



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

Facultad de Ingeniería

MEDICIÓN DE DIFERENCIA DE FASE ENTRE SEÑALES PULSADAS UTILIZANDO APROXIMACIONES RACIONALES

TESIS que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS del programa de Maestría y Doctorado en
Ciencias e Ingeniería 2011, presenta:

CÉSAR JOEL FREGOSO HERNÁNDEZ

Director de tesis

DR. DANIEL HERNÁNDEZ BALBUENA

Mexicali, Baja California. Agosto de 2011.

RESUMEN de la Tesis de *César Joel Fregoso Hernández*, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO en CIENCIAS en ELECTRÓNICA. Mexicali, Baja California, México. Agosto de 2011.

“MEDICIÓN DE DIFERENCIA DE FASE ENTRE SEÑALES PULSADAS UTILIZANDO APROXIMACIONES RACIONALES”

Resumen aprobado por:

DR. DANIEL HERNÁNDEZ BALBUENA

Director de tesis

En el presente trabajo, se expone el método de medición de diferencia de fase entre señales pulsadas basado en el método de medición de periodo utilizando coincidencias de pulsos. El método es avalado a través de resultados experimentales obtenidos al medir el tiempo de desfaseamiento entre dos trenes de pulsos cuadrados de la misma frecuencia. Cuatro técnicas de aproximación del valor de periodo, de las señales bajo prueba, son evaluadas como parte del proceso de selección del criterio de medición; el cual se completa al realizar un promedio de las aproximaciones de los tiempos de desfaseamiento obtenidos para cada técnica. Específicamente, el trabajo de tesis consiste en explorar y demostrar que, a través de la comparación de intervalos de tiempo delimitados por los pulsos de coincidencias encontrados entre una señal pulsada de referencia S_0 , una en fase S_X y una desfasada S_{XI} (cuyo parámetro de fase se desea medir), es factible medir el tiempo de desfaseamiento entre las señales sometidas a prueba a pesar de la presencia de fenómenos físicos como «jitter» en las señales generadas por el equipo utilizado en las pruebas.

Palabras clave: Medición, fase, intervalos, tiempo, desfaseamiento, coincidencias, pulsos, jitter.

ABSTRACT of the thesis, presented by *César Joel Fregoso Hernández*, in order to obtain the MASTER of SCIENCE DEGREE in ELECTRONICS ENGINEERING. Mexicali, Baja California, México. August, 2011.

“PHASE DIFFERENCE MEASUREMENT BETWEEN PULSE-SHAPED SIGNALS USING RATIONAL APPROXIMATIONS”

Summary approved by:

DR. DANIEL HERNÁNDEZ BALBUENA

Thesis Advisor

In this work, a method of phase difference measurement between pulse-shaped signals, based on the frequency measurement method using pulse coincidences, is presented. This method is supported by experimental results obtained from time delay (phase difference expressed in time) measurements between two squared pulse trains of same frequency. Four period approximation techniques, for the signals under test, are evaluated as part of the measurement criterion selection process; which is completed by calculating the average of the time delay measurements obtained for each technique. This work, specifically consists in exploring and demonstrating that — through a comparison of time intervals bounded by pulse coincidence found between three squared pulse signals named as reference S_0 , in phase S_X and out phase S_{X1} — phase difference measurement between signals under test (S_X and S_{X1}) is achievable even in the presence of jitter introduced by the equipment.

Keywords: Measurement, phase, difference, shift, time interval, time delay, pulses, coincidence, jitter.

Dedicatoria

A mi esposa y amiga **Nuyeli**, por todo su amor, cariño, confianza, apoyo, comprensión y —
sobre todo — paciencia.
TAYQM.

A mis padres **Rosa** y **Juan**, los pilares que me sostienen.

A toda mi familia.

Agradecimientos

A mi asesor de tesis el **DR. DANIEL HERNÁNDEZ** por el incondicional apoyo brindado durante la realización del presente trabajo de tesis. Por su disposición para compartir su experiencia, sus conocimientos... su *genialidad*. Por ser un gran guía y ejemplo a seguir en el mundo de la investigación y docencia. Un «googol» de gracias.

A los miembros de mi comité de tesis: **M.C. MARLENNE ANGULO, M.C. ENRIQUE R. BASTIDAS** y **DR. OLEG SERGIYENKO**, por sus valiosos comentarios y sugerencias. En especial, a **M.C. ENRIQUE R. BASTIDAS** por haber facilitado el tablero de desarrollo STRATIX III, el cual fue crucial para obtención de los resultados presentados en el actual trabajo.

Al **DR. ÁNGEL ANDRADE** por alentarme a participar en el programa de Maestría y Doctorado en Ciencias e Ingeniería, pero más que nada por la confianza y consideración concedida.

A mis compañeros de generación: **Anabel, Jesús y José**, por las largas noches de estudio, convivio y ambrosía.

A **José Ramírez** por su colaboración, compañía y amistad.

A mi alma máter la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), por darme la oportunidad de seguir la búsqueda de mi plena realización.

Al personal del Laboratorio de Electrónica, por toda la ayuda, asistencia, consideración y excelente trato proporcionado durante el uso de las instalaciones y equipo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico otorgado a través del programa de becas en el área de posgrado.

Resumen (español)	ii
Resumen (inglés)	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimientos	v
Índice	vi
Índice de Figuras	ix
Índice de Tablas	xiii
Abreviaturas y Acrónimos	xiv

INTRODUCCIÓN	15
---------------------	-----------

1.1 ANTECEDENTES	16
1.2 OBJETIVO	16
1.3 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO DE TESIS	16

MARCO TEÓRICO	18
----------------------	-----------

2.1 CONCEPTOS GENERALES	18
2.1.1 TREN DE PULSOS	18
2.1.2 CONSIDERACIONES GENERALES	19
2.2 COINCIDENCIA DE PULSOS	20
2.2.1 MEDICIÓN DE PERIODO	20
<i>Error en la medición de periodo: Análisis de casos</i>	21
2.3 RELACIÓN DE LAS COINCIDENCIAS DE PULSOS ENTRE DOS TRENES CON LAS FRACCIONES CONTINUAS	24
2.3.1 LOCALIZACIÓN DE CONVERGENTES	25
2.3.2 MEDIANAS: MEDIAS RACIONALES	27
2.4 MÉTODO DE MEDICIÓN DE FASE	30
2.4.1 ERRORES EN LA MEDICIÓN DE FASE: ANÁLISIS DE CASOS	31
2.5 TÉCNICAS DE OBTENCIÓN DE PERIODO EN EL INTERVALO DE TIEMPO DE MEDICIÓN	35
2.5.1 MEDICIÓN DE PERIODO POR PROMEDIACIÓN	35
2.5.2 MEDICIÓN DE PERIODO ENCONTRANDO LAS CONVERGENTES DE LA FRACCIÓN CONTINUA CORRESPONDIENTE	36
2.5.3 MEDICIÓN DE PERIODO A PARTIR DE LA MEDIANTA TOTAL	36
2.6 OBTENCIÓN DE TIEMPO DE DESFASAMIENTO EN EL INTERVALO DE TIEMPO DE MEDICIÓN	38
2.6.1 MEDICIÓN DE FASE POR PROMEDIACIÓN	38
2.7 ERRORES DE APROXIMACIÓN	38

DESARROLLO DEL SISTEMA EXPERIMENTAL	40
3.1 DISEÑO DEL SISTEMA DE MEDICIÓN DE FASE	40
3.1.1 DIAGRAMA A BLOQUES	40
3.1.2 CIRCUITO NÚCLEO	41
<i>Inicio</i>	42
<i>Detección</i>	43
<i>Conteo</i>	43
<i>Almacenamiento</i>	43
<i>FIN</i>	44
3.1.3 PERIFÉRICOS	45
<i>Start/Reset</i>	45
<i>Señales SO, SX, y SXI</i>	45
<i>Interface a PC</i>	46
<i>PC</i>	46
3.2 DESCRIPCIÓN DEL PROTOTIPO EXPERIMENTAL DE MEDICIÓN DE FASE	46
3.2.1 HARDWARE UTILIZADO	47
<i>Generadores</i>	47
<i>Tablero de desarrollo con FPGA</i>	48
<i>PC</i>	50
<i>Accesorios</i>	50
3.2.2 SOFTWARE REQUERIDO	51
<i>Sistemas operativos</i>	51
<i>Quartus II</i>	51
<i>Matlab R2009b</i>	52
3.2.3 CONSIDERACIONES DE IMPLEMENTACIÓN	52
<i>Entradas</i>	52
<i>Memorias</i>	52
3.2.4 IMPLEMENTACIÓN EN EL TABLERO STRATIX III	54
<i>Creación de proyecto</i>	55
<i>Diseño: Diagrama de circuito</i>	55
<i>Asignación de pines</i>	57
<i>Compilación integral</i>	59
<i>Programación del dispositivo</i>	59
3.2.5 MONTAJE DEL PROTOTIPO	60
3.2.6 PROGRAMA EN MATLAB	60
3.2.7 DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN	61
 RESULTADOS PREVIOS DEPENDIENTES DEL MUESTREO	 64
4.1 SISTEMA DE CAPTURA DE SEÑALES MUESTREADAS	64
3.1.1 IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA EN DSPACE	64
<i>DSPACE</i>	64
<i>Implementación</i>	64
4.2 RESULTADOS OBTENIDOS POR EL SISTEMA DSPACE	65
4.2.1 RESULTADOS: MEDICIÓN DE PERIODO	65
4.2.2 CONVERGENTES DEL ALGORITMO DE EUCLIDES	66
4.2.3 RESULTADOS: MEDICIÓN DE FASE	67

RESULTADOS EXPERIMENTALES	70
5.1 RESULTADOS OBTENIDOS DE PERIODO TX	71
5.2 RESULTADOS OBTENIDOS DE TIEMPO DE DESFASAMIENTO	77
5.2.1 MEDICIÓN DE FASE UTILIZANDO EL VALOR PRECONOCIDO DE TX	77
5.2.2 MEDICIÓN DE FASE EMPLEANDO EL VALOR DE TX APROXIMADO POR PROMEDIACIÓN	83
5.2.3 MEDICIÓN DE FASE USANDO EL VALOR ESTIMADO DE TX POR MEDIO DE LAS CONVERGENTES DE LA FRACCIÓN CONTINUA	89
5.2.4 MEDICIÓN DE FASE APLICANDO EL VALOR APROXIMADO DE TX A TRAVÉS DE LA MEDIANTA TOTAL	95
5.3 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DE MEDICIÓN DE FASE PARA LOS DIFERENTES CÁLCULOS DE TX	101
5.4 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DE FASE PARA LOS DIFERENTES ANCHOS DE PULSO CON TX OBTENIDO POR MEDIANTA TOTAL	106

CONCLUSIONES	108
6.1 TRABAJOS FUTUROS	110
6.2 APLICACIONES	111

APÉNDICES	112
A. PROGRAMA EN MATLAB DEL PROTOTIPO EXPERIMENTAL	112
B. CIRCUITOS DISCRIMINADORES	117
C. ANÁLISIS DEDUCTIVO DEL VALOR MÍNIMO DE FASE DISTINGUIBLE	119
C.1 CUANDO TX ES UN MÚLTIPLO DE TO	119
C.2 CUANDO LA RELACIÓN ENTRE TX Y TO ES RACIONAL (PRIMOS RELATIVOS)	119
C.3 VALOR MÍNIMO DE TIEMPO DE DESFASAMIENTO PARA LOS DATOS USADOS EN EL TRABAJO	120

BIBLIOGRAFÍA	121
---------------------	------------

Índice de Figuras

FIGURA		PÁGINA
2.1	Características de un tren de pulsos cuadrado unipolar.	18
2.2	Comparación entre las señales pulsadas S_0 y S_X en términos de intervalos de tiempo (a) y (b). Coincidencias encontradas entre las señales expuestas (c).	20
2.3	Tipos de coincidencias parciales debido al adelanto ó atraso de los pulsos de las señales S_X y S_0 . Posibles casos (a), (b), (c) y (d).	22
2.4	Representación gráfica del algoritmo de Euclides.	26
2.5	Representación de mediantas en forma de vectores.	28
2.6	Comparación entre las señales pulsadas S_0 , S_X y S_{X1} en términos de intervalos de tiempo (b), (c) y (d). Coincidencias encontradas entre las señales S_0 & S_X (a). Coincidencias encontradas entre las señales S_0 & S_{X1} (e).	29
2.7	Tipos de coincidencias parciales debido al adelanto ó atraso de los pulsos de S_{X1} y S_0 . Posibles casos (a) y (b).	31
3.1	Diagrama a bloques del circuito de medición de fase.	40
3.2	Circuito núcleo de medición de fase. El diagrama consta sólo de elementos lógicos.	42
3.3	Generador de funciones arbitrarias mono canal marca Agilent modelo 33220A.	47
3.4	Generador de funciones arbitrarias de doble canal marca Tektronix modelo AFG 3022.	48
3.5	Tablero de desarrollo STRATIX III EP3SL150 junto con tarjeta HSMC de la corporación Altera.	49
3.6	Distribución de los bloques del sistema en el tablero STRATIX III EP3SL150.	54
3.7	Interface gráfica del programa Quartus II.	54
3.8	Diagrama de circuito/bloques construido en el programa Quartus II.	56
3.9	Diagrama de montaje del prototipo experimental de medición de fase.	58
3.10	Montaje real del prototipo experimental de medición de fase.	59
3.11	Diagrama flujo del programa en Matlab.	61
3.12	Diagrama de flujo del procedimiento de medición de fase.	62
4.1	Error relativo de medición de periodo T_X . Datos obtenidos por medio del sistema dSPACE y procesamiento en Matlab.	66
4.2	Error relativo de medición de periodo T_X localizando las convergentes del algoritmo de Euclides.	67
4.3	Error relativo de medición de tiempo de desfaseamiento t_ϕ . Datos obtenidos por medio del sistema dSPACE y procesamiento en Matlab.	68
4.4	Histograma del error relativo de medición de tiempo de desfaseamiento t_ϕ . Datos obtenidos por medio del sistema dSPACE y procesamiento en Matlab.	68
5.1	Error relativo de medición de periodo T_X en un segundo. Ancho de pulso igual 1 μ s. Tiempo de desfaseamiento de 500 ns.	72

5.2	Error relativo de medición de periodo T_X en un segundo. Ancho de pulso igual a 1 μ s. Tiempo de desfasamiento de 1 μ s.	72
5.3	Error relativo de medición de periodo T_X en un segundo. Ancho de pulso igual 5 μ s. Tiempo de desfasamiento de 500 ns.	73
5.4	Error relativo de medición de periodo T_X en un segundo. Ancho de pulso igual a 5 μ s. Tiempo de desfasamiento de 1 μ s.	73
5.5	Error relativo de medición de periodo T_X en un segundo. Ancho de pulso igual 10 μ s. Tiempo de desfasamiento de 500 ns.	74
5.6	Error relativo de medición de periodo T_X en un segundo. Ancho de pulso igual a 10 μ s. Tiempo de desfasamiento de 1 μ s.	74
5.7	Error relativo de medición de periodo T_X en un segundo. Ancho de pulso igual 30 μ s. Tiempo de desfasamiento de 500 ns.	75
5.8	Error relativo de medición de periodo T_X en un segundo. Ancho de pulso igual a 30 μ s. Tiempo de desfasamiento de 1 μ s.	75
5.9	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X conocido. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.	79
5.10	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X conocido. Tiempo de desfasamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.	79
5.11	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X conocido. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.	80
5.12	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X conocido. Tiempo de desfasamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.	80
5.13	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X conocido. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.	81
5.14	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X conocido. Tiempo de desfasamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.	81
5.15	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X conocido. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.	82
5.16	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X conocido. Tiempo de desfasamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.	82
5.17	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X obtenido por promediación. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.	85
5.18	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X obtenido por promediación. Tiempo de desfasamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.	85
5.19	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X obtenido por promediación. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.	86
5.20	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X obtenido por promediación. Tiempo de desfasamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.	86
5.21	Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_X obtenido por promediación. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.	87

5.22	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.	87
5.23	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.	88
5.24	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.	88
5.25	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.	91
5.26	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.	91
5.27	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.	92
5.28	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.	92
5.29	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.	93
5.30	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.	93
5.31	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.	94
5.32	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.	94
5.33	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.	97
5.34	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.	97
5.35	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.	98
5.36	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.	98

5.37	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.	99
5.38	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.	99
5.39	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.	100
5.40	Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.	100
5.41	Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_X . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.	102
5.42	Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_X . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.	102
5.43	Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_X . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.	103
5.44	Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_X . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.	103
5.45	Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_X . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.	104
5.46	Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_X . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.	104
5.47	Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_X . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.	105
5.48	Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_X . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.	105
5.49	Errores relativos de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Para todos los valores de fase y diferentes anchos de pulso en un segundo de medición.	106
5.50	Errores absolutos de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Para los diferentes valores de fase y anchos de pulso en un segundo de medición.	107
B.1	Discriminadores de coincidencias en base a componentes lógicos.	118
B.2	Resultados de los circuitos discriminadores de coincidencias.	118

Índice de Tablas

TABLA		PÁGINA
2.1.	Posibles casos en base a tipos de coincidencias.	32
3.1	Tabla de verdad para los flip-flops SR.	42
3.2	Tabla de verdad para los contadores.	42
3.3	Tabla de operación básica de las memorias.	43
3.4	Características del generador Agilent 33220A.	47
3.5	Características del generador Tektronix AFG 3022.	48
3.6	Características de los bloques de memoria (EMB).	53
3.7	Asignación de pines para entradas y salidas del circuito.	58
3.8	Reporte de compilación Integral (Resumen de Flujo).	59
4.1	Características de las señales S_0 , S_X , y S_{XI} empleadas en el sistema dSPACE.	65
4.2	Convergentes del algoritmo de Euclides para T_0 y T_X .	66
5.1	Parámetros variables de medición.	71
5.2	Resultados obtenidos en errores relativo y absoluto de medición de fase con T_X conocido.	78
5.3	Resultados obtenidos en errores relativo y absoluto de medición de fase con T_X promedioado.	84
5.4	Resultados obtenidos en errores relativo y absoluto de medición de fase con T_X a partir de los Q_i y P_i de mayor orden encontrado.	90
5.5	Resultados obtenidos en errores relativo y absoluto de medición de fase con T_X en Medianta T.	96

Abreviaturas y Acrónimos

A-D	«Analog to Digital» Analógico a digital.
ADC	«Analog to Digital Converter» Convertidor analógico/digital.
AHDL	«Altera Hardware Description Language» Lenguaje de descripción de hardware de Altera.
BNC	«Bayonet Neill-Concelman» Conector para uso con cable coaxial.
CLK	«CLocK» Entrada de reloj.
CLR	«CLeaR» Entrada de borrado ó restablecimiento.
CMOS	«Complementary Metal-Oxide-Semiconductor» Familia lógica que emplea transistores pMOS y nMOS.
EMB	«Embedded Memory Blocks» Bloques de memoria embebidos.
FPGA	«Field Programmable Gate Array» Disposición de puertas programables en campo.
HSMC	«High Speed Mezzanine Card» Tarjeta de adquisición de datos de alta velocidad.
JTAG	«Joint Test Action Group» Norma para probar submódulos de circuitos integrados.
SMA	«SubMiniature version A» Conector coaxial para radio frecuencia.
TOA	«Time Of Arrival» Tiempo de arribo.
USB	«Universal Serial Bus» Bus serial universal.
VHDL	«VHSIC Hardware Description Language» Lenguaje de descripción de hardware VHSIC.
VHSIC	«Very High Speed Integrated Circuit» Circuito integrado de alta velocidad.
Vp-p	Voltaje pico a pico.
WEN	«Write ENable» Habilitador de escritura.
WiFi	«Wireless Fidelity» Conexión inalámbrica.

INTRODUCCIÓN

De acuerdo con el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología [1], *fase* se define como la posición de un punto en el tiempo (instante) en un ciclo de una forma de onda determinada. En consecuencia, *diferencia de fase* — ó desfase — se define como la diferencia que existe entre las fases de dos formas de onda de la misma frecuencia en un mismo instante [1-2]. Es posible expresar el desfase en unidades de:

- ▶ Ángulo (en radianes, grados ó incluso giros).
- ▶ Tiempo (en segundos ó como una fracción del periodo).
- ▶ Distancia (en metros ó como una fracción de la longitud de onda).

En metrología de tiempo y frecuencia [1], usualmente, la *diferencia de fase* se indica en unidades de tiempo en lugar de unidades de ángulo. A lo largo de la tesis, por practicidad se intercambia el término *tiempo de desfase* por la palabra *fase*. Sin embargo, el intercambio es válido al aplicar la ecuación (2.43) para convertir de tiempo de desfase (seg) a fase (rad).

La noción de desfase no sólo se aplica a ondas senoidales, sino a cualquier tipo de onda ó fenómeno periódico — como trenes de pulsos cuadrados. En el caso de ondas ó fenómenos de periodo diferente, la diferencia de fase suele carecer de interés. Para fenómenos no periódicos, la noción de avance ó retardo es más apropiada [3].

Los métodos de medición de la diferencia de fase — per se — no sólo son usados en la comparación de estándares de frecuencia, sino también en sistemas de medición de tiempo/distancia, cuantificando retardos, longitudes y/ó determinando posiciones. Comúnmente, estos sistemas tienen aplicación especializada en la industria, telecomunicaciones, ciencia nuclear, síntesis de frecuencia, dispositivos de posicionamiento ó localización y medición del tiempo de vuelo en sistemas láser pulsados. Los métodos de medición de tiempo/distancia, basados en la diferencia de fase, son dependientes de la *estabilidad*, precisión y velocidad de las señales ópticas ó eléctricas utilizadas [4].

1.1 ANTECEDENTES

El método de coincidencia de pulsos, al igual que el proceso de medición, parte de un hecho bastante simple: la comparación entre dos elementos, donde uno de ellos funge como referencia y el otro simplemente como elemento a describir en términos de la referencia.

El análisis de coincidencias ó interceptación entre dos trenes de pulsos ha sido investigado esporádicamente en los últimos 50 años [5]. En la década de los setenta, fue presentada — en la literatura especializada — una aplicación del principio de coincidencia entre trenes de pulsos regulares, para la reducción de los errores sistemáticos en la conversión de cantidades analógicas a intervalos de tiempo digitalizados [6]. En los ochenta, fue publicada la descripción matemática de un método para medir frecuencia de señales basado en el principio de coincidencia entre trenes de pulsos regulares independientes; así como un análisis de los errores en la comparación de frecuencias mediante el método de coincidencia de pulsos [7]. En estos métodos, la condición de inicio y fin de medición se seleccionaba mediante medios electrónicos de detección. En los noventa, el principio de coincidencia de pulsos fue aplicado para la medición de la diferencia de fase entre señales pulsadas de frecuencia altamente estable [8].

1.2 OBJETIVO

El objetivo principal de esta tesis es medir la diferencia de fase entre dos trenes de pulsos de la misma frecuencia, utilizando aproximaciones racionales a través de un sistema experimental. Específicamente, presentar resultados que muestren que, a través de comparación de intervalos de tiempo delimitados por los pulsos de coincidencias entre trenes de pulsos, es factible medir el tiempo de desfaseamiento entre las señales sometidas a prueba a pesar de la presencia de perturbaciones en estas.

1.3 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO DE TESIS

El presente trabajo de tesis se presenta organizado convenientemente en 6 capítulos, los cuales se describen a continuación:

En la introducción, se dan a conocer los antecedentes, los objetivos y la organización de la tesis.

En el capítulo 2, se presentan los conceptos generales empleados, se describe el método de medición de periodo, con base al principio de coincidencia de pulsos. Se plantea el método

de medición de tiempo de desfasamiento y se proponen técnicas de aproximación de periodo y de fase.

En el capítulo 3, se describe el sistema experimental empleado para la obtención de los resultados de medición. Así como su implementación en un tablero de desarrollo con FPGA dando lugar al prototipo experimental. Este último, representa el circuito medidor que permite la realización de la medición de periodo y de tiempo de desfasamiento. Además, se describe el programa generado que procesa los datos y emite los resultados de la medición.

En el capítulo 4, se presenta una parte de los resultados preliminares obtenidos de una serie de pruebas de medición de fase empleando un sistema de adquisición de datos (dSPACE). Estos resultados son de suma importancia, ya que forman parte del fundamento de los criterios de medición de la diferencia de fase.

En el capítulo 5, se exhiben los resultados experimentales de las mediciones del tiempo de desfasamiento entre dos trenes de pulsos. Se divide en varias secciones correspondientes a la medición de periodo, medición de fase y análisis de los mejores resultados.

Se finaliza con el capítulo de conclusiones donde se aseveran las observaciones hechas en el capítulo 5 y donde se resuelve la medición de fase en base a un criterio de medición específico.

MARCO TEÓRICO

2.1 CONCEPTOS GENERALES

2.1.1 TREN DE PULSOS

Desde un punto de vista eléctrico, una forma de onda es una representación visual de la variación de voltaje ó corriente en tiempo de una señal. Existen diferentes tipos de formas de onda, las cuales se pueden agrupar en 2 categorías [9]:

1. UNIPOLARES. Este tipo de forma de onda es sólo positiva ó negativa, su naturaleza fluye en una sola dirección, evitando el cruce por el eje cero. Las formas de onda más comunes son señales cuadradas de tiempo, pulsos de reloj ó disparo.
2. BIPOLARES. A estas formas de onda también se les conoce como formas de onda alternantes, ya que cambian constantemente de dirección positiva a negativa y viceversa, cruzando por el eje cero. La más común es la onda senoidal.

En consecuencia, se define a una *señal pulsada* ó *tren de pulsos* como una forma de onda unipolar no senoidal, similar a una onda cuadrada sólo con parte positiva. La forma de la onda pulsada se describe generalmente por su ciclo de trabajo, el cual es la relación entre la duración del pulso y el periodo de la misma. En la figura 2.1 se muestra una señal pulsada y

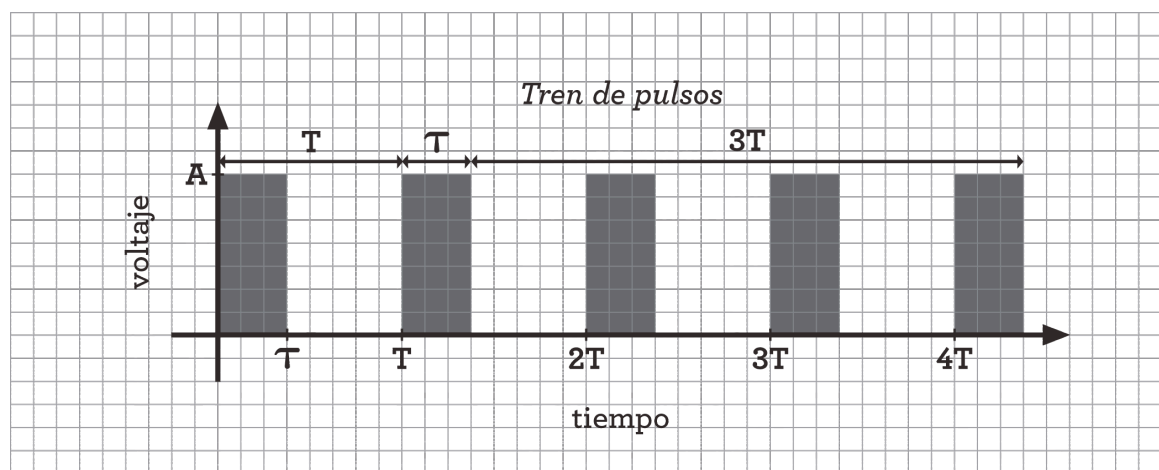


Figura 2.1 Características de un tren de pulsos cuadrado unipolar.

las características que la definen: amplitud (A), duración ó ancho de pulso (τ) y periodo (T). Este tipo de tren de pulsos es el utilizado en el desarrollo de la tesis para especificar a las tres señales involucradas en la medición de fase, las cuales se describen a continuación:

- S_0** Señal de referencia cuyos parámetros de amplitud (A_0), ancho de pulso (τ_0) y periodo (T_0) son conocidos. S_0 se exhibe en la figuras 2.2, 2.3, 2.6 y 2.7.
- S_X** Señal externa cuyos parámetros de amplitud (A_X), ancho de pulso (τ_X) son conocidos. En tanto que su periodo (T_X) puede ser conocido ó no, dependiendo si éste es ó no el parámetro sometido a medición. S_X se muestra en la figuras 2.2, 2.3, 2.6 y 2.7.
- S_{Xl}** Señal externa desfasada cuyos parámetros de amplitud (A_X), ancho de pulso (τ_X) y periodo (T_X) son conocidos e idénticos a S_X . El parámetro más “importante” atribuido a S_{Xl} , es el tiempo de desfasamiento (t_ϕ) definido como la diferencia de fase — expresada en tiempo — que existe entre señal S_{Xl} y la señal S_X , el cual se somete a medición en el presente trabajo. Esta señal se expone en las figuras 2.6 y 2.7.

2.1.2 CONSIDERACIONES GENERALES

En secciones subsecuentes a este capítulo, se describen los métodos de medición de periodo y fase, los cuales requieren del establecimiento de las siguientes consideraciones:

- ▶ Los parámetros de amplitud y ancho de pulso de las señales S_0 , S_X y S_{Xl} son idénticos.
 - $A_0 = A_X = A$
 - $\tau_0 = \tau_X = \tau$
- ▶ El periodo T_X debe ser mayor al periodo T_0 . Ambos periodos son estables, no varían con respecto al tiempo.
 - $T_X > T_0$
- ▶ El tiempo de desfasamiento a medir es menor a T_X y se mantiene constante en todo el intervalo de medición.
 - $t_\phi < T_X$

En el capítulo de resultados, se muestran los valores de los parámetros utilizados en el proceso de medición de fase.

2.2 COINCIDENCIA DE PULSOS

2.2.1 MEDICIÓN DE PERIODO

El proceso de medición de periodo por coincidencia de pulsos consiste en comparar dos señales periódicas pulsadas, que se identificarán como S_0 y S_X . La señal S_0 tiene un periodo conocido T_0 , y funge como señal de referencia. S_X es la señal de periodo desconocido T_X , y este parámetro es sometido a medición. El elemento usado para realizar la comparación es una compuerta lógica AND. En la figura 2.2, (a) y (b) muestran las señales involucradas, mientras que (c) presenta el resultado de la comparación donde se muestran los pulsos de coincidencias encontrados entre S_0 y S_X obedeciendo la lógica de una compuerta AND.

En el proceso de coincidencia de pulsos, la relación que existe entre los periodos de las señales S_0 y S_X es determinada a través de la comparación de los intervalos de tiempo N_0T_0 y N_XT_X . En la figura 2.2 se observa que ambos intervalos están delimitados por dos pulsos de coincidencias. Similar al proceso simple de medición, los dos trenes de pulsos son puestos en fase (coincidencia de inicio) y posteriormente se busca que los dos pulsos vuelvan a estar en fase (coincidencia de fin). Bajo estas condiciones, es posible igualar los periodos transcurridos de S_0 con los periodos transcurridos de S_X , permitiendo obtener la relación entre las señales como cociente de los números enteros de estos periodos. En otras palabras, dentro de los intervalos de tiempo delimitados por dos coincidencias entre los pulsos de las señales S_0 y S_X , se tiene que existe un número entero (N_0) de periodos completos (T_0) de la señal S_0 , al igual que existe un número entero (N_X) de periodos completos (T_X) de S_X . En base a esto, se obtiene la relación general de los intervalos de tiempo mostrada en la ecuación siguiente:

$$N_0T_0 \cong N_XT_X. \quad (2.1)$$

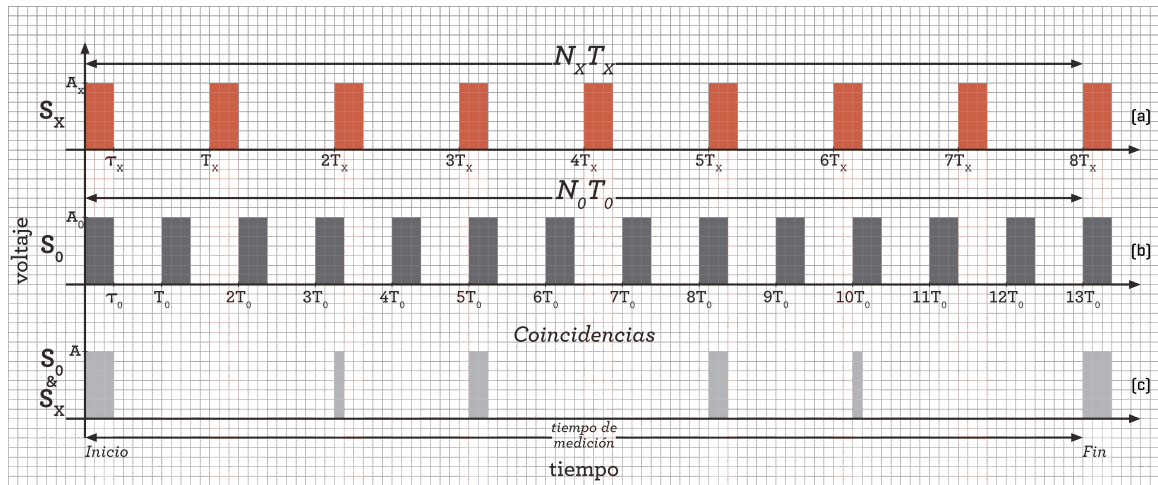


Figura 2.2 Comparación entre las señales pulsadas S_0 y S_X en términos de intervalos de tiempo [a] y [b]. Coincidencias encontradas entre las señales expuestas [c].

La ecuación 2.1 generaliza la relación de los intervalos N_0T_0 y N_XT_X , sin contemplar que existen diferentes tipos de coincidencias limitadoras. Puesto que, algunas provienen de la intersección de los pulsos S_0 con S_X cuando alguno adelanta ó atrasa al pulso correspondiente de la otra. La única condición para que la ecuación 2.1 se convierta de aproximación a igualdad es cuando se presenta coincidencia perfecta al inicio y fin de los intervalos. En la práctica, no se puede observar esta condición; porque todas las señales son afectadas por fenómenos externos, como «jitter» ó tremor de fase, que impiden conocer cuando los pulsos de las señales coinciden exactamente.

Si se considera un error de coincidencia (ε) relacionado con la calidad de las coincidencias de inicio y fin, la ecuación 2.1 se reescribe como:

$$N_0T_0 = N_XT_X \pm \varepsilon \quad (2.2)$$

donde,

T_0	Periodo de S_0 (conocido)
T_X	Periodo de S_X (desconocido)
N_0	Número de periodos completos de S_0
N_X	Número de periodos completos de S_X
ε	Error por el tipo de coincidencias.

Al despejar T_X de las ecuaciones 2.1 y 2.2 se obtienen respectivamente:

$$T_X \cong \left(\frac{N_0}{N_X} \right) T_0 \quad (2.3)$$

$$T_X = \left(\frac{N_0}{N_X} \right) T_0 \pm \frac{\varepsilon}{N_X}. \quad (2.4)$$

De la ecuación 2.3, no es posible deducir cuando se obtiene una aproximación adecuadamente cercana al valor original de T_X . Sin embargo, en la ecuación 2.4 se observa que el resultado de la medición se aproxima al valor real del mesurando si ε/N_X es pequeño. El error de medición (segundo término del lado derecho de la igualdad) disminuye cuando N_X aumenta, es decir, el error decrece cuando el tiempo de medición crece. Mientras más tiempo transcurra entre la coincidencia de inicio y la de fin, mayores serán los valores registrados de N_0 y N_X en la última coincidencia comparados con los valores registrados en coincidencias anteriores.

ERROR EN LA MEDICIÓN DE PERIODO: ANÁLISIS DE CASOS

Cuando los pulsos *no* coinciden perfectamente, existe una diferencia de fase entre ellos representada por el símbolo Δ . Para evitar confusión, se denominará a esta diferencia de fase como ‘condición de adelanto|atraso’ de los pulsos de coincidencia. El error que se produce debido a los diferentes tipos de coincidencias limitadoras generadas, puede especificarse al

indicar el tipo de coincidencia de inicio (Δ_i) y fin (Δ_f). Para el análisis, se asume que estas dos cantidades son positivas.

Los diferentes tipos de coincidencias parciales generados por la condición de adelanto|atraso en los pulsos de inicio y fin de medición, se observan en la figura 2.3. Para determinar el error, se analizan estos casos:

1. Pulso de τ_X adelanta al pulso de τ_0 al inicio y al fin. Figura 2.3 (a).
2. Pulso de τ_X adelanta al pulso de τ_0 al inicio y atrasa al fin. Figura 2.3 (b).
3. Pulso de τ_X atrasa al pulso de τ_0 al inicio y al fin. Figura 2.3 (c).
4. Pulso de τ_X atrasa al pulso de τ_0 al inicio y adelanta al fin. Figura 2.3 (d).

CASO 1

De la figura 2.3 (a) se observa que al igualar los intervalos de tiempo se cumple la siguiente ecuación:

$$N_X T_X + \Delta_f = \Delta_i + N_0 T_0 \quad (2.5)$$

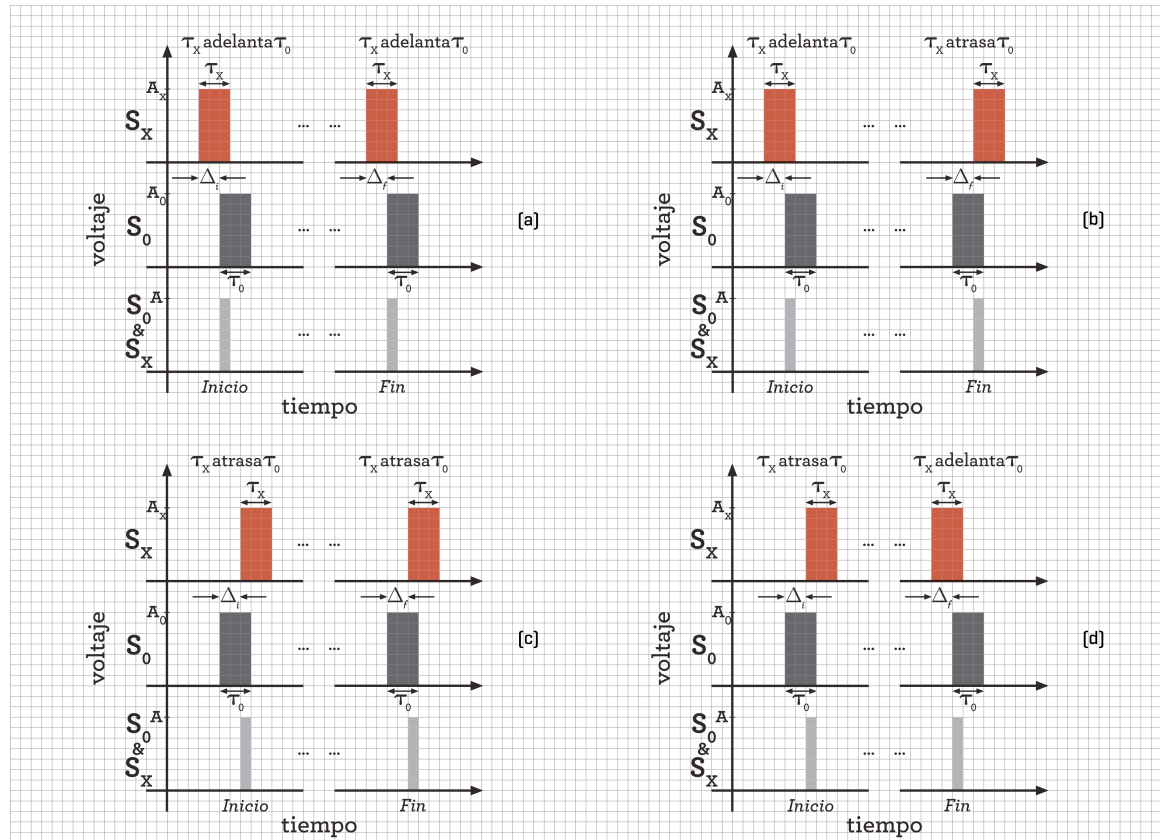


Figura 2.3 Tipos de coincidencias parciales debido al adelanto ó atraso de los pulsos de las señales S_X y S_0 . Posibles casos [a], [b], [c] y [d].

de donde se obtiene:

$$N_X T_X = \Delta_i + N_0 T_0 - \Delta_f \quad (2.6)$$

así, el periodo en este caso esta dado por:

$$T_X = \frac{N_0 T_0}{N_X} + \frac{\Delta_i - \Delta_f}{N_X}. \quad (2.7)$$

Comparando este resultado con la ecuación 2.4, se aprecia que el error ε esta representado como la diferencia entre Δ_i y Δ_f .

CASO 2

Al analizar la figura 2.3 (b) se aprecia que al igualar los intervalos de tiempo se cumple la siguiente ecuación:

$$N_X T_X = \Delta_i + N_0 T_0 + \Delta_f \quad (2.8)$$

despejando el periodo T_X ,

$$T_X = \frac{N_0 T_0}{N_X} + \frac{\Delta_i + \Delta_f}{N_X}. \quad (2.9)$$

CASO 3

Siguiendo el mismo análisis, de la figura 2.3 (c) se llega a la ecuación:

$$\Delta_i + N_X T_X = N_0 T_0 + \Delta_f \quad (2.10)$$

despejando el periodo T_X ,

$$T_X = \frac{N_0 T_0}{N_X} + \frac{\Delta_f - \Delta_i}{N_X}. \quad (2.11)$$

CASO 4

El último caso figura 2.3 (d), se comparan los intervalos de tiempo entre coincidencias para obtener:

$$\Delta_i + N_X T_X + \Delta_f = N_0 T_0 \quad (2.12)$$

de esta forma el periodo resulta:

$$T_X = \frac{N_0 T_0}{N_X} - \frac{(\Delta_f + \Delta_i)}{N_X}. \quad (2.13)$$

El error planteado (ε) en la ec. 2.4, es un error genérico que puede desglosarse en los 4 casos mostrados provenientes de la condición de adelanto|atraso de los pulsos de las señales S_X y S_0 . La ecuación general, basada en la condición de adelanto|atraso, para el periodo T_X se expresa de la siguiente manera:

$$T_X = \frac{N_0 T_0}{N_X} \pm \frac{(\Delta_f \pm \Delta_i)}{N_X}. \quad (2.14)$$

Los casos 1 y 3 son mejores, porque cuando Δ_i y Δ_f son de la misma magnitud — mismo tipo de coincidencia — el error se cancela teóricamente. El error máximo se observa cuando Δ_i y Δ_f se suman, como se aprecia en los casos 2 y 4. Entonces, si el delta máximo alcanzable tiende a ser el valor del ancho de pulso, y si además el ancho del pulso es igual para ambas señales ($\Delta_i = \Delta_f = \tau$), de las ec. 2.9 y ec. 2.13 se obtiene:

$$T_X = \frac{N_0 T_0}{N_X} \pm \frac{2\tau}{N_X}. \quad (2.15)$$

Esta ecuación proporciona la cota del error máximo para medición de periodo [10]. El error, segundo término de la ecuación, disminuye con valores grandes de N_X — lo que implica un tiempo de medición grande, para algunas aplicaciones.

2.3 RELACIÓN DE LAS COINCIDENCIAS DE PULSOS ENTRE DOS TRENES CON LAS FRACCIONES CONTINUAS

La coincidencia entre pulsos de dos señales periódicas pulsadas ha sido estudiada ampliamente usando herramientas de teoría de números. P. I. Richards [11] demostró la relación que existe entre la razón de intervalos de repetición de pulsos y las fracciones de Farey. Friedman [12] y Hawkes [13] mostraron que la coincidencia ó tiempo de interceptación puede ser predicho para intervalos racionales de repetición de pulsos por medio de una simple congruencia lineal. V. Clarkson [5] analiza este problema como ecuaciones diofantinas homogéneas e inhomogéneas para una coincidencia de inicio perfecta y una parcial respectivamente.

En su análisis define la distancia:

$$Q_i T_X - P_i T_0 = (-1)^i \Delta t_i \quad (2.16)$$

donde, P_i y Q_i son el numerador y denominador de las convergentes de la fracción continua simple de $\alpha = T_X/T_0$ y Δt_i es el i -ésimo resto del algoritmo de Euclides aplicado a T_X y T_0 . Despejando T_X , se tiene:

$$T_X = \frac{P_i}{Q_i} T_0 + (-1)^i \frac{\Delta t_i}{Q_i}. \quad (2.17)$$

Como se puede apreciar en esta última ecuación, el término de error (segundo término) disminuye a cada paso del algoritmo de Euclides. Esto se deduce a partir de que en cada iteración del algoritmo, el resto (Δt_i) es más pequeño mientras que Q_i es mayor con respecto al anterior. Por lo tanto, cada convergente de orden mayor es una mejor aproximación.

2.3.1 LOCALIZACIÓN DE CONVERGENTES

El modelado de la medición de periodo a partir de aproximaciones racionales mantiene una estrecha similitud con el algoritmo de Euclides. Para establecer dicha semejanza, primero se muestra el desarrollo del algoritmo. Se consideran T_X y T_0 como dos números ‘reales’, el objetivo del algoritmo es identificar un número real que sea múltiplo de T_X y T_0 . Esta identificación es equivalente a encontrar una relación entera entre los números reales. El algoritmo de Euclides para números reales difiere del algoritmo para enteros en 2 aspectos. Primero, los restos son números reales no enteros aunque los cocientes siguen siendo enteros. Segundo, el algoritmo no está garantizado a terminar en un ‘número finito’ de pasos — si lo hace, entonces, la fracción T_X/T_0 es un número *racional*. Se ejecuta el algoritmo para los números T_X y T_0 reales truncados por la resolución de los instrumentos generadores de pulsos. El truncamiento ocasiona que la aproximación T_X/T_0 sea racional. Por lo tanto, existe un número real que es múltiplo de T_X y T_0 que permite factorizarlos para aplicar el algoritmo de Euclides para números enteros. Finalmente se aplica el factor para obtener un resultado en términos de los valores origen. Siguiendo el algoritmo de Euclides (ver figura 2.4), el periodo T_X se expresa en términos de T_0 mediante:

$$T_X = a_0 T_0 + \Delta t_0 \quad (2.18)$$

donde a_0 es el número de veces que T_0 cabe en T_X más un resto Δt_0 . Similarmente, T_0 se divide entre el primer resto Δt_0 y se escribe como:

$$T_0 = a_1 \Delta t_0 + \Delta t_1 \quad (2.19)$$

ahora se expresa Δt_0 en términos del segundo resto Δt_1 y resulta en:

$$\Delta t_0 = a_2 \Delta t_1 + \Delta t_2 \quad (2.20)$$

sucesivamente se tiene:

$$\Delta t_1 = a_3 \Delta t_2 + \Delta t_3. \quad (2.21)$$

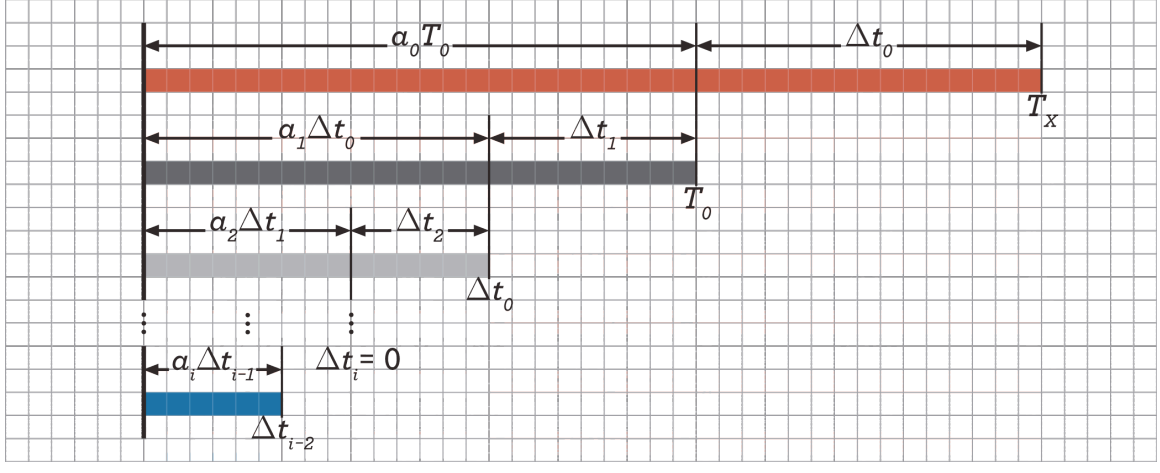


Figura 2.4 Representación gráfica del algoritmo de Euclides.

Se continúa de esta forma hasta que el resto es igual a cero. Se induce que la ecuación que describe el algoritmo, para valores de i mayores ó iguales a 2, se generaliza de la siguiente forma:

$$\Delta t_{i-2} = a_i \Delta t_{i-1} + \Delta t_i \quad (2.22)$$

donde, a_i son números enteros positivos y los restos Δt_i son números reales positivos. Ahora, se despejan los restos Δt_i en cada una de las ecuaciones 2.18-2.21 para obtener:

$$T_x - a_0 T_0 = \Delta t_0, \quad (2.23)$$

$$T_0 - a_1 \Delta t_0 = \Delta t_1, \quad (2.24)$$

$$\Delta t_0 - a_2 \Delta t_1 = \Delta t_2 \quad (2.25)$$

y

$$\Delta t_1 - a_3 \Delta t_2 = \Delta t_3. \quad (2.26)$$

De igual forma se obtiene una expresión general de los restos para valores de i mayores ó iguales que dos ($i \geq 2$)

$$\Delta t_{i-2} - a_i \Delta t_{i-1} = \Delta t_i. \quad (2.27)$$

sustituyendo Δt_i (anteriores) en las ecuaciones primarias para dejar los restos expresados en términos de T_x y T_0 . Se tiene la misma ecuación para 2.23:

$$T_x - a_0 T_0 = \Delta t_0. \quad (2.28)$$

Sin embargo, al sustituir 2.28 en 2.24 se obtiene:

$$a_1 T_x - (a_1 a_0 + 1) T_0 = -\Delta t_1 \quad (2.29)$$

ahora sustituyendo 2.29 en 2.25 se llega a:

$$(a_2 a_1 + 1)T_X - (a_2 a_1 a_0 + a_2 + a_0)T_0 = \Delta t_2 \quad (2.30)$$

después 2.30 en 2.26,

$$(a_3 a_2 a_1 + a_3 + a_1)T_X - (a_3 a_2 a_1 a_0 + a_3 a_2 + a_3 a_0 + a_1 a_0)T_0 = -\Delta t_3 \quad (2.31)$$

así continua para cada expresión de los restos. Para facilitar el proceso, se llama Q_i a la parte que acompaña a T_X y P_i a la parte que acompaña a T_0 obteniendo:

$$Q_0 = 1, Q_1 = a_1 \quad (2.32)$$

$$P_0 = a_0, P_1 = a_0 a_1 + 1 \quad (2.33)$$

generalizando, para valores de i mayores ó iguales a dos se tiene:

$$Q_i = a_i Q_{i-1} + Q_{i-2} \quad (2.34)$$

y

$$P_i = a_i P_{i-1} + P_{i-2} \quad (2.35)$$

es decir, la definición de los numeradores y denominadores de las convergentes de las fracciones continuas de T_X/T_0 . Las cuales se relacionan con el correspondiente resto del algoritmo de Euclides mediante:

$$Q_i T_X - P_i T_0 = (-1)^i \Delta t_i. \quad (2.36)$$

Esta última ecuación tiene la misma estructura que la ecuación 2.2 que se utiliza para medir periodo. Análogamente, Q_i es N_X mientras que P_i es N_0 . El resto $(-1)^i \Delta t_i$ es el error producido por los diversos tipos de coincidencias de inicio y fin.

Idealmente, si los periodos se mantienen constantes (no afectados por el ruido eléctrico) y el sistema es lineal, entonces habrá valores de N_X y N_0 que sean iguales a los valores de Q_i y P_i por lo que el error de la medición será igual al resto de la etapa iterativa a la que corresponde i . Esta afirmación es respaldada en el capítulo 4 de este trabajo. Se muestra que es posible encontrar los valores del algoritmo de Euclides en el desarrollo del proceso de medición de periodo; principalmente, con base en la ecuación 2.2 planteada.

2.3.2 MEDIANAS: MEDIAS RACIONALES

La fracción medianta, ó simplemente medianta, entre dos fracciones de enteros positivos n_1/d_1 y n_2/d_2 se define como la razón entre la suma de ambos numeradores y la suma de ambos denominadores. La fracción medianta está dada por $(n_1+n_2)/(d_1+d_2)$, la cual no se debe confundir con la suma de fracciones. Las fracciones medianas se utilizan para obtener aproxi-

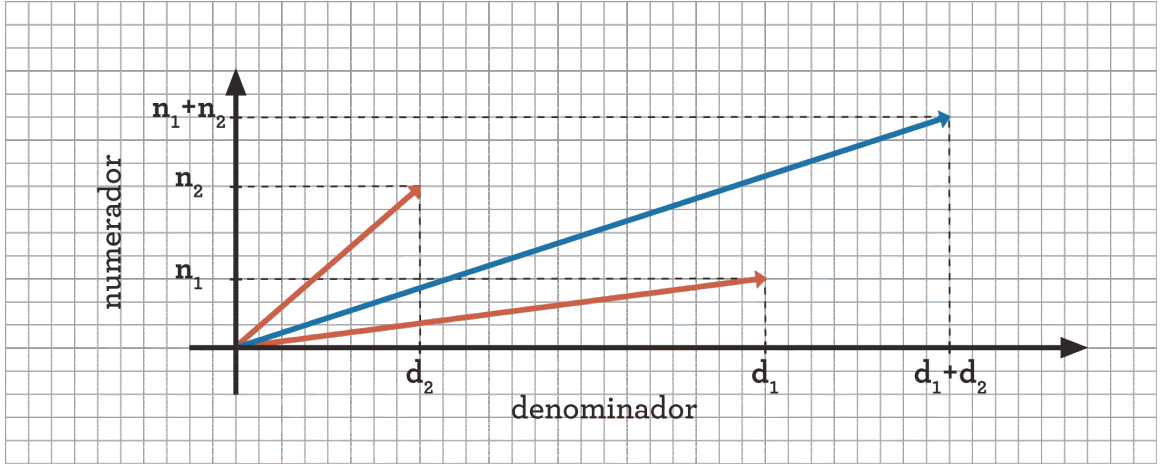


Figura 2.5 Representación de medianas en forma de vectores.

maciones racionales ó fracciones continuas; resolver ecuaciones diofantinas, construir las famosas series de Farey y el árbol Stern-Brocot [14].

Las medianas poseen una propiedad fundamental, si $n_1/d_1 < n_2/d_2$ entonces,

$$\frac{n_1}{d_1} < \frac{n_1 + n_2}{d_1 + d_2} < \frac{n_2}{d_2} \quad (2.37)$$

el valor resultante (mediana) yace entre los dos valores de las fracciones que lo originaron. Esta propiedad puede ser fácilmente verificada, si gráficamente se considera a cada fracción n_1/d_1 y n_2/d_2 como vectores donde sus componentes están dados por (d_1, n_1) y (d_2, n_2) respectivamente. Entonces, la mediana es la suma vectorial de las dos fracciones originales. Desde esta interpretación geométrica, se dice que la dirección (pendiente) de la suma de los vectores se encuentra en medio de las pendientes de los dos vectores sumandos. Esto se muestra en la figura 2.5.

Generalizando el concepto de mediana para un k -ésimo número de fracciones $n_1/d_1, n_2/d_2, \dots, n_k/d_k$, se define a la fracción mediana en la ecuación 2.38.

$$M\left(\frac{n_1}{d_1}, \frac{n_2}{d_2}, \dots, \frac{n_k}{d_k}\right) = \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_k}{d_1 + d_2 + \dots + d_k}. \quad (2.38)$$

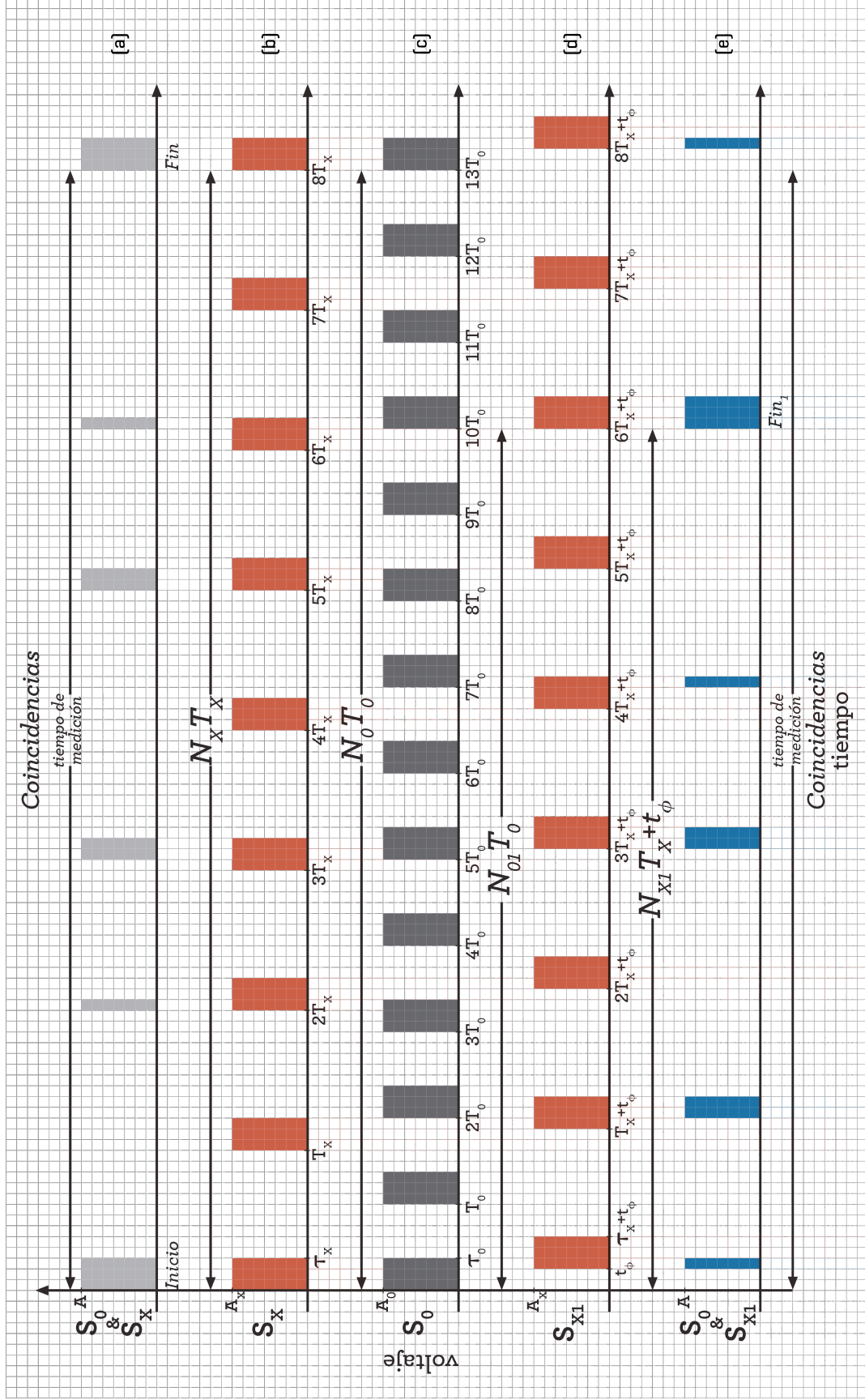


Figura 2.6 Comparación entre las señales pulsadas S_0 , S_x y S_{x1} en términos de intervalos de tiempo [b], [c] y [d]. Coincidencias encontradas entre las señales S_0 & S_x [a]. Coincidencias encontradas entre las señales S_0 & S_{x1} [e].

2.4 MÉTODO DE MEDICIÓN DE FASE

El proceso de medición de fase se deriva del proceso de medición de periodo, basado en el mismo principio de comparación de intervalos de tiempo. Para la medición de diferencia de fase, se tienen tres trenes de pulsos de referencia (S_0), original (S_X) y desfasado (S_{X1}); este último es el tren de pulsos cuyo parámetro de *fase* se requiere medir. Los periodos de las señales son conocidos e identificados convenientemente como T_0 para la señal S_0 y T_X para ambas señales S_X y S_{X1} . La diferencia de fase (ϕ), parámetro sometido a medición, se obtiene en base al tiempo de desfasamiento (t_ϕ) que existe entre las señales S_X y S_{X1} .

La ilustración del método se muestra en la figura 2.6 y consiste en encontrar pulsos de coincidencia entre las señales pulsadas S_0 & S_X y S_0 & S_{X1} . Una vez que han sido encontradas (detectadas por una compuerta AND) las coincidencias, se establece el intervalo de tiempo de comparación entre S_0 y S_X — idénticamente al proceso de medición de periodo — delimitado por dos coincidencias de inicio y fin. Un segundo intervalo de tiempo interviene en el proceso de medición de fase, delimitado por la coincidencia de inicio (S_0 & S_X) y una segunda coincidencia de fin denominada fin_1 — que proviene de algún pulso de coincidencia entre S_0 & S_{X1} . Es importante remarcar que la primera coincidencia entre S_0 & S_X (inicio) proporciona la única referencia en tiempo para encontrar la fase entre S_X y S_{X1} .

Considerando el segundo intervalo, delimitado por las coincidencias de inicio (S_0 & S_X) y de fin_1 (S_0 & S_{X1}), se tiene que existe un número entero (N_{01}) de periodos completos (T_0) de la señal S_0 , al igual que existe un número entero (N_{X1}) de periodos completos (T_X) de S_{X1} y un tiempo de desfasamiento (t_ϕ) entre S_X y S_{X1} . A partir de esto se plantea la siguiente ecuación:

$$N_{01}T_0 \cong N_{X1}T_X + t_\phi. \quad (2.39)$$

Despejando, el tiempo de desfasamiento,

$$t_\phi \cong N_{01}T_0 - N_{X1}T_X \quad (2.40)$$

donde se reitera,

T_0	Periodo de S_0
T_X	Periodo de S_{X1} idéntico a S_X
N_{01}	Número de periodos completos de S_0 entre inicio y fin_1
N_{X1}	Número de periodos completos de S_{X1} entre inicio y fin_1
t_ϕ	Tiempo de desfasamiento.

Para el primer intervalo delimitado por las coincidencias de inicio y fin entre los pulsos de las señales S_0 y S_X ; se tiene que existe un número entero (N_0) de periodos completos (T_0) de la señal S_0 , al igual que existe un número entero (N_X) de periodos completos (T_X) de S_X . En base a esto, de la ecuación 2.1 se despeja T_X y se sustituye en ec. 2.40 obteniendo:

$$t_{\phi} \cong N_{01}T_0 - N_{x1} \left(\frac{N_0}{N_x} \right) T_0 \quad (2.41)$$

consecutivamente se tiene,

$$t_{\phi} \cong \left(N_{01} - \frac{N_{x1}N_0}{N_x} \right) T_0. \quad (2.42)$$

Las ecuaciones anteriores (2.39–2.43) fueron obtenidas bajo la premisa que las coincidencias delimitadoras de los intervalos de comparación son perfectas. En la siguiente sección, se introducen los errores provocados por los tipos de coincidencias que delimitan los intervalos de comparación.

Para convertir de tiempo de desfaseamiento a fase se aplica la sencilla relación:

$$\phi_t = \left(\frac{2\pi}{T_x} \right) t_{\phi}. \quad (2.43)$$

2.4.1 ERRORES EN LA MEDICIÓN DE FASE: ANÁLISIS DE CASOS

Al igual que en la medición de periodo, en medición de fase debe considerarse el error producido por los diferentes tipos de coincidencia que se presentan debido a la ‘condición de

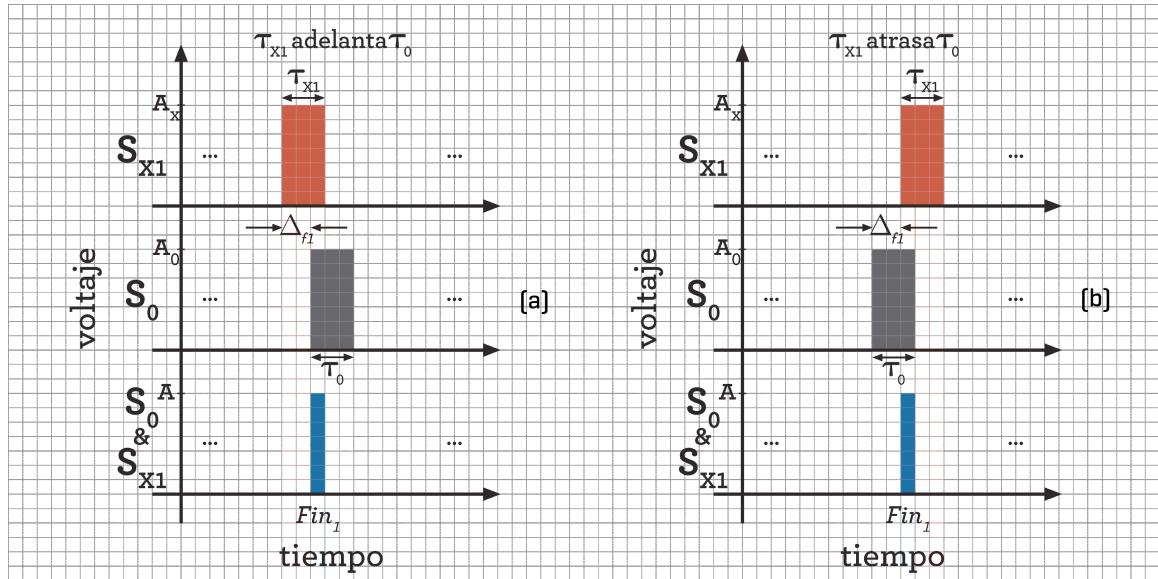


Figura 2.7 Tipos de coincidencias parciales debido al adelanto ó atraso de los pulsos de S_{x1} y S_0 . Posibles casos (a) y (b).

Tabla 2.1. Posibles casos en base a tipos de coincidencias.

Caso	Coincidencia inicio	Coincidencia fin	Coincidencia fin ₁
1	τ_X adelanta τ_0	τ_X adelanta τ_0	τ_{X1} adelanta τ_0
2	τ_X adelanta τ_0	τ_X adelanta τ_0	τ_{X1} atrasa τ_0
3	τ_X adelanta τ_0	τ_X atrasa τ_0	τ_{X1} adelanta τ_0
4	τ_X adelanta τ_0	τ_X atrasa τ_0	τ_{X1} atrasa τ_0
5	τ_X atrasa τ_0	τ_X adelanta τ_0	τ_{X1} adelanta τ_0
6	τ_X atrasa τ_0	τ_X adelanta τ_0	τ_{X1} atrasa τ_0
7	τ_X atrasa τ_0	τ_X atrasa τ_0	τ_{X1} adelanta τ_0
8	τ_X atrasa τ_0	τ_X atrasa τ_0	τ_{X1} atrasa τ_0

adelanto|atraso’ de los pulsos, ver figura 2.7. Es necesario mostrar todos los posibles casos para obtener un análisis mas certero del proceso de medición. Los casos posibles, producto de los diferentes tipos de coincidencia, se presentan en la tabla 2.1 y se describen a continuación.

CASO 1

Retomando el análisis para la obtención de los errores en la medición de periodo (caso 1), se considera que la señal S_X adelanta a S_0 al inicio y fin resultando en las mismas ecuaciones:

$$N_X T_X + \Delta_f = \Delta_i + N_0 T_0 \quad (2.44)$$

$$N_X T_X = \Delta_i + N_0 T_0 - \Delta_f \quad (2.45)$$

$$T_X = \frac{N_0 T_0}{N_X} + \frac{\Delta_i - \Delta_f}{N_X}. \quad (2.46)$$

En la coincidencia de fin₁ — segundo intervalo de tiempo — la señal S_{X1} adelanta a S_0 como se muestra en la figura 2.7 (a) logrando obtener la siguiente igualdad:

$$\Delta_i + N_{01} T_0 = t_\phi + N_{X1} T_X + \Delta_{f1} \quad (2.47)$$

despejando t_ϕ se tiene:

$$t_\phi = N_{01} T_0 - N_{X1} T_X + \Delta_i - \Delta_{f1}. \quad (2.48)$$

Sustituyendo ec. 2.7 en ec. 2.48

$$t_\phi = N_{01} T_0 - N_{X1} \left(\frac{N_0 T_0}{N_X} + \frac{\Delta_i - \Delta_f}{N_X} \right) + \Delta_i - \Delta_{f1} \quad (2.49)$$

manipulando la ecuación se llega a expresión:

$$t_{\phi} = \left(N_{01} - N_{X1} \frac{N_0}{N_X} \right) T_0 - \frac{N_{X1}}{N_X} (\Delta_i - \Delta_f) + \Delta_i - \Delta_{f1} \quad (2.50)$$

esta ecuación representa el tiempo de desfase expresado en términos de los conteos de periodos completos (N_0 , N_X , N_{01} y N_{X1}), el periodo de referencia (T_0) y los delta (Δ_i , Δ_f y Δ_{f1}) propios de la no coincidencia perfecta.

CASO 2

La señal S_X adelanta a S_0 al inicio y fin. Siguiendo el mismo análisis que el caso anterior, se llega a la ecuación 2.46.

Ahora, la señal S_{X1} atrasa a S_0 al fin ver figura 2.7 (b) por lo que se obtiene:

$$\Delta_i + N_{01} T_0 + \Delta_{f1} = t_{\phi} + N_{X1} T_X \quad (2.51)$$

expresando el tiempo de desfase de la siguiente manera:

$$t_{\phi} = N_{01} T_0 - N_{X1} T_X + \Delta_i + \Delta_{f1}. \quad (2.52)$$

Sustituyendo ec. 2.7 en ec. 2.52

$$t_{\phi} = N_{01} T_0 - N_{X1} \left(\frac{N_0 T_0}{N_X} + \frac{\Delta_i - \Delta_f}{N_X} \right) + \Delta_i + \Delta_{f1} \quad (2.53)$$

consecuentemente,

$$t_{\phi} = \left(N_{01} - N_{X1} \frac{N_0}{N_X} \right) T_0 - \frac{N_{X1}}{N_X} (\Delta_i - \Delta_f) + \Delta_i + \Delta_{f1}. \quad (2.54)$$

Siguiendo la misma metodología se obtienen las ecuaciones para los siguientes casos.

CASO 3

La señal S_X adelanta a S_0 al inicio y atrasa al fin. S_{X1} adelanta a S_0 al fin. Entonces se tiene que:

$$t_{\phi} = \left(N_{01} - N_{X1} \frac{N_0}{N_X} \right) T_0 - \frac{N_{X1}}{N_X} (\Delta_i + \Delta_f) + \Delta_i - \Delta_{f1}. \quad (2.55)$$

CASO 4

La señal S_X adelanta a S_0 al inicio y atrasa al fin. S_{X1} atrasa a S_0 al fin. En consecuencia se obtiene:

$$t_{\phi} = \left(N_{01} - N_{X1} \frac{N_0}{N_X} \right) T_0 - \frac{N_{X1}}{N_X} (\Delta_i + \Delta_f) + \Delta_i + \Delta_{f1}. \quad (2.56)$$

CASO 5

La señal S_X atrasa a S_0 al inicio y adelanta al fin. S_{X1} adelanta a S_0 al fin. Entonces se tiene que:

$$t_{\phi} = \left(N_{01} - N_{X1} \frac{N_0}{N_X} \right) T_0 + \frac{N_{X1}}{N_X} (\Delta_i + \Delta_f) - (\Delta_i + \Delta_{f1}). \quad (2.57)$$

CASO 6

La señal S_X atrasa a S_0 al inicio y adelanta al fin. S_{X1} atrasa a S_0 al fin. Por lo tanto resulta la siguiente ecuación:

$$t_{\phi} = \left(N_{01} - N_{X1} \frac{N_0}{N_X} \right) T_0 + \frac{N_{X1}}{N_X} (\Delta_i + \Delta_f) - (\Delta_i - \Delta_{f1}). \quad (2.58)$$

CASO 7

La señal S_X atrasa a S_0 al inicio y atrasa al fin. S_{X1} adelanta a S_0 al fin. En consecuencia se obtiene:

$$t_{\phi} = \left(N_{01} - N_{X1} \frac{N_0}{N_X} \right) T_0 + \frac{N_{X1}}{N_X} (\Delta_i - \Delta_f) - (\Delta_i + \Delta_{f1}). \quad (2.59)$$

CASO 8

La señal S_X atrasa a S_0 al inicio y atrasa al fin. S_{X1} atrasa a S_0 al fin. Entonces se tiene que:

$$t_{\phi} = \left(N_{01} - N_{X1} \frac{N_0}{N_X} \right) T_0 + \frac{N_{X1}}{N_X} (\Delta_i - \Delta_f) - (\Delta_i - \Delta_{f1}). \quad (2.60)$$

Generalizando los casos para obtener una ecuación de medición de fase total se converge a:

$$t_{\phi} = \left(N_{01} - N_{X1} \frac{N_0}{N_X} \right) T_0 \pm \frac{N_{X1}}{N_X} (\Delta_i \pm \Delta_f) \pm (\Delta_i \pm \Delta_{f1}). \quad (2.61)$$

Se reducen las condiciones de adelanto|atraso de los pulsos, a la siguiente expresión:

$$t_{\phi} = \left(N_{01} - N_{x1} \frac{N_0}{N_x} \right) T_0 \pm \frac{N_{x1}}{N_x} (\varepsilon) \pm (\varepsilon_1) \quad (2.62)$$

donde, ε es el error producido por los tipos de coincidencia en la medición de periodo (ec. 2.4) y ε_1 es el error provocado por los tipos de coincidencia en la medición de fase.

Se concluye que para la medición de fase es necesaria una referencia en tiempo que marque la diferencia de tiempo entre S_X y S_{X1} , dada por el pulso de coincidencia de inicio. Esto conlleva que los errores involucrados en la medición de periodo sean acarreados en la ecuación para medición de tiempo de desfase contemplando la condiciones de adelanto/atraso de las coincidencias. Como se puede deducir, las ecuaciones 2.50, 2.56, 2.57 y 2.60 producen el error mínimo de fase ya que por la naturaleza de la definición — los errores se contrarrestan.

2.5 TÉCNICAS DE OBTENCIÓN DE PERIODO EN EL INTERVALO DE TIEMPO DE MEDICIÓN

Para obtener una buena estimación del periodo T_X en base al método de coincidencias, se requiere un tiempo de medición considerable — ya que el error disminuye si los valores N_X son grandes — ó una condición numérica que proporcione el error mínimo en el orden de la incertidumbre del estándar de referencia T_0 [15]. Cuando el tiempo de medición es limitado a un valor en el que el número de pulsos de N_X no es lo suficientemente grande para reducir el error ó para cumplir con ésta condición numérica, entonces se emplean formas alternas de obtención de la medición de periodo. Estas técnicas de aproximación de T_X son presentadas en las siguientes secciones.

2.5.1 MEDICIÓN DE PERIODO POR PROMEDIACIÓN

Los conteos N_X y N_0 son registrados cada vez que una coincidencia entre S_X y S_0 es detectada. Es decir, se genera un par (N_X, N_0) por cada coincidencia, que a su vez produce un conjunto de pares $[N_X(k), N_0(k)]$ para un k -ésimo número de coincidencias. Una aproximación del valor de T_X es obtenida en cada valor de coincidencia detectada. Por lo que la ecuación 2.3 se reescribe para cada valor de N_0 y N_X registrado en cada k -ésima coincidencia:

$$T_X(k) = \frac{N_0(k)}{N_X(k)} T_0. \quad (2.63)$$

Un promedio proporciona una aproximación al valor de periodo T_X sin despreciar todas las posibles aproximaciones. De la ecuación anterior (2.63) se obtiene la media aritmética de

todas las aproximaciones de T_X en base a conjunto de valores $[N_X(k), N_0(k)]$ almacenados durante el intervalo de medición:

$$T_X = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{N_0(k)}{N_X(k)} T_0. \quad (2.64)$$

2.5.2 MEDICIÓN DE PERIODO ENCONTRANDO LAS CONVERGENTES DE LA FRACCIÓN CONTINUA CORRESPONDIENTE

Como se ilustró en la sección 2.3.1, es posible encontrar las convergentes de la fracción continua de los valores T_X y T_0 en base al algoritmo de Euclides. Las ecuaciones 2.18–2.36 son utilizadas para procesar los valores de los periodos (T_X , T_0) y así obtener las convergentes Q_i y P_i . Estas convergentes son localizadas en los pares capturados de $N_X(k)$ y $N_0(k)$ respectivamente. En el cálculo de T_X , se considera el orden i -ésimo más grande encontrado del par (Q_i, P_i) igual al par k -ésimo $[N_X(k), N_0(k)]$. El resultado es una mejor aproximación porque se produce un error más pequeño. Entonces, se utiliza el par $(Q_{m\acute{a}x}, P_{m\acute{a}x})$ —encontrado de mayor orden — para obtener la aproximación de T_X :

$$T_X = \frac{P_{m\acute{a}x}}{Q_{m\acute{a}x}} T_0. \quad (2.65)$$

2.5.3 MEDICIÓN DE PERIODO A PARTIR DE LA MEDIANTA TOTAL

La medianta ó media racional es utilizada en métodos de aproximación, siendo los algoritmos de aproximación para raíces los más conocidos [16]. En el presente trabajo, se propone el término ‘*medianta total*’ para definir y referir la aplicación del concepto general de medianta — presentado en la sección 2.3.2 — a la medición de periodo. La ecuación 2.71, representa la medianta total empleada para la aproximación de T_X en base al conjunto de pares $[N_X(k), N_0(k)]$ capturados. El desarrollo matemático que dio lugar a esta ecuación se presenta a continuación.

Sean $N_0(k)$ y $N_X(k)$ el número de periodos completos de T_0 y T_X asociados a la k -ésima coincidencia de pulsos existentes en un intervalo de tiempo de medición. Donde el tiempo de medición es mayor a T_0 y T_X . De ec. 2.2 se cumple:

$$N_0(k)T_0 = N_X(k)T_X \pm \varepsilon(k) \quad (2.66)$$

con los periodos contantes (T_0 y T_X). El valor promedio de los intervalos $N_0(k)T_0$ se expresa por:

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K T_0 N_0(k) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (T_X N_X(k) \pm \varepsilon(k)) \quad (2.67)$$

separando las sumatorias,

$$\frac{T_0}{K} \sum_{k=1}^K N_0(k) = \frac{T_X}{K} \sum_{k=1}^K N_X(k) + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \pm \varepsilon(k) \quad (2.68)$$

despejando T_X se tiene,

$$T_X = \frac{\frac{T_0}{K} \sum_{k=1}^K N_0(k)}{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K N_X(k)} + \frac{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mp \varepsilon(k)}{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K N_X(k)} \quad (2.69)$$

reduciendo la expresión:

$$T_X = \frac{\sum_{k=1}^K N_0(k)}{\sum_{k=1}^K N_X(k)} T_0 + \frac{\sum_{k=1}^K \mp \varepsilon(k)}{\sum_{k=1}^K N_X(k)} \quad (2.70)$$

donde el error debido a la estimación de T_X es el segundo término del lado derecho de la ec. 2.70. De esta ecuación (2.70) se observa que el estimador de T_X en términos de la medianta total — en el sentido definido en ec. 2.38 — está dado por:

$$T_X = \frac{\sum_{k=1}^K N_0(k)}{\sum_{k=1}^K N_X(k)} T_0. \quad (2.71)$$

2.6 OBTENCIÓN DE TIEMPO DE DESFASAMIENTO EN EL INTERVALO DE TIEMPO DE MEDICIÓN

2.6.1 MEDICIÓN DE FASE POR PROMEDIACIÓN

Partiendo de la ecuación para medir tiempo de desfaseamiento (2.40), se deduce que no existe relación directa con el algoritmo de Euclides ó las fracciones mediantas. Debido a que no existe una razón de los periodos completos N_{01} y N_{X1} — sino una diferencia. Por lo tanto, sólo la media aritmética de los valores discretos obtenidos continuamente es suficiente para proveer una aproximación del valor de tiempo de desfaseamiento. Para validar que el promedio es un estimador apropiado del tiempo de desfaseamiento, se añadió el capítulo 4 donde se muestra el comportamiento de los datos que llevaron a esta conjetura.

La ecuación 2.40 se reescribe en términos de la k -ésima coincidencia. Entonces, $N_{01}(k)$ y $N_{X1}(k)$ son el número de periodos completos de T_0 y T_X asociados a la k -ésima coincidencia de pulsos existentes en un intervalo de tiempo de medición.

$$t_{\phi}(k) = N_{01}(k)T_0 - N_{X1}(k)T_X. \quad (2.72)$$

Para obtener el promedio de todas las posibles aproximaciones $t_{\phi}(k)$ se presenta la siguiente ecuación en base a la k -ésima coincidencia.

$$t_{\phi} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (N_{01}(k)T_0 - N_{X1}(k)T_X). \quad (2.73)$$

2.7 ERRORES DE APROXIMACIÓN

Las medidas de las diferentes magnitudes físicas que intervienen en una experiencia dada, ya se hayan obtenido de forma directa ó indirecta, nunca pueden ser exactas. Debido a la precisión limitada que todo instrumento de medida posee, así como de otros factores externos, se debe aceptar el hecho de que no es posible conocer el valor exacto de una magnitud, siempre habrá un error, por muy mínimo que sea. Por lo tanto, cualquier resultado numérico obtenido experimentalmente debe, convenientemente, presentarse en términos de un número que indique cuan alejado está dicho resultado del valor exacto. Este indicador, es proporcionado por dos tipos de errores que se utilizan en los cálculos [17]:

1. **ERROR ABSOLUTO.** Es la diferencia entre el valor de la medida (aproximación) y el valor tomado como exacto. Puede ser positivo ó negativo, según si la medida es superior al

valor real ó inferior — si la diferencia resulta positiva ó negativa. Sus unidades son iguales las de la medida. El error absoluto indica el grado de aproximación y da un indicio de la calidad de la medida.

2. ERROR RELATIVO. Es el cociente (división) entre el error absoluto y el valor exacto. Si se multiplica por 100 se obtiene el tanto por ciento (%) de error. Al igual que el error absoluto puede ser positivo ó negativo — según lo sea el error absoluto — puede representar una sobre ó subestimación respectivamente. No tiene unidades. El error relativo indica la calidad de la medida.

En el capítulo de resultados, se muestra la forma utilizada para cálculo de estos errores asociados a las aproximaciones de periodo T_X y de tiempo de desfaseamiento t_ϕ .

DESARROLLO DEL SISTEMA EXPERIMENTAL

3.1 DISEÑO DEL SISTEMA DE MEDICIÓN DE FASE

3.1.1 DIAGRAMA A BLOQUES

De acuerdo con el proceso descrito en el capítulo 2, el método de medición de fase se puede representar a través del diagrama a bloques mostrado en la figura 3.1. En donde los bloques tienen las funciones descritas a continuación:

1. El bloque de start/reset representa los elementos de entrada que proporcionan la señal de arranque y paro del proceso de medición. Dichas acciones son realizadas por un par de interruptores que permiten el control manual del momento de empezar y detener la medición.

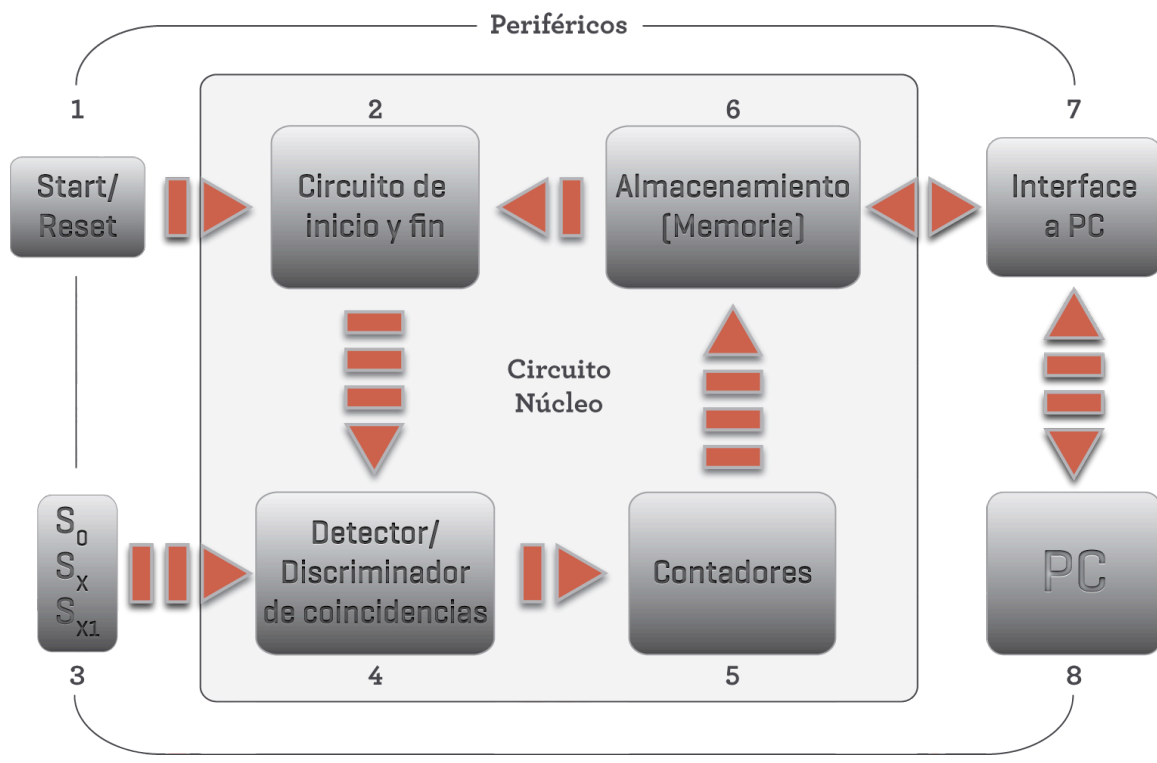


Figura 3.1 Diagrama a bloques del circuito de medición de fase.

2. El bloque de circuito de inicio y fin, es un arreglo de componentes digitales que disponen el inicio y fin del proceso de medición, en función de las entradas que provienen de bloques adyacentes.
3. Las señales de entrada S_0 , S_X , y S_{X1} corresponden a la señal de referencia, señal externa sin desfase y señal externa desfasada, respectivamente.
4. El detector/discriminador de coincidencias se encarga de obtener las coincidencias entre los pulsos. Después de ser detectada la coincidencia inicial (entre S_0 & S_X), conduce las coincidencias (S_0 & S_X y S_0 & S_{X1}) junto con las señales de entrada al bloque de contadores.
5. En la etapa de contadores, son contados tanto los pulsos de las señales de entrada (después de la primer coincidencia) como los pulsos de coincidencia percibidos.
6. En el bloque de almacenamiento, se guardan en memoria el número de pulsos de las señales de entrada en el instante que existe coincidencia entre S_0 & S_X y S_0 & S_{X1} .
7. La interface a PC se refiere a cualquier elemento ó conjunto de arreglos, conexiones y/o protocolos que permiten la comunicación entre la PC y los demás elementos de circuito incluidos en los bloques.
8. La PC tiene como función incorporar los datos de las memorias a un programa que permita la obtención de la medición de fase.

En conjunto, los ocho bloques constituyen el *sistema experimental* general requerido para la medición de fase; y el cual se ha subdividido en 2 secciones para facilitar su análisis. La primer sección, formada por los bloques 2, 4, 5 y 6, es denominada *circuito núcleo*. La segunda, llamada *periféricos*, está compuesta por los bloques aledaños 1, 3, 7 y 8. Como se muestra en la figura 3.1.

3.1.2 CIRCUITO NÚCLEO

El circuito núcleo se considera la sección central del sistema experimental porque fue diseñado, específicamente, para reproducir el método de medición de fase. El circuito es totalmente digital; sólo se emplean compuertas lógicas, flip-flops, contadores, memorias, etc. Se utilizó como base el circuito para medición de periodo propuesto en la referencia [15]. En la figura 3.2 se muestran todos los componentes del circuito núcleo agrupados estratégicamente en el bloque al que pertenecen.

A continuación, se explica el funcionamiento del circuito núcleo haciendo referencia a cada componente por su identificador. Se debe considerar que el estado inicial de las salidas de los flip-flops, contadores y el contenido en las memorias es cero. Revisando, esto se debe a que las entradas S y R del FLIP-FLOP3 se encuentran en estado alto ó uno lógico, manteniendo

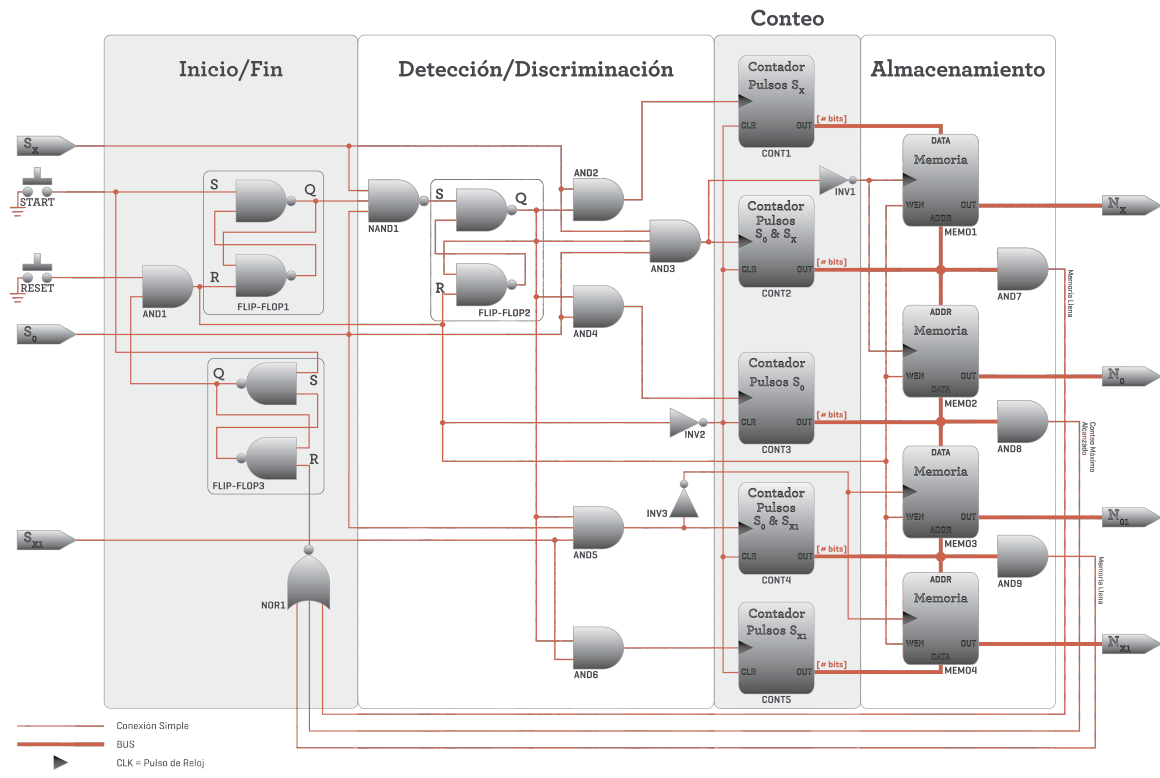


Figura 3.2 Circuito núcleo de medición de fase. El diagrama consta sólo de elementos lógicos.

do el estado inicial (0). Acudir a la tabla 3.1 para determinar la salida del flip-flop en base a sus entradas. En consecuencia, la compuerta AND1 reacciona ante sus entradas y presenta un cero lógico a las entradas R de FLIP-FLOP1 y FLIP-FLOP2 garantizando que ambas salidas Q estén en estado bajo. Además, ocasiona que el CLR de todos los contadores esté activado por medio de INV2 y que las entradas WEN (write ENable) de las memorias se encuentren inhabilitadas.

INICIO

Al momento de presionar el interruptor de START, la señal producida inicia el proceso de medición, cambiando de un estado alto (inicial) a un estado bajo. Este estado (cero lógico) se alimenta a las entradas S del FLIP-FLOP1 y del FLIP-FLOP3. La salida Q del FLIP-FLOP3 se convierte en uno lógico (ver tabla 3.1) provocando que la compuerta AND1 produzca un estado alto. Inmediatamente después, la salida Q del FLIP-FLOP1 se convierte en uno lógico debido a que S=0 y R=1. Las salidas Q del FLIP-FLOP1 y del FLIP-FLOP3 se encuentran en estado alto y

Tabla 3.1 Tabla de verdad para los flip-flops SR.

S	R	Q ⁺
0	0	Combinación restringida
0	1	Estado alto 1
1	0	Estado bajo 0
1	1	Conserva estado anterior

Tabla 3.2 Tabla de verdad para los contadores.

CLK	CLR	OUT
↑	0	Incrementa
↑	1	0
↓	0	Mantiene
↓	1	0

Tabla 3.3 Tabla de operación básica de las memorias.

CLK	WEN	ACCIÓN
↑	0	Lee valor en memoria de la dirección ADDR y lo arroja en OUT
↑	1	Escribe el valor presentado en DATA en la dirección ADDR
↓	X	Muestra el último valor arrojado en OUT

mantienen su estado aunque START regrese a su estado inicial, siempre y cuando no se presione el interruptor RESET ó que la entrada R del FLIP-FLOP3 cambie a un estado bajo. El proceso de medición ha sido iniciado. La compuerta NAND1 queda habilitada y su salida, ahora, sólo depende de la coincidencia entre los pulsos de las señales S_0 y S_X .

DETECCIÓN

Cuando se presenta la primer coincidencia detectable^① entre los pulsos de las señales S_0 & S_X , la compuerta NAND1 arroja un cero lógico activando la entrada S del FLIP-FLOP2. La salida Q del FLIP-FLOP2 produce un estado alto 1 habilitando las siguientes compuertas: AND2, AND3, AND4, AND5 y AND6. Después de la primer coincidencia percibida (S_0 & S_X) que activó el FLIP-FLOP2, las compuertas AND3 y AND5 se encargan de detectar las coincidencias posteriores entre S_0 & S_X y S_0 & S_{X1} respectivamente. Mientras que las compuertas AND2, AND4, y AND5 sólo dejan pasar los pulsos de las señales S_X , S_0 y S_{X1} respectivamente, a partir de la coincidencia inicial.

CONTEO

Al igual que en el método descrito, después de la primer coincidencia, es necesario contar los pulsos de coincidencias (S_0 & S_X y S_0 & S_{X1}) y los pulsos de las señales de entrada (S_X , S_0 y S_{X1}). Para realizarlo, se utilizan los pulsos de salida de las compuertas AND2 a la AND6 como señales de reloj para los contadores binarios CONT1 al CONT5. El funcionamiento de los contadores es ampliamente conocido y se puede observar en la tabla 3.2. Cuando la señal de CLR se encuentra en 0 lógico, los contadores están habilitados para incrementar su valor binario (bit a bit) en su correspondiente salida (OUT) cada vez que un flanco positivo es detectado en las entradas de reloj (CLK). Específicamente, el CONT1 se encarga de contar los pulsos de S_X , CONT3 los de S_0 , y CONT6 los de S_{X1} . En tanto que CONT2 cuenta los pulsos de coincidencia entre S_0 & S_X , y CONT5 los pulsos de coincidencia entre S_0 & S_{X1} .

ALMACENAMIENTO

En la memoria MEMO1 se guarda el número de pulsos contados por CONT1 de S_X y en MEMO2 el número de pulsos de S_0 contados por CONT3, cada vez que se detecta coincidencia entre S_0

① Se considera detectable porque las compuertas reaccionan en base tiempos de propagación (t_{PHL} y t_{PLH}) y umbrales (V_{IH} y V_{IL}), propios de la familia lógica. Si la coincidencia entre los pulsos de entrada no cumple con estas condiciones, puede ser despreciada en algunos casos.

& S_X . Mientras que en la memoria MEMO3 se registra el número de pulsos contados por CONT3 de S_0 y en MEMO4 el número de pulsos contados por CONT5 de S_{XI} , cuando se percibe coincidencia entre S_0 & S_{XI} .

La operación de las memorias puede deducirse fácilmente de la figura 3.2 y de la tabla 3.3. La salida (OUT) del contador CONT2 se conecta a la entrada de dirección (ADDR) de las memorias MEMO1 y MEMO2; por lo que el número de bits del contador debe ser menor ó igual al número de bits de dirección de estas memorias. Se hace la misma consideración para el CONT4 cuya salida sirve de dirección para las memorias MEMO3 y MEMO4. Entonces, si la entrada de habilitación de escritura (WEN) de las memorias se encuentra en estado alto, las memorias almacenarán el valor binario presentado en la entrada de datos (DATA) cuando se detecte flanco de subida en su entradas de reloj (CLK). Por lo tanto, el número de bits (OUT) de CONT1, CONT3 y de CONT5 debe ser idéntico a la longitud de palabra (DATA) de las memorias a las que están conectados.

Es importante resaltar que los pulsos de coincidencia procedentes de AND3 y AND5 son contados para producir las direcciones en donde las memorias guardarán el número (binario) de pulsos de las señales de entrada. Además, estos pulsos de coincidencia pasan a través de los inversores INV1 e INV3 para convertirse en las señales de reloj de las MEMO1-MEMO2 y MEMO3-MEMO4 respectivamente. Lo anterior es imprescindible para garantizar que se tiene lista tanto la dirección (ADDR) como la información (DATA) en la memoria correspondiente antes de iniciar la operación de escritura. De lo contrario, se obtendrían resultados atrasados porque las memorias escribirían antes de que los contadores incrementasen.

Las salidas (OUT) de las 4 memorias son utilizadas por una interface para acceder los datos guardados que se enviarán a una PC para su procesamiento. Estas salidas se han llamado N_0 , N_X , N_{0I} y N_{XI} y que posteriormente formarán el número pulsos completos de las señales de entrada ocurridos en cada coincidencia captada.

FIN

Después de haber iniciado el circuito, detectado la primer coincidencia, arrancado el conteo de pulsos y comenzado el registro en memoria de estos conteos por cada coincidencia. El proceso de medición llega a su fin cuando ocurre cualquiera de los siguientes eventos:

- ▶ El interruptor RESET es presionado.
- ▶ Se alcanza el conteo máximo de pulsos de S_0 . Todos los bits de salida del contador CONT3 se ingresan a la compuerta AND8 (que posee el mismo número de entradas) la cual arroja un 1 lógico cuando se llega al máximo valor. Por lo que la compuerta NOR1 produce un 0 lógico ocasionando que se active la entrada R del FLIP-FLOP3 y cuya salida es ahora un estado bajo.

- alguna de las memorias llega a su capacidad máxima. Esto se logra a través de las compuertas AND7 ó AND9 que producen un 1 lógico cuando la dirección máxima es alcanzada.

Provocando que la compuerta AND1 envíe un 0 lógico a: las entradas R del FLIP-FLOP1-FLIP-FLOP2, la entrada del INV2 (activando el CLR de los contadores) y las entradas WEN de las memorias (inhabilitando su escritura). En este momento, el circuito vuelve a su estado inicial. A excepción de las memorias, que como se aprecia en el diagrama de la figura 3.2 no existe ningún elemento que las reestablezca ó reinicialize. Por consiguiente, los datos aún se encuentran almacenados, listos para ser recuperados por la interface y enviados a la PC.

3.1.3 PERIFÉRICOS

Se han denominado periféricos a todos los bloques del sistema experimental que actúan como entradas y/ó salidas del circuito núcleo. Específicamente, se considera como periférico a cualquier elemento, componente, dispositivo ó sistema que proporciona señales ó acciones de entrada al circuito núcleo; y/ó que obtiene, procesa ó despliega información del circuito núcleo. En esta sección, se muestra ó extiende la definición de estos bloques.

START/RESET

Como ya se describió en secciones anteriores, START y RESET son dos interruptores tipo push-button que se utilizan como entradas del circuito. Proporcionan un control manual sobre el inicio y fin del proceso de medición.

SEÑALES S_0 , S_X , Y S_{X1}

Son las señales correspondientes a los trenes de pulsos cuadrados necesarios para medir fase utilizando el método de aproximaciones racionales. Dado que nuestro circuito núcleo es totalmente digital, estas señales deben cumplir con los niveles de voltaje propios de la familia lógica empleada en la implementación. Generalizando, los pulsos deben tener como valor pico a pico la diferencia entre su niveles de voltaje asignados al 0 y 1 lógicos de la familia. En otras palabras, el valor mínimo de la señal debe ser igual al 0 lógico y su valor máximo igual al 1 lógico. Aunado a lo anterior, el ancho del pulso debe ser igual para las 3 señales y menor al 50% del periodo de la referencia (S_0). Si las señales no cuentan con estas características, es necesario añadir una etapa de acondicionamiento de señal. Con todas estas consideraciones, lo más factible para evaluar nuestro sistema experimental es el uso de *generadores de funciones* que permitan la creación de este tipo de pulsos.

En otro caso, si S_0 , S_X , y S_{X1} son señales senoidales se requiere incluir en este bloque: formadores de pulso. Esto se considera fuera del alcance de los objetivos de este trabajo.

INTERFACE A PC

Cualquier elemento ó sistema que permite el vaciado de los datos contenidos en las memorias y que posteriormente envía a la PC para su procesamiento. La selección del tipo de interface no tiene restricción, puede ser puerto serie, paralelo, firewire, USB, bluetooth, WI-FI etc. Por conveniencia de disponibilidad, USB fue la opción implementada. Para la lectura de las memorias se emplea un programa que utiliza el controlador (driver) de la interface USB.

PC

Cualquier computador(a) que cumpla con los requerimientos mínimos de sistema. Para lograr una instalación exitosa, un correcto funcionamiento de los controladores de la interface así como de los programas necesarios para la captura y procesamiento de la información proveniente del circuito núcleo. En esta implementación, los requerimientos mínimos impuestos por el programa Quartus II son: Windows XP, 3.6 GB de espacio en disco duro y por lo menos 1 GB de memoria RAM [18]. En la sección 3.2.1, se verifica que la PC utilizada cumple con lo anterior.

3.2 DESCRIPCIÓN DEL PROTOTIPO EXPERIMENTAL DE MEDICIÓN DE FASE

La tarea de llevar a la práctica la implementación del sistema experimental presenta dificultades técnicas que deben ser superadas. Por esto, se contemplaron varias alternativas como: la construcción de un circuito impreso, el uso de un tablero con microcontrolador ó un tablero de desarrollo con FPGA. Esta última, resultó ser la opción más adecuada por las siguientes ventajas:

- ▶ No depende de una señal de reloj para procesar la información como un microcontrolador. Posibilita la ejecución de procesos síncronos y asíncronos.
- ▶ Permite modificar el diseño cuantas veces sea necesario sin reconstruir el circuito físicamente, sólo se necesita reprogramar el dispositivo.
- ▶ Ofrece múltiples métodos de entrada para el diseño. Entre los que destacan: *lenguaje de descripción de hardware* AHDL ó VHDL y por medio de un *diagrama de circuito* (bloques interconectados). Este último representa la forma más sencilla y viable de diseñar ó implementar, ya que no se requiere conocimiento de comandos específicos del lenguaje.

El tablero de desarrollo con FPGA es el corazón del *prototipo experimental* ya que la mayoría de los componentes del sistema experimental fueron implementados en él. El prototipo experimental se describe en esta sección.



Figura 3.3 Generador de funciones arbitrarias mono canal marca Agilent modelo 33220A.

Tabla 3.4 Características del generador Agilent 33220A.

Pulso Cuadrado	
Característica	Valor
Frecuencia del pulso	De 500 μ Hz a 5 MHz
Resolución	1 μ Hz
Ancho de pulso	Mínimo de 20 ns, con resolución de 10 ns
Tiempo de transición de flanco	Desde 5 ns a 100 ns
Sobredisparo [Overshoot]	< 2%
Jitter [RMS]	300 ps + 0.1 ppm del periodo

3.2.1 HARDWARE UTILIZADO

GENERADORES

Las señales S_0 , S_X , y S_{XI} fueron provistas por los siguientes instrumentos:

1. AGILENT 33220A. Generador de funciones arbitrarias de 20 MHz. Sólo posee 1 canal de salida con un rango de amplitud que va desde los 10 mV_{p-p} hasta los 10 V_{p-p}. Utiliza técnicas de síntesis digital directa para proveer una salida estable y de baja distorsión. Este instrumento es capaz de generar pulsos cuadrados de hasta 5 MHz con ancho y amplitud variable. En la figura 3.3 se exhibe el generador 33220A y en la tabla 3.4 pueden verse las características presentadas cuando la opción pulso cuadrado se ha seleccionado como forma de onda.

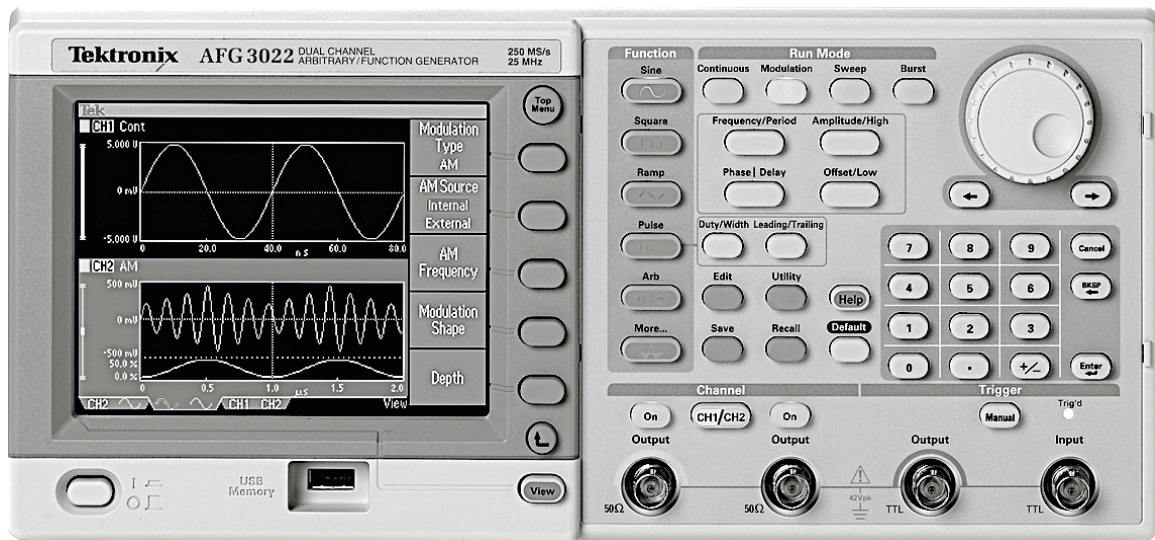


Figura 3.4 Generador de funciones arbitrarias de doble canal marca Tektronix modelo AFG 3022.

Tabla 3.5 Características del generador Tektronix AFG 3022.

Pulso Cuadrado	
Característica	Valor
Frecuencia del pulso	De 1 mHz a 50 MHz
Ancho de pulso	Desde 8.00 ns a 999.99 s
Resolución	10 ps ó 5 dígitos
Ciclo de trabajo	De 0.001% a 99.999% [Limitado por ancho de pulso]
Tiempo de transición de flanco	Desde 5 ns a 625 s
Retardo de inicial	Desde 0 ps hasta el periodo del pulso
Jitter [RMS]	Valor típico igual 200 ps

2. TEKTRONIX AFG 3022. Generador de funciones arbitrarias de 25 MHz. Tiene 2 canales de salida capaces de generar dos señales idénticas ó completamente diferentes, con una amplitud máxima igual a los 20 V_{p-p}. Este instrumento posee una base de tiempo altamente estable con tan sólo una deriva de ± 1 ppm por año. Es posible seleccionar hasta 12 configuraciones predeterminadas, de las cuales sólo interesa la de pulso cuadrado. En la figura 3.4, se muestra el generador en cuestión y en la tabla 3.5 se despliegan las características presentadas cuando se ha seleccionado pulso cuadrado como forma de onda.

TABLERO DE DESARROLLO CON FPGA

La mayor parte del sistema experimental fue implementado en un tablero de desarrollo STRATIX III EP3SL150 de Altera Corporation, en cuyo núcleo se encuentra el FPGA EP3SL150F1152C2N (ver figura 3.5). El tablero STRATIX III provee una plataforma de hardware para desarrollo y elaboración de prototipos que requieren bajo consumo de potencia, alto

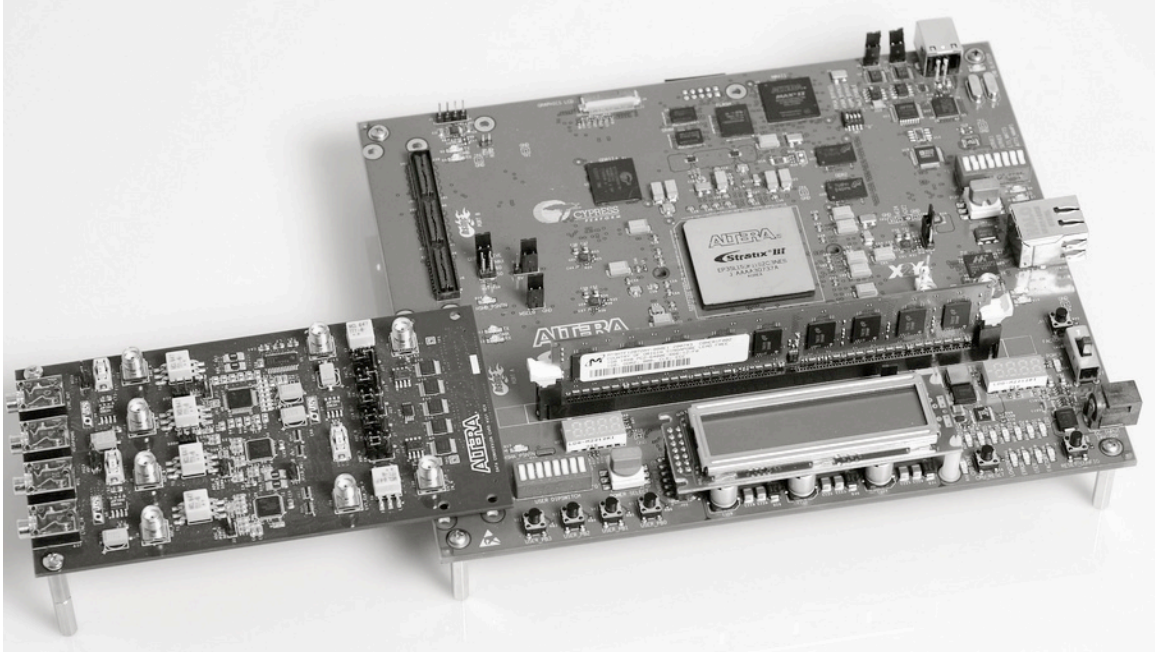


Figura 3.5 Tablero de desarrollo Stratix III EP3SL150 junto con tarjeta HSMC de la corporación Altera.

desempeño, y diseños de alta densidad lógica. Además, cuenta con una amplia gama de periféricos e interfaces de memoria para facilitar el diseño. Las características generales del tablero se muestran a continuación:

- ▶ FPGA Altera STRATIX III EP3SL150F de 1,152 pines en paquete BGA (ball-grid array)
 - 142,000 elementos lógicos (LEs)
 - 5,499 kbits de memoria embebida (EMB)
 - 384 bloques multiplicadores
 - 8 Lazos de amarre de fase (PLLs)
 - 16 redes de reloj globales
 - 736 entradas/salidas (I/Os) para el usuario
 - Voltaje de operación de núcleo de 1.1 V
- ▶ CPLD Altera EPM2210GF256 de 256 pines en paquete BGA
 - Voltaje de operación de núcleo de 1.8 V
- ▶ Memoria en tablero
 - 1 GByte DDR2 SDRAM DIMM
 - 72 Mbit QDRII/+ SRAM
 - 16 MByte DDR2 SDRAM (dispositivos)
 - 4 MByte SSRAM
 - 64 MByte Memoria Flash
- ▶ Circuitos/interfaces para configuración del FPGA
 - Circuito de configuración serial pasiva MAX® II CPLD y flash.
 - Interface en tablero USB-Blaster™ utilizando el programador Quartus II.
- ▶ Circuitería de reloj en tablero

- Dos osciladores de reloj de soporte dedicados para la lógica de usuarios en el STRATIX III (125 MHz, 50 MHz)
- Conectores SMA para entrada y salida externa de reloj
- ▶ Interfaces generales de usuario y configuraciones
 - LEDs/displays:
 - 8 LEDs para el usuario
 - 1 LED de configuración terminada
 - 1 LED de transmisión/recepción (TX/RX) por cada interface HSMC
 - 1 LED de presencia de tarjeta HSMC por cada interface HSMC
 - 6 LEDs de Ethernet
 - Display cuádruple de 7 segmentos para el usuario
 - Display de consumo de potencia
- ▶ Interruptores (Push-buttons):
 - 1 push-button para restablecer por el usuario (CPU reset)
 - 4 push-buttons de propósito general
 - 1 push-button para restablecer el sistema (configuración de usuario)
 - 1 interruptor push-button de configuración de fábrica
- ▶ Interruptores tipo DIP:
 - 1 Interruptor DIP para control del MAX II
 - 8 interruptores DIP para el usuario
- ▶ Encabezado (salida) para bocina
- ▶ Displays
 - 1 LCD con gráficos de 128 × 64
 - 1 LCD de 16 × 2 línea-caracter
- ▶ Suministro de Potencia
 - Entrada DC de 14-20 V
 - Circuitería integrada para la medición de potencia del tablero
 - Hasta 20 W por cada interface HSMC
- ▶ Dimensiones/Tipo
 - Tablero de 7 × 8.25 pulgadas
 - Diseño de tablero para utilizarse sobre mesa de trabajo

PC

MacBook 2.1 con procesador Intel de doble núcleo (Core 2 Duo) con velocidad de 2 GHz y 2.5 GB de memoria SDRAM de 667 MHz. Aproximadamente 55 GB de espacio libre en disco duro.

ACCESORIOS

Entre el equipo utilizado se encuentran cables y conectores que fueron usados al momento de realizar la mediciones:

- 1 Cable USB.

- 2 Micropruebas.
- 2 Cables coaxiales SMA (SubMiniature versión A).
- 4 Conectores de SMA a BNC (Bayonet Neill-Concelman).
- 1 Cable plano con conector de 40 pines.
- 2 Pines sencillos para interconexión.

3.2.2 SOFTWARE REQUERIDO

SISTEMAS OPERATIVOS

Windows XP con Service Pack 3 y Mac OS X Versión 10.6.5.

QUARTUS II

Quartus II Versión 8.1 (Build 163 10/28/2008 SJ Full Version) es el programa de la corporación Altera que provee un ambiente completo de diseño multiplataforma para sistemas programables en chip (SOPC). Incluye soluciones para el diseño de circuitos ó sistemas digitales en FPGA y CPLD (Complex Programmable Logic Device). El programa permite utilizar su interface de usuario gráfica (GUI) ó línea de comando para cada etapa del diseño [19]. En particular, fungió como la herramienta de programación e interface para el tablero STRATIX III EP3SL150. Quartus II posee con las siguientes características:

- ▶ Múltiples métodos de entrada para diseño: a través de diagrama a bloques (Quartus II Block Editor, MegaWizard Plug-in Manager, SOPC Builder), por medio de programación en lenguajes AHDL/VHDL (Text Editor, EDA Tool), entre otros.
- ▶ Síntesis de lógica.
- ▶ Asignación y enrutamiento.
- ▶ Simulación.
- ▶ Análisis de tiempos y potencia.
- ▶ Herramienta de análisis de potencia: PowerPlay.
- ▶ Herramienta de integración: NativeLink® 3rd-party EDA tool integration.
- ▶ Herramientas para depurado (debug):
 - SignalTap® II
 - SignalProbe™
 - In-System Memory Content Editor (Editor de contenido de memoria en sistema).

MATLAB R2009B

Matlab R2009b versión 7.9.0.529 es un lenguaje de programación de alto nivel que permite realizar tareas y solucionar problemas computacionales más rápido que con lenguajes de programación tradicionales como C, C++ y Fortran. Se empleó como el ambiente interactivo que hizo posible el desarrollo de los algoritmos de proceso, análisis y visualización de los datos obtenidos de la medición de fase.

3.2.3 CONSIDERACIONES DE IMPLEMENTACIÓN

Es importante tener en cuenta que el tablero de desarrollo con FPGA tiene limitantes en hardware lo que ocasiona ciertas consideraciones que se reflejan en el diseño del prototipo.

ENTRADAS

El tablero STRATIX III carece de suficientes entradas directas para ingresar la señales S_0 , S_X , y S_{XI} . En el manual del tablero [20] se observa que la única entrada directa, que permite ingresar señales pulsadas, es la entrada de reloj CLKIN_SMA, a través del conector J16. El voltaje estándar de operación para esta entrada es de 2.5 V. En el conector SMA J16 se suministró la señal de referencia S_0 . Las otras entradas, consideradas indirectas por no tener un conector dedicado para su uso, se encuentran en los puertos de conexión para tarjetas HSMC. Fue imprescindible utilizar el puerto A (J18) sin la tarjeta HSMC provista, ya que sólo posee entradas de audio, para conversión analógica/digital, y de reloj diferenciales sin algún soporte para entradas digitales ó de reloj simples. En lugar de la tarjeta HSMC, se conectó un microtablero intermedio de acceso (Debug Header Breakout Board) de 40 pines en J18. Por medio de un cable plano, se incorporaron las señales S_X y S_{XI} al STRATIX III a través de los pines 3 y 4 del conector respectivamente, con el común de cada señal conectado a tierra. Los pines 3 y 4 del microtablero de acceso corresponden a los pines 41 y 42 del conector J18. Estos pines proporcionan entradas digitales CMOS de un bit con un estándar de voltaje igual a 2.5 V. En la referencia [21] se puede revisar la correspondencia de los pines y en [20] los voltajes de operación de las entradas.

MEMORIAS

Para almacenar los datos provenientes de los contadores, se optó por el uso de memoria SRAM embebida en el FPGA, por su facilidad de configuración y operación simple. Se implementa a través de los bloques de memoria embebidos (EMBs) TriMatrix [22]. Los EMBs están clasificados en dos tipos de bloques de memoria: los M9K de 9 kbits y los M144K de 144 kbits, algunas de sus características se muestran en la tabla 3.6.

La utilización de EMBs produce ciertas restricciones que son consideradas en el diseño del prototipo. Primero, como se puede ver en las características del STRATIX III de la sección 3.2.1, los EMBs están limitados a 5,499 kbits de memoria. Segundo, de la tabla 3.6 se observa

Tabla 3.6 Características de los bloques de memoria [EMB].

Característica	M9K	M144K
Desempeño máximo	580 MHz	580 MHz
Capacidad de memoria por bloque [bits]	9,216	147,456
Configuraciones por bloque [No. de palabras x No. de bits por palabra]	8k x 1 4k x 2 2k x 4 1k x 8 1k x 9 512 x 16 512 x 18 256 x 32 256 x 36	16k x 8 16k x 9 8k x 16 8k x 18 4k x 32 4k x 36 2k x 64 2k x 72
Número de bloques totales en el tablero EP3SL150	355	16
Capacidad de memoria total [kbits]	3,195	2,304

que el total de memoria disponible se encuentra dividido de la siguiente manera: 3,195 kbits corresponden a 355 bloques de M9K y 2,304 kbits a los 16 bloques de M144K.

En la descripción del funcionamiento del circuito núcleo se indica que el tamaño de los contadores concuerda con la capacidad de las memorias. En base a las restricciones anteriores, primero se determinó el tamaño de las memorias. Para evitar problemas de velocidad y configuración, es recomendable crear cada memoria del circuito (MEMO1, MEMO2, MEMO3 y MEMO4) con bloques de un sólo tipo, ya sea M9K ó M144K.

Partiendo de las posibles configuraciones para cada tipo de bloque (ver tabla 3.6), se eligió la que permitió un balance entre la máxima longitud de palabra y un número suficiente de localidades de memoria. El máximo número de bits posible por palabra es 36, lo que genera un máximo conteo almacenable en memoria de $2^{36} = 68,719,476,736$. Este resultado se considera innecesario para las frecuencias de las señales de entrada que se usarán en las mediciones, además, no todos los sistemas de cómputo soportan más de 32 bits. El generador Agilent 33220A produce pulsos con una frecuencia máxima de 5 MHz, lo que descarta la opción de usar 32 bits como longitud de palabra ya que $2^{32} = 4,294,967,296$ (el diseño se hizo bajo la consideración de capturar algunos *segundos* — no minutos — de información). Por todo esto, el número de bits por palabra más adecuado es 18, resultando como máximo valor a almacenar $2^{18} = 262,144$. El número de palabras totales almacenables en cada memoria está dado por la máxima capacidad de memoria por tipo de bloque. Las memorias MEMO1 y MEMO2 se implementan en los bloques M144K, mientras que las memorias MEMO3 y MEMO4 se implementan en los bloques M9K. Utilizando los 16 EMBS de M144K, 8 para MEMO1 y 8 para MEMO2 se tiene que es posible almacenar $2^{16} = 65,536$ palabras de 18 bits en cada una. El bus de direcciones es de 16 bits. Por lo tanto, la dimensión de las memorias es de 64k x 18 bits. Como se mantiene congruencia, MEMO3 y MEMO4 tienen las mismas dimensiones. Para MEMO3 y MEMO4 se emplearon 128 bloques M9K para cada una, teniendo un sobrante de 99 bloques los cuales corresponden a 891 kbits libres.

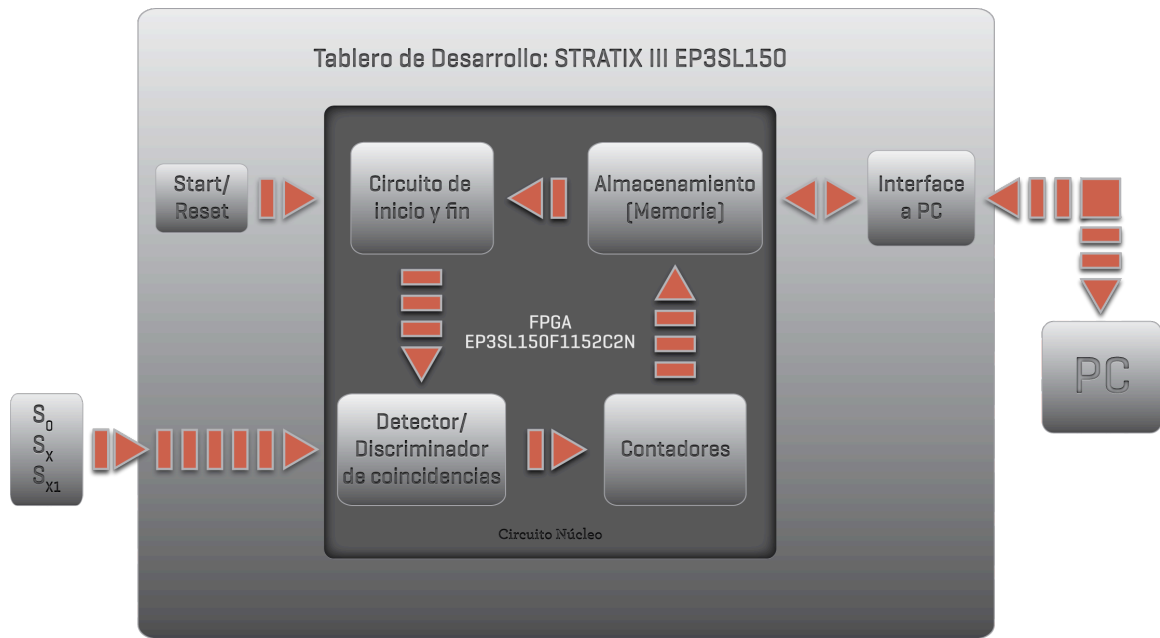


Figura 3.6 Distribución de los bloques del sistema en el tablero Stratix III EP3SL150.

3.2.4 IMPLEMENTACIÓN EN EL TABLERO STRATIX III

El tablero de desarrollo STRATIX III es la parte principal del prototipo experimental. En esta sección se dan a conocer los detalles importantes que hicieron posible la implementación. Cualquier detalle omitido por ser considerado parte del conocimiento propio del tablero ó

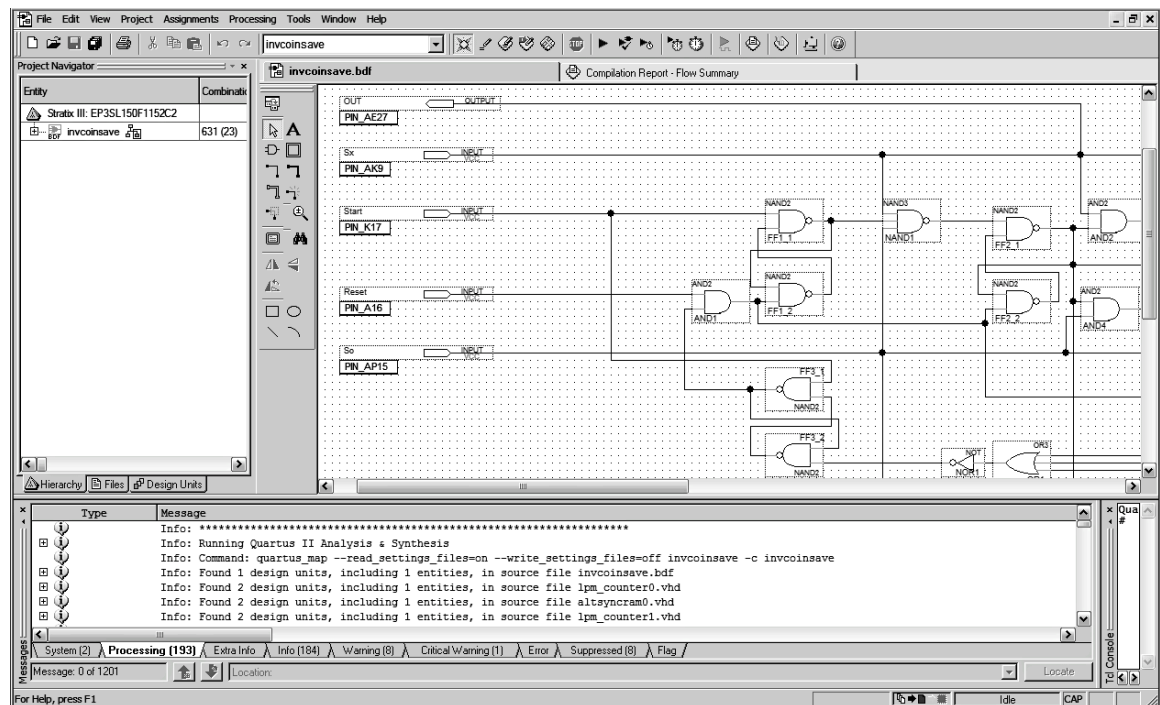


Figura 3.7 Interface gráfica del programa Quartus II.

del manejo de software puede ser consultado en las referencias [19-20] invertidas respectivamente.

En general, el circuito núcleo (sección 3.1.2) fue programado en el FPGA mientras que los periféricos de start/reset e interface a PC fueron implementados en el tablero. El diagrama que se despliega en la figura 3.6 ejemplifica la distribución de los bloques del sistema en el tablero de desarrollo.

El proceso de implementación fue realizado utilizando la interface gráfica (GUI) del programa Quartus II (ver figura 3.7). Para su descripción, se dividió en las siguientes fases: creación de proyecto, diseño: diagrama de circuito, asignación de pines, compilación integral y programación del dispositivo.

CREACIÓN DE PROYECTO

La primer fase de la implementación fue la creación de un proyecto con las especificaciones del STRATIX III EP3SL150.

DISEÑO: DIAGRAMA DE CIRCUITO

Se generó un diagrama de circuito/bloques en donde se elaboró el circuito núcleo y periféricos (start/reset e interface a PC) con la ayuda del Block Editor y el MegaWizard Plug-in Manager del Quartus II. Además, se agregaron 2 instancias ajenas al sistema. La primera, una salida denominada OUT que se conecta a un osciloscopio para revisar las señales en las etapas del proceso. La segunda, una red de 8 diodos LED (LEDs) que sirve de indicador para ver que el contador CONT3 está funcionando y saber cuando termina el proceso.

Los elementos de entrada start/reset se implementaron en el tablero STRATIX III a través del par de interruptores S2 y S3. Son interruptores tipo push-button que operan a 2.5 volts. Estos interruptores están disponibles para uso genérico y se insertaron al diagrama por medio de dos símbolos de entrada. Al igual que los interruptores, para cada una de las entradas S_0 , S_X y S_{X1} se ingresó un símbolo de entrada.

Todos los elementos lógicos simples del circuito núcleo fueron colocados en el diagrama por medio de su símbolo de compuerta correspondiente. Los elementos complicados como contadores y memorias fueron creados con el MegaWizard Plug-in Manager. Esta herramienta del Quartus II permite configurar los dispositivos bajo ciertas especificaciones.

Las memorias se configuraron con la dimensiones provistas en la sección de consideraciones de memoria. A través del MegaWizard Plug-in, se crearon 4 bloques de memoria «altsyncram» de $64k \times 18$ bits. Durante la configuración, fue necesario elegir el tipo de EMBS requerido para cada memoria (M144K ó M9K). Indicar el valor predeterminado de inicialización de las memorias (nivel o lógico). Seleccionar la opción de acceso al contenido de memoria a través del In-System Memory Content Editor. Por último, asignar un indicador, banderilla ó marcador a cada memoria, para que el contenido pueda ser accedido por medio de este.

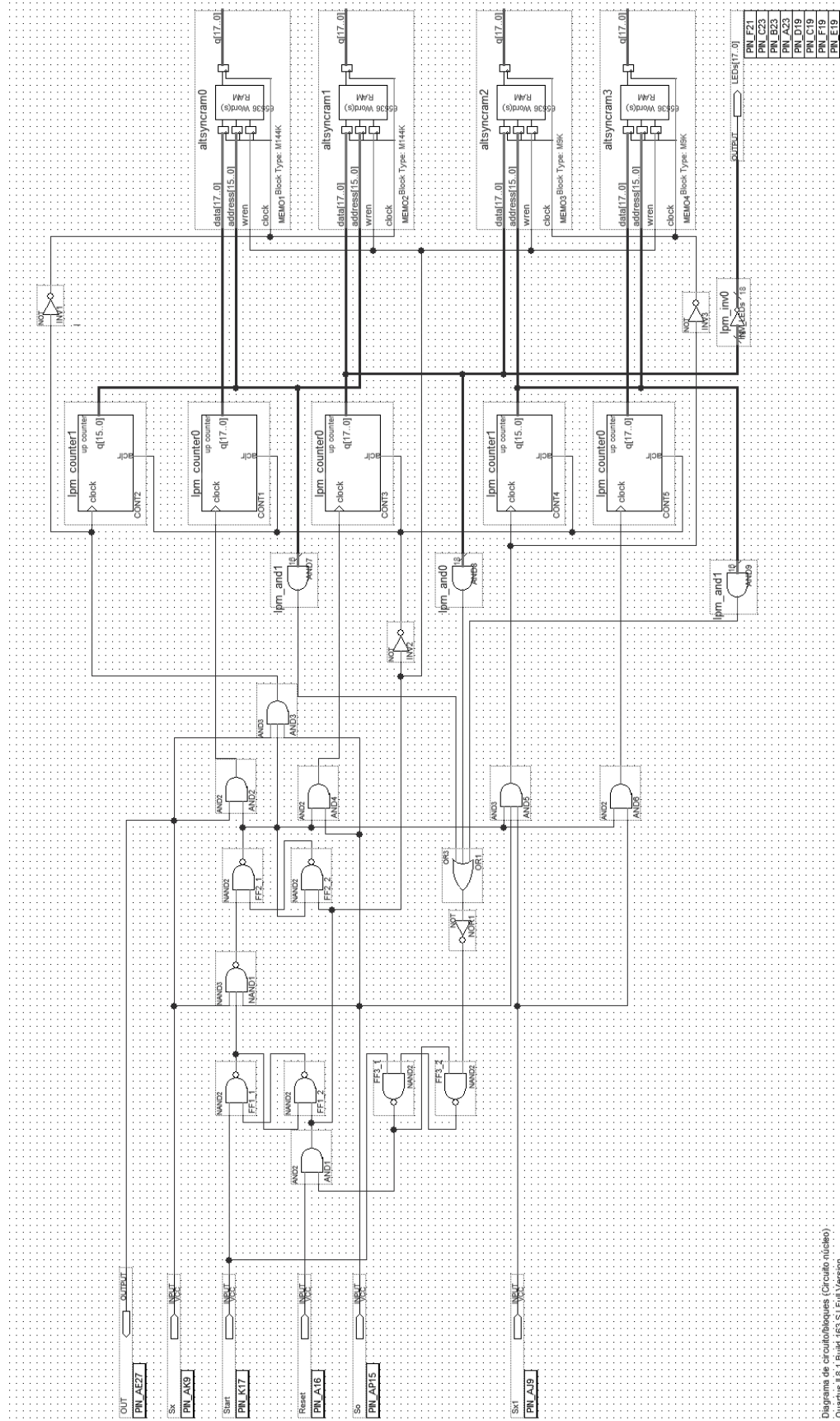


Figura 3.8 Diagrama de circuito/bloques construido en el programa Quartus II.

Los indicadores se asignaron con referencia a los datos que contendría cada memoria. Por ejemplo, para la memoria MEMO1 se le colocó la banderilla 'Nx' porque almacena el conteo de pulsos de S_X . Para MEMO2, MEMO3 y MEMO4 se asignaron los indicadores 'No', 'No1' y 'Nx1' respectivamente.

El diseño de los contadores no presenta mayor complejidad, se agregaron 5 bloques «lpm-counter» al diagrama. El número de bits de cada contador depende si está conectado al bus de datos ó al de dirección de las memorias ($64k \times 18$ bits). CONT1 cuenta los pulsos de S_X , que posteriormente se almacenan en MEMO1, por lo que el número de bits de CONT1 es igual a la longitud de palabra de MEMO1 e igual a 18 bits. Lo mismo sucede con CONT3, que proporciona los datos que se guardarán en MEMO2 generando una longitud de 18 bits. En cambio, CONT2 se encarga de contar los pulsos de coincidencia entre S_X & S_O ; este número de coincidencia proporciona la dirección para MEMO1 y MEMO2 en donde se guardan los conteos registrados (en ese momento) de S_X y S_O respectivamente. Entonces, el número de bits de CONT2 debe de concordar con la longitud de dirección de MEMO1 y MEMO2, siendo igual a 16 bits. Siguiendo la misma lógica, se determinaron los contadores restantes. CONT4 resultó de 16 bits, mientras que CONT5 de 18 bits.

Las salidas mostradas en el circuito núcleo son las salidas de las memorias, porque se pretende leer ó vaciar su contenido para procesamiento posterior. La implementación en el STRATIX III, obligó que las memorias fuesen leídas a través del In-System Memory Content Editor evitando añadir un símbolo de salida para cada salida de memoria. Conociendo el indicador que se le asignó en la configuración de las memorias, es suficiente para acceder a su contenido.

Las salidas que se agregaron en el diagrama realizado en el Quartus II corresponden a la salida OUT y a la salida del contador CONT3. OUT se conecta a un osciloscopio para revisar algún nodo del circuito. Mientras que los 8 bits más significativos de la salida del contador CONT3 se conectan a los 8 LEDs del tablero (D20-D27). Estos LEDs sirven para observar — parcialmente — que las coincidencias (S_X & S_O) están siendo contadas y que a su vez proporcionan un valor de dirección a las memorias.

La interface a PC se implementó indirectamente cuando se instaló el programa Quartus II en la computadora. Al momento de instalar el controlador (driver) para el USB-Blaster, se generó una interface en donde por medio de la herramienta In-System Memory Content Editor se transmiten por USB los datos de las memorias a la PC.

El diagrama de circuito/bloques elaborado en el programa Quartus II en esta etapa se muestra en la figura 3.8.

ASIGNACIÓN DE PINES

Una vez completo el diagrama de circuito/bloques se asignaron los identificadores de los pines a las entradas y salidas del circuito. Utilizando el Pin-Planner, se indicaron los pines del FPGA que servirían de entrada ó salida al circuito. Para los elementos en el tablero, tales

Tabla 3.7 Asignación de pines para entradas y salidas del circuito.

Nombre del nodo	Dirección	Locación	Banco I/O	Grupo VREF	Estándar I/O
S_0	Input	PIN_AP15	4C	B4C_NO	2.5 V [default]
S_x	Input	PIN_AK9	4A	B4A_NO	2.5 V [default]
S_{x1}	Input	PIN_AJ9	4A	B4A_NO	2.5 V [default]
START	Input	PIN_K17	7C	B7C_NO	2.5 V [default]
RESET	Input	PIN_A16	7C	B7C_NO	2.5 V [default]
OUT	Output	PIN_AE27	2A	B2A_NO	2.5 V [default]
LEDs[17]	Output	PIN_F21	8C	B8C_NO	2.5 V [default]
LEDs[16]	Output	PIN_C23	8C	B8C_NO	2.5 V [default]
LEDs[15]	Output	PIN_B23	8C	B8C_NO	2.5 V [default]
LEDs[14]	Output	PIN_A23	8C	B8C_NO	2.5 V [default]
LEDs[13]	Output	PIN_D19	8C	B8C_NO	2.5 V [default]
LEDs[12]	Output	PIN_C19	8C	B8C_NO	2.5 V [default]
LEDs[11]	Output	PIN_F19	8C	B8C_NO	2.5 V [default]
LEDs[10]	Output	PIN_E19	8C	B8C_NO	2.5 V [default]
LEDs[9..0]	Output	NA	NA	NA	2.5 V [default]

como los interruptores y LEDs, es sencillo ubicar los pines a los que se encuentran conectados por medio del manual [20]. Sin embargo, para las entradas S_0 , S_x y S_{x1} fue necesario tomar en cuenta las consideraciones mencionadas en la sección 3.2.3. La asignación de pines correspondiente al diagrama de circuito se presenta en la tabla 3.7, también puede ser apreciada en la figura 3.8.

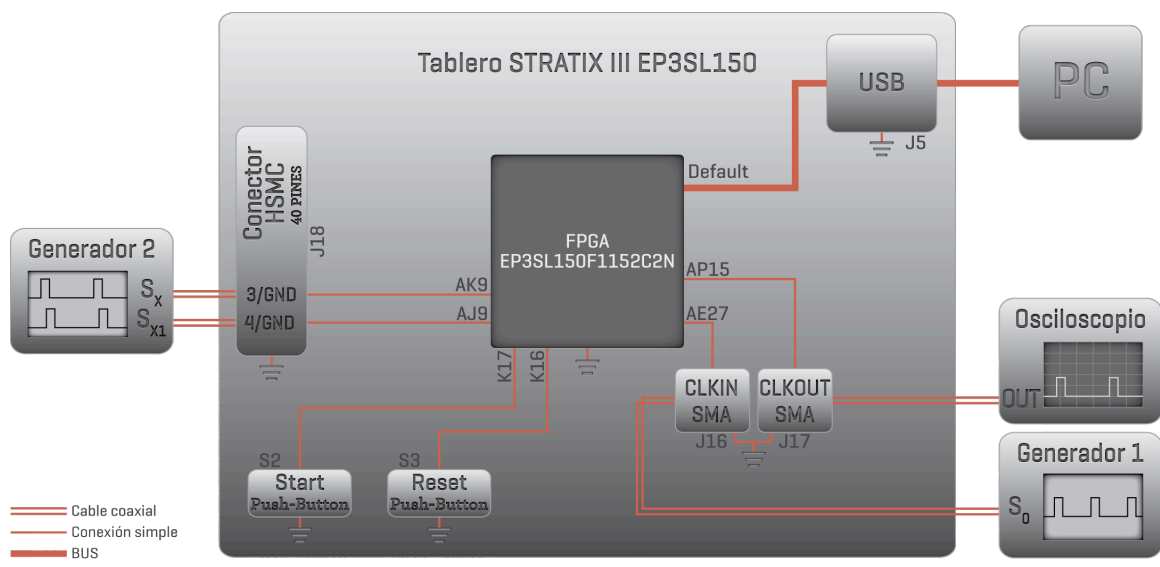


Tabla 3.8 Reporte de compilación Integral [Resumen de Flujo].

Rubro	Estado
Status del flujo	Successful
ALUTs combinacionales	631/113,600 [<1%]
ALUTs de memoria	0/56,800 [0%]
Registros lógicos dedicados	420/113,600 [<1%]
Total de pines	29/744 [4%]
Pines Virtuales	0
Bits de bloques de memoria [EMB]	4,718,592/5,630,976 [84%]
Elementos de bloque DSP de 18 bits	0/384 [0%]
Total de PLLs	0/8 [0%]
Total de DLLs	0/4 [0%]

COMPILACIÓN INTEGRAL

La penúltima fase del proceso es la compilación, se le denominó integral porque realiza los procesos de síntesis del diseño, asignación de recursos y análisis de tiempos. El resumen de flujo provee un listado de los recursos utilizados. En la tabla 3.8 se muestran los resultados de la compilación. Como se puede observar, el diseño del circuito sólo abarcó menos del 1% de los componentes lógicos disponibles en el FPGA, mientras que utilizó un 84% de los bloques de memoria embebida.

PROGRAMACIÓN DEL DISPOSITIVO

Sin presentar algún error durante la compilación, el diseño del circuito fue implementado en el STRATIX III por medio de la herramienta de Quartus II llamada «Programmer». El dispositivo FPGA fue programado en modo JTAG (IEEE STD. 1149.1) a través del cable de USB y utilizando el controlador (driver) USB-Blaster. Después de obtener el 100% en la barra del programador, el tablero está habilitado para ser utilizado en la medición de fase.



Figura 3.10 Montaje real del prototipo experimental de medición de fase.

3.2.5 MONTAJE DEL PROTOTIPO

En la figura 3.9 se exhibe el diagrama de montaje del prototipo experimental, indicando los identificadores y pines involucrados del tablero de desarrollo. Se constituye de la conexión de los generadores, osciloscopio y PC al tablero STRATIX III previamente programado. El generador 1 (33220A) proporciona la señal de referencia S_0 al conector J16 por medio de un cable coaxial con conectores SMA. El generador 2 (AFG 3022) inyecta las señales S_X y S_{XI} a los pines 3 y 4 del conector plano ensamblado en el puerto J18, utilizando 2 micropruebas. La salida del conector J17 se conectó al osciloscopio a través de un cable coaxial con conector SMA. La computadora (PC) se conectó al STRATIX III en el puerto J5 por medio de un cable USB común. La fotografía del montaje real del prototipo se exhibe en la figura 3.10.

3.2.6 PROGRAMA EN MATLAB

Para completar el proceso de medición de fase, se realizó un programa en Matlab que se emplea para ejecutar las siguientes tareas:

1. Importar los archivos generados al momento de exportar el contenido de las memorias MEMO1-MEMO4. A través del In-System Memory Content Editor, se exportan los valores en memorias en archivos con extensión 'hex'.
2. Convertir los valores hexadecimales de las memorias a valores decimales para cada instancia (N_0 , N_X , N_{OI} y N_{XI}).
3. Depurar de los datos fuera de contexto. Debido a que los anchos de pulsos de coincidencia que activan la escritura de las memorias son variables, en algunos casos, los tiempos de operación necesarios no son respetados. Suscitando que algunos valores se almacenen parcialmente ó no se logren almacenar por completo en memoria, por lo que se creó un algoritmo sencillo para depurarlos.
4. Convertir a periodos completos. Hasta este punto, los datos han sido acondicionados y depurados pero siguen siendo conteos de pulsos registrados por cada coincidencia detectada. Para que el método sea aplicable, es imprescindible convertir el número de pulsos a número de periodos completos. Esto se logra restando el número de pulsos N_0 , registrados en la coincidencia de inicio, a los valores subsecuentes de N_0 y todos los valores de N_X , N_{OI} y N_{XI} .
5. Limitar los datos a procesar, restringiendo los tiempos de medición a 0.1 s, 0.5 s y 1 segundo. De esta forma, se reduce el tiempo de procesamiento ya que un medidor debe arrojar un resultado en un tiempo no mayor a un segundo para considerarse diligente.
6. Procesar los datos para calcular las mediciones de periodo y fase. Así como los errores relativos de medición. Principalmente, son 4 las formas de estimación de periodo que se

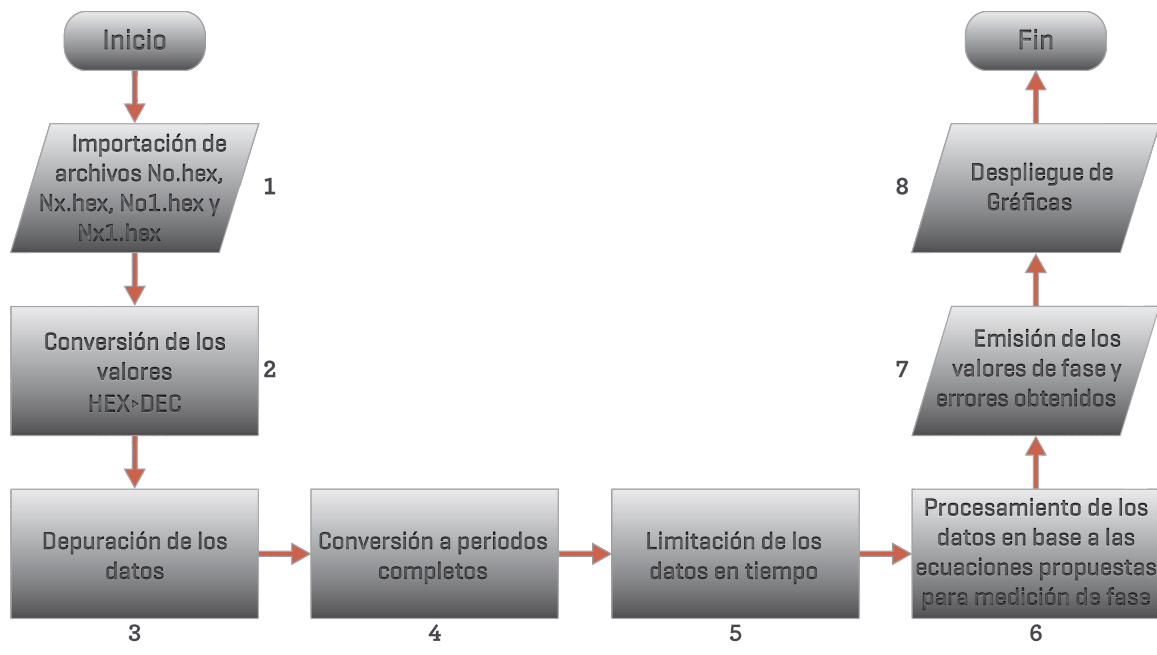


Figura 3.11 Diagrama flujo del programa en Matlab.

sustituyen en la aproximación de fase. Los algoritmos de cálculo empleados, se derivan del capítulo 2 y se complementan en el capítulo 5, secciones 5.1–5.4.

7. Emitir un resultado final de medición de fase así como los errores relativos y absolutos correspondientes.
8. Desplegar las gráficas resultantes de la medición de fase, haciendo un estudio comparativo de las formas de obtención de la medición así como los errores relativos.

El diagrama de flujo puede ser apreciado en la figura 3.11. El correspondiente código del programa en Matlab es presentado en el apéndice A.

3.2.7 DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN

El proceso general de medición de fase² es representado por el diagrama de flujo expuesto en la figura 3.12. Básicamente, está constituido de los siguientes pasos:

1. Analizar la situación inicial. Si el prototipo ya se encuentra montado pasar al paso 3, sino continuar con el paso 2.
2. Montar el prototipo de acuerdo con las indicaciones presentadas en la sección 3.2.5. Además, se debe proporcionar “energía regulada” a cada uno de los dispositivos.
3. Configurar el equipo. En este paso, se programa el diseño del circuito núcleo en el STRATIX III por medio del Quartus II. Se configuran los generadores con los valores re-

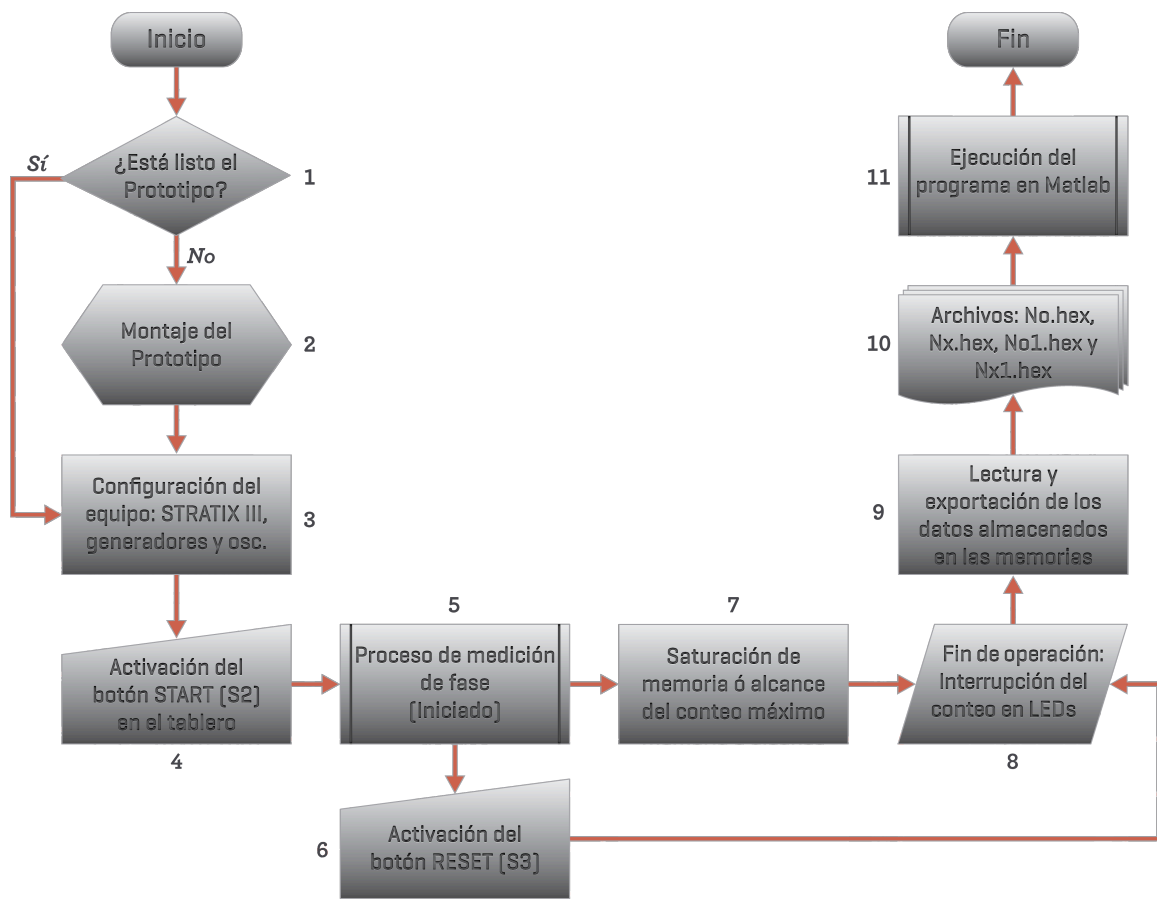


Figura 3.12 Diagrama de flujo del procedimiento de medición de fase.

queridos para la medición de fase. El osciloscopio es un elemento de prueba del prototipo que permite verificar las señales en el circuito moviendo la conexión en el diagrama de circuito y cuya configuración es variable.

4. Iniciar la medición al presionar el interruptor de START (S2) en el tablero STRATIX III.
5. Procesar la medición de fase. La operación del circuito núcleo en el FPGA se encuentra en curso.
6. Si durante la operación del circuito núcleo el interruptor de RESET (S3) es presionado, el proceso se interrumpe y avanza al paso número 8.
7. La operación del circuito núcleo termina cuando se ha llenado alguna de las memorias ó cuando el conteo máximo de S_0 es alcanzado. Ver funcionamiento del circuito núcleo en la sección 3.1.2.
8. Los indicadores LEDs muestran los 8 bits más significativos del conteo de los pulsos de S_0 . Lo que permite saber que la operación está siendo llevada a cabo. Cuando los LEDs se apagan es indicio que cualquiera de los dos sucesos anteriores (6 ó 7) ocurrieron.

9. Una vez terminada la operación del circuito, es preciso abrir la herramienta In-System Memory Content Editor para leer y exportar los valores almacenados en las memorias.
10. Los archivos generados en la exportación se denominaron: No.hex, Nx.hex, No1.hex y Nx1.hex. Correspondientes al conteo de pulsos.
11. El último paso del proceso implica colocar los archivos anteriores en el mismo directorio donde se encuentra el programa en Matlab (ver sección anterior). Posteriormente, ejecutar dicho programa para que los valores de fase y errores relativos — para cada técnica de estimación — sean mostrados en la ventana de comando de Matlab, además que las gráficas pertinentes sean desplegadas en su correspondiente ventana.

RESULTADOS PREVIOS DEPENDIENTES DEL MUESTREO

La presentación de los siguientes resultados — producto de la experimentación preliminar con sistemas de adquisición de datos — es de suma importancia para el actual trabajo. Estos resultados proporcionan una visión del comportamiento de la información (valores de periodo y fase) que su vez permiten concluir que un simple promedio de los valores de fase es suficiente para lograr resultados adecuados para determinadas aplicaciones.

4.1 SISTEMA DE CAPTURA DE SEÑALES MUESTREADAS

Previamente a la obtención de resultados de medición de fase para este trabajo de tesis, se obtuvo una serie de resultados preliminares a través del sistema de adquisición de datos conocido como dSPACE.

4.1.1 IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA EN DSPACE

DSPACE

Es un sistema de captura de señales en tiempo real para aplicaciones de control. Posee sólo 4 entradas de captura simultánea (ADC). El periodo de muestreo establecido por el sistema es de $10\ \mu\text{s}$ — la frecuencia de muestreo correspondiente igual a 100 kHz.

IMPLEMENTACIÓN

Se utilizaron 3 de las 4 entradas (A-D) disponibles del dSPACE para capturar las señales S_0 , S_X y S_{Xl} . Estas señales fueron ingresadas al sistema por medio de los generadores:

- ▶ TEKTRONIX AFG 3021B. Generador de funciones arbitrarias de un sólo canal $S_0(T_0)$.
- ▶ TEKTRONIX AFG 3102. Generador de funciones arbitrarias DUAL:
 - Canal 1 $S_X(T_X)$ y
 - Canal 2 $S_{Xl}(T_X \text{ con } t_\phi)$.

Tabla 4.1 Características de las señales S_0 , S_X y S_{X1} empleadas en el sistema dSPACE.

Tiempo total de captura = 10 s		
Datos del tren de pulsos S_0	Datos del tren de pulsos S_X	Datos del tren de pulsos S_{X1}
$T_0 = 100\text{e-}6$ s $f_0 = 10$ kHz $\tau_0 = 30\text{e-}6$ s	$T_X = 135.12586\text{e-}6$ s $f_X = 7.400507941$ kHz $\tau_X = 30\text{e-}6$ s	$T_{X1} = 135.12586\text{e-}6$ s $f_{X1} = 7.400507941$ kHz $\tau_{X1} = 30\text{e-}6$ s $t_\phi = 50\text{e-}6$ s

A través de la plataforma de Matlab, el sistema dSPACE exporta las muestras capturadas correspondientes a las señales en archivos con extensión ‘mat’. Este formato es importado fácilmente por un programa realizado que ejecuta las siguientes tareas:

- ▶ Lee el archivo con los datos de las señales muestreadas.
- ▶ Obtiene las coincidencias entre las señales.
- ▶ Registra el conteo de pulsos en cada coincidencia.
- ▶ Manipula los números de pulsos para obtener todos los posibles valores t_ϕ .
- ▶ Expone a través de gráficas las posibilidades “reales” del método.

En la siguiente sección se muestran los resultados logrados con este sistema preliminar.

4.2 RESULTADOS OBTENIDOS POR EL SISTEMA DSPACE

Se llevó a cabo la captura de las muestras de las señales S_0 , S_X y S_{X1} utilizando un valor fijo de periodo T_0 , diferentes valores de periodo T_X y fase t_ϕ . Dado que los resultados son similares en la conclusiones establecidas, sólo se presenta el caso proveniente de los datos expuestos en tabla 4.1.

4.2.1 RESULTADOS: MEDICIÓN DE PERIODO

Primero, se obtuvieron todos los posibles valores de T_X en base a la razón de N_0/N_X y el periodo de referencia T_0 . Posteriormente, se calculó el error relativo de cada uno de los valores obteniendo la figura 4.1. En la gráfica, se observa que el error relativo en la medición de periodo tiende a disminuir conforme pasa el tiempo — como se planteó en la sección 2.2.1. El valor aproximado de T_X converge al valor conocido porque el error relativo mantiene una media centrada en el valor cero.

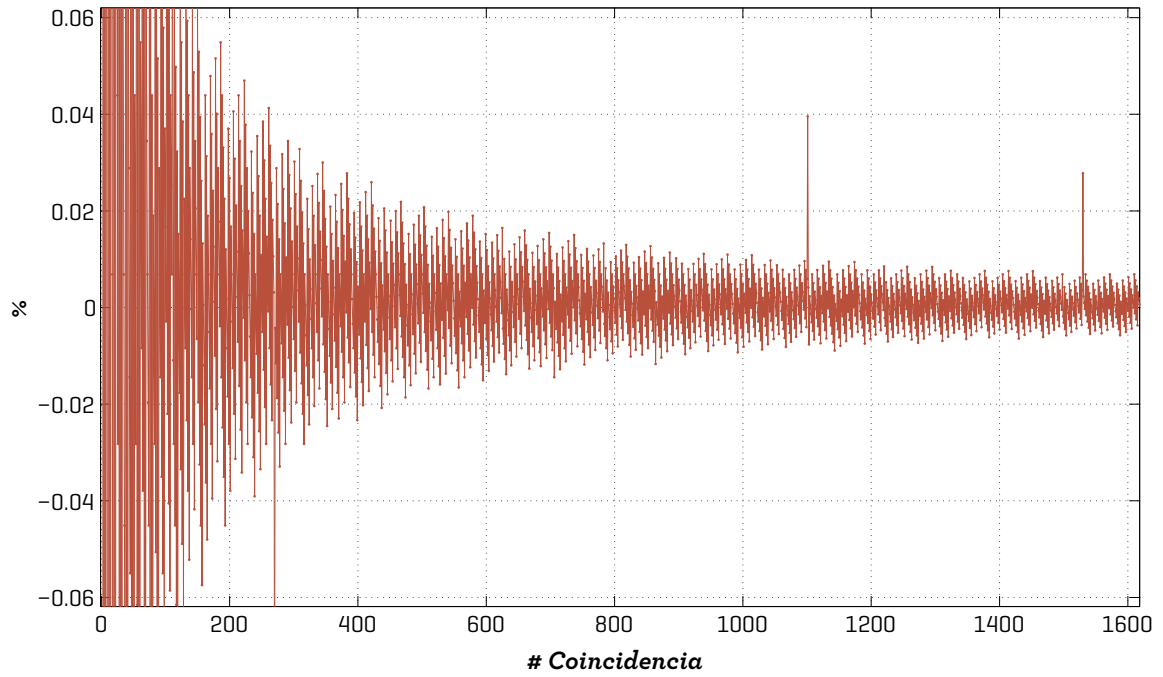


Figura 4.1 Error relativo de medición de periodo T_X . Datos obtenidos por medio del sistema dSPACE y procesamiento en Matlab.

4.2.2 CONVERGENTES DEL ALGORITMO DE EUCLIDES

Una ligera modificación al programa existente, permitió calcular las convergentes del algoritmo de Euclides (Q_i, P_i) y localizar los valores de N_X y N_O iguales a ellas. Las convergentes calculadas y encontradas se muestran en la tabla 4.2.

Tabla 4.2 Convergentes del algoritmo de Euclides para T_O y T_X .

P_i	Q_i	Δ_i	Encontrada
1	1	3512586	
3	2	-2974828	
4	3	537758	*
23	17	-286038	*
27	20	251720	*
50	37	-34318	*
377	279	11494	*
804	595	-11330	*
1181	874	164	*
82293	60901	-14	*
906404	670785	10	
988697	731686	-4	
2883798	2134157	2	
6756293	5000000	0	

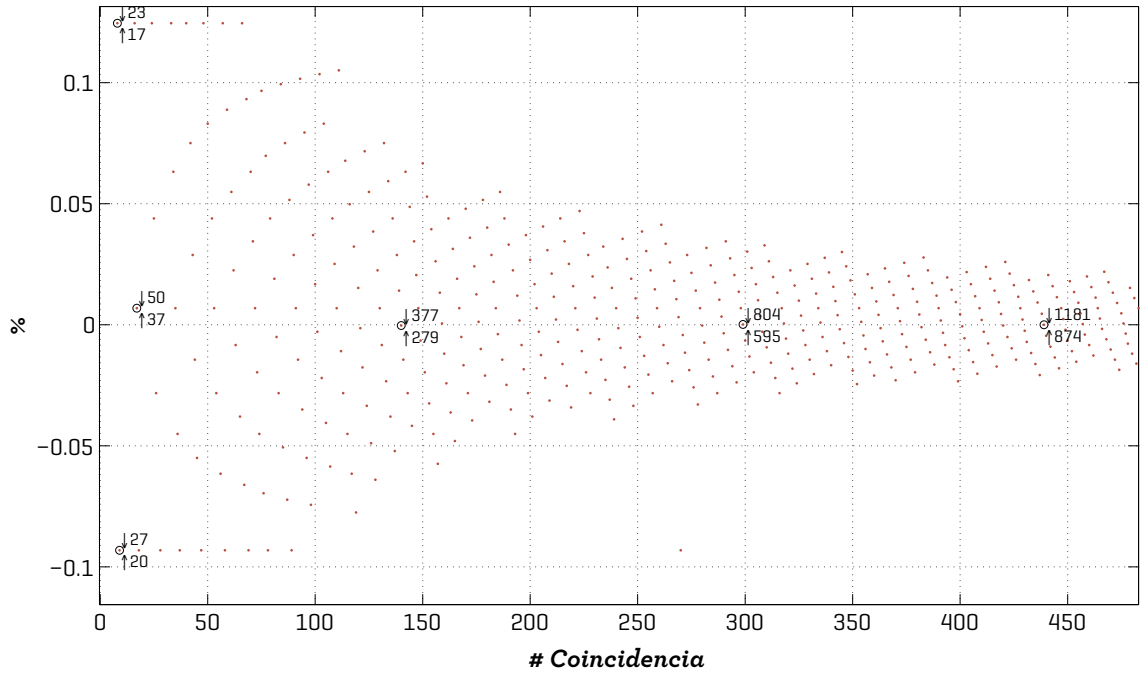


Figura 4.2 Error relativo de medición de periodo T_X localizando las convergentes del algoritmo de Euclides.

Convenientemente, en la figura 4.2 se muestra la localización de las convergentes encontradas en la gráfica de error relativo.

La obtención de las convergentes permitió concluir — en esta etapa — que los valores Q_i y P_i de mayor grado posible (i = máximo encontrado) ofrecen la aproximación de menor error. En base a ellos, se contempla la posibilidad de determinar un «start-stop» para medición de fase; siempre que los periodos T_0 y T_X se mantengan estables.

Este sistema hizo posible respaldar el hecho — establecido en el capítulo 2 — sobre la estrecha relación que existe entre el algoritmo de Euclides y el proceso de medición de periodo en base a coincidencias. En la figura 4.2 fueron marcados los valores de periodo en los que N_X y N_0 son iguales a las convergentes del algoritmo de Euclides. Para este caso, no todos los valores de las convergentes fueron encontrados ya que es necesaria la captura de más muestras (aumentando el tiempo de medición).

4.2.3 RESULTADOS: MEDICIÓN DE FASE

Además de los valores de N_X y N_0 para medición de periodo, se obtuvieron los valores N_{01} y N_{X1} para la medición de fase. En este caso, para lograr las mediciones de tiempo de desfaseamiento fue suficiente sustituir el valor de periodo establecido en el generador.

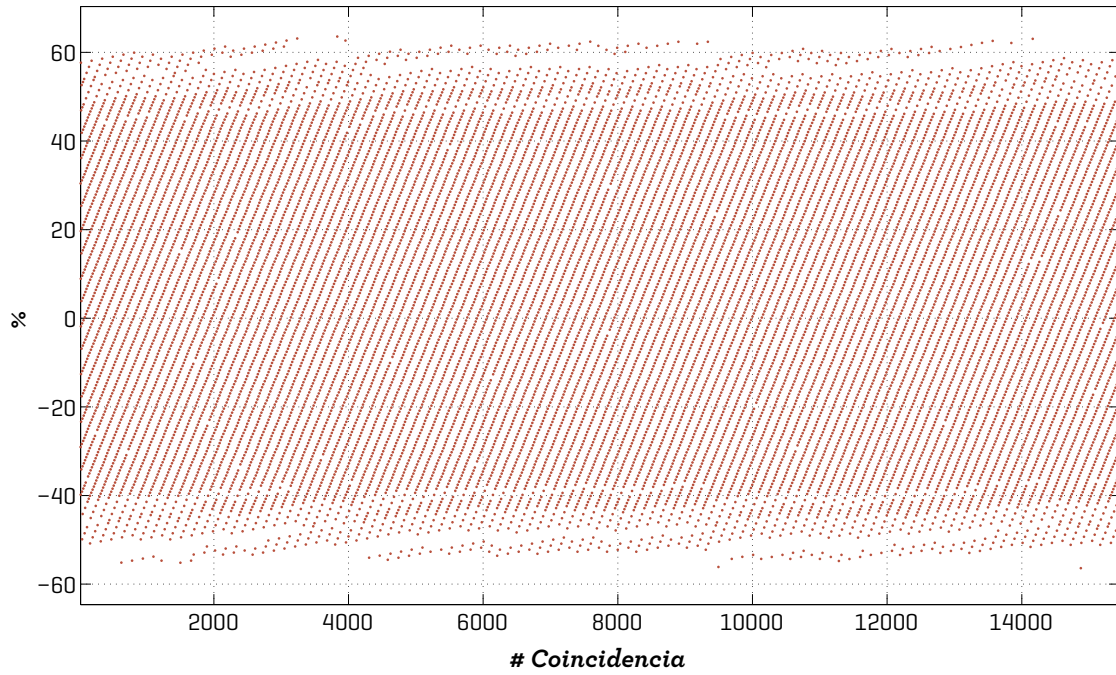


Figura 4.3 Error relativo de medición de tiempo de desfaseamiento t_ϕ . Datos obtenidos por medio del sistema dSPACE y procesamiento en Matlab.

En la figura 4.3 se observa que el error relativo en la medición de tiempo de desfaseamiento

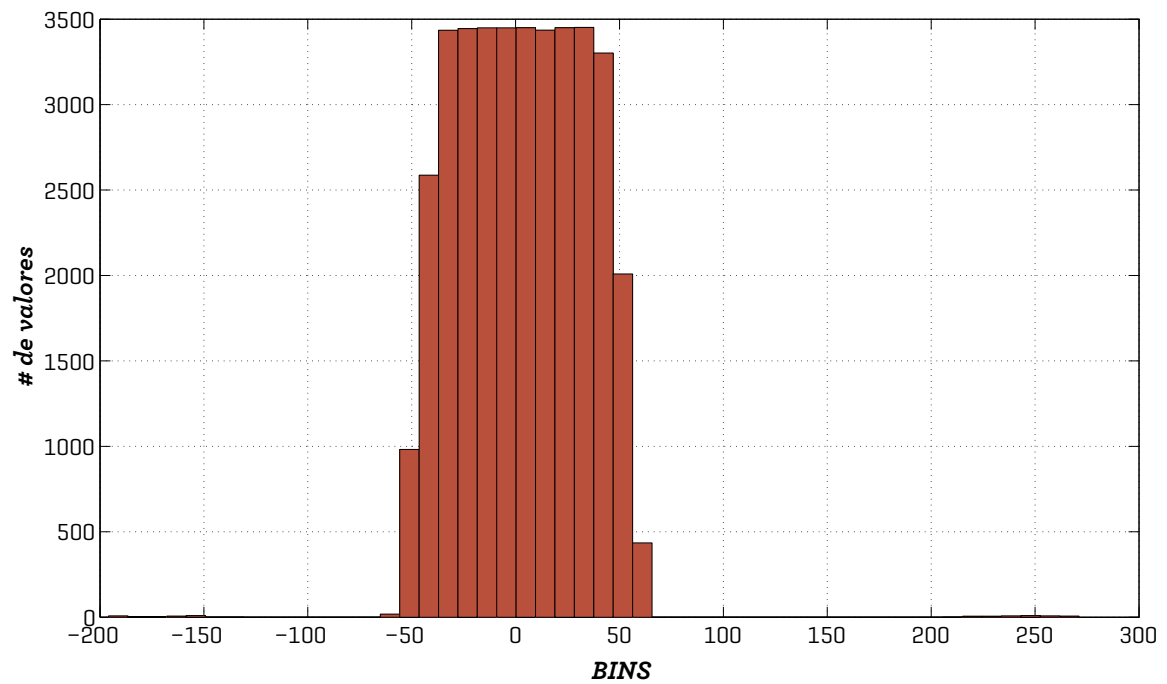


Figura 4.4 Histograma del error relativo de medición de tiempo de desfaseamiento t_ϕ . Datos obtenidos por medio del sistema dSPACE y procesamiento en Matlab.

mantiene una media aritmética cercana a cero, lo que lleva a deducir que promediar los valores de tiempo de desfasamiento obtenidos para cada instancia (coincidencia registrada), produce el resultado de tiempo de desfasamiento cercano al valor establecido ó preconocido de fase.

Otra forma de analizar el comportamiento de los datos es a través de la figura 4.4, donde se expone el histograma correspondiente a los valores de error relativo mostrados en la figura 4.3. Los datos de las estimaciones de fase manifiestan una '*distribución uniforme*' semicentrada en cero. Por lo tanto, la media aritmética ó promedio es la mejor opción para obtener tiempo de desfasamiento utilizando el valor preconocido de T_X en los cálculos, produciendo una aproximación bastante cercana al valor establecido de t_ϕ en el generador.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este capítulo, se dan a conocer los resultados obtenidos de las mediciones de la diferencia de fase entre dos señales pulsadas (S_X y S_{X1}), utilizando el prototipo experimental descrito en el capítulo 3. Las mediciones se realizaron bajo las siguientes condiciones de configuración:

- ▶ Los anchos de pulsos de las señales S_0 , S_X y S_{X1} son ‘iguales’ ($\tau_0 = \tau_X = \tau_{X1} = \tau$).
- ▶ Los valores elegidos de periodo T_0 y T_X son *primos relativos*. $T_0 = 100 \mu s$ y $T_X = 135.12583 \mu s$. Debido a que el objetivo principal de la tesis es medir fase, estos valores se mantuvieron fijos durante las mediciones.
- ▶ Las amplitudes de los trenes de pulsos son ‘iguales’ ($A_0 = A_X = A_{X1} = A$) y fueron configuradas a 2.5 volts, de acuerdo con los niveles de voltaje de operación de las entradas del tablero STRATIX III.
- ▶ Se emplearon tres tiempos de medición: *un segundo*, *medio segundo* y *un décimo de segundo*. Estos tiempos fueron establecidos, en la programación, para limitar tiempo de medición — reduciendo el número de coincidencias a procesar. Dado que el prototipo experimental captura información hasta que alguno de los contadores^② llega a su máximo, la cantidad de datos registrados puede alcanzar hasta 2^{16} .

En total, se realizaron 40 mediciones de fase donde se varió el ancho de los pulsos (τ) y la fase a medir (t_ϕ). Los valores de los parámetros variables (entre mediciones) configurados se presentan en la tabla 5.1.

En las siguientes secciones, se muestran los resultados agrupados de acuerdo a la forma utilizada para el cálculo de periodo y tiempo de desfaseamiento. Dada la gran cantidad de gráficas que se derivan de las 40 mediciones para los 3 tiempos de medición, fue necesario presentar sólo las gráficas de 8 de los 40 casos para un segundo de medición. En la tabla 5.1, los ocho casos aparecen sombreados y son válidos para los 3 tiempos de medición establecidos en el programa. Todos los valores de fase medidos, expresados en términos de los errores relativo y absoluto, son compilados en una tabla y presentados en su correspondiente sección.

② Si CONT2 ó CONT4 alcanzan su valor máximo antes que CONT3, significa que alguna de las memorias habrá llegado a su capacidad máxima (65 536 localidades), deteniendo el proceso de medición. Revisar secciones 3.1.2 y 3.2.3.

Tabla 5.1 Parámetros variables de medición.

$\tau \backslash t_\phi$		Tiempo de desfaseamiento (t_ϕ) entre S_X y S_{X1}									
		10 ns	100 ns	500 ns	1 μ s	5 μ s	10 μ s	15 μ s	30 μ s	40 μ s	70 μ s
Anchos de pulso τ_0 = τ_X = τ_{X1}	1 μ s	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	5 μ s	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	10 μ s	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	30 μ s	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

5.1 RESULTADOS OBTENIDOS DE PERIODO T_X

En esta sección, se presentan los resultados logrados de medición de periodo. Es importante conocer el comportamiento de los valores de periodo para comprender la dinámica de los resultados de medición de fase. Se recuerda que la medición de periodo es crucial, porque el valor T_X es acarreado hasta la ecuación de medición de fase (ec. 2.41).

Las aproximaciones de T_X fueron calculadas con la ecuación 2.63, mientras que el error relativo fue calculado con la siguiente ecuación:

$$Error_{rel}(k) = \frac{\frac{N_0(k)}{N_X(k)} T_0 - T_{X_{establecido}}}{T_{X_{establecido}}} 100\%. \quad (5.1)$$

A continuación, se muestran las gráficas de los errores relativos de periodo para los 4 diferentes anchos de pulso y los 2 valores de fase seleccionados — en un segundo de medición. Además, se colocaron las convergentes del algoritmo de Euclides encontradas [$Q_i = N_X(k)$, $P_i = N_0(k)$] en el proceso, en base a los valores conocidos ó establecidos de T_X y T_0 .

En las figuras 5.1 y 5.2, se observa que el error relativo de medición de periodo tiende disminuir conforme pasa el tiempo. Sin embargo, es evidente que el proceso de medición diverge negativamente, lo que indica una desviación del valor establecido de T_X . Cabe notar que sólo dos convergentes del algoritmo de Euclides fueron localizadas.

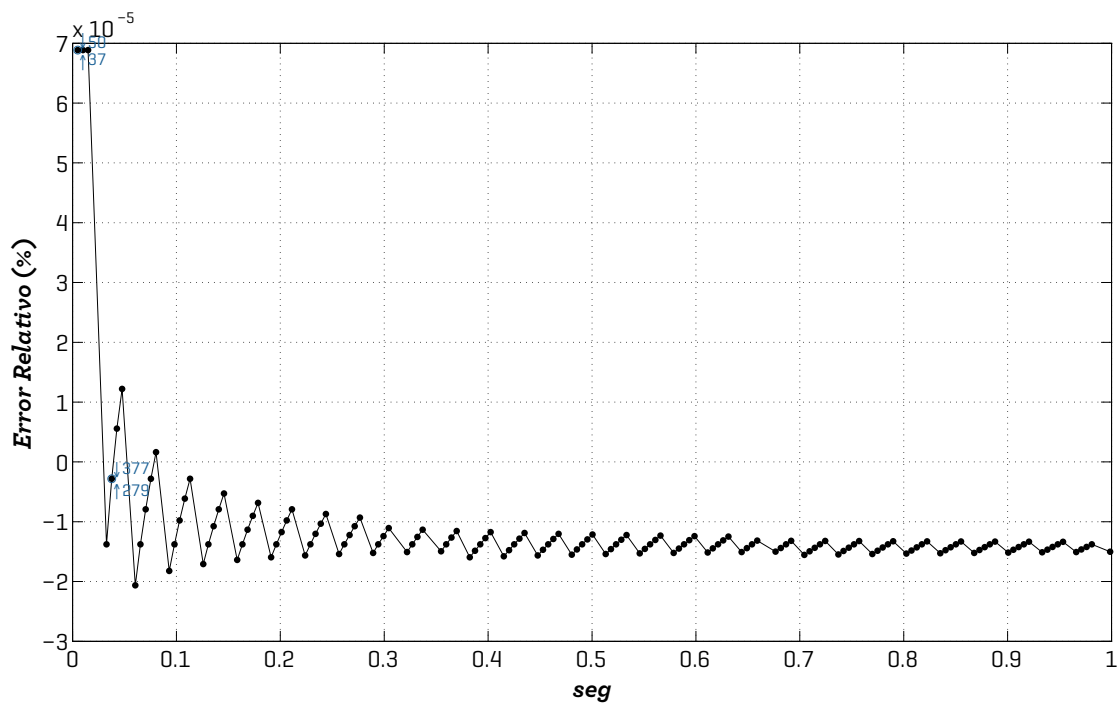


Figura 5.1 Error relativo de medición de periodo T_x en un segundo. Ancho de pulso igual $1 \mu\text{s}$. Tiempo de desfase de 500 ns.

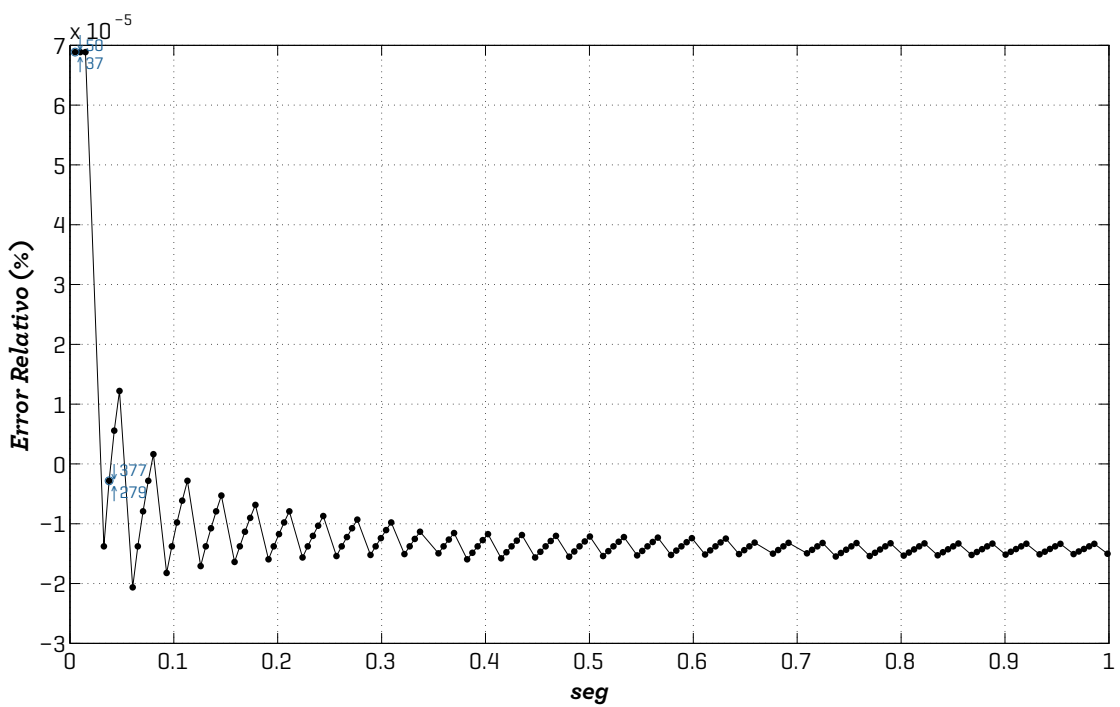


Figura 5.2 Error relativo de medición de periodo T_x en un segundo. Ancho de pulso igual a $1 \mu\text{s}$. Tiempo de desfase de $1 \mu\text{s}$.

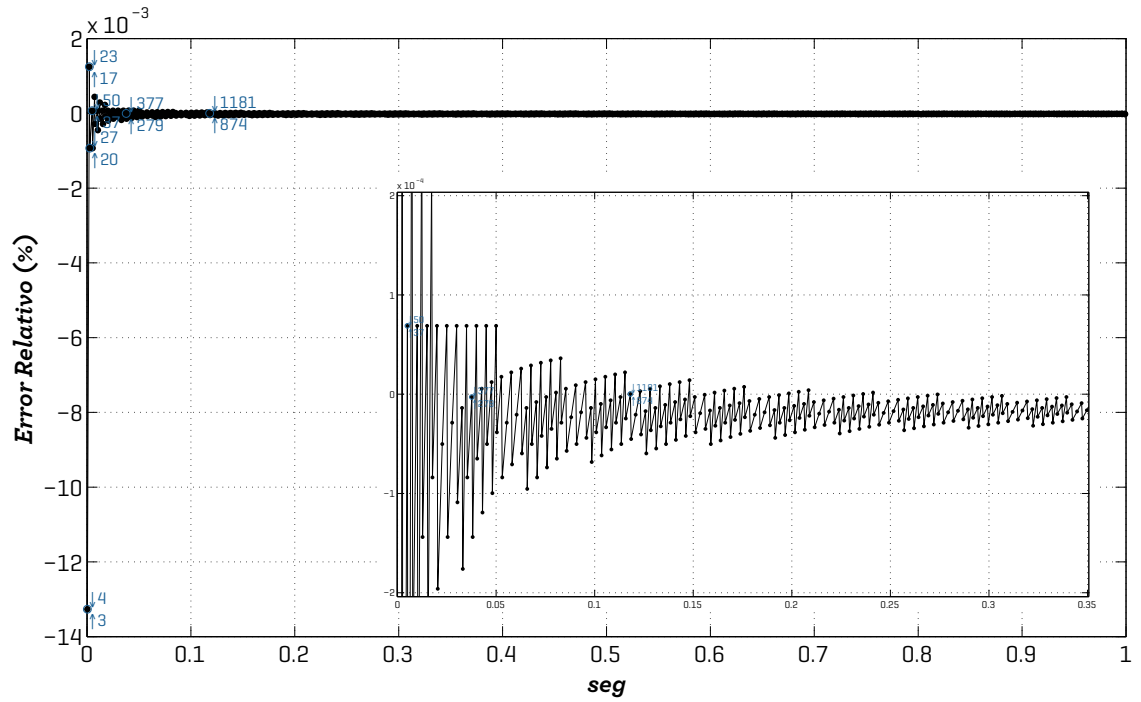


Figura 5.3 Error relativo de medición de periodo T_x en un segundo. Ancho de pulso igual 5 μ s. Tiempo de desfase de 500 ns.

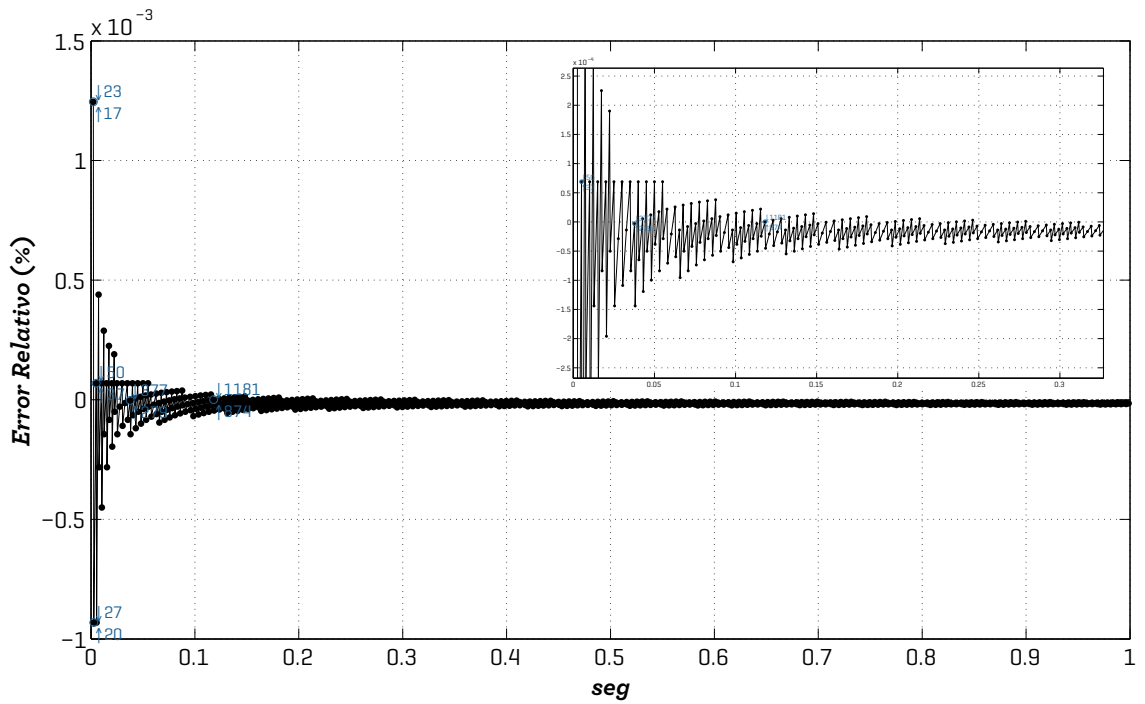


Figura 5.4 Error relativo de medición de periodo T_x en un segundo. Ancho de pulso igual a 5 μ s. Tiempo de desfase de 1 μ s.

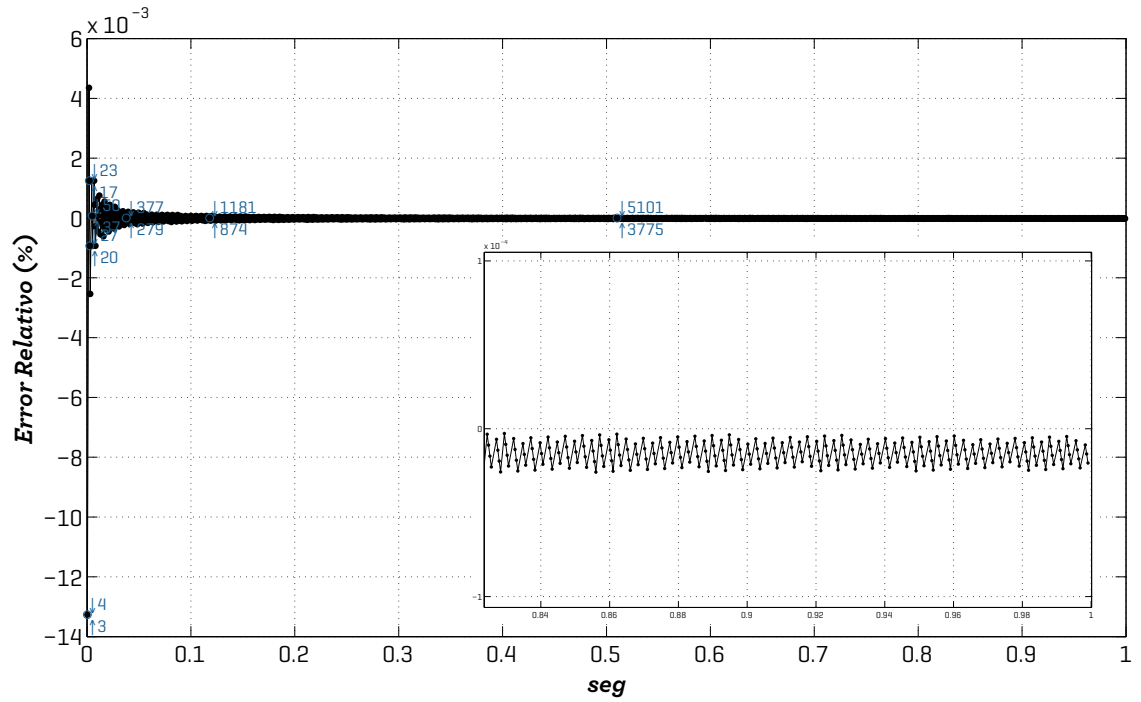


Figura 5.5 Error relativo de medición de periodo T_x en un segundo. Ancho de pulso igual $10\ \mu\text{s}$. Tiempo de desfase de $500\ \text{ns}$.

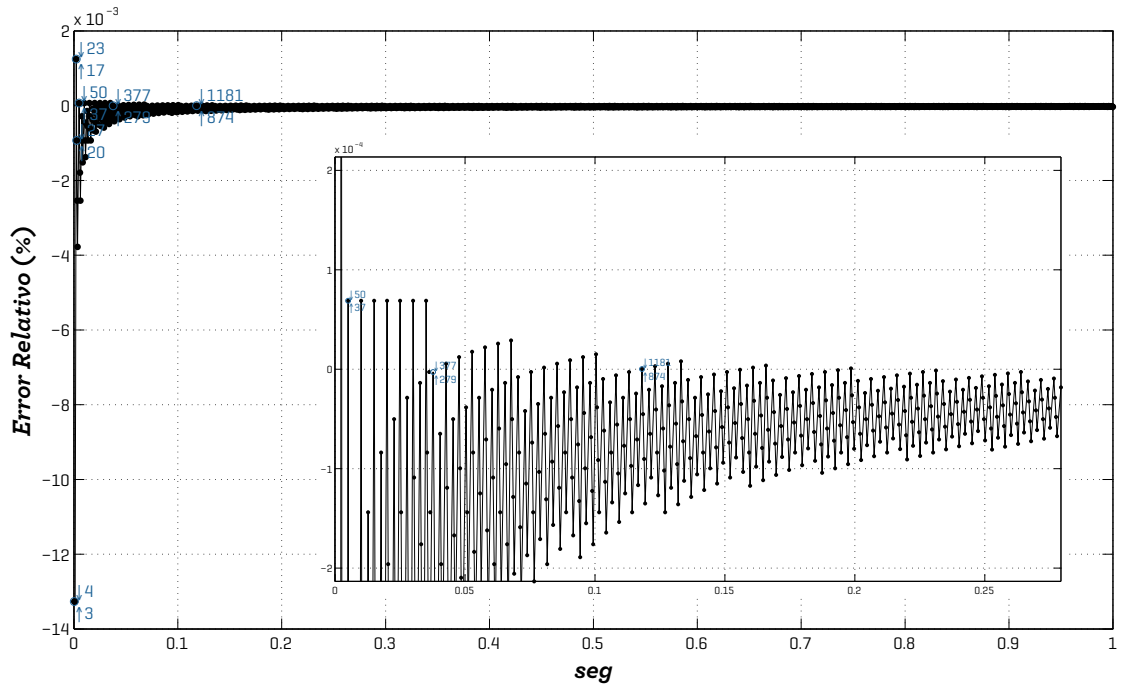


Figura 5.6 Error relativo de medición de periodo T_x en un segundo. Ancho de pulso igual a $10\ \mu\text{s}$. Tiempo de desfase de $1\ \mu\text{s}$.

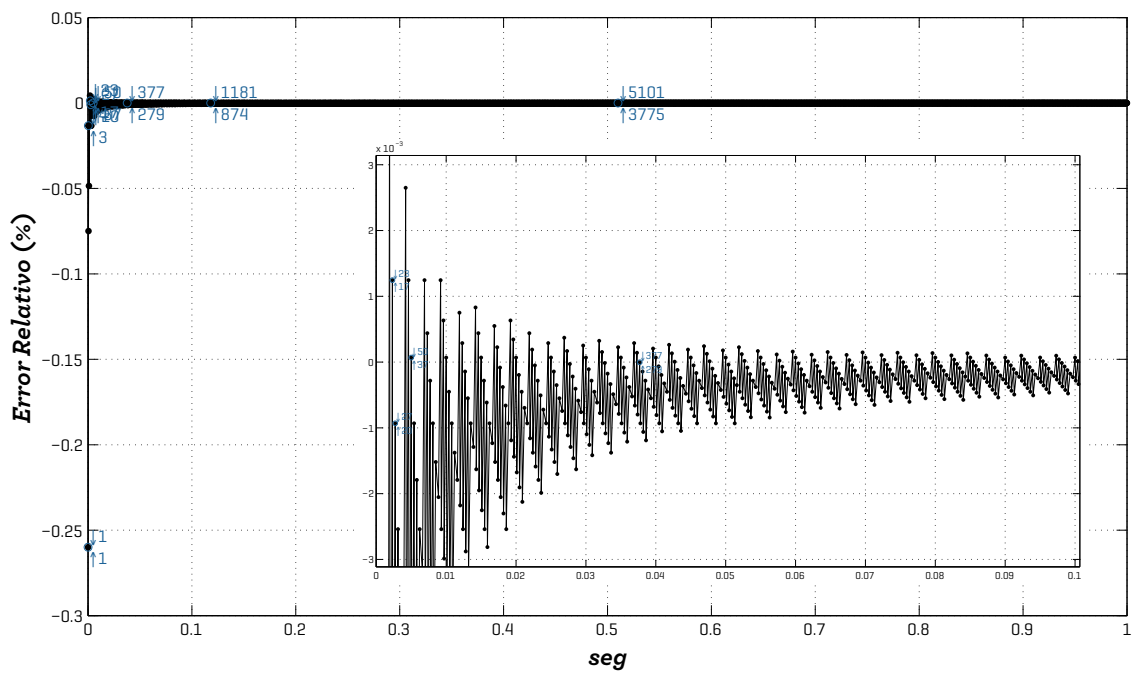


Figura 5.7 Error relativo de medición de periodo T_x en un segundo. Ancho de pulso igual 30 μ s. Tiempo de desfase de 500 ns.

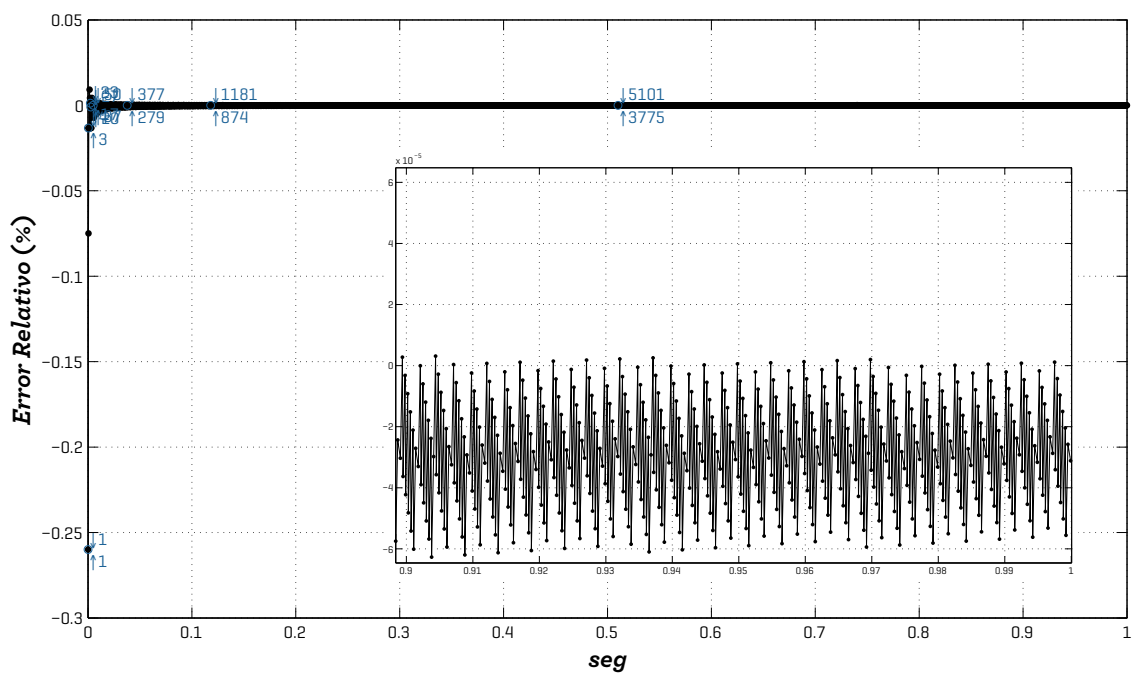


Figura 5.8 Error relativo de medición de periodo T_x en un segundo. Ancho de pulso igual a 30 μ s. Tiempo de desfase de 1 μ s.

En las figuras 5.3 y 5.4, se amplificó el primer tercio del tiempo de medición para resaltar la desviación de la media cero que presenta el error relativo de la aproximación de T_X . En estos dos casos, el grado de divergencia del error es menor comparado con los dos anteriores. En cambio, un orden mayor de las convergentes Q_i y P_i es encontrado.

En la figura 5.5, se contempla que el error relativo disminuye si el tiempo de medición aumenta. Es este caso, los valores del error aparecen centrados en 0% en la primer mitad del intervalo de medición. Aunque en la últimas decenas de segundo, el proceso presenta una desviación negativa de la media cero. En la figura 5.6 la divergencia del error relativo es inmediata; lo que ocasiona que una menor cantidad de convergentes sea localizada.

En las figuras 5.7 y 5.8, se contempla que el error relativo presenta un comportamiento similar al de las figuras anteriores. El proceso no se encuentra centrado en 0% — diverge del valor establecido conforme avanza el tiempo de medición. Una mayor cantidad de valores (N_X , N_0) son registrados debido al aumento del ancho de pulso. Asimismo, dado que la localización de la convergentes es más estable, el grado de divergencia es menor.

De estas mediciones de periodo, se infiere lo siguiente:

- ▶ La cantidad de datos registrados, depende del ancho del pulso. Si el pulso es más ancho, entonces existe mayor posibilidad de coincidencia entre los pulsos de las señales.
- ▶ Existe un fenómeno de divergencia al que se le llamará '*deriva*'. El cual es más obvio con anchos de pulso angostos. Las figuras correspondientes a anchos de pulsos más grandes tienden a postergar su evidencia. Este fenómeno indica que los valores conocidos de T_X y/o T_0 no se mantienen estables.
- ▶ A causa del fenómeno anterior, solo es posible obtener una sobre ó subestimación del valor de T_X conforme el tiempo de medición aumenta. En los casos mostrados, se observa una subestimación del periodo medido al fin de un segundo.
- ▶ La localización de las convergentes del algoritmo de Euclides, también es afectada por la deriva. La cantidad y orden de convergentes encontradas disminuye si la divergencia es mayor.

Sin la deriva revelada por los datos en este proceso, la dinámica del error relativo de periodo tendería a converger al 0%. Lo que llevaría a concluir que el error de aproximación disminuye conforme el tiempo de medición aumenta — ya que el valor de N_X crece reduciendo así el error (ver ec. 2.4).

5.2 RESULTADOS OBTENIDOS DE TIEMPO DE DESFASAMIENTO

En esta sección, se reportan los resultados obtenidos de las mediciones de fase. La ecuación general 2.72 es utilizada para producir las aproximaciones del tiempo de desfaseamiento $t_\phi(k)$ para cada valor de coincidencia registrada por el prototipo. En el análisis del capítulo 2, el valor de T_X involucrado en esta ecuación puede ser sustituido por el valor preconocido de T_X ó por alguna de las aproximaciones dadas a conocer en la sección 2.5. Por conveniencia, los resultados se organizan en cuatro subsecciones correspondientes a la técnica ó forma de calcular el valor de periodo T_X ; las cuales son:

1. Medición de fase utilizando el valor preconocido de T_X (135.12583 μ s).
2. Medición de fase empleando el valor de T_X aproximado por promediación.
3. Medición de fase usando el valor estimado de T_X por medio de las convergentes de la fracción continua (algoritmo de Euclides).
4. Medición de fase aplicando el valor aproximado de T_X a través de la medianta total.

Para la generación de las gráficas, el error relativo fue calculado con la ecuación 5.2.

$$Error_{rel}\phi(k) = \frac{(N_{01}(k)T_0 - N_{X1}(k)T_X) - t_{\phi_{establecido}}}{t_{\phi_{establecido}}} 100\%. \quad (5.2)$$

Mientras que el error absoluto fue calculado a partir de la ecuación 5.3.

$$Error_{abs}\phi(k) = (N_{01}(k)T_0 - N_{X1}(k)T_X) - t_{\phi_{establecido}}. \quad (5.3)$$

La ecuación 2.73 fue empleada para obtener el valor medido de fase definitivo; es decir, la aproximación final de t_ϕ que arroja el sistema experimental meramente como medidor. Este valor definitivo de fase dio lugar a sus correspondientes errores — relativo y absoluto — los cuales son compilados en una tabla para cada uno de los casos mostrados de cada sección.

5.2.1 MEDICIÓN DE FASE UTILIZANDO EL VALOR PRECONOCIDO DE T_X

Las mediciones de diferencia de fase se realizaron utilizando la ecuación general mostrada en ec. 2.72, donde el valor del periodo T_X de la señal externa es sustituido por el valor original establecido en el generador. En las figuras se muestran los errores relativos asociados a todos los posibles valores de fase en base a los conteos de pulsos completos atendiendo a la ecuación 5.2. Los valores de fase arrojados por la medición son el ‘promedio’ de los valores mostrados en las gráficas.

Tabla 5.2 Resultados obtenidos en errores relativo y absoluto de medición de fase con T_X conocido

Fase en promedio con T_X conocido							
Tiempo de medición		1s		Os 500ms		Os 100ms	
$\tau_0 = \tau_X$ (s)	t_ϕ (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)
1.00E-06	1.00E-08	-6.49E+04	-6.49E-06	-2.77E+04	-2.77E-06	1.38E+03	1.38E-07
1.00E-06	1.00E-07	-7.96E+03	-7.96E-06	-4.20E+03	-4.20E-06	-1.26E+03	-1.26E-06
1.00E-06	5.00E-07	-1.39E+03	-6.95E-06	-6.29E+02	-3.15E-06	2.15E+00	1.08E-08
1.00E-06	1.00E-06	-6.93E+02	-6.93E-06	-3.10E+02	-3.10E-06	-7.37E+00	-7.37E-08
1.00E-06	5.00E-06	-1.54E+02	-7.68E-06	-7.71E+01	-3.85E-06	-1.56E+01	-7.78E-07
1.00E-06	1.00E-05	-8.33E+01	-8.33E-06	-4.62E+01	-4.62E-06	-1.52E+01	-1.52E-06
1.00E-06	1.50E-05	-5.41E+01	-8.12E-06	-3.04E+01	-4.56E-06	-1.10E+01	-1.65E-06
1.00E-06	3.00E-05	-2.23E+01	-6.69E-06	-1.01E+01	-3.02E-06	-3.78E-01	-1.13E-07
1.00E-06	4.00E-05	-2.06E+01	-8.26E-06	-1.12E+01	-4.48E-06	-3.58E+00	-1.43E-06
1.00E-06	7.00E-05	-1.21E+01	-8.50E-06	-6.80E+00	-4.76E-06	-2.40E+00	-1.68E-06
5.00E-06	1.00E-08	-7.26E+04	-7.26E-06	-3.49E+04	-3.49E-06	-4.95E+03	-4.95E-07
5.00E-06	1.00E-07	-1.04E+04	-1.04E-05	-6.63E+03	-6.63E-06	-3.51E+03	-3.51E-06
5.00E-06	5.00E-07	-1.63E+03	-8.14E-06	-8.79E+02	-4.40E-06	-2.77E+02	-1.39E-06
5.00E-06	1.00E-06	-7.84E+02	-7.84E-06	-4.06E+02	-4.06E-06	-1.08E+02	-1.08E-06
5.00E-06	5.00E-06	-1.71E+02	-8.53E-06	-9.47E+01	-4.73E-06	-3.53E+01	-1.77E-06
5.00E-06	1.00E-05	-1.07E+02	-1.07E-05	-6.95E+01	-6.95E-06	-3.87E+01	-3.87E-06
5.00E-06	1.50E-05	-2.81E+01	-4.21E-06	-3.29E+00	-4.93E-07	1.67E+01	2.51E-06
5.00E-06	3.00E-05	-2.28E+01	-6.85E-06	-1.03E+01	-3.09E-06	-2.14E-01	-6.42E-08
5.00E-06	4.00E-05	-1.16E+01	-4.65E-06	-2.25E+00	-8.98E-07	5.24E+00	2.10E-06
5.00E-06	7.00E-05	-1.49E+01	-1.05E-05	-9.63E+00	-6.74E-06	-5.29E+00	-3.70E-06
1.00E-05	1.00E-08	-6.80E+04	-6.80E-06	-3.04E+04	-3.04E-06	-1.22E+03	-1.22E-07
1.00E-05	1.00E-07	-5.71E+03	-5.71E-06	-1.97E+03	-1.97E-06	1.03E+03	1.03E-06
1.00E-05	5.00E-07	-1.42E+03	-7.11E-06	-6.76E+02	-3.38E-06	-8.20E+01	-4.10E-07
1.00E-05	1.00E-06	-1.42E+03	-1.42E-05	-1.05E+03	-1.05E-05	-7.50E+02	-7.50E-06
1.00E-05	5.00E-06	-2.98E+02	-1.49E-05	-2.23E+02	-1.11E-05	-1.64E+02	-8.18E-06
1.00E-05	1.00E-05	-1.33E+02	-1.33E-05	-9.58E+01	-9.58E-06	-6.56E+01	-6.56E-06
1.00E-05	1.50E-05	9.15E+00	1.37E-06	9.80E+00	1.47E-06	1.04E+01	1.56E-06
1.00E-05	3.00E-05	-3.01E+01	-9.04E-06	-1.77E+01	-5.30E-06	-7.96E+00	-2.39E-06
1.00E-05	4.00E-05	-1.03E+01	-4.13E-06	-9.33E-01	-3.73E-07	6.59E+00	2.64E-06
1.00E-05	7.00E-05	-1.04E+01	-7.30E-06	-5.06E+00	-3.54E-06	-7.85E-01	-5.50E-07
3.00E-05	1.00E-08	-3.21E+05	-3.21E-05	-2.84E+05	-2.84E-05	-2.56E+05	-2.56E-05
3.00E-05	1.00E-07	-6.73E+03	-6.73E-06	-2.96E+03	-2.96E-06	9.79E+01	9.79E-08
3.00E-05	5.00E-07	-4.97E+03	-2.48E-05	-4.22E+03	-2.11E-05	-3.65E+03	-1.83E-05
3.00E-05	1.00E-06	-2.08E+03	-2.08E-05	-1.71E+03	-1.71E-05	-1.42E+03	-1.42E-05
3.00E-05	5.00E-06	-1.39E+02	-6.97E-06	-6.56E+01	-3.28E-06	-6.83E+00	-3.41E-07
3.00E-05	1.00E-05	-2.33E+02	-2.33E-05	-1.96E+02	-1.96E-05	-1.65E+02	-1.65E-05
3.00E-05	1.50E-05	-2.06E+01	-3.09E-06	4.49E+00	6.73E-07	2.55E+01	3.82E-06
3.00E-05	3.00E-05	4.95E+01	1.49E-05	6.20E+01	1.86E-05	7.22E+01	2.17E-05
3.00E-05	4.00E-05	-2.03E+01	-8.13E-06	-1.10E+01	-4.38E-06	-3.56E+00	-1.42E-06
3.00E-05	7.00E-05	-1.23E+01	-8.64E-06	-6.99E+00	-4.89E-06	-2.80E+00	-1.96E-06

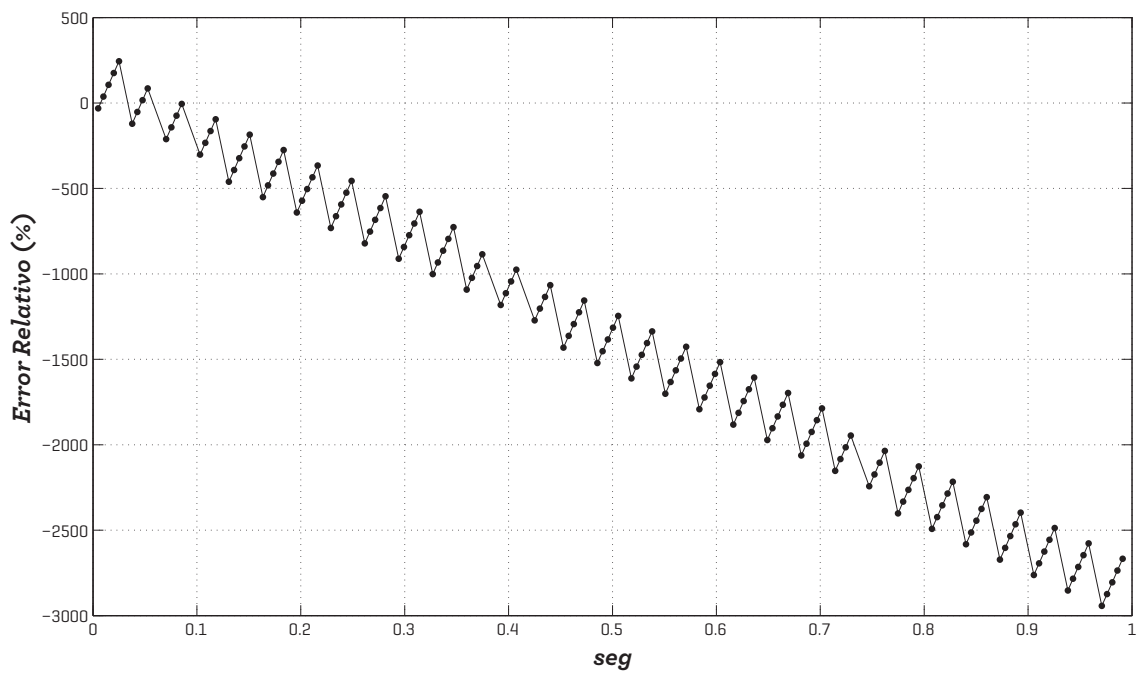


Figura 5.9 Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_x conocido. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.

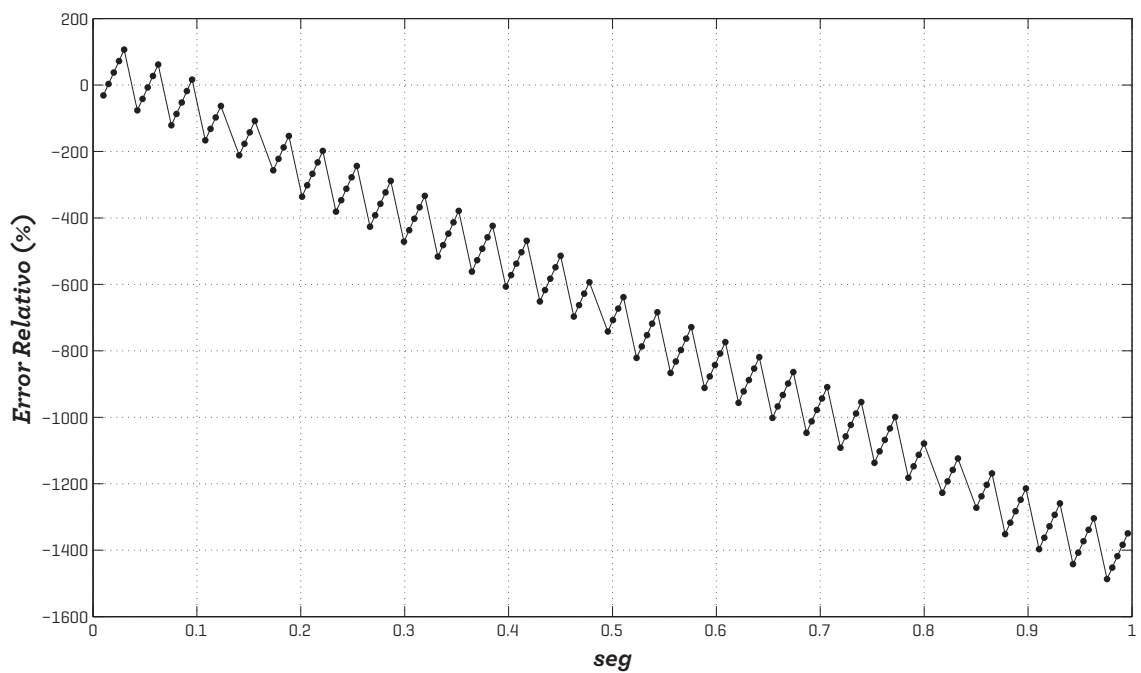


Figura 5.10 Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_x conocido. Tiempo de desfasamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.

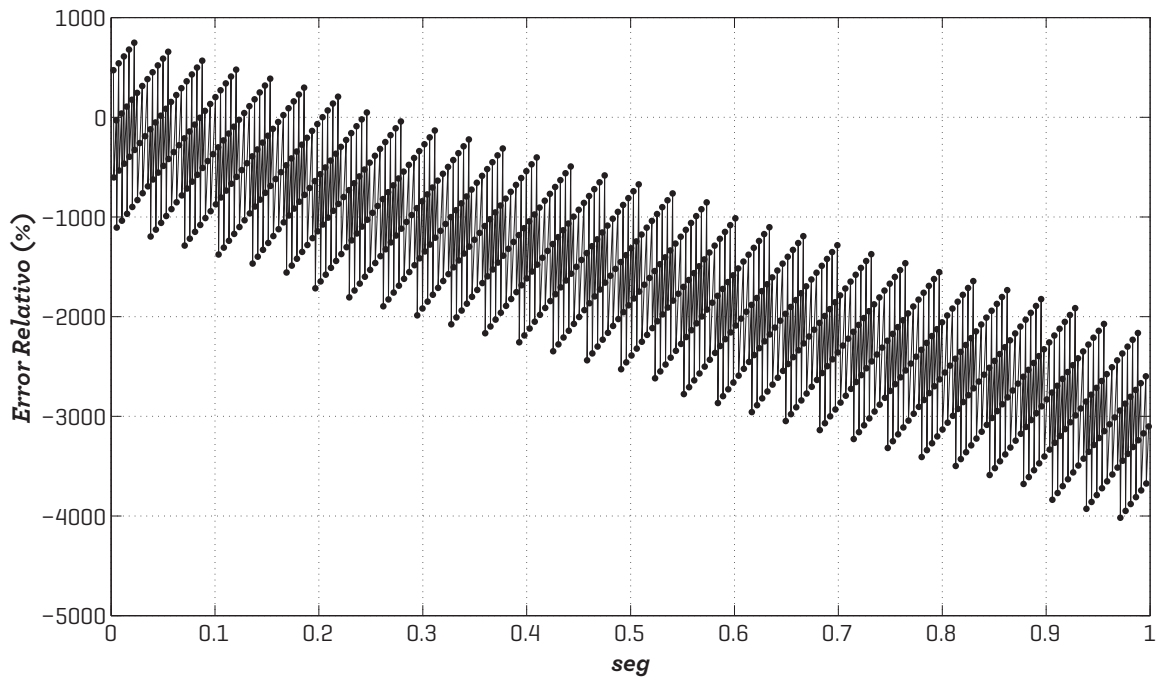


Figura 5.11 Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_x conocido. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.

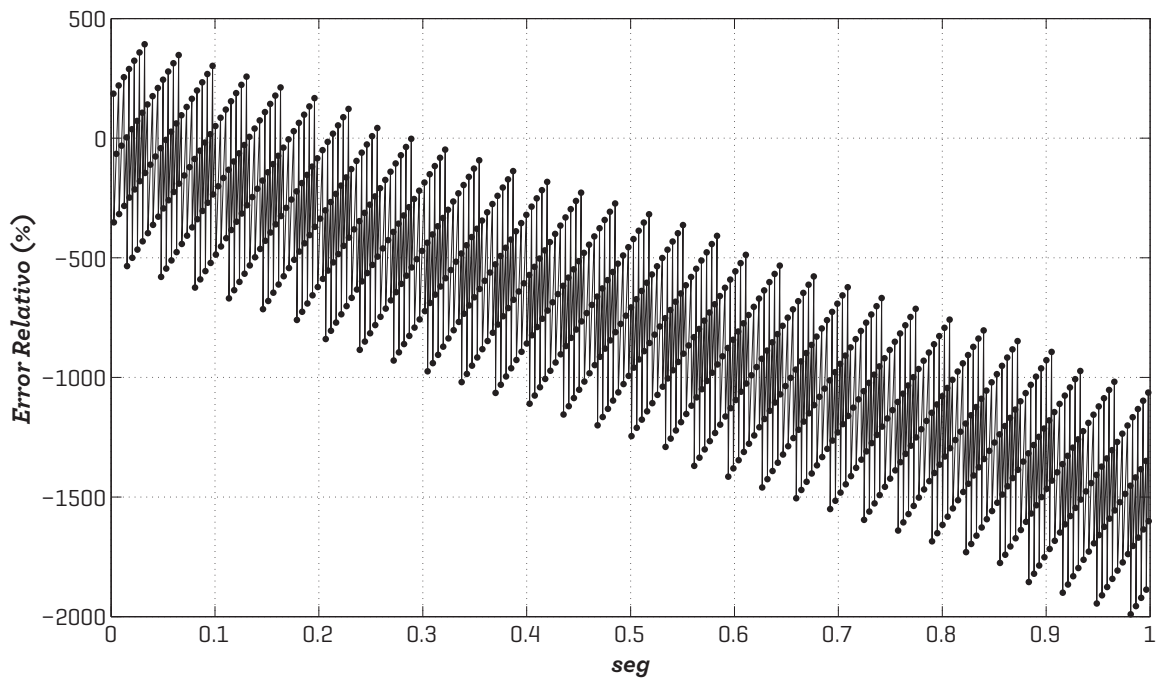


Figura 5.12 Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_x conocido. Tiempo de desfasamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.

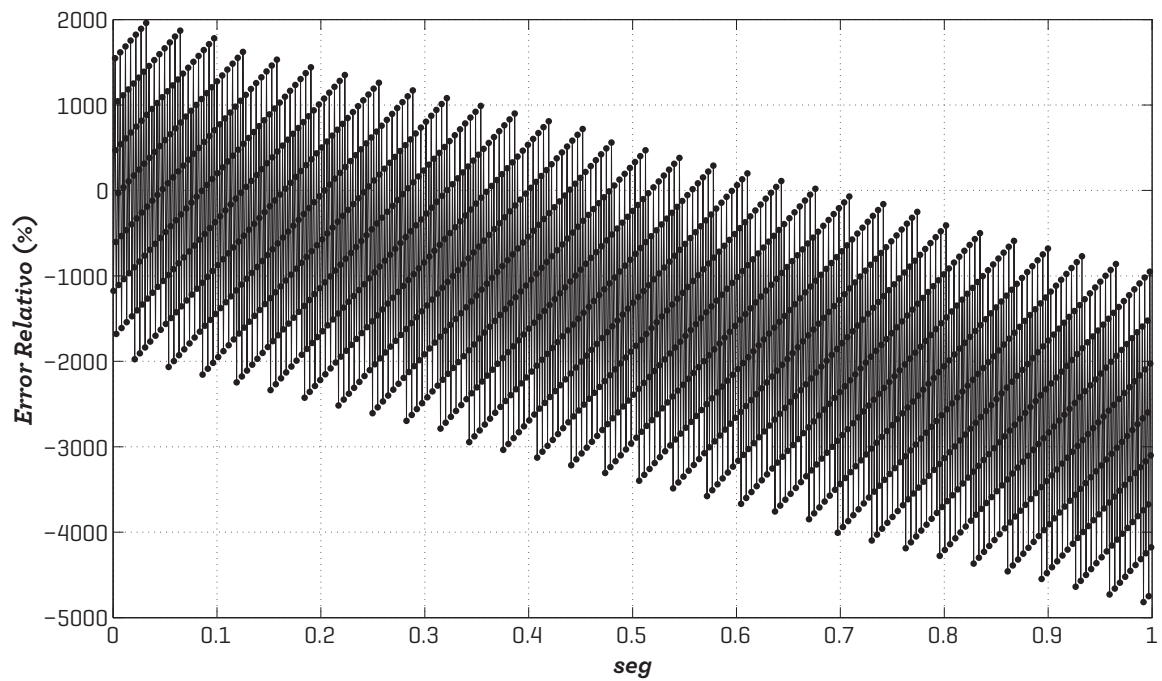


Figura 5.13 Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_x conocido. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.

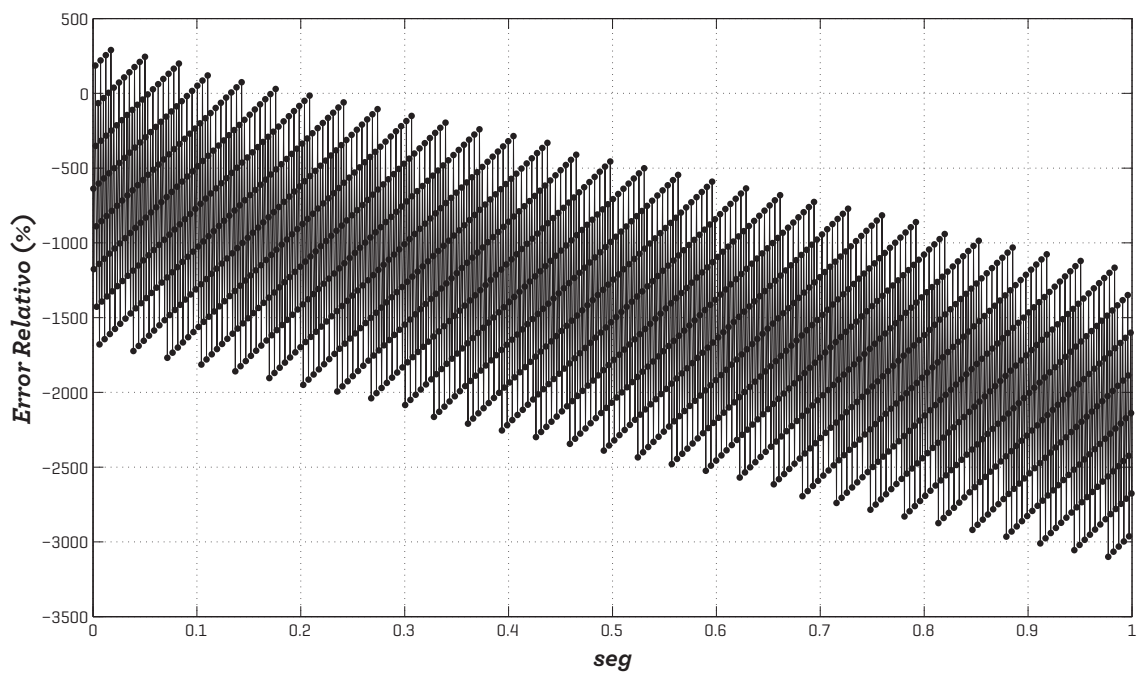


Figura 5.14 Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_x conocido. Tiempo de desfasamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.

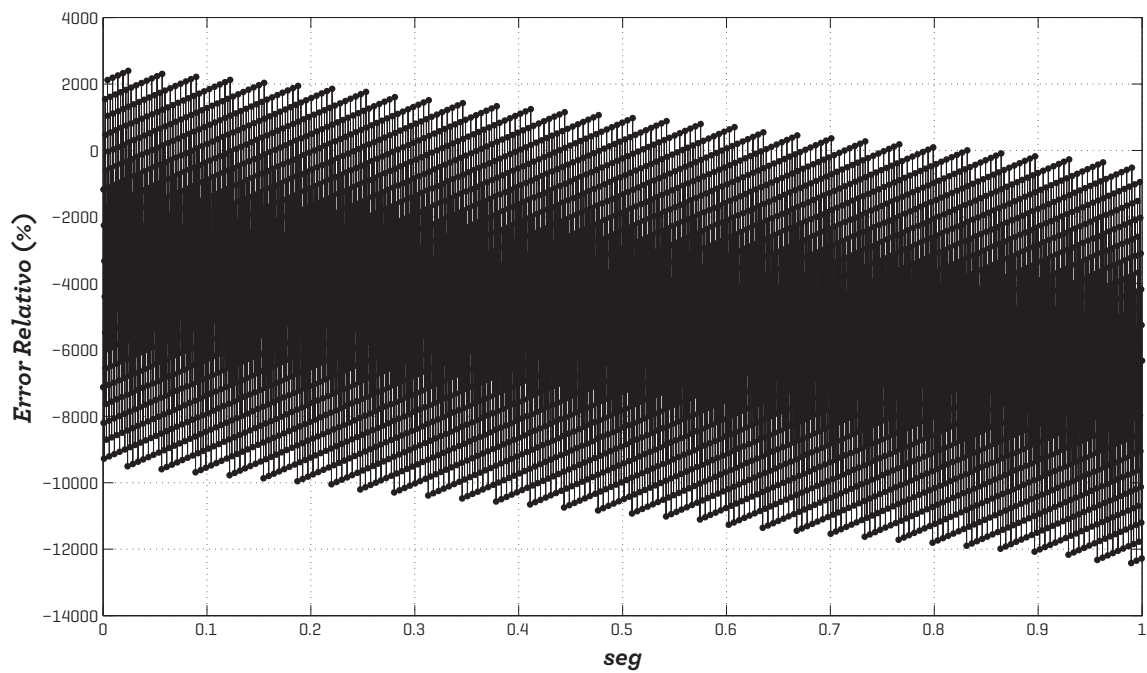


Figura 5.15 Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_x conocido. Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.

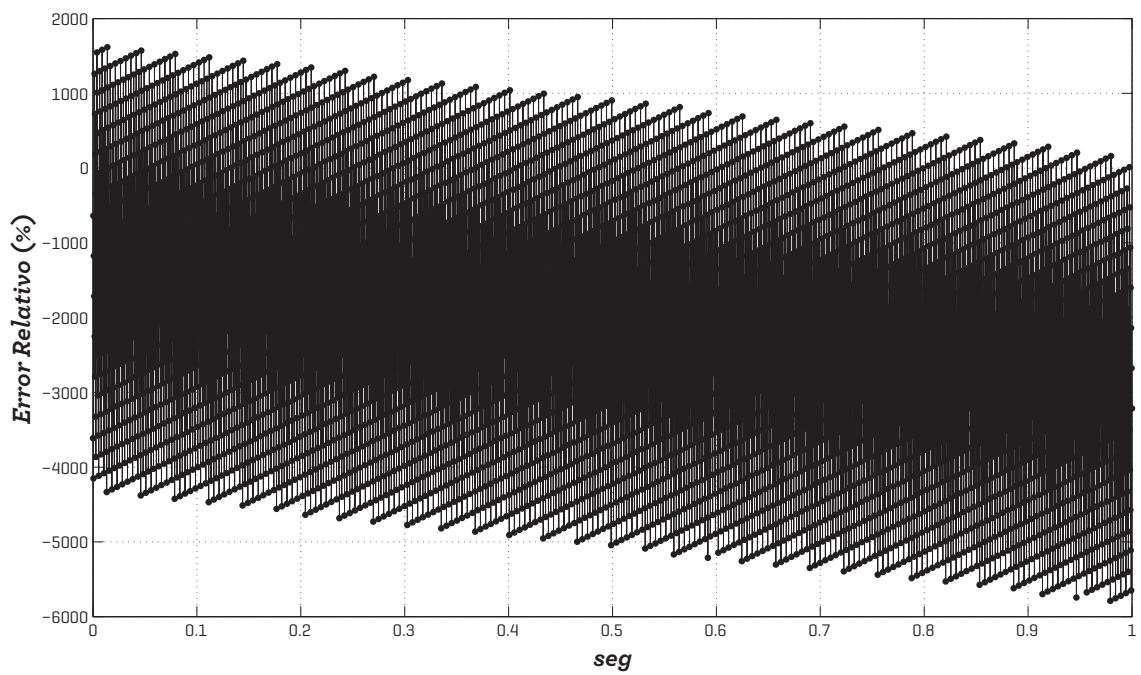


Figura 5.16 Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_x conocido. Tiempo de desfasamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.

En la tabla 5.2 se muestran los resultados obtenidos de medición de fase para los diferentes anchos de pulso, valores de desfaseamiento y tiempos de medición especificados al inicio de este capítulo. De la tabla 5.2, se seleccionaron 8 casos de medición para mostrar las gráficas de la distribución de los datos en base al error relativo.

En las figuras 5.9–5.16 se exhibe que el error relativo tiende a divergir conforme pasa el tiempo. Indicando que los valores de periodo T_X ó T_0 varían con respecto a su valor establecido. Si los periodos varían, entonces el tiempo de desfaseamiento se ve afectado. Esta última conjetura, puede ser corroborada al analizar los datos mostrados en la tabla 5.2. Los errores relativos se encuentran en el orden de las unidades de millar porcentual, mientras que los errores absolutos en el orden de los microsegundos.

Los anchos de pulso empleados, reiteran el hecho que si el pulso de coincidencia es ancho existe mayor probabilidad de coincidencia, registrando más valores de N_0 , N_X , N_{0I} y N_{XI} .

5.2.2 MEDICIÓN DE FASE EMPLEANDO EL VALOR DE T_X APROXIMADO POR PROMEDIACIÓN

En este caso se utiliza la ecuación 2.64 para aproximar el valor de T_X . Posteriormente, se sustituye en la ecuación — ya conocida — 2.72. En la tabla 5.3 se muestran los errores relativos y absolutos obtenidos de medición de fase para los diferentes anchos de pulso, valores de desfaseamiento y tiempos de medición ya mencionados. De la tabla 5.3, se seleccionaron 8 casos de medición para mostrar las gráficas de la distribución de los datos en base al error relativo.

En las figuras 5.17–5.24 se aprecia que el error relativo tiende a divergir conforme pasa el tiempo. Se hace notar que la divergencia puede ser positiva o negativa representando una sobre ó subestimación del valor de fase medido.

En las figuras 5.17 y 5.18 se observa una divergencia negativa, lo que implica un subestimación del valor aproximado de fase conforme aumenta el tiempo. En cambio, en las figuras 5.19–5.24 los datos divergen positivamente ejemplificando una sobreestimación que aumenta si el intervalo de medición crece. De acuerdo con la tabla 5.3, los errores relativos siguen en el orden de las unidades de millar porcentual y los errores absolutos en el orden de decenas de microsegundos, para un segundo de intervalo de medición.

Se infiere que si el ancho de pulso de coincidencia aumenta, existe mayor probabilidad de coincidencia, registrando más valores de N_0 , N_X , N_{0I} y N_{XI} . Además, debido al registro de más coincidencias existen valores de error mayores comparados con pulsos angostos.

Tabla 5.3 Resultados obtenidos en errores relativo y absoluto de medición de fase con T_X promediado

Fase en promedio con T_X promediado							
Tiempo de medición		1s		Os 500ms		Os 100ms	
$\tau_0 = \tau_X$ (s)	t_ϕ (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)
1.00E-06	1.00E-08	-1.83E+04	-1.83E-06	-1.46E+04	-1.46E-06	-7.26E+03	-7.26E-07
1.00E-06	1.00E-07	3.12E+02	3.12E-07	1.83E+02	1.83E-07	-1.65E+02	-1.65E-07
1.00E-06	5.00E-07	-2.60E+02	-1.30E-06	-2.18E+02	-1.09E-06	-8.03E+01	-4.01E-07
1.00E-06	1.00E-06	-1.30E+02	-1.30E-06	-1.04E+02	-1.04E-06	-5.71E+01	-5.71E-07
1.00E-06	5.00E-06	-8.60E+00	-4.30E-07	-9.23E+00	-4.62E-07	-9.58E+00	-4.79E-07
1.00E-06	1.00E-05	1.39E+01	1.39E-06	1.13E+01	1.13E-06	4.09E+00	4.09E-07
1.00E-06	1.50E-05	8.63E+00	1.29E-06	7.17E+00	1.08E-06	1.87E+00	2.81E-07
1.00E-06	3.00E-05	-5.01E+00	-1.50E-06	-4.47E+00	-1.34E-06	-3.77E+00	-1.13E-06
1.00E-06	4.00E-05	3.35E+00	1.34E-06	2.77E+00	1.11E-06	1.33E+00	5.33E-07
1.00E-06	7.00E-05	2.06E+00	1.44E-06	1.66E+00	1.16E-06	6.99E-01	4.90E-07
5.00E-06	1.00E-08	-6.07E+03	-6.07E-07	-5.25E+03	-5.25E-07	-3.14E+03	-3.14E-07
5.00E-06	1.00E-07	1.65E+04	1.65E-05	1.55E+04	1.55E-05	1.32E+04	1.32E-05
5.00E-06	5.00E-07	1.99E+03	9.93E-06	1.93E+03	9.66E-06	1.83E+03	9.14E-06
5.00E-06	1.00E-06	5.81E+01	5.81E-07	4.72E+01	4.72E-07	1.99E+01	1.99E-07
5.00E-06	5.00E-06	2.09E+02	1.05E-05	2.02E+02	1.01E-05	1.89E+02	9.47E-06
5.00E-06	1.00E-05	1.67E+02	1.67E-05	1.56E+02	1.56E-05	1.28E+02	1.28E-05
5.00E-06	1.50E-05	-4.29E+01	-6.44E-06	-3.60E+01	-5.41E-06	-1.92E+01	-2.88E-06
5.00E-06	3.00E-05	-4.28E+00	-1.28E-06	-3.57E+00	-1.07E-06	-1.73E+00	-5.18E-07
5.00E-06	4.00E-05	-1.46E+01	-5.86E-06	-1.22E+01	-4.89E-06	-6.62E+00	-2.65E-06
5.00E-06	7.00E-05	2.36E+01	1.65E-05	2.21E+01	1.55E-05	1.89E+01	1.32E-05
1.00E-05	1.00E-08	2.28E+04	2.28E-06	2.54E+04	2.54E-06	3.10E+04	3.10E-06
1.00E-05	1.00E-07	-1.35E+02	-1.35E-07	4.78E+02	4.78E-07	1.91E+03	1.91E-06
1.00E-05	5.00E-07	5.48E+02	2.74E-06	5.75E+02	2.87E-06	6.45E+02	3.22E-06
1.00E-05	1.00E-06	2.68E+03	2.68E-05	2.46E+03	2.46E-05	1.90E+03	1.90E-05
1.00E-05	5.00E-06	5.67E+02	2.83E-05	5.16E+02	2.58E-05	3.93E+02	1.97E-05
1.00E-05	1.00E-05	2.13E+02	2.13E-05	1.93E+02	1.93E-05	1.49E+02	1.49E-05
1.00E-05	1.50E-05	1.34E+00	2.01E-07	4.93E+00	7.40E-07	1.38E+01	2.06E-06
1.00E-05	3.00E-05	3.61E+01	1.08E-05	3.42E+01	1.03E-05	2.95E+01	8.86E-06
1.00E-05	4.00E-05	-8.80E+00	-3.52E-06	-5.90E+00	-2.36E-06	9.49E-01	3.80E-07
1.00E-05	7.00E-05	4.16E+00	2.91E-06	4.28E+00	2.99E-06	4.53E+00	3.17E-06
3.00E-05	1.00E-08	1.06E+06	1.06E-04	9.72E+05	9.72E-05	7.74E+05	7.74E-05
3.00E-05	1.00E-07	-1.51E+04	-1.51E-05	-1.48E+04	-1.48E-05	-1.42E+04	-1.42E-05
3.00E-05	5.00E-07	1.71E+04	8.56E-05	1.59E+04	7.96E-05	1.32E+04	6.58E-05
3.00E-05	1.00E-06	7.22E+03	7.22E-05	6.77E+03	6.77E-05	5.66E+03	5.66E-05
3.00E-05	5.00E-06	-2.77E+02	-1.39E-05	-2.75E+02	-1.38E-05	-2.70E+02	-1.35E-05
3.00E-05	1.00E-05	7.71E+02	7.71E-05	7.17E+02	7.17E-05	5.90E+02	5.90E-05
3.00E-05	1.50E-05	-1.60E+02	-2.41E-05	-1.50E+02	-2.25E-05	-1.25E+02	-1.88E-05
3.00E-05	3.00E-05	-2.42E+02	-7.26E-05	-2.16E+02	-6.49E-05	-1.57E+02	-4.71E-05
3.00E-05	4.00E-05	1.22E+00	4.89E-07	6.89E-01	2.76E-07	-6.59E-01	-2.64E-07
3.00E-05	7.00E-05	1.55E+00	1.08E-06	9.92E-01	6.94E-07	-3.57E-01	-2.50E-07

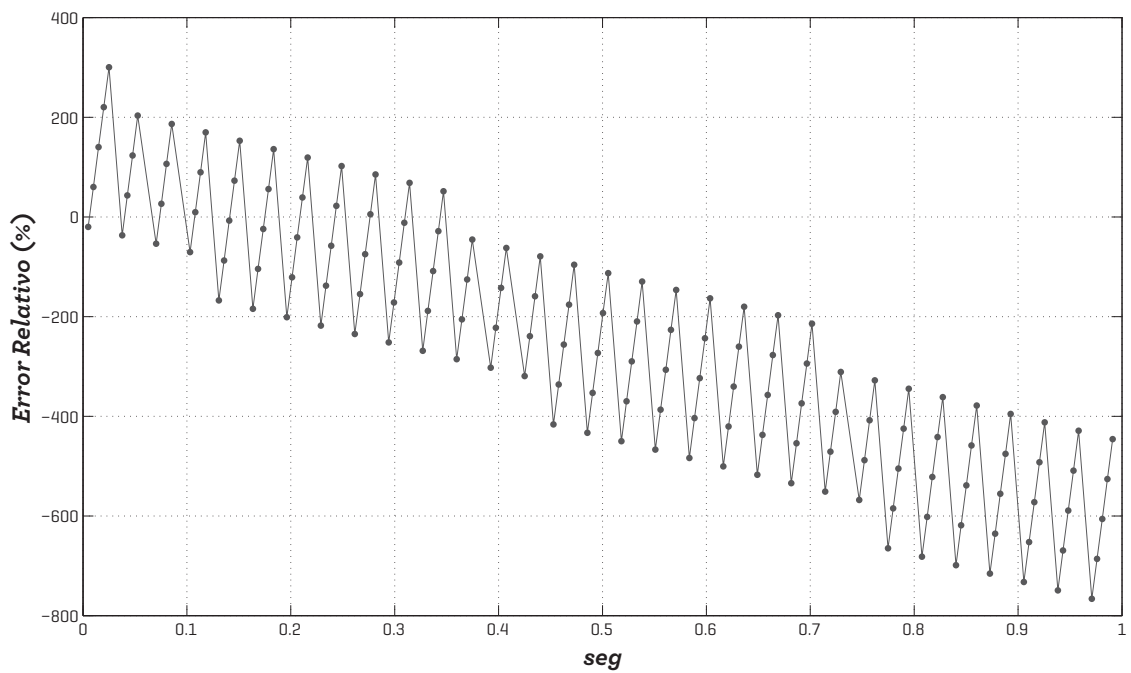


Figura 5.17 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.

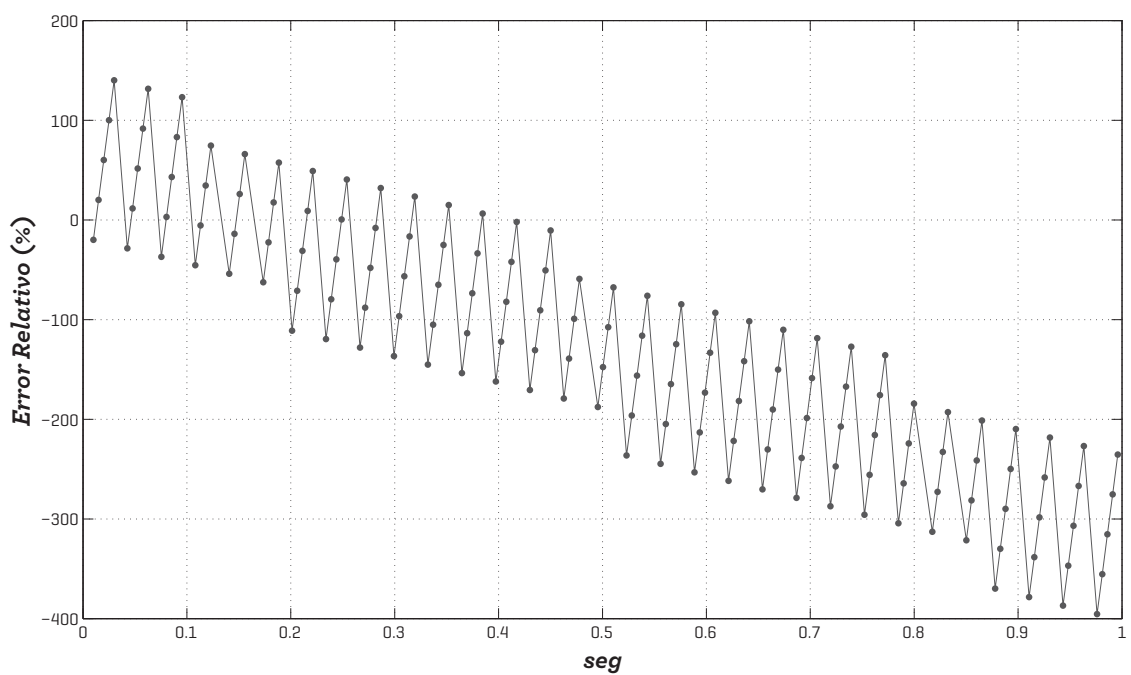


Figura 5.18 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.

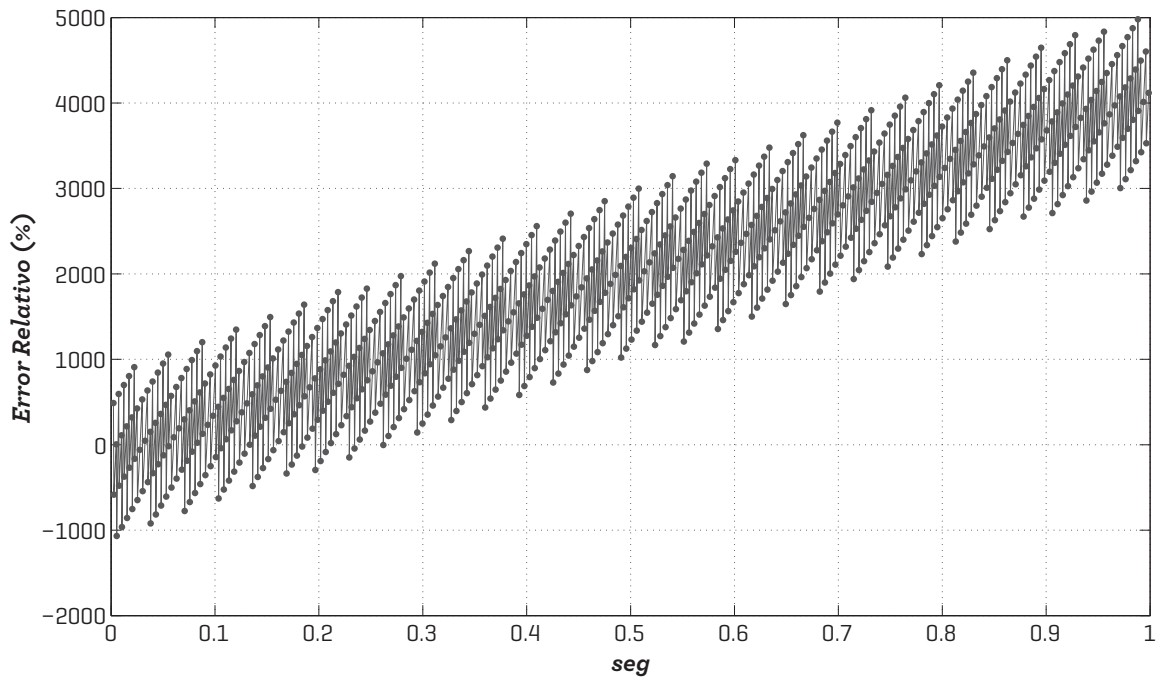


Figura 5.19 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.

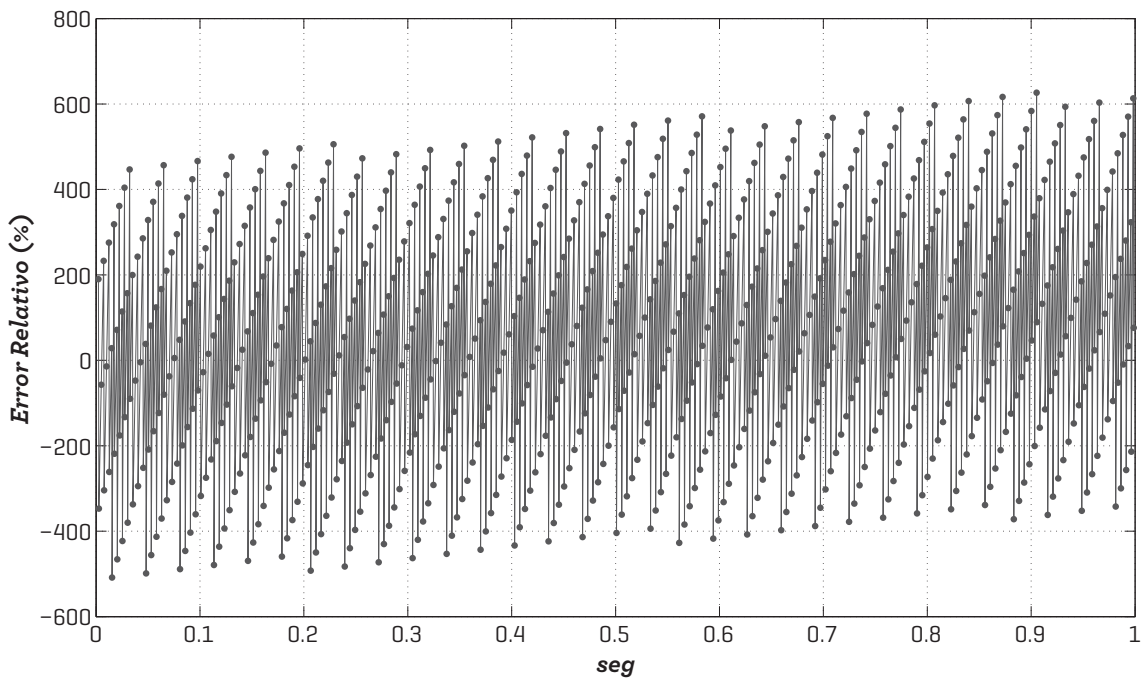


Figura 5.20 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.

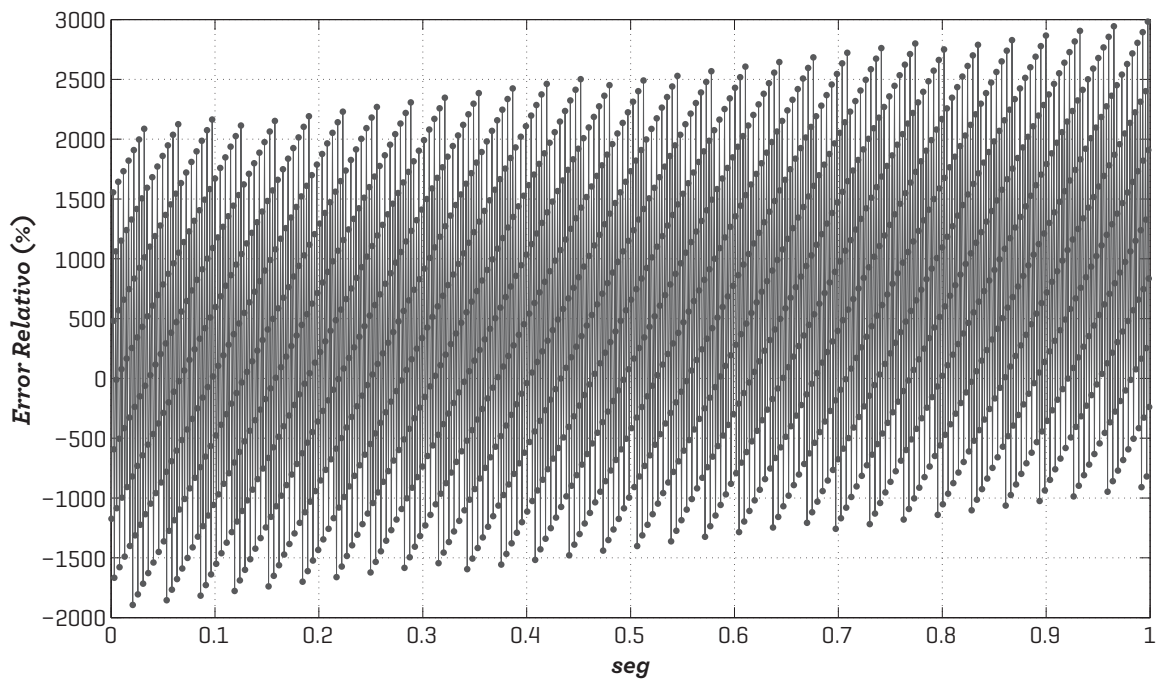


Figura 5.21 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.

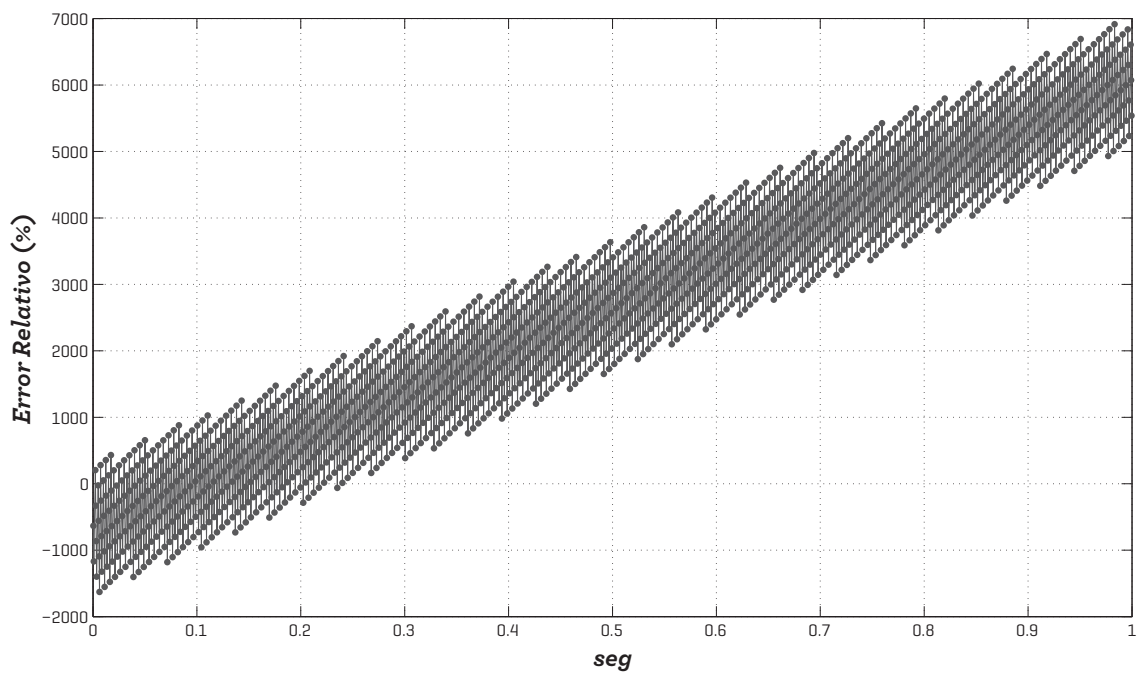


Figura 5.22 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.

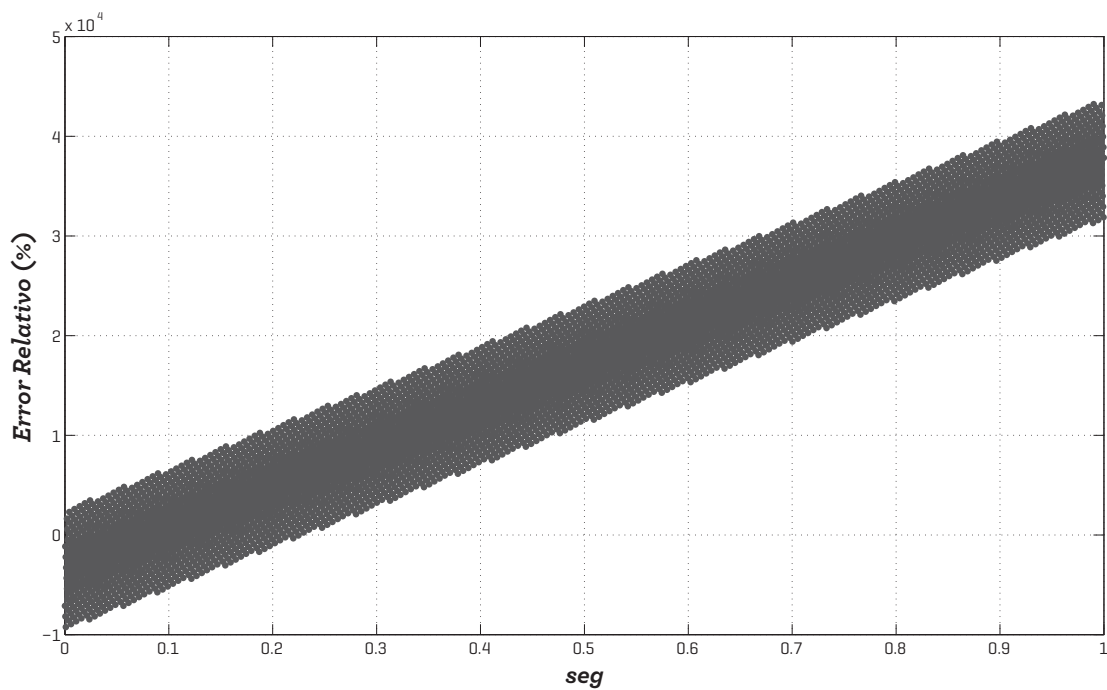


Figura 5.23 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.

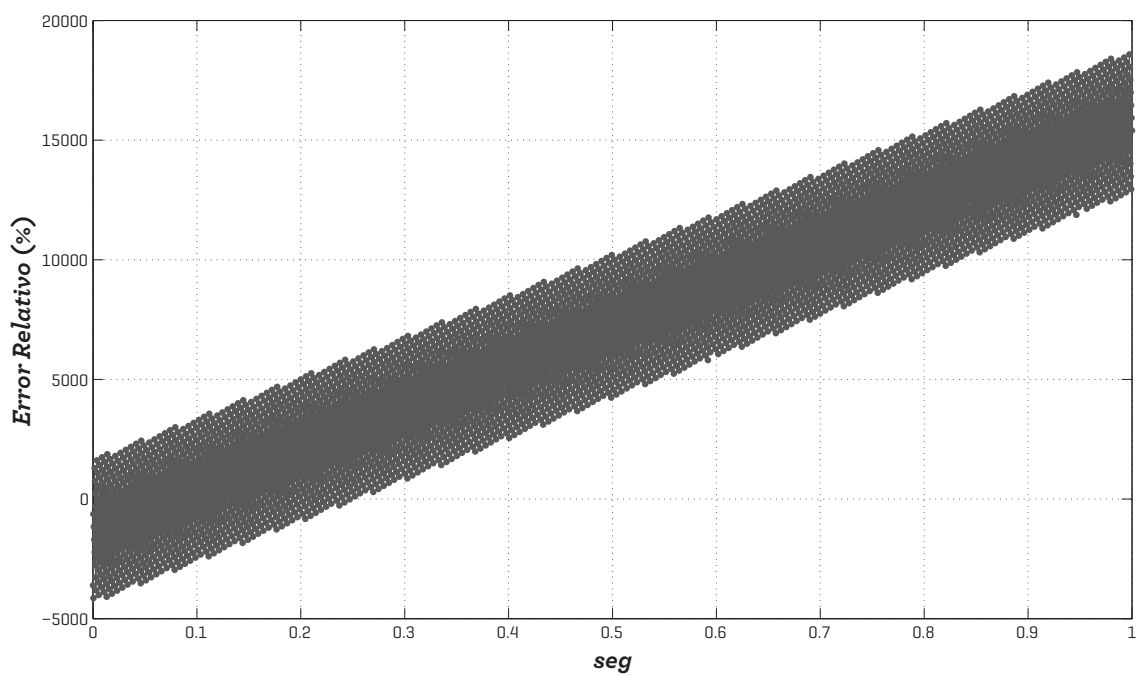


Figura 5.24 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por promediación. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.

5.2.3 MEDICIÓN DE FASE USANDO EL VALOR ESTIMADO DE T_X POR MEDIO DE LAS CONVERGENTES DE LA FRACCIÓN CONTINUA

Como se mencionó en la sección 2.5.2 y corroboró en el capítulo 4, las convergentes del algoritmo de Euclides son localizables en el proceso de medición de periodo T_X . En la sección 5.1, se muestran las figuras del error relativo de periodo donde las convergentes encontradas fueron marcadas. Para el cálculo de T_X se tomó el par de convergentes Q_i y P_i de mayor orden ($Q_{máx}$ y $P_{máx}$) cumpliendo con la ecuación 2.65.

En la tabla 5.4 se muestran los resultados obtenidos de medición de fase para los diferentes anchos de pulso, valores de desfasamiento y tiempos de medición descritos anteriormente. De la tabla, se seleccionaron 8 casos de medición para mostrar las gráficas de la distribución de los datos en base al error relativo con T_X obtenido a partir de las convergentes localizadas.

Como se hace notar en la tabla 5.4, no en todas la mediciones pueden ser encontradas las convergentes del algoritmo de Euclides, observar los casos de 1 μs de ancho de pulso para los valores de fase iguales a 10 μs , 15 μs , 40 μs y 70 μs .

En las figuras 5.25–5.32 se aprecia que el error relativo tiende a divergir conforme pasa el tiempo. Indicando que los valores de periodo T_X y/o T_0 varían con respecto a su valor establecido, similarmente a la sección anterior.

El tiempo de desfasamiento se ve afectado severamente, al analizar los datos mostrados en la tabla 5.4. Los errores relativos se encuentran en el orden de las unidades de millar porcentual, mientras que los errores absolutos en el orden de decenas de microsegundos.

Se sigue observando que si el ancho de pulso de coincidencia aumenta, existe mayor probabilidad de coincidencia, registrando más valores de N_0 , N_X , N_{01} y N_{X1} . Además, debido al registro de más coincidencias existen valores de error mayores comparados con pulsos angostos.

Por otra parte, se induce que el ancho del pulso evidencia la deriva drásticamente si este es pequeño. Esta relación se observó en la sección 5.1, y se reitera en esta sección con el hecho que hubo 4 casos para las señales con anchos de pulso igual a 1 μs donde las convergentes no fueron localizadas.

Tabla 5.4 Resultados obtenidos en errores relativo y absoluto de medición de fase con T_X a partir de los Q_i y P_i de mayor orden encontrado.

Fase en promedio con T_X obtenido a partir de Q_i y P_i de mayor orden							
Tiempo de medición		1s		Os 500ms		Os 100ms	
$\tau_0 = \tau_X$ (s)	t_ϕ (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)
1.00E-06	1.00E-08	-6.59E+04	-6.59E-06	-2.82E+04	-2.82E-06	2.77E+03	2.77E-07
1.00E-06	1.00E-07	-6.55E+03	-6.55E-06	-3.49E+03	-3.49E-06	-1.10E+03	-1.10E-06
1.00E-06	5.00E-07	-1.11E+03	-5.53E-06	-4.88E+02	-2.44E-06	2.68E+01	1.34E-07
1.00E-06	1.00E-06	-5.51E+02	-5.51E-06	-2.40E+02	-2.40E-06	7.53E+00	7.53E-08
1.00E-06	5.00E-06	-1.25E+02	-6.26E-06	-6.29E+01	-3.14E-06	-1.25E+01	-6.27E-07
1.00E-06	1.00E-05	NA		NA		NA	
1.00E-06	1.50E-05	NA		NA		NA	
1.00E-06	3.00E-05	-1.77E+01	-5.30E-06	-7.73E+00	-2.32E-06	5.97E-02	1.79E-08
1.00E-06	4.00E-05	NA		NA		NA	
1.00E-06	7.00E-05	NA		NA		NA	
5.00E-06	1.00E-08	-7.37E+04	-7.37E-06	-3.54E+04	-3.54E-06	-3.53E+03	-3.53E-07
5.00E-06	1.00E-07	-1.05E+04	-1.05E-05	-6.68E+03	-6.68E-06	-3.37E+03	-3.37E-06
5.00E-06	5.00E-07	-1.65E+03	-8.25E-06	-8.90E+02	-4.45E-06	-2.49E+02	-1.25E-06
5.00E-06	1.00E-06	-7.95E+02	-7.95E-06	-4.11E+02	-4.11E-06	-9.40E+01	-9.40E-07
5.00E-06	5.00E-06	-1.73E+02	-8.63E-06	-9.57E+01	-4.79E-06	-3.25E+01	-1.62E-06
5.00E-06	1.00E-05	-9.30E+01	-9.30E-06	-6.24E+01	-6.24E-06	-3.73E+01	-3.73E-06
5.00E-06	1.50E-05	-2.80E+01	-4.20E-06	-3.63E+00	-5.45E-07	1.77E+01	2.65E-06
5.00E-06	3.00E-05	-2.32E+01	-6.95E-06	-1.05E+01	-3.14E-06	2.63E-01	7.89E-08
5.00E-06	4.00E-05	-1.16E+01	-4.64E-06	-2.38E+00	-9.50E-07	5.59E+00	2.23E-06
5.00E-06	7.00E-05	-1.51E+01	-1.06E-05	-9.71E+00	-6.80E-06	-5.09E+00	-3.56E-06
1.00E-05	1.00E-08	-6.79E+04	-6.79E-06	-3.09E+04	-3.09E-06	1.97E+02	1.97E-08
1.00E-05	1.00E-07	-5.71E+03	-5.71E-06	-2.03E+03	-2.03E-06	1.17E+03	1.17E-06
1.00E-05	5.00E-07	-1.42E+03	-7.10E-06	-6.86E+02	-3.43E-06	-5.35E+01	-2.68E-07
1.00E-05	1.00E-06	-1.43E+03	-1.43E-05	-1.05E+03	-1.05E-05	-7.36E+02	-7.36E-06
1.00E-05	5.00E-06	-3.00E+02	-1.50E-05	-2.24E+02	-1.12E-05	-1.61E+02	-8.04E-06
1.00E-05	1.00E-05	-1.34E+02	-1.34E-05	-9.63E+01	-9.63E-06	-6.42E+01	-6.42E-06
1.00E-05	1.50E-05	1.00E+01	1.50E-06	1.03E+01	1.55E-06	1.26E+01	1.89E-06
1.00E-05	3.00E-05	-1.76E+01	-5.29E-06	-1.15E+01	-3.46E-06	-6.32E+00	-1.90E-06
1.00E-05	4.00E-05	-8.93E-01	-3.57E-07	3.80E+00	1.52E-06	8.31E+00	3.32E-06
1.00E-05	7.00E-05	-5.06E+00	-3.54E-06	-2.41E+00	-1.69E-06	-7.76E-02	-5.43E-08
3.00E-05	1.00E-08	-3.22E+05	-3.22E-05	-2.85E+05	-2.85E-05	2.54E+05	2.54E-05
3.00E-05	1.00E-07	-2.92E+03	-2.92E-06	-1.01E+03	-1.01E-06	9.38E+02	9.38E-07
3.00E-05	5.00E-07	-4.97E+03	-2.48E-05	-4.23E+03	-2.12E-05	-3.62E+03	-1.81E-05
3.00E-05	1.00E-06	-2.08E+03	-2.08E-05	-1.71E+03	-1.71E-05	-1.40E+03	-1.40E-05
3.00E-05	5.00E-06	-6.52E+01	-3.26E-06	-2.85E+01	-1.42E-06	3.42E+00	1.71E-07
3.00E-05	1.00E-05	-1.96E+02	-1.96E-05	-1.78E+02	-1.78E-05	-1.64E+02	-1.64E-05
3.00E-05	1.50E-05	4.59E+00	6.89E-07	1.70E+01	2.55E-06	2.84E+01	4.26E-06
3.00E-05	3.00E-05	6.21E+01	1.86E-05	6.83E+01	2.05E-05	7.39E+01	2.22E-05
3.00E-05	4.00E-05	-1.08E+01	-4.33E-06	-6.10E+00	-2.44E-06	-1.38E+00	-5.51E-07
3.00E-05	7.00E-05	-6.94E+00	-4.86E-06	-4.27E+00	-2.99E-06	-1.63E+00	-1.14E-06

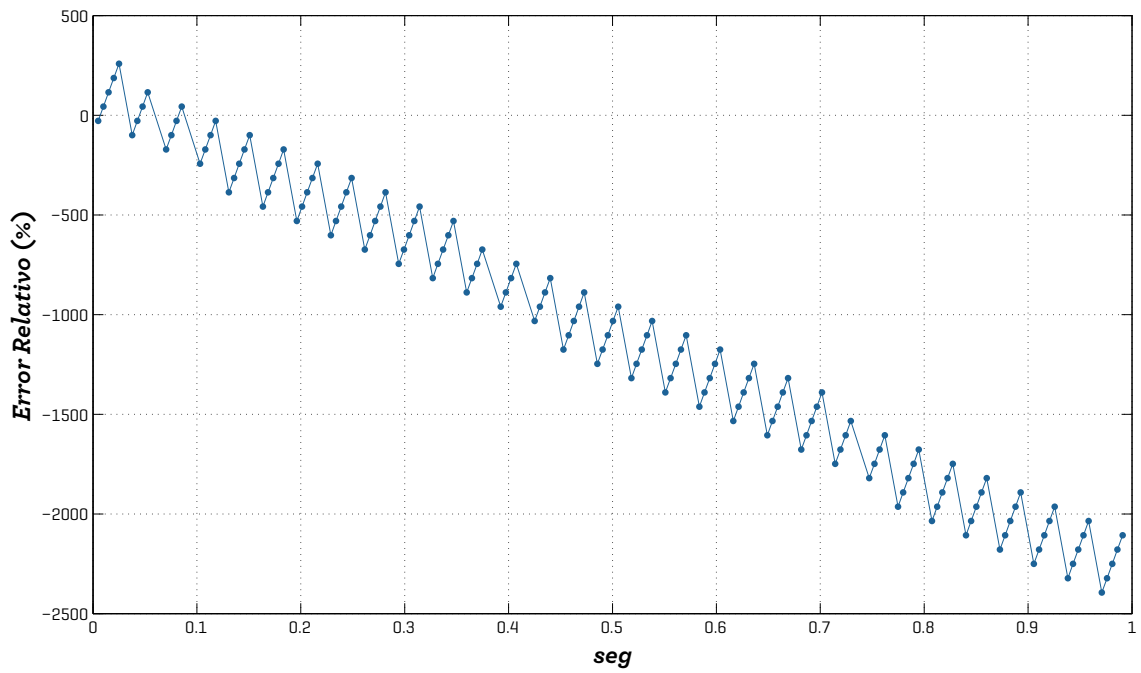


Figura 5.25 Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_x obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfasamiento 500 ns, para un segundo de medición. $1 \mu\text{s}$ de ancho de pulso.

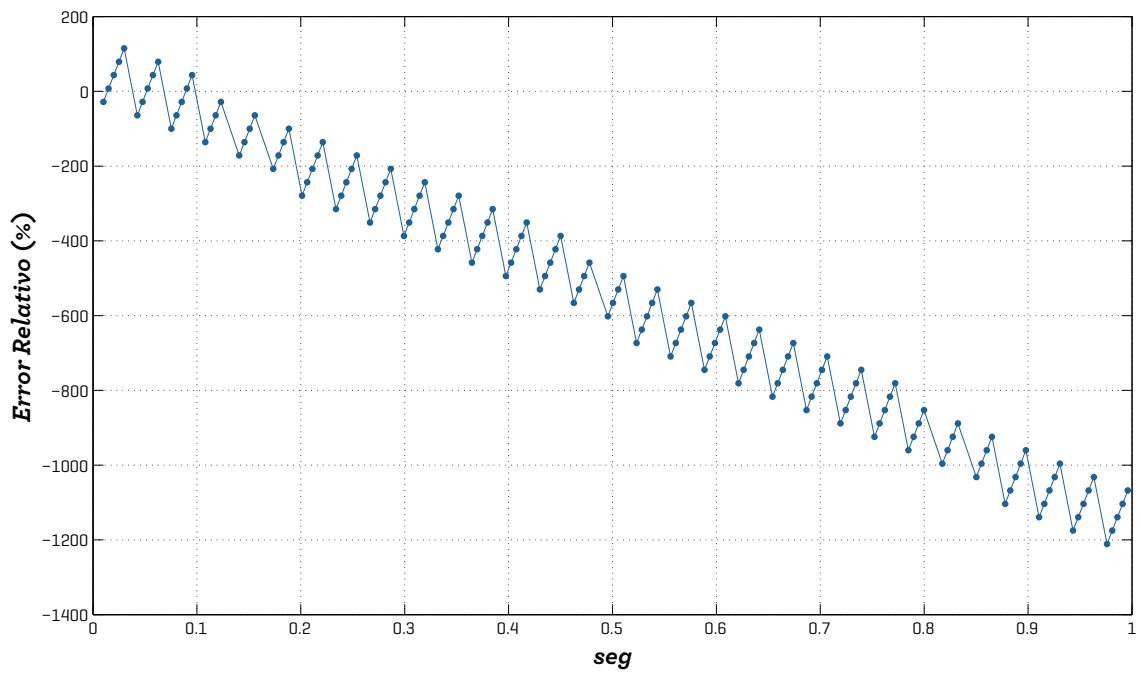


Figura 5.26 Error de medición de tiempo de desfasamiento con T_x obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfasamiento $1 \mu\text{s}$, para un segundo de medición. $1 \mu\text{s}$ de ancho de pulso.

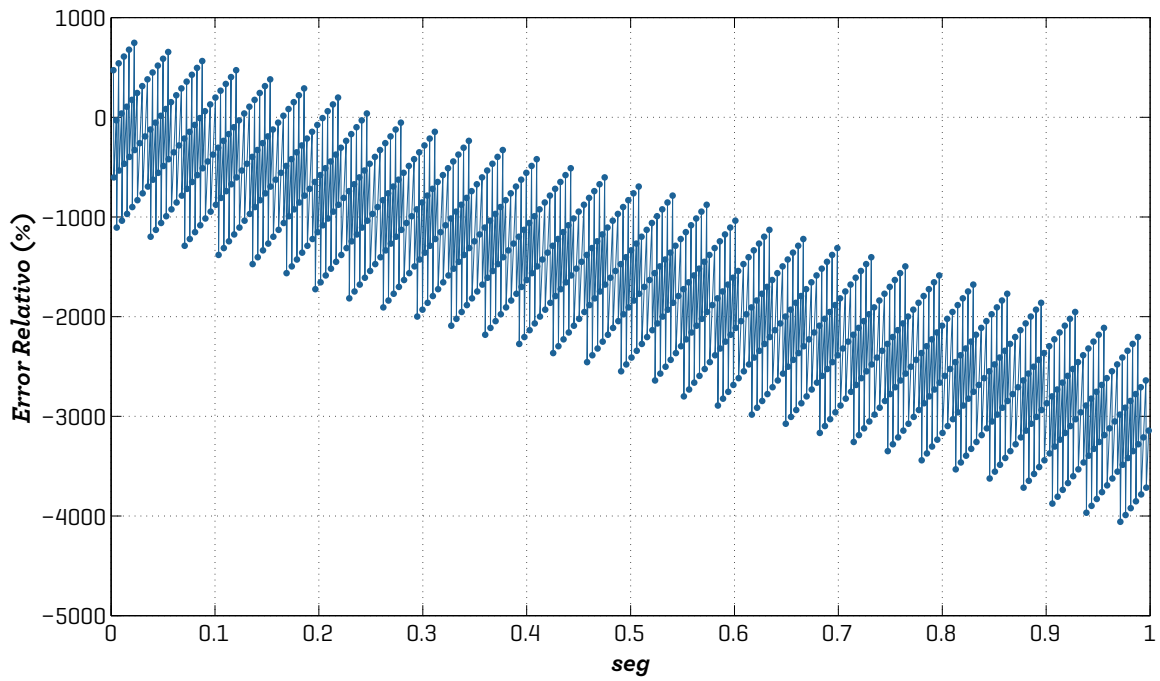


Figura 5.27 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.

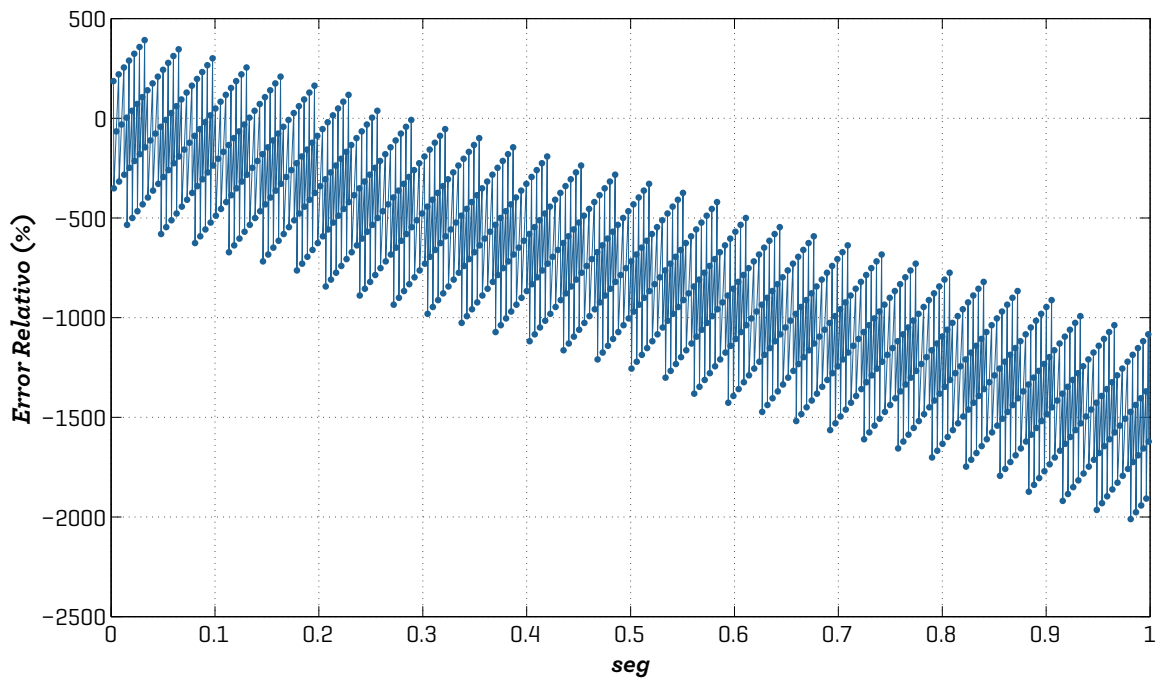


Figura 5.28 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.

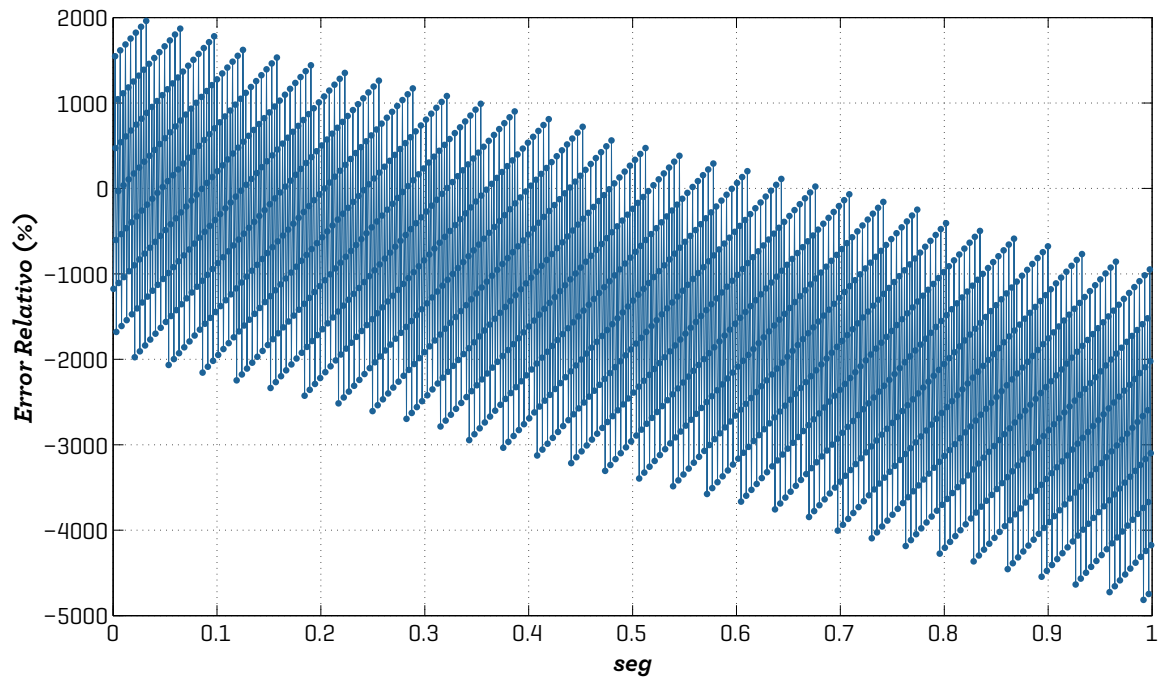


Figura 5.29 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.

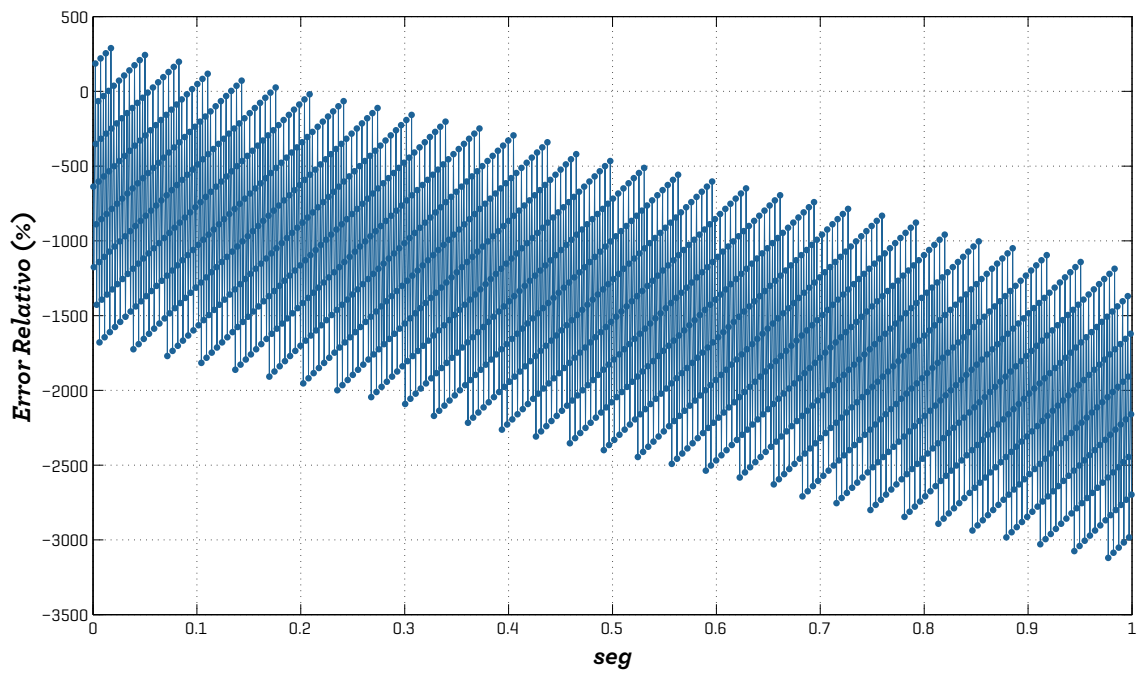


Figura 5.30 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.

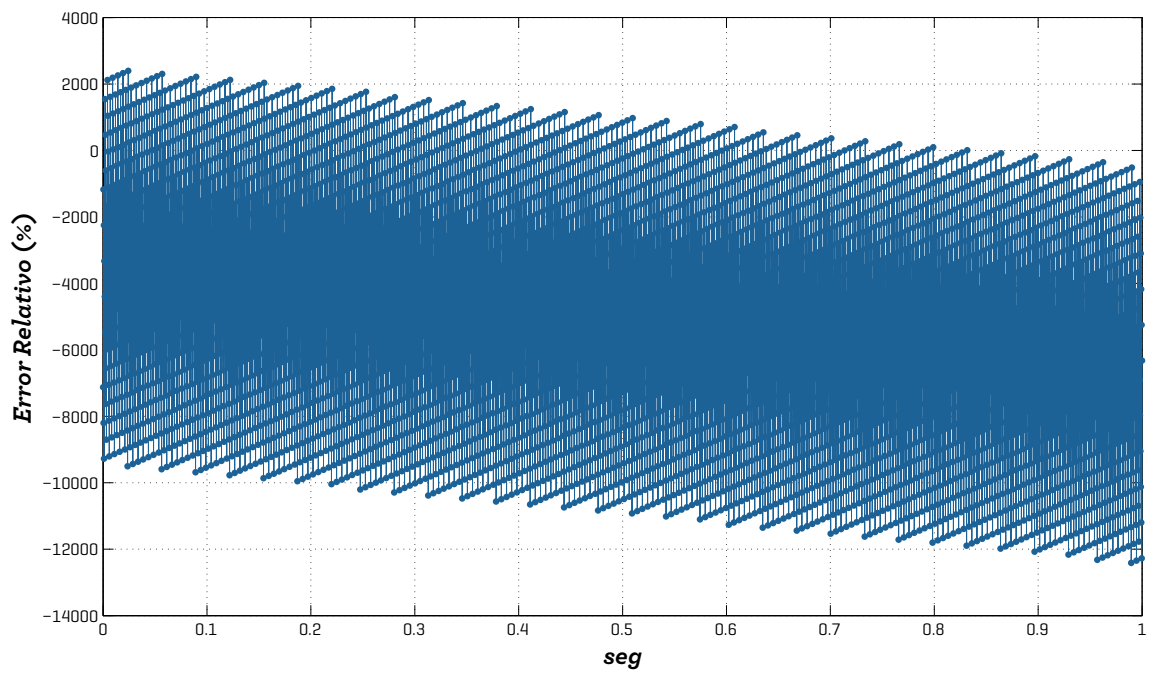


Figura 5.31 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.

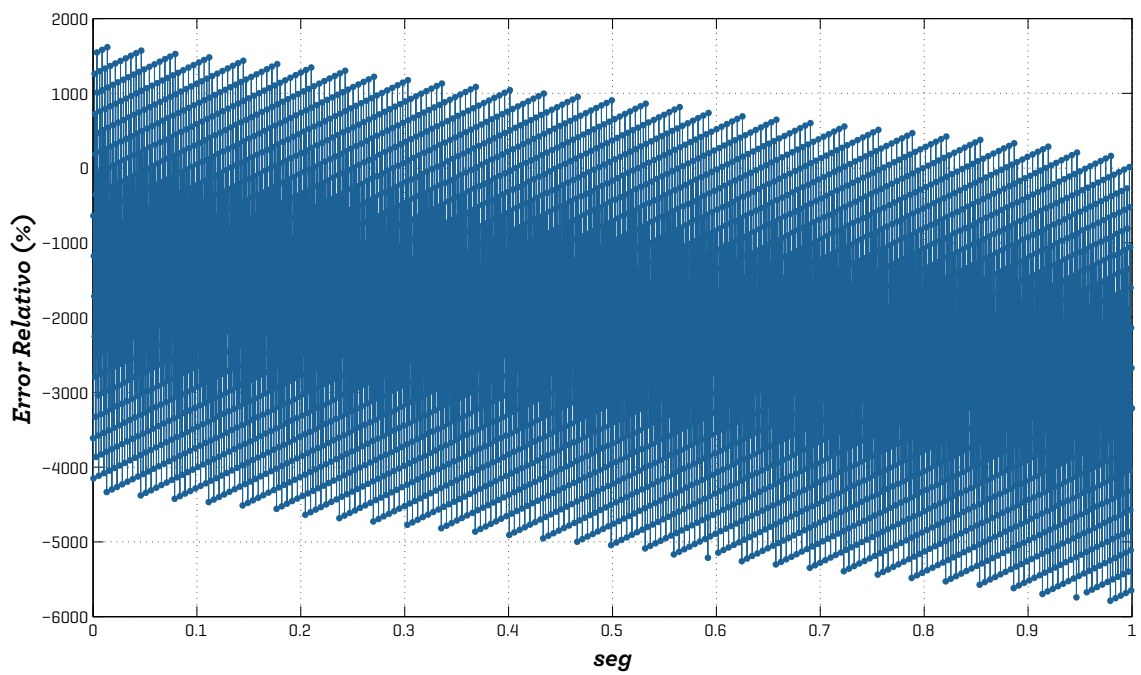


Figura 5.32 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medio de las convergentes Q_i y P_i . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.

5.2.4 MEDICIÓN DE FASE APLICANDO EL VALOR APROXIMADO DE T_X A TRAVÉS DE LA MEDIANTA TOTAL

De acuerdo con los resultados anteriores, se observa que el(los) periodo(s) de las señales involucradas no se mantienen estables — fenómeno producto del tremor de fase. Dado que al medir T_X se aprecia una deriva con respecto al valor conocido. Esta desviación posee una dirección la cual tiende a divergir del valor establecido de T_X y que afecta las mediciones de fase. La propuesta para corregir el fenómeno de deriva (producto del tremor de fase) es el cálculo de T_X a partir de la *medianta total*. El procedimiento para tal cálculo, es derivado de la sección 2.5.3, específicamente utiliza la ecuación 2.71 para obtener la aproximación de T_X .

A continuación, se muestran los resultados de las mediciones de tiempo de desfaseamiento con el valor de T_X estimado con la medianta total de los valores encontrados de $N_X(k)$, $N_O(k)$ y el valor conocido de T_O .

En la tabla 5.5 se presentan los errores relativo y absoluto resultantes de la medición del tiempo de desfaseamiento cuando se incluye la medianta total como valor de T_X . De todos los casos mostrados en la tabla, solo se producen las gráficas correspondientes a 8 de ellos; como fue señalado al inicio de este capítulo.

En las figuras 5.33-5.40 se observa que el error relativo ya no tiende a divergir conforme pasa el tiempo — se mantiene centrado en el 0%. Es importante hacer notar que la divergencia no es evidente. El tiempo de desfaseamiento parece no estar perturbado por la desviación contemplada. En la tabla 5.5, se exhibe que los errores relativos mejoraron considerablemente; ahora se encuentran en el orden de las decenas porcentuales, al igual que los errores absolutos ahora ubicados en el orden de decenas de nanosegundos.

Al igual que en cálculos anteriores, si el ancho de pulso de coincidencia aumenta, existe mayor probabilidad de coincidencia, registrando mayor cantidad valores de N_O , N_X , N_{O1} y N_{X1} . Además, debido al registro de más coincidencias existen valores de error mayores comparados con pulsos angostos.

Tabla 5.5 Resultados obtenidos en errores relativo y absoluto de medición de fase con T_X en Medianta T.

Fase en promedio con T_X a través de medianta total							
Tiempo de medición		1s		Os 500ms		Os 100ms	
$\tau_{O=T_X}$ (s)	t_ϕ (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)	Error Relativo (%)	Error Absoluto (s)
1.00E-06	1.00E-08	-4.59E+01	-4.59E-09	6.85E+01	6.85E-09	-1.00E+02	-1.00E-08
1.00E-06	1.00E-07	-8.45E+00	-8.45E-09	-1.19E+01	-1.19E-08	-1.00E+02	-1.00E-07
1.00E-06	5.00E-07	-4.89E-01	-2.45E-09	1.19E+00	5.93E-09	4.39E+01	2.19E-07
1.00E-06	1.00E-06	-7.63E-01	-7.63E-09	3.91E+00	3.91E-08	1.78E+01	1.78E-07
1.00E-06	5.00E-06	-1.57E-02	-7.84E-10	3.02E-02	1.51E-09	4.19E-01	2.10E-08
1.00E-06	1.00E-05	-3.03E-01	-3.03E-08	-4.17E-02	-4.17E-09	-8.10E-01	-8.10E-08
1.00E-06	1.50E-05	-2.42E-01	-3.63E-08	-1.86E-01	-2.80E-08	-1.63E+00	-2.44E-07
1.00E-06	3.00E-05	9.60E-02	2.88E-08	8.40E-02	2.52E-08	-6.89E-01	-2.07E-07
1.00E-06	4.00E-05	-6.47E-03	-2.59E-09	5.40E-02	2.16E-08	-1.01E-11	-4.06E-18
1.00E-06	7.00E-05	-1.63E-02	-1.14E-08	-4.22E-03	-2.95E-09	-8.68E-02	-6.07E-08
5.00E-06	1.00E-08	3.25E+01	3.25E-09	-1.00E+02	-1.00E-08	-1.00E+02	-1.00E-08
5.00E-06	1.00E-07	1.15E+01	1.15E-08	4.35E+01	4.35E-08	3.14E+02	3.14E-07
5.00E-06	5.00E-07	3.04E+00	1.52E-08	-2.71E+00	-1.35E-08	-3.71E+00	-1.85E-08
5.00E-06	1.00E-06	2.91E-01	2.91E-09	3.82E-01	3.82E-09	-2.75E+00	-2.75E-08
5.00E-06	5.00E-06	3.01E-01	1.50E-08	1.09E-01	5.46E-09	6.83E-01	3.42E-08
5.00E-06	1.00E-05	1.71E-01	1.71E-08	4.70E-01	4.70E-08	8.17E-01	8.17E-08
5.00E-06	1.50E-05	1.50E-01	2.26E-08	1.75E-01	2.62E-08	1.02E+00	1.53E-07
5.00E-06	3.00E-05	-2.23E-02	-6.70E-09	-8.78E-02	-2.63E-08	6.56E-02	1.97E-08
5.00E-06	4.00E-05	1.39E-02	5.57E-09	9.35E-02	3.74E-08	3.28E-01	1.31E-07
5.00E-06	7.00E-05	-1.68E-02	-1.18E-08	2.16E-03	1.51E-09	2.09E-01	1.46E-07
1.00E-05	1.00E-08	-2.05E+01	-2.05E-09	-3.17E+01	-3.17E-09	-1.00E+02	-1.00E-08
1.00E-05	1.00E-07	1.02E+01	1.02E-08	2.22E+01	2.22E-08	1.13E+02	1.13E-07
1.00E-05	5.00E-07	8.79E-01	4.39E-09	2.40E-01	1.20E-09	8.71E+00	4.36E-08
1.00E-05	1.00E-06	-2.75E+00	-2.75E-08	3.36E-01	3.36E-09	7.71E-01	7.71E-09
1.00E-05	5.00E-06	9.44E-03	4.72E-10	2.52E-01	1.26E-08	-1.06E-01	-5.30E-09
1.00E-05	1.00E-05	1.86E-02	1.86E-09	9.95E-02	9.95E-09	2.18E+00	2.18E-07
1.00E-05	1.50E-05	3.65E-02	5.47E-09	1.56E-02	2.34E-09	1.00E+00	1.50E-07
1.00E-05	3.00E-05	1.04E-02	3.12E-09	-5.46E-02	-1.64E-08	-1.83E-01	-5.50E-08
1.00E-05	4.00E-05	1.08E-02	4.30E-09	4.96E-03	1.99E-09	2.44E-01	9.76E-08
1.00E-05	7.00E-05	-3.63E-03	-2.54E-09	-1.56E-04	-1.09E-10	-4.90E-02	-3.43E-08
3.00E-05	1.00E-08	-5.58E+01	-5.58E-09	6.72E+01	6.72E-09	-1.00E+02	-1.00E-08
3.00E-05	1.00E-07	1.48E+01	1.48E-08	3.53E+01	3.53E-08	-3.12E+01	-3.12E-08
3.00E-05	5.00E-07	2.79E+00	1.39E-08	-5.88E+00	-2.94E-08	-1.60E+01	-8.02E-08
3.00E-05	1.00E-06	-7.22E-01	-7.22E-09	5.83E+00	5.83E-08	-6.72E+00	-6.72E-08
3.00E-05	5.00E-06	5.70E-01	2.85E-08	-5.57E-01	-2.78E-08	-2.66E+00	-1.33E-07
3.00E-05	1.00E-05	1.01E-01	1.01E-08	3.91E-01	3.91E-08	5.92E-01	5.92E-08
3.00E-05	1.50E-05	8.72E-02	1.31E-08	2.25E-01	3.38E-08	1.59E+00	2.39E-07
3.00E-05	3.00E-05	-8.24E-02	-2.47E-08	-1.10E-01	-3.30E-08	-3.32E-02	-9.95E-09
3.00E-05	4.00E-05	3.46E-03	1.38E-09	7.00E-02	2.80E-08	1.73E-01	6.93E-08
3.00E-05	7.00E-05	-3.38E-02	-2.37E-08	-2.81E-02	-1.97E-08	-8.83E-02	-6.18E-08

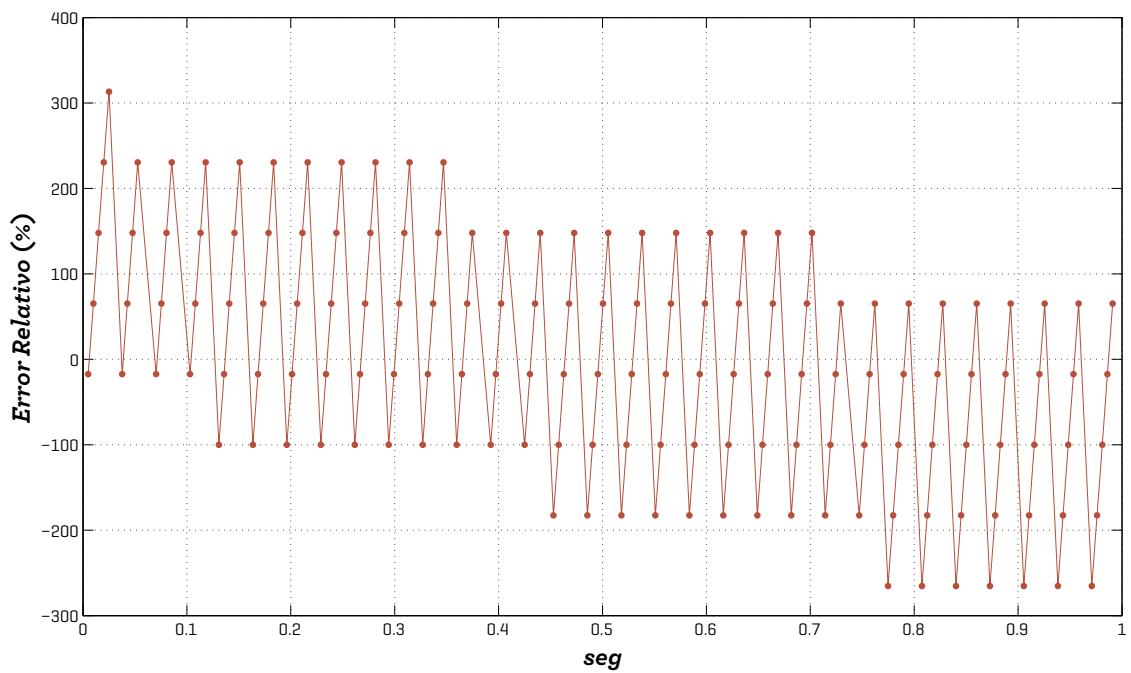


Figura 5.33 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.

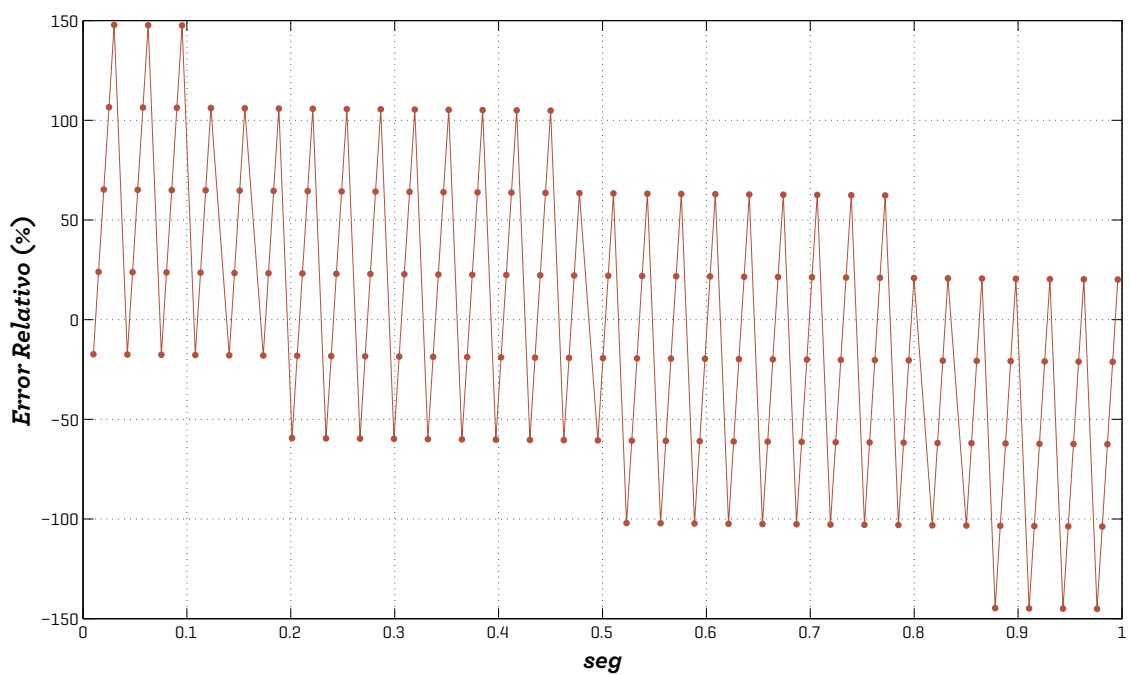


Figura 5.34 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.

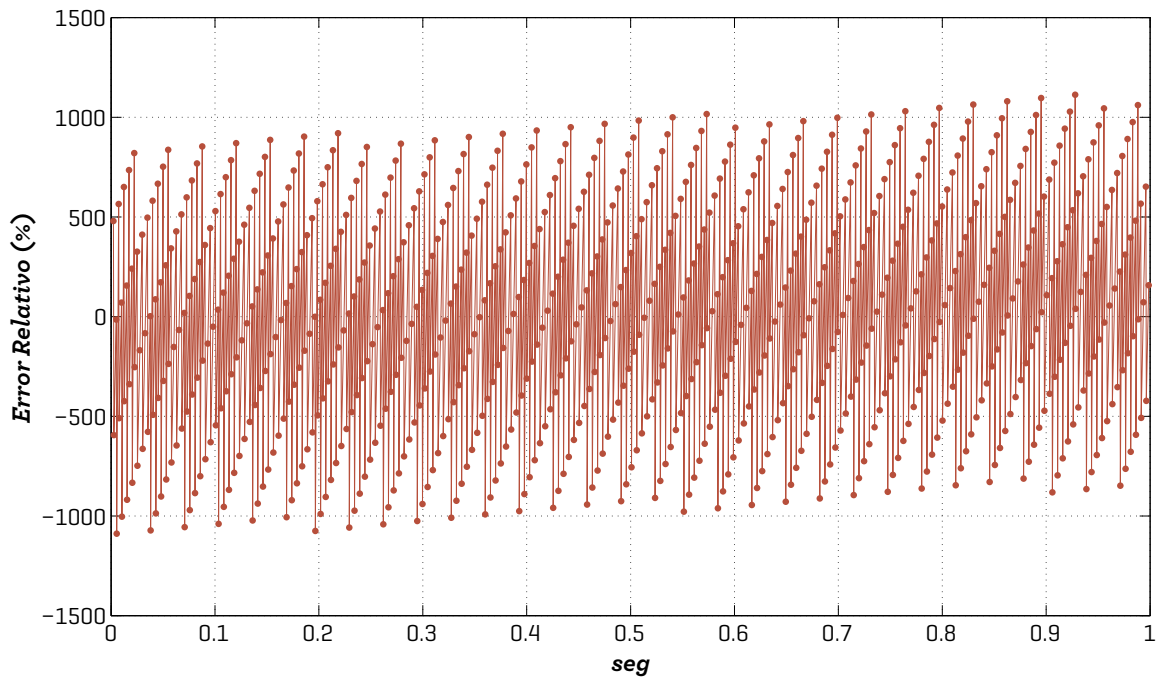


Figura 5.35 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.

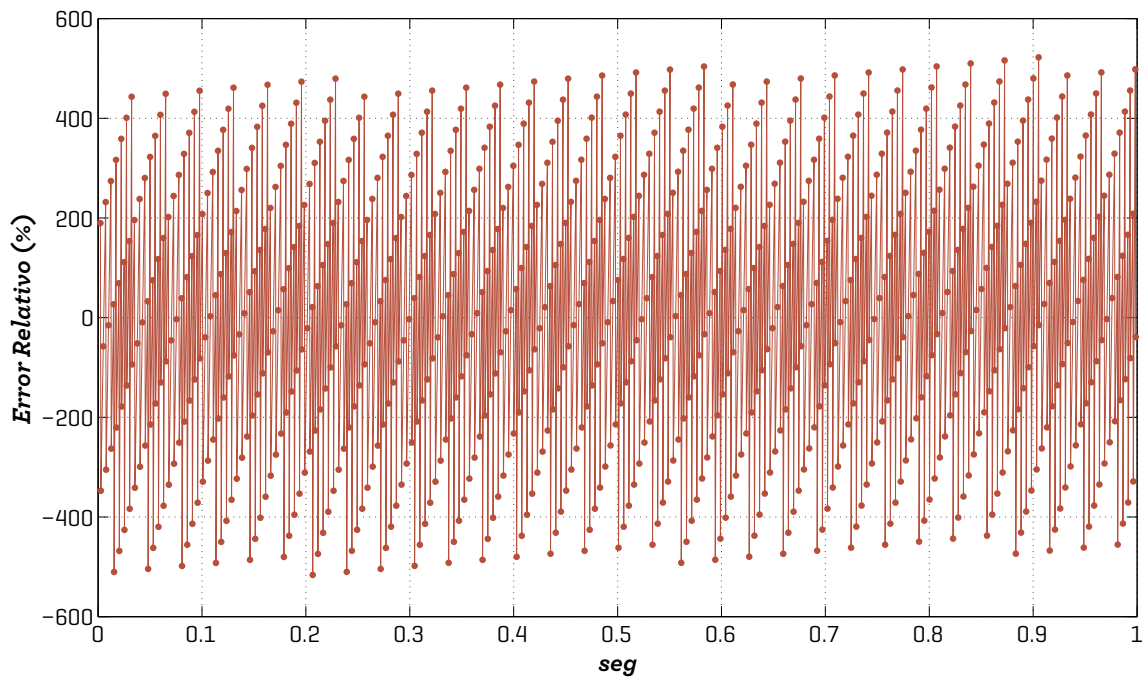


Figura 5.36 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.

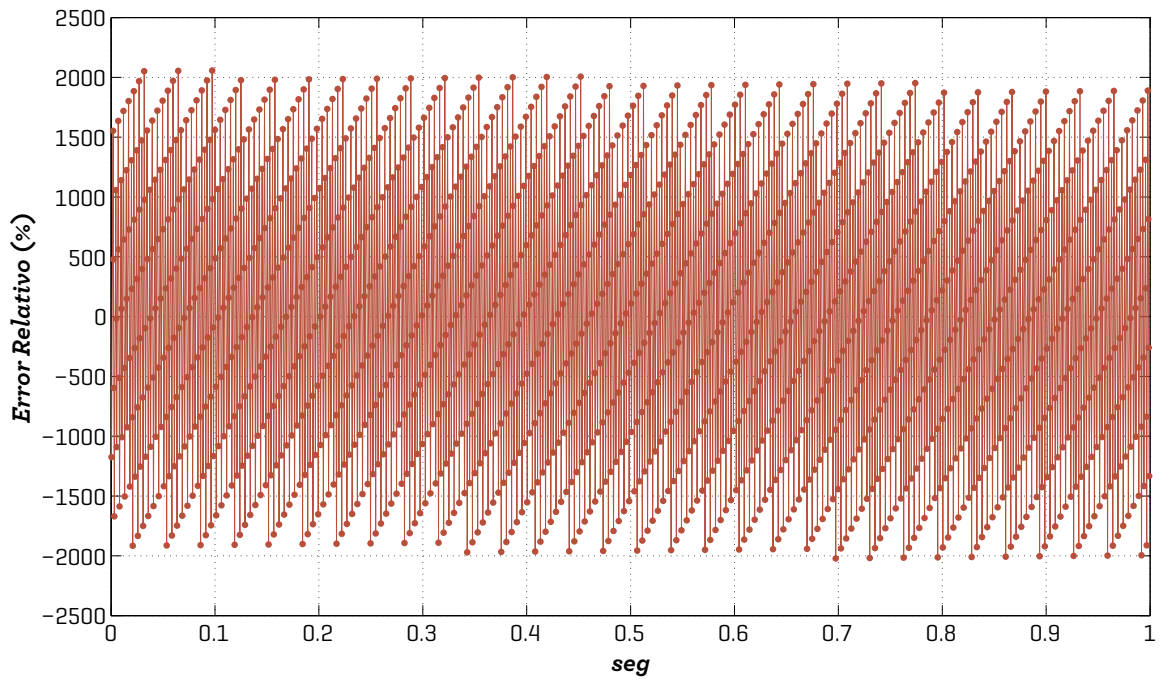


Figura 5.37 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.

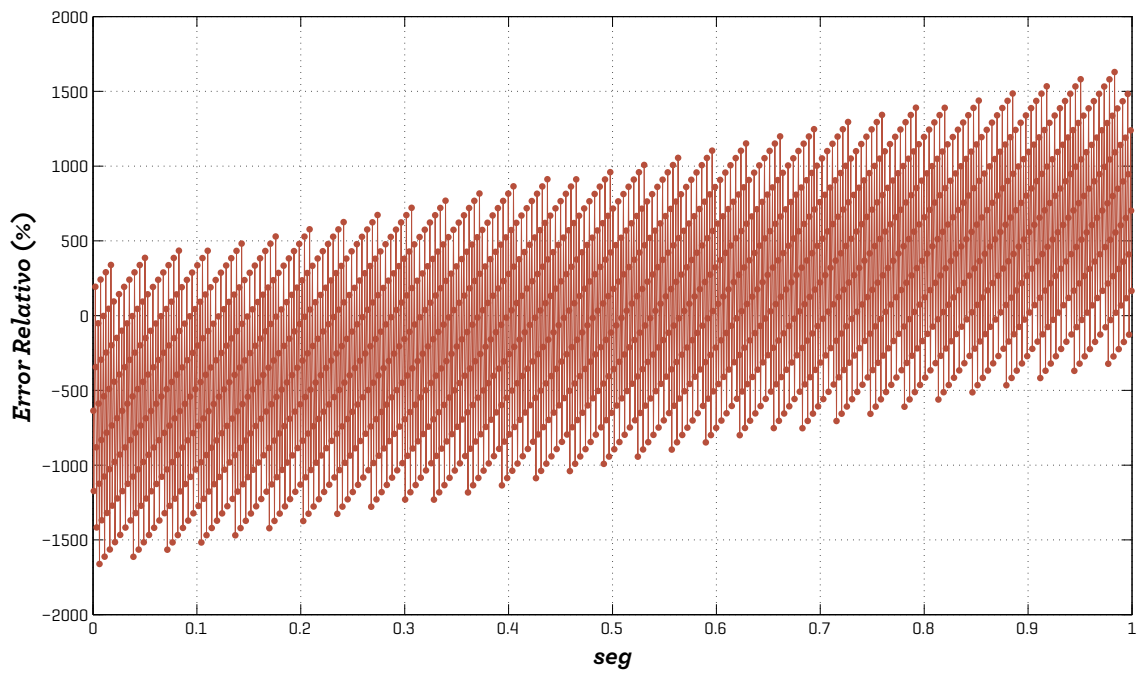


Figura 5.38 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.

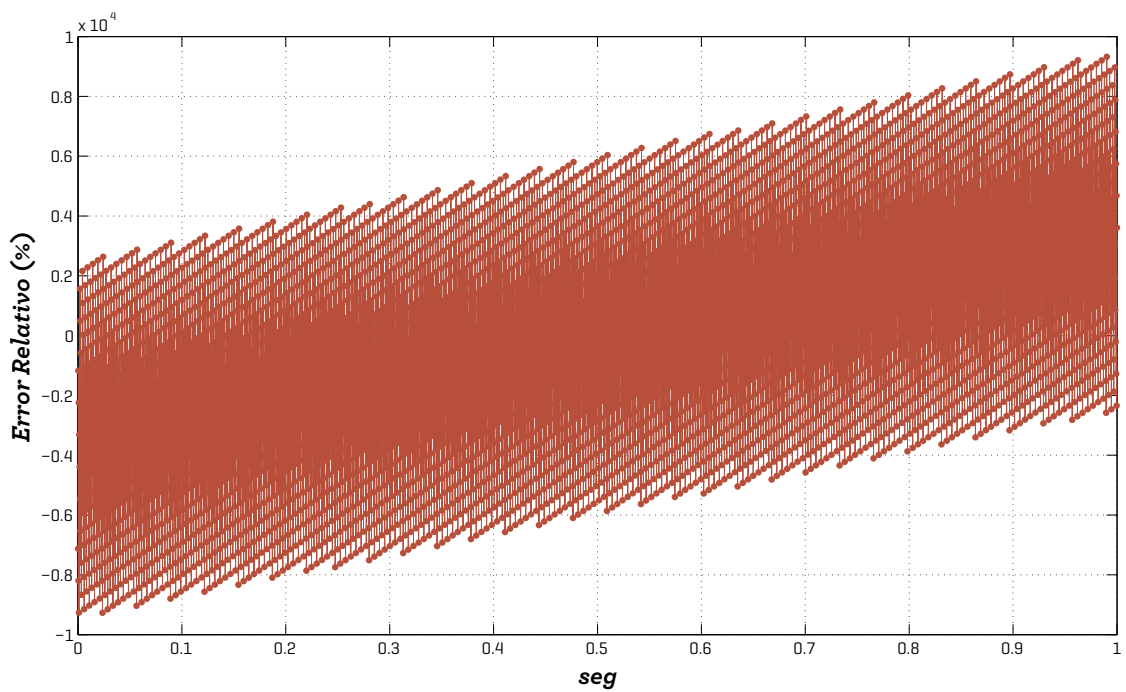


Figura 5.39 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.

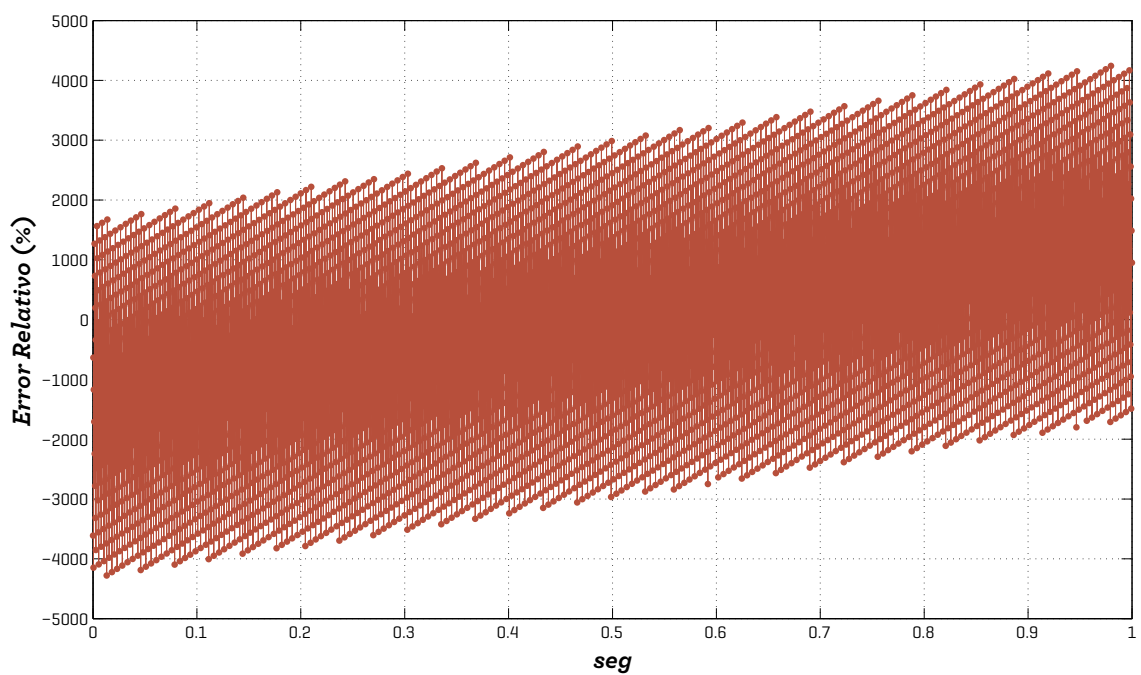


Figura 5.40 Error de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medianta total. Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.

5.3 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DE MEDICIÓN DE FASE PARA LOS DIFERENTES CÁLCULOS DE T_X

En esta sección, se despliegan las gráficas de los errores relativos conjuntando los resultados, presentados en la sección 5.2, correspondientes a las cuatro técnicas de aproximación de T_X . Este despliegue, en conjunto, permite observar la gran diferencia que representa el utilizar el valor de T_X calculado a partir de la medianta total.

Reiterando, se presentan 8 figuras pertenecientes a los 8 casos de medición sombreados en la tabla 5.1. En estas figuras, se agrupan las distribuciones del error relativo de medición de fase producto de las formas de estimación de T_X . Para identificar los resultados en las figuras, se se le asignó un marcador y color^③ diferente a cada técnica:

1. DIAMANTE NEGRO. Correspondiente al error relativo de medición de fase utilizando el valor preconocido de T_X .
2. CUADRADO GRIS. Perteneciente al error relativo de medición de fase empleando el valor de T_X aproximado por promediación.
3. ESTRELLA AZUL. Atribuida al error relativo de medición de fase usando el valor estimado de T_X por medio de las convergentes $Q_{máx}$ y $P_{máx}$.
4. CÍRCULO NARANJA. Concerniente al error relativo de medición de fase aplicando el valor aproximado de T_X a través de la medianta total.

En la figuras 5.41–5.48 se advierten las diferencias existentes entre los errores relativos de medición de fase obtenidos con valores de T_X calculados en base a diferentes métodos. Es claro que los errores relativos de todas las aproximaciones de fase calculadas con la sustitución del periodo T_X obtenido en base a mediantas presenta el mejor desempeño. En todas las gráficas, la línea con círculos correspondiente al error de medición de fase con T_X aproximado con mediantas mantiene un comportamiento centrado en 0% — no divergente en comparación con las demás aproximaciones.

Las distribuciones de error relativo provenientes de empleo del valor de T_X establecido, promediado ó en base a las convergentes ($Q_{máx}$, $P_{máx}$) divergen negativa ó positivamente.

Esta divergencia, anteriormente mencionada, representa la desviación del tiempo de desfase debido al tremor de fase acumulativo presentado por los periodos T_X y/ó T_0 ; que es causado por la inestabilidad de los generadores.

③ Es recomendable la reproducción a color de este trabajo de tesis — en especial la actual sección — para distinguir los diferentes resultados presentados en las figuras. Ya que en algunos casos es imposible identificarlos dada la complejidad del gráfico.

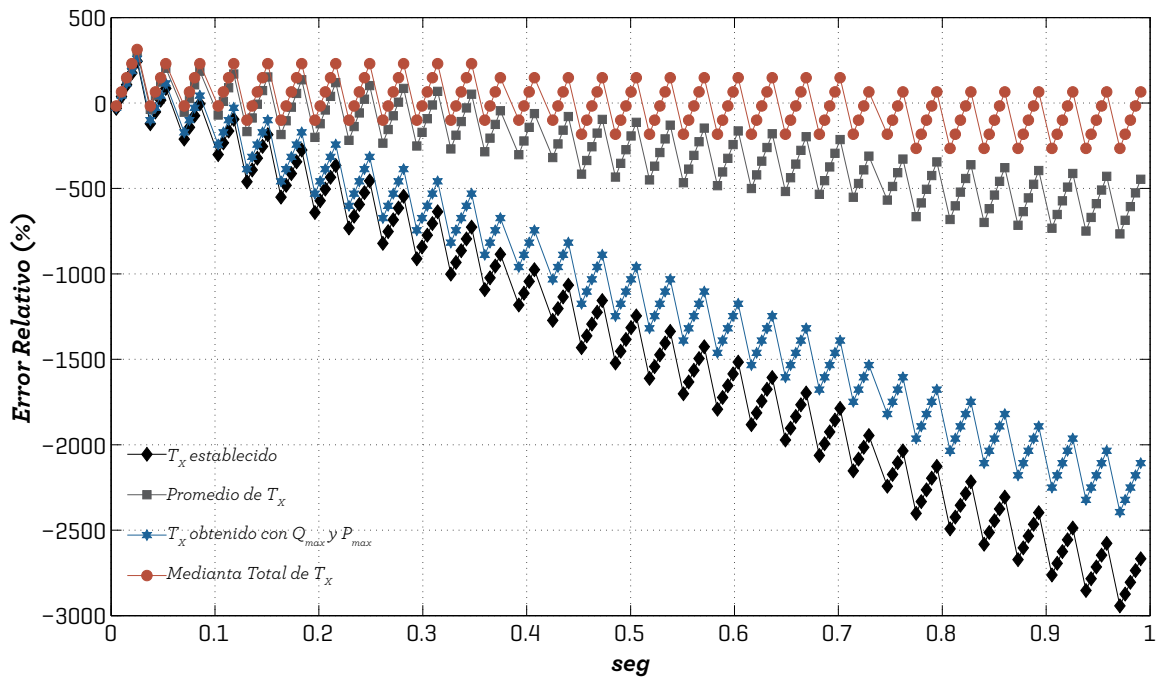


Figura 5.41 Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_x . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.

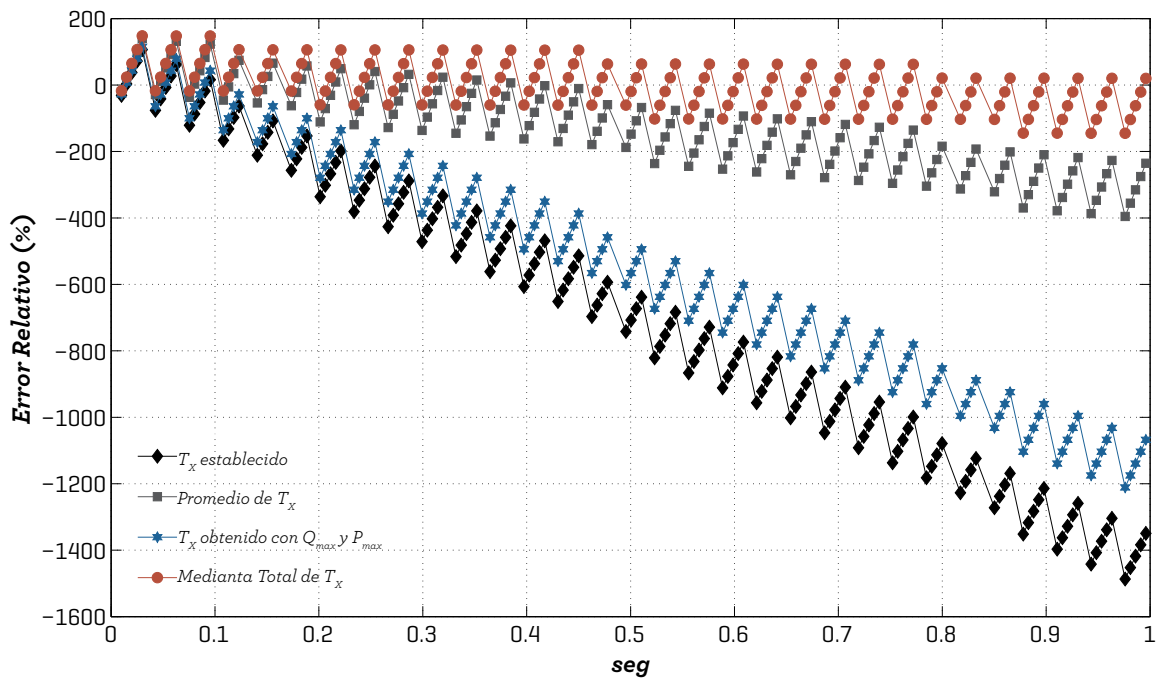


Figura 5.42 Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_x . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 1 μ s de ancho de pulso.

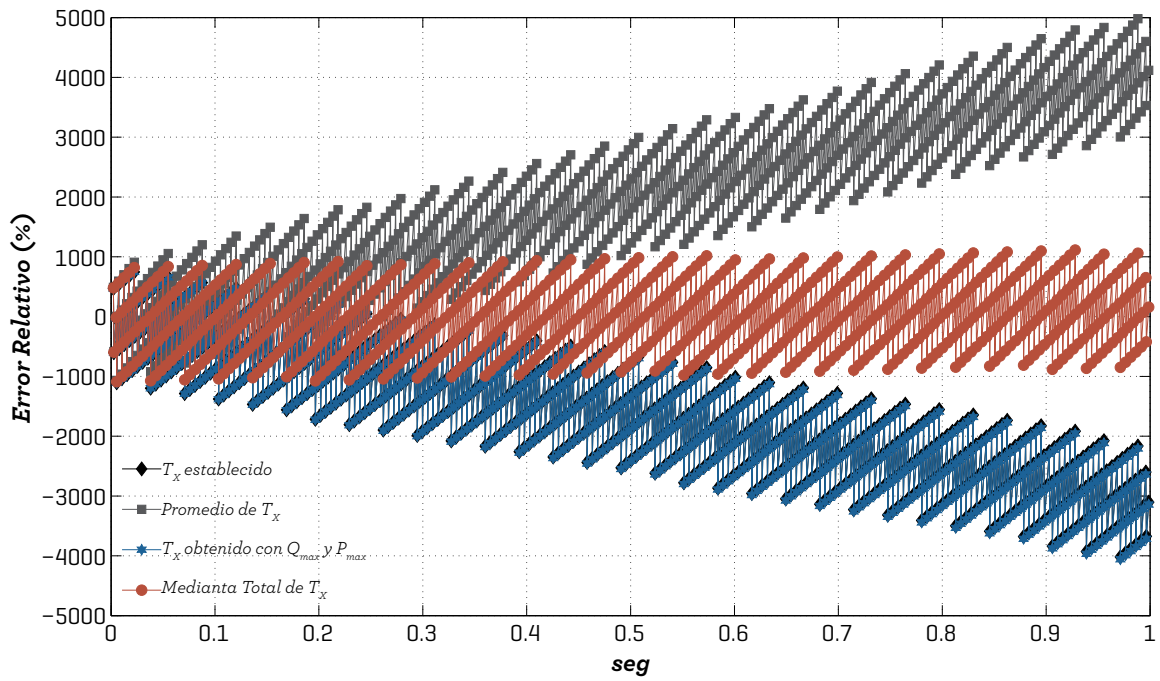


Figura 5.43 Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_x . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.

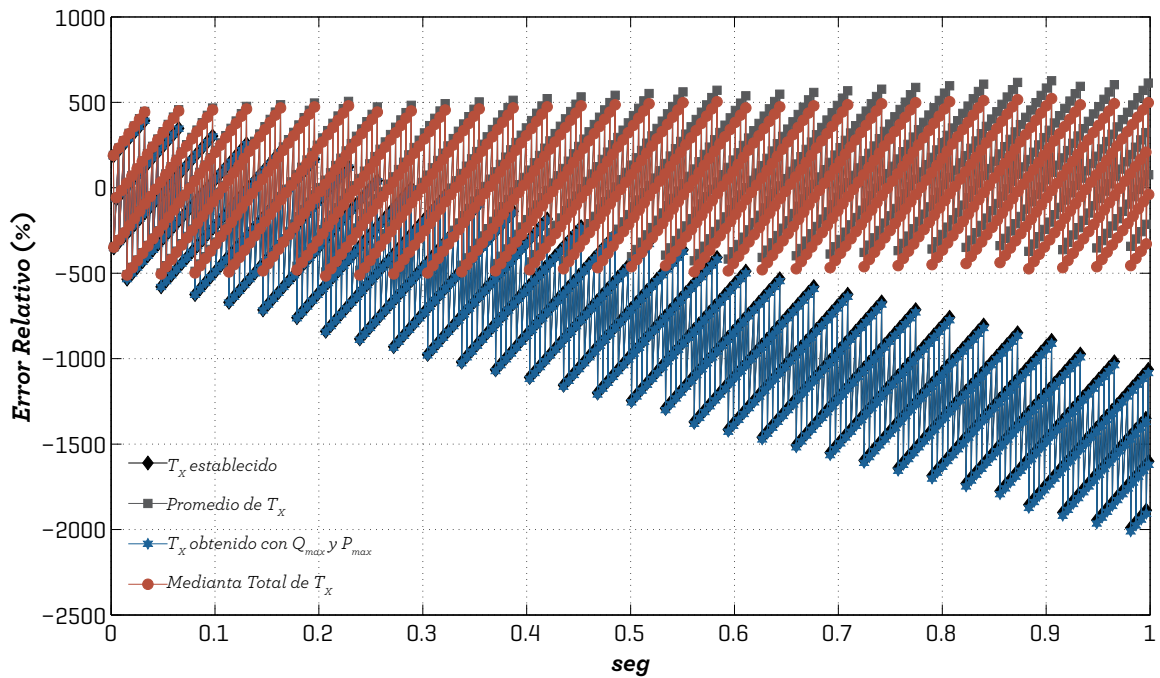


Figura 5.44 Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_x . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 5 μ s de ancho de pulso.

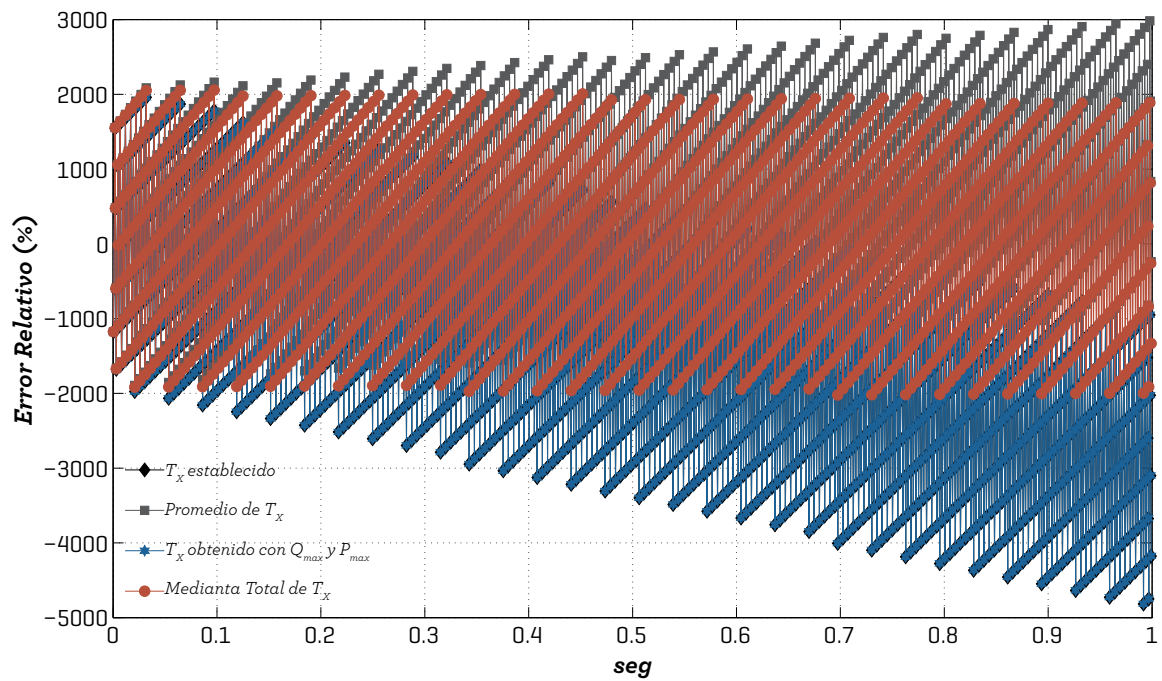


Figura 5.45 Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_x . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.

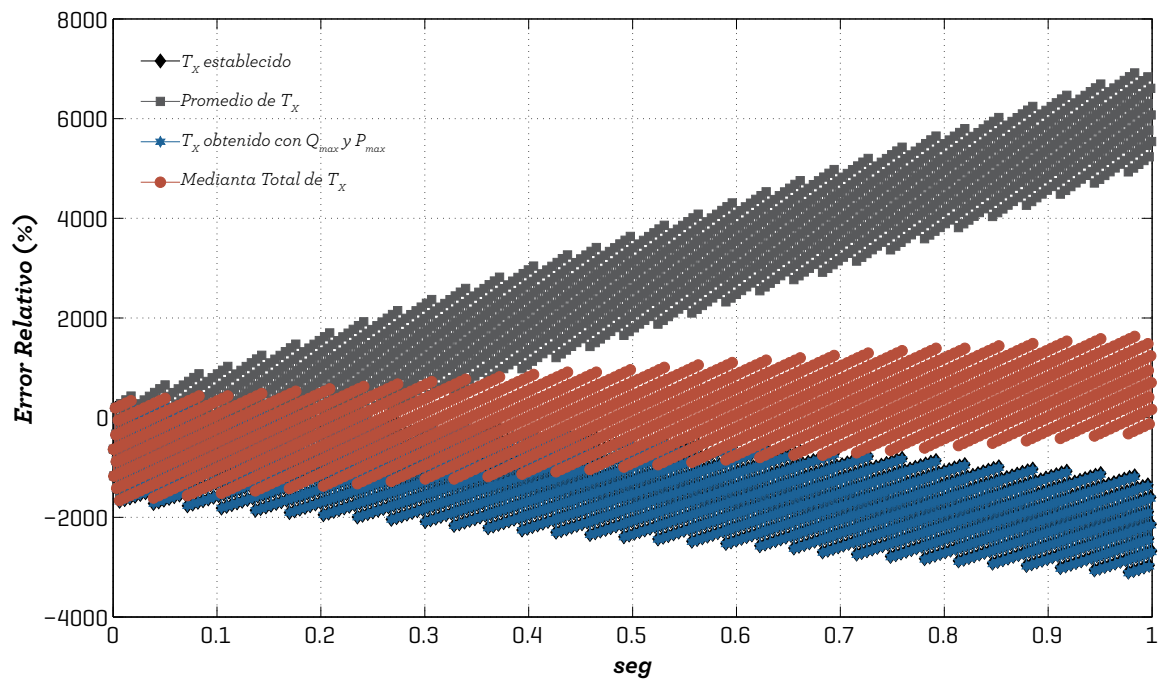


Figura 5.46 Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_x . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 10 μ s de ancho de pulso.

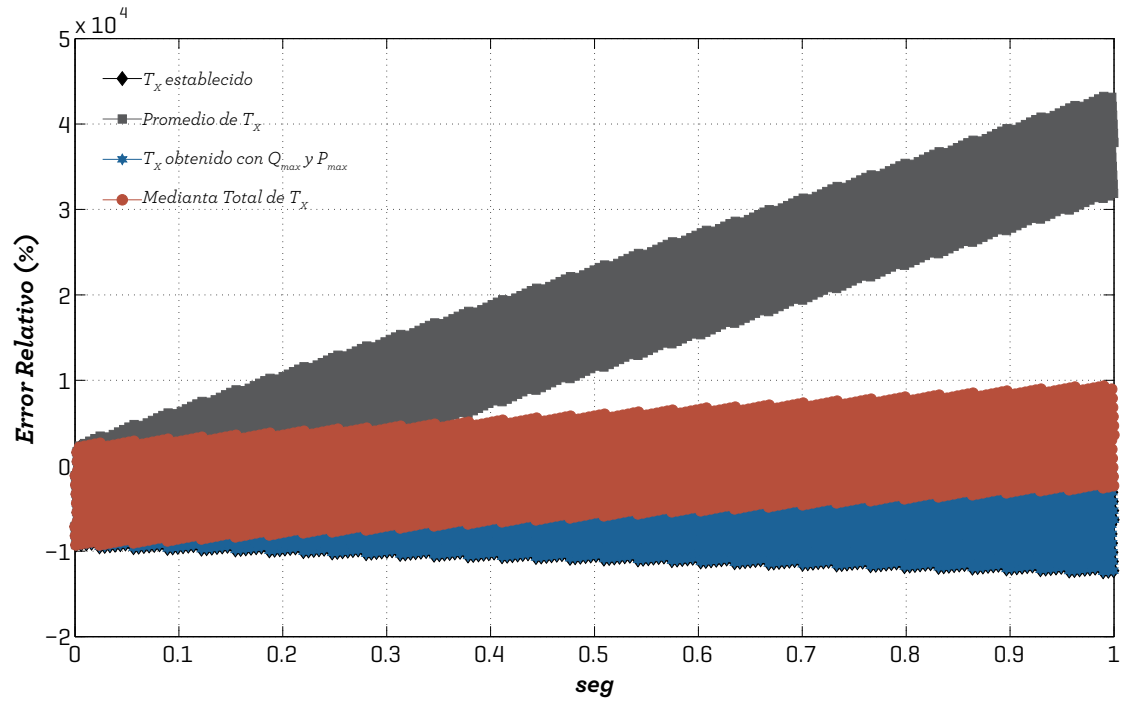


Figura 5.47 Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_x . Tiempo de desfaseamiento 500 ns, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.

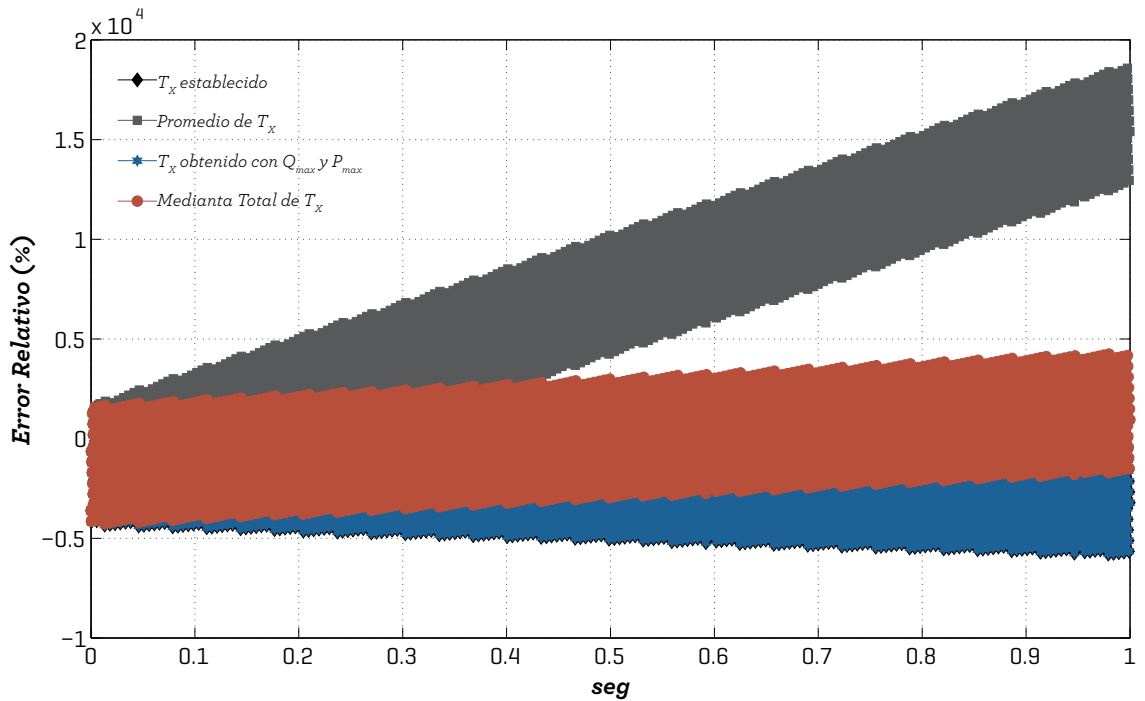


Figura 5.48 Errores de medición de tiempo de desfaseamiento con los diversos valores de T_x . Tiempo de desfaseamiento 1 μ s, para un segundo de medición. 30 μ s de ancho de pulso.

5.4 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DE FASE PARA LOS DIFERENTES ANCHOS DE PULSO CON T_X OBTENIDO POR MEDIANTA TOTAL

Como se demostró en secciones anteriores, el promedio de la diferencia de fase obtenido con la ecuación 2.73 — al sustituir el valor de T_X a partir de la medianta total — representa la mejor aproximación en comparación con las otras técnicas. La superioridad de la medianta como estimador de T_X surge cuando corrige la deriva revelada en el proceso de medición de fase.

Por lo anterior, se realiza un análisis de los datos de medición de fase con T_X estimado por la medianta total. A continuación, se generaron dos figuras que engloban todos los resultados de tabla 5.5 para un segundo de medición.

En la figura 5.49, se muestran los errores relativos menores al $\pm 5\%$. En la tabla 5.5, se evidencia que los valores de fase medidos mayores a 500 ns exhiben un error relativo menor al $\pm 5\%$.

En la figura 5.50, se presentan los errores absolutos de las mediciones de fase (t_ϕ). Como se aprecia, todos los valores de error absoluto para los diferentes anchos de pulso se conservan dentro del orden de las ‘decenas de nanosegundos’.

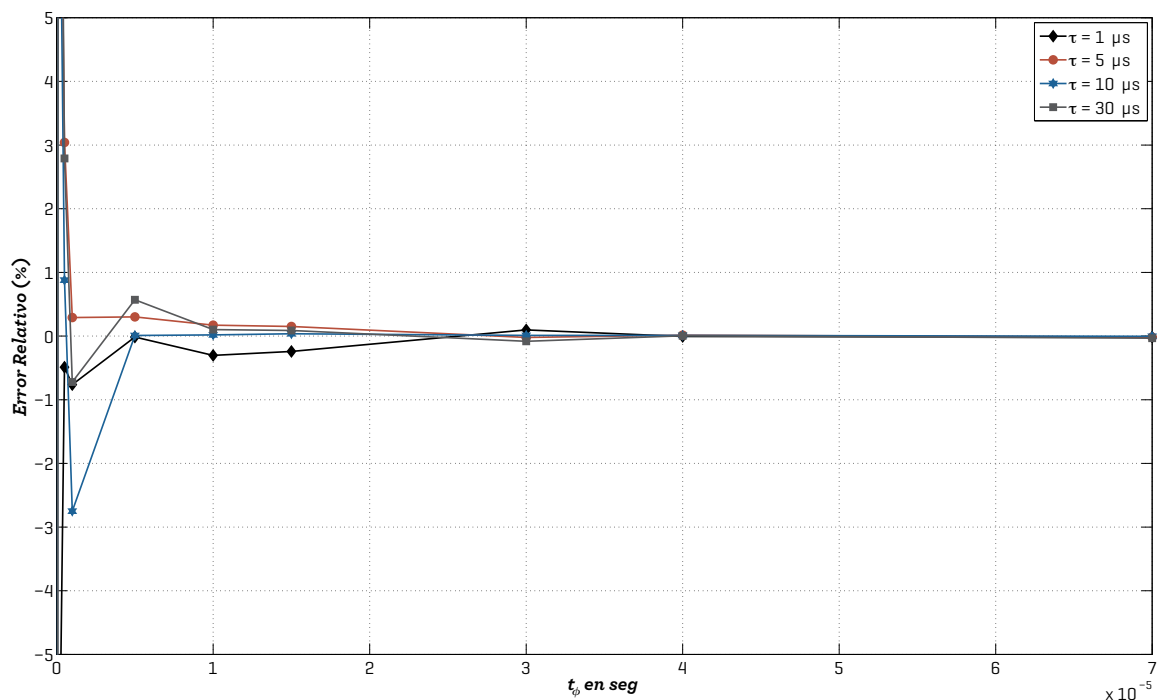


Figura 5.49 Errores relativos de medición de tiempo de desfaseamiento con T_X obtenido por medianta total. Para todos los valores de fase y diferentes anchos de pulso en un segundo de medición.

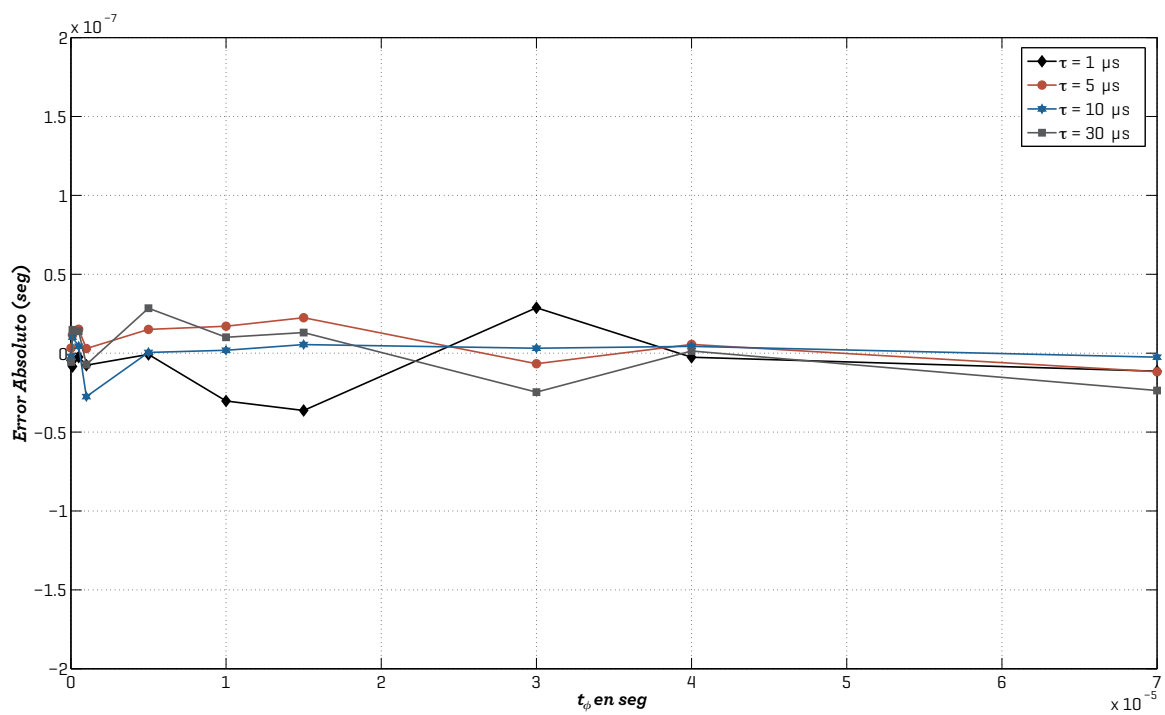


Figura 5.50 Errores absolutos de medición de tiempo de desfaseamiento con T_x obtenido por medianta total. Para los diferentes valores de fase y anchos de pulso en un segundo de medición.

CONCLUSIONES

En este trabajo de tesis, se llevó a cabo la medición de la diferencia de fase entre dos señales pulsadas utilizando el método de coincidencia de pulsos. A través de comparación de intervalos de tiempo delimitados por los pulsos de coincidencias encontrados entre los trenes de pulsos (S_0 , S_X y S_{XI}), es factible medir el tiempo de desfaseamiento entre las señales sometidas a prueba a pesar de la presencia de fluctuaciones en las señales inherentes al equipo.

En el capítulo 3, se dio a conocer el sistema experimental empleado para la obtención de los resultados de medición. Así como su implementación — en su mayoría — en un tablero de desarrollo con FPGA (STRATIX III) dando lugar al prototipo experimental. Este último, representa el circuito medidor que permitió la obtención de los parámetros definidos; es decir, el conteo de los pulsos de S_0 , S_X y S_{XI} , almacenamiento de los valores cuando existe coincidencias logrando tener los N_0 , N_X , N_{0I} y N_{XI} . Además, se describió el programa en Matlab que procesó estos conteos para emitir los resultados de la medición.

En el capítulo 4, se presentó una parte de los resultados preliminares obtenidos de una serie de pruebas de medición de fase empleando un sistema de adquisición de datos (dSPACE). Estos resultados sirvieron de preámbulo para:

- ▶ Comprobar que error relativo de la medición de periodo (T_X) disminuye conforme el tiempo de medición aumenta. Dado que el valor de N_X es más grande, se reduce el error de periodo como se indicó en el capítulo 2.
- ▶ Llegar a la conjetura que un promedio de los valores de fase (t_ϕ) obtenidos en cada instancia de coincidencia, permite conseguir una buena aproximación dada la distribución uniforme presentada.

En el capítulo 5, se exhibieron los resultados experimentales de las mediciones del tiempo de desfaseamiento entre dos trenes de pulsos. En la sección 5.1, se presentó el comportamiento de los resultados de medición de periodo lo cual llevó a las siguientes conclusiones:

- ▶ La cantidad de datos registrados, depende del ancho del pulso. Si el pulso es más ancho, entonces existe mayor posibilidad de coincidencia entre los pulsos de las señales.
- ▶ Se aprecia un fenómeno de divergencia referido como '*deriva*'. Lo que indica que existe variación entre el valor establecido y el valor real de los periodos T_X y/o T_0 . Esta deriva

se atribuye al fenómeno de «jitter» ó tremor de fase causado principalmente por los generadores.

- A causa del fenómeno anterior, solo es posible obtener una sobre ó subestimación del valor de T_X conforme el tiempo de medición aumenta. Sin la deriva revelada, la dinámica del error relativo de periodo tendería a converger al 0%. Lo que llevaría a corroborar que el error de aproximación disminuye conforme el tiempo de medición aumenta — ya que el valor de N_X crece reduciendo así el error (ver ec. 2.4).

En la sección 5.2, se presentaron los resultados experimentales de las mediciones de tiempo de desfasamiento realizadas para un par señales (S_X y S_{Xl}) utilizando una señal de referencia (S_0). En total, se realizaron 40 mediciones donde se varió ancho de pulso y fase (expresada en tiempo). Dado que la medición del periodo T_X está implícita en las ecuaciones descritas en el capítulo 2, se realizó un estudio de los valores obtenidos de fase cuando el periodo T_X es calculado por medio de cuatro diferentes técnicas de aproximación. Las conclusiones a las cuales se llegó con el desarrollo de este trabajo se presentan a continuación:

- Los resultados de medición de fase conseguidos al sustituir el periodo T_X por el valor establecido, promediado, ó por medio de las convergentes del algoritmo de Euclides; presentan un comportamiento muy similar. Donde se aprecia que los errores relativos tienden a divergir conforme pasa el tiempo. Indicando que los valores de periodo T_X y/ó T_0 varían con respecto de su valor establecido. Si los periodos varían, entonces el tiempo de desfasamiento se ve afectado. Esta última conjetura, puede ser corroborada al analizar los datos mostrados en las tablas 5.2, 5.3 y 5.4. Los errores relativos se encuentran en el orden de las unidades de millar porcentual, mientras que los errores absolutos en el orden de los microsegundos.
- Los resultados de medición de fase exhibidos cuando el periodo T_X se calcula a través de la medianta total presentan un comportamiento distinto. Se observa que el error relativo ya no tiende a divergir conforme pasa el tiempo. Se mantiene centrado en el 0% — la divergencia no es evidente ó inexistente. El tiempo de desfasamiento parece ya no estar afectado, porque de la tabla 5.5 se observa que los errores relativos se encuentran en el orden de las decenas porcentuales, mientras que los errores absolutos se ubican en el orden de las decenas de nanosegundos.
- De todos los resultados anteriores, se infiere que si el ancho de pulso de coincidencia aumenta, existe mayor probabilidad de coincidencia, registrando mayor cantidad valores de N_0 , N_X , N_{0l} y N_{Xl} . Además, debido al registro de más coincidencias existen valores de error mayores comparados con los generados cuando pulsos angostos son utilizados.

Se seleccionó el criterio de medición que arroja resultados menores a $\pm 5\%$ de error relativo con el método — aproximando T_X por medio de la medianta total.

Se resuelve que la inclusión del periodo T_X aproximado a través de las medianas en los cálculos de medición de fase, compensa el fenómeno de deriva ilustrado, permitiendo obtener errores relativos menores al $\pm 5\%$. Este porcentaje de error es válido para la mayoría de las aplicaciones de ingeniería en donde la medición de fase entre dos señales es necesaria. Utilizando este método con las condiciones de prueba presentadas, el valor de fase mínimo que exhibe un error relativo menor al $\pm 5\%$ es 500 ns. Es congruente que sólo valores mayores a 500 ns sean obtenibles dado que el error absoluto para los diferentes anchos de pulso se conservan dentro del orden de las *‘decenas de nanosegundos’*.

Otro aspecto que se concluye es la naturaleza del «jitter» ó tremor de fase, en las gráficas de resultados de medición de fase, se observa que tiene un carácter *acumulativo*; debido a la divergencia presentada por los datos. Entonces, la mediana vista como suma vectorial (ver capítulo 2) proporciona un sentido de la dirección ó deriva que posee el «jitter» en los periodos — y de cierta forma la corrige.

Por lo tanto, el trabajo de tesis cumplió con el objetivo planteado; demostrando que el método de coincidencia de pulsos — utilizando la mediana total — permite medir el de tiempo de desfase aún cuando las señales involucradas no presentan *estabilidad* durante el intervalo de medición.

6.1 TRABAJOS FUTUROS

Como parte de la investigación posterior y mejora continua, se presentan los siguientes aspectos a cubrir:

- ▶ Evaluación e implementación de los circuitos discriminadores presentados en el apéndice B. Estos circuitos filtran los pulsos de coincidencias más débiles, reduciendo la cantidad de datos registrados y por ende el tiempo de procesamiento.
- ▶ Mejorar el sistema experimental, utilizando memorias cuyas condiciones de operación puedan ser fácilmente satisfechas a frecuencias más altas (10 MHz). Así como de circuitos alternos que operen a mayor velocidad.
- ▶ Demostrar matemáticamente que la mediana total para T_X corrige el problema de la variación de los periodos de las señales involucradas en medición de fase.
- ▶ Continuar con el planteamiento preliminar mostrado en el apéndice C para determinar y fundamentar el valor mínimo de fase distinguible por el método mostrado.

6.2 APLICACIONES

El campo de aplicación del método de medición de fase es muy prometedor, se consideran las siguientes áreas de oportunidad:

- ▶ Medición de distancia.
- ▶ Sistemas de radar y localización de posición por medio del TOA.
- ▶ Sincronización de transmisor-receptor a través de una señal piloto.
- ▶ Sistemas de comparación de frecuencia.

Las posibilidades del método presentadas son alentadoras teóricamente, sin embargo dadas las condiciones de implementación práctica es inviable para las aplicaciones de hoy en día — que requieren una alta resolución. Considerando los datos mostrados en este trabajo, la resolución alcanzable por el prototipo experimental es de 500 ns ó 0.02 radianes mientras que la resolución teórica del método es de 10 ps ó 0.465 μ radianes (ver apéndice C).

Cualquier aplicación, que no requiera de mayor resolución, es totalmente implementable a través del prototipo propuesto. En un futuro, después de haber desarrollados los puntos sugeridos en la sección anterior, será posible ver el método aplicado en sistemas de alta resolución y velocidad.

APÉNDICES

A. PROGRAMA EN MATLAB DEL PROTOTIPO EXPERIMENTAL

```
close all
clear all
clc

NO=importdata['No.hex','',[2^16]];
NX=importdata['Nx.hex','',[2^16]];
NO1=importdata['No1.hex','',[2^16]];
NX1=importdata['Nx1.hex','',[2^16]];

%Removiendo la instrucción de fin de archivo
%A partir de la version 2010 de matlab no es necesario removerla...
NO[2^16+1]=[]; NX[2^16+1]=[]; NO1[2^16+1]=[]; NX1[2^16+1]=[];

%Separando los datos de las celdas NO, NX, NO1 y NX1
datno=cellfun(@(x)x[10:15],NO,'UniformOutput',false);
datnx=cellfun(@(x)x[10:15],NX,'UniformOutput',false);
datno1=cellfun(@(x)x[10:15],NO1,'UniformOutput',false);
datnx1=cellfun(@(x)x[10:15],NX1,'UniformOutput',false);

%limpiando las importaciones
clear NO NX NO1 NX1

%Convirtiendo las celdas a matrices de caracteres
datno=cell2mat(datno);
datnx=cell2mat(datnx);
datno1=cell2mat(datno1);
datnx1=cell2mat(datnx1);

%Convirtiendo las matrices de caracteres a valor decimal
no=hex2dec(datno);
nx=hex2dec(datnx);
no1=hex2dec(datno1);
nx1=hex2dec(datnx1);
```

```

%DATOS DE LA MEDICIÓN%
To=100e-6;
Tx=135.12583e-6;
fase=1e-6;
%%%%%%%%%%%%%%

%Removiendo los ceros de los conteos
mz=find(no[:]<1 | nx[:]<1);
no[mz]=[];
nx[mz]=[];

mn=find(no1[:]<1 | nx1[:]<1);
no1[mn]=[];
nx1[mn]=[];

icoi=1; %Coincidencia de Inicio

%Removiendo coincidencia de inicio
no1=no1-no[icoi];
nx1=nx1-nx[icoi];

no=no-no[icoi];
nx=nx-nx[icoi];

mz=find(no[:]<1 | nx[:]<1);
no[mz]=[];
nx[mz]=[];

mn=find(no1[:]<1 | nx1[:]<1);
no1[mn]=[];
nx1[mn]=[];

% [no(1:40) nx(1:40) no1(1:40) nx1(1:40)]

% Removing Spikes in data
[indno]=rmpicos(no);
[indnx]=rmpicos(nx);
auxin=unique([indno indnx]);
no[auxin]=[];
nx[auxin]=[];

[indno1]=rmpicos(no1);
[indnx1]=rmpicos(nx1);
auxin1=unique([indno1 indnx1]);
no1[auxin1]=[];
nx1[auxin1]=[];

format long

```

```

for measuretime=[10e3 5e3 1e3]

measuretime

%Limitando las información a 'measuretime' seg.
no=no(find[no<measuretime]);
nx=nx(find[no<measuretime]);

no1=no1(find[no1<measuretime]);
nx1=nx1(find[no1<measuretime]);

%tphi en promedio con valor de Tx establecido
tphi=no1*To-nx1*Tx;

averagetphi=mean[tphi]
errorf=100*[averagetphi-fase]/fase
erroabs=abs(errorf*fase/100)
errf=100*[tphi-fase]/fase;

%tphi en Promedio con valor de Tx promediado
tx1=mean[To*no./nx];
tphi1=no1*To-nx1*tx1;

averagetphi1=mean[tphi1];
errorf1=100*[averagetphi1-fase]/fase

errf1=100*[tphi1-fase]/fase;

%tphi en promedio con medianta total de Tx
tx2=To*sum[no]./sum[nx];

tphi2=no1*To-nx1*tx2;

averagetphi2=mean[tphi2]
errorf2=100*[averagetphi2-fase]/fase
erroabs2=abs(errorf2*fase/100)

errf2=100*[tphi2-fase]/fase;

% tphi en mediantas con medianta total de Tx
tphi3=[cumsum[no1]*To-cumsum[nx1]*tx2]./[1:numel[no1]]';

averagetphi3=mean[tphi3];
errorf3=100*[averagetphi3-fase]/fase;

```



```

errf3=100*(tphi3-fase)/fase;

tphimed=tphi3[numel[tphi3]];
errorfm=100*(tphi3[numel[tphi3]]-fase)/fase;
erroabsm=abs(errorfm*fase/100);

%tphi en promedio con valor de Tx obtenido a partir de los Qs y Ps de mayor
%orden
[q,p,dt]=qps(To*1e11,Tx*1e11);
[p' q' dt'];

ix=[];indx=[];
iy=[];indy=[];

for k=1:length(p)
    x=find(no==p[k]);
    y=find(nx==q[k]);
    if isempty(x)==0
        ix=[ix x];
        indx=[indx k];
    end
    if isempty(y)==0
        iy=[iy y];
        indy=[indy k];
    end
end

tx3=To*no(max[ix])./(nx(max[ix]));

tphi4=(no1*To-nx1*tx3);

averagetphi4=mean(tphi4);
errorf4=100*(averagetphi4-fase)/fase

errf4=100*(tphi4-fase)/fase;
end

txqps=To*no(ix)./(nx(ix));
errfqps= (txqps-Tx)/Tx;

figure(1)

plot(no*To,[(To*no./nx)-Tx]/Tx,'k.-','markersize',15);
title('Error de Relativo de medición de Periodo Tx','fontsize',14)
xlabel('seg','fontsize',14)
ylabel('Error Relativo [%]','fontsize',14)
% axis([1 length(coin1) min[tphi] max[tphi]])
%Para colocar los Q's y P's
hold

```

```

plot(no[ix]*To,errfqps,'o','Color',[0, 39/128, 1/2]);
for k=1:length(ix)
    text(no[ix(k)]*To,errfqps[k],['\downarrow',
num2str(no[ix(k))],'HorizontalAlignment','left','VerticalAlignment','bottom','Color',[0, 39/128, 1/2]]
    text(no[ix(k)]*To,errfqps[k],['\uparrow',
num2str(nx[ix(k))],'HorizontalAlignment','left','VerticalAlignment','top','Color',[0, 39/128, 1/2]]
end
grid on

% color [51/64, 97/256, 19/64]
figure(2)

plot(no1*To,errf,'k.-','markersize',15);
title('Error de medición de Fase obtenida [t \phi ] con Tx establecido','fontsize',14)
xlabel('seg','fontsize',14)
ylabel('Error Relativo [%]','fontsize',14)
% axis([1 length(coin1) min(tphi) max(tphi)])
grid on

figure(3)

plot(no1*To,errf2,'.-','Color',[49/64, 1/4, 55/256],'markersize',15);
title('Error de medición de Fase obtenida [t \phi ] con medianta total de Tx','fontsize',14)
xlabel('seg','fontsize',14)
ylabel('Error Relativo [%]','fontsize',14)
% axis([1 length(coin1) min(tphi) max(tphi)])
grid on

figure(4)

plot(To*no1,errf3,'.-','Color',[49/64, 1/4, 55/256],'markersize',15);
title('Error de medición de Fase obtenida [Promedio Dinámico] [t \phi ] con medianta total de Tx','fontsize',14)
xlabel('seg','fontsize',14)
ylabel('Error Relativo [%]','fontsize',14)
% axis([0 1 -10 10])
grid on

figure(5)

plot(To*no1,errf,'kd-','markersize',8,'markerfacecolor','k');
hold on
plot(To*no1,errf1,'s-','Color',[1/5, 1/5, 1/5],'markersize',8,'markerfacecolor',[1/5, 1/5, 1/5]);
hold on
plot(To*no1,errf4,'h-','Color',[0, 39/128, 1/2],'markersize',8,'markerfacecolor',[0, 39/128, 1/2]);
hold on

```

```

plot(To*no1,errf2,'o-','Color',[49/64, 1/4, 55/256],'markersize',8,'markerfacecolor',[49/64, 1/4, 55/256]);
legend('T_{X} establecido','Promedio de T_{X}','T_{X} obtenido con Q_{max} y P_{max}','Medianta Total de T_{X}')
title('Error de Medición de Fase obtenida [t \phi ] con:', 'fontsize',14)
xlabel('seg','fontsize',14)
ylabel('Error Relativo [%]','fontsize',14)
% axis([0 1 -10 10])
grid on

figure[6]

plot(To*no1,errf1,'.-','Color',[1/5, 1/5, 1/5],'markersize',15);
title('Error de medición de Fase obtenida [t \phi ] con promedio de Tx','fontsize',14)
xlabel('seg','fontsize',14)
ylabel('Error Relativo [%]','fontsize',14)
% axis([0 1 -10 10])
grid on

figure[7]

plot(To*no1,errf4,'.-','Color',[0, 39/128, 1/2],'markersize',15);
title('Error de medición de Fase obtenida [t \phi ] con Tx obtenido a partir de Qs y Ps de mayor orden','fontsize',14)
xlabel('seg','fontsize',14)
ylabel('Error Relativo [%]','fontsize',14)
% axis([0 1 -10 10])
grid on

```

B. CIRCUITOS DISCRIMINADORES

En este apéndice, se presentan los diagramas de circuito correspondientes a 4 posibles discriminadores de coincidencia, los cuales se aprecian en la figura B.1.

- (a) Compuerta AND, este es el elemento discriminador de coincidencias utilizado en el prototipo experimental.
- (b) Arreglo de compuertas AND, permite filtrar coincidencias con mayor discriminación.
- (c) FLIP-FLOP D 1. Se obtienen las coincidencias en donde S_X adelanta a S_O .
- (d) FLIP-FLOP D 2. Se obtienen las coincidencias en donde S_X adelanta a S_O , este arreglo permite obtener pulsos de coincidencia más angostos que el de la figura B.1 (c).

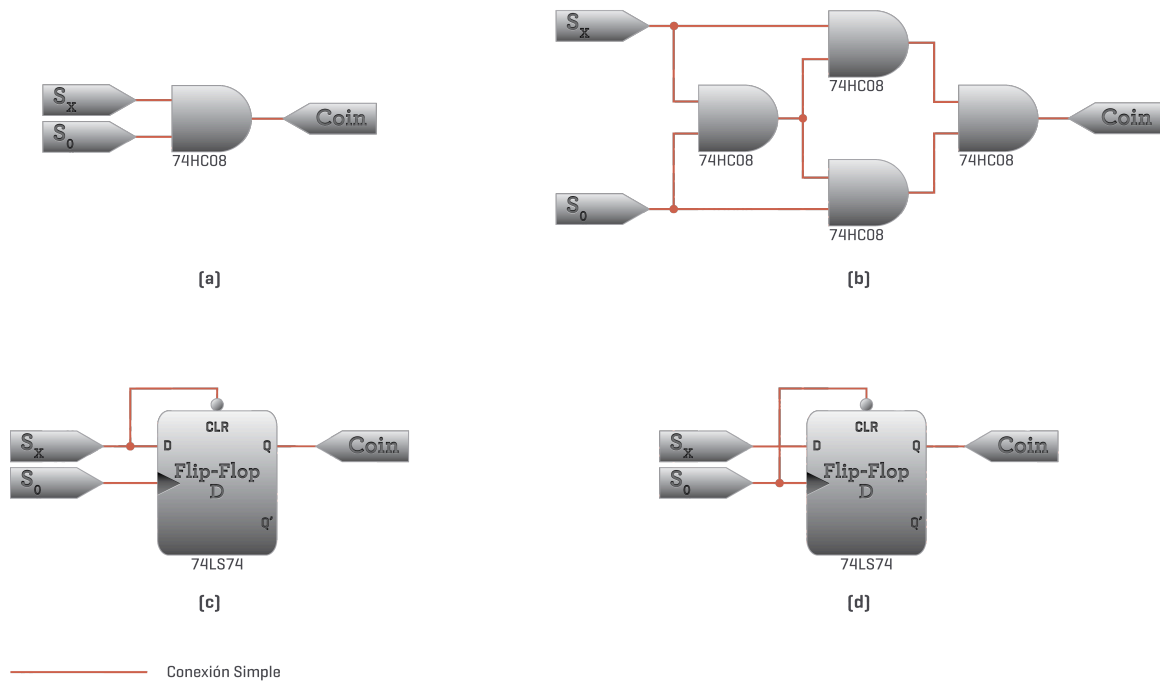


Figura B.1 Discriminadores de coincidencias en base a componentes lógicos.

Los resultados correspondientes de los circuitos se muestran en la figura B.2 se aprecia que las coincidencias desaparecen en base al factor de discriminación del circuito.

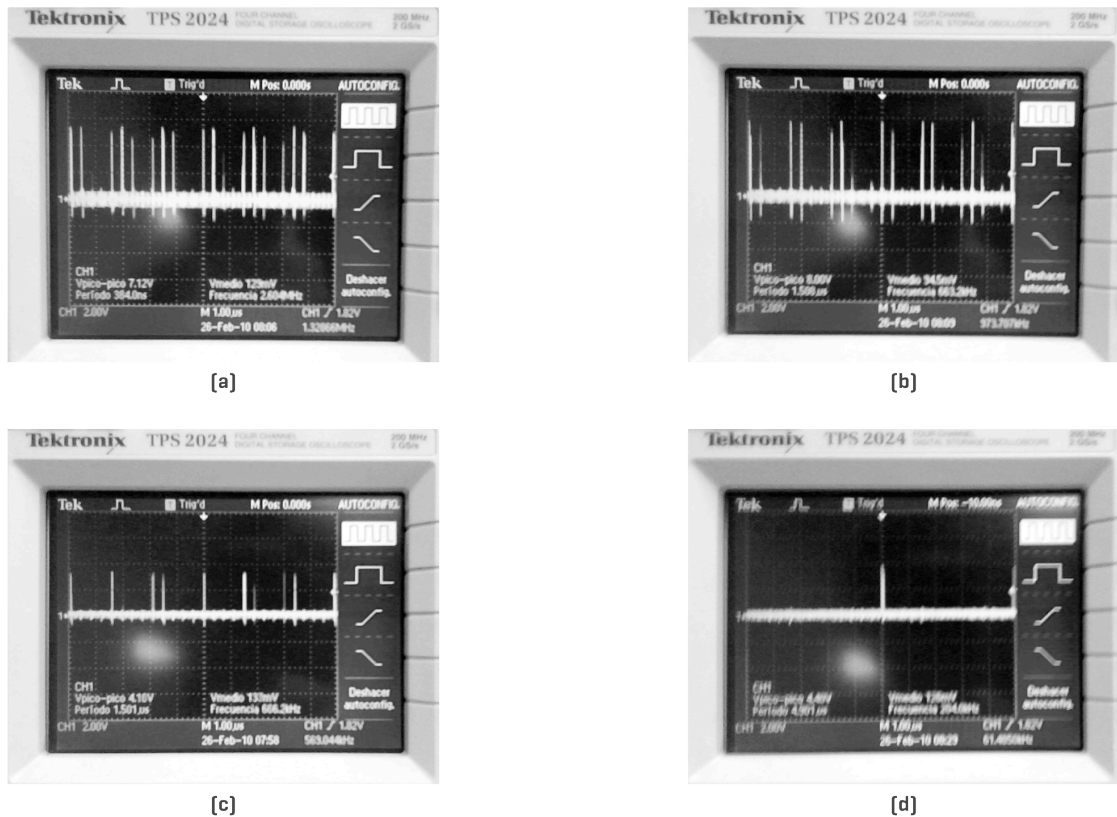


Figura B.2 Resultados de los circuitos discriminadores de coincidencias.

C. ANÁLISIS DEDUCTIVO DEL VALOR MÍNIMO DE FASE DISTINGUIBLE

C.1 CUANDO T_X ES UN MÚLTIPLO DE T_0

Sabemos, que $T_X > T_0$ entonces supongamos que T_X es algún múltiplo — entero — de T_0 , esto es

$$T_X = mT_0 \quad (c.1)$$

sustituyendo c.1 en ecuación 2.40 tenemos

$$t_\phi \cong N_{01}T_0 - N_{X1}mT_0 \quad (c.2)$$

reorganizando

$$t_\phi \cong (N_{01} - mN_{X1})T_0. \quad (c.3)$$

Como es una diferencia de números enteros, el valor dentro del paréntesis siempre será un entero. Por lo T_0 es el valor de fase mínimo.

C.2 CUANDO LA RELACIÓN ENTRE T_X Y T_0 ES RACIONAL [PRIMOS RELATIVOS]

Ahora, supongamos que entre T_X y T_0 existe una relación n/d (reducida), donde $n > d$ y ambos pertenecen a $\mathbb{Z}$.

$$\frac{T_X}{T_0} = \frac{n}{d} \quad (c.4)$$

donde el máximo común divisor entre n y d es 1, es decir, son *primos relativos*.

Sustituyendo c.4 en ecuación 2.40 se obtiene:

$$t_\phi \cong N_{01}T_0 - N_{X1}\frac{n}{d}T_0 \quad (c.5)$$

reorganizado

$$t_\phi \cong \left(N_{01} - \frac{n}{d}N_{X1} \right) T_0 \quad (c.6)$$

multiplicando c.6 por d/d se genera

$$t_{\phi} \cong (dN_{01} - nN_{x1}) \frac{T_0}{d}. \quad (c.7)$$

Ahora el mínimo valor distinguible es T_0/d .

C.3 VALOR MÍNIMO DE TIEMPO DE DESFASAMIENTO PARA LOS DATOS USADOS EN EL TRABAJO

Para las mediciones realizadas con el prototipo experimental tenemos los siguientes valores de periodo: $T_X = 135.12583 \mu s$ y $T_0 = 100.00000 \mu s$. Se obtiene la relación n/d con ecuación c.4

$$\frac{T_X}{T_0} = \frac{n}{d} \rightarrow \frac{135.12583 \mu s}{100.00000 \mu s} = \frac{13512583}{10000000} \quad (c.8)$$

por lo tanto $n = 13512583$ y $d = 10000000$, la razón no puede ser reducida: resultando primos relativos. Ahora sustituimos valores en c.7

$$t_{\phi} \cong (10^7 N_{01} - 13512583 N_{x1}) \frac{T_0}{10^7} \quad (c.9)$$

entonces el valor mínimo distinguible es $T_0/10^7$

$$t_{\phi min} = \frac{T_0}{10^7} = \frac{100 \mu s}{10^7} = \frac{10^{-4} s}{10^7} = 10^{-11} s. \quad (c.10)$$

Para los valores de periodo utilizados en las mediciones presentadas, el valor mínimo detectable (resolución) posible por el método es de 10 picosegundos.

Se convierte a fase en radianes se utilizando la ecuación 2.43

$$\phi_{tmin} = t_{\phi min} \frac{2\pi}{T_X} \quad (c.11)$$

sustituyendo valores se tiene

$$\phi_{tmin} = t_{\phi min} \frac{2\pi}{T_X} = 10 \times 10^{-12} s \left(\frac{2\pi}{135.12583 \times 10^{-6} s} \right) = 0.465 \times 10^{-6} rad. \quad (c.12)$$

BIBLIOGRAFÍA

- [1] The National Institute of Standards and Technology (NIST). “Time and Frequency from A to Z—An illustrated glossary” Oct 2010.
- [2] Ballou, Glen. “Handbook for sound engineers” (3 ed.). Focal Press, Gulf Professional Publishing. pp. 1499. Jan 2005.
- [3] <http://es.wikipedia.org/wiki/Desfase>, May 2011.
- [4] Wei Zhou. “Measurement Approaches and Techniques Based on Time-Space Relationship” Xidian University, Xi’an, 710071, P. R. China 2006.
- [5] Vaughan L. Clarkson. “Number/Theoretic Solution to Intercept Time Problems” IEEE Transactions on information theory, vol. 42, no. 3, May 1996.
- [6] V. E. Tyrsa. “Error reduction in conversion of quantities to digitalized time intervals” Measurement Techniques. Springer, New York. Vol. 18. No. 3. 357-360. 1975.
- [7] V. E. Tyrsa. “Instrumental errors in time interval measurements by difference-period quantization” Measurement Techniques. Vol. 29, No. 6. pp. 565-568. 1986.
- [8] Wei Zhou. “A New Method of Time Difference Measurement — The Time Difference Method by Dual Phase Coincidence Points” Xidian University, Dept. of Measurement and Instrumentation. Xi’an, 710071, P. R. China 1992.
- [9] Wayne Storr. “Introduction to Waveforms” Basic Electronics Tutorials, Copyright © 1999–2011, <http://www.electronics-tutorials.ws> Feb 2011.
- [10] V. E. Tyrsa and A. D. Zenya. “Analysis of errors in frequency comparison by the pulse coincidence method” Measurement Techniques. Vol. 26, No. 7. pp. 576-579. 1983.
- [11] P.I. Richards. “Probability of coincidence for two periodically recurring events” Ann. Math. Stat. Vol. 19, No.1, pp. 16–19, Mar 1948.
- [12] H. D. Friedman. “Coincidence of pulse trains” J. Appl. Phys. Vol. 25, No. 8, pp. 1001–1005, Aug 1954.
- [13] R. M. Hawkes. “The analysis of interception” Unpublished Defense Science and Technology Organisation Res. Rep. Nov 1983.

- [14] Scott B. Guthery. "A Motif of Mathematics: History and Application of the Mediant and the Farey Sequence" Chapter 1 & 2, Sep 2010.
- [15] Daniel Hernández Balbuena. "Método de Medición de Frecuencia usando Coincidencia de Pulsos y Aproximaciones Racionales" UABC. Feb 2010.
- [16] Domingo Gomez Morín. "La Quinta Operación Aritmética: Media Aritmónica" ISBN: 980-12-1671-9. Jan 2010.
- [17] Albert D. Helfrick. "Modern Electronic Instrumentation and Measurement Techniques" Singapore: Pearson 1990, pp. 16.
- [18] Altera Corporation. "Quartus II Software Version 8.1 Operating System Support" http://www.altera.com/support/software/os_support/quartusii/oss-qii81.html
- [19] Altera Coporation. "Introduction to the Quartus II Software" Altera Coporation version 8.1, pp. 1-230, Jul 2008.
- [20] Altera Coporation. "Stratix III Development Kit Reference Manual" Altera Coporation, version 1.2, chapter 2, Sep 2008.
- [21] Altera Coporation. "HSMC Debug Header Breakout Board" Altera Coporation rev. 1, pp. 1-2, May 2007.
- [22] Altera Coporation. "TriMatrix Embedded Memory Blocks in Stratix III Devices" Stratix III Device Handbook. Vol. 1, chapter 4, version 1.8, pp. 1-26, May 2009.