversos investigadores que intentan comprender tales procesos por considerar que éstos pueden desempeñar un papel fundamental en la enseñanza de cualquier disciplina científica.

Las formas tradicionales de enseñanza de la Física dejan al alumno la impresión de que los problemas se resuelven en pocos minutos, debido a que trivializan la noción de *problema*, generan la idea de que la ciencia se aprende y se usa en forma pasiva, esto es, que sus contenidos son incuestionables.

Estas formas de enseñanza son contrastantes con la manera de proceder de los expertos: cuando estos generan o emplean conocimiento científico, dedican tiempos considerables a la tarea de solucionar un problema y en este proceso desempeñan un papel decisivo la tenacidad, la reflexión y la perseverancia.

En particular el entendimiento de la situación problemática (formulación del problema) resulta determinante en el éxito o fracaso de la actividad del investigador, de tal manera que a ello dedica, éste, bastante tiempo, al contrario de lo que ocurre en la práctica escolar.

En la medida que se entiende la situación se está en condiciones de formular hipótesis, hacer conjeturas, donde la intuición, la visualización, los procedimientos inductivos y heurísticos juegan un papel importante para posibilitar el desarrollo del pensamiento científico y en particular la creatividad tan necesaria para el diseño y selección de estrategias que conduzcan al uso de técnicas y métodos eficientes en la resolución de problemas en general.

Generalmente en el proceso de resolución de problemas, el investigador procede, en una primera etapa de acercamiento al problema, a realizar un análisis cuidadoso de la situación, precisando los requerimientos o exigencias, determinando las condiciones,

evaluando y discriminando la información, estableciendo relaciones iniciales, elaborando (cuando es posible) esquemas, representaciones gráficas y tablas de datos que le permiten sistematizar y visualizar el problema y, a veces, reformularlo con relación al planteamiento original.

Estas etapas de exploración y reflexión resultan indispensables al quehacer del investigador y forman parte de un importante proceso de búsqueda de conocimientos. La pretensión es diseñar situaciones para la enseñanza que permitan reproducir este tipo de actividades en el ámbito escolar.

Otro precepto fundamental en la resolución de problemas es que los conceptos y métodos de la disciplina de estudio como la Física, tengan sentido y puedan ser útiles a los estudiantes, deberán ser presentados en relación con situaciones concretas, con problemas reales (en el plano material o en el simbólico) que requieran solución; donde lo que interese en primera instancia sea precisamente la solución y sólo en segundo término los conceptos y los métodos; estos sólo serán objeto de estudio después de haber sido utilizados en diversas situaciones particulares que muestran su utilidad y significado y por lo cual le dan sentido a su estudio.

La solución de un problema o un grupo de problemas no agota el proceso, esto es, no constituye el final, sino que, sólo formará parte de una situación-problema más general que permita profundizar y ampliar la comprensión del significado de los conceptos y métodos y las posibilidades de uso en nuevas situaciones, de tal manera que a través de estas experiencias los estudiantes vayan avanzando en la abstracción, generalización y profundización y puedan aproximarse progresivamente a la expresión precisa y rigurosa del conocimiento científico.

Este enfoque metodológico que asume la resolución de problemas como eje fundamental para la enseñanza de la ciencia en general y de la Física en particular, tiene su sustento en una concepción epistemológica que reconoce una base material a la génesis del conocimiento científico, confiere un carácter constructivo y recursivo a su desarrollo y asigna a los objetos una naturaleza concreta en el plano de lo simbólico.

Sin embargo la resolución de problemas no sólo se basa en la concepción epistemológica del surgimiento y desarrollo del conocimiento científico expuesta, sino en preceptos de la psicología cognitiva en los que se afirma que la actividad intelectual del

individuo es provocada por situaciones de conflicto (problemas) entre lo que conoce y lo que desea conocer, de tal manera que, diseñar situaciones didácticas para la enseñanza bajo esta concepción implica tener muy en cuenta que dichas situaciones deben ser motivadoras del interés de los estudiantes por entenderlas y explicarlas, lo cual implica que se formulen en contextos importantes trascendentes, útiles, pero en términos que puedan ser analizadas y discutidas por los estudiantes a partir del conocimiento y capacidades previamente alcanzados.

En la resolución de problemas es imprescindible tener claro la denominada: situación- problema, la cual refleja la contradicción dialéctica entre lo conocido y lo desconocido, entre lo que se sabe y lo que no se sabe, entre el sujeto cognoscente y el objeto de conocimiento, contribuye a la estimulación cognitiva y desencadena todo el proceso de solución del problema.

Otra categoría muy relacionada con la anterior es la que se denomina problema docente, la cual a diferencia de la situación-problema que se caracteriza por lo desconocido, ésta se caracteriza por lo buscado, lo que se quiere encontrar. Es la propia contradicción asimilada por el sujeto cognoscente y produce un cambio psicológico en él. El problema se resuelve con la ayuda de tareas y preguntas-problema; donde ésta viene a ser una secuencia de actividades a realizar, la cual dispone de datos iniciales.

La pregunta-problema es una componente estructural de la tarea o una forma del pensamiento productivo que al concretar la contradicción conduce a su solución inmediata. Es un impulsor directo del movimiento del conocimiento.

Lo problemático es una categoría más, que como señala Martínez (1986) está determinada por *el grado de complejidad de las preguntas y tareas y el nivel de habilidades del estudiante para analizar y resolver los problemas de forma independiente.*

Para Valdés y Valdés (1999), la vía idónea para formar conocimientos científicos significativos es precisamente reflejar durante la resolución de problemas el camino general de la actividad investigadora: de la representación global, inicialmente superficial, de la situación; al análisis de las relaciones substanciales entre las cosas y a la reconstrucción progresiva de la situación, hasta finalmente obtener una nueva imagen global del objeto estudiado, más profunda y completa.

En el diseño de situaciones-problema es necesario considerar los objetivos que deben extenderse a procedimientos y actitudes característicos del aprendizaje de las ciencias, evitando así el habitual reduccionismo conceptual. Se pretende formar y/o consolidar en los estudiantes el uso de procedimientos de ciencia tales como la identificación de problemas, la búsqueda de información de diferentes fuentes, la emisión de conjeturas, la planificación de actividades para contrastarlas, la recogida y organización de datos, la adquisición de técnicas, la comunicación organizada, la toma de decisiones fundamentales, etc.

Enfrentar a los estudiantes en la resolución de distintos tipos de problemas les permite la formación de la habilidad de considerar el contexto en el cual es más fácilmente resoluble el problema, en el verbal, analítico, gráfico o experimental.

2.5 .1 Los conceptos de situación-problema y de problema

Considerando que el eje fundamental de la actividad científico investigadora es la solución de situaciones-problema, los cuestionamientos de la realidad pueden ser un desajuste entre la teoría y el experimento que provoca una conflictuación en el paradigma teórico prevaleciente. En la dirección de Valdés y Valdés (1999) ubicar esto en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Física implica concretar los objetivos de la formación científica en los estudiantes en el planteamiento y solución de situaciones-problema en base a las cuales se conduce el trabajo del profesor, las actividades de los estudiantes, el uso de la tecnología digital (vídeo, internet, ordenadores, sensores), el análisis de artículos, el trabajo en el laboratorio, etc.

Con respecto a una situación-problema Valdés y Valdés (1999), declaran que es *aquella en la que el sujeto advierte no poseer los conocimientos, habilidades o medios necesarios para comprender o modificar determinado fragmento de la realidad y, al propio tiempo, percibe la posibilidad de encontrar una salida de la situación.*

Al hacer frente a una situación-problema (SP) el sujeto pone en juego un sistema de prácticas operativas y discursivas de las cuales emergen los significados de los objetos de la Física, el problema es una acotación de la SP, es un estado cognitivo de conflictuación del

sujeto al encontrarse limitado en el uso de las herramientas conceptuales y metodológicas para llegar a una solución.

Una situación-problema debe generar en el individuo un estado de ansiedad de conflictuación que lo lleve a plantear un problema y su posible solución.

Un problema en términos generales, es una tarea o situación en la cual aparecen algunas componentes:

La existencia de un interés; esto es, un sujeto (individuo o comunidad) desea o necesita encontrar una respuesta o solución ante cierta situación específica.

La no-existencia de una solución inmediata. Es decir, no existe un procedimiento o regla que garantice la solución completa de la tarea. Por ejemplo, la aplicación directa de un algoritmo o conjunto de reglas no es suficiente para determinar la solución.

La presencia de diversos caminos o métodos de solución (numérico, algebraico, gráfico o experimental). Se considera la posibilidad de que el problema pueda tener más de una solución.

La atención de un individuo o grupo para realizar un conjunto de acciones tendientes a resolver esa tarea. Esto es, un problema es tal que existe un motivo y se emprenden acciones específicas para intentar resolverlo.

La idea básica en la concepción de lo que es un problema es que el sujeto se enfrente a una variedad de situaciones-problema en donde sea necesario analizar y evaluar diversas estrategias en las diferentes fases de solución. Es decir, en el análisis, interpretación y comprensión del problema, el diseño e implementación de algún plan de solución, y en la verificación de la solución y la búsqueda de conexiones el sujeto usará gráficas, tablas, ejemplos y contraejemplos, así como los ajustes necesarios para avanzar o resolver el problema. En esta perspectiva, la palabra problema incluye situaciones en donde se identifique el aprendizaje de determinado contenido. Así, tenemos, que se puede pensar en el problema de aprender el concepto de una ley o principio.

En diferentes ocasiones, es primordial que el sujeto formule problemas a partir de alguna información específica (que puede ser dada o que el individuo o grupo debe consultar).

Es primordial presentar una imagen del término problema consistente con el que se identifica en el campo de la Física. Es decir, existen problemas que pueden resolverse en

poco tiempo, otros que requieren más análisis y discusión, y por lo tanto un período más largo para determinar la solución.

Finalmente existen problemas abiertos en la Física que todavía no han sido resueltos como los presentados en la mecánica cuántica. En este contexto, la discusión de los posibles caminos de solución y el análisis detallado de las dificultades son fundamentales para motivar a los estudiantes a identificar e intentar resolver este tipo de problemas. En el proceso de solución, los estudiantes pueden encontrar otras ideas importantes que valga la pena explorar y esto puede ilustrar que algunas veces los intentos de solución son tan importantes como la misma solución del problema.

2.5.2 Una estrategia general para la resolución de problemas

El análisis de cómo resuelven las personas los problemas físicos ha generado información importante no solo para entender el proceso de las diversas fases de la solución, sino también para proponer algunas líneas de enseñanza.

Para realizar tal análisis, es necesario recurrir a diversos métodos de recolección de información y basarse en modelos que permitan identificar categorías o dimensiones, que expliquen el comportamiento de los sujetos al resolver problemas.

Estas categorías caracterizan los elementos que influyen en la resolución de problemas y constituyen un intento de explicar algunas dificultades que el estudiante puede mostrar al resolver problemas. Polya (1945) es el precursor en identificar algunos aspectos centrales relacionados con diversos momentos del proceso de resolver problemas, documenta su propia experiencia como matemático y educador, resalta la identificación de varias etapas o categorías en el proceso de resolver problemas. Primeramente se centra en la fase del entendimiento del problema. Es aquí donde es importante entender la información del enunciado del problema y las posibles relaciones, para ser más explícito presento a continuación una estrategia general en la resolución de problemas.

A pesar de que se invierte un tiempo considerable en esta actividad es común encontrar que la mayoría de los estudiantes, al enfrentarse a un problema de índole desconocido no saben cómo proceder.

Tomando en cuenta que es imposible que en la escuela, se le enseñe a los estudiantes, a resolver todos los problemas a los que se van a enfrentar en su práctica profesional, entonces la escuela debe plantearse como objetivo la formación en los estudiantes de las habilidades y las actitudes generales para la solución de problemas.

De gran ayuda para esto último es el manejo explícito en el salón de clases de una metodología general para la solución de problemas, para lo cual mostramos la siguiente estructura general del proceso de solución de problemas considerado en Parra y Barraza (1994):

- 1a. Etapa: Análisis del problema.
- 2a. Etapa: Elaboración de un plan de solución del problema.
- 3a. Etapa: Ejecución del plan de solución del problema.
- 4a. Etapa: Vista retrospectiva.

Una vez comprendido el problema, mediante el análisis del mismo se procede a elaborar una estrategia de solución; la cual consiste en relacionar las condiciones con el requerimiento(s) utilizando: conceptos, principios o leyes involucrados en el problema; que permitan establecer las relaciones mediante las cuales se construya el procedimiento para resolver el problema.

Cabe aclarar que no es posible dar una respuesta completamente definida y única a la elaboración de un plan de solución, por cuanto la búsqueda del mismo es un proceso muy complejo que no se presta a un análisis preciso. Sin embargo, se puede formular una serie de recomendaciones y consejos a fin de enseñarse a ejecutar la búsqueda del plan para la solución. Se podrían plantear preguntas como las siguientes: ¿acaso ya sabe usted si se trata de un problema típico o de uno no típico? ¿Con base en cuáles reglas y principios generales puede ser resuelto? ¿Con ayuda de cuáles recursos y operaciones puede ser reducido a problemas ya conocidos?

En el caso de que los estudiantes se enfrenten a problemas complejos y desconocidos, es posible proporcionarles algunas ideas de cómo proceder.

Una forma de proceder al enfrentarse a un problema complejo y desconocido es tratar de descomponerlo en problemas más simples y de preferencia conocidos.

2.5.3 Análisis crítico de los ejercicios de lápiz y papel

Por observaciones realizadas en la enseñanza de la Física en los primeros años de la universidad, se tiene que la resolución de problemas se reduce a una ejercitación de los estudiantes, reproductiva de la presentación que el profesor hace en el aula con gis y borrador en la resolución de problemas que no conflictúan al profesor ni al estudiante por lo que se reduce a una actividad expositiva del profesor-autoridad. El enfrentamiento ante problemas por parte del estudiante se deja para el examen por lo que no se le capacita para hacer frente a los problemas como lo haría un científico, sino un imitador de procesos de solución. Lo que se evalúa es la capacidad del estudiante de reproducir las habilidades que el profesor-expositor demuestra en el aula. Así pues la resolución de problemas se reduce a una ejercitación pasiva del uso de lápiz y papel en la reproducción de lo que el profesor realiza frente al alumno.

2.5.4 Comprensión y competencia en la resolución de problemas

Al hacer frente a una situación-problema el sujeto pone en juego un sistema de prácticas, una de ellas es la comprensión del problema, la cual es necesaria (indispensable) pero puede no ser suficiente para llegar a la meta: la solución. Por lo que establecemos a manera de ejemplo una diferencia entre *comprensión* y *competencia*: un individuo puede ser capaz de comprender un problema, analizarlo, diseñar una estrategia de solución, pero al implementarla puede no ser competente en resolver el problema. En la dirección anterior Encinas (2012), señala: *La competencia está determinada por la eficacia del sujeto en la resolución de problemas (RP)*.

La comprensión de un objeto físico o matemático no basta para ser competente en la resolución de problemas; se han encontrado evidencias de que la gestión metacognitiva de planeación, dirección y control, juega un papel determinante en la RP; que los sujetos con mayor desarrollo de esta gestión tienen un desempeño más exitoso en el proceso de resolución del problema, por lo que son más competentes. Un sujeto al analizar e interpretar un problema puede llegar a comprenderlo, diseñar una estrategia, implementarla, pero no ser competente para resolverlo, puede entonces ser eficiente pero no eficaz. Por lo

que es destacable la *persistencia* y la *tenacidad* que se manifiestan en el proceso de resolución de un problema, estos elementos forman parte de la *actitud*, en este caso hacia las matemáticas. La *actitud* es una componente de la competencia. Se comparte la visión de (García, 2011; Gómez, 2003) sobre lo deseable que es contar con una actitud favorable en el proceso de resolución, de tenacidad para el logro. También se comparte el hecho de que las actitudes son aprendidas ya sea en el ambiente social, familiar y sobre el que se tiene cierto control, el escolar. Profesores que en su proceso de enseñanza solicitan al estudiante que resuelva en clase un problema en poco tiempo, minutos, aprenderán la actitud de que los problemas deben de resolverse en un breve lapso de tiempo. No fomentando con ello la tenacidad y perseverancia.

Para ser competente en la resolución de problemas, además de la actitud y sus elementos (persistencia y tenacidad) el sujeto debe manifestar distintas maneras de hacer y saber, las cuales señala de D'Ambrosio (2001): *comparar, clasificar, cuantificar, medir, explicar, generalizar, inferir y evaluar*. Estas de alguna forma se manifiestan en el quehacer matemático en la cotidianidad como una actividad cognitiva, como una forma del pensamiento presente en la especie humana. Los estudiosos de la cognición gradualmente se dirigen a estas características de la especie. Por ejemplo, el reconocimiento de ciertas prácticas matemáticas en la vida cotidiana de África, ha sido objeto de investigaciones, como: *el ritmo que acompaña los instrumentos de percusión puede ser estudiado como auxiliar en la comprensión de razones*.

Finalmente con respecto al uso de la TD en la RP también se manifiesta la *comprensión y competencia*, por ejemplo: un sujeto puede comprender un problema, pero no ser competente para resolverlo con el artefacto, al limitarse al uso del mismo sólo como un reemplazador o reemplazador-amplificador y no usarlo como transformador-reorganizador de su propio conocimiento, esto último lo colocaría en un nivel de competencia al pensar con el instrumento un diseño y ejecución de una estrategia para la resolución del problema.

2.5.5 La resolución de problemas y las tecnologías digitales

En un apartado anterior se abordó una estrategia general para la resolución de problemas, en el contexto de las TD, en la *primer etapa* el sujeto analiza e interpreta las condiciones iniciales y requerimientos del problema pensando con el instrumento, y en una *segunda etapa* elabora una estrategia: plan de solución del problema, pensando en las propiedades, potencialidades y limitaciones de la herramienta, es decir piensa con el instrumento que ha interiorizado, que es parte de su estructura cognitiva, que se ha fusionado con su sistema nervioso. Para la *tercera etapa*: ejecuta un plan de solución del problema, hace uso de la herramienta material o simbólica, según sea el caso, para resolver el problema. En la cuarta etapa: *vista retrospectiva*, vuelve a pensar con la herramienta en el sentido de obtener una solución diferente, más óptima.

2.6 En relación al significado de obstáculo

Muchos investigadores han utilizado la noción de obstáculo (por ejemplo obstáculo epistemológico) desde que fue introducido por Bachelard (1938). En el presente trabajo este concepto juega un papel clave, cuando señalábamos en apartados anteriores que al hacer frente a un problema el sujeto activaba un sistema de prácticas de las cuales emergen los objetos matemáticos y sus significados los cuales a la postre ante nuevas situaciones pueden llegar a convertirse en obstáculos, por lo cual es indispensable explicitar la significación que se le da al mismo.

La preocupación por el conocimiento erróneo, por las condiciones que lo hacen posible y por las funciones que puede desempeñar en el dominio y avance de la ciencia, ha ocupado parte importante en el dominio y avance de la ciencia, ha sido parte importante de filósofos de la ciencia y epistemólogos. En ese sentido Bachelard (1938) señala: *Cuando se investigan las condiciones psicológicas del progreso de la ciencia hay que plantear el problema del conocimiento científico en términos de obstáculos.*

El conocimiento de lo real es una luz que siempre proyecta alguna sombra; jamás es inmediata y plena. Al volver sobre un pasado de errores se encuentra la verdad. En efecto, se conoce en contra de un conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal

adquiridos o superando aquello que, en el espíritu mismo, obstaculiza. Con esta noción de obstáculo epistemológico, retomada posteriormente por otros pensadores, el citado autor realiza una aproximación sistemática a los procesos de creación y constitución del conocimiento dentro de la comunidad científica.

Se entiende por obstáculo metodológico a las dificultades que surgen en la construcción del conocimiento, que son directamente vinculadas con las formas de considerar el conocimiento o con el conocimiento mismo. Es decir es el conocimiento previo el que se convierte en un obstáculo para la construcción de un nuevo conocimiento. Con esto queda claro que este concepto no se refiere a las dificultades desorganizadas o derivadas de la ausencia de conocimiento, o como señala Godino (2010): *Un obstáculo es una concepción. Posiblemente un conocimiento, que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problemas pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado.* Para superar tales obstáculos se precisan diseñar situaciones didácticas para lograr que a los estudiantes cambien sus concepciones.

Brousseau (1988) da las siguientes características de los obstáculos:

Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento.

Produce respuestas adaptadas en un cierto contexto que el alumno encuentra con frecuencia.

Un concepto indisoluble al de obstáculo es el de error, éste es un elemento que desempeña una función fundamental, en el sentido de que es un indicador de que existe un cierto tipo de obstáculo.

Tradicionalmente al error se le asigna el papel de informador acerca de que el estudiante sabe o no sabe cierto tipo de conocimiento, por lo que se utiliza para asignar una calificación. En el caso que nos compete el error desempeña un papel muy importante porque la existencia del mismo nos muestra las dificultades y los obstáculos que los estudiantes tienen en el proceso de transitar hacia una respuesta de un problema. El error se convierte en un objeto de estudio, en un elemento a investigar en el proceso de aprendizaje. El error es la vía para encontrar el obstáculo.

El obstáculo puede ser para el que aprende (cognitivo), para el que enseña (didáctico) y de evolución histórica del conocimiento (epistemológico). Enseguida se describen brevemente cada uno de ellos: *obstáculos psicogenéticos*: son debidos a las

característica del desarrollo del niño. Veamos un ejemplo. Tenemos dos recipientes, uno delgado y alto y uno ancho y bajo. Vamos a vaciar un líquido del recipiente delgado al ancho. Si se le pregunta un niño pequeño (alrededor de los 7 años o menos) antes de hacerlo, si la cantidad de líquido permanecerá igual después de vaciar el líquido, no sabe que contestar. Cuando se realiza el vaciamiento, en su presencia, y él verifica que el nivel del líquido en el recipiente ancho es inferior al que tenía en el recipiente delgado, entonces concluye que la cantidad del líquido ha cambiado: *ahora hay menos* es su respuesta. Es una respuesta típica de esta etapa el que los sujetos privilegien a una de las dimensiones (la altura) del vaso a la hora de la interpretación del dato perceptual. Este aspecto figurativo del pensamiento (percepción) se convierte en un obstáculo ante la reversibilidad al nivel de las operaciones concretas (forma de razonamiento operativa).

Obstáculos didácticos: que resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza. Ciertos conocimientos culturales, incluso aprendidos en la escuela, se oponen duramente a construcciones conceptuales consideradas por el profesor., por ejemplo, el hecho de que todo entero tiene un sucesor, y si es no nulo, tiene un predecesor, obstaculiza la noción de densidad en D.

La expresión del área de un círculo $A = \pi r^2$, la cual evoca en los alumnos una expresión de cálculo (estática), la cual obstaculiza que puedan evocarla como una relación funcional (dinámica).

Obstáculos epistemológicos: obstáculo intrínsecamente relacionado al propio concepto. Evidenciado por medio de un análisis histórico, tal tipo de obstáculo debe ser considerado como parte del significado del concepto. Por tanto, encontrarlo y superarlo, parece ser una condición necesaria para la construcción de una concepción relevante. Moreno (1992), señala al respecto:

El análisis histórico-crítico de las ideas matemáticas nos permite identificar en el proceso de elaboración de las ideas, ciertas "formas de concebir" que, eventualmente se convierten en obstáculos para el desarrollo de tales ideas. Como la epistemología trata de las circunstancias que hacen posible el conocimiento, a tales obstáculos se les llama obstáculos epistemológicos. Tales obstáculos no desaparecen cuando trasladamos las ideas matemáticas al discurso escolarizado. Allí, toman otras formas que bien podríamos llamar, a grandes rasgos, obstáculos didácticos. Teniendo como base el significado de obstáculo, en

Parra (1997) se presenta un trabajo de investigación donde se detectan los obstáculos en el uso de los conceptos de energía mecánica en la resolución de problemas de física.

En el caso de la historia de la Física, el paradigma Aristotélico se convirtió en un obstáculo para el desarrollo de la ciencias físicas, paradigma que finalmente fue sustituido por el Newtoniano, el cual contribuyó enormemente en el desarrollo de la Física, pero a su vez se convirtió en un obstáculo para el desarrollo posterior de la ciencia, paradigma que finalmente fue sustituido por el Einsteiniano.

En el presente trabajo se asume que también en el contexto de las TD, se manifiestan obstáculos sobre el uso de las herramientas digitales (*obstáculos instrumentales*). Cuando un sujeto trata de resolver un problema con TD, haciendo uso de una estrategia generada por otra tecnología, por ejemplo con la de lápiz y papel. Es como tratar de construir los *viejos* significados con las nuevas tecnologías, lo cual no es posible porque con las TD, son otros significados los que se construyen.

2.7 El análisis didáctico como modelo teórico

En la teoría del EOS, se consideran los sistemas de prácticas, configuraciones de objetos y procesos matemáticos primarios y secundarios, etc., herramientas conceptuales y metodológicas que también puede aplicarse a otros campos del saber (considerando la naturaleza propia de sus problemas), como la Física, Química, Didáctica, entre otras. Por ejemplo en el caso de la Física, ante una situación-problema (SP) del movimiento mecánico, si surge la necesidad de resolver un problema de caída libre, el sujeto puede hacer uso del lenguaje, realizar prácticas operativas y discursivas de los objetos de la mecánica Newtoniana (velocidad, aceleración, tiempo, masa, etc.), de los cuales emergen los objetos físicos (conceptos, leyes, procedimientos, argumentos) y sus significados.

En el caso de la Didáctica como disciplina en el EOS, implicaría problemas didácticos, sistemas de prácticas didácticas, objetos didácticos, procesos, configuraciones y trayectorias didácticas, etc., Por ejemplo con respecto a las configuraciones didácticas ésta se considera como unidad básica de análisis didáctico, entendida ésta, como el conjunto de interacciones docente-discente.

Una configuración didáctica (Godino *et al.*, 2008) conlleva una configuración epistémica, una actividad, tarea, problema y procedimientos requeridos para su solución, lenguajes, conceptos, leyes de la Física y argumentaciones, las cuales pueden responsabilizarse al profesor, los alumnos o entre ambos. Relacionada a una configuración epistémica, hay una configuración instruccional, formada por la red de objetos docentes, discentes y mediacionales, activados al hacer frente a un problema o tarea matemática. La descripción y valoración de los aprendizajes que se van construyendo en el proceso, se realizan mediante las configuraciones cognitivas, objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas personales que se implementan en una configuración epistémica.

El Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática (EOS) se propone a partir de un análisis multifacético, describir y explicar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula escolar. Con este propósito, se han desarrollado cinco niveles para el análisis didáctico del proceso de estudio, los cuales presentamos enseguida:

1. *Análisis de las prácticas matemáticas,*
2. *Análisis de objetos y procesos matemáticos,*
3. *Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas y de conflictos semióticos.*
4. *Identificación del sistema de normas y metanormas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (dimensión normativa).*
5. *Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.*

Los niveles del 1 al 4 son herramientas para una didáctica descriptiva explicativa (para comprender), es decir, ¿qué está pasando aquí y por qué? El nivel de análisis 5 pretende ser una herramienta para una didáctica prescriptiva, es decir, una herramienta que permite valorar las actividades y orientar las posibles modificaciones para mejorar los procesos. A continuación describimos los niveles. No sin antes mostrar una figura retomada de Godino (2015), donde se muestran los niveles del Análisis Didáctico.

Fig. 2.6. Niveles del análisis didáctico.



Fuente: Godino, 2015.

2.7.1 Análisis de los sistemas de prácticas matemáticas

Se aplica, sobre todo, a la planificación y a la implementación de un proceso de estudio y pretende estudiar las prácticas matemáticas realizadas (o planificadas) en dicho proceso. Permite descomponer el proceso de estudio en una secuencia de episodios y, para cada uno de ellos, describir las prácticas realizadas siguiendo su curso temporal. Se trata de identificar en el proceso de solución de un problema los sistemas de prácticas que muestran los significados personales e institucionales de los sujetos intervinientes.

2.7.2 Análisis de objetos y procesos matemáticos

En este nivel de análisis se pretende identificar los procesos y objetos matemáticos primarios y secundarios activados con las prácticas matemáticas realizadas: situaciones-problema, conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos y las facetas duales personal/institucional, ostensivo/no ostensivo, expresión/significado, extensivo/intensivo,

unitario/sistémico y sus procesos cognitivos/epistémicos: institucionalización–personalización; materialización /concreción–idealización/abstracción; expresión/representación–significación; particularización–generalización y análisis/descomposición – síntesis/reificación.

2.7.3 Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas.

En este nivel de análisis se pretende identificar las configuraciones didácticas en que se divide el proceso de instrucción, para lo cual se trata de responder a preguntas como las siguientes: ¿Cómo se articulan entre sí las configuraciones didácticas para formar la trayectoria didáctica? ¿Cuáles son los conflictos semióticos y su tipo: epistémico, cognitivo o interaccional?, es decir, las disparidades entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones).

Un proceso de enseñanza comprende distintas dimensiones, las cuales están interconectadas entre sí: epistémica (significados institucionales), docente (funciones del profesor), discente (funciones de los alumnos), mediacional (recursos materiales y temporales), cognitiva (significados personales), emocional (sentimientos y afectos).

En el EOS Godino (2006), distingue seis tipos de trayectorias didácticas:

Trayectoria Epistémica. En esta trayectoria es fundamental identificar los conflictos epistémicos, siendo aquellos en los cuales se presenta una disparidad entre los significados atribuidos a una expresión por instituciones diferentes, por sus propias prácticas. Por lo que es imprescindible considerar la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza los componentes del significado institucional implementado. Donde los objetos primarios (problemas, lenguaje, definiciones, propiedades, procedimientos y argumentos) se van sucediendo en un cierto orden en el proceso de enseñanza. En este nivel de análisis se describe el modo en que los objetos matemáticos se conectan entre sí en un orden específico durante el desarrollo de las actividades, esto con el fin de comprender de mejor manera lo que sucede dentro del aula en el proceso de instrucción. La configuración epistémica es el sistema de objetos y de funciones semióticas entre los objetos relacionados con la resolución de situaciones-problema. Esta trayectoria consiste en la distribución de los objetos matemáticos y sus funciones semióticas que se presentan en el

proceso de un objeto de estudio, lo que permitiría caracterizar el significado institucional pretendido. En este caso la configuración epistémica sería un elemento de la trayectoria epistémica, y de aquí que el análisis epistémico consista en la caracterización de las configuraciones epistémicas. En una trayectoria epistémica se identifican los estados potenciales sucesivos, los cuales están relacionados con los objetos primarios intervinientes que constituyen un sistema de prácticas. Los siguientes son los seis estados potenciales:

- a) *Situacional*: se enuncia un ejemplo de un cierto tipo de problemas.
- b) *Actuativo*: se aborda el desarrollo de una cierta forma de resolver los problemas.
- c) *Notacional*: se introducen representaciones gráficas, tablas, algebraicas, expresiones verbales, notaciones, etc.
- d) *Conceptual*: se formulan o interpretan definiciones de los objetos matemáticos que se ponen en juego.
- e) *Proposicional*: se enuncian e interpretan propiedades o atributos de los objetos matemáticos que se ponen en juego.
- f) *Argumentativo*: se justifican o explican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas para validarlas.

Estos estados se suceden a lo largo del proceso de enseñanza relativo al estudio de un cierto tema. El análisis de ésta trayectoria de un proceso de instrucción permitirá caracterizar el significado efectivamente implementado.

Trayectoria Docente. Se refiere a la distribución de las tareas y acciones del profesor a lo largo del proceso de instrucción. Consiste en las actividades que realizan los profesores durante el proceso de estudio de un contenido matemático y donde dichas actividades corresponden con su modo de afrontar sus tareas o funciones como docente, las cuales se describen a continuación:

- a) *Planificación*: Diseñar el proceso y seleccionar los contenidos a presentar y los significados a estudiar (construcción del significado pretendido y la trayectoria epistémica). En el diseño de las actividades de la secuencia didáctica se puede diseñar una ruta de trabajo a partir de las situaciones en contexto, así como distribuir el material de trabajo en actividades, ordenadas de acuerdo a lo que se pretende.

b) *Motivación*: Generar un clima de afectividad, respeto y estímulo para el trabajo individual y colaborativo, a fin de que el estudiante se involucre en el proceso del objeto de estudio. Por ejemplo la utilización de un software como el *cabrí*, una simulación computarizada (SC) pueden hacer que las situaciones en contexto, generen un ambiente interactivo que puede resultar atractivo, interesante y muy amigable para los estudiantes y que ayude a su involucramiento en el proceso de instrucción. Se puede propiciar la interacción entre los estudiantes y promover la socialización de las actividades para el estudio del objeto pretendido.

c) *Asignación*: Dirigir y controlar el proceso de estudio, la asignación de tiempos, recursos materiales, la adaptación de tareas, la orientación y el estímulo de las funciones del estudiante. Se requiere en todo momento que el proceso de instrucción sea guiado y controlado por el profesor, pero se espera que el estudiante se sienta libre durante la realización del trabajo, llegando a un cierto grado de autonomía durante el proceso.

d) *Regulación*: Establecer las reglas a seguir (definiciones, enunciados, justificaciones, resolución de problemas, ejemplos, experimentos físicos, etc.), detección e interpretación de conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio, readaptar la planificación prevista. El profesor deberá hacer un trabajo previo en cuanto a la construcción de significados personales que permitirán a los estudiantes enfrentar las tareas propuestas, sin descartar por ello la función regulativa que va a ejercer el profesor durante la ejecución de la secuencia de actividades didácticas.

e) *Evaluación*: Observar y valorar el estado del aprendizaje logrado en los momentos críticos (al inicio, al final o durante el proceso) y resolver las dificultades observadas, conflictos semióticos. El profesor deberá estar atento del estado de aprendizaje a lo largo de todo el proceso de instrucción, además de estar preparado para resolver las dificultades que los estudiantes vayan presentando.

f) *Investigación*: Reflexionar y analizar y valorar el desarrollo del proceso para introducir cambios en sus siguientes diseños de estrategias instruccionales y sus implementaciones. Por ejemplo antes de poner en marcha una secuencia de actividades didácticas se puede realizar un pilotaje de prueba que dé lugar a la reflexión, el análisis y el rediseño de las mismas.

Trayectoria Discente. Se refiere a la distribución de las acciones desempeñadas por los estudiantes. La trayectoria discente consiste en el sistema de acciones y funciones que realiza el estudiante en relación a una trayectoria epistémica determinada. A continuación se presenta una relación de estados potenciales o funciones discentes que se manifiestan en un proceso de instrucción: a) *Aceptación* del compromiso educativo, adopción de una actitud positiva al estudio y de colaboración con los compañeros, b) *Exploración*: indagación, búsqueda de conjeturas y modos de responder a las cuestiones planteadas, c) *Recuerdo*: interpretación y seguimiento de reglas (conceptos y proposiciones) y del significado de los elementos notacionales de cada situación, d) *Formulación*: soluciones a las situaciones o tareas propuestas, ya sea al profesor, a toda la clase o en el seno de un grupo, e) *Argumentación*: justificación de conjeturas al profesor o a los compañeros, f) *Recepción* de información sobre modos de hacer, describir, nombrar, validar, elaborar, planificar, g) *Demanda de información*, son estados en los que los estudiantes solicitan información al profesor o a otros compañeros, h) *Ejercitación*, es la realización de tareas rutinarias para dominar las técnicas específicas, i) *Evaluación*, son los estados en los cuales el estudiante realiza pruebas de evaluación propuestas por el profesor, o de autoevaluación, antes, durante y después del proceso.

Trayectoria Mediacional. Establece la representación de la distribución de los elementos o recursos temporales y tecnológicos (herramientas mediadoras) utilizadas (libros, apuntes, objetos para manipular, la PC, software, internet, etc.). Ésta es de fundamental importancia en nuestro trabajo porque nos permite identificar por ejemplo el papel de las TD, como herramientas mediadoras entre la percepción y el aprendizaje del conocimiento físico y matemático, y donde asumimos que toda forma de conocimiento es mediada por una herramienta material o simbólica.

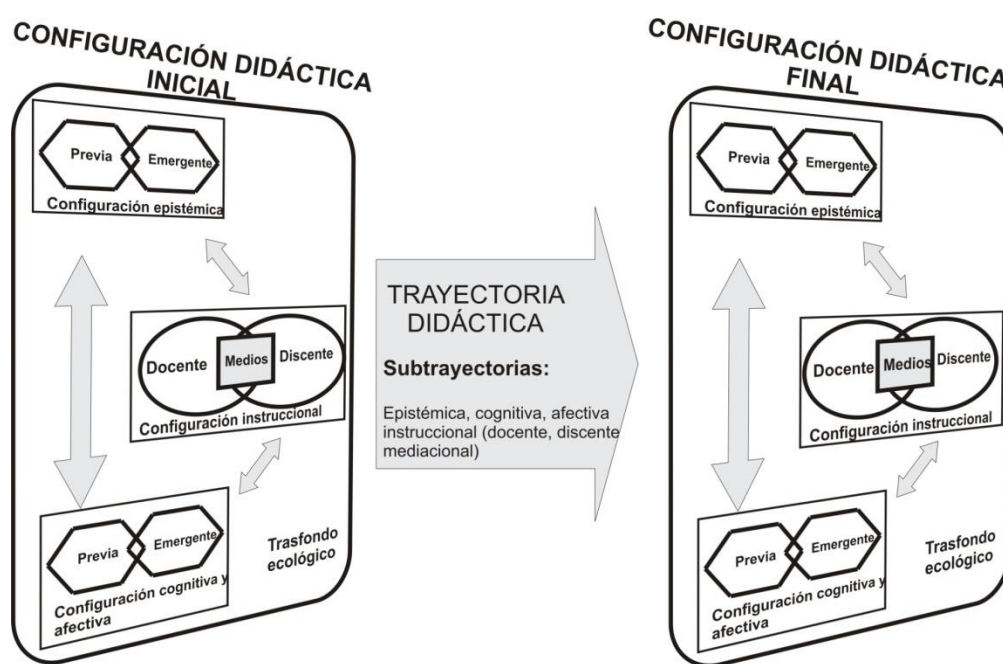
Trayectorias Cognitivas. En esta trayectoria es fundamental identificar los conflictos cognitivos, siendo aquellos en los cuales se presenta una disparidad entre los significados atribuidos a una expresión por una persona, en este caso se produce entre prácticas de un mismo sujeto. Por lo que es necesario detectar los significados previos de los objetos en los estudiantes y dado el proceso de enseñanza detectar mediante una evaluación el significado

emergente, para valorar en qué medida se aproxima el significado personal de estudiante con el pretendido por el profesor.

Trayectorias Emocionales. Se refiere a la distribución a lo largo del tiempo de los estados emocionales-motivación (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada estudiante con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido. Por lo que también consideramos que en esta trayectoria es fundamental detectar la disparidad que se produce entre las prácticas de dos sujetos o más en interacción social, identificada como conflicto semiótico de tipo interaccional.

En la siguiente figura se muestra algo de lo expuesto anteriormente.

Fig. 2.7. Trayectoria Didáctica: objetos y procesos didácticos.



Fuente: Godino, 2008.

2.7.4 Dimensión normativa

Se considera que los sujetos intervinientes en un fenómeno áulico son individuos que interaccionan entre sí, por ejemplo el profesor con el grupo de estudiantes o con un subgrupo o con cada uno de los estudiantes y asimismo un estudiante con otro en particular con un subgrupo o con el grupo por lo que se establece una microsociedad para la cual se establecen ciertas reglas de comportamiento que se manifiestan como un conjunto de normas y metanormas que soportan y condicionan los procesos de estudio, tomando en cuenta los fenómenos de índole social que inciden en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina. Por ejemplo una pregunta sería: ¿Qué normas y metanormas han condicionado el proceso de instrucción?

Dichas normas tienen un *origen* que puede ser en de la administración de la institución, de la sociedad, escuela, aula y disciplina, se manifiestan en una *faceta* (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica) son de un *tipo y grado de coerción* (social: mediante leyes, decretos, órdenes, resoluciones, incluyendo hábitos y costumbres; disciplinar: se manifiesta en teoremas, definiciones) y se establecen en un *momento* específico (plan de estudios, en la planificación de un diseño instruccional, en su implementación y evaluación). Por ejemplo en una clase de Física se establece por la administración la asistencia y puntualidad en la clase para profesores y estudiantes (origen), el profesor establece como regla detectar los conocimientos previos de los estudiantes para que el objeto de estudio pretendido esté dentro de la zona de desarrollo potencial de éstos (faceta cognitiva). Debe ser un hábito participar activamente en la solución de un problema en equipo (social), usar la definición adecuada en la resolución de problemas (disciplinar). En una evaluación se establece un examen de tipo individual para detectar el nivel de correspondencia del significado personal con el institucional-referencial (momento).

Estas normas en la literatura han sido estudiadas y recibido diversos nombres dependiendo de la etapa o momento o nivel del proceso: contrato didáctico de Brousseau (1988); patrones de interacción, normas sociales, y sociomatemáticas de Yackel y Cobb (1996) entre otros. Una organización de la gran variedad de normas regulatorios es la propuesta por (Godino *et al.*, 2009) y está basada en el trabajo de (Godino *et al.*, 2006) sobre las diferentes *facetas* del proceso de instrucción matemática:

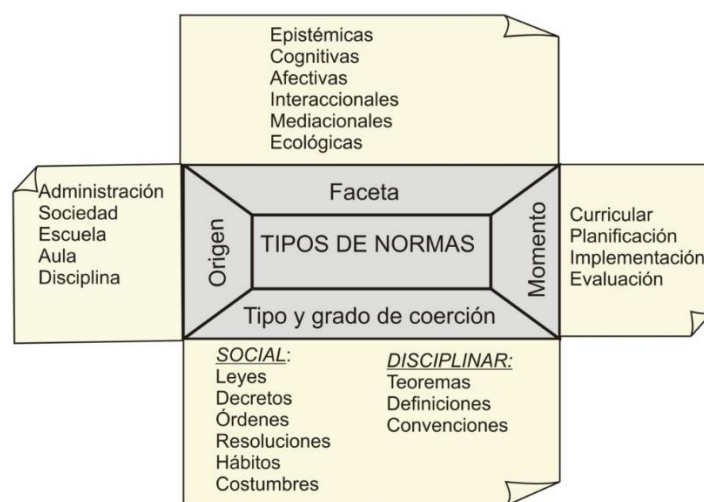
Normas epistémicas. Corresponde al conjunto de normas que determinan la actividad matemática y de la física que es posible desarrollar en una determinada institución. Regulan los contenidos matemáticos y en nuestro caso de la Física, el tipo de situaciones adecuadas para su aprendizaje y las representaciones que se utilizan para los distintos contenidos. Nos dicen que matemáticas y física se deben de aprender. Por ejemplo, en las situaciones-problema (SP), es necesario que el alumno pueda responder a preguntas del tipo, ¿qué es un problema? ¿Cuándo se ha resuelto un problema? ¿Qué reglas conviene seguir para resolver un problema?, etc. Las respuestas a estas preguntas no son absolutas, sino relativas a la institución donde se da el proceso de estudio. Por otra parte considerar la distribución en el tiempo de enseñanza de los objetos matemáticos como componentes del significado institucional implementado (situaciones problemáticas, lenguajes, procedimientos, definiciones, proposiciones y argumentos).

Normas Cognitivas. Normas que regulan el comportamiento matemático de los alumnos. Estas normas cognitivas personales pueden concordar o no con las normas epistémicas de la institución. Es relevante el desarrollo de los significados personales. *Normas interaccionales.* Se refiere a los modos de interacción entre el docente y los alumnos. Para alcanzar las metas del proceso de instrucción y de aprendizaje, aparecen reglas, hábitos y convenios. Estas incluyen la convivencia en el aula. La secuencia de interacciones profesor-alumnos y entre alumno-alumno, para la fijación y negociación de significados en torno a conflictos semióticos epistémicos y cognitivos. *Normas mediacionales.* Reglas que gobiernan el uso de recursos tales como libros, computadoras, calculadoras, internet, el tiempo, espacios, etc., es decir distribución de los recursos tecnológicos utilizados y asignación del tiempo a las distintas actividades y procesos. *Normas afectivas.* Se dice que el alumno debe de estar motivado para el estudio de las matemáticas, no tener fobia y una actitud favorable. Una norma afectiva es que el docente debe buscar situaciones-problema (SP) que motiven al estudiante a resolverla y se fortalezca con ello su autoestima. Considerar la distribución temporal de los estados afectivos (intereses, actitudes, afectos, motivaciones) del alumno, con respecto al proceso de estudio. *Normas ecológicas.* Normas que relacionan lo que sucede en la escuela con la sociedad. Una regla es que la sociedad encarga a la escuela a que eduque a sus ciudadanos y se integren a ella. Ubicar el conjunto de relaciones con el entorno natural, social, político, económico y laboral, que incide en el

proceso de estudio. Dentro del contexto anterior surgen las metanormas, desde dos puntos de vista: a) normas que se aplican a otras normas. Por ejemplo, la regla que dice que hay que respetar las reglas. b) normas que son comunes a varias normas. Por ejemplo la regla que dice que no hay que copiar en los exámenes es válida en normas aplicables a todos los niveles de educación. (D'Amore *et al.*, 2007) organizan las metanormas de acuerdo al rol jugado por las normas que a su vez regulan: metanormas metaepistémicas, metanormas metainstruccionales y metanormas metacognitivas. Las *metaepistémicas* que regulan las epistémicas, se pueden ejemplificar, como: Las definiciones, deben de ser claras y precisas y no incluir lo que se define; los teoremas se deducen de los postulados; hay que distinguir entre comprobar y demostrar una proposición, etc. Las *metainstruccionales* regularían las normas asociadas a los procesos de instrucción. Algunos casos: hay que procurar cumplir la planificación de la instrucción; con la mejor implementación, se debe tratar de obtener la mayor idoneidad instruccional posible.

La *metacognitiva* que se relaciona con los procesos cognitivos de aprendizaje y el desempeño de los sujetos (alumnos) dentro de un proceso de instrucción o fuera de él. Reglas ilustrativas son: para resolver un problema debería: comprender el problema, concebir un plan, ejecutarlo, revisar la solución (vista retrospectiva); el profesor debe resolverme las dudas, el profesor debe darme a conocer los criterios de evaluación del curso, etc. Para ilustrar lo anterior se presenta la siguiente figura:

Fig. 2.8. Dimensión normativa.



Fuente: Godino, 2008.

2.7.5 La idoneidad didáctica

Tomando en cuenta que en la Didáctica de las Matemáticas y de la Física no se reduce a tratar de describir y explicar los procesos de enseñanza y aprendizaje de estas disciplinas, sino que se propone contribuir a la mejora de los sistemas didácticos, el EOS establece determinados criterios que permitan valorar la idoneidad didáctica que incluye seis diferentes facetas que intervienen en un proceso de estudio de las matemáticas y de otras disciplinas incluida la física, las cuales presentamos a continuación:

Faceta epistémica

Se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o previstos), respecto de un significado de referencia. Las situaciones problemáticas constituyen un elemento central de esta dimensión y el logro de una idoneidad epistémica alta requiere valorar la representatividad de diversos objetos de la Física: definiciones, procedimientos, leyes, así como la justificación de los mismos en sus representaciones (gráfica, numérica, analítica y verbal). Las tareas deben proporcionar a los estudiantes diversas maneras de abordarlas, implicando todas esas maneras, el uso de diversos objetos, a la vez que deben promover que los estudiantes conjeturen, interpreten, generalicen y justifiquen las soluciones.

Faceta cognitiva

Considera el grado en que los significados pretendidos/implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos Vygotsky (1934) y proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados. Los estudiantes deben aprender la Física entendiéndola, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de sus experiencias y conocimientos previos al hacer frente a situaciones problemáticas mediante el lenguaje (numérico, analítico, gráfico y verbal), conceptos, procedimientos, leyes, argumentos y relaciones entre estos elementos que conforman una idoneidad cognitiva.

Faceta afectiva

Trata sobre el grado de implicación (actitudes, emociones, intereses y necesidades) del alumnado en el proceso de estudio. Lo cual se manifiesta en ciertos indicadores: las

tareas tienen interés, para los alumnos, se suponen situaciones que permitan valorar la utilidad de la Física en la vida cotidiana y profesional. Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. Se favorece la argumentación y ésta se valora en sí misma y no por quién la dice. Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a la Física. Nivel de medida en que las configuraciones didácticas motiven a la acción y participación de los alumnos en la creación de un ambiente de trabajo del proceso de estudio.

Faceta interaccional

Considera el grado de identificación y solución de conflictos semióticos, esto es cualquier disparidad entre sujetos (instituciones o individuos) sobre los significados atribuidos a un objeto, antes, durante y después del proceso de instrucción. El conflicto es semiótico-epistémico si la discordancia es entre significados institucionales, semiótico-cognitivo si la disparidad es por las prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto y semiótico-interaccionales si la discordancia es entre las prácticas de dos sujetos distintos en interacción comunicativa.

En la interacción docente-discente, como ejemplos pueden citarse, respecto a las interacciones del profesor: la manera en que éste hace la presentación de algún tema (clara y bien organizada, sin hablar demasiado rápido, enfatizando los conceptos clave del tema, etc.), busca llegar a consensos con base en el mejor argumento, favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes, promueve la inclusión en el grupo y procura evitar la exclusión; fomenta la autonomía para que los estudiantes asuman la responsabilidad del estudio; implementa la evaluación formativa con la observación sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes.

Faceta mediacional

Se refiere a la disponibilidad, adecuación y uso de los recursos materiales (computadora, simuladores computarizados en línea, internet, calculadora, etc.) y temporales para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir las situaciones problemáticas, lenguajes, procedimientos y argumentaciones adaptadas al contenido pretendido: las definiciones y leyes son contextualizadas y motivadas usando modelos

concretos y visualizaciones mediante simulaciones computarizadas. El número de alumnos, horario y condiciones del aula, permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. El tiempo (presencial y no presencial) es adecuado, se dedica el tiempo suficiente a los contenidos más importantes y que presentan más dificultad de comprensión.

Faceta ecológica

Trata sobre el nivel de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo, directrices curriculares, condiciones del entorno social, políticas públicas, los requerimientos que demanda la sociedad actual, limitaciones económicas, etc. Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con el currículo, se presenta una apertura hacia la innovación didáctica basada en la investigación y la práctica reflexiva e integración de las TD. Se planifica la educación de valores. Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios.

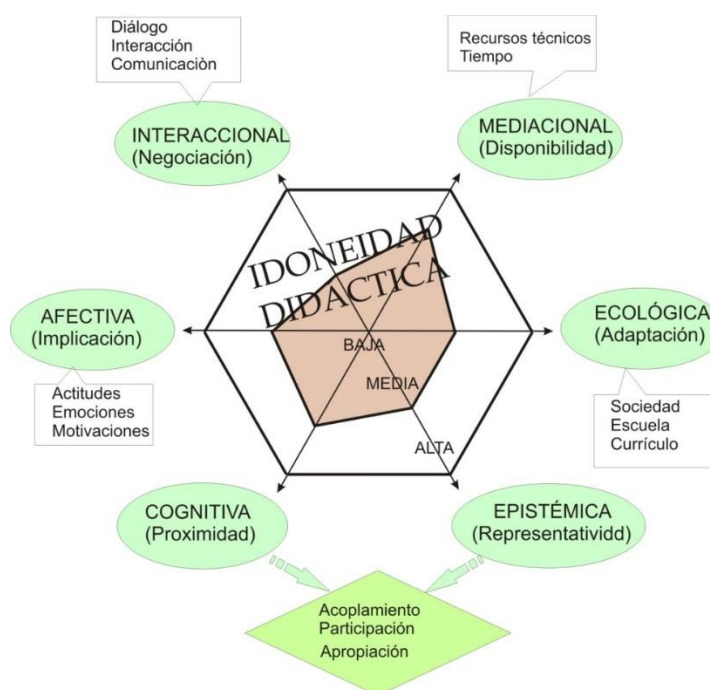
Enseguida se abordan las interacciones entre las dimensiones. En los párrafos anteriores se trataron algunos componentes e indicadores de las dimensiones para una ID, dichas dimensiones no se deben considerar como independientes, ya que se presentan interacciones entre las mismas. Por ejemplo el uso de un recurso informático puede determinar el tratar ciertos problemas y las configuraciones de objetos y procesos correspondientes, lo cual conlleva determinadas formas de representación, argumentación, etc., asimismo la interacción entre el profesor y los estudiantes, el interés y motivación, y en los aprendizajes. La componente: interacción epistémica-ecológica tendría como indicador que el currículo propone el estudio de problemas de ámbitos variados como la escuela, la vida cotidiana y el trabajo. La componente temporal-cognitivo tendría como indicador que los objetivos de aprendizaje tienen en cuenta las etapas de desarrollo evolutivo de los estudiantes. En la Fig. 2.9, Mostramos una síntesis de cómo se conforma una ID. Cabe señalar que el hexágono regular sería la situación ideal y el del interior sería una situación real en la cual se observa un sesgo hacia una de las dimensiones, si los vértices son las partes de una rueda obviamente estaría deformada y la rodadura de la misma se vería afectada, con lo cual hacemos una similitud de cómo sería el movimiento de un proceso de estudio.

Las facetas de la idoneidad didáctica se expresan en una interacción dialéctica, donde el principal indicador del sistema de prácticas didácticas de esta idoneidad, es la acomodación entre los significados logrados por los alumnos y los significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados.

Por lo que es necesario que los profesores planifiquen la enseñanza de la matemática, tomando en cuenta los significados institucionales que se pretenden estudiar, adoptando para los mismos una visión amplia, no reducida a los aspectos discursivos como sería la idoneidad epistémica. De igual manera, es necesario diseñar e implementar una trayectoria didáctica que tenga en cuenta los conocimientos previos de los alumnos esto es, la idoneidad cognitiva, identificar y resolver los conflictos semióticos que aparecen en todo proceso de estudio, empleando los recursos materiales y temporales necesarios: idoneidad interaccional y mediacional. Estas idoneidades deben ser integradas considerando las interacciones entre las mismas, o sea la idoneidad didáctica como criterio sistémico de pertinencia como adecuación al proyecto de enseñanza de un proceso de instrucción.

A manera de conclusión se presenta la siguiente figura:

Fig. 2.9. Facetas de la Idoneidad didáctica.



Fuente: Godino, 2008.

2.8 Las Tecnologías Digitales (TD) y la Cognición

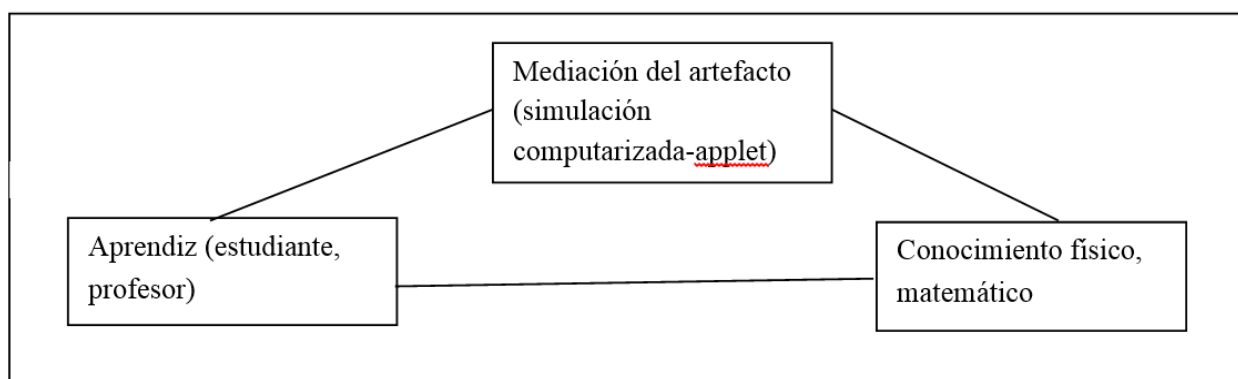
Como se trató en el capítulo uno, se asumen dos principios teóricos Moreno (2012), con respecto al papel de las TD como herramientas mediadoras entre la percepción y el aprendizaje del conocimiento matemático y de la Física., El primero, el cognitivo, establece que *toda forma de conocimiento está mediada por la acción de una herramienta material o simbólica*. El segundo, epistemológico, establece que *la mediación de una herramienta nunca es neutra desde el punto de vista epistémico, es decir que transforma la naturaleza del conocimiento en construcción*.

Con respecto al papel de las herramientas materiales o simbólicas en la construcción del conocimiento tanto matemático como físico, los seres humanos se han valido de artefactos de todo tipo para mediar sus acciones. En lo que respecta a la cuestión educativa, Rabardel (1999) considera que los instrumentos cumplen una función muy importante para el estudiante, porque no son únicamente auxiliares o neutros dentro de la enseñanza, son parte activa en la construcción del conocimiento mediante sus acciones.

Los artefactos y los signos contribuyen a la formación de las funciones psíquicas y los conocimientos. Los instrumentos constituyen las formas que estructuran y mediatizan los registros de las situaciones y los saberes. La mediación instrumental aparece con un concepto central para pensar y analizar las modalidades por las cuales los instrumentos influyen en la construcción del saber. Para Rabardel (1999) un *artefacto* puede ser material o un sistema simbólico empleado como medio para la acción (el ábaco la computadora, mapas, un programa de geometría dinámica, una simulación computarizada, el lenguaje o los símbolos algebraicos). El *instrumento* es una entidad mixta que comprende el artefacto material y los esquemas de uso. Estos últimos son las representaciones que han formado parte de las competencias del usuario y que son necesarias en la utilización del artefacto. El *artefacto* relacionado con la acción es lo que Rabardel denomina *instrumento*. Así, dos *instrumentos* diferentes relacionados con el *artefacto* compás son: construir círculos o trasladar una distancia. Un artefacto puede generar varios instrumentos. La producción de éste se llama *instrumentación*. Por ejemplo, como señala Santillán (2002), con la utilización del *artefacto* compás y las propiedades asociadas al uso de este artefacto puede generarse la *definición* de círculo. Artefacto, son los dispositivos en potencia que pueden llegar a ser

usados efectivamente en el ámbito educativo. Están ahí a la espera de ser instrumentos de aprendizaje. Se caracterizan por cumplir una función técnica, es decir sirven para hacer algo específico. Son producto de un sistema de necesidades sociales y culturales. Son una construcción humana, es decir elaborados por el hombre. Enseguida se presenta esquemáticamente un modelo del proceso de aprendizaje, enfocado en el uso de un artefacto expresado en términos de mediación. La figura siguiente es producto de otra presentada por Jones (2000), y a su vez citada por (Drijvers *et al.*, 2010).

Figura 2.10. Modelo del proceso de mediación por un artefacto



Fuente: Propia.

Los artefactos como las páginas web brindan una amplia gama de actividades interactivas mediante simulaciones computarizadas (applets) para el estudio de la Física. Por ejemplo en el presente trabajo algunas actividades se apoyaron en el sitio <http://phet.colorado.edu/>, que ofrece simulaciones de Física, Matemáticas, Química, Biología, etc., que nos pueden servir de herramientas mediadoras en la construcción del conocimiento en los estudiantes.

Al interactuar un sujeto con un artefacto se presenta un uso progresivo que se denomina *génesis instrumental* que es un proceso, a partir del cual se da la producción o elaboración de los instrumentos por parte del sujeto, a través de la utilización del artefacto. Incluye también las formas como el sujeto atribuye funciones al artefacto que está usando en su actividad, y por lo tanto las habilidades que desarrolla en este uso.

Involucra la evolución de los artefactos en relación con la actividad del sujeto y el surgimiento de los usos. Este proceso de génesis tiene dos dimensiones producto de la relación bilateral que se establece entre el artefacto y el usuario. La dimensión *instrumentalización* corresponde a los aspectos del proceso de génesis que se orientan hacia el artefacto, es el conocimiento del sujeto el que guía la manera como la herramienta es usada y en un sentido, da forma al artefacto. La dimensión *instrumentación* corresponde a los aspectos del proceso de génesis que se orientan al sujeto, las cualidades y restricciones de la herramienta influyen las estrategias de resolución de problemas (RP) del sujeto y sus significados emergentes.

El proceso de uso del artefacto transita por etapas, desde la *instrumentalización* al instrumento, desde conocer el artefacto, familiarizarse hasta su uso y es aquí donde se manifiestan tres tipos de uso: a) Como Remplazador-prótesis, b) Amplificador y c) Transformador-reorganizador del conocimiento. Por lo que la influencia del instrumento sobre la construcción del conocimiento en el sujeto es progresivo. La apropiación del instrumento por parte del sujeto resulta de un desarrollo evolutivo, referente a lo que se denomina *génesis instrumental*, por lo que el instrumento no es un ente externo al sujeto, como algo dado, sino que es construido por el sujeto paulatinamente. Como señala Rabardel (1999), el instrumento se convierte en tal, cuando el sujeto se ha apropiado de él y lo ha integrado a su actividad.

Para las situaciones donde se utilizan TD, se han identificado diferentes tipos de usos Hughes (2005), esta tipología nos permite identificar en que parte del proceso de la *génesis instrumental* está el sujeto. Estos usos son: 1) como reemplazo de los recursos y actividades sin modificar la dinámica de la clase, los roles de los actores ni las acciones cognitivas (por ejemplo, proyección de una lección del libro de texto, mostrar definiciones), 2) como amplificador de las actividades y algunas acciones cognitivas de manera que las complementan (adaptar actividades de papel y lápiz, comprobar un resultado, ilustrar conceptos, intercambiar informaciones y propuestas, entre otros), y 3) como transformador implica modificar sustancialmente las prácticas de enseñanza para que impacten en el aprendizaje y contribuyan al desarrollo cognitivo del estudiante. La primera y la segunda pueden dar cuenta del proceso de *instrumentalización* mientras que la segunda y tercera de la *instrumentación*.

Desde la visión etnomatemática D'Ambrosio (2001): el ser humano actúa en función de su capacidad sensoria, que responde a lo material (artefactos), y de su imaginación, muchas veces llamada creatividad, que responde a lo abstracto (mentefactos). La realidad percibida por cada individuo de la especie humana es la realidad natural, acrecentada con la totalidad de artefactos y de mentefactos (experiencias y pensamientos), acumulados por él y por la especie (cultura). Esa realidad, a través de mecanismos genéticos, sensoriales y de memoria (conocimiento), informa a cada individuo. Cada individuo procesa esa información, que define su acción, resultando en su comportamiento y en la generación de más conocimiento. El cúmulo de conocimientos compartidos por los individuos de un grupo tiene como consecuencia compatibilizar el comportamiento de esos individuos y, acumulados, esos conocimientos compartidos y compartimientos contabilizados constituyen la cultura del grupo.

2.9 Metodología

Para la formulación del problema de investigación, previamente se analizó el contenido de fuentes bibliográficas sobre la enseñanza y el aprendizaje del objeto matemático proporcionalidad (OMP) y aspectos epistemológicos del mismo para conocer su origen, desarrollo y enseñanza, se consultaron libros de texto, libros para el maestro, trabajos presentados en eventos académicos y artículos de investigación. También se analizó el uso de las tecnologías digitales (TD) como herramientas mediadoras en la construcción del conocimiento matemático y físico. Para lo cual se revisaron documentos, artículos y tesis relacionados con las (Tics) TD en la enseñanza de las ciencias y algunos aspectos teóricos sobre su uso.

Por otra parte se asumió que el origen y desarrollo de todo conocimiento científico es la resolución de problemas, y en consecuencia con esta premisa se decidió utilizar una metodología para resolver el problema de investigación que se correspondiera con una metodología general para la resolución de problemas, es decir la metodología utilizada estuvo encaminada, en una *primera etapa*, al análisis del problema tratando de entenderlo (definir cuáles eran las condiciones y las demandas del problema). Una *segunda etapa* a la formulación de una estrategia que permitiera obtener información suficiente para tratar de

responder las preguntas de investigación formuladas (para lo cual se revisaron varias tesis de posgrados en Matemática Educativa que estuvieran relacionadas con el EOS y en algunos casos en situaciones relacionadas con la Física)., dicha estrategia finalmente consistió en el diseño de una serie de actividades didácticas que incluían la resolución de problemas con el uso de la tecnología digital (en un primer periodo exploratorio se diseñaron cuatro problemas de Física para resolverse con apoyo en simulaciones computarizadas (SC) en línea, y el uso del OMP para modelarlo matemáticamente. En un segundo periodo se mejoró el diseño, quedando para la investigación final tres problemas, ver Anexos 1, 2, 3). En una *tercera etapa* se puso en juego la estrategia diseñada y se realizaron observaciones de lo sucedido durante el desarrollo de las actividades (se implementaron las actividades diseñadas, con el que fueron el sujeto de estudio: estudiantes de las Carreras de Ingeniería y Física de la Universidad de Sonora, en los años 2012 al 2015. Para lo cual se usaron tres actividades referentes a los problemas: caída libre, fuerza de fricción y movimiento y el efecto fotoeléctrico). El tipo de investigación realizada fue de corte cualitativo descriptivo, al indagar las prácticas operativas y discursivas que los estudiantes mostraban al hacer frente a un problema de Física, mediando las TD entre su percepción y el conocimiento teórico físico. Se audiogrababan las sesiones, el papel del profesor fue el de un investigador participante., y, finalmente en una *cuarta etapa* se analizó la información obtenida durante la instrumentación de la estrategia.

Tanto el diseño de la estrategia, como su instrumentación y el análisis de la información obtenida se llevó cabo teniendo como marco teórico por una parte el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) de Godino (2008) y colaboradores por su articulación y aportaciones para un análisis didáctico como modelo teórico en Física educativa y por otra, la mediación instrumental de Rabardel (2011) en la educación, referente a los significados de artefacto, instrumento, génesis instrumental, instrumentalización, instrumentación y respecto al uso de una TD como: reemplazador-prótesis, amplificador-extensión y como reorganizador-transformador. Cabe señalar que el análisis didáctico se realizó considerando las componentes que lo conforman: identificación de prácticas, configuración de objetos y procesos, identificación de conflictos, normas y las facetas de una idoneidad didáctica (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica) del EOS.

En los párrafos siguientes se describen aspectos relacionados con el diseño de las actividades didácticas, las hojas de trabajo y las simulaciones computarizadas.

2.9.1 Diseño de las actividades didácticas.

Para la planeación del diseño de las actividades didácticas se consideró que tuvieran coherencia con el problema de investigación, considerando situaciones cuyo propósito fue promover los sistemas de prácticas en los estudiantes al resolver problemas e indagar los efectos de las TD en la resolución de problemas (RP) en el contexto de la Física y del OMP.

Como resultado del diseño de actividades, se elaboraron hojas de trabajo impresas, con una serie de instrucciones y preguntas encaminadas a servir de guía al estudiante al momento de ser trabajadas con apoyo en las TD. Las actividades también estuvieron disponibles en línea (sitios web). Las hojas de trabajo para las actividades didácticas, se planearon acompañando las situaciones con simulaciones computarizadas (SC) de Física puestas en línea, previamente seleccionadas según los significados que se pretendían promover. Con el uso de las SC se pretendió aprovechar las ventajas que brinda la utilización de este recurso tecnológico, en cuanto a la interactividad que proporcionaban. Los vínculos a los archivos de las SC se colocaron en una dirección electrónica específica en los cursos de Física I (mecánica newtoniana), disponibles en el sitio NTIC de la página web de la Universidad de Sonora (<http://www.uson.mx/>), con el fin de permitir y facilitar su acceso y aprovechamiento desde cualquier computadora que tuviera una conexión a internet. Anexos: 1, 2, 3, 5 y 6.

Para el diseño final de las actividades didácticas se realizaron las siguientes acciones:

Pilotaje de prueba. Como parte del diseño, se realizó un pilotaje de prueba con estudiantes de los cursos de mecánica (MN) de las carreras de ingeniería y de Física (en ésta carrera en un curso de Didáctica de la Física) de la Universidad de Sonora, cuya propósito fue identificar posibles limitaciones, errores o imprecisiones en el diseño de las actividades, que permitieron hacer modificaciones y lograr una versión más depurada y mejorada de la actividad. Los temas de Física abordados en esta etapa fueron sobre, movimiento rectilíneo,

caída libre, movimiento parabólico, fuerza de fricción y movimiento, conservación de la energía y el efecto fotoeléctrico. Es decir se diseñaron 5 actividades didácticas.

Modificaciones derivadas del pilotaje de prueba. Como parte de la implementación de la hoja de trabajo, se consideraron los resultados del pilotaje para mejorar el diseño de la actividad didáctica y contar con un producto final lo más depurado posible.

Implementación de la secuencia. Después de la incorporación de todas las mejoras en la secuencia de actividades, se obtuvo un producto final, listo para su implementación, en este caso fueron finalmente 3 secuencias: caída libre, fuerza de fricción y movimiento, y el efecto fotoeléctrico. Anexos 1,2 y 3.

Evaluación de la secuencia. Se tuvo siempre presente que el diseño de la secuencia es susceptible de ser mejorada a través de los resultados y evaluaciones que se obtuvieran en las sucesivas implementaciones.

Para el diseño de las actividades didácticas se realizó una secuencia didáctica, consistente en identificar el *Significado institucional de referencia*, planificar el *Significado institucional pretendido*, para lo cual en los siguientes apartados nos centraremos a manera de ejemplo en la planificación del *Significado institucional pretendido*, en las actividades didácticas, las hojas de trabajo y en las simulaciones computarizadas.

2.9.2 Significado institucional pretendido

En las actividades diseñadas incluidas en el documento del proyecto de investigación, se planificaron los *Significados institucionales (referenciales, pretendidos)* para ilustrar la metodología seguida en los 5 temas de Física, a manera de ejemplo se presenta el *Significado institucional pretendido*, para los temas de cinemática: movimiento rectilíneo, caída libre y movimiento parabólico. El sistema de prácticas que se planeó promover en el diseño de las actividades didácticas, correspondía a la interpretación que se hacía del significado institucional de referencia. Los objetos primarios se describen a continuación:

Situaciones-problema. Para el movimiento de un cuerpo predecir: la posición en la dirección $x(t)$, su velocidad $v_x(t)$ y su aceleración $a_x(t)$. Para el proyectil en el plano xy , se contemplan: posición en la dirección $y(t)$, su velocidad $v_y(t)$ y su aceleración $a_y(t)$.

Para las siguientes 3 situaciones:

- 1) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUV).
 - 2) Caída libre (movimiento rectilíneo uniformemente acelerado), cuya aceleración es producida por la atracción gravitacional entre la tierra y el cuerpo.
 - 3) Tiro parabólico (se lanza un objeto en presencia solamente de un campo gravitatorio)
- Identificar la función analítica que representa el movimiento de un cuerpo en las 3 situaciones consideradas en el párrafo precedente.

A partir de la función analítica que representa el movimiento de un cuerpo, visualizar e identificar las características físicas de dicho movimiento. Identificar en cada uno de los casos anteriores el tipo de proporcionalidad que se presenta para la posición en la dirección $x(t)$, su velocidad $v_x(t)$ y su aceleración $a_x(t)$. Para el proyectil en el plano xy , se contemplan: posición en la dirección $y(t)$, su velocidad $v_y(t)$ y su aceleración $a_y(t)$.

Lenguaje. Se pretendía lograr un uso del OMP en diversos contextos (verbal, gráfico, analítico y verbal)

Verbal. Describir las designaciones de los conceptos, proposiciones y sus argumentos para justificarlos. En las 3 situaciones consideradas:

- 1) Movimiento uniformemente acelerado (MRUV).
- 2) Caída libre (movimiento rectilíneo uniformemente acelerado), cuya aceleración es producida por la atracción gravitacional entre la tierra y el cuerpo.
- 3) Tiro parabólico (se lanza un objeto en presencia solamente de un campo gravitatorio)

Gráfico. Representaciones gráficas a partir de las representaciones numérica y analítica de las trayectorias del movimiento de un cuerpo: posición en la dirección $x(t)$, velocidad $v_x(t)$ y su aceleración $a_x(t)$. Para el proyectil en el plano xy , se contemplan: posición en la dirección $y(t)$, su velocidad $v_y(t)$ y su aceleración $a_y(t)$. Para las 3 situaciones consideradas.

Númérico. Construcción de tablas para el movimiento de un cuerpo, de la posición en la dirección $x(t)$, velocidad $v_x(t)$ y su aceleración $a_x(t)$. Para el proyectil en el plano xy , se contemplan: posición en la dirección $y(t)$, su velocidad $v_y(t)$ y su aceleración $a_y(t)$. Para las 4 situaciones consideradas.

Analítico. Modelación algebraica de los fenómenos físicos del movimiento a partir de las representaciones numéricas y gráficas.

Conceptos. Sistema de referencia, trayectoria, desplazamiento, posición, rapidez, velocidad, ángulo, aceleración, gravedad, magnitud, dirección, plano vertical, movimiento unidimensional, movimiento bidimensional, caída libre, tiro vertical, movimiento rectilíneo uniforme, movimiento uniformemente acelerado, ecuaciones del movimiento, movimiento de un proyectil, proporcionalidad (directa lineal, directa lineal inversa, directa cuadrática, cuadrática inversa).

Proposiciones.

Describir las propiedades de los objetos involucrados que intervienen o emergen durante la práctica. Si el movimiento es representado por medio de una función matemática, siempre es posible identificar sus características físicas.

Si el movimiento es representado por medio de una gráfica, siempre es posible identificar sus características físicas.

Si el movimiento es representado por medio de una tabla de datos, siempre es posible bosquejar su representación gráfica.

Si el movimiento es representado por medio de una función matemática, siempre es posible identificar sus características de proporcionalidad.

Si el movimiento es representado por medio de una relación de proporcionalidad, siempre es posible identificar sus características físicas.

En el análisis del movimiento de proyectiles se pueden tratar por separado las coordenadas x y y de la posición y de la velocidad en cualquier instante.

Procedimientos.

Se pueden identificar las siguientes tareas:

- a) Obtener las posiciones y velocidades en la dirección x , para diferentes instantes. En el tiro parabólico serían para x y y , para las direcciones, construir la tabla de datos x vs t y y vs t .

Para las siguientes 3 situaciones:

- 1) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUV).
- 2) Caída libre (movimiento rectilíneo uniformemente acelerado), cuya aceleración es producida por la atracción gravitacional entre la tierra y el cuerpo.
- 3) Tiro parabólico (se lanza un objeto en presencia solamente de un campo gravitatorio)

b) Determinar las velocidades en la dirección x , para doce instantes con apoyo en el Applet: cálculo de la velocidad, en el sitio: <http://didactica.fisica.uson.mx/>, en

<http://didactica.fisica.uson.mx/applets/laboratorio/laboratorio/velmedia.html>, para construir las tablas: x vs t , v_x vs t . Para las 3 situaciones descritas en el párrafo anterior.

Para el tiro parabólico serían para las direcciones x y y , para construir las tablas: x vs t , y vs t , v_x vs t . y v_y vs t . Apoyándose en el Applet en la liga:

<http://didactica.fisica.uson.mx/applets/laboratorio/laboratorio/proyectil.htm>

c) Hacer las gráficas para: $x(t)$, su velocidad $v_x(t)$ y su aceleración $a_x(t)$. Para el proyectil en el plano xy , se contemplan: posición en la dirección $y(t)$, su velocidad $v_y(t)$ y su aceleración $a_y(t)$. Para las 4 situaciones.

Encontrar el modelo matemático para: $x(t)$, su velocidad $v_x(t)$ y su aceleración $a_x(t)$. Para el proyectil en el plano xy , se contemplan: posición en la dirección $y(t)$, su velocidad $v_y(t)$ y su aceleración $a_y(t)$. Para las 3 situaciones.

d) A partir de un movimiento representado por sus tablas, identificar sus características físicas.

e) A partir de un movimiento representado por sus gráficas, identificar sus características físicas.

f) A partir de un movimiento representado por su modelo matemático, identificar sus características físicas.

g) A partir de un movimiento representado por sus tablas, identificar el tipo de proporcionalidad.

h) A partir de un movimiento representado por sus gráficas, identificar el tipo de proporcionalidad.

i) A partir de un movimiento representado por su modelo matemático, identificar el tipo de proporcionalidad.

j) Mediante un Applet, modelar el movimiento a partir de una función matemática donde los coeficientes pueden ser manipulables para visualizar cómo impactan en el fenómeno físico que se está modelando.

Argumentos.

Las simulaciones computarizadas (SC) seleccionadas deberán permitir realizar manipulaciones de variables y parámetros que intervienen en las situaciones planteadas, para visualizar el fenómeno físico y dar riqueza a los significados, además de simplificar los cálculos rutinarios. En las tres situaciones planteadas se debería transitar desde los aspectos físicos del movimiento de un cuerpo (MRUV, caída libre, tiro parabólico) a su modelización matemática haciendo énfasis en la proporcionalidad y también el problema inverso, partir de la modelización matemática de un movimiento hasta llegar a describir su situación física.

En el movimiento de caída libre se generaban gráficas $y-t$, $v-t$, lo que hace posible su modelación y representación analítica por medio de funciones lineales y cuadráticas.

2.9.3 Las actividades didácticas

Del conjunto de actividades didácticas propuestas en la etapa de pilotaje, finalmente se consideraron tres actividades didácticas: caída libre, fuerza de fricción y movimiento, y el efecto fotoeléctrico. Anexos 1,2 y 3.

Para la aplicación de todas las facetas del *análisis didáctico* se diseñó e implementó la actividad de fuerza y movimiento y para profundizar en la faceta de la *idoneidad didáctica* se diseñó e implementó la actividad de caída libre y en el caso de la *identificación de prácticas* para indagar el uso que le daban a las tecnologías digitales TD, se trabajó la actividad didáctica del efecto fotoeléctrico.

De la realización de las actividades didácticas se esperaba que los estudiantes adquirieran un sistema de prácticas eficaces para analizar, interpretar y resolver problemas en el contexto de las TD, y que lograran usar el OMP (directa lineal, directa lineal inversa, directa cuadrática, cuadrática inversa), para modelar los fenómenos físicos.

2.9.4 Las hojas de trabajo

Las hojas de trabajo diseñadas se describen brevemente en el capítulo 3, sobre los resultados y sus análisis y en extenso en los anexos 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Para la realización de las actividades didácticas, que conlleva la implementación del significado institucional pretendido, se diseñaron, para cada actividad, una hoja de trabajo proporcionada a los estudiantes ya sea impresa o en línea. En ellas se indicaba lo que debía hacerse (problemas, tareas a realizar y preguntas que habrían de responderse), la forma y el momento en que debían realizarse (indicando si la actividad era individual, por equipos o grupal, y los momentos en que debían realizarse y lo esperado en cada caso).

Para las todas las actividades se pretendía utilizar, el recurso tecnológico de la computadora, internet y simulaciones computarizadas (SC) debiendo éstas caracterizarse por su flexibilidad y dinamismo para diseñar escenas en las cuales el estudiante podía interactuar con el software, pudiera manejar simulaciones de situaciones de movimiento de un cuerpo y manipular variables o parámetros que dieran riqueza a los significados tanto de los objetos de la física y el OMP.

La combinación de las hojas de trabajo y de las simulaciones computarizadas (SC), tenía como propósito lograr el mayor grado de reflexión por parte de los estudiantes y con la conducción del profesor, promover en el estudiante un papel más activo y autónomo en la ejecución del sistema de prácticas operativas y discursivas.

2.9.5 Las simulaciones computarizadas (Applets).

Las actividades didácticas de las secuencias se realizaron apoyándose en simulaciones computarizadas (SC) (Applets) ubicadas principalmente en línea, los cuales fueron seleccionadas considerando las posibilidades de visualización, manipulación de variables y parámetros, su dinamismo para las tareas a ejecutar, con la finalidad de que los estudiantes pudieran interactuar ampliamente con el software determinado, enriqueciendo con ello los significados que fueran adquiriendo y que también permitiera a los profesores mejorar sus prácticas docentes.

Por lo que primero fue necesario formar un banco de simulaciones computarizadas (Applets), para finalmente decidir el sitio: <http://phet.colorado.edu> , para el caso de la fuerza de fricción y del efecto fotoeléctrico. En la situación de la caída libre nos apoyamos en una simulación que se encuentra en la página web: <http://www.fisica.uson.mx/> en Sala didáctica, cursos y en Curso de física con ordenador en el tema: *Cinemática* (Movimiento

rectilíneo: Movimiento de caída libre de los cuerpos). Dicho curso es curso interactivo de física en internet, diseñado por Ángel Franco (2009), el cual también se encontraba disponible en el sitio web: <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica>

Cabe señalar que para cada una de las actividades se proporcionó una hoja de trabajo con la información detallada del recurso tecnológico que serviría de apoyo (enlace web, nombre, programa que requería ser instalado en caso de ser necesario en la PC, etc.). Para las actividades se describió cómo se podía utilizar el archivo de una simulación computarizada (SC), lo que permitía manipular los parámetros (condiciones iniciales). La simulación también permitía obtener tablas de posiciones, velocidades y aceleraciones con respecto al tiempo. Proporcionaba gráficas del movimiento y su situación física. En conclusión, las actividades didácticas estuvieron apoyadas en Applets, aprovechando las posibilidades de visualización y de efectos gráficos del movimiento que se trataba de representar.

CAPÍTULO 3

LOS RESULTADOS Y SU ANÁLISIS

En este capítulo se presentan los resultados que se obtuvieron como producto de la implementación de las actividades didácticas diseñadas y el análisis de éstos al indagar el papel de las tecnologías digitales, como simulaciones computarizadas (SC) al utilizarlas los estudiantes como herramientas mediadoras entre el conocimiento perceptivo y el teórico físico, al analizar, interpretar y resolver problemas de Física que se modelan con el objeto matemático proporcionalidad (OMP). Para lo cual se usaron los problemas de: caída libre, fuerza de fricción y movimiento y del efecto fotoeléctrico, siendo éste último para detectar el uso que le daban como artefacto. También se reportan algunos resultados preliminares de una etapa piloto. El tipo de análisis de la información obtenida fue de corte cualitativo descriptivo, al explorar las prácticas operativas y discursivas que los estudiantes mostraban al hacer frente a un problema usando las TD, el cual se realizó teniendo como guía las componentes que conforman el análisis didáctico (identificación de prácticas, configuración de objetos y procesos, identificación de conflictos, normas y las facetas de una idoneidad didáctica) del marco teórico: Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) de Godino (2008) y colaboradores, asimismo considerando algunos aspectos de la mediación instrumental de Rabardel (2011).

3.1 Resultados de la actividad física: movimiento parabólico en la etapa piloto

Por la importancia que revistió la etapa piloto para el mejoramiento del diseño e implementación de las actividades didácticas, se presentan algunos resultados obtenidos de las mismas, como fue el caso del tema de movimiento parabólico (Anexo5), para responder a preguntas aún más específicas como la siguiente: *¿Cuál es el papel del uso de la TD con una SC en el caso del movimiento parabólico?* Se analizó el efecto de la tecnología digital con respecto al uso de lápiz y papel. En este caso la SC permitía identificar la variación o no de los *objetos físicos* involucrados y la *proporcionalidad* entre ellos, por ejemplo: la simulación permitía visualizar en cada instante los vectores velocidad y aceleración, las magnitudes instantáneas de sus componentes en las direcciones X y Y. El valor instantáneo

de las posiciones en X y en Y, lo que permitía generar y visualizar los registros numéricos de los *objetos físicos*: velocidad, posición, aceleración y el comportamiento vectorial de la velocidad y la aceleración. Lo anterior no se genera instantáneamente con lápiz y papel. También se generaba un registro gráfico de las posiciones en X con respecto a Y (X-Y), lo que permitía a los estudiantes argumentar acerca de las gráficas de las posiciones en X y Y con respecto al tiempo, de las velocidades en X y en Y con respecto al tiempo y de las aceleraciones. La velocidad en X al transcurrir el tiempo se mostraba constante, por lo que los alumnos expresaban que la gráfica sería una recta paralela al eje del tiempo (*lenguaje gráfico*), también pudieron visualizar con respecto a la velocidad en la dirección Y, los estudiantes usando la SC como mediación lograron generar un lenguaje más rico y asimismo obtuvieron que en el caso de la identificación de *conceptos*, relacionarlos, por ejemplo cómo eran las *proporcionalidades* de la velocidad en Y con respecto al tiempo, de la velocidad en X con respecto al tiempo (V_x-t), de la posición en X con respecto al tiempo (X-t) y la posición en Y respecto al tiempo (Y-t). El comportamiento de la *proporcionalidad* la detectaron con la SC al *activarla*. Por otra parte con respecto a las *leyes* involucradas, lograron identificar, cómo se manifiesta la segunda ley de Newton en la dirección en donde no hay aceleración y en donde sí existe. El applet (SC) permitía a los estudiantes observar como la velocidad en X es constante, y a su vez al relacionarla con el conocimiento teórico, podían *argumentar* que si la velocidad es constante, entonces la aceleración es cero debido a que no existe una fuerza en la dirección X, lo cual se comprobaba con la SC, al variar las condiciones iniciales del problema, movilizar el fenómeno y en las representaciones generadas. Con respecto a los *procedimientos* con la información generada aplicaban la segunda ley de Newton en la dirección X y en la dirección Y, lo cual lo explicitaban mediante un registro algebraico, al modelar matemáticamente para la velocidad en X, para cualquier instante ($v_x = \text{cte.}$) y la velocidad en Y, para cualquier instante, su *proporcionalidad*. Finalmente en el aspecto *argumentativo* estas respuestas son más ricas en el sentido, en qué al estar pensando en el conocimiento teórico físico y matemático relacionado les permitía establecer las proporcionalidades entre los objetos físicos y el tipo de proporcionalidad y justificar el comportamiento de las variables físicas. No sólo describir el comportamiento de los objetos físicos, sino también encontrar las causas de dicho comportamiento. Estos son algunos elementos que permiten

reflexionar y conjeturar sobre el papel de la tecnología digital en este caso mediante una simulación computarizada para el estudio del movimiento parabólico.

3.2 La actividad física: caída libre

En esta sección se presentan los resultados de un análisis didáctico en base al EOS, específicamente el nivel de la idoneidad didáctica (ID), en un grupo de estudiantes de ingeniería al resolver un problema de caída libre, apoyándose en una simulación computarizada (SC) en línea, cuyo propósito fundamental fue que los estudiantes usaran la TD y detectaran el tipo de proporcionalidad que se presenta en el fenómeno físico y lograran modelarlo matemáticamente en base a las condiciones iniciales del problema. Además, respecto a la formación de profesores, se pretendió mostrar el uso del análisis y evaluación de la idoneidad didáctica ID en un proceso de estudio. Para dicha actividad se formularon las siguientes preguntas:

¿En qué medida es idóneo el proceso de instrucción observado?

¿Qué cambios se podrán introducir para mejorar la idoneidad?

¿Qué información es necesaria recoger para evaluar los distintos aspectos de la idoneidad didáctica?

¿Qué papel desempeña la TD, específicamente la SC usada en el proceso de solución del problema, y la modelación matemática de proporcionalidad del fenómeno?

Cabe señalar que los resultados que se muestran en los apartados siguientes son parte de un extenso Parra, Ávila (2015) publicado como resultado del proyecto de investigación del presente trabajo.

Para el análisis de la situación-problema, se diseñó una hoja de trabajo que contiene 13 actividades consistentes en llenar 2 tablas y contestar 11 preguntas, que se aplicaron a un grupo de 20 estudiantes del segundo semestre que cursaban el laboratorio de la asignatura de Física I (Mecánica) de la carrera de ingeniería civil de la Universidad de Sonora, el curso era de 7 horas a la semana, 5 de teoría y 2 de laboratorio, con un profesor de teoría y otro de laboratorio que es el referente en esta experiencia. El horario fue de 13:00-15:00 y la experiencia se llevó a cabo en el semestre 2012-2. Se disponía de 7 computadoras en una

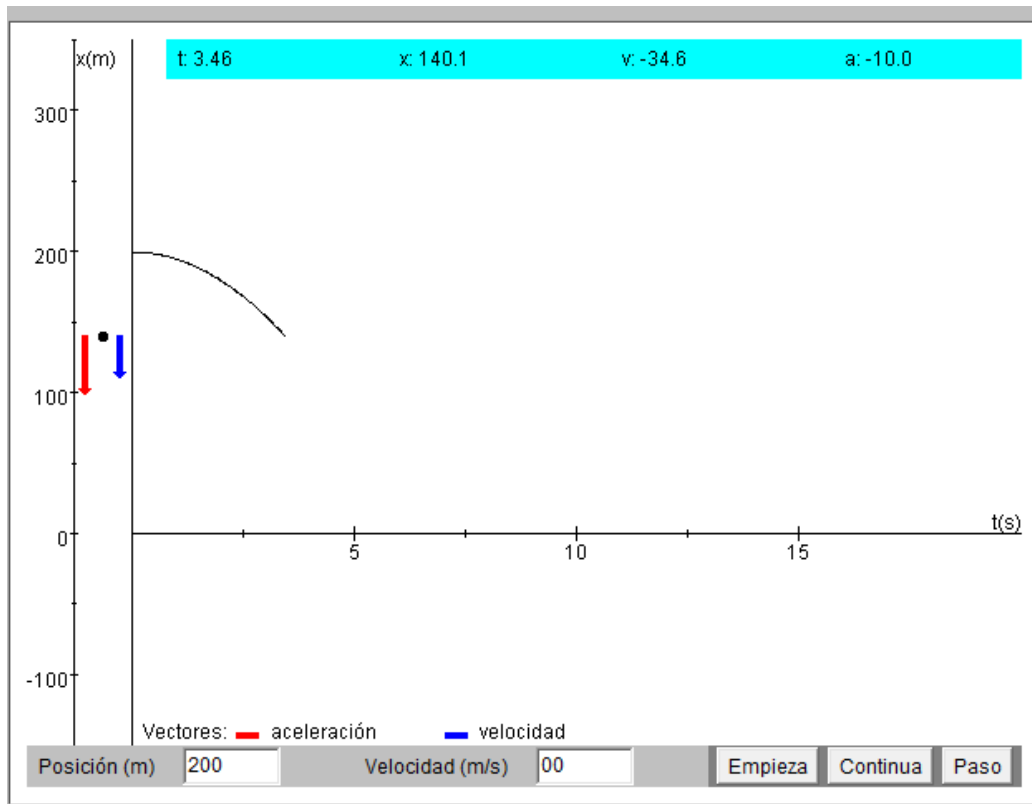
aula del laboratorio de física y de una hoja de trabajo para cada estudiante donde se presentaron las siguientes actividades: ingresar a la página web: <http://didactica.fisica.uson.mx/> en sala didáctica, cursos y en curso de física con ordenador en el tema: cinemática (movimiento rectilíneo: movimiento de caída de los cuerpos; en la cual podrás visualizar un experimento por simulación.

Nota importante: la PC debe tener instalado el JAVA en internet explorer. Verificar las condiciones iniciales de la simulación, por ejemplo considerar la caída a partir del reposo. En la Fig. 2, se muestra, la simulación para el movimiento de caída de los cuerpos la cual genera una tabla de datos para el tiempo, la posición, la velocidad y la aceleración (t, x, v y a), además una gráfica de posición contra tiempo (x vs t). Las condiciones iniciales para la altura y la velocidad inicial pueden ser manipulables.

Problema: Se deja caer un cuerpo de una altura de 100 m, a partir del reposo. Inicialmente se les pide llenar una tabla (Tabla 1) para diez valores diferentes del tiempo, obtener las velocidades generadas por la simulación computarizada.

Enseguida con los datos anteriores construir la Tabla 2, que consiste en obtener 8 cambios de velocidad con respecto al tiempo, usando la expresión: $(v_f - v_i) / (t_f - t_i) = ?$ Posteriormente se plantean 11 actividades que se describen en el IV apartado de este trabajo en la descripción y análisis de la dimensión cognitiva. Enseguida se presenta la figura de una corrida del applet de caída libre tomado del *Curso Interactivo de Física en Internet* de Ángel Franco (2012).

Fig. 3.1. Simulación computarizada en línea para la caída de los cuerpos.



Fuente: Franco, 2012.

3.2.1 Descripción y análisis de la idoneidad didáctica implementada

Enseguida se presentan los análisis y valoraciones a nivel de conjeturas de lo sucedido en el aula de laboratorio de Física, considerando las seis dimensiones de la ID, descritas en apartados anteriores del presente documento (las idoneidades: *Epistémica*, *Cognitiva*, *Afectiva*, *Interaccional*, *Mediacional*, y *Ecológica*).

Se muestran algunos resultados y el análisis de las respuestas de los estudiantes a las actividades de la hoja de trabajo, para explicar y valorar lo sucedido en las dimensiones epistémica y cognitiva. La información sintetizada sobre las respuestas de los estudiantes se presenta en la Figura 3. 2.

A. Análisis de la dimensión epistémica

La observación del proceso de estudio permite caracterizar el sistema de prácticas operativas y discursivas efectivamente implementadas, relativas a la actividad de caída libre y el objeto proporcionalidad. La comparación de estas prácticas con el significado pretendido permite identificar diversos desajustes y formular conjeturas sobre la idoneidad del proceso de estudio, en cuanto a su dimensión epistémica. Con respecto al llenado de la Tabla 1 de la hoja de trabajo: la simulación por su diseño aparece con ciertas condiciones iniciales que no coinciden con las del problema planteado, sin embargo la mayoría de los estudiantes activan la simulación sin considerar lo anterior por lo que el profesor hace ese señalamiento a todo el grupo. Lo anterior podría evitarse si en la hoja de trabajo aparecieran con más detalle aspectos como: Verificar las condiciones iniciales de la simulación, considerando la caída a partir del reposo.

Los estudiantes muestran dificultades y pocos logros en detectar: la relación de proporcionalidad entre la velocidad y el tiempo de caída del cuerpo, así como la constante de proporcionalidad y más aún en modelar matemáticamente el fenómeno físico con una fórmula matemática que le permita predecir la velocidad para cualquier tiempo específico (instante). Para modelar el fenómeno de caída libre; por una parte, no consideran el contexto del mismo como son las condiciones iniciales, (como si no se *hubiera* realizado el experimento virtual), por lo que presentan la expresión: $v = v_0 - gt$, es decir se limitan a escribir la fórmula general para la velocidad de caída del cuerpo o sólo para un caso particular por ejemplo: $v = -10.0 \text{ m/s}$ para $t = 1.0 \text{ s}$ y no el resultado correcto que es: $v = -10.0 \text{ m/s}^2 t$.

En las respuestas pocos argumentan, aunque en algunas actividades está contemplado el ¿por qué?, ¿qué podemos decir?, justifica tu respuesta.

Difieren del valor de la aceleración (gravedad) dado por la simulación a pesar de que ésta lo indica en todo el recorrido.

Cabe señalar que los estudiantes que tuvieron éxito en la modelación (resultado correcto que es: $v = -10.0 \text{ m/s}^2 t$), fueron aquellos que relacionaron la proporcionalidad entre la velocidad y el tiempo.

B. Análisis de la dimensión cognitiva

Los significados personales de los estudiantes se van construyendo progresivamente a lo largo del proceso de instrucción, partiendo de unos significados iniciales al principio del proceso, y alcanzando unos determinados significados finales (logrados o aprendidos), sin embargo algunos de sus significados llegan a convertirse en obstáculos ante nuevas situaciones que les impiden ser competentes en el análisis, interpretación, argumentación y solución de problemas.

Para el llenado de la Tabla 2, el 40% de los estudiantes contestó que la aceleración es constante, a pesar de que el valor de ésta siempre aparece en el experimento virtual, por lo que se deduce que el problema lo descontextualizan del tema de caída libre y de la simulación. Al parecer lo importante es manipular datos y obtener un resultado.

Con respecto a la Actividad 1(A1). ¿Cuál es el valor del cambio de velocidad por segundo? El 70% contestó 10m/s, cabe señalar que del porcentaje anterior, 8 estudiantes de 14 no fueron congruentes con los datos que expresaron en la Tabla 2, donde la aceleración la consideraron variable.

Para la A2. ¿Permanece constante o variable el cambio de velocidad por segundo? El 50% (10 estudiantes) responden que es constante, de los cuales, 4 consideran que el cambio de velocidad por segundo es 10 m/s en la A1, y en A2 responden que el cambio de velocidad es variable.

Para la A3. ¿Qué podemos establecer de la velocidad con respecto al tiempo, conforme éste transcurre? 2 estudiantes responden que varía, 2 que es aproximadamente cte., 4 que disminuye negativamente y 12 (60%), que aumenta negativamente.

Para la A4. ¿Qué significa físicamente el valor del cambio de velocidad por segundo? 4 estudiantes (20%), responden que la aceleración, 14 (70%) contestan que es la velocidad (de los cuales 4 consideran que es cte., 6 que aumenta, y 4 que es instantánea); 2 contestan ambiguamente como que es la “caída”.

Para la A5. ¿Cuál sería la relación matemática (ecuación) entre la velocidad y el tiempo: $v(t)=?$, que nos permitiera calcular la velocidad para diversos tiempos, no incluidos en la Tabla 1, por ejemplo ¿para $t=1.34s$, etc.? El 60% contestan que es la expresión: $v = v_0 - gt$, el 30% responden expresiones ambiguas tales como: $t_f - t_i$ (-10) y el 10% presentan un cálculo, por ejemplo, $v(1.34)=6.7$.

Para la A6. ¿Existe algún tipo de proporcionalidad entre la velocidad y el tiempo? si, no ¿por qué? sí, sí ¿cómo la puedes denominar? El 70% considera que sí, sin embargo las argumentaciones son muy diversas: *la velocidad aumenta de 10 en 10m/s y la cte., es la aceleración* (2 estudiantes), “porque la velocidad es cte.”(6 estudiantes) o *porque $\Delta v/\Delta t$ es la distancia* (4 estudiantes) y 2 responden que no, *porque no avanza igual al transcurrir el tiempo*, 4 no contestan.

Para la A7. Si bosquejas la gráfica (v vs t), ¿Qué puedes decir por la forma que tiene?, 50% contestan que es una parábola pero no la *leen* para el movimiento, 2 consideran que es una recta, 2 establecen relaciones entre las velocidades ($v_2=2v_1$), 2 expresan *por la forma, la aceleración es cte., y la velocidad aumenta*, 4 no contestan.

Para la A8. ¿Cómo puedes calcular la pendiente de la gráfica (v vs t)?, el 100% presentan expresiones equivalentes, pero el 50% más ligada al problema físico esto es: ($v_f - v_i$)/($t_f - t_i$), el otro 50% ($y_2 - y_1$)/($x_2 - x_1$), con respecto a ésta última la mayoría no saben relacionar las variables con el fenómeno físico, por ejemplo($y_2 - y_1$), se relaciona con la velocidad o con el tiempo. Lo anterior hace suponer que unos acuden más a la memorización, la palabra pendiente les evoca la fórmula matemática, y otros tratan de aplicarla, pero en su totalidad no la calcularon.

Para la A9. ¿Qué significa físicamente la pendiente de la gráfica (v vs t)? El 40% responden que es la aceleración, 40% que es el cambio de velocidad y 20% la distancia.

Para la A10. ¿Qué puedes decir, si la gráfica es paralela al eje del tiempo? El 60% (12 estudiantes), de los cuales 8 afirman que la velocidad es cte. y 4 más que es un MRU. El restante 40% (8 estudiantes) consideran que: *...no cae, está en reposo, la aceleración tiende a cero...*

Para la A11. ¿Cuál es la ecuación que mejor se ajusta a los puntos de la gráfica v contra t? Esta actividad tiene similitud con la 5, sin embargo las respuestas son más ambiguas, aunque persisten expresiones tales como: $t_f - t_i$ (-10), o aún más generales, como: $v_f = v_0 + at$.

En la actividad realizada, al solicitarles qué les causó mayor confusión, los estudiantes comentaron-manifestaron según evidencias audiograbadas:

...encontrar o hacer las relaciones matemáticas...

...encontrar las relaciones matemáticas entre los factores...

...encontrar la relación de la velocidad con respecto al tiempo...

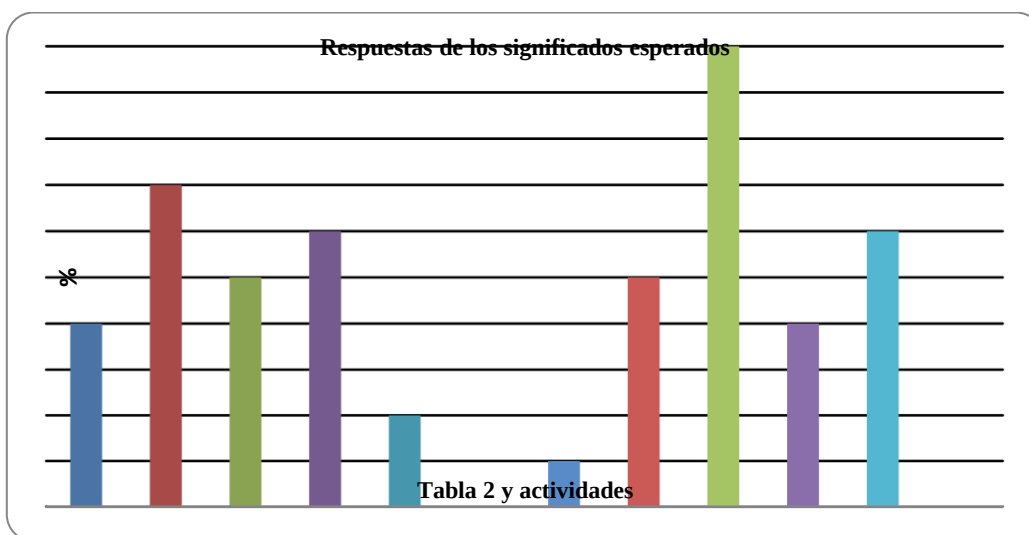
...calcular la pendiente y la relación matemática...

...calcular la pendiente y la gráfica...

...los datos faltantes para las fórmulas...

...todo me pareció confuso porque los problemas de teoría, el profesor nos ha explicado de manera diferente...

FIGURA 3.2 Porcentajes de las respuestas de la tabla 2 y de las 11 actividades de la hoja de trabajo.



Fuente: Propia.

Por lo anterior se concluye que al pretender resolver la situación-problema, en los estudiantes se manifiesta un conflicto cognitivo basado en un obstáculo que podemos denominar cultural, por la enseñanza recibida: dados unos datos obtener siempre un resultado numérico o algebraico, una fórmula general, sin una comprensión y argumentación en el contexto físico. Saber Física es saber fórmulas y no construirlas, por lo que presentan un modelo fuera del contexto del problema trabajado con la simulación computarizada.

C. Análisis de la dimensión interaccional

En la participación en equipo de 3 estudiantes, para responder la hoja de trabajo, lo que se observa es disponer de las respuestas de sólo un compañero o la respuesta magistral del profesor al regresarle a éste las preguntas de la hoja de trabajo. La interacción del profesor

fue intensa con los estudiantes en las indicaciones para el manejo de la simulación, por lo que se presenta una comunicación activa entre el profesor y los estudiantes y entre cada uno de ellos, presentándose algunos conflictos en el uso de la simulación, sobre los conceptos, argumentos, representaciones gráficas y analíticas al responder las actividades planteadas en la hoja de trabajo.

D. Análisis de la dimensión afectiva

Los estudiantes muestran interés por el uso de tecnología, sin embargo los que encuentran dificultades técnicas para realizar las actividades se muestran desconcertados, al observar cómo sus demás compañeros avanzan y ellos no. También acuden al profesor en busca de asesoría ante las preguntas que les causan mayor confusión, sin embargo se muestran perplejos al no encontrar la respuesta esperada como correcta. Quizás la motivación más fuerte es por entregar las respuestas en la hoja de trabajo antes de que finalice la sesión.

E. Análisis de la dimensión mediacional

Con respecto a los recursos materiales: los medios informáticos pretendidos son pertinentes, sin embargo la idoneidad del proceso de estudio se vio afectada negativamente porque los estudiantes no tuvieron a su alcance los medios materiales mejor adaptados para realizar la actividad didáctica, se tuvieron en algunos casos dificultades para acceder al internet, por lo que no podían ingresar al curso en línea, y en otros, aun estando en el curso no se visualizaba la simulación por no estar actualizado el programa JAVA en internet explorer. Sin embargo tenían la posibilidad de trabajar posteriormente en línea para finalmente presentar un reporte de la práctica virtual realizada, por lo que disponían de un periodo de tiempo flexible.

F. Análisis de la dimensión ecológica

Lo que se observó es que el contexto social-cultural influye en el uso de los recursos tecnológicos no enfocados a la ciencia, por lo que si no hay la motivación suficiente en la actividad optan por hacer un uso diferente a la actividad establecida. Al integrar las tecnologías (calculadora, computadora, internet y simulaciones computarizadas), se cumple con la apertura hacia una innovación didáctica. Asimismo el apoyo en las TD contribuye a la formación socio-profesional de los estudiantes pues los futuros ingenieros deberán usar software para resolver situaciones, optimizar, modelar procesos, etc.

La ID es una herramienta para el análisis y síntesis didáctica útil para la formación de profesores, para orientarlo de manera global y sistemática en el diseño, implementación y evaluación de su práctica docente, propuestas curriculares, experiencias de enseñanza y aprendizaje en la clase teórica y el laboratorio de Física.

Al igual que en la teoría del EOS, se comparte con otros investigadores (Corona et al, 2012; Dufresne, 1997) que en la enseñanza de la ciencia los alumnos puedan examinar y utilizar varias representaciones como una parte natural de la manera de resolver los problemas. Que en las prácticas de resolución de problemas, se debe poner mayor énfasis en los conceptos y razonamientos cualitativos y en la reflexión sobre los procesos para resolver los problemas.

3.3 Actividad sobre la fuerza de fricción y movimiento con apoyo en una simulación computarizada

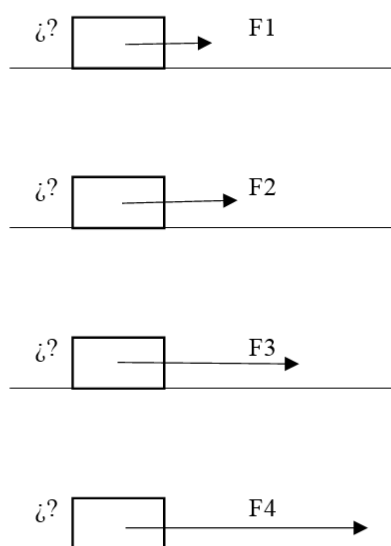
El propósito de esta actividad consistió en indagar el papel de una simulación computarizada (SC) como herramienta mediadora al pasar del conocimiento perceptivo al teórico, en la detección de la proporcionalidad de los objetos físicos involucrados y en la (construcción) modelación matemática del fenómeno físico. Para lo cual nos apoyamos en las componentes (identificación de: prácticas, objetos, procesos, conflictos, normas) de un análisis didáctico del episodio desde la perspectiva del EOS, las cuales fueron descritas en la sección 2.7.

El episodio de Aula (ver su transcripción en la Tabla 3.1) tiene lugar en una clase de Física con 3 estudiantes de 21 y 23 años en una Universidad Pública en Hermosillo, Sonora, México. El profesor tiene 30 años de experiencia docente. La duración del episodio fue de 19:00 minutos y fue audiograbado, ocurre en la semana 16 de clases en la parte final del segundo semestre del año 2015. El profesor plantea un problema escrito sobre fricción, establece que el problema será resuelto primero individualmente y después en grupo, apoyándose en una simulación computarizada (SC) sobre fuerza y movimiento, accesible en el sitio: <http://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/forces-and-motion>. Los estudiantes han cursado asignaturas de Física clásica, Física moderna, Física cuántica, termodinámica, entre otras. Se supone por tanto, que tienen los conocimientos y habilidades

físicas requeridas para resolver la situación. También disponen de internet en sus teléfonos celulares. Una laptop, con la SC instalada y un cañón, para proyectar la simulación. El enunciado del problema es el siguiente:

Problema: Se tiene un bloque en reposo sobre una mesa con fricción, al cual se la aplica una fuerza F_1 paralela a la superficie de la mesa para moverlo, pero sin lograrlo, después se la aplica una fuerza de magnitud cada vez mayor: F_2 , F_3 , F_4 y sigue en reposo, si comparamos en cada uno de los 4 casos la magnitud de la fuerza aplicada con la fuerza de fricción estática F_s . La situación es debida a que: a) La f_s es mayor que la F aplicada b) La f_s es menor que la F aplicada, c) La f_s es igual que la F aplicada, d) Ninguna de las anteriores. Justifique su respuesta.

Fig. 3.3. Fuerza aplicada a un bloque en reposo.



Fuente: propia.

En los siguientes apartados se presentan seis tablas: 3.1 la transcripción del episodio sucedido en una clase de Física, la 3.2 identificación de prácticas en la Física, la 3.3 identificación de objetos físicos y del OMP, la 3.4 identificación de procesos físicos, la 3.5 identificación de interacciones en torno a conflictos y la 3.6 sobre la identificación de normas (reglas de comportamiento en la microsociedad del episodio).

Tabla 3.1. Transcripción del episodio sucedido en una clase

Representación escrita del discurso de la clase Simbología: A, C, D son los estudiantes, G: el grupo y Pr: profesor, fs: fuerza de fricción, fsm: fuerza de fricción estática máxima. F, F1, F2: Fuerza aplicada.
1. [El Pr presenta el problema transcribiéndolo al pintarrón frente al grupo de estudiantes y leyéndolo, indica]: primero le preguntaré a cada uno de ustedes y después trabajaremos en grupo. Tengo un bloque sobre una mesa con fricción, le aplico una fuerza paralela a la superficie de la mesa de magnitud cada vez mayor: F1, F2 y sigue en reposo y después le aplico una F3 mayor y no logro moverlo, y luego F4 y sigo sin moverlo. Claro, llegará un momento en que pueda moverlo. [Dirigiéndose a A le pregunta] ¿Por qué crees que no logro moverlo? 3. A: No lo mueve porque no puede vencer la fuerza de fricción. 4. Pr: [repite lo dicho por A]: no puedo vencer la fs. Si comparo la fs con F1, con F2, con F3 ¿cómo será la fs? 5. A: Constante. 6. Pr: Por ejemplo si comparo la fs con F2 ¿cómo son en magnitud? 7. A: La fs es mayor. 8. Pr: [repite lo dicho por A]: porque la fuerza de fricción es mayor, [y agrega] porque la fuerza de fricción es mayor que la que yo le estoy aplicando y [dirigiéndose a C le pregunta] ¿tú que dices C? 9. C: Pues sí, no logras superar la fuerza de fricción con la poquita fuerza que le estás aplicando, es una fuerza de fricción estática. 10. Pr.: [Dirigiéndose a otro estudiante le pregunta]: ¿tú que dices D? 11. D: También, no supera la fuerza de fricción. 12. Pr: Pero si sigo comparando la fuerza de fricción con la que le estoy aplicando, qué es cada vez mayor, ¿cómo es con la fuerza de fricción? 13. Pr: [a D que busca en la grabadora una pantalla] “no tiene pantalla es un micrófono”. 14. D: Pero yo sí [dirigiéndose a su teléfono celular]. La fuerza de fricción es el coeficiente por la normal y se mantiene constante y todavía no llego a ese valor. 15. Pr: Pero, ¿si comparo las fuerzas? Pr [se dirige a todos]: Ya estoy viendo diferencias entre ustedes porque la física que cada uno de ustedes tiene en su cabeza es diferente, aunque estén, en el mismo semestre, estén leyendo los mismos libros. Haber D, la fuerza F2 que le estoy aplicando con la fs, si las comparo ¿cómo son? [escribe en el pizarrón para compararlas] 16. D: F2 es menor que la fs, en magnitud. 17. Pr: [Indicando a F3 en el pizarrón], pregunta ¿también es menor? 18. D: ¿No lo está moviendo? 19. Pr: No tampoco. [C, interviene sin que se le solicite]: 20. C: Pueden ser iguales. 21. Pr: Me interesa mucho la opinión de ustedes, ¿qué está pasando allí, entonces? 22. Grupo: Pueden ser iguales.

23. C: Si no se mueve está a velocidad cte. Cero. Se empieza a mover con velocidad constante.
24. A: Pero tienes que acelerarlo, si está en cero, continúa: otro ejemplo una vez estaban discutiendo en Q-B, cuando tienes una taza en una mesa dices que está en equilibrio, y al momento de jalarla la puedes mover, con un toquecito ligero pero hacia arriba, pero no toman en cuenta que cuando la está jalando hacia arriba estás ayudando a la fuerza normal primeramente, la fuerza que aplicas hacia arriba es la del peso y donde está apoyado ya no tiene normal, pero sin embargo todavía no se mueve”
25. Pr: Pero llega un momento en que logran moverlo.
26. A: Sí.
27. Pr: Pues es lo que pretendemos aquí, por lo que le apliqué una fuerza F_4 , y sigo sin moverlo, entonces ¿Que está pasando con mi fuerza aplicada si la comparo con la fuerza de fricción? ¿Existe algún tipo de proporcionalidad entre las fuerzas intervinientes?
28. G: No porque la f_s es mayor y constante, y la F es menor.
29. C: Es menor la F que la f_s , no hay proporcionalidad.
30. Pr: Mientras no lo mueva yo, la f_s es mayor, ¿están todos de acuerdo?
31. G: Sí, en magnitud.
32. Pr: Haber voy a pedir, que trabajemos la siguiente simulación computarizada (SC), actívala tú D, [dirigiéndose a D], [dirigiéndose a A y C, les dice]: el cual, no se había parado por la clase. [Ver Fig. 1].
33. Pr: En la simulación que estamos proyectando, vamos a suponer que D es la f_s y A es la F , es como si se jalaran uno a otro en sentidos opuestos, pero sin desplazarse horizontalmente ninguno de los dos. Si variamos las fuerzas en la SC, ¿cómo son éstas? 34. G: ¡hooooo! ¡Siempre son iguales! [ver Fig. 2 y 3]
35. Pr: Suponte que A es la F , le aplicas la F_1 y no lo mueves, y le aplicas otra mayor F_2 y F_3 y no lo mueves, significa ¿entonces que la f_s es mayor que tú? Entonces llega un momento en que tú lo jalas y logras moverlo, pero si no, ¿qué pasa? Si tuviéramos un dinamómetro y midiéramos las magnitudes de las fuerzas, ¿será la fuerza de fricción mayor que la fuerza aplicada? [Dirigiéndose a C]
36. C: No.
37. Pr: ¿Cuándo A logra jalar y mover a D?, [dirigiéndose a D]
38. D: Cuando la F es mayor que la f_s .
39. Pr. Haber, ¿qué opinan de este experimento virtual, lo que nos muestra la SC?
40. A: Que la f_s es igual a la F mientras no lo muevas.
41. Pr: Pero es diferente a lo que me estaban diciendo, ¿y cómo es la proporcionalidad entre las fuerzas? [Interrupción], suena el teléfono de D] Por favor les voy a pedir que no interrumpamos...
42. A: Tú tienes una fuerza pero te están jalando con una, entonces en parte tú no vas a aplicar toda tu fuerza, y además las fuerzas son directamente proporcionales.
43. C: Sí ya entendí eso, y la f_s es directamente proporcional a la F , al aplicarla puedes hacer tu diagrama [C pasa al pizarrón y escribe: $f_s \propto F$, entonces $f_s = (1) F$, o sea $f_s = F$, pero también en base a la segunda ley de Newton, como no hay aceleración, la sumatoria de fuerzas: $f_s - F = 0$ quedaría también una igualdad de fuerzas.
44. C: Si hacemos la sumatoria de fuerzas veríamos que el sistema está en equilibrio.
45. A: Entonces la f_s es reacción a la F , si no lo mueves es porque es de la misma magnitud.

46. D: ¿Y la fuerza de fricción cinética? La f_k cuando es constante la gráfica, [escribe en el pizarrón, apoyado por los demás] la estática es más grande.

47. C: La f_s es mucho mayor que la cinética f_k .

48. Pr: En conclusión ¿la f_s es cada vez mayor que la fuerza que yo le aplico?

49. G: ¡Son iguales!, si no se estuviera moviéndose para el otro lado, hacia la fuerza de fricción.

50. Pr: Entonces mientras está en reposo [escribe en el pizarrón: $f_{sm} \propto F$, donde la constante de proporcionalidad es μ_s entonces, la $f_{sm} = \mu_s N$] entonces, si aplicamos una fuerza cada vez mayor ¿qué pasa con la fuerza de fricción?

51. C: Va aumentando

52. Pr: Entonces, si va aumentando ¿está variando la fuerza de fricción estática f_s ?

53. G: Sí.

54. Pr: Entonces si la fuerza de fricción f_s está variando y ésta es igual al coeficiente de fricción estático por la fuerza normal ¿qué es lo que está variando?

55. C: El coeficiente.

56. Pr: ¿El coeficiente, varía?

57. D: No., la normal.

58. C: Entonces ¿está variando el peso?

59. A: Por ejemplo, yo te empujo y no te puedo mover, y te empiezo a empujar más fuerte y sigo sin poderte mover, pero es porque, como poner más resistencia.

60. D: ¿No sería como una suma de vectores eso? [Recibe una llamada y sale del aula], tengo que salir, ya es la una. [A y C siguen en la clase después de la hora de salida]

61. C: Es cierto lo que dice D, es una suma de vectores la f_s es igual a la F .

62. A: No sé, yo no concibo eso.

63. Pr: Estamos comentando la F , para que no se mueva tienen que ser iguales ¿están de acuerdo con eso?

64. G: Sí

65. Pr: Entonces para que no se mueva la f_s está variando porque yo estoy aumentando la F , entonces ¿qué está variando el coeficiente de fricción o la normal? En la próxima clase continuamos con sus respuestas.

Tabla 3.2. Identificación de prácticas.

A -Escucha y entiende el enunciado del problema. -Resuelve el problema considerando que la fuerza de fricción estática es mayor. - Después del experimento virtual, con la simulación computarizada (SC) cambia de respuesta considerando que la $f_s = F$.
C - Escucha y entiende el enunciado del problema. -Resuelve el problema considerando que la fuerza de fricción estática es mayor. - Después del experimento virtual, con la (SC) cambia de respuesta considerando que la $f_s = F$.
D -Escucha y entiende el enunciado del problema. -Resuelve el problema considerando que la fuerza de fricción estática es mayor. - Después del experimento virtual, con la (SC) cambia de respuesta considerando que la $f_s = F$.
Pr -Presenta el problema transcribiéndolo al pizarrón y leyéndolo frente al grupo. -Induce a cada uno de los estudiantes a una respuesta. -Induce al grupo de estudiantes a una respuesta -Propone trabajar el problema con una SC sobre fuerza y movimiento, en ella induce a que dos estudiantes “representen” las fuerzas intervinientes. - Conduce al grupo a una solución en base a la proporcionalidad de los objetos físicos. -Conduce al grupo a una solución en base a la segunda ley de Newton. - Conflictua nuevamente al grupo al considerar que si varía la F, entonces qué es lo que varía de f_s.

Tabla 3.3. Identificación de objetos físicos y del OMP.

<i>Lenguaje</i> -A: (verbal) fuerza de fricción, fuerza aplicada, constante, mayor -C: (verbal) fuerza de fricción, fuerza aplicada, mayor, iguales, peso, (simbólico) f_s, F, proporcionalidad. -D: (verbal) fuerza de fricción, fuerza aplicada, mayor, (simbólico) f_k -Pr: (verbal) fuerza de fricción, fuerza aplicada, mayor, iguales, proporcionalidad, fuerza normal, coeficiente de fricción estático (simbólico) f_s, F, μ_s, N, f_{sm}.
<i>Conceptos</i> -A: fuerza de fricción, constante, mayor. -C: fuerza de fricción, fuerza de fricción estática, mayor, proporcionalidad, igual, velocidad constante, fuerza de fricción cinética, peso. -D: fuerza de fricción, coeficiente, normal, magnitud, movimiento, suma, vectores. -Pr: Fuerza aplicada, fuerza de fricción, proporcionalidad, coeficiente, coeficiente de fricción estático, normal, magnitud, movimiento, fuerza de fricción estática máxima.
<i>Proposiciones</i> -A: la fuerza de fricción es mayor. -C: la fuerza de fricción es mayor. Es una sumatoria de fuerzas. La f_s es mayor que la cinética f_k. -D: la fuerza de fricción es mayor, la fuerza de fricción es el coeficiente por la normal, es una suma de vectores.
<i>Procedimientos</i> -A: establece una analogía experimental, como jalar una taza pero no levantándola. -C: escribe en el pizarrón: $f_s - F = 0$. -D: sugiere una de vectores (pero no lo aplica). -Pr: escribe en el pizarrón: f_s y F para compararlas.
<i>Argumentos</i> -A: No lo mueve porque no puede vencer la fuerza de fricción. No puedes decir que la f_s es mayor porque ¡¡la estaría moviendo hacia el otro lado!! -C: Es menor la F que la f_s, no hay proporcionalidad. Pueden ser iguales, Si no se mueve está a velocidad cte., cero. Se empieza a mover con velocidad constante. La f_s es una reacción. -D: La fuerza de fricción es el coeficiente por la normal y se mantiene constante y todavía no llego a ese valor. F_2 es menor que la f_s, en magnitud.

Tabla 3.4. Identificación de procesos físicos.

A
- Inicialmente se queda a nivel perceptible no logra pasar de la <i>materialización</i> a la <i>idealización</i> (teoría física) [3-31].
C
- Inicialmente se queda a nivel perceptible no logra pasar de la <i>materialización</i> a la <i>idealización</i> (teoría física) [3-31].
- Proceso de <i>generalización</i> cuando considera que existe proporcionalidad entre las fuerzas f_s y F . [42 y 43]
- Proceso de <i>generalización</i> cuando considera que se puede realizar una suma de fuerzas aplicando la segunda ley de Newton [43].
D
- Inicialmente se queda a nivel perceptible no logra pasar de la <i>materialización</i> a la <i>idealización</i> (teoría física) [3-31].
- Proceso de <i>generalización</i> cuando considera que se puede realizar una suma vectorial.
Pr
- <i>Materialización-experimentación virtual-idealización</i> (teoría: segunda ley de Newton, suma de fuerzas).

Tabla 3.5. Identificación de interacciones en torno a conflictos.

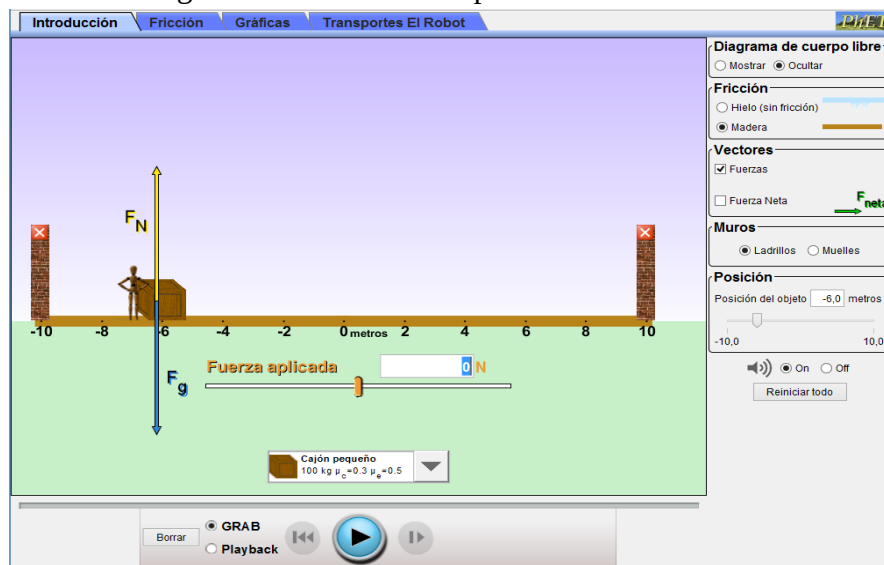
Conflicto cognitivo 1: A, C y D no logran convencerse de la f_s sea igual que la F [3-31].
Conflicto cognitivo 2: Surge otro conflicto en A, C y D [54-65]
Conflicto cognitivo 3: No logran A, C y D saber, qué es lo que varía de la f_s al aumentar F . [57-65].
Conflicto cognitivo 4: de A [62].
Conflicto epistémico 1: inicialmente no aplican las leyes de Newton. [3-31].
Conflicto epistémico 2: resuelto [48, 49]
Conflicto interaccional 1: al interrumpir con el teléfono [41].

Tabla 3.6. Identificación de normas.

Pr:
-N1. No interrumpamos. Disciplina en el aula [41].
-N2. Las clases son para asistir [32].
-N3. Norma Epistémica: La física que cada uno de ustedes tiene en su cabeza es diferente. [15].
- N4. Norma afectiva [21].
-N5. Norma interaccional [39].
D:
-N6.Cumplir con la puntualidad [60].
A:
-N7. Norma actitudinal [60].
C:
-N7. Norma actitudinal [60].

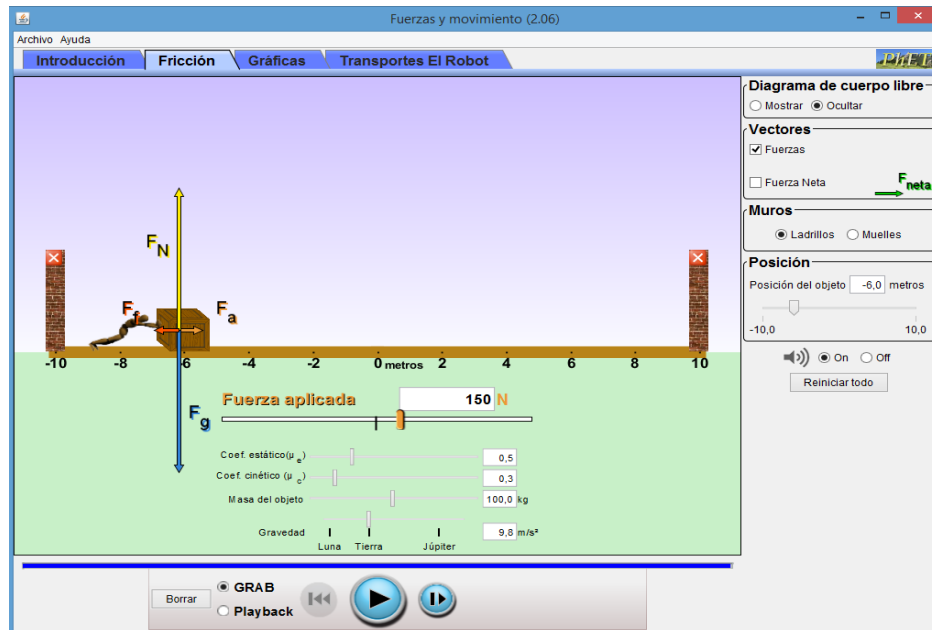
Enseguida se presentan cuatro figuras referentes a la simulación computarizada (SC) sobre fuerza y movimiento, tomadas del sitio:
<http://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/forces-and-motion>, siguiendo el siguiente orden: primero sin activarla, después activada (cuando se le aplica una fuerza al bloque en reposo) y no hay movimiento, posteriormente, cuando se produce el movimiento del cuerpo y finalmente, mostrando más potencialidades en el registro gráfico.

Fig. 3.4. Simulación computarizada sin activar.



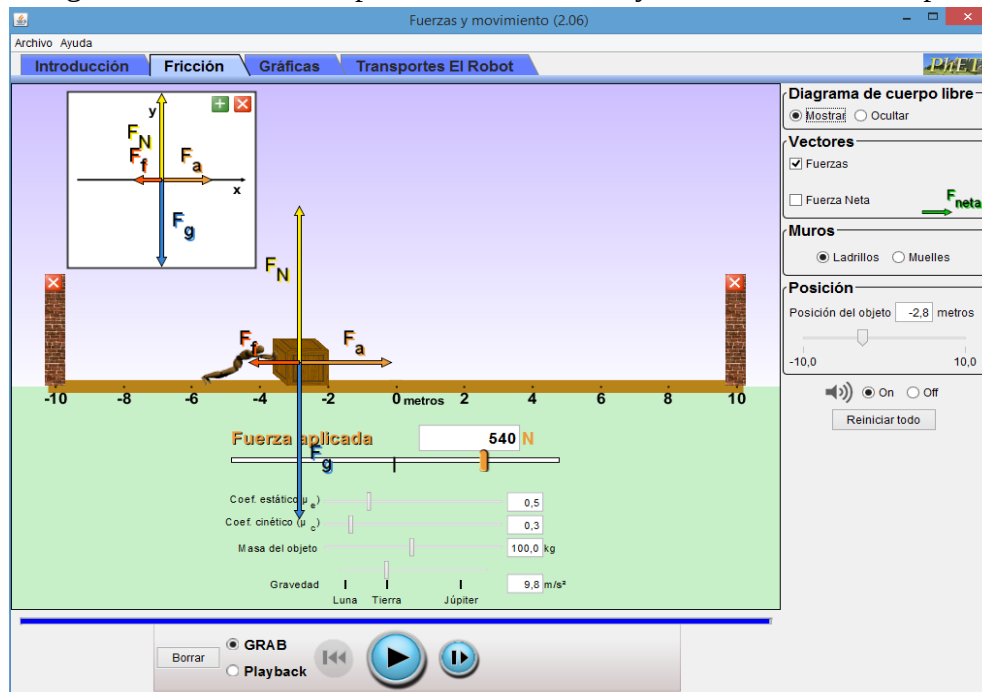
Fuente: sitio PhET, 2016.

Fig. 3.5. Simulación computarizada activada, cuando no hay movimiento.



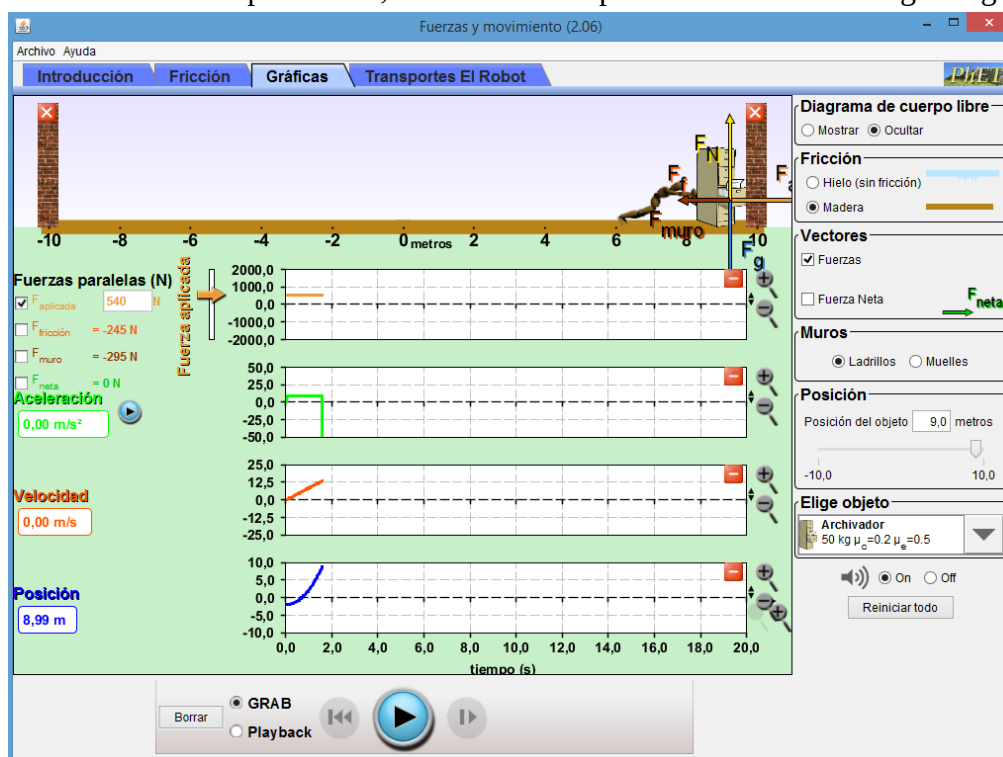
Fuente: sitio PhET, 2016.

Fig. 3.6 Simulación computarizada, cuando hay movimiento del cuerpo.



Fuente: sitio PhEt, 2016.

Fig. 3.7. Simulación computarizada, mostrando más potencialidades en el registro gráfico.



Fuente: sitio PhET, 2016.

3.3.1 Análisis didáctico de la actividad

En el caso de la fuerza de fricción lo que se observó es que al interactuar con el applet que simula un fenómeno de fuerza de fricción, de una persona que jala o empuja un bloque, disponible en línea (<http://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/forces-and-motion>), proporcionaba una mediación entre la percepción y la cognición del individuo, esto es, sin el uso de la tecnología digital prevalecía durante más tiempo el nivel perceptivo, consideraban que el bloque no se movía porque la fuerza de fricción es muy grande, inclusive en la parte exploratoria, algunos estudiantes manifestaron que: *la fs, es como si fuera un muro que hay que mover, entonces la fuerza aplicada es insuficiente*, esa variable perceptiva de que la f_s es mayor que la fuerza aplicada ($f_s > F_a$) prevaleció en el 79% de los estudiantes encuestados (en una muestra de 230 estudiantes desde bachillerato hasta doctorado). Por lo que una explicación es: que prevalece en los estudiantes el conocimiento perceptible y dejan de lado la comprensión del conocimiento teórico de los conceptos

involucrados, se conjetura que es una cultura construida en la escuela al privilegiar lo informativo antes que la construcción y comprensión de la teoría y sus fórmulas, por lo que la Física les queda a nivel de fórmulas y tienen fuertes dificultades en pasar de lo perceptivo a una comprensión teórica. Para pasar de lo perceptible a lo teórico, sin apoyo de una simulación computarizada (SC), se realizó un experimento real donde un estudiante simulaba una fuerza aplicada (F_a) y el otro interactuando con él simulaba la fuerza de fricción (f_s). En el caso del uso de la tecnología digital con SC, ésta permitía de una manera más rápida pasar de lo perceptible a lo teórico, el conocimiento físico es provocado al usar la herramienta SC, como instrumento al *correr y generar diversas representaciones*, donde se mostraban los *objetos físicos* intervinientes (fuerzas): la F_a y la f_s , ahí se visualizaba que entre más aumenta la F_a más aumenta la f_s , lo que permitía concebir una *proporcionalidad* entre las magnitudes de la fuerzas, cada vez que aumentaba la F_a aumentaba de la misma manera la f_s , que inducía una proporcionalidad directa $F_a \propto f_s$, es decir de la misma manera que aumentaba la F_a aumentaba la f_s , estableciéndose una igualdad de magnitudes que se visualizaba vectorialmente. Además inducía establecer el equilibrio de fuerzas que se visualizaban vectorialmente con magnitudes iguales y de sentidos opuestos, esto permitía a los estudiantes una *argumentación* más eficaz en el sentido de que se visualizaban las fuerzas vectorialmente y les evocaba los conceptos de fuerzas en equilibrio, sumatoria de fuerzas y la sumatoria igual a cero por estar en equilibrio. Por lo que en el momento en que se empieza a mover el bloque hay una aceleración y les inducía la segunda ley de Newton, y la sumatoria de fuerzas, donde la sumatoria de fuerzas es la F_a menos f_s , que es igual a cero, por lo tanto, mientras no se mueva el bloque la F_a es igual a la f_s . El *procedimiento* lo lograban desplegar provocado por la visualización del comportamiento de las fuerzas.

Posteriormente sucedió una situación compleja (quizás no sólo como una restricción del instrumento) en el sentido de que al avanzar en el análisis del problema y al considerar, si la F_a aumentaba entonces la f_s aumentaba, si la fuerza de fricción estática máxima es igual al coeficiente de fricción estático por la normal ($f_{sm} = \mu_s N$) y superada dicha fuerza entonces el bloque empieza a moverse. Pero antes de que suceda el movimiento hay una variación de la f_s , si la F_a aplicada aumenta entonces en la misma magnitud aumentará la f_s , y si la $f_{sm} = \mu_s N$, entonces permite también, ver que la fuerza de fricción es directamente proporcional a la normal, donde el coeficiente de fricción estático es la constante de

proporcionalidad, entonces: ¿qué es lo que varía de la fuerza de f_s ?, algunos estudiantes argumentaron: si la fuerza de fricción es directamente proporcional a la normal, entonces si la fuerza de fricción aumenta *lo que varía es la fuerza normal*. Pero si la fuerza normal aumenta, y es igual al peso entonces: ¿significaría que aumenta la Normal o disminuye la normal?, entonces: ¿variaría el peso?, eso implicaba investigar y estudiar a otro nivel la complejidad de la fuerza de fricción. En conclusión el papel de la tecnología digital con una SC permitía a los estudiantes pasar de una manera más rápida de lo perceptible al conocimiento físico, identificar la proporcionalidad y visualizar las magnitudes de los objetos físicos involucrados, es decir permitía identificar más rápidamente la teoría física y matemática involucrada en el problema, específicamente detectar la proporcionalidad directa entre las magnitudes de los *objetos físicos*, magnitudes de la fuerza aplicada y de la fuerza de fricción, variación entre la fuerza aplicada y la fuerza de fricción e identificar la segunda ley de Newton y la aceleración. Mientras no existía movimiento del bloque sobre la superficie horizontal, inducía un *procedimiento* para demostrar en un registro algebraico (haciendo uso de la herramienta simbólica álgebra) realizar una sumatoria de fuerzas aplicando la segunda ley de Newton y obtener la igualdad entre ellas, lo que inducía *argumentar* acerca los objetos identificados para darle validez al procedimiento. La SC como mediación entre la percepción y el conocimiento físico y matemático estimuló en algunos estudiantes usarla como instrumento para llegar al conocimiento formal físico y matemático del problema.

3.4 La actividad física: efecto fotoeléctrico

El propósito de la actividad consistió en explorar el uso y la apreciación que la daban al artefacto SC sobre el efecto fotoeléctrico, como: a) Reemplazador-prótesis, b) Amplificador y c) Transformador-reorganizador del conocimiento.

La actividad consistió en aplicar dos cuestionarios (Anexos 3 y 4) uno sobre el estudio del efecto fotoeléctrico para ser resuelto con apoyo en un SC (applet) on-line y el otro para conocer en base a las respuestas de los estudiantes, el uso y sus impresiones sobre el mismo. Lo que según ellos provocó el trabajar el primer cuestionario, por lo que los resultados y su análisis se centran en el segundo cuestionario. La actividad se realizó con

seis estudiantes de una clase de la Licenciatura en Física, en una Universidad Pública en Hermosillo, Sonora, México; en la parte final del segundo semestre del año 2014. Cabe señalar que las actividades se realizaron on-line, aun siendo el curso presencial, éste se encontraba en la plataforma AVAUS de las NTIC de la Universidad de Sonora, por lo que se llevaban a cabo en línea: foros, subían controles de lectura, bajaban documentos, etc. Para realizar las actividades tenían que ingresar el sitio: <http://ntic.uson.mx>, Unidad Regional Centro, Ciencias Exactas y Naturales, Física, Curso: Didáctica de la Física, contraseña: godino.

Para el cuestionario, se estableció que sería resuelto individualmente y subido al sitio del curso. Los estudiantes habían cursado asignaturas de Física clásica, Física moderna, Física cuántica, Termodinámica, entre otras. Se supone por tanto, que tenían los conocimientos y habilidades físicas requeridas para resolver la situación.

En el primer cuestionario (Anexo 3), las 6 primeras preguntas eran de ambientación al tema, de evocación de algunos conceptos involucrados en el fenómeno, de la 7 a la 11, son específicas al uso del artefacto SC, la última es sobre la interpretación de una herramienta simbólica expresada como una fórmula.

Enseguida se presentan las preguntas referidas al primer cuestionario:

1. ¿Qué fue lo más trascendental del efecto fotoeléctrico?
2. ¿En qué incide el flujo de electrones al cambiar el tipo elemento (sodio, zinc, cobre, platino, etc.) de la placa (cátodo) a otro?
3. ¿Cómo se explica la teoría corpuscular y la de ondas en efecto fotoeléctrico?
4. ¿Quién recibió el premio nobel por la explicación del efecto fotoeléctrico?
5. ¿Quién fue el precursor del efecto fotoeléctrico?
6. ¿Qué aplicaciones técnicas actualmente se tienen del efecto fotoeléctrico?
7. Ingresar en el sitio web: <http://phet.colorado.edu/index.php>, en el experimento del applet: The Photoelectric Effect, y contesta las siguientes preguntas:
 - a) ¿qué función desempeña la corriente eléctrica?
 - b) ¿qué función desempeña el voltaje?
 - c) ¿qué función desempeña la intensidad de la radiación?
 - d) ¿qué función desempeña el voltaje?
 - e) ¿qué función desempeña la frecuencia?

8. ¿cómo se explica la *absorción* de un fotón por un electrón?
9. ¿Los cambios en la intensidad de la luz modifican la energía de sus fotones?
- a) Sí b) No c) A veces d) depende del material

Justifique su respuesta

10. ¿Al aumentar la intensidad del haz cambia la energía de los fotones constituyentes?
- b) Sí b) No c) A veces d) depende del material

Justifique su respuesta

11. ¿La energía de los electrones emitidos depende de la intensidad de la luz?
- c) Sí b) No c) A veces d) depende del material

Justifique su respuesta

12. ¿Qué significan las siguientes expresiones?

$$hf = h_0 + 1/2mv^2$$

$$hf = \phi + E_k$$

3.4.1 Algunos resultados de la actividad en torno al segundo cuestionario

A continuación se presentan a manera de síntesis las respuestas de 6 estudiantes en torno al segundo cuestionario (Anexo 4), acerca de la apreciación del uso de la SC, para el estudio del efecto fotoeléctrico.

1. ¿En general qué te pareció la actividad?

Me parecieron buenas las preguntas, me gustó que en algunas preguntas me hizo dudar de lo que con seguridad había mencionado en preguntas anteriores, como si la intensidad de la luz afectaba a la energía de los electrones emitidos. / Me pareció interesante poder discutir acerca del EF. Poner en perspectiva que no todas las ideas, por más locas que parezcan, pueden ser rescatadas. / La práctica se me hizo muy educativa para interactuar a través de las computadoras y generar una mejor explicación de los fenómenos físicos.

2. ¿Qué te gustó?

Me pareció que con las preguntas se pudo escharbar muy bien en el tema, de manera que al final, casi florecía la expresión matemática del efecto fotoeléctrico por sí sola, eso me gustó mucho. / Me gustó tener que usar mis apuntes de otras materias para poder dar respuesta a

algunas cosas que ya había visto y no recordaba. Me hace aferrarme más a mis apuntes de otras materias. / La posibilidad de poder realizar el experimento de una forma virtual donde se pueden cambiar todos los parámetros y observar el impacto sobre el experimento, además de poder ver graficas de manera cuantitativa.

3. ¿Qué no te gustó?

Me hubiese gustado una pregunta que tratase de la diferencia entre la explicación clásica y la teoría cuántica del efecto, pues filosóficamente tiene un gran impacto comparar esos dos puntos de vista para un mismo fenómeno. / En general no tengo disgustos. / La falta de referencias, un video o una bibliografía, para entender mejor el experimento y la historia que hay detrás.

4. ¿Qué problemas técnicos tuviste?

Al tener el programa de Java al día no tuve ningún problema, pero he de destacar que la aplicación si tiene extensión .jar, si se ejecuta con java. Pero no creo que sea mucho problema para otras personas. / Tuve problemas con cargar la página de PHET, pero terminé cambiando de buscador y funcionó. / Ninguno.

5. ¿Qué no entendiste?

No sé si se hizo a propósito pero las últimas preguntas se me hicieron muy parecidas entre ellas tres y me confundieron un poco. / No recordaba bien el concepto, pero fuera de eso, todo estuvo claro. / Entendí bien, gracias al apoyo que me brindó el applet.

6. ¿Qué aprendiste?

Nunca había notado los datos del amperímetro del experimento, aprendí lo que significa la corriente en este fenómeno. / Aprendí más que nada cosas filosóficas y de enseñanza general. Tener que rescatar ideas que no fueron bien sustentadas o aceptadas me pone a reflexionar acerca de otros experimentos similares que hayan sido explicados bajo los mismos criterios. / A utilizar los applets.

7. ¿Qué comentarios tuvieron los demás estudiantes?

Aún no comento nada con mis otros compañeros / No he comentado. / No lo sé.

8. ¿Qué sugerencias tienes para mejorar la actividad?

Estaría padre construir una gráfica de la corriente con respecto a la longitud de onda para distintos materiales ¿no? Ya que se ve que tiene un máximo local en una longitud de onda determinada, estaría bueno bosquejar la función que resulta. / Podríamos ir más lejos de lo

que PHET pone, podríamos hacer una especie de análisis numérico de lo observado y ver el comportamiento (la recta y el corte con la función trabajo, etc.). / Para entender el experimento necesitas bases físicas como matemáticas, por lo que puede que la utilización del applet no cause una diferencia, una persona que no tiene la capacidad para comprender el experimento solo vera correlaciones, por lo que veo necesario una introducción antes del tema.

En la Tabla 3.7 se presentan los resultados del cuestionario del uso de la simulación computarizada (SC) para la actividad del efecto fotoeléctrico.

Simbología: R = Reemplazo-Prótesis, A = Amplificador, T = Transformador-Reorganizador.

Tabla 3.7 Relación de los tipos de uso de la SC en las preguntas.

Pregunta	Distribución de usos de la SC	Pregunta	Distribución de usos de la SC
1	R = 0 R-A = 0 A = 6 A-T = 0 T = 0	2	R = 0 R-A = 0 A = 0 A-T = 3 T = 3
3	R = 4 R-A = 0 A = 2 A-T = 0 T = 0	4	R = 2 R-A = 4 A = 0 A-T = 0 T = 0
5	R = 0 R-A = 0 A = 4 A-T = 2 T = 0	6	R = 0 R-A = 2 A = 0 A-T = 2 T = 2
7	R = 0 R-A = 0 A = 0 A-T = 0 T = 0	8	R = 0 R-A = 0 A = 0 A-T = 2 T = 4

En la siguiente tabla se presentan los resultados totales por uso que le dieron los estudiantes a la SC.

Tabla 3.8 Relación de los tipos de uso de la SC su frecuencia y porcentaje.

Tipo de uso	frecuencia	Porcentajes (%)
Reemplazador (R)	6	15.0
Reemplazador-Amplificador (R-A)	6	15.0
Amplificador (A)	10	25.0
Amplificador-Transformador (A-T)	9	22.5
Transformador (T)	9	22.5

3.4.2 Conclusiones de los resultados de la actividad

Desde la perspectiva teórica expuesta en el apartado 2.8, con respecto a la génesis instrumental sobre el uso de las TD, se considera el primer tipo (Reemplazo) y el segundo (Amplificador) para dar cuenta del proceso de *instrumentalización* se tendría un 30%, mientras que el segundo y tercero de *instrumentación* sería un 70%. Es decir los estudiantes, no se limitaron al simple uso como reemplazo de la SC y actividades sin modificar la dinámica de su aprendizaje, como en la clase tradicional, donde el uso de la SC, se reduce a acciones cognitivas, como proyectar el fenómeno del efecto fotoeléctrico, como un tema del libro de texto, repasarlo, ilustrarlo, mostrar definiciones, etc.)

El uso que se le dio a la SC, en un buen porcentaje fue como amplificador y transformador (70%) de las actividades y de algunas acciones cognitivas, de manera que las complementaron al usar las actividades que ofrece al Applet (cambiar las condiciones iniciales, correr la simulación, comprobar un resultado, ilustrar conceptos, intercambiar informaciones) y como transformador se conjetura que modificaron sus prácticas de estudio, que influyeron en su aprendizaje y contribuyeron en su desarrollo cognitivo. Por ejemplo, para la pregunta: ¿Qué te gustó? un estudiante respondió: *la posibilidad de poder*

realizar el experimento de una forma virtual donde se podían cambiar todos los parámetros y observar el impacto sobre el experimento, además de poder ver graficas de manera cuantitativa. Otro estudiante respondió: Me pareció que con las preguntas se pudo escarbar muy bien en el tema, de manera que al final, casi florecía la expresión matemática del efecto fotoeléctrico por sí sola, eso me gustó mucho.

Considerando que la *instrumentalización* está más enfocada al artefacto y la *instrumentación* al sujeto (pensando con la herramienta), entonces el papel que jugó el uso de la SC, fue la de un reorganizador del conocimiento en los estudiantes, que influyó sus significados acerca del uso del lenguaje, por las representaciones que les ofrecía la SC y el tipo de prácticas realizadas.

CAPÍTULO 4

DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este último capítulo, se analizan aspectos relacionados con los resultados de la indagación realizada, se presentan las conclusiones sobre el problema de investigación abordado, tomando como eje de análisis los objetivos de investigación formulados, es decir se parte desde consideraciones de carácter general, hasta aquellas que son más específicas, pero siempre situando como eje conductor a los objetivos declarados en el capítulo inicial, el problema y su contexto. Asimismo se formulan algunas conjeturas, algunas recomendaciones, y algunas consideraciones sobre el trabajo realizado.

El problema formulado cuyo estudio motivó esta investigación, fue identificado al considerar que las tecnologías digitales (TD) cobran cada vez mayor relevancia en los procesos educativos y su presencia en los salones de clase ha generado nuevos retos a la educación superior y a sus diferentes actores. Dichas herramientas son consideradas como agentes de cambio que posibilitan la transformación en las clases y en particular de contenidos físicos escolares, ya que tienen un gran potencial para generar nuevas oportunidades en el aprendizaje y en la enseñanza. Por otra parte considerar el objeto matemático proporcionalidad, es por su presencia prácticamente en todas las leyes de la Física.

Considerando el entorno en que se desarrolló esta investigación, puede asumirse que el problema abordado es representativo de la problemática que se presenta al querer utilizar la TD en la enseñanza., en este caso de la Física en la formación de ingenieros.

Previamente para la formulación del problema de investigación, se analizó el contenido de fuentes bibliográficas sobre la enseñanza y el aprendizaje del objeto matemático proporcionalidad (OMP) y aspectos epistemológicos del mismo. También se analizó el uso de las tecnologías digitales (TD) como herramientas mediadoras en la construcción del conocimiento matemático y físico.

Por otra parte se asumió que el origen y desarrollo de todo conocimiento científico es la resolución de problemas, y en consecuencia con esta premisa se decidió utilizar una metodología para resolver el problema de investigación que se correspondiera con una metodología general para la resolución de problemas, es decir la metodología utilizada

estuvo encaminada, en una primera etapa, al análisis del problema tratando de entenderlo., una segunda etapa a la formulación de una estrategia que permitiera obtener información suficiente para tratar de responder las preguntas de investigación formuladas., dicha estrategia consistió en el diseño de una serie de actividades didácticas que incluyen el uso de la tecnología digital., en una tercera etapa se puso en juego la estrategia diseñada y se realizaron observaciones de lo sucedido durante el desarrollo de las actividades y, finalmente en una cuarta etapa se analizó la información obtenida durante la instrumentación de la estrategia.

Tanto el diseño de la estrategia, como su instrumentación y el análisis de la información obtenida se llevó cabo teniendo como marco teórico por una parte el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) de Godino (2008) y colaboradores por su articulación y aportaciones para un análisis didáctico como modelo teórico en Física educativa y por otra, la mediación instrumental de Rabardel (2011) en la educación, de la cual se consideraron fundamentalmente las premisas relativas al uso de la tecnología como herramientas mediadoras en el proceso de aprendizaje.

Con base en lo hasta aquí expuesto el problema de investigación se formuló de la siguiente manera:

¿Cuál es el papel de las tecnologías digitales en la resolución de problemas de la Física que se modelan con el objeto matemático proporcionalidad?

La solución del problema planteado tiene el siguiente propósito general:

Aportar elementos que muestren el efecto del uso de las TD en la resolución de problemas de la Física que se modelan con el objeto matemático proporcionalidad.

Para el logro de este objetivo general se formularon los siguientes dos objetivos específicos:

1. Aportar elementos que muestren el papel de las tecnologías digitales como mediadoras entre el conocimiento perceptivo y la construcción de la teoría Física que se modela con el objeto matemático proporcionalidad (OMP).

2. Aportar elementos que muestren las diversas formas en que los estudiantes usan las herramientas digitales en el aprendizaje de la Física.

Consideraciones teóricas del diseño: del enfoque ontosemiótico se establece que los significados de los objetos físicos involucrados son de naturaleza pragmática, es decir que

éstos son determinados por las situaciones-problema que se utilizan, el lenguaje, procedimientos, los medios, en este caso específicamente las tecnologías digitales (TD), entre otros. Desde el EOS se asumió el análisis didáctico para describir, interpretar y valorar las prácticas físicas que manifestaban los estudiantes en el proceso de resolución de problemas como fue en la actividad de la fuerza de fricción y de la idoneidad didáctica en la de caída libre y el efecto fotoeléctrico para detectar las diversas maneras de usar las TD. Con respecto al uso de las TD se asumieron dos principios: uno cognitivo y el otro epistemológico, declarados en el apartado 2.8.

4.1 Discusión

Por las evidencias observadas, en algunos casos pareciera que la TD no fue usada para modificar los conocimientos teóricos de los estudiantes, sino para reafirmarlos, como sucedió en la actividad del efecto fotoeléctrico, donde la mayoría, aproximadamente el 25% usó la simulación computarizada (SC) como amplificadora, lo cual puede deberse a que la TD, no es parte de la cultura en la enseñanza y el aprendizaje de la Física, no es institucional ni generalizado su uso en el profesorado, no es una práctica cotidiana del estudiante para su aprendizaje. Sin embargo en aproximadamente el 20 % de los estudiantes se observó que el uso de la TD generó una reorganización de su conocimiento y algunos llegaron incluso a asociar lo observado en la SC con lo que expresa la fórmula del efecto fotoeléctrico, incluso uno de ellos se entusiasmó tanto con la SC, que hizo sugerencias sobre otros posibles usos para el estudio del fenómeno del efecto fotoeléctrico.

En el fenómeno de caída libre para el registro gráfico de la posición con respecto al tiempo, la SC mostraba una parábola cóncava hacia abajo e ilustraba el comportamiento físico de las variables, conforme el cuerpo iba cayendo, se veía cómo la velocidad en la dirección Y iba aumentando su magnitud negativamente, apareciendo dibujados la magnitud, dirección y sentido de los vectores velocidad y aceleración., se presentaba simultáneamente un registro numérico (datos), de tiempos, posiciones, velocidades y de la aceleración. Lo que permitía a los estudiantes mejores condiciones para relacionar la proporcionalidad entre las variables físicas y la modelación matemática del fenómeno. La generación y visualización simultánea de las diversas representaciones por la SC es algo

que no se ve con lápiz y papel, por lo que las TD muestran posibilidades que no se presentan sin ellas, aunque por sí solas no garantizan nada, están de por medio las condiciones de los estudiantes y la manera con la competencia que tiene un profesor para poder utilizarlas.

Por lo que es imprescindible indagar (De las Fuentes *et al.*, 2015) el efecto de la inclusión de las tecnologías computacionales en cuanto a las competencias disciplinarias y el alcance de las actividades cognitivas por parte de los estudiantes.

En términos generales, en el contexto de la educación, cuando hay una tecnología novedosa se manifiestan obstáculos sobre el uso de la misma, como un *obstáculo cultural*, siempre que hay una nueva forma de tecnología, consustancial a ésta hay una forma de rechazo, por ejemplo se llega a creer que al usarla el estudiante no va a aprender Física, porque el artefacto le *da todo*, pero el que aprenda o no depende del uso que se le dé al mismo. Otro obstáculo es tratar de construir los *viejos* significados con las nuevas tecnologías, lo cual no es posible porque con las TD, son otros significados los que se construyen.

Con respecto al uso de la TD en la resolución de problemas, es importante distinguir entre su uso para la *comprensión* del problema y su uso para ser *competente* en la resolución del mismo, la TD permite *comprender* mejor el problema, al usarla fundamentalmente como *amplificadora*, pero para poder ser *competente* es necesario generar un proceso donde el estudiante *reorganice* y aprenda a pensar utilizando la tecnología. En la medida en que piense con el instrumento para analizar, interpretar y diseñar una estrategia de solución estará en mejores posibilidades de ser competente.

Al incorporarse a la TD, una función cognitiva, la máquina puede realizar *representaciones ejecutables*, por ejemplo en la actividad de caída libre, al pedirle al estudiante que grafique la posición con respecto al tiempo (x vs t), una SC genera inmediatamente un registro gráfico, por lo que deja de ser un problema, un ejercicio., lo es cuando el estudiante tiene que hacerlo con papel y lápiz. Entonces el problema se puede centrar en el estudio de la gráfica, para analizarla, interpretarla, entenderla, poder contestar: ¿qué significa físicamente que sea una curva?, ¿qué significa que la curva esté de *bajada*?, ¿qué significa físicamente su pendiente, su intersección con los ejes, etc.?

5.2 Conclusiones

El papel que jugó el investigador en la implementación de las actividades diseñadas al audiograbar, observar, interactuar con preguntas y respuestas con cada uno de los estudiantes, y con el grupo en general, en el cómo usaban la tecnología, qué preguntaban, qué cuestionaban al interactuar con la SC conforme avanzaban en las actividades, etc., fue fundamental para poder lograr ciertas respuestas al problema de investigación y sus objetivos.

Los logros fueron satisfactorios al obtener información para dar respuesta a los objetivos formulados en la investigación, por una parte al papel de las TD como herramientas mediadoras en la construcción del conocimiento y por la otra sobre diversas formas en que los estudiantes usaron las herramientas digitales.

De los resultados obtenidos, de su descripción y análisis se presentan las siguientes conclusiones, a nivel de conjeturas:

El uso de las TD como herramientas mediadoras entre lo perceptivo y la teoría física, le permiten a los estudiantes en una simulación computarizada la *variación de las condiciones iniciales*, *dinamizar (movilizar)* y *generar representaciones simultáneas*, lo que les facilita relacionar la proporcionalidad entre las variables físicas, y construir las fórmulas que modelan el fenómeno físico. Como se observó en las actividades realizadas: caída libre, fuerza de fricción y movimiento y el efecto fotoeléctrico.

Con respecto al *lenguaje* las SC, al generar *registros numéricos y gráficos* de los objetos físicos posibilitan la representación *verbal y algebraica*., pasar de un registro a otro al relacionarlos y modelar el fenómeno físico en términos de la proporcionalidad detectada.

Aquellos estudiantes, que logran identificar las relaciones de proporcionalidad entre las variables físicas, son más eficaces al *construir* la fórmula que modela el fenómeno, es decir relacionan, la proporcionalidad con las variables físicas intervinientes.

El uso que le dan los estudiantes a las TD en la resolución de problemas es como: reemplazo, reemplazo-amplificador, amplificador, amplificador-transformador y transformador.

Algunos estudiantes al usar las TD como instrumento (pensando con ellas) en el estudio de un fenómeno físico, llegan a sugerir mejoras en las SC como herramienta. Como se detectó en el estudio del efecto fotoeléctrico.

Al usar la tecnología digital con una SC los estudiantes logran pasar más rápidamente de lo perceptible al conocimiento físico, detectan la proporcionalidad y visualizan el comportamiento de los objetos físicos involucrados, identifican más pronto la teoría física y matemática involucrada en el problema, como sucedió con la actividad de la fuerza de fricción y movimiento.

El papel de las TD al usarlas en la resolución de problemas es convertirse en un *instrumento* del pensamiento que se manifiesta al analizar, interpretar, diseñar estrategias y resolverlos.

5.3 Recomendaciones

El uso de las tecnologías digitales en la resolución de problemas debe estar encaminado a convertirlas en un instrumento del pensamiento, interiorizando las propiedades de la herramienta para pensar con ellas, al analizar, interpretar y diseñar estrategias en tareas, actividades teóricas y experimentales, etc., para lo cual es necesario:

Como investigador

Continuar indagando el efecto del uso de las TD en la resolución de problemas al convertirse en un instrumento del pensamiento para analizar, interpretar, diseñar estrategias y resolverlos.

Continuar explorando qué tipo de significados de los objetos de la Física producen las TD en los estudiantes en la resolución de problemas de Física que se modelan con la proporcionalidad.

Indagar el efecto del uso de las tecnologías (calculadora, computadora, internet y simulaciones computarizadas) en la enseñanza y el aprendizaje de la Física.

Valorar los efectos del uso de las tecnologías digitales al rediseñar, reforzar y actualizar los recursos materiales de apoyo en la enseñanza y el aprendizaje de la Física.

Como docente

Diseñar estrategias de enseñanza que permitan al estudiante transitar de manera eficaz de la instrumentalización a la instrumentación en la resolución de problemas.

Los profesores necesitan reconocer la diversidad de recursos tecnológicos y desarrollar estrategias que les permitan identificar las potencialidades y restricciones de estos para generar aprendizajes de los contenidos en sus alumnos y en ellos mismos.

El profesor no debe limitarse al uso de las TD, como reemplazadoras o amplificadoras para la enseñanza, sino diseñar actividades didácticas para que éstas impacten como herramientas transformadoras de la estructura cognitiva de los estudiantes. El uso óptimo de la TD es el de transformadora-reorganizadora de la estructura cognitiva del estudiante, lo cual depende en gran medida del diseño de la actividad didáctica, de la conducción del profesor y de la actitud de los estudiantes en la resolución de problemas.

Es necesario romper con el enfoque cultural de la enseñanza de la Física que la reduce a resultados numéricos y fórmulas alejados de una comprensión conceptual de los significados de los objetos de la Física, lo que provoca que prevalezca en la mayoría de los estudiantes el conocimiento perceptible sobre el teórico físico. Lo que le queda al estudiante de la escuela y se manifiesta como un obstáculo cultural, es que aprender Física es aprender fórmulas, recordarlas y manipularlas desligadas de un contexto, y no hacerlas, construirlas. Al hacer frente a problemas, los estudiantes tratan de recordar la información que les dieron para obtener resultados, proceden a dar respuestas numéricas por la formación recibida, dado que los problemas que plantean los profesores tienen siempre información suficiente para resolverse a partir de datos que se les dan y obtener siempre un resultado numérico o expresado en una fórmula., pero los problemas de la realidad social, similares a los de la práctica profesional de los ingenieros, difícilmente tienen la información suficiente para su solución. Por eso es imprescindible investigar tanto el nivel de aprendizaje de los estudiantes, como lo referente a la formación de los profesores.

Como administrador

La tecnología digital ha cambiado y sigue cambiando la sociedad y está cada vez más presente en la escuela, y los profesores deben estar a la vanguardia para impulsar el cambio para que ésta sea usada como reorganizadora del conocimiento en el aprendizaje de los estudiantes y en el cambio de objetivos del currículum. Para lo cual es necesario:

Promover la integración de las TD como medio para la enseñanza y el aprendizaje de la Física, tomando como referente los objetivos curriculares de cada disciplina específica.

Promover en el profesorado la necesidad de tener criterios que le ayuden a dilucidar qué aspectos de su práctica docente puede mejorar, tanto en lo relacionado con el diseño, como en lo referente a la implementación y la evaluación usando las tecnologías digitales.

Promover proyectos de investigación encaminados al efecto del uso de las TD en la enseñanza y el aprendizaje de la Física.

Promover proyectos académicos para la elaboración de materiales de apoyo en teoría y el laboratorio de Física (folletos, hojas de trabajo, sitios web, etc.) para el uso de las TD en la enseñanza y el aprendizaje de la Física.

Promover proyectos de servicio social encaminados a tareas relacionadas al uso de las TD.

Organizar eventos académicos en los cuales se incluyan diseños, implementaciones y evaluación de resultados del uso de las TD como mediadoras en la construcción del conocimiento físico.

Contribuir con actividades estratégicas al uso de las TD en la formación socio-profesional de los estudiantes, los cuales como futuros ingenieros deberán usarla para resolver situaciones-problema, optimizar, modelar procesos, etc.

BIBLIOGRAFÍA

- Ávila, R., Ibarra, S., Grijalva, A. (2010). *El contexto y el significado de los objetos matemáticos*. Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, 13 (4-11) 337-354.
- Ávila, J., Ávila, R., Parra, F. (2012). *Epistemología y Didáctica de la Matemática*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 25, 775-783.
- Ávila, J., Ávila, R., Parra, F. (2013). *Desarrollo histórico epistemológico de la derivada de una función*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 26, 1221-1228.
- Bachelard, G. (1938). *La formación del espíritu científico y La filosofía del no*. México: Siglo XXI editores. (1993).
- Balacheff, N. (1990). *Future perspectives for researchs in the psychology of mathematics education*. En Nesher y Kilpatrick. Mathematics and cognition: a research and synthesis. Cambridge: UP.
- Bortolussi, J., Bonilla, E., Nava, R. Rojano, T., Quintero, R. (2001). *El Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*. México: SEP, 2ª. Edición.
- Brousseau, G. (1988). *Le contrat didactique: le milieu*. Recherches en Didactique des Mathématiques, 9 (3), 309-336.
- Caputo, L., Soto, N. *Proporcionalidad directa e inversa: Dificultades en su aprendizaje*. Recuperado el 11 de enero de 2011, de <http://www.unne.edu.ar/Web/cyt/cyt/2002/09-Educacion/D-008.pdf>.
- Corona, A., Sánchez, M., González, E., Slisko, J. (2012). *Habilidades cognitivas y la resolución de un problema de cinemática: Un estudio comparativo entre los estudiantes de secundaria, bachillerato y universidad*. Lat. Am. J. Phys. Educ., 6 (2), 292-299.
- D'Ambrosio, U. (2001). *Etnomatemáticas. Entre las tradiciones y la modernidad*. México: Ediciones Auténtica, Belo Horizonte. Universidad Autónoma de Guerrero.
- D'Amore, Font, V., Godino, J. (2007). *La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Paradigma, 28 (2).
- De las Fuentes, M., Arcos, J., Sevilla, J., Corrales, V. (2012). *La didáctica de la Ingeniería con apoyo de la calculadora en la universidad pública*. México: Universidad Autónoma de Sinaloa/ Universidad Autónoma de Baja California.
- Díaz, L. (1998). *Reflexiones didácticas en torno a Fracciones, Razones y Proporciones*. Chile: Ministerio de Educación, 1ª. Edición.

- Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, A. (2010). *Integrating technology into mathematics education: Theoretical Perspectives*. En C. Hoyles y J-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology-Rethinking the terrain*. The 17th ICMI Study (Pp. 89-132). New York: Springer.
- Dufresne, R., Gerace, W., Leonard, W. (1997). *Solving physics problems with multiple representations*, *The Physics Teacher*, 35, 270–275.
- Encinas, A. (2012). *Comprensión y competencia de estudiantes de ingeniería en el proceso de resolución de problemas de optimización*. Tesis de Doctorado no publicada, Instituto de Ingeniería. Universidad Autónoma de Baja California. México.
- Font, V., Planas, N., Godino, J. (2009). *Modelo para el análisis didáctico en educación matemática*. Recuperado el 10 de octubre de 2012, de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/modelo_anadida_25_junio09.pdf
- Franco, A. (2009). *Curso Interactivo de Física en Internet*. Recuperado el 10 enero de 2012, de <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/>
- García, M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Almería. España.
- Godino, J. (2010). *Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático*. *Departamento de Didáctica de la Matemática*. Recuperado el 10 de octubre de 2011, de <http://www.ugr.es/~jgodino/>
- Godino, J., Batanero, C. (1994). *Significado institucional y personal de los objetos Matemáticos*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J., Batanero, C. (1994). *Significado institucional y personal de los objetos Matemáticos*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J., Batanero, C., Font, V. (2008). *Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática*. Recuperado el 10 de octubre de 2011, de <http://www.ugr.es/~jgodino/>
- Godino, J., Batanero, C., Font, V. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. Recuperado el 10 de octubre de 2012, de <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/>
- Godino, J., Contreras, A. y Font, V. (2006). *Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática*. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26 (1), 39-88.

- Godino, J., Font, V. (2006). *Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio de las matemáticas*, Paradigma, 27 (2), 221-252.
- Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). *Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de las Matemáticas desde un enfoque ontosemiótico*. Enseñanza de las Ciencias, 27(1), 59–76.
- Gómez, A. (1999). *Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de libros antiguos*. Revista Latinoamericana de Investigación Educativa, 2(3), 19-29.
- Gómez-Chacón, I. (2003). *La tarea intelectual en matemáticas. Afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias*. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, 10(2), 225-247.
- Gras, A. y Cano, M. (2003). *“TIC en la enseñanza de las ciencias experimentales”*. Comunicación y pedagogía, 190, 39-44.
- Grijalva, A. (2007). *El papel del contexto en la asignación de significados a los objetos matemáticos. El caso de la integral de una función*. Tesis doctoral no publicada, Instituto Politécnico Nacional. México.
- Hernández, G., Arcos, J., Cárdenas, L., Guerra, J. (2015). *Gestión de la calidad bajo la norma ISO 9001:2008 en instituciones públicas de educación superior en México*. México: Akademie, A.C.
- Hughes, J. (2005). *The Role of Teacher Knowledge and Learning Experiences in Forming TechnologyIntegrated Pedagogy*. Journal of Technology and Teacher Education, 13(2), 277-302.
- Martínez, M. (1986). *Enseñanza Problemática y el Pensamiento Creador*. Cuba: Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona".
- Mendoza, M., Riveros, V. (2005). *Bases teóricas para el uso de las TIC en Educación*, Encuentro Educacional, 12, 315-336.
- Mesquita, A. (1998). *On conceptual obstacles linked with external representation in geometry*. Journal of Mathematical Behavior, 17 (2), 183-195.
- Moreno, L., Sandoval, I. (2012). *Tecnología digital y cognición matemática: retos para la educación*. Horizontes Pedagógicos, 14 (1).
- Moreno, A., L. (1996). *Matemáticas y Educación: Matemática Educativa. Perspectivas en Educación Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Moreno, A., L., Waldegg, G. (1992). *Constructivismo y Educación Matemática*. Educación Matemática, 4(2), 7-15.

Nomdedeu, X., (2000). *Mujeres, manzanas y matemáticas. Entretejidas*. Madrid: Nivola Libros Ediciones.

Ogden, K., Richards, A. (1923). *El significado del significado*. Barcelona: Paidós, 1984.

Olivero, F. y O. Robutti (2001). *Measures in Cabri as a bridge between perception and theory*. Psychology Mathematics Education, 25 (4), 9-16.

Ortiz y Sanz, J. (1887). *Vidas, opiniones y sentencias de los filósofos más ilustres*. Madrid: Luis Navarro, editor.

Parra, F. (1997). *Detección de obstáculos en el uso de los conceptos de energía mecánica en la resolución de problemas de física*. Tesis de Maestría no publicada, Departamento de Matemáticas. Universidad de Sonora. México.

Parra, F., Ávila, R. (2015). *Hacia una idoneidad didáctica en una clase de física*. Latin-American Journal of Physics Education, 9, Supplement 1.

Parra, F., Ávila, J., Ávila, R. (2014). *Análisis didáctico de un proceso de estudio del objeto matemático proporcionalidad*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 27, 1781-1788.

Parra, F., Ávila, J., Ávila, R. (2013). *Origen y desarrollo del objeto matemático proporcionalidad*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 26, 1241-1249.

Parra, F., Barraza, S. (1994). *Sugerencias para el tratamiento del tema de energía en la carrera de ingeniería química*. Tesis de Licenciatura no publicada, Departamento de Física. Universidad de Sonora. México.

Piaget, J., García, R. (1998). *Psicogénesis e Historia de la Ciencia*. 8ª. Edición. México: Siglo XXI.

Perry, P., Guacaneme, E., Andrade, L., Fernández, F. (2003). *Transformar la enseñanza de la proporcionalidad en la escuela: un hueso duro de roer*. Colombia: Una empresa docente, Universidad de los Andes. Recuperado el 22 de junio del 2013, de <http://funes.uniandes.edu.co/>

Polya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

- Rabardel, P. (1999). *Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques*. Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques, Houlgate 18-21 Août, IUFM de Caen, 203 – 213.
- Rabardel, P. (2011). *Los hombres y las tecnologías. Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. (Trad.) Acosta, M. Colombia: Ediciones Universidad Industrial de Santander.
- Rivera, R., Ávila, R., De las Fuentes, M. (2015). *Las ecuaciones diferenciales. Una ecología de sus significados*. Alemania: Publicia.
- Rodríguez, A., Pérez, J. (2003). *La noción de proporcionalidad*. Ethos Educativo, pp. 91-107.
- Salinas Ruiz, A. (1999). *Dificultades matemáticas del alumnado de Enseñanzas Medias para la adquisición de conceptos cuantitativos en Ciencias Físico-químicas*. Currículum, 6. Recuperado el 12 de septiembre de 2011, de www.quadernsdigitals.net
- Sandoval, I. (2009). *La geometría dinámica como una herramienta de mediación entre el conocimiento perceptivo y el geométrico*. Educación Matemática, 21 (1), 5-27.
- Santillán, M. (2002). *Mediación Instrumental con Calculadora*. Tesis de Doctorado no publicada, Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav-IPN.
- Torres, P. (1996). *La Utilización de los Métodos Problémicos en la Enseñanza de la Matemática del Nivel Medio General*. Cuba: Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño.
- Valdés, C., P. /Sifredo, B., C. /Núñez, V., J. /Valdés, C., R. (1999). *El Proceso de Enseñanza- Aprendizaje de la Física en las Condiciones Contemporáneas*. Cuba: Editorial Academia.
- Vygotsky, L. S. (1934). *Pensamiento y lenguaje*. [Obras escogidas II, pp. 9-287]. Madrid: Visor, 1993.
- Wittgenstein, L. (1953). *Investigaciones filosóficas*. Barcelona: Crítica.
- Yackel, E., Cobb, P. (1996). *Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education, 27, 458-477.

ANEXOS

ANEXO 1. ACTIVIDAD SOBRE CAÍDA LIBRE

INSTITUCION: _____
LABORATORIO DE MECÁNICA. Actividad con simulación. CAÍDA LIBRE. Estudio del movimiento de un cuerpo en caída libre.

HOJA DE TRABAJO PARA EL ESTUDIANTE

Nombre _____ Fecha _____

Grupo _____ Equipo _____

Se deja caer una bola maciza metálica de una cierta altura. Mediante un chispómetro y papel registro se obtienen los datos experimentales que se muestran en la siguiente tabla:
Posición del móvil en función del tiempo.

ACTIVIDAD: ingresar a la página web: <http://didactica.fisica.uson.mx/> en Sala didáctica, cursos y en Curso de física con ordenador en el tema: **Cinemática** (Movimiento rectilíneo: Movimiento de caída libre de los cuerpos; en la cual podrás visualizar un experimento por simulación. **Nota importante** la PC debe tener instalado el JAVA.

Llena la Tabla I para 10 tiempos diferentes. Considerando la caída a partir del reposo.

Tabla I

Número de punto	Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Construir la Tabla II, para 8 cambios de velocidades con respecto al tiempo

Intervalos de tiempo (s)	Cambio de velocidad (m/s)	Resultados
$t_f - t_i = ?$	$v_f - v_i = ?$	$(v_f - v_i) / (t_f - t_i) = ?$

1. ¿Cuál es el valor del cambio de velocidad por segundo?
2. ¿Permanece constante o variable el cambio de velocidad por segundo?
3. ¿Qué podemos establecer de la velocidad con respecto al tiempo, conforme éste transcurre?
4. ¿Qué significa físicamente el valor del cambio de velocidad por segundo?
5. ¿Cuál sería la relación matemática (ecuación) entre la velocidad y el tiempo: $V(t) = ?$, que nos permitiera calcular la velocidad para diversos tiempos, no incluidos en la tabla I, ejemplo ¿para $t = 1.34$ seg, etc.?
6. ¿Existe algún tipo de proporcionalidad entre la velocidad y el tiempo? Sí, no ¿por qué? Sí, sí ¿cómo la podemos denominar?
7. Si realizas la gráfica (V vs t), por ejemplo apoyándose en EXCELL ¿Qué podemos decir por la forma que tiene?
8. ¿Cómo podemos calcular la pendiente de la gráfica (V vs t)?
9. ¿Qué significa físicamente la pendiente de la gráfica (V vs t)?
10. ¿Qué podemos decir, si la gráfica es paralela al eje del tiempo?
11. ¿Cuál es la ecuación que mejor se ajusta a los puntos de la gráfica V contra t ?
12. ¿Existe algún tipo de proporcionalidad entre la velocidad y el tiempo? Sí, no ¿Por qué? Sí, sí ¿cómo la podemos denominar?

ANEXO 2. ACTIVIDAD SOBRE FUERZA DE FRICCIÓN Y MOVIMIENTO

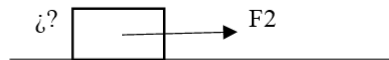
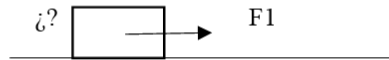
Nombre:

Semestre:

Nivel:

Fecha:

Problema: Se tiene un bloque en reposo sobre una mesa con fricción, al cual se la aplica una fuerza F_1 paralela a la superficie de la mesa para moverlo, pero sin lograrlo, después se la aplica una fuerza de magnitud cada vez mayor: F_2 , F_3 , F_4 y sigue en reposo, si comparamos en cada uno de los 4 casos la magnitud de la fuerza aplicada con la fuerza de fricción estática F_s . La situación es debida a que: a) La f_s es mayor que la F aplicada b) La f_s es menor que la F aplicada, c) La f_s es igual que la F aplicada, d) Ninguna de las anteriores. Justifique su respuesta.



ANEXO 3. ACTIVIDAD CON EL EFECTO FOTOELÉCTRICO

Nombre:

Semestre:

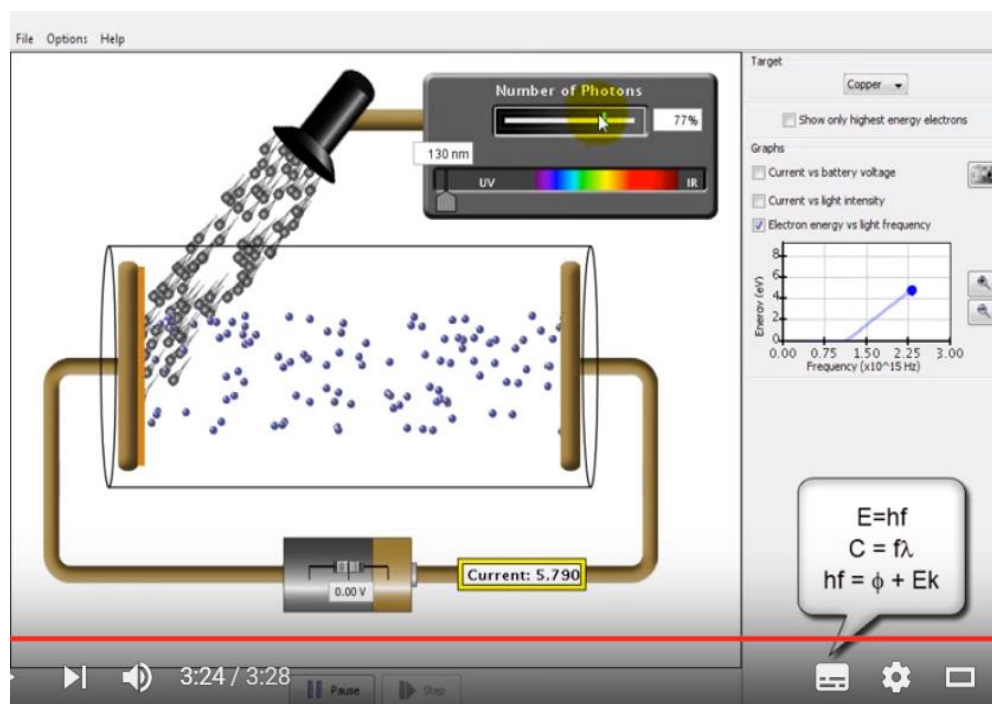
Nivel:

Fecha:

Preguntas para resolver:

1. ¿Qué fue lo más trascendental del efecto fotoeléctrico?
2. ¿En qué incide el flujo de electrones al cambiar el tipo elemento (sodio, zinc, cobre, platino, etc.), de la placa (cátodo) a otro?
3. ¿Cómo se explica la teoría corpuscular y la de ondas en efecto fotoeléctrico?
4. ¿Quién recibió el premio nobel por la explicación del efecto fotoeléctrico?
5. ¿Quién fue el precursor del efecto fotoeléctrico?
6. ¿Qué aplicaciones técnicas actualmente se tienen del efecto fotoeléctrico?
7. Ingresar en el sitio web: <http://phet.colorado.edu/index.php>, en el experimento del

applet: The Photoelectric Effect, y contesta las siguientes preguntas:



- a) ¿qué función desempeña la corriente eléctrica?
- b) ¿qué función desempeña el voltaje?
- c) ¿qué función desempeña la intensidad de la radiación?

- d) ¿qué función desempeña el voltaje?
- e) ¿qué función desempeña la frecuencia?
- 8. ¿cómo se explica la “absorción” de un fotón por un electrón?
- 9. ¿Los cambios en la intensidad de la luz modifican la energía de sus fotones?
- a) Sí b) No c) A veces d) depende del material

Justifique su respuesta

- 10. ¿Al aumentar la intensidad del haz cambia la energía de los fotones constituyentes?
- b) Sí b) No c) A veces d) depende del material

Justifique su respuesta

- 11. ¿La energía de los electrones emitidos depende de la intensidad de la luz?
- c) Sí b) No c) A veces d) depende del material

Justifique su respuesta

- 12. ¿Qué significan las siguientes expresiones?

$$hf = h_0 + 1/2mv^2$$

$$hf = \phi + E_k$$

ANEXO 4. CUESTIONARIO DEL USO DE LA SIMULACIÓN COMPUTARIZADA (SC) PARA LA ACTIVIDAD DEL EFECTO FOTOELÉCTRICO

- 1. ¿En general qué te pareció la actividad?
- 2. ¿Qué te gustó?
- 3. ¿Qué no te gustó?
- 4. ¿Qué problemas técnicos tuviste?
- 5. ¿Qué no entendiste?
- 6. ¿Qué aprendiste?
- 7. ¿Qué comentarios tuvieron los demás estudiantes?
- 8. ¿Qué sugerencias tienes para mejorar la actividad?

ANEXO 5. ACTIVIDADES PREVIAS EXPLORATORIAS: a) MOVIMIENTO PARABÓLICO

UNIVERSIDAD DE SONORA.

DEPARTAMENTO DE FÍSICA. FÍSICA I. Movimiento en un plano. Movimiento parabólico. Herramienta: Internet. Nombre _____

Carrera _____ Fecha: _____

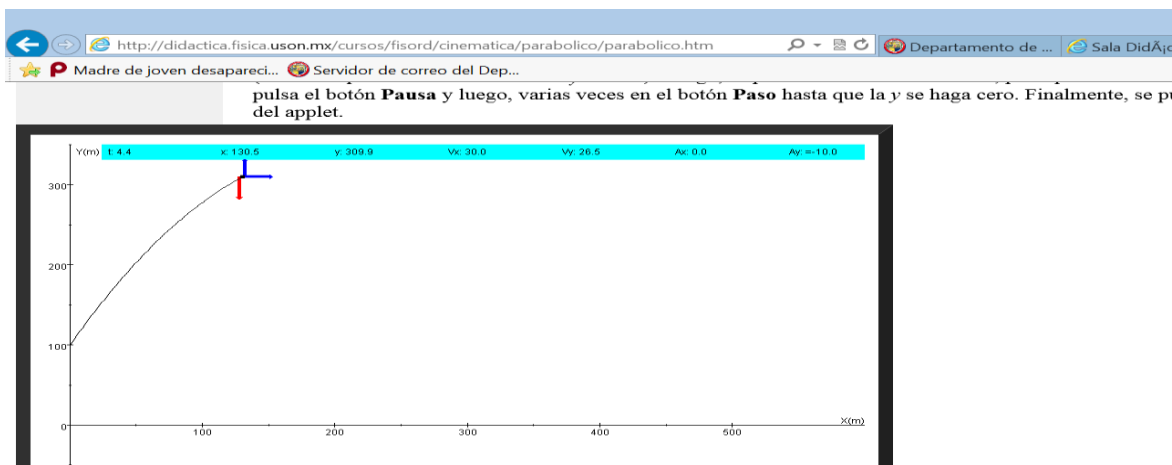
¡AL RESCATE! Mediante una simulación, observarás el movimiento parabólico, aprenderás a describir este tipo de movimiento, encontrarás ecuaciones de movimiento y calcularás velocidades y desplazamientos. Nota: para trabajar las simulaciones es necesario tener instalado el programa JAVA en internet explorer.

ACTIVIDAD: ingresar a la página web: <http://didactica.fisica.uson.mx/> en

HERRAMIENTAS PARA EL ESTUDIO DE PROYECTILES en Proyectil simple, trabajar el siguiente:

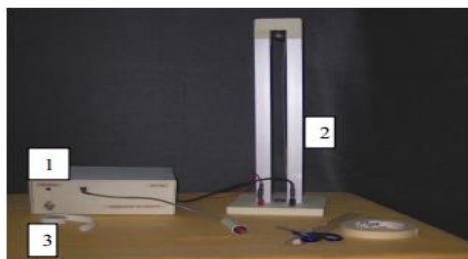
Problema. Un avión en vuelo horizontal a una altura de 300 m y con una velocidad de 60 m/s, deja caer un paquete de provisiones a un grupo de exploradores extraviados. a) ¿Cuál es el desplazamiento horizontal del paquete? b) ¿Cuál es el tiempo que tarda en llegar al suelo? c) Haz las representaciones gráficas del paquete para x - t , v_x - t y a_x - t . d) Haz las representaciones gráficas del paquete para y - t , v_y - t y a_y - t . e) Haz la representación gráfica del paquete para su trayectoria y - x . f) Haz las representaciones analíticas para $x(t)$, $v_x(t)$ y $a_x(t)$. g) Haz las representaciones analíticas para $y(t)$, $v_y(t)$ y $a_y(t)$. h) Haz la representación analítica para $y(x)$. i) ¿Cuáles son las magnitudes de las componentes de la velocidad en las direcciones X y Y, del paquete justo antes de chocar con el suelo? j) ¿Cuál es la velocidad (magnitud, dirección y sentido) del paquete en el inciso anterior? k) ¿Cuál es la posición (x, y) del paquete en el instante $t = 4.0$ s? l) ¿Cuál es el desplazamiento en el instante $t = 4.0$ s? m) ¿Cuáles son las magnitudes de las componentes de la velocidad en las direcciones X y Y, del paquete en el instante $t = 4.0$ s? n) ¿Cuál es la velocidad (magnitud, dirección y sentido) del paquete en el inciso anterior?

Opcional: ingresar a la dirección: <http://didactica.fisica.uson.mx/> en Sala didáctica, cursos y en Curso de física con ordenador en el tema: movimiento curvilíneo (Tiro parabólico); en la cual podrás visualizar vectorialmente las componentes de la velocidad y la aceleración en la trayectoria.



b): ACTIVIDAD SOBRE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

PROBLEMA. Se deja caer una bola maciza metálica (balín) de masa $m = 0.0669$ kg. de tal manera que cuando pasa por la marca 0 (origen de referencia) su altura es de 24.15 cm. Mediante un chispómetro y papel registro se obtienen los datos experimentales que se muestran en la tabla 1.



1. Chispómetro
2. Aparato de caída libre
3. Papel registro

Foto: Eduardo Verdín López

Tabla 1: Posiciones obtenidas del experimento de un "balín" en caída vertical.

núm. de punto	Tiempo (s)	Posición (cm.)
0	0/60	24.15
1	1/60	23.00
2	2/60	21.55
3	3/60	19.80
4	4/60	17.80
5	5/60	15.40
6	6/60	12.85
7	7/60	10.05
8	8/60	6.95
9	9/60	3.55
10	10/60	0.00

ETAPA DE DESARROLLO

ETAPA DE DESARROLLO

Entrar a la dirección <http://didactica.fisica.uson.mx/>, ir a HERRAMIENTAS DE LABORATORIO y seleccione el applet “estudio de la velocidad” y construya la Tabla 2, para la velocidad del balón en función del tiempo y los datos que se

piden para completarla, como son: la energía potencial: $U=mgh$, cinética: $K=1/2(mv^2)$ y mecánica: $U+K$.

Tabla 2: Velocidades; energías: potencial, cinética y mecánica, generadas a partir de las posiciones (alturas), obtenidas experimentalmente del balón en caída vertical.

Punto o marca	Tiempo (s)	Altura (cm.)	Velocidad (m/s)	Energía Potencial (J)	Energía Cinética (J)	Energía Mecánica (J)
0	0/60	24.15				
1	1/60	23.00				
2	2/60	21.55				
3	3/60	19.80				
4	4/60	17.80				
5	5/60	15.40				
6	6/60	12.85				
7	7/60	10.05				
8	8/60	6.95				
9	9/60	3.55				
10	10/60	0.00				

Con los datos obtenidos en la Tabla 2:

1. Realizar las gráficas siguientes en papel milimétrico, Excel ó en un software graficador:

- Energía potencial con respecto a la altura: **U vs h**
- Energía cinética con respecto a la altura: **K vs h**
- Suma de la energía potencial y cinética con respecto a la altura:
(U+K) vs h

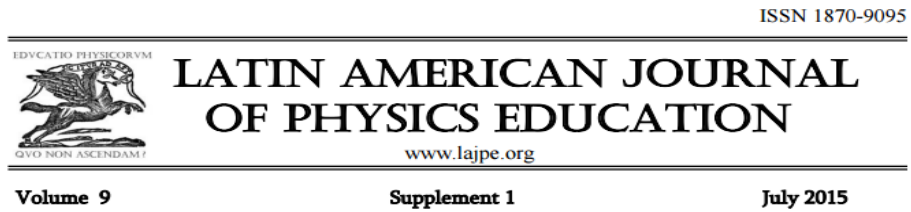
d. Superposición de cada una de las gráficas anteriores en una sola gráfica con respecto al h

2. Realizar las siguientes gráficas en papel milimétrico, Excel ó en un software graficador:

- Energía potencial con respecto al tiempo: **U vs t**

ANEXO 6. PUBLICACIONES

1. Parra, F., Ávila, R. (2015). Hacia una idoneidad didáctica en una clase de física. *Latin-American Journal of Physics Education*. Vol. 9 Supplement 1. S1205-1 -7
ISSN 1870-9095.



Hacia una idoneidad didáctica en una clase de Física



F. J. Parra Bermúdez^{1,2}, R. Ávila Godoy³

¹Instituto de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Blvd. Benito Juárez y Calle de la Normal s/n, Col. Insurgentes Este, Mexicali, Baja California, México.

²Departamento de Física Universidad de Sonora, Blvd. Luis Encinas y Rosales s/n, Colonia Centro, CP: 83000, Hermosillo, Sonora, México.

³Departamento de Matemáticas Universidad de Sonora, Blvd. Luis Encinas y Rosales s/n, Colonia Centro, CP: 83000, Hermosillo, Sonora, México.

E-mail: francisco.parra@correo.fisica.uson.mx

(Recibido el 22 de Junio de 2014, aceptado el 17 de Mayo de 2015)

Resumen

Se presenta una metodología para valorar los sucesos que ocurren en el aula durante una clase o el desarrollo de un tema, la cual se denomina: idoneidad didáctica (ID), y se ejemplifica con una descripción y análisis observado para una situación problemática (SP) sobre caída de los cuerpos, su modelación con el objeto matemático proporcionalidad (OMP), apoyándose en las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC), con estudiantes de ingeniería de la Universidad de Sonora.

Palabras clave: Idoneidad didáctica, Caída libre, Tecnologías de la información y la comunicación.

Abstract

We present a methodology to assess the events that occur in the classroom during a class or during the developing of a theme, which is called: didactic suitability. We also give a description and analysis for a problematic situation on falling bodies, including a mathematical model with the proportionality mathematical object and using the technologies of information and communication (ICT), with engineering students from University of Sonora.

Keywords: Suitability didactic, freefall, information technology and communication.

PACS: 01.40.gb, 01.40.gd, 01.50.ht

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Consideramos que el propósito fundamental de las investigaciones en Física Educativa es elevar la calidad de los aprendizajes de los estudiantes, lo cual lleva implícita la necesidad de mejorar los procesos de enseñanza de la disciplina, lo que a su vez plantea como un requerimiento fundamental para la investigación, el uso de una metodología que permita describir, analizar, explicar y valorar los procesos que se dan en el aula escolar, por lo que en este trabajo vamos a presentar una propuesta metodológica denominada: *Idoneidad Didáctica* (ID), que hemos venido utilizando para analizar los procesos de instrucción y estudio que se llevan a cabo en el aula tratando de determinar el grado de (ID) de dichos procesos.

Dicha metodología proporciona elementos para analizar los fenómenos áulicos desde seis perspectivas diferentes, cada una de las cuales se corresponde con un factor cuya influencia en el proceso de estudio se considera determinante. Cabe señalar que la ID es una metodología surgida en Matemática Educativa, para analizar los

pero que, como señalan sus propios creadores, no es privativa de esta disciplina: “en otras áreas educativas pueden adaptarse de modo que resulten eficaces” [1]. En esta contribución pretendemos ilustrar el uso de la metodología mencionada analizando lo sucedido en una clase de Laboratorio de Física (Mecánica Newtoniana) desarrollada en un curso que se imparte dentro de un proyecto más general en el que se investiga el papel de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la construcción de significados de los objetos matemáticos y de la Física que intervienen al estudiar situaciones problemáticas en el contexto de la Mecánica Newtoniana (MN).

Investigar el papel del uso de las TIC en el proceso de construcción de significados, tanto de objetos matemáticos como de la Física se justifica, dado que se asume que dichos significados son contextuales y que los medios (artefactos) que se utilizan para su estudio forman parte del contexto. En el caso específico del estudio del fenómeno de caída libre de los cuerpos, las TIC permiten crear ambientes de aprendizaje más dinámicos, variados, ricos y eficaces.

F.J. Parra Bermúdez y R. Ávila Godoy

Sobre el papel de las TIC compartimos las opiniones de otros investigadores [2, 3].

La revisión de diversas investigaciones relativas a la enseñanza y el aprendizaje de la Física en los diversos niveles escolares, originó, por una parte que nuestras concepciones teóricas y metodológicas se vieran enriquecidas y por otra, que nuestra convicción de la necesidad de crear una metodología como la que en este reporte presentamos, se fortaleciera y nos llevara a diseñar el proyecto que estamos desarrollando en el cual se investiga tanto el problema del aprendizaje de los estudiantes como el de la formación de los profesores de manera conjunta.

Entre las investigaciones consultadas que fueron desarrolladas con el propósito de estudiar tanto la enseñanza como el aprendizaje de la Física, creemos útil citar algunas, tales como la que muestra una metodología para indagar modelos erróneos sobre la comprensión en estudiantes universitarios [4], otra que indaga sobre los conocimientos físicos adquiridos por los estudiantes al concluir un cierto nivel educativo [5], otras más sobre la aplicación del sistema 4MAT en la enseñanza de la Física [6], la formación de profesores en competencias específicas [7], algunas dificultades para cambiar y oportunidades para mejorar en educación [8].

La presentación de la metodología de referencia la hacemos en tres apartados, más las conclusiones. En el primer apartado exponemos las premisas teóricas y metodológicas en la que se sustenta el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje que permiten valorar la idoneidad didáctica de lo sucedido en el aula. En el segundo presentaremos la actividad diseñada y su contexto y en la tercera, mostraremos la valoración que hicimos de la experiencia de enseñanza. Todo esto con el propósito de ejemplificar algunos aspectos de la noción de idoneidad didáctica y sus componentes.

Somos conscientes del reto metodológico que plantea la evaluación de las distintas dimensiones del constructo teórico "idoneidad didáctica", de la cantidad y tipo de datos que se han de recoger y de la complejidad del análisis de datos. Cabe destacar que esta investigación es de corte cualitativo, razón por la cual su propósito fue describir, analizar y evaluar (conjeturar) los sucesos que se presentaron al implementar una actividad de enseñanza diseñada para desarrollarse en un aula de laboratorio de Física y que en este reporte utilizamos como medio para ilustrar la metodología que hemos denominado Idoneidad Didáctica.

En consideración a que sólo estamos en condiciones de utilizar la información de las actividades realizadas y de las

II. CONSIDERACIONES TEÓRICAS

La idoneidad didáctica (ID) se presenta originalmente en un marco teórico denominado Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS), en Matemática Educativa, pero el alcance del mismo como señalan sus propios autores [9], no se limita sólo a las matemáticas sino que puede ser trabajado en otras disciplinas como la Física, que es lo que se pretende en este trabajo. El EOS como constructo teórico y metodológico proporciona un sistema de supuestos y categorías para hacer operativas las diversas idoneidades parciales, especialmente las dimensiones epistémica y cognitiva, en el EOS son fundamentales los términos: situación problemática, objeto (conceptos, procedimientos, leyes, argumentos, lenguaje), significado (institucional, personal), obstáculo, algunos de los cuales describiremos más adelante.

Enseguida expondremos las dimensiones de análisis de la idoneidad didáctica. Una idoneidad didáctica [9] consta de 6 dimensiones.

A. Dimensión epistémica

Se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o previstos), respecto de un significado de referencia. Las situaciones problemáticas constituyen un elemento central de esta dimensión y el logro de una idoneidad epistémica alta requiere valorar la representatividad de diversos objetos de la Física: definiciones, procedimientos, leyes, así como la justificación de los mismos en sus representaciones (gráfica, numérica, analítica y verbal). Las tareas deben proporcionar a los estudiantes diversas maneras de abordarlas, implicando todas esas maneras, el uso de diversos objetos, a la vez que deben promover que los estudiantes conjeturen, interpreten, generalicen y justifiquen las soluciones.

B. Dimensión cognitiva

Considera el grado en que los significados pretendidos/implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos (Vygotski, 1934) [10] y proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados. Los estudiantes deben aprender la Física entendiéndola, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de sus experiencias y conocimientos previos al hacer frente a situaciones problemáticas mediante el lenguaje (numérico, analítico, gráfico y verbal), conceptos, procedimientos,

interacciones profesor-estudiantes registradas a manera de bitácora y de grabaciones de audio, centraremos nuestro análisis principalmente en dos de las seis dimensiones que constituyen los elementos de la metodología denominada ID.

Las dimensiones que mostraremos son la epistémica y la cognitiva.

leyes, argumentos y relaciones entre estos elementos que conforman una idoneidad cognitiva.

C. Dimensión afectiva

Trata sobre el grado de implicación (actitudes, emociones, intereses y necesidades) del alumnado en el proceso de estudio. Lo cual se manifiesta en ciertos indicadores: las tareas tienen interés para los alumnos, se suponen

situaciones que permitan valorar la utilidad de la Física en la vida cotidiana y profesional. Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. Se favorece la argumentación y ésta se valora en sí misma y no por quién la dice. Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a la Física.

D. Dimensión interaccional

Considera el grado de identificación y solución de conflictos, esto es cualquier disparidad entre sujetos (instituciones o individuos) sobre los significados atribuidos a un objeto) antes, durante y después del proceso de instrucción. En la interacción docente-discente, como ejemplos pueden citarse, respecto a las interacciones del profesor: la manera en que éste hace la presentación de algún tema (clara y bien organizada, sin hablar demasiado rápido, enfatizando los conceptos clave del tema, etc.), busca llegar a consensos con base en el mejor argumento, favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes, promueve la inclusión en el grupo y procura evitar la exclusión; fomenta la autonomía para que los estudiantes asuman la responsabilidad del estudio; implementa la evaluación formativa con la observación sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes.

E. Dimensión mediacional

Se refiere a la disponibilidad, adecuación y uso de los recursos materiales y temporales para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir las situaciones problemáticas, lenguajes, procedimientos y argumentaciones adaptadas al contenido pretendido: las definiciones y leyes son contextualizadas y motivadas usando modelos concretos y visualizaciones mediante simulaciones computarizadas. El número de alumnos, horario y condiciones del aula, permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. El tiempo (presencial y no

Hacia una idoneidad didáctica en una clase de Física puede determinar el tratar ciertos problemas y las configuraciones de objetos y procesos correspondientes, lo cual conlleva determinadas formas de representación, argumentación, etc., asimismo la interacción entre el profesor y los estudiantes, el interés y motivación, y en los aprendizajes. La componente: interacción epistémica-ecológica tendría como indicador que el currículo propone el estudio de problemas de ámbitos variados como la escuela, la vida cotidiana y el trabajo. La componente temporal-cognitiva tendría como indicador que los objetivos de aprendizaje tienen en cuenta las etapas de desarrollo evolutivo de los estudiantes. En la Fig. 1. mostramos una síntesis de cómo se conforma una ID. Cabe señalar que el hexágono regular sería la situación ideal y el del interior sería una situación real en la cual se observa un sesgo hacia una de las dimensiones, si los vértices son las partes de una rueda obviamente estaría deformada y la rodadura de la misma se vería afectada, con lo cual hacemos una similitud de cómo sería el movimiento de un proceso de estudio.

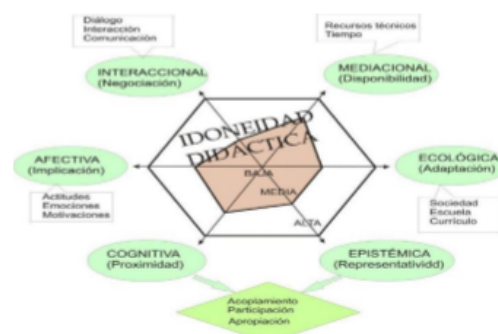


FIGURA 1. Se muestran las componentes de una idoneidad didáctica.

presencial) es adecuado, se dedica el tiempo suficiente a los contenidos más importantes y que presentan más dificultad de comprensión.

F. Dimensión ecológica

Trata sobre el nivel de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo, directrices curriculares, condiciones del entorno social. Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con el currículo, se presenta una apertura hacia la innovación didáctica basada en la investigación y la práctica reflexiva e integración de las TIC. Se planifica la educación de valores. Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios.

Enseguida nos referiremos a las interacciones entre las dimensiones. En los párrafos anteriores hemos identificado algunos componentes e indicadores de las dimensiones para una ID, dichas dimensiones no se deben considerar como independientes, ya que se presentan interacciones entre las mismas. Por ejemplo el uso de un recurso informático

En el desarrollo precedente de este apartado nos referimos varias veces a los *significados*, por lo que consideramos pertinente presentar nuestras ideas al respecto: los *significados* son sistemas de prácticas operativas y discursivas, es decir: todo lo que un sujeto puede hacer, decir y pensar sobre un objeto es su significado. Los *significados* son *institucionales* y *personales*. Los *significados institucionales* son aquellos que comparte una comunidad, colectividad. El *significado institucional* puede ser: *referencial* (el establecido en los planes y programas de estudio y que promueve la institución educativa), *pretendido* (el que el profesor ha hecho suyo y realiza una planificación para promoverlo), *implementado* (el que el profesor promueve en el aula sobre el objeto de estudio) y *evaluado* (el que el profesor considera que el alumno debe lograr apropiarse). Los *significados personales* (son los significados propios de un individuo en particular, y pueden ser: *global* (todo lo que un individuo puede hacer, decir y pensar sobre un objeto), *declarado* (aquellos significados

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 9, S1 Jul. 2015

S1205-3

<http://www.lajpe.org>

F.J. Parra Bermúdez y R. Ávila Godoy

que el individuo muestra ante una evaluación, por lo que pueden ser correctos o no) y *logrado* (son significados que el individuo ha logrado apropiarse de ellos y se corresponden con los institucionales). Los significados se enriquecen y se manifiestan al enfrentarse el sujeto a situaciones problemáticas (*SP*) para lo cual debe hacer uso de ideas, sucesos, etc., prácticamente todo lo que se puede hacer, pensar y decir en el quehacer de la Física son objetos de esta disciplina, por lo que existe una diversidad de objetos de la Física, los cuales pueden clasificarse considerando al menos seis elementos fundamentales que constituyen un primer nivel de clasificación y que pueden encontrarse en los libros de texto, apuntes del profesor, notas de los estudiantes, tales como: el *lenguaje* (mediante representaciones gráficas, numéricas, analíticas y verbales), *conceptos* (definiciones: masa, inercia, peso, etc.), *procedimientos* (algoritmos, técnicas operativas), *leyes* y *principios* de la Física y *argumentos* (justificación para dar validez, al proceso de solución de un problema).

Un papel fundamental en el origen y desarrollo de conocimiento en el sujeto son las situaciones problemáticas, pues al hacer frente a éstas el sujeto despliega un sistema de prácticas operativas y discursivas de las cuales emergen los objetos y sus significados que a la postre pueden llegar a convertirse en un *obstáculo*, el cual concebimos como un *significado* que ante nuevas situaciones problemáticas se manifiesta y persiste en el sujeto a pesar de ser insuficiente conceptual y metodológicamente para llegar a una solución correcta.

otro de laboratorio que es el referente en esta experiencia. El horario fue de 13:00-15:00 y la experiencia se llevó a cabo en el semestre 2012-2. Se disponía de 7 computadoras en una aula del laboratorio de Física y de una hoja de trabajo para cada estudiante donde se presentaron las siguientes ACTIVIDADES: ingresar a la página web: <http://didactica.fisica.uson.mx/> en sala didáctica, cursos y en curso de Física con ordenador en el tema: Cinemática (Movimiento rectilíneo: Movimiento de caída de los cuerpos; en la cual podrás visualizar un experimento por simulación. Nota importante: la PC debe tener instalado el JAVA. Verificar las condiciones iniciales de la simulación, por ejemplo considerar la caída a partir del reposo. En la Fig. 2, mostramos, la simulación para el movimiento de caída de los cuerpos la cual genera una tabla de datos para el tiempo, la posición, la velocidad y la aceleración (t , x , v y a), además una gráfica de posición contra tiempo (x vs t). Las condiciones iniciales para la altura y la velocidad inicial pueden ser manipulables.

Problema: Se deja caer un cuerpo de una altura de 100 m, a partir del reposo. Inicialmente se les pide llenar una tabla (Tabla I) para diez valores diferentes del tiempo, obtener las velocidades generadas por la simulación computarizada. Enseguida con los datos anteriores construir la Tabla II, que consiste en obtener 8 cambios de velocidad con respecto al tiempo, usando la expresión: $(v_f - v_i) / (t_f - t_i) =$

Posteriormente se plantean 11 actividades que se describen en el IV apartado de este trabajo en la descripción y análisis de la dimensión cognitiva.

III. DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD DIDÁCTICA

En este apartado describimos algunos aspectos que tienen que ver con la estrategia de enseñanza, a partir de una situación de caída libre para trabajarse con una simulación computarizada en línea cuyo propósito fundamental fue que los estudiantes detectaran el tipo de proporcionalidad que se presenta en un fenómeno físico descrito y lograran modelarlo matemáticamente en base a las condiciones iniciales del problema. Además, respecto a la formación de profesores, pretendemos mostrar el uso del análisis y evaluación de la ID en un proceso de estudio. Para lo cual nos planteamos las siguientes preguntas:

¿En qué medida es idóneo el proceso de instrucción observado?

¿Qué cambios se podrán introducir para mejorar la idoneidad?

¿Qué información es necesario recoger para evaluar los distintos aspectos de la idoneidad didáctica?

Para el análisis de la situación problemática, se diseñó una hoja de trabajo que contiene 13 actividades consistentes en llenar 2 tablas y contestar 11 preguntas, que se aplicaron a un grupo de 20 estudiantes del segundo semestre que cursaban el laboratorio de la asignatura de Física I (Mecánica) de la carrera de ingeniería civil de la Universidad de Sonora, el curso era de 7 horas a la semana, 5 de teoría y 2 de laboratorio, con un profesor de teoría y

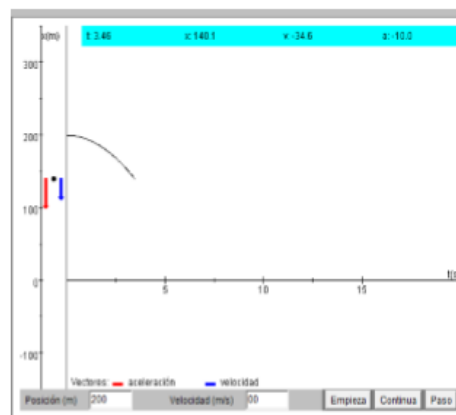


FIGURA 2. Se muestra una simulación computarizada en línea para la caída de los cuerpos.

IV. DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA IMPLEMENTADA

Enseguida presentamos nuestros análisis y valoraciones a nivel de conjeturas de lo sucedido en el aula de laboratorio de Física, considerando las seis dimensiones de la ID.

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 9, S1 Jul. 2015

S1205-4

<http://www.lajpe.org>

Empezamos mostrando algunos resultados y su análisis de las respuestas de los estudiantes a las actividades de la hoja de trabajo, con base en las cuales explicamos y valoramos lo sucedido en las dimensiones epistémica y cognitiva. La información sintetizada sobre las respuestas de los estudiantes se presenta en la Figura 3.

A. Análisis de la dimensión epistémica

La observación del proceso de estudio nos permite caracterizar el sistema de prácticas operativas y discursivas efectivamente implementadas, relativas a la actividad de caída libre y el objeto proporcionalidad. La comparación de estas prácticas con el significado pretendido nos permite identificar diversos desajustes y formular conjeturas sobre la idoneidad del proceso de estudio, en cuanto a su dimensión epistémica. Con respecto al llenado de la Tabla I de la hoja de trabajo: la simulación por su diseño aparece con ciertas condiciones iniciales que no coinciden con las

Hacia una idoneidad didáctica en una clase de Física competentes en el análisis, interpretación, argumentación y solución de problemas.

Para el llenado de la Tabla II, el 40% de los estudiantes contestó que la aceleración es constante, a pesar de que el valor de ésta siempre aparece en el experimento virtual, por lo que conjeturamos que el problema lo descontextualizan del tema de caída libre y de la simulación. Al parecer lo importante es manipular datos y obtener un resultado.

Con respecto a la Actividad 1(A1). ¿Cuál es el valor del cambio de velocidad por segundo? El 70% contestó 10m/s, cabe señalar que del porcentaje anterior, 8 estudiantes de 14 no fueron congruentes con los datos que expresaron en la Tabla II, donde la aceleración la consideraron variable.

Para la A2. ¿Permanece constante o variable el cambio de velocidad por segundo? El 50% (10 estudiantes) responden que es constante, de los cuales, 4 consideran que el cambio de velocidad por segundo es 10 m/s en la A1, y en A2 responden que el cambio de velocidad es variable.

Para la A3. ¿Qué podemos establecer de la velocidad con respecto al tiempo, conforme éste transcurre? 2

del problema planteado, sin embargo la mayoría de los estudiantes activan la simulación sin considerar lo anterior por lo que el profesor hace ese señalamiento a todo el grupo. Lo anterior podría evitarse si en la hoja de trabajo aparecieran con más detalle aspectos como: Verificar las condiciones iniciales de la simulación, considerando la caída a partir del reposo.

Los estudiantes muestran dificultades y pocos logros en detectar: la relación de proporcionalidad entre la velocidad y el tiempo de caída del cuerpo, así como la constante de proporcionalidad y más aún en modelar matemáticamente el fenómeno físico, con una fórmula matemática que le permita predecir la velocidad para cualquier tiempo específico (instante). Para modelar el fenómeno de caída libre; por una parte, no consideran el contexto del mismo como son las condiciones iniciales, (como si no se "hubiera" realizado el experimento virtual), por lo que presentan la expresión: $v = v_0 - gt$, es decir se limitan a escribir la fórmula general para la velocidad de caída del cuerpo o sólo para un caso particular por ejemplo: $v = -10.0\text{ m/s}$ para $t = 1.0\text{ s}$ y no el resultado correcto que es: $v = -10.0\text{ m/s}^2 t$.

En las respuestas pocos argumentan, aunque en algunas actividades está contemplado el ¿por qué?, ¿qué podemos decir?, justifica tu respuesta.

Difieren del valor de la aceleración (gravedad) dado por la simulación a pesar de que ésta lo indica en todo el recorrido.

B. Análisis de la dimensión cognitiva

Los significados personales de los estudiantes se van construyendo progresivamente a lo largo del proceso de instrucción, partiendo de unos significados iniciales al principio del proceso, y alcanzando unos determinados significados finales (logrados o aprendidos), sin embargo algunos de sus significados llegan a convertirse en serios obstáculos ante nuevas situaciones que les impiden ser

estudiantes responden que varía, 2 que es aproximadamente cte., 4 que disminuye negativamente y 12 (60%), que aumenta negativamente.

Para la A4. ¿Qué significa Físicamente el valor del cambio de velocidad por segundo? 4 estudiantes (20%), responden que la aceleración, 14 (70%) contestan que es la velocidad (de los cuales 4 consideran que es cte., 6 que aumenta, y 4 que es instantánea); 2 contestan ambiguamente como que es la "caída".

Para la A5. ¿Cuál sería la relación matemática (ecuación) entre la velocidad y el tiempo: $v(t)=?$, que nos permitiera calcular la velocidad para diversos tiempos, no incluidos en la Tabla I, por ejemplo para $t=1.34\text{ s}$, etc.? El 60% contestan que es la expresión: $v = v_0 - gt$, el 30% responden expresiones ambiguas tales como: $t_f - t_i (-10)$ y el 10% presentan un cálculo, por ejemplo, $v(1.34)=6.7$.

Para la A6. ¿Existe algún tipo de proporcionalidad entre la velocidad y el tiempo? si, no ¿por qué? si, si ¿cómo la puedes denominar? El 70% considera que sí, sin embargo las argumentaciones son muy diversas: "la velocidad aumenta de 10 en 10 m/s y la cte., es la aceleración" (2 estudiantes), "porque la velocidad es cte." (6 estudiantes) o "porque $\Delta v/\Delta t$ es la distancia" (4 estudiantes) y 2 responden que no, "porque no avanza igual al transcurrir el tiempo", 4 no contestan.

Para la A7. Si bosquejas la gráfica (v vs t), ¿Qué puedes decir por la forma que tiene?, 50% contestan que es una parábola pero no la "leen" para el movimiento, 2 consideran que es una recta, 2 establecen relaciones entre las velocidades ($v_2=2v_1$), 2 expresan "por la forma, la aceleración es cte., y la velocidad aumenta", 4 no contestan.

Para la A8. ¿Cómo puedes calcular la pendiente de la gráfica (v vs t)?, el 100% presentan expresiones equivalentes, pero el 50% más ligada al problema físico esto es: $(v_f - v_i)/(t_f - t_i)$, el otro 50% $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$, con respecto a ésta última la mayoría no saben relacionar las variables con el fenómeno físico, por ejemplo $(y_2 - y_1)$, se relaciona con la velocidad o con el tiempo.

F.J. Parra Bermúdez y R. Ávila Godoy

Lo anterior hace suponer que unos acuden más a la memorización, la palabra pendiente les evoca la fórmula matemática, y otros tratan de aplicarla, pero en su totalidad no la calcularon.

Para la A9. ¿Qué significa Físicamente la pendiente de la gráfica (v vs t)? El 40% responden que es la aceleración, 40% que es el cambio de velocidad y 20% la distancia.

Para la A10. ¿Qué puedes decir, si la gráfica es paralela al eje del tiempo? El 60% (12 estudiantes), de los cuales 8 afirman que la velocidad es cte. y 4 más que es un MRU. El

contexto del problema trabajado con la simulación computarizada.

C. Análisis de la dimensión interaccional

En la participación en equipo de 3 estudiantes, para responder la hoja de trabajo, lo que se observa es disponer de las respuestas de sólo un compañero o la respuesta magistral del profesor al regresarle a éste las preguntas de la hoja de trabajo. La interacción del profesor fue intensa

restante 40% (8 estudiantes) consideran que: "...no cae, está en reposo, la aceleración tiende a cero..."

Para la A11. ¿Cuál es la ecuación que mejor se ajusta a los puntos de la gráfica v contra t ? Esta actividad tiene similitud con la 5, sin embargo las respuestas son más ambiguas, aunque persisten expresiones tales como: $t_f - t_i$ (-10), o aún más generales, como: $v_f = v_o + at$.

En la actividad realizada, al solicitarles qué les causó mayor confusión, manifestaron: "...encontrar o hacer las relaciones matemáticas..."

"...encontrar las relaciones matemáticas entre los factores..."

"...encontrar la relación de la velocidad con respecto al tiempo..."

"...calcular la pendiente y la relación matemática..."

"...calcular la pendiente y la gráfica..."

"...los datos faltantes para las fórmulas..."

"...todo me pareció confuso porque los problemas de teoría, el profesor nos ha explicado de manera diferente..."

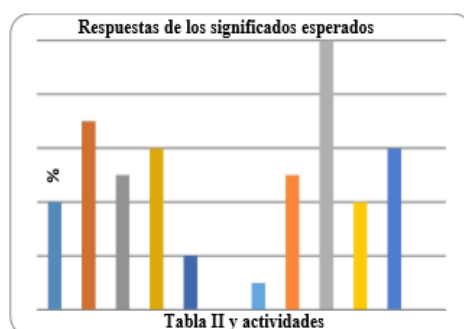


FIGURA 3. Se muestran los porcentajes de las respuestas de la tabla II y de las 11 actividades de la hoja de trabajo.

Por lo anterior concluimos que al pretender resolver la situación problemática, en los estudiantes se manifiesta un conflicto cognitivo basado en un obstáculo que podemos denominar cultural, por la enseñanza recibida: dados unos datos obtener siempre un resultado numérico o algebraico, una fórmula general, sin una comprensión y argumentación en el contexto físico. Saber Física es saber fórmulas y no construirlas, por lo que presentan un modelo fuera del

con los estudiantes en las indicaciones para el manejo de la simulación, por lo que se presenta una comunicación activa entre el profesor y los estudiantes y entre cada uno de ellos, presentándose algunos conflictos en el uso de la simulación, sobre los conceptos, argumentos, representaciones gráficas y analíticas al responder las actividades planteadas en la hoja de trabajo.

D. Análisis de la dimensión afectiva

Los estudiantes muestran interés por el uso de tecnología, sin embargo los que encuentran dificultades técnicas para realizar las actividades se muestran desconcertados, al observar cómo sus demás compañeros avanzan y ellos no.

También acuden al profesor en busca de asesoría ante las preguntas que les causan mayor confusión, sin embargo se muestran perplejos al no encontrar la respuesta esperada como correcta. Quizás la motivación más fuerte es por entregar las respuestas en la hoja de trabajo antes de que finalice la sesión.

E. Análisis de la dimensión mediacional

Con respecto a los recursos materiales: los medios informáticos pretendidos son pertinentes, sin embargo la idoneidad del proceso de estudio se vio afectada negativamente porque los estudiantes no tuvieron a su alcance los medios materiales mejor adaptados para realizar la actividad didáctica, se tuvieron en algunos casos dificultades para acceder al internet, por lo que no podían ingresar al curso en línea, y en otros, aun estando en el curso no se visualizaba la simulación por no estar actualizado el programa JAVA. Sin embargo tenían la posibilidad de trabajar posteriormente en línea para finalmente presentar un reporte de la práctica virtual realizada, por lo que disponían de un periodo de tiempo flexible.

F. Análisis de la dimensión ecológica

Lo que se observó es que el contexto social-cultural influye en el uso de los recursos tecnológicos no enfocados a la ciencia, por lo que si no hay la motivación suficiente en la actividad optan por hacer un uso diferente a la actividad establecida. Al integrar las tecnologías (calculadora, computadora, internet y simulaciones computarizadas se cumple con la apertura hacia una innovación didáctica.

Asimismo el apoyo en las TIC contribuye a la formación socio-profesional de los estudiantes pues los

futuros ingenieros deberán usar software para resolver situaciones, modelar procesos, etc.

V. CONCLUSIONES

La ID es una herramienta para el análisis y síntesis didáctica útil para la formación de profesores, para orientarlo de manera global y sistemática en el diseño, implementación y evaluación de su práctica docente, propuestas curriculares, experiencias de enseñanza y aprendizaje en la clase teórica y el laboratorio de Física.

Al igual que en la teoría del EOS, compartimos con otros investigadores [11, 12] que en la enseñanza de la ciencia los alumnos puedan examinar y utilizar varias representaciones como una parte natural de la manera de resolver los problemas. Que en las prácticas de resolución de problemas, se debe poner mayor énfasis en los conceptos y razonamientos cualitativos y en la reflexión sobre los procesos para resolver los problemas.

Es necesario romper con el enfoque cultural de la enseñanza de la Física que la reduce a resultados numéricos y fórmulas alejados de una comprensión conceptual de los significados institucionales.

Un obstáculo cultural que se manifiesta en el estudiante es que aprender significa manipular fórmulas desligadas de un contexto, no es aprender a "hacer" fórmulas, sino retener la información que le dieron para obtener resultados, lo que le queda de la escuela es que aprender Física es recordar fórmulas y no construirlas. El estudiante procede a dar respuestas numéricas por la formación recibida, dado que los problemas que plantean los profesores tienen siempre información suficiente para resolverse, es decir a partir de datos que se les dan, obtener siempre un resultado numérico, siendo que en los problemas de la realidad social, similares a los de la práctica profesional de los ingenieros difícilmente los problemas tienen la información suficiente para su solución. Por eso es imprescindible investigar tanto el nivel de aprendizaje de los estudiantes, como lo referente a la formación de los profesores.

El profesor necesita tener criterios que le ayuden a dilucidar qué aspectos de su práctica docente puede mejorar, tanto en lo relacionado con el diseño, como en lo referente a la implementación y la evaluación.

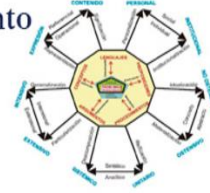
REFERENCIAS

- [1] Font, V., Planas, N., Godino, J., <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/modelo_anadida_25junio09.pdf>, Consultado el 10 de octubre de 2012.
- [2] Gras, A. & Cano, M., *TIC en la enseñanza de las ciencias experimentales*, Comunicación y pedagogía **190**, 39-44 (2003).
- [3] Mendoza, M. & Riveros, V., *Bases teóricas para el uso de las TIC en Educación*, Encuentro Educativo **12**, 315-336 (2005).
- [4] Sandoval, M. & Mora, C., *Modelos erróneos sobre la comprensión del campo eléctrico en estudiantes universitarios*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 647-655 (2009).
- [5] Benegas, J., Pérez de Landazábal, M. & Otero, J., *Estudio de casos: conocimientos físicos de los estudiantes cuando terminan la escuela secundaria: una advertencia y algunas alternativas*, Revista Mexicana de Física **56**, 12-21 (2010).
- [6] Ramírez, M., *Aplicación del sistema 4MAT en la enseñanza de la Física a nivel universitario*, Revista Mexicana de Física **56**, 29-40 (2010).
- [7] Ramírez, M. & Olvera, M., *Formación de profesores de bachillerato en competencias específicas de la Física utilizando cursos intersemestrales en el IPN*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, 283-291 (2012).
- [8] Barojas, J., López, R. & Martínez, M., *Dificultades para cambiar y oportunidades para mejorar en educación: la formación de profesores de Física para el bachillerato*, Revista Iberoamericana de Educación **55**, 1-10 (2011).
- [9] Godino, J. & Font, V., *Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio de las matemáticas*, Paradigma **27**, 221-252 (2006).
- [10] Vygotski, L., *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*, (Crítica-Grijalbo, Barcelona, 1934).
- [11] Corona, A., Sánchez, M., González, E. & Slisko, J., *Habilidades cognitivas y la resolución de un problema de cinemática: Un estudio comparativo entre los estudiantes de secundaria, bachillerato y universidad*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **6**, 292-299 (2012).
- [12] Dufresne, R. J., Gerace, W. J. & Leonard, W. J., *Solving physics problems with multiple representations*, The Physics Teacher **35**, 270-275 (1997).



Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticas

EOS



Inicio

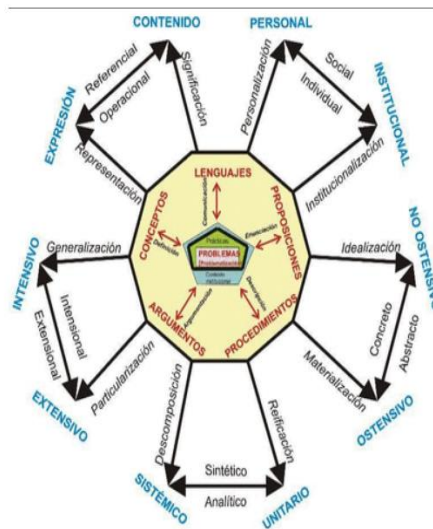
PUBLICACIONES:	
Trabajos de síntesis	➔
Configuraciones ontosemióticas	➔
Diseño y análisis didáctico	➔
Dimensión normativa	➔
Idoneidad didáctica	➔
Articulación con otros marcos teóricos	➔
Aplicaciones del EOS a diferentes temas:	➔
Formación de profesores	➔
Estadística, Probabilidad...	➔
Álgebra	➔
Aritmética	➔
Cálculo	➔
Geometría	➔
Otros temas	➔
Tesis doctorales	➔

Google™ Búsqueda p



Presentación

El EOS es un sistema teórico inclusivo que trata de articular diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática a partir de presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas y su enseñanza. Fue iniciado por el grupo de investigación Teoría de la Educación Matemática de la Universidad de Granada a principios de los años 90 siendo en la actualidad desarrollado y aplicado por otros grupos de investigación españoles y latinoamericanos.



English - Español

Enlaces destacados

Contactos y colaboradores

Facebook
Novedades

Foro teoría - edumat

Google académico

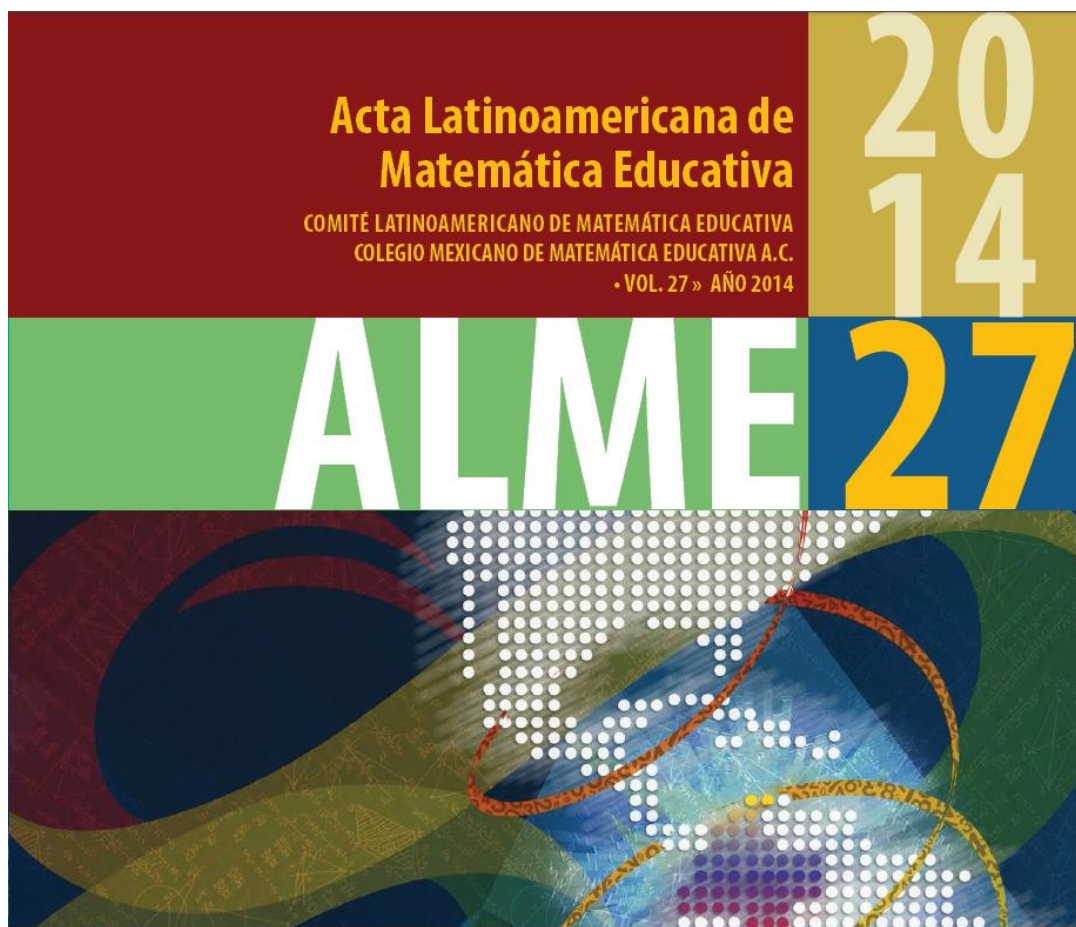
Formación sobre EOS
Cursos de posgrado

Videoconferencias

Idoneidad didáctica

- Parra, F. J. y Ávila, R. (2015). Hacia una idoneidad didáctica en una clase de física. ➔ *Latin-American Journal of Physics Education*, 9, S, 2015, (S1205),1 - 7

2. Parra, F., Ávila, J., Ávila, R. (2014). *Análisis didáctico de un proceso de estudio del objeto matemático proporcionalidad*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 27. Pp. 1781-1788. ISBN: 978-607-95306-5-5.



ACTA LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

VOLUMEN 27

Editora:

Patricia Lestón (Argentina)
Comité Latinoamericano de Matemática Educativa

Editores Asociados:

Rebeca Flores	(México)	Milton Rosa	(Brasil)
José Marcos López	(México)	Cariño Ruiz	(México)
Mónica Micelli	(Argentina)	Luis Arturo Serna	(México)
Carlos Oropeza	(México)	Daniela Veiga	(Argentina)

Diseño de portada y CD:

Gabriela Sánchez Téllez

Diseño de interiores:

Elizabeth Mariscal Vallarta
Instituto Politécnico Nacional
Karla Patricia Carranza Huerta

Edición:

©2014. Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C.
CMM 040505 IC7
Paseo de las Lomas 67. Parque Residencial Coacalco, CP 55720
Coacalco, Estado de México
México

www.cmmedu.com

ISBN: 978-607-95306-7-9

Derechos reservados.

© Comité Latinoamericano de Matemática Educativa
www.clame.org.mx

Se autoriza la reproducción total o parcial, previa cita a la fuente:

Lestón, P. (Ed.). (2014). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 27.
México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité
Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.



Comité Latinoamericano de Matemática Educativa
(CLAME)



VIGÉSIMO SÉPTIMA REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

Se certifica que:

Francisco Javier Parra Bermúdez

ha participado en la Vigésimo Séptima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa RELME 27, organizada por el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (Clame), celebrada en la Ciudad de Buenos Aires (Argentina) del 15 al 19 de julio de 2013, con 48 horas reloj, en calidad de:

Ponente en Reporte de Investigación "Análisis didáctico de un proceso de estudio del objeto matemático "proporcionalidad" "

Buenos Aires, 19 de Julio de 2013

Mtra. Claudia Lara Galo
Presidenta de Clame



Dra. Cecilia Crespo Crespo
Presidenta del Comité Organizador de
RELME 27

ANÁLISIS DIDÁCTICO DE UN PROCESO DE ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO “PROPORCIONALIDAD”

Francisco Javier Parra Bermúdez, Ramiro Ávila Godoy y Jesús Ávila Godoy
Universidad Autónoma de Baja California, Universidad de Sonora México
fjparra@correo.física.uson.mx, ravilag@gauss.mat.uson.mx, jag_virgo@hotmail.com

Resumen. Presentamos un análisis didáctico del uso del significado del *objeto matemático proporcionalidad* en una situación problemática de un tema de cinemática, apoyándose en las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación. Nuestros análisis se realizan desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS), considerando las facetas que conforman una idoneidad didáctica. La experiencia se realizó con estudiantes de Ingeniería de la Universidad de Sonora.

Palabras clave: proporcionalidad, obstáculo, objeto matemático, significado, idoneidad didáctica

Abstract. We present a didactic analysis of the use of mathematical object meaning of proportionality in a problematic situation of a cinematic theme, based on the New Technologies of Information and Communication Technologies. Our analysis is conducted from the perspective of the onto-semiotic approach Cognition and Mathematics Instruction (EOS), considering the facets that make up a didactical suitability. The experiment was conducted with engineering students at the University of Sonora.

Key words: proportionality, obstacle, mathematical object, meaning, didactical suitability

Introducción

Se asume que el propósito fundamental de la investigación en Matemática Educativa es elevar la calidad de los aprendizajes de los estudiantes, lo cual lleva implícita la necesidad de mejorar los procesos de enseñanza de la disciplina, lo que a su vez plantea como un requerimiento fundamental a investigar, la elaboración de una metodología que permita describir, explicar y valorar los procesos que se dan en el aula escolar. El Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2009; Godino y Neto, 2013) incluye una metodología con este propósito: analizar los procesos de instrucción y estudio que se llevan a

3. Parra, F., Ávila, J., Ávila, R. (2012). *El significado del objeto matemático proporcionalidad su origen y desarrollo*. ALME Vol. 26. P. 1241-1248.

	Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 26 Editores: Rebeca Flores Editorial: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Año: 2013 ISBN: 978-607-95306-6-2
---	---

[\[Descargar PDF v. 2\]](#)

Edición:

©2013. Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C.
CMM 040505 IC7
Paseo de las Lomas 67. Parque Residencial Coacalco, CP 55720
Coacalco, Estado de México
México

www.cmmedu.com

ISBN: 978-607-95306-6-2

Derechos reservados.

© Comité Latinoamericano de Matemática Educativa
www.clame.org.mx

Se autoriza la reproducción total o parcial, previa cita a la fuente:

Flores R. (Ed.). (2013). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 26. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.



Comité Latinoamericano de Matemática Educativa
(CLAME)
www.clame.org.mx

CERTIFICADO

El Comité Latinoamericano de Matemática Educativa otorga el presente certificado a **Francisco Javier Parra Bermúdez, Ramiro Ávila Godoy**, por la presentación del trabajo **El significado del objeto matemático proporcionalidad. Su origen y desarrollo**, en la modalidad REPORTER DE INVESTIGACIÓN durante la Vigésima Sexta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa – RELME 26, celebrada del 23 al 28 de Julio de 2012, en la Pontificia Universidad Católica de Minas Gerais – PUC/Minas.

28 del Julio del 2012 - 28 de Julho de 2012



Dra. Cecilia Crespo Crespo
Presidenta Comité Latinoamericano de
Matemática Educativa – Clame



Dra. Merges da Conceição Ventura Viana
Presidenta Comité Organizador - RELME 26
Vice-diretora Centro de Educação Aberta e Distância - CEAD/UFOP



EL SIGNIFICADO DEL OBJETO MATEMÁTICO PROPORCIONALIDAD. SU ORIGEN Y DESARROLLO

Francisco Javier Parra Bermúdez, Ramiro Ávila Godoy, Jesús Ávila Godoy

Universidad Autónoma de Baja California

Universidad de Sonora

México

fjparra@correo.fisica.uson.mx, ravilag@gauss.mat.uson.mx, jag_virgo@hotmail.com

Resumen. En este trabajo, presentamos un reporte parcial de los avances de un proyecto de investigación cuyo objetivo más general es investigar el papel de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de construcción de los significados de los objetos matemáticos cuando se utilizan para estudiar situaciones problemáticas en el contexto de la mecánica newtoniana. Esta investigación la estamos llevando a cabo considerando sólo el caso del objeto matemático Proporcionalidad. Abordamos el origen y desarrollo del objeto matemático de referencia, en especial del papel del contexto (geométrico y físico) en este proceso, producto de una revisión bibliográfica sobre el tema. El análisis lo realizamos desde la perspectiva teórica del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática. El propósito de esta etapa fue indagar el origen y desarrollo de los significados del objeto matemático Proporcionalidad y cómo éstos, en un cierto momento, se convierten en obstáculos.

Palabras clave proporcionalidad, obstáculo epistemológico, objeto matemático, significado

Abstract. In this paper, we show a partial report of the progress in a research project which has as main purpose to research the role of the new information and communication technologies in the process of constructing meanings of mathematical objects when used to study problematic situations in the context of Newtonian mechanics. In this research, we are only considering the case of the mathematical object *Proportionality*. We treat the origin and development of the referential mathematical object, specially the role of the context (geometrical and physical) in this process, as a product of a literature review on the subject. The analysis was conducted from the theoretical perspective of the Ontosemiotic approach of Cognition and Mathematical Instruction. The purpose of this stage was to find out the origin and development of the meanings of the mathematical object *Proportionality* and how they, over time, become obstacles.

Key words: proportionality, epistemological obstacle, mathematical object, meaning

Introducción

Uno de los objetos matemáticos más importantes, si no el primordial, para el tratamiento de la regularidad de sucesos que fundamentan el trabajo de investigación de la ciencia, el trabajo técnico y el funcionamiento de gran número de aparatos de medida, es la relación de proporcionalidad entre las magnitudes intervinientes. El sustrato de expresiones tales como razón, proporción, constante de proporcionalidad, etc. que se unifican sintéticamente por medio de la función de proporcionalidad, lo constituyen las operaciones división y producto, dependiendo de las características que fijan la naturaleza de lo que se trata, el que se utilice una u otra.

Los científicos, al estudiar los fenómenos que se producen en la naturaleza, comprueban que en ellos, generalmente se presentan dos (o más) magnitudes relacionadas entre sí. Es decir que al variar una de las magnitudes, la otra también cambia. Por ejemplo al aumentar la masa de un

- **Búsquedas**
 - [Simple](#)
 - [Avanzada](#)
- **Explorar por**
 - [Término Clave](#)
 - [Autor](#)
 - [Valoración](#)
 - [Enfoque](#)
 - [Nivel Educativo](#)
 - [Revista](#)
 - [Editorial](#)
 - [Año](#)
- **Acerca de**
 - [Funes](#)
 - [Cuestiones Legales](#)
 - [Políticas de Uso](#)
 - [Depósito de Registros](#)

El significado del objeto matemático proporcionalidad. Su origen y desarrollo

Parra, Francisco; Ávila, Ramiro; Ávila, Jesús (2013). *El significado del objeto matemático proporcionalidad. Su origen y desarrollo*. En Flores, Rebeca (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1241-1249). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.



PDF - Versión Publicada
Disponible bajo la licencia [Creative Commons No Comercial Sin Derivar](#).
139Kb

Resumen

En este trabajo, presentamos un reporte parcial de los avances de un proyecto de investigación cuyo objetivo más general es investigar el papel de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de construcción de los significados de los objetos matemáticos cuando se utilizan para estudiar situaciones problemáticas en el contexto de la mecánica newtoniana. Esta investigación la estamos llevando a cabo considerando sólo el caso del objeto matemático Proporcionalidad. Abordamos el origen y desarrollo del objeto matemático de referencia, en especial del papel del contexto (geométrico y físico) en este proceso, producto de una revisión bibliográfica sobre el tema. El análisis lo realizamos desde la perspectiva teórica del Enfoque Ontosemótico de la Cognición y la Instrucción Matemática. El propósito de esta etapa fue indagar el origen y desarrollo de los significados del objeto matemático Proporcionalidad y cómo éstos, en un cierto momento, se convierten en obstáculos.

Tipo de Registro: Capítulo o Sección de un Libro

Términos clave: [13. Matemáticas escolares > Números > Relaciones numéricas > Razón y proporcionalidad](#)
[11. Educación Matemática y otras disciplinas > Fundamentos de la Educación Matemática > Epistemología](#)

Nivel Educativo: [Título de grado universitario](#)

Código ID: 4222

Depositado Por: Fabio Andres Bulla

Depositado En: 14 Jun 2014 22:16

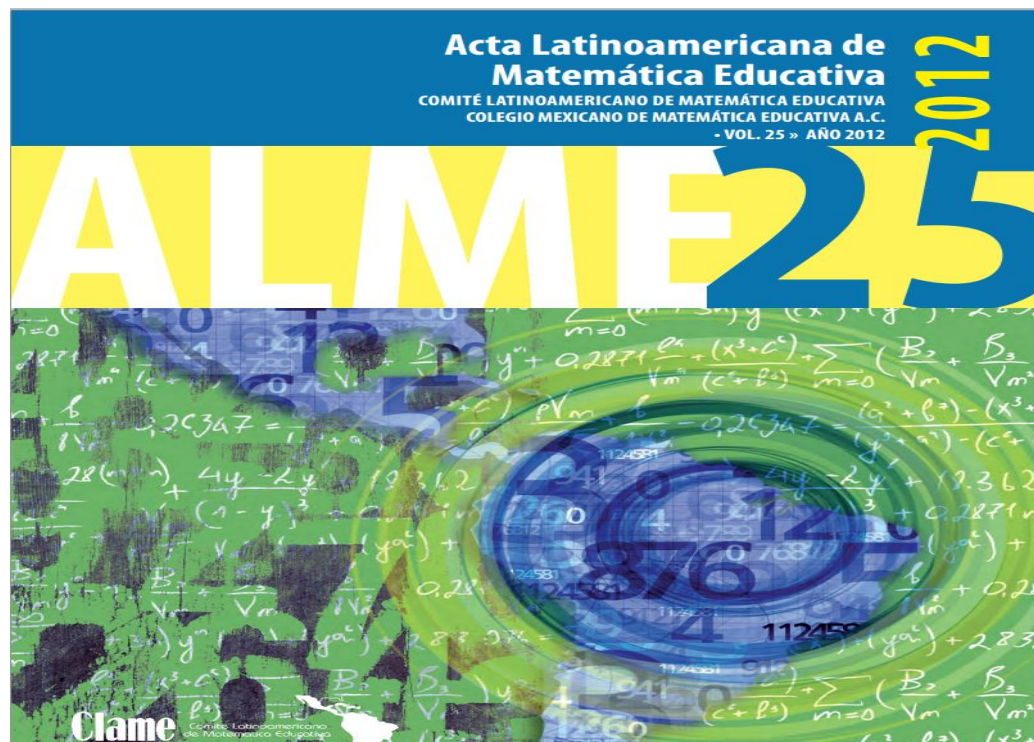
Fecha de Modificación Más Reciente: 14 Jun 2014 22:16

Valoración: ☆☆☆☆☆ (0 valoraciones)

Personal del repositorio solamente: [página de control del documento](#)

[Mostrar Comentarios](#). Su valoración: ☆☆☆☆☆

4. Ávila, J., Parra, F.J., Ávila, R. (2012). *Epistemología y Didáctica de la Matemática*. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 25, 775-783. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.



Abel Baca Ramirez y Agustín Grijalva Monteverde

Epistemología y didáctica de la matemática	775
Jesús Ávila Godoy, Francisco Javier Parra Bermúdez y Ramiro Ávila Godoy	
Propuesta de enseñanza del tema de polígonos y circunferencias mediante actividades de geometría dinámica, en el nivel bachillerato	785
María Guadalupe Vera Soria, Marisol Radillo Enriquez y Francisco Vera Soria	
El uso de múltiples representaciones y la interpretación global	793
Alma Alicia Benítez Pérez y Martha Leticia García Rodríguez	
El uso de múltiples representaciones como una estrategia para el aprendizaje de conceptos matemáticos	803
Martha Leticia García Rodríguez y Alma Alicia Benítez Pérez	
Ojos y oídos logarítmicos y trigonométricos	813
Edison De Faria Campos	
La noción de fracción como comparador parte – todo	821
Rebeca Flores García	
El trabajo independiente y el sistema de tareas: indicaciones metodológicas en el aprendizaje de la asignatura probabilidades y estadística aplicado a la especialidad de ingeniería civil	829
Raúl Báez Olazábal, Doris Prieto Valdés, Ileana Cadenas, Rafael Larrúa, Ramón Blanco y Wilfredo Martínez	

CAPÍTULO 3: ASPECTOS SOCIOEPISTEMOLÓGICOS EN EL ANÁLISIS Y EL REDISEÑO DEL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR

Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

XIV

EPISTEMOLOGÍA Y DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Jesús Ávila Godoy, Francisco Javier Parra Bermúdez, Ramiro Ávila Godoy

Universidad Autónoma de Baja California

México

Universidad de Sonora

jag_virgo@hotmail.com, fparra@correo.fisica.uson.mx, ravilag@gauss.mat.uson.mx

Resumen. En este trabajo se presentan algunas reflexiones hechas en un seminario sobre Epistemología y Didáctica de las Matemáticas organizado para analizar el origen y desarrollo de los objetos matemáticos. Este análisis se realizó asumiendo las premisas del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática de Juan D. Godino y colaboradores (EOS) y estuvo orientado a tratar de mejorar la comprensión de los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, considerando que dicha comprensión resulta fundamental para mejorar ambos procesos. Se pretende ilustrar, con algunos ejemplos, el papel de las situaciones problemáticas en el origen y desarrollo de los significados de los objetos matemáticos y cómo dichos significados, en un cierto momento, se convierten en obstáculos que dificultan el enriquecimiento de tales significados; lo cual, se asume, sucede tanto en el desarrollo histórico de las ideas como en el proceso de aprendizaje que viven los estudiantes en el aula.

Palabras clave: epistemología, didáctica, obstáculo epistemológico, objeto matemático, significado

Abstract. In this paper, we present some reflections originated during a seminar on Epistemology and Mathematics Education, which was developed with the purpose to analyze the origin and development of mathematical objects. The analysis was performed based on the premises about Cognition and Teaching in Mathematics presented by Juan D. Godino et al, in the Onto-semiotic Approach (Enfoque Ontosemiótico or EOS for its initials in Spanish) and aimed at improving the understanding of learning and teaching processes in mathematics, because a better understanding is essential to improve both processes. We use several examples to illustrate the role of problem situations in the origin and development of meanings about mathematical objects and how those mental conceptions developed about the meanings, at one point in time, could become obstacles to enrich those same meanings. We say that those difficulties occur, both, in the historical development of ideas and in the learning process experienced by students in the classroom.

Key words: epistemology, didactic, epistemological obstacle, mathematical object, meaning

Introducción

La investigación educativa que se realiza en los distintos ámbitos, tiene como propósito último y más general, aportar elementos que permitan comprender e interpretar de mejor manera los procesos de enseñanza y aprendizaje que se desarrollan en el aula escolar, como el espacio donde se da la interacción entre profesor y alumnos, considerando que una mejor comprensión e interpretación de dichos procesos, permitirá diseñar estrategias de enseñanza que mejoren significativamente la calidad de los aprendizajes de los alumnos.

Lo anterior equivale a decir, en el caso de la investigación en Matemática Educativa, que lo que se pretende es aportar elementos que puedan ser utilizados para lograr que los alumnos adquieran un conocimiento más sólido de la matemática y, que éste, se vea reflejado en un uso

más eficaz de los conceptos y métodos de la disciplina, en el análisis, interpretación y resolución de problemas.

Abordar la investigación, con el propósito de comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática que se desarrollan en el aula escolar, requiere del investigador, asumir una serie de premisas en el ámbito de la ontología y la epistemología de los objetos matemáticos (concepción filosófica); de cómo influyen en el proceso educativo escolar los factores socioculturales del entorno (concepción sociológica); de cómo se desarrolla el proceso mental de construcción de conocimiento en el individuo (concepción psicológica); de cómo influye el trabajo docente, a través del diseño e implementación de determinadas estrategias de enseñanza, en la asignación de significados a los objetos matemáticos por los alumnos (concepción didáctica); además de una comprensión razonable de los conceptos y métodos de la disciplina.

Las reflexiones que aquí se presentan, parten de las siguientes premisas relacionadas con la epistemología y la ontología de los objetos matemáticos:

- ❖ Que la matemática, desde sus orígenes ha sido una herramienta intelectual construida socialmente por el hombre, con el propósito de resolver determinado tipo de problemas.
- ❖ Que tal herramienta la fue construyendo en el proceso mismo de resolución de dichos problemas, para lo cual creaba y utilizaba sus propios sistemas de prácticas. En este sentido, la matemática ha sido siempre una actividad de resolución de problemas.
- ❖ Que los diversos sistemas de prácticas implementados en un determinado momento de su desarrollo histórico, constituyen los significados de los objetos matemáticos emergentes,
- ❖ Que los significados contruidos se convierten, en cierto momento, en obstáculos (epistemológicos) que dificultan la asimilación al significado de un determinado objeto matemático de nuevos sistemas de prácticas creados para resolver nuevos problemas.

[illegible]

157

6. Parra, F. (2013). *La enseñanza de la proporcionalidad en un tema de Física: un análisis didáctico*. España: XXIV Reunión Bienal de la Real Sociedad Española de Física.



CERTIFICADO DE COMUNICACIÓN ORAL

Francisco Javier Parra Bermúdez

Ha participado en la XXXIV REUNIÓN BIENAL DE LA REAL SOCIEDAD ESPAÑOLA DE FÍSICA, organizada por la Real Sociedad Española de Física (R.S.E.F.), celebrada en la Universitat de València durante los días 15 al 19 de julio de 2013, con la presentación de la Comunicación Oral titulada:

**La enseñanza de la Proporcionalidad en un tema de Física:
un Análisis Didáctico**

VALENCIA, 19 de julio de 2013

D. Miguel Ángel Sanchís Lozano
Presidente del Comité Organizador XXXIV RB RSEF

D.ª María del Rosario Heras Celemín
Presidenta de la RSEF

7. Parra, F. (2013). *Análisis del papel de las tecnologías de la información y la comunicación en una clase de Física*. México: CIVITEC 2013. Pp. 809-817.

<http://civitec.mx/>



2.4 mm

TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN	809
Análisis del papel de las tecnologías de la información y la comunicación en una clase de física	809
Parra Bermúdez Francisco	809
Ávila Godoy Ramiro	809
Best decisions: herramienta para la toma de decisiones en los proyectos de software basado en los criterios de expertos.....	818
López Palenzuela Filiberto.....	818
González Gallo Lissete	818
Palenzuela Carmona Tania María.....	818
Desarrollo de un laboratorio virtual de metalografía, como herramienta de enseñanza.....	828
Gómez Jandy Migue,	828
Beovides Luis Susej.....	828
Valdés Rodríguez Yisel.....	828
El impacto en el aprendizaje con estrategia tecnológica: plataforma educativa “schoolology”.....	838
Rodríguez Arroyo Miguel.....	838
Carrillo Cisneros Esthela	838
Martínez Acosta Juan Manuel.....	838
El uso del repositorio docente digital: un estudio de caso en la Universidad “Máximo Gómez Báez” de Ciego de Avila, Cuba.	848

Otorga la presente

CONSTANCIA

A: Parra Bermúdez Francisco

Por su participación como **Ponente** en el
Congreso Internacional Virtual de Innovación, Tecnología y Educación CIVITEC 2013
Con su ponencia titulada:
“Análisis del Papel de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en una clase de Física”

Tijuana, Baja California, 4, 5, y 6 de diciembre de 2013

“Superación...Dívino Tesoro”

ATENTAMENTE



MAG. María Elizabeth Ojeda Orta
Comité Organizador
CIVITEC 2013

8. Parra, F., Maldonado, A (2012). *Secuencias didácticas para la enseñanza de la física apoyándose en las Tic's*. VI Taller Iberoamericano de Enseñanza de la Física Universitaria. Cuba: Universidad de la Habana.

Editores Actas VI Taller Iberoamericano de Enseñanza de la Física Universitaria: Juan E. Fuentes Betancourt, Facultad de Física. Universidad de La Habana Armando Pérez Perdomo, Facultad de Física. Universidad de La Habana Octavio A. Calzadilla Amaya, Facultad de Física. Universidad de La Habana Diseño, desarrollo y administración del sitio web interactivo http://tiberio.uh.cu utilizando CMS Drupal.   Greter Domínguez Rodríguez, desarrolladora del sitio. Vahilis Fonseca González, diseñadora del sitio web Julio Vidal Larramendi, director del proyecto ISBN 978-959-282-096-8 Copyright 2012 Todos los derechos reservados, realizados por la Unidad de Publicaciones y Servicios Multimedia.	Desoft Programación: Pedro Luis García Diseño: Abel Hernández Andrés Ruenes Pérez Edición: Thais Domínguez Gestión Comercial Patricia Tamayo
--	---

**VI TALLER IBEROAMERICANO
DE ENSEÑANZA DE LA FÍSICA UNIVERSITARIA
Ciudad de La Habana (Cuba)
30 de enero al 3 de febrero de 2012**

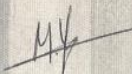
**ORGANIZADO POR:
La Sociedad Cubana de Física,
la Facultad de Física, Universidad de La Habana (Cuba)
y la Facultad de Ciencias, Universidad Nacional
de Educación a Distancia (España)**

Certificado

El trabajo titulado **SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE FÍSICA CON APOYO EN LAS 'TIC'** de los autores: Francisco Javier Parra Bermúdez, Amir Darío Maldonado Arce ha sido presentado en este VI Taller por el Profesor **Francisco Javier Parra Bermúdez**.


Prof. Octavio Calzadilla Amaya
Facultad de Física (UH)




Prof. Manuel Yuste Llandrés
Facultad de Ciencias (UNED)



Secuencias didácticas para la enseñanza de la física apoyándose en las TIC's

Francisco Javier Parra Bermúdez^{1,2}, Amir Darío Maldonado Arce²

¹*Instituto de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Blvd. Benito Juárez y Calle de la Normal s/n, Col. Insurgentes Este, Mexicali, Baja California, México.*

²*Departamento de Física Universidad de Sonora, Blvd. Luis Encinas y Rosales s/n, Colonia Centro, CP: 83000, Hermosillo, Sonora, México.*

E-mail: francisco.parra@correo.fisica.uson.mx; amir_maldonado@hotmail.com

Resumen

En ésta contribución se muestra el diseño de secuencias didácticas ejemplificando con temas de mecánica newtoniana, con énfasis en los conocimientos de la disciplina para un curso introductorio de Física en las carreras de ingeniería. Se presentan algunas ideas sobre el propósito de usar una secuencia didáctica, y aspectos teóricos sobre el término. Se considera cómo llevar a cabo las secuencias en forma presencial y en algunos casos a distancia, apoyándose en las nuevas tecnologías de la información y de la comunicación (TIC's).

Palabras clave: Secuencia didáctica, mecánica newtoniana, tecnologías de la información y la comunicación.

Abstract

This contribution presents the design of instructional sequences exemplifying topics in Newtonian mechanics, with emphasis on knowledge of the discipline for an introductory course in Physics in engineering careers. We present some ideas about the purpose of using a teaching sequence, and theoretical aspects of the subject. We discuss how to carry out the sequences using new information technologies and communication technologies.

Keywords: Teaching sequence, Newtonian mechanics, information technology and communication

PACS: I01.40.-d, 01.40.gb, 01.50.ht

I. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se pone a consideración de profesores de Física el diseño de algunas secuencias didácticas para el tratamiento del tema de energía mecánica, con el propósito de ayudar a mejorar la enseñanza de dicho tópico. Por otra parte, el trabajo pretende servir como ejemplo de lo que podría ser una metodología para realizar trabajos similares sobre otros temas de la Física que permitan tener una mejor visión sobre los cambios que debieran efectuarse para mejorar la enseñanza de esta disciplina.

El tema de energía es sumamente importante desde un punto de vista social, económico y tecnológico, razón por la cual fue seleccionado para ejemplificar las secuencias didácticas.

El diseño de las secuencias en el curso de Física I obedece a que dicho curso forma parte del plan de estudios de siete carreras de ingeniería a las que presta servicio el Departamento de Física de la Universidad de Sonora. La metodología que se implementó fue revisar los temarios de los cursos de Física para las carreras de ingeniería.

El tratamiento del tema de energía mediante secuencias didácticas es a nivel de sugerencias, por lo que éstas pueden ser rediseñadas y enfocadas según sea el nivel medio superior o superior y según la carrera en que se enseña y aprenda la Física.

II. ALGUNOS ASPECTOS TEÓRICOS.

Una secuencia didáctica consta de tres etapas: 1) *apertura*, en la cual se detectan los conocimientos previos de los estudiantes y se les motiva hacia las actividades de aprendizaje; 2) *desarrollo*, encaminado a la resolución de un problema teórico o experimental; y 3) *cierre*, etapa en la que se alcanza un síntesis del conocimiento y las actividades previas.

En algunas de estas etapas no solamente se considera la formación de conocimientos propios de la disciplina sino también de habilidades instrumentales y de desarrollo personal, por lo cual no se deja de considerar la formación de competencias en la enseñanza de la Física en las carreras de ingeniería.

Para la formación de competencias académicas [1], conocimientos, destrezas y valores en los estudiantes, es imprescindible que el profesor diseñe cada actividad a trabajar, que posea una planeación de su enseñanza, ya sea esta presencial, semipresencial o a distancia.

Una estrategia consiste en generar actividades planificadas en secuencias didácticas. Una secuencia didáctica [2] es un conjunto de actividades organizadas en tres bloques: apertura, desarrollo y cierre. Las actividades de apertura son aquellas, a partir de las cuales es posible identificar y

9. Parra, F., Ávila, J., Maldonado, A., Ávila, R. (2012). *Epistemología y didáctica de la física*. Cuba: VI Taller Iberoamericano de Enseñanza de la Física Universitaria.

| Epistemología y didáctica de la física

Francisco Javier Parra Bermúdez^{1,3}, Jesús Ávila Godoy², Amir Darío Maldonado Arce³, Ramiro Ávila Godoy⁴

¹Instituto de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, México.

²Instituto de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, México.

³Depto. de Física, Universidad de Sonora, Blvd. Luis Encinas, CP 83000, Hermosillo, Sonora, México.

⁴Depto. de Matemáticas, Universidad de Sonora, México.

E-mail: francisco.parra@correo.fisica.uson.mx

Resumen

En este trabajo se presentan algunas reflexiones sobre Epistemología y Didáctica de la Física producto del análisis del origen y desarrollo de algunos objetos de la Física. Este análisis se realiza asumiendo las premisas de que la Física es: a) Una actividad de resolución de problemas b) Un lenguaje simbólico c) Un sistema conceptual estructurado lógicamente. El enfoque está orientado a tratar de mejorar la comprensión de los procesos de aprendizaje y enseñanza de la Física, considerando que dicha comprensión resulta fundamental para mejorar ambos procesos. Se pretende ilustrar, con algunos ejemplos, el papel de las situaciones problemáticas en el origen y desarrollo de los significados de los objetos de la Física y cómo dichos significados, en un cierto momento, se convierten en obstáculos que dificultan el enriquecimiento de tales significados; lo cual, se asume, sucede tanto en el desarrollo histórico de las ideas como en el proceso de aprendizaje que viven los estudiantes en el aula.

Palabras clave: obstáculo epistemológico, objetos de la física, significado.

Abstract

In this paper we present some reflections on Epistemology and Physics Teaching generated during the analysis of the origin and development of some concepts of Physics. This analysis is performed assuming the premises that Physics is: a) A problem-solving activity b) A symbolic language c) A conceptual, logically-structured system. The approach is aimed at trying to improve the understanding of the processes of Physics learning and teaching, considering that this understanding is key to improving both processes. Our aim is to illustrate, with examples, the role of problematic situations in the origin and development of the meanings of the objects of Physics and how these meanings, over time, become obstacles to the enrichment of such meanings; it is assumed that this process occurs both in the historical development of ideas as in the learning process experienced by students in the classroom.

Keywords: epistemological obstacle, physical objects, meaning.

PACS: 01.70. + W, 01.40.-d, 01.65. + G, 01.40.E-

I. INTRODUCCIÓN

La investigación educativa que se realiza en los distintos ámbitos, tiene como propósito último y más general, aportar elementos que permitan comprender e interpretar de mejor manera los procesos de enseñanza y aprendizaje que se desarrollan en el aula escolar, como el espacio donde se da la interacción entre profesor y alumnos, considerando que una mejor comprensión e interpretación de dichos procesos, permitirá diseñar estrategias de enseñanza que mejoren significativamente la calidad de los aprendizajes de los alumnos.

Lo anterior equivale a decir, en el caso de la investigación en Física Educativa, que lo que se pretende es aportar elementos que puedan ser utilizados para lograr que los alumnos adquieran un conocimiento más sólido de la física y, que éste, se vea reflejado en un uso más eficaz de los conceptos y métodos de la disciplina, en el análisis, interpretación y resolución de problemas.

Abordar la investigación con el propósito de comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de la física que se desarrollan en el aula escolar requiere del investigador, asumir una serie de premisas en el ámbito de la ontología y la epistemología de los objetos a estudiar (concepción

filosófica); de cómo influyen en el proceso educativo escolar los factores socioculturales del entorno (concepción sociológica); de cómo se desarrolla el proceso mental de construcción de conocimiento en el individuo (concepción psicológica); de cómo influye el trabajo docente, a través del diseño e implementación de determinadas estrategias de enseñanza, en la asignación de significados a los objetos de la física por los alumnos (concepción didáctica); además de una comprensión razonable de los conceptos y métodos de la disciplina.

Las reflexiones que aquí se presentan, parten de las siguientes premisas relacionadas con la epistemología y la ontología de los objetos de la física:

i) Que la física, desde sus orígenes ha sido una herramienta intelectual construida socialmente por el hombre, con el propósito de resolver determinado tipo de problemas.

ii) Que tal herramienta la fue construyendo en el proceso mismo de resolución de dichos problemas, para lo cual creaba y utilizaba sus propios sistemas de prácticas. En este sentido, la física ha sido siempre una actividad de resolución de problemas.

iii) Que los diversos sistemas de prácticas implementados en un determinado momento de su

VI Taller Iberoamericano de Enseñanza de la Física Universitaria

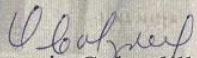
1

VI TALLER IBEROAMERICANO DE ENSEÑANZA DE LA FÍSICA UNIVERSITARIA Ciudad de La Habana (Cuba) 30 de enero al 3 de febrero de 2012

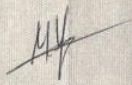
ORGANIZADO POR:
La Sociedad Cubana de Física,
la Facultad de Física, Universidad de La Habana (Cuba)
y la Facultad de Ciencias, Universidad Nacional
de Educación a Distancia (España)

Certificado

El trabajo titulado **EPISTEMOLOGÍA Y DIDÁCTICA DE LA FÍSICA** de los autores Francisco Javier Parra Bermúdez, Jesús Ávila Godoy, Amir Darío Maldonado Arce y Ramiro Ávila Godoy ha sido presentado en este VI Taller por el profesor **Francisco Javier Parra Bermúdez**.

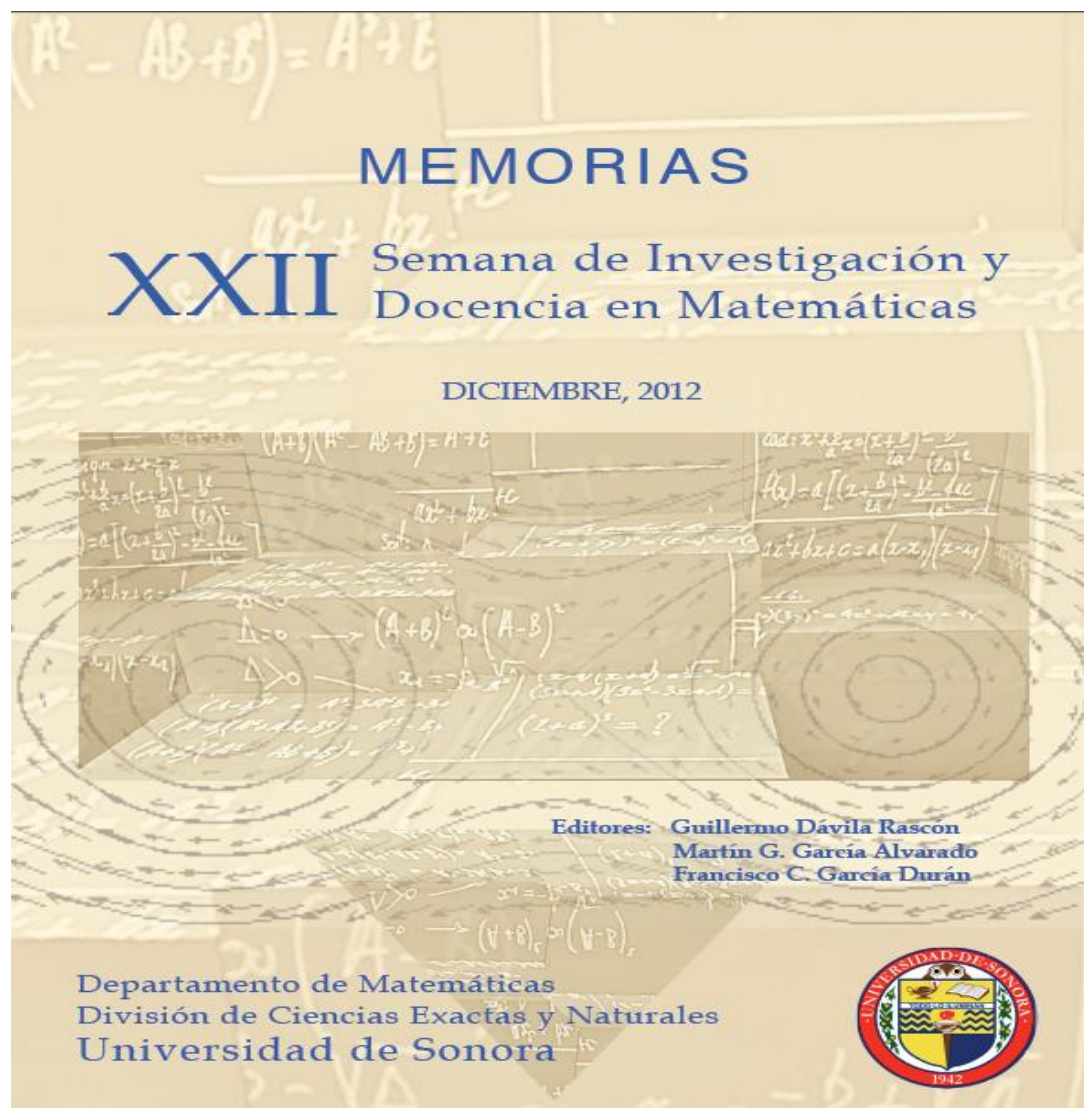

Prof. Octavio Calzadilla Amaya
Facultad de Física (UH)




Prof. Manuel Yuste Llandrés
Facultad de Ciencias (UNED)



10. Parra, F., Ávila, R. (2012). *Epistemología y didáctica del objeto matemático proporcionalidad*. XXII Semana de Investigación y Docencia en Matemáticas. México: Universidad de Sonora. Pp. 171-180.



La integración de una función como herramienta para la evaluación del desarrollo de competencias en el bachillerato	163
GLORIA A. MORENO DURAZO, AGUSTÍN GRIJALVA MONTEVERDE	
Epistemología y didáctica del objeto matemático proporcionalidad	171
FRANCISCO J. PARRA BERMÚDEZ, RAMIRO ÁVILA GODOY	

La reflexión crítica: Cambio de visión en estudiantes de matemáticas	181
SERGIO POU ALBERÚ, MANUEL MORENO MERCADO, GLORIA E. RUBÍ VÁZQUEZ	
ADINA JORDAN ARÁMBURU	

EPISTEMOLOGÍA Y DIDÁCTICA DEL OBJETO MATEMÁTICO PROPORCIONALIDAD

Francisco Javier Parra Bermúdez* Ramiro Ávila Godoy†

*Departamento de Física, Universidad de Sonora
e-mail: francisco.parra@correo.fisica.uson.mx

†Instituto de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California
Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora
e-mail: ravilag@gauss.mat.uson.mx

Resumen

En la presente contribución se pretende mostrar un análisis epistemológico del objeto matemático proporcionalidad (OMP) en la matemática y en la física. Nuestros análisis se realizan desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico de la cognición y la instrucción en matemáticas (EOS) y la resolución de problemas. Se pretende ilustrar con algunos ejemplos, el papel de las situaciones problemáticas en el origen y desarrollo de los significados del (OMP) y cómo dichos significados, en un cierto momento, se convierten en obstáculos que dificultan el enriquecimiento de los mismos; lo cual, se asume, sucede tanto en el desarrollo histórico de las ideas como en el proceso de aprendizaje que viven los estudiantes en el aula.

11. Parra, F. (2011). *Matemáticas: Epistemología y Didáctica*. XI Congreso Nacional de Investigación Educativa. México: COMIE/UANL/UNAM.



**INVESTIGACIÓN
EDUCATIVA**



El Consejo Mexicano de Investigación Educativa, la Universidad Autónoma de Nuevo León y la Universidad Nacional Autónoma de México

Otorgan la presente CONSTANCIA a

Francisco Javier Parra Bermúdez

Por su ponencia: Matemáticas: Epistemología y Didáctica

XI Congreso Nacional de Investigación Educativa

Realizado del 7 al 11 de noviembre de 2011 en la Ciudad de México

Dr. Hugo Casanova Cardiel
Presidente del COMIE

Dr. Jesús Áncer Rodríguez
Rector de la UANL

Dr. José Narro Robles
Rector de la UNAM

FIRMA DIGITAL INSTITUCIONAL: CONF|b3a8bce9143fd6e8191a5bc71f6be50a||11-11-11-11:23||b8a0b55e78e0d3add8965c2e5beb7e9||FRANCISCO JAVIER PARRA BERMÚDEZ||f980015f175d39292e10e5ed8c2eb8



Matemáticas: Epistemología y Didáctica

Francisco Parra Bermúdez
Universidad de Sonora, Departamento de Física/Maestría en Ciencias
francisco.parra@correo.fisica.uson.mx

Resumen

En la presente ponencia se aborda el análisis epistemológico con respecto a los significados de algunos objetos matemáticos que surgen como un sistema de prácticas generadas por situaciones problemáticas, y el cómo los significados se convierten en obstáculo epistemológico al tratar de resolver nuevos problemas que requieren otros significados. Lo anterior representa un reto a considerar en la investigación educativa por sus implicaciones didácticas, cognitivas y ontológicas. Las reflexiones expresadas son de corte teórico enfocadas a la dimensión epistemológica y didáctica.

Palabras clave

Situaciones problemáticas, Objeto matemático, Obstáculo epistemológico, Didáctica

Ponencias (ISBN: 978-607-7923-02-2)

Áreas Temáticas

1. [Aprendizaje y Desarrollo](#)
2. [Curriculum](#)
3. [Educación Ambiental para la Sustentabilidad](#)
4. [Educación Superior: Ciencia y Tecnología](#)
5. [Educación y Conocimientos Disciplinarios](#)
6. [Educación y Valores](#)
7. [Entornos Virtuales de Aprendizaje](#)
8. [Filosofía Teoría y Campo de la Educación](#)
9. [Historia e Historiografía de la Educación](#)
10. [Educación, Desigualdad Social y Alternativas de Inclusión](#)
11. [Investigación de la Investigación Educativa](#)
12. [Multiculturalismo y Educación](#)
13. [Política y Gestión](#)
14. [Prácticas Educativas en Espacios Escolares](#)
15. [Procesos de Formación](#)
16. [Sujetos de la Educación](#)
17. [Convivencia, Disciplina y](#)

Matemáticas: Epistemología y Didáctica

Francisco Javier Parra Bermúdez

Pensar el mundo: el sentido de la educación intercultural

Francisco Javier Bautista de la Torre

Racionalidad y acción social en las interacciones de los sujetos de la educación

Gregorio Zamora Calzada, Ma. de Jesús Araceli García Millán

Razón, sin-razón y transgresión. Tras las huellas de la incursión de investigadoras mexicanas en el debate epistemológico en su relación con lo educativo

María Marcela González Arenas

Reforma Educativa: Empoderamiento del sujeto espresando-se con discurso propio

José Francisco Oliva Gómez

Rostro y Percepción, un hablar poético. O reflexiones sobre ixcuitia.nite, palabra náhuatl que significa "educación"

Ana María Valle Vázquez

Simbolicidad e interacción en Peirce y Vygotski: una propuesta interpretativa en educación

Clarisa Capriles Lemus

Tendencias conceptuales en la noción del saber y sus repercusiones en la formación y práctica docente

Cayetano Gabriel Flores

Un acercamiento a la compleja relación del pensamiento de Habermas y el de Foucault: con la mirada hacia lo educativo

Alcides de Almeida Góes

MATEMÁTICAS: EPISTEMOLOGÍA Y DIDÁCTICA

FRANCISCO PARRA BERMÚDEZ

Departamento de Física, Universidad de Sonora

RESUMEN: En la presente ponencia se aborda el análisis epistemológico con respecto a los significados de algunos objetos matemáticos que surgen como un sistema de prácticas generadas por situaciones problemáticas, y el cómo los significados se convierten en obstáculo epistemológico al tratar de resolver nuevos problemas que requieren otros significados. Lo anterior

representa un reto a considerar en la investigación educativa por sus implicaciones didácticas, cognitivas y ontológicas. Las reflexiones expresadas son de corte teórico enfocadas a la dimensión epistemológica y didáctica.

PALABRAS CLAVE: Situaciones problemáticas, Objeto matemático, Obstáculo epistemológico, Didáctica.

12. Parra, F., Ávila, R. (2013). *Análisis Didáctico del uso de las Nuevas Tecnologías de la Información en un proceso de estudio de la energía mecánica*. Reunión Anual 2013, American Association of Physics Teachers, Sección México (AAPT-Mx). México: Universidad Autónoma de Baja California.



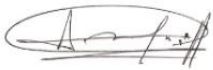
Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ciencias
OTORGA LA PRESENTE



CONSTANCIA

A: FRANCISCO JAVIER PARRA BERMÚDEZ
RAMIRO ÁVILA GODOY

Por haber presentado el trabajo
Análisis didáctico del uso de las nuevas tecnologías de la información en un proceso de estudio de la energía mecánica,
en la Reunión Anual 2013, American Association Of Physics Teachers, Sección México (AAPT-Mx),
celebrado del 21 al 23 de noviembre de 2013.


Dr. Juan Crisóstomo Tapia Mercado
Director de la Facultad de Ciencias


Dr. Daniel Sánchez Guzmán
Presidente AAPT-MX



21 al 23 de noviembre de 2013, Ensenada, Baja California

13. Parra, F. (2010). *Los significados de los objetos de la Física Newtoniana en estudiantes de las Carreras de Ingeniería de la UNISON*. 2do. Congreso de estudiantes de posgrado del Instituto de Ingeniería de la UABC. México: Universidad Autónoma de Baja California.

