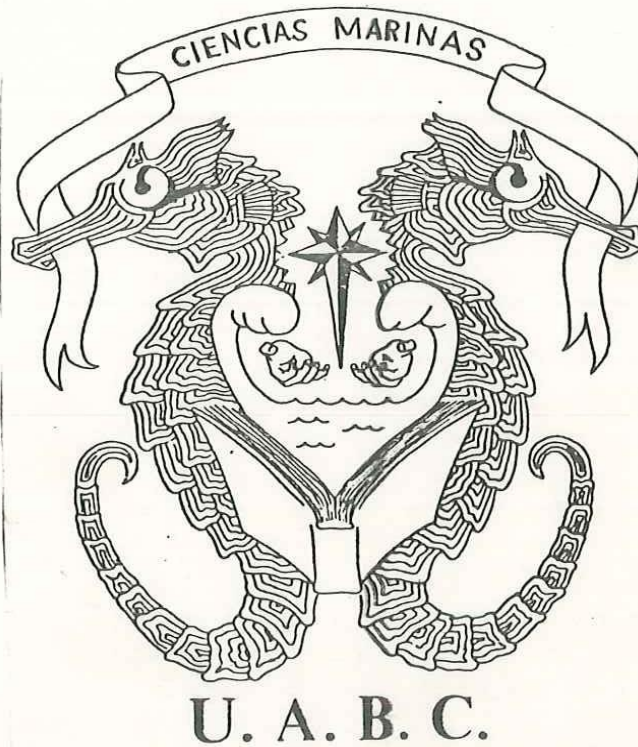


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA

ESCUELA SUPERIOR DE CIENCIAS MARINAS



MEMORIA DEL CURSO DE TITULACION

"INSTRUMENTACION OCEANOGRAFICA APLICADA"

ENSENADA, B. C., JUNIO DE 1983.

PREFACIO

La presente memoria contiene las notas del curso de titulación denominado Instrumentación Oceanográfica Aplicada, llevado a cabo en la Escuela Superior de Ciencias Marinas del 1o de Febrero de 1983 al 25 de Abril de 1983.

Este curso comprendió las siguientes materias :

Materia	Catedratico
Computación	Oc. Rene de la Paz Vela
Estadística aplicada	M. C. Luis Fok Pun
Instrumentación Oceanografica	M. C. Homero Cabrera Muro
Procesos Litorales	M. C. Adolfo Gonzalez Calvillo

Participantes del curso de titulación "Instrumentación Oceanográfica Aplicada" impartido en la Escuela Superior de Ciencias Marinas del 1 de Febrero de 1983 al 25 de Abril de 1983.

X Guadalupe Mayela Adame Hernandez.

Manuel Alvarez Mendoza.

Gustavo Calderon Rodriguez.

Roberto Cisneros Mendez.

X Bernardo Ulises Cupul Magaña.

Hector Gerardo Estrella Orduña.

X Victor Manuel Garcia Tirado.

Jorge Antonio Jimenez Torres.

X Lourdes Lyle Fritch.

Oscar Mendoza Padilla.

Alejandro Olivarez Torres.

X Salvador Organista Sandoval.

Luis Perez-Carlos Amaya.

Raul Yepiz Velazquez.

CONTENIDO

COMPUTACION

BREVE HISTORIA DE LA COMPUTACION.....	1
OPERACION DE UNA COMPUTADORA.....	3
FORMA DE OPERAR UNA COMPUTADORA.....	3
INDICACIONES PARA PROGRAMAR EN FORTRAN.....	4
SENTENCIAS.....	5
FIN DE UN PROGRAMA.....	5
VARIABLES.....	6
ASIGNACION.....	6
OPERADORES ARITHETICOS.....	6
PRIORIDAD DE OPERADORES.....	7
ORDENES DE CAMBIO DE SECUENCIA EN COMPUTACION.....	8
PROPOSICION IF.....	9
OPERADORES DE RELACION.....	10
VARIABLES LOGICAS EN FORTRAN.....	10
PROPOSICION DE DIMENSION.....	13
PROPOSICION DO.....	14
REGLAS PARA EL USO DE LA PROPOSICION DO.....	15
EJEMPLO DE USO DE LA PROPOSICION DO.....	17
VARIABLES CON SUBINDICE EN FORTRAN.....	18
PROPOSICION FORMAT.....	19
EJEMPLO DE EJECUCION DE UN PROGRAMA EN EL SISTEMA PRIME.....	23
DESCRIPCION DE ALGUNOS PROGRAMAS EN LENGUAJE FORTRAN.....	24
PROGRAMA USO DE CONTADORES PARA SUMATORIA.....	24

PROGRAMA DE PRECISION DE LA ARITHMETICA DE PUNTO FLOTANTE.	25
PROGRAMA PARA CALCULO DEL AREA DE UNA CIRCUNFERENCIA.	26
PROGRAMA PRODUCTO DE DOS NUMEROS COMPLEJOS.	27
PROGRAMA ECUACION DE SEGUNDO GRADO.	28
PROGRAMA PARA OBTENCION DEL PROMEDIO.	29
PROGRAMA CALCULO DE LA DESVIACION ESTANDAR.	30
PROGRAMA PARA ORDENAR UNA SECUENCIA DE NUMEROS DE MENOR A MAYOR.	31
PROGRAMA PARA ORDENAR UN GRUPO DE NUMEROS.	33
CALCULO DEL PROMEDIO UTILIZANDO SUBROUTINAS.	34
PROGRAMA PARA EL CALCULO DE LA DESVIACION ESTANDAR UTILIZANDO SUBROUTINAS.	35
SUBROUTINA PARA EL CALCULO DE LA MEDIA.	36
SUBROUTINA PARA EL CALCULO DE LA DESVIACION ESTANDAR.	37
NUMERO IMAGINARIO.	38
NUMERO COMPLEJO.	38
REGLA DE OPERACION DE LOS NUMEROS COMPLEJOS.	39
MULTIPLICACION DE NUMEROS COMPLEJOS.	40
DIVISION DE NUMEROS COMPLEJOS.	41
CONJUGADO DE UN NUMERO COMPLEJO.	42
VALORES ABSOLUTOS.	43
REGLAS PARA LOS VALORES ABSOLUTOS.	44
REPRESENTACION POLAR DE NUMEROS COMPLEJOS.	45
PROPIEDADES.	46
DIAGRAMA DE ARGAND.	47
TEOREMA DE MOIVRE.	47
CONCEPTO DE FASOR.	48
REPRESENTACION DE DATOS EN FRECUENCIA.	50

PREPARACION DE DATOS PARA EL PROCESADO DE

ANALISIS ESPECTRAL.....	53
DATOS MUESTREADOS Y TRANSFORMADA Z.....	56
CONVOLUCION.....	58
TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA.....	59
MAREA OCEANICA Y SU REPRESENTACION.....	61
POTENCIAL DE LAS FUERZAS PRODUCTORAS DE MAREA.....	62
REPRESENTACION ARMONICA DE LA MAREA.....	63
MAPAS COTIDALES.....	64
CALCULO DE MAPAS COTIDALES EN AGUAS SOMERAS.....	66
REFERENCIAS.....	68

ESTADISTICA

ESTADISTICA ELEMENTAL.....	70
USO DE LA TABLA DE DISTRIBUCION NORMAL.....	73
TEOREMA DE LIMITE CENTRAL.....	75
INFERENCIA ESTADISTICA.....	77
DISTRIBUCION "T".....	80
DISTRIBUCION JI CUADRADA (χ^2).....	82
ANALISIS DE VARIANZA.....	84
CORRELACION LINEAL.....	86
ANALISIS DE REGRESION.....	88
INFERENCIAS.....	89
ANALISIS DE RESIDUOS.....	91
SERIES DE TIEMPO.....	93
REGRESION POLINOMIAL.....	96

REGRESION MULTIPLE.	97
TIPOS DE MODELOS.	98
ANALISIS MULTIVARIADO.	99
CORRELACION MULTIPLE.	100
REFERENCIAS.	102

INSTRUMENTACION OCEANOGRAFICA

ERRORES SISTEMATICOS Y ALEATORIOS.	103
MEDIA Y DESVIACION ESTANDAR.	107
PROPAGACION DE ERRORES.	111
REPRESENTACIONES.	118
COMPARACIONES.	125
RELACIONES.	130
METODO LINEAL DE MINIMOS CUADRADOS.	134
ENSAYOS.	137
DESCRIPCIONES BASICAS DE DATOS OBTENIDOS DE FENOMENOS FISICOS Y CLASIFICACIONN DE DATOS ALEATORIOS.	141
PROPIEDADES DESCRIPTIVAS BASICAS DE DATOS AL AZAR.	143
TABLAS.	147
SECUENCIAS DE SUAVIZADO.	154
ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO.	156
ANALISIS DE CORRELACION Y REGRESION NO LINEAL, MULTIPLE Y PARCIAL.	160
INTRODUCCION AL ANALISIS DE FOURIER.	164
DESCRIPCIONES BASICAS DE DATOS FISICOS.	167
ANALISIS DE VARIANZA.	170

REFERENCIAS.....	175
BOTELLAS NANSEN.....	176
BOTELLAS NISKIN.....	177
COLECTOR MULTIPLE PCM.....	179
CORRENTIMETRO ALADO GENERAL OCEANICS 6000.....	181
CORRENTIMETRO ENDECO 105.....	185
CORRENTIMETRO ENDECO TIPO 174.....	190
ESPECTROFOTOMETRO.....	193
ESTACION METEOROLOGICA KAHLSICO No.40AH150 PARA 120 DIAS.....	202
FLUORIMETRO DE FILTRO TURNER MODELO 111.....	204
LIMNIGRAFOS DE REGISTRO PROLONGADO KAHLSICO.....	206
MAREOGRAFO DE BURBUJA.....	208
MAREOGRAFOS FISHER AND PORTER, MODELOS 1550 Y 1551.....	210
MAREOGRAFO STEVENTS MODELO 7000.....	213
MICROWINKLER.....	215
PINGER.....	220
RADAR Y CRUCES DE DERIVA.....	222
RADIOGONIOMETRO.....	225
SISTEMA DE LLAMADO OCEANICO.....	228
TERMOGRAFOS.....	230

PROCESOS LITORALES

REVISION DE CONCEPTOS.....	232
Conceptos sedimentologicos.....	232
Terminología usada para describir el perfil de playa.....	234

Conceptos físicos.....	234
Tipos de olas.....	235
Tensor de radiación.....	240
Aplicación del tensor de radiación.....	241
HIDRAULICA DE TRANSPORTE.....	243
Aplicación.....	248
TRANSPORTE DE SEDIMENTO PARALELO Y PERPENDICULAR A LA COSTA.....	249
Transporte de sedimento paralelo a la costa.....	249
Transporte perpendicular a la costa.....	253
MODELOS NUMERICOS.....	255
MODELOS FISICOS.....	271
Modelos de Fondo Fijo.....	274
Modelos de fondo móvil.....	274
Ejemplo Numérico.....	275
ESTABILIDAD DE BOCAS DE MAREAS.....	278
Determinación del esfuerzo determinante.....	284
Ejemplo de Estero de Punta Banda.....	285
TRAZADORES.....	288
Definición.....	288
Tipos de trazadores.....	288
Tipos de muestreo.....	289
Trazadores Radioactivos.....	290
REFERENCIAS.....	292

BREVE HISTORIA DE LA COMPUTACION

En 1930 se inició el programa ASCC (Automatic Sequence Controles Calculator) de la Universidad de Harvard, donde se diseñó una calculadora mecano-eléctrica, que ejecutaba solo operaciones aritméticas (suma, resta, división y multiplicación), el proceso de solución era muy lento, ocupaba diez segundos por operación. Después apareció el programa ENIAC (Electronical Numerical Integrator and Calculator), el nuevo diseño fue completamente electrónico, las operaciones se ejecutaban en centésimas de segundo, el problema que presentó fue la necesidad de tener conocimientos de electrónica para poder interpretar resultados. Este proyecto se desarrolló durante la Segunda Guerra Mundial, utilizándose para cálculos balísticos. John Von Neumann, científico dedicado en ese tiempo en los cálculos sobre la bomba atómica, supo de este proyecto al cual sugirió el diseño de memoria, no lográndose integrar en este programa.

Se puede decir que los programas ASCC y ENIAC fueron la base, desde el punto de vista instrumental y funcional, para el desarrollo de las computadoras.

En 1950 surgió el programa EDVAC (Electronic Discrete Variables Calculator), donde se pudo integrar memoria. Se construyó básicamente lo que es la computadora con una estructura operacional (ver fig.1), que hasta la fecha esencialmente es la misma, se le conoce como máquina de Von Neumann. Estaba constituida por cuatro unidades de operación siendo las siguientes:

- 1). Entrada y Salida.- Donde operador y máquina se interaccionan.
- 2). Proceso Central.- Cerebro de la computadora donde se interpretan las instrucciones y hace que se ejecuten (controlador del proceso).
- 3). Memoria.- Contiene todo lo que la computadora necesita (archivo): instrucciones y datos.
- 4). Aritmética Lógica.- Donde se encuentran los algoritmos y se ejecutan las operaciones.

Una computadora tiene dos aspectos: el hardware relacionado con lo físico y el software relacionado con la programación.

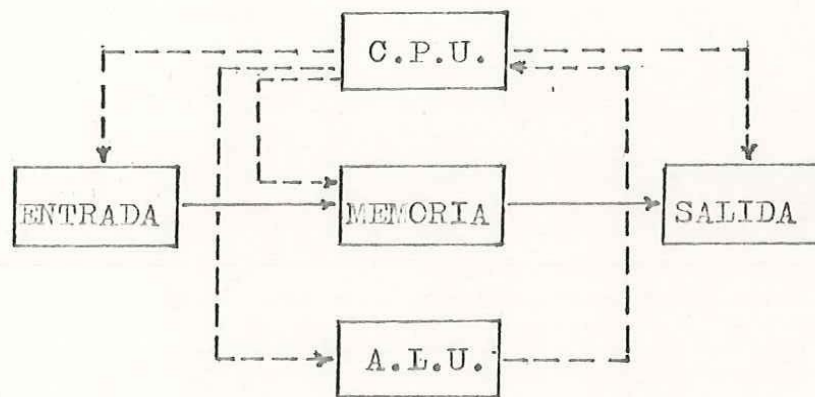


Fig.1.- Estructura de operación (máquina de Von Neumann).

Con el tiempo los avances han sido: mayor rapidez de operación, impresión, capacidad de memoria y ha ocupado menor espacio (menor tamaño) debido a los adelantos en la electrónica, además el precio es relativamente bajo.

OPERACION DE UNA COMPUTADORA.

Para operar una computadora es preciso programar, esto no es otra cosa mas que la elaboración de una secuencia de instrucciones elementales, las cuales puede entender la computadora. Una computadora hace lo que nosotros le ordenamos, si nosotros queremos sumar y le ordenamos restar, la computadora no nos indicará la equivocación. Si nosotros especificamos mal una instrucción en el sentido estructural, nos indicará el error.

FORMA DE OPERAR DE UNA COMPUTADORA.

Para tener una mejor idea de como opera vamos a tomar el ejemplo de una suma $X+Y$ descrito en el siguiente cuadro

DIRECCION	INSTRUCCION
1	Toma primer dato y ponlo en casilla 20.
2	Toma dato siguiente y ponlo en casilla 21.
3	Suma 20 y 21.
4	Almacenalo en 22.
5	Imprime contenido de 22 en hoja de respuesta.
6	Mas datos? si, vete a 1; no, vete a 7.
7	Para los calculos.
8	END (finaliza el programa).

INDICACIONES PARA PROGRAMAR EN FORTRAN.

Para hacer uso de la computadora se debe usar un lenguaje computacional, el lenguaje FORTRAN es un lenguaje especialmente adecuado para usarse en la resolución de problemas científicos. La palabra FORTRAN es una palabra compuesta y significa FORMula TRANslation. Existen varias versiones de FORTRAN y sus cambios particulares dependen muchas veces de en que máquina se está empleando. Es muy recomendable consultar en libros de texto y en el manual de la computadora que se este empleando constantemente a fin de optimizar el uso de la máquina.

Vamos a considerar que al programar en la computadora vamos a imprimir las instrucciones en una hoja que consta de 80 columnas con propiedades específicas. De la columna 1 a la 5 se puede escribir cualquier número entero y positivo, en estas columnas se colocan las direcciones de instrucciones. Una C (comentario) en la primer columna significa que aparecera inscrito el contenido en dicha linea sin perturbar el programa. Cualquier caracter en la columna 6 en una linea, indicará que esta es continuación de la anterior. De la columna 7 a la 72 se escribirán las sentencias (instrucciones, órdenes). De la columna 73 a la 80 se pueden escribir observaciones, comentarios o espacio en blanco. En el siguiente cuadro se puede apreciar mejor las características de la hoja.

		COLUMNAS →			
TOP ↑	1	2	3...5	6	7.....72 73... ..80
LINEA →	C				COMENTARIOS
			ⓐ		CONTINUACION
BOTTOM ↓					SENTENCIAS

La computadora ejecuta línea tras línea en sentido descendente.

CARACTERES:

LETRAS.- De la A a la Z, únicamente mayúsculas y de la Lengua Inglesa.

NUMEROS.- Del 0 al 9.

OTROS.- (., @*:[] etc.)

SENTENCIAS:

EJECUCION.- La máquina hace una operación determinada.

DECLARACION.- Son órdenes estructurales.

En un programa no es necesario que haya sentencias declaratorias, en el caso de existir se deben de especificar al principio del programa.

FIN DE UN PROGRAMA:

FISICO.- Se especifica con END.

LOGICO.- Se especifica con CALL EXIT y/o STOP.

VARIABLES:

- 1).- Deben de ser de uno a seis caracteres.
- 2).- Cada variable debe empezar con letra, puede combinarse con números y otros caracteres.
- 3).- Se consideran variables ENTERAS las que inicien con I, J, K, L, M y N. Adquieren valores de números enteros o discretos.
- 4).- Se consideran variables REALES las que inicien de la A a la H y de la O a la Z. Adquieren valores de números con parte fraccionaria.

ASIGNACION

Cuando se expresa que $A=B$ ó $A=A+1$ significa que el contenido de B se guarda en A ó el contenido de A+1 se guarda en A según sea el caso. Siempre debe aparecer una sola variable a la izquierda, lo que se describe a la derecha se le llama expresión.

OPERADORES ARITMETICOS

SÍMBOLO	OPERACION
+	Suma
-	Resta
*	Multiplicación
/	División

**

Eleva a una potencia

PRIORIDAD DE OPERADORES

- 1).- Primero se ejecutan los exponentes.
- 2).- Multiplicación y división.
- 3).- Suma y resta.
- 4).- Varios operadores en el mismo nivel de prioridad, la operación se ejecuta de izquierda a derecha.

Existen casos cuando se requiere ejecutar primero una operación de nivel de prioridad menor, para esto se utilizan los paréntesis, los cuales encierran la operación que mayor prioridad se le quiera dar.

$$A=B+C/D$$

$$A=B+C**2/2$$

$$A=(B+C)/D$$

$$A=(B+C)**2/2*D$$

ORDENES DE CAMBIO DE SECUENCIA EN COMPUTACION

PROPOSICION GOTO:

Esta proporciona un medio de transferir el control a alguna proposición diferente de la que sigue en secuencia, la proposición tiene la forma:

GOTO n

donde n es el número de otra proposición en el programa. La proposición GOTO puede ser de 2 formas : GOTO Simple y GOTO Calculado.

GOTO Simple: Causa una transferencia de control incondicional a la proposición n que tiene el número escrito después de ésta.

GOTO Calculado: El GOTO calculado, amplía el alcance del lenguaje Fortran, proporcionando m formas de ramificar el control, basado en el valor de una variable entera. La proposición tiene la forma general:

GOTO (n1,n2,.....,nm),i

En esta proposición i debe ser una variable entera escrita sin signo y n1, n2,.....,nm deben ser números de proposiciones especificadas en cualquier otra parte del programa, Y según sea el valor de i será el número ni que el orden de ejecución continúe.

PROPOSICION IF:

Esta proposición es condicional para efecto de transferir el control de ejecución de un programa.

La proposición aritmética IF nos proporciona una prueba de 3 ramas del valor de una expresión aritmética y esta tiene la forma:

IF (e) n1,n2,n3

En la cual e indica una variable numérica o una expresión aritmética cualquiera y n1, n2, n3 son números de proposiciones. La operación de la proposición es la siguiente: Si el valor de la expresión que esta dentro del paréntesis es negativo, la proposición que tenga el número n1 se ejecuta a continuación, si el valor de la expresión es cero, la proposición n2 se ejecuta, y si la expresión es positiva, n3 se ejecutará a continuación.

La proposición Logica IF, que se aplica como condición en la transferencia de control tiene la forma general:

IF (e) S

donde e es una expresión lógica y S es cualquier proposición excepto otro IF o un DO, y la forma mas simple que pueda tener una expresión lógica es una pregunta relativa a 2 expresiones aritméticas. Se escriben estas expresiones de relación mediante cualquiera de los 6 siguientes operadores de relación:

OPERADOR DE RELACION	SIGNIFICADO
.LT.	MENOR QUE
.LE.	MENOR O IGUAL QUE
.EQ.	IGUAL A
.NE.	NO IGUAL QUE
.GT.	MAYOR QUE
.GE.	MAYOR O IGUAL QUE

Se necesitan los puntos en estos operadores de relación para distinguirlos de otros elementos del lenguaje Fortran.

La acción del IF lógico es como sigue: Si la expresión lógica es cierta, se ejecuta la proposición S, si la expresión lógica es falsa, la proposición S no se ejecuta sino la que sigue al IF lógico.

VARIABLES LOGICAS EN FORTRAN

Una variable lógica Fortran es aquella que solo puede considerar los valores TRUE y FALSE (verdadero y falso).

Una variable lógica es una variable que ha sido declarada en una proposición tipo LOGICAL. Al igual que con las variables de doble precisión y complejas, no hay convención de nombres con la letra inicial, ya que nunca se supone que una variable sea del tipo lógico a menos que haya aparecido en una proposición LOGICAL. Una variable lógica solo puede considerar los valores .TRUE. y .FALSE. Así una proposición de asignación lógica tiene

la forma:

$$A=B$$

En la cual A es una variable lógica y B una expresión lógica. Como ya se ha visto muchas veces al tratar la proposición lógica IF, una expresión lógica puede ser una expresión de relación, tal como: I.EQ.20. Así si L1,L2, etc, son variables lógicas, se pueden escribir proposiciones de asignación lógica como estas:

L1=.TRUE.

L2=.FALSE.

L3= A .GT. 25.0

L4= I .EQ. 0

L5= L6

Las dos primeras son los equivalentes lógicos de proposiciones de la forma

variable=constante

L3 sera igual .TRUE. si el valor de la variable real A es mayor que 25.0 y a .FALSE. si A es menor o igual a 25.0. Asimismo. L4 será igual a .TRUE. si el valor de I en realidad fuese cero y a .FALSE. si no lo es, L5 se igualaría al mismo valor que tienen L6 en ese momento. Se ha visto que una expresión de relación es aquella que compara valores enteros, reales o de doble precisión usando los operadores de relación vistos anteriormente en el tema de ordenes de cambio de secuencia.

Una expresión lógica combina valores lógicos y/o expresiones de relación usando los operadores lógicos: .AND., .OR., y .NOT. por lo tanto se pueden escribir proposiciones de asignación

lógica como estas:

L1 = D .LT. EPS .OR. ITER .GT. 20

L2 = D .GE. EPS .AND. ITER .LE. 20

L3 = BIG .GT. TOLER .OR. SWITCH

A L1 se le dará el valor .TRUE., si cualquiera o ambas de las relaciones fueran ciertas y .FALSE. si no lo son. a L2 se le dará el valor .TRUE. si y solo si ambas relaciones fueran ciertas y .FALSE. si no lo son. A L3 se le daría el valor .TRUE. si se verifica la relación o si fuera cierta la variable lógica SWITCH, o si se cumplen ambos casos.

El operador lógico .NOT. invierte el valor actual de la expresión sobre la que opera. Por ejemplo considerese esta proposición:

L = A .GT. B .AND. .NOT. SWITCH

Si SWITCH es verdadero, .NOT. SWITCH es falso, y si SWITCH es falso, .NOT. SWITCH es verdadero. Por lo tanto a L se le dará el valor .TRUE. si el valor de A fuera mayor que el valor de B y si el valor SWITCH fuera .FALSE.

La jerarquía de operadores lógicos cuando no hay paréntesis es: .NOT., .AND. y .OR. Por ejemplo considerese la siguiente expresión en la cual todas las variables son lógicas:

L = A .AND. B .OR. C .AND. .NOT. D .AND. E

El .NOT. D se ejecuta primero, después los 3 .AND. y al final .OR.

PROPOSICION DE DIMENSION

Cuando en un programa se utilizan variables con subíndice, se debe proporcionar al compilador Fortran cierta información al respecto.

1. Que variables tienen subíndice ?
2. Cuantos subíndices tiene cada una de las variables.
3. Cual es el valor máximo de cada subíndice?

Estas preguntas se contestan mediante la proposición DIMENSION. Cada una de las variables con subíndices que esten dentro de un programa, deberán mencionarse en una proposición DIMENSION. y esta proposición tiene que aparecer al inicio del programa. Una práctica frecuente es dar la información de dimensión de todas las variables con subíndices en proposiciones de DIMENSION al principio del programa. Una proposición DIMENSION puede mencionar cualquier número de variables y puede haber cualquier número de proposiciones DIMENSION. La proposición DIMENSION tiene la forma:

DIMENSION V, V, V,.....

Donde V representa los nombres de las variables, seguidos por paréntesis que encierran una, dos o tres constantes enteras sin signo que dan el valor máximo de cada subíndice. Cuando Fortran procesa una proposición DIMENSION, guarda suficiente espacio para almacenar las ordenaciones de los tamaños especificados por la información en la proposición.

Se dice que la proposición de DIMENSION no es ejecutable, es decir, proporciona solamente información al compilador Fortran,

pero no produce ninguna instrucción en el programa objeto. También se describe como una proposición de especificación, puesto que lleva información acerca del programa.

PROPOSICION D0

La proposición D0 es uno de los tipos de instrucciones más importantes y más ampliamente usada en el lenguaje Fortran. Esta proposición hace posible que se ejecute repetidamente una sección de un programa, con cambios automáticos en el valor de una variable entera entre cada repetición.

La proposición D0 se puede escribir en cualquiera de estas formas :

$$D0 \ n \ i = m1, m2$$

$$D0 \ n \ i = m1, m2, m3$$

En esta proposición, n debe ser el número de una proposición, i debe ser una variable entera sin subíndice, escrita sin signo, y $m1, m2, m3$ deben ser , cada una , una constante entera sin signo o una variable entera sin subíndice y sin signo. Si $m3$ no se menciona, como en la primera forma de la proposición, se entiende que es 1.

La proposición D0 es como sigue: Las proposiciones que siguen al D0, incluyendo la que tiene el número de proposición n , se ejecutan rápidamente. Se ejecutan primero con $i = m1$, aumentando i en $m3$ antes de cada repetición sucesiva y continuando la ejecución repetida hasta que las proposiciones se han ejecutado con i igual al mayor valor que no exceda m al

cuadrado.

El recorrido de la proposición D0 es el conjunto de las proposiciones que se ejecutan repetidamente. Para el uso de la proposición D0 se deben observar ciertas reglas debido a que su uso es muy flexible, para referencia consultar manual.

REGLAS PARA EL USO DE LA PROPOSICION D0:

REGLA 1

En el recorrido de un D0, denominado D0 exterior, se permite contener más de otro D0, (denominados D0 interiores). Así podemos decir que las proposiciones D0 están anidadas. Cuando esto sucede, se requiere que todas las proposiciones que están en el recorrido del D0 interior se encuentren también en el recorrido del D0 exterior. En otras palabras, el D0 interior debe estar contenido completamente dentro del D0 exterior.

REGLA 2

En ningún caso la última proposición en el recorrido de un D0 debe ser un GO TO, ni un IF aritmético, ni ser proposiciones STOP, PAUSE o D0. Tampoco puede ser un IF lógico que contenga cualquiera de las otras. Estas proposiciones pueden usarse libremente en cualquier otra parte del recorrido. La proposición CONTINUE, descrita más abajo, se proporciona para situaciones que de otra manera no se apegarían a esta regla.

REGLA 3

Ninguna proposición dentro del recorrido de un D0 puede volver a

definir o alterar cualquiera de los parámetros de índice de ese DO, es decir, dentro del recorrido de un DO no se permite cambiar los valores de i , $m1$, $m2$ o $m3$. Estos números se pueden utilizar en cualquier forma que no altere sus propios valores.

REGLA 4

Con una sola excepción, el control no deberá transferirse al interior del recorrido de un DO partiendo de cualquier proposición que esté fuera de este recorrido. Por tanto no es permitido el uso de una proposición GO TO o IF para transferir el ámbito de un DO, sin antes haber ejecutado el DO. La única excepción es la siguiente: se permite la transferencia completamente fuera del nido al que pertenece un DO para efectuar una serie de cálculos que no cambian ninguno de los parámetros de índice (i , $m1$, $m2$, $m3$) del nido y luego volver a transferir el recorrido del mismo DO a partir del cual se hizo originalmente la transferencia.

La proposición CONTINUE es una proposición muda que no origina ninguna acción cuando se ejecuta el programa objeto. Simplemente satisface la regla de que la última proposición en el recorrido de un DO no debe ser una que pueda originar transferencia de control. Se usa también para suministrar una proposición a la que pueda transferir un IF, cuando se hayan terminado los cálculos en el recorrido de un DO. Esto es necesario porque a una transferencia dentro del recorrido de un DO no se le permite regresar al propio DO, a menos que se quiera empezar, una vez más, la ejecución del DO desde su principio, lo

cual no es común.

Con objeto de mayor claridad, se permite emplear la proposición CONTINUE como la última del recorrido de cualquier DO.

EJEMPLO DE USO DE LA PROPOSICION DO

```
OK, LEE CICLODO
LEE SEP-80 (CICESE), REV 18.3

      HOLA='HOLA'
      DO5L=1,5
      PRINT 6 HOLA
6     FORMAT(A4)
5     CONTINUE
      CALL EXIT
      END
>-----> CICLODO
OK, DO COMLOAD CICLODO
OK, FTN CICLODO
0000 ERRORS [<.MAIN.>FTN-REV18.3]
OK, LOAD
[LOAD rev 18.2]
      LOAD B_CICLODO
      LI
LOAD COMPLETE
      SAVE *CICLODO
      Q
OK, DELETE B_CICLODO
OK, DO -RETURN -FROM 6      -DELETE T 0000
OK, R *CICLODO
HOLA
HOLA
HOLA
HOLA
HOLA
OK,
```

VARIABLES CON SUBINDICE EN FORTRAN

Estas permiten representar a muchas cantidades con un nombre de variable. Una cantidad particular se indica escribiendo un subíndice (o subíndices) entre paréntesis después del nombre. El conjunto completo de cantidades se llama ordenación y las cantidades individuales se llaman elementos. Una variable con subíndices Fortran puede tener una, dos o más ordenaciones dimensionales dependiendo del computador. (cuando se usa en este sentido, una dimensión se refiere al número de subíndices y no al número de elementos).

El primer elemento de una ordenación de una dimensión es el elemento número 1, el segundo es el elemento número 2, etc. hasta completar el número de elementos de la ordenación. La notación tiene la forma:

$$X(1), X(2), X(3), \dots X(20)$$

Una ordenación de 2 dimensiones esta compuesta de renglones horizontales y columnas verticales. El primero de los 2 subíndices se refiere a el número de renglon, que varia de 1 al número máximo de renglones y el segundo a el número de columnas que varia de 1 al número máximo de columnas. Ejemplo de notación de 2 renglones y 2 columnas en Fortran, que indica el orden de almacenamiento interno de los datos :

$$A(1,1), A(1,2), A(2,1), A(2,2)$$

Una serie de 3 dimensiones puede interpretarse como compuesta de planos , cada uno de los cuales contiene renglones y columnas.

PROPOSICION FORMAT

La proposición FORMAT describe como se ha dispuesto la información de entrada o de salida. A cada valor transmitido deberá corresponderle una especificación de campo que enumere la información que contiene el campo (en términos de su representación interna) y que determine cual es su aspecto externo. Los Formatos en Fortran sirven para:

- 1) Ordenar en la vertical
- 2) Ordenar en la horizontal
- 3) Para especificar campos numéricos

Para ordenar en la vertical se realiza de las siguientes formas:

FORMAT (////,) Se salta 4 líneas
 FORMAT ('1') la impresora imprime el 1
 y salta al principio
 de la siguiente hoja

Para ordenar en la horizontal se realiza de las siguientes formas:

FORMAT (T30) Salta 29 espacios y nos acomoda
 en la columna numero 30.

La especificación de campos numéricos en FORMAT puede ser de 2 tipos:

a) General : $n G m k$: Nos sirven para leer y escribir variables, lógicas, complejas, enteros, reales etc. donde n, m, k son enteros.

b) Particular: Para esta especificación existen 9 formatos de los cuales se describirán algunos a continuación :

1). Especificación de campo I (Entera): La forma de esta especificación es $n I m$, Donde la I especifica la conversión entre un entero interno y un decimal entero externo. El número total de caracteres de campo es m , incluyendo signo y cualquier número de espacios en blanco. No se permiten los puntos decimales. Y n indica el número de cantidades por línea.

2). Especificación de campo F (Variable Real): La forma de esta especificación es $n F m k$. Donde la F indica la conversión entre un valor real interno y un número externo escrito sin exponente. El número total de caracteres del campo es m , incluyendo signo, punto decimal y cualquier número de espacios en blanco. El número k es el número de cifras decimales después del punto decimal. k igual o menor que $m+6$.

3) Especificación de campo E (Punto Flotante): La forma de esta especificación es $n E m k$. Este es el formato de reales con exponencial de precisión simple, la E especifica la conversión entre valor real interno y un número externo escrito con un exponente. El número total de caracteres en el medio externo es m , incluyendo signo, punto decimal, exponente y cualquier número de espacios en blanco. El número de lugares decimales después del punto decimal (no contando el exponente) es k . Y n es el número de cantidades por línea.

4). Especificación de campo D (Doble Precisión): La forma de esta especificación es $n D m k$ en esta el valor interno debe ser de doble precisión. El exponente se escribe con D en lugar de E,

pero en todos los otros aspectos es análoga a la especificación de campo E. k igual o menor que $m+6$. 5). Especificación de Campo L (Lógica): La forma de esta especificación es $n L m$. Donde L especifica la conversión entre un valor Lógico interno: (.TRUE. 0 .FALSE.) y una de las letras T o F externamente. El número total de posiciones de los caracteres es m .

6). Especificación de campo A (Variables Alfa Numéricas): esta especificación tiene la forma $n A m$, en esta forma de especificación de formato, la variable asociada puede ser de cualquier clase. La especificación de campo origina la lectura o la escritura de m caracteres de la lista de elementos asociada. Los caracteres AlfaNuméricos pueden ser cualesquiera símbolos representables en la computadora: Letras, dígitos, puntuación y el caracter blanco. La acción precisa depende del número de caracteres guardados en un lugar de almacenamiento de la máquina en particular, que como indicación general varía de 4 a 8.

7). Especificación de campo H (Hollerith): Esta especificación de campo tiene la forma: $n H$ donde los caracteres n que siguen inmediatamente a la letra H se imprimen en el lugar indicado por la posición de la especificación de campo Hollerith de la proposición FORMAT. La especificación de campo Hollerith es diferente a las otras estudiadas hasta ahora ya que no pide la transmisión de ningún valor de la lista. Pero en lugar de eso, pide la entrada o salida del texto mismo. Las especificaciones de campo Hollerith, se usan por lo general para proporcionar encabezados y otro tipo de identificación en reportes impresos.

EJEMPLO DE EJECUCION DE UN PROGRAMA EN EL SISTEMA PRIME

```

INPUT (RETURN)
C   SUMA DE DOS NUMEROS

C   SE ASIGNA EL VALOR DE 4 A LA VARIABLE A (REAL)
    A=4.0

C   SE ASIGNA EL VALOR DE 3 A LA VARIABLE B (REAL)
    B=3.0

C   SE ASIGNA LA SUMA A C
    C=A+B

C   ESCRIBE EL VALOR DE C CON LA ETIQUETA 1
    PRINT 1,C

C   SE DESIGNA FORMATO REAL DE 8 CAMPOS CON 1 DECIMAL Y
C   COMENTARIO C=
    1   FORMAT('C=',F8.1)

C   FIN LOGICO DEL PROGRAMA
    STOP

C   FIN FISICO DEL PROGRAMA
    END

```

```

EDIT
FILE SUMA
OK,FTN SUMA
0000 ERRORS [<.MAIN.> FTN-REV 18.3]
OK,LOAD
[LOAD Rev18.2]
    LO B_SUMA
    LIBRARY
LOAD COMPLETE
    SA *SUMA
    QUIT
OK,R *SUMA
C=      7.0
/
****ST

```

DESCRIPCION DE ALGUNOS PROGRAMAS EN LENGUAJE FORTRAN

C PROGRAMA_USO_DE_CONTADORES_PARA_SUMATORIA

C SE ASIGNA EL VALOR DE CERO A X (REAL)
X=0.0

C SE ASIGNA EL VALOR DE 0.1 A H (REAL)
H=0.1

C SE INICIALIZA EL CICLO, CON LA VARIABLE INDICE I
C QUE TOMA 1 COMO VALOR INICIAL Y 10 COMO FINAL
DO 10 I=1,10

C SE REALIZA LA SUMATORIA (ITERACION)
10 X=X+H

C A 1.0 SE LE RESTA EL VALOR FINAL DE X RESULTADO
C DE LA ITERACION Y SE ASIGNA A Y
Y=1.0-X

C ESCRIBE LO ALMACENADO EN X y Y CON EL FORMATO DADO EN LA
C ETIQUETA 20
PRINT 20,X,Y

C SE DESIGNA FORMATO REAL DE 8 CAMPOS CON 4 DECIMALES
C PARA X Y REAL DE 10 CAMPOS CON 4 DECIMALES PARA Y
20 FORMAT('X=',F8.4,'Y=',F10.4)

C FIN LOGICO DEL PROGRAMA
STOP

C FIN FISICO DEL PROGRAMA
END

C PROGRAMA DE PRECISION DE LA ARITMETICA DE PUNTO FLOTANTE

C SE ASIGNA EL VALOR DE 1 A EPS (REAL)
EPS=1.0

C A EPS SE LE ASIGNA EL PRODUCTO CON ETIQUETA 10
10 EPS=0.5*EPS

C A EPSP1 SE ASIGNA LA SUMA
EPSP1=EPS+1.0

C SE PRUEBA SI EPSP1 MAYOR QUE 1, SI ES VERDADERO EL CONTROL
C SE ENVIA A LA ETIQUETA 10 SI NO QUE ESCRIBA
IF(EPSP1.GT.1.0)GOTO 10

C ESCRIBE EL ALMACEN EPS CON EL FORMATO DADO EN LA ETIQUETA 20
PRINT 20 EPS

C SE DESIGNA FORMATO EXPONENCIAL DE 12 CAMPOS CON 3 DECIMALES
20 FORMAT ('EPS=',E12.3)

STOP

END

C PROGRAMA PARA EL CALCULO DEL AREA DE UNA CIRCUNFERENCIA

C SE CONVIERTE A REAL LA VARIABLE I CON PRECISION SIMPLE
REAL *4 I

C SE LE ASIGNA EL VALOR A LA CONSTANTE PI
PI=3.1416

C SE LE ASIGNA EL VALOR DE 3.5 A I
I=3.5

C SE CALCULA EL AREA
A=PI*I**2

C ESCRIBE EL ALMACEN A CON LA ETIQUETA 1
PRINT 1 A

C SE DESIGNA FORMATO REAL CON 10 CAMPOS Y 2 DECIMALES
C Y COMENTARIO AREA =
1 FORMAT('AREA=',F10.2)

C FIN LOGICO DEL PROGRAMA
STOP

C FIN FISICO DEL PROGRAMA
END

C PROGRAMA_PRODUCTO_DE_DOS_NUMEROS_COMPLEJOS

C SE CONVIERTE A REAL LA VARIABLE I CON PRECISION SIMPLE
REAL *4 ZAB, IZ

C SE DEFINE A Z COMO NUMERO VARIABLE COMPLEJA
COMPLEX X, Z

C CONSTANTE PARA CONVERSION A RADIANTES
X=360/6.2832

C SE REALIZA EL PRODUCTO DE DOS NUMEROS COMPLEJOS
Z=(1,2)*(5,-6)

C SE CALCULA EL VALOR ABSOLUTO DE Z
IZ=AIMAG (Z)
RZ=REAL (Z)

C SE CALCULA LA FASE DEL PRODUCTO
ZFASE=ATAN2(IZ RZ)

ZFASE=X*ZFASE

1 PRINT 1,Z,ZAB,ZFASE
FORMAT(4F8.29)
CALL EXIT
END

C PROGRAMA ECUACION DE SEGUNDO GRADO

C SE DECLARAN VARIABLES COMPLEJAS Z1,Z2,Z0.
COMPLEX Z1, Z2, Z0

C SE LEEN LOS COEFICIENTES DE LA ECUACION CON FORMATO LIBRE
READ(1,*) A,B,C

C SE CALCULA EL DISCRIMINANTE
 $D=B^2-4*A*C$

C SE PRUEBA SI EL DISCRIMINANTE ES MENOR QUE CERO, SI ES
C VERDADERO SE TRANSFIERE EL CONTROL A ETIQUETA 10
IF(D.LT.00)GOTO 10

C SE CALCULA LA RAIZ DEL DISCRIMINANTE
 $D=SQRT(D)$

C SE OBTIENE UNA RAIZ DE LA ECUACION
 $X1=(-B+D)/(2*A)$

C SE OBTIENE LA SEGUNDA RAIZ DE LA ECUACION
 $X2=(-B-D)/(2*A)$

C SE TRANSFIERE EL CONTROL A LA ETIQUETA 20
GOTO 20

C SE CALCULA LA RAIZ IMAGINARIA
10 Z0=CSQRT

C SE OBTIENE LA PRIMERA RAIZ IMAGINARIA
 $Z1=(-B+Z0)/(2*A)$

C SE OBTIENE LA SEGUNDA RAIZ IMAGINARIA
 $Z2=(-B-Z0)/(2*A)$

C ESCRIBE LAS RAICES Z1,Z2 CON FORMATO DADO EN ETIQUETA 15
PRINT 15,Z1,Z2 .

C SE DESIGNA FORMATO PARA NUMEROS REALES CON 8 CAMPOS Y
C DOS DECIMALES

15 FORMAT(2F8.2,3X,2F8.2)

STOP

20 PRINT Z1,X1,X2

21 FORMAT (2F8.2)

STOP

END

C PROGRAMA PARA OBTENCION DEL PROMEDIO

```
C  SE RESERVAN 100 LOCALIDADES PARA LA VARIABLE X
    DIMENSION X(100)

C  SE INICIA EL CICLO CON LA VARIABLE INDICE L, CON VALOR
C  INICIAL DE 1 Y VALOR FINAL DE 20
    DO 5 L=1,20

C  SE LEE LA VARIABLE X CON SUBINDICE L POR LA UNIDAD DE
C  FORTRAN 5 CON LA ETIQUETA 6
    READ (5,6) X(L)

C  SE DESIGNA FORMATO REAL DE 8 CAMPOS CON 3 DECIMALES
6   FORMAT (F8.3)

C  FIN DEL CICLO
5   CONTINUE

C  INICIA INICIALIZA LA VARIABLE SUMA CON EL VALOR DE CERO
    SUMA =0.0

C  SE INICIA EL CICLO CON LA VARIABLE INDICE L, CON VALOR
C  INICIAL DE 1 Y VALOR FINAL DE 20
    DO 7 L=1,20

C  SE REALIZA LA SUMATORIA
    SUMA =SUMA+X(L)

C  SE CIERRA EL CICLO
7   CONTINUE

C  SE CALCULA EL PROMEDIO
    PROM=SUMA/20.0

C  ESCRIBE EL VALOR DE PROM CON LA ETIQUETA 8
    PRINT 8 PROM

C  SE DESIGNA FORMATO REAL DE 8 CAMPOS CON 2 DECIMALES
C  Y COMENTARIO PROMEDIO =
8   FORMAT('PROMEDIO =',F8.2)

    STOP

    END
```

C PROGRAMA_CALCULO_DE_LA_DESVIACION_ESTANDAR

C SE INICIALIZA LA VARIABLE DESV CON EL VALOR DE CERO
DESV=0.0

C SE INICIA EL CICLO DE LA VARIABLE INDICE IP CON VALOR
C INICIAL DE 1 Y VALOR FINAL DE 20
DO 20 IP=1,20

C SE CALCULA LA SUMATORIA DE LAS DESVIACIONES Y SE ELEVAN
C AL CUADRADO
DESV=DESV+(X(IP)-PROM)**2

C SE CIERRA EL CICLO
20 CONTINUE

C SE CALCULA LA DESVIACION
DESV=SQRT(DESV/20.0)

C ESCRIBE EL VALOR DE DESV CON ETIQUETA 22
PRINT 22,DESV

C SE DESIGNA FORMATO REAL CON 8 CAMPOS Y 3 DECIMALES
C Y COMENTARIO DESVIACION TIPICA =
22 FORMAT('DESVIACION TIPICA=',F8.3)

STOP

END

C PROGRAMA PARA ORDENAR UNA SECUENCIA DE NUMEROS DE MENOR A
C MAYOR

C SE RESERVAN 20 LOCALIDADES PARA LA VARIABLE X
DIMENSION X(20)

C SE INICIA EL CICLO DE VARIABLE INDICE L CON VALOR
C INICIAL 1 Y VALOR FINAL 20
DO 5 L=1,20

C SE LEEN LOS VALORES DE X POR LA UNIDAD DE FORTRAN 5
C CON ETIQUETA 6 Y SE CIERRA EL CICLO
5 READ(5,6) X(L)

C SE DESIGNA FORMATO REAL DE 8 CAMPOS CON 3 DECIMALES
6 FORMAT(F8.3)

C SE ASIGNA EL VALOR DE 20 A N
N=20

C SE ASIGNA N-1 A NM1
NM1=N-1

C SE INICIA EL CICLO DE VARIABLE INDICE L CON EL
C VALOR INICIAL 1 Y VALOR FINAL 20
DO 20 L=1,20

C SE ASIGNA X SUBINDICE (L) A XMIN
XMIN=X(L)

C SE INICIA UN CONTADOR
LP1=L+1

C SE INICIA CICLO DE VARIABLE INDICE J, CON VALOR
C INICIAL LP1 Y VALOR FINAL N
DO 16 J=LP1,N

C SE PRUEBA SI XMIN ES MENOR O IGUAL QUE X SUBINDICE J,
C SI ES VERDADERO SE TRANSFIERE EL CONTROL A LA ETIQUETA 16
IF(XMIN.LE.X(J))GOTO 16

C SE CIERRA EL CICLO
16 CONTINUE

C SE ASIGNA X SUBINDICE L AL TEMPORAL T
T=X(L)

C INTERCAMBIA EL VALOR DE X SUBINDICE J A X SUBINDICE L
X(L)=X(J)

```
C  SE ASIGNA EL TEMPORAL T A X SUBINDICE J
    X(J)=T

C  SE CIERRA EL CICLO
20  CONTINUE

C  SE INICIA CICLO DE VARIABLE INDICE KOB CON VALOR
C  INICIAL 1 Y VALOR FINAL 20
    DO 22 KOB=1,20

C  ESCRIBE EL VALOR DE X SUBINDICE KOB CON ETIQUETA 23
C  Y SE CIERRA EL CICLO
22  PRINT 23,X(KOB)

C  SE DESIGNA FORMATO REAL DE 8 CAMPOS Y 3 DECIMALES
23  FORMAT (F8.2)

    STOP

    END
```


C PROGRAMA PARA ORDENAR UN GRUPO DE NUMEROS

C SE LEEN X1,X2,X3 DE UN ARCHIVO CON ETIQUETA 5
READ(5,5) X1,X2,X3

C SE DESIGNA FORMATO REAL DE 8 CAMPOS CON 4 DECIMALES
5 FORMAT (3F8.4)

C PRUEBA SI X1 ES MENOR O IGUAL QUE X2 Y SI X2 ES MENOR O IGUAL
C QUE X3, SI ES VERDADERO SE TRANSFIERE EL CONTROL A ETIQUETA 20
IF (X1.LE.X2.AND.X1.LE.X3)GOTO 10

C PRUEBA SI X2 ES MENOR O IGUAL QUE X3 Y SI X2 ES MENOR O IGUAL
C QUE X1, SI ES VERDADERO SE TRANSFIERE EL CONTROL A ETIQUETA 20
IF (X2.LE.X3.AND.X2.LE.X1)GOTO 20

C SE ASIGNA EL VALOR DE X3 AL TEMPORAL T
T=X3

C INTERCAMBIA EL VALOR DE X1 A X3
X3=X1

C SE ASIGNA EL TEMPORAL T A X1
X1=T

C PRUEBA SI X2 ES MENOR O IGUAL QUE X3, SI ES VERDADERO
C TRANSFIERE EL CONTROL A ETIQUETA 15
10 IF (X2.LE.X3)GOTO 15

C SE ASIGNA EL VALOR DE X3 AL TEMPORAL T
T=X3

C SE INTERCAMBIA EL VALOR DE X2 A X3
X3=X2

C SE ASIGNA EL TEMPORAL T A X2
X2=T

C ESCRIBE X1,X2,X3 CON ETIQUETA 22
15 PRINT 22,X1,X2,X3

C SE DESIGNAN 3 FORMATOS REALES DE 8 CAMPOS CON 2 DECIMALES
22 FORMAT(3F8.2)

C FIN LOGICO
STOP

C SE ASIGNA EL VALOR DE X2 AL TEMPORAL T
20 T=X2

C SE INTERCAMBIA EL VALOR DE X1 A X2
X2=X1

C SE ASIGNA EL TEMPORAL T A X1
X1=T

C TRANSFERENCIA DE CONTROL INCONDICIONAL A ETIQUETA 10
GOTO 10

C FIN FISICO DEL PROGRAMA
END

C CALCULO DEL PROMEDIO UTILIZANDO SUBROUTINAS

C SE RESERVAN LOCALIDADES DE MEMORIA PARA EL VECTOR X
DIMENSION X(100)

C SE ASIGNA EL VALOR DE 20 A EL ALMACEN N
N=20

C SE INICIA EL CICLO CON LA VARIABLE INDICE L, QUE TOMA 1
C COMO VALOR INICIAL Y N COMO VALOR FINAL
DO 5 L=1,N

C SE LEE X SUBINDICE L POR LA UNIDAD DE FORTRAN 5 CON ETIQUETA 6
READ (5,6) X(L)

C SE CIERRA EL CICLO
5 CONTINUE

C SE DESIGNA FORMATO REAL DE 8 CAMPOS CON 4 DECIMALES
6 FORMAT (F8.4)

C SE LLAMA AL SUBPROGRAMA PRO QUE CALCULA EL PROMEDIO
CALL PRO (N,X,PROM)

C ESCRIBE PROM CON ETIQUETA 10
PRINT 10,PROM

C SE DESIGNA FORMATO REAL CON 20 CAMPOS Y 4 DECIMALES
C Y COMENTARIO PROMEDIO =
10 FORMAT('PROMEDIO=',F20.4)

STOP

END

C PROGRAMA PARA EL CALCULO DE LA DESVIACION ESTANDAR UTILIZANDO
SUBROUTINAS

```
C SE RESERVAN LOCALIDADES DE MEMORIA PARA EL VECTOR X
  DIMENSION X(100)

C SE ASIGNA EL VALOR DE 20 A EL ALMACEN N
  N=20

C SE DESIGNA FORMATO REAL DE 8 CAMPOS CON 2 DECIMALES
6  FORMAT(F8.2)

C SE INICIA EL CICLO, CON LA VARIABLE INDICE L QUE TOMA 1
C COMO VALOR INICIAL Y N COMO VALOR FINAL
  DO 5 L=1,N

C SE LEE LA VARIABLE X SUBINDICE L POR LA UNIDAD DE
C FORTRAN 5 CON ETIQUETA 6
  READ (5,6) X(L)

C SE CIERRA EL CICLO
5  CONTINUE

C SE LLAMA A LA SUBROUTINA QUE CALCULA EL PROMEDIO
  CALL PRO (N,X,PROM)

C SE LLAMA A LA SUBROUTINA DS QUE CALCULA LA DESVIACION
ESTANDART
  CALL DS (N,X,PROM,DESV)

C ESCRIBE LAS VARIABLES PROM Y DESV QUE REPRESENTAN PROMEDIO
C Y DESVIACION ESTANDAR CON ETIQUETA 8
  PRINT 8,PROM,DESV

C SE DESIGNA FORMATO REAL DE 8 CAMPOS CON 3 DECIMALES
C Y COMENTARIOS PROMEDIO = Y DESV.STD. =
8  FORMAT ('PROMEDIO=',F8.3,'DESV.STD=',F10.4)

  STOP

END
```

```
C  SUBROUTINA PARA EL CALCULO DE LA MEDIA

C  SUBPROGRAMA PARA EL CALCULO DE LA MEDIA DONDE N ES EL NUMERO
C  DE DATOS, X LA MUESTRA Y PROM LA MEDIA
    SUBROUTINE PRO (N,X,PROM)

C  SE RESERVAN LOCALIDADES DE MEMORIA PARA EL VECTOR X
    DIMENSION X(N)

C  SE ASIGNA EL VALOR DE CERO PARA EL ALMACEN PROM
    PROM=0.0

C  SE INICIA EL CICLO, CON LA VARIABLE INDICE L QUE TOMA 1.
C  COMO VALOR INICIAL Y N COMO VALOR FINAL
    DO 5 L=1,N

C  SE REALIZA LA SUMATORIA Y SE CIERRA EL CICLO
5   PROM=PROM+X(L)

C  SE CALCULA EL PROMEDIO Y LA VARIABLE N SE CONVIERTE A REAL
    PROM=PROM/FLOAT(N)

C  SE REGRESA EL CONTROL A EL PROGRAMA PRINCIPAL
    RETURN

C  FIN FISICO DE LA SUBROUTINA
    END
```


C SUBROUTINA PARA EL CALCULO DE LA DESVIACION ESTANDAR

C SUBPROGRAMA PARA EL CALCULO DE LA DESVIACION ESTANDART DONDE
C M ES EL NUMERO DE DATOS, X ES LA MUESTRA, XPRON EL PROMEDIO
C Y DSTAN LA DESVIACION ESTANDART
SUBROUTINE DS (M,X,XPRON,DSTAN)

C SE RESERVAN LOCALIDADES DE MEMORIA PARA EL VECTOR X
DIMENSION X(M)

C SE ASIGNA EL VALOR DE CERO A DSTAN
DSTAN=0.0

C SE INICIA EL CICLO, CON LA VARIABLE INDICE L QUE TOMA 1
C COMO VALOR INICIAL Y M COMO VALOR FINAL
DO 5 L=1,M

C SE CALCULA EL CUADRADO DE LAS DESVIACIONES Y SE REALIZA
C LA SUMATORIA
DSTAN=DSTAN+(X(L)-XPRON)**2

C SE CIERRA EL CICLO
5 CONTINUE

C SE CALCULA LA DESVIACION ESTANDART
DSTAN=SQRT(DSTAN/M)

C REGRESA EL CONTROL A EL PROGRAMA PRINCIPAL
RETURN

C FIN FISICO DE LA SUBROUTINA
END

NUMERO IMAGINARIO

Número imaginario es el resultado de sacar raíz a un número con signo negativo, ejemplo $\sqrt{-1}$ a este número se le conoce como i .

$$i = \sqrt{-1}$$

NUMERO COMPLEJO

Un número complejo Z se define como un par ordenado de números reales X, Y que satisfacen ciertas reglas de operación. Se pueden escribir en cualquiera de las dos formas.

$$Z = X + iY \qquad Z = (X, Y)$$

A i se le conoce como la unidad imaginaria. Con la notación anterior cuando $Y = 0$ el número Z se hace un número real X . Esto nos dice que los números complejos incluyen a todos los números reales.

$$X + 0i = X$$

cuando $X = 0$ y $Y = 1$ se dice que Z es la unidad imaginaria

$$0 + 1i = i$$

Los múltiplos reales de i , $Yi = 0 + Yi$ se les conoce como números imaginarios puros.

Cuando $X = 0$ el número complejo $X + iY$ se le llama número imaginario.

Los números reales X y Y se conocen como componente real e imaginaria de el número complejo Z . también se pueden representar por la siguiente notación

$$\text{Re}(z) = X \qquad \text{Im}(z) = Y$$

Dos números complejos:

$$z_1 = x_1 + iy_1 \quad z_2 = x_2 + iy_2$$

son iguales si y solamente si sus componentes reales e imaginarias son iguales

$$z_1 = z_2 \text{ cuando } x_1 = x_2 \text{ y } y_1 = y_2$$

Un número complejo Z es igual a cero si y solo si sus componentes reales e imaginarias son igual a cero.

$$Z = X + iY = 0 \text{ por que } X = Y = 0$$

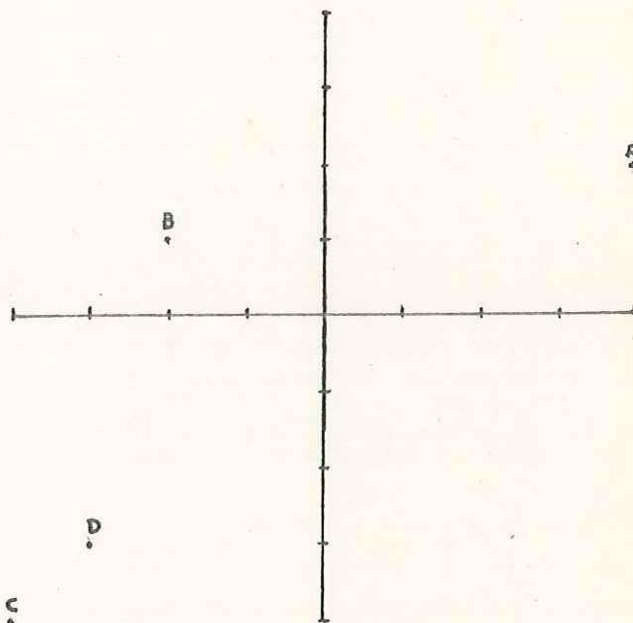
Debido a que los números complejos no se pueden graficar en un sistema de coordenadas normales, Argand creó un cuadrante que se le llama diagrama de Argand o plano complejo en el que al eje de las ordenadas les llamo eje imaginario y al eje de las abscisas le llamo eje real

$$A = 4, 2i$$

$$B = -2, i$$

$$C = -4, -4i$$

$$D = -3, -3i$$



REGLA DE OPERACION DE LOS NUMEROS COMPLEJOS

Si tenemos dos números complejos y los sumamos, el resultado es otro número complejo que es igual a la suma de las componentes reales y a la suma de las componentes imaginarias.

Ejemplo si tenemos dos números

$$Z1 = X1 + iY1$$

$$Z2 = X2 + iY2$$

la suma de esos números es

$$Z1 + Z2 = (X1 + X2) + i(Y1 + Y2)$$

si tenemos dos números complejos:

$$Z1 = -4 + 3i \quad Z2 = 8 - 2i$$

$$Z1 + Z2 = (-4 + 3i) + (8 - 2i) = (-4 + 8) + i[3 + (-2)] = (4 + i)$$

La resta de dos números complejos es igual a la diferencia de las componentes reales y la diferencia de las componentes imaginarias, el resultado es otro número complejo si las componentes imaginarias no se anulan. Si tenemos dos números complejos:

$$Z1 = X1 + iY1 \quad Z2 = X2 + iY2$$

si hacemos el cálculo

$$Z1 - Z2 = (X1 + iY1) - (X2 + iY2) = (X1 - X2) + i(Y1 - Y2)$$

Si tenemos:

$$Z1 = -4 + 3i \quad Z2 = 8 - 2i$$

$$Z1 - Z2 = (-4 + 3i) - (8 - 2i) = (-4-8) + i(3+2) = (-12+5i)$$

MULTIPLICACION DE NUMEROS COMPLEJOS

El producto de $Z1$, $Z2$ se define como el número complejo el cual se obtiene aplicando las reglas ordinarias de la aritmética para los números reales tratando a i como un número y remplazando $i^2 = -1$, si tenemos dos números complejos:

$$Z1 = (X1 + iY1) \quad Z2 = (X2 + iY2)$$

y multiplicamos:

$$Z1Z2 = (X1 + iY1) (X2 + iY2)$$

$$Z1Z2 = X1X2 + i^2 Y1Y2 + X2 iY1 + X1 iY2 = X1X2 + i^2 Y1Y2 + i(X2Y1 +$$

$X_1Y_2 = X_1X_2 - Y_1Y_2 + i(X_1Y_1 + X_1Y_2)$, Si tenemos dos números complejos:

$$Z_1 = (5 - 2i) \quad Z_2 = (-3 + i)$$

$$\begin{aligned} Z_1Z_2 &= (5-2i)(-3+i) = (5)(-3) + (5)(i) + (-2i)(-3) + (-2i)(i) \\ &= -15 + 5i + 6i - 2i^2 = -15 + 11i - 2(-1) = -15 + 2 + 11i = -13 + 11i. \end{aligned}$$

DIVISION DE NUMEROS COMPLEJOS

Si deseamos dividir dos números complejos tenemos que multiplicar tanto numerador como denominador por el conjugado del divisor. El conjugado de un número complejo se obtiene cambiando el signo a la parte imaginaria. Ejemplo:

$$Z = 2 + 3i \text{ su conjugado es } Z = 2 - 3i$$

tenemos dos números $Z_1 = (X_1 + iY_1)$ y $Z_2 = (X_2 + iY_2)$ y los dividimos.

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{(X_1+iY_1)(X_2-iY_2)}{(X_2+iY_2)(X_2-iY_2)} = \frac{X_1X_2 - X_1iY_2 + X_2iY_1 - Y_1Y_2i^2}{X_2X_2 - X_2iY_2 + X_2iY_2 - Y_2Y_2i^2} =$$

$$\frac{(X_1X_2 + Y_1Y_2) + i(X_2Y_1 - X_1Y_2)}{(X_2^2 + Y_2^2) + (-X_2Y_2i + X_2Y_2i)} = \frac{(X_1X_2 + Y_1Y_2) + i(X_2Y_1 - X_1Y_2)}{X_2^2 + Y_2^2}$$

Ejemplos si tenemos dos números. $Z_1 = 2 - i$ $Z_2 = 1 + i$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{2-i}{1+i} \cdot \frac{(1-i)}{(1-i)} = \frac{(2)(1) - 2(i)(1)i + i^2}{1^2 + 1^2} = \frac{2-3i-1}{2} = \frac{1-3i}{2}$$

En las multiplicaciones y divisiones de números complejos encontramos comunmente el valor i^2 por lo que es importante hacer un análisis de este número y su valor. si tenemos una ecuación del tipo.

$$x^2 + 1 = 0$$

para conocer el valor x despejamos.

$$x^2 = -1 \quad y \quad x = \pm \sqrt{-1}$$

si observamos el resultado podemos ver que no existe solución para las raíces de números negativos como -1 por lo que se ha designado el valor de $-1 = i$ de donde

$$i = \sqrt{-1} = i^5 = i^9 = i^{13}$$

$$i^2 = -1 = i^6 = i^{10} = i^{14}$$

$$i^3 = (-1) \sqrt{-1} = -i = i^7 = i^{11} = i^{15}$$

$$i^4 = i^2 i^2 = (-1)(-1) = 1 = i^8 = i^{12}$$

$$i^5 = i^2 i^2 i = -1 (-1) i = i^9 = i^{13} = i^{17}$$

CONJUGADO DE UN NUMERO COMPLEJO

Si tenemos un número complejo $Z = X + Yi$ su conjugado $Z^* = X - Yi$ utilizando el signo Z^* o $\bar{Z}$ para indicar el conjugado de un número complejo. Para obtener el conjugado de un número complejo se cambia el signo a la componente imaginaria, y el resultado es otro número complejo.

El conjugado del conjugado de un número complejo es el mismo número complejo.

$Z = X + Yi$ su conjugado es $Z^* = X - Yi$ y el conjugado de este número es

$$(Z^*)^* = X + Yi = Z$$

La suma de un número con su conjugado es; $Z + Z^* = 2 \operatorname{Re}(z)$
 $Z + Z^* = (X + Yi) + (X - Yi) = (X + X) + i(Y - Y) = (X + X) + i(0) = 2X = 2 \operatorname{Re}(z)$

La diferencia de un número complejo con su conjugado es
 $Z - Z^* = 2 \operatorname{Im}(z)$

$$z - z^* = (x + yi) - (x - yi) = (x - x) + i(y + y) = 0 + i(2y) = 2yi = 2 \operatorname{Im}(z)$$

El conjugado de la suma de dos números complejos diferentes es igual a la suma de los conjugados de esos números.

$$(z_1 + z_2)^* = z_1^* + z_2^*$$

$$[(x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2)]^* = (x_1 - iy_1) + (x_2 - iy_2)$$

$$[(x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)]^* = (x_1 + x_2) + i(-y_1 - y_2)$$

$$(x_1 + x_2) - i(y_1 + y_2) = (x_1 + x_2) - i(y_1 + y_2)$$

El producto de un número complejo por el conjugado de otro es igual al producto del número conjugado por el número complejo no conjugado.

$$z_1 z_2^* = z_2^* z_1$$

El producto del conjugado de dos números complejos es igual al producto de los conjugados de dichos números.

$$(z_1 z_2)^* = z_1^* z_2^*$$

$$[(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2)]^* = (x_1 - iy_1)(x_2 - iy_2)$$

$$[x_1 x_2 + x_1 i y_2 + x_2 i y_1 + i^2 y_1 y_2]^* = (x_1 - iy_1)(x_2 - iy_2)$$

$$(x_1 x_2 - y_1 y_2) - i(x_1 y_2 + x_2 y_1) = (x_1 x_2 - y_1 y_2) - i(x_1 y_2 + x_2 y_1)$$

El producto de un número complejo por su conjugado es un número real y positivo excepto cuando $z = 0$

$$zz^* = (x + iy)(x - iy) = xx - i y x + i y x - y y i^2 = x^2 + y^2 + i(yx - yx) = x^2 + y^2$$

VALORES ABSOLUTOS

Si sabemos que $zz^* = x^2 + y^2$ se dice que es un número real y positivo excepto cuando $z = 0$

$$\text{si tenemos } zz^* = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$$

sacando raíz cuadrada a ambos miembros

$$\sqrt{(X + Yi)(X - Yi)} = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

si $X = 0$ la ecuación se reduce a

$$\sqrt{a} = \sqrt{a} \quad a > 0$$

$$|a| = \sqrt{a^2}$$

$$|X| = \operatorname{Re}(z) \quad y \quad |Z| = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

REGLAS PARA LOS VALORES ABSOLUTOS

$$a) \quad Z > 0 \text{ si } Z \neq 0 \text{ y } |Z| = 0 \text{ si } Z = 0$$

$$b) \quad |Z^*| = Z$$

$$c) \quad |Z_1 Z_2| = |Z_1| |Z_2|$$

$$d) \quad |\operatorname{Re}(z)| \leq |Z|$$

$$e) \quad |Z_1 + Z_2| \leq |Z_1| + |Z_2|$$

Los incisos: a) y b) se demuestran usando la definición que nos dice que el valor absoluto Z es la raíz cuadrada positiva del producto de un número complejo por su conjugado ZZ^* .

c) se demuestra.

$$ZZ^* = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$|Z_1 Z_2|^2 = (Z_1 Z_2)(Z_1 Z_2)^* = (Z_1 Z_2)(Z_1^* Z_2^*) = (Z_1 Z_1^*)(Z_2 Z_2^*) = |Z_1|^2 |Z_2|^2$$

$$d) \text{ si tomamos. } X^2 \leq X^2 + Y^2$$

$$|X| = \sqrt{X^2} \leq \sqrt{X^2 + Y^2} \quad \text{si } X \neq 0 \quad y \quad Y \neq 0$$

$$|X| = \operatorname{Re}(z) \therefore |Z| = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

e) Para probar la desigualdad del triangulo tomamos el producto de dos números complejos y los sumamos con su conjugado.

$$Z_1 Z_2^* + Z_1^* Z_2 = 2 \operatorname{Re}(Z_1 Z_2^*)$$

$$\begin{aligned}
|z_1 + z_2|^2 &= (z_1 + z_2)(z_1 + z_2)^* \\
&= (z_1 + z_2)(z_1^* + z_2^*) \\
&= z_1 + z_1^* + z_1 z_2^* + z_2 z_1^* + z_2 z_2^* \\
|z_1 + z_2|^2 &= |z_1|^2 + 2 \operatorname{Re}(z_1 z_2^*) + |z_2|^2 \quad (1)
\end{aligned}$$

se observa que para cualquier número complejo

$$-|z| \leq \operatorname{Re}(z) \leq |z|$$

$$-|z| \leq \operatorname{Im}(z) \leq |z|$$

Por lo tanto

$$\operatorname{Re}(z_1 z_2^*) \leq |z_1 z_2^*| = |z_1| |z_2^*| \quad (2)$$

sustituyendo la ecuación (1) en la (2) obtenemos

$$\begin{aligned}
|z_1 + z_2|^2 &\leq |z_1|^2 + 2 |z_1| |z_2| + |z_2|^2 \\
|z_1 + z_2|^2 &\leq (|z_1| + |z_2|)^2
\end{aligned}$$

La desigualdad del triángulo se obtiene sacando la raíz cuadrada de la ecuación anterior :

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

REPRESENTACION POLAR DE NUMEROS COMPLEJOS.

La representación anterior de un número complejo no es la única posible. Se puede representar un número complejo por:

$$Z = (x_1, y_1), \text{ donde } x_1 = A \cos \theta, \quad y_1 = i A \sin \theta$$

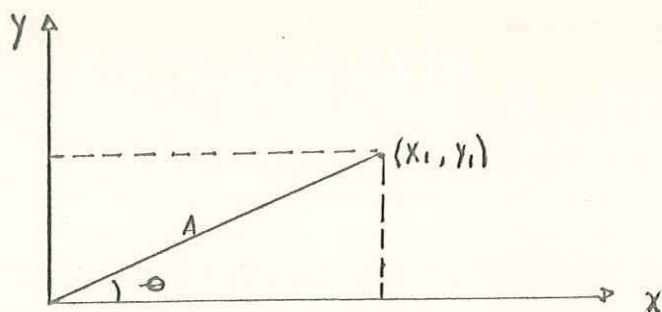
siendo $A = |Z|$, $\theta = \operatorname{Arctg} y/x$, θ = argumento o fase.

$$Z = (A \cos \theta + i A \sin \theta) = A(\cos \theta + i \sin \theta)$$

Ahora bien, $e^{i\theta}$ satisface la relación

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

Entonces $Z = A e^{i\theta}$



Para evaluar A y θ : $x_1^2 = A^2 \cos^2 \theta$, $y_1^2 = A^2 \sin^2 \theta$

por Pitágoras: $x_1^2 + y_1^2 = A^2 \cos^2 \theta + A^2 \sin^2 \theta = A^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$

pero $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$, $x_1^2 + y_1^2 = A^2$, $A = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

$y_1/x_1 = (A \sin \theta / A \cos \theta) = \tan \theta$, $\theta = \arctan(y_1/x_1)$

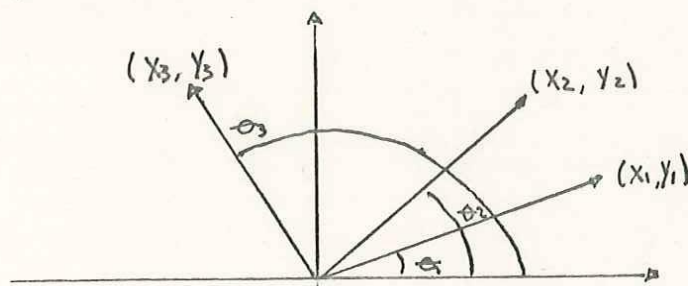
$$z = x + iy = |z| e^{i\theta}$$

PROPIEDADES

Tenemos $z_1 = A_1 e^{i\theta_1}$ y $z_2 = A_2 e^{i\theta_2}$, $A_1 = A_2 = 1$, $|z_1| = |z_2| = 1$.

Multiplicación de números complejos en su forma polar

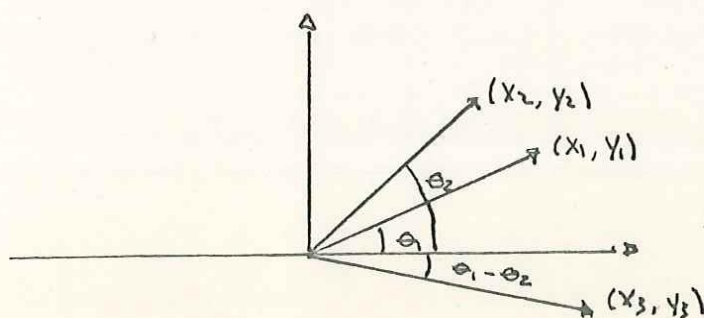
$$z_1 z_2 = e^{i\theta_1} e^{i\theta_2} = z_3 = e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$



Los ángulos o inclinaciones se suman.

División de números complejos en forma polar: $z_1/z_2 = e^{i\theta_1}/e^{i\theta_2} = z_3 = e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$

e.

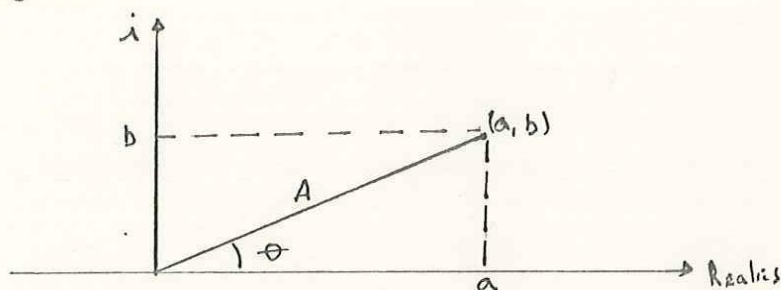


El angulo cambia de signo y la amplitud es el recíproco.

Recíproco $1/Z = 1/A e^{-i\theta}$

DIAGRAMA DE ARGAND

Un número complejo Z puede ser considerado como un vector Z de coordenadas (x, y) en el plano x, y . A este plano se le llama Diagrama de Argand.



Como un vector, Z tiene magnitud, A , e inclinación θ en el eje de las x y la geometría de la situación indica que $A = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$, $\theta = \text{Arctg } y_1/x_1$.

La ecuación $Z = Ae^{i\theta} = A\cos\theta + iA\sin\theta = x + iy = (x_1^z, y_1^z)$ indica esencialmente la conexión entre la representación de Z en coordenadas rectangulares y polares.

TEOREMA DE MOIVRE

$$Z_3 = Z_1 Z_2 = |Z_1||Z_2|e^{i(\theta_1+\theta_2)}, \quad Z_3 = Z_1 / Z_2 = |Z_1||Z_2|e^{i(\theta_1-\theta_2)}$$

Generalizando estas operaciones llegamos al Teorema de D'Moivre, que es el siguiente:

$$[\cos(\theta) + i\sin(\theta)] = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta). \quad Z = A e^{i\theta}, \quad A=1$$

$$Z^n = (e^{i\theta})^n = [\cos(\theta) + i\sin(\theta)]^n = e^{i\theta n} = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta)$$

CONCEPTO DE FASOR

Fasor es un número complejo representado vectorialmente con frecuencia (ω) variable. Frecuencia: $\omega = 1/T = 1/\text{Período}$.

$Z(\omega) = A e^{i\omega t} = A(\cos \omega t + i \sin \omega t)$, $\theta(\omega) = \omega$, si se multiplica Z por i , donde

$$Z = (a + ib)$$

$$iZ = i(a + ib) = ai - b = (-b + ia)$$

$$-iZ = -i(a + ib) = -(b + ia) = (b - ia)$$

Cuando es por iZ gira 90° y cuando es $-iZ$, gira 270° o -90° : entonces tenemos

Z	$-Z$	iZ	Z^*	$1/Z$
AMP	igual	igual	igual	cambia
FASE	180°	90°	cambia	cambia

Función coseno, $\cos(x)$, $x=0,1,2,3,\dots,n$, cuando $x=2\pi n$: entero real
 x : real $\cos(2\pi) = \cos(0)$, $\cos(4\pi) = \cos(0) = \cos(2\pi)$, $\cos(x+2\pi n) = \cos(x)$.

$\cos 0^\circ = 1$, $\sin 0^\circ = 0$, $\cos 90^\circ = 0$, $\sin 90^\circ = 1$, $\cos 180^\circ = -1$, $\sin 180^\circ = 0$, $\cos 270^\circ = 0$, $\sin 270^\circ = -1$.

$\cos(x\omega)$ $\omega=2$, $f(x) = A\cos(x)$, $f(x) = f(x+2\pi)$, $f(x) = \cos(x)$, $A=1$.

$x = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$, $f(x) = 1, .707, 0.0, -.707, -1$

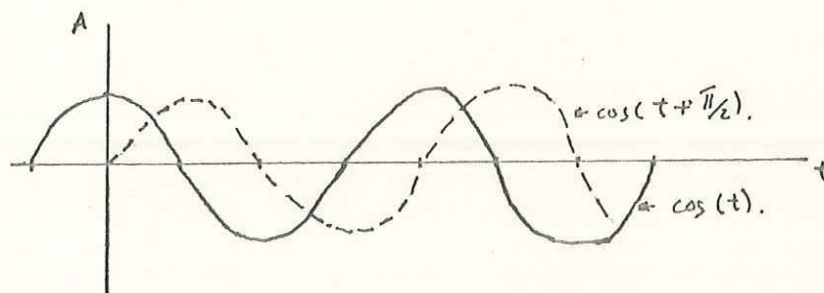
$\cos(x\omega)$ $T=\pi, \omega=2\pi/T$, $\cos(x\omega) = \cos(2\pi/\pi x)$, $\omega=2$, $\cos(x\omega) = \cos 2x$,

Es mejor usar $\cos(\omega x)$ en vez de $\cos(x)$ al igual $\sin(\omega x)$.

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
$\cos(2x)$	1	0	-1	0	1
$\sin(2x)$	0	1	0	-1	0

Variación de una función: $f(x) = A \cos(\omega t)$, $\omega = 2\pi / T$, $T = 2\pi / \omega$.

La función coseno tiene las siguientes características: $\omega = 1$, $\cos(t)$, $\cos(t+k)$, $k = -\pi/2$, $\cos(t - \pi/2)$



$\cos(\omega t + \phi)$, desfase de la función, si es negativa se mueve a la derecha, se adelanta si es positivo se mueve a la izquierda, se atraza.

Representación Universal. $f(t) = A \cos(\omega t - \phi)$, $\omega = 2\pi / T$, ϕ : desfase, $f(x) = \cos(x)$, $T = 2\pi$, $\phi = 0$,

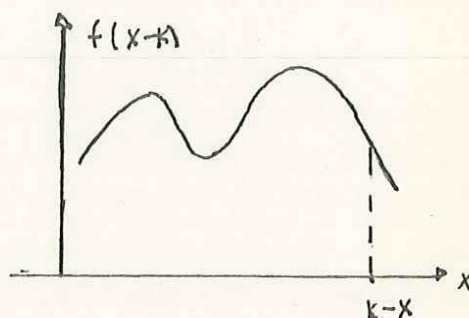
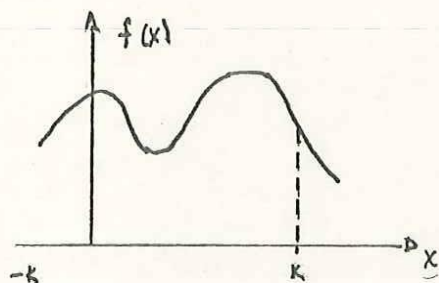
$$A = 1, \theta = \omega t - \phi; Z = \cos(\omega t - \phi) + i \sin(\omega t - \phi)$$

$$e = \frac{e^{i(\omega t - \phi)}}{e^{i\omega t}} = e^{-i\phi}$$

$$e = [\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)] [\cos(\phi) - i \sin(\phi)]$$

Que sucede con un Fazor: $T = 2\pi$, $\phi = 0$, $A = 1$, $\omega = 1$, $Z(\omega) = e^{i\omega} A$.

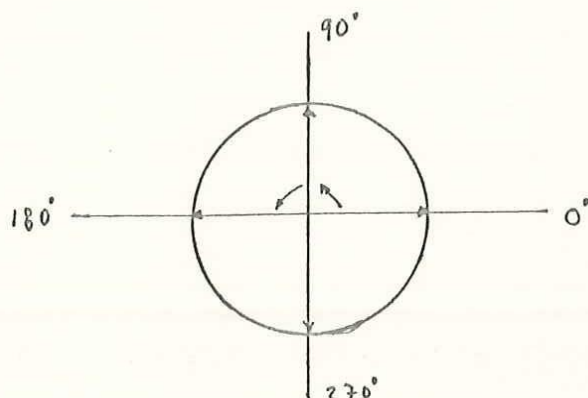
$$Z(\omega) = A(\cos(\omega t - \phi) + i \sin(\omega t - \phi))$$



$$Z(\pi) = \cos(\pi t) + i \sin(\pi t)$$

$z(\pi)$	$1 + i0$	$0 + i1$	$-1 + i0$	$0 - i1$	$1 + i0$
t	0	$1/2$	$1 1/2$	$1 1/2$	2

$$z(\omega) \quad 1+i0 \quad 0+i \quad -1+i0 \quad 0-i \quad 1+0i$$



REPRESENTACION DE DATOS EN FRECUENCIA

Las funciones senoidales se definen matemáticamente como una función que varia con el tiempo y es de la forma:

$$X(t) = A_0 \text{sen} (2\pi f_0 t + \theta) \quad (1)$$

A = amplitud

f = frecuencia en ciclos por unidad de tiempo

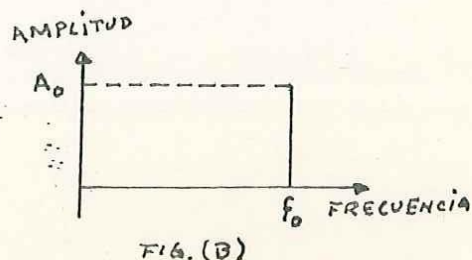
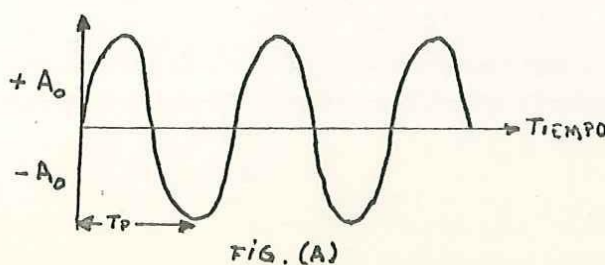
θ = ángulo de fase inicial con respecto al tiempo
en radianes

$X(t)$ = valor instantáneo en un tiempo t

Cuando la serie de tiempo senoidal se analiza en la práctica el ángulo de fase inicial se ignora y nos queda la ecuación:

$$X(t) = A_0 \text{sen} 2\pi f_0 t \quad (2)$$

La ecuación anterior se puede representar como una gráfica de series de tiempo (A) y como una gráfica de amplitud contra frecuencia (B).



Al intervalo requerido para una fluctuación completa se le llama periodo T_p . Al número de ciclos por unidad de tiempo se le llama frecuencia f_0 .

La frecuencia y el periodo están relacionados:

$$T_p = 1/f_0 \quad \text{y} \quad f_0 = 1/T_p$$

Si se introduce el término de frecuencia circular

$$\sigma = 2\pi/T_p = 2\pi f_0$$

Si sustituimos este valor en la ecuación (2) la ecuación se reduce a.

$$X(t) = A_0 \sin \sigma t$$

Si tenemos una función de dos frecuencias del tipo:

$$Y(t) = A_0 \cos(\sigma_1 t) + B_0 \cos(\sigma_2 t)$$

$$Y(t) = B_0 \cos\left[\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)t\right] + \cos[(\sigma_1 + \sigma_2)t]$$

Su representación gráfica en periodos es :

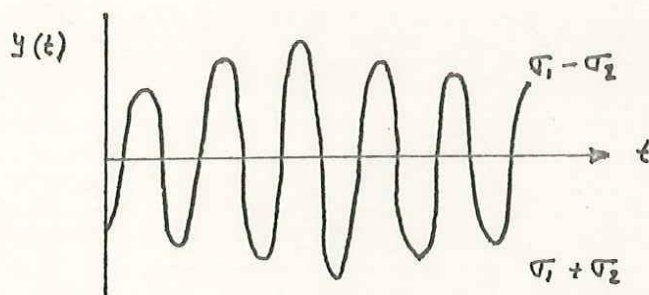


FIG. C REPRESENTACION GRAFICA EN PERIODOS
y su representación espectral es :

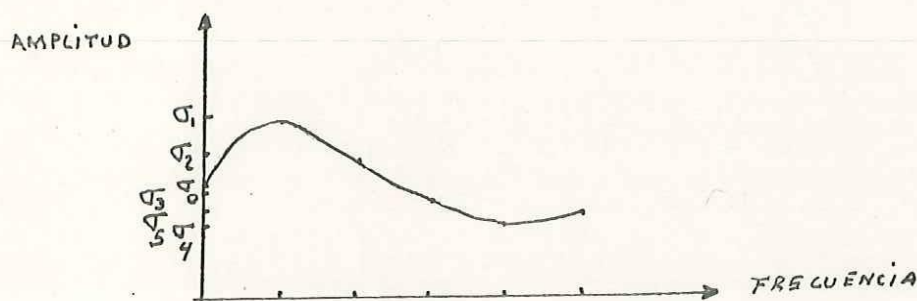


FIG. D REPRESENTACION ESPECTRAL

¿Cual es el intervalo de muestreo que debemos tener para

hacer mediciones de mareas?

Se debe tener cuidado en no hacerlo en intervalos de tiempo muy corto ni demasiado largos para evitar la introducción de errores en el cálculo. Nyquist dice que la mas alta frecuencia que se puede determinar con el análisis de Fourier de una muestra discreta de datos es igual al reciproco del doble del intervalo de tiempo.

$$\sigma_{\max} = 1/2 \Delta t$$

Si tenemos un intervalo de muestreo $\Delta t = 1$ hora si sustituimos en la ecuación anterior:

$$\sigma_{\max} = 1/2 \cdot 1 = 0.5 \text{ c.p.h.}$$

$$\text{sabemos que } \sigma = 1/T \text{ y } \sigma_{\max} = 1/2$$

$$\text{entonces } 1/T = 1/2 \quad T = 2 \text{ horas}$$

En otro ejemplo tenemos que $\Delta t = 3$ seg

$$\sigma_{\max} = 1/2 \cdot 3 = 1/6 \text{ c.p.s.}$$

$$1/T = 1/6 \quad T = 6 \text{ c.p.s.}$$

Criterio De Rayleight Para Conocer El Tiempo Máximo De Muestreo.

Rayleight dice que el valor absoluto de la diferencia de dos frecuencias σ_1, σ_2 multiplicadas por el número de puntos y por el incremento de tiempo.

$$|\sigma_1 - \sigma_2| N \cdot \Delta t \geq 1$$

$$\sigma_1 = 1/24 \quad \sigma_2 = 1/12 \quad t = 1$$

$$|1/24 - 1/12| N \cdot 1 = 1 \Rightarrow 1/24 N = 1 \therefore N = 24 \text{ horas}$$

El tiempo máximo de muestreo es de 24 horas . En la práctica se ha encontrado que se necesitan por lo menos 40 horas para tener suficiente información para el cálculo de mareas.

PREPARACION DE DATOS PARA EL PROCESADO DE ANALISIS ESPECTRAL

Existen varias técnicas para el tratamiento de datos para análisis espectral, solo veremos dos métodos.

1) Eliminación de promedios. _ este metodo consiste en:

a) calcular el promedio de la suma de datos.

b) calcular el promedio a cada uno de los datos.

Ejemplo: tenemos cuatro valores 4, 8, 3, 5 la media de los valores es $X = X/n = 20/4 = 5$ a cada uno de los valores le restamos la media.

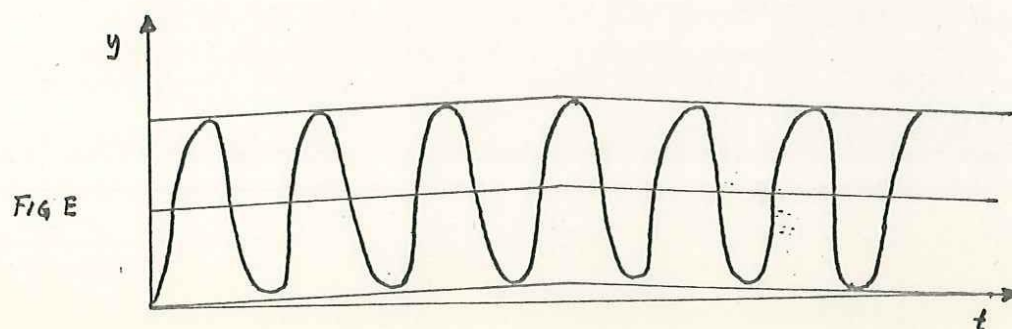
$$4-5 = -1$$

$$8-5 = +3$$

$$3-5 = -2$$

$$5-5 = 0$$

2) Eliminación de tendencia . _ Cuando tenemos una serie de datos a cuya gráfica le ajustamos una línea recta, si observamos alguna pendiente positiva o negativa se dice que la serie de datos tiene una tendencia. ver fig. E



Para eliminar la tendencia se ajusta una recta por mínimos cuadrados en donde.

$$Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$$

la ecuación de la recta ajustada es:

$$\hat{Y}_i = a + bY_i$$

en donde $\hat{Y}$ es el valor de Y calculada de la recta ajustada.

El método de mínimos cuadrados es la diferencia entre la curva final y la recta ajustada.

Si hacemos $Y = R_i$ y a $Y_i = t$ entonces la ecuación de la recta calculada será :

$$R_i = a + bt$$

la ecuación de mínimos cuadrados será :

$$\text{mínimo} = \sum (Y_i - R_i)^2$$

si calculamos por derivadas parciales

$$0 = \frac{\partial}{\partial a} [\sum (Y_i - R_i)^2] \quad 0 = \frac{\partial}{\partial b} [\sum (Y_i - R_i)^2]$$

si sustituimos en ambas ecuaciones el valor de R_i

$$0 = \frac{\partial}{\partial a} [\sum (Y_i - a - bt)^2] \quad 0 = \frac{\partial}{\partial b} [\sum (Y_i - a - bt)^2]$$

$$0 = 2(Y_i - a - bt)(-1) \quad 0 = 2(Y_i - a - bt)(-t)$$

$$0 = -2Y_i + 2a + 2bt \quad 0 = -2tY_i + 2at + 2bt^2$$

$$2Y_i = 2a + 2bt \quad 2tY_i = 2at + 2bt^2$$

$$Y_i = a + bt \quad Y_i = a + bt$$

También se puede resolver por sumatorias

$$0 = \sum (Y_i - a - bti)$$

$$0 = \sum (Y_i - a - bti)$$

$$0 = \sum_{i=1}^N Y_i - \sum_{i=1}^N a + \sum_{i=1}^N bti$$

$$0 = \sum_{i=1}^N Y_i t_i - \sum_{i=1}^N a t_i - \sum_{i=1}^N b t_i^2$$

despejamos

$$\sum_{i=1}^N Y_i = \sum_{i=1}^N a + \sum_{i=1}^N b t_i$$

$$\sum_{i=1}^N Y_i t_i = \sum_{i=1}^N a t_i - \sum_{i=1}^N b t_i^2$$

$$\overline{NY} = Na + \overline{NT}b$$

$$\overline{NYT} = a\overline{NT} + b\overline{NT}^2$$

si despejamos N y T en la segunda ecuación nos queda

$$\bar{Y} = a + \bar{T}b \quad \bar{YT} = a\bar{T} + b\bar{T}^2$$

para resolver se pone en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \bar{Y} \\ \bar{YT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{T} \\ \bar{T} & \bar{T}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

el resultado es

$$a = \bar{y} - b\bar{T}$$

Este valor lo sustituimos en la siguiente ecuación

$$\bar{YT} = \bar{T}a + b\bar{T}^2 = \bar{T}(\bar{Y} - b\bar{T}) + b\bar{T}^2 = \bar{YT} - b\bar{T}^2 + b\bar{T}^2$$

$$\bar{YT} - \bar{T} \cdot \bar{Y} = b(\bar{T}^2 - \bar{T}^2)$$

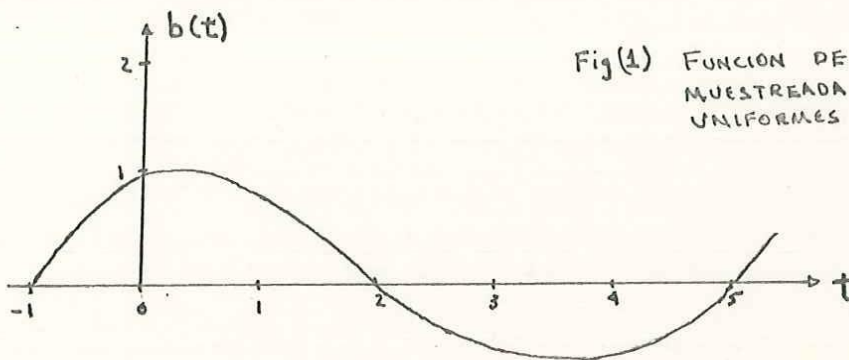
Cuando se ha encontrado el valor de Y de la recta ajustada, se le resta a cada uno de los datos originales.

$$(Y_i - \bar{Y}_i) = Y_i - a - bT_i$$

DATOS MUESTREADOS Y TRANSFORMADA Z.

El primer paso en el análisis de datos es aprender como representar y manipular ondas en una computadora. El tiempo y el espacio se toman ordinariamente como continuos, pero para propósitos de análisis en computadora debemos de discretizarlos.

Considerar la siguiente función de tiempo fig(1):



Fig(1) FUNCIÓN DE TIEMPO CONTINUA
MUESTREADA A INTERVALOS
UNIFORMES DE TIEMPO

Para analizar esta función de tiempo en computadora es necesario aproximarla de alguna manera por una lista de números. Comúnmente $b(t)$ se evalúa o muestrea a intervalos de tiempo iguales. En este caso la aproximación digital a la función continua puede ser expresada por el vector:

$$bt = (...0, 0, 1, 2, 0, -1, -1, 0, 0, ...)$$

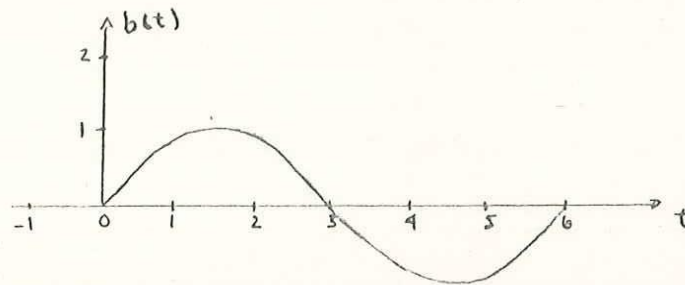
Además de vector, la función puede ser representada como un polinomio donde los coeficientes del polinomio representan los valores de $b(t)$ en los puntos de tiempo sucesivos. En este caso tenemos:

$$B(Z) = 1 + 2Z + 0Z^2 - Z^3 - Z^4$$

Este polinomio es llamado la Transformada Z.

El significado de Z en el polinomio no es que Z vaya a tomar algun valor numérico, sino que Z es un operador de retraso unitario (desfase). Por ejemplo los coeficientes de:

$ZB(Z) = Z + 2Z^2 - Z^4 - Z^5$ son graficados en la fig(2).



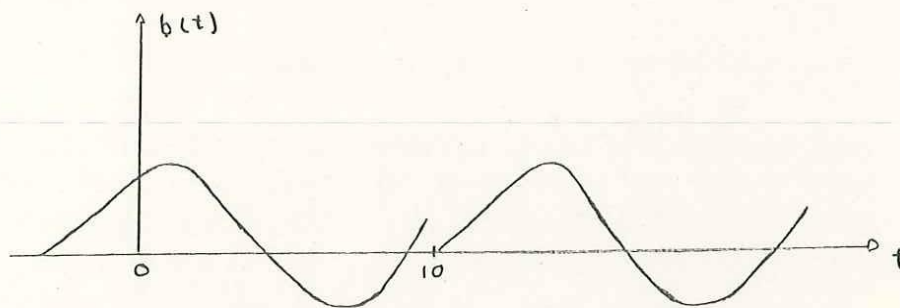
Fig(2) LOS COEFICIENTES DE $ZB(Z)$ SON UNA VERSION TRASLADADA DE LOS COEFICIENTES DE $B(Z)$.

Es la misma onda que la figura 1 solamente que a sido retrasada.

Se vió que la función de tiempo bt es retrasada n unidades de tiempo cuando $B(Z)$ es multiplicada por Z^n .

Otra utilidad del operador de retraso Z es que puede ser usado para construir funciones de tiempo más complicadas a partir de otras más simples.

Por ejemplo, supongase que $b(t)$ representa la función de presión acústica o el sismograma observado después de una explosión distante. Entonces $b(t)$ es llamado la Respuesta al Impulso. Si otra explosión ocurre a $t=10$ unidades de tiempo después de la primera, vamos a esperar la función de presión $Y(t)$ de la figura (3).



Fig(3) RESPUESTA A DOS EXPLOSIONES

En términos de la transformada Z esto se puede expresar como:

$$Y(Z) = B(Z) + Z^{10}B(Z)$$

De acuerdo a lo visto anteriormente tenemos que:

Transformada Z : $B(Z) = \sum_t b_t Z^t$

CONVOLUCION.

La convolución describe la acción de un instrumento de observación cuando toma una media de alguna cantidad física sobre un rango pequeño de alguna variable.

Cuando la forma de la función de medición del instrumento no cambia apreciablemente a medida que el valor central de variable cambia, la cantidad observada es un valor de la convolución de la distribución de la variable deseada en la función de medición, en vez de un valor de la cantidad deseada sola.

Por eso todas las observaciones físicas están limitadas de esta manera por el poder de resolución de los instrumentos.

Aparte de que la convolución es un concepto físico significativo, también ofrece un ventajoso punto de partida para trabajos teóricos.

Y opuestamente, debido a su adaptabilidad para computación es un ventajoso punto terminal para trabajo numérico.

Un ejemplo numérico y otro gráfico de Convolucion son los siguientes:

a) Numérico :

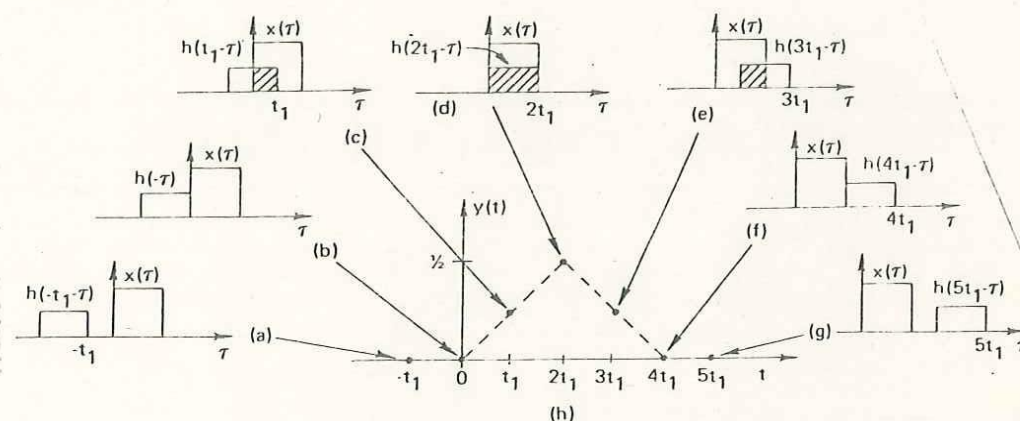
$$A(X) = a_0 X^0 + a_1 X^1 + a_2 X^2 + a_3 X^3$$

$$B(X) = b_{-2} X^{-2} + b_{-1} X^{-1} + b_0 X^0 + b_1 X^1 + b_2 X^2$$

$$\begin{array}{cccc} & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_2 & b_1 & b_0 & b_{-1} & b_{-2} \end{array}$$

$$\Rightarrow a_0 b_{-2} + X(a_0 b_{-1} + a_1 b_{-2}) + X^2(a_0 b_0 + a_1 b_{-1} + a_2 b_{-2}) + X^3(a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_2 b_{-1} + a_3 b_{-2}) + X^4(a_0 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0 + a_3 b_{-1}) + X^5(a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_3 b_0) + X^6(a_2 b_2 + a_3 b_1) + X^7(a_3 b_2).$$

b) Gráfico :



EJEMPLO GRAFICO DE CONVOLUCION

TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA.

Se había definido la Transformada Z de las datos como:

$$B(Z) = \sum_{t=1}^n b_t Z^t$$

Si hacemos la sustitución $Z = e^{i\omega t}$ tenemos una suma de Fourier o Transformada de Fourier Discreta. Esto es:

$$B(Z) = B(e^{i\omega t}) = \sum_{t=1}^n B_t e^{i\omega t} \text{ donde:}$$

$n =$ número de datos o frecuencias.

$$Z = |e^{i\omega}| = 1 = \cos \omega t + i \sin \omega t = \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t}$$

La Transformada de Fourier Discreta solo se aplica a datos estacionarios.

$$B(\omega) = \sum_{t=1}^n B_t e^{i\omega t}$$

Cálculo de las frecuencias que nos da la Transformada de Fourier:

$$\omega t = t - 1 / n(\Delta T).$$

Puesto que el problema de resolver la Transformada de Fourier lleva mucho tiempo para su cálculo, este se resuelve utilizando el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier.

Para calcular la Transformada Rápida de Fourier se necesita que los datos sean múltiplos de dos.

Ejemplo: 8 datos.

Cuando $t=1$ $B(0)$

Cuando $t=2$ $B(1/8)$

Cuando $t=3$ $B(2/8)$

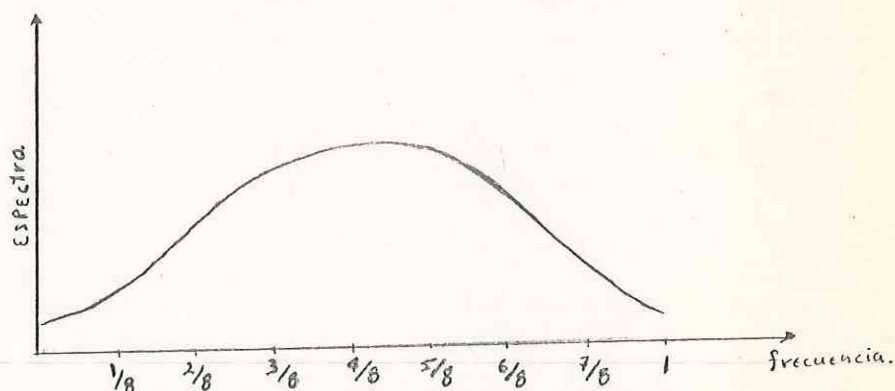
Cuando $t=4$ $B(3/8)$

Cuando $t=5$ $B(4/8)$

Cuando $t=6$ $B(5/8)$

Cuando $t=7$ $B(6/8)$

Cuando $t=8$ $B(7/8)$



El espectro de los datos es el valor absoluto de la Transformada de Fourier.

MAREA OCEANICA Y SU REPRESENTACION.

Las mareas en la Tierra son causadas por la atracción gravitacional entre el Sol y la Tierra y la Luna y la Tierra, por esto es que son llamadas mareas astronómicas.

Por definición un día solar medio es alrededor de 24hrs. y un día lunar es igual 24hrs. y 50.47min.

La Luna completa una revolución a la Tierra en el espacio, relativo al Sol, en aproximadamente 27días, 7hrs., 45min. y 11.5seg.

Puesto que la Tierra también gira alrededor del Sol, le toma a la Luna un mes sinódico o sea 29 días, 12hrs., 44min. y 28.28seg. girar alrededor de la Tierra relativo al Sol. Este es el tiempo requerido por la Luna para pasar por todas sus fases.

Muchos aspectos de las componentes de marea periódicas observadas, pueden ser explicadas con gran precisión en base a las relaciones entre el sistema Tierra-Luna-Sol y al parecer otros hechos astronómicos.

Con la aplicación de la ley de Newton de gravitación, se obtienen las fuerzas de marea que actúan sobre las aguas del océano.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{Donde:}$$

G = constante de gravitación universal.

m_1 = Masa de la Tierra.

m_2 = Masa de la Luna.

El hecho de que la Luna influya en las mareas más de el

doble que el Sol es debido principalmente a su cercanía con la Tierra, y a que su masa es muy pequeña comparada con la del Sol.

Así, aunque la masa del Sol es mucho más grande que la de la Luna, la distancia tan grande a la que se encuentra de la Tierra, hace que su influencia en las mareas sea menor.

POTENCIAL DE LAS FUERZAS PRODUCTORAS DE MAREA.

Historicamente la marea ha sido estudiada por muchos científicos, empezando con Newton (1687), Laplace (1775), Airy (1842), Lord Kelvin (1875), Darwin (1883) y por ultimo Doodson (1921), entre otros.

En la representación dada por Doodson, el potencial de marea fué descompuesto en una suma de términos, cada uno de los cuales envuelve una frecuencia verdadera.

Los intentos previos de representar el potencial de marea no hacían esto, por lo que esta representación es la más real desarrollada hasta ahora.

El resultado no es simple debido a las complejas trayectorias de la luna y el sol alrededor de la tierra y a las variantes distancias de la luna y el sol de la tierra.

Una manera de imaginar el potencial de marea es considerar que la luna y el sol han sido reemplazados por cuerpos celestes ficticios, muchos de los cuales giran alrededor del Ecuador a varias velocidades angulares, que se refuerzan y cancelan unas con otras de manera que reproducen, por interferencia compleja, los efectos de la luna y el sol actuales.

Para propósitos prácticos el problema se reduce a predecir

la marea en algun puerto en particular o a series de puntos en la costa.

No importa que tan complejas sean las condiciones de frontera, ni que tan fuerte o débil sean los efectos de fricción, la solución para las amplitudes de marea y corrientes de marea deben contener los mismos términos periódicos.

Los océanos, bahías, esteros, etc, debido a su profundidad y configuración responden más fuertemente a ciertos periodos que otros. No todas las frecuencias de marea posibles tienen que ser consideradas en alguna localidad dada.

REPRESENTACION ARMONICA DE LA MAREA.

$H(t)$ = nivel del mar al tiempo t .

$H(t) = A_j \cos (w_j t_i - O_j)$.

$H(t) = A_1 \cos w_1 t_1 + B_1 \sin w_1 t_1$.

+ $A_2 \cos w_2 t_2 + B_2 \sin w_2 t_2$.

+ $A_3 \cos w_3 t_3 + B_3 \sin w_3 t_3$

+ $A_n \cos w_n t_n + B_n \sin w_n t_n$.

$H(t) = A_1 \cos (w_1 t_1 - O_1) + A_2 \cos (w_2 t_2 - O_2) + \dots$

El procedimiento para predecir las mareas una vez que las amplitudes y las fases para un lugar han sido determinadas de datos previos, es muy largo y tedioso, por lo que se han desarrollado técnicas en computadora que facilitan y ahorran muchísimo tiempo en los cálculos.

Una tabla con las principales componentes (frecuencias) de

la marea con sus nombres, simbolos y periodos asociados es la que sigue:

SIMBOLO.	NOMBRE.	PERIODO.(HRS.)
----------	---------	----------------

Componentes Semidiurnas.

M2.	Lunar principal.	12.42
S2.	Solar principal.	12.00
N2.	Elíptica lunar larga.	12.66
K2.	Lunisolar semidiurna.	11.97

Componentes Diurnas.

K1.	Lunisolar diurna.	23.93
O1.	Lunar principal diurna.	25.82
P1.	Solar principal diurna.	24.07
P1.	Elíptica lunar larga.	26.87

MAPAS COTIDALES

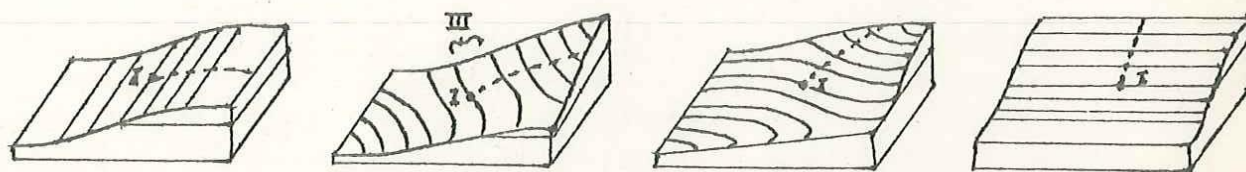
Los mapas cotidales son planos representados con isolíneas que muestran la face de la marea en grados y la amplitud se representa con isolíneas en unidades métricas como cms, en sistema inglés se usan pies. los parámetros utilizados son: amplitud, periodo, longitud de onda en el caso de ondas largas es

importante la hora en que el máximo va apareciendo.

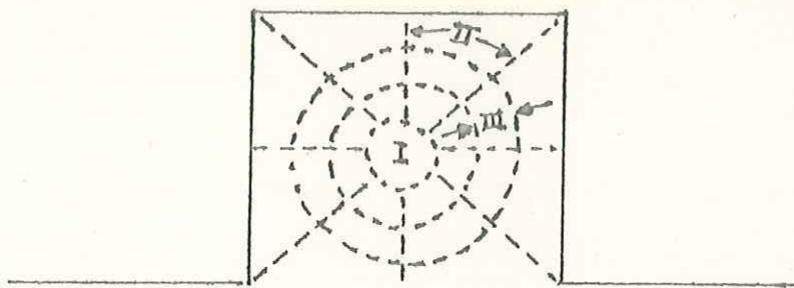
Los mapas cotidales son una extrapolación hacia afuera y a lo largo de la costa de los valores calculados de las componentes armónicas en las estaciones mareográficas. Estos mapas presentan nodos que cuando son suficientemente grandes se les llama puntos de amfidromia. La posición de los nodos depende de la frecuencia de la componente y de la profundidad y longitud promedio de la cuenca. Los datos muestreados nos indican la presencia de un nodo cuando la fase de la componente presenta cambios bruscos y rápidos de un lugar a otro al mismo tiempo que su amplitud pasa por un mínimo.

En una cuenca con una sola boca en el hemisferio Norte la marea entra con la mayor altura hacia el Este y la mas baja marea al Oeste, para salir la marea presenta las mayores altura al Oeste y las menores alturas se presenta al Este.

En la parte posterior se presentan cuatro gráficas en donde se presenta un cuarto de giro en una cuenca, también se observa que los niveles cambian en sentido contrario a las manecillas del reloj y el punto nodal se encuentra al mismo nivel en las cuatro gráficas.



I punto de amfidromia II fase III amplitud



Mapa Cotidal En Una Cuenca

CALCULO DE MAPAS COTIDALES EN AGUAS SOMERAS

El cálculo de mapas cotidales se hace usando las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mu}{\partial t} &= -fv = g \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu &= -g \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y} = 0 \\ H \left(\frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - 1 \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} &= 0\end{aligned}$$

En donde:

f = fuerza de coriolis

v = corriente Norte-Sur

u = corriente transversal

$\mathcal{G}$ = nivel medio del mar

g = fuerza de gravedad

Si hacemos $V = 0$ y simplificamos

$$\mathcal{G} = 2 A \cos (Kx - img) e^{i\sigma t}$$

$$\mu = 2 A \sqrt{g/H} \left[\sin (Kx - mg) \right] e^{(i\sigma t - \frac{\pi}{2})}$$

$$K = \frac{\sigma}{\sqrt{gH}} = 2\pi/L = \text{número de onda}$$

$$M = f\sqrt{gH} \quad , \quad \text{fase} = \pi/2 \quad , \quad 0.5 e^{i\frac{\pi}{2}t} = \mathcal{G}$$

cuando $t = 0$

REFERENCIAS.

Bracewell, R. 1978 . The fourier transform and its applications. Ed. Mc Graw-Hill. 449 pp.

Bendat and Pierson. 1978 . Random Data Analysis . New-York Wiley-Interscience.

Brigham, O. 1974 . The fast fourier transform. Prentice Hall Inc. 252 pp.

Clarbout, J.F. 1976. Fundamentals of geophysical data processing with applications to petroleum prospecting. Mc Graw Hill . 274 pp.

Defant, A. 1960 . Physical Oceanography . Pergamon Press.

Godin, G. 1972 . The Analysis of Tides . Univ. of Toronto Press.

Mc Cracken, D.D. 1972 . Programacion Fortran IV Ed. Limusa México.

Newman and Pierson. 1965 . Principles of physical oceanography.
Prentice-Hall. 545 pp.

ESTADISTICA ELEMENTAL.

ALGUNAS DEFINICIONES.

Medición.- Asignar un número a un fenómeno.

Escala.- Manera de asignar una medición.

Tipos de escalas:

a) Nominal. Asigna una observación a categorías excluyentes como: número del seguro social, código postal, color de ojos. Unicamente asigna números a categorías que podemos contar.

b) Ordinal. asigna observaciones a categorías con jerarquía pero el paso entre categorías no es constante. Ejemplo dureza de minerales, la dureza de la calcita no es tres veces la del talco, ni la del diamante es diez veces la del talco.

c) Intervalos. Asigna observaciones a categorías o jerarquías, pero el paso entre categorías es constante. No tiene cero absoluto: la temperatura es constante entre uno y otro y el punto de solidificación es el cero, y el punto de ebullición es el cien.

d) Razones o cocientes. Asigna observaciones a categorías con jerarquía, y el paso entre categorías es constante y ésta tiene un cero absoluto considerandose así escalas absolutas. Ejemplo: temperatura absoluta.

Tipos de mediciones.

1) Constantes: Aquellas que no cambian, ejemplo: gravedad.

2) Variables: Aquellas que si cambian con el tiempo o con el espacio.

Tipos de escalas Variables.

a) Cualitativas: Son observaciones que pertenecen únicamente a un grupo o categoría (nominal y ordinal) ejemplo: sexo, teléfono.

b) Cuantitativas: Son aquellas observaciones medidas con algún patrón numérico o escala. (intervalos o razones).

b.1) Discretas: Observaciones que toman un número finito de valores ejemplo: hojas de un libro, etc.

b.2) Continuas: Toman un número infinito de valores dentro de un rango.

Exactitud: medida de la cercanía de una medición al valor real.

Precisión: Medida de que tan repetitiva es una medición.

Existen 4 combinaciones entre los dos términos:

a) Mucha precisión y mucha exactitud.

Aquellos datos estrechamente cercanos al valor real

b) Mucha precisión y poca exactitud.

Datos cercanos entre sí pero distantes del valor real.

c) Poca precisión con exactitud.

Valores cercanos al valor real pero distantes entre sí.

d) Poca precisión y poca exactitud.

Distantes y alejados del valor real.

NOTACION ESTADISTICA.

1) Subíndice: es el número que indica la posición de una observación ejemplo: en el conjunto de observaciones 1,2, 3,4,5.

$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, \dots, x_5 = 5.$

2) Operador Sumatoria $\sum$ indica una suma.

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$$

ALGEBRA DE SUMATORIAS.

TEOREMAS.

a) La sumatoria de la adición de una variable más una constante es igual a la sumatoria de la variable más n veces la constante.

$$\sum (x+k) = \sum x + nk$$

b) La sumatoria de la resta de una variable menos una constante es igual a la sumatoria de la variable menos n veces la constante.

$$\sum (x-k) = \sum x - nk$$

c) La sumatoria de la adición de dos variables es igual a la suma de las sumatorias originales.

$$\sum (x+y) = \sum x + \sum y$$

d) La sumatoria de la resta de dos variables es igual a la resta de las sumatorias originales.

$$\sum (x-y) = \sum x - \sum y$$

e) La sumatoria del producto de una constante por una variable es igual a la constante por la suma de la variable.

$$\sum (kx) = k \sum x$$

f) La sumatoria de un cociente de una variable entre una constante es igual a la sumatoria de la variable entre la constante.

$$\sum (x/k) = 1/k \sum x$$

g) La sumatoria de una variable elevada al cuadrado es

diferente de elevar al cuadrado la sumatoria de la variable.

$$\sum x^2 \neq (\sum x)^2$$

h) La sumatoria del producto de dos variables es diferente del producto de las sumas de las variables.

$$\sum (x \cdot y) \neq \sum x \cdot \sum y$$

USO DE LA TABLA DE DISTRIBUCION NORMAL.

Existen dos números muy importantes en estadística : el Promedio y la Varianza.

$$\text{Promedio} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\text{Varianza} = s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Asímismo existen muchos tipos de distribuciones de datos y existe un tipo de distribución que aparece muy frecuentemente y es la distribución NORMAL la cual esta definida por:

$$f(x) = e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} / \sqrt{2\pi} \sigma$$

donde $e = 2.712$

$$\pi = 3.1416$$

σ = Desviación estandar

μ = Media de la población

x = variable

CARACTERISTICAS DE LA CURVA NORMAL.

- 1) Es simétrica alrededor del promedio
- 2) La dispersión de la curva depende de σ .
- 3) Los puntos de inflexión de la curva están en $\mu \pm 1\sigma$.
- 4) Existe una relación entre la superficie bajo la curva y la desviación estandar.

$\mu \pm \sigma = 68\%$ de la superficie de la curva.

$\mu \pm 2\sigma = 95\%$ de la superficie de la curva.

$\mu \pm 3\sigma = 99.9\%$ de la superficie de la curva.

Para comparar algún valor de una distribución se estandariza de tal manera que se pueda comparar con una distribución de $\mu=0$ y

$$\sigma=1$$

$$z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

Ejemplo:

$$\mu = 70$$

$$\sigma = 15$$

$$x_i = 50$$

$$z = (50-70)/15 = -1.33$$

$$\mu = 60$$

$$\sigma = 20$$

$$x_i = 50$$

$$z = (50-60)/20 = -0.5$$

El valor de $z = -1.33$ se localiza en una tabla de distribución Normal y corresponde a 90.82% y el valor de $z = -0.5$ corresponde a 69.15%

Ejemplo: La precipitación media de una ciudad costera durante el mes de marzo fue de 3mm. Si suponemos que la precipitación sigue una distribución Normal con una desviación estandar de 1.0mm. Encontrar lo siguiente:

a) La probabilidad de que llueva menos de 0.7mm.

b) La probabilidad de que llueva más de 6.0 mm.

a) $\mu=3\text{mm}$, $\sigma = 1 \text{ mm}$, $x_i = 0.7 \text{ mm}$

$$z = (0.7-3)/1 = -2.3$$

Consultando este valor en una tabla de distribución Normal encontramos que es igual a 98.93 % y restando esta cantidad de 100% nos da 1.07% que es la probabilidad de que llueva menos de 0.7 mm.

$$b) \mu = 3 \text{ mm.}, \quad \sigma = 1.0 \text{ mm.}, \quad X_i = 6$$

$$Z = (6 - 3) / 1 = 3.0$$

Consultando este valor en una tabla de distribución normal encontramos que corresponde a 99.87 % y restando esa cantidad de 100 % nos da 0.13 % que es la probabilidad de que llueva más de 6.0 mm.

TEOREMA DE LIMITE CENTRAL.

DEFINICION DE ALGUNOS TERMINOS ESTADISTICOS.

Población: Total de observaciones que caracterizan un fenómeno.

Muestra: Subconjunto de la población.

Estadística: Variable que depende de la muestra observada.

Parámetros: Valores que caracterizan a una población.

TEOREMA DEL LIMITE CENTRAL.

Para muestras de tamaño grande, $n > 30$, el promedio de una muestra tomada de una población en parámetros μ y σ , posee una distribución de promedios aproximadamente normal, independientemente de la distribución original.

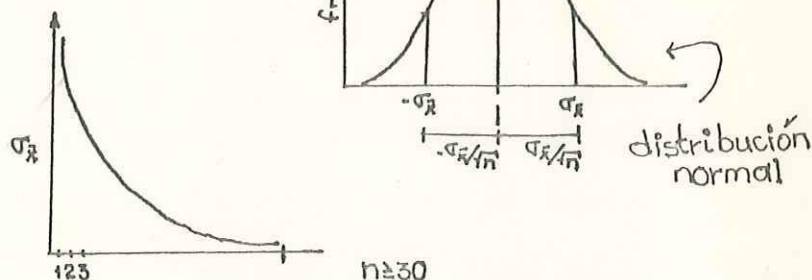
El promedio de los promedios es igual al parámetro poblacional.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n}$$

$$\text{donde } \bar{x}_i = \frac{\sum x}{N}$$

Distribución de frecuencias.

El error estándar.



DISTRIBUCION NORMAL.

Es la distribución teórica de todos los valores que tomaría una estadística si se pudieran obtener todas las muestras posibles de tamaño fijo de una población.

DISTRIBUCION DE FRECUENCIA DE MEDIAS DE MUESTRA.

Cualquiera que sea la forma de la distribución de frecuencia de la población original de X , la distribución de frecuencia de $\bar{X}$ en muestras aleatorias repetidas de tamaño n , tiende a hacerse normal conforme crece n . Si deseamos expresar una variable X en medida estándar de modo que su media sea cero y su desviación estándar sea uno, cambiamos la variable de X a $(\bar{X} - \mu) / \sigma$.

Para $\bar{X}$ la expresión correspondiente en medida estándar es:

$$\bar{X}_{me} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Conforme crece n , la probabilidad de que $\bar{X}_{me}$ se encuentre entre cualquiera de los límites L_1 y L_2 se hace más y más igual a la probabilidad de que la desviación normal estándar Z se encuentre entre L_1 y L_2 .

Expresando $\bar{X}$ en medida estándar se puede utilizar la

distribución normal acumulativa para aproximarse a la probabilidad de que X este entre cualquiera de los límites. Este resultado conocido como Teorema de límite central explica porque la distribución normal y los resultados de ella derivados son utilizados tan comunmente con medias de muestras aún cuando la población original no sea normal. Aparte de la condición de muestreo al azar el teorema requiere que sea finita y que la muestra sea muestra aleatoria de la población.

INFERENCIA ESTADISTICA.

Inferencia es el proceso de generalizar de una muestra a una población, o sea a partir de ciertos datos de una población, encontrar la función de probabilidad que los rige. Los datos que se conocen de la población proceden de ciertas muestras de la misma, es decir, de ciertos subconjuntos elegidos en ella, y de las propiedades de las muestras que hay que inferir a toda la población.

Existen dos formas de hacer una inferencia:

- 1.- Intervalo de confianza.
- 2.- Prueba o ensayo de hipótesis.

El intervalo de confianza es una relación numérica que permite calcular una zona dentro de la cual se puede estar seguro con cierta probabilidad de que se va a encontrar el parámetro.

Es un método para estimar un parámetro poblacional y establecer una medida de certeza.

El nivel de confianza $(1-\alpha)$ es la probabilidad expresada en porcentaje de que un intervalo de confianza va a contener el parámetro si se usa repetidamente un gran número de veces.

NIVEL DE CONFIANZA $\alpha/2$.

90% 1.645.

95% 1.96.

99% 2.58.

La fórmula del intervalo de confianza es la siguiente:

$$\mu = \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}}$$

donde $\bar{X}$ = promedio de la muestra

μ = promedio de la población

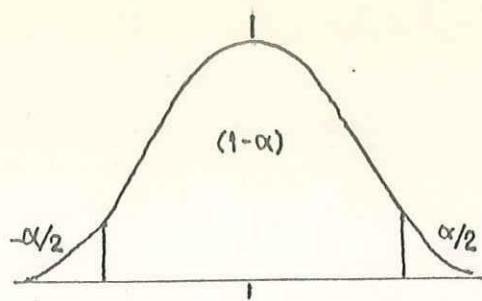
Z = valor estandarizado

$\alpha/2$ = nivel de significancia

σ = error estandar

El nivel de significancia es la probabilidad de tomar una decisión equivocada (α), es un concepto complementario al de intervalo de confianza.

El intervalo de confianza es la superficie que esta dentro de la curva y el nivel de significancia es el área que está afuera.



Curva normal que muestra el nivel de significancia (α) y el intervalo de confianza ($1-\alpha$).

La teoría clásica de decisiones es establecer la hipótesis de trabajo.

H_0 = Hipótesis nula (esta hipótesis siempre lleva el signo igual).

H_a = Hipótesis alterna.

Se necesita asignar un nivel de confiabilidad a priori.

Estadístico de prueba es el criterio numérico que se va a utilizar al tomar los datos.

Región de rechazo es donde se encuentran los valores numéricos de los estadísticos de prueba para los cuales se rechaza la hipótesis nula.

Valor crítico.- Es el valor numérico de los estadísticos de prueba que determinan la zona de rechazo.

DISTRIBUCION "T"

Esta distribución es una descripción de una familia de distribuciones que varían en función de sus grados de libertad (γ). Ellos se refieren al número de elementos independientes necesarios para definir el estado de un conjunto o un sistema y generalmente como lo es en el caso de esta distribución en el cual solo se tiene una restricción los grados de libertad son:

$$\gamma = N - 1$$

Donde N: No. de elementos de muestreo.

En ciertos casos, dada la imposibilidad de tomar un gran número de muestras de una población normalmente distribuida y por lo tanto al desconocer su desviación estándar (σ), esta distribución permite hipotetizar con muestreos pequeños de esa población. Se consideran muestreos pequeños cuando $N < 30$ ya que σ fluctúa mucho. En el límite esta distribución es igual a la normal.

CARACTERISTICAS DE LA DISTRIBUCION "T":

Aunque un poco mas fluctuante, esta distribución al igual que la curva normal es simétrica alrededor de una media igual a 0 y difiere de esta ultima distribución en que su varianza depende del número de muestreos.

Para el uso de esta distribución se hacen las siguientes suposiciones:

A) La muestra es aletoria

B) La distribución original es normal

TEOREMA.

Si $\bar{X}$ y S son la media y la varianza de un muestreo aleatorio de tamaño N , tomado de una población distribuida normalmente, teniendo una media μ y desconociendo la varianza, el ensayo de hipótesis o el valor de una distribución aleatoria "t" con $N-1$ grados de libertad es:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{N}}$$

Donde $S \rightarrow \sigma$ para muestreos pequeños. Esta aproximación crecerá a medida que N aumente de tal manera que cuando $N \rightarrow \infty$, $S = \sigma$.

Al igual que en la Distribución Normal se establecen dos hipótesis de trabajo. Una Hipótesis Nula (H_0) que se confronta con una Hipótesis Alterna (H_a). Ambas son una esquematización conceptual de lo que se quiere inferir y se comprueban o rechazan mediante el cálculo de un criterio, función de los resultados de las observaciones. Aceptar una de las dos hipótesis y rechazar la otra no quiere decir que la aceptada sea exacta, sino que se estima en base a la información de que se dispone no tener razones para preferir la otra.

El intervalo de confianza o el método para estimar parámetros poblacionales y establecer las medidas de certeza en este caso para medias poblacionales es:

$$\bar{x} \pm t(\gamma, \alpha/2) \sigma / \sqrt{N}$$

PROBLEMA

Se desea colocar un sistema de control en ciertas chimeneas. El Standard atmosférico permitido es de 20 gr/lt de CO en el

aire. Se efectúan pruebas con 10 emisiones diferentes obteniéndose un promedio de 17.1 gr/lt de CO.

Queremos saber si este promedio es significativamente diferente.

Establecemos nuestras hipótesis de trabajo:

$$H_0: \mu = 20$$

$$H_a: \mu < 20$$

Nuestros datos son:

$$\bar{X} = 17.1 \text{ gr/lt}$$

$$N = 10$$

$$S = (20 - 17.1) \text{ gr/lt} = 2.9 \text{ gr/lt}$$

$$\text{Nuestra estadística de prueba es: } t = \frac{17.1 - 20}{2.9 / 10} = -3.06$$

Escogemos un Nivel de Significancia de 0.01, por lo tanto tendremos en el resultado un 99% de Confianza.

Buscando en tablas descubrimos que nuestra "t" crítica - es 2.82, por lo tanto nuestra estadística de prueba para nuestra H_0 se encuentra dentro de la Zona de Rechazo lo que nos obliga a aceptar H_a y eliminar H_0 . El control de chimeneas puede ser aceptado.

DISTRIBUCION JI CUADRADA (χ^2)

χ^2 representa una familia de curvas no normales que son función de Y y que tienden a la forma de distribución normal cuando $N > 30$. No es una curva normal porque S no puede ser negativa, por lo tanto su curva no es simétrica alrededor de 0.

Teorema:

Si S es la varianza inferida de un muestreo aleatorio de medida N , tomada de una población con distribución normal con una varianza

la distribución χ^2 es:

$$\chi^2 = \frac{s^2 Y}{\sigma^2}$$

$$Y = N - 1$$

La varianza es función de σ^2 y su ecuación es:

$$f(\chi^2) = K (\chi^2)^{\frac{1}{2}Y-1} \text{EXP}(-\frac{1}{2} \chi^2)$$

Para muestras de tamaño N , extraídas de una población con distribución normal y con Desviación Standard σ , esta distribución es especial para pruebas de bondad de ajuste para la varianza (σ^2), o sea para encontrar sus intervalos de confianza. Estos intervalos son:

$$\frac{Ys^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, Y}} < \sigma^2 < \frac{Ys^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, Y}}$$

Criterios para Ensayos de Hipótesis: Se trabaja estableciendo las Hipótesis Nula y Alterna.

$$H_0 \quad \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_a \quad \text{Rechazar si:} \\ \sigma^2 < \sigma_0^2 \quad \vee \quad s^2/\sigma_0^2 > \chi^2_{\alpha, Y}$$

Indica una X con una zona de rechazo cargada hacia la izquierda.

$$\sigma^2 > \sigma_0^2 \quad \vee \quad s^2/\sigma_0^2 < \chi^2_{(1-\alpha), Y}$$

Zona de rechazo cargada hacia la derecha

$$\sigma^2 \neq \sigma_0^2 \quad \vee \quad s^2/\sigma_0^2 \leq \chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2}), Y}$$

Zona de confianza limitada por dos zonas de rechazo.

ANALISIS DE VARIANZA

La varianza (σ^2) es el límite de los promedios de los cuadrados de las desviaciones de los valores observados respecto a su Media aritmética.

El método de Análisis de Varianza es una técnica usada para rastrear los diferentes inicios que conducen a la variación entre la Media observada y la verdadera en un ejemplo. La diferenciación observada ayuda a eliminar los efectos de las variables interferentes y de este modo incrementa la sensibilidad del experimento.

Todas la pruebas comunes de Análisis de Varianza hacen estas suposiciones:

- 1.- Los ejemplos poseen distribución normal independiente
- 2.- Todos tienen la misma varianza
- 3.- Cada ejemplo ha sido tratado independientemente y esos tratos se propagarán aditivamente sobre los demás ejemplos.

La clasificación de observaciones sobre la base de un simple criterio es conocida como "Clasificación de un sentido" y si es de dos criterios es una "Clasificación de dos sentidos" y así sucesivamente.

Como una herramienta para probar la igualdad de varias medias simultáneamente y para hacer inferencias concernientes a la varianza de dos poblaciones se utiliza la Distribución "F".

DISTRIBUCION F: Este tipo de distribución se genera al hacer el cociente de dos χ^2 o divididas entre sus Y , por lo tanto el resultado es el radio de estas variables. Este radio define la

variable aleatoria "F".

TEOREMA

Si S_1^2 y S_2^2 son la Varianza de ejemplos aleatorios independientes de medidas n y n tomadas de poblaciones distribuidas normalmente con varianzas verdaderas σ_1^2 y σ_2^2 , entonces:

$$F = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} = \frac{S_1^2 \sigma_2^2}{S_2^2 \sigma_1^2}$$

Que es una ecuación análoga de:

$$F = \frac{\frac{n_1}{\sum 1} S_1^2}{\frac{n_2}{\sum 1} S_2^2} = \frac{n_1 S_1^2}{n_2 S_2^2}$$

Es el Ensayo de Hipótesis para el Análisis de Varianza. Una F pequeña no indica diferencias dignas de ser tomadas en cuenta y una F grande indica diferencias grandes.

CORRELACION LINEAL

Es la medida de la asociación de dos variables independientes que nos indica el grado de similitud que existe entre ellas. Nos define la interdependencia aparente entre las observaciones cuantitativas y cualitativas de las series de datos.

CARACTERISTICAS

- 1.- Es una medida de asociación lineal.
- 2.- Varía en un rango adimensional de (-1, +1) donde:
 - 1 : Relación lineal inversa.
 - r= 0 : Ninguna relación lineal.
 - +1 : Relación lineal directa.

Donde: r: Coeficiente de Correlación Lineal.

- 3.- No implica causalidad. Mientras mas alto es el valor de la correlación menos dispersión existe en la asociación.

El Coeficiente de Correlación Lineal de Pearson es la medida más usada para checar la correlación en forma de un producto cruzado, e involucra muchos movimientos en el cálculo tales como:

- 1.- Normalización de las dos Variables.
- 2.- Obtención de Promedios.
- 3.- Producto Cruzado.

Algunas de las ecuaciones que determinan la correlación son:

$$r = \frac{\sum x \sum y}{N}$$

$$Z_x = \frac{X - \bar{X}}{S_x}$$

$$Z_y = \frac{Y - \bar{Y}}{S_y}$$

$$r = \frac{COV(x, y)}{S_x S_y}$$

Donde: S_x : Desviación Standard de X

S_y : Desviación Standard de Y

$COV(X, Y)$: Medida de de variabilidad conjunta de estas medidas alrededor de sus medias

Existen varias ecuaciones análogas que sirven para calcular la correlación. En ciertas circunstancias el Coeficiente de Correlación tiende a ser indeterminado y se necesita buscar mediante una transformación de las variables (dependiente o independiente, o ambas) la mejor relación de ellas. Las transformaciones más comunes usadas son: Logaritmos, Recíprocos Raíces, Etc.

ANALISIS DE REGRESION

Frecuentemente observamos en la práctica la relación entre dos (o más) variables y queremos expresar esta relación mediante una ecuación matemática. En la naturaleza muchas veces estas relaciones no son determinísticas sino que se rigen por probabilidad.

Para determinar una ecuación que relacione las variables consideradas, teniendo los datos que correspondan a éstas, es apropiado como un primer paso obtener un gráfico de su distribución. Con el diagrama de dispersión es posible representar una curva que se adecúe a esa distribución.

El tipo de curva más sencilla es una línea recta, cuya ecuación puede escribirse: $Y = B_0 + B_1X$.

La recta de aproximación por mínimos cuadrados del conjunto de puntos $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ tiene la ecuación:

$$Y = B_0 + B_1X$$

donde las constantes B_0 y B_1 se determinan mediante el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\sum Y &= B_0N + B_1 \sum X \\ \sum XY &= B_0 \sum X + B_1 \sum X^2\end{aligned}$$

que son llamadas ecuaciones normales.

El grado de relación entre las variables se estudia para determinar en que medida una ecuación lineal, o de otro tipo, explica esa relación entre ellas.

AJUSTE DEL MODELO POR MINIMOS CUADRADOS.

Consideramos:

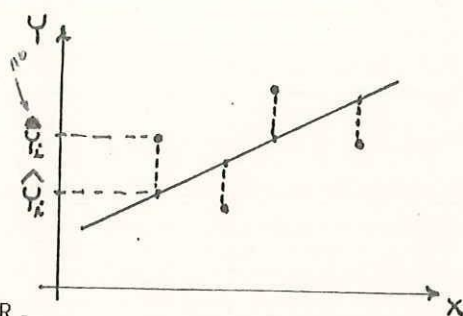
$$SSE = \sum (Y - \hat{Y})^2 = \text{mínimo.}$$

Estas siglas son convencionales e indican suma de cuadrados por error, donde:

Y = valor observado

$\hat{Y}$ = valor predicho

Las distancias de Y a $\hat{Y}$ son los errores.



ERROR ESTÁNDAR.

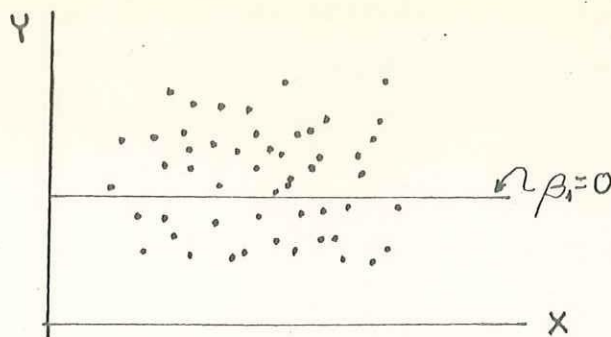
El error estándar viene dado por:

$$S_{y,x} = \sqrt{\sum (Y - \hat{Y})^2 / N}$$

y tiene propiedades análogas a la desviación estándar. Por ejemplo si se construyen rectas paralelas a la recta de regresión de Y sobre X a las distancias verticales respectivas: $S_{y,x}$, $2S_{y,x}$, $3S_{y,x}$ se encontrará, si N es bastante grande, que entre esas líneas quedarán incluidos alrededor del 68%, 95% y 99% de los punto muestrales.

INFERENCIAS

Si X y Y no están relacionadas entonces $B_1 = 0$, es decir la pendiente es igual que cero.



Se realiza entonces el ensayo de hipótesis que la pendiente $B_1 = 0$ a través de la prueba 'T', con $n-2$ grados de libertad utilizando la tabla T de student. El valor de T que corresponde a los datos se obtiene por la siguiente relación:

$$T = [B_1 / S_{y,x} / S_x] (N-2)$$

Comparando los valores conocidos de la distribución T con los obtenidos la hipótesis se acepta o se rechaza. Se va a aceptar si el valor obtenido es menor, esto es debido a que esta dentro del rango esperado. Se rechaza en caso contrario.

Otra forma de llevar a cabo una prueba de relación entre las variables es a través del coeficiente de correlación 'r', donde r viene expresado por:

$$r = \pm \sqrt{\frac{\text{variación explicada}}{\text{variación total}}}$$

$$r = \sqrt{\frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$$

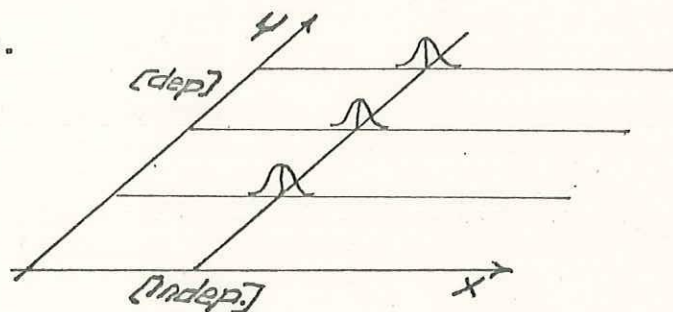
$$r = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

No se demuestra aquí la elaboración de la teoría de correlación, sin embargo para fines prácticos el ensayo a realizar para inferir si hay o no correlación consiste en obtener en valor del coeficiente, el cual fluctúa de -1 a 1, siendo la porción negativa una relación inversa y la positiva una relación directa. Se compara con el valor de la tabla de correlación con

$n-2$ grados de libertad. Si el valor resultante es menor, entonces no hay correlación, si resulta mayor si la hay. Que tanta sea esta depende de que tanto el valor del coeficiente se acerque a la unidad (sin importar el signo) y que tan alejado esté del valor crítico. Influye la experiencia del muestreador y la aleatoriedad del muestreo.

ANALISIS DE RESIDUOS

Permite estudiar la habilidad de un modelo característico de los residuos.



La forma de la distribución es igual en todos los niveles.

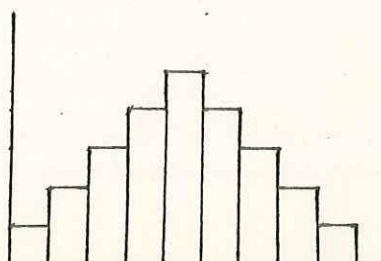
a) Distribución Normal con $e = 0$, $e = \text{error}$.

$$\frac{\sum e_i}{N} = 0$$

b) σ es constante $\approx \sqrt{MSE}$

PROPIEDADES DE LOS RESIDUOS.

1) Si el modelo es apropiado los residuos deben reflejar las suposiciones tomadas (Normales y con $\sigma = \text{cte.}$)



Tienen que tener forma de campana y el promedio es pequeño.

2) Residuo Normalizado

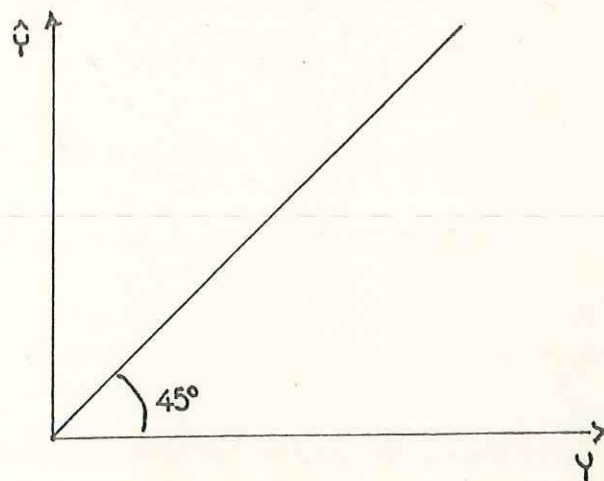
$$e = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \text{Para normalizar el residuo.}$$

3) Existen 6 situaciones importantes.

- i) La función es lineal
- ii) La función no es lineal
- iii) Los residuos o errores no tienen varianza constante
- iv) Detección de valores extremos
- v) Los residuos no son normales
- vi) Una o más variables importantes han sido omitidas.

Análisis gráfico de residuos.

Podemos graficar $\hat{e}_i$ v.s. X , $\hat{Y}$, Y , t ó $\hat{Y}$ v.s. Y .



SERIES DE TIEMPO.

Se define una serie de tiempo como un conjunto de magnitudes de cierta variable, o un conjunto de variables pertenecientes a diferentes períodos de tiempo. Una serie de tiempo refleja las variaciones de una variable con el tiempo.

Las series de tiempo son investigadas a veces meramente debido a un interés por la historia. En ocasiones, el interés es por el análisis de relaciones entre variables con el tiempo. Pero a menudo, el interés final es el futuro: pronóstico estadístico. A este respecto, por ejemplo, si encontramos que cierta tendencia subyacente y persistente de una serie ha continuado durante décadas, haríamos mal en ignorar la posibilidad de que continúe.

La creencia de que el comportamiento pasado de una serie puede continuar en el futuro forma una base racional para el pronóstico estadístico.

La obtención de modelos para series de tiempo es importante porque:

1) Pueden darnos información sobre la naturaleza del sistema que genera las series de tiempo.

2) Pueden ser usados para obtener predicciones óptimas de valores futuros de las series.

3) Cuando dos o mas series relacionadas estan bajo estudio, los modelos pueden ser extendidos para representar relaciones dinámicas entre las series y por lo tanto funciones de transferencia

4) Pueden ser usadas para derivar politicas óptimas de control mostrando como una variable bajo control de uno debería

ser manipulada como para minimizar disturbios en alguna variable dependiente.

El análisis clásico de una serie de tiempo interpreta una serie de tiempo como una suma de varias componentes.

a) Tendencia Secular. (Comportamiento a largo plazo).

b) Variaciones estacionales. (Son variaciones que ocurren con regularidad anual).

c) Variaciones cíclicas. (Oscilaciones a largo plazo alrededor de la tendencia).

d) Variaciones irregulares. (Movimientos esporádicos y no recurrentes, llamados también ruido).

ANÁLISIS DE LAS SERIES DE TIEMPO.

Es la descomposición de las series de tiempo en sus componentes ó la descripción matemática de los diferentes movimientos que componen la serie.

SERIE TEMPORAL = TENDENCIA SECULAR + MOVIMIENTO ESTACIONAL +
MOVIMIENTO CÍCLICO + VARIACIONES IRREGULARES.

1) Estimación de la tendencia

Para encontrar la tendencia en una serie de tiempo se hace una regresión lineal de la variable contra el tiempo. Si la pendiente es significativamente diferente de cero se dice que la serie tiene tendencia.

2) Estimación de los movimientos cíclicos. Una manera de estimar el período de los movimientos cíclicos es haciendo correlogramas. Un correlograma es la gráfica del coeficiente de correlación como una función del desfase. Cuando se hace el

correlograma de una serie con si misma se llama autocorrelograma. Se llama desfase a la cantidad de separación entre las series comparadas.

Consideraciones:

- 1) Al aumentar el desfase, el coeficiente se basa en menos correlaciones
- 2) El numero máximo de desfases debe ser mucho menor que la longitud total de la serie, pudiendo ser hasta de $n/4$ donde n es el número de observaciones.
- 3) Al aumentar el desfase, el coeficiente de correlación es más inestable, aumentando su varianza.
- 4) Se asume que la función de autocorrelación es de una muestra tomada de una serie infinitamente larga.

Correlación Cruzada.

Es la comparación de dos series usando el coeficiente de correlación a diferentes desfases.

Consideraciones.

- 1) La correlación es maxima cuando las dos series coinciden
- 2) Existen desfases positivos y negativos que indican que serie se presenta primero
- 3) El coeficiente es mas inestable al aumentar el desfase.
- 4) Se pueden comparar dos series con diferentes tamaños.

REGRESION POLINOMIAL.

Muy a menudo hayamos que la relación no lineal mas común es una en la que la variable dependiente Y puede ser aproximada por medio de un solo polinomio en función de la variable independiente X. Una función de regresión polinomial se define por la ecuación:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \dots + \beta_n X^n$$

donde el término que contiene la potencia mas alta de X se conoce como término principal, y su coeficiente se llama coeficiente principal. El grado de la ecuación es el exponente n. Aunque puede suponerse que la relación entre dos variables puede asumir una función polinomial de cualquier grado, generalmente buscamos el grado mas bajo posible.

El procedimiento para ajustar una función polinomial por mínimos cuadrados es basicamente el mismo que para una regresión lineal simple en donde se tiene que minimizar la suma de los errores al cuadrado, haciendo las derivadas parciales respecto a cada uno de los coeficientes e igualarlas a cero, y resolver las ecuaciones normales para encontrar los valores de los coeficientes del polinomio que ajusta los datos.

Al igual que en la regresión lineal, se pueden hacer pruebas t y F para comprobar la validez de los coeficientes y para comprobar si el modelo global es útil o no.

Un criterio muy útil para comprobar si el modelo explica o no a los datos es la R o coeficiente de determinación y se expresa como un porcentaje. El coeficiente de determinación aumenta al aumentar el grado del polinomio y tiende a un valor

estable.

Otro criterio para probar el modelo es haciendo un análisis de residuos, graficando los residuos contra Y , X , t .

REGRESION MULTIPLE

Regresión múltiple es el método de ajustar la mejor función entre una variable dependiente y varias independientes. El modelo global de la regresión múltiple es:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_K X_K + E \quad (\text{ec. 1})$$

Donde $\beta_0, \dots, \beta_K$ son los parámetros que hay que estimar. $X_1, \dots, X_K$ son las variables independientes. E = error.

La ec. 1 se acostumbra a escribir de la siguiente forma:

$$Y = \beta_0 X_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_K X_K + E$$

donde $X_0 = 1$

La ec del modelo global abreviada es por lo tanto:

$$Y = \sum_{k=0}^K \beta_k X_k + E$$

Las características a notar del modelo global son las siguientes:

1. La ecuación comprende todos los casos posibles o sea que cualquier modelo se puede escribir como un caso particular del modelo global.
2. La solución para los coeficientes (las β) es la misma para todos los casos minimizando la ecuación de error respecto a cada uno de los coeficientes.

$$\partial SSE / \partial \beta_0 = \partial SSE / \partial \beta_1 = \dots = \partial SSE / \partial \beta_K = 0$$

donde $SSE = \sum (Y_i - \hat{Y}_p)$

$\hat{Y}_p$ = predicha, Y_i = observada

3. No se pueden tener más variables que el número de observaciones, por lo menos debemos tener el mismo número de observaciones que el de variables.

TIPOS DE MODELOS

MODELOS LINEALES O DE PRIMER ORDEN.

Las variables son independientes, no hay interacción entre ellas y están elevadas a la primera potencia, forman superficies ortogonales Ejemplo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

MODELOS POLINOMIALES

Las variables son independientes y elevadas a potencias de uno y mayores, forman superficies curvas.

MODELOS CON INTERACCION.

Las variables están interactuando.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_1 / X_2$$

Combinaciones de los tres casos anteriores.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \log X_1 + \beta_2 1/X_2 + \beta_3 X_1 X_2 + \beta_4 X_2$$

Desventajas del modelo global.

1. La comparación de los coeficientes de regresión es difícil debido a diferentes unidades de medición. 2. La precisión de los β_k se reduce debido a errores de truncado.

NORMALIZACION DE LOS COEFICIENTES.

Coeficiente normalizado $\beta_K = b_K S_K / S_Y$

donde b_K = coeficiente de regresión

S_K = desviación estándar de X

S_Y = desviación estándar de Y

Se obtiene el mismo resultado anterior haciendo los siguientes pasos.

a) se normaliza cada variable por medio de la siguiente fórmula:

$$Z_K = (X_K - \bar{X}_K) / S_K$$

donde X_K es la k -ésima variable independiente.

b) se ajusta la regresión de Z como una función de cada variable.

$$Z_Y = \beta_1 Z_{X_1} + \beta_2 Z_{X_2} + \dots$$

c) no se necesita calcular β_0 cuando se tiene un modelo normalizado porque se mueve el intercepto al punto cero. Las correlaciones se mantienen, es decir, la correlación entre variables no normalizadas, lo único que cambia es el sistema de referencia. Los datos mantienen la misma tendencia original.

ANALISIS MULTIVARIADO

Las fluctuaciones en una variable dependiente muchas veces no están en función de una sola causa. Es decir la regresión y correlación de Y con una sola variable X resulta inadecuada.

Entre los usos del análisis multivariado esta: 1.- La elaboración de una ecuación que permita predecir mejor los valores de Y. 2.- Si se tienen muchas variables independientes encontrar el subconjunto de ellas que de la mejor ecuación lineal. 3.- La ordenación ponderada de las variables independientes.

$$Y = B_0 + B_1(X_1) + B_2(X_2) + B_3(X_3) + \dots$$

CORRELACION MULTIPLE

El coeficiente de correlación múltiple entre Y y $X_1, X_2, \dots, X_k$ esta definido como el coeficiente de correlación múltiple entre Y y su regresión lineal $B_1(X_1) + B_2(X_2) + \dots + B_k(X_k)$.

Se hace la selección de variables en base a todas las regresiones posibles arreglando en subgrupos. Se elige aquella que tenga el menor error de predicción. Para tal fin se lleva a cabo la prueba de la hipótesis nula de que la correlación múltiple es cero. Esta prueba es idéntica a la prueba F de la hipótesis nula $B_1 = B_2 = \dots B_k = 0$.

La relación es: $F = \frac{(n-k-1)R^2/k}{(1-R^2)}$ con k y (n-k-1) g.l.

El número de regresiones por calcular es $2^k - 1$.

Hay dos formas de atacar este problema. 1.- Selección hacia adelante. 2.- Selección hacia atrás.

En minitab existen ambos métodos llamando a la regresión por etapas 'stepwise'. La selección hacia adelante es 'forward selection' y hacia atrás 'backward selection'. 1.- Selección hacia adelante.

Primero se efectúan todos los ajustes posibles con una

variable. Se comparan los valores con la prueba t o F . Se escogerán aquellos que tengan mayor t o F . Seguidamente se escogen todas las regresiones con dos variables incluyendo el obtenido anteriormente y así sucesivamente hasta un valor de F suficientemente pequeño para no considerar esa variable (en minitab por omisión se escoge el valor de F igual a 4). 2.- Selección hacia atrás

En este caso se calcula la regresión de Y en todas las k variables X . La contribución de X_i a la reducción de la suma de cuadrados de Y después de ajustar las otras variables se calcula igualmente a través de una prueba F o t . Aquél valor de F o t suficientemente pequeño (determinado arbitrariamente) indicará eliminación de esta variable. Cuando esta variable sea omitida se calcula la regresión sobre las $k-1$ variables restantes. El proceso se continúa hasta que ninguna variable tiene un valor tal que pueda ser omitida.

REFERENCIAS

- Box, G. E. P. y G. M. Jenkins, 1976. Time series analysis forecasting and control. Holden-Day. San Francisco. 575 pp.
- Kreyszig, Erwin, 1973. Introducci3n a la estadística matemática principios y métodos. Editorial Limusa. México. 505 pp.
- Rees, P. K. y F. W. Sparks, 1961. Algebra. Mc Graw-Hill Books. N. Y. 448 pp.
- Snedecor, G. W. y W. G. Cochran, 1967. Métodos Estadísticos. C.E.C.S.A. México. 703 pp.
- Spiegel, M. R. 1970. Estadística. Mc Graw-Hill Books. México. 357 pp.

ERRORES SISTEMATICOS Y ALEATORIOS.

ERROR

Este puede ser definido como la diferencia entre un valor calculado u observado y el verdadero valor, estos por regla estan presentes en todos los experimentos físicos y deben ser reducidos ya sea mejorando las técnicas o ideas y una vez estimado tratar de establecer la validez de los resultados. Hay varios tipos de errores los cuales resultan de la medición de los resultados de un experimento y son:

a) ERROR ILEGITIMO: son los errores aparentes a primera vista los cuales se originan de errores o equivocaciones en los calculos o mediciones. Estos errores pueden ser tratados inmediatamente, ya que los resultados no se encuentran razonablemente cercanos a los resultados esperados ya sea por experiencia previa o de aproximaciones teoricas o experimentales estos errores pueden ser corregidos por repetir la operación errónea de nuevo correctamente.

b) ERRORES SISTEMATICOS: Son errores los cuales no son fáciles de detectar y para los cuales el análisis estadístico no es generalmente útil. Ejemplo de estos son los que resultan reproduciblemente de la falta de calibración del equipo o por sesgos por parte del observador. Estos errores deben de ser estimados a partir de un análisis de las condiciones experimentales y las técnicas empleadas. En algunos casos, correcciones pueden ser hechas a los datos para compensar estos errores cuando el tipo y el alcance del error es conocido. En

otros casos, las incertidumbres resultantes de estos errores deben ser estimadas y combinadas con incertidumbres a partir de fluctuaciones estadísticas.

EXACTITUD Y PRECISION: Hay confusión tanto en el significado como en la diferencia entre los dos términos, hay autores que las definen indistintamente.

EXACTITUD : es una medición de que tan cercano el resultado de un experimento esta del verdadero valor.

PRECISION: Es una medición de que tan exactamente el resultado es determinado, sin referencia a lo que el resultado significa. Esta tambien es una medición de que tan reproducible es un resultado.

PRECISION ABSOLUTA : Indica la magnitud de la incertidumbre en el resultado en las mismas unidades que este.

PRECISION RELATIVA: Indica la incertidumbre en terminos de una fracción del valor del resultado.

FIGURAS SIGNIFICANTES: La precisión de un resultado experimental tambien depende de la forma en la cual el resultado es escrito. Asi para indicar la precisión , es usual escribir un número con los suficientes digitos significsantes, asi el número de figuras significantese en un resultado se define como sigue:

1-. El dígito diferente de cero del extremo izquierdo, es el dígito mas significativo.

2-. Si no hay punto decimal, el dígito diferente de cero del extremo derecho es el dígito menos significativo.

3-. Si hay un punto decimal, el dígito del extremo derecho es el dígito menos significativo, aun cuando este sea cero.

4-. Todos los dígitos entre el menos y mas significativo son

considerados como dígitos significantes.

Cuando se calculan los resultados de un experimento, el número de dígitos significantes debería ser aproximadamente uno mas que los dictados por la precisión experimental. La razón para incluir el dígito extra es que en computación una figura significativa es perdida algunas veces. Así errores introducidos por precisión insuficiente en los calculos son clasificados como ilegítimos. Y si un dígito extra es especificado para todos los numeros usados en el computo, la precisión original sera fuertemente conservada.

Cuando se tienen dígitos insignificantes en un número, el último dígito conservado debiera ser redondeado para mejorar la exactitud. Para redondear un número a un número con menos dígitos significantes que los especificados originalmente, truncar el número a el número deseado de dígitos significantes y tratar el exceso de dígitos como una fracción decimal, y entonces proceder de la siguiente manera:

1. Si la fracción es mayor que $1/2$, incrementar el dígito menos significativo.

2. Si la fracción es menor que $1/2$, no incrementar.

3. Si la fracción es igual que $1/2$, incrementar el dígito menos significativo solamente si este es non (impar).

De la manera anterior, el valor del resultado final esta generalmente dentro de la mitad del dígito menos significativo del número original.

c) ERRORES ALEATORIOS: La precisión de un experimento depende de que tan bien podemos llegar a analizar los errores aleatorios. Estos son las fluctuaciones en las observaciones las cuales

producen resultados que difieren de experimento a experimento y que requieren de repetida experimentación para producir resultados precisos. El problema de reducir errores aleatorios es basicamente el de mejorar el experimento y refinar las tecnicas asi como simplemente repitiendo el experimento. Si los errores aleatorios resultan de incertidumbres instrumentales, estos pueden ser reducidos por usar instrumentos mas confiables y precisos. Y si los errores aleatorios resultan de fluctuaciones estadisticas del conteo de un número finito de eventos, estos pueden ser reducidos por contar mas eventos.

INCERTIDUMBRES: El término error significa una desviación del resultado a partir de un valor verdadero. Frecuentemente no podemos conocer cual es el verdadero valor, y solo podemos considerar estimaciones de los errores inherentes en el experimento. Si repetimos el experimento, los resultados pueden diferir de los obtenidos en el primer intento. Asi podemos expresar esta diferencia como una discrepancia entre los dos resultados. El hecho de que se presente una discrepancia es debido a que podemos determinar nuestros resultados unicamente con una dada incertidumbre.

ERROR PROBABLE: Este indica la magnitud de el error, el cual estimamos que hemos hecho en nuestra determinación de los resultados. Esto no significa que esperamos que los resultados son erroneos por esta cantidad. Sino que nuestra respuesta es incorrecta y probablemente no sera erronea por mas que el error probable. Estos son reducidos por minimizar las incertidumbres.

MEDIA Y DESVIACION ESTANDAR.

POBLACION Y DISTRIBUCION ORIGINAL

Cuando hacemos una medición (X_1) de una cantidad (X), esperamos que $[X \approx X]$ y no nuestro dato experimental sea exactamente igual a la cantidad ($X_1 \equiv X$). Si hacemos otra medición (X_2), vamos a observar que, entre (X_1 y X_2) existe una discrepancia debida a errores al azar y también podemos esperar que $[X_2]$ o cualquier determinación, no sea exactamente igual a $[X]$ debido a errores sistemáticos.

Al agrupamiento hipotético de un número infinito de datos, se le denomina Población Original, de la cual, nuestros datos experimentales son una muestra al azar. Si nosotros hacemos un número infinito de mediciones, podríamos describir la forma de su distribución (distribución de probabilidad), la cual determina la probabilidad (P) de obtener cualquier observación particular en una medición, a esta distribución hipotética se le llama Distribución Original.

Podemos asumir que los resultados de los experimentos se aproximan asintóticamente a la cantidad original a medida que el número de mediciones se incrementa hacia el infinito.

MEDIDAS DE CENTRALIZACION

El valor centroide de una Población Original se denomina media (μ), definiendose como: el límite de la suma de N determinaciones $[X_i]$ dividida por el número de determinaciones N .

$$\mu = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{N} \sum X_i \right)$$

El valor que indica el centro en una Distribución Original se le denomina mediana ($\mu_{1/2}$), divide dicha distribución en dos

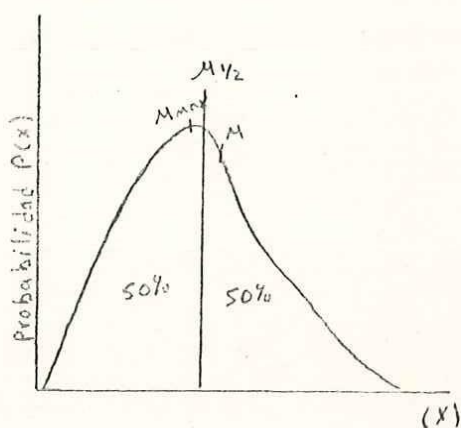
areas, cada area representa el 50 % de probabilidad de obtener cualquier medición X menor o mayor de la mediana.

$$P (X_i \leq M_{1/2}) \equiv P (X_i \geq M_{1/2}) = 50 \%$$

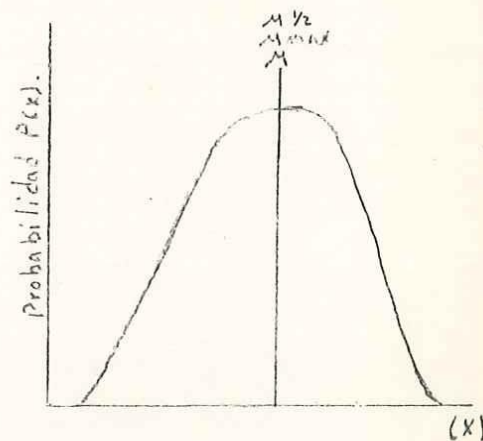
El valor mas probable (M_{max}) de una Población Original, es aquel donde una Distribución Original adquiere su máximo valor

$$P (M_{max}) \equiv P (X \neq M_{max})$$

En las siguientes graficas se indican las tres medidas de centralización: valor mas probable (M_{max}), mediana ($M_{1/2}$) y media (M), en una distribución asimétrica y en otra simétrica.



Asimétrica



Simétrica

MEDIDAS DE DISPERSION.

La desviación d_i de cualquier medición (X_i) y la media (M) de una Distribución Original se define como la diferencia entre X_i y M .

$$d_i = X_i - M$$

El valor (M) representa el valor verdadero de la cantidad X y d_i representa el valor verdadero en X_i .

El promedio de las desviaciones $\bar{d}$ es igual a cero

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{d} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum (X_i - M) \right] = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum X_i \right] - M = 0$$

La desviación promedio (α) se define como el promedio de los valores absolutos de las desviaciones.

$$\alpha = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |X_i - \mu| \right)$$

La presencia del signo en los valores absolutos en la ecuación anterior, hace difícil el uso de este en los análisis estadísticos.

Una medida de dispersión mas apropiada y fácil de usar analíticamente es la desviación estándar (σ). La varianza (σ^2) es definida como el límite del promedio de los cuadrados de las desviaciones:

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2 \right] = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 \right] - \mu^2$$

y la desviación estándar (σ) es la raíz cuadrada de la varianza (σ^2).

La desviación estándar () y varianza () caracterizan la incertidumbre asociada con nuestros intentos experimentales por determinar el valor verdadero.

PARAMETROS DE LA MUESTRA.

En cualquier experimento práctico solo se hacen un número finito de observaciones, el cual representa una muestra de la Población Original y es por esta que se hacen determinaciones, siendo unicamente estimaciones de los parámetros de la Distribución Original. Los parámetros muestrales, representan la estimación mas probable de los parámetros Poblacionales, por lo que asumimos que, los parámetros de la muestra dan una descripción válida de los parámetros Poblacionales. A continuación se presentan las ecuaciones de los parámetros muestrales:

Media Muestral $\bar{X}$

$$\mu \approx \bar{X} = \frac{1}{n} \sum X_i$$

Varianza Muestral s^2

$$\sigma^2 \approx s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$$

Desv. Estan. Muestral (S)

$$\sigma \approx S = \sqrt{s^2}$$

PROPAGACION DE ERRORES.

METODO GENERAL.

En capitulos anteriores se discutieron los métodos para extraer de un conjunto de datos puntuales, estimaciones de la media y desviación estandar, las cuales describen respectivamente el resultado deseado y las incertidumbres de los datos. A continuación veremos los efectos que estas incertidumbres tienen en la determinación de otros parámetros. Tomaremos un marco de referencia y consideraremos la forma en que las incertidumbres se propagan o son llevadas desde datos puntuales a los parámetros y como las incertidumbres en la determinación de parámetros se propagan al resultado final.

Ejemplo.

Supongase se desea calcular el volumen V de una caja de largo L , ancho W y altura H . Podemos medir cada una de las dimensiones que sean L W H combinarlas y obtener un resultado final.

Como las incertidumbres estimadas en L afectan la incertidumbre final resultante en V ?. Si sabemos que los errores $\Delta L = L_0 - L$ en cada una de las dimensiones podemos estimar el resultado final $\Delta V = V_0 - V$ asumiendo sea proporcional a los errores en cada una de las dimensiones. El error en V es aproximadamente la suma de los productos de los errores en cada dimensión multiplicado por el efecto que la dimensión tiene en el valor final de V .

$$\Delta V = \Delta L \left(\frac{\partial V}{\partial L} \right)_{W_0 H_0} + \Delta W \left(\frac{\partial V}{\partial W} \right)_{L_0 H_0} + \Delta H \left(\frac{\partial V}{\partial H} \right)_{L_0 W_0}$$

Los términos en parentesis son las derivadas parciales de V con respecto a cada una de las dimensiones y están definidas como constantes de proporcionalidad entre los cambios en V y los

cambios en la dimensión correspondiente evaluada en el punto L, W, H , para cambios infinitamente pequeños en la dimensión. Esta aproximación ignora los términos superiores en la expansión de Taylor lo cual es equivalente a ignorar el hecho de que las derivadas parciales no son constantes sobre el rango $W H L$ dado por sus errores. Si los errores son grandes debemos incluir por lo menos derivadas parciales de segundo orden $\partial^2 V / \partial L^2$ y las derivadas parciales cruzadas pero esto lo pasaremos por alto. Para nuestro ejemplo de: $V = LWH$

Se reduce a:

$$\Delta V \approx W_0 H_0 \Delta L + L_0 H_0 \Delta W + L_0 W_0 \Delta H$$

Lo cual se reduce dividiendo todo por:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta L}{L_0} + \frac{\Delta W}{W_0} + \frac{\Delta H}{H_0}$$

INCERTIDUMBRES.

En general no conocemos el error en la determinación de cualquiera de los parámetros. En su lugar lo que podemos conocer es algunas de las características de las incertidumbres o error estimado en cada parámetro, como la desviación estándar de la distribución que describe la probabilidad de determinar varios valores para el parámetro. Como podemos combinar las desviaciones estándar de parámetros individuales para estimar el error en el resultado final?

Supongamos queremos determinar una cantidad X la cual es función de por lo menos dos variables mas U, V , las cuales son medidas. Determinaremos las características de X a partir de las de U y V y a partir de la dependencia funcional.

$$X = f(U, V, \dots) \quad \text{-----} (2)$$

Aunque no siempre es exacto, asumiremos que el valor mas probable para X esta dado por:

$$\bar{X} = f(\bar{U}, \bar{V}, \dots) \quad \text{-----} (3)$$

La incertidumbre en el valor resultante de X se puede encontrar considerando la dispersión de los valores resultantes de combinar las mediciones individuales U, V con los valores de X.

$$X_i = f(U_i, V_i, \dots) \quad \text{-----} (4)$$

En el límite de un número infinito de observaciones, la media de la distribución coincidirá con el promedio X dado en la ecuación (3) y podremos usar la definición 2 del capítulo 2 para encontrar la varianza.

$$\sigma_X^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

Tal como expresamos las desviaciones de V en la Ec. (1) como función de las dimensiones L, W, y H podemos expresar las desviaciones $X_i - \bar{X}$ en términos de las desviaciones $U_i - \bar{U}$, $V_i - \bar{V}$, de los parámetros observados.

$$X_i - \bar{X} \approx (u_i - \bar{u}) \frac{\partial X}{\partial u} + (v_i - \bar{v}) \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right) + \dots$$

VARIANZA Y COVARIANZA.

Combinando la ecuación (4) y (5) podemos expresar la varianza para X en términos de las varianzas, para las variables U, V las cuales fueron medidas.

$$\sigma_X^2 \approx \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum \left[(u_i - \bar{u}) \left(\frac{\partial X}{\partial u} \right) + (v_i - \bar{v}) \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right) + \dots \right]^2$$

$$\sigma_X^2 \approx \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum \left[(u_i - \bar{u})^2 + (v_i - \bar{v})^2 \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right)^2 + 2(u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v}) \left(\frac{\partial X}{\partial u} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right) + \dots \right]$$

Los primeros dos términos de la ecuación (6) se pueden expresar en términos de las varianzas σ_u^2 y σ_v^2 dadas por la ecuación (2-2)

$$\sigma_u^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum (u_i - \bar{u})^2 \quad \sigma_v^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum (v_i - \bar{v})^2$$

Para expresar el tercer término de la ecuación (6) en forma

similar introduciremos la covarianza entre las variables u, U, V definida en forma análoga a las varianzas de la Ec.(7).

Con esta definición, la aproximación de la desviación estandar para X en la Ec.(6) puede ser expresada como:

$$\sigma_x^2 \approx \sigma_u^2 \left(\frac{\partial x}{\partial u} \right)^2 + \sigma_v^2 \left(\frac{\partial x}{\partial v} \right)^2 + 2\sigma_{uv} \left(\frac{\partial x}{\partial u} \right) \left(\frac{\partial x}{\partial v} \right) + \dots$$

Los dos primeros términos son los promedios de las desviaciones al cuadrado las cuales presumiblemente dominan. Si hay variables adicionales además de U y V en la determinación de X sus contribuciones a la varianza de X tendrán términos similares.

El tercer término es el promedio de los términos cruzados involucrando el producto de las desviaciones de U y V simultaneamente. Si pudieramos asumir que las fluctuaciones en U y V no tienen correlación, en el promedio esperaremos encontrar igual número de valores negativos que positivos para este término y cuando el número de observaciones seleccionados al azar se hiciera infinita, esperaríamos que la contribución desapareciera.

Si las fluctuaciones de las observaciones de U y V no están correlacionadas la Ec (8) se reduce a:

$$\sigma_x^2 \approx \sigma_u^2 \left(\frac{\partial x}{\partial u} \right)^2 + \sigma_v^2 \left(\frac{\partial x}{\partial v} \right)^2 + \dots$$

FORMULAS ESPECIFICAS.

Las expresiones de las ecuaciones (8) y (9) fueron deducidas de la expresión general dada por la Ec.(2) que toma a X como función arbitraria de U y V . En los siguientes casos específicos de funciones $f(U, V)$ los parámetros a y b están definidos como constantes positivas y los parámetros U y V como variables.

SUMA Y RESTA.

Si X es la suma de U y V.

$$X = aU \pm bV$$

Las derivadas parciales son simplemente las constantes.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right) = a \quad \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right) = b$$

La Ec. (8) se reduce a:

$$\sigma_x^2 = a^2 \sigma_u^2 + b^2 \sigma_v^2 \pm 2ab \sigma_{uv}$$

Note que existe la posibilidad de que la varianza desaparezca, si la covarianza σ_{uv}^2 tienen la magnitud y signos apropiados. Esto pasaria si las fluctuaciones estuvieran completamente correlacionadas de modo que cada observación errónea de U estuviera exactamente compensada por la correspondiente observación errónea de V.

Por ejemplo, el perímetro P de una mesa esta dado como dos veces la suma del largo mas el ancho $P = 2L + 2W$. Si la longitud L y el ancho W tienen incertidumbres dadas por:

$$\sigma_L = 2\text{cm}; \sigma_W = 1\text{cm}.$$

La incertidumbre en el perímetro esta dada por: $\sigma_P^2 = 4\sigma_L^2 + 4\sigma_W^2 = 20$

$p = 4.5\text{cm}$ Si el largo y el ancho fueron medidos dos veces para evaluar el perímetro.

$$P = L_1 + W_1 + L_2 + W_2$$

Entonces la incertidumbre en P sera menor.

$$\sigma_P^2 = \sigma_{L_1}^2 + \sigma_{W_1}^2 + \sigma_{L_2}^2 + \sigma_{W_2}^2 = 2\sigma_L^2 + \sigma_W^2 = 10\text{cm} \quad \text{ó} \quad \sigma_P = 3.2\text{cm}.$$

MULTIPLICACION Y DIVISION.

Si X es producto de U y V

$$X = \pm aUV$$

Las derivadas parciales de cada variable contiene valores de

La otra variable.

y la Ec. (8) se reduce a: $\sigma_X^2 = a^2 v^2 \sigma_u^2 + a^2 u^2 \sigma_v^2 + 2 a^2 uv \sigma_{uv}^2$

La cual puede ser expresada como:

$$\frac{\sigma_X^2}{X^2} = \frac{\sigma_u^2}{u^2} + \frac{\sigma_v^2}{v^2} + 2 \frac{\sigma_{uv}^2}{uv}$$

De forma similar si X es obtenida por medio de división

$$X = \pm aU/V$$

La variancia de X esta dada por:

$$\frac{\sigma_X^2}{X^2} = \frac{\sigma_u^2}{u^2} + \frac{\sigma_v^2}{v^2} + 2 \frac{\sigma_{uv}^2}{uv}$$

POTENCIAS.

Si X es obtenida elevando la variable U a una potencia.

$$X = aU^{\exp \pm b - 1} = bX/u$$

La Ec. (8) se reduce a:

$$\frac{\sigma_X}{X} = b \frac{\sigma_u}{u}$$

EXPONENCIALES.

Si X es obtenida elevando la base natural a una potencia proporcional a U.

$$X = a \exp \pm bu$$

La derivada de X con respecto a U es

$$\sigma_X / \sigma_u = \pm ab \exp \pm bu = \pm bx$$

La Ec. (8) se reduce a:

$$\sigma_X / \sigma_u = b \sigma_u$$

Si la constante que esta elevada a una potencia no es igual a exp., ésta puede ser expresada de la misma forma.

$$X = a^{\pm \exp + bu} = (\exp \ln a)^{\pm bu} = \exp \pm (b \ln a)u$$

y se soluciona de la misma manera.

$$\sigma_X / \sigma_u = (b \ln a) \sigma_u$$

LOGARITMOS.

Si X se obtiene tomando el logaritmo e de U .

$$X = a \ln(\pm bu)$$

La derivada con respecto a U es.

$$\partial x / \partial u = a/u$$

y la Ec. (8) se reduce a.

$$\partial^2 x = a \partial^2 u / u$$

REPRESENTACIONES.

En este tema se analizarán procedimientos para representaciones y análisis de conjuntos sencillos de números (datos). Entendiendo por conjunto de números, una lista de números que no están clasificados de ninguna forma. Como ejemplos podríamos mencionar:

a) El promedio de bateo de los jugadores de baseball en la Liga Americana para un año dado.

b) Las áreas de los mayores cuerpos de agua en la superficie de la Tierra.

c) La población de los 50 estados de U.S.A.

d) El conjunto de mediciones hechas por un químico en la densidad de una sustancia en repetidas operaciones.

A veces los números en su forma obtenida, no nos dan idea o dicen algo de una posible información.

Hay 2 buenas razones para conocer como tratar un conjunto sencillo no-clasificado de números: como un prelude a investigación de la relación entre las variables y entender el proceso que generó los números en el conjunto.

La forma mas común es el histograma en el que se grafica frecuencia contra intervalo de clase.

La gráfica Tallo-Hoja (leaf-Plot), tiene un número de ventajas sobre el histograma mas convencional graficado, esta contiene mas de la información acerca de de la multitud que en un histograma, es posible obtener una estima razonable de los varios porcentajes de puntos directamente de la gráfica Tallo-Hoja. Es posible también usarla para hacer transformaciones de los datos y obtener la distribución del conjunto de datos transformados, a

mano sin gran esfuerzo.

Suponiendo que tenemos un programa en la computadora, llamado Tallo- Hoja, hace la gráfica y calcula la escala o longitud de orden, si no nos gusta o no nos conviene, nosotros se lo damos. Para elaborar esta gráfica se pone un eje de líneas

0	0	0	0
0	0 7	0 7788	0 7788
1	1 4	1 432	1 234
1	1 7	1 756575	1 555677
2	2	2 13	2 13
2	2	2 659	2 569
3	3	3 4111200312	3 0011112234
3	3	3 95976669577669	3 55666667779999
4	4	4 303112032031	4 000111223333
4	4 8	4 889669685	4 566688899
5	5	5 4	5 4
5	5 5	5 579	5 579
6	6	6 0	6 0
6	6 7	6 7	6 7
(a)	(b)	(c)	(d)

verticales discontinuas, al lado izquierdo de cada línea se le pone el intervalo de clase (arbitrario) y al lado derecho se ponen las fracciones decimales en orden ascendente de izquierda a derecha.

Otra técnica para ilustración de un conjunto sencillo de datos, es llamada Caja Grafica (Box-Plot), la cual tiene sus ventajas de simplificar y compactar datos. Fue sugerida por John Tukey en 1977 en la Universidad de Princenton.

La caja gráfica es obtenida por el cálculo de los cuartiles (se dividen en 4 porciones los datos) superior, inferior y la mediana del conjunto de datos (números).

MEDIANA. Es el valor para el cual la mitad de los números son mayores y la otra mitad son menores.

CUARTIL INFERIOR. Es el valor que divide el conjunto de

datos en 2 partes, una con $1/4$ de números menores y otra con $3/4$ de números mayores.

CUARTIL SUPERIOR. Es el valor que divide los números de manera que una parte tiene $1/4$ de valores mayores y la con $3/4$ con valores menores.

Trabajaremos con 69 que es el número de registros de precipitación fluvial. $69/2 = 34.5$ o sea el 35avo número en el

Mob.	67.0	Jun.	54.7	Phoen.	7.0	L.R.	48.5	L.A.	14.0
Sacr.	17.2	S.F.	20.7	Denv.	13.0	Hart.	43.4	Wilm.	40.2
Wash.	38.9	Jack.	54.5	Miami	59.8	Atl.	48.3	Hon.	22.9
Boise	11.5	Chic.	34.4	Peor.	35.1	Indi.	38.7	D.Mn.	30.8
Wich.	30.6	Loui.	43.1	N.Or.	56.8	Port.	40.8	Balt.	41.8
Bost.	42.5	Detr.	31.0	S.S.M	31.7	Dul.	30.2	Mn-SP	25.9
Jack.	49.2	K.C.	37.0	St.L.	35.9	G.Fls	15.0	Omaha	30.2
Reno	7.2	Conc.	36.2	At.C.	45.5	Albq.	7.8	Alb.	33.4
Buff.	36.1	N.Y.	40.2	Char.	42.7	Ral.	42.5	Bism.	16.2
Cinc.	39.0	Clev.	35.0	Col.	37.0	Ok.C.	31.4	Port.	37.6
Phil.	39.9	Pitt.	36.2	Prov.	42.8	Col.	46.4	S.Fls	24.7
Memp.	49.1	Nash.	46.0	Dall.	35.9	ElPaso	7.8	Hstn.	48.2
S.L.	15.2	Burl.	32.5	Norf.	44.7	S-Tac	38.8	Spok.	17.4
Char.	40.8	Milw.	29.1	Chey.	14.6	S.J.	59.2		

conjunto de datos, que puede ser leído de la gráfica Tallo-Hoja como 36. Obtenemos el cuartil inferior $69/4 = 17.25$ o sea el

```

00|7788
01|234
01|555677
02|13
02|569
03|0011112334
03|55666667789999
04|000112333333
04|566688999
05|
05|5579.
06|0
06|7

```

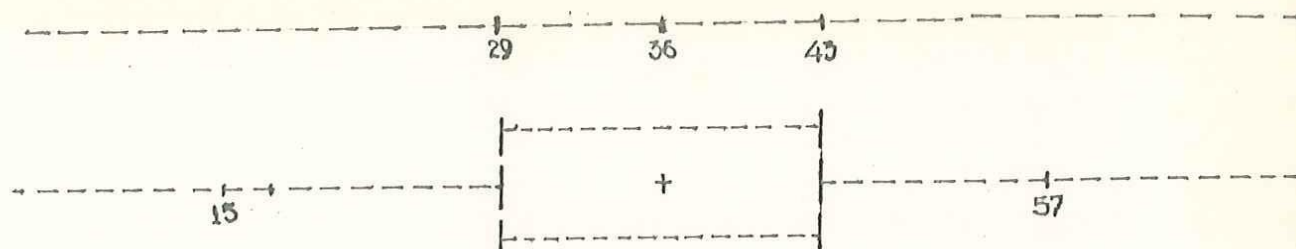
18avo número que es 29 y finalmente 43 que es el cuartil inferior, entonces tenemos

$Md = 36$

$Qi = 29$

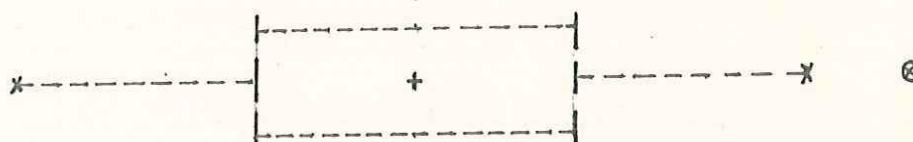
$Qs = 43$

El siguiente paso es dibujar una caja rectangular que termine en los cuartiles superior e inferior.



La longitud de esta caja es la distancia intercuartil $(43-29) = 14$, la cual sumaremos o restaremos según sea Q_s o Q_i , respectivamente $(29-14) = 15$ y $(43+14) = 57$.

Los valores mas altos o mas bajos que caen entre estas cantidades son marcados con cruces. Note que en el presente

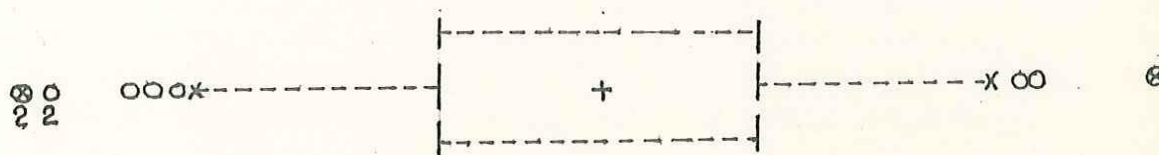


ejemplo hubo valores de 15 y 57, que están en los datos, las cruces están tan lejos de la caja como pueden, pero este no es siempre el caso.

Finalmente cualquier número cuya posición está fuera de estas cruces será marcado con círculos y aquellos mayores de 1.5 la distancia intercuartil (D_i) al lado opuesto de la caja serán marcados con círculos rellenos.

$$D_i = 14, \quad 1.5 \times D_i = 21, \quad 29 - 21 = 8, \quad 43 + 21 = 64$$

El número de abajo indica cuántos valores son, en total hay 10



valores externos, los cuales son 7, 7, 8, 8, 12, 13, 14, 59, 60 y 61.

Ahora que ya se ha visto como se elabora la caja gráfica, consideraremos algunos de sus usos.

Trabajando con una lista de 48 areas de la tierra, de las cuales 41 son Islas y 7 Continentes, todas son mayores de 10,000 mi. se toma 10,000 como unidad y acomoda columnas, utilizando la gráfica Tallo-Hoja y trata de clasificar a Australia como isla o como continente, en base a su area. Al graficar no encuentra relación y al tratar de localizarla grafica Continente mayor / Isla menor, $(16988/10) = 1700$, pero es mejor una razón menor y hace $(16,988) / (10) = 42$, que es menor, pero no ve una separación clara entre Islas y Continentes, entonces toma logaritmos de las areas y le da una buena separación gráfica.

011111111222223333444

011555556666667899999

0213344

02158

031

0315678

041012

Al fin consiguió separar islas y continentes en base al logaritmo de las areas, y Australia quedó como continente en el número 5 subrayado.

La transformación o reexpresión de los datos es la mas poderosa de las herramientas disponibles para el análisis de datos. Usada efectivamente es capaz de hacer, mas claras comparaciones que podrían estar escondidas o no muy apreciables a simple vista.

El motivo mas común para la transformación de datos es llegar a una distribución simétrica de ellos. Esto no es

deseable solo por razones estéticas. A menudo un valor típico o promedio, es visto describir un conjunto de números, diferencias entre estos valores típicos son considerados como errores experimentales o al azar. Esto puede ser argumentado, que un valor típico resume un conjunto mayor si el valor es simétrico, simbólicamente,

$$\text{datos} = \text{Valor Típico} + \text{Valor Residual}$$

o bien si el miembro iésimo de datos aforado es $X(i)$,

$$\text{como } X(i) = a + Z(i) \quad i=1, 2, 3, \dots, n$$

Para elegir el valor típico "a" el cual describirá mejor un conjunto de datos, unos usan la media, otros medianas, otros hacen sus elecciones pero hay poca controversia si la distribución es simétrica, entonces en este caso la media y la mediana son lo mismo.

Algunas veces analizando los datos nos damos cuenta que existe bimodalidad en la distribución y esto crea dudas o preguntas no esperadas, en el caso de Islas y Continentes, se puede considerar que era la meta, pero a veces la bimodalidad sugiere que necesitamos más información acerca de la naturaleza de la unidades, por ejemplo, a que se debe que existan 2 poblaciones dominantes en posición relativa, puede haber una selección no contemplada o considerada.

En resumen, la representación de los datos como la suma de los valores típicos y un residuo conduce a una forma útil de sintetizar un conjunto de números. En muchas situaciones, si la distribución es razonablemente simétrica conociendo el tamaño de la de los errores es todo lo que interesa. En esto debemos estar contentos de reemplazar un conjunto o multitud por 2 o 3 números,

valor típico, una medida del tamaño de residuos y, posiblemente, el número de elementos de los datos aflorados.

Podemos usar cuanto ingenio tengamos para conseguir la mas simétrica distribución posible, no hay reglas, como ejemplos : X Vs. Y , donde X es la variable (longitud, area, número, etc.) podemos hacer con ella x^2 , $1/x^2$, $\sqrt{x}$, $1/\sqrt{x}$, $\log x$, y/x , x/y , etc.

En conclusión, el pretratamiento de datos, gráfica Tallo-Hoja y la Caja Grafica, nos dan una idea de la distribución que a simple vista no se apreciaba y ya tenemos referencia para elegir el modelo de distribución mas apropiado para un estudio mas completo, representativo y/o descriptivo.

COMPARACIONES.

GRAFICAS ESQUEMATICAS.

En el capítulo anterior se introdujeron métodos para presentar una muestra de datos. En la práctica se necesitan analizar mas diversos arreglos de datos.

En análisis de datos es importante comenzar con una vista general y después enfocar la atención en las características de mayor interés (valores típicos, mediana, etc.) La grafica de tallo y hoja nos da una buena visión general.

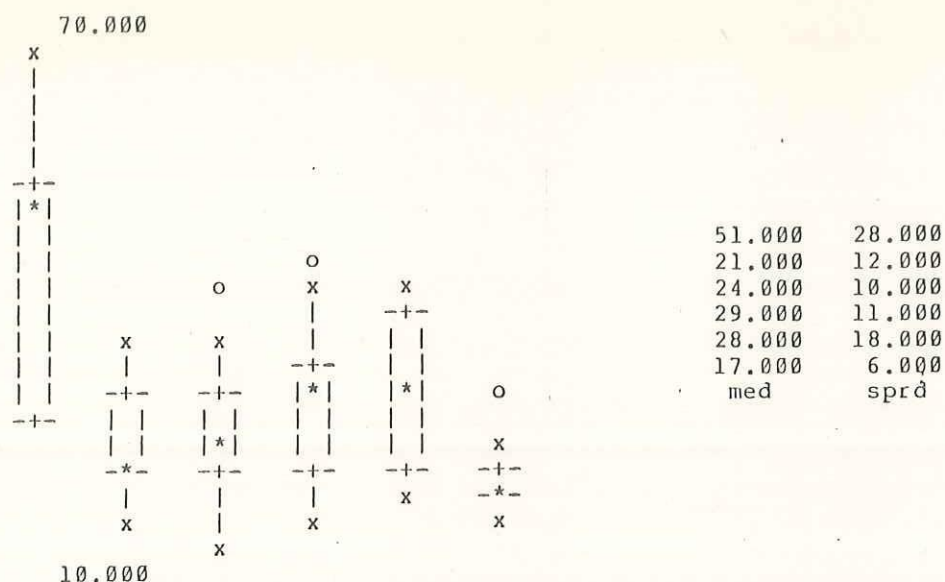
Para varias muestras de datos se necesita compararlos entre si. Un problema típico es el siguiente: En una fábrica de Hilados se produce estambre de 6 tipos y se desea evaluar la resistencia de los diferentes tipos. Se hacen conteos del número de roturas y se desea evaluar la resistencia de los diferentes tipos. Se hacen conteos del número de roturas del torcido del estambre por telar. Cada telar corresponde a una longitud fija de estambre. Se hacen conteos de 54 telares (9 de cada tipo.)

Tipo	1	2	3	4	5	6
26	18	36	27	42	20	
30	21	21	14	26	21	
54	29	24	29	19	24	
25	17	18	19	16	17	
70	12	10	29	39	13	
52	18	43	31	28	15	
51	35	28	41	21	15	
26	30	15	20	39	16	
67	36	26	44	29	28	

Como se analizan estos datos ?

Podemos graficar cada tipo en una grafica de caja y ponerlos unas junto a otras para así obtener una Gráfica Esquemática.

Inmediatamente se hace aparente que los telares del primer tipo tienen en promedio mayor número de roturas que los otros.



TRANSFORMACIONES DE VARIAS MUESTRAS.

En el capítulo anterior se vió que al transformar una sola muestra, se pueden eliminar los sesgos ó separar las modas. Pero aquí estamos mas interesados en calcular los valores típicos que en hacer simétricas las distribuciones.

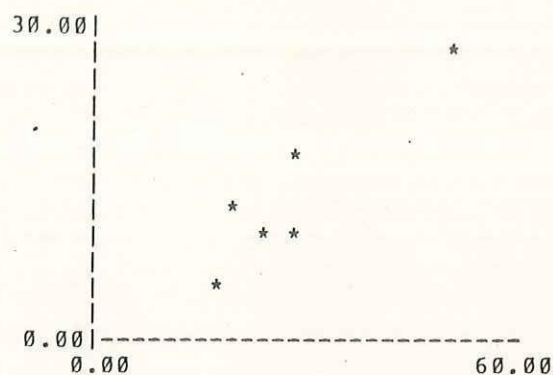
1) La comparación es fácil si las dispersiones son pequeñas en comparación a las diferencias entre muestras. Las muestras son diferentes.

2) La comparación es fácil cuando las dispersiones son grandes, podemos decir que las muestras son diferentes entre si.

3) Cuando algunas dispersiones son chicas y otras son grandes es difícil hacer la comparación. Esto quiere decir que algunos valores típicos son mas precisos que otros. La comparación se ve oscurecida por las dispersiones.

Tenemos que hacer una transformación que nos permita hacer comparaciones válidas entre muestras. En este caso lo que se busca, no es la simetría, sino nivelar ó emparejar las muestras y remover la relación que exista entre las medianas y las dispersiones. Una manera de mostrar la relación entre la mediana

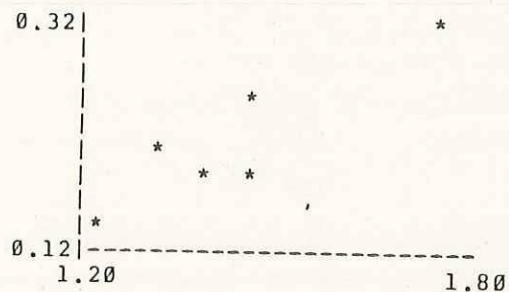
y la dispersión es la llamada gráfica dispersa. Podemos obtener de cada grupo de muestras y su dispersión y hacer un arreglo de 2 columnas con los valores de X (medianas) en la primera columna y los valores de Y (dispersiones) en la segunda columna.



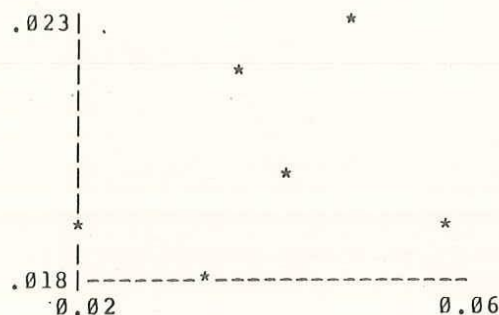
Existe una relación positiva entre las medianas y las dispersiones, ya que al aumentar el valor de la mediana, aumenta la dispersión también.

La comparación sería más fácil si no hubiera ninguna relación entre las medianas y las dispersiones, así estaríamos comparando únicamente las medianas. Para emparejar las dispersiones necesitamos bajar los valores más altos para reducir la dispersión y facilitar la comparación.

Podemos sacar logaritmos a los datos originales.

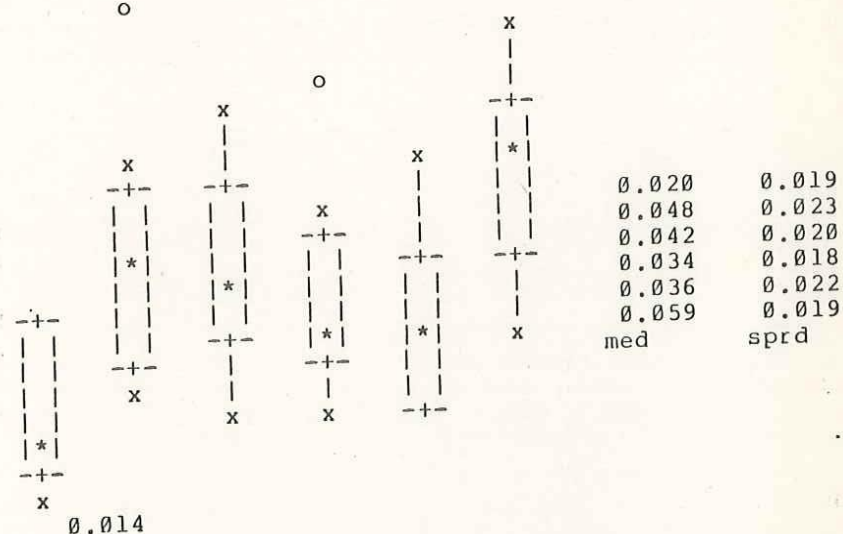


Aun existe relación. Si sacamos recíprocos.



No existe relación.

Podemos obtener los valores de las medianas y dispersiones de los recíprocos.



Aquí observamos que las medianas se han nivelado o emparejado y es mas fácil decir que el primer grupo parece ser menos resistente a roturas que los demas, ademas existen un par de valores extremos que valdria la pena analizar.

Para abundar un poco sobre el tema de transformaciones supongamos que tenemos una muestra cuyos valores tipicos son el cuartil menor, la mediana y el cuartil mayor, y que es una distribución positivamente sesgada. Veamos que pasa al

transformar los datos. Y como una medida de sesgo de la distribución de los números en la muestra usamos la relación $S=(M-Q1)/(Q2-Q1)$, donde un valor de S cercano a 1/2 indica una distribución simétrica.

	Q1	M	Q2	S
DATOS CRUDOS	1	2	100	0.010
RAICES CUADRADAS	1	1.41	10	0.046
RAICES CUBICAS	1	1.26	4.64	0.071
RAICES A LA CUARTA	1	1.19	3.16	0.088
LOGARITMOS	0	0.30	2.00	0.150
RECÍP DE RAÍZ CUADRADA	0.10	0.71	1	0.326
RECÍPROCOS	1	0.5	0.1	0.495

Al ver los resultados podemos concluir que los recíprocos son mas efectivos para reducir el sesgo, seguidos de recíprocos de raíces, logaritmos, potencias.

Resumiendo.

Al comparar muestras es deseable tener una visión general del muestreo. Esto lo podemos tener con las gráficas de tallo y hoja, y con la gráfica de caja.

Para hacer la comparación entre muestras hacer la grafica esquemática. Despues hacer transformaciones para poder comparar los valores típicos de las muestras.

No perder de vista los valores extremos que pueden indicar fallas, resultados excepcionales, etc.

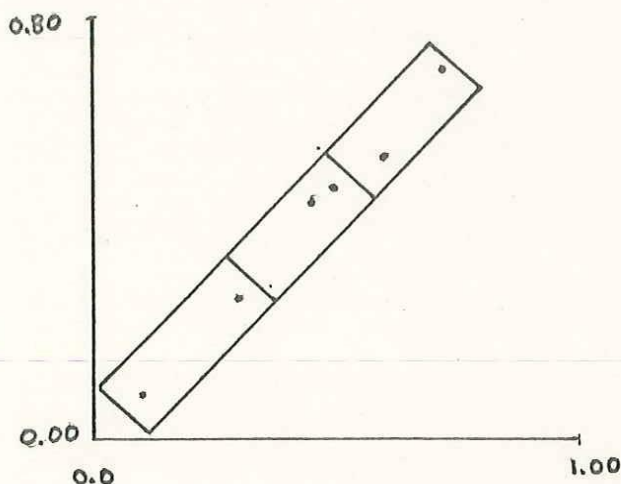
RELACIONES

AJUSTE DE LA LINEA RECTA

Si tenemos dos grupos de datos con los que se desea hacer un experimento para determinar la curva estándar de calibración de formaldehído por adición de ácido chromatrópico y ácido sulfúrico concentrado, con la lectura del consecuente color púrpura en el espectrofotómetro. El primer grupo de datos corresponden a los carbohidratos usados en ml. y el segundo grupo corresponde a la densidad óptica.

0.1	0.086
0.3	0.269
0.5	0.446
0.6	0.538
0.7	0.626
0.9	0.782

Es necesario observar detenidamente la gráfica para detectar



alguna tendencia para los seis puntos que se congregan a lo largo de la recta.

Si fuera posible ajustar una línea recta a los puntos, se

tendría una concisa formulación de la relación entre la densidad óptica y la cantidad de carbohidratos usados. Puesto que se toman solamente dos puntos para determinar una línea, la interrogación se origina cuando deseamos saber que tan bien se ajusta la línea. Una forma de ajustar una línea recta con un par de puntos (X_1, Y_1) (X_2, Y_2) se describe a continuación.

a) Los puntos se dividen encerrándolos en tres rectángulos cuidando que no se traslapen, tratando de que cada rectángulo encierre la misma cantidad de puntos o casi los mismos. Se calcula la mediana de los valores en X y Y en cada uno de los rectángulos exteriores. Las medianas calculadas son: $(0.2, 0.178)$ $(0.8, 0.704)$.

b) Se calcula la pendiente de los puntos encontrados.

$$\frac{(0.704 - 0.178)}{(0.8 - 0.2)} = 0.877$$

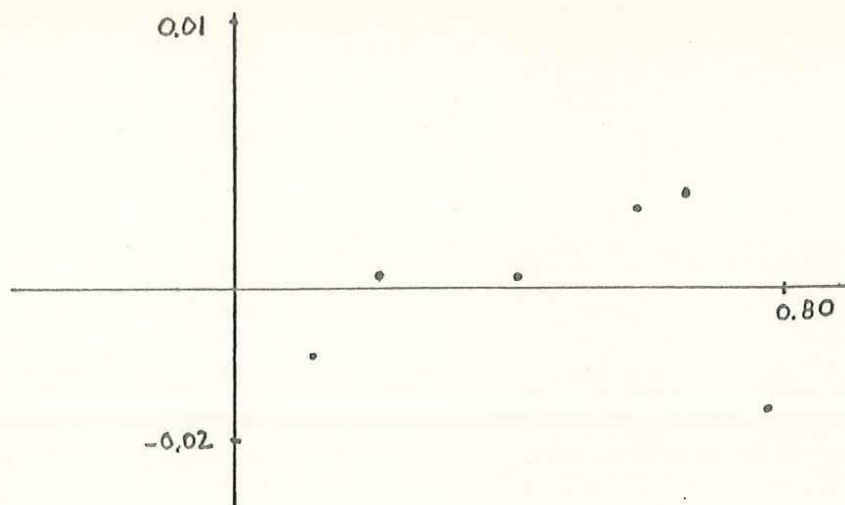
c) Se calcula la mediana de la diferencia $Y - 877X$ y se toma esta como el intercepto Y de la línea ajustada (0.0053) , se marcan los puntos medios, se pone una regla sobre la gráfica y se desliza hasta que la mitad de los puntos queden de un lado de la gráfica y la otra mitad del otro lado.

El procedimiento anterior produce una línea recta en la que su pendiente y Y-intercepto concuerdan con la definición.

$$\hat{Y} = 0.0053 + 0.8775X$$

RESIDUOS.

Se obtuvo una recta ajustada de los datos del muestreo, pero



que tan bien ajustada esta la línea? Existe una técnica que contesta a estas interrogantes y es tal vez mas importante que el análisis de datos. El procedimiento consiste en restar los valores de $\hat{Y}$ ajustada de los valores de Y de los datos del muestreo, el resultado son los residuos y se grafican con los valores de $\hat{Y}$ ajustada, la bondad de la línea ajustada se ve claramente (figura 2) La gráfica de residuos nos da una línea recta excepto en el último punto que se sale de la línea recta, esto puede ser por errores en la medición de los instrumentos, por error del operador o por que realmente el valor se salga de linealidad en ese extremo de la recta.

TRANSFORMACION DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE

Cuando se tienen dos variables al graficarlas puede ser que la distribución de los datos nos den una recta, para verificar esto se grafican los residuos contra los valores de $\hat{Y}$ ajustada, la gráfica resultante en ocasiones se presenta en forma de U o de U invertida, para poder linearizar estos datos se transforman los

valores de la variable dependiente o lo que es lo mismo se expresan en diferente escala, para los casos en que la variable dependiente se presenta en forma de U se puede linearizar transformando los valores de la variable en logaritmos o sacandole raiz cuadrada, cuando la gráfica se presenta como U invertida los valores se transforman a potencias o exponenciales.

REEXPRESION DE VARIABLES

En algunos casos es necesario hacer transformaciones tanto a la variable dependiente como a la independiente. Para ello tenemos que verificar que los valores de las variables no sean negativos o tengan valores en cero para evitar que no se puedan hacer calculos cuando hay división por cero.

Si se tiene cuidado con lo anterior se pueden hacer las transformaciones necesarias. Para verificar la linearización se grafican los residuos con los valores de Y ajustada hasta encontrar los valores mas altos de linearización.

SERIES DE TIEMPO

Cuando el término independiente es tiempo se utilizan metodos especiales para mostrar y analizar las relaciones. En este caso el arreglo de datos se presenta como series de tiempo. En el análisis de series de tiempo es raro hacer transformaciones a los valores del término independiente. No obstante frecuentemente se grafican la variable contra sus valores en tiempo retrasado o desfasado.

METODO LINEAL DE MINIMOS CUADRADOS.

INTRODUCCION

Este método es uno de los cuatro que se usa para determinar la tendencia que presenta un agrupamiento de datos en una serie de tiempo.

El método asume que la tendencia es lineal y la línea que mejor representa esa tendencia se calcula por la minimización de sus desviaciones al cuadrado [d^2]. Se presenta un método corto opcional. El método ofrece ciertas ventajas y desventajas :

ventajas 1).-Expresa la tendencia con una fórmula matemática fácilmente interpretable.
 2).-Los resultados obtenidos estan bien definidos.
 3).-La ecuación resultante es una forma conveniente para extrapolar (futuro y pasado).

desventajas 1).-La técnica requiere de cálculos matemáticos.
 2).-Asume que la tendencia de los datos se puede expresar por una ecuación lineal.

Los temas que trata este capítulo se resumen en los siguientes:

I).- LINEA RECTA.

II).- METODO LINEAL DE MINIMOS CUADRADOS.

III).- METODO CORTO.

I).- LINEA RECTA

La ecuación que describe una línea recta es $[Y = a + bX]$,

donde [a] representa el intersepto de la recta en el eje [Y] y [b] representa la pendiente. Dicho de otra manera, [a] es un valor que influye de igual forma a todos los puntos [Yi] conforme cambian los valores [Xi] y [b] representa la razón de cambio para [Yi] conforme cambian los valores [Xi].

II).- METODO LINEAL DE MINIMOS CUADRADOS

Para definir cual linea es la que mejor describe la tendencia de nuestros datos, debemos considerar, que la suma de las desviaciones al cuadrado se debe minimizar, es decir la ecuación diferencial se iguala a cero para encontrar su valor mínimo, de esta forma, solo una linea tiene tal propiedad, esta dada por dos derivadas parciales, ya que contamos con dos incógnitas (a y b). Resolviendo las ecuaciones diferenciales

$$\begin{array}{ll} \text{siendo} & \sum (d^2) \\ & \sum (Y - Y_c)^2 \\ & \frac{\partial (Y - Y_c)^2}{\partial a} = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} d = Y - \hat{Y} \\ \hat{Y} = a + bX \\ \frac{\partial (Y - Y_c)^2}{\partial b} = 0 \end{array}$$

obtenemos

$$\begin{array}{ll} 2Na - 2 \sum (Y) + 2b \sum (X) = 0 & 2b \sum (X^2) - 2 \sum (XY) + 2a \sum (X) = 0 \\ \text{(I)} \quad \sum (Y) = Na + b \sum (X) & \text{(II)} \quad \sum (XY) = a \sum (X) + b \sum (X^2) \end{array}$$

Con estas dos ecuaciones se pueden calcular por simultaneas los coeficientes [a] y [b], que son necesarios para determinar la ecuación de la recta o la tendencia de los datos.

IV).- METODO CORTO

Este método es más corto ya que se elimina el proceso de solución por ecuaciones simultaneas. Se considera el valor medio

de los valores de $[X]$ como el origen o sea igual a cero, dándole valores negativos a los anteriores (izquierda) y valores positivos a los posteriores (derecha). Aplicando esta condición, cuando $[X=0]$, punto medio, la $[(X)=0]$, quedando:

$$(I) \sum(Y) = Na \qquad (II) \sum(XY) = b \sum(X^2)$$

Al aplicar los dos métodos en un mismo grupo de datos, observaremos que los interseptos no son iguales, pero la pendiente es la misma, dando como resultado dos ecuaciones aparentemente diferentes. Esto se debe a que el punto de origen no es el mismo, estando en estrecha relación con los valores de $[X]$, asignados correspondientemente.

ENSAYOS.

El propósito de este capítulo es enfocar aplicaciones en las técnicas vistas.

D. J. Finney define un ensayo biológico en su forma mas amplia como: La medida de la potencia de cualquier estímulo, químico biológico físico fisiológico o psicológico por medio de las reacciones que producen en la materia viva.

Este tipo de medidas casi siempre da lugar conduciendo un experimento en los cuales los datos son colectados bajo algún costo o trabajo y en el que los animales son destruidos. Es importante diseñar un experimento de tal forma que se obtenga suficiente información de una cantidad mínima de datos. Consecuentemente los estadísticos necesitan estar interesados con la teoría del desarrollo experimental efectivo.

Consideremos el siguiente problema:

El propósito de este experimento es estimar la potencia de los constituyentes de aerosoles para repeler abejas en huertas.

Las celdas del panal fueron llenadas con cantidades medidas de una emulsión de solución sacarosa con 7 diferentes concentraciones de la emulsión con rangos de 0.01 hasta 6.4×10^{-7} en factores sucesivos de $.2$ así como una solución que no tenía emulsión.

La respuesta a las diferentes soluciones fueron obtenidas al soltar 100 abejas dentro de la cámara por 2 horas y después midiendo el decremento en el volumen de las soluciones en las celdas. Es necesario conocer el número de celdas necesarias para darles libertad de movimiento y sin poner de mas.

También es importante tener un experimento balanceado en el cual el número de celdas que tienen solución es el mismo en cada nivel de concentración. Una consideración adicional; que siempre ocurre cuando se trabaja con celdas las cuales están localizadas espacialmente, es estar seguros que no hay ruidos direccionales. Esto se puede evitar usando un 'cuadrado latino'; distribución en la cual un tratamiento ocurre una vez en cada fila y una vez en cada renglón.

Otra consideración a tomar es el nivel o niveles de concentración que son múltiplos fijados de la concentración mas baja.

Otra aplicación de los ensayos es el problema de comparar la efectividad de una nueva droga contra una droga estándar ya conocida.

Aquí uno procede a tratarlos con varios niveles de dosis de cada droga. Ya que la utilización de la droga puede causar posiblemente un cambio permanente en el individuo no es factible tratar al mismo sujeto mas de una vez, por lo que los individuos una vez escogidos deben ser colocados en dos grupos y uno de los grupos el cual llamaremos control tratado con la droga estándar y el otro grupo tratado con la nueva droga, cada uno de estos grupos se subdividen en subgrupos a cada uno de los cuales se les administra diferentes dosis.

Un problema que puede surgir cuando existen diferencias sistemáticas entre los sujetos (por ejemplo si son de diferentes sexos podría ser imprudente poner todos los machos en un grupo y las hembras en otro grupo, a menos que estemos seguros que no hay un efecto en los sexos.

Medida de la potencia.

Como se indicó anteriormente el procedimiento de un ensayo implica dividir los individuos entre grupos tratando un grupo con una dosis estándar de efectos conocidos y los otros grupos con las dosis a probar. Los grupos se subdividen a su vez en subgrupos que son tratados con diferentes dosis niveles de dosis siendo múltiplos de una dosis base. Los datos consisten entonces en columnas de respuestas para cada dosis donde cada columna corresponde a la respuesta a un nivel de dosis dado. Por ejemplo vemos un ensayo de respuesta a la vitamina c del jugo de naranja y al ácido ascórbico donde se usan 3 dosis en 10 marranos 0.5 0.1 y 2 miligramos. Los resultados nos dan una idea de la relación respuesta-dosis que es mayor para el jugo de naranja el cual es desconocido. El ácido ascórbico es la base por lo que concluimos que la potencia del jugo de naranja es mayor; pero que tanto?

Para contestar esta pregunta vamos a definir potencia:

La nueva droga tiene una potencia P con respecto a la estándar si una dosis D de la nueva dosis se comporta como una dosis PxD de la estándar.

De esta definición tenemos que si la potencia de una droga desconocida con respecto a la estándar no cambia con el nivel de dosis, entonces las curvas de dosis respuesta serian las mismas.

Para producir gráficas de dosis-respuesta se utilizan medianas de las respuestas de cada grupo como valor típico del grupo y se grafican contra el logaritmo de las dosis. Idealmente uno quiere tener gráficas que sean líneas paralelas para que sea mas fácil de medir el cambio entre las dos curvas da lugar a la

potencia. La forma de hacerlo es:

1) Se ajusta una recta a la gráfica de respuesta contra dosis para la desconocida y para la estándar haciendo S como el promedio de las pendientes.

2) Se calculan los residuos = respuesta - $S * \log(\text{dosis})$ para cada relación luego se calcula la diferencia ente la media de los residuos de la nueva droga y la media de los residuos para la estándar y llamamos a esto M (que es el promedio de la distancia entre las dos líneas ajustadas, medida en dirección de la respuesta).

3) La estimación de la potencia será = $\text{antilog}(M/S)$ donde M se divide entre S para obtener la distancia entre las paralelas en la dirección horizontal. Como este eje es el del logaritmo de las dosis sacamos el antilogaritmo.

DESCRIPCIONES BASICAS DE DATOS OBTENIDOS DE FENOMENOS FISICOS Y CLASIFICACION DE DATOS ALEATORIOS

Los datos producidos por fenómenos físicos pueden ser determinísticos o no determinísticos. Los primeros pueden ser descritos por relaciones matemáticas explícitas, ecuaciones. Los segundos son descritos en términos de probabilidad y promedios estadísticos. Aunque la frontera que separa esta clasificación puede ser objeto de debate, el criterio general está basado en la capacidad de reproducir o no los datos resultantes bajo experimentos controlados.

Los datos de un fenómeno aleatorio se obtienen a través de muestras. La colección de todas las posibles muestras de un fenómeno aleatorio es llamado proceso aleatorio o estocástico. Los procesos aleatorios se clasifican en estacionarios y no estacionarios. Los primeros pueden ser ergódicos o no ergódicos y tratan sobre si el fenómeno es estacionario o cercanamente estacionario. Esto quiere decir que las propiedades estadísticas de estos fenómenos no cambian significativamente en función del tiempo. Para evaluar lo anterior existen métodos de análisis. Los no estacionarios son aquellos cuyas propiedades estadísticas varían con el tiempo y se clasifican de acuerdo a las particularidades de cada fenómeno. El análisis se hace en algunos casos con aproximaciones estacionarias y determinísticas o bien tratando el fenómeno como estacionario ergódico.

La ventaja de trabajar con procesos ergódicos radica en que muchos fenómenos físicos se consideran cercanamente estacionarios y esto nos permite hacer el análisis de un solo muestreo como una

autocorrelacion. Es decir la variacion que sigue un mismo fenómeno desfasado X unidades de tiempo.

PROPIEDADES DESCRIPTIVAS BASICAS DE DATOS AL AZAR.

INTRODUCCION.

Para la descripción de propiedades básicas al azar se usan cuatro tipos importantes de funciones estadísticas.

a) Valores de media cuadrada. Nos da una descripción rudimentaria de la intensidad de los datos.

b) Función densidad de probabilidad. Nos da información concerniente a las propiedades de los datos en la amplitud dominante.

c) Función autocorrelacion. Nos da información en el tiempo dominante.

d) Función densidad de poder espectral. Nos proporciona información en la frecuencia dominante.

Valores de Media Cuadrada. La intensidad general de cualquier dato aleatorio al azar puede ser descrito en terminos rudimentarios de unos valores de media cuadrada, que es el promedio de los valores al cuadrado en el tiempo dado.

Es bastante conveniente pensar en un dato físico en terminos de una combinación de una estática o invariante en el tiempo y una dinámica o componente fluctuante. La componente estática puede describirse como un valor de la media que es el promedio de todos los valores. La componente dinámica se describe como una varianza que es el valor cuadrado de la media alrededor de la media. La raíz positiva de la varianza es llamada desviación estandar.

Función Densidad de Probabilidad. Describe la probabilidad del que dato asuma un valor dentro de algun rango definido a

cualquier instante de tiempo. Aplicaciones. La aplicación principal para una función de este tipo como medida de datos físicos es establecer una descripción probabilística para valores instantáneos de los datos.

Función de Autocorrelación. Describe la dependencia general de los datos a un tiempo con los valores de otro tiempo. Aplicaciones. La aplicación principal para una función de autocorrelación como medida de un dato físico es establecer la influencia de los valores a cualesquier tiempo sobre valores a tiempo futuro. Porque una onda, o cualquier dato determinístico, tendrá una función de autocorrelación que persiste sobre todos los desplazamientos de tiempo (asumiendo $\mu_x = 0$) una medida de autocorrelación, claramente provee una herramienta para detectar datos determinísticos que pueden estar enmascarados.

Función Densidad de Poder Espectral. (función densidad autoespectral). Describe la composición general de frecuencia de el azar, en terminos de densidad espectral de los valores de la media cuadrada. Aplicaciones. La principal aplicación del modelo de función densidad de poder espectral de datos físicos, es establecer la composición de frecuencia de los datos en torno a relaciones importantes de las características básicas del sistema físico envolvente.

Propiedades Unidas de Datos al Azar. Las funciones estadísticas discutidas son utilizadas para describir la propiedad de los datos para procesos aleatorios individuales, si se desean describir ciertas propiedades comunes o unidas de diferentes datos de dos o mas procesos aleatorios, por ejemplo, asumamos que uno esta interesado en la altura de olas en varios

puntos de el océano. Las propiedades promedio de la altura de la ola en cada punto, pueden ser descritas usando las funciones estadísticas ya vistas. Igualmente podemos obtener importante información adicional en funciones estadísticas unidas que pueden ser computadas por la altura de la ola en dos puntos sobre el océano. Estas funciones estadísticas unidas son.

a) Función unida de densidad de probabilidad. Nos da información concerniente a propiedades unidas en la amplitud dominante.

b) Función de correlación cruzada. Nos da información de propiedades unidas en el tiempo dominante.

c) Función densidad de espectros cruzados. Nos da información sobre la frecuencia dominante.

Función Densidad de Probabilidad Unida. Describe la probabilidad de que dos registros de muestra asuman valores simultáneamente dentro de algún par de rangos definidos a cualquier instante de tiempo. Aplicaciones. Su principal aplicación es establecer una descripción probabilística para un evento que es asociado con dos juegos de datos aleatorios correlacionados. Por ejemplo, la predicción de colisiones entre dos estructuras elásticas adyacentes que están vibrando aleatoriamente, pero con la misma correlación, es una aplicación directa de una función Densidad de Probabilidad Unida.

Función de Correlación Cruzada. Describe la dependencia general de los valores de un set de datos con el otro. Aplicaciones. La función de correlación cruzada tiene varias aplicaciones importantes.

Medida del tiempo de retraso. Supongamos que nos interesa

determinar el tiempo requerido para una señal al pasar por un sistema dado. Asumiendo que el sistema es lineal, una medida de correlación cruzada entre la entrada y la salida puede producir un tiempo de retraso de la información directamente. A medida que la salida del sistema esta desplazada en tiempo relativo a la entrada, la correlación cruzada nos dara un pico en el tiempo de desplazamiento igual al tiempo requerido por la señal para pasar a travez del sistema.

Determinación de trayectoria de transmision. Considerando el caso de un sistema lineal, donde una entrada puede seguir dos o mas trayectorias diferentes para producir una salida diferente. Asumimos que la trayectoria especifica seguida, es de interes. Algunos casos pueden ser resueltos con la correlación cruzada de las entradas y salidas del sistema en cuestion. Para cada trayectoria de transmision el sistema generalmente esta asociado a diferentes tiempos de retraso, una separación de picos puede ocurrir en el correlograma cruzado para cada una de las trayectorias que son significativas para la salida.

Detección y reconocimiento de señal es en ruido. Una tercera aplicación de una medida de esta función, es la detección y reconocimiento de una señal sepultada por ruido, donde la señal no es necesariamente de una forma periódica.

TABLAS

ORDENAMIENTOS DE DOS FACTORES

En muchas situaciones encontramos ordenamientos en los cuales ambos, las filas y las columnas representan factores significantes, y en estos casos estamos interesados en la relación entre la respuesta representada en el cuerpo de la tabla y cada uno de los dos factores (fila y columna). Tales acomodos de datos son llamados tablas de dos sentidos o Tablas de Contingencia.

Los datos tanto experimentales como no experimentales frecuentemente son representados en la forma de tablas de dos sentidos; cuando las tablas son diseñadas para llevar información puede ser mas que inútil dar todos los números de un grupo de datos, donde números múltiples se presentan en el mismo grupo. Asi puede ser suficiente dar una medición sumaria de cada grupo usando mediciones tal como la media o la mediana; puesto que siempre es deseable llevar tanta información como sea posible con tan pocos números como sea posible, es económico mostrar los números en la forma de un acomodo rectangular en el cual ambas las filas y las columnas tienen significancia.

En un experimento diseñado tambien puede ser deseado coleccionar los datos de acuerdo a un acomodo de dos sentidos o mayor, asi que una máxima cantidad de información sera contenida en los datos. El acomodo de dos sentidos tambien puede ser usado en un experimento diseñado para evaluar algunas de las variaciones aleatorias, pudiendo mejorar nuestra habilidad de descubrir los efectos reales. Cuando ambos factores son tomados

en cuenta necesitamos una manera de sumarizar los datos. Asi como una ilustración considerar el siguiente acomodo de datos simple, consistiendo de solamente 4 valores de temperaturas promedios mensuales en California:

Los Angeles,	Enero	57	grados	Farenheit
Los Angeles,	Julio	73	"	" "
San Francisco,	Enero	48	"	" "
San francisco,	Julio	63	"	" "

Una pequeña examinación de estos números revela que julio es 16 grados más caliente que enero en Los Angeles, mientras que julio es 15 grados más caliente que Enero en san Francisco. Prosiguiendo, Los Angeles es 9 grados más caliente que san Francisco en Enero y 10 grados más caliente en Julio. Si estuviéramos pidiendo hacer una hipótesis a partir de estos datos, esta sería que Julio es aproximadamente 16 grados más caliente que Enero mientras que los Angeles es aproximadamente 10 grados más caliente que san Francisco. Por supuesto que son necesarios más datos de más localizaciones antes de poder tener confianza en nuestra hipótesis, con estos pocos valores la hipótesis puede ser planteada simbólicamente como sigue:

RESPUESTA=VALOR TIPICO+EFECTO DE LOCALIZACION+EFECTO ESTACIONAL

En el ejemplo anterior sería razonable escoger 60 como valor típico, +5 (Los Angeles) y -5 (San Francisco) como efectos de localización y +8 (Julio) y -8 (Enero) como efectos estacionales. Esto daría lugar a los valores hipotéticos 57, 73, 47 y 63.

comparados con los valores actuales de 57,73,48 y 63. La única discrepancia esta en el tercer valor. El error podría ser distribuido sobre los cuatro valores, al escoger diferentes valores para el valor típico y de efecto de localización y estacionales. Tomando 60.25 como el valor típico y escogiendo los efectos de localización como ± 4.75 y los efectos estacionales como ± 7.75 esto daría lugar a los valores ajustados 57.25, 72.75, 47.75 y 63.25 si estas estimaciones son redondeadas a enteros el ajuste es perfecto.

PULIDO DE LA MEDIANA:

En una tabla de 2 X 2 una relación aditiva puede ser ajustada por prueba y error. En una tabla con mas de 2 filas y columnas, es necesario un procedimiento más general. Uno de tales procedimientos es sugerido por John Tukey en su (Exploratory Data Analysis) y es el pulido de la mediana.

Considerar la siguiente tabla de 2 sentidos de datos demográficos, en la cual las respuestas son razones de muertes (por mil) en Virginia en 1940 y los factores son (1) grupos de edad y (2) sexo y clase rural o urbana.

EDAD	RURAL ♂	RURAL ♂	URBANO ♂	URBANO ♂
50-54	11.7	8.7	15.4	8.4
55-59	18.1	11.7	24.3	13.6
60-64	26.9	20.3	37.0	19.3
65-69	41.0	30.9	54.6	35.1
70-74	66.0	54.3	71.1	50.0

Para el pulido de la mediana de esta tabla , primero calculamos la mediana de cada linea, asi obtenemos los valores: 10.2, 15.8, 23.6, 38.0, y 60.2. Entonces unimos cada mediana a la linea correspondiente, y las restamos de los numeros en cada linea, obteniendo :

1.5	-1.5	5.2	-1.8	10.2
2.3	-4.1	8.5	-2.2	15.8
3.3	-3.3	13.4	-4.3	23.6
3.0	-7.1	16.6	-2.9	38.0
5.8	-5.9	10.9	-10.2	60.2

Prosiguiendo calculamos las medianas de los números en cada una de las columnas resultantes, obteniendo los números 3.0, -4.1, 10.9, -2.9, y para la columna adjunta 23.6. Estas medianas son entonces unidas al final de cada columna y restada de los números encontrados en la respectiva columna. Asi ese proceso produce:

-1.5	2.6	-5.7	1.1	-13.4	EFECTOS DE EDAD
-0.7	0.0	-2.4	0.7	-7.8	
0.3	0.8	2.5	-1.4	0.0	
0.0	-3.0	5.7	0.0	14.4	
2.8	-1.8	0.0	-7.3	36.6	
3.0	-4.1	10.9	-2.9	23.6	VALOR TÍPICO
EFECTOS DE CLASE/SEXO					

Esta tabla muestra estimaciones de los cinco efectos de edad en la columna de la derecha, y estimaciones de los 4 efectos de sexo y clase rural/urbana en la línea del fondo, y una estimación del valor típico para las razones de muerte en la esquina de la derecha en el fondo. Así es que si hipotetizáramos que las razones de muerte para la gente en Virginia en 1940 pueden ser representadas como una combinación aditiva de los efectos debidos a la edad y clase /sexo, las discrepancias de esta relación son los residuos en el cuerpo de la tabla. Este proceso de iteración o pulido es generalmente deseable cuando se está ajustando una tabla de dos sentidos. Para hacer esto primero calculamos las medianas de los residuos en cada línea (ignorando la última columna), y restar estas de las líneas y sumarlas entonces a la última columna. En el presente ejemplo las medianas de los residuos de la línea son: -0.2, -0.4, 0.6, 0, -0.9, y para la línea del fondo 0.0. (estos números son redondeados a un dígito después del punto decimal). Prosiguiendo las medianas de las columnas son calculadas (ignorando los números en la línea del fondo), y restadas de los números en las columnas y sumadas a la

línea del fondo. En el presente caso estas medianas son: -0.3, 0.2, 0.9, 0, y para la columna de la derecha 0.6. El resultado de este pulido es la siguiente tabla:

-1.0	2.6	-6.6	1.3	-14.2
0.0	0.2	-2.9	1.1	- 8.8
0.0	0.0	1.0	-2.0	0.0
0.3	-3.2	4.8	0.0	13.8
4.0	-1.1	0.0	-6.4	35.1
2.7	-3.9	11.8	-2.9	24.2

Este proceso puede ser repetido hasta que posteriores iteraciones no provocan cambios en la tabla. En el presente caso 2 pulidos (iteraciones) adicionales son necesarios para alcanzar este equilibrio y la tabla final es:

-1.2	2.4	-7.6	1.3	-14.0
-0.1	0.1	-4.0	1.2	- 8.7
0.0	0.0	0.0	-1.8	0.0
0.0	-3.4	3.6	0.0	14.0
5.0	-0.1	0.0	-5.2	34.1
2.9	-3.7	12.9	-3.0	24.0

Nuestro análisis final indica una razón de muerte típica de 24.0, mas efectos de edad de -14.0, -8.7, 0.0, 14.0, y 34.1 más efectos de sexo/clase de 2.9 para varones rurales, -3.7 para hembras rurales, 13.0 para varones urbanos y -2.9 para hembras

urbanas .

Generalmente nosotros llamaremos a una relación de este tipo un ajuste de línea más columna, puesto que los datos pueden ser descompuestos de la siguiente manera:

$$\text{RESPUESTA} = \text{VALOR TIPOICO} + \text{EFECTO DE LINEA} + \text{EFECTO DE COLUMNA} + \text{RESIDUAL}$$

TAMAÑO DE LOS RESIDUOS:

El procedimiento de pulido de la mediana esta diseñado para sustituir la tabla original por una tabla de residuos para la cual las medianas de cada línea y cada columna son cero. Puesto que la mediana de un grupo de números es el número el cual al ser restado de todos los números en el grupo, minimiza la suma de los valores absolutos, o magnitudes de los residuos, es claro que cada paso en el pulido de la mediana de una tabla de dos sentidos reduce la suma de las magnitudes de los valores en la tabla. Consecuentemente es natural usar esta suma como una medición de que tan perfecto la relación línea mas columna ajusta los datos. En el ejemplo de las razones de muerte considerado anteriormente, la suma de las magnitudes de los residuos es 40.3, despues del primer pulido, 37.9 despues de la proxima iteración y 37.0 cuando la convergencia es alcanzada, de esta manera el tamaño promedio de los residuos es $37/20=1.85$

Para medir la bondad del ajuste de la relación línea más columna, necesitamos algo con que comparar el tamaño de los residuos, y esta referencia puede ser la mediana global o la varianza de los datos.

SECUENCIAS DE SUAVIZADO.

El método de suavizado se utiliza cuando es insuficiente el ajuste que se hace por medio de la regresión lineal por ejemplo: Si se está interesado en predecir el clima, o en descubrir si la temperatura en el Hemisferio Norte cambia sistemáticamente con el tiempo en el promedio de un número de décadas. Es poco probable que estas series climatológicas se puedan ajustar adecuadamente por una línea recta o cualquier fórmula matemática derivada de una relación lineal. Se necesita una estructura matemática en los datos, de tal forma que variando ligeramente las componentes puedan ser separadas de residuos menos predecibles. Así que se necesita un método de suavizado libre.

El objetivo de suavizar como en cualquier situación en que se ajusta una relación a los datos, es descomponer los datos en dos partes: La secuencia suavizada llamada suave y los residuos o ásperos.

Para suavizar datos se usa el método de medianas corridas de 3, que consiste en reemplazar la i ésima respuesta en la secuencia Y_i , por la mediana de $Y(i-1)$, $Y(i)$, $Y(i+1)$ y la regla del punto final de Tukey, que consiste en reemplazar $Y(i)$ por la mediana de $y(1)$, $Y(2)$, $3Y(2)-2Y(3)$.

Se hace uso de la pendiente de la línea que une los segundos y terceros puntos, en orden para suavizar el primer punto. El valor $3(Y_2)-2(Y_3)$ se obtiene de ajustar el segundo y tercer punto para suavizar el primer punto. La línea recta que une el primer punto con el segundo tiene una doble pendiente que la de la línea que une el segundo con el tercer punto.

Después de haber hecho el paso anterior en los datos se observa que existen mesas (que son pares de puntos adyacentes con valores comunes que están abajo o arriba de los puntos de cada lado). Para eliminar estas mesas se dividen los puntos de los valores comunes y se aplica la regla del punto final separadamente a los valores de cada lado de la división, se toman medianas corridas de 3 hasta la convergencia, a este método se le llama división.

ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO.

TENDENCIAS.

Series de tiempo.- Es un arreglo de datos estadísticos de acuerdo a su tiempo de ocurrencia.

El análisis de series de tiempo consiste en la descripción y medición de varios cambios o movimientos que aparecen en las series durante un período de tiempo.

Los cambios o movimientos se clasifican en:

1) Tendencia Secular.- El crecimiento o disminución que ocurre en los datos sobre un período de tiempo largo. Para datos económicos el período no puede ser menor de 10 años.

2) Variaciones estacionales.- Son movimientos mas o menos regulares en períodos de 12 meses. Estos movimientos ocurren cada año y es causado por cambios estacionales.

3) Movimientos Cíclicos.- Oscilaciones de la prosperidad a la recesión depreción, recuperación y otra vez la prosperidad. Estos movimientos varían en tiempo, duración e intensidad.

4) Variaciones residuales, accidentales, al azar.- Incluyen las perturbaciones extraordinarias como: guerras, desastres, modas y otros factores no recurrentes.

MEDICION DE TENDENCIAS.

Existen 4 métodos que se usan comunmente para medir tendencias, estos son:

- 1.- A mano.
- 2.- Semi-promedio.
- 3.- Promedio móvil.

4.- Mínimos cuadrados.

-El método a mano.- Para ajustar una tendencia por este método se dibuja una línea a través de la gráfica de datos (en la forma que le parezca a ojo) el movimiento sobre un período total. Para dibujar la línea no necesita ser estrictamente a mano. Se puede auxiliar con una regla transparente o una curva 'francesa'.

Ventajas del método a mano.

a) El Método es simple.

b) El método puede describir mejor la tendencia que una ecuación matemática.

c) Si se dibuja con cuidado, la línea de tendencia ajustada por este método, sería una aproximación cercana a una tendencia ajustada matemáticamente.

Desventajas.

a) Los resultados varían según la estimación personal.

b) Se requieren prácticas considerables para hacer un buen ajuste.

-Método Semi-promedio.- En este método los datos se dividen longitudinalmente en dos partes iguales, y se saca el promedio a cada mitad. Los promedios así obtenidos se dibujan en el centro de sus períodos respectivos y se dibuja una línea recta a través de los puntos.

Ventajas.

a) El método es simple.

b) El resultado es totalmente objetivo, no depende de estimaciones individuales.

Desventajas.

a) Este método hace uso de la media aritmética, que como se ha visto anteriormente es muy afectada por los valores extremos. Por esta razón la línea de tendencia puede ser jalada hacia fuera de su posición verdadera. por ocurrencias extraordinarias como guerras etc.

b) Este método es útil solo en el ajuste de tendencias de líneas rectas.

-Método de promedios móviles.- En este método la tendencia se describe por eliminar las fluctuaciones en los datos por medio de promedios móviles.

Este método es una serie de promedios sucesivos obtenidos de una serie de elementos, agrupando los elementos y obteniendo el promedio del grupo. El primer elemento en cada grupo es omitido y el siguiente elemento en la serie se incluye para obtener el siguiente promedio, para obtener un tercer elemento las fluctuaciones causadas por el ciclo en una serie de tiempo puede ser removido o parcialmente eliminado por incluir en el promedio móvil un número de elementos igual a la longitud del ciclo que es evidente en los datos. Se eliminan así las fluctuaciones cíclicas y se obtiene una mejor medición de la tendencia.

Ventajas.

a) Solo incluye cálculos simples.

b) Se puede sustituir el ajuste de una curva matemática compleja.

Desventajas.

a) El último punto en la tendencia ocurre varios años antes que el último dato, un promedio móvil después de 5 años termina tres años antes del último dato, uno de 6 termina 4 años antes.

b) El concepto de tendencia incluye la idea de crecimiento o disminución suavizada.

c) Si la tendencia es una curva cóncava el promedio móvil ajustado será mas grande que la verdadera tendencia y menor en el caso de una curva suavizada.

d) Se usa la media aritmética.

ANALISIS DE CORRELACION Y REGRESION NO LINEAL, MULTIPLE Y PARCIAL.

Una línea recta de regresión no siempre describe satisfactoriamente la asociación entre las variables. Frecuentemente la relación es demasiado compleja para ser descrita por medio de una simple recta y por lo tanto debe ser usada una curva.

TIPOS DE CURVAS DE REGRESION.

Los dos tipos de curvas más importantes son:

- 1.- curvas potenciales (se refiere al grado del polinomio) del tipo:

$$Y = a + bx + cx^2$$

- 2.- curvas exponenciales del tipo:

$$Y = a b^x$$

En términos de logaritmos las curvas potenciales pueden ser divididas en:

- a).- logarítmicas

$$\log Y = a + b \log X$$

- b).- semilogarítmicas

$$\log Y = a + bX$$

$$\log Y = a + bX + cX^2; \text{ ó bien } Y = a + b \log X$$

$$Y = a + b \log X + c (\log X)^2$$

La comparación del diagrama de dispersión de los datos y estas curvas típicas puede sugerir cual es la que más se parece a la

regresión.

Las ecuaciones normales para cualquiera de estas curvas pueden ser obtenidas en la misma forma que se hace para la recta de mínimos cuadrados.

Para una curva de segundo grado del grupo potencial.

$$Y = a + bx + cx^2$$

Las ecuaciones normales son:

$$\sum Y = na + b \sum x + c \sum x^2$$

$$\sum xY = a \sum x + b \sum x^2 + c \sum x^3$$

$$\sum x^2 Y = a \sum x^2 + b \sum x^3 + c \sum x^4$$

Para una ecuación semilogarítmica del tipo.

$$\log Y = a + bx + cx^2$$

Las ecuaciones normales son:

$$\sum (\log Y) = na + b \sum x + c \sum x^2$$

$$\sum (x \log Y) = a \sum x + b \sum x^2 + c \sum x^3$$

$$\sum (x^2 \log Y) = a \sum x^2 + b \sum x^3 + c \sum x^4$$

Una ecuación del tipo:

$$Y = \frac{1}{a + bx}$$

antes de trabajar la ecuación se convierte a:

$$1/Y = a + bx$$

$$Y' = a + bx$$

donde Y' es el recíproco y las ecuaciones normales se

obtienen similarmente.

ERROR ESTANDAR NO LINEAL DE LA ESTIMACION.

El error estándar de la estimación acerca de la curva puede ser determinado por la fórmula:

$$S_y^2 = [\sum y^2 - a \sum y - b \sum xy - c \sum (x^2 y) - d \sum (x^3 y)] / n$$

Para otras curvas esta fórmula puede ser adaptada usando $\log(x)$ o $\log(y)$ o su recíproco. Así para la curva

$$\log y = a + bx + cx^2$$

La fórmula se leería:

$$S_y^2 = [\sum (\log y)^2 - a \sum (\log y) - b \sum (x \log y) - c \sum (x^2 \log y)] / n$$

INDICE DE CORRELACION (ρ)

La medición de la correlación en una curva se conoce como índice de correlación y esta dado por:

$$\rho = \sqrt{1 - S_y^2 / \sigma_y^2}$$

La medición de ρ es igual en valor a ' r ', el coeficiente de correlación, solo cuando la regresión es lineal. Si la regresión es no lineal una curva se aproximará más a los datos. Como resultado la desviación alrededor de la curva tenderá a ser menor que aquellos alrededor de una línea recta. Entonces el error estándar tenderá a ser menor que aquellos alrededor de una línea recta y tendrá un mayor valor. ρ es siempre igual o mayor que ' r '.

ρ puede ser obtenido de la siguiente fórmula:

$$r^2 = a \sum y + b \sum xy + c \sum x^2 y + \dots - n c y^2$$

$$\text{donde: } c y^2 = (\sum y/n)^2$$

Es importante remarcar que dado un índice de correlación, este puede ser comparado con otra asociación de datos siempre y cuando se use el mismo tipo de curva para describir ambas regresiones.

Entre más compleja sea la curva mayor índice de correlación.

RAZON DE CORRELACION. R

Se usa raramente. En esta medición la regresión pasa por las medias de las columnas cuando el diagrama de dispersión se divide en columnas.

Esta regresión no está definida por una ecuación dado que los datos son divididos en grupos. Dado que una 'curva' pasando a través de las medias de las columnas será más descriptiva de los datos las desviaciones alrededor de esta curva serán menores. Se representa por ## Si la relación entre variables es lineal:

$$R = r = r$$

Si es no lineal:

$$R > r > r$$

INTRODUCCION AL ANALISIS DE FOURIER.

Se refiere al análisis que se puede aplicar a datos generados por fenómenos en rangos de tiempo desde $(-\infty, +\infty)$. Para este análisis se utiliza la llamada Transformada de Fourier.

Una Transformada no es mas que un artificio que modifica las características de los problemas y permite una simplificación en la resolución de los mismos. Algunos ejemplos de transformaciones lo son los logaritmos, recíprocos, etc.

Características de la Transformada de Fourier:

- A) Descompone las funciones originales en sumas armónicas senosoidales.
- B) Identifica las diferentes frecuencias armónicas y sus respectivas amplitudes combinadas en una arbitraria forma de onda.
- C) Nos permite analizar desde otro punto de vista la frecuencia dominante.

Por lo tanto es a menudo una buena llave para la resolución de problemas.

Aplicaciones: La mejor aplicación de la Transformada de Fourier se encuentra en el análisis de Sistemas Lineales Invariantes en el Tiempo. Pero su campo de acción se encuentra en muy diversas areas con solo una característica comun que es la Identidad de Fourier. Algunas de estas areas son:

SISTEMAS LINEALES: Señales de entrada y salida.

ANTENAS: Modelos de campo

OPTICA: Relación entre las distancias de la amplitud de la luz con planos de lentes convergentes.

ESTADISTICA:

A) PROCESOS ALEATORIOS: La Transformada de Fourier de la función de autocorrelación de un proceso aleatorio es el poder de su densidad espectral.

B) PROBABILIDAD: La Transformada de Fourier de la función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria es su función característica.

FISICA CUANTICA: El incierto principio teórico del Quantum es asociado con la Transformada de Fourier del momentum y posición de las partículas.

VALORES EN LA FRONTERA: La solución de ecuaciones diferenciales parciales pueden ser obtenidas por medias de la Transformada de Fourier.

La relación matemática de la Transformada de Fourier es:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \text{EXP}(-i 2\pi f t) dt$$

Donde: $h(t)$: Forma de Onda
 $H(f)$: Transformada de Fourier de $h(t)$
 f : Frecuencia crítica
 i : $\sqrt{-1}$

La transformada de Fourier es una cantidad compleja:

$$H(f) = \text{Re}(f) + i \text{Im}(f) = |H(f)| \text{EXP}(i \theta(f))$$

Donde: $\text{Re}(f)$: Parte Real
 $\text{Im}(f)$: Parte Imaginaria
 $|H(f)|$: Amplitud del espectro de Fourier de $h(t)$

$$|H(f)| = (\text{Re}(f)^2 + \text{Im}(f)^2)^{1/2}$$

Existe también lo que se conoce como la Transformada Inversa de Fourier y ella nos permite la determinación de una función en tiempo de la Transformada de Fourier. Su representación matemática es:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \text{EXP}(+i 2\pi f t) df$$

Con esta transformación regresamos a nuestra función original de frecuencia a tiempo.

DESCRIPCIONES BASICAS DE DATOS FISICOS.

Un dato es la representación en forma de una constante de la manifestación de un fenómeno a un determinado tiempo.

Existen dos tipos de datos. Estos son:

I) DATOS ALEATORIOS: Aquellos que resultan de fenómenos con manifestaciones impredecibles y que por lo tanto no pueden ser descritos por modelos matemáticos. Este tipo de datos se predice con modelos estadísticos.

II) DATOS DETERMINISTICOS: Aquellos que si pueden ser descritos por modelos matemáticos explícitos y que pueden ser obtenidos siempre en su misma magnitud en la repetición de varios experimentos bajo las mismas circunstancias dentro de los límites del error experimental.

Clasificación de Datos Determinísticos:

A) PERIODICOS: Aquellos que representan una función que se repite a si misma a intervalos regulares de tiempo. Se pueden representar por esta ecuación:

$$F(x) = F(x \pm nT) \quad , \quad T: \text{Período}$$

Los datos periódicos a su vez se subdividen en:

1.- SENOSOIDALES: Aquellos con forma de onda senosoidal, fácilmente representables por la ecuación:

$$X(t) = A \text{ Sen } (2\pi f t + \phi)$$

Donde: $X(t)$: Posición en el tiempo

A: Amplitud

f: Frecuencia Crítica

ϕ : Angulo de fase inicial con respecto al origen de "t"

2.- COMPLEJOS: Son aquellos que consisten de una componente constante y un No. infinito de componentes armonicos senosoidales con amplitudes y fases propias. Los datos peribdicos senosoidales son a menudo una aproximación para los datos peribdicos complejos.

Estos datos pueden (salvo pocas excepciones) ser expandidos por una Serie de Fourier, con la cual se descomponen las componentes ciclicas en una suma de términos peribdicos para lograr una aproximación a las funciones que describen estos datos mediante la suma y expansión de todos los términos. La función característica de la Serie de Fourier es:

$$X(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n W t) + b_n \sin(n W t))$$

$$a_n = \int_0^{2\pi} X(t) \cos(n W t) dt$$

$$b_n = \int_0^{2\pi} X(t) \sin(n W t) dt$$

Donde: W : Frecuencia Angular ($2\pi f$)

Una forma alterna de representar la Serie es:

$$X(t) = X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \cos(n W t - \theta_n)$$

Donde: $X_0 = \frac{1}{2} a_0$

$$X_n = (a_n^2 + b_n^2)^{1/2}$$

$$\theta_n = \tan^{-1}(b_n/a_n)$$

B) NO PERIODICOS: Aquellos que representan una función que no se repite a si misma a intervalos regulares de tiempo. Se pueden representar por la siguiente ecuación:

$$F(x) \neq F(x \pm nT) ; T: \text{Período}$$

1.- Casi Periódicos: Son aquellos que ocurren cuando dos o mas fenómenos peribdicos no relacionados entre sí mezclan sus efectos

resultando una suma de frecuencias arbitrarias no relacionadas que manifiestan ese tipo de datos. Estos datos pueden ser definidos matematicamente por la funcion variante en el tiempo:

$$X(t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n \text{ Sen } (2\pi f_n t + \theta_n)$$

2.- Transitorios: Son todos los casos no previstos anteriormente. Son opuestos a los Datos Periódicos y a los Casi Periódicos. Una representación espectral para ellos es posible solamente si es continua y en este caso son representados por una Serie de Fourier.

Los fenómenos que generan este tipo de datos son amortiguamientos de la variable cambiante en el tiempo y sus espectros son Nos. Complejos que pueden ser expresados en forma Polar Compleja.

ANALISIS DE VARIANZA.

El propósito de la técnica del análisis de varianza es probar la significancia estadística de las diferencias entre las medias de varias muestras. El método nos da una indicación de como las diferencias observadas entre la media de las muestras puede o no puede ser descrita por fluctuaciones del muestreo.

Dados varios grupos de mediciones, la hipótesis nula que representa todos los grupos de muestras al azar de la población muestra es probada por medio de :

Una hipótesis nula que nos dice:

$$X_1 = X_2 = X_3 = \dots = \bar{X}$$

donde $X_1, X_2, X_3, \dots$ etc. son las medias aritmeticas de los grupos de observación. y la $\bar{X}$ es la media aritmética de la población.

Todas las medias de las muestras son representativas de la población (distribución normal) y tienen una desviación estandar.

El error estandar es igual a:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma / n$$

ó una varianza de:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \sigma^2 / n$$

donde $\sigma_{\bar{x}}^2$ = varianza de la media muestral

σ = desviación estandar de la población

n = número de muestra

asi, $\sigma^2 = n \sigma_{\bar{x}}^2$

Dado varios muestras de grupos de observación y sus medias, $\bar{x}$, podría ser tambien calculado empiricamene como sigue, asumiendo que los grupos son de muestras al azar de una población

(como en la hipótesis nula).

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \sum (X_i - \bar{X})^2 / nr - 1$$

donde $\bar{X}_i$ es la media de cada grupo o muestra.

$\bar{X}$ = media global de los grupos

nr = número de medias de los muestras

Una estimación de la media poblacional es:

$$\sigma^2 = n\sigma_{\bar{X}}^2 \quad \text{o} \quad \sigma^2 = n[\sum (X_i - \bar{X})^2 / nr - 1]$$

Desde que esta varianza está basada en las diferencias entre las medias de varias muestras, esto se refiere entre las varianzas (o entre dos varianzas).

Otra estimación de la varianza poblacional es obtenida de la variación de las observaciones dentro de cada muestra usando la técnica de estimación conjunta discreta para pequeñas muestras.

$$s^2 = \frac{\sum (X - \bar{X}_1)^2 + \sum (X - \bar{X}_2)^2 + \dots + \sum (X - \bar{X}_n)^2}{(n-1) + (n-1) + (n-1) + \dots + (n-1)}$$

$$s^2 = \frac{(X_1^2) + (X_2^2) + \dots + (X_n^2)}{(n_1-1) + (n_2-1) + \dots + (n_n-1)}$$

$$s^2 = [\sum (X_k - \bar{X})^2 / ni - 1]$$

Esta estimación está basada en la variación de los valores dentro de cada muestra, esto es llamado también varianza residual o error de varianza.

Si la hipótesis nula es verdadera, estas dos determinaciones de la varianza de la población diferiría solamente por una cantidad igual a la cual esta diferencia podría surgir de las fluctuaciones del muestreo.

Si la varianza estimada de las medias de los grupos (varianza entre grupos) es significativamente grande que la estimada de las varianzas dentro del grupo (varianza dentro de cada grupo) , esto diria que si las diferencias de las medias de los grupos serian muy grandes entonces no serian debidas a fluctuaciones del muestreo sino que los grupos muy diferentes pertenecen a otra poblaci3n.

La comparaci3n de las varianzas estimadas se ve por medio de la prueba F d3nde F es la raz3n entre las varianzas:

$$F = \frac{\sigma^2_{\text{entre grupos}}}{\sigma^2_{\text{dentro de c/grupo}}}$$

Teoricamente las dos varianzas estimadas debieran ser igual si la hip3tesis nula fuera verdadera y F seria igual a 1.0 . Sin embargo la raz3n F generalmente no es igual a 1.0 ,cuando los grupos son descritos al azar de la misma poblaci3n.

Referente a la tabla F tiene grandes valores de F que pueden ser debidos a fluctuaciones del muestreo en un nivel de probabilidad dado o significancia (en la tabla de .05 o .01). Si la raz3n F observada excede al valor tabulado para el nivel seleccionado con los grados de libertad requeridos se podria decir que las medias de los grupos difieren significativamente.

Tabla ANOVA.

Los calculos generalmente se hacen por medio de una tabla ANOVA, los calculos consisten en determinar la suma de los cuadrados de las desviaciones y dividirlos por los grados de libertad apropiados para obtener las estimaciones de las

varianzas. La tabla anova toma la siguiente forma:

FUENTE DE VARIACION	SUMA DE CUADRADOS	G.L.	VARIANZA.
ENTRE GRUPOS	$\sum [n_i(X_i - \bar{X})^2]$	$c-1$	$\sum [n_i(X_i - \bar{X})^2] / c-1$
DENTRO GRUPOS	$\sum [\sum (X - \bar{X}_i)^2]$	(n_i-1)	$\sum [\sum (X - \bar{X}_i)^2] / \sum (n_i-1)$
TOTAL	$\sum (X_k - \bar{X})^2$	$n-1$	

donde X = cada observación

X_i = media aritmetica de c /grupo

$\bar{X}$ = media aritmetica de todos los grupos

n_i = numero de obs. en c /grupo

n = No. de obs. en todos los grupos

c = numero de grupos

Método de cálculo.

El valor de la suma de cuadrados es:

Suma total de cuadrados (o desviaciones)

$$SST = \sum (X^2) - T^2/n$$

Suma de cuadrados entre grupos

$$SSA = \sum (T_i^2/n_i) - T^2/n$$

Suma de cuadrados dentro de cada grupo

$$SSW = \sum (X^2) - \sum (T_i^2/n_i)$$

donde X = cada observación

T = valor total de todas las obs.

T_i = valor total de todas las obs. en c/grupo

n = No. total de obs. en todos los grupos

n_i = No. de obs. en c/grupo

REFERENCIAS.

Bendat and Pierson. 1978 . Random data analysis. New York
Wiley-Interscience.

Bevington. 1969. Data reduction and error analysis for the
physical sciences. Ed. Mc Graw-Hill, 336 pp.

Brigham, E.O. 1974 . The fast fourier transform.
Prentice-Hall. 252 pp.

Mc Neil, D.R. 1977. Interactive data analysis. Ed.
Wiley-Interscience. 186 pp.

Spiegel, M.R. 1970 . Estadística. Serie Schaum. McGraw-Hill.

BOTELLAS NANSEN.

Son excelentes instrumentos para coleccionar muestras de agua a profundidades determinadas, utilizandose estas para las determinaciones de S%, concentraciones de Oxígeno Nutrientes, Etc.

Estas botellas se operan sujetandose a diferentes distancias una de otra en una línea que las une con el barco del que fueron lanzadas.

Vienen equipadas con accesos para colocación de termómetros reversibles que miden la temperatura al tiempo de colección y que pueden indicar la profundidad a que fueron medidas.

Son accionadas por un mensajero que viaja a través de la línea y con su peso golpea un artificio que le permite a la botella cerrarse capturando la muestra de agua y girar invirtiendo los termómetros reversibles deteniendo sus columnas de Mercurio en una trampa y preservando de esta forma la lectura de la Temperatura y liberar en caso de ser necesario otro mensajero que continúe hacia otra botella a una mayor profundidad.

BOTELLAS NISKIN.

INTRODUCCION.

El sodio, cloro y algunos otros pocos sólidos disueltos tales como calcio, magnesio y potasio son los constituyentes principales de salinidad formando los dos primeros mas del 85% del total. Los análisis han mostrado que la mayoría de los elementos que ocurren en la naturaleza estan presentes en el agua de mar. Con excepción del sodio y cloro todos los constituyentes marinos estan presentes en pequeñas concentraciones. Su poca abundancia demanda un gran trabajo en las técnicas de sensibilidad usadas para determinar su concentración. Además es necesario que se estandaricen métodos analíticos para determinar cada uno de los elementos de tal manera que los resultados de varios laboratorios y localidades muestreadas puedan ser comparados significativamente.

MUESTREO Y PREPARACION.

La colección ó toma de muestras de agua de mar es delicada en la obtención de datos químicos significativos. Es importante que el mecanismo de muestreo se llene rápido y que cierre perfectamente de tal forma que la muestra sea verdaderamente representativa del agua en la estación que fue muestreada y no una acumulación sobre una amplia área.

Las muestras de agua son comunmente colectadas con dos clases de instrumentos: el colector reversible como lo es la botella Nansen o el no reversible (con un termómetro asociado que si es reversible) conocido como botella Niskin.

CARACTERISTICAS.

Las botellas estan unidas a un cable 'hidrográfico' en intervalos de espacio apropiados al muestreo. Son bajadas desde una plataforma a un lado de la embarcación. Los colectores en esta etapa estan abiertos en los extremos - fondo y parte superior - de tal forma que el flujo pasa libremente mientras son bajadas. Las botellas Niskin tienen excelentes características para el paso libre del flujo. Cuando las botellas estan equilibradas a profundidades seleccionadas es necesario soltar el mecanismo que cierra tapa y fondo de la botella. Esto se hace con un mensajero, que es un peso de latón o plomo, que esta unido al cable desde la plataforma donde es soltado. El mensajero activa el mecanismo de cierre y libera un segundo mensajero que se continúa deslizandó por el cable hasta activar el mecanismo de cierre de otra botella y liberar un tercer mensajero.

Este es el procedimiento a realizar para la toma de muestras con botellas Niskin y habrá necesidad de tantos mensajeros como de botellas en el cable.

Las botellas Niskin estan hechas de PVC y su capacidad es hasta de 1.7 lts.

COLECTOR MULTIPLE PCM.

Para poder observar y comprender mas ampliamente la traslación de energía que ocurre como resultado de la acción de la olas y corrientes que inciden sobre la línea de costa se desarrolló un sistema para la colección de datos con propósitos múltiples.

Este sistema permite evaluar el transporte de sedimentos a lo largo de la costa como función de la potencia de las olas (Inman, et al, 1969 Komar e Inman 1970).

Posteriormente se hizo un factor mas importante en el estudio de la mecánica de corrientes de retorno y mezcla de la zona de surf (Bowen e Inman 1969 Inman et al 1971). Debido a que el sistema en un principio estaba limitado en escala y resolución se hizo atractivo considerar una segunda generación de sistemas colectores de datos, el cual tuviera una resolución mayor y aumentara considerablemente la capacidad de coleccionar datos en áreas de mayor extensión.

Se diseñó un sistema que nos diera máxima flexibilidad de transporte y manejo, el cual colecciona datos de olas, corrientes y otros datos físicos dentro de la zona dinámica de surf hasta el límite de la plataforma. El sistema consiste de una estación de radio, a la cual estan conectadas 6 estaciones en plataforma, referenciadas por boyas.

El punto de referencia se puede colocar desde una lancha, con tiempo mínimo de buceo. La fácil colocación de estos puntos junto con la estación móvil en la playa, permite el uso de este aparato en áreas retiradas de la costa.

Cada una de las estaciones de la plataforma permite acomodar 15 sensores.

Toda la información de salida de los sensores es digitalizada y transmitida por radio a la estación móvil en la playa, donde es procesada y seleccionada, pasada a cartas de isolíneas o grabadas en cintas magnéticas para posterior análisis de computadora.

Una sola estación en plataforma, transmite información de oleaje en arreglo de sensores, dándonos una idea de las condiciones de oleaje, incluyendo una gráfica de espectros bidimensional.

CORRENTINMETRO ALADO GENERAL OCEANICS 6000.

INTRODUCCION.

El corrientímetro alado modelo general 6000 con registro en cinta magnética es un instrumento tipo inclinómetro auto contenido, diseñado principalmente para emplearse por períodos largos y en océanos profundos. El físico asociado permite a este instrumento estar unido ya sea a una plataforma fija, tal como un instrumento en aceite, o a un cable flotante en suspensión.

La lectura del instrumento son registradas en una cinta estandar estilo Phillips. Estas cintas son procesadas por lectoras del modelo 6000. El modelo 60000 se usa también para verificar que el corrientímetro está operando correctamente antes de usarlo.

Un quinto sensor y un circuito asociado para medir temperatura está disponible como una opción.

PRINCIPIOS DE OPERACION.

El modelo 6011 tiene flotabilidad negativa, por lo que cuando es suspendido en aguas calmadas es jalado verticalmente hacia abajo del eslabón giratorio montado. Cualquier corriente causa que el instrumento tienda a inclinarse de la vertical en la dirección de la corriente.

La magnitud y dirección de este instrumento es medido con el modelo 6011 por cuatro sensores: Un inclinómetro y tres mecanismos de efectos de Hall montados ortogonalmente. Cada mecanismo de efecto de Hall tiene la propiedad de que genera un voltaje proporcional a la componente del campo magnético de la

tierra a lo largo de su longitud.

Las lecturas de los cuatro sensores se registran en cada intervalo de muestreo. Durante el proceso de reducción de datos, después de recobrar el instrumento, estas 4 lecturas son combinadas y la magnitud y dirección de la corriente calculada. La dirección supuesta debe ser corregida por las variaciones locales en el campo magnético de la tierra para obtener la dirección geográfica.

INSTRUCCIONES DE OPERACION.

A.- Preparación del instrumento.

Checar que haya suficiente capacidad de batería para correr el instrumento por el tiempo de empleo planeado. Si hay alguna duda use una batería nueva. Checar que la tapa de la cinta esté sellada.

B.- Revisión.

Cuando la batería principal y la cinta están en su lugar, el switch on/off debe ser girado a on, presionando el botón 'step' debe dar una lectura. El mando exágono se observará que rota casi $1/8$ en medio segundo, haciendo un débil sumbido que se oirá del motor de la caja del equipo. El switch del selector del intervalo se pondrá a la razón de muestreo deseada. Esto es acompletado por el levantamiento de la cubierta del switch (el final está marcado con un punto rojo) y con un pequeño desarmador, cuidadosamente se gira el punto amarillo a la posición apropiada. Es posible que el intervalo entre lecturas sea checado, usando un reloj. Por supuesto se hace mas

facilmente en las razones de muestreo mas altas, por ejem: 512 muestras/hora: intervalo 7.03s. 256 muestras /hora: 14.96 seg, etc. Después se selecciona el programa deseado de ráfaga de muestreo. El switch es similar en apariencia al del selector de intervalo, excepto que éste tiene 2 rotores amarillos. Los intervalos de ráfagas de muestreo son los que pueden ser checados facilmente otra vez con un reloj.

Finalmente el switch del límite de cinta debe de ser checado. Esto se hace presionando el botón 'step' y observando el paso continuo del mando exágono y el carrete alimentador.

La conección al modelo 6011 se hace vía el conector 'monitor' usando el cable retráctil sobre el modelo 6000. Cada vez el botón On 'step' del corrientímetro se presiona, la pantalla del modelo 6000 muestra la palabra digital que ha sido registrada en la cinta. Leyendo de izquierda a derecha, la pantalla muestra:

a) El número de serie del instrumento.

b) El código de 10-bit hora.

c) Los 8 - o 12-bit variable.

La variable mostrada es seleccionada por la rotación del switch a la posición 5 a la derecha de la exhibición. Cuando es conectado a un corrientímetro, la posición 4 representa la señal del inclinómetro. La pantalla debe mostrar ceros o números dígitos bajos cuando el 6011 es inclinado menos de 30 grados y unos cuando es inclinado a mas de 90 grados.

En posición 5 del switch se muestra la temperatura en un

código de 12 bits. El rango de número cero a 4096 representa temperaturas de -8 grados centígrados -g.c.- a 56 g.c. Si la opción de la temperatura no es ajustada el instrumento muestra unos.

Cuando estos chequeos han terminado y después de que el cable ha sido desconectado el instrumento está listo para insertarlo en el estuche de presión.

El paquete electrónico está unido a una tapa final del estuche de presión. La otra tapa es normalmente izquierda en posición en una terminal del tubo de presión. Ambas tapas finales tienen arreglos de cierre rápido idénticos.

Mientras el instrumento es bajado al estuche de presión, el usuario debe hacer un chequeo final de que todas las partes estén seguros. Entonces se pone la tapa final en su lugar. El instrumento ya está listo para usarse.

CORRENTIMETRO ENDECO 105.

A) Generalidades en su Uso

Este aparato ha sido diseñado para medir corrientes monitoreando ambientes de tipo estuario y plataforma continental.

Posee un soporte horizontal en un amarradero para cuerdas que permite un mínimo arrastre hidrodinámico en profundidades someras.

Utiliza un cartucho recargable de 16 mm que puede ser leído digitalmente o convertido a forma digital para análisis de computadora.

B) Generalidades de diseño.

PARTE EXTERNA.

- 1.- Cubierta externa contra presión.
- 2.- Filtro de oleaje con cable.
- 3.- Localizador de magneto.
- 4.- Nudos de nylon removibles.
- 5.- Estabilizador de centro de masa.
- 6.- Nivel.
- 7.- Ducto de las aspas de la hélice.
- 8.- Hélice.

PARTE INTERNA.

- 9.- Recipiente de baterías.
- 10.- Motor de avance del film.

- 11.- Conector del sistema electrico de la fuente de poder.
- 12.- Bolsa de desecante.
- 13.- Lentes de cámara.
- 14.- Reloj digital.
- 15.- Cámara.
- 16.- Switch rojo.
- 17.- Ring "0".
- 18.- Motor de conducción de velocidad.

C) ESPECIFICACIONES.

1.- Velocidades de Corrientes.

0.0 - 1.75 nudos (0.0 - 90.1) cms/s 1 Lectura/Hora.

0.0 - 3.50 nudos (0.0 - 180.2) cms/s 1 Lectura/30 Mins.

0.0 - 7.00 nudos (0.0 - 360.4) cms/s 1 Lectura/15 Mins.

Impulsor: Menor de 0.05 Nudos (2.57 cms/s).

Resolución: 0.05 Nudos.

Precisión de Velocidades: ($\pm$) 3% de escala total.

2.- Dirección de corriente.

Dirección magnética: (0.0 - 360).

Sensitividad: ($\pm$) 5 a 0.05 nudos.

Resolución: ($\pm$) 1 grado.

Precisión: 2 % alrededor de 0.05 nudos.

3.- GUIA.

Los instrumentos se orientan hacia el flujo y así eliminan la necesidad de corrección.

4.- Tiempo y razón de grabado

El número de lecturas es de 3600, por lo tanto la duración del film dependerá de la programación de las lecturas.

Posee un diodo que emite 24 horas de luz que servirán como una marca de referencia de tiempo en la película. Este diodo es programado por el timer.

Estabilidad de tiempo: $(\pm)$ 1.1 seg/día a 20 C.

$(\pm)$ 4 seg/día de (-5 a +30) C

5.- Grabado

Es un método de fotografía directa sobre tiempo de exposición de salida del sensor de luz emitida por diodos. Utiliza un tipo de film de 50 pies de 16 mm Tri-X, con una fuente de poder de 4 pilas de 1.5 Volts, baterías "D".

6.- Medio Ambiente

Opera en aguas dulces, contaminadas y saladas en un rango de temperatura de operación de -2° a $+45^{\circ}$ °C. Y rangos extremos de -24° a $+65^{\circ}$ C a una profundidad máxima de 500 pies. El material de construcción es plástico PVC con un peso aproximado de 27 Lbs y una boyancia aproximadamente neutral y ajustable.

7.- Caja del aparato.

Material: Plástico PVC

Terminado: Pintado para resistencia a fijadores marinos

Hardware: 300 series de acero inoxidable y plástico

8.- Medidas físicas

Peso: 27 Lbs en el aire

Boyancia: Aproximadamente neutral, ajustable.

D) OPERACION DEL INSTRUMENTO

Este correntímetro necesita el filtro de oleaje con una línea de aproximadamente 5 pies atado al cable de movimiento para su operación en aguas someras.

Principio del funcionamiento: Graba medidas de velocidad en un campo de ondas, dentro del correntímetro existe un eje impulsor que accionado por magnetos rota un "tambor" opaco con

una hélice transparente cercada totalmente dentro del mecanismo de conducción. La hélice es iluminada por la luz emitida por el diodo y su posición es chequeada totalmente en una ranura por una cámara con lentes acromáticos. El dato es grabado en film de 16 mm y como no posee obturador, se produce una señal analógica proporcional en longitud al número de revoluciones de rotor. El film es procesado para su información por la compañía Endeco.

CORRENTIMETRO ENDECO TIPO 174.

DESCRIPCION

El Endeco tipo 174 es un correntímetro de flujo axial con impelente en un ducto, específicamente diseñado para mediciones en márgenes continentales y en medios ambientes estuarinos.

El montaje horizontal del instrumento permite su operación en aguas someras con un mínimo arrastre hidrodinámico. La información digital de los sensores es grabada en un cartucho de cinta magnética y los datos pueden ser fácilmente procesados usando el traductor de datos Endeco tipo 2501.

El correntímetro tiene integrado un transmisor de una señal acústica para checar continuamente el aparato sin removerlo. La señal tiene un rango de 1000 mts siendo útil también para localizar y recobrar los aparatos perdidos.

OPERACION DEL INSTRUMENTO

A) Generalidades: Este correntímetro es un instrumento que mide y graba en cintas magnéticas la velocidad y dirección de la corriente, la temperatura y la conductividad en un medio acuoso.

B) Velocidad de la Corriente: El medio acuoso hace rotar una propela donde la razón de rotación de la propela es directamente proporcional a la velocidad del agua, la cual es determinada en base a la medición del desplazamiento en un disco y calculando la velocidad en base al intervalo de muestreo.

C) Dirección de la Corriente: Tiene un compás que indica y graba la dirección del aparato.

D) Temperatura: La temperatura ambiente es medida por un sensor termistor termolineal. La salida del circuito de temperatura es una frecuencia proporcional a la Temperatura.

E) Conductividad: La conductividad es captada por un sensor sin electródo localizado en el fondo de la caja de presión y al frente del instrumento. Los instrumentos electrónicos de medición están dentro del aparato. La salida de los instrumentos electrónicos es una frecuencia proporcional a la conductividad, esta frecuencia es grabada. Los valores grabados no son calibrados ni compensados por temperatura. Una vez cada 24 horas los valores de calibración son grabados. Los datos de conductividad son corregidos después por computadora usando la temperatura grabada y la calibración corregida. Después de corrección por calibración y compensación por temperatura los datos pueden ser transformados a salinidad.

F) Formato de Grabación: La velocidad, dirección, Temperatura y conductividad son muestreados y grabados en ese orden y son designados a los canales 1, 2, 3 y 4 respectivamente.

G) Calibración: Los 4 parámetros están calibrados de fábrica

H) Emisor de Señal Acústica: Este emisor es usado para localizar el aparato y saber si este está funcionando apropiadamente. Durante condiciones normales emite una frecuencia de 2 Hz/seg. Si el aparato no está funcionando emite una frecuencia de 9 Hz/seg y puede ser oída usando un receptor.

J) Fuente de Energía: Utiliza 8 pilas tamaño "D" de carbón-zinc sin cubierta metálica porque puede alterar el compás magnético.

K) Intervalo de Muestreo: Utiliza un reloj de cuarzo para precisión en el intervalo de muestreo. El intervalo standard es

de dos minutos y puede ser cambiado a 3, 4, 5, 6 y 10.

L) Marcador de día y No. de Serie: Una característica del reloj es su habilidad para grabar digitalmente un marcador de días en la cinta. Esto ocurre 24 Hrs después del ultimo Reset y reemplaza una muestra por día. También graba el No. de serie del aparato.

M) Caja de Presión y Filtro de Oleaje: El instrumento usa un encapsulado de plástico tratado con pintura para minimizar el crecimiento de incrustaciones marinas. La línea de amarrado es de aproximadamente 5 pies de largo y junto con la boyancia neutral del aparato permite a este seguir el movimiento de las partículas en un movimiento de olas, por lo tanto permanecer alineado con la corriente neta. Esto es importante en aguas someras donde son mas pronunciados los efectos de las olas.

N) Balanceo Automático: Dentro del aparato se encuentra instalado este control y éste es activado automaticamente cada 24 hrs. para compensar cambio de densidad en el medio acuoso.

O) Traductor de Datos: La información grabada puede ser facilmente leida y traducida por un aparato dando representaciones de las variables.

ESPECTROFOTOMETRO.

INTRODUCCION.

La variación de un sistema, con la concentración de algún componente, constituye la base del análisis colorimétrico. En colorimetría el color se debe, usualmente, a un compuesto coloreado formado mediante el agregado de un reactivo apropiado, o del mismo componente que se determina.

La intensidad del color puede compararse con la obtenida tratando una cantidad conocida de una sustancia a determinar, en igual forma que la muestra del análisis. El análisis colorimétrico, forma parte del análisis químico fotométrico, que se basa en la cantidad de luz absorbida por una solución coloreada (espectrofotometría, colorimetría) o en la cantidad de luz difundida por una suspensión (nefelometría) o por una suspensión (turbidimetría). En colorimetría visual, generalmente se usa luz blanca natural o artificial, y las determinaciones se efectúan corrientemente con un aparato sencillo denominado colorímetro. El ojo puede remplazarse por una celda fotoeléctrica, con lo que se eliminan, en gran parte, los errores debidos a características de cada observador. El aparato se denomina entonces colorímetro fotoeléctrico, y usualmente emplea luz cuyas longitudes de onda están entre límites comparativamente próximos, obtenida generalmente haciendo pasar luz blanca por filtros, láminas o placas de vidrio coloreado, películas de gelatina, etc., que transmiten solo una región limitada del espectro, estos aparatos reciben el nombre de fotómetros a

filtro.

En espectrofotometría se utiliza solo una radiación de longitud de onda definida (cuyo ancho de banda es de, por ejemplo, 10 -35 Å o menor) que puede ser del ultravioleta visible a infrarrojo se requiere del empleo de un aparato mas complicado y mas costoso, el Espectrofotómetro.

La mayoría de las determinaciones colorimétricas se efectúan comparando, en condiciones bien definidas, el color producido por la sustancia a determinar, con el color obtenido con una cantidad conocida de dicha sustancia. Se calcula el coeficiente de extinción molecular a partir de la medición de la densidad óptica o de la transmitancia de una solución de concentración conocida y se determinan las concentraciones mediante el coeficiente de extinción molecular y el valor medido de la densidad óptica o de la transmitancia.

Las ventajas de los métodos colorimétricos, es que permiten determinar cantidades pequeñas de sustancias, en especial en fotometría se abarcan las siguientes regiones del espectro: ultravioleta 760 m (milimicrones) a 15 (micrones). Empleandose por ello, corrientemente en la determinación de trazas y de componentes menores.

TEORIA DE LA ESPECTROFOTOMETRIA

Cuando llega la luz (monocromática o heterocromática) a un medio homogéneo, una parte de la luz incidente se refleja, otra es absorbida por el medio y el resto es transmitida. Si la intensidad de la luz incidente es I , la luz absorbida I_a , la

transmitida I_t y la luz reflejada I_r , se tiene:

$$I = I_a + I_r + I_t$$

En las interfaces aire vidrio, que son las que se tienen al efectuar las determinaciones, con cubetas de vidrio, un 4% de la luz incidente se refleja.

La espectrofotometría se basa en la ecuación de Lambert-Beer:

$$\log(I/I_t) = D = ECT.$$

El valor de E , depende de la forma en que se exprese la concentración C y T , E es el coeficiente de extinción.

La densidad óptica D , extinción E o Absorvancia A , de un medio, es el logaritmo del cociente de las intensidades de la luz incidente y la luz transmitida.

$$A = \log(I/I_t)$$

El método del espectrofotómetro, es el más exacto para determinar la concentración de sustancias en solución por Absorciometría.

Un espectrofotómetro puede considerarse como un fotómetro fotoeléctrico o filtro, mejorado, que permite emplear bandas de luz casi monocromática cuya longitud de onda se puede hacer variar a voluntad en forma continua. Las partes esenciales de un espectrofotómetro son :

- a) Una fuente de energía radiante.
- b) Un monocromatizador que aísla bandas angostas de energía radiante de la fuente.
- c) Cubetas de vidrio o de plástico para el solvente y para la solución.
- d) Un dispositivo para medir o comparar los haces de energía que pasan por el solvente o la solución.

de los rayos los cuales desperdician energía y a menudo desvalancean los rayos. El resultado es una excepcionalmente plana I_0 , línea de referencia de luz incidente con superior exactitud fotométrica, sobre el complejo rango de longitud de onda. la uniformidad de la línea I_0 es mantenida en una base a largo plazo, sin necesidad de complejos ajustes de un consumidor de tiempo, y no es afectado por el remplazamiento de la lámpara. Una apertura especial reduce uniformemente ambas áreas de rayos: muestra y referencia permitiendo exactitud de mediciones con micro celdas de 0.3 ml.

Complementando el sistema óptico, el monocromatizador provee alta resolución con una rejilla BAUSCH-LOMB de 1200 ranuras/mm., la cual es iluminada a 200 nm., y es montada en el configurado CZERNY-TURNER para operación continua. 4 filtros proveen anchos de banda espectrales de 0.25, 0.5, 1.0, 2.0 y 5 nm., constantes sobre el complejo rango de longitud de onda.

Cuenta con 2 lámparas de Deuterium y Tungsteno, que abarcan un rango de longitud de onda de 190 a 900 nm. Estas lámparas pre alineadas pueden ser operadas independientemente o juntas para eliminar los retrasos por calentamiento cuando se cambia el switch. de una lámpara a otra La selección de la lámpara es hecha con un simple toque de palanca.

El disipador de longitud de onda esta adaptado para velocidades de 60, 120, 240 o 480 nm./min. y una velocidad de 30 nm./min. opcional es disponible. La longitud de onda montada es facilmente disgregada por selección manual. Ordenes de 5 seg. y filtros de para pérdida de luz son automáticamente insertados en un parche óptico en las longitudes de onda requeridas para

asegurar toda pérdida de luz.

Los resultados fotométricos son grabados en una pantalla de fácil lectura con divisiones de escala lineal, 4 diferentes rangos son proveídos, 0-100 0.0-2.0 de Concentración. El rango deseado es fácilmente seleccionado por un sencillo switch de control (botón) en la parte frontal del aparato. La excepcional estabilidad del SPECTROMETRO 210 UV elimina reajustes 100

En la mayoría de los análisis de rutina, si se desea poner 0 Absorvancia, puede ser puesto a cualquier nivel en el medidor para el conveniente espectro diferencial. El valor fotométrico es también disponible como una salida analoga de voltaje para uso con grabadoras y otros accesorios.

EL fotodetector es controlado por un dinodo retroalimentador de alta velocidad, el cual instantaneamente compensa fluctuaciones para el voltaje de entrada o de salida de la lámpara. Una señal estable de referencia libre de ruido es mantenida sin la necesidad de complejos reguladores de voltaje para la lámpara.

EL ESPECTRONICO DIGITAL 210-UV tiene la ventaja de da una mejorada exactitud de lectura. Los valores de concentración, Absorvancia y Transmitancia, son leídos fácilmente. La forma deseada es fácilmente seleccionada por un switch frontal y el valor de la muestra es impreso en una salida digital de 4 lugares:

Transmitancia 000.0-100.0%

Absorvancia 0.000-2.000 A

Concentración desde la normal hasta una triple.

Una luz de flash mejora el uso automático para valores de la

muestra que estan bajo o sobre el rango. El valor fotométrico esta disponible en la forma B C D para computadora o impresión de interfase.

ACCESORIOS.

La adición de un grabador T-Y Flatbed Recorder, Cat. No. 39-03-60 convierte el UV-210 en un altamente preciso y repetible espectrofotómetro grabador. La carta de papel es detenida en su lugar por un plato de vacío, mientras el marcador se mueve de derecha a izquierda, continua y automaticamente y no permite la interrupción de la disipada longitud de onda, sin perder su sincronización, cuando el marcador se levanta automáticamente y regresa a su posición original 4 rangos son disponibles en la grabadora: 0-1 A, 0-2 A, 0-0.1 A y 0-0.2 A.

Procesor de datos. Es un accesorio ideal para análisis secuencial y cinético. Esto mejoraría una impresión automatica de datos en intervalos preseleccionados o un manual de datos, cualquiera que sea deseado. La identificación de la muestra es secuencial de 1-99, y el intervalo de tiempo y número de impresiones puede ser variado para requerimientos analíticos.

Disco Sostenedor de 4 células. Cat. No. 39-20-06. El Turret Cell Holder, acepta de 1 a 4 recipientes de 10 mm. de long. en conjunción con un recipiente de 10 mm. de referencia.

Aditamento de Vidrio de Opalo. Cat. No. 39-20-05. Este accesorio hace posible obtener un espectro de absorción con muestras translúcidas, tales como células en suspensión, sangre o secciones de tejidos y muestras de soluciones transparentes.

Sostenedor cilíndrico de celda. Cat. No. 39-20-07. Este instrumento es facilmente adaptado al compartimiento de la

muestra y acepta cualquier tipo de celda cilíndrica en un grosor de hasta 100 mm.

Sostenedor de Celda de Temperatura constante. Cat. No.39-20-08. Usa agua circulante para mantener temperaturas uniformes en las celdas de la muestra y de referencia, tiene un rango de Temp. de 5° a 75° C y acepta 2 celdas de 10 mm. de grosor.

Placa y Expansión de Escala. Cat. No.39-20-09. Esta unidad es adaptada a las terminales de salida del instrumento y permite una expansión de la escala de 10X para salida del grabador.

ESPECIFICACIONES UV-210.

Rango de Long. de onda. 190 a 900 nm.

Lectura de Long. de onda Cont. digital de 0.5 nm.

Exactitud de Long. de onda ± 0.5 nm.

Reproducibilidad de Long de onda ± 0.2 nm.

Ancho Espectral de Banda 0.25, 0.5, 1.0, 2.0 y 5.0 .

Rango fotométrico 0.00-10.0 T.

0.000-0.200 y 0.000-2.000 A.

0.000-2.000 Conc.

Exactitud fotométrica ± 0.005 en 0.4 A.

reproducibilidad Fotométrica ± 1.0

Velocidades de disipación 60, 120, 240, 480 y 30 nm./min.

Compartimiento de la muestra 110x170x135 mm.

Salida externa 100 mv.

Necesidades de Fuerza 115 VAC, 60 Hz.

Medida del Espectrómetro 33.4x23.6x8.2 pulg.

Aporte de energía 21x13.7x17 cms.

Peso neto 55 Kgrs.

T-Y GRABADOR Cat. No. 39-03-60

Voltage de entrada 10 mv.

Velocidad de carta 1.5, 3, 6 y 12 pulg./min.

Impedancia de entrada 1 megohm, constante

Respuesta del marcador 0.5 seg.

Zona muerta menos de 2

Linealidad ± 0.1

Ajuste a cero 110

Medida del papel 11x16.5 pulg.

Necesidad de fuerza 115 VAC, 60 Hz, 50 V.A.

Dimensiones 17.5x15.75x6.5 H

Peso 34 lbs.

ESTACION METEOROLOGICA KAHLSICO No.40AM150 PARA 120 DIAS.

La estación meteorológica KAHLSICO no.40AM150 tiene sensores integrales para mas de 6 parámetros meteorológicos mide velocidad de viento, dando promedios instantáneos así como su dirección, temperatura, humedad relativa, presión barométrica y precipitación pluvial en un grabador electromecánico de papel.

Su construcción compacta y liviana lo hace ideal para mediciones de largo término sin ser atendido, especialmente para localidades remotas.

DATOS TECNICOS.

TIPO.- Un sensor de velocidad de viento con tres aletas del tipo Robinson.

Un sensor de dirección de viento con una doble aleta y un sensor de temperatura de tubo; un sensor de humedad relativa; un sensor de precipitación pluvial de colector en forma de cubeta; sensor de presión barométrica aneroide y un grabador integral.

ESCALA.- La cantidad de viento total de un extremo del segmento de papel al otro en cada excursión es de 10 kilómetros; dirección de viento de 0 a 360 grados; temperatura de -30° a $+50^{\circ}$ C; humedad relativa de 0 a 100%, precipitación pluvial para cada excursión de un extremo del segmento de papel al otro extremo de 30 mm. presión barométrica nominalmente de 100 mb.

RANGO.- Tiene un rango ilimitado para velocidad de viento y precipitación pluvial; ajustable para presión barométrica dependiendo de la altitud.

SENSIBILIDAD.- Viento 0.5 m/seg, temperatura de 0.5° C, humedad relativa 3% , precipitación pluvial: 0.25mm., presión barométrica 1% .

GRABADOR.- Electromecánico con reloj de batería , papel para más de 120 días de grabación, velocidad del papel de 5mm. por hora o 10mm. por hora dependiendo de los engranes usados.

PAPEL.- Papel encerado sensitivo a la presión sin tinta con 5 secciones, una para cada uno de los factores.

PRECISION:

Precipitación pluvial: 3%

Humedad relativa: $\pm 3\%$

Viento acumulativo: mejor que 0.5 m/seg.

Dirección del viento: mejor que $\pm 5^\circ$.

Temperatura: $\pm 1^\circ \text{C}$

Presión barométrica: $\pm 1\%$

Sistema de relojería: ± 5 minutos / 30 días.

Fuente de poder: paquete de tres baterías 4.5 volts.

CONDICIONES DE OPERACION AL MEDIO AMBIENTE.

Temperatura: -25° a $+60^\circ \text{C}$.

Humedad: 0 a 100%

Altitud: arriba de 2100 metros, con el barómetro aneróide

Materiales: resistentes a la corrosión.

Peso neto: 22 kg.

FLUORIMETRO DE FILTRO TURNER MODELO 111.

El principio de operación de este instrumento, se basa en la emisión de luz ultravioleta (UV) de cierto rango de longitud de onda (selección por medio de filtros) sobre una muestra, la muestra convierte en una luz de nueva longitud de onda. Esta luz re-emitida (fluorescencia) es la que se mide. La fracción convertida es proporcional a la concentración. El instrumento usa como fuente de luz, una lámpara de luz ultravioleta, ya que muchos materiales se destruyen al ser expuestos a luz de otra frecuencia. El cálculo de la concentración desconocida C_u (muestra) se obtiene a partir de :

cuando se usa "blanco" $C_u = C_s [(F_u - F_b) / (F_s - F_b)]$

cuando no se usa "blanco" $C_u = C_s (F_u / F_s)$

donde: F_b = lectura de fluorescencia del blanco

F_s = lectura fluorescencia estandar

F_u = lectura fluorescencia muestra

C_s = concentración estandar

C_u = concentración muestra

El instrumento cuenta con un ajuste máximo de sensibilidad, se controla por medio de un selector (range selector) de cuatro aperturas (1X, 3X, 10X, 30X), dando como resultado cuatro expansiones de escala. Esta ubicado entre la fuente de luz y el filtro.

La longitud de onda de UV abarca un rango entre 300-700 nanómetros (nm). Existen varias lámparas de UV con diferentes longitudes de onda dentro del rango, se debe tener cuidado con la elección de la lámpara con su filtro compatible.

Debemos asegurar que los filtros den una respuesta lineal de fluorescencia contra concentración. Para esto, se separan varias soluciones de concentraciones conocidas, se hacen las mediciones y se grafican los resultados.

Para operar el instrumento debemos tener las siguientes precauciones: corriente eléctrica, mantenimiento, manejo, técnica, reactivos usados, calibración y temperatura ambiente. La mala operación del instrumento puede dar como resultado: daño físico (principalmente ojos), destrucción del instrumento y errores en la medición.

Este instrumento, en el campo de la oceanografía se utiliza para la determinación de concentraciones de clorofila , y trazadores fluorescentes como medio para determinar difusión.

LIMNIGRAFOS DE REGISTRO PROLONGADO KAHLISCO.

Los Limnigrafos de la casa Kahlsico se utilizan para indicar y registrar niveles de agua con autonomía mensual, trimestral, semestral y en casos especiales anual, por medio de un reloj de cuerda que puede funcionar con carga manual o eléctrica.

El modelo # 311WA740 posee un registro mensual accionado por un motor de cuerda con recarga manual.

El modelo # 311WA840 difiere solamente con el anterior por un sistema de recarga mediante pilas eléctricas de 1.5 volts. normales y este sistema consiste de un pequeño motor eléctrico que a intervalos de aproximadamente 5 minutos, recarga la cuerda del reloj por lo que la tensión de la misma es practicamente constante. Esto resulta en una mayor precisión del avance del reloj, que es de gran importancia en los registros prolongados, en especial para los trimestrales, semestrales y en casos especiales anuales.

El brazo de la plumilla inscriptora-indicadora se desplaza a lo largo de un eje helicoidal acanalado, indicando, cada posición de la misma, un nivel de la superficie del agua determinado en correspondencia con las indicaciones de la hora.

Un juego de engranajes permite el uso de las escalas 1:10 y 1:20. Puede suplirse la escala 1:5 u otra especial.

La construcción del eje en forma helicoidal doble, permite el registro de aquellos niveles que se encuentran aún por encima o por debajo de los niveles máximos prefijados.

El instrumento tiene una caja metálica con cubierta a bisagra y cerrojo al cual de desearse, se le puede colocar un

candado de seguridad.

El limnigrafo posee un flotador, contrapeso y contrapeso adicional los cuales una vez instalado en el campo se acomodan sobre la polea que mueve el eje helicoidal para el registro de la superficie del nivel del agua.

INSTALACION:

El instrumento se fija a una base previamente construida en la cual se acondiciona espacio para el flotador-contrapeso y esta base deberá estar a una altura fuera de el nivel máximo de marea registrado, y una vez instalado se procede a acomodar el rollo de papel y cargar la plumilla de tinta. No requiere de un mantenimiento continuo sino supervisar el óptimo funcionamiento de este, para lo cual se tiene el cuidado de instalar baterías nuevas y en la supervisión comprobar que la plumilla esta registrando.

MAREOGRAFO DE BURBUJA

INTRODUCCION Y TEORIA DE OPERACION.

El instrumento de burbuja nos da un registro continuo en una carta acerca de la altura de la marea. Este instrumento puede hacer mediciones aún cuando el sensor de marea este localizado a varios cientos de pies del registro.

La presión en un cuerpo de agua varía con la profundidad. La presión es alrededor de 1.5 libras por pulgada cuadrada por cada pie de profundidad. De este modo con un sensor de presión en un nivel horizontal fijo el nivel del agua arriba del sensor se mide observando la presión en el sensor.

El sensor es una pequeña cámara de metal unida a un tubo de plástico. El volumen del orificio filtra errores causados por la acción de las olas.

La presión del agua en el sensor es detectada manteniendo éste lleno de nitrógeno para detectar la presión del gas. El agua arriba del sensor mantiene el gas comprimido a una presión igual a la presión del agua en el lugar donde se encuentran gas (nitro) y agua. Para mantener el orificio del sensor lleno de gas un flujo regulado de nitrógeno lo alimenta a través de una línea accesoria. La presión en esta línea, que es igual a la presión en el sensor se detecta por una válvula (que compensa la temperatura) que se enlaza a una pluma de registro.

CONSIDERACIONES DE APLICACION.

En operación el nitrógeno seco es constantemente purgado al

sensor a una tasa regulada. Para este efecto el aparato cuenta con un regulador de presión que se encuentra entre la suministración de gas y la válvula de la aguja. La razón suministrada que se requiere se determina por la máxima altura de marea y el volumen del sistema incluyendo línea, orificio y válvula. Esta razón puede ser ajustada para lo cual el fabricante da una tabla de altura de marea por hora contra número de burbujas por minuto manteniendo una cierta longitud de línea. De cualquier modo se hace notar que el mínimo de burbujas para cualquier instalación es de 30 burbujas por minuto. Si la altura de la marea aumenta más de doce pies por hora es conveniente darle más de treinta burbujas por minuto sin exceder de un número razonable fácilmente medido. Esta medición la hacemos contando el número de burbujas que pasan a través de la cámara de aceite. También se dan tablas sobre el consumo de gas por día.

En general bajo condiciones normales el máximo error que puede tener el aparato es de 1% en sus mediciones y esto puede ser debido a la longitud de la línea, cambios en la salinidad u oleaje. El efecto de las olas puede ser amortiguado ajustando la válvula de la aguja, o bien con un sensor de mayor volumen.

MANTENIMIENTO.

Checar regularmente el papel, el nivel de tinta, el gas, la tabla de marea para ver si corrobora con nuestros registros, el reloj. Asimismo eventualmente remover el sensor y checar si hay crecimiento de organismos o plantas o algún deterioro. Cerrar todas las válvulas antes de cambiar de tanque. El tanque puede durar entre cuatro y nueve meses.

HAREOGRAFOS FISCHER AND PORTER MODELOS 1550 Y 1551.

DESCRIPCION GENERAL.

Los registradores de nivel Fischer and Porter (tipos 1550 y 1551) emplean un medio mecánico para convertir las posiciones angulares de un eje rotatorio en una salida digital codificada, y perfora este valor digital en una cinta de papel a intervalos de tiempo seleccionados.

Este instrumento está diseñado para medir nivel de líquido por medio de un ensamble de cable, cilindro y flotador. Esta fuente de medición puede ser engranada para obtener cualquier razón conveniente entre la rotación del eje registrador de entrada y la rotación del eje unitario de movimiento primario.

El registrador tipo 1550 está diseñado para ser montado en un tubo de 4 pulgadas de diámetro y está contenido en una caseta a prueba de la intemperie.

El registrador tipo 1551 es un instrumento montado en una superficie plana en una caseta hermética al polvo.

Estos instrumentos están diseñados para usarse con una batería de 7.5vdc.

El aparato de medición consiste de un flotador, cable del flotador, disco del flotador y resorte de contrapeso. El flotador opera en un pozo vertical fijo o tubo. El resorte de contrapeso elimina el uso de contrapesos con lo cual se reduce el tamaño del pozo.

El instrumento tiene un rango máximo de operación de 50.0ft. y registra niveles hasta cerca de 0.01 ft.

Esta diseñado para operar con el mínimo de cuidado y por personas con poco entrenamiento técnico.

El aparato puede ser dejado en la estación, sin atender, por lo menos un mes, basado en lecturas a intervalos de 5 min.

La cinta de papel es tal que la lectura visual puede efectuarse con el mínimo esfuerzo. Cada línea horizontal de hoyos perforados representa la cantidad total de rotación del eje en forma digital en el tiempo de perforación. Cada línea esta dividida en 4 secciones que representan las unidades, décimas, centésimas y milésimas del número.

Cada sección está codificada binariamente (1,2,4,8) y la sumatoria mental de hoyos (bits) perforados va a establecer la lectura digital.

Con equipo auxiliar, una combinación de contactos eléctricos puede ser operada simultáneamente para presentar un duplicado de la salida para propósitos de telemetría. En adición a la información digital suministrada en forma de cinta perforada y en forma eléctrica, el instrumento está provisto con discos de lectura directa.

El registro de datos de cinta perforada puede ser fácilmente interpretada visualmente ó procesada rápidamente usando técnicas automáticas de la máquina.

Un traductor automático Fischer and Porter permite a los datos perforados en cinta ser convertidos en tarjetas perforadas, 8 ó 5 canales de cinta perforada ó cinta magnética en un mínimo de tiempo.

La operación del mecanismo del registrador de cinta perforada es secuencial con lo cual hace imposible para cualquier

función estar fuera de fase con las otras.

El instrumento esta montado en una caja apropiada que facilita el cambio de cinta y el mantenimiento de rutina.

ESPECIFICACIONES.

Entrada: 1 revolución del eje es igual a 100 valores.

Rango de lectura: de zero a 99.99 ft.

Precisión de lectura: $1/2$ valor.

Tiempo de lectura: 15 seg. maximo.

Rango de temperatura ambiente: -35°F a 122°F .

La cinta dura hasta 17 meses con un interválo de lectura de 15 min.

MAREOGRAFO STEVENS MODELO 7000.

DESCRIPCION GENERAL.

El registrador digital Stevens convierte las posiciones angulares del eje en información digital codificada y registra esto periódicamente como un patrón de hoyos perforados en cinta de papel.

Las mediciones son registradas en decimal binario codificado (8,4,2,1) Cuatro dígitos de información son registrados, con cada dígito por cuatro posiciones de hoyo. Una línea horizontal de hoyos perforados representa una entrada completa, (fig.1). El registrador digital perfora datos a intervalos seleccionados de tiempo controlados por un reloj.

Estos instrumentos están provistos con una variedad de opciones y accesorios. Tienen una resolución de 0.01ft.

ESPECIFICACIONES.

Requerimientos de energía: 22.0amp. para encendido y 260-450ma para funcionamiento tomado de una batería de 7.5vdc.

Duración del ciclo de perforado: 10-12.5seg a 19-30watt-seg/ciclo de consumo de energía.

Rango: 10,000 conteos.

Precisión: $\pm 1/2$ conteo.

Resolución: 1 revolución del eje es igual a 100 conteos.

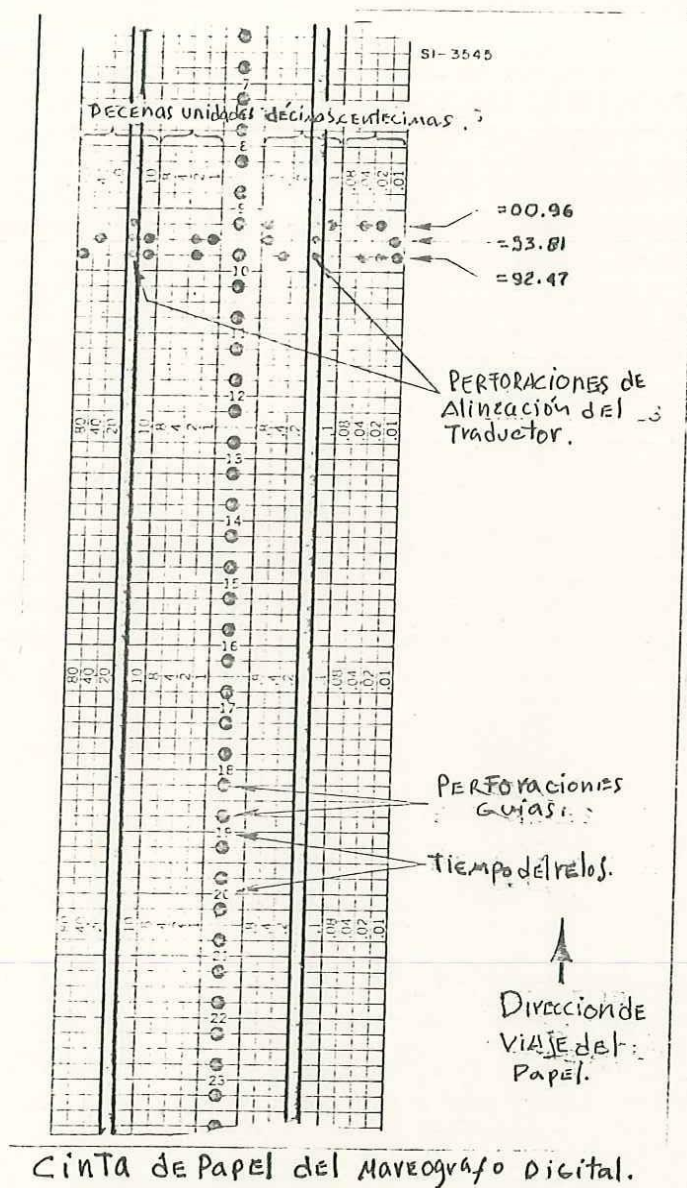
Díametro del eje de entrada: .3145inch

Impulso de rotación (torque): Para el eje de entrada menos de 1

onza-pulgada (solo en el modelo 7001).

Rango de temperatura ambiente: -40°F a 122°F .

Estos instrumentos pueden estar provistos con alguno de 4 tipos de marcadores de tiempo (relojes).



MICROWINKLER

INTRODUCCION

Desde fines del siglo pasado en el año de 1888 Winkler introdujo el método para determinación de oxígeno disuelto en el agua por titulación, desde entonces se han buscado nuevas técnicas tales como la determinación por medio de gases, dichas técnicas carecen de interés. En 1950 Hustin hizo trabajos de investigación para hacer mediciones de oxígeno por métodos colorimétricos basados en el método de Winkler pero abandonó la investigación por que tuvo dificultades para la instalación del equipo abordo de barcos. Loomis hizo estudios en 1954 con el método microcolorimétrico. Otros métodos como el polarográfico y el amperométrico han dado escasos resultados. En la actualidad se sigue usando el método Winkler con modificaciones no obstante el avance de los productos que miden oxígeno disuelto por métodos amperométricos rápidos.

Uno de los métodos modificados de Winkler es el llamado MicroWinkler. Al instrumento que se utiliza para medir oxígeno disuelto por este método se le llama microWinkler. Las mediciones que se hacen actualmente por este método se les considera las más precisas con respecto a cualquier otro método.

DESCRIPCION DEL MICROWINKLER.

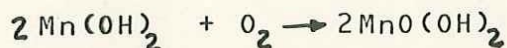
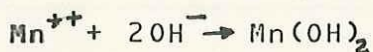
Los componentes del aparato se encuentran montados en una caja de madera generalmente pintada de blanco, dichos componentes son una micropipeta con una manguera que viene del frasco del

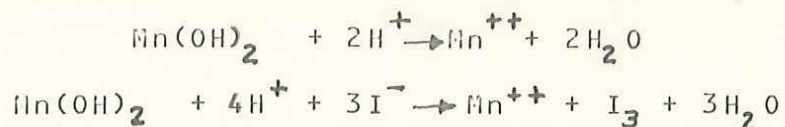
tiosulfato acoplada a un manostato digital estos son los encargados de proporcionar el tiosulfato a la muestra. Adyacente a la micropipeta se encuentra una jeringa con válvula de doble paso es la que se encarga de proporcionar el almidón a la muestra, en la parte inferior se encuentra un agitador magnético, sobre éste se pone el matraz con la muestra a la que se le introduce una barra forrada de teflón para que la muestra se agite uniformemente. En la parte izquierda se encuentra una pipeta de 10 c.c. de llenado automático con una manguera que viene del frasco del yodato estandar, en la parte izquierda en el fondo hay un frasco que sirve para coleccionar los desechos de yodato estandar, en la parte superior de la caja se encuentran tres frascos que contienen: yodato estandar, tiosulfato y almidón.

En una caja separada con tres compartimientos se encuentran tres frascos, dos son de color ámbar que contienen cloruro manganoso, y yoduro alcalino, el tercero es de color claro contiene ácido sulfúrico, los tres frascos se encuentran conectados a una jeringa cada uno, con válvula de doble paso. Las dos primeras son metálicas, la valvula que se utiliza para proporcionar el ácido sulfúrico es de plástico.

METODO DE WINKLER.

Este método emplea la oxidación del hidróxido manganoso, por el oxígeno disuelto, por esto el manganeso se hace tetravalente, con la acidificación en presencia de iones de yodo. El yodo libre es equivalente a la cantidad de oxígeno disuelto.





La solución compleja de yodo y iones de yodo I^- se liberan y se titulan con tiosulfato usando almidón como indicador.

Las muestras de agua se sacan de las botellas muestreadoras, en ausencia de aire, tan pronto éstas llegan abordo de la embarcación. Los matraces se llenan con agua de la muestra y se les añade la solución fijadora manganosa y el yodato básico. Se tapa de nuevo la muestra, se agita se deja que se asiente el precipitado, después se acidifica la muestra y el yodo se libera, se titula inmediatamente.

TIPOS DE INSTRUMENTOS.

En la actualidad existen dos tipos de instrumentos basicamente para hacer mediciones de oxígeno disuelto en el agua. Los instrumentos para medir por métodos químicos y los de inducción eléctrica. Los instrumentos utilizados para hacer mediciones por métodos químicos son: MacroWinkler y MicroWinkler. En los de inducción eléctrica están los llamados oxímetros. y pueden encontrarse los que valen varios millones de pesos, estos instrumentos son precisos pero se verifican sus mediciones comparandolas con mediciones por métodos químicos.

MANTENIMIENTO Y ERRORES.

El instrumento para determinar oxígeno por el método microWinkler solo se requiere se lave después de haberse usado, para lo que se deben desarmar las partes principales como la micropipeta y el émbolo del manostato, las jeringas utilizadas para los diferentes reactivos, las pipetas, la pipeta automática

y matraces yodométricos. b) Un error que se comete es cuando la muestra no se toma con cuidado.

LISTA DE COMPONENTES Y REACTIVOS PARA EL MICROWINKLER.

I) EQUIPO:

- 1 caja para montar el instrumento
- 1 caja para los galones de reactivos
- 4 jeringas becton dickinson de 2 ml. de capacidad
- 3 valvulas de doble paso de metal
- 1 valvula de doble paso de metal
- 1 manostato digital
- 1 agitador magnético
- barras de teflon para agitar
- formas para apuntar la información
- tubo de tygon de 1/4 y 1/8 D.I.

II) CRISTALERIA:

Matraces para determinación de oxígeno de 125 ml. de cuello elongado

Y tapa esmerilada.

pipeta de 10 ml. de llenado automatico

pipeta de un ml.

micropipeta de tres posiciones (Kimble # 41044 F)

frascos para reactivos

vaso de precipitado de 1500 ml.

matraces volumétricos

III) REATIVOS QUIMICOS:

acido sulfúrico	H_2SO_4
cloruro manganoso	$MnCl_2 \cdot 4H_2O$
hidróxido de sodio	$NaOH$
yoduro de sodio	NaI
azida de sodio	NaN_3
tiosulfato de sodio penta hidratado	$Na_2S_2O_5 \cdot 5H_2O$
yodato de potasio	KIO_3
glicerina	$HOCH_2CH(OH)CH_2OH$
almidón	
cloroformo	$CHCl_3$
agua bidestilada	

PINGER.

El pinger es un instrumento electrónico que consta de tres componentes: transmisor, receptor y antena, El nombre pinger viene de la palabra inglesa 'ping' que significa señal de impulsos acústicos proyectada por un transductor de sonido.

El uso del pinger es muy variado uno de ellos es para la toma de fotografías submarinas en donde es difícil que un operador lo haga, con el uso del pinger se evita que la cámara choque contra el fondo, con el mismo fin se utiliza para bajar instrumentos delicados a grandes profundidades. En este caso el pinger modelo 2230/1116 se utiliza para localizar instrumentos oceanográficos que se dejan por largos períodos de tiempo bajo la superficie del mar, para localizar los instrumentos se coloca el pinger en el mismo cable en que se fijan los demás instrumentos, para encontrarlo después de un período de muestreo se coloca la pantalla receptora por debajo de la superficie del agua, la antena recibe una señal de sonido en una frecuencia que el receptor reconoce. El Pinger Helle modelo 2230/1116 es un instrumento de baterías cuya vida es de cuatro meses y se puede usar hasta una profundidad de 610 m.

ANTENA RECEPTORA MODELO 6600.

La antena esta constituida de un hidrofono-pantalla direccional montada dentro de una cubierta que se encuentra fija a un tubo que le sirve de soporte en la parte superior del tubo se localiza un control manual acoplado al hidrofono-pantalla que puede girar hasta 360 grados azimutalmente

y puede declinar 90 grados a partir del horizonte, la antena recibe la señal si se le dirige directamente al pinger, en la superficie la palanca indicará la dirección en donde se localiza el pinger.

RECEPTOR MODELO 6100.

La señal del pinger es detectada por la antena y enviada al receptor este al reconocer la señal hace que un foco comience a destellar, a medida que aumenta la intensidad de la señal en el medidor de potencia el operador en la superficie comienza a mover la antena para tratar de localizar con mas exactitud la señal y asi poder guiar al operador de la embarcación al punto exacto.

RADAR Y CRUCES DE DERIVA.

La teoría general sobre el funcionamiento del radar, aplicado a estudios de oceanografía costera, puede encontrarse en los trabajos de Oudshorn (1960), Mattie y Harris (1978) o Mattie y Harris (1979). A continuación se describen los principios de funcionamiento de este instrumento que son de interés para el objetivo de estos trabajos.

Básicamente el radar consiste de un radiador giratorio (antena) que emite energía en longitud de onda muy corta, en forma de pulsos regulares. Esta energía viaja por el espacio con rapidez cercana a 300,000 kilómetros por segundo y al incidir sobre un objeto se refleja parcialmente pudiendo regresar al punto de emisión. La energía así reflejada se recibe y amplifica en el receptor del radar y se transforma en fosforescencia en la pantalla donde se observa la posición de los objetos reflejantes.

La antena al girar hace un barrido de todo el horizonte y de esta manera detecta objetos situados a distintas distancias y orientaciones. Sobre la pantalla puede obtenerse la posición de un objeto reflejante, con respecto al radar, midiendo la distancia radial R y el ángulo θ con respecto a una orientación de base que comúnmente es el norte. Por lo anterior, el poder de resolución del instrumento debe considerarse tanto en dirección radial como en dirección tangencial.

Resolución radial: Esta dada por $\Delta R = (C \tau) / 2$, donde τ es la duración del pulso y C es la rapidez de propagación de ondas de radio (300,000 Km/seg). Los radares de navegación marítima convencionales pueden producir pulsos con duración entre 0.05 y

1.0 microsegundos.

El pulso puede hacerse mas corto mientras menor sea la longitud de onda de la energía radiada. Un radar que opere con $\lambda = 3$ cm. puede producir pulsos cortos de 0.05 microsegundos.

Resolución tangencial: Es función del ancho horizontal del haz de energía emitido por la antena. Este ancho, a su vez depende de λ/D donde D es la longitud de la antena. Para lograr mayor poder de resolución tangencial, debe buscarse un haz de energía estrecho, lo cual se logra acortando λ o aumentando el tamaño de la antena. En un radar que opera con $\lambda = 3$ cm. y antena de 1.5 m de longitud, el ancho del haz de energía es de 1.2 y la resolución tangencial es de 21 m., a una distancia de 1 km. La resolución que se obtiene en la imagen de la pantalla del radar es consistente con la que dan los datos anteriores.

EQUIPO DE MEDICION

El equipo observado es un radar de uso común en las embarcaciones con las siguientes especificaciones:

Longitud de la onda	λ 3 cm.
Longitud de la antena	D 2.0 m.
Ancho horizontal del Haz	w 1.23 m.
Duración del pulso	0.08 μ seg.

en microsegundos hasta 5.5 km. de distancia.

Potencia máxima	10 kw.
-----------------	--------

El equipo se montó en un remolque de 2.4x3.0 metros, al que se le instaló una torre articulada para sostener la antena. La altura de la antena sobre el suelo es de 7.0 metros. Aunque la altura óptima para la localización de cuerpos cercanos a la

superficie del mar es de 20 metros aproximadamente, la limitaciones de espacio y la movilidad requerida determinaron la altura de la torre. Durante el transporte, la torre se dobla de tal manera que la antena descansa sobre el techo del remolque.

En el interior del remolque se alojan los demás elementos del equipo radar incluyendo la pantalla donde se hacen las lecturas de posición de los elementos de deriva durante su dispersión en el mar. El sistema opera satisfactoriamente con una planta generadora portátil, de 110 V, 60 Hz y 1.75 kw o bien, de la red domestica donde hay disponibilidad.

Los elementos de deriva utilizados hasta ahora son cruces de deriva construidas con lamina negra calibre No. 16. Estas tienen un área efectiva de 1.3 m² incluyendo la sección sumergida de la boya. El mástil de la cruz de deriva es un tubo ligero de 3.0 metros de largo que sostienen en su parte superior un reflector de radar. Este reflector se coloca a una altura de 2.1 metros sobre la superficie del mar y presenta un área efectiva de 0.07 m².

Dichos reflectores se usan comunmente instalados en embarcaciones pequeñas y su costo es tan bajo que pueden considerarse desechables.

La cruz de deriva no requiere peso adicional para matener el mástil vertical. Además su resistencia permite recobrarla desde la playa cuando sea arrojada a la zona de rompiente.

RADIOGONIOMETRO.

MANEJO Y PRINCIPIO OPERATIVO DEL GONIOMETRO.

El método de radiogononometría utilizado para detectar corrientes esta basado en el rastreo de objetos de deriva (generalmente radioboyas) de modo Lagrangiano, que junto con el módulo de radiorecepción de alta frecuencia (HF) forman el equipo radiogoniométrico.

Respecto a los objetos de deriva, será suficiente decir que estan constituidos por un pequeño radiotransmisor con frecuencia establecida y con su respectiva antena emiten una débil señal que se propaga hacia los receptores en la playa como onda terrestre o, de superficie la cual es independiente de la ionsfera y sus errores que se introducen algunas veces en detectores convecionales HF.

Las radioboyas transmiten una señal aproximadamente una vez por segundo y es fácilmente distinguible de otras señales de HF ya que su sonido es un bip-bip característico el cual varía de intensidad, al cambiar la orientación del radioreceptor.

Respecto al radioreceptor diremos que es la parte más compleja del equipo y esta constituido por una caja metálica, la cual contiene los circuitos y partes electrónicas incluyendo bandas de frecuencia comunmente usadas en rastreo de boyas.

En la siguiente descripción se mencionan los diferentes controles e interruptores involucrados en la medición y recepción de señales enviadas por los objetos de deriva, de forma muy escueta, si se desea una información más detallada, se recomienda

consultar el manual del propietario y operación del radiogoniometro.

Es necesario mencionar que el radioreceptor posee una antena loop, la cual tiene dos lóbulos angulares los cuales muestran dos puntos de recepción máxima y dos nulos que son angularmente agudos. Los puntos nulos están dispuestos ortogonalmente al plano de la antena loop.

OPERACION DEL INTERRUPTOR DE BANDA.

Puede tener cualquiera de las dos configuraciones:

Banda doble que cubre de 4.1-4.3MHz y de 6.2-6.4MHz o de banda sencilla que cubre cualquiera de estos dos rangos.

GANANCIA DE AUDIO.

Enciende o apaga el radioreceptor y girándolo a la derecha aumenta el volumen de recepción y a la izquierda disminuye el volumen.

OPERACION DEL INTERRUPTOR DE MODO.

Este control nos da varias formas de operación del radioreceptor.

Tenemos 5 posiciones indicadas en este interruptor.

- a) Standbay. Apaga el receptor pero no en forma total y su batería continua cargandose. si esta conectada a una fuente externa de 12V.
- b) AGC. Es el control de ganancia automática y el nivel de audio se mantiene constante y sirve como retroalimentador al control de ganancia de las cuatro radiofrecuencias amplificadas en el receptor.
- c) El modo DF hace operar al receptor como amplificador y detector de las radiofrecuencias de forma selectiva y lineal.

d) Null. Nos da una ayuda muy importante en la operación del radioreceptor. Usando este modo el operador puede sustituir la indicación visual del nulo por una indicación audible o puede combinar las dos.

e) El operador batería. En esta posición el receptor se encuentra funcionando en el modo DF. La escala completa que lee es de 15V. Una lectura de 10V nos indica que la batería está completamente descargada por lo que estas situaciones se deben evitar.

TIPOS DE INTERFERENCIA IMPORTANTES.

Aunque esto puede ocurrir a cualquier hora, la interferencia en la recepción se incrementa a partir del atardecer, hasta la media noche, tiempo local.

Las tormentas cercanas a la costa crean un ruido constante en el receptor, lo mejor en estos casos es esperar a que la tormenta pase.

Otras situaciones que se deben evitar es colocarse cerca de áreas pobladas donde abundan hoteles, restaurantes, etc.,. Las luces de neón producen mucha interferencia especialmente las de tipo intermitente.

También debe evitarse encender autos cerca de el aparato, colocarse cerca de líneas de alta tensión.

SISTEMA DE LLAMADO OCEANICO.

DESCRIPCION GENERAL.

El sistema de llamado oceánico HELLE, está diseñado para ayudar en la recuperación de paquetes de instrumentos científicos del suelo del océano. Cuando está operando el sistema consiste de un ancla, un liberador mecánico, una unidad de liberación, el ensamble de instrumentos, una boya y un módulo comando de superficie.

El módulo comando es capaz de transmitir cualquiera de las cuatro señales de liberación al liberador:

code A-22khz

code B-24khz

code C-26khz

code C-28khz

code H-36khz

Sin embargo, cada unidad de liberación responde sólo a una frecuencia de liberación. Esto permite que muchas unidades de liberación trabajen en proximidad y liberen separadamente.

El rango de operación del sistema bajo condiciones moderadas del mar es de dos millas y bajo condiciones de calma es de tres millas.

La unidad de operación se enciende al ser sumergida e inmediatamente se vuelve receptor de la señal codificada de liberación del módulo comando. Una extrema precisión en la comparación de la red de frecuencias en el sistema de llamado asegura una confiable liberación y protege de una liberación

accidental. Las fuentes de sonido pulsante tales como los pingers y sonares de pulso no protegen la liberación deseada. La probabilidad de liberación accidental por un ruido aleatorio es una en cien millones por año.

ESPECIFICACIONES.

La siguiente tabla muestra las especificaciones para todos los modelos del sistema de llamado oceánico HELLE.

Códigos disponibles: 8(A, B, C, D, E, F, G, H).

Tiempo de recepción del código: un minuto aproximadamente.

Capacidad de profundidad: 1219 mts.

Frecuencias de recepción: 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36 Khz.

Ancho de banda para la señal de reconocimiento: 3 frec. central

Liberación falsa por ruido aleatorio: 1 en 100 millones por año.

Requerimientos de energía: baterías alcalinas.

Temperatura de operación: -5 a 60 C.

DIMENSIONES

Altura: 1.09 mts.

Diámetro: 16.5 cmts.

Peso en el aire: 18 kgs.

Carga del liberador: 226 kgs.

TERMOGRAFOS.

Los termógrafos son instrumentos para hacer un registro continuo de la temperatura del agua, en este caso se describirá el modelo J de la casa Peabody Ryan, la cual presenta 2 tipos : modelo J-180 el cual puede hacer un registro de 6 meses y el modelo J-90 que puede hacer un registro de 3 meses. El instrumento posee una rápida respuesta a la temperatura, la cual es registrada sobre un rollo de papel el cual es movido por un motor con reloj de cuarzo, lo que le da una gran exactitud en el registro del tiempo y el rollo es lo suficientemente largo y ancho para obtener una mayor resolución, y este registro es de fácil lectura e interpretación, el transporte de la carta es manejado por una cadena la cual mueve un engrane dentado, mecanismo que permite períodos de registro largos de 180 días o más.

CARACTERISTICAS.

El movimiento del instrumento es mediante un mecanismo de reloj de cuarzo que funciona con una batería de 1.5 volts. tipo C, esto permite el avance del papel con un engrane dentado conectado a una cadena. El sensor consta de una sonda cubierta de teflón de respuesta rápida, en este sensor un líquido de alta expansión mueve un mecanismo de fuelle. El tiempo de respuesta para 2/3 de la escala de medición es de 75 segundos. El rollo de registro es de papel sensitivo a la presión del acero, el cual esta perforado para acomodarse en los dientes del engrane de avance del rollo que es de 2 pulgadas de ancho y 24 pies de largo

con escala de longitud lineal diurna. La carta tiene una escala de 30 °C con 1 °C de divergencia, los rangos de medición pueden ser de 5 intervalos a pedido y son : -5 a 25 °C, 0 a +30 °C, +5 a +35 °C, +10 a +40 °C, y de +15 a +45 °C la exactitud para la medición de la temperatura es de 2% o .6 °C y para el tiempo es de .2% o 3 minutos/día. El peso del instrumento es de 2.5 libras, y sus dimensiones son : diámetro mayor 4.9 pulgadas, longitud 8.25 pulgadas, y extensión del sensor de 2.9 pulgadas, la máxima profundidad de uso es de 500 pies. Para la instalación del instrumento, éste debe ser atado a un objeto el cual no se mueva fácilmente. Algunas veces por el aire atrapado dentro de éste después de que se prueba la baterías o después de que se cambia el rollo de papel, tiende a flotar.

REVISION DE CONCEPTOS.

CONCEPTOS SEDIMENTOLOGICOS.

MEDIA (M_d). Esta medida de tendencia central, sugiere el tamaño medio de grano, sirve con precisión en curvas casi normales, pero falla para reflejar exactamente el tamaño de curvas asimétricas o bimodales.

DISPERSION (σ) Es la desviación estandar. Para muchas curvas normales esta medición es adecuada, sin embargo está basada solo en la parte central de la distribución e ignora completamente un tercio específicamente de la muestra, que son los extremos, los cuales ofrecen alguna de la más valorable información.

ASIMETRIA (A_s). Es la medida de la no-normalidad de una distribución, una curva simétrica tiene $A_s = 0$. Aquella curva que agrupe en uno de sus extremos una mayor cantidad de granos finos tendrá asimetría positiva y una curva con asimetría negativa indica que uno de sus extremos está conteniendo granos gruesos en su mayoría.

KURTOSIS (K_s) Mide la razón de sorteo en los extremos de la distribución, comparada con el sorteo de la parte central y como tal es una prueba valuable y sensitiva de la normalidad de la distribución.

RIZADURA (Ripple). Es una superficie ondulada, esculpida y producida en material granular no-compacto, por viento, corrientes de agua o por la agitación de agua en la acción de las olas.

DUNA. Ondulación producida en un sustrato de material no-compacto, debido a la acción de algún fluido (viento, agua, etc.). Puede alcanzar cientos de pies de altura.

VELOCIDAD UMBRAL o CRITICA. Es la velocidad mínima para poner en movimiento cierto tamaño de sedimento.

RAZON DE PESO INMERSO. Hace una relación entre la densidad del grano, la densidad del fluido y la gravedad; que es la fuerza que está actuando sobre el grano $[(\rho - \rho_s) / \rho_s] g$.

TAMAÑO DE GRANO. Es la medida de la longitud o eje mayor de un grano. Se ha optado por poner unidades de milímetros como patrón. Arenas finas que incluye tamaños menores de 0.5 mm., arenas medias que incluye tamaños entre 0.5 y 1.0 mm. y arenas gruesas aquellas de 1 a 2 mm.

PESO INMERSO. Es la diferencia entre la densidad del grano (sedimento) y el fluido, multiplicada por la fuerza de la gravedad, $(\rho_s - \rho) g$.

ZONA DE ROMPIENTE. Es la porción de la región cercana a la costa en la cual las olas que llegan alcanzan su máxima inestabilidad

debido a la fricción del fondo y rompen. Puede existir mas de una zona de rompiente.

LINEA DE ROMPIENTE. Es la porción del lecho submarino en la cual la mayoría de las olas que llegan rompen; habiendo casi siempre un ligero cambio de pendiente.

LINEA DE COSTA. Es la línea marcada entre el agua y la playa expuesta.

COSTA. Es la porción que limita cualquier cuerpo de agua, ya sea que el fondo sea de material rocoso o sedimento compactado. Si el material es sedimento no consolidado, entonces esto se convierte en sinónimo de playa.

Terminología usada para describir el perfil de playa.



Conceptos Físicos

PRESION. Es la relación entre la fuerza y el área sobre la cual ésta es aplicada $P = F/A$.

MOMENTUM. También llamado cantidad de movimiento (Mto) es la masa por la velocidad $Mto = m v$

POTENCIA. Es la rapidez con que se efectúa un trabajo $Pot = \text{Trabajo/unidad de tiempo}$.

TRABAJO. Es la fuerza necesaria para mover una distancia un cierto objeto $T = F \cdot d$

FUERZA. Es la aceleración ejercida a una masa (m) $F = m \cdot a$

FLUJO DE MOMENTUM. Es la masa por la velocidad al cuadrado (Fl) $= m \cdot v$

MOMENTO. Es la fuerza de un brazo de palanca.

FLUJO. El flujo de una sustancia es la cantidad de la sustancia entre la unidad de área por el tiempo transcurrido. $\text{Flujo} = \text{Sust}/L \cdot t$

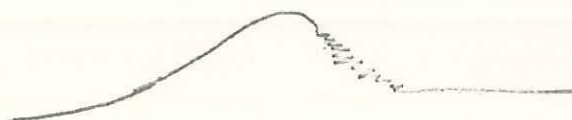
ESFUERZO. Es la fuerza aplicada al área unitaria. $Esf = F \cdot L$.

Tipos de olas.

Se ha hecho una clasificación de las olas en base a su forma

de romper que consta de 3 tipos: Derrame (Spilling), Voluta (Plunging) y Surgiente (Surging).

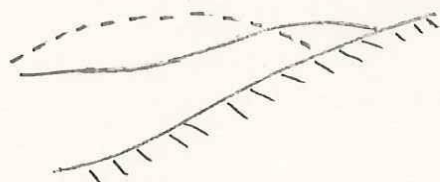
La rompiente de Derrame. En este tipo la ola gradualmente forma un pico y la cresta se hace inestable y precipita hacia abajo dando un color blanquecino al agua, debido a la espuma (burbujas) formada por el aire que atrapó.



La rompiente Voluta. En esta la cara de la ola que está hacia la costa se va haciendo vertical; sobre curveada y precipita hacia abajo con una masa de agua intacta. Son las ola de tubo y en general tienden a ocurrir en playas con pendiente muy abrupta y altos valores de esbeltez (H/L) de la ola.

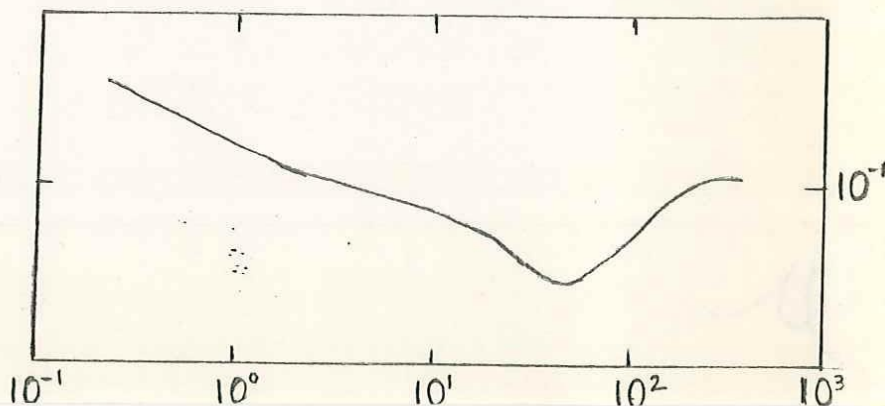


La rompiente Surgiente. En este caso la ola se arquea hacia abajo como si existiera un derrame; pero entonces la base de la ola surge arriba de la cara de la playa; en tanto que la cresta colapsa y desaparece.



Hay gente que hace una cuarta clasificación que es la rompiente colapsante, la cual es un intermedio entre los tipos voluta y surgiente.

DIAGRAMA DE SHIELDS.

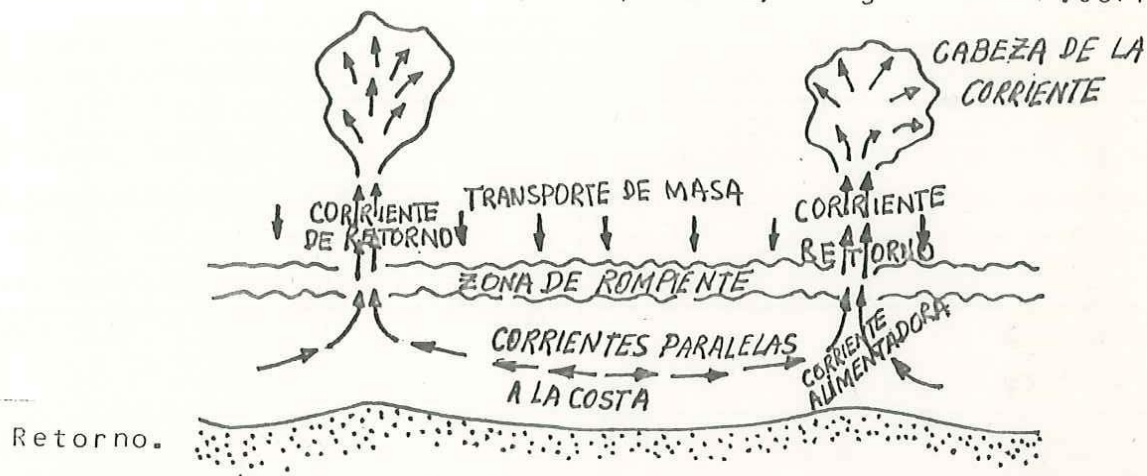


El esfuerzo crítico () para el umbral de movimiento del sedimento para granos de diametro D. El esfuerzo de velocidad.

$$M_0 = \sqrt{(\tau_0) r / e}$$

Corriente de retorno.

Una corriente de retorno, es originada por el apilamiento de agua en la costa debido a la direcci3n del tren de olas; se caracterizan por ser muy r1pidas y angostas. A: Corriente de



B: Corriente a lo largo de la costa. Es debida a la pendiente de la

playa, angulo de incidencia y viento.

C: Angulo de la cresta de la ola con la playa justo antes de romper.

Ola Airy.

En 1845 Airy desarroll3 una teor1a para las olas irrotacionales viajando sobre un fondo horizontal en cualquier profundidad de agua. En la obtenci3n de esta teor1a las ecuaciones son linealizadas y por esta raz3n la teor1a a menudo es referida como Teor1a Lineal de la Ola.

Si la viscosidad del agua es ignorada y si uno considera las

olas fuera de su área de generación, entonces no hay pérdida ni ganancia de energía. Además el movimiento de agua es irrotacional, esto es, las partículas individuales de las cuales el fluido está formado; no girarían, más bien retendrían su orientación original en el espacio; entonces el movimiento es sin fricción interna (viscosidad), las partículas no tendrían momento angular. Aunque uno inicialmente se da cuenta que estas suposiciones son falsas, el movimiento de la ola es en gran parte (excepto cerca del fondo) razonablemente no-viscoso e irrotacional.

Si el movimiento es irrotacional, entonces la velocidad horizontal (u) y la velocidad vertical (w) de las partículas de agua pueden ser derivadas de una velocidad potencial. $\phi(x, z, t)$.

El agua puede ser considerada homogénea e incompresible (Densidad constante). Entonces debe existir una continuidad de las masas de agua. El agua no puede ser milagrosamente creada o destruida. Esta propiedad de continuidad puede ser expresada como la ecuación lo indica:

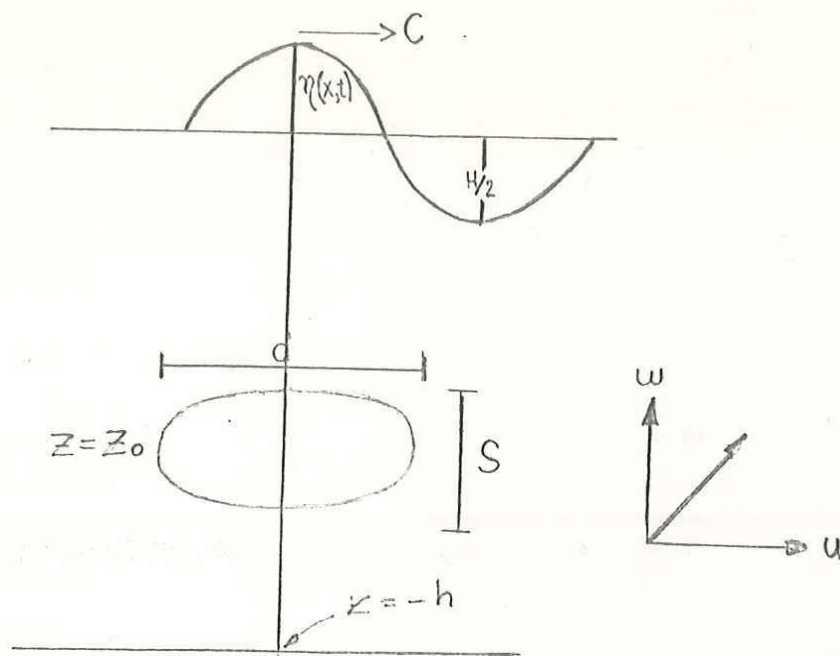
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

En términos de velocidad potencial:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

La cual es conocida como la ecuación de Continuidad de Laplace. cualquier solución para el movimiento de una ola debe obedecer esta relación de continuidad.

Notación asociada con la Ola Airy. Cada partícula se mueve con velocidad horizontal (u) y velocidad vertical (w) en una



órbita elíptica de diámetro mayor d y diámetro menor s .

Ola Solitaria.

La ola solitaria, como su nombre sugiere, es una ola progresiva consistente de una cresta única. No es oscilatoria y por lo tanto no hay período o longitud de onda asociado con la ola solitaria.

Como esta ola avanza en agua somera, la altura de la ola progresivamente aumenta hasta que una condición es alcanzada en la cual la ola se hace inestable y rompe. Esta inestabilidad es de nuevo alcanzada cuando la velocidad de la partícula en la cresta iguala la velocidad de la onda, también cuando el ángulo de la cresta es de 120 grados. Usando este criterio McCowan (1894) demostró teóricamente que :

$$\frac{1}{b} = (H/n)_{\max} = 0.78$$

en el punto crítico de rompiente.

Con una pendiente de solo 0.023 el valor crítico cercano a 1.2. Para la esbeltez de la pendiente estudiada, 0.065 .

Valores críticos alcanzan hasta 2.8, dependiendo del valor de la altura inicial de la ola. Pendientes de fondo relativamente pequeñas pueden por lo tanto producir pronunciadas alteraciones de la teoría.

La Ola Solitaria es una ola de translación; esto es, las partículas de agua se mueven solo en dirección del avance de la ola, sin flujo de retorno. Como la cresta se aproxima, las partículas de agua están inicialmente en descanso $x=10h$, una distancia 10 veces la profundidad del agua de la cresta.

$$C = \sqrt{gh(1 + H/h)} = \sqrt{g(h+H)}$$

Tensor de radiación..

$$Pl = (E \ Cn) \cos \alpha \ \text{sen} \alpha$$

En la ecuación anterior Pl es un importante parámetro en la generación de corrientes a lo largo de la costa, en el que intervienen la energía total de la ola justo en el momento en que rompe, la velocidad de grupo por el coseno y el seno del ángulo que es el que está formado por la cresta de la ola con la playa justo antes de romper.

Para ondas sinusoidales el perfil de la playa está dado por:

$$\eta = a \cos \left(\frac{2\pi}{L} x - \frac{2\pi}{T} t \right)$$

$$u = \frac{a\sigma}{\text{Senh}(kh)} \text{Senh}[K(z+h)] \text{Sen}(Kx - \sigma t)$$

$$w = \frac{a\sigma}{\text{Senh}(kh)} \text{Senh}[K(z+h)] \text{Sen}(Kx - \sigma t)$$

Potencial de velocidades

$$\vec{V} = -\nabla \phi$$

$$\phi = \frac{a\sigma}{\text{Senh}(kh)} \text{Senh}[K(z+h)] \text{Sen}(Kx - \sigma t)$$

$$P = \rho g z + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho (u^2 + w^2)$$

Para aguas tranquilas $P = \rho g z$ es igual al peso de la columna de agua o presión Hidrostatica.

Cuando no hay olas, $\overline{P+u^2}$ es el promedio de flujo de momentum en t (tiempo). Tengo que sumar:

$$\int_{-\eta}^{\eta} (P + \rho u^2) dz$$

Si la superficie no es perturbada $\eta=0$.

$$\int_{-\eta}^{\eta} (P + \rho u^2) dz - \int_{-\eta}^{\eta} P_0 dz$$

Entonces el exceso

$$S_{xx} = \int_{-\eta}^{\eta} (P + \rho u^2) dz - \int_{-h}^0 P_0 dz$$

Nos da el tensor de radiación, que es el exceso de flujo de momentum debido a la presencia de las olas. La componente del tensor de radiación está dada por la energía de las olas para cualquier profundidad.

$$S_{xx} = E \left(\frac{1}{2} + \frac{2Kh}{\sinh(2Kh)} \right)$$

Aguas profundas

Aguas intermedias

Aguas someras

$$S_{xx} = \frac{1}{2} E$$

$x \rightarrow \infty$

$$S_{xx} = E$$

$$S_{xx} = \frac{3}{2} E$$

$x \rightarrow \infty$

La relación que existe del cambio de la velocidad de grupo a aguas someras es que se iguala la velocidad de fase. $C \rightarrow C_n$;
 $x \rightarrow 0$

Aplicación del tensor de radiación.

Sobre el efecto que tiene el perfil de la ola, conforme la profundidad es mas pequena, el nivel medio del agua va decayendo hasta el momento en que la ola rompe. (Concepto de set-up, set-down)

Profundidad de Rompiente.

$$2 A / h = 0.8 \text{---} A = 0.4 h$$

HIDRAULICA DE TRANSPORTE

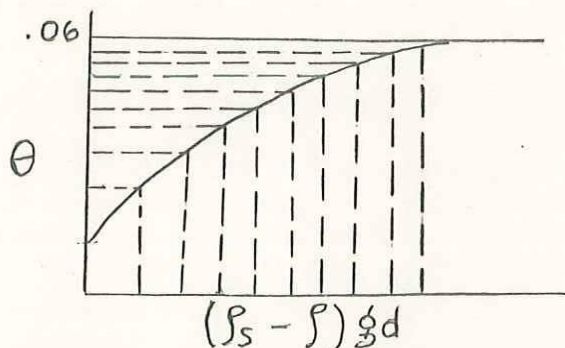
Bagnold(1963)trata de expresar el movimiento de las partículas ya que esto no es posible si se consideran solo parámetros mecánicos o hidráulicos puesto que no es solo agua ni sedimentos puramente sino una mezcla de los dos.Entonces el movimiento del sedimento inmerso esta dado por:

$$(\rho_s - \rho) g d^3$$

si la partícula se mueve ataves del agua entonces el esfuerzo total sobre la partícula esta dado por:

$$\frac{F d^2}{(\rho_s - \rho) g d^3} = \theta = \frac{f}{(\rho_s - \rho) g d}$$

si esto lo graficamos tenemos que:



la gráfica nos muestra que debe aumentar la fuerza en proporción directa al diámetro de la partícula para moverla esto no ocurre para partículas mas pequeñas donde con poco aumento en el esfuerzo se pueden mover partículas de diámetro mayor.

$$f = C V \quad \text{donde: } C \text{ es el coeficiente de fricción}$$

V es la velocidad de la partícula.

Entonces la fuerza mayor o menor que tengamos para mover una

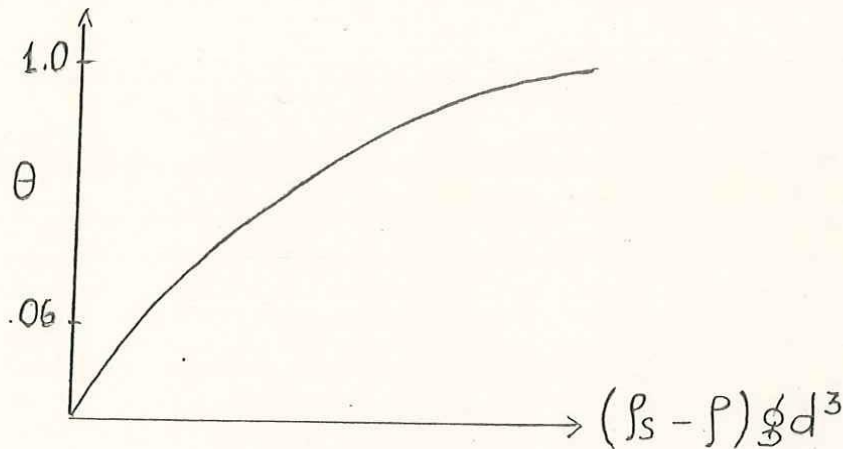
partícula sera $f = C_D \rho W^2$ la cual dependera de la mayor o menor velocidad de asentamiento (w). Si sustituimos esa fuerza en o tendremos que:

$$\theta = \frac{C_D \rho W^2}{(\rho_s - \rho) g d}$$

despejando w tenemos que:

$$W = \left[\frac{(\rho_s - \rho) g d}{\rho C_D} \cdot \theta \right]$$

Esta formula se aplica en el momento en que la partícula empieza a moverse. Ahora, cuando una partícula empieza a sedimentarse; la fuerza que domina es: $(\rho_s - \rho) g d$ la cual es gravitacional. Posteriormente aparece f_d y llega el momento en que ambas fuerzas son iguales, entonces $\theta = 1$ Esto se ve en la siguiente gráfica:



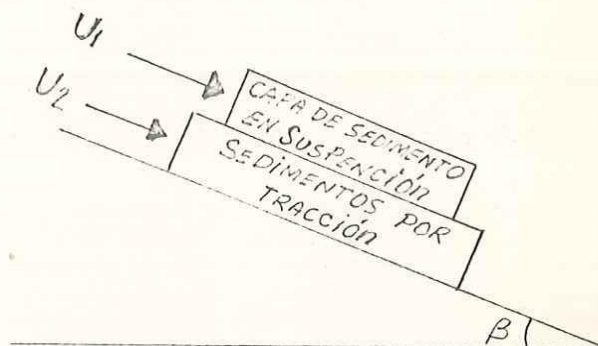
Para partículas que se mueven horizontalmente tenemos:

$$U = \left[\frac{(\rho_s - \rho)}{\rho C_D} \right]^{1/2} \cdot \theta^{1/2}$$

Para tamaños muy grandes o para diferencias de densidad grande (entre sedimento y agua) suponemos que $\theta = .06$ entonces $w = \left[\frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \cdot g d \right]$ Esta formula no es práctica para estimaciones en el océano pues es difícil calcular los términos por fricción, pues por acción del oleaje la fricción estará cambiando

constantemente. Entonces para canales artificiales y sedimentos en caída libre es correcta. Para explicar el transporte de sedimentos por tracción Bagnold lo trata con criterios usados en mecánica de sólidos, aunque generalmente ha sido estudiado utilizando criterios hidráulicos.

Bagnold asume que existe una capa de sedimentos moviéndose en suspensión con velocidad V_1 y otra moviéndose por tracción, con velocidad V_2



analizando las fuerzas que intervienen para mover la capa de sedimentos por tracción y agua vemos que:

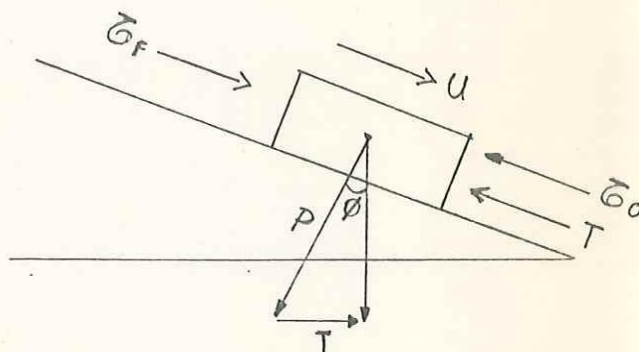
donde: t = esfuerzo tangencial

p = esfuerzo perpendicular

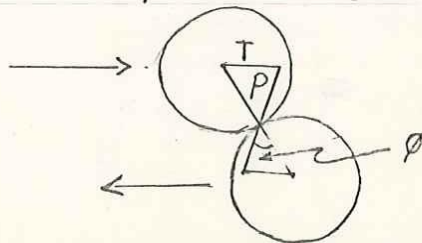
$t/p = \tan \phi$ = coeficiente de fricción

τ_f = esfuerzo aplicado por el flujo al fluido y granos.

$\tan \beta$ = pendiente de la playa.



En caso de una masa granular, ϕ es el ángulo medio de contacto entre los granos. Entonces ϕ es el ángulo de fricción



$$p = \frac{(\rho_s - \rho) g m \cos \beta}{\rho}$$

$$t = \frac{(\rho_s - \rho) g_m \sin \beta}{\rho}$$

entonces si:

$$t = p \tan \phi = \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \right) g_m \cos \beta \tan \phi$$

Balanceando fuerzas tenemos:

$$\tau_F = \tau_0 \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \right) m \phi \cos \beta (\tan \phi - \tan \beta)$$

aquí τ_0 es el esfuerzo residual del fluido ejercido directamente en el fondo puede despreciarse. Cuando se mueve una cantidad considerable de sedimento.

$$\tau_F = \tau_0 \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \right) g_m \cos \beta (\tan \phi - \tan \beta).$$

Cuando $\phi = \beta$ el sedimento se moverá sin necesidad de que intervenga alguna fuerza del flujo. Para determinar la masa transportada, asumiendo no hay carga adicional que transportar en suspensión tenemos que:

$$dw/dt = \tau_F U_s = (\rho_s - \rho) g_m u_s \cos \beta (\tan \phi - \tan \beta)$$

donde el término del lado derecho de la igualdad es la razón de transporte de peso inmerso () entonces:

$$\tau_0 u_s = \lambda b (\tan \phi - \tan \beta).$$

Que es igual a la potencia necesaria para mover esa cantidad de sedimento, la cual en caso de las olas $w = u$ donde w es la potencia de la ola y es un coeficiente que va de 0-1; vale 0 si nada de la potencia es empleada para mover sedimento o vale 1 si toda la potencia es empleada para mover sedimento. entonces:

$$w_E = \tau_F u_s = \lambda b (\tan \phi - \tan \beta).$$

Que es también la energía del fluido convertida en calor por

unidad de tiempo por unidad de área de fondo debida a fricción intergranular en el proceso de transporte.

$$i = w / \tan \phi \tan \beta$$

Donde ϵ es un factor de eficiencia que deberá ser menor que uno el signo será la mayor o menor potencia necesaria para mover el sedimento.

$$i_b = \frac{(\rho/4 g^{3/2} H h^{1/2} \frac{dH}{dx} + \rho/8 H^2 g h^{-1/2} \tan \beta) \epsilon_b}{\tan \phi \pm \tan \beta}$$

Esta expresión nos sirve para evaluar el transporte perpendicular solo si las olas son perpendiculares donde el término del paréntesis es w que es igual a $d/dx(E c_g) = 1/8 g d(\frac{h}{c_n})$ que es la disminución de la potencia transmitida por unidad de distancia que viajan las olas. La disminución de potencia es debida principalmente a la fricción con el fondo. Cuando las olas rompen, la pérdida de energía se debe a procesos internos y no a fricción. Para esto último hay que estudiar la variación en la cantidad de energía debida a fricción relacionandola con el tipo de rompiente. El trabajo del fluido al transportar el sedimento esta dado por:

$$u_s w_s = \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \right) g m_s \cos \beta w u_s$$

$$w = i_s / u_s = \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \right) g m_s \cos \beta$$

Este será el trabajo realizado por el fluido por unidad de tiempo es decir la potencia necesaria:

$$w i_s / u_s$$

La reducción del trabajo hecho por el fluido es $C =$ gm sen y es debido al gradiente de energía en la dirección de flujo

debida al cambio de pendiente $\tan \beta$

$$u_{sc} = \frac{f_s - f}{f_s} \quad g_m \sin \beta / \cos \beta u \cos \beta$$

$$u_{sc} = i_s \tan \beta$$

Entonces la resultante o la resta es: $\dot{w}' = w_s - i_s \tan \beta$

$$\dot{w}' = i_s [w/u_s - \tan \beta] = (1 - \xi_w) \xi_s w$$

La razón total de transporte en términos de i es:

$$i_T = i_b + i_s = [\xi_b / \tan \beta - \tan \beta + \xi_s (1 - \xi_b) / w / u_s - \tan \beta] w$$

Aplicación.

(1) $u_\theta / u =$ relación directa

(2) $u_\theta / u_{s,b} =$ relación no probada existe relación entre 1 y 2 solo cuando la relación entre velocidad del agua y sedimento es lineal

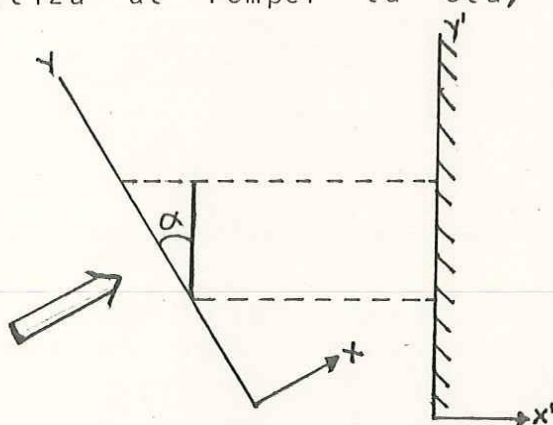
TRANSPORTE DE SEDIMENTO PARALELO Y PERPENDICULAR A LA COSTA

Transporte de sedimento paralelo a la costa.

Este tipo de movimiento de arena ocurre a lo largo de la costa, y se manifiesta más en lugares donde existen construcciones como espigones rompeolas, escolleras, en las cuales se puede observar un aumento o disminución de la playa debido a la depositación o erosión que produce el oleaje.

Este tipo de transporte tiene importancia desde el punto de vista de ingeniería costera.

Se sabe que las corrientes a lo largo de la costa son inducidas primeramente por el oleaje. Debido a estas corrientes y al oleaje se produce un movimiento de sedimento a lo largo de la playa ;donde el oleaje llega con un cierto ángulo con cierta energía la cual se proyecta sobre la playa ; una parte de esta energía la utiliza al romper la ola; otra parte en mover el sedimento



La energía de la ola que es proyectada hacia la costa es igual a la energía de la ola por el coseno del ángulo formado (ángulo con el que llega el oleaje a la costa) entre la distancia de la ola a la playa. El volumen de arena que se

transporta es igual a la energía de la ola por la velocidad de grupo de la ola :

$$PL = (ECn)_b \cos \alpha_b \sin \alpha_b$$

donde $(ECn)_b$ es el flujo de energía evaluado en la zona de rompiente (es el flujo de energía por unidad de cresta de la ola)

α_b es el ángulo que hace la cresta de la ola con la línea de costa y por el coseno se convierte a unidad de longitud de línea de costa:

PL = componente a lo largo de la costa de la potencia de la ola

PL = componente a lo largo de la costa del flujo de energía de la ola

Watts(1953) obtuvo por mediciones de campo la razón del transporte de arena la siguiente relación empírica:

$$Sl = 0.0011 [(ECn) \cos \alpha \sin \alpha]^{0.9}$$

$$Sl = 0.0011 PL^{0.9}$$

donde Sl es la razón de transporte de arena a lo largo de la playa en yardas cúbicas por día.

Caldwell (1956) correlacionando sus datos con los de Watts(1953) obtuvo aproximadamente esta relación empírica:

$$Sl = 210 ((ECn) \cos \alpha \sin \alpha)^{0.8}$$

$$Sl = 210 PL^{0.8}$$

Savage (1959) sumó todos los datos obtenidos de campo y laboratorio en una gráfica de Sl contra PL . Inman y Bagnold (1963) reinterpretaron estos datos y obtuvieron la siguiente relación:

$$Sl = 125 PL$$

Todas estas razones nos dan resultados en yardas cúbicas por

año.

Bagnold e Inman (1963) consideraron el peso del sedimento inmerso en el agua obtuvieron la razón de transporte:

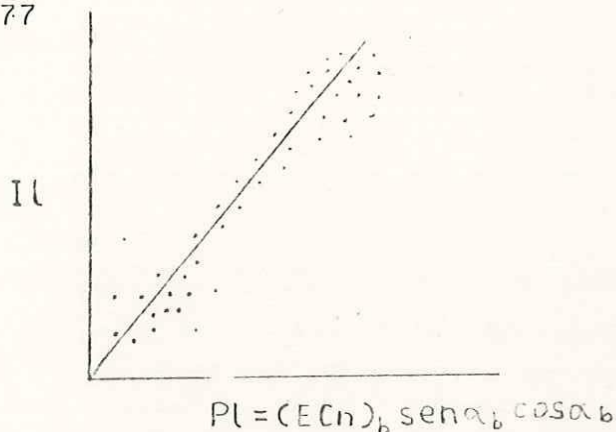
$$I_l = (\rho_s - \rho) g a' S_l$$

donde ρ_s = densidad del sedimento

ρ = densidad del agua

a' = es un factor de corrección por espacios (poros) entre los sedimentos, con un valor aproximado de 0.6.

Inman y Komar (1970) hacen una comparación de las mediciones de Watts y Caldwell con sus mediciones en dos tipos de playas haciendo una correlación y un ajuste a estos datos obtuvo un coeficiente de $K=0.77$



Sustituyendo este coeficiente en la relación empírica de Inman y Bagnold:

$$I_l = 0.77 (ECn)_b \sin \alpha_b \cos \alpha_b = 0.77 P_l$$

donde $K = 0.77$.

Bagnold (1963) tomando en cuenta las relaciones existentes entre la razón de peso inmerso con los parámetros de oleaje y corrientes, considerando el movimiento orbital bajo el oleaje y la energía que causan un movimiento de partículas del fondo y en suspensión, las corrientes producen una dispersión neta del sedimento. Tomando en cuenta esto obtuvo un modelo de transporte

de arena:

$$i_0 = K' w \frac{u_0}{\pi c} \quad \theta = \alpha$$

donde i = sedimento transportado por unidad de ancho de la playa en dirección la cual es determinado por la corriente u .
 w = potencia de la ola.

K' = coeficiente adimensional.

Inman y Bagnold (1963) aplicaron este modelo y asumieron que una porción del flujo de energía del oleaje se disipa en mover el sedimento por lo que relacionan este modelo con el de Bagnold (1963).

$$IL = K' w = K' PL = iT$$

$$K' PL = (\rho_s - \rho) g a' SL$$

$$SL = \frac{K' PL}{(\rho_s - \rho) g a'} = 0.77 PL$$

$$K' = \frac{IL}{PL}$$

Por medio de este modelo se puede saber que tanto se va a erosionar o a depositar.

Inman y Komar probaron esta ecuación y dedujeron empíricamente la siguiente ecuación:

$$IL = 0.28 (EC_n)^b \cos \alpha^b V_L / U_m$$

donde $V_L = U_0$

$$U_m = u$$

U_m es la velocidad máxima orbital de las partículas bajo la acción del oleaje.

$$U_m = (2E/g_h)^{\frac{1}{2}}$$

Esta relación IL esta basada en las mediciones de dos playas diferentes (El Moreno, San Felipe y Silver Strand en la Joya Calif.)

Simplificando de las dos ecuaciones anteriores de IL tenemos

que:

$$U_L = 2.7 U_m \sin \alpha b$$

donde U_L = velocidad media generada a lo largo de la costa.

Posteriormente Longuett-Higgins a partir de:

$$J_y + [B_y] + \left[\frac{\partial}{\partial x} (N \frac{\partial V}{\partial y}) \right] = 0$$

Obtuvo que la suma de los esfuerzos debe ser igual a cero.

Donde:

$$N = \text{coeficiente de turbulencia} = \frac{2}{\pi} \left(N \frac{\partial V}{\partial x} \right)$$

J_y = esfuerzo para producir corrientes

B_y = fricción del fondo.

de donde obtiene esta relación:

$$J_y = 2/\pi \text{ cf} U_m U_L = 5/4 \text{ cf} U_m \sin \alpha \text{ Tg} \beta$$

a partir de esta ecuación se obtiene:

$$I_L = K (EC_n) b \sin \alpha b \cos \alpha b (\text{Tg} \beta / \text{cf})$$

donde EC_n = velocidad con la que viaja la energía de la ola.

K = una constante.

cf = coeficiente de fricción

$\text{Tg} \beta$ = pendiente de la playa.

Transporte perpendicular a la costa.

En 1949 se estableció la relación entre la longitud de la ola y su longitud en mar abierto de la siguiente forma

$= 0.03$ que representa el equilibrio. Cuando esta relación es mayor, de 0.03 se dice que existe erosión, y cuando es menor se habla de un transporte perpendicular a la costa.

En 1963 se hizo un estudio y se llegó a que la relación era:

$$\frac{H_{oc}}{L_{\infty}} = 1.7 \pi W / gT$$

donde T = periodo y W = a velocidad de

asentamiento.

Cuando existe esta relación no hay erosión ni aporte, donde es mayor hay erosión y donde es menor existe transporte perpendicular.

Existen otras relaciones para predecir transporte a partir de la pendiente de la playa, si existe depositación ó erosión.

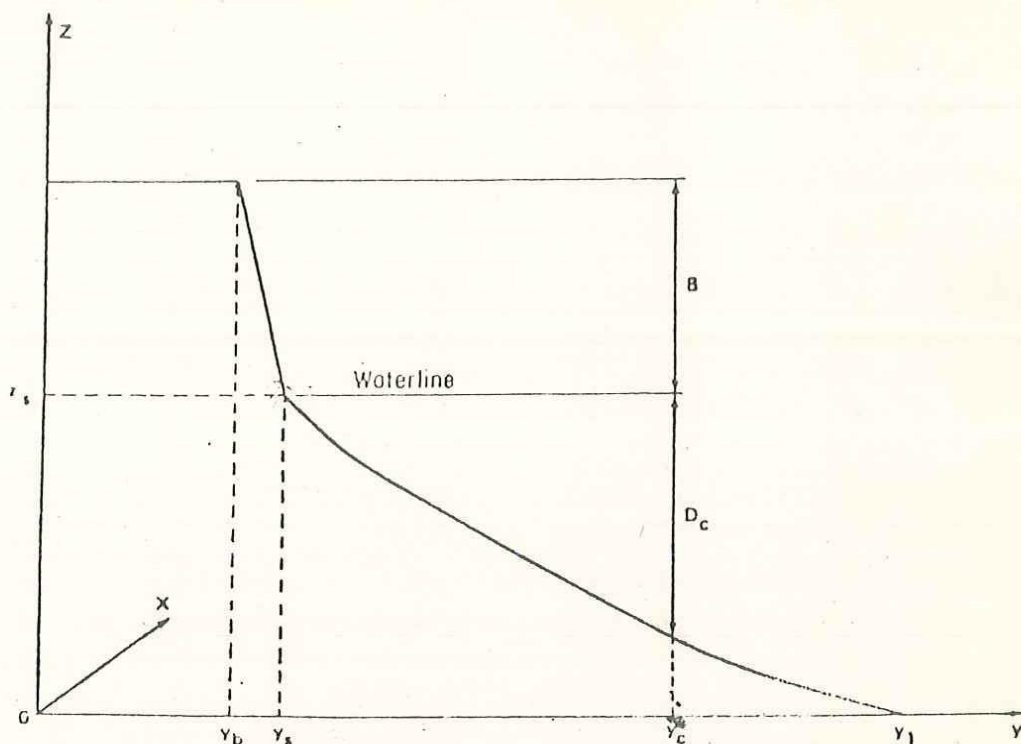
$$1954 \quad \text{Pend} = 0.3$$

$$1972 \quad \text{Pend} = 407.71 + 4.20D - 0.71 \log(E)$$

Podemos hacer una tabla para evaluar el cambio de la pendiente con respecto a los parámetros que la afectan.

Agente	H/L	T	D	H	Marea Sube	Marea Baja	Viento Costa	Viento Mar
Pend.	-	+	+	-	+	-	-	+

MODELOS NUMERICOS.



(Fig. 1)

La topografía está definida en un sistema de coordenadas (x, y, z) . Donde el eje x es paralelo a la línea de costa, el eje y es perpendicular a la línea de costa (hacia el mar) el eje z es positivo hacia arriba de un dato horizontal fijado.

El ángulo de la línea de costa con el eje x es pequeño. La línea de costa está definida por:

$$Y = Y_s, Z = Z_s, Z_b(X, Y_s, t)$$

que también define el nivel del mar en función del tiempo.

Y_c : delimita el punto o profundidad donde ya no hay movimiento de sedimento por las olas.

Y_i : intersección de Z con Y .

D_c : profundidad a la que se encuentra Y_c , que asumimos es constante.

B : altura del escarpe o cantil en caso de erosión y H en caso de acresión.

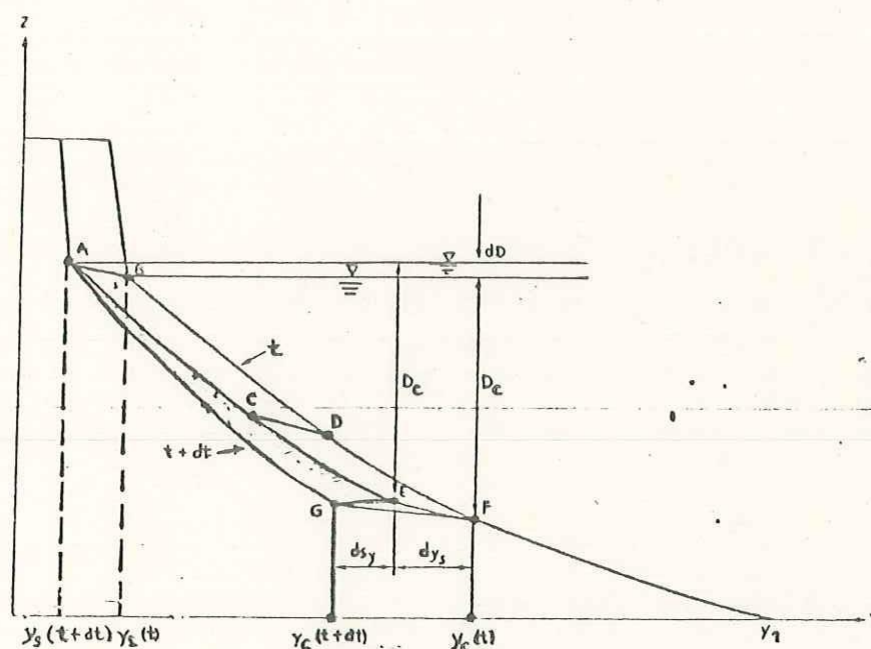
Z_b : topografía o profundidad batimétrica que es función de x, y, z .

La cantidad de arena sobre la franja de línea de costa $\dots X = a$ la unidad y limitada por los puntos $Z = 0, Y = 0$, y el perfil de playa Z_b al tiempo t es:

$$V(t) = \int Z_b(X, Y, T) dy$$

Asume que por alguna razón el perfil de playa cambia durante una cantidad infinitesimal de tiempo dt y la playa inicial es el perfil de equilibrio.

La desviación y modificación de este perfil de playa inicial puede ser caracterizado por (ver Fig. 2)



(Fig. 2)

(a) Una translación en el plano YZ que esta definido por:

$$\partial Y_s / \partial t, \quad dD / dt.$$

Este tipo de cambio no altera su forma. Ejemplo: que suba o baje el nivel del mar y no cambia la pendiente, ni forma erosión ni depositación.

Donde dD/dt es la razón de cambio del nivel del mar observar que esta translación es independiente del perfil de playa y , en particular, si el perfil de playa normalmente presenta un número de formaciones de barras significante, bajo condiciones normales de translación va a reproducir estas mismas características a la misma profundidad.

(b) Una perturbación caracterizando la desviación o variación del perfil inicial. puesto que el rango de la componente vertical de translación es dD/dt , la perturbación puede ser definida unicamente por un desplazamiento horizontal al límite D_c , el desplazamiento horizontal que caracteriza la razón de cambio de la pendiente de la playa promedio esta definida por:

$$\frac{\partial s_y(X, t)}{\partial t}$$

por lo que:

$$\frac{\partial Y_c}{\partial t} = \frac{\partial Y_s}{\partial t} + \frac{\partial s_y}{\partial t}$$

La cantidad de arena en el dominio del tiempo $(t + dt)$ es

$$V(t + dt) = \int_0^{Y_1} Z_b(X, Y, t + dt) dy \quad (1)$$

y la variación

$$\frac{dV}{dt} = \int_0^{Y_1} \frac{dZ_b}{dt} dy$$

por ejemplo:

$$\frac{dV}{dt} = \int_0^{Y_1} \frac{\partial Z_b}{\partial t} \frac{\partial Z_b}{\partial y} \frac{dy}{dt} \frac{\partial Z_b}{\partial x} \frac{dx}{dt} dy$$

donde Z_b/x es la variación de la elevación de la playa a lo largo del eje OX , tal que el ángulo de la playa con el eje OX es pequeño

$$\partial Z_b / \partial x \ll \partial Z_b / \partial y$$

($Z_b/y = m$ que es la pendiente).

Por ejemplo: el cambio en z que ocurre a lo largo de la playa es relativamente pequeño en relación a los cambios a través del perfil. y la variación del perfil de playa sobre la distancia dx es pequeña.

Por la misma razón, la velocidad de variación de playa a lo largo del eje OX dx/dt es pequeña comparada con la variación de la playa a lo largo del eje oy , de tal forma que :

$$\frac{Z_b}{x} \frac{dx}{dt} \ll \frac{Z_b}{y} \frac{dy}{dt}$$

y puede ser despreciado. Para evaluar los demás términos es más simple si nos referimos a la Figura 2 y se observa que la integral es igual a la suma de:

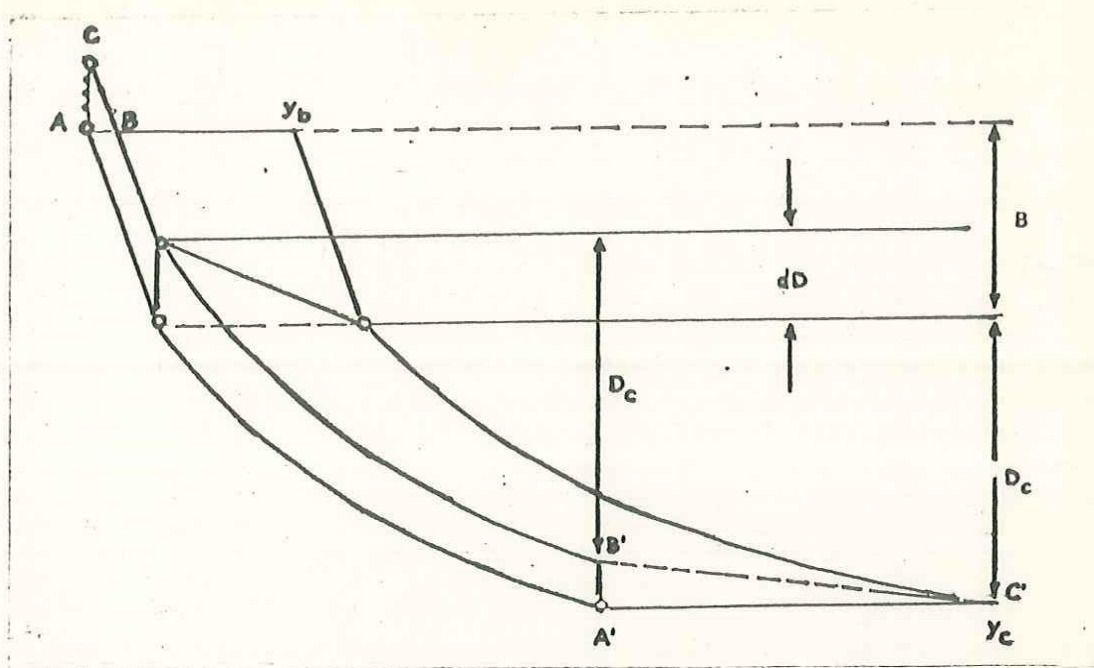
(a) El cambio de volumen de arena, dV/dt , debido a la translación, $\partial Y_s / \partial t$, es la suma del cambio de volumen debido a la translación horizontal o desplazamiento horizontal, (Fig. 3).

$$(B + D_c) \partial Y_s / \partial t \quad (2)$$

y el cambio en el volumen debido al desplazamiento vertical

$$(Y_c - Y_b) dD/dt \quad (3)$$

donde Y_b es la ordenada que caracteriza la localización del escarpe.



(Fig. 3)

El desplazamiento del nivel del mar, dD , siendo pequeña, la diferencia en la cantidad de arena representada por los dos triángulos ABC , $A'B'C'$ en la Figura 3 es considerada infinitesimal por lo que se desprecia, por lo que combinando las ecuaciones (2) y (3).

$$dV/dt = (B + D_c) \partial Y_s / \partial t - (Y_c - Y_b) dD/dt \quad (4)$$

Se observa que cuando $dV/dt = 0$

$$dY_s = \frac{Y_c - Y_b}{B + D} dD = \frac{dD}{S}$$

donde S es el promedio de la pendiente. Hay que notar que esta expresión es independiente del perfil de playa.

(b) El cambio en el volumen debido a la perturbación y desviación del perfil de equilibrio. Esta desviación es caracterizada por un cambio en la pendiente. Tal que la variación correspondiente de volumen de arena (área AEG en la fig.2) es:

$$\frac{dV_2}{dt} = -\frac{1}{2} D_c \frac{dS_y}{dt} = -\frac{1}{2} D_c \frac{\partial S_y}{\partial t} \quad (5)$$

de acuerdo con lo que asumimos previamente. Tal que, la variación total del volumen de arena, dV/dt , es (sumando las ecuaciones 4 y 5):

$$\frac{dV}{dt} = (B + D_c) \frac{Y_s}{t} - (Y_c - Y_b) \frac{dD}{dt} + \frac{1}{2} D_c \frac{\partial S_y}{\partial t} \quad (6)$$

Esta variación de volumen es debido a la variación de la deriva litoral a lo largo del eje OX y del movimiento perpendicular a la costa. Se incluyen los siguientes términos:

(a) La descarga de arena que se va de la playa por unidad de ancho incluye:

(1) Q_{yw} debido a la pérdida de arena por viento.

(2) $Q_{ys}(x)$ debido a la cantidad de sedimento fino que está contenida en el escarpe y la cual tiende a moverse hacia afuera de la costa por suspensión. Esta pérdida ocurre únicamente en caso de erosión ($\partial Y_s / \partial t < 0$) y es igual a $Q_{ys} = K_s B \partial Y_s / \partial t$, donde K_s es el porcentaje de sedimento fino del escarpe.

(3) Q_{yf} causado por la pérdida de sedimento tamaño arena de la playa por corrientes de densidad durante una tormenta.

Q_{yf} es función de la distribución de tamaño y densidad del material. Una playa de material fino (< 0.1 mm) tiende a erosionarse mas rapidamente que una playa de material mas grueso (> 1 mm). El material grueso tiende a moverse a lo largo de la costa mientras que la arena fina se mueve hacia afuera de la costa.

(b) Un término general, $M(x, t)$, expresando la variación local en el volumen control de arena debido a la pérdida de arena por corrientes de retorno a lo largo del espigón.

(c) La variación de la deriva litoral a lo largo del eje Ox el cual es:

$$Q_s(S) - Q_s(x + dx) = - \partial Q_s / \partial x dx \quad (7)$$

Muchas fórmulas en la literatura expresan la razón de transporte a lo largo de la costa, Q_s , como una función de la energía de las olas incidentes a lo largo de una línea de costa recta. El transporte litoral es una función también de las características de la arena (tamaño, distribución y densidad), esbeltez de la ola (H_o/L_o), pendiente de la playa, etc.

La forma de esta formulación en la evolución de la línea de costa es de gran importancia. En particular, la determinación de la razón relativa de transporte litoral en suspensión y por carga de fondo es muy importante ya que esta razón influye en la pérdida de sedimento por corrientes de retorno.

Cualquier innovación en la fórmula de razón de transporte litoral podría ser introducido en el modelo como un último dato. Ya que se asume que la razón de transporte de sedimento es independiente de la densidad y tamaño y depende únicamente en el flujo de energía a lo largo de la costa, PL , por la relación empírica:

$$Q_s = 7.5 * 10^3 PL \quad (8)$$

donde Q_s es en yardas cúbicas por año.

PL es en pies-libras por segundo por pie de línea de costa y es expresada por la relación :

$$PL = g_s^2 / 64 T (H_o Kr)^2 \text{ sen } 2\alpha b \quad (9)$$

donde

Kr = al coeficiente de refracción de mar profundo a la intersección con la línea de rompiente.

T = período de la ola.

H_o = altura de la ola en aguas profundas.

α_o = ángulo de la ola en aguas profundas con las líneas de costa.

α_o = ángulo de la rompiente con la línea de costa.

Observar que esta ecuación expresa implícitamente la razón de deriva litoral a lo largo de una línea de costa recta en términos de características de rompiente

Se asume que la ecuación se mantiene en los casos de playas con una ligera curvatura. El coeficiente de refracción, K_r y el ángulo pueden ser determinados como función de las características de la ola en mar profundo H_o , T , α_b y el ángulo de la línea de costa con la rompiente, $\partial Y_s / \partial x$.

En el caso de un espigón perpendicular a la costa, $x \rightarrow \infty$, el ángulo de la ola en aguas profundas, α_o , con contornos en el fondo es igual al ángulo de la ola con el eje OX tal que la línea de costa tiene la misma dirección que el eje OX

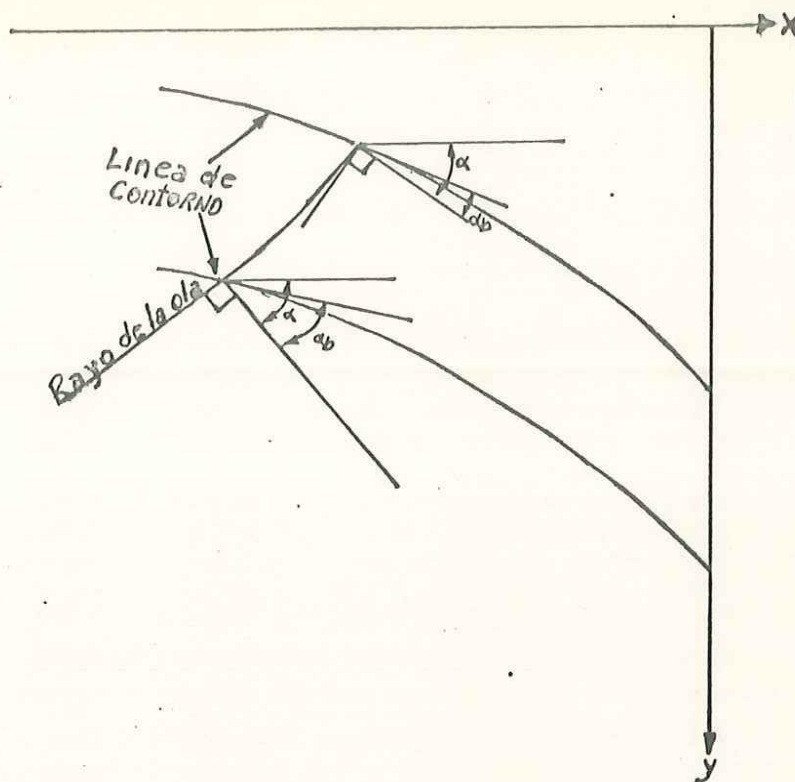
a $x = 0$, la línea de costa viene a ser paralela con la cresta de la ola incidente muy rápidamente. Tal que: $\theta = 0$ y:

$$\alpha_o = -\tan^{-1} \partial Y_s / \partial x \big|_{x=0} \quad (10)$$

En el caso general, para cualquier valor de x :

$$\alpha_o = \alpha + \tan^{-1} \partial Y_s / \partial x \quad (11)$$

Las características de la ola rompiente y la altura de la ola, H_b , profundidad del agua d_b , y el ángulo de rompiente α_b pueden obtenerse de las características de la ola de mar profundo H_o , T , α_o , α_o es dado por la ecuación (11) en términos de y y Y_s/x la cual toma en cuenta la curvatura de la línea de H_b , y α_b , dandonos el contorno del fondo paralelo a lo largo del rayo de la ola pero puede ser curvado a lo largo de la línea de costa (Fig.



(Fig. 4)

Las siguientes ecuaciones nos permiten la determinación de H_b , db y α_b .

(a) Ley de Snell

$$C_b/C_o = \sin \alpha_b / \sin \alpha = \sqrt{gdb/gt/2\pi} \quad (12)$$

(b) Longitud de onda (relación de dispersión)

$$L_b/L_o = \tan h (2\pi db/L_b) \quad (13)$$

(c) Conservación de flujo de energía entre ortogonales (G es la velocidad de grupo).

$$H_o^2 \cos \alpha_o G_o = H_b^2 \cos \alpha_b G_b \quad (14)$$

(d) Criterio de rompiente.

$$H_b/L_b = 0.14 \tan h 2\pi db/L_b \quad (15)$$

De estas ecuaciones, se ha presentado (Le Mehaute y Koh, 1967) que cuando α_o permanece menor que 50° , α_b podría ser aproximada a:

$$\alpha_b \cong \alpha_o (0.25 + 5.5 Ho/Lo) \quad (16)$$

donde:

$$Lo = gT^2 / 2\pi$$

Tal que, el coeficiente de refracción

$$Kr = (\cos \alpha_o / \cos \alpha_b)^{\frac{1}{2}}$$

Podría escribirse substituyendo α_o como esta dado en la ecuación (11), y b como está dado en la ecuación (16)

$$Kr = \left(\frac{\cos(\alpha - \tan^{-1} \partial Y_s / \partial x)}{\cos[(\alpha - \tan^{-1} \partial Y_s / \partial x) (0.25 + 5.5 2\pi Ho^2 / gT^2)]} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

Ahora es posible formular la variación del transporte litoral sobre una distancia $X = a$ la unidad. De la ecuación (9)

$$\partial Q_s / \partial x = A Ho^2 Kr^2 2 \cos 2\alpha_b \partial b / \partial x + A Ho^2 2 Kr \partial Kr / \partial x \sin 2\alpha_b \quad (18)$$

Donde

$$A = 7.5 * 10^3 \text{ g } / 6 + \pi * T$$

Por otro lado, ya que (ver ecuación 16).

$$\frac{\partial \alpha_b}{\partial x} = \frac{\alpha_o}{\partial x} (0.25 + 5.5 Ho/Lo) \quad (19)$$

Y tomando en cuenta la ecuación (11)

$$\frac{\partial \alpha_c}{\partial x} = \frac{1}{1 + (\partial Y_s / \partial x)^2} \frac{\partial^2 Y_s}{\partial x^2} \quad (20)$$

Finalmente, substituyendo la ecuación (20) en la ecuación

(19)

$$\frac{\partial b}{\partial x} = \frac{0.25 + 5.5 Ho/Lo}{1 + (\partial Y_s / \partial x)^2} \frac{\partial^2 Y_s}{\partial x^2} \quad (21)$$

En caso de difracción de oleaje, la altura de la ola varía significativamente a lo largo de la cresta de la ola. Entonces el coeficiente de refracción previo, K_r tiene que ser reemplazado por un coeficiente de refracción-difracción, como $K_d K_r$. (Una corriente difractada opuesta a la corriente a lo largo de la costa se forma a una distancia del final del espigón).

La variación $\partial K_d / \partial x$ es más grande que $\partial K_r / \partial x$. Tal que en analogía con la ecuación (18)

$$\partial Q_s / \partial x = A H_o^2 K_r^2 (2 K_d^2 \cos 2\alpha_b (\partial \alpha_b / \partial x) + 2 K_d (\partial K_d / \partial x \sin 2\alpha_b)) \quad (22)$$

En la zona de difracción, α_b es debida a la suma de variación de dirección de línea de costa, $\tan^{-1} \partial Y_s / \partial x$, y a causa de la difracción la rotación de la cresta de la ola alrededor del final del rompeolas, θ (Fig.5). θ es el ángulo el cual tiene como vértice al extremo final de el rompeolas y se extiende desde el límite del área sombreada a un lugar considerado y definido como x . La Figura 6 muestra que $\theta = \alpha_o - \theta'$ y $\theta' = \tan^{-1} x/l$, donde l es la longitud del rompeolas. Tal que,

$$\alpha_b \cong \tan^{-1} \partial Y_s / \partial x + \alpha_o - \tan^{-1} x/l \quad (23)$$

$$- \partial \theta / \partial x = \partial \theta' / \partial x = 1/l [1/1 + (x/l)^2] \quad (24)$$

y diferenciando la ecuación (23) y sustituyendo la ecuación (24)

$$\frac{\partial \alpha_b}{\partial x} = \frac{1}{1 + (\partial Y_s / \partial x)^2} \frac{\partial^2 Y_s}{\partial x^2} + \frac{1}{l [1 + (x/l)^2]} \quad (25)$$

Donde $\partial Kd/\partial x$ es el coeficiente de variación de la altura de la ola debido a los efectos combinados de difracción y refracción. Incluye también los efectos de corrientes de difracción

Una fórmula empírica para determinar los efectos combinados de difracción y refracción es mas viable para un análisis cuantitativo de un espectro real que las teorías más exactas de difracción de oleaje que son válidas para olas periódicas sobre un fondo horizontal y estan representados por una integral de Fresnel. Por esto se asumirá que la energía viaja lateralmente a lo largo de la cresta de la ola al igual que a lo largo de los rayos de la ola.

La velocidad de propagación lateral se asume que es igual a la velocidad de grupo de una onda periódica de período promedio. (Ya que el problema es restringido a olas de aguas muy someras, y las olas mas largas del espectro se difractan, **el limite de la zona de difracción está** definido por un ángulo tal que la velocidad de propagación de la energía de la ola a lo largo de la cresta es simplemente $\sqrt{gD}$, donde D es la profundidad). Esta transmisión lateral de energía resulta causante de un decremento de la energía de la ola de el área expuesta al área sombreada.

$$\int_A^C H^2 dx = \int_0^D H_0^2 ds$$

donde s es la distancia a lo largo de una cresta desde el extremo del espigón.

En resumen, la variación del volumen de arena dV/dt dada por la ecuación (6) es igual a la suma de:

(a) La pérdida de arena por viento Q_{yw} .

(b) La pérdida de material fino en suspensión $Q_{ys} = K_s B$

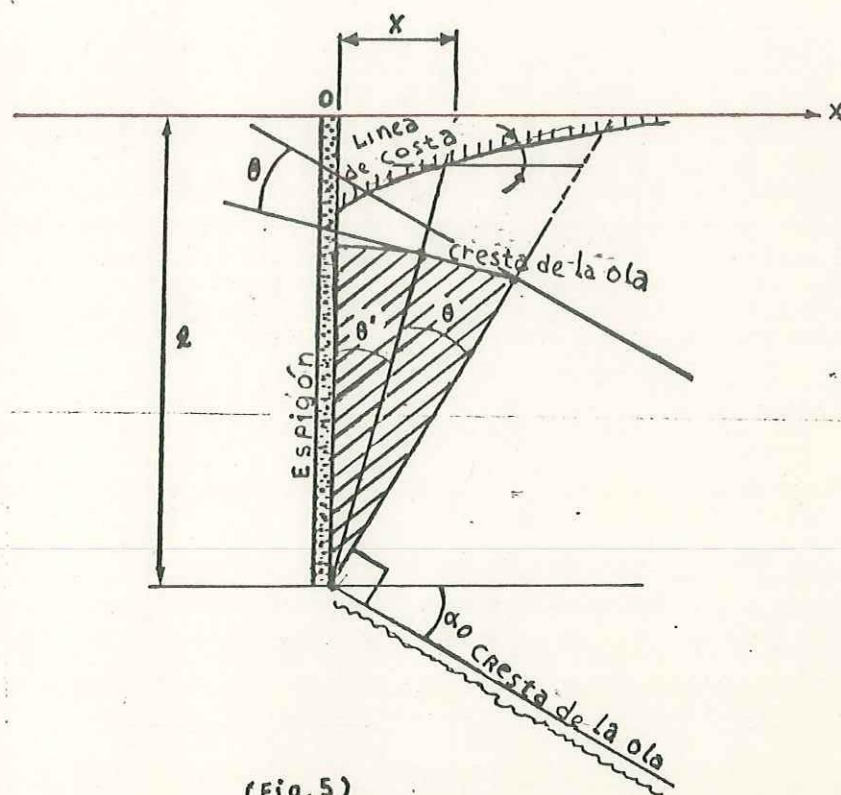
$\partial Y_s / \partial t$ donde K_s es el porcentaje de sedimento fino en el escarpe.

(c) La pérdida de arena por corrientes de densidad durante una tormenta, Q_{yf} , y la pérdida por corrientes de retorno (o aportada por un río cercano)

(d) La cantidad de arena erosionada o en caso contrario depositada.

(e) La variación de el transporte litoral a lo largo del eje OX siendo $\partial Q_s / \partial x$.

En una zona de refracción, $\partial Q_s / \partial x$ está dado por la ecuación (18) donde K_r esta dado por la ecuación (17). α_b está dada por la ecuación (16) como función de α_o , y α_o por la ecuación (11), con respecto al eje OX . También, $\partial \alpha_b / \partial x$ está dada por la ecuación (21).



(Fig. 5)

En la zona de difracción $\partial Q_s / \partial x$ está dada por la ecuación

(22) en lugar de la ecuación (18) α_b está dada por la ecuación (23), $\partial \alpha_b / \partial x$ por la ecuación (25).

La K_d está dada por la ecuación siguiente:

$$K_d(x) = \frac{[\sqrt{2} \cos(2\alpha_0)]^{1/2} \text{Sen} [\pi \cos(2\alpha_0)(x + L \tan(45^\circ - \alpha_0))]}{[2 \text{ Sen } \alpha_0] [41]}$$

diferenciando esta ecuación tenemos:

$$\frac{dK_d(x)}{dx} = \left(\frac{(\sqrt{2} \cos(2\alpha_0))^{1/2}}{2 \text{ sen } \alpha_0} \right) \frac{\pi \cos(2\alpha_0)}{41 \cos \frac{\pi \cos(2\alpha_0)}{41} [x + 1 \tan(45^\circ - \alpha_0)]}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación de deriva litoral (22) nos permite completar el modelo matemático.

Supongamos (como se puede ver en la Figura 6) que la playa es inicialmente cero, limitada por un rompeolas, que es una barrera litoral completa, y sujeta a olas que tienen una dirección uniforme positiva de mar profundo. Las condiciones de frontera son

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\tan \quad \text{con } x = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad \text{con } x = L$$

Donde L es la distancia a lo largo del eje OX lo suficientemente grande para no ser influenciada por el espigón.

La línea de costa es calculada para una H_0 , T , fijados a intervalos de igual Δt a tiempos seleccionados.

Una extensión del ejemplo anterior es presentado en la Figura 7 donde ambos lados del espigón son considerados. La posición inicial de la línea de costa y condiciones de oleaje son como en el ejemplo anterior. Las condiciones de frontera vienen a ser:

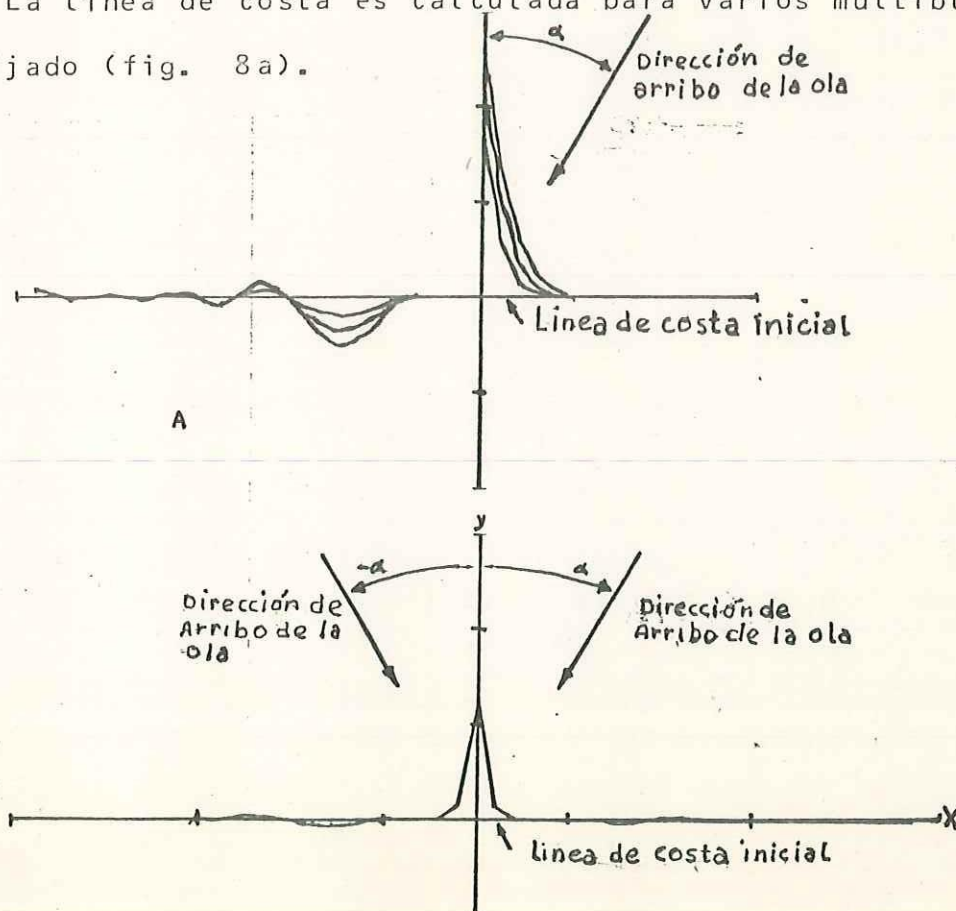
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad \text{con } x = -L$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad \text{con } x = -0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\tan \quad \text{con } x = +0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad \text{con } x = +L$$

La línea de costa es calculada para varios múltiplos de un t fijado (fig. 8a).



Permitiendo que la dirección del oleaje alterne entre $+\alpha$ y $-\alpha$ a un rango fijado nos da una interesante variante al ejemplo anterior, Las condiciones de frontera son como antes para $\alpha > 0$. Los resultados son presentados en la Figura 7b para los mismos valores que para los parámetros usados en el problema de la Figura 8a.

Es de interés que los patrones ondulatorios de la línea de costa en la Figura 7a desaparecen en la Figura 7b. Tal que las ondulaciones inducidas por la difracción en una línea de costa natural raramente ocurren cuando las olas son multidireccionales.

MODELOS FISICOS.

Los modelos físicos son útiles sobre todo cuando los modelos numéricos o analíticos no funcionan bien o son muy difíciles.

Los modelos numéricos no han podido desplazar a los modelos físicos, estos últimos son utilizados en la razón de cambio y patrón de costa, al poner o quitar estructuras en la línea de costa, o bien cuando son demasiados factores los que entran en un modelo matemático.

Las siguientes definiciones son para una mejor comprensión de las aplicaciones a modelos de fondo fijo y móvil.

MODELO A ESCALA. Se dice que un modelo está a escala de su prototipo correspondiente, si para cada tiempo lugar y proceso ocurrido en este, observamos el mismo en el modelo.

SIMILARIDAD. Se dice que existe similaridad si las razones de los valores del modelo y del prototipo correspondiente para todas las cantidades físicas, son constantes. Implica que todas las cantidades de la misma dimensión deben tener la misma escala.

ESCALA. La escala de cualquier cantidad (Q), la cual satisface completamente la condición de similaridad, puede ser definida como la razón entre los correspondientes valores de Q en el modelo y el prototipo. Se denota la escala de una cantidad Q por (n_Q).

$$n_Q = Q_{\text{mod}} / Q_{\text{proto}} \quad .$$

LEYES DE LOS MODELOS. Las leyes de los modelos son las relaciones entre las escalas de diferentes cantidades físicas, como dictadas por el tipo de proceso para ser simuladas en el modelo.

DISTORSION. La distorsión existe si la escala de uno o mas números adimensionales no es igual a uno. Es permitida si hay 2 cantidades de igual dimensión en el mismo problema, los cuales sus efectos en el fenómeno a ser estudiados son suficientemente diferentes, tanto que ellos pueden ser dados en diferentes escalas.

EFFECTOS DE ESCALA. Son aquellos errores envueltos en la extrapolación de las mediciones del modelo a escala y las dimensiones del prototipo, las cuales son debidas a desviaciones de las reglas de similaridad.

CANTIDADES FISICAS. En modelos de ingeniería costera las que más se usan son las siguientes:

a) Cantidades geométricas. Envuelven escalas de distancia (L).

b) Cantidades cinemáticas. Envuelven escalas de distancia y tiempo (L,t).

c) Cantidades dinámicas. Envuelven escalas de distancia, tiempo y masa (L,t,Kg).

Una cantidad dinámica es la reacción de una cantidad cinemática.

Así, existe una completa similaridad, si y solo si existen las 3 similaridades: Geométrica, Cinemática y Dinámica.

En los modelos físicos siempre hay distorsión y rara vez se cumple la similaridad geométrica, casi siempre se altera la escala vertical sobre todo en cuestiones de olas.

SIMILARIDAD GEOMETRICA Y DISTORSION. Esta se presenta en ondas largas (mareas, Tsunamis, Seiches) Olas cortas (debidas a viento) y Olas no-periódicas (debidas a tormentas, lluvias, ríos,

etc.)

SIMILARIDAD DINAMICA Y DISTORSION. Es muy frecuente que ocurra cuando trabajamos con líquidos (agua) pues no es posible eliminar o precisar la escala de la tensión superficial y la viscosidad. Sin embargo los efectos adversos de tales distorsiones pueden generalmente ser disminuidos a un mínimo aceptable por precauciones especiales.

Las condiciones de flujo en el fenómeno natural no son aplicadas a análisis matemático, debido al carácter no-lineal de la ecuación de movimiento, a la falta de información, a la multiplicidad del paso de flujos encontrados y a otros elementos hidráulicos no susceptibles a descripción inmediata.

APROXIMACION DINAMICA A SIMILARIDAD. Hay tres métodos: dinámico, dimensional y ecuacional. Las consideraciones anteriores de modelos cuentan con el método dinámico de similaridad que relaciona la geometría, cinemática y fuerzas.

Si ahora una superficie de frontera S en el prototipo es expresada como $S(x/L, y/L, t/T)$, la superficie correspondiente en el modelo es también dada por la misma expresión. Para fronteras fijas la razón de tiempo, esta ausente.

Una de las limitaciones del método dinámico o del análisis, es que los números transformados son obtenidos dentro del marco de similaridad geométrica.

NECESIDAD DE DISTORSION. Cuando consideramos modelos grandes; la distorsión en considerar profundidad y longitud horizontal, a menudo se hace necesaria debido al efecto de las capas viscosas de la frontera cuando estas son rígidas.

Para aguas muy someras, el flujo dinámico establece los

límites para el cual el término viscosidad se vuelve considerablemente mayor que el término inercia, como efecto viscoso predominante no está presente en el prototipo y por lo tanto, son evitados en el modelo.

Casi todos los modelos de estuarios son distorsionados geoméricamente y son contruidos con escalas lineares mayores para dimensiones verticales que para horizontales.

Modelos de Fondo Fijo.

Envuelve flujos de mareas clasificados como ondas largas, donde la gravedad es la fuerza predominante.

La condición de que la escala de las fuerzas gravitacionales sea igual a la escala de las fuerzas inerciales es expresada por la ley de Froude.

$$n_v = n_g n_d.$$

donde v = velocidad.

g = aceleración por gravedad.

d = una característica de largo y ancho. (profundidad).

Normalmente, $n_g = 1$.

Modelos de fondo móvil.

Se utilizan para ver las relaciones entre el flujo y el fondo granular móvil. Dos problemas importantes se presentan al trabajar estos modelos la rugosidad hidráulica para el fondo y la correcta simulación de la razón de transporte de arena.

Las leyes del modelo pueden ser obtenidas de fórmulas para

transporte ya establecidas, y pueden ser escritas esencialmente como sigue:

$$q/V^* D = f(V^* D/\nu, \psi).$$

donde q = razón de transporte de arena.

V^* = velocidad cortante.

D = diámetro medio del grano.

ν = Viscosidad cinemática.

$$\psi = g \delta D/V^*$$

g = aceleración por gravedad.

δ = gravedad específica efectiva del material del fondo bajo el agua.

Ejemplo Numérico.

Este ejemplo está basado en el método de Einstein y Barbarrosa en donde:

$$R = R' + R'' \quad (1)$$

$$V/V^* = f_1(R'/D65, D65V^*/\nu) \quad (2)$$

$$V/V_*' = f_2(\psi') \quad (3)$$

$$\psi' = D35/R' E \quad (4)$$

Donde.

R' = Razón Hidráulica por sedimento.

R'' = Razón Hidráulica por forma.

$$V^* = \sqrt{gR'E}$$

$$V_*' = \sqrt{gR''E}$$

E = Energía.

f_1, f_2 = funciones.

$D35$ = a partir de este tamaño el 65%

D65 = a partir de este tamaño el 35%

Si en una sección, la profundidad total, la velocidad, y las características del material del fondo son conocidas, entonces R' , R'' , E y δ pueden obtenerse utilizando las ecuaciones (1) hasta (4).

Prototipo:

Tomando una boca de mareas especial con:

$$v = 1 \text{ m/seg.}$$

$d = 3.77 \text{ m.}$ aproximadamente igual a R si la boca es bastante grande.

$$D65 = 0.24 \text{ mm.}$$

$$D35 = 0.17 \text{ mm.}$$

$$\delta = 1.65$$

Los resultados de efectuar las operaciones son.

$$R' = 1.46 \text{ m.}$$

$$R'' = 2.31 \text{ m.}$$

$$E = 1 \times 10^{-4}$$

$$\delta = 1.9.$$

Entonces el coeficiente de resistencia total f queda como:

$$f = 8gRE/V^2 = 0.0925$$

Modelo:

Las ecuaciones (1) hasta (4) asumen que lo que ocurre en el modelo ocurre en el prototipo. Entonces por similaridad:

$$n^2 v = n d \quad (\text{Leyes de Froude}).$$

$$n f = n B \quad (\text{criterio de rugosidad}).$$

lo anterior es para un modelo de Fondo Fijo.

$$n \psi' = 1 \quad (\text{similaridad del transporte}).$$

Si nos fijamos en la tabla de escalas veremos que existen dos escalas independientes que son n_L y n_t . Pero podemos delimitar nuestro modelo fijando así la escala n_L . Se asume para este modelo que $n_L = 40$ y que la gravedad específica del material de fondo utilizado para el modelo es de 1.04 y calculando las escalas que faltan obtenemos:

$$n_d = 24 \rightarrow d_m = D/n_d = 3.77/24 = 0.187m.$$

$$n_v = n_L = 4.9 \rightarrow V_m = V/n = 1/4.9 = 0.20m/seg.$$

$$n_B = n_d/n_L = 0.60 \rightarrow E_m = E/n_B = 1 \times 10^{-4} / 0.60 = 1.67 \times 10^{-4}$$

$$n_D = 0.21$$

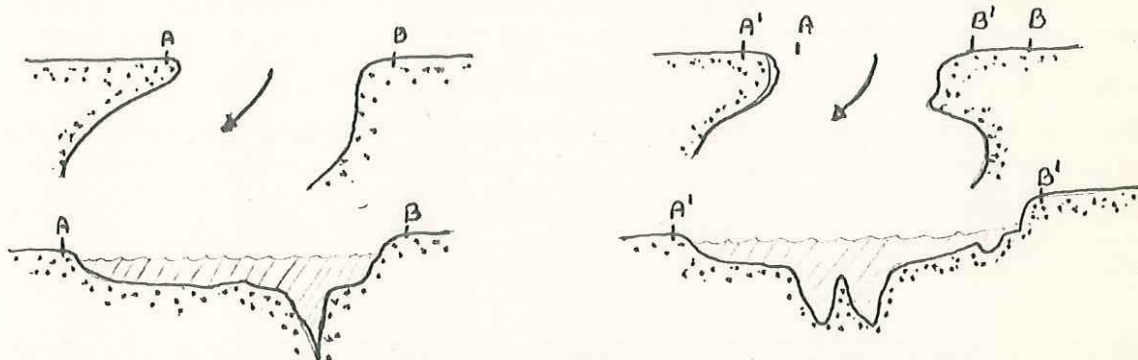
$$D_{35} = 0.17/0.21 = 0.8mm.$$

$$D_{65} = 0.24/0.21 = 1.17mm.$$

ESTABILIDAD DE BOCAS DE MAREAS.

Una playa con transporte litoral estable siempre esta sujeta a cambios en geometría, oleaje, etc. Sin embargo tienden a mantenerse en equilibrio, hay que considerar que la estabilidad es dinámica. Estabilidad dinámica : cambios relativamente pequeños de una boca y del transporte litoral estas pueden ser causadas por cambios climatológicos de baja frecuencia.

Cambios en la estabilidad de la boca del estero:



Factores que afectan o causan estos cambios son:

- a) cambios en el régimen de mareas.
- b) cambios en el régimen de oleaje.

Parámetros que influyen a que este abierta la boca de mareas.

Area: Q descarga se mide con el prisma de mareas.

Sl : transporte de sedimento a lo largo de la playa.

V : velocidad de decarga .

cambios de marea

fricción

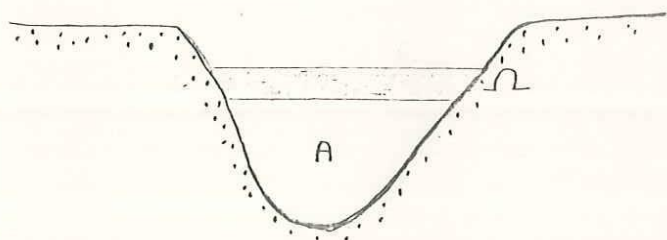
esfuerzo generado por corrientes para mover o no mover

sedimento

Parámetros que influyen a que se cierre la boca:

pocas descarga , bajas velocidades , mucho transporte a lo largo de la playa. Si al medir Q,V,Sl,f, , , en un lugar con

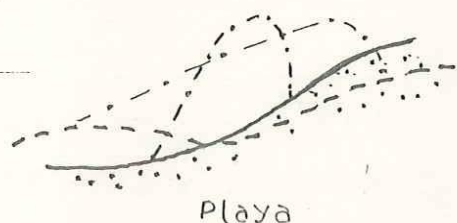
alto rango de mareas los tres últimos parámetros son más importantes. Y viceversa, si las observaciones se hacen en un lugar de bajo rango de mareas; entonces los tres primeros parámetros son los más importantes.



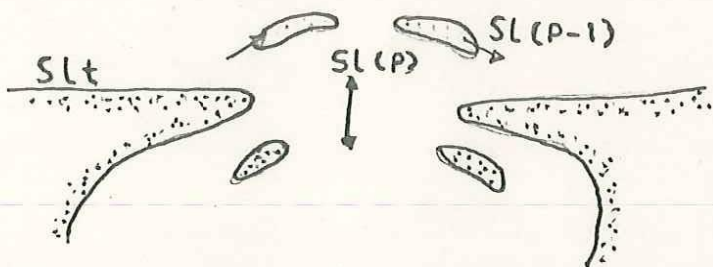
Ω = Prisma de mareas

A = área transversal

Transporte de sedimentos sobre la boca de una laguna costera
comportamiento del transporte de sedimentos sobre un perfil de
playa y sobre un perfil de una boca de mareas: curva de
transporte de sedimento



Comportamiento del transporte de sedimentos sobre la boca de
mareas.



donde SL_t : es el transporte de sedimentos a lo largo de la costa

$SL(p)$: sedimento que se mueve por flujo a través de la boca

$SL(p-1)$: sedimento que se mueve a través de los bajos o barr

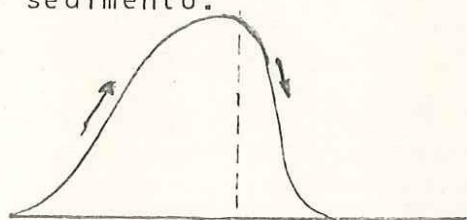
as.

Que sucede en un canal largo y angosto Aumenta la fricción y disminuye la velocidad; por lo cual este funciona como un embudo, pues si la marea es de un metro al entrar a través de este disminuirá a 90 cm. , esto nos indica que existen un gran número de factores que alteran la estabilidad de una boca; por lo cual estos factores deben estar o mantenerse en equilibrio. $Sl(p)$ es el transporte de arena que logra pasar a través del flujo de mareas al otro lado de la boca. $Sl(p-1)$ es el sedimento que forzosamente logra pasar por los bajos.

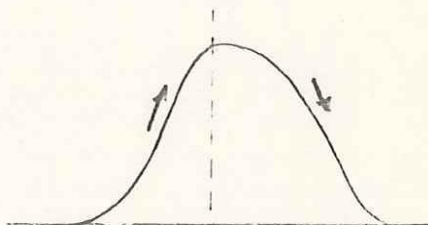
El sedimento que entra a la laguna es igual al sedimento que sale . En caso de que no haya un río; la fuerza que influye es proporcional a la velocidad para mover el sedimento :

$$F \propto V^2$$

La aceleración nos da una fuerza igual a la necesaria para mover el sedimento:



a) sale > entra

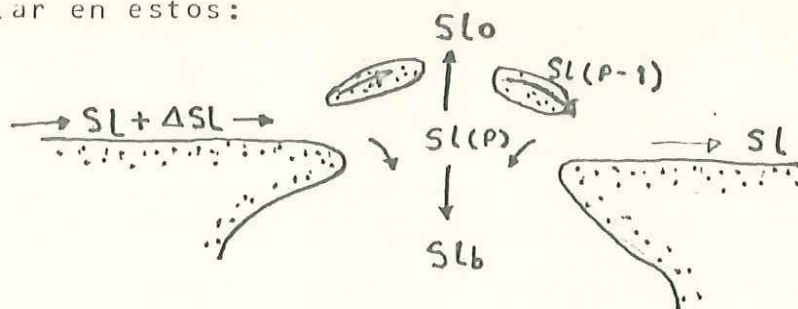


b) sale < entra

Si existiera un río, el caso a) se mantendría, pero si el río es importante saldrá mucho mas material de lo que entra. En el caso b), la situación se compensa, ya que sale igual cantidad que la que entra. Si el río no es muy importante, el aporte se mantendrá igual (sale < entra) pero si el río es muy caudaloso ocurrirá lo contrario.

De la cantidad total de arena que se transporta parte se queda en la laguna como trampa, parte se va hacia el mar y parte se transporta por flujos y por bajos; aunque también se puede

acumular en estos:



donde el ΔSL sea el sedimento que se pierda.

Para saber cuanto se transporta por las barras existen fórmulas empíricas en las cuales se relacionan el SL neto o total entre la descarga máxima y la definimos con un parámetro :

$$SL_{\text{neto}} / Q_{\text{max}} = r$$

Varía entre los valores [5-900] que se estandarizan hasta tomar la descarga máxima durante las mareas vivas. SL_{neto} se mide por medio de parámetros de oleaje trampas etc. Si $r < 10-20$ en este caso predomina

el transporte por flujos. Si $r > 200-300$, en este caso predomina el transporte por barras, (p) es pequeño.

Cuando $Slo = Slb$ entonces está entrando la misma cantidad que sale y no necesariamente se forman barras, Slo es el sedimento que sale . Slb es el sedimento que entra; puede entrar también sedimento por los lados de la boca debido a la erosión de las puntas mas, el sedimento que viene transportandose por la playa, más el de las barras.

$$Sl_{\text{ados}} = Slb + Slo$$

Esta es una condición de equilibrio.

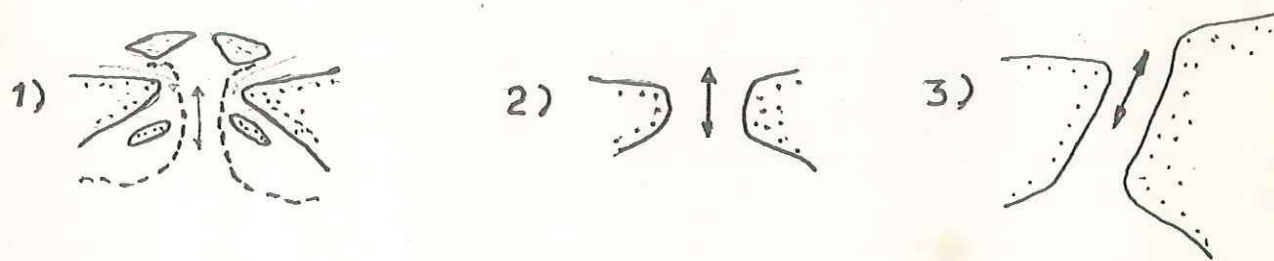
A partir de lo anterior existen tres casos de estabilidad de la boca:

1) Canal corto: $Sl_{\text{ados}} > Sl(p)$, el transporte que llega por

los lados es mayor que el que se transporta a través del flujo de mareas, entonces el canal tiende a ser mas largo; lo que causa que la fricción aumente, disminuya la velocidad y se vuelve no autodragable. Por esta razón una boca que esta en equilibrio se vuelve inestable.

2) Canal mediano: $Sl_{lados} = Sl(p)$. En este caso se queda igual o se mantiene en equilibrio la boca.

3) Canal largo: $Sl_{lados} < Sl(p)$. En este caso aumenta el área transversal; esto tiene un límite que depende de la cantidad de transporte litoral y las velocidades. Aquí disminuyen las velocidades y el transporte es el mismo, por lo cual se mantiene en equilibrio; pero si el transporte Sl es muy grande debido a un oleaje fuerte, entonces la boca se cierra, pues la velocidad es pequeña y no entra ni sale material:



Una forma de evaluar el flujo ha sido a través del prisma de mareas, descarga, velocidad máxima, fricción, transporte en el canal, Sl , área.

Métodos para hacer los cálculos considerando lo anterior.

1) Empírico: Tomando datos de lagunas antiguas y considerandolas como estables.

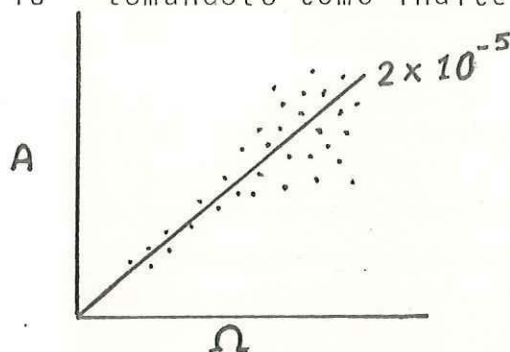
2) Teóricos: Involucrando los factores anteriores y

elaborando ecuaciones que al final son muy particulares.

Respecto a la parte empírica O'Brien utilizó la siguiente relación:

$$\frac{A}{\Omega} = \frac{\text{área transversal}(\text{ft}^2)}{\text{prisma de mareas}(\text{ft}^3)}$$

obtuvo el 2×10^{-5} tomándolo como índice de estabilidad:



Dentro de esta relación se incluyó el Estero de Punta Banda aunque O'Brien no hizo ninguna medición ni cálculos, solo las propuso estables, dentro de esta curva se incluyeron bocas inestables pero se hizo un ajuste. Su error consistía en hacer suposición de estabilidad.

Bruun dice que dos bocas que tengan la misma relación A/Ω y con diferentes condiciones hidráulicas se deshagan de la misma cantidad de arena por lo cual utiliza:

$$\Omega / \text{SL} \quad \text{donde: } < 100 \text{ inestable} \\ > 300 \text{ estable}$$

A partir de esta relación Bruun et.al. propone otra relación considerando el área transversal y el transporte litoral neto:

$$2A/3 \text{ SL} \quad \text{donde: } < 0.0045 \text{ inestable} \\ > 0.0090 \text{ estable}$$

Además desarrolla otra relación teórica donde interviene el

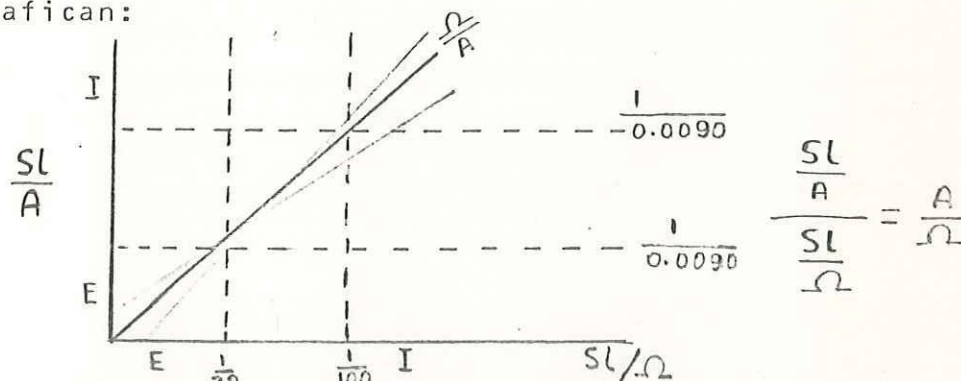
diámetro del sedimento, gravedad y la descarga máxima (cuando es mas grande el prisma de mareas)

$$\frac{\rho g Q_{\max}^2}{(A CH)^2} > 0.50 \quad \text{estable}$$

donde A = área transversal

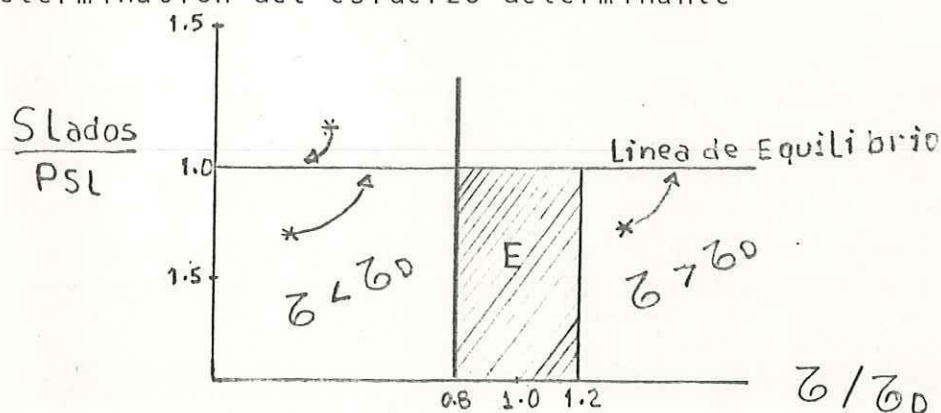
CH = coeficiente de fricción

La descarga máxima es en m /seg . Suponiendo que todas estas relaciones son válidas para cada caso especial, los resultados se grafican:



En el cuadro E x E es el caso en que todos los parámetros influyen para la estabilidad. Es un caso muy restringido por lo tanto lo que para Bruun es inestable para O'Brien es estable.

Determinación del esfuerzo determinante



Esfuerzo determinante: Es el esfuerzo mínimo que necesita una boca para ser autodragable, se determina como:

$$Z_D = \frac{\rho_g V_{\max}^2}{CH^2}$$

donde $CH = 30 + 5 \log A$

$$A = m^2$$

$$C = \frac{1}{m^2} / \text{seg}$$

Cuando la cantidad de arena que sale es proporcional o igual a la que entra, la boca se mantiene estable. Si es > 1 entonces la boca tiende a ensancharse.

Ejemplo de Estero de Punta Banda

Aplicando el criterio de O'Brien de que:

$$A/\Omega = 2 \times 10^{-5}$$

y segun Bruun :

$$\Omega/SL > 250$$

$$2 A/3 SL > 0.0090$$

$$\rho_g Q_{\max}^2 / A^2 CH^2 > 0.5$$

todos estos criterios de estabilidad y utilizando el trabajo teórico de Komar e Inman:

$$SL = \frac{0.77 (E C_n)_b \cos \alpha_b \sin \alpha_b}{(\rho_s - \rho) g (0.6)}$$

Utiliza también el modelo de Engelund Hansen que predice el transporte de arena en canales donde:

$$q = 0.05 \gamma_s V^2 [\rho/g (\rho_s/\rho - 1)] [Z_0 / (\rho_s - \rho) \rho]$$

donde:

$$Z_o = (\rho_g)^{3/2} (V/CH)^3 \quad CH = \text{coeficiente de Chezy}$$

La q es uno de los modelos mas precisos para predecir el transporte de arena en canales donde:

q = cantidad de Kgr. de arena en el sistema

MKS por unidad de tiempo.

γ_s = peso específico del sedimento.

V = velocidad del agua.

ϕ = diámetro del sedimento.

Para conocer todos los criterios de estabilidad es necesario determinar el área transversal (este se obtiene por medio de batimetrías y tomando el nivel medio del mar) y el prisma de mareas; este se obtiene por medio de un registro de mareas vivas.

En la fórmula de SL se utiliza el criterio de altura en la rompiente de la ola $H_r/hr=0.8$ y se obtiene:

$$SL = 1.29 \times 10^{-2} (hr)^{2.5} \sin \alpha \cos \alpha$$

Estos valores dependen de la estadística del lugar. Para calcular la descarga máxima:

$$Q_{max}^2 = (\Omega / \frac{1}{2} T) K J^2$$

para conocer ϕ es necesario tomar muestras de sedimento y hacer un análisis de tamaño. En la parte teórica utilizamos la q para cada una de las velocidades a distintos tiempos:

Si $V_i < 0.03$ entonces $q = 0.0$, todo depende del valor de la velocidad; debido a que si es menor que el tamaño del sedimento entonces será muy poco el sedimento que se mueva. Entonces tenemos que:

$$q = \frac{7.63 \times 10 \ V \ P_m}{[0(30 + 5 \log A)]}$$

donde P_m es el perímetro mojado . Se puede predecir la velocidad por medio del cambio en el área y en el prisma de mareas.

TRAZADORES.

Definición:

Partículas con características muy notables (fluorescencia, coloración, etc) por medio de las cuales podemos seguir la trayectoria de dicha partícula y diferenciarla de las demás.

El método de trazadores se ha utilizado mucho para determinar la dirección del transporte de sedimentos a lo largo de la costa. Este método es puramente cualitativo ya que no obtenemos ninguna información, acerca de la cantidad de sedimento transportado.

Podemos apoyarnos en parámetros sedimentológicos tales como dispersión, asimetría, kurtosis, etc. para determinar la dirección del transporte. Sin embargo habrá ocasiones, en que el tamaño nos indique el transporte en una dirección y la asimetría nos diga lo contrario de aquí el investigador deba aplicar su criterio.

Otro método que se puede aplicar, es el de colocar trampas de arena, pero también existe el inconveniente o la pregunta de que hasta que punto el flujo se ve afectado por la trampa, o habrá que decidir también en que lugar se colocará la trampa si en la zona de swash o en la zona de rompiente.

De cualquier modo estos métodos siguen siendo cualitativos.

Tipos de trazadores

Hay dos tipos de trazadores:

i) Fluorescentes.

ii) Radiactivos.

En caso de que se usen los primeros los pasos a seguir son:

1) Toma de muestra de arena.

2) Tratado de la muestra, es decir, se lava para eliminar sales y se elimina materia orgánica por método ya conocido.

3) Se pinta. Para esto se da a continuación un método de tinción para 100 libras de arena.

i) 1/2 lbs. de tinta fluorescente para imprenta.

ii) 15 lts. de gasolina.

iii) 1 par de guantes, 1 espátula o cuchara grande.

iv) 2 cubetas grandes de plástico.

v) 1 taladro de 1/2" para agitar la arena.

PROCEDIMIENTO.

--- Se pone la arena en la cubeta y se agrega la pintura previamente preparada (2-3 cucharadas de pintura por 4 lts. de gasolina) esto es para 1/3 de cubeta.

--- Se pone a secar.

--- Se lava para quitar la gasolina y pintura que no se halla adherido bien.

--- Se pone a secar nuevamente.

*NOTA: Al hacer la siembra la arena deberá estar mojada.

4) Se introduce al medio.

5) Se muestrea.

6) Se cuantifica.

Basicamente existen dos tipos de muestreo:

1) De superficie .

2) De volumen.

Con un nucleador de mano tomaremos la muestra. En el laboratorio se dividirá el núcleo en capas delgadas y dependiendo de que tipo de muestreo queramos analizaremos las primeras dos capas, si deseamos hacerlo de superficie o en su defecto utilizaremos tarjetas engrasadas. Si deseamos hacerlo de volumen analizaremos más capas en el núcleo.

En la cuantificación nos daremos cuenta si los muestreos debemos hacerlos mas espaciados; si deben ser mas extensos o si es necesario preparar mayor cantidad de arena.

Trazadores Radioactivos

Básicamente son tres técnicas diferentes de utilizar trazadores radioactivos.

La primera consiste en cubrir la superficie con material radioactivo fino.

La segunda es introducir radioactividad natural que consiste en irradiar el cuarzo natural, de modo que se transforme en cuarzo radioactivo.

La tercera consiste en fundir el cuarzo natural para despues mezclarlo con el material radioactivo y posteriormente fabricar sedimento del tamaño que se desee. A esta técnica también se le llama fusión de vidrio.

Los elementos radioactivos más comunmente usados son:

Elemento	Vida media

Oro 198, 199	3.5 dias
Xenon 135	5 dias
Tantalio 182	111 dias
Estroncio	1 año
Bario	3 meses

Otros isótopos radioactivos utilizados como trazadores son:

Kriptón 85 , Fosforo 32 , Cromo 5, rutilo 103.

El criterio para escoger el elemento que debe usarse esta basado en el tipo de partícula que emita el material.

La ventaja de usar Xenon en lugar de oro como trazador consiste del grano en función del volumen en tanto el Oro forma una cubierta superficial o chapeado del grano.

En general la ventaja de utilizar material radioactivo como trazador en lugar de material fluorescente son:

1.- Al mismo tiempo que se muestrea se procesa la información no habiendo necesidad de extender el muestreo a lugares donde no haya trazadores.

2.- No hay que preparar una cantidad grande de material

3.- El material no se decolora ni cambia de tonalidad bajo la acción del agua y el sol.

4.- No se emplea mucho personal.

5.- se puede muestrear un area mayor. La desventaja mas fuerte de utilizar material radiactivo es que necesita un alto financiamiento.

REFERENCIAS.

- Bagnold, R. A. (1963). Beach and nearshore processes, The sea, Vol. 3
John Wiley and sons Inc. New York, London, Sydney.
- Bruun, P. H. (1969). Tidal inlets alluvial shores, Lagunas
Costeras, un simposio, Memoir Simposium International
Lagunas Costeras. UNAM-UNESCO, Nov. 28-30, 1967.
Mexico, D. F. 349-366.
- Ippen, Arthur. T. (1966). Estuary and coast hydrodynamics. New York.
McGraw-Hill.
- King, C. A. M. (1972). Beaches and coasts. New York. St. Martins press.
- Komar, P. D. (1976). Beach processes and sedimentation, Prentice-Hall
Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.
- LeMehaute Bernard and Soldate M. (1980). A predicting shoreline
changes. Miscellaneous Report (MR) #80-6, July 1980.
Coastal Engineering Research Center (CERC).
- Longuet-Higgins (1964). Radiation stress in water waves. A
physical discution with aplications. Deep-Sea Research,
11 No. 4 :529-63.
- O'Brien, M. P. (1969). Dynamics of tidal inlets. Lagunas Costeras,
un simposio, Mem. Simp. Intern. , Lagunas Costeras.
UNAM-UNESCO, Nov. 28-30, 1967. Mexico, D. F. :397-406.
- Stanley. D. J. and Swift, D. J. P. (1976). Marine sediment transport and
enviromental management. John Wiley and sons Inc. New
York.
- U.S. ARll Army Coastal Engrg. Research Center, CE. Washington, D. C.
Tracing sand movement in the littoral zone: Progress in
the radioisotopic sand tracer (RIST) study. July

1968-February 1969 by David B. Dune. Miscellaneous
Paper No. 4-70. August 1970